



HAL
open science

**Développement d'une approche numérique par la MED
pour la prédiction des propriétés mécaniques des
matériaux hétérogènes avec prise en compte de leur
variabilité: application aux matériaux composites
biosourcés**

Dounia Moukadiri

► **To cite this version:**

Dounia Moukadiri. Développement d'une approche numérique par la MED pour la prédiction des propriétés mécaniques des matériaux hétérogènes avec prise en compte de leur variabilité: application aux matériaux composites biosourcés. Autre. Université de Picardie Jules Verne, 2019. Français. NNT : 2019AMIE0061 . tel-03637333

HAL Id: tel-03637333

<https://theses.hal.science/tel-03637333>

Submitted on 11 Apr 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse de Doctorat

*Mention Sciences de l'Ingénieur
Spécialité Mécanique*

présentée à l'Ecole Doctorale en Sciences Technologie et Santé (ED 585)

de l'Université de Picardie Jules Verne

par

Dounia MOUKADIRI

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Picardie Jules Verne

***Développement d'une approche numérique par la MED
pour la prédiction des propriétés mécaniques des matériaux
hétérogènes avec prise en compte de leur variabilité :
Application aux matériaux composites biosourcés***

Soutenue le 03 Décembre 2019, après avis des rapporteurs, devant le jury d'examen :

M. Zoheir ABOURA, Professeur des Universités, UTC de Compiègne
M. Christophe MARTIN, Directeur de Recherche, INP de Grenoble
M. Thierry TISON, Professeur des Universités, UPHF
M. Willy LECLERC, Maître de Conférences, UPJV
M. Mohamed GUESSASMA, Professeur des Universités, UPJV
M. Emmanuel BELLENGER, Professeur des Universités, UPJV
M. Frédéric DRUESNE, Enseignant-chercheur HDR, UTC de Compiègne

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Directeur de thèse
Co-Directeur de thèse



Manuscrit de thèse

Dounia Moukadiri

8 janvier 2020

Remerciements

Mes remerciements vont tout d'abord à M. Emmanuel Bellenger, professeur des universités à l'Université de Picardie Jules Verne (UPJV), M. Frédéric Druesne, enseignant-chercheur HDR à l'Université de Technologie de Compiègne (UTC), M. Willy Leclerc, maître de conférences à l'UPJV, M. Mohamed Guessasma, professeur des universités à l'UPJV. Même s'ils sont bien trop modestes pour l'avouer, j'ai quant à moi le sentiment qu'il n'y a pas une étape de mon doctorat qui aurait eu une quelconque valeur sans leur énergie et leur savoir. Je leur suis reconnaissant d'avoir partagé leurs idées avec moi, d'avoir encadré ma thèse avec beaucoup de patience et d'avoir toujours été très disponible et à l'écoute, ce qui m'a énormément encouragé tout au long de la préparation de ce travail. Soyez assurés de mon attachement et de ma profonde gratitude.

Je remercie infiniment M. Zoheir Aboura, professeur des universités à l'UTC, M. Thierry Tison, professeur des Universités à l'Université Polytechnique Hauts-de-France, M. Christophe Martin, directeur de recherche à l'institut polytechnique de Grenoble, non seulement pour l'honneur qu'ils m'ont fait en rapportant ma thèse, mais aussi pour leurs rapports de qualité qui m'ont permis de voir mon travail sous un nouvel angle, pour le temps consacré à la lecture de cette thèse, et aussi pour les suggestions et les remarques judicieuses qu'ils m'ont indiqué.

Je tiens également à remercier tous mes collègues chercheurs et l'ensemble du personnel du Laboratoire des Technologies Innovantes (LTI) (Ghassan et Yassine ...) et du Laboratoire Roberval-UTC (Alan et Khalil ...), qui ont été une source d'inspiration pour moi par la profondeur de leur savoir, la clarté de leurs idées, leur talent ou tout simplement leur grande gentillesse.

Je remercie chaleureusement mes parents qui m'ont soutenu depuis le début de cette aventure, mes frère et sœurs qui étaient toujours là pour me soutenir, ainsi que tous mes amis pour les moments, les sourires et les souvenirs partagés. C'est grâce à vous tous que j'ai trouvé l'énergie pour confronter des problèmes qui me paraissaient insurmontables.

Finalement, je remercie toute personne ayant contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce travail de recherche.

Liste des tableaux

TABLE I.1	Production annuelle des fibres végétales [21]	15
TABLE I.2	Exemples de propriétés de fibres végétales comparées à celles des fibres de verre [163]	17
TABLE I.3	Exemples de propriétés de composites renforcés par des fibres végétales	18
TABLE I.4	Propriétés en traction de la fibre de lin selon son diamètre [233]	20
TABLE II.1	Mesures des épaisseurs des plaques composites biosourcés	53
TABLE II.2	Étapes et paramètres du polissage	53
TABLE II.3	Quantités statistiques pour les 21 éprouvettes longitudinales testées	57
TABLE II.4	Quantités statistiques pour les 10 éprouvettes transversales testées	59
TABLE IV.1	Nombre d'ED par Halo en fonction de son rayon	91
TABLE V.1	Valeurs de contrainte obtenues par la MED et par la MEF dans le plan $y = L/2$ du VER avec une inclusion cylindrique	112
TABLE V.2	Valeurs de contrainte obtenues par la MED et par la MEF au plan $y = L/2$ du VER avec une inclusion sphérique . .	116
TABLE V.3	Valeurs de la contrainte σ_x^h (MPa) obtenues par la MED et la MEF à différentes positions	121

Liste des figures

FIGURE I.1	Classification des fibres végétales en fonction de leur provenance et de leur forme	14
FIGURE I.2	L’agave Sisalana [3]	15
FIGURE I.3	Le chanvre [2]	16
FIGURE I.4	Le jute [6]	16
FIGURE I.5	Le lin [1]	16
FIGURE I.6	Production du lin en France en 2017 [5]	19
FIGURE I.7	Principe d’homogénéisation	22
FIGURE I.8	Illustration du (a) problème de l’inclusion,(b) du problème de l’inclusion soumise à une déformation homogène (c) et du problème de l’hétérogénéité	23
FIGURE I.9	Exemple de VER composé d’ED sphériques	30
FIGURE I.10	Exemples de propagation de fissures dans un matériau composite fibreux modélisé par la MED [128]	32
FIGURE I.11	Distribution d’une loi Gaussienne tronquée à $\pm 3\sigma$ et de moyenne μ	34
FIGURE I.12	Distribution d’une loi uniforme sur l’intervalle $[a, b]$	34
FIGURE II.1	Tissu de lin FlaxPly UD utilisé	43
FIGURE II.2	Schéma de couches du tissu, formé de torons et de trames	43
FIGURE II.3	Observations d’un toron de lin sous MEB	44
FIGURE II.4	Résultats des mesures de diamètres des torons de lin	44
FIGURE II.5	Résine et durcisseur bioépoxy InfuGreen 810 utilisés	45
FIGURE II.6	Principe de la fabrication au contact dans un moule négatif	46
FIGURE II.7	Principe de l’élaboration par infusion	47
FIGURE II.8	Principe de l’élaboration par RTM	47

FIGURE II.9	Principe de l'élaboration par RTM assistée par le vide (VARTM)	48
FIGURE II.10	Processus de fabrication d'une plaque composite	49
FIGURE II.11	Circuit d'injection basse pression assistée par le vide (VARTM)	51
FIGURE II.12	Distribution à tendance Gaussienne de l'épaisseur de la plaque composite 2	52
FIGURE II.13	Observations sous MEB des échantillons du composite biosourcé élaboré	53
FIGURE II.14	Découpe et préparation des éprouvettes	54
FIGURE II.15	Exemple des images de référence et déformée	55
FIGURE II.16	Exemple de mouchetis de peinture à la bombe	56
FIGURE II.17	Montage d'observation sur la machine d'essai pour les essais de traction monotone	56
FIGURE II.18	Courbes contrainte-déformation typiques résultantes des essais de traction longitudinale sur le composite biosourcé à base de lin	57
FIGURE II.19	Distribution à tendance Gaussienne des résultats obtenus pour le module de Young longitudinal	58
FIGURE II.20	Courbes contrainte-déformation typiques résultantes des essais de traction transversale sur le composite biosourcé à base de lin	59
FIGURE III.1	Répartition des angles de contact pour un empilement particulière composé de (a) 10 000 ED, (b) 100 000 ED et (c) 1 000 000 ED	65
FIGURE III.2	Influence du nombre d'éléments discrets sur l'anisotropie géométrique	65
FIGURE III.3	Influence du nombre d'ED sur les propriétés élastiques macroscopiques : cas d'un échantillon en verre de silice	66
FIGURE III.4	Modèle cohésif de type poutre	67
FIGURE III.5	Essai de traction sur un VER cubique	70
FIGURE III.6	Essai de cisaillement sur un VER cubique	71
FIGURE III.7	Évolution du module de Young adimensionnel E_a (a) et du coefficient de Poisson ν_M (b) en fonction du paramètre r_μ	72
FIGURE III.8	Évolution du module de cisaillement en fonction du nombre d'ED	73

FIGURE III.9	Évolution du module de Young adimensionnel E_a (a) et du coefficient de Poisson ν_M (b) pour le modèle poutre comparé aux limites théoriques	76
FIGURE III.10	Essai de traction sur un VER cubique	77
FIGURE III.11	Évolution de la force en traction en fonction du nombre d'itérations	77
FIGURE III.12	Évolution de l'énergie de déformation en traction en fonction du nombre d'itérations	79
FIGURE III.13	Champs de déplacement obtenus en traction en appliquant un chargement sur (a) une et (b) deux faces de VER . .	80
FIGURE III.14	Essai de torsion sur un VER cubique	80
FIGURE III.15	Évolution du moment de torsion en fonction du nombre d'itérations	81
FIGURE III.16	Évolution de l'énergie de déformation en torsion en fonction du nombre d'itérations	81
FIGURE III.17	Champs de déplacement obtenus en torsion en appliquant un chargement sur (a) une et (b) deux faces de VER . .	82
FIGURE IV.1	Contrainte moyenne $\sigma_{x_{moy}}$ en fonction du déplacement	87
FIGURE IV.2	Illustration de champs de contrainte obtenus par (a) la MED et (b) la MEF dans le cas d'un champ de contrainte théoriquement homogène	87
FIGURE IV.3	Influence des paramètres microscopiques E_μ et r_μ (a) et du nombre d'ED (b) sur la dispersion du champ de contrainte .	88
FIGURE IV.4	Exemple de Halo introduit à l'échelle mésoscopique . .	89
FIGURE IV.5	Introduction du Halo sphérique à l'échelle mésoscopique pour un élément discret i	90
FIGURE IV.6	Influence du nombre d'ED par Halo sur la contrainte locale moyenne	90
FIGURE IV.7	Fonctions de densité de la contrainte locale σ_x^h normalisée par la contrainte moyenne $\sigma_{x_{moy}}^h$ pour différents R_{Halo} . . .	91
FIGURE IV.8	Influence du nombre d'ED par Halo ou par élément représentatif sur le CoV_{σ_x}	92
FIGURE IV.9	Influence du paramètre r_μ et du rayon du Halo sur $CoV_{\sigma_x^h}$	93
FIGURE IV.10	Illustration de la méthode des éléments représentatifs .	94
FIGURE IV.11	Introduction d'une échelle mésoscopique en utilisant (a) l'approche Halo et (b) la méthode des éléments représentatifs .	94
FIGURE IV.12	Champs de contrainte obtenus en utilisant (a) l'approche Halo et (b) la méthode des éléments représentatifs . . .	94

FIGURE IV.13	Fonctions de densité de la déformation locale ε_x^h normalisée par la déformation moyenne $\varepsilon_{x_{moy}}^h$ pour différents R_{Halo} . . .	96
FIGURE IV.14	Influence du nombre d'ED par Halo sur le $CoV_{\varepsilon_x^h}$	97
FIGURE IV.15	Influence du paramètre r_μ et du rayon du Halo sur $CoV_{\varepsilon_x^h}$	98
FIGURE IV.16	Configuration de l'essai brésilien	99
FIGURE IV.17	Le plan médian ($z=0$) du cylindre soumis à un chargement uniforme en compression sur une section d'arc	100
FIGURE IV.18	Évolution des contraintes de traction et de compression normalisées dans le plan $z=0$ en utilisant différentes tailles de Halo	102
FIGURE IV.19	Cas d'un Halo de 18300 ED ($R_{Halo} = 35R_{ED}$)	103
FIGURE IV.20	Influence du nombre d'ED par Halo sur la valeur des contraintes de traction et de compression au centre	104
FIGURE V.1	Champs de contrainte dans le VER cubique avec inclusion cylindrique : avec (a) 2 et (b) 1770 ED par Halo	110
FIGURE V.2	Illustrations de la forme géométrique du Halo aux bords et à l'interface fibre-matrice (plan de coupe $x = L/2$)	111
FIGURE V.3	Champs de contrainte dans le VER avec inclusion cylindrique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $y = L/2$)	111
FIGURE V.4	Effet de la densité du maillage sur les résultats de σ_x avec la MEF (cas d'une inclusion cylindrique)	112
FIGURE V.5	Champs de contrainte dans le VER avec une inclusion cylindrique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $x = L/2$)	113
FIGURE V.6	Evolution de la contrainte σ_x^h en fonction du nombre d'ED par Halo (cas d'une inclusion cylindrique)	113
FIGURE V.7	Champs de contrainte dans le VER cubique avec une inclusion sphérique : avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo	114
FIGURE V.8	Champs de contrainte dans le VER avec inclusion sphérique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $y = L/2$)	115
FIGURE V.9	Champs de contrainte dans le VER avec inclusion sphérique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $x = L/2$)	115

FIGURE V.10	Évolution de la contrainte σ_x^h en fonction du nombre d'ED par Halo (cas d'une inclusion sphérique)	116
FIGURE V.11	VER du composite lin - bioépoxy avec les conditions aux limites appliquées	117
FIGURE V.12	Champs de contrainte σ_x^h dans le VER du composite biosourcé : cas de la MED avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) cas de la MEF	119
FIGURE V.13	Influence du nombre d'ED par Halo sur les contraintes obtenues à quatre positions différentes	120
FIGURE V.14	Valeurs max et min de la contrainte σ_x^h en fonction du nombre d'ED par Halo	121
FIGURE V.15	Observation sous MEB du composite biosourcé lin - bioépoxy	122
FIGURE V.16	Filtre gaussien en 2D	123
FIGURE V.17	Images du VER à modéliser : (a) image originale (b) après le seuillage et (c) après le filtrage Gaussien	124
FIGURE V.18	Images du VER à modéliser : (a) après plusieurs opérations de pré-traitement et (b) après détection des bords	125
FIGURE V.19	Évolution du champ de contrainte obtenu par la MED avec (a) 1 (b) 70 (c) 540 (d) 1720 ED par Halo	126
FIGURE V.20	Champ de contrainte obtenu par la MEF (plan $x=L/2$)	126
FIGURE V.21	Influence du nombre d'ED par Halo sur les contraintes obtenues à quatre positions différentes	126
FIGURE VI.1	Organigramme de la méthode CGSM	131
FIGURE VI.2	Exemple de treillis de poutres 3D dans un milieu particulaire	138
FIGURE VI.3	Élément poutre reliant une paire d'ED i et j en contact	138
FIGURE VI.4	Poutre 2D en flexion	139
FIGURE VI.5	Treillis de poutres 2D en flexion	140
FIGURE VI.6	Structure cubique simple	140
FIGURE VI.7	Structure cubique centrée à une maille	141
FIGURE VI.8	Structure cubique centrée à trois mailles	141
FIGURE VI.9	VER cubique	141
FIGURE VI.10	Évolution de l'écart relatif sur le déplacement U_{CGSM} par rapport au déplacement obtenu par la MED en fonction du r_μ	142
FIGURE VI.11	Poutre 3D en torsion	143
FIGURE VI.12	Treillis de poutres 3D	144
FIGURE VI.13	Structure cubique simple	144

FIGURE VI.14	VER cubique	145
FIGURE VI.15	Évolution de $\text{CoV}_{U_{CGSM}}$ en fonction de CoV_{E_μ}	147
FIGURE VI.16	Évolution de la moyenne et de l'écart type de U_{CGSM} en fonction de CoV_{E_μ}	148
FIGURE VI.17	Évolution de CoV_{E_M} en fonction de CoV_{E_μ}	149

Table des matières

Remerciements	i
Liste des tableaux	ii
Liste des figures	iii
Table des matières	1
Introduction générale	6
Chapitre I État de l'art	12
1 Introduction	13
2 Les fibres végétales	13
2.1 Présentation des fibres végétales	13
2.2 Propriétés mécaniques des fibres végétales	17
2.3 Propriétés mécaniques des composites à base de fibres végétales	18
2.4 Fibre de lin	18
2.4.1 Origine, culture et extraction de la fibre de lin	18
2.4.2 Propriétés mécaniques en traction de la fibre de lin	19
2.4.3 Composites renforcés par les fibres de lin	20
3 Méthodes numériques pour la modélisation des composites fibreux	21
3.1 Principe d'homogénéisation	22
3.2 Évaluation du comportement effectif par des approches analytiques	23
3.2.1 Problème de l'inclusion d'Eshelby	23
3.2.2 Modèle de Mori-Tanaka	25
3.2.3 Encadrement des propriétés effectives	25
3.3 Évaluation du comportement effectif par des approches numériques	27
3.3.1 Volume Élémentaire Représentatif (VER)	27
3.3.2 Méthode des Éléments Finis (MEF)	28

	3.3.3	Transformée de Fourier Rapides (TFR)	29
	3.3.4	Méthode des Éléments Discrets (MED)	30
4		Modélisation de la variabilité	32
	4.1	Modélisation des paramètres incertains	33
	4.1.1	Variable aléatoire	33
	4.1.2	Champ aléatoire	33
	4.1.3	Lois de distribution	33
	4.2	Méthodes stochastiques	35
	4.2.1	Méthode de perturbation	35
	4.2.2	Méthode spectrale	36
	4.2.3	Simulation de Monte Carlo	37
	4.2.4	Méthode non paramétrique	38
5		Conclusion	38

Chapitre II **Élaboration et caractérisation mécanique du composite biosourcé lin - bioépoxy** **41**

1		Introduction	42
2		Présentation du renfort et de la résine	42
	2.1	Renfort en lin	43
	2.2	Résine bioépoxy	45
3		Procédés de fabrication et mise en œuvre du matériau composite biosourcé lin - bioépoxy	45
	3.1	Procédés de fabrication	45
	3.1.1	Moulage au contact	46
	3.1.2	Moulage par infusion	46
	3.1.3	Moulage par injection basse pression (RTM : Resin Transfer Molding)	47
	3.1.4	Moulage par injection basse pression assistée par le vide (VARTM : Vacuum Assisted Resin Transfer Molding)	48
	3.2	Fabrication du composite biosourcé	48
4		Caractérisation du composite biosourcé lin - bioépoxy	51
	4.1	Caractérisation géométrique des plaques composites biosourcé lin - bioépoxy	52
	4.2	Caractérisation mécanique du composite biosourcé lin - bioépoxy	54
	4.2.1	Préparation des éprouvettes	54
	4.2.2	Essais de traction	55
	4.2.3	Résultats/discussion	56

5	Conclusion	59
---	----------------------	----

Chapitre III Modèle cohésif de type poutre pour la modélisation des milieux continus par la méthode des éléments discrets 62

1	Introduction	63
2	Milieu continu équivalent (MCE)	63
3	Modèle cohésif de type poutre	66
3.1	Présentation du modèle cohésif de type poutre	66
3.2	Identification des propriétés macroscopiques du modèle	69
3.2.1	Module de Young et coefficient de Poisson	69
3.2.2	Module de cisaillement	70
3.3	Processus de calibration des paramètres du modèle	71
4	Comparaison du modèle cohésif de type poutre avec des modèles analytiques existants	74
4.1	Hypothèses de Voigt	74
4.2	Modèle Best-fit	75
4.3	Comparaison du modèle avec les hypothèses de Voigt et Best-fit	75
5	Validation du modèle cohésif de type poutre	76
5.1	Validation sur un essai de traction	76
5.2	Validation sur un essai de torsion	80
6	Conclusion	82

Chapitre IV Approche Halo pour le contrôle du niveau de dispersion de la contrainte locale 84

1	Introduction	85
2	Évaluation du champ de contrainte	85
3	Dispersion de la contrainte dans un milieu homogène	86
4	Approche Halo pour contrôler la dispersion de la contrainte	88
4.1	Présentation de l'approche	88
4.2	Application au milieu homogène	89
4.3	Comparaison de l'approche Halo avec la méthode des éléments représentatifs	93
4.4	Application de l'approche Halo à la déformation	95
4.5	Validation de l'approche Halo par l'essai brésilien	98
5	Conclusion	104

Chapitre V Application de l'approche Halo aux composites 107

1	Introduction	109
---	------------------------	-----

2	Application de l'approche Halo au milieu hétérogène	109
2.1	Milieu hétérogène avec inclusion cylindrique	109
2.2	Milieu hétérogène avec inclusion sphérique	114
3	Application au composite unidirectionnel lin - bioépoxy	117
3.1	Modèle de VER à une inclusion	117
3.2	Modèle de VER multi-inclusions	121
3.2.1	Génération du motif représentatif	122
3.2.2	Modélisation numérique du VER multi-inclusions	125
4	Conclusion	127

Chapitre VI Couplage de la MED avec la méthode stochastique CGSM pour l'étude de la variabilité du comportement statique

129

1	Introduction	130
2	Méthode CGSM pour l'étude de la variabilité du comportement statique	130
2.1	Présentation de la méthode CGSM	130
2.2	Validité de l'hypothèse CGSM	132
2.3	Choix de la discrétisation	132
3	Formulation de la méthode CGSM pour les poutres 3D avec cisaillement transverse	133
3.1	Formulation du déplacement U_{CGSM}	133
3.2	Formulation de la rotation θ_{CGSM}	136
4	Couplage de la MED avec la méthode stochastique CGSM	137
4.1	Formulation du déplacement par l'approche couplée MED-CGSM	137
4.2	Validation de la formulation du déplacement par l'approche MED-CGSM dans la configuration nominale	139
4.2.1	Poutre 2D en flexion	139
4.2.2	Treillis de poutres 2D en flexion	140
4.2.3	Structure cubique simple	140
4.2.4	Structures cubiques centrées	140
4.2.5	Volume élémentaire représentatif (VER) cubique	141
4.3	Influence du paramètre géométrique de calibration du modèle éléments discrets sur le déplacement CGSM	142
4.4	Formulation de la rotation par l'approche MED-CGSM	143
4.5	Validation de la formulation de la rotation par l'approche MED-CGSM dans la configuration nominale	143
4.5.1	Poutre 3D en torsion	143

4.5.2	Treillis de poutres 3D	144
4.5.3	Structure cubique simple	144
4.5.4	Volume élémentaire représentatif (VER) cubique	145
5	Application du couplage MED-CGSM au modèle de VER avec prise en compte de la variabilité du module d'élasticité microscopique .	146
5.1	Validation du couplage MED-CGSM avec un paramètre incertain E_μ	146
5.2	Influence du niveau de variabilité du module de Young microscopique sur le niveau de variabilité du déplacement U_{CGSM}	147
5.3	Influence de la variabilité du module de Young microscopique sur le module de Young macroscopique	148
6	Conclusion	149

Production scientifique **155**

Encadrement de stage de fin d'études **156**

Bibliographie **157**

Introduction générale

Contexte du travail

Les matériaux composites biosourcés suscitent un engouement réel et actuel dans le monde industriel. Ce type de matériaux résulte de la combinaison d'une matrice polymère (biosourcée ou non) et de renforts naturels, sous forme de fibres (comme le lin, le chanvre ou la fibre de coco), ou de granulats farines. Dans le contexte actuel où les industriels doivent se tourner vers des matériaux de remplacement recyclables, plus légers et plus respectueux des normes environnementales, les composites biosourcés s'avèrent un choix d'avenir intéressant. Ce type de matériaux est actuellement utilisé dans certaines applications industrielles, notamment dans le domaine de l'automobile. Par exemple, l'utilisation de pièces composites renforcées par des fibres de lin, a permis un gain de masse de 50% pour un plancher de coffre automobile. De plus, l'utilisation des composites biosourcés répond également à de nouvelles réglementations (2015) plus restrictives en terme de développement durable, telle que la réduction des émissions de gaz à effet de serre au seuil de 130 g de CO₂ par km. Cependant, le choix de remplacer les matériaux composites conventionnels par des biosourcés ne peut être réalisé que si leurs performances sont pleinement contrôlées afin de répondre aux normes de qualité et de production inhérentes au monde industriel. Le développement des procédés de fabrication industriels nécessite donc de quantifier la variabilité des performances des pièces en composites biosourcés, due au caractère naturel des fibres. Ainsi, la connaissance du mécanisme de transfert de la variabilité à l'échelle des fibres vers l'échelle macroscopique est primordiale. En effet, les matériaux composites biosourcés, comme les matériaux classiques, doivent respecter les normes techniques imposées, avec des performances équivalentes d'un point de vue mécanique, thermique, ou encore acoustique. De plus, d'un point de vue économique, ils doivent mener à des coûts de production proches de ceux des matériaux classiques utilisant des fibres synthétiques.

La présente thèse est réalisée dans le cadre du projet structurant VARIATION, financé par la région Hauts-de-France et par le Fonds européen de développement régional (FEDER). Ce projet s'inscrit dans une dynamique de recherche novatrice visant à étudier et intégrer la variabilité dans la modélisation numérique des matériaux composites biosourcés. L'objectif du projet est de mettre en place une méthodologie numérique non-déterministe, prenant en compte les incertitudes sur les propriétés matériau et physique intervenant aux différentes échelles d'un composite biosourcé. La modélisation numérique est réalisée d'une part, à l'aide des outils de modélisation et de simulation développés au sein du Laboratoire des Technologies Innovantes (LTI) de l'Université de Picardie Jules Verne (UPJV), basés sur la Méthode des Éléments Discrets (MED). D'autre part, une approche probabiliste est utilisée, permettant d'introduire la variabilité dans le modèle numérique développé et de propager les incertitudes. La méthode stochastique Certain Generalized Stresses Method (CGSM), développée au sein du laboratoire Roberval de l'Université de Technologie de Compiègne (UTC), est étendue et couplée dans cette thèse à la MED.

L'approche numérique développée vise à prédire le plus fidèlement possible la capacité d'une structure composite biosourcée à répondre à des exigences mécaniques spécifiées d'une part, et d'autre part de guider l'industriel dans l'optimisation des performances de ces structures. La présente thèse contribue à la réalisation de cet objectif à travers la caractérisation expérimentale des propriétés élastiques d'un composite biosourcé et la modélisation numérique stochastique du comportement du matériau. La mise au point du modèle numérique a nécessité le développement d'une approche nommée Halo permettant de contrôler la dispersion de la contrainte, inhérente à la MED. Par ailleurs, la modélisation de la variabilité a été introduite à l'aide d'une formulation CGSM étendue aux poutres 3D avec cisaillement transverse. Cette formulation met en évidence les propriétés matériau et physique de chaque poutre 3D pouvant être représentés par des paramètres incertains. Le module de Young microscopique peut ainsi être modélisé par une variable aléatoire. Ensuite, le couplage MED-CGSM est proposé afin de prédire la variabilité de la réponse du modèle, pour permettre de quantifier la variabilité d'un déplacement et du module de Young macroscopique au niveau d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER).

Originalités du travail

Dans ce travail de thèse, une méthodologie numérique basée sur le couplage entre la MED et l'approche probabiliste CGSM est proposée afin de prédire, de manière fiable et robuste, le comportement mécanique d'un matériau composite

biosourcé fibreux en prenant en compte la variabilité des propriétés de la fibre de lin. Cette contribution présente trois grandes originalités.

La première originalité de ce travail consiste au développement de l'approche nommée Halo permettant de contrôler le niveau de dispersion de la contrainte locale calculée. En effet, la modélisation par la MED induit un champ de contrainte hétérogène, y compris dans le cas où la contrainte est théoriquement homogène, ce qui peut mener à une surestimation de la contrainte locale, notamment pour la prédiction de l'initiation et la propagation de fissures. Dans le but de contrôler cette dispersion, l'approche numérique Halo introduite à une échelle mésoscopique, permet d'évaluer la contrainte sur un Élément Discret (ED) en prenant en considération la contribution de ses voisins. L'approche Halo est validée dans le cadre de matériaux homogènes et hétérogènes, et s'avère particulièrement efficace pour contrôler le champ de contrainte et minimiser sa dispersion. De plus, cette méthode peut être adaptée à d'autres grandeurs physiques comme la déformation ou le flux thermique lesquels sont également très sensibles à l'hétérogénéité de l'empilement particulaire.

La deuxième originalité est l'extension de la formulation CGSM aux poutres 3D avec cisaillement transverse. En effet, jusqu'alors, cette approche a été développée pour l'analyse statistique des structures isotropes et homogènes de type poutre 2D et barre 2D, ainsi que pour les structures de type plaque et coque, notamment pour les structures composites multicouches. L'approche probabiliste CGSM est basée sur une hypothèse mécanique considérant que les efforts généralisés sont indépendants des propriétés matériaux et physiques. Dans ce travail de thèse, une nouvelle formulation CGSM du déplacement et de la rotation est introduite pour les structures de type poutre 3D avec cisaillement transverse. La formulation CGSM constitue un méta-modèle du modèle éléments discrets de référence et elle dépend des propriétés matériau et physiques qui peuvent ainsi être considérées incertaines.

La troisième originalité de cette contribution est le développement du couplage entre la MED et l'approche probabiliste CGSM pour prédire la variabilité du comportement mécanique d'un matériau biosourcé. En effet, cette méthode stochastique avait jusqu'alors été couplée uniquement avec la méthode des éléments finis. Le couplage MED-CGSM est introduit pour les formulations CGSM de déplacement et de la rotation pour les poutres 3D avec cisaillement transverse. Des simulations Monte Carlo sur ce méta-modèle couplé permettent alors d'étudier la variabilité du comportement mécanique d'un matériau hétérogène, en tenant

compte de propriétés matériaux ou physiques incertaines. Ainsi, la propagation des incertitudes est modélisée à l'échelle microscopique vers à l'échelle du VER.

Plan du mémoire

Le premier chapitre de ce mémoire de thèse décrit les fibres naturelles les plus souvent utilisées comme renfort dans les matériaux composites biosourcés. Un état de l'art des différentes approches analytiques et numériques permettant l'évaluation des propriétés effectives des matériaux hétérogènes est également présenté. De plus, la modélisation des paramètres incertains et différentes méthodes de propagation des incertitudes sont rappelées.

Le second chapitre fait l'objet d'une étude de caractérisation expérimentale d'un composite biosourcé. Ce matériau est élaboré à base de fibres de lin et d'une matrice époxy biosourcée. Des essais de traction longitudinale et transversale sont réalisés, et exploités à l'aide de la corrélation d'images. Les propriétés élastiques macroscopiques (modules de Young longitudinal et transversal, coefficient de Poisson) sont alors évaluées, et leur variabilité est quantifiée.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation du modèle cohésif de type poutre utilisé pour décrire un milieu continu à l'aide de la MED. La cohésion est modélisée par un élément poutre reliant chaque paire d'ED en interaction. Ainsi, les paramètres microscopiques attribués au réseau de poutres sont différents des propriétés élastiques équivalentes du milieu modélisé. Un processus de calibration est alors nécessaire pour faire le lien entre les deux échelles. En guise de validation, des comparaisons avec des modèles analytiques existants sont fournies. De plus, des essais numériques de traction et de torsion sont également réalisés pour évaluer les résultats du modèle cohésif de type poutre, en termes de force, d'énergie de déformation et de champs de déplacements.

Le quatrième chapitre est dédié au développement de l'approche Halo, dont l'objectif est de contrôler le niveau de dispersion de la contrainte dans la modélisation par la MED. Tout d'abord, la dispersion de la contrainte est évaluée en fonction des propriétés microscopiques du modèle poutre. Ensuite, l'approche est appliquée au milieu homogène et la taille du Halo est directement liée au niveau de dispersion de la contrainte. Puis, l'approche est appliquée au champ de déformation pour montrer son adaptabilité à d'autres grandeurs physiques. Enfin, l'approche Halo est validée sur un essai brésilien en comparant les résultats fournis par la modélisation discrète et la méthode des éléments finis.

Le cinquième chapitre présente le développement de l'approche Halo dans le cadre de matériaux hétérogènes. Des modèles constitués d'une seule inclusion (sphérique ou cylindrique) noyée dans une matrice sont tout d'abord proposés. Puis, un modèle numérique du composite lin - bioépoxy (chapitre 2) est introduit. Deux exemples de VER mono- inclusion et multi-inclusions sont alors étudiés.

Le sixième chapitre porte sur le couplage de la MED avec l'approche probabiliste CGSM. Des formulations CGSM du déplacement et de la rotation sont introduites pour les poutres 3D avec cisaillement transverse. Le couplage est validé dans la configuration nominale sur un ensemble d'exemples de structures composées de poutres 3D. La variabilité du déplacement et de la rotation est ensuite étudiée pour un modèle de VER, en considérant le module de Young microscopique incertain pour chaque poutre. Finalement, des simulations de Monte Carlo sur la formulation CGSM permettent de propager les incertitudes de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique, afin d'évaluer l'influence de la variabilité du module de Young microscopique sur celle du module macroscopique.

Chapitre I

État de l'art

Sommaire

1	Introduction	42
2	Présentation du renfort et de la résine	42
	2.1 Renfort en lin	43
	2.2 Résine bioépoxy	45
3	Procédés de fabrication et mise en œuvre du matériau composite biosourcé lin - bioépoxy	45
	3.1 Procédés de fabrication	45
	3.2 Fabrication du composite biosourcé	48
4	Caractérisation du composite biosourcé lin - bioépoxy	51
	4.1 Caractérisation géométrique des plaques composites biosourcé lin - bioépoxy	52
	4.2 Caractérisation mécanique du composite biosourcé lin - bioépoxy	54
5	Conclusion	59

1 Introduction

Les matériaux composites à base de fibres naturelles suscitent un engouement grandissant dans le monde industriel. Dans le contexte actuel où des matériaux de remplacement à la fois plus légers et plus respectueux des normes environnementales sont recherchés, ces matériaux présentent divers avantages en termes de légèreté, de réduction des émissions carbone et de recyclabilité. Cependant, en dépit de ces intérêts, l'industrialisation des matériaux composites à base de fibres naturelles ne peut se réaliser pleinement sans une meilleure maîtrise de leurs performances mécaniques. Dans ce contexte, plusieurs approches analytiques et méthodes numériques ont été développées pour l'étude et la prédiction du comportement mécanique de ce type de matériaux. De plus, compte tenu du niveau important de variabilité des propriétés mécaniques et géométriques des renforts utilisés, il s'avère nécessaire d'intégrer des approches probabilistes permettant de quantifier les incertitudes sur ces propriétés puis de les propager depuis l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique. Ce chapitre présente tout d'abord un état de l'art sur les fibres naturelles les plus souvent utilisées dans l'élaboration de ces matériaux composites. Ensuite, les approches analytiques et numériques utilisées pour modéliser ce type de matériaux et leur microstructure sont discutées. Finalement, un état de l'art sur la modélisation des paramètres incertains et les méthodes stochastiques pour l'analyse probabiliste de la variabilité est présenté.

2 Les fibres végétales

2.1 Présentation des fibres végétales

Les fibres naturelles peuvent être d'origine minérale, animale ou végétale.

- Les fibres d'origine minérale, comme l'amiante ou la sépiolite, sont souvent utilisées pour leurs propriétés thermiques et électriques. Toutefois, l'utilisation de ce type de matériaux est assez limitée vu le risque qu'elle représente au niveau des maladies du système respiratoire.
- Les fibres animales, comme la laine, la soie de vers ou d'araignées, sont des matériaux légers et biodégradables, caractérisés par de très bonnes propriétés de contrainte à la rupture [121]. Cependant, la production de ce type de fibres naturelles reste faible et n'est pas garantie pour permettre leur utilisation dans l'industrie.
- Les fibres végétales sont classées suivant leur provenance et leur forme comme illustré sur la Figure I.1. Contrairement aux fibres animales, la production des fibres végétales assure la disponibilité des ressources pour une

large utilisation dans l'industrie (Tableau I.1), notamment dans le domaine du textile.

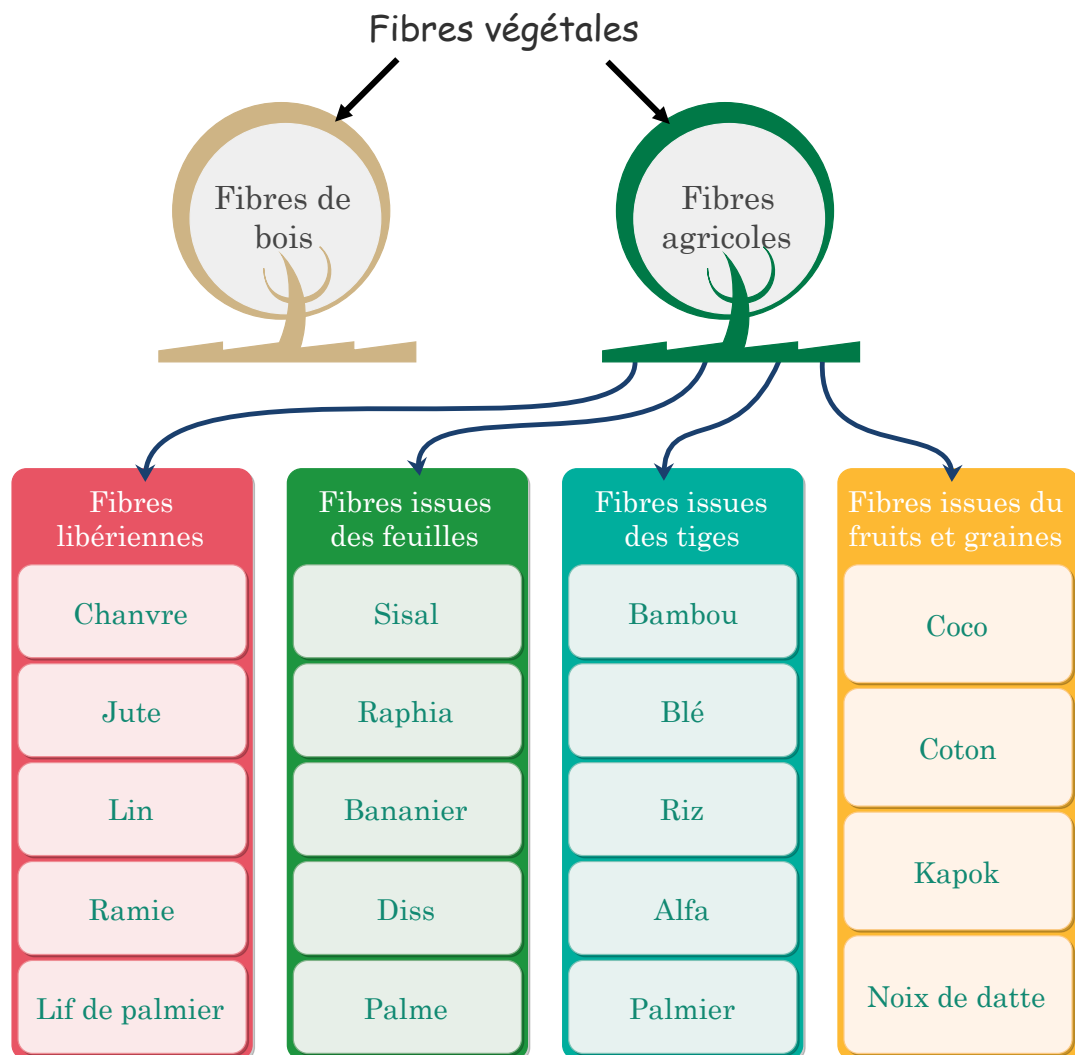


FIGURE I.1 – Classification des fibres végétales en fonction de leur provenance et de leur forme

Ce type de fibres naturelles peut être extrait du fruit, de la tige ou encore de la feuille d'une plante. Généralement, les fibres situées dans les tiges sont les plus intéressantes en termes de propriétés mécaniques. Afin d'être utilisées dans les domaines du textile ou des matériaux composites, les fibres végétales peuvent être tricotées, tissées ou tressées. Elles sont caractérisées par une forte variabilité du diamètre le long de la même fibre [41], et par une variabilité de l'épaisseur de leur paroi cellulaire résultant de la porosité fibreuse [225]. En effet, les dimensions des fibres végétales dépendent principalement du niveau et des conditions environnementales de croissance de la plante. Ceci peut aussi affecter la morphologie de la fibre végétale qui représente un facteur important dans la

TABLE I.1 – Production annuelle des fibres végétales [21]

Fibre végétale	Origine	Production mondiale ($\times 10^3$ Tonnes)
Sisal	Feuille	380
Jute	Tige	2500
Chanvre	Tige	215
Lin	Tige	810
Coco	Fruit	100

compréhension du transfert de contrainte aux interfaces fibre-matrice [173]. Parmi les fibres végétales les plus populaires, nous pouvons citer :

Les fibres de sisal

Le sisal est une fibre extraite des feuilles d'un agave, plus communément l'agave Sisalana présenté sur la Figure I.2. Cette plante est originaire du continent américain, principalement du Mexique mais aussi du sud-ouest des États-Unis, d'Amérique centrale et d'Amérique du Sud. La fibre de sisal est souvent utilisée dans la vannerie, la décoration, la mode et même l'art floral.



FIGURE I.2 – L'agave Sisalana [3]

Les fibres de chanvre

Le chanvre est une variété de plante de la famille des Cannabaceae (Figure I.3). Il est principalement produit en Europe, mais la France est aujourd'hui le principal producteur. Le chanvre est utilisé pour sa grande rigidité et son intérêt économique dans plusieurs domaines, comme la construction, les cosmétiques, l'alimentation et les matériaux composites à matrice thermoplastique.



FIGURE I.3 – Le chanvre [2]

Les fibres de jute

Elles sont obtenues à partir de l'écorce du jute (Figure I.4) et sont principalement produites en Inde et au Bangladesh. La fibre de jute a plusieurs utilisations, notamment la fabrication de sacs et l'élaboration de matériaux composites à matrice thermoplastique [208].



FIGURE I.4 – Le jute [6]

Les fibres de lin

Le lin (Figure I.5) est une plante annuelle comprenant de multiples variétés. Il s'agit de la plus ancienne fibre textile au monde. La quantité de lin produit en Europe représente 80% de la production mondiale, la France en produit 50% et concentre la majeure partie des surfaces agraires dédiées au lin textile. La fibre de lin est aussi souvent utilisée comme renfort dans les composites à matrice thermoplastique pour les structures internes dans l'industrie automobile. Ce type de composites est utilisé dans la fabrication des carrosseries de voitures depuis 1941, de par leur bonne résistance sous impact [165].



FIGURE I.5 – Le lin [1]

2.2 Propriétés mécaniques des fibres végétales

Les fibres végétales sont considérées comme de bons renforts pour les matrices thermoplastiques ou thermodurcissables grâce à leur résistance relativement grande et leur faible densité. En général, les composites renforcés par des fibres naturelles présentent des propriétés mécaniques comparables à celles des composites renforcés de fibres synthétiques. En effet, Van de Velde *et al.* [53] ont montré que les fibres de lin, de chanvre, de jute et de sisal se caractérisent par de bonnes propriétés mécaniques, comparables à celles de la fibre de verre en termes de résistance mécanique et module de Young (Tableau I.2).

TABLE I.2 – Exemples de propriétés de fibres végétales comparées à celles des fibres de verre [163]

Fibres	Densité (g/cm ³)	Résistance (MPa)	Module de Young (GPa)	Allongement (%)
Sisal	1.33	600-700	38	2-3
Jute	1.46	400-800	10-30	1.8
Chanvre	1.48	550-900	70	1.6
Lin	1.4	88-1500	60-80	1.2-1.6
Coco	1.2	175	4-6	30
Verre-E	2.5	2000-3500	70	2.5
Verre-S	2.5	4570	86	2.8

Cependant, en raison de leur origine naturelle, les fibres végétales présentent un niveau de variabilité de propriétés beaucoup plus important que leurs homologues synthétiques. La composition chimique, les propriétés de surface, le diamètre, la forme de la section transversale, la longueur, la résistance et la rigidité des fibres végétales sont sujettes à une grande variabilité, ce qui affecte les propriétés mécaniques de celles-ci. Par ailleurs, ces propriétés dépendent de la culture (climat), des conditions de récolte et de la transformation [213]. En plus du niveau de variabilité élevé des propriétés mécaniques des fibres végétales, l'absorption d'eau, l'anisotropie, la faible tenue thermique (200 à 300 °C max), la discontinuité des fibres et l'imprévisibilité des stocks sont des inconvénients majeurs qui limitent l'utilisation de ce type de matériau dans l'industrie. Toutefois, ce type de fibres présente de multiples avantages à savoir un faible coût, des propriétés mécaniques intéressantes, une bonne isolation thermique et acoustique. Elles sont également biodégradables et demandent peu d'énergie pour leur production [65, 165].

2.3 Propriétés mécaniques des composites à base de fibres végétales

Les matériaux composites à base de fibres végétales n'ont cessé de se développer et suscitent un intérêt grandissant auprès des professionnels dans plusieurs secteurs industriels. En effet, les matériaux composites biosourcés constituent une alternative écologique face à l'épuisement des ressources énergétiques d'origine fossiles [63, 240]. L'idée principale derrière l'introduction des fibres végétales était de réduire le coût des matières premières et les problèmes environnementaux, tout en produisant des matériaux avec des propriétés acceptables [221], et une réduction de leur poids [193, 195]. De plus, il a été constaté que les composites à fibres naturelles possèdent une meilleure résistance électrique, de bonnes propriétés mécaniques, d'isolation thermique et acoustique, ainsi qu'une plus grande résistance à la rupture [56, 183, 192]. Daoud *et al.* [52], Assararar *et al.* [20] et Monti *et al.* [166] ont étudié le comportement mécanique des composites renforcés par des fibres naturelles. Ils ont démontré que les fibres naturelles possèdent des propriétés mécaniques relativement élevées grâce à leur faible densité et de bonnes performances en dynamique. Quelques exemples de propriétés mécaniques des composites renforcés par des fibres végétales sont présentées dans le Tableau I.3

TABLE I.3 – Exemples de propriétés de composites renforcés par des fibres végétales

Composites	Résistance (MPa)	Module de Young (GPa)	Allongement (%)	Référence
Epoxy/Chanvre	106.3	12.69	1.18	[220]
Epoxy/Lin	153.6	15.97	1.34	[220]
Epoxy/Jute	83.9±5.25	3.24±0.3	-	[66]
Polypropylène/Chanvre	37.8	1.21	5.21	[68]

2.4 Fibre de lin

2.4.1 Origine, culture et extraction de la fibre de lin

Le lin est la plus ancienne fibre textile au monde, il a été cultivé à l'origine afin de confectionner des tissus et des cordages [127]. Avec le chanvre, le lin est à présent considéré comme la plante à fibres la plus cultivée en Europe, en particulier en France. En effet, il est cultivé dans la zone côtière allant de la Normandie au

Nord, en passant par le bassin Parisien (Figure I.6). Cette plante nécessite des terres riches et un climat tempéré et humide. La disponibilité des ressources, la production locale et donc la réduction de l'impact environnemental en réduisant le transport sont des facteurs qui encouragent l'utilisation de ce type de matériaux dans le milieu industriel.

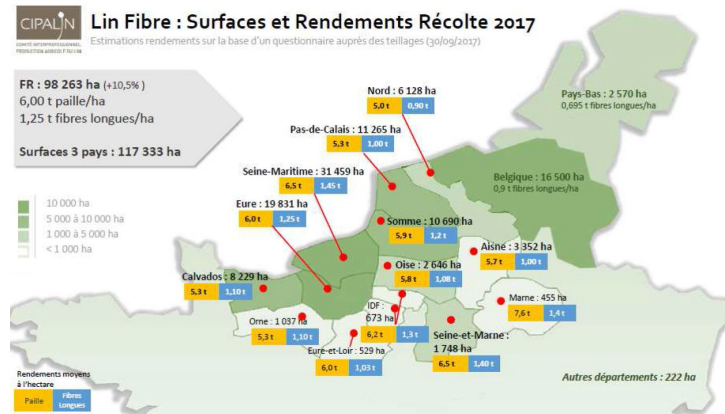


FIGURE I.6 – Production du lin en France en 2017 [5]

Le lin est semé au printemps entre mars et avril selon les conditions météorologiques de l'année. La croissance de la tige de lin s'étend sur environ 100 à 120 jours après le semis. Une fois les tiges rouies, elles sont collectées sous forme de balles puis stockées. Elles sont ensuite teillées pour extraire les fibres par des actions mécaniques et ensuite peignées [28]. Les étapes d'extraction conditionnent l'état des fibres obtenues. En effet, un procédé très sévère mécaniquement peut améliorer la division des faisceaux et donc la qualité du renforcement [48], mais peut également réduire les propriétés mécaniques des fibres techniques obtenues [24]. Le lin teillé ou la filasse représente les fibres longues récupérées et sont composées d'un ensemble de faisceaux. Les fibres longues sont privilégiées pour réaliser des préformes tissées ou unidirectionnelles pour le renforcement des matériaux composites.

2.4.2 Propriétés mécaniques en traction de la fibre de lin

Les faisceaux de fibres de lin sont plus faciles à manipuler que les fibres unitaires, toutefois, ils ne permettent pas d'obtenir des valeurs représentatives des propriétés mécaniques d'une fibre [40]. En effet, la discontinuité des fibres de lin induit des phénomènes de frottement et d'adhérence qui affectent l'évaluation de la déformation propre à la fibre unitaire. Par ailleurs, la mesure de diamètre du faisceau se trouve faussée à cause de sa section irrégulière. Plusieurs auteurs ont évalué les propriétés mécaniques des fibres de lin [14, 23, 30, 64, 180, 186, 218]. Quelques résultats sont reportés dans le Tableau I.4.

TABLE I.4 – Propriétés en traction de la fibre de lin selon son diamètre [233]

Diamètre (μm)	Résistance (MPa)	Module de Young (GPa)	Allongement (%)	Référence
12-600	343-2000	27.6-103	1.2-3.3	[64]
76 \pm 16	470 \pm 165	37 \pm 15	1.4 \pm 0.5	[186]
15.8 \pm 4.1	733 \pm 271	49.5 \pm 3.2	1.7 \pm 0.6	[16]
21.2 \pm 6.6	863 \pm 447	48 \pm 20.3	2.1 \pm 0.8	
15.8 \pm 4.5	808 \pm 442	51.1 \pm 15	1.6 \pm 0.4	[30]
15.6 \pm 2.3	741 \pm 400	45.6 \pm 16.7	1.7 \pm 0.6	[218]
15.8 \pm 4.1	733 \pm 271	49.5 \pm 3.2	1.7 \pm 0.6	

2.4.3 Composites renforcés par les fibres de lin

Le lin est souvent utilisé sous forme de monofilaments [25, 162] avec différents polymères. Barkoula *et al.* [25] ont étudié l'effet de la fraction volumique de fibres sur les propriétés mécaniques du composite lin/Poly (PHB). Le lin est aussi utilisé sous forme de mèches [15]. Oksman *et al.* [176] ont étudié l'utilisation de mèches de lin comme renfort dans un polymère d'acide polylactique (PLA) afin d'améliorer les propriétés d'impact. Andersons et Joffe [15] ont étudié la résistance à la traction d'un composite unidirectionnel lin/vinylester afin d'établir la liaison entre la résistance à la traction du composite et la fraction volumique des fibres. De plus, le lin est utilisé comme renfort dans les matériaux composites sous forme de torons [185]. Une étude de Lodha et Netravali [142] s'est intéressée aux propriétés de résistance à la traction des composites d'isolat de protéine de soja (SPI) renforcés par des torons de lin unidirectionnels. Le comportement mécanique à la rupture du composite époxy renforcé par des torons de lin unidirectionnels sous

charge statique a aussi été étudié. Il a été constaté que la direction de propagation de fissures est influencée par l'orientation et la fraction volumique des fibres [114]. D'autres études ont été réalisées en utilisant des tissus de lin comme renfort [19, 139, 158, 234]. En effet, Assarar *et al.* [19] ont comparé les propriétés de résistance à la traction des composites époxy renforcés par des toiles de lin et de verre, et Liang *et al.* [139] ont comparé le comportement en fatigue des composites époxy renforcés par un tissu de lin et un tissu de verre. De plus, des recherches se sont également intéressées aux effets des orientations horizontale et verticale des fibres de lin sur la réaction au feu des composites, à travers des essais calorimétriques [116].

De par le type de renfort utilisé dans le matériau composite, le procédé de fabrication adopté peut également affecter les propriétés mécaniques en traction du matériau, en modifiant la longueur et la distribution des fibres de lin [25]. Plusieurs techniques d'élaboration de composites ont été mises au point, notamment l'infusion [141, 234], le contact [19], le moulage par compression [25, 162] et le moulage par injection basse pression (RTM) [15]. Quelques exemples de procédés de fabrication seront présentés dans le chapitre II. Le choix du procédé à utiliser dépend de la taille et la forme de la pièce composite à fabriquer, ainsi que des propriétés des matières premières et du coût de fabrication [101].

3 Méthodes numériques pour la modélisation des composites fibreux

La prédiction du comportement mécanique des matériaux composites constitue un enjeu majeur duquel dépend leur développement dans le monde industriel. Face aux limitations des modèles micromécaniques classiques à répondre à ce besoin en raison d'une microstructure souvent complexe des matériaux composites, il s'est avéré nécessaire de mettre en place des outils numériques à la fois fiables et suffisamment flexibles pour intégrer cette richesse d'informations le plus fidèlement possible. Ainsi, plusieurs approches ont été proposées ces dernières décennies pour répondre à cette problématique en utilisant la modélisation multi-échelles. En effet, la modélisation par transition d'échelles permet de prendre en compte les comportements locaux des différentes phases du composite, ainsi que leurs propriétés géométriques et spatiales. Nous présentons dans cette section le principe d'homogénéisation, les différents modèles analytiques et méthodes numériques les plus souvent utilisés dans la modélisation des composites en général, plus particulièrement des composites fibreux.

3.1 Principe d'homogénéisation

Le principe d'homogénéisation est basé sur la substitution d'un Milieu Homogène Équivalent (MHE) par un milieu hétérogène, ce qui permet de prendre en compte les hétérogénéités du milieu à des échelles pertinentes. Nous considérons le domaine Ω représentant un matériau hétérogène (Figure I.7). L'objectif est d'évaluer le comportement du matériau à l'échelle macroscopique en quantifiant ses propriétés effectives. La première étape consiste à définir les phases constitutives du matériau, leur répartition spatiale, leur géométrie, et leur comportement mécanique. Afin de modéliser les hétérogénéités du matériau, deux échelles sont considérées : l'échelle macroscopique du matériau dans sa globalité et l'échelle microscopique au niveau des hétérogénéités. La deuxième étape est la localisation. Elle consiste à modéliser et définir le lien entre les champs locaux et les grandeurs macroscopiques. En effet, lorsqu'un milieu hétérogène est soumis à une sollicitation quelconque, des champs locaux différents des champs macroscopiques appliqués apparaissent. Généralement, un déplacement E ou une contrainte Σ uniformes sont appliqués pour évaluer respectivement les champs de déplacement $\varepsilon(x)$ ou de contrainte $\sigma(x)$ locaux. Les champs microscopiques évalués dépendent de la position x et sont reliés aux champs macroscopiques par ce que l'on appelle le tenseur de localisation. Finalement, les propriétés effectives ou homogénéisées du matériau sont déterminées en évaluant le tenseur d'élasticité homogénéisé C^{hom} à l'aide des approches analytiques ou numériques. Des exemples de ces deux types d'approches sont présentés dans les sections 3.2 et 3.3.

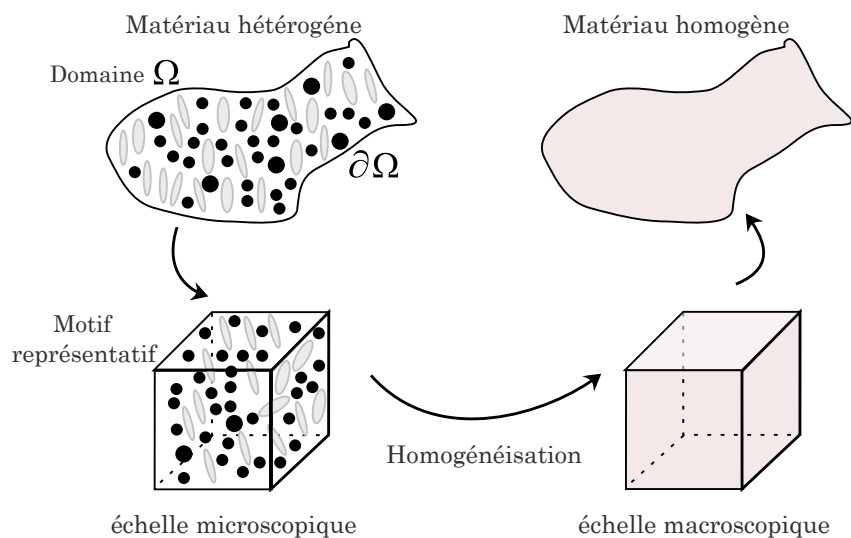


FIGURE I.7 – Principe d'homogénéisation

3.2 Évaluation du comportement effectif par des approches analytiques

Dans le cadre du comportement élastique linéaire, il est possible d'évaluer les propriétés effectives d'un motif simple représentatif d'un matériau hétérogène en utilisant des expressions analytiques des tenseurs de localisation. Quelques exemples des approches analytiques que l'on peut utiliser sont présentés dans ce qui suit.

3.2.1 Problème de l'inclusion d'Eshelby

En 1957, Eshelby [69] a proposé une solution au problème de l'équilibre mécanique d'une inclusion de forme ellipsoïdale, plongée dans une matrice infinie possédant les mêmes propriétés mécaniques que la matrice et soumise à une déformation libre. Considérons le milieu élastique linéaire infini M représentant une matrice de rigidité C , et I un domaine ellipsoïdal fini de M appelé inclusion (Figure I.8.a). L'inclusion I est soumise à une déformation $\bar{\bar{\varepsilon}}_I^L$ libre de contrainte.

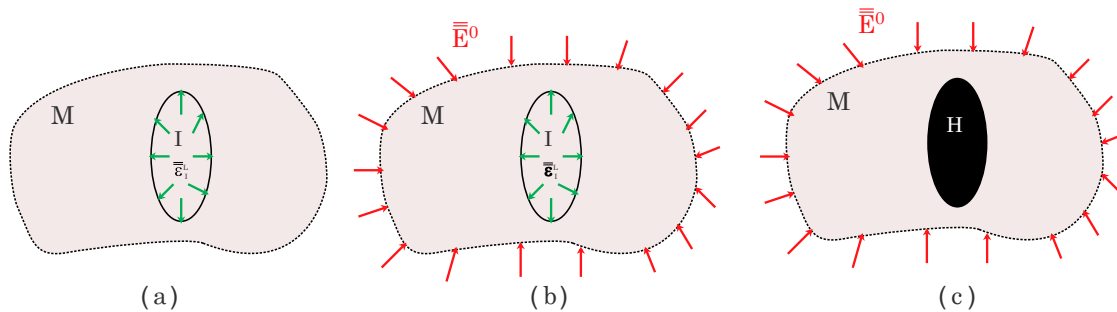


FIGURE I.8 – Illustration du (a) problème de l'inclusion, (b) du problème de l'inclusion soumise à une déformation homogène (c) et du problème de l'hétérogénéité

Il a été démontré que la déformation $\bar{\bar{\varepsilon}}_I$ de l'inclusion I est homogène et uniforme à l'état d'équilibre, et qu'il existe un tenseur S^E du 4^e ordre reliant la déformation libre à la déformation de l'inclusion (équation I.1) [69]. Ce tenseur, nommé tenseur d'Eshelby, dépend des propriétés mécaniques de la matrice de rigidité C et de la forme de l'inclusion I . Son expression générale est donnée par Mura [172].

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_I = S^E : \bar{\bar{\varepsilon}}_I^L \quad (\text{I.1})$$

La solution du problème de l'inclusion avec une déformation libre peut être étendue au cas où le milieu M est soumis à un état de déformation $\bar{\bar{E}}^0$ ou de contrainte $\bar{\bar{\Sigma}}^0$ homogène à l'infini. Dans ce cas la déformation dans l'inclusion

s'écrit alors :

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_I = \bar{\bar{E}}^0 + S^E : \bar{\bar{\varepsilon}}_I^L \quad (\text{I.2})$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_I = \bar{\bar{\Sigma}}^0 + C : (S^E - I) : \bar{\bar{\varepsilon}}_I^L \quad (\text{I.3})$$

En injectant l'expression de $\bar{\bar{\varepsilon}}_I^L$ donnée par l'équation I.2 dans l'équation I.3, François *et al.* [82] ont obtenu la loi d'interaction donnée par l'équation I.4.

$$\bar{\bar{\sigma}}_I - \bar{\bar{\Sigma}}^0 = -C^* : (\bar{\bar{\sigma}}_I - \bar{\bar{E}}^0) \quad (\text{I.4})$$

où $C^* = C : ((S^E)^{-1} - I)$ est appelé le tenseur de Hill.

Le problème de l'inclusion I est équivalent à celui d'une inclusion hétérogène H de même géométrie et de rigidité C^H . Considérons que l'inclusion H est plongée dans une matrice infinie M de rigidité C , soumise à une déformation homogène $\bar{\bar{E}}^0$ comme illustré par les Figures I.8.b et I.8.c. Soient $\bar{\bar{\sigma}}_H$ et $\bar{\bar{\varepsilon}}_H$ respectivement la contrainte et la déformation associées à l'hétérogénéité, on a :

$$\bar{\bar{\sigma}}_H = C : \bar{\bar{\varepsilon}}_H - C : \bar{\bar{\varepsilon}}_H^p = C^H : \bar{\bar{\varepsilon}}_H \quad (\text{I.5})$$

d'où l'expression de la déformation de polarisation $\bar{\bar{\varepsilon}}_H^p$:

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_H^p = -C^{-1} : (C^H - C) : \bar{\bar{\varepsilon}}_H \quad (\text{I.6})$$

L'équation I.2 peut alors être réécrite dans ce contexte comme suit :

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_H = \left(I + S^E : C^{-1} : (C^H - C) \right)^{-1} : \bar{\bar{E}}^0 \quad (\text{I.7})$$

d'où nous déduisons l'expression du tenseur de localisation pour l'hétérogénéité (équation I.8). Plusieurs travaux récents se sont basés sur cette équation, notamment pour démontrer le rôle clé de l'alignement des fibres dans le comportement après flambage dans un composite [83], pour déterminer un estimateur efficace pour le calcul de la rigidité équivalente des hétérogénéités ellipsoïdales multiphasés [85], et aussi pour évaluer les propriétés effectives de deux inclusions dans une matrice hétérogène [107]. De plus, cette équation est fondamentale pour plusieurs modèles micromécaniques, notamment le modèle de Mori-Tanaka présenté dans la section 3.2.2.

$$\bar{\bar{A}}^H = \left(I + S^E : C^{-1} : (C^H - C) \right)^{-1} \quad (\text{I.8})$$

3.2.2 Modèle de Mori-Tanaka

Le modèle Mori-Tanaka [168] est utilisé dans le cadre de milieux hétérogènes composés d'inclusions plongées dans une matrice. L'hypothèse adoptée ici fait que les inclusions sont réparties de manière statistiquement isotrope. Par conséquent, les inclusions se comportent en moyenne comme des inclusions isolées plongées dans une matrice soumise à la déformation moyenne de la matrice $\bar{\bar{\varepsilon}}_m$. Le lien entre cette déformation moyenne et la déformation de chaque inclusion est alors établi à l'aide du pseudo-tenseur de localisation T_i , solution du problème de l'hétérogénéité donné par l'équation I.8

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_i = T_i : \bar{\bar{\varepsilon}}_m \quad (\text{I.9})$$

avec $T_i = (I + S_i^E : C_i^{-1} : (C_i - C_m))^{-1}$

Le tenseur de localisation de chaque phase est donc donné par l'équation I.10

$$A_i = T_i : \left(\sum_{j=1}^n c_j T_j \right)^{-1} \quad (\text{I.10})$$

où c_j est la fraction volumique de la phase j et n est le nombre de phases. Le tenseur de rigidité homogénéisé s'écrit alors :

$$C^{MT} = C_m + \sum_{i=2}^n c_i (C_i - C_m) : T_i : \left(\sum_{j=1}^n c_j T_j \right)^{-1} \quad (\text{I.11})$$

Dans l'équation I.11, les interactions entre les hétérogénéités sont modélisées de manière très simple par rapport au problème réel beaucoup plus complexe. Le calcul du comportement effectif ici est explicite, mais reste limité à un seuil de fraction volumique d'inclusions modéré, typiquement inférieur à 25%.

3.2.3 Encadrement des propriétés effectives

Avant les années 80, l'encadrement des propriétés effectives a été la seule méthodologie permettant d'estimer les propriétés des matériaux hétérogènes. De nos jours, cet encadrement est considéré comme une approche complémentaire à l'évaluation du comportement effectif des milieux hétérogènes par les méthodes numériques.

Voigt et Reuss : Les bornes du premier ordre de Voigt et Reuss représentent l'encadrement le plus simple. La borne de Voigt est déterminée en supposant que le champ de déformation microscopique est uniforme, et donc égal à la déformation macroscopique $\bar{\bar{\varepsilon}}(\bar{x}) = \bar{\bar{E}}$. Le tenseur de localisation est donc égal à l'identité $\bar{\bar{A}}(\bar{x}) = I$. Dans ce cas, le tenseur de rigidité effective est calculé par la moyenne

arithmétique des tenseurs de rigidité comme indiqué dans l'équation I.12, permettant de déterminer ainsi une borne supérieure des rigidités effectives du milieu hétérogène.

$$C^{Voigt} = \sum_{i=1}^n c_i C_i \quad (\text{I.12})$$

La borne de Reuss est obtenue en supposant que le champ de contrainte microscopique est uniforme, et égal à la contrainte macroscopique donnée par $\bar{\bar{\sigma}}(\bar{x}) = \bar{\bar{\Sigma}}$. Le tenseur de localisation dans ce cas est équivalent au tenseur identité $\bar{\bar{B}}(\bar{x}) = I$. Le tenseur de souplesse homogénéisé est obtenu à l'aide de la loi des mélanges et donné par l'équation I.13

$$S^{Reuss} = \sum_{i=1}^n c_i S_i \quad (\text{I.13})$$

Les bornes de Voigt et Reuss permettent d'obtenir des limites supérieure et inférieure des propriétés effectives du milieu hétérogène (équation I.14). L'intervalle de prédiction obtenu est très large et ne permet pas d'évaluer les propriétés effectives d'un milieu hétérogène avec précision. Ces bornes fournissent toutefois un encadrement pour les résultats numériques ou analytiques, utilisé en guise de validation.

$$C^{Reuss} \leq C \leq C^{Voigt} \quad (\text{I.14})$$

Hashin et Shtrikman : Dans le but de déterminer des bornes plus précises et plus resserrées que les bornes de Voigt et Reuss, les bornes d'Hashin et Shtrikman [96], dites bornes d'ordre 2, ont été proposées. Elles s'obtiennent en associant au milieu de référence les tenseurs de rigidité des deux phases extrêmes, la plus souple et la plus rigide, à l'aide du problème d'Eshelby. La borne supérieure est obtenue en affectant à la matrice le tenseur de rigidité C_{max} (équation I.15)

$$C^{HS+} = \langle C : A^+ \rangle : \langle A^+ \rangle^{-1} \quad (\text{I.15})$$

avec $A^+ = (C + C_{max}^*)^{-1} : (C_{max} + C_{max}^*)$ et $C_{max}^* = C_{max} : ((S_{max}^*)^{-1} - I)$, et $\langle X \rangle$ dénote la moyenne spatiale d'un tenseur donné X sur le domaine étudié. La borne inférieure est obtenue en affectant la rigidité C_{min} à la matrice (équation I.16)

$$C^{HS-} = \langle C : A^- \rangle : \langle A^- \rangle^{-1} \quad (\text{I.16})$$

avec $A^- = (C + C_{min}^*)^{-1} : (C_{min} + C_{min}^*)$ et $C_{min}^* = C_{min} : ((S_{min}^*)^{-1} - I)$.

3.3 Évaluation du comportement effectif par des approches numériques

Compte tenu des limitations des modèles analytiques à prédire le comportement effectif des microstructures complexes, des approches numériques ont été développées afin de prendre en compte davantage d'informations sur l'hétérogénéité du milieu et permettre ainsi de gagner en précision. A ce jour, plusieurs méthodes existent dans la littérature. Les plus anciennes sont les méthodes d'approximation avec des fonctions de base, les méthodes de calcul avec des approches énergétiques et le développement matriciel. La Méthode des éléments finis (MEF) a permis de combiner ces méthodes d'approximation et de calcul, et de modéliser par conséquent des structures plus complexes. D'autres méthodes numériques ont également été développées pour modéliser ce type de microstructures, notamment la Transformée de Fourier Rapides (TFR) et la MED. Nous présentons dans cette section la notion de Volume Élémentaire Représentatif (VER) et quelques exemples des approches numériques les plus souvent utilisées.

3.3.1 Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Le Volume Élémentaire Représentatif (VER) peut être défini comme un motif représentatif de la microstructure d'un domaine. Le choix de ce motif, périodique ou pas, joue un rôle très important dans la modélisation numérique. La difficulté réside dans la construction d'un VER suffisamment représentatif du milieu modélisé. Pour cela, plusieurs hypothèses et critères ont été proposés :

- Le VER doit être suffisamment large pour éviter les effets de bord pouvant être introduits par les conditions aux limites imposées [177, 189]
- Le VER doit inclure un nombre suffisant d'hétérogénéités (vide, inclusion, fibre...) [95, 98]
- Le coût de calcul est un paramètre important à prendre en considération dans le choix de la taille du VER
- La taille du VER est choisie en fonction de la propriété effective à évaluer [88, 112], du type de microstructure [112] et de la fraction volumique des hétérogénéités [89]
- Le VER doit être statistiquement représentatif du milieu macroscopique modélisé [177]

En plus des critères liés aux dimensions du VER, la morphologie des inclusions, leur nombre et leur fraction volumique totale sont aussi à prendre en considération lors de la construction d'un VER. En effet, plusieurs travaux se sont intéressés à la génération aléatoire de VER avec des inclusions sphériques, elliptiques,

sphéro-cylindriques [86, 87, 242] ou encore un mélange de sphères, de cylindres et d'ellipsoïdes [135]. De plus, il a été démontré que la fraction volumique des inclusions dans le VER peut atteindre entre 40% et 75% selon la morphologie des inclusions [190]. Finalement, afin d'assurer une bonne représentativité, l'ensemble des conditions et hypothèses présentées dans cette section doivent être respectées pour effectuer une estimation des dimensions du VER pour chaque microstructure donnée.

3.3.2 Méthode des Éléments Finis (MEF)

La MEF est parmi les méthodes numériques les plus souvent utilisées pour évaluer les propriétés effectives. Les équations fondamentales de l'élasticité sont données par l'équation I.17, où σ_{ij} et ε_{kl} sont respectivement les tenseurs de contrainte et de déformation, u est le vecteur de déplacement, C est la matrice de rigidité et L la longueur du côté du VER. Le module de Young, le coefficient de Poisson ainsi que le coefficient de cisaillement effectifs sont déterminés en imposant des conditions aux limites adéquates pour chaque propriété élastique.

$$\begin{cases} -\operatorname{div} \sigma(u) = f + CL \\ \sigma_{ij}(u) = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}(u) \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

Une deuxième approche peut être mise en place en décrivant le champ de déformation comme la superposition d'un champ macroscopique E et d'une déformation microscopique périodique $\varepsilon^{per} = \varepsilon(u^{per})$ résultant des fluctuations locales, tel que : $\varepsilon(u) = E + \varepsilon(u^{per})$. La formulation en contrainte dans ce cas est donnée par l'équation I.18 où Ω est le volume du VER et n le vecteur normal à la surface $\partial\Omega$. La résolution de ce problème est analogue à celle utilisée dans la première approche présentée.

$$\begin{cases} -\operatorname{div} \sigma(Ex + u^{per}) = 0 \in \Omega \\ \sigma n = 0 \quad \text{anti-periodique sur } \partial\Omega \\ \sigma_{ij}(Ex + u^{per}) = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}(Ex + u^{per}) \in \Omega \\ \langle \sigma \rangle = \Sigma \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

Une troisième approche proposée consiste à représenter le problème de l'équation I.17 par un développement asymptotique en fonction d'un paramètre ϵ correspondant au rapport entre les échelles microscopique et macroscopique [26, 191].

Cette méthode a été développée dans la cadre de plusieurs travaux pour la modélisation des structures complexes et l'industrialisation de la MEF. En effet, des méthodes de modélisation comme la MEF à deux niveaux (EF²) [78], permettant d'utiliser le calcul parallèle, ou encore la méthode XFEM (extended

finite-element method) [125, 237], permettant de modéliser la fissuration et l'endommagement, ont été proposées. La MEF est souvent utilisée pour modéliser et étudier des composites fibreux. Plusieurs auteurs l'ont ainsi exploité pour évaluer les propriétés mécaniques des composites à fibres courtes [92, 204, 243] et à fibres longues [136, 151]. Cette méthode a également été utilisée pour étudier la rupture et l'endommagement de ce type de matériaux. Parmi les contributions dans ce domaine, Bouhala *et al.* [29] ont utilisé la méthode XFEM et le modèle de zone cohésive pour étudier la rupture dans les composites renforcés de fibres longues, Xu *et al.* [232] ont étudié l'endommagement progressifs des composites laminés, Li *et al.* [137] ont étudié la déformation et la rupture d'un composite fibreux et Tabrizi *et al.* [215] ont mené une étude numérique et expérimentale pour étudier le comportement à la rupture d'un composite hybride fibreux à l'aide de l'émission acoustique. La MEF a aussi été utilisée pour la modélisation et l'analyse thermique des composites fibreux [202, 203], pour l'analyse numérique des réponses viscoélastiques au fluage de composites renforcés par des fibres courtes [228], et aussi pour des études dans le domaine électrique [160].

Par ailleurs, des techniques dites de mise à jour par éléments finis sont aussi proposées. Elle consistent à utiliser la MEF pour résoudre des problèmes thermiques, structurels, d'écoulement de fluide, etc, en ajoutant de nouvelles informations prises en compte dans la modélisation ou en apportant quelques corrections aux modèles [179]. Par exemple, Modak [161] a proposé une méthode de mise à jour des modèles par éléments finis à l'aide de modes non corrélés, et Adel *et al.* [12] ont développé un modèle simple pour prédire le comportement dynamique des assemblages boulonnés dans les structures hybrides.

3.3.3 Transformée de Fourier Rapides (TFR)

La TFR [70, 159] est une méthode numérique également utilisée pour la détermination des propriétés effectives. Contrairement à la MEF qui consiste à utiliser un maillage de la structure étudiée, la TFR est basée sur la voxelisation d'un VER où des propriétés spécifiques sont associées à chaque voxel. Cette approche consiste à la résolution dans l'espace de Fourier des équations de Lippman-Schwinger [120] données par l'équation I.19.

$$\begin{cases} \varepsilon(x) = \varepsilon^0 + \int_{\Omega'} G^0(x - x') : \sigma(x) \partial\Omega' \\ \sigma(x) = (C(x) - C^0) : \varepsilon(x) \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

où le domaine de référence est noté 0, C^0 est le tenseur de rigidité du matériau de référence, $C(x)$ est le tenseur de rigidité du voxel de coordonnées x , et G^0 est

le noyau de Green donné par Mura [171].

Cette méthode est utilisée dans différents domaines, notamment dans l'étude des matériaux composites fibreux. Ainsi, des travaux ont porté sur l'influence de l'interphase fibre-matrice sur les propriétés mécaniques des composites à fibres unidirectionnelles [226]. D'autres études ont ciblé la modélisation de l'endommagement progressif des matériaux composites fibreux [212]. La TFR a également été couplée avec d'autres méthodes numériques comme la MEF pour l'analyse de l'endommagement dans les matériaux composites renforcés par des fibres de carbone [75]. De plus, la TFR a été utilisée pour l'analyse vibratoire des matériaux composites fibreux [46, 241].

3.3.4 Méthode des Éléments Discrets (MED)

La modélisation discrete est une bonne alternative aux méthodes continues, offrant la possibilité de mieux comprendre et modéliser les phénomènes complexes à des échelles très fines. Dans la littérature, deux catégories de modélisation discrète sont proposées.

La première est basée sur la dynamique non régulière connue sous le nom de Dynamique des Contacts (Non Smooth Contact Dynamics (NSCD)). Cette approche n'autorise aucune interpénétration des ED en contact. Par conséquent, aucune flexibilité n'est attribuée au contact interparticulaire. La Dynamique des Contacts [108, 167] utilise un schéma d'intégration implicite. La deuxième catégorie, qualifiée d'approche explicite, a été introduite par Cundall et Strack en 1979 (Smooth Contact Dynamics). Cette approche autorise l'interpénétration des ED en interaction en supposant un contact élastique. Elle consiste à discrétiser le milieu modélisé par des ED (Figure I.9) interagissant avec leurs éléments voisins par contact, ce qui facilite la modélisation des vides, des imperfections ou encore des hétérogénéités.

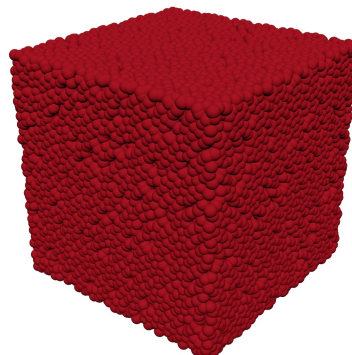


FIGURE I.9 – Exemple de VER composé d'ED sphériques

La MED est une méthode numérique très utile pour la modélisation et l'étude du comportement des systèmes granulaires [76, 97, 123, 230, 231, 236] rencontrés

dans plusieurs domaines : tribologie [146], agriculture [244], géotechniques [44], etc. Par ailleurs, cette méthode a également été utilisée pour modéliser des milieux continus homogènes et hétérogènes. Dans ce contexte, plusieurs catégories de modélisation par ED peuvent être trouvées dans la littérature. La première catégorie est celle des modèles lattice, dans lesquels le solide est modélisé par un ensemble de nœuds reliés par des éléments de type poutre [198, 199]. L'inconvénient de ces modèles est que les nœuds n'ont généralement ni masse ni volume, ce qui peut induire des problèmes numériques dans la simulation de l'endommagement. Afin de résoudre ce problème, une deuxième catégorie de modèles numériques a été proposée. Il s'agit des modèles particuliers dans lesquels pour chaque ED, une masse et un volume sont attribués. La troisième catégorie, utilisée dans ce travail, consiste à combiner les modèles lattice et particulière. Afin de simuler un milieu continu, le matériau est alors modélisé par un ensemble d'éléments discrets en interaction. Il existe plusieurs lois d'interaction permettant de modéliser les liens entre les ED en contact. Le modèle le plus simple est le modèle ressort avec une loi de contact linéaire contrôlée par une raideur normale k_n . Le deuxième modèle, en plus d'une raideur normale k_n , tient également compte d'une raideur tangentielle k_t . L'inconvénient de ces deux modèles est la non prise en compte des moments générés au niveau du contact. Pour cette raison, un modèle plus complet a été développé [124] pour intégrer la notion de moment. Récemment, une formulation de type poutre [18] a été proposée pour modéliser les efforts de cohésion entre chaque paire d'ED en contact. Ce modèle a été par la suite enrichi [130] en y ajoutant des termes de couplage entre les efforts tangentiels et les efforts de flexion dans la matrice de rigidité de la poutre. Le principe de ce modèle ainsi que le processus d'évaluation des propriétés effectives du VER sont détaillés dans le chapitre III.

Depuis quelques années, la MED est de plus en plus utilisée pour l'étude de différents phénomènes mécaniques [18, 33, 90, 130], thermiques [104, 133, 184] ou électriques [145]. En effet, dans la modélisation par la MED, l'association du comportement cohésif aux éléments discrets permet de bien s'adapter à l'étude des matériaux comme le béton [55, 206, 207], les roches [10, 91, 113] ainsi que les matériaux composites fibreux [128, 130, 131, 148, 235]. Parmi les contributions scientifiques dans le domaine des matériaux composites fibreux, Ismail *et al.* [105] se sont intéressés à la génération des distributions aléatoires de fibres pour la modélisation des composites stratifiés et Khattak *et al.* [115] ont étudié la réponse en traction des composites polymères renforcés par des fibres de carbone. Ainsi, plusieurs auteurs se sont intéressés au développement de la MED pour la modélisation des phénomènes d'endommagement [106, 229], notamment dans les composites fibreux [128, 148]. Dans ces travaux, la fissuration est étudiée en analysant les efforts de contact entre chaque paire d'ED en interaction. La propagation de fissures

se traduit alors par la perte de cohésion entre les contacts (Figure I.10), ce qui évite des processus comme le remaillage lorsqu'une fissure se propage. Ainsi, dans le cas d'une multi-fissuration, la MED apporte une certaine souplesse numérique dans la gestion des discontinuités, ce qui la rend plus flexible et plus intuitive que la MEF et ses variantes.

Sur la base de travaux récents, il a été démontré que le modèle cohésif de type poutre [130] est plus pertinent que son homologue de type ressort [182], notamment pour la description de matériaux hétérogènes, de l'endommagement [128], ainsi que la modélisation du comportement mécanique sous chargements dynamiques [197]. Afin d'élargir le champ d'applications de la MED, de nouveaux modèles ont été introduits, pour traiter des problèmes d'interface [128, 131] ou non linéaires [109]. Enfin, dans le cadre d'approches de couplage, la MED peut être couplée à la MEF afin de tirer bénéfice des avantages de chacune des deux méthodes [93, 133].

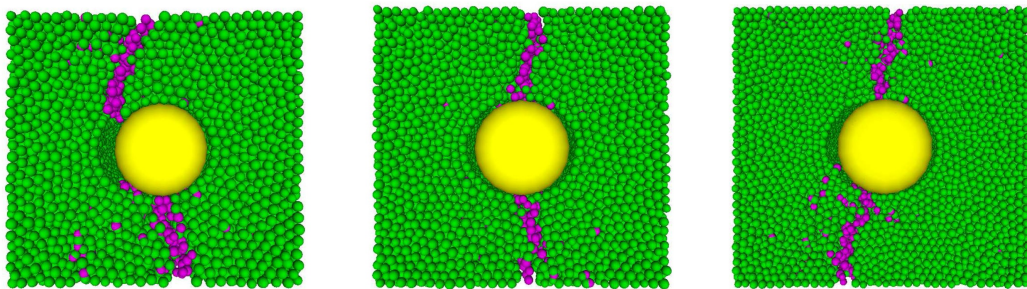


FIGURE I.10 – Exemples de propagation de fissures dans un matériau composite fibreux modélisé par la MED [128]

4 Modélisation de la variabilité

Les fibres végétales, de par leur caractère naturel, ainsi que les procédés de fabrication des structures, induisent des incertitudes sur les propriétés matériaux et physiques. Mace *et al.* [144] proposent un inventaire complet des approches possibiliste et probabiliste permettant de prendre en compte la variabilité. Lorsque l'incertitude est liée à un manque de connaissances, une approche possibiliste est utilisée pour modéliser la variabilité [13, 77, 103, 170]. L'approche probabiliste [11, 79, 119, 138, 200, 211, 219] est appropriée lorsque l'incertitude est aléatoire. Les paramètres incertains suivent alors une loi de probabilité et peuvent être modélisés par des variables ou des champs aléatoires. La section 4.1 présente cette modélisation des paramètres incertains. Différentes méthodes, dans la section 4.2, sont ensuite rappelées pour propager les incertitudes au travers d'un modèle numérique. L'évaluation de la variabilité de sortie s'effectue sur les quantités statistiques

obtenues.

4.1 Modélisation des paramètres incertains

4.1.1 Variable aléatoire

Les paramètres incertains d'un modèle stochastique peuvent être modélisés par des variables aléatoires lorsqu'ils n'ont pas de variation spatiale sur la structure. Un vecteur aléatoire $\langle \xi \rangle$ de moyenne nulle et d'écart type égal à 1 permet d'exprimer le vecteur des variables aléatoires $\langle X \rangle$ par l'équation I.20, où $\mu(X)$ est la moyenne et $cov(X)$ le coefficient de variation calculé par l'équation I.21 avec $\sigma(X)$ l'écart type

$$\langle X \rangle = (1 + cov(X)\langle \xi \rangle)\mu(X) \quad (I.20)$$

$$cov(X) = \frac{\sigma(X)}{\mu(X)} \quad (I.21)$$

4.1.2 Champ aléatoire

Si les paramètres incertains ont plutôt une variation spatiale, le choix de modélisation se porte sur une représentation par champs aléatoires. Pour une structure discrétisée (par la MEF par exemple), le paramètre peut prendre une valeur par élément et la variation d'un élément à l'autre est déterminée en fonction de la longueur de corrélation. Plusieurs méthodes sont utilisées pour discrétiser le champ aléatoire, notamment les techniques du point milieu [117], de la moyenne locale [223, 224], par intégration numérique [31, 156] et des intégrales pondérées [57, 58, 59].

4.1.3 Lois de distribution

Un paramètre incertain représenté par une variable ou un champ aléatoire suit une loi de distribution, pouvant refléter des données observées. Les densités de probabilité utilisées sont basées sur des résultats expérimentaux provenant d'échantillons ou sur le bon sens physique du modélisateur. Nous présentons dans cette section quelques lois fréquemment utilisées.

Loi Gaussienne : Afin d'exprimer la distribution d'un paramètre matériau ou physique, la loi la plus souvent utilisée est la loi Gaussienne [32]. La distribution d'une loi normale, caractérisée par une moyenne μ et un écart type σ , est illustrée sur la Figure I.11. Elle est généralement tronquée $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ pour éviter

les valeurs non physiques. La densité de probabilité de cette loi est donnée par l'équation I.22 suivante :

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(X - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{I.22})$$

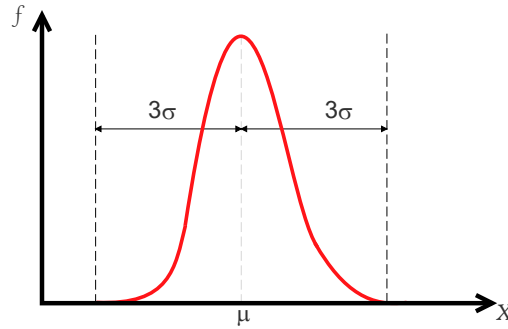


FIGURE I.11 – Distribution d'une loi Gaussienne tronquée à $\pm 3\sigma$ et de moyenne μ

Loi uniforme : La loi uniforme [122] est caractérisée par une densité de probabilité constante sur un intervalle $[a, b]$ comme l'illustre la Figure I.12. La densité de probabilité dans ce cas est exprimée par l'équation I.23 suivante :

$$\begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{pour } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{I.23})$$

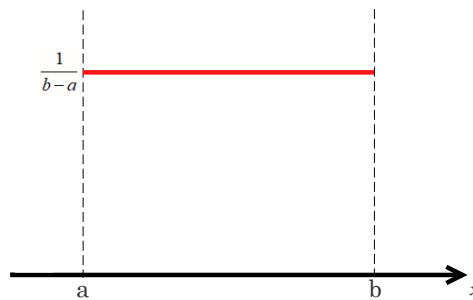


FIGURE I.12 – Distribution d'une loi uniforme sur l'intervalle $[a, b]$

Loi log-normale : Une variable aléatoire X suit une loi log-normale [134] de paramètres μ et σ^2 si la variable $Y = \ln(X)$ suit une loi normale d'espérance μ et de variance σ^2 . La densité de probabilité de la loi log-normale est donnée par l'équation I.24 suivante :

$$f(X) = \frac{1}{X\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln X - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{I.24})$$

Loi de Rayleigh : La loi de Rayleigh [205] apparaît comme la norme d'un vecteur Gaussien bi-dimensionnel dont les coordonnées sont indépendantes, centrées et de même variance. Sa densité de probabilité est exprimée par l'équation I.25 suivante :

$$f(X) = \frac{X}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{X^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{I.25})$$

4.2 Méthodes stochastiques

Après avoir modélisé les paramètres incertains par des variables ou champs aléatoires suivant une loi de distribution (normale, log-normale, uniforme ...), une méthode stochastique est choisie pour propager les incertitudes et donc évaluer la réponse du modèle mécanique probabiliste. Lorsque l'approche est probabiliste, les méthodes souvent utilisées et présentées dans cette section sont : la méthode de perturbation, la méthode spectrale et la méthode de Monte Carlo. Une approche probabiliste non paramétrique est également introduite.

4.2.1 Méthode de perturbation

La méthode de perturbation est une méthode stochastique basée sur le développement en série de Taylor des paramètres incertains [214]. La quantité perturbée peut être une matrice de rigidité, un déplacement, un chargement... Elle est exprimée en fonction des paramètres incertains X_i où $i = 1, 2, \dots, n_v$, comme le montre l'équation I.26, avec n_v le nombre de variables et l'indice 0 indiquant les valeurs nominales

$$Y = Y_0 + \sum_{i=0}^{n_v} \frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{X=X_0} (X_i - X_{0,i}) + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n_v} \sum_{j=0}^{n_v} \frac{\partial^2 Y}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_{X=X_0} (X_i - X_{0,i})(X_j - X_{0,j}) + \dots \quad (\text{I.26})$$

Le développement de Y correspond à la somme de la valeur nominale et des termes perturbés faisant intervenir les sensibilités d'ordre croissant. Les termes

supérieurs de second ordre sont parfois négligés. La moyenne est alors donnée par l'équation I.27

$$\begin{aligned} \mu(Y) = & Y_0 + \sum_{i=1}^{n_v} \frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{X=X_0} \mu[(X_i - X_{0,i})] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_v} \sum_{j=1}^{n_v} \frac{\partial^2 Y}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_{X=X_0} \mu[(X_i - X_{0,i})(X_j - X_{0,j})] \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

Dans cette expression, le terme $\mu[(X_i - X_{0,i})]$ est nul et l'expression $\mu[(X_i - X_{0,i})(X_j - X_{0,j})]$ est égale à la matrice de covariance $[cov_{ij}]$ des variables. L'approximation de la moyenne au second ordre est alors donnée par l'équation I.28

$$\mu(Y) = Y_0 + \frac{1}{2} [cov_{ij}] \sum_{i=1}^{n_v} \sum_{j=1}^{n_v} \frac{\partial^2 Y}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_{X=X_0} \quad (\text{I.28})$$

Plusieurs formulations de la méthode de perturbation ont été proposées pour étudier des structures modélisées par éléments finis, notamment par Cambou [35], Hisada et Nakagiri [99, 100], menant au développement de la Méthode des Éléments Finis Stochastiques par Perturbation (MEFSP). L'utilisation de cette méthode est compatible avec la plupart des logiciels éléments finis. Différentes variantes de la méthode MEFSP ont été proposées, notamment pour les études en statique [74] et en dynamique [73].

4.2.2 Méthode spectrale

La méthode spectrale a été proposée par Sun [52] et développée par Ghanem et Spanos [166]. Elle permet de discrétiser les champs aléatoires d'entrée à l'aide de l'expansion de Karhunen-Loève, et de représenter la réponse sur la base de polynômes, en particulier du chaos polynomial [201]. La réponse du système Y peut alors être exprimée par l'équation I.29, représentant une série de polynômes définie par l'ensemble des variables aléatoires orthogonales Ψ_i d'espérance $E(\Psi_i)$ (équation I.30), n_p étant le nombre de termes et Y_i les coefficients à déterminer.

$$Y = \sum_{i=0}^{n_p} Y_i \Psi_i \quad (\text{I.29})$$

$$\begin{cases} \Psi_0 = 1 \\ E(\Psi_i) = 0, \quad i > 0 \\ E(\Psi_i \Psi_j) = 0, \quad i \neq j \end{cases} \quad (\text{I.30})$$

La méthode spectrale est efficace pour les processus stochastiques Gaussien. De plus, des auteurs ont constaté qu'en se basant sur le chaos polynomial, l'erreur quadratique moyenne résultant d'une représentation finie d'un processus stochastique est minimisée [196]. Par ailleurs, la méthode spectrale est utilisée dans différents domaines, notamment pour l'analyse probabiliste des structures composites. En effet, Chung *et al.* [47] ont étudié le coefficient de corrélation des contraintes déviatoriques d'un panneau composite en flexion, et Ngah and Young [175] ont évalué la variabilité des contraintes et des déformations pour un panneau composite en traction en considérant des propriétés matériaux incertaines.

4.2.3 Simulation de Monte Carlo

Dans le cadre de l'analyse probabiliste, la Simulation de Monte Carlo (SMC) est une méthode stochastique simple à mettre en oeuvre et robuste, permettant d'étudier la variabilité de la réponse R d'un modèle [34, 80]. Toutefois, l'inconvénient est qu'elle nécessite généralement un grand nombre de tirages n_t , d'où un coût élevé de temps de simulation. Les résultats des tirages permettent d'évaluer les quantités statistiques (moyenne μ et écart type σ) respectivement données par les équations I.31 et I.32

$$\mu(R) = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} R_i \quad (\text{I.31})$$

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{n_t - 1} \left[\sum_{i=1}^{n_t} R_i^2 - n_t \mu^2(R) \right] \quad (\text{I.32})$$

Deux variantes basées sur la méthode SMC sont distinguées :

Méthode SMC directe : Les simulations sont réalisées directement par le solveur, on réalise autant de simulations que de tirages de paramètres incertains. Ainsi, le coût de calcul de la méthode SMC directe est très élevé pour des modèles avec un grand nombre de degrés de liberté. Cependant, cette méthode est très robuste et elle est souvent utilisée en guise de référence pour valider des résultats obtenus par d'autres méthodes stochastiques. La méthode SMC directe est en effet très utilisée pour l'analyse probabiliste de structures homogènes [22, 42, 51] et composites [81, 188, 209].

Méthode SMC associée à une surface de réponse ou un méta-modèle Compte tenu du coût élevé de la méthode SMC directe, plusieurs techniques ont été proposées dans le but d'optimiser le nombre de tirages et de minimiser le temps de simulation en effectuant des tirages sur un modèle réduit. La méthode de surface de réponse consiste à construire une expression analytique d'une réponse.

Associée à la méthode SMC, un méta-modèle réduit est construit, sur lequel les tirages de Monte Carlo peuvent être effectués. Parmi les méthodes utilisées pour construire un méta-modèle, nous citons la Certain Generalized Stress Method (CGSM) [126], qui est une approche probabiliste pour l'analyse statistique de structures minces et épaisses. Pour une analyse probabiliste basée sur la MEF, la résolution éléments finis est remplacée par l'évaluation du méta-modèle, permettant de réduire le coût de chaque tirage considérablement. Cette approche a été utilisée par plusieurs auteurs, notamment pour l'analyse probabiliste des structures composites en vibration avec des propriétés matériaux incertaines [38, 194]. Elle a également été utilisée pour évaluer la variabilité de réponse dynamique de plaques [61, 62] ou de coques [60] composites avec des propriétés physiques ou géométriques incertaines.

4.2.4 Méthode non paramétrique

Les différentes méthodes stochastiques présentées jusqu'ici prennent en considération la variabilité de paramètres de la structure étudiée. Cependant, le choix des paramètres incertains d'un modèle et des lois de probabilité associées n'est pas toujours évident. Pour cette raison, Soize [189] a proposé de prendre en compte les incertitudes sur les paramètres et les incertitudes de modélisation avec une approche non paramétrique pour l'analyse de structures complexes. L'incertitude est alors introduite directement dans les matrices caractéristiques du système mécanique, résolu en utilisant la théorie des matrices aléatoires [210]. L'approche non paramétrique est utilisée pour l'analyse de structures en dynamique, notamment les panneaux composites de type sandwich [43] et les structures aérospatiales [37].

5 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur les matériaux composites renforcés par des fibres naturelles. Cette catégorie de composites est de plus en plus développée dans le domaine industriel grâce aux multiples avantages qu'elle propose, notamment en termes de respect des normes environnementales, de coût et également de performances mécaniques. La deuxième partie du chapitre a été dédiée à un état de l'art sur les approches analytiques et les méthodes numériques utilisées pour la modélisation des composites fibreux. En effet, l'évaluation des propriétés effectives de ce type de microstructures complexes ne peut se faire de manière fiable par les approches analytiques, basées sur des hypothèses restrictives. Les méthodes numériques représentent un outils plus performant, permettant de reproduire correctement une microstruc-

ture complexe pour évaluer les propriétés effectives. En ce qui concerne l'étude de l'initiation et de la propagation de fissures, la MED reste un outil bien adapté, flexible et intuitive pour la modélisation de ce type de phénomènes mécaniques. Finalement, un état de l'art sur les méthodes stochastiques pour la propagation des incertitudes à travers un modèle numérique est présenté dans la troisième partie du chapitre. Ces méthodes permettent de prédire le niveau de variabilité des grandeurs mécaniques en prenant en considération un ou plusieurs paramètres incertains dans la simulation numérique. Dans la présente contribution, la méthode SMC associée à l'approche Certain Generalized Stress Method (CGSM) introduite dans le chapitre VI sera utilisée pour évaluer la variabilité du comportement mécanique du composite fibreux.

Chapitre II

Élaboration et caractérisation mécanique du composite biosourcé lin - bioépoxy

Sommaire

1	Introduction	63
2	Milieu continu équivalent (MCE)	63
3	Modèle cohésif de type poutre	66
3.1	Présentation du modèle cohésif de type poutre	66
3.2	Identification des propriétés macroscopiques du modèle	69
3.3	Processus de calibration des paramètres du modèle	71
4	Comparaison du modèle cohésif de type poutre avec des mo- dèles analytiques existants	74
4.1	Hypothèses de Voigt	74
4.2	Modèle Best-fit	75
4.3	Comparaison du modèle avec les hypothèses de Voigt et Best-fit	75
5	Validation du modèle cohésif de type poutre	76
5.1	Validation sur un essai de traction	76
5.2	Validation sur un essai de torsion	80
6	Conclusion	82

1 Introduction

Pour trouver des solutions aux problèmes environnementaux en accord avec le développement durable, des avancées remarquables ont été réalisées dans le domaine de la science des matériaux et plus particulièrement celui des biomatériaux [20, 174]. Les matériaux naturels ont été largement étudiés ces dernières années, notamment le lin, le chanvre, le sisal, le coco et le jute. Les fibres de lin ont fait l'objet de plusieurs travaux de recherche [19, 54, 139]. En effet, plusieurs grands constructeurs automobiles utilisent déjà les fibres de lin comme renfort des matériaux polymères dans la fabrication de pièces [9] (toits de voitures, panneaux de portes, etc). Différents procédés de fabrication sont utilisés pour élaborer ce type de composite. Les procédés de moulage par compression sont particulièrement utilisés pour les matériaux thermodurcissables [16]. Le moulage par transfert de résine (Resin Transfer Molding, RTM) [110] et le moulage par infusion sont également souvent utilisés. Ces deux derniers procédés permettent d'utiliser des fibres relativement longues et de maîtriser leur orientation. Par ailleurs, comme la stabilité thermique des fibres de lin peut être augmentée via des traitements chimiques, la technique de moulage en autoclave peut avoir son intérêt [39]. De plus, les propriétés mécaniques des composites à base de fibre de lin sont souvent comparables à celles des composites renforcés par la fibre de verre [164]. Cependant, les composites renforcés par les fibres de lin présentent un plus grand niveau de variabilité en termes de propriétés matériau et physique. Dans ce chapitre, nous élaborons notre propre matériau lin - bioépoxy et nous évaluons la variabilité expérimentale à l'échelle macroscopique du composite en termes de propriétés élastiques : les modules de Young longitudinal et transversal, ainsi que le coefficient de Poisson.

2 Présentation du renfort et de la résine

Les fibres végétales sont de plus en plus utilisées dans le domaine des matériaux composites pour la conception de pièces de structure et de pièces d'habillage. En effet, différents secteurs industriels (automobile, aéronautique, industrie des sports) s'intéressent depuis de nombreuses années aux composites biosourcés. Ceci est dû aux performances mécaniques intéressantes que présentent ces matériaux, ainsi qu'aux raisons écologiques, économiques et marketing. Parmi les fibres naturelles, nous avons choisi de travailler avec la fibre de lin. Cette fibre est caractérisée par de bonnes propriétés mécaniques [164], une excellente adhésion fibres/matrice [129] et le respect des normes environnementales.



FIGURE II.1 – Tissu de lin FlaxPly UD utilisé

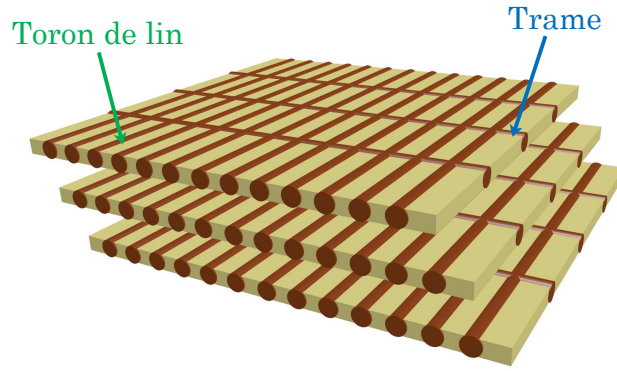


FIGURE II.2 – Schéma de couches du tissu, formé de torons et de trames

2.1 Renfort en lin

Afin d'élaborer le matériau composite étudié, un tissu de lin fourni par la société Eco-Technilin [4] est utilisé. Ce tissu FlaxPly UD 180 (Figure II.1) fait partie d'une gamme de tissu de lin prêt à être utilisé pour la fabrication de matériaux composites. Cette gamme de renforts en lin a été principalement développée pour obtenir de bonnes propriétés d'amortissement des vibrations, améliorer la rigidité et l'aspect esthétique des pièces fabriquées en composites, ainsi que pour obtenir une masse faible de ces pièces. Le tissu FlaxPly UD 180 permet également le développement de matériaux écologiques et biosourcés par rapport aux matériaux conventionnels.

Avant que le matériau soit stocké à température ambiante, le fournisseur fait subir au tissu un pré-traitement passant par une étape d'ensimage. Le matériau est ensuite prêt à être imprégné par un processus de fabrication (infusion, RTM...). Le tissu de lin FlaxPly UD utilisé est caractérisé par un grammage de 180 g de lin/m² et une densité théorique de 1.33 g/cm³ fournie par Eco-Technilin. Cette densité théorique est vérifiée à travers des mesures expérimentales de la masse de 10 échantillons dans l'air et dans l'eau à température constante $T_{H_2O} = 26^\circ$. En effet, la densité d'un matériau peut être évaluée en réalisant des pesées dont une en immergeant le matériau dans l'eau. Nous notons M_{air} et M_{eau} respectivement les masses de l'échantillon de lin mesurées dans l'air et du liquide déplacé par l'échantillon trempé dans l'eau ($\rho_{eau} = 0.99$ g/cm³ la densité volumique de l'eau). Fabrice *et al.* [152] proposent l'équation II.1 pour mesurer une densité volumique. En utilisant nos résultats de mesure pour 10 échantillons, la moyenne de la densité volumique expérimentale du lin ρ_{exp} est estimée à 1.34 g/cm³ avec un écart type de 0.04. Ce résultat est comparable aux données du fournisseur et aux résultats

de la littérature [181].

$$\rho_{exp} = \frac{M_{air}}{M_{eau}} \rho_{eau} \quad (II.1)$$

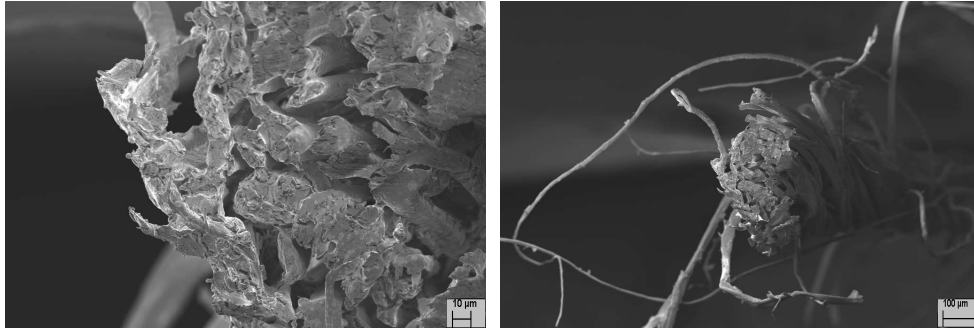


FIGURE II.3 – Observations d'un toron de lin sous MEB

Le tissu est unidirectionnel, il est composé de torons de lin longitudinaux avec des trames transversales pour assurer le positionnement des torons (Figure II.2). Pour mieux connaître la structure de ce tissu, des observations sous Microscopie Électronique à Balayage (MEB) sont réalisées. La Figure II.3 illustre un exemple de toron de lin observé, composé d'un ensemble de fibres de lin. Par ailleurs, des mesures de diamètres de torons de lin sont également réalisées. Pour cela, un ensemble de torons est soigneusement extrait du tissu unidirectionnel sur lequel les mesures sont effectuées à l'aide d'un microscope optique. Comme le diamètre n'est pas constant le long d'un toron, nous évaluons une moyenne à partir des différentes valeurs de diamètres prises à plusieurs positions. Cette opération est réalisée pour 18 torons, permettant de quantifier une moyenne de 182.6 µm pour le diamètre, correspondant aux valeurs issues de la littérature [153].

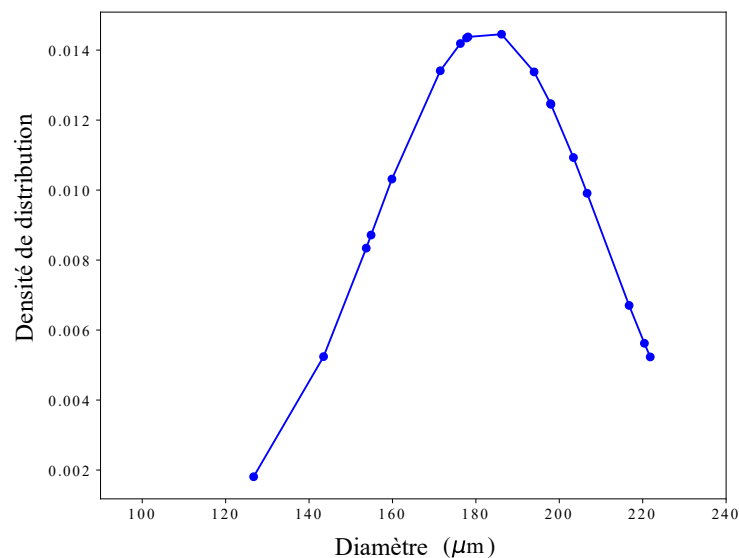


FIGURE II.4 – Résultats des mesures de diamètres des torons de lin

Les résultats sont reportés sur la Figure II.4 représentant une densité de distribution à tendance Gaussienne. Ces résultats reflètent un niveau de variabilité important avec un coefficient de variation proche de 15%. Ce niveau de variabilité est susceptible d'induire une variabilité des propriétés mécaniques du composite à l'échelle macroscopique [222].

2.2 Résine bioépoxy

Parmi les résines thermodurcissables, l'époxy est très souvent utilisé [139] pour ses performances mécaniques élevées et sa résistance à la dégradation due à l'environnement. Dans ce travail, nous avons fait le choix d'utiliser la résine InfuGreen 810 (Figure II.5) fournie par la société Sicomin [8]. Ce type de résine a été spécialement formulé pour les procédés de fabrication par transfert de résine, tels que l'injection ou l'infusion. Cette époxy biosourcée est caractérisée par un module de Young macroscopique de 3.3 GPa et un coefficient de Poisson de 0.33. Elle possède une faible viscosité à température ambiante et peut être utilisée avec différents durcisseurs permettant de produire de petites ou grandes pièces. La particularité de la résine époxy InfuGreen 810 réside dans le fait qu'elle est produite avec environ 38% de carbone d'origine végétale et qu'elle a un impact environnemental moindre que les résines époxy standard.



FIGURE II.5 – Résine et durcisseur bioépoxy InfuGreen 810 utilisés

3 Procédés de fabrication et mise en œuvre du matériau composite biosourcé lin - bioépoxy

3.1 Procédés de fabrication

Il existe plusieurs technologies de mise en œuvre des matériaux composites. Généralement, la mise en forme des composites est effectuée en deux grandes

étapes : disposer les fibres et la matrice dans un moule, puis solidifier la matrice. Toutefois, il n'est pas évident d'assurer le moulage d'une pièce sans bulles d'air et avec un dosage correct pour obtenir les propriétés mécaniques requises. Pour cela, plusieurs procédés d'élaboration ont été proposés en utilisant différents principes de remplissage avec des moules ouverts ou fermés. Quelques exemples de ces procédés sont maintenant présentés.

3.1.1 Moulage au contact

Le moulage au contact est un procédé entièrement manuel qui permet la réalisation de pièces de dimensions petite ou grande et de forme possiblement complexe, ce qui favorise son utilisation pour élaborer des moules ou des prototypes. Ce procédé consiste à imprégner manuellement des renforts disposés dans un moule à l'aide d'un pinceau dans le but d'éliminer les bulles d'air et de bien compacter l'ensemble des renforts. Le moule utilisé contient un agent démoulant et est recouvert d'une couche de gel coat (Figure II.6) [154], pour faciliter le démoulage à l'aide d'un jet d'air comprimé. Toutefois, les pièces fabriquées possèdent une seule face lisse ce qui peut être un inconvénient par rapport à la technique de corrélation d'images numériques que nous allons utiliser par la suite dans nos essais mécaniques. De plus, dans ce procédé, la polymérisation se fait à température ambiante, ce qui n'est pas en accord avec les consignes fournies par le fournisseur de notre résine bioépoxy.

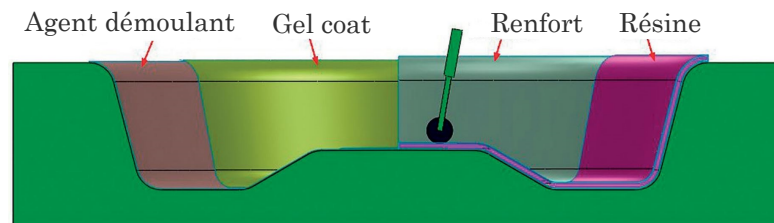


FIGURE II.6 – Principe de la fabrication au contact dans un moule négatif

3.1.2 Moulage par infusion

Le procédé de moulage par infusion est généralement utilisé pour fabriquer des pièces de grandes tailles. Le principe de la fabrication par infusion consiste à faire migrer la résine au travers des renforts en faisant le vide. En effet, les renforts sont positionnés dans un moule négatif, sur lesquels un tissu d'arrachage permettant de retirer le reste des produits après polymérisation est placé. Ensuite, un film étirable perforé est rajouté pour limiter la quantité de résine dans la pièce et permettre l'évacuation des bulles d'air. Ce procédé permet de diminuer les

inclusions d'air, d'avoir une épaisseur constante dans toute la pièce, et d'obtenir une bonne reproductibilité. Cependant, il est conseillé pour la fabrication de pièces de dimension supérieure à 2m^2 .

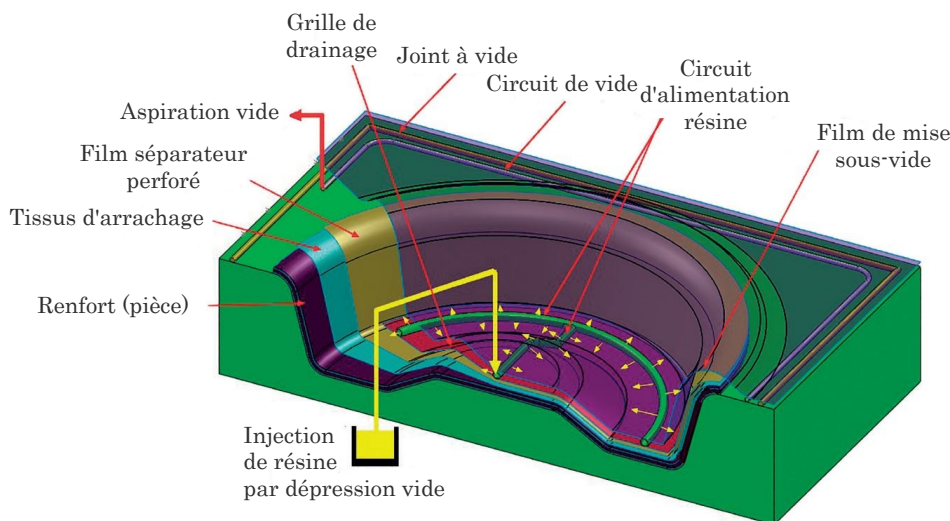


FIGURE II.7 – Principe de l'élaboration par infusion

3.1.3 Moulage par injection basse pression (RTM : Resin Transfer Molding)

Le procédé RTM est souvent adopté pour fabriquer des pièces de dimension inférieure à 6 m^2 . Dans un moule rempli de renforts, la résine liquide est injectée avec une pression qui peut varier entre 1.5 et 4 bars. La résine migre sous l'action de la pression d'injection et imprègne l'ensemble de la pièce (Figure II.8 [154]). Cette injection est réalisée à l'aide d'une machine mélangeant la résine au catalyseur. Le procédé de moulage par RTM permet d'élaborer des pièces d'épaisseur constante avec deux faces lisses, ce qui répond parfaitement à nos besoins.

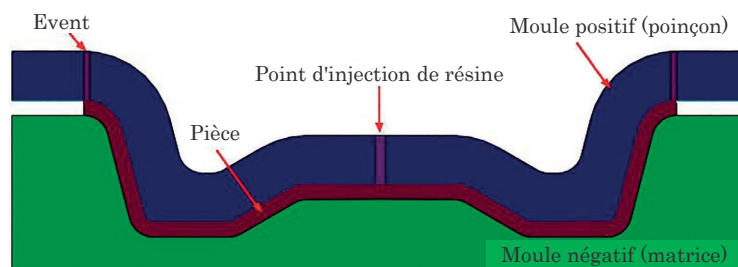


FIGURE II.8 – Principe de l'élaboration par RTM

Toutefois, pendant l'injection, la pression engendrée par la résistance du renfort s'oppose au fluage de la résine, ce qui induit des contre-pressions importantes. Pour

remédier à ce problème, le moulage par injection basse pression a évolué vers le processus VARTM (Vacuum assisted resin transfer molding).

3.1.4 Moulage par injection basse pression assistée par le vide (VARTM : Vacuum Assisted Resin Transfer Molding)

Le procédé RTM assisté par le vide, illustré par la Figure II.9 [154], est une évolution du procédé RTM. La taille des pièces pouvant être élaborées par le procédé VARTM ne dépasse pas 6 m². Ce procédé est semi-automatique et permet à l'aide de l'utilisation du vide de diminuer les contre-pressions générées tout au long de l'injection de la résine. En effet, dans un premier temps, les renforts sont disposés dans le moule avant de fermer et de faire le vide. La résine est ensuite injectée dans le moule en appliquant une pression à l'aide d'une machine d'injection ou d'un pot sous pression. La migration de la résine est alors assurée par la mise sous vide du moule, maintenue jusqu'à la fin de la polymérisation de la résine. Pour ces caractéristiques, le procédé VARTM est adapté à l'élaboration de notre composite biosourcé et sera donc utilisé dans la section 3.2.

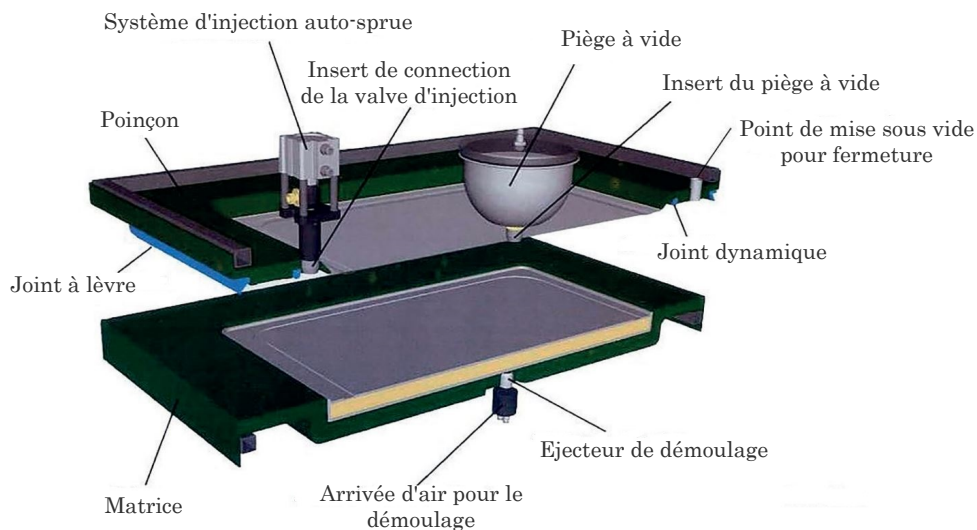


FIGURE II.9 – Principe de l'élaboration par RTM assistée par le vide (VARTM)

3.2 Fabrication du composite biosourcé

La fabrication du matériau composite biosourcé a été réalisée au laboratoire Roberval [7] de l'Université de Technologie de Compiègne (UTC), en collaboration avec l'équipe Composite et en utilisant le matériel à disposition. L'objectif est de fabriquer des plaques composites de forme simple. Le moulage par injection basse pression assistée par le vide (VARTM) est utilisé pour élaborer le matériau

bisourcé à base de fibres de lin. Tout d'abord, les couches du renfort à utiliser sont préparées. Pour cela, le tissu de lin présenté dans la section 2.1 est découpé de façon à obtenir des morceaux de dimensions $290 \text{ mm} \times 290 \text{ mm}$ comme illustré sur la Figure II.2. Ces couches sont ensuite disposées les unes sur les autres dans la même direction, représentant les plis du stratifié unidirectionnel à fabriquer, dans un moule d'une section de $300 \times 300 \text{ mm}^2$ avec une épaisseur de 3 mm (Figure II.10.7). La fraction volumique de fibres visée est $T_v^f = 50\%$. Le nombre de couches est évalué en fonction de la masse volumique de fibre ρ_f égale dans notre cas à 1.33 g/cm^3 , définie par l'équation II.2



FIGURE II.10 – Processus de fabrication d'une plaque composite

$$\rho_f = \frac{M_f}{V_f} \quad (\text{II.2})$$

où M_f et V_f sont respectivement la masse et le volume des fibres. Cette masse

peut être exprimée par la multiplication de la masse d'une couche de fibres m_f par le nombre de couches utilisées N_f (équation II.3). Ainsi, la fraction volumique de fibres T_v^f est donnée par l'équation II.4

$$M_f = m_f N_f \quad (\text{II.3})$$

$$T_v^f = \frac{V_f}{V_c} \quad (\text{II.4})$$

pour une pièce composite de volume V_c , de surface S et d'épaisseur e . Les équations II.3 et II.4 sont injectées dans l'équation II.2 pour obtenir la masse volumique de fibres :

$$\rho_f = \frac{m_f N_f}{e S T_v^f} \quad (\text{II.5})$$

d'où l'équation II.6 avec d_{s_f} la masse surfacique de fibres, estimée à 180 g/m². Pour une fraction volumique de 50%, le nombre de plis correspond ainsi à 10 couches pour une plaque.

$$T_v^f = \frac{d_{s_f} N_f}{e \rho_f} \quad (\text{II.6})$$

Une fois les 10 couches de lin disposées dans le moule, un joint de silicone est appliqué aux deux extrémités du moule (Figure II.10.3) pour être sûr de bien faire migrer la résine dans la bonne direction lors de l'injection. Dans le but de vérifier l'étanchéité du moule, le vide est créé à l'aide d'une pompe. Ensuite, le moule est débranché et le maintien du vide est vérifié après une durée minimale de 30 minutes. Quand l'étanchéité est assurée, le circuit illustré par la Figure II.11 est réalisé. Il permet d'élaborer les pièces composites à l'aide de l'injection par le procédé VARTM en utilisant un pot de compression. Une quantité de 600 g est préparée : 492 g de résine bioépoxy et 108 g de durcisseur, en suivant les instructions du fournisseur (22 g de durcisseur pour chaque 100 g de résine). Ce mélange est injecté avec une pression de 1.6 bars à l'entrée du moule, en appliquant un tirage du vide de -0.6 bar en sortie pour minimiser les contre-pressions générées lors de l'injection. Des régulateurs de pression sont utilisés pour superviser les niveaux de pression à l'entrée et à la sortie du circuit d'injection, ainsi que des vannes pour contrôler l'ouverture et la fermeture du circuit d'injection. Des petites bulles d'air sont détectées à la sortie du moule. A la fin du processus d'injection, après avoir bien laissé couler la résine, ces bulles disparaissent, ce qui témoigne d'une bonne injection. Le procédé dure 14 minutes avec les pressions mentionnées précédemment, avant d'augmenter la pression en entrée à 4 bars pendant une minute juste avant la fermeture des entrée/sortie du circuit. A la fin de l'injection, le moule est

placé dans une étuve pour la polymérisation de la résine (Figure II.10.5), pendant 8 heures à une température de 40°C, selon les instructions du fournisseur.

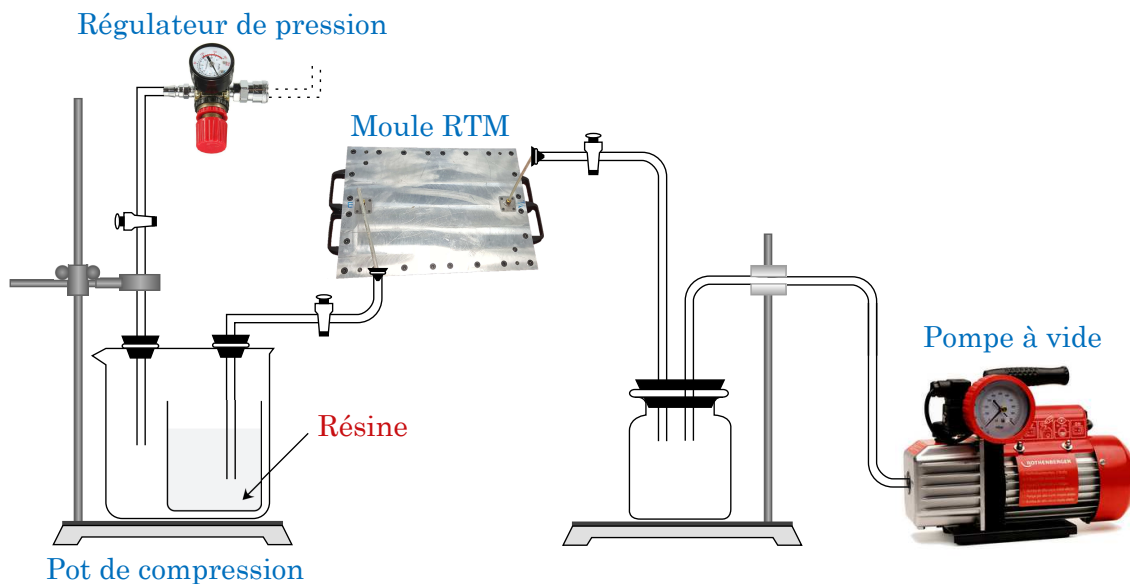


FIGURE II.11 – Circuit d'injection basse pression assistée par le vide (VARTM)

Après la phase de polymérisation, le moule est ouvert pour extraire la plaque du composite comme illustré sur la Figure II.10.6. Le moule est ensuite nettoyé et préparé pour commencer le processus de fabrication d'une nouvelle plaque. Au total, six plaques composites ont été fabriquées afin d'obtenir un nombre d'éprouvettes suffisant pour la caractérisation géométrique et mécanique du composite biosourcé.

4 Caractérisation du composite biosourcé lin - bioépoxy

Dans cette section, le composite biosourcé élaboré est caractérisé d'un point de vue géométrique et mécanique. Des observations sous Microscope Électronique à Balayage (MEB) sont réalisées sur un échantillon d'une plaque pour vérifier la disposition des torons de lin dans le matériau. De plus, des essais mécaniques de traction sont effectués. L'objectif est d'évaluer les modules de Young longitudinal et transversal du composite, ainsi que son coefficient de Poisson, et de quantifier leur niveau de variabilité.

4.1 Caractérisation géométrique des plaques composites biosourcé lin - bioépoxy

En mesurant le poids des couches de tissus utilisées pour chaque plaque, la densité surfacique d_{sf} est évaluée pour ensuite vérifier la fraction volumique de fibres obtenue à l'aide de l'équation II.6. La fraction volumique obtenue expérimentalement est de 45.5% comparée à celle visée qui est de 50%, soit une erreur relative de 9%. Les six plaques élaborées (numérotées de 1 à 6) sont de mêmes dimensions, à savoir $290 \times 290 \text{ mm}^2$. Il est remarqué que l'épaisseur n'est pas la même en différents points d'une plaque. Pour cette raison, des mesures d'épaisseur sont réalisées en différents points sur chaque plaque, dans le but d'évaluer le niveau de variabilité sur une plaque. Un pied à coulisse de précision 0.02 mm est utilisé. Les valeurs d'épaisseur mesurées par plaque suivent une loi de distribution Gaussienne (Figure II.12, plaque 2) caractérisée par une moyenne de 3.095 mm et un écart type de 0.039 mm. Le Tableau II.1 récapitule l'épaisseur moyenne évaluée pour chacune des six plaques et les niveaux de variabilité obtenus. L'épaisseur moyenne des plaques élaborées est alors estimée à 3.13 mm avec un coefficient de variation (CoV) égal à 1%, ce qui caractérise un niveau de variabilité faible.

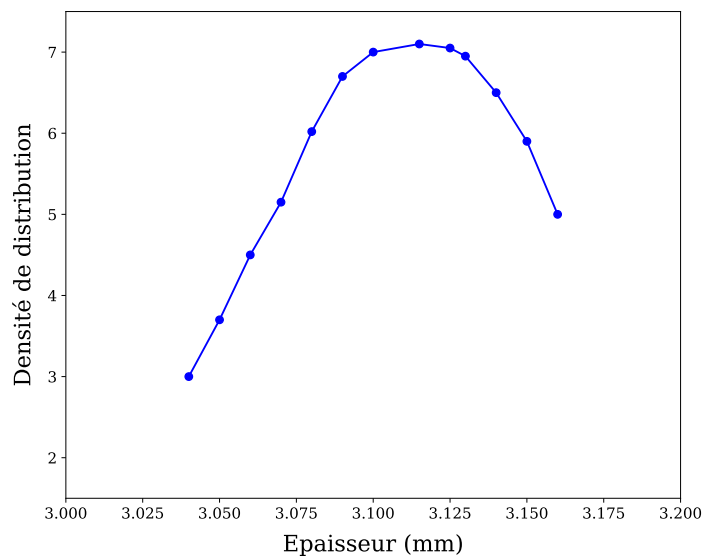


FIGURE II.12 – Distribution à tendance Gaussienne de l'épaisseur de la plaque composite 2

Afin d'analyser la structure de la plaque fabriquée, des observations sont réalisées en utilisant le MEB. Pour cela, des échantillons sont découpés et récupérés aux centres des plaques élaborées, afin d'éviter les éventuels défauts situés aux bords. Les échantillons sont ensuite polis en 3 étapes, comme illustré sur le Tableau II.2, dans le but d'obtenir une surface lisse et brillante à observer sous MEB [111]. La Figure II.13 montre des observations au MEB des échantillons longitudinaux

TABLE II.1 – Mesures des épaisseurs des plaques composites biosourcés

Numéro de la plaque	Moyenne (mm)	Écart type (mm)	CoV (%)
Plaque 1	3.113	0.054	1.76
Plaque 2	3.095	0.039	1.28
Plaque 3	3.119	0.02	0.64
Plaque 4	3.133	0.026	0.83
Plaque 5	3.151	0.021	0.66
Plaque 6	3.16	0.04	1.26

(Figure II.13.a) et transversaux (Figure II.13.b) préparés.

TABLE II.2 – Étapes et paramètres du polissage

Paramètres de polissage	Étape 1	Étape 2	Étape 3
Taille de grains du papier abrasif (μm)	22	15	10
Vitesse (tr/min)	200	200	200
Temps (min)	3	3	3

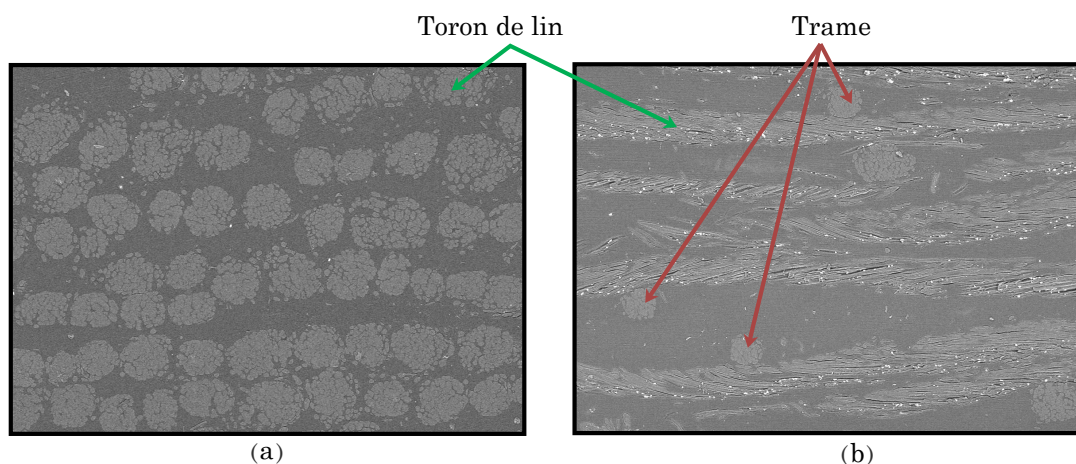


FIGURE II.13 – Observations sous MEB des échantillons du composite biosourcé élaboré

Ces images montrent une bonne imprégnation des renforts et une répartition correcte de la résine dans le composite biosourcé à base de lin. Cependant, la découpe longitudinale (Figure II.13.a) montre l'existence de petites fissures au niveau des renforts. Un bon alignement des couches et une bonne répartition des torons de lin dans chaque couche sont toutefois remarquables. La variabilité des diamètres des torons discutée dans la section 2.1 est aussi clairement constatée sur les images des observations au MEB.

4.2 Caractérisation mécanique du composite biosourcé lin - bioépoxy

Dans la présente section, l'objectif consiste à caractériser le comportement élastique du composite biosourcé lin - bioépoxy. Tout d'abord, des éprouvettes de test (longitudinales et transversales) sont préparées pour réaliser des essais de traction. L'objectif est d'évaluer les propriétés élastiques du matériau composite (le module de Young et le coefficient de Poisson) et de quantifier leur niveau de variabilité.

4.2.1 Préparation des éprouvettes

Les plaques composites fabriquées sont découpées pour obtenir des éprouvettes longitudinales et transversales, en suivant la norme NF EN ISO 527-5. Pour cela, la machine CharlyRobot DMC 600 (Figure II.14) reconnue dans l'industrie pour sa précision de découpage est utilisée.

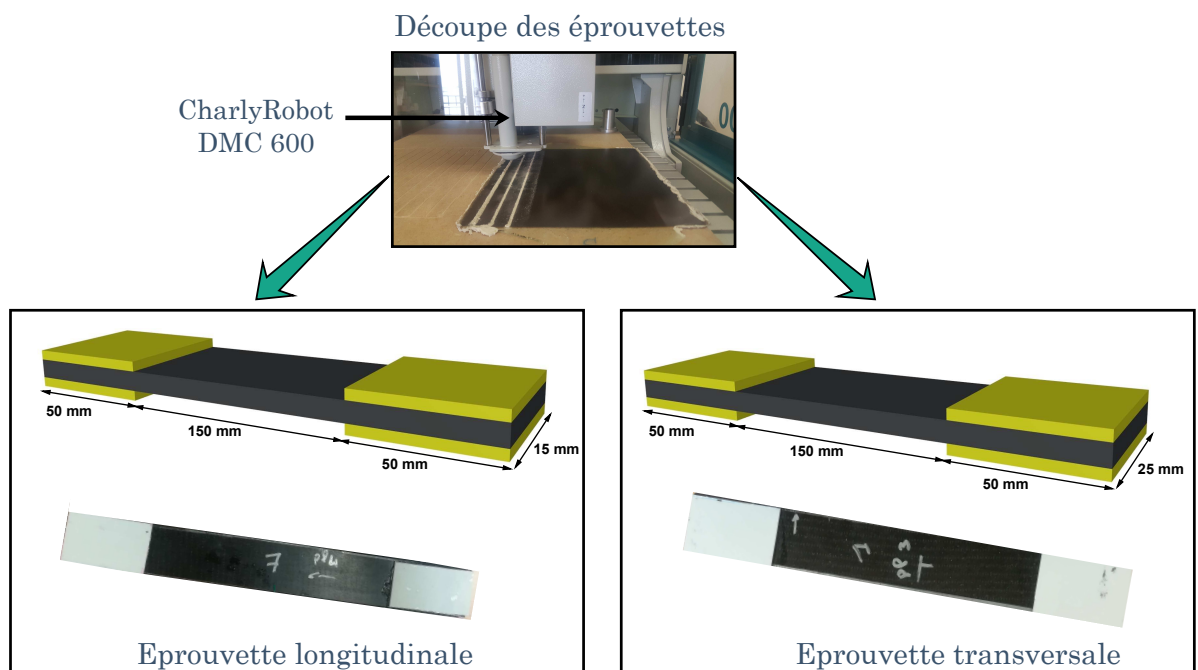


FIGURE II.14 – Découpe et préparation des éprouvettes

Les éprouvettes longitudinales sont découpées dans la direction des renforts pour obtenir une longueur $L = 250$ mm et une largeur $l = 15$ mm. Les éprouvettes transversales sont découpées dans la direction transverse de la plaque et donc dans la direction des trames pour obtenir une longueur $L = 250$ mm et une largeur $l = 25$ mm. Puis, les deux types d'éprouvette sont nettoyés pour enlever les résidus de poussière dus à la découpe. Ensuite, les deux extrémités de chaque éprouvette sont renforcées par des talons (Figure II.14) d'une épaisseur comprise entre 1 et 2

mm, dans le but d'homogénéiser la répartition du serrage des mors appliqué lors de l'essai et de localiser la rupture au centre.

4.2.2 Essais de traction

Les essais de traction sont réalisés dans le but de déterminer les modules de Young et le coefficient de Poisson du composite unidirectionnel (UD) fabriqué. Les essais de traction sur les éprouvettes composites UD sont réalisés à l'aide d'une machine d'essai Instron 4505. Pour quantifier la variabilité des propriétés mécaniques, la moyenne et l'écart type sont évalués (section 4.2.3).

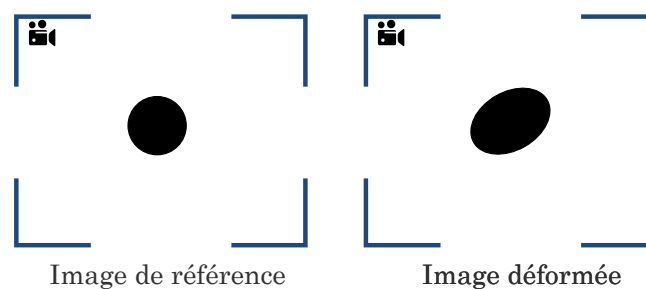


FIGURE II.15 – Exemple des images de référence et déformée

La corrélation d'images numériques est utilisée pour suivre les déplacements et les déformations sur l'éprouvette à l'aide des images de la caméra. Cette méthode peut être appliquée à tout type de matériau ou forme de structure et permet de mesurer le déplacement de chaque pixel à la précision du centième de pixel. Le principe de cette méthode consiste à suivre le déplacement d'un point donné sur plusieurs images déformées prises lors d'un essai mécanique par rapport à une image de référence (Figure II.15). La déformation est ensuite évaluée par rapport à la position initiale de ce point récupérée d'une image prise avant le début de l'essai, appelée image de référence. L'ensemble des images prises constitue un film de l'essai réalisé, à partir duquel le déplacement et la déformation sont mesurés. La méthode revient alors à suivre l'évolution d'un ensemble de points sur une surface donnée. Toutefois, pour qu'un point soit reconnu, il faut une texture aléatoire qui permet de reconnaître la zone autour du point d'intérêt. Pour cela, plusieurs outils peuvent être utilisés. Le mouchetis de peinture à la bombe est utilisé ici. Cette méthode consiste à couvrir la surface de l'éprouvette par une couche de peinture blanche pour ensuite y placer des taches de peinture noire de l'ordre du millimètre comme illustré sur la Figure II.16.

Il est à noter que le mouchetis de peinture est valable pour les éprouvettes dont la taille varie entre un centimètre et un mètre. La méthode de corrélation d'images numériques est donc bien adaptée pour évaluer le déplacement d'un nuage de points, cependant il faut bien s'assurer d'utiliser un éclairage fixe et un

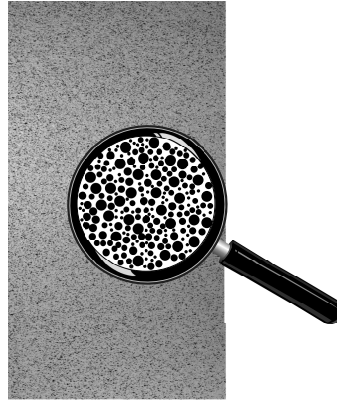


FIGURE II.16 – Exemple de mouchetis de peinture à la bombe

matériel optique de bonne qualité (Figure II.17). L'ensemble des essais est réalisé à température ambiante avec une vitesse de 1 mm/min.

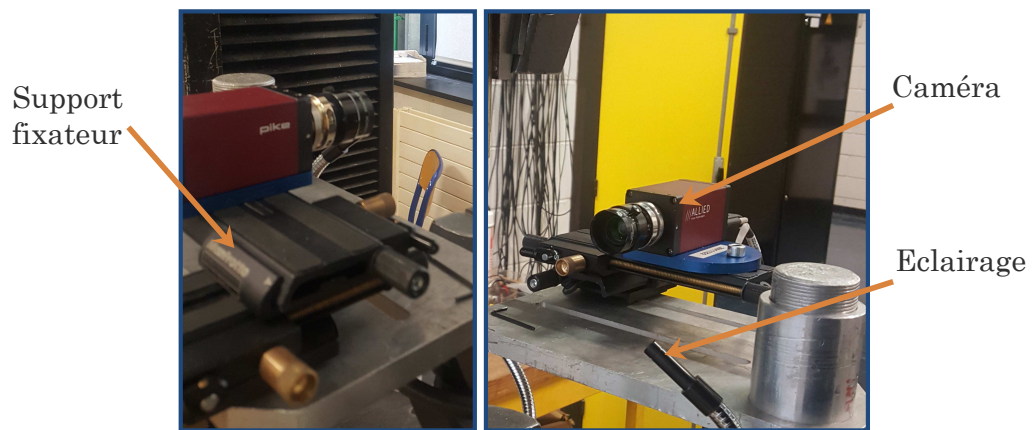


FIGURE II.17 – Montage d'observation sur la machine d'essai pour les essais de traction monotone

4.2.3 Résultats/discussion

- Traction longitudinale

Tout d'abord, le module de Young longitudinal du matériau composite à base de lin est évalué. Cette propriété mécanique est obtenue à l'aide des essais mécaniques de traction présentés dans la section 4.2.2 et est calculée à partir de la zone élastique linéaire de la courbe contrainte-déformation. Des exemples de la première partie de cette courbe (déformation < 0.2%) sont représentés sur la Figure II.18, pour 10 éprouvettes longitudinales. Un filtre lissant a été appliqué pour éliminer les petites perturbations induites par la machine de traction. A partir des six plaques fabriquées, 21 éprouvettes longitudinales sont testées selon les modalités d'essai présentées dans la section 4.2.2. L'ensemble des résultats obtenus est récapitulé dans le Tableau II.3, où E_L est le module de Young longitudinal

et σ_{m_L} la contrainte maximale obtenus lors de l'essai de traction longitudinale. Le module de Young est dispersé et varie de 15.98 GPa à 22.05 GPa.

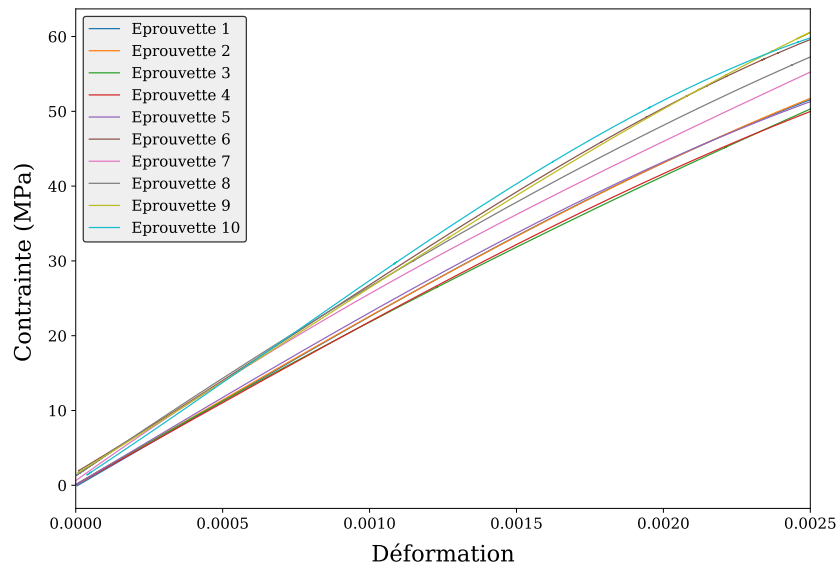


FIGURE II.18 – Courbes contrainte-déformation typiques résultant des essais de traction longitudinale sur le composite biosourcé à base de lin

TABLE II.3 – Quantités statistiques pour les 21 éprouvettes longitudinales testées

Propriétés mécaniques	E_L (GPa)	σ_{m_L} (MPa)
Valeur maximale	22.05	260.16
Valeur minimale	15.98	223.17
Moyenne	19.8	243.35
Écart type	1.6	14.6

En effet, nous remarquons que les courbes contrainte-déformation sont de même tendance mais une dispersion est observée sur les 21 éprouvettes en terme de module de Young. Ainsi, le module de Young longitudinal évalué expérimentalement est estimé d'un point de vue statistique par une moyenne égale à 19.8 GPa et un coefficient de variation (CoV) égal à 11.8%. Le niveau de variabilité peut donc être considéré élevé pour le module de Young longitudinal. Ces résultats suivent une loi de distribution à tendance Gaussienne comme illustré sur la Figure II.19. Les quantités statistiques obtenues pour le module de Young longitudinal sont en concordance avec les données trouvées dans la littérature pour des matériaux composites unidirectionnels à base de lin, notamment dans les travaux de Weyenberg *et al.*[54]. De plus, les valeurs des contraintes maximales sont aussi en bon accord avec les travaux de Cherif *et al.* [45].

Le coefficient de Poisson est aussi évalué. Pour cela, des jauges de déformation bidirectionnelles sont utilisées pour mesurer l'évolution de la déformation dans

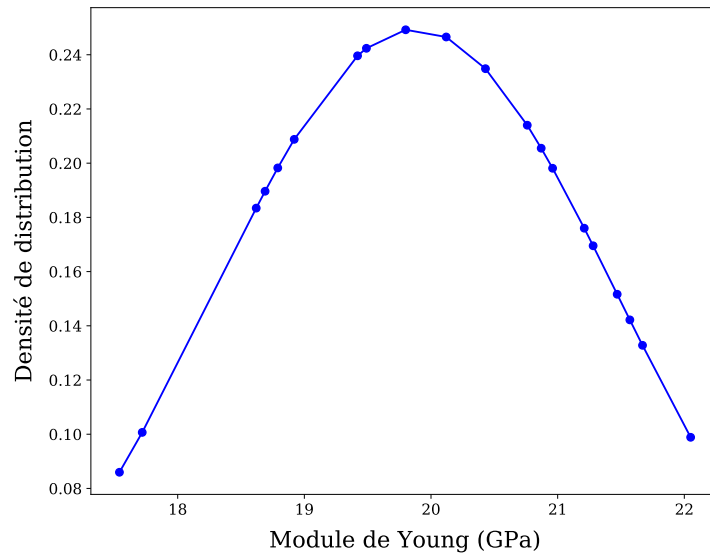


FIGURE II.19 – Distribution à tendance Gaussienne des résultats obtenus pour le module de Young longitudinal

la direction longitudinale de l'éprouvette. La moyenne du coefficient de Poisson évaluée est égale à 0.34, le CoV est égal à 3% soit un niveau de variabilité faible voire modéré. Ce résultat est aussi comparable avec les données existantes de la littérature [45].

- Traction transversale

Ensuite, un ensemble d'essais de traction transversale est réalisé dans le but de quantifier le module de Young transversal du composite biosourcé à base de lin. En utilisant la corrélation d'images numériques, dix essais de traction sont effectués en utilisant les éprouvettes transversales préparées précédemment. Il est supposé ici qu'un échantillon de dix éprouvettes permet d'avoir une bonne estimation de la moyenne et un écart type correct. Les courbes contrainte-déformation obtenues sont représentées sur la Figure II.20. Un filtre a été appliqué pour lisser les petites perturbations induites par la machine d'essai. La dispersion observée sur les courbes de la traction transversale est plus faible que celle observée sur les courbes de la traction longitudinale. Le Tableau II.4 récapitule les propriétés mécaniques transversales du matériau évaluées lors des essais, où E_T est le module de Young transversal et σ_{m_T} la contrainte maximale obtenus lors de l'essai de traction transversale. La valeur moyenne du module de Young transversal est égale à 4.74 GPa. Le CoV est de 5% et peut être considéré comme un niveau de variabilité modéré. Le niveau de variabilité du module de Young transversal est moins important que celui du module de Young longitudinal. En effet, les torens UD de lin, source de variabilité, n'interviennent pas dans les performances mécaniques dans la direction transverse.

D'après les observations faites sur les fibres de lin, la composition chimique

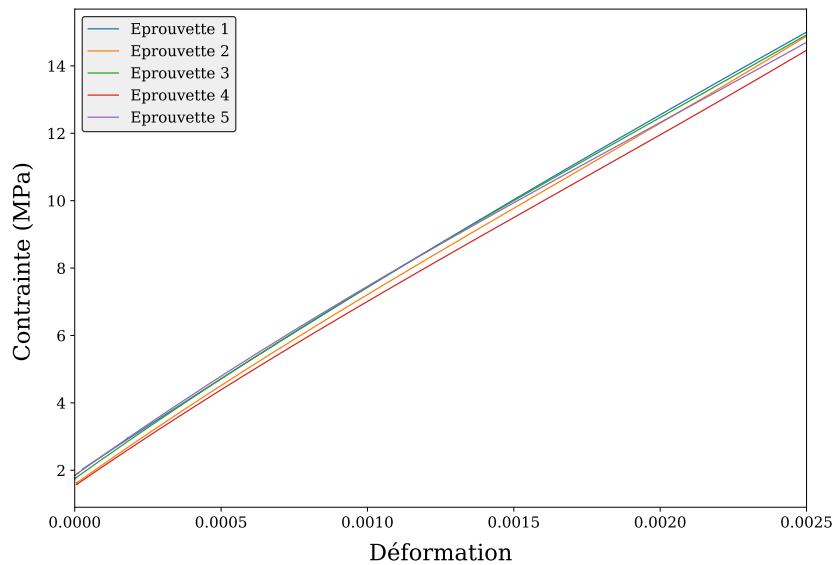


FIGURE II.20 – Courbes contrainte-déformation typiques résultantes des essais de traction transversale sur le composite biosourcé à base de lin

TABLE II.4 – Quantités statistiques pour les 10 éprouvettes transversales testées

Propriétés mécaniques	E_T (GPa)	σ_{mT} (MPa)
Valeur maximale	5.06	29.6
Valeur minimale	4.35	27.9
Moyenne	4.74	28.6
Écart type	0.26	0.11

des fibres de lin, le diamètre, la géométrie, la longueur et la rigidité des torons dans le tissu UD sont des paramètres microscopiques qui induisent la variabilité. L'ensemble de ces paramètres est à l'origine de la variabilité des performances mécaniques (modules de Young longitudinal, transversal et coefficient de Poisson) constatée à l'échelle macroscopique du composite à base de fibre de lin.

5 Conclusion

Ce chapitre a présenté le processus d'élaboration et la caractérisation du composite biosourcé lin - bioépoxy. Dans un premier temps, les matériaux utilisés ont été introduits. Dans un deuxième temps, le processus de fabrication a été présenté. Ensuite, l'ensemble des mesures et des essais mécaniques réalisés sur le matériau fabriqué a été détaillé. Des observations sous MEB ont aussi été effectuées pour mieux connaître la structure du composite élaboré. Les modules de Young longitudinal et transversal macroscopiques, le coefficient de Poisson du composite, ainsi que leur niveau de variabilité ont été quantifiés. Les résultats obtenus sont en

concordance avec les données de la littérature. Par ailleurs, un niveau de variabilité important a été constaté sur le module de Young longitudinal. Afin de prendre en compte la variabilité expérimentale de cette propriété mécanique, une approche probabiliste sera présentée dans le chapitre VI pour améliorer la prédictivité des outils de simulation mécanique du matériau composite biosourcé.

Chapitre III

Modèle cohésif de type poutre pour la modélisation des milieux continus par la méthode des éléments discrets

Sommaire

1	Introduction	85
2	Évaluation du champ de contrainte	85
3	Dispersion de la contrainte dans un milieu homogène	86
4	Approche Halo pour contrôler la dispersion de la contrainte	88
4.1	Présentation de l'approche	88
4.2	Application au milieu homogène	89
4.3	Comparaison de l'approche Halo avec la méthode des éléments représentatifs	93
4.4	Application de l'approche Halo à la déformation	95
4.5	Validation de l'approche Halo par l'essai brésilien	98
5	Conclusion	104

1 Introduction

La Méthode des Eléments Discrets (MED) est une méthode numérique initialement développée par Cundall et Starck [50] pour l'étude du comportement des milieux particulaires. Cette méthode a été par la suite adaptée pour la modélisation des matériaux tels que le béton [147, 216] et les roches [49, 182], en prenant en considération la cohésion entre l'ensemble des éléments constituant le domaine étudié. Ainsi, l'utilisation des lois de contact relativement simples pour prendre en compte les interactions entre des éléments discrets, permet de modéliser le comportement d'un matériau continu. Il faut tenir compte d'un ensemble d'hypothèses et de conditions pour pouvoir considérer un milieu particulaire comme milieu continu équivalent. En effet, en se basant sur les méthodes discrètes, plusieurs modèles ont été proposés pour modéliser le comportement mécanique à l'échelle locale en attribuant des propriétés mécaniques bien définies aux contacts cohésifs. Parmi ces modèles, nous présentons dans ce chapitre le modèle cohésif de type poutre dans lequel la cohésion est modélisée par un élément poutre de type Euler-Bernoulli caractérisé par un ensemble de propriétés microscopiques. La procédure pour établir le lien entre ces propriétés et celles macroscopiques représentant le comportement du matériau est détaillée. Par ailleurs, en guise de validation, nous proposons dans un premier temps une comparaison du modèle cohésif de type poutre avec des modèles analytiques existants. Enfin, les résultats fournis par le modèle cohésif sont évalués en termes de force, d'énergie de déformation et de champs de déplacements.

2 Milieu continu équivalent (MCE)

Afin d'être considéré comme un domaine équivalent à un milieu continu, un empilement particulaire doit permettre une représentation fidèle d'un milieu élastique à la fois homogène et isotrope. Pour cela, plusieurs hypothèses liées à la disposition des ED doivent être vérifiées. Dans notre modèle, les empilements particulaires sont générés en se basant sur l'algorithme de Lubachevsky-Stillinger (ALS) [143], permettant de vérifier les hypothèses du Random Close Packing (RCP) [67]. En effet, l'ALS permet de contrôler un ensemble de paramètres intrinsèques de l'empilement particulaire, à savoir le nombre de coordination Z , qui est défini comme étant le nombre moyen de contacts par ED, la compacité et la polydispersité. Dans notre modélisation, nous considérons les hypothèses d'un empilement aléatoire compact (RCP), lesquelles imposent une compacité de 0.64 pour un réseau de sphères monodisperses. Cependant, dans le but d'éviter des

effets directionnels indésirables et ainsi assurer l'isotropie du système, une légère polydispersité est introduite au niveau des rayons des sphères. Cette polydispersité est caractérisée par une dispersion Gaussienne avec un coefficient de variation (rapport entre l'écart-type et le rayon moyen) de 0.3. Le nombre de coordination Z est fixé à 6.2 pour vérifier la validité du domaine compact en termes d'isotropie et de fraction volumique, conformément aux résultats donnés par André *et al.* [18]. A noter que le processus de génération de l'empilement particulaire conduit à un Z plus faible. Pour cette raison, nous introduisons un paramètre de sensibilité ε pour augmenter le nombre de coordination dans l'empilement, jusqu'à ce que Z atteigne 6.2 (Equation III.3). Pour une paire d'ED i et j , respectivement de rayons R_i et R_j et une distance interparticulaire centre à centre L_{ij} , le contact se produit lorsque l'expression suivante est vérifiée :

$$L_{ij} \leq (R_i + R_j)(1 + \varepsilon) \quad (\text{III.1})$$

Il est à noter que ε dépend de la densité de l'empilement. Ainsi, le paramètre ε varie de $1.7 \cdot 10^{-4}$ à $5.0 \cdot 10^{-5}$ pour des empilements particuliers composés respectivement de 10 000 et 700 000 ED. De plus, une triangulation de Delaunay basée sur le milieu particulaire aurait pu être une méthode alternative pour densifier le système en augmentant la coordination. Cependant, une telle approche conduit à un nombre de coordination supérieur à 6.2, ce qui ne correspond pas à nos attentes. Par ailleurs, les propriétés macroscopiques d'un MCE sont très sensibles à l'isotropie géométrique du système.

Généralement, cela est vérifié à l'aide d'outils statistiques comme les tracés polaires. Dans notre cas, nous considérons la distribution des angles de contact à partir desquels nous quantifions une anisotropie géométrique [18]. Chaque liaison dans le système donne une direction de contact. L'idée consiste alors à extraire les angles de contact associés à chaque liaison dans le système de coordonnées cartésiennes. Ensuite, une comparaison en terme de distribution de probabilité avec la loi uniforme est réalisée, en utilisant des tracés polaires et un paramètre décrivant l'anisotropie géométrique qui peut être considérée comme une erreur quadratique exprimée par :

$$E_k = \sqrt{\frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} \left(P_i^k - \frac{1}{N_c}\right)^2} \quad (\text{III.2})$$

où P_i^k est la probabilité d'occurrence d'une classe donnée i par rapport à la direction k (directions x, y et z respectivement orthogonales aux plans yz, xz et xy) et N_c est le numéro de la classe.

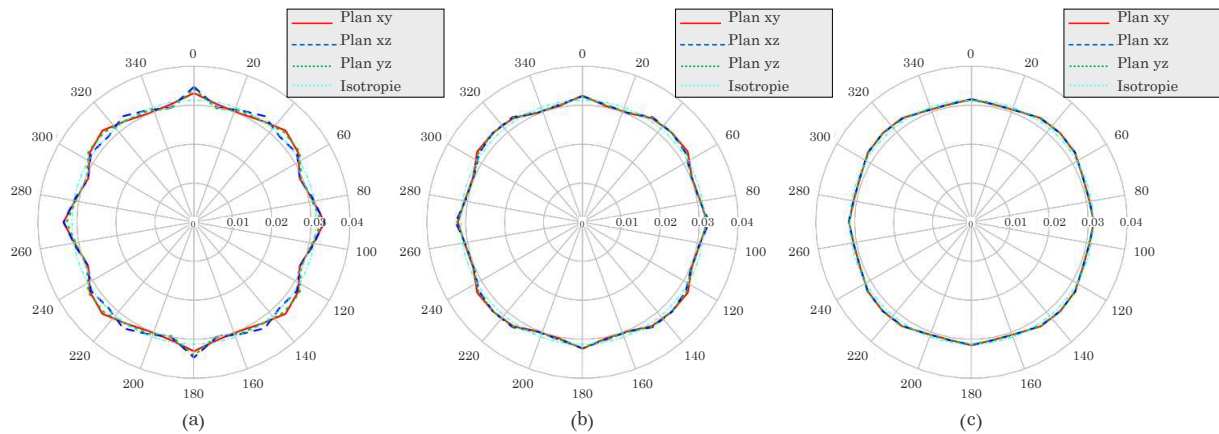


FIGURE III.1 – Répartition des angles de contact pour un empilement particulaire composé de (a) 10 000 ED, (b) 100 000 ED et (c) 1 000 000 ED

Les Figures III.1.a, III.1.b et III.1.c illustrent la distribution des angles de contact pour des empilements particulaires composés respectivement de 10 000, 100 000 et 1 000 000 ED et un paramètre N_c fixé à 32. Une comparaison avec la loi uniforme représentée par un cercle bleu clair sur la Figure III.1 est réalisée. Nous remarquons qu'un empilement particulaire composé de 10 000 ED suffit pour obtenir des résultats convenables sans pic ou irrégularité. L'influence du nombre d'ED sur l'anisotropie géométrique du système a été étudiée par Leclerc [130].

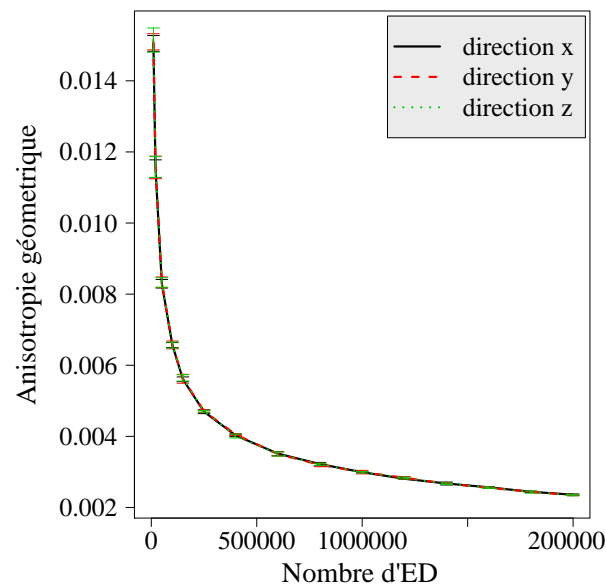


FIGURE III.2 – Influence du nombre d'éléments discrets sur l'anisotropie géométrique

Les résultats de cette étude montrent qu'un système composé de 10 000 ED est suffisant pour obtenir une isotropie géométrique, avec une erreur quadratique de $1.3e^{-3}$ (Figure III.2), ce qui est en accord avec les résultats d'André *et al.* [18]. Cependant, un petit défaut de disposition des ED pourrait affecter la rela-

tion entre les propriétés mécaniques microscopiques et macroscopiques [124]. De plus, l'isotropie géométrique du domaine est une condition nécessaire mais pas toujours suffisante pour assurer l'isotropie mécanique. Pour cette raison, Leclerc [130] a mené une étude de convergence des propriétés élastiques macroscopiques d'un empilement particulière en fonction de sa densité. Les résultats montrent qu'un nombre minimum de 700 000 éléments discrets est requis pour obtenir une convergence des propriétés mécaniques macroscopiques (Figure III.3). Nous utiliserons alors cette densité dans ce qui suit pour modéliser un MCE, en se basant sur le modèle cohésif de type poutre qui sera présenté dans la section suivante.

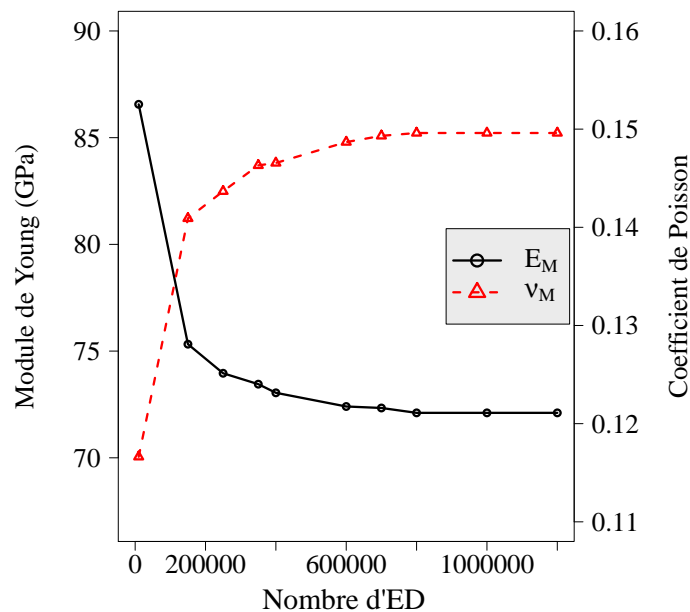


FIGURE III.3 – Influence du nombre d'ED sur les propriétés élastiques macroscopiques : cas d'un échantillon en verre de silice

3 Modèle cohésif de type poutre

3.1 Présentation du modèle cohésif de type poutre

Le modèle cohésif de type poutre est considéré pour un milieu continu modélisé par un empilement particulière répondant aux hypothèses d'un MCE. Dans ce modèle la cohésion du milieu est décrite par un lien cohésif de forme cylindrique de type poutre d'Euler-Bernoulli reliant chaque paire d'ED en contact (équation III.1). L'élément poutre utilisé est défini par un ensemble de paramètres microscopiques (Figure III.4), à savoir la longueur L_μ inter-centres, le module de Young E_μ , le module de cisaillement G_μ , la section transversale S_μ , les moments quadratiques axiaux $I_{\mu,1}$ et $I_{\mu,2}$, et le moment polaire J_μ . Le moment quadratique est défini dans le plan de la section transversale de l'élément poutre par :

$I_\mu = I_{\mu,1} = I_{\mu,2}$ et $J_\mu = 2I_\mu$. Le rayon a_μ de la section droite de l'élément poutre est calculé en fonction des rayons R_i et R_j des éléments discrets en contact i et j et d'un paramètre adimensionnel $r_\mu \in]0,1[$ (équation III.3). L'intervalle $]0,1[$ dans lequel le paramètre r_μ est susceptible de varier est suffisant pour obtenir un coefficient de Poisson dans l'intervalle $[0.1, 0.3]$.

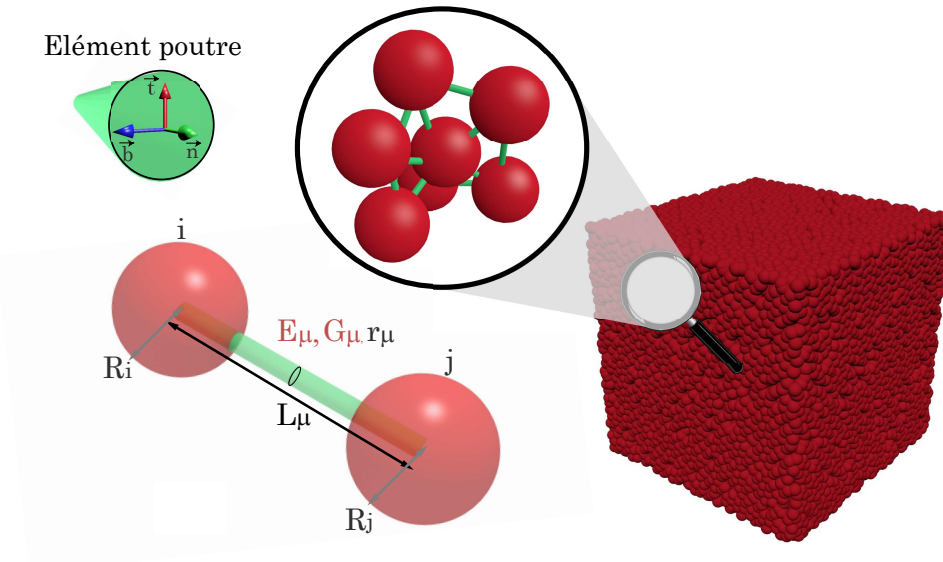


FIGURE III.4 – Modèle cohésif de type poutre

La section S_μ et le moment quadratique I_μ de l'élément poutre peuvent également être exprimés en fonction du paramètre adimensionnel r_μ (III.4 et III.5) :

$$a_\mu = r_\mu \frac{R_i + R_j}{2} \quad (\text{III.3})$$

$$S_\mu = \pi a_\mu^2 = \pi \frac{r_\mu^2}{4} (R_i + R_j)^2 \quad (\text{III.4})$$

$$I_\mu = \pi \frac{a_\mu^4}{4} = \pi \frac{r_\mu^4}{64} (R_i + R_j)^4 \quad (\text{III.5})$$

Par conséquent, le comportement mécanique de l'élément poutre peut être décrit en fonction de E_μ , G_μ , r_μ , R_i et R_j . Cependant, il faut mentionner que les rayons des ED n'ont pas d'influence sur le comportement mécanique à l'échelle macroscopique pour un empilement particulière suffisamment dense (hypothèse d'un RCP).

Les interactions mécaniques dues au lien cohésif reliant les ED i et j sont définies par un vecteur de force interne obtenu à l'aide de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli. Ce vecteur est exprimé par l'équation III.6, où n , t et b représentent les

directions principales du repère local de coordonnées cartésiennes lié au contact entre les ED i et j . Les déplacements normaux et tangentiels associés à i et j sont respectivement $u_n^{i,j}$ et $u_{t,b}^{i,j}$. Les composantes de rotation en torsion et en flexion sont respectivement $\theta_n^{i,j}$ et $\theta_{t,b}^{i,j}$. Les raideurs normale k_n et tangentielle k_t sont définies respectivement par les équations III.7 et III.8. Le paramètre s_n est associé à la torsion et est donné par l'équation III.9.

$$\begin{bmatrix} F_n^{j \rightarrow i} \\ F_t^{j \rightarrow i} \\ F_b^{j \rightarrow i} \\ M_n^{j \rightarrow i} \\ M_t^{j \rightarrow i} \\ M_b^{j \rightarrow i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_t & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_t L_\mu}{2} & \frac{k_t L_\mu}{2} \\ 0 & 0 & k_t & 0 & -\frac{k_t L_\mu}{2} & -\frac{k_t L_\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_t L_\mu}{2} & 0 & \frac{k_t L_\mu^2}{3} & \frac{k_t L_\mu^2}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_t L_\mu}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_t L_\mu^2}{3} & \frac{k_t L_\mu^2}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n^i - u_n^j \\ u_t^i - u_t^j \\ u_b^i - u_b^j \\ \theta_n^i - \theta_n^j \\ \theta_t^i \\ \theta_t^j \\ \theta_b^i \\ \theta_b^j \end{bmatrix} \quad (\text{III.6})$$

$$k_n = \frac{E_\mu S_\mu}{L_\mu} \quad (\text{III.7})$$

$$k_t = \frac{12 E_\mu I_\mu}{L_\mu^3} \quad (\text{III.8})$$

$$s_n = \frac{2 G_\mu I_\mu}{L_\mu} \quad (\text{III.9})$$

D'après la seconde loi de Newton, les équations de mouvement de translation et de rotation pour un ED i sont données par III.10 et III.11 :

$$m_i \ddot{u}_i = F_i^{ext} + \sum_j F^{j \rightarrow i} \quad (\text{III.10})$$

$$I_i \ddot{\theta}_i = M_i^{ext} + \sum_j M^{j \rightarrow i} \quad (\text{III.11})$$

où m_i et I_i sont respectivement la masse élémentaire et le moment d'inertie quadratique de l'ED i . F_i^{ext} et M_i^{ext} sont respectivement la force et le moment externes appliqués à l'ED i , et $F^{j \rightarrow i}$ et $M^{j \rightarrow i}$ sont respectivement l'effort et le moment appliqués par l'ED j sur l'ED i . Par ailleurs, nous tenons à préciser que l'ajout d'un amortissement de Rayleigh aux forces internes permet de réduire les effets dynamiques et d'améliorer la convergence des propriétés mécaniques au cours du

temps [130]. La résolution du système se fait par le biais d'un schéma temporel explicite de type Verlet-vitesse (équation III.12), où \vec{p} , $\dot{\vec{p}}$ et $\ddot{\vec{p}}$ sont respectivement les vecteurs position, vitesse et accélération [118, 187].

$$\begin{cases} \vec{p}(t + dt) = \dot{\vec{p}}(t) + \frac{dt}{2}(\ddot{\vec{p}}(t) + \ddot{\vec{p}}(t + dt)) \\ \dot{\vec{p}}(t + dt) = \dot{\vec{p}}(t) + dt\ddot{\vec{p}}(t) + \frac{dt^2}{2}\ddot{\vec{p}}(t) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

En utilisant un schéma d'intégration explicite, la convergence est assurée par une condition de stabilité sur le choix du pas de temps. A chaque élément poutre, un pas de temps critique $\Delta t_{critique}$ est associé. Il est donné par l'équation III.13

$$\Delta t_{critique} = \min \left(\sqrt{\frac{m}{k_n}}, \sqrt{\frac{I}{k_t R^2}} \right) \quad (\text{III.13})$$

où m , I et R sont respectivement la masse, le moment d'inertie et le rayon minimales d'une paire d'ED en contact. Le pas de temps Δt est ajusté en fonction de $\Delta t_{critique}$ en fonction d'un coefficient de sécurité C_s généralement compris entre 0.1 et 0.2 [36]. Il est donnée par l'équation III.14

$$\Delta t = C_s \Delta t_{critique} \quad (\text{III.14})$$

Le modèle poutre présenté dans cette section permet alors, en se basant sur un milieu particulaire caractérisé par un ensemble de propriétés, de modéliser un milieu continu avec un comportement mécanique souhaité. La procédure d'identification des propriétés mécaniques du milieu continu modélisé est détaillée dans la section suivante.

3.2 Identification des propriétés macroscopiques du modèle

Cette section est consacrée à la détermination des propriétés macroscopiques d'un domaine modélisé par la MED basée sur le modèle cohésif de type poutre, discuté précédemment. Dans cette optique, nous considérons un motif cubique de longueur $L = 1 \text{ cm}$ également appelé Volume Élémentaire Représentatif (VER), qui représente un domaine homogène vérifiant les hypothèses de taille et d'isotropie du système. Nous précisons que le comportement mécanique macroscopique n'est pas affecté par la valeur de la longueur L du VER mais plutôt associé à la densité du domaine.

3.2.1 Module de Young et coefficient de Poisson

Dans un premier temps, et dans le but d'évaluer les propriétés élastiques macroscopiques, à savoir le module de Young E_M et le coefficient de Poisson ν_M ,

nous réalisons un essai numérique de traction quasi-statique, comme montré sur la Figure III.5.

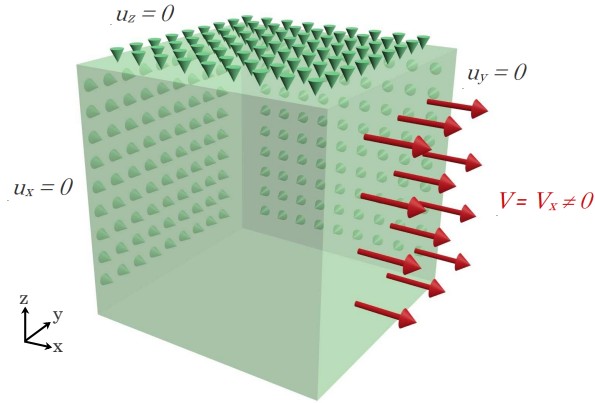


FIGURE III.5 – Essai de traction sur un VER cubique

L'essai numérique de traction consiste à soumettre le VER à des conditions de symétrie, afin d'améliorer la précision des résultats en éliminant les effets de bord, et à une vitesse constante V appliquée à une face libre du VER (Figure III.5). La force de réaction F est ensuite évaluée en additionnant les contributions des ED appartenant à la face opposée à la face chargée. Les propriétés élastiques macroscopiques à savoir le module de Young E_M et le coefficient de Poisson ν_M , peuvent alors être déterminées par les équations III.15 et III.16.

$$E_M = \frac{F}{S \varepsilon_L} \quad (\text{III.15})$$

$$\nu_M = \frac{-\varepsilon_T}{\varepsilon_L} \quad (\text{III.16})$$

où S est la section transversale du VER sur laquelle la force F est calculée, ε_L et ε_T sont respectivement les déformations longitudinale et transversale, calculées à l'équilibre.

3.2.2 Module de cisaillement

Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à évaluer le module de cisaillement macroscopique du MCE, noté G_M .

Pour ce faire, nous réalisons un essai de cisaillement sur un VER cubique soumis à des conditions aux limites de symétrie et en imposant des forces de cisaillement sur deux faces adjacentes comme illustré sur la Figure III.6. Le module de cisaillement macroscopique est alors déterminé par l'équation III.17.

$$G_M = \frac{\tau}{\gamma} \quad (\text{III.17})$$

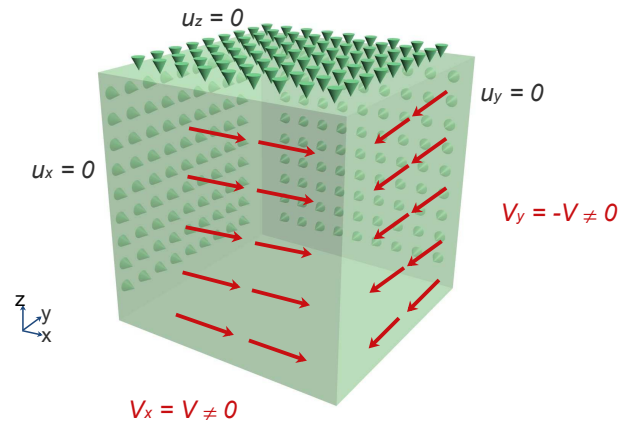


FIGURE III.6 – Essai de cisaillement sur un VER cubique

où τ est la contrainte de cisaillement calculée par rapport à la section chargée A telle que $\tau = \frac{F}{A}$, et γ est défini comme le déplacement relatif obtenu à l'équilibre, calculé par le rapport du déplacement latéral Δl à la longueur L de l'arête du VER.

3.3 Processus de calibration des paramètres du modèle

Dans le cas des méthodes continues, notamment la MEF, les propriétés locales à l'échelle de l'élément sont identiques aux propriétés macroscopiques pour un milieu homogène. Toutefois, en utilisant la MED, les propriétés locales de l'élément poutre (E_μ, r_μ) doivent être corrélées aux propriétés mécaniques macroscopiques du matériau modélisé, à savoir le module de Young macroscopique E_M et le coefficient de Poisson ν_M . Afin de déterminer les propriétés microscopiques E_μ et r_μ permettant de retrouver un comportement macroscopique donné, un processus de calibration est utilisé. Il est à noter que le module de cisaillement microscopique G_μ n'a pas d'effet sur le comportement macroscopique du VER dans cette étude. Par conséquent, ce module n'est pas pris en compte dans le processus de calibration présenté dans cette section. En pratique, les paramètres microscopiques E_μ et r_μ sont testés pour une large plage de valeurs avec $E_\mu \in [2 \text{ GPa}, 1000 \text{ GPa}]$ et $r_\mu \in [0.1, 0.9]$. En se basant sur les travaux de Leclerc [130] et pour éviter tout effet sur les propriétés macroscopiques lié à la densité de l'empilement particulière, les essais numériques sont effectués sur un VER composé de 2.10^6 ED.

Nous définissons le module de Young adimensionnel E_a comme le ratio du module de Young macroscopique E_M par rapport au module de Young microscopique E_μ (équation III.18). Les résultats numériques obtenus montrent que E_a et ν_M sont indépendants de E_μ et ne dépendent que de r_μ comme illustré sur les Figures III.7.a et III.7.b. Ces abaques sont alors utilisés pour déterminer les propriétés microscopiques. En pratique, pour déterminer les propriétés micro-

scopiques associées à une paire de propriétés macroscopiques, nous utilisons la Figure III.7.b pour déterminer le paramètre r_μ correspondant au coefficient de Poisson ν_M . Ensuite, ce paramètre r_μ est utilisé pour retrouver le module E_a correspondant en se basant sur la Figure III.7.a. Connaissant le module de Young macroscopique E_M , le module de Young microscopique E_μ est déterminé.

$$E_a = \frac{E_M}{E_\mu} \quad (\text{III.18})$$

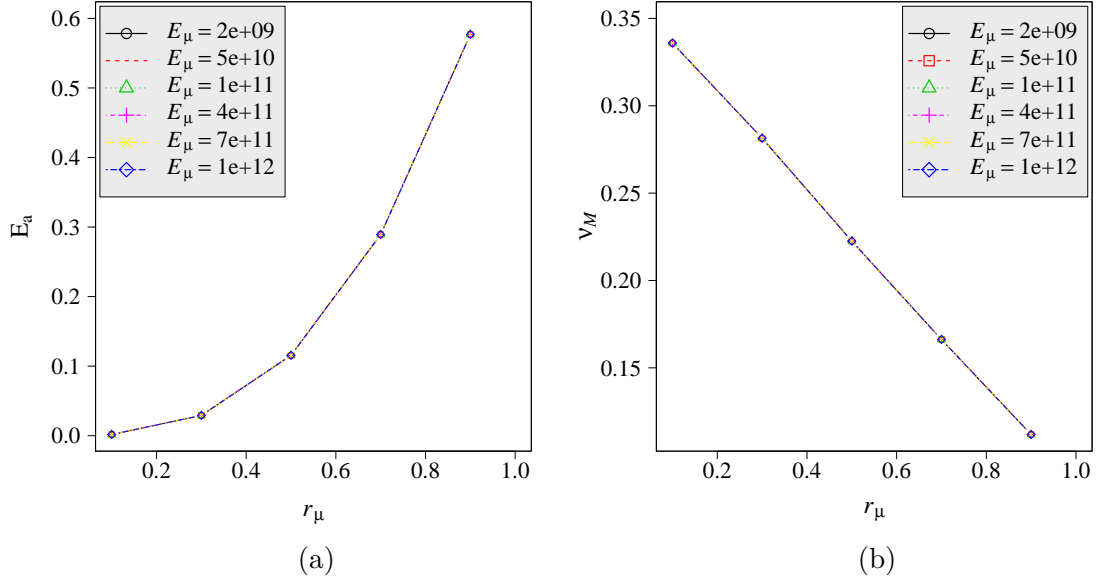


FIGURE III.7 – Évolution du module de Young adimensionnel E_a (a) et du coefficient de Poisson ν_M (b) en fonction du paramètre r_μ

Nous nous intéressons ensuite à l'évaluation du module de cisaillement. Les conditions d'essai illustrées sur la Figure III.6 sont considérées pour réaliser un essai de cisaillement. Nous appliquons deux rampes de force ayant la même amplitude maximale $F = 0.001$ N, tangentes à deux faces du VER modélisé. En considérant l'hypothèse des petites déformations, nous pouvons écrire :

$$\tan \gamma = \gamma = \frac{\Delta l}{L} \quad (\text{III.19})$$

L étant la longueur de l'arête du VER cubique, Δl le déplacement vertical et γ l'angle de cisaillement. Par ailleurs, la contrainte de cisaillement est donnée par l'équation III.20. Le module de cisaillement peut alors être calculé par l'équation III.21 et est noté $G_{M_{cis}}$.

$$\tau = \frac{F}{A} = G_{M_{cis}} \gamma \quad (\text{III.20})$$

$$G_{M_{cis}} = \frac{F}{L \Delta l} \quad (\text{III.21})$$

D'un autre côté, le module de cisaillement peut aussi être calculé par l'équation III.22 en utilisant le module de Young et le coefficient de Poisson obtenus à partir de l'essai de traction présenté précédemment, et que nous notons $G_{M_{trac}}$.

$$G_{M_{trac}} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{III.22})$$

Nous comparons alors le module de cisaillement $G_{M_{trac}}$ évalué tout au long de l'essai en se basant sur les coefficients d'élasticité, à $G_{M_{cis}}$ évalué à partir de l'équation III.21.

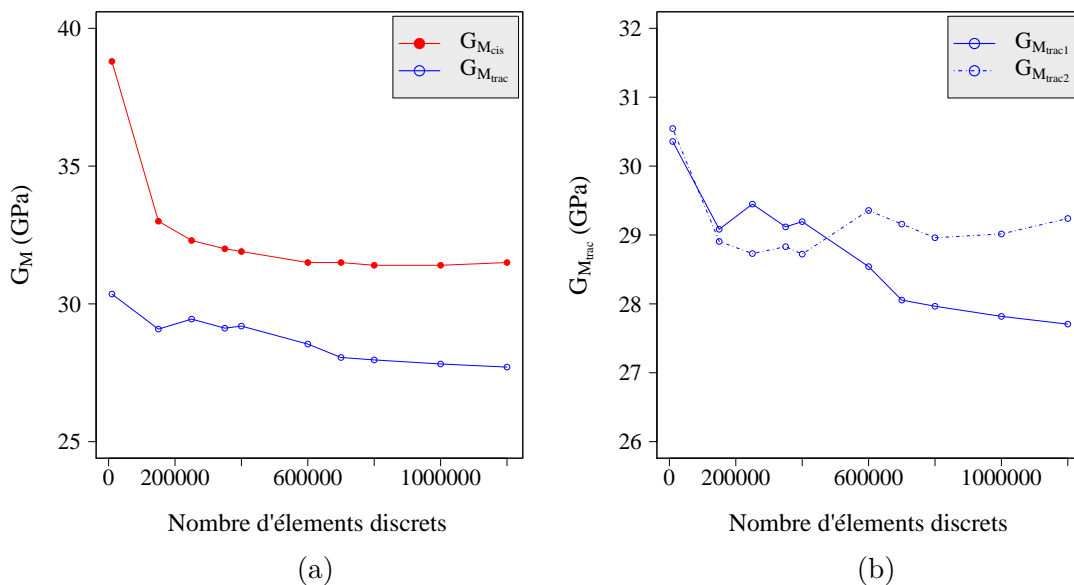


FIGURE III.8 – Évolution du module de cisaillement en fonction du nombre d'ED

Les résultats de cette comparaison sont illustrés dans la Figure III.8.a où un écart de 10% est constatée entre $G_{M_{cis}}$ et $G_{M_{trac}}$ avec un nombre d'ED supérieur à 700 000. Ceci peut être dû à l'erreur cumulée provenant du calcul de l'essai de traction et donc des valeurs utilisées du module de Young et du coefficient de Poisson. De plus, nous observons le comportement du module de cisaillement $G_{M_{trac}}$ pour des empilements comportant un nombre d'ED croissant soumis à deux cas de chargement. En effet, nous choisissons d'étudier deux cas de chargement différents dans lesquels les efforts de cisaillement sont appliqués dans les directions x et y dans un premier temps, et z et y dans un second temps. La Figure III.8.b montre les résultats obtenus dans les deux cas de chargement en termes des modules de cisaillement $G_{M_{trac1}}$ et $G_{M_{trac2}}$ évalués respectivement dans le premier et deuxième cas. Nous constatons que les deux configurations de chargement n'ont pas une grande influence sur le module de cisaillement évalué, ce qui confirme l'isotropie de l'empilement particulière discuté dans d'autres travaux [130].

4 Comparaison du modèle cohésif de type poutre avec des modèles analytiques existants

Le méthodologie de calibration présentée dans la section précédente permet de déterminer les propriétés microscopiques associées à une paire de coefficients élastiques macroscopiques donnée. Cette méthodologie est valable dans le cadre d'autres modèles classiques, à savoir le modèle de type ressort [72, 182], et analytiques comme les hypothèses de Voigt et le modèle Best-fit [124, 140]. Dans cette section, les résultats de calibration obtenus par le modèle poutre sont comparés aux prédictions analytiques obtenues par les hypothèses de Voigt et le modèle Best-fit [124, 140]. Ces hypothèses permettent de prendre seulement en considération la contribution des efforts normaux et tangentiels (mais pas celle des moments résistants), et sont considérées comme des limites théoriques des coefficients élastiques.

4.1 Hypothèses de Voigt

En se basant sur les hypothèses de Voigt, les propriétés élastiques macroscopiques E_M et ν_M sont respectivement données par les équations III.23 et III.24 où R^* est le rayon moyen des ED, donné approximativement par $R^* = \frac{L_\mu}{2}$, ϕ la fraction volumique du domaine particulaire donnée par 0.64 et Z le nombre de coordination.

$$E_M = \frac{\phi Z k_n}{2\pi R^*} \left(\frac{2k_n + 3k_t}{4k_n + k_t} \right) \quad (\text{III.23})$$

$$\nu_M = \frac{k_n - k_t}{4k_n + k_t} \quad (\text{III.24})$$

A l'aide des équation III.7 et III.8, les raideurs normale et tangentielle peuvent être exprimées en fonction du module de Young microscopique E_μ , de la longueur microscopique L_μ et du paramètre r_μ comme suit :

$$k_n = \frac{E_\mu \pi r_\mu^2 L_\mu}{4} \quad (\text{III.25})$$

$$k_t = \frac{3E_\mu \pi r_\mu^4 L_\mu}{16} \quad (\text{III.26})$$

les propriétés élastiques macroscopiques E_M et ν_M peuvent alors être exprimées

par :

$$E_M = E_\mu r_\mu^2 \frac{\phi Z}{4} \left(\frac{8 + 9r_\mu^2}{16 + 3r_\mu^2} \right) \quad (\text{III.27})$$

$$\nu_M = \frac{4 - 3r_\mu^2}{16 + 3r_\mu^2} \quad (\text{III.28})$$

4.2 Modèle Best-fit

En se basant sur le modèle Best-fit, le module de Young E_M et le coefficient de Poisson ν_M macroscopiques sont respectivement donnés par les équations III.29 et III.31. En remplaçant les termes k_n et k_t donnés en fonction de E_μ et r_μ , les propriétés élastiques macroscopiques sont exprimées par les équations III.30 et III.32 où R^* , ϕ et Z restent inchangés.

$$E_M = \frac{5\phi Z k_n}{2\pi R^*} \left(\frac{k_t}{2k_n + 3k_t} \right) \quad (\text{III.29})$$

$$E_M = E_\mu \frac{\phi Z}{4} \left(\frac{15r_\mu^4}{8 + 9r_\mu^2} \right) \quad (\text{III.30})$$

$$\nu_M = \frac{k_n - k_t}{2k_n + 3k_t} \quad (\text{III.31})$$

$$\nu_M = \frac{4 - 3r_\mu^2}{8 + 9r_\mu^2} \quad (\text{III.32})$$

4.3 Comparaison du modèle avec les hypothèses de Voigt et Best-fit

Maintenant que nous avons établi la liaison entre les propriétés élastiques macroscopiques et les paramètres microscopiques, nous investiguons l'évolution de ν_M et E_a , définis dans la section précédente, en fonction du paramètre r_μ . Comme il a été démontré que E_μ n'affecte pas ν_M et E_a , nous lui affectons une valeur de 10 GPa sachant que le choix d'une autre valeur n'aurait pas affecté nos courbes de calibration. La Figure III.9.b montre que les résultats obtenus par le modèle poutre sont dans la plage admissible déterminée par les hypothèses de Voigt et le modèle Best-fit. En outre, le coefficient de Poisson est limité à un tiers, ce qui correspond à la limite habituelle pour les structures en treillis [178]. La Figure III.9.a montre l'évolution du module de Young adimensionnel E_a en fonction du paramètre r_μ . Nous remarquons toutefois que pour une valeur $r_\mu > 0.8$, le modèle poutre sort de l'encadrement défini par les deux modèles analytiques.

Nous estimons que les termes liés aux moments affectent la relation micro-macro pour une valeur importante du paramètre r_μ .

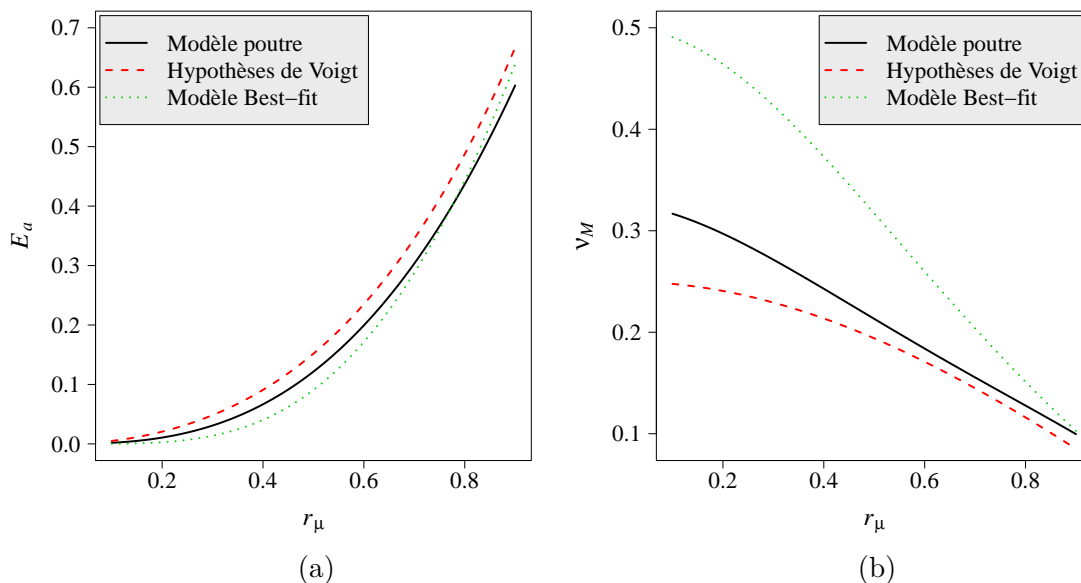


FIGURE III.9 – Évolution du module de Young adimensionnel E_a (a) et du coefficient de Poisson ν_M (b) pour le modèle poutre comparé aux limites théoriques

5 Validation du modèle cohésif de type poutre

L'objectif de cette section consiste à valider le modèle cohésif de type poutre présenté précédemment dans la section 3.1. Dans cette optique, plusieurs essais mécaniques numériques ont été mis en place, dans lesquels nous considérons un empilement particulière composé de 700 000 ED.

5.1 Validation sur un essai de traction

Dans cette première configuration, nous considérons un VER cubique représentant un milieu continu. La composante du déplacement suivant l'axe x est imposée à 0 sur un côté et un chargement en traction est appliqué sur le bord opposé comme illustré sur la Figure III.10. Le chargement imposé suivant la direction x , suit une phase de montée progressive jusqu'à une valeur maximale souhaitée, à partir de laquelle le chargement est maintenu constant. Notre objectif est d'observer et évaluer les réponses mécaniques et énergétiques du modèle.

Dans un premier temps, nous récupérons la réaction sur la face opposée au chargement en fonction du temps. Le nombre d'itérations imposé par le schéma de discrétisation temporel représente l'axe de temps. La Figure III.11 montre la validité du principe d'action-réaction. Dans un second temps, nous nous intéressons à l'énergie de déformation totale du MCE étudié. Nous définissons l'énergie

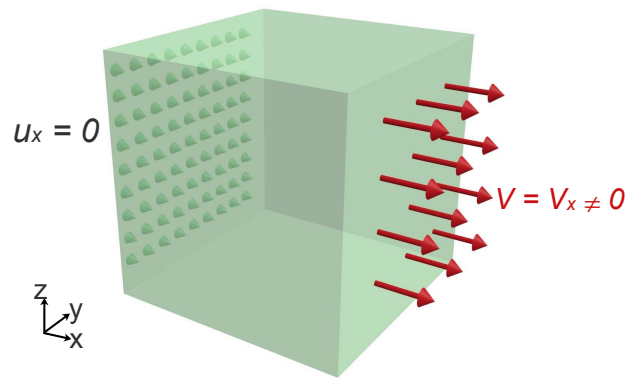


FIGURE III.10 – Essai de traction sur un VER cubique

macroscopique par l'énergie imposée au domaine, et l'énergie microscopique par la somme des énergies générées par l'ensemble des liens cohésifs dans le domaine. L'objectif est de vérifier que l'énergie imposée à l'échelle macroscopique est la même que celle retrouvée à l'échelle microscopique.

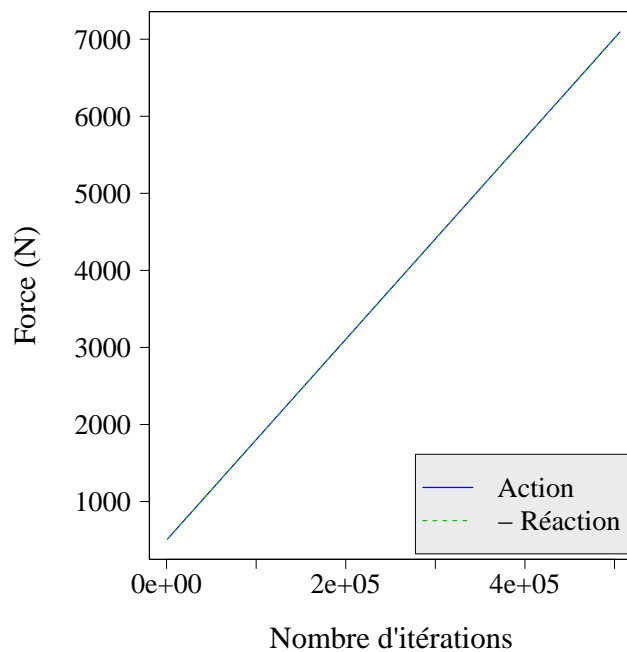


FIGURE III.11 – Évolution de la force en traction en fonction du nombre d'itérations

Il est possible de décomposer l'énergie interne de déformation, à l'échelle microscopique, en :

- Énergie de traction ($E_{Traction}$) correspondant à l'effort normal, calculée par :

$$E_{Traction} = \sum_{i=1}^k \sum_{p=1}^Z \Delta u_{i_1n}^p \cdot F_{i_1n}^p + \Delta u_{i_2n}^p \cdot F_{i_2n}^p \quad (\text{III.33})$$

- Énergie de flexion ($E_{Flexion}$) correspondant au travail des moments de flexion,

donnée par :

$$E_{Flexion} = \sum_{i=1}^k \sum_{p=1}^Z \Delta\theta_{i_{1t}}^p \cdot T_{i_{1t}}^p + \Delta\theta_{i_{1b}}^p \cdot T_{i_{1b}}^p + \Delta\theta_{i_{2b}}^p \cdot T_{i_{2b}}^p + \Delta\theta_{i_{2t}}^p \cdot T_{i_{2t}}^p \quad (\text{III.34})$$

— Énergie de torsion ($E_{Torsion}$) correspondant au travail du moment de torsion, calculée par :

$$E_{Torsion} = \sum_{i=1}^k \sum_{p=1}^Z \Delta\theta_{i_{1n}}^p \cdot T_{i_{1n}}^p + \Delta\theta_{i_{2n}}^p \cdot T_{i_{2n}}^p \quad (\text{III.35})$$

— Énergie de cisaillement ($E_{Cisaillement}$) correspondant au travail des efforts tranchants, donnée par :

$$E_{Cisaillement} = \sum_{i=1}^k \sum_{p=1}^Z \Delta u_{i_{1t}}^p \cdot F_{i_{1t}}^p + \Delta u_{i_{1b}}^p \cdot F_{i_{1b}}^p + \Delta u_{i_{2b}}^p \cdot F_{i_{2b}}^p + \Delta u_{i_{2t}}^p \cdot F_{i_{2t}}^p \quad (\text{III.36})$$

avec :

- k : nombre total de liaisons cohésives
- Z : nombre total de pas de calcul
- $\Delta u_{i_{1n}}^p$ (respectivement $\Delta u_{i_{2n}}^p$) : déplacement infinitésimal du lien cohésif d'indice i de la section droite relative à l'élément discret 1 (respectivement 2) projeté sur l'axe \vec{n} du repère local $(\vec{n}, \vec{t}, \vec{b})$ au pas de calcul p
- $\Delta u_{i_{1t}}^p$ (respectivement $\Delta u_{i_{2t}}^p$) : déplacement infinitésimal du lien cohésif d'indice i de la section droite relative à l'élément discret 1 (respectivement 2) projeté sur l'axe \vec{t} du repère local $(\vec{n}, \vec{t}, \vec{b})$ au pas de calcul p
- $\Delta\theta_{i_{1n}}^p$ (respectivement $\Delta\theta_{i_{2n}}^p$) : rotation infinitésimale du lien cohésif d'indice i de la section droite relative à l'élément discret 1 (respectivement 2) projeté sur l'axe \vec{n} du repère local $(\vec{n}, \vec{t}, \vec{b})$ au pas de calcul p
- $F_{i_{1n}}^p$ (respectivement $F_{i_{2n}}^p$) : effort du lien cohésif d'indice i de la section droite relative à l'élément discret 1 (respectivement 2) projeté sur l'axe \vec{n} du repère local $(\vec{n}, \vec{t}, \vec{b})$ au pas de calcul p
- $T_{i_{1n}}^p$ (respectivement $T_{i_{2n}}^p$) : moment du lien cohésif i de la section droite relative à l'élément discret 1 (respectivement 2) projeté sur l'axe \vec{n} du repère local $(\vec{n}, \vec{t}, \vec{b})$ au pas de calcul p

Par ailleurs, nous définissons l'énergie cinétique d'un milieu particulière par la somme des énergies cinétiques engendrées par l'ensemble des éléments discrets le

composant, d'où :

$$E_{Cinétique} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{2} M_i v_i^2 + \frac{1}{2} I_i w_i^2 \quad (\text{III.37})$$

avec :

- k : nombre total des éléments discrets dans le domaine
- M_i : masse de l'élément discret i
- v_i : module de la vitesse de l'élément discret i
- I_i : inertie de l'élément discret i définie par : $I_i = \frac{2}{5} M_i r_i^2$ avec r_i le rayon de l'élément discret i
- w_i : module de la vitesse de rotation de l'élément discret i

En se basant sur ces définitions, l'énergie de déformation totale de l'empilement est évaluée et comparée à l'échelle microscopique et macroscopique. La Figure III.12 montre la vérification du principe de conservation d'énergie du système dans l'essai de traction réalisé.

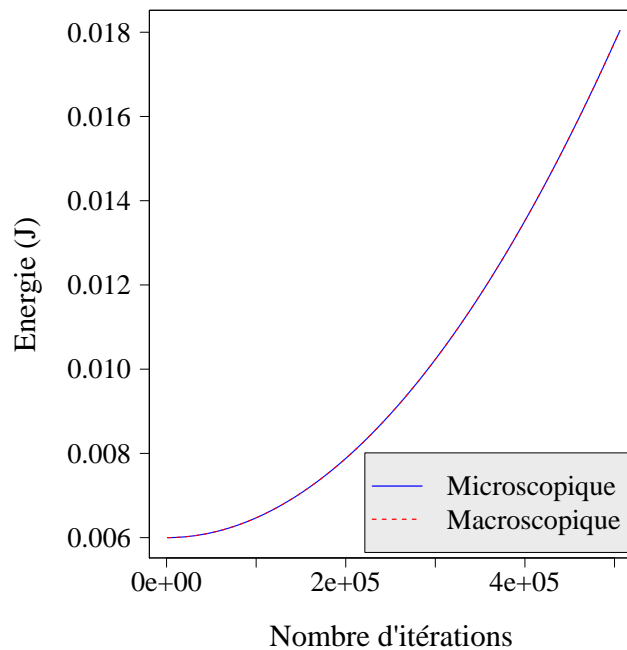


FIGURE III.12 – Évolution de l'énergie de déformation en traction en fonction du nombre d'itérations

Par la suite, nous nous sommes aussi intéressés au champ de déplacement résultant de notre modèle. La Figure III.13.a montre les champs de déplacement obtenus dans l'essai de traction illustré sur la Figure III.10. Pour mieux visualiser le champ de déplacement, nous avons choisi de le présenter à l'aide d'un sous-domaine parallélépipédique du cube. La Figure III.13.b illustre les résultats du champ de déplacement obtenus en imposant deux chargements en traction sur les

deux faces opposées du cube. Les isovaleurs de déplacement évalué dans la direction du chargement appliqué montrent que les résultats sont qualitativement en accord avec les résultats attendus en traction. En effet, l'intensité du déplacement s'affaiblit en s'approchant du côté encastré du VER sur la Figure III.13.a, et en s'approchant au plan médian du VER sur la Figure III.13.b.

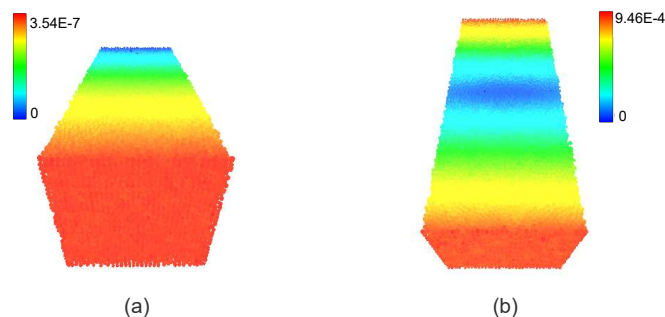


FIGURE III.13 – Champs de déplacement obtenus en traction en appliquant un chargement sur (a) une et (b) deux faces de VER

5.2 Validation sur un essai de torsion

L'essai de torsion est réalisé sur le même VER encastré utilisé pour l'essai de traction présenté précédemment. L'extrémité libre est cette fois-ci sollicitée en imposant un déplacement angulaire dans la direction x , comme il est montré sur la Figure III.14.

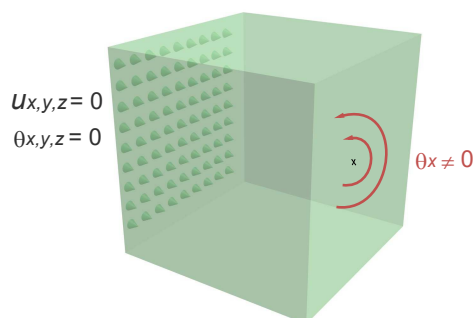


FIGURE III.14 – Essai de torsion sur un VER cubique

L'évolution de la réaction sur la face opposée au chargement appliqué est illustrée sur la Figure III.15 en fonction du nombre d'itérations, permettant de valider le principe d'action-réaction tout au long de l'essai numérique de torsion.

Ensuite, le principe de conservation d'énergie du système est aussi vérifié. La Figure III.16 montre l'évolution des énergies de déformation microscopique et macroscopique pendant l'essai de torsion en fonction du nombre d'itérations. Nous nous sommes aussi intéressés au champ de déplacement résultant du modèle cohésif de type poutre dans la configuration de l'essai de torsion. La Figure III.17.a

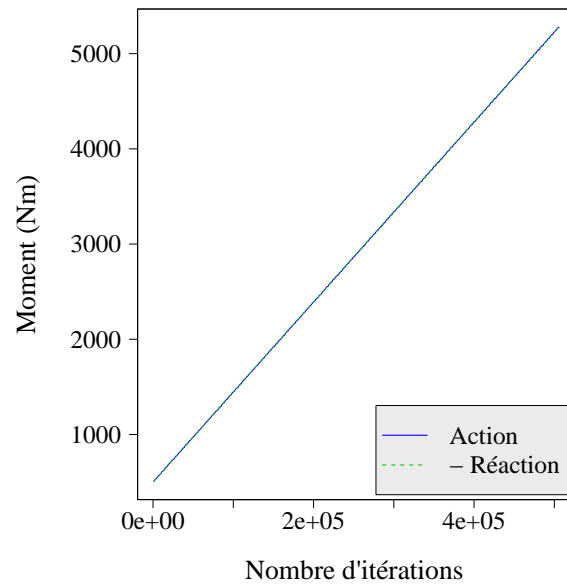


FIGURE III.15 – Évolution du moment de torsion en fonction du nombre d'itérations

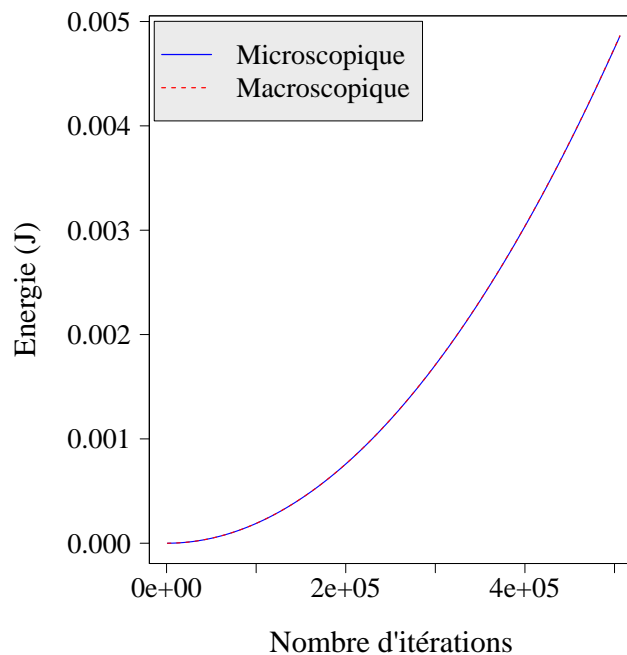


FIGURE III.16 – Évolution de l'énergie de déformation en torsion en fonction du nombre d'itérations

montre le champ de déplacement dans la direction du chargement obtenu dans l'essai de torsion illustré sur la Figure III.14, à l'aide d'un sous-domaine cylindrique du cube. La Figure III.17.b présente le champ de déplacement obtenu en imposant deux chargements en torsion sur les deux faces opposées du cube. Les résultats de déplacement obtenus par le modèle cohésif ont montré que le comportement mécanique est en bon accord avec les résultats attendus en torsion. Les résultats de l'essai de torsion permettent de valider une fois de plus le modèle cohésif de

type poutre.

En conclusion, à travers ces deux essais (traction et torsion), nous avons vérifié le principe d'action-réaction en appliquant un chargement en force ou en moment. Nous avons aussi pu valider le principe de conservation de l'énergie de déformation et vérifier la concordance des champs de déplacement obtenus par le modèle éléments discrets basé sur le modèle cohésif de type poutre.

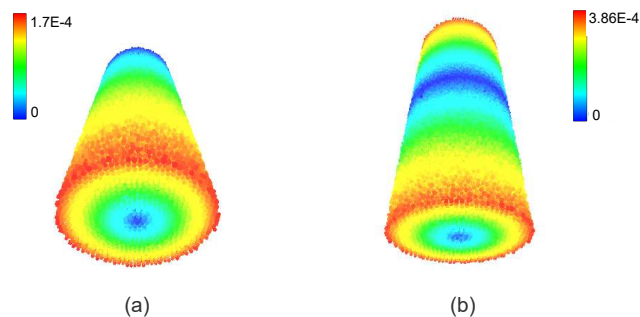


FIGURE III.17 – Champs de déplacement obtenus en torsion en appliquant un chargement sur (a) une et (b) deux faces de VER

6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle cohésif de type poutre, dans lequel le milieu continu est modélisé par un empilement particulaire équivalent, où les interactions entre éléments discrets sont modélisées par des liens cohésifs de type poutre d'Euler-Bernoulli. Ce lien est caractérisé par un ensemble de paramètres microscopiques, déterminés à l'aide d'un processus de calibration permettant de retrouver le comportement mécanique macroscopique du milieu modélisé. Ce modèle a prouvé sa concordance avec les modèles théoriques existant dans la littérature notamment le modèle Best-fit et les hypothèses de Voigt. De plus, en guise de validation, nous avons vérifié dans ce chapitre les résultats obtenus par le modèle poutre en termes de grandeurs mécaniques à savoir la force, l'énergie de déformation et le champ de déplacement. Des essais de traction et de torsion ont en effet permis de vérifier les principes d'action-réaction et de conservation d'énergie, validant ainsi la conformité du modèle poutre présenté.

Chapitre IV

Approche Halo pour le contrôle du niveau de dispersion de la contrainte locale

Sommaire

1	Introduction	109
2	Application de l'approche Halo au milieu hétérogène	109
2.1	Milieu hétérogène avec inclusion cylindrique	109
2.2	Milieu hétérogène avec inclusion sphérique	114
3	Application au composite unidirectionnel lin - bioépoxy	117
3.1	Modèle de VER à une inclusion	117
3.2	Modèle de VER multi-inclusions	121
4	Conclusion	127

1 Introduction

La modélisation par la MED induit un niveau de dispersion élevé du champ de contrainte. Notre objectif dans ce chapitre consiste à développer une approche permettant de contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte locale dans la simulation 3D par la MED. En effet, le champ de contrainte résultant est hétérogène, même dans le cas où il est théoriquement homogène, ce qui peut mener à des problèmes dans la simulation mécanique à cause de la surestimation de la contrainte locale. Afin de contrôler la dispersion de la contrainte, nous introduisons une échelle mésoscopique à l'aide d'une approche que nous avons nommée Halo. Cette dernière permet d'évaluer la contrainte d'un ED en prenant en considération la contribution de ses voisins, appartenant au même Halo. L'approche est appliquée au cadre d'un milieu homogène, et comparée à la méthode des éléments représentatifs [130] qui aussi vise à améliorer la qualité du champ de contrainte locale obtenu par la MED. Le nombre d'ED par Halo est directement lié au niveau de dispersion de la contrainte. Par ailleurs, l'approche Halo est également utilisée pour contrôler le niveau de dispersion de la déformation, afin de démontrer l'adaptabilité de la méthode à d'autres grandeurs mécaniques. Puis, en guise de validation de l'approche Halo, un essai brésilien est réalisé. Une comparaison avec la MEF a montré un bon accord avec l'approche Halo mise au point.

2 Évaluation du champ de contrainte

Le tenseur de contrainte le plus souvent utilisé pour évaluer la contrainte dans les domaines particuliers est $\bar{\sigma}_i^{Mc}$ proposé par McLellan[157] pour les simulations en dynamique moléculaire. Ce tenseur est évalué sur un volume V autour de l'élément i et est donné par l'équation IV.1. Il est composé de deux parties : la première en fonction de la masse m_i et la vitesse \dot{u}_i de l'élément i , et la deuxième en fonction de la position et des efforts inter-particulaires, où $d_{ij} = d_j - d_i$ avec d_i la position de l'élément i , et f_{ij} la force inter-particulaire appliquée à l'élément i par l'élément j situé dans le volume V .

$$\bar{\sigma}_i^{Mc} = \frac{1}{V} \left(-m_i \dot{u}_i \otimes \dot{u}_i + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} d_{ij} \otimes f_{ij} \right) \quad (\text{IV.1})$$

Dans la modélisation par la MED, le tenseur de contrainte est évalué à l'échelle de l'ED à l'aide de l'équation IV.1. En effet, Zhou [245] a proposé une formulation de la contrainte $\bar{\sigma}_i^{Zh}$ permettant de calculer une contrainte mécanique moyenne sur un volume V autour de l'élément i en n'utilisant que la deuxième partie de

cette équation. Cette formulation est donnée par l'équation IV.2.

$$\bar{\sigma}_i^{Zh} = \frac{1}{2V} \sum_{i \in V} \sum_{j \neq i} d_{ij} \otimes f_{ij} \quad (\text{IV.2})$$

Dans les deux expressions de la contrainte (équations IV.1 et IV.2), les efforts inter-particulaires sont exprimés en fonction du potentiel de Lennard-Jones et de la distance entre les éléments i et j , d'où la symétrie des tenseurs de contrainte. Cependant, dans notre modèle éléments discrets, les particules sont liées par des éléments cohésifs de type poutre qui n'assurent pas la symétrie des tenseurs résultants. Pour cette raison, l'équation IV.2 a été modifiée par André *et al.*[17] qui ont proposé une formulation $\bar{\sigma}_i^{An}$ permettant de vérifier la symétrie du tenseur des contraintes à l'échelle d'un ED i de volume V_i , à l'aide de l'équation IV.3, où Z_i est le nombre de coordination de i

$$\bar{\sigma}_i^{An} = \frac{1}{2V_i} \sum_{j \in Z_i} \frac{1}{2} (d_{ij} \otimes f_{ij} + f_{ij} \otimes d_{ij}) \quad (\text{IV.3})$$

Nous définissons le volume de représentation d'un ED i par le rapport de son volume réel V_i à la compacité du milieu particulaire ϕ . Afin de respecter le volume du milieu continu modélisé, nous considérons le tenseur de contrainte $\bar{\sigma}_i$ associé au volume de représentation de i au lieu de son volume réel, par l'expression suivante :

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\phi}{2V_i} \sum_{j \in Z_i} \frac{1}{2} (d_{ij} \otimes f_{ij} + f_{ij} \otimes d_{ij}) \quad (\text{IV.4})$$

3 Dispersion de la contrainte dans un milieu homogène

Nous effectuons l'essai numérique de traction sur le VER cubique homogène, de longueur $L = 1$ cm et composé de 700 000 ED, présenté dans la Figure III.5 du chapitre III et soumis à une vitesse $V_x = 10^{-5}$ m/s. Dans un premier temps, nous observons l'évolution de la moyenne de la contrainte locale σ_i dans la direction x notée σ_x en fonction du déplacement tout au long de l'essai. En effet, nous évaluons une contrainte moyenne $\sigma_{x_{moy}}$ sur l'ensemble des ED dans le VER étudié. La Figure IV.1 montre que le comportement du modèle est élastique linéaire. Cependant, nous observons quelques fluctuations au début de l'essai de traction, qui s'atténuent à partir de 20 μm . Pour éliminer l'effet de ces fluctuations dans la suite de notre étude, nous ne prendrons pas en considération les valeurs de contrainte obtenues pour les petits déplacements ($< 20 \mu\text{m}$).

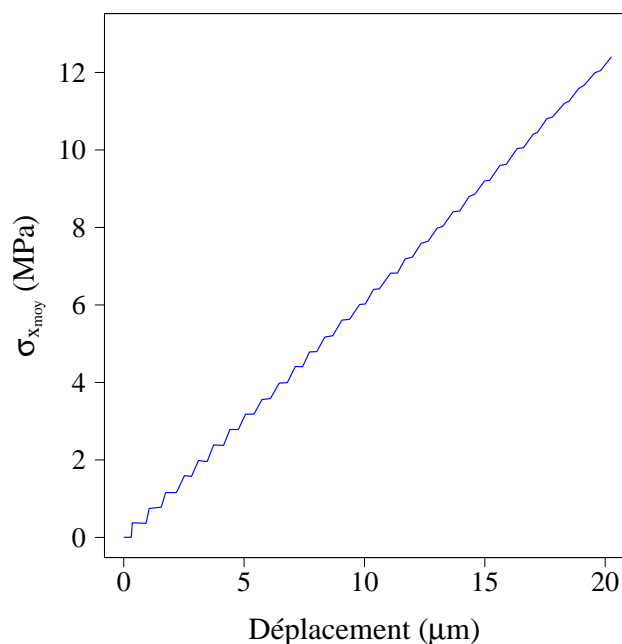


FIGURE IV.1 – Contrainte moyenne $\sigma_{x_{moy}}$ en fonction du déplacement

Dans un second temps, nous nous intéressons à la dispersion de la contrainte. Cette dernière est évaluée à l'aide du Coefficient de Variation (CoV_{σ_x}), qui est défini par le rapport entre l'écart type et la moyenne de la contrainte locale de tous les ED dans le domaine. Nous précisons que nous ne prenons pas en considération les contributions des ED situés sur les faces du VER dans le but d'éviter les effets de bord qu'elles pourraient induire.

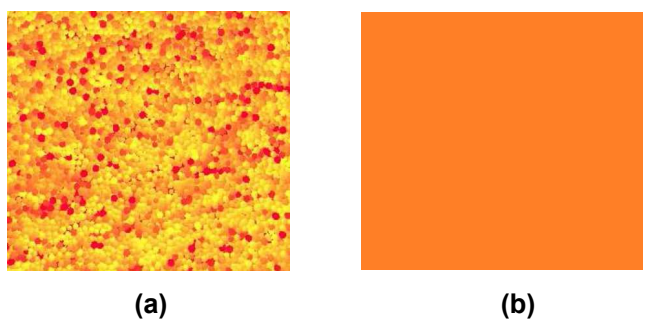


FIGURE IV.2 – Illustration de champs de contrainte obtenus par (a) la MED et (b) la MEF dans le cas d'un champ de contrainte théoriquement homogène

Nous étudions d'abord la sensibilité du champ de contrainte locale aux paramètres microscopiques E_μ et r_μ . Un ensemble de paires de paramètres microscopiques (E_μ, r_μ) est testé, avec $E_\mu \in [2 \text{ GPa}, 1000 \text{ GPa}]$ et $r_\mu \in [0.1, 0.9]$. Les résultats ne montrent aucun effet de E_μ sur le CoV_{σ_x} . Cependant, nous remarquons que le CoV_{σ_x} est plus important quand r_μ est plus petit (Figure IV.3.a), autrement dit quand le coefficient de Poisson est plus important.

Nous nous intéressons maintenant à l'effet de la densité de l'empilement parti-

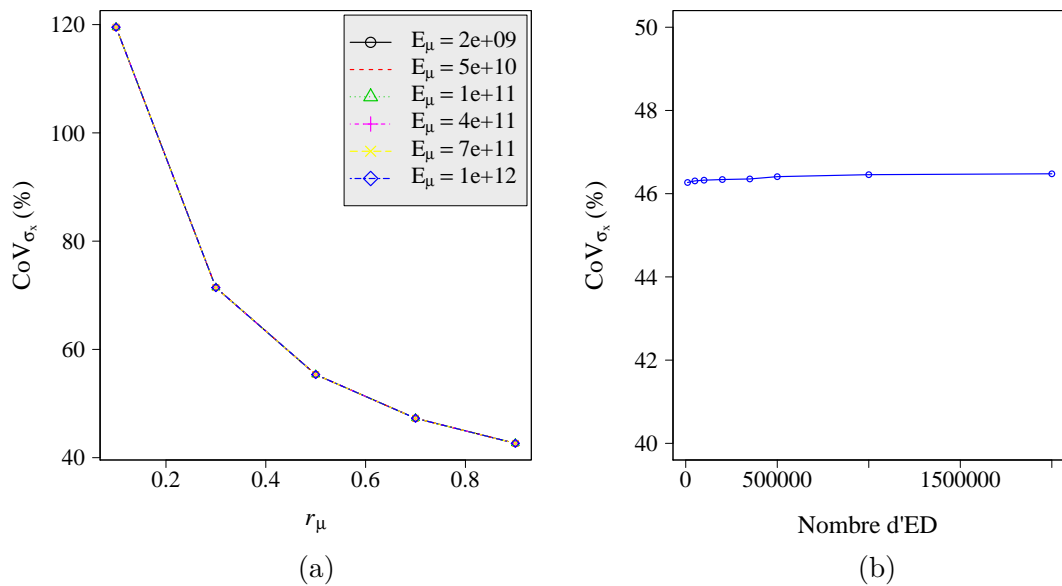


FIGURE IV.3 – Influence des paramètres microscopiques E_μ et r_μ (a) et du nombre d'ED (b) sur la dispersion du champ de contrainte

culaire sur la dispersion du champ de contrainte. Nous utilisons $E_\mu = 220.2$ GPa et $r_\mu = 0.72$, ce qui conduit à un comportement macroscopique caractérisé par un module de Young $E_M = 69.5$ GPa et un coefficient de Poisson $\nu_M = 0.15$. Ces propriétés correspondent au verre de silice, ici utilisé à titre d'exemple. La Figure IV.3.b montre que le CoV_{σ_x} dépasse 46% même si le champ de contrainte dans le domaine étudié est théoriquement homogène, ce qui a été vérifié par la MEF (Figure IV.2). Nous estimons que nous quantifions correctement le niveau de dispersion à partir d'un nombre minimal d'ED de 700 000, permettant d'éviter tout effet lié à la densité de l'empilement sur les propriétés mécaniques.

4 Approche Halo pour contrôler la dispersion de la contrainte

4.1 Présentation de l'approche

Pour éviter la surestimation de la contrainte localement, nous proposons une approche basée sur la notion de Halo afin de contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte dans la simulation mécanique 3D par la MED. Dans cette approche, nous introduisons une échelle mésoscopique pour évaluer le tenseur de contrainte sur un volume donné en se basant sur la formulation donnée par Zhou [245] (équation IV.2). Le Halo est défini comme une géométrie sphérique introduite à l'échelle mésoscopique pour chaque ED. Nous considérons que le centre de chaque ED coïncide avec le centre de son Halo sphérique et que ce dernier contient un

nombre suffisant d'ED (Figure IV.4).

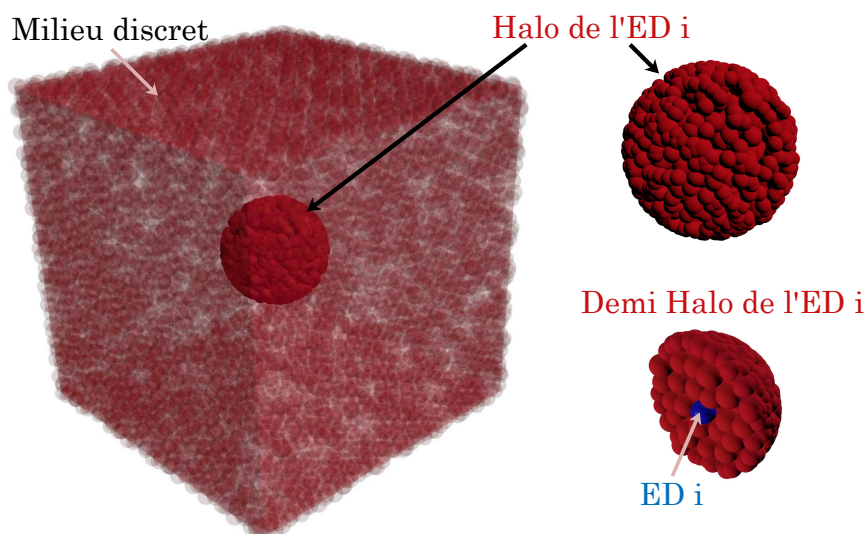


FIGURE IV.4 – Exemple de Halo introduit à l'échelle mésoscopique

L'idée principale de l'approche consiste à évaluer la contrainte locale d'un ED i en prenant en considération la contribution des ED voisins, situés dans le Halo de i (Figure IV.5). Le tenseur de contrainte de l'ED i est alors évalué sur le volume de son Halo V_i^h par l'équation IV.5 [169], où f_{ij} est le vecteur des forces de cohésion appliquées à i par j , et d_{ij} est le vecteur des positions reliant les deux centres de i et de j .

$$\bar{\sigma}_i^h = \frac{1}{2V_i^h} \sum_{i \in V_i^h} \sum_{i \neq j} \frac{1}{2} (f_{ij} \otimes d_{ij} + d_{ij} \otimes f_{ij}) \quad (\text{IV.5})$$

Nous nous attendons à ce que la distribution des contraintes dans le milieu homogène, modélisé par un VER, dépende de la taille du Halo et donc du nombre d'ED à l'intérieur du Halo. Ainsi, le niveau de dispersion du champ de contrainte locale évalué sera sensible au nombre d'ED par Halo.

4.2 Application au milieu homogène

Nous considérons le milieu homogène modélisé par le VER de la Figure III.5, pour lequel nous avons évalué un coefficient de variation supérieur à 46% dans la section 3. Tout d'abord, nous étudions l'influence du nombre d'ED par Halo sur la distribution de la contrainte. En effet, en utilisant la MED, l'espérance de la contrainte locale σ_x de l'ensemble des ED dans le domaine étudié s'avère différente de la contrainte théorique attendue. L'espérance ici est évaluée par une moyenne arithmétique des contraintes locales de tous les éléments discrets dans le domaine sauf ceux situés sur les faces du VER, dans le but d'éviter les effets de bord.

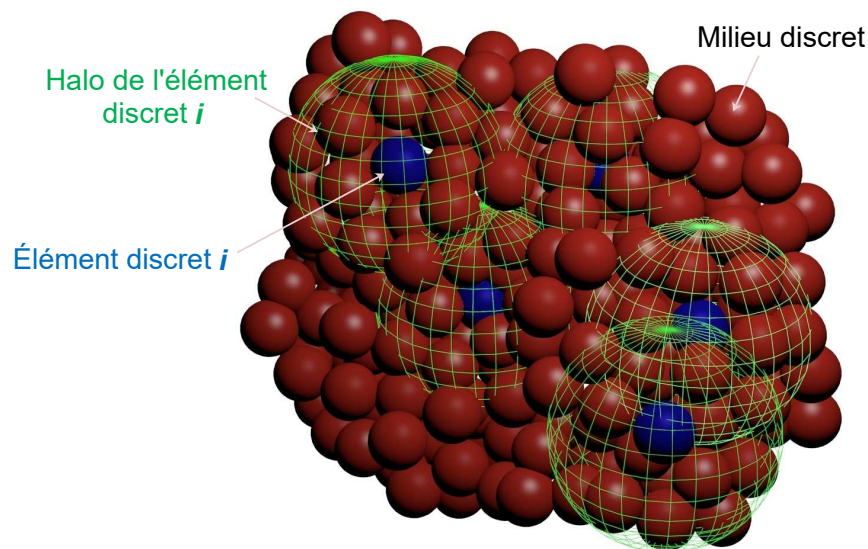


FIGURE IV.5 – Introduction du Halo sphérique à l'échelle mésoscopique pour un élément discret i

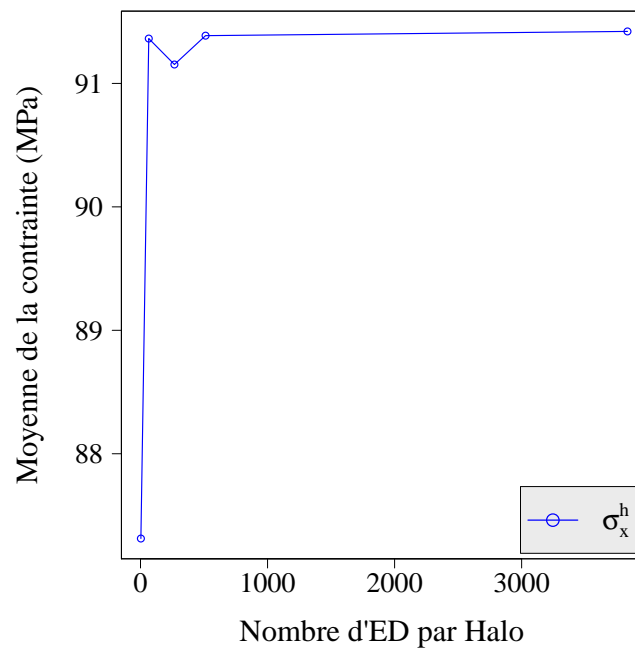


FIGURE IV.6 – Influence du nombre d'ED par Halo sur la contrainte locale moyenne

En utilisant l'approche Halo, nous évaluons la contrainte locale σ_x^h au lieu de σ_x et observons son évolution en fonction du nombre d'ED par Halo. La Figure IV.6 montre l'effet de la taille du Halo sur la valeur de la contrainte moyenne obtenue par le modèle discret. Cette contrainte converge vers la valeur estimée théoriquement dans notre cas par $\sigma_{x_{th}} = 91.4$ MPa, en utilisant un nombre approprié d'ED par Halo.

Ensuite, nous nous intéressons à l'effet de l'approche Halo sur les fonctions de densité de la contrainte locale σ_x^h . Nous évaluons la contrainte pour chaque ED

dans le contexte d'une contrainte théoriquement homogène, en utilisant différentes tailles de Halo. Les contraintes évaluées σ_x^h sont normalisées par la contrainte moyenne $\sigma_{x_{moy}}^h$ et représentées sur la Figure IV.7 en terme de densité pour différentes tailles de Halo.

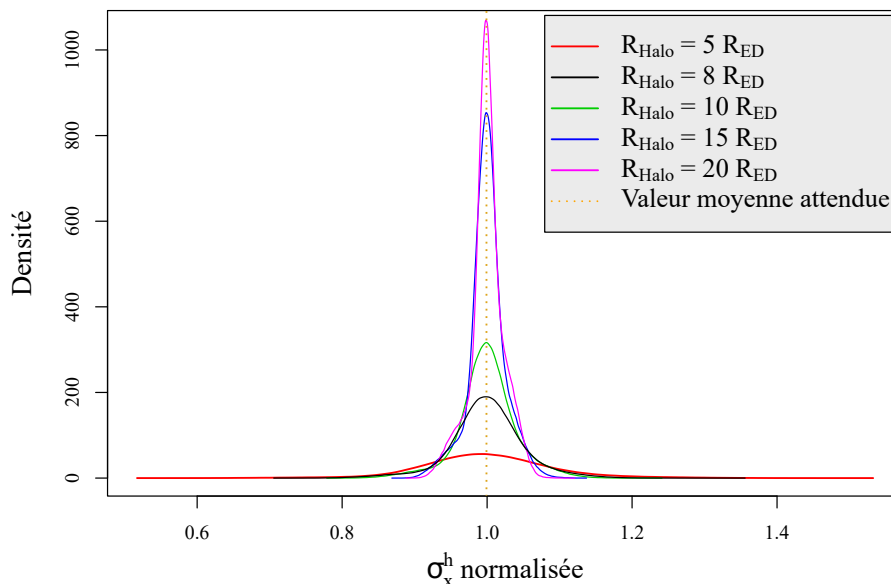


FIGURE IV.7 – Fonctions de densité de la contrainte locale σ_x^h normalisée par la contrainte moyenne $\sigma_{x_{moy}}^h$ pour différents R_{Halo}

Nous précisons que dans notre étude, nous mesurons la taille du Halo en fonction du rapport du rayon du Halo R_{Halo} au rayon de l'ED R_{ED} , ou du nombre d'ED par Halo. Ainsi, nous avons établi une équivalence entre les deux méthodes de mesure, présentée dans le Tableau IV.1. Il est à noter que cette correspondance est indépendante de la densité globale du domaine. En augmentant le rapport du rayon du Halo R_{Halo} au rayon de l'ED R_{ED} , nous remarquons que l'écart-type de la densité de contrainte s'affaiblit. Les courbes de densité sont plus étroites et donc le niveau de dispersion est moins important (Figure IV.7). Par conséquent, nous avons tendance à nous approcher de la valeur moyenne normalisée 1, équivalente à la valeur théorique de la contrainte locale estimée à 91.4 MPa.

TABLE IV.1 – Nombre d'ED par Halo en fonction de son rayon

R_{Halo}/R_{ED}	2	5	8	10	15	20
Nombre d'ED par Halo	2	70	270	555	1770	3971

Nous nous intéressons ensuite à l'influence du nombre d'ED par Halo sur le coefficient de variation CoV_{σ_x} . Il est à noter que la méthode des éléments représentatifs introduite à titre de comparaison sur la Figure IV.8 sera présentée dans la section suivante. Les résultats obtenus montrent une diminution de la

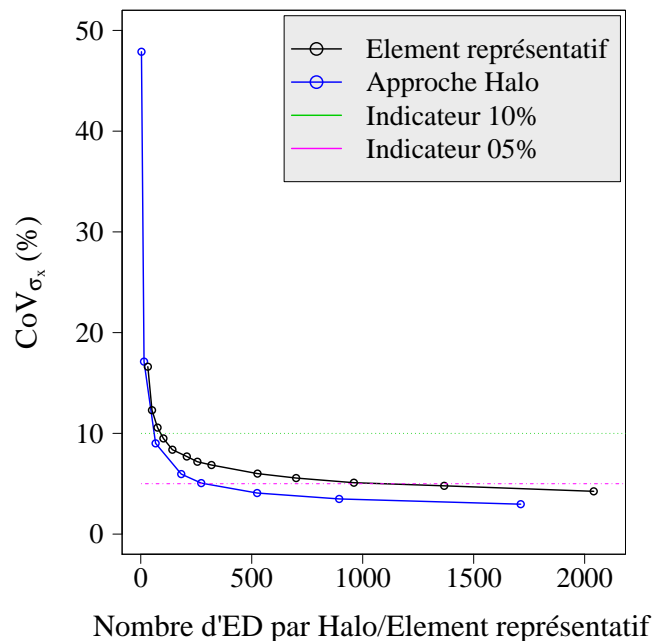


FIGURE IV.8 – Influence du nombre d'ED par Halo ou par élément représentatif sur le CoV_{σ_x}

dispersion du champ de contrainte lorsque le nombre d'ED par Halo augmente (Figure IV.8), et donc lorsque le rapport R_{Halo}/R_{ED} est plus grand comme le montre le Tableau IV.1. Dans ce dernier, le rayon du Halo R_{Halo} est représenté en fonction du rayon R_{ED} des ED utilisés pour modéliser le domaine étudié. Ces résultats permettent à l'utilisateur de déterminer facilement le nombre d'ED que le Halo doit contenir pour atteindre une distribution de champ de contrainte souhaitée. Par exemple, un premier indicateur fixé à 10% en terme de CoV_{σ_x} est atteint pour environ 70 ED par Halo, ce qui est équivalent à un rayon de Halo 5 fois celui de l'ED. Un deuxième indicateur fixé à 5% est lui atteint pour environ 270 ED, ce qui correspond à un rayon de Halo 8 fois celui de l'ED (Figure IV.8).

Toutefois, le choix de la taille du Halo doit être fait de façon à ne pas excessivement lisser le champ de contrainte. Comme l'effet du paramètre microscopique r_μ sur CoV_{σ_x} a été discuté dans la section 3, nous nous intéressons également à son influence en utilisant l'approche Halo pour différents rayons du Halo, soit 5, 10 et 15 fois le rayon de l'ED. Les résultats obtenus sont illustrés sur la Figure IV.9, laquelle permet à l'utilisateur de facilement déterminer le rapport approprié R_{Halo}/R_{ED} , pour une valeur de r_μ donnée et un coefficient de variation du champ de contrainte souhaité.

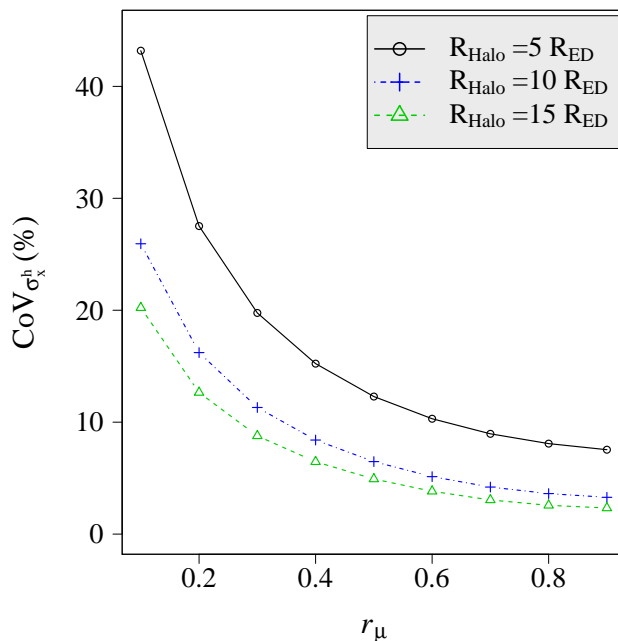


FIGURE IV.9 – Influence du paramètre r_μ et du rayon du Halo sur $\text{CoV}_{\sigma_x^h}$

4.3 Comparaison de l'approche Halo avec la méthode des éléments représentatifs

Dans cette partie, nous présentons la méthode des éléments représentatifs utilisée par Leclerc [130] en guise de comparaison avec l'approche Halo introduite dans ce travail. En effet, la méthode des éléments représentatifs a été proposée dans le cadre de la modélisation par la MED pour évaluer le tenseur de contrainte à l'aide d'un pavage fixe de polyèdres (Figure IV.10), sous l'hypothèse que les milieux particuliers et continus produisent des forces internes et externes identiques.

Le choix de la taille appropriée de l'élément adapté (Halo ou élément représentatif) n'est pas évident dans les deux approches. Cependant, la méthode des éléments représentatifs a trois inconvénients majeurs par rapport à l'approche Halo :

- le besoin de générer un maillage
- l'adaptation du maillage à la géométrie et aux invariants du modèle
- l'obtention d'un champ uniforme uniquement à l'échelle de l'élément représentatif et non à l'échelle de l'ED

De plus, l'approche Halo permet d'atteindre un niveau de dispersion du champ de contrainte inférieur à celui obtenu par la méthode des éléments représentatifs, en utilisant moins d'ED par Halo par rapport au nombre d'ED par élément représentatif (Figure IV.8).

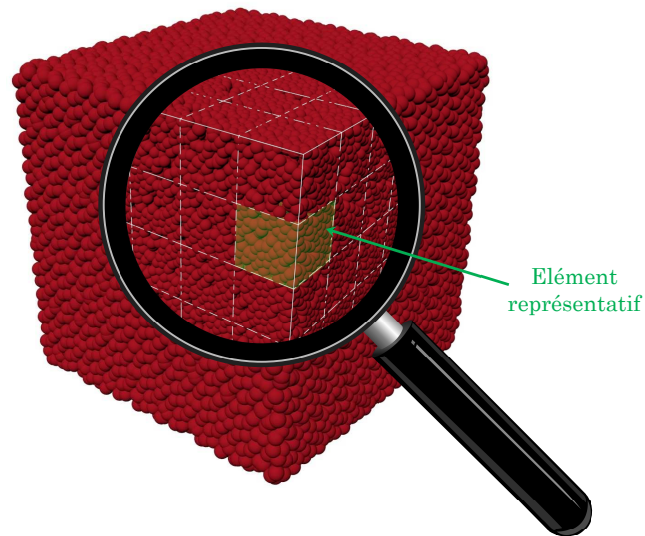


FIGURE IV.10 – Illustration de la méthode des éléments représentatifs

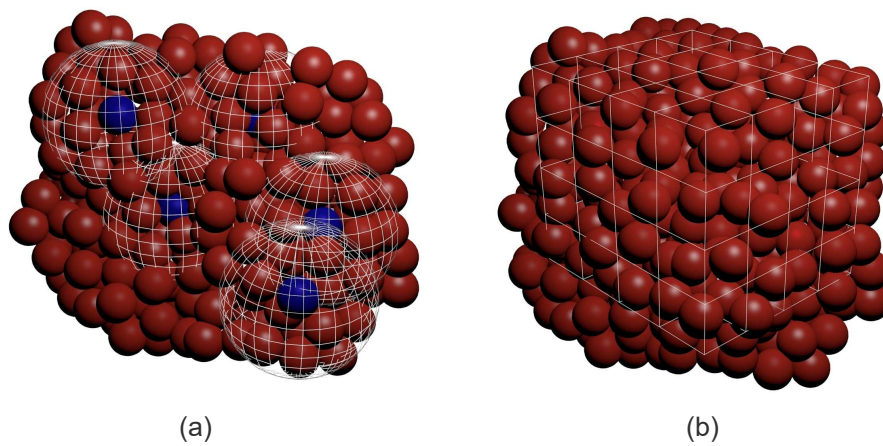


FIGURE IV.11 – Introduction d’une échelle mésoscopique en utilisant (a) l’approche Halo et (b) la méthode des éléments représentatifs

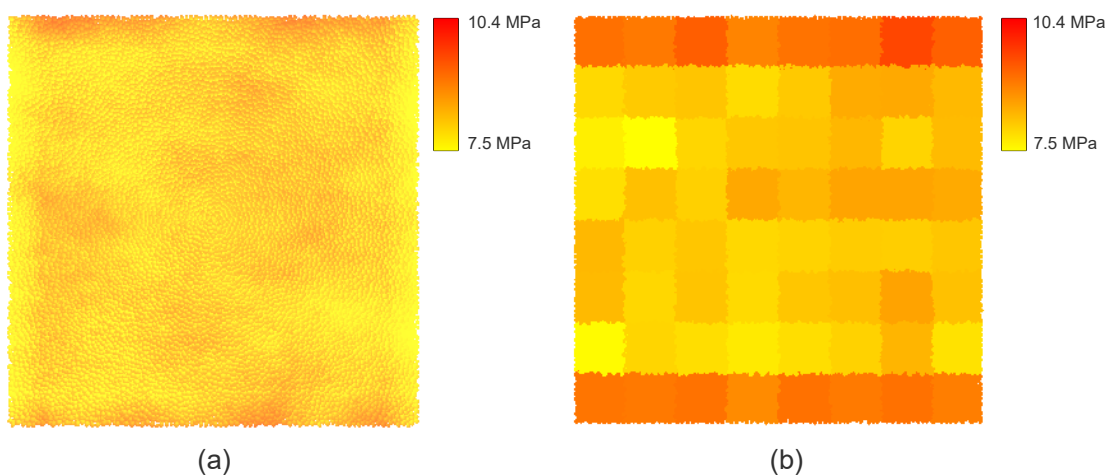


FIGURE IV.12 – Champs de contrainte obtenus en utilisant (a) l’approche Halo et (b) la méthode des éléments représentatifs

En fait, dans l'approche Halo nous déterminons un Halo pour chaque ED ce qui fait que nous avons autant de Halos que d'ED. Ainsi, la valeur de contrainte évaluée au niveau de chaque Halo, en prenant en considération la contribution de l'ensemble des ED qui le constituent, est attribuée à l'ED de même centre (Figure IV.11.a). A contrario, dans le cas de la méthode des éléments représentatifs, la même valeur de contrainte est attribuée à tous les ED localisés à l'intérieur d'un élément donné (Figures IV.11.b et IV.12.b). Par exemple, dans le cas du VER cubique de la Figure III.5, dans lequel la contrainte est théoriquement homogène. Le champ de contrainte obtenu dans le plan $y = \frac{L}{2}$ est représenté sur la Figure IV.12.a dans le cas de l'approche Halo, avec 1770 ED par Halo, et sur la Figure IV.12.b dans le cas de la méthode des éléments représentatifs, avec un pavage régulier d'hexaèdres contenant chacun environ 1400 ED. Il est à noter que les calculs de contrainte effectués en utilisant les deux méthodes prennent en considération les contributions de contrainte des ED situés au bord du VER, d'où les irrégularités observées aux extrémités dans les Figures IV.12.a et b. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de l'approche Halo à lisser correctement le milieu, réduire les effets de bord et diminuer le niveau de dispersion dans le champ de contrainte, par rapport à la méthode des éléments représentatifs.

4.4 Application de l'approche Halo à la déformation

L'approche Halo a été à la base développée pour remédier à la dispersion du champ de contrainte obtenu par la modélisation avec la MED. Toutefois, cette approche peut avoir d'autres applications dans le cadre du contrôle de la dispersion et peut être adaptée à d'autres grandeurs mécaniques. Dans cette section, nous proposons d'étudier l'influence de l'approche Halo sur le niveau de dispersion de la déformation comme exemple d'application. En effet, à l'instar du champ de contrainte, le champ de déformation obtenu par la MED n'est pas homogène, même dans le cas de figure où il doit théoriquement l'être. Nous considérons le VER présenté sur la Figure III.5 et nous nous mettons dans les mêmes conditions d'essai que précédemment. Nous nous intéressons à la déformation $\bar{\varepsilon}_i$ à l'échelle de l'élément discret dans la direction x , donnée par l'équation IV.6 [132]

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{2V_i} \sum_{j \in Z_i} \frac{A_{ij}}{2} (n_{ij}^k \otimes \Delta_{ij}^l + n_{ij}^l \otimes \Delta_{ij}^k) \quad (\text{IV.6})$$

où V_i est le volume représentatif de l'élément i , Z_i le nombre de coordination de i , n_{ij} le vecteur normal inter-particulaire, les indices k et l correspondent aux composantes de n_{ij} , Δ_{ij} le déplacement relatif entre i et j et A_{ij} la surface de transmission entre les éléments discrets i et j . La surface de transmission entre

les éléments représentatifs de i et j est déterminée à l'aide de l'équation IV.7 :

$$A_{ij} = S_{ij}C_t \quad (\text{IV.7})$$

Cette équation permet de corrélérer A_{ij} à :

- une surface S_{ij} déterminée par le rayon moyen R_{ij} des ED en contact, où $S_{ij} = \pi R_{ij}^2$
- un coefficient sans dimension C_t , étalonné de façon à obtenir une égalité entre la déformation macroscopique et celle obtenue en additionnant les contributions locales [132].

Le coefficient de variation $\text{CoV}_{\varepsilon_i}$ évalué pour cette déformation est supérieur à 35%. Cette valeur est moins importante que celle évaluée pour la contrainte. Cette différence peut être justifiée par le fait que la déformation est calculée en fonction du déplacement, alors que la contrainte est calculée en fonction des efforts de cohésion, qui sont considérés plus sensibles aux variations que les déplacements.

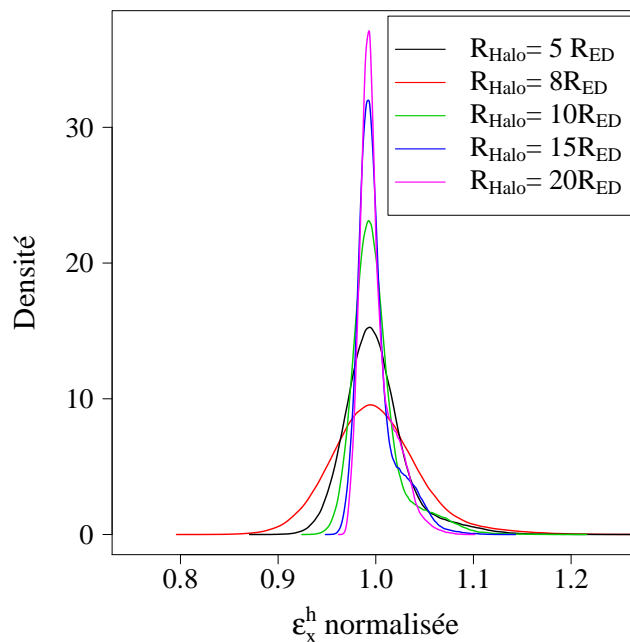


FIGURE IV.13 – Fonctions de densité de la déformation locale ε_x^h normalisée par la déformation moyenne $\varepsilon_{x_{moy}}^h$ pour différents R_{Halo}

Nous utilisons alors l'approche Halo pour diminuer cette dispersion. La déformation ε_i^h est évaluée au niveau du Halo en prenant en considération la contribution des éléments discrets qui lui sont associés. Elle est calculée à l'aide de l'équation IV.8, où V_i^h est le volume du Halo.

$$\bar{\varepsilon}_i^h = \frac{1}{2V_i^h} \sum_{i \in V_i^h} \sum_{i \neq j} A_{ij} n_{ij} \otimes \Delta_{ij} \quad (\text{IV.8})$$

Dans un premier temps, nous observons l'effet de la taille du Halo, sur la fonction de densité de la déformation locale dans la direction x notée ε_x^h . La Figure IV.13 représente l'évolution des fonctions de densité en fonction de la déformation normalisée par la déformation moyenne. Les résultats obtenus sont en très bon accord avec les résultats obtenus pour la contrainte. En effet, les courbes de densité tracées ont la même allure et le même comportement que celles tracées pour la contrainte. Nous remarquons que plus le Halo est grand plus les courbes de densité sont étroites et l'écart-type est faible (Figure IV.13), soit un niveau de dispersion faible.

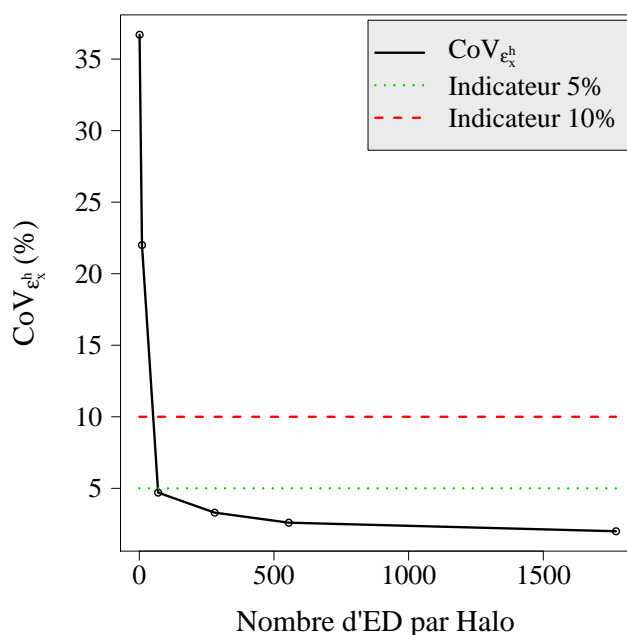


FIGURE IV.14 – Influence du nombre d'ED par Halo sur le $\text{CoV}_{\varepsilon_x^h}$

Dans un deuxième temps, nous évaluons le coefficient de variation de la déformation locale dans notre cas d'étude, en fonction du nombre d'ED par Halo comme illustré sur la Figure IV.14. Plus le rayon du Halo est grand, plus il contient d'éléments discrets, plus la valeur du $\text{CoV}_{\varepsilon_x^h}$ est faible. Les résultats représentés dans la Figure IV.14 permettent à l'utilisateur de facilement déterminer le nombre approprié d'ED par Halo pour obtenir un niveau donné de dispersion en déformation.

A titre d'exemple, deux indicateurs de $\text{CoV}_{\varepsilon_x^h}$ sont fixés à 5% et 10% pour des Halos composés respectivement de 70 et 50 éléments discrets. Il est à noter que ces coefficients de variation sont obtenus dans le cas de la contrainte pour respectivement 270 et 70 ED par Halo. Ensuite, comme nous avons étudié l'influence du paramètre microscopique r_μ sur le coefficient de variation pour la contrainte, nous réalisons la même étude en terme de déformation. Les résultats obtenus sont illustrés sur la Figure IV.15 et sont en bon accord avec les résultats de la contrainte.

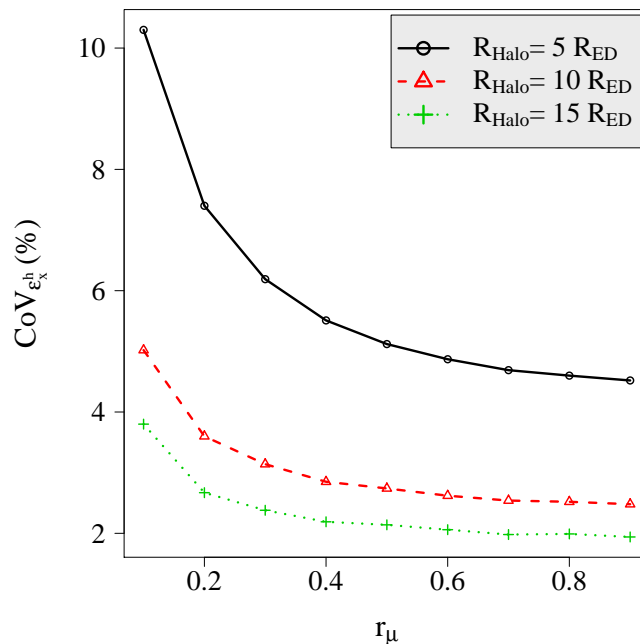


FIGURE IV.15 – Influence du paramètre r_μ et du rayon du Halo sur $CoV_{\epsilon_x^h}$

Ces données représentent un complément d'information pour l'utilisateur, lui permettant de déterminer la taille du Halo et le rapport approprié R_{Halo}/R_{ED} , pour une valeur de r_μ et un $CoV_{\epsilon_x^h}$ donnés.

4.5 Validation de l'approche Halo par l'essai brésilien

L'essai brésilien est une méthode d'essai indirecte qui a été utilisée par plusieurs auteurs [71, 102], pour évaluer la résistance à la traction des matériaux fragiles. L'idée de l'essai consiste à appliquer un chargement de compression diamétralement sur un échantillon cylindrique mince, au niveau de chacune des extrémités de son diamètre comme illustré sur la Figure IV.16. La résistance à la traction est ensuite évaluée en se basant sur l'hypothèse qui suppose que la rupture se produit au niveau du centre de l'échantillon, où la contrainte de traction atteint théoriquement sa valeur maximale.

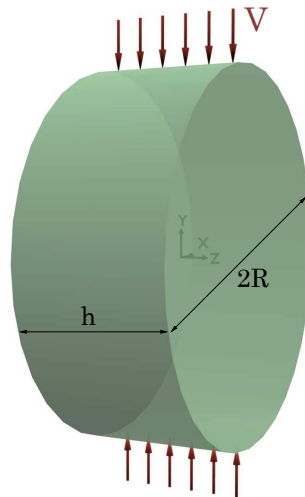


FIGURE IV.16 – Configuration de l'essai brésilien

En élasticité linéaire, le champ de contrainte est évalué tout au long de l'essai en utilisant la solution de Hertz donnée par les équations IV.9 et IV.10 suivantes :

$$\sigma_x = \frac{-2F}{\pi h} \left(\frac{x^2(R-y)}{\beta_1^4} + \frac{x^2(R+y)}{\beta_2^4} - \frac{1}{2R} \right) \quad (\text{IV.9})$$

$$\sigma_y = \frac{-2F}{\pi h} \left(\frac{(R-y)^3}{\beta_1^4} + \frac{(R+y)^3}{\beta_2^4} - \frac{1}{2R} \right) \quad (\text{IV.10})$$

avec :

$$\begin{cases} \beta_1^2 = (R-y)^2 + x^2 \\ \beta_2^2 = (R+y)^2 + x^2 \end{cases} \quad (\text{IV.11})$$

où F est la force de compression appliquée, h est la hauteur du cylindre et R son rayon. Les contraintes de traction et de compression au centre du cylindre (point de coordonnées $x = y = z = 0$) sont alors respectivement données par les équations IV.12 et IV.13 suivantes :

$$\sigma_{x(x=y=z=0)} = \frac{F}{\pi R h} \quad (\text{IV.12})$$

$$\sigma_{y(x=y=z=0)} = \frac{-3F}{\pi R h} \quad (\text{IV.13})$$

Théoriquement, la contrainte de compression au centre de l'échantillon cylin-

drique est trois fois la contrainte de traction, ce qui représente un critère pertinent pour vérifier la validité de l'approche Halo développée. Dans le présent travail, l'essai brésilien est réalisé sur un comprimé cylindrique, modélisé par un échantillon cylindrique composé de 200 000 ED (Figure IV.16). Le choix de cette densité d'empilement particulière est justifié par le besoin d'obtenir des résultats précis, sans induire un coût de calcul excessif. Nous rappelons que la compacité du domaine est toujours fixée à 0.64 avec un nombre de coordination de 6.2. L'échantillon est alors modélisé par un cylindre de rayon R fixé à 20 mm et de hauteur h fixée à 16 mm. Nous étudions le cas d'un matériau céramique caractérisé par un module de Young macroscopique $E_M = 350$ GPa et un coefficient de Poisson $\nu_M = 0.21$. Les paramètres microscopiques associés à ces propriétés macroscopiques sont $E_\mu = 2536$ GPa et $r_\mu = 0.545$. L'essai est piloté avec une vitesse constante dans la direction y : $V_y = 3.3 \times 10^5$ m/s.

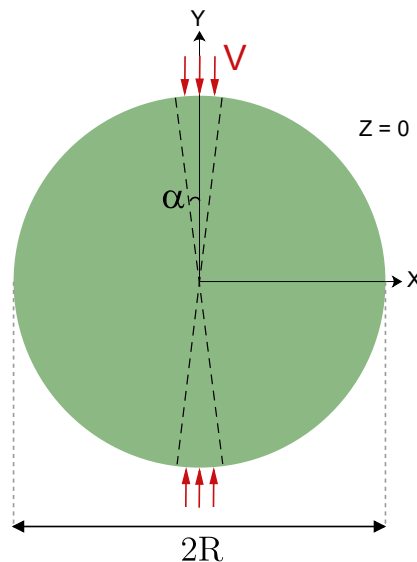
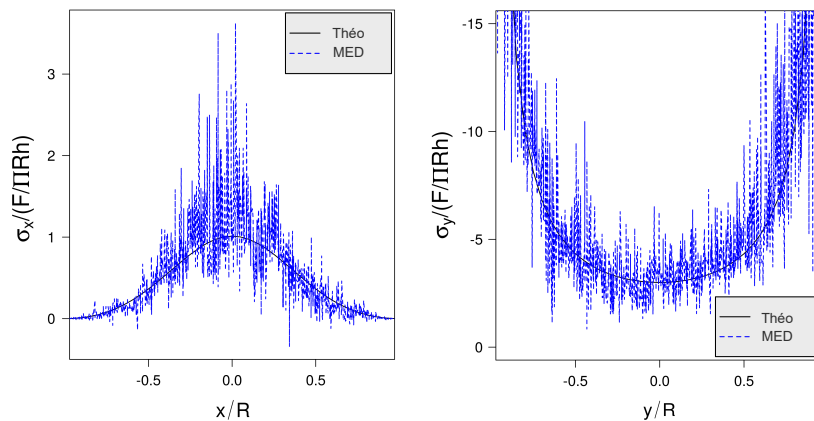


FIGURE IV.17 – Le plan médian ($z=0$) du cylindre soumis à un chargement uniforme en compression sur une section d'arc

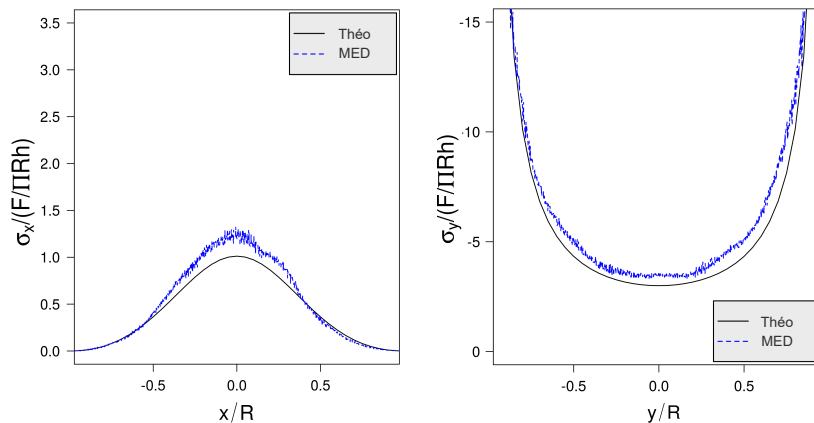
Plusieurs auteurs ont relevé et discuté le problème de concentration des contraintes de compression près de la zone d'application du chargement [84, 227]. Pour minimiser cette concentration, il est recommandé d'utiliser un échantillon cylindrique avec deux méplats sur lesquels le chargement est appliqué. La largeur de ces méplats est fonction de l'angle de chargement α . Cependant, quand α est petit, on constate qu'il n'y a pas une grande différence entre l'utilisation d'un cylindre aplati ou un cylindre normal [227]. Par ailleurs, selon le principe de Saint-Venant, la solution obtenue à des positions relativement éloignées des bords n'est pas affectée par le choix des conditions aux limites. Dans notre cas, nous nous basons sur les résultats obtenus dans des positions éloignées des bords. Comme la contrainte dans ces positions est presque la même dans les deux configurations d'essai, nous

avons choisi d'utiliser la configuration originale du cylindre complet avec un angle $\alpha = 7^\circ$ comme présenté dans la Figure IV.17. Nous étudions ensuite la taille du Halo, en termes de nombre d'ED y appartenant et du rapport R_{Halo}/R_{ED} , afin d'évaluer son influence sur le niveau de variation de la contrainte. Les contraintes de traction et de compression évaluées à l'aide de l'approche Halo sont respectivement notées σ_x et σ_y . La Figure IV.18.a présente ces contraintes obtenues le long des diamètres vertical et horizontal du plan médian ($z=0$) de l'échantillon cylindrique, en utilisant le modèle cohésif de type poutre et un petit Halo composé de 4 ED, ce qui correspond à un $R_{Halo} = 2 R_{ED}$. Nous représentons la contrainte de traction (respectivement la contrainte de compression) par le rapport de σ_x (respectivement σ_y) évaluée le long du diamètre horizontal (respectivement vertical), à la valeur de la contrainte de traction (respectivement de compression) obtenue au centre de l'échantillon cylindrique. Ce choix de représentation est effectué dans le but de normaliser la contrainte et vérifier le rapport de 1, pour la contrainte de traction (respectivement -3 pour la contrainte de compression), considéré comme critère de validation de l'essai numérique brésilien. Nous observons clairement le niveau important de dispersion des contraintes évaluées à l'échelle de l'ED dans les deux directions x et y . La contrainte de traction normalisée évaluée au centre du cylindre est d'une valeur de 1.5 par rapport à la valeur théorique 1. La contrainte de compression atteint une valeur de -3.8 par rapport à la valeur théorique -3. Comme attendu, l'augmentation du nombre d'ED par Halo à environ 300 ED, ce qui est équivalent à $R_{Halo} = 8 R_{DE}$, diminue le niveau de dispersion dans le champ de contrainte et élimine les fortes oscillations autour des résultats théoriques, comme le montre la Figure IV.18.b. Dans ce cas, les valeurs de contraintes de traction et de compression normalisées, évaluées au centre, sont respectivement 1.3 et -3.5. Ce résultat implique que cette taille de Halo n'est pas appropriée pour une bonne approximation de la solution théorique. Dans la Figure IV.18.c, le nombre d'ED considéré par Halo est 1800, ce qui est équivalent à un rayon de Halo égal à 15 fois celui de l'ED. Ce nombre d'ED par Halo est assez proche du nombre estimé pour assurer un coefficient de variation du champ de contrainte inférieur à 4%, d'après les résultats présentés dans la section 4.2. D'un point de vue qualitatif, les résultats numériques sont en bon accord avec la solution théorique. D'un point de vue quantitatif, la contrainte de traction normalisée obtenue est d'une valeur de 1.06, ce qui est assez proche de la valeur théorique 1, alors que la contrainte de compression normalisée est de -3.3, ce qui est inférieure à la valeur théorique de -3. Cette différence peut-être induite par les conditions aux limites appliquées et peut-être justifiée par le mode d'application de la vitesse V sur les ED situés aux bords de l'échantillon. En guise de comparaison, des calculs par la MEF sont effectués en utilisant la même configuration d'essai et un maillage

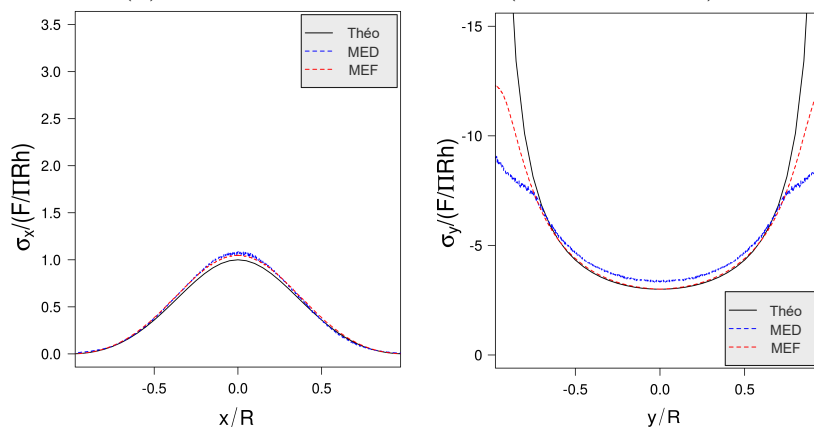
composé d'environ 200 000 éléments quadrangulaires, ce qui est équivalent à la densité de l'empilement particulaire utilisée dans notre simulation numérique par la MED, basée sur le modèle cohésif de type poutre. Les résultats obtenus par la MEF, en termes de contraintes de traction et de compression σ_x et σ_y respectivement, sont en bon accord avec ceux obtenus par la MED avec un Halo composé de 1800 ED où $R_{Halo} = 15 R_{ED}$ (Figure IV.18.c).



(a) Cas d'un Halo de 4 ED ($R_{Halo} = 2R_{ED}$)



(b) Cas d'un Halo de 300 ED ($R_{Halo} = 8R_{ED}$)



(c) Cas d'un Halo de 1800 ED ($R_{Halo} = 15R_{ED}$)

FIGURE IV.18 – Évolution des contraintes de traction et de compression normalisées dans le plan $z=0$ en utilisant différentes tailles de Halo

L'utilisation d'un très grand nombre d'ED par Halo peut entraîner une perte d'information, comme l'illustre la Figure IV.19 où le Halo utilisé est composé d'environ 18300 ED, ce qui est équivalent à un $R_{Halo} = 35 R_{ED}$. Dans ce cas, le rayon du Halo est presque égal à celui de l'échantillon étudié. Par conséquent, la contrainte de compression au centre de l'échantillon est plus proche de la valeur théorique mais nous observons une perte d'information le long de la direction y , où plus le rapport entre le rayon du Halo R_{Halo} et le rayon des ED R_{ED} augmente, plus les valeurs σ_y se rapprochent de la valeur de la contrainte au centre. En outre, nous constatons une perte d'information en terme de contrainte de traction, égale dans ce cas à 0.9 par rapport à la valeur théorique 1. Sur la Figure IV.20, nous représentons les valeurs des contraintes de traction et de compression au centre de l'échantillon cylindrique, en fonction du nombre d'ED par Halo. En utilisant 1800 ED par Halo, ce qui est équivalent à un rayon de Halo 15 fois égal au rayon des ED, les résultats numériques s'avèrent en très bon accord avec la solution obtenue par la MEF et s'approchent de la solution analytique. Au-delà de cette taille de Halo, le lissage est considéré excessif et peut entraîner une perte d'information comme le montre la Figure IV.20

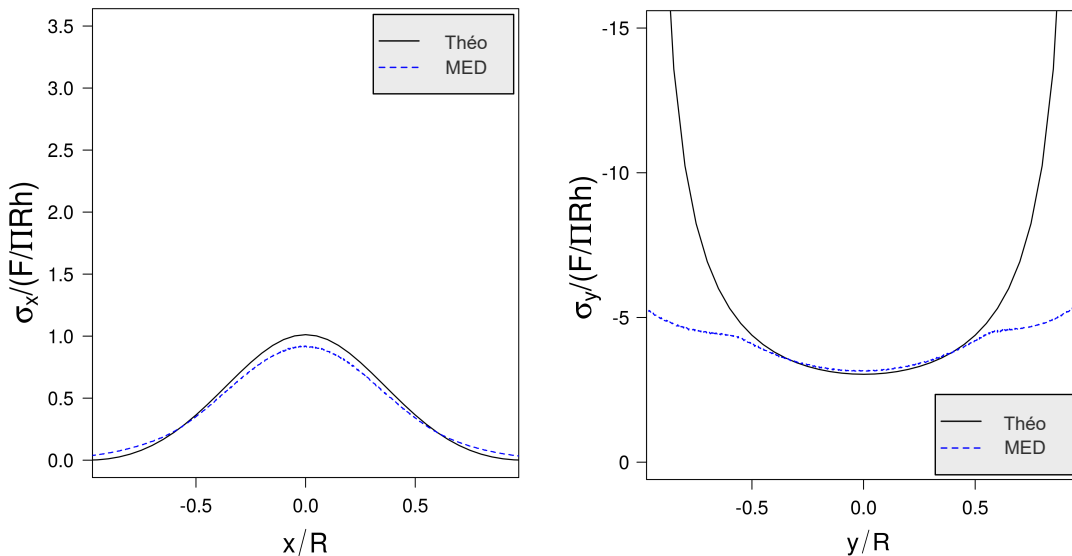


FIGURE IV.19 – Cas d'un Halo de 18300 ED ($R_{Halo} = 35R_{ED}$)

En se basant sur la confrontation des résultats numériques à la solution analytique, nous pouvons conclure que l'approche Halo est une méthode efficace pour contrôler le niveau de dispersion des contraintes dans les milieux homogènes. Le rayon du Halo approprié est estimé par 15 fois le rayon de l'ED, ce qui est en bon accord avec les résultats de la section 4.2. Cependant, en utilisant un très grand Halo, l'approche proposée peut induire la dégradation ou la perte de certaines caractéristiques de la contrainte, notamment les gradients locaux. Pour cette raison, le rapport du rayon du Halo au rayon de l'ED, et donc le nombre d'ED par

Halo, doivent être déterminés soigneusement pour que le champ de contrainte soit

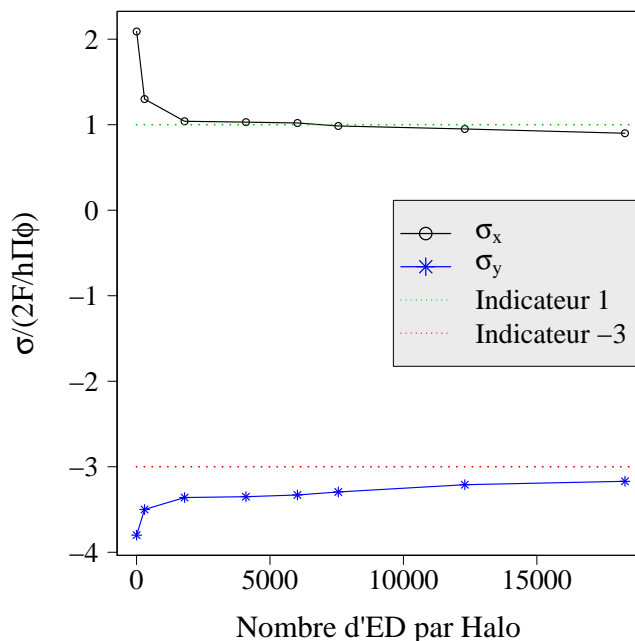


FIGURE IV.20 – Influence du nombre d'ED par Halo sur la valeur des contraintes de traction et de compression au centre

suffisamment lisse, mais pas excessivement, de façon à éviter les pertes d'informations et capter les valeurs maximales. Cependant, comme le rayon du Halo est directement lié au rayon de l'ED, nous estimons que le niveau de dégradation et de perte d'information dépend de la densité utilisée dans le domaine. En effet, l'utilisation d'une densité qui n'est pas assez représentative du domaine dans la modélisation par la MED peut fortement conduire à une mauvaise évaluation ou une perte complète des gradients de contrainte locaux, tout comme l'utilisation d'un maillage de mauvaise qualité dans le cas de la MEF.

5 Conclusion

Ce chapitre a porté sur la dispersion du champ de contrainte locale dans la simulation mécanique par la méthode des éléments discrets cohésifs. Afin de contrôler cette dispersion caractérisée par un coefficient de variation supérieur à 46%, l'approche Halo a été développée. Elle permet d'évaluer la contrainte au niveau d'un élément discret en prenant en considération la contribution de ses éléments voisins, situés dans le Halo de l'élément discret. Ainsi, le niveau de dispersion de la contrainte est directement lié au nombre d'éléments discrets par Halo. La méthode a été appliquée dans le cadre d'un milieu homogène pour contrôler le niveau de dispersion de la contrainte. Les résultats ont montré qu'un Halo composé de 1700 ED, ce qui est équivalent à une taille de Halo 15 fois la taille de

l'ED, permet d'avoir un niveau de dispersion inférieur à 4%. De plus, l'approche Halo a été adaptée au calcul de champ de déformation afin de contrôler son niveau de dispersion. Finalement, l'approche a été validée avec l'essai brésilien. Les résultats obtenus nous permettent de conclure que l'approche Halo permet de contrôler efficacement le niveau de variabilité du champ de contrainte locale en milieu homogène.

Chapitre V

Application de l'approche Halo aux composites

Sommaire

1	Introduction	130
2	Méthode CGSM pour l'étude de la variabilité du comportement statique	130
2.1	Présentation de la méthode CGSM	130
2.2	Validité de l'hypothèse CGSM	132
2.3	Choix de la discrétisation	132
3	Formulation de la méthode CGSM pour les poutres 3D avec cisaillement transverse	133
3.1	Formulation du déplacement U_{CGSM}	133
3.2	Formulation de la rotation θ_{CGSM}	136
4	Couplage de la MED avec la méthode stochastique CGSM .	137
4.1	Formulation du déplacement par l'approche couplée MED-CGSM	137
4.2	Validation de la formulation du déplacement par l'approche MED-CGSM dans la configuration nominale .	139
4.3	Influence du paramètre géométrique de calibration du modèle éléments discrets sur le déplacement CGSM .	142
4.4	Formulation de la rotation par l'approche MED-CGSM	143
4.5	Validation de la formulation de la rotation par l'approche MED-CGSM dans la configuration nominale	143
5	Application du couplage MED-CGSM au modèle de VER avec prise en compte de la variabilité du module d'élasticité microscopique	146
5.1	Validation du couplage MED-CGSM avec un paramètre incertain E_μ	146

5.2	Influence du niveau de variabilité du module de Young microscopique sur le niveau de variabilité du déplacement U_{CGSM}	147
5.3	Influence de la variabilité du module de Young microscopique sur le module de Young macroscopique . . .	148
6	Conclusion	149

1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre 4.1 une approche nommée Halo pour contrôler le niveau de dispersion de la contrainte locale. Celle-ci se fonde sur l'évaluation de la contrainte à l'échelle de l'élément discret en prenant en considération la contribution de ses éléments voisins. Après l'avoir validée en milieu homogène, l'approche Halo est maintenant discutée dans ce chapitre dans le contexte d'un milieu hétérogène. Dans un premier temps, elle est appliquée dans le cadre de matériaux composites avec une inclusion sphérique ou cylindrique. Dans un deuxième temps, le cas du composite biosourcé lin - bioépoxy présenté dans le chapitre II est étudié. Le module de Young longitudinal du matériau quantifié expérimentalement est comparé à celui obtenu numériquement. L'approche Halo est ensuite appliquée et le nombre d'ED optimisé pour contrôler la dispersion est discuté. De plus, des simulations par la MEF sont effectuées à des fins de comparaison avec l'approche Halo.

2 Application de l'approche Halo au milieu hétérogène

2.1 Milieu hétérogène avec inclusion cylindrique

Nous considérons un VER hétérogène cubique composé d'une seule inclusion cylindrique représentant la fibre noyée dans la matrice. La longueur du VER cubique considérée est $L = 1$ cm. Nous précisons que cette longueur n'a aucun effet sur le comportement mécanique macroscopique évalué. La fibre cylindrique considérée est caractérisée par un diamètre égal à $\frac{L}{2}$ et un axe parallèle à la direction y . Ainsi, la fraction volumique de l'inclusion est fixée à 19,5%. Nous étudions le cas d'une matrice composée d'un matériau céramique caractérisé par un module de Young macroscopique $E_M^m = 350$ GPa et un coefficient de Poisson $\nu_M^m = 0.24$. Les propriétés microscopiques correspondantes sont $E_\mu^m = 2536$ GPa et $\nu_\mu^m = 0.545$. La fibre est composée de verre de silice, dont les caractéristiques mécaniques sont présentées dans la section 4.2. Par ailleurs, nous définissons l'interface Ψ entre la fibre et la matrice. Le module de Young microscopique E_μ^Ψ caractérisant les éléments cohésifs de type poutre appartenant à cette phase est défini comme la moyenne arithmétique des modules de Young microscopiques des éléments discrets aux deux extrémités de la poutre. Ce choix permet d'avoir une transition douce entre les propriétés de la fibre et celles de la matrice au niveau de l'interface. Par ailleurs, plusieurs cas ont été étudiés en utilisant différents types de moyennes,

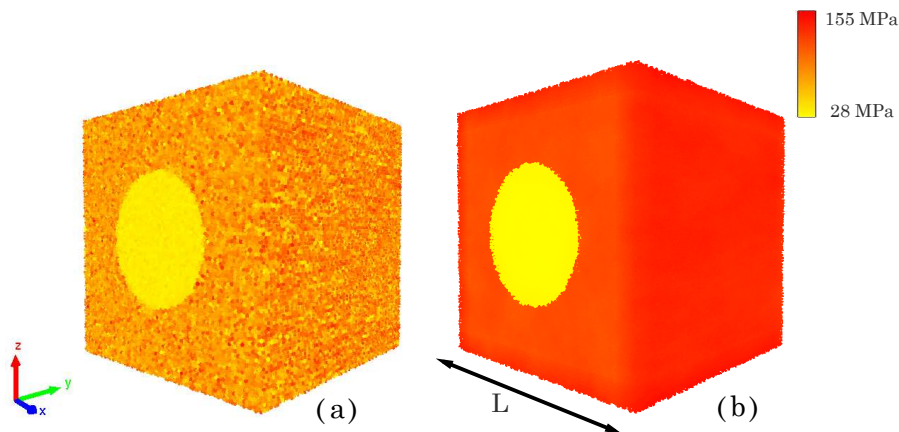


FIGURE V.1 – Champs de contrainte dans le VER cubique avec inclusion cylindrique : avec (a) 2 et (b) 1770 ED par Halo

notamment arithmétique, géométrique, harmonique et quadratique. D'après les résultats obtenus, nous avons évalué une erreur de 1% seulement entre les valeurs de contrainte obtenues dans chacun des cas. Par conséquent, $E_{\mu}^{\Psi} = \frac{(E_{\mu}^m + E_{\mu}^f)}{2}$ où E_{μ}^f est le module de Young microscopique utilisé dans la fibre, et $r_{\mu}^{\Psi} = (r_{\mu}^m + r_{\mu}^f)/2$ avec r_{μ}^f caractérisant la fibre. Nous maintenons les mêmes conditions aux limites et la même vitesse imposée que celles décrites sur la Figure III.5. Ensuite, nous déterminons l'état de contrainte dans la direction x à l'aide de l'approche Halo, notée σ_x^h , pour une déformation égale à $2.48e^{-4}$. Comme la MED induit un niveau de dispersion de la contrainte locale, inhérent au modèle comme cela a été présenté précédemment, la contrainte est maintenant déterminée à l'aide de l'approche Halo présentée en section 4.1. Le nombre d'ED par Halo et le rapport de son rayon au rayon des ED sont étudiés pour évaluer leur influence sur la dispersion du champ de contrainte. Comme attendu, les résultats numériques montrent que plus le nombre d'ED par Halo est grand (plus le rapport R_{Halo}/R_{ED} est grand), plus le niveau de dispersion de la contrainte σ_x^h dans la matrice et la fibre est faible (Figure V.1). La taille appropriée du Halo est alors déterminée soigneusement pour éviter le lissage excessif, en particulier au niveau des zones où les gradients de contrainte pourraient apparaître.

En effet, pour une valeur r_{μ} donnée et un coefficient de variation $CoV_{\sigma_x^h}$ visé, la Figure IV.9 peut être utilisée pour déterminer la taille du Halo. Par ailleurs, il faut noter que dans le cas étudié, les paramètres r_{μ} dans la matrice et dans la fibre sont proches. Pour cette raison, nous considérons le même rayon du Halo dans les deux phases. En se basant sur les résultats du milieu homogène, afin d'assurer une dispersion des contraintes inférieure à 4% par exemple, le rayon du Halo est estimé à environ 15 fois le rayon de l'ED, ce qui est équivalent dans notre cas à 1770 ED par Halo. Nous précisons que le Halo d'un ED i ne peut être composé que d'ED

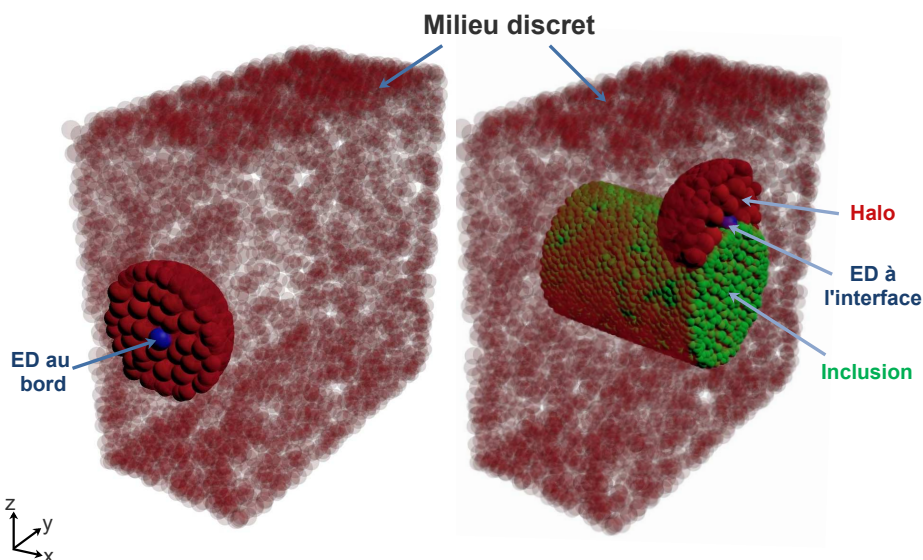


FIGURE V.2 – Illustrations de la forme géométrique du Halo aux bords et à l'interface fibre-matrice (plan de coupe $x = L/2$)

appartenant à la même phase (fibre ou matrice). Par conséquent, le Halo peut ne pas être complètement sphérique au niveau de l'interface et des bords comme l'illustre la Figure V.2. Cependant, la taille de Halo est déterminée de façon à ce que ce dernier contienne un nombre représentatif d'ED même dans l'une de ces configurations (Halo à l'interface ou aux bords). Par exemple, dans le cas étudié ici, le nombre d'ED par Halo aux bords permet d'atteindre un coefficient de variation $\text{CoV}_{\sigma_x^h}$ inférieur à 5% alors que celui visé est de 4% (Figure IV.8).

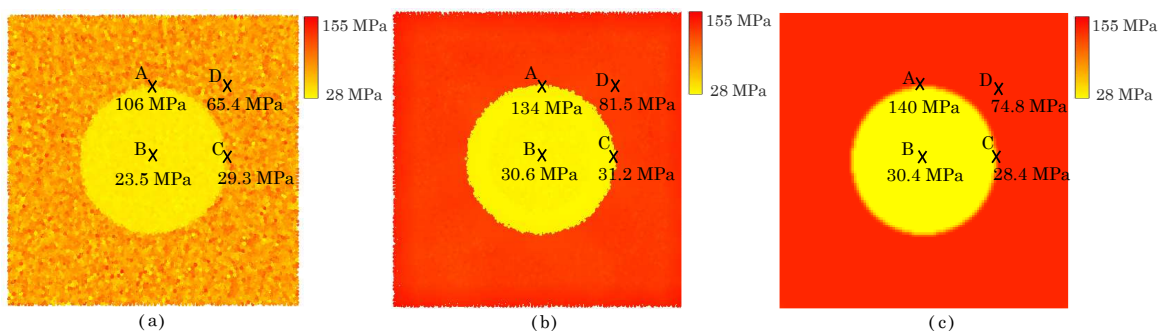


FIGURE V.3 – Champs de contrainte dans le VER avec inclusion cylindrique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $y = L/2$)

Les Figures V.3.a et V.3.b illustrent l'influence de l'approche Halo sur le champ de contrainte dans le milieu hétérogène modélisé dans le plan de coupe $y = L/2$. Nous précisons que, pour des raisons de comparaison, les valeurs minimales et maximales illustrées sur les échelles des Figures V.3.a et V.3.b sont les valeurs extrêmes obtenues dans le cas de 1770 ED par Halo. Ces images montrent l'efficacité de l'approche Halo pour lisser le domaine et distinguer ses différentes zones

en fonction de la valeur du champ de contrainte. En guise de comparaison, des calculs par éléments finis sont effectués avec les mêmes conditions aux limites en utilisant un maillage composé de 5 millions de tétraèdres. Les résultats de la MEF pour σ_x concordent bien avec ceux obtenus par la MED. Toutefois, nous précisons que les résultats EF dépendent fortement de la densité du maillage utilisé comme le montre la Figure V.4. Dans notre comparaison, nous considérons un maillage régulier composé de 1 million de voxels (chaque voxel est divisé en 5 tétraèdres) ce qui est proche de la densité de l'empilement particulière utilisé dans la simulation par la MED, composé de 700 000 ED.

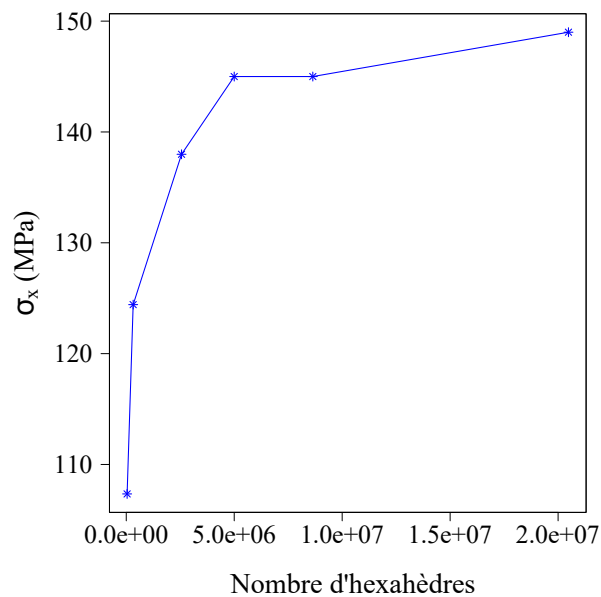


FIGURE V.4 – Effet de la densité du maillage sur les résultats de σ_x avec la MEF (cas d'une inclusion cylindrique)

TABLE V.1 – Valeurs de contrainte obtenues par la MED et par la MEF dans le plan $y = L/2$ du VER avec une inclusion cylindrique

Positions	A	B	C	D	max	min
Contrainte obtenue par la MED avec 1770 ED par Halo (MPa)	134	30.6	31.2	81.5	155	28
Contrainte obtenue par la MEF	140	30.4	28.4	74.8	141	25.1
Erreur(%)	4	0.6	9	8	9	11

D'un point de vue quantitatif, les valeurs de contrainte extraites aux positions A, B et C pour 1770 ED par Halo sont assez proches des prédictions EF aux mêmes positions (Tableau V.1). De plus, la position A de coordonnées $(L/2, L/2, 3L/4)$ ainsi que la position C de coordonnées $(3L/4, L/2, L/2, L/2)$ devraient respectivement être proches des positions associées aux valeurs maximale et minimale. En

utilisant la MED, la position de la contrainte maximale obtenue est proche de A (avec une distance équivalente à 1.63 fois le rayon de l'ED), et la position de la contrainte minimale est proche de C (avec une distance équivalente à 5.1 fois le rayon de l'ED). Les simulations réalisées par la MED basées sur un Halo composé de 1770 ED estiment des valeurs maximales et minimales de 155 MPa et 28 MPa respectivement, ce qui est en bon accord avec les résultats de la MEF qui sont de 141 MPa et 25.1 MPa respectivement. Des comparaisons sont également effectuées dans le plan de coupe $x = L/2$ aux positions E($L/2, 0, 3L/4$), F($L/2, L, 3L/4$), G($L/2, 0, L/2$) et H($L/2, L, L/2$) comme illustré sur la Figure V.5.

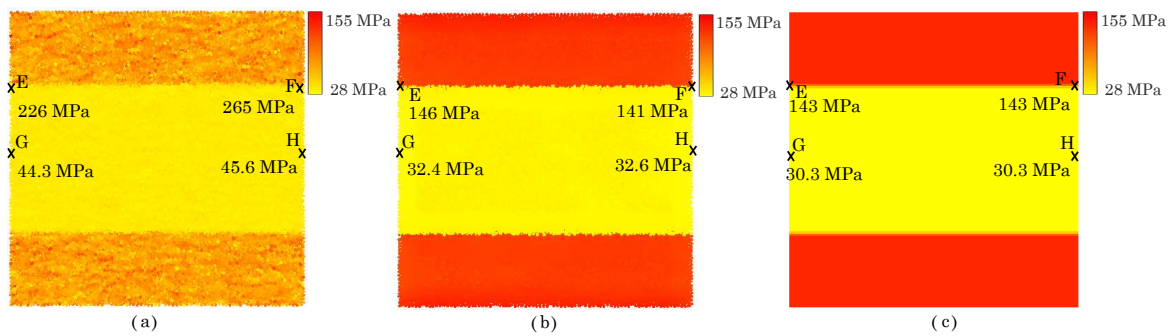


FIGURE V.5 – Champs de contrainte dans le VER avec une inclusion cylindrique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $x = L/2$)

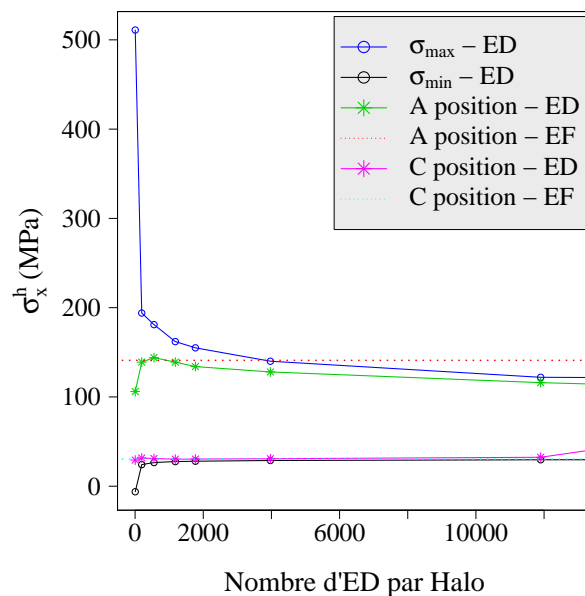


FIGURE V.6 – Evolution de la contrainte σ_x^h en fonction du nombre d'ED par Halo (cas d'une inclusion cylindrique)

Pour 1770 ED par Halo, les valeurs de la contrainte σ_x^h aux positions E et F sont respectivement 146 MPa et 141 MPa et sont en bon accord avec la valeur obtenue par la MEF qui est de 143 MPa. Les contraintes aux positions G et H

sont respectivement de 32.4 MPa et 32.6 MPa, ce qui est proche des prédictions EF qui donnent une valeur de 30.3 MPa à la même position. Si on augmente le nombre d'ED par Halo jusqu'à atteindre 3971 ED, nous obtenons des valeurs maximale et minimale respectivement de 140 MPa et 28 MPa, ce qui est encore plus proche des estimations de la MEF. Cependant, un lissage excessif entraîne une perte d'informations en termes de propriétés mécaniques, comme l'illustre la Figure V.6, d'où la nécessité de trouver un compromis pour contrôler le niveau de dispersion sans pour autant affecter l'évaluation du comportement mécanique modélisé.

2.2 Milieu hétérogène avec inclusion sphérique

Nous considérons maintenant un VER hétérogène cubique de longueur $L=1$ cm composé d'une inclusion sphérique, de diamètre $\frac{2L}{3}$, noyée dans la matrice. La fraction volumique de la fibre est vérifiée et fixée à 15,5%. Nous considérons les mêmes matériaux que ceux utilisés dans la section précédente pour la fibre et la matrice, et nous suivons la même méthodologie d'étude. Nous nous intéressons au nombre d'ED par Halo pour contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte dans le VER modélisé. En se basant sur la Figure IV.9, le rayon du Halo est estimé à environ 15 fois le rayon de l'ED, soit 1770 ED par Halo, pour un niveau de dispersion du champ de contrainte inférieur à 4%. D'un point de vue qualitatif, la Figure V.7 montre l'effet de l'approche Halo pour réduire la dispersion du champ de contrainte dans le VER cubique étudié, en augmentant le nombre d'ED par Halo de 2 à 1770. Nous réalisons des coupes de plan $x = L/2$ et $y = L/2$ pour observer de près le comportement du champ de contrainte et l'évaluer d'un point de vue qualitatif.

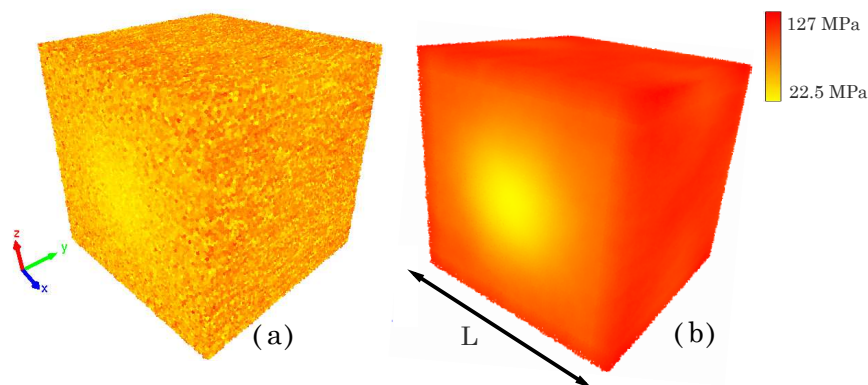


FIGURE V.7 – Champs de contrainte dans le VER cubique avec une inclusion sphérique : avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo

Les Figures V.8 et V.9 montrent les résultats des champs de contrainte obtenus

respectivement dans les plans de coupe $y = L/2$ et $x = L/2$, avec 2 et 1770 ED par Halo. Les résultats obtenus par la MED sont comparés aux estimations évaluées par la MEF en utilisant un maillage composé de 5 millions d'hexaèdres, ce qui est proche de la densité de l'empilement particulaire composé de 700 000 ED.

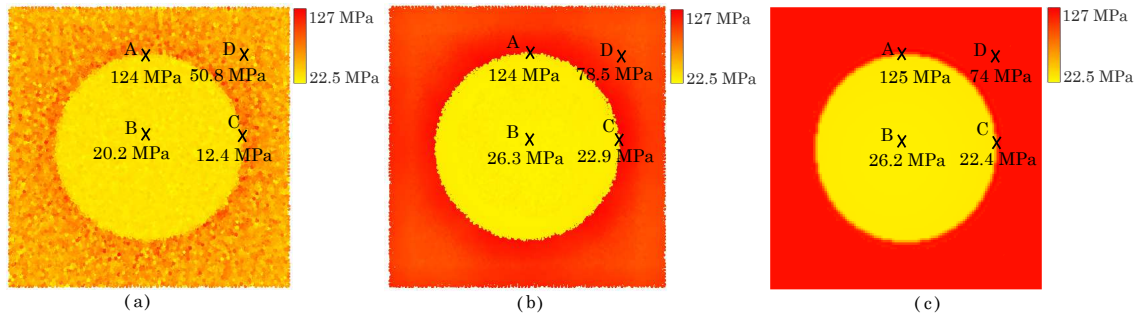


FIGURE V.8 – Champs de contrainte dans le VER avec inclusion sphérique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $y = L/2$)

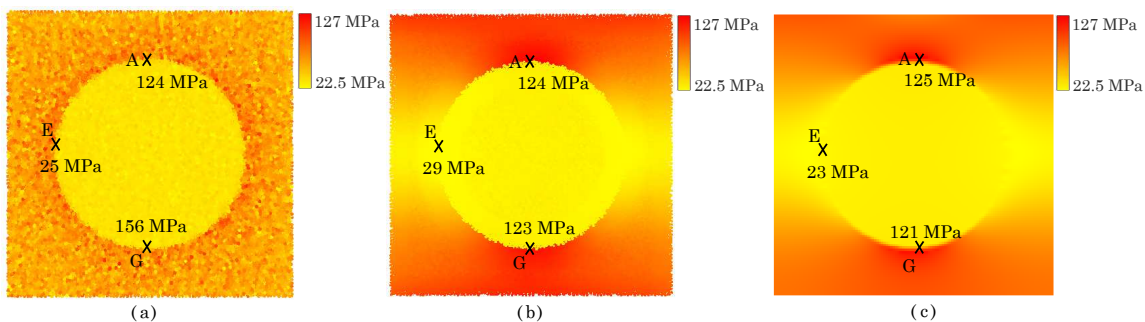


FIGURE V.9 – Champs de contrainte dans le VER avec inclusion sphérique : résultats du modèle cohésif de type poutre avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) résultats éléments finis (plan $x = L/2$)

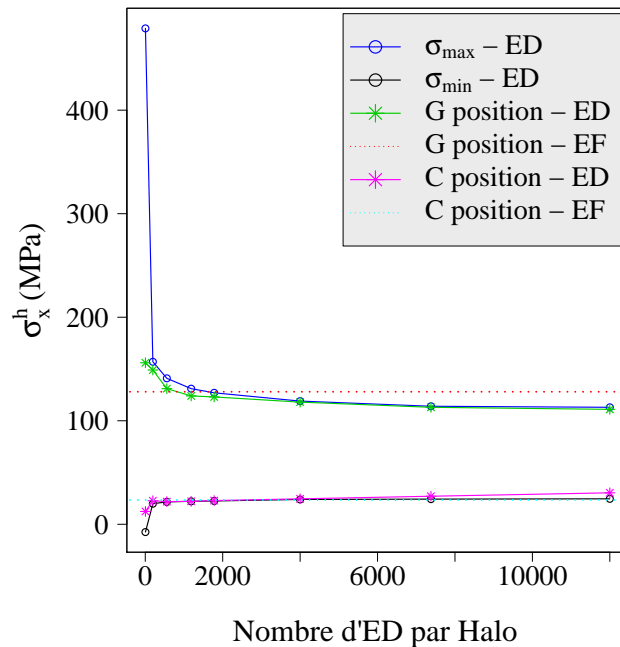
Les valeurs de contrainte, obtenues par la MED en utilisant un Halo de 1770 ED, aux positions A, B et C dans le plan $y = L/2$ sont respectivement de 124 MPa, 26.3 MPa et 22.9 MPa. D'un autre côté, les valeurs obtenues par la MEF aux mêmes positions sont respectivement de 125 MPa, 26.2 MPa et 22.4 MPa. Dans le plan $x = L/2$, nous extrayons les valeurs de contrainte aux positions E et G. Les résultats de la MED sont respectivement 29 MPa et 123 MPa alors que les estimations par la MEF aux mêmes positions sont respectivement de 23 MPa et 121 MPa. L'ensemble de ces résultats est présenté dans le Tableau V.2, d'où nous pouvons conclure que les résultats des deux méthodes sont en bon accord.

Par ailleurs, les positions G et C de coordonnées $(L/2, L/2, L/6)$ et $(5L/6, L/2, L/2, L/2)$ sont respectivement proches des positions des valeurs maximale et minimale. La position maximale est distante du point G approximativement de 11.8 fois le rayon de l'ED, et la position minimale du point C à une distance estimée à

TABLE V.2 – Valeurs de contrainte obtenues par la MED et par la MEF au plan $y = L/2$ du VER avec une inclusion sphérique

Positions	A	B	C	D	max	min
Contrainte obtenue par la MED avec 1770 ED par Halo (MPa)	124	26.3	22.9	78.5	127	22.5
Contrainte obtenue par la MEF (MPa)	125	26.2	22.4	74	129	19.3
Écart relatif (%)	0.8	0.3	2	6	1.5	14

10.6 fois le rayon de l'ED. Les valeurs maximale et minimale obtenues en utilisant 1770 ED par Halo sont respectivement de 127 MPa et 22.5 MPa, tandis qu'avec la MEF elles sont respectivement de 129 MPa et 19.3 MPa.

FIGURE V.10 – Évolution de la contrainte σ_x^h en fonction du nombre d'ED par Halo (cas d'une inclusion sphérique)

Compte tenu de l'ensemble des résultats présentés, nous pouvons confirmer que l'approche Halo est bien adaptée pour contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte dans un milieu hétérogène, que ce soit avec une inclusion de géométrie sphérique ou cylindrique. Comme attendu, les résultats numériques obtenus confirment qu'un lissage excessif entraîne une perte des propriétés mécaniques dans le cas d'une inclusion sphérique (Figure V.10). Ainsi, l'approche, telle qu'elle a été développée jusqu'à présent, permet une bonne maîtrise de la dispersion du champ de contrainte dans un milieu hétérogène, mais ne contribue pas au choix de la dimension appropriée du Halo.

3 Application au composite unidirectionnel lin - bioépoxy

Dans la présente section, nous nous intéressons au composite unidirectionnel biosourcé renforcé en fibres de lin présenté dans le chapitre II. Nous rappelons que la matrice est constituée de résine époxy, plus précisément l'époxy biosourcée InfuGreen 810 fournie par Sicomin, laquelle est une résine thermodurcissable souvent employée du fait de ses hautes performances mécaniques et de sa bonne résistance à la dégradation. En outre, nous utilisons le tissu FLAXPLY UD 180 fourni par LINEO, qui est un tissu de lin prêt à être imprégné et composé d'un ensemble de torons de lin UD. L'élaboration de ce composite par le procédé Resin Transfer Molding ainsi que les essais de traction longitudinale sont détaillés dans le chapitre II. Le module de Young longitudinal macroscopique quantifié expérimentalement est de 19.8 ± 1.6 GPa.

3.1 Modèle de VER à une inclusion

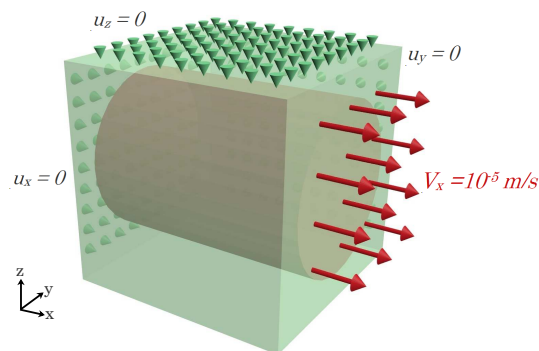


FIGURE V.11 – VER du composite lin - bioépoxy avec les conditions aux limites appliquées

Le matériau est modélisé par un VER de longueur $L = 1$ cm, composé d'une seule inclusion cylindrique représentant un toron de lin et d'axe parallèle à la direction x , noyée dans la matrice époxy biosourcée. Nous rappelons que la valeur de L n'affecte pas le comportement macroscopique. L'époxy biosourcé est caractérisé par un module de Young macroscopique de 3.3 GPa et un coefficient de Poisson de 0.33. Les propriétés microscopiques correspondantes déterminées via le processus de calibration sont $E_\mu^m = 1950$ GPa et $\nu_\mu^m = 0.1$. En se basant sur le module de Young longitudinal expérimental défini dans le chapitre II et en utilisant une simple loi des mélanges [27], nous évaluons le module de Young macroscopique du lin $E_M^f = 39.7$ GPa. Le coefficient de Poisson est lui fixé à $\nu_M^f = 0.3$. Les propriétés microscopiques correspondantes à l'inclusion sont alors $E_\mu^f = 5200$ GPa et

$r_\mu^f = 0.18$. La fraction volumique de l'inclusion est fixée à 45.5% afin de concorder avec celle du matériau fabriqué présenté dans le chapitre II, ce qui implique un rayon d'inclusion :

$$R = \sqrt{\frac{0.455}{\pi}} L = \frac{L}{2.6} \quad (\text{V.1})$$

Nous réalisons un essai numérique de traction avec les mêmes conditions aux limites que celles illustrées dans la Figure V.11, en utilisant un empilement particulière composé de 700 000 ED. Le module de Young déterminé numériquement, en utilisant la MED basée sur le modèle cohésif de type poutre, est égal à 19.1 GPa ce qui est en bon accord avec la valeur expérimentale obtenue de 19.7 GPa avec une erreur relative de 3%. Nous évaluons le champ de contrainte pour une déformation de $5.2e^{-4}$ et nous utilisons l'approche Halo pour contrôler le niveau de dispersion, dans notre modèle, en fonction du nombre d'ED par Halo. Les Figures V.12.b et V.12.c représentent le champ de contrainte σ_x dans le VER du composite biosourcé dans le plan $x = L/2$ et $y = L/2$ respectivement, en utilisant l'approche Halo avec 2 et 1770 ED par Halo, confronté aux résultats obtenus par la MEF. D'un point de vue qualitatif, comme attendu et discuté précédemment, plus le nombre d'ED par Halo est élevé, plus le taux de dispersion est faible, comme illustré sur la Figure V.12.a. D'un point de vue quantitatif, nous présentons les résultats obtenus sur la Figure V.13 pour quatre positions différentes dans le domaine. Nous observons que plus le Halo contient d'éléments discrets plus les contraintes σ_x^h , σ_y^h et σ_z^h , évaluées respectivement dans les direction x , y et z , convergent vers les valeurs estimées par la MEF. Nous visons un niveau de dispersion inférieur à 4%. D'après les études présentées précédemment, ce niveau de dispersion est atteint avec un Halo d'un rayon 15 fois égal au rayon de l'ED, donc 1770 ED par Halo. Il faut noter que nous considérons la même taille de Halo dans la matrice et l'inclusion puisque les valeurs de r_μ dans les deux phases sont proches. Par ailleurs, la Figure V.14 représente les valeurs maximales et minimales de σ_x^h obtenues par le modèle discret avec différentes tailles de Halo, comparées aux estimations par la MEF. Nous remarquons ainsi la convergence des résultats obtenus par la MED vers ceux de la MEF en augmentant le nombre d'ED par Halo.

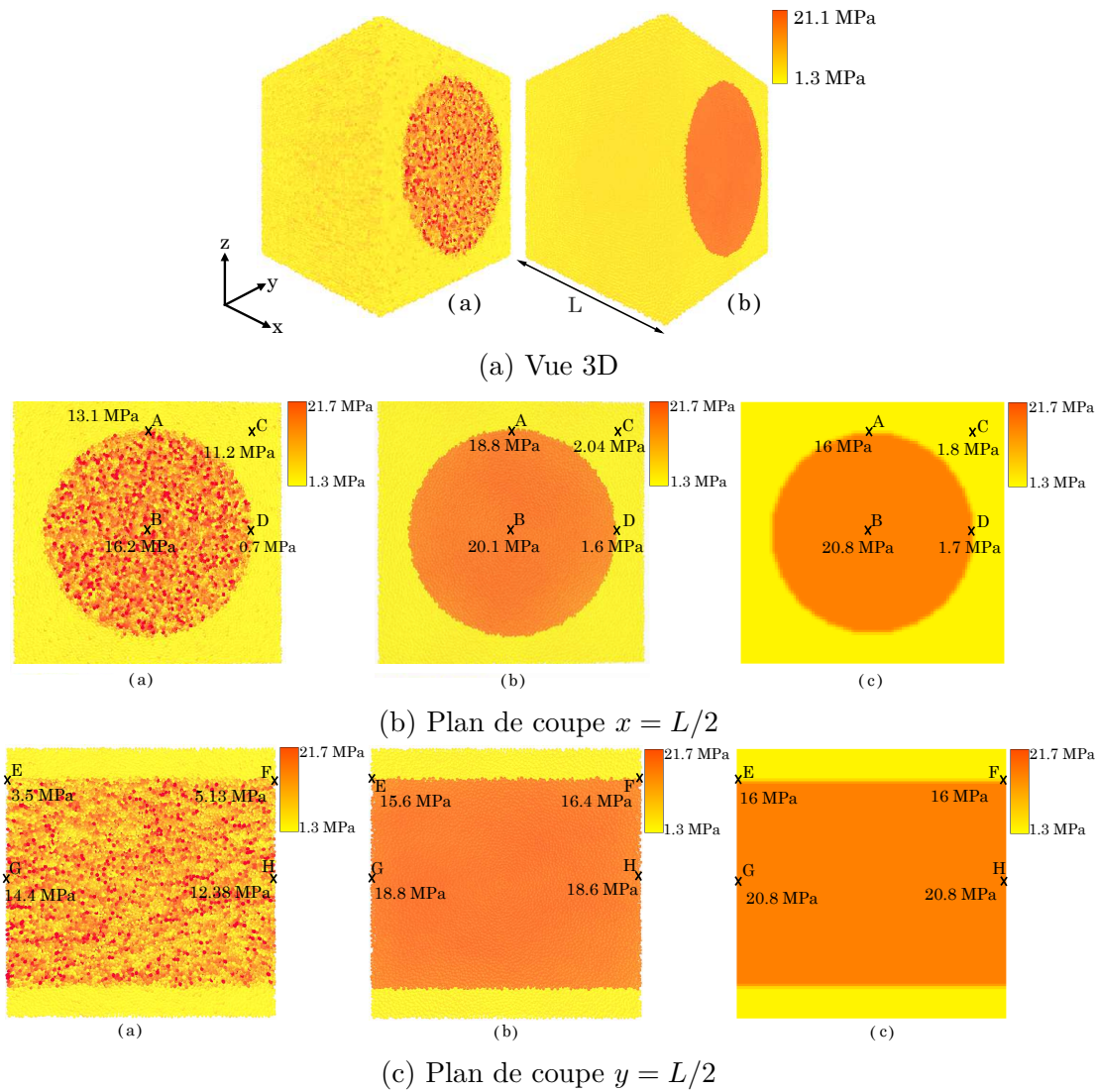


FIGURE V.12 – Champs de contrainte σ_x^h dans le VER du composite biosourcé : cas de la MED avec (a) 2 ED et (b) 1770 ED par Halo et (c) cas de la MEF

L'ensemble des résultats est récapitulé dans le Tableau V.3 où nous pouvons clairement constater la concordance entre les résultats de la MED et ceux de la MEF, avec un Halo de rayon 15 fois celui de l'ED.

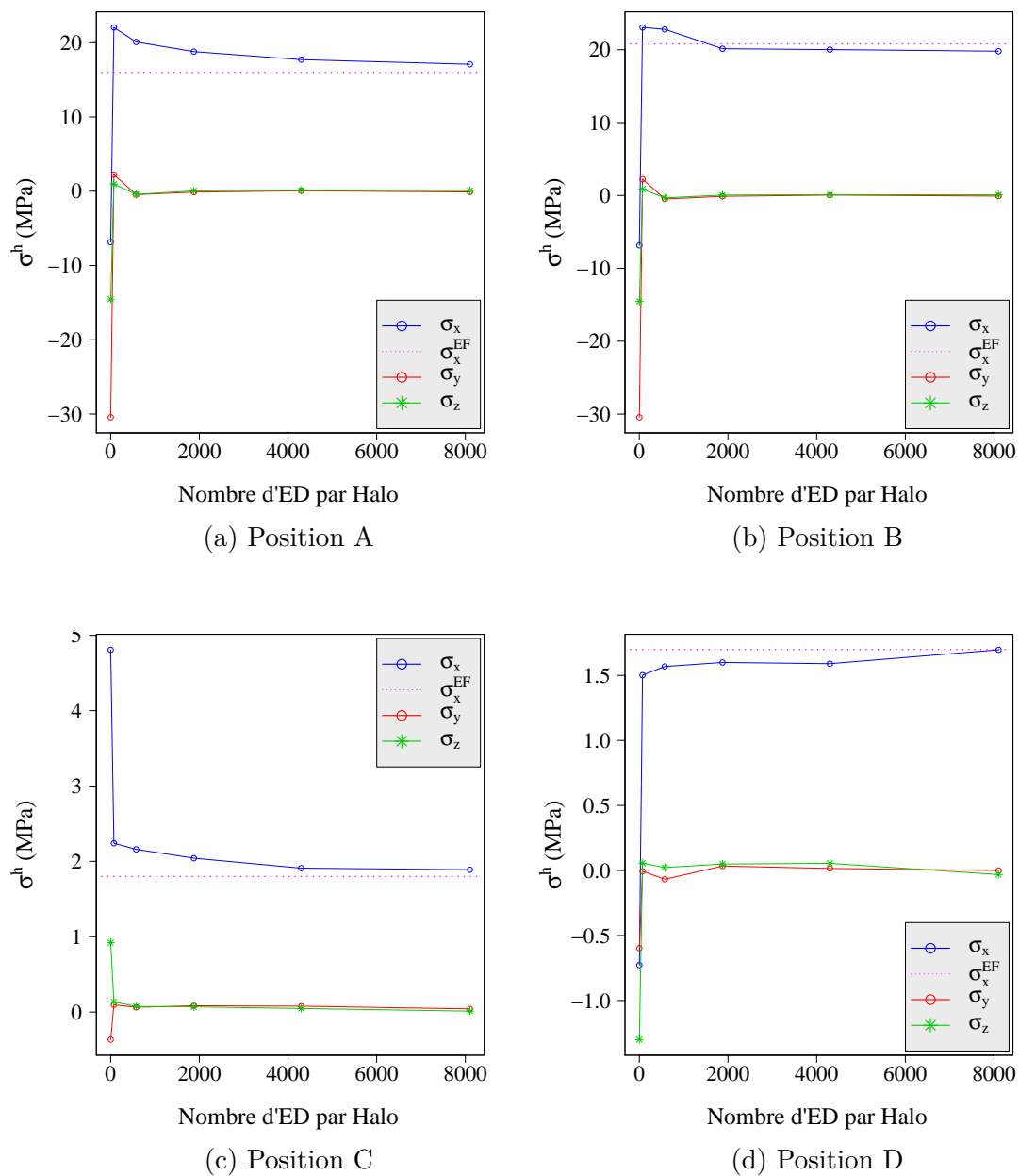


FIGURE V.13 – Influence du nombre d'ED par Halo sur les contraintes obtenues à quatre positions différentes

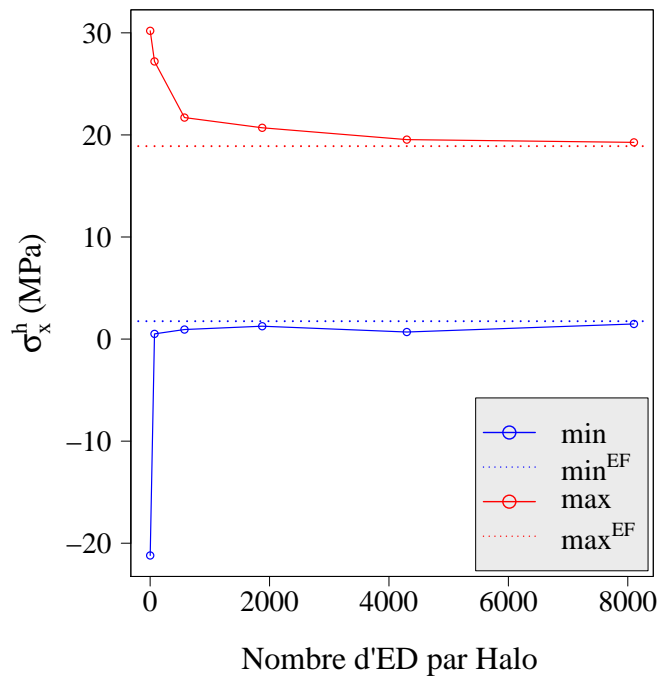


FIGURE V.14 – Valeurs max et min de la contrainte σ_x^h en fonction du nombre d'ED par Halo

TABLE V.3 – Valeurs de la contrainte σ_x^h (MPa) obtenues par la MED et la MEF à différentes positions

Positions	contrainte σ_x évaluée par la MED		contrainte σ_x évaluée par la MEF
	2 ED par Halo	1770 ED par Halo	
A	13.1	18.8	16
B	16.2	20.1	20.8
C	11.2	2	1.8
D	0.7	1.6	1.7
E	3.5	15.6	16
F	5.1	16.4	16
G	14.4	18.8	20.8
H	12.3	18.6	20.8
max(σ_x)	130.6	21.7	21.1
min(σ_x)	-14.2	1.3	1.3

3.2 Modèle de VER multi-inclusions

Après avoir modélisé le composite biosourcé à l'échelle du VER avec une seule inclusion, notre objectif dans cette section est de remonter à une plus grande échelle. Ainsi, nous nous intéressons au même composite unidirectionnel mais nous considérons cette fois-ci un VER contenant plusieurs inclusions afin de gagner

en représentativité. Dans ce cas, le VER à construire doit respecter la même fraction volumique que celle évaluée expérimentalement (chapitre II), à savoir 45.5%. Nous nous basons dans notre modélisation sur des observations réelles du matériau élaboré, réalisées avec un MEB (Figure V.15), pour obtenir un motif le plus proche que possible de la réalité.

3.2.1 Génération du motif représentatif

Dans le but de construire un motif représentatif du composite étudié, la méthodologie consiste d'abord à choisir le nombre d'inclusions à utiliser dans notre modélisation, puis à extraire leurs géométries afin de représenter chaque toron de fibres par un disque de rayon équivalent de même centre et position. Dans la modélisation d'un composite mono-inclusion avec une fraction volumique de 45.5% nous avons utilisé des empilements de 700 000 ED, avec 318 500 ED dans l'inclusion. Afin de garder le même niveau de précision, nous avons choisi de respecter le même nombre d'ED par inclusion dans la modélisation du VER multi-inclusions. En se basant sur la Figure V.15, nous pouvons extraire différents échantillons composés de 4 à 16 inclusions. Au regard du nombre d'ED à déployer et donc du temps de calcul à considérer, nous choisissons d'utiliser 8 inclusions, ce qui implique une densité de 5 600 000 ED que nous arrondissons à 6 000 000 ED. Nous estimons que ce choix permet de réaliser un compromis raisonnable entre les besoins de la modélisation et le coup de calcul.

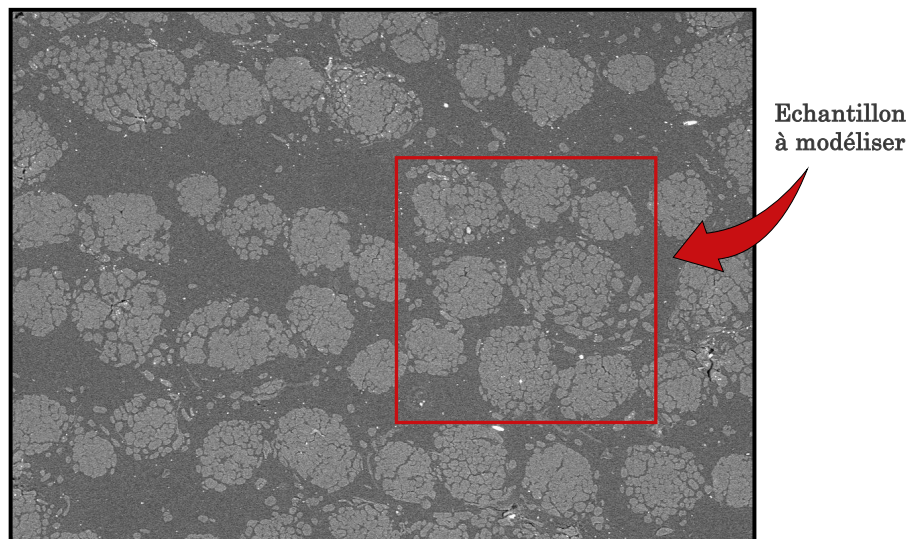


FIGURE V.15 – Observation sous MEB du composite biosourcé lin - bioépoxy

Une fois que l'échantillon à modéliser et le nombre d'inclusions sont fixés, comme illustré sur la Figure V.15, nous nous intéressons à la détermination des rayons équivalents des inclusions et des positions de leurs centres. Pour cela, nous utilisons l'outil de traitement d'image *ImageJ* [94, 217]. Les images obtenues à

l'aide des observations sous MEB sont des images en niveau de gris renfermant généralement 256 teintes de gris où chaque entier représente un niveau de gris codé sur 8 bits et donc compris entre 0 et 2^8-1 . Par convention, la valeur zéro représente le noir (intensité lumineuse nulle) et la valeur 255 le blanc (intensité lumineuse maximale). Dans le but de distinguer les inclusions de la matrice sur la Figure V.15, nous effectuons une opération de seuillage, qui consiste à transformer une image en niveaux de gris en une image binaire dont les pixels ne peuvent avoir qu'une des deux valeurs. Ceci revient à remplacer chaque pixel dans l'image à traiter à l'aide d'une valeur seuil fixée s . Nous considérons une image de taille $N \times M$. Nous considérons $f(i, j)$ la valeur de l'intensité du pixel appartenant à la ligne i et la colonne j de l'image et $g(i, j)$ la valeur de l'intensité du même pixel dans l'image seuillée. Cette dernière est obtenue en accordant à g de nouvelles valeurs d'intensité selon la formule suivante :

$$g(i, j) = \begin{cases} 255 & \text{si } f(i, j) \geq s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le résultat du seuillage est présenté dans la Figure V.17. Nous arrivons à bien distinguer la matrice des torons de lin; cependant, ces derniers n'ont pas une géométrie parfaitement ronde car ils sont constitués de plusieurs fibres de lin. Ainsi, nous observons beaucoup de bruit au niveau de la matrice. Nous choisissons alors d'appliquer un filtre Gaussien afin d'éliminer le bruit constaté sur l'image seuillée (Figure V.17.b).

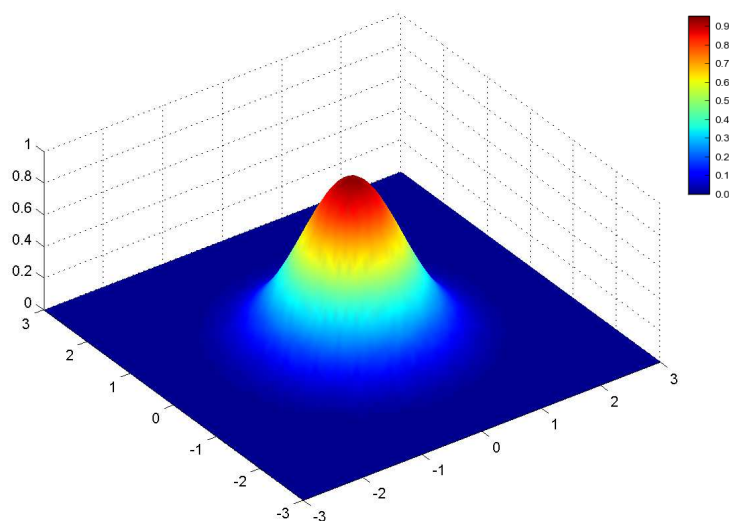


FIGURE V.16 – Filtre gaussien en 2D

En traitement d'image, le flou Gaussien également appelé lissage, résulte du flou d'une image par une fonction Gaussienne dans le but de réduire le bruit de l'image et les détails indésirables. D'un point de vue mathématique, l'application d'un filtre Gaussien à une image revient à la convolution de cette dernière avec

une fonction Gaussienne. Ce filtre utilise une distribution 2D comme fonction dispersée, en convoluant la fonction de distribution Gaussienne 2D, illustrée dans la Figure V.16, avec l'image à traiter. Ceci est réalisé en utilisant l'équation V.2 où σ est l'écart type de la distribution. Le choix de la valeur de σ est très important pour ce filtre. En effet, plus la valeur de σ est grand plus l'image obtenue est floue. Dans notre traitement nous considérons une moyenne μ égale à 0 et un $\sigma = 1$ comme l'indique la Figure V.16. Le résultat après application du filtre gaussien à notre image est illustré sur la Figure V.17.c.

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{V.2})$$

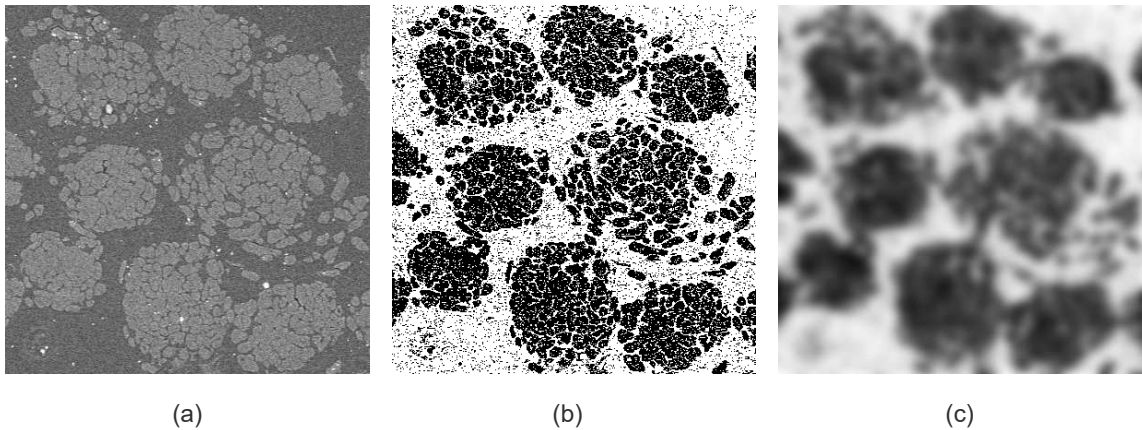


FIGURE V.17 – Images du VER à modéliser : (a) image originale (b) après le seuillage et (c) après le filtrage Gaussien

Ces deux opérations de traitement d'image, à savoir le seuillage et le filtrage Gaussien, sont réalisées plusieurs fois dans le but d'omettre le maximum de bruit jusqu'à l'obtention d'un résultat satisfaisant (Figure V.18.a). Nous passons alors à l'étape suivante du traitement, à savoir la détection des bords des inclusions. Cette opération consiste à calculer le gradient de la fonction d'intensité de l'image. Ces grandeurs et leurs directions sont évaluées à chaque point de l'image traitée. L'amplitude du gradient en un point détermine si oui ou non il est possible qu'il se situe sur un bord. En effet, un gradient élevé signifie que les couleurs changent et donc que le point en question est situé sur le bord, pendant qu'un faible gradient ne signifie aucun changement substantiel. De cette manière, nous pouvons détecter chaque point appartenant au bord ainsi que son orientation, déterminée à partir de la direction du gradient. Cet algorithme, connu sous le nom de *Canny edge detector*, nous permet d'obtenir l'image illustrée sur la Figure V.18.b, sur laquelle nous pouvons voir clairement les fibres nettement séparées ce qui facilite l'évaluation de leurs surfaces et positions aux centres.

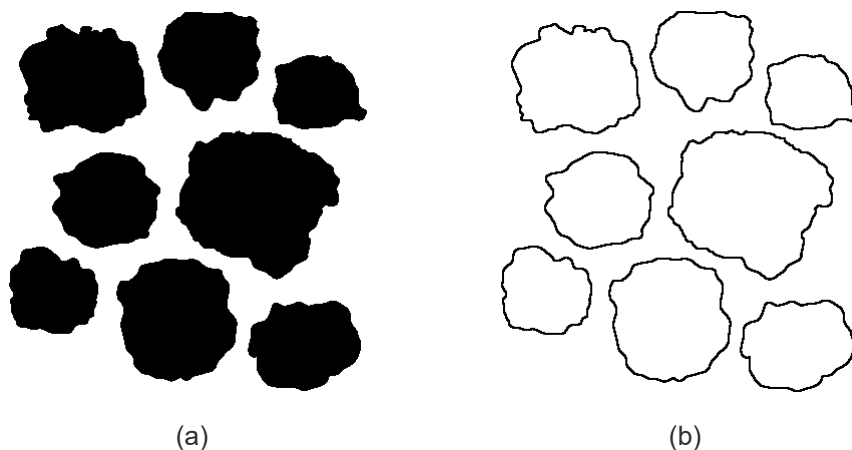


FIGURE V.18 – Images du VER à modéliser : (a) après plusieurs opérations de pré-traitement et (b) après détection des bords

3.2.2 Modélisation numérique du VER multi-inclusions

Les inclusions sont modélisées par des cylindres de direction parallèle à l'axe y (Figure V.12.a). Nous évaluons le rayon moyen de chacune des géométries présentées sur la Figure V.18.b, que nous considérons comme étant le rayon de l'inclusion cylindrique située dans la même position. Le VER multi-inclusions considéré pour modéliser le composite biosourcé induit une fraction volumique de 47.4%, et donc une erreur relative de 4.1% par rapport à la fraction visée. Les propriétés mécaniques microscopiques utilisées pour les deux phases modélisées (inclusion et matrice) sont les mêmes que celles utilisées dans le cas du mono-inclusion discuté précédemment. En suivant la même méthodologie que celle appliquée dans la section 3.1, nous appliquons un essai de traction avec les mêmes conditions aux limites et nous nous intéressons au champ de contrainte locale dans le VER. La Figure V.19 illustre l'évolution du champ de contrainte obtenu en augmentant le nombre d'ED par Halo. D'un point de vue qualitatif, le champ de contrainte, obtenu avec un Halo de rayon 15 fois celui de l'ED, est beaucoup plus net et homogène par rapport à celui observé dans le cas où le Halo est très petit. Par ailleurs, une étude avec la MEF est réalisée pour comparer les résultats obtenus par la MED et l'approche Halo aux résultats de la MEF. Le VER multi-inclusions est modélisé par la MEF en utilisant un maillage régulier d'hexaèdres composé de 5 832 000 éléments, ce qui est proche du nombre d'ED utilisé dans la modélisation par la MED. L'essai de traction réalisé en utilisant la MED est reproduit avec les mêmes conditions d'essai. La Figure V.20 représente le champ de contrainte obtenu par la MEF dans le plan $x=L/2$. Visuellement, les isovaleurs du champ de contrainte obtenues par la MEF sont comparables à celles obtenues par la MED (Figure V.19.(d)). D'un point de vue qualitatif, l'évolution de la contrainte est observée à quatre positions A, B, C et D comme le montre la Figure V.21. Les

valeurs de contrainte obtenues à chacune de ces positions convergent respectivement vers la valeurs théoriques obtenues par la MEF (Figure V.21) à partir d'un rayon de Halo 15 fois celui de l'ED. Ce résultat est en accord avec les résultats des sections précédentes. L'approche Halo permet alors d'obtenir de bons résultats dans le cas d'un VER multi-inclusions, avec un écart relatif par rapport à la contrainte maximale de 7% .

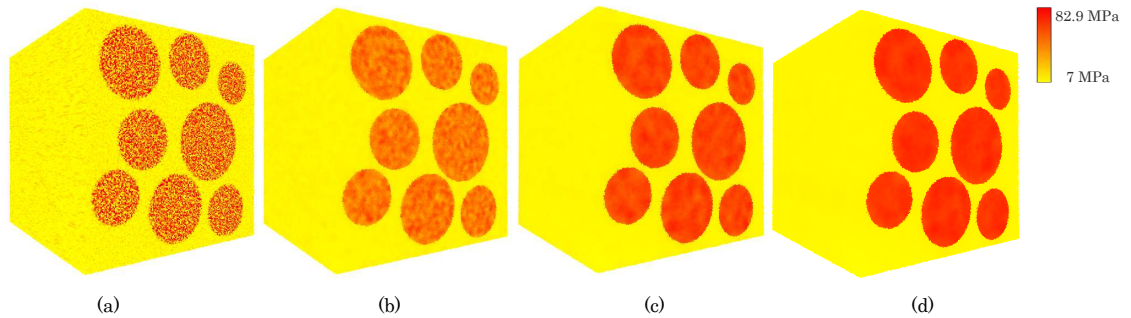


FIGURE V.19 – Évolution du champ de contrainte obtenu par la MED avec (a) 1 (b) 70 (c) 540 (d) 1720 ED par Halo

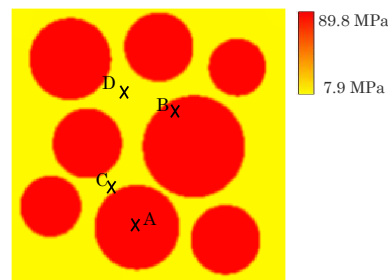


FIGURE V.20 – Champ de contrainte obtenu par la MEF (plan $x=L/2$)

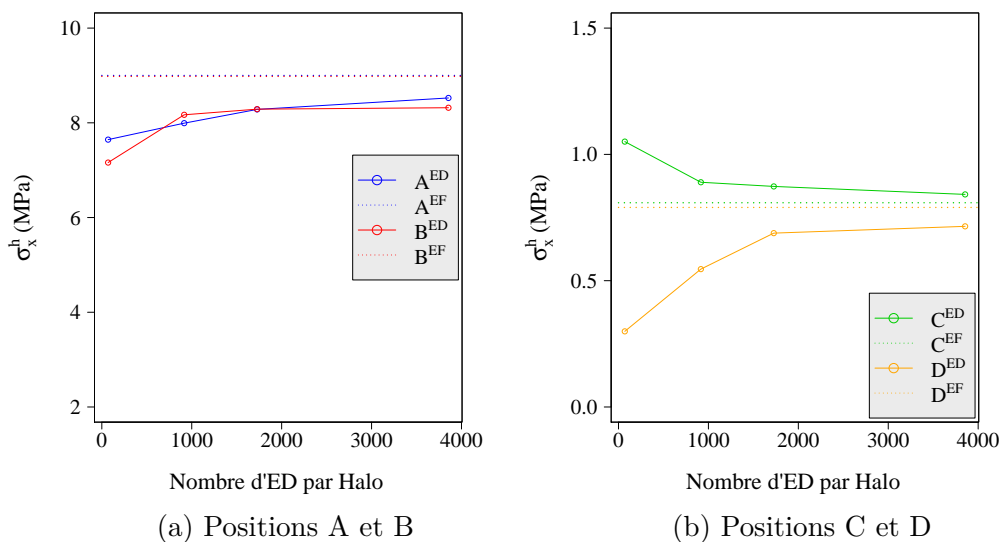


FIGURE V.21 – Influence du nombre d'ED par Halo sur les contraintes obtenues à quatre positions différentes

4 Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été d'appliquer l'approche Halo développée dans le chapitre 4.1, au cadre d'un milieu hétérogène. Tout d'abord, l'approche a été utilisée pour évaluer le champ de contrainte dans le cas de composites à inclusions cylindrique et sphérique. L'efficacité de l'approche Halo a été validée à l'aide de comparaisons avec la MEF, quelque soit la géométrie de l'inclusion (cylindrique ou sphérique). Le nombre d'ED par Halo pour atteindre un niveau de dispersion inférieur à 4% est le même que celui établi dans le cas homogène. Ensuite, l'approche a été appliquée sur deux modèles de VER du composite biosourcé lin - bioépoxy, mono et multi-inclusions. Pour les deux modèles de VER étudiés, le champ de contraintes est en bon accord avec les résultats MEF, et la taille optimale du Halo est toujours 15 fois la taille de l'ED même dans la configuration à plusieurs inclusions.

En conclusion, les résultats obtenus dans ce chapitre ont montré l'efficacité de l'approche Halo pour contrôler le niveau de dispersion du champ de contrainte locale dans la modélisation discrète des milieux hétérogènes mono ou multi-inclusions, et cela avec deux types d'inclusions. Maintenant que le modèle numérique est mis au point, nous introduirons dans le chapitre suivant une approche numérique permettant de prendre en considération la variabilité des propriétés matériaux dans la simulation mécanique.

Chapitre VI

Couplage de la MED avec la
méthode stochastique CGSM
pour l'étude de la variabilité du
comportement statique

1 Introduction

La méthode Certain Generalized Stresses Method (CGSM) est une approche probabiliste pour l'analyse statistique des structures minces et épaisses. Cette méthode stochastique est basée sur une hypothèse mécanique, considérant que les efforts généralisés sont indépendants des propriétés matériaux et physiques [126]. Une formulation CGSM du déplacement, en fonction des paramètres incertains, est obtenue grâce à cette hypothèse et au théorème de Castigliano. Les paramètres incertains peuvent être modélisés par des variables ou des champs aléatoires. Des simulations de Monte Carlo (MC) sont réalisées sur cette formulation CGSM dans le but d'évaluer la variabilité d'un déplacement ou d'une contrainte à l'aide des quantités statistiques (moyenne, écart type, coefficient de variation). Dans ce chapitre, la méthode CGSM est développée pour l'analyse probabiliste des poutres 3D avec cisaillement transverse, considérant des formulations en déplacement et en rotation. Puis, nous proposons un couplage de la MED (chapitre III) avec la méthode CGSM. Différentes structures composées de poutres 2D et 3D sont étudiées pour valider le couplage dans la configuration nominale. Pour le VER du chapitre III, la variabilité du déplacement et de la rotation CGSM, pour une propriété matériau incertaine, sont évaluées à l'aide du méta-modèle CGSM couplé avec la MED. Puis, les résultats statistiques CGSM sont comparés aux résultats des simulations MC sur le modèle éléments discrets de référence pour valider le couplage MED-CGSM. Enfin, les effets de la variabilité du module de Young microscopique sur le déplacement U_{CGSM} et sur le module de Young macroscopique E_M sont étudiés à l'échelle du VER.

2 Méthode CGSM pour l'étude de la variabilité du comportement statique

2.1 Présentation de la méthode CGSM

La méthode stochastique CGSM (Certain Generalized Stresses Method) a été proposée par Lardeur *et al.* [126] pour les structures isotropes et homogènes dans le cadre de l'analyse statistique de poutres 2D et de barres 2D. La méthode CGSM a également été développée pour les structures de type plaque et coque au cours des travaux de thèses de Mahjudin [149] et Yin [238], notamment pour les structures composites multicouches. La majorité des hypothèses des méthodes probabilistes sont de nature statistique ou mathématique, la méthode CGSM est basée sur une hypothèse mécanique. Cette hypothèse considère que les efforts généralisés restent

certaines lorsque les propriétés matériaux et physiques sont incertaines. L'approche probabiliste CGSM consiste à réaliser des simulations de Monte Carlo (MC) sur un méta-modèle CGSM. Cette méthode est caractérisée par plusieurs spécifications :

- Le nombre de paramètres incertains étudiés peut être grand
- Les paramètres incertains étudiés peuvent suivre toute loi de distribution
- Le niveau de variabilité introduit en entrée peut être faible ou élevé
- Le nombre de degrés de liberté peut être grand
- Tout code éléments finis peut être couplé à la méthode CGSM

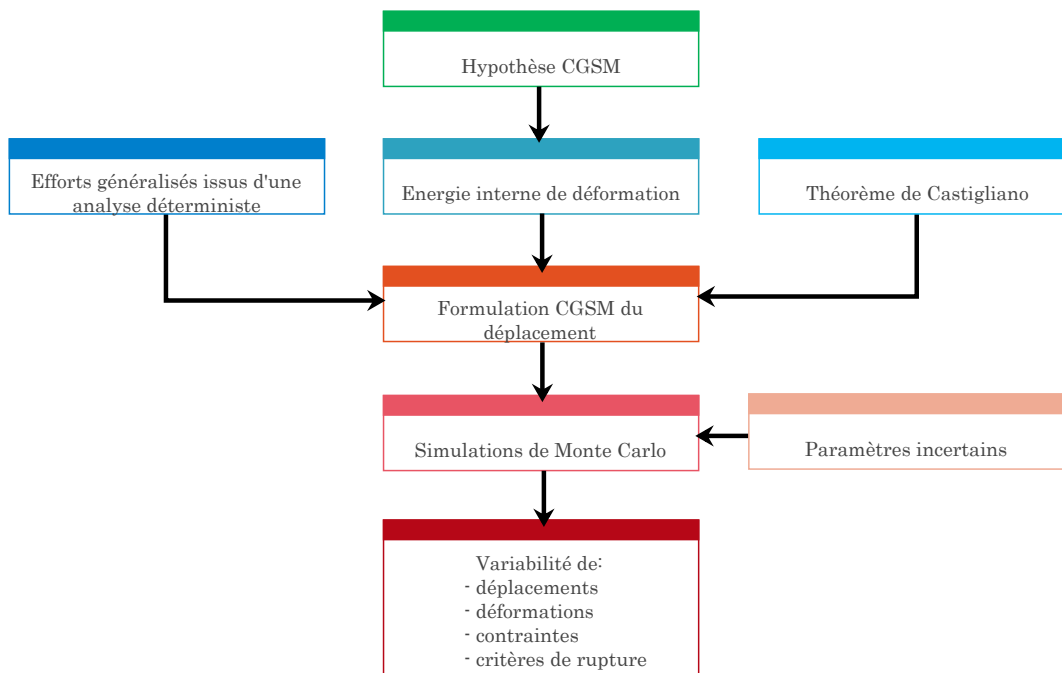


FIGURE VI.1 – Organigramme de la méthode CGSM

La Figure VI.1 représente l'organigramme de la méthode CGSM. Tout d'abord, l'énergie de déformation du système est évaluée en utilisant l'hypothèse mécanique CGSM. Le méta-modèle CGSM en déplacement est alors construit à l'aide du théorème de Castigliano sous une forme explicite en fonction des efforts généralisés nominaux. Ces efforts sont évalués à travers une analyse déterministe par éléments finis à 2 cas de charges si on s'intéresse à la variabilité en un point. En effet, pour évaluer la variabilité de n déplacements, une analyse par éléments finis avec $n+1$ cas de charges est requise avec un code éléments finis standard (Abaqus, Nastran, Ansys...) ou universitaire. Ensuite, des tirages de MC sont réalisés sur le méta-modèle construit. Ainsi, les quantités statistiques (moyenne, écart type, coefficient de variation, distribution...) peuvent être calculées afin d'évaluer la variabilité en sortie d'un déplacement, d'une déformation, d'une contrainte ou

encore d'un critère de rupture. Les simulations MC sur le méta-modèle CGSM semi-analytique sont très rapides. Le gain de temps peut être considérable par rapport à des simulations MC effectuées sur un modèle éléments finis.

2.2 Validité de l'hypothèse CGSM

L'hypothèse CGSM est exacte quand la structure étudiée est isostatique, elle est approchée quand le système est hyperstatique. De plus, dans le cas où l'incertitude introduite engendre une perturbation uniforme dans l'ensemble de la structure, l'hypothèse CGSM est également exacte. L'hypothèse CGSM est dans le cas général approchée mais reste robuste pour l'analyse probabiliste [126, 150]. Les limites de l'hypothèse CGSM ont été étudiées par Mahjudin [149] avec un critère d'erreur basé sur l'énergie de déformation. L'idée est de comparer localement l'énergie obtenue par les simulations MC sur un modèle EF à celle obtenue par les simulations MC sur le méta-modèle CGSM. Cette comparaison permet d'avoir une indication de la contribution de chaque élément sur l'erreur en énergie de déformation. Ce critère d'erreur a été calculé pour une plaque en flexion sous un chargement uniformément distribué. Le module de Young est modélisé avec un champ aléatoire. Pour une grande longueur de corrélation, il a été constaté que les erreurs sont globalement très faibles (2%). Dans le cas où la longueur de corrélation est petite (physiquement improbable), les erreurs sont plus élevées mais restent raisonnables.

2.3 Choix de la discrétisation

Le choix du maillage est un point crucial dans le cadre de la vérification d'un modèle numérique. Dans cette section, nous nous intéressons au choix du maillage pour le modèle déterministe qui sera ensuite utilisé pour la construction du méta-modèle CGSM. Pour cela, deux stratégies sont proposées dans la littérature. Matthies *et al.* [155] proposent d'utiliser un maillage uniforme pour le calcul de la variabilité, en particulier lorsque les paramètres d'entrée sont définis par des champs aléatoires. Cela induit un maillage composé d'un grand nombre d'éléments qui n'est pas optimal. Une deuxième stratégie consiste à déterminer le maillage optimal dans la configuration nominale et à l'utiliser dans l'étude avec variabilité. Mahjudin *et al.* [150] a notamment utilisé cette dernière approche avec un maillage adaptatif.

3 Formulation de la méthode CGSM pour les poutres 3D avec cisaillement transverse

La formulation CGSM pour les structures de type poutre mince 2D a été proposée par Lardeur *et al.* [126]. Dans la continuité de ces travaux, la formulation CGSM pour les poutres 3D avec cisaillement transverse est tout d'abord introduite dans le cadre de la MEF.

3.1 Formulation du déplacement U_{CGSM}

Pour les structures de type poutre 3D, l'hypothèse CGSM considère que les efforts généralisés restent constants lorsque les propriétés matériaux et physiques sont incertaines. Pour un élément poutre i , le module de Young E_i , le module de cisaillement G_i , la section A_i et les moments quadratiques I_{z_i} , I_{y_i} et J_i peuvent en effet être modélisés par une variable ou un champ aléatoires. La formulation du déplacement CGSM nécessite tout d'abord l'expression de l'énergie de déformation donnée par l'équation VI.1 pour une structure modélisée par n éléments finis

$$\pi_{int} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \left(\frac{N_i^2}{E_i A_i} + \frac{M_{t_i}^2}{G_i J_i} + \frac{M_{f_{z_i}}^2}{E_i I_{z_i}} + \frac{M_{f_{y_i}}^2}{E_i I_{y_i}} + \frac{T_{y_i}^2}{G_i A_i} + \frac{T_{z_i}^2}{G_i A_i} \right) dx \quad (\text{VI.1})$$

où pour l'élément i , l_i est la longueur, N_i l'effort normal, T_{y_i} et T_{z_i} les efforts tranchants selon y et z respectivement, $M_{f_{y_i}}$ et $M_{f_{z_i}}$ les moments fléchissant selon y et z respectivement, et M_{t_i} le moment de torsion. Le théorème de Castigliano est utilisé pour calculer le déplacement U_{CGSM} d'un point P dans une direction donnée avec l'équation suivante

$$U_{CGSM} = \frac{\partial \pi_{int}}{\partial F} \quad (\text{VI.2})$$

Pour cela, pour chaque élément poutre de la structure étudiée, les efforts généralisés doivent être décomposés en deux contributions de la manière suivante :

$$N_i = N'_i + FN''_i \quad (\text{VI.3})$$

$$T_{y_i} = T'_{y_i} + FT''_{y_i} \quad (\text{VI.4})$$

$$T_{z_i} = T'_{z_i} + FT''_{z_i} \quad (\text{VI.5})$$

$$M_{f_{y_i}} = M'_{f_{y_i}} + FM''_{f_{y_i}} \quad (\text{VI.6})$$

$$M_{f_{z_i}} = M'_{f_{z_i}} + FM''_{f_{z_i}} \quad (\text{VI.7})$$

$$M_{t_i} = M'_{t_i} + FM''_{t_i} \quad (\text{VI.8})$$

où F est la force appliquée au point P dans la direction d'intérêt. Pour chaque composante X_i (force ou moment) de l'élément i , nous définissons :

- X'_i : l'effort (unité N) ou le moment (unité Nm) dans l'élément i dû au chargement appliqué dans la direction d'intérêt, sur toute la structure sauf au point P .
- X''_i : l'effort (sans unité) ou le moment (unité m) dans l'élément i dû à un chargement fictif unitaire appliqué au point P dans la direction d'intérêt.

Par exemple :

- N_i étant l'effort normal dans l'élément i , nous définissons N'_i l'effort normal (unité N) dans l'élément i dû au chargement appliqué dans la direction d'intérêt sur toute la structure sauf au point P , et N''_i l'effort normal (sans unité) dans l'élément i dû au chargement unitaire appliqué dans la direction d'intérêt au point P .
- M_{t_i} étant le moment de torsion dans l'élément i , nous définissons M'_{t_i} le moment de torsion (unité Nm) résultant du chargement appliqué dans la direction d'intérêt sur toute la structure sauf au point P , et M''_{t_i} le moment de torsion (unité m) dû au chargement unitaire appliqué dans la direction d'intérêt au point P seulement.

Après avoir décomposé tous les termes figurant dans l'expression de l'énergie globale (équation VI.1), le théorème de Castigliano est utilisé pour évaluer le déplacement U_{CGSM} du point P dans la direction d'intérêt. Pour cela, l'énergie est dérivée par rapport au chargement fictif unitaire F utilisé, comme suit :

$$U_{CGSM} = \sum_{i=1}^n \int_0^{I_i} \left(\frac{N''_i(N'_i + FN''_i)}{E_i A_i} + \frac{M''_{t_i}(M'_{t_i} + FM''_{t_i})}{G_i J_i} + \frac{M''_{f_{z_i}}(M'_{f_{z_i}} + FM''_{f_{z_i}})}{E_i I_{z_i}} \right. \\ \left. + \frac{M''_{f_{y_i}}(M'_{f_{y_i}} + FM''_{f_{y_i}})}{E_i I_{y_i}} + \frac{T''_{y_i}(T'_{y_i} + FT''_{y_i})}{G_i A_i} + \frac{T''_{z_i}(T'_{z_i} + FT''_{z_i})}{G_i A_i} \right) dx \quad (\text{VI.9})$$

Dans leur contribution, Lardeur *et al.* [126] se sont intéressés aux efforts généralisés constants ou linéaires sur l'élément i . Dans le cas où les efforts et les moments sont considérés constants par élément, ils sont évalués au centre de chaque

élément (notés avec un indice C), et sont injectés par la suite dans l'équation VI.9 pour obtenir un déplacement U_{CGSM} donné par :

$$\begin{aligned}
U_{CGSM} = & \sum_{i=1}^n \int_0^{I_i} \left(\frac{N''_{ic} l_i (N'_{ic} + FN''_{ic})}{E_i A_i} + \frac{M''_{t_i c} l_i (M'_{t_i c} + FM''_{t_i c})}{G_i J_i} \right. \\
& + \frac{M''_{f_{z_i c}} l_i (M'_{f_{z_i c}} + FM''_{f_{z_i c}})}{E_i I_{z_i}} + \frac{M''_{f_{y_i c}} l_i (M'_{f_{y_i c}} + FM''_{f_{y_i c}})}{E_i I_{y_i}} + \frac{T''_{y_i c} l_i (T'_{y_i c} + FT''_{y_i c})}{G_i A_i} \\
& \left. + \frac{T''_{z_i c} l_i (T'_{z_i c} + FT''_{z_i c})}{G_i A_i} \right) dx \quad (VI.10)
\end{aligned}$$

$$U_{CGSM} = \sum_{i=1}^n \frac{a_i^0}{E_i A_i} + \frac{b_i^0}{G_i J_i} + \frac{c_i^0}{E_i I_{z_i}} + \frac{d_i^0}{E_i I_{y_i}} + \frac{e_i^0}{G_i A_i} + \frac{f_i^0}{G_i A_i} \quad (VI.11)$$

L'équation VI.10 peut être écrite sous la forme de l'équation VI.11, mettant en évidence les paramètres possiblement incertains, à savoir les propriétés matériaux (E_i , G_i) et les propriétés physiques (A_i , I_{y_i} , I_{z_i} et J_i). Les coefficients a_i^0 , b_i^0 , c_i^0 , d_i^0 , e_i^0 et f_i^0 sont déterministes pour l'élément i , ils sont fonction de la longueur, des efforts normal et tranchant, des moments fléchissant et de torsion.

Dans le cas où les moments sont considérés linéaires sur l'élément i , les efforts sont également considérés linéaires pour des raisons d'homogénéité. Les efforts généralisés sont alors exprimés à l'aide des fonctions d'interpolation f_1 et f_2 aux deux nœuds de l'élément poutre i comme suit :

$$N'_i = f_1 N'_{i1} + f_2 N'_{i2} \quad (VI.12)$$

$$N''_i = f_1 N''_{i1} + f_2 N''_{i2} \quad (VI.13)$$

$$M'_{t_i} = f_1 M'_{t_{i1}} + f_2 M'_{t_{i2}} \quad (VI.14)$$

$$M''_{t_i} = f_1 M''_{t_{i1}} + f_2 M''_{t_{i2}} \quad (VI.15)$$

$$M'_{f_{x_i}} = f_1 M'_{f_{x_{i1}}} + f_2 M'_{f_{x_{i2}}} \quad (VI.16)$$

$$M''_{f_{x_i}} = f_1 M''_{f_{x_{i1}}} + f_2 M''_{f_{x_{i2}}} \quad (VI.17)$$

$$M'_{f_{y_i}} = f_1 M'_{f_{y_{i1}}} + f_2 M'_{f_{y_{i2}}} \quad (VI.18)$$

$$M''_{f_{y_i}} = f_1 M''_{f_{y_{i1}}} + f_2 M''_{f_{y_{i2}}} \quad (VI.19)$$

$$T'_{y_i} = f_1 T'_{y_{i1}} + f_2 T'_{y_{i2}} \quad (VI.20)$$

$$T''_{y_i} = f_1 T''_{y_{i1}} + f_2 T''_{y_{i2}} \quad (VI.21)$$

$$T'_{z_i} = f_1 T'_{z_{i1}} + f_2 T'_{z_{i2}} \quad (VI.22)$$

$$T''_{z_i} = f_1 T''_{z_{i1}} + f_2 T''_{z_{i2}} \quad (VI.23)$$

Pour un effort généralisé X (moment ou force) dans un élément i , X'_{i1} et X''_{i1}

sont les composantes au nœud 1, X'_{i2} et X''_{i2} sont les composantes au nœud 2. Par exemple, N'_{i1} et N''_{i1} sont les efforts normaux au nœud 1, N'_{i2} et N''_{i2} sont les efforts normaux au nœud 2.

Nous remplaçons les équations VI.12 à VI.23 dans l'équation VI.9. Ainsi, pour des efforts généralisés linéaires sur l'élément i , le déplacement U_{CGSM} au point P est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
U_{CGSM} = & \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{6E_i A_i} (2(N'_{i1} N''_{i1} + F N''_{i1}{}^2) + (N''_{i1} N'_{i2} + 2F N''_{i1} N''_{i2} + N'_{i1} N''_{i2}) \\
& + 2(N'_{i2} N''_{i2} + F N''_{i2}{}^2)) + \frac{l_i}{6G_i J_i} (2(M'_{t_{i1}} M''_{t_{i1}} + F M''_{t_{i1}}{}^2) + (M''_{t_{i1}} M'_{t_{i2}} \\
& + 2F M''_{t_{i1}} M''_{t_{i2}} + M'_{t_{i1}} M''_{t_{i2}}) + 2(M'_{t_{i2}} M''_{t_{i2}} + F M''_{t_{i2}}{}^2)) + \frac{l_i}{6E_i I_{z_i}} (2(M'_{f_{z_{i1}}} M''_{f_{z_{i1}}} \\
& + F M''_{f_{z_{i1}}}{}^2) + (M''_{f_{z_{i1}}} M'_{f_{z_{i2}}} + 2F M''_{f_{z_{i1}}} M''_{f_{z_{i2}}} + M'_{f_{z_{i1}}} M''_{f_{z_{i2}}}) + 2(M'_{f_{z_{i2}}} M''_{f_{z_{i2}}} \\
& + F M''_{f_{z_{i2}}}{}^2)) + \frac{l_i}{6E_i I_{y_i}} (2(M'_{f_{y_{i1}}} M''_{f_{y_{i1}}} + F M''_{f_{y_{i1}}}{}^2) + (M''_{f_{y_{i1}}} M'_{f_{y_{i2}}} + 2F M''_{f_{y_{i1}}} M''_{f_{y_{i2}}} \\
& + M'_{f_{y_{i1}}} M''_{f_{y_{i2}}}) + 2(M'_{f_{y_{i2}}} M''_{f_{y_{i2}}} + F M''_{f_{y_{i2}}}{}^2)) + \frac{l_i}{6G_i A_i} (2(T'_{y_{i1}} T''_{y_{i1}} + F T''_{y_{i1}}{}^2) \\
& + (T''_{y_{i1}} T'_{y_{i2}} + 2F T''_{y_{i1}} T''_{y_{i2}} + T'_{y_{i1}} T''_{y_{i2}}) + 2(T'_{y_{i2}} T''_{y_{i2}} + F T''_{y_{i2}}{}^2)) + \frac{l_i}{6G_i A_i} (2(T'_{z_{i1}} T''_{z_{i1}} \\
& + F T''_{z_{i1}}{}^2) + (T''_{z_{i1}} T'_{z_{i2}} + 2F T''_{z_{i1}} T''_{z_{i2}} + T'_{z_{i1}} T''_{z_{i2}}) + 2(T'_{z_{i2}} T''_{z_{i2}} + F T''_{z_{i2}}{}^2))
\end{aligned} \tag{VI.24}$$

L'équation VI.24 peut être mise sous la forme suivante :

$$U_{CGSM} = \sum_{i=1}^n \frac{a_i^1}{E_i A_i} + \frac{b_i^1}{G_i J_i} + \frac{c_i^1}{E_i I_{z_i}} + \frac{d_i^1}{E_i I_{y_i}} + \frac{e_i^1}{G_i A_i} + \frac{f_i^1}{G_i A_i} \tag{VI.25}$$

où a_i^1 , b_i^1 , c_i^1 , d_i^1 , e_i^1 et f_i^1 sont les coefficients déterministes associés à l'élément i . En fonction de la distribution théorique des efforts généralisés dans une poutre, la modélisation de ces efforts constants ou linéaires mène à des écarts [126] pour certains problèmes mécaniques. Cependant, il a été montré que l'écart sur le déplacement entre les deux modélisations des efforts diminue avec le raffinement du maillage [126]. Dans les développements des sections 4 et 5, les efforts généralisés sont supposés linéaires pour la modélisation des structures de type poutre 3D.

3.2 Formulation de la rotation θ_{CGSM}

La rotation d'une section au point P situé sur une structure modélisée par des poutres 3D peut aussi être évaluée à l'aide de la méthode CGSM. Pour cela, la

méthodologie présentée dans la section 3.1 pour formuler un déplacement U_{CGSM} est utilisée, avec quelques modifications mineures présentées dans cette section. L'expression de l'énergie interne donnée par l'équation VI.1, ainsi que la décomposition des efforts généralisés en deux contributions (équations de VI.3 à VI.8) sont alors utilisées. Toutefois, dans la décomposition, le chargement fictif F correspond au moment appliqué au point P dans la direction d'intérêt. Ainsi, pour chaque composante X_i de l'élément i , pour des raisons d'homogénéité les unités des efforts X_i'' sont modifiées. Nous définissons alors :

- X_i' : l'effort (unité N) ou le moment (unité Nm) dans l'élément i dû au chargement appliqué dans la direction d'intérêt, sur toute la structure sauf au point P .
- X_i'' : l'effort (unité m^{-1}) ou le moment (sans unité) dans l'élément i dû à un chargement fictif unitaire appliqué au point P dans la direction d'intérêt.

4 Couplage de la MED avec la méthode stochastique CGSM

Dans cette section, la méthode stochastique CGSM est couplée avec le modèle éléments discrets présenté dans le chapitre III. En effet, la méthode CGSM a été uniquement développée jusqu'à présent dans le cadre d'un couplage avec la MEF pour construire le méta-modèle CGSM. Nous proposons dans cette section une approche permettant de construire ce méta-modèle [126, 150, 239] en utilisant la MED. Le couplage de la MED avec la méthode CGSM est développé pour les formulations du déplacement U_{CGSM} et de la rotation θ_{CGSM} . Pour différentes structures composées de poutres 2D et 3D, le meta-modèle CGSM est comparé au modèle MED dans la configuration nominale pour établir une validation. Par ailleurs, comme le paramètre géométrique de calibration r_μ est un paramètre influent dans notre modèle éléments discrets, son influence sur le déplacement U_{CGSM} est étudié.

4.1 Formulation du déplacement par l'approche couplée MED-CGSM

Dans le cadre de la modélisation par la MED, le modèle cohésif de type poutre présenté dans le chapitre III est utilisé. Ce modèle est considéré pour un milieu continu représenté par un empilement particulaire, dans lequel la cohésion du milieu est décrite par un lien cohésif de type poutre. L'élément poutre est défini par un ensemble de paramètres microscopiques et permet de relier chaque paire

d'ED en contact. Les Figures VI.2.a et VI.2.b présentent un exemple de milieu particulaire que nous considérons dans notre modélisation par la MED. Pour faire l'analogie entre la MEF et la MED, le treillis de poutre 3D (Figure VI.2.c) récupéré de chaque empilement particulaire est utilisé.

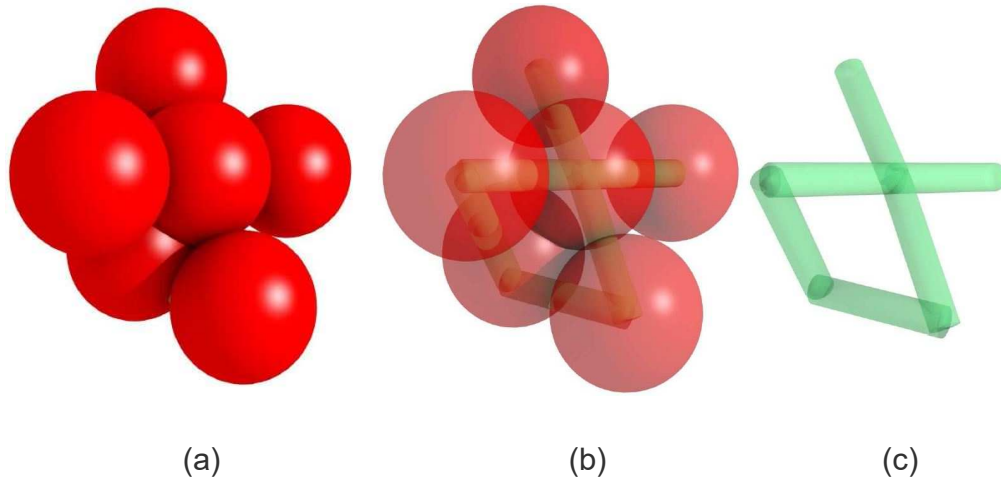


FIGURE VI.2 – Exemple de treillis de poutres 3D dans un milieu particulaire

Dans le modèle cohésif de type poutre, chaque lien cohésif reliant deux ED i et j est contrôlé par un vecteur force interne. Ce vecteur (équation III.6) est obtenu à l'aide de la théorie des poutres. Ceci permet de directement récupérer les efforts généralisés dans chaque élément poutre qui sont nécessaires à la construction du méta-modèle CGSM. Pour chaque paire d'ED i et j , deux repères $R_1(O_1, x_1, y_1, z_1)$ et $R_2(O_2, x_2, y_2, z_2)$ placés respectivement aux centres des éléments i et j sont définis (Figure VI.3). Les efforts généralisés sont définis dans le repère du lien cohésif. Par analogie avec la MEF, le centre d'un ED correspond au nœud de l'élément fini de type poutre.

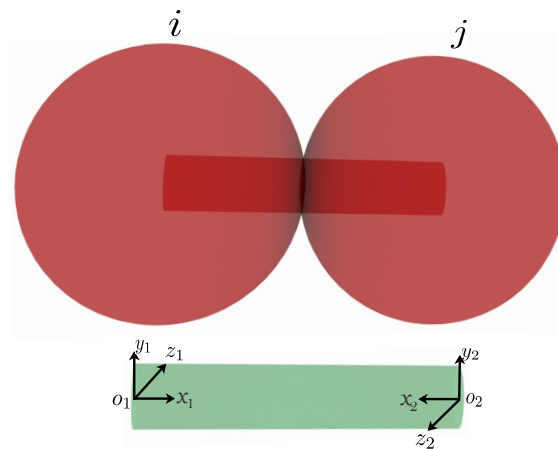


FIGURE VI.3 – Élément poutre reliant une paire d'ED i et j en contact

Comme il a été discuté dans la section 3, les efforts généralisés nominaux

sont considérés linéaires et la formulation du déplacement U_{CGSM} est donnée par l'équation VI.24.

4.2 Validation de la formulation du déplacement par l'approche MED-CGSM dans la configuration nominale

Dans cette section, la méthode CGSM est appliquée dans la configuration nominale pour évaluer le déplacement de plusieurs exemples de structures composées de poutres 2D et 3D. L'objectif est de comparer les déplacements U_{CGSM} nominaux obtenus à l'aide du méta-modèle CGSM à ceux du modèle discret, dans le but de valider la formulation du déplacement CGSM. De plus, des comparaisons avec les déplacements évalués par la MEF sont également fournies. Pour les exemples présentés et modélisés par la MED, une poutre est représentée par un élément cohésif reliant une paire d'éléments discrets en contact. Le matériau utilisé ici est le composite biosourcé lin - bioépoxy caractérisé par un module de Young de 19.8 GPa et un coefficient de Poisson de 0.33. Le paramètre géométrique de calibration correspondant est $r_\mu = 0.1$ selon les courbes de calibration établies dans le chapitre III. Pour les exemples (poutre 2D, treillis de poutre 2D, structure cubique simple et structure cubique centrée), les dimensions des poutres sont identiques, un rapport de 10 est pris entre la longueur de la poutre et le diamètre de la section. La longueur de poutre considérée est $L=10$ cm, et l'effort appliqué est $Q=100$ N.

Les déplacements nominaux obtenus en un point P par les trois modèles numériques (CGSM, ED, EF) sont identiques dans chaque exemple et permettent donc la validation dans la configuration nominale de la formulation du déplacement CGSM.

4.2.1 Poutre 2D en flexion

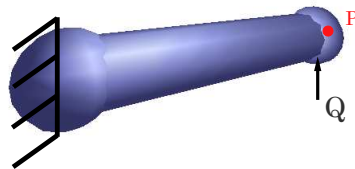


FIGURE VI.4 – Poutre 2D en flexion

Dans ce premier exemple, nous considérons une poutre 2D encastree à une extrémité et soumise à un chargement Q à l'extrémité libre, comme illustré sur la Figure VI.4. Le déplacement au point P est évalué dans la direction du chargement appliqué.

4.2.2 Treillis de poutres 2D en flexion

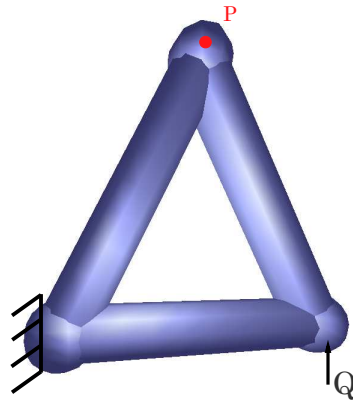


FIGURE VI.5 – Treillis de poutres 2D en flexion

Dans cet exemple, un treillis composé de trois poutres 2D est considéré. La structure est encastree à une extrémité et soumise à une force Q à une autre comme illustré sur la Figure VI.5. Le déplacement au point P situé à l'une des extrémités de la structure est calculé.

4.2.3 Structure cubique simple

Le cas d'une structure cubique simple composée de 28 poutres 3D est étudié ici. La structure est encastree sur une face et pilotée en chargement sur la face opposée. Deux paires de forces Q sont appliquées dans deux directions opposées comme illustré sur la Figure VI.6. Le déplacement est évalué au point P .

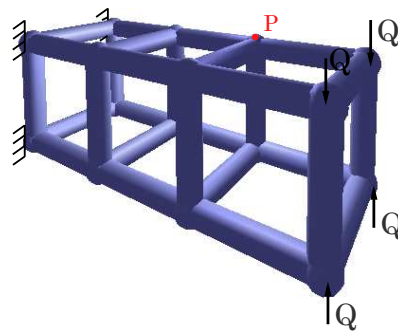


FIGURE VI.6 – Structure cubique simple

4.2.4 Structures cubiques centrées

Deux structures de type cubique centrée sont ici modélisées. Un élément poutre relie chaque sommet du cube au centre. Une face du cube est encastree, alors que la face opposée est soumise à un chargement en flexion avec une force Q appliquée

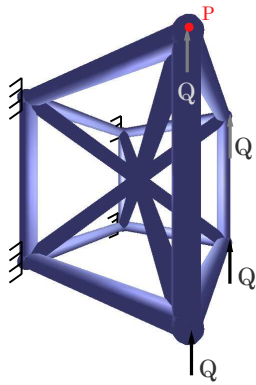


FIGURE VI.7 – Structure cubique centrée à une maille

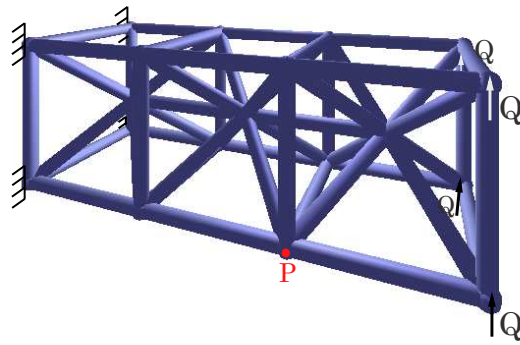


FIGURE VI.8 – Structure cubique centrée à trois mailles

à chaque extrémité (Figure VI.7). La Figure VI.8 représente une structure plus complexe, composée d'une chaîne de cubiques centrées utilisant un plus grand nombre d'éléments poutres 3D. Le déplacement est évalué dans ces deux exemples dans la direction du chargement appliqué à un point P donné. Dans le premier cas, le point P coïncide avec un nœud où le chargement est appliqué. Dans le deuxième cas, le déplacement est calculé sur un nœud non chargé.

4.2.5 Volume élémentaire représentatif (VER) cubique

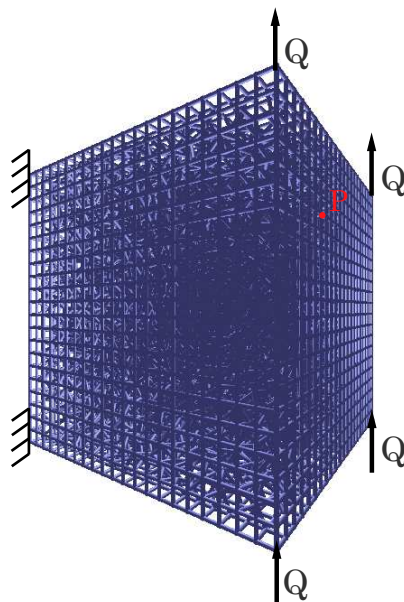


FIGURE VI.9 – VER cubique

Une structure représentative des structures modélisées par la MED est maintenant présentée. Le treillis de poutres 3D présenté sur la Figure VI.9 décrit un ensemble de liens cohésifs pour un VER cubique modélisé par un empilement particulière de 10 000 ED. Le VER est dans ce cas encastré sur une face et soumis

à un chargement en flexion sur la face opposée. Le déplacement est déterminé à une position P située sur la face sollicitée.

4.3 Influence du paramètre géométrique de calibration du modèle éléments discrets sur le déplacement CGSM

Dans cette section, l'effet du paramètre géométrique de calibration r_μ sur le déplacement U_{CGSM} est étudié. Le paramètre r_μ a été présenté précédemment dans le chapitre III comme étant un paramètre influent du modèle ED. Il permet de lier les rayons R_i et R_j de chaque paire d'ED en contact i et j , au rayon de la section de poutre les reliant. Pour une petite valeur du paramètre r_μ , la poutre est mince. La poutre devient épaisse pour une valeur significative de ce paramètre. L'exemple du VER cubique présenté dans la section 4.2.5 est étudié avec le treillis de poutres 3D illustré par la Figure VI.9. Pour différentes valeurs de r_μ , le déplacement au point P est évalué par le modèle ED et par le méta-modèle CGSM couplé à la MED. L'écart relatif entre les déplacements évalués par les deux modèles en fonction des valeurs de r_μ est présenté sur la Figure VI.10.

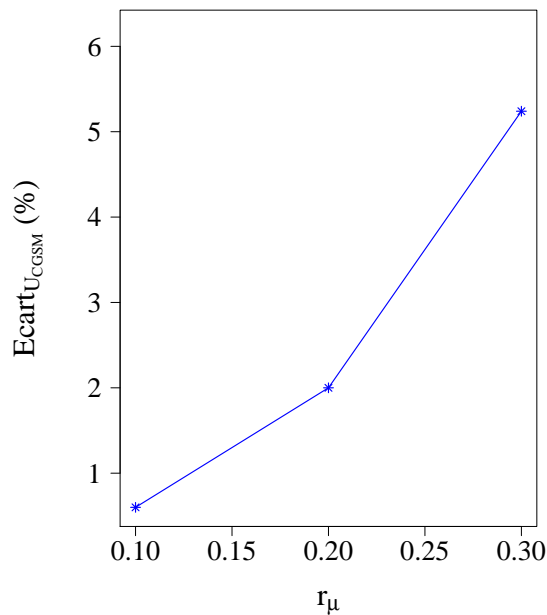


FIGURE VI.10 – Évolution de l'écart relatif sur le déplacement U_{CGSM} par rapport au déplacement obtenu par la MED en fonction du r_μ

L'écart augmente quand la valeur de r_μ augmente. Il est inférieur à 2% pour une valeur de r_μ comprise entre 0.1 et 0.2. Les courbes de calibration présentées sur la Figure III.7.b montrent que cet intervalle de valeurs de r_μ est associé à un coefficient de Poisson entre 0.25 et 0.34, ce qui correspond à des valeurs conventionnelles de ce paramètre, notamment pour le composite biosourcé lin - biépoxy.

Pour cet intervalle, l'écart entre les déplacements CGSM et MED est donc faible, ce qui permet de confirmer la validation de la formulation du déplacement CGSM pour les poutres 3D avec cisaillement transverse.

4.4 Formulation de la rotation par l'approche MED-CGSM

En se basant sur l'expression de la rotation θ_{CGSM} présentée dans la section 3.2, une formulation θ_{CGSM} par l'approche MED-CGSM est proposée. Comme pour la formulation du déplacement U_{CGSM} couplé au modèle ED, les efforts généralisés de la formulation du θ_{CGSM} sont récupérés sur chaque élément cohésif de type poutre. En effet, pour chaque élément poutre reliant une paire d'ED en contact, deux repères sont définis au centre de chaque ED (Figure VI.3). Les efforts généralisés nominaux sont projetés dans chaque repère et injectés dans la formulation VI.24 pour la rotation, en respectant les modifications présentées dans la section 3.2.

4.5 Validation de la formulation de la rotation par l'approche MED-CGSM dans la configuration nominale

Dans cette section, la méthode CGSM est appliquée dans la configuration nominale pour évaluer la rotation de plusieurs exemples de structures composées de poutres 3D. La rotation θ_{CGSM} nominale est ici évaluée par le modèle ED et par le méta-modèle CGSM couplé avec la MED. Les résultats des deux modèles sont comparés dans le but de valider la formulation de la rotation θ_{CGSM} dans la configuration nominale. Les structures étudiées sont composées de poutres 3D de même matériau et dimensions que ceux utilisés dans la section 4.2. La comparaison des rotations nominales obtenues par les deux modèles numériques mènent à des écarts relatifs très faibles.

4.5.1 Poutre 3D en torsion

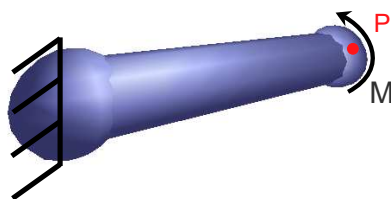


FIGURE VI.11 – Poutre 3D en torsion

Dans cet exemple, une poutre 3D est encastree à une extrémité et soumise à un moment M à l'autre comme illustré sur la Figure VI.11. La rotation U_{CGSM} d'un point P donné est évaluée dans la direction du chargement appliqué en utilisant le méta-modèle CGSM et le modèle ED. Les résultats nominaux obtenus par les deux modèles numériques sont identiques pour cet exemple.

4.5.2 Treillis de poutres 3D

La Figure VI.12 présente un treillis composé de trois poutres 3D encastree sur un ED et soumis à un moment M sur un autre ED. La rotation de la section au point P est évaluée par le modèle ED et par le méta-modèle CGSM. Les résultats nominaux obtenus pour la rotation nominale sont en bon accord, avec une erreur relative de 0.5%.

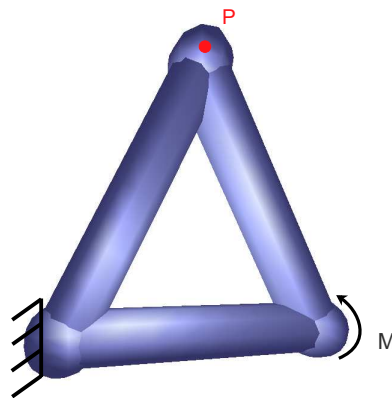


FIGURE VI.12 – Treillis de poutres 3D

4.5.3 Structure cubique simple

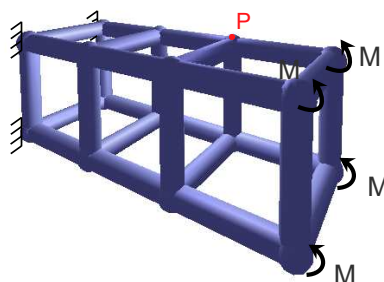


FIGURE VI.13 – Structure cubique simple

Dans cet exemple, une structure composée de trois mailles de type cubique simple est modélisée par des poutres 3D. Une face de la structure est encastree comme illustrée sur la Figure VI.13 et la face opposée est soumise à des moments M appliqués aux quatre sommets. La rotation d'un point P , non situé sur la face

chargée, est évaluée par le modèle ED et par le méta-modèle CGSM couplé avec la MED. Les résultats des deux modèles sont en bonne concordance, avec une erreur relative inférieure à 0.1%.

4.5.4 Volume élémentaire représentatif (VER) cubique

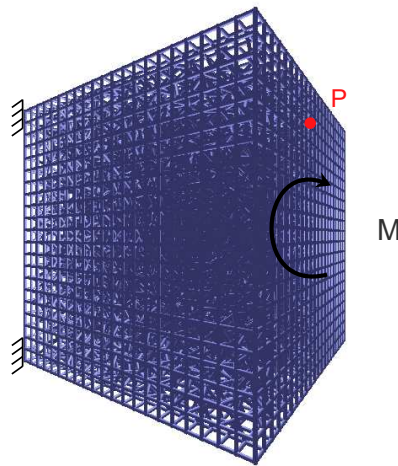


FIGURE VI.14 – VER cubique

Pour ce dernier exemple de validation dans la configuration nominale, une structure dense est modélisée. Nous considérons le treillis de poutres 3D formé d'un empilement particulière composé de 10 000 ED (Figure VI.14). Le VER (chapitre III) modélisé est encasté sur un coté et soumis à un chargement M sur le coté opposé. Le point P est situé dans cet exemple sur la face sollicitée. La rotation θ_{CGSM} à cette position est évaluée par le modèle ED et par le méta-modèle CGSM couplé avec la MED. Les rotations évaluées sont en bon accord avec une erreur relative de 1.8%.

L'ensemble des résultats nominaux présentés dans cette section montre que l'écart relatif entre les rotations calculées par le modèle ED et par le méta-modèle CGSM est toujours inférieur à 2%. Ceci permet de valider la formulation de la rotation θ_{CGSM} dans la configuration nominale.

5 Application du couplage MED-CGSM au modèle de VER avec prise en compte de la variabilité du module d'élasticité microscopique

5.1 Validation du couplage MED-CGSM avec un paramètre incertain E_μ

La méthode CGSM est ici appliquée à l'analyse probabiliste de la structure VER cubique précédente (section 4.2.5), composée de 10 000 ED, pour évaluer la variabilité du déplacement à la position P (Figure VI.9). Le module de Young E_μ est considéré comme le seul paramètre incertain suivant une loi Gaussienne tronquée, avec un coefficient de variation égal à 10%. Ce niveau de variabilité en entrée peut être considéré modéré. L'objectif ici est de valider le couplage MED-CGSM dans le cas de la prise en compte de la variabilité d'une propriété matériau modélisée par un paramètre incertain. Dans le cadre de cette étude, les résultats statistiques de simulations MC sur le méta-modèle CGSM sont comparés à ceux des simulations MC sur le modèle ED, prises ici comme référence.

Le coût des simulations MC sur le modèle numérique de référence (ici ED) peut être élevé, surtout dans le cas de structures composées d'un nombre conséquent d'éléments poutres avec un grand nombre de degrés de liberté. Pour cette raison, Yin *et al.* [239] ont développé un indicateur d'erreur permettant d'évaluer les erreurs sur les quantités statistiques (moyenne, écart type) entre un petit et un grand nombres de simulations MC. Cet indicateur d'erreur a été testé pour les structures de type plaque et coque. Les résultats de cette étude ont montré que 10 tirages MC sont suffisants pour assurer une erreur inférieure à 5% sur les quantités statistiques évaluées (moyenne et écart type) avec un grand nombre de tirages. Par conséquent, dans cette étude sur le VER, 10 tirages MC sur le modèle ED et sur le méta-modèle CGSM couplé avec la MED, sont effectués. La moyenne et l'écart type du déplacement au point P sont calculés. Les résultats obtenus montrent une erreur relative de 3% en terme de moyenne et de 2% en terme d'écart type entre les deux simulations numériques MC. Ces erreurs relatives obtenues sur les quantités statistiques permettent de valider la formulation CGSM avec prise en compte de la variabilité du module de Young microscopique du VER étudié.

5.2 Influence du niveau de variabilité du module de Young microscopique sur le niveau de variabilité du déplacement U_{CGSM}

L'objectif de cette section est d'étudier la propagation des incertitudes en utilisant l'approche couplée MED-CGSM. Le module de Young microscopique des poutres E_μ est considéré comme paramètre incertain unique. L'exemple du VER cubique présenté sur la Figure VI.9 est étudié. Le maillage utilisé dans cet exemple a montré son efficacité dans la configuration nominale et peut donc être utilisé dans l'étude avec variabilité. La variabilité du déplacement U_{CGSM} est étudiée au point P en considérant plusieurs coefficients de variation CoV_{E_μ} allant de 1% jusqu'à 25%. Il peut être considéré qu'un CoV de 1% représente un niveau bas de variabilité et que 15% reflète une très forte variabilité.

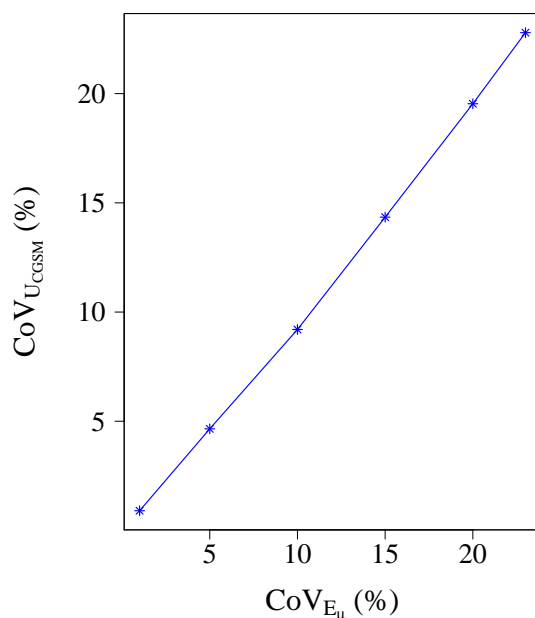


FIGURE VI.15 – Évolution de $CoV_{U_{CGSM}}$ en fonction de CoV_{E_μ}

En utilisant le méta-modèle CGSM, 10 000 tirages MC sont réalisés pour satisfaire la convergence des résultats statistiques. Pour chaque valeur de CoV_{E_μ} imposée à l'entrée du modèle numérique couplé, nous évaluons le $CoV_{U_{CGSM}}$ à la sortie. Comme montre la Figure VI.15, une linéarité est constatée entre le niveau de variabilité imposé à l'entrée du modèle couplé et celui calculé en sortie. Pour cet exemple à un paramètre incertain, les coefficients de variation en entrée et en sortie sont quasiment égaux. La Figure VI.16 présente la moyenne et l'écart-type du déplacement U_{CGSM} calculés pour 10 000 tirages MC sur le modèle couplé MED-CGSM pour différents coefficients de variation (de 1% à 25%). La moyenne et l'écart type augmentent avec les valeurs croissantes du coefficient de variation.

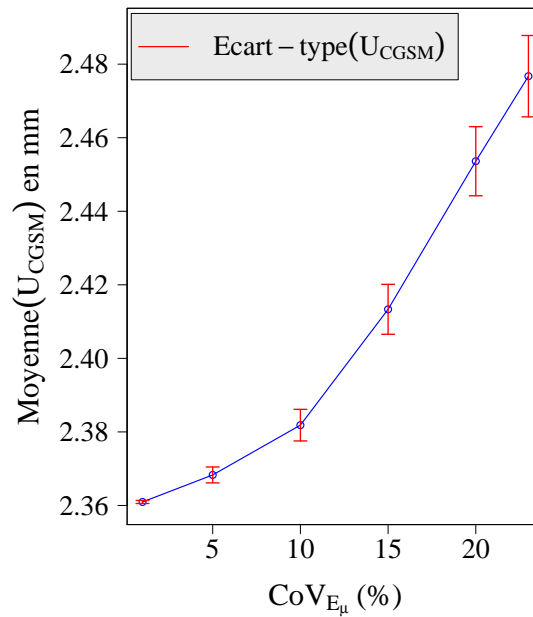
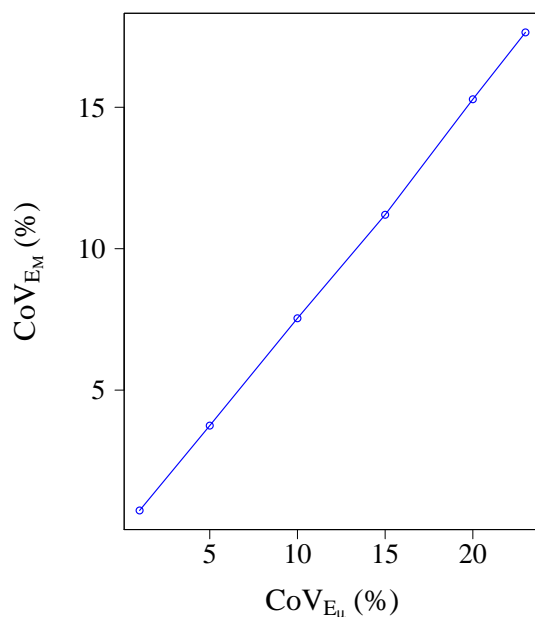


FIGURE VI.16 – Évolution de la moyenne et de l'écart type de U_{CGSM} en fonction de CoV_{E_μ}

5.3 Influence de la variabilité du module de Young microscopique sur le module de Young macroscopique

Dans la modélisation par ED cohésifs, le module de Young microscopique E_μ est déterminé via un processus de calibration (section 3.3), pour représenter un comportement macroscopique caractérisé par un module de Young E_M . L'influence de la variabilité du module de Young microscopique E_μ sur le module macroscopique E_M est étudiée. L'exemple du VER cubique (Figure VI.9) est utilisé, 10000 tirages MC sont réalisés sur le méta-modèle CGSM. Le coefficient de variation du module de Young macroscopique E_M est évalué en faisant varier la valeur de CoV_{E_μ} de 1% à 25%. La Figure VI.17 montre les résultats obtenus. Une linéarité entre le niveau de variabilité imposé à l'entrée du modèle numérique et celui observé à la sortie est constatée. Ce comportement linéaire permet de faire le lien entre le niveau de variabilité du module de Young microscopique à imposer à l'entrée du modèle numérique et le niveau de variabilité du module de Young macroscopique quantifié expérimentalement.

FIGURE VI.17 – Évolution de CoV_{E_M} en fonction de CoV_{E_μ}

6 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode stochastique CGSM a été développée pour les poutres 3D avec cisaillement transverse. Les formulations CGSM du déplacement et de la rotation ont été proposées. Le méta-modèle CGSM développé a été ensuite couplé avec la MED. Des exemples de structures modélisées en poutres 2D et 3D ont permis de valider les formulations CGSM dans la configuration nominale. L'influence du paramètre géométrique de calibration r_μ sur le déplacement CGSM a été étudié. Enfin, dans le cadre du modèle de VER (chapitre III), l'influence du niveau de variabilité du module de Young microscopique (à l'échelle de la poutre) sur le niveau de variabilité du déplacement CGSM et du module de Young macroscopique a été observée. Une linéarité entre le niveau de variabilité imposé en entrée du modèle numérique et celui obtenu en sortie est constatée. Par ailleurs, le niveau de variabilité du module de Young macroscopique a été quantifié dans le chapitre II, soit un coefficient de variation de 11.8%. Avec cette propriété de linéarité entre les entrées et les sorties sur les niveaux de variabilité, le coefficient de variation à attribuer au module microscopique peut donc être identifié pour cet unique paramètre incertain à l'aide d'un futur modèle ED prenant en compte l'inclusion.

Conclusion générale et perspectives

Ce mémoire de thèse a fait l'objet d'une approche numérique pour la prédiction des propriétés mécaniques des matériaux hétérogènes avec prise en compte d'incertitudes. L'étude s'est focalisée sur les matériaux composites biosourcés, et plus particulièrement sur un composite lin - bioépoxy qui a été fabriqué au sein du laboratoire Roberval de l'UTC. Les modules de Young longitudinal et transversal macroscopiques, le coefficient de Poisson du composite biosourcé, ainsi que leur niveau de variabilité ont été quantifiés expérimentalement. D'un point de vue numérique, le matériau a été modélisé par la Méthode des Eléments Discrets (MED) basée sur le modèle cohésif de type poutre. Ce modèle consiste à représenter un milieu continu par un empilement particulaire équivalent, où les interactions entre les éléments discrets sont modélisées par des liens cohésifs de type poutre. A l'échelle d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER), l'évaluation des propriétés mécaniques élastiques de ce modèle a été présentée. De plus, une validation à l'aide d'essais mécaniques numériques a été proposée. Le modèle numérique a mis en évidence une dispersion de la contrainte locale, même dans le cas où elle est théoriquement homogène. Afin de contrôler cette dispersion caractérisée par un coefficient de variation qui peut dépasser 46%, l'approche Halo a été développée. Cette approche permet d'évaluer la contrainte sur un Élément Discret (ED) en prenant en considération la contribution de ses éléments voisins. Le niveau de dispersion de la contrainte est lié au nombre d'ED par Halo. Dans un premier temps, l'approche Halo a été appliquée à un milieu homogène. Les résultats ont montré qu'un Halo composé de 1700 ED, soit un Halo de rayon 15 fois celui de l'ED, permet d'obtenir un niveau de dispersion inférieur à 4%. L'approche a été validée à l'aide d'un essai brésilien. Dans un second temps, l'approche Halo a été appliquée au cadre d'un milieu hétérogène. Elle a tout d'abord été utilisée pour évaluer le champ de contrainte pour des matériaux composites à inclusion cylindrique ou sphérique. L'efficacité de l'approche Halo a été validée via des résultats obtenus par la MEF pour les deux types d'inclusions. Le nombre d'ED par Halo permettant d'atteindre un niveau de dispersion inférieur à 4% s'avère

être le même que celui déterminé dans le cas homogène. Ensuite, l'approche a été appliquée à deux modèles de VER du composite biosourcé lin – bioépoxy (mono-inclusion et multi-inclusions). Les champs de contraintes évalués dans les deux cas sont en bon accord avec ceux obtenus par la MEF. Pour les modèles à mono-inclusion et multi-inclusions, il a été établi que la taille convenable du Halo est toujours 15 fois la taille de l'ED. Une fois le modèle numérique mis au point, une approche de couplage avec la méthode stochastique CGSM a été proposée afin de pouvoir prendre en compte la variabilité des propriétés matériaux dans la simulation numérique. Des formulations CGSM du déplacement et de la rotation pour les poutres 3D ont été proposées et validées en configuration nominale à travers des exemples de structures modélisées en poutres 2D et 3D. Un modèle de VER a été ensuite considéré pour étudier l'influence du niveau de variabilité du module de Young microscopique sur le niveau de variabilité du déplacement CGSM et du module de Young macroscopique. Une linéarité a été constatée entre le niveau de variabilité imposé en entrée du modèle numérique et celui obtenu en sortie. Cette linéarité permettra de déterminer le coefficient de variation à attribuer au module microscopique pour modéliser le niveau de variabilité observé expérimentalement à l'échelle macroscopique.

Plusieurs perspectives s'inscrivent dans la continuité de ce travail de thèse, entre autres :

- Le développement de l'approche Halo ne contribue pas au choix de la taille convenable du Halo. Il serait donc intéressant de développer l'approche pour gérer automatiquement la taille du Halo adéquat de façon à optimiser le lissage notamment à l'interface fibre-matrice et dans les zones à forts gradients de contrainte.
- Le premier objectif de l'approche Halo est de contrôler le niveau de dispersion de la contrainte locale et d'éviter la surestimation des contraintes. Le développement de cette approche pour la modélisation de la fissuration permettra par conséquent d'éviter une initiation prématurée de fissures, laquelle est systématiquement vérifiée lorsque le champ de contrainte locale est considéré.
- Le couplage MED-CGSM proposé dans ce mémoire permet d'évaluer la variabilité d'un déplacement ou d'une rotation pour un élément de poutre 3D. Le module de Young microscopique a été considéré comme unique paramètre incertain. Il serait donc intéressant d'évaluer la variabilité de la réponse du modèle pour plusieurs paramètres incertains, de type matériau et physique. De plus, une extension de ce travail à la formulation CGSM d'une contrainte

et d'un critère de rupture serait intéressant dans le contexte de la modélisation prédictive du composite biosourcé.

Production scientifique

Article dans une revue internationale à comité de lecture

- **D. Moukadiri**, W. Leclerc, K. Khelil, Z. Aboura, M. Guessasma, E. Bellenger, F. Druesne. Halo approach to evaluate the stress distribution in 3D Discrete Element Method simulation : Validation and application to flax/bio based epoxy composite. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, doi.org/10.1088/1361-651X/ab20d3, 06/2019.

Articles dans des congrès internationaux à comité de lecture

- **D. Moukadiri**, W. Leclerc, K. Khelil, Z. Aboura, M. Guessasma, E. Bellenger, F. Druesne, On a Halo based approach to better control the stress field dispersion in 3D Discrete Element Method (DEM) simulation, 7th edition of the International Symposium on Air/Craft Materials (ACMA), ACMA proceedings, 2018.
- **D. Moukadiri**, W. Leclerc, M. Guessasma, E. Bellenger, F. Druesne, Cohesive discrete element method to simulate Young's modulus variability effect on a natural fibereinforced composite performance, Thirteenth International Conference on Computational Structures Technology (CST), CST proceedings, 2018.

Articles dans des congrès nationaux à comité de lecture

- **D. Moukadiri**, W. Leclerc, M. Guessasma, E. Bellenger, F. Druesne, Contrôle de la dispersion du champ de contrainte par une approche basée sur le Halo pour la modélisation 3D par Éléments Discrets d'un composite biosourcé, 14^{ème} colloque national en calcul des structures (CSMA – Giens), CSMA proceedings. 2019.
- **D. Moukadiri**, W. Leclerc, M. Guessasma, E. Bellenger, F. Druesne, Sur le contrôle de la dispersion du champ de contrainte par l'approche Halo dans la simulation 3D d'un composite biosourcé par la Méthode des Éléments Discrets, Congrès Français de Mécanique, CFM proceedings. 2019.

Encadrement de stages de fin d'études

Sujet : Développement de la Méthode des Éléments Discrets pour le contrôle de la dispersion de la contrainte dans la simulation des composites biosourcés.

- Profil stagiaire : 3^{ème} année école d'ingénieur, spécialité mécaniques et structures, EPT.
- Taux d'encadrement : 50%
- Financement : Projet VARIATION, financé par la région Hauts-de-France et par le Fonds Européen de Développement Régional (FEDER).

Sujet : Caractérisation expérimentale & quantification de la variabilité des propriétés mécaniques d'un composite lin - bioépoxy à l'aide de la modélisation numérique.

- Profil stagiaire : 2^{ème} année master de recherche en structure et Système Mécanique Complexe (SMC), UTC.
- Taux d'encadrement : 50%
- Financement : Projet VARIATION, financé par la région Hauts-de-France et par le Fonds Européen de Développement Régional (FEDER).

Bibliographie

- [1] www.britannica.com/plant/flax.
- [2] www.britannica.com/plant/hemp.
- [3] www.britannica.com/plant/sisal.
- [4] www.eco-technilin.com/fr/.
- [5] www.lelin-cotenature.fr/fr/les-zones-de-production-41.html.
- [6] www.plantlet.org/different-disease-of-jute/.
- [7] www.roberval.utc.fr/.
- [8] www.sicommin.com/fr.
- [9] Car door features carbon/flax hybrid. *Reinforced Plastics*, page 121(61), 2017.
- [10] A. Abdelaziz, Q. Zhao, and G. Grasselli. Grain based modelling of rocks using the combined finite-discrete element method. *Computers and Geotechnics*, pages 73–81 (103), 2018.
- [11] F. Abroug, E. Pessard, G. Germain, and F. Morel. A probabilistic approach to study the effect of machined surface states on hcf behavior of a aa7050 alloy. *International Journal of Fatigue*, pages 473–489 (116), 2018.
- [12] F. Adel, S. Shokrollahi, M. Jamal-Omidi, and H. Ahmadian. A model updating method for hybrid composite/ aluminum bolted joints using modal test data. *Journal of Sound and Vibration*, pages 172–185 (396), 2017.
- [13] M. Aien, M. Rashidinejad, and M. Fotuhi-Firuzabad. On possibilistic and probabilistic uncertainty assessment of power flow problem : A review and a new approach. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, pages 883–895 (37), 2014.
- [14] S. Alix, L. Lebrun, S. Marais, E. Philippe, A. Bourmaud, and C. Baley et al. Pectinase treatments on technical fibres of flax : effects on water sorption and mechanical properties. *Carbohydrate Polymers*, pages 177–185 (87(1)), 2012.

- [15] J. Andersons and R. Joffe. Estimation of tensile strength of an oriented flax fibrereinforced polymer composite. *Composites Part A*, pages 1229–1235 (42(9)), 2011.
- [16] J. Andersons, E. Spārniņš, R. Joffe, and L. Wallström. Strength distribution of elementary flax fibres. *Composites Science and Technology*, pages 693–702 (65), 2005.
- [17] D. André, M. Jebahi, I. Iordanoff, J.L Charles, and J. Néauport. Modélisation par éléments discrets de matériaux élastiques fragiles. application à l’essai d’indentation sur verre de silice. *CSMA 2013, Giens, Var, France*, pages 13–17, 2013.
- [18] D. André, I. Iordanoff, J.C. Charles, and J. Neauport. Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 113–128(213), 2012.
- [19] M. Assarar, D. Scida, A. El Mahi, C. Poilâne, and R. Ayad. Influence of water ageing on mechanical properties and damage events of two reinforced composite materials : flax-fibres and glass-fibres. *Materials & Design.*, pages 788–795(32(2)), 2011.
- [20] M. Assarar, W. Zouari, H. Sabhi, R. Ayad, and J.M. Berthelot. Evaluation of the damping of hybrid carbon-flax reinforced composites. *Compos Struct*, pages 148–154 (132), 2015.
- [21] A. Athijayamani. Studies on the mechanical properties and machinability of roselle-polyester and roselle/sisal-polyester hybrid composites. *Thèse de doctorat, Anna University, Chennai, India*, 2010.
- [22] C. Avila and A.T. Beck. Efficient bounds for the monte carlo–neumann solution of stochastic thermo-elasticity problems. *International Journal of Solids and Structures*, pages 136–145 (58), 2015.
- [23] C. Baley. Analysis of the flax fibres tensile behaviour and analysis of the tensile stiffness increase. *Composites Part A*, pages 939–948 (33(7)), 2002.
- [24] A. Barbulée. Compréhension des effets du défibrage sur la morphologie, les propriétés et le comportement mécanique des faisceaux de fibres de lin. etude d’un composite dérivé lin/époxyde. *École doctorale structures, informations, matière et matériaux, Université de Caen*, 2015.
- [25] N.M. Barkoula, S.K. Garkhail, and T. Peijs. Biodegradable composites based on flax/polyhydroxybutyrate and its copolymer with hydroxyvalerate. *Industrial Crops and Products*, pages 34–42 (31(1)), 2010.

- [26] A. Bensoussan, J.L. Lions, and G. Papanicolaou. Asymptotic analysis for periodic structures, studies in mathematics and its applications. *North-Holland Publisher Company*, 1978.
- [27] J.-M. Berthelot. *Mécanique des Matériaux Composites et Structures Composites*. Tec & Doc, Lavoisier, Londres ; Paris ; New-York, 2012.
- [28] J. Biagiotti, D. Puglia, and J.M. Kenny. A review on natural fibre-based composites-part i : Structure, processing and properties of vegetable fibres. *Journal of Natural Fibers*, pages 37–68 (1), 2004.
- [29] L. Bouhala, A. Makradi, S. Belouettar, H. Kiefer-Kamal, and P. Frères. Modelling of failure in long fibres reinforced composites by x-fem and cohesive zone model. *Composites Part B : Engineering*, pages 352–361 (55), 2013.
- [30] A. Bourmaud, C. Morvan, and C. Baley. Importance of fibre preparation to optimize the surface and mechanical properties of unitary flax fibre. *Industrial Crops and Products*, pages 662–7 (32(3)), 2010.
- [31] C.E. Brenner and C. Bucher. A contribution to the sfe-based reliability assessment of nonlinear structures under dynamic loading. *Probabilistic Engineering Mechanics*, pages 265–273 (10(4)), 1995.
- [32] W. Bryc. The normal distribution : characterizations with applications. *JSpringer Science & Business Media*, 2012.
- [33] A. Burr, W. Noël, P. Trecourt, M. Bourcier, and C. L. Martin. The anisotropic contact response of viscoplastic monocrystalline ice particles. *Acta Materialia*, pages 576–585 (132), 2017.
- [34] R.E. Caflisch. Monte carlo and quasi-monte carlo methods. *Acta numerica*, pages 1–49 (7), 1998.
- [35] B. Cambou. The stochastic finite element method : Past, present and future. *2nd International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Mechanics, Aschen*, 1975.
- [36] B. Cambou. Behaviour of granular materials. *CISM International Centre for Mechanical Sciences, Springer*, 1998.
- [37] E. Capiez-Lernout, M. Pellissitti, G.I. Schueller H. Pradlwarter, and C. Soize. Data and model uncertainties in complex aerospace engineering systems. *Journal of Sound and Vibration*, pages 923–938 (295(3–5)), 2006.
- [38] S. Chakraborty, B. Mandal, R. Chowdhury, and A. Chakrabarti. Stochastic free vibration analysis of laminated composite plates using polynomial correlated function expansion. *Composite Structures*, pages 236–249 (135), 2016.

- [39] L. Charles, III. Tucker, and L. Erwin. Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites : Review and evaluation. *Composites Science and Technology*, pages 655–671 (59), 1999.
- [40] K. Charlet and A. Béakou. Mechanical characterization and modeling of interfacial lamella within a flax bundle. *Procedia Engineering*, pages 906–911 (10), 2011.
- [41] K. Charlet, C. Morvan, J. Bréard, J. Jernot, and M. Gomina. Etude morphologique d’un composite naturel. la fibre de lin. *Revue des Composites et des Matériaux Avancés*, pages 11–24 (16), 2006.
- [42] D.C. Charmpis. Incomplete factorization preconditioners for the iterative solution of stochastic finite element equations. *Computers & Structures*, pages 178–188 (88(3–4)), 2010.
- [43] C. Chen, D. Duhamel, and C. Soize. Uncertainties in structural dynamics for composite sandwich panels, international conference on modal analysis, noise and vibration engineering. *Leuven, Belgium : Katholieke Univ Leuven, Dept Werktuigkunde, Celestijnenlaan 300B, Heverlee, B-3001, Belgium*, 2004.
- [44] C. Chen, G.R McDowell, and N.H Thom. Discrete element modelling of cyclic loads of geogrid-reinforced ballast under confined and unconfined conditions. *Geotextiles and Geomembranes*, pages 76–86(35), 2012.
- [45] Z.E. Cherif, C. Poilâne, A. Vivet, B. Ben Doudou, and J. Chen. About optimal architecture of plant fibre textile composite for mechanical and sorption properties. *Composite Structures*, pages 240–251(140), 2016.
- [46] M.R. Chethan, P.S.N. Venkat, G.S.G. Krishna R. Chennakesava, and P.Vijay. Dynamic vibrational analysis on areca sheath fibre reinforced bio composites by fast fourier analysis. *Materials Today : Proceedings*, pages 19330–19339 (5(9)), 2018.
- [47] D.B. Chung, M.A. Gutiérrez, and R. de Borst. Object-oriented stochastic finite element analysis of fibre metal laminates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 1427–1446 (194(12–16)), 2005.
- [48] G. Coroller, A. Lefeuvre, A. Le Duigou, A. Bourmaud, G. Ausias, and T. Gaudry et al. Effect of flax fibres individualisation on tensile failure of flax/epoxy unidirectional composite. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, pages 62–70 (51), 2013.
- [49] P.A. Cundall, C.A. Lee, and D.O. Potyondy. Modeling rock using bonded assemblies of circular particles. *Proceedings of the 2nd N. American Rock Mechanics Symposium, Montreal*, pages 1937–1944, 1996.

- [50] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. Discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, pages 47–65(29), 1979.
- [51] C.R. Avila da S. Jr and A.T. Beck. New method for efficient monte carlo–neumann solution of linear stochastic systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, pages 90–96 (40), 2015.
- [52] H. Daoud, A. El Mahi, J.L. Rebière, M. Taktak, and M. Haddar. Characterization of the vibrational behaviour of flax fibre reinforced composites with an interleaved natural viscoelastic layer. *Applied Acoustics*, pages 23–31 (128), 2017.
- [53] K. Van de Velde and P. Kiekens. Thermal degradation of flax : the determination of kinetic parameters with thermogravimetric analysis. *Journal of Applied Polymer Science*, pages 2634–2643 (83(12)), 2002.
- [54] I. Van de Weyenberg, T. Chi Truong, B. Vangrimde, and I. Verpoest. Improving the properties of ud flax fibre reinforced composites by applying an alkaline fibre treatment. *Composites Part A*, pages 1368–1376(37(9)), 2006.
- [55] M. Dehestani, A. Asadi, and S.S. Mousavi. On discrete element method for rebar-concrete interaction. *Construction and Building Materials*, pages 220–227 (151), 2017.
- [56] Y. Deng, D. Paraskevas, Y Tian, K. Van Acker, D. Wim, and J. Duflou. Life cycle assessment of flax-fiber reinforced epoxidized linseed oil composite with a flame retardant for electronic applications. *Journal of Cleaner Production*, pages 427–438 (133), 2016.
- [57] G. Deodatis. Bounds on response variability of stochastic finite element systems. *Journal of Engineering Mechanics*, pages 565–585 (116(3)), 1990.
- [58] G. Deodatis. M. shinozuka, weighted integral method. ii : response variability and reliability. *Journal of Engineering Mechanics*, pages 1865–1877 (117(8)), 1991.
- [59] G. Deodatis. Weighted integral method. i : stochastic stiffness matrix. *Journal of Engineering Mechanics*, pages 1851–1864 (117(8)), 1991.
- [60] S. Dey, T. Mukhopadhyay, and S. Adhikari. Stochastic free vibration analyses of composite shallow doubly curved shells – a kriging model approach. *Composites Part B : Engineering*, pages 99–112 (70), 2015.
- [61] S. Dey, T. Mukhopadhyay, A. Spickenheuer, S. Adhikari, and G. Heinrich. Bottom up surrogate based approach for stochastic frequency response analysis of laminated composite plates. *Composite Structures*, pages 712–727 (140), 2016.

- [62] S. Dey, S. Naskar, T. Mukhopadhyay, U. Gohs, A. Spickenheuer, L. Bittrich, S. Sriramula, S. Adhikari, and G. Heinrich. Uncertain natural frequency analysis of composite plates including effect of noise – a polynomial neural network approach. *Composite Structures*, pages 130–142 (143), 2016.
- [63] H. N. Dhakal, F. Sarasini, C. Santulli, J. Tirillò, Z. Zhang, and V. Arumugam. Effect of basalt fibre hybridisation on post-impact mechanical behaviour of hemp fibre reinforced composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, pages 54–67 (2), 2015.
- [64] D.B. Dittenber and H.V.S. GangaRao. Critical review of recent publications on use of natural composites in infrastructure. *Composites Part A*, pages 1419–1429 (43(8)), 2012.
- [65] Y. Djeboun. Contribution à la caractérisation des matériaux composites renforcés de fibres végétales. *Thèse de doctorat, Université Mohamed Khider – Biskra*, 2018.
- [66] Y. Djeboun, M. Hecini, and F. Harbouche. Caractérisation d’un matériau bio-composite à renfort de jute. *Third International Conference on Energy, Materials, Applied Energetics and Pollution, ICEMAEP, Université constantine, Algérie*, 2016.
- [67] A. Donev, I. Cisse, D. Sachs, E.A. Variano, F.H. Stillinger, and R. Connelly. Improving the density of jammed disordered packings using ellipsoids. *Science*, pages 990–993(303), 2004.
- [68] A. Elouaer. Contribution à la compréhension et à la modélisation du comportement mécanique de matériaux composites à renfort en fibres végétales. *Thèse de doctorat, Reims, France*, 2011.
- [69] J.D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceeding of the Royal Society A*, pages 376–396 (421), 1957.
- [70] D. Eyre and G. Milton. A fast numerical scheme for computing the response of composites using grid refinement. *European Physical Journal. Applied Physics*, pages 41–47 (6), 1999.
- [71] C. Fairhurst. On the validity of the ‘brazilian’ test for brittle materials. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, pages 535–546(1), 1964.
- [72] A Fakhimi and T Villegas. Application of dimensional analysis in calibration of a discrete element model for rock deformation and fracture. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, pages 193–211(40), 2007.

- [73] G. Falsone and G. Ferro. A method for the dynamical analysis of fe discretized uncertain structures in the frequency domain. *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, pages 4544–4564 (194), 2005.
- [74] G. Falsone and N. Impollonia. A new approach for the stochastic analysis of finite element modelled structures with uncertain parameters. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 5067–5085 (191), 2002.
- [75] G. Fang, B. Wang, and J. Liang. A coupled fe-fft multiscale method for progressive damage analysis of 3d braided composite beam under bending load. *Composites Science and Technology*, page 107691 (181), 2019.
- [76] B. Farhang and A.A. Mirghasemi. A study of principle stress rotation on granular soils using dem simulation of hollow cylinder test. *Advanced Powder Technology*, pages 2052–2064 (28(9)), 2017.
- [77] L. Farkas, D. Moens, S. Donders, and D. Vandepitte. Optimisation study of a vehicle bumper subsystem with fuzzy parameters. *Mechanical Systems and Signal Processing*, pages 59–68 (32), 2012.
- [78] F. Feyel and J.L. Chaboche. FE2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fiber sic / ti composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 417–455 (183), 2000.
- [79] J.M. Fiard and D. Miazga. Sintered steel endurance limit applied to main bearing caps : an innovative probabilistic approach. *Procedia Engineering*, pages 699–707 (213), 2018.
- [80] G. Fishman. Monte Carlo : concepts, algorithms, and applications. *Springer Science & Business Media*, 2013.
- [81] D.M. Frangopol and S. Recek. Reliability of fiber-reinforced composite laminate plates. *Probabilistic Engineering Mechanics*, pages 119–137 (18(2)), 2003.
- [82] D. François, A. Pineau, and A. Zaoui. *Comportement mécanique des matériaux, Élasticité et Plasticité*. Hermès, Paris, seconde édition, 1995.
- [83] E. García-Macías, L. Rodríguez-Tembleque, R. Castro-Triguero, and A. Sáez. Eshelby-Mori-Tanaka approach for post-buckling analysis of axially compressed functionally graded cnt/polymer composite cylindrical panels. *Composites Part B : Engineering*, pages 208 – 224 (128), 2017.
- [84] V.J. Garcia, C.O. Marquez, A.R. Zuniga-Suarez, B.C. Zuniga-Torres, and L.J. Villalta-Granda. Brazilian test of concrete specimens subjected to different loading geometries : review and new insights. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, pages 343–363(11), 2017.

- [85] A. Ghazavizadeh, M. Haboussi, A. Abdul-Latif, A. Jafari, and H. Bousoura. A general and explicit eshelby-type estimator for evaluating the equivalent stiffness of multiply coated ellipsoidal heterogeneities. *International Journal of Solids and Structures*, pages 103 – 116 (171), 2019.
- [86] E. Ghossein and M. Lévesque. A fully automated numerical tool for a comprehensive validation of homogenization models and its application to spherical particles reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*, pages 1387–1398 (49(11–12)), 2012.
- [87] E. Ghossein and M. Lévesque. Random generation of periodic hard ellipsoids based on molecular dynamics : A computationally-efficient algorithm. *Journal of Computational Physics*, pages 471–490 (253), 2013.
- [88] I. Gitman, H. Askes, and L. Sluys. Representative volume : existence and size determination. *Engineering Fracture Mechanics*, pages 2518–2534 (74), 2007.
- [89] I. Gitman, M. Gitman, and H. Askes. Quantification of stochastically stable representative volumes for random heterogeneous materials. *Archive of Applied Mechanics*, pages 79–92 (75), 2006.
- [90] W. Gonçalves, J. Amodeo, J. Morthomas, P. Chantrenne, and C. L. Martin. Nanocompression of secondary particles of silica aerogel. *Scripta Materialia*, pages 157–161 (157), 2018.
- [91] Y.L. Gui, Z.Y. Zhao, C. Zhang, and S.Q. Ma. Numerical investigation of the opening effect on the mechanical behaviours in rocks under uniaxial loading using hybrid continuum-discrete element method. *Computers and Geotechnics*, pages 55–72 (90), 2017.
- [92] A. A. Gusev. Finite element estimates of viscoelastic stiffness of short glass fiber reinforced composites. *Composite Structures*, pages 53–62 (171), 2017.
- [93] H. Haddad, M. Guessasma, and J. Fortin. A dem-fem coupling based approach simulating thermomechanical behaviour of frictional bodies with interface layer. *International Journal of Solids and Structures*, pages 203–218(81), 2016.
- [94] C. Harris, A. Alcock, L. Trefan, D. Nuttall, S.T. Evans, S. Maguire, and A.M. Kemp. Optimising the measurement of bruises in children across conventional and cross polarized images using segmentation analysis techniques in image j, photoshop and circle diameter measurements. *Journal of Forensic and Legal Medicine*, pages 114–120(54), 2018.
- [95] Z. Hashin. Analysis of composite materials - a survey. *Journal of Applied Mechanics*, pages 481–505 (50), 1983.

- [96] Z. Hashin and S. Shtrikman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pages 127–140 (11), 1963.
- [97] S. Hassan and U. El Shamy. Dem simulations of the seismic response of granular slopes. *Computers and Geotechnics*, pages 230–244 (112), 2019.
- [98] R. Hill. Elastic properties of reinforced solids : some theoretical properties. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, pages 357–372 (11), 1963.
- [99] T. Hisada and S. Nakagiri. Stochastic finite element method developed for structural safety and reliability. *3rd International Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim*, 1981.
- [100] T. Hisada and S. Nakagiri. Role of stochastic finite element method in structural safety and reliability. *34th International Conference on Structural Safety and Reliability, New York*, 1985.
- [101] M.P. Ho, H. Wang, J.H. Lee, C.J. Ho, K.T. Lau, and J.S. Leng et al. Critical factors on manufacturing processes of natural fibre composites. *Composites Part B*, pages 3549–3562 (43(8)), 2012.
- [102] G. Hondros. The evaluation of poisson’s ratio and modulus of materials of low tensile resistance by the brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete. *Australian Journal of Applied Science*, pages 243–268(10), 1959.
- [103] H. Hosni and E. Marchioni. Possibilistic randomisation in strategic-form games. *International Journal of Approximate Reasoning*, pages 204–225 (114), 2019.
- [104] Y. Hu, J. Yang, J. Wang, and Q. Wang. Investigation of hydrodynamic and heat transfer performances in grille-sphere composite pebble beds with dem-cfd-taguchi method. *Energy*, pages 909–920 (155), 2018.
- [105] Y. Ismail, D. Yang, and J. Ye. Discrete element method for generating random fibre distributions in micromechanical models of fibre reinforced composite laminates. *Composites Part B : Engineering*, pages 485–492 (90), 2016.
- [106] T. Iwamoto, H. Nakase, D. Nishiura, H. Sakaguchi, J. Miyamoto, K. Tsugasaki, and J. Kiyono. Application of sph-dem coupled method to failure simulation of a caisson type composite breakwater during a tsunami. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, page 105806 (127), 2019.
- [107] C. Shivaputra Jarali, M. Madhusudan, S. Vidyashankar, and S. Raja. A new micromechanics approach to the application of eshelby’s equivalent inclusion method in three phase composites with shape memory polymer matrix. *Composites Part B : Engineering*, pages 17–30 (152), 2018.

- [108] M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 253–277 (177), 1999.
- [109] M. Jebahi, F. Dau, I. Iordanoff, and J.P. Guin. Virial stress based model to simulate the silica glass densification with the discrete element methodology. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pages 1–17, 2017.
- [110] R. Joffe, J. Andersons, and L. Wallström. Interfacial shear strength of flax fiber/thermoset polymers estimated by fiber fragmentation tests. *Journal of Materials Science*, pages 2721–2722 (40), 2005.
- [111] R.R. Kaminedi, N.V. Penumatsa, T. Priya, and K. Baroudi. The influence of finishing/polishing time and cooling system on surface roughness and microhardness of two different types of composite resin restorations. *Journal of International Society of Preventive and Community Dentistry*, pages 99–104(4), 2014.
- [112] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, and D. Jeulin. Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach. *International Journal of Solids and Structures*, pages 3647–3679 (40(13–14)), 2003.
- [113] E. Karatela, A. Taheri, C. Xu, and G. Stevenson. Study on effect of in-situ stress ratio and discontinuities orientation on borehole stability in heavily fractured rocks using discrete element method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, pages 94–103 (139), 2016.
- [114] S. Keck and M. Fulland. Effect of fibre volume fraction and fibre direction on crack paths in unidirectional flax fibre-reinforced epoxy composites under static loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, pages 162–168 (101), 2019.
- [115] M.J. Khattak and A. Khattab. Modeling tensile response of fiber-reinforced polymer composites using discrete element method. *Polymer Composites*, pages 877–886(34), 2013.
- [116] N.K. Kim, S. Dutta, and D. Bhattacharyya. Heat and smoke production of flax fibre reinforced composites under horizontal and vertical orientations. *Composites Part B*, page 107467 (178), 2019.
- [117] A. Der Kiureghian and J.B. Ke. The stochastic finite element method in structural reliability. *Probabilistic Engineering Mechanics*, pages 83–91 (3(2)), 1988.
- [118] H. Klein. *Méthodes numériques pour la physique*. CiNaM UPR CNRS 3118, 2008.

- [119] A.N. Kolmogorov. Foundation of the theory of probability. *New York : Chelsea*, 1950.
- [120] E. Kröner. Statistical continuum mechanics. *Springer Verlag*, 1972.
- [121] S. Kubik. High-performance fibers from spider silk. *Angewandte Chemie International Edition*, pages 2721–2723 (41), 2002.
- [122] L. Kuipers and H. Niederreiter. Uniform distribution of sequences. *Courier Corporation*, 2012.
- [123] K. Kumar, K. Soga, J.Y. Delenne, and F. Radjai. Modelling transient dynamics of granular slopes : MPM and DEM. *Advanced Powder Technology*, pages 94–101 (175), 2017.
- [124] R. Kumar, S. Rommel, D. Jauffrés, P. Lhuissier, and C Martin. Effect of packing characteristics on the discrete element simulation of elasticity and buckling. *International Journal of Mechanical Sciences*, pages 14–21(110), 2016.
- [125] P. Laborde, J. Pommier, and Y. Renard. High-order extended finite element method for cracked domains. *Numerical Methods in Enginering*, pages 354–381 (64), 2005.
- [126] P. Lardeur, E. Arnoult, L. Martini, and C. Knopf-Lenoir. The certain generalized stresses method for the static finite element analysis of bar and beam trusses with variability. *Finite Elements in Analysis and Design*, pages 231–242(50), 2012.
- [127] P. Di Lazzaro, M. Guarneri, D. Murra, V. Spizzichino, A. Danielis, A. Mencattini, V. Piraccini, and M. Missori. Noninvasive analyses of low-contrast images on ancient textiles : The case of the shroud of arquata. *Journal of Cultural Heritage*, pages 14–19 (17), 2016.
- [128] B. Le, F. Dau, J.L. Charles, and I. Iordanoff. Modeling damages and cracks growth in composite with a 3d discrete element method. *Composites Part B : Engineering*, pages 615–630, 91, 2016.
- [129] A. le Duigou, A. Bourmaud, E. Balnois, P. Davies, and C. Baley. Improving the interfacial properties between flax fibres and plla by a water fibre treatment and drying cycle. *Industrial Crops and Products*, pages 31–39(39), 2012.
- [130] W. Leclerc. Discrete element method to simulate the elastic behavior of 3d heterogeneous continuous media. *International Journal of Solids and Structures*, pages 86–102(121), 2017.
- [131] W. Leclerc, H. Haddad, and M. Guessasma. On the suitability of a discrete element method to simulate cracks initiation and propagation in he-

- terogeneous media. *International Journal of Solids and Structures*, pages 98–114(108), 2017.
- [132] W. Leclerc, H. Haddad, and M. Guessasma. On a discrete element method to simulate thermal-induced damage in 2d composite materials. *Computers and Structures*, pages 277–291(196), 2018.
- [133] W. Leclerc, H. Haddad, and M. Guessasma. DEM-FEM coupling method to simulate thermally induced stresses and local damage in composite materials. *International Journal of Solids and Structures*, pages 276–292 (160), 2019.
- [134] R.B. Leipnik. On lognormal random variables : I-the characteristic function. *The Journal of the Australian Mathematical Society. Series B. Applied Mathematics*, pages 327–347 (32(03)), 1991.
- [135] S. Lemaitre. Modélisation des matériaux composites multiphasiques à microstructures complexes : Etude des propriétés effectives par des méthodes d’homogénéisation. *Thèse de doctorat, Université de Normandie*, 2017.
- [136] J. C. Li, X. W. Chen, and F. L. Huang. FEM analysis on the “self-sharpening” behavior of tungsten fiber/metallic glass matrix composite long rod. *International Journal of Impact Engineering*, pages 67–83 (86), 2015.
- [137] J. C. Li, X.W. Chen, and F. L. Huang. FEM analysis on the deformation and failure of fiber reinforced metallic glass matrix composite. *Materials Science and Engineering : A*, pages 145–166 (652), 2016.
- [138] T. Li and S. Wang. Modeling diffusion coefficient of sulfate ion in concrete using probabilistic approach. *Construction and Building Materials*, pages 435–446 (215), 2019.
- [139] S. Liang, P.B. Gning, and L. Guillaumat. A comparative study of fatigue behaviour of flax/epoxy and glass/epoxy composites. *Composites Science and Technology.*, pages 535–543(72(5)), 2012.
- [140] C.L. Liao, T.P. Chang, D.H. Young, and C.S. Chang. Stress-strain relationship for granular materials based on the hypothesis of best fit. *International Journal of Solids and Structures*, pages 4087–4100(34), 1997.
- [141] Q. Liu and M. Hughes. The fracture behaviour and toughness of woven flax fibre reinforced epoxy composites. *Composites Part A*, pages 1644–1652 (39(10)), 2008.
- [142] P. Lodha and A.N. Netravali. Characterization of phytigel modified soy protein isolate resin and unidirectional flax yarn reinforced “green” composites. *Polymer Composites*, pages 647–659 (26(5)), 2005.

- [143] B.D. Lubachevsky and F.H. Stillinger. Geometric properties of random disk packings. *Journal of Statistical Physics*, pages 561–583(60), 1990.
- [144] B.R. Mace, D. Vandepitte, and P. Lardeur. Uncertainty in structural dynamics. *Finite Elements in Analysis and Design*, pages 1–3 47(1), 2011.
- [145] C. Machado, M. Guessasma, and E. Bellenger. Electromechanical modeling by dem for assessing internal ball bearing loading. *Mechanism and Machine Theory*, pages 338–355 (92), 2015.
- [146] C. Machado, M. Guessasma, and V. Bourny. Electromechanical prediction of the regime of lubrication in ball bearings using discrete element method. *Tribology International*, pages 69–83(127), 2018.
- [147] S.A. Magnier, L. Daudeville, C. Mariotti, F.V. Donzé, and L. Davenne. Study of the behaviour of concrete at high strain rate compressions by a discrete element method. *Journal of Engineering Mechanics*, pages 1154–1163 (125), 1999.
- [148] L. Maheo, F. Dau, D. André, J.L. Charles, and I. Jordanoff. A promising way to model cracks in composite using discrete element method. *Composites Part B : Engineering*, pages 193–202(71), 2015.
- [149] M. Mahjudin. The certain generalized stresses method for assessment of variability of plate and shell structures. *Thèse de doctorat, UTC Compiègne*, 2015.
- [150] M. Mahjudin, P. Lardeur, F. Druesne, and I. Katili. Stochastic finite element analysis of plates with the certain generalized stresses method. *Structural Safety*, pages 12–21(61), 2016.
- [151] J. Majko, M. Saga, M. Vasko, M. Handrik, and F. Dorčiak. Fem analysis of long-fibre composite structures created by 3d printing. *Transportation Research Procedia*, pages 792–799 (40), 2019.
- [152] L.L.A. Marcel. *Physique - Fascicule 4 : Masse volumique*. 2013.
- [153] N. Martin, N. Mouret, P. Davies, and C. Baley. Influence of the degree of retting of flax fibers on the tensile properties of single fibers and short fiber/polypropylene composites. *Industrial Crops and Products*, pages 755–767 (49), 2013.
- [154] M. Marzano and P. Celle. *Les matériaux composites*. ANFA, 2014.
- [155] H.G. Matthies, C.E. Brenner, C.G. Bucher, and C. Guedes Soares. Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids. *Stochastic finite elements, Structural Safety*, pages 283–336 (19(3)), 1997.

- [156] H.G. Matthies, C.E. Brenner, C.G. Bucher, and C. Guedes Soares. Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids-stochastic finite elements. *Structural Safety*, pages 283–336 (19(3)), 1997.
- [157] A. McLellan. Virial theorem generalized. *American Journal of Physics*, page 239 (42), 1974.
- [158] M.H. Miao and M.J. Shan. Highly aligned flax/polypropylene nonwoven preforms for thermoplastic composites. *Composites Science and Technology*, pages 1713–1718 (71(15)), 2011.
- [159] J. Michel, H. Moulinec, and P. Suquet. Effective properties of composite materials with periodic microstructure : a computational approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 109–143 (172), 1999.
- [160] K. Mizukami and Y. Watanabe. A simple inverse analysis method for eddy current-based measurement of through-thickness conductivity of carbon fiber composites. *Polymer Testing*, pages 320–324 (69), 2018.
- [161] S.V. Modak. Uncorrelated modes driven inverse eigensensitivity method for finite element model updating. *Journal of Sound and Vibration*, pages 1468–1476 (53(6)), 2015.
- [162] J. Modniks and J. Andersons. Modeling elastic properties of short flax fibrereinforced composites by orientation. *Computational Materials Science*, pages 595–599 (50(2)), 2010.
- [163] L. Mohammed, M. N. Ansari, G. Pua, M. Jawaïd, and M. S. Islam. A review on natural fiber reinforced polymer composite and its applications. *International Journal of Polymer Science*, 2015.
- [164] A.K. Mohanty, M. Misra, and G. Hinrichsen. Biofibres, biodegradable polymers and biocomposites : an overview. *Macromolecular Materials and Engineering*, pages 1–24(276(277)), 2000.
- [165] A. Mokhtari. Modélisation du comportement et de la rupture des composites à matrices thermoplastiques. *Thèse de doctorat, Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou*, 2016.
- [166] A. Monti, A. El Mahi, Z. Jendli, and L. Guillaumat. Mechanical behaviour and damage mechanisms analysis of a flax-fibre reinforced composite by acoustic emission. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, pages 100–110 (90), 2016.
- [167] J.J. Moreau. Contact et frottement en dynamique des syst‘emes de corps rigides. *Revue européenne des éléments*, pages 9–23 (9(11)), 2000.

- [168] T. Mori and K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, pages 571–574 (21), 1973.
- [169] D. Moukadiri, W. Leclerc, K. Khellil, Z. Aboura, M. Guessasma, E. Bellen-ger, and F. Druesne. Halo approach to evaluate the stress distribution in 3d discrete element method simulation : validation and application to flax/bio based epoxy composite. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2019.
- [170] M. De Munck, D. Moens, W. Desmet, and D. Vandepitte. A response surface based optimisation algorithm for the calculation of fuzzy envelope frfs of models with uncertain properties. *Computers and Structures*, pages 1080–1092 (86(10)), 2008.
- [171] T. Mura. General theory of eigenstrains. *micromechanics of defects in solids*, Kluwer Academic Publishers, 1987.
- [172] T. Mura. *Micromechanics of Defects in Solids (second edition)*. Martinus Nijhoff, Netherlands, 1987.
- [173] M. Nardin. Interfaces fibre-matrice dans les materiaux composites. applica-tion aux fibres vegetales. *Revue des Composites et des Matériaux Avancés*, 2006.
- [174] A.A Abdul Nasir, A.I. Azmi, and A.N.M Khalil. Measurement and optimi-sation of residual tensile strength and delamination damage of drilled flax fibre reinforced composites. *Measurement*, pages 298–307 (75), 2015.
- [175] M.F. Ngah and A. Young. Application of the spectral stochastic finite ele-ment method for performance prediction of composite structures. *Composite Structures*, pages 447–456 (78(3)), 2007.
- [176] K. Oksman, M. Skrifvars, and J.F. Selin. Natural fibres as reinforcement in polylactic acid (pla) composites. *Composites Science and Technology*, pages 1317–1324 (63(9)), 2003.
- [177] M. Ostoja-Starzewski. Random field models of heterogeneous materials. *International Journal of Solids and Structures*, pages 2429–2455 (35(19)), 1998.
- [178] M. Ostoja-starzewski. Lattice models in micromechanics. *Applied Mechanics Reviews*, pages 35–60 (55(1)), 2002.
- [179] V. Panwar, P. Gupta, A.K. Bagha, and N. Chauhan. A review on stu-dies of finite element model updating and updating of composite materials. *Materials Today : Proceedings*, pages 27912–27918 (5), 2018.

- [180] I. Pillin, A. Kervoelen, A. Bourmaud, J. Goimard, N. Montrelay, and C. Bailey. Could oleaginous flax fibres be used as reinforcement for polymers? *Industrial Crops and Products*, pages 1556–1563 (34(3)), 2011.
- [181] C. Poilâne, Z.E. Cherif, F. Richard, A. Vivet, B. Ben Doudou, and J. Chen. Polymer reinforced by flax fibres as a viscoelastoplastic material. *Composite Structures*, pages 100 – 112(112), 2014.
- [182] D. Potyondy and P.A. Cundall. A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, pages 1329–1364, 41(8), 2004.
- [183] B. Vijaya Ramnath, V.M. Manickavasagam, C. Elanchezhian, C. Vinodh Krishna, and S. Karthik. Determination of mechanical properties of intra-layer abaca/jute/glass fiber reinforced composite. *Materials & Design*, pages 643–652 (60), 2014.
- [184] J. Randrianalisoa, D. Baillis, C. L. Martin, and R. Dendievel. Microstructure effects on thermal conductivity of open-cell foams generated from the laguerre–Voronoi tessellation method. *International Journal of Thermal Sciences*, pages 277–286 (98), 2015.
- [185] M. Rask, B. Madsen, B.F. Sørensen, J.L. Fife, K. Martyniuk, and E.M. Lauridsen. In situ observation of microscale damage evolution in unidirectional natural fibre composites. *Composites Part A*, pages 1639–1649 (43(10)), 2012.
- [186] G. Romhány, J. Karger-Kocsis, and T. Czigany. Tensile fracture and failure behaviour of thermoplastic starch with unidirectional and cross-ply flax fibre reinforcements. *Macromolecular Materials and Engineering*, pages 699–707 (288(9)), 2003.
- [187] E. Rougier, A. Munjiza, and N. W. M. John. Numerical comparison of some explicit time integration schemes used in dem, fem/dem and molecular dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pages 856–879, 61(6), 2004.
- [188] L. F. Ruta, S. Lam, J. Fiala, I. Khodyuk, and S. Motakef. Monte carlo simulation of a Cs26LiYCl6 :Ce-based composite scintillator for neutron and gamma detection nuclear instruments and methods in physics research section a : Accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment. *In press, corrected proof*, 2018.
- [189] K. Sab. On the homogenization and the simulation of random materials. *European Journal of mechanics*, pages 585–607 (11(5)), 1992.
- [190] V. Salnikov, D. Choi, and P. Karamian-Surville. On efficient and reliable stochastic generation of RVEs for analysis of composites within the frame-

- work of homogenization. *Computational Mechanics*, pages 127–144 (55(1)), 2015.
- [191] E. Sanchez-Palencia. Non-homogeneous media and vibration theory. *Springer Verlag, Berlin*, 1980.
- [192] M.R. Sanjay, G.R. Arpitha, and B. Yogesha. Study on mechanical properties of natural - glass fiber reinforced polymer hybrid composites : a review. *Materials Today : Proceedings*, pages 2959–2967 (2), 2015.
- [193] M.R. Sanjay and B. Yogesha. Studies on natural/glass fiber reinforced polymer hybrid composites : an evolution. *Materials Today : Proceedings*, pages 2739–2747 (2), 2017.
- [194] G. Sarangapani and R. Ganguli. Effect of ply-level material uncertainty on composite elastic couplings in laminated plates. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, pages 244–261 (14(3)), 2013.
- [195] T.P. Sathishkumar, P. Navaneethakrishnan, S. Shankar, and R. Rajasekar. Mechanical properties and water absorption of short snake grass fiber reinforced isophthallic polyester composites. *Fiber Polymer*, pages 1927–1934 (15(9)), 2014.
- [196] C.A. Schenk and G.I. Schuëller. Uncertainty assessment of large finite element systems. *Springer Science & Business Media*, 2005.
- [197] E. Schlangen and E.J. Garboczi. Fracture simulations of concrete using lattice models : Computational aspects. *Engineering Fracture Mechanics*, pages 319–332, 57(2), 1997.
- [198] E. Schlangen and J.G.M. van Mier. Experimental and numerical analysis of micromechanisms of fracture of cement-based composites. *Cement and Concrete Composites*, pages 105–118 (14(2)), 1992.
- [199] E. Schlangen and J.G.M. van Mier. Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures. *Materials and Structures*, pages 534–542 (25(9)), 1992.
- [200] H. Shabani and B. Vahidi. A probabilistic approach for optimal power cable ampacity computation by considering uncertainty of parameters and economic constraints. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, pages 432–443 (106), 2019.
- [201] S. Shahane, N. R. Aluru, and S. P. Vanka. Uncertainty quantification in three dimensional natural convection using polynomial chaos expansion and deep neural networks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, pages 613–631 (139), 2019.

- [202] Z. She, K. Wang, and P. Li. Thermal analysis of multilayer coated fiber-reinforced composites by the hybrid trefftz finite element method. *Composite Structures*, page 110992 (224), 2019.
- [203] Z. She, K. Wang, and H. Liu. Thermal analysis of elliptical fiber-reinforced composites by the hybrid trefftz finite element method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, page 118596 (144), 2019.
- [204] M.D. Shokrian, K. Shelesh-Nezhad, and B.H. Soudmand. 3d fe analysis of tensile behavior for co-pp/sgf composite by considering interfacial debonding using CZM. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, pages 365–374 (35 (5)), 2015.
- [205] M. Siddiqui. Statistical inference for rayleigh distributions. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1964.
- [206] S. Sinaie. Application of the discrete element method for the simulation of size effects in concrete samples. *International Journal of Solids and Structures*, pages 244–253 (108), 2017.
- [207] S. Sinaie, A. Heidarpour, and X.L. Zhao. A micro-mechanical parametric study on the strength degradation of concrete due to temperature exposure using the discrete element method. *International Journal of Solids and Structures*, pages 165–177 (88–89), 2016.
- [208] H. Singh, J.I.P. Singh, S. Singh, V. Dhawan, and S.K. Tiwari. A brief review of jute fibre and its composites. *Materials Today : Proceedings*, pages 28427–28437 (5(14)), 2018.
- [209] A.J. Sobey, J.I.R. Blake, and R.A. Shenoi. Monte carlo reliability analysis of tophat stiffened composite plate structures under out of plane loading. *Reliability Engineering & System Safety*, pages 41–49 (110), 2013.
- [210] C. Soize. Random matrix theory for modeling uncertainties in computational mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 1333–1366 (194(12–16)), 2005.
- [211] S. Sommer. Probabilistic approaches to geometric statistics : Stochastic processes, transition distributions, and fiber bundle geometry. *Riemannian Geometric Statistics in Medical Image Analysis*, pages 377–416, 2020.
- [212] J. Spahn, H. Andrä, M. Kabel, and R. Müller. A multiscale approach for modeling progressive damage of composite materials using fast fourier transforms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 871–883 (268), 2014.
- [213] E. Sparninš. *Mechanical properties of flax fibers and their composites*. Luleå University of Technology, 2006.

- [214] G. Stefanou. Application of first order uncertainty analysis in the finite element method in linear elasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pages 1031–1051 (198), 2009.
- [215] I.E. Tabrizi, A. Kefal, J.S.M. Zanjani and C. Akalin, and M. Yildiz. Experimental and numerical investigation on fracture behavior of glass/carbon fiber hybrid composites using acoustic emission method and refined zigzag theory. *Composite Structures*, page 110971 (223), 2019.
- [216] S. Takada and N. Hassani. Earthquake resistant engineering structures. *Computational Mechanics Publications*, 1996.
- [217] X.N. Tang, A.E. Berman, R.A. Swanson, and M.A. Yenari. Digitally quantifying cerebral hemorrhage using photoshop® and image j. *Journal of Neuroscience Methods*, pages 240–243(190), 2010.
- [218] J.L. Thomason, J. Carruthers, J. Kelly, and G. Johnson. Fibre cross-section determination and variability in sisal and flax and its effects on fibre performance characterisation. *Composites Science and Technology*, pages 1008–15 (71(7)), 2011.
- [219] T. Tison, A. Heussaff, F. Massa, I. Turpin, and R. F. Nunes. Improvement in the predictivity of squeal simulations : Uncertainty and robustness. *Journal of Sound and Vibration*, pages 3394–3412 (333(15)), 2014.
- [220] L. Toubal and G. Lebrun. Nouvelle méthode de fabrication des composites à fibres naturelles : Contribution d’une couche de papier à minimiser la disparité des propriétés mécaniques. *17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17)*, page 67, 2011.
- [221] J. L. Toupe. Optimisation des propriétés mécaniques de composites à base de fibres naturelles : application à un composite de fibre de lin avec un mélange de polyéthylène/polypropylène d’origine post-consommation. *Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, Canada*, 2015.
- [222] R. Umer, S. Bickerton, and A. Fernyhough. The effect of yarn length and diameter on permeability and compaction response of flax fibre mats. *Composites : Part A*, pages 723–732(42), 2011.
- [223] E. Vanmarcke. Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, pages 1227–1246 (103(11)), 1977.
- [224] E. Vanmarcke and M. Grigoriu. Stochastic finite element analysis of simple beams. *Journal of Engineering Mechanics*, pages 1203–1214 (109(5)), 1983.
- [225] C. Ververis, K. Georghiou, N. Christodoulakis, P. Santas, , and R. Santas. Fiber dimensions, lignin and cellulose content of various plant materials and their suitability for paper production. *Industrial crops and products*, pages 245–254 (19), 2004.

- [226] B. Wang, G. Fang, S. Liu, and J. Liang. Effect of heterogeneous interphase on the mechanical properties of unidirectional fiber composites studied by fft-based method. *Composite Structures*, pages 642–651 (220), 2019.
- [227] Q.Z. Wang, X.M. Jia, S.Q. Kou, Z.X. Zhang, and P.A. Lindqvist. The flattened brazilian disc specimen used for testing elastic modulus, tensile strength and fracture toughness of brittle rocks : analytical and numerical results. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, pages 245–253(41), 2004.
- [228] Z. Wang and D. E. Smith. Numerical analysis on viscoelastic creep responses of aligned short fiber reinforced composites. *Composite Structures*, page 111394 (229), 2019.
- [229] C.H. Xu, Z.H. Zhou, A.Y.T. Leung, X.S. Xu, and X.W. Luo. The finite element discretized symplectic method for composite mode iii cracks. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, pages 43–60 (140), 2015.
- [230] M. Xu, J. Hong, and E. Song. Dem study on the macro- and micro-responses of granular materials subjected to creep and stress relaxation. *Computers and Geotechnics*, pages 111–124 (102), 2018.
- [231] W. Xu, X. Dong, and W. Ding. Analysis of fluid-particle interaction in granular materials using coupled sph-dem method. *Powder Technology*, pages 459–472 (353), 2019.
- [232] Y. Xu, J. Jung, S. Nojavan, and Q. Yang. An orthotropic augmented finite element method (A-FEM) for high-fidelity progressive damage analyses of laminated composites. *Composite Structures*, page 111416 (229), 2019.
- [233] L. Yan, N. Chouw, and K. Jayaraman. Flax fibre and its composites – a review. *Composites : Part B*, pages 296–317(56), 2014.
- [234] L.B. Yan, N. Chouw, and X.W. Yuan. Improving the mechanical properties of natural fibre fabric reinforced epoxy composites by alkali treatment. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, pages 425–437(31(6)), 2012.
- [235] D. Yang, Y. Sheng, J. Ye, and Y. Tan. Discrete element modeling of the microbond test of fiber reinforced composite. *Computational Materials Science*, pages 253–259(42), 2010.
- [236] G.C. Yang, L.Jing, C.Y. Kwok, and Y.D. Sobral. A comprehensive parametric study of lbm-dem for immersed granular flows. *Computers and Geotechnics*, page 103100 (114), 2019.
- [237] S. Yashiro, T. Okuda, K. Ogi, M. Nishikawa, and H. Nagai. Simple approach for modeling unidirectionally arrayed chopped strand laminates via the extended finite-element method. *Composite Structures*, pages 111–457 (229), 2019.

-
- [238] Q. Yin. Prise en compte de la variabilité dans les calculs par éléments finis des structures composites. *Thèse de doctorat, UTC Compiègne*, 2016.
- [239] Q. Yin, F. Druesne, and P. Lardeur. The CGSM for static analysis of multi-layered composite plates with variability of material and physical properties. *Composite Structures*, pages 360–368(140), 2016.
- [240] R. Zah, R. Hischer, A.L. Leao, and I. Braun. Curaua fibers in the automobile industry - a sustainability assessment. *Journal of Cleaner Production*, pages 1032–1040 (15), 2007.
- [241] H. Zhang, D. Shi, S. Zha, and Q. Wang. A modified fourier solution for sound-vibration analysis for composite laminated thin sector plate-cavity coupled system. *Composite Structures*, pages 560–575 (207), 2019.
- [242] J. Zhao, S. Liand R. Zou, and A. Yu. Dense random packings of spherocylinders. *Soft Matter*, pages 1003–1009 (8), 2012.
- [243] H. Zheng, M. Z. Chun, and C.X. Yuan-De. Stiffness prediction of short fiber reinforced composites. *International Journal of Mechanical Sciences*, page 105068 (161–162), 2019.
- [244] M. Zheng, L. Yaoming, and X. Lizhang. Discrete-element method simulation of agricultural particles' motion in variable-amplitude screen box. *Computers and Electronics in Agriculture*, pages 92–99(118), 2015.
- [245] M. Zhou. A new look at the atomic level virial stress : on continuum-molecular system equivalence. *Proceedings : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, pages 2347–2392, 459, 2003.

Résumé

Les composites à base de fibres naturelles suscitent un intérêt croissant. Cependant, les pièces élaborées à base de ce type de matériaux présentent une forte variabilité des propriétés mécaniques qui les rend moins compétitifs par rapport aux matériaux classiques. Dans le présent travail, une méthodologie numérique basée sur le couplage entre la Méthode des Éléments Discrets (MED) et l'approche probabiliste Certain Generalized Stress Method (CGSM) est proposée pour prendre en compte les différentes sources de variabilité, (géométriques ou physiques). A des fins de validation, le cadre d'un matériau composite biosourcé à base de fibres de lin unidirectionnelles est considéré. Une première partie du travail réalisé décrit l'élaboration du matériau et la caractérisation expérimentale de ses propriétés élastiques et de leur niveau de variabilité. La MED est dans un second temps introduite pour simuler le comportement macroscopique du matériau. Le champ de contrainte résultant de la modélisation par la MED étant hétérogène par nature, une approche nommée Halo est introduite afin de contrôler cette dispersion. L'approche proposée est testée et validée dans le cadre de milieux homogènes et hétérogènes. Finalement, la variabilité des propriétés élastiques est introduite dans le modèle discret via un couplage avec l'approche probabiliste CGSM.

Mots clés : Matériaux composites, fibre de lin, caractérisation expérimentale, modélisation numérique, méthode des éléments discrets, dispersion de la contrainte, variabilité

Abstract

Natural fiber composites are attracting growing interest. However, pieces made from this type of material exhibit a high variability in terms of mechanical properties, which makes them less competitive compared to conventional materials. In this work, a numerical approach, based on Discrete Element Method (DEM) and the probabilistic method Certain Generalized Stress Method (CGSM) is proposed, in order to take into account the different sources of variability. For validation purposes, a unidirectional biobased composite material based on flax fibers is considered. The first part of this work describes the material's manufacturing, the elastic properties experimental characterization and the quantification of their variability. The DEM is then introduced to simulate the macroscopic behaviour of the material. Since the stress field obtained using DEM modelling is heterogeneous, an approach named Halo is introduced to control this dispersion. The proposed approach is tested and validated in homogeneous and heterogeneous media. Finally, the variability of elastic properties is introduced into the discrete model via a coupling approach with the probabilistic method CGSM.

Keywords : Composite materials, flax fiber, experimental characterization, numerical modelling, discrete element method, stress dispersion, variability