



HAL
open science

Rétroaction thermo-piézorésistive dans des capteurs MEMS à base de nanofils en silicium suspendus

Pierre Janioud

► **To cite this version:**

Pierre Janioud. Rétroaction thermo-piézorésistive dans des capteurs MEMS à base de nanofils en silicium suspendus. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2020. Français. NNT: 2020GRALT012 . tel-03632262

HAL Id: tel-03632262

<https://theses.hal.science/tel-03632262>

Submitted on 6 Apr 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Nano Electronique et Nano Technologie (NENT)**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Pierre JANIOUD

Directrice de thèse : **Panagiota MORFOULI**, Professeur, Grenoble INP
Co-Encadrants : **Christophe POULAIN**, Ingénieur docteur CEA-Leti
Alexandra KOUMELA, Ingénieur docteur, CEA-Leti
Guillaume JOURDAN, Ingénieur docteur, CEA-Leti

Préparée au sein du **CEA-Leti, Laboratoire de Caractérisation et de Fiabilité des Composants (LCFC)** et de l'**École Doctorale Électronique, Électrotechnique, Automatique & Traitement du Signal (EEATS)**

**Rétroaction thermo-piézorésistive dans des capteurs
MEMS à base de nanofils en silicium suspendus**

**Thermal piezoresistive back action in suspended silicon
nanowires based MEMS**

Thèse soutenue publiquement le **10 Juillet 2020**, devant le jury composé de :

M. Lionel BUCHAILLOT Directeur de recherche CNRS, IEMN, Lille (France)	<i>Président</i>
M^{me} Isabelle DUFOUR Professeur, IMS, Bordeaux (France)	<i>Examinatrice</i>
M. Bernard LEGRAND Directeur de recherche CNRS, LAAS, Toulouse (France)	<i>Rapporteur</i>
M. Guillermo VILLANUEVA Professeur assistant, EPFL, Lausanne (Suisse)	<i>Rapporteur</i>
M^{me} Panagiota MORFOULI Professeur, Grenoble INP, Grenoble (France)	<i>Directrice de thèse</i>
M. Christophe POULAIN Ingénieur docteur, CEA-Leti, Grenoble (France)	<i>Co-encadrant de thèse (invité)</i>
M^{me} Alexandra KOUMELA Ingénieur docteur, CEA-Leti, Grenoble (France)	<i>Co-encadrante de thèse (invité)</i>
M. Guillaume JOURDAN Ingénieur docteur, CEA-Leti, Grenoble (France)	<i>Co-encadrant de thèse (invité)</i>



Remerciements

Parce que la thèse n'est pas seulement une aventure personnelle et parce qu'il est important d'identifier les différents contributeurs à la réussite de ce doctorat, je commencerais ce manuscrit en remerciant toutes les personnes qui ont participé au bon déroulement de ces trois années de thèse.

Je remercie tout d'abord les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mes travaux de thèse et pour la qualité des échanges que nous avons pu avoir avant et au cours de la soutenance. Merci aux deux rapporteurs, M. Guillermo Villanueva et M. Bernard Legrand, pour le temps accordé à l'évaluation de mon manuscrit. Merci également à Mme Isabelle Dufour pour l'intérêt qu'elle a manifesté pour ces travaux et sa participation en tant qu'examinatrice. Enfin, je souhaite remercier M. Lionel Buchaillot qui m'a fait l'honneur de bien vouloir présider mon jury de thèse.

Le déroulement de ces trois années a été largement facilité par une équipe encadrante au top! Un grand merci à ma directrice de thèse Youla et mes encadrants Christophe, Alexandra et Guillaume pour la confiance qu'ils m'ont accordée pour réaliser cette thèse. Ce fut un immense plaisir d'intégrer ce groupe et de travailler à leur coté durant ces trois années. Même si ce n'est pas toujours évident d'avoir quatre encadrants, notamment pour la rédaction, leur support, leurs qualités relationnelles, leur complémentarité et leurs compétences scientifiques ont été des atouts précieux pour mener à bien ces travaux de thèse.

Cette thèse a été réalisée en collaboration avec le laboratoire LCFC (CEA-Leti) et le laboratoire IMEP-LAHC (Grenoble INP). Je souhaite donc remercier ces deux entités, représentées respectivement par Eric Ollier et Jean-Emmanuel Broquin, pour leur accueil et les moyens mis à ma disposition pour réaliser ces travaux de recherche dans les meilleures conditions.

Merci également à M. Skandar Basrour, professeur à l'université Grenoble Alpes, et M. François-Xavier Boillot, ingénieur expert MEMS, d'avoir accepté de faire partie de mon comité de suivi individuel (CSI) de thèse. Nos échanges au cours des différents points annuels ont permis d'avoir un regard extérieur sur les résultats obtenus.

Puisqu'une thèse sur les microsystèmes ne s'effectue pas sans composants, je remercie toutes les personnes qui m'ont permis de bénéficier de dispositifs M&NEMS existants et conçus au cours de la thèse. Je pense particulièrement aux chefs de projet (Patrice R. et Stephan L.), aux ingénieurs filière (Audrey B. et Carine L.), à Loïc J. pour la formation et les conseils sur les outils de conception et bien évidemment tous les acteurs de la salle blanche.

Je souhaite également remercier toute l'équipe du LCFC (Stéphane, Jennifer, Eric, Romain, Patrick, Antoine H., Antoine N., Hélène, Frédéric, Alexandra, François G., Patrice C., Kevin, Vincent, David, Christophe, François B., Estelle et Christine) pour leur aide et pour les moments partagés au travail et en dehors au cours de ces trois années de thèse. Un merci particulier à Kevin et Jennifer pour leur disponibilité, leur aide précieuse et les nombreuses discussions dans le bureau :). François B., que dire ? « Voleur » d'équipement, sans pitié au badminton, ... mais bon on a passé quand même de bons moments, merci pour tout :). Merci également à Romain et Frederic pour l'aide au PAV, Vincent et Guillaume B. pour les mesures mécaniques et enfin David pour les heures passées au FIB/MEB.

Je remercie également tous les doctorants, post-doctorants, alternants et stagiaires (Marie, Louise, Samer, Federico, Baptiste, Octavia, Lucas, Hervé, ...) pour les bons moments passés ensemble que ce soit au CEA, autour d'un café ou d'un repas et également lors des conférences.

Enfin je terminerais par remercier mes proches (famille et amis) pour leur support tout au long de cette thèse et pour m'avoir encouragé à poursuivre dans les moments difficiles. La liste est trop longue pour tous vous citer mais je voudrais remercier particulièrement ma soeur Claire et ma cousine Julie qui ont eu la lourde tâche de relire mon manuscrit. Désolé d'avoir perturbé vos soirées :).

L'aventure est maintenant terminée et j'en garderais un excellent souvenir en particulier grâce à vous tous. Merci !

Table des matières

Liste des Abréviations	ix
Liste des Symboles	xi
Introduction	1
1 La plate-forme M&NEMS au service des capteurs	5
1.1 Le concept M&NEMS	5
1.1.1 Définition d'un MEMS	5
1.1.2 Des MEMS aux structures M&NEMS	7
1.1.3 Dispositifs M&NEMS existants	9
1.2 Les nanofils en silicium	12
1.2.1 Les propriétés mécaniques	12
1.2.2 Les propriétés électriques	15
1.2.3 Les propriétés thermiques	16
1.2.4 Les propriétés issues d'un couplage	19
2 Le gyromètre en environnement vibratoire	25
2.1 Le gyromètre double masse : une structure équilibrée	26
2.1.1 Gyromètre M&NEMS	27
2.1.2 Condition d'équilibrage du mode en anti-phase selon l'axe d'excitation	29
2.1.3 Méthode de correction de la raideur	30
2.2 Résilience aux vibrations à la fréquence de résonance du mode en anti-phase	31
2.2.1 Mise en œuvre expérimentale	31
2.2.2 Extraction de la réponse électromécanique	32
2.2.3 Identification de la sensibilité aux vibrations	34
2.2.4 Effets de la méthode de compensation	36
2.2.5 Efficacité de la compensation sur un gyromètre en fonctionnement .	39
2.3 Structures améliorant la résilience aux vibrations	40
2.3.1 Électrodes de compensation optimisées	41
2.3.2 Nouvelle architecture de gyromètre pour une augmentation de la raideur du mode en phase	43

3	Structures M&NEMS : théorie & expérimentation	47
3.1	Résonateurs M&NEMS	48
3.1.1	Variantes disponibles & objectifs	48
3.1.2	Modèle mécanique	52
3.1.3	Caractérisation électromécanique	54
3.1.4	Orientation des nanofils piézorésistifs	58
3.2	Structures de test non résonantes	59
3.2.1	Isolation mécanique d'un pont de nanofils	60
3.2.2	Structures pour la caractérisation au nano-indenteur	61
3.3	Caractérisation des sources de polarisation	62
3.3.1	Mise en évidence du comportement non idéal des sources de polarisation	63
3.3.2	Stabilisation des sources de polarisation	67
3.3.3	Impact sur la puissance dissipée par effet Joule dans les nanofils . .	71
4	Rétroaction thermo-piézorésistive : étude théorique	73
4.1	État de l'art sur l'effet TPBA	74
4.1.1	Description de la rétroaction thermo-piézorésistive	75
4.1.2	Contrôle du signe de la rétroaction	76
4.1.3	Efficacité énergétique de l'effet TPBA	80
4.1.4	Applications et architectures utilisées pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive	80
4.2	Modèle thermique d'un nanofil Si	86
4.2.1	Réponse thermique d'un nanofil standard	86
4.2.2	Réponse thermique d'un nanofil avec plateau thermique	90
4.2.3	Comparaison avec les modèles numériques	95
4.2.4	Contribution des ancrages	101
4.3	Modèle analytique de l'effet TPBA	102
4.3.1	Modèle 1 de base	103
4.3.2	Modèle 2 intégrant la dépendance de la conductivité thermique à la déformation	105
4.3.3	Modèle 3 intégrant le comportement non idéal des sources de polari- sation	106
4.3.4	Efficacité de la rétroaction thermo-piézorésistive	107
5	Caractérisation thermo-électromécanique d'un nanofil Si	109
5.1	Caractérisation mécanique	110
5.1.1	Dimensions des nanofils	110
5.1.2	Détermination expérimentale du module de Young	114
5.1.3	Raideur mécanique d'un nanofil	117
5.2	Caractérisation électrique	120
5.2.1	Résistivité de la couche NEMS	121

5.2.2	Résistance électrique d'un nanofil	122
5.3	Caractérisation thermique & couplage	125
5.3.1	Définition des paramètres	125
5.3.2	Effet de la contrainte résiduelle sur la résistance	129
5.3.3	Effet de la température sur la résistance	132
5.3.4	Mesure de la conductivité thermique	137
5.3.5	Coefficient piézorésistif	140
6	Rétroaction thermo-piézorésistive : étude expérimentale	143
6.1	Obtention et traitement des résultats	144
6.1.1	Mise en œuvre expérimentale	144
6.1.2	Modèle du résonateur M&NEMS utilisant l'effet TPBA	148
6.1.3	Méthodologie utilisée pour l'exploitation des résultats	150
6.2	Dépendance de l'effet TPBA à la géométrie et aux conditions de mesure . .	152
6.2.1	Effet du coefficient piézorésistif	153
6.2.2	Influence des schémas de polarisation	154
6.2.3	Effet de la distance pivot-nanofil	160
6.2.4	Effet des dimensions du nanofil	161
6.2.5	Effet de la température	162
6.3	Nouvelle architecture de nanofil : optimisation de l'effet TPBA	164
6.3.1	Étude détaillée de deux composants intégrant des nanofils d'archi- tectures différentes	165
6.3.2	Gain en efficacité produit par le plateau thermique	169
6.4	Contrôle de la rétroaction thermo-piézorésistive	171
6.5	Facteur de mérite de l'effet TPBA	173
6.5.1	Optimisation de l'effet TPBA	173
6.5.2	Application pour un gyromètre double masse	176
	Conclusion & perspectives	179
	Annexes	
A	Dispositifs M&NEMS	185
A.1	Procédé de fabrication	185
A.2	Structures de test non utilisées	188
A.3	Résistances d'accès	189
A.4	Caractérisation de la résistivité sous irradiations	190
A.4.1	Protocole de mesure	191
A.4.2	Caractérisation d'un composant avant les irradiations	193
A.4.3	Caractérisation d'un composant pendant les irradiations	194
B	Condition d'équilibrage de l'axe d'excitation d'un gyromètre M&NEMS	197

C	Modélisation thermique d'un nanofil	201
C.1	Produit scalaire utilisé pour la détermination des modes thermiques du nanofil standard	201
C.2	Projection de l'équation de Fourier sur les modes thermiques du nanofil seul	202
C.3	Calcul de la température moyenne sur le nanofil avec plateau	204
C.4	Méthode 3ω	207
D	Force thermoélastique	209
	Publications au cours de la thèse	211
	Références	213

Liste des Abréviations

AC	Alternating Current (Courant alternatif)
AFM	Atomic Force Microscope (Microscope à force atomique)
Al	Aluminium
CEA	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor
CMP	Chemical-Mechanical Polishing (Polissage mécano-chimique)
CVG	Coriolis Vibratory Gyroscope (Gyroscope résonant à effet Coriolis)
DC	Direct Current (Courant continu)
DRIE	Deep Reactive Ion Etching (Gravure ionique réactive profonde)
FEM	Finite Element Modeling (Modélisation par éléments finis)
FIB	Focused Ion Beam (Sonde ionique focalisée)
GBF	Générateur Basse Fréquence
Ge	Germanium
HF	Acide fluorhydrique
KOH	Hydroxyde de potassium
LETI	Laboratoire d'Électronique et des Technologies de l'Information
LIA	Lock-In Amplifier (Amplificateur à détection synchrone)
MEB	Microscope Électronique à Balayage
MEMS	Micro ElectroMechanical Systems (Microsystèmes électromécanique)
M&NEMS	Micro & Nano ElectroMechanical Systems (Micro & nano systèmes électromécanique)
PCB	Printed Circuit Board (Circuit imprimé)

PLL	Phase-Locked Loop (Boucle à verrouillage de phase)
RF	Radio Fréquence
RIE	Reactive Ion Etching (Gravure ionique réactive)
RMS	Root Mean Square (valeur efficace)
Si	Silicium
SMU	Source Measurement Unit (Unité de polarisation et de mesure)
SOI	Silicon On Insulator (Silicium sur isolant)
TCO	Temperature Coefficient of Offset (Coefficient de température de biais)
TCR	Temperature Coefficient of Resistance (Coefficient de température de la résistance)
ToF-SIMS	Time-of-Flight Secondary Ion Mass Spectrometry (Spectrométrie de masse d'ions secondaires par temps de vol)
TPBA	Thermal Piezoresistive Back Action (Rétroaction thermo-piézorésistive)
UHF	Ultra Haute Fréquence
VDP	Van Der Pauw (motif de test pour la résistivité)

Liste des Symboles

$c = a + jb$	Paramètre complexe traduisant le comportement non idéal et retardé de la source de polarisation [1]
c_p	Capacité thermique massique [J.K ⁻¹ .kg ⁻¹]
C	Raideur du pivot [N.m]
C_{el}	Capacité électrique [F]
C_{rig}	Matrice de rigidité [Pa]
C_{th}	Capacité thermique [J.K ⁻¹]
e, e_s	Tension de perturbation aux bornes du nanofil ou de la source de polarisation produite par ΔR [V]
E	Module de Young [Pa]
f	Fréquence de résonance du résonateur [Hz]
f_1, f_2	Fréquence de résonance du résonateur avec 1 ou 2 nanofils [Hz]
f_{AC}	Facteur d'amplification de contrainte [1]
f_{da}, f_{di}	Fréquence de résonance du mode en anti-phase ou en phase selon l'axe d'excitation du gyromètre [Hz]
f_{ref}	Fréquence de référence du LIA [Hz]
f_{rl}	Fréquence d'oscillation en régime libre [Hz]
f_s	Fréquence de résonance du mode de détection du gyromètre [Hz]
F_{elec}	Force électrostatique [N]
$F_{Coriolis}$	Force de Coriolis [N]
F_{NW}	Force de rappel du nanofil [N]
F_{TE}	Force thermoélastique dans un nanofil [N]
F_{visq}	Force visqueuse résultant de la rétroaction thermo-piézorésistive [N]
g	Gap inter-électrode (électrode de correction) [m]
I	Courant efficace [A]
I_0, I_n	Courant circulant dans un nanofil [A]
I_s	Courant débité par une source de polarisation [A]
J	Moment d'inertie [kg.m ²]
k_1, k_2, k_c	Raideur de suspension de la masse 1, 2 ou de couplage entre m_1 et m_2 [N.m ⁻¹]
$k_{ancrage}$	Raideur d'un ancrage du nanofil [N.m ⁻¹]

k_{col}	Raideur latérale de la colonne du nano-indenteur [N.m ⁻¹]
k_e	Raideur électrostatique (méthode de correction de la raideur) [N.m ⁻¹]
k_{NW}	Raideur longitudinale d'un nanofil [N.m ⁻¹]
k_{puce}	Raideur du motif de test pour la nano-indentation [N.m ⁻¹]
k_{TPBA}	Terme de raideur traduisant la réponse instantanée de l'effet TPBA [N.m ⁻¹]
l	Longueur du nanofil [m]
l_{anc}	Distance entre deux ancrages [m]
l_p	Longueur du plateau thermique [m]
l_{tot}	Longueur du nanofil et du plateau [m]
L	Distance pivot-nanofil [m]
m, m_1, m_2	Masse des parties mobiles du gyromètre (totale, masse 1, masse 2) [kg]
mc, md	Mode commun et mode différentiel [1]
M_{NW}	Moment résultant de la force de rappel exercée par deux nanofils [N.m]
M_{TE}	Moment résultant de la force thermoélastique exercée par deux nanofils [N.m]
N	Nombre de triangles pour l'électrode de correction [1]
p	Densité de puissance thermique dans un nanofil [W.m ⁻³]
p_{nf}, p_{pl}	Densité de puissance thermique dans le nanofil ou dans le plateau [W.m ⁻³]
P	Puissance thermique totale [W]
P_0	Puissance électrique dissipée dans un nanofil [W]
P_{gyro}	Puissance mécanique dissipée par un gyromètre M&NEMS [W]
P_n	Puissance thermique dissipée dans un nanofil [W]
P_{NW}	Puissance mécanique dissipée par un nanofil intégré dans un résonateur [W]
$P(N, T)$	Facteur correctif du coefficient piézorésistif en fonction du dopage et de la température [1]
P_{TPBA}	Puissance mécanique fournie par le nanofil (effet TPBA) [W]
P_u	Puissance thermique utile (nanofil + plateau) [W]
Q	Facteur de qualité [1]
R_0	Résistance du nanofil [Ω]
R_{01}, R_{02}	Résistance des deux nanofils d'un demi-pont de Wheatstone [Ω]
R_a	Résistance d'accès au nanofil par son extrémité [Ω]
R_c	Résistance d'accès au nanofil par le centre du pont [Ω]
R_{comp}	Résistance de compensation (TPBA) [Ω]
R_{eq}	Résistance équivalente du circuit [Ω]

$R_i N_j L_k$	Résonateur R_i de variante i , nanofil N_j de variante j et L_k distance pivot-nanofil avec k sa valeur en μm (Détails des variantes au Chapitre 3.1)
R_{pol}	Résistance de polarisation [Ω]
R_{th}	Résistance thermique [$K.W^{-1}$]
$R_{th,n}$	Résistance thermique du mode n [$K.W^{-1}$]
R_{tot}	Résistance totale vue par la source de polarisation [Ω]
R_{VDP}	Résistance de Van der Pauw [Ω]
S, S_p	Section du nanofil et du plateau thermique [m^2]
t, t_{MEMS}, t_{NEMS}	Épaisseur du nanofil, de la couche MEMS, de la couche NEMS [m]
t_s	Épaisseur des ressorts de suspension du gyromètre [m]
T	Distribution de température [K]
TCE	Coefficient de température du module de Young [$ppm.K^{-1}$]
TC_{TPBA}	Coefficient de température de γ_{TPBA} [$ppm.K^{-1}$]
$TC\alpha$	Coefficient de température du coefficient de dilatation thermique [$ppm.K^{-1}$]
$TC\kappa$	Coefficient de température de la conductivité thermique [$ppm.K^{-1}$]
$TC\pi$	Coefficient de température de la piézorésistivité [$ppm.K^{-1}$]
T_{nf}, T_{pl}	Distribution de température sur le nanofil et sur le plateau [K]
T_p	Température aux extrémités du plateau thermique [K]
U	Tension [V]
$U_{3\omega}$	Tension efficace à la pulsation 3ω [V]
V, V_p	Volume du nanofil ou du plateau [m^3]
V_0	Tension continue [V]
V_{act}	Vitesse de déplacement des masses mobiles du gyromètre [$m.s^{-1}$]
V_n	Tension aux bornes d'un nanofil [V]
V_{pol}	Tension de polarisation des masses mobiles du gyromètre [V]
V_{ref}	Tension de référence du LIA [V]
V_{rl}	Réponse en régime libre du résonateur [V]
V_s	Tension aux bornes d'une source de polarisation [V]
V_{tot}	Volume du nanofil et de ses ancrages NEMS [m^3]
V_{tr}	Tension de compensation (méthode de correction de la raideur) [V]
w	Largeur du nanofil [m]
w_s	Largeur des ressorts de suspension du gyromètre [m]
x	Déplacement spatial [m]
α	Coefficient de dilatation thermique [$ppm.K^{-1}$]
α_γ	Coefficient de dépendance aux radiations γ de la résistance [$ppm.Gy^{-1}$]
α_{TCO}	Coefficient de température de biais [$ppm.K^{-1}$]

α_{TCR}	Coefficient de température de la résistance [ppm.K ⁻¹]
$\alpha_{TCR,\sigma}, \alpha_{TCR,\epsilon}$	Coefficient de température de la résistance à σ ou ϵ constant [ppm.K ⁻¹]
β	Taux de conversion de la variation relative de la résistance en variation relative de puissance [1]
γ	Taux de relaxation du résonateur [s ⁻¹]
γ_0	Taux de relaxation du résonateur en l'absence d'effet TPBA [s ⁻¹]
γ_{MEMS}	Taux de relaxation du résonateur en l'absence de nanofils [s ⁻¹]
γ_r	Modèle d'ajustement du taux de relaxation [s ⁻¹]
γ_{TPBA}	Terme intervenant dans l'expression du taux de relaxation et traduisant la réponse retardée de l'effet TPBA [s ⁻¹ .m ⁻² .A ⁻²]
Γ	Facteur de dissipation du MEMS (sans nanofil) [kg.m ² .s ⁻¹]
Γ_{gyro}	Facteur de dissipation d'un gyromètre M&NEMS [kg.s ⁻¹]
Γ_{NW}	Facteur de dissipation du nanofil [kg.s ⁻¹]
Γ_{TPBA}	Terme de force visqueuse traduisant la réponse retardée de l'effet TPBA [kg.s ⁻¹]
$\Delta T_{p,r}$	Partie réelle de la variation de la température aux extrémités du plateau [K]
$\Delta T_r, \Delta T_i$	Partie réelle et imaginaire de la variation de la température sur la structure (nanofil avec plateau) [K]
ϵ	Déformation mécanique [1]
ϵ_0	Permittivité du vide [F.m ⁻¹]
ϵ_d, ϵ_n	Déformation mécanique des ancrages ou du nanofil [1]
ζ	Paramètre qui influence le TCR (architecture, matériaux et contraintes) [ppm.K ⁻¹]
η	Rapport entre la longueur total l_{tot} et la longueur du nanofil l [1]
θ	Angle de rotation autour du point de pivot [rad]
θ_t	Angle de la pointe du triangle (électrode de correction) [deg]
Θ	Angle entre la direction longitudinale de la poutre et la direction du méplat principal [deg]
κ	Conductivité thermique [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
ν	Coefficient de Poisson [1]
π_l, Π_l	Coefficient piézorésistif longitudinal en contrainte [Pa ⁻¹] ou en déformation [1]
Π	Rapport entre Π_l et Π_κ [1]
Π_{piezo}	Tenseur de piézorésistivité [Pa ⁻¹]
Π_κ	Coefficient de dépendance de κ à ϵ [1]
ρ	Masse volumique [kg.m ⁻³]
ρ_{elec}	Résistivité électrique [Ω .m]

σ	Contrainte mécanique [Pa]
σ_n, σ_d	Contrainte mécanique dans le nanofil ou imposée par les ancrages [Pa]
τ	Temps de décroissance logarithmique (régime libre) [s]
$\tau_{el}, \tau_m, \tau_{th}, \tau_{th,n}$	Constante de temps élec., méca., thermique ou thermique du mode n [s]
Υ	Paramètre thermique indépendant des propriétés du silicium [m^{-1}]
φ	Déphasage (régime libre) [deg]
$\varphi_{s/n}$	Déphasage entre le signal de la source et le signal du nanofil [deg]
$\varphi_{\delta R}$	Déphasage du signal de variation de la résistance du nanofil [deg]
Φ	Paramètre dépendant du modèle TPBA utilisé [1]
Φ_{nf}, Φ_{pl}	Flux thermique dans le nanofil et dans le plateau [W]
ψ	Paramètre d'ajustement du modèle TPBA (résistance de compensation) [1]
Ψ	Paramètre thermique indépendant des propriétés du silicium [m^{-2}]
ω	Pulsation de résonance [$rad.s^{-1}$]
ω_r	Modèle d'ajustement de la pulsation de résonance [$rad.s^{-1}$]
Ω	Vitesse de rotation du gyromètre [$rad.s^{-1}$]

Notations

Pour un paramètre X , nous pouvons noter :

- ΔX sa variation
- δX sa variation relative ($\Delta X/X$)
- \bar{X} sa valeur moyenne

Introduction

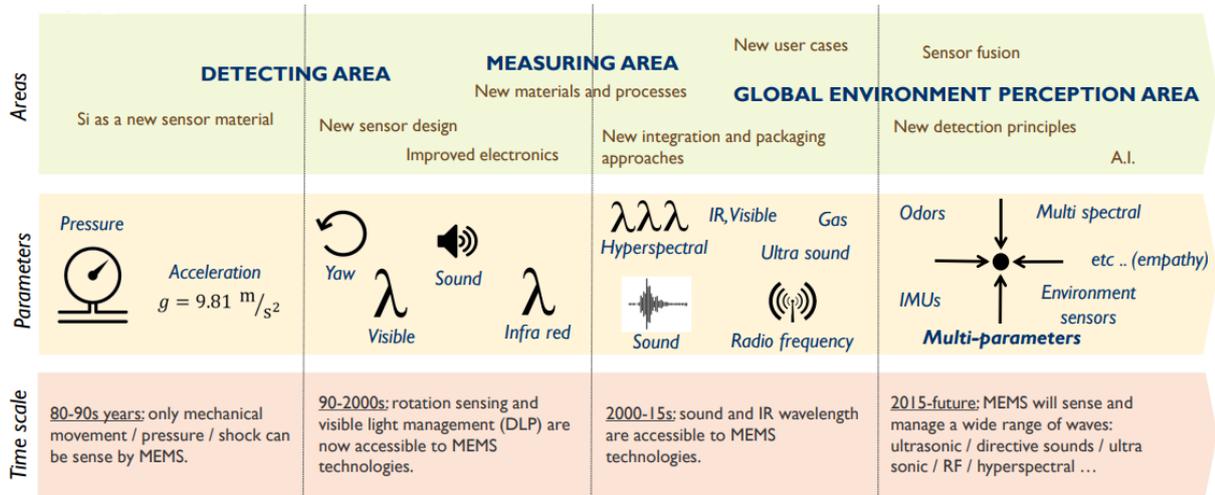
Contexte

L'émergence de nouvelles applications (véhicule autonome, smartphone, intelligence artificielle, biomédical, ...) a largement favorisé le développement et la diversification des capteurs. Utilisés pour convertir une grandeur physique observable (accélération, pression, température, ...) en une grandeur physique mesurable (électrique, optique, ...), les capteurs ont connu un tournant important dans les années 1960 avec l'apparition des premiers microsystèmes électromécaniques (MEMS) [1]. Tout a commencé avec la découverte du phénomène de piézorésistivité dans le silicium et le germanium par *C.S. Smith* des laboratoires Bell Labs [2]. Cette découverte a alors éveillé la curiosité des chercheurs. Ils se sont demandés si les procédés de fabrication utilisés en microélectronique, qui ont révolutionné l'industrie électronique avec la miniaturisation et l'intégration à grande échelle des transistors, pouvaient être adaptés pour concevoir des capteurs électromécaniques. Une succession de publications dans les années 1960 et 1970 sur la piézorésistivité [3], [4] s'est soldée par la commercialisation du premier capteur de pression réalisé avec ces procédés de fabrication.

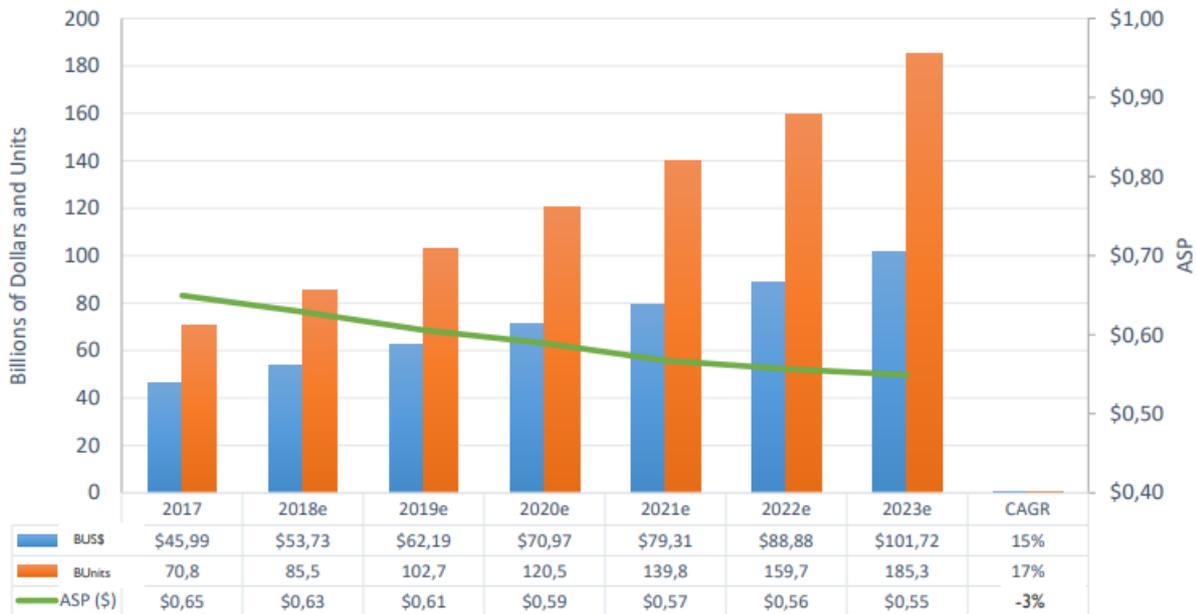
L'amélioration des technologies de micro-fabrication avec notamment la gravure anisotrope (KOH) en 1967 [5], la première démonstration de collage de plaques en silicium en 1986 [6], le processus de gravure DRIE breveté par Bosch en 1994 [7] et l'intérêt suscité par la baisse des coûts, l'amélioration des performances et le gain en fiabilité ont considérablement favorisé le développement de la technologie MEMS. La Figure 1(a) présente l'évolution des innovations concernant cette technologie depuis les années 1980 avec la découverte du fort potentiel du silicium notamment pour réaliser des capteurs de pression et des accéléromètres. Au fil des années, le développement d'un grand nombre de capteurs a permis d'adresser les besoins existants des industriels. Aujourd'hui, le développement des capteurs est orienté pour anticiper ces besoins. Une attention particulière est donnée à la proposition de solutions complètes multi-capteurs pour faciliter l'intégration mais également pour réduire encore l'encombrement et les coûts.

Un rapport publié par Yole Développement en 2018 présente le marché des capteurs et actionneurs MEMS à base de matériaux semi-conducteurs ainsi que son évolution pour les cinq prochaines années (Fig. 1(b)) [8]. Ce marché génère aujourd'hui plus de 45 milliards de dollars de recettes pour un volume de plus de 70 milliards de pièces ce qui représente environ 11 % du marché de la microélectronique. Les prévisions de Yole Développement

sur l'évolution de ce marché sont très positives. En effet, une croissance moyenne de 15 % par an des recettes générées par ce marché et de 17 % par an du nombre d'unités vendues est attendue d'ici 2023. Il est également intéressant de remarquer que le prix moyen d'un capteur ou d'un actionneur est aujourd'hui inférieur à 0,65 USD et qu'une diminution de 3 % par an du prix de revient est prévue d'ici 2023.



(a)



(b)

Figure 1: Extrait du rapport Yole Développement de 2018 sur le marché des MEMS [8] : (a) Chronologie des innovations dans le domaine des MEMS ; (b) Croissance du marché capteurs & actionneurs de 2017 à 2023. En bleu : le chiffre d'affaire ; en orange : le nombre de pièces vendues ; en vert : le prix de vente moyen par composant (ou ASP, Average Selling Price).

Objectifs

Cette thèse s'inscrit dans le contexte de la technologie M&NEMS développée au CEA-Leti et dont le but est d'offrir une plateforme standardisée pour la fabrication de différentes familles de capteurs. La Figure 2 représente un exemple d'accéléromètre M&NEMS. Cette technologie combine une partie MEMS de taille submillimétrique qui assure la fonction de détection du capteur (inertielle, acoustique, ...) et une partie NEMS de taille submicrométrique qui réalise l'organe de transduction électromécanique (nanojauges piézorésistives). Avec des dimensions standards de $0,25 \times 0,25 \times 5 \mu\text{m}^3$, les nanojauges piézorésistives permettent de bénéficier d'une grande sensibilité tout en réduisant les dimensions du dispositif.

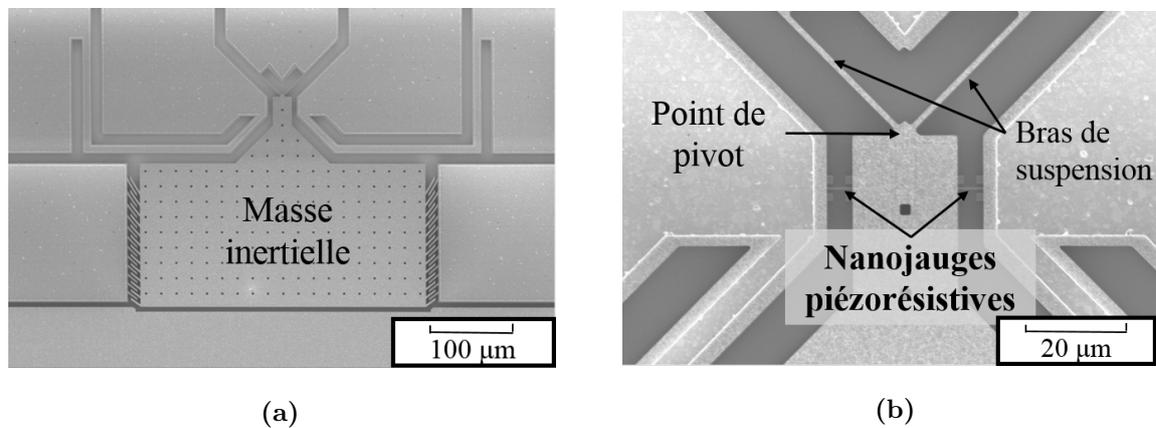


Figure 2: Images MEB d'un accéléromètre M&NEMS : (a) Vue globale ; (b) Zoom sur la zone de pivot mettant en évidence les deux nanojauges piézorésistives utilisées pour la détection du mouvement.

Alors que la réduction des dimensions a suscité des contraintes physiques pour les transistors, elle peut être exploitée comme un avantage pour la technologie M&NEMS. En effet, elle s'accompagne par exemple d'une diminution d'un facteur 2-3 de la conductivité thermique du silicium, permettant ainsi un couplage fort entre le domaine électrique et le domaine thermique. Il sera par ailleurs bénéfique pour la rétroaction thermo-piézorésistive (« thermal piezoresistive back action (TPBA) »), résultant d'un couplage électrique, thermique et mécanique lié à la polarisation d'une poutre piézorésistive et thermoélastique. Ce couplage est à l'origine d'une force thermoélastique dans les nanojauges intégrées dans les résonateurs M&NEMS. Celle-ci agit directement sur ces dispositifs mécaniques en modifiant leur facteur de qualité et leur fréquence de résonance. Le signe de cette force dépend des propriétés des matériaux comme le coefficient piézorésistif mais également du type de polarisation (en courant ou en tension) utilisé pour alimenter les nanojauges. Outre sa capacité à contrôler le facteur de qualité d'un résonateur MEMS, la rétroaction thermo-piézorésistive est à l'origine d'un régime d'auto-oscillation lorsque la force thermoélastique compense les pertes intrinsèques de ce résonateur. Ce régime peut être utilisé notamment comme un moyen pour suivre sa fréquence de résonance. Il est d'autant plus intéressant qu'il

permet de s'affranchir d'une électronique complexe pour réaliser cette fonction donnant lieu à une réduction de la consommation d'énergie et de l'encombrement du capteur. Ce mécanisme a permis d'adresser de nombreuses applications comme la détection de masse et de gaz, les capteurs de force et de déplacement et les filtres ultra haute fréquence (UHF). La proposition d'une nouvelle architecture de poutre thermo-piézorésistive ainsi que l'étude et la modélisation de cet effet TPBA pourrait constituer une différenciation majeure par rapport aux travaux déjà réalisés. Ceci constitue l'objectif principal de cette thèse visant à évaluer les performances, les limitations et les applications potentielles de ce mécanisme pour faire évoluer la technologie M&NEMS.

Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est divisé en six chapitres qui décrivent les différentes étapes nécessaires pour l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive.

Le premier chapitre dresse un état de l'art de la technologie M&NEMS, des composants déjà réalisés et des propriétés des nanofils en silicium qui seront nécessaires pour l'étude de l'effet TPBA.

Le gyromètre M&NEMS, fonctionnant sous vide, pourrait être un candidat potentiel pour la mise en œuvre de ce phénomène. En effet, l'utilisation du régime d'auto-oscillation permettrait de s'affranchir de l'électronique nécessaire pour maintenir les masses d'excitation à la fréquence de résonance du mode utile. *Le second chapitre* est donc consacré à ce type de dispositifs afin de décrire ses propriétés et se familiariser avec son fonctionnement. En particulier, une étude sur la sensibilité aux vibrations et des solutions pour s'en affranchir sont proposées afin de rendre ces gyromètres plus robustes en environnement vibratoire. Il s'agit d'une problématique fondamentale pour améliorer leurs performances.

Le troisième chapitre est orienté sur l'étude théorique et expérimentale des résonateurs M&NEMS, existants mais aussi développés dans le cadre de cette thèse. Ces composants sont utilisés pour caractériser les propriétés des nanofils mais également la rétroaction thermo-piézorésistive. Une étude sur le comportement des sources de polarisation est également proposée pour évaluer leur capacité à polariser une charge variable.

Une étude bibliographique permettant de décrire l'effet TPBA est menée dans *le quatrième chapitre* afin d'introduire un modèle par morceau. Une combinaison de modèles analytiques et numériques (FEM), notamment pour décrire les phénomènes thermiques, permet d'atteindre cet objectif.

Le cinquième chapitre est consacré à la caractérisation thermo-électromécanique d'un nanofil en silicium. Cette étude expérimentale vise à déterminer ses propriétés mécaniques, électriques, thermiques ainsi que ses propriétés issues du couplage entre ces domaines physiques. Ces résultats sont confrontés à ceux attendus et ils seront utilisés pour l'étude expérimentale de la rétroaction thermo-piézorésistive dans le chapitre suivant.

Enfin, *le sixième chapitre* s'intéresse à la mise en œuvre expérimentale de l'effet TPBA. Les résultats obtenus sont discutés afin de consolider ou non la pertinence du modèle proposé, d'identifier les paramètres importants à considérer pour maximiser son efficacité et ses limitations potentielles.

1

La plate-forme M&NEMS au service des capteurs

Sommaire

1.1	Le concept M&NEMS	5
1.1.1	Définition d'un MEMS	5
1.1.2	Des MEMS aux structures M&NEMS	7
1.1.3	Dispositifs M&NEMS existants	9
1.2	Les nanofils en silicium	12
1.2.1	Les propriétés mécaniques	12
1.2.2	Les propriétés électriques	15
1.2.3	Les propriétés thermiques	16
1.2.4	Les propriétés issues d'un couplage	19

Tous les dispositifs utilisés dans cette thèse sont issus de la plate-forme technologique M&NEMS développée au CEA-Leti. Le principe de cette technologie repose sur une détection piézorésistive effectuée par des nanojauges suspendues en silicium. Ce premier chapitre dresse un état de l'art de cette technologie et des propriétés des nanofils en silicium qui constituent les éléments majeurs de ces dispositifs.

1.1 Le concept M&NEMS

1.1.1 Définition d'un MEMS

Acronyme de « Micro ElectroMechanical System », un MEMS est un système électromécanique dont au moins une des dimensions est micrométrique. Pour fonctionner, un MEMS s'appuie sur un mécanisme de transduction permettant de convertir un signal d'un domaine physique à un autre. Prenons l'exemple d'un accéléromètre à transduction

capacitive (Fig. 1.1), une accélération linéaire se traduit par un déplacement mécanique de la microstructure constituée d'électrodes mobiles. Le déplacement de ces électrodes par rapport aux électrodes fixes génère une variation des capacités C_1 et C_2 et donc du signal électrique. Ce dernier permet alors d'évaluer cette accélération.

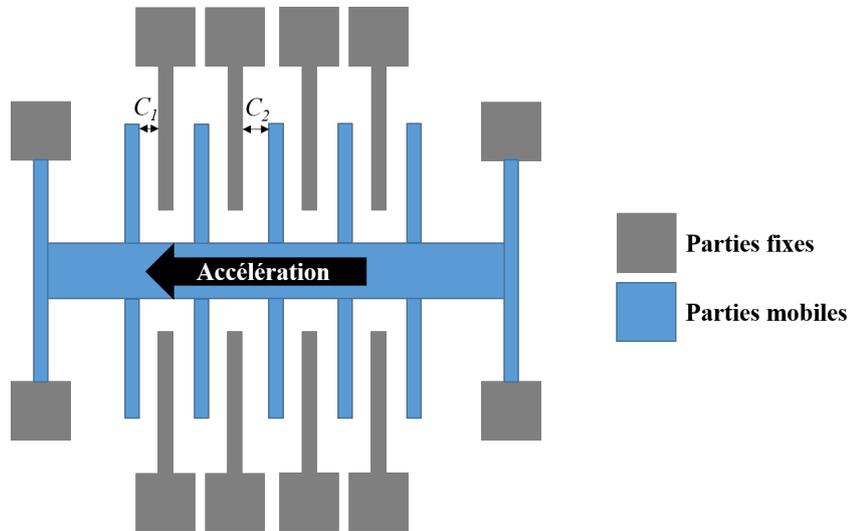


Figure 1.1: Schéma d'un accéléromètre capacitif. La partie mobile peut être assimilée à un système masse-ressort.

Le Tableau 1.1 recense les principaux mécanismes de transduction utilisés dans le domaine des MEMS [9]. Il s'agit d'une liste non exhaustive qui met en évidence, en bleu, ceux qui vont intervenir pour l'étude du phénomène de rétroaction thermo-piézorésistive et pour l'étude proposée sur la résilience des gyromètres aux vibrations.

A \ B	Mécanique	Électrique	Thermique
Mécanique	- Pneumatique - Hydraulique - Acoustique	- Piézoélectricité - Piézorésistivité - Transduction capacitive - Transduction inductive	- Friction
Électrique	- Piézoélectricité inverse - Électrostatique	- Conduction	- Effet Joule - Effet Peltier - Effet Thomson
Thermique	- Dilatation thermique	- Thermorésistance - Effet Seebeck	- Conduction

Tableau 1.1: Principaux mécanismes de transduction (A vers B) utilisés dans le domaine des MEMS. En bleu ceux utilisés dans le cadre de cette thèse.

L'étude de ces mécanismes de transduction montre que le MEMS peut être utilisé pour remplir deux fonctions :

- **La fonction capteur** consistant à convertir une grandeur physique en un signal électrique pouvant être mesuré (accéléromètre, gyromètre, ...).
- **La fonction actionneur** consistant à convertir un signal électrique en une grandeur non électrique agissant sur la structure ou sur l'environnement (micro-miroir, tête d'impression jet d'encre, ...).

Comme évoqué dans l'introduction, la technologie MEMS est rapidement devenue une technologie phare pour la conception de capteurs et d'actionneurs à faible encombrement et avec une forte intégration, tout en conservant des performances très attractives. Cette technologie permet également de bénéficier d'une capacité de production importante à faible coût. Ainsi, les applications adressées par les MEMS se sont largement diversifiées au cours des années. Aujourd'hui, par abus de langage, tout dispositif intégrant des structures de taille microscopique peut être considéré comme un MEMS. La miniaturisation des structures reste toujours au centre des préoccupations car de nombreux avantages en découlent comme la faible consommation, l'encombrement réduit et la production de masse à faible coût. Néanmoins, cette réduction des dimensions impose des investissements conséquents pour les équipements nécessaires à leur fabrication. Aujourd'hui, les développements sont orientés principalement vers les technologies à basse consommation pour une intégration dans des appareils portables ou autonomes et vers une amélioration des performances métrologiques pour les applications de navigation inertielle.

1.1.2 Des MEMS aux structures M&NEMS

La technologie M&NEMS est développée au CEA-Leti depuis 2009 pour adresser les applications émergentes comme la téléphonie mobile et plus généralement le marché de l'électronique grand public [10]. L'objectif est de concevoir des dispositifs à faible encombrement, à bas coût et avec des niveaux de performances qui permettent dans un premier temps de répondre aux spécifications du marché grand public et dans un second temps des marchés à plus haute valeur ajoutée comme l'automobile. La principale caractéristique de cette technologie est l'association de deux couches de silicium monocristallin d'épaisseurs différentes sur une même plaque :

- **Couche NEMS** :
 - Généralement d'une épaisseur de 250 nm (couche supérieure de silicium d'un substrat SOI).
 - Principalement utilisée pour les nanojauges piézorésistives (dimensions typiques de 250 nm x 250 nm x 5 µm) destinées à la réalisation de jauges de déformation ultra-sensible pour faire l'acquisition du mouvement du dispositif MEMS. Les membranes pour les capteurs de pression sont également réalisées dans cette couche.

— **Couche MEMS :**

- Généralement d'une épaisseur de 20 μm (croissance par épitaxie sur la couche NEMS permettant de conserver la structure monocristalline du silicium de la couche NEMS).
- Principalement utilisée pour réaliser des masses, des diaphragmes, des ressorts de suspension et des électrodes d'actionnement (peignes inter-digités par exemple).

Le procédé de fabrication associé à cette technologie est détaillé dans l'Annexe A.1. La plupart des dispositifs M&NEMS conçus jusqu'à présent comportent une partie MEMS reliée à un ancrage fixe par l'intermédiaire de deux bras de suspension constituant un système de pivot (Fig. 1.2).

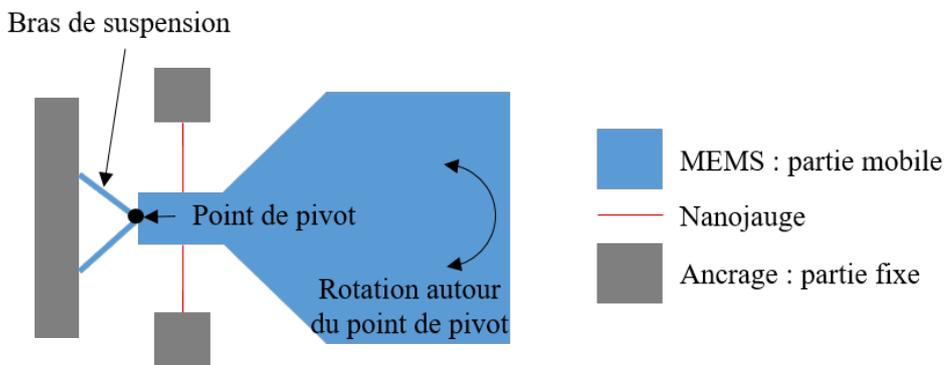


Figure 1.2: Schéma d'un dispositif M&NEMS.

Deux nanojauge piézorésistives, positionnées entre un ancrage fixe et la partie mobile, sont utilisées pour la lecture du mouvement de la partie MEMS. La rotation de la structure autour du point de pivot met alternativement ces deux nanojauge en compression et en traction. Ces dernières sont positionnées pour que la contrainte soit opposée dans chacune d'elles. Au vu de leurs dimensions, la contrainte produite par le déplacement de la masse MEMS est concentrée dans celles-ci et peut, selon leur emplacement par rapport au point de pivot, être amplifiée par effet bras de levier. Celle-ci génère une variation de résistance par effet piézorésistif qui pourra être mesurée en les polarisant. L'arrangement en demi pont de Wheatstone et la mesure du signal différentiel permet alors de mesurer un signal électrique plus important et de minimiser les effets de la température qui sont communs aux deux nanojauge [10]. Contrairement à une transduction capacitive dont les performances diminuent nettement avec la réduction du nombre de peignes interdigités, la transduction piézorésistive voit sa sensibilité augmenter lorsque les dimensions diminuent [11]. Néanmoins, la réduction des dimensions s'accompagne d'une augmentation du bruit en $1/f$ dans les nanojauge [12]. Principalement pour les capteurs inertiels, il est toutefois nécessaire de conserver une masse assez importante afin de réduire le bruit brownien qui est inversement proportionnel à cette masse et qui est à l'origine d'une dégradation des performances. La technologie M&NEMS offre alors un excellent compromis entre les performances de détection (sensibilité, rapport signal sur bruit) et un faible encombrement.

1.1.3 Dispositifs M&NEMS existants

La technologie M&NEMS est développée depuis maintenant plus de dix ans au sein du CEA-Leti. Initialement utilisée pour concevoir des capteurs inertiels et en particulier des accéléromètres [10], de nombreux dispositifs sont aujourd’hui fabriqués avec cette technologie faisant l’objet de plus de 20 brevets et de nombreuses publications [10], [13], [14].

Les premiers accéléromètres réalisés avec la technologie M&NEMS [10], [15] ont été conçus pour adresser les besoins du marché de l’électronique grand public (smartphones, jeux vidéos, ...). Le but était de concevoir un capteur intégrant deux accéléromètres dans le plan et un accéléromètre hors plan afin d’adresser les trois axes (X,Y et Z). Ainsi, la co-intégration de ces trois accéléromètres sur la même puce de silicium permet d’éviter une étape complexe d’alignement des axes au moment de l’intégration. Les accéléromètres X et Y sont composés d’une masse inertielle attachée au substrat par l’intermédiaire de deux bras de suspension (Fig. 1.3(a)). Lorsque la masse est soumise à une accélération, celle-ci se déplace dans le plan autour du point de pivot formé par l’intersection des deux bras de suspension positionnés à 90° l’un de l’autre. Ainsi, les deux nanojauges piézorésistives, polarisées par un courant continu, sont mises alternativement en compression et en traction. Elles permettent ainsi la lecture du mouvement par une mesure de la tension différentielle aux bornes de celles-ci (Fig. 1.3(b)).

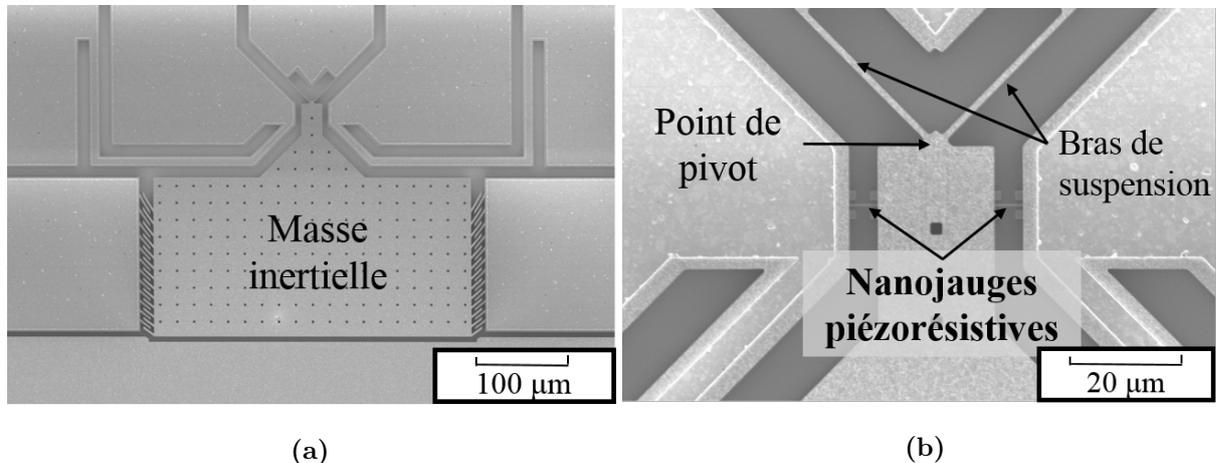


Figure 1.3: Images MEB d’un accéléromètre statique M&NEMS : (a) Vue globale ; (b) Zoom sur la zone du pivot [10], [15].

Des accéléromètres sur-amortis basés sur le principe M&NEMS (Fig. 1.4(a)) ont également été développés en utilisant le principe d’amortissement par film comprimé afin d’améliorer leur comportement en environnement vibratoire [16]. En effet, un gain de plus de deux décades a été démontré sur le facteur d’amortissement d’un accéléromètre M&NEMS à pression atmosphérique permettant de réduire sa bande passante et ainsi sa sensibilité aux vibrations parasites.

La technologie M&NEMS a aussi été utilisée pour concevoir un accéléromètre résonant. Dans ce cas, la nanojauge est mise en vibration à la fréquence de résonance du système

(Fig. 1.4(b)) [17]. La mesure de l'accélération est réalisée en étudiant l'évolution de la fréquence de résonance du composant. En effet, la force résultante de cette accélération modifie la raideur effective du système et donc sa fréquence de résonance. Cette solution permet de combiner des accéléromètres et des gyromètres dans un même boîtier sous vide puisque les deux types de composants nécessitent un facteur de qualité élevé. Enfin, les performances atteintes avec les capteurs résonants sont meilleures qu'avec les capteurs statiques. Néanmoins, leur mise en œuvre est plus délicate et leur consommation d'énergie accrue car ils nécessitent l'utilisation d'une électronique plus complexe pour le suivi de la fréquence de résonance (boucle à verrouillage de phase).

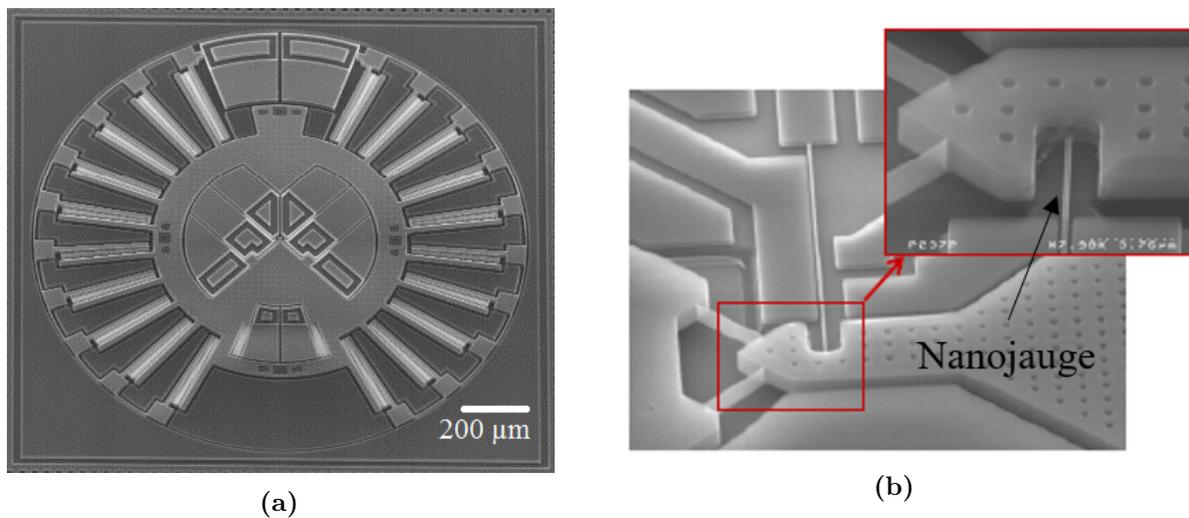


Figure 1.4: Images MEB d'accéléromètres M&NEMS : (a) Accéléromètre statique sur-amorti [16] ; (b) Accéléromètre résonant[17].

Des magnétomètres ont également été conçus avec la technologie M&NEMS (Fig. 1.5) [18]. Leur structure est similaire à celle d'un accéléromètre statique.

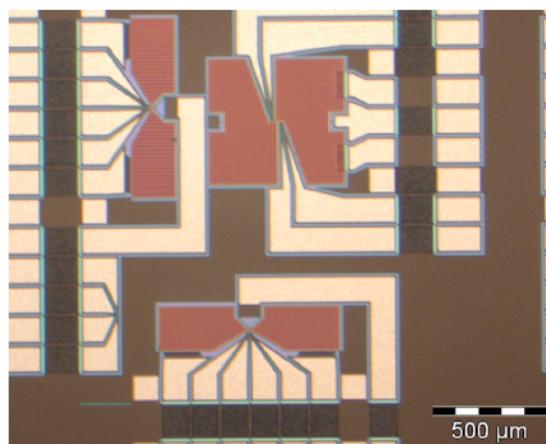


Figure 1.5: Images MEB d'un magnétomètre 3 axes M&NEMS [18].

Il se différencie toutefois par le dépôt d'une couche de matériau magnétique sur la surface de la masse MEMS afin d'être sensible au champ magnétique. De plus, sa structure est

équilibrée afin de réduire sa sensibilité aux forces inertielles. Ainsi l'interaction du champ magnétique avec le matériau magnétique génère un moment de torsion à l'origine d'un déplacement de la masse MEMS autour du point de pivot de la structure.

Nous pouvons également citer des gyromètres M&NEMS conçus par le CEA-Leti (Fig. 1.6(a)) et par l'école polytechnique de Milan (Polimi) dans le cadre d'une collaboration (Fig. 1.6(b)) [13], [15], [19]-[21]. Il s'agit d'un gyromètre en diapason sensible à la vitesse angulaire. Il utilise un actionnement électrostatique de l'axe d'excitation (peignes interdigités) et une détection piézorésistive de la force de Coriolis (deux nanojauges suspendues). Une étude sur la sensibilité aux vibrations des gyromètres M&NEMS sera proposée dans le Chapitre 2.

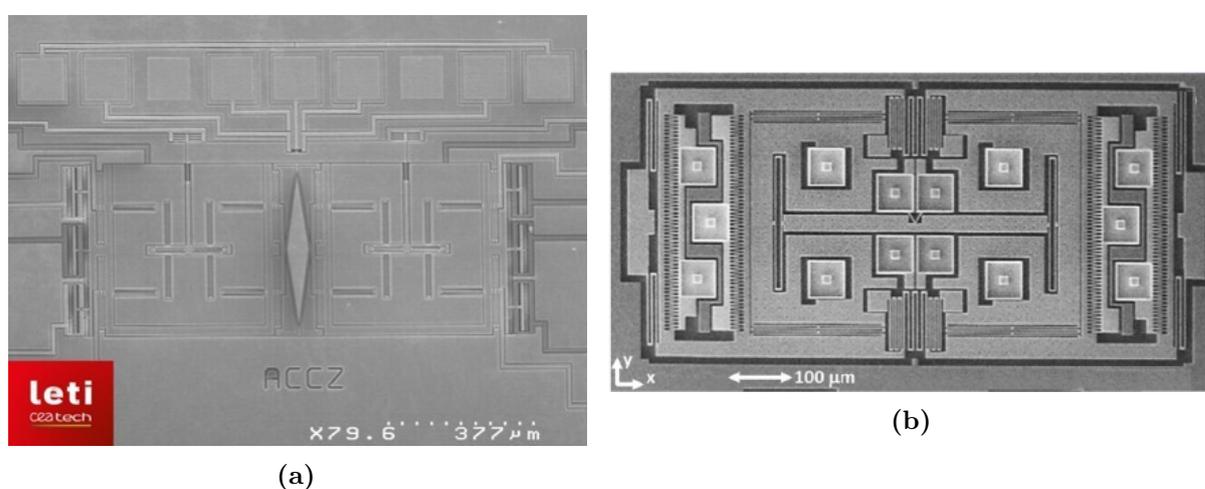


Figure 1.6: Images MEB de gyromètres M&NEMS : (a) Axe Z conçu par le CEA-Leti [13], [15]; (b) Axe Z conçu par le Polimi [19]-[21].

La technologie M&NEMS a ensuite été adaptée pour concevoir des capteurs de pression (Fig. 1.7(a)) [15], [22]. Le procédé de fabrication a été modifié pour réaliser une gravure du silicium face arrière permettant de rendre la membrane réalisée dans la couche NEMS sensible à la pression. De même, le déplacement de cette membrane génère, par l'intermédiaire d'un système de pivot, une contrainte mécanique dans les nanojauges qui permet de remonter à la pression appliquée sur la membrane. Dans le cadre des travaux de thèse de *G. Lehee* [23], un capteur de pression résonant en technologie M&NEMS a également été conçu pour adresser des applications aéronautiques.

Enfin, des microphones ont vu le jour avec cette technologie (Fig. 1.7(b)) [14], [24]. Ils sont constitués d'un diaphragme libre de se déplacer en rotation autour d'un point de pivot formé par un système de charnière. Ce diaphragme est situé entre l'ouverture acoustique et une cavité (« back volume » du microphone) dont les dimensions permettent de contrôler la fréquence de coupure de détection, la sensibilité et le rapport signal sur bruit. Une onde sonore entrant par l'ouverture acoustique atteint ce diaphragme et le déforme proportionnellement à la différence de pression entre l'ouverture acoustique et la cavité. Cette déformation génère alors une contrainte dans les nanojauges utilisées pour l'acquisition du signal.

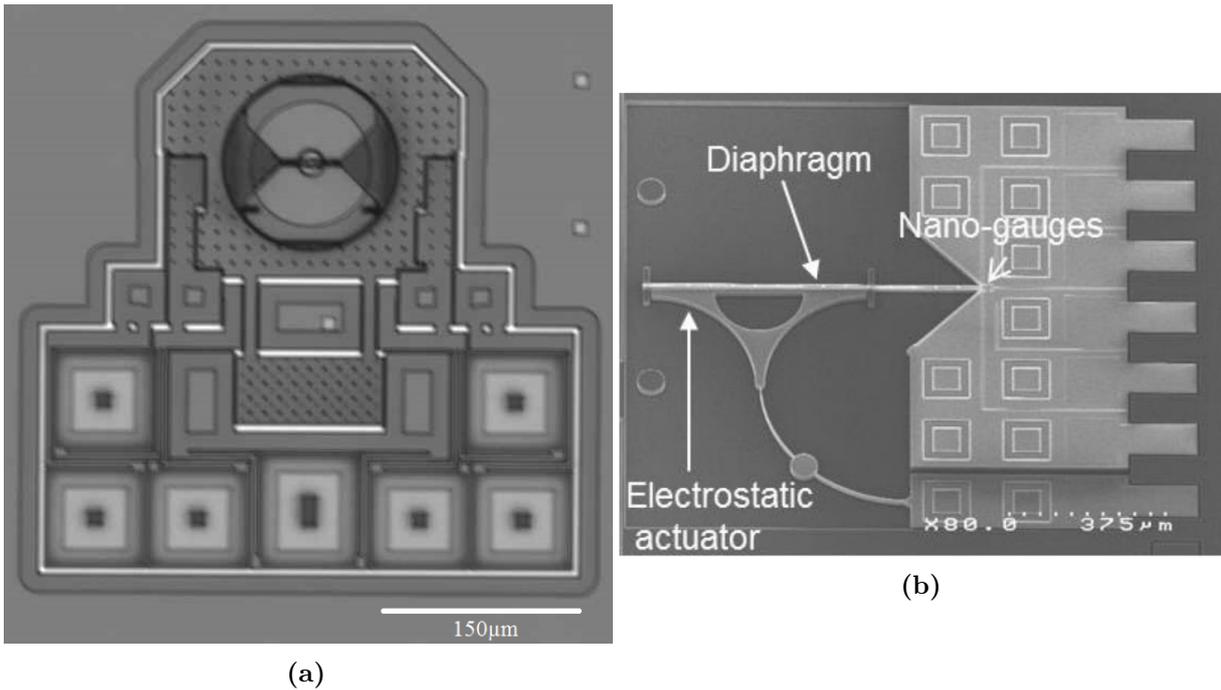


Figure 1.7: Images MEB de composants M&NEMS : (a) Capteur de pression statique [15], [22] ; (b) Microphone [14].

1.1.4 Synthèse

La technologie M&NEMS permet d'intégrer de nombreuses familles de capteurs sur une même puce au moyen d'un procédé de fabrication commun. Il s'agit d'une plateforme technologique permettant de faciliter l'intégration de capteurs de nature différente. Les propriétés intéressantes des nanojagues (sensibilité, encombrement, ...) constituent la force de cette technologie qui continue aujourd'hui à se développer. Dans la suite de ce manuscrit, nous nous intéresserons plus particulièrement à cette technologie pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive.

1.2 Les nanofils en silicium

Les nanofils en silicium constituent la brique centrale de la technologie M&NEMS du fait de leur utilisation en tant que jauges de déformation. Cette partie vise à étudier les propriétés du silicium dans les structures nanométriques (250-500 nm) qui seront fondamentales pour évaluer les performances des dispositifs M&NEMS. Nous étudierons particulièrement les propriétés mécaniques, électriques, thermiques et celles issues de couplage entre les domaines physiques intervenant dans l'étude de l'effet TPBA.

1.2.1 Les propriétés mécaniques

Pour introduire les propriétés mécaniques du silicium, qui constitue le matériau de base des microsystèmes, on peut dans un premier temps s'intéresser à sa structure cristalline.

Basé sur un cristal cubique faces centrées, le silicium est un matériau anisotrope dont les propriétés dépendent de l'orientation par rapport à la maille cristalline. Ainsi, l'orientation de la maille cristalline sur la plaque détermine les propriétés des structures réalisées sur cette plaque. Les plans cristallographiques de la structure cubique sont définis par les indices de Miller. Une petite partie de la plaque est découpée en périphérie parallèlement à la direction $[110]$. Il s'agit du méplat principal (« primary flat ») qui sert de référence pour les orientations cristallographiques. Pour la technologie M&NEMS, des plaques de silicium (100) dopé P (Bore) sont utilisées et les différentes directions sont données sur la Figure 1.8 [25].

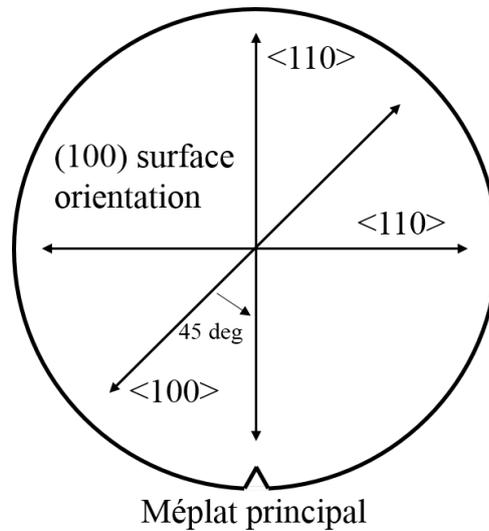


Figure 1.8: Plaque de silicium (100) dopé P utilisée pour la technologie M&NEMS [25].

L'étude des propriétés élastiques fournit une première illustration de l'anisotropie du silicium [26]. En régime linéaire, l'élasticité peut être définie comme la relation entre la contrainte appliquée à une structure (σ) et la déformation qui en résulte (ϵ) :

$$\sigma = C_{rig}\epsilon \quad (1.1)$$

avec C_{rig} la matrice (6x6) de rigidité. En considérant les propriétés de symétrie cubique du silicium cristallin [26], cette matrice peut être simplifiée avec seulement trois coefficients indépendants et elle devient :

$$C_{rig} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

De cette matrice, un module de Young E et un coefficient de Poisson ν équivalent peuvent être extraits pour les différentes orientations cristallographiques (Fig. 1.9). Dans

le cadre de l'étude sur l'effet TPBA, nous considérons une contrainte uni-axiale. Nous pouvons en déduire que pour le silicium et dans les directions $\langle 110 \rangle$, le module de Young vaut 169 GPa et le coefficient de Poisson 0,07 [26]. Dans les directions $\langle 100 \rangle$, ils valent 130 GPa et 0,27 respectivement [26]. Les nanofils étant orientés dans la direction $[110]$, l'effet du coefficient de Poisson pourra être négligé.

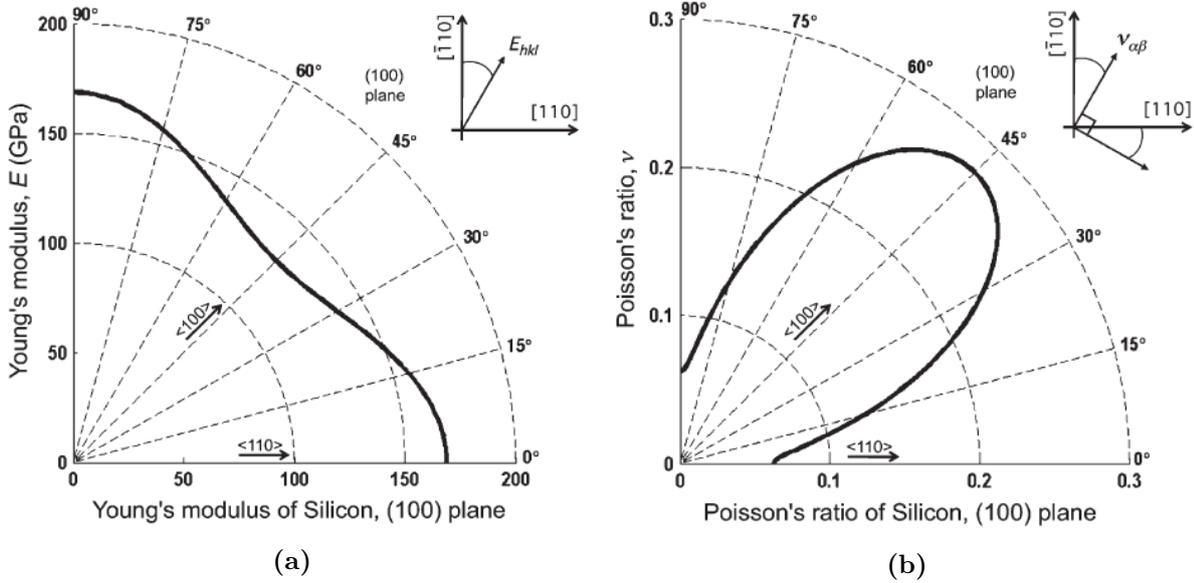


Figure 1.9: Propriétés élastiques du silicium pour une plaque standard (100) : (a) Module de Young E [26]; (b) Coefficient de Poisson ν [26].

L'ensemble de ces résultats sont obtenus pour le silicium massif non dopé, mais il a été montré que pour le silicium dopé ces valeurs variaient de moins de 3 % ce qui est considéré négligeable pour l'étude de l'effet TPBA [26]. Une étude menée sur la dépendance du module de Young aux dimensions de la structure a mis en évidence une diminution d'un facteur 2 de la valeur du module de Young pour un film d'une épaisseur égale à 40 nm par rapport au silicium massif [27]. Cette diminution pour les petites dimensions (< 150 nm) peut être attribuée à :

- Des effets de surface qui prédominent car le rapport surface/volume augmente. En effet, les atomes à la surface ont des propriétés physiques différentes de celles du silicium massif (environnements différents) [27], [28].
- La présence d'une couche d'oxyde natif qui modifie les propriétés d'élasticité en surface [27].
- Des défauts dans la structure cristalline générés par les procédés de fabrication [27].

Néanmoins, cette étude montre également que pour les épaisseurs utilisées dans cette thèse (250 - 500 nm), une diminution inférieure à 5% est attendue sur le module de Young. Enfin, le coefficient de température du module de Young TCE a été estimé à -64 ppm.K^{-1} dans toutes les directions et à une température proche de la température ambiante [26].

Lors de précédents travaux sur la technologie M&NEMS [23], il a été montré que les nanofils de silicium se comportent comme des ressorts amortis dont la force exercée sur le MEMS F_{NW} peut être modélisée par :

$$\boxed{F_{NW} = -k_{NW}x - \Gamma_{NW}\dot{x}} \quad (1.3)$$

avec k_{NW} la raideur longitudinale du nanofil et Γ_{NW} son coefficient d'amortissement visqueux dont l'origine physique n'a pas été identifiée [23]. Dans le cas d'une contrainte uni-axiale pure, justifiée par des petits déplacements au niveau du nanofil (quelques nanomètres), la raideur d'une poutre de section rectangulaire peut s'écrire :

$$\boxed{k_{NW} = \frac{Ewt}{l}} \quad (1.4)$$

avec E le module de Young, w la largeur, t l'épaisseur et l la longueur de la poutre. Nous verrons dans le Chapitre 5 que la raideur effective du nanofil diffère à cause des ancrages.

1.2.2 Les propriétés électriques

La théorie des bandes résulte du modèle de quantification des niveaux d'énergie de l'atome, qui permet notamment d'expliquer les propriétés de conduction d'un matériau. Le silicium appartient aux matériaux semi-conducteurs ce qui signifie que les niveaux d'énergie de la bande de valence sont séparés de ceux de la bande de conduction par une bande interdite (« gap ») relativement faible (1.12 eV). Si cette énergie est apportée aux électrons, par exemple au moyen de l'agitation thermique, alors ils peuvent passer de la bande de valence à la bande de conduction et le matériau devient ainsi de plus en plus conducteur. Une étude a montré que cette bande interdite n'est pas affectée si l'épaisseur de la couche de silicium est supérieure à 5 nm [29]. Les propriétés de conduction électrique d'un semi-conducteur peuvent être ajustées en introduisant des atomes dopants dans le silicium. Ces impuretés génèrent de nouveaux niveaux d'énergie dans la bande interdite permettant de diminuer l'énergie nécessaire pour que les charges passent dans la bande de conduction ou dans la bande de valence selon leurs propriétés. En effet, il existe deux sortes d'atomes dopants :

- Les **dopants de type N** permettent d'augmenter le nombre d'électrons dans la bande de conduction. Pour cela, des atomes ayant un excès d'électrons par rapport au silicium, c'est-à-dire des atomes de la colonne V du tableau périodique des éléments (phosphore, ...), sont implantés.
- Les **dopants de type P** permettent d'augmenter le nombre de trous dans la bande de valence. Pour cela, des atomes ayant un déficit d'électrons par rapport au silicium, c'est-à-dire des atomes de la colonne III du tableau périodique des éléments (bore, ...), sont implantés.

L'abaque d'*Irwin* permet d'obtenir la résistivité de la couche ρ_{elec} en fonction du type de dopage et de la concentration des dopants (Fig. 1.10(a)) [30]. Pour une concentration donnée, la résistivité de la couche dopée N est plus faible que celle de la couche dopée P, pouvant s'expliquer par une mobilité des électrons plus élevée que la mobilité des trous [31]. Pour du silicium dopé P à $5 \cdot 10^{19} \text{ at.cm}^{-3}$, typiquement utilisé pour la technologie M&NEMS, ρ_{elec} vaut $2,3 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{cm}$. Une étude menée sur les propriétés électriques du silicium fortement dopé a montré que la résistivité de la couche de silicium varie linéairement avec la température pour des dopages supérieurs à $10^{19} \text{ at.cm}^{-3}$ [32]. Cela permet d'introduire le coefficient de température de la résistance, α_{TCR} , qui se situe autour de 1400 ppm.K^{-1} pour les caractéristiques du silicium utilisé pour la technologie M&NEMS (Fig. 1.10(b)) [33].

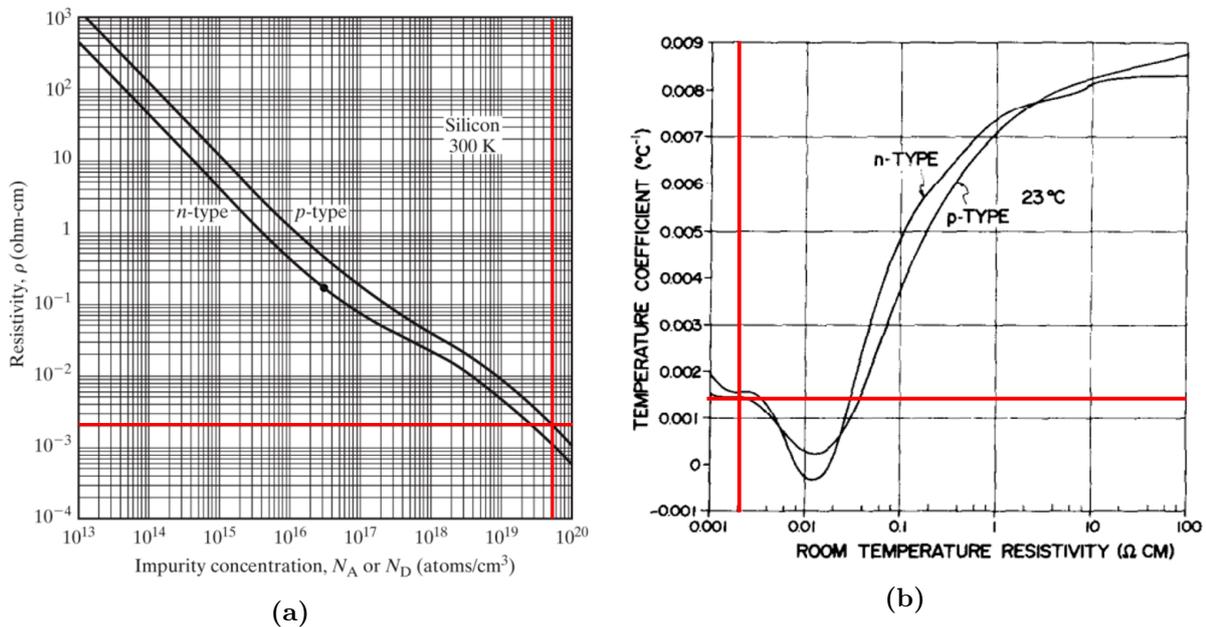


Figure 1.10: Propriétés électriques du silicium : (a) Résistivité de la couche de silicium ρ_{elec} en fonction de la concentration des dopants [30] (pour un dopage P à $5 \cdot 10^{19} \text{ at.cm}^{-3}$, la résistivité est de $2,3 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{cm}$); (b) Coefficient de température de la résistance α_{TCR} du silicium en fonction de la résistivité à température ambiante [33].

Pour une poutre de section rectangulaire, la résistance électrique du nanofil R_0 est donnée par :

$$R_0 = \frac{\rho_{elec} l}{wt} \quad (1.5)$$

Nous verrons dans le Chapitre 5 que les ancrages du nanofil apportent une contribution supplémentaire devant être prise en compte dans l'évaluation de la résistance réelle.

1.2.3 Les propriétés thermiques

La conduction thermique dans le silicium est régie à l'échelle macroscopique par la loi de Fourier. Cette dernière décrit le flux d'énergie thermique produit par une inhomogénéité du champ de température. Elle est donnée par :

$$\vec{\nabla} \left(\kappa \vec{\nabla} T \right) + p = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.6)$$

avec T la distribution de température, κ la conductivité thermique, p la puissance volumique produite au sein du matériau, ρ la masse volumique et c_p la capacité thermique massique.

La conductivité thermique d'un matériau κ prend en compte le transport thermique produit par les porteurs de charge ainsi que les vibrations du réseau cristallin (phonons). Elle a fait l'objet de nombreuses études pour le silicium qui ont notamment permis de mettre en évidence sa dépendance aux dimensions et aux états de surface [34]-[36]. Estimée à $148 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour le silicium massif, la conductivité thermique est considérablement réduite lorsque des dimensions nanométriques sont atteintes (Fig. 1.11(a)). La plupart des résultats présentés considèrent un film de silicium d'une épaisseur donnée avec une extension quasi-infinie pour les autres dimensions. Il a été montré que la conductivité thermique pouvait être encore réduite si deux des dimensions sont nanométriques, comme c'est le cas pour les nanofils utilisés [36]. De plus, l'augmentation du dopage réduit la conductivité thermique puisque les dopants dans la maille cristalline vont considérablement augmenter le risque de collisions avec les phonons (Fig. 1.11(a)) [34]. Enfin, il a été montré que l'état de surface du nanofil avait une influence non négligeable sur la conductivité thermique et que pour un nanofil de 50 nm de diamètre avec une forte rugosité, la conductivité thermique pouvait être réduite d'un facteur 100 par rapport au silicium massif [35]. En se basant sur les résultats de la littérature, nous estimons la conductivité thermique entre 50 et $80 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour les nanofils M&NEMS (section de $250 \times 250 \text{ nm}^2$ et avec un dopage de $5.10^{19} \text{ at.cm}^{-3}$) [34], [35].

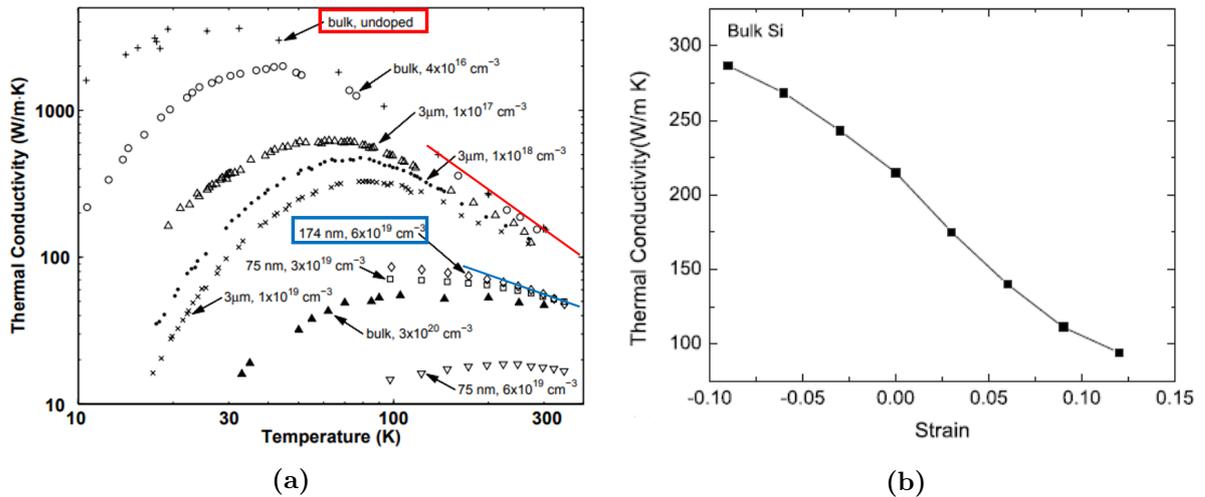


Figure 1.11: Conductivité thermique du silicium κ : (a) en fonction de la température selon le dopage et l'épaisseur de la couche [34]; (b) en fonction de la déformation appliquée pour du silicium massif[37].

Dans le cadre de ces travaux sur la rétroaction thermo-piézorésistive, nous pouvons souligner l'existence d'études sur la dépendance de la conductivité thermique à

la déformation mécanique [37]. Comme le montre la Figure 1.11(b), la conductivité thermique du silicium massif décroît en passant d'une déformation en compression à une déformation en traction. Au voisinage d'une déformation nulle, la conductivité thermique peut s'exprimer selon une loi linéaire :

$$\kappa = \kappa_0 (1 + \Pi_\kappa \epsilon) \quad (1.7)$$

avec κ_0 la conductivité thermique à déformation nulle. Le coefficient Π_κ traduit alors la dépendance de la conductivité thermique à la déformation mécanique. Elle est estimée à - 5,4 dans le silicium massif (Fig. 1.11(b)). Un comportement similaire a été observé sur des nanofils de section $2,2 \times 2,2 \text{ nm}^2$ mais avec un coefficient Π_κ divisé par deux (- 2,7) [37]. Au Chapitre 5.3.2, une contrainte résiduelle en compression de 300 MPa a été observée dans des nanofils après libération de la structure. Cette contrainte génère une augmentation inférieure à 1 % de la conductivité thermique qui peut être considérée comme négligeable.

La dépendance de la conductivité thermique à la température peut également être évaluée sur la Figure 1.11(a) [34]. Pour des températures autour de 300 K, nous pouvons approcher la conductivité thermique en utilisant la loi linéaire suivante :

$$\kappa = \kappa_0 (1 + TC\kappa \Delta T) \quad (1.8)$$

avec $\Delta T = T - T_0$, κ_0 la conductivité thermique à T_0 et $TC\kappa$ le coefficient de dépendance de la conductivité thermique à la température. Pour le silicium massif non dopé (en rouge), le $TC\kappa$ est estimé à - 4 100 ppm.K⁻¹ [34]. Pour une couche d'épaisseur égale à 175 nm et un dopage de $6.10^{19} \text{ at.cm}^{-3}$ (en bleu), un $TC\kappa$ de - 3 170 ppm.K⁻¹ est mesuré [34]. Cette valeur est en accord avec les résultats obtenus sur des nanofils ayant des dimensions similaires aux nanofils M&NEMS ($TC\kappa \sim - 3 480 \text{ ppm.K}^{-1}$) [38]. Néanmoins, une difficulté à estimer ce coefficient a été mise en évidence car l'exploitation des résultats fait intervenir de nombreux paramètres expérimentaux comme la résistance du nanofil R_0 et son coefficient de dépendance à la température α_{TCR} [38].

La capacité thermique c_p est un paramètre qui détermine la capacité d'un matériau à stocker de l'énergie thermique lorsque sa température augmente. Estimée à $700 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ pour le silicium massif, une étude a montré que pour des structures dont les dimensions sont de l'ordre de quelques nanomètres, elle a tendance à augmenter à cause des effets de surface et du confinement des phonons [39]. En effet, une augmentation de 5 % de ce paramètre est mise en évidence en passant d'un nanofil de 3 nm à 1 nm de diamètre [39]. Pour des dimensions supérieures à quelques nanomètres, la valeur du silicium massif peut être retenue.

1.2.4 Les propriétés issues d'un couplage

Après s'être intéressé aux propriétés mécaniques, électriques et thermiques des nanofils en silicium, nous allons examiner les propriétés issues d'un couplage entre ces trois domaines. En effet, ces dernières vont jouer un rôle déterminant dans l'étude de l'effet TPBA.

La piézorésistivité dans un matériau traduit la variation relative de sa résistivité $\delta\rho_{elec}$ lorsqu'il est soumis à une contrainte mécanique σ selon :

$$\delta\rho_{elec} = \Pi_{piezo}\sigma \quad (1.9)$$

avec Π_{piezo} le tenseur de piézorésistivité. Pour un matériau anisotrope avec une maille cubique faces centrées (cas du silicium), les propriétés de symétrie du cristal permettent de simplifier la matrice Π_{piezo} avec seulement trois coefficients indépendants :

$$\Pi_{piezo} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

A faible dopage et à température ambiante, ces coefficients sont données par :

	Dopage N	Dopage P
π_{11} (10^{-11} Pa $^{-1}$)	-102, 2	6, 6
π_{12} (10^{-11} Pa $^{-1}$)	-53, 4	-1, 1
π_{44} (10^{-11} Pa $^{-1}$)	-13, 6	138, 1

Tableau 1.2: Coefficient piézorésistif à 300 K pour le silicium dopé à 10^{14} at.cm $^{-3}$ [40].

De plus, il a été montré qu'ils sont dépendants de la température et de la concentration en atomes dopants selon la loi [40], [41] :

$$\pi(N, T) = P(N, T)\pi \quad (1.11)$$

avec $P(N, T)$ un paramètre pouvant être déterminé sur la Figure 1.12(a) pour un dopage N et sur la Figure 1.12(b) pour un dopage P [40]. Dans le cadre de la technologie M&NEMS (dopage P à $5 \cdot 10^{19}$ at.cm $^{-3}$), $P(N, T)$ vaut 0, 3 à 300 K (Fig. 1.12(b)). Les mesures de coefficient piézorésistif sur les nanofils M&NEMS (Chapitre 5.3.5) permettront alors de vérifier la validité de ce modèle. En effet, des travaux récents ont montré que ce facteur correctif $P(N, T)$ est sous-estimé en particulier pour le silicium dopé P [41].

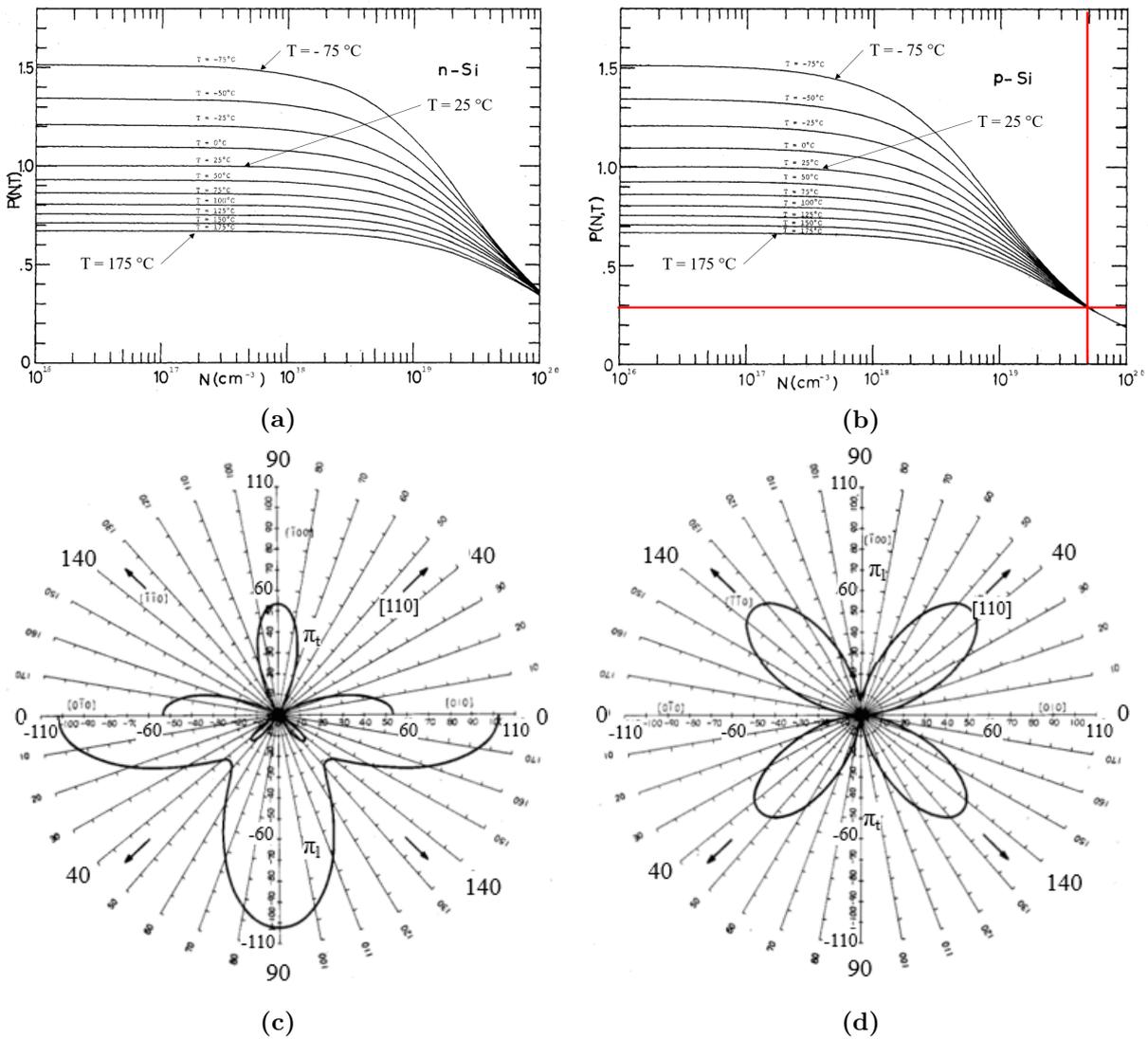


Figure 1.12: Piézorésistivité dans le silicium : Coefficient correcteur $P(N,T)$ pour le silicium (a) dopé N [40] et (b) dopé P [40]; Coefficient piézorésistif en fonction de l'orientation pour le silicium (c) dopé N [40]; (d) dopé P [40].

La dépendance du coefficient piézorésistif à la température ($TC\pi$) peut être approchée par une loi linéaire au voisinage de 300 K :

$$\pi = \pi_0 (1 + TC\pi \Delta T) \quad (1.12)$$

avec $\Delta T = T - T_0$ et π_0 la valeur du coefficient piézorésistif à T_0 . Le terme $TC\pi$ est une conséquence de la variation du paramètre $P(N,T)$ avec la température (Fig. 1.12(a) & 1.12(b)). Pour le silicium faiblement dopé (10^{16} at.cm⁻³), le $TC\pi$ peut être évalué à - 5 000 ppm.K⁻¹. Il est réduit à environ - 1 500 ppm.K⁻¹ pour le silicium dopé P à $5 \cdot 10^{19}$ at.cm⁻³ [42]. A fort dopage, le coefficient piézorésistif diminue en raison de la diminution du coefficient $P(N,T)$ et sa dépendance à la température également. Il y a donc un compromis à trouver selon les applications visées pour maximiser les performances de la piézorésistivité. Ces résultats sont en accord avec des mesures réalisées au CEA-Leti

sur des nanofils M&NEMS.

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons principalement au coefficient piézorésistif longitudinal qui traduit la variation de la résistivité à une contrainte uni-axiale. Les coefficients issus du Tableau 1.2 sont évalués dans le système de coordonnées de la maille cubique du silicium mais il est possible de définir une relation de transformation pour déterminer le coefficient piézorésistif dans les directions souhaitées [40]. Soit Θ l'angle entre la direction longitudinale de la poutre piézorésistive et la direction du méplat principal ([110]), le coefficient piézorésistif longitudinal pour une plaque de silicium (100) est donné par :

$$\pi_l = \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\cos^2(\Theta - 45)\sin^2(\Theta - 45) \quad (1.13)$$

Les Figures 1.12(c) et 1.12(d) représentent les valeurs des coefficients piézorésistifs, longitudinaux et transversaux, à température ambiante selon différentes directions pour le silicium faiblement dopé N et P respectivement. En particulier pour un dopage de type P, le coefficient piézorésistif longitudinal est positif et maximal lorsque la poutre est orientée parallèlement ($\Theta = 0^\circ$) et perpendiculairement ($\Theta = 90^\circ$) au méplat principal (directions $\langle 110 \rangle$). Dans ces directions, (1.13) devient :

$$\pi_l = \frac{\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}}{2} \quad (1.14)$$

En prenant en compte le paramètre $P(N, T)$ de 0,3 et en utilisant (1.11) et (1.14), le coefficient piézorésistif longitudinal dans la direction des nanofils M&NEMS ([110]) est estimé à $21,5 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$. Le coefficient piézorésistif longitudinal en déformation ($\Pi_l = E\pi_l$ avec E le module de Young) est alors égale à 36.

L'effet de taille sur le coefficient piézorésistif a beaucoup été discuté ces dernières années [38], [43]-[45]. En effet, il a été montré que le coefficient piézorésistif pouvait être considérablement augmenté en réduisant les dimensions des structures à quelques nanomètres [43]. Un gain supérieur à un ordre de grandeur avait été observé sur le coefficient piézorésistif d'un nanofil faiblement dopé P de 90 nm de diamètre et obtenu par une approche ascendante, c'est-à-dire par croissance. Cet effet de piézorésistivité géante est loin de faire l'unanimité au sein de la communauté scientifique et pourrait être expliqué par les états de surface du nanofil plutôt que par son volume réduit [38], [44]. Liés au piégeage de charges dans l'oxyde natif du silicium, ces états de surface créent une zone de déplétion dont l'épaisseur est modulée par la contrainte. Cette dernière est alors à l'origine d'une réduction du canal de conduction modulant ainsi la résistivité selon la contrainte [38], [44]. Sur des nanofils de section inférieure à 80 nm et fabriqués par approche descendante, c'est-à-dire par gravure d'une couche de silicium, un gain d'un facteur 3 a été observé sur le coefficient piézorésistif [38]. Il est donc significativement impacté par l'état de surface du nanofil mais aucun lien direct ne peut être établi entre son volume et sa valeur. Des

mesures présentées dans le Chapitre 5.3.5 permettront d'estimer une valeur de ce coefficient dans les nanofils utilisés pour la technologie M&NEMS.

Le coefficient de dilatation thermique α est un autre paramètre important pour l'étude de la rétroaction thermo-piezorésistive. Il résulte d'un couplage entre le domaine thermique et le domaine mécanique et traduit la capacité d'une structure à se déformer sous l'action d'un changement de la température [46], [47]. Il a été montré que la dilatation thermique dans le silicium est la même dans toutes les directions en raison de la symétrie associée à sa structure cubique faces centrées [46]. La Figure 1.13 illustre la dépendance du coefficient de dilatation thermique du silicium avec la température [46].

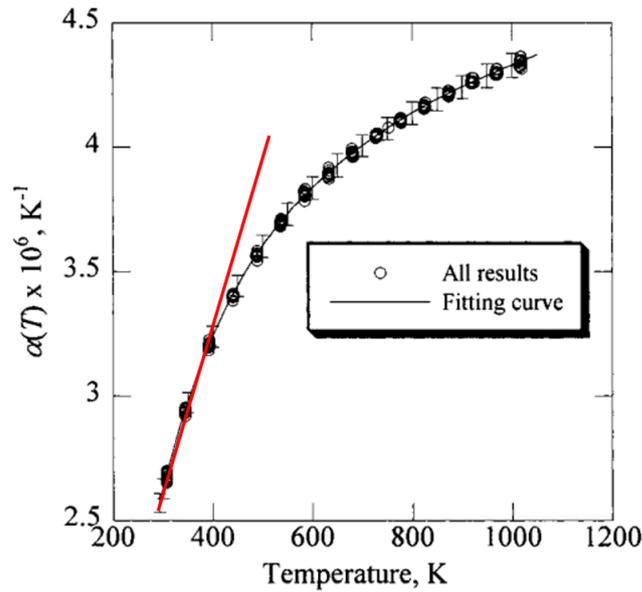


Figure 1.13: Coefficient de dilatation thermique du silicium en fonction de la température [46].

A température ambiante, ce coefficient est égal à 2,6 ppm.K⁻¹ et il augmente jusqu'à 4,4 ppm.K⁻¹ à 1 100 K. Au voisinage de la température ambiante ($T_0 = 300$ K), le coefficient de dilatation thermique peut être estimé en considérant qu'il suit une loi linéaire (en rouge sur la Figure 1.13) :

$$\alpha = \alpha_0 (1 + TC\alpha\Delta T) \quad (1.15)$$

avec $\Delta T = T - T_0$ et α_0 la valeur du coefficient de dilatation thermique à T_0 . La Figure 1.13 permet d'estimer le coefficient de température du coefficient de dilatation thermique $TC\alpha$ à 2 000 ppm.K⁻¹. Cette valeur a été confirmée pour des nanofils en silicium dans le cadre de deux thèses réalisées au CEA-Leti ce qui conforte l'hypothèse d'une faible sensibilité de ce coefficient avec les dimensions du système au moins jusqu'à 250 nm [15], [23]. De plus, il a été montré que ce paramètre était très peu affecté par le dopage en particulier dans le cas du silicium [47].

1.2.5 Synthèse

Le Tableau 1.3 rassemble l'ensemble des propriétés évoquées précédemment pour le silicium massif et pour les nanofils de silicium utilisés pour la technologie M&NEMS (250 nm x 250 nm x 5 µm).

	Silicium massif	Nanofil silicium
Masse volumique ρ (kg.m ⁻³)	2330 [26]	
Module de Young <110> E (GPa)	169 [26]	
Module de Young <100> E (GPa)	130 [26]	
TCE (ppm.K ⁻¹)	- 64 [26]	
Coef. de Poisson <110> ν	0,07 [26]	
Coef. de Poisson <100> ν	0,27 [26]	
Résistivité élec. Si-P 5.10 ¹⁹ at.cm ⁻³ ρ_{elec} (Ω .m)	2,3.10 ⁻⁵ [30]	
α_{TCR} Si-P 5.10 ¹⁹ at.cm ⁻³ (ppm.K ⁻¹)	1400 [33]	
Conductivité thermique κ (W.m⁻¹.K⁻¹)	150 [34]	50 - 80 [35]
Π_{κ}	- 5,4 [37]	~ - 4,2 [37]
$TC\kappa$ (ppm.K ⁻¹)	- 4 100 [34]	- 3 480 [38]
Capacité thermique c_p (J.K ⁻¹ .kg ⁻¹)	700 [39]	
Coef. piézorésistif Si-P 5.10 ¹⁹ at.cm ⁻³ π_l (Pa ⁻¹)	21,5.10 ⁻¹¹ [40]	
$TC\pi$ Si-P 5.10 ¹⁹ at.cm ⁻³ (ppm.K ⁻¹)	~ - 1 500 [42]	
Coef. dilatation thermique α (ppm.K ⁻¹)	2,6 [46]	
$TC\alpha$ (ppm.K ⁻¹)	2 000 [46]	

Tableau 1.3: Propriétés du silicium pour une plaque (100) : comparaison entre le silicium massif et les nanofils en silicium (0,25 x 0,25 x 5 µm³).

Nous pouvons voir que la conductivité thermique apparaît comme le paramètre ayant une forte variabilité dans les nanofils par rapport au silicium massif. Nous le considérerons alors comme un paramètre ajustable dans les modèles de la rétroaction thermo-piézorésistive qui seront établis dans le Chapitre 4. Finalement, la comparaison avec les valeurs de la littérature permettront de juger de la pertinence des modèles proposés.

Conclusion du chapitre

Ce chapitre a permis d'introduire la technologie M&NEMS développée au CEA-Leti ainsi que ses avantages et ses inconvénients par rapport aux technologies existantes. Les différents composants conçus à l'aide de cette technologie ont également été présentés afin d'illustrer sa capacité à adresser des types de capteurs variés. En effet, elle permet de concevoir des capteurs inertiels, des capteurs de pression mais également des microphones.

Cette technologie utilise des nanofils de silicium comme organe de transduction dont les dimensions standards sont 250 nm x 250 nm x 5 µm. Les propriétés du silicium à ces échelles ont été recherchées afin d'estimer les différences par rapport aux propriétés du silicium massif utilisées habituellement. Cette étude bibliographique a mis en évidence que seule la conductivité thermique est significativement impactée par les dimensions des

nanofils utilisés (diminution d'environ un facteur 3). En effet, des modifications notables sont observées pour les autres paramètres seulement lorsqu'une des dimensions devient inférieure à une ou plusieurs dizaines de nanomètres.

Dans le cadre de cette étude sur la rétroaction thermo-piezorésistive, il est important de connaître les propriétés des nanofils de silicium afin de pouvoir exploiter correctement les résultats obtenus dans le Chapitre 6. La diminution de la conductivité thermique pour les dimensions des nanofils utilisés permet d'améliorer considérablement cet effet. Elle entraîne une augmentation de la résistance thermique et par conséquent un échauffement du nanofil plus important pour une même puissance électrique. De plus, le dopage influence notamment la résistivité électrique, la conductivité thermique et le coefficient piézorésistif. L'augmentation du dopage permet de bénéficier d'une diminution de la conductivité thermique favorable pour améliorer l'effet TPBA. Néanmoins, elle s'accompagne d'une diminution considérable du coefficient piézorésistif limitant ainsi la rétroaction. Un compromis au niveau du dopage est alors nécessaire puisque une diminution de celui-ci s'accompagne d'une augmentation du coefficient piézorésistif mais d'une dépendance à la température de ce dernier ($TC\pi$) plus importante. Parmi les autres paramètres largement impactés par la température, nous pouvons citer la résistivité électrique, la conductivité thermique et le coefficient de dilatation thermique. Une augmentation de cette dernière est d'ailleurs favorable à l'amélioration du phénomène de rétroaction et sera montrée dans le Chapitre 6.2.5. Enfin, la dépendance de la conductivité thermique à la déformation attire particulièrement notre attention car elle ne peut pas être considérée comme négligeable par rapport au coefficient piézorésistif. Un modèle de la rétroaction thermo-piezorésistive prenant en compte cette dépendance sera développé au Chapitre 4.3. Il a été montré dans la littérature que ce paramètre était relativement difficile à estimer, nous évaluerons alors la capacité de ce modèle à extraire ce paramètre rigoureusement dans le Chapitre 6.

2

Le gyromètre en environnement vibratoire

Sommaire

2.1	Le gyromètre double masse : une structure équilibrée	26
2.1.1	Gyromètre M&NEMS	27
2.1.2	Condition d'équilibrage du mode en anti-phase selon l'axe d'excitation	29
2.1.3	Méthode de correction de la raideur	30
2.2	Résilience aux vibrations à la fréquence de résonance du mode en anti-phase	31
2.2.1	Mise en œuvre expérimentale	31
2.2.2	Extraction de la réponse électromécanique	32
2.2.3	Identification de la sensibilité aux vibrations	34
2.2.4	Effets de la méthode de compensation	36
2.2.5	Efficacité de la compensation sur un gyromètre en fonctionnement	39
2.3	Structures améliorant la résilience aux vibrations	40
2.3.1	Électrodes de compensation optimisées	41
2.3.2	Nouvelle architecture de gyromètre pour une augmentation de la raideur du mode en phase	43

Ce chapitre a pour but de décrire les gyromètres à effet Coriolis et en particulier ceux développés à l'aide de la technologie M&NEMS, identifiés en début de thèse comme des candidats potentiels pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive. L'objectif est de se familiariser avec le fonctionnement de ce type de dispositif. En particulier, une étude est menée pour évaluer leur sensibilité aux vibrations et proposer une solution pour la réduire [R1], [R2], [R6]. En effet, cette problématique est au cœur des préoccupations pour améliorer leurs performances et notamment dans le cadre d'applications automobiles et militaires. Par exemple, certaines spécifications automobiles demandent une résilience aux vibrations jusqu'à 40 kHz avec une amplitude de 10 g. Ce travail nous a permis

d'identifier le mécanisme physique à l'origine de cette sensibilité et de nouvelles structures seront présentées en fin de chapitre afin d'améliorer leur résilience aux vibrations.

2.1 Le gyromètre double masse : une structure équilibrée

Les gyromètres M&NEMS étudiés sont des structures double masse basées sur la détection de la force de Coriolis, appelés CVG pour « Coriolis Vibratory Gyroscope » (Fig. 2.1). Utilisés pour mesurer une vitesse angulaire, les CVG comportent plusieurs modes selon deux axes de déplacement, l'un correspondant à l'excitation (« drive ») et l'autre à la détection (« sense »). L'axe d'excitation est caractérisé par deux fréquences de résonance correspondant à un mode en phase, non utilisé pour le fonctionnement du gyromètre, et à un mode en anti-phase correspondant à son mode utile. En fonctionnement normal, une boucle à verrouillage de phase (« Phase-Locked Loop » ou PLL) contrôle les oscillations du système double masse selon l'axe d'excitation au voisinage de la fréquence de résonance du mode en anti-phase. Une rotation à la vitesse Ω autour de l'axe z génère une force de Coriolis modulée à la même fréquence sur l'axe de détection donnée par :

$$\vec{F}_{Coriolis} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_{act} \quad (2.1)$$

avec m la masse des parties mobiles et V_{act} la vitesse de déplacement des masses selon l'axe d'excitation. L'axe de détection est conçu pour avoir une fréquence de résonance proche de celle du mode utile défini précédemment. Cela permet d'assurer une excellente sensibilité à la force de Coriolis. Le signal de sortie du gyromètre est finalement obtenu en démodulant le signal selon l'axe de détection à la fréquence opérationnelle du mode utile f_{da} .

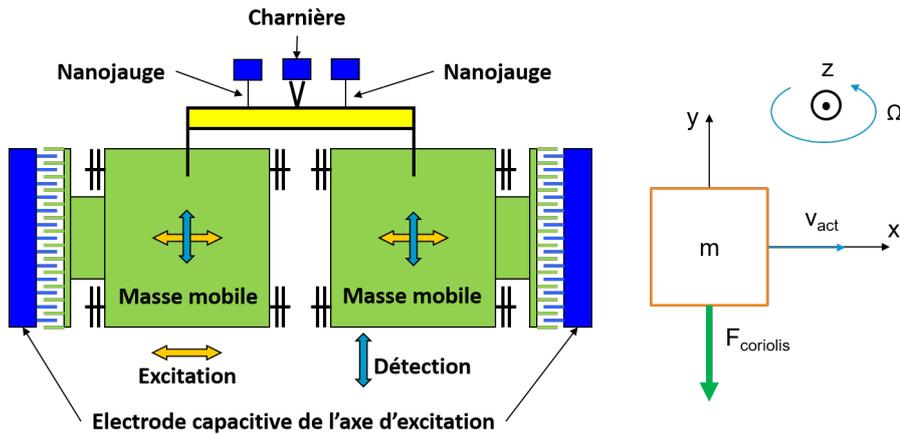


Figure 2.1: Principe de fonctionnement d'un gyromètre double masse.

Cette première section s'intéresse aux caractéristiques du gyromètre M&NEMS permettant d'introduire la condition d'équilibrage du mode utile. Nous verrons en particulier qu'un léger déséquilibre de la structure double masse peut générer une sensibilité aux vibrations. Elle peut néanmoins être corrigée par une méthode de compensation de la raideur présentée à la fin de cette section.

2.1.1 Gyromètre M&NEMS

Plusieurs moyens d'actionnement et de détection peuvent être utilisés pour mettre en mouvement les deux masses et mesurer leur déplacement selon les deux axes du gyromètre. Dans le cadre des gyromètres M&NEMS, l'actionnement et la détection selon l'axe d'excitation sont capacitifs. Les électrodes sont constituées de peignes interdigités qui offrent l'avantage d'une faible consommation énergétique et d'une faible sensibilité à la température. La mesure du déplacement selon l'axe de détection est piézorésistive, au moyen de nanojauges suspendues. Ces dernières permettent d'offrir une grande sensibilité mécanique, de réduire les dimensions et le bruit et de bénéficier d'une immunité aux capacités parasites [10], [19], [48]. Une telle architecture encapsulée sous vide permet d'atteindre des facteurs de qualité élevés ($\sim 5\,000$). Il en résulte des amplitudes d'oscillations accrues pour le mode d'excitation et donc une grande sensibilité pour la mesure de la vitesse angulaire. Le Tableau 2.1 rassemble les principales caractéristiques du gyromètre M&NEMS utilisé pour cette étude.

Aire de chaque masse	400 μm x 400 μm
Raideur du mode d'excitation en anti-phase k_{anti}	145 $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$
Épaisseur MEMS	15 μm
Dimensions des nanojauges	250 nm x 250 nm x 5 μm
Amplitude de déplacement du mode d'excitation	0,5 μm
Coefficient de transduction capacitive	13,8x10 ⁻⁹ $\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$

Tableau 2.1: Principales caractéristiques du gyromètre M&NEMS.

Le mode de détection (Fig. 2.2(a)) est caractérisé par une fréquence de résonance $f_s = 20\,843$ Hz et un facteur de qualité $Q = 2\,760$ (Fig. 2.2(b)).

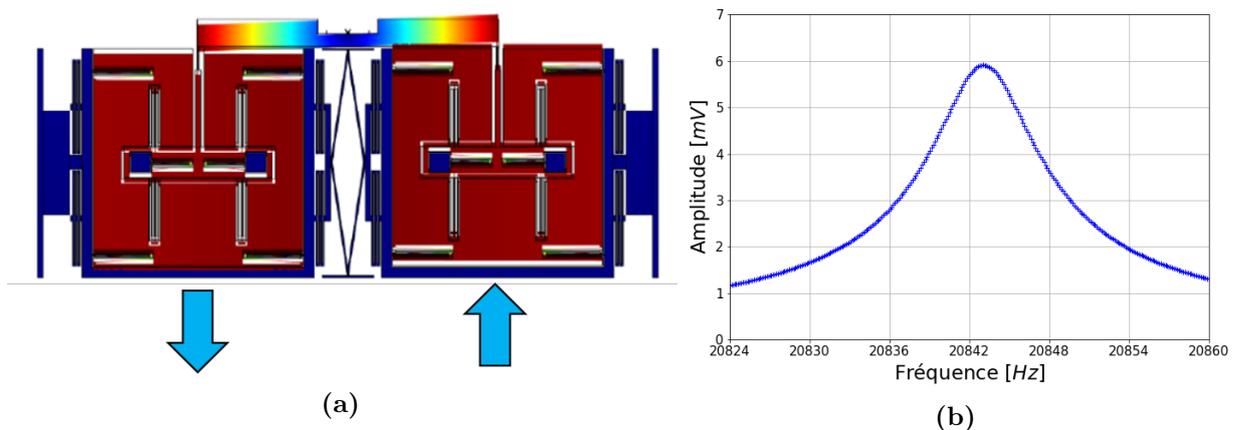


Figure 2.2: Mode de détection : (a) Résultat simulation FEM (20 163 Hz) ; (b) Courbe de résonance expérimentale ($f_s = 20\,843$ Hz & $Q = 2\,760$).

L'axe d'excitation comporte les deux modes suivants :

- **Mode en anti-phase** (Fig. 2.3(a)) : $f_{da} = 21\,369$ Hz et $Q = 4\,350$ (Fig. 2.3(b)).

— **Mode en phase** (Fig. 2.3(c)) : $f_{di} = 23\,727$ Hz et $Q = 5\,030$ (Fig. 2.3(d)).

Pour le mode en anti-phase de l'axe d'excitation, un facteur de qualité d'environ 4350 est mesuré, ce qui correspond à une valeur typique pour ce type de composant encapsulé sous vide à 0,5 mbar (Fig. 2.3(b)).

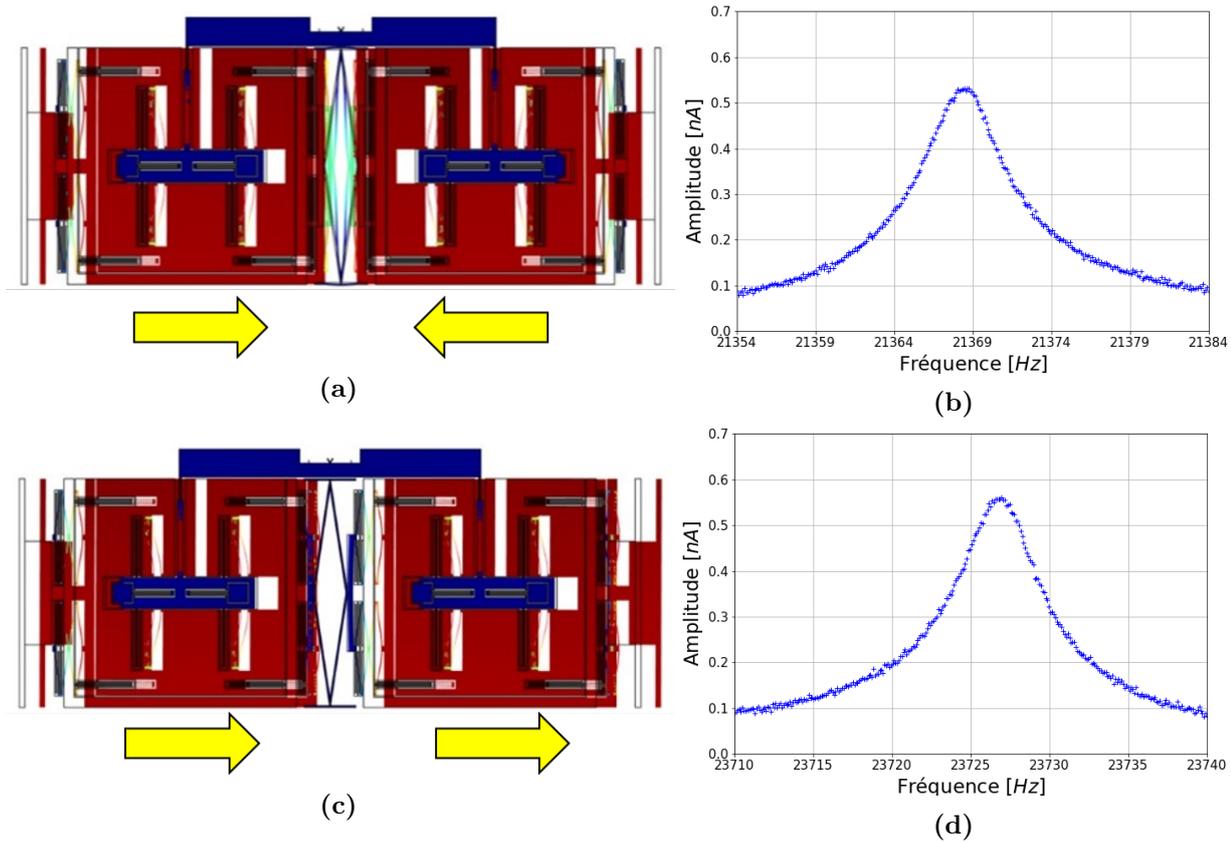


Figure 2.3: Mode en anti-phase selon l'axe d'excitation : (a) Résultat simulation FEM (19 037 Hz); (b) Courbe de résonance expérimentale ($f_{da} = 21\,369$ Hz & $Q = 4\,350$); Mode en phase selon l'axe d'excitation : (c) Résultat simulation FEM (21 272 Hz); (d) Courbe de résonance expérimentale ($f_{di} = 23\,727$ Hz & $Q = 5\,030$).

Les écarts d'environ 10 % entre les fréquences de résonance expérimentales et celles extraites du modèle numérique (FEM) peuvent être expliqués par une dispersion de la largeur des ressorts de suspension de l'ordre de 6 %. Cela représente une précision de micro-usinage de 60 nm pour des poutres de 1 μm pouvant largement être expliquée par les équipements utilisés.

Nous avons montré que ce type de dispositif pouvait être sensible aux vibrations. Notamment, nous avons mis en évidence l'existence de perturbations qui agissent sur les modes de vibration selon l'axe d'excitation [49]. Celles-ci apparaissent aux fréquences de résonance en anti-phase et en phase respectivement à cause des imperfections de fabrication et d'un couplage non linéaire du mode en phase avec le mode en anti-phase (Fig. 2.4).

Nous adressons dans la section suivante la problématique des vibrations à la fréquence de résonance du mode en anti-phase. Ce mode est théoriquement un mode équilibré donc insensible aux vibrations. Cependant, des imperfections de fabrication au niveau des

dimensions des masses ou des ressorts de suspension peuvent éloigner la structure des conditions idéales d'équilibrage et vont ainsi rendre la structure sensible aux vibrations extérieures. Ce point peut être traité à l'aide d'une méthode de compensation de la raideur qui est décrite dans la suite de ce chapitre.

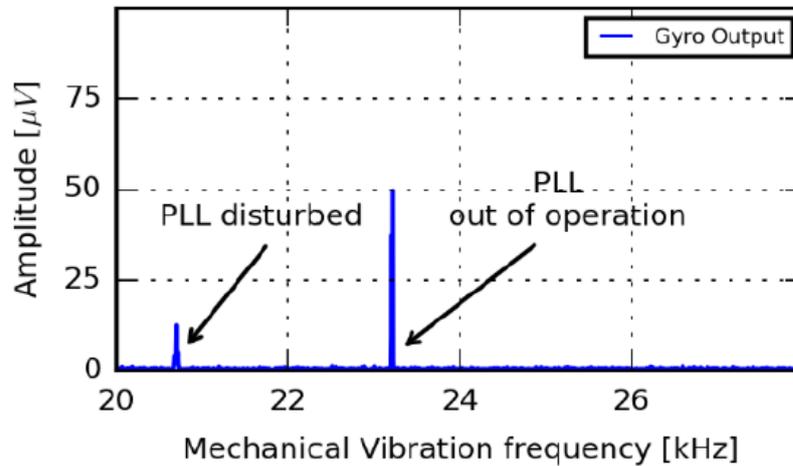


Figure 2.4: Signal de sortie du gyromètre mesuré selon l'axe de détection et démodulé à la fréquence de résonance du mode en anti-phase lorsque le composant est soumis à des vibrations comprises entre 20 kHz et 28 kHz. La PLL est perturbée au voisinage de la fréquence de résonance du mode en anti-phase et décroche au voisinage de celle du mode en phase [49].

L'effet des vibrations à la fréquence de résonance du mode en phase étant beaucoup plus important, une nouvelle structure sera présentée à la fin de ce chapitre afin d'améliorer le fonctionnement du dispositif en environnement vibratoire. Ainsi, les solutions proposées pour réduire la sensibilité aux vibrations du gyromètre aux deux fréquences caractéristiques des modes selon l'axe d'excitation devraient permettre de rendre le composant plus robuste.

2.1.2 Condition d'équilibrage du mode en anti-phase selon l'axe d'excitation

Un gyromètre M&NEMS peut être modélisé selon son axe d'excitation par deux masses (m_1 & m_2) couplées entre elles par un ressort k_c et reliées au cadre par deux ressorts de suspension (k_1 & k_2) (Fig. 2.5). Pour simplifier le modèle, l'amortissement de la structure n'est pas considéré.

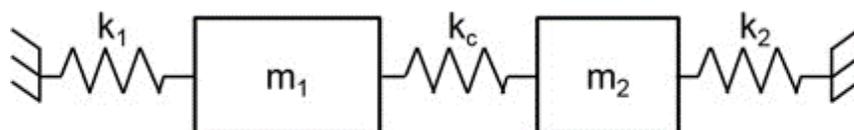


Figure 2.5: Modèle du gyromètre double masse selon l'axe d'excitation.

Un mode est considéré comme équilibré lorsqu'il n'échange pas d'énergie avec l'extérieur. Pour la structure double masse, cela se traduit par une quantité de mouvement associée aux déplacements des deux masses qui est nulle. Par définition, un tel mode est insensible aux vibrations. En effet, ces dernières peuvent être considérées comme un processus d'échange d'énergie entre le support et la structure mobile. La démonstration de la condition d'équilibrage est donnée en Annexe B. Le mode en anti-phase du mouvement selon l'axe d'excitation est considéré équilibré lorsque les raideurs k_1 et k_2 et les masses m_1 et m_2 satisfont :

$$\boxed{\frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2}} \quad (2.2)$$

Le gyromètre double masse idéal étant parfaitement symétrique ($m_1 = m_2$ et $k_1 = k_2$), nous pouvons supposer que (2.2) est vérifié par conception. Néanmoins, à cause d'imperfections de fabrication, les deux masses et les deux raideurs ne sont généralement jamais parfaitement identiques et (2.2) n'est pas satisfaite. Si un des paramètres sur les quatre est ajusté alors la structure devient équilibrée et ainsi insensible aux vibrations. Étant donné que les masses ne peuvent pas être facilement ajustées pendant ou après la fabrication, seuls les raideurs peuvent être légèrement modifiées par effet capacitif. La section suivante présente la méthode de compensation de la raideur mise en place pour corriger ce déséquilibre.

2.1.3 Méthode de correction de la raideur

La méthode de compensation de la raideur proposée consiste à appliquer une tension continue (V_{tr}) sur une électrode d'ajustement afin de modifier la raideur d'une structure. Elle fut d'abord implémentée pour améliorer le facteur de qualité des gyromètres [50]. Plus récemment et de manière concomitante à ce travail, cette technique a été mise en œuvre pour limiter la sensibilité aux vibrations de ce type de composant [51]. Une réduction de 75 % de la contribution des vibrations sur le signal de sortie du gyromètre a été montrée en utilisant cette méthode. Elle a permis de compenser un déséquilibre d'environ 1 % entre la raideur k_1 et k_2 en appliquant une tension de 9 V sur une électrode en forme de peignes interdigités à variation d'entrefer [51].

Pour les gyromètres M&NEMS, aucune électrode d'ajustement n'a été prévue à la conception. Ce problème peut être contourné en utilisant les électrodes d'actionnement permettant de mettre en mouvement les masses selon l'axe d'excitation. La tension de compensation (V_{tr}) est appliquée sur une de ces électrodes. Elle génère une raideur négative k_e avec $|k_e| \propto V_{tr}^2$ qui s'ajoute à la raideur mécanique k_1 ou k_2 selon l'électrode sur laquelle elle est appliquée. La Figure 2.6 illustre le modèle du gyromètre selon l'axe d'excitation lorsque la tension de compensation est appliquée sur l'électrode de gauche. Il existe donc une unique valeur de raideur k_e qui va satisfaire (2.3) afin d'équilibrer le mode en anti-phase du gyromètre.

$$\boxed{\frac{k_1 + k_e}{m_1} = \frac{k_2}{m_2}} \quad (2.3)$$

Néanmoins, comme la raideur k_e est strictement négative, elle va contribuer à réduire la raideur du coté où elle est appliquée. La tension de compensation doit donc être appliquée du coté où le rapport k/m est le plus grand. Dans le cas contraire, le déséquilibre est accentué ce qui générera une sensibilité aux vibrations encore plus importante.

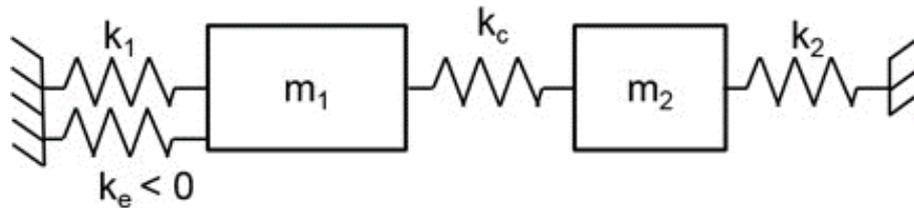


Figure 2.6: Modèle du gyromètre double masse selon l'axe d'excitation avec l'ajout d'une raideur négative k_e issue de la méthode de compensation de la raideur.

2.2 Résilience aux vibrations à la fréquence de résonance du mode en anti-phase selon l'axe d'excitation

Tout d'abord, nous allons introduire le montage utilisé pour réaliser la caractérisation du gyromètre en environnement vibratoire ainsi que la méthode de traitement des données utilisée pour extraire les paramètres mécaniques. Le comportement du gyromètre soumis à des vibrations à la fréquence de résonance du mode en anti-phase est ensuite étudié. Les résultats obtenus permettent d'évaluer l'efficacité de la méthode de compensation de la raideur pour améliorer la résilience aux vibrations de ce type de composant.

2.2.1 Mise en œuvre expérimentale

La caractérisation en environnement vibratoire (Fig. 2.7) est réalisée au moyen d'un pot vibrant (DataPhysics V20) permettant d'atteindre des vibrations autour de la fréquence de résonance du mode en anti-phase ($f_{da} = 21$ kHz) et jusqu'à une accélération de 5 g. L'acquisition de l'amplitude des vibrations est réalisée par un vibromètre laser (SIOS). Le pot vibrant est alimenté par un Lock-In Amplifier (LIA Zurich Instrument HF2LI) qui réalise un balayage en fréquence autour de la fréquence f_{da} ($f_{da} \pm 15$ Hz) en fixant l'amplitude des vibrations à la valeur souhaitée. La bande de fréquence est choisie pour observer le pic de résonance du mode en anti-phase qui sera actionné par les vibrations. La détection du mouvement des masses selon l'axe d'excitation est réalisée par le LIA précédé d'un convertisseur courant-tension pour mesurer la variation de la capacité du circuit de transduction. Quatre sources de polarisation continue (Keithley 2400) sont utilisées :

- La première permet d'appliquer une tension $V_{pol} = 0,8 \text{ V}$ sur la partie mobile pour polariser le circuit de transduction générant ainsi le signal de mesure du mouvement selon l'axe d'excitation.
- La seconde permet d'appliquer la tension de compensation V_{tr} sur une des électrodes d'actionnement permettant de mettre en mouvement les masses selon l'axe d'excitation afin de corriger le déséquilibre de la structure double masse.
- Les deux autres permettent de polariser ($I_0 = 50 \mu\text{A}$) les nanojauges suspendues permettant la détection du mouvement selon l'axe de détection.

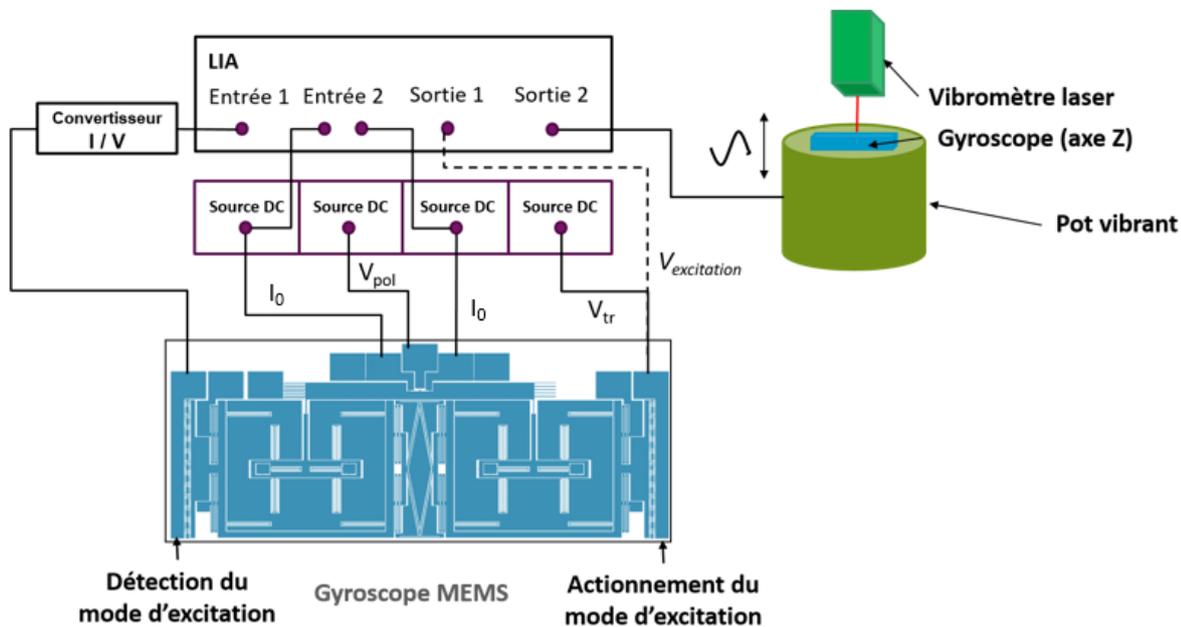


Figure 2.7: Schéma de montage pour la caractérisation d'un gyromètre à l'aide d'un double LIA. L'entrée 1 et la sortie 1 sont utilisées pour l'actionnement et la détection du déplacement selon l'axe d'excitation. Le pot vibrant est alimenté par la sortie 2. L'entrée 2 est utilisée pour la détection du déplacement selon l'axe de détection. Le trait en pointillé indique l'actionnement électrostatique ponctuel pour certaines caractérisations.

La détection du déplacement selon l'axe de détection est réalisée par une mesure différentielle de la tension aux bornes des nanojauges. La plupart des résultats qui seront présentés dans la suite de cette étude sont obtenus sans actionnement électrostatique selon l'axe d'excitation. De cette manière, le balayage en fréquence permet d'obtenir directement la sensibilité aux vibrations du composant. Si toutefois un actionnement électrostatique est utilisé, il est réalisé à la fréquence $f/2$ pour être indépendant de la tension continue V_{tr} également appliquée sur l'électrode.

2.2.2 Extraction de la réponse électromécanique

Le signal de mesure obtenue avec le LIA comprend le signal électromécanique du composant et un signal de fond dû aux perturbations électromagnétiques générées par le

pot vibrant lorsqu'il est alimenté (Fig. 2.8(a)). Par conception, le composant MEMS est robuste vis-à-vis des perturbations électromagnétiques. Au contraire, le circuit imprimé (PCB) utilisé pour reporter les contacts et les câbles de connexions aux appareils de mesure ne le sont pas. Nous avons alors positionné une feuille métallique reliée à la masse entre le pot vibrant et le composant pour limiter ces perturbations sans toutefois pouvoir s'en affranchir complètement. Pour extraire le signal électromécanique, le signal de fond est soustrait des données brutes à l'aide d'un modèle d'ajustement basé sur une réponse électromécanique standard avec un terme de fond qui varie linéairement avec la fréquence (Fig. 2.8(b)). Cette procédure d'ajustement permet d'extraire précisément la fréquence de résonance, l'amplitude du pic de résonance, le déphasage et deux paramètres caractérisant le signal de fond. L'excellent accord entre les mesures expérimentales et la fonction d'ajustement (Fig. 2.8(a)) permet de valider le modèle utilisé pour décrire le composant ainsi que l'hypothèse de la dépendance linéaire du bruit de fond avec la fréquence.

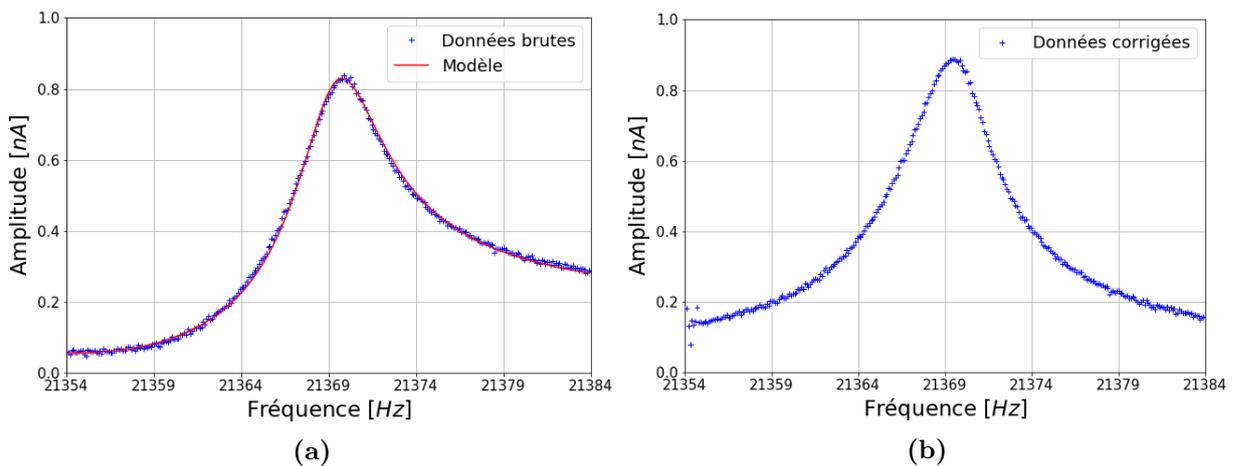


Figure 2.8: Réponse linéaire en déplacement selon l'axe d'excitation du gyromètre soumis à des vibrations de 2 g autour de la fréquence de résonance du mode en anti-phase et avec $V_{tr} = 0$ V : (a) Signal électromécanique brut avec signal de fond ; (b) Signal électromécanique seul après correction.

Néanmoins, des non-linéarités sont observées lorsque l'amplitude des vibrations augmente. Dans ce cas, le précédent modèle n'est plus adapté pour décrire correctement la réponse du composant et pour retirer le signal de fond au signal de mesure. Afin de s'affranchir de cette difficulté, l'ajustement avec le modèle linéaire n'est réalisé que sur une bande de fréquence pour laquelle l'amplitude du signal est inférieure au seuil de non-linéarité. La Figure 2.9(a) montre que le modèle d'ajustement est en accord avec les points expérimentaux hors résonance. Avec cette méthode, les paramètres associés au signal de fond sont extraits correctement. Finalement, ce signal de fond peut être retiré du signal de mesure pour ne conserver que la réponse électromécanique (Fig. 2.9(b)).

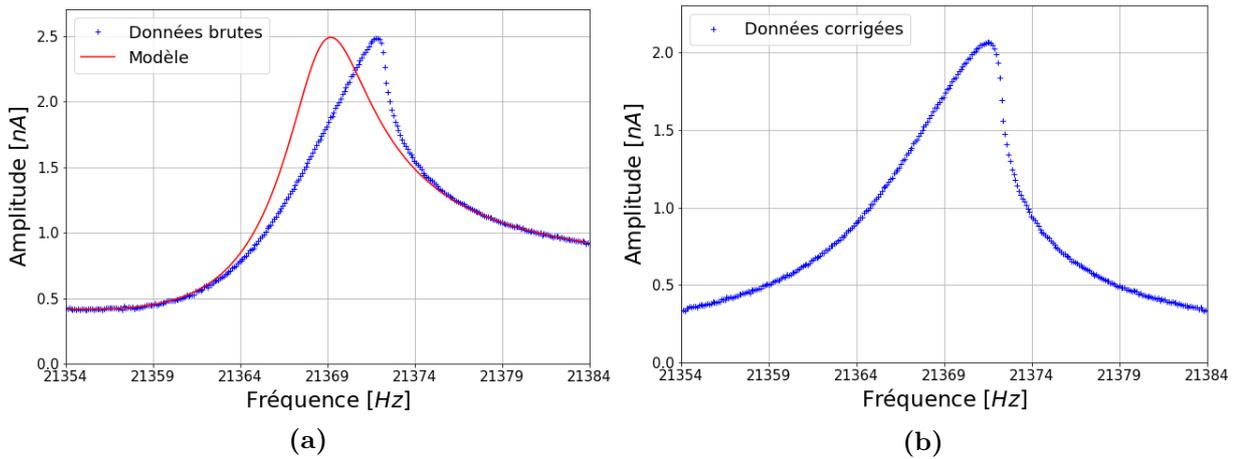


Figure 2.9: Réponse non linéaire en déplacement selon l'axe d'excitation du gyromètre soumis à des vibrations de 5 g autour de la fréquence de résonance du mode en anti-phase et avec $V_{tr} = 0$ V : (a) Signal électromécanique brut avec signal de fond (accord satisfaisant de l'ajustement pour le signal de fond) ; (b) Signal électromécanique seul après correction.

2.2.3 Identification de la sensibilité aux vibrations

Pour identifier la sensibilité du gyromètre aux vibrations, les conditions expérimentales sont choisies proches de son mode de fonctionnement normal. Le système double masse est actionné selon l'axe d'excitation à une fréquence fixe proche de $f_{da}/2$, définissant ainsi le point de fonctionnement du gyromètre en boucle ouverte. Des vibrations sont également appliquées selon ce même axe à la fréquence double du point de fonctionnement et avec une amplitude croissante pendant 400 s (20 paliers de 20 s entre 0 g et 5 g). Les résultats obtenus pour le signal mesuré selon l'axe d'excitation (Fig. 2.10(a)) et selon l'axe de détection (Fig. 2.10(b)) illustrent la sensibilité aux vibrations du mode en anti-phase de la structure double masse. Une estimation de l'amplitude des vibrations en g est également donnée à titre indicatif sur l'axe supérieur (Fig. 2.10(a) et 2.10(b)). En l'absence de vibrations, l'amplitude du mouvement des masses selon l'axe d'excitation est fixée par le point de fonctionnement et elle est théoriquement égale à 0 selon l'axe de détection. En pratique, une tension de biais de 50 μ V est mesurée selon cet axe. En effet, le découplage entre les deux axes n'étant pas parfait, les modes de vibrations en phase et en anti-phase de l'axe d'excitation possèdent des composantes selon l'axe de détection qui sont alors mesurées par les nanojauges. L'augmentation de l'amplitude des vibrations modifie considérablement le signal mesuré selon l'axe de détection avec une sensibilité de 40 μ V.g⁻¹. De plus, le signal mesuré selon l'axe d'excitation et selon l'axe de détection semble saturer à 1,8 nA et 0,18 mV respectivement. Cela peut certainement s'expliquer par l'apparition d'effets non linéaires ayant pour conséquence un fléchissement de la courbe de réponse avec la fréquence (Fig. 2.9(b)). Sachant que la fréquence du point de fonctionnement est fixe, la position sur le pic de résonance et par conséquent l'amplitude du signal sont modifiées.

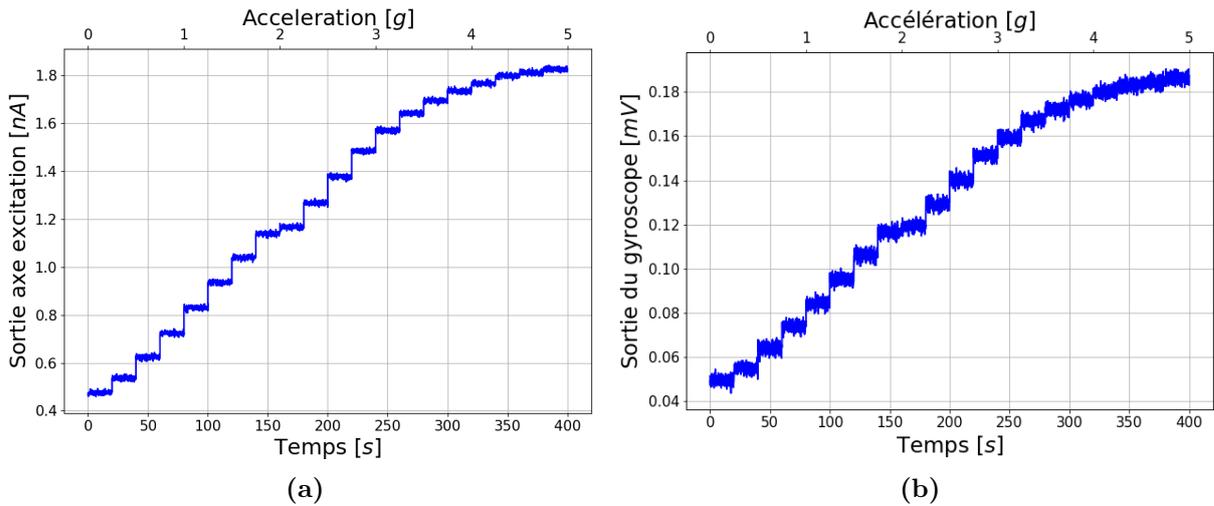


Figure 2.10: Réponses en boucle ouverte du gyromètre mesurées selon (a) l'axe d'excitation et (b) l'axe de détection pour un point de fonctionnement du mode en anti-phase du gyromètre proche de sa fréquence de résonance. Des vibrations d'amplitudes croissantes sont appliquées à la fréquence du point de fonctionnement entre $t = 0$ s et $t = 400$ s.

Dans son mode de fonctionnement standard, une PLL est utilisée pour contrôler la fréquence et l'amplitude des oscillations du signal d'actionnement selon l'axe d'excitation. Celle-ci peut être perturbée et peut même décrocher si l'amplitude des vibrations devient trop importante. La méthode de compensation de la raideur, présentée précédemment, a pour but de résoudre ce problème en rendant le gyromètre insensible aux vibrations au voisinage de la fréquence du mode utile. Il s'agit d'une des deux régions pour laquelle les vibrations posent problème.

Pour évaluer plus précisément la sensibilité du gyromètre aux vibrations, la configuration décrite dans la Section 2.2.1 est utilisée. L'objectif est de réaliser uniquement un balayage en fréquence sur le pot vibrant autour de la fréquence de résonance du mode en anti-phase avec une amplitude croissante (1 g - 5 g) et avec $f_{da} \pm 15$ Hz. Dans ce cas, nous pouvons évaluer directement l'effet des vibrations sur le gyromètre en évaluant le signal selon l'axe d'excitation (Fig. 2.11(a)) et selon l'axe de détection (Fig. 2.11(b)). Deux régimes peuvent être observés selon l'amplitude des vibrations appliquées. En effet, la réponse est linéaire jusqu'à 2 g et devient non linéaire pour des amplitudes de vibrations plus élevées. Il s'agit certainement de non-linéarités mécaniques générées dans les ressorts de suspension pour des amplitudes de déplacement élevées. Elles sont observées lorsque le signal de sortie selon l'axe d'excitation atteint une amplitude de 1 nA correspondant à un déplacement d'environ $0,7 \mu\text{m}$. Elles permettent ainsi de fixer le seuil de vibrations autorisées pour ne pas perturber le fonctionnement du gyromètre. Pour des composants avec un facteur de qualité plus faible (~ 600), il avait été mis en évidence un seuil autour de 25 g [R1]. Pour celui-ci, avec un facteur de qualité élevé ($\sim 4\,000$), il se situe autour de 2 g, ce qui n'est pas acceptable pour la spécification mentionnée en début de chapitre. L'effet du déséquilibre de la structure du gyromètre est donc d'autant plus important que le facteur de qualité est élevé [R2], [R6].

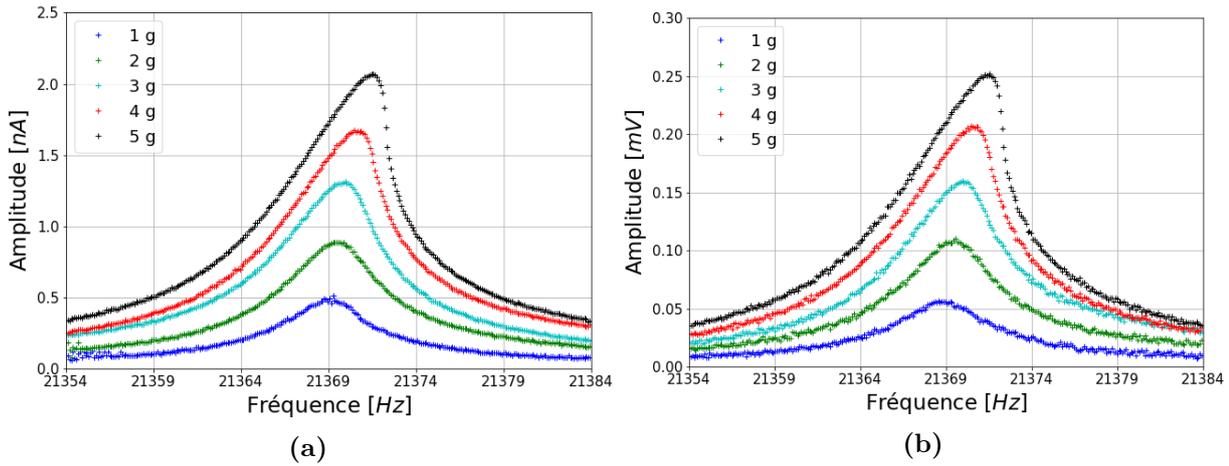


Figure 2.11: Réponses obtenues selon (a) l'axe d'excitation et (b) l'axe de détection du gyromètre soumis uniquement à des vibrations d'amplitude croissante (1 g - 5 g) et autour de la fréquence de résonance du mode en anti-phase ($V_{tr} = 0$ V).

2.2.4 Effets de la méthode de compensation

La méthode de compensation de la raideur est maintenant mise en place sur le gyromètre pour s'approcher de la condition d'équilibrage donnée par (2.3). Pour cela, le gyromètre est soumis à des vibrations de 5 g selon la direction de l'axe d'excitation. Une tension de compensation croissante (0 V - 32 V) est appliquée sur une électrode d'actionnement permettant de mettre en mouvement les masses selon l'axe d'excitation. Nous pouvons alors évaluer l'effet de cette tension sur l'amplitude du signal de sortie mesurée selon l'axe d'excitation (Fig. 2.12(a)) ou selon l'axe de détection (Fig. 2.12(b)).

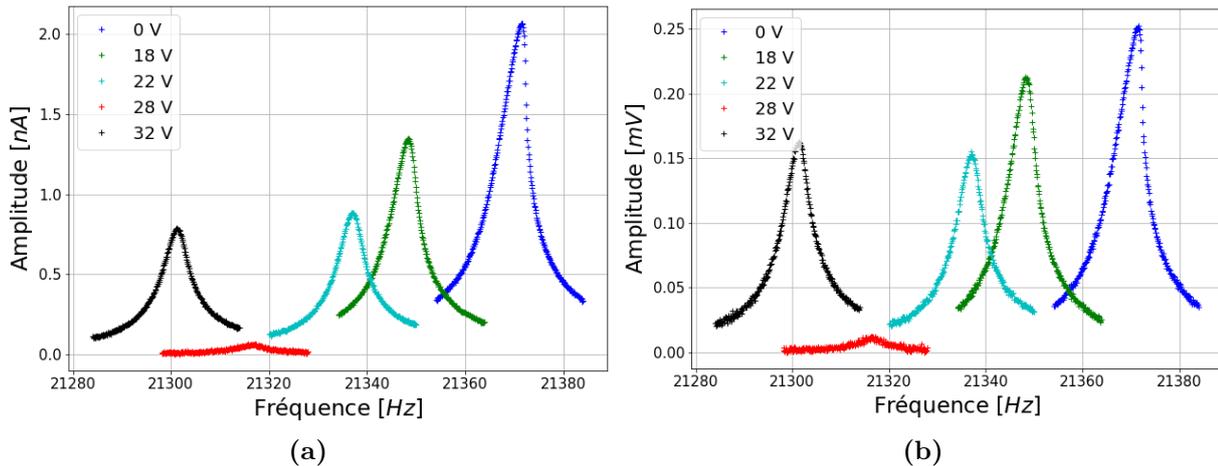


Figure 2.12: Réponse du gyromètre (a) selon l'axe d'excitation et (b) l'axe de détection pour une tension de compensation croissante (0 V - 32 V) et pour des vibrations extérieures de 5 g.

La mise en œuvre de cette méthode sur un gyromètre M&NEMS a permis de mettre en évidence :

- La diminution de l'amplitude du signal selon les deux axes jusqu'à une

tension de compensation de 28 V. Le signal augmente de nouveau au-delà de ce seuil car la structure redevient déséquilibrée (Fig. 2.12).

- **Le passage d'un régime non linéaire à un régime linéaire** permet de montrer la diminution de la sensibilité mécanique aux vibrations (Fig. 2.12).
- **La dissymétrie de la méthode de compensation de la raideur** : en appliquant la tension de compensation sur l'autre électrode permettant de mettre en mouvement les masses selon l'axe d'excitation, le déséquilibre augmente.
- **La symétrie selon la tension appliquée** : l'effet de la tension de compensation sur le signal est identique quelque soit son signe (Fig. 2.13(a))
- **Une diminution de la fréquence de résonance du mode en anti-phase** : la tension de compensation ajoute une raideur négative à la structure réduisant ainsi sa raideur globale et par conséquent sa fréquence de résonance (Fig. 2.13(b)).

Le comportement de la structure double masse vis-à-vis de la méthode de compensation de la raideur et de la condition d'équilibrage (2.3) est conforme à nos attentes. En effet, la sensibilité mécanique aux vibrations diminue et il existe une unique valeur de k_e , introduite par la méthode de compensation de la raideur, permettant de corriger le déséquilibre de la structure. Ainsi, cette méthode est un bon moyen pour améliorer la résilience aux vibrations des gyromètres et maintenir ainsi le composant dans un mode de fonctionnement non perturbé.

Pour évaluer la sensibilité du gyromètre aux vibrations avec ou sans tension de compensation, le signal mesuré selon l'axe d'excitation est étudié pour des vibrations ayant une amplitude comprise entre 1 g et 5 g. La Figure 2.13(a) rassemble tous les résultats et met en évidence une tension de compensation optimale de ± 28 V.

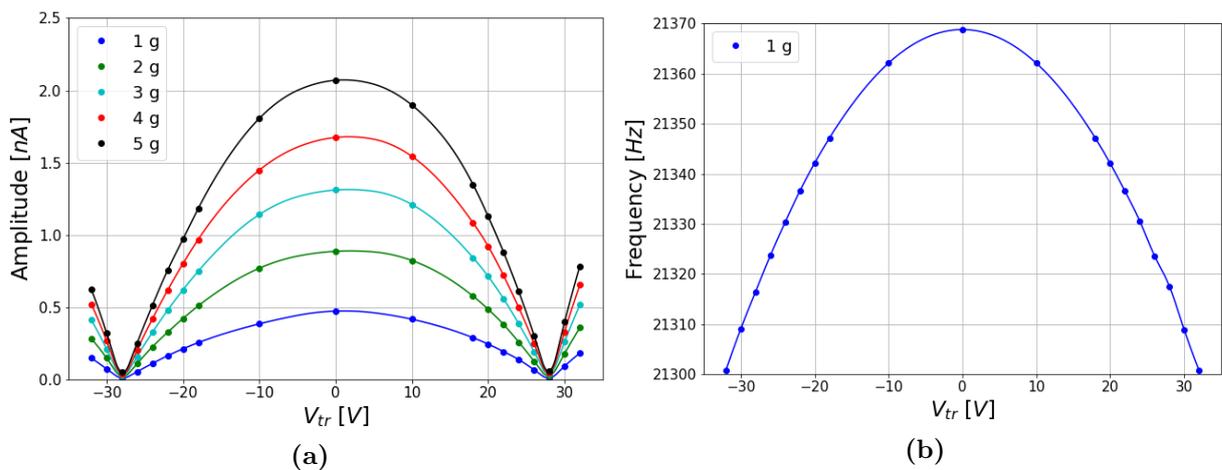


Figure 2.13: (a) Effet de la tension de compensation sur le signal de sortie mesuré selon l'axe d'excitation pour une amplitude de vibration croissante (1 g - 5 g) ; (b) Fréquence de résonance du mode en anti-phase en fonction de la tension de compensation pour une amplitude de vibration de 1 g. Les points correspondent aux valeurs expérimentales et les courbes à des interpolations quadratiques de ces points.

Comme attendu, elle permet de minimiser l'amplitude du signal de sortie du gyromètre mesurée selon l'axe d'excitation quelque soit l'amplitude des vibrations appliquées selon ce même axe. La sensibilité aux vibrations selon l'axe d'excitation est réduite d'un facteur 40, passant d'une sensibilité de $0,42 \text{ nA.g}^{-1}$ sans tension de compensation à une sensibilité de 11 pA.g^{-1} pour une tension de compensation de $\pm 28 \text{ V}$ (Fig. 2.13(a)). Une diminution similaire peut également être observée selon l'axe de détection atteignant $1,2 \text{ }\mu\text{V.g}^{-1}$ pour une tension de compensation de $\pm 28 \text{ V}$. En effet, la méthode de compensation de la raideur permet d'équilibrer le mode en anti-phase du gyromètre. En revanche, ce mode possède toujours une composante de mouvement selon l'axe de détection. Sachant que sa sensibilité aux vibrations est réduite alors le mouvement généré selon cet axe est lui même réduit dans les mêmes proportions que le mouvement produit selon l'axe d'excitation.

Cette tension introduisant une raideur négative proportionnelle à son carré, la fréquence de résonance de ce mode (Fig. 2.13(b)) décroît de manière quadratique. Lorsque la sensibilité aux vibrations est réduite à son minimum ($V_{tr} = \pm 28 \text{ V}$), nous observons une réduction de $0,25 \%$ par rapport à la fréquence de résonance sans tension de compensation. L'étude du système double masse selon l'axe d'excitation (Fig. 2.5) permet ainsi d'évaluer la contribution de la raideur du ressort de suspension k_1 sur la fréquence de résonance du mode en anti-phase f_{da} et les variations relatives de ces paramètres (δk_1 et δf_{da}) sont reliées par :

$$\delta k_1 = 4\delta f_{da} \quad (2.4)$$

La variation de la fréquence de résonance représente une diminution de la raideur de k_1 d'environ 1% par rapport à sa valeur initiale. Sachant que $k_1 \propto w_s^3 t_s$, avec w_s la largeur et t_s l'épaisseur des bras de suspension, cette variation peut s'expliquer par :

- **Une variation de la largeur de $0,3 \%$** soit 3 nm ($\delta w_s = \frac{1}{3}\delta k_1$)
- **Une variation de l'épaisseur de 1%** soit 150 nm ($\delta t_s = \delta k_1$)

A l'échelle de la plaque, des non-uniformités de fabrication de $\pm 1 \text{ }\mu\text{m}$ sur l'épaisseur de la couche MEMS et de $\pm 0,1 \text{ }\mu\text{m}$ sur la largeur des ressorts de suspension peuvent être observées. La largeur du ressort de suspension est donc un paramètre critique puisqu'une faible variation de ce paramètre peut expliquer le déséquilibre du gyromètre. La méthode de compensation de la raideur permet néanmoins de corriger efficacement cette dispersion.

Pour terminer cette partie, nous souhaitons montrer que l'actionnement électrostatique du mode en anti-phase peut être rendu insensible aux vibrations. Pour réaliser cette caractérisation, l'actionnement électrostatique à $f/2$ est superposé avec les vibrations à f au moyen de deux signaux synchrones et de fréquence variable. Pour rappel, le régime non linéaire est atteint pour un signal de sortie mesuré selon l'axe d'excitation de 1 nA . Ainsi, le seuil de vibrations accepté pour rester dans le régime linéaire est réduit puisque l'actionnement électrostatique génère à lui seul un signal de $0,5 \text{ nA}$. Sans la méthode de compensation de la raideur, le régime non linéaire est atteint pour des amplitudes de

vibrations plus faibles et en particulier dès 2 g (Fig. 2.14(a)). C'est la conséquence de la superposition de deux composantes du signal, actionnement électrostatique et vibrations, qui augmente considérablement l'amplitude du signal de sortie. Enfin, la Figure 2.14(b) montre l'efficacité de cette méthode pour rendre la réponse électrostatique du mode en anti-phase indépendante des vibrations. En effet, avec une tension de compensation de 28 V la réponse mesurée selon l'axe d'excitation avec ou sans vibrations se superposent. Elle reste par ailleurs linéaire malgré une tension de compensation élevée. La force électrostatique ($F_{elec}(x)$) générée par l'actionnement électrostatique (F_0) et la tension de compensation (V_{tr}) peut s'écrire :

$$F_{elec}(x) = F_0 + aV_{tr}^2x + bV_{tr}^2x^2 \quad (2.5)$$

avec a et b deux paramètres traduisant respectivement la raideur et la contribution non linéaire de l'électrode en forme de peignes interdigités. Par conception, ces électrodes permettent d'avoir ($a, b \ll F_0$). Sachant que le terme aV_{tr}^2 génère la modification de la raideur de la structure et que le paramètre a est petit, il faut appliquer une tension élevée pour réaliser la compensation d'un léger déséquilibre. Le fait que la réponse reste linéaire implique également que le terme bV_{tr}^2 reste négligeable devant F_0 .

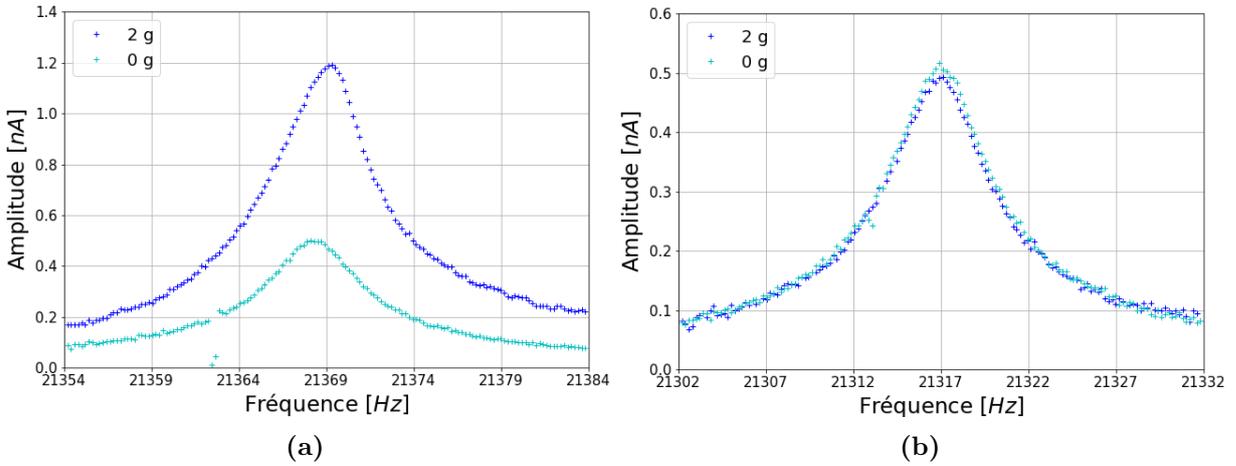


Figure 2.14: Réponses obtenues selon l'axe d'excitation du gyromètre actionné électrostatiquement avec ou sans vibrations et pour une tension de compensation de (a) 0 V et (b) 28 V (Dans ce dernier cas, les réponses sont confondues).

2.2.5 Efficacité de la compensation sur un gyromètre en fonctionnement

Les sections précédentes ont permis de montrer que la méthode de compensation de la raideur permettait de rendre le mode en anti-phase du gyromètre insensible aux vibrations. Nous souhaitons maintenant montrer que cette méthode a également un effet appréciable sur le gyromètre en fonctionnement. Pour cela, le protocole de mesures établi dans la Section 2.2.3 pour étudier la réponse en boucle ouverte du gyromètre est reproduit en

ajoutant simplement la tension de compensation. La Figure 2.15 montre l'effet de cette tension sur le signal de sortie en boucle ouverte selon l'axe d'excitation (Fig. 2.15(a)) et selon l'axe de détection (Fig. 2.15(b)). Lorsque la tension de compensation est appliquée, le pic de résonance se translate vers des fréquences plus basses, ce qui modifie la position du point de fonctionnement optimal. Ce point de fonctionnement avec ou sans tension de compensation est choisi pour conserver la même amplitude de mouvement selon l'axe d'excitation. Néanmoins, la tension de biais du gyromètre en l'absence de vibrations augmente de $50 \mu\text{V}$ à $85 \mu\text{V}$ lorsque la tension de compensation passe de 0 V à 28 V (Fig. 2.15(b)). Ceci peut être expliqué par une modification de l'amplitude du mouvement du mode en anti-phase selon l'axe de détection induite par la tension de compensation. La Figure 2.15 montre également que cette tension permet de rendre le gyromètre insensible aux vibrations car l'amplitude du signal mesuré selon les deux axes varie très faiblement avec l'amplitude de la perturbation. La légère diminution de l'amplitude du signal est certainement causée par une petite modification de la fréquence de résonance lorsque les vibrations sont appliquées et donc une modification du point de fonctionnement. Il est par conséquent difficile d'extraire une sensibilité aux vibrations avec cette méthode pouvant être comparée avec les résultats précédent. Pour plus de précision, il faudrait effectuer cette caractérisation en boucle fermée à l'aide d'une PLL pour fixer le point de fonctionnement du mode en anti-phase du gyromètre.

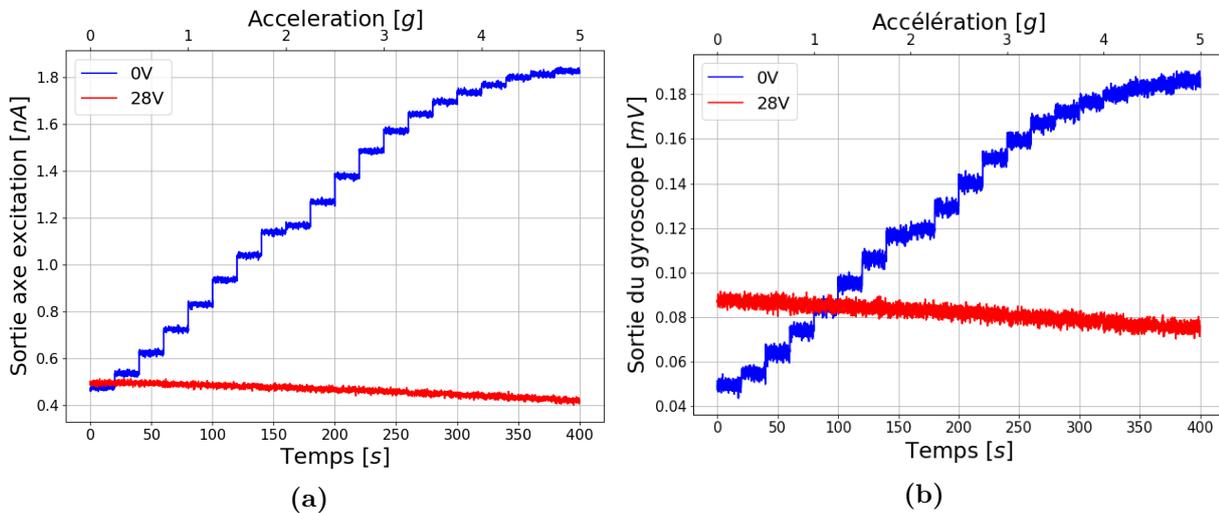


Figure 2.15: Réponse en boucle ouverte du gyromètre mesurée selon (a) l'axe d'excitation et (b) l'axe de détection pour un point de fonctionnement du mode en anti-phase du gyromètre proche de sa fréquence de résonance avec ou sans tension de compensation. Des vibrations d'amplitudes croissantes sont appliquées à cette même fréquence entre $t = 0 \text{ s}$ et $t = 400 \text{ s}$.

2.3 Structures améliorant la résilience aux vibrations

La mise en œuvre de la méthode de compensation de la raideur sur les gyroscopes M&NEMS a permis de montrer sa capacité à réduire leur sensibilité aux vibrations autour

de la fréquence du mode en anti-phase. Les gyromètres utilisés n'étant pas conçus pour mettre en œuvre cette technique, il apparaît que la tension de compensation à appliquer pour corriger un léger déséquilibre est relativement élevée (> 20 V). En particulier, les électrodes capacitatives en forme de peignes interdigités permettent de bénéficier d'une raideur électrostatique et d'un effet non linéaire négligeables sur une grande plage de déplacements (0 - 1 μm). La mise en œuvre de cette méthode est rendue possible par des imperfections de fabrication qui sont à l'origine d'une raideur électrostatique non nulle pour les électrodes. Afin de diminuer la tension de compensation, nous proposons dans cette partie une nouvelle architecture pour les électrodes. Son objectif est de surmonter les limitations mises en évidence pour les électrodes actuelles. Cette dernière ne permet toutefois pas de répondre à la problématique des vibrations au voisinage de la fréquence du mode d'excitation en phase. Une structure résiliente aux vibrations sur un large spectre (> 40 kHz) est finalement proposée à la fin de cette partie.

2.3.1 Électrodes de compensation optimisées

Pour améliorer l'efficacité de la méthode de compensation de la raideur, nous souhaitons proposer une nouvelle architecture d'électrode permettant d'offrir une raideur notable et constante sur une large plage de déplacement (0 - 1 μm) tout en minimisant la dépendance non linéaire de la force électrostatique. Par ailleurs, cette force générée entre une électrode capacitative en mouvement dans le plan et une électrode fixe est donnée par :

$$F_{elec} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_{el}}{\partial x} V_{tr}^2 \quad (2.6)$$

avec C_{el} la capacité, x la distance de recouvrement entre l'électrode mobile et l'électrode fixe et V_{tr} la tension appliquée. Afin que la force contienne un terme de raideur constant k_e , elle doit prendre la forme suivante :

$$F_{elec} = F_0 + k_e x \quad (2.7)$$

La capacité de l'électrode doit être régie par un polynôme d'ordre deux. Le triangle isocèle satisfait avec une bonne approximation cette condition puisque la capacité entre deux plans de surface S séparés d'un gap g peut être exprimée par :

$$C_{el} = \frac{\epsilon_0 S}{g} = \frac{\epsilon_0 x^2 \tan(\theta_t/2)}{g} \quad (2.8)$$

avec θ_t l'angle de la pointe du triangle isocèle et ϵ_0 la permittivité du vide. La Figure 2.16 présente deux exemples de réalisation pour la technologie M&NEMS avec une seule rangée d'électrodes (Fig.2.16(a)) et deux rangées d'électrodes (Fig. 2.16(b)). La deuxième réalisation permet de bénéficier d'une contribution sur la raideur plus importante et également de compenser les forces électrostatiques hors plan qui pourraient apparaître avec ce type d'électrode (Fig. 2.16(b)).

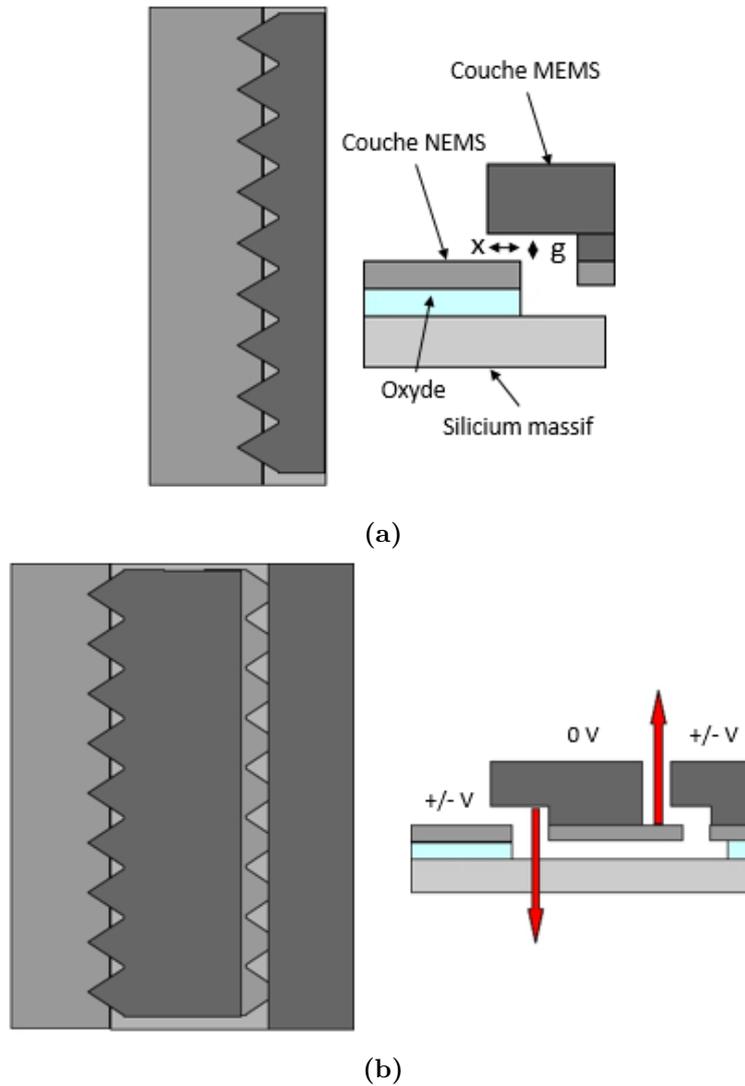


Figure 2.16: Architecture d'électrodes optimisées pour la mise en œuvre de la méthode de compensation de la raideur : (a) avec une seule rangée d'électrodes; (b) avec deux rangées d'électrodes.

Avec N le nombre de triangles isocèles sur une rangée, la raideur k_e peut être exprimée à :

$$k_e = \frac{N \epsilon_0 \tan(\theta_t/2) V_{tr}^2}{g} \quad (2.9)$$

Nous pouvons ainsi évaluer la compensation possible de la raideur k avec cette nouvelle architecture d'électrode. Pour cela, nous considérons que les triangles sont équilatéraux ($\theta_t = 60^\circ$), qu'une rangée est composée de 250 triangles (N) et que le gap g est de $0,5 \mu\text{m}$. Afin de compenser $0,5\%$ de la raideur totale associée au mode en anti-phase pour équilibrer le gyromètre, la raideur k_e doit être égale à $\sim 0,7 \text{ N.m}^{-1}$. Il faut donc appliquer respectivement une tension de 16 V ou 11 V pour une ou deux rangées d'électrodes. Comme nous pouvons le constater, cette nouvelle architecture permet de réduire d'un facteur $2 - 3$ la tension de compensation nécessaire pour corriger le déséquilibre du gyromètre.

2.3.2 Nouvelle architecture de gyromètre pour une augmentation de la raideur du mode en phase

Nous avons vu précédemment que le problème de la sensibilité aux vibrations du gyromètre autour de la fréquence du mode en anti-phase peut être résolu en utilisant une méthode de compensation de la raideur pour équilibrer ce mode. Il reste à traiter la problématique des vibrations au voisinage de la fréquence de résonance du mode en phase. Une première solution pour répondre aux spécifications de résilience aux vibrations jusqu'à 40 kHz consiste à sortir le mode en phase hors de cette bande spectrale. Dans la littérature, un gyromètre double masse a été présenté pour mettre en avant son insensibilité aux vibrations dans la bande de fréquence $[0, 40 \text{ kHz}]$ [52]. L'architecture du gyromètre a été modifiée pour fixer la fréquence de résonance de ce mode autour de 100 kHz. L'inconvénient principal étant que le couplage entre le mode en phase et le mode en anti-phase implique que la fréquence de résonance du mode en anti-phase (mode utile) soit également augmentée. Ceci a pour conséquence de diminuer la sensibilité du gyromètre en raison d'une raideur plus importante qui limite l'amplitude du mouvement des masses.

La Figure 2.17 présente une nouvelle architecture de gyromètre permettant de limiter la sensibilité aux vibrations dans la bande de fréquence $[0, 40 \text{ kHz}]$ tout en conservant une sensibilité aux taux de rotation équivalente.

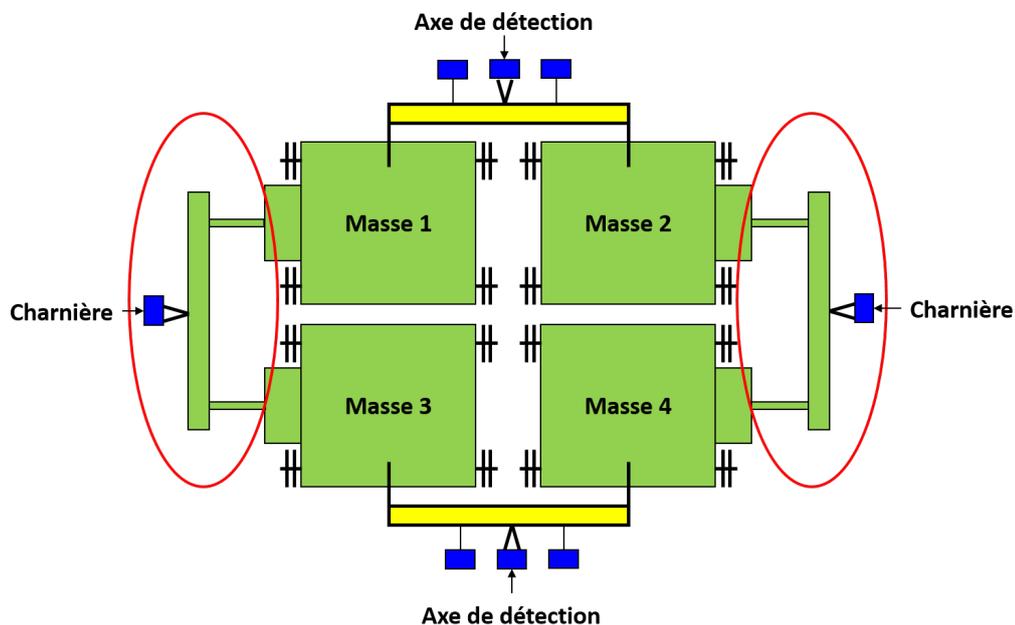
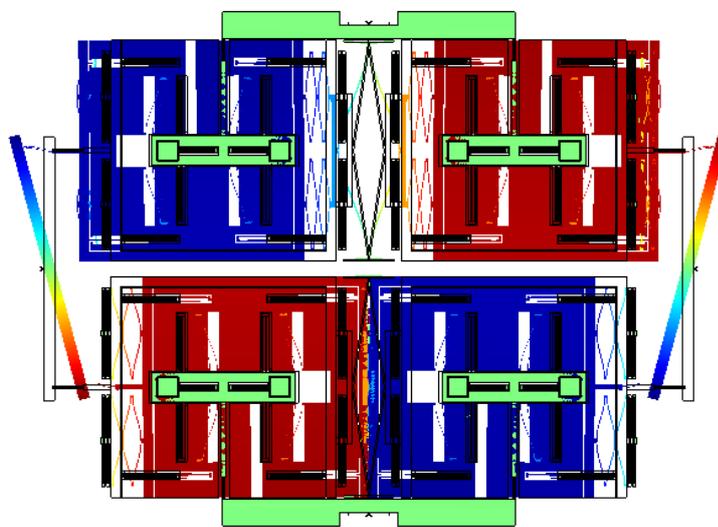


Figure 2.17: Schéma de principe de la nouvelle structure de gyromètre proposée pour améliorer la sensibilité aux vibrations.

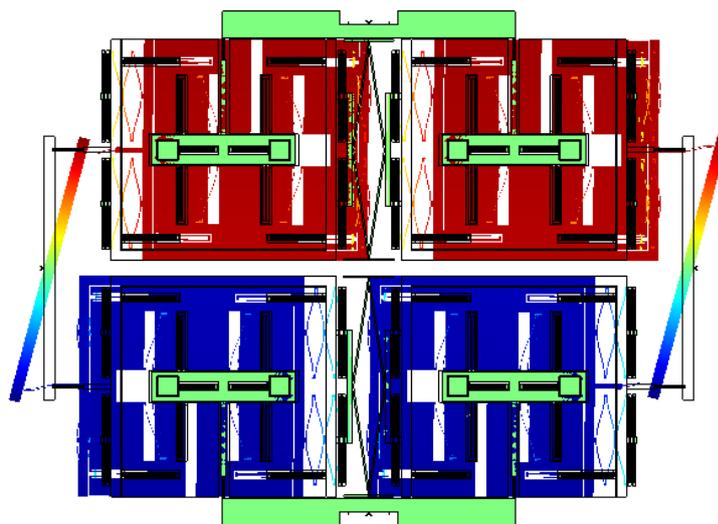
Il s'agit d'associer deux structures double masse dont les axes d'excitation sont reliés par un système de charnière semblable à celui utilisé pour l'axe de détection (Fig. 2.17). L'objectif de ce gyromètre 4 masses est de conserver à basses fréquences ($< 40 \text{ kHz}$) les modes de vibration équilibrés selon l'axe d'excitation et de repousser à hautes fréquences les

modes mécaniques sensibles aux vibrations. Avec cette nouvelle architecture, le mouvement des deux masses supérieures (masses 1 & 2) est possible en phase. Néanmoins, celui-ci nécessite un mouvement opposé des deux masses inférieures (masses 3 & 4) par rapport aux masses supérieures. Ce mode devient ainsi un mode équilibré et par conséquent insensible aux vibrations.

Pour vérifier l'intérêt de cette nouvelle structure, des simulations FEM sont réalisées pour trouver les modes de vibration dont les composantes principales du mouvement sont orientées selon l'axe d'excitation (Fig. 2.18).



(a)



(b)

Figure 2.18: Modélisation FEM des modes de vibration de la nouvelle structure de gyromètre dans la bande de fréquence $[0, 40 \text{ kHz}]$: (a) Mode 1 équilibré à 20,5 kHz (mode utile) ; (b) Mode 2 équilibré à 22,8 kHz.

La Figure 2.18(a) représente le premier mode de vibration à 20,5 kHz. Ce mode est théoriquement équilibré ce qui le rend insensible aux vibrations. Il s'agit également du mode utile du gyromètre. Le second mode (Fig. 2.18(b)) à 22,8 kHz est également un mode équilibré. Comme nous avons vu précédemment, ce mode résultant du mode en phase de la structure double masse standard devient un mode équilibré du fait de la connexion avec le second système double masse (Fig. 2.18(b)). Nous montrons ainsi que les modes sensibles aux vibrations sont sortis de la bande spectrale demandée [0, 40 kHz].

Dans son mode de fonctionnement normal, le gyromètre est actionné à la fréquence de résonance du premier mode (Fig. 2.18(a)) selon l'axe x et une rotation autour de l'axe z crée une force de Coriolis responsable du mouvement du gyromètre selon l'axe y (Fig. 2.19). Si le mode utile est légèrement déséquilibré, les électrodes présentées précédemment peuvent être utilisées pour mettre en œuvre la méthode de compensation de la raideur. La combinaison de ces deux structures devrait permettre de concevoir un gyromètre insensible aux vibrations. Enfin, dans cet exemple deux gyromètres identiques sont associés. Il peut également être envisagé d'associer deux structures double masse ayant des axes de détection différents (XZ ou YZ).

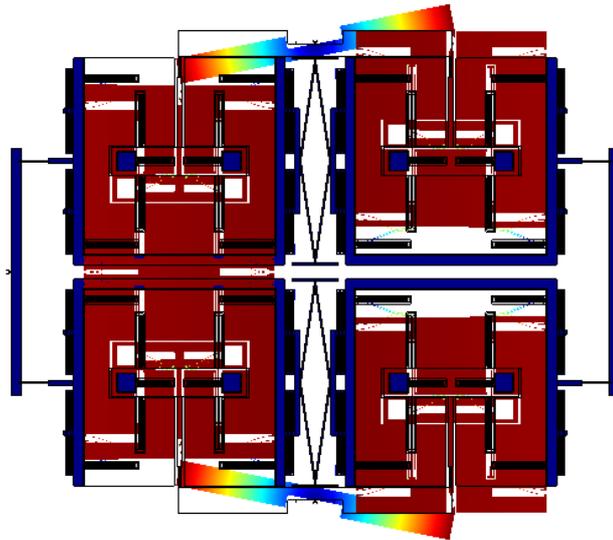


Figure 2.19: Modélisation FEM d'une force de Coriolis appliquée sur la nouvelle structure de gyromètre en fonctionnement.

Conclusion du chapitre

Cette étude a permis de présenter le fonctionnement des gyromètres M&NEMS, de se familiariser avec les techniques de caractérisation et d'étudier la sensibilité aux vibrations de ce type de structure.

Il est mis en évidence que des imperfections de fabrication sont à l'origine d'une sensibilité aux vibrations du mode en anti-phase selon l'axe d'excitation. L'utilisation

d'une méthode de compensation de la raideur permet d'équilibrer ce mode en appliquant une tension continue sur une des électrodes électrostatiques de l'axe d'excitation. Elle permet d'introduire une constante de raideur négative pour ajuster la raideur de la structure. Une diminution de la sensibilité aux vibrations d'un facteur 40 est montrée pour le mode en anti-phase de l'axe d'excitation.

Nous avons mis en évidence que le mouvement selon l'axe de détection est affecté par les vibrations en raison de l'existence de composantes du mouvement du mode en anti-phase selon cet axe. Néanmoins, nous avons également montré que la méthode de compensation de la raideur permet de réduire la sensibilité globale aux vibrations du mode en anti-phase. Ainsi, elle est réduite selon les deux axes.

Les peignes interdigités n'étant pas adaptés pour implémenter cette méthode, une tension élevée est nécessaire pour corriger le déséquilibre. Une nouvelle architecture d'électrodes est proposée afin de réduire cette tension d'un facteur 2 - 3. Ces dernières ne permettant pas de réduire la sensibilité aux vibrations à la fréquence de résonance du mode en phase, une nouvelle structure basée sur un gyromètre à 4 masses est proposée. Le dimensionnement de ces deux structures, qui font l'objet de deux brevets en cours, n'a pas été réalisé dans le cadre de cette thèse. Il devrait permettre une optimisation de l'architecture du gyromètre pour atteindre les spécifications fonctionnelles notamment concernant la résilience aux vibrations sur une large bande de fréquences.

La mise en auto-oscillation de la structure double masse pourrait être simplifiée en utilisant un mécanisme de rétroaction interne. En effet, elle permettrait de s'affranchir de l'électronique de contrôle nécessaire pour maintenir le mouvement de ces masses à la fréquence de résonance du mode utile. Cela permettrait de concevoir un capteur plus compact et qui consomme moins d'énergie. C'est pour cette raison que le gyromètre était initialement pressenti comme un candidat potentiel pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive et en particulier le régime d'auto-oscillation associé. Néanmoins, nous verrons avec l'étude proposée dans le Chapitre 6.5 que ce régime d'auto-oscillation ne suffira pas à atteindre les spécifications notamment en terme d'amplitude de déplacement des masses mobiles.

3

Structures M&NEMS : théorie & expérimentation

Sommaire

3.1 Résonateurs M&NEMS	48
3.1.1 Variantes disponibles & objectifs	48
3.1.2 Modèle mécanique	52
3.1.3 Caractérisation électromécanique	54
3.1.4 Orientation des nanofils piézorésistifs	58
3.2 Structures de test non résonantes	59
3.2.1 Isolation mécanique d'un pont de nanofils	60
3.2.2 Structures pour la caractérisation au nano-indenteur	61
3.3 Caractérisation des sources de polarisation	62
3.3.1 Mise en évidence du comportement non idéal des sources de polarisation	63
3.3.2 Stabilisation des sources de polarisation	67
3.3.3 Impact sur la puissance dissipée par effet Joule dans les nanofils	71

Le phénomène de rétroaction thermo-piézorésistive fait intervenir différents mécanismes physiques comme par exemple la piézorésistivité et le transfert thermique. Une description précise de l'ensemble de ces mécanismes est nécessaire pour établir un modèle quantitatif de ce phénomène et ceci constitue un des objectifs de cette thèse. Pour cela, nous avons développé des structures de test permettant d'étudier à la fois la rétroaction et les propriétés des nanofils. Il s'agit principalement de résonateurs à base de nanofils. Un modèle mécanique ainsi que des caractérisations électromécaniques de ces résonateurs seront présentés afin de décrire les structures utilisées et d'anticiper la mise en place d'un modèle de l'effet TPBA (Chapitre 4 et 6). Nous avons également conçu des ponts de nanofils avec des ancrages rigides ou flexibles pour caractériser les propriétés des nanofils. Ces types d'ancrage ont pour objectif d'évaluer l'influence de la contrainte mécanique générée par le substrat après

libération de la structure sur le fonctionnement d'un pont de nanofils piézorésistifs. La mise en œuvre de la rétroaction nécessite de polariser les nanofils. Nous verrons dans la dernière partie de ce chapitre que la réponse des sources de tension ou de courant continu utilisées au laboratoire peuvent affecter de manière notable la réponse de ces structures MEMS à base de nanofil. Cette perturbation est principalement due à une variation de charge des nanofils par effet piézorésistif qui est imposée à la source lorsque la structure est en mouvement. Une solution sera alors proposée pour améliorer leur comportement et fournir une tension ou un courant continu beaucoup plus stable.

3.1 Résonateurs M&NEMS

Les premières observations de la rétroaction thermo-piézorésistive réalisées au CEA-Leti ont été obtenues sur des composants issus d'une plaque, appelée P1, provenant d'un projet M&NEMS antérieur à ce travail. Au cours de cette thèse, nous avons pu bénéficier du lancement de deux autres projets. L'objectif était d'insérer des structures de test permettant de faire varier les paramètres comme la fréquence de résonance ou la constante de temps thermique du nanofil. Ces deux plaques seront notées P2 et P3 respectivement. Dans cette section, l'ensemble des variantes de résonateurs disponibles avec leurs caractéristiques respectives vont être listées. Un modèle mécanique et des caractérisations électromécaniques de ces résonateurs seront ensuite présentés. L'objectif est d'obtenir des résonateurs dont les fréquences de résonances s'étendent sur près d'un ordre de grandeur avec des nanofils dont l'inertie thermique est également modulée sur un ordre de grandeur. Ces variantes seront utilisées avec profit pour approfondir l'étude de l'effet TPBA en fonction de ces paramètres physiques dans les Chapitres 4 et 6. Une architecture supplémentaire a permis d'évaluer la rétroaction dans des nanofils présentant de faibles coefficients piézorésistifs. En particulier, nous chercherons à valider l'étape de conversion électromécanique dans la boucle de rétroaction avec cette structure lors de notre étude sur l'effet TPBA (Chapitre 6.2.1).

3.1.1 Variantes disponibles & objectifs

L'objectif étant de développer un modèle analytique de la rétroaction, nous avons réalisé un grand nombre de variantes de résonateurs pour étudier plusieurs paramètres intervenants dans le phénomène. La caractérisation de ces variantes permettra ainsi de vérifier la validité du modèle proposé. La structure de base utilisée est un résonateur à mouvement de rotation autour d'un point de pivot (Fig. 3.1). Nous avons fait varier les dimensions de la masse, des bras de suspension et des nanofils ainsi que la distance pivot-nanofil. Chacune des variantes sera désignée ainsi :

$$R_i N_j L_k \quad (3.1)$$

R_i désigne un résonateur de variante i , N_j un nanofil de variante j et L_k la distance pivot-nanofil avec k sa valeur en μm . Cette dernière, illustrée sur la Figure 3.1(a), correspond à

la distance entre le point de pivot de la structure MEMS (intersection des deux bras de suspension) et l'axe des nanofils.

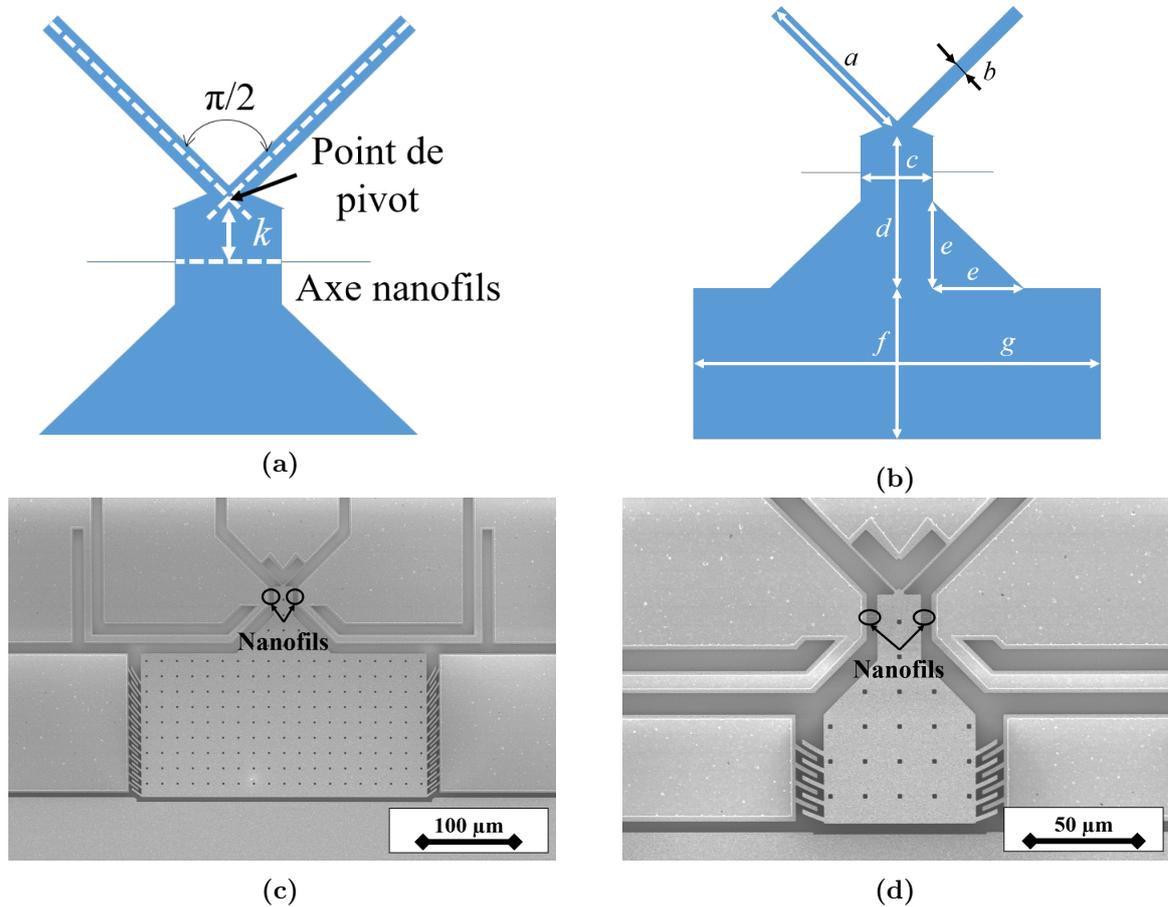


Figure 3.1: Variantes de résonateurs utilisées pour étudier la rétroaction thermo-piezorésistive : (a) Zoom autour de la zone du pivot ; (b) Schéma représentant les dimensions caractéristiques des résonateurs ; Images MEB d'un résonateur de type : (c) R_2 ; (d) R_3 .

Trois variantes de résonateurs ont été conçues avec des dimensions de la masse mobile et des bras de suspension différentes. Les paramètres dimensionnels sont illustrés sur la Figure 3.1(b) et les valeurs sont données dans le Tableau 3.1. Toutes ces structures sont fabriquées dans la couche MEMS de la technologie M&NEMS ayant une épaisseur $t_{MEMS} = 20 \mu\text{m}$.

	Bras de suspension		Masse mobile				
	a (μm)	b (μm)	c (μm)	d (μm)	e (μm)	f (μm)	g (μm)
R_1	50	1	20	175	140	185	300
R_2	30	1	20	70	40	150	300
R_3	30	1	20	55	25	50	70

Tableau 3.1: Dimensions des trois variantes de résonateur.

Ces variantes permettent de modifier les paramètres mécaniques des structures, en particulier leur fréquence de résonance et leur facteur de qualité. Les dimensions des bras de suspension (a et b) et les dimensions de la masse mobile (c , d , e , f et g) des résonateurs de type R_1 et R_2 correspondent à des valeurs standards utilisées pour des capteurs M&NEMS (accéléromètres). Nous avons choisi les dimensions du résonateur R_3 dans l'optique d'augmenter considérablement la fréquence de résonance. En particulier, les dimensions de la masse sont réduites tout en conservant les autres paramètres identiques (dimensions des bras de suspension et distance pivot-nanofil). Au final, le résonateur R_2 avec une grande masse (Fig. 3.1(c)) est caractérisé par une fréquence de résonance de 12 kHz contre 80 kHz pour le résonateur R_3 avec une petite masse (Fig. 3.1(d)).

Au chapitre 4, nous observerons que la rétroaction thermo-piézorésistive est très dépendante des propriétés des nanofils et en particulier de leurs dimensions. En effet, la modification de ces dernières permet de changer les propriétés électriques, mécaniques et thermiques. C'est pour cette raison que nous avons associé plusieurs variantes de nanofils aux différents résonateurs. La Figure 3.2(a) illustre les paramètres dimensionnels des nanofils dont les valeurs sont données dans le Tableau 3.2. Le paramètre t_{NEMS} , non représenté sur la Figure 3.2(a), correspond à l'épaisseur de la couche NEMS utilisée pour les fabriquer.

	Nanofil		t_{NEMS} (μm)	Plateau thermique			
	l (μm)	m (μm)		p (μm)	q (μm)	n (μm)	o (μm)
N_1	5	0,25	0,25				
N_2							
N_3	10	0,5	0,5				NC
N_4							
N_5	5	0,25	0,25	3,25	1		NC
N_6				3,75	3		
N_7				5,25	5		
N_8				2,25	0,5	2	2

Tableau 3.2: Dimensions des huit variantes de nanofils (NC pour Non Concerné).

Des nanofils standards de section rectangulaire ($N_{[1,2,3,4]}$), illustrés par la Figure 3.2(b), ont d'abord été intégrés sur des résonateurs de type R_1 , R_2 et R_3 . Nous avons également développé une nouvelle architecture de nanofil ($N_{[5,6,7,8]}$) afin de modifier ses paramètres thermiques sans affecter ses propriétés électriques et mécaniques. Il s'agit d'une structure réalisée avec un nanofil de dimensions semblables à N_1 auquel nous avons inséré un plateau thermique au centre. Cette nouvelle architecture a été intégrée sur des résonateurs de type R_2 et R_3 . Pour les variantes ($N_{[5,6,7,8]}$), nous avons modifié les dimensions et la forme du plateau. Certains ont une forme rectangulaire (Fig. 3.2(c)) et d'autres une forme en H (Fig. 3.2(d)). Nous verrons que ces plateaux modifient l'inertie thermique de la poutre et par conséquent leur constante de temps thermique. Leur forme, quant à elle, sera à l'origine d'une contribution supplémentaire pour la force de rétroaction thermo-piézorésistive qui n'avait pas été anticipée au moment du dessin de ces structures (Annexe D).

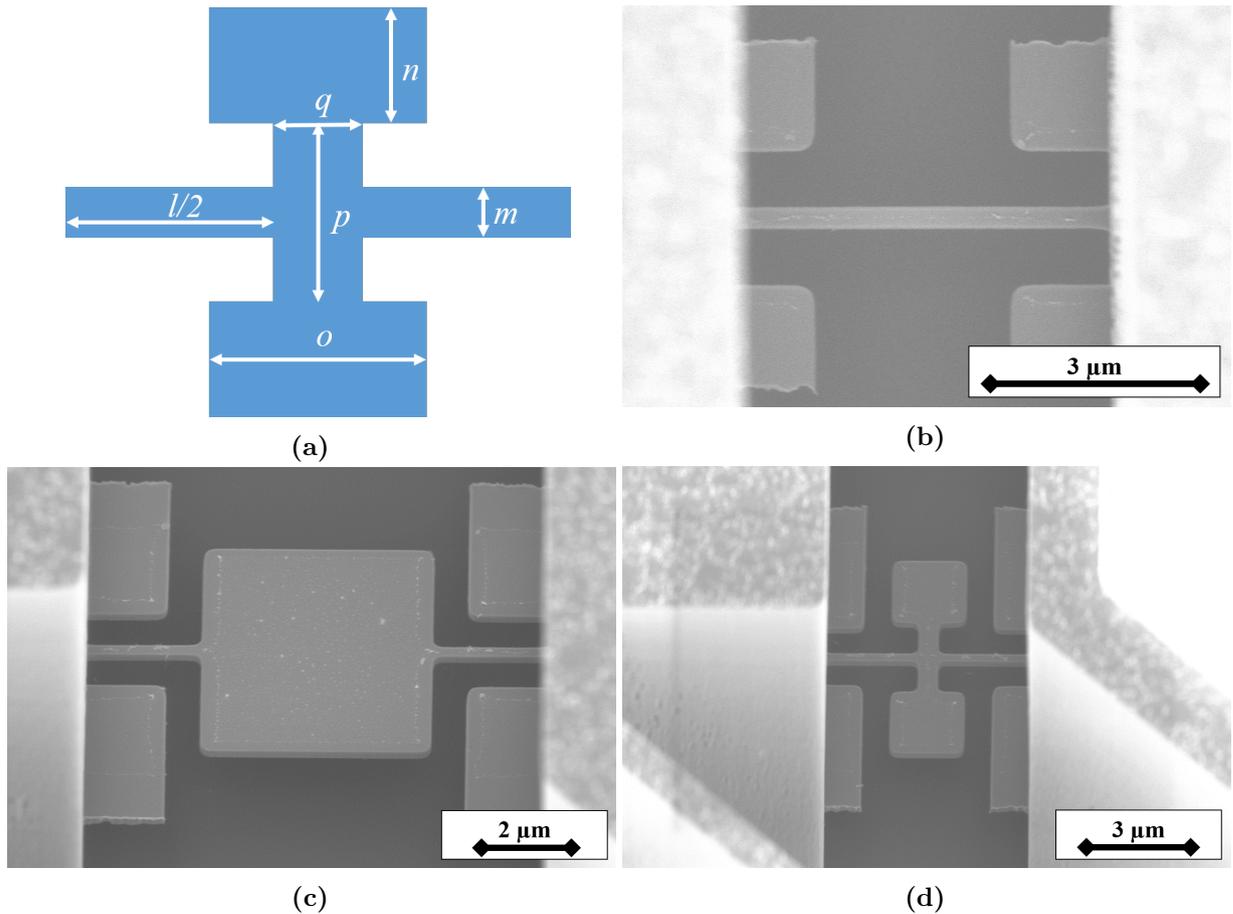


Figure 3.2: Variantes de nanofils utilisées pour étudier la rétroaction thermo-piezorésistive : (a) Schéma représentant les dimensions caractéristiques d'un nanofil et de son plateau thermique ; Images MEB d'un nanofil de type : (b) N_1 (standard) ; (c) N_7 (plateau thermique rectangulaire) ; (d) N_8 (plateau thermique en forme de H).

Les dimensions des plateaux ont été choisies de manière à avoir un gain supérieur à un ordre de grandeur sur la constante de temps thermique (τ_{th}) de la structure entre N_1 et N_7 . En effet, les expressions obtenues pour la structure du nanofil seul (Chapitre 4.2.1.3) et du nanofil avec plateau (Chapitre 4.2.2) permettent d'estimer $\tau_{th} = 82$ ns pour le nanofil N_1 et $\tau_{th} = 4$ μ s pour le nanofil N_7 . D'un point de vue électrique et mécanique, cette structure avec plateau peut être vue comme l'association en série d'un nanofil standard et d'un plateau. Dans le cas le plus défavorable (avec le plus grand plateau), nous constatons que $R_{plateau}/R_{nanofil} = 5\%$ et $k_{plateau}/k_{nanofil} = 20$. Nous pouvons en déduire que cette nouvelle architecture permet d'augmenter considérablement la constante de temps thermique avec un effet négligeable sur les propriétés électriques et mécaniques ($< 5\%$).

Toutes les variantes disponibles sont partagées sur les 3 plaques. La plaque P1 ne possède que des variantes avec une distance pivot-nanofil variable ($R_1 N_1 L_{[1,2,3,4,6,8,10]}$). Des variantes sur les dimensions des nanofils sont présentes sur la plaque P2 ($R_2 N_{[2,3,4]} L_7$). Enfin sur la plaque P3, nous disposons de plusieurs variantes de nanofils avec plateau et

sans plateau thermique intégrées dans deux types de résonateurs R_2 et R_3 ($R_2N_{[1,5,6,7,8]}L_{10}$ & $R_3N_{[1,5,6,7,8]}L_{10}$). D'autres motifs de test n'ayant pas été caractérisés au cours de cette thèse sont présentés dans l'Annexe A.2.

3.1.2 Modèle mécanique

Le résonateur M&NEMS à mouvement de rotation autour d'un point de pivot peut être modélisé par l'équation d'un pendule pesant. En faisant l'hypothèse des petits déplacements (régime purement élastique et $\sin(\theta) \approx \theta$), l'équation s'écrit pour une structure sans nanofils :

$$J\ddot{\theta} + \Gamma\dot{\theta} + C\theta = 0 \quad (3.2)$$

avec θ l'angle de rotation autour du point de pivot de raideur C . Les grandeurs J et Γ correspondent respectivement au moment d'inertie et au coefficient d'amortissement intrinsèque du MEMS. Le facteur de dissipation, qui dépend de la structure et de l'environnement dans lequel évolue le dispositif, n'est pas évalué théoriquement dans cette partie. Néanmoins, nous pouvons déterminer l'expression théorique du moment d'inertie et de la raideur du pivot.

Le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation passant par le point de pivot de la structure peut être obtenu en décomposant la masse en quatre parties qui seront traitées indépendamment et en faisant la somme de leurs contributions :

$$J = J_M + J_S + 2J_T \quad (3.3)$$

avec J_M , J_S et J_T , les moments d'inertie de la masse, du support et du triangle par rapport à l'axe de rotation passant par le point de pivot (Fig. 3.1(a)). En utilisant les moments d'inertie de chaque type de structures (rectangulaire ou triangulaire), les paramètres dimensionnels (Fig. 3.1(b)) et le théorème de Huygens [53] pour évaluer le moment d'inertie sur l'axe souhaité, nous obtenons :

$$J = m_M \left(\frac{f^2 + g^2}{12} + \left(d + \frac{f}{2} \right)^2 \right) + m_S \left(\frac{d^2 + c^2}{12} + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right) + 2m_T \left(\frac{e^2}{3} + d^2 \right) \quad (3.4)$$

avec $m_M = \rho \cdot f \cdot g \cdot t_{MEMS}$, $m_S = \rho \cdot d \cdot c \cdot t_{MEMS}$, $m_T = \rho \cdot \frac{e^2}{2} \cdot t_{MEMS}$ et ρ la masse volumique du silicium.

Le pivot utilisé dans la technologie M&NEMS est constitué de deux poutres positionnées à 90° l'une de l'autre (Fig. 3.1(a)). L'objectif de cette structure est de verrouiller les

mouvements en translation selon les deux directions du plan. Seule la composante du moment des forces a un effet mécanique sur les parties mobiles autorisant uniquement la rotation autour du point de pivot. La théorie des poutres d'Euler-Bernoulli [11] pour des faibles déformations permet de déterminer sa raideur :

$$C = \frac{2 \cdot E \cdot t_{MEMS} \cdot b^3}{3 \cdot a} \quad (3.5)$$

avec E le module de Young et b , a et t_{MEMS} les dimensions des bras de suspension définies dans la Figure 3.1(b). Dans le cas des structures M&NEMS, les bras de suspension sont orientés dans la direction $\langle 110 \rangle$ soit $E = 130$ GPa (chapitre 1.2.1).

Le nanofil se comporte comme un ressort amorti (Chapitre 1) dont la force de rappel est décrite par :

$$F_{NW} = -k_{NW}x - \Gamma_{NW}\dot{x} \quad (3.6)$$

Dans l'hypothèse des faibles déplacements au niveau du nanofil, le déplacement x peut être relié à l'angle θ de rotation autour du point de pivot et à la distance pivot-nanofil L par :

$$x = L\theta \quad (3.7)$$

Ainsi, les deux nanofils génèrent une force de rappel qui accentue la raideur du pendule pesant et provoque un moment supplémentaire :

$$M_{NW} = 2L^2 \left(-k_{NW}\theta - \Gamma_{NW}\dot{\theta} \right) \quad (3.8)$$

L'équation (3.2) devient :

$$J\ddot{\theta} + \left(\Gamma + 2L^2\Gamma_{NW} \right) \dot{\theta} + \left(C + 2L^2k_{NW} \right) \theta = 0 \quad (3.9)$$

Le système possède une fréquence de résonance (f) et un taux de relaxation (γ) donnés par :

$$\boxed{\begin{cases} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C + 2L^2k_{NW}}{J}} \\ \gamma = \frac{\Gamma + 2L^2\Gamma_{NW}}{J} \end{cases}} \quad (3.10)$$

La caractérisation électromécanique de ces dispositifs sera réalisée dans la suite de ce manuscrit pour vérifier la validité de ce modèle. La fréquence de résonance (3.10) sera étudiée pour les différentes variantes.

3.1.3 Caractérisation électromécanique

Avant d'aborder l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive (Chapitre 4 et 6), nous avons testé les résonateurs afin de sélectionner des composants fonctionnels d'un point de vue mécanique et électrique. Ces caractérisations ont également permis de vérifier la cohérence entre les résultats expérimentaux et le modèle analytique. La rétroaction sera étudiée sous un vide très poussé pour lequel le facteur de qualité (Q) des structures présentées précédemment sera supérieur à 10^4 . Compte tenu de leur fréquence de résonance (f), la constante de temps mécanique ($\tau_m = Q/(\pi f)$) sera alors de l'ordre de la seconde. Dans ces conditions, l'acquisition de la réponse spectrale est très longue car chaque point de mesure nécessite un temps de l'ordre de τ_m pour que le système atteigne son régime d'équilibre. Pour simplifier la caractérisation des dispositifs sur plaque entière et pour limiter la durée du test, nous avons dégradé les conditions de vide pour diminuer la constante de temps mécanique. En particulier, ces essais sont réalisés à la pression atmosphérique pour bénéficier d'un facteur de qualité faible (< 100). Afin d'avoir un recensement des composants fonctionnels sur la plaque, une mesure de résistance des nanofils et des paramètres mécaniques du résonateur sont réalisés sur l'ensemble des composants à l'aide d'une station de test sous pointes semi-automatique.

Depuis sa création en 2010, le procédé de fabrication M&NEMS a connu de nombreuses évolutions. Son optimisation a permis d'atteindre des rendements très élevés. Pour les deux plaques P2 et P3, fabriquées en 2017, nous avons obtenu un rendement de 99,5 % sur un total de 561 composants testés.

Afin d'obtenir les réponses électromécaniques des différentes variantes, nous avons utilisé le schéma de mesure illustré par la Figure 3.3. Les nanofils sont polarisés par un courant continu de 50 μA et le composant est actionné par une tension sinusoïdale appliquée sur une des électrodes capacitives. Un LIA est utilisé pour réaliser la mesure de la tension différentielle aux bornes des nanofils en balayant la fréquence du signal d'actionnement autour de la fréquence de résonance du dispositif.

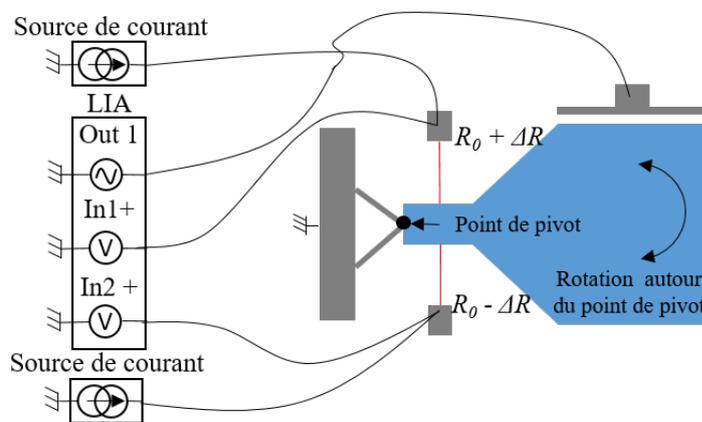


Figure 3.3: Schéma de mesure utilisé pour obtenir les réponses électromécaniques des résonateurs.

Le Tableau 3.3 réunit les fréquences de résonances théoriques et expérimentales obtenues pour tous les composants utilisés dans cette étude.

Variantes	f th. (kHz)	f exp. (kHz)	Écarts relatifs (%)
$R_1N_1L_1$	2,07	$3,29 \pm 0,14$	59
$R_1N_1L_2$	2,38	$3,51 \pm 0,12$	47
$R_1N_1L_3$	2,83	$3,78 \pm 0,15$	33
$R_1N_1L_4$	3,35	$4,05 \pm 0,13$	21
$R_1N_1L_6$	4,53	$4,89 \pm 0,17$	8
$R_1N_1L_8$	5,79	$5,89 \pm 0,08$	2
$R_1N_1L_{10}$	7,09	$6,82 \pm 0,21$	4
$R_2N_2L_7$	13,64	$11,84 \pm 0,13$	13
$R_2N_3L_7$	18,68	$14,48 \pm 0,15$	22
$R_2N_4L_7$	13,64	$12,08 \pm 0,14$	11
$R_2N_1L_{10}$ (Fig. 3.4(a))	13,76	$11,79 \pm 0,19$	14
$R_2N_5L_{10}$	13,67	$11,47 \pm 0,19$	16
$R_2N_6L_{10}$	13,52	$11,26 \pm 0,18$	17
$R_2N_7L_{10}$	13,48	$11,18 \pm 0,18$	17
$R_2N_8L_{10}$	13,52	$11,66 \pm 0,18$	15
$R_3N_1L_{10}$ (Fig. 3.4(b))	96,92	$82,98 \pm 1,34$	14
$R_3N_5L_{10}$	96,38	$80,74 \pm 1,25$	16
$R_3N_6L_{10}$	95,38	$79,15 \pm 1,23$	17
$R_3N_7L_{10}$	95,07	$78,56 \pm 1,21$	17
$R_3N_8L_{10}$	96,87	$81,91 \pm 1,3$	15

Tableau 3.3: Confrontation du modèle analytique avec les résultats expérimentaux pour l'étude de la fréquence de résonance sur les composants utilisés dans cette étude. Les résultats expérimentaux sont obtenus sur une trentaine de composants pour chaque variante.

Les réponses électromécaniques de 30 composants fonctionnels de type $R_2N_1L_{10}$ et $R_3N_1L_{10}$ sont reportées respectivement sur les Figures 3.4(a) et 3.4(b). Ces deux composants seront étudiés en détail. Un écart de 14 % entre la valeur théorique et la valeur expérimentale est observé. Les dimensions des différentes parties du composant peuvent expliquer en partie cet écart. Des caractérisations sur les aspects dimensionnels de la partie MEMS réalisées au MEB, ont montré que la largeur des bras de suspension, théoriquement attendue à 1 μm , pouvait varier entre 0,9 μm et 1,3 μm d'une plaque à l'autre. Il en est de même pour l'épaisseur de la couche MEMS qui varie entre 19 μm et 21 μm pour une valeur cible de 20 μm . Ces incertitudes sur les dimensions peuvent être à l'origine d'une variation de la fréquence de résonance d'environ 7 % et 2 % respectivement pour ces deux contributions sur ces résonateurs ($R_2N_1L_{10}$ et $R_3N_1L_{10}$). De plus, la raideur du nanofil utilisé dans ce modèle ne prend pas en considération celle des ancrages qui tend à la diminuer (Chapitre 5.1.3). Ceci est en accord avec la diminution de la fréquence de résonance expérimentale par rapport à la fréquence de résonance théorique. Sachant que pour ces deux variantes la raideur apportée par les nanofils est environ 7 fois plus importante que la raideur du pivot, la contribution de leurs ancrages sur la fréquence de résonance peut être importante. Cet effet a déjà été étudié sur des composants similaires dans la thèse de *G. Lehee* qui annonce une diminution d'environ 20 % entre la fréquence de

résonance théorique et celle expérimentale [23]. Pour les composants de type R_1 , des écarts plus importants ont été observés (jusqu'à 59 %). En particulier pour les composants avec une distance pivot-nanofil plus faible, l'impact de la raideur du nanofil est considérablement réduit alors que l'impact de la raideur du pivot est beaucoup plus important. Nous pouvons d'ailleurs montrer que l'incertitude sur la largeur des bras de suspension peut générer une variation d'environ 50 % de la fréquence de résonance sur ces dispositifs particuliers.

Sur l'ensemble des composants, un écart type maximum de 3 % de la valeur moyenne est mesuré. Cela montre que la dispersion des fréquences de résonance n'est pas trop élevée pour une même référence de dispositif. Cet écart peut être attribué, comme précédemment, aux variations des dimensions produites lors de la fabrication qui impactent la raideur du pivot, le moment d'inertie et la raideur des nanofils. Nous constatons que la variation de ± 6 % de la largeur des nanofils, qui correspond à une valeur tout à fait réaliste à l'échelle de la plaque, permet d'expliquer cet écart.

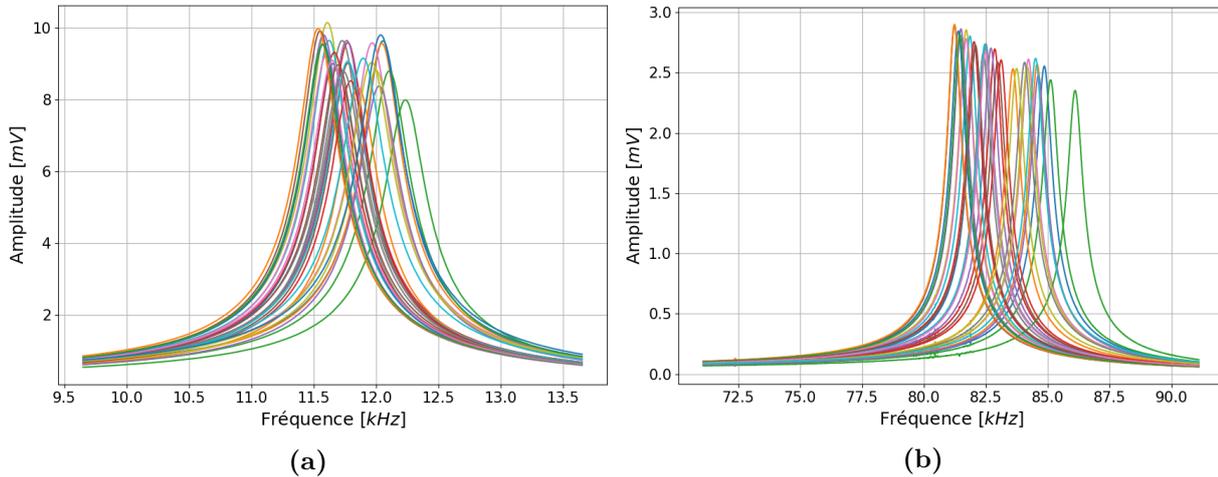


Figure 3.4: Réponses électromécaniques de dispositifs M&NEMS de la plaque P3 : (a) Type $R_2N_1L_{10}$ (31 composants) ; (b) Type $R_3N_1L_{10}$ (30 composants).

La caractérisation électromécanique des structures intégrant des nanofils avec plateau thermique ($R_2N_{[5,6,7,8]}L_{10}$ et $R_3N_{[5,6,7,8]}L_{10}$) a confirmé l'effet négligeable de ces plateaux sur les paramètres mécaniques. En effet, nous avons observé une variation d'environ 5 % sur la fréquence de résonance moyenne entre une structure avec des nanofils standards et une structure avec des nanofils intégrant le plus grand plateau thermique. Sachant que les autres éléments du système sont inchangés (raideur du pivot, moment d'inertie) et que la raideur de la structure est dominée par la raideur des nanofils, cet écart entre les valeurs moyennes peut s'expliquer par une différence d'environ 10 % entre la raideur du nanofil seul et celle du nanofil avec plateau.

Au vu des résultats obtenus sur tous les types de composants, nous pouvons en déduire que ce modèle permet d'extraire la fréquence de résonance avec une précision de l'ordre de 15 %. Les caractérisations menées au Chapitre 5.1.3 sur les raideurs expérimentales des nanofils permettront de montrer que leurs ancrages ont un effet non négligeable sur

la raideur pouvant expliquer en grande partie cet écart entre le modèle et les résultats expérimentaux.

Pour l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive, il est important de connaître précisément les résistances des nanofils ainsi que leurs résistances d'accès. L'Annexe A.3 présente une méthode pour mesurer l'ensemble de ces résistances sur un composant M&NEMS. Les résistances des différentes variantes de nanofils sont présentées dans le Tableau 3.4.

Variantes	R_0 th. (k Ω)	R_0 exp. (k Ω)	Ecart relatifs (%)
P1 N_1	1,84	$2,96 \pm 0,128$	61
P2 N_2	0,92	$1,62 \pm 0,035$	75
P2 N_3	0,46	$0,70 \pm 0,010$	52
P2 N_4	0,92	$1,36 \pm 0,024$	48
P3 N_1	1,84	$2,32 \pm 0,085$	26
P3 N_5	1,87	$2,21 \pm 0,077$	18
P3 N_6	1,91	$2,24 \pm 0,086$	17
P3 N_7	1,93	$2,25 \pm 0,087$	17
P3 N_8	1,85	$2,16 \pm 0,086$	17

Tableau 3.4: Confrontation de la résistance théorique du nanofil avec celle obtenue expérimentalement par la méthode quatre pointes pour les différentes variantes de nanofils. Les résultats expérimentaux sont obtenus sur une soixantaine de nanofils.

Sur l'ensemble des variantes de nanofils, nous observons un écart pouvant s'élever à 75 % entre la résistance théorique et la résistance mesurée. Cet écart sera étudié dans le Chapitre 5.2.2. Nous évaluerons dans cette section, l'effet du plateau thermique sur les résistances mesurées expérimentalement (P3 $N_{[1,5,6,7,8]}$). Des variations comprises entre 3 % et 7 % sont observées sur les valeurs de la résistance moyenne entre un nanofil standard et un nanofil avec plateau selon ses dimensions. Contrairement au comportement attendu, nous observons une diminution de la résistance avec l'introduction du plateau. Ceci peut être expliqué par une contrainte plus élevée dans les nanofils avec plateau. Dans le Chapitre 5.3.2, nous montrons que les contraintes résiduelles dans le substrat sont reportées dans les nanofils après libération avec un facteur d'amplification qui augmente avec la distance entre les ancrages. Sachant que cette distance augmente avec le plateau, le facteur d'amplification est plus important. Une contrainte en compression est mise en évidence au Chapitre 5.3.2 ayant pour conséquence une diminution de la résistance du nanofil par effet piézorésistif. Ainsi, nous devrions observer une diminution plus importante des résistances des nanofils avec plateau pouvant ainsi expliquer la tendance observée expérimentalement. L'écart type étant de 3 % de la valeur moyenne, nous en déduisons que la dispersion des résistances à l'échelle de la plaque pour chacune des variantes de nanofil est faible.

L'impact de cette nouvelle structure de nanofil au niveau des propriétés électriques et mécaniques est donc suffisamment faible pour être négligé par la suite dans l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive (Chapitre 4 et 6).

3.1.4 Orientation des nanofils piézorésistifs

Cette structure spécifique est un résonateur M&NEMS de type $R_2N_1L_{10}$ pour lequel nous avons modifié l'orientation d'un des nanofils, initialement orienté dans l'ensemble des directions $\langle 110 \rangle$, pour qu'il soit dans l'ensemble des directions $\langle 100 \rangle$ où le coefficient piézorésistif est le plus faible (Fig. 3.5(a) et 3.5(b)). Au moment de la conception de cette structure, nous avons vérifié que la distance pivot-nanofil était bien la même pour les deux nanofils afin que la contrainte subie lors d'un déplacement de la masse MEMS soit identique dans chacun d'eux. L'équation (1.13) (Chapitre 1.2.4) permet d'estimer le coefficient piézorésistif pour chaque nanofil (Tab. 3.5). Le nanofil orienté selon $\langle 100 \rangle$ ne devrait pas être sensible à la contrainte mécanique. Dans cette section, nous allons nous assurer que le coefficient piézorésistif du nanofil orienté selon $\langle 100 \rangle$ est bien minimisé par rapport au nanofil orienté selon $\langle 110 \rangle$ en effectuant une mesure de la réponse électromécanique du résonateur successivement sur chacun des nanofils.

Or. nanofil	Coef. piézorésistif (Pa^{-1})	Module de Young (GPa)	Facteur de jauge
$0^\circ \langle 110 \rangle$	$21,54 \cdot 10^{-11}$	169	36,4
$45^\circ \langle 100 \rangle$	$1,98 \cdot 10^{-11}$	130	2,57

Tableau 3.5: Coefficient piézorésistif attendu par le modèle de *Kanda* dans les deux nanofils de cette structure (L'angle est donné par rapport au méplat principal) [40].

La Figure 3.5(c) illustre le schéma de mesure utilisé pour évaluer successivement la réponse électromécanique du résonateur MEMS dans les deux nanofils (Fig. 3.5(d)) à l'aide d'un balayage en fréquence et avec un actionnement identique. Pour le premier balayage, le nanofil orienté selon $\langle 110 \rangle$ est polarisé à 50 μA et le nanofil orienté selon $\langle 100 \rangle$ à 0 μA . La mesure de la tension différentielle aux bornes des deux nanofils permet d'obtenir la réponse électromécanique en rouge sur la Figure 3.5(d). Pour le second balayage, nous inversons les polarisations des deux nanofils. La mesure de la tension différentielle est donnée en bleue sur la Figure 3.5(d). Nous nous attendons à avoir un rapport entre les deux voies de transduction de $36,4/2,57 \approx 14$ (Tab. 3.5). Comme attendu, ces résultats mettent en évidence un signal de transduction plus faible sur le nanofil orienté selon $\langle 100 \rangle$. Néanmoins, il est en réalité plus de deux ordres de grandeur plus faible sur ce nanofil que sur celui orienté selon $\langle 110 \rangle$ présentant un fort coefficient piézorésistif. Deux hypothèses sont avancées pour tenter de comprendre cet écart :

- Les facteurs de jauge sont déterminés par le modèle de *Kanda* [40]. Le facteur de jauge du nanofil orienté selon $\langle 110 \rangle$ mesuré expérimentalement dans le Chapitre 5 est en accord avec ce modèle. Néanmoins, il serait intéressant d'évaluer le facteur de jauge expérimental du nanofil orienté selon $\langle 100 \rangle$ pour s'assurer qu'il est en accord avec ce modèle.
- Une étude sur le comportement non idéal des sources de polarisation est proposée dans la Section 3.3. Il serait intéressant d'évaluer son impact sur les résultats obtenus

plus haut. Toutefois, ces caractérisations ayant été réalisées avant la mise en évidence de ce comportement non idéal, nous ne disposons pas des données nécessaires pour le faire.

Nous considérons toutefois que le nanofil orienté selon $\langle 100 \rangle$ n'est pas sensible à la contrainte mécanique. Il permettra de réaliser une mesure de la résistance de référence pour un nanofil de cette dimension afin d'évaluer les contraintes résiduelles imposées par le substrat par l'intermédiaire des ancrages lorsque la structure est libérée (Chapitre 5.3.2). Nous utiliserons également cette structure dans le Chapitre 6 pour vérifier la contribution de l'effet piézorésistif dans le mécanisme de rétroaction thermo-piézorésistive.

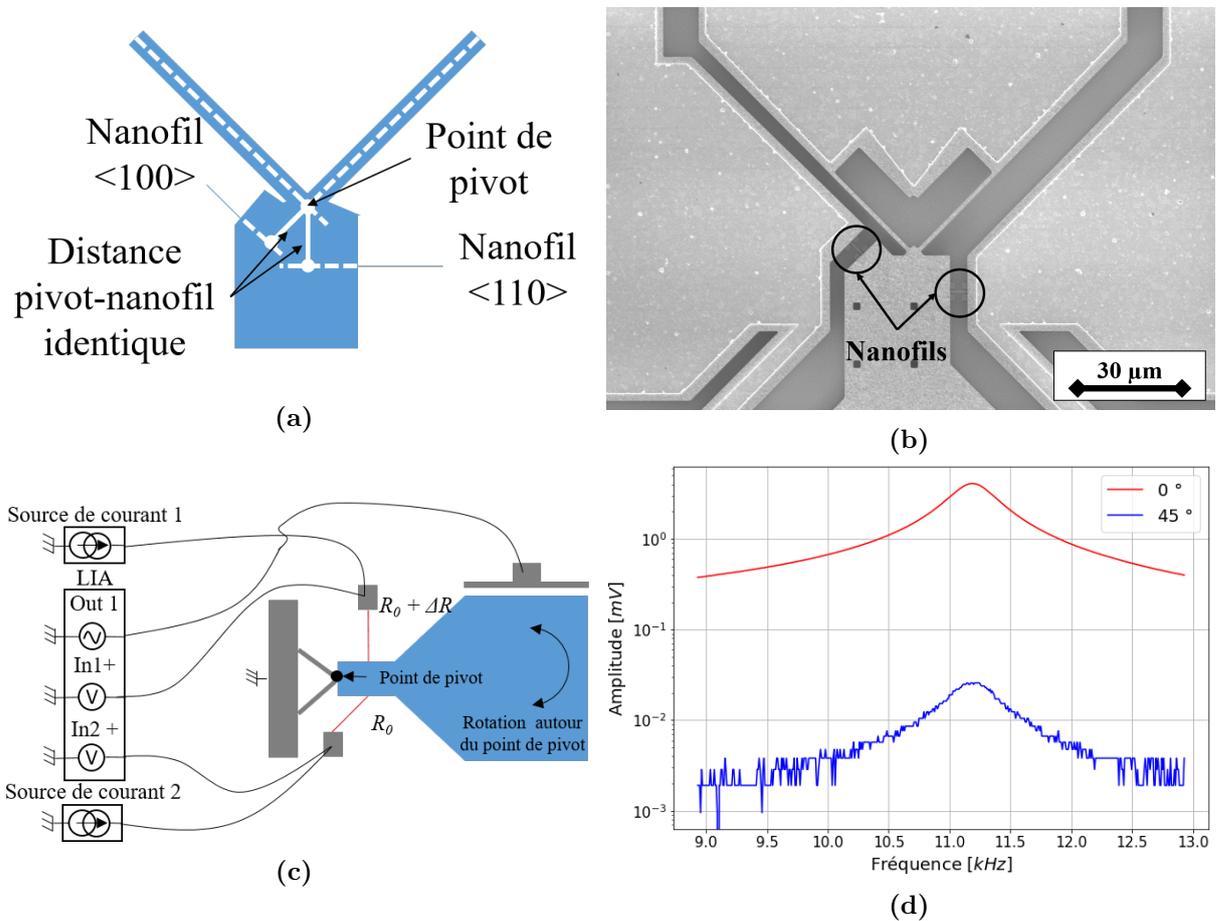


Figure 3.5: Résonateur avec deux nanofils orientés selon les directions cristallographiques $\langle 110 \rangle$ (0°) et $\langle 100 \rangle$ (45°) : (a) Schéma de la structure (b) Image MEB en zoomant sur la zone de pivot pour mettre en évidence les orientations des deux nanofils ; (c) Schéma de mesure utilisé pour obtenir les réponses électromécaniques sur les deux nanofils ; (d) Réponses électromécaniques obtenues successivement avec les deux nanofils d'un même résonateur.

3.2 Structures de test non résonantes

Afin de pouvoir évaluer certaines propriétés des nanofils, nous avons développé et fabriqué au cours de cette thèse des structures supplémentaires. En particulier, des ponts

de nanofils suspendus reliés au substrat par différents types d'ancrage ont été conçus. Avec ces différentes variantes, nous disposons de composants avec des sensibilités différentes aux contraintes mécaniques imposées par le substrat. Ils permettront notamment d'estimer cette contrainte et de comprendre les mécanismes de couplage qui en résulte pour améliorer la stabilité en fonctionnement des composants MEMS. En effet, ces contraintes peuvent être à l'origine d'une perturbation de la lecture piézorésistive mais également de variation des propriétés des nanofils (conductivité thermique, TCR, TCO, stabilité de la mesure de résistance, effet d'amplification de la contrainte, ...). Enfin, le développement d'une structure a permis de réaliser des tests de nano-indentation. L'objectif étant d'évaluer deux paramètres qui seront importants pour l'étude de la rétroaction thermo-piezorésistive ; le coefficient piézorésistif et le module de Young dans les nanofils. Les différents motifs de test sont présentés dans cette section et les résultats de leur caractérisation seront présentés dans le Chapitre 5.

3.2.1 Isolation mécanique d'un pont de nanofils

Cette structure (Fig. 3.6) consiste à associer deux nanofils pour constituer un demi pont de Wheatstone. Un double accès en chaque point de la structure permet de réaliser des mesures quatre pointes sur les nanofils afin de s'affranchir des résistances d'accès. Des nanofils de type N_1 , N_2 , N_3 et N_4 ont été utilisés pour concevoir des ponts de nanofils à ancrages flexibles ou rigides.

Pour relâcher les contraintes imposées par le substrat, par l'intermédiaire des ancrages mais également les contraintes générées par l'échauffement du nanofil, des ancrages flexibles (ressorts en serpentins) sont dimensionnés de façon à ce que la raideur de l'ancrage soit au moins 10 fois plus faible que la raideur du nanofil (Fig. 3.6(a) et 3.6(b)). Par exemple, la raideur longitudinal théorique d'un nanofil N_2 est de $4,22 \text{ kN.m}^{-1}$. L'utilisation du modèle développé pour évaluer la raideur des ressorts en serpentins [54] permet de montrer que la raideur selon l'axe du nanofil d'un ressort d'accès peut être estimée à 67 N.m^{-1} . Dans cette configuration, la raideur selon l'axe des nanofils du système de suspension ($\sim 67 \text{ N.m}^{-1}$) est ~ 30 fois inférieure à la raideur des deux nanofils en série ($2,11 \text{ kN.m}^{-1}$) leur permettant ainsi d'absorber l'ensemble des déformations imposées par le substrat. Nous négligerons pour ce dimensionnement la raideur des ancrages selon la direction transverse au nanofil. En effet, un déplacement des ancrages selon cette direction produit très peu de contraintes sur le nanofil et en particulier selon sa direction longitudinale pour laquelle la transduction piézorésistive a lieu. Les dimensions des ressorts de suspension sont adaptées aux différentes tailles de nanofils utilisés. De plus, ils sont dimensionnés de façon à avoir une résistance thermique relativement faible par rapport à celle des nanofils. Sachant que les ressorts sont fabriqués dans la couche MEMS, qui est bien plus épaisse que la couche NEMS, la puissance dissipée dans les ressorts sera également plus faible que dans les nanofils. Cela permet de limiter l'auto-échauffement dans les ancrages. Néanmoins, les bras de suspension utilisés étant longs, les résistances d'accès ne pourront pas être négligées. La mesure quatre pointes permettra toutefois de s'en affranchir.

Les résultats obtenus sur ce type de structure seront comparés avec des ponts de nanofils avec ancrages rigides (Fig. 3.6(c) et 3.6(d)). Pour ces derniers, les déformations imposées par le substrat sont concentrées dans le nanofil et même amplifiées par l'effet d'amplification de la contrainte (Chapitre 5). Nous pouvons ainsi étudier les propriétés électriques et thermiques des nanofils en découplant l'effet de la contrainte sur ces propriétés. De même, les problématiques de stabilité des ponts de nanofils, liées aux perturbations apportées par le substrat, pourront être étudiées. Les caractérisations de ces structures seront principalement présentées dans le Chapitre 5.

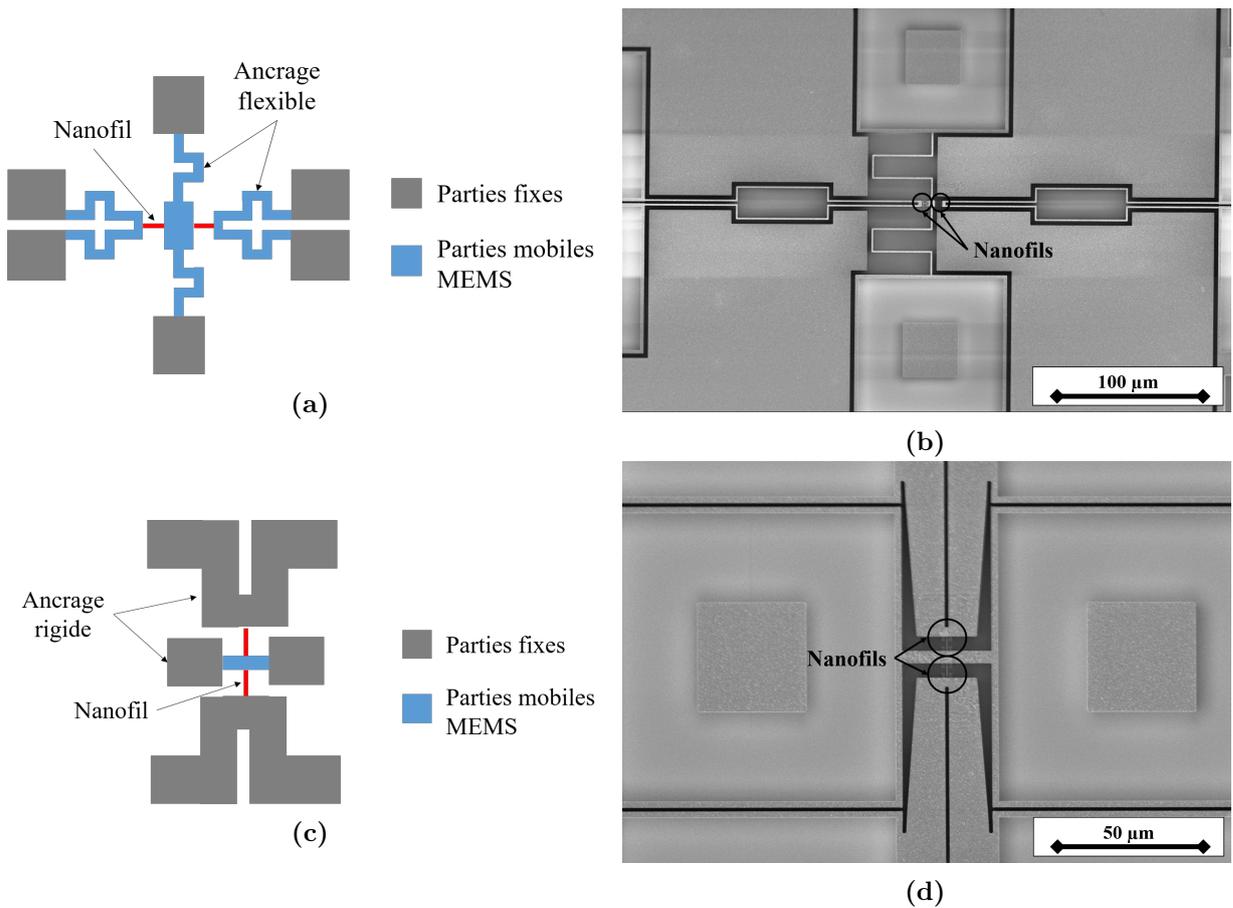


Figure 3.6: Ponts de nanofils N_2 suspendus : (a) Schéma et (b) Image MEB de la structure avec ancrages flexibles ; (c) Schéma et (d) Image MEB de la structure avec ancrages rigides.

3.2.2 Structures pour la caractérisation au nano-indenteur

Dans le cadre d'un projet et d'un stage réalisés au CEA-Leti, un motif de test spécifique a été conçu pour déterminer expérimentalement le module de Young et le coefficient piézorésistif dans les nanofils au moyen de mesures réalisées au nano-indenteur (Fig. 3.7). Le motif de test est composé d'une masse mobile attachée au substrat par l'intermédiaire de quatre bras de suspension. Cette masse comporte une ouverture circulaire permettant d'introduire la pointe du nano-indenteur pour effectuer les mesures qui seront détaillées dans le Chapitre 5.1.2 et 5.3.5. La structure de test (Fig. 3.7(a) & 3.7(b)) comprend soit

un seul nanofil, appelé nanofil d'étude ($500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm} \times 5 \text{ }\mu\text{m}$), soit trois dont deux nanofils d'extensométrie ($500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm} \times 50 \text{ }\mu\text{m}$). L'intérêt des nanofils d'extensométrie est de jouer le rôle de jauges de déformation pour mesurer précisément le déplacement de la partie mobile par rapport aux ancrages afin d'évaluer les propriétés mécaniques du nanofil d'étude (limite à la rupture, module de Young). Néanmoins, la difficulté rencontrée pour estimer le facteur de jauge des nanofils ne permet pas d'obtenir des mesures précises du déplacement avec ces nanofils d'extensométrie. Par conséquent, ils ne seront pas utilisés pour leur fonction initiale mais ils permettront toutefois d'évaluer le module de Young dans les nanofils (Chapitre 5.1.2).

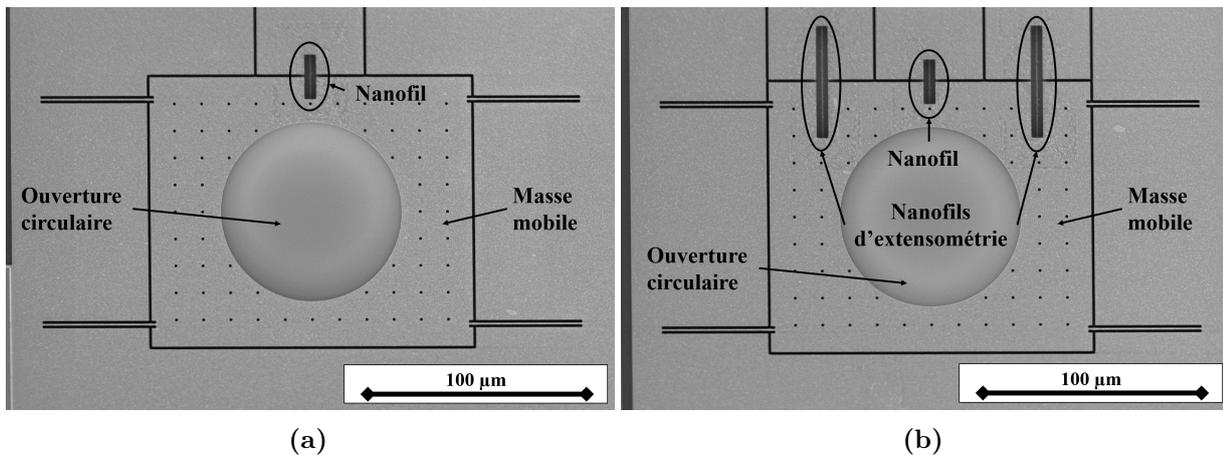


Figure 3.7: Structures de test utilisées pour la caractérisation du coefficient piézorésistif et du module de Young au nano-indenteur : (a) Structure avec un seul nanofil ($500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm} \times 5 \text{ }\mu\text{m}$) ; (b) Structure avec trois nanofils dont un identique au précédent et deux plus longs ($500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm} \times 50 \text{ }\mu\text{m}$).

3.3 Caractérisation des sources de polarisation

Les caractérisations réalisées pour étudier la rétroaction thermo-piézorésistive ont permis de mettre en évidence un fonctionnement inattendu des sources de tension et de courant continu lorsqu'elles sont utilisées pour polariser une charge variant très rapidement comme les nanofils piézorésistifs. Le dysfonctionnement observé est à l'origine d'une composante alternative, superposée à la composante continue, résultant de la perturbation générée par la variation de charge résistive et obligeant la source à revenir à l'équilibre. Nous avons observé ce phénomène avec différentes sources continues. Nous considérerons ici le sourcemètre Keithley 2400 qui a été utilisé au cours de cette thèse. Après avoir décrit le comportement non idéal de cette source de polarisation, des solutions seront présentées et discutées pour limiter ses effets néfastes.

Au préalable, nous allons définir les notations utilisées pour l'ensemble des paramètres considérés. Pour un paramètre V , nous considérerons V_0 la composante statique, ΔV la composante dynamique en réponse à une perturbation et $\delta V = \Delta V/V_0$ la variation

relative par rapport à V_0 . Nous noterons R la résistance du nanofil, V_n la tension aux bornes du nanofil, I_n le courant circulant dans le nanofil, V_s la tension aux bornes de la source et I_s le courant débité par la source.

3.3.1 Mise en évidence du comportement non idéal des sources de polarisation

L'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive pour différents types de polarisation (courant et tension) a révélé des gains différents pour la chaîne de transduction de ce phénomène de rétroaction. En particulier, cet effet est presque cent fois moins important lorsque les nanofils sont polarisés en tension que lorsqu'ils sont polarisés en courant [55], [56]. La réponse des sources de polarisation continue est analysée lorsque la charge résistive varie à leurs bornes. Nous constatons que celle-ci peut considérablement modifier la réponse de la boucle de rétroaction (Chapitre 6.2.2).

Les sources de polarisation, appelées également SMU (Source Measurement Unit), de type Keithley 2400 sont des appareils permettant de réaliser simultanément la polarisation (courant ou tension) et la mesure deux pointes ou quatre pointes (courant, tension ou résistance) d'un dipôle avec une grande précision. Le Tableau 3.6 recense les principales caractéristiques de ces sources en terme de résolution et de précision. Plusieurs gammes de polarisation et de mesure sont disponibles et réglables selon les applications visées avec des caractéristiques spécifiques en terme de résolution (plus petite valeur possible) et de précision (proximité par rapport à la valeur souhaitée). Pour chaque élément du tableau, nous prenons en compte la valeur minimum pour la plus petite gamme et la valeur maximum pour la plus grande gamme.

	Source tension	Source courant
Gamme	[200 mV, 200 V]	[1 μ A, 1 A]
Résolution	[5 μ V, 5 mV]	[50 pA, 50 μ A]
Précision	[0,02 % rdg. + 600 μ V, 0,02 % rdg. + 24 mV]	[0,035 % rdg. + 600 pA, 0,27 % rdg. + 900 μ A]
	Mesure tension	Mesure courant
Gamme	[200 mV, 200 V]	[1 μ A, 1 A]
Résolution	[1 μ V, 1 mV]	[10 pA, 10 μ A]
Précision	[0,012 % rdg. + 300 μ V, 0,015 % rdg. + 10 mV]	[0,029 % rdg. + 300 pA, 0,22 % rdg. + 570 μ A]
<i>% rdg. pour % of reading (pourcentage de la valeur de la source ou de la mesure)</i>		

Tableau 3.6: Résolutions et précisions du SMU Keithley 2400 pour différentes gammes.

La stabilité de ce type de sources est également un de leurs points forts, à l'aide d'un système de régulation électronique complexe dont les détails ne sont pas connus, lorsqu'une charge résistive constante est polarisée. Néanmoins, le temps de réponse transitoire du

Keithley 2400 suite à une variation de la charge, annoncé à 30 μs dans les spécifications, dégrade considérablement la qualité de ce type de source pour polariser une charge résistive rapidement variable comme les nanofils. En effet, la résistance du nanofil utilisé dans un résonateur M&NEMS peut être modélisée par (3.11) avec R_0 la résistance au repos et ΔR la variation de la résistance produite par le mouvement de la masse à la pulsation ω .

$$R = R_0 + \Delta R \cos(\omega t) \quad (3.11)$$

Dans le cas d'une source de tension idéale à V_s , le système adapte en permanence le courant débité (I_s) de manière à satisfaire la relation $RI_s = V_s$. Cela permet de maintenir la tension à ses bornes constante à tout moment. En pratique, la source ne peut suivre exactement la valeur de consigne qu'en dessous d'une fréquence de coupure définissant sa bande passante. Dans le cas des résonateurs M&NEMS étudiés durant cette thèse, les variations de charge des nanofils ont lieu à des fréquences comprises entre 3 kHz et 100 kHz. Il s'agit alors d'évaluer si l'on se situe au dessus de la bande passante de l'appareil. Si c'est le cas, la source délivre alors un courant ΔI_s , en réponse à la variation de charge ΔR , qui peut être atténué et retardé. Ainsi, la réponse électromécanique du dispositif et la puissance produite au niveau des nanofils peuvent être affectées. Comme nous le verrons dans le Chapitre 6.2.2, le gain global de la boucle de rétroaction peut alors être modifié par les sources de polarisation utilisées.

Pour étudier ce comportement non idéal, deux montages sont mis en œuvre pour polariser un nanofil R_0 d'un résonateur M&NEMS avec une source de courant (Fig. 3.8(a)) ou avec une source de tension (Fig. 3.8(b)).

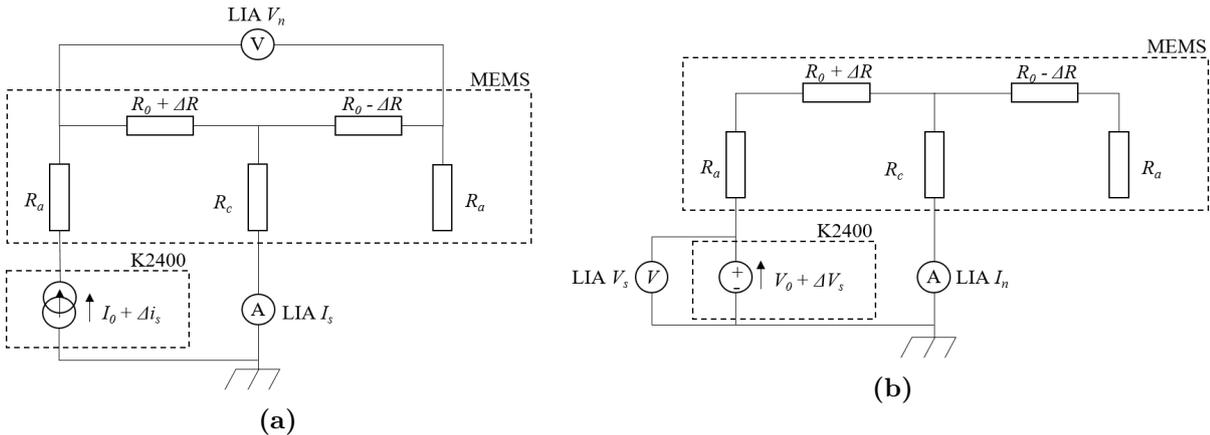


Figure 3.8: Schémas de polarisation utilisés pour mettre en évidence le comportement non idéal des sources (Keithley 2400) : (a) Polarisation en courant ; (b) Polarisation en tension.

Les résistances d'accès au nanofil R_a (extrémité du nanofil) et R_c (point milieu du pont de nanofils) sont également représentées sur les schémas. Le composant est actionné par une tension sinusoïdale de fréquence variable appliquée sur une des électrodes capacitatives. Nous mesurons avec un LIA :

- La tension aux bornes du nanofil (ΔV_n) et le courant circulant dans sa branche (ΔI_s) pour une polarisation en courant. Pour une source idéale $\Delta I_s = 0$.
- Le courant circulant dans le nanofil (ΔI_n) et la tension aux bornes de la source (ΔV_s) pour une polarisation en tension. Pour une source idéale $\Delta V_s = 0$.

Les réponses obtenues sur l'amplitude des signaux mesurés pour ces deux schémas de polarisation sont données respectivement sur la Figure 3.9(a) pour la polarisation en courant et sur la Figure 3.9(b) pour la polarisation en tension. Nous pouvons observer que les perturbations ΔI_s (source de courant) et ΔV_s (source de tension) dépendent de la variation de résistance du nanofil ΔR . Pour la suite de cette étude, nous montrons également qu'il existe un déphasage entre le signal de perturbation de la source et le signal utile du nanofil. Ce déphasage, noté $\varphi_{s/n}$, est lié au retard entre la variation de résistance et la réponse de la source.

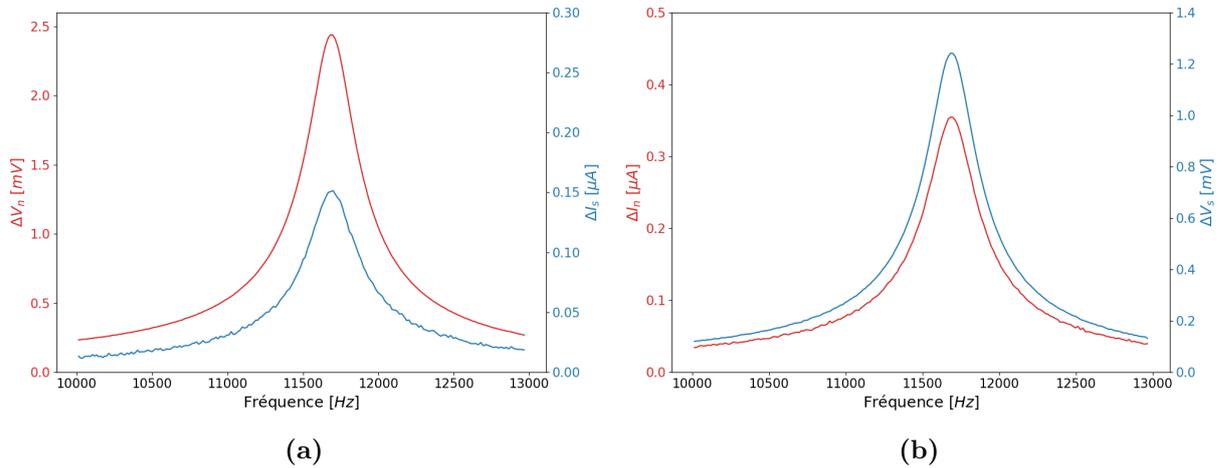


Figure 3.9: Mesures réalisées au LIA pour mettre en évidence le comportement non idéal des sources (Keithley 2400) : (a) Polarisation en courant ; (b) Polarisation en tension.

Nous souhaitons évaluer pour ces deux types de polarisation (courant et tension) les effets des perturbations générées par les sources sur les mesures de δR .

Pour la polarisation en courant, le signal de mesure est donné par la tension aux bornes du nanofil V_n . Ce signal est perturbé par les fluctuations du courant débité par la source I_s puisque :

$$V_n = RI_s \quad (3.12)$$

La dérivée logarithmique de (3.12) permet d'obtenir l'expression de δR :

$$\boxed{\delta R = \delta V_n - \delta I_s} \quad (3.13)$$

Le comportement non idéal de la source de courant altère la mesure de δR de $-\delta I_s$. Le Tableau 3.7 rassemble les résultats obtenus pour la polarisation en courant. Il en

I_0	V_n	ΔI_s	ΔV_n	δI_s	δV_n	$\delta I_s/\delta V_n$	$\varphi_{s/n}$	δR	$\varphi_{\delta R}$
100 μA	231,7 mV	151,5 nA	2,4 mV	0,15 %	1 %	15 %	- 85°	1 %	9°

Tableau 3.7: Comportement non idéal d'une source de courant (Keithley 2400).

résulte une perturbation de 15 % de la mesure de δR liée au comportement non idéal de la source de courant.

Pour la polarisation en tension, le signal de mesure est donné par le courant circulant dans le nanofil I_n . Ce signal est perturbé par les fluctuations de la tension aux bornes de la source V_s puisque :

$$I_n = \frac{V_s}{R_{tot}} \quad (3.14)$$

avec $R_{tot} = R_0 + R_a + R_c + \Delta R$. La dérivée logarithmique de (3.14) permet d'obtenir l'expression de δR_{tot} :

$$\delta R_{tot} = \delta V_s - \delta I_n \quad (3.15)$$

Nous montrons également que $\delta R_{tot} = \nu \delta R$ avec $\nu = R_0/(R_0 + R_a + R_c) \approx 0,94$ pour le composant étudié. Ainsi :

$$\boxed{\delta R = \frac{\delta V_s - \delta I_n}{\nu}} \quad (3.16)$$

Le comportement non idéal de la source de tension altère la mesure de δR de $\delta V_s/\nu$. Le Tableau 3.8 rassemble les résultats obtenus pour la polarisation en tension. Il en résulte une perturbation de 144 % de la mesure de δR liée au comportement non idéal de la source de tension.

I_n	V_0	ΔI_n	ΔV_s	δI_n	δV_s	$\delta V_s/\delta I_n$	$\varphi_{s/n}$	δR	$\varphi_{\delta R}$
83,6 μA	200 mV	357,2 nA	1,24 mV	0,43 %	0,62 %	144 %	- 165°	1 %	- 171°

Tableau 3.8: Comportement non idéal d'une source de tension (Keithley 2400).

La perturbation générée par le comportement non idéal de la source est conséquente pour la source de courant (15 %). Néanmoins, elle est très significative pour la source de tension puisque la perturbation (144 %) a une amplitude plus élevée que le signal normalement mesuré dans le cas d'une source idéale. De plus, nous constatons que la perturbation générée par la source en réponse à δR est déphasée de - 85° et - 165° par rapport au signal de mesure V_n et I_n respectivement dans le cas d'une source de courant et de tension. Ce déphasage, qui traduit un retard entre les deux signaux, est dépendant de l'appareil utilisé et en particulier de son temps de réponse. Enfin, nous pouvons observer que la variation de résistance du nanofil δR est de 1 % quelque soit la source de polarisation utilisée. Ceci est en accord avec nos attentes puisque nous avons

utilisé un actionnement identique pour réaliser les deux acquisitions. Dans le cas de la polarisation en tension, δI_n est opposé à δR ce qui peut expliquer le déphasage d'environ 180° entre les résultats obtenus pour les deux types de polarisation.

Ces résultats sont fondamentaux pour la caractérisation des composants M&NEMS. En effet, nous observons que le comportement non idéal des sources de polarisation ne va pas être un problème que pour la caractérisation de la rétroaction thermo-piézorévistive puisqu'il affecte de manière significative la mesure de δR du circuit qu'elles polarisent. Il est donc nécessaire de reconstituer le signal δR à chaque fois qu'une mesure absolue de son amplitude est requise.

3.3.2 Stabilisation des sources de polarisation

Deux solutions sont proposées pour limiter le comportement non idéal des sources de courant/tension (Keithley 2400) pour polariser des charges résistives variables. Elles consistent à filtrer ou bien éliminer les perturbations du circuit produites par la variation de la résistance du nanofil aux bornes de la source.

Pour la première solution, nous proposons d'améliorer la source de tension en réalisant le schéma donné sur la Figure 3.10. Elle consiste à associer la source de tension non-idéale avec un condensateur C_{el} à ses bornes. Ce dernier constitue un réservoir de charge qui permettra de maintenir le potentiel aux bornes de la charge résistive constant quelles que soient ses variations.

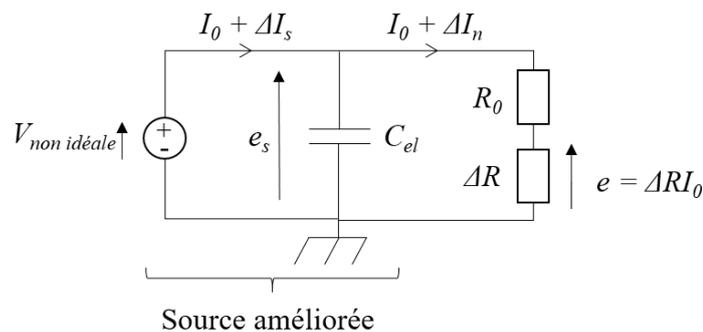


Figure 3.10: Source de tension améliorée et utilisée pour filtrer les perturbations du circuit.

La perturbation produite par la variation de la résistance du nanofil génère une tension e au premier ordre en ΔR dans la branche de la résistance (Fig. 3.10) donnée par :

$$e = \Delta R I_0 \quad (3.17)$$

avec I_0 le courant délivré par la source lorsque le système est à l'équilibre ($\Delta R = 0$). L'étude du schéma (Fig. 3.10) permet de montrer que la perturbation e se traduit par une tension vue par la source e_s donnée par :

$$e_s = \frac{e}{1 + j\omega\tau_{el}} \quad (3.18)$$

avec $\tau_{el} = R_0 C_{el}$ la constante de temps du filtre RC. Pour que la perturbation soit significativement atténuée aux bornes de la source de tension, il faut que $\omega \gg 1/\tau_{el}$. Dans ce cas, elle est réduite d'un facteur $\left(\sqrt{1 + (\omega\tau_{el})^2}\right)^{-1} \ll 1$. La source de tension doit fournir un effort moindre pour stabiliser sa tension et lutter contre les fluctuations résiduelles e_s .

Pour la source de courant, nous utilisons la source de tension améliorée décrite précédemment en série avec une résistance R_{pol} grande devant la résistance du nanofil (équivalence de Thevenin-Norton). Dans ce cas, la tension V_s de la source doit être ajustée pour satisfaire la relation :

$$V_s = R_{pol} I_s \quad (3.19)$$

avec I_s le courant désiré.

Ces deux sources modifiées ont permis d'obtenir des résultats assez satisfaisants. Néanmoins, cette méthode ne fonctionne que lorsque $\omega \gg 1/\tau_{el}$ et en dessous de la fréquence de coupure de la source en deçà de laquelle elle se régule seule.

Une seconde solution est proposée afin d'éviter d'introduire des composants supplémentaires dans le circuit de polarisation pouvant être à l'origine de perturbations. Elle consiste à utiliser des schémas de polarisation permettant de conserver le même point de fonctionnement de la source et éliminant ainsi les perturbations du circuit vues par la source. Pour cela, il faut que la charge résistive totale R_{tot} imposée à cette dernière soit constante. Les schémas de polarisation, illustrés sur la Figure 3.11 et qualifiés d'équilibrés, permettent de satisfaire cette condition.

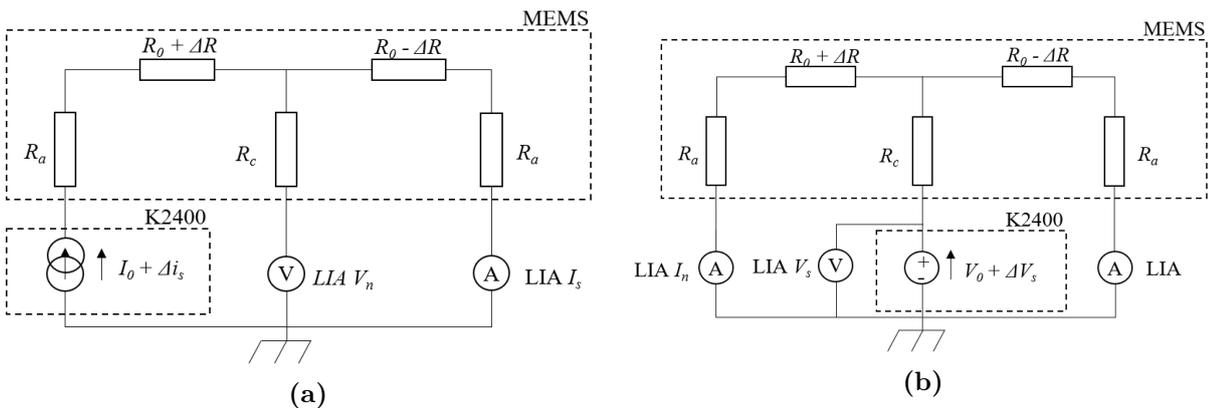


Figure 3.11: Schémas de polarisation équilibrés utilisés pour s'affranchir du comportement non idéal des sources (Keithley 2400) : (a) Polarisation en courant ; (b) Polarisation en tension.

Pour le schéma de polarisation en courant (Fig. 3.11(a)), la charge résistive totale vue par la source est donnée par :

$$R_{tot} = R_a + R_0 + \Delta R + R_0 - \Delta R + R_a \quad (3.20)$$

$$R_{tot} = 2R_0 + 2R_a \quad (3.21)$$

En faisant l'hypothèse que les résistances des nanofils sont identiques de part et d'autre de la masse du résonateur et que leurs variations sont strictement opposées alors la charge résistive totale vue par la source est constante. Si toutefois le pont de nanofil est légèrement déséquilibré, il se peut que les variations de résistance dues au déplacement de la masse ne soient pas strictement identiques générant ainsi une variation de la résistance aux bornes de la source. Néanmoins, cette contribution n'interviendra qu'au deuxième ordre et pourra être négligée.

De même, pour le schéma de polarisation en tension (Fig. 3.11(b)), la charge résistive totale vue par la source est donnée par :

$$R_{tot} = R_c + \frac{1}{\frac{1}{R_0 + R_a + \Delta R} + \frac{1}{R_0 + R_a - \Delta R}} \quad (3.22)$$

$$R_{tot} = R_c + \frac{R_0 + R_a}{2} - \frac{\Delta R^2}{2(R_0 + R_a)} \quad (3.23)$$

Avec les mêmes hypothèses sur les résistances, la charge résistive totale vue par la source est constante au premier ordre en ΔR .

Pour la polarisation en courant, le signal de mesure est donné par la tension au milieu du pont de nanofil V_n . Ce signal est perturbé par les fluctuations du courant débité par la source I_s :

$$V_n = RI_s \quad (3.24)$$

La dérivée logarithmique de (3.24) permet d'obtenir l'expression de δR :

$$\boxed{\delta R = \delta V_n - \delta I_s} \quad (3.25)$$

Pour la polarisation en tension, le signal de mesure est donné par le courant circulant dans la branche de gauche I_n . Ce signal est perturbé par les fluctuations de la tension aux bornes de la source V_s :

$$I_n = \frac{V_s - R_c I_s}{R_{eq}} \quad (3.26)$$

avec $R_{eq} = R_0 + R_a + \Delta R$. L'intérêt de ce montage est que la source ne subisse pas la variation de courant liée à la variation de la charge résistive. Le courant I_s dans la branche de la source est donc constant. La dérivée logarithmique de (3.26) permet d'obtenir l'expression de δR_{eq} :

$$\delta R_{eq} = \delta V_s - \delta I_n \quad (3.27)$$

Nous pouvons également montrer que $\delta R_{eq} = \nu \delta R$ avec $\nu = R_0 / (R_0 + R_a) \approx 0,96$ pour le composant étudié. Ainsi :

$$\delta R = \frac{\delta V_s - \delta I_n}{\nu} \quad (3.28)$$

Comme pour les montages utilisés pour montrer le comportement non idéal des sources, nous pouvons tracer les résultats obtenus au LIA pour la source de courant (Fig. 3.12(a)) et la source de tension (Fig. 3.12(b)).

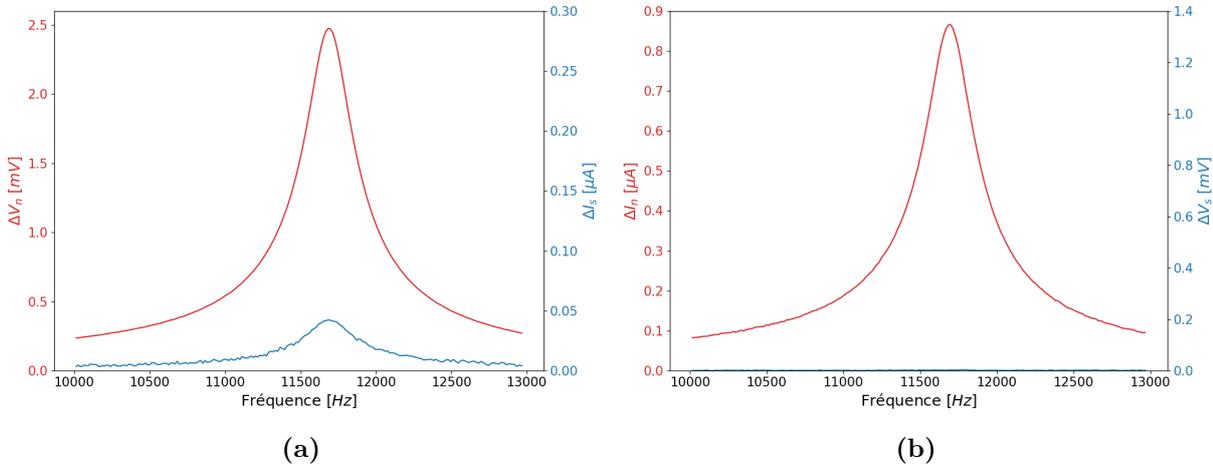


Figure 3.12: Mesures réalisées au LIA pour évaluer l'intérêt des montages équilibrés pour limiter les effets du comportement non idéal des sources (Keithley 2400) : (a) Polarisation en courant ; (b) Polarisation en tension.

Les Tableaux 3.9 et 3.10 recensent les résultats obtenus respectivement pour les montages de polarisation équilibrés en courant et en tension avec le même protocole que celui utilisé précédemment pour mettre en évidence le comportement non idéal des sources.

I_0	V_n	ΔI_s	ΔV_n	δI_s	δV_n	$\delta I_s / \delta V_n$	$\varphi_{s/n}$	δR	$\varphi_{\delta R}$
100 μ A	231,7 mV	42,4 nA	2,5 mV	0,04 %	1 %	4 %	- 105°	1 %	2°

Tableau 3.9: Effet d'un montage équilibré sur le comportement non idéal d'une source de courant (Keithley 2400).

I_n	V_0	ΔI_n	ΔV_s	δI_n	δV_s	$\delta V_s / \delta I_n$	$\varphi_{\delta V_s / \delta I_n}$	δR	$\varphi_{\delta R}$
82,8 μ A	200 mV	865,8 nA	3,96 μ V	1 %	0,002 %	0,2 %	- 150°	1 %	- 180°

Tableau 3.10: Effet d'un montage équilibré sur le comportement non idéal d'une source de tension (Keithley 2400).

La perturbation liée à la source sur la valeur de δR est réduite à 4 % pour le schéma de polarisation équilibré en courant et à 0,2 % pour le schéma de polarisation équilibré en tension. Ces perturbations sont considérablement réduites surtout pour la polarisation en tension, ce qui valide l'intérêt d'utiliser de tels montages pour évaluer la variation de résistance des nanofils et améliorer ainsi la transduction piézorésistive utilisée pour la technologie M&NEMS. Le déphasage est quant à lui très peu modifié par l'utilisation des schémas équilibrés car la réponse des sources aux perturbations résiduelles n'est pas modifiée.

3.3.3 Impact sur la puissance dissipée par effet Joule dans les nanofils

Le modèle de la rétroaction thermo-piézorésistive décrit au Chapitre 4.3 met en œuvre une étape de conversion de la variation relative de la résistance δR vers une variation relative de la puissance aux bornes du nanofils δP_n . Il s'agit d'une étape essentielle pour déterminer le gain global du phénomène. Cette section a pour objectif d'évaluer l'impact du comportement non idéal des sources sur cette étape de transduction. Dans le cas d'une polarisation en courant, comme $P_n = RI_s^2$, nous avons :

$$\boxed{\delta P_n = \delta R + 2\delta I_s} \quad (3.29)$$

En ce qui concerne la polarisation en tension, la combinaison de $P_n = RI_n^2$ avec (3.16) permet de montrer que :

$$\delta P_n = \delta R + 2\delta I_n \quad (3.30)$$

$$\boxed{\delta P_n = \delta R(1 - 2\nu) + 2\delta V_s} \quad (3.31)$$

Ainsi la variation de puissance aux bornes du nanofil est perturbée par $2\delta I_s$ dans le cas d'une polarisation en courant et par $2\delta V_s$ dans le cas d'une polarisation en tension. Cette étude montre clairement que les sources de polarisation peuvent modifier de manière non négligeable l'étape de conversion électro-thermique de la boucle de rétroaction thermo-piézorésistive. La contribution est du même ordre de grandeur que la variation de résistance δR et peut par conséquent être additive ou destructrice selon le déphasage associé à la réponse. Nous avons pu montrer la diminution possible de l'amplitude de δI_s et δV_s pour limiter l'influence des sources sur la rétroaction thermo-piézorésistive. Néanmoins, nous verrons dans le Chapitre 4.3 que le retard généré par le déphasage entre la perturbation (δV_s ou δI_s) et la variation réelle de résistance δR peut engendrer une contribution supplémentaire pour l'effet TPBA qui devra être prise en considération. En effet, elle est non négligeable malgré l'utilisation des schémas de polarisation équilibrés.

Conclusion du chapitre

Ce chapitre sur les résonateurs M&NEMS a permis de dresser la liste des variantes utilisées dans le cadre de cette thèse afin de mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive et de caractériser les nanofils. Pour faciliter la mise en place du modèle analytique de ce phénomène dans les Chapitres 4 et 6, un modèle mécanique des résonateurs M&NEMS est présenté. Il met en évidence l'influence des nanofils pouvant être modélisés comme des ressorts amortis. Ce modèle a pu être vérifié sur l'ensemble des variantes développées dans le cadre de cette thèse mais également sur celles issues d'un précédent projet M&NEMS.

Enfin, une étude des sources de polarisation (Keithley 2400) a permis de mettre en évidence leur comportement non idéal pour polariser des charges résistives variables. Il est donc nécessaire d'effectuer une reconstitution du signal afin d'obtenir la variation de charge réelle des nanofils. De nouveaux schémas de polarisation équilibrés pour lesquelles la charge résistive totale aux bornes de la source est constante sont proposés. Ils permettent de réduire considérablement l'influence des sources sur la mesure de la variation de la charge résistive des nanofils. Ils seront ainsi utilisés pour étudier la rétroaction (Chapitres 4 et 6) afin de réduire l'impact de ce comportement non idéal. Nous avons toutefois montré que le déphasage entre la perturbation et la variation réelle de la résistance du nanofil n'est pas modifié par l'utilisation des schémas de polarisation équilibrés. Nous verrons qu'il est nécessaire de prendre en compte cette contribution liée au déphasage pour l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive puisqu'elle peut être à l'origine d'une modification notable du gain de la boucle de rétroaction (Chapitres 4 et 6).

4

Rétroaction thermo-piézorésistive : étude théorique

Sommaire

4.1	État de l'art sur l'effet TPBA	74
4.1.1	Description de la rétroaction thermo-piézorésistive	75
4.1.2	Contrôle du signe de la rétroaction	76
4.1.3	Efficacité énergétique de l'effet TPBA	80
4.1.4	Applications et architectures utilisées pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive	80
4.1.4.1	Les capteurs de masse	81
4.1.4.2	Les capteurs de gaz	81
4.1.4.3	Les capteurs de pression	82
4.1.4.4	Les capteurs de force et de déplacement	82
4.1.4.5	Les magnétomètres	83
4.1.4.6	Les gyromètres	84
4.1.4.7	Les amplificateurs et les filtres	85
4.2	Modèle thermique d'un nanofil Si	86
4.2.1	Réponse thermique d'un nanofil standard	86
4.2.1.1	Auto échauffement dans un nanofil	87
4.2.1.2	Mode thermique dans un nanofil	87
4.2.1.3	Réponse thermique en régime variable	88
4.2.2	Réponse thermique d'un nanofil avec plateau thermique	90
4.2.2.1	Profil de la température dans le nanofil	91
4.2.2.2	Profil de la température dans le plateau	91
4.2.2.3	Détermination de la température du plateau	92
4.2.2.4	Profil de la température statique de la structure	93
4.2.2.5	Calcul de la température moyenne dans la structure	94
4.2.3	Comparaison avec les modèles numériques	95
4.2.3.1	Réponse thermique en régime statique	95
4.2.3.2	Détermination des modes thermiques du nanofil	96
4.2.3.3	Réponse thermique en régime variable	98

4.2.4	Contribution des ancrages	101
4.3	Modèle analytique de l'effet TPBA	102
4.3.1	Modèle 1 de base	103
4.3.2	Modèle 2 intégrant la dépendance de la conductivité thermique à la déformation	105
4.3.3	Modèle 3 intégrant le comportement non idéal des sources de polarisation	106
4.3.4	Efficacité de la rétroaction thermo-piézorésistive	107

Après avoir introduit la technologie M&NEMS (Chapitre 1) et décrit les composants utilisés au cours de la thèse (Chapitre 3), le modèle analytique de la rétroaction thermo-piézorésistive est présenté dans ce chapitre. Nous commencerons par évaluer les connaissances existantes sur ce mécanisme de rétroaction, en particulier les multiples applications proposées dans la littérature. Nous détaillerons ensuite les modèles thermiques du nanofil seul puis du nanofil avec plateau thermique (Chapitre 3.1) ainsi que leur confrontation avec des modèles numériques (FEM). En effet, la réponse thermique de ces nanofils constitue une brique essentielle du mécanisme de rétroaction thermo-piézorésistive qui exige une attention particulière. Nous proposerons plusieurs modèles de l'effet TPBA en faisant des hypothèses de complexité croissante. Dans un premier temps, nous présenterons le mécanisme de base obtenu en supposant tous les paramètres indépendants de la température et de la déformation. Nous considérerons également que les sources de polarisation utilisées ont un comportement idéal. Ces hypothèses sont partagées par l'ensemble des auteurs des travaux réalisés sur l'effet TPBA et publiés ces dernières années. Nous verrons dans le Chapitre 6 que ce modèle est insuffisant pour offrir une évaluation quantitative précise de la rétroaction. Pour tenter de réduire l'écart théorie-expérience, nous avons enrichi le modèle par la prise en compte de la dépendance de la conductivité thermique à la déformation (Chapitre 1.2.3) et le comportement non idéal des sources de polarisation (Chapitre 3.3). Ces contributions seront évaluées dans le Chapitre 6 puis comparées aux résultats expérimentaux afin de valider ou non ces nouvelles hypothèses. L'objectif principal de cette thèse est de développer un modèle analytique permettant d'expliquer qualitativement et quantitativement ce phénomène. Ce mécanisme pourrait offrir un moyen de contrôle original de la réponse mécanique des composants développés à l'aide de la technologie M&NEMS. L'originalité de ces travaux repose sur la réalisation d'une étude comparative entre les modèles proposés et les résultats expérimentaux.

4.1 État de l'art sur l'effet TPBA

Depuis 2009, plusieurs équipes universitaires et industrielles actives sur la rétroaction thermo-piézorésistive ont partagé leurs résultats dans le cadre de conférences ou d'articles scientifiques. Le Tableau 4.1 regroupe les résultats les plus significatifs qui seront discutés dans cette partie afin de positionner l'intérêt et l'originalité de ces travaux de thèse.

Équipe	Début des travaux	Commentaire
NXP Semiconductors (Pays-Bas)	2009	Présentation du TPBA [57], [58]
Université Denver (États-Unis)	2010	Applications du TPBA [59]-[78]
Université Tsing Hua (Taiwan)	2014	Intérêt du TPBA pour la basse consommation et co-intégration MEMS-CMOS [79]-[84]
MIT (États-Unis)	2015	Optimisation des résonateurs pour maximiser le TPBA [85]
CEA-Leti (France)	2015	Première mise en évidence du TPBA dans des structures dopées P [23], [55], [56]
Université Minho (Portugal)	2016	Modèle FEM du TPBA pour optimiser l'effet [86]
Université Tohoku (Japon)	2017	Intérêt du TPBA pour améliorer les performances d'un résonateur capacitif [87]
Université Stanford (États-Unis)	2018	Utilisation du TPBA pour contrôler le facteur de qualité des résonateurs [88], [89]

Tableau 4.1: Liste des équipes identifiées sur la thématique du TPBA.

4.1.1 Description de la rétroaction thermo-piézorésistive

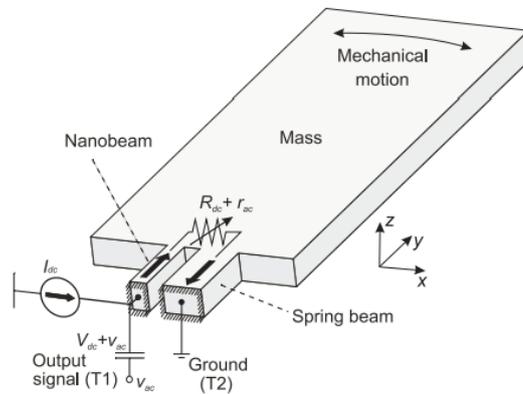
L'effet TPBA est issu d'un couplage électrique, thermique et mécanique qui résulte de la polarisation d'une poutre en silicium piézorésistive. Pour observer ce phénomène, il faut au moins une masse mobile reliée au substrat par l'intermédiaire d'une poutre en silicium piézorésistive, élastique et conductrice (électriquement et thermiquement). L'industriel « NXP semiconductor » a été le premier à proposer une architecture permettant d'observer l'effet TPBA dans une poutre en silicium dont les dimensions sont $0,8 \times 0,28 \times 1,5 \mu\text{m}^3$ (Fig. 4.1(a)) [57]. Une description du cycle de rétroaction thermo-piézorésistive permet d'expliquer qualitativement ce mécanisme (Fig. 4.1(b)) [57]. Un modèle électrique petits signaux a également été proposé pour étudier quantitativement cet effet (Fig. 4.1(c)) [57]. L'oscillateur mécanique amorti est modélisé par un circuit $R_m L_m C_m$ équivalent. Chaque composante représente respectivement le facteur d'amortissement b , la masse mécanique m et la raideur mécanique k . Le déplacement de la masse génère une déformation de la poutre x et donc une variation de la résistance $r_{ac} = K_{pr} R_{dc} x$ par effet piézorésistif avec K_{pr} le facteur de jauge piézorésistif et R_{dc} la résistance de la poutre au repos. La polarisation de cette poutre par un courant continu I_{dc} est à l'origine d'une tension variable $v_{ac} = I_{dc} r_{ac}$. Par conséquent, une variation de puissance est dissipée par effet Joule $p_{ac} = I_{dc} v_{ac}$. Cette dernière est partiellement stockée dans une capacité thermique C_t et partiellement évacuée par la résistance thermique R_t , générant ainsi une variation de température $T_{ac} = \frac{R_t}{1 + j\omega R_t C_t} p_{ac}$. Il en résulte une force thermoélastique $F_{te} = k\alpha T_{ac}$, avec α le coefficient de dilatation thermique, qui amortit ou amplifie le mouvement de la masse mobile selon son signe. Cette force s'exprime sous forme complexe :

$$F_{te} = \alpha k I_{dc}^2 R_{dc} K_{pr} R_t \frac{x - j\omega x R_t C_t}{1 + (\omega R_t C_t)^2} \quad (4.1)$$

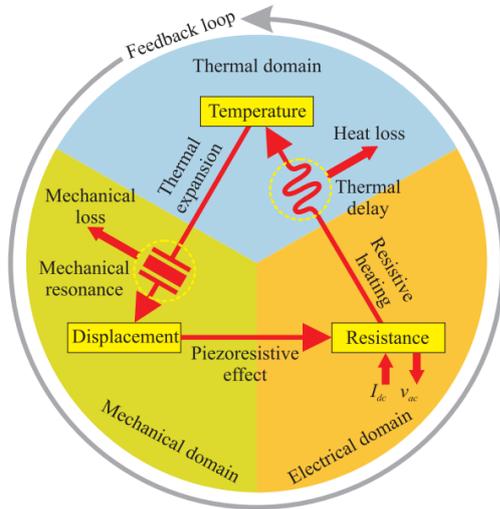
$$F_{te} = k_{TPBA} x - \Gamma_{TPBA} \dot{x}$$

Elle se décompose en deux parties :

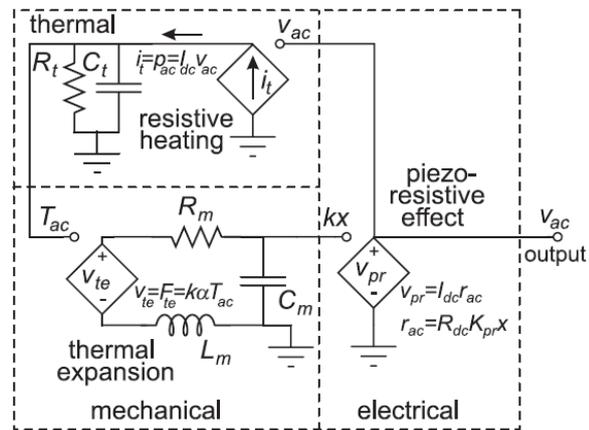
- k_{TPBA} : partie instantanée qui modifie la raideur
- Γ_{TPBA} : partie retardée par la constante de temps thermique $\tau_t = R_t C_t$ qui modifie l'amortissement



(a)



(b)



(c)

Figure 4.1: Présentation de la rétroaction thermo-piézorésistive par NXP semiconductor [57] : (a) Architecture mise en œuvre ; (b) Schéma du mécanisme de couplage électrique, thermique et mécanique ; (c) Modélisation de l'effet TPBA par un schéma électrique équivalent.

4.1.2 Contrôle du signe de la rétroaction

La force thermoélastique générée par ce mécanisme de rétroaction permet de contrôler le facteur de qualité d'un résonateur MEMS afin d'amplifier ou d'amortir le mouvement

selon son signe. Les différentes études montrent qu'il dépend :

- **Des propriétés des matériaux** : pour le silicium, le coefficient de dilatation thermique est positif. Néanmoins, le coefficient piézorésistif est négatif pour un dopage N [58], [59] et positif pour un dopage P [23], [55].
- **Du type de polarisation** (courant ou tension) : passage d'un régime d'amortissement à un régime d'amplification en modifiant le type de polarisation comme cela a été démontré pour la première fois sur des résonateurs M&NEMS du CEA-Leti (Fig. 4.2(a)) [23], [55], [56], [R7].

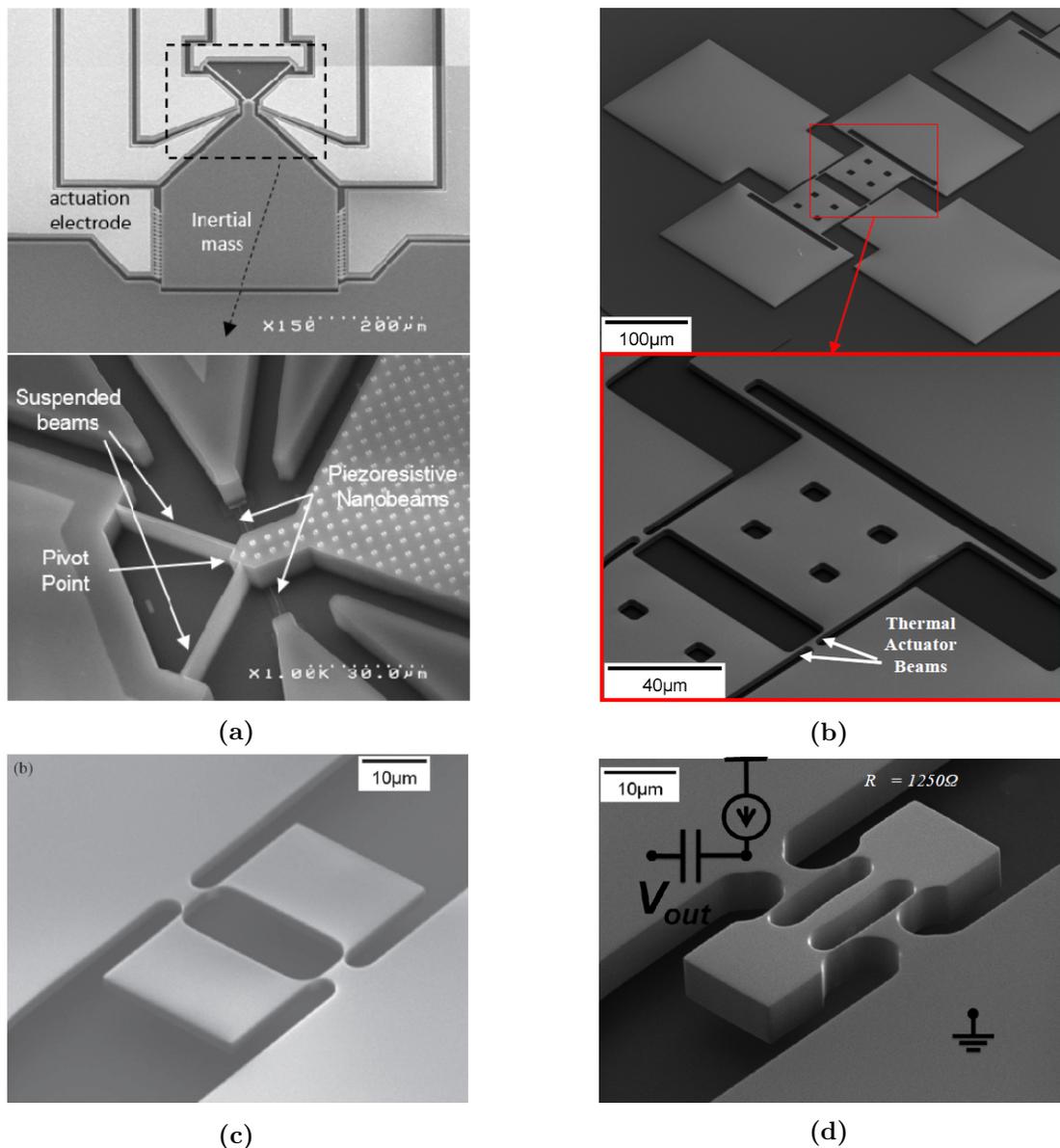


Figure 4.2: Architectures utilisées pour mettre en œuvre l'effet TPBA : (a) Résonateur M&NEMS du CEA-Leti [56]; (b), (c), (d) Trois architectures de l'université de Denver [59], [60].

Lorsque cette force permet de compenser les pertes intrinsèques du résonateur, alors celui-ci accumule de l'énergie à chaque cycle menant à un régime d'auto-oscillation [59].

Ce dernier permet de créer une boucle de rétroaction interne permettant de s'affranchir de l'électronique utilisé habituellement pour maintenir l'oscillateur à sa fréquence de résonance. Le résonateur n'atteint ce régime qu'à partir de l'énergie fournie par la source de polarisation continue. Les oscillations sont initiées par le bruit thermomécanique du résonateur puis elles sont amplifiées au cours de chaque cycle par le mécanisme de rétroaction établi précédemment ayant un gain supérieur à 1 [66]. Alors que l'on pourrait s'attendre à une divergence de l'amplitude des oscillations, cette dernière tend à se stabiliser. Des mécanismes pouvant expliquer cette stabilisation ont été proposés :

- **Les non-linéarités mécaniques** [59]
- **Les collisions entre les parties mobiles et les parties fixes** [58]

Le régime d'auto-oscillation a été très étudié par l'équipe de l'université de Denver sur des architectures illustrées par les Figures 4.2(b) et 4.2(c). Ce type d'architecture montre néanmoins des limitations pour améliorer les performances de la transduction [59]. La fréquence de résonance étant très dépendante de la taille des poutres thermo-piézorésistives, il est alors difficile d'optimiser la transduction en modifiant les dimensions tout en conservant le comportement mécanique souhaité. Une nouvelle architecture, illustrée par la Figure 4.2(d), a été développée pour permettre de fixer la fréquence de résonance de la structure avec une poutre centrale plus épaisse. Ainsi, les dimensions des poutres thermo-piézorésistives peuvent être ajustées pour améliorer la transduction. Cette structure a également permis d'atteindre des fréquences de résonance plus élevées [60], [67].

La caractérisation de ce régime d'auto-oscillation permet également de s'intéresser à la stabilité en fréquence des oscillateurs thermo-piézorésistifs. La principale source d'instabilité identifiée pour ces oscillateurs résulte de la fluctuation de température [59]. Elle peut néanmoins être réduite en augmentant le dopage de la poutre afin de diminuer le coefficient thermique de piézorésistivité ($TC\pi$) [59]. Il a également été montré que le rapport signal sur bruit et la stabilité en fréquence de ce type d'oscillateur pouvaient être considérablement améliorés en augmentant le courant de polarisation dans la poutre, au détriment de la puissance consommée [65], [71], [79]. Le Tableau 4.2 récapitule les paramètres des différentes poutres utilisées dans la littérature pour mettre en œuvre ce régime. Nous pouvons observer que les sections de ces dernières étaient initialement grandes (Fig. 4.1(a) et 4.2(c)) et que leur réduction a permis d'améliorer l'efficacité de la rétroaction thermo-piézorésistive. Il en résulte une diminution de la puissance consommée pour entrer en régime d'auto-oscillation (Fig. 4.2(b), 4.3(b) et 4.2(a)). Par ailleurs, nous remarquons que cette dernière va également dépendre du facteur de qualité du composant, représentatif de l'effort à fournir pour compenser les pertes intrinsèques du résonateur.

Outre sa capacité à générer un régime d'auto-oscillation, l'effet TPBA a été utilisé pour contrôler le facteur de qualité de résonateurs. Une équipe de l'université de Tohoku a proposé un résonateur capacitif intégrant des poutres thermo-piézorésistive pour contrôler ce paramètre (Fig. 4.3(a)) [87]. Plus récemment, une équipe de l'université de Stanford a réalisé une synthèse des différentes méthodes de contrôle du facteur de qualité dont la

Réf.	Figure	Taille $l \times w \times t$ (μm^3)	R_0 (Ω)	f (MHz)	Q	P_{cons} (mW)
[58]	4.1(a)	0,8 x 0,28 x 1,5	790	1,3	13 300	1,2
[66]	4.2(c)	27 x 0,4 x 17	250	5,25	Air	324
[66]	4.2(c)	27 x 0,4 x 17	250	5,25	Vide	72,2
[66]	4.2(c)	11,5 x 0,55 x 3,3	1 050	19,3	Air	55,8
[66]	4.2(c)	11,5 x 0,55 x 3,3	1 050	19,3	Vide	64,3
[66]	4.2(c)	11,5 x 0,55 x 3,3	1 050	19,3	Vide	66,8
[66]	4.2(b)	27 x 0,05 x 2	13 500	4,5	Vide	10,1
[79]	4.3(b)	10 x 0,23 x 0,15	1 970	0,84	6 000	0,07
[56]	4.2(a)	5 x 0,25 x 0,25	2 000	0,004	28 000	0,6

Tableau 4.2: Caractéristiques de différents résonateurs utilisés pour mettre en œuvre un régime d'auto-oscillation. Les paramètres évalués sont : la taille de la poutre, sa résistance R_0 , la fréquence de résonance f , le facteur de qualité Q et la puissance consommée P_{cons} .

rétroaction thermo-piézorésistive [88]. Cet article la compare à d'autres mécanismes comme les boucles d'asservissement externes, la rétroaction optique, le couplage de plusieurs modes mécaniques et l'utilisation de matériaux piézoélectriques. Parmi les principaux avantages de ce mécanisme de rétroaction, nous pouvons citer la facilité d'utilisation sur des structures MEMS et/ou NEMS existantes et la capacité à générer un régime d'auto-oscillation. Néanmoins, les principaux inconvénients de cette méthode de contrôle du facteur de qualité sont la consommation et la dépendance du phénomène à la température. Ces inconvénients sont toutefois présents pour d'autres méthodes de contrôle [88], [89].

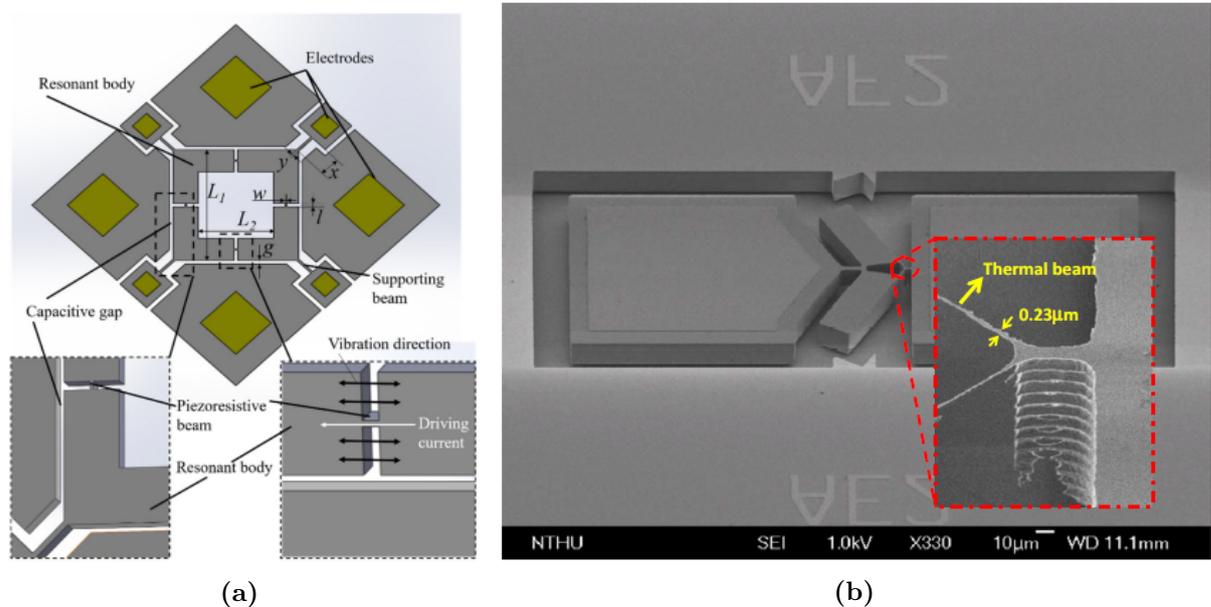


Figure 4.3: (a) Exemple de résonateur capacitif intégrant des poutres thermo-piézorésistives pour contrôler son facteur de qualité proposé par l'université de Tohoku [87]; (b) Architecture proposée par l'université Tsing Hua permettant de diminuer la puissance nécessaire pour entrer en régime d'auto-oscillation [79].

4.1.3 Efficacité énergétique de l'effet TPBA

Les différentes études menées sur la rétroaction thermo-piézorésistive ont permis d'extraire certaines conditions pour améliorer ses performances. Tout d'abord, l'équation (4.1) suggère que la contribution de la force thermoélastique au facteur de dissipation (Γ_{TPBA}) est maximale lorsque le rapport entre la constante de temps thermique (τ_t) et la constante de temps mécanique ($\tau_m = 1/\omega$) est égal à 1 [85]. Les propriétés des matériaux (résistivité électrique, coefficient de dilatation thermique et coefficient piézorésistif), contrôlées par le dopage et les effets de taille, permettent également d'améliorer les performances de cette transduction [67]. De plus, la réduction de la section de la poutre thermo-piézorésistive en dessous de $1 \mu\text{m}^2$ permet de bénéficier d'une diminution de près d'un facteur 3 de la conductivité thermique du silicium contribuant ainsi à l'amélioration des performances de cette transduction en terme de consommation [55], [56]. Le groupe de l'université National Tsing Hua a proposé une structure avec une poutre de $230 \text{ nm} \times 150 \text{ nm} \times 10 \mu\text{m}$ permettant de réduire la puissance nécessaire pour entrer en régime d'auto-oscillation à $70 \mu\text{W}$ (Fig. 4.3(b)) [79]. Des travaux récents ont montré un gain d'efficacité de la rétroaction pouvant atteindre deux ordres de grandeur en modifiant l'orientation de la plaque de silicium, la nature des dopants et leur concentration sur des architectures similaires à celle de la Figure 4.1(a) [89]. En effet, ces trois paramètres vont permettre d'ajuster le coefficient piézorésistif de la poutre utilisée pour mettre en œuvre ce phénomène. Comme attendu par le modèle *Kanda* présenté au Chapitre 1.2.4, le coefficient piézorésistif est maximal lorsque la poutre est orientée dans les directions $\langle 110 \rangle$ pour le dopage de type P et $\langle 100 \rangle$ pour le dopage de type N [40]. De plus, il sera également maximal lorsque le dopage est inférieur à $10^{17} \text{ at.cm}^{-3}$ au détriment de sa dépendance à la température plus importante à ces niveaux de dopages.

4.1.4 Applications et architectures utilisées pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive

L'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive par différentes équipes universitaires et industrielles a conduit à la réalisation de démonstrateurs comme par exemple des capteurs de gaz, des capteurs de masse ou des capteurs RF. Des applications telles que des horloges et des synthétiseurs de fréquence ont été imaginées du fait du faible bruit et de la faible consommation envisageable avec ce phénomène de rétroaction. L'augmentation des performances, notamment en termes de consommation énergétique, obtenue en réduisant les dimensions de la poutre piézorésistive a ouvert le champ des applications vers des capteurs de masse et de force très sensibles [57].

Dès les premières communications, l'intérêt du régime d'auto-oscillation a été mis en avant. Il permet de s'affranchir d'une électronique complexe (boucle à verrouillage de phase, boucle de rétroaction externe) pour réaliser un oscillateur stable en fréquence. Ce régime a été utilisé pour concevoir notamment des capteurs de masse, de gaz, de pression, de force et de déplacement ainsi que des magnétomètres. Ce régime peut s'avérer très intéressant

pour réaliser un réseau de capteurs. En effet, chaque résonateur est actionné à sa fréquence de résonance par l'intermédiaire de cette boucle de rétroaction interne. La mise en réseau de capteurs nécessitant une électronique externe est beaucoup plus complexe. La mesure est souvent réalisée séquentiellement pour éviter l'utilisation d'un module de contrôle pour chaque résonateur. Ce dernier aurait pour conséquence une augmentation considérable de la consommation énergétique et de l'encombrement.

Enfin, l'effet TPBA a été utilisée également pour ajuster le facteur de qualité de résonateur MEMS et NEMS. Elle a permis d'améliorer le facteur de qualité du mode de détection d'un gyromètre double masse et pour réaliser des filtres et des amplificateurs UHF.

4.1.4.1 Les capteurs de masse

La rétroaction thermo-piézorésistive, et en particulier son régime d'auto-oscillation, a été utilisée pour réaliser des capteurs de masse. Le résonateur est actionné à sa fréquence de résonance par l'effet TPBA. L'ajout de masse sur la surface du résonateur engendre une diminution de cette fréquence. Le suivi de la fréquence de résonance f permet d'estimer la masse des particules déposées. Sachant que $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ avec k la raideur du résonateur et m sa masse, la variation relative de la masse δm est reliée à la variation relative de la fréquence de résonance δf par :

$$\delta m = -2\delta f \quad (4.2)$$

Dans un premier temps, l'architecture de l'université de Denver présentée dans la Figure 4.2(b) a été utilisée pour concevoir ce type de capteur. Ce dernier a été exposé à un flux de particules pendant environ deux heures et a permis de détecter, avec une sensibilité de $10 - 30 \text{ Hz.pg}^{-1}$, des particules de taille sub-micrométrique [61].

Des caractérisations réalisées à l'université National Tsing Hua, sur une structure similaire, ont confirmé les bonnes performances pouvant être atteintes par ce type de capteur [80]. Une sensibilité de 3 Hz.pg^{-1} et une résolution de 100 fg ont été mesurées en réalisant un dépôt de nanoparticules d'argent sur le résonateur par impression jet d'encre.

4.1.4.2 Les capteurs de gaz

L'architecture illustrée par la Figure 4.2(b) a également été utilisée pour concevoir des capteurs de gaz. Pour cette application, la surface du résonateur est recouverte d'une couche épaisse de polymère qui permet l'absorption du gaz. En présence de ce gaz, la masse du résonateur est modifiée ce qui entraîne une diminution de sa fréquence de résonance [62]. Cette étude a montré que le capteur était sensible aux vapeurs d'essence, en particulier au toluène. Un décalage de 2200 ppm (54 kHz) de la fréquence de résonance est observé avec un temps de réponse de 40 s lorsque le capteur est placé dans un environnement à la pression atmosphérique contenant cette espèce [62]. La limite de détection de ce capteur a été estimée à environ $5,5 \text{ ppm}$.

Sur des structures similaires sans couche de fonctionnalisation, il a été montré qu'un gaz pouvait être détecté par l'intermédiaire de sa densité [68], [69]. En effet, l'introduction d'un gaz de densité différente dans l'environnement de l'oscillateur thermo-piézorésistif génère un décalage de sa fréquence de résonance. En particulier pour l'hélium qui a une densité plus faible que l'azote. L'augmentation de la concentration en hélium réduit la densité du mélange dans lequel se trouve le composant et par conséquent l'amortissement de la structure. Cette réduction des pertes énergétiques permet d'augmenter l'énergie apportée par le mécanisme de rétroaction à chaque cycle. L'amplitude des vibrations de la structure va croître et augmenter ainsi l'effet des non-linéarités mécaniques à l'origine de la limitation de celle-ci. Il en résulte alors une diminution de la raideur de la poutre thermo-piézorésistive à l'origine d'une diminution de la fréquence de résonance. Un tel oscillateur a été utilisé pour détecter de l'hélium et sa concentration dans un mélange hélium-azote. Un décalage de - 1 340 ppm (4,2 kHz) est obtenu pour un mélange 1:5 hélium-azote par rapport à un environnement azote pur [68], [69]. Il a également été montré que la résolution de ce type de capteur se situe autour de 40 ppm en considérant la plus petite variation de fréquence mesurable à 1 Hz.

4.1.4.3 Les capteurs de pression

L'oscillateur thermo-piézorésistif, toujours basé sur la même architecture (Fig. 4.2(b)) a ensuite été utilisé pour concevoir un capteur de pression [64], [69]. L'oscillateur est placé dans un environnement sous vide avec un orifice d'entrée et de sortie pour contrôler la pression dans cet environnement. Le principe de fonctionnement est basé sur l'augmentation de l'amortissement de la structure lorsque la pression dans l'enceinte augmente. Cette dernière a pour conséquence d'augmenter les pertes énergétiques. Ainsi, le gain apporté au cours de chaque cycle par la rétroaction est réduit. L'amplitude des vibrations de la structure va alors décroître réduisant ainsi l'effet des non-linéarités mécaniques à l'origine de la limitation de celle-ci. Il en résulte alors une augmentation de la raideur de la poutre thermo-piézorésistive à l'origine d'une augmentation de la fréquence de résonance. Néanmoins, l'utilisation de l'oscillateur thermo-piézorésistif est adaptée pour des capteurs basse pression (< 100 kPa). Pour mesurer de fortes pressions, ce type de dispositif n'est plus adapté. En effet, pour des pressions élevées (> 300 kPa) l'amortissement devient trop important nécessitant l'injection d'un courant beaucoup plus élevé dans la poutre pour maintenir le régime d'auto-oscillation. Les petites dimensions des poutres ne permettent pas de faire passer des courants importants sans les endommager. Ce type de composant a été testé pour mesurer des variations de pression allant jusqu'à environ 100 kPa avec une sensibilité de 56 ppm.kPa^{-1} et une résolution de 6 Pa en supposant que la plus petite variation de fréquence mesurable est de 1 Hz [64], [69].

4.1.4.4 Les capteurs de force et de déplacement

Le groupe de l'université de Denver a ensuite développé des capteurs de force et de déplacement utilisant l'effet TPBA. Ces derniers peuvent être utilisés, par exemple, comme

pointe d'AFM ou dans des profilomètres haute résolution [72], [73]. Une pointe AFM associée à un oscillateur thermo-piézorésistif est illustrée sur la Figure 4.4(a) [72]. Dans son mode de fonctionnement normal, l'oscillateur est actionné à sa fréquence de résonance en utilisant le régime d'auto-oscillation. Une force appliquée sur la pointe induit une déformation de la poutre thermo-piézorésistive modifiant sa raideur et conduisant à un changement de la fréquence de résonance. Cette structure a permis d'obtenir un capteur de déplacement avec une sensibilité de $2,5 \text{ Hz.nm}^{-1}$ et une résolution de $0,4 \text{ nm}$. Une seconde structure a été utilisée pour concevoir un capteur de force et de déplacement avec le même fonctionnement que précédemment et permettant d'obtenir une résolution sub-nanométrique et une sensibilité de $1,5 \text{ Hz.nm}^{-1}$ (Fig. 4.4(b)) [73].

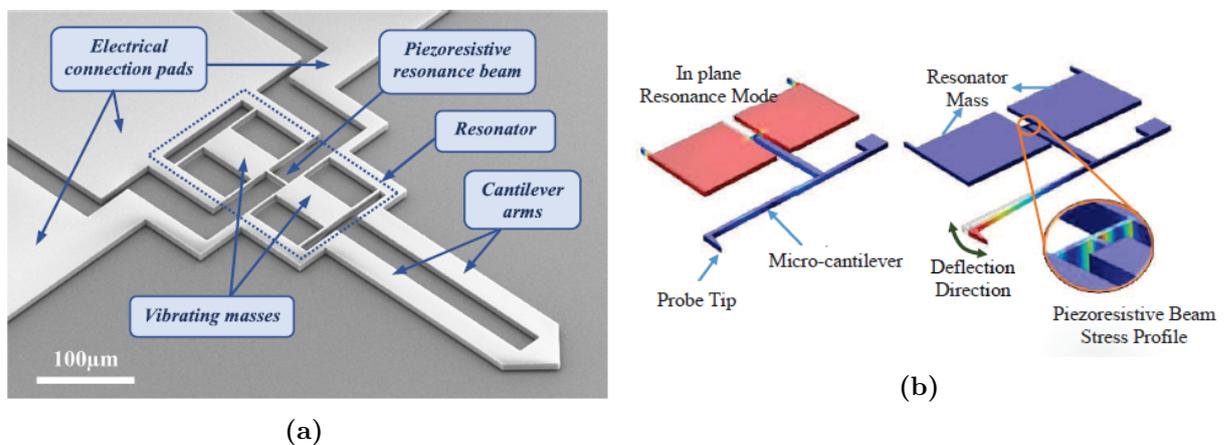


Figure 4.4: Exemples de capteur de force et de déplacement basés sur un oscillateur thermo-piézorésistif : (a) Structure 1 [72]; (b) Structure 2 [73].

4.1.4.5 Les magnétomètres

Sur le même principe que le capteur de force ou de déplacement présenté précédemment, l'effet TPBA a été utilisée pour concevoir un magnétomètre à force de Lorentz ou plus précisément à force de Laplace [76]. Cette dernière agit sur un conducteur dans lequel circule un courant en présence d'un champ magnétique. La Figure 4.5 est un exemple de réalisation avec différentes versions de poutres. La première (type A) est une poutre rectangulaire standard alors que les deux autres (type B & C) sont courbées. La structure comprend un oscillateur thermo-piézorésistif et une longue poutre reliée à cet oscillateur par un mécanisme permettant d'amplifier la force de Laplace. En effet, cette force est très faible pour des champs magnétiques de faible amplitude. Une couche de silice est déposée entre le dispositif en silicium et la ligne de métal présente sur la longue poutre. Elle assure une isolation électrique du courant utilisé pour l'oscillateur et du courant circulant dans cette ligne à l'origine de la force de Laplace. Dans son mode de fonctionnement normal, l'oscillateur est actionné à sa fréquence de résonance par l'intermédiaire du régime d'auto-oscillation. L'application d'un champ magnétique crée une force perpendiculaire à la longue poutre qui va moduler la fréquence de résonance de l'oscillateur en réponse

à une modification de la raideur de la poutre thermo-piézorésistive. Avec les poutres de type B et C, les performances atteintes sont à l'état de l'art des magnétomètres à force de Laplace en ce qui concerne la sensibilité ($7\,220 \text{ ppm} \cdot (\text{mA} \cdot \text{T})^{-1}$) et aussi le niveau de bruit ($13,81 \text{ } \mu\text{T} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$) [76]. Ces dernières permettent de réduire considérablement la raideur de la poutre thermo-piézorésistive. Cela implique un déplacement plus important pour une même force de Lorentz à l'origine d'une modification plus importante de la fréquence de résonance de l'oscillateur.

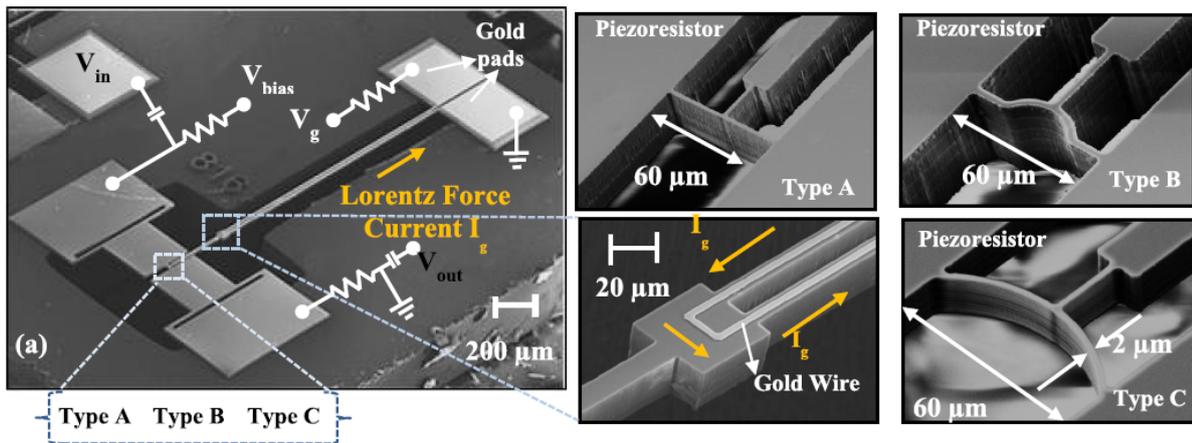


Figure 4.5: Exemple de magnétomètre utilisant la rétroaction thermo-piézorésistive [76].

4.1.4.6 Les gyromètres

L'université de Denver a réalisé un gyromètre basé sur le principe de la rétroaction thermo-piézorésistive afin d'améliorer le facteur de qualité de son axe de détection [70]. Il s'agit d'un système double masse ($810 \times 810 \times 15 \text{ } \mu\text{m}^3$) couplé par la poutre thermo-piézorésistive ($\sim 2 \times 28 \times 15 \text{ } \mu\text{m}^3$) et suspendu par l'intermédiaire de 8 ressorts de guidage dans la direction Y (Fig. 4.6). Le gyromètre a été conçu pour accorder la fréquence de résonance du mode d'excitation avec celle du mode de détection. Ainsi, les vibrations selon l'axe de détection sont amplifiées par son facteur de qualité. L'axe d'excitation du gyromètre est actionné électrostatiquement par l'intermédiaire de peignes interdigités à sa fréquence de résonance en anti-phase dans la direction Y. Une rotation autour de l'axe Z génère une force de Coriolis (Chapitre 2.1) dans la direction X mesurée par la poutre. La polarisation en courant de cette dernière, nécessaire à la mesure piézorésistive de la force de Coriolis, permet de bénéficier d'un effet amplificateur de la rétroaction thermo-piézorésistive. Le courant est choisi pour augmenter le facteur de qualité. Il en résulte une augmentation de l'amplitude des vibrations générées par la force de Coriolis avec un actionnement similaire. Il est toutefois nécessaire de s'assurer que le régime d'auto-oscillation n'est pas atteint. Dans cet exemple, le facteur de qualité du mode de détection passe de $22 \cdot 10^3$ à $10,4 \cdot 10^6$ en injectant un courant de 1,6 mA dans la poutre [70].

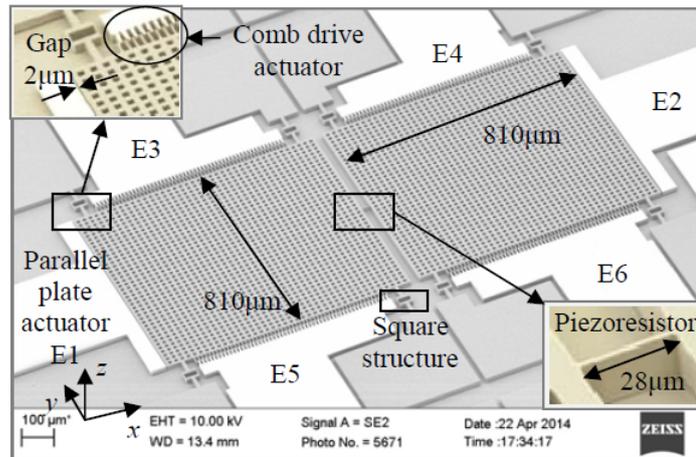


Figure 4.6: Exemple de gyromètre utilisant la rétroaction thermo-piézorésistive [70].

4.1.4.7 Les amplificateurs et les filtres

Les oscillateurs thermo-piézorésistifs ont aussi été utilisés comme amplificateurs UHF et comme filtres sélectifs passe-bande pour des applications de communication sans fil (Fig. 4.7) [74], [75], [77].

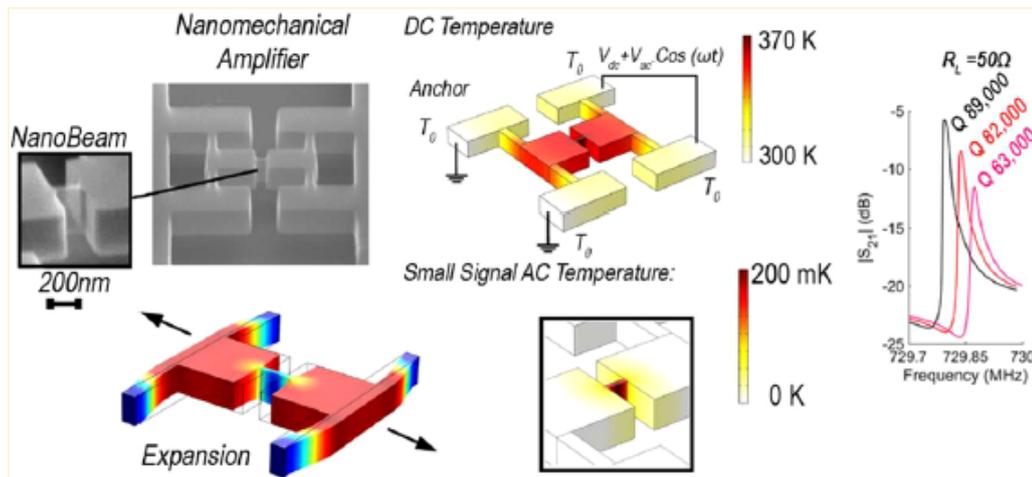


Figure 4.7: Exemple d'architecture utilisant la rétroaction thermo-piézorésistive pour concevoir un amplificateur UHF ou un filtre [77].

Les dimensions de la structure ($1,5 \times 0,8 \times 0,3 \mu\text{m}^3$) et de la poutre thermo-piézorésistive ($0,2 \times 0,05 \times 0,3 \mu\text{m}^3$) permettent d'atteindre une fréquence de résonance élevée autour de 700 MHz. Le signal d'entrée du filtre est amplifié par le gain de la boucle TPBA si sa fréquence de résonance est dans la bande passante du filtre contrôlée par le facteur de qualité. Le courant de polarisation, en dessous du seuil de mise en auto-oscillation, permet d'ajuster dans une gamme assez large la fréquence de résonance et le facteur de qualité du dispositif par l'intermédiaire de l'effet TPBA. Il modifie ainsi la bande passante du filtre et le gain d'amplification. Comparé à d'autres résonateurs UHF utilisant d'autres technologies pour ajuster les paramètres du filtre, l'oscillateur thermo-piézorésistif permet

d'atteindre d'excellentes performances. Il permet notamment de combiner un facteur de qualité élevé permettant de réduire la bande passante du filtre ($> 80\,000$) avec des pertes d'insertion faibles (-5 dB). En effet, les autres techniques de filtrage présentées dans la littérature nécessitent un compromis entre ces deux paramètres [77]. L'oscillateur thermo-piézorésistif permet également de bénéficier d'un faible encombrement (au moins un facteur 35 sur l'espace utilisé) et sa consommation ($\sim 190\ \mu\text{W}$) est du même ordre de grandeur que les autres dispositifs comparés [77].

4.2 Modèle thermique d'un nanofil Si

Le comportement thermique, en particulier l'évaluation de la distribution de température dans le nanofil, va jouer un rôle important dans l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive. La mise en place des modèles thermiques pour les deux types de nanofils utilisés (Chapitre 3.1) sera détaillée dans cette partie. Le comportement thermique des nanofils peut être décrit en première approche par un système du premier ordre caractérisé par une constante de temps thermique (τ_{th}) et une résistance thermique (R_{th}). Un modèle analytique du nanofil 1D permettra d'établir une valeur de ces paramètres. Ils seront ensuite confrontés aux résultats d'un modèle numérique obtenu au moyen du logiciel de simulation multi-physiques Comsol (version 5.3). La comparaison modèle numérique 3D - modèle analytique 1D permettra de valider leur cohérence. Le modèle numérique permettra également de déterminer l'éventuelle contribution des ancrages sur les paramètres thermiques extraits. Ces derniers seront utilisés dans le Chapitre 6 pour exploiter les résultats obtenus lors de l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive sur les composants M&NEMS à base de nanofils.

Dans ces modèles thermiques, seul le transport d'énergie par conduction thermique dans le silicium est considéré. En effet, les transferts thermiques par convection et conduction dans le gaz environnant ou par rayonnement sont négligeables en raison de la taille du système considéré et des températures maximales atteintes.

Avec les hypothèses précédentes, l'équation de transport thermique est donnée par :

$$\vec{\nabla} \left(\kappa \vec{\nabla} T \right) + p = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.3)$$

avec T la distribution de température, κ la conductivité thermique du matériau, p la puissance volumique produite par effet Joule dans le matériau, ρ la masse volumique et c_p la capacité thermique massique. Cette équation sera utilisée plus loin pour évaluer les réponses thermiques des deux types de nanofil utilisés.

4.2.1 Réponse thermique d'un nanofil standard

Compte tenu du facteur de forme élevé des nanofils, nous nous intéresserons à la résolution de (4.3) selon une dimension, le long de l'axe du nanofil de longueur l et de section S (Fig. 4.8). Nous considérons que le nanofil est connecté à deux réservoirs thermiques de température T_0 . Nous supposons également que la conductivité thermique et la capacité thermique sont constantes au voisinage de la température de fonctionnement.

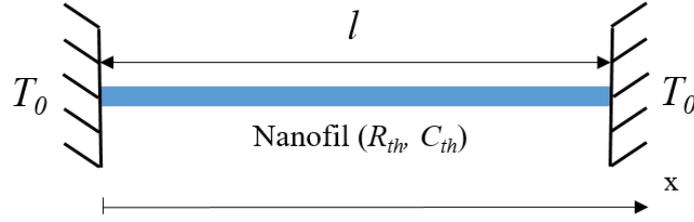


Figure 4.8: Schéma d'un nanofil standard.

4.2.1.1 Auto échauffement dans un nanofil

La résolution de (4.3) en régime permanent ($\frac{\partial T}{\partial t} = 0$) permet d'établir le profil de température suivant :

$$\boxed{T(x) = T_0 + \frac{p}{2\kappa}x(l-x)} \quad (4.4)$$

avec p la puissance volumique dissipée dans le nanofil.

Nous aborderons dans la suite de ce manuscrit la résolution de (4.3) en régime forcé pour une puissance volumique injectée $p = (p_s + \Delta p)$. Le terme p_s correspond à la densité de puissance statique et Δp à une densité de puissance sinusoïdale, homogène sur l'ensemble de la structure, à la pulsation ω . Plus particulièrement, nous souhaitons évaluer la variation de la température moyenne dans le nanofil. En effet, la démonstration réalisée dans l'Annexe D montre qu'il s'agit du paramètre pertinent pour estimer la force thermoélastique générée par l'effet TPBA.

4.2.1.2 Mode thermique dans un nanofil

Pour la résolution de l'équation en régime forcé, nous considérerons que la conductivité thermique (κ) et la capacité thermique (c_p) sont indépendantes de la température. Comme pour le cas statique, le facteur de forme élevé du nanofil permet de se limiter à une résolution unidimensionnelle. Avec ces hypothèses, nous voulons résoudre (4.5) obtenue avec le changement de variable $\Delta T(t) = T(t) - T_s$, où T_s représente la solution en régime permanent décrit par (4.4).

$$\begin{cases} \frac{\rho c_p}{\kappa} \frac{\partial \Delta T}{\partial t} - \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} = \frac{\Delta p(t)}{\kappa} \\ \Delta T(0, t) = \Delta T(l, t) = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Dans un premier temps, nous résolvons l'équation homogène afin de déterminer les modes thermiques du nanofil. Pour cela, nous procédons à une séparation des variables spatiales et temporelles en posant $\Delta T(x, t) = f(x)g(t)$. L'équation homogène devient :

$$\frac{\kappa}{\rho c_p} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial g(t)}{g(t)} \quad (4.6)$$

L'équation 4.6 impose que les deux membres de cette égalité soient constants. Cette constante, homogène à l'inverse d'un temps, sera forcément négative pour éviter que la fonction $g(t)$ ne diverge (solution non acceptable physiquement). En notant cette constante $-1/\tau$, nous en déduisons que :

$$g(t) = g(0) e^{-t/\tau} \quad (4.7)$$

De même, la fonction $f(x)$ est obtenue en résolvant :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + k^2 f(x) = 0 \\ f(0) = f(l) = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

avec $k^2 = \frac{\rho c_p}{\kappa \tau}$ positif. Compte tenu des conditions aux limites imposées, il existe une infinité de solutions pour des valeurs discrètes de k notées k_n . Ces solutions sont décrites par les fonctions $f_n(x)$ suivantes :

$$\begin{cases} f_n(x) = A_n \sin(k_n x) \\ k_n = \frac{n\pi}{l} \end{cases} \quad (4.9)$$

Nous définissons ainsi les modes thermiques associés au transport thermique. Le paramètre τ s'identifie à la constante de temps thermique du mode n avec :

$$\boxed{\tau_{th,n} = \frac{\rho c_p l^2}{\kappa n^2 \pi^2}} \quad (4.10)$$

Nous pouvons montrer (Annexe C.1) que les modes f_n forment une base orthonormée selon le produit scalaire :

$$\langle X|Y \rangle = \frac{2}{l} \int_0^l XY dx \quad (4.11)$$

Le facteur de normalisation est dans ces conditions fixé à 1 ($A_n = 1$).

4.2.1.3 Réponse thermique en régime variable

Une solution particulière de (4.5) peut être recherchée en effectuant sa projection sur un mode thermique n comme détaillée dans l'Annexe C.2. Sachant que la variation de puissance volumique Δp est homogène dans le nanofil, la variation de puissance totale ΔP est donnée par :

$$\Delta P = \Delta p l S \quad (4.12)$$

Comme seuls les modes impairs participent à la conduction thermique (Annexe C.2), nous obtenons pour n impair :

$$\Delta T_n + \tau_{th,n} \Delta \dot{T}_n = R_{th,n} \Delta P(t) \quad (4.13)$$

avec $\tau_{th,n} = \frac{\rho c_p l^2}{\kappa(n\pi)^2}$ et $R_{th,n} = \frac{4l}{S\kappa(n\pi)^3}$ respectivement la constante de temps et la résistance thermique du mode n .

La base $\{f_n = \sin(k_n x)\}_n$ étant une base orthonormée pour le produit scalaire défini précédemment, nous admettrons que la solution de (4.5) peut s'écrire comme une combinaison des solutions de (4.13) :

$$\Delta T(x, t) = \sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \Delta T_n(t) \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (4.14)$$

La variation de puissance dissipée par effet Joule $\Delta P(t)$ étant un terme sinusoïdal $\Delta P(t) = \Delta P e^{j\omega t}$, nous pouvons écrire :

$$\Delta T(x, t) = \sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} R_{th,n} \frac{\Delta P(t)}{1 + j\omega\tau_{th,n}} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (4.15)$$

Le paramètre pertinent à étudier pour la rétroaction thermo-piézorésistive est la variation de la température moyenne sur le nanofil ($\overline{\Delta T}(t) = \frac{1}{l} \int_0^l \Delta T(x, t) dx$) :

$$\overline{\Delta T}(t) = \sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \frac{2}{n\pi} R_{th,n} \frac{\Delta P(t)}{1 + j\omega\tau_{th,n}} \quad (4.16)$$

Pour le mode thermique n , la variation de température moyenne sur le nanofil suit :

$$\boxed{\overline{\Delta T}_n(t) = \frac{R_{theq,n} \Delta P(t)}{1 + j\omega\tau_{th,n}}} \quad (4.17)$$

Avec $R_{theq,n}$ la résistance thermique associée au mode thermique n reliant la variation de la température moyenne à la variation de la puissance dissipée dans le nanofil et $\tau_{th,n}$ la constante de temps thermique :

$$\boxed{\begin{cases} R_{theq,n} = \frac{8l}{S\kappa(n\pi)^4} \\ \tau_{th,n} = \frac{\rho c_p l^2}{\kappa(n\pi)^2} \end{cases}} \quad (4.18)$$

Du fait de la dépendance de la variation de la température moyenne dans le nanofil en $1/n^4$, son comportement thermique pourra être convenablement approché par le premier mode thermique. Cette remarque pourra d'ailleurs être vérifiée lorsque le modèle analytique du nanofil seul sera comparé au modèle numérique dans la suite de ce manuscrit.

4.2.2 Réponse thermique d'un nanofil avec plateau thermique

L'étude de l'effet TPBA nous a conduit à proposer une nouvelle architecture de nanofil pour les dispositifs M&NEMS. Elle consiste à intégrer un plateau thermique au centre d'un nanofil standard (Fig. 4.9).

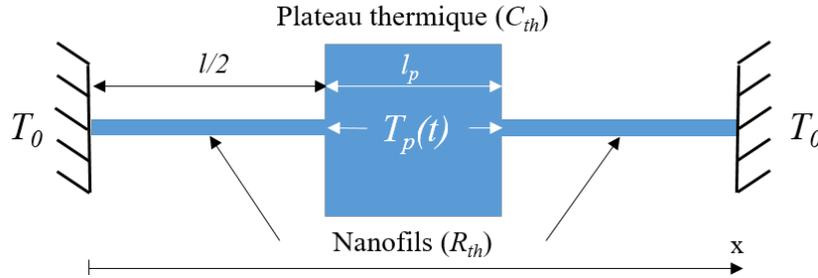


Figure 4.9: Schéma de la nouvelle architecture de nanofil avec plateau thermique.

Les avantages de cette structure originale et les différentes variantes étudiées ont été présentés au Chapitre 3.1. Pour rappel, l'idée principale est de modifier significativement les propriétés thermiques du nanofil sans affecter ses propriétés électriques et mécaniques. Nous allons développer un modèle analytique pour ce type de nanofil en utilisant une approche par morceaux. Elle permettra d'évaluer indépendamment le profil de la température dans le nanofil et dans le plateau thermique. Pour cela, nous introduisons la température $T_p(t)$ correspondant à la température de l'interface nanofil-plateau. Nous allons chercher à extraire les paramètres thermiques pertinents pour l'étude de la rétroaction thermo-piezorésistive, comme la constante de temps thermique et la résistance thermique, associés au premier mode thermique de chaque élément du système. Nous supposons les contributions des modes supérieurs comme négligeables.

Les hypothèses retenues pour simplifier la résolution de (4.3) dans cette nouvelle géométrie sont :

- Hyp. 1 : Le problème est unidimensionnel dans chaque sous-système (nanofil et plateau thermique).
- Hyp. 2 : La température aux ancrages est considérée fixe et égale à T_0 (le nanofil est connecté à deux réservoirs thermiques semi-infinis).
- Hyp. 3 : La symétrie de la structure implique que :
 - La température aux deux extrémités du plateau est identique ($T_p(t)$).
 - Les profils de la température dans les deux sections de nanofil sont symétriques. Seul le nanofil gauche sera considéré.
- Hyp. 4 : La puissance dissipée par effet Joule varie lentement devant la constante de temps thermique de chaque élément (nanofil, plateau). Seul la réponse quasi-statique est conservée pour chaque section du système.

4.2.2.1 Profil de la température dans le nanofil

Compte tenu des hypothèses et de la symétrie du problème, nous résolvons (4.19) dans le nanofil de longueur $l/2$ et de section S ($[0, \frac{l}{2}]$).

$$\begin{cases} \rho c_p \frac{\partial T_{nf}}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 T_{nf}}{\partial x^2} = p_{nf}(t) \\ T_{nf}(0, t) = T_0 \\ T_{nf}\left(\frac{l}{2}, t\right) = T_p(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

avec $p_{nf}(t)$ la puissance volumique dissipée dans la portion du nanofil. Posons le changement de variable :

$$T_{nf} = \Delta T_{nf} + \frac{T_p(t) - T_0}{l/2} x + T_0 \quad (4.20)$$

Ce dernier permet de fixer les conditions aux limites nulles. ΔT_{nf} décrit alors l'écart de température par rapport au régime quasi-statique pour lequel les variations de la température du plateau T_p seraient reportées instantanément dans le nanofil. L'équation (4.19) devient :

$$\begin{cases} \rho c_p \Delta \dot{T}_{nf} + \frac{2\rho c_p}{l} \dot{T}_p(t) x - \kappa \frac{\partial^2 \Delta T_{nf}}{\partial x^2} = p_{nf}(t) \\ \Delta T_{nf}(0, t) = \Delta T_{nf}\left(\frac{l}{2}, t\right) = 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

L'hypothèse 4 permet de simplifier le terme $\rho c_p \Delta \dot{T}_{nf}$ devant $\kappa \frac{\partial^2 \Delta T_{nf}}{\partial x^2}$ soit :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Delta T_{nf}}{\partial x^2} = \frac{2\rho c_p}{\kappa l} \dot{T}_p(t) x - \frac{1}{\kappa} p_{nf}(t) \\ \Delta T_{nf}(0, t) = \Delta T_{nf}\left(\frac{l}{2}, t\right) = 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

Une double intégration et la prise en compte des conditions aux limites permettent d'obtenir ΔT_{nf} sur la première partie du nanofil ($[0, \frac{l}{2}]$) :

$$\boxed{\Delta T_{nf}(x, t) = \frac{\rho c_p}{3\kappa l} \dot{T}_p(t) x \left(x^2 - \frac{l^2}{4}\right) + \frac{1}{2\kappa} p_{nf}(t) x \left(\frac{l}{2} - x\right)} \quad (4.23)$$

4.2.2.2 Profil de la température dans le plateau

Nous résolvons maintenant (4.24) dans le plateau thermique de longueur l_p et de section S_p ($[-\frac{l_p}{2}, \frac{l_p}{2}]$).

$$\begin{cases} \rho c_p \frac{\partial T_{pl}}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 T_{pl}}{\partial x^2} = p_{pl}(t) \\ T_{pl}\left(-\frac{l_p}{2}, t\right) = T_{pl}\left(\frac{l_p}{2}, t\right) = T_p(t) \end{cases} \quad (4.24)$$

avec $p_{pl}(t)$ la puissance volumique dissipée dans le plateau thermique. Celle-ci peut être reliée à la puissance dissipée dans le nanofil par :

$$p_{pl}(t) = p_{nf}(t) \frac{S^2}{S_p^2} \quad (4.25)$$

En effectuant le changement de variable :

$$T_{pl} = \Delta T_{pl} + T_p(t) \quad (4.26)$$

et en considérant l'hypothèse 4, l'équation (4.24) devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Delta T_{pl}}{\partial x^2} = \frac{\rho c_p}{\kappa} \dot{T}_p(t) - \frac{1}{\kappa} p_{pl}(t) \\ \Delta T_{pl}\left(-\frac{l_p}{2}, t\right) = \Delta T_{pl}\left(\frac{l_p}{2}, t\right) = 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

Une double intégration et la prise en compte des conditions aux limites permettent d'obtenir $\Delta T_{pl}(x, t)$ dans le plateau thermique $\left[-\frac{l_p}{2}, \frac{l_p}{2}\right]$:

$$\boxed{\Delta T_{pl}(x, t) = \left(\frac{\rho c_p}{2\kappa} \dot{T}_p(t) - \frac{1}{2\kappa} p_{pl}(t) \right) \left(x^2 - \frac{l_p^2}{4} \right)} \quad (4.28)$$

4.2.2.3 Détermination de la température du plateau

Les équations (4.23) et (4.28) font intervenir la température $T_p(t)$ qui est pour le moment inconnue. Pour avoir une description complète du profil de la température sur la structure, nous devons trouver une expression de la température $T_p(t)$. Pour cela, nous utilisons la propriété de continuité du flux thermique Φ à **la jonction** entre le nanofil et le plateau qui permet d'écrire :

$$\Phi_{nf} = \Phi_{pl} \quad (4.29)$$

Déterminons maintenant l'expression de Φ_{nf} et Φ_{pl} :

$$\Phi_{nf} = -\kappa S \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} \left(x = \frac{l}{2} \right) = \frac{lS}{4} p_{nf}(t) - \frac{\rho c_p l S}{6} \dot{T}_p(t) - \frac{2\kappa S}{l} (T_p(t) - T_0) \quad (4.30)$$

$$\Phi_{pl} = -\kappa S_p \frac{\partial T_{pl}}{\partial x} \left(x = -\frac{l_p}{2} \right) = \frac{\rho c_p l_p S_p}{2} \dot{T}_p(t) - \frac{l_p S_p}{2} p_{pl}(t) \quad (4.31)$$

Finalement, l'équation (4.29) devient :

$$\boxed{C_{th} \dot{T}_p(t) + \frac{1}{R_{th}} (T_p(t) - T_0) = P_u(t)} \quad (4.32)$$

avec $P_u(t) = \frac{lS}{2}p_{nf}(t) + l_p S_p p_{pl}(t)$ la puissance utile, $C_{th} = \rho c_p \left(l_p S_p + \frac{lS}{3} \right)$ et $R_{th} = \frac{l}{4\kappa S}$ respectivement la capacité et la résistance thermique de la structure. Comme attendu, la capacité thermique peut être approchée par la capacité thermique du plateau. En effet, le volume du nanofil étant très petit devant le volume du plateau, le terme correctif résultant de la contribution du nanofil peut être négligé devant la contribution du plateau. Nous pouvons également remarquer que la résistance thermique est bien celle du nanofil et en particulier de l'association en parallèle de deux nanofils de longueur $l/2$. Nous pouvons ainsi en déduire la constante de temps thermique de la structure :

$$\boxed{\tau_{th} = \frac{\rho c_p l}{4\kappa S} \left(S_p l_p + \frac{lS}{3} \right) \approx \frac{\rho c_p l S_p l_p}{4\kappa S}} \quad (4.33)$$

Pour valider l'hypothèse 4, comparons la constante de temps thermique de la structure (τ_{th}) donnée par (4.33) avec celle du premier mode thermique du nanofil ($\tau_{1,nf}$) et du plateau ($\tau_{1,pl}$) déterminée précédemment (Éq. (4.18) Section 4.2.1.3). Nous pouvons vérifier que dans le cas le plus défavorable, pour le plus petit plateau thermique ($1 \times 3,25 \times 0,25 \mu\text{m}^3$) :

$$\begin{cases} \tau_{th} \gg \tau_{1,nf} \\ \tau_{th} \gg \tau_{1,pl} \end{cases} \quad (4.34)$$

Sachant que la variation de puissance dissipée dans le nanofil est harmonique ($P_u(t) = P_{u,s} + \Delta P_u(t)$), la résolution de l'équation différentielle (4.32) permet d'obtenir $T_p(t)$:

$$\boxed{T_p(t) = T_{p,s} + \Delta T_{p,r} - j\omega\tau_{th}\Delta T_{p,r}} \quad (4.35)$$

avec $T_{p,s} = T_0 + R_{th}P_{u,s}$ un terme statique, $\Delta T_{p,r} = \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \Delta P_u(t)$ un terme variable réel (en phase). Nous pouvons remarquer que $T_p(t)$ est également composé d'une partie imaginaire (retardée) d'amplitude $\omega\tau_{th}\Delta T_{p,r}$.

4.2.2.4 Profil de la température statique de la structure

Pour déterminer le profil de la température statique dans la structure, nous considérons que $\dot{T}_p(t) = 0$. L'hypothèse 3 implique que le profil de la température est symétrique par rapport au centre du plateau. En utilisant les équations (4.20), (4.23), (4.25), (4.26), (4.28) et (4.32), nous obtenons :

$$\boxed{\begin{cases} T_{nf,s} = T_0 + \frac{1}{2\kappa} p_{nf,s} x \left(\frac{lS_p + l_p S}{S_p} - x \right) & 0 < x < \frac{l}{2} \\ T_{pl,s} = T_0 + \frac{1}{2\kappa} p_{nf,s} \left(\frac{S^2 l_p^2 + S_p^2 l^2 + 2S l S_p l_p - 4S^2 x^2}{4S_p^2} \right) & -\frac{l_p}{2} < x < 0 \end{cases}} \quad (4.36)$$

avec $p_{nf,s}$ la densité de puissance statique dissipée dans le nanofil. Ce profil analytique statique sera comparé au profil statique obtenu avec le modèle numérique dans la Section 4.2.3.1.

4.2.2.5 Calcul de la température moyenne dans la structure

Sachant que le paramètre pertinent à étudier pour estimer la force thermoélastique est la moyenne linéique de la variation de la température sur le nanofil (Annexe D), nous pouvons l'évaluer sur la nouvelle architecture de nanofil :

$$\bar{T} = \frac{1}{l + l_p} (l\bar{T}_{nf} + l_p\bar{T}_{pl}) \quad (4.37)$$

Calculons séparément \bar{T}_{nf} et \bar{T}_{pl} :

$$\bar{T}_{nf} = \frac{2}{l} \int_0^{l/2} T_{nf} dx = T_0 + \frac{T_p(t) - T_0}{2} + \frac{l^2}{48\kappa} p_{nf}(t) - \frac{\rho c_p l^2}{96\kappa} \dot{T}_p(t) \quad (4.38)$$

$$\bar{T}_{pl} = \frac{1}{l_p} \int_{-l_p/2}^{l_p/2} T_{pl} dx = T_p(t) + \frac{l_p^2}{12\kappa} p_{pl}(t) - \frac{\rho c_p l_p^2}{12\kappa} \dot{T}_p(t) \quad (4.39)$$

La température moyenne dans la structure (\bar{T}) dépend bien évidemment de la température initiale T_0 et des densités de puissance dissipée dans la structure ($p_{nf}(t) = p_{nf,s} + \Delta p_{nf}(t)$ et $p_{pl}(t) = p_{pl,s} + \Delta p_{pl}(t)$). Elle contient également un terme proportionnel à $T_p(t)$ qui est retardé par rapport à ces dernières et un terme proportionnel à $\dot{T}_p(t)$ retardé par rapport à $T_p(t)$.

Nous pouvons alors injecter $T_p(t)$ (Équation 4.35) dans l'expression de la température moyenne dans le nanofil. Pour simplifier cette expression au premier ordre en $j\omega$, nous la décomposons en trois termes :

$$\bar{T} = \bar{T}_s + \overline{\Delta T}_r + j\overline{\Delta T}_i \quad (4.40)$$

avec \bar{T}_s la moyenne linéique de la température statique sur la structure. Nous nous intéresserons particulièrement à $\overline{\Delta T}_r$ et $\overline{\Delta T}_i$ respectivement la partie réelle (en phase) et imaginaire (retardée) de la moyenne linéique de la variation de la température dans la structure (Annexe C.3) :

$$\begin{cases} \overline{\Delta T}_r = \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \frac{lS_p + 2l_p S}{2lS_p + 2l_p S} + \frac{l^3 S_p^2 + 4l_p^3 S^2}{12l^2 S_p^2 + 12lS_l S_p} \right) R_{th} \Delta P(t) \\ \overline{\Delta T}_i = -\omega \tau_{th} \frac{1}{l + l_p} \frac{lS_p + 2l_p S}{2lS_p + 2l_p S} \left(\frac{l + 2l_p}{2} + \frac{lS}{3l_p S_p} \frac{l^3 + 8l_p^3}{8l^2} \right) R_{th} \Delta P(t) \end{cases} \quad (4.41)$$

avec $\Delta P(t) = lS\Delta p_{nf}(t) + l_p S_p \Delta p_{pl}(t)$ la variation de la puissance totale dissipée dans le nanofil. Nous considérerons alors que la moyenne linéique de la variation de la température dans le nanofil avec plateau est donnée par :

$$\boxed{\overline{\Delta T}(t) = \frac{R_{th,eq} \Delta P(t)}{1 + j\omega \tau_{th,eq}}} \quad (4.42)$$

Avec $R_{th,eq}$ la résistance thermique reliant la moyenne linéique de la variation de la température à la variation de la puissance dissipée et $\tau_{th,eq}$ la constante de temps thermique :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{th,eq} = R_{th} \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \frac{lS_p + 2l_pS}{2lS_p + 2l_pS} + \frac{l^3 S_p^2 + 4l_p^3 S^2}{12l^2 S_p^2 + 12lS l_p S_p} \right) \\ \tau_{th,eq} = \frac{R_{th} \tau_{th}}{R_{th,eq}} \frac{1}{l + l_p} \frac{lS_p + 2l_pS}{2lS_p + 2l_pS} \left(\frac{l + 2l_p}{2} + \frac{lS}{3l_p S_p} \frac{l^3 + 8l_p^3}{8l^2} \right) \end{array} \right. \quad (4.43)$$

4.2.3 Comparaison avec les modèles numériques

L'objectif de cette section est de comparer les deux modèles analytiques présentés précédemment pour le nanofil seul (4.17) et le nanofil avec plateau (4.42) avec des modèles numériques. Comme pour les modèles analytiques, nous négligeons d'abord l'effet des ancrages des nanofils et nous ne prenons en considération qu'un barreau rectangulaire ($0,25 \times 0,25 \times 5 \mu\text{m}^3$) pour le nanofil seul et ce même barreau avec un plateau ($0,25 \times 5,25 \times 5 \mu\text{m}^3$) pour le nanofil avec plateau. Les simulations FEM réalisées sur ces modèles numériques se découpent en deux parties :

- Une étude en régime statique pour évaluer le profil de la température résultant d'une puissance Joule dissipée dans le nanofil avec ou sans plateau.
- Une étude aux valeurs propres pour évaluer les différents modes thermiques du nanofil avec ou sans plateau.

4.2.3.1 Réponse thermique en régime statique

Pour la première étape, nous considérons d'un point de vue thermique que les deux extrémités du nanofil sont à la température ambiante $T_0 = 293 \text{ K}$. Nous appliquons ensuite une densité de puissance sur les deux architectures :

- **Nanofil seul** : $14,72 \mu\text{W} \cdot \mu\text{m}^{-3}$ dans l'ensemble de la structure.
- **Nanofil avec plateau** : $14,72 \mu\text{W} \cdot \mu\text{m}^{-3}$ dans les deux portions du nanofil et $33,38 \text{ nW} \cdot \mu\text{m}^{-3}$ dans le plateau (4.25).

Ces densités de puissance sont choisies de manière à représenter la puissance résultante du passage d'un courant de $50 \mu\text{A}$ dans la structure avec une résistivité électrique de $2,3 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$ (typique pour la technologie M&NEMS). A titre d'exemple, les Figures 4.10(a) et 4.10(b) représentent le profil de la température résultant de cette puissance dissipée et pour une conductivité thermique $\kappa = 150 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Les profils obtenus par les modèles numériques (3D) sont en parfait accord avec les profils attendus par les modèles analytiques statiques (1D) également représentés sur les Figures 4.10(a) et 4.10(b). Par conséquent, l'utilisation d'un modèle 1D pour simplifier le modèle analytique est correcte et pleinement justifiée. Pour le nanofil seul, la température suit un profil parabolique avec la température maximale à son centre (Fig. 4.10(a)) comme prévu par le modèle

analytique statique (4.4). Pour le nanofil avec plateau, la température est uniforme sur l'ensemble du plateau et parabolique dans les deux portions du nanofil (Fig. 4.10(b)) comme prévu par le modèle analytique statique (4.36).

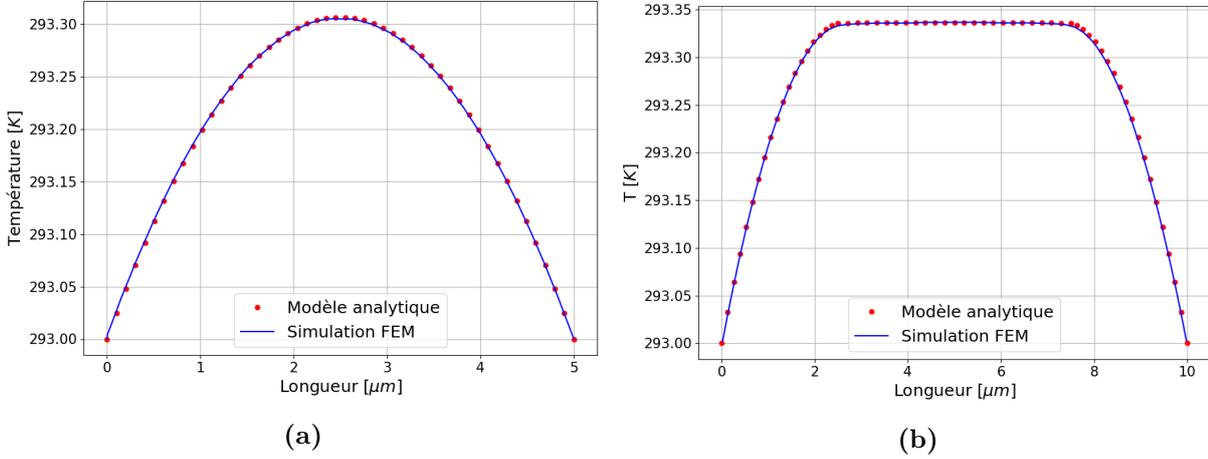


Figure 4.10: Comparaison des résultats obtenus avec les modèles analytiques et numériques permettant d'étudier le profil de la température statique : (a) du nanofil seul (densité de puissance de $14,72 \mu\text{W} \cdot \mu\text{m}^{-3}$ dans l'ensemble de la structure) ; (b) du nanofil avec plateau (densité de puissance de $14,72 \mu\text{W} \cdot \mu\text{m}^{-3}$ dans les deux portions du nanofil et $33,38 \text{nW} \cdot \mu\text{m}^{-3}$ dans le plateau).

4.2.3.2 Détermination des modes thermiques du nanofil

La seconde étude consiste à rechercher les valeurs propres et les vecteurs propres qui sont solutions de l'équation de transfert thermique (4.3). Nous pouvons établir l'équation générale (3D) de la forme des modes thermiques. Comme pour la détermination du modèle analytique, nous nous intéresserons dans un premier temps à la résolution de l'équation homogène (en l'absence de terme source) avec $\Delta T = T - T_0$:

$$\begin{cases} \rho c_p(T) \frac{\partial \Delta T}{\partial t} - \vec{\nabla} \left(\kappa(T) \vec{\nabla} (\Delta T) \right) = 0 \\ \Delta T = 0 \quad \text{pour } x \in Y_1 \quad (\text{extrémités nanofil}) \\ \vec{\nabla} (\Delta T) = 0 \quad \text{pour } x \in Y_2 \quad (\text{interface avec l'air}) \end{cases} \quad (4.44)$$

avec $Y = Y_1 \cup Y_2$ le contour du système. Nous cherchons les solutions de la forme :

$$\Delta T(x, y, z, t) = \sum_{n \geq 1} a_n \theta_n(x, y, z) e^{-\lambda_n t} \quad (4.45)$$

avec a_n un coefficient de normalisation et λ_n et θ_n les valeurs propres et les vecteurs propres associés qui sont solutions de l'équation de diffusion thermique homogène. Les vecteurs propres θ_n sont normalisés selon le produit scalaire suivant :

$$\langle X|Y \rangle = \frac{\int \rho c_p X Y dV}{\int \rho c_p dV} \quad (4.46)$$

En considérant que la conductivité thermique κ et la capacité thermique c_p sont indépendantes de la température, l'équation de diffusion devient :

$$\vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \theta_n \right) = -\Psi_n \theta_n \quad (4.47)$$

avec $\Psi_n = \frac{\lambda_n \rho c_p}{\kappa}$. Cette seconde étude va permettre de déterminer les couples (Ψ_n, θ_n) solutions de l'équation (4.47) aux valeurs propres avec Ψ_n la valeur propre et θ_n le vecteur propre associé représentant la forme du mode thermique n (Fig. 4.11 & 4.12). La forme des trois premiers modes du nanofil seul et du nanofil avec plateau est illustrée respectivement par les Figures 4.11(a), 4.11(c), 4.11(e) et les Figures 4.11(b), 4.11(d), 4.11(f).

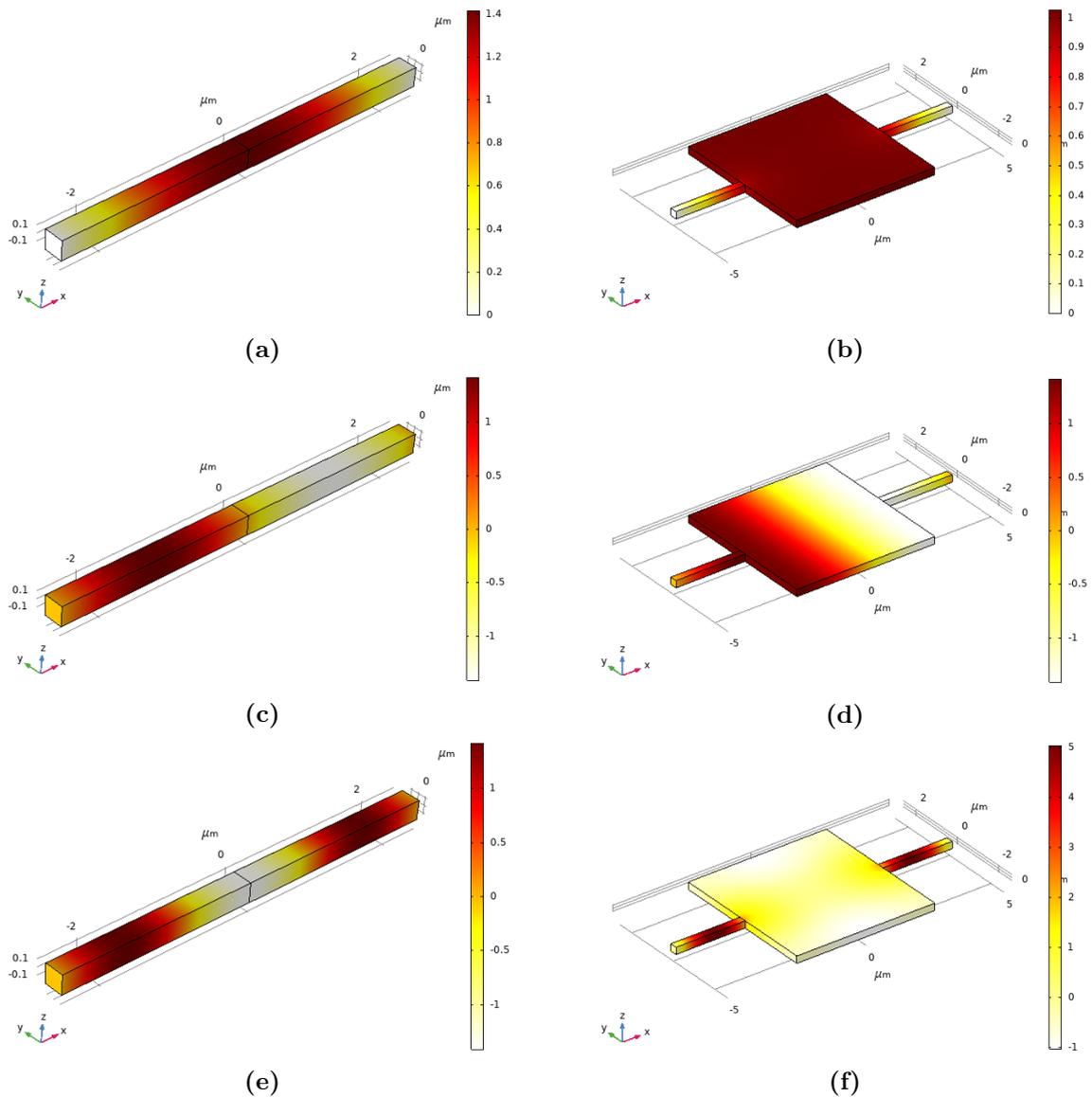


Figure 4.11: Résultats obtenus avec les modèles numériques pour la résolution du problème thermique aux valeurs propres. Ils permettent d'observer la forme des modes pour le nanofil seul : (a) Mode 1 ; (b) Mode 2 ; (c) Mode 3 ; pour le nanofil avec plateau : (d) Mode 1 ; (e) Mode 2 ; (f) Mode 3.

Pour le nanofil seul, nous pouvons mettre en évidence la forme sinusoïdale de ces modes comme prévue par le modèle analytique associé (4.9). Une augmentation de l'ordre du mode revient à augmenter le nombre d'oscillations possibles sur la longueur l du nanofil. Pour le nanofil avec plateau, la même observation peut être réalisée avec les résultats du modèle numérique. La forme du premier mode thermique obtenue numériquement est proche de celle obtenue analytiquement. Ceci est en accord avec les hypothèses faites pour établir le modèle analytique.

Les Figures 4.12(a) et 4.12(b) permettent de comparer les formes des différents modes obtenues analytiquement et numériquement pour le nanofil seul et le nanofil avec plateau. La relation de normalisation n'étant pas la même pour les modèles analytiques et numériques, l'amplitude des modes est normalisée par rapport à l'amplitude maximale. Pour le nanofil seul, nous observons un accord parfait entre les deux méthodes pour les trois premiers modes. Ceci confirme la validité des modèles utilisés pour décrire le nanofil. Pour le nanofil avec plateau, des écarts pouvant atteindre 40 % sont observés sur la forme du mode obtenu analytiquement et numériquement. Ils sont notamment marqués dans les deux portions de nanofils de part et d'autre du plateau thermique. Il s'agit certainement d'une conséquence des hypothèses faites pour établir le modèle analytique. Dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons principalement les résultats des modèles numériques.

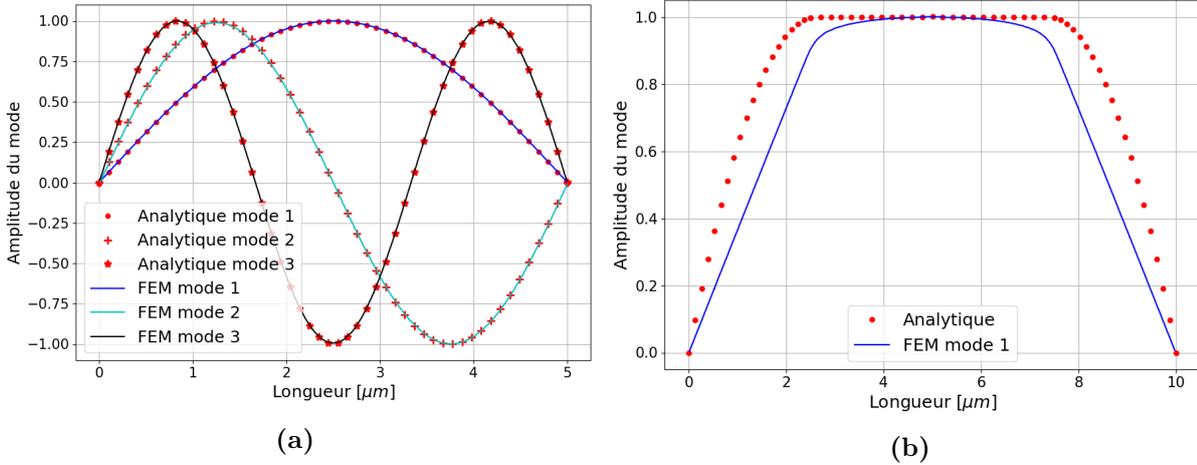


Figure 4.12: Comparaison de la forme des modes obtenus analytiquement et numériquement pour : (g) Le nanofil seul ; (h) Le nanofil avec plateau.

4.2.3.3 Réponse thermique en régime variable

Nous souhaitons maintenant établir le profil de la température ΔT produit par un terme source $p = \Delta p_v$ purement sinusoïdale (le cas statique a été traité précédemment). Nous cherchons une solution particulière de (4.3) faisant intervenir ce terme de densité de puissance :

$$\begin{cases} \rho c_p \frac{\partial \Delta T}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} (\Delta T)) = p \\ \Delta T = 0 \quad \text{pour } x \in Y_1 \quad (\text{extrémités du nanofil}) \\ \vec{\nabla} (\Delta T) = 0 \quad \text{pour } x \in Y_2 \quad (\text{interface avec l'air}) \end{cases} \quad (4.48)$$

Pour déterminer la contribution du mode thermique n , l'équation 4.48 de diffusion thermique peut être projetée sur ce mode n en utilisant le produit scalaire défini précédemment (4.46).

$$\int \rho c_p \frac{\partial \Delta T}{\partial t} \theta_n dV - \int \vec{\nabla} (\kappa \vec{\nabla} (\Delta T)) \theta_n dV = \int p \theta_n dV \quad (4.49)$$

En utilisant les propriétés de la divergence, une double intégration par partie, le théorème de flux-divergence ($\int \phi \vec{\nabla} (\theta) dV = \oint \phi \theta dS - \int \theta \vec{\nabla} (\phi) dV$) et en simplifiant l'intégrale sur le contour avec les conditions aux limites, nous obtenons :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho c_p \Delta T \theta_n dV - \int \kappa \Delta T \vec{\nabla} (\vec{\nabla} (\theta_n)) dV = \int p \theta_n dV \quad (4.50)$$

Finalement, en utilisant la définition du mode thermique donnée par (4.47) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho c_p \Delta T \theta_n dV + \lambda_n \int \rho c_p \Delta T \theta_n dV = \int p \theta_n dV \quad (4.51)$$

Soit :

$$\begin{aligned} \text{— } a_n \text{ la projection de } \Delta T \text{ sur le mode } n : a_n &= \frac{\int \rho c_p \Delta T \theta_n dV}{\int \rho c_p dV} \\ \text{— } s_n \text{ la projection de } p \text{ sur le mode } n : s_n &= \frac{\int \rho c_p p \theta_n dV}{\int \rho c_p dV} \end{aligned}$$

L'équation (4.51) devient :

$$a_n + \frac{1}{\lambda_n} \dot{a}_n = \frac{1}{\rho c_p \lambda_n} s_n \quad (4.52)$$

$$a_n = \frac{1}{\rho c_p \lambda_n} \frac{s_n}{1 + \frac{j\omega}{\lambda_n}} \quad (4.53)$$

Dans le cadre de l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive, nous souhaitons évaluer la moyenne linéique de la variation de la température sur le nanofil (avec ou sans plateau) $\overline{\Delta T}$ car il s'agit de la grandeur physique qui dicte l'amplitude de la force thermoélastique (Annexe D). Sachant que les θ_n constituent une base des solutions de l'équation thermique, nous pouvons écrire :

$$\Delta T = \sum_n a_n \theta_n \quad (4.54)$$

La moyenne linéique de la variation de la température dans le nanofil est donnée par :

$$\overline{\Delta T} = \sum_n a_n \bar{\theta}_n \quad (4.55)$$

avec $\bar{\theta}_n$ la moyenne linéique de θ_n . Si nous définissons $R_{th,n}$ comme la résistance thermique qui relie la variation de la puissance totale dans le nanofil à la moyenne linéique de la

variation de la température sur celui-ci pour le mode n et $\tau_{th,n}$ la constante de temps thermique de ce même mode, nous pouvons montrer que :

$$\boxed{\frac{\Delta T}{\rho c_p \lambda_n} = \sum_n \frac{R_{th,n} \int p dV}{1 + j\omega \tau_{th,n}}} \quad (4.56)$$

avec $R_{th,n} = \frac{1}{\rho c_p \lambda_n} \frac{1}{\int p dV} s_n \bar{\theta}_n$. Finalement, nous avons :

$$\boxed{\begin{cases} \tau_{th,n} = \frac{1}{\lambda_n} \\ R_{th,n} = \frac{1}{\rho c_p \lambda_n} \frac{1}{\int p dV} \frac{\int \rho c_p p \theta_n dV}{\int \rho c_p dV} \bar{\theta}_n \end{cases}} \quad (4.57)$$

Afin de valider les modèles analytiques et numériques, nous allons comparer $\Psi_n = \frac{\rho c_p}{\kappa \tau_{th,n}}$ et $\Upsilon_n = \kappa R_{th,n}$ des trois premiers modes thermiques du nanofil seul ou avec plateau. Il s'agit des deux paramètres d'intérêt qui sont indépendants des propriétés des matériaux. Ils ne vont dépendre que de la géométrie du nanofil. Toutes les données sont présentées dans le Tableau 4.3.

Mode	Nanofil seul				Nanofil avec plateau			
	Ψ_n (μm^{-2})		Υ_n (μm^{-1})		Ψ_n (μm^{-2})		Υ_n (μm^{-1})	
	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.
1	0,395	0,395	6,570	6,570		$6,85 \cdot 10^{-3}$		7,64
2	1,579	1,579	0	$2,77 \cdot 10^{-16}$	$8,31 \cdot 10^{-3}$	0,395	8,64	$4,34 \cdot 10^{-17}$
3	3,553	3,553	0,081	0,081		1,165		0,892

Tableau 4.3: Comparaison des résultats obtenus avec les modèles analytiques et numériques pour les trois premiers modes thermiques du nanofil seul ou avec plateau.

En ce qui concerne le nanofil seul, nous observons un excellent accord entre les résultats obtenus analytiquement et numériquement. Comme suggéré par le modèle analytique, les modes pairs ne participent pas ou peu à la conduction thermique puisque le paramètre Υ , proportionnel à la résistance thermique, est quasi-nulle pour ces modes. De plus, le premier mode est très largement dominant et prend en compte une grande partie de l'échauffement par effet Joule. Le modèle analytique proposé pour évaluer la moyenne linéique de la variation de la température dans le nanofil seul est donc correct.

Pour le nanofil avec plateau, l'hypothèse utilisée pour développer le modèle analytique en considérant le cas quasi-statique pour chaque partie de la structure (nanofil, plateau) est correcte. En effet, les résultats obtenus numériquement ne font ressortir que le premier mode qui concentre l'ensemble de l'échauffement par effet Joule dans le nanofil ($\Psi_{anal.} \approx \Psi_{num.,1}$ et $\Upsilon_{anal.} \approx \Upsilon_{num.,1}$). L'écart entre le paramètre Ψ , inversement proportionnel à la constante

de temps thermique, obtenu analytiquement et numériquement est d'environ 20 %. Un écart d'environ 10 % est également observé sur le paramètre Υ , proportionnel à la résistance thermique. Des hypothèses fortes sont considérées pour développer le modèle analytique de cette structure ce qui peut certainement expliquer ces écarts.

Un accord correct est observé entre les modèles analytiques et numériques. Ceci confirme leur validité et les hypothèses réalisées pour les obtenir. Dans la suite, nous utiliserons les modèles numériques pour décrire la réponse thermique des nanofils nécessaire pour l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive.

4.2.4 Contribution des ancrages

L'intérêt principal de ces modèles numériques est d'évaluer la contribution des ancrages des nanofils sur les paramètres thermiques. Après vérification sur des cas simples, nous pouvons modifier la géométrie pour introduire les ancrages. Dans cette configuration, nous nous sommes assurés par simulation que le premier mode thermique concentre toujours la majeure partie de l'échauffement par effet Joule. Nous avons également vérifié que les ancrages MEMS avaient peu d'influence sur les paramètres thermiques. Ainsi, nous étudierons seulement le premier mode en ne considérant que les ancrages NEMS des nanofils.

Compte tenu de la prise en compte des ancrages, la détermination des paramètres thermiques en fonction des données extraites du modèle numérique (4.57) est modifiée. En effet, nous nous intéressons à la détermination de ΔT dans l'ensemble nanofil (avec ou sans plateau) - ancrages alors que nous souhaitons évaluer la moyenne linéique de la variation de la température $\overline{\Delta T}$ uniquement dans le nanofil (avec ou sans plateau) pour estimer la force thermoélastique qui en résulte. Nous définissons $R_{th,n}$ comme la résistance thermique qui relie la variation de la puissance totale dans le nanofil à la moyenne linéique de la variation de la température sur celui-ci pour le mode n et $\tau_{th,n}$ la constante de temps thermique de ce même mode. Ainsi, la constante de temps et la résistance thermique associées au 1^{er} mode sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{th,1} = \frac{1}{\lambda_1} \\ R_{th,1} = \frac{1}{\rho c_p \lambda_1} \frac{1}{\int_V p dV} \frac{\int_{V_{tot}} \rho c_p p \theta_1 dV}{\int_{V_{tot}} \rho c_p dV} \bar{\theta}_1 \end{array} \right. \quad (4.58)$$

avec V_{tot} le volume total nanofil-ancrages et V le volume du nanofil (avec ou sans plateau).

Le Tableau 4.4 permet de comparer les paramètres d'intérêts indépendants des propriétés du silicium $\Psi_1 = \frac{\rho c_p}{\kappa \tau_{th,1}}$ et $\Upsilon_1 = \kappa R_{th,1}$ obtenues avec :

- Le modèle numérique (premier mode) du nanofil avec et sans ancrages
- Le modèle analytique

Méthode	Nanofil seul		Nanofil avec plateau	
	Ψ_1 (μm^{-2})	Υ_1 (μm^{-1})	Ψ_1 (μm^{-2})	Υ_1 (μm^{-1})
Analytique	0,395	6,570	$8,31 \cdot 10^{-3}$	8,64
Numérique sans ancrages	0,395	6,570	$6,85 \cdot 10^{-3}$	7,64
Numérique avec ancrages	0,294	9,524	$6,00 \cdot 10^{-3}$	10,33

Tableau 4.4: Comparaison des résultats obtenues avec les modèles analytiques et numériques pour le premier mode du nanofil seul ou avec plateau (avec et sans ancrages).

De manière générale, les paramètres thermiques équivalents sont modifiés lorsque les ancrages sont introduits sur les deux structures. La constante de temps thermique, inversement proportionnelle au paramètre Ψ , augmente quand nous prenons en compte les ancrages. Ceci peut être expliqué par une augmentation de l'inertie thermique de la structure. En ce qui concerne la résistance thermique, l'ensemble nanofil-ancrages peut être considéré comme l'association en série de la résistance thermique du nanofil et des deux ancrages. Le raisonnement suivant est effectué sur le paramètre Υ qui est proportionnel à la résistance thermique et indépendant des propriétés du silicium. Du fait des dimensions de l'ancrage par rapport au nanofil, son paramètre $\Upsilon_{ancr.}$ est petit mais non négligeable devant celui du nanofil Υ_{NW} . Pour le nanofil avec et sans plateau, le paramètre $\Upsilon_{ancr.}$ est estimé à $1,4 \mu\text{m}^{-1}$. Ainsi, l'introduction des ancrages implique une augmentation de 25 % de la constante de temps thermique et de 45 % de la résistance thermique du nanofil seul contre 15 % et 35 % pour le nanofil avec plateau. En effet, le plateau jouant le rôle de réservoir d'énergie thermique, l'effet des ancrages est moins important.

4.3 Modèle analytique de l'effet TPBA

Dans cette partie, nous souhaitons établir un modèle analytique de l'effet de rétroaction thermo-piezorésistive dans les nanofils dont le mécanisme est illustré par la Figure 4.13(a). Nous utiliserons en particulier les résultats obtenus précédemment pour la modélisation thermique du nanofil. Nous présenterons trois modèles de l'effet TPBA ayant un degré de complexité croissant. Le premier modèle est un modèle de base obtenu en faisant l'hypothèse que tous les paramètres sont indépendants de la température et de la déformation. Pour le deuxième modèle, nous ajoutons une contribution produite par la sensibilité de la conductivité thermique à la déformation. Enfin, le troisième modèle permet d'évaluer l'impact du comportement non idéal des sources de polarisation sur l'effet TPBA. La mise en oeuvre de la rétroaction dans des structures M&NEMS sera développée au Chapitre 6 et les résultats expérimentaux présentés dans ce même chapitre seront alors confrontés à ces modèles afin d'évaluer la validité des hypothèses utilisées pour les établir.

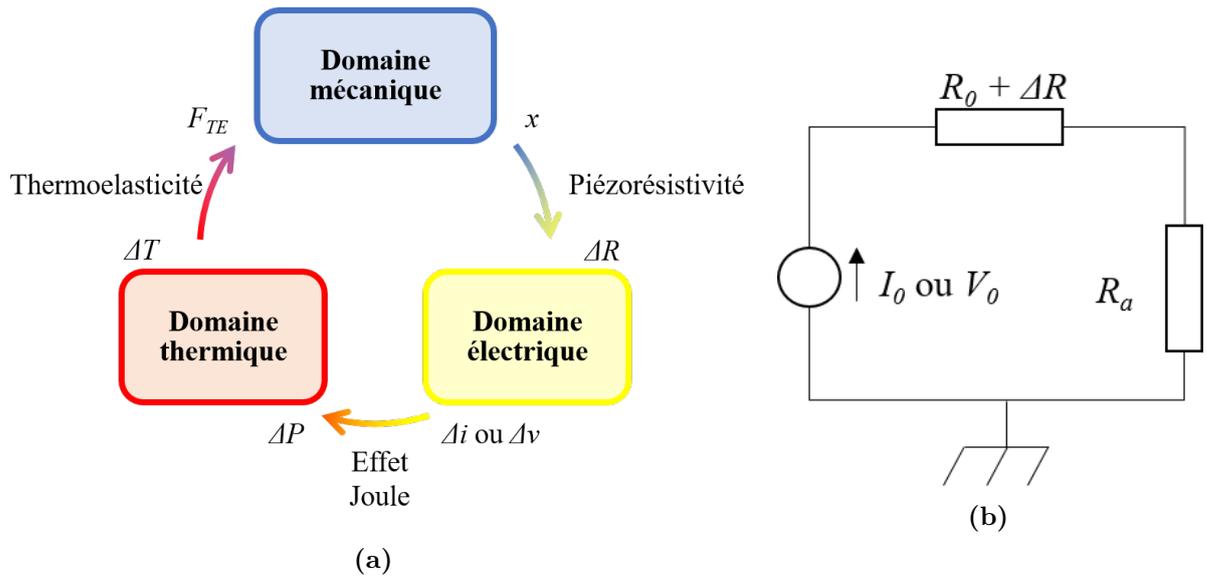


Figure 4.13: Mise en œuvre de la rétroaction thermo-piézorésistive dans un nanofil : (a) Illustration du mécanisme ; (b) Schéma électrique de la polarisation d'un nanofil $R_0 + \Delta R$ et de sa résistance d'accès R_a par un courant continu I_0 ou une tension continue V_0 .

4.3.1 Modèle 1 de base

Ce modèle, appelé modèle 1, est obtenu en prenant comme hypothèse que tous les paramètres sont indépendants de la température et de la déformation. De plus, nous considérons que les sources de polarisation sont idéales et ne génèrent aucune perturbation (Chapitre 3.3). Il s'agit d'un modèle similaire à ceux développés par d'autres groupes étudiant ce phénomène.

Nous nous focalisons sur la force thermoélastique générée par un nanofil polarisé en tension ou en courant continu selon le schéma électrique illustré par la Figure 4.13(b).

Une déformation x est appliquée sur un nanofil de longueur l intégrant un plateau thermique de longueur l_p ancré à gauche et libre de se déplacer à droite (Fig. 4.14). Au vu des dimensions du plateau par rapport au nanofil, l'ensemble de la déformation est subi par le nanofil.

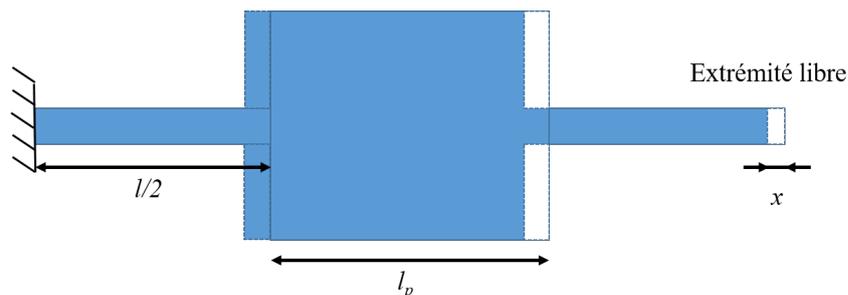


Figure 4.14: Schéma du nanofil considéré pour l'évaluation de la force thermoélastique. Il est ancré à gauche et comprend une extrémité libre à droite.

La piézorésistivité permet de relier la variation de la résistance ΔR à la déformation $\epsilon = x/l$ appliquée sur celui-ci :

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \Pi_l \frac{x}{l} \quad (4.59)$$

avec Π_l le facteur de jauge en déformation et R_0 la résistance du nanofil au repos.

Selon la polarisation du nanofil, cette variation de la résistance génère respectivement une variation de courant ou une variation de tension. Il en résulte une variation de la puissance dissipée par effet Joule ΔP dans le nanofil. En étudiant le schéma de polarisation illustré par la Figure 4.13(b), ΔP peut s'écrire quel que soit le schéma de polarisation considéré comme :

$$\Delta P = \beta P_0 \frac{\Delta R}{R_0} \quad (4.60)$$

avec β un paramètre qui dépend du schéma de polarisation et P_0 la puissance dissipée dans le nanofil au repos. Pour les deux types de polarisation (courant et tension), le paramètre β est donné par :

$$\begin{cases} \beta = 1 & \text{pour une polarisation en courant} \\ \beta = \frac{-R_0 + R_a}{R_0 + R_a} & \text{pour une polarisation en tension} \end{cases} \quad (4.61)$$

avec R_a la résistance d'accès du nanofil.

Cette variation de la puissance dissipée va engendrer une variation de la température moyenne selon le modèle défini précédemment. En régime harmonique à la pulsation ω , nous pouvons estimer la variation de la température moyenne dans le nanofil $\overline{\Delta T}$ par :

$$\overline{\Delta T} = \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} (\Delta P - \tau_{th}\dot{\Delta P}) \quad (4.62)$$

avec τ_{th} , R_{th} respectivement la constante de temps et la résistance thermique associées au nanofil. Nous ne considérerons que le premier mode thermique qui est dominant dans les deux structures (Section 4.2). La combinaison des équations (4.59), (4.60) et (4.62) permet d'écrire :

$$\overline{\Delta T} = \beta \frac{P_0 \Pi_l}{l} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} (x - \tau_{th}\dot{x}) \quad (4.63)$$

La force thermoélastique résultant de la dilatation thermique dans le silicium est proportionnelle à la variation de la température moyenne dans le nanofil (Annexe D) :

$$F_{TE} = \alpha k_{NW} l_{tot} \overline{\Delta T} \quad (4.64)$$

$$F_{TE} = \beta \frac{l_{tot} \alpha k_{NW} P_0 \Pi_l}{l} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} (x - \tau_{th}\dot{x}) \quad (4.65)$$

avec α le coefficient de dilatation thermique du silicium, k_{NW} la raideur mécanique du nanofil et l_{tot} la longueur totale du nanofil qui dans le cas du nanofil seul sera égale à l et dans le cas du nanofil avec plateau sera égale à $l + l_p$ (Annexe D). La force thermoélastique peut alors s'écrire :

$$\boxed{F_{TE} = \beta (k_{TPBA}x - \Gamma_{TPBA}\dot{x})} \quad (4.66)$$

Les deux termes identifiés dans cette expression traduisent deux contributions de la rétroaction thermo-piézorésistive :

- $k_{TPBA} = \frac{l_{tot}\alpha k_{NW}P_0\Pi_l}{l} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2}$: un terme de raideur traduisant la réponse instantanée du système.
- $\Gamma_{TPBA} = \tau_{th}k_{TPBA}$: un terme de force visqueuse traduisant la réponse retardée par la constante de temps thermique τ_{th} du système.

4.3.2 Modèle 2 intégrant la dépendance de la conductivité thermique à la déformation

Dans le Chapitre 1.2, nous avons montré que la conductivité thermique κ pouvait dépendre de la déformation ($\epsilon = x/l$) appliquée au nanofil :

$$\frac{\Delta\kappa}{\kappa} = \Pi_\kappa \frac{x}{l} \quad (4.67)$$

Nous souhaitons intégrer cette contribution, notée Π_κ , dans un second modèle de l'effet TPBA. Sachant que pour les deux structures de nanofils, la résistance thermique est dominée par le nanofil sur lequel la contrainte est uniforme et que $R_{th} \propto \kappa^{-1}$, nous pouvons montrer que :

$$\Delta R_{th} = -R_{th}\Pi_\kappa \frac{x}{l} \quad (4.68)$$

L'équation thermique s'écrit au premier ordre en x :

$$\overline{\Delta T} + \tau_{th}\dot{\overline{\Delta T}} = R_{th}\Delta P + \Delta R_{th}P_0 \quad (4.69)$$

$$\overline{\Delta T} + \tau_{th}\dot{\overline{\Delta T}} = \left(\beta - \frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l}\right) \frac{P_0\Pi_l}{l} R_{th}x \quad (4.70)$$

La variation de la température moyenne sur le nanofil s'écrit :

$$\overline{\Delta T} = \left(\beta - \frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l}\right) \frac{P_0\Pi_l}{l} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} (x - \tau_{th}\dot{x}) \quad (4.71)$$

Comme pour le modèle 1, la force thermoélastique dans le nanofil est définie par (Annexe D) :

$$F_{TE} = \alpha k_{NW} l_{tot} \overline{\Delta T} \quad (4.72)$$

$$F_{TE} = \left(\beta - \frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l} \right) \frac{l_{tot} \alpha k_{NW} P_0 \Pi_l}{l} \frac{R_{th}}{1 + (\omega \tau_{th})^2} (x - \tau_{th} \dot{x}) \quad (4.73)$$

Nous pouvons identifier dans l'expression précédente le terme de raideur k_{TPBA} et de force visqueuse Γ_{TPBA} :

$$\boxed{F_{TE} = (\beta - \Pi) (k_{TPBA} x - \Gamma_{TPBA} \dot{x})} \quad (4.74)$$

avec $\Pi = \frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l}$. Ainsi, le passage du modèle 1 au modèle 2 s'effectue en remplaçant le coefficient β par le coefficient $\beta - \Pi$ qui va prendre en compte la dépendance de la conductivité thermique à la déformation du nanofil. Sachant que dans le cas d'une source de courant idéal $\beta = 1$ et dans le cas d'une source de tension idéale sans résistance d'accès $\beta = -1$, le terme Π traduit une dissymétrie d'amplitude entre la force thermoélastique obtenue pour les deux types de polarisation. En effet, ce dernier est identique quelque soit la nature de la source de polarisation.

4.3.3 Modèle 3 intégrant le comportement non idéal des sources de polarisation

Dans le Chapitre 3.3, nous avons mis en évidence le comportement non idéal des sources de polarisation et leur effet sur la variation de la puissance aux bornes du nanofil. Nous pouvons montrer que quelque soit le schéma de polarisation, la variation de la puissance peut s'écrire :

$$\Delta P = (\beta + c) P_0 \frac{\Delta R}{R_0} \quad (4.75)$$

avec β le coefficient déterminé précédemment selon le type de polarisation utilisé et $c = a + jb$ un coefficient complexe qui traduit le comportement non idéal et retardé de la source de polarisation. Si nous intégrons cette contribution au modèle 2, nous pouvons exprimer la force thermoélastique par :

$$F_{TE} = (\beta - \Pi + c) (k_{TPBA} x - \Gamma_{TPBA} \dot{x}) \quad (4.76)$$

avec k_{TPBA} et Γ_{TPBA} les termes de raideur et de force visqueuse résultants de l'effet TPBA. De même que pour le modèle 2, le passage du modèle 1 au modèle 3 s'effectue en remplaçant β par $\beta - \Pi + c$ afin de prendre en compte la dépendance de la conductivité thermique à la déformation et le comportement non idéal des sources de polarisation. Le paramètre

c peut également expliquer une dissymétrie d'amplitude entre la force thermoélastique obtenue pour les deux types de polarisation.

Il est toutefois intéressant de remarquer que le paramètre c est dans le cas présent complexe et dépendant de la source de polarisation. Au premier ordre en $j\omega$, la force thermoélastique peut être réécrite :

$$F_{TE} = (\beta - \Pi + a) k_{TPBA} x - \left(\beta - \Pi + a + \frac{b}{\omega\tau_{th}} \right) \Gamma_{TPBA} \dot{x} \quad (4.77)$$

Le comportement non idéal des sources génère un terme a qui modifie la raideur ainsi que la force visqueuse et une seconde contribution $b/(\omega\tau_{th})$ qui n'affecte que la force visqueuse résultant de l'effet TPBA. L'étude menée au Chapitre 3.3.3 permet de montrer que :

$$\begin{cases} c = \frac{2\delta I_s}{\delta R} & \text{polarisation en courant} \\ c = \frac{2\delta V_s}{\delta R} & \text{polarisation en tension} \end{cases} \quad (4.78)$$

avec δI_s , δV_s et δR respectivement la variation relative du courant générée par la source, la variation relative de la tension aux bornes de la source et la variation relative de la résistance du nanofil. Nous avons également montré que l'utilisation de schémas de polarisation équilibrés permet de réduire considérablement la contribution des sources (δI_s et δV_s). Les paramètres a et b sont alors réduits. Le rapport $b/(\omega\tau_{th})$ peut toutefois rester significatif lorsque le produit $\omega\tau_{th} \ll 1$ ce qui est par exemple le cas pour le nanofil standard. Ainsi, l'utilisation de montages de polarisation équilibrés permet de réduire l'effet du comportement non idéal des sources de polarisation mais une contribution retardée peut toujours affecter de manière significative la force thermoélastique.

4.3.4 Efficacité de la rétroaction thermo-piézorésistive

Pour ces trois modèles, la rétroaction thermo-piézorésistive se traduit par une réponse instantanée qui ajoute une raideur au système, contrôlée par le paramètre k_{TPBA} , et par une réponse retardée par la constante de temps thermique τ_{th} qui génère une force visqueuse, contrôlée par le paramètre Γ_{TPBA} . Cette dernière va permettre de modifier l'amortissement de la structure. L'optimisation de l'efficacité de ce mécanisme de rétroaction est possible en maximisant Γ_{TPBA} , qui dépend des propriétés du silicium et des dimensions du nanofil. Néanmoins, il sera important de s'assurer que nous ne dépassons pas la fréquence de coupure du filtre passe-bas thermique auquel cas le phénomène pourrait être atténué. En effet, la conversion ΔP vers ΔT est limitée par la constante de temps thermique du nanofil τ_{th} . La force visqueuse sera maximale lorsque $\omega\tau_{th} = 1$ du fait de la relation de proportionnalité :

$$\Gamma_{TPBA} \propto \frac{\tau_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \quad (4.79)$$

Conclusion du chapitre

Ce chapitre a permis de passer en revue les travaux réalisés sur la rétroaction thermo-piézorésistive depuis sa découverte en 2009. Nous avons évoqué une grande variété d'applications potentielles, notamment celles basées sur la mise en auto-oscillation d'une structure mobile. Néanmoins, très peu d'équipes se sont intéressées à la mise en place d'un modèle analytique de ce phénomène afin d'optimiser son efficacité.

Une grande partie du modèle analytique de l'effet TPBA repose sur la résolution de l'équation de la chaleur dans le nanofil. C'est pour cette raison que les modèles thermiques des nanofils avec et sans plateau ont été développés afin d'extraire leurs paramètres thermiques équivalents. Ces modèles thermiques ont ensuite été comparés à des modèles numériques réalisés à l'aide du logiciel de modélisation par éléments finis Comsol. Nous avons obtenu un accord satisfaisant entre les modèles numériques et analytiques sur les nanofils avec et sans plateau connectés à des réservoirs thermiques semi-infinis à T_0 . Les modèles numériques ont donc été utilisées pour approfondir cette étude en introduisant les ancrages des nanofils. Nous obtenons des paramètres thermiques équivalents plus représentatifs de la réalité dans le but d'analyser plus précisément l'effet TPBA.

L'étude du cycle de rétroaction associé à ce phénomène a ensuite permis d'obtenir les équations traduisant chacune de ses étapes. Nous avons pu évaluer l'expression de la force thermoélastique qui en résulte. Trois modèles ont été proposés avec un degré de complexité croissant. Dans un premier cas, nous avons considéré que tous les paramètres sont indépendants de la contrainte mécanique et de la température. Pour le second modèle, nous avons pris en compte la dépendance de la conductivité thermique à la contrainte (Chapitre 1.2). Pour le troisième modèle, nous avons introduit la contribution du comportement non idéal des sources de polarisation (Chapitre 3.3). Malgré l'amélioration apportée par l'utilisation de schémas de polarisation équilibrés, les sources apportent toujours une composante retardée qui va intervenir dans le modèle analytique de la rétroaction. L'introduction de cette contribution dans le modèle analytique des résonateurs M&NEMS et la confrontation avec les résultats expérimentaux seront présentées dans le Chapitre 6 après une étude des propriétés du silicium et des dimensions des nanofils dans le Chapitre 5.

5

Caractérisation thermo-électromécanique d'un nanofil Si

Sommaire

5.1	Caractérisation mécanique	110
5.1.1	Dimensions des nanofils	110
5.1.2	Détermination expérimentale du module de Young	114
5.1.3	Raideur mécanique d'un nanofil	117
5.1.3.1	Évaluation directe	117
5.1.3.2	Évaluation à partir de la fréquence de résonance	118
5.2	Caractérisation électrique	120
5.2.1	Résistivité de la couche NEMS	121
5.2.2	Résistance électrique d'un nanofil	122
5.3	Caractérisation thermique & couplage	125
5.3.1	Définition des paramètres	125
5.3.1.1	Modèle de la résistance	126
5.3.1.2	Mode commun et mode différentiel	128
5.3.2	Effet de la contrainte résiduelle sur la résistance	129
5.3.3	Effet de la température sur la résistance	132
5.3.3.1	Stabilité de la résistance	132
5.3.3.2	Détermination du TCR et du TCO	134
5.3.4	Mesure de la conductivité thermique	137
5.3.5	Coefficient piézorésistif	140

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé un modèle de la rétroaction thermo-piézorésistive dans les nanofils en silicium. Pour évaluer les propriétés de ces structures, des modélisations et des caractérisations thermo-électromécaniques sont réalisées dans ce chapitre sur les différents motifs de test (Chapitre 3.1 et 3.2). Nous allons nous intéresser plus particulièrement aux propriétés mécaniques (dimensions des nanofils, module de Young et raideur mécanique), électriques (résistivité et résistance des nanofils), thermiques

(conductivité thermique) et issues du couplage électromécanique (piézorésistivité). L'évaluation de ces propriétés et la confrontation avec les résultats expérimentaux obtenus pour l'étude de ce mécanisme de rétroaction (Chapitre 6) permettront de vérifier la validité des modèles TPBA développés.

Nous avons aussi étudié l'effet de la contrainte mécanique et de la température sur la résistance, le TCR, le TCO et la stabilité des mesures des résistances. Il s'agit de résultats importants notamment pour améliorer la transduction piézorésistive utilisée pour les composants M&NEMS.

5.1 Caractérisation mécanique

Dans les structures M&NEMS, les nanofils contribuent significativement à la raideur mécanique de la structure (Chapitre 1). Dans un premier temps, les dimensions de ces nanofils sont vérifiées au Microscope Électronique à Balayage (MEB). Ces mesures sont utilisées tout au long de ce chapitre pour estimer les paramètres mécaniques mais également les paramètres électriques et thermiques. En effet, les dimensions réelles pourraient permettre d'expliquer l'écart de + 60 % entre la résistance théorique et la résistance mesurée expérimentalement (Chapitre 3.1.3). Pour cela il faudrait que l'épaisseur et la largeur réelles soient chacune 20 % plus faible. Nous déterminerons également le module de Young dans nos structures ainsi que la raideur théorique et expérimentale des nanofils. En particulier, ces évaluations permettront de compléter le modèle analytique du résonateur M&NEMS développé au Chapitre 3.1.2 en apportant de nouveaux paramètres. Tous ces résultats sont fondamentaux pour étudier finement la rétroaction thermo-piézorésistive (Chapitre 6).

5.1.1 Dimensions des nanofils

Les techniques de fabrication des microsystèmes présentent typiquement une incertitude de fabrication qui peut atteindre jusqu'à 10% sur les dimensions des structures (étapes les plus critiques : photo-lithographie et gravure). C'est pourquoi la section des nanofils est vérifiée au moyen de coupes à la sonde ionique focalisée (FIB) et de mesures au MEB. Ces mesures sont réalisées dans la salle blanche du CEA-Leti sur un FIB-MEB Helios 1 200. Cet instrument à double faisceau permet de combiner une colonne ionique pour la fonction FIB et une colonne électronique pour la fonction MEB. Dans le cadre de ces mesures, la colonne MEB est utilisée pour l'imagerie avec un faisceau d'électrons dont la longueur d'onde permet de s'affranchir des limites de résolution de la microscopie optique. La colonne FIB est utilisée pour abraser la matière à l'aide d'un faisceau d'ions.

Le procédé de fabrication M&NEMS est décrit dans l'Annexe A. Certaines étapes liées à la conception des nanofils sont détaillées ici afin de prendre en compte leur forme réelle (Fig. 5.1). La couche NEMS de la plaque SOI est gravée selon le motif représenté en bleu clair sur la Figure 5.1(a). Une couche de silice de 2 μm d'épaisseur est ensuite déposée et gravée pour protéger le nanofil des étapes suivantes comme la gravure MEMS.

L'épitaxie et la gravure DRIE de la couche MEMS permettent d'obtenir la structure en bleu foncé (Fig. 5.1(a)). La gravure de la silice dans un bain HF permet de libérer le nanofil illustré par la Figure 5.1(b). Des parties NEMS non gravées, appelées « retours », contribuent à modifier la forme de l'ancrage. La présence de la couche de protection au moment de l'épitaxie de la couche MEMS est également à l'origine d'une cavité entre la couche NEMS et la couche MEMS (Fig. 5.1(c)). Nous verrons d'ailleurs dans la suite de ce manuscrit que la forme particulière des ancrages du nanofil influence ses propriétés électriques, mécaniques et thermiques.

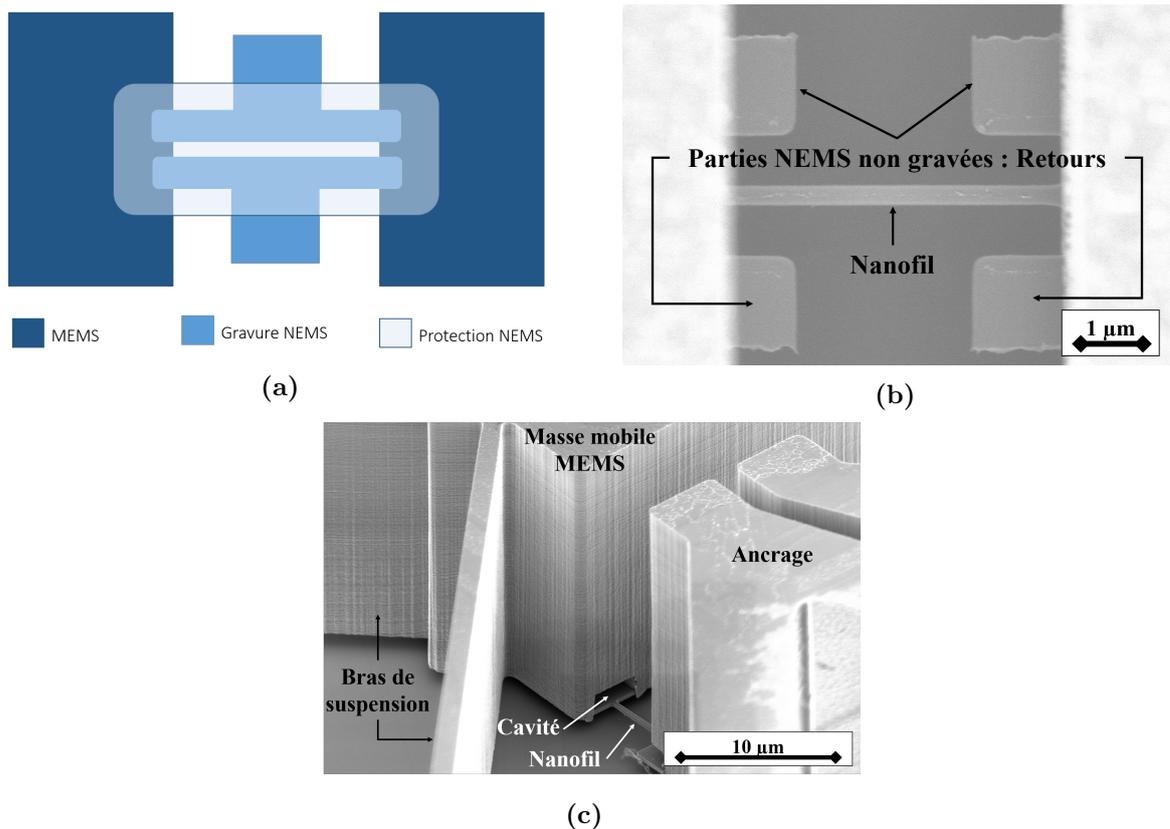


Figure 5.1: Nanofils M&NEMS : (a) Schéma illustrant les masques utilisés pour la fabrication ; (b) Image MEB illustrant les parties NEMS non gravées, appelées « retours » ; (c) Image MEB illustrant la cavité entre la couche NEMS et la couche MEMS (sur cette image, les retours ne sont pas visibles car il s'agit d'une autre architecture de nanofil).

Avant de démarrer la coupe FIB d'un nanofil, il est nécessaire de le protéger pour éviter un possible endommagement par le faisceau ionique. Plusieurs solutions sont proposées par l'Helios 1200 pour réaliser ce dépôt. Nous avons choisi d'effectuer un dépôt électronique de platine pour sa bonne uniformité sur une épaisseur de quelques micromètres. Une fois le nanofil protégé par un dépôt de 1-2 micromètres (Fig. 5.2(a)), le plan de coupe doit être aligné perpendiculairement à celui-ci. Le nanofil se situant à 20 μm en dessous de la surface de l'échantillon, il sera donc masqué par les parties MEMS. Une gravure de la partie MEMS (Fig. 5.2(b)) est alors réalisée après une rotation du composant à 90° dans le plan, à l'aide d'un faisceau FIB (30 kV - 65 nA), afin d'atteindre le nanofil (temps de gravure < 5 minutes pour une ouverture de 20 x 20 x 30 μm^3).

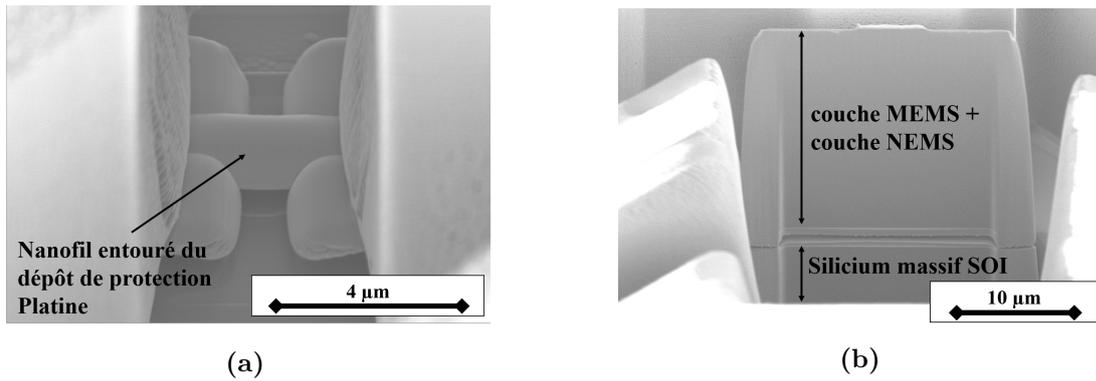


Figure 5.2: Images MEB illustrant la préparation de la coupe FIB : (a) Nanofil entouré du dépôt de protection (b) Gravure de la partie MEMS nécessaire pour réaliser la coupe FIB.

Une coupe FIB est réalisée sur un nanofil N_1 de section $250 \text{ nm} \times 250 \text{ nm}$ (Fig. 5.3). Pour rappel, la géométrie de ce nanofil est illustrée sur la Figure 5.1. L'utilisation d'un faisceau ionique avec la même tension d'accélération et de plus faible intensité ($30 \text{ kV} - 80 \text{ pA}$) permet de réaliser une coupe précise et d'avancer progressivement de quelques dizaines de nanomètres à chaque passage du faisceau (temps de gravure du nanofil < 3 minutes). L'incertitude des mesures dimensionnelles au MEB est typiquement de 5 % à 10 %, en partie à cause de l'équipement mais également en raison du positionnement manuel des curseurs.

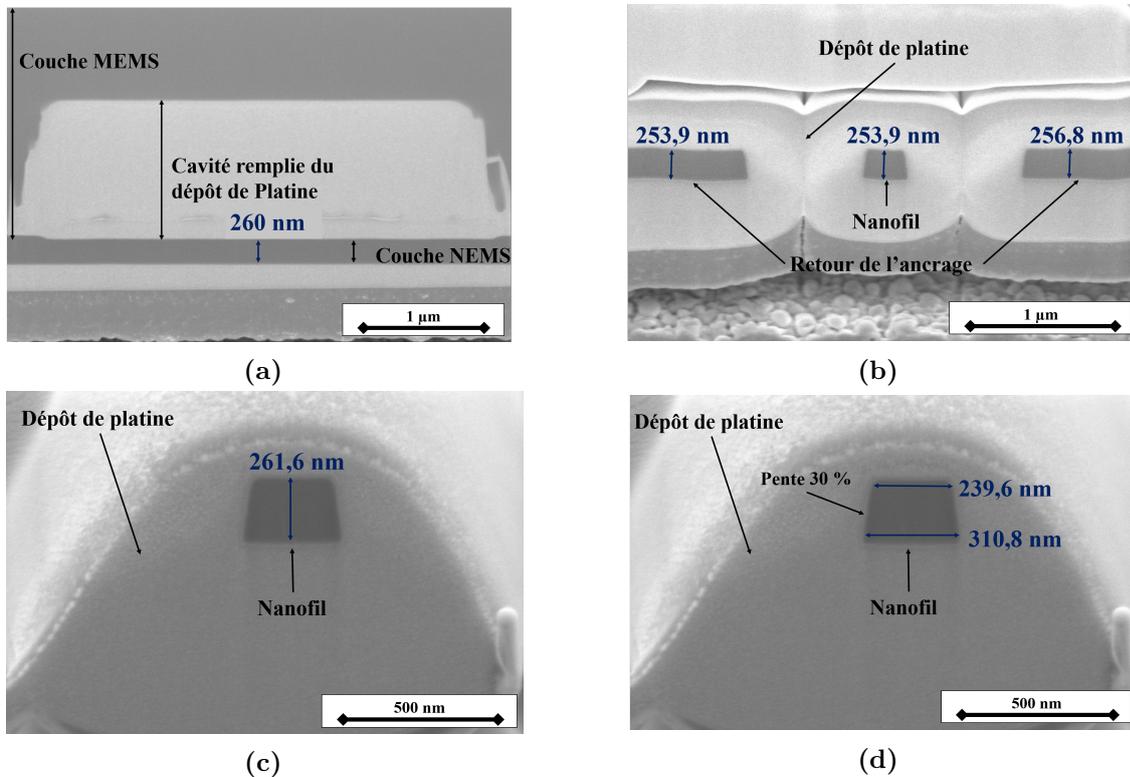


Figure 5.3: Images MEB illustrant la coupe FIB sur un nanofil : (a) Mesure de l'épaisseur au niveau de l'ancrage du nanofil ; (b) Mesure de l'épaisseur à une extrémité du nanofil ; (c) Mesure de l'épaisseur au centre du nanofil ; (d) Mesure de la largeur au centre du nanofil. Les Figures 5.3(c) et 5.3(d) montrent la forme trapézoïdale de la section du nanofil.

La Figure 5.3(a) permet de mesurer l'épaisseur de la couche NEMS (260 nm) et de mettre en évidence la cavité générée par le dépôt de la couche de protection lors du procédé de fabrication. La Figure 5.3(b) représente la mesure de l'épaisseur à une extrémité du nanofil (253 nm) ainsi que l'épaisseur au niveau des deux retours de l'ancrage (253 - 256 nm). Les Figures 5.3(c) & 5.3(d) mettent en évidence sa section trapézoïdale avec une pente de l'ordre de 30 %. C'est la conséquence de la gravure anisotrope utilisée pour graver la couche NEMS. L'épaisseur mesurée au centre du nanofil (Fig. 5.3(c)) est en accord avec les mesures effectuées au niveau de l'ancrage (260 nm). La largeur moyenne mesurée (Fig. 5.3(d)) est d'environ 275 nm.

Des coupes FIB sont également réalisées sur des motifs Van der Pauw (VDP) (Fig. 5.4) dont les détails seront donnés dans la suite de ce manuscrit. La connaissance de l'épaisseur de cette structure permettra d'extraire une valeur précise de la résistivité de la couche. De la même manière que pour le nanofil, une couche de platine de quelques micromètres d'épaisseur est déposée sur les trois zones pour lesquelles nous souhaitons connaître l'épaisseur (Fig. 5.4(a)). Les Figures 5.4(b), 5.4(c) & 5.4(d) illustrent les coupes FIB réalisées respectivement à gauche, au centre et à droite du motif. Une variation de 3% sur l'épaisseur a pu être mise en évidence, bien inférieure à l'incertitude de mesure associée au MEB, avec une épaisseur moyenne d'environ 290 nm.

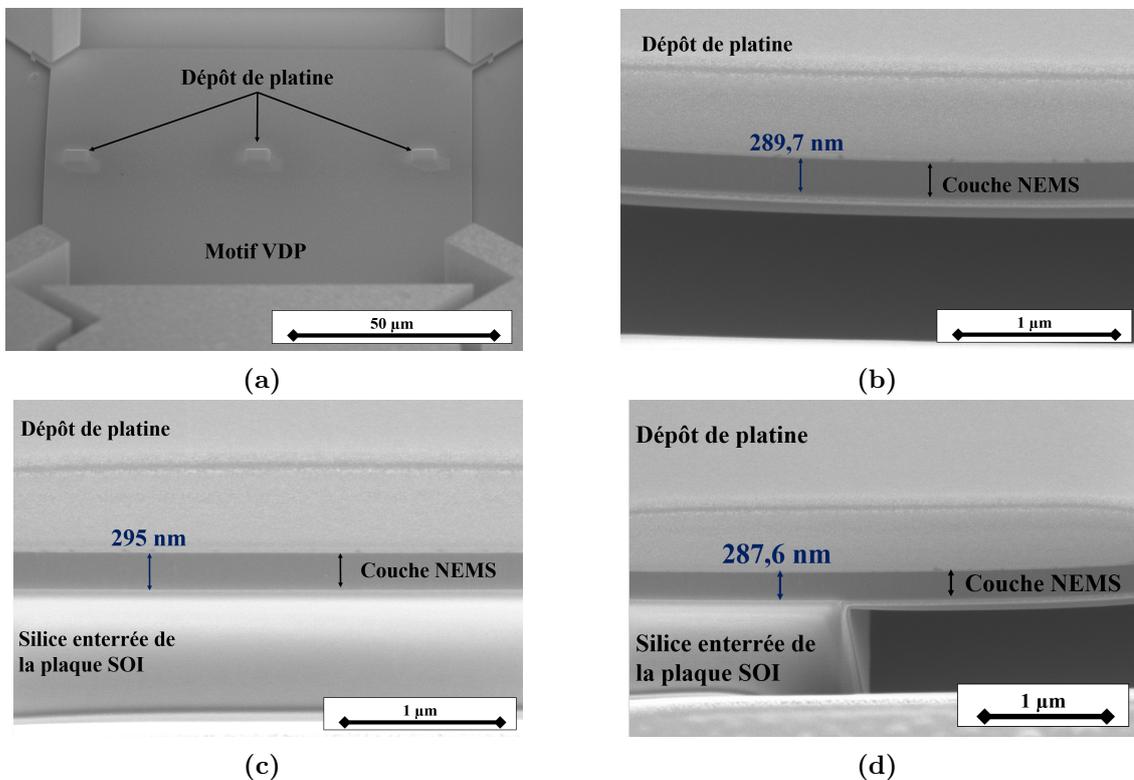


Figure 5.4: Images MEB illustrant la coupe FIB sur un motif VDP : (a) Dépôt de protection platine sur les trois zones où les mesures seront réalisées ; Mesure de l'épaisseur de la couche NEMS (b) à gauche ; (c) au centre ; (d) à droite du motif VDP.

Le Tableau 5.1 rassemble l'ensemble des résultats obtenus sur les nanofils et sur les motifs VDP avec en moyenne trois coupes FIB par structure. Étant donnée la section trapézoïdale des nanofils, la largeur retenue est une moyenne des largeurs mesurées sur son épaisseur. Nous pouvons ainsi considérer une section efficace rectangulaire pour simplifier les expressions utilisant ce paramètre. La dispersion au niveau de l'épaisseur de la couche NEMS, jusqu'à 16%, est plus importante que la dispersion de la largeur des nanofils, inférieure à 5 %. De manière générale, les dimensions obtenues expérimentalement sont plus grandes que les dimensions attendues théoriquement avec une variation inférieure à 10 % excepté pour l'épaisseur de la couche NEMS sur les plaques P1 et P3 pouvant atteindre 16%. Ces valeurs pourront être utilisées dans la suite pour déterminer les propriétés mécaniques, électriques et thermiques des nanofils tout en gardant à l'esprit que l'incertitude des mesures réalisées est comprise entre 5 % et 10 %.

Plaque	Propriété	Val. th. (nm)	Val. exp. (nm)	Écart rel. (%)
P1	Largeur nanofils	250	270 - 275	8 - 10
	Épaisseur nanofils	250	250 - 290	0 - 16
	Épaisseur VDP	250	250 - 290	0 - 16
P2	Largeur nanofils 2	250	265 - 275	6 - 10
	Largeur nanofils 3	500	535 - 560	7 - 12
	Largeur nanofils 4	500	540 - 550	8 - 10
	Épaisseur nanofil	500	510 - 545	2 - 9
	Épaisseur VDP	500	530 - 535	6 - 7
P3	Largeur nanofils	250	265 - 270	6 - 8
	Épaisseur nanofils	250	260 - 275	4 - 10
	Épaisseur VDP	250	260 - 290	4 - 16

Tableau 5.1: Dimensions mesurées à partir des coupes FIB réalisées sur les trois plaques utilisées pour ces travaux.

5.1.2 Détermination expérimentale du module de Young

Dans le cadre d'un stage, l'utilisation d'un nano-indenteur pour tester la structure présentée dans le Chapitre 3.2.2 (Fig. 5.5(a)) a permis d'évaluer le module de Young E dans les nanofils. La Figure 5.5(b) illustre la mise en œuvre de cette mesure. Principalement utilisé pour mesurer le module de Young et la dureté de matériaux déposés en couches minces, le nano-indenteur permet dans notre cas d'effectuer des essais de traction. L'intérêt de cet équipement est de bénéficier d'une grande précision sur la mesure d'efforts générés par des déplacements de l'ordre du nanomètre. Le nano-indenteur est composé d'une colonne reliée au cadre fixe avec une liaison qui peut être modélisée par un ressort k_{col} représentant la raideur latérale de la colonne. La pointe utilisée pour procéder à l'essai de traction sur la structure mobile est attachée à l'extrémité de la colonne. Cette pointe, de

forme cylindrique avec un diamètre compris entre 30 μm et 80 μm , est en saphir. La puce étant fixée sur un plateau, sa partie mobile est reliée au substrat et par conséquent au plateau par un ressort équivalent k_{puce} qui est une combinaison de la raideur des quatre bras de suspension, du nanofil d'étude et de la raideur des deux nanofils d'extensométrie. Pour réaliser les mesures, la position de la puce est ajustée pour que la pointe soit au dessus de l'ouverture circulaire de la masse. La hauteur de la pointe est alors ajustée de manière à pénétrer dans la masse de la structure mobile. Le plateau se déplace ensuite latéralement jusqu'à atteindre le contact avec la structure. Lorsque le plateau continue de se déplacer, la force de rappel équivalente peut être évaluée par une mesure de la force appliquée sur la colonne du nano-indenteur. Cette force est mesurée à l'aide d'un interféromètre qui détecte la déformation de la colonne.

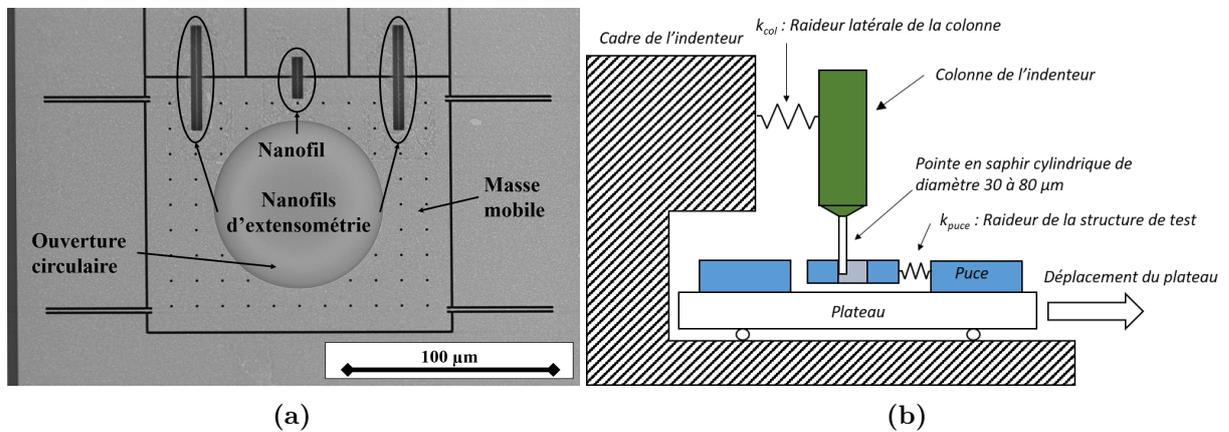


Figure 5.5: (a) Structure utilisée pour mesurer le module de Young ; (b) Schéma de mise en œuvre de la mesure.

Sur la courbe de force en fonction du déplacement latéral (Fig. 5.6(a)), tracée pour différentes structures, nous pouvons identifier :

- **La courbe bleue** : structure avec les quatre bras de suspension et les deux nanofils d'extensométrie (le nanofil central est coupé).
- **La courbe rouge** : structure avec seulement les quatre bras de suspension (le nanofil central et les deux nanofils d'extensométrie sont coupés).

La mise en butée de la structure, par conception autour de 10 μm , permet d'évaluer la raideur de la colonne (Fig. 5.6(a)). En effet, la force continue d'augmenter linéairement au delà de 10 μm avec le déplacement du plateau ce qui permet d'extraire $k_{col} = 2,5 \text{ kN.m}^{-1}$. L'écart inférieur à 5 % entre les deux courbes pour le contact avec l'ancrage peut s'expliquer par des imperfections de fabrication qui peuvent modifier l'espace entre la partie mobile et l'ancrage. La connaissance de la raideur k_{col} permet de corriger les données brutes pour s'en affranchir. La force latérale peut donc être tracée en fonction du déplacement de la structure mobile (Fig. 5.6(b)). Nous pouvons observer successivement la rupture

des nanofils d'extensométrie autour de $1,5 \mu\text{m}$, puis des bras de suspensions autour de $5 \mu\text{m}$ et enfin le contact sur l'ancrage autour de $10 \mu\text{m}$ comme attendu par conception. De plus, nous pouvons mettre en évidence :

- **La réponse linéaire à une déformation des nanofils d'extensométrie** : sur la courbe bleue avant rupture des nanofils d'extensométrie, la raideur est dominée par ces derniers et la force latérale croît linéairement avec le déplacement de la structure mobile (Fig. 5.6(b)).
- **La réponse non linéaire à une déformation des bras de suspension** : sur la courbe rouge d'une structure avec seulement les quatre bras de suspension, la force latérale croît de manière quadratique avec le déplacement de la structure mobile (Fig. 5.6(b)).

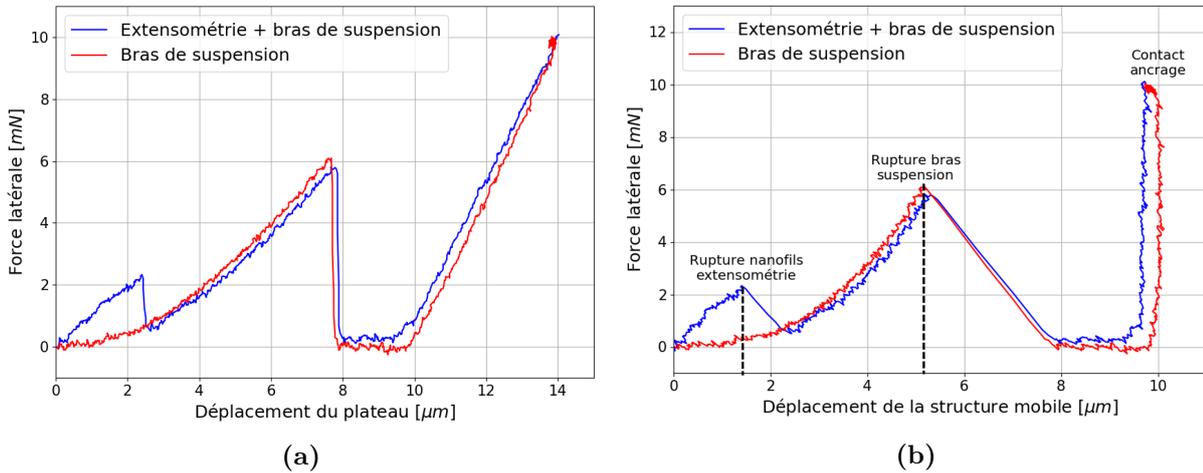


Figure 5.6: Résultats des mesures réalisées au nano-indenteur pour évaluer le module de Young d'un nanofil en silicium : (a) Courbes brutes (avant correction) ; (b) Courbes corrigées en tenant compte de la raideur de la colonne.

Pour déterminer le module de Young sur les nanofils d'extensométrie, nous utilisons la courbe obtenue entre $0 \mu\text{m}$ et $1 \mu\text{m}$ (courbe bleue). Dans cette zone, nous considérons que la raideur apportée par les quatre bras de suspension est négligeable (courbe rouge). Un ajustement linéaire de la courbe bleue entre $0 \mu\text{m}$ et $1 \mu\text{m}$ est réalisé selon le modèle :

$$F = kx \quad (5.1)$$

avec x le déplacement de la structure mobile et k le paramètre d'ajustement. Nous extrayons ainsi la raideur $k = 1,8 \text{ kN.m}^{-1}$ des deux nanofils d'extensométrie. Nous avons montré précédemment (Chapitre 1.2.1) que la raideur mécanique longitudinale d'un nanofil de section rectangulaire S et de longueur l est définie par :

$$k_{NW} = \frac{ES}{l} \quad (5.2)$$

Les deux nanofils d'extensométrie sont en parallèle du point de vue de la raideur équivalente k de la structure, soit :

$$k = \frac{2ES}{l} \quad (5.3)$$

La section des nanofils obtenue par une mesure au MEB est de $0,294 \mu\text{m}^2$. En prenant en compte la longueur de ces nanofils ($50 \mu\text{m}$), nous pouvons calculer un module de Young de 155 GPa . Cette valeur est légèrement inférieure à la valeur attendue de 169 GPa [26].

Sachant que la raideur du nanofil est modifiée par ses ancrages, une estimation de la raideur des ancrages est réalisée par simulation afin d'effectuer la correction nécessaire sur la déformation réellement subie par le nanofil. Cette correction permet d'extraire un module de Young de 161 GPa . Sachant que l'incertitude des mesures MEB est comprise entre 5% et 10% , le module de Young est obtenue avec une incertitude supérieure à 10% . Ce résultat est en accord avec la valeur théorique attendue et évoquée dans le Chapitre 1 pour ce paramètre.

5.1.3 Raideur mécanique d'un nanofil

La raideur des nanofil est estimée de deux façons différentes. Dans un premier temps, elle est évaluée théoriquement en utilisant les dimensions du nanofil et le module de Young du silicium précédemment obtenu. Dans un second temps, elle est évaluée expérimentalement à l'aide de la fréquence de résonance des résonateurs M&NEMS.

5.1.3.1 Évaluation directe

L'équation (5.2) permet d'évaluer directement la raideur du nanofil en connaissant ses dimensions réelles et le module de Young obtenu dans la Section 5.1.2.

Néanmoins, la forme de l'ancrage, l'encoche résultante de la couche de protection du nanofil et la distance de libération vont considérablement modifier cette raideur. Pour évaluer ces contributions, des simulations FEM sont réalisées en utilisant le module de Young obtenu dans la Section 5.1.2 (161 GPa). Elles permettent d'extraire une valeur de la raideur de l'ensemble nanofil-ancrages (Fig. 5.7). Pour ces simulations, nous considérons un nanofil avec deux ancrages MEMS très grands pouvant être considérés comme semi-infinis. Un déplacement d est appliqué dans la direction x sur l'ancrage de gauche et l'interface entre le silicium et l'oxyde est fixe en prenant en compte la distance de libération ($10 \mu\text{m}$) sur l'ancrage de droite. Connaissant la section S du nanofil et la contrainte σ générée au centre de celui-ci par le déplacement de l'ancrage, la raideur de l'ensemble nanofil-ancrage est donnée par :

$$k_{NW} = \frac{S\sigma}{d} \quad (5.4)$$

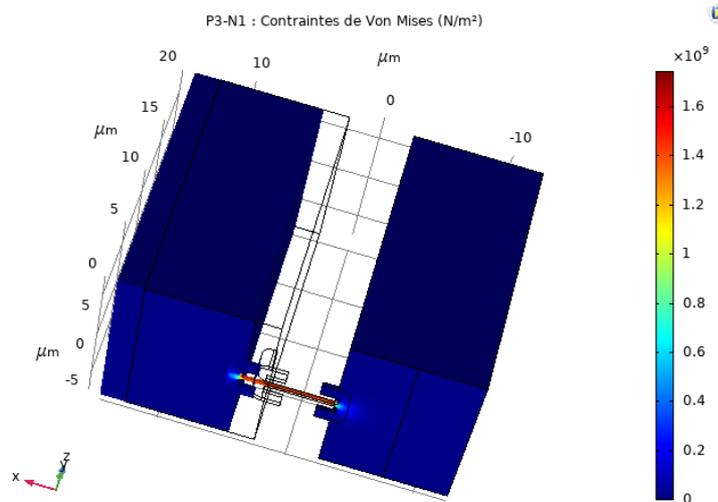


Figure 5.7: Simulations FEM du nanofil utilisée pour estimer sa raideur mécanique.

Le Tableau 5.2 présente les résultats théoriques avec et sans ancrages pour les différentes variantes de nanofils.

Plaque-Nanofil	w x t x l (μm^3)	k_{NW} th. (kN.m^{-1})	
		Sans anc.	Avec anc.
P1- N_1	0,272 x 0,270 x 5	2,36	1,90
P2- N_2	0,270 x 0,527 x 5	4,58	3,64
P2- N_3	0,547 x 0,527 x 5	9,28	5,71
P2- N_4	0,545 x 0,527 x 10	4,62	3,87
P3- N_1	0,262 x 0,275 x 5	2,23	1,88

Tableau 5.2: Valeurs théoriques de raideur mécanique pour les différentes variantes de nanofils à partir des dimensions expérimentales et du module de Young du silicium mesuré précédemment ($E = 161$ GPa).

Sachant que la raideur de l'ensemble nanofil-ancrages peut être modélisée par l'association en série de la raideur du nanofil et de celle des deux ancrages (5.5), $k_{ancrage}$ est estimée à $\sim 32,7$ kN.m^{-1} .

$$\frac{1}{k_{NW} \text{ Avec anc.}} = \frac{1}{k_{NW} \text{ Sans anc.}} + \frac{2}{k_{ancrage}} \quad (5.5)$$

5.1.3.2 Évaluation à partir de la fréquence de résonance

Des caractérisations électromécaniques sont utilisées pour déterminer la raideur expérimentale des nanofils. La fréquence de résonance d'un résonateur M&NEMS peut s'écrire (Chapitre 3) :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C + 2L^2 k_{NW}}{J}} \quad (5.6)$$

avec C la raideur du système de pivot et J le moment d'inertie du MEMS dont les expressions sont données au Chapitre 3.1.2. L correspond à la distance pivot-nanofil et k_{NW} à la raideur expérimentale du nanofil. Ainsi, deux méthodes sont utilisées pour calculer k :

- Pour la plaque P1, il y a plusieurs variantes pour lesquelles seule la distance pivot-nanofil change. Nous pouvons alors extraire avec un ajustement le rapport k_{NW}/J . Sachant que le moment d'inertie peut être évalué à partir des dimensions du MEMS et de la densité du silicium, nous obtenons la raideur du nanofil. Cette étude a été réalisée sur cette plaque dans le cadre des travaux de thèse de *G. Lehee* [23].
- Pour les plaques P2 et P3, nous ne disposons pas de ces variantes. L'idée consiste à mesurer la réponse électromécanique du résonateur sur un des deux nanofils. Dans un premier temps, nous évaluons la fréquence de résonance du résonateur composé de deux nanofils. Le nanofil non utilisé pour l'acquisition du signal électromécanique est ensuite coupé. Nous pouvons alors évaluer la fréquence de résonance du résonateur composé d'un seul nanofil.

Néanmoins, nous avons pu mettre en évidence la difficulté pour couper un nanofil proprement. La Figure 5.8 illustre les trois méthodes utilisées et décrites dans le Tableau 5.3. Malgré sa mise en œuvre complexe, la troisième méthode avec le FIB sera finalement retenue.

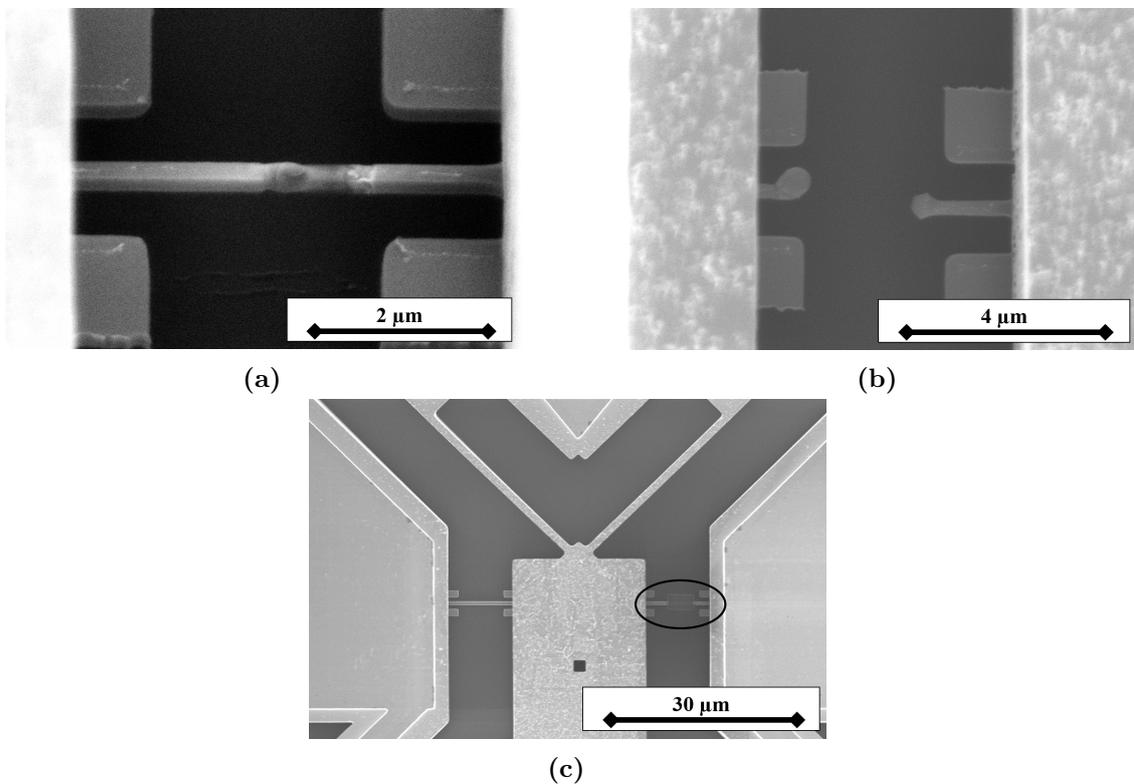


Figure 5.8: Images MEB des trois méthodes utilisées pour couper un nanofil : (a) Rampe de courant jusqu'à ce qu'il ne soit plus passant électriquement ; (b) Échelon de courant pour le faire fondre ; (c) Utilisation du FIB pour le couper.

Méthode	Figure	Mécanique	Électrique	Remarques
Rampe de courant 0 μA \rightarrow 1,5 mA 20 $\mu\text{A}\cdot\text{s}^{-1}$	5.8(a)	Non coupé	Non continuité : Amorphisation au centre	Échauffement insuffisant pour faire fondre le silicium
Échelon de courant 0 μA - 2,5 mA	5.8(b)	Coupé	Non continuité	Second nanofil du pont endommagé (courant de fuite)
Coupe FIB	5.8(c)	Coupé	Non continuité	Nécessite un équipement complexe et supplémentaire

Tableau 5.3: Méthodes mises en œuvre pour couper un nanofil.

En mesurant la fréquence de résonance avec deux nanofils (f_2) et avec un seul nanofil (f_1), la raideur du nanofil k_{NW} est donnée par :

$$k_{NW} = \frac{4\pi^2 J (f_2^2 - f_1^2)}{L^2} \quad (5.7)$$

Les raideurs expérimentales calculées à partir de (5.7) sont rassemblées dans le Tableau 5.4.

Plaque-Nanofil	J (kg.m ²)	L (μm)	f_2 (kHz)	f_1 (kHz)	k_{NW} exp. (kN.m ⁻¹)
P1- N_1	/	/	/	/	1,67
P2- N_2	6,43.10 ⁻¹⁷	7	11,94	9,61	2,60
P2- N_3	6,43.10 ⁻¹⁷	7	14,85	11,62	4,43
P2- N_4	6,43.10 ⁻¹⁷	7	12,21	9,83	2,72
P3- N_1	6,43.10 ⁻¹⁷	10	12,00	9,25	1,48

Tableau 5.4: Valeurs expérimentales de raideur mécanique des différentes variantes de nanofils.

Les valeurs expérimentales de la raideur des nanofils sont inférieures à celles issues des simulations FEM (raideur théorique du nanofil avec ancrage) de 15 % à 35 % selon les variantes. Sachant que les mesures réalisées au MEB pour extraire la section du nanofil ont une incertitude comprise entre 5 % et 10 % et que le module de Young est estimé dans la section précédente à 161 GPa \pm 10 %, il en résulte un écart sur la valeur obtenue par simulation FEM pouvant aller jusqu'à 30 %. Malgré l'écart important entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux, nous observons toutefois que l'ensemble des incertitudes de mesure peuvent expliquer en grande partie cet écart. Pour la cohérence de l'étude sur l'effet TPBA, nous utiliserons dans la suite de ce manuscrit les valeurs expérimentales k_{NW} pour la raideur des différentes variantes de nanofil.

5.2 Caractérisation électrique

Dans la technologie M&NEMS, les nanofils sont utilisés comme des jauges de déformation pour évaluer le déplacement d'une structure MEMS. Pour cela, ils sont polarisés par une tension ou un courant continu d'où l'intérêt de connaître leurs propriétés électriques.

Pour contrôler ces dernières, le silicium est dopé en Bore (type P) à une concentration de 5.10^{19} at.cm⁻³. L'enjeu de ces caractérisations est double :

- Elles pourraient permettre de mieux comprendre le comportement électrique des nanofils dont le rôle est fondamental dans le fonctionnement des capteurs M&NEMS pour la lecture du déplacement des parties mobiles.
- Elles permettront également d'extraire les bons paramètres pour l'étude de l'effet TPBA et en particulier pour le passage du domaine mécanique au domaine électrique (Chapitre 6).

5.2.1 Résistivité de la couche NEMS

La résistivité de la couche NEMS dépend de son niveau de dopage. Pour la technologie M&NEMS, elle est égale à $2,3.10^{-5}$ Ω.m (Fig. 1.10(a)). La résistivité expérimentale de la couche NEMS est mesurée à partir d'un motif Van der Pauw (VDP). Il se compose d'une structure symétrique à deux dimensions avec quatre plots placés en périphérie. Pour la technologie M&NEMS, le motif retenu est un carré de 100 μm x 100 μm avec une épaisseur t_{NEMS} correspondant à celle de la couche NEMS (Fig. 5.9).

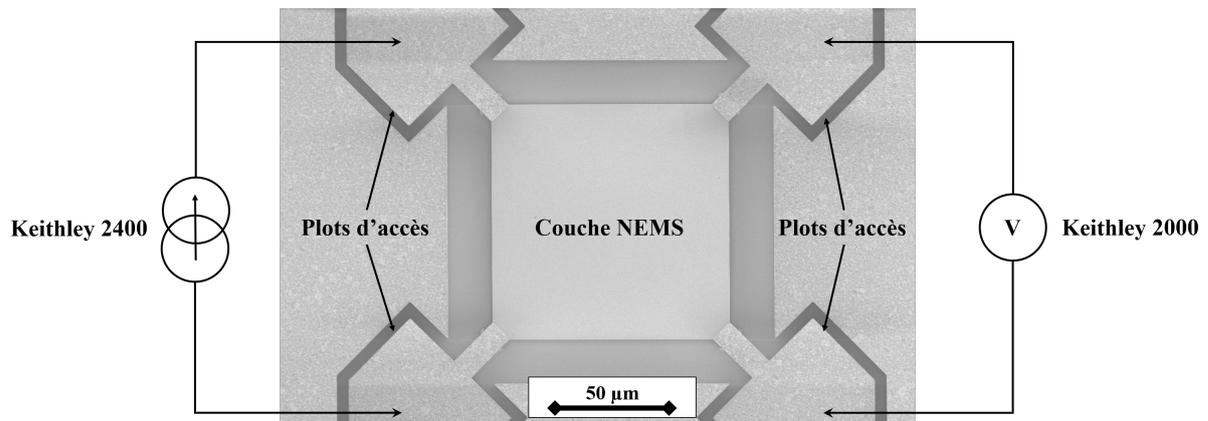


Figure 5.9: Motif Van der Pauw utilisé pour mesurer la résistivité de la couche NEMS et ses plots d'accès en périphérie (imagerie MEB). La polarisation est assurée par une source de courant (Keithley 2400) et la mesure par un voltmètre (Keithley 2000).

Les plots de contact sont placés aux quatre coins du carré comme le recommande la méthode Van der Pauw [90]. Ils permettent de réaliser une mesure de la résistance du carré R_{VDP} (Fig. 5.9). La théorie de Van der Pauw permet d'extraire la résistivité ρ_{elec} exp. de la couche NEMS donnée par :

$$\rho_{elec} = \frac{\pi R_{VDP} t_{NEMS}}{\ln(2)} \quad (5.8)$$

Le Tableau 5.5 rassemble l'ensemble des résultats des mesures de la résistivité sur les trois plaques utilisées pour ces travaux. Nous constatons une dispersion d'une plaque à l'autre avec un écart par rapport à la valeur cible de + 9 % pour la plaque P1 et P2 et

- 13 % pour la plaque P3. Sachant que l'épaisseur des motifs VDP est connue (mesures MEB au Chapitre 5.1.1), ces variations par rapport à la résistivité théorique pourraient s'expliquer par une concentration de dopants différente de celle attendue. Dans le cadre d'un projet précédent, des mesures de ToF-SIMS ont été réalisées sur ces motifs issus de deux plaques différentes pour évaluer la composition de la couche NEMS. Les résistivités mesurées étaient beaucoup plus faibles qu'attendues (~ 20 %) et les analyses ToF-SIMS ont mis en évidence un dopage plus élevée qu'attendue qui pourrait expliquer la résistivité mesurée sur les motifs VDP avec une erreur inférieure à 10 %.

Plaque	R_{VDP} (Ω)	t (nm)	ρ_{elec} exp. ($\Omega.m$)	Écart ρ_{elec} th.	C_{dop} exp. ($at.cm^{-3}$)
P1	20,5	270	$2,5.10^{-5}$	+ 9 %	$4,7.10^{19}$
P2	10,3	532,5	$2,5.10^{-5}$	+ 9 %	$4,7.10^{19}$
P3	15,9	275	2.10^{-5}	- 13 %	6.10^{19}

Tableau 5.5: Résistivité de la couche NEMS mesurée par la méthode Van der Pauw.

5.2.2 Résistance électrique d'un nanofil

La résistance théorique d'un nanofil R_0 th. de section rectangulaire a été définie dans le Chapitre 1.2.2 par :

$$R_0 = \frac{\rho_{elec} l}{wt} \quad (5.9)$$

Comme pour sa raideur, les ancrages du nanofil vont jouer un rôle important dans sa résistance électrique (R_0).

Des simulations FEM sont réalisées pour quantifier leur contribution. Un exemple de simulation électrique d'un nanofil de la plaque P3 est illustré sur la Figure 5.10.

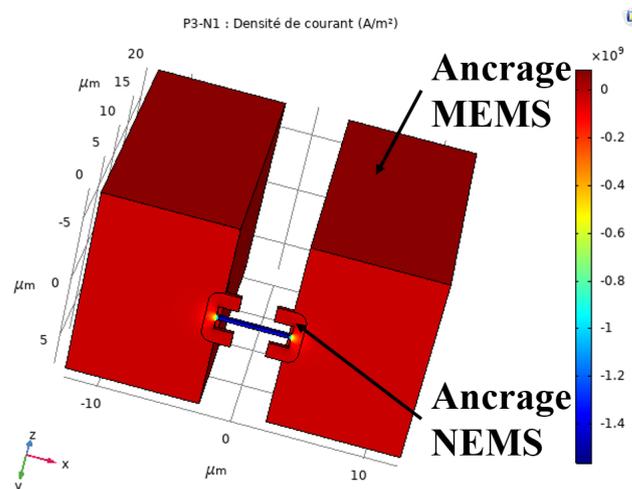


Figure 5.10: Simulation FEM du nanofil utilisée pour estimer sa résistance électrique.

Dans cet exemple, une tension U est appliquée entre les deux extrémités des ancrages et l'évaluation de la densité de courant j en un point x le long du nanofil de section S_x permet de calculer le courant circulant dans le nanofil I_0 :

$$I_0 = \int_{S_x} j dS \quad (5.10)$$

Au centre du nanofil, la densité de courant noté j_c permet d'obtenir $I_0 = j_c w t$. Nous pouvons calculer la résistance R_0 th. de l'ensemble nanofil et ancrages MEMS/NEMS :

$$R_0 = \frac{U}{I_0} \quad (5.11)$$

Dans cette configuration, nous prenons également en compte la résistance de constriction qui résulte du passage du courant d'une structure ayant une épaisseur de 20 μm à une épaisseur de 250 nm. L'ancrage MEMS étant grand devant le nanofil et l'ancrage NEMS, sa contribution peut être considérée négligeable. La résistance de l'ancrage dépend alors de la résistance de l'ancrage NEMS et de la résistance de constriction.

Expérimentalement, la résistance des nanofils (contribution des ancrages incluse) est mesurée par la méthode quatre pointes (R_0 exp.).

Le Tableau 5.6 compare la résistance expérimentale avec la résistance théorique (R_0 th.) du nanofil avec et sans ancrages pour les différentes variantes.

Plaque-Nanofil	$w \times t \times l$ (μm^3)	R_0 th. (Ω)		R_0 exp. (Ω)	Écarts relatifs (%)
		Sans anc.	Avec anc.		
P1- N_1	0,272 x 0,270 x 5	1 702	1 930	2 941	52
P2- N_2	0,270 x 0,527 x 5	878	1 037	1 619	56
P2- N_3	0,547 x 0,527 x 5	434	547	704	29
P2- N_4	0,545 x 0,527 x 10	867	984	1 362	41
P3- N_1	0,262 x 0,275 x 5	1 388	1 624	2 320	43

Tableau 5.6: Comparaison des valeurs expérimentales et théoriques des résistances pour différentes variantes de nanofils calculées à partir de leurs dimensions et de leur résistivité déterminées expérimentalement avec la méthode de VDP.

Nous observons que la différence entre les deux valeurs de résistance théorique, avec et sans ancrages, n'est pas négligeable par rapport aux résistances des nanofils. En effet, la contribution des ancrages NEMS et de la résistance de constriction ajoute entre 100 Ω et 250 Ω supplémentaire soit environ 10 - 20 % de la valeur de la résistance du nanofil. Néanmoins, cette contribution n'explique qu'en partie l'écart entre les résistances théoriques et expérimentales (R_0 exp.). Plusieurs hypothèses peuvent expliquer cette différence comprise entre 30 % et 60 % :

- **Les incertitudes liées aux mesures dimensionnelles réalisées au MEB.** Une erreur d'environ 20% est possible sur la section du nanofil.

- **Un régime de conduction balistique à cause des dimensions nanométriques des nanofils.** Cette hypothèse a toutefois été écartée puisque les dimensions demeurent bien supérieures au libre parcours moyen des électrons dans le silicium fortement dopé (~ 20 nm) [91].
- **Une zone de déplétion créée suite à la gravure de la couche NEMS.** La concentration de dopants mesurée dans cette couche au ToF-SIMS est en accord avec les résistivités mesurées sur les motifs Van Der Pauw. Néanmoins, il se pourrait qu'une recombinaison de charges entre les dopants et les espèces chimiques utilisées pour la gravure (chlore et acide bromhydrique) en surface génère une zone de déplétion réduisant la section efficace de conduction électrique et par conséquent sa résistance. La composition d'un nanofil pourrait être déterminée par des caractérisations à la sonde atomique tomographique. Malgré leur intérêt, nous n'avons pas réalisé ces mesures dans le cadre de cette thèse. Néanmoins, il s'agit d'une piste à envisager pour comprendre les écarts observés.

Nous verrons au Chapitre 5.3.2 que la résistance du nanofil est influencée par une contrainte résiduelle en compression lorsque la structure est libérée. Cette contrainte génère une diminution d'environ 7 % de la résistance par effet piézorésistif. Ainsi, l'écart observé entre les résistances théoriques et les résistances mesurées expérimentalement est encore plus important si cet effet de contrainte est pris en compte.

Enfin, dans le cadre d'une collaboration avec le CEA-List, la résistivité des nanofils M&NEMS a été caractérisée en environnement sévère et en particulier sous irradiations (Annexe A.4 et Fig. 5.11).

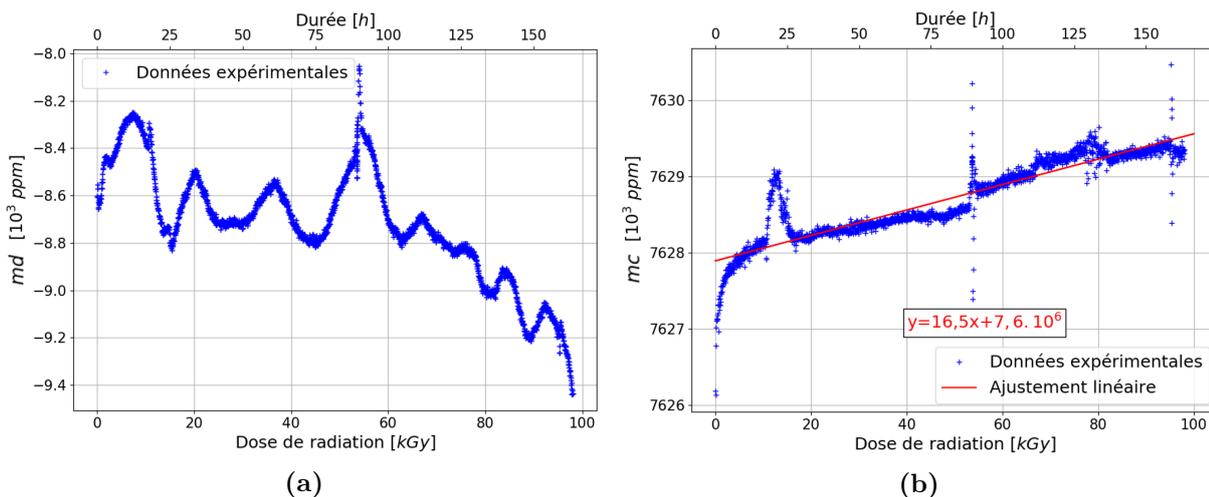


Figure 5.11: Caractérisation du pont de nanofils au cours de l'irradiation (600 Gy.h^{-1}) : (a) Mode différentiel en fonction de la dose reçue par le composant ; (b) Mode commun en fonction de la dose reçue par le composant (après correction des effets de la température). L'obtention de ces résultats est détaillée dans l'Annexe A.4.

L'objectif est d'évaluer la capacité des composants, conçus avec la technologie M&NEMS, à fonctionner dans ce type d'environnement. Cela permettrait notamment d'élargir le

champ des applications de cette technologie par exemple vers la robotique ou le spatial. La technologie M&NEMS a montré une robustesse vis-à-vis des irradiations puisque le signal utile du capteur, représenté par le mode différentiel (Section 5.3.1.2), n'est pas affecté par la dose d'irradiation (Fig. 5.11(a)). En effet, l'arrangement des nanofils en demi-pont de Wheatstone permet de s'affranchir de la dépendance de la résistance à la dose d'irradiation de $16,5 \text{ ppm.kGy}^{-1}$ (Fig. 5.11(b)).

5.3 Caractérisation thermique & couplage

Des caractérisations ont été menées pour évaluer la sensibilité des résistances à la température et à la contrainte mécanique générée par le substrat. En particulier, il s'agit d'étudier les propriétés de sensibilité thermique d'un nanofil individuel (TCR) et du pont de nanofil (TCO). Tous ces paramètres sont importants pour caractériser finement la réponse d'un système de nanofils, utilisé pour les capteurs M&NEMS, à des sollicitations thermiques et mécaniques. Nous souhaitons notamment montrer que les effets de la contrainte résiduelle du substrat sur le nanofil peuvent être réduits en prenant en compte le phénomène d'amplification de la contrainte au moment de la conception du composant. Une amélioration considérable pourrait être observée en limitant au maximum la distance entre les ancrages du nanofil.

Les nanofils étant polarisés, un échauffement par effet Joule se produit d'où l'importance d'étudier leurs propriétés thermiques. La conductivité thermique, en particulier, permet d'estimer l'élévation de la température due à cette puissance dissipée. Il s'agit du paramètre physique du système le moins bien connu car il est dépendant des dimensions du nanofil lorsque sa section est inférieure à $1 \mu\text{m}^2$. Il sera utilisé comme un paramètre d'ajustement des modèles de l'effet TPBA dans le Chapitre 6. La comparaison avec les valeurs attendues dans la littérature et celles obtenues avec la méthode 3ω dans ce chapitre nous permettra de conclure sur la validité de ces modèles.

Enfin, la propriété de piézorésistivité issue du couplage entre le domaine mécanique et électrique est étudiée. En effet, le coefficient piézorésistif est un paramètre de la première importance dans le cycle de rétroaction thermo-piézorésistive.

5.3.1 Définition des paramètres

Cette section a pour objectif de définir les notions nécessaires pour l'étude des propriétés thermique et de couplage. En particulier, un modèle de la résistance du nanofil permet d'introduire le coefficient de température de la résistance (TCR), noté α_{TCR} , et le coefficient piézorésistif. Nous nous intéresserons également à la définition du mode commun (mc) et du mode différentiel (md) nécessaires pour extraire les propriétés du nanofil.

5.3.1.1 Modèle de la résistance

Dans la suite, nous considérerons que la résistance du nanofil R_0 ne dépend que de la température T et de la contrainte σ ($R(T, \sigma)$) ou de la déformation ϵ ($R(T, \epsilon)$). Au voisinage d'un point de fonctionnement (T, σ) ou (T, ϵ) et pour des petites variations de R_0 , la variation relative de la résistance du nanofil δR_0 est décrite par :

$$\delta R_0 = \alpha_{TCR, \sigma} dT + \pi_l d\sigma \quad (5.12)$$

ou :

$$\delta R_0 = \alpha_{TCR, \epsilon} dT + \Pi_l d\epsilon \quad (5.13)$$

Ces deux expressions font apparaître des coefficients dont les expressions sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{TCR, \sigma} = \frac{1}{R_0} \left. \frac{\partial R_0}{\partial T} \right|_{\sigma} \\ \alpha_{TCR, \epsilon} = \frac{1}{R_0} \left. \frac{\partial R_0}{\partial T} \right|_{\epsilon} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \pi_l = \frac{1}{R_0} \left. \frac{\partial R_0}{\partial \sigma} \right|_T \\ \Pi_l = \frac{1}{R_0} \left. \frac{\partial R_0}{\partial \epsilon} \right|_T \end{array} \right. \quad (5.14)$$

avec $\alpha_{TCR, \sigma}$ et $\alpha_{TCR, \epsilon}$ respectivement le coefficient de température de la résistance (TCR) à contrainte et à déformation constante. π_l et Π_l traduisent le coefficient piézorésistif en contrainte et en déformation à température constante.

L'équation (5.14) montre que la définition du TCR dépend du choix de travailler soit à contrainte soit à déformation constante. Néanmoins, ces deux grandeurs sont liées par la relation de thermoélasticité :

$$d\sigma = E(d\epsilon - \alpha dT) \quad (5.15)$$

avec α le coefficient de dilatation thermique. Ainsi, nous pouvons écrire :

$$\boxed{\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{TCR, \epsilon} = \alpha_{TCR, \sigma} - \pi_l E \alpha \\ \Pi_l = E \pi_l \end{array} \right.} \quad (5.16)$$

Pour la détermination expérimentale du TCR, nous pouvons distinguer deux cas :

1. **Le nanofil n'est soumis qu'à son auto-échauffement** : dans ce cas, la température des ancrages est considérée fixe et ils ne sont donc pas déformés par la dilatation thermique (Sections 5.3.2 et 5.3.4). Nous pouvons distinguer deux cas limites :
 - **Pour un pont de nanofil à ancrages rigides**, le TCR est égale à $\alpha_{TCR, \epsilon}$ (déformation constante car les ancrages sont fixes).
 - **Pour un pont de nanofil à ancrages flexibles**, le TCR est égale à $\alpha_{TCR, \sigma}$ (contrainte constante car la contrainte résultant de l'auto-échauffement du nanofil est absorbée par les ancrages flexibles).

Pour les nanofils M&NEMS avec un coefficient piézorésistif en déformation Π_l de l'ordre de 40 et un coefficient de dilatation thermique α de 2,6 ppm.K⁻¹ (Chapitre 1.2.4), le TCR expérimental obtenu avec des caractérisations d'auto-échauffement peut varier d'environ 100 ppm.K⁻¹ selon les conditions d'ancrages. Nous pouvons également montrer que pour le résonateur avec le nanofil orienté selon $\langle 100 \rangle$ (45 ° par rapport au méplat principal) :

$$\alpha_{TCR,\epsilon} \approx \alpha_{TCR,\sigma} \quad (5.17)$$

car $\Pi_l \approx 0$. Ainsi, le TCR devrait être proche de celui d'un nanofil avec ancrages flexibles. En pratique, il dépend des conditions d'ancrage (distance de libération, raideur du support de suspension du nanofil, ...) et des propriétés du silicium (coefficient piézorésistif en déformation, coefficient de dilatation thermique). Dans tous les cas, il sera compris entre :

$$\alpha_{TCR,\epsilon} \leq \alpha_{TCR} \leq \alpha_{TCR,\sigma} \quad (5.18)$$

2. **L'échauffement est homogène sur la plaque** : dans ce cas, les ancrages ne sont pas fixes car ils sont déformés par la dilatation thermique (Section 5.3.3). Le raisonnement précédent reste vrai pour les nanofils à ancrages flexibles pour lesquels le TCR est égale à $\alpha_{TCR,\sigma}$ (contrainte constante). Néanmoins, pour les nanofils à ancrages rigides, nous ne pouvons plus considérer une déformation constante. En effet, la dilatation thermique des ancrages va générer une déformation supplémentaire donnée par :

$$d\epsilon = \zeta dT \quad (5.19)$$

avec ζ un paramètre qui dépend notamment de l'architecture de la structure, des matériaux utilisés et des contraintes dans la plaque de silicium. Le TCR mesuré sur un nanofil à ancrages rigides lorsque la plaque est soumise à un échauffement homogène α_{TCR} est donné par :

$$\boxed{\alpha_{TCR} = \alpha_{TCR,\epsilon} + \Pi_l \zeta} \quad (5.20)$$

Cette étude montre que le coefficient de température de la résistance est une grandeur qui dépend étroitement des conditions de mesure et de l'architecture de la structure.

5.3.1.2 Mode commun et mode différentiel

Soit deux nanofils de résistance R_{01} et R_{02} intégrés dans un résonateur M&NEMS (Fig. 5.12). Nous observons que la rotation de la masse mobile MEMS autour du point de pivot génère une contrainte (ou une déformation) opposée dans les deux nanofils. Nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \delta R_{01} = \alpha_{TCR} dT + \pi_l d\sigma \\ \delta R_{02} = \alpha_{TCR} dT - \pi_l d\sigma \end{cases} \quad (5.21)$$

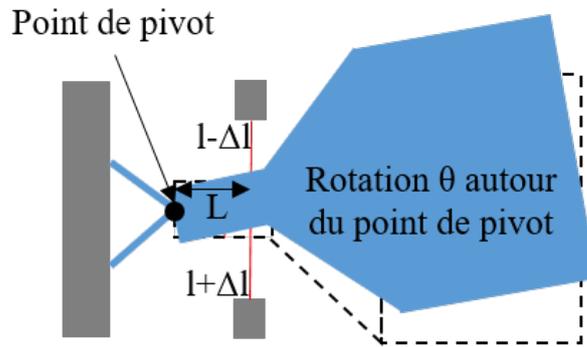


Figure 5.12: Résonateur M&NEMS avec les deux nanofils en rouge.

Pour étudier le signal du pont de nanofils, nous pouvons définir le mode commun mc et le mode différentiel md données par :

$$\begin{cases} mc = \frac{\ln(R_{01}) + \ln(R_{02})}{2} \\ md = \frac{\ln(R_{01}) - \ln(R_{02})}{2} \end{cases} \quad (5.22)$$

avec $\ln(R_{01})$ et $\ln(R_{02})$, logarithme des résistances R_{01} et R_{02} , traduisant des résistances réduites sans unités.

Si nous nous intéressons à la différentielle de ces deux expressions, nous obtenons :

$$\begin{cases} dmc = \frac{1}{2} (\delta R_{01} + \delta R_{02}) \\ dmd = \frac{1}{2} (\delta R_{01} - \delta R_{02}) \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} dmc = \alpha_{TCR} dT \\ dmd = \pi_l d\sigma \end{cases}} \quad (5.23)$$

Il est intéressant de remarquer que la définition de ces deux modes permet de découpler les contributions thermiques et mécaniques. Le TCR expérimental du pont de nanofils est obtenu en étudiant le mode commun. Le déplacement de la masse mobile MEMS, en s'affranchissant des conditions de température dans lesquelles le pont de nanofils évolue, est estimé avec le mode différentiel. Ce dernier est fondamentale pour les capteurs M&NEMS puisqu'il s'agit du mode utilisé pour la fonction capteur. Il nécessite donc d'être indépendant des conditions environnementales.

Cette étude du mode commun et du mode différentiel est réalisée en faisant l'hypothèse que la contrainte imposée par le substrat sur les nanofils est nulle. Nous verrons dans la Section 5.3.2 que cette hypothèse est fautive. Nous montrerons dans la suite, les effets de cette contrainte résiduelle sur :

- La résistance du nanofil R_0 (Section 5.3.2).
- Le mode commun mc et le mode différentiel md du pont de nanofils (Section 5.3.3).
- La conductivité thermique κ (Section 5.3.4).

5.3.2 Effet de la contrainte résiduelle sur la résistance

Le coefficient piézorésistif traduit la variation de la résistivité du nanofil en fonction de la contrainte appliquée sur celui-ci. Il en résulte que la résistance du nanofil sera dépendante de la contrainte résiduelle générée par le substrat après libération de la structure. Pour évaluer cette contrainte, deux catégories de structures, présentées au Chapitre 3.2, ont été caractérisées :

- Les structures sensibles à la contrainte mécanique (nanofils avec ancrages rigides orientés selon les directions $\langle 110 \rangle$).
- Les structures insensibles à la contrainte mécanique (nanofils avec ancrages flexibles orientés selon les directions $\langle 110 \rangle$ ou avec ancrages rigides selon les directions $\langle 100 \rangle$).

La Figure 5.13 illustre un exemple de courbe $U(I)$ obtenu pour un nanofil N_1 (pont à ancrages flexibles) sur la plaque P3.

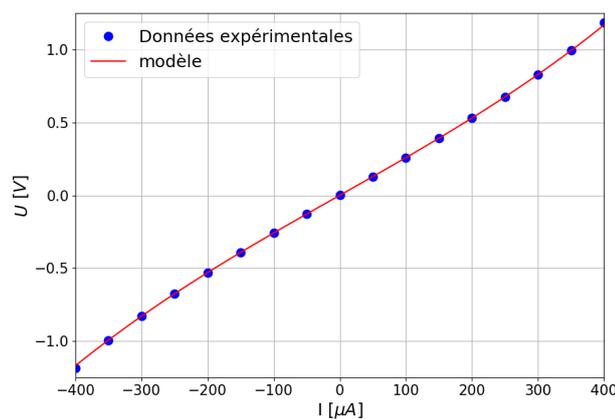


Figure 5.13: Courbe $U(I)$ obtenue sur un nanofil N_1 (ancrages flexibles) de la plaque P3 et son ajustement par le modèle (5.24).

En considérant que $R = R_0 (1 + \alpha_{TCR} \Delta T)$ avec α_{TCR} le TCR et que $\Delta T = \frac{R_0 I^2 l}{12 \kappa S}$ correspond à la variation de la température moyenne sur le nanofil (Chapitre 4.2.1.1), les points expérimentaux sont ajustés par un modèle :

$$\left\{ \begin{array}{l} U = aI + bI^3 \\ a = R_0 \\ b = \frac{R_0^2 \alpha_{TCR} l}{12\kappa S} \end{array} \right. \quad (5.24)$$

Le Tableau 5.7 rassemble l'ensemble des valeurs des résistances mesurées sur 10 échantillons de chaque type à l'aide du paramètre d'ajustement a (5.24). Nous montrons systématiquement que la résistance d'un nanofil intégré dans une structure sensible à la contrainte est plus faible que celle d'un nanofil intégré dans une structure insensible à la contrainte. La différence entre les deux permet d'extraire une estimation de la contrainte mécanique σ_n dans le nanofil :

$$\sigma_n = \frac{1}{\pi_l} \frac{\Delta R_\sigma}{R_0} \quad (5.25)$$

avec $\pi_l = 21,54 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ le coefficient piézorésistif théorique pour le silicium dopé P ($5 \cdot 10^{19} \text{ at.cm}^{-3}$). Les variations de la résistance (ΔR_σ) et les contraintes mécaniques (σ_n) qui en résultent sont également indiquées dans le Tableau 5.7. Le signe négatif de σ_n implique que les ancrages induisent une contrainte en compression dans les nanofils.

L'étude du mécanisme d'amplification de la contrainte nous a permis d'estimer la contrainte nécessaire au niveau du substrat pour générer de tels niveaux de contraintes dans le nanofil. En effet, le déplacement relatif des deux ancrages supportant les deux nanofils par rapport au substrat peut être évalué par :

$$\epsilon_d = \frac{\Delta l}{l_{anc}} \quad (5.26)$$

avec Δl le déplacement des deux ancrages et l_{anc} la distance entre les deux ancrages. Les raideurs des supports suspendus des deux nanofils étant très largement supérieures à celles des nanofils, ces derniers vont subir l'intégralité de cette déformation (Fig. 5.14).

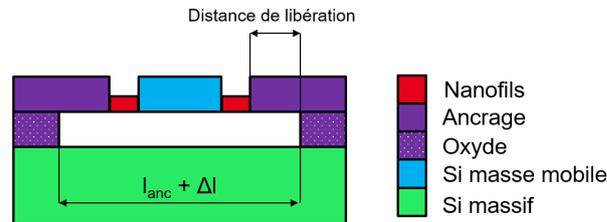


Figure 5.14: Illustration du mécanisme d'amplification de la contrainte.

Si la déformation relative des deux nanofils ϵ_n est identique dans chacun d'eux, nous avons :

$$\epsilon_n = \frac{\Delta l}{2l} \quad (5.27)$$

$$\epsilon_n = \epsilon_d \frac{l_{anc}}{2l} \quad (5.28)$$

avec $f_{AC} = l_{anc}/2l$ le facteur d'amplification de la contrainte. Sachant que $\sigma = E\epsilon$ avec E le module de Young, nous pouvons en déduire :

$$\boxed{\sigma_d = \frac{\sigma_n}{f_{AC}}} \quad (5.29)$$

Pour l'estimation de la contrainte mécanique générée par le substrat, nous n'étudierons que les ponts de nanofils à ancrages rigides. En effet, la dissymétrie de la structure de résonateur avec nanofils orientés ne permet pas d'utiliser le modèle décrit précédemment car les deux nanofils ne subissent pas la même déformation. Étant donné que la distance de libération est de 10 μm , la conception du pont de nanofils avec ancrages rigides implique que $l_{anc} = 123 \mu\text{m}$ soit un facteur d'amplification de 12,3. Les résultats obtenus pour la contrainte générée par le substrat (σ_d) sont donnés dans le Tableau 5.7.

	R_0 (Ω) Or. 0° - Anc. rig., Sens. cont.	R_0 (Ω) Or. 45° - Anc. rig. Non sens. cont.	ΔR_σ (Ω)	σ_n (MPa)	σ_d (MPa)
$P3 - N_1$	$2\,293 \pm 90$	$2\,494 \pm 73$	-201 ± 70	-374 ± 130	/

	R_0 (Ω) Or. 0° - Anc. rig. Sens. cont.	R_0 (Ω) Or. 0° - Anc. flex. Non sens. cont.	ΔR_σ (Ω)	σ_n (MPa)	σ_d (MPa)
$P3 - N_1$	$2\,382 \pm 56$	$2\,561 \pm 30$	-172 ± 53	-311 ± 96	-25 ± 8
$P2 - N_2$	$1\,644 \pm 16$	$1\,827 \pm 68$	-183 ± 61	-465 ± 155	-38 ± 13

Tableau 5.7: Estimation de la contrainte résiduelle dans les nanofils.

L'écart obtenu entre les deux plaques $P2$ et $P3$, d'environ 13 MPa, peut être la conséquence d'une contrainte différente imposée par le substrat du fait d'un dopage légèrement différent. En effet, le paramètre de maille du silicium est modifié par la quantité de dopants introduits dans la maille cristalline. Sachant que la contrainte imposée par le substrat résulte principalement de la différence de paramètres de maille entre le silicium et la silice, elle sera donc modifiée par le niveau de dopage de la couche NEMS. La variabilité du procédé de fabrication pourrait aussi expliquer cette différence de contraintes entre les deux plaques. Finalement, une contrainte en compression générée par le substrat sur la structure comprise entre 25 MPa et 38 MPa est estimée (Tab. 5.7). Il s'agit d'une valeur cohérente avec ce type de plaque et le procédé de fabrication utilisé. En effet, des contraintes pouvant atteindre 100 MPa sont possibles dans la couche NEMS du substrat SOI. Il est toutefois important de revoir l'architecture de l'ancrage des supports de nanofils afin de limiter le report des contraintes du substrat dans les nanofils utilisés pour les capteurs M&NEMS.

L'étude du paramètre d'ajustement b (Modèle (5.24)) pourrait permettre d'évaluer la conductivité thermique des nanofils avec toutefois une grande incertitude. En effet,

nous sommes obligés d'utiliser les paramètres de TCR ou encore les dimensions du nanofil qui ne sont pas connues avec précision. Prenons tout de même l'exemple de nanofils N_2 ($0,25 \times 0,5 \times 5 \mu\text{m}^3$) intégrés dans un pont de nanofils avec ancrages flexibles. Nous pouvons extraire de l'ajustement de la courbe $U(I)$, un paramètre a de $1\,827 \Omega$ et b de $4,51 \cdot 10^8 \Omega \cdot \text{A}^{-2}$. Dans la Section 5.3.3, le TCR mesuré sur un pont de nanofils N_2 à ancrages flexibles est égale à $1\,159 \text{ ppm} \cdot \text{K}^{-1}$. L'expression du paramètre b donné dans (5.24) permet de déterminer la valeur de la conductivité thermique κ de l'ordre de $30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Une valeur de $50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ est estimée avec la méthode 3ω (Section 5.3.4). Cette dernière est en meilleur accord avec les valeurs théoriques attendues pour des nanofils de ces dimensions entre 50 et $80 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (Chapitre 1.2.3).

5.3.3 Effet de la température sur la résistance

Pour mesurer la dépendance de la résistance à la température et sa stabilité, nous utilisons une enceinte contrôlée en température. La résistance des nanofils est mesurée toutes les deux minutes pendant 100 h à température fixe (Fig. 5.15(a)) ou variable (Fig. 5.15(b)). Vingt boîtiers contenant trois ponts de nanofils (Chapitre 3.2.1) peuvent être testés simultanément. La polarisation des nanofils est assurée par une double source de courant (Keithley 2600). Une matrice de commutation avec un voltmètre intégré (Keithley 3700) permet la mesure de la tension aux bornes du nanofil et le basculement entre chacun d'eux.

5.3.3.1 Stabilité de la résistance

Dans un premier temps, la température de l'enceinte est fixée à $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Les résultats bruts obtenus sur un nanofil à ancrages rigides et flexibles de type N_2 de la plaque P2 sont illustrés sur la Figure 5.15(a).

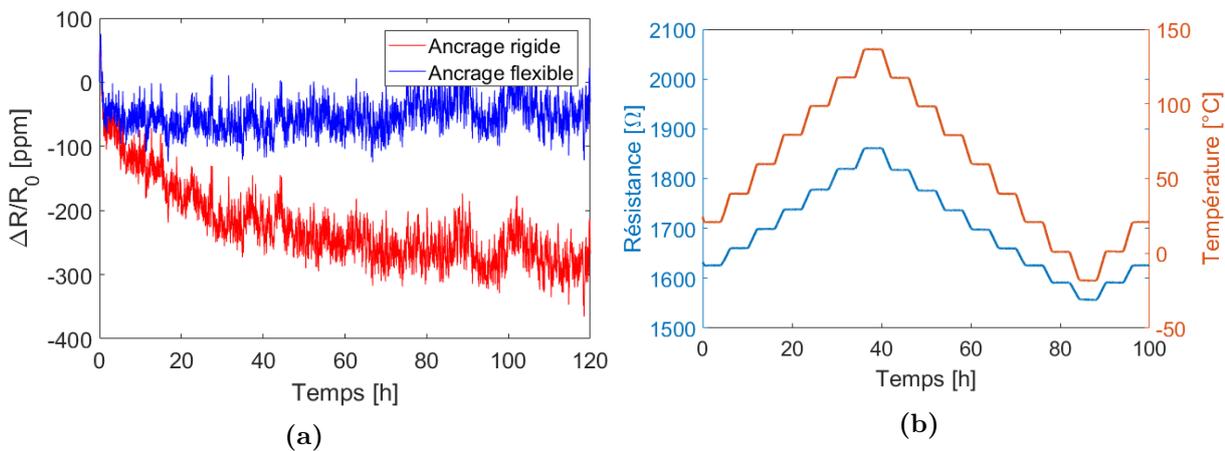


Figure 5.15: Effet de la température sur la mesure de la résistance R_0 d'un nanofil N_2 de la plaque P2 : (a) à température fixe pendant 100 h ; (b) pour un profil de température variant entre $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ et $140 \text{ }^\circ\text{C}$.

Pour évaluer la stabilité des résistances (Fig. 5.16), nous évaluons le mode commun (5.22). Un ajustement linéaire des données expérimentales permet de montrer une meilleure

stabilité pour le nanofil à ancrages flexibles ($0,19 \text{ ppm.h}^{-1}$) que pour le nanofil à ancrages rigides ($-1,88 \text{ ppm.h}^{-1}$). Ceci est certainement une conséquence du report des contraintes du substrat sur le nanofil qui évoluent dans le temps. Ces contraintes sont notamment issues des relaxations des contraintes dans l'échantillon et des conditions de son collage dans les boîtiers. Celles-ci vont dépendre des conditions de l'environnement dans lequel est placée la structure et notamment de la température.

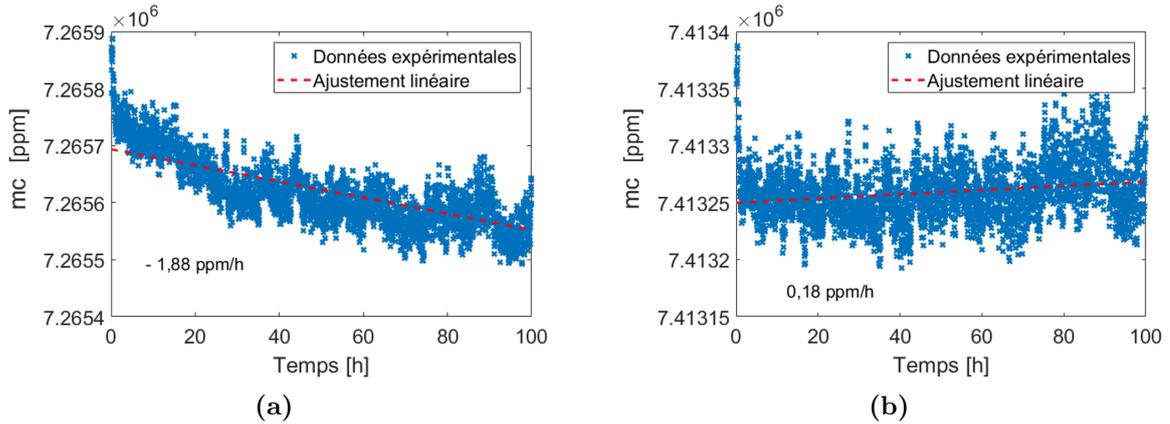


Figure 5.16: Stabilité des résistances à partir des courbes du mode commun mc en fonction du temps sur un pont de nanofils N_2 de la plaque P2 : (a) Avec ancrages rigides ; (b) Avec ancrages flexibles.

Pour évaluer la stabilité du signal utile du capteur (Fig. 5.17), nous évaluons le mode différentiel (5.22). Nous observons une amélioration considérable de la stabilité à $0,19 \text{ ppm.h}^{-1}$ pour le pont de nanofil N_2 à ancrages rigides et $0,018 \text{ ppm.h}^{-1}$ pour celui à ancrages flexibles. L'utilisation du mode différentiel pour évaluer le signal utile du capteur permet d'éliminer une part importante de la perturbation liée aux contraintes du substrat reportées sur le nanofil.

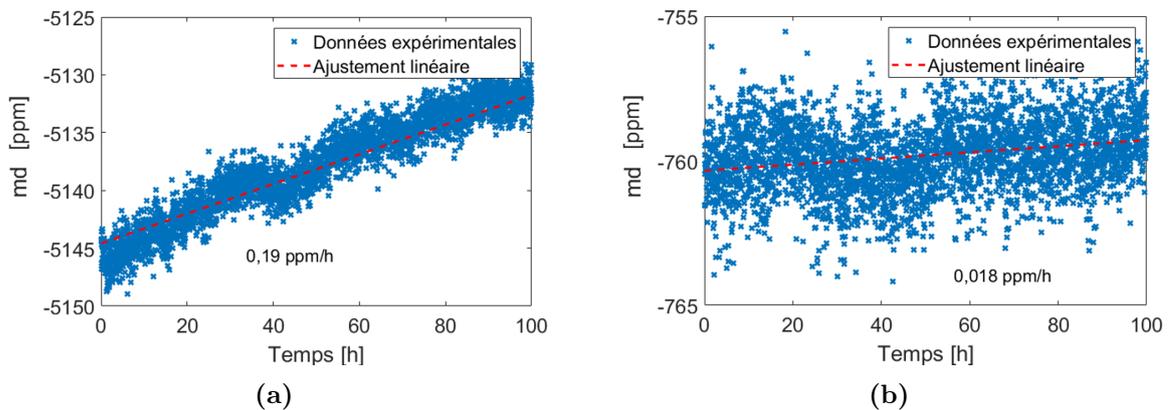


Figure 5.17: Stabilité du signal du capteur à partir des courbes du mode différentiel md en fonction du temps sur un pont de nanofils N_2 de la plaque P2 : (a) Avec ancrages rigides ; (b) Avec ancrages flexibles.

Nous remarquons également que pour deux mesures successives, quelque soit le type d'ancrages, le mode commun peut varier jusqu'à 100 ppm (Fig. 5.16). Ces fluctuations

peuvent s'expliquer par les petites variations de la température dans l'enceinte ($< 0,1 \%$). En effet, elles sont atténué d'un facteur 20 lorsque le mode différentiel est étudié (Fig. 5.17).

Le Tableau 5.8 rassemble les résultats obtenus sur 5 ponts de nanofils N_2 à ancrages rigides et 5 à ancrages flexibles.

Plaque-Nanofil	Ancrages	stabilité résistance (ppm.h^{-1})	stabilité signal capteur (ppm.h^{-1})
P2- N_2	Rigides	$- 1,88 \pm 0,9$	$0,18 \pm 0,04$
P2- N_2	Flexibles	$0,19 \pm 0,1$	$0,018 \pm 0,006$

Tableau 5.8: Synthèse des valeurs obtenues pour la stabilité des résistances et du signal utile du capteur pour des nanofils N_2 de la plaque P2 sur 5 ponts de nanofils rigides et 5 ponts de nanofils flexibles.

Il est intéressant de remarquer que les ancrages flexibles permettent d'améliorer la stabilité du pont de nanofil d'un facteur 10 par rapport aux ancrages rigides. Le plus important est l'amélioration d'un facteur 10 entre la stabilité du mode commun par rapport au mode différentiel d'où l'intérêt de ce dernier pour évaluer le signal utile du capteur. Il permet d'éliminer les perturbations liées aux contraintes dans le substrat. Ces résultats montrent également l'importance de prendre en compte les conditions d'ancrage au moment de la conception du composant pour améliorer la stabilité du signal de mesure. Les ancrages flexibles n'étant pas adaptés pour le fonctionnement du capteur, nous pouvons envisager d'améliorer la stabilité en réduisant au maximum le facteur d'amplification de la contrainte (Section 5.3.2).

5.3.3.2 Détermination du TCR et du TCO

Dans un second temps, la température dans l'enceinte évolue entre $- 20 \text{ }^\circ\text{C}$ et $140 \text{ }^\circ\text{C}$ par palier de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ (Fig. 5.15(b)). Les résultats bruts obtenus pour un nanofil N_2 de la plaque P2 sont illustrés par la Figure 5.15(b). La dépendance de la résistance du nanofil à la température est évidente. Elle peut être caractérisée par son TCR, noté α_{TCR} (Chapitre 1.2.2).

Pour évaluer α_{TCR} , nous nous intéressons au mode commun du pont défini précédemment (5.22). Un ajustement linéaire des données expérimentales (Fig. 5.18) permet de l'obtenir directement pour le pont de nanofils testé. Les résultats obtenus sur la plaque P2 pour des ponts de nanofils N_2 avec ancrages rigides ou flexibles sont illustrés respectivement par les Figures 5.18(a) et 5.18(b). Les résultats présentés dans le Tableau 5.9 sont obtenus sur 5 ponts de nanofils avec ancrages rigides et 5 avec ancrages flexibles. Une diminution d'environ 8% de α_{TCR} est observée pour le pont de nanofils avec ancrages flexibles par rapport au pont de nanofils avec ancrages rigides. Nous avons établi dans la Section 5.3.1.1 que pour un échauffement uniforme sur la plaque :

$$\begin{cases} \alpha_{TCR} = \alpha_{TCR,\sigma} & \text{Ancrages flexibles} \\ \alpha_{TCR} = \alpha_{TCR,\sigma} + \Pi_l (\zeta - \alpha) & \text{Ancrages rigides} \end{cases} \quad (5.30)$$

Le paramètre ζ résultant de la contribution de la dilatation thermique des ancrages modifie alors α_{TCR} d'environ 200 ppm.K⁻¹. De plus, nous observons que la variabilité des mesures de ce paramètre est environ 7 fois plus élevée pour les ponts de nanofils à ancrages rigides que pour ceux à ancrages flexibles. Ceci est une conséquence des contraintes thermiques du substrat qui sont reportées dans le nanofil pour la structure à ancrages rigides. En effet, ces contraintes n'étant pas identiques selon la position sur la plaque, l'effet sur α_{TCR} d'un nanofil à ancrages rigides sera différent d'une structure à l'autre. Au contraire pour les structures à ancrages flexibles, l'effet des contraintes du substrat est absorbé par les ressorts de suspension rendant les nanofils et leurs paramètres indépendants de ces contraintes.

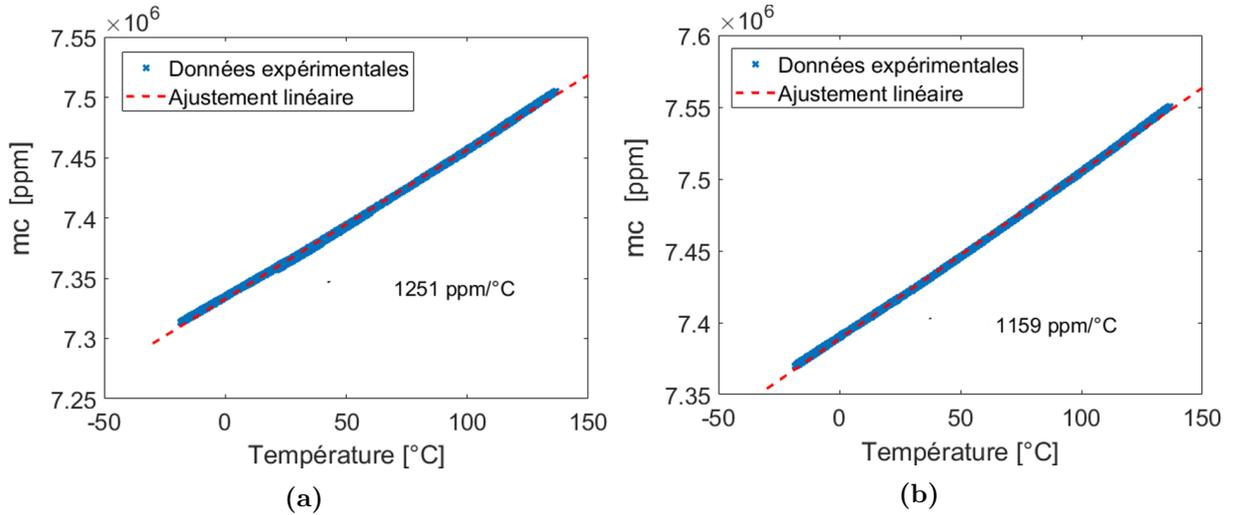


Figure 5.18: Évaluation de α_{TCR} à partir des courbes du mode commun mc en fonction de la température sur un pont de nanofils N_2 de la plaque P2 : (a) Avec ancrages rigides ; (b) Avec ancrages flexibles.

Plaque-Nanofil	Ancrages	α_{TCR} (ppm.K ⁻¹)	α_{TCO} (ppm.K ⁻¹)
P2- N_2	Rigides	1 251 ± 36	8,9 ± 3,1
P2- N_2	Flexibles	1 159 ± 5	3,5 ± 2,4

Tableau 5.9: Synthèse des valeurs obtenues pour le TCR et le TCO des nanofils N_2 de la plaque P2 sur 5 ponts de nanofils rigides et 5 ponts de nanofils flexibles.

Ensuite, nous pouvons évaluer α_{TCO} des différents ponts de nanofils de la plaque P2 qui va traduire l'écart de TCR mesuré entre les deux nanofils d'un même pont. Pour cela nous étudions l'évolution temporelle du mode différentiel défini précédemment (5.22). Un comportement différent est observé entre le pont de nanofils à ancrages rigides (Fig. 5.19(a)) et le pont de nanofils à ancrages flexibles (Fig. 5.19(b)) :

- L'hystérésis observée sur la Figure 5.19(a) peut être la conséquence d'une modification irréversible de la structure et du substrat après un cycle de température. Cet hystérésis n'est pas observée pour le pont de nanofils avec ancrages flexibles (Fig. 5.19(b)). En effet, la contrainte produite dans le substrat par le cycle thermique est absorbée par les ancrages sans transmission au nanofil.
- Pour ces deux structures, la variation du mode différentiel sur une plage de température supérieure à 150 °C indique une dépendance quadratique par rapport à la température qui est une conséquence de la dépendance du TCO à la température. En première approximation, nous utilisons un ajustement linéaire pour extraire α_{TCO} de ces données expérimentales. Les résultats obtenus pour les deux variantes sont donnés dans le Tableau 5.9. Pour des nanofils N_2 , le TCO est presque 3 fois inférieur lorsque les ancrages sont flexibles par rapport à des ancrages rigides. Il s'agit certainement d'une condition d'équilibrage des nanofils plus favorable dans le cas du pont de nanofil avec des ancrages flexibles puisque les contraintes thermiques du substrat sont absorbées par les supports des nanofils. L'effet d'amplification de la contrainte mécanique va également influencer le TCO car il amplifie ces contraintes thermiques du substrat dans le nanofil.

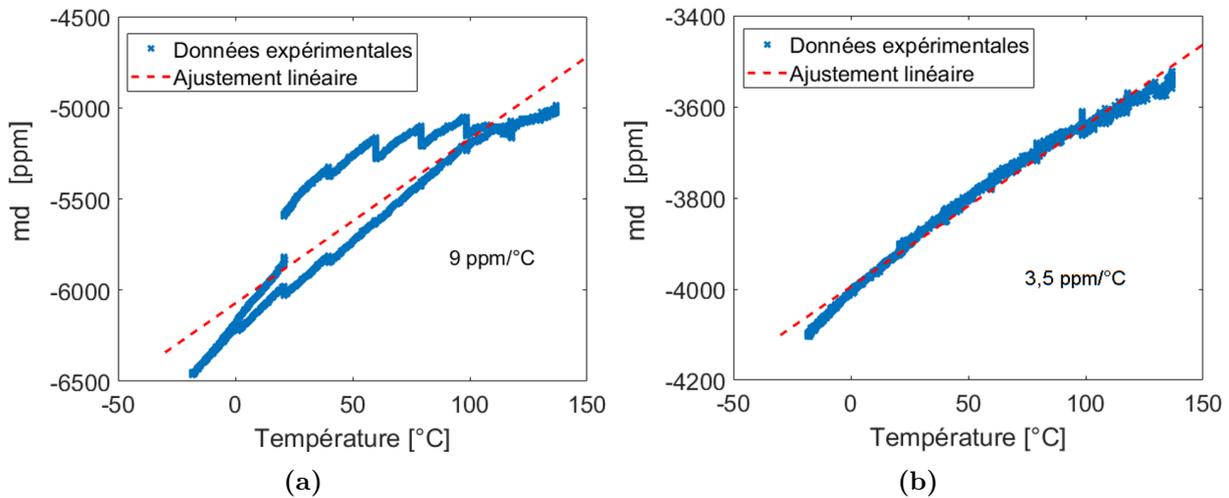


Figure 5.19: Évaluation de α_{TCO} à partir des courbes du mode différentiel md en fonction de la température sur un pont de nanofils N_2 de la plaque P2 : (a) Avec ancrages rigides ; (b) Avec ancrages flexibles.

Ce motif de test avec des ancrages flexibles est une nouvelle fois intéressant pour étudier l'influence du substrat sur le comportement des ponts de nanofils. Après avoir évalué l'influence de la contrainte résiduelle sur la valeur de la résistance des nanofils, nous montrons que la configuration des ancrages peut affecter les conditions de l'équilibrage du pont et que des modifications de la contrainte mécanique ont lieu dans le substrat lorsque la température évolue.

5.3.4 Mesure de la conductivité thermique

Les paramètres thermiques du nanofil peuvent être évalués au moyen d'une mesure électrique, appelée mesure 3ω [92]. Facilement mise en œuvre avec les moyens d'essais du laboratoire, cette méthode est basée sur la résolution de l'équation de la chaleur dans un barreau rectangulaire échauffé par un courant sinusoïdal $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$ de pulsation ω . Les mesures sont réalisées sous vide à 1.10^{-4} mbar pour négliger la conduction dans le gaz environnant. Le rayonnement est également négligé pour cette étude.

Dans ces conditions, le courant de pulsation ω génère une variation de la température à la pulsation 2ω du fait de la dépendance quadratique en courant de la puissance dissipée dans la résistance ($P = RI^2(t)$). Pour une petite fluctuation de température ΔT , la résistance électrique du barreau rectangulaire de silicium varie linéairement selon la loi :

$$R = R_0 (1 + \alpha_{TCR} \Delta T) \quad (5.31)$$

avec R_0 la résistance du nanofil et α_{TCR} le TCR. Il en résulte que la tension ($U = RI(t)$) mesurée aux bornes de ce barreau a une composante à la pulsation ω et une composante à 3ω . Cette dernière permet de déterminer les paramètres thermiques, comme la conductivité thermique et la capacité thermique du silicium, aux échelles considérées. La résolution de l'équation thermique et l'extraction des paramètres thermiques ont été présentées par *Lu et al.* [92]. Les principales étapes sont détaillées dans l'Annexe C.4.

La méthode 3ω est mise en œuvre sur les nanofils étudiés avec le montage illustré par la Figure 5.20(a). Le nanofil et ses résistances d'accès sont polarisés par un courant sinusoïdal obtenu par l'association en série d'une tension sinusoïdale issue du LIA avec une résistance de polarisation ($R_{pol} = 50 = k\Omega$) relativement grande devant la résistance du nanofil.

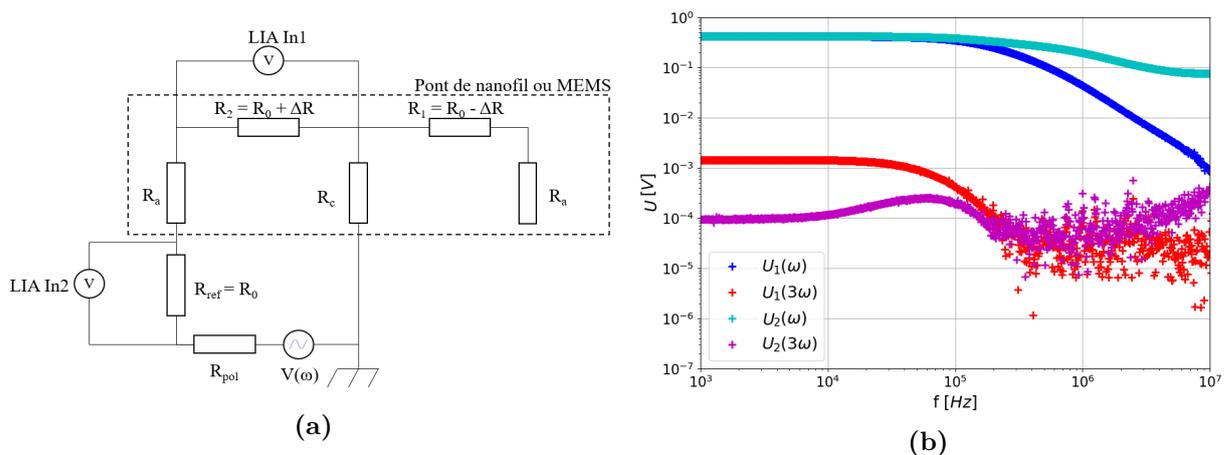


Figure 5.20: Mise en œuvre de la méthode 3ω pour évaluer les paramètres thermiques : (a) Schéma utilisé pour réaliser la mesure ; (b) Résultats obtenus pour un nanofil N_1 sur un pont de nanofils avec ancrage rigide.

La mesure de la tension aux bornes du nanofil, démodulée à ω et à 3ω , est réalisée par l'intermédiaire du LIA. Sachant que la tension à 3ω est inférieure de plusieurs ordres de

grandeur, celle-ci peut être perturbée par le signal à ω et peut également se retrouver en dehors de la gamme dynamique permise par le LIA. Des montages assez complexes à mettre en œuvre, notamment à base d'amplificateurs différentiels, ont été proposés par plusieurs auteurs pour supprimer la composante à ω à l'entrée du LIA [38], [93]. Pour ces mesures, nous avons retenu le schéma standard mais pour s'assurer que le signal à 3ω n'est pas pollué par le signal à ω , une résistance de référence R_{ref} ($R_{ref} = R_0$) est utilisée pour mesurer la composante à ω et à 3ω à ses bornes. Il est nécessaire que la composante à 3ω , qui doit être nulle pour cette résistance, soit au moins négligeable devant la composante à 3ω du nanofil.

La Figure 5.20(b) illustre les résultats obtenus sur un nanofil N_1 intégré dans un pont de nanofils avec ancrages rigides en fonction de la fréquence du signal de polarisation. Nous constatons que :

- Le signal U_2 démodulé à 3ω et mesuré sur la résistance de référence est plus d'un ordre de grandeur inférieur au signal U_1 à 3ω mesuré sur le nanofil. Avec une erreur de l'ordre de 10 %, nous considérons que le signal à 3ω est très peu affecté par le signal à ω .
- Le signal U_1 démodulé à 3ω est exploitable à basse fréquence permettant l'extraction de la conductivité thermique.
- Le signal U_1 démodulé à 3ω n'est plus exploitable à haute fréquence car il est noyé dans du bruit ce qui rend l'estimation de la capacité thermique impossible avec ce montage. Il s'agit de la conséquence de la superposition du filtre thermique passe-bas résultant de la résolution de l'équation de la chaleur et d'un filtre passe-bas électrique (filtre RC). Ce dernier résulte de l'association de la résistance du nanofil ($R_0 = 2\,500\ \Omega$) avec les capacités parasites du circuit. Sachant que ces mesures sont réalisées dans une station de test semi-automatique avec contrôle du niveau de vide, l'utilisation de câbles de grande longueur est inévitable. Il génère alors une capacité parasite pouvant atteindre quelques centaines de pF soit une fréquence de coupure électrique de quelques centaines de kHz.

Avec cette méthode et ce montage, nous avons toutefois une bonne estimation de la conductivité thermique dans les nanofils.

Pour chaque nanofil étudié, nous extrayons la tension efficace (RMS) $U_{3\omega}$ aux bornes du nanofil à basse fréquence afin de la tracer en fonction de la valeur efficace (RMS) du courant $I(t)$, notée I , circulant dans celui-ci (Fig. 5.21). A basse fréquence $U_{3\omega}$ s'écrit (Annexe C.4) :

$$U_{3\omega} \approx \frac{\alpha_{TCR} R_0^2 I^3 l}{24\kappa S} \quad (5.32)$$

Nous observons comme attendu une tension 3ω environ six fois supérieure pour le nanofil N_1 que pour le nanofil N_2 , ce qui est cohérent avec le rapport entre la section de ces deux nanofils d'environ 1,9 (Fig. 5.21(b)).

Les points expérimentaux sont ajustés par un modèle du type $U = cI^3$ avec U la tension 3ω RMS aux bornes du nanofil, I la valeur RMS du courant $I(t)$ circulant dans celui-ci et c une constante d'ajustement. Le Tableau 5.10 rassemble les résultats obtenus pour les ajustements sur des nanofils N_2 de la plaque P2 (Fig. 5.21(a)) et sur des nanofils N_1 de la plaque P3 (Fig. 5.21(b)). Nous observons sur la Figure 5.21(b) que les courbes d'échauffement sont très proches pour le nanofil dont la résistance ne dépend pas de sa déformation (nanofil à 45°) et pour le nanofil non soumis aux contraintes mécaniques (nanofil à ancrages flexibles). Néanmoins, nous observons une différence de courbure avec le nanofil à ancrages rigides (Fig. 5.21(a) et 5.21(b)).

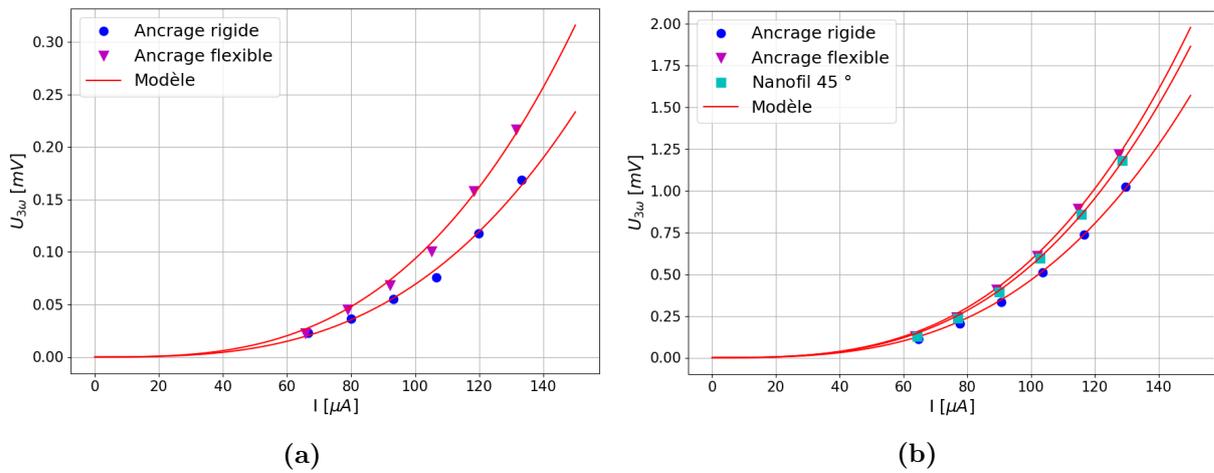


Figure 5.21: Résultats de la methode 3ω sur différentes structures : (a) de la plaque P2 : nanofil N_2 sur un pont de nanofils à ancrages rigides et à ancrages flexibles ; (b) de la plaque P3 : nanofil N_1 sur un pont de nanofils à ancrages rigides et à ancrage flexible et sur le résonateur avec le nanofil orienté à 45° par rapport au méplat principal.

Ceci s'explique en grande partie par les écarts entre leur résistance et leur coefficient de température. En effet, nous avons montré dans la Section 5.3.1.1 que pour un nanofil soumis uniquement à son auto-échauffement, les TCR des différentes structures sont donnés par :

$$\begin{cases} \alpha_{TCR} = \alpha_{TCR,\sigma} & \text{Ancrages flexibles ou nanofil à } 45^\circ \\ \alpha_{TCR} = \alpha_{TCR,\sigma} - \Pi_l \alpha & \text{Ancrages rigides} \end{cases} \quad (5.33)$$

Ainsi, le TCR du nanofil à ancrages rigides est environ 100 ppm.K^{-1} plus faible que le TCR du nanofil à ancrages flexibles ou du nanofil à 45° . En effet, pour la technologie M&NEMS $\alpha = 2,6 \text{ ppm.K}^{-1}$ et $\Pi_l = 40$. Dans le Tableau 5.10, seul le TCR du nanofil N_2 à ancrages flexibles a été obtenu expérimentalement (Section 5.3.3.2). Le TCR du nanofil N_2 à ancrages rigides est estimé à partir de (5.33). Pour le nanofil N_1 , nous ne disposons pas de données expérimentales pour ce paramètre car les composants n'étaient plus fonctionnels au moment de la caractérisation en température. Nous avons donc utilisé la valeur de α_{TCR} théorique (Chapitre 1.2.2) pour un nanofil de ces dimensions à ancrages rigides. Le TCR du nanofil N_1 à ancrages flexibles et du nanofil N_1 orienté à 45° sont calculées à partir de (5.33).

Avec ces considérations, la conductivité thermique κ extraite de la mesure 3ω varie de moins de 10 % pour un nanofil de mêmes dimensions avec des conditions d'ancrages différentes (Tab. 5.10). De manière générale, les valeurs de κ obtenues sont en accord avec celles attendues pour des nanofils de mêmes dimensions (Chapitre 1.2.3). Malgré une multiplication de la section par deux, nous n'observons pas de réels écarts. Sachant que dans tous les cas une des dimensions est de 270 nm, il se peut que la conductivité thermique soit dépendante de la plus petite dimension de la section. Cette remarque est également confirmée par les conclusions du Chapitre 6.2.4.

Plaque-Nanofil-Ancr.	Dimensions (μm^3)	R_0 (Ω)	c (V.A^{-3})	α_{TCR} (ppm.K^{-1})	κ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)
P2- N_2 -Flex.	0,27 x 0,53 x 5	1 648	9,37.10 ⁷	1 159 *	49
P2- N_2 -Rig.	0,27 x 0,53 x 5	1 532	6,92.10 ⁷	1 059 **	52
P3- N_1 -Rig.	0,27 x 0,27 x 5	2 283	4,65.10 ⁸	1 400 ***	45
P3- N_1 -Flex.	0,27 x 0,27 x 5	2 427	5,86.10 ⁸	1 500 **	43
P3- N_1 -Nan. 45°	0,27 x 0,27 x 5	2 502	5,53.10 ⁸	1 500 **	48

* Résultat expérimental ; ** Valeurs attendues (5.33) ; *** Valeur théorique (littérature)

Tableau 5.10: Résultats obtenus par la méthode 3ω . Seulement un échantillon de chaque variante a été testé.

Ces mesures pourraient être améliorées en mettant en œuvre des montages de compensation de la première harmonique [38], [93] et en diminuant les longueurs des câbles pour décaler à plus haute fréquence la coupure électrique. Cela permettrait de réaliser des mesures de conductivité thermique plus précises et d'envisager une estimation de la capacité thermique des nanofils. De plus, le modèle présenté précédemment ne prend pas en compte les ancrages. Les modèles thermiques développés dans le Chapitre 4.2 suggèrent toutefois leur impact sur le modèle de la résistance thermique du nanofil.

5.3.5 Coefficient piézorésistif

Des mesures de nano-indentation ont été utilisées pour évaluer le coefficient piézorésistif dans le cadre d'un stage. Dans ce cas, le nanofil d'étude est polarisé par un courant continu et sa résistance est mesurée pendant l'essai de traction. L'évolution de la variation relative de la résistance (δR_0) en fonction du déplacement relatif (δl) permet d'extraire, pour des faibles déplacements, le coefficient piézorésistif en déformation du nanofil (Π_l) puisque :

$$\delta R_0 = \Pi_l \delta l \quad (5.34)$$

La Figure 5.22 illustre les résultats obtenus sur un nanofil de 5 μm de longueur. Comme pour la détermination du module de Young (Section 5.1.2), une correction est appliquée pour s'affranchir de la raideur due à la colonne du nano-indenteur. Sur les dix mesures réalisées, Π_l est évalué à $39,6 \pm 6,1$ en utilisant un ajustement linéaire (en rouge). Cette valeur est en accord avec les prédictions théoriques de 36.4 (Chapitre 1.2.4)

et confirme l'utilisation possible du modèle développé par *Kanda* pour déterminer le coefficient piézorésistif [40]. Néanmoins, une variabilité assez élevée de ce paramètre a été montrée. Comme pour la mesure du module de Young, il s'agit de mesures exploratoires qui pourraient être améliorées en effectuant une calibration du nano-indenteur. La rupture du nanofil (non présentée sur la Figure 5.22) intervient pour une déformation relative de l'ordre de 3%. Nous remarquons toutefois que la piézorésistivité devient non linéaire avant cette rupture (Fig. 5.22). Nous estimons que la limite de linéarité est atteinte pour une déformation de $0,85 \pm 0,25$ % sur l'ensemble des tests réalisés. Cette déformation est équivalente à une contrainte mécanique de l'ordre du GPa, en accord avec les mesures déjà réalisées sur des nanofils avec des dimensions similaires [94].

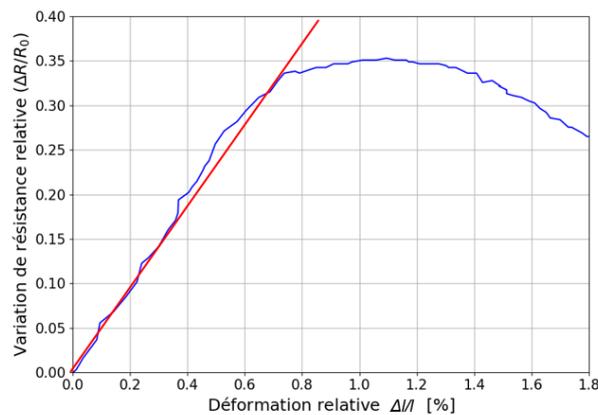


Figure 5.22: Tracé de la variation relative de la résistance en fonction du déplacement relatif permettant d'évaluer le coefficient piézorésistif des nanofils. Il s'agit de la mesure réalisé sur un seul nanofil.

Conclusion du chapitre

Ce chapitre a permis de déterminer plusieurs propriétés physiques des nanofils nécessaires à l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive. Les dimensions réelles des nanofils sont significativement plus élevées que celles attendues (5 % - 16 %). Un désaccord entre les valeurs théoriques et expérimentales de la raideur mécanique des nanofils (entre - 15 % et - 35 %) et de leur résistance électrique (entre + 30 % et + 60 %) a été mis en évidence. Malgré la prise en compte des ancrages et de la contrainte mécanique générée par le substrat, les écarts n'ont pas pu être complètement expliqués. Pour la raideur mécanique, l'incertitude des mesures réalisées au MEB (typiquement 5 % - 10 %) peut expliquer en grande partie l'écart observé. Néanmoins, ce n'est pas le cas pour la résistance électrique. L'une des pistes envisagées pour comprendre ces écarts est de déterminer avec précision la composition atomique du nanofil à l'aide d'une sonde atomique tomographique. En effet, une recombinaison entre les atomes dopants (Bore) et les espèces utilisées pour la gravure de la couche NEMS (chllore et acide bromhydrique) pourrait être à l'origine de

l'apparition d'une zone de déplétion. Cette dernière aurait pour conséquence de réduire la section efficace du transport électrique.

Les résultats obtenus par nano-indentation sont en accord avec la littérature à la fois pour le module de Young ($E \approx 161$ GPa) et le coefficient piézorésistif en déformation dans les nanofils ($\Pi_l \approx 39,6$).

La méthode 3ω a permis d'obtenir des résultats en accord avec ceux de la littérature pour la conductivité thermique autour de $50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour un nanofil de $0,25 \times 0,25 \times 5 \text{ }\mu\text{m}^3$.

Certains motifs de test, conçus spécifiquement dans le cadre de cette thèse, ont permis d'estimer la contrainte mécanique générée par le substrat sur les structures autour de 30 MPa. Elle trouve son origine à l'interface silicium-silice à cause d'une différence de taille de la maille cristalline et elle peut également être la conséquence des étapes du procédé de fabrication. Répercutée sur le nanofil par l'effet d'amplification de la contrainte, cette contrainte influence notamment le TCR, le TCO et diminue de près d'un ordre de grandeur la stabilité de la résistance. Il est nécessaire de prendre en compte cette contribution au moment de la conception afin de limiter au maximum l'effet d'amplification de la contrainte à l'origine de ces perturbations. Cela permettrait notamment de rendre les ponts de nanofils plus stables et d'améliorer ainsi les performances des capteurs les mettant en œuvre.

6

Rétroaction thermo-piézorésistive : étude expérimentale

Sommaire

6.1	Obtention et traitement des résultats	144
6.1.1	Mise en œuvre expérimentale	144
6.1.2	Modèle du résonateur M&NEMS utilisant l'effet TPBA	148
6.1.3	Méthodologie utilisée pour l'exploitation des résultats	150
6.2	Dépendance de l'effet TPBA à la géométrie et aux conditions de mesure	152
6.2.1	Effet du coefficient piézorésistif	153
6.2.2	Influence des schémas de polarisation	154
6.2.2.1	Ajustement par le modèle 1	156
6.2.2.2	Ajustement par le modèle 2	158
6.2.2.3	Discussion sur les ajustements	158
6.2.2.4	Régime d'auto-oscillation	159
6.2.3	Effet de la distance pivot-nanofil	160
6.2.4	Effet des dimensions du nanofil	161
6.2.5	Effet de la température	162
6.3	Nouvelle architecture de nanofil : optimisation de l'effet TPBA	164
6.3.1	Étude détaillée de deux composants intégrant des nanofils d'architectures différentes	165
6.3.1.1	Ajustement du taux de relaxation	165
6.3.1.2	Ajustement de la pulsation de résonance	167
6.3.1.3	Discussion sur les ajustements	168
6.3.2	Gain en efficacité produit par le plateau thermique	169
6.4	Contrôle de la rétroaction thermo-piézorésistive	171
6.5	Facteur de mérite de l'effet TPBA	173
6.5.1	Optimisation de l'effet TPBA	173
6.5.2	Application pour un gyromètre double masse	176

Ce chapitre a pour but de présenter et d'analyser les résultats expérimentaux obtenus lors de la mise en œuvre de la rétroaction thermo-piézorésistive sur les composants M&NEMS présentés dans le Chapitre 3.1. Pour rappel, les différentes variantes sont désignées $R_i N_j L_k$ avec R_i un résonateur de variante i , N_j un nanofil de variante j et L la distance pivot-nanofil avec k sa valeur en μm . Nous commencerons par décrire les équipements utilisés ainsi que le principe de mesure retenu. Dans le Chapitre 4.3, nous avons modélisé la force thermoélastique résultant de ce mécanisme de rétroaction. Elle sera intégrée dans ce chapitre à l'équation du mouvement des résonateurs M&NEMS. Les résultats expérimentaux seront présentés puis confrontés aux modèles analytiques afin de vérifier leur validité. Ils pourront ensuite être utilisés pour optimiser l'effet TPBA dans les structures M&NEMS. Nous évaluerons également l'intérêt d'utiliser la nouvelle architecture de nanofils dotés d'un plateau thermique (Chapitre 3.1). En effet, c'est une architecture intéressante qui améliore l'efficacité de ce mécanisme tout en conservant les propriétés électriques et mécaniques du résonateur. Le contrôle de l'effet TPBA par l'insertion d'une résistance dans le circuit de polarisation, comme le suggère le modèle analytique, est démontré expérimentalement dans ce chapitre. Il s'agit d'un résultat fondamental dans la compréhension de ce phénomène et également une solution facile à mettre en œuvre pour tirer profit ou non de ce mécanisme. Enfin, ces résultats seront discutés pour estimer la puissance de pompage disponible dans les nanofils en utilisant l'effet TPBA afin d'évaluer sa capacité à mettre en mouvement les masses d'excitation d'un gyromètre double masse M&NEMS.

6.1 Obtention et traitement des résultats

Pour étudier la rétroaction thermo-piézorésistive, nous devons mesurer le taux de relaxation γ et la fréquence de résonance f du résonateur M&NEMS en fonction des conditions de polarisation. Nous décrirons dans cette section les moyens de test et la méthode d'extraction de ces paramètres. Dans le Chapitre 4.3, nous avons établi l'expression de la force thermoélastique générée par un nanofil lorsqu'il est polarisé par une source de tension ou de courant continu et nous avons proposé plusieurs modèles avec un degré de complexité croissant. Nous nous intéresserons particulièrement à l'intégration de cette contribution dans le modèle du résonateur M&NEMS à mouvement de rotation autour d'un point de pivot.

6.1.1 Mise en œuvre expérimentale

L'étude expérimentale est réalisée au moyen d'une station de test sous pointes avec contrôle du niveau de vide (Fig. 6.1(a)). Cet équipement est adapté aux tests semi-automatiques sur plaque de 200 mm. L'utilisation d'une carte à pointes dédiée permet d'appliquer et de récupérer les signaux sur les neufs plots d'accès des composants. L'intérêt

de travailler sous vide est de réduire le facteur de dissipation du composant qui provient des pertes dues aux frottements dans l'air. L'équipement utilisé permet un contrôle précis de la pression à l'intérieur de la chambre entre la pression atmosphérique et 10^{-5} mbar ainsi que de la température entre -60 °C et 200 °C, ce qui présente un intérêt notable pour nos caractérisations.



Figure 6.1: Principaux équipements mis en œuvre pour étudier l'effet TPBA : (a) Station de test sous pointes avec contrôle du niveau de vide (PAV 200 Süss Microtec); (b) Sourcemètre Keithley 2400, Générateur Basse fréquence (GBF) Agilent 33250 & LIA Zurich Instrument HF2LI.

Les nanofils sont polarisés en tension ou en courant continu avec des sources Keithley 2400 (Fig. 6.1(b)). Ces dernières présentent des caractéristiques très intéressantes en régime statique tant au niveau de la stabilité que de la précision. Nous avons toutefois mis en évidence dans le Chapitre 3.3 que ce type de sources n'était pas adapté pour polariser des charges rapidement variables (plusieurs kHz et au delà). En effet, son comportement en régime dynamique ne permet pas de les considérer comme des sources de polarisation continue stables. Nous avons proposé des schémas de polarisation adaptés afin que la charge totale vue par la source puisse être considérée comme une charge constante au premier ordre quel que soit le mouvement du MEMS. De cette manière, une partie de la réponse non idéale des sources est supprimée. Par ailleurs, nous avons montré dans les Chapitres 3.3 et 4.3 qu'une contribution retardée pouvait considérablement affecter le gain de la boucle de rétroaction thermo-piézorésistive. Son analyse sera proposée dans la suite de ce chapitre.

Pour étudier l'effet TPBA sur des composants dont le facteur de qualité (Q) peut atteindre des valeurs élevées ($> 10^5$), la caractérisation électro-mécanique reposant sur un balayage en fréquence n'est pas adaptée. En effet, elle requiert un pas de fréquence très petit devant la largeur à mi-hauteur du pic de résonance. Par conséquent, le temps

d'acquisition pour obtenir la réponse du résonateur est très long (> 10 min). De ce fait, cette dernière peut être affectée par une dérive du composant. Pour cette raison, nous avons décidé d'étudier la réponse en régime libre pour déterminer la fréquence de résonance ainsi que le facteur de qualité des dispositifs. Pour cela, le résonateur est actionné à une fréquence proche de sa fréquence de résonance de façon à maximiser l'énergie mécanique injectée dans le système. L'actionnement, réalisé par un Générateur Basse Fréquence (GBF) Agilent 33250 (Fig. 6.1(b)), est ensuite coupé avant de mesurer la réponse décrite par :

$$\boxed{V_{rl}(t) = Ae^{-t/2\tau} \cos(2\pi f_{rl}t + \varphi)} \quad (6.1)$$

Cette équation permet de déterminer expérimentalement la fréquence d'oscillation en régime libre f_{rl} que nous assimilerons à la fréquence de résonance f . En effet, pour un régime pseudo-périodique ($Q > 1/2$), nous pouvons montrer que :

$$f_{rl}^2 = f^2 \left(1 - \frac{1}{4Q^2} \right) \quad (6.2)$$

Pour un facteur de qualité Q élevé, le terme $1/4Q^2$ peut être négligé devant 1. L'équation (6.1) permet également d'extraire le temps de décroissance τ de l'énergie stockée dans le composant avec :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{Q} \quad (6.3)$$

Dans la suite, nous nous intéresserons au taux de relaxation du résonateur MEMS γ qui peut être relié au temps de décroissance τ par :

$$\gamma = \frac{1}{\tau} \quad (6.4)$$

L'acquisition du signal de la réponse en régime libre est réalisée à l'aide d'un LIA Zurich Instrument HF2LI (Fig. 6.1(b)). La détection synchrone permet d'acquérir un signal de très faible amplitude en filtrant les perturbations présentes à des fréquences différentes. Son principe repose sur la multiplication du signal d'entrée par un signal de référence de fréquence f_{ref} pour effectuer sa démodulation :

$$V_{ref}(t) = \sqrt{2}e^{i2\pi f_{ref}t} \quad (6.5)$$

Ainsi après multiplication par ce signal de référence :

$$Z(t) = \frac{A}{\sqrt{2}}e^{-t/2\tau} \left(e^{i[2\pi(f_{ref}+f)t+\varphi]} + e^{i[2\pi(f_{ref}-f)t+\varphi]} \right) \quad (6.6)$$

Le filtre passe-bas du LIA élimine alors la composante à $f_{ref} + f$. Le signal après traitement prend la forme $Z(t) = X + iY$ avec :

$$\begin{cases} X = \frac{A}{\sqrt{2}}e^{-t/2\tau} \cos(2\pi(f_{ref} - f)t + \varphi) \\ Y = \frac{A}{\sqrt{2}}e^{-t/2\tau} \sin(2\pi(f_{ref} - f)t + \varphi) \end{cases} \quad (6.7)$$

Pour cette étude, la fréquence de démodulation f_{ref} est choisie à 15 Hz au dessus de la fréquence de résonance f du dispositif. Ceci implique que les signaux X et Y ont une fréquence d'environ 15 Hz après filtrage par le filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est de 45 Hz. Cette dernière permet de ne conserver que la partie basse fréquence du signal sans l'atténuer. Les Figures 6.2(a) et 6.2(b) illustrent les signaux obtenus respectivement pour X et Y lors d'une acquisition réalisée pour l'étude de l'effet TPBA. Elles indiquent une bonne cohérence entre les points expérimentaux et la méthode d'ajustement, ce qui valide cette dernière et permettra d'extraire les paramètres mécaniques du composant (f , τ).

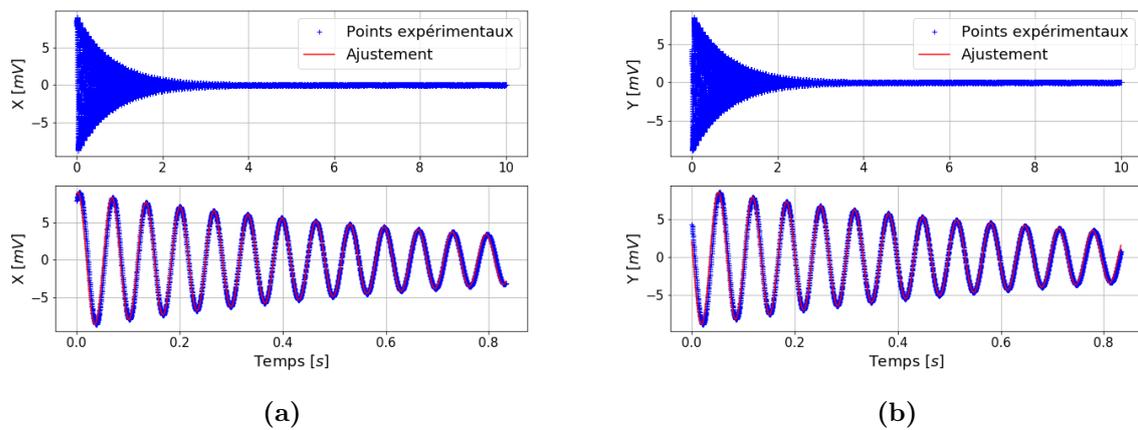


Figure 6.2: Signaux obtenus en sortie du LIA : (a) Composante réelle X; (b) Composante imaginaire Y.

Tous les équipements utilisés pour la caractérisation de l'effet TPBA, à l'exception de la station de test sous pointes, sont pilotés avec le langage de programmation Python (version 2.9). Le traitement des données est également effectué à l'aide de programmes Python réalisés dans le cadre de ces travaux :

- Extraction des paramètres mécaniques du résonateur à l'aide d'un ajustement des réponses expérimentales avec la réponse théorique en régime libre (Fig. 6.2).
- Extraction des paramètres de la rétroaction thermo-piézorésistive à l'aide d'un ajustement des résultats expérimentaux selon les modèles développés au Chapitre 4.3.

L'automatisation de ce traitement a permis un gain de temps considérable sur la réalisation des mesures et l'exploitation des résultats expérimentaux. Compte tenu du temps tout de même nécessaire pour caractériser rigoureusement ce mécanisme de rétroaction sur un dispositif, tous les résultats présentés dans ce chapitre sont obtenus sur un seul composant de chaque variante. Aucune statistique ne pourra être établie sur les paramètres du TPBA. Nous avons effectué sur certaines variantes des vérifications de la reproductibilité des mesures pour s'assurer que le protocole et les mesures soient corrects.

6.1.2 Modèle du résonateur M&NEMS utilisant l'effet TPBA

Dans le Chapitre 3.1.2, nous avons montré que le résonateur M&NEMS à mouvement de rotation autour d'un point de pivot (Fig. 6.3) peut être modélisé par l'équation du mouvement :

$$J\ddot{\theta} + (\Gamma + 2L^2\Gamma_{NW})\dot{\theta} + (C + 2L^2k_{NW})\theta = 0 \quad (6.8)$$

avec θ l'angle de rotation autour du point de pivot de raideur C . Les paramètres J et Γ correspondent respectivement au moment d'inertie et au coefficient d'amortissement intrinsèque du MEMS. Le paramètre L représente la distance pivot-nanofil, k_{NW} et Γ_{NW} sont respectivement la raideur et le coefficient d'amortissement du nanofil.

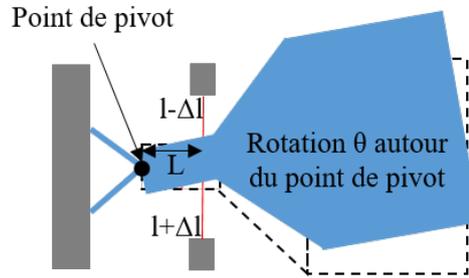


Figure 6.3: Résonateur M&NEMS utilisé pour étudier l'effet TPBA.

La force thermoélastique résultante de la rétroaction a été exprimée dans le Chapitre 4.3 sous la forme de trois modèles avec un degré de complexité croissant donnés par :

$$F_{TE} = \phi (k_{TPBA}x - \Gamma_{TPBA}\dot{x}) \quad (6.9)$$

avec :

- x l'allongement du nanofil et \dot{x} sa dérivé temporelle.
- $k_{TPBA} = \frac{l_{tot}\alpha k_{NW} P_0 \Pi_l}{l} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2}$ un terme de raideur traduisant la réponse instantanée du système avec :
 - α le coefficient de dilatation thermique.
 - $l_{tot} = l + l_p$ la longueur totale de la poutre mise en œuvre pour l'effet TPBA avec l la longueur du nanofil et l_p la longueur du plateau.
 - k_{NW} la raideur mécanique du nanofil.
 - $P_0 = R_0 I_0^2$ la puissance dissipée au repos dans le nanofil de résistance R_0 parcouru par un courant I_0 .
 - Π_l le facteur de jauge piézorésistif en déformation.
 - ω la pulsation de résonance du résonateur.
 - R_{th} et τ_{th} la résistance thermique reliant la variation de la température moyenne sur le nanofil à la variation de puissance dissipée et la constante de temps thermique du nanofil.

- $\Gamma_{TPBA} = \tau_{th}k_{TPBA}$ un terme de force visqueuse traduisant la réponse retardée par la constante de temps thermique τ_{th} du système.
- ϕ un paramètre qui va dépendre du modèle considéré (Chapitre 4.3) :
 - **Modèle 1** tous les paramètres sont indépendants de la température et de la déformation du nanofil : $\boxed{\phi = \beta}$ avec β le coefficient dépendant du schéma de polarisation. Ce coefficient décrit le taux de conversion de la variation relative de la résistance du nanofil (δR_0) en variation relative de puissance dissipée dans celui-ci (δP) :

$$\delta P = \beta \delta R_0 \quad (6.10)$$

- **Modèle 2** intégration de la dépendance de la conductivité thermique à la déformation : $\boxed{\phi = \beta - \Pi}$ avec $\Pi = \frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l}$ et Π_κ le coefficient de dépendance de la conductivité thermique à la déformation.
- **Modèle 3** intégration de la dépendance de la conductivité thermique à la déformation et du comportement non idéal des sources de polarisation : $\boxed{\phi = \beta - \Pi + c}$ avec c un coefficient complexe qui traduit le comportement non idéal et retardé de la source. La conséquence de la nature complexe de c sur la force thermoélastique est présentée dans le Chapitre 4.3.3.

Une rotation θ de la masse MEMS autour du point de pivot engendre, en utilisant l'approximation des petits angles, une déformation du nanofil x donnée par $x = L\theta$. L'équation (6.9) devient :

$$F_{TE} = L\phi \left(k_{TPBA}\theta - \Gamma_{TPBA}\dot{\theta} \right) \quad (6.11)$$

Cette force thermoélastique générée dans les deux nanofils à une distance L du point de pivot intervient dans l'équation du mouvement par un moment supplémentaire M_{TE} agissant sur la structure :

$$M_{TE} = 2L^2\phi \left(k_{TPBA}\theta - \Gamma_{TPBA}\dot{\theta} \right) \quad (6.12)$$

L'intégration de ce moment supplémentaire dans l'équation du mouvement du résonateur M&NEMS (6.8) permet d'obtenir :

$$\boxed{\ddot{\theta} + \left(\gamma_0 + 2L^2I_0^2\phi\gamma_{TPBA} \right) \dot{\theta} + \left(\omega_0^2 - 2L^2I_0^2\phi\omega_{TPBA}^2 \right) \theta = 0} \quad (6.13)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_0 = \frac{\Gamma + 2L^2\Gamma_{NW}}{J} \\ \gamma_{TPBA} = \frac{l_{tot}\alpha k_{NW}R_0\Pi_l}{Jl} \frac{R_{th}\tau_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_0^2 = \frac{C + 2L^2k_{NW}}{J} \\ \omega_{TPBA}^2 = \frac{l_{tot}\alpha k_{NW}R_0\Pi_l}{Jl} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \end{array} \right. \quad (6.14)$$

Le taux de relaxation γ et le carré de la pulsation de résonance ω^2 extraits des résultats expérimentaux peuvent être ajustés par les modèles suivants :

$$\boxed{\begin{cases} \gamma_r = \gamma_0 + 2L^2 I_0^2 \phi \gamma_{TPBA} \\ \omega_r^2 = \omega_0^2 - 2L^2 I_0^2 \phi \omega_{TPBA}^2 \end{cases}} \quad (6.15)$$

Les trois modèles de l'effet TPBA ne vont se différencier que par le paramètre ϕ .

6.1.3 Méthodologie utilisée pour l'exploitation des résultats

Pour étudier l'effet TPBA, les données expérimentales du taux de relaxation γ et de la pulsation de résonance ω sont ajustées à partir des deux premiers modèles présentés précédemment :

- **Modèle 1** : L'ajustement est réalisé indépendamment sur les points expérimentaux obtenus avec le montage en courant et en tension. Connaissant $\phi = \beta$ et L , nous pouvons extraire trois paramètres (γ_0 , γ_{TPBA} pour le montage en courant et γ_{TPBA} pour le montage en tension).
- **Modèle 2** : L'ajustement est réalisé simultanément sur les points expérimentaux obtenus avec le montage en courant et en tension. Les paramètres d'entrée du modèle sont le courant circulant dans le nanofil I_0 , le taux de relaxation γ et le coefficient β . Connaissant L , nous pouvons extraire trois paramètres (γ_0 et γ_{TPBA} communs pour les deux montages ainsi que Π qui traduit le déséquilibre entre les montages).

Le troisième modèle intégrant en plus le comportement non idéal des sources de polarisation ne sera utilisé que pour la discussion puisque nous ne disposons pas des données expérimentales nécessaires pour l'exploiter. Il manque notamment le déphasage entre le signal utile et le signal généré par la source en réponse à la perturbation (variation de résistance du nanofil). Il est toutefois intéressant de remarquer que ce comportement non idéal est à l'origine d'une double contribution sur le taux de relaxation et d'une simple contribution sur la pulsation de résonance. Cela peut s'expliquer par la nature complexe du paramètre c intervenant dans ϕ (Chapitre 4.3.3 et Section 6.1.2) :

$$\boxed{\begin{cases} \gamma_r = \gamma_0 + 2L^2 I_0^2 \left(\beta - \frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l} + a + \frac{b}{\omega\tau_{th}} \right) \gamma_{TPBA} \\ \omega_r^2 = \omega_0^2 - 2L^2 I_0^2 \left(\beta - \frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l} + a \right) \omega_{TPBA}^2 \end{cases}} \quad (6.16)$$

Dans le Chapitre 1.2.3, il a été montré que seule la conductivité thermique est affectée par les dimensions du nanofil aux échelles considérées. Étant donné sa variabilité importante en fonction des paramètres dimensionnels, nous utiliserons ce paramètre comme

le paramètre d'ajustement du problème. La conductivité intervenant dans la résistance thermique (R_{th}) et la constante de temps thermique (τ_{th}), nous pouvons évaluer R_{th} et le produit $R_{th}\tau_{th}$ par l'intermédiaire de ω_{TPBA}^2 et γ_{TPBA} respectivement. Pour un nanofil standard avec $\omega\tau_{th} \ll 1$, nous pouvons montrer que :

$$\begin{cases} \omega_{TPBA}^2 = \frac{\alpha k_{NW} R_0 \Pi_l}{J} R_{th} \\ \gamma_{TPBA} = \frac{\alpha k_{NW} R_0 \Pi_l}{J} R_{th} \tau_{th} \end{cases} \quad \begin{cases} R_{th} = \frac{\omega_{TPBA}^2}{\alpha} \frac{J}{k_{NW}} \frac{1}{R_0} \frac{1}{\Pi_l} \\ R_{th} \tau_{th} = \frac{\gamma_{TPBA}}{\alpha} \frac{J}{k_{NW}} \frac{1}{R_0} \frac{1}{\Pi_l} \end{cases} \quad (6.17)$$

Le rapport J/k_{NW} est déterminé expérimentalement (Chapitre 5.1.3) avec une incertitude estimée à 5 %. La résistance R_0 est mesurée au moyen d'une méthode quatre pointes. Cependant, celle-ci prend en compte la résistance des ancrages NEMS (Chapitre 5.2.2) qui ne participe pas à la rétroaction. Une incertitude d'environ 10 % peut être associée à ce paramètre. Le facteur de jauge Π_l a également été mesuré avec une incertitude d'environ 10 % liée au nano-indenteur. Ainsi, R_{th} et le produit $R_{th}\tau_{th}$ sont évalués avec une incertitude d'environ 30 %. La conductivité thermique est ensuite obtenue en étudiant les résultats des modèles numériques utilisés pour traiter le comportement thermique du nanofil. Cela permet de prendre en compte la contribution de ses ancrages et d'extraire deux paramètres Ψ et Υ qui ne dépendent que de sa géométrie (Chapitre 4.2.3.3). Ils sont obtenus avec une incertitude d'environ 15 % qui résulte des incertitudes sur les mesures des dimensions du nanofil réalisées au MEB (5 - 10 %). Le Tableau 6.1 rassemble les résultats obtenus pour les nanofils utilisés dans cette étude en prenant en compte les ancrages (Chapitre 4.2.4). Nous avons également montré dans le Chapitre 4.2.3.3 que ces paramètres sont reliés à la constante de temps thermique et à la résistance thermique par :

$$\begin{cases} \Psi = \frac{\rho c_p}{\kappa \tau_{th}} \\ \Upsilon = \kappa R_{th} \end{cases} \quad (6.18)$$

avec ρ la densité et c_p la capacité thermique massique qui sont connus pour le silicium.

Param.	Plaq. - Nan.						
	P1 - N_1	P2 - N_2	P2 - N_3	P2 - N_4	P3 - N_1	P3 - N_6	
Ψ (μm^{-2})	0,291	0,291	0,263	$8,02 \cdot 10^{-2}$	0,292	$1,44 \cdot 10^{-2}$	
Υ (μm^{-1})	8,212	4,233	2,350	3,804	8,322	9,812	

Tableau 6.1: Résultats obtenues avec les modèles numériques (FEM) pour les nanofils utilisés dans cette étude.

La résistance thermique R_{th} étant définie à partir du paramètre ω_{TPBA}^2 et le produit $R_{th}\tau_{th}$ du paramètre γ_{TPBA} , nous avons deux moyens de calculer la conductivité thermique κ :

$$\boxed{\begin{cases} \kappa = \frac{1}{R_{th}} \Upsilon \\ \kappa = \sqrt{\frac{1}{R_{th} \tau_{th}} \frac{\rho c_p \Upsilon}{\Psi}} \end{cases}} \quad (6.19)$$

Ainsi, κ est obtenue de ω_{TPBA}^2 avec une incertitude d'environ 45 % et de γ_{TPBA} avec une incertitude d'environ 25 %. Elle sera analysée à posteriori afin de vérifier la validité des modèles développés.

Par l'intermédiaire du modèle 2, nous pouvons extraire le paramètre d'ajustement Π intervenant dans $\phi = \beta - \Pi$. L'incertitude associée au paramètre β est d'environ 20 % pour les mêmes raisons que l'incertitude sur la résistance R_0 et le coefficient piézorésistif en déformation est connu à 10 %. Ainsi, le coefficient de dépendance de la conductivité thermique à la déformation (Π_κ) est obtenu avec une incertitude supérieure à 10 %.

Cette étude sur les incertitudes associées aux différents paramètres permettra de discuter les résultats obtenus à l'aide des ajustements des points expérimentaux par les modèles dans les sections suivantes.

6.2 Dépendance de l'effet TPBA à la géométrie et aux conditions de mesure

Le développement du modèle analytique de la rétroaction thermo-piézorésistive a permis de déterminer les paramètres à ajuster pour améliorer l'efficacité de ce mécanisme (Chapitre 4.3 et Section 6.1.2). Nous avons proposé des variantes de résonateurs afin d'évaluer chacun de ces paramètres dans le but de valider le modèle analytique développé (Chapitre 3.1).

Nous commencerons par évaluer l'importance de l'effet piézorésistif pour mettre en œuvre ce mécanisme de rétroaction. Pour cela, nous utilisons un résonateur spécifique pour lequel l'orientation des nanofils sur la plaque est modifiée afin de bénéficier d'un coefficient piézorésistif différent.

A partir des méthodes présentées précédemment, nous estimerons les paramètres mécaniques des différentes variantes de résonateurs testées afin d'évaluer l'effet de ses modifications sur l'intensité du phénomène. Nous nous intéresserons en particulier au schéma de polarisation. Nous pourrions montrer l'effet du comportement non idéal des sources de polarisation sur ce mécanisme et la possibilité de basculer d'un régime d'amortissement à un régime d'amplification en passant d'une polarisation en courant à une polarisation en tension. Nous étudierons également la contribution de la distance pivot-nanofil qui par un effet bras de levier va amplifier la force thermoélastique générée par ce phénomène dans les nanofils. Nous verrons dans la Section 6.5 que les dimensions du nanofil n'améliorent pas directement l'efficacité de la rétroaction. Par contre, elles permettent de bénéficier d'une diminution de la conductivité thermique du silicium lorsque la section

du nanofil est inférieure à $1 \mu\text{m}^2$. Nous examinerons également l'effet de la température sur l'intensité de ce mécanisme que nous essayerons de relier aux différents coefficients thermiques des paramètres intervenant dans l'expression de la force thermoélastique.

Dans cette section, les composants intègrent des nanofils standards ($N_{[1,2,3,4]}$) dont les dimensions permettent d'estimer la constante de temps thermique à moins de 400 ns (pour $\kappa = 50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$). Sachant que les résonateurs utilisés ont des fréquences de résonance inférieures à 15 kHz, nous pouvons considérer que $\omega\tau_{th} \ll 1$. Nous pouvons simplifier le dénominateur de γ_{TPBA} et ω_{TPBA}^2 (Section 6.1.2) puisque $1 + (\omega\tau_{th})^2 \approx 1$.

6.2.1 Effet du coefficient piézorésistif

Le modèle analytique de la rétroaction thermo-piézorésistive (Chapitre 4.3 et Section 6.1.2) indique que la piézorésistivité est une brique fondamentale de l'effet TPBA. Pour le confirmer, nous avons utilisé le résonateur $R_2N_1L_{10}$ doté de deux nanofils avec des orientations différentes. Pour rappel, ce composant permet de bénéficier d'un coefficient piézorésistif maximal pour le nanofil orienté selon le méplat principal (ensemble des directions $\langle 110 \rangle$) et d'un coefficient piézorésistif inférieur de plus d'un ordre de grandeur pour le nanofil orienté à 45° par rapport au méplat (ensemble des directions $\langle 100 \rangle$) (Chapitre 3.2). Le schéma de polarisation, illustré sur la Figure 6.4(a), avait été retenu pour caractériser la rétroaction sur ce composant spécifique.

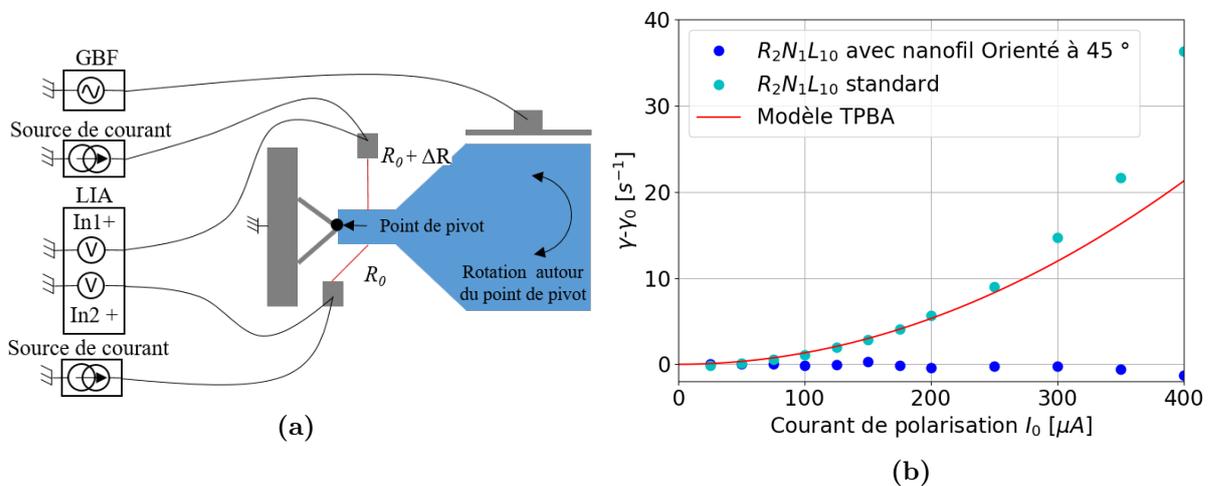


Figure 6.4: Effet TPBA sur le composant $R_2N_1L_{10}$ standard ou avec un nanofil orienté à 45° : (a) Schéma de polarisation utilisé (b) Comparaison du taux de relaxation obtenu entre le composant avec un nanofil orienté à 45° et un composant standard. Aucun phénomène de rétroaction n'est observé dans le nanofil orienté à 45° .

En effet, le composant ne permet pas la mise en place d'un montage équilibré du fait qu'un seul nanofil présente une sensibilité mécanique. Nous n'avons pas réalisé une mesure de la variation du courant de consigne car cette caractérisation est antérieure à la caractérisation du comportement non idéal des sources de polarisation. Pour ce montage, le nanofil orienté selon le méplat principal est polarisé par un courant continu de $50 \mu\text{A}$ et le nanofil à

45 ° par un courant compris entre 0 et 400 μA . L'acquisition du signal est réalisée en mesurant la tension différentielle aux bornes des deux nanofils.

Les résultats obtenus sont confrontés aux résultats obtenus sur un composant $R_2N_1L_{10}$ qui comporte deux nanofils orientés selon le méplat principal (ensemble des directions $\langle 110 \rangle$) (Fig. 6.4(b)). Nous constatons que le nanofil orienté à 45 ° ne contribue pas au mécanisme de rétroaction. En effet, le taux de relaxation est indépendant du courant circulant dans ce nanofil. Néanmoins, une très faible diminution de ce dernier est observée sur le composant avec le nanofil orienté à 45 ° pour des courants élevés ($> 250 \mu\text{A}$). Nous pouvons l'expliquer par une température élevée qui modifie le facteur de dissipation intrinsèque du nanofil Γ_{NW} .

Le résonateur $R_2N_1L_{10}$ avec le nanofil orienté à 45 ° présente un comportement atypique par rapport au composant $R_2N_1L_{10}$ standard. Cette expérience a permis de souligner l'importance de l'effet piézorésistif pour la mise en œuvre de l'effet TPBA.

6.2.2 Influence des schémas de polarisation

Dans le Chapitre 3.3, nous avons observé le comportement non idéal des sources de tension ou de courant continu utilisées pour polariser des charges variables. Les schémas de polarisation courant et tension utilisés initialement sont illustrés respectivement par les Figures 6.5(a) et 6.5(b). Ces deux montages utilisent deux sources Keithley 2400 pour polariser indépendamment chaque nanofil. Ils seront qualifiés de montages non équilibrés car chaque source est perturbée par la variation rapide de la résistance des nanofils (Chapitre 3.3).

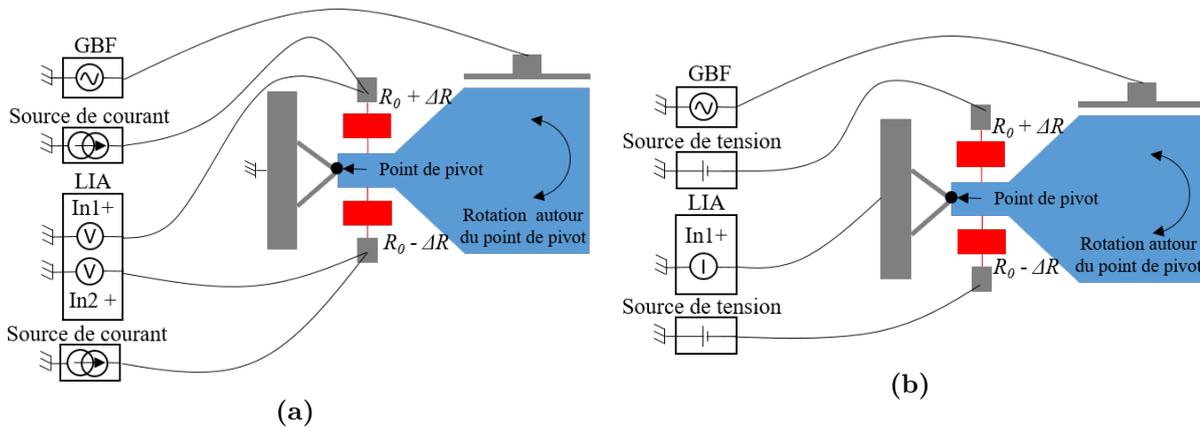


Figure 6.5: Schémas de polarisation non équilibrés (deux sources Keithley 2400) utilisés pour étudier l'effet TPBA avec les nanofils polarisés en (a) courant ; (b) tension.

En effet, du fait de la variation de la résistance qui atteint plusieurs kilohertz pour ce type de composant, le point de polarisation de la source (courant ou tension) est constamment perturbé. Le temps de réponse de la source ne permettant pas d'atteindre ce nouveau point de fonctionnement instantanément, une composante retardée apparaît à la même fréquence. Cette composante peut modifier le gain de la boucle de rétroaction de manière significative. Ainsi la source de courant (I_s) et de tension (V_s) délivrent respectivement :

$$\begin{cases} I_s = I_0 + \Delta I_s (\Delta R) \\ V_s = V_0 + \Delta V_s (\Delta R) \end{cases} \quad (6.20)$$

avec I_0 et V_0 les composantes continues du courant et de la tension. ΔI_s et ΔV_s représentent respectivement les réponses spécifiques de la source de courant et de tension en réponse à la variation de la charge résistive.

Pour s'affranchir de ce comportement non idéal, nous avons sélectionné des montages, qualifiés d'équilibrés, pour lesquels la charge résistive totale imposée à la source de polarisation est constante indépendamment du mouvement du MEMS (Fig. 6.6(a) & 6.6(b)). Nous avons montré au Chapitre 3.3.3 que la variation de puissance aux bornes du nanofil s'écrit :

$$\begin{cases} \delta P_n = \delta R \left(1 + \frac{2\delta I_s}{\delta R} \right) & \text{polarisation en courant} \\ \delta P_n = \delta R \left(\beta + \frac{2\delta V_s}{\delta R} \right) & \text{polarisation en tension} \end{cases} \quad (6.21)$$

La perturbation ($2\delta I_s/\delta R$ ou $2\delta V_s/\delta R$) est à l'origine des coefficients a et b définis pour le modèle 3 (Section 6.1.2). Nous avons mis en évidence une réduction d'un facteur 4 et 300 de la contribution de la source, et par conséquent du paramètre a , en utilisant les schémas de polarisation équilibrés en courant et en tension (Chapitre 3.3). Néanmoins la contribution retardée $b/\omega\tau_{th}$, impactant uniquement le taux de relaxation, peut rester non négligeable par rapport à β .

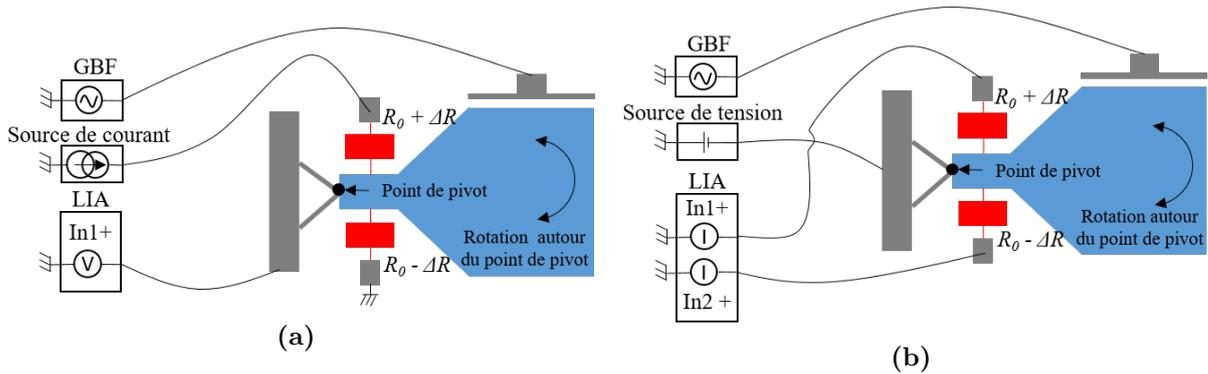


Figure 6.6: Schémas de polarisation équilibrés (une source Keithley 2400) utilisés pour étudier l'effet TPBA avec les nanofils polarisés en (a) courant ; (b) tension.

Cette partie consiste à évaluer l'effet des sources de polarisation sur l'intensité du phénomène TPBA. Pour un résonateur en silicium, il existe principalement deux paramètres qui agissent sur le signe de la force thermoélastique :

- **Le dopage** par l'intermédiaire du coefficient piézorésistif.
- **Le schéma de polarisation** par l'intermédiaire du coefficient β .

Les composants M&NEMS étant dopés par des atomes de bore, le coefficient piézorésistif est positif. Le seul moyen pour modifier in-situ le signe de la force thermoélastique consiste à changer le type de polarisation (courant, tension). Le taux de relaxation d'un composant $R_1N_1L_6$ en fonction du schéma et du courant de polarisation circulant dans les nanofils est illustré sur la Figure 6.7.

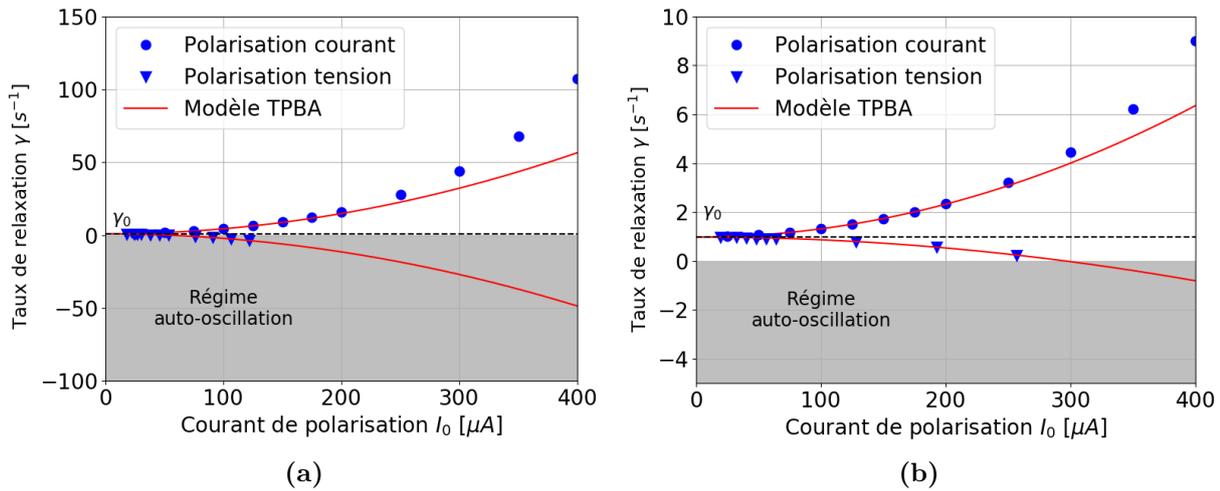


Figure 6.7: Taux de relaxation γ en fonction du courant de polarisation I_0 mesuré sur un composant $R_1N_1L_6$ avec des montages (a) Non équilibrés et (b) Équilibrés.

6.2.2.1 Ajustement par le modèle 1

Les points expérimentaux sont d'abord ajustés avec le modèle 1 (tous les paramètres sont indépendants de la température et de la déformation). Nous observons un bon accord entre les mesures et le modèle d'ajustement ce qui valide ce dernier. Néanmoins, un écart apparaît pour des courants élevés ($> 200 \mu A$). Il traduit probablement un auto-échauffement important dans le nanofil ce qui a pour conséquence de modifier certaines propriétés du silicium, comme la résistivité électrique et la conductivité thermique. Les coefficients obtenus en ajustant les données expérimentales par ce modèle sont donnés dans le Tableau 6.2.

L'écart de 3% observé pour le taux de relaxation intrinsèque γ_0 peut être expliqué par le fait que les schémas de polarisation équilibrés et non équilibrés sont mis en œuvre sur une même variante mais sur deux composants différents issus d'une même plaque. Des petites variations technologiques d'un composant à l'autre peuvent être à l'origine de cet écart.

Dans le Chapitre 4.3, nous avons établi que le coefficient β dépendait du schéma de polarisation. Il est positif et égal à 1 pour le schéma de polarisation en courant alors qu'il est négatif et dépend des résistances d'accès pour le schéma de polarisation en tension. Ceci confirme l'importance de minimiser les résistances d'accès afin de rendre maximal $|\beta\gamma_{TPBA}|$ ($|\beta|$ proche de 1). L'écart entre les deux coefficients β obtenus pour les deux schémas de polarisation en tension s'explique par :

- **Une expression de β différente** : Il ne s'agit pas du même schéma de polarisation (β non eq. = $\frac{-R_0+R_a+2R_c}{R_0+R_a+2R_c}$ & β eq. = $\frac{-R_0+R_a}{R_0+R_a}$, avec R_0 la résistance du nanofil au repos et R_a et R_c respectivement les résistances d'accès au nanofil et à la masse mobile).
- **Des résistances d'accès différentes** : Quatre fois plus grandes sur le composant utilisé pour les schémas de polarisation non équilibrés que sur celui utilisé pour les schémas de polarisation équilibrés.

Paramètres	Montages	Courant	Tension	Courant	Tension
		non eq.	non eq.	eq.	eq.
	β	1	-0,66	1	-0,94
	γ_0 (s ⁻¹)	0,95		0,98	
Modèle 1	γ_{TPBA} (s ⁻¹ . μm^{-2} .mA ⁻²)	4,8	6,5	0,47	0,17
	$R_{th}\tau_{th}$ (s.K.W ⁻¹)	2,07	2,79	0,20	0,071
	κ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	5	4	15	25
Modèle 2	γ_{TPBA} (s ⁻¹ . μm^{-2} .mA ⁻²)	/		0,32	
	$R_{th}\tau_{th}$ (s.K.W ⁻¹)	/		0,14	
	κ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	/		18	
	Π	/		- 0,45	
	Π_κ	/		- 18	

Tableau 6.2: Ajustements du taux de relaxation γ en fonction des schémas de polarisation (en gris les résultats de l'ajustement et en bleu les résultats importants).

L'étude du paramètre $\beta\gamma_{TPBA}$ montre déjà la capacité de ce mécanisme de rétroaction à amortir ou amplifier le mouvement de la structure selon la polarisation. En effet, ce paramètre est positif pour le montage de polarisation courant et négatif pour le montage de polarisation tension comme suggéré par le signe du coefficient β . Nous pouvons également identifier l'effet des sources de polarisation sur l'intensité du phénomène. Quel que soit le type de polarisation, le paramètre γ_{TPBA} est au moins un ordre de grandeur inférieur dans le cas des schémas de polarisation équilibrés du fait de la diminution de la contribution des sources de polarisation. Ces résultats montrent leur importance dans l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive. L'équation (6.21) montre que dans le cas d'une source de courant ou de tension idéale ($\delta I_s = 0$ ou $\delta V_s = 0$), le signe de δP_n intervenant dans l'expression de la force thermoélastique est fixé par le signe du coefficient β . Pour que la contribution des sources de polarisation serve à améliorer la rétroaction thermo-piézorésistive, il faut que δI_s soit positif et que δV_s soit négatif. De cette manière, l'effet d'amortissement pour la polarisation en courant et l'effet d'amplification pour la polarisation en tension sont conservés. Les résultats obtenus suggèrent que nous sommes probablement dans cette configuration. Néanmoins, nous pourrions être dans une configuration où les sources ne permettent pas cette inversion de signe entre δI_s et δV_s .

Une conductivité thermique κ , inférieure d'un ordre de grandeur à celle attendue, est calculée pour les deux schémas de polarisation non-équilibrés ((6.19) et Tab. 6.1). Le modèle 1 n'est pas applicable ici car les sources de polarisation dominant et favorisent

nettement l'effet TPBA. La comparaison des paramètres obtenus avec les schémas équilibrés permet de confirmer l'effet non négligeable des sources de polarisation sur ce mécanisme. Malgré l'utilisation de ces montages particuliers, la conductivité thermique reste un facteur 2-3 inférieure à celle attendue autour de $45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (Chapitre 5.3.4). De plus, nous constatons une différence entre les valeurs obtenues pour les schémas de polarisation en courant et en tension, respectivement $15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $25 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ((6.19) et Tab. 6.1). Les incertitudes associées au paramètre κ ne permettent pas d'expliquer complètement la différence obtenue entre cette valeur de conductivité thermique et celle attendue ou mesurée par la méthode 3ω . Une analyse plus précise de la contribution des sources de polarisation serait nécessaire pour s'assurer qu'elles n'aient plus d'effet sur la rétroaction. En effet, pour obtenir une conductivité thermique de $45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, il faudrait que les sources de polarisation contribuent encore à 80 % de la modification du taux de relaxation. Le modèle 1 n'est donc pas suffisant pour expliquer correctement l'effet TPBA dans les composants M&NEMS.

6.2.2.2 Ajustement par le modèle 2

Nous avons ensuite réalisé l'ajustement des données expérimentales à l'aide du modèle 2. L'introduction de la dépendance de la conductivité thermique à la déformation, qui a le même effet quel que soit le schéma de polarisation, pourrait expliquer la différence observée entre les deux paramètres γ_{TPBA} discutés précédemment (modèle 1). Nous souhaitons évaluer ce coefficient pour le comparer aux résultats attendus. Les paramètres extraits avec l'ajustement par ce second modèle sont également donnés dans le Tableau 6.2.

L'étude des paramètres γ_{TPBA} et Π permet de calculer, pour les montages équilibrés, une conductivité thermique de $18 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et un facteur de dépendance de ce paramètre à la déformation de - 18. Comme pour le modèle 1, la conductivité thermique obtenue avec le modèle 2 est plus faible que celle attendue (un facteur 2-3). En ce qui concerne le coefficient de dépendance de la conductivité thermique à la déformation Π_κ , il est presque quatre fois plus élevé que la valeur attendue entre - 5,4 (silicium massif) et - 2,7 (nanofil $2 \times 2 \text{ nm}^2$) [37]. Ce paramètre n'explique pas à lui seul la différence d'efficacité observée entre les deux types de polarisation.

6.2.2.3 Discussion sur les ajustements

Malgré l'utilisation de schémas de polarisation équilibrés, ces ajustements montrent que nous ne pouvons pas exclure une contribution résiduelle des sources de polarisation. En effet, nous avons vu dans la Section 6.1.2 et 6.1.3 que le comportement non idéal des sources de polarisation affecte de deux manières le taux de relaxation du composant. Le modèle 3 introduit deux nouveaux paramètres (a et $b/(\omega\tau_{th})$) qui peuvent être à l'origine d'un déséquilibre entre les deux types de polarisation au même titre que la dépendance de la conductivité thermique à la déformation (Π_κ). Pour les montages équilibrés, il est probable que le paramètre a devienne largement inférieur à β du fait de la réduction de l'amplitude

de la réponse de la source aux variations de charges résistives du circuit. Néanmoins, le paramètre $b/(\omega\tau_{th})$ n'est pas forcément négligeable devant β , en particulier lorsque $\omega\tau_{th} \ll 1$, ce qui est le cas pour le nanofil standard intégré dans un résonateur à 12 kHz. Ceci pourrait expliquer la surestimation du paramètre Π_κ obtenu lors de l'ajustement par le second modèle. En effet, celui-ci pourrait prendre également en compte les contributions a et $b/\omega\tau_{th}$ apportées par la source. Enfin, les paramètres a et b étant différents selon le type de polarisation, cette contribution pourrait impacter également le paramètre γ_{TPBA} ainsi que la conductivité thermique obtenus avec l'ajustement par le modèle 2.

Dans la suite, nous n'utiliserons que les schémas de polarisation équilibrés (Fig. 6.6(a) & 6.6(b)) permettant de limiter l'influence des sources de polarisation et de modéliser plus précisément l'effet TPBA. Nous pouvons toutefois retenir que le comportement non idéal des sources et l'utilisation de schémas de polarisation non équilibrés permettent d'améliorer l'efficacité de ce mécanisme pour des applications qui nécessitent un gain de la boucle de rétroaction plus important. L'optimisation de la réponse des sources de polarisation à une variation de charge résistive pourrait même être un axe d'amélioration de l'effet TPBA.

Enfin, nous avons montré les limites du modèle 1 pour expliquer ce phénomène de rétroaction. Dans la suite, nous réaliserons seulement des ajustements en utilisant le modèle 2.

6.2.2.4 Régime d'auto-oscillation

Pour une polarisation en tension, la Figure 6.7 révèle que le taux de relaxation devient négatif à partir d'un certain seuil de courant circulant dans les nanofils. Pour ce composant, il se situe autour de 50 μA pour le schéma non équilibré et autour de 300 μA pour le schéma équilibré. La force thermoélastique permet alors de compenser les pertes intrinsèques du résonateur et un régime d'auto-oscillation s'établit (Fig. 6.8).

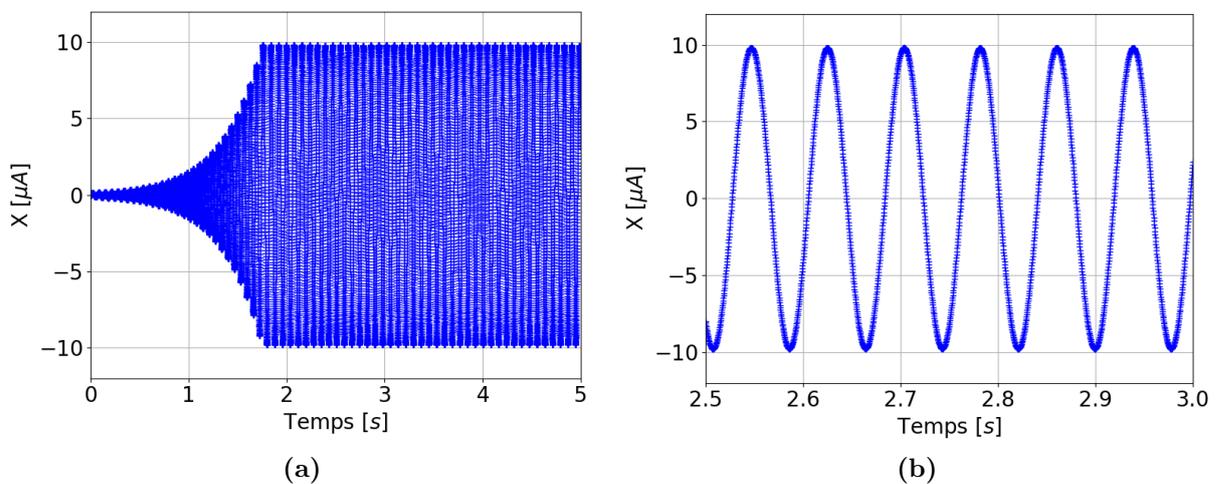


Figure 6.8: Régime d'auto-oscillation : (a) Établissement du régime ; (b) Zoom sur le régime permanent entre 2,5 s et 3 s. Il s'agit du signal après démodulation à f_{ref} oscillant à une fréquence de l'ordre de 15 Hz ($f_s - f_{ref}$).

Dans cette configuration, le résonateur emmagasine de l'énergie à chaque cycle de $t = 0$ s à $t = 2$ s (Fig. 6.8(a)) jusqu'à atteindre un régime permanent d'auto-oscillations (Fig. 6.8(b)). La limitation des amplitudes d'oscillation et la stabilité en fréquence de ce régime ont été discutées dans le Chapitre 4.1.2 [58], [59].

6.2.3 Effet de la distance pivot-nanofil

Les variantes disponibles sur la plaque P1 (Chapitre 3.1) permettent d'étudier l'importance de la distance pivot-nanofil (L) sur la rétroaction thermo-piézorésistive. La valeur de ce paramètre est donnée par l'indice de L (en μm) dans la dénomination du composant. Les modèles développés au Chapitre 4.3 et rappelés dans la Section 6.1.2 suggèrent que la contribution de ce phénomène est proportionnelle au carré de la distance pivot-nanofil (6.15). Ainsi, plus cette distance est élevée, plus l'effet TPBA est important. La Figure 6.9, illustrant la variation du taux de relaxation ($\gamma - \gamma_0$) du résonateur en fonction du courant circulant dans les nanofils, le confirme pour les deux schémas de polarisation. En effet, plus L augmente, plus la variation du taux de relaxation avec le courant est importante.

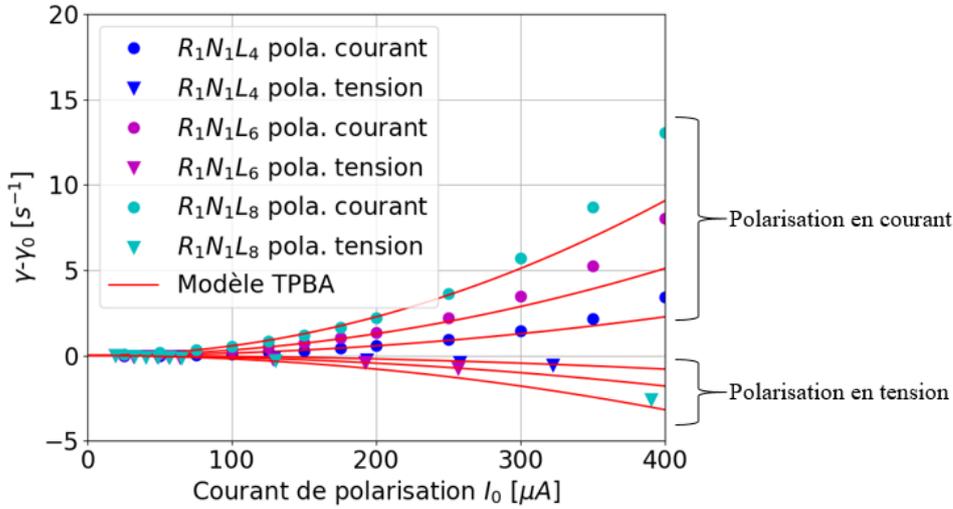


Figure 6.9: Variation du taux de relaxation $\gamma - \gamma_0$ en fonction du courant de polarisation I_0 . Seuls les composants de la plaque P1 pour lesquels la distance pivot-nanofil varie sont représentés (indice de L en μm dans la dénomination du composant).

Pour rappel, l'expression du taux de relaxation du résonateur (γ_r) qui sera utilisée pour réaliser l'ajustement est donnée par :

$$\gamma_r = \gamma_0 + 2 L^2 I_0^2 \phi \gamma_{TPBA} \quad (6.22)$$

$$\gamma_r = \gamma_{MEMS} + 2 L^2 \frac{\Gamma_{NW}}{J} + 2 L^2 I_0^2 \phi \gamma_{TPBA} \quad (6.23)$$

avec γ_{MEMS} le taux de relaxation du résonateur en l'absence de nanofils, Γ_{NW} le facteur de dissipation du nanofil et $J = 2,3 \cdot 10^{-16}$ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ le moment d'inertie du MEMS. L'ajustement

est réalisé en utilisant l'ensemble des points expérimentaux de la Figure 6.9. Les paramètres d'entrées sont γ , I_0 et L . Cela permet de réaliser un seul ajustement pour les trois composants simultanément et d'extraire les paramètres γ_{MEMS} et Γ_{NW} (habituellement regroupés dans le paramètre γ_0) ainsi que γ_{TPBA} et Π_κ . La Figure 6.9 montre, comme précédemment, un très bon accord entre les points expérimentaux et les résultats de l'ajustement avec le modèle de l'effet TPBA pour des courants inférieurs à 200 μA . Les paramètres issus de l'ajustement des données expérimentales par le modèle 2 sont donnés dans le Tableau 6.3.

Paramètres	Montages	
	courant	tension
β	1	-0,94
γ_0 (s^{-1})	γ_{MEMS} (s^{-1})	0,39
	Γ_{NW} (kg.s^{-1})	$1,87.10^{-6}$
γ_{TPBA} ($\text{s}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{A}^{-2}$)		0,31
$R_{th}\tau_{th}$ (s.K.W^{-1})		0,14
κ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)		18
Π		- 0,41
Π_κ		- 16

Tableau 6.3: Ajustement du taux de relaxation γ (modèle 2 uniquement) réalisé sur trois composants de la plaque P1 avec des distances pivot-nanofil différentes (en gris les résultats de l'ajustement et en bleu les résultats importants).

La valeur de Γ_{NW} est en accord avec celle obtenue par *G. Lehee* dans ses travaux de thèse sur des composants similaires et dans lesquels le comportement de ressort amorti du nanofil et l'effet bras de levier sont étudiés [23]. Ce dernier amplifie également la force thermoélastique résultante de l'effet TPBA dans le nanofil. Pour résumer, l'ajustement de l'ensemble de ces points expérimentaux permet d'extraire un paramètre γ_{TPBA} qui ne dépend que des propriétés du nanofil et de ses dimensions. La différence d'efficacité entre les composants résulte seulement de l'effet bras de levier qui implique que $\gamma \propto L^2\gamma_{TPBA}$. Les paramètres extraits de l'ajustement par le modèle 2 sont en accord avec ceux obtenus précédemment pour l'étude des schémas de polarisation.

6.2.4 Effet des dimensions du nanofil

Sur les plaques P2 et P3, nous disposons de composants similaires qui ne se différencient que par la distance pivot-nanofil et les dimensions des nanofils (section S et longueur l). Nous avons déjà montré que nos modèles TPBA prenaient en compte l'effet bras de levier généré par la distance pivot-nanofil. Dans cette section, nous allons nous intéresser aux effets de la section et de la longueur du nanofil sur ce phénomène. Il est intéressant d'étudier les résultats obtenus avec l'ajustement des points expérimentaux par le modèle 2 (Tab. 6.4).

Composants	$R_2N_1L_{10}$		$R_2N_2L_7$		$R_2N_3L_7$		$R_2N_4L_7$	
Section nanofil (μm^2)	0,25 x 0,25		0,25 x 0,5		0,5 x 0,5		0,5 x 0,5	
Longueur nanofil (μm)	5		5		5		10	
Paramètres	Montages							
	cour.		ten.		cour.		ten.	
β	1	-0,96	1	-0,94	1	-0,87	1	-0,93
γ_0 (s^{-1})	2,1		2,1		2		1,8	
γ_{TPBA} ($\text{s}^{-1}.\mu\text{m}^{-2}.\text{mA}^{-2}$)	0,46		0,25		0,059		0,24	
$R_{th}\tau_{th}$ (s.K.W^{-1})	0,082		0,035		0,011		0,039	
κ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	24		26		36		45	
Π	-0,56		- 0,51		- 0,15		- 0,33	
Π_κ	- 22		- 20		- 6		- 13	

Tableau 6.4: Ajustement du taux de relaxation γ (modèle 2 uniquement) en fonction de la section et de la longueur des nanofils (en gris les résultats de l'ajustement et en bleu les résultats importants).

L'étude du paramètre κ montre sa dépendance par rapport à la plus petite des dimensions du nanofil. En effet, des valeurs de $24 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $26 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ sont obtenues pour des résonateurs intégrant des nanofils de dimensions $0,25 \times 0,25 \times 5 \mu\text{m}^3$ et $0,25 \times 0,5 \times 5 \mu\text{m}^3$ contre $36 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour ceux intégrant des nanofils de dimensions $0,5 \times 0,5 \times 5 \mu\text{m}^3$ et $0,5 \times 0,5 \times 10 \mu\text{m}^3$ ((6.19) et Tab. 6.1). Ces valeurs sont toutefois inférieures d'un facteur 2 - 3 par rapport aux valeurs attendues.

Le paramètre Π_κ obtenu avec cet ajustement est toujours très supérieur à la valeur attendue entre - 5, 4 (silicium massif) et - 2, 7 (nanofil $2 \times 2 \text{ nm}^2$) [37]. Néanmoins, nous observons que ce paramètre est stable pour les résonateurs intégrant des nanofils de $5 \mu\text{m}$ de longueur à l'exception du composant $R_2N_3L_7$. Pour tirer des conclusions sur ce composant, il serait nécessaire d'en caractériser plusieurs avec la même architecture afin de vérifier la reproductibilité des mesures. Il pourrait s'agir d'un problème du composant testé ou des mesures réalisées. Nous pouvons également remarqué que le coefficient Π_κ est presque divisé par deux pour le composant intégrant des nanofils de $10 \mu\text{m}$ de longueur. Nous avons montré dans la Section 6.2.2.3 que le comportement non idéal des sources de polarisation pourrait expliquer la surestimation du paramètre Π_κ puisqu'il intégrerait les contributions a et $b/\omega\tau_{th}$ introduit dans le modèle 3. Sachant que $\delta R \propto l^{-1}$ (4.59), la source sera moins sollicitée pour revenir à l'équilibre si la longueur du nanofil augmente. La perturbation générée par la source, tout comme les paramètres a et b qui en résultent, seront alors réduits. Ceci pourrait expliquer la plus faible valeur du coefficient Π_κ obtenue pour le composant intégrant des nanofils N_4 de $10 \mu\text{m}$ de longueur, d'où l'importance de considérer le comportement non idéal des sources de polarisation pour étudier ce phénomène de rétroaction.

6.2.5 Effet de la température

Dans cette partie, nous nous intéressons plus particulièrement au taux de relaxation γ_{TPBA} , extrait de l'ajustement par le modèle 2, et son évolution par rapport à la température

(Tab. 6.5). La station de test sous pointes utilisée permet de contrôler la température par l'intermédiaire du support de la plaque (aussi appelé « chuck »). Pour évaluer son effet sur la rétroaction, nous avons utilisé un composant $R_2N_1L_{10}$. Sachant que les caractérisations sont réalisées sous vide, une période de thermalisation de 12 h est nécessaire après chaque changement de la température de consigne. Nous avons retenu trois températures différentes (25 °C, 60 °C et 100 °C) permettant de couvrir une gamme assez large.

Composant	$R_2N_1L_{10}$		
Température	25 °C	60 °C	100 °C
γ_{TPBA} ($s^{-1} \cdot \mu m^{-2} \cdot mA^{-2}$)	0,46	0,56	0,69

Tableau 6.5: Ajustement du taux de relaxation γ d'un composant $R_2N_1L_{10}$ (modèle 2 uniquement) en fonction de la température. Seule le paramètre d'ajustement γ_{TPBA} (en gris) est donnée.

Le Tableau 6.5 indique une augmentation du paramètre γ_{TPBA} avec la température ce qui se traduit par une meilleure efficacité de la rétroaction. En particulier, le paramètre γ_{TPBA} augmente de 50 % lorsque la température augmente de 25 °C à 100 °C. Ces résultats sont en accord avec les résultats précédents qui mettaient en évidence une dérive des points expérimentaux par rapport au modèle TPBA pour des courants de polarisation élevés pouvant générer un auto-échauffement important du nanofil (Section 6.2.2).

Pour comprendre cette évolution, nous pouvons étudier le modèle TPBA du nanofil dont l'expression est rappelée ci-après :

$$\gamma_{TPBA} = \frac{\alpha k_{NW} R_0 \Pi_l}{J} R_{th} \tau_{th} \quad (6.24)$$

Cette expression fait intervenir des paramètres dont la dépendance à la température est connue. En particulier pour un nanofil dopé P ($5 \cdot 10^{19}$ at.cm⁻³), nous avons listé les coefficients thermiques suivants au Chapitre 1.2 :

- Coefficient de dilatation thermique α : $TC\alpha = 2\,000$ ppm.K⁻¹ [47]
- Résistance électrique R_0 par l'intermédiaire de ρ : $\alpha_{TCR} = 1\,400$ ppm.K⁻¹ [33]
- Raideur du nanofil k_{NW} par l'intermédiaire de E : TCE = - 64 ppm.K⁻¹ [26]
- Coefficient piézorésistif en déformation $\Pi_l = \pi_l E$: $TC\Pi = - 1\,564$ ppm.K⁻¹
 - Coefficient piézorésistif en contrainte π_l : $TC\pi = - 1\,500$ ppm.K⁻¹ [42]
 - Module de Young E : TCE = - 64 ppm.K⁻¹ [26]

Nous considérons que la dépendance de la conductivité thermique ($TC\kappa$) à ces échelles reste encore une fois l'inconnue du problème. Sachant que :

$$R_{th} \tau_{th} \propto \frac{1}{\kappa^2} \quad (6.25)$$

nous pouvons alors montrer que le coefficient de dépendance à la température de γ_{TPBA} , noté TC_{TPBA} , est donné par :

$$TC_{TPBA} = TC\alpha + TCR + TCE + TC\Pi - 2TC\kappa \quad (6.26)$$

La Figure 6.10 illustre la dépendance de γ_{TPBA} avec la température. Un ajustement linéaire de la variation relative de ce paramètre ($\Delta\gamma/\gamma_{25}$) permet d'obtenir $TC_{TPBA} = 6\,400 \text{ ppm.K}^{-1}$.

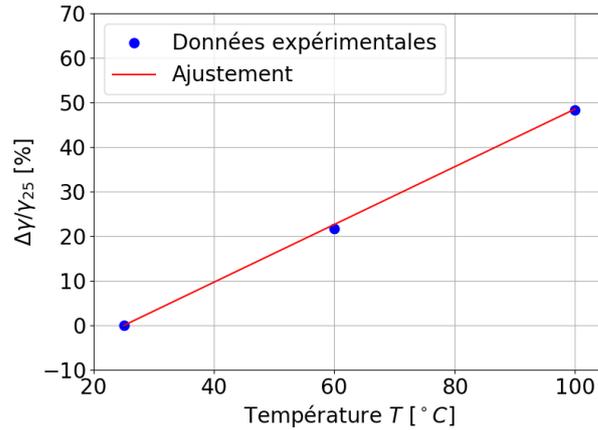


Figure 6.10: Variation relative de γ_{TPBA} en fonction de la température T pour un composant $R_2N_1L_{10}$.

L'équation (6.26) permet de quantifier $TC\kappa = -2\,314 \text{ ppm.K}^{-1}$. Cette valeur est du même ordre de grandeur que les mesures réalisées dans le cadre d'un thèse précédente sur des nanofils de dimensions similaires ($-3\,480 \text{ ppm.K}^{-1}$) [38].

6.3 Nouvelle architecture de nanofil : optimisation de l'effet TPBA

Une nouvelle architecture de nanofil doté d'un plateau thermique en son centre a été développée dans le cadre de cette thèse. Ce plateau thermique, dont les différentes variantes utilisées sont décrites dans le Chapitre 3, joue le rôle de réservoir d'énergie thermique. Cette architecture originale présente l'intérêt de modifier les propriétés thermiques (résistance thermique et constante de temps thermique) tout en conservant les mêmes propriétés électriques et mécaniques qu'un nanofil standard. C'est une solution prometteuse pour optimiser la rétroaction thermo-piezorésistive. Dans la Section 6.3.1, nous étudierons les résultats obtenus sur deux composants pour lesquelles seule l'architecture du nanofil est modifiée. Nous comparerons en particulier un composant $R_2N_1L_{10}$ avec des nanofils standards ($0,25 \times 0,25 \times 5 \text{ }\mu\text{m}^3$) et un composant $R_2N_6L_{10}$ avec des nanofils intégrant un plateau thermique dont les dimensions sont $0,25 \times 3,75 \times 3 \text{ }\mu\text{m}^3$. Dans la Section 6.3.2, l'effet des dimensions du plateau thermique sur l'efficacité du TPBA sera étudié.

6.3.1 Étude détaillée de deux composants intégrant des nanofils d'architectures différentes

Cette étude a pour but d'évaluer la capacité de la nouvelle architecture de nanofil avec plateau thermique à améliorer l'efficacité de la rétroaction [R3]. Pour cela, nous utilisons un composant $R_2N_1L_{10}$ avec des nanofils standards ($0,25 \times 0,25 \times 5 \mu\text{m}^3$) et un composant $R_2N_6L_{10}$ avec des nanofils intégrant un plateau thermique dont les dimensions sont $0,25 \times 3,75 \times 3 \mu\text{m}^3$. Ces deux composants sont basés sur la même architecture de résonateur et diffèrent seulement par leurs nanofils. Dans cette section, nous ajusterons le taux de relaxation ainsi que la pulsation de résonance afin de confirmer ou non la validité des modèles développés dans le Chapitre 4.3. Nous verrons que la pulsation de résonance, non utilisée jusqu'à présent pour les ajustements, permet d'obtenir des informations complémentaires par rapport au taux de relaxation. Le choix des deux composants est réalisé pour satisfaire $\omega\tau_{th} \ll 1$. Cette condition permet de simplifier l'expression de γ_{TPBA} et ω_{TPBA}^2 comme dans la section 6.2.

6.3.1.1 Ajustement du taux de relaxation

Les résultats obtenus concernant le taux de relaxation pour les deux composants définis précédemment sont présentés sur la Figure 6.11. Comme précédemment, les points et les triangles représentent les données expérimentales obtenues pour la polarisation en courant et en tension et les résultats de l'ajustement par le modèle TPBA (6.15) sont illustrés par les courbes rouges.

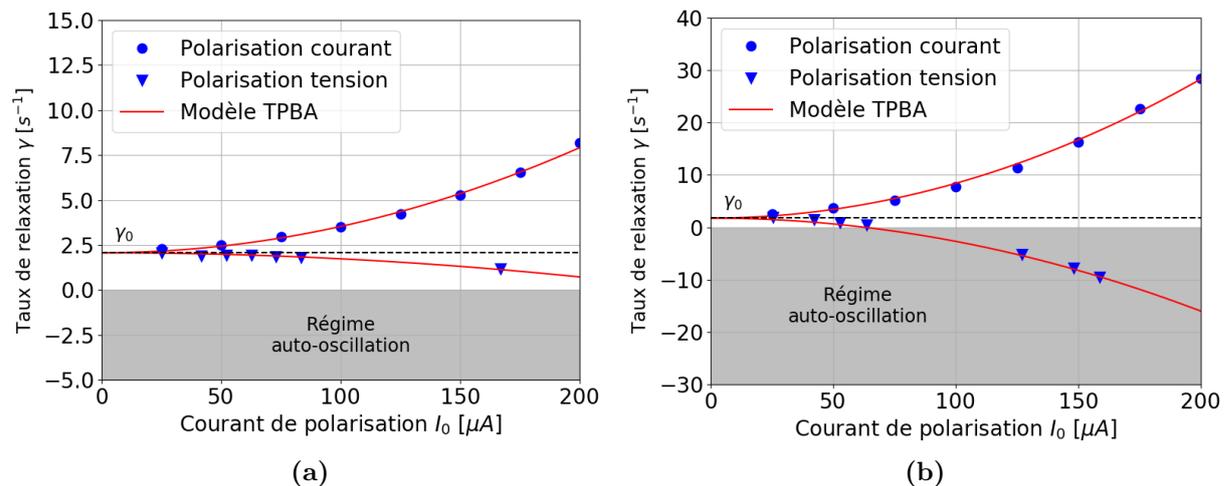


Figure 6.11: Taux de relaxation γ en fonction du courant de polarisation I_0 pour les composants : (a) $R_2N_1L_{10}$ (nanofils standards); (b) $R_2N_6L_{10}$ (nanofils avec un plateau thermique).

Nous constatons une amélioration considérable des performances de la rétroaction avec un résonateur intégrant des nanofils avec plateau thermique ($R_2N_6L_{10}$). En particulier, le seuil de mise en auto-oscillation ($\gamma = 0 \text{ s}^{-1}$) est environ 4 fois plus faible sur ce composant ($\approx 60 \mu\text{A}$). De plus, la différence d'efficacité entre les deux types de polarisation est

beaucoup moins importante. En effet, dans le cas des résonateurs intégrant des nanofils avec plateau, l'effet TPBA est plus intense et les effets de rétroaction produits par les sources de polarisation sont en proportion moins importants. Une meilleure compréhension du phénomène sur ce type de dispositif semble envisageable.

Un ajustement des données expérimentales par le modèle 2 est réalisé (Tab. 6.6). Le gain en efficacité de la rétroaction en utilisant des nanofils avec plateau est confirmé puisque γ_{TPBA} est six fois supérieur pour le résonateur $R_2N_6L_{10}$. Contrairement au composant avec les nanofils standards ($R_2N_1L_{10}$), la conductivité thermique calculée (Éq. (6.19) et Tab. 6.1) pour le composant $R_2N_6L_{10}$ est en accord avec la valeur attendue et mesurée ($45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) sur des nanofils de ces dimensions. Pour les composants intégrant des nanofils avec plateau, le déséquilibre entre les deux types de polarisation est considérablement réduit. En effet, ce dernier est traduit par le paramètre de dépendance de la conductivité thermique à la déformation (Π_κ). Il est réduit de - 22 à - 6 en passant du composant $R_2N_1L_{10}$ (nanofils standards) au composant $R_2N_6L_{10}$ (nanofils avec plateau thermique). Cette valeur se rapproche de la valeur attendue entre - 5,4 (silicium massif) et - 2,7 (nanofil $2 \times 2 \text{ nm}^2$) [37]. Pour les nanofils seuls, les résultats précédents suggèrent que les sources de polarisation contribuent toujours significativement, par l'intermédiaire du paramètre $b/\omega\tau_{th}$ (Section 6.2.2.3), à augmenter le déséquilibre entre les deux types de polarisation (courant, tension). Pour les nanofils avec plateau, il est possible que cette contribution soit plus faible car la constante de temps thermique de la structure est augmentée réduisant ainsi $b/\omega\tau_{th}$. Nous pouvons confirmer cette affirmation par le fait que l'écart entre les deux types de polarisation est compatible en ordre de grandeur avec l'hypothèse de dépendance de la conductivité thermique à la déformation prise en compte dans le modèle 2. Nous pouvons également observer l'effet de la diminution de la contribution des sources de polarisation sur le paramètre γ_{TPBA} et κ comme le suggère la discussion sur les ajustements réalisée dans la Section 6.2.2.3.

Composants	$R_2N_1L_{10}$		$R_2N_6L_{10}$	
	Montages			
Paramètres	courant	tension	courant	tension
β	1	-0,96	1	-0,96
$\gamma_0 \text{ (s}^{-1}\text{)}$	2,1		1,7	
$\gamma_{TPBA} \text{ (s}^{-1}.\mu\text{m}^{-2}.\text{mA}^{-2}\text{)}$	0,46		2,8	
$R_{th}\tau_{th} \text{ (s.K.W}^{-1}\text{)}$	0,082		0,53	
$\kappa \text{ (W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}\text{)}$	24		46	
Π	- 0,51		- 0,18	
Π_κ	- 22		- 7	

Tableau 6.6: Ajustement du taux de relaxation γ (modèle 2 uniquement) en fonction de l'architecture des nanofils (en gris les résultats de l'ajustement et en bleu les résultats importants).

6.3.1.2 Ajustement de la pulsation de résonance

La Figure 6.12 présente la variation relative de la fréquence de résonance mesurée expérimentalement ainsi que son ajustement par le modèle 2 (6.15). Comme prédit par ce modèle, la rétroaction thermo-piézorésistive engendre une diminution de la fréquence de résonance pour une polarisation en courant ou une augmentation de celle-ci pour une polarisation en tension.

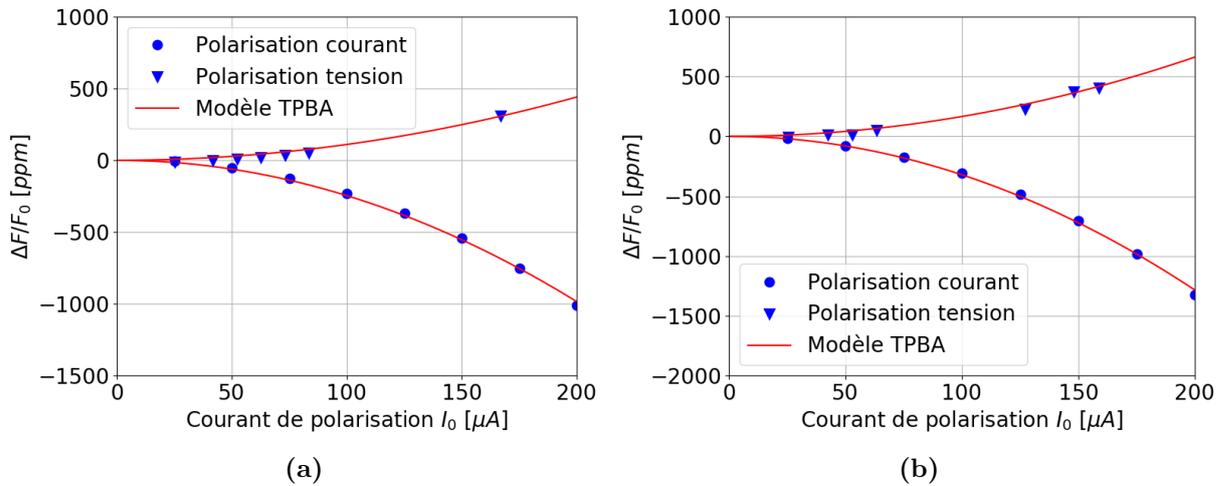


Figure 6.12: Variation relative de la fréquence de résonance $\Delta f/f_0$ en fonction du courant circulant dans les nanofils I_0 pour les composants : (a) $R_2N_1L_{10}$ (nanofils standards); (b) $R_2N_6L_{10}$ (nanofils avec un plateau thermique). Pour une meilleure appréciation des résultats, nous avons choisi de tracer $\Delta f/f_0$ à la place de ω^2 donné par le modèle TPBA.

L'ajustement par le modèle 2 (6.15) permet d'obtenir les paramètres donnés dans le Tableau 6.7. Les valeurs de κ calculées pour ces deux composants sont similaires ((6.19) et Tab. 6.1). De plus, elles sont cohérentes avec celle attendue ($45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) sur des nanofils de ces dimensions aux incertitudes de mesure près (Section 6.1.3). Le déséquilibre observé entre les deux types de polarisation pourrait être expliqué par une dépendance de la conductivité thermique à la déformation d'environ - 11,8 pour les deux composants étudiés. Cette valeur reste néanmoins supérieure à la valeur attendue entre - 5,4 (silicium massif) et - 2,7 (nanofil $2 \times 2 \text{ nm}^2$) [37]. La contribution des sources de polarisation sur la fréquence de résonance est normalement réduite de manière significative avec les schémas de polarisation équilibrés. En effet, elle ne dépend que du paramètre a (Section 6.1.3). Ceci se confirme puisque le déséquilibre entre les deux types de polarisation est le même quelque soit le composant. Il existe certainement une contribution supplémentaire qui pourrait expliquer ce déséquilibre plus important que prévu comme l'effet des ancrages que nous aborderons dans la section suivante.

Composants	$R_2N_1L_{10}$		$R_2N_6L_{10}$	
	Montages			
Paramètres	courant	tension	courant	tension
β	1	-0,96	1	-0,96
ω_0^2 (s ⁻²)	5,2.10 ⁹		4,8.10 ⁹	
ω_{TPBA}^2 (s ⁻² . μm^{-2} . μA^{-2})	0,96		1,2	
R_{th} (K. μW^{-1})	0,17		0,22	
κ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	49		45	
Π	-0,34		-0,28	
Π_κ	-13,5		-11	

Tableau 6.7: Ajustement de la pulsation de résonance ω^2 (modèle 2 uniquement) en fonction de l'architecture des nanofils (en gris les résultats de l'ajustement et en bleu les résultats importants).

6.3.1.3 Discussion sur les ajustements

Une caractérisation de la réponse dynamique des sources de polarisation serait nécessaire pour s'assurer que cette contribution peut expliquer les différences d'efficacité observées entre les deux types de polarisation. Pour cela, il faudrait faire l'acquisition du signal de perturbation généré par la source :

- Le courant circulant dans la branche du nanofil pour la polarisation en courant.
- La tension aux bornes de la source pour la polarisation en tension.

Cette acquisition doit être réalisée à l'aide du LIA en même temps que celle de la réponse en régime libre du résonateur (Section 6.1.1) afin d'évaluer l'amplitude du signal de perturbation et le déphasage entre les deux signaux. Nous pourrions ainsi estimer précisément les paramètres a et $b/(\omega\tau_{th})$. Ce dernier n'intervient que dans le taux de relaxation ce qui pourrait permettre de clarifier les deux constats suivant :

- **Un meilleur accord modèle/expérience pour les composants avec plateau thermique.** Pour le composant intégrant des nanofils avec plateau, le paramètre $b/(\omega\tau_{th})$ pourrait devenir négligeable puisque la constante de temps thermique τ_{th} augmente significativement.
- **Le comportement similaire d'un point de vue de la pulsation de résonance pour les deux composants intégrant des nanofils avec et sans plateau thermique.** En effet, la pulsation de résonance n'est pas affectée par ce second paramètre

Dans les deux cas, le facteur dominant est alors donnée par $\beta - \Pi$ pour les deux polarisations, d'où son indépendance vis à vis des sources de polarisation.

Pour expliquer le déséquilibre restant entre les deux types de polarisation, nous pouvons discuter l'effet des ancrages du nanofil. Pour la partie thermique, nous avons pris en compte ces ancrages pour la détermination de la moyenne linéique de la variation de la température sur la structure du nanofil (avec ou sans plateau). Néanmoins, la force thermoélastique est

concentrée dans la structure du nanofil (avec ou sans plateau). La raideur mécanique et la résistance électrique intervenant dans l'expression de cette force ne doivent pas inclure les ancrages. Nous avons montré que les ancrages génèrent une diminution de la raideur théorique du nanofil (k) d'environ 15 - 30 % (Chapitre 5.1.3) et une augmentation de la résistance électrique du nanofil d'environ 13 - 26 % (Chapitre 5.2.2) selon ses dimensions. Finalement, nous pouvons admettre que la contribution des ancrages n'affectera pas de manière significative les paramètres γ_{TPBA} et ω_{TPBA}^2 puisque leurs effets sur la raideur du nanofil et sur la résistance électrique sont opposés et du même ordre de grandeur. Néanmoins, la prise en compte des résistances des ancrages dans la résistances d'accès et non pas dans la résistance du nanofil peut considérablement modifier le paramètre β (environ 25 %). Le déséquilibre entre les deux types de polarisation pourrait être expliqué en partie par cette contribution.

Les travaux réalisés au début de cette thèse mais également dans la littérature sont basés principalement sur le modèle 1 traduisant uniquement la contribution de l'effet TPBA. Contrairement à ce dernier, le modèle 3 semble fournir une bonne description de la rétroaction thermo-piézorésistive en accord avec les résultats expérimentaux. Il intègre la dépendance de la conductivité thermique à la déformation et le comportement non idéal des sources de polarisation. Il s'agit alors du modèle à retenir pour poursuivre les études sur ce phénomène.

6.3.2 Gain en efficacité produit par le plateau thermique

Dans cette section, nous allons quantifier l'apport des plateaux thermiques sur la rétroaction thermo-piézorésistive. Pour chaque variante, la longueur du plateau thermique l_p et son volume V_p sont rappelés dans le Tableau 6.8. Ces variantes sont mises en œuvre sur deux résonateurs qui présentent des fréquences de résonance très différentes (~ 11 kHz pour $R_2N_{[1,5,6,7,8]}L_{10}$ et ~ 80 kHz pour $R_3N_{[1,5,6,7,8]}L_{10}$). Le paramètre γ_{TPBA} et le courant de mise en auto-oscillation sont extraits dans les deux cas avec un ajustement par le modèle 2 (Tab. 6.8).

Paramètres	Nanofils											
	N_1		N_5		N_6		N_7		N_8			
V_p (μm^3)	0		0,8		2,8		6,6		2,3			
l_p (μm)	0		1		3		5		0,5			
Résonateur	R_2	R_3	R_2	R_3	R_2	R_3	R_2	R_3	R_2	R_3		
γ_{TPBA} ($\text{s}^{-1} \cdot \mu\text{m}^{-2} \cdot \text{mA}^{-2}$)	0,46	18	0,72	32	2,8	53	6,3	50	1,4	35		
$I_{\text{auto-oscillation}}$ (μA)	248	148	159	70	63	46	38	45	93	59		

Tableau 6.8: Caractérisation de la rétroaction thermo-piézorésistive (paramètre d'ajustement γ_{TPBA} en gris et courant de mise en auto-oscillation) sur deux types de résonateurs (R_2 et R_3) intégrant plusieurs variantes de nanofils (N_1 , N_5 , N_6 , N_7 et N_8).

Les résultats expérimentaux confirment l'amélioration de l'efficacité du phénomène par le biais du paramètre γ_{TPBA} . De plus, une diminution du courant de mise en auto-oscillation est également observée avec l'utilisation d'un nanofil de type N_7 d'un facteur 6,5 et 3 respectivement sur un résonateur de type R_2 et R_3 .

Le gain en efficacité apporté par la nouvelle architecture de nanofils ($\gamma_{TPBA}^{N_x}/\gamma_{TPBA}^{N_1}$) est tracé en fonction du volume du plateau thermique V_p (Fig. 6.13). Une augmentation d'un facteur 15 du paramètre γ_{TPBA} est mise en évidence avec le plus gros plateau thermique (N_7) sur un résonateur de type R_2 . Avec les résonateurs de type R_3 , nous distinguons l'effet de la coupure thermique décrit lors du développement du modèle analytique (Chapitre 4.3). Ainsi, un gain d'un facteur 3 seulement est obtenu sur l'efficacité de la rétroaction thermo-piezorésistive avec un nanofil de type N_6 . Les points expérimentaux obtenus sur ces deux types de résonateurs sont ajustés par le modèle :

$$\gamma_{TPBA}^{N_x} = \left(1 + \frac{l_p}{l}\right) p_{TPBA} \frac{\tau_{th_{ref}} \frac{V_p}{V_{ref}}}{1 + \left(\omega \tau_{th_{ref}} \frac{V_p}{V_{ref}}\right)^2} \quad (6.27)$$

avec l la longueur du nanofil et l_p la longueur du plateau. V_{ref} correspond au volume du plateau de référence (nanofil N_7) avec $\tau_{th_{ref}} = \frac{\rho C_p l V_{ref}}{4S\kappa}$ sa constante de temps thermique associée. Enfin, $p_{TPBA} = \alpha k_{NW} R_0 \Pi_l R_{th}$ est un terme résultant de la rétroaction. La fonction d'ajustement (6.27) suggère que les courbes d'ajustement dépendent d'un facteur $\left(1 + \frac{l_p}{l}\right)$. C'est pour cette raison que pour un résonateur donné (R_2 ou R_3), nous avons quatre courbes d'ajustement en gris représentant les quatre longueurs de plateau thermique disponibles (Fig. 6.13).

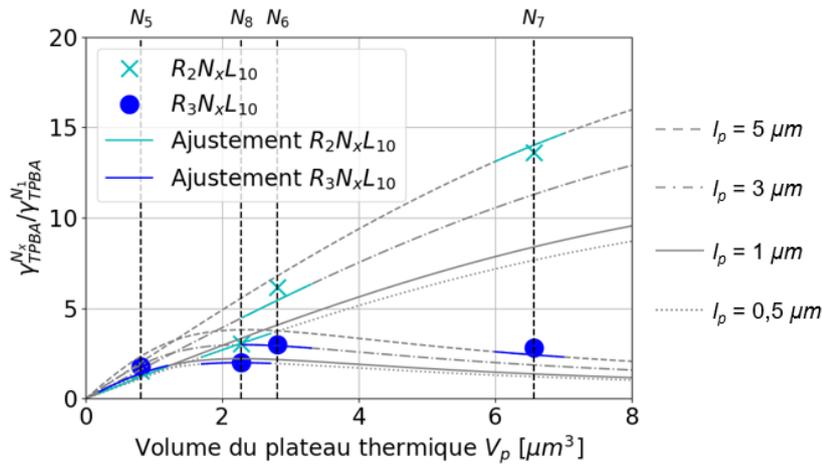


Figure 6.13: Gain en efficacité de l'effet TPBA $\gamma_{TPBA}^{N_x}/\gamma_{TPBA}^{N_1}$ en fonction du volume du plateau thermique V_p .

L'ajustement des points expérimentaux par ce modèle permet d'extraire $\tau_{th_{ref}} = 5,74 \mu s$. Ce paramètre étant dépendant de la conductivité thermique, nous obtenons κ égale

à $38 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le paramètre $\tau_{th_{ref}}$ ne dépend que des dimensions du nanofil et permet d'obtenir une valeur de conductivité thermique avec une incertitude de moins de 30 % liée aux mesures réalisées au MEB. La valeur de conductivité thermique obtenue avec ce paramètre, en considérant ces incertitudes, est en accord avec celle attendue ($45 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$). Le paramètre p_{TPBA} n'est pas traité avec cette ajustement car il fait intervenir la résistance thermique qui est dépendante des dimensions du plateau thermique.

6.4 Contrôle de la rétroaction thermo-piézorésistive

Dans le Chapitre 4 et dans les parties précédentes, nous avons souligné l'importance du coefficient β pour la rétroaction thermo-piézorésistive [R4]. Ce coefficient décrit le taux de conversion de variation relative de la résistance du nanofil en variation relative de puissance dissipée dans celui-ci (6.10). Pour un schéma de polarisation en tension équilibré, β est donné par :

$$\beta = \frac{-R_0 + R_a}{R_0 + R_a} \quad (6.28)$$

avec R_0 la résistance du nanofil et R_a la résistance d'accès au nanofil. Ce coefficient β est donc borné par -1 et 1 selon la valeur de la résistance R_a .

Le schéma de polarisation illustré par la Figure 6.14(a) permet de modifier β :

$$\beta = \frac{-R_0 + R_a + R_{comp}}{R_0 + R_a + R_{comp}} \quad (6.29)$$

avec R_{comp} la valeur des deux résistances de compensation introduites dans le montage. Ces résistances permettent de contrôler la valeur de β de $\frac{-R_0+R_a}{R_0+R_a}$ à 1 ainsi que son signe. Le phénomène de rétroaction peut être modifié de cette manière voire totalement supprimé.

La Figure 6.14(b) présente les résultats obtenus pour un composant $R_2N_6L_{10}$ constitué de deux nanofils ($0,25 \times 0,25 \times 5 \text{ }\mu\text{m}^3$) avec plateau thermique ($0,25 \times 3,75 \times 3 \text{ }\mu\text{m}^3$). Les courbes du taux de relaxation en fonction de la résistance de compensation pour différents courants de polarisation sont obtenues par un ajustement des points expérimentaux avec le modèle 3 (Section 6.1.2) :

$$\gamma_r = \gamma_0 + 2 L^2 I_0^2 \left(\frac{-R_0 + R_a + R_{comp}}{R_0 + R_a + R_{comp}} + \psi \right) \gamma_{TPBA} \quad (6.30)$$

L , I_0 , R_0 et R_a sont les paramètres d'entrées. γ_0 et γ_{TPBA} sont les deux paramètres d'ajustement identiques à ceux extraits dans la Section 6.3.1.1. Le paramètre d'ajustement supplémentaire ψ prend en compte la dépendance de la conductivité thermique à la déformation (Π_κ) et le comportement non idéal des sources de polarisation (a , b) :

$$\psi = -\frac{\Pi_\kappa}{\Pi_l} + a + \frac{b}{\omega\tau_{th}} \quad (6.31)$$

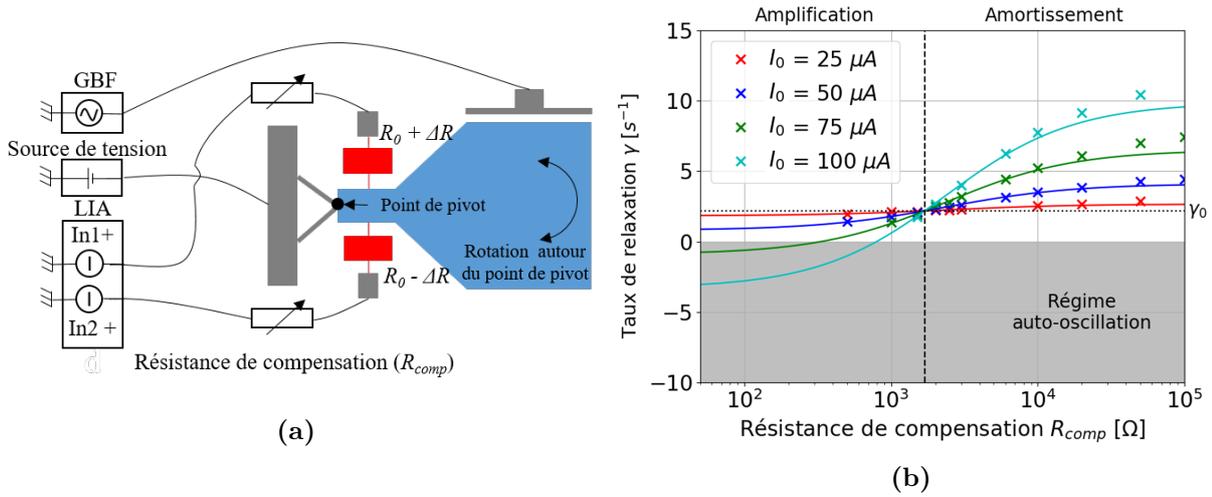


Figure 6.14: Contrôle de la rétroaction thermo-piézorésistive : (a) Schéma de polarisation utilisé introduisant deux résistances de compensation R_{comp} de même valeur ; (b) Taux de relaxation γ en fonction de la valeur des résistances de compensation R_{comp} pour un composant $R_2N_6L_{10}$ (nanofil avec plateau thermique). Les points expérimentaux sont représentés par des croix et le modèle par les lignes continues.

La Figure 6.14(b) illustre un point pour lequel le taux de relaxation γ est égal au taux de relaxation intrinsèque du MEMS γ_0 quelque soit le courant de polarisation. Ce point peut s'expliquer par la suppression de l'effet de rétroaction lorsque le coefficient $\phi = \beta + \psi$ est nul. Dans ce cas précis, la variation de la résistance du nanofil ne génère plus des variations de la puissance dissipée par effet Joule. Ce découplage entre le domaine électrique et le domaine thermique se traduit par un arrêt du cycle de rétroaction. L'étude de (6.30) permet de montrer que $\phi = 0$ pour :

$$R_{comp} = R_0 \frac{1 - \psi}{1 + \psi} - R_a \quad (6.32)$$

L'ajustement a permis d'extraire une valeur de $\psi = 0,14$ ayant pour conséquence que l'effet TPBA soit supprimé pour $R_{comp} = 1,66 \text{ k}\Omega$. Dans la littérature, il a été montré que le coefficient de dépendance de la conductivité thermique à la déformation Π_κ était de l'ordre de $-5,4$ pour du silicium massif et de $-2,7$ pour un nanofil de section $2 \times 2 \text{ nm}^2$ [37]. Sachant que le coefficient piézorésistif en déformation Π_l est de l'ordre de 40 et $\Pi_\kappa = -2,7$ (cas le plus défavorable), la contribution des sources sur le paramètre ψ est d'environ $0,1$. Pour des schémas de polarisation équilibrés, nous avons montré qu'il est possible de minimiser l'amplitude du signal de perturbation des sources soit le paramètre a . Si nous considérons que $b \approx a$ et $1/(\omega\tau_{th}) \approx 25$ pour ce résonateur intégrant des nanofils N_6 , alors :

$$a \approx b \approx 4.10^{-3} \quad (6.33)$$

Dans le Chapitre 4.3.3, nous avons montré que pour une polarisation en tension :

$$a + jb = \frac{2\delta V_s}{\delta R} \quad (6.34)$$

avec δV_s la variation relative de la tension aux bornes de la source de tension et δR la variation relative de la résistance du nanofil. Dans le Chapitre 3.3.2, nous avons obtenu pour un schéma de polarisation en tension équilibré $\delta V_s = 2.10^{-5}$ et $\delta R = 1.10^{-2}$. Ainsi, la contribution du comportement non idéal des sources de polarisation peut être évaluée à environ 4.10^{-3} , en accord avec la valeur extraite de l'ajustement (6.33).

Lorsque la résistance de compensation tend vers 0, le schéma de polarisation est équivalent au montage en tension. Les taux de relaxation mesurés sont en accord avec ceux attendus pour ce type de polarisation (Fig. 6.11(b)). De même, lorsque la résistance de compensation est très grande devant celle du nanofil, il s'agit du schéma de polarisation en courant (équivalence Thevenin-Norton). Les taux de relaxation mesurés sont également en accord avec ceux attendus pour ce type de polarisation (Fig. 6.11(b)). Enfin, nous observons qu'il est possible de passer d'un régime d'amplification (γ diminue lorsque I augmente) à un régime d'amortissement (γ augmente lorsque I augmente) selon le signe du coefficient ϕ .

Cette étude confirme notre capacité à contrôler la rétroaction thermo-piézorésistive en introduisant des résistances de compensation dans le schéma de polarisation et la pertinence du modèle 3 pour décrire l'effet TPBA dans les composants M&NEMS.

6.5 Facteur de mérite de l'effet TPBA

Suite à l'exploitation des résultats expérimentaux, nous allons évaluer les paramètres agissant sur la rétroaction thermo-piézorésistive avec pour but d'optimiser son efficacité. Nous évaluerons également les limitations de ce mécanisme en particulier pour mettre en auto-oscillation le système double masse du gyromètre.

6.5.1 Optimisation de l'effet TPBA

Nous allons considérer la mise en œuvre de la rétroaction thermo-piézorésistive dans un résonateur avec des nanofils dotés d'un plateau thermique. Il s'agit du cas le plus favorable pour bénéficier d'un effet maximal. Nous avons vu précédemment que l'expression de la force thermoélastique utilisée dans notre modèle analytique (Chapitre 4.3.1) permettait d'évaluer l'ordre de grandeur de l'effet TPBA. Pour rappel, nous avons établi la force thermoélastique générée par un nanofil de longueur l avec un plateau thermique de longueur l_p sur son ancrage mobile de position x . Nous avons montré (Chapitre 4.3.1) que cette force est à l'origine d'une force visqueuse qui peut s'écrire :

$$F_{visq} = -\beta\Gamma_{TPBA}\dot{x} \quad (6.35)$$

avec β le coefficient dépendant du schéma de polarisation et décrivant le taux de conversion de la variation relative de la résistance du nanofil en variation relative de la puissance dissipée dans celui-ci (6.10). Nous considérerons le cas du modèle 1 pour simplifier la démonstration (tous les paramètres sont indépendants de la température et de la

déformation). Les résultats obtenus dans la Section 6.1.2 permettent d'établir l'expression de la force visqueuse :

$$F_{visq} = -\eta\beta\alpha k_{NW} P_0 \Pi_l \frac{R_{th}\tau_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \dot{x} \quad (6.36)$$

avec $\eta = l_{tot}/l$.

Dans le cas du nanofil avec plateau thermique, les expressions des paramètres thermiques sont relativement complexes (Chapitre 4.2.2). Nous pouvons toutefois montrer, en première approximation ($l \approx l_p$ et $S \ll S_p$), qu'ils sont donnés par :

$$\begin{cases} R_{th} \approx \frac{3l}{32\kappa S} \\ \tau_{th} \approx \frac{\rho c_p l l_p S_p}{4\kappa S} \end{cases} \quad (6.37)$$

avec κ la conductivité thermique, ρ la masse volumique, c_p la capacité thermique par unité de masse, S la section du nanofil et S_p la section du plateau thermique.

Sachant que la raideur de l'ensemble nanofil - plateau est dominée par la raideur du nanofil, nous pouvons approcher k_{NW} par $k_{NW} = \frac{ES}{l}$. L'équation (6.36) devient :

$$F_{visq} = -(\eta\beta) \left(\frac{3\alpha E \Pi_l}{32\kappa} \right) \left(\frac{\tau_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \right) P_0 \dot{x} \quad (6.38)$$

Pour accroître l'efficacité de ce mécanisme de rétroaction, il faut maximiser le coefficient de dissipation TPBA $\beta\Gamma_{TPBA}$ inclus dans (6.38) :

1. $\frac{\tau_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2}$ est maximal lorsque $\omega\tau_{th} = 1$ ($\frac{\tau_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} = \frac{\tau_{th}}{2}$). Pour satisfaire cette condition, nous pouvons ajuster les dimensions du plateau thermique. Ces dernières n'interviennent pas dans les autres termes de (6.38).
2. $\frac{3\alpha E \Pi_l}{32\kappa}$ ne dépend que des propriétés des matériaux. Ce rapport est maximum pour des nanofils dont la section est inférieure à $1 \mu\text{m}^2$. Ainsi, nous bénéficions d'une diminution de la conductivité thermique (Chapitre 1.2.3).
3. $\eta\beta$ dépend du type de polarisation et des résistances d'accès au nanofil mais également de la longueur du plateau qui satisfait la condition 1.

Finalement, la force visqueuse devient :

$$F_{visq} = -(\eta\beta) \left(\frac{3\alpha E \Pi_l}{32\kappa} \right) \left(\frac{\tau_{th}}{2} \right) P_0 \dot{x} \quad (6.39)$$

La puissance fournie par le nanofil à l'ancrage mobile peut être évalué par $P_{TPBA} = \vec{F}_{visq} \cdot \vec{\dot{x}}$ soit :

$$P_{TPBA} = -(\eta\beta) \left(\frac{3\alpha E \Pi_l}{32\kappa} \right) \left(\frac{\tau_{th}}{2} \right) P_0 \dot{x}^2 \quad (6.40)$$

L'équation (6.40) permet d'estimer la puissance que peut prélever ou fournir un nanofil avec ce mécanisme de rétroaction. Dans notre cas, le signe de cette puissance sera donné par le signe du coefficient β puisque tous les autres paramètres sont positifs pour les nanofils considérés. Cette puissance peut être comparée à la puissance dissipée intrinsèquement par un système MEMS/NEMS afin de déterminer si le nanofil peut avoir un impact notable sur la réponse du système. En effet, cette approche énergétique permet de vérifier la faisabilité de la mise en place d'un régime d'auto-oscillation lorsque la puissance fournie par le nanofil par effet TPBA est égale à la puissance dissipée intrinsèquement par le système. Pour satisfaire cette condition, il convient de prendre en considération les hypothèses les plus favorables pour rendre P_{TPBA} maximum :

- $x = \frac{\sigma_{max} l}{E}$ avec σ_{max} la contrainte maximale dans le nanofil, fixée à 200 MPa, pour rester dans un régime linéaire pour la piézorésistivité.
- $\tau_{th} = \omega^{-1}$ (Condition 1 défini précédemment).
- $P_{0,max} = \frac{8\kappa S T_{max}}{l}$: la puissance $P_{0,max}$ est évaluée pour une température maximum du plateau résultant de son auto-échauffement de 100 °C (Chapitre 4.2.2.3).

Ainsi, nous pouvons estimer la puissance maximale que peut fournir le nanofil avec le mécanisme de rétroaction :

$$P_{TPBA,max} = -(\eta\beta) \left(\frac{3\alpha \Pi_l}{4E} \right) l S \left(\frac{\omega}{2} \right) \sigma_{max}^2 T_{max} \quad (6.41)$$

Cette puissance maximale est proportionnelle au volume du nanofil (V) et à la fréquence de résonance du MEMS (ω) mais elle ne dépend plus de la conductivité thermique (κ).

Pour calculer le facteur de mérite de ce mécanisme, considérons un exemple permettant de déterminer la puissance générée par la rétroaction lorsqu'une puissance de 1 μ W est dissipée par effet Joule dans le nanofil. En utilisant les hypothèses listées précédemment :

$$P_{TPBA} = -(\eta\beta) \left(\frac{3\alpha \Pi_l}{32E\kappa} \right) \left(\frac{\omega}{2} \right) l^2 \sigma_{max}^2 P_0 \quad (6.42)$$

Pour l'application du gyromètre qui sera décrite ultérieurement, nous évaluons ce facteur de mérite pour une fréquence de résonance de 20 kHz. Nous utilisons un nanofil de section $250 \times 250 \text{ nm}^2$ et de longueur 5 μm ou 15 μm travaillant avec une contrainte maximale de 200 MPa. Les dimensions du plateau thermique seront définies pour satisfaire $\omega\tau_{th} = 1$ soit $\tau_{th} = 8 \mu\text{s}$. Le paramètre η qui dépend du rapport entre la longueur du

plateau et la longueur du nanofil est compris entre 1 et 2 pour les dimensions des plateaux considérés. Les propriétés du silicium utilisés sont $\alpha = 2,6 \text{ ppm.K}^{-1}$, $E = 169 \text{ GPa}$, $\Pi_l = 40$ et $\kappa = 50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le Tableau 6.9 récapitule les résultats obtenus pour les deux longueurs de nanofil considérées :

Paramètres	Nanofils	
	1	2
Dimensions	0,25 x 0,25 x 5 μm^3	0,25 x 0,25 x 15 μm^3
Déformation max.	6 nm	18 nm
$P_{TPBA,max}$	$-(\beta\eta) 160 \text{ pW}$	$-(\beta\eta) 481 \text{ pW}$
P_{TPBA}	$-(\beta\eta) 82 \text{ fW.}\mu\text{W}^{-1}$	$-(\beta\eta) 734 \text{ fW.}\mu\text{W}^{-1}$
$P_{0,max}$	1,95 mW	655 μW

Tableau 6.9: Estimation de la puissance générée par la rétroaction thermo-piézorésistive pour une structure MEMS à 20 kHz.

Nous en déduisons $P_{0,max}$ correspondant à la puissance maximale qui peut être dissipée à l'intérieur du nanofil sans craindre une destruction de ce dernier. Cette information sera fondamentale pour évaluer la possibilité d'utiliser ce mécanisme de rétroaction pour actionner l'axe d'excitation d'un gyroscope M&NEMS (Section 6.5.2).

Dans la Section 6.2.3, nous avons montré que le facteur de dissipation d'un nanofil ($0,25 \times 0,25 \times 5 \mu\text{m}^3$) est de $1,87 \cdot 10^{-6} \text{ kg.s}^{-1}$. La puissance (P_{NW}) dissipée par le nanofil intégré dans un résonateur à 20 kHz avec une déformation de 6 nm est de 1,1 pW ($P_{NW} = \Gamma_{NW}\dot{x}^2$). Ainsi, il faut fournir seulement 13 μW de puissance au nanofil pour compenser ses pertes intrinsèques.

6.5.2 Application pour un gyromètre double masse

Une application pratique de ces travaux serait l'actionnement du système double masse d'un gyromètre M&NEMS. Nous allons ici considérer l'exemple suivant :

- 2 masses de $300 \times 300 \times 20 \mu\text{m}^3$: $m = 8,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$
- Fréquence de résonance : $f = 20 \text{ kHz}$
- Facteur de qualité : $Q = 5\,000$
- Amplitude de déplacement des masses : $x = 1 \mu\text{m}$

Ainsi le facteur de dissipation du composant Γ_{gyro} peut être évalué par :

$$\Gamma_{gyro} = \frac{m2\pi f}{Q} = 2,1 \cdot 10^{-7} \text{ kg.s}^{-1} \quad (6.43)$$

En première approximation, la puissance dissipée par le gyromètre P_{gyro} en fonctionnement normal peut être estimée à :

$$P_{gyro} = \Gamma_{gyro}\dot{x}^2 = 3,3 \text{ nW} \quad (6.44)$$

A partir des résultats du Tableau 6.9, nous pouvons évaluer la puissance à fournir aux deux nanofils de part et d'autre du système double masse pour compenser la puissance dissipée par le gyromètre et atteindre le régime d'auto-oscillation (Tab. 6.10). Compte tenu du déplacement limité autorisé par les nanofils pour que la contrainte mécanique ne soit pas trop élevée à l'intérieur de celui-ci, nous rappelons également le gain d'amplification nécessaire pour atteindre la spécification concernant le déplacement des masses.

Paramètres	nanofils	
	1	2
Dimensions	0,25 x 0,25 x 5 μm^3	0,25 x 0,25 x 15 μm^3
$P_{0,max}$	1,95 mW	655 μW
Puissance spec. normale	- 20/(\beta\eta) mW	- 2, 2/(\beta\eta) mW
Gain amplification spec. normale	167	55
Puissance spec. dégradée	- 185/(\beta\eta) μW	- 22/(\beta\eta) μW
Gain amplification spec. dégradée	17	6

Tableau 6.10: Puissance nécessaire pour mettre en auto-oscillation un gyromètre M&NEMS à 20 kHz (en bleu les solutions viables).

Compte tenu des capacités de pompage des nanofils, les puissances nécessaires pour compenser les pertes intrinsèques du gyromètre sont largement plus élevées que les limites acceptables pour les deux nanofils. De plus, ces puissances sont largement supérieures à la consommation de l'électronique nécessaire pour réaliser une boucle de rétroaction ce qui limite l'intérêt d'utiliser l'effet TPBA. Le Tableau 6.10 présente également les résultats pour un gyromètre avec des spécifications dégradées (déplacement des masses réduit à 100 nm). Dans ce cas, la puissance à fournir pour compenser le facteur de dissipation est égale à 185 μW pour le nanofil de 5 μm de long et 22 μW pour celui de 15 μm . Ces deux types de nanofil permettraient d'actionner l'axe d'excitation du gyromètre en régime d'auto-oscillation. Dans ce cas, la puissance consommée pourrait être inférieure à la puissance nécessaire pour alimenter les boucles de rétroaction permettant de maintenir le gyromètre en vibration. De plus, un facteur d'amplification du déplacement inférieur à 20 semble raisonnable pour le dimensionnement du composant.

En ce qui concerne le gyromètre M&NEMS, la rétroaction thermo-piézorésistive ne permet pas de satisfaire les spécifications demandées. L'étude précédente montre toutefois qu'il est possible de concevoir un gyromètre à basse consommation avec une résolution dégradée d'un facteur 10 obtenue en limitant le mouvement de l'axe d'excitation à 100 nm contre 1 μm habituellement. Un tel gyromètre est inutilisable pour des applications de navigation mais s'avère toutefois intéressant pour des applications grand public, comme la téléphonie mobile ou les jeux vidéos.

Conclusion du chapitre

L'ensemble des caractérisations réalisées a montré que le modèle simplifié de la rétroaction thermo-piézorésistive (modèle 1) ne permettait pas d'expliquer quantitativement ce mécanisme malgré les incertitudes de mesure assez importantes des différents paramètres. La mise en place du modèle 2 prenant en compte la dépendance de la conductivité thermique à la déformation a permis de conclure que le mécanisme proposé permet d'estimer à un facteur deux les performances pouvant être atteintes avec ce phénomène. Plusieurs hypothèses ont été formulées pour l'expliquer :

- La réponse non idéale des sources de polarisation. Elle semble être la principale raison pour tenir compte des écarts théorie - expérience observés.
- L'effet des ancrages du nanofil.

Ainsi, le modèle 3 semble fournir une bonne description de l'effet TPBA. Des expériences complémentaires permettant d'enregistrer la réponse des sources seraient toutefois nécessaires pour le confirmer. En effet, nous avons montré que cette contribution était significativement réduite en utilisant des schémas de polarisation équilibrés. Néanmoins, il existe une contribution résiduelle liée au déphasage entre le signal de perturbation de la source et le signal utile. Elle n'affecte que le taux de relaxation et elle peut être non négligeable surtout pour le nanofil seul puisqu'elle est inversement proportionnelle à la constante de temps thermique.

Parmi les résultats importants obtenus dans ce chapitre, nous pouvons également retenir :

- L'amélioration considérable des performances de l'effet TPBA avec la nouvelle architecture de nanofil intégrant un plateau thermique.
- Le contrôle de l'amplitude et du signe de la force thermoélastique en introduisant des résistances de compensation dans le schéma de polarisation.
- Les limitations atteintes par ce mécanisme pour actionner le système double masse d'un gyromètre M&NEMS avec ses spécifications classiques.

Conclusion & perspectives

La plateforme technologique M&NEMS a été développée au CEA-Leti depuis 2009. Elle permet l'intégration de différents types de capteurs sur une même puce et repose sur un procédé de fabrication commun. Basés sur une transduction piézorésistive au moyen de nanofils en silicium suspendus, les capteurs M&NEMS bénéficient à la fois d'une sensibilité élevée et d'un encombrement réduit. Ces nanofils peuvent également être utilisés pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive. Cette dernière résulte d'un couplage électrique, thermique et mécanique sous l'effet de leur polarisation par une tension ou un courant continu. Pour rappel, l'objectif de cette thèse est d'étudier ce mécanisme et de proposer un modèle analytique. Ce dernier doit permettre d'évaluer les performances, les limitations et les applications potentielles de la rétroaction pour offrir à la technologie M&NEMS de nouvelles opportunités.

Pour les besoins de ces travaux, nous avons étudié les propriétés électriques, mécaniques et thermiques des nanofils en silicium. Nous nous sommes principalement intéressés aux propriétés qui interviennent dans l'étude de l'effet TPBA. Une attention particulière a été portée à la conductivité thermique puisqu'il s'agit du seul paramètre qui dépend très sensiblement des dimensions du nanofil à ces échelles (sections $0,25 \times 0,25 \mu\text{m}^2$ à $0,5 \times 0,5 \mu\text{m}^2$). Présentant une valeur de $150 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ dans le silicium massif, la conductivité thermique a été évaluée lors de travaux précédents autour de $50 - 80 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ dans des nanofils de ces dimensions. Dans le cadre de cette thèse, nous avons conçu des motifs de test spécifiques pour évaluer ce paramètre à l'aide de la méthode 3ω . Les résultats obtenus autour de $50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ confirment les valeurs de la littérature. Toutefois, nous avons observé des écarts significatifs (20 - 60 %) entre les valeurs théoriques et expérimentales pour la résistance électrique et la raideur mécanique des nanofils. Ces écarts restent en partie inexplicables malgré la prise en compte des ancrages, des dimensions des nanofils mesurées au MEB et de la résistivité électrique mesurée à l'aide de motifs Van der Pauw. Pour l'étude de la rétroaction, nous avons fait le choix d'utiliser nos valeurs expérimentales qui correspondent au mieux à la réalité.

Nous avons également étudié d'autres propriétés des nanofils comme la stabilité du pont de nanofil, le TCR et le TCO. Ces caractérisations, sur des motifs de test dédiés et conçus pendant cette thèse, ont mis en évidence l'importance de la position des ancrages pour réduire les effets de la déformation du substrat après libération. Nous pouvons ainsi améliorer la stabilité de la mesure de la résistance du pont de nanofil et réduire le TCO qui est un paramètre fondamental lorsque l'on mesure la tension différentielle aux bornes du

pont. Nous avons également pu mettre en évidence la robustesse des composants M&NEMS aux irradiations γ (Cobalt 60) lorsqu'ils reçoivent une dose de 100 kGy avec un débit de dose de 600 Gy.h^{-1} (supérieur aux attentes de la spécification ESCC). En effet, le signal utile du capteur n'est pas affecté par la dose d'irradiation puisque l'arrangement des nanofils en demi-pont de Wheatstone permet de s'affranchir d'une dépendance de la résistance à la dose d'irradiation d'environ $16,5 \text{ ppm.kGy}^{-1}$. Ces propriétés n'interviennent pas directement dans l'étude de la rétroaction mais elles permettent d'améliorer notre compréhension de la technologie M&NEMS.

Pour mettre en œuvre la rétroaction thermo-piézorésistive, nous avons également développé dans le cadre de cette thèse d'autres motifs de test et notamment des résonateurs. L'objectif était de faire varier plusieurs paramètres intervenants dans ce phénomène (fréquence de résonance, coefficient piézorésistif, constante de temps thermique et dimensions du nanofil) afin de vérifier expérimentalement la validité du modèle analytique développé. La caractérisation de ces variantes a permis de mettre en évidence :

- L'importance de la brique piézorésistivité dans le cycle de rétroaction
- L'influence des sources de polarisation sur l'effet TPBA
- L'amplification de la force thermoélastique par un effet bras de levier
- La dépendance de la conductivité thermique à la plus petite dimension du nanofil
- L'amélioration de l'efficacité de la rétroaction lorsque la température augmente

Les mesures réalisées sur les résonateurs intégrant la nouvelle architecture de nanofils avec plateau thermique ont permis de confirmer l'importance du produit $\omega\tau_{th} = 1$ pour bénéficier d'un effet TPBA maximal. Nous avons également montré la possibilité d'améliorer d'un facteur 15 l'efficacité de la rétroaction s'accompagnant d'une diminution d'un facteur 6 du courant de mise en auto-oscillation pour un résonateur (12 kHz) intégrant des nanofils avec un plateau thermique ($0,25 \times 5,25 \times 5 \text{ }\mu\text{m}^3$). Enfin, nous avons confirmé la possibilité de contrôler le signe et l'intensité de la rétroaction thermo-piézorésistive en introduisant des résistances variables dans le schéma de polarisation.

Les résultats expérimentaux ont ensuite été confrontés à plusieurs modèles analytiques de complexité croissante pour expliquer la rétroaction thermo-piézorésistive. Compte tenu de son importance pour l'étude de ce phénomène, nous avons traité en détails la résolution de l'équation de la chaleur pour les deux architectures de nanofils (avec et sans plateau thermique). Elle a tout d'abord été réalisée de manière analytique puis numérique. Le bon accord obtenu avec ces deux méthodes a permis d'aller plus loin dans cette étude en évaluant l'effet des ancrages du nanofils sur les paramètres thermiques (résistance et constante de temps thermique). Le premier modèle TPBA repose sur l'hypothèse que tous les paramètres intervenants dans le modèle sont indépendants de la température et de la contrainte mécanique. Il s'agit d'un modèle qui a largement été utilisé dans la littérature mais il a rapidement montré ses limites. Nous avons alors proposé un second

modèle permettant de prendre en compte la dépendance de la conductivité thermique à la déformation mise en évidence dans l'étude bibliographique. Ce modèle a permis d'estimer son efficacité à un facteur deux près. Enfin, plusieurs expériences ont permis de révéler le comportement non idéal des sources de courant et de tension continues pour polariser des charges variables entre 3 kHz et 100 kHz. L'utilisation de schémas de polarisation spécifiques, dits équilibrés, ont été proposés pour limiter ces effets indésirables sur la rétroaction thermo-piézorésistive et également sur la lecture piézorésistive du mouvement du résonateur. Ces schémas permettent de s'assurer que la variation de la charge résistive aux bornes de la source est nulle. Nous avons toutefois montré qu'une contribution résiduelle due au déphasage du signal de perturbation est à l'origine d'une modification du gain de la boucle de rétroaction. Un troisième modèle a donc été proposé pour prendre en compte cette contribution. Ce modèle n'a pas pu être exploité rigoureusement sur les résultats expérimentaux car nous ne disposons pas des signaux de mesure nécessaires. Il semble toutefois prometteur pour expliquer qualitativement la rétroaction thermo-piézorésistive.

Au début de ces travaux, le gyromètre M&NEMS apparaissait comme une application potentielle de la rétroaction thermo-piézorésistive. En effet, le régime d'auto-oscillation est intéressant pour actionner le système double masse à sa fréquence de résonance du mode en anti-phase. Il permet de s'affranchir de l'électronique complexe nécessaire à l'actionnement et au maintien des masses mobiles à leur fréquence de résonance afin de réduire la consommation et de concevoir un capteur plus compact. C'est pour cette raison que les gyromètres M&NEMS ont été étudiés en détail au début de cette thèse et en particulier leur sensibilité aux vibrations. Une méthode de correction de la raideur a été utilisée pour réduire cette sensibilité du mode en anti-phase du gyromètre résultant d'un déséquilibre du système double masse. Deux nouvelles architectures ont également été proposées afin de rendre le gyromètre insensible aux vibrations.

Compte tenu des objectifs fixés en début de thèse et des résultats obtenus, nous pouvons proposer deux axes d'étude pour poursuivre les travaux sur l'effet TPBA :

1. **Affiner notre modèle analytique pour décrire plus précisément le phénomène observé.** La discussion sur les résultats obtenus laisse entrevoir que le troisième modèle, intégrant la contribution du comportement non idéal des sources de polarisation, pourrait expliquer plus précisément les comportements observés. Il serait donc intéressant de poursuivre cette étude en prenant en compte cette contribution. Pour cela, il faudrait faire l'acquisition du signal de perturbation de la source.
2. **Évaluer les capacités de la rétroaction thermo-piézorésistive à satisfaire les besoins d'applications spécifiques.** L'étude menée dans le Chapitre 6.5 a confirmé qu'il était possible d'utiliser le régime d'auto-oscillation sur un gyromètre M&NEMS à condition de dégrader ses spécifications en terme de résolution d'un facteur 10. Toutefois, nous avons cherché à évaluer d'autres applications potentielles de l'effet TPBA pour concevoir de nouveaux dispositifs M&NEMS :

- **Capteurs résonants** : L'intérêt de la rétroaction thermo-piézorésistive pour ce type de capteurs a été largement discuté dans la littérature. Le régime d'auto-oscillation permet de s'affranchir de la boucle de rétroaction habituellement nécessaire pour maintenir le capteur à sa fréquence de résonance. La consommation nécessaire pour mettre en œuvre ce régime peut être réduite en comparaison à la consommation de l'électronique nécessaire pour la boucle d'asservissement (de l'ordre du mW). De plus, l'architecture de nanofil avec plateau thermique permet d'améliorer encore plus les performances et d'adresser les capteurs résonants basse fréquence jusqu'à une centaine de kHz. Sachant que la puissance fournie par ce mécanisme est proportionnelle au carré de la fréquence, il peut être intéressant d'utiliser ce mécanisme pour des applications plus hautes fréquences (typiquement 1 - 2 MHz). Nous pourrions alors imaginer d'utiliser ce mécanisme sur des capteurs de pression résonnants comme celui développé dans le cadre de la thèse de *G. Lehee* [23] mais également pour des capteurs de masse ou des accéléromètres résonnants développés avec la technologie M&NEMS.
- **Horloges** : La co-intégration de capteurs développés avec la technologie M&NEMS avec une horloge pourrait permettre de bénéficier d'une base de temps pour l'électronique associée au plus proche du composant et limiter ainsi les effets parasites. Encore une fois la rétroaction thermo-piézorésistive et son régime d'auto-oscillation pourraient être utilisés pour concevoir une horloge basse consommation sans aucune boucle d'asservissement.
- **Contrôle de l'amortissement** : Nous avons mis en évidence que ce phénomène permettait d'amplifier ou d'amortir le mouvement d'une structure MEMS en ajustant les propriétés du silicium ou en modifiant le schéma de polarisation. De plus, l'amélioration des performances avec la nouvelle structure de nanofil à base de plateau thermique et la capacité à contrôler l'effet TPBA, en introduisant des résistances de compensation dans le schéma de polarisation, en font un moyen efficace et facile à mettre en œuvre pour ajuster l'amortissement du composant. En particulier pour la technologie M&NEMS, les accéléromètres et les magnétomètres statiques ou les capteurs de pression nécessitent un faible facteur de qualité pour améliorer leur fonctionnement en environnement vibratoire par exemple. L'annulation de ce mécanisme en ajustant la valeur de la résistance de compensation peut également s'avérer intéressante pour des applications qui nécessitent que la réponse du capteur soit indépendante des conditions de polarisation.

Ces deux axes d'études pourraient alors permettre une meilleure compréhension de la rétroaction thermo-piézorésistive et une preuve de concept sur un composant développé spécifiquement. La prise en compte des résultats obtenus dans le cadre de ces travaux pour optimiser l'efficacité de ce mécanisme et l'étude des performances du capteur développé permettraient de confirmer son intérêt pour faire évoluer la technologie M&NEMS.

Annexes



Dispositifs M&NEMS

Sommaire

A.1 Procédé de fabrication	185
A.2 Structures de test non utilisées	188
A.3 Résistances d'accès	189
A.4 Caractérisation de la résistivité sous irradiations	190
A.4.1 Protocole de mesure	191
A.4.2 Caractérisation d'un composant avant les irradiations	193
A.4.3 Caractérisation d'un composant pendant les irradiations	194

A.1 Procédé de fabrication

Les dispositifs conçus et fabriqués en technologie M&NEMS sont le résultat du collage de deux plaques de silicium 200 mm et font appel aux techniques standards de la microélectronique que nous détaillerons plus loin. La première plaque, appelée plaque « device », permet de réaliser les dispositifs alors que la seconde plaque, appelée plaque « capot », permet de réaliser les connections vers les plots externes et de protéger le dispositif de l'environnement. Les deux plaques sont ensuite collées au moyen d'un scellement eutectique Al-Ge [95]. Ce dernier est réalisé par le dépôt de deux couches de métal, une d'aluminium et l'autre de germanium, sur la plaque « capot » et particulièrement où l'on souhaite réaliser le cordon de scellement et les reprises de contacts électriques. Les plaques sont ensuite chauffées à une température autour de 450 °C permettant d'atteindre la température de fusion des métaux. Elles sont ensuite mises en contact et une force est appliquée entre elles. La combinaison de la température et de la force appliquée permet d'obtenir un eutectique, dans notre cas un alliage composé d'aluminium et de germanium, permettant d'assurer le scellement durable des deux plaques. Néanmoins, ce

procédé reste assez compliqué à mettre en œuvre puisque le profil de température, la force appliquée et les temps associés à chaque étape sont cruciaux pour obtenir un scellement de bonne qualité. L'intérêt principal du scellement est d'augmenter considérablement la durée de vie et la fiabilité des composants. En effet, il va protéger les dispositifs des pollutions extérieures, garantir les contacts électriques entre les deux plaques et dans certains cas maintenir un niveau de vide à l'intérieur de la cavité à l'aide d'un getter [95]. En effet, la désorption du gaz contenu dans les structures suite aux différentes étapes de fabrication peut conduire à une dégradation du vide à l'intérieur du boîtier. Le getter, constitué d'un empilement de couches de différents matériaux et activé par un recuit, permet d'absorber ces gaz désorbés par la structure au cours du temps et ainsi de maintenir le niveau de vide souhaité dans le boîtier.

Le procédé de fabrication de la plaque « device » est décrit ci-après pour permettre une bonne compréhension des étapes qui le composent et du résultat obtenu. Le substrat de silicium sur isolant (SOI) utilisé pour réaliser cette plaque est composé d'une couche de silicium épaisse constituant un support (silicium massif), d'une couche de silice de 2 μm (silice enterrée ou « BOX ») et d'une couche de silicium NEMS de 340 nm (Fig. A.1(a)). Une première étape d'oxydation du silicium permet d'ajuster l'épaisseur de la couche de silicium NEMS à l'épaisseur souhaitée (250 nm en général pour la technologie M&NEMS) et de préparer la surface de silicium à l'implantation ionique qui sera réalisée dans un second temps pour obtenir la résistivité souhaitée pour les nanojauges (Fig. A.1(b)). L'implantation ionique consiste à bombarder la surface de la plaque avec un faisceau ionique énergétique contenant les espèces qui constitueront le dopage de la couche de silicium, généralement des atomes de Bore pour réaliser un dopage P dans le cadre de la technologie M&NEMS. La couche de silice obtenue permet quand à elle de protéger la structure du silicium de cette étape du procédé de fabrication. Les atomes de dopants sont ensuite diffusés et activés par un recuit et une étape de photo-lithographie et de gravure RIE permet de réaliser les nanojauges piézorésistives. Elles sont ensuite protégées par un dépôt de silice afin de ne pas être endommagées par les étapes suivantes du procédé de fabrication. La couche de silicium NEMS et la silice enterrée sont également gravées pour obtenir les contacts vers le silicium massif. (Fig. A.1(c)). L'étape suivante consiste à réaliser, par épitaxie, une couche épaisse de silicium dopé suivie d'un polissage mécanochimique (CMP) afin d'obtenir une couche uniforme de l'ordre de 20 μm pour la technologie M&NEMS (Fig. A.1(d)). Une couche de métal, non représentée sur la Figure A.1, peut être déposée à ce stade du procédé de fabrication afin de permettre le contact électrique sur la plaque « device » et permettre ainsi le test des structures avant encapsulation. Cette étape est importante pour les plaques de silicium utilisées dans le cadre de cette thèse puisque la plupart des tests sont réalisés sur des plaques non encapsulées afin de pouvoir contrôler le niveau du vide. Une couche de silice est ensuite déposée sur la couche MEMS et le motif pour la gravure MEMS est ensuite transféré par photo-lithographie (Fig. A.1(e)). Une couche de protection est déposée sur les zones de tranchées du scellement eutectique car la gravure sera moins profonde pour ces motifs (Fig. A.1(f)). La gravure de la couche MEMS

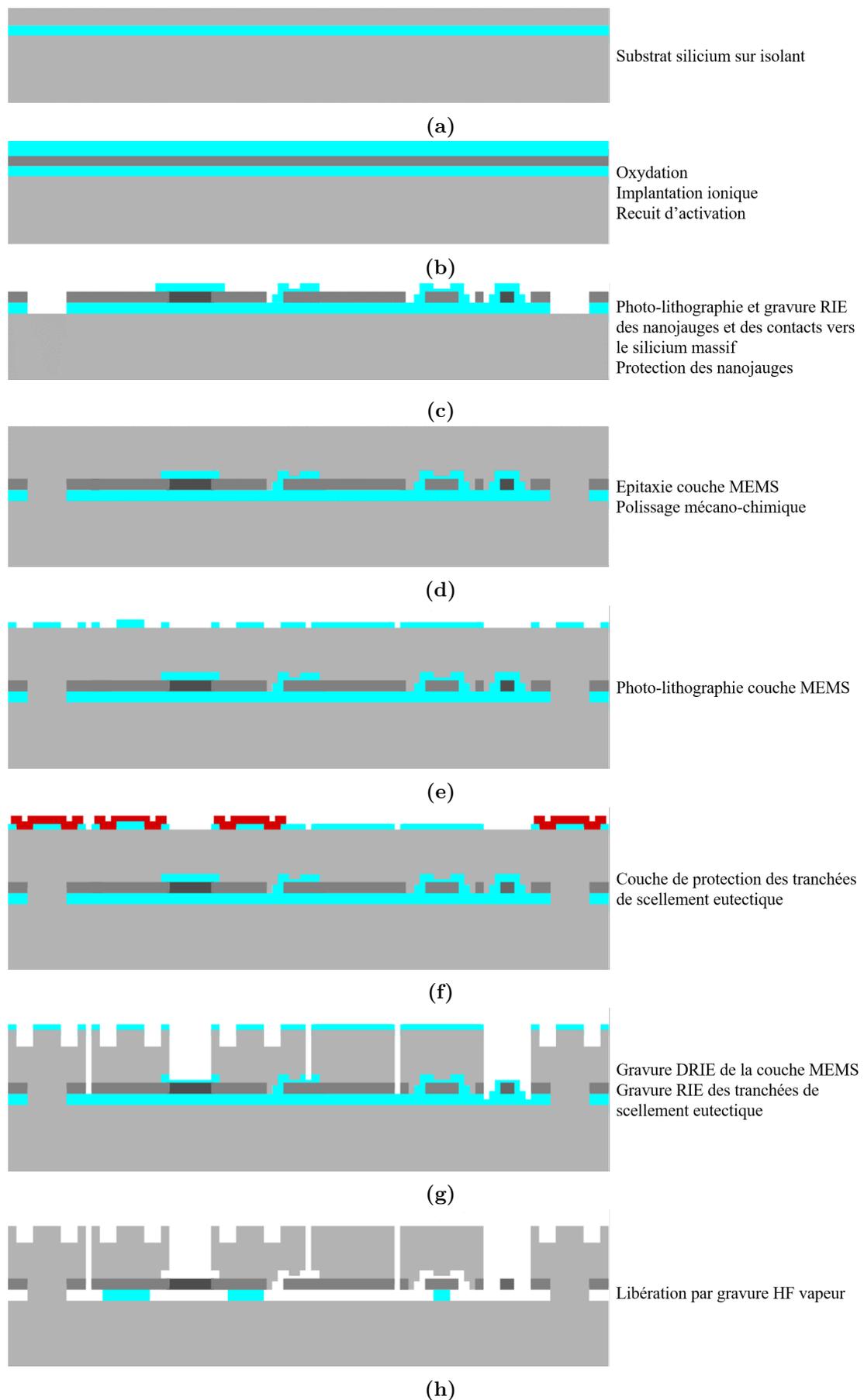


Figure A.1: Principales étapes du procédé M&NEMS.

est effectuée par DRIE à l'aide du procédé de gravure Bosch [7] qui permet d'obtenir une gravure isotrope sur les 20 μm d'épaisseur. La couche de protection des tranchées de scellement est ensuite lithographiée afin de les graver par RIE sur une épaisseur de quelques micromètres (Fig. A.1(g)). La structure MEMS et les nanojauges piézorésistives sont enfin libérées par gravure HF vapeur qui va permettre de retirer la couche de silice enterrée et la couche de silice mise en place pour protéger les nanojauges, rendant ainsi la structure mobile. Pour les besoins de certaines applications comme les capteurs de pression, une dernière étape d'amincissement de la face arrière de la plaque « device » est nécessaire après le scellement pour atteindre les membranes réalisées sur la couche NEMS.

A.2 Structures de test non utilisées

Des résonateurs à mouvement de translation rectiligne (Fig. A.2(a)) ont également été conçus pour étudier l'effet TPBA. Ils n'ont toutefois pas pu être caractérisés au cours de ces travaux à cause d'un problème de conception qui a engendré la rupture d'une grande partie des nanofils. Avec cette géométrie, les nanofils ne subissent qu'une contrainte de compression ou de traction, ce qui évite toute flexion des nanofils pouvant intervenir dans les résonateurs à mouvement de rotation autour d'un point de pivot. La finalité était de vérifier que cette flexion, que nous négligeons dans l'étude de la rétroaction thermo-piézorésistive, n'a effectivement pas d'influence. Trois variantes ont été conçues avec des tailles de masse mobile différentes afin de bénéficier, avec cette structure spécifique, de fréquences de résonance plus élevées (jusqu'à 400 kHz).

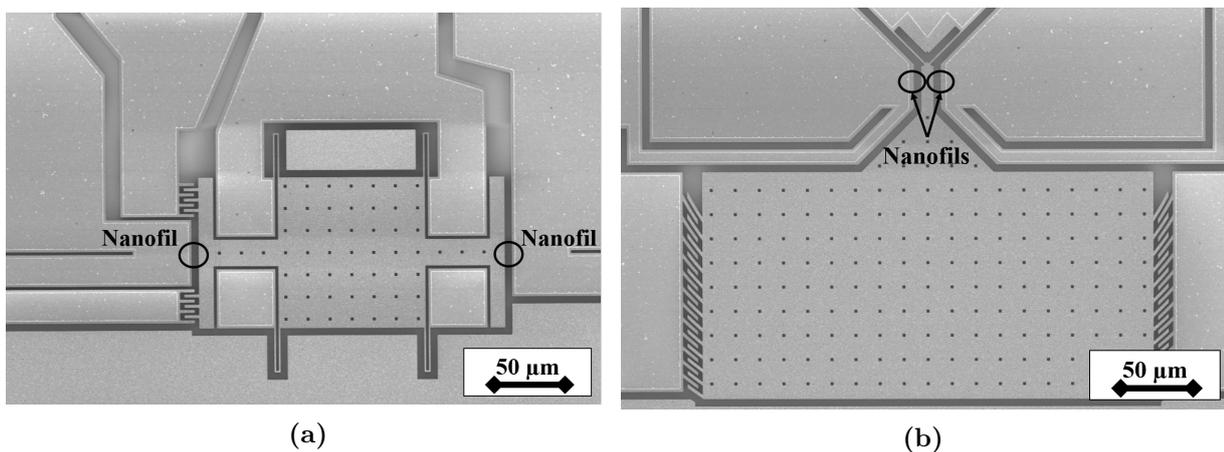


Figure A.2: (a) Résonateur à mouvement de translation rectiligne; (b) Résonateur à pivot avec une masse centrale étroite au niveau de l'ancrage des nanofils.

D'autres variantes de résonateurs à pivot, pour lesquelles nous avons fait varier la taille de la masse mobile au centre où les nanofils sont ancrés, n'ont également pas pu être testées au cours de la thèse (Fig. A.2(b)). L'intérêt de ces variantes est également de limiter la flexion des nanofils puisque l'on se rapproche de l'axe de rotation mais également d'étudier l'effet de cette masse centrale d'un point de vue thermique.

A.3 Résistances d'accès

L'étude de l'effet TPBA impose de connaître parfaitement le schéma de polarisation des nanofils. En effet, nous avons vu dans le Chapitre 4 que leurs résistances d'accès agissent sur l'amplitude de la force thermoélastique.

La Figure A.3(a) représente une structure M&NEMS utilisée dans cette thèse sur laquelle les plots de test numérotés de 1 à 9 sont identifiés. Les plots 1 et 9 permettent de fixer le potentiel du silicium massif et les plots 2 et 8 permettent d'actionner la structure au moyen de peignes inter-digités se trouvant de chaque côté de la structure. Les plots numérotés de 3 à 7 permettent de polariser les nanofils et de réaliser les mesures à leurs bornes à l'aide d'une méthode 4 pointes sachant que les plots 3 et 4 correspondent au double accès du nanofil 1, les plots 6 et 7 au double accès du nanofil 2 et enfin le plot 5 à l'accès à la masse mobile. Ainsi, le schéma électrique équivalent du circuit de polarisation et de mesure des nanofils peut être représenté par la Figure A.3(b) sur lequel R_{01} et R_{02} représentent respectivement les résistances des nanofils 1 et 2, les R_{aX} représentent les résistances d'accès à l'extrémité des nanofils et R_c la résistance d'accès au centre des deux nanofils. Les résistances d'accès ont pour origine la résistance de contact pointe-plot (de l'ordre de quelques Ω) et la résistance du chemin d'accès à la structure (dépendant des dimensions du chemin). Pour le plot d'accès à la masse mobile (plot 5), cette résistance est dominée par la résistance des bras de suspension de la structure.

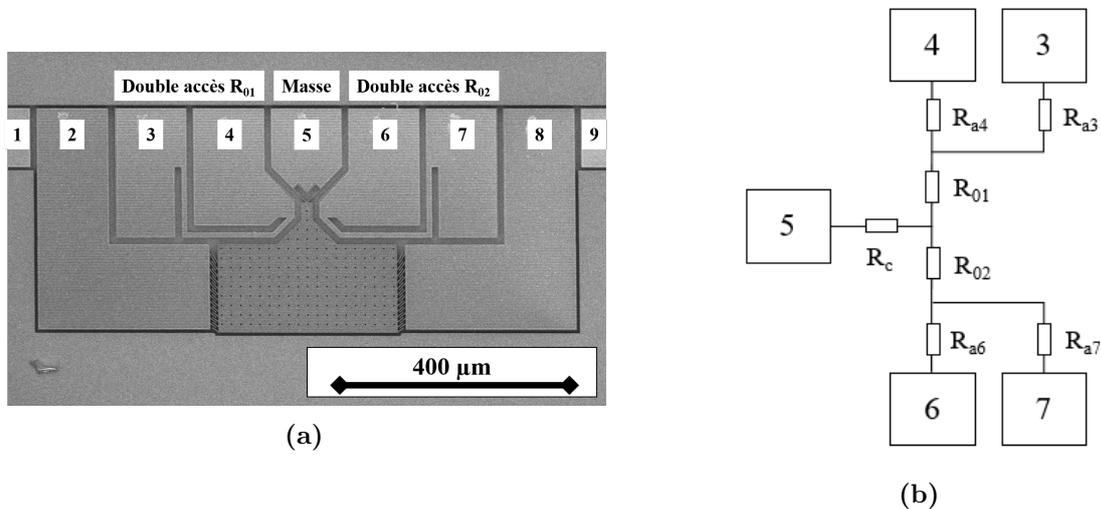


Figure A.3: Caractérisation du schéma de polarisation : (a) Image MEB illustrant les plots d'accès à la structure M&NEMS ; (b) Schéma électrique équivalent de la structure.

Les résistances d'accès et les résistances des nanofils peuvent être déterminées en réalisant des combinaisons entre la polarisation en courant et la mesure de tension (Tab. A.1). Détaillons deux exemples pour comprendre ce tableau :

- **Mesure de R_{01}** : Les plots 5 et 6 sont fixés au même potentiel (masse électrique) et un courant circule entre le plot 4 et 5. La mesure aux bornes des plots 3 et 4 permet d'obtenir la résistance R_{01} . En effet, il n'y a pas de courant circulant dans

la branche du second nanofil car les plots 5 et 6 sont au même potentiel et il n'y a pas non plus de courant circulant dans les branches d'accès aux plots 3 et 7 car la résistance d'entrée du voltmètre est très grande.

- **Mesure de R_{a4}** : Le plot d'accès 7 n'étant pas nécessaire pour la mesure il reste en circuit ouvert. Comme précédemment, les plots 5 et 6 sont fixés au même potentiel (masse électrique) et un courant circule entre le plot 4 et 5. La mesure aux bornes des plots 3 et 4 permet d'obtenir la résistance d'accès R_{a4} . En effet, il n'y a pas de courant circulant dans la branche d'accès au plot 3 car la résistance d'entrée du voltmètre est très grande.

Mesures	3	4	5	6	7
R_{01}	M+	P+	P-	P-	M-
R_{02}	M+	P-	P-	P+	M-
R_{a3}	P+ & M+	M-	P-	P-	CO
R_{a4}	M-	P+ & M+	P-	P-	CO
$R_{01} + R_c$	M+	P+	P- & M-	CO	CO
R_{a6}	CO	P-	P-	P+ & M+	M-
R_{a7}	CO	P-	P-	M-	P+ & M+

Tableau A.1: Combinaison pour mesurer les résistances des nanofils et de leurs accès (CO pour Circuit Ouvert, P pour Polarisation et M pour Mesure).

Avant toute utilisation d'un composant, ces résistances sont mesurées afin de pouvoir être utilisées pour l'exploitation des résultats.

A.4 Caractérisation de la résistivité sous irradiations

Le fonctionnement en environnement sévère, plus particulièrement lorsque le composant est soumis à des irradiations, est une problématique très étudiée notamment pour les applications robotiques et spatiales [96], [97]. Des expérimentations ont été réalisées dans le cadre de cette thèse en collaboration avec le CEA-List pour étudier la robustesse de la technologie M&NEMS sous irradiations γ [R5]. L'unité utilisée pour caractériser la dose d'irradiation est le gray (Gy). Un gray correspond à l'énergie d'un rayonnement ionisant apportant une énergie d'un joule à un milieu homogène d'une masse d'un kilogramme. Plusieurs seuils caractéristiques des effets du rayonnement sur l'Homme sont décrits dans le Tableau A.2. De plus, la spécification ESCC (European Space Components Coordination) demande pour les applications spatiales une résilience aux irradiations jusqu'à 15 kGy avec un débit de dose « standard » compris entre 3, 6 et 1 800 Gy.h⁻¹. L'objectif de cette étude est d'évaluer le comportement d'un composant M&NEMS soumis à une dose de 100 kGy avec un débit de dose de 600 Gy.h⁻¹.

Des travaux ont été réalisés en 2003 par un groupe de l'université d'Arizona sur des accéléromètres et des capteurs de pression du commerce à détection piézorésistive [98]. Ces

Dose	Effet
1 mGy	Dose annuelle moyenne rayonnement gamma dans l'environnement en France
10 mGy	Scanner de l'abdomen
1,2 Gy	Dose moyenne reçue par les survivants d'Hiroshima dans un rayon de 10 km de l'explosion
> 5 Gy	Dose mortelle pour l'Homme

Tableau A.2: Seuils caractéristiques selon la dose d'irradiation absorbée. (Source : Wikipédia)

capteurs ont montré une bonne résilience aux irradiations jusqu'à des dizaines de kGy de radiations gamma qui leur permettraient ainsi de fonctionner dans des environnements très sévères. Cependant, il a été indiqué que les organes piézo-resistifs de type P peuvent être perturbés par l'accumulation de charges dans la silice environnante (oxyde natif autour des nanofils par exemple). En effet, les radiations gamma génèrent des charges positives qui sont absorbées par la couche de silice. Ces charges induisent un champ électrique à travers l'organe piézo-resistif. La continuité du champ électrique à l'interface silicium - silice provoque la migration des charges positives du silicium issues du dopage vers le centre du nanofil générant ainsi une zone de déplétion [98]. Les propriétés de conduction sont modifiées. Il a été montré que la variation de résistivité due aux radiations dépend de la section du nanofil, de son type de dopage et de sa concentration en atomes dopants [98]. Ainsi, plus la section est petite et plus la résistivité évolue avec le niveau de radiations. De même, la zone de déplétion est d'autant plus petite que la concentration en atomes dopants est élevée. En effet, les recombinaisons de charges sont localisées dans une plus petite zone.

A.4.1 Protocole de mesure

Les essais sur des dispositifs de la technologie M&NEMS ont été réalisés sur le site du CEA à Saclay avec l'irradiateur IRMA utilisant des sources radioactives de photons γ (Cobalt 60). Il s'agit d'une cellule de 24 m³ contenant quatre sources de cobalt 60 permettant d'obtenir un débit de dose compris entre 5 $\mu\text{Gy}\cdot\text{h}^{-1}$ et 20 $\text{kGy}\cdot\text{h}^{-1}$. Ce dernier dépend du nombre de sources utilisées, leur distance par rapport à l'échantillon et leur date de mise en service (durée de vie ~ 10 ans). Selon le débit de dose souhaité, l'opérateur détermine la position de la source et de l'échantillon dans la cellule par des calculs théoriques. Ensuite, il vérifie expérimentalement, à l'aide d'un compteur Geiger, le positionnement avant de commencer l'expérience. Lorsque l'installation est terminée (Fig. A.4(a)), la cellule est fermée et les sources sont mises en place à l'aide de bras télémanipulateurs commandés depuis l'extérieur de la cellule (Fig. A.4(b)). Le composant est positionné face à la source afin d'orienter le rayonnement directement sur celui-ci. Dans le cadre de ces essais, une seule source est utilisée puisque l'objectif recherché est d'atteindre une dose de 100 kGy en une semaine soit un débit de dose de 600 $\text{Gy}\cdot\text{h}^{-1}$. La dose totale est toutefois beaucoup plus sévère que celle indiquée par la spécification ESCC.

Pour étudier le comportement des nanofils, un accéléromètre M&NEMS trois axes fabriqué au CEA-Leti a été utilisé. Ce dernier est un bon candidat pour mesurer l'évolution de la résistance de six nanofils de dimensions $250 \text{ nm} \times 250 \text{ nm} \times 5 \text{ }\mu\text{m}$ sous irradiations. Cet accéléromètre est monté dans un boîtier permettant de reporter les connections sur un PCB. Chaque nanofil est alimenté durant les tests par une source de courant délivrant $100 \text{ }\mu\text{A}$. La résistance de chaque nanofil est mesurée toutes les 5 minutes à l'aide d'un voltmètre de précision (Keithley 2000) et d'une matrice de commutation. Des câbles coaxiaux de 12 m relient la carte aux instruments de mesure disposés à l'extérieur de la cellule. Une sonde de température platine Pt100, peu sensible aux rayonnements ionisants, a également été utilisée pour faire l'acquisition de la température pendant toute la durée de l'essai. La connaissance de cette dernière permet de corriger la valeur des résistances qui sont sensibles à la température.

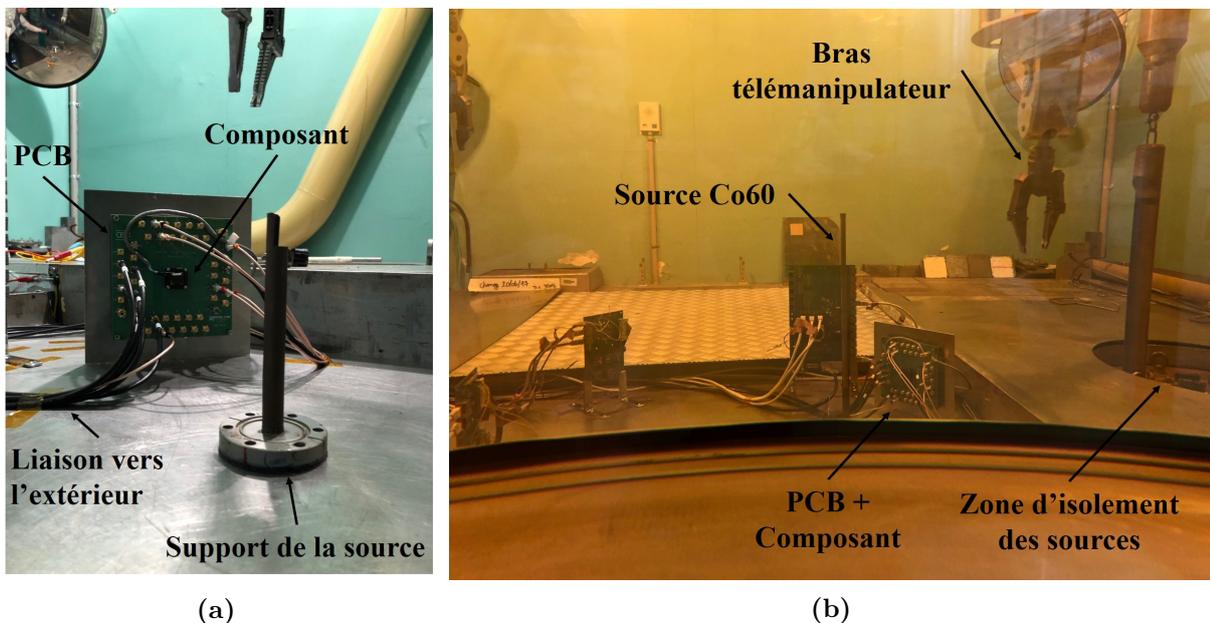


Figure A.4: Cellule de l'irradiateur IRMA : (a) Position de la carte par rapport à la position de la source; (b) Mise en place des sources dans la cellule.

Pour évaluer l'effet des irradiations sur la résistivité des nanofils, ces essais comprennent deux étapes :

- **Avant irradiation** (site de Grenoble) : La résistance des six nanofils est mesurée durant 2 jours.
- **Sous irradiation** (site de Saclay) : La résistance des six nanofils est mesurée durant une semaine dans la cellule de l'IRMA en présence de la source de Cobalt 60.

Les résultats présentés dans la suite sont basés sur l'étude d'un accéléromètre constitué de deux nanofils.

A.4.2 Caractérisation d'un composant avant les irradiations

La Figure A.5 représente l'évolution de la résistance de deux nanofils pendant la première étape. Nous observons une fluctuation de ces valeurs qui peut être reliée à la variation de température ambiante.

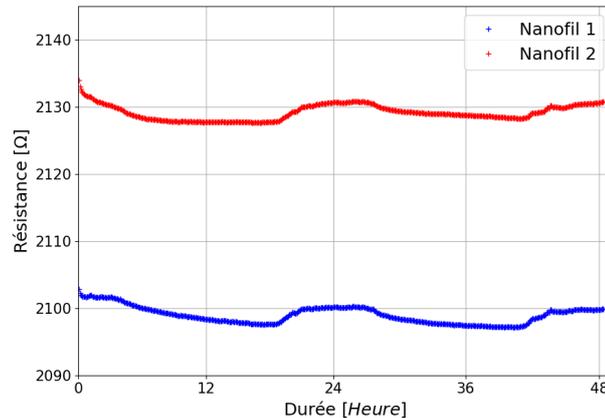


Figure A.5: Evolution de la résistance des deux nanofils d'un accéléromètre pendant 48h avant irradiation (données brutes des mesures réalisées sur le site de Grenoble).

Dans la Section 5.3.1.2, nous avons introduit le modèle des deux résistances du pont de nanofil intégré dans les composants M&NEMS. Elles sont sensibles au mouvement du MEMS et à la variation de température selon les lois données par (5.21). Sachant que le composant est testé au repos, la résistance des nanofils ne devrait dépendre que de la température. Pour évaluer cette contribution, nous étudions le mode commun mc (5.23) qui n'est sensible qu'à la température (Section 5.3.1.2). La Figure A.6(a) représente les données expérimentales de mc en fonction de la température et un ajustement linéaire de ces données. Nous pouvons extraire de cette figure, un TCR α_{TCR} de $1\,402\text{ ppm.K}^{-1}$, en accord avec la valeur issue de la littérature et de précédentes caractérisations réalisées au CEA-Leti de $1\,400\text{ ppm.K}^{-1}$ (Chapitre 1). Les écarts observés entre les points expérimentaux et la droite d'ajustement peuvent être expliqués par :

- **Des conditions expérimentales qui ne sont pas optimisées** : la sonde de température était placée à l'extérieure du boîtier et n'est donc pas parfaitement représentative de la température ambiante autour du nanofil.
- **La contrainte générée par le substrat sur les nanofils** : Elle peut avoir un effet sur le mode commun puisqu'elle est la même dans les deux nanofils.

Néanmoins, nous pouvons observer sur la Figure 5.18(a) (Section 5.3.3) que cette contribution a un effet négligeable sur une large bande de température. La première explication semble la plus probable pour expliquer cet écart par rapport à la loi linéaire.

La Figure A.6(a) montre que les variations de mc qui s'étalent initialement sur 3 000 ppm sont réduites après correction autour de 200 - 300 ppm correspondant aux écarts des points expérimentaux avec la droite d'ajustement linéaire. Ceci se traduit par un rejet de plus d'un

facteur 10 de l'effet de la température sur la résistance des nanofils. Il s'agit d'une valeur tout à fait acceptable pour un pont de nanofils intégré dans des composants M&NEMS.

Dans le Chapitre 5.3.1.2, nous avons mis en évidence que le signal utile pour les capteurs M&NEMS est obtenu en évaluant le mode différentiel (5.23). En effet, il permet d'évaluer seulement le signal généré par la contrainte dans les nanofils en rejetant les effets de la température qui sont identiques sur les deux nanofils (Section 5.3.1.2). La Figure A.6(b) illustre md en fonction du temps. Sachant que cette caractérisation est réalisée avec le composant M&NEMS au repos (sans mouvement de la masse MEMS), le mode différentiel peut être affectée par les relaxations de contraintes dans le substrat qui peuvent modifier les contraintes résiduelles dans les nanofils. Nous pouvons toutefois montrer une bonne réjection des effets de la température puisque nous n'obtenons qu'une variation de md d'environ $-6 \text{ ppm}\cdot\text{h}^{-1}$.

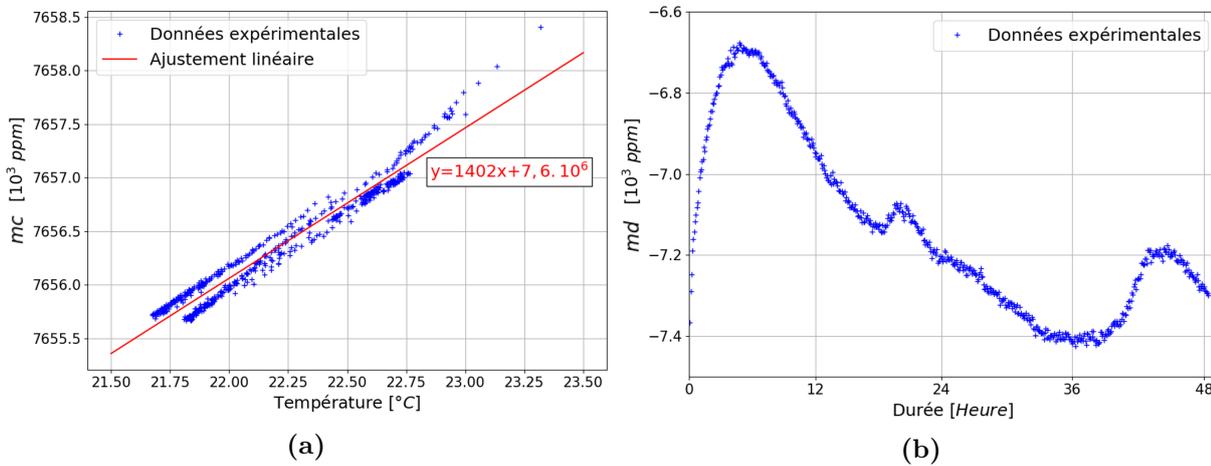


Figure A.6: Caractérisation du pont de nanofils d'un accéléromètre avant irradiation : (a) Mode commun en fonction de la température permettant de déterminer le TCR; (b) Mode différentiel en fonction du temps pour évaluer le signal utile du capteur.

Il est important de considérer les effets de la température pour caractériser des nanofils soumis à des irradiations car la présence de la source radioactive à proximité du composant augmente considérablement la température ambiante. Dans la suite de ce manuscrit, nous considérons la valeur de résistance du nanofil à $25 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (R_0) corrigée avec l'estimation de α_{TCR} réalisée précédemment. La résistance R_0 est donnée par :

$$R_0 = \frac{R}{1 + \alpha_{TCR}(T - 25)} \quad (\text{A.1})$$

avec R la résistance mesurée et T la température.

A.4.3 Caractérisation d'un composant pendant les irradiations

Pendant la phase d'irradiation, nous avons mesuré la résistance des deux nanofils. Les radiations génèrent des événements ponctuels sur les nanofils lors de l'absorption d'une charge. Nous pouvons toutefois affirmer que pour une dose donnée, les lois de la

statistique imposent que les deux nanofils absorbent une même quantité de charges. Ainsi, la différentielle du mode commun (Equation 5.23) s'écrit :

$$\boxed{dmc = \alpha_{TCR}dT + \alpha_{\gamma}d\gamma} \quad (\text{A.2})$$

avec α_{γ} un coefficient évaluant la dépendance aux radiations de la résistance d'un nanofil et $d\gamma$ la variation de la dose de radiation (Cobalt 60). La Figure A.7(a) représente mc en fonction de la dose après correction des effets de la température (A.1). Il ne dépend que de la dose absorbée par le composant et un ajustement linéaire de ces données permet d'extraire α_{γ} égale à 16,5 ppm.kGy⁻¹.

Sur la Figure A.7(a), nous observons plusieurs singularités entre les points expérimentaux et l'ajustement linéaire :

- Au cours des cinq premières heures, jusqu'à 3 kGy, la divergence demeure non expliquée. Elle intervient sur l'ensemble des nanofils testés au cours de cette campagne. Tout se passe comme si nous avions deux coefficients de dépendance aux radiations γ . Un premier élevé lorsque le nanofil n'a pas encore été irradié puis un second beaucoup plus faible pouvant être la conséquence d'un régime de saturation.
- La zone entre 15 kGy et 18 kGy correspond à une zone où la température est modifiée selon la même tendance. La correction de température n'est donc pas optimale sur cette partie.
- Les deux zones autour de 55 kGy et 95 kGy correspondent à des périodes où la source radioactive est isolée et pendant lesquelles il y a eu une intervention humaine dans la cellule. Il en résulte des variations probables de température et potentiellement des perturbations induites par la manipulation des câbles reliant le composant aux instruments.

Si nous considérons la spécification ESCC pour les applications spatiales, nous pouvons évaluer l'effet d'une journée de radiation (24 h) avec un débit de dose de 1 800 Gy.h⁻¹ qui correspond à la valeur haute demandée. Il en résulte une variation d'environ 712 ppm de la résistance du nanofil sur la journée. Ce résultat est tout à fait acceptable.

Comme pour les effets de la température, une grande partie de cette variation due aux radiations devrait être rejetée par l'étude de md . Ce mode est évalué en fonction de la dose reçue par le composant (Fig. A.7(b)). Nous avons évoqué précédemment une bonne réjection des effets de la température et nous montrons ici une bonne réjection des effets des irradiations. En effet, une variation de md de seulement - 4 ppm.h⁻¹ est estimée sur la durée du test. Du même ordre de grandeur qu'en l'absence d'irradiations, cette variation est certainement la conséquence des relaxations de contraintes dans le substrat ce qui peut expliquer également les fluctuations par rapport à une évolution linéaire. Du fait de la ponctualité des événements d'absorption de charge dans le nanofil, nous aurions pu nous attendre à avoir des fluctuations importantes de md sur un cycle de mesure court (différentiel de dose dans les deux nanofils à un instant donné). Nous ne l'observons pas sur la Figure A.7(b), certainement car il se déroule sur des échelles de temps plus faible que le temps entre deux mesures de 5 min. Par conséquent :

- Les effets des irradiations sur la résistance du nanofil sont faibles.
- L'arrangement en demi pont de Wheatstone et l'étude du mode différentiel pour le signal utile du capteur permet une bonne réjection des effets de la température et des irradiations.

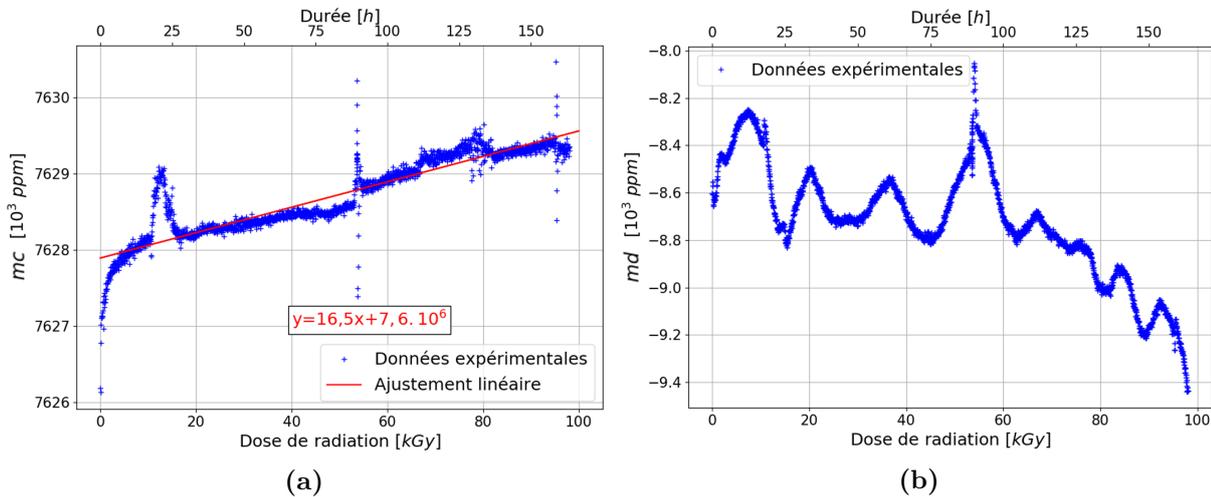


Figure A.7: Caractérisation du pont de nanofils au cours de l'irradiation ($600 \text{ Gy}\cdot\text{h}^{-1}$) : (a) Mode commun en fonction de la dose reçue par le composant ; (b) Mode différentiel en fonction de la dose reçue par le composant (après correction des effets de la température).

Les composants M&NEMS se présentent comme de bons candidats pour adresser des applications en environnement irradié. En effet, nous avons pu constater que l'évolution temporelle du signal utile du capteur avec ou sans irradiations est identique.

B

Condition d'équilibrage de l'axe d'excitation d'un gyromètre M&NEMS

Un gyromètre M&NEMS peut être modélisé selon son axe d'excitation par deux masses (m_1 & m_2) couplées entre elles par un ressort k_c et reliées au cadre par deux ressorts de suspension (k_1 & k_2) (Fig. B.1). Pour simplifier le modèle, l'amortissement de la structure n'est pas considéré et la position du système double masse (x_1 & x_2) est décrite par l'équation du mouvement suivante :

$$M\ddot{X} + KX = F_{ae} \quad (\text{B.1})$$

avec $X = x_1(t)X_1 + x_2(t)X_2$ le vecteur position du système. $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ représentent le mouvement unitaire des masses m_1 et m_2 respectivement. $M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}$ et $K = \begin{pmatrix} k_1 + k_c & -k_c \\ -k_c & k_2 + k_c \end{pmatrix}$ sont les matrices de masse et de raideur du système. Les vibrations imposées au système avec une accélération a_e génère une perturbation mécanique du système se traduisant par une force inertielle $F_{ae} = -MA_e$ avec $A_e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} a_e$.

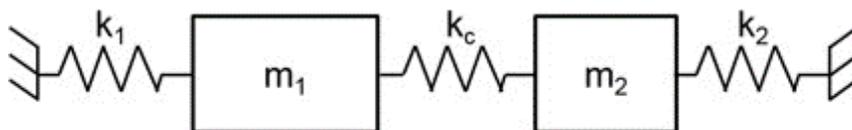


Figure B.1: Modèle uniaxiale selon l'axe d'excitation d'un gyroscope double masse.

La matrice de raideur met en évidence un couplage fort entre la position des deux masses par l'intermédiaire du ressort de couplage k_c . Il en résulte que la base associée

à X_1 et X_2 ne constitue pas une base de modes propres pouvant se déplacer librement sans échanger de l'énergie entre eux. Ainsi, deux modes propres X_a et X_b peuvent être définis comme une combinaison du mouvement des deux masses, de telle sorte que le vecteur X associé au mouvement puisse être écrit :

$$X = x_a(t)X_a + x_b(t)X_b \quad (\text{B.2})$$

Nous allons rechercher un mode vibratoire X_a qui doit satisfaire les deux conditions suivantes :

- Être un mode propre du système
- Être insensible aux vibrations

Pour ce qui concerne le premier point, deux conditions sur X_a et X_b peuvent être définies avec l'expression de l'énergie mécanique en l'absence de couplage entre les deux modes :

$$E = \frac{\dot{X}^T M \dot{X}}{2} + \frac{X^T K X}{2} \quad (\text{B.3})$$

Comme $M^T = M$, l'équation (B.3) devient :

$$E = x_a^2 \frac{\dot{X}_a^T M \dot{X}_a}{2} + x_a^2 \frac{X_a^T K X_a}{2} + x_b^2 \frac{\dot{X}_b^T M \dot{X}_b}{2} + x_b^2 \frac{X_b^T K X_b}{2} \quad (\text{B.4})$$

Si :

$$\begin{cases} X_a^T M X_b = X_b^T M X_a = 0 \\ X_a^T K X_b = X_b^T K X_a = 0 \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Nous pouvons donc définir le produit scalaire suivant :

$$\langle X|Y \rangle = \frac{X^T M Y}{m_\alpha} \quad (\text{B.6})$$

Avec $m_\alpha = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ le facteur de normalisation. L'amplitude du mode a peut être déterminée en projetant X sur X_a :

$$x_a(t) = \frac{X_a^T M X}{m_\alpha} \quad (\text{B.7})$$

En multipliant ensuite (B.1) par X_a^T , nous obtenons :

$$m_a \ddot{x}_a + X_a^T K X x_a = -X_a^T M A_e \quad (\text{B.8})$$

Pour que le mode a soit insensible aux vibrations :

$$X_a^T M A_e = 0 \quad (\text{B.9})$$

La condition (B.9) est satisfaite lorsque :

$$X_a = \begin{pmatrix} \frac{m_2}{m_1} \\ -\frac{m_2}{m_1+m_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_2}{m_1+m_2} \\ -\frac{m_1}{m_1+m_2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Le mode a est appelé mode en anti-phase puisque les deux masses ont des mouvements opposés. Nous pouvons également noter que la quantité de mouvement $P = \dot{x}_a (m_1 \ m_2) X_a$ est égale à 0 ce qui montre que le mode est mécaniquement équilibré.

Ensuite (B.5) impose que le mode b soit orthogonal au mode a soit :

$$X_b = \frac{\sqrt{m_1 m_2}}{m_1 + m_2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

Le mode b est appelé mode en phase car les deux masses se déplacent avec la même amplitude et dans la même direction. Finalement, ces deux modes doivent satisfaire (B.12) pour que la base $\{X_a, X_b\}$ soit une base complète de modes propres pour le système mécanique.

$$X_a^T K X_b = 0 \quad (\text{B.12})$$

La condition (B.12) est satisfaite lorsque :

$$\frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2} \quad (\text{B.13})$$

Si (B.13) est vérifiée alors le mode en anti-phase de l'axe d'excitation pourra être considéré comme équilibré et par conséquent insensible aux vibrations.

C

Modélisation thermique d'un nanofil

Sommaire

C.1	Produit scalaire utilisé pour la détermination des modes thermiques du nanofil standard	201
C.2	Projection de l'équation de Fourier sur les modes thermiques du nanofil seul	202
C.3	Calcul de la température moyenne sur le nanofil avec plateau	204
C.4	Méthode 3ω	207

C.1 Produit scalaire utilisé pour la détermination des modes thermiques du nanofil standard

Il a été démontré dans le Chapitre 4 que l'ensemble des solutions homogènes de l'équation de transport thermique dans le nanofil seul est constitué d'une infinité de solutions données par les fonctions propres $f_n(x)$ associées aux valeurs propres λ_n avec :

$$\begin{cases} \lambda_n = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \\ f_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

Dans cette partie, nous souhaitons démontrer que le produit scalaire donné par (C.2) permet de définir une base orthonormée des solutions de l'équation thermique.

$$\langle X|Y \rangle = \frac{2}{l} \int_0^l XY dx \quad (\text{C.2})$$

Pour cela, nous montrerons que $\langle f_i|f_j \rangle = \delta_{ij}$ avec δ_{ij} le symbole de Kronecker.

Commençons par traiter le cas $i = j$:

$$\langle f_i | f_i \rangle = \frac{2}{l} \int_0^l f_i f_i dx \quad (C.3)$$

$$\langle f_i | f_i \rangle = \frac{2}{l} \int_0^l \sin^2 \left(\frac{i\pi x}{l} \right) dx \quad (C.4)$$

$$\langle f_i | f_i \rangle = \frac{1}{l} \int_0^l \left(1 - \cos \left(\frac{2i\pi x}{l} \right) \right) dx \quad (C.5)$$

$$\langle f_i | f_i \rangle = 1 - \frac{1}{2i\pi} \left[\sin \left(\frac{2i\pi x}{l} \right) \right]_0^l \quad (C.6)$$

$$\langle f_i | f_i \rangle = 1 \quad (C.7)$$

Traisons maintenant le cas $i \neq j$:

$$\langle f_i | f_j \rangle = \frac{2}{l} \int_0^l f_i f_j dx \quad (C.8)$$

$$\langle f_i | f_j \rangle = \frac{2}{l} \int_0^l \sin \left(\frac{i\pi x}{l} \right) \sin \left(\frac{j\pi x}{l} \right) dx \quad (C.9)$$

$$\langle f_i | f_j \rangle = \frac{1}{l} \left[\int_0^l \cos \left(\frac{(i-j)\pi x}{l} \right) dx - \int_0^l \cos \left(\frac{(i+j)\pi x}{l} \right) dx \right] \quad (C.10)$$

$$\langle f_i | f_j \rangle = \frac{1}{(i-j)\pi} \sin((i-j)\pi) - \frac{1}{(i+j)\pi} \sin((i+j)\pi) \quad (C.11)$$

$$\langle f_i | f_j \rangle = \frac{1}{(i-j)(i+j)\pi} [(i+j)\sin((i-j)\pi) - (i-j)\sin((i+j)\pi)] \quad (C.12)$$

$$\langle f_i | f_j \rangle = \frac{2}{(i-j)(i+j)\pi} [j \sin(i\pi) \cos(j\pi) - i \sin(j\pi) \cos(i\pi)] \quad (C.13)$$

Pour $i \neq j$ et quelle que soit la parité de i et j , nous montrons que $\langle f_i | f_j \rangle = 0$.

Les deux démonstrations précédentes confirment que la base $\{f_n = \sin(k_n x)\}_n$ est une base orthonormée selon le produit scalaire (C.2).

C.2 Projection de l'équation de Fourier sur les modes thermiques du nanofil seul

Pour rappel, l'équation de transport thermique dans le nanofil seul (longueur l et section S) avec des conditions limites identiques aux deux extrémités est donnée par :

$$\begin{cases} \frac{\rho c_p}{\kappa} \frac{\partial \Delta T}{\partial t} - \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} = \frac{\Delta p(t)}{\kappa} \\ \Delta T(0, t) = \Delta T(l, t) = 0 \end{cases} \quad (C.14)$$

Cette équation peut être projetée sur le mode thermique n :

$$\frac{2}{l} \int_0^l \left(\frac{\rho c_p}{\kappa} \frac{\partial \Delta T}{\partial t} - \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \right) \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = \frac{2}{l} \int_0^l \frac{\Delta p(t)}{\kappa} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx \quad (\text{C.15})$$

Pour cela, nous allons traiter les trois termes indépendamment. Pour le premier terme, l'intégration et la dérivation peuvent être intervertis soit :

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial \Delta T}{\partial t} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = \frac{\partial}{\partial t} \frac{2}{l} \int_0^l \Delta T \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx \quad (\text{C.16})$$

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial \Delta T}{\partial t} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = \Delta \dot{T}_n \quad (\text{C.17})$$

Une double intégration par partie et les conditions initiales pour le second terme permettent d'obtenir :

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = \frac{2}{l} \left(\left[\frac{\partial \Delta T}{\partial x} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) \right]_0^l - \frac{n\pi}{l} \int_0^l \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \cos \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx \right) \quad (\text{C.18})$$

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = -\frac{2n\pi}{l} \int_0^l \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \cos \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = -\frac{2}{l} \left(\left[\Delta T \frac{n\pi}{l} \cos \left(\frac{n\pi}{l} x \right) \right]_0^l + \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \int_0^l \Delta T \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx \right) \quad (\text{C.20})$$

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = -\left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \frac{2}{l} \int_0^l \Delta T \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx \quad (\text{C.21})$$

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = -\left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \Delta T_n \quad (\text{C.22})$$

avec ΔT_n la projection de ΔT sur le mode n .

Sachant que Δp est uniforme sur le nanofil, le troisième terme devient :

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\Delta p(t)}{\kappa} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = \frac{2\Delta p(t)}{l\kappa} \int_0^l \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx \quad (\text{C.23})$$

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\Delta p(t)}{\kappa} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = -\frac{2\Delta p(t)}{l\kappa} \frac{l}{n\pi} \left[\cos \left(\frac{n\pi}{l} x \right) \right]_0^l \quad (\text{C.24})$$

$$\frac{2}{l} \int_0^l \frac{\Delta p(t)}{\kappa} \sin \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = -\frac{2\Delta p(t)}{l\kappa} \frac{l}{n\pi} ((-1)^n - 1) \quad (\text{C.25})$$

L'équation (C.15) peut être réécrite :

$$\Delta T_n + \frac{\rho c_p l^2}{\kappa (n\pi)^2} \Delta \dot{T}_n = -\frac{2l^2}{\kappa (n\pi)^3} ((-1)^n - 1) \Delta p(t) \quad (\text{C.26})$$

Seuls les modes impairs participent à la conduction thermique dans le cas où le problème est symétrique par rapport au centre du nanofil. L'équation (C.27) peut s'écrire :

$$\Delta T_{2n+1} + \tau_{th2n+1} \Delta \dot{T}_{2n+1} = R_{th2n+1} \Delta P(t) \quad (\text{C.27})$$

avec $\tau_{th2n+1} = \frac{\rho c_p l^2}{\kappa ((2n+1)\pi)^2}$, $R_{th2n+1} = \frac{4l}{S\kappa ((2n+1)\pi)^3}$ et $\Delta P = \Delta p S l$ respectivement la constante de temps, la résistance thermique du nanofil et la puissance totale dissipée dans le nanofil.

C.3 Calcul de la température moyenne sur le nanofil avec plateau

Soit un nanofil de longueur l et de section S avec plateau thermique de longueur l_p et de section S_p (Fig. D.1). Nous allons montrer dans l'Annexe D que le paramètre d'intérêt pour étudier la rétroaction thermo-piezorésistive est la moyenne linéique de la variation de température sur le nanofil. Pour établir son expression, nous pouvons tout d'abord définir :

— La puissance totale dissipée dans la structure :

$$P(t) = l S p_{nf}(t) + l_p S_p p_{pl}(t) \quad (\text{C.28})$$

Cette puissance prend la forme : $P(t) = P_s + \Delta P(t)$ avec P_s un terme statique et $\Delta P(t)$ un terme sinusoïdal.

— La puissance utile dissipée dans la structure :

$$P_u(t) = \frac{lS}{2} p_{nf}(t) + l_p S_p p_{pl}(t) \quad (\text{C.29})$$

Cette puissance prend la forme : $P_u(t) = P_{u,s} + \Delta P_u(t)$ avec $P_{u,s}$ un terme statique et $\Delta P_u(t)$ un terme sinusoïdal.

— La densité de puissance dissipée dans le nanofil et dans le plateau est donnée respectivement par $p_{nf}(t) = p_{nf,s} + \Delta p_{nf}(t)$ et $p_{pl}(t) = p_{pl,s} + \Delta p_{pl}(t)$. Chacune d'elle est composée d'une partie statique et d'une partie sinusoïdale.

— Une relation entre la densité de puissance dissipée dans le nanofil et celle dissipée dans le plateau :

$$\begin{cases} p_{pl,s} = p_{nf,s} \frac{S^2}{S_p^2} \\ \Delta p_{pl}(t) = \Delta p_{nf}(t) \frac{S^2}{S_p^2} \end{cases} \quad (\text{C.30})$$

Pour le nanofil avec plateau thermique, la moyenne linéique de la température du nanofil s'écrit :

$$\bar{T} = \frac{1}{l + l_p} \left(l \bar{T}_{nf} + l_p \bar{T}_{pl} \right) \quad (\text{C.31})$$

\bar{T}_{nf} et \bar{T}_{pl} représente la température moyenne dans chaque sous partie de la structure (nanofil et plateau). Ces deux dernières peuvent être calculées séparément :

$$\bar{T}_{nf} = \frac{2}{l} \int_0^{l/2} T_{nf} dx = T_0 + \frac{T_p(t) - T_0}{2} + \frac{l^2}{48\kappa} p_{nf}(t) - \frac{\rho c_p l^2}{96\kappa} \dot{T}_p(t) \quad (\text{C.32})$$

$$\bar{T}_{pl} = \frac{1}{l_p} \int_{-l_p/2}^{l_p/2} T_{pl} dx = T_p(t) + \frac{l_p^2}{12\kappa} p_{pl}(t) - \frac{\rho c_p l_p^2}{12\kappa} \dot{T}_p(t) \quad (\text{C.33})$$

De plus, nous avons montré (Chapitre 4.2.2.3) que la température aux deux extrémités du plateau $T_p(t)$ est régie par l'équation :

$$(T_p(t) - T_0) + \tau_{th} \dot{T}_p(t) = R_{th} P_u(t) \quad (\text{C.34})$$

avec $P_u(t)$ la puissance utile dissipée dans la structure. Pour une puissance utile avec une contribution sinusoïdale, la température $T_p(t)$ s'écrit :

$$T_p(t) = T_{p,s} + \Delta T_{p,r} - j\omega\tau_{th}\Delta T_{p,r} \quad (\text{C.35})$$

avec $T_{p,s} = T_0 + R_{th} P_{u,s}$ un terme statique, $\Delta T_{p,r} = \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \Delta P_u(t)$ un terme variable réel (en phase). Nous pouvons remarquer que $T_p(t)$ est également composé d'une partie imaginaire (retardée) d'amplitude $\omega\tau_{th}\Delta T_{p,r}$. La résistance thermique R_{th} et la constante de temps thermique τ_{th} ont été définies dans le Chapitre 4.2.2.3 par :

$$\begin{cases} R_{th} = \frac{l}{4\kappa S} \\ \tau_{th} = \frac{\rho c_p l l_p S_p}{4\kappa S} \end{cases} \quad (\text{C.36})$$

Les équations (C.31), (C.32), (C.33) et (C.35) permettent de montrer que la moyenne linéique de la température sur la structure peut s'écrire :

$$\bar{T} = \bar{T}_s + \overline{\Delta T}_r + j\overline{\Delta T}_i \quad (\text{C.37})$$

avec \bar{T}_s la moyenne linéique de la température statique sur la structure. Nous nous intéresserons particulièrement à $\overline{\Delta T}_r$ et $\overline{\Delta T}_i$ respectivement la partie réelle (en phase) et imaginaire (retardée) de la moyenne linéique de la variation de température sur la structure ($\overline{\Delta T}$) :

$$\begin{cases} \overline{\Delta T}_r = \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \Delta T_{p,r} + \frac{l^3}{48\kappa} \Delta p_{nf}(t) + \frac{l_p^3}{12\kappa} \Delta p_{pl}(t) \right) \\ \overline{\Delta T}_i = -\frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \omega\tau_{th} + \omega \left(\frac{\rho c_p l^3}{96\kappa} + \frac{\rho c_p l_p^3}{12\kappa} \right) \right) \Delta T_{p,r} \end{cases} \quad (\text{C.38})$$

Sachant que $\Delta T_{p,r} = \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \Delta P_u(t)$, l'équation (C.39) devient :

$$\begin{cases} \overline{\Delta T_r} = \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \Delta P_u(t) + \frac{l^3}{48\kappa} \Delta p_{nf}(t) + \frac{l_p^3}{12\kappa} \Delta p_{pl}(t) \right) \\ \overline{\Delta T_i} = -\frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \omega\tau_{th} + \omega \left(\frac{\rho c_p l^3}{96\kappa} + \frac{\rho c_p l_p^3}{12\kappa} \right) \right) \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \Delta P_u(t) \end{cases} \quad (C.39)$$

Nous souhaitons relier la moyenne linéique de la variation de température ($\overline{\Delta T}$) à la variation de puissance totale dissipée dans la structure ($\Delta P(t)$). Les équations (C.28), (C.29) et (C.30) permettent de relier $\Delta p_{nf}(t)$, $\Delta p_{pl}(t)$ et $\Delta P_u(t)$ à $\Delta P(t)$:

$$\begin{cases} \Delta p_{nf}(t) = \frac{S_p}{lS_p + l_p S^2} \Delta P(t) \\ \Delta p_{pl}(t) = \frac{S}{lS_p^2 + l_p S_p S} \Delta P(t) \\ \Delta P_u(t) = \frac{lS_p + 2l_p S}{2lS_p + 2l_p S} \Delta P(t) \end{cases} \quad (C.40)$$

Traisons dans un premier temps la partie réelle de la moyenne linéique de la variation de température sur la structure $\overline{\Delta T_r}$ (C.39) :

$$\overline{\Delta T_r} = \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \Delta P_u(t) + \frac{l^3}{48\kappa} \Delta p_{nf}(t) + \frac{l_p^3}{12\kappa} \Delta p_{pl}(t) \right) \quad (C.41)$$

$$\overline{\Delta T_r} = \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \frac{R_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \Delta P_u(t) + \frac{R_{th}}{12} S l^2 \Delta p_{nf}(t) + \frac{R_{th}}{3} \frac{l_p^3 S}{l} \Delta p_{pl}(t) \right) \quad (C.42)$$

Pour simplifier la démonstration, nous considérerons que le produit $\omega\tau_{th} \ll 1$. Cette hypothèse est correcte quel que soit le nanofil introduit dans un résonateur R_2 . Néanmoins, elle atteint ses limites pour les résonateurs R_3 ayant une fréquence de résonance plus élevée (le détails des résonateurs est donné dans le Chapitre 3.1).

$$\overline{\Delta T_r} = \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \frac{lS_p + 2l_p S}{2lS_p + 2l_p S} + \frac{l^3 S_p^2 + 4l_p^3 S^2}{12l^2 S_p^2 + 12lS l_p S_p} \right) R_{th} \Delta P(t) \quad (C.43)$$

$$\overline{\Delta T_r} = R_{th,eq} \Delta P(t) \quad (C.44)$$

avec :

$$R_{th,eq} = \frac{1}{l + l_p} \left(\frac{l + 2l_p}{2} \frac{lS_p + 2l_p S}{2lS_p + 2l_p S} + \frac{l^3 S_p^2 + 4l_p^3 S^2}{12l^2 S_p^2 + 12lS l_p S_p} \right) R_{th} \quad (C.45)$$

la résistance thermique équivalente permettant de relier la moyenne linéique de la variation de température à la variation de puissance totale dissipée dans le nanofil.

Traisons maintenant la partie imaginaire de la moyenne linéique de la variation de température sur la structure $\overline{\Delta T_i}$ (C.39) :

$$\overline{\Delta T_i} = -\frac{1}{l+l_p} \left(\frac{l+2l_p}{2} \omega \tau_{th} + \omega \left(\frac{\rho c_p l^3}{96\kappa} + \frac{\rho c_p l_p^3}{12\kappa} \right) \right) \frac{R_{th}}{1+(\omega \tau_{th})^2} \Delta P_u(t) \quad (C.46)$$

$$\overline{\Delta T_i} = -\omega \tau_{th} \frac{1}{l+l_p} \frac{lS_p+2l_pS}{2lS_p+2l_pS} \left(\frac{l+2l_p}{2} + \frac{lS}{3l_pS_p} \frac{l^3+8l_p^3}{8l^2} \right) R_{th} \Delta P(t) \quad (C.47)$$

$$\overline{\Delta T_i} = -\omega \tau_{th,eq} R_{th,eq} \Delta P(t) \quad (C.48)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{th,eq} = \frac{1}{l+l_p} \left(\frac{l+2l_p}{2} \frac{lS_p+2l_pS}{2lS_p+2l_pS} + \frac{l^3S_p^2+4l_p^3S^2}{12l^2S_p^2+12lSl_pS_p} \right) R_{th} \\ \tau_{th,eq} = \frac{R_{th}\tau_{th}}{R_{th,eq}} \frac{1}{l+l_p} \frac{lS_p+2l_pS}{2lS_p+2l_pS} \left(\frac{l+2l_p}{2} + \frac{lS}{3l_pS_p} \frac{l^3+8l_p^3}{8l^2} \right) \end{array} \right. \quad (C.49)$$

C.4 Méthode 3ω

La mise en œuvre de la méthode 3ω dans le nanofil revient à résoudre l'équation de la chaleur pour une polarisation par un courant de pulsation ω ($I(t) = I_0 \sin(\omega t)$). Nous supposons que le nanofil présente une résistance R donnée par :

$$R = R_0 (1 + \alpha_{TCR} \Delta T) \quad (C.50)$$

avec R_0 la résistance à T_0 , α_{TCR} le TCR et ΔT l'élévation de température. Compte tenu du rapport de forme élevé, nous traitons le cas d'un barreau rectangulaire à une dimension comme dans le Chapitre 4. Sous vide, nous nous intéresserons exclusivement aux propriétés de conduction dans le silicium (la convection et le rayonnement seront négligés). Cela revient à résoudre l'équation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{R_0 I_0^2 \sin^2(\omega t)}{lS} [1 + \alpha_{TCR} (T(x,t) - T_0)] \\ T(0,t) = T(l,t) = T_0 \\ T(x, -\infty) = T_0 \end{array} \right. \quad (C.51)$$

L'étude menée par *Lu et. al* dans [92] a montré qu'en faisant le changement de variable $\Delta T(x,t) = T(x,t) - T_0$ et si la condition $\frac{R_0 I_0^2 \alpha_{TCR} l}{\pi^2 \kappa S} \ll 1$ est respectée, alors :

$$\Delta T(x, t) = \frac{2R_0 I_0^2 l}{\pi^3 \kappa S} \sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)}{n^3} \left[1 - \frac{\sin(2\omega t + \phi_n)}{\sqrt{1 + \cot^2 \phi_n}} \right] \quad (\text{C.52})$$

avec $\cot \phi_n = \frac{2\omega \rho c_p l^2}{n^2 \pi^2 \kappa}$. Nous pouvons maintenant estimer la variation de résistance causée par cette élévation de température :

$$\Delta R = \frac{R_0 \alpha_{TCR}}{l} \int_0^l \Delta T(x, t) dx = \frac{2\alpha_{TCR} R_0^2 I_0^2 l}{\pi^3 \kappa S} \sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \frac{2}{\pi n^4} \left[1 - \frac{\sin(2\omega t + \phi_n)}{\sqrt{1 + \cot^2 \phi_n}} \right] \quad (\text{C.53})$$

La tension mesurée aux bornes du nanofil $U(t) = (R_0 + \Delta R) I_0 \sin(\omega t)$ sera donnée par :

$$U(t) = R_0 I_0 \sin(\omega t) + \frac{2\alpha_{TCR} R_0^2 I_0^3 l}{\pi^4 \kappa S} \sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \frac{2}{n^4} \left[\sin(\omega t) + \frac{\cos(3\omega t + \phi_n) - \cos(\omega t + \phi_n)}{2\sqrt{1 + \cot^2 \phi_n}} \right] \quad (\text{C.54})$$

Nous pouvons extraire la composante à 3ω qui va permettre ensuite de déterminer la conductivité thermique et la capacité thermique massique des nanofils en silicium.

$$U_{3\omega}(t) = \frac{2\alpha_{TCR} R_0^2 I_0^3 l}{\pi^4 \kappa S} \sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \frac{1}{n^4} \frac{\cos(3\omega t + \phi_n)}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\omega \rho c_p l^2}{n^2 \pi^2 \kappa}\right)^2}} \quad (\text{C.55})$$

A basse fréquence ($\omega \rightarrow 0$) et sachant que $\sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{96}$, nous allons pouvoir évaluer

$U_{3\omega}$ la valeur RMS de $U_{3\omega}(t)$ avec un Lock-In Amplifier (détection synchrone) :

$$U_{3\omega} \approx \frac{\alpha_{TCR} R_0^2 I^3 l}{24 \kappa S} \quad (\omega \rightarrow 0) \quad (\text{C.56})$$

avec I la valeur RMS du courant $I(t)$. L'Expression C.56 de $U_{3\omega}$ met en évidence qu'à basse fréquence ($\omega \rightarrow 0$), la composante à 3ω ne va dépendre que de la conductivité thermique κ .

A haute fréquence ($\omega \rightarrow \infty$) et sachant que $\sum_{\substack{n \geq 1 \\ \text{impair}}} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$, la mesure réalisée au

Lock-In Amplifier de $U_{3\omega}$ RMS sera donnée par :

$$U_{3\omega} = \frac{\alpha_{TCR} R_0^2 I^3}{4\omega \rho c_p l S} \quad (\omega \rightarrow \infty) \quad (\text{C.57})$$

L'Expression C.57 de $U_{3\omega}$ met en évidence qu'à haute fréquence ($\omega \rightarrow \infty$), la composante à 3ω ne va dépendre que de la capacité thermique massique c_p .

D

Force thermoélastique

Cette annexe présente le calcul de l'expression de la force thermoélastique dans un nanofil en silicium lorsqu'il est soumis à une élévation de température ΔT . Pour cette démonstration, nous considérons le cas du nanofil avec plateau thermique, illustré par la Figure D.1.

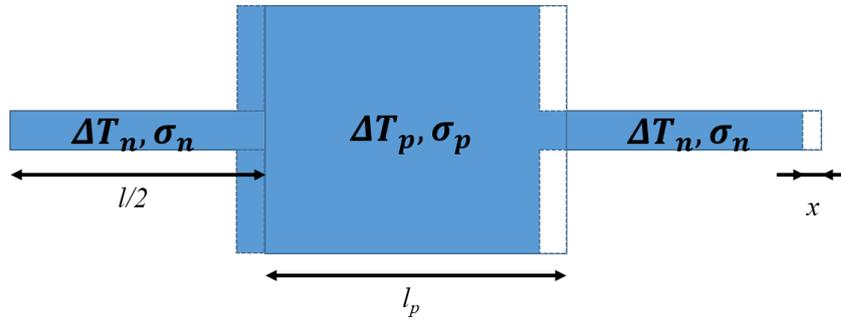


Figure D.1: Nanofil avec plateau thermique utilisé pour démontrer l'expression de la force thermoélastique.

La contrainte σ dans le nanofil, qui résulte de la déformation ϵ et de la dilatation thermique α , peut être décrite par :

$$\sigma = E (\epsilon - \alpha \Delta T) \quad (\text{D.1})$$

avec E le module de Young et ΔT la variation de température.

En intégrant ϵ sur la longueur totale :

$$X = \frac{1}{E} \left(\int_l \sigma_n + \int_{l_p} \sigma_p \right) + \alpha \left(\int_l \Delta T_n + \int_{l_p} \Delta T_p \right) \quad (\text{D.2})$$

$$X = \frac{1}{E} \left(\int_l \sigma_n + \int_{l_p} \sigma_p \right) + \alpha \left(\int_l \Delta T_n + \int_{l_p} \Delta T_p \right) \quad (\text{D.3})$$

La contrainte étant uniforme dans chaque sous-partie (nanofil et plateau) :

$$X = \frac{1}{E} (l\sigma_n + l_p\sigma_p) + \alpha (l\overline{\Delta T_n} + l_p\overline{\Delta T_p}) \quad (\text{D.4})$$

avec $\overline{\Delta T_n}$ et $\overline{\Delta T_p}$ respectivement les moyennes linéiques de la variation de température sur le nanofil et le plateau thermique. L'équilibre des forces mécaniques impose que :

$$\sigma_n S = \sigma_p S_p \quad (\text{D.5})$$

avec S et S_p la section du nanofil et du plateau thermique. L'équation (D.4) peut également s'écrire :

$$X = \sigma_n S \left(\frac{l}{ES} + \frac{l_p}{ES_p} \right) + \alpha l_{tot} \overline{\Delta T} \quad (\text{D.6})$$

$$X = \frac{\sigma_n S}{k_{eq}} + \alpha l_{tot} \overline{\Delta T} \quad (\text{D.7})$$

avec $\overline{\Delta T}$ la variation de température moyenne linéique sur l'ensemble du nanofil et k_{eq} la raideur équivalente de la structure du nanofil avec plateau thermique. Compte tenu des dimensions, cette raideur est largement dominée par le nanofil donc nous pourrions considérer que :

$$k_{eq} = k_{NW} = \frac{ES}{l} \quad (\text{D.8})$$

La force résultante de cette contrainte peut s'écrire :

$$F = -\sigma_n S \quad (\text{D.9})$$

L'équation (D.4) devient :

$$F = -k_{NW} X + \alpha k_{NW} l_{tot} \overline{\Delta T} \quad (\text{D.10})$$

Dans (D.10), le premier terme correspond à la force de rappel de la structure et le second terme correspond à la force thermoélastique F_{TE} donnée par :

$$F_{TE} = \alpha k_{NW} l_{tot} \overline{\Delta T} \quad (\text{D.11})$$

L'expression de la force thermoélastique (D.11) montre bien l'importance d'évaluer la variation de température moyenne linéique sur la structure considérée.

Publications au cours de la thèse

Conférences

[R1] P. JANIoud, A. KOUMELA, C. POULAIN, P. REY, A. BERTHELOT, P. MORFOULI et G. JOURDAN ; « Tuning the anti-phase mode sensitivity to vibrations of a MEMS gyroscope » ; Conférence internationale Eurosensors ; Paris (France) ; 2017 ; Oral.

[R2] P. JANIoud, A. KOUMELA, C. POULAIN, P. REY, A. BERTHELOT, P. MORFOULI et G. JOURDAN ; « Stiffness correction method for improving vibration immunity of a MEMS tuning fork gyroscope » ; Conférence internationale Micro & Nano ; Thessalonique (Grèce) ; 2018 ; Oral.

[R3] P. JANIoud, A. KOUMELA, C. POULAIN, S. LOUWERS, C. LADNER, P. MORFOULI et G. JOURDAN ; « Thermal Piezoresistive Back Action enhancement using an innovative design of silicon nanobeam » ; Conférence internationale MEMS ; Séoul (Corée du Sud) ; 2019 ; Oral.

[R4] P. JANIoud, A. KOUMELA, C. POULAIN, S. LOUWERS, C. LADNER, P. MORFOULI et G. JOURDAN ; « Switching thermal piezoresistive oscillators from damped to self-sustained regime using tunable resistors » ; Conférence internationale Transducers Eurosensors ; Berlin (Allemagne) ; 2019 ; Poster.

[R5] P. JANIoud, C. POULAIN, A. KOUMELA, J.M. ARMANI, A. DUPRET, P. REY, A. BERTHELOT, G. JOURDAN et P. MORFOULI ; « Effects of gamma radiation on suspended silicon nanogauges bridge used for MEMS transduction » ; Conférence internationale ESREF ; Athènes (Grèce) ; 2020 ; Oral.

Articles

[R6] P. JANIoud, A. KOUMELA, C. POULAIN, P. REY, A. BERTHELOT, P. MORFOULI et G. JOURDAN ; « Vibration sensitivity reduction of a tuning fork MEMS gyroscope by an electrostatic rebalance of the anti-phase mode » ; Soumis à la revue IEEE Journal of MEMS.

Workshops

[R7] P. JANIoud, A. KOUMELA, C. POULAIN, P. REY, A. BERTHELOT, P. MORFOULI et G. JOURDAN ; « Thermal Piezoresistive Back Action in P-type silicon nanogauges based MEMS » ; Workshop MME ; Uppsalla (Suède) ; 2017 ; Poster.

Brevets

Deux brevets en cours de rédaction.

Références

- [1] R. BOGUE, « MEMS sensors : past, present and future, » *Sensor Review*, t. 27, n° 1, p. 7-13, jan. 2007.
- [2] C. S. SMITH, « Piezoresistance Effect in Germanium and Silicon, » *Physical Review*, t. 94, n° 1, p. 42-49, avr. 1954.
- [3] W. G. PFANN et R. N. THURSTON, « Semiconducting Stress Transducers Utilizing the Transverse and Shear Piezoresistance Effects, » *Journal of Applied Physics*, t. 32, n° 10, p. 2008-2019, oct. 1961.
- [4] O. N. TUFTE, P. W. CHAPMAN et D. LONG, « Silicon Diffused-Element Piezoresistive Diaphragms, » *Journal of Applied Physics*, t. 33, n° 11, p. 3322-3327, nov. 1962.
- [5] H. A. WAGGENER, R. C. KRAGNESS et A. L. TYLER, « Anisotropic etching for forming isolation slots in silicon beam leaded integrated circuits, » in *International Electron Devices Meeting*, oct. 1967, p. 68-68.
- [6] M. SHIMBO, K. FURUKAWA, K. FUKUDA et al., « Silicon-to-silicon direct bonding method, » *Journal of Applied Physics*, t. 60, n° 8, p. 2987-2989, oct. 1986.
- [7] F. LAERMER et A. SCHILP, « Method of anisotropically etching silicon, » US5501893A, mar. 1996.
- [8] YOLE-DEVELOPPEMENT, *Status of the MEMS Industry 2018 Market and technology*, 2018.
- [9] A. NATHAN et H. BALTES, *Microtransducer CAD*, S. SELBERHERR, éd., sér. Computational Microelectronics. Springer Vienna, 1999.
- [10] P. ROBERT, V. NGUYEN, S. HENTZ et al., « M&NEMS : A new approach for ultra-low cost 3D inertial sensor, » in *IEEE Sensors*, oct. 2009, p. 963-966.
- [11] O. A. BAUCHAU, J. I. CRAIG et G. M. L. GLADWELL, éd., *Structural Analysis*, sér. Solid Mechanics and Its Applications. Dordrecht : Springer Netherlands, 2009, t. 163.
- [12] A. NOWODZINSKI, D. S. AHMED, C. THEODOROU et al., « 1/f Noise Characterization of Piezoresistive Nano-Gauges for MEMS Sensors, » in *IEEE SENSORS*, oct. 2018, p. 1-4.
- [13] A. WALTHER, M. SAVOYE, G. JOURDAN et al., « 3-Axis gyroscope with Si nanogage piezo-resistive detection, » in *IEEE 25th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2012, p. 480-483.
- [14] H. LHERMET, T. VERDOT, A. BERTHELOT et al., « First microphones based on an in-plane deflecting micro-diaphragm and piezoresistive nano-gauges, » in *IEEE Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2018, p. 249-252.
- [15] Y. DEIMERLY, « Vers des centrales inertielles compactes basées sur des nanojauges piezoresistives : Problématique de co-intégration, » thèse de doct., Université Paris-Est, 2013.
- [16] B. FAIN, A. CHAEHOI, A. BERTHELOT et al., « High-damped accelerometer based on squeeze-film damping and piezoresistive nanogauge detection for vibrating environments, » in *19th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS)*, juin 2017, p. 603-606.

- [17] N. KACEM, « Nonlinear dynamics of M&NEMS resonant sensors : design strategies for performance enhancement, » thèse de doct., INSA Lyon, 2010.
- [18] D. ETTELT, « Conception et fabrication d'un magnétomètre à jauge de contrainte, » thèse de doct., Université Grenoble Alpes, 2012.
- [19] S. DELLEA, F. GIACCI, A. F. LONGONI et al., « In-Plane and Out-of-Plane MEMS Gyroscopes Based on Piezoresistive NEMS Detection, » *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 24, n° 6, p. 1817-1826, déc. 2015.
- [20] S. DELLEA, F. GIACCI, A. LONGONI et al., « Large full scale, linearity and cross-axis rejection in low-power 3-axis gyroscopes based on nanoscale piezoresistors, » *IEEE 28th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2015, p. 37-40.
- [21] F. GIACCI, S. DELLEA et G. LANGFELDER, « Signal integrity in capacitive and piezoresistive single- and multi-axis MEMS gyroscopes under vibrations, » *Microelectronics Reliability*, t. 75, p. 59-68, août 2017.
- [22] Y. DEIMERLY, P. ROBERT, G. JOURDAN et al., « Ultra-compact absolute pressure sensor based on mechanical amplification coupled to a suspended piezoresistive nanogauge, » in *The 17th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS EUROSENSORS XXVII)*, juin 2013, p. 1767-1770.
- [23] G. LEHEE, « Capteurs de pression à nanojauges pour application aéronautique, » thèse de doct., Université Paris-Saclay, 2015.
- [24] J. CZARNY, « Conception, fabrication and characterization of a MEMS microphone, » thèse de doct., INSA Lyon, 2015.
- [25] H. VEENDRICK, « Wafers and Transistors, » in *Bits on Chips*. Cham : Springer International Publishing, 2019, p. 139-150.
- [26] M. A. HOPCROFT, W. D. NIX et T. W. KENNY, « What is the Young's Modulus of Silicon ? » *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 19, n° 2, p. 229-238, avr. 2010.
- [27] H. SADEGHIAN, C.-K. YANG, J. F. L. GOOSEN et al., « Effects of size and defects on the elasticity of silicon nanocantilevers, » *Journal of Micromechanics and Microengineering*, t. 20, n° 6, p. 064 012, juin 2010.
- [28] G.-F. WANG et X.-Q. FENG, « Effects of surface elasticity and residual surface tension on the natural frequency of microbeams, » *Applied Physics Letters*, t. 90, n° 23, p. 231 904, 2007. eprint : <https://doi.org/10.1063/1.2746950>.
- [29] K. TAKAI, M. IKEDA, T. YAMASAKI et al., « Size and temperature dependence of the energy gaps in Si, SiC and C quantum dots based on tight-binding molecular dynamics simulations, » en, *Journal of Physics Communications*, t. 1, n° 4, p. 045 010, nov. 2017.
- [30] J. C. IRVIN, « Resistivity of bulk silicon and of diffused layers in silicon, » *The Bell System Technical Journal*, t. 41, n° 2, p. 387-410, mar. 1962.
- [31] N. D. ARORA, J. R. HAUSER et D. J. ROULSTON, « Electron and hole mobilities in silicon as a function of concentration and temperature, » *IEEE Transactions on Electron Devices*, t. 29, n° 2, p. 292-295, fév. 1982.
- [32] P. W. CHAPMAN, O. N. TUFTE, J. D. ZOOK et al., « Electrical Properties of Heavily Doped Silicon, » *Journal of Applied Physics*, t. 34, n° 11, p. 3291-3295, nov. 1963.
- [33] W. M. BULLIS, F. H. BREWER, C. D. KOLSTAD et al., « Temperature coefficient of resistivity of silicon and germanium near room temperature, » *Solid-State Electronics*, t. 11, n° 7, p. 639-646, juil. 1968.

- [34] A. D. MCCONNELL et K. E. GOODSON, « Thermal conduction in silicon micro- and nanostructures, » English, *Annual Review of Heat Transfer*, t. 14, 2005.
- [35] A. I. HOCHBAUM, R. CHEN, R. D. DELGADO et al., « Enhanced thermoelectric performance of rough silicon nanowires, » *Nature*, t. 451, p. 163, jan. 2008.
- [36] W. PARK, D. D. SHIN, S. J. KIM et al., « Phonon conduction in silicon nanobeams, » *Applied Physics Letters*, t. 110, n° 21, p. 213102, mai 2017.
- [37] X. LI, K. MAUTE, M. L. DUNN et al., « Strain effects on the thermal conductivity of nanostructures, » *Physical Review B*, t. 81, n° 24, p. 245318, juin 2010.
- [38] P. ALLAIN, « Etude des propriétés électro-thermo-mécaniques de nanofils en silicium pour leur intégration dans les microsystèmes, » thèse de doct., Université Paris-Sud, 2012.
- [39] Y. ZHANG, J. X. CAO, Y. XIAO et al., « Phonon spectrum and specific heat of silicon nanowires, » *Journal of Applied Physics*, t. 102, n° 10, p. 104303, nov. 2007.
- [40] Y. KANDA, « A graphical representation of the piezoresistance coefficients in silicon, » *IEEE Transactions on Electron Devices*, t. 29, p. 64-70, jan. 1982.
- [41] J. RICHTER, J. PEDERSEN, M. BRANDBYGE et al., « Piezoresistance in p-type silicon revisited, » *Journal of Applied Physics*, t. 104, n° 2, p. 023715, juil. 2008.
- [42] C. CHO, R. C. JAEGER et J. C. SUHLING, « Characterization of the Temperature Dependence of the Piezoresistive Coefficients of Silicon From -150°C to $+125^{\circ}\text{C}$, » *IEEE Sensors Journal*, t. 8, n° 8, p. 1455-1468, août 2008.
- [43] R. HE et P. YANG, « Giant piezoresistance effect in silicon nanowires, » *Nature Nanotechnology*, t. 1, n° 1, p. 42-46, oct. 2006.
- [44] J. S. MILNE, A. C. ROWE, S. ARSCOTT et al., « Giant piezoresistance effects in silicon nanowires and microwires., » *Physical review letters*, t. 105, n° 22, p. 226802-226802, nov. 2010.
- [45] A. KOUMELA, D. MERCIER, C. DUPRÉ et al., « Piezoresistance of top-down suspended Si nanowires, » *Nanotechnology*, t. 22, n° 39, p. 395701, sept. 2011.
- [46] H. WATANABE, N. YAMADA et M. OKAJI, « Linear Thermal Expansion Coefficient of Silicon from 293 to 1000 K, » *International Journal of Thermophysics*, t. 25, n° 1, p. 221-236, jan. 2004.
- [47] B. S. BERRY et W. C. PRITCHET, « Stress and thermal expansion of boron-doped silicon membranes on silicon substrates, » *Journal of Vacuum Science & Technology A*, t. 9, n° 4, p. 2231-2234, juil. 1991.
- [48] F. GIACCI, S. DELLEA et G. LANGFELDER, « Capacitive vs Piezoresistive MEMS Gyroscopes : A Theoretical and Experimental Noise Comparison, » *Procedia Engineering*, Euroensors 2015, t. 120, p. 406-409, jan. 2015.
- [49] A. KOUMELA, C. POULAIN, C. LE GOC et al., « Resilience to Vibration of a Tuning Fork MEMS Gyroscope, » *Procedia Engineering*, Proceedings of the 30th anniversary Euroensors Conference – Euroensors 2016, 4-7. September 2016, Budapest, Hungary, t. 168, p. 1725-1730, jan. 2016.
- [50] A. A. TRUSOV, S. A. ZOTOV et A. M. SHKEL, « Electrostatic regulation of quality factor in non-ideal tuning fork MEMS, » in *2011 IEEE SENSORS Proceedings*, oct. 2011, p. 20-23.
- [51] Y. GUAN, S. GAO, H. LIU et al., « Vibration Sensitivity Reduction of Micromachined Tuning Fork Gyroscopes through Stiffness Match Method with Negative Electrostatic Spring Effect, » *Sensors (Basel, Switzerland)*, t. 16, n° 7, juil. 2016.

- [52] J.-T. LIEWALD, B. KUHLMANN, T. BALSINK et al., « 100 kHz MEMS Vibratory Gyroscope, » *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 22, n° 5, p. 1115-1125, oct. 2013.
- [53] P. TIPLER et G. MOSCA, *Physics for Scientists and Engineers*, sér. Physics for Scientists and Engineers : Standard. W. H. Freeman, 2007.
- [54] G. K. FEDDER, « Simulation of microelectromechanical systems, » thèse de doct., University of California Berkeley, 1994.
- [55] G. LEHÉE, F. SOUCHON, J. C. RIOU et al., « Low power damping control of a resonant sensor using back action in silicon nanowires, » in *IEEE 29th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2016, p. 99-102.
- [56] G. LEHÉE, R. ANCIANT, F. SOUCHON et al., « P-type silicon nanogauge based self-sustained oscillator, » in *19th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (Transducers)*, juin 2017.
- [57] K. L. PHAN, P. G. STEENEKEN, M. J. GOOSSENS et al., « Spontaneous mechanical oscillation of a DC driven single crystal, » <https://arxiv.org/abs/0904.3748v1>, avr. 2009.
- [58] P. G. STEENEKEN, K. L. PHAN, M. J. GOOSSENS et al., « Piezoresistive heat engine and refrigerator, » *Nature Physics*, t. 7, n° 4, p. 354-359, avr. 2011, arXiv : 1001.3170.
- [59] A. RAHAFROOZ et S. POURKAMALI, « Fully micromechanical piezo-thermal oscillators, » in *IEEE International Electron Devices Meeting (IEDM)*, déc. 2010, p. 7.2.1-7.2.4.
- [60] A. RAHAFROOZ et S. POURKAMALI, « High frequency dual-mode thermal-piezoresistive oscillators, » in *Joint Conference of the IEEE International Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS) Proceedings*, mai 2011, p. 1-4.
- [61] A. HAJJAM, J. C. WILSON, A. RAHAFROOZ et al., « Self-sustained micromechanical resonant particulate microbalance/counters, » in *2011 IEEE 24th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems*, jan. 2011, p. 629-632.
- [62] A. HAJJAM, A. LOGAN, J. PANDIYAN et al., « High frequency thermal-piezoresistive MEMS resonators for detection of organic gases, » in *2011 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS) Proceedings*, mai 2011, p. 1-5.
- [63] B. TOUSIFAR, A. RAHAFROOZ et S. POURKAMALI, « Hydrogen detection using thermally actuated MEMS resonators, » in *2011 IEEE SENSORS*, oct. 2011, p. 12-15.
- [64] X. GUO, A. RAHAFROOZ, Y. YI et al., « Self-sustained micromechanical resonant pressure sensors, » in *IEEE SENSORS*, oct. 2012, p. 1-5.
- [65] A. RAHAFROOZ et S. POURKAMALI, « Jitter characterization of fully-micromechanical thermal-piezoresistive oscillators, » in *IEEE International Frequency Control Symposium Proceedings*, mai 2012, p. 1-4.
- [66] A. RAHAFROOZ et S. POURKAMALI, « Thermal-Piezoresistive Energy Pumps in Micromechanical Resonant Structures, » *IEEE Transactions on Electron Devices*, t. 59, n° 12, p. 3587-3593, déc. 2012.
- [67] B. BHUSHAN, *Encyclopedia of nanotechnology*. New York : Springer, 2012.
- [68] X. GUO, Y. YI, A. RAHAFROOZ et al., « Gas sensing using thermally actuated dual plate resonators and self-sustained oscillators, » in *IEEE International Frequency Control Symposium Proceedings*, mai 2012, p. 1-5.

- [69] X. GUO, Y. b. YI et S. POURKAMALI, « Thermal-Piezoresistive Resonators and Self-Sustained Oscillators for Gas Recognition and Pressure Sensing, » *IEEE Sensors Journal*, t. 13, n° 8, p. 2863-2872, août 2013.
- [70] X. GUO, E. MEHDIZADEH, V. KUMAR et al., « An ultra high-Q micromechanical in-plane tuning fork, » in *IEEE SENSORS*, nov. 2014, p. 990-993.
- [71] M. MAHDAVI, A. RAMEZANY, V. KUMAR et al., « SNR improvement in amplitude modulated resonant MEMS sensors via thermal-piezoresistive internal amplification, » in *28th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2015, p. 913-916.
- [72] M. MAHDAVI, A. ABBASALIPOUR, A. RAMEZANY et al., « Micromachined Frequency-Output Force Probes, » *IEEE Sensors Journal*, t. 16, n° 14, p. 5520-5521, juil. 2016.
- [73] A. ABBASALIPOUR, M. MAHDAVI, V. KUMAR et al., « Nano-precision micromachined frequency output profilometer, » in *IEEE SENSORS*, oct. 2016, p. 1-3.
- [74] A. RAMEZANY, M. MAHDAVI et S. POURKAMALI, « Nanoelectromechanical resonant narrow-band amplifiers, » *Microsystems & Nanoengineering*, t. 2, p. 16 004, mar. 2016.
- [75] A. RAMEZANY, S. BABU, V. KUMAR et al., « Resonant piezoresistive amplifiers : Towards single element nano-mechanical RF front ends, » in *IEEE 30th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2017, p. 72-75.
- [76] V. KUMAR, S. M. SEBDANI et S. POURKAMALI, « Sensitivity Enhancement of a Lorentz Force MEMS Magnetometer With Frequency Modulated Output, » *Journal of Microelectromechanical Systems*, n° 99, p. 1-9, 2017.
- [77] A. RAMEZANY et S. POURKAMALI, « Ultrahigh Frequency Nanomechanical Piezoresistive Amplifiers for Direct Channel-Selective Receiver Front-Ends, » *Nano Letters*, mar. 2018.
- [78] A. ABBASALIPOUR, V. KUMAR, A. RAMEZANY et al., « Thermal Piezoresistive Resonant Mass Balance Implemented in a Standard CMOS Process, » in *IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS)*, mai 2018, p. 1-4.
- [79] K. H. LI, C. C. CHEN, M. H. LI et al., « A self-sustained nanomechanical thermal-piezoresistive oscillator with ultra-low power consumption, » in *IEEE International Electron Devices Meeting (IEDM)*, déc. 2014, p. 22.2.1-22.2.4.
- [80] E. CHANG, C. CHEN et S. LI, « Real-time mass sensing and dynamic impact monitoring of printed pico-liter droplets realized by a thermal-piezoresistive self-sustained oscillator, » in *IEEE 29th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2016, p. 1078-1081.
- [81] C. C. CHU, T. Y. LIU, T. M. CHEN et al., « A miniaturized aerosol sensor implemented by a silicon-based MEMS thermal-piezoresistive oscillator, » in *IEEE 30th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2017, p. 1216-1219.
- [82] T. Y. LIU, C. C. CHU, M. H. LI et al., « CMOS-MEMS thermal-piezoresistive oscillators with high transduction efficiency for mass sensing applications, » in *19th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS)*, juin 2017, p. 452-455.
- [83] C. C. CHU, S. DEY, T. Y. LIU et al., « Thermal-Piezoresistive SOI-MEMS Oscillators Based on a Fully Differential Mechanically Coupled Resonator Array for Mass Sensing Applications, » *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 27, n° 1, p. 59-72, fév. 2018.

- [84] T. Y. LIU, C. A. SUNG, C. H. WENG et al., « Gated CMOS-MEMS thermal-piezoresistive oscillator-based PM2.5 sensor with enhanced particle collection efficiency, » in *2018 IEEE Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, jan. 2018, p. 75-78.
- [85] S. SUNDARAM et D. WEINSTEIN, « Bulk mode piezoresistive thermal oscillators : time constants and scaling, » *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, t. 62, n° 8, p. 1554-1562, août 2015.
- [86] C. COHELO, J. GASPAR et L. ROCHA, « Analysis and characterization of thermal-piezoresistive MEMS resonators, » *ScienceDirect*, 2016.
- [87] N. VAN TOAN, N. VAN NHA, Y. SONG et al., « Fabrication and evaluation of capacitive silicon resonators with piezoresistive heat engines, » *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 262, p. 99-107, août 2017.
- [88] J. M. L. MILLER, A. ANSARI, D. B. HEINZ et al., « Effective quality factor tuning mechanisms in micromechanical resonators, » *Applied Physics Reviews*, t. 5, n° 4, p. 041 307, déc. 2018.
- [89] J. M. L. MILLER, H. ZHU, D. B. HEINZ et al., « Thermal-Piezoresistive Tuning of the Effective Quality Factor of a Micromechanical Resonator, » *Physical Review Applied*, t. 10, n° 4, p. 044 055, oct. 2018.
- [90] L. J. van der PAUW, « A method of measuring specific resistivity and hall effect of discs of arbitrary shape, » in *Semiconductor Devices : Pioneering Papers*, WORLD SCIENTIFIC, mar. 1991, p. 174-182.
- [91] B. QIU, Z. TIAN, A. VALLABHANENI et al., « First-principles simulation of electron mean-free-path spectra and thermoelectric properties in silicon, » *EPL (Europhysics Letters)*, t. 109, n° 5, p. 57 006, mar. 2015.
- [92] L. LU, W. YI et D. L. ZHANG, « 3ω method for specific heat and thermal conductivity measurements, » *Review of Scientific Instruments*, t. 72, n° 7, p. 2996, 2001.
- [93] J. RUELLAN, « Conception, fabrication et caractérisation d'un capteur de conductivité thermique à base de nanofils de silicium, » thèse de doct., Université Grenoble Alpes, 2015.
- [94] G. LANGFELDER, S. DELLEA, N. ARESI et al., « Linearity of Piezoresistive Nano-gauges for MEMS Sensors, » *Procedia Engineering*, t. 87, p. 1469-1472, 2014, EUROSENSORS, the 28th European Conference on Solid-State Transducers.
- [95] J. XU, Z. DING, V. CHIDAMBARAM et al., « High Vacuum and High Robustness Al-Ge Bonding for Wafer Level Chip Scale Packaging of MEMS Sensors, » in *IEEE 67th Electronic Components and Technology Conference (ECTC)*, mai 2017, p. 956-960.
- [96] M. NANCEKIEVILL, « The radiation tolerance and development of robotic platforms for nuclear decommissioning, » thèse de doct., University of Manchester, 2012.
- [97] R. OSIANDER, M. DARRIN et J. CHAMPION, *MEMS and Microstructures in Aerospace Applications*. CRC Press, 2018.
- [98] K. HOLBERT, J. NESSEL, S. MCCREADY et al., « Response of piezoresistive mems accelerometers and pressure transducers to high gamma dose, » *IEEE Transactions on Nuclear Science*, t. 50, n° 6, p. 1852-1859, déc. 2003.

Résumé

Titre : Rétroaction thermo-piézorésistive dans des capteurs MEMS à base de nanofils en silicium suspendus

Mots clés : MEMS, nanofil en silicium, résonateur, rétroaction thermo-piézorésistive, thermoélasticité, piézorésistivité, amortissement, auto-oscillation

Le développement de nouvelles technologies, tant dans le domaine de l'électronique grand public (smartphones, internet des objets,...) que dans le domaine automobile (véhicule autonome), a largement favorisé la demande croissante de capteurs miniaturisés toujours plus performants. Dans ce contexte, la transduction piézorésistive basée sur l'utilisation de nanofils en silicium se montre particulièrement intéressante pour améliorer les capacités de détection des capteurs actuels. De nombreux avantages ont pu être identifiés pour les applications NEMS et MEMS, et en particulier, une grande sensibilité et une excellente compacité. Par ailleurs, la consommation reste un problème majeur pour les capteurs miniaturisés. L'utilisation optimisée de nanofils pourrait constituer à terme une différenciation de ce système de transduction pour la conception des capteurs MEMS basse consommation et hautes performances.

La rétroaction thermo-piézorésistive (TPBA), mise en évidence dans les nanofils polarisés par une source continue, permet de contrôler finement la réponse électromécanique et d'optimiser la chaîne de transduction d'un MEMS. Résultant d'un couplage thermique, électrique et mécanique, ce phénomène permet entre autres d'atteindre un régime d'auto-oscillation pouvant être utilisé pour suivre la fréquence de résonance d'un résonateur.

Cette thèse se focalise sur la compréhension de cet effet de rétroaction dans les nanofils utilisés pour les composants M&NEMS développés au CEA-Leti. Une étude approfondie de leurs propriétés, dont les dimensions typiques sont $250 \text{ nm} \times 250 \text{ nm} \times 5 \mu\text{m}$, permet de montrer leur intérêt pour mettre en œuvre ce mécanisme. Basé sur des modèles analytiques et numériques, un modèle global de ce phénomène est proposé. Il est ensuite confronté aux résultats expérimentaux obtenus sur des composants existants et d'autres réalisés dans le cadre de cette thèse. Enfin, une discussion sur les perspectives de cette étude permet d'évaluer le gain apporté par la rétroaction thermo-piézorésistive et d'identifier ses applications potentielles.

Abstract

Title : Thermal piezoresistive back action in suspended silicon nanowires based MEMS

Keywords : MEMS, silicon nanowire, resonator, thermal piezoresistive back action, thermoelasticity, piezoresistivity, damping, self-sustained oscillation

The development of new technologies, either in consumer electronic domain (smartphones, internet of things...) or in automotive domain (autonomous vehicles), largely boosted the increasing demand of miniaturized and highly performant sensors. Piezoresistive transduction by means of silicon nanowire is particularly interesting to improve detection capability of current sensors. Various benefits of this transduction have been identified for NEMS and MEMS applications, and in particular, high sensitivity and excellent compactness. Moreover, power consumption remains a major issue for miniaturized sensors. Optimized use of nanowires could eventually lead to significant improvement of this transduction mechanism for low power and high performances sensors.

Thermal Piezoresistive Back Action (TPBA), highlighted in DC-biased nanowires, allows to finely control electromechanical response and optimize the transduction mechanism of MEMS. Based on a thermal, electrical and mechanical coupling, this phenomenon particularly allows to reach a self-sustained oscillation regime that could be used to monitor the resonance frequency of a resonator.

The objective of this thesis is to study this back action mechanism in nanowires used for M&NEMS components developed at CEA-Leti. A complete study of silicon nanowires properties, whose typical dimensions are $250 \text{ nm} \times 250 \text{ nm} \times 5 \mu\text{m}$, allows to evaluate their interest to implement this mechanism. Based on analytical models and finite element modeling, a model of this phenomenon is proposed. Then, it is confronted with experimental results achieved on existing components and others fabricated during this thesis. Finally, a discussion on the perspectives of this study evaluates the gain brought by this mechanism and its potential applications.