



HAL
open science

Commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires : application à la dynamique du véhicule

Dhouha Kharrat

► **To cite this version:**

Dhouha Kharrat. Commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires : application à la dynamique du véhicule. Autre. Université de Picardie Jules Verne; Université de Sfax (Tunisie), 2019. Français. NNT : 2019AMIE0012 . tel-03640529

HAL Id: tel-03640529

<https://theses.hal.science/tel-03640529v1>

Submitted on 13 Apr 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse de Doctorat

*Mention Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité Automatique*

présentée à *l'Ecole Doctorale en Sciences Technologie et Santé (ED 585)*

de l'Université de Picardie Jules Verne

par

Dhouha KHARRAT

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Picardie Jules Verne

*Commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires
Application à la dynamique du véhicule*

Soutenue le 23 Mars 2019 après avis des rapporteurs, devant le jury d'examen :

M. Mansour SOUISSI, Professeur	Président
M. Khaled NOURI, Professeur	Rapporteur
M. Abdelouahab Aitouche, Professeur	Rapporteur
M. Driss MEHDI, Professeur	Examineur
M. Ahmed EL HAJJAJI, Professeur	Directeur de thèse
M. Mohamed CHAABANE, Professeur	Directeur de thèse
M. Hamdi GASSARA, Maître-assistant	Co-Encadrant de thèse



DÉDICACES

*À mes très chers parents, pour leur soutien inconditionnel, leur amour indéfectible ainsi que
leurs encouragements et sacrifices*

À mon frère

À ma sœur et son conjoint

À tous ceux qui me sont chers



CITATIONS

”On ne résout pas un problème avec le mode de pensée qui l’a engendré.”

Albert Einstein



REMERCIEMENTS

Cette thèse de doctorat a été réalisée dans le cadre d'une Cotutelle entre le laboratoire des Sciences et Techniques de l'Automatique et de l'informatique industrielle (Lab-STA) dirigé par **Mr. Yassine KOUBAA**, professeur à L'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax en Tunisie et le laboratoire Modélisation, Information et Systèmes (MIS) dirigé par **Mr. Gilles DEQUEN**, professeur à l'Université de Picardie Jules Verne en France.

J'aimerais tout d'abord adresser mes remerciements cordiaux à mon directeur de thèse, **Mr. Mohamed CHAABANE**, professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, pour son encadrement tout au long de ma thèse. Je lui suis reconnaissante pour son aide continue, sa patience et son soutien aussi bien sur le plan humain que sur le plan scientifique. Je suis très honorée de l'avoir eu comme directeur de thèse et j'espère que ce travail sera à la hauteur de ses attentes.

J'exprime ma vive gratitude et mon profond respect à **Mr. Ahmed EL HAJJAJI**, professeur à l'Université de Picardie Jules Verne et directeur de l'école doctorale à Amiens, pour l'honneur qu'il me fait d'être également mon directeur de thèse dans le cadre de la thèse Cotutelle. Je tiens à le remercier pour son aide précieuse, ses conseils et sa disponibilité pour toute discussion scientifique. Malgré la distance qui nous séparait quand je n'étais pas à Amiens, travailler sous sa direction a été une expérience enrichissante et en même temps

un défi pour moi.

J'aimerais adresser un remerciement particulier à **Mr. Hamdi GASSARA**, maître-assistant à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, pour sa participation à l'encadrement de cette thèse, son aide et ses encouragements lors des moments difficiles. Il m'a guidée tout au long de ces quatre années et m'a fait gravir avec succès toutes les étapes déterminantes des années de thèse, du premier au dernier jour. Ses compétences scientifiques et ses qualités humaines m'ont beaucoup apporté et appris.

Je tiens à remercier chaleureusement **Mr. Abdelouahab AITOUICHE**, professeur à l'Ecole des Hautes Etudes d'Ingénieurs à Lille et **Mr. Khaled NOURI**, professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage (Tunis), pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de ce travail de thèse. Leurs remarques pertinentes et leurs conseils précieux m'ont aidé à améliorer la qualité de ce travail.

J'adresse également mes sincères remerciements à **Mr. Driss MEHDI**, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers pour avoir accepté de juger ce travail en tant qu'examinateur.

Je tiens à remercier **Mr. Mansour Souissi**, professeur à l'université de Sfax d'avoir accepté d'examiner ce travail et de présider le jury de cette thèse.

J'exprime aussi ma gratitude et mes remerciements à toute l'équipe de recherche du laboratoire Lab-STA et du laboratoire MIS, aux responsables et aux corps professoraux de l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Sfax, de l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers et de l'Université de Picardie Jules Verne.

Pendant les années de thèse, j'ai eu la chance de rencontrer de précieuses personnes et je voudrais par ces quelques lignes leur transmettre mes amitiés et ma reconnaissance. Mes très chers collègues et amis, merci pour tous les bons moments que nous avons passé ensemble.

À mes très chers parents, qui ne ménagent pas leurs efforts pour que je sois quelqu'un dans la vie, qui n'ont cessé de croire en moi, de m'encourager et de me soutenir dans tous mes projets.

Mon cher **Papa**, mon idole, merci d'être toujours à mes côtés, merci pour tous les encouragements qui m'aident à réaliser mes rêves. Merci pour la sécurité et la paix que je ressens grâce à ta présence. Ta sagesse, ta tendresse et ta générosité ont une grande influence sur ma vie.

Ma chère **Maman**, merci pour l'éducation que tu m'as prodiguée ; avec tous les moyens et au prix de tous les sacrifices que tu as consentis à mon égard. Merci pour l'amour, l'affection et le grand coeur, qui m'ont donné de la force au moment où j'en avais besoin.

Merci d'être mes parents, de m'avoir soutenue et appuyée durant toutes ces années. Que vous trouviez, dans la réalisation de ce travail, l'aboutissement de vos efforts ainsi que l'expression de ma plus affectueuse gratitude.

Mon cher frère **Mahmoud**, mon adorable soeur **Ameny**, mon cher beau-frère **Chiheb**, mes chers cousins et cousines ainsi que tous les membres de ma famille qui m'ont toujours encouragée et soutenue dans mes projets. Je vous remercie pour la joie, le bonheur, l'appui et l'affection que vous m'avez procurés.



LISTE DES ABRÉVIATIONS

Notations

Notations relatives aux ensembles

- \mathbb{R} : Corps des nombres réels
 \mathbb{C} : Corps des nombres complexes
 $\mathbb{R}^{n_x \times n_y}$: Espace des matrices réelles de dimensions $n_x \times n_y$

Notations relatives aux vecteurs

- $\|x\|$: Norme euclidienne de x .

Notations relatives aux matrices

- 0_{n_x} : Matrice nulle carrée de dimension n_x
 I_{n_x} : Matrice identité d'ordre n_x
 M^{-1} : Inverse de la matrice M
 M^T : Transposée de la matrice M
 M^\dagger : Pseudo-inverse de la matrice M
 $M < 0$ (resp. $M \leq 0$) : Matrice M est symétrique définie négative
(resp. semi-définie négative)
 $M > 0$ (resp. $M \geq 0$) : Matrice M est symétrique définie positive
(resp. semi-définie positive)

- $\lambda_{min}(M)$: Plus petite valeur propre de M
 $\lambda_{max}(M)$: Plus grande valeur propre de M
 $\|M\|$: Norme euclidienne de M
 $det(M)$: Déterminant de M
 $rang(M)$: Rang de M
 $sym(A)$: $A + A^T$
(*): représente l'élément transposé dans une position symétrique

Abréviations

- T-S : Takagi-Sugeno
LMI : Inégalité Matricielle Linéaire (Linear Matrix Inequality)
BMI : Inégalité Matricielle Bilinéaire (Bilinear Matrix Inequality)
FD : Détection de défauts (Fault Detection)
FI : Isolation de défauts (Fault Isolation)
FE : Estimation de défauts (Fault Estimation)
FDI : Détection et Isolation de Défauts (Fault Detection and Isolation)
PDC : Compensation parallèle distribuée (Parallel Distributed Compensation)
FTC : Commande Tolérante aux défauts (Fault Tolerant Control)
CCL : Linéarisation par la Complémentarité du cône (Cone Complementarity Linearization)
-



TABLE DES MATIÈRES

Introduction générale	11
1 État de l'art sur la commande tolérante aux défauts pour différentes classes de systèmes	22
1.1 Introduction	22
1.2 Classification et étude de stabilité des systèmes complexes	23
1.2.1 Systèmes non linéaires : Représentation T-S	23
1.2.2 Modèles flous de type T-S à retard	27
1.2.3 Modèles descripteurs flous de type T-S	32
1.2.4 Modèles descripteurs flous de type T-S à retard	37
1.3 Commande tolérante aux défauts pour différentes classes de systèmes	39
1.3.1 Définitions et généralités	39
1.3.2 Objectif de la commande tolérante aux défauts	42
1.3.3 Classification des approches de la commande tolérante aux défauts	43
1.4 Conclusion	46
2 Commande tolérante aux défauts pour les système descripteurs à retard de type Takagi-Sugeno en présence de défauts actionneurs	47

2.1	Introduction	47
2.2	Représentation du système T-S descripteur à retard en présence de défauts actionneurs	48
2.3	Commande tolérante aux défauts à base d'observateur adaptatif pour les systèmes descripteurs T-S à retard	49
2.4	Analyse de stabilité et stabilisation	51
2.5	Comparaisons et contributions	58
2.6	Résultats de simulation	59
2.7	Conclusion	68
3	Commande H_∞ tolérante aux défauts pour les systèmes descripteurs de type T-S en présence de défauts actionneurs et capteurs	70
3.1	Introduction	70
3.2	Estimation des états du système et des défauts actionneurs et capteurs	71
3.2.1	Formulation du problème	71
3.2.2	Système augmenté	72
3.2.3	Synthèse d'observateur adaptatif	72
3.3	Analyse de stabilité et stabilisation	75
3.3.1	Analyse de stabilité de l'observateur adaptatif flou de type T-S	75
3.3.2	Commande H_∞ tolérante aux défauts basée sur un observateur adaptatif	78
3.4	Résultat de simulation	83
3.5	Conclusion	89
4	Contribution à la Commande H_∞ tolérante aux défauts en présence de défauts actionneurs et capteurs : Application à un modèle d'un chariot	90
4.1	Introduction	90
4.2	Formulation du problème	91
4.2.1	Représentation du système T-S en présence de défauts actionneurs et capteurs	91
4.2.2	Représentation du système augmenté en utilisant l'approche descripteur	91

4.3	Commande tolérante aux défauts à base d'un observateur adaptatif descripteur flou de type T-S	92
4.4	Analyse de stabilité et stabilisation	94
4.5	Comparaisons et contributions	100
4.6	Résultats de simulation	101
4.7	Conclusion	109
5	Application de la commande tolérante aux défauts à la dynamique du vé- hicule en présence de défauts actionneurs et capteurs	110
5.1	Introduction	110
5.2	Description du modèle dynamique du véhicule	111
5.2.1	Modèle non linéaire du véhicule	111
5.2.2	Description du modèle sous forme T-S	113
5.3	Formulation du problème	116
5.3.1	Représentation du système en présence de défauts actionneurs, capteurs et de perturbations extérieures	116
5.3.2	Représentation du système augmenté en utilisant l'approche descripteur	116
5.4	Commande tolérante aux défauts à base d'observateur adaptatif descripteur flou de type T-S	117
5.5	Analyse de stabilité et stabilisation	120
5.6	Comparaisons et contributions	128
5.7	Résultats de simulation	129
5.8	Conclusion	137
	Conclusion générale	140
6	Annexe	141
6.1	Approche d'inégalités matricielles	141
6.2	Outils de linéarisation des LMIs	142
6.2.1	Complément de Schur	142

6.2.2	Lemmes de majoration	142
6.3	Classification des performances	143
6.3.1	Les perturbations	143
6.3.2	Norme H_∞	144
6.4	Présentation du simulateur CarSim	145
	Bibliographie	146



TABLE DES FIGURES

1.1	Circuit électrique RLC	34
1.2	Classification des approches FTC	43
1.3	Architecture d'une commande FTC active	45
2.1	Présentation du camion à remorque	60
2.2	Évolution du vecteur d'état $x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}	63
2.3	Évolution du vecteur d'état $x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}	64
2.4	Évolution du vecteur d'état $x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}	64
2.5	Évolution du vecteur d'état $x_4(t)$ et son estimé $\hat{x}_4(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}	65
2.6	Évolution du défaut actionneur $f_{a1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a1}(t)$ en utilisant la commande FTC	65
2.7	Évolution du vecteur d'état $x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}	66

2.8	Évolution du vecteur d'état $x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}	66
2.9	Évolution du vecteur d'état $x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}	67
2.10	Évolution du vecteur d'état $x_4(t)$ et son estimé $\hat{x}_4(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}	67
2.11	Évolution du défaut actionneur $f_{a2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a2}(t)$ en utilisant la commande FTC	68
3.1	Schéma de la commande tolérante aux défauts à base d'observateur adaptatif .	74
3.2	Évolution des vecteurs d'état et leurs estimés en utilisant la commande FTC .	85
3.3	Évolution du défaut actionneur $f_{a1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a1}(t)$ en utilisant la commande FTC	86
3.4	Évolution du défaut capteur $f_{s1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{s1}(t)$ en utilisant la commande FTC	86
3.5	Évolution des vecteurs d'état et leurs estimés en utilisant la commande FTC .	87
3.6	Évolution du défaut actionneur $f_{a2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a2}(t)$ en utilisant la commande FTC	87
3.7	Évolution du défaut capteur $f_{s2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{s2}(t)$ en utilisant la commande FTC	88
4.1	L'évolution des états du système défectueux et leurs estimés en utilisant la commande FTC pour l'exemple 1.	103
4.2	Estimation des défauts actionneurs et capteurs pour l'exemple 1.	103
4.3	Véhicule terrestre autonome	104
4.4	Évolution du vecteur d'état $x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.	106
4.5	Évolution du vecteur d'état $x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.	107

4.6	Évolution du vecteur d'état $x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.	107
4.7	Évolution du défaut actionneur $f_a(t)$ et son estimé $\hat{f}_a(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.	108
4.8	Évolution du défaut capteur $f_s(t)$ et son estimé $\hat{f}_s(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.	108
5.1	Dynamique du véhicule	111
5.2	Variation des forces latérales en fonction de l'angle de dérive	113
5.3	Commande tolérante aux défauts à base d'observateur flou adaptatif	117
5.4	L'évolution des états du système défectueux et leurs estimés	133
5.5	commande FTC, angle de braquage du conducteur, défaut actionneur	133
5.6	Estimation des défauts actionneurs et capteurs	134
5.7	Évolution des états avec et sans commande FTC	135
5.8	Évolution des états du système avec le simulateur CarSim et leurs estimés en présence de défauts et de l'angle de braquage en utilisant la commande FTC .	136



LISTE DES PUBLICATIONS

Reuves internationales (2)

- Dhouha KHARRAT, Hamdi GASSARA, Ahmed EL HAJJAJI, Mohamed CHAABANE (2018) : Adaptive Fuzzy Observer-Based Fault-Tolerant Control for Takagi-Sugeno Descriptor Nonlinear Systems with Time Delay. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 37(4), 1542 – 1561.
- Dhouha KHARRAT, Hamdi GASSARA, Ahmed EL HAJJAJI, Mohamed CHAABANE (2018) : Adaptive Observer and Fault Tolerant Control for Takagi-Sugeno Descriptor Nonlinear Systems with sensor and actuator faults. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 16(3), 972 – 982.

Conférences internationales (3)

- **STA'2015** : Dhouha KHARRAT, Hamdi GASSARA, Mohamed CHAABANE, Ahmed EL HAJJAJI : Fault Tolerant Control Based on Adaptive Observer for Takagi-Sugeno Fuzzy Descriptor Systems. *16th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering (STA)*, 2015, Monastir, Tunisia.
- **MED'18** : Dhouha KHARRAT, Hamdi GASSARA, Ahmed EL HAJJAJI, Mohamed CHAABANE : Learning Observer-based Robust H_∞ Fault-Tolerant Control for Takagi-Sugeno descriptor systems with time-delay. *26th Mediterranean Conference on Control and Automation*, 2018, Zadar, Croatia.

- **IEEEfuzz'2018** : Dhouha KHARRAT, Hamdi GASSARA, Ahmed EL HAJJAJI, Mohamed CHAABANE : Delay-Partitioning Approach to State and Sensor/Actuator Fault Estimation for T-S Fuzzy Systems with Time-Delay. *2018 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2018, Rio de Janeiro, Brazil.

Conférences nationales (2)

- **GTAA'18** Dhouha KHARRAT, Viet Long Bui Tuan, Hamid Rabhi, Ahmed EL HAJJAJI : "Assistance Tolérante aux défauts capteurs et actionneurs pour la dynamique du véhicule", Groupe de Travail et Journées Automatique et Automobile, 10-12 Juillet 2018, Bordeaux, France
- **LFA'18** Dhouha KHARRAT, Hamdi GASSARA, Ahmed EL HAJJAJI, Mohamed CHAABANE : "Commande tolérante aux défauts actionneurs des systèmes flous descripteurs à retard", Rencontre francophones sur la Logique Floue et ses applications, 8-9 Novembre, 2018, Arras, France

Travaux soumis dans des revues internationales (2)

- Dhouha KHARRAT, Hamdi GASSARA, Ahmed EL HAJJAJI, Mohamed CHAABANE : Adaptive descriptor observer-based H_∞ FTC for T-S fuzzy systems. Application to cart motion model. (soumis)
 - Dhouha KHARRAT, Viet Long BUI TUAN, Ahmed EL HAJJAJI, Hamdi GASSARA, Mohamed CHAABANE : Sensor and actuator H_∞ Fault Tolerant Control for T-S fuzzy systems : Application to vehicle dynamics. (soumis)
-



INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les exigences de plus en plus élevées en matière de productivité et les spécifications relatives à la qualité et aux performances ont conduit à l'élaboration de systèmes automatisés plus performants dans plusieurs domaines de l'industrie tels que dans l'aéronautique, l'automobile et le ferroviaire. Ces mutations technologiques augmentent la possibilité d'apparition de défauts qui se traduiront par une dégradation de la production, des dommages sur les plans écologique et économique et peuvent aussi entraîner des accidents catastrophiques avec d'importants dégâts humains et matériels. Ces facteurs ont poussé les chercheurs à élaborer de nouvelles méthodologies à la fois pour le diagnostic de défauts et pour la commande tolérante aux défauts (FTC : Fault Tolerant Control, en anglais). L'objectif essentiel est d'évaluer l'impact des défaillances sur la fiabilité et la sécurité du système afin que la surveillance de ces systèmes soit efficace. En effet, le diagnostic de défauts repose essentiellement sur trois tâches : la détection de défauts (FD : Fault Detection), l'isolation de défauts (FI : Fault Isolation) et l'estimation de défauts (FE : Fault Estimation). Après avoir détecté un défaut, vient l'étape de la localisation, qui permet d'identifier les capteurs et actionneurs défectueux parmi les autres composants. La majorité des systèmes de diagnostic pratiques se base seulement sur le bloc de la détection et de l'isolation de défauts (FDI : Fault detection and Isolation, en anglais). Or, ce bloc ne fournit pas certaines informations sur les défauts, telles que la forme, l'amplitude et la position du défaut. Ces informations peuvent être données par le bloc FE, connu aussi sous le nom d'identification de défauts. En général, le bloc FE joue un

rôle essentiel pour la construction d'une loi de commande FTC. Cette approche permet de stabiliser le système et de maintenir les performances souhaitées. Il est également nécessaire de connaître les états du système étudié pour l'élaboration de la commande FTC, ce qui n'est pas toujours possible et ce pour des raisons physiques ou financières. Pour contourner ces difficultés, les chercheurs proposent une multitude de méthodes de résolution, parmi lesquelles nous pouvons citer les techniques basées sur observateur, qui permettent d'estimer les états du système et éventuellement les défauts lors de leurs apparitions.

Les systèmes étudiés sont aussi sujets à des perturbations extérieures qui peuvent influencer la dynamique et les performances de ces derniers. La technique d'optimisation H_∞ est introduite en vue de minimiser ou de rejeter les effets des perturbations.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons aux modèles de type Takagi-Sugeno (T-S) représentatifs de systèmes complexes ainsi qu'à la classe des descripteurs du même type et cela avec et sans retard. En effet, la problématique de commande FTC pour des descripteurs flous T-S en présence de défauts capteurs et actionneurs est délicate car les conditions de stabilité et de stabilisation deviennent plus complexes et assez difficiles à résoudre. De plus, rares sont les travaux consacrés au problème de la FTC de ces différentes classes de systèmes, notamment avec la présence simultanée de défauts actionneurs, capteurs et de perturbations extérieures.

De nombreux travaux sur la commande FTC actionneurs ou capteurs ont été élaborés par les chercheurs de l'équipe COVE du laboratoire MIS et du laboratoire Lab-STA. [32] a synthétisé des lois de commande tolérantes aux défauts actionneurs pour des modèles de type T-S à retard. Il s'est intéressé à l'approche passive et active pour développer des conditions de stabilisation. [85] a proposé des stratégies de commande tolérantes aux défauts capteurs permettant de maintenir le bon comportement d'un véhicule automobile en utilisant un bloc de détection et d'identification des défauts (FDI) constitué d'un banc d'observateurs. [5] a proposé une loi de commande tolérante aux défauts capteurs et robuste vis-à-vis des perturbations par retour d'état. En s'appuyant sur la compensation de défauts capteur, elle a aussi élaboré une loi de commande tolérante aux défauts par retour de sortie statique. En utilisant l'approche descripteur, [35] a synthétisé une commande active tolérante aux défauts capteurs

basée sur observateur pour les modèles T-S à variables de décision non-mesurables tout en assurant une poursuite de trajectoires.

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse apportent une contribution aux problèmes d'estimation d'état, d'estimation de défauts et de commande FTC de différentes classes de systèmes en présence simultanée de défauts actionneurs, capteurs et de perturbations extérieures. En effet, nous avons développé de nouvelles méthodes d'analyse et de synthèse de la commande FTC et de l'observateur permettant de réduire le conservatisme par rapport aux approches existantes dans la littérature.

Nous allons commencer par l'élaboration de lois de commande pour les systèmes descripteurs flous T-S à retard en présence de défauts actionneurs. L'approche de la commande FTC utilisée est basée sur des observateurs bien spécifiques à ce type de systèmes. Le deuxième chapitre, qui est une contribution aux résultats trouvés dans la littérature, va nous fournir de nouvelles conditions de stabilité et de stabilisation.

Le sujet que l'on doit creuser également est celui du contrôle et de l'estimation des états des systèmes affectés à la fois par des défauts actionneurs et par des défauts capteurs. C'est dans cette optique que dans le troisième et le quatrième chapitre, nous nous sommes intéressés au problème de synthèse de la commande FTC des systèmes flous standards et descripteurs en présence de défauts capteurs et actionneurs. Nous présenterons différents algorithmes de résolution des conditions de stabilité et de stabilisation. Diverses approches et techniques seront utilisées en l'occurrence, à savoir : l'approche de Lyapunov, l'approche descripteur et la technique d'optimisation H_∞ .

Enfin, pour améliorer les résultats qui seront présentés dans le chapitre 4, nous allons éviter d'utiliser la condition restrictive généralement exploitée dans les problèmes traitant l'estimation de défauts actionneurs et nous allons opter pour différentes techniques de linéarisation, comme la complémentarité du cône, pour avoir des résultats moins restrictifs. Ces résultats vont être appliqués sur un modèle de véhicule dérive-lacet-roulis.

Le plan d'étude de ce document, étalé sur cinq chapitres, est organisé de la façon suivante : Le **premier chapitre** présente tout d'abord l'étude des différentes classes de systèmes consi-

dérées et expose les conditions de stabilité et de stabilisation de chaque classe de systèmes. Ensuite, il mentionne les différents types de défauts pouvant affecter le système et modifier ses performances. Enfin, il fait état des objectifs et des approches de la commande FTC basée sur observateur.

Le **deuxième chapitre** aborde le problème d'une loi de commande FTC des systèmes algébro-différentiels décrits par des modèles descripteurs T-S à retard en présence de défauts actionneurs et de perturbations extérieures. En utilisant un observateur flou adaptatif permettant l'estimation simultanée des états du système et des défauts actionneurs, une commande FTC est développée en vue de la stabilisation du système. En se basant sur la théorie de Lyapunov, une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii (FLK) permettant d'obtenir des résultats dépendants de la taille du retard est proposée, afin de réduire le conservatisme. Les conditions de synthèse à la fois de l'observateur et du contrôleur tolérant aux défauts sont ensuite données sous forme de LMIs que l'on peut résoudre en une seule étape. sont ensuite données Deux exemples numériques sont donnés pour illustrer l'efficacité et l'avantage de l'approche proposée par rapport aux résultats existants dans la littérature.

Dans le **chapitre 3**, nous nous intéressons à deux principaux problèmes. Le premier concerne l'estimation simultanée des défauts capteurs, actionneurs et des états du système. Le deuxième porte sur la commande FTC pour un système descripteur T-S affecté à la fois par des défauts capteurs/actionneurs et par des perturbations extérieures. En utilisant la technique d'optimisation H_∞ , un observateur flou adaptatif pour les systèmes descripteurs est d'abord proposé. Les conditions suffisantes de synthèse de l'observateur H_∞ sont développées en termes de LMIs, pour garantir à la fois la convergence de l'erreur d'estimation des états et des défauts ainsi qu'un niveau de rejet de perturbations prédéfini. Par la suite, une loi de commande FTC est synthétisée pour stabiliser le système T-S descripteur défectueux en utilisant l'approche LMI. Enfin, pour illustrer l'efficacité des résultats obtenus, cette approche est validée sur un modèle de camion avec remorque .

Le **quatrième chapitre** est dédié à la synthèse d'une nouvelle stratégie de commande FTC

basée sur observateur adaptatif pour une classe de systèmes flous de type T-S soumis à la fois aux défauts actionneurs, capteurs et aux perturbations extérieures. L'approche FTC est développée pour compenser les défauts de l'actionneur et pour stabiliser le système défectueux. En outre, en utilisant la technique d'optimisation H_∞ , un observateur adaptatif descripteur flou est proposé non seulement pour obtenir une estimation simultanée des états du système, des défauts capteurs et actionneurs, mais aussi pour atténuer l'influence des perturbations. Des conditions suffisantes de synthèse de l'observateur et du contrôleur sont formulées en terme de LMIs. Pour surmonter l'inconvénient de la résolution en deux étapes, un algorithme permettant le calcul des gains de l'observateur et du contrôleur en une seule étape est développé. Enfin, deux exemples numériques, dont l'un est une application à un modèle de chariot en mouvement, sont présentés pour démontrer l'utilité de la méthode proposée.

Le **dernier chapitre** concerne l'application des approches mentionnées dans les chapitres précédents sur un modèle dynamique du véhicule. Le modèle de la dynamique dérive-lacet-roulis considéré est approximé par un modèle flou de type T-S. Nous allons également tenir compte des défauts provenant des actionneurs et des capteurs ainsi que des perturbations extérieures. En se basant sur un observateur descripteur flou adaptatif et en utilisant la technique d'optimisation H_∞ , une commande FTC est développée pour récupérer les performances du système en cas de défaut de l'un des composants. De plus, grâce à l'algorithme de la linéarisation de la complémentarité du cône, il n'est pas nécessaire d'utiliser la condition restrictive employée dans la plupart des articles traitant le problème d'estimation de défauts actionneurs. Ce travail vise à améliorer les résultats obtenus dans le chapitre précédent et à réduire le conservatisme par rapport à ceux existants dans la littérature. Enfin, pour démontrer l'utilité des approches analytiques développées, des résultats de simulation d'un modèle non linéaire représentant la dynamique dérive-lacet-roulis du véhicule seront présentés.

Ce rapport sera clôturé par une conclusion générale qui récapitulera le travail réalisé et mettra l'accent sur les principales contributions ainsi que les différentes perspectives possibles pour la suite.

1.1 Introduction

Ce chapitre introductif a essentiellement pour objectif de présenter quelques bases théoriques sur les outils mathématiques et les notions utilisées tout au long de cette thèse. Ainsi, quelques résultats déjà proposés dans la littérature vont être rappelés afin de se positionner par rapport à ces travaux. Ce chapitre est organisé de la manière suivante :

D'abord, nous commençons par présenter l'état de l'art des différentes classes de systèmes étudiées, à savoir les systèmes de type T-S qui sont étendus au cas des systèmes de type T-S à retard, de même pour les systèmes descripteurs de type T-S qui sont étendus au cas des systèmes descripteurs T-S à retard. Après une brève description des systèmes étudiés, nous nous intéressons à l'étude de stabilité et de stabilisation de chaque classe de systèmes.

Ensuite, nous définissons les différents types de défauts pouvant affecter le système. Enfin, nous présentons les diverses approches de la commande tolérante aux défauts qui permettent de stabiliser le système en dépit de la présence de défauts. Ces approches impliquent le recours aux observateurs capables d'assurer d'un côté l'estimation des états des systèmes et de l'autre celle des défauts actionneurs et/ou capteurs.

1.2 Classification et étude de stabilité des systèmes complexes

Dans cette section, nous présentons les différentes classes de systèmes abordées. Commençons par les systèmes flous de type T-S qui sont apparus en 1985 et qui constituent une classe particulière de modèles non linéaires. Ensuite, nous nous intéressons aux modèles T-S à retard qui peuvent décrire une large classe de systèmes incluant les phénomènes de réseaux de communication et de transport [37]. En dernier lieu, nous donnons un aperçu de la représentation, des domaines d'application et des principales caractéristiques des systèmes descripteurs non linéaires à retard et sans retard [114]. Nous présentons également pour chaque classe de systèmes les problèmes d'analyse de stabilité et stabilisation déjà élaborés dans la littérature.

1.2.1 Systèmes non linéaires : Représentation T-S

Parmi les modèles flous permettant la représentation d'une classe générale de systèmes non linéaires, on peut citer celui qui a été proposé par Takagi-Sugeno. S'appuyant sur une base de règles Si-Alors, le système non linéaire peut être décrit par une interconnexion de modèles linéaires locaux grâce à des fonctions d'appartenance non linéaires, variables au cours du temps et vérifiant la propriété de somme convexe. Le modèle de Takagi-Sugeno a attiré l'attention de nombreux chercheurs car il permet d'une part de surmonter l'inconvénient de la linéarisation autour d'un point d'équilibre qui a un aspect uniquement local et, d'autre part, de représenter n'importe quel système non linéaire, quelle que soit sa complexité, par un ensemble de modèles linéaires locaux interpolés par des fonctions d'appartenance. Qui plus est, cette technique nous permet d'étendre la plupart des concepts théoriques utilisés dans l'automatique linéaire aux systèmes non linéaires.

1.2.1.1 Description

Le modèle flou de type T-S, dont la caractéristique principale est de représenter des relations entrées/sorties localement linéaires d'un système non linéaire, peut être décrit par des règles floues Si-Alors.

La i^e règle du modèle flou peut être écrite sous la forme suivante :

Règle i ($i = 1, 2, \dots, r$) : Si θ_1 est μ_{i1} et, \dots , et θ_p est μ_{ip} Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

où μ_{ij} représentent les ensembles flous, r est le nombre de règles floues et $[\theta_1, \dots, \theta_p]$ désigne le vecteur des variables de prémisses.

$x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ correspond au vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur d'entrées, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur de sorties mesurées.

Le modèle flou de type T-S est composé d'un ensemble fini de modèles linéaires interconnectés grâce à des fonctions non linéaires vérifiant la propriété de somme convexe (1.3).

La formulation mathématique du modèle global T-S est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \varrho_i(\theta(x(t))) [A_i x(t) + B_i u(t)] \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \varrho_i(\theta(x(t))) [C_i x(t) + D_i u(t)] \end{cases} \quad (1.2)$$

Les matrices $A_i \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$, $C_i \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$ et $D_i \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ sont des matrices connues. ϱ_i ($i = 1, \dots, r$), qui représentant les fonctions d'appartenance des ensembles flous, dépendent des variables de prémisses $\theta_j(x(t))$ qui peuvent à leur tour dépendre de l'état du système.

Pour chaque règle, un poids $\nu_i(\theta(x(t)))$ dépendant de $\theta(x(t))$ est attribué, tel que :

$$\nu_i(\theta(x(t))) = \prod_{j=1}^p \mu_{ij}(\theta_j(t))$$

Les fonctions d'appartenance sont donc données par :

$$\varrho_i(\theta(x(t))) = \frac{\nu_i(\theta(x(t)))}{\sum_{i=1}^r \nu_i(\theta(x(t)))}$$

Ces fonctions satisfont les propriétés de convexité suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r \varrho_i(\theta(x(t))) = 1 \\ 0 \leq \varrho_i(\theta(x(t))) \leq 1 \end{cases} \quad (1.3)$$

Pour une notation plus commode, on désignera $\varrho_i(\theta(x(t)))$ par ϱ_i et $\theta(x(t))$ par θ .

Pour obtenir un modèle T-S, on peut se référer à trois approches qui sont largement développées dans la littérature. La première approche, qui repose sur des techniques d'identification, est utilisée dans le cas où aucun modèle de connaissance n'est disponible. Dans cette approche, la structure du modèle et les fonctions d'appartenance se basent sur des données antérieures à l'expérience. Les données proviennent de mesures effectuées sur le système réel. Elles serviront à la mise en place de techniques d'identification [34, 97]. La seconde approche repose sur la linéarisation du modèle mathématique non linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement choisis méticuleusement [81, 102]. La troisième approche, connue sous le nom de transformation par secteurs non linéaires, a été initiée par [53] et étendue par [101, 80]. Elle est basée directement sur la connaissance analytique du modèle non linéaire. Contrairement aux deux autres approches, qui donnent une approximation du modèle non linéaire, cette troisième méthode invoque un modèle T-S représentant de manière exacte le modèle non linéaire, sans provoquer d'erreur d'approximation dans le compact de l'espace d'état.

1.2.1.2 Stabilité des modèles T-S au sens de Lyapunov

En mathématique et en automatique, la notion de stabilité de Lyapunov apparaît dans l'étude des systèmes dynamiques et elle est fondamentale pour l'étude de fonctionnement de ces systèmes. L'idée d'Alexandre Lyapunov est inspirée d'une réalité physique [78]. En effet, un système pourra atteindre un point d'équilibre, sans qu'il ne soit nécessaire de résoudre explicitement les équations différentielles décrivant l'évolution de ce système, si l'énergie de ce dernier est continûment dissipée. Nous donnerons dans ce qui suit quelques définitions concernant la stabilité d'un système dynamique au sens de Lyapunov :

Définition 1. Dans la suite, x_0 désigne la condition initiale $x(t_0)$ et x_e représente le point d'équilibre du système.

1. Stabilité du point d'équilibre : Si pour tout $t_0 \geq 0$ et $\epsilon > 0$, il existe un $\delta > 0$ tel que $\|x_0 - x_e\| < \delta$, alors $x(t, x_0, w)$ est solution de l'inégalité $\|x(t, x_0, w) - x_e\| < \epsilon$ pour tout $t \geq t_0$.

2. Attractivité du point d'équilibre : Si pour tout $t_0 \geq 0$, il existe un $\delta > 0$ tel que $\|x_0 - x_e\| < \delta$, alors $x(t)$ est solution de $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x(t, x_0, w) - x_e\| = 0$ pour tout $t \geq t_0$.

x_e est un point d'équilibre attractif au sens de Lyapunov, c'est-à-dire que x_e est le point vers lequel convergent les solutions du système lorsqu'elles démarrent suffisamment près de x_e .

Si $\delta \rightarrow +\infty$, on dit que x_e est globalement attractif.

3. Stabilité asymptotique du point d'équilibre : Le point d'équilibre x_e est asymptotiquement (respectivement. globalement asymptotiquement) stable s'il est stable et attractif (respectivement. globalement attractif) au sens de Lyapunov.

Il est à noter que la stabilité asymptotique est la propriété qui est généralement recherchée en pratique. Tandis que cette notion ne nous rend pas des informations sur la rapidité de la convergence vers le point d'équilibre. C'est ainsi que nous introduisons la notion de la stabilité exponentielle.

4. Stabilité exponentielle du point d'équilibre : Le point d'équilibre x_e est un point d'équilibre exponentiellement stable avec un taux de décroissance $\beta > 0$, s'il existe un $\alpha > 0$ tel que $\|x(t_0, x_0, w) - x_e\| \leq \alpha \|x_0 - x_e\| e^{-\beta(t-t_0)}$ pour tout $t \geq t_0$.

Par la suite nous représentons la méthode directe de Lyapunov qui nous permet de regarder la stabilité asymptotique comme l'existence d'une fonction de Lyapunov définie positive et telle que sa dérivée soit négative. Ces fonctions s'écrivent sous la forme suivante :

1. $\forall x \in \xi, V(x(t)) > 0$
2. $\forall x \in \xi, \dot{V}(x(t)) \leq 0$

Si nous considérons le système de Takagi-Sugeno suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \varrho_i A_i x(t) \quad (1.4)$$

Et pour une fonction candidate de Lyapunov qui est la plus couramment utilisée, définie par :

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t), \quad P = P^T > 0 \quad (1.5)$$

Nous pouvons énoncer le théorème suivant :

Théorème 1. [100]

Ce système est asymptotiquement stable (stabilité quadratique), s'il existe une matrice de Lyapunov symétrique définie positive et commune $P = P^T > 0$ satisfaisant la condition suivante : $A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r,$

1.2.2 Modèles flous de type T-S à retard

Les systèmes dynamiques à retard sont très répandus dans d'éventuelles applications telles que les processus chimiques, les réseaux de communications et les systèmes de transmission pneumatiques et hydrauliques. En d'autres termes, les systèmes non linéaires à retard constituent des modèles mathématiques de phénomènes réels, comme par exemple en biologie, en mécanique et en économie. Bien que, certains processus ne contiennent pas de retards intrinsèques, le système en boucle fermée peut entraîner des retards importants qui peuvent apparaître dans la boucle de commande par l'intermédiaire des temps de réaction des capteurs ou des actionneurs ou encore les temps de transmissions des informations, les temps de transferts des matières ou les temps de mesures. Alors dans le but de se rapprocher des processus réels, une meilleure modélisation consiste à concevoir les systèmes à retard. Par conséquent, les techniques d'analyse de la stabilité et la synthèse des systèmes retardés ont attiré l'attention de plusieurs chercheurs et ont été largement étudiées dans la littérature [64, 83, 95]. À partir des années 2000, l'approche du modèle flou de type T-S a été étendue pour traiter les problèmes d'analyse et de contrôle des systèmes non linéaires à retard [9].

1.2.2.1 Description des systèmes à retard

Dans cette partie, nous exposons deux types de systèmes à retard, qui sont par ailleurs étudiés dans la littérature, à savoir les systèmes de type retardé et les systèmes retardé de type neutre.

a) Les systèmes de type retardé : ce sont des systèmes dynamiques régis par des équations différentielles comportant des termes retardés. Tout système peut être représenté par les équations différentielles de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = f(t, x_t, u_t), \quad t \geq t_0 \\ y(t) = g(t, x_t, u_t), \\ x_{t_0} = \phi(\varepsilon) \quad \text{pour} \quad \varepsilon \in [t_0 - h_{max}, t_0], \\ u_{t_0} = \zeta(\varepsilon) \quad \text{pour} \quad \varepsilon \in [t_0 - h_{max}, t_0], \end{array} \right. \quad (1.6)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur de sorties, f et g sont des fonctions vectorielles avec des propriétés analytiques : continuité, dérivabilité, lipschitziennes. h_{max} est

un réel strictement positif qui représente le plus grand retard du système et les fonctions x_t et u_t sont définies par (notation de Shimanov, [94]) :

$$x_t : \begin{cases} [-h_{max}, 0] \longrightarrow \mathbb{R}^{n_x} \\ \varepsilon \longmapsto x_t(\varepsilon) = x(t + \varepsilon) \end{cases} \quad (1.7)$$

$$u_t : \begin{cases} [-h_{max}, 0] \longrightarrow \mathbb{R}^{n_u} \\ \varepsilon \longmapsto u_t(\varepsilon) = u(t + \varepsilon) \end{cases} \quad (1.8)$$

où $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur d'entrées et x_t, u_t caractérisent la présence des formes retardés de l'état $x(t)$ et de la commande $u(t)$. Les conditions initiales ϕ et ζ à l'instant t_0 sont des fonctions de $[t_0 - h_{max}, t_0]$ vers \mathbb{R}^{n_x} et supposées continues par morceaux.

b) Système de type neutre : Ce sont les systèmes qui font intervenir la dérivée de l'état x_t , et par conséquent des dérivés retardées de $x(t)$. Ils se présentent de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x_t, \dot{x}_t, u_t), \\ x_{t_0} = \phi(\varepsilon) \quad \text{pour } \varepsilon \in [t_0 - h_{max}, t_0], \\ u_{t_0} = \zeta(\varepsilon) \quad \text{pour } \varepsilon \in [t_0 - h_{max}, t_0], \end{cases} \quad (1.9)$$

La présence de l'argument \dot{x}_t rend l'analyse de ces systèmes plus complexes.

1.2.2.2 Classification des modèles à retard

Il est néanmoins intéressant de présenter les différents aspects du retard :

- Retard constant : les retards constants peuvent être trouvés facilement dans certains systèmes. Citons par exemple la dynamite, qui dispose d'un dispositif pour retarder le déclenchement de son explosion. Nous pouvons aussi trouver les retards constants dans les communications téléphoniques à longue distance ou dans les réseaux internet, celles-ci représentent le laps de temps entre l'instant où une personne parle et l'instant où son interlocuteur l'entend. Ce retard est représenté tout simplement par un nombre réel positif $h > 0$. Ce cas de figure a été largement pris en compte dans la littérature.
- Retard variable majoré : quand le retard ne peut pas être réduit au cas du retard constant. Ce retard est supposé majoré par une valeur maximale noté h_{max} tel que :

$$0 \leq h(t) \leq h_{max}$$

- Retard variable borné : cette catégorie est moins traitée dans la littérature et dans ce cas le retard est supposé borné par h_{min} et h_{max} tel que :

$$0 < h_{min} \leq h(t) \leq h_{max}$$

- Retard inconnu : quand on n'a pas de valeur exacte sur le retard ou que l'on ne peut pas fixer ses bornes. Ce qui fait, qu'il soit constant ou variable, il peut prendre n'importe quelle valeur dans \mathbb{R}^+ .

1.2.2.3 Stabilité au sens de Lyapunov

La notion de stabilité au sens de Lyapunov pour les systèmes T-S, abordée dans la partie précédente, recouvre un large éventail de définitions. En effet, l'étude de stabilité au sens de Lyapunov pour les systèmes T-S à retard s'intéresse aussi au comportement de ces systèmes autour d'un point d'équilibre.

Ci-après, une équation différentielle à retard décrivant les systèmes retardés :

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t), \quad x(\sigma) = \psi(\sigma), \quad \sigma \in [-\bar{\tau}, 0] \quad (1.10)$$

avec $f : \mathbb{R} \times \mathcal{C}_{n, \bar{\tau}} \rightarrow \mathbb{R}^n$ est continue ; $f(t, 0) = 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$; $x_t = x(t + \sigma), \sigma \in [-\bar{\tau}, 0]$

Définition 2. [38] :

1. Stabilité : Si pour tout $t_0 \in \mathbb{R}$ et $\epsilon > 0$, il existe un $\delta = \delta(t_0, \epsilon) > 0$ tel que

$$\|x_{t_0}\|_c < \delta \implies \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq t_0$$

alors la solution triviale de (1.10) est stable.

2. Stabilité asymptotique : Si la solution triviale de (1.10) est stable et si $\forall t_0 \in \mathbb{R}$, il existe un $\delta_a = \delta_a(t_0) > 0$ tel que

$$\|x_{t_0}\|_c < \delta_a \implies \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0,$$

alors la solution triviale de (1.10) est asymptotiquement stable.

3. Stabilité uniforme : Si la solution triviale de (1.10) est stable et si pour n'importe quel $\delta > 0$ et $t_0 \in \mathbb{R}$, il existe un $\delta(\epsilon)$ indépendant de t_0 , donc la solution est uniformément stable.

4. Stabilité uniforme asymptotique : *Si la solution triviale de (1.10) est uniformément stable et s'il existe $\delta_a > 0$ tel que, $\forall \eta > 0, \exists T = T(\delta_a, \eta)$ tel que*

$$\|x_{t_0}\|_c < \delta_a \implies \|x(t)\| < \eta, \forall t \geq t_0 + T \text{ et } t_0 \in \mathbb{R}$$

5. stabilité exponentielle : *S'il existe un $M \geq 1$ et avec un taux de décroissance $\lambda > 0$ tel que pour n'importe quelle condition initiale ψ , $x_t(t_0, \psi)$ est solution de l'inégalité :*

$$\|x_t(t_0, \psi)(\sigma)\| \leq M e^{-\lambda(t-t_0)} \|\psi\|_c, \sigma \in [-\bar{\tau}, 0]$$

Étant de dimension infinie, la seconde méthode de Lyapunov, n'est pas directement applicable pour évaluer la stabilité d'un système. Deux extensions à la seconde méthode de Lyapunov ont par conséquent été déployées, ce qui facilite l'étude de stabilité des solutions triviales des équations différentielles à retard. Ces deux extensions correspondent aux méthodes de Lyapunov-Razumikhin et de Lyapunov-Krasovskii. Elles vont être rappelées dans les deux paragraphes suivants. Pour ce qui est de la première méthode, qui n'est pas très utilisée dans la littérature et non abordée dans ce mémoire, elle sera brièvement introduite.

1. Approche de Lyapunov-Razumikhin :

Le théorème de Lyapunov-Krasovskii nécessite la manipulation de fonctionnelles, ce qui le rend relativement difficile à appliquer. Cela a motivé l'utilisation d'une approche alternative qui n'implique que des fonctions. Cette méthode est appelée le théorème de Razumikhin et est considérée comme l'outil d'analyse classique dans l'interprétation de l'espace à dimension finie. L'idée clé du théorème de Razumikhin est l'utilisation d'une fonction de Lyapunov, $V(x)$, dont la dérivée n'est pas négative pour toutes les trajectoires, mais uniquement pour les solutions spéciales du système.

L'énoncé précis est donné dans le théorème suivant :

Théorème 2. [89]

Soit le système à retard défini par l'équation différentielle (1.10). Supposons que le champ de vecteur f est borné pour des valeurs bornées de ses arguments et que les fonctions u , v et $w : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ sont continues, croissantes et satisfont $u(s) > 0$, $v(s) > 0$ pour $s > 0$, $u(0) = v(0) = 0$ et v strictement croissante.

S'il existe une fonction $V : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ telle que :

$$a) u(\|x\|) \leq V(t, x) \leq v(\|x\|), t \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n$$

$$b) \dot{V}(t, x) \leq -w(\|x\|) \text{ si } V(t + \alpha, x(t + \alpha)) \leq V(t, x) \quad \alpha \in [-\bar{\tau}, 0]$$

alors la solution nulle de (1.10) est uniformément stable.

De plus, si $w(s) > 0$ pour tout $s > 0$ et s'il existe une fonction $p : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ strictement croissante avec $p(s) > s$ pour tout $s > 0$ telle que :

$$a) u(\|x\|) \leq V(t, x) \leq v(\|x\|), t \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n$$

$$b) \dot{V}(t, x) \leq -w(\|x\|) \text{ si } V(t + \alpha, x(t + \alpha)) \leq p(V(t, x)) \quad \alpha \in [-\bar{\tau}, 0]$$

alors la solution nulle de (1.10) est uniformément asymptotiquement stable.

- 2. Approche de Lyapunov-Krasovskii :** Il a été affirmé que la méthode de Lyapunov est bien efficace pour l'analyse de stabilité des systèmes T-S sans retard. Ce qui a incité les chercheurs à essayer cette méthode pour les systèmes T-S à retard. Bien évidemment, quelques adaptations sur la fonction de Lyapunov ont été apportées puisque l'espace d'état des équations différentielles à retard (DDE) est de dimension infinie. En présence du retard, la fonction de Lyapunov $V(t, x(t+h))$ dépend de $x(t+h)$ (la valeur de la variable d'état dans l'intervalle $[t-h, t]$) et devient ainsi fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii.

Théorème 3. : [62]

Soit le système à retard défini par l'équation différentielle (1.10) et $V_i(\cdot), i = 1, 2, 3$ des fonctions scalaires continues et strictement croissantes telles que :

$$V_i(s) > 0, s > 0, V_i(0) = 0, i = 1, 2, 3$$

s'il existe une fonctionnelle $V(t, \psi) : \mathbb{R} \times C_{n, \bar{\tau}} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que :

$$a) V_1(\|\psi(0)\|) \leq V(t, \psi) \leq V_2(\|\psi\|)$$

$$b) \dot{V}(t, \psi) \leq -V_3(\|\psi(0)\|)$$

alors la solution nulle de (1.10) est uniformément asymptotiquement stable.

Une telle fonction V est appelée fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii.

Auparavant, les chercheurs ont considéré l'approche de Lyapunov-Razumikhin pour étudier la stabilité des systèmes à retard variable au cours du temps. Néanmoins, cette approche conduit généralement à des résultats plus conservatifs que ceux élaborés en utilisant l'approche de Lyapunov-Krasovskii [52]-[37]-[41], d'où notre choix d'utiliser les fonctionnelles de Lyapunov-Krasovskii dans le chapitre suivant.

Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser à l'étude de stabilité en se basant sur des choix appropriés des fonctionnelles de Lyapunov-Krasovskii et qui nous mènent à des résultats indépendants et dépendants du retard.

- **Analyse indépendante du retard (Fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii avec simple intégrale)** [111, 9]

Les conditions indépendantes du retard ne contiennent aucune information sur le retard. Ainsi, elles sont très conservatives, notamment lorsque le retard est faible. La fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii candidate est donc généralement choisie sous cette forme :

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-h}^t x^T(s)Sx(s)ds \quad (1.11)$$

où $P > 0$ et $S > 0$ sont des matrices symétriques et définies positives (ce qui nous mène à dire que la fonctionnelle $V(x(t))$ est définie positive).

- **Analyse dépendante du retard (Fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii avec double intégrale)** [107, 112, 65]

Les conditions de stabilité et de stabilisation indépendantes du retard nous mènent à des résultats conservatifs, ce qui a produit une autre classe importante de conditions de stabilité et de stabilisation, qui sont les conditions dépendantes du retard. Ces derniers résultats contiennent des informations sur la taille du retard dans les LMIs et pour arriver à cette fin une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii à double intégrale est introduite, celle-ci s'écrit sous la forme suivante :

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-h}^t x^T(s)Sx(s)ds + \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)dsd\theta \quad (1.12)$$

où P , S et Z sont des matrices symétriques et définies positives.

1.2.3 Modèles descripteurs flous de type T-S

1.2.3.1 Description des systèmes descripteurs : Idée générale

Dans cette partie, nous allons définir le système descripteur en précisant les propriétés structurelles associées. Les systèmes descripteurs appelés aussi systèmes algébro-différentiels

peuvent être considérés comme une généralisation des systèmes dynamiques usuels. Contrairement aux systèmes standards qui font apparaître exclusivement des relations dynamiques, les systèmes descripteurs comportent également des relations algébriques. Cette classe de systèmes permet de représenter plusieurs systèmes réels en intégrant des relations statiques dans la modélisation, de conserver aux variables d'état leurs significations physiques ainsi que de modéliser des processus présentant des comportements impulsifs et plus généralement non causaux [77]. Nous rencontrons ce type de systèmes dans plusieurs domaines d'applications tels que la robotique, les réseaux électriques, les processus chimiques ou bio-technologiques, les systèmes économiques, etc.

Une mise en équation est représentée de la manière suivante :

$$h(\dot{x}(t), x(t), u(t)) = 0 \quad (1.13a)$$

$$k(x(t), x(t), y(t)) = 0 \quad (1.13b)$$

Un cas particulier des systèmes de la forme (1.13) qui est utilisé pour décrire certains types de processus est le suivant :

$$E\dot{x}(t) = H(x(t), u(t)) \quad (1.14a)$$

$$y(t) = K(x(t), u(t)) \quad (1.14b)$$

avec H et K des fonctions de $x(t)$, $u(t)$ et t . La matrice E est une matrice singulière de rang $r < n_x$.

De nombreux systèmes peuvent être décrits par (1.14), dans ce qui suit nous allons présenter quelques exemples de systèmes descripteurs [18] :

Exemple 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Ce système se compose de deux équations différentielles pour x_1 et x_2 et d'une relation algébrique pour x_2 et u_2 .

Exemple 2 : Circuit électrique

Pour un circuit électrique représenté dans la figure 1.1

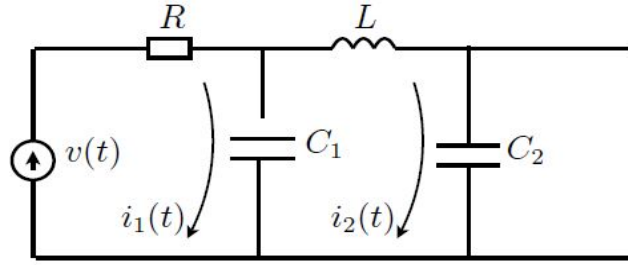


Figure 1.1 – Circuit électrique RLC

et pour un vecteur d'état choisi de la façon suivante :

$$x(t) = \begin{bmatrix} U_{c1}(t) & U_{c2}(t) & i_1(t) & i_2(t) \end{bmatrix}$$

avec $U_{c1}(t), U_{c2}(t), i_1(t), i_2(t)$ sont respectivement les tensions aux bornes de C_1 et C_2 et les courants les traversants. $v(t)$ est le signal de commande. En appliquant les lois de Kirchoff, on trouve la représentation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} v(t) \quad (1.15a)$$

$$y(t) = U_{c2}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (1.15b)$$

d'où on trouve la forme (1.14) avec E est une matrice singulière.

Admissibilité des systèmes descripteurs linéaires : Dans le cadre des modèles descripteurs, il est plus adéquat de parler d'admissibilité plutôt que de stabilité [18]. En effet, pour les systèmes descripteurs, en plus de la notion de stabilité, il est nécessaire de vérifier aussi les propriétés de régularité et de non impulsivité qui sont données par les définitions suivantes :

Définition 3. [18]

Soit le système descripteur donnée sous la forme suivante :

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (1.16)$$

- Le couple (E, A) est dit régulier si $\det(sE - A) \neq 0$ où s est un opérateur de Laplace.

- Le couple (E, A) est dit non impulsif si $\deg(\det(sE - A)) = \text{rang}(E)$.
- Le couple (E, A) est dit stable si les pôles de $\det(sE - A) = 0$ sont à partie réelle négative.
- Le couple (E, A) est dit admissible s'il est à la fois régulier, non impulsif et stable.

1.2.3.2 Représentation des systèmes descripteurs de type T-S

Les systèmes T-S standards développés par [99, 100] ont été étendus au cas des systèmes descripteurs flous de type T-S par [98, 103].

Notons qu'un modèle flou T-S ordinaire est un cas particulier d'un système descripteur T-S.

Le modèle descripteur flou de type T-S est donné par :

$$\bar{E}\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{r^e} h_i \nu_k [\bar{A}_{ik} \bar{x}(t) + \bar{B}_i u(t)] \quad (1.17a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i \bar{C}_i \bar{x}(t) \quad (1.17b)$$

où

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{A}_{ik} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_i & -E_k \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & B_i \end{bmatrix}, \bar{C}_i = \begin{bmatrix} C_i & 0 \end{bmatrix}.$$

1.2.3.3 Stabilité des modèles descripteurs T-S au sens de Lyapunov

Dans cette partie, nous allons exposer les conditions de stabilité pour un système descripteur T-S. En se basant sur la théorie de stabilité de Lyapunov, ces conditions sont données sous forme de LMIs.

Le système en boucle ouverte (1.17) est défini comme suit :

$$\bar{E}\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{r^e} h_i \nu_k [\bar{A}_{ik} \bar{x}(t)] \quad (1.18)$$

Le système descripteur flou (1.18) est quadratiquement stable si

$$\dot{V}(\bar{x}(t)) \leq -\epsilon \|\bar{x}(t)\|_2$$

où

$$V(\bar{x}(t)) = \bar{x}^T \bar{E}^T X \bar{x}(t)$$

et les conditions suivantes sont satisfaites :

1. $\det(s\bar{E} - \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{r^e} h_i \nu_k \bar{A}_{ik}) \neq 0$ et le système en boucle ouverte est non impulsif.
2. Il existe une matrice $X \in \mathbb{R}^{2n_x \times 2n_x}$ et une variable $\epsilon > 0$ telles que

$$\bar{E}^T X = X^T \bar{E} \geq 0, \quad \det(X) \neq 0$$

La stabilité du système descripteur flou en boucle ouverte est alors caractérisée par le théorème suivant :

Théorème 4. [101]

Le système descripteur flou (1.18) est quadratiquement stable s'il existe une matrice en commun X telle que :

$$\bar{E}^T X = X^T \bar{E} \geq 0 \tag{1.19}$$

$$\bar{A}_{ik}^T X + X^T \bar{A}_{ik} < 0, \quad h_i \cap \nu_k \neq \emptyset \tag{1.20}$$

1.2.3.4 Stabilisation des modèles descripteurs T-S au sens de Lyapunov

Dans cette partie, nous allons exposer les conditions de stabilisation pour un système descripteur T-S. En se basant sur la théorie de stabilité de Lyapunov, ces conditions sont données sous forme de LMIs.

Pour stabiliser le système descripteur flou décrit dans (1.17), la commande PDC suivante est proposée :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{r^e} h_i \nu_k [\bar{K}_{ik} \bar{x}(t)] \tag{1.21}$$

Le système en boucle fermée s'écrit alors sous cette forme :

$$\bar{E} \dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^{r^e} h_i h_j \nu_k [(\bar{A}_{ik} - \bar{B}_i \bar{K}_{jk}) \bar{x}(t)] \tag{1.22}$$

Notons V , une fonction de Lyapunov, telle que :

$$V(\bar{x}(t)) = \bar{x}^T(t) \bar{E}^T X \bar{x}(t) \tag{1.23}$$

où

$$X = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ S_3 & S_1 \end{bmatrix}$$

Des conditions suffisantes de stabilité du système (1.22) sont données dans le théorème suivant :

Théorème 5. [101]

Le système descripteur flou (1.17) peut être stabiliser par la commande PDC (1.21) s'il existe des matrices Z_1 , Z_3 et M_{ik} telles que :

$$Z_1^T = Z_1 > 0 \quad (1.24)$$

$$\begin{bmatrix} -Z_3 - Z_3^T & * \\ Z_1 + A_i Z_1 - B_i M_{ik} + E_k Z_3 & -Z_1 E_k^T - E_k Z_1 \end{bmatrix} < 0, \quad h_i \cap \nu_k \neq \emptyset \quad (1.25)$$

$$\begin{bmatrix} -2Z_3 - 2Z_3^T & * \\ 2Z_1 + A_i Z_1 - B_i M_{jk} + A_j Z_1 - B_j M_{ik} + 2E_k Z_3 & -2Z_1 E_k^T - 2E_k Z_1 \end{bmatrix} \leq 0, \\ i < j \leq r, h_i \cap h_j \cap \nu_k \neq \emptyset \quad (1.26)$$

avec $Z_1 = S_1^{-1}$ et $Z_3 = S_1^{-1} S_3 S_1^{-1}$

Les gains du contrôleur sont donnés par : $K_{ik} = M_{ik} Z_1^{-1}$

1.2.4 Modèles descripteurs flous de type T-S à retard

1.2.4.1 Description

Le système descripteur de type T-S a été étendu au cas du système T-S descripteur à retard par [70], le modèle peut être écrit sous cette forme :

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta) [A_i x(t) + D_i x(t - \tau(t)) + B_i u(t)] \quad (1.27a)$$

$$x(t) = \phi(t), \quad t \in [-\tau_0, 0] \quad (1.27b)$$

1.2.4.2 Stabilité au sens de Lyapunov-Krasovskii

Le système descripteur flou en boucle ouverte s'écrit sous la forme suivante :

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta) [A_i x(t) + D_i x(t - \tau(t))] \quad (1.28a)$$

$$x(t) = \phi(t), \quad t \in [-\tau_0, 0] \quad (1.28b)$$

Pour une fonction candidate de Lyapunov-Krasovskii qui est la plus couramment utilisée, définie par :

$$V(x(t)) = x^T(t) E P x(t) + \int_{t-\tau(t)}^t x^T(\theta) R x(\theta) d\theta \quad (1.29)$$

Des conditions suffisantes de stabilité du système (1.28) sont données dans le théorème suivant :

Théorème 6. [70]

Le système descripteur flou non forcé (1.28) est régulier, non impulsif et stable s'il existe des matrices P et $R > 0$ qui satisfont les LMIs suivantes :

$$P^T E = EP \geq 0 \quad (1.30)$$

$$\begin{bmatrix} P^T A_i + A_i^T P + R & P^T D_i \\ D_i^T & P - (1 - \beta)R \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (1.31)$$

1.2.4.3 Stabilisation au sens de Lyapunov-Krasovskii

Dans cette partie, nous allons présenter les conditions de stabilisation pour un système descripteur T-S à retard. En se basant sur la théorie de stabilité de Lyapunov-Krasovskii, ces conditions sont données sous forme de LMIs.

Pour stabiliser le système descripteur flou décrit dans (1.27), la commande PDC suivante est proposée :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i [K_i x(t)] \quad (1.32)$$

Le système en boucle fermée s'écrit sous cette forme :

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [(A_i - B_i K_j)x(t) + D_i x(t - \tau(t))] \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-\tau_0, 0] \end{aligned} \quad (1.33)$$

Pour une fonction de Lyapunov, définie par :

$$V(x(t)) = x^T(t)EPx(t) + \int_{t-\tau(t)}^t x^T(\theta)Rx(\theta)d\theta \quad (1.34)$$

Des conditions suffisantes de stabilité du système (1.33) sont données dans le théorème suivant :

Théorème 7. [70]

Le système en boucle fermée (1.33) sous la commande PDC (1.32) est régulier, non impulsif et stable s'il existe des matrices $X, Z > 0$ et Y_i , avec X est inversible, qui satisfont les LMIs suivantes :

$$EX = X^T E \geq 0 \quad (1.35)$$

$$\Omega_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1.36)$$

$$\Omega_{ij} < 0, \quad i < j \quad (1.37)$$

avec

$$\Omega_{ii} = \begin{bmatrix} A_i X + X^T A_i^T - B_i Y_i - Y_i^T B_i^T + Z & D_i X \\ X^T D_i^T & -(1 - \beta)Z \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & (D_i + D_j)X \\ X^T (D_i^T + D_j^T) & -2(1 - \beta)Z \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

avec

$$\Omega_{ij}^{11} = (A_i + A_j)X + X^T (A_i^T + A_j^T) - B_i Y_j - Y_j^T B_i^T - B_j Y_i - Y_i^T B_j^T + 2Z$$

Les gains du contrôleur sont donnés par : $K_i = Y_i X^{-1}$, $i = 1, 2, \dots, r$

1.3 Commande tolérante aux défauts pour différentes classes de systèmes

Avec la mutation des systèmes industriels, de nouvelles méthodes de commandes, plus performantes, sont apparues. Ces méthodes se basent notamment sur l'état du système, sur son estimé ou encore sur sa sortie. Cependant, des facteurs économiques et/ou techniques peuvent compromettre la mesure de certains états du système, auquel cas, des "capteurs logiciels", également appelés observateurs, nous permettront d'estimer ces grandeurs. Dans les applications industrielles et automobiles, les actionneurs sont par ailleurs indispensables au contrôle des actions dans le système. Les capteurs sont quant à eux essentiels lorsqu'il s'agit de mesurer les grandeurs physiques. En outre, les composants du système, les capteurs et les actionneurs peuvent être sujets à des dysfonctionnements ou à des défauts. Toutefois, lorsque l'influence des défauts sur le processus est inconnue, les observateurs sont alors en mesure d'estimer en temps réel certains défauts affectant le système.

Dans ce qui suit, nous allons dans un premier temps définir quelques termes utilisés dans le domaine de la détection et de la localisation de défauts (FDI : Fault Detection and Isolation, en anglais) avant de détailler dans un second temps les différents types de défauts qui peuvent affecter les composants d'un processus.

1.3.1 Définitions et généralités

- Défaut : Écart non autorisé d'au moins une propriété caractéristique ou d'un paramètre du système par rapport au comportement habituel ou standard. Cet événement peut

changer les propriétés du système et modifier sa dynamique tout en conduisant à une dégradation de ses performances voire même à son instabilité.

- Défaillance : Altération ou interruption brusque du fonctionnement du système en vertu des conditions de fonctionnement opérationnelles spécifiées.
- Panne : Un arrêt de fonctionnement brusque ou momentané d'un ou de tous les composants du processus et cela suite à une défaillance non traitée.
- Perturbation : Elle a pour origine des phénomènes extérieurs dûs à l'environnement ou à des phénomènes internes liés à des modifications du système.
- Résidu : Indicateur de présence d'un ou plusieurs défauts généré par la comparaison entre les grandeurs mesurées et leurs valeurs obtenues à travers les équations du modèle.
- Détection de défauts : C'est l'aptitude à déceler la présence d'un défaut en temps réel. À partir d'une comparaison entre les valeurs estimées aux celles théoriques obtenues au fonctionnement réel du système, un résidu est généré et est comparé à un certain seuil fixe ou adaptatif.
- Localisation de défauts : C'est le fait de situer le composant défectueux d'une façon rigoureuse en s'appuyant sur la génération de plusieurs résidus. En d'autre terme, l'objectif de la localisation est de remonter à l'origine du défaut et isoler le composant dont le fonctionnement est en mode non nominal.
- Identification du défaut : C'est une opération visant à la détermination de l'amplitude, du type et de la nature du défaut ainsi que sa dynamique. Cette étape est consécutive à la localisation.

En guise de conclusion, au lieu de générer un résidu, nous optons pour l'approche de reconstruction et d'estimation des défauts. Cette approche est différente des opérations énoncées précédemment puisqu'elle se base sur la reconstruction du graphe de ce défaut. En outre, elle permet d'une part de détecter et de localiser un défaut et d'autre part de l'estimer et de donner son évolution au cours du temps. Étant donné que l'objectif est d'éviter que le défaut devienne une défaillance ou encore une panne générale du système, cette méthode est très bénéfique car elle nous permet d'estimer n'importe quel défaut et quel que soit son type (de type intermittent, graduel, ou d'évolution temporelle lente).

1.3.1.1 Classification des défauts

Dans la littérature, les défauts peuvent être distingués selon trois types et cela en fonction de leur localisation physique. Nous énonçons chaque défaut ainsi que son influence sur le processus dans la suite.

- Les défauts actionneurs : Étant donné que l'actionneur est un élément de la partie opérative du système, alors un défaut ne peut agir que sur cette partie et détruit par la suite le signal d'entrée de ce dernier. Par conséquent, les défauts actionneur comme ils peuvent causer une consommation importante de l'énergie, ils peuvent aussi causer la perte partielle ou totale du contrôle. Une partie du système devient donc non commandable et de nouveaux actionneurs doivent être mis en place. En effet, ces défauts peuvent conduire à une perte totale ou partielle de l'actionneur. La perte totale d'un actionneur peut se produire entre autre, à la suite d'une coupure d'un fil électrique reliant l'actionneur au système. Quant à la perte partielle d'un actionneur, les défauts peuvent être sous forme de fuite hydraulique ou pneumatique, chute d'alimentation ou encore vieillissement du composant.
 - Les défauts capteurs : Les capteurs sont des instruments qui convertissent une grandeur physique en une grandeur utilisable par les calculateurs. En effet, ils permettent de communiquer des informations sur l'état et sur le comportement interne du processus. Les défauts affectant ces derniers sont la cause d'une fausse image de la grandeur physique à mesurer. Ils peuvent aussi être de type partiel ou total. Une perte totale d'un capteur nous mène à des informations qui ne correspondent absolument pas à la vraie valeur de la variable à mesurer. Pour un capteur partiellement défectueux, il produit un signal plus au moins adéquat avec la vraie valeur à mesurer. Cela est manifesté par une réduction de la valeur obtenue par rapport à la valeur réelle ou encore par la présence d'un biais ou bruit élevé qui ne favorise pas la bonne lecture. Dans certains cas pour les systèmes en boucle fermée, les mesures provenant de ces capteurs sont utilisées pour générer le signal de commande. Ce qui aboutit à un signal de commande inexacte et inefficace.
 - Les défauts composants ou systèmes : Ce sont les défauts susceptibles d'affecter les composants du système lui même à part les défauts actionneurs et capteurs et qui
-

provoquent un changement de la dynamique du système suite à un changement de ces paramètres internes [46].

Deux types de défauts peuvent être distingués, suivant leurs effets sur les performances du système, tels que les défauts additifs et les défauts multiplicatifs. Pour ce qui concerne les défauts additifs, ils influencent une variable X par l'ajout du défaut f , alors que pour les défauts multiplicatifs, ils le font par l'intermédiaire du produit d'une autre variable Y avec le défaut f . Les premiers représentés par des signaux externes et non par des changements dans les matrices du système, sont plus faciles à gérer. D'où vient l'idée de transformer les défauts multiplicatifs sous forme additive dans la plupart des travaux [84, 90].

1.3.2 Objectif de la commande tolérante aux défauts

Les systèmes technologiques modernes reposent sur un contrôle sophistiqué afin de répondre aux besoins de performance et de sécurité accrues. En cas de dysfonctionnement des actionneurs, des capteurs ou d'autres composants du système, la conception d'une loi de commande à rétroaction conventionnelle pour un système dynamique complexe non seulement ne peut pas satisfaire à des performances satisfaisantes, mais aussi ne peut pas garantir la stabilité du système. Pour surmonter ces lacunes, de nouvelles méthodologies de la conception de systèmes de contrôle ont été élaborées pour tolérer les dysfonctionnements des composants tout en assurant la stabilité souhaitable et les propriétés de performance exigées. C'est particulièrement important pour les systèmes critiques à la sécurité, tels que dans les domaines d'automobile, d'aéronautique et des centrales nucléaires. Dans de tels systèmes, les conséquences d'un défaut mineur dans un composant du système peut être catastrophique. Par conséquent, la demande de fiabilité, de sécurité et de tolérance aux fautes est généralement élevée. Il est donc crucial de concevoir des systèmes de contrôle capables de prendre en compte ces défauts potentiels pour ces systèmes afin d'améliorer la qualité et la disponibilité en raison de fournir les performances désirées. Ce type de contrôle est appelé commande tolérante aux défauts (FTC : Fault Tolerant Control, en anglais). Plus précisément, la commande FTC a la capacité de s'adapter au dysfonctionnement des composants et d'intégrer ces défaillances automatiquement. Elle est aussi capable de conserver la stabilité du système en boucle fermée

ainsi que de maintenir des performances acceptables en dépit de la présence de défauts. Au cours des trois dernières décennies, de nombreux travaux ont été développés dans ce sujet, citons par exemple [3, 122, 120, 51].

1.3.3 Classification des approches de la commande tolérante aux défauts

Dans la littérature, les stratégies de contrôle sont principalement divisées en deux groupes de techniques qui sont les lois de commandes tolérantes aux défauts passives et celles qui sont actives. Le diagramme de la figure 1.2 illustre cette classification. L'accent est toutefois porté sur les commandes FTC actives reposant sur des modules de diagnostic et un mécanisme de reconfiguration.

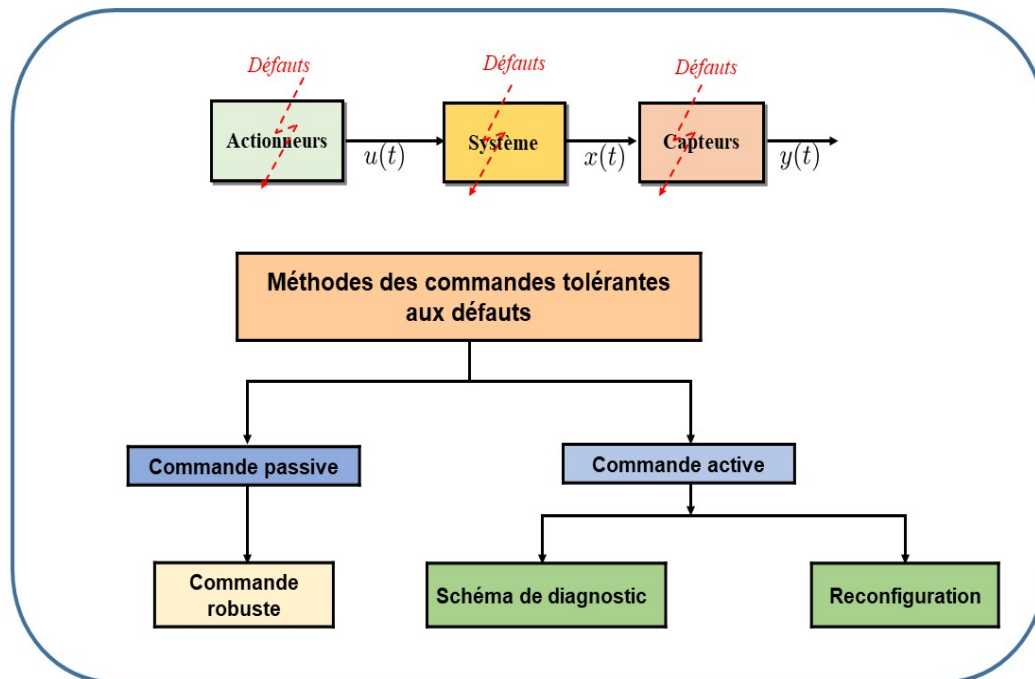


Figure 1.2 – Classification des approches FTC

1.3.3.1 Approche passive de la FTC

L'approche FTC passive, dans laquelle les défauts sont pris pour des perturbations du système, est similaire à une technique de contrôle robuste. Cette technique ne nécessite pas un schéma de détection de défauts ou une configuration de loi de commande, ce qui rend sa

capacité de tolérance restreinte à quelques défauts. Il est donc plus difficile pour une commande FTC passive d'atteindre les performances optimales sous n'importe quelle situation de défaillance. Étant donné que la stabilité est la considération la plus importante dans une approche passive, de nombreuses études, ont considéré cette approche comme restrictive du point de vue performance [45, 58, 87, 44, 4].

1.3.3.2 *Approche active de la FTC*

Contrairement à l'approche FTC passive, la commande FTC active offre quelques flexibilités puisqu'elle est équipée d'un bloc de diagnostic de défauts (appelé aussi bloc d'estimation) capable de fournir des informations en ligne sur la détection, l'isolation et l'identification des défauts. En utilisant des informations détaillées sur les défauts existants, le bloc de commande FTC est activé via un mécanisme de reconfiguration de façon à compenser l'effet du défaut. Cette approche nous permet d'obtenir des performances acceptables et de préserver la stabilité, la sécurité et la productivité des processus industriels, même en présence de défauts capteurs et actionneurs [16, 116].

Ainsi, comme le montre la figure 1.3, la commande FTC active peut être divisée en trois sous-systèmes : Le premier est un contrôleur reconfigurable, le deuxième est un schéma d'estimation, le troisième est un mécanisme de reconfiguration. En effet, le mécanisme de reconfiguration agit sur le contrôleur reconfigurable pour qu'il soit capable de s'adapter automatiquement au comportement du système non seulement dans le cas nominal mais aussi dans le cas défectueux [121, 7, 51].

Inclure à la fois le schéma de diagnostic et de reconfiguration dans la structure globale du système est la principale caractéristique qui distingue la commande FTC active de la commande FTC passive. L'estimation de défauts provenant du bloc de diagnostic est assurée en s'appuyant sur les observateurs. Plusieurs types d'observateurs ont été utilisés dans la littérature. Citons par exemple, les observateurs à modes glissants utilisés par [28, 73, 113, 75], les observateurs récursifs et à entrées inconnues qui ont été proposés par [47, 48, 54] et [60, 39], respectivement. Ils sont tous conçus pour assurer l'estimation des états du système ainsi que l'estimation des défauts actionneurs.

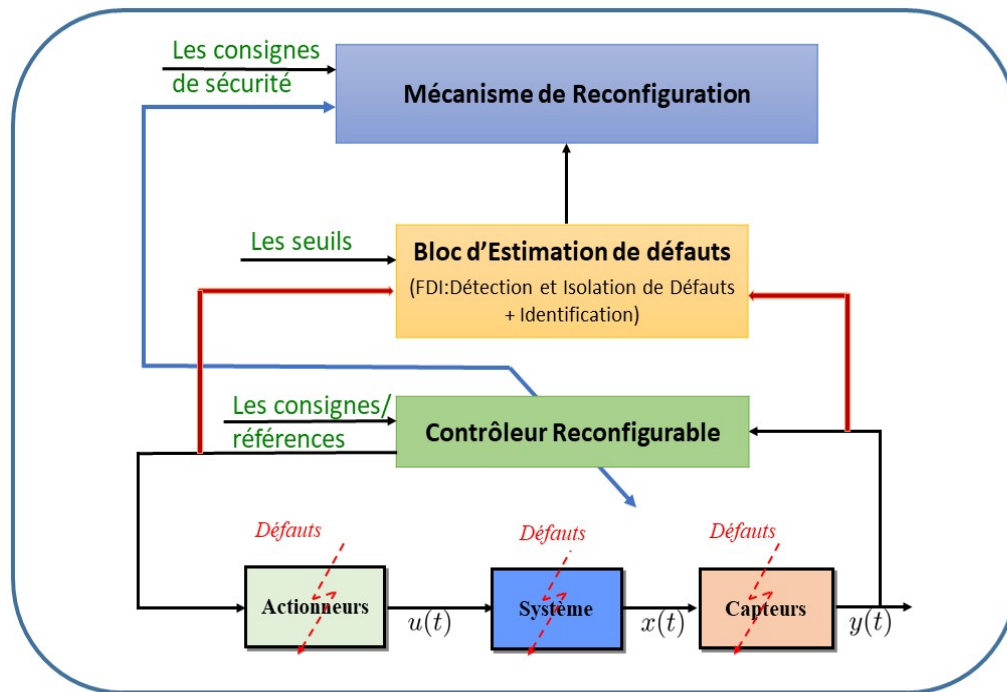


Figure 1.3 – Architecture d'une commande FTC active

Récemment, plusieurs chercheurs ont travaillé sur les observateurs adaptatifs pour obtenir une estimation simultanée des états du système et des défauts actionneurs (e.g. [118, 33, 56]). L'avantage des observateurs adaptatifs c'est que : d'une part, ils procurent une estimation rapide des états du système et des défauts actionneurs et d'autre part, ils peuvent estimer les défauts actionneurs variables au cours du temps [119] et cela grâce à la loi d'adaptation. Notons aussi que les observateurs adaptatifs peuvent donner à la fois une estimation des défauts actionneurs ainsi que des défauts capteurs [115, 55]. Du fait des avantages de l'observateur adaptatif, nous allons nous intéresser dans les chapitres suivants à la synthèse de lois de commandes tolérantes aux défauts à base d'observateur adaptatif pour différentes classes de systèmes et en présence de défauts actionneurs et/ou capteurs et des perturbations extérieures.

Nous pouvons énoncer le tableau suivant qui résume les références qui ont traité la commande FTC en fonction des observateurs proposés pour différentes classes de systèmes.

Méthodes de commande FTC	Système linéaire	Système non-linéaire	Système non-linéaire à retard	Système descripteur non-linéaire	Système descripteur T-S à retard
Observateur adaptatif	[105] [118]	[43] [92]	[119] [33]	[91] [57]	[56]
Observateurs à états récurrents	[48] [123]	[72]	-	-	[47] [54]
Observateur à mode glissant	[23] [14]	[104, 74] [15, 113]	[108]	[28]	-
observateurs à entrées inconnues	[50] [123]	[90] [26, 63]	-	[39] [67]	-

Tableau 1.1 – Références des différentes méthodes de commande FTC

1.4 Conclusion

Ce chapitre sur l'état de l'art a permis de faire le tour d'horizon sur les concepts de base relatifs aux différentes classes de systèmes dynamiques. En se basant sur la théorie de Lyapunov, nous avons présenté les conditions de stabilité et de stabilisation de chaque classe de systèmes. Par la suite, nous avons introduit les différents types de défauts pouvant affecter le système dynamique ainsi que les méthodes de diagnostic qui permettent de localiser, d'isoler et d'identifier les défauts. Nous avons également détaillé la stratégie de la commande tolérante aux défauts : son objectif et ses approches.

De plus, nous avons donné un bref aperçu des observateurs : ce fut l'occasion de montrer le rôle essentiel des observateurs dans la commande FTC. En effet, grâce aux observateurs, il est désormais possible d'obtenir simultanément l'estimation des états du système, celle des défauts actionneurs et celle des défauts capteurs.

CHAPITRE **2** **COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS POUR LES SYSTÈME DESCRI-
TEURS À RETARD DE TYPE TAKAGI-SUGENO EN PRÉSENCE DE DÉFAUTS
ACTIONNEURS**

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons entre autres donné un état de l'art relatif à la stabilité et à la stabilisation des systèmes T-S standards et descripteurs, avec et sans retard. Cet état de l'art nous a conduit à décrire également les effets des défauts sur ces systèmes. Pour augmenter la sécurité et la fiabilité des systèmes industriels modernes, de nouvelles méthodologies pour les commandes tolérantes aux défauts sont développées et cela pour plusieurs classes de systèmes. Bien que les systèmes T-S descripteurs à retard puissent être utilisés pour modéliser de nombreux systèmes pratiques, un seul travail, celui de [47], s'est intéressé à la commande FTC basée sur un observateur récursif (avec un estimateur à mémoire de défauts), pour cette classe de systèmes en présence de défauts actionneurs. Néanmoins, pour ce travail non seulement les critères de stabilité et de stabilisation sont indépendants du retard, mais aussi les conditions d'analyse et de synthèse de l'observateur et du contrôleur sont données sous forme d'inégalités matricielles bilinéaires (BMI), puis résolues en utilisant un algorithme en deux étapes. Dès lors, l'objectif de ce chapitre est d'améliorer les résultats précédents en termes de réduction du conservatisme et de simplification de la complexité du calcul. En effet, à l'aide d'une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii, les critères de stabilité et de stabilisation sont dépendants de la taille du retard. Les conditions d'analyse et de synthèse à la fois de la loi de commande tolérante aux défauts et de l'observateur sont de

surcroît formulées sous forme d'inégalités matricielles linéaires qui peuvent être résolues en une seule étape à l'aide de la boîte à outils LMI Toolbox de MATLAB. Finalement, deux exemples de simulation sont considérés pour illustrer l'efficacité de l'approche développée ainsi que l'intérêt du schéma de relaxation.

2.2 Représentation du système T-S descripteur à retard en présence de défauts actionneurs

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la classe de systèmes descripteurs flous de type T-S soumis à des défauts actionneurs et à des perturbations extérieures.

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(x(t))) [A_i x(t) + A_{hi} x(t-h) + B_i u(t) + Dd(t) + F_i f_a(t)] \quad (2.1a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.1b)$$

$$x(t) = \Phi(t), \forall t \in [-\bar{h}, 0] \quad (2.1c)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ correspond au vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur de commande, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ désigne le vecteur de sorties mesurées, $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ représente les perturbations extérieures. $f_a(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur des défauts actionneurs dont les fonctions peuvent être constantes ou variables au cours du temps. h est un retard constant qui satisfait $0 \leq h \leq \bar{h}$ et $\Phi(t)$ est une condition initiale.

La matrice $E \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ est une matrice singulière supposée de $\text{rang}(E) = q \leq n_x$.

A_i, A_{hi}, B_i, D, F_i et C sont des matrices réelles, connues, constantes et de dimensions appropriées.

On suppose que (A_i, B_i) sont contrôlable, $\text{rang}(B_i) = n_u$ et F_i et C_i sont de rang plein en colonne et de rang plein en ligne, respectivement.

Dans la suite du développement, nous considérons que les hypothèses suivantes sont acquises :

Hypothèse 1. [61] [59] *Le triplet (E, A_i, C) est dit observable si et seulement si :*

$$\text{rang} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n_x \quad (2.2)$$

et

$$\text{rang} \begin{bmatrix} sE - A_i \\ C \end{bmatrix} = n_x, \forall s \in \mathbb{C}, \text{Re}(s) \geq 0, \forall i = [1, \dots, r] \quad (2.3)$$

Hypothèse 2. [61]

$$\text{rang} \begin{bmatrix} E & D \\ C & 0 \end{bmatrix} = n_x + \text{rang}(D) \quad (2.4)$$

Hypothèse 3. Le défaut $f_a(t)$ satisfait $\|f_a(t)\| \leq \alpha_1$ et la dérivée de $f_a(t)$ est bornée en norme i.e. $\|\dot{f}_a(t)\| \leq f_{1max}$ et $0 \leq \alpha_1, f_{1max} < \infty$.

Hypothèse 4.

$$B_1 = \dots = B_r = B \quad (2.5)$$

Hypothèse 5.

$$\text{rang}(BF_i) = \text{rang}(B), \forall i \in [1, \dots, r] \quad (2.6)$$

Remarque 1. Selon l'hypothèse (5), il existe une matrice non nulle $\check{F}_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ telle que $F_i = B\check{F}_i, \forall i \in [1, \dots, r]$.

$$(I_n - BB^\dagger)F_i = (I_n - BB^\dagger)B\check{F}_i = 0, \forall i \in [1, \dots, r] \quad (2.7)$$

2.3 Commande tolérante aux défauts à base d'observateur adaptatif pour les systèmes descripteurs T-S à retard

Afin d'estimer les états et les défauts actionneurs du système (2.1a), nous proposons l'observateur adaptatif suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{w}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [H_1 A_i \hat{x}(t) + H_1 A_{hi} \hat{x}(t-h) + H_1 B_i u(t) + L_{1i} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \quad + L_{2i} (y(t-h) - \hat{y}(t-h)) + H_1 F_i \hat{f}_a(t)] \\ \hat{x}(t) = w(t) + H_2 y(t) \\ e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \\ \dot{\hat{f}}_a(t) = \Gamma \sum_{i=1}^r h_i N_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \end{array} \right. \quad (2.8)$$

et la commande FTC suivante :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i K_i \hat{x}(t) - B^\dagger \sum_{i=1}^r h_i F_i \hat{f}_a(t) \quad (2.9)$$

où $w(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ et $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ sont l'état de l'observateur et le vecteur d'état estimé, respectivement. $\hat{y}(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ et $\hat{y}(t-h) \in \mathbb{R}^{n_y}$ correspondent aux vecteurs de sorties estimés à l'instant t et $t-h$, respectivement. $e_y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ représente l'erreur d'estimation de la sortie et $\hat{f}_a(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est l'estimé du défaut actionneur $f_a(t)$. Ainsi les matrices $H_1, H_2, L_{1i}, L_{2i}, N_i$ et K_i sont les gains de dimensions appropriées à déterminer.

Sous l'équation (2.2), il existe deux matrices non singulières $H_1 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ et $H_2 \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ telles que :

$$H_1 E + H_2 C = I_{n_x} \quad (2.10)$$

Les erreurs d'estimation d'état et de défauts sont données par :

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad , \quad e_f(t) = f_a(t) - \hat{f}_a(t)$$

En prenant en considération les équations (2.1) et (2.8) et en utilisant la relation (2.10), la dynamique de l'erreur d'estimation de l'état $e_x(t)$ et de l'erreur d'estimation de la sortie $e_y(t)$ sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) &= \sum_{i=1}^r h_i [(H_1 A_i - L_{1i} C) e_x(t) + (H_1 A_{hi} - L_{2i} C) e_x(t-h) + H_1 F_i e_f(t) \\ &+ H_1 D d(t)] \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$e_y(t) = C e_x(t) \quad (2.12)$$

En utilisant la même idée proposée dans [11] et [79] concernant la technique de découpage de perturbation, la matrice H_1 est sélectionnée telle que

$$H_1 D = 0 \quad (2.13)$$

Alors, la dynamique de l'erreur d'estimation (2.11) peut être simplifiée de la façon suivante :

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^r h_i [(H_1 A_i - L_{1i} C) e_x(t) + (H_1 A_{hi} - L_{2i} C) e_x(t-h) + H_1 F_i e_f(t)] \quad (2.14)$$

Les matrices H_1 et H_2 peuvent être trouver simultanément à partir des équations (2.10) et (2.13), on définit pour cela le système augmenté suivant :

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & D \\ C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n_x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Sous l'hypothèse 2, les matrices H_1 et H_2 sont exprimées sous le système suivant :

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n_x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & D \\ C & 0 \end{bmatrix}^\dagger \quad (2.16)$$

Contrairement aux défauts actionneurs constants considérés dans [119] et [118], nous considérons des défauts actionneurs variables au cours du temps. Dans ce cas $\dot{f}(t) \neq 0$, par conséquent, la dynamique de l'erreur d'estimation du défaut est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{e}_f(t) = \dot{f}_a(t) - \dot{\hat{f}}_a(t) \quad (2.17)$$

Alors,

$$\dot{e}_f(t) = \dot{f}_a(t) - \Gamma \sum_{i=1}^r h_i N_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \quad (2.18)$$

En considérant la commande FTC présente dans (2.9) et en négligeant les perturbations extérieures, le système descripteur T-S en boucle fermée devient :

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [A_i x(t) - B_i K_i \hat{x}(t) + A_{hi} x(t-h) + F_i f_a(t) + (I_n - B_i B^\dagger) F_i \hat{f}_a(t) - F_i \hat{f}_a(t)] \quad (2.19)$$

Sous l'hypothèse 4 et la remarque 1, l'équation précédente peut se réécrire sous la forme suivante :

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [(A_i - B K_i) x(t) + A_{hi} x(t-h) + B K_i e_x(t) + F_i e_f(t)] \quad (2.20)$$

2.4 Analyse de stabilité et stabilisation

Cette partie est réservée à l'analyse de stabilité et stabilisation de notre système en présence de défauts actionneurs et de perturbations extérieures. Les conditions d'analyse et

de synthèse à la fois de l'observateur et du contrôleur sont présentées sous forme de BMIs dans le théorème 8 qui seront linéarisées par la suite et présentées dans le théorème 9.

Théorème 8. [56]

Considérons le système (2.20), sous les hypothèses 1, 2, 3 et 4, s'il existe des matrices définies positives Q_1, Z_1, P_2, Q_2, Z_2 et une matrice définie positive P_1 ainsi que les matrices N_i, K_i et M telles que $\forall i \in [1, \dots, r]$ les conditions suivantes sont vérifiées :

$$E^T P_1 = P_1^T E \geq 0 \quad (2.21)$$

$$(H_1 F_i)^T P_2 = N_i C \quad (2.22)$$

$$\phi_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.23)$$

alors l'observateur adaptatif flou (2.8) et la loi de commande FTC (2.9) garantissent la stabilité du système (2.20) et la convergence de l'erreur d'estimation d'état et de défauts dans un compact uniformément borné.

avec

$$\phi_i = \begin{bmatrix} \varphi_i^{11} & \varphi_i^{12} & P_1^T B K_i & 0 & P_1^T F_i & 0 & \varphi_i^{17} \\ * & -(Q_1 + E^T Z_1 E) & 0 & 0 & 0 & 0 & A_h^T P_1 \\ * & * & \varphi_i^{33} & \varphi_i^{34} & \varphi_i^{35} & \varphi_i^{36} & K_i^T B^T P_1 \\ * & * & * & -(Q_2 + Z_2) & \varphi_i^{45} & \varphi_i^{46} & 0 \\ * & * & * & * & \varphi_i^{55} & F_i^T H_1^T P_2^T & F_i^T P_1 \\ * & * & * & * & * & \varphi_i^{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \varphi_i^{77} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

où

$$\begin{aligned}
\varphi_i^{11} &= \text{sym}(P_1^T A_i - P_1^T B K_i) + Q_1 - E^T Z_1 E \\
\varphi_i^{12} &= P_1^T A_{hi} + E^T Z_1 E \\
\varphi_i^{17} &= (A_i - B K_i)^T P_1 \\
\varphi_i^{33} &= \text{sym}(P_2 H_1 A_i - P_2 L_{1i} C) + Q_2 - Z_2 \\
\varphi_i^{34} &= P_2 (T A_{hi} - L_{2i} C) + Z_2 \\
\varphi_i^{35} &= -\frac{1}{\sigma} (A_i^T H_1^T P_2 - C^T Y_{1i}^T) H_1 F_i \\
\varphi_i^{36} &= (H_1 A_i - L_{1i} C)^T P_2 \\
\varphi_i^{45} &= -\frac{1}{\sigma} (A_{hi}^T H_1^T P_2 - C^T Y_{2i}^T) H_1 F_i \\
\varphi_i^{46} &= (H_1 A_{hi} - L_{2i} C)^T P_2 \\
\varphi_i^{55} &= -\frac{1}{\sigma} ((H_1 F_i)^T P_2 (H_1 F_i) + \frac{1}{\sigma \mu} M \\
\varphi_i^{66} &= -P_2 (h^2 Z_2)^{-1} P_2 \quad ; \quad \varphi_i^{77} = -P_1^T (h^2 Z_1)^{-1} P_1
\end{aligned}$$

Démonstration :

Considérons la fonction de Lyapunov-Krasovskii suivante :

$$\begin{aligned}
V(t) &= (Ex(t))^T P_1 x(t) + \int_{t-h}^t x^T(s) Q_1 x(s) ds + e_x^T(t) P_2 e_x(t) + \int_{t-h}^t e_x^T(s) Q_2 e_x(s) ds \\
&+ \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) + h \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t (E\dot{x}(s))^T Z_1 (E\dot{x}(s)) ds d\theta \\
&+ h \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s) ds d\theta
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= (E\dot{x}(t))^T P_1 x(t) + (Ex(t))^T P_1 \dot{x}(t) + x^T(t) Q_1 x(t) - x^T(t-h) Q_1 x(t-h) + 2\dot{e}_x^T(t) P_2 e_x(t) \\
&+ e_x^T(t) Q_2 e_x(t) - e_x^T(t-h) Q_2 e_x(t-h) + \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_f(t) + h^2 [(E\dot{x}(t))^T Z_1 (E\dot{x}(s))] \\
&- h \int_{t-h}^t (E\dot{x}(s))^T Z_1 (E\dot{x}(s)) ds + h^2 [\dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s)] - h \int_{t-h}^t \dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s) ds
\end{aligned} \tag{2.26}$$

En utilisant le lemme de majoration (2), il existe des scalaires positifs σ et μ tels que

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}_a(t) &\leq \frac{1}{\sigma\mu} e_f^T(t) M e_f(t) + \frac{\mu}{\sigma} \dot{f}_a^T(t) \Gamma^{-1} M^{-1} \Gamma^{-1} \dot{f}_a(t) \\ \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}_a(t) &\leq \frac{1}{\sigma\mu} e_f^T(t) M e_f(t) + \delta \end{aligned} \quad (2.27)$$

où

$$\delta = \frac{\mu}{\sigma} f_{1max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} M^{-1} \Gamma^{-1}) \quad (2.28)$$

En utilisant la condition de symétrie (2.21) et en substituant les équations (2.14) et (2.20) et la majoration (2.27) dans l'équation (2.26), cela conduit à borner la dérivée de la fonctionnelle de Lyapunov par :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq x(t)^T [P_1^T (A_i - BK_i) + (A_i^T - K_i^T B^T) P_1 + Q_1] x(t) + 2x(t)^T P_1^T A_{hi} x(t-h) \\ &\quad + 2x(t)^T P_1^T BK_i e_x(t) + 2x(t)^T P_1^T F_i e_f(t) - x^T(t-h) Q_1 x(t-h) + e_x^T(t) [P_2 (TA_i - L_{1i}C) \\ &\quad + (TA_i - L_{1i}C)^T P_2 + Q_2] e_x(t) + 2e_x^T(t) P_2 (TA_{hi} - L_{2i}C) e_x(t-h) - e_x^T(t-h) Q_2 e_x(t-h) \\ &\quad + \frac{1}{\sigma\mu} e_f^T(t) M e_f(t) + \delta + h^2 [(E\dot{x}(t))^T Z_1 (E\dot{x}(s))] - h \int_{t-h}^t (E\dot{x}(s))^T Z_1 (E\dot{x}(s)) ds \\ &\quad + h^2 [\dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s)] - h \int_{t-h}^t \dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s) ds \end{aligned} \quad (2.29)$$

En appliquant l'inégalité intégrale de Jessen [37] nous obtenons :

$$-h \int_{t-h}^t (E\dot{x}(s))^T Z_1 (E\dot{x}(s)) ds \leq \begin{bmatrix} E x(t) \\ E x(t-h) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -Z_1 & Z_1 \\ * & -Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E x(t) \\ E x(t-h) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\leq \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -E^T Z_1 E & E^T Z_1 E \\ * & -E^T Z_1 E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$-h \int_{t-h}^t \dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s) ds \leq \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_x(t-h) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -Z_2 & Z_2 \\ * & -Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_x(t-h) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Notons le vecteur d'état étendu suivant :

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & x^T(t-h) & e_x^T(t) & e_x^T(t-h) & e_f^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.33)$$

Donc nous pouvons écrire :

$$\dot{V}(t) \leq \xi^T \phi_i^{11} \xi(t) + h^2 [(E\dot{x}(t))^T Z_1 (E\dot{x}(s))] + h^2 [\dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s)] + \delta \quad (2.34)$$

où

$$\phi_i^{11} = \begin{bmatrix} \varphi_i^{11} & \varphi_i^{12} & P_1^T B K_i & 0 & P_1^T F_i \\ * & -(Q_1 + E^T Z_1 E) & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \varphi_i^{33} & \varphi_i^{34} & \varphi_i^{35} \\ * & * & * & -(Q_2 + Z_2) & \varphi_i^{45} \\ * & * & * & * & \varphi_i^{55} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Soit

$$\phi_i = \begin{bmatrix} \phi_i^{11} & \phi_i^{12} & \phi_i^{13} \\ * & -(h^2 P_2^{-1} Z_2 P_2^{-1})^{-1} & 0 \\ * & * & -(h^2 P_1^{-1} Z_1 P_1^{-T})^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

avec

$$\begin{aligned} (\phi_i^{12})^T &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & P_2(TA_i - L_{1i}C) & P_2(TA_{hi} - L_{2i}C) & P_2(TF_i) \end{bmatrix} \\ (\phi_i^{13})^T &= \begin{bmatrix} P_1^T(A_i - BK_i) & P_1^T A_{hi} & P_1^T BK_i & 0 & P_1^T F_i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

En utilisant le complément de Schur, l'inégalité (2.23) est équivalente à $\xi^T \phi_i^{11} \xi(t) + h^2 [(E\dot{x}(t))^T Z_1 \times (E\dot{x}(s))] + h^2 [\dot{e}_x^T(s) Z_2 \dot{e}_x(s)] < 0$.

Si la condition (2.23) est satisfaite, nous obtenons à partir de (2.29) l'inégalité suivante :

$$\dot{V}(t) \leq -\zeta \|\xi(t)\|^2 + \delta \quad (2.37)$$

avec $\zeta = \lambda_{\min}(-\phi_i)$

Il vient que $\dot{V}(t) \leq 0$ pour $\zeta \|\xi(t)\|^2 > \delta$, et selon la théorie de stabilité de Lyapunov, $\xi(t)$ converge vers un ensemble $\Psi = \{\xi(t) / \|\xi(t)\|^2 \leq \frac{\delta}{\zeta}\}$; donc $\xi(t)$ est uniformément borné.

Les résultats obtenus dans le théorème (8) représentent les conditions de stabilité et de stabilisation du système (2.20) en présence de défauts actionneurs et de perturbations. Cependant, elles sont exprimées en terme d'Inégalités Matricielles Bilinéaires (BMIs) qui sont difficiles à résoudre. Pour cela, nous proposons quelques techniques de linéarisation pour formuler ces conditions sous forme d'Inégalités Matricielles Linéaires (LMIs) qui vont être exposées dans le théorème suivant.

Théorème 9. [56]

Considérons le système (2.20), sous les hypothèses 1, 2, 3 et 4, s'il existe des matrices définies

positives $\tilde{Q}_1, \tilde{Z}_1, X_2, Q_2, Z_2$ et une matrice définie positive X_1 ainsi que les matrices N_i, Y_{1i}, Y_{2i}, M et W_i telles que $\forall i \in [1, \dots, r]$ les conditions suivantes sont vérifiées :

$$EX_1 = X_1^T E^T \geq 0 \quad (2.38)$$

Minimiser $\eta > 0$ sous les contraintes

$$\begin{bmatrix} \eta I_m & (H_1 F_i)^T X_2 - N_i C \\ * & \eta I_n \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.39)$$

$$\Xi_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.40)$$

où

$$\Xi_i = \begin{bmatrix} \Xi_i^{11} & \Xi_i^{12} & \Xi_i^{13} & 0 \\ * & \Xi_i^{22} & \Xi_i^{23} & \lambda_2 I \\ * & * & \Xi_i^{33} & 0 \\ * & * & * & \Xi_i^{44} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

alors l'observateur adaptatif flou (2.8) et la loi de commande FTC (2.9) garantissent la stabilité du système en boucle fermée (2.20) et la convergence de l'erreur d'estimation d'état et de défauts dans un compact uniformément borné.

Dans ce cas, les gains de l'observateur adaptatif flou et de la loi de commande FTC sont donnés respectivement de cette façon : $L_{1i} = X_2^{-1} Y_{1i}$, $L_{2i} = X_2^{-1} Y_{2i}$ et $K_i = W_i X_1^{-1}$.

$$\begin{aligned} \Xi_i^{11} &= \begin{bmatrix} \text{sym}(A_i X_1 - B W_i) + \tilde{Q}_1 - E \tilde{Z}_1 E^T & A_{hi} X_1 + E \tilde{Z}_1 E^T \\ * & -(\tilde{Q}_1 + E \tilde{Z}_1 E^T) \end{bmatrix} \\ \Xi_i^{12} &= \begin{bmatrix} B W_i & 0 & F_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi_i^{13} = \begin{bmatrix} (A_i X_1 - B W_i)^T \\ (A_{hi} X_1)^T \end{bmatrix} \\ \Xi_i^{22} &= \begin{bmatrix} -\lambda_2 (X_1 + X_1^T) & 0 \\ * & -2\lambda_2 I \end{bmatrix}, \quad \Xi_i^{23} = \begin{bmatrix} (B W_i)^T \\ 0 \\ F_i^T \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Xi_i^{33} &= \begin{bmatrix} -\lambda_2 (X_1 + X_1^T) + \lambda_2^2 h^2 \tilde{Z}_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Xi_i^{44} = \begin{bmatrix} \text{sym}(X_2 H_1 A_i - Y_{1i} C) + Q_2 - Z_2 & X_2 H_1 A_{hi} - Y_{2i} C + Z_2 & -\frac{1}{\sigma}(A_i^T H_1^T X_2 - C^T Y_{1i}^T) H_1 F_i & (X_2 H_1 A_i - Y_{1i} C)^T \\ * & -(Q_2 + Z_2) & -\frac{1}{\sigma}(A_{hi}^T H_1^T X_2 - C^T Y_{2i}^T) H_1 F_i & (X_2 H_1 A_{hi} - Y_{2i} C)^T \\ * & * & -\frac{1}{\sigma}(H_1 F_i)^T X_2 (H_1 F_i) + \frac{1}{\sigma\mu} M & (X_2 H_1 F_i)^T \\ * & * & * & -2\lambda_1 X_2 + \lambda_1^2 h^2 Z_2 \end{bmatrix}$$

Démonstration :

L'inégalité (2.24) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} \Lambda_i^{11} & \Lambda_i^{12} & \Lambda_i^{13} \\ * & \Lambda_i^{22} & \Lambda_i^{23} \\ * & * & \Lambda_i^{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.42)$$

où

$$\Lambda_i^{11} = \begin{bmatrix} \text{sym}(P_1^T A_i - P_1^T B K_i) + Q_1 - E^T Z_1 E & P_1^T A_{hi} + E^T Z_1 E \\ * & -(Q_1 + E^T Z_1 E) \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_i^{12} = \begin{bmatrix} P_1^T B K_i & 0 & P_1^T F_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Lambda_i^{13} = \begin{bmatrix} (A_i - B K_i)^T P_1 \\ A_{hi}^T P_1 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_i^{22} = \begin{bmatrix} \text{sym}(P_2 H_1 A_i - P_2 L_{1i} C) + Q_2 - Z_2 & P_2 (H_1 A_{hi} - L_{2i} C) + Z_2 & -\frac{1}{\sigma}(A_i^T H_1^T P_2 - C^T Y_{1i}^T) H_1 F_i & (H_1 A_i - L_{1i} C)^T P_2 \\ * & -(Q_2 + Z_2) & -\frac{1}{\sigma}(A_{hi}^T H_1^T P_2 - C^T Y_{2i}^T) H_1 F_i & (H_1 A_{hi} - L_{2i} C)^T P_2 \\ * & * & -\frac{1}{\sigma}(H_1 F_i)^T P_2 (H_1 F_i) + \frac{1}{\sigma\mu} M & (H_1 F_i)^T P_2 \\ * & * & * & -P_2 (h^2 Z_2)^{-1} P_2 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_i^{33} = \begin{bmatrix} -P_1^T (h^2 Z_1)^{-1} P_1 \end{bmatrix}$$

Considérons la matrice symétrique suivante :

$$\mathbb{Z} = \begin{bmatrix} \mathbb{Z}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{Z}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbb{Z}_{33} \end{bmatrix}$$

avec $\mathbb{Z}_{11} = \text{diag}(P_1^{-T}, P_1^{-T})$, $\mathbb{Z}_{22} = \text{diag}(P_1^{-T}, I, I, I)$ et $\mathbb{Z}_{33} = P_1^{-T}$

Nous pouvons transformer l'inégalité (2.42) par pré et post-multipliant la par \mathbb{Z} et sa transposé, nous obtenons par conséquent la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbb{Z}_{11} \Lambda_i^{11} \mathbb{Z}_{11}^T & \mathbb{Z}_{11} \Lambda_i^{12} \mathbb{Z}_{22}^T & \mathbb{Z}_{11} \Lambda_i^{13} \mathbb{Z}_{33}^T \\ * & \mathbb{Z}_{22} \Lambda_i^{22} \mathbb{Z}_{22}^T & \mathbb{Z}_{22} \Lambda_i^{23} \mathbb{Z}_{33}^T \\ * & * & \mathbb{Z}_{33} \Lambda_i^{33} \mathbb{Z}_{33}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (2.43)$$

En utilisant le lemme (3), nous pouvons déduire les inégalités suivantes :

$$-P_2(h^2 Z_2)^{-1} P_2 \leq -2\lambda_1 P_2 + \lambda_1^2 h^2 Z_2 \quad (2.44)$$

$$\mathbb{Z}_{33} \Lambda_i^{33} \mathbb{Z}_{33}^T = -P_1^{-T} (h^2 \tilde{Z}_1)^{-1} P_1^{-1} \leq -\lambda_2 (P_1^{-T} + P_1^{-1}) + \lambda_2^2 h^2 \tilde{Z}_1 \quad (2.45)$$

$$\mathbb{Z}_{22} \Lambda_i^{22} \mathbb{Z}_{22}^T \leq -\lambda_2 (\mathbb{Z}_{22} + \mathbb{Z}_{22}^T) - \lambda_2^2 (\Lambda_i^{22})^{-1} \quad (2.46)$$

En appliquant le complément de Schur, nous obtenons l'inégalité suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbb{Z}_{11} \Lambda_i^{11} \mathbb{Z}_{11}^T & \mathbb{Z}_{11} \Lambda_i^{12} \mathbb{Z}_{22}^T & \mathbb{Z}_{11} \Lambda_i^{13} \mathbb{X}_{33}^T & 0 \\ * & -\lambda_2 (\mathbb{Z}_{22} + \mathbb{Z}_{22}^T) & \mathbb{Z}_{22} \Lambda_i^{23} \mathbb{Z}_{33}^T & \lambda_2 I \\ * & * & \mathbb{Z}_{33} \Lambda_i^{33} \mathbb{Z}_{33}^T & 0 \\ * & * & * & \Lambda_i^{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.47)$$

En posant $X_1 = P_1^{-1}$, $X_2 = P_2$, $\tilde{Z}_1 = P_1^{-1} Z_1 P_1^{-T}$, $\tilde{Q}_1 = P_1^{-T} Q_1 P_1^{-1}$, $Y_{1i} = P_2 L_{1i}$, $Y_{2i} = P_2 L_{2i}$ et $W_i = K_i P_1^{-1}$ nous obtenons l'inégalité (2.40).

2.5 Comparaisons et contributions

Dans ce chapitre, nous avons opté pour la commande FTC et pour l'estimation de défauts et des états pour une classe de systèmes descripteurs de type T-S à retard. Ce problème n'a pas été largement étudié dans la littérature sauf dans le travail qui a été élaboré par [47]. Cependant, cet article repose sur quelques inconvénients à savoir :

- Les conditions de stabilité et de stabilisation sont indépendantes de la taille du retard et cela à cause de l'utilisation d'une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii avec une simple intégrale.
- Les conditions d'analyse et de synthèse du contrôleur et de l'observateur sont données sous forme d'inégalités matricielles bilinéaires (BMIs), ce qui nécessite de fixer des matrices de réglage à l'avance pour avoir un résultat faisable.
- Une méthode de synthèse a été proposée en déterminant les gains du contrôleur et de l'observateur en deux étapes. Ce qui peut être une source de conservatisme étant donné la complexité de résolution en termes de coût de calcul.

2.6 Résultats de simulation

Dans cette section, nous présentons deux exemples illustrant l'efficacité des résultats obtenus.

Exemple 1 : L'objectif du premier exemple sera une étude comparative entre notre travail et celui du [47].

Considérons l'exemple numérique proposé par [31] et [71], représenté comme suit :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^3 h_i [A_i x(t) + A_{hi} x(t-h) + B_i u(t) + Dd(t)] \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.48)$$

où

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -6 & 0 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -6 \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{hi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3$$

En utilisant la toolbox LMI de MATLAB, la résolution des conditions 2.16 nous mène à des solutions faisables et donne les gains de la commande FTC : K_i et les gains de l'observateur : L_{1i} et L_{2i} , suivants :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 3.2145 & 0.0920 & 3.4882 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 3.7327 & 5.6808 & -1.0278 \end{bmatrix}, K_3 = \begin{bmatrix} 2.9409 & 4.3092 & 2.7649 \end{bmatrix}$$

$$L_{11} = \begin{bmatrix} 0.5832 & 0.8709 \\ 1.0490 & 0.5885 \\ -0.3761 & -0.3645 \end{bmatrix}, L_{12} = \begin{bmatrix} 0.5997 & 0.8400 \\ 0.6547 & -0.2518 \\ 0.0338 & 0.5042 \end{bmatrix}, L_{13} = \begin{bmatrix} 0.0911 & 0.7414 \\ 0.7329 & -0.0949 \\ -0.2118 & -0.1369 \end{bmatrix}$$

$$L_{21} = \begin{bmatrix} 0.6209 & 0.4146 \\ 0.0905 & -0.3693 \\ 0.5872 & 0.1145 \end{bmatrix}, L_{22} = \begin{bmatrix} 0.6258 & 0.3519 \\ 0.5347 & 0.0940 \\ 0.1344 & -0.3350 \end{bmatrix}, L_{23} = \begin{bmatrix} 0.1234 & 0.2435 \\ 0.4701 & 0.0217 \\ 0.4433 & -0.0174 \end{bmatrix}$$

Cependant, les conditions que l'on trouve dans les théorèmes 1 et 2 de [47] et qui sont indépendantes du retard s'avèrent infaisables.

Exemple 2 : Pour illustrer les performances de la méthode proposée dans ce chapitre, nous considérons un exemple du camion à remorque présenté à la figure (2.1) et qui est également proposé dans ([47, 119]).

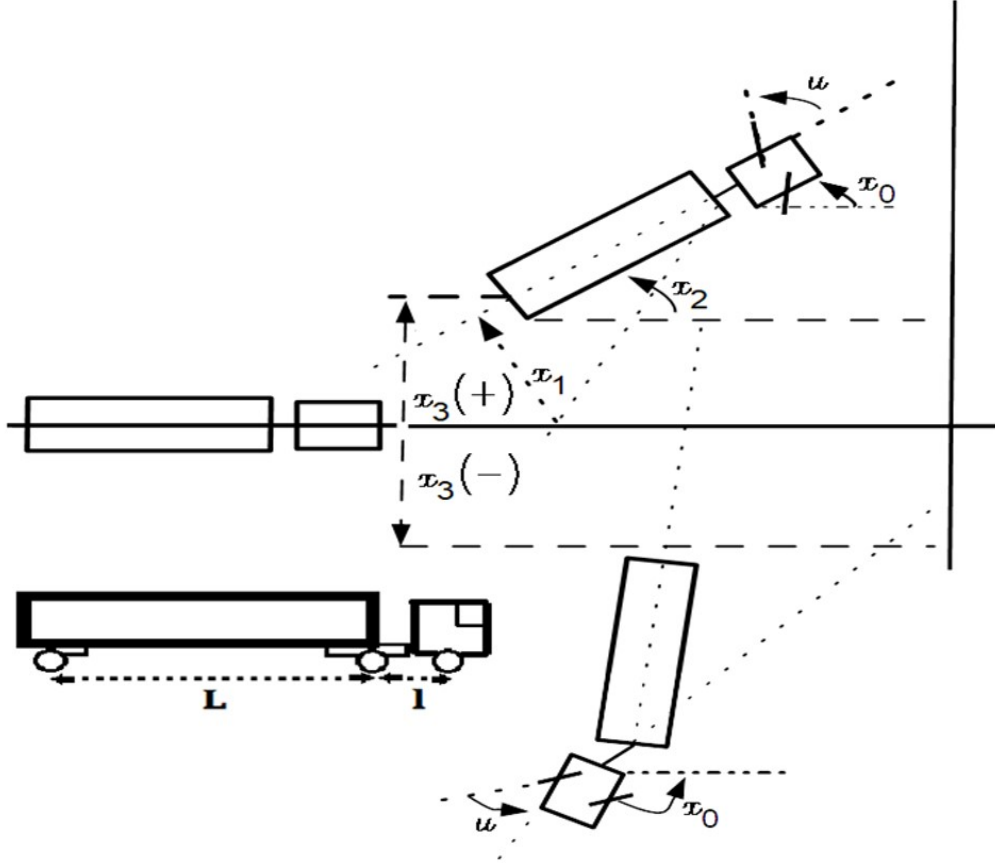


Figure 2.1 – Présentation du camion à remorque

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t) - (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t-h) + \frac{v\bar{t}}{lt_0} u(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t) + (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t-h) \\
 \dot{x}_3(t) &= \frac{v\bar{t}}{t_0} \sin[x_2(t) + a \frac{v\bar{t}}{2L} x_1(t) + (1-a) \frac{v\bar{t}}{2L} x_1(t-h)]
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

avec $x_0(t)$ est l'angle du camion, $x_1(t)$ est l'écart d'angle entre la remorque et le camion, $x_2(t)$ est l'angle de remorque, $x_3(t)$ est la position verticale de l'arrière de la remorque, $u(t)$ est

l'angle de braquage, v est la vitesse constante pour reculer, \bar{t} est la période d'échantillonnage, l est la longueur du camion et L est la longueur de la remorque.

a est le coefficient retardé qui satisfait la condition suivante : $a \in [0, 1]$.

Le vecteur d'état qui représente la partie statique du système et permettant d'avoir la représentation d'un système descripteur est donnée comme suit :

$$x_4(t) = x_2(t) - a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t) - (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t-h) \quad (2.50)$$

Les paramètres du modèle sont donnés par : $a = 0.7$, $l = 2.8$, $L = 5.5$, $v = -1$, $\bar{t} = 2$, $t_0 = 0.5$ et $h = 0.5$.

Nous pouvons trouver la représentation sous forme T-S du modèle non linéaire en utilisant l'approche de transformation par secteurs non linéaires :

Règle 1 : Si $\theta(t) = x_2(t) + a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t) + (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t-h)$ est proche de 0, Alors

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_{h1}x(t-h) + B_1u(t) + Dd(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

Règle 2 : Si $\theta(t) = x_2(t) + a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t) + (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t-h)$ est proche de π ou $-\pi$, Alors

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = A_2x(t) + A_{h2}x(t-h) + B_2u(t) + Dd(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

où

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A_1 = \begin{bmatrix} -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ -a \frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{v\bar{t}}{t_0} & 0 & 0 \\ -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; A_{h1} = \begin{bmatrix} -(1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ -(1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ -a \frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{v\bar{t}}{t_0} & 0 & 0 \\ -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; A_{h2} = \begin{bmatrix} -(1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ (1-a) \frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ -(1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C = I_4; D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v\bar{t}}{t_0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Soit $\varphi = \frac{10t_0}{\pi}$ et $d(t) = \sin(\theta(t)) - \theta(t)$

Supposons maintenant pour les défauts actionneurs que $F_1 = B_1$ et $F_2 = B_2$.

Les fonctions d'activation pour les règles 1 et 2 sont données par :

$$h_1(\theta(t)) = \left(\frac{1}{1 + \exp(-3(\theta(t) + 0.5\pi))} \right) \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-3(\theta(t) - 0.5\pi))} \right), \quad h_2(\theta(t)) = 1 - h_1(\theta(t)) \quad (2.51)$$

Résultats et discussions

En résolvant (2.16), H_1 et H_2 peuvent être obtenues :

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; H_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous choisissons les paramètres de réglage comme suit : $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_2 = 3$, $\sigma = 2$, $\mu = 0.2$, $\Gamma = 0.5$ et $\eta = 0.01$.

En utilisant l'outil LMI Toolbox du logiciel Matlab, nous résolvons le problème d'optimisation du théorème (2.16) et nous obtenons la solution faisable suivante :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 63.5299 & 9.2108 & -24.9982 & 0 \\ 9.2108 & 8.5007 & 17.5163 & 0 \\ -24.9982 & 17.5163 & 203.4188 & 0 \\ 27.2301 & 10.4030 & -8.4407 & 106.0576 \end{bmatrix}; X_2 = \begin{bmatrix} 257.8177 & -0.1618 & 0.1288 & 0.0202 \\ -0.1618 & 169.4268 & 0.1317 & 0.0452 \\ 0.1288 & 0.1317 & 170.0010 & -0.0025 \\ 0.0202 & 0.0452 & -0.0025 & 170.0363 \end{bmatrix}$$

Les gains de l'observateur adaptatif :

$$L_{11} = \begin{bmatrix} 0.7243 & 0.0041 & -0.0015 & 0.0001 \\ -0.2614 & 0.6302 & 0.0011 & 0.0007 \\ 0.0014 & 0.0015 & 0.6367 & -0.0001 \\ 0.0002 & 0.0008 & -0.0004 & 0.6368 \end{bmatrix}; L_{12} = \begin{bmatrix} 0.7192 & 0.0088 & -0.0010 & 0.0004 \\ -0.2593 & 0.6274 & 0.0018 & 0.0006 \\ 0.0031 & 0.0014 & 0.6361 & -0.0002 \\ 0.0008 & 0.0006 & -0.0005 & 0.6367 \end{bmatrix}$$

$$L_{21} = \begin{bmatrix} 0.5959 & -0.0023 & 0.0010 & -0.0002 \\ -0.1109 & 0.8662 & 0.0002 & 0.0002 \\ 0.0010 & 0.0004 & 0.8669 & 0.0002 \\ 0.0006 & 0.0002 & -0.0004 & 0.8680 \end{bmatrix}; L_{22} = \begin{bmatrix} 0.6005 & -0.0032 & 0.0003 & -0.0002 \\ -0.1132 & 0.8665 & 0.0008 & 0.0001 \\ 0.0005 & 0.0007 & 0.8670 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0002 & -0.0003 & 0.8680 \end{bmatrix}$$

et les gains du contrôleur :

$$K_1 = \begin{bmatrix} -2.9384 & 5.2839 & -0.5335 & -0.0858 \end{bmatrix}; K_2 = \begin{bmatrix} -2.9013 & 5.5398 & -0.5219 & -0.0839 \end{bmatrix}$$

Considérons en premier lieu le défaut actionneur variable au cours du temps suivant :

$$f_{a1}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 4.5 \\ 1.5 & 4.5 < t \leq 7 \\ 0 & 7 < t \leq 10 \\ 0.5 + 0.3 \sin(7t) & 10 < t \leq 14 \\ 0 & t > 14 \end{cases} \quad (2.52)$$

Les résultats de simulation correspondant à l'évolution des états du système et du défaut actionneur sont présentés sur les figures 1 – 8. Nous observons que l'observateur adaptatif proposé dans ce chapitre peut parfaitement estimer les états du système descripteur ainsi que les défauts actionneurs.

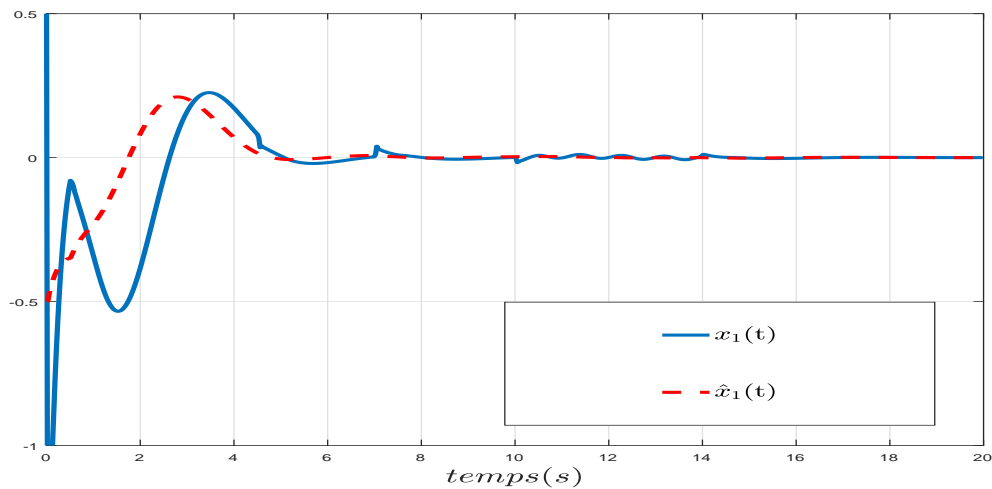


Figure 2.2 – Évolution du vecteur d'état $x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}

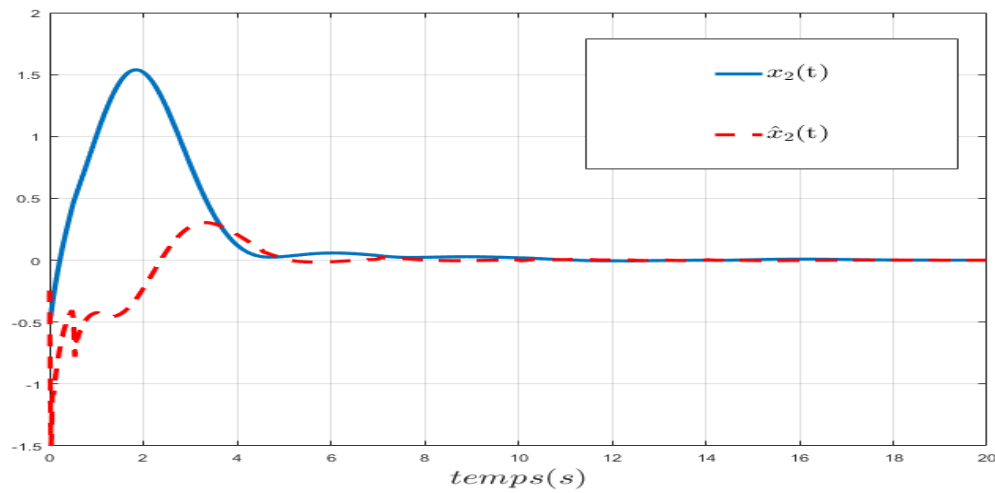


Figure 2.3 – Évolution du vecteur d'état $x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}

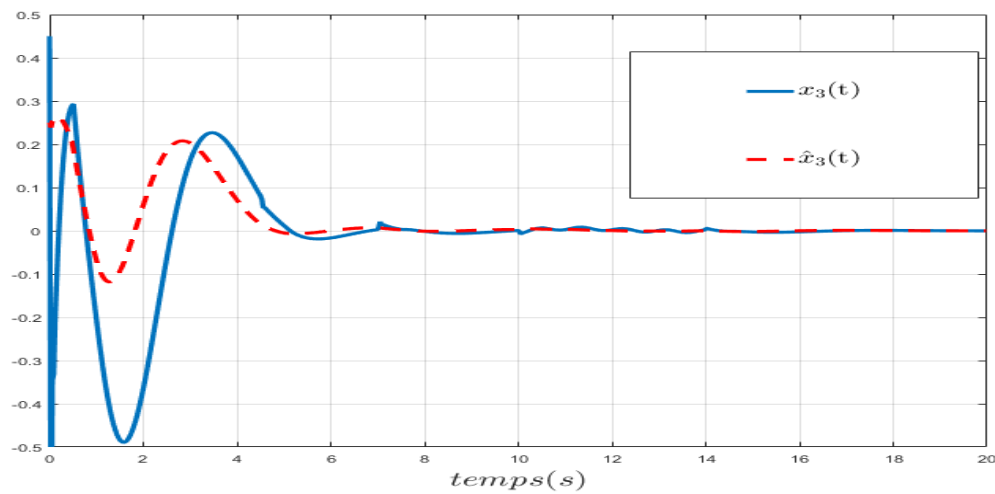


Figure 2.4 – Évolution du vecteur d'état $x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}

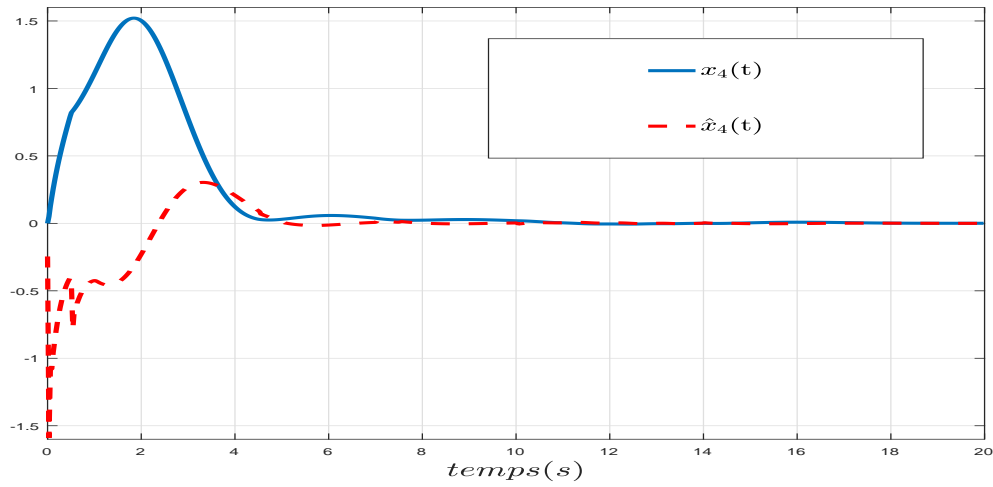


Figure 2.5 – Évolution du vecteur d'état $x_4(t)$ et son estimé $\hat{x}_4(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a1}

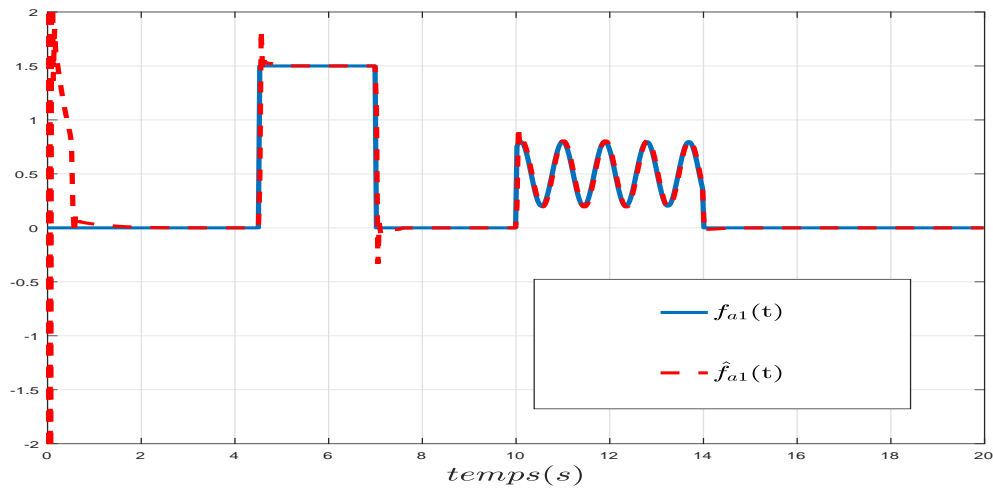


Figure 2.6 – Évolution du défaut actionneur $f_{a1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a1}(t)$ en utilisant la commande FTC

Considérons le deuxième défaut actionneur suivant :

$$f_{a2}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 7 \\ 0.3(t-3) & 7 < t \leq 11 \\ 0 & t > 11 \end{cases} \quad (2.53)$$

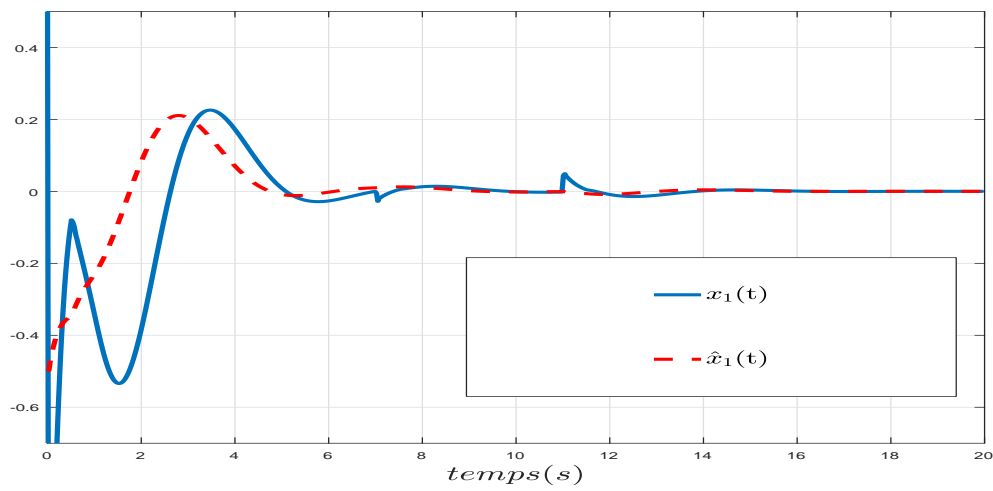


Figure 2.7 – Évolution du vecteur d'état $x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}

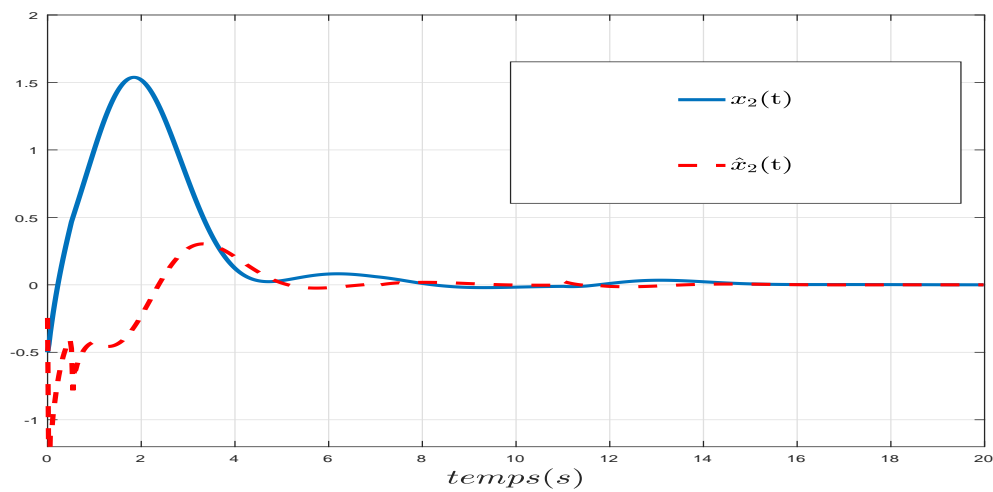


Figure 2.8 – Évolution du vecteur d'état $x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}

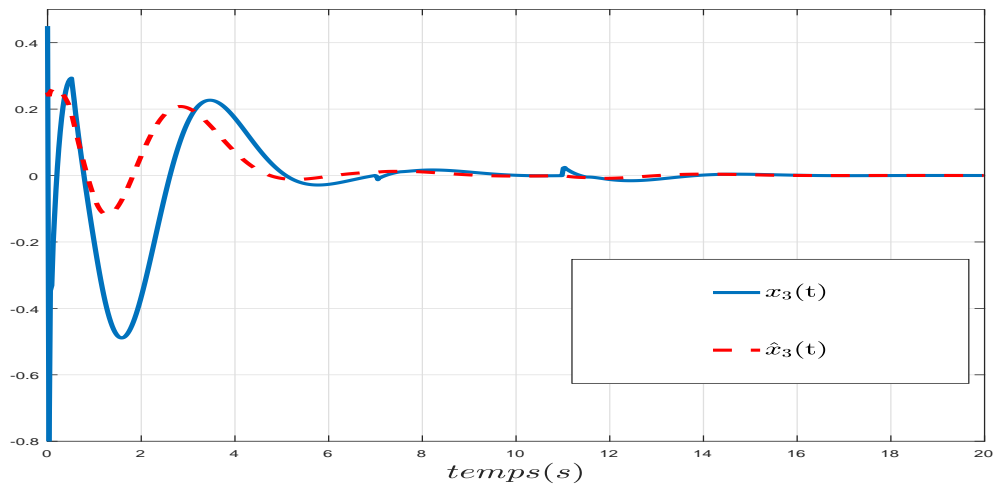


Figure 2.9 – Évolution du vecteur d'état $x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}

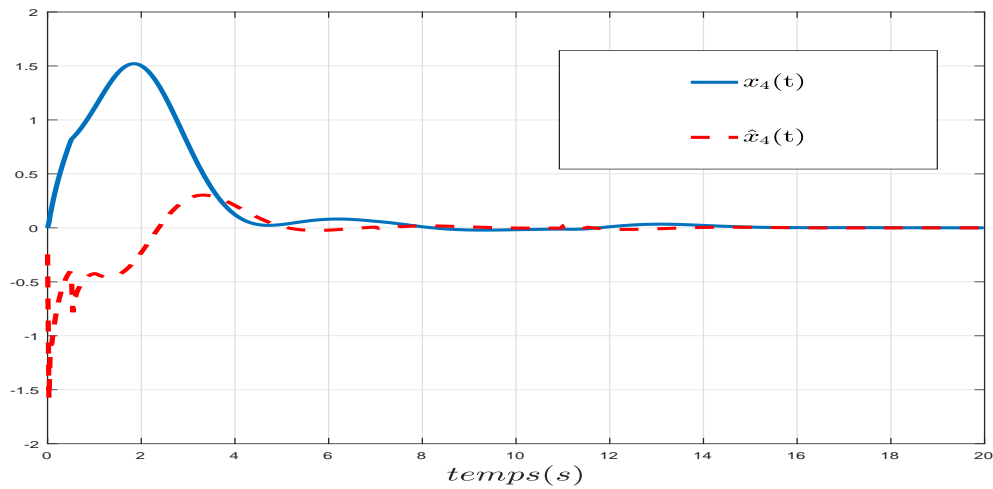


Figure 2.10 – Évolution du vecteur d'état $x_4(t)$ et son estimé $\hat{x}_4(t)$ en utilisant la commande FTC et le défaut actionneur f_{a2}

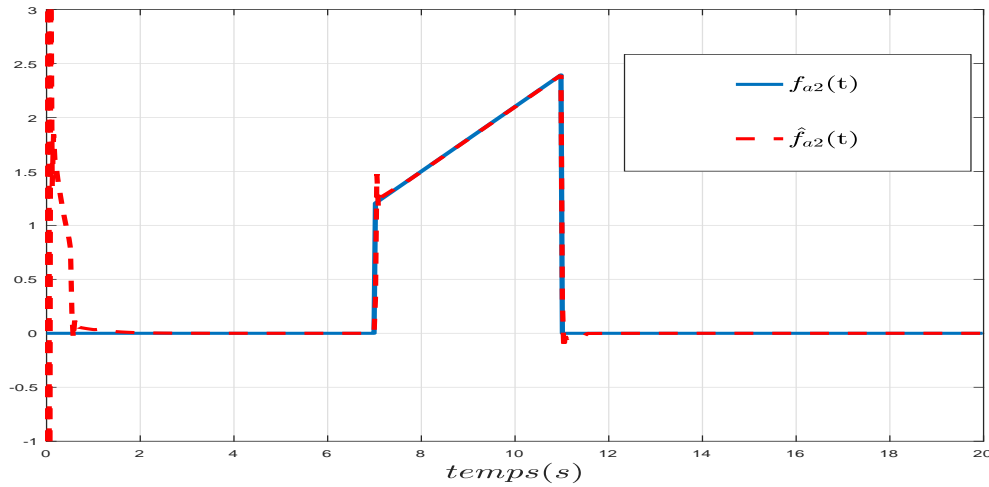


Figure 2.11 – Évolution du défaut actionneur $f_{a2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a2}(t)$ en utilisant la commande FTC

En se référant aux résultats de simulation, nous pouvons déduire que le contrôleur FTC basé sur l'observateur adaptatif flou maintient les performances et la stabilité du système en boucle fermée même en présence de défauts actionneurs variables au cours du temps et de perturbations extérieures. Comme le montrent les figures 2.2 – 2.11, l'observateur adaptatif flou permet de fournir une satisfaisante estimation des états du système ainsi que les deux défauts actionneurs considérés dans ce chapitre.

Pour les deux exemples de défauts actionneurs considérés, en choisissant le taux d'apprentissage $\Gamma = 0.5$ dans l'exemple de simulation, les dérivées de $f_{a1}(t)$ et de $f_{a2}(t)$ par rapport au temps sont respectivement bornées en norme par $f_{11max} = 2.1$ et $f_{12max} = 0.3$. $\delta_1 = \frac{\mu}{\sigma} f_{11max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} M^{-1} \Gamma^{-1}) = 0.0273$ et $\delta_2 = \frac{\mu}{\sigma} f_{12max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} M^{-1} \Gamma^{-1}) = 5.5773 \cdot 10^{-4}$ réduisent le rayon de l'ensemble vers lequel convergent les erreurs d'estimation.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, une commande FTC à base d'observateur adaptatif flou pour les systèmes descripteurs flous de type T-S à retard a été développée. L'approche proposée permet d'estimer à la fois les états du système et les défauts actionneurs. Nous avons développé des outils d'analyse et de synthèse à la fois de l'observateur et du contrôleur par le biais de la fonction de Lyapunov-Krasovskii. Ces conditions de stabilité et de stabilisation sont dépendantes du retard et sont pré-

sentées sous formes de LMIs qui peuvent être résolues facilement en une seule étape en utilisant le solveur LMI de MATLAB. Deux exemples de simulation sont donnés pour montrer l'avantage des résultats théoriques obtenus, le premier est une comparaison avec d'autres résultats de la littérature et le deuxième est une application réelle. Dans le but d'étendre les techniques d'application de la commande FTC, nous compterons prendre en considération les défauts capteurs pouvant affecter la dynamique du système. Le chapitre suivant sera donc réservé à la commande FTC basée sur un observateur adaptatif pour les systèmes descripteurs de type T-S en présence simultanée de défauts capteurs, actionneurs et de perturbations extérieures.

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré un système descripteur T-S à retard en présence de défauts actionneurs et de perturbations extérieures. Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur une classe de système moins complexe que la précédente mais en considérant que notre système est affecté simultanément par des défauts capteurs, actionneurs et par des perturbations extérieures. S'il faut admettre que les défauts capteurs et actionneurs peuvent être présents simultanément dans un système T-S descripteur, nous avons néanmoins remarqué que, dans la littérature, les chercheurs considéraient soit la présence de défauts actionneurs pour les systèmes descripteurs comme dans les travaux de [47, 56, 54], soit la présence de défauts capteurs, en utilisant l'approche descripteur, mais sans synthétiser la commande FTC ([6, 2]), soit la présence des deux défauts pour les systèmes descripteurs sans appliquer la commande FTC ([67, 115]). Dans le travail de [40], par exemple, après avoir estimé les états du système ainsi que les défauts actionneurs et capteurs, les auteurs ont développé une commande FTC garantissant la stabilité du système en boucle fermée. Cependant, il était question d'un système standard. Comme nous l'avons mentionné dans le premier chapitre, les systèmes algèbro-différentiels décrits par des modèles Takagi-Sugeno (T-S) descripteurs peuvent représenter une large classe de systèmes pratiques et puisque ce sujet n'a pas encore été traité, nous avons pensé à synthétiser une loi de commande FTC pour les systèmes T-S descripteurs en présence simultanée de défauts capteurs, actionneurs et de perturbations. En utilisant la technique d'optimisation H_∞ , un observateur flou adaptatif est proposé pour obtenir une estimation simultanée des

états du système T-S descripteur, des défauts actionneurs et capteurs. Par la suite, une commande FTC est proposée pour stabiliser le système descripteur défectueux. En se basant sur la méthode de Lyapunov, l'analyse de stabilité de l'observateur et les conditions de stabilisation du système qui en résultent sont formulées par un ensemble d'inégalités matricielles linéaires (LMI). L'observateur flou adaptatif et la commande FTC sont conçus de manière indépendante afin d'éviter le problème de couplage. En utilisant les gains de l'observateur et du contrôleur calculés par la boîte à outils YALMIP de MATLAB, nous pouvons estimer les états du système ainsi que les défauts capteurs et actionneurs tout en gardant la stabilité du système en boucle fermée même en présence de défauts capteurs et actionneurs. À la fin de ce chapitre, un exemple est proposé afin d'illustrer les théories évoquées.

3.2 Estimation des états du système et des défauts actionneurs et capteurs

Cette partie est réservée à la formulation du problème d'estimation. Nous présentons dans un premier temps la classe de système proposée et le système augmenté permettant de joindre les vecteurs d'état du système et les défauts capteurs. Dans un second temps, nous décrivons l'observateur qui va servir à l'estimation conjointe des états du système et des défauts actionneurs et capteurs.

3.2.1 Formulation du problème

Dans cette partie, nous considérons un système descripteur flou de type T-S soumis à des défauts actionneurs et capteurs ainsi que des perturbations.

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(x(t))) [A_i x(t) + B_i(u(t) + f_a(t)) + D_i d(t)] \quad (3.1a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Ff_s(t) \quad (3.1b)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(x(t))) [C_{L_i} x(t)] \quad (3.1c)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ correspond au vecteur de commande, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur de sorties mesurées, $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ désignent les perturbations extérieures. $f_a(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ et $f_s(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$ représentent respectivement le vecteur des défauts actionneurs et le vecteur des défauts capteurs. Les fonctions représentant ces vecteurs peuvent être constantes ou variables au cours du temps. $z(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ est la sortie contrôlée.

La matrice $E \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ est une matrice singulière de $\text{rang}(E) = q \leq n_x$.

A_i, B_i, D_i, C, F et C_{L_i} sont des matrices réelles, connues, constantes et de dimensions appropriées.

On suppose que $n_y \geq n_u + n_f$, (A_i, B_i) est contrôlable, $\text{rang}(B_i) = n_u$, $\text{rang}(F) = n_f$, $\text{rang}([C, F]) = n_y$.

3.2.2 Système augmenté

En utilisant l'approche descripteur et en prenant le défaut capteur $f_s(t)$ comme un état auxiliaire, un système augmenté, qui est également descripteur, peut être reconstruit. Le système défectueux donné par (3.1) peut alors être réécrit de la manière suivante :

$$\bar{E}\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [\bar{A}_i \bar{x}(t) + B_i(u(t) + f_a(t)) + D_i d(t)] \quad (3.2a)$$

$$y(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \quad (3.2b)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i [C_{L_i} x(t)] \quad (3.2c)$$

où

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ f_s(t) \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} E & 0_{n_x \times n_f} \end{bmatrix}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0_{n_x \times n_f} \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} C & F \end{bmatrix}.$$

3.2.3 Synthèse d'observateur adaptatif

Dans cette partie, nous nous proposons de réaliser l'estimation des états du système descripteur, des défauts actionneurs et capteurs du système (3.2a), avec l'observateur adaptatif suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{w}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [T \bar{A}_i \hat{\bar{x}}(t) + T B_i(u(t) + \hat{f}_a(t)) + L_i(y(t) - \hat{y}(t))] \\ \hat{\bar{x}}(t) = w(t) + H y(t) \\ e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t) = \bar{C} \hat{\bar{x}}(t) \\ \dot{\hat{f}}_a(t) = \Gamma \sum_{i=1}^r h_i N_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \end{array} \right. \quad (3.3)$$

où $w(t) \in \mathbb{R}^{n_x + n_f}$ et $\hat{\bar{x}}(t) \in \mathbb{R}^{n_x + n_f}$ représentent respectivement le vecteur auxiliaire du vecteur d'état de l'observateur et l'estimé du vecteur d'état. $\hat{y}(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ désigne le vecteur de sortie estimé. $e_y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ correspond à l'erreur d'estimation de la sortie et $\hat{f}_a(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ représente l'estimé du défaut actionneur $f_a(t)$. Les matrices T , H , L_i et N_i sont les gains de l'observateur de dimensions appropriées et qui sont à déterminer de telle sorte que l'erreur d'estimation d'état et de défaut convergent asymptotiquement. $\sigma \in \mathbb{R}$ est un scalaire positif. $\Gamma \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ est une matrice qui

représente le taux d'apprentissage et qui est symétrique et définie positive. Elle est réglée pour garantir une certaine vitesse de convergence des états et des défauts de l'actionneur et du capteur. Les hypothèses suivantes sont nécessaires pour la suite de ce travail :

Hypothèse 6. [1, 19]

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix} = \text{rang} \begin{bmatrix} E & 0 \\ C & F \end{bmatrix} = n_x + n_f \quad (3.4)$$

Hypothèse 7. [33] Les défauts actionneurs $f_a(t)$ et capteurs $f_s(t)$ vérifient respectivement $\|f_a(t)\| \leq \alpha_a$ et $\|f_s(t)\| \leq \alpha_s$. Les dérivées de $f_a(t)$ et $f_s(t)$ sont bornées en norme i.e. $\|\dot{f}_a(t)\| \leq f_{a_{max}}$ et $0 \leq \alpha_a, f_{a_{max}} < \infty$ et $\|\dot{f}_s(t)\| \leq f_{s_{max}}$ et $0 \leq \alpha_s, f_{s_{max}} < \infty$.

Remarque 2. L'hypothèse 6 implique qu'il existe une matrice de rang plein

$$\begin{bmatrix} T & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix}^\dagger \quad (3.5)$$

telle que

$$\begin{bmatrix} T & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix} = I_{n_x+n_f} \quad (3.6)$$

Ce qui garantit également l'observabilité du triplet $(\bar{E}, \bar{A}_i, \bar{C}), \forall i \in [1, \dots, r]$. Il convient de noter que l'observateur désigné (3.3) nécessite que les conditions introduites dans les hypothèses 1 et 6 soient remplies. Par ailleurs, des hypothèses similaires sont utilisées dans [61] et [79].

Sous l'hypothèse 6, il existe deux matrices non singulières $T \in \mathbb{R}^{(n_x+n_f) \times n_x}$ et $H \in \mathbb{R}^{(n_x+n_f) \times n_y}$ telles que

$$T\bar{E} + H\bar{C} = I_{n_x+n_f} \quad (3.7)$$

Nous considérons les erreurs d'estimation d'état et de défaut données respectivement par :

$$e_x(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t) \quad , \quad e_f(t) = f_a(t) - \hat{f}_a(t)$$

En prenant en considération (3.2a), (3.3) et en utilisant la relation (3.7), la dynamique de l'erreur d'estimation $e_x(t)$ et l'erreur d'estimation de sortie $e_y(t)$ sont définies par :

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^r h_i [(T\bar{A}_i - L_i\bar{C})e_x(t) + TB_i e_f(t) + TD_i d(t)] \quad (3.8)$$

$$e_y(t) = \bar{C}e_x(t) \quad (3.9)$$

Les matrices T et H peuvent être calculées facilement à partir de l'équation (3.5).

La dynamique de l'erreur d'estimation de défaut est donnée par l'expression suivante :

$$\dot{e}_f(t) = \dot{f}_a(t) - \Gamma \sum_{i=1}^r h_i N_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \quad (3.10)$$

En tenant en considération les expressions (3.8) et (3.9), l'équation précédente peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\dot{e}_f(t) = \dot{f}_a(t) - \Gamma \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j N_i \bar{C} \left([(T\bar{A}_j - L_j \bar{C})e_x(t) + TB_j e_f(t) + TD_j d(t)] + \sigma e_x(t) \right) \quad (3.11)$$

La structure globale de notre approche est schématisée dans la figure 3.1. À partir de l'observateur adaptatif proposé, nous obtenons les estimés des états du système ainsi que les défauts capteurs et actionneurs. Les états estimés du système constituent la partie principale de la commande nominale, qui est responsable de la stabilisation du système. De plus, le défaut actionneur estimé, qui constitue une partie essentielle de la commande FTC, est introduit pour la compensation du défaut. La commande obtenue sera donc prise en compte dans notre système et aura pour rôle de le stabiliser en présence simultanée de défauts capteurs et actionneurs.

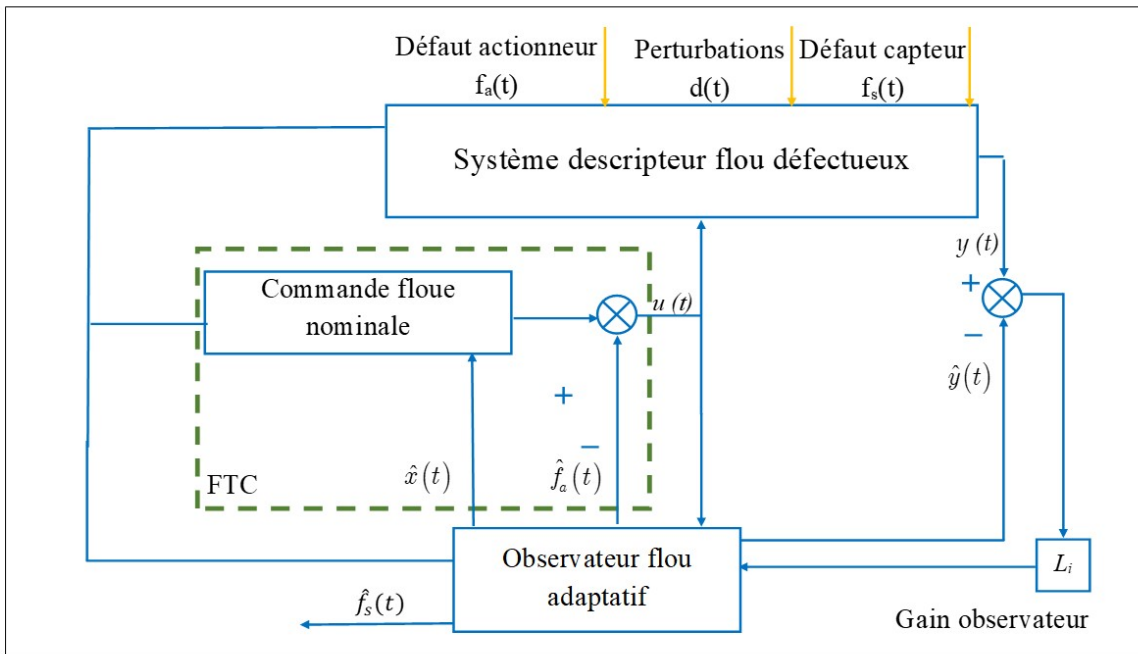


Figure 3.1 – Schéma de la commande tolérante aux défauts à base d'observateur adaptatif

Dans la suite, nous nous intéressons au problème d'analyse de la stabilité de l'observateur qui nous assure la stabilité asymptotique des erreurs d'estimation d'états et de défauts ainsi que le rejet

de perturbations par rapport à ces erreurs. Puis, nous développons le problème de synthèse d'une loi de commande robuste qui permet de stabiliser le système en présence de défauts et de minimiser l'effet de l'erreur d'estimation d'état, de l'erreur d'estimation du défaut et des perturbations par rapport à la sortie contrôlée.

3.3 Analyse de stabilité et stabilisation

3.3.1 Analyse de stabilité de l'observateur adaptatif flou de type T-S

Cette partie aborde l'analyse de stabilité des erreurs d'estimation des états du système augmenté composés des états du système et des défauts capteurs (3.2a), ainsi que de l'erreur d'estimation des défauts actionneurs. En utilisant la fonctionnelle de Lyapunov, des conditions de stabilité sont formulées sous des contraintes LMIs, représentées dans le théorème 10. La résolution de ces LMIs permet de déterminer les gains L_i et N_i de l'observateur proposé.

Théorème 10. [57]

Considérons le système (3.2a) sous les hypothèses 1, 6 et 7. Pour un taux d'atténuation $\gamma_1 > 0$, deux scalaires positifs σ et μ et des matrices définies positives M_1 , M_2 et M_3 , l'observateur (3.3) peut assurer la stabilité asymptotique de la dynamique de l'erreur d'estimation sous la performance H_∞ telle que,

$$\int_0^\infty (e_x^T(s)M_1e_x(s) + e_f^T(s)M_2e_f(s)) ds \leq \gamma_1^2 \int_0^\infty d^T(s)M_3d(s) ds \quad (3.12)$$

s'il existe une matrice symétrique définie positive P_1 et des matrices définies positives N_i et M telles que $\forall i \in [1, \dots, r]$ les conditions suivantes sont vérifiées :

$$(TB_i)^T P_1 = N_i \bar{C}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3.13)$$

$$\phi_{ij} + \phi_{ji} < 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r, i \leq j \quad (3.14)$$

où

$$\phi_{ij} = \begin{bmatrix} \varphi_i^{11} & \varphi_{ij}^{12} & \varphi_i^{13} \\ * & \varphi_{ij}^{22} & \varphi_{ij}^{23} \\ * & * & -\rho_1 M_3 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

avec

$$\begin{aligned}
\varphi_i^{11} &= \text{sym}(P_1 T \bar{A}_i - Y_i \bar{C}) + M_1 \\
\varphi_{ij}^{12} &= -\frac{1}{\sigma} (\bar{A}_j^T T^T P_1 T B_i - \bar{C}^T Y_j^T T B_i) \\
\varphi_i^{13} &= P_1 T D_i \\
\varphi_{ij}^{22} &= \frac{M}{\sigma \mu} - \frac{1}{\sigma} \text{sym}((T B_i)^T P_1 (T B_j)) + M_2 \\
\varphi_{ij}^{23} &= -\frac{1}{\sigma} (T B_i)^T P_1 T D_j
\end{aligned}$$

Les gains de l'observateur sont donnés par : $L_i = P_1^{-1} Y_i$.

Démonstration :

La fonction de Lyapunov candidate est choisie telle que :

$$V_1(t) = e_x^T(t) P_1 e_x(t) + \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1(t) = \dot{e}_x^T(t) P_1 e_x(t) + e_x^T(t) P_1 \dot{e}_x(t) + \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_f(t) \quad (3.16)$$

En substituant les équations (3.8) et (3.11) dans l'équation (3.16), puis en considérant l'inégalité (2.27), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1(t) &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ e_x^T(t) [P_1 (T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) + (T \bar{A}_i - L_i \bar{C})^T P_1] e_x(t) + 2e_x^T(t) P_1 T B_i e_f(t) \\
&\quad + 2e_x^T(t) P_1 T D_i d(t) - 2e_f^T(t) N_i \bar{C} e_x(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) N_i \bar{C} (T \bar{A}_j - L_j \bar{C}) e_x(t) \\
&\quad - \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \text{sym}(N_i \bar{C} T B_j) e_f(t) + \frac{1}{\sigma \mu} e_f^T(t) M e_f(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) N_i \bar{C} T D_j d(t) + \delta \}
\end{aligned} \quad (3.17)$$

Ainsi, en considérant la condition (3.13), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1(t) &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ e_x^T(t) \text{sym}(P_1 (T \bar{A}_i - L_i \bar{C})) e_x(t) + 2e_x^T(t) P_1 T D_i d(t) + \frac{1}{\sigma \mu} e_f^T(t) M e_f(t) \\
&\quad - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) (T B_i)^T P_1 (T \bar{A}_j - L_j \bar{C}) e_x(t) - \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \text{sym}((T B_i)^T P_1 T B_j) e_f(t) \\
&\quad - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) (T B_i)^T P_1 T D_j d(t) + \delta \}
\end{aligned} \quad (3.18)$$

Maintenant, l'objectif est de réduire, par le biais d'un critère quadratique minimisant le taux d'atténuation, l'influence des perturbations extérieures $d(t)$ par rapport à l'erreur d'estimation d'états

et de défauts.

Soit,

$$J_1(t) = \dot{V}_1(t) + e_x^T(t)M_1e_x(t) + e_f^T(t)M_2e_f(t) - \gamma_1^2 d^T(t)M_3d(t) \quad (3.19)$$

En remplaçant $\dot{V}_1(t)$ par son expression, l'équation précédente peut se réécrire sous cette forme :

$$\begin{aligned} J_1(t) \leq & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ e_x^T(t) (\text{sym}(P_1(T\bar{A}_i - L_i\bar{C})) + M_1) e_x(t) + 2e_x^T(t)P_1TD_i d(t) \\ & + \frac{1}{\sigma\mu} e_f^T(t)M_e e_f(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t)(TB_i)^T P_1(T\bar{A}_j - L_j\bar{C}) e_x(t) - \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \text{sym}((TB_i)^T P_1TB_j) e_f(t) \\ & - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t)(TB_i)^T P_1TD_j d(t) + e_f^T(t)M_2e_f(t) - \gamma_1^2 d^T(t)M_3d(t) + \delta \} \end{aligned} \quad (3.20)$$

En considérant le vecteur étendu $\xi(t) = \begin{bmatrix} e_x^T & e_f^T(t) & d^T(t) \end{bmatrix}^T$ et en considérant le changement de variable suivant : $Y_i = P_1L_i$ et $\rho_1 = \gamma_1^2$, nous obtenons

$$J_1(t) \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ \xi^T(t) \phi_{ij} \xi(t) + \delta \} \quad (3.21)$$

avec ϕ_{ij} est donnée dans l'équation (3.15)

Si la condition (3.14) est vérifiée, alors $\frac{1}{2} \sum_{j=1}^r h_i h_j (\phi_{ij} + \phi_{ji}) < 0$, cette équation peut se réécrire sous

cette forme $\sum_{j=1}^r h_i h_j \phi_{ij} < 0$.

Nous pouvons transformer la dernière équation en la pré- et post-multipliant par $\xi^T(t)$ et $\xi(t)$ pour obtenir : $\sum_{j=1}^r h_i h_j \xi^T(t) \phi_{ij} \xi(t) \leq 0$

Finalement, nous aboutissons à l'inégalité suivante :

$$J_1(t) \leq -\zeta \|\xi(t)\|^2 + \delta \quad (3.22)$$

où $\zeta = \lambda_{\min}(-\phi_{ij})$

Ainsi

$$\dot{V}_1(t) + e_x^T(t)M_1e_x(t) + e_f^T(t)M_2e_f(t) - \gamma_1^2 d^T(t)M_3d(t) \leq 0 \quad \text{pour} \quad \zeta \|\xi(t)\|^2 > \delta \quad (3.23)$$

- si $d(t) = 0$, (3.23) signifie que $\dot{V}_1(t) \leq 0$ pour $\zeta \|\xi(t)\|^2 > \delta$ et selon la théorie de stabilité de Lyapunov, $\xi(t)$ converge vers un ensemble $\Psi = \{\xi(t) / \|\xi(t)\|^2 \leq \frac{\delta}{\zeta}\}$; d'où $\xi(t)$ est uniformément borné dans le cas où $d(t) = 0$.

- si $d(t) \neq 0$, en intégrant les deux membres de (3.23) par rapport au temps sur la période $[0 \infty]$ donne

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \dot{V}_1(s) ds + \int_0^\infty e_x^T(s)M_1e_x(s) ds + \int_0^\infty e_f^T(s)M_2e_f(s) ds \\ & - \gamma_1^2 \int_0^\infty d^T(s)M_3d(s) ds \leq 0, \quad \text{pour } \zeta \|\xi(t)\|^2 > \delta \end{aligned} \quad (3.24)$$

Comme $V_1(\infty) \geq 0$, et sous la condition initiale nulle $V_1(0) = 0$, nous obtenons

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty e_x^T(s)M_1e_x(s) ds + \int_0^\infty e_f^T(s)M_2e_f(s) ds \leq \gamma_1^2 \int_0^\infty d^T(s)M_3d(s) ds, \\ & \text{pour } \zeta \|\xi(t)\|^2 > \delta. \end{aligned} \quad (3.25)$$

donc, $J_1(t) < 0$ pour $\zeta \|\xi(t)\|^2 > \delta$

Remarque 3. L'égalité (3.13) du théorème 10 peut être transformée sous la forme d'un problème d'optimisation qui sera résolu facilement avec le toolbox LMI de MATLAB :

Minimiser $\eta > 0$ sous la contrainte

$$\begin{bmatrix} \eta I_{n_u} & (TB_i)^T P_1 - N_i \bar{C} \\ * & \eta I_{n_x+n_f} \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3.26)$$

3.3.2 Commande H_∞ tolérante aux défauts basée sur un observateur adaptatif

Dans cette partie nous nous intéressons à la synthèse d'une loi de commande tolérante aux défauts pour un système T-S descripteur sujet à des défauts capteurs, actionneurs et des perturbations extérieures. À partir des états du système et des défauts obtenus simultanément via l'observateur désigné dans la partie précédente, nous développons une méthode de synthèse de commande permettant de stabiliser le système en boucle fermée et de compenser l'effet des défauts actionneurs et capteurs tout en diminuant l'effet des perturbations extérieures grâce à la technique d'optimisation H_∞ . Pour cela, nous proposons la loi de commande FTC décrite par l'expression suivante :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i K_i \hat{x}(t) - \hat{f}_a(t) \quad (3.27)$$

En remplaçant la commande FTC par son expression, le système en boucle fermée s'écrit alors :

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [(A_i - B_i K_j)x(t) + B_i K_j e_x(t) + B_i e_f(t) + D_i d(t)] \quad (3.28a)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i [C_{L_i} x(t)] \quad (3.28b)$$

À partir des conditions LMI présentes dans le théorème suivant, nous pouvons calculer les gains du contrôleur qui assure la stabilisation du système (3.28a).

Théorème 11. [57]

Pour un scalaire $\gamma_2 > 0$ donné, il existe une loi de commande FTC basée sur observateur (3.27) qui assure la stabilité asymptotique robuste du système T-S descripteur en boucle fermée (3.28a) et atteint la performance H_∞ pour une atténuation γ_2 . Pour des matrices définies positives M_{44} , $M_5 = \text{diag}(M_{11}, M_{22}, M_{33})$ nous avons

$$\int_0^\infty z^T(s)M_4z(s) ds \leq \gamma_2^2 \int_0^\infty \eta^T(s)M_5\eta(s) ds \quad (3.29)$$

avec $\eta(t) = \begin{bmatrix} e_x^T(t) & e_f^T(t) & d^T(t) \end{bmatrix}^T$

s'il existe des matrices définies positives X et W_i ($i = 1, \dots, r$) telles que les conditions suivantes sont satisfaites :

$$EX = X^T E^T \geq 0 \quad (3.30)$$

$$\Xi_{ij} + \Xi_{ji} < 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r, i \leq j \quad (3.31)$$

où

$$\Xi_{ij} = \begin{bmatrix} \psi_{ij}^{11} & B_i W_j & B_i & D_i & X^T C_{L_i}^T \\ * & \psi^{22} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\rho_2 M_{22} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\rho_2 M_{33} & 0 \\ * & * & * & * & -M_{44} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

avec

$$\begin{aligned} \psi_{ij}^{11} &= \text{sym}(A_i X - B_i W_j) \\ \psi^{22} &= -\rho_2 \lambda(X M_{11} + M_{11} X) + \rho_2 \lambda M_{11} \end{aligned}$$

Dans ce cas, les gains du contrôleur sont donnés par :

$$K_i = W_i X^{-1}$$

Et le taux d'atténuation est obtenu par :

$$\gamma_2 = \sqrt{\rho_2}$$

Démonstration :

Soit la fonction de Lyapunov $V_2(t)$ telle que :

$$V_2(t) = x^T(t)E^T P_2 x(t) \quad (3.33)$$

La dérivée de $V_2(t)$ par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_2(t) = \dot{x}^T(t)E^T P_2 x(t) + x^T(t)E^T P_2 \dot{x}(t) \quad (3.34)$$

Soit la condition de symétrie suivante :

$$E^T P_2 = P_2^T E \geq 0 \quad (3.35)$$

En considérant (3.28a) et (3.35) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{x^T(t) \text{sym}(P_2^T (A_i - B_i K_j)) x(t) + 2x^T(t) P_2^T B_i K_j e_x(t) + 2x^T(t) P_2^T B_i e_f(t) \\ & + 2x^T(t) P_2^T D_i d(t)\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Notre objectif dans la suite est de minimiser, par le biais d'un critère quadratique, l'influence de l'erreur d'estimation d'état $e_x(t)$, de l'erreur d'estimation du défaut $e_f(t)$ et des perturbations extérieures $d(t)$ par rapport à la sortie contrôlée.

Soit,

$$J_2(t) = \dot{V}_2(t) + z^T(t)M_4 z(t) - \gamma_2^2 \eta^T(t)M_5 \eta(t) \quad (3.37)$$

Il procède que :

$$\dot{V}_2(t) + z^T(t)M_4 z(t) - \gamma_2^2 \eta^T(t)M_5 \eta(t) < 0 \quad (3.38)$$

- si $\eta(t) = 0$, (3.38) signifie que $\dot{V}_2(t) \leq 0$, par conséquent le système en boucle fermée (3.28) est asymptotiquement stable pour $\eta(t) = 0$.
- si $\eta(t) \neq 0$, en intégrant les deux membres de (3.38) par rapport au temps sur la période $[0 \infty]$ donne

$$\int_0^\infty \dot{V}_2(s) ds + \int_0^\infty z^T(s)M_4 z(s) ds - \gamma_2^2 \int_0^\infty \eta^T(s)M_5 \eta(s) ds \leq 0 \quad (3.39)$$

Comme $V_2(\infty) \geq 0$, et sous la condition initiale $V_2(0) = 0$, nous obtenons

$$\int_0^\infty z^T(s)M_4 z(s) ds \leq \gamma_2^2 \int_0^\infty \eta^T(s)M_5 \eta(s) ds \quad (3.40)$$

donc $J_2(t) < 0$

En remplaçant (3.36) et (3.28b) dans (3.37), nous trouvons :

$$J_2(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ x^T(t) \text{sym}(P_2^T(A_i - B_i K_j)) x(t) + 2x^T(t) P_2^T B_i K_j e_x(t) + 2x^T(t) P_2^T B_i e_f(t) + 2x^T(t) P_2^T D_i d(t) + x^T(t) C_{L_i}^T M_4 C_{L_i} x(t) - \gamma_2^2 \eta^T(t) M_5 \eta(t) \} \quad (3.41)$$

alors,

$$J_2(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \left\{ \begin{bmatrix} x(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Theta_{ij}^{11} & \Theta_{ij}^{12} \\ * & -\gamma_2^2 M_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} \right\} \quad (3.42)$$

telles que

$$\eta(t) = \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_f(t) \\ d(t) \end{bmatrix}, \Theta_{ij}^{11} = \theta_{ij} + C_{L_i}^T M_4 C_{L_i}, \theta_{ij} = \text{sym}(P_2^T(A_i - B_i K_j)),$$

$$\Theta_{ij}^{12} = \begin{bmatrix} P_2^T B_i K_j & P_2^T B_i & P_2^T D_i \end{bmatrix}, M_5 = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ * & M_{22} & 0 \\ * & * & M_{33} \end{bmatrix}$$

En appliquant le complément de Schur à l'inégalité suivante :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \begin{bmatrix} \Theta_{ij}^{11} & \Theta_{ij}^{12} \\ * & -\gamma_2^2 M_5 \end{bmatrix} < 0 \quad (3.43)$$

nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \begin{bmatrix} \theta_{ij} & P_2^T B_i K_j & P_2^T B_i & P_2^T D_i & C_{L_i}^T \\ * & -\gamma_2^2 M_{11} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_2^2 M_{22} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_2^2 M_{33} & 0 \\ * & * & * & * & -M_4^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.44)$$

Considérons la matrice symétrique suivante :

$$\mathbb{X} = \text{diag}(P_2^{-T}, P_2^{-T}, I, I, I)$$

Pré et post-multipliant l'inégalité (3.44) par \mathbb{X} et sa transposé, nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \begin{bmatrix} \vartheta_{ij}^{11} & B_i K_j P_2^{-1} & B_i & D_i & P_2^{-T} C_{Li}^T \\ * & \vartheta^{22} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_2^2 M_{22} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_2^2 M_{33} & 0 \\ * & * & * & * & -M_4^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.45)$$

où $\vartheta_{ij}^{11} = \text{sym}((A_i - B_i K_j) P_2^{-1})$ et $\vartheta^{22} = -\gamma_2^2 P_2^{-T} M_{11} P_2^{-1}$.

En considérant le lemme (3), l'inégalité suivante peut être obtenue :

$$-\gamma_2^2 P_2^{-T} M_{11} P_2^{-1} \leq -\lambda \gamma_2^2 (P_2^{-T} M_{11} + M_{11} P_2^{-1}) + \lambda^2 \gamma_2^2 M_{11} \quad (3.46)$$

Pour les changements de variables suivants $X = P_2^{-1}$, $W_i = K_i P_2^{-1}$, $M_{44} = M_4^{-1}$ et $\rho_2 = \gamma_2^2$, nous obtenons l'inégalité (3.32).

Remarque 4. À partir de l'estimé du vecteur augmenté $\hat{\hat{x}}(t)$, nous pouvons déduire aisément les estimés du vecteur d'état et du défaut capteur comme suit : $\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} I_{n_x} & 0_{n_f} \end{bmatrix} \hat{\hat{x}}(t)$ et $\hat{f}_s(t) = \begin{bmatrix} 0_{n_x} & I_{n_f} \end{bmatrix} \hat{\hat{x}}(t)$.

Le défaut actionneur peut être régulé à partir de l'observateur adaptatif proposé dans (3.3).

Algorithme

Pour déterminer les états estimés du système T-S descripteur (3.1a) et les défauts actionneurs et capteurs affectant le système, nous proposons l'algorithme de résolution suivant :

- ✓ Calculer les matrices T et H en résolvant l'équation (3.5).
 - ✓ Calculer les gains de l'observateur adaptatif en résolvant le problème d'optimisation donné par (3.26) et les conditions LMI définies dans (3.14).
 - ✓ Déterminer les gains de la FTC en résolvant les contraintes LMI obtenues dans (3.30) et (3.31).
 - ✓ Implémenter l'observateur (3.3) pour estimer simultanément les états du système et les défauts actionneurs et capteurs, ainsi que la FTC (3.27) garantissant les performances du système et sa stabilisation en présence de défauts actionneurs.
-

3.4 Résultat de simulation

Dans cette partie, nous reprenons l'exemple du camion à remorque présenté dans le chapitre précédent en supposant que le retard est nul. Cet exemple a également été proposé dans [47] et [119].

La dynamique du modèle du camion avec remorque est décrite par le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) + \frac{v\bar{t}}{lt_0}u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{v\bar{t}}{t_0}\sin[x_2(t) + \frac{v\bar{t}}{2L}x_1(t)]\end{aligned}\quad (3.47)$$

Pour avoir la représentation d'un système descripteur, le vecteur d'état qui représente la partie statique du système a été introduit de la manière suivante :

$$x_4(t) = x_2(t) - \frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) \quad (3.48)$$

Les valeurs numériques des paramètres du modèle sont données par : $l = 2.8$, $L = 5.5$, $v = -1$, $\bar{t} = 2$ et $t_0 = 0.5$.

Une représentation sous forme T-S du modèle non linéaire est obtenue en utilisant l'approche de transformation par secteurs non linéaires :

Règle 1 : Si $\theta(t) = x_2(t) + \frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t)$ est proche de 0, Alors

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) + Dd(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

Règle 2 : Si $\theta(t) = x_2(t) + \frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t)$ est proche de π ou $-\pi$, Alors

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + Dd(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

où

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{v\bar{t}}{t_0} & 0 & 0 \\ -\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\varphi v^2 \bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{\varphi v \bar{t}}{t_0} & 0 & 0 \\ -\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v\bar{t}}{t_0} \\ 0 \end{bmatrix}, C = I_4, F = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{L_1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_{L_2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Soit $\varphi = \frac{10t_0}{\pi}$

Les fonctions d'activation pour les règles 1 et 2 sont données comme suit :

$$h_1(\theta(t)) = \left(\frac{1}{1 + \exp(-3(\theta(t) + 0.5\pi))} \right) \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-3(\theta(t) - 0.5\pi))} \right)$$

$$h_2(\theta(t)) = 1 - h_1(\theta(t))$$

Les perturbations extérieures sont représentées par :

$$d(t) = 0.2 \sin(\theta(t)) - \theta(t)$$

Résultats et discussions

Les matrices T et H peuvent être calculées en résolvant (3.5) :

$$T = \begin{bmatrix} 0.8333 & 0.1667 & 0.1667 & 0 \\ 0.1667 & 0.5833 & 0.0833 & 0 \\ 0.1667 & 0.0833 & 0.5833 & 0 \\ 0.3333 & 0.1667 & 0.1667 & 0 \\ -0.3333 & -0.1667 & -0.1667 & 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0.1667 & -0.1667 & -0.1667 & 0 \\ -0.1667 & 0.4167 & -0.0833 & 0 \\ -0.1667 & -0.0833 & 0.4167 & 0 \\ -0.3333 & -0.1667 & -0.1667 & 1 \\ 0.3333 & 0.1667 & 0.1667 & 0 \end{bmatrix}$$

Nous choisissons les paramètres de réglage comme suit : $\sigma = 2$, $\mu = 0.5$, $\eta = 10^{-4}$ et $\rho_1 = 1$ pour satisfaire le théorème 10 et la remarque 2 ainsi que $\lambda = 2$, $\rho_2 = 1$ et $M_{11} = eye(4)$ pour satisfaire le théorème 11.

En utilisant l'outil LMI Toolbox du logiciel Matlab, la résolution des LMIs du théorème 10 et 11 donne les gains suivants :

Les gains de l'observateur adaptatif sont :

$$L_1 = \begin{bmatrix} 5.4503 & -5.3322 & -4.4967 & -0.3343 \\ 1.5950 & -2.3439 & -0.6450 & -0.0142 \\ 4.2856 & -16.3160 & 6.5687 & 0.4703 \\ 2.3915 & -5.0311 & -0.7733 & 0.9286 \\ -2.5356 & 4.8958 & 0.7645 & 0.2876 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 5.9981 & -6.0296 & -5.5375 & -0.9673 \\ 1.7971 & -2.5434 & -1.1143 & -0.2667 \\ 3.9047 & -15.5800 & 6.7274 & 1.3254 \\ 2.6698 & -4.9917 & -1.2290 & 0.8808 \\ -2.5629 & 5.3867 & 0.9408 & -0.0410 \end{bmatrix}$$

et les gains du contrôleur sont :

$$K_1 = \begin{bmatrix} -2.7152 & 5.2551 & -0.5846 & -0.1428 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -2.6972 & 5.7485 & -0.5806 & -0.1003 \end{bmatrix}$$

Nous considérons le premier défaut capteur $f_{s_1}(t)$ comme étant un signal carré entre 10s et 25s, et le défaut actionneur comme suit

$$f_{a_1}(t) = \begin{cases} 0 & t < 5 \\ 5(1 - \exp(-0.5(t - 5))) & 5 \leq t \leq 30 \end{cases} \quad (3.49)$$

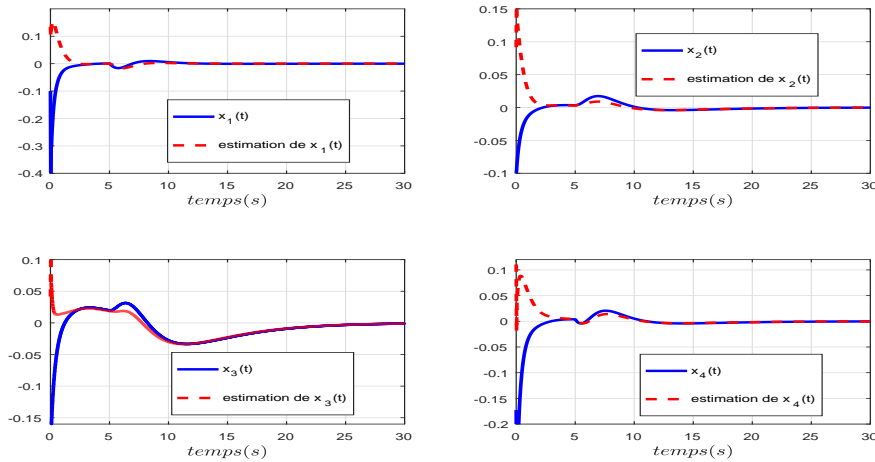


Figure 3.2 – Évolution des vecteurs d'état et leurs estimés en utilisant la commande FTC

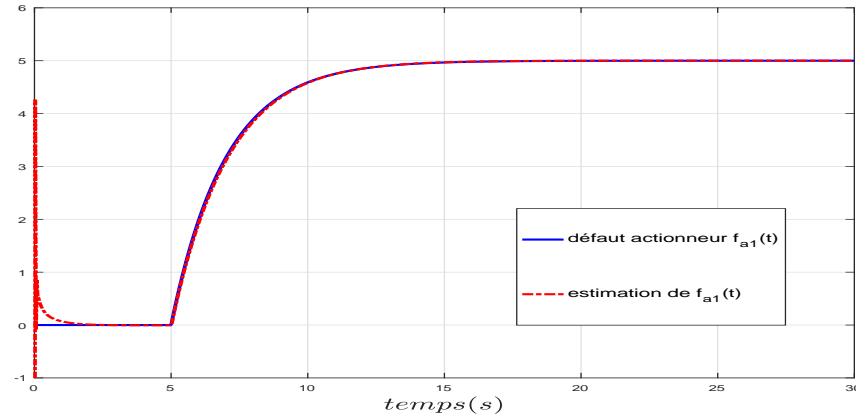


Figure 3.3 – Évolution du défaut actionneur $f_{a1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a1}(t)$ en utilisant la commande FTC

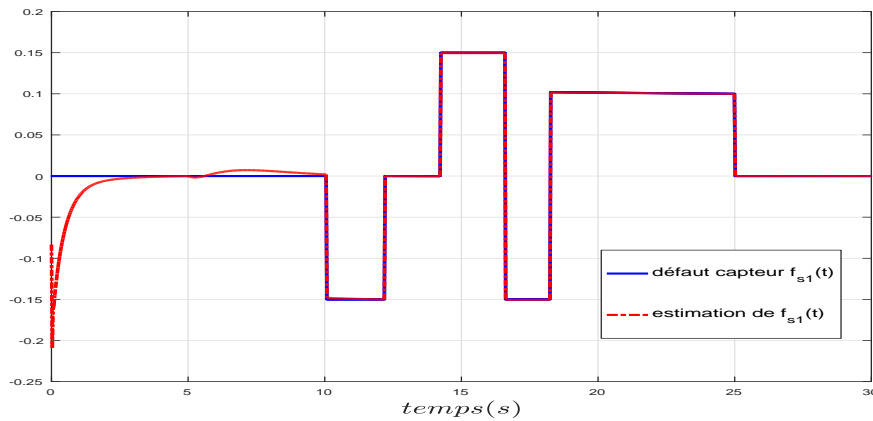


Figure 3.4 – Évolution du défaut capteur $f_{s1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{s1}(t)$ en utilisant la commande FTC

Considérons maintenant le deuxième défaut capteur $f_{s2}(t)$ comme étant un signal carré entre 10s et 25s, et le défaut actionneur comme suit :

$$f_{a2}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 5 \\ 5 + 0.5 \sin(0.2\pi(t - 5)) & 5 < t \leq 17 \\ 5.5 & 17 < t \leq 30 \end{cases} \quad (3.50)$$

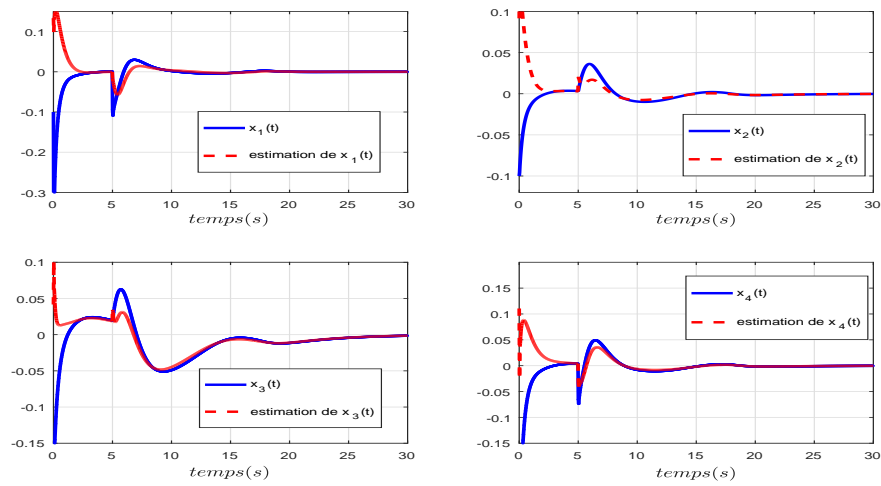


Figure 3.5 – Évolution des vecteurs d'état et leurs estimés en utilisant la commande FTC

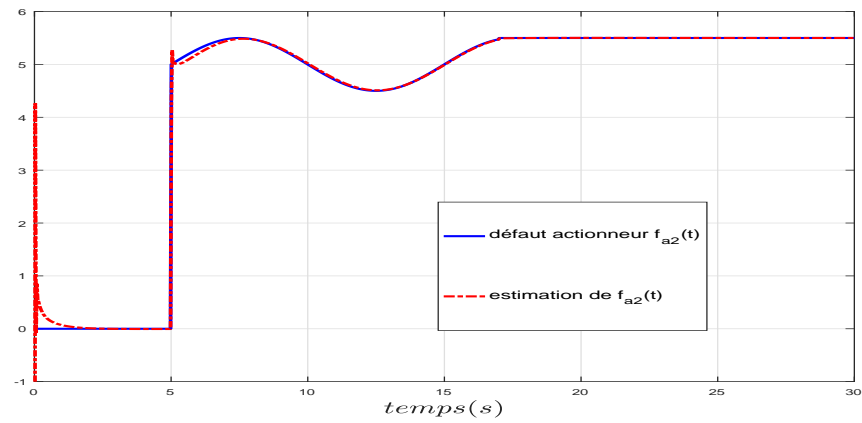


Figure 3.6 – Évolution du défaut actionneur $f_{a2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a2}(t)$ en utilisant la commande FTC

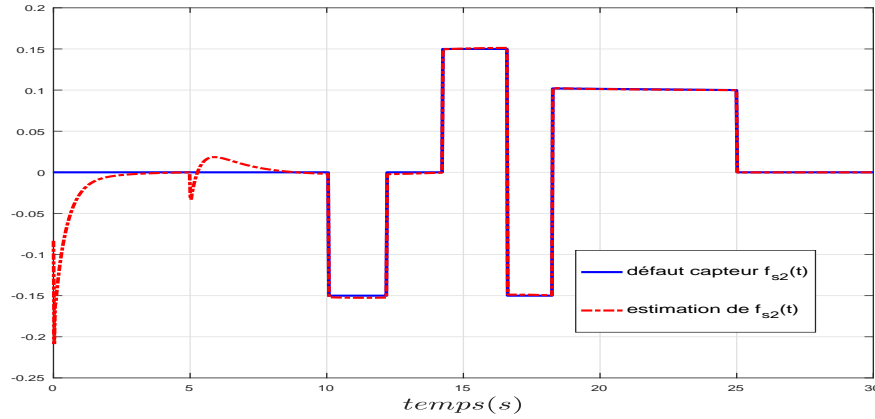


Figure 3.7 – Évolution du défaut capteur $f_{s_2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{s_2}(t)$ en utilisant la commande FTC

Les conditions initiales pour le premier défaut sont données par $x_0 = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.1 & -0.2 \end{bmatrix}^T$ et $w_0 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}^T$. Pour le deuxième cas du défaut, elles sont fixées par $x_0 = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.1 & -0.2 \end{bmatrix}^T$ et $w_0 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.2 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}^T$. En choisissant un taux d'apprentissage $\Gamma = 2.5$ pour les deux types de défauts actionneurs, les dérivées de $f_{a_1}(t)$ et de $f_{a_2}(t)$ par rapport au temps sont respectivement bornées en norme par $f_{a_1max} = 2.5$ et $f_{a_2max} = 0.31$. $\delta_1 = \frac{\mu}{\sigma} f_{a_1max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1}M^{-1}\Gamma^{-1}) = 8.6.10^{-3}$ et $\delta_2 = \frac{\mu}{\sigma} f_{a_2max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1}M^{-1}\Gamma^{-1}) = 1.35.10^{-4}$ réduisent le rayon de l'ensemble vers lequel convergent les erreurs d'estimation.

En se basant sur l'algorithme d'estimation de défaut adaptatif proposé, il est à noter que le fait de choisir un taux d'apprentissage $\Gamma = 2.5$, la commande FTC nous permet de récupérer les performances du système en présence simultanée de défauts capteurs et actionneurs. En effet, le taux d'apprentissage doit être minutieusement choisi, car augmenter ou diminuer cette valeur conduira à une précision et à une rapidité d'estimation insatisfaisantes.

Les figures 3.2 et 3.5 montrent l'évolution des états du système. Quant aux figures 3.3, 3.4, 3.6 et 3.7, elles exposent les trajectoires des défauts capteurs et actionneurs ainsi que leurs estimés et cela vaut pour les deux cas de défauts.

Ainsi, l'observateur adaptatif conçu dans ce travail conduit à une bonne estimation des états du système, des défauts actionneurs et des défauts capteurs.

En se basant sur les résultats de simulation, nous pouvons conclure que la commande FTC à base d'observateur flou adaptatif utilisée peut garantir la stabilité du système descripteur en boucle fermée malgré la présence de défauts actionneurs, de défauts capteurs et de perturbations extérieures.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une stratégie d'estimation de défauts et de commande FTC pour les systèmes descripteurs flous de type T-S. Nous avons traité le cas où le système est affecté par des défauts actionneurs et capteurs ainsi que par des perturbations extérieures. En considérant le vecteur de défaut capteur comme étant un vecteur d'état auxiliaire, le système descripteur original a été transformé en un système augmenté descripteur. En utilisant la technique d'optimisation H_∞ , un observateur flou adaptatif a été proposé, dans une première étape, pour obtenir une estimation simultanée des états du système descripteur, des défauts actionneurs et capteurs. Par la suite, nous avons introduit une commande H_∞ tolérante aux défauts basée sur l'observateur adaptatif développé pour assurer la stabilité du système descripteur T-S défectueux en boucle fermée. Il est important de mentionner que le problème de couplage résultant de la synthèse de l'observateur et de la commande peut être évité en les introduisant indépendamment. Ainsi, les conditions nécessaires à la synthèse de l'observateur et de la commande FTC sont présentées sous forme de LMIs. L'efficacité de la méthode proposée a été validée sur un modèle de camion avec remorque.

4.1 Introduction

Depuis le développement de la technologie et de la complexité des systèmes modernes, il est de plus en plus courant de voir se manifester simultanément des défauts actionneurs et capteurs pendant le fonctionnement d'un système représentant des comportements non linéaires. Comme nous l'avons noté dans les chapitres précédents, la technique de modélisation floue de type T-S s'est avérée être une approche efficace pour l'approximation de modèles non linéaires.

Des efforts considérables ont été consacrés à l'approche FTC et à la méthode FE pour les systèmes flous T-S [73, 40, 12, 66], les systèmes à sauts markoviens [75, 68, 13] et les systèmes stochastiques Itô [74] soumis aux défauts capteurs et/ou actionneurs. Cependant, dans tous les articles mentionnés ci-dessus, les méthodes de synthèse pour déterminer les gains de l'observateur et de la commande FTC ont été proposées en deux étapes, ce qui peut être une source de conservatisme.

En effet, les travaux menés dans ce chapitre améliorent ceux qui se trouvent dans la littérature, notamment en termes de réduction du conservatisme, puisque les conditions de stabilité et de stabilisation sont formulées dans un ensemble de LMIs résolues en une seule étape. Il convient de mentionner que l'algorithme en une seule étape nécessite seulement la résolution des strictes LMIs, ce qui réduit la complexité de résolution en termes de coût de calcul.

Après avoir augmenté notre système, nous allons établir dans un premier temps un observateur adaptatif flou descripteur, inspiré des travaux de [30] et [115], qui permet d'obtenir une estimation simultanée des états du système, des défauts capteurs et actionneurs. Par la suite, en s'appuyant

sur les informations provenant de l'observateur et en utilisant la technique d'optimisation H_∞ , une commande FTC sera développée pour les systèmes flous T-S afin de garantir la stabilité du système global. La fin du chapitre sera consacrée aux deux exemples de simulation numérique et pratique illustrant les performances et les avantages des techniques proposées.

4.2 Formulation du problème

4.2.1 Représentation du système T-S en présence de défauts actionneurs et capteurs

Dans cette partie, nous traitons le problème de stabilisation d'un système représenté par un modèle de type T-S soumis à des défauts capteurs et actionneurs ainsi que des perturbations extérieures. Ce dernier est donné de la manière suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [A_i x(t) + B_i(u(t) + f_a(t)) + D_i d(t)] \quad (4.1a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Ff_s(t) \quad (4.1b)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i [C_{Li} x(t)] \quad (4.1c)$$

Pour la suite du développement, nous considérons l'hypothèse suivante :

Hypothèse 8. [61] *Le triplet $(\bar{E}, \bar{A}_i, \bar{C})$ est observable si et seulement si*

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix} = n_x + n_f \quad (4.2)$$

et

$$\text{rang} \begin{bmatrix} s\bar{E} - \bar{A}_i \\ \bar{C} \end{bmatrix} = n_x + n_f, \forall s \in \mathbb{C}, \text{Re}(s) \geq 0, \forall i = [1, \dots, r] \quad (4.3)$$

4.2.2 Représentation du système augmenté en utilisant l'approche descripteur

Inspiré de l'approche descripteur utilisée dans [20] et [29], nous prenons le défaut capteur $f_s(t)$ comme étant un état auxiliaire. Le système donné par (4.1) se réécrit alors sous la forme descripteur suivante :

$$\bar{E}\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i(u(t) + f_a(t)) + \bar{D}_i d(t)] \quad (4.4a)$$

$$y(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \quad (4.4b)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i [C_{Li} \bar{x}(t)] \quad (4.4c)$$

où

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ f_s(t) \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} I_{n_x \times n_x} & 0_{n_x \times n_f} \\ 0_{n_f \times n_x} & 0_{n_f \times n_f} \end{bmatrix}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0_{n_x \times n_f} \\ 0_{n_f \times n_x} & 0_{n_f \times n_f} \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0_{n_f \times n_x} \end{bmatrix},$$

$$\bar{D}_i = \begin{bmatrix} D_i \\ 0_{n_f \times n_x} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{C} = \begin{bmatrix} C & F \end{bmatrix}$$

4.3 Commande tolérante aux défauts à base d'un observateur adaptatif descripteur flou de type T-S

Dans cette section, dans le but d'estimer simultanément les états du système (4.4) ainsi que les défauts capteurs et actionneurs, nous proposons l'observateur adaptatif descripteur flou de type T-S suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}) \hat{x}(t) + \bar{B}_i (u(t) + \hat{f}_a(t)) + L_{P_i} y(t)] \\ \hat{x}(t) = (\bar{E} + L_D \bar{C})^{-1} (\xi(t) + L_D y(t)) \\ e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t) = \bar{C} \hat{x}(t) \\ \dot{\hat{f}}_a(t) = \Gamma \sum_{i=1}^r h_i N_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \end{array} \right. \quad (4.5)$$

En se basant sur les états du système et les défauts estimés par l'observateur, la commande FTC permettant la stabilité du système défectueux en boucle fermée est donnée comme suit :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i K_i \hat{x}(t) - \hat{f}_a(t) \quad (4.6)$$

où $\xi(t) \in \mathbb{R}^{n_x+n_f}$ est le vecteur d'état de l'observateur, $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^{n_x+n_f}$ est l'estimé du vecteur d'état augmenté $\bar{x}(t) \in \mathbb{R}^{n_x+n_f}$. $\hat{y}(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ représente le vecteur de sorties estimés. $e_y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ est l'erreur d'estimation de la sortie et $\hat{f}_a(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ désigne l'estimé du défaut actionneur $f_a(t)$. $L_{P_i} \in \mathbb{R}^{(n_x+n_f) \times n_y}$ et $L_D \in \mathbb{R}^{(n_x+n_f) \times n_y}$ sont, respectivement le gain proportionnel à déterminer et le gain dérivé à choisir. $N_i \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y}$ est un gain à calculer. $\sigma \in \mathbb{R}$ est un scalaire positif. $\Gamma \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ représente une matrice définie positive qui décrit le taux d'apprentissage et qui est employée pour accélérer le temps de convergence des états et des défauts actionneurs.

En effectuant quelques manipulations et en posant $\bar{S} = \bar{E} + L_D \bar{C}$, l'observateur proposé (4.5) peut être transformé sous la forme suivante :

$$\bar{S} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}) \hat{x}(t) + \bar{B}_i (u(t) + \hat{f}_a(t)) + L_{P_i} y(t)] + L_D \dot{y}(t) \quad (4.7)$$

En ajoutant le terme $L_D \dot{y}(t)$ à l'équation (4.4a) des deux cotés, nous obtenons :

$$\bar{S} \dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i [\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i (u(t) + f_a(t)) + D_i d(t)] + L_D \dot{y}(t) \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \bar{S} \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i [(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}) \bar{x}(t) + \bar{B}_i (u(t) + f_a(t)) + D_i d(t) + L_{P_i} y(t)] \\ &+ L_D \dot{y}(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Les erreurs d'estimation des états du système et celles des états du système augmenté sont respectivement exprimées par :

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad , \quad \bar{e}_x(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$$

En prenant en considération (4.5), (4.7) et (4.9), nous donnons les expressions de la dynamique de l'erreur d'estimation d'état $\bar{e}_x(t)$ et l'erreur d'estimation de la sortie $e_y(t)$ suivantes :

$$\dot{\bar{e}}_x(t) = \sum_{i=1}^r h_i [\bar{S}^{-1} (\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}) \bar{e}_x(t) + \bar{S}^{-1} \bar{B}_i e_{f_a}(t) + \bar{S}^{-1} \bar{D}_i d(t)] \quad (4.10)$$

$$e_y(t) = \bar{C} \bar{e}_x(t) \quad (4.11)$$

avec $e_{f_a}(t) = f_a(t) - \hat{f}_a(t)$ représente l'erreur d'estimation du défaut actionneur.

En tenant en considération (4.10) et (4.11), la dynamique de l'erreur d'estimation de défaut est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e}_{f_a}(t) &= \dot{f}_a(t) - \sigma \Gamma \sum_{i=1}^r h_i N_i \bar{C} \bar{e}_x(t) - \Gamma \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} ((\bar{A}_j - L_{P_j} \bar{C}) \bar{e}_x(t) \\ &+ \bar{B}_j e_{f_a}(t) + \bar{D}_j d(t)) \end{aligned} \quad (4.12)$$

En considérant l'équation (4.6), le système T-S défectueux en boucle fermée devient :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [(A_i - B_i K_j) x(t) + B_i K_j e_x(t) + B_i e_{f_a}(t) + D_i d(t)] \quad (4.13)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i [C_{L_i} x(t)] \quad (4.14)$$

4.4 Analyse de stabilité et stabilisation

Dans un premier temps, nous présentons les conditions de stabilité et de stabilisation du système (4.1), dans le théorème 12. Étant donné que ces conditions prennent la forme de BMIs, elles seront mises sous forme de LMIs dans le théorème 13, suivant les méthodes de linéarisation.

Théorème 12. []

Considérons le système (4.1) sous les hypothèses 7 et 8. Pour un scalaire positif donné $\gamma > 0$, deux paramètres de réglage $\sigma, \mu > 0$, et les matrices définies positives M_1, M_2, M_3 et M_4 et sous le niveau de performance H_∞ prédéfini γ , l'observateur adaptatif descripteur flou de type T-S (4.5) et la commande FTC (4.6) peuvent réaliser la stabilité du système en boucle fermée (4.13-4.14) ainsi que la convergence de l'erreur d'estimation d'état $e_x(t)$ et de défauts $e_{f_a}(t)$ dans un compact uniformément borné, telle que

$$\int_0^\infty (z^T(t)M_1z(t) + \bar{e}_x^T(t)M_2\bar{e}_x(t) + e_{f_a}^T(t)M_3e_{f_a}(t)) dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty d^T(t)M_4d(t) dt \quad (4.15)$$

s'il existe des matrices symétriques définies positives P_1 et P_2 et une matrice définie positive G ainsi que des matrices N_i, L_{P_i} et K_i telles que $\forall i \in [1, \dots, r]$ les conditions suivantes sont vérifiées :

$$(P_2\bar{S}^{-1}\bar{B}_i)^T = N_i\bar{C}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4.16)$$

$$\Phi_{ij} + \Phi_{ji} < 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r, i \leq j \quad (4.17)$$

où

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} \varphi_{ij}^{11} & \varphi_{ij}^{12} & P_1B_i & P_1D_i \\ * & \varphi_i^{22} & \varphi_{ij}^{23} & P_2\bar{S}^{-1}\bar{D}_i \\ * & * & \varphi_{ij}^{33} & \varphi_{ij}^{34} \\ * & * & * & -\gamma^2M_4 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

avec

$$\begin{aligned}
\varphi_{ij}^{11} &= \text{sym}(P_1(A_i - B_i K_j)) + C_{Li}^T M_1 C_{Li} \\
\varphi_{ij}^{12} &= P_1 B_i K_j^* \\
\varphi_i^{22} &= \text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1}(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C})) + M_2 \\
\varphi_{ij}^{23} &= -\frac{1}{\sigma}(\bar{A}_j - L_{P_i} \bar{C})^T \bar{S}^{-T} P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i \\
\varphi_{ij}^{33} &= \frac{G}{\sigma \mu} + M_3 - \frac{1}{\sigma} \text{sym}(\bar{B}_i^T \bar{S}^{-T} P_2^T \bar{S}^{-1} \bar{B}_j) \\
\varphi_{ij}^{34} &= -\frac{1}{\sigma}(\bar{B}_i^T \bar{S}^{-T} P_2^T \bar{S}^{-1} \bar{D}_j)
\end{aligned}$$

Démonstration :

Considérons la fonctionnelle de Lyapunov suivante :

$$V(t) = x^T(t) P_1 x(t) + \bar{e}_x^T(t) P_2 \bar{e}_x(t) + \frac{1}{\sigma} e_{f_a}^T(t) \Gamma^{-1} e_{f_a}(t) \quad (4.19)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}(t) = \dot{x}^T(t) P_1 x(t) + x^T(t) P_1 \dot{x}(t) + \dot{\bar{e}}_x^T(t) P_2 \bar{e}_x(t) + \bar{e}_x^T(t) P_2 \dot{\bar{e}}_x(t) + \frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_{f_a}(t) \quad (4.20)$$

En utilisant le lemme de majoration (2), il existe des scalaires positifs σ et μ tels que

$$\frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_{f_a}(t) \leq \frac{1}{\sigma \mu} e_{f_a}^T(t) G e_{f_a}(t) + \delta$$

où

$$\delta = \frac{\mu}{\sigma} f_{1max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1}) \quad (4.21)$$

En substituant (4.10), (4.12) et (4.13) dans l'équation (4.20), puis en considérant la majoration (4.21), la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.20) est elle-même majorée sous cette forme :

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ x(t)^T [\text{sym}(P_1^T (A_i - B_i K_j))] x(t) + 2x(t)^T P_1 B_i K_j e_x(t) + 2x(t)^T P_1 B_i e_{f_a}(t) \\
&\quad + 2x(t)^T P_1 D_i d(t) + \bar{e}_x^T(t) [\text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1}(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}))] \bar{e}_x(t) + 2\bar{e}_x^T(t) P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i e_{f_a}(t) \\
&\quad + 2\bar{e}_x^T(t) P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i d(t) - 2e_{f_a}^T(t) N_i \bar{C} \bar{e}_x(t) - \frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} (\bar{A}_j - L_{P_i} \bar{C}) \bar{e}_x(t) \\
&\quad - \frac{1}{\sigma} e_{f_a}^T(t) \text{sym}(N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{B}_j) e_{f_a}(t) + \frac{1}{\sigma \mu} e_{f_a}^T(t) G e_{f_a}(t) - \frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{D}_j d(t) + \delta \}
\end{aligned} \quad (4.22)$$

Ainsi, en considérant la condition (4.16), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ x(t)^T [\text{sym}(P_1^T (A_i - B_i K_j))] x(t) + 2x(t)^T P_1 B_i K_j e_x(t) + 2x(t)^T P_1 B_i e_{f_a}(t) \\
& + 2x(t)^T P_1 D_i d(t) + \bar{e}_x^T(t) [\text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1} (\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}))] \bar{e}_x(t) + 2\bar{e}_x^T(t) P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i d(t) \\
& - \frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) (P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i)^T \bar{S}^{-1} (\bar{A}_j - L_{P_i} \bar{C}) \bar{e}_x(t) - \frac{1}{\sigma} e_{f_a}^T(t) \text{sym}((P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i)^T \bar{S}^{-1} \bar{B}_j) e_{f_a}(t) \\
& + \frac{1}{\sigma \mu} e_{f_a}^T(t) G e_{f_a}(t) - \frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) (P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i)^T \bar{S}^{-1} \bar{D}_j d(t) + \delta \}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Outre les analyses ci-dessus, pour satisfaire le niveau d'atténuation dans (4.15) sous la norme H_∞ , nous considérons l'indice de performance suivant :

$$J(t) = \dot{V}(t) + z^T(t) M_1 z(t) + \bar{e}_x^T(t) M_2 \bar{e}_x(t) + e_{f_a}^T(t) M_3 e_{f_a} - \gamma^2 d^T(t) M_4 d(t) \tag{4.24}$$

En remplaçant $\dot{V}(t)$ par son expression, nous pouvons trouver la majoration suivante :

$$\begin{aligned}
J(t) \leq & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ x(t)^T [\text{sym}(P_1^T (A_i - B_i K_j)) + C_{L_i}^T M_1 C_{L_i}] x(t) + 2x(t)^T P_1 B_i K_j e_x(t) \\
& + 2x(t)^T P_1 B_i e_{f_a}(t) + 2x(t)^T P_1 D_i d(t) + \bar{e}_x^T(t) [\text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1} (\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C})) + M_2] \bar{e}_x(t) \\
& + 2\bar{e}_x^T(t) P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i d(t) - \frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) (P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i)^T \bar{S}^{-1} (\bar{A}_j - L_{P_i} \bar{C}) \bar{e}_x(t) + \frac{1}{\sigma \mu} e_{f_a}^T(t) G e_{f_a}(t) \\
& - \frac{1}{\sigma} e_{f_a}^T(t) [\text{sym}((P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i)^T \bar{S}^{-1} \bar{B}_j) + M_3] e_{f_a}(t) - \frac{2}{\sigma} e_{f_a}^T(t) (P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i)^T \bar{S}^{-1} \bar{D}_j d(t) \\
& - \gamma^2 d^T(t) M_4 d(t) + \delta \}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Soit le vecteur d'état étendu suivant : $\xi(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & \bar{e}_x^T(t) & e_{f_a}^T(t) & d^T(t) \end{bmatrix}^T$ et en posant $K_j^* = K_j \begin{bmatrix} I_{n_x} & 0_{n_x \times n_f} \end{bmatrix}$, l'inégalité (4.25) peut être reformulée comme suit :

$$J(t) \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \{ \xi^T(t) \Phi_{ij} \xi(t) + \delta \} \tag{4.26}$$

Si la condition (4.17) est satisfaite, alors $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j (\Phi_{ij} + \Phi_{ji}) < 0$ et nous pouvons écrire

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \Phi_{ij} < 0.$$

En pré- et post-multipliant l'inégalité précédente par $\xi^T(t)$ et $\xi(t)$ nous pouvons écrire

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi^T(t) \Phi_{ij} \xi(t) \leq 0$$

Donc pour $\vartheta = \lambda_{\min}(-\Phi_{ij})$, nous obtenons :

$$J(t) \leq -\vartheta \|\xi(t)\|^2 + \delta \quad (4.27)$$

Ainsi

$$\dot{V}(t) + z^T(t)M_1z(t) + \bar{e}_x^T(t)M_2\bar{e}_x(t) + e_{f_a}^T(t)M_3e_{f_a} - \gamma^2 d^T(t)M_4d(t) \leq 0 \quad \text{pour } \vartheta \|\xi(t)\|^2 > \delta \quad (4.28)$$

- si $d(t) = 0$, (4.28) signifie que $\dot{V}(t) \leq 0$ pour $\vartheta \|\xi(t)\|^2 > \delta$ et selon la théorie de stabilité de Lyapunov, $\xi(t)$ converge vers un ensemble $\Psi = \{\xi(t)/\|\xi(t)\|^2 \leq \frac{\delta}{\vartheta}\}$; d'où $\xi(t)$ est uniformément borné dans le cas où $d(t) = 0$.
- si $d(t) \neq 0$, en intégrant les deux membres de (4.28) par rapport au temps sur la période $[0 \infty]$ donne

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \dot{V}_1(s) ds + \int_0^\infty z^T(s)M_1z(s) ds + \int_0^\infty \bar{e}_x^T(s)M_2\bar{e}_x(s) ds + \int_0^\infty e_{f_a}^T(s)M_3e_{f_a}(s) ds \\ - \gamma^2 \int_0^\infty d^T(s)M_4d(s) ds \leq 0 \quad \text{pour } \vartheta \|\xi(t)\|^2 > \delta \end{aligned} \quad (4.29)$$

Comme $V_1(\infty) \geq 0$, et sous la condition initiale nulle $V_1(0) = 0$, nous obtenons

$$\begin{aligned} \int_0^\infty z^T(s)M_1z(s) ds + \int_0^\infty \bar{e}_x^T(s)M_2\bar{e}_x(s) ds + \int_0^\infty e_{f_a}^T(s)M_3e_{f_a}(s) ds \\ \leq \gamma^2 \int_0^\infty d^T(s)M_4d(s) ds \quad \text{pour } \vartheta \|\xi(t)\|^2 > \delta \end{aligned} \quad (4.30)$$

alors, $J \leq 0$ pour $\vartheta \|\xi(t)\|^2 > \delta$

Les conditions présentées dans le théorème 12 sont désormais présentées sous forme de BMIs, nous allons donc avoir recourt aux techniques de linéarisation telles que le complément de Schur et les lemmes de majoration pour présenter les conditions de stabilisation sous forme de LMIs qui peuvent être résolues en utilisant la boîte à outils Yalmip de MATLAB. L'avantage de cette boîte c'est qu'elle permet de résoudre les contraintes égalités.

Théorème 13. []

Considérons le système (4.1) sous les hypothèses 7 et 8. Pour les paramètres de réglage $\sigma, \mu > 0$, s'il existe des matrices symétriques définies positives X_1 et P_2 et une matrice positive G ainsi que des matrices N_i, Y_i et W_i telles que $\forall i \in [1, \dots, r]$ les conditions suivantes sont vérifiées :

$$(P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i)^T = N_i \bar{C}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4.31)$$

$$\Psi_{ij} + \Psi_{ji} < 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, r, i \leq j \quad (4.32)$$

avec

$$\Psi_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & \Omega_{ij}^{12} & 0 \\ * & \Omega^{22} & \lambda I \\ * & * & \Omega_{ij}^{33} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

où

$$\Omega_{ij}^{11} = \text{sym}(A_i X_1 - B_i W_j), \quad \Omega_{ij}^{12} = \begin{bmatrix} B_i W_j & 0 & B_i & D_i & X_1 C_{Li}^T \end{bmatrix}$$

$$\Omega^{22} = \begin{bmatrix} -2\lambda X_1 & 0 \\ * & -2\lambda I \end{bmatrix}, \quad \Omega_{ij}^{33} = \begin{bmatrix} \omega_i^{11} & \omega_{ij}^{12} & P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 \\ * & \omega_{ij}^{22} & \omega_{ij}^{23} & 0 \\ * & * & -\rho M_4 & 0 \\ * & * & * & -M_{11} \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} \omega_i^{11} &= \text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1} \bar{A}_i - Y_i \bar{C}) + M_2 \\ \omega_{ij}^{12} &= -\frac{1}{\sigma} \bar{A}_j^T \bar{S}^{-T} P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i + \frac{1}{\sigma} \bar{C}^T Y_i^T \bar{S}^{-1} \bar{B}_i \\ \omega_{ij}^{22} &= \frac{G}{\sigma \mu} + M_3 - \frac{1}{\sigma} \text{sym}(\bar{B}_i^T \bar{S}^{-T} P_2^T \bar{S}^{-1} \bar{B}_j) \\ \omega_{ij}^{23} &= -\frac{1}{\sigma} (\bar{B}_i^T \bar{S}^{-T} P_2^T \bar{S}^{-1} \bar{D}_j) \end{aligned}$$

alors l'observateur adaptatif descripteur flou de type T-S (4.5) et la commande FTC (4.6) garantissent la stabilité du système en boucle fermée (4.13-4.14) et la convergence de l'erreur d'estimation d'état $e_x(t)$ et de défauts $e_{f_a}(t)$ dans un compact uniformément borné, sous le niveau de performance H_∞ prédéfini γ .

Dans ce cas, les gains de l'observateur et du contrôleur sont exprimés respectivement par : $L_{P_i} = \bar{S} P_2^{-1} Y_i$ et $K_i = W_i X^{-1}$.

Démonstration :

En se basant sur les résultats du théorème précédent et en utilisant le complément de Schur, (4.18)

peut être écrite sous la forme suivante :

$$\mathcal{Y}_{ij} = \begin{bmatrix} \text{sym}(P_1(A_i - B_i K_j)) & P_1 B_i K_j^* & P_1 B_i & P_1 D_i & C_{L_i}^T \\ * & \varphi_i^{22} & \varphi_i^{23} & P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 \\ * & * & \varphi_{ij}^{33} & \varphi_{ij}^{34} & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 M_4 & 0 \\ * & * & * & * & -M_1^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Nous pouvons écrire l'équation précédente comme suit :

$$\mathcal{Y}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathcal{Y}_{ij}^{11} & \mathcal{Y}_{ij}^{12} \\ * & \mathcal{Y}_{ij}^{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (4.35)$$

où

$$\mathcal{Y}_{ij}^{11} = \begin{bmatrix} \text{sym}(P_1(A_i - B_i K_j)) \end{bmatrix}, \quad \mathcal{Y}_{ij}^{12} = \begin{bmatrix} P_1 B_i K_j^* & P_1 B_i & P_1 D_i & C_{L_i}^T \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$\mathcal{Y}_{ij}^{22} = \begin{bmatrix} \varphi_i^{22} & \varphi_i^{23} & P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 \\ * & \varphi_{ij}^{33} & \varphi_{ij}^{34} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 M_4 & 0 \\ * & * & * & -M_1^{-1} \end{bmatrix}$$

Soit la matrice symétrique suivante :

$$\mathbb{Y} = \begin{bmatrix} \mathbb{Y}_{11} & 0 \\ 0 & \mathbb{Y}_{22} \end{bmatrix}$$

où $\mathbb{Y}_{11} = P_1^{-1}$, $\mathbb{Y}_{22} = \text{diag}(P_1^{-1}, I, I, I)$

Pré et post-multipliant l'équation (4.35) par \mathbb{Y} , nous obtenons

$$\begin{bmatrix} \mathbb{Y}_{11} \mathcal{Y}_{ij}^{11} \mathbb{Y}_{11}^T & \mathbb{Y}_{11} \mathcal{Y}_{ij}^{12} \mathbb{Y}_{22}^T \\ * & \mathbb{Y}_{22} \mathcal{Y}_{ij}^{22} \mathbb{Y}_{22}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (4.37)$$

En appliquant le lemme (3), nous pouvons trouver la majoration suivante :

$$\mathbb{Y}_{22} \mathcal{Y}_{ij}^{22} \mathbb{Y}_{22}^T \leq -2\lambda \mathbb{Y}_{22} - \lambda^2 (\mathcal{Y}_{ij}^{22})^{-1} \quad (4.38)$$

En utilisant le complément de Schur, l'inégalité (4.37) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbb{Y}_{11} \mathcal{Y}_{ij}^{11} \mathbb{Y}_{11}^T & \mathbb{Y}_{11} \mathcal{Y}_{ij}^{12} \mathbb{Y}_{22}^T & 0 \\ * & -2\lambda \mathbb{Y}_{22} & \lambda I \\ * & * & \mathcal{Y}_{ij}^{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (4.39)$$

En posant $X_1 = P_1^{-1}$, $Y_i = P_2 \bar{S}^{-1} L_{P_i}$, $W_i = K_i P_1^{-1}$, $M_{11} = M_1^{-1}$ et $\rho = \gamma^2$ nous obtenons l'inégalité (4.33).

Remarque 5. Le gain dérivé L_D peut être choisi de telle sorte que la nouvelle matrice définie par $\bar{S} = \bar{E} + L_D \bar{C}$ soit une matrice inversible et que les conditions données dans (4.32) soient linéaires. Donc nous commençons par choisir une matrice arbitraire L_D et nous résolvons les conditions du théorème 13, si nous trouvons des solutions faisables de X_1 , P_2 , N_i et G nous pouvons par la suite calculer le gain proportionnel L_{P_i} de l'observateur et le gain contrôleur K_i pour estimer par la suite les états du système, les défauts capteurs et actionneurs, sinon nous choisissons une autre matrice L_D jusqu'à trouver une solution faisable.

Remarque 6. $\hat{\hat{x}}(t)$ est l'estimé du vecteur d'état descripteur augmenté qui peut être estimé de manière fiable. Il est donc facile d'avoir les estimés des états et des défauts capteurs, ils peuvent être absolument formulés de la manière suivante : $\hat{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} I_{n_x} & 0_{n_f} \end{bmatrix} \hat{\hat{x}}(t)$ et $\hat{\hat{f}}_s(t) = \begin{bmatrix} 0_{n_x} & I_{n_f} \end{bmatrix} \hat{\hat{x}}(t)$. En ce qui concerne les défauts actionneurs, ils peuvent être estimés et régulés grâce à l'algorithme adaptatif d'estimation de défauts proposé dans (4.5). Plus précisément, le taux d'apprentissage Γ doit être ajusté pour que la commande FTC puisse restaurer rapidement les performances du système même en présence simultanée de défauts capteurs/actionneurs et de perturbations extérieures. Augmenter ou diminuer ce paramètre peut entraîner une vitesse de convergence d'estimation des états du système et des défauts actionneurs insatisfaisante.

4.5 Comparaisons et contributions

Les résultats proposés améliorent ceux qui préexistent dans la littérature :

- Nous proposons une stratégie de commande FTC à base d'observateur adaptatif en présence de défauts capteur/actionneur variables au cours du temps et de perturbations extérieures, dépassant ainsi les travaux qui traitent l'estimation de défauts et la commande FTC en considérant soit les défauts capteurs [87, 44] soit les défauts actionneurs [56, 28, 49].
- Contrairement aux [47, 93] qui ne prennent pas en compte les perturbations lors de l'analyse de stabilité des systèmes, la présente stratégie de commande FTC se montre robuste face aux perturbations. Ainsi, la technique d'optimisation H_∞ est développée pour minimiser l'effet des perturbations extérieures non seulement sur la sortie contrôlée mais également sur l'erreur d'estimation d'état $\bar{e}_x(t)$ et l'erreur d'estimation de défauts $e_{f_a}(t)$.
- Des techniques avancées, visant à réduire le conservatisme, ont été proposées. Les conditions de synthèse de l'observateur et du contrôleur FTC pour le système de type T-S sont formulées sous forme de LMIs qu'on peut résoudre en une seule étape. Il s'avère que ces derniers critères

sont généralement moins restrictifs que ceux proposés en deux étapes puisqu'ils réduisent la complexité de résolution en termes de coût de calcul.

4.6 Résultats de simulation

Pour illustrer l'intérêt des résultats proposés dans ce chapitre, deux exemples sont pris en compte.

L'objectif du premier exemple est de valider les résultats obtenus dans le théorème 13 pour un système T-S et cela pour différentes matrices A_i , B_i , D_i et C_{Li} .

Exemple 1 :

Considérons un système sous la forme (4.1) avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 0.2 & -1.5 & 0 \\ 2 & 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0.1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \\ 0 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}; D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$C_{L1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C_{L2} = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

Les fonctions d'appartenance des règles 1 et 2 sont données par :

$$h_1(y_1(t)) = e^{-y_1^2(t)}, h_2(y_1(t)) = 1 - h_1(y_1(t)) \quad (4.40)$$

Résultats et discussions

En résolvant les conditions du théorème 13, en choisissant la matrice L_D :

$$L_D = \begin{bmatrix} 0 & 0.6 & 8 & 4 \\ 1 & 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T$$

et en choisissant les paramètres de réglage suivants : $\lambda = 2$, $\sigma = 0.2$, $\mu = 0.1$ avec un niveau de performance $\rho = 0.4$ ($\gamma = 0.6325$), nous pouvons trouver un ensemble de solutions faisables.

En effet l'égalité (4.31) et les LMIs données dans (4.32) sont implémentées à l'aide de la boîte à

outils Yalmip et le solveur SDPT3-4 de Matlab pour obtenir les gains correspondants :

Les gains de l'observateur sont :

$$L_{P_1} = \begin{bmatrix} 1,966 & -0,244 \\ -1,397 & 0,851 \\ 2,734 & 3,862 \\ 1,865 & 2,081 \end{bmatrix}, L_{P_2} = \begin{bmatrix} 1,332 & 0,169 \\ -0,281 & 0,304 \\ 2,207 & 3,161 \\ 1,698 & 2,145 \end{bmatrix}$$

et les gains de la loi de commande sont :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 4,775 & 1,655 & 1,453 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 5,532 & 2,391 & 1,790 \end{bmatrix}$$

Dans cet exemple, nous considérons que les défauts capteurs et actionneurs satisfont l'hypothèse 7 et sont décrits par les expressions suivantes :

$f_s(t)$ est un signal carré entre 10s et 30s :

$$f_s(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 10 \\ -0.2x & 10 < t \leq 14 \\ 0.01x & 14 < t \leq 17 \\ 0.2 + 0.05\sin(3\pi t + \frac{\pi}{2})\cos(0.2\pi t) + 0.02x & 17 < t \leq 23 \\ 0.02x & 23 < t \leq 26 \\ -0.3 + 0.01x & 26 < t \leq 29 \\ 0 & t > 29 \end{cases} \quad (4.41)$$

et le défaut actionneur est défini de la façon suivante :

$$f_a(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 6 \\ 0.55(1 - e^{-3(t-6)}) + 0.01x & 6 < t \leq 30 \end{cases} \quad (4.42)$$

Les perturbations extérieures sont données par : $d(t) = 0.01(0.015\pi t) - 0.01x$.

où x : est une valeur aléatoire qui satisfait : $\|x\|_2 \leq 1$.

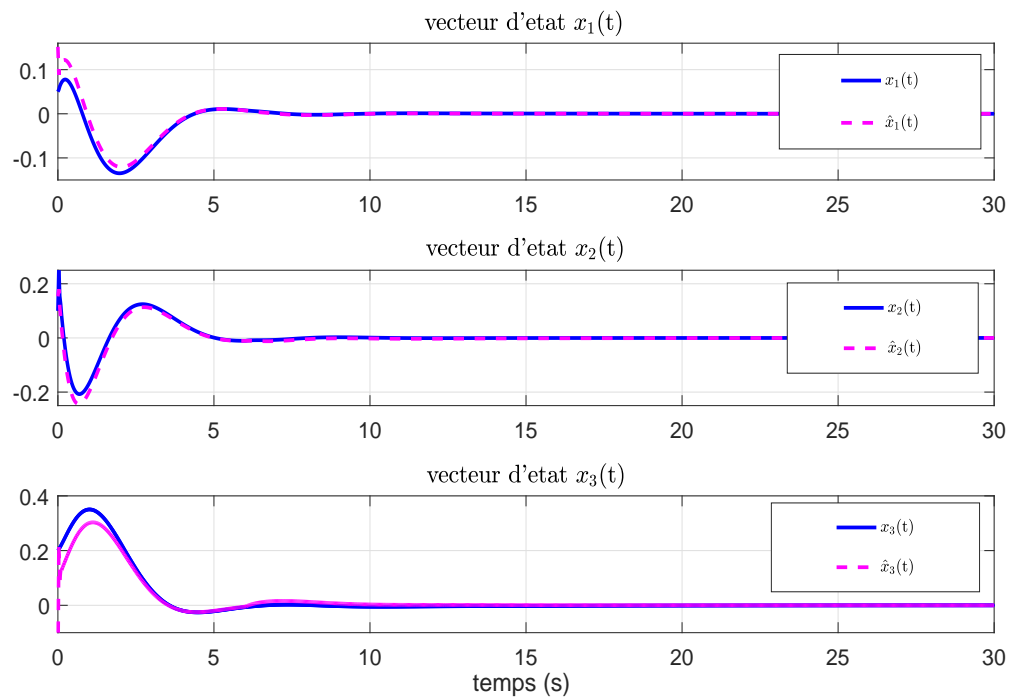


Figure 4.1 – L'évolution des états du système défectueux et leurs estimés en utilisant la commande FTC pour l'exemple 1.

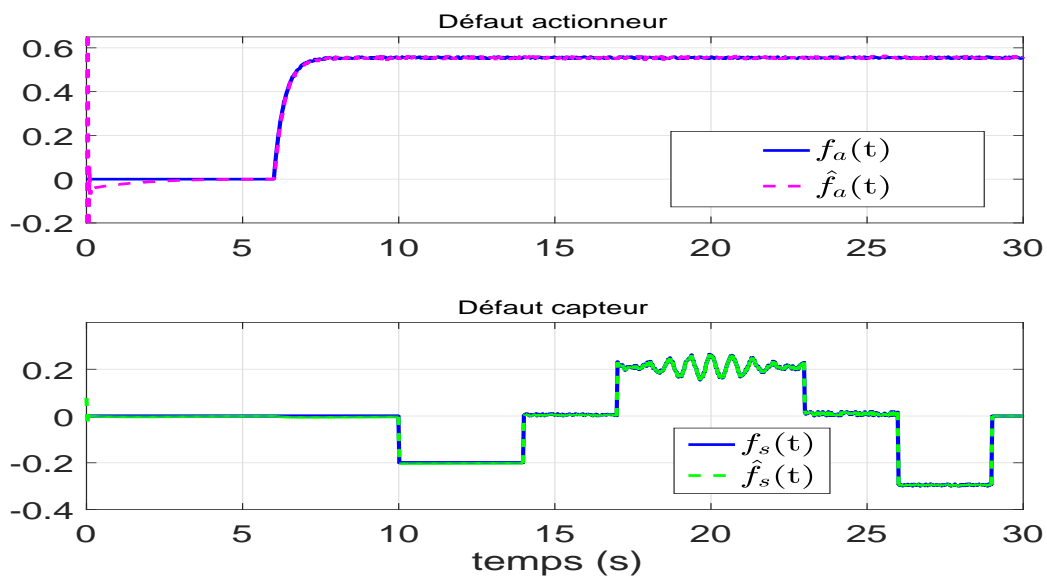


Figure 4.2 – Estimation des défauts actionneurs et capteurs pour l'exemple 1.

Les conditions initiales sont données par $x_0 = [0.05 \ 0.1 \ 0.2]^T$ et $\xi_0 = [0.1 \ 0.2 \ 0.1 \ 0]^T$, respectivement.

Le taux d'apprentissage est choisi comme suit : $\Gamma = 0.9$, de telle sorte qu'il permet d'assurer une rapidité de convergence des états du système et des défauts actionneurs vers leurs valeurs réels.

Exemple 2 :

Dans cet exemple, comme mentionné dans la figure 4.3 nous considérons un modèle de chariot en mouvement proposé dans [40, 88] qui est simulé pour illustrer l'efficacité de l'observateur proposé pour estimer les états du système, les défauts capteurs et actionneurs et les performances de la commande FTC pour forcer un chariot sur le plan $x-y$ à suivre la ligne droite $y = 0$ avec une vitesse constante $v_0 = 1m/s$. Nous supposons qu'un contrôleur est conçu précédemment pour maintenir une vitesse constante. Le chemin du chariot est alors contrôlé par le couple u autour de l'axe z selon le modèle dynamique suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -k/I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \psi(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \sin(\theta(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/I \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \quad (4.43)$$

$\theta(t)$ est l'angle de cap dont la dérivée est $\psi(t)$, $I = 1kgm^2$ est le moment d'inertie du chariot par rapport au centre de masse, $k = 0.01$ désigne le coefficient d'amortissement, $u(t)$ est le couple de contrôle et $d(t)$ représente les perturbations extérieures.

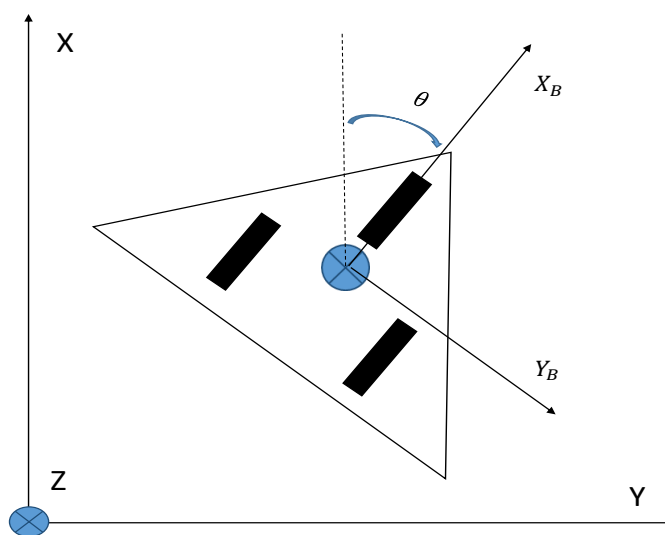


Figure 4.3 – Véhicule terrestre autonome

Définissons les états du système comme suit : $x = [x_1^T(t), x_2^T(t), x_3^T(t)] = [\theta^T(t), \psi^T(t), y^T(t)]$.

La sortie mesurée et la sortie contrôlée sont données respectivement par :

$$\begin{aligned} y(t) &= Cx(t) + Ff_s(t) = [y_1^T(t), y_2^T(t), y_3^T(t)] \\ z(t) &= \sum_{i=1}^r h_i[C_{Li}x(t)] \end{aligned}$$

où

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, C_{L1} = [0.3 \ 0 \ 0], C_{L2} = [0 \ 0 \ 0.2]$$

Les règles floues suivantes peuvent être utilisées :

Règle i : Si $y_1(t)$ est h_i , Alors

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i d(t)$$

avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -k/I & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -k/I & 0 \\ \frac{\sin(3\pi/5)}{3\pi/5} & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les fonctions d'appartenance pour les règles 1 et 2 sont conçues comme suit :

$$h_1(y_1(t)) = \frac{\sin(y_1(t)) - \frac{5}{3\pi}y_1(t)}{y_1(t)(1 - \frac{5}{3\pi})}, h_2(y_1(t)) = 1 - h_1(y_1(t)) \quad (4.44)$$

Résultats et discussions

Considérons le modèle flou global donné dans (4.1).

Pour montrer l'efficacité de nos résultats, nous comparons l'approche proposée dans ce chapitre à celle suggérée dans [40].

Pour des indices de performance $\gamma_1 = 1$ et $\gamma_2 = 2$, les théorèmes 1 et 2 dans [40] donnent de bons résultats. Par contre, en diminuant ces valeurs et à partir de $\gamma_1 = 0.0995$ et $\gamma_2 = 0.8367$, les théorèmes 1 et 2 ne mènent plus à une conclusion puisque les conditions LMI données en deux étapes ne peuvent pas produire un ensemble de solutions faisables.

Ainsi, pour résoudre les LMIs du théorème 13, nous choisissons la matrice L_D comme suit :

$$L_D = \begin{bmatrix} 0 & 0.6 & 8 & 4 \\ 1 & 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T$$

et en choisissant les paramètres de réglage suivants : $\lambda = 3$, $\sigma = 3$, $\mu = 0.5$ et l'indice de performance $\rho = 0.0099$ (et même pour des valeurs plus inférieures) nous pouvons obtenir un ensemble de

solutions faisables.

Après avoir résolu l'égalité (4.31) et les LMIs données dans (4.32) nous obtenons les gains suivants :

Les gains de l'observateur sont :

$$L_{P_1} = \begin{bmatrix} 3.2593 & 1.6628 \\ 3.5586 & 0.9411 \\ -2.5826 & 0.6070 \\ 1.2006 & 1.9057 \end{bmatrix}, \quad L_{P_2} = \begin{bmatrix} 0.6578 & 1.0046 \\ 5.2083 & 1.3574 \\ -1.4641 & 0.7598 \\ 1.2021 & 1.9057 \end{bmatrix}$$

et les gains du contrôleur sont :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 2.8912 & 2.5303 & 1.2165 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} 2.8127 & 2.5081 & 1.2128 \end{bmatrix}$$

Les perturbations extérieures sont données par : $d(t) = 0.1 \sin(y_1(t)) - y_1(t)$.

Le défaut capteur $f_s(t)$ est un signal carré entre 15s et 30s et le défaut actionneur est donné comme suit :

$$f_a(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 6 \\ 0.2(t - 6) & 6 < t \leq 11 \\ 0.1 + 0.2 \sin(0.2\pi(t - 11)) & 11 < t \leq 30 \end{cases} \quad (4.45)$$

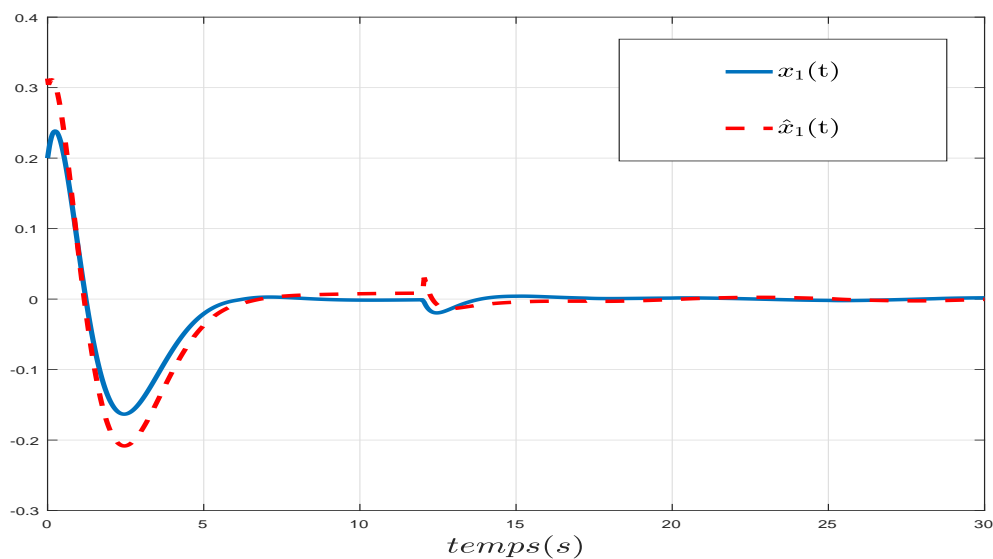


Figure 4.4 – Évolution du vecteur d'état $x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.

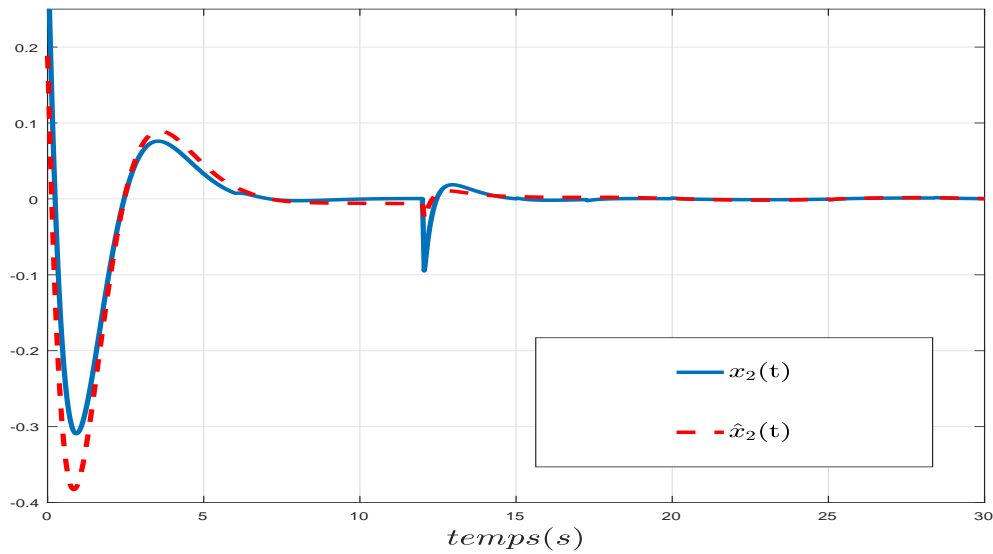


Figure 4.5 – Évolution du vecteur d'état $x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.

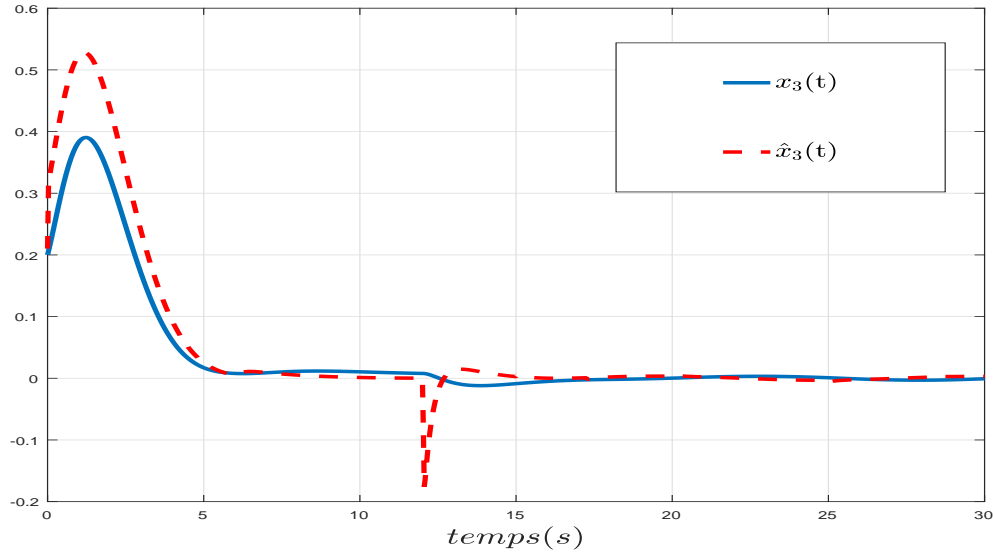


Figure 4.6 – Évolution du vecteur d'état $x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.

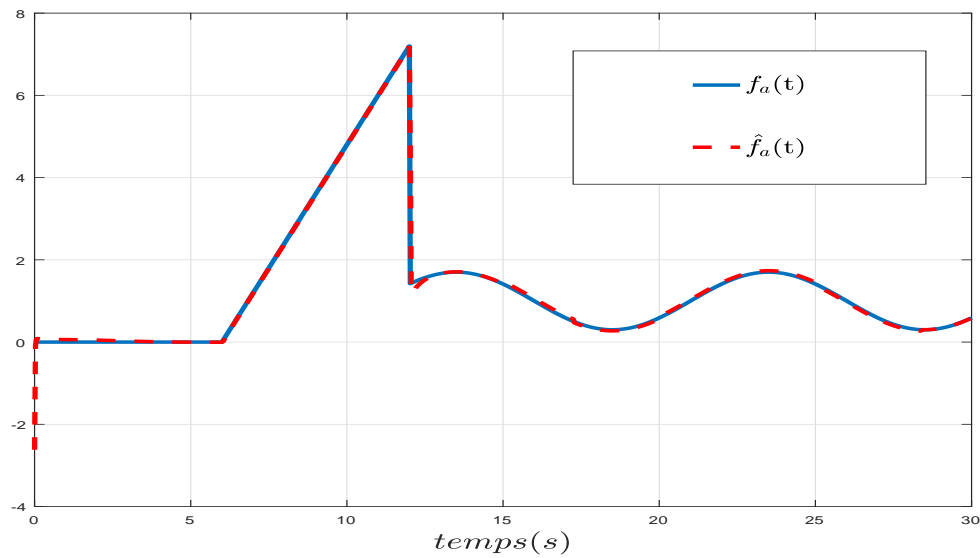


Figure 4.7 – Évolution du défaut actionneur $f_a(t)$ et son estimé $\hat{f}_a(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.

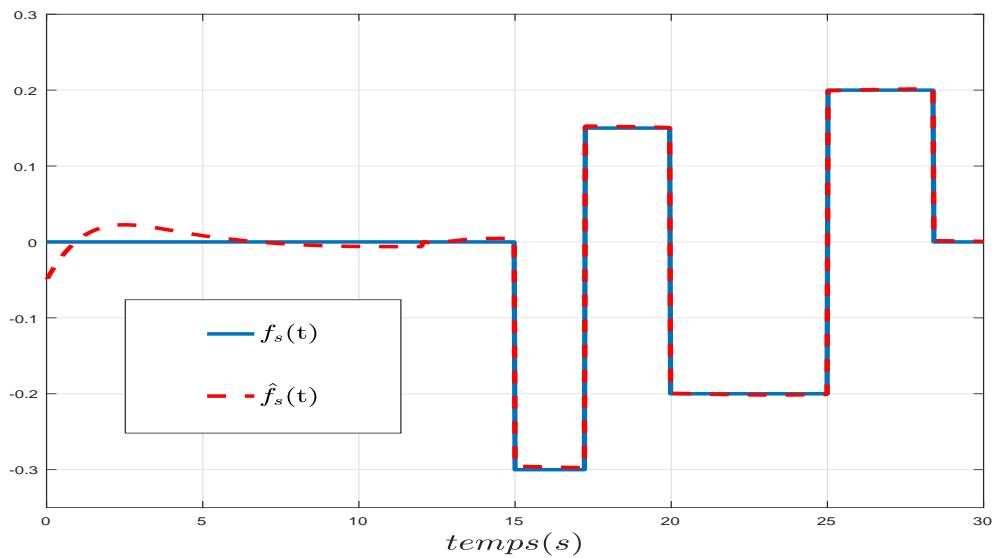


Figure 4.8 – Évolution du défaut capteur $f_s(t)$ et son estimé $\hat{f}_s(t)$ en utilisant la commande FTC pour l'exemple 2.

Les conditions initiales sont données par $x_0 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}^T$ et $\xi_0 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.3 & 0 \end{bmatrix}^T$, respectivement.

En choisissant le taux d'apprentissage $\Gamma = 0.7$, la dérivée de $f_a(t)$ par rapport au temps est bornée en norme par $f_{a_{max}} = 0.1257$. Le terme $\delta = \frac{\mu}{\sigma} f_{a_{max}}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1}G^{-1}\Gamma^{-1}) = 1.5653.10^{-4}$, réduit le rayon de l'ensemble dans lequel converge l'erreur d'estimation.

Les résultats de simulation des deux exemples sont données dans les figures 4.1 – 4.2 et 4.4 – 4.8. On peut conclure d'après ces figures que l'observateur adaptatif descripteur flou proposé dans ce travail peut estimer conjointement les états du système, les défauts actionneurs et capteurs en vertu de la loi de commande FTC.

Ces résultats de simulation montrent aussi que la loi de commande FTC basée sur l'observateur, peut garantir les performances et la stabilité du système en boucle fermée malgré la présence simultanée de défauts capteurs/actionneurs et de perturbations extérieures.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, une commande FTC basée sur un observateur pour un système flou de type T-S est synthétisée. L'approche proposée nous permet, en utilisant la technique d'optimisation H_∞ , d'estimer à la fois les états du système et les défauts capteurs et actionneurs présents à l'aide de l'observateur adaptatif descripteur flou proposé ainsi que de maintenir la stabilité robuste du système en boucle fermée. Les conditions d'analyse et de synthèse de la commande FTC et de l'observateur sont présentées sous forme de LMIs qui peuvent être résolues facilement en une seule étape en utilisant les solveurs existants de Matlab. L'efficacité de l'approche proposée a été validée par deux exemples numériques, dont un concerne le modèle non linéaire d'un chariot en mouvement.

5.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'élaborer des stratégies de commande FTC capables de maintenir le bon comportement latéral et vertical du véhicule en présence simultanée de certains défauts capteurs et actionneurs et d'éventuelles perturbations. Nous commençons tout d'abord par la présentation du modèle mathématique décrivant la dynamique du véhicule. Ensuite, nous exposons quelques techniques pour l'estimation des états du système et des défauts. Ces estimés vont être utilisées par la suite pour le contrôle tolérant aux défauts. Dans ce travail, l'angle de braquage du conducteur va être considéré comme une entrée de la commande. En se basant sur la théorie de Lyapunov et la technique d'optimisation H_∞ , nous proposons une approche permettant de déterminer à la fois les gains du contrôleur et ceux de l'observateur en une seule étape. Les conditions suffisantes sont dérivées pour garantir d'une part la convergence de l'état étendu du système global (composé de l'état du système augmenté, de l'erreur d'estimation des états du système et de l'erreur d'estimation de défaut) et d'autre part pour minimiser l'effet des perturbations extérieures, de l'angle de braquage du conducteur et de la dérivée du défaut actionneur par rapport à la sortie contrôlée. Grâce à la méthode de la linéarisation de la complémentarité du cône, les conditions de synthèse du contrôleur et de l'observateur sont exprimées sous forme de problème d'optimisation convexe sous contraintes LMIs. Nous cherchons par ce procédé à réduire le conservatisme par rapport aux résultats existants dans la littérature.

À la fin du chapitre, pour illustrer l'efficacité des approches proposées, les résultats trouvés seront

appliqués sur un modèle réel représentant la dynamique dérive-lacet-roulis du véhicule. Ces résultats sont simulés à l'aide du logiciel Matlab et du simulateur CarSim.

5.2 Description du modèle dynamique du véhicule

5.2.1 Modèle non linéaire du véhicule

Dans cette section, nous considérons un modèle non linéaire à trois degrés de liberté de la dynamique dérive-lacet-roulis du véhicule (5.1).

En supposant que la vitesse longitudinale du véhicule est constante, l'angle de braquage est faible et l'angle du lacet entre le véhicule et la chaussée est faible, le modèle résultant de trois degrés de liberté peut être décrit par les équations différentielles suivantes [10, 17] :

$$\begin{cases} m(v\dot{\beta} + v\dot{\psi}) - m_s h \ddot{\phi} = 2(F_{y_f} + F_{y_r}) \\ J_z \ddot{\psi} = 2(l_f F_{y_f} - l_r F_{y_r}) \\ J_x \ddot{\phi} = m_s g h \phi + m_s v (\dot{\beta} + \dot{\psi}) h - m_s h^2 \ddot{\phi} - K_\phi \phi - B_\phi \dot{\phi} \end{cases} \quad (5.1)$$

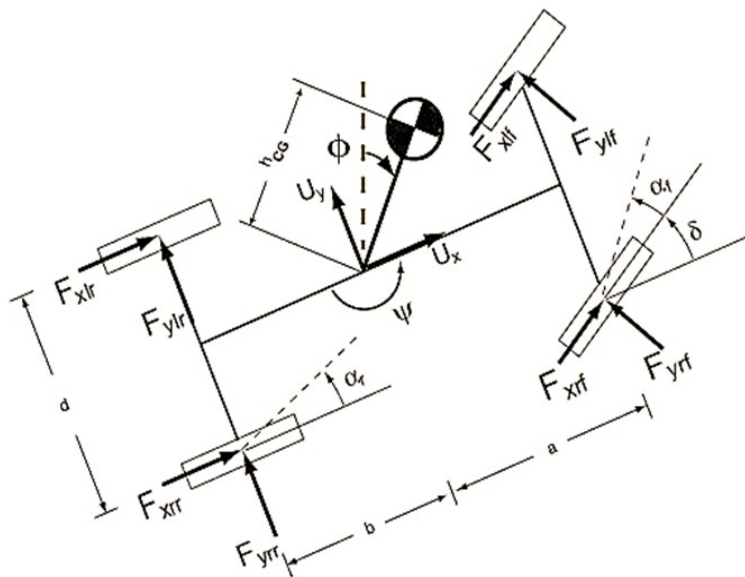


Figure 5.1 – Dynamique du véhicule

La dynamique latérale est décrite par l'angle de glissement latéral β et l'angle du lacet $\dot{\psi}$, tandis

que la dynamique de roulis est décrite par l'angle de roulis ϕ .

F_f et F_r représentent les forces latérales des deux roues avant et arrière, respectivement.

La complexité du modèle présenté dans (5.1) dépend des expressions des forces latérales F_{y_f} et F_{y_r} . En effet, afin de décrire ces forces, il existe dans la littérature plusieurs modèles physiques qui sont exacts et précis mais trop compliqués pour être utilisés dans le contrôle des véhicules. À partir des résultats expérimentaux, des modèles empiriques et semi-empiriques plus simplifiés ont été développés [22, 21, 86]. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons au modèle de Pacejka qui est un modèle non linéaire.

Les forces F_{y_f} et F_{y_r} du modèle de Pacejka [86] sont exprimées en fonction des angles de dérive latéraux des roues en utilisant des relations non linéaires sous la forme suivante :

$$\begin{cases} F_{y_f} = D_f \sin [C_f \tan^{-1} (B_f(1 - E_f)\alpha_f) + E_f \tan^{-1}(B_f\alpha_f)] \\ F_{y_r} = D_r \sin [C_r \tan^{-1} (B_r(1 - E_r)\alpha_r) + E_r \tan^{-1}(B_r\alpha_r)] \end{cases} \quad (5.2)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta - \frac{l_f \dot{\psi}}{v} - \beta \\ \alpha_r = \frac{l_r \dot{\psi}}{v} - \beta \end{cases} \quad (5.3)$$

où

δ : angle de braquage des roues.

α_f : angle de dérive latéral des roues avant.

α_r : angle de dérive latéral des roues arrière.

Les coefficients $B_f, B_r, C_f, C_r, D_f, D_r, E_f$ et E_r dépendent des caractéristiques des roues, du coefficient d'adhérence à la route et des conditions opérationnelles du véhicule.

Le modèle de Pacejka prédéfini décrit de tels phénomènes, cependant il n'est guère utilisable car il dépend de nombreuses non linéarités et de paramètres variables qui doivent être connus. De plus, l'utilisation de ce dernier nous mène à des modèles très complexes et difficiles à contrôler.

Les forces latérales, qui font partie des solutions trouvées dans la littérature pour avoir un modèle de véhicule simplifié, sont supposées être proportionnelles aux angles de dérive latéraux. Elles sont données sous cette forme :

$$\begin{cases} F_{y_f} = C_f \alpha_f \\ F_{y_r} = C_r \alpha_r \end{cases} \quad (5.4)$$

Notons que le modèle précédent est valable uniquement pour les angles de dérive faibles. En revanche, dans le cas où l'angle de dérive est élevé, un modèle non linéaire doit être pris en considération.

Nous allons donc nous servir de l'approche T-S afin de tenir compte de toutes les non linéarités des forces latérales.

5.2.2 Description du modèle sous forme T-S

Dans cette partie, nous allons décrire le modèle de la dynamique dérive-lacet-roulis du véhicule sous forme T-S. La non linéarité des forces latérales nous conduit à donner une approximation de ces dernières, par l'intermédiaire des règles floues de type T-S suivantes :

$$\text{Si } |\alpha_f| \text{ est } M_1 \text{ alors } \begin{cases} F_{y_f} = C_{f1}\alpha_f \\ F_{y_r} = C_{r1}\alpha_r \end{cases}$$

$$\text{Si } |\alpha_f| \text{ est } M_2 \text{ alors } \begin{cases} F_{y_f} = C_{f2}\alpha_f \\ F_{y_r} = C_{r2}\alpha_r \end{cases}$$

C_{fi} et C_{ri} désignent les coefficients de rigidité respectifs des roues avant et arrière qui dépendent du coefficient d'adhérence de la surface de la route et des paramètres du véhicule.

Notons que α_f et α_r ont des variations similaires, c'est pourquoi les règles floues sont conditionnées uniquement par α_f ce qui permet de réduire le nombre de règles floues et par conséquent celui de sous-modèles.

Le sous-ensemble flou M_1 décrit le comportement linéaire des forces latérales, tandis que le sous-ensemble flou M_2 décrit la zone non linéaire de ces forces lorsque l'angle de dérive dépasse approximativement les 6° (voir la figure 5.2).

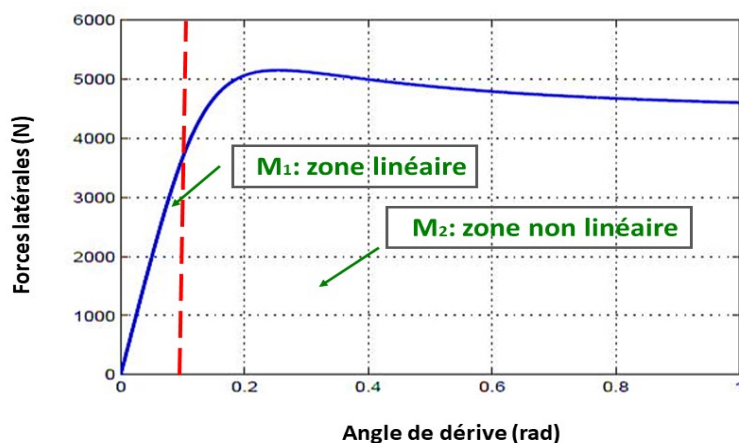


Figure 5.2 – Variation des forces latérales en fonction de l'angle de dérive

Le modèle T-S des forces latérales est donné comme suit [25] :

$$\begin{cases} F_{y_f} = \sum_{i=1}^2 \omega_i(|\alpha_f|) C_{fi} \alpha_f \\ F_{y_r} = \sum_{i=1}^2 \omega_i(|\alpha_f|) C_{ri} \alpha_r \end{cases} \quad (5.5)$$

Les fonctions d'appartenance sont données par :

$$\omega_i(\alpha_f) = \frac{\sigma_i(|\alpha_f|)}{\sum_{i=1}^2 \sigma_i(|\alpha_f|)},$$

avec

$$\sigma_i(|\alpha_f|) = \frac{1}{\left(1 + \left|\frac{|\alpha_f| - c_i}{a_i}\right|\right)^{2b_i}}, \quad i = 1, 2$$

où

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^2 \omega_i(\alpha_f) = 1 \\ 0 \leq \omega_i(\alpha_f) \leq 1, \quad i = 1, 2 \end{cases}$$

En utilisant les approximations des forces latérales non linéaires et en introduisant les équations (5.5), le modèle non linéaire (5.1) peut être représenté sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \omega_i(\alpha_f) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = C x(t) \\ z(t) = \sum_{i=1}^2 \omega_i(\alpha_f) (C_{L_i} x(t)) \end{cases} \quad (5.6)$$

avec

$$A_i = \begin{pmatrix} -\frac{J_{x_1} C_{0i}}{m J_{x_2} v} & \frac{J_{x_1} C_{1i}}{m J_{x_2} v^2} - 1 & -\frac{m_s h B_\phi}{m J_{x_2} v} & \frac{m_s h (m_s g h - K_\phi)}{m J_{x_2} v} \\ \frac{C_{1i}}{J_z} & -\frac{C_{2i}}{J_z v} & 0 & 0 \\ -\frac{m_s h C_{0i}}{m J_{x_2}} & \frac{m_s h C_{1i}}{m J_{x_2} v} & -\frac{B_\phi}{J_{x_2}} & \frac{(m_s g h - K_\phi)}{J_{x_2}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.7)$$

$$B_i = \begin{pmatrix} 2 \frac{J_{x_1} C_{fi}}{m J_{x_2} v} \\ 2 \frac{l_f C_{fi}}{J_z} \\ 2 \frac{m_s h C_{fi}}{m J_{x_2}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

avec $x(t) = \begin{bmatrix} \beta(t) & \dot{\psi}(t) & \dot{\phi}(t) & \phi(t) \end{bmatrix}$ est le vecteur d'état.

$u(t) = \delta(t)$ est le contrôleur et $d(t)$ représente les rafales de vent qui sont considérés comme perturbations extérieures.

J_{x_1} et J_{x_2} représentent les moments d'inertie du véhicule équivalents autour de l'axe de roulis, qui se présentent comme suit :

$$\begin{cases} J_{x_1} = J_x + m_s h^2 \\ J_{x_2} = J_x + m_e h^2 \end{cases} \quad (5.9)$$

avec $m_e = m_s - \frac{m_s^2}{m}$

et C_{0i} , C_{1i} , C_{2i} sont des variables auxiliaires introduites pour simplifier la représentation du système, elles sont données par :

$$\begin{aligned} C_{0i} &= 2(C_{fi} + C_{ri}) \\ C_{1i} &= 2(l_r C_{ri} - l_f C_{fi}) \\ C_{2i} &= 2(l_f^2 C_{fi} + l_r^2 C_{ri}) \end{aligned} \quad (5.10)$$

5.3 Formulation du problème

5.3.1 Représentation du système en présence de défauts actionneurs, capteurs et de perturbations extérieures

En tenant compte des défauts actionneurs et capteurs et des perturbations extérieures pouvant affecter le véhicule, le modèle s'écrit alors sous cette forme :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i(\alpha_f) [A_i x(t) + B_i(u(t) + f_a(t)) + D_i d(t)] \quad (5.11a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Ff_s(t) \quad (5.11b)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i(\alpha_f) [C_{L_i} x(t)] \quad (5.11c)$$

Dans la suite, nous notons ω_i pour $\omega_i(\alpha_f)$.

Le modèle flou T-S peut être réécrit comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [A_i x(t) + B_i(u(t) + f_a(t)) + D_i d(t)] \quad (5.12a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Ff_s(t) \quad (5.12b)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [C_{L_i} x(t)] \quad (5.12c)$$

5.3.2 Représentation du système augmenté en utilisant l'approche descripteur

Afin d'estimer conjointement les variables d'état du système et les défauts capteurs, nous utilisons l'approche descripteur. Cette approche consiste à considérer le défaut capteur $f_s(t)$ comme étant un état auxiliaire du système augmenté qui est écrit sous la forme suivante :

$$\bar{E} \dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i(u(t) + f_a(t)) + \bar{D}_i d(t)] \quad (5.13a)$$

$$y(t) = \bar{C} \bar{x}(t) \quad (5.13b)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [C_{L_i} x(t)] \quad (5.13c)$$

avec

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ f_s(t) \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} I_{n_x \times n_x} & 0_{n_x \times n_f} \\ 0_{n_f \times n_x} & 0_{n_f \times n_f} \end{bmatrix}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0_{n_x \times n_f} \\ 0_{n_f \times n_x} & 0_{n_f \times n_f} \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0_{n_f \times n_u} \end{bmatrix},$$

$$\bar{D}_i = \begin{bmatrix} D_i \\ 0_{n_f \times n_d} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{C} = \begin{bmatrix} C & F \end{bmatrix}$$

5.4 Commande tolérante aux défauts à base d'observateur adaptatif descripteur flou de type T-S

Pour garantir la stabilité du système en boucle fermée et préserver ses performances, nous allons élaborer une commande FTC à base d'observateur descripteur flou adaptatif. Comme le montre la figure 5.3, en plus des états et des défauts capteurs et actionneurs estimés par l'observateur, l'angle de braquage du conducteur sera considéré comme une entrée pour la commande FTC. La commande établie sera introduite dans notre système afin de préserver sa stabilité en présence d'éventuelles contraintes.

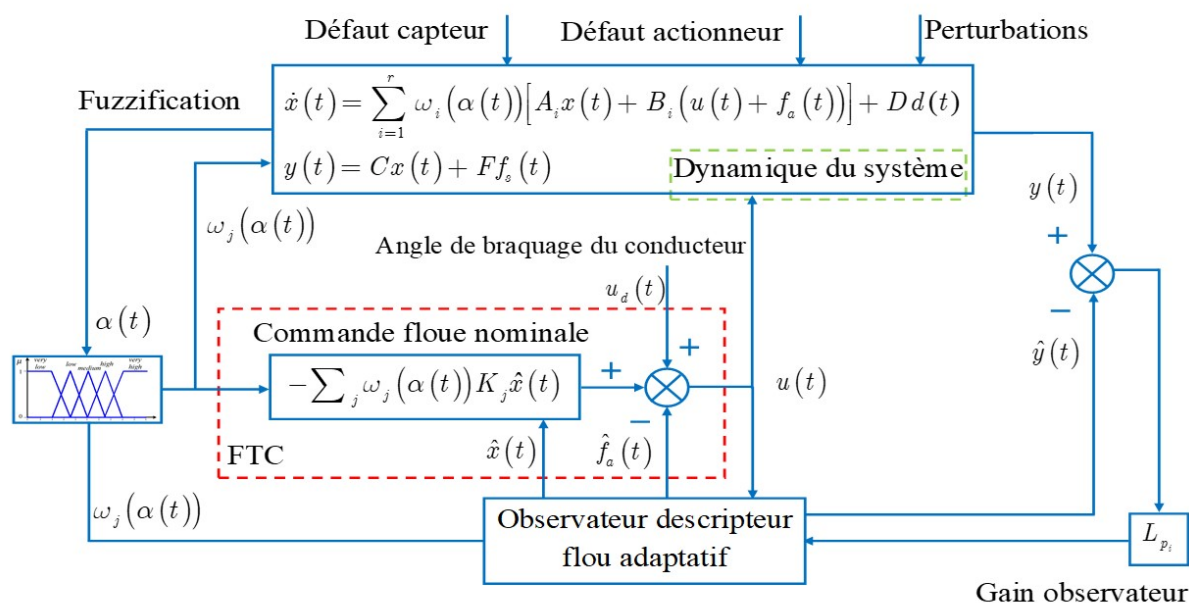


Figure 5.3 – Commande tolérante aux défauts à base d'observateur flou adaptatif

Étant donné que le système (5.13) est descripteur, un observateur descripteur flou adéquat est

proposé :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi}(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}) \hat{x}(t) + \bar{B}_i(u(t) + \hat{f}_a(t)) + L_{P_i} y(t)] \\ \hat{x}(t) = (\bar{E} + L_D \bar{C})^{-1} (\xi(t) + L_D y(t)) \\ e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t) = \bar{C} \hat{x}(t) \\ \dot{\hat{f}}_a(t) = \Gamma \sum_{i=1}^r \omega_i N_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \end{array} \right. \quad (5.14)$$

En se basant sur les informations estimées par l'observateur, une commande FTC permettant de stabiliser le système en présence de défauts est considérée :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \omega_i K_i \hat{x}(t) - \hat{f}_a(t) + u_d(t) \quad (5.15)$$

avec $\xi(t) \in \mathbb{R}^{n_x+n_f}$ est le vecteur d'état de l'observateur, $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^{n_x+n_f}$ représente l'estimé du vecteur d'état augmenté. $\hat{y}(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ désigne le vecteur de sorties estimés. $\hat{f}_a(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est l'estimé du défaut actionneur $f_a(t)$. $e_y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ correspond à l'erreur d'estimation de la sortie. $L_{P_i} \in \mathbb{R}^{(n_x+n_f) \times n_y}$ est le gain proportionnel à calculer. $L_D \in \mathbb{R}^{(n_x+n_f) \times n_y}$ est le gain dérivé à choisir. $\sigma \in \mathbb{R}$ est un scalaire positif. $\Gamma \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ est une matrice symétrique définie positive à déterminer. $N_i \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y}$ est également une matrice à calculer. K_i est le gain contrôleur.

$u_d(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est une entrée connue qui représente l'angle de braquage du conducteur.

En substituant la première équation dans la seconde dans l'observateur proposé (5.14) et en posant $\bar{S} = \bar{E} + L_D \bar{C}$, la forme suivante peut être déduite :

$$\bar{S} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}) \hat{x}(t) + \bar{B}_i(u(t) + \hat{f}_a(t)) + L_{P_i} y(t)] + L_D \dot{y}(t) \quad (5.16)$$

En ajoutant $L_D \dot{y}(t)$ à l'équation (5.13a) des deux côtés, l'équation (5.13a) se réécrit de la façon suivante :

$$\bar{S} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i(u(t) + f_a(t)) + \check{D}_i d(t)] + L_D \dot{y}(t) \quad (5.17)$$

$$\bar{S} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C}) \bar{x}(t) + \bar{B}_i(u(t) + f_a(t)) + \check{D}_i d(t) + L_{P_i} y(t)] + L_D \dot{y}(t) \quad (5.18)$$

Les erreurs d'estimation d'états sont données de la façon suivante :

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad , \quad \bar{e}_x(t) = \bar{x}(t) - \hat{\bar{x}}(t)$$

L'erreur d'estimation du défaut actionneur est représentée par : $e_{f_a}(t) = f_a(t) - \hat{f}_a(t)$

En tenant compte des équations (5.14), (5.16) et (5.18) la dynamique de l'erreur d'estimation d'état et l'erreur d'estimation de la sortie sont exprimées par :

$$\dot{\bar{e}}_x(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [\bar{S}^{-1}(\bar{A}_i - L_{p_i}\bar{C})\bar{e}_x(t) + \bar{S}^{-1}\bar{B}_i e_{f_a}(t) + \bar{S}^{-1}\check{D}_i d(t)] \quad (5.19)$$

$$e_y(t) = \bar{C}\bar{e}_x(t) \quad (5.20)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation du défaut actionneur est donnée par l'équation ci-dessous :

$$\dot{e}_{f_a}(t) = \dot{f}_a(t) - \dot{\hat{f}}_a(t) \quad (5.21)$$

En utilisant les équations (5.14), (5.19) et (5.20), nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{e}_{f_a}(t) &= \dot{f}_a(t) - \sigma\Gamma \sum_{i=1}^r \omega_i N_i \bar{C}\bar{e}_x(t) - \Gamma \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \omega_i \omega_j N_i \bar{C}\bar{S}^{-1}((\bar{A}_j - L_{p_j}\bar{C})\bar{e}_x(t) \\ &+ \bar{B}_j e_{f_a}(t) + \check{D}_j d(t)) \end{aligned} \quad (5.22)$$

En remplaçant l'équation (5.15) dans l'équation (5.12a), le système T-S en boucle fermée devient :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \omega_i \omega_j [(A_i - B_i K_j)x(t) + B_i K_j e_x(t) + B_i e_{f_a}(t) + D_i d(t) + B_i u_d(t)] \quad (5.23)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r \omega_i [C_{L_i} x(t)] \quad (5.24)$$

Considérons le vecteur d'état $\tilde{X}(t)$, le regroupement des équations (5.19), (5.22) et (5.23) conduit à la forme suivante :

$$\dot{\tilde{X}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \omega_i \omega_j [\tilde{A}_{ij} \tilde{X}(t) + \tilde{D}_{ij} \tilde{d}(t)] \quad (5.25)$$

avec

$$\tilde{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{e}_x(t) \\ e_{f_a}(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{d}(t) = \begin{bmatrix} \bar{d}(t) \\ \dot{f}_a(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{d}(t) = \begin{bmatrix} d(t) \\ u_d(t) \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} (A_i - B_i K_j) & B_i K_j [0 \ I] & B_i \\ 0 & \bar{S}^{-1}(\bar{A}_i - L_{p_i} \bar{C}) & \bar{S}^{-1} \bar{B}_i \\ 0 & -\sigma \Gamma N_i \bar{C} - \Gamma N_i \bar{C} \bar{S}^{-1}(\bar{A}_i - L_{p_i} \bar{C}) & -\Gamma N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{B}_j \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$\tilde{D}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{d_i} & 0 \\ \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 \\ -\Gamma N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{D}_j & 1 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\bar{D}_{d_i} = \begin{bmatrix} D_i & B_i \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$\bar{D}_i = \begin{bmatrix} \check{D}_i & 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

5.5 Analyse de stabilité et stabilisation

Nous allons tout d'abord présenter les conditions de stabilité et de stabilisation de notre système dans le théorème 14, mais ces conditions seront présentées sous forme de BMIs qui seront linéarisées par la suite et présentées dans l'algorithme (5.5) et le théorème 15.

Théorème 14. \square

Pour un scalaire donné $\sigma > 0$, des matrices définies positives \bar{C}_x et \bar{C}_{x_4} et sous les hypothèses 7 et 8, l'observateur adaptatif descripteur flou de type T-S (5.14) et la commande FTC (5.15) peuvent réaliser, sous le niveau de performance H_∞ prédéfini γ , la stabilité asymptotique du système global (5.25), tel que

$$\int_0^\infty \bar{r}^T(t) \bar{C}_x \bar{r}(t) dt < \gamma^2 \int_0^\infty \tilde{d}(t)^T \bar{C}_{x_4} \tilde{d}(t) dt \quad (5.31)$$

avec

$$\bar{r}(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \bar{e}_x(t) \\ e_{f_a}(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_x = \begin{bmatrix} C_{x_1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{x_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{x_3} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_{x_4} = \begin{bmatrix} C_{x_{41}} & 0 \\ 0 & C_{x_{42}} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

s'il existe des matrices symétriques définies positives P_1, P_2 et Γ et des matrices N_i, L_{p_i} et K_i telles que $\forall i \in [1, \dots, r]$ les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\Phi_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (5.33a)$$

$$\frac{1}{2}(\Phi_{ij} + \Phi_{ji}) < 0, \quad i \neq j \leq r \quad (5.33b)$$

avec

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} \varphi_{ij}^{11} & \varphi_{ij}^{12} & P_1 B_i & P_1 \bar{D}_{d_i} & 0 & C_{L_i}^T \\ * & \varphi_i^{22} & \varphi_{ij}^{23} & P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 & 0 \\ * & * & \varphi_{ij}^{33} & \varphi_{ij}^{34} & \Gamma^{-1} & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 \bar{C}_{x_{41}} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 \bar{C}_{x_{42}} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{C}_{x_1}^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

où

$$\begin{aligned} \varphi_{ij}^{11} &= \text{sym}(P_1(A_i - B_i K_j)) \\ \varphi_{ij}^{12} &= P_1 B_i K_j^* \\ \varphi_i^{22} &= \text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1}(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C})) + C_{x_2} \\ \varphi_{ij}^{23} &= P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i - \sigma \bar{C}^T N_i^T - (\bar{A}_j - L_{P_j} \bar{C})^T \bar{S}^{-T} \bar{C}^T N_i^T \\ \varphi_{ij}^{33} &= -\text{sym}(N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{B}_j) + C_{x_3} \\ \varphi_{ij}^{34} &= -N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{D}_j \end{aligned}$$

où

$$K_j^* = K_j \begin{bmatrix} I_{n_x} & 0_{n_x \times n_f} \end{bmatrix}$$

Démonstration :

La fonctionnelle de Lyapunov considérée est choisie comme suit :

$$V(t) = \tilde{X}^T(t) \tilde{P} \tilde{X}(t) \quad (5.35)$$

avec

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

À partir des équations (5.25), (5.35) et (5.36), la dérivée par rapport au temps de $V(t)$ est donnée par :

$$\dot{V}(t) = \dot{\tilde{X}}^T(t) \tilde{P} \tilde{X}(t) + \tilde{X}^T(t) \tilde{P} \dot{\tilde{X}}(t) \quad (5.37)$$

En substituant (5.25) dans l'équation (5.37), nous obtenons :

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \omega_i \omega_j \left[\tilde{X}^T(t) [\tilde{P} \tilde{A}_{ij} + \tilde{A}_{ij}^T \tilde{P}] \tilde{X}(t) + 2 \tilde{X}^T(t) \tilde{D}_{ij} \tilde{P} \tilde{d}(t) \right] \quad (5.38)$$

Compte tenu des équations (5.27), (5.28) et (5.36), nous pouvons écrire les termes de (5.38) sous la forme suivante :

$$\tilde{P}\tilde{A}_{ij} + \tilde{A}_{ij}^T\tilde{P} = \begin{bmatrix} \Psi_{ij}^{11} & P_1 B_i K_j^* & P_1 B_i \\ * & \Psi_i^{22} & \varphi_{ij}^{23} \\ * & * & \Psi_{ij}^{33} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

$$\tilde{P}\tilde{D}_{ij} = \begin{bmatrix} P_1 \bar{D}_{d_i} & 0 \\ P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 \\ -N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{D}_j & \Gamma^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

où les matrices Ψ_{ij}^{11} , Ψ_i^{22} et Ψ_{ij}^{33} sont définies par :

$$\begin{aligned} \Psi_{ij}^{11} &= \text{sym}(P_1(A_i - B_i K_j)) \\ \Psi_i^{22} &= \text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1}(\bar{A}_i - L_{P_i} \bar{C})) \\ \Psi_{ij}^{33} &= -\text{sym}(N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{B}_j) \end{aligned}$$

Nous allons utiliser pour la suite la technique H_∞ afin de minimiser l'influence des perturbations extérieures, l'angle de braquage du conducteur et la dérivée du défaut actionneur par rapport à la sortie contrôlée, l'erreur d'estimation des états du système et l'erreur d'estimation de défauts.

$$J(t) = \dot{V}(t) + \bar{r}^T(t) \bar{C}_x \bar{r}(t) - \gamma^2 \tilde{d}^T(t) \bar{C}_{x_4} \tilde{d}(t) \quad (5.41)$$

En remplaçant $\dot{V}(t)$ par son expression, nous obtenons l'équation suivante :

$$J(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \omega_i \omega_j \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{X}^T(t) \\ \tilde{d}^T(t) \end{bmatrix}}_{\tilde{x}^T(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} \text{sym}(\tilde{P}\tilde{A}_{ij}) + \bar{C}_{ri} & \tilde{P}\tilde{D}_{ij} \\ * & -\gamma^2 \bar{C}_{x_4} \end{bmatrix}}_{\Xi_{ij}} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{X}(t) \\ \tilde{d}(t) \end{bmatrix}}_{\tilde{x}(t)} \quad (5.42)$$

avec

$$\bar{C}_{ri} = \begin{bmatrix} C_{L_i}^T C_{x_1} C_{L_i} & 0 & 0 \\ 0 & C_{x_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{x_3} \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

Remplaçons les équations (5.39), (5.40) et (5.43) dans l'équation (5.42), Ξ_{ij} peut être écrite sous la forme suivante :

$$\bar{\Xi}_{ij} = \begin{bmatrix} \Psi_{ij}^{11} + C_{L_i}^T C_{x_1} C_{L_i} & P_1 B_i K_j^* & P_1 B_i & P_1 \bar{D}_{d_i} & 0 \\ * & \Psi_i^{22} + C_{x_2} & \varphi_{ij}^{23} & P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 \\ * & * & \Psi_{ij}^{33} + C_{x_3} & -N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{D}_j & \Gamma^{-1} \\ * & * & * & -\gamma^2 \bar{C}_{x_{41}} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 \bar{C}_{x_{42}} \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

Si la condition (5.33b) est vérifiée, alors $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i w_j (\Phi_{ij} + \Phi_{ji}) < 0$ et nous pouvons écrire $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i w_j \Phi_{ij} < 0$ qui est équivalente à $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i w_j \Xi_{ij} < 0$ en appliquant le complément de Schur.

En pré- et post-multipliant l'inégalité précédente par $\mathfrak{X}^T(t)$ et $\mathfrak{X}(t)$ nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r w_i w_j \{\mathfrak{X}^T(t) \Xi_{ij} \mathfrak{X}(t)\} < 0 \quad (5.45)$$

Par conséquent,

$$\dot{V}(t) + \bar{r}^T(t) \bar{C}_x \bar{r}(t) - \gamma^2 \tilde{d}^T(t) \bar{C}_{x_4} \tilde{d}(t) < 0 \quad (5.46)$$

- si $\tilde{d}(t) = 0$, (5.46) signifie que $\dot{V}(t) \leq 0$; d'où $\mathfrak{X}(t)$ est uniformément borné.
- si $\tilde{d}(t) \neq 0$, en intégrant les deux membres de (5.46) de 0 à t donne

$$V(x(t)) - V(0) + \int_0^t \bar{r}^T(s) \bar{C}_x \bar{r}(s) ds - \gamma^2 \int_0^t \tilde{d}^T(s) \bar{C}_{x_4} \tilde{d}(s) ds < 0$$

Comme $t \rightarrow \infty$, et sous la condition initiale nulle, nous obtenons

$$\int_0^\infty \bar{r}^T(s) \bar{C}_x \bar{r}(s) ds < \gamma^2 \int_0^\infty \tilde{d}^T(s) \bar{C}_{x_4} \tilde{d}(s) ds \quad (5.47)$$

alors, $J(t) < 0$

Les conditions présentées dans le théorème 14 sont désormais présentées sous forme de BMIs, nous allons donc avoir recours à quelques techniques pour présenter les conditions de stabilisation sous forme de LMIs qui seront présentées dans l'algorithme (5.5).

Théorème 15. *[]*

Considérons le système (5.25) sous les hypothèses 7 et 8. Pour les paramètres de réglage $\sigma, \lambda, \rho > 0$, s'il existe des matrices symétriques définies positives X_1, P_2 et $\bar{\Gamma}$ et des matrices N_i, Y_i et W_i telles que $\forall i \in [1, \dots, r]$ les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{bmatrix} I_{n_x+n_f} & \bar{P}_2 \\ \bar{P}_2 & I_{n_x+n_f} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5.48)$$

$$\Psi_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (5.49a)$$

$$\frac{1}{2}(\Psi_{ij} + \Psi_{ji}) < 0, \quad i \neq j \leq r \quad (5.49b)$$

$$P_2 \bar{P}_2 = I_{n_x+n_f}, \varepsilon \bar{\varepsilon} = 1 \quad (5.50)$$

avec

$$\Psi_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & \Omega_{ij}^{12} & 0 & 0 \\ * & \Omega^{22} & \Omega^{23} & 0 \\ * & * & \Omega_{ij}^{33} & \Omega_{ij}^{34} \\ * & * & * & \Omega_{ij}^{44} \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

où

$$\Omega_{ij}^{11} = \text{sym}(A_i X_1 - B_i W_j), \Omega_{ij}^{12} = \begin{bmatrix} B_i W_j & 0 & B_i & \bar{D}_{d_i} & 0 & X_1 C_{L_i}^T \end{bmatrix}$$

$$\Omega^{22} = \begin{bmatrix} -2\lambda X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -2\lambda I & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -2\lambda I \end{bmatrix}, \Omega^{23} = \begin{bmatrix} \lambda I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda I \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{ij}^{33} = \begin{bmatrix} \omega_i^{11} & \omega_{ij}^{12} & P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 & 0 \\ * & \varphi_{ij}^{33} & \omega_{ij}^{23} & \bar{\Gamma} & 0 \\ * & * & -\rho C_{x_{41}} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\rho C_{x_{42}} & 0 \\ * & * & * & * & -C_{x_{11}} \end{bmatrix}, \Omega_{ij}^{34} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{C}^T Y_j^T \\ N_i \bar{C} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{ij}^{44} = \begin{bmatrix} -\varepsilon I & 0 \\ 0 & -\bar{\varepsilon} I \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} \omega_i^{11} &= \text{sym}(P_2 \bar{S}^{-1} \bar{A}_i - Y_i \bar{C}) + C_{x_2} \\ \omega_{ij}^{12} &= P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i - \sigma \bar{C}^T N_i^T - \bar{A}_j^T \bar{S}^{-T} \bar{C}^T N_i^T \\ \omega_{ij}^{23} &= -N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{D}_j \end{aligned}$$

alors l'observateur adaptatif descripteur flou de type T-S (5.14) et la commande FTC (5.15) réalisent la stabilité asymptotique du système (5.25) et la performance H_∞ est garantie pour un taux d'atténuation prédéfini γ .

Dans ce cas, les gains de l'observateur et du contrôleur sont donnés respectivement par : $L_{P_i} = \bar{S}P_2^{-1}Y_i$ et $K_i = W_iX^{-1}$.

Démonstration :

La démonstration de ce théorème est similaire à celle du deuxième théorème du chapitre précédent, nous allons quand même la détailler étant donné que les notations et le contenu des matrices ne sont pas les mêmes.

Nous pouvons réécrire (5.34) sous la forme suivante :

$$\Theta_{ij} = \begin{bmatrix} \varphi_{ij}^{11} & \Theta_{ij}^{12} \\ * & \Theta_{ij}^{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.52)$$

avec les éléments composants de cette matrice sont donnés par :

$$\Theta_{ij}^{12} = \begin{bmatrix} \varphi_{ij}^{12} & P_1B_i & P_1\bar{D}_{d_i} & 0 & C_{L_i}^T \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

$$\Theta_{ij}^{22} = \begin{bmatrix} \varphi_i^{22} & \varphi_{ij}^{23} & P_2\bar{S}^{-1}\bar{D}_i & 0 & 0 \\ * & \varphi_{ij}^{33} & \varphi_{ij}^{34} & \Gamma^{-1} & 0 \\ * & * & -\gamma^2\bar{C}_{x_{41}} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2\bar{C}_{x_{42}} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{C}_{x_1}^{-1} \end{bmatrix}$$

Soit la matrice symétrique suivante :

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} \mathcal{X}_{11} & 0 \\ 0 & \mathcal{X}_{22} \end{bmatrix}$$

avec $\mathcal{X}_{11} = P_1^{-1}$, $\mathcal{X}_{22} = \text{diag}(P_1^{-1}, I, I, I, I, I)$

Pré et post-multipliant l'équation (5.52) par \mathcal{X} , nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{X}_{11}\varphi_{ij}^{11}\mathcal{X}_{11}^T & \mathcal{X}_{11}\Theta_{ij}^{12}\mathcal{X}_{22}^T \\ * & \mathcal{X}_{22}\Theta_{ij}^{22}\mathcal{X}_{22}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (5.54)$$

En utilisant le lemme (3) et en appliquant le complément de Schur, nous trouvons :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{X}_{11}\varphi_{ij}^{11}\mathcal{X}_{11}^T & \mathcal{X}_{11}\Theta_{ij}^{12}\mathcal{X}_{22}^T & 0 \\ * & -2\lambda\mathcal{X}_{22} & \lambda I \\ * & * & \Theta_{ij}^{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.55)$$

En supposant que $X_1 = P_1^{-1}$, $\bar{\Gamma} = \Gamma^{-1}$, $Y_i = P_2 \bar{S}^{-1} L_{P_i}$, $W_i = K_i P_1^{-1}$, $C_{x_{11}} = C_{x_1}^{-1}$ et $\rho = \gamma^2$ les équations suivantes peuvent alors être mises sous la forme :

$$\Sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & \Omega_{ij}^{12} & 0 \\ * & \Omega^{22} & \Omega^{23} \\ * & * & \Sigma_{ij}^{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.56)$$

avec

$$\Sigma_{ij}^{33} = \begin{bmatrix} \omega_{ij}^{11} & \bar{\omega}_{ij}^{12} & P_2 \bar{S}^{-1} \bar{D}_i & 0 & 0 \\ * & \varphi_{ij}^{33} & -N_i \bar{C} \bar{S}^{-1} \bar{D}_j & \bar{\Gamma} & 0 \\ * & * & -\rho C_{x_{41}} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\rho C_{x_{42}} & 0 \\ * & * & * & * & -C_{x_{11}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\omega}_{ij}^{12} = P_2 \bar{S}^{-1} \bar{B}_i - \sigma \bar{C}^T N_i^T - \bar{A}_j \bar{S}^{-T} \bar{C}^T N_i^T + \bar{C}^T Y_j^T P_2^{-1} \bar{C}^T N_i^T$$

Les autres matrices sont détaillées précédemment dans le théorème (15).

L'équation précédente peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \Sigma_{ij} = & \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & \Omega_{ij}^{12} & 0 \\ * & \Omega^{22} & \Omega^{23} \\ * & * & \Omega_{ij}^{33} \end{bmatrix} + \begin{matrix} x \text{ fois} \\ \\ \\ z \text{ fois} \end{matrix} \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \bar{C}^T Y_j^T \\ \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \end{bmatrix} P_2^{-1} \begin{bmatrix} \underbrace{y \text{ fois}}_{0 \dots 0} & \bar{C}^T N_i^T & \underbrace{w \text{ fois}}_{0 \dots 0} \end{bmatrix} \\ & + \begin{matrix} (x + (n + p)) \text{ fois} \\ \\ \\ (z - q) \text{ fois} \end{matrix} \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \\ N_i \bar{C} \\ \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \end{bmatrix} P_2^{-1} \begin{bmatrix} \underbrace{(y - (n + p)) \text{ fois}}_{0 \dots 0} & Y_j \bar{C} & \underbrace{(w + q) \text{ fois}}_{0 \dots 0} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.57) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
x &= 2n + p + 2q + l + q_1 + p_1 \\
y &= 3n + 3p + 2q + l + q_1 \\
z &= 2q + l + q_1 + l_1 \\
w &= l + q_1 + q + p_1
\end{aligned} \tag{5.58}$$

En appliquant le lemme (4), il en résulte qu'il existe une matrice P_2 satisfaisant

$$P_2^{-1} \leq I_{n_x+n_u} \tag{5.59}$$

l'inégalité (5.57) est vérifiée si et seulement s'il existe un scalaire positif ε tel que

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & \Omega_{ij}^{12} & 0 \\ * & \Omega^{22} & \Omega^{23} \\ * & * & \Omega_{ij}^{33} \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{matrix} x \text{ fois} \\ \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \\ \bar{C}^T \bar{Y}_j^T \\ \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \\ z \text{ fois} \end{matrix} \begin{bmatrix} \underbrace{0 \dots 0}_{y \text{ fois}} & Y_j \bar{C} & \underbrace{0 \dots 0}_{w \text{ fois}} \end{bmatrix} \\
+ \varepsilon^{-1} & \begin{matrix} (x + (n + p)) \text{ fois} \\ \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \\ N_i \bar{C} \\ \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \\ (z - q) \text{ fois} \end{matrix} \begin{bmatrix} \underbrace{0 \dots 0}_{(y-(n+p)) \text{ fois}} & \bar{C}^T N_i^T & \underbrace{0 \dots 0}_{(w+q) \text{ fois}} \end{bmatrix} < 0 \tag{5.60}
\end{aligned}$$

En appliquant le complément de Schur et en remplaçant $\bar{P}_2 = P_2^{-1}$ et $\bar{\varepsilon} = \varepsilon^{-1}$ les inégalités (5.59) et (5.60) sont équivalentes à (5.48) et (5.49).

Remarque 7. En utilisant la méthode de la linéarisation de la complémentarité du cône proposée dans [24, 42] et à l'aide des outils d'optimisation présents dans [96], le problème non-convexe donné dans (5.48) et (5.49) peut être transformé en un problème de minimisation suivant sous contraintes LMI :

Minimiser $trace(P_2\bar{P}_2 + \varepsilon\bar{\varepsilon}I_{n_x+n_f})$

sous les contraintes (5.48), (5.49) et

$$\begin{bmatrix} P_2 & I_{n_x+n_f} \\ I_{n_x+n_f} & \bar{P}_2 \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \varepsilon & I_{n_x+n_f} \\ I_{n_x+n_f} & \bar{\varepsilon} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5.61)$$

En se basant sur les résultats précédents, l'algorithme itératif suivant est développé :

Algorithme

1. Choisir :

- ✓ un gain arbitraire L_D
- ✓ des paramètres de réglage σ, λ, ρ
- ✓ des valeurs initiales $(P_{20}, \bar{P}_{20}, \varepsilon_0, \bar{\varepsilon}_0)$ telles que les conditions (5.48), (5.49) et (5.61) sont faisables. Soit $k = 0$.

2. ✓ Résoudre le problème d'optimisation suivant :

Minimiser $trace(P_2^k\bar{P}_2 + \varepsilon^k\bar{\varepsilon}I_{n_x+n_f} + P_2\bar{P}_2^k + \varepsilon\bar{\varepsilon}^kI_{n_x+n_f})$ soumis à (5.48), (5.49) et (5.61).

- ✓ Soit $P_2^{k+1} = P_2, \varepsilon^{k+1} = \varepsilon$.

3. ✓ Si les solutions obtenues satisfont (5.48), (5.49) et (5.61).

- ✓ pour une petite tolérance ν , si $|trace(P_2^k\bar{P}_2 + \varepsilon^k\bar{\varepsilon}I_{n_x+n_f} + P_2\bar{P}_2^k + \varepsilon\bar{\varepsilon}^kI_{n_x+n_f}) - 4n| < \nu$ alors on calcule X_1, P_2, N_i , le gain proportionnel L_{P_i} de l'observateur et le gain du contrôleur K_i et stop. Sinon, $k = k + 1$ et on retourne à l'étape 2.
-

5.6 Comparaisons et contributions

Remarque 8. *L'objectif de ce chapitre est d'améliorer les résultats obtenus dans le chapitre précédent. En effet, la majorité des papiers qui traitent la stabilité et la stabilisation du système en présence de défauts actionneurs supposent souvent l'égalité suivante $(P_2\bar{S}^{-1}\bar{B}_i)^T = \sigma N_i\bar{C}$ afin de simplifier les calculs. Dans ce cas, ce terme $N_i\bar{C}\bar{S}^{-1}L_{P_i}\bar{C}$ est remplacé par $\bar{B}_i^T\bar{S}^{-T}Y_i\bar{C}$ qui est un terme linéaire et cette égalité peut être facilement résolu. Néanmoins, l'égalité précédente est une condition restrictive, pour cela pour améliorer les travaux précédents et pour réduire le conservatisme, nous adoptons la méthode CCL. Cette dernière nous permet de transformer les BMIs en un ensemble de LMIs facile à résoudre.*

Remarque 9. Les chapitres précédents ainsi que plusieurs papiers à savoir [113, 33, 118, 69], ont utilisé la majoration suivante $2x^\top y \leq \frac{1}{\mu}x^\top Qx + \mu y^\top Q^{-1}y$ donnée en détail dans l'annexe. En se basant sur la majoration précédente, le terme suivant $\frac{2}{\sigma}e_{f_a}^\top(t)\Gamma^{-1}\dot{f}_a(t)$ est remplacé par $\frac{1}{\sigma\mu}e_{f_a}^\top(t)Ge_{f_a}(t) + \frac{\mu}{\sigma}\dot{f}_a^\top(t)\Gamma^{-1}G^{-1}\Gamma^{-1}\dot{f}_a(t)$. Tant dis que, dans le chapitre actuel, en intégrant un niveau d'atténuation H_∞ dans la loi de commande FTC, nous pouvons minimiser à la fois l'effet de la dérivée du défaut actionneur et des perturbations extérieures.

Remarque 10. Nous pouvons estimer de manière fiable $\hat{x}(t)$ qui est l'estimation du vecteur d'état du système descripteur augmenté. Il est donc facile d'avoir l'estimation des états et des défauts capteurs, ils sont formulés de la manière suivante : $\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} I_{n_x} & 0_{n_f} \end{bmatrix} \hat{\hat{x}}(t)$ et $\hat{f}_s(t) = \begin{bmatrix} 0_{n_x} & I_{n_f} \end{bmatrix} \hat{\hat{x}}(t)$.

5.7 Résultats de simulation

Pour démontrer l'efficacité et les mérites des approches proposés dans ce chapitre, nous allons appliquer nos résultats sur le modèle (5.1). En tenant compte des matrices (5.7) et (5.8) et les valeurs du véhicule données dans le tableau 5.1.

Les matrices de sortie, de défaut capteur, de sortie contrôlée et de perturbation sont données respectivement par :

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, F_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix},$$

$$C_{L_1} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}, C_{L_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.6 & 0.5 \end{pmatrix}, D_1 = D_2 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tableau 5.1 – Paramètres du véhicule

Constante	Nom	Valeur	Unité
β	Angle de glissement au CG		[rad]
$\dot{\psi}$	Vitesse du lacet		[rad]
ϕ	Angle de roulis		[rad]
$\dot{\phi}$	Vitesse angulaire de roulis		[rad/s]
δ	Angle de braquage des roues		[rad]
u_d	Angle de braquage du conducteur		[rad]
m_s	Masse suspendue du véhicule	1592	[kg]
m_u	Masse non suspendue du véhicule	240	[kg]
m	Masse totale du véhicule	1832	[kg]
v	Vitesse du véhicule	20	[m/s]
J_x	Moment du roulis au centre de gravité du véhicule	894,4	[kg m ²]
J_z	Moment d'inertie au centre de gravité du véhicule	2687,1	[kg m ²]
l_r	Distance entre l'axe arrière et le CG du véhicule	1.77	[m]
l_f	Distance entre l'axe avant et le CG du véhicule	1.18	[m]
h	hauteur de l'axe de roulis au CG	0.9	[m]
B_ϕ	Coefficient d'atténuation du mouvement de roulis	6600	[Nms/rad]
K_ϕ	Coefficient de ressort du mouvement de roulis	186000	[Nms/rad]

Résultats et discussions

En utilisant les techniques d'optimisation de Levenberg-Marquardt et des moindres carrés, minimisant l'écart quadratique entre les expressions non linéaires des forces latérales données par le modèle de Pacejka et les forces estimées, les valeurs de coefficient de rigidité sont données dans le tableau 5.2.

Tableau 5.2 – Valeurs de coefficients de rigidité

C_{f1}	C_{f2}	C_{r1}	C_{r1}
12281	1033.2	8369.9	482.1891

En utilisant la fonction `gbellmf` dans Matlab, nous pouvons obtenir les paramètres optimaux

des fonctions d'appartenance présents dans le tableau 5.3.

Tableau 5.3 – Paramètres des fonctions d'appartenance

a_1	a_2	b_1	b_2	c_1	c_2
0.0898	103.7798	0.6771	629.8821	0.0230	103.7686

Nous optons par la suite pour la résolution des LMIs énoncées dans le théorème (15) et l'algorithme (5.5).

La matrice L_D est choisie de la façon suivante :

$$L_D = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 5 & 0 \\ 0.6 & 3 & 5 & 2 & 0.9 \end{bmatrix}^T$$

et en choisissant les paramètres de réglage comme suit : $\lambda = 85$, $\sigma = 10$ et le niveau de performance $H_\infty : \rho = 0.852$ nous obtenons des solutions faisables.

Les gains de l'observateur proposé sont donnés par :

$$L_{P_1} = \begin{bmatrix} 36,455 & -46,471 \\ 9,476 & 1,684 \\ 1071,430 & -1343,847 \\ -194,236 & 267,077 \\ -19,591 & 26,961 \end{bmatrix}, L_{P_2} = \begin{bmatrix} 34,862 & -47,217 \\ 7,842 & 5,255 \\ 1017,785 & -1350,006 \\ -185,761 & 269,949 \\ -18,738 & 27,257 \end{bmatrix}$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} 21312,72 & 1,76 \end{bmatrix}, N_2 = \begin{bmatrix} 119,26 & -0,275 \end{bmatrix}$$

Contrairement aux autres chapitres, le taux d'apprentissage qui sert à régler la vitesse de convergence des états et des défauts, n'est pas choisi au préalable et il est calculé à l'aide des problèmes d'optimisation LMIs. Il est donné par :

$$\Gamma = 0,0054$$

Les gains du contrôleur sont :

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1,455 & 0,437 & 0,077 & 0,984 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -7,016 & 4,742 & 1,231 & 9,609 \end{bmatrix}$$

Le défaut actionneur est défini de cette manière :

$$f_a(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 8 \\ 0.05(1 - e^{-3(t-8)}) & 8 < t \leq 32 \end{cases} \quad (5.62)$$

Les perturbations extérieures représentant les rafales de vent sont données par :

$$d(t) = 0.042\sin(0.15\pi t) - 0.01x + 0.02x \quad (5.63)$$

Le défaut capteur $f_s(t)$, qui est un signal sinusoïdal carré entre 10s et 32s, est exprimé de la façon suivante :

$$f_s(t) = \begin{cases} 0.05x & t \leq 10 \\ -0.15 + 0.05x & 10 < t \leq 12 \\ -0.3 + 0.05x & 12 < t \leq 15 \\ 0.05x & 15 < t \leq 17 \\ 0.12 + 0.03\sin(3\pi t + \frac{\pi}{2})\cos(0.2\pi t) + 0.05x & 17 < t \leq 23 \\ -0.12 + 0.05x & 23 < t \leq 26 \\ 0.1 + 0.05x & 26 < t \leq 29 \\ 0.05x & t > 29 \end{cases} \quad (5.64)$$

où x : est une valeur aléatoire comprise entre 0 et 1.

Nous appliquons un angle de braquage conducteur $u_d(t) = 0.087\sin(0.4\pi t)$, la vitesse du véhicule est fixée à 72km/h et notre système est soumis simultanément aux défauts capteurs, actionneurs et perturbations extérieures prescrits précédemment.

Résultats obtenus par le logiciel Matlab :

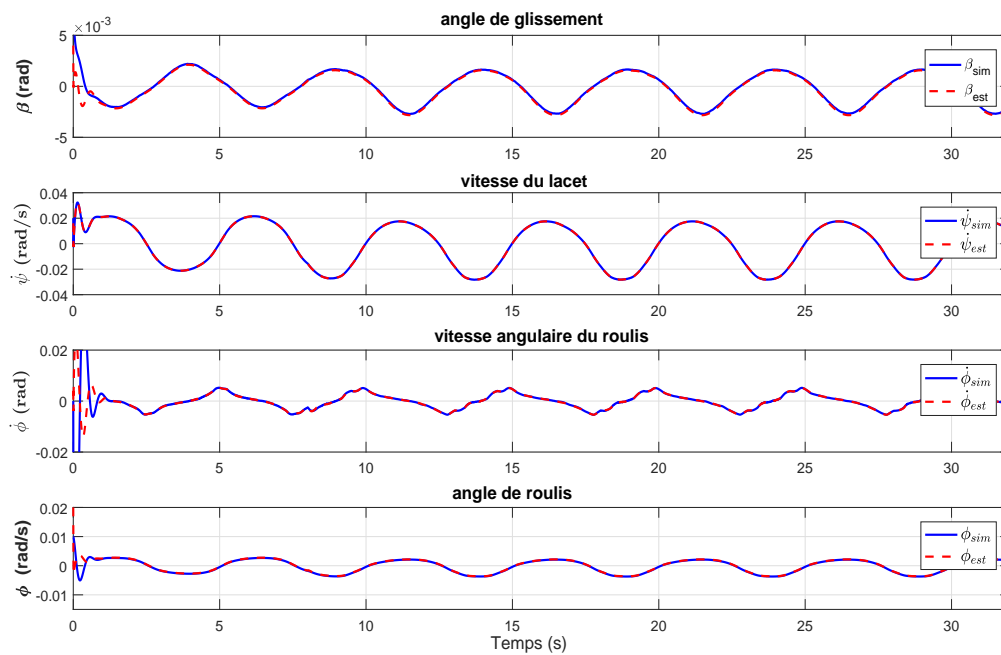


Figure 5.4 – L'évolution des états du système défectueux et leurs estimés

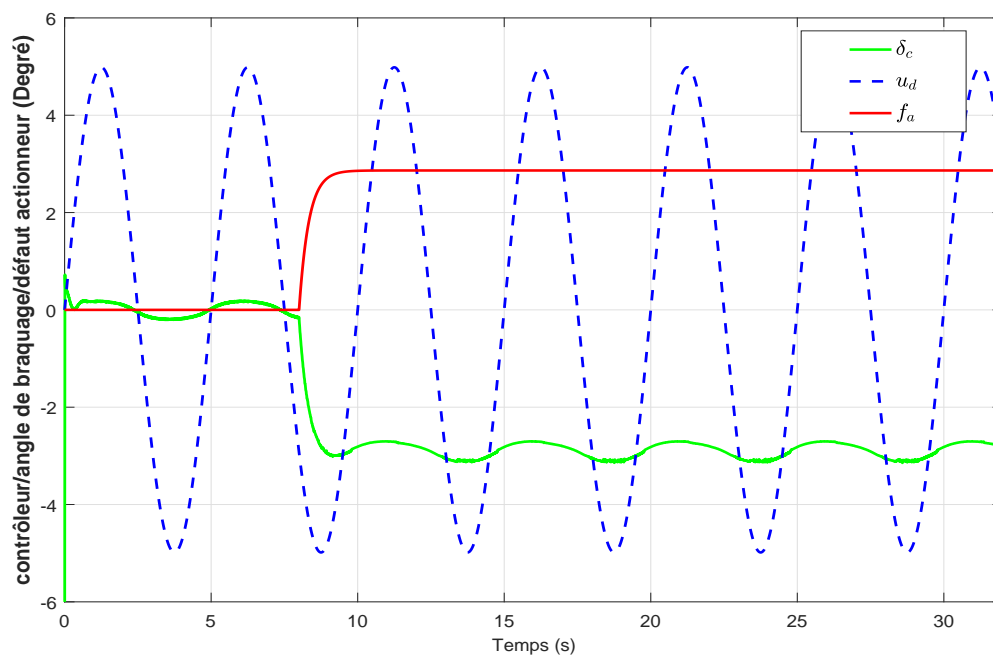


Figure 5.5 – commande FTC, angle de braquage du conducteur, défaut actionneur

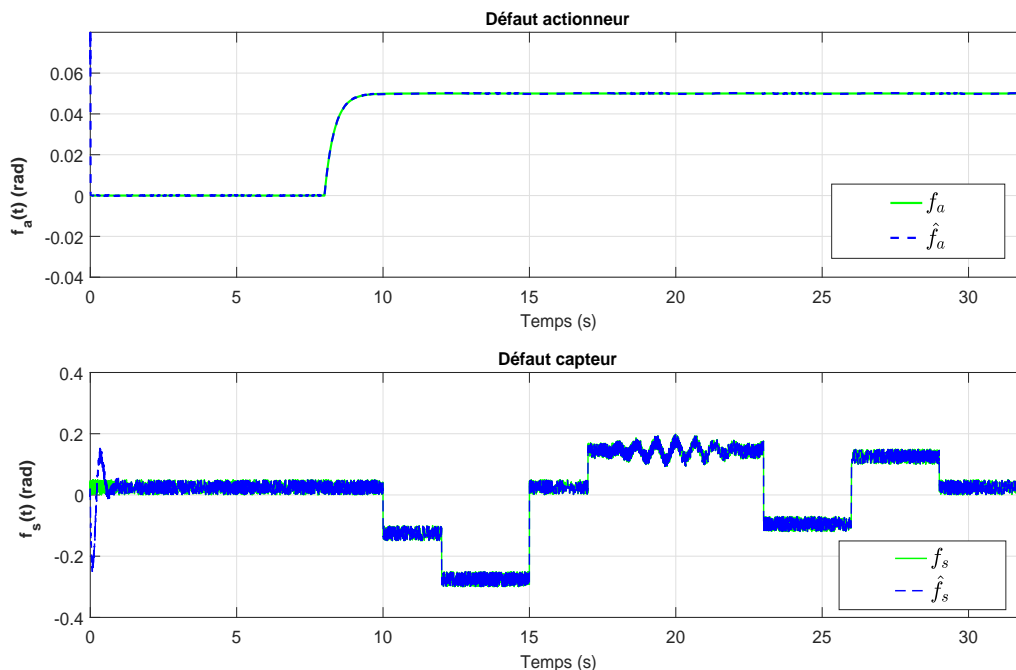


Figure 5.6 – Estimation des défauts actionneurs et capteurs

La figure 5.4 présente l'évolution des états du système (angle de glissement, vitesse du lacet, vitesse angulaire de roulis et l'angle de roulis) et leurs estimés en utilisant la commande FTC. Étant donné qu'il y a des données qu'on ne peut pas mesurer dans le véhicule, entre autres l'angle de glissement parce que le capteur permettant la mesure de cet angle coûte très cher, la méthode proposée repose donc sur l'estimation de certaines informations en s'appuyant sur l'observateur conçu.

À partir de la figure 5.4, nous pouvons remarquer qu'il y a une parfaite cohérence entre les états mesurés et ceux estimés.

Il est également indiqué dans la figure 5.5, l'allure du défaut actionneur, l'angle de braquage du conducteur ainsi que la commande FTC appliquée.

Nous pouvons remarquer que les trajectoires du système ne convergent pas vers zéro et qu'elles sont proportionnelles à la trajectoire de l'angle de braquage du conducteur. De plus, nous nous apercevons que la commande FTC est capable de compenser les défauts et permettre ainsi au système de fonctionner correctement.

La figure 5.6 présente sur un premier schéma l'évolution temporelle du défaut réel de l'actionneur et de sa valeur estimée. Le second schéma de cette figure montre la trajectoire du défaut capteur et son estimation. Nous constatons ainsi que l'observateur adaptatif proposé dans ce chapitre permet

une bonne estimation des états du système, des défauts capteurs et des défauts actionneurs.

Comparaison des résultats "avec commande FTC" aux résultats "sans commande FTC" :

Afin de montrer l'efficacité de notre commande FTC développée dans ce travail, nous allons supposer que l'entrée u_d qui représente l'angle de braquage du conducteur est nulle et nous allons procéder à une comparaison entre les états obtenus en considérant la commande FTC à ceux qui sont avec une commande nominale (c'est à dire sans compensation de défauts).

Les défauts capteurs et actionneurs auxquels nous nous intéressons en l'occurrence sont ceux qui figurent dans la partie précédente, dans les équations (5.62) et (5.64). La même chose pour les perturbations, elles sont présentées dans l'équation (5.63).

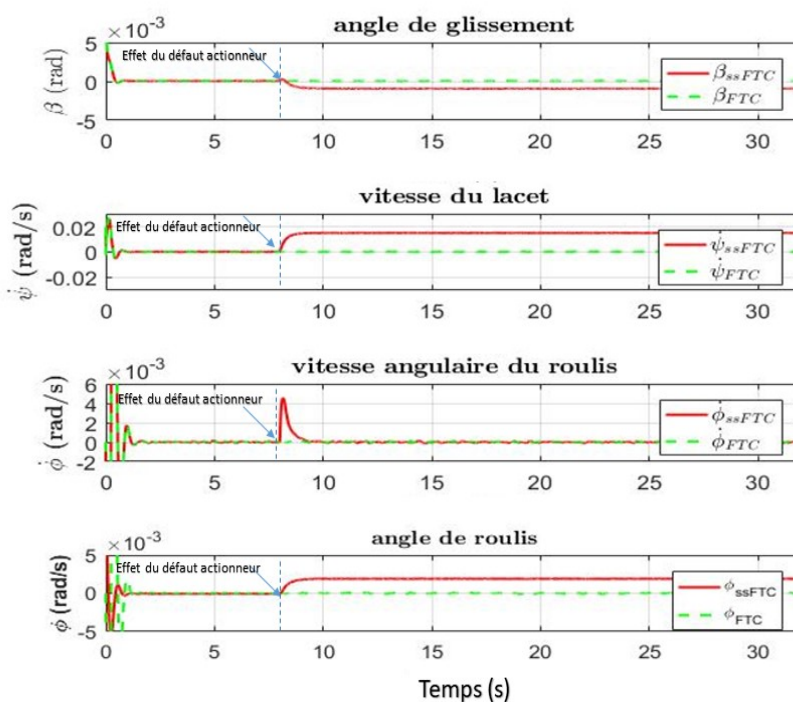


Figure 5.7 – Évolution des états avec et sans commande FTC

Nous éprouvons qu'à partir de l'apparition du défaut actionneur, les états obtenus en utilisant la commande nominale ne convergent pas vers zéro et par ailleurs la stabilité du système en boucle fermée n'est pas garantie. Par contre, en utilisant la commande FTC le système en boucle fermée fonctionne correctement et maintient sa stabilité même dans le cas de dysfonctionnement de l'actionneur et du capteur.

Validation des résultats avec le simulateur CarSim :

À partir d'une communication entre la boîte à outils Simulink de Matlab et le simulateur CarSim, nous allons prouver que nos résultats trouvés sont valables aussi en simulant un modèle réel de CarSim.

Après avoir créé un nouveau bloc à partir de l'originale, nous précisons le chemin du fichier Simulink avec lequel CarSim va communiquer. Par la suite nous choisissons les variables qui seront renvoyées à Simulink et les variables reçues de ce dernier.

Pour la configuration du véhicule, nous choisissons "E-Class. SUV" avec une vitesse de 72km/h . Ensuite, pour le bloc "Run Control with Simulink", nous importons notre fichier Simulink portant son nom et nous choisissons un temps d'échantillonnage = 0.005 et une fréquence = 200Hz .

Finalement, nous choisissons les variables que nous envisageons observer et qui sont dans notre cas : 'l'angle de braquage', 'l'angle de glissement', 'l'angle du lacet' et 'l'angle du roulis'.

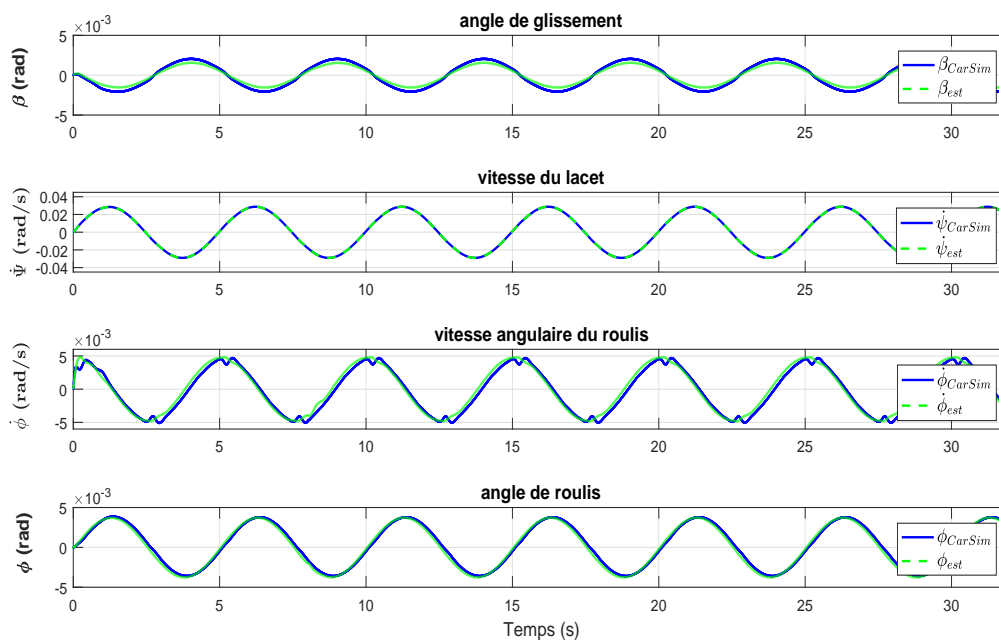


Figure 5.8 – Évolution des états du système avec le simulateur CarSim et leurs estimés en présence de défauts et de l'angle de braquage en utilisant la commande FTC

Nous pouvons constater à partir de la figure 5.8 que l'observateur proposé offre une bonne estimation des états réels obtenus à l'aide du simulateur CarSim, malgré une petite erreur due aux hypothèses simplificatrices faites lors de la modélisation. D'autre part, nous pouvons conclure que la

commande FTC établie a pu compenser les effets des défauts capteurs et actionneurs et maintenir la stabilité du système en boucle fermée.

Nous pouvons aussi remarquer que les effets de perturbations extérieures et de l'angle de braquage du conducteur sont minimisés.

5.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une commande FTC à base d'observateur adaptatif descripteur pour la dynamique du véhicule. À l'aide de l'algorithme de la linéarisation de la complémentarité du cône, la méthode proposée en l'occurrence offre des conditions de LMI moins restrictives que celles établies dans la littérature. En fait, une méthode de résolution des gains du contrôleur et de l'observateur nécessaires pour l'estimation des états du système et des défauts actionneurs/capteurs est donnée en une seule étape. Ensuite, en utilisant la technique d'optimisation H_∞ et en se basant sur les défauts et les états estimés, une commande FTC est donnée pour assurer la stabilité du système en boucle fermée et pour minimiser à la fois les effets de perturbations extérieures et l'effet de l'angle de braquage du conducteur. Finalement, pour illustrer l'efficacité de nos résultats analytiques, une application de la dynamique dérive-lacet-roulis du véhicule en présence de défauts capteurs, actionneurs et de perturbations extérieures a été considérée. Les résultats ont été validés sur Matlab et sur le simulateur CarSim.



CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES

Conclusions

Durant ces travaux de recherche, nous avons apporté plusieurs contributions en proposant de nouvelles méthodes d'analyse et de synthèse à la fois de l'observateur et du contrôleur, pour différentes classes de systèmes dynamiques.

Nous avons commencé tout d'abord par une étude bibliographique sur les différentes classes de systèmes considérées ainsi que les conditions de stabilité et de stabilisation de chaque classe. Ensuite, après avoir présenté les différents types de défauts pouvant affecter le système, nous nous sommes intéressés aux méthodes d'estimation assurées par les observateurs et aux techniques de stabilisation en présence de défauts établies par les contrôleurs. Nous avons abordé en particulier l'objectif et les différentes approches de la commande FTC.

Dans le deuxième chapitre, nous avons élaboré une commande FTC basée sur un observateur flou adaptatif pour les systèmes descripteurs flous de type T-S à retard. En se basant sur la fonction de Lyapunov-Krasovskii, des conditions d'analyse et de synthèse à la fois de l'observateur et du contrôleur sont données sous forme de LMIs qu'on peut résoudre en une seule étape. Les conditions établies sont dépendantes de la taille du retard ce qui donne des résultats moins conservatifs. Enfin, pour valider les approches utilisées deux exemples de simulation sont présentés.

Afin d'étendre les techniques d'application de la commande FTC, dans le troisième chapitre, notre attention s'est portée sur la stratégie d'estimation de défauts et à l'approche de commande FTC pour les systèmes descripteurs flous de type T-S en présence de défauts actionneurs, capteurs et de perturbations extérieures. En utilisant la technique d'optimisation H_∞ , nous avons proposé un

observateur flou adaptatif permettant l'estimation simultanée des états du système descripteur, des défauts actionneurs et capteurs. Par la suite, nous avons introduit une commande FTC sous la contrainte H_∞ pour stabiliser le système défectueux. Les conditions de synthèse de l'observateur et du contrôleur sont présentées sous forme de LMIs. L'efficacité des approches proposées ont été illustrées par une simulation d'un système de camion avec remorque.

Dans le quatrième chapitre, nous avons élaboré de nouvelles conditions d'analyse et de synthèse de la FTC et de l'observateur pour un système flou de type T-S. Ces conditions sont données sous forme de LMIs pouvant être résolues en une seule étape. L'approche proposée nous permet, en utilisant la technique d'optimisation H_∞ , d'estimer à la fois les états du système et les défauts capteurs et actionneurs présents, de maintenir la stabilité robuste du système en boucle fermée et de minimiser l'effet des perturbations. L'apport des techniques proposées, en termes de performance H_∞ et de réduction de conservatisme par rapport aux résultats récents de la littérature, a été relevé par un exemple numérique et une application réelle d'un modèle de chariot en mouvement.

Nous avons consacré le cinquième chapitre à la synthèse d'une loi de commande FTC à base d'observateur pour le contrôle du modèle dérive-lacet-roulis d'un véhicule. Nous avons proposé au départ un observateur flou adaptatif permettant d'une part l'estimation des états non-mesurables du modèle dynamique du véhicule et d'autre part l'estimation des défauts capteurs et actionneurs. De plus, une commande FTC a été développée pour assurer la stabilité du système en boucle fermée non seulement dans le cas nominal mais également en présence de défauts actionneurs et capteurs. Dans le but d'obtenir des résultats moins restrictifs, des conditions de relaxation LMI, permettant la minimisation de la complexité de résolution en termes de coût de calcul, ont été proposées. Nous avons finalement validé les approches développées par un exemple de la dynamique du véhicule et cela sur Matlab et sur le simulateur CarSim.

Perspectives

Nous pouvons envisager de nouveaux axes de recherche à partir de ce que l'on a vu dans ce mémoire :

- Nous avons élaboré une commande FTC à base d'observateur pour les systèmes descripteurs T-S à retard. Bien que les résultats étaient dépendants de la taille du retard, cependant le retard considéré était constant. En plus, nous avons pris en compte uniquement la présence de défauts actionneurs. Il serait donc intéressant d'étendre ce travail pour les systèmes descripteurs T-S à retard, plus précisément à retard variable, tout en tenant compte de la présence
-

- simultanée de défauts capteurs et actionneurs.
- Dans tous les travaux menés dans cette thèse, nous avons considéré des systèmes non linéaires et en particulier ceux qui sont approximés par des modèles flous de type T-S. Par ailleurs, les commandes et les observateurs considérés dans ce rapport sont aussi présentés par des modèles flous de type T-S. Dans notre cas, les variables de prémisse sont tous supposées mesurables. Cependant, dans certaines applications pratiques les variables de prémisse ne sont pas accessibles à mesurer, ce qui fait, le problème des variables de prémisse non-mesurables est une question pertinente et représente une catégorie plus général que la précédente. L'objectif de nos prochains travaux sera donc d'aborder le problème de la commande FTC à base d'observateur pour les systèmes T-S avec des variables de prémisse non-mesurables.
 - Dans cette thèse, nous avons élaboré des lois de commande capables d'augmenter la sécurité et la fiabilité du système en présence simultanée de défauts capteurs et actionneurs et de perturbations extérieures. Il serait également intéressant de garantir la stabilité et de récupérer les performances du système en intégrant d'autres contraintes, telles que les défauts système. En outre, dans les applications pratiques, les systèmes dynamiques sont fréquemment soumis à des phénomènes de saturation des actionneurs. Pour cela, il est judicieux de développer des lois de commande plus performantes, en particulier un contrôleur tolérant aux saturations de commande permettant la stabilité du système en boucle fermée en présence des contraintes précitées.
 - Après avoir validé les résultats trouvés dans le dernier chapitre de la dynamique du véhicule sur la boîte à outils Matlab et sur le simulateur CarSim, nous envisageons valider nos résultats en utilisant des mesures réelles du véhicule automobile présent dans le laboratoire (MIS, UPJV).
-

6.1 Approche d'inégalités matricielles

Le problème d'optimisation numérique appelée inégalité matricielle linéaire (LMI) a reçu une attention significative par [8]. Ce problème d'optimisation peut être résolu efficacement grâce au coût polynomial et est donc solvable, au moins dans le cadre théorique. En effet, les LMIs deviennent de plus en plus performantes et efficaces dans le cas pratique grâce aux méthodes des points intérieurs développées par [82]. Pour les systèmes de contrôle, l'avantage majeure de l'optimisation des LMIs c'est le fait qu'un grand nombre de problèmes des systèmes dynamiques peuvent être résolus en fonction des contraintes LMIs. Même pour les problèmes qui sont difficiles à résoudre analytiquement, l'approche LMI est souvent l'outil efficace de résolution numérique.

- **Formulation LMI :**

Définition 4. [8]

On définit une inégalité matricielle linéaire (LMI : Linear Matrix Inequality) par le problème suivant :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (6.1)$$

avec les scalaires $x^T = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ sont des variables de décision, $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, s$ sont des matrices réelles, carrées et symétriques. $F(x) > 0$ est une LMI affine des éléments de x .

L'inégalité (6.1) est une contrainte convexe en x , c'est à dire l'ensemble $\{x/F(x) > 0\}$ est

convexe. En effet, l'inégalité (6.1) représente une variété de contraintes convexes en x . En particulier, les inégalités linéaires, les inégalités quadratiques convexes, les inégalités des normes matricielles ainsi que les contraintes qui apparaissent dans la théorie du contrôle, telles que les inégalités de la matrice quadratique convexe et de Lyapunov, peuvent être toutes exprimées sous forme de LMIs.

- **Problème de faisabilité** : Le problème de faisabilité d'une LMI est le fait de trouver l'ensemble des points : $x \in E$ avec $E = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} / F(x) > 0\}$ qui vérifient LMI : $F(x) > 0$ alors le problème $F(x) > 0$ est dit faisable (ou réalisable) et ces points appelés points faisables.

Pour la résolution des LMIs nous avons utilisé la boîte à outils LMI ainsi que la boîte à outils YALMIP (Sdpt3 et Sedumi) développée par [76] et qui permet de résoudre même les égalités matricielles sous Matlab.

6.2 Outils de linéarisation des LMIs

Dans la suite, nous présentons quelques lemmes nécessaires pour la linéarisation des BMIs et utiles pour leur relaxation.

6.2.1 Complément de Schur

Lemme 1. Complément de Schur : [8]

Soient trois matrices Q , R et S de dimensions appropriées avec $Q = Q^T$ et $R = R^T$, les expressions suivantes sont alors équivalentes :

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} < 0 \iff \begin{cases} R < 0 \\ Q - SR^\dagger S < 0 \end{cases}$$

ou

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} > 0 \iff \begin{cases} R > 0 \\ Q - SR^\dagger S > 0 \end{cases}$$

6.2.2 Lemmes de majoration

Pour établir des conditions sous forme de LMIs, nous utilisons souvent le complément de Schur donné précédemment dans le lemme (1) et des lemmes de majorations qui seront présentés dans la suite.

Lemme 2. [106] :

Soient X et Y deux matrices de dimensions appropriées. Pour toute matrice $Q > 0$ et pour un scalaire $\mu > 0$, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$XY^T + YX^T \leq \frac{1}{\mu}XQX^T + \mu YQ^{-1}Y^T \quad (6.2)$$

Lemme 3. [109] :

Pour deux matrices Π définie négative et X une matrice symétrique de dimensions appropriées, il existe un scalaire $\lambda > 0$, tel que

$$X^T \Pi X \leq -\lambda(X^T + X) - \lambda^2 \Pi^{-1}. \quad (6.3)$$

Lemme 4. [117, 110] :

Soient $Q = Q^T$, R , S et T des matrices de dimensions appropriées

$$Q + SRT + T^T R^T S^T < 0 \quad (6.4)$$

pour toute matrice R satisfaisant $R^T R \leq I$

$$Q + \eta S S^T + \eta^{-1} T^T T < 0 \quad (6.5)$$

Lemme 5. Inégalité Intégrale de Jessen : [36]

Pour toute matrice définie positive $M \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$, telle que $M = M^T > 0$ et un scalaire $\gamma > 0$, l'intégrale suivante est vérifiée :

$$\gamma \int_0^\gamma x(s)^T M x(s) ds \geq \left(\int_0^\gamma x(s)^T ds \right) M \left(\int_0^\gamma x(s) ds \right)$$

Cette inégalité est généralement utilisée pour majorer des termes intégraux quand on procède au calcul de la dérivée de certaines fonctionnelles de Lyapunov-Krasovskii.

6.3 Classification des performances

6.3.1 Les perturbations

Les systèmes dynamiques, comme ils peuvent être affectés par des défauts capteurs ou actionneurs, ils peuvent également être soumis à des perturbations extérieures dûs à l'environnement, aux bruits de mesure, à des variations paramétriques ou aux phénomènes internes liés à des modifications du système. Ces perturbations peuvent modifier les performances du système et entraîner son

instabilité. Pour surmonter ces problèmes, plusieurs critères d'optimisation ont été élaborés dans la littérature entre autres, la norme H_∞ et la norme H_- . Puisque, nous nous sommes concentrés sur la norme H_∞ tout au long de ce rapport, nous allons donc la présenter en détail. Cette technique d'optimisation ne nécessite aucune connaissance sur les perturbations à part qu'elles soient à énergie bornée et elle effectue la minimisation de l'effet de perturbations par rapport à l'erreur d'estimation. Nous pouvons considérer le système linéaire suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B_d d(t) + B_f f(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + D_d d(t) + D_f f(t)\end{aligned}\quad (6.6)$$

où $x(t)$ est le vecteur d'état, $u(t)$ est le vecteur de commande et $y(t)$ correspond au vecteur de sorties mesurées. $d(t)$ désigne le vecteur de perturbations et $f(t)$ représente le vecteur de défauts (actionneurs ou capteurs). Les matrices A , B , C , D , B_d , B_f , D_d et D_f sont réelles de dimensions appropriées.

Notons que les matrices de transfert de $d(t)$ et $f(t)$ sont données par :

$$\begin{aligned}G_{rd}(s) &= C(sI - A)^{-1}B_d + D_d \\ G_{rf}(s) &= C(sI - A)^{-1}B_f + D_f\end{aligned}\quad (6.7)$$

Les erreurs d'estimation des états et des sorties sont définies comme suit :

$$\begin{aligned}e(t) &= x(t) - \hat{x}(t) \\ r(t) &= y(t) - \hat{y}(t)\end{aligned}\quad (6.8)$$

6.3.2 Norme H_∞

La norme H_∞ est une technique de synthèse robuste, conçue à la synthèse d'observateur ou de la commande quand le système est soumis à des perturbations. La définition de la norme H_∞ est donnée par :

Définition 5. [27]

Le système (6.6) est stable et sa performance H_∞ est finie et bornée par γ si et seulement si, il est exponentiellement stable tel que :

$$\forall t > 0, \quad \int_0^t r^T(s)r(s) ds \leq \gamma^2 \int_0^t d^T(s)d(s) ds \quad (6.9)$$

La norme H_∞ correspond à la valeur maximale de la fonction de transfert entre $r(t)$ et $d(t)$, c'est-à-dire au maximum de gain de la réponse fréquentielle $G_{rd}(jw)$.

Elle est définie par :

$$\|G_{rd}\|_\infty = \sup_w (\|G_{rd}\|_\infty) = \sup_w \bar{\sigma}(G_{rd}(jw)) \quad (6.10)$$

Cette norme peut être utilisée pour la résolution de différents problèmes de performance tel que le problème de rejet de perturbation.

6.4 Présentation du simulateur CarSim

CarSim est un simulateur commercial utilisé par les fournisseurs, les universités et les organisations pour concevoir, développer et tester les véhicules à deux axes entre autres les véhicules automobiles, les voitures de course et les camions légers. L'intégration de CarSim dans le programme de développement du véhicule peut aider les ingénieurs et les industriels automobiles à prendre les décisions convenables sur tous les niveaux concernant n'importe quelle modification. Ce logiciel a permis aux industries d'automobile d'éliminer les prototypes et les tests physiques en optant pour les tests de validation sur CarSim, ce qui permet de réduire les délais et les coûts de développement. CarSim est très précis et offre une étroite similitude entre les résultats des tests réels sur le véhicule et les résultats de CarSim. En effet, cet outil permet non seulement d'analyser la dynamique du véhicule mais aussi de simuler ces performances en fonction de plusieurs paramètres tels que la vitesse, l'angle du braquage, le freinage et l'embrayage et dans des conditions spécifiques comme la chaussée de la route, les coefficients de frottement et les forces aérodynamiques.



BIBLIOGRAPHIE

- [1] Marouane Alma and Mohamed Darouach. Adaptive observers design for a class of linear descriptor systems. *Automatica*, 50(2) :578 – 583, 2014.
- [2] Sabrina Aouaouda, Mohammed Chadli, Vincent Cocquempot, and M Tarek Khadir. Multi-objective H_2/H_∞ fault detection observer design for Takagi–Sugeno fuzzy systems with unmeasurable premise variables : descriptor approach. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 27(12) :1031–1047, 2013.
- [3] Mogens Blanke, Michel Kinnaert, Jan Lunze, Marcel Staroswiecki, and J Schröder. *Diagnosis and fault-tolerant control*, volume 2. Springer, 2006.
- [4] Jérôme Bosche, Ahmed El Hajjaji, and Abdelhamid Rabhi. Actuator fault-tolerant control for vehicle dynamics. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(8) :1103–1108, 2009.
- [5] Maha Bouattour. *Contribution au diagnostic et à la commande tolérante aux fautes des systèmes flous de type T-S : approche descripteur*. PhD thesis, Université de Sfax, Ecole Nationale d’Ingénieurs de Sfax, Université de Picardie Jules Verne, 2010.
- [6] Maha Bouattour, Mohammed Chadli, Mohamed Chaabane, and Ahmed El Hajjaji. Design of robust fault detection observer for Takagi-Sugeno models using the descriptor approach. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 9(5) :973–979, 2011.
- [7] Boumadien Boussaïd. *Contribution à la tolérance active aux défauts des systèmes dynamiques par gestion des références*. PhD thesis, Université Henri Poincaré-Nancy 1, Ecole Nationale d’Ingénieurs de Gabès, 2011.

-
- [8] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, and Venkataramanan Balakrishnan. *Linear matrix inequalities in system and control theory*, volume 15. Siam, 1994.
- [9] Yong-Yan Cao and Paul M Frank. Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 8(2) :200–211, 2000.
- [10] Christopher R Carlson and J Christian Gerdes. Optimal rollover prevention with steer by wire and differential braking. In *ASME 2003 international mechanical engineering congress and exposition*, pages 345–354. American Society of Mechanical Engineers, 2003.
- [11] M. Chadli and H. R. Karimi. Robust observer design for unknown inputs Takagi-Sugeno models. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions*, 21(1) :158–164, 2013.
- [12] Fuyang Chen, Longze Hu, and Changyun Wen. Improved adaptive fault-tolerant control design for hypersonic vehicle based on interval type-2 T-S model. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, pages 1–19, 2018.
- [13] Liheng Chen, Xianlin Huang, and Shasha Fu. Fault-tolerant control for markovian jump delay systems with an adaptive observer approach. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 35(12) :4290–4306, 2016.
- [14] Liheng Chen, Xianlin Huang, and Ming Liu. Fault-tolerant control against simultaneous partial actuator degradation and additive sensor fault. In *2017 American Control Conference (ACC)*, pages 4105–4110. IEEE, 2017.
- [15] Peng Cheng, Zhifeng Gao, Zepeng Zhou, Moshu Qian, and Jinxing Lin. Active FTC approach design for a class of nonlinear flight control systems with actuator faults. In *2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, pages 6474–6479. IEEE, 2017.
- [16] Jérôme Cieslak. *ANALYSE ET SYNTHÈSE D'UNE ARCHITECTURE COOPERATIVE POUR LA COMMANDE TOLERANTE AUX DEFAUTS-APPLICATION A UN SYSTEME AERONAUTIQUE*. PhD thesis, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, 2007.
- [17] Hamid Dahmani, Olivier Pagès, Ahmed El Hajjaji, and Nawal Daraoui. Observer-based robust control of vehicle dynamics for rollover mitigation in critical situations. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(1) :274–284, 2014.
- [18] Liyi Dai. *Singular control systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989.
- [19] M. Darouach and M. Boutayeb. Design of observers for descriptor systems. *IEEE transactions on Automatic Control*, 40(7) :1323–1327, 1995.
-

-
- [20] Dongsheng Du, Bin Jiang, and Peng Shi. Sensor fault estimation and compensation for time-delay switched systems. *International Journal of Systems Science*, 43(4) :629–640, 2012.
- [21] Howard Dugoff. Tire performance characteristics affecting vehicle response to steering and braking control inputs. final report. 1969.
- [22] Howard Dugoff, PS Fancher, and Leonard Segel. An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. *SAE transactions*, pages 1219–1243, 1970.
- [23] Christopher Edwards and Chee Pin Tan. Sensor fault tolerant control using sliding mode observers. *Control Engineering Practice*, 14(8) :897–908, 2006.
- [24] Laurent El Ghaoui, Francois Oustry, and Mustapha AitRami. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems. *IEEE transactions on automatic control*, 42(8) :1171–1176, 1997.
- [25] A El Hajjaji, M Chadli, M Oudghiri, and O Pages. Observer-based robust fuzzy control for vehicle lateral dynamics. In *American Control Conference*, pages 4664–4669, 2006.
- [26] Robert Fonod, David Henry, Catherine Charbonnel, and Eric Bomschlegl. A class of nonlinear unknown input observer for fault diagnosis : Application to fault tolerant control of an autonomous spacecraft. In *2014 UKACC International Conference on Control (CONTROL)*, pages 13–18. IEEE, 2014.
- [27] Pascal Gahinet and Pierre Apkarian. A linear matrix inequality approach to H_∞ control. *International journal of robust and nonlinear control*, 4(4) :421–448, 1994.
- [28] Zhiwei Gao and Steven X Ding. Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems. *Automatica*, 43(5) :912–920, 2007.
- [29] Zhiwei Gao and Steven X Ding. Sensor fault reconstruction and sensor compensation for a class of nonlinear state-space systems via a descriptor system approach. *IET Control Theory & Applications*, 1(3) :578–585, 2007.
- [30] Zhiwei Gao and Hong Wang. Descriptor observer approaches for multivariable systems with measurement noises and application in fault detection and diagnosis. *Systems & Control Letters*, 55(4) :304–313, 2006.
- [31] H Gassara, A El Hajjaji, M Kchaou, and M Chaabane. Observer based (Q, V, R) - α -dissipative control for TS fuzzy descriptor systems with time delay. *Journal of the Franklin Institute*, 351(1) :187–206, 2014.
-

-
- [32] Hamdi Gassara. *Analyse, Commande et Observation des modèle flous de type Takagi-Sugeno à états retardés*. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, Université de Sfax, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, 2011.
- [33] Hamdi Gassara, Ahmed El Hajjaji, and Mohamed Chaabane. Adaptive fault tolerant control design for Takagi-Sugeno fuzzy systems with interval time-varying delay. *Optimal Control Applications And Methods*, 35 :609–625, 2014.
- [34] Komi Gasso, Gilles Mourot, and José Ragot. Structure identification of multiple models with output error local models. In *Proceedings of 15th IFAC World Congress on Automatic Control, Barcelona, Spain, 2002*.
- [35] Hana Ghorbel. *Commande tolérante aux défauts de systèmes décrits par des modèles TS : Application à un système hydraulique*. PhD thesis, Université de Sfax, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, 2010.
- [36] K. Gu, J. Chen, and V. L. Kharitonov. *Stability of Time-Delay Systems*. Birkhauser Boston, 2003.
- [37] Keqin Gu, Jie Chen, and Vladimir L Kharitonov. *Stability of time-delay systems*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [38] JK Hale and SM Verduyn Lunel. Introduction to functional differential equations springer verlag new york. *NY Google Scholar*, 1993.
- [39] H Hamdi, M Rodrigues, Ch Mechmech, and N Benhadj Braiek. Observer based fault tolerant control for Takagi-Sugeno nonlinear descriptor systems. In *International Conference on Control, Engineering and Information Technology (CEIT 13). Proceedings Engineering and Technology*, volume 1, pages 52–57, 2013.
- [40] Jian Han, Huaguang Zhangn, Yingchun Wang, and Xiuhua Liu. Robust state/fault estimation and fault tolerant control for T-S fuzzy systems with sensor and actuator faults. *Journal of the Franklin Institute*, 353 :615–641, 2016.
- [41] Qing-Long Han. New results for delay-dependent stability of linear systems with time-varying delay. *International Journal of Systems Science*, 33(3) :213–228, 2002.
- [42] Linlin Hou, Guangdeng Zong, and Yuqiang Wu. Robust exponential $L_2 - l_\infty$ control for discrete-time switched system : A cone complement linearization method. *Optimal Control Applications and Methods*, 33(6) :631–653, 2012.
-

-
- [43] Dalil Ichalal, Benoît Marx, Didier Maquin, and José Ragot. New fault tolerant control strategy for nonlinear systems with multiple model approach. In *2010 Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, pages 606–611. IEEE, 2010.
- [44] Dalil Ichalal, Benoît Marx, José Ragot, Said Mammar, and Didier Maquin. Sensor fault tolerant control of nonlinear Takagi–Sugeno systems. application to vehicle lateral dynamics. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 26(7) :1376–1394, 2016.
- [45] Dalil Ichalal, Benoit Marx, José Ragot, and Didier Maquin. Observer based actuator fault tolerant control for nonlinear Takagi-Sugeno systems : an LMI approach. In *Control & Automation (MED), 2010 18th Mediterranean Conference on*, pages 1278–1283. IEEE, 2010.
- [46] Rolf Isermann. Supervision, fault–detection and fault–diagnosis methods : an introduction. *Control engineering practice*, 5(5) :639–652, 1997.
- [47] Qingxian Jia, Wen Chen, Yingchun Zhang, and Huayi Li. Fault reconstruction and fault-tolerant control via learning observers in Takagi-Sugeno fuzzy descriptor systems with time delays. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 62(6) :3885–3895, 2015.
- [48] Qingxian Jia, Wen Chen, Yingchun Zhang, and Huayi Li. Fault reconstruction for continuous-time systems via learning observers. *Asian Journal of Control*, 18(2) :549–561, 2016.
- [49] Qingxian Jia, Wen Chen, Yingchun Zhang, and Huayi Li. Integrated design of fault reconstruction and fault-tolerant control against actuator faults using learning observers. *International Journal of Systems Science*, 47(16) :3749–3761, 2016.
- [50] Qingxian Jia, Yu Guan, Yingchun Zhang, Yu Jiang, and Yi Shen. Active fault-tolerant control for satellite system via learning unknown input observer. In *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pages 2965–2967. IEEE, 2012.
- [51] Jin Jiang and Xiang Yu. Fault-tolerant control systems : A comparative study between active and passive approaches. *Annual Reviews in control*, 36(1) :60–72, 2012.
- [52] Xiefu Jiang and Qing-Long Han. Delay-dependent robust stability for uncertain linear systems with interval time-varying delay. *Automatica*, 42(6) :1059–1065, 2006.
- [53] Shunji Kawamoto, Kensho Tada, Atsushi Ishigame, and Tsuneo Taniguchi. An approach to stability analysis of second order fuzzy systems. In *Fuzzy Systems, 1992., IEEE International Conference on*, pages 1427–1434. IEEE, 1992.
-

-
- [54] D. Kharrat, H. Gassara, A. E. Hajjaji, and M. Chaabane. Learning Observer-Based Robust H_∞ Fault-Tolerant Control for Takagi-Sugeno Descriptor Systems with Time-Delay. In *2018 26th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pages 1–9, June 2018.
- [55] Dhouha Kharrat, Hamdi Gassara, EL-HAJJAJI Ahmed, and Mohamed Chaabane. Delay-Partitioning Approach to State and Sensor/Actuator Fault Estimation for TS Fuzzy Systems with Time-Delay. In *2018 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pages 1–7. IEEE, 2018.
- [56] Dhouha Kharrat, Hamdi Gassara, Ahmed El Hajjaji, and Mohamed Chaabane. Adaptive fuzzy observer-based fault-tolerant control for Takagi–Sugeno descriptor nonlinear systems with time delay. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 37(4) :1542–1561, 2017.
- [57] Dhouha Kharrat, Hamdi Gassara, Ahmed El Hajjaji, and Mohamed Chaabane. Adaptive Observer and Fault Tolerant Control for Takagi-Sugeno Descriptor Nonlinear Systems with Sensor and Actuator Faults. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 16(3) :972–982, 2018.
- [58] Mahmood Khatibi and Mohammad Haeri. A unified framework for passive-active fault-tolerant control systems considering actuator saturation and L_∞ disturbances. *International Journal of Control*, pages 1–11, 2017.
- [59] D. Koenig and S. Mammar. Design of proportional-integral observer for unknown input descriptor systems. *IEEE transactions on automatic control*, 47(12) :2057–2062, 2002.
- [60] Damien Koenig. Unknown input proportional multiple-integral observer design for linear descriptor systems : application to state and fault estimation. *IEEE Transactions on Automatic control*, 50(2) :212–217, 2005.
- [61] Damien Koenig. Observer design for unknown input nonlinear descriptor systems via convex optimization. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 51 :1047–1052, 2006.
- [62] Nikolai Nikolaevich Krasovskii, Joan McCord, and Jon Gudeman. *Stability of motion : applications of Lyapunov’s second method to differential systems and equations with delay*. Stanford university press, 1963.
- [63] Jianglin Lan and Ron J Patton. Integrated fault estimation and fault-tolerant control for uncertain Lipschitz nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 27(5) :761–780, 2017.
-

-
- [64] Brad Lehman, Joseph Bentsman, S Verduyn Lunel, and Erik I Verriest. Vibrational control of nonlinear time lag systems with bounded delay : averaging theory, stabilizability, and transient behavior. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(5) :898–912, 1994.
- [65] Chunguang Li, Houjun Wang, and Xiaofeng Liao. Delay-dependent robust stability of uncertain fuzzy systems with time-varying delays. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 151(4) :417–421, 2004.
- [66] Shanzhi Li, Haoping Wang, Abdel Aitouche, and Nicolai Christov. Active fault tolerant control of wind turbine systems based on DFIG with actuator fault and disturbance using Takagi–Sugeno fuzzy model. *Journal of The Franklin Institute*, 355(16) :8194–8212, 2018.
- [67] Xiaohang Li and Fanglai Zhu. Simultaneous actuator and sensor fault estimation for descriptor LPV system based on H_∞ reduced-order observer. *Optimal Control Applications and Methods*, 37(6) :1122–1138, 2016.
- [68] Xiaohang Li and Fanglai Zhu. Fault-tolerant control for Markovian jump systems with general uncertain transition rates against simultaneous actuator and sensor faults. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017.
- [69] Xiaohang Li, Fanglai Zhu, and Jian Zhang. State estimation and simultaneous unknown input and measurement noise reconstruction based on adaptive H_∞ observer. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 14(3) :647–654, 2016.
- [70] Chong Lin, Qing-Guo Wang, and Tong Heng Lee. Stability and stabilization of a class of fuzzy time-delay descriptor systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 14(4) :542–551, 2006.
- [71] Chong Lin, Qing-Guo Wang, Tong Heng Lee, and Yong He. *LMI Approach to Analysis and Control of Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Time Delay*, volume 351. Springer, 2007.
- [72] Yongyi Lin and Jialu Du. Fault-tolerant control for dynamic positioning of ships based on an iterative learning observer. In *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 1116–1122. IEEE, 2016.
- [73] Ming Liu, Xibin Cao, and Peng Shi. Fuzzy-model-based fault-tolerant design for nonlinear stochastic systems against simultaneous sensor and actuator faults. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 21(5) :789–799, 2013.
- [74] Ming Liu and Peng Shi. Sensor fault estimation and tolerant control for itô stochastic systems with a descriptor sliding mode approach. *Automatica*, 49(5) :1242–1250, 2013.
-

-
- [75] Ming Liu, Peng Shi, Lixian Zhang, and Xudong Zhao. Fault-tolerant control for nonlinear markovian jump systems via proportional and derivative sliding mode observer technique. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, 58(11) :2755–2764, 2011.
- [76] Johan Lofberg. Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab. In *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*, pages 284–289. IEEE, 2004.
- [77] David Luenberger. Dynamic equations in descriptor form. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(3) :312–321, 1977.
- [78] Aleksandr Mikhailovich Lyapunov. The general problem of the stability of motion. *International journal of control*, 55(3) :531–534, 1992.
- [79] B. Marx, D. Koenig, and J. Ragot. Design of observers for takagi-sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory and Applications*, 1(5) :1487–1495, 2007.
- [80] Yann Morère. *Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Valenciennes, 2001.
- [81] Roderick Murray-Smith and T Johansen. *Multiple model approaches to nonlinear modelling and control*. CRC press, 1997.
- [82] Yuri Nesterov and Arkadii Nemirovskii. *Interior-point polynomial algorithms in convex programming*, volume 13. Siam, 1994.
- [83] Silviu-Iulian Niculescu, Erik I Verriest, Luc Dugard, and Jean-Michel Dion. Stability and robust stability of time-delay systems : A guided tour. In *Stability and control of time-delay systems*, pages 1–71. Springer, 1998.
- [84] Hassan Noura, Dominique Sauter, Frederic Hamelin, and Didier Theilliol. Fault-tolerant control in dynamic systems : Application to a winding machine. *IEEE control systems*, 20(1) :33–49, 2000.
- [85] Mohammed Oudghiri. *Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile*. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, 2008.
- [86] Hans Pacejka. *Tire and vehicle dynamics*. Elsevier, 2005.
- [87] Liang Qiao and Ying Yang. Fault-Tolerant Control for T-S Fuzzy Systems with Sensor Faults : Application to a Ship Propulsion System. *Journal of the Franklin Institute*, 2018.
-

-
- [88] Jianbin Qiu, Gang Feng, and Huijun Gao. Observer-based piecewise affine output feedback controller synthesis of continuous-time T–S fuzzy affine dynamic systems using quantized measurements. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 20(6) :1046–1062, 2012.
- [89] Boris S Razumikhin. On the stability of systems with a delay. *Prikl. Mat. Mekh*, 20(4) :500–512, 1956.
- [90] Mickaël Rodrigues. *Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires*. PhD thesis, Université Henri Poincaré-Nancy I, 2005.
- [91] Mickael Rodrigues, Habib Hamdi, Naceur Benhadj Braiek, and Didier Theilliol. Observer-based fault tolerant control design for a class of lpv descriptor systems. *Journal of the Franklin Institute*, 351(6) :3104–3125, 2014.
- [92] Qikun Shen, Bin Jiang, and Vincent Cocquempot. Adaptive fuzzy observer-based active fault-tolerant dynamic surface control for a class of nonlinear systems with actuator faults. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 22(2) :338–349, 2014.
- [93] Qikun Shen, Bin Jiang, and Peng Shi. Active fault-tolerant control against actuator fault and performance analysis of the effect of time delay due to fault diagnosis. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 15(2) :537–546, 2017.
- [94] SN Shimanov. On the stability in the critical case of a zero root for systems with time lag. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 24(3) :653–668, 1960.
- [95] Gábor Stépán. *Retarded dynamical systems : stability and characteristic functions*. Longman Scientific & Technical, 1989.
- [96] Jos F Sturm. Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization methods and software*, 11(1-4) :625–653, 1999.
- [97] Michio Sugeno and GT Kang. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy sets and systems*, 28(1) :15–33, 1988.
- [98] Tadanari Tadanari, Kazuo Tanaka, and Hua O Wang. Universal trajectory tracking control using fuzzy descriptor systems. In *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, volume 5, pages 4852–4857. IEEE, 1999.
- [99] Tomohiro Takagi and Michio Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (1) :116–132, 1985.
-

-
- [100] Kazuo Tanaka and Michio Sugeno. Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy sets and systems*, 45(2) :135–156, 1992.
- [101] Kazuo Tanaka and Hua O Wang. *Fuzzy control systems design and analysis : a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.
- [102] Tadanari Taniguchi, Kazuo Tanaka, Hiroshi Ohtake, and Hua O Wang. Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of takagi-sugeno fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9(4) :525–538, 2001.
- [103] Tadanari Taniguchi, Kazuo Tanaka, and Hua O Wang. Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(4) :442–452, 2000.
- [104] KC Veluvolu and YC Soh. Fault reconstruction and state estimation with sliding mode observers for lipschitz non-linear systems. *IET control theory & applications*, 5(11) :1255–1263, 2011.
- [105] H Wang and S Daley. Actuator fault diagnosis : an adaptive observer-based technique. *IEEE transactions on Automatic Control*, 41(7) :1073–1078, 1996.
- [106] Youyi Wang, Lihua Xie, and Carlos E de Souza. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 19(2) :139–149, 1992.
- [107] Huai-Ning Wu and Han-Xiong Li. New approach to delay-dependent stability analysis and stabilization for continuous-time fuzzy systems with time-varying delay. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(3) :482–493, 2007.
- [108] Junsheng Wu, Zhengxin Weng, Zuohua Tian, and Songjiao Shi. Fault tolerant control for uncertain time-delay systems based on sliding mode control. *Kybernetika*, 44(5) :617–632, 2008.
- [109] Lihua Xie and E de Souza Carlos. Robust H_∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(8) :1188–1191, 1992.
- [110] Lihua Xie, Minyue Fu, and Carlos E de Souza. H_∞ /control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(8) :1253–1256, 1992.
- [111] Shengyuan Xu and James Lam. Robust H_∞ control for uncertain discrete-time delay fuzzy systems via output feedback controllers. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13(1) :82–93, 2005.
-

-
- [112] FENG Yi-Fu, ZHU Xun-Lin, and ZHANG Qing-Ling. Delay-dependent stability criteria for singular time-delay systems. *Acta Automatica Sinica*, 36(3) :433–437, march 2010.
- [113] Shen Yin, Hongyan Yang, and Okayay Kaynak. Sliding Mode Observer-Based FTC for Markovian Jump Systems with Actuator and Sensor Faults. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017.
- [114] Mohamed Zerrougui. *Observation et commande des systemes singuliers non linéaires*. PhD thesis, Université Henri Poincaré-Nancy I, 2011.
- [115] Jian Zhang, Akshya Kumar Swain, and Sing Kiong Nguang. *Robust Observer-Based Fault Diagnosis for Nonlinear Systems Using MATLAB®*. Springer, 2016.
- [116] K. Zhang, B. Jiang, and P. Shi. *Observer-Based Fault Estimation and Accomodation for Dynamic Systems*. Springer, 2012.
- [117] Ke Zhang, Bin Jiang, and Wei Chen. An improved adaptive fault estimation design for polytopic lpv systems with application to helicopter models. In *Asian Control Conference, 2009. ASCC 2009. 7th*, pages 1108–1113. IEEE, 2009.
- [118] Ke Zhang, Bin Jiang, and Vincent Cocquempot. Adaptive observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control*, 6(3) :320–326, 2008.
- [119] Ke Zhang, Bin Jiang, and Peng Shi. A new approach to observer-based fault-tolerant controller design for Takagi-Sugeno fuzzy systems with state delay. *Circuits Syst Signal Process*, 28 :679–697, 2009.
- [120] Ke Zhang, Bin Jiang, and Marcel Staroswiecki. Dynamic output feedback-fault tolerant controller design for takagi-sugeno fuzzy systems with actuator faults. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 18(1) :194–201, 2010.
- [121] Youmin Zhang and Jin Jiang. Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual reviews in control*, 32(2) :229–252, 2008.
- [122] Q Zhao and J Jiang. Brief paper : Reliable state feedback control system design against actuator failures. *Automatica (Journal of IFAC)*, 34(10) :1267–1272, 1998.
- [123] ShiLei Zhao, TieJun Zhang, and YuPeng Liu. Fault-tolerant control based on iterative learning observer : A descriptor approach. *International Journal of Robotics and Automation*, 32(2), 2017.
-



Commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires

Application à la dynamique du véhicule

Dhouha KHARRAT

Résumé : Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'élaboration d'approches de commande tolérante aux défauts (FTC) ainsi que l'estimation simultanée des états du système et de défauts capteurs et actionneurs pour différentes classes de systèmes. Les conditions de synthèse décrites dans ce manuscrit améliorent et permettent de réduire le conservatisme des résultats existants dans la littérature. Dans une première étape, nous nous sommes intéressés à la synthèse de la commande FTC à base d'observateur adaptatif pour les systèmes T-S descripteurs à retard en présence de défauts actionneurs. Les conditions de synthèse dépendantes de la taille du retard, à la fois de l'observateur et du contrôleur sont résolues en une seule étape. Dans une deuxième étape, nous avons proposé une stratégie d'estimation des défauts et de la commande FTC pour les systèmes descripteurs flous de type T-S d'une part et pour les systèmes flous de type T-S d'autre part en présence simultanée de défauts actionneurs et capteurs ainsi que des perturbations extérieures. La troisième et dernière partie de ce travail concerne la synthèse d'une loi de commande robuste FTC basée sur un observateur adaptatif descripteur pour la dynamique du véhicule. À l'aide de l'algorithme de la linéarisation de la complémentarité du cône, la méthode proposée offre des conditions de LMIs moins restrictives que celles établies dans la littérature. L'approche proposée est validée en simulation sur le logiciel Carsim comme étant une application de la dynamique dérive-lacet-roulis du véhicule en présence de défauts capteurs, actionneurs et de perturbations extérieures.

Mots clés : Système de type T-S, système T-S descripteur à retard, commande tolérante aux défauts, observateur adaptatif, estimation des états, estimation des défauts actionneurs/capteurs, norme H_{∞} , dynamique dérive-lacet-roulis du véhicule.

Abstract : This work deals with the development of new technologies of fault tolerant control (FTC), state and sensor/actuator faults estimation for different classes of systems. The algorithms described in this manuscript improve and reduce the conservatism of existing results in the literature. Firstly, we were interested in the synthesis of adaptive observer-based FTC for Takagi-Sugeno (T-S) descriptor systems with time-delay in presence of actuator faults. The analysis and design conditions of observer-based FTC are formulated into a set of delay-dependent linear matrix inequalities (LMIs) which can be solved in a single step. Then, an adaptive observer-based FTC strategy is proposed for both T-S descriptor systems and T-S fuzzy systems with both actuator and sensor faults under external disturbances. The last part of this work concerns the issue of the lateral vehicle and rollover dynamics which is approximated by the T-S fuzzy model under the influence of actuator and sensor faults with external disturbances. Using the cone complementarity linearization algorithm, the proposed method offers less restrictive LMI conditions than those established in the literature. The proposed approach is validated in simulation on the Carsim software as an application of the dynamics of the vehicle in presence of sensor, actuator faults and external disturbances.

Keywords : T-S fuzzy system, T-S descriptor systems with time-delay, fault tolerant control, adaptive observer, state/fault estimation, H_{∞} optimisation technique, lateral vehicle and rollover dynamics.