

Transferts de chaleur et de masse couplés en milieux confinés engendrés par diffusion thermogravitationnelle: étude mésoscopique

Safae Hasnaoui

► To cite this version:

Safae Hasnaoui. Transferts de chaleur et de masse couplés en milieux confinés engendrés par diffusion thermogravitationnelle : étude mésoscopique. Autre. Université de Picardie Jules Verne; Université Cadi Ayyad (Marrakech, Maroc), 2019. Français. NNT : 2019AMIE0002 . tel-03640645

HAL Id: tel-03640645 https://theses.hal.science/tel-03640645

Submitted on 13 Apr 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Thèse de Doctorat

Mention Sciences pour l'Ingénieur Spécialité Transferts de chaleur et de masse

présentée à *l'Ecole Doctorale en Sciences Technologie et Santé (ED 585) et au Centre d'étude Doctorale Sciences et Techniques*

de l'Université de Picardie Jules Verne et de l'Université Cadi Ayyad

par

Safae HASNAOUI

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Picardie Jules Verne et de l'Université Cadi Ayyad

Transferts de chaleur et de masse couplés en milieux confinés engendrés par diffusion thermogravitationnelle : Etude Mesoscopique

Soutenue le 02 Mars 2019 après avis des rapporteurs, devant le jury d'examen :

- M. El Khadir LAKHAL
- M. Abdelmajid El BOUARDI
- M. Mohamed Najib OUARZAZI
- M. Haykel BENHAMED
- M. Adelkhalek CHEDDADI
- M. Abdelghani RAJI
- M. Abdelkhalek AMAHMID
- M. Hassen BEJI



- Professeur Professeur Professeur Maître de Conférences Professeur Professeur Professeur
- Président Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Directeur de thèse Directeur de thèse



FICHE PRÉSENTATIVE DE LA THÈSE

- Nom et Prénom de l'auteur : HASNAOUI Safae
- Intitulé du travail : Transferts de chaleur et de masse couplés en milieux confinés engendrés par diffusion thermogravitationnelle : Etude Mesoscopique
- Encadrant (Maroc):
 - nom, prénom et grade : AMAHMID Abdelkhalek, PES

• laboratoire et institution : Mécanique des Fluides et Energétiques (LMFE), FSS (Marrakech)

- Encadrant (France):
 - nom, prénom et grade : BEJI Hassen, PES
 - laboratoire et institution : Laboratoire des Technologies Innovantes (LTI), UPJV(Amiens)
- Co-encadrant (Maroc) :
 - nom, prénom et grade : RAJI Abdelghani, PES
 - laboratoire et institution : Modélisation des Ecoulements et des Transferts (LAMET), FST (Beni Mellal)
- Lieux de réalisation des travaux (laboratoires, institution,...) :
 - Laboratoire Mécanique des Fluides et Energétique (LMFE), Faculté des Sciences Semlalia (Marrakech)
 - Laboratoire des Technologies Innovantes (LTI), Université Picardie Jules Verne (Amiens)
- Rapporteurs autres que l'encadrant (nom, prénom, grade, institution) :

El BOUARDI Abdelmajid, PES, Faculté des Sciences – Tetouan-

OUARZAZI Mohamed Najib, PES, Université de Lille

Cadres de coopération (ou de soutien) :
 Thèse en cotutelle (Université Cadi Ayyad – Université de Picardie Jules Verne)

- Ce travail a donné lieu aux résultats suivants (communications, publications,...) :

Publications

- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Raji, A., Hasnaoui, M., Dahani, Y. and Beji, H. (2017), "FD-LBM Simulation of thermosolutal convection generated in an inclined enclosure in the presence of Soret and Dufour effects", *Energy Procedia*, Elsevier, Vol. 139, pp. 602–608.
- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Beji, H., Raji, A., Hasnaoui, M., El Mansouri, A., Dahani, Y. and Alouah, M., (2018), "Hybrid lattice Boltzmann finite difference simulation of Soret convection flows in a square cavity with internal heat generation", *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Taylor & Francis, Vol. 74 No. 1, pp. 948–973.
- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Raji, A., Beji, H., Hasnaoui, M., Dahani, Y. and Benhamed, H. (2018), "Double-diffusive natural convection in an inclined enclosure with heat generation and Soret effect", published online, *Engineering Computations*, 2018.

https://doi.org/10.1108/EC-06-2017-0225

- **Hasnaoui, S.,** et al., About the stabilizing and destabilizing effects of Soret and Dufour parameters on thermosolutal convection induced by opposing buoyancy forces and internal heat generation. (à soumettre).
- Dahani, Y., Amahmid, A., Hasnaoui, M., El Mansouri, A., Alouah, M., Hasnaoui, S., Rehhali,
 K., et al. (2018), "Effect of Nanoparticles on the Hysteresis Loop in Mixed Convection
 within a Two-Sided Lid-Driven Inclined Cavity Filled with a Nanofluid", *Heat Transfer Engineering*, Taylor & Francis, pp. 1–19.
- Dahani, Y., Hasnaoui, M., Amahmid, A., El Mansouri, A. and **Hasnaoui, S.** (2018), "Lattice Boltzmann Simulation of Combined Effects of Radiation and Mixed Convection in a Lid-

Driven Cavity with Cooling and Heating by Sinusoidal Temperature Profiles on One Side", *Heat Transfer Engineering* (sous presse).

- Dahani, Y., Hasnaoui, M., Amahmid, A., and Hasnaoui, S., Lattice-Boltzmann modeling of forced convection in a lid-driven square cavity filled with a nanofluid and containing a horizontal thin heater, *Energy Procedia*, vol. 139, pp. 134-139, 2017.
- El Mansouri, A., Hasnaoui, M., Amahmid, A., Dahani, Y., Alouah, M., **Hasnaoui, S.,** Rehhali, K., et al. (2017), "MRT-LBM simulation of natural convection in a Rayleigh-Benard cavity with linearly varying temperatures on the sides: Application to a micropolar fluid", *Frontiers in Heat and Mass Transfer*, Vol. 9 No. 28,
- Alouah, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A., Dahani, Y., El Mansouri, A., Hasnaoui, S. and Rehhali, K. (2017) "Lattice-Boltzmann Modeling of Natural Convection Around a Heated Flat Plate in a Square Cavity", *International Journal of Energy, Environment and Economics*, Nova Science Publishers, Inc., Vol. 24 No. 4, pp. 437–449.

Communications

- Hasnaoui, S., Hasnaoui, M. et Raji, A., The use of streamlines, heatlines and masslines concepts to study thermosolutal convection in the presence of Soret and Dufour effets in a square cavity with four active walls. 7th International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications May 6-8, 2014, Marrakesh-Morocco, Paper ID 518 (contenu intégral publié dans un CD-R).
- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Raji, A., Hasnaoui, M., El Abdellaoui, M., et Rehhali, K., On the validity of the hybrid LBM-FDM for natural thermosolutal convection. 12ème édition du congrès de mécanique 21-24 avril 2015, Casablanca-Maroc, pp. 396- 398.
- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Raji, A., Hasnaoui, M. et Alouah. M., Hybrid FD-LBM simulations of thermodiffusion and heat generation effects on double-diffusive convection generated in a square cavity with the massline concept. 17èmes Journées Internationales de Thermique: Energie –Environnement, 28, 29 et 30 Octobre 2015. Marseille France.

- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Raji, A., Hasnaoui, M., et Dahani, Y., Hybrid FD-LBM simulations of thermosolutal convection generated in an Inclined Enclosure in the presence of Soret and Dufour effects with heatlines and masslines concepts, International Conference On Materials & Energy, 17-20 Mai 2016, La Rochelle – France.
- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Raji, A., Beji, H., Hasnaoui, M., El Mansouri, A., et Benhamed, H., Double-diffusive natural convection in an inclined rectangular enclosure with heat generation/absorption: Hybrid FD-LBM simulations, 18èmes Journées Internationales de Thermique: Energie –Environnement; 25, 26 et 27 Octobre 2017. Monastir- Tunisie.
- Hasnaoui, S., Amahmid, A., Raji A., Beji, H., Hasnaoui, M., El Mansouri, A. Double-diffusive Soret convection with an internal heat generation in a square cavity heated/cooled from above/below, 3ème Edition de la Conférence Internationale Journées Scientifiques en Sciences Appliquées JSSA'19, 15 et 16 Février 2019. Larache – Maroc.
- Alouah, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A., Hasnaoui, S., Dahani, Y., et El Mansouri, A., Lattice-Boltzmann modeling of natural convection in a cavity with heating and cooling by sinusoidal temperature distribution. 12ème édition du congrès de mécanique 21-24 avril 2015, Casablanca-Maroc, pp. 289-291.
- El Mansouri, A. Hasnaoui, M., Amahmid, A., Alouah, M., Dahani, Y., **Hasnaoui, S.** Etude de la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité carrée remplie d'air et confinant une tige chauffée. 12ème édition du congrès de mécanique 21-24 avril 2015 **Casablanca**-Maroc, pp. 254-256.
- Dahani, Y., Hasnaoui, M., Amahmid, A. et Hasnaoui, S., Etude de la convection mixte dans une cavité à paroi chauffée entraînée et celle opposée à température munie d'une distribution sinusoïdale, 17èmes Journées Internationales de Thermique: Energie –Environnement, 28, 29 et 30 Octobre 2015. Marseille France.

Dédicaces

A la mémoire de mes très chers

Con



A mes très chers parents

A mes très chères sœurs,

A ma très chère famille,

A mes chers amis

A tous ceux que j'aime.

Safae

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé dans le cadre d'une thèse en cotutelle entre l'Université Cadi Ayyad (Marrakech) et l'Université Picardie Jules Verne (Amiens) au sein des laboratoires Mécanique des Fluides et d'Energétique (LMFE), et des Technologies Innovantes (LTI).

En premier lieu, je remercie le Bon Dieu de m'avoir donné du courage, de l'endurance et de la volonté jusqu'à l'accomplissement de ce travail.

C'est avec reconnaissance que je tiens à remercier toutes les aimables personnes qui par leur participation et leur encouragement, m'ont permis de mener à bonne fin mon travail de thèse.

En particulier, mes encadrants de thèse : Monsieur Abdelkhalek AMAHMID (UCA), qui n'a épargné aucun effort louable pour prodiguer ses sages conseils et ses directives magistrales et qui m'a fait profiter de ses qualités professionnelles et Monsieur Hassen BEJI pour m'avoir accueilli dans son Laboratoire, et suivi le déroulement de la thèse, et surtout pour ses qualités humaines qui m'ont permis de mener à bien mes séjours à Amiens. Qu'ils trouvent dans cette thèse le fruit d'années de dévouement et de suivi. Je me permets ici de leur exprimer profondément ma gratitude et ma reconnaissance pour toutes les aides qu'ils m'ont apportées.

Je remercie également Monsieur Abdelghani RAJI, professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Beni Mellal, qui a assuré la co-direction de ce mémoire, ce qui m'a permis d'apprécier l'étendue de ses compétences scientifiques, son expérience et ses qualités professionnelles et humaines. Qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance et de ma profonde gratitude.

Je remercie également Monsieur El khadir LAKHAL, professeur à la Faculté des Sciences Semlalia pour l'honneur qu'il me fait en assurant la présidence de mon jury. Je garde en mémoire ses conseils illuminés lors des exposés annuels programmés pour l'évaluation de mon état d'avancement.

J'adresse mes plus vifs remerciements aux professeurs Mohamed Najib OUARZAZI de l'Université de Lilles, Abdelkhalek CHEDDADI de l'Ecole Mohammédia d'Ingénieurs à Rabat et Abdelmajid EL BOUARDI de la Faculté des Sciences de Tétouan pour avoir accepté de rapporter sur ce travail malgré leurs nombreuses occupations ; qu'ils trouvent tous ici l'expression de ma gratitude et de mes sincères remerciements.

Un grand merci au professeur Haykel BENHAMED, de l'Université de Picardie Jules Vernes d'Amiens, d'avoir accepté de faire partie du jury. Je le remercie sincèrement par la même occasion pour ses conseils, son soutien et son aide lors de mon séjour à Amiens.

J'exprime mes profonds remerciements à Monsieur Ziad SAGHIR et à Madame Habiba BOUGHERARA, professeurs à l'Université de Ryerson (Canada), pour leur accueil chaleureux, pour leur soutien, leur guide, et leur encouragement lors de mon stage effectué à Toronto.

Je n'oublie pas Madame Najat ABOUCHOUKR (Chef de Service des Affaires Estudiantines à la Scolarité de l'UCA), Madame Valérie MESSIAEN (secrétaire du Laboratoire des Technolgies Innovantes) ainsi que Mesdames Audrey LECOMPTE (Adjointe administrative), Virginie LEFEVRE (chargée de mission de formation doctorale) et Virginie PECOURT (assistante administrative) à l'école Doctorale Sciences Technologies et Santé d'Amiens pour leur disponibilité, et leur amabilité lors des démarches administratives.

Mes sincères remerciements sont adressés à mes amis, pour leur amitié et pour leur soutien moral et leurs encouragements. Une pensée spéciale à mes compagnons de route dans les 2 laboratoires. Je remercie donc mes collègues du Laboratoire LMFE, Khaoula, Farah, Soukaina, Abdelfattah, Mouhcine, Nacira, Mustapha, Youssef et Ismail pour leur soutien, leur disponibilité et leur dévouement quand l'un de nous avait besoin d'aide. Je les remercie du fond du cœur.

Je ne peux oublier les amitiés qui se sont tissées aussi au Laboratoire LTI, Je remercie donc Amel, Imen, Cyrine, Lorena, Wafa, Abdoulaye, Suzanne et Pooya pour leur sympathie et leur accueil lors de mes courts passages en France. Sans oublier mes amies de la Cité Universitaire Dalia, Sadia, Fatima, et Olive pour leur amabilité.

Une pensée spéciale pour des personnes exceptionnelles qui m'ont encouragée, réconfortée durant les années de ma thèse et surtout incitée à atteindre mes objectifs. Un merci spécial pour Nouha, Meriem et son frère Youssef pour leur présence et leur soutien sans faille.

Une pensée aussi pour Imane, Mounia, Sara, Khadija, Faouzia et Houda pour leur amitié infaillible malgré le fait que nos chemins se sont séparés. Un grand merci pour leur présence encore dans ma vie.

Je ne saurai terminer sans formuler ma profonde gratitude à mes très chers parents et à mes chères sœurs Asmae et Lamiae qui m'ont apportée leur soutien moral et matériel et pour leur patience tout au long mon cursus scolaire et universitaire. Aucun mot ne pourra exprimer ce que je ressens vraiment à leurs égards. Je les remercie pour leur amour et leur soutien inconditionnels. Que Dieu le Tout Puissant les garde et leur procure santé et longue vie.

Je remercie aussi ma très chère famille, pour son soutien et son amour et tous ceux qui me sont chers et que j'ai omis de citer involontairement ...

Enfin nous disons : Louange à Dieu Seigneur de l'Univers.

Table des Matières

Dédicaces	vi
Remerciements	vii
Table des Matières	ix
Liste des figures	xiii
Liste des Tableaux	xvii
Nomenclature	xviii
Introduction Générale	1

Chapit	re 1 : Revue bibliographique	4
1.1	Introduction	4
1.2	Convection thermosolutale avec effet Soret	7
1.3	Convection thermosolutale avec effets Soret et Dufour	14
1.4	Convection avec génération interne de la chaleur	18
1.5	Conclusion	22

Chapi	tre	2: Formulation Mathématique du Problème	23
2.1	In	troduction	23
2.2	Pc	osition du problème	23
2.3	Eq	uations différentielles de la convection naturelle thermosolutale	24
2.4	Eq	uations macroscopiques adimensionnelles	26
2.4	1	Formulation utilisée par Gaikwad et al. (2007)	27
2.4	.2	Formulation utilisée par Nithyadevi et Yang (2009a, 2009b)	27
2.4	.3	Autre formulation	28
2.5	Сс	onditions aux limites macroscopiques	28
2.6	Tr	ansferts de chaleur et de masse	29
2.7	Μ	éthode de Lattice Boltzmann sur réseau	29

2.7.1	Int	roduction	29
2.7.2	His	storique de la méthode de Lattice Boltzmann	31
2.7	.2.1	Théorie cinétique des gaz	31
2.7	.2.2	Automates cellulaires	34
2.7	.2.3	Gaz sur réseau	35
2.7	.2.4	Boltzmann sur réseau (De LGA à LBE)	40
2.7.3	Mé	thode de Lattice Boltzmann	40
2.7	.3.1	Equation de Boltzmann	40
2.7	.3.2	Opérateurs de collision	42
2.7.4	Equ	uation de Boltzmann discrétisée	44
2.7	.4.1	Discrétisation de la fonction de distribution à l'équilibre	46
2.7	.4.2	Modèles de réseau	46
2.7.5	Co	nditions aux limites	48
2.7.6	Mé	ethode MRT-LBM	52
2.8	Conclu	ision	55

Chapitre	3 : Simulation des écoulements convectifs en présence de l'effet Soret dans u	ıne
cavité car	rée avec génération interne de la chaleur	.56
3.1 In	troduction	.56
3.2 Fo	rmulation mathématique du problème	. 58
3.2.1	Description du problème physique	. 58
3.2.2	Méthode de lattice-Boltzmann avec temps de relaxation simple (SRT-LBM)	. 59
3.2.3	Equations d'advection-diffusion pour la température et la concentration	61
3.2.4	Fonction de courant et transfert de chaleur/masse	. 63
3.2.5	Effet du maillage et validation du code numérique	. 64
3.3 Ré	sultats et discussion	. 67
3.3.1 poussée	Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations pour $N = 1$ (cas des forces coopérantes)	de . 67
3.3.2 forces d	Lignes de courant, isothermes et lignes d'iso-concentrations pour $N = -1$ (cas le poussée opposées)	des . 79
3.3.3	Effets combinés de N , R et Sr sur la température et la concentration moyennes.	. 89
3.3.4	Transferts de chaleur et de masse moyennés	. 93

	3.3.4.1	Transfert de chaleur	93
	3.3.4.2	Transfert de masse	95
3.4	Conclus	ion	98

Chapitre 4:	Convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire inclinée
avec généra	tion interne et effet Soret100
4.1 Intro	oduction100
4.2 Form	nulation mathématique101
4.2.1 I	Formulation Lattice-Boltzmann
4.2.2	Validation du code numérique103
4.2.3 I	Effet du maillage
4.3 Résu	ıltats et discussion
4.3.1 I N = 1 et	Ecoulement du fluide et caractéristiques de transfert de chaleur et de masse pour $Sr = -0.5$
4.3.2 I N = -1 6	Ecoulement du fluide et caractéristiques de transfert de chaleur et de masse pour et $Sr = 0.5$
4.3.3	Températures et concentrations moyennes pour $N = 1$ et $Sr = -0.5$
4.3.4	Températures et concentrations moyennes pour $N = -1$ et $Sr = 0.5$
4.3.5	Transferts de chaleur et de masse pour $N = 1$ et $Sr = -0.5$
4.3.6	Transferts de chaleur et de masse moyennés pour $N = 1$ et $Sr = -0.5$
4.3.7	Transferts de chaleur et de masse moyennés pour $N = -1$ et $Sr = 0.5$
4.4 Con	clusion

5.3.3	Effet de R pour $Du = 0$ et $Sr = -0.5$	
5.3.4	Effet de R pour $Sr = 0$ et $Du = 0.5$	
5.3.5	Effet de R pour $Sr = 0.5$ et $Du = 0.5$	
5.3.6	Effet de R pour $Sr = -0.5$ et $Du = 0.5$	
5.3.7	Transferts de chaleur et de masse	
5.3.7.	1 Transfert de chaleur	
5.3.7.	2 Transfert de masse	
5.4 Co	nclusion	
Conclusion	n générale	
Référence	S	

Liste des figures

Chapitre 1 :

Figure 1.1: Photos de Ludwig et Soret (empruntées de Rahman et Saghir, 2014).	6
Figure 1. 2 : Fluide binaire en équilibre (a) et création d'un gradient de concentration se	ous
l'effet du gradient thermique (b).	7

Chapitre 2 :

Figure 2. 1 : Modèle physique de la configuration étudiée et arrangement D2 Q9 2	5
Figure 2. 2 : Passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique en passant pa	ır
l'échelle mésoscopique	1
Figure 2.3: Réseau du modèle HPP (a) et directions éventuelles des particules (b)	6
Figure 2. 4 : Règles de collision des particules dans un modèle HPP	7
Figure 2. 5 : Réseau du modèle FHP (a) et directions éventuelles des particules (b)	8
Figure 2. 6 : Réseau du modèle à 24 vitesses FCHC	8
Figure 2. 7 : Règles de collision du modèle FHP (figure reproduite à partir de l'article de Lu	0
(1998))	9
Figure 2. 8 : Position et vecteur vitesse d'une particule avant et après l'application de la force	e
F4	1
Figure 2. 9 : Processus de la propagation	5
Figure 2. 10 : Représentation des modèles D2Q5 (a) et D2Q9 (b)4	7
Figure 2. 11 : Schéma représentant les conditions aux limites dans un modèle D2Q9 4	9
Figure 2. 12 : Schéma du rebond arrière (on-grid)	0
Figure 2. 13 : Schéma du rebond arrière (mid-grid) (d'après Bao et Meskas (2011)	0
Figure 2. 14 : Algorithme de base de la méthode de Boltzmann sur réseau (Addakiri (2010))).
	4

Chapitre 3 :

Figure 3. 1 : Modèle physique de la configuration étudiée et disposition des lattices dans la
cavité pour le modèle D2Q9
Figure 3. 2 : Validation du code en termes d'isothermes (a) et de lignes de courant (b) pour
$Ra_E = 10^6, R = 1 \text{ et } Pr = 0.733.$ 66
Figure 3.3 : Lignes de courant correspondant à $N = 1$, $Sr = 0$ et $R = 0$ (a), 5 (b), 20 (c), 40
(d) et 80 (e)
Figure 3.4: Isothermes correspondent à $N = 1$, $Sr = 0$ et $R = 0$ (a), 5 (b), 20 (c), 40 (d) et
80 (e)
Figure 3. 5 : Vue en 3-D des isothermes pour $N = 1$, $Sr = 0$ et $R = 5$ (<i>a</i>), 20 (<i>b</i>) et 80 (c).
Figure 3. 6 : Lignes d'iso-concentrations correspondant à $N = 1$, $Sr = 0$ et $R = 0$ (a), 5 (b),
20 (c), 40 (d) et 80 (e)

Figure 3. 7: Lignes de courant correspondant à N = 1, R = 80 et Sr =Figure 3.8: Lignes d'iso-concentrations pour N = 1, R = 20 et 80 et différentes valeurs de Sr......77 Figure 3. 9: Vue en 3-D des lignes d'iso-concentrations pour N = 1, Sr =-0.5 (a, c); 0.5 (b, d) et R = 20 (a, b) et 80(c, d). 78 Figure 3. 10: Lignes de courant correspondant à N = -1, Sr = 0 et R = 0 (a), 0.5 (S1) (b), 0.5 (S2) (c), 0.8 (S1) (d), 0.8 (S2) (e), 0.84 (S1) (f), 0.84 (S2) (g), 0.85 (h), 2 (i) et 80 (j). 81 Figure 3. 11 : Variations des intensités des cellules de l'écoulement vs. R pour le cas N = -1Figure 3. 12 : Isothermes correspondent à N = -1, Sr = 0 et R = 0 (a), 0.8 (S1) (b), 0.8 Figure 3. 13 : Vue en3-D des iso-concentrations pour N = -1, R = 80, et Sr = 0.5 (a) et -Figure 3. 14 : Variations de la température (a) et de la concentration (b) moyennes vs. R **Figure 3. 15 :** Variations du nombre de Nusselt moyen vs. *R* pour N = -1 et 1 et différentes **Figure 3.16 :** Variations du nombre de Sherwood moyen vs. *R* pour N = -1 et 1 et différentes

Chapitre 4 :

Figure 4. 1 : Schématisation de la configuration étudiée et disposition des lattices pour les Figure 4. 2 : Validation du code numérique en termes de lignes de courant (a), d'isothermes (b) et d'iso-concentrations (c) pour Sr = 0, N = 1, $Ra_F = 10^5$, Le = 2, R = 40, A = 2 et $\delta =$ Figure 4.3 : Evolutions en fonction du temps des erreurs résiduelles de la température (a) et de la concentration (b) pour N = 1, $Ra_E = 10^5$, Le = 2, R = 100, A = 2 et $\delta = 45^{\circ}$ 107 Figure 4.4: Lignes de courant pour N = 1, Sr = 0, $Ra_F = 10^5$ et $\delta = 45^{\circ}$: (a) R = -80 et **4.5**: Lignes de courant pour N = 1, Sr = 0 (a, c) et -0.5 (b, d), R = Figure Figure 4. 6: Isothermes pour N = 1, Sr = 0 (*a*, *c*) et -0.5 (*b*, *d*), R = 0 (*a*, *b*) et 80 (*c*, *d*), Figure 4. 7: Lignes d'iso-concentrations pour N = 1, Sr = 0 (a, c) et -0.5 (b, d), R =Figure 4. 8: Lignes de courant pour N = -1, Sr = 0 (a', a'', c') et 0.5 (b', b'', d'), R = 0 (a', b'), 5(a'', b'') et 80 (c', d'), $Ra_E = 10^5$ et différentes valeurs de l'inclinaison δ 120 Figure 4. 9: Isothermes pour N = -1, Sr = 0 (*a'*) et 0.5 (b'), R = 80, $Ra_E = 10^5$ et

Figure 4. 10 : Iso-concentrations pour N = -1, Sr = 0 (*a*') et 0.5 (*b*'), R = 80, $Ra_E = 10^5$ Figure 4. 11 : Température (a) et concentration (b) moyennes pour N = 1, Sr = 0 et -0.5, Figure 4. 12 : Température (a') et concentration (b') moyennes pour N = -1, Sr = 0 et 0.5, Figure 4. 13 : Nombre de Nusselt local sur la paroi chauffée (a,c) et refroidie (b,d) pour N = **Figure 4. 14 :** Nombre de Sherwood local sur la paroi chauffée (a,c) et refroidie (b,d) pour Figure 4. 15 : Variations du nombre de Nusselt moyen sur la paroi active (a) et sur la paroi Figure 4. 16 : Variations du nombre de Sherwood moyen sur la paroi active pour N = 1, Sr =Figure 4. 17 : Variations du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chauffée (a') et sur la paroi Figure 4. 18 : Variations du nombre de Sherwood moyen sur la paroi active pour N = -1, Sr =

Chapitre 5 :

Figure 5. 1 : Configuration physique étudiée et disposition des nœuds pour les arrangements Figure 5. 2 : Validation en régime stationnaire en termes de lignes de courant, d'isothermes et Figure 5.3 : Validation en régime périodique simple pour Sr = 0, Du = 0.5 et R = 0...148 Figure 5. 4 : Validation en régime périodique complexe pour Sr = 0.5, Du = 0.5 et R = 2. Figure 5. 5: Oscillations de ψ pour Sr = 0; Du = 0 et R = 0 (a), 0.4 (b), 0.97 (d) et Figure 5. 6 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour Sr =0; Du = 0 et R = 0. 155 Figure 5.7: Lignes de courant pour Sr = 0; Du = 0 et R = 0.5(a), 1(b), 2(c), 10(d) et Figure 5.8: Variation temporelle de $\psi_{max}(t)$ et de $\psi_{min}(t)$ pour Sr = 0; Du = 0 et R =Figure 5.9 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour Sr =Figure 5. 10 : Lignes de courant pour Sr = 0.5; Du = 0 et R = 0.5 (a) et R = 10 (b). Figure 5. 11 : Oscillations de ψ pour Sr = -0.5; Du = 0 et R = 5.2 (a) et 10 (b)...... 165 Figure 5. 12 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour

Figure 5. 13 : Oscillations de ψ pour $Sr = 0$; $Du = 0.5$ et $R = 3$ (a), 4.5 (b) et 4.75 (c).
Figure 5. 14 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour $Sr =$
0; Du = 0.5 et R = 1.5. 174
Figure 5. 15 : Variation temporelle de $\psi_{max}(t)$ et de $\psi_{min}(t)$ pour $Sr = 0.5$; $Du = 0.5$ et
R = 2 (a) et 2.8 (b). 177
Figure 5. 16 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour
Sr = 0.5; $Du = 0.5$ et $R = 1.5$
Figure 5. 17 : Oscillations de ψ pour $Sr = -0.5$; $Du = 0.5$ et $R = 0$ (a) et 20 (b) 181
Figure 5. 18 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour
Sr = -0.5; $Du = 0.5$ et $R = 1.5$
Figure 5. 19 : Variations des nombres de Nusselt moyens vs. $R : Nu_1(a)$ avec zoom (c) et
Nu_0 (b) avec zoom (d) pour $Du = 0$, $Du = 0.5$ et différentes valeurs de Sr
Figure 5. 20: Variations du nombre de Sherwood moyen vs. R pour $Du = 0$ et 0.5 et
différentes valeurs de Sr

Liste des Tableaux

Chapitre 2 :

Tableau 2.1 : Valeurs de f_k avant et après la propagation pour un modèle $D2Q9$.	
Tableau 2. 2 : Propriétés du réseau des modèles D2Q5 et D2Q9.	

Chapitre 3 :

Tableau 3. 1: Sensibilité des résultats au maillage pour $Sr = 0.5$, $R = 80$, et	N =
-1 (<i>a</i>) et 1 (<i>b</i>).	65
Tableau 3. 2 : Validation du code en termes de θ max et ψ max pour $Pr = 0.733, R =$	1 et
différentes valeurs de Ra_E	65
Tableau 3.3 : Valeurs des constantes <i>a</i> and b de la corrélation de θ_{moy}	89
Tableau 3. 4 : Valeurs des constantes a et b de la corrélation de ϕ_{moy}	92
Tableau 3. 5 : Valeurs de la constante C de l'équation (3.14).	97

Chapitre 4 :

Tableau 4. 1 : Effet du maillage pour $N = 1$, $Ra_E = 10^5$, Le = 2, R = 100, A = 100, R	= 2, $\delta = 45^{\circ}$
et Sr = 0	
Tableau 4. 2 : Effet du maillage sur le temps CPU pour $Sr = 0$, $N = 1$, $Ra_E =$	10^5 , Le = 2,
$R = 100, A = 2 \text{ et } \delta = 45^{\circ}.$	
Tableau 4. 3 : Valeurs des constances de la corrélation de Sh.	

Chapitre 5 :

Tableau 5. 1 : Délimitations des zones stationnaires et instationnaires en présence de l'effet
Soret
Tableau 5. 2 : Délimitations des zones instationnaires en présence des effets Soret et Dufour.

Nomenclature

Α	Rapport de forme $\left(\frac{H}{L}\right)$	
С	Vitesse des particules sur le réseau, ($c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 1$)	
c _k	Vecteur de vitesses discrètes	
c_p	Chaleur spécifique à pression constante	$(Jkg^{-1}K^{-1})$
Cs	Vitesse du son sur le réseau	
D	Diffusivité massique	$(m^2 s^{-1})$
D _{CT}	Paramètre du couplage de l'effet Soret	
Du	Paramètre de Dufour	
f(r,t)	Fonction de distribution dynamique	
$f_k(r,t)$	Fonction de distribution dynamique discrète	
$f_k^{eq}(r,t)$	Fonction de distribution dynamique discrête à l'équilibre	
F	Force externe	(<i>N</i>)
g	Accélération gravitationnelle	(ms^{-2})
$g_k(r,t)$	Fonction de distribution thermique discrète	
$g_k^{eq}(r,t)$	Fonction de distribution thermique discrète à l'équilibre	(<i>ms</i> ⁻¹)
Н	Hauteur de la cavité	(<i>m</i>)
j	Flux massique	$(kg s^{-1}m^{-2})$
K_B	Constante de Boltzmann	$(J.K^{-1})$
L	Largeur de la cavité	<i>(m)</i>
Le	Nombre de Lewis (κ_{11}/κ_{22})	

Ма	Nombre de Mach	
Ν	Rapport des forces de volume $(N = (\beta_S \Delta S)/(\beta_T \Delta T))$	
Nu	Nombre de Nusselt local	
Nu	Nombre de Nusselt moyen	
Pr	Nombre de Prandtl (ν / α)	
q	Flux de chaleur	(Wm^{-2})
Ż	Génération volumique interne de chaleur	(Wm^{-3})
R	Rapport des nombres de Rayleigh interne et externe ($R = (Ra_I/Ra_I)$	$(u_E))$
Ra	Nombre de Rayleigh	
Ra_E	Nombre de Rayleigh externe	
Ra _I	Nombre de Rayleigh interne	
R _S	Nombre de Rayleigh Solutal $R_S = \frac{g\beta_S \Delta S H^3}{\nu \kappa_{22}}$	
R_T	Nombre de Rayleigh Thermique $R_T = \frac{g\beta_T \Delta T H^3}{\nu \kappa_{11}}$	
r(x,y)	Position de la particule	<i>(m)</i>
S	Concentration	$(kg m^{-3})$
Sce	Terme source	
Sh	Nombre de Sherwood local	
<u>Sh</u>	Nombre de Sherwood moyen	
Sr	Paramètre de Soret	
t	Temps	(<i>s</i>)
Т	Température	(<i>K</i>)

xix

(u , v)	Composantes de la vitesse macroscopique	(ms^{-1})
W _k	Facteur de pondération	
(x, y)	Coordonnées cartésiennes	(<i>m</i>)
(X, Y)	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles	

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique	$(m^2 s^{-1})$
β_S	Coefficient d'expansion solutal du fluide $\beta_S = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_{P,T}$	(m^3kg^{-1})
β_T	Coefficient d'expansion thermique du fluide $\beta_T = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,S}$	(K^{-1})
δ	Angle d'inclinaison de la cavité	(°)
ΔS	Différence de concentration	$(kg m^{-3})$
Δt	Pas de temps	(<i>s</i>)
ΔΤ	Différence de température	(<i>K</i>)
$\Delta x, \Delta y$	Pas spatial	<i>(m)</i>
θ	Température adimensionnelle	
κ_{11}	Diffusivité thermique	$(m^2 s^{-1})$
κ_{12}	Contribution aux transferts thermiques due au gradient de conce	entration
κ_{21}	Contribution aux transferts massiques due au gradient de tempér	ature
κ ₂₂	Diffusivité massique	$(m^2 s^{-1})$
λ	Conductivité thermique	$(Wm^{-1}K^{-1})$

μ	Viscosité dynamique du fluide	$(kg m^{-1} s^{-1})$
V	Viscosité cinématique du fluide	$(m^2 s^{-1})$
ρ	Densité du fluide	$(kg m^{-3})$
ψ	Fonction de courant adimensionnelle	
Ψ	Fonction de courant	$(m^2 s^{-1})$
τ	Temps de relaxation	(s)
$ au_v$	Paramètre de relaxation hydrodynamique	(s)
$ au_T$	Paramètre de relaxation thermique	(s)
${\mathcal T}$	Période des oscillations	
φ	Concentration adimensionnelle	
ω	Fréquence de collision	(Hz)
ων	Fréquence de collision dynamique	(Hz)
ω_T	Fréquence de collision thermique	(Hz)

Indices

0	Paroi refroidie
1	Paroi chauffée
max	Maximum
min	Minimum

Acronymes

BGK	Modèle de Bhatnagar, Gross et Krook
DnQm	Type du modèle de Lattice Boltzmann (n : dimension ; m : nombre de vitesses)
HPP	Modèle de Hardy-Pomeau-de Pazzis
FHP	Modèle de Frisch-Hasslacher-Pomeau
LB	Lattice Boltzmann
LBE	Lattice Boltzmann Equation (Equation de Lattice Boltzmann)
LBM	Lattice Boltzmann Method (Méthode de Lattice Boltzmann)
LGA	Lattice Gas Automata
MRT	Multiple Relaxation Time (Temps de relaxation multiple)
SRT	Simple Relaxation Time (Temps de relaxation simple)

Introduction Générale

es problèmes de transfert de chaleur et de masse par convection naturelle dans des milieux fluides et poreux constituent un domaine de recherche qui a mobilisé beaucoup d'efforts tant sur le plan fondamental (ce qui a apporté une contribution significative au développement des connaissances afférentes) que sur le plan expérimental malgré les coûts élevés des moyens expérimentaux d'investigation. De ce fait, la convection thermosolutale a constitué un champ de recherche très fertile au cours des dernières décennies comme en témoigne le nombre important d'œuvres publiées dans ce domaine. Les effets combinés des forces de flottabilité thermique et solutale compliquent davantage la nature des couplages par rapport à la convection thermique pure où la force de flottabilité thermique agit seule. Par ailleurs, lorsque les transferts de chaleur et de masse se produisent simultanément dans un fluide en mouvement, il a été constaté qu'un flux thermique/massique peut être généré non seulement par les gradients de température/concentration mais également par les gradients solutaux/thermiques. Le transfert de masse/chaleur causé par le gradient de température/concentration est appelé effet Soret/Dufour. Des études récentes ont montré que la prise en compte du phénomène de la diffusion croisée (à savoir les effets de Soret et/ou de Dufour) dans les problèmes de la convection complique la nature du couplage, et conduit souvent à des comportements très spécifiques (écoulements oscillatoires, phénomènes de bifurcations, comportements d'hystérésis, gradients de concentration inversés, etc.). L'effet Soret a fait l'objet de nombreuses études expérimentales dans les mélanges liquides ou gazeux pour déterminer les coefficients de Soret pour des mélanges binaires. Il a été également utilisé expérimentalement pour la séparation des espèces et étudié numériquement pour la recherche de conditions optimales conduisant à ce phénomène (séparation). Dans un mélange gazeux (hydrogène-hélium, hydrogène-air par exemple), l'effet Dufour peut être d'une grande influence et par conséquent, il ne peut être négligé. Pourtant, ce phénomène reste encore très peu documenté. Un autre phénomène, qui pourrait modifier les caractéristiques des transferts convectifs est la génération/absorption interne de la chaleur.

La convection naturelle avec génération interne de la chaleur est d'une grande importance dans divers domaines. On peut citer comme exemples les sciences de l'atmosphère (transfert de chaleur dans les nuages et changement de phase associé), la géophysique (convection dans le manteau terrestre), l'astrophysique (la réaction de fusion nucléaire provoque une génération interne de chaleur volumétrique dans les intérieurs stellaires), le domaine du nucléaire (dégagement de chaleur dans un réacteur nucléaire), etc. La littérature montre l'absence de travaux de recherche sur les interactions entre la génération interne de la chaleur et les effets Soret et Dufour dans les milieux confinés. Toutes ces lacunes ont constitué pour nous une réelle motivation pour conduire la présente étude avec un objectif de contribuer à la compréhension des phénomènes ignorés et évaluer leur impact par rapport aux cas références (absence des effets Soret et Dufour et de la génération interne de la chaleur). D'autre part, une bonne partie des efforts des membres du LMFE a été investie pour le développement de nouvelles techniques numériques d'investigation basées sur la méthode de lattice Boltzmann pour substituer les méthodes numériques classiques. Ces nouvelles techniques ont été utilisées avec succès pour étudier les interactions entre la génération interne de la chaleur et les effets Soret et Dufour dans les milieux confinés.

Concernant l'organisation du présent manuscrit, il est constitué de cinq chapitres plus une introduction générale et une conclusion générale. Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique qui passe en revue l'état de l'art sur les travaux en relation avec le présent sujet afin de mieux situer notre apport par rapport à l'existant. Dans le chapitre 2 on décrit de manière résumée la méthode numérique utilisée.

Dans les trois derniers chapitres, on présente les résultats obtenus et leurs discussions. Plus spécifiquement, le troisième chapitre traite le cas de la convection thermosolutale dans une cavité carrée soumise à un chauffage différentiel et à des concentrations imposées (mais différentes sur les parois thermiquement actives) en présence d'une génération interne de la chaleur et de l'effet Soret. La méthode numérique est basée sur un schéma hybride utilisant la méthode de Boltzmann sur réseau avec un simple temps de relaxation (SRT-LBM) pour calculer la vitesse, combiné avec une méthode des différences finies (MDF) à l'échelle de Boltzmann pour déterminer les champs de température et de concentration. L'étude a été particulièrement axée sur les effets combinés de la génération interne de la chaleur (caractérisée par le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe variant dans la gamme $0 \le R \le 80$) et du paramètre de Soret sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur et de masse en considérant les cas où les forces de volume thermique et solutale ont des intensités identiques avec des effets coopérants ou opposés. De plus, le rôle joué par l'interaction entre la génération interne et la thermodiffusion dans la purification ou le chargement du fluide confiné avec des espèces, dépendamment du signe du paramètre de Soret, a été clarifié.

Le quatrième chapitre traite le cas d'une cavité rectangulaire inclinée, toujours en présence de l'effet de Soret et d'une génération interne de la chaleur. L'effet de l'inclinaison de la cavité est considéré comme un paramètre de contrôle additif de l'étude en testant les inclinaisons 0°, 30° et 60°. La méthode hybride est utilisée comme moyen numérique d'investigation. Elle a été validée avec la méthode MRT-LBM (code maison élaboré au LMFE). L'étude porte sur les effets de trois paramètres principaux, à savoir le paramètre de Soret, le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe, l'inclinaison de la cavité et le rapport des forces de volume. Les effets de ces paramètres sur les caractéristiques de l'écoulement et de transfert de chaleur et de masse sont étudiés.

Pour le cinquième chapitre, l'étude a porté sur une cavité rectangulaire, verticale, différentiellement chauffée et salée en présence cette fois-ci des effets Soret et Dufour et d'une génération interne de la chaleur pour le cas particulier où les forces de volumes thermique et solutale sont opposées (N = -1). L'objectif de cette étude a été orienté vers l'identification des effets conjugués des paramètres de Soret et Dufour sur les gammes du paramètre R (mesurant l'importance de la génération interne de la chaleur) conduisant à des écoulements stationnaires et instationnaires pour différentes combinaisons de ces paramètres.

Chapitre 1 : Revue bibliographique

1.1 Introduction

es phénomènes de transport convectifs tant dans les milieux fluides que dans les milieux poreux ont attiré l'attention de nombreux chercheurs au fil des décennies en raison de leur importance dans divers domaines. En effet, de nombreuses applications de ces phénomènes dans les domaines industriels et environnementaux justifient cet intérêt. On peut citer à titre indicatif la diffusion souterraine des déchets nucléaires, la migration des sels dans le sol, la séparation des mélanges, etc. Dans le cadre de ce survol bibliographique, nous allons nous limiter aux problèmes de transfert de chaleur et de masse par convection naturelle impliquant des fluides confinés dans des géométries rectangulaires. En effet, la recherche est menée de manière très active dans cette configuration de base depuis plusieurs décennies. Les efforts de recherche ont contribué de manière très significative au développement de la théorie où différents phénomènes (phénomènes de bifurcations, phénomènes d'hystérésis, multiplicité des solutions, seuils critiques, etc.) ont été observés, discutés et archivés. Parallèlement, des efforts non moins importants ont été également investis pour réaliser des essais expérimentaux en relation avec des applications dans de nombreux systèmes géophysiques et naturels d'intérêt pratique et en ingénierie (équipements électroniques, systèmes de stockage thermique, etc). Les livres publiés antérieurement par Platten and Legros (1984), Nield and Bejan (1999) et (Pop and Ingham (2001) comptent parmi les références de base très utiles car elles documentent une bonne partie du volume (sans cesse croissant) des travaux sur la double diffusion.

Diverses études traitent du transport de la quantité de mouvement et du transfert de la chaleur dans un milieu fluide à une phase, évoluant naturellement pour atteindre de nouvelles conditions d'équilibre une fois soumis à des contraintes externes. Néanmoins, il

existe de nombreuses situations dans les procédés de génie industriel et chimique où au moins deux composants (avec des concentrations différentes) sont présents. Dans de tels systèmes, les transferts de chaleur et de masse se produisent simultanément et le potentiel qui contrôle ces processus devient plus complexe puisque le flux d'énergie peut être généré non seulement par les gradients de température, mais aussi par les gradients de concentration (effet Dufour). De même, les gradients de température peuvent également créer des flux de masse engendrés par le phénomène de thermodiffusion (effet Soret ou effet Ladwig-Soret). Ainsi, la diffusion thermique se produit dans un mélange où un gradient de température induit un transfert de soluté même avec une concentration initiale uniforme. Le gradient de concentration induit est cependant fortement affecté par le mouvement convectif généré par la différence de température elle-même. Historiquement, le nom "thermodiffusion" a été utilisé pour désigner cet effet en milieu gazeux, initialement découvert par le physiologiste allemand Carl Ludwig en 1856. Le phénomène est connu aussi par effet Soret (intitulé plus répandu de nos jours et qui porte le nom du chercheur suisse Charles Soret) qui a mieux décrit le phénomène en 1879 dans les milieux liquides. En effet, Soret a découvert qu'une solution de sel contenue dans un tube dont les extrémités sont soumises à des températures différentes ne restait pas uniforme. Il a noté une concentration élevée/faible de sel près de l'extrémité froide/chaude du tube. Cette observation lui a permis de conclure que ce flux de sel (résultant en un gradient de concentration) était généré par le gradient de température imposé aux extrémités du tube dans des conditions stationnaires. Certains auteurs préfèrent toujours utiliser l'effet Ludwig-Soret (Jiang et al., 2008) pour désigner le phénomène de thermodiffusion. En effet, cet aspect qui met en avant l'importante contribution de Ludwig sur la thermodiffusion reste négligé même dans les travaux biographiques qui ont présenté sa vie et sa carrière (Neil, 1961 et Davis et al., 1996). Dans ces études, l'accent a été plutôt mis sur ses travaux dans le domaine de la science médicale et de la physiologie.

Revue Bibliographique

Les photos de ces précurseurs du phénomène de la thermodiffusion sont présentées sur la figure 1.1. Dans la plupart des cas, le mouvement des particules du soluté (flux de soluté) va du chaud vers le froid (cas d'un coefficient de Soret positif), mais leur mouvement est possible vers la région la plus chaude (cas d'un coefficient de Soret négatif). Pour les applications impliquant la séparation des espèces, l'effet de la convection est un inconvénient particulièrement indésirable. De plus, les phénomènes de convection et de thermodiffusion ne peuvent être dissociés et ce couplage est qualifié de diffusion thermogravitationnelle. Il est important de revenir sur l'effet Dufour pour préciser que ce phénomène, découvert par le physicien suisse L. Dufour en 1872, est un effet inverse de l'effet Soret ; il consiste en l'apparition d'un gradient de température induit par un gradient de concentration. Toutefois, l'effet Dufour est négligeable s'il s'agit de mélanges non gazeux et de ce fait, il reste moins étudié dans la littérature. L'effet Soret est schématisé par la figure 1. 2 (Khadiri, 2012) qui fournit une indication sur la migration spatialement préférentielle des espèces.



Carl Ludwig



Charles Soret

Figure 1. 1 : Photos de Ludwig et Soret (empruntées de Rahman et Saghir, 2014).



Figure 1. 2 : Fluide binaire en équilibre (*a*) et création d'un gradient de concentration sous l'effet du gradient thermique (*b*).

Dans ce chapitre, nous allons passer en revue les résultats d'une recherche bibliographique ciblant des travaux sur la convection thermosolutale avec effet Soret, avec effets Soret et Dufour et en présence d'une génération interne de la chaleur. Les milieux poreux saturés ne seront pas exclus de cette recherche bibliographique qui sera exclusivement focalisée sur des configurations rectangulaires. Cette recherche bibliographique est nécessaire pour justifier notre motivation quant au choix du présent sujet de thèse.

1.2 Convection thermosolutale avec effet Soret

La revue de la littérature sur le phénomène de thermodiffusion montre que les études expérimentales et théoriques rapportées sur le sujet concernent à la fois les milieux fluides et poreux. De nombreuses études ont principalement porté sur des situations où les limites de confinement sont imperméables au transfert de masse. Dans de telles situations, les flux massiques sont générés uniquement par l'effet Soret. Les parois imperméables au transfert de masse favorisent une bonne séparation des espèces dans les colonnes thermogravitationnelles (ou autres procédés expérimentaux) lorsqu'une combinaison optimum de la thermodiffusion et de la convection permettant cette séparation est atteinte. En effet, dans une étude expérimentale, Platten et al. (2003a) ont montré que la séparation moléculaire (ou la différence de fraction de masse) entre le haut et le bas d'une colonne peut être sensiblement augmentée en inclinant la colonne thermogravitationnelle. Ils en concluent que l'augmentation de la séparation est presque régie par $\frac{1}{\cos \theta}$ (la colonne étant verticale pour $\theta = 0^{\circ}$). Cette loi qui caractérise l'augmentation de la séparation a été vérifiée expérimentalement pour le mélange eau-éthanol. L'influence des vibrations verticales sur la séparation d'un mélange binaire dans une couche poreuse horizontale chauffée par le bas a fait l'objet d'une étude analytique et numérique par Elhajjar et al. (2009). Les simulations numériques directes en 2D conduites à l'aide de la méthode des éléments finis et l'analyse de stabilité linéaire montrent que les vibrations verticales retardent le passage de l'écoulement monocellulaire à celui multicellulaire. Ces vibrations permettent aussi une bonne séparation horizontale des espèces pour une large variété de mélanges binaires. Les mêmes auteurs (2010) ont étudié numériquement et théoriquement la séparation des espèces dans un mélange liquide binaire saturant une couche poreuse allongée, chauffée par le bas ou par le haut et inclinée par rapport à l'axe vertical. Ils en concluent que la séparation peut être augmentée en utilisant cette configuration poreuse inclinée. La stabilité de l'écoulement monocellulaire a été étudiée et le nombre de Rayleigh critique a été trouvé beaucoup plus élevé que celui qui conduit à un maximum de séparation. Les tests expérimentaux sont réalisés en utilisant une solution de sulfate de cuivre (CuSO4). Des écarts importants entre les résultats expérimentaux et numériques ont été enregistrés en termes de séparation des espèces. Pour expliquer ces écarts, les auteurs ont évoqué la difficulté à opérer dans un milieu poreux (inexactitudes dans la mesure de la porosité et d'autres paramètres thermophysiques).

L'effet de l'inclinaison sur la séparation des espèces dans une cavité poreuse inclinée de Darcy-Brinkman, saturée par un mélange binaire a été étudiée analytiquement et numériquement par Rtibi et al. en présence (2014*a*) et en absence (2014*b*) d'un champ magnétique. En présence d'un champ magnétique, les résultats obtenus montrent que pour un nombre de Rayleigh thermique, une inclinaison de la cavité, un paramètre de séparation et un nombre de Lewis donnés, il existe un champ magnétique optimum qui conduit à une

séparation maximale des espèces. Pour des nombres de Rayleigh relativement élevés, où la convection détruit le processus de séparation, il est possible de retrouver un bon niveau de séparation avec un choix optimal du nombre de Hartmann. En l'absence d'un champ magnétique et un nombre de Rayleigh thermique supérieur à 200, la meilleure séparation a été obtenue pour des inclinaisons proches de 163° pour des nombres de Darcy relativement faibles. Cependant, pour des nombres de Darcy relativement élevés (mais inférieurs à une valeur seuil de ce nombre au-delà de laquelle le phénomène de séparation disparaît), la séparation maximale nécessite un choix approprié de l'inclinaison dans la gamme comprise entre 45° et 150°. Le phénomène de séparation a été trouvé peu sensible aux variations de l'inclinaison dans cette dernière gamme et il a été observé lorsque la convection est affaiblie par les effets conjugués du nombre de Darcy et de l'inclinaison de la cavité. Le problème de la séparation des espèces a été abordé plus récemment par Yacine et al. (2016) en étudiant analytiquement et numériquement la convection thermosolutale dans une couche poreuse horizontale saturée par un mélange binaire (eau-éthanol) et soumise à des flux de chaleur croisés et uniformes à travers ses quatre parois considérées imperméables. La séparation des espèces faisait partie des principaux objectifs de cette étude. Quant à l'approche numérique utilisée, elle l'était dans un objectif de valider la solution analytique basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle et elle a été étendue pour couvrir des limites non atteintes analytiquement. Les résultats discutés montrent que le processus de séparation de Soret est amélioré en contrôlant deux paramètres qui sont la densité de flux imposé sur les courtes parois verticales de la cavité poreuse et le rapport du flux horizontal sur le flux vertical (ce dernier a été imposé sur les longues parois horizontales de la cavité).

D'un autre côté, plusieurs équipes confirmées continuent de déployer des efforts expérimentaux pour déterminer le coefficient de thermodiffusion ou coefficient de Soret (pas encore connu pour plusieurs mélanges naturels et industriels). Ces montages expérimentaux sont coûteux et nécessitent une certaine maîtrise des techniques de mesure car la crédibilité des résultats est tributaire d'un savoir-faire dans le domaine. Malgré ces contraintes, certaines équipes restent très actives dans le domaine expérimental en calculant le coefficient de thermodiffusion pour de nombreux mélanges binaires. Dans cette optique,

Revue Bibliographique

Bou-Ali et al. (2000) ont présenté les résultats expérimentaux sur la mesure des coefficients de Soret négatifs dans une colonne verticale avec un gradient de densité défavorable. Les auteurs ont utilisé une cellule thermogravitationnelle pour mesurer les coefficients de Soret des systèmes liquides binaires formés par le benzène et le toluène avec le méthanol et l'éthanol. Dans une autre contribution, Dutrieux et al. (2002) ont contribué par une étude expérimentale à la mesure du coefficient de Soret positif en utilisant deux techniques différentes pour deux mélanges binaires à base d'eau-éthanol. Les résultats présentés ont été jugés concordants pour les deux méthodes utilisées et avec ceux de la littérature.

Dans le cadre d'un test de référence (Benchmark) conduit à l'échelle internationale, Bou-Ali et al. (2003) ont déterminé expérimentalement les coefficients de thermodiffusion pour trois mélanges liquides organiques binaires en utilisant la méthode thermogravitationnelle. Toujours dans le cadre de ce test de référence, Platten et al. (2003b) ont de leur côté apporté leur contribution en travaillant sur les mêmes mélanges binaires. Dans une étude antérieure par Platten (2006), l'auteur a rappelé dans la première partie de son article un bref historique sur l'effet Soret et ses applications scientifiques et industrielles tout en soulignant la nécessité de disposer d'une base de données fiables sur le coefficient de Soret. Il a ensuite passé en revue les différentes techniques utilisées pour mesurer le coefficient de Soret (cellule de Soret élémentaire, technique de déflexion du faisceau, méthode thermogravitationnelle, technique de diffusion forcée de Rayleigh par diffusion thermique, etc.). Des résultats sont fournis pour plusieurs systèmes, avec des coefficients de Soret négatifs et positifs, et une comparaison entre les résultats obtenus par plusieurs laboratoires est effectuée pour les expériences conduites sur les mêmes systèmes et dans des conditions similaires. L'auteur a présenté les valeurs de référence du coefficient de Soret pour certains mélanges organiques présentant un intérêt pour l'industrie pétrolière en suggérant que les nouvelles techniques futures devraient y faire référence. À partir de son analyse, nous apprenons que chacune des techniques discutées dans ce papier a ses propres limites. Il en conclut finalement que, la mesure du champ de vitesse est un moyen indirect, mais néanmoins non moins précis, pour accéder au rapport de séparation. Les auteurs impliqués dans cette étude Benchmark semblent convaincus que des valeurs précises du

Revue Bibliographique

coefficient de Soret peuvent être obtenues dans des conditions terrestres et nient parfois la nécessité exprimée par d'autres auteurs (Van Vaerenbergh and Legros, 1998) d'aller à la microgravité (expériences très coûteuses) pour mesurer les coefficients de Soret, au moins pour les mélanges organiques habituels à proximité de la température ambiante. Ils reconnaissent toutefois que la conclusion pourrait être différente pour les systèmes moins habituels tels que les sels fondus ou les métaux à des températures plus élevées. Pour clore ce volet évoqué sur la séparation des espèces, il est utile de rappeler le travail de Rahman et Saghir (2014) qui ont présenté une revue historique sur le phénomène de thermodiffusion ou effet Soret. Dans cette étude très instructive, les auteurs ont évoqué les différents aspects de l'effet Soret et ils ont décrit les différentes techniques expérimentales et approches théoriques. Les principaux défis, les limites et les obstacles techniques liés à l'exécution d'expériences sur des conditions terrestres ont été judicieusement sélectionnés et délibérément discutés en prenant soin d'incorporer des travaux expérimentaux contemporains réalisés dans un environnement de microgravité.

Ceci étant, certaines mesures accessibles montrent des anomalies manifestes pour certains mélanges tel que rapporté dans Blanco et al. (2008). Ces auteurs ont étudié le comportement de diffusion thermique du mélange n-décane dans divers alcanes par une technique de colonne thermogravitationnelle (CT) et par diffusion forcée de Rayleigh par diffusion thermique (DFRDT). En règle générale, l'accord entre les résultats obtenus par les deux méthodes était de l'ordre de 5%. Cependant, en comparant leurs résultats aux données publiées par d'autres auteurs utilisant les mêmes techniques de mesure, des écarts de l'ordre de 30% à 40% ont été observés. Blanco et al. (2008) ont discuté les raisons possibles des divergences avec la littérature. Malgré cet état de fait, des valeurs fiables du coefficient de Soret ont été obtenues par ces deux techniques de mesure du coefficient de diffusion dans des conditions terrestres pour des mélanges organiques habituels à proximité de la température ambiante.

La plupart des études numériques axées sur la séparation des espèces et celles conduites à titre expérimental concernent des situations d'enceintes ayant des limites

11

rigides et imperméables. De ce fait, la distribution du champ de concentration est due exclusivement à l'effet Soret. La situation est plutôt différente lorsqu'on étudie la convection thermosolutale en présence de l'effet Soret mais avec des limites perméables soumises à des gradients de température normaux (Er-Raki et al. (2006)) ou parallèles (Alex et Patil (2001), Mansour et al(2007)) à la gravité. En fait, pour de telles situations, les conditions de concentration imposées aux frontières et l'effet Soret ont des effets combinés sur la distribution de la concentration au sein des configurations de confinement. Ces dernières investigations avaient des objectifs différents. Plus précisément, Er-Raki et al. (2006) ont étudié numériquement et analytiquement la convection thermosolutale en présence de l'effet Soret dans une cavité poreuse verticale élancée soumise à des flux de chaleur et de masse horizontaux et uniformes en utilisant le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq. L'étude est particulièrement focalisée sur l'effet de la diffusion de Soret pour les écoulements en régime de couche limite. Les résultats obtenus montrent l'existence de plusieurs domaines dans le plan N-Le avec différents comportements de couches limites et ce, en fonction du paramètre de Soret et du rapport des forces de volume. Plus spécifiquement, le paramètre de Soret a un effet important sur l'épaisseur de la couche limite verticale qui peut augmenter ou diminuer avec le paramètre de Soret selon que les forces de flottabilité thermique et solutale coopèrent (N > 0) ou si elles ont des effets opposés (N < 0) 0). Pour un champ de gravité variable avec des températures et des concentrations prescrites et constantes imposées sur les longues parois d'une cavité poreuse, horizontale et saturée par un mélange binaire, Alex et Patil (2001) ont étudié la naissance de la convection stationnaire et oscillatoire en utilisant la technique de Galerkin. Les résultats présentés révèlent que l'effet du paramètre de Soret ne devient important que lorsque la valeur de ce paramètre est grande, tant en présence qu'en absence d'un champ de gravité variable. De leur côté, Mansour et al. (2007) ont présenté les résultats d'une étude analytique et numérique approfondie sur l'instabilité convective de la convection thermosolutale au sein d'une couche poreuse horizontale chauffée et salée par le bas. L'étude a été conduite pour une situation particulière où un flux de chaleur perturbateur latéral appliqué au système est équilibré par le flux de masse de Soret induit horizontalement. Dans cette étude, l'effet du

chauffage latéral (perturbateur) et du paramètre Soret sur le nombre de Rayleigh critique correspondant à l'apparition de la convection des écoulements parallèles, est examiné. Les résultats présentés montrent que le rapport des flux de chaleur horizontal et vertical affecte de manière considérable l'écoulement et le transfert de chaleur mais son effet sur le transfert de masse est négligeable. Dans le plan M*-Le (M* = 1/M et M représente le paramètre de Soret dans cette étude), cinq régions distinctes, décrivant les différents comportements de l'écoulement ont été délimitées. L'emplacement de ces régions dépend du paramètre qui caractérise l'intensité relative du flux de chaleur latéral.

Les travaux sur la convection thermosolutale en présence de l'effet Soret dans des cavités carrées sont plutôt très rares en milieux poreux et fluides. Pourtant, les quelques travaux disponibles montrent que la prise en considération du phénomène de la thermodiffusion a permis de découvrir une richesse au niveau des phénomènes observés. Dans cette optique, une étude numérique a été conduite par Mansour et al. (2006) sur la convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse saturée par un mélange binaire pour examiner l'effet de la thermodiffusion sur la multiplicité des solutions convectives. La cavité est soumise à des gradients de concentration horizontaux (parois verticales perméables au transfert de masse) et à des gradients de température verticaux (chauffage par le bas et refroidissement par le haut). Les résultats présentés montrent que l'effet Soret peut affecter considérablement le transfert de chaleur et de masse dans le milieu en conduisant à une amélioration ou à une réduction du transfert de masse, dépendamment de la structure de l'écoulement et du signe du paramètre de Soret. L'étude montre l'existence de situations où le transfert de soluté est effectué de la paroi dont la concentration est la plus faible vers la paroi dont la concentration est la plus élevée. Un tel comportement est observé lorsque le gradient de température et la valeur du paramètre de Soret sont tels que le flux de thermodiffusion s'oppose et domine le flux de convection. Cette situation génère un flux massique net dirigé de la paroi la moins concentrée vers la paroi la plus concentrée. De plus, certains modes d'écoulements sont détruits par les forces de flottabilité solutales en l'absence de l'effet Soret, mais réapparaissent dans une certaine gamme de ce paramètre. Dans la continuité de ces travaux, Khadiri et al. (2010) ont étudié numériquement l'effet de
la thermodiffusion sur la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée poreuse de Darcy, saturée par un mélange binaire, salée et chauffée par le bas. Les résultats présentés montrent que les seuils des rapports de force solutale et thermique, N, marquant les transitions vers le régime oscillatoire dépendent fortement du paramètre de Soret. De plus, le phénomène de thermodiffusion affecte considérablement le transfert de chaleur; le nombre de Nusselt augmente avec le paramètre de Soret dans le cas de l'écoulement tricellulaire, mais il passe par un maximum dans les cas des écoulements monocellulaire et bicellulaire. Autres résultats originaux présentés dans cette étude est le fait que les valeurs négatives élevées (en valeurs absolues) du paramètre de Soret entraînent un transfert de soluté net vers le bas (régions les plus salées). Enfin, les courbes des profils de concentration à mi-hauteur et à mi- largeur de la cavité montrent l'existence de positions neutres, où la concentration est indépendante du paramètre de Soret et de tous les modes d'écoulements obtenus. Toujours dans le cas d'une cavité carrée, mais cette fois-ci en convection mixte thermosolutale, Bhuvaneswari et al. (2011) ont présenté les résultats d'une analyse numérique pour comprendre le mécanisme des écoulements générés par convection mixte et les transferts de chaleur et de masse résultants en présence de l'effet Soret. Les parois verticales actives (températures et concentrations imposées mais différentes sur ces parois) sont mobiles dans le même sens ou dans des sens opposés (3 cas ont été considérés) et les parois horizontales fixes sont adiabatiques et imperméables. Les équations régissantes sont écrites en régime transitoire et résolues avec la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE. Les résultats reportés indiquent que les taux de transfert de chaleur et de masse sont réduits si les deux parois se déplacent dans le même sens, tandis que les taux de transfert de chaleur et de masse augmentent si les parois se déplacent dans des sens opposés.

1.3 Convection thermosolutale avec effets Soret et Dufour

Dans la plupart des études conduites sur la convection thermosolutale en présence de l'effet Soret, le phénomène de diffusion-thermo (ou effet Dufour) a été négligé. Cette négligence reste injustifiée surtout lorsqu'il s'agit de mélanges gazeux (Le \sim O(1)). Dans de nombreuses études antérieures (fondamentales pour la plupart), la prise en compte de l'effet

Soret a apporté des comportements nouveaux (voir à titre indicatif les travaux de Er-Raki et al. (2006) et (2007), Mansour et al. (2007) et (2008), Er-Raki et al. (2011), etc.). Malgré l'important nombre de paramètres qui contrôlent l'écoulement en convection thermosolutale avec effet Soret, une prise en compte de l'effet Dufour aurait probablement apporté un plus par rapport à l'existant et le domaine nécessite plus d'investigation, particulièrement sur le plan fondamental.

Dans une étude antérieure, Wang et al. (2014) ont présenté les résultats numériques d'un problème de convection thermosolutale avec les effets Soret et Dufour dans une cavité fluide horizontale à températures et concentrations constantes mais différentes, imposées sur les longues parois horizontales alors que les courtes parois verticales sont adiabatiques et imperméables. La méthode des volumes finis a été utilisée avec l'algorithme SIMPLE et le schéma QUICK. Les mouvements convectifs thermosolutaux sont générés sous l'effet des gradients verticaux (opposés à la gravité) de température et de concentration. Les résultats présentés montrent que la structure de l'écoulement, pour différents rapports de forme de la cavité, évolue d'un régime conductif prédominant vers un régime convectif stationnaire prédominant puis vers un régime oscillant en augmentant le nombre de Rayleigh. Cette étude ne met pas en évidence l'effet Soret-Dufour par rapport au cas où ces deux phénomènes sont négligés. De plus, l'étude a été conduite pour des valeurs positives et identiques des coefficients de Soret et Dufour de sorte qu'il devient impossible, au vu des résultats présentés, de dissocier l'impact de ces deux effets. Les résultats d'une continuité de cette dernière étude, sur la même configuration avec la même méthode numérique ont été présentés par les mêmes auteurs (Wang et al., 2016) en axant l'étude sur la transition de l'écoulement convectif stationnaire vers un régime oscillant et l'évolution de ce dernier en augmentant le nombre de Rayleigh. Plus précisément, en augmentant le nombre de Rayleigh au-dessus de la limite de la convection stationnaire, le régime observé est oscillatoire périodique, suivi par un régime oscillatoire quasi-périodique, puis chaotique et finalement oscillatoire périodique. La fréquence fondamentale et les amplitudes des oscillations augmentent avec le nombre de Rayleigh. Au fur et à mesure que le rapport de forme diminue, la convection oscillatoire périodique finit par revenir à la convection

stationnaire. Au cours de cette évolution avec la diminution du rapport de forme de la cavité, la fréquence fondamentale augmente au début puis diminue ensuite alors que l'amplitude des oscillations diminue. Dans cette étude également, les effets séparés de Soret et Dufour ne sont pas mis en évidence et l'étude laisse de nombreuses questions relatives (effets du paramètre de Soret en l'absence de l'effet Dufour, effet du nombre de Soret négatif seul ou combiné avec celui de Dufour, etc.).

Kefayati (2015) a abordé numériquement la génération d'entropie pour un problème de la convection naturelle thermosolutatle dans une cavité carrée confinant un fluide à comportement rhéologique en loi de puissance avec les effets Soret et Dufour. Comme le problème admet plusieurs paramètres de contrôle (6 paramètres), l'étude a été restreinte à quelques choix pertinents quant aux valeurs de ces paramètres. Parmi les principaux résultats présentés, on souligne l'amélioration de la génération d'entropie due au transfert de masse qui accompagne l'augmentation de Lewis. L'augmentation du rapport des forces de flottabilité de -1 à 1 engendre une augmentation de l'irréversibilité totale. Le paramètre de Dufour provoque un transfert de chaleur et de masse qui se traduit par une amélioration de l'irréversibilité totale alors que le paramètre de Soret augmente le transfert de masse, mais il n'affecte pas considérablement le transfert de chaleur et la production d'entropie totale.

L'effet Soret-Dufour a fait l'objet d'une étude numérique basée sur la méthode des volumes finis par Balla et Naikoti (2015) en considérant une cavité poreuse inclinée et saturée par un mélange binaire. La limite de l'inclinaison nulle conduit dans leur étude au cas d'une cavité chauffée et salée par le bas en imposant une température et une concentration supérieure à celles de la paroi opposée. Les résultats obtenus sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, de lignes d'iso-concentration et de nombres de Nusselt et Sherwood pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et de Lewis, différentes valeurs du rapport des forces de volume et différentes valeurs des nombres de Soret et de Dufour. L'augmentation séparée des nombres de Lewis et de Dufour a des effets opposés sur les nombres de Nusselt et Sherwood locaux (leur augmentation est

favorable/défavorable pour le nombre de Nusselt/Sherwood local), alors que l'augmentation du rapport des forces de volume est négative/positive sur le nombre de Nusselt/Sherwood local. Finalement, le nombre de Nusselt local présente un comportement complexe vis-àvis de l'augmentation séparée des nombres de Soret et de Rayleigh alors que l'effet de ces derniers paramètres est positif sur le nombre de Sherwood local.

La méthode de lattice Boltzmann a été utilisée par Ren et Chan (2016) pour étudier la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration en présence des effets Soret et Dufour. Le code LBM développé a été adapté à la plate-forme CUDA pour accélérer le processus de calcul des études paramétriques.

Pour vérifier l'amélioration de la capacité de calcul en utilisant un processeur graphique, le rapport temps de calcul entre code CPU et code CUDA est présenté en simulant le processus classique de convection naturelle dans une cavité. En utilisant le problème étudié comme test, ils ont prouvé que l'utilisation d'un processeur graphique (Code CUDA) conduit à un gain en temps de calcul allant jusqu'à 20 fois celui enregistré par le code CPU lorsqu'un maillage fin est utilisé. Suite à l'étude paramétrique effectuée, les auteurs concluent que la méthode de Boltzmann sur réseau est une bonne option pour étudier un problème de double diffusion compliqué par l'ajout des effets Soret et Dufour.

Plus récemment, Lagra et al. (2018) ont présenté des résultats analytiques et numériques de la convection thermosolutale dans une cavité horizontale soumise à des flux de chaleur et de masse verticaux. Les effets Soret et Dufour ont été considérés dans cette étude pour de larges gammes des paramètres de contrôle. Les seuils marquant le début de la convection supercritique et sous-critique sont prédits analytiquement et explicitement en fonction des paramètres de contrôle. De plus, l'existence de différentes régions dans le plan *N*-Du correspondant à différents régimes d'écoulement parallèles a été prouvée. Le nombre, l'étendue et l'emplacement de ces régions a été trouvé dépendant du fait que le produit $SrDu > -(1 + Le^2)/2Le^2$ ou $SrDu < -(1 + Le^2)/2Le^2$. Les effets conjugués des

phénomènes Soret et Dufour sur les seuils d'écoulement des fluides et les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse sont illustrés et discutés dans cette étude.

1.4 Convection avec génération interne de la chaleur

La revue de la littérature montre un manque criant de travaux dans lesquels l'effet Soret et la génération interne de la chaleur agissent dans des milieux fluides purs ou milieux poreux. La génération interne de la chaleur ajoute une nouvelle dimension au problème et son effet, combiné à celui de la thermo-diffusion, reste pratiquement non documenté. La littérature indique que des recherches limitées ont été effectuées sur une cavité chauffée à l'intérieur même si le phénomène est courant dans la nature et il a de nombreuses applications dans les problèmes d'ingénierie liés à l'énergie et en géophysique. Les applications incluent le mouvement dans l'atmosphère où le transfert de chaleur est provoqué par l'absorption de la lumière solaire, l'évacuation souterraine des déchets radioactifs, les réactions chimiques exothermiques dans les réacteurs à lit fixe, l'extraction d'énergie des réacteurs nucléaires et bien d'autres applications. Pour de tels problèmes, les gradients thermiques créés par la génération interne de la chaleur comptent parmi les forces motrices et conduisent en général à des modifications fondamentales des caractéristiques des écoulements internes. Les études expérimentales et prémonitoires antérieures conduites par Kulacki et Goldstein (1972) et Kulacki et Nagle (1975) ont porté sur la stabilité des couches fluides chauffées intérieurement. Quelques décennies plus tard, le développement des moyens de calcul a permis d'aborder numériquement le problème de la convection avec génération interne de la chaleur. May (1991) a résolu numériquement les équations de conservation bidimensionnelles de la convection naturelle dans une cavité carrée inclinée en utilisant deux méthodes différentes (méthodes des différences finies et des volumes finis). La cavité contient des sources d'énergie internes uniformément réparties et ses quatre parois rigides sont maintenues à la même température considérée constante. Les résultats obtenus ont été validés expérimentalement en termes de distribution de température et de taux de transfert de chaleur avec les résultats expérimentaux de Lee et Goldstein (1988) dans le cas d'une cavité carrée de 38.1 mm \times 38.1 mm avec Pr = 7 et le nombre de Rayleigh variant entre 10⁴ et 1.5×10^5 .

Shim and Hyun (1997) ont étudié numériquement le problème de la convection naturelle dans une cavité carrée avec un chauffage différentiel et une génération interne de la chaleur. Cette étude a été conduite pour une large gamme du nombre de Rayleigh interne. Ils ont utilisé la forme transitoire des équations régissantes et l'algorithme SIMPLER. Les résultats présentés dans cette étude montrent que lorsque l'effet du chauffage interne (caractérisé par le nombre de Rayleigh interne Ra_I) est faible, l'écoulement du fluide est monocellulaire ; cellule générée par le chauffage différentiel qui est caractérisé par le nombre de Rayleigh externe Ra_E . Dès que le rapport Ra_I/Ra_E devient modéré à grand, une cellule secondaire apparaît dans le coin supérieur de la paroi latérale chauffée. Cette dernière est favorisée par l'augmentation de l'effet de la génération interne (via Ra_I) ce qui favorise ainsi la formation d'une structure bicellulaire lorsque le rapport Ra_I/Ra_E devient très grand. Les auteurs concluent que les caractéristiques de cet état final de l'écoulement sont cohérentes avec les visualisations expérimentales de Kawara et al. (1994), lorsque les conditions de chauffage sont dominées par les effets du chauffage interne.

Hossain et al. (2005) ont étudié numériquement à l'aide de la méthode des différences finies l'effet de la tension de surface sur l'écoulement de la convection naturelle laminaire instationnaire d'un fluide électriquement conducteur. Le fluide de travail (métal liquide ; Pr = 0.054) est confiné dans une enceinte rectangulaire dont la paroi horizontale supérieure est libre. La cavité est différentiellement chauffée et subit l'influence d'un champ magnétique externe avec une génération interne de la chaleur. Le premier point à retenir de cette étude est le fait que le changement de la direction de la force magnétique externe de l'horizontale à la verticale entraîne une diminution des taux de l'écoulement à la fois des cellules primaires et secondaires et une augmentation de l'effet de la force thermocapillaire. Le deuxième point concerne l'impact de l'augmentation de la valeur du paramètre de génération interne de la chaleur sur l'écoulement. Cette augmentation favorise le développement de la cellule primaire en taille et en intensité jusqu'à ce qu'elle finisse par

envahir presque tout l'espace disponible au sein de la cavité. Une fois ce seuil achevé, toute augmentation supplémentaire de la valeur de la génération interne de la chaleur contribue au développement de plus de cellules dans la cavité. Quelques années plus tard, Deshmukh et al. (2011) ont abordé numériquement un problème de convection naturelle dans des cavités inclinées avec une génération uniforme de la chaleur. Cette étude numérique a été conduite à l'aide de la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE. Les paramètres de l'étude sont le nombre de Rayleigh, le nombre de Prandtl, le rapport de forme de la cavité et l'angle de son inclinaison. L'intérêt des auteurs a porté sur l'effet des paramètres de contrôle sur les nombres de Rayleigh de transition et sur la valeur de la température maximale. D'autres études numériques sur la convection naturelle, avec génération interne de la chaleur dans des espaces semi-confinés ont été réalisées par Fontana et al. (2011) et par Saha (2012). Dans l'étude numérique réalisée par Fontana et al. (2011), le chauffage externe a été réalisé par une source de chaleur placée au centre de la paroi inférieure de la cavité. La paroi verticale gauche est chauffée à l'aide d'une température constante et la paroi verticale opposée est refroidie et contient une ouverture partielle occupant 25%, 50% et 75% de la hauteur de la cavité (3 cas d'ouvertures ont été considérés). Les résultats présentés, pour un nombre de Rayleigh externe variable dans la gamme 10³-10⁵, montrent qu'à mesure que le nombre de Rayleigh externe augmente, l'écoulement devient lentement dominé par la différence de température entre les parois actives. Plusieurs cellules de recirculations sont formées pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh externe et disparaissent pour les grandes valeurs de ce paramètre. De plus, les résultats présentés montrent une influence significative de la dimension de l'ouverture sur le transfert de chaleur.

L'étude numérique de Saha (2012) a porté sur la convection thermo-magnétique en présence d'une génération interne de la chaleur en utilisant un fluide caloporteur paramagnétique placé dans des conditions de micro-gravité ($g \approx 0$) et sous l'effet d'un champ magnétique de gradient vertical uniforme. La configuration retenue pour cette étude est une cavité carrée ouverte avec trois parois latérales froides. Les effets du nombre de Rayleigh magnétique, du nombre de Prandtl et du paramètre magnétique du fluide sur les champs d'écoulements et des isothermes et sur l'absorption de la chaleur sont illustrés graphiquement. Les résultats présentés montrent que le taux de transfert de chaleur est annulé en augmentant le nombre de Rayleigh magnétique et le paramètre magnétique du fluide.

Plus récemment, Selimefendigil et Öztop (2015) ont étudié numériquement la génération d'entropie dans des cavités remplies de nanofluides et contenant des obstacles de différentes formes (circulaire, carrée et losange) et le système est placé sous l'influence d'un champ magnétique externe et d'une génération interne de la chaleur. Les résultats présentés montrent que la structure de l'écoulement et les champs de température sont affectés par la présence du champ magnétique, des nanoparticules et de la forme de l'obstacle. De plus, une détérioration du processus de transfert de chaleur a été observée en présence des obstacles et le taux de cette détérioration dépend de la forme de l'obstacle et du rapport des nombres de Rayleigh interne et externe. Des conclusions ont été également formulées quant à l'effet des paramètres de contrôle sur la génération d'entropie normalisée.

La recherche bibliographique entamée montre que les travaux antérieurs qui ont abordé le problème de la convection thermosolutale pour une cavité chauffée en interne sont très rares. A ce propos, on peut citer l'étude numérique de Teamah et al. (2012) sur la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire inclinée en présence d'un champ magnétique externe et une génération interne de la chaleur. La méthode des volumes finis avec l'algorithme SIMPLER a été adoptée comme outil pour résoudre le système d'équations régissantes. Ces dernières sont écrites sans les termes transitoires ce qui est incompatible avec la nature du problème étudié où l'existence d'éventuels régimes instationnaires n'est pas exclue. Les paramètres constants de cette étude sont le nombre de Prandtl (Pr = 0.7), le nombre de Lewis (Le = 2) et le rapport de forme de la cavité (A = 2). Quant aux paramètres variables de l'étude, on compte le nombre de Rayleigh ($10^3 \le Ra \le 3 \times 10^5$), le rapport des forces de volume ($-5 \le N \le 5$), le nombre de Hartmann ($0 \le Ha \le 70$), l'inclinaison de la cavité ($0^\circ \le \gamma \le 180^\circ$) et le coefficient adimensionnel de l'absorption/la génération de la chaleur ($-40 \le \emptyset \le 40$). Le fluide étudié est un mélange binaire caractérisé par les grandeurs thermophysiques précédemment définies et différents points

rappelant les principaux résultats obtenus sont énumérés en guise de conclusion pour ce travail. Deux années plus tard, Gaikwad et Kouser (2014) ont étudié analytiquement la naissance de la convection à double diffusion dans une couche poreuse de Darcy saturée par un fluide binaire avec une source de chaleur interne. L'étude a été conduite en utilisant des analyses de stabilité linéaire et faiblement non linéaire. La technique classique en mode normal a été utilisée pour résoudre le problème linéaire. Les résultats présentés montrent que le nombre de Rayleigh interne a un effet déstabilisant sur la convection à double diffusion dans un milieu poreux. L'effet du nombre de Lewis inhibe l'apparition de la convection stationnaire et avance le déclenchement de la convection oscillatoire. De même, l'effet des autres paramètres sur le transport de chaleur et de masse est discuté.

1.5 Conclusion

es résultats de cette analyse bibliographique forcément sélective, en raison de l'abondance des travaux disponibles (pour certaines configurations) et de la diversité des sujets traités, a permis de mettre en lumière des aspects de la convection thermosolutale non bien documentés dans la littérature. Sur le plan de la méthode de résolution, la plupart des travaux numériques réalisés ont utilisé des méthodes classiques (différences finies, volumes finis, éléments finis) et/ou analytiques lorsque la nature des problèmes le permet (cas de l'écoulement parallèle par exemple). Sur le plan formulation, les travaux qui ont porté sur la convection thermosolutale en présence des effets Soret et Dufour et/ou en présence d'une génération interne de la chaleur sont très rares. Nous percevons toute contribution prenant en compte ces déficiences (phénomènes négligés, méthode de résolution) comme une source de motivation qui a été derrière le choix du présent problème.

Chapitre 2: Formulation Mathématique du Problème

2.1 Introduction

e nos jours, la simulation numérique reste un outil de choix privilégié par le fait qu'il permet d'économiser un temps précieux avec des investissements à très faibles coûts (moyens de calcul performants et très bons marchés, disponibilité des logiciels de simulation, grande variété de choix de méthodes de résolution, etc.). En plus de ces avantages, une étude d'optimisation basée sur des techniques numériques peut-être d'une grande utilité pour orienter et améliorer la rentabilité d'une réalisation expérimentale. Dans ce chapitre, nous allons exposer dans un premier temps les équations macroscopiques régissantes avec les grandeurs d'échelle utilisées pour les rendre adimensionnelles. Cette procédure, usuellement familière, va permettre de ressortir de manière explicite les paramètres adimensionnels qui contrôlent les phénomènes en présence. Différentes expressions existantes dans la littérature et utilisées pour définir les paramètres de Soret et Dufour seront introduites et discutées dans la formulation du problème en présence d'une génération interne de la chaleur. Ensuite, nous allons donner un aperçu récapitulatif sur la méthode de Boltzmann sur réseau en laissant les détails de formulation spécifique aux problèmes étudiés, l'effet de maillage, la validation du code numérique aux chapitres des résultats.

2.2 Position du problème

Le phénomène de transfert de chaleur et de masse par convection naturelle thermosolutale est le résultat de gradients de température et de concentration qui engendrent une distribution globalement non uniforme de la densité du mélange, permettant au fluide confiné de se mettre en circulation sous l'effet des forces de poussée en présence. La nature des mouvements générés et des structures convectives résultantes est en général contrôlée par une combinaison de plusieurs paramètres et par la nature et la force des couplages entre les équations régissantes. De plus, certains couplages, souvent ignorés dans la littérature car ils sont du second ordre (cas des effets Soret et Dufour), peuvent apporter des modifications drastiques aux champs d'écoulements et à la distribution de la température et de la concentration et induire des comportements imprévisibles (conduire à la transition vers des solutions périodiques, contrôler la nature de la périodicité (complexité, période et amplitude), induire des solutions chaotiques, modifier la forme d'éventuels cycles d'hystérésis, décaler les gammes d'existence de ces derniers, etc.). C'est avec un esprit de curiosité mêlé par une volonté de creuser un peu plus par rapport à l'existant dans la littérature que les effets Soret et Dufour (très peu documentés jusqu'à date) ont été considérés dans la présente étude. Le couplage du système d'équations aux dérivées partielles non linéaires résultantes est compliqué davantage par ces nouveaux couplages du second ordre et par la prise en compte de la génération interne de la chaleur qui intervient comme un terme source dans l'équation de l'énergie et dont l'effet est déterminant.

2.3 Equations différentielles de la convection naturelle thermosolutale

Une vue schématique de la configuration étudiée et des conditions aux limites associées sont présentées sur la figure 2.1. Il s'agit d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle, de hauteur H, de largeur L, inclinée d'un angle δ par rapport à l'horizontale et confinant un mélange binaire avec deux parois opposées adiabatiques et imperméables au transfert de la matière. Les parois restantes sont maintenues à des températures et à des concentrations constantes mais différentes ($T_1 > T_0$ et $S_1 > S_0$). En plus, une distribution uniforme d'une génération volumique interne de la chaleur est présente au sein de la cavité. Des hypothèses classiques (fluide Newtonien et incompressible, écoulement laminaire, propriétés thermophysiques du fluide constantes sauf la densité dans les forces de volume qui varie linéairement avec la température et la concentration; $\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_S (S - S_0)]$) sont adoptées dans la présente étude.



Figure 2. 1 : Modèle physique de la configuration étudiée et arrangement D2 Q9.

Les équations macroscopiques de base régissant le mouvement du fluide et les transferts de chaleur et de masse en utilisant la formulation vorticité-fonction de courant en présence des effets Soret et Dufour sont obtenues comme suit :

• Equation de transport de vorticité :

$$\frac{\partial \varpi}{\partial t} + \frac{\partial (u\varpi)}{\partial x} + \frac{\partial (v\varpi)}{\partial y} = v\nabla^2 \varpi + g\cos\delta \left[\beta_T \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_S \frac{\partial S}{\partial x}\right] - g\sin\delta \left[\beta_T \frac{\partial T}{\partial y} + \beta_S \frac{\partial S}{\partial y}\right]$$
(2.1)

• Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \frac{K_{11}}{\rho C_p} \nabla^2 T + \frac{K_{12}}{\rho C_p} \nabla^2 S + \frac{\dot{Q}}{\rho C_p} = \mathcal{K}_{11} \nabla^2 T + \mathcal{K}_{12} \nabla^2 S + \frac{\dot{Q}}{\rho C_p}$$
(2.2)

Equation de conservation des espèces

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (vS)}{\partial y} = \frac{\kappa_{21}}{\rho c_p} \nabla^2 T + \frac{\kappa_{22}}{\rho c_p} \nabla^2 S = \mathcal{K}_{21} \nabla^2 T + \mathcal{K}_{22} \nabla^2 S$$
(2.3)

En présence des effets Soret et Dufour, Hurle et Jakeman (1971) ont proposé une forme simplifiée pour les flux thermiques et massiques :

$$\begin{cases} \vec{q} = -K_{11}\nabla T - K_{12}\nabla S \\ \vec{j} = -K_{21}\nabla T - K_{22}\nabla S \end{cases}$$
(2.4)

Dans les équations (2.2) et (2.3), \mathcal{K}_{11} représente la diffusivité thermique, \mathcal{K}_{12} une contribution aux transferts thermiques due au gradient de concentration, \mathcal{K}_{21} une

contribution aux transferts massiques due au gradient de température et \mathcal{K}_{22} est la diffusivité massique.

La vorticité et la fonction de courant sont reliées par l'équation de Poisson suivante :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\overline{\omega}$$
(2.5)

Les composantes u et v de la vitesse sont reliées à la fonction de courant Ψ par :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$
(2.6)

2.4 Equations macroscopiques adimensionnelles

Le but est de montrer comment les paramètres de contrôle ont été obtenus sur la base des grandeurs d'échelles utilisées pour rendre les équations régissantes adimensionnelles. Les paramètres ont été rendus adimensionnels comme suit :

$$\begin{cases} (X,Y) = \left(\frac{x}{L}, \frac{y}{L}\right), \Omega = \frac{\varpi}{\mathcal{K}_{11}/L^2}, \theta = \frac{T-T_0}{\Delta T}, \tau = \frac{t}{L^2/\mathcal{K}_{11}} \\ (U,V) = \left(\frac{u}{\mathcal{K}_{11}/L}, \frac{v}{\mathcal{K}_{11}/L}\right), \phi = \frac{S-S_0}{\Delta S}, \psi = \frac{\Psi}{\mathcal{K}_{11}} \end{cases}$$
(2.7)

De ce choix des grandeurs caractéristiques, l'équation de la vorticité, l'équation de Poisson et les composantes de la vitesse adimensionnelles résultantes sont obtenues respectivement comme suit :

$$\frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial (U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial (V\Omega)}{\partial Y} \right] = \nabla^2 \Omega + Ra_E \cos \delta \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} + N \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) - Ra_E \sin \delta \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} + N \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) (2.8)$$
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\Omega$$
(2.9)

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X}$$
 (2.10)

Quant à l'écriture sous forme adimensionnelle des équations de l'énergie et de la conservation des espèces, une discussion particulière autour de la définition des paramètres de Soret et Dufour s'impose sur la base de plusieurs définitions utilisées dans la littérature.

2.4.1 Formulation utilisée par Gaikwad et al. (2007)

Elle conduit à la forme adimensionnelle suivante des équations (2.2) et (2.3) :

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \nabla^2\theta + D_u^* N \nabla^2 \phi + R$$
(2.11)

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial (U\phi)}{\partial X} + \frac{\partial (V\phi)}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \nabla^2 \phi + \frac{S_r^*}{N} \nabla^2 \theta \qquad (2.12)$$

Avec $R = Ra_I/Ra_E$ (rapport des nombres de Rayleigh interne et externe), $\mathcal{K}_{11} = \alpha$ (diffusivité thermique), $\mathcal{K}_{22} = D$ (coefficient de diffusion massique), $D_u^* = \frac{\beta_T \mathcal{K}_{12}}{\beta_S \mathcal{K}_{11}}$ (paramètre de Dufour), $S_r^* = \frac{\beta_S \mathcal{K}_{21}}{\beta_T \mathcal{K}_{11}}$ (paramètre de Soret) et $N = \frac{\beta_S \Delta S'}{\beta_T \Delta T'}$ (rapport des forces de volume).

2.4.2 Formulation utilisée par Nithyadevi et Yang (2009a, 2009b)

Dans la forme dimensionnelle des équations (2.2) et (2.3), $\mathcal{K}_{11} = \alpha$, $\mathcal{K}_{12} = \frac{Dk_T}{c_s c_p}$, $\mathcal{K}_{21} = \frac{Dk_T}{T'_m}$ et $\mathcal{K}_{12} = D$.

Les formes adimensionnelles des équations (2.2) et (2.3) sont obtenues comme suit :

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial x} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \nabla^2\theta + D_u^{\aleph}Pr\nabla^2\phi + R$$
(2.13)

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial (U\phi)}{\partial X} + \frac{\partial (V\phi)}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \nabla^2 \phi + S_r^{\aleph} Pr \nabla^2 \theta$$
(2.14)

Cette formulation utilise des définitions usuelles considérées dans la littérature pour les nombres de Soret et Dufour.

Où D, k_T , c_p , c_s et T_m désignent le coefficient de diffusion massique, le rapport de diffusion thermique, la chaleur spécifique à pression constante, la susceptibilité de concentration et la température moyenne du fluide, respectivement. Selon cette formulation, les paramètres de Dufour et Soret sont respectivement définis par $S_r^{\aleph} = Dk_T \Delta T / (T_m v \Delta S)$ et $D_u^{\aleph} = Dk_T \Delta S / (c_s c_p v \Delta T)$.

Il est à noter que si on compare la formulation de Gaikwad et al. (2007) avec celle utilisée par Nithyadevi et Yang (2009a, 2009b), on déduit les relations suivantes :

$$D_u^* = \frac{\beta_T \mathcal{K}_{12}}{\beta_S \mathcal{K}_{11}} = \frac{D_u^{\aleph} Pr}{N} \text{ et } S_r^* = \frac{\beta_S \mathcal{K}_{21}}{\beta_T \mathcal{K}_{11}} = S_r^{\aleph} PrN.$$

2.4.3 Autre formulation

Dans la forme dimensionnelle des équations (2.2) et (2.3), $\mathcal{K}_{11} = \alpha$, $\mathcal{K}_{12} = D_{TC}$, $\mathcal{K}_{21} = D_{CT}$ et $\mathcal{K}_{12} = D$. Dans cette formulation, D_{TC}/α et D_{CT}/D représentent les coefficients de Dufour et Soret, respectivement (Al-farhany (2012)).

Avec cette formulation, les formes adimensionnelles des équations (2.2) et (2.3) sont obtenues comme suit :

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \nabla^2\theta + \frac{D_{\rm TC}\Delta S}{\alpha\Delta T}\nabla^2\phi + R = \nabla^2\theta + Du\nabla^2\phi + R$$
(2.15)

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial (U\phi)}{\partial X} + \frac{\partial (V\phi)}{\partial Y} = \frac{D}{\alpha} \nabla^2 \phi + \frac{D_{\text{CT}} \Delta T}{\alpha \Delta S} \nabla^2 \theta = \frac{1}{\text{Le}} \nabla^2 \phi + \frac{Sr}{Le} \nabla^2 \theta$$
(2.16)

Où $Du = \frac{D_{TC}\Delta S}{\alpha\Delta T}$ est le paramètre de Dufour et $Sr = \frac{D_{CT}\Delta T}{D\Delta S}$ est le paramètre de Soret.

En comparant avec la première formulation, on aura les relations suivantes :

$$Du = ND_u^*$$
 et $Sr = \frac{Le}{N}S_r^*$.

Il est à noter que c'est la troisième formulation qui a été retenue dans la présente étude.

2.5 Conditions aux limites macroscopiques

Les conditions aux limites macroscopiques sont caractérisées par l'imperméabilité et le non glissement des particules fluides sur les parois solides de la cavité (les deux composantes de la vitesse sont nulles sur ces parois). Quant aux conditions thermiques et massiques elles sont comme suit : Pour X = 0 et $0 \le Y \le A = H/L$: $\theta = \phi = 1$

Pour X = 1 et $0 \le Y \le A = H/L$: $\theta = \phi = 0$

Pour les parois restantes : Pour
$$0 \le X \le 1$$
 : $\frac{\partial \theta}{\partial Y}\Big|_{Y=0,A} = \frac{\partial \phi}{\partial Y}\Big|_{Y=0,A} = 0$

2.6 Transferts de chaleur et de masse

Les transferts thermiques et massiques à travers les parois actives de la cavité sont caractérisés respectivement par les nombres de Nusselt et Sherwood qui évaluent les flux de chaleur et de masse adimensionnels résultant des interactions entre les parois actives et le mélange binaire confiné. Ainsi, les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux ($Nu_{1,0}(Y)$) et $Sh_{1,0}(Y)$) et leurs valeurs moyennes ($Nu_{1,0}$ and $Sh_{1,0}$) en présence des effets Soret et Dufour sont évalués comme suit :

$$Nu_{1,0}(Y) = \left(-\frac{\partial\theta}{\partial X}\Big|_{X=0,1} - Du\frac{\partial\phi}{\partial X}\Big|_{X=0,1}\right) \text{ et } Sh_{1,0}(Y) = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial X}\Big|_{X=0,1} + Sr\frac{\partial\theta}{\partial X}\Big|_{X=0,1}\right)$$
(2.17)

$$Nu_{1,0} = -\frac{1}{A} \int_0^A Nu_{1,0}(Y) \, dY \text{ et } Sh_{1,0} = -\frac{1}{A} \int_0^A Sh_{1,0}(Y) \, dY \tag{2.18}$$

Dans les équations précédentes, l'indice 0/1 dans les définitions de Nu et Sh désigne la paroi refroidie/chauffée.

2.7 Méthode de Lattice Boltzmann sur réseau

2.7.1 Introduction

Pour procéder à la simulation des phénomènes de transports de chaleur et de masse, etc, on dispose de deux approches fondamentales, à savoir l'approche continue et discrète.

Dans l'approche continue, les équations différentielles peuvent être résolues en utilisant les équations de conservation d'énergie, de masse, ou de quantité de mouvement pour un volume de contrôle infinitésimal. C'est alors qu'on fait face à la difficulté de résoudre les équations gouvernantes dues soit à la non-linéarité du système, soit à la complexité des conditions aux limites et de la géométrie, etc. Pour remédier à ces difficultés, les méthodes des Différences Finies, des Volumes Finis ou des Eléments Finis, sont utilisées pour convertir les équations différentielles avec des conditions aux limites définies au préalable, en un système d'équations algébriques. En premier lieu, les équations régissantes sont identifiées puis le domaine est discrétisé en nœuds, volumes ou éléments, selon la méthode utilisée. A ce stade, chaque volume, élément ou nœud est perçu comme étant une collection de particules : c'est l'échelle macroscopique où seules les propriétés macroscopiques (viscosité, densité...) sont prises en compte. Le fluide est alors traité comme un milieu continu et uniformément réparti où pour chaque particule, la température, la pression et la vitesse varient d'un nœud à un autre.

De point de vue microscopique, le fluide est considéré comme étant discontinu et constitué de groupes de particules, d'atomes et de molécules séparés par une distance intermoléculaire. Ces particules sont animées de mouvements incessants et s'entrechoquent continuellement. A cette échelle, chaque molécule peut être caractérisée par sa masse m_i , sa vitesse c_i et sa position $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i)$ et l'évolution du système obéit à la mécanique newtonienne.

Lors du changement d'échelle, et en passant de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique, on fait face au problème de définition de déformation macroscopique. Pour remédier à cela, une échelle intermédiaire, dite échelle mésoscopique, a été mise en place.

A cette échelle, le fluide est découpé en cellules infinitésimales appelées particules de fluide et où les grandeurs peuvent être considérées comme ponctuelles, mais assez grandes pour pouvoir considérer le fluide comme étant un milieu continu. C'est l'échelle utilisée par la méthode de Lattice Boltzmann qu'on développera dans les prochains paragraphes.

La figure (2.2) représente le changement d'échelle du fluide.



Figure 2. 2 : Passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique en passant par l'échelle mésoscopique.

2.7.2 Historique de la méthode de Lattice Boltzmann

La méthode de Lattice Boltzmann sur réseau est une méthode issue de la théorie cinétique des gaz qui a prouvé son efficacité pour la simulation des phénomènes physiques, tels que les écoulements de fluide, les changements de phase, l'aéronautique, ou dans d'autres domaines comme la médecine dans la coagulation sanguine dans l'artère, ou l'hémodynamique cardio-vasculaire, etc. L'élaboration de la méthode de Lattice Boltzmann peut être définie en 2 étapes : L'expansion de la physique statistique d'un côté et l'apparition des automates cellulaires de l'autre.

2.7.2.1 Théorie cinétique des gaz

La théorie cinétique des gaz correspond aux prémices de la physique statistique. Ce modèle a été introduit en 1872 par Ludwig Boltzmann, en prolongement des travaux du physicien Britannique James Clerk Maxwell (1867). Maxwell avait eu l'idée de réduire l'espace des vitesses à un ensemble fini en considérant que le nombre des particules décrites par leurs vitesses et leurs positions, est résumé dans une fonction dans l'espace des phases, au lieu de prédire la position et la vitesse de chaque particule de gaz. C'est ainsi qu'en XIX^{ème} siècle que la Physique Statistique, basée sur les travaux de Josiah Williard Gibbs, Lord Kelvin, James Clerk Maxwell, et de Ludwig Boltzmann, a vu le jour, s'intéressant au comportement microscopique de la matière et non plus à l'évolution globale des quantités macroscopiques telles que la pression, la vitesse et la densité (Marié (2008)).

La théorie cinétique est fondée sur la description de l'évolution du système d'un état d'équilibre vers un autre. Trop souvent, elle permet la description de l'évolution du système hors équilibre, en étudiant les interactions entre constituants de l'état macroscopique.

En 1872, l'équation cinétique intégro-différentielle de Boltzmann, Eq. (2.19), a vu le jour. Cette équation, nommée aussi fonction de distribution des particules à un moment et un endroit donnés ayant une vitesse donnée, décrit l'évolution d'un gaz hors équilibre.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c. \nabla f + \frac{F}{m} \cdot \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = \Omega(f)$$
 (2.19)

Le membre droit de l'équation ci-dessus est appelé opérateur de collision entre les particules. En l'absence de ce terme, on dit alors qu'il y a une advection des particules soumises uniquement à la force F_i . Si au contraire l'opérateur de collision est non nul, on parle alors de 2 types de collisions :

- Collision élastique : c'est un choc entre deux (collision binaire Boltzmann 1872) ou plusieurs particules (multi-particules Chapman-Enskog 1920), n'entrainant pas de modification de leur état interne. Dans cette interaction, l'énergie cinétique est conservée.
- Collision inélastique : c'est une collision où l'énergie cinétique n'est pas conservée. Au cours de ce choc, les corps se heurtent et peuvent absorber de l'énergie (conversion de l'énergie cinétique en énergie interne).

Connaissant l'équation de Boltzmann qui décrit à la fois les équations d'Euler et de Navier Stokes au niveau macroscopique, et la dynamique des milieux gazeux à l'échelle microscopique, l'Allemand David Hilbert s'est intéressé au passage d'une échelle à l'autre (une partie de ses travaux dans « Sixième problème de Hilbert »). Vers la fin du XIX^{ème} siècle, Hilbert (1912) énonça une méthode de développement de la fonction de distribution portant son nom qui traitait la collision binaire (entre 2 particules). Quelques années après, 2 chercheurs (Chapman et Enskog) développèrent, simultanément, et chacun de son côté, de nouvelles méthodes de collision multi-particules.

Le mathématicien suisse David Enskog (1917) appliqua la méthode d'Hilbert en effectuant un développement de la fonction de distribution f de l'équation de Boltzmann. L'astronome et géophysicien Britannique Sydney Chapman améliore le développement en assimilant les particules à des sphères dures. D'autre part, Chapman avait proposé à un doctorant (Thomas Cowling) de travailler sur un article qu'il venait d'écrire, le jeune chercheur avait mis en cause les résultats de Chapman en y relevant une erreur. Depuis, Chapman lui avait proposé de travailler avec lui et de nouveaux travaux (Chapman et Cowling) ont vu le jour. En 1920, les travaux de Chapman et Enskog ont été enfin validés expérimentalement par le chimiste Frederick William Dootson, relevant ainsi le mystère du passage des équations de Navier Stockes (1823) à celle de Boltzmann (1872). Cependant, la complexité de l'opérateur de collision reste le seul défaut des travaux de Chapman et Enskog.

Trois décennies plus tard, en 1954, ce sont les mathématiciens Prabhu Lal Bhatnagar (Indien) et les Américains Eugene P. Gross et Max Krook qui mettront au point un opérateur (portant leurs noms BGK) plus simple pour l'utilisation et moins restrictif du point de vue physique : seuls les écoulements réactifs qui ne peuvent être modélisés par cet opérateur (Coreixas (2014)). Le principe de l'opérateur repose sur le fait que la collision des particules conduit à un écart de leur état d'équilibre qui est retrouvé après un temps τ appelé temps de relaxation. L'expression mathématique de leur expression est écrite comme suit :

$$\Omega^{BGK}(f) = -\frac{1}{\tau}(f - f^{eq})$$
(2.20)

Les équations de Navier-Stokes ont pu être retrouvées en remontant de l'équation de Boltzmann avec l'opérateur BGK.

Cette partie sera un peu plus développée ultérieurement.

La méthode de Lattice Boltzman sur réseau n'a malheureusement pas pu voir le jour en cette période, puisque la résolution numérique n'était pas connue. Ce n'est que plus tard que les notions de discrétisations spatiales et temporelles se développeront avec l'apparition des automates cellulaires.

2.7.2.2 Automates cellulaires

Bien que très peu de décennies s'étaient écoulées entre la naissance des automates et l'établissement de l'équation de Boltmann, ces derniers ont su attirer la curiosité et l'attention des physiciens en raison de leur grand potentiel à étudier divers systèmes complexes. Ces domaines sont la magnétohydrodynamique (Chen et al., 1988; Chen et Matthaeus, 1987), l'hydrodynamique des fluides multiphasiques (Luo, 2018), les écoulements dans les réacteurs chimiques (Boon et al., 1996; Chen et al., 1995), etc.

Avant de parler de la naissance des automates cellulaires, il est primordial de rappeler le bref historique de la discrétisation qui a eu lieu dans la même période. C'était en 1867 que Maxwell étudia le gaz comme un ensemble de particules, et établit la théorie cinétique dont laquelle la matière est discrétisée mais en considérant que les positions et les vitesses des particules varient continuellement. La discrétisation de Maxwell est la première étape de la discrétisation.

En même temps que la naissance du concept des automates, dont le principe repose sur la discrétisation du temps et de l'espace afin que le système soit modélisable en termes d'interactions inter-composants, Broadwell (1964) proposa d'utiliser l'équation de Boltzmann avec quelques vitesses discrètes pour étudier l'aérodynamique. Il établit donc la théorie cinétique discrète en faisant le premier pas dans la seconde étape de la discrétisation en limitant les vitesses moléculaires à des ensembles finis où seules huit vitesses égales sont autorisées. L'équation de Boltzmann est alors réduite par cette approximation à un ensemble d'équations différentielles couplées pouvant être résolues de manière exacte. Presque 10 ans plus tard, Gatignol (1975) s'est basé sur le modèle de Broadwell, et les équations générales de la théorie cinétique discrète ont vu le jour. D'autres modèles de discrétisation de l'équation de Boltzmann ont été développés après comme le modèle de Toscani (1985).

Les premiers automates cellulaires ont été développés par John Von Neumann en 1950. La principale question sur laquelle orbitaient ses recherches était de savoir s'il était

34

possible de concevoir une machine auto-réplicative. Il tenta alors de développer un modèle d'auto-reproduction. Neumann rencontra des soucis techniques au niveau de la réalisation de ce genre de prototype. Stanislaw Ulam, son collègue du laboratoire qui s'intéressait à la modélisation des cristaux, lui suggéra donc d'utiliser un système plus abstrait, constitué d'une matrice infinie dont les cellules ne pouvaient prendre que deux états (actives ou inactives) et dont l'état à l'instant suivant dépend de la configuration de ses cellules voisines (Louvet, 2016).

Le terme d'Automate Cellulaire attendra quelques années avant d'être adopté avec la publication de l'ouvrage « Theory of self-reproducing automata » d'Arthur Burks en 1966 qui a complété les travaux inachevés de John Von Neumann traitant le problème d'autoproduction. Les automates cellulaires seront plus mis sous les projecteurs à travers le « Jeu de la vie » inventé par John Conway en 1970. Cet automate est considéré comme l'un des plus cités dans la littérature depuis la parution de l'article «The fantastic combinaison of John Conway's new solitaire game 'life'» de Martin Gardner en 1970. Ce jeu a un principe trop simple : Il suffit de regarder l'état des 8 cellules voisines d'une cellule située au centre. Une cellule vivante possédant 2 ou 3 cellules vivantes reste vivante, sinon elle meurt. Et une cellule morte possédant exactement 3 voisines vivantes prend vie. La même année, Zuse publia son idée concernant l'application de l'automate cellulaire aux problèmes physiques.

2.7.2.3 Gaz sur réseau

La troisième étape de la discrétisation (les deux premières ont été évoquées dans le paragraphe précédent), consiste à mettre au point le développement des méthodes de gaz sur réseau (Lattice Gaz Automata : LGA).

Lattice Gaz Automata (LGA) est le précurseur de l'Equation de Lattice Boltzman (LBE) qui vise à simuler les écoulements de fluide d'une manière moins complexe. Les acronymes LGA et LBE seront utilisés par la suite. En LGA, le fluide est modélisé par un ensemble de particules pouvant se déplacer (étape appelée propagation) entre les nœuds d'un réseau régulier. Les particules qui rentrent en collision sont celles qui arrivent

35

simultanément au même nœud. De point de vue bilan énergétique, il est à noter que le comportement du fluide à l'échelle macroscopique n'est que le résultat statistique microdynamique de l'ensemble des molécules le constituant. Il est ainsi insensible aux informations de chaque molécule, qui conserve les mêmes propriétés avant et après collision (quantité de mouvement, masse, nombre de particules ...).

≻ Modèle HPP

Les premiers modèles des LGA avec discrétisation spatiale et temporelle, ont été introduits par Hardy, Pomeau et de Pazzis en (1973a, 1973b) afin d'étudier les propriétés de l'écoulement en termes d'interactions entre les particules. Ce modèle schématisé par la figure 2.3, a été nommé HPP d'après les initiales de ses fondateurs. C'est un automate bidimensionnel, de symétrie carrée, basé sur la distribution de Fermi-Dirac et où les particules se déplacent selon les quatre directions possibles. Le système évolue chaque instant de temps, et les particules entrant en collision sont advectées vers les sites les plus proches.



Figure 2. 3 : Réseau du modèle HPP (*a*) et directions éventuelles des particules (*b*).

Le modèle HPP est régi par les lois suivantes (figure 2.4):

• La particule se déplace suivant une direction fixe jusqu'à ce qu'elle subisse une collision.

- Deux particules en collision frontales voient leurs vitesses relatives dévier perpendiculairement.
- Si deux particules subissent une collision non frontale, elles se croisent et continuent leur avancée dans la même direction.
- Lorsqu'une particule entre en collision avec le bord du réseau, il se peut qu'elle rebondisse.



Figure 2. 4 : Règles de collision des particules dans un modèle HPP.

Le modèle HPP a un caractère non-isotrope des tenseurs liés au gaz en raison de l'utilisation d'un réseau carré, ce qui rend le modèle des gaz irréaliste. De plus, il a été impossible de retrouver le comportement macroscopique des équations de Navier-Stokes avec ce type de modèle.

≻ Modèle FHP

En 1986, Frisch, Hasslacher et Pomeau ont découvert qu'un automate cellulaire hexagonale à six vitesses (figure 2.5), de symétrie plus élevée qu'un automate carré, reconduisait aux équations de Navier-Stockes à l'échelle macroscopique. Les fondements théoriques des gaz sur réseau ont été développés en modèle 2D par Frisch et al. (1986) et Wolfram (1986a, 1986b) (appelé modèle FHP) et dans la même période en 3D par

D'Humières et al. (1986) et Frisch et al. (1987) à travers le modèle FCHC à 24 vitesses (Face Centered Hyper Cube) présenté sur la figure 2.6.



Figure 2. 5 : Réseau du modèle FHP (*a*) et directions éventuelles des particules (*b*).



Figure 2. 6 : Réseau du modèle à 24 vitesses FCHC.

Les règles de collision sont simples et sont décrites en détail dans l'article de (Buick et al., 1997) :

- Deux particules subissant une collision et ayant des moments opposés, vont avoir une rotation de 60° dans le sens horaire ou trigonométrique avec une probabilité égale pour chaque possibilité.
- Le nombre de particules, le moment, et l'énergie sont conservés dans le processus de collision.

 Dans les collisions à 3 particules, celles-ci repartent dans la direction inverse de leurs arrivées.



Figure 2. 7 : Règles de collision du modèle FHP (figure reproduite à partir de l'article de Luo (1998)).

Depuis l'établissement des réseaux HPP et FHP, les méthodes de Lattice sur réseau se sont plus rapidement répandues et ont permis la simulation des phénomènes hydrodynamiques. Plusieurs travaux dans divers domaines ont vu le jour comme l'écoulement du fluide (D'humières et Lallemand (1986), Rivet et al. (1988), etc.), les milieux poreux (Burges et Zaleski (1987), Holme et Rothman (1992), Kang et al. (2002a et 2002b), Rothman et Keller (1988), etc.), la magnétohydrodynamique (Schaffenberger et Hanslmeier (2002)) et dans des problèmes complexes (Boghosian et Taylor, 1995).

Néanmoins, malgré le fait que la modélisation avec les LGA était prometteuse, l'utilisation des automates reste trop restrictive puisque plusieurs défauts viennent freiner leur développement.

Pour pallier aux restrictions des automates cellulaires, les méthodes LGA ont progressé vers les méthodes de Boltzmann sur réseau.

2.7.2.4 Boltzmann sur réseau (De LGA à LBE)

Depuis son introduction par McNamara et Zanetti (1988) pour simuler les automates à gaz en réseau, la méthode de Lattice-Boltzmann (LBM) apparaît comme une alternative très intéressante pour résoudre les problèmes de la dynamique des fluides.

Higuera et Jiménez (1989) ont simplifié la méthode LBM en présentant l'équation de Lattice Boltzmann (LBE) en adoptant un opérateur linéaire de collision qui suppose que la distribution est proche de l'état d'équilibre local du système.

Maintenant que nous avons un aperçu chronologique global de la naissance, puis du développement de la méthode de Lattice Boltzmann, nous allons cibler l'essentiel des outils nécessaires pour développer le code numérique.

Pour plus de détails, nous invitons le lecteur à se référer aux thèses de Bechereau (2016), Coreixas (2018), Février (2015), Marié (2008), etc.

2.7.3 Méthode de Lattice Boltzmann

2.7.3.1 Equation de Boltzmann

Prenons l'exemple d'une particule (figure 2.8) caractérisée par sa position $r(x_1, x_2, x_3)$ et sa vitesse $c_k(c_1, c_2, c_3)$ et soumise à une force extérieure F. La description statistique du système peut être définie par la fonction de distribution $f(r, c_k, t)$ où f est le nombre de particules à l'instant t. La grandeur $f(r, c_k, t)$. dx. dc représente la probabilité de retrouver une particule ayant une vitesse comprise entre c_k et $c_k + dc$ dans un volume dx avec $\int f(r, c_k, t) dx \cdot dc = 1$

L'application de la force F entrainera un changement de position de r à r + c dt et de la vitesse de la particule de c à c + F dt.

Soit f(r, c, t) le nombre de particules avant l'application de la force F.

En l'absence de collision, le nombre de particules à l'instant t est égal au nombre de particules à l'instant t + dt après l'application de la force F.



Figure 2. 8 : Position et vecteur vitesse d'une particule avant et après l'application de la force F.

Ceci se traduit par une équation de la forme :

$$f(r + cdt, c + Fdt, t + dt)drdc - f(r, c, t)drdc = 0$$
(2.21)

En présence d'une collision entre les 2 instants, un terme s'ajoute au membre droit de l'équation (2.21) qui prend la forme suivante :

$$f(r + cdt, c + Fdt, t + dt)drdc - f(r, c, t)drdc = \Omega(f)drdcdt$$
(2.22)

Le paramètre $\Omega(f)$ est appelé opérateur de collision et $\Omega(f)drdcdt$ caractérise la variation du nombre de molécules par collision.

En divisant l'équation (2.22) par *drdcdt*, et en faisant tendre *dt* vers 0, on obtient l'équation de Boltzmann (2.19) définie plus haut :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c.\nabla f + \frac{F}{m}.\nabla f = \Omega(f)$$
(2.19)

Les équations respectives de conservation de masse (2.23), de quantité de mouvement (2.24) et d'énergie (2.25) peuvent être déduites directement de l'équation (2.19).

$$\rho(r,t) = \int \mathbf{m}f(r,c,t)dc \tag{2.23}$$

$$\rho(r, t)u(r, t) = \int mcf(r, c, t)dc \qquad (2.24)$$

$$\rho(r,t)e(r,t) = \frac{1}{2} \int m(c - u(r,t))^2 f(r,c,t) dc$$
 (2.25)

L'énergie interne pour une particule est exprimée par : $e = \frac{3}{2}K_bT$; K_b étant la constante de Boltzmann et *T* la température en Kelvin. Il est à noter que la masse est prise égale à l'unité.

2.7.3.2 Opérateurs de collision

En l'absence de collision et de force extérieure, l'équation (2.19) se réduit à une équation de convection pure où il n'y a ni diffusion ni terme source.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c.\,\nabla f = 0 \tag{2.26}$$

Pour un fluide réel, le terme de collision est non nul. Par conséquent, plusieurs formes de l'expression de l'opérateur de collision peuvent exister. Dans un but purement simplificateur, plusieurs approximations ont été adoptées. Ces hypothèses sont résumées comme suit (Bonnefoy (2018)) :

- L'opérateur de collision Ω est tel que la distribution à l'équilibre est la distribution de Maxwell ;
- Lors d'une collision, l'opérateur de collision Ω est décrit de manière à ce qu'il y ait conservation de la masse, de l'énergie et des 3 composantes de la quantité de mouvement.
- La collision est ponctuelle entre 2 particules supposées sphériques ;
- On néglige le fait qu'il puisse y avoir une collision simultanément entre plusieurs particules ; seules les collisions binaires sont prises en compte ;
- La position et la vitesse de chaque particule n'a aucun effet sur la position et la vitesse d'une autre particule ;
- L'approximation du chaos-moléculaire (introduite par Maxwell (1867)) est l'hypothèse clé qui permet de supposer que les particules sont indépendantes, et ne conservent aucune mémoire de leur collision antérieure. Le temps de collision est supposé plus court que le temps moyen du parcours entre deux collisions consécutives.

4 Opérateur BGK

La complexité de la non-linéarité de l'équation de Boltzmann impose l'utilisation de modèles de collisions plus simples qui respectent les principales propriétés physiques (comme les lois de conservation, l'état d'équilibre ...).

Bhatnagar, Gross et Krook introduisirent en 1954 un modèle simple de l'opérateur de collision (BGK) qui devient le modèle le plus communément utilisé. La même année, Welander introduisit un opérateur similaire.

$$\Omega^{BGK}(f) = -\frac{1}{\tau}(f - f^{eq}) = \omega(f^{eq} - f)$$
(2.27)

Avec ω désignant la fréquence de collision, τ le temps de relaxation et f^{eq} la fonction de distribution à l'équilibre local (appelée aussi la distribution de Maxwell-Boltzmann) exprimée comme suit :

$$f^{eq} = \frac{\rho}{(2\pi K_B T)^{D/2}} \exp\left(-\frac{|c-u|^2}{2K_B T}\right)$$
(2.28)

Le paramètre K_B désigne la constante de Boltzmann, T la température, D le degré de liberté (et donc la dimension de l'espace considéré), c la vitesse microscopique, et u la vitesse macroscopique.

L'équation (2.19) s'écrit alors sous la forme : $\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = -\frac{1}{\tau} (f - f^{eq})$ (2.29)

🖊 Opérateur MRT

Dans ce paragraphe, on donnera un aperçu global sur la méthode à relaxation multiple MRT-LBM, qui diffère de la méthode de relaxation simple, SRT-LBM, au niveau de l'étape de propagation. Pour le modèle à temps de relaxation multiple (MRT), la propagation a lieu dans l'espace des vitesses microscopiques formé par les vitesses discrètes c_k , alors que l'étape de collision se produit dans un espace macroscopique formé par les moments des fonctions de distributions (voir paragraphe (2.7.6) pour plus de détails).

2.7.4 Equation de Boltzmann discrétisée

Pour programmer numériquement l'équation de Boltzmann, des discrétisations temporelle et spatiale s'imposent. La vitesse ($c_k = (c_1, c_2, ..., c_n)$ dispose de *n* dimensions dans l'espace qu'on qualifie de vitesses prédéfinies).

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + c_k \cdot \nabla f_k = -\frac{1}{\tau} (f_k - f^{eq})$$
(2.30)

Cette équation est alors dite discrète dans l'espace des vitesses.

En optant pour un maillage spatial structuré, avec des cellulaires élémentaires de forme carrée (pour un modèle 2D) et de forme cubique (pour un modèle 3D). Le pas de réseau est alors pris de tel sorte que $\Delta x = \Delta y = \Delta z$.

Le choix d'un schéma implicite permet d'assurer une bonne stabilité numérique. L'équation (2.30) peut être alors discrétisée en temps et en espace comme suit :

$$\frac{f_k(x, y, z, t + \Delta t) - f_k(x, y, z, t)}{\Delta t} + c_{kx} \cdot \frac{f_k(x + \Delta x, y, z, t + \Delta t) - f_k(x, y, z, t + \Delta t)}{\Delta x} + c_{ky} \cdot \frac{f_k(x, y + \Delta y, z, t + \Delta t) - f_k(x, y, z, t + \Delta t)}{\Delta y}$$

$$+ c_{kz} \cdot \frac{f_k(x, y, z + \Delta z, t + \Delta t) - f_k(x, y, z, t + \Delta t)}{\Delta z} = -\frac{1}{\tau} [f_k(x, y, z, t) - f_k^{eq}(x, y, z, t)]$$
(2.31)

On suppose que c_k respecte la condition de synchronisation (Bonnefoy (2018)) suivante :

 $\begin{cases} c_{kx} \text{ multiple entier de } \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ c_{ky} \text{ multiple entier de } \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ c_{kz} \text{ multiple entier de } \frac{\Delta z}{\Delta t} \end{cases}$

Après simplification, on obtient l'équation de Boltzmann discrétisée (sur réseau) dans l'approximation BGK :

$$\frac{f_k(x + c_{kx}.\Delta t, y + c_{ky}.\Delta t, z + c_{kz}.\Delta t, t + \Delta t) - f_k(x, y, z, t)}{\Delta t}$$

$$= -\frac{1}{\tau} \cdot \left[f_k(x, y, z, t) - f_k^{eq}(x, y, z, t) \right]$$
(2.32)

L'équation (2.32) est simple et permet de résoudre différentes fonctions de distributions à l'équilibre. Cette équation peut être résolue en deux étapes :

- + Etape de collision : $\widetilde{f}_k(r,t) = f_k(r,t) \frac{\Delta t}{\tau} \Big(f_k(r,t) f_k^{eq}(r,t) \Big)$
- **4** Etape de propagation : $f_k(r + c\Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_k(r, t)$

Où f et \tilde{f} présentent l'état de la fonction de distribution avant et après collision.

Lors de l'étape de la propagation, les particules sont advectées vers les nœuds voisins suivant la direction de leur vitesse c_k (figure 2.9). Le processus se répète à chaque pas de temps après le déroulement des deux étapes.

La phase de propagation nécessite l'utilisation d'un maillage uniforme en adoptant un modèle adéquat (voir paragraphe 2.7.4.2).

Le processus de la propagation est décrit comme suit :



Figure 2. 9 : Processus de la propagation.

Tableau 2. 1 : Valeurs de f_k avant et après la propagation pour un modèle **D2Q9** :

Avant propagation	Après propagation
$f_0(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_0(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t}+\Delta\mathbf{t}) = f_0(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$
$f_1(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_1(i, j, t + \Delta t) = f_1(i - 1, j, t)$
$f_2(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_2(i, j, t + \Delta t) = f_2(i, j - 1, t)$
$f_3(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_3(i, j, t + \Delta t) = f_3(i + 1, j, t)$
$f_4(i, j, t)$	$f_4(i, j, t + \Delta t) = f_4(i, j + 1, t)$
$f_5(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_5(i, j, t + \Delta t) = f_5(i - 1, j - 1, t)$
$f_6(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_6(i, j, t + \Delta t) = f_6(i + 1, j - 1, t)$
$f_7(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_7(i, j, t + \Delta t) = f_7(i + 1, j + 1, t)$
$f_8(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{t})$	$f_8(i, j, t + \Delta t) = f_8(i - 1, j + 1, t)$

2.7.4.1 Discrétisation de la fonction de distribution à l'équilibre

En développant en séries de Taylor la fonction Maxwellienne f^{eq} de l'équation (2.28) à l'ordre $O(u^2)$ et en adoptant la série de Mac Laurin de l'exponentielle $\left(\exp z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \cdots \right)$, on obtient :

$$f^{eq} = \frac{\rho}{(2\pi K_B T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(c-u)^2}{2K_B T}\right) = \frac{\rho}{(2\pi K_B T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{c^2}{2K_B T}\right) \left(1 + \frac{c.u}{K_B T} - \frac{u^2}{2K_B T} + \frac{1}{2}\left(\frac{c.u}{K_B T}\right)^2\right) + O(u^3) \quad (2.33)$$

La vitesse du son c_s est définie par $c_s^2 = K_B T$.

On obtient :
$$f^{eq} = \rho w_k \left[1 + \frac{c_k u}{c_s^2} + \frac{(c_k u)^2}{2c_s^4} - \frac{u u}{2c_s^2} \right]$$
(2.34)

avec $w_k = (2\pi K_B T)^{-\frac{3}{2}} exp\left[-\frac{c_k^2}{2K_B T}\right]$, n le nombre de directions de vitesse du réseau, et w_k les facteurs de pondération.

Ces coefficients de pondération sont choisis de telle sorte à assurer la conservation de la masse et la quantité de mouvement ainsi que l'isotropie du tenseur lattice (Abassi (2014) et Wolf-Gladrow (2000)).

2.7.4.2 Modèles de réseau

Physiquement, les particules sont libres de se déplacer dans n'importe quelle direction. Cependant, pour la méthode LBM, le domaine de solution doit être divisé en réseaux (voir le livre de Mohamad (2011) pour plus de détails). À chaque nœud du réseau, les particules stagnent et certaines se déplacent mais uniquement dans des directions spécifiques. Ainsi, pour cette méthode, seul un sous-ensemble de vitesses microscopiques discrètes c_k est considéré comme représentant toutes les vitesses microscopiques c. Le choix des vitesses microscopiques discrètes c_k n'est pas hasardeux, mais devrait respecter la symétrie de l'équation de Boltzmann sur le réseau, ce qui permettrait de reproduire des équations différentielles partielles au niveau macroscopique.

DnQm est une terminologie courante dans la méthode LBM faisant référence à la dimension du problème (n) et au nombre de vitesses (m). Dans le modèle DnQm, n et m sont des entiers désignant respectivement la dimension du problème (1, 2 et 3 respectivement pour les problèmes 1-D, 2-D et 3-D) et le nombre de vitesses discrètes y

compris la vitesse des particules au repos. Dans les problèmes à deux dimensions, les schémas les plus couramment utilisés sont D2Q5 et D2Q9 et ils sont illustrés sur la figure (2.10).



Figure 2. 10 : Représentation des modèles **D2Q5** (**a**) et **D2Q9** (**b**).

Pour un problème de convection thermique en présence d'une force externe, deux fonctions $f_k(r,t)$ et $g_k(r,t)$ sont mises en œuvre. Dans notre étude, on a opté pour un schéma simple D2Q9 pour traiter l'écoulement et un modèle D2Q5 pour la température.

Ces équations sont décrites comme suit :

$$f_k(r + c_k \Delta t, t + \Delta t) = f_k(r, t) - \omega_{\nu} \cdot \left(f_i(r, t) - f_k^{eq}(r, t) \right) + F_k \Delta t$$
(2.35)

$$g_{k}(r + c_{k}\Delta t, t + \Delta t) = g_{k}(r, t) - \omega_{T} \cdot \left(g_{k}(r, t) - g_{k}^{eq}(r, t)\right)$$
(2.36)

Où $\omega_v = \frac{\Delta t}{\tau_v}$ et $\omega_T = \frac{\Delta t}{\tau_T}$ représentent respectivement la fréquence de collision du champ d'écoulement et de la température. Les paramètres τ_v , τ_T et Δt représentent respectivement les temps de relaxation de l'écoulement, de la température et le temps de liaison. Dans un milieu incompressible, les fonctions de distribution de l'équilibre dynamique, discrétisées dans un modèle D2Q9 sont écrites comme suit (Yang et al. (2009)) :

$$f_k^{eq}(r,t) = \omega_k \rho \left[1 + 3\frac{c_k \cdot u}{c_s^2} + 4.5\frac{(c_k \cdot u)^2}{c_s^4} - 1.5\frac{u \cdot u}{c_s^2} \right]$$
(2.37)

Formulation Mathématique

$$g_{k}^{\text{eq}}(r,t) = \omega_{k}T \left[1 + 3\frac{c_{k}.u}{c_{s}^{2}} \right]$$
(2.38)

Les vitesses discrètes c_k pour le schéma D2Q9 sont définies comme suit :

$$c_{k} = c \begin{cases} 0 ; k = 0 \\ \left(\cos \left[(k-1)\frac{\pi}{2} \right], \sin \left[(k-1)\frac{\pi}{2} \right] \right); k = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2} \left(\cos \left[(k-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[(k-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right] \right); k = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$
(2.39)

Avec *c* la vitesse du réseau : $c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 1$

Le facteur de pondération ainsi que la longueur de la vitesse sont donnés dans le Tableau 2.2.

A ce stade, il est possible de déduire les quantités macroscopiques en utilisant les formules ci-dessous :

$$\begin{cases}
\rho(r,t) = \sum_{k=0}^{k=8} f_k(r,t) \\
\rho \boldsymbol{u}(r,t) = \sum_{k=0}^{k=8} \boldsymbol{c}_k f_k(r,t) \\
T(r,t) = \sum_{k=0}^{k=8} g_k(r,t)
\end{cases}$$
(2.40)

Tableau 2. 2 : Propriétés du réseau des modèles **D2Q5** et **D2Q9**.

Modèle	Direction k	Poids w_k	Vitesse $c_k(c_x, c_y)$	Longueur de la vitesse c_k
D2Q5	0	2/6	(0,0)	0
	1, 2, 3, 4	1/6	(±1,0); (0,±1)	1
D2Q9	0	4/9	(0,0)	0
	1, 2, 3, 4	1/9	(±1,0);(0,±1)	1
	5, 6, 7, 8	1/36	$(\pm 1, \pm 1)$	$\sqrt{2}$

2.7.5 Conditions aux limites

L'implémentation des conditions aux limites est une étape indispensable dans la dynamique des fluides. Dans les équations de Navier-Stokes, les conditions aux limites sont relativement plus simples à implémenter comparativement à la méthode LBM. Au lieu de

spécifier les variables macroscopiques ρ ou \boldsymbol{u} , les conditions aux limites sont basées sur les fonctions de distributions f_k ce qui est beaucoup moins intuitif.

Il existe une multitude de manières d'imposer les conditions aux limites (périodiques, de rebond, d'Inamuro, Zou & He). Dans les travaux des chapitres 3, 4 et 5, seules les conditions aux limites de type Dirichlet (vitesse, température et concentration imposées sur les parois) et avec Bounce-back ont été implémentées (figure 2.11). Plus de détails sur les autres types de conditions aux limites sont donnés dans la thèse de Bechereau (2016).



Figure 2. 11 : Schéma représentant les conditions aux limites dans un modèle **D2Q9**.

k Rebond arrière (Bounce-Back)

C'est la condition la plus adoptée depuis les premiers modèles de gaz sur réseau. Le Bounce-Back est typiquement utilisé pour implémenter les conditions aux limites sans glissement. Son principe est simple, on suppose qu'une particule qui heurte une paroi, rebondit en arrière vers le fluide. Ainsi, les fonctions de distributions inconnues (se dirigeant vers le fluide) sont schématisées par les pointillés dans la figure 2.11 et peuvent être déduites à partir des fonctions de distributions connues (flèches en traits continus).

Dans la littérature, on trouve un vocabulaire varié dans le registre du Bounce-Back. Il est donc primordial de clarifier ces deux types de définitions concernant la position de la paroi :
- On-grid : Quand la frontière est mouillée et le premier nœud est en contact avec le milieu fluide ou solide (Figure 2.12).
- **Mid-grid :** Lorsque la frontière est positionnée entre les 2 premiers nœuds. Cette paroi est alors dite sèche (Figure 2.13).



Figure 2. 12 : Schéma du rebond arrière (on-grid).



Figure 2. 13 : Schéma du rebond arrière (mid-grid) (d'après Bao et Meskas (2011).

Deux autres appellations sont aussi trouvées dans la littérature : Rebond complet (connu plus sous le nom de Full way Bounce-Back) et Rebond à mi-chemin (Half way bounce-back).

Walther (2016) met en garde dans sa thèse à propos de ces dernières appellations. Selon cet auteur, le rebond complet peut ne pas s'effectuer uniquement sur la grille à frontière mouillée, et donc la frontière peut se retrouver entre les deux premiers nœuds. L'appellation « full » peut donc soit se référer au type de rebond, soit mentionner que toutes les distributions sont remplacées (pas uniquement celles qui sont connues). Tandis que le terme « Half way » sert forcément à mentionner la position de la frontière entre les premiers nœuds.

Dans le full bounce-back, les conditions aux limites sont implémentées entre les étapes de collision et de propagation, alors que pour le Half-way bounce-back, elles sont appliquées après l'étape de la propagation et avant celle de la collision.

On se contentera du « Full way bounce-back on grid » qui a été utilisé dans notre étude. Les fonctions de distributions orientées vers le fluide sont inconnues (figure 2.11). Pour les définir, on considère que les particules effectuent un retour en arrière juste après la collision avec la frontière. Les distributions inconnues peuvent être déduites comme suit :

Pour la face « Nord »	Pour la face « Sud »	Pour la face « Est »	Pour la face « Ouest »	
$f_4(i,j) = f_2(i,j)$	$f_2(i,j) = f_4(i,j)$	$f_1(i,j) = f_3(i,j)$	$f_3(i,j) = f_1(i,j)$	
$f_7(i,j) = f_5(i,j)$	$f_5(i,j) = f_7(i,j)$	$f_5(i,j) = f_7(i,j)$	$f_7(i,j) = f_5(i,j)$	(2.41)
$f_8(i,j) = f_6(i,j)$	$f_6(i,j) = f_8(i,j)$	$f_8(i,j) = f_6(i,j)$	$f_6(i,j) = f_6(i,j)$	

Dans les trois chapitres des résultats, on a imposé une température $T_1 = 1$ à la paroi gauche, et $T_0 = 0$ à la paroi droite. L'implémentation de ces conditions pour la fonction de distribution *g* est comme suit :

Pour la paroi chauffée :		Pour la paroi refroidie :	
$g_1(0,j) = T_1(w_1 + w_3) - g_3(0,j)$ $g_5(0,j) = T_4(w_5 + w_5) - g_5(0,j)$	(2.42)	$g_3(N,j) = T_0(w_1 + w_3) - g_1(N,j)$ $g_7(N,j) = T_0(w_7 + w_7) - g_7(N,j)$	(2.43)
$g_1(0,j) = T_1(w_8 + w_6) - g_6(0,j)$	· · ·	$g_{6}(N,j) = T_{0}(w_{8} + w_{6}) - g_{1}(N,j)$	~ /

Pour les parois horizontales adiabatiques, l'application des conditions aux limites se fait avec les équations :

$$g_k(i,0) = g_k(i,1)$$
 $g_k(i,M) = g_k(i,M-1)$ (2.44)

2.7.6 Méthode MRT-LBM

Comme il a été mentionné avant, Qian et al. (1992) ont défini la matrice de passage entre les 2 espaces microscopique et macroscopique. L'équation reliant les deux domaines est donnée par:

$$m = Mf \quad et \quad f = M^{-1}m \tag{2.45}$$

Avec $m = (m_0, m_1, m_2, ..., m_n)^T$ désignant le vecteur des moments,

 $f = (f_0, f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ le vecteur des distributions et M la matrice de passage entre les deux espaces et son inverse est M⁻¹.

La matrice M est définie par

La matrice inverse est décrite par

$$M^{-1} = a \begin{pmatrix} 4 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & -2 & 6 & -6 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & -2 & 0 & 0 & 6 & -6 & -9 & 0 \\ 4 & -1 & -2 & -6 & 6 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & -2 & 0 & 0 & -6 & 6 & -9 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 6 & 3 & 6 & 3 & 0 & 9 \\ 4 & 2 & 1 & -6 & -3 & 6 & 3 & 0 & -9 \\ 4 & 2 & 1 & -6 & -3 & -6 & -3 & 0 & 9 \\ 4 & 2 & 1 & 6 & 3 & -6 & -3 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$
(2.47)

Où $a = \frac{1}{36}$

Chapitre 2

Le schéma MRT considère que les collisions ont lieu dans un espace macroscopique défini par le moment des distributions de fonctions m, donné par :

$$m = (\rho, e, \varepsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, p_{xx}, p_{xy})^T$$
(2.48)

A l'état d'équilibre, le moment m^{eq} est décrit par les équations :

$$\begin{cases} m_1^{eq} = e^{eq} = -2\rho + 3(j_x^2 + j_y^2) \\ m_2^{eq} = \varepsilon^{eq} = \rho - 3(j_x^2 + j_y^2)/\rho \\ m_4^{eq} = q_x^{eq} = -j_x \\ m_6^{eq} = q_y^{eq} = -j_y \\ m_7^{eq} = p_{xx}^{eq} = j_x^2 - j_y^2 \\ m_8^{eq} = p_{xy}^{eq} = j_x j_y \end{cases}$$
(2.49)

Avec $j_x = \rho u_x = \sum_k f_k^{eq} c_{kx}$ et $j_y = \rho u_y = \sum_k f_k^{eq} c_{ky}$

Pour une étude plus détaillée sur la méthode MRT-LBM, le lecteur peut se référer au livre "The Lattice Boltzmann Method: Principles and Practice" par Timm et al. (2017). L'algorithme, ci-dessous, (dérivé de celui présenté dans la thèse d'Addakiri (2010)) permet de résumer les étapes de la résolution numérique de la méthode LBM.



Figure 2. 14 : Algorithme de base de la méthode de Boltzmann sur réseau (Addakiri (2010)).

2.8 Conclusion

ans ce chapitre, on a donné un aperçu global sur les méthodes numériques utilisées pour la résolution des problèmes décrits dans les chapitres 3, 4 et 5. Un historique de l'avènement du LBM a été détaillé dans ce chapitre. Le principe de la méthode LBM repose sur la résolution de l'équation de Boltzmann, cependant, les variables macroscopiques peuvent être retrouvées en utilisant le développement de Chapman-Enskog. La méthode LBM présente beaucoup d'avantages : elle utilise la densité des particules permettant ainsi une mesure de la vitesse à chaque instant. De plus le terme de convection est linéaire alors qu'il ne l'est pas au niveau des équations de Navier-Stokes. Parmi ses inconvénients, l'utilisation d'un maillage carré et cubique, dans le cas d'un grand maillage, nécessite un très grand nombre de nœuds et donc beaucoup plus de temps de calcul et d'espace mémoire.

Chapitre 3 : Simulation des écoulements convectifs en présence de l'effet Soret dans une cavité carrée avec génération interne de la chaleur

3.1 Introduction

e contenu de ce chapitre est dédié à l'étude numérique des transferts de chaleur et de masse bidimensionnels générés par la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte carrée en présence de l'effet Soret et d'une génération interne de la chaleur. Dans le domaine de la simulation, de nombreux chercheurs ont recours à l'utilisation des codes CFD (Computational Fluid Dynamics) utilisant pour la plupart la technique des volumes finis. Dans de telles situations, l'effort du chercheur dans le domaine de la simulation reste concentré au niveau de la compréhension de l'implémentation des données spécifiques au problème étudié dans les interfaces du code de simulation et l'effort fourni pour l'analyse des résultats obtenus. De nombreux codes commerciaux performants sont disponibles sur le marché. Ils permettent d'approcher des problèmes dont la complexité peut atteindre des niveaux qui nécessitent un effort exceptionnel de la part des chercheurs confirmés lorsqu'il s'agit de développer des codes maison et un investissement non négligeable en termes de temps. Dans la présente étude, nous avons testé plusieurs méthodes numériques en commençant par la méthode ADI qui a été utilisée en MASTER pour étudier un problème de convection thermosolutale en présence des effets Soert et Dufour. C'est une méthode aux différences finies classique, très accessible sur le plan programmation, qui a été utilisée par des membres du laboratoire pour étudier différents types de problèmes (convection naturelle thermique, convection thermosolutale, convection mixte, couplage convection-rayonnement des parois, etc.). Cette méthode est exclusivement adaptée à des configurations de formes géométriques simples (particulièrement les géométries rectangulaires et cylindriques) dépourvues de l'existence de toute forme d'obstacles solides

Chapitre 3

à l'intérieur, complètement détachés des parois des enceintes (problème d'évaluation de la fonction de courant sur les blocs). De telles limitations disparaissent complètement lorsqu'on utilise la méthode des volumes finis qui permettent d'utiliser la notion du domaine unique avec des viscosités et des conductivités qui varient selon que le VC se trouve dans le milieu solide (viscosité infinie et conductivité du solide) ou fluide (viscosité et conductivité du fluide). Un effort très louable a été fourni par les membres du laboratoire pour s'ouvrir sur d'autres méthodes qui ont nécessité un grand investissement en termes de temps alloué pour leur compréhension et leur adaptation aux problèmes étudiés. Seulement, une fois cet objectif réalisé, ces méthodes maîtrisées ouvrent de réelles perspectives dans le domaine de la recherche basée sur la simulation numérique. Dans ce chapitre, on étudie numériquement un problème de transfert de chaleur et de masse par convection naturelle thermosolutale bidimensionnelle dans une cavité carrée en présence de l'effet Soret et d'une génération volumique et uniforme de la chaleur. Un schéma hybride avec une simple relaxation du temps de la méthode de lattice Boltzmann (SRT-LBM) est utilisé pour obtenir le champ de vitesse alors que les champs de température et de concentration sont déduits à partir des bilans d'énergie et des espèces en utilisant une méthode aux différences finies (MDF) avec une discrétisation des équations à l'échelle de lattice. Puisque le problème est régi par de nombreux paramètres, l'étude est particulièrement concentrée sur l'effet de trois paramètres, à savoir le paramètre de Soret (Sr = -0.5, 0 et 0.5), le rapport des forces de poussée solutale et thermique (N = -1 et 1) et le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe ($0 \le R \le 80$). Les effets combinés de ces paramètres sur l'écoulement du fluide et les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse sont examinés pour un nombre de Lewis *Le* = 2, un nombre de Prandtl Pr = 0.71 et un nombre de Rayleigh externe $Ra_E =$ 10⁵. Les résultats obtenus montrent que l'interaction entre la génération interne de la chaleur et le phénomène de la thermodiffusion peut jouer un rôle important dans la fluide purification/(charge) du confiné des/(en) espèces pour valeurs des positives/(négatives) du paramètre de Soret Sr.

3.2 Formulation mathématique du problème

3.2.1 Description du problème physique

La configuration étudiée est illustrée par la figure 3.1 qui montre une représentation schématique de la cavité carrée soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration en espèces. Les parois horizontales sont maintenues adiabatiques et imperméables. La cavité est remplie d'un mélange binaire (air + espèces) considéré comme Newtonien, incompressible et circulant en régime laminaire. Toutes les propriétés thermophysiques du mélange sont supposées constantes, sauf la densité dans le terme de poussée. Cette dernière (densité) est évaluée à l'aide de l'approximation de Boussinesq. En outre, la présente étude considère la génération interne de la chaleur et l'effet Soret.



Figure 3. 1 : Modèle physique de la configuration étudiée et disposition des lattices dans la cavité pour le modèle D2Q9.

3.2.2 Méthode de lattice-Boltzmann avec temps de relaxation simple (SRT-LBM)

De nos jours, la méthode de lattice-Boltzmann (LBM) est devenue un outil très populaire utilisé pour étudier la dynamique des fluides à la fois dans des géométries simples et complexes. Le recours de plus en plus fréquent à l'utilisation de cette méthode découle de son extraordinaire capacité d'adaptation pour approcher différents types de problèmes (El Abdallaoui et al.(2014), Hussain et al. (2015), Li et al. (2014), Luo et al. (2014), Mishra et Roy(2007) et Mohebbi et Rashidi (2017)) et à la grande facilité qu'elle offre dans la mise en œuvre et le traitement des conditions aux limites et ce, quelle que soit la nature de la géométrie et les frontières qui la délimitent. La simplicité et l'efficacité de la méthode LBM en ont fait une alternative très compétitive comparée aux codes CFD et très convoitée dans divers domaines de l'ingénierie.

Sur le principe, on rappelle que la méthode LBM est particulièrement basée sur la résolution de l'équation de Boltzmann sur réseau, équation (3.1), initialement dérivée de la méthode LGA (Lattice-Gaz-Automata). L'équation (3.1) décrit l'évolution temporelle de la fonction de distribution de densité. Cette dernière représente la probabilité pour une particule donnée de se déplacer dans l'une des directions définies par le modèle D2Q9. Au niveau microscopique, le fluide est considéré comme un groupe de particules se déplaçant sur des réseaux réguliers d'un nœud vers les nœuds voisins pendant l'intervalle de temps Δt . Ce processus est appelé "streaming" et il est représenté par la partie gauche de l'équation (3.1). Les particules arrivant au même nœud échangent leurs impulsions (intensité et direction) lors d'une collision locale. Le processus de collision complexe est approché par la linéarisation Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) (1954), partie droite de l'équation (3.1), où les neuf fonctions de distribution de densité se relâchent vers un état d'équilibre avec le même taux ω (collision par simple temps de relaxation). En présence d'une force externe F, l'équation de Boltzmann sur réseau peut être écrite comme suit:

$$f_k(r + c_k \Delta t, t + \Delta t) - f_k(r, t) = \omega \left(f_k^{eq}(r, t) - f_k(r, t) \right) + F_k \Delta t \text{ pour } k = 0, \dots, 8$$
(3.1)

Dans l'équation précédente, $\omega = \Delta t/\tau$ désigne la fréquence de collision du champ d'écoulement, r(x, y) les coordonnées cartésiennes, alors que les paramètres τ et Δt représentent le temps de relaxation et le pas de temps, respectivement. Le temps de relaxation τ est défini par l'analyse d'expansion proposée par Chapman-Enskog (1970) qui conduit à la relation suivante entre la viscosité cinématique à l'échelle du réseau et le temps de relaxation :

$$\nu = (\tau - 0.5)c_s \Delta t \tag{3.2}$$

Avec $c_s = c/\sqrt{3}$ est la vitesse du son à l'échelle de lattice, caractéristique du modèle D2Q9. La positivité de la viscosité doit être vérifiée par l'équation (3.2) ce qui impose l'inégalité $\tau > 0.5$. Cependant, il convient de souligner que la valeur de la viscosité (généralement choisie entre 0.001 et 0.05) est nécessaire pour démarrer les calculs avec la méthode LBM. La bonne gamme de fonctionnement de la viscosité du réseau est définie entre deux valeurs critiques ; une petite viscosité au-dessous de laquelle des instabilités numériques apparaissent et une viscosité élevée au-dessus de laquelle l'hypothèse d'incompressibilité ne reste plus valable.

Pour éviter ces instabilités d'origine non physique et rester dans le régime incompressible, la viscosité est calculée en fonction du nombre de Mach $Ma = u_c/c_s$ en utilisant la vitesse caractéristique $u_c = \sqrt{g\beta\Delta TL}$ ce qui conduit à:

$$\nu = MaL \sqrt{\frac{Pr}{3Ra_E}} \tag{3.3}$$

Dans la présente étude, la valeur du nombre de Mach a été choisie dans la gamme 0.05 < Ma < 0.2 pour satisfaire deux conditions supplémentaires qui seront spécifiées par la suite. De plus amples détails sur la méthode numérique sont donnés dans la référence par El Abdallaoui et al. (2014) et dans de nombreuses autres références.

Le terme force a été implémenté dans l'équation de Boltzmann sur réseau selon le schéma proposé par Luo (1993) comme suit:

$$F_{k} = 3w_{k}F = 3w_{K}\rho g\beta_{T}c_{ky}((T - T_{m}) + N(S - S_{m}))$$
(3.4)

Avec $T_m = (T_1 + T_0)/2$, $S_m = (S_1 + S_0)/2$, $N = \beta_S \Delta S/(\beta_T \Delta T)$ est le rapport de flottabilité, β_T/β_S est le coefficient d'expansion thermique/solutal, $\Delta T = T_1 - T_0$ la différence de température, $\Delta S = S_1 - S_0$ la différence de concentration et c_{ky} est la projection de la vitesse c_k discrète de la particule sur l'axe Oy. Les fonctions de distribution inconnues sur les parois rigides sont définies dans le chapitre 2.

La méthode de rebond a été appliquée sur les parois solides pour calculer la fonction de distribution inconnue pointant à l'intérieur du domaine de la cavité. Ce schéma permet de remplir les conditions d'adhérence et d'imperméabilité (u = 0) sur toutes les parois de la cavité.

Les quantités macroscopiques telles que la densité ρ et la vitesse u peuvent être obtenues par intégration de la fonction de distribution sur les neuf vecteurs des vitesses discrètes:

$$\begin{cases} \rho(r,t) = \sum_{k=0}^{k=8} f_k(r,t) \\ \rho \boldsymbol{u}(r,t) = \sum_{k=0}^{k=8} c_k f_k(r,t) \end{cases}$$
(3.5)

3.2.3 Equations d'advection-diffusion pour la température et la concentration

Les équations d'advection-diffusion pour la température et la concentration (en l'absence des effets de Dufour) ont été résolues séparément en utilisant une technique explicite des différences finies à l'échelle du réseau. Ces équations et leurs conditions aux limites peuvent être écrites sous leurs formes dimensionnelles dans une formule unifiée comme suit:

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial t} + u_x \frac{\partial\Gamma}{\partial x} + u_y \frac{\partial\Gamma}{\partial y} = a_1 \left(\frac{\partial^2\Gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Gamma}{\partial y^2} \right) + a_2 \left(\frac{\partial^2\Gamma'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Gamma'}{\partial y^2} \right) + Sce$$
(3.6)

$$\Gamma|_{x=0} = \Gamma_1 \qquad \qquad \Gamma|_{x=L} = \Gamma_0 \qquad \qquad \frac{\partial \Gamma}{\partial y}\Big|_{y=0,L} = 0 \qquad (3.7)$$

Avec Γ désignant T/S et Γ' désignant S/T, $a_1 = \alpha/D$, $a_2 = 0/D_{CT}$, et $Sce = \frac{\dot{Q}}{\rho Cp}/0$ dans l'équation de température/concentration. Les paramètres α et D sont respectivement les diffusivités thermique et massique, \dot{Q} est la génération volumétrique uniforme de la chaleur et le paramètre D_{CT} traduit le couplage dû à l'effet Soret. L'équation (3.6) a été discrétisée sur le maillage du réseau en utilisant une approche similaire à celle proposée par Lallemand et Luo (2003) avec $\Delta t = \Delta x = \Delta y = 1$ pour plus de stabilité de la méthode hybride. En s'appuyant sur l'approche de ces deux auteurs, Bettaibi et al. (2014) ont expérimenté avec succès cette méthode pour résoudre l'équation d'énergie pour un problème de convection thermique pure dans une cavité à paroi entraînée. La méthode est explicite et elle est caractérisée par un critère de convergence conditionnelle. Dans ce travail, cette méthode a été étendue pour résoudre les équations de conservation de l'énergie et de la conservation des espèces en présence d'une génération interne de la chaleur et de l'effet Soret.

La forme discrète finale de l'équation d'advection-diffusion, Eq. (3.6), est obtenue comme suit:

$$\begin{split} \Gamma_{i,j}^{n+1} &= \Gamma_{i,j}^{n} (1 - 6a_{1}) + \Gamma_{i+1,j}^{n} (-u_{x} + 2a_{1}) + \Gamma_{i-1,j}^{n} (u_{x} + 2a_{1}) \\ &+ \Gamma_{i,j+1}^{n} (-u_{y} + 2a_{1}) + \Gamma_{i,j-1}^{n} (u_{y} + 2a_{1}) \\ &+ \Gamma_{i+1,j+1}^{n} \left(\frac{1}{4}u_{x} + \frac{1}{4}u_{y} + \frac{1}{2}a_{1}\right) + \Gamma_{i-1,j+1}^{n} \left(-\frac{1}{4}u_{x} + \frac{1}{4}u_{y} - \frac{1}{2}a_{1}\right) \\ &+ \Gamma_{i+1,j-1}^{n} \left(\frac{1}{4}u_{x} - \frac{1}{4}u_{y} - \frac{1}{2}a_{1}\right) + \Gamma_{i-1,j-1}^{n} \left(-\frac{1}{4}u_{x} - \frac{1}{4}u_{y} - \frac{1}{2}a_{1}\right) \\ &+ 2a_{2} \left(\Gamma_{i+1,j}^{'n} + \Gamma_{i-1,j}^{'n} + \Gamma_{i,j+1}^{'n} + \Gamma_{i,j-1}^{'n}\right) \\ &- \frac{1}{2}a_{2} \left(\Gamma_{i+1,j+1}^{'n} + \Gamma_{i-1,j+1}^{'n} + \Gamma_{i+1,j-1}^{'n} + \Gamma_{i-1,j-1}^{'n}\right) + Sce \end{split}$$

$$(3.8)$$

Chapitre 3

Les paramètres α , D et D_{CT} ont été calculés à l'échelle du réseau par $\alpha = \nu/Pr$, $D = \alpha/Le$ et $D_{CT} = S_r D\Delta S/\Delta T$. De plus, le terme source dans l'équation (3.8) (correspondant à l'équation de l'énergie) est déterminé en utilisant les données:

$$\frac{Sce}{\alpha} = \frac{\dot{Q}}{\lambda} = \frac{\Delta T}{L^2}R\tag{3.9}$$

Où $R = Ra_I/Ra_E$ est le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe, $Ra_E = g\beta\Delta TL^3/(v\alpha)$ est le nombre de Rayleigh externe et $Ra_I = g\beta\dot{Q}L^5/(v\alpha\lambda)$ est le nombre de Rayleigh interne.

La procédure de résolution des équations de conservation de l'énergie et des espèces doit satisfaire la condition $(1 - 6a_1) > 0$ pour assurer la stabilité du schéma explicite des différences finies. Cette condition est à prendre en considération pour les équations de température et de concentration quand il s'agit de choisir le nombre de Mach pour démarrer les calculs de la méthode LBM.

3.2.4 Fonction de courant et transfert de chaleur/masse

Les résultats sont présentés dans la section suivante en termes de nombres de Nusselt et de Sherwood moyens, de la température adimensionnelle $\theta = \frac{T-T_0}{T_1-T_0}$, de la concentration adimensionnelle $\phi = \frac{S-S_0}{S_1-S_0}$ et de la fonction de courant ψ . Cette dernière quantité permet d'identifier les trajectoires de l'écoulement en régime stationnaire et son intensité. La fonction de courant adimensionnelle est calculée à partir des vitesses en utilisant les relations suivantes :

$$u_x = \frac{\partial(\alpha\psi)}{\partial y} \qquad \qquad u_y = -\frac{\partial(\alpha\psi)}{\partial x} \qquad (3.10)$$

Les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens sur les parois actives de la cavité sont définis comme suit:

$$Nu_{1,0} = -\int_0^1 \frac{\partial\theta}{\partial X} \bigg|_{X=0,1} dY \qquad Sh_{1,0} = -\int_0^1 \left(\frac{\partial\phi}{\partial X} + Sr\frac{\partial\theta}{\partial X}\bigg|_{X=0,1}\right) dY \qquad (3.11)$$

Pour les équations précédentes, l'indice 1/0 de Nu et Sh est relatif à la paroi chauffée/refroidie et (X = x/L, Y = y/L) sont les coordonnées Cartésiennes adimensionnelles.

3.2.5 Effet du maillage et validation du code numérique

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus avec un maillage régulier de 100×100 . Ce choix était basé sur de nombreux tests préliminaires conduits dans le but d'évaluer la sensibilité des résultats vis-à-vis du changement de maillage. En raison de la performance actuelle des moyens de calculs (PC, stations de calcul, etc.), le raffinement du maillage (quand il s'impose) ne pose aucun problème particulier en raison des capacités renforcées des machines utilisées pour des fins de simulation. Pourtant, la question d'économie en temps de calcul reste une règle de base qu'il ne faut absolument pas perdre de vue. Les détails relatifs à des tests effectués sont résumés dans le tableau 3.1a/(3.1b) pour des forces de poussée égales et opposées/(coopérantes) et Sr = 0.5. Les résultats présentés dans ces tableaux montrent que le maillage retenu est suffisamment raffiné pour obtenir des résultats crédibles. En fait, le tableau 3.1a/(3.1b) montre qu'un écart maximum d'environ 0.72% / (0.35%) est observé dans le cas de $Sh/(Nu_0)$ lorsque le maillage utilisé est remplacé par un autre plus fin.

N = -1	ψ_{max}	ψ_{min}	Nu ₁	Nu ₀	<i>Sh</i> ₁ / <i>Sh</i> ₀
80 × 80	11.0708	-11.5139	-37.8805	-43.1469	4.4673
100 × 100	11.0715	-11.5113	-37.7007	-42.9350	4.43065
120 × 120	11.0741	-11.5099	-37.6020	-42.8195	4.41075
140 × 140	11.0755	-11.5084	-37.5438	-42.7517	4.3992

Tableau 3. 1 : Sensibilité des résultats au maillage pour Sr = 0.5, R = 80, et N = -1 (*a*) et 1 (*b*).

	•
1	a)
	u,

<i>N</i> = 1	ψ_{max}	ψ_{min}	Nu ₁	Nu ₀	<i>Sh</i> ₁ / <i>Sh</i> ₀
80 × 80	8.5934	-19.8306	-29.8538	-50.8552	6.2277
100 × 100	8.6084	-19.8304	-29.7871	-50.6355	6.1997
120 × 120	8.6090	-19.8263	-29.7513	-50.5212	6.1866
140 × 140	8.6116	-19.8215	-29.7306	-50.4563	6.1792

(**b**)

Tableau 3. 2 : Validation du code en termes de θ_{max} et ψ_{max} pour Pr = 0.733, R = 1 et différentes valeurs de Ra_E .

	Taghikhani (2015)		Présente étude		Erreur (%)	
Ra _E	θ_{max}	ψ_{max}	θ_{max}	ψ_{max}	θ_{max}	ψ_{max}
10 ⁴	0.073407	0.31624	0.073410	0.31644	0.0041	0.0632
10 ⁵	0.064373	2.30750	0.064730	2.33057	0.5546	0.9998
10 ⁶	0.045875	6.46950	0,045830	6.50264	0.0981	0.5122



Taghikhani (2015)

Figure 3. 2 : Validation du code en termes d'isothermes (a) et de lignes de courant (*b*) pour $Ra_E = 10^6$, R = 1 et Pr = 0.733.

Le code numérique a été validé dans le cas de la convection naturelle thermique dans une cavité carrée en présence d'une génération interne de la chaleur avec les travaux publiés par Taghikhani (2015) en l'absence du champ magnétique. Les résultats comparatifs sont présentés dans le tableau 3.2 en termes de θ_{max} et ψ_{max} pour différentes valeurs de Ra_E et R = 1. Les écarts maximum enregistrés indiquent un excellent accord entre nos résultats et ceux de Taghikhani. De plus, les comparaisons qualitatives entre nos résultats et ceux de Taghikhani (2015), illustrées dans la figure 3.2 en termes d'isothermes et de lignes de courant pour $Ra_E = 10^6$ indiquent un excellent accord qualitatif. D'autres tests de validation qualitative ont été menés avec succès (résultats non présentés ici) avec les résultats numériques obtenus par Zhao et al. (2007) dans le cas de la convection thermosolutale en l'absence de l'effet Soret et de la génération interne de la chaleur pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et des rapports des forces de poussée solutale et thermique.

3.3 Résultats et discussion

Comme le présent problème est régi par de nombreux paramètres de contrôle, le nombre de Lewis, le nombre de Rayleigh externe et le nombre de Prandtl sont maintenus constants dans ce chapitre (Le = 2, $Ra_E = 10^5$, Pr = 0.71). De ce fait, l'attention a été focalisée sur les paramètres de contrôle restants qui sont le rapport des forces de volumes solutale et thermique (N = 1 et -1), le paramètre de Soret ($-0.5 \le Sr \le 0.5$) et le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe ($0 \le R \le 80$). Les résultats obtenus sont illustrés et analysés en termes de lignes de courant, d'isothermes, de lignes d'iso-concentrations, de températures moyennes, de concentrations moyennes et de nombres de Nusselt et de Sherwood moyennés pour différentes combinaisons des paramètres de contrôle.

3.3.1 Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations pour N = 1 (cas des forces de poussée coopérantes)

Les lignes de courant correspondant à N = 1 et Sr = 0 (absence de l'effet Soret) sont présentées sur la figure 3.3 pour différentes valeurs de R (R = 0, 5, 20, 40 et 80). En l'absence d'une génération interne de la chaleur (R = 0), la structure de l'écoulement consiste en une cellule négative (cellule tournant dans le sens horaire) et présente une symétrie par rapport au centre de la cavité. Une zone stagnante est observée dans le centre de la cavité en raison de la formation de couches limites près des parois verticales actives. En incrémentant faiblement la valeur de R à 5, on notera que l'écoulement périphérique est légèrement modifié, la symétrie par rapport au centre de la cavité est clairement détruite suite à cette faible augmentation du paramètre R et l'intensité de l'écoulement, caractérisée par ψ_{min} a augmenté (ψ_{min} augmente (en valeurs absolues) de -9.549 pour R = 0 à -10.607 pour R = 5). Pour R = 20, une cellule secondaire positive apparaît dans le coin supérieur gauche de la cavité avec une intensité $\psi_{max} = 1.519$ alors ψ_{min} augmente à -13.352 pour ce cas. La naissance de la cellule positive est attribuée à la surchauffe engendrée par la génération interne de la chaleur, qui rend la température du fluide, localisé près de la partie supérieure de la paroi chauffée, supérieure à celle de cette dernière. Cette situation conduit à une inversion du gradient horizontal de la température dans la région avoisinant le coin supérieur gauche de la cavité forçant ainsi la création de l'écoulement tournant dans le sens trigonométrique dans cette région (voir les isothermes correspondantes de la figure 3.4). L'examen des lignes de courant montre qu'elles sont sensibles à l'augmentation du paramètre R. La couche limite est visiblement affectée près de la paroi gauche active et l'écoulement le plus intense se produit au niveau de la partie inférieure droite de la cavité. En augmentant davantage le paramètre R jusqu'à 40, la taille de la cellule secondaire augmente au détriment de celle de la cellule principale dans le quart supérieur gauche de la cavité mais cette augmentation est favorable aux intensités des deux cellules (ψ_{min} = -15.331 et $\psi_{max} = 4.775$). En augmentant davantage la valeur de *R*, les effets de surchauffe sont renforcés et s'étendent vers la partie inférieure de la cavité (voir les isothermes de la figure 3.4). Par conséquent, pour une valeur de R = 80, la cellule secondaire positive se développe dans la partie gauche de la cavité jusqu'à ce qu'elle entre en contact avec la paroi adiabatique inférieure comme indiqué sur la figure 3.3e. L'intensité de cette cellule est presque la moitié de celle de la cellule principale. Globalement, l'écoulement secondaire est plus supporté par l'augmentation de R que l'écoulement principal. A titre d'indication, l'augmentation enregistrée de ψ_{max}/ψ_{min} est d'environ 68%/14% quand la valeur de *R* est augmenté de 40 à 80.



(**a**)

(**b**)



Figure 3. 3 : Lignes de courant correspondant à N = 1, Sr = 0 et R = 0 (a), 5 (b), 20 (c), 40 (d) et 80 (e).

- (a) $(\psi_{max} = 0 \text{ et } \psi_{min} = -9.549)$ **(b)** $(\psi_{max} = 0 \text{ et } \psi_{min} = -10.607)$ (c) (ψ_{max} =1.519 et ψ_{min} =-13.352) (d) (ψ_{max} = 4.775 et ψ_{min} = -15.331)
- (e) (ψ_{max} = 8.016 et ψ_{min} = -17.468)





En s'intéressant à l'aspect thermique du problème, l'examen de la figure 3.4 indique que la génération interne de la chaleur a un impact considérable sur la distribution du champ de température. En l'absence de la génération interne de la chaleur (R = 0), les isothermes dans la région centrale sont caractérisées par une stratification linéaire dans la direction verticale et exhibent deux couches limites thermiques dans les parties supérieure droite et inférieure gauche des parois verticales. Ces couches limites sont repérées là où le fluide chauffé/refroidi par la paroi gauche/droite interagit en premier avec la paroi refroidie/chauffée. En augmentant la valeur de R à 5, la stratification thermique et les couches limites thermiques sont encore observées mais les épaisseurs de ces dernières sont différemment affectées par cette augmentation de R (l'impact de cette augmentation est négatif sur la couche limite thermique au niveau du mur chauffé). Il est également à noter la présence de quelques isothermes qui forment des boucles fermées avec la paroi adiabatique supérieure. Dans la région surchauffée délimitée par ces boucles, la température est supérieure à l'unité ; i.e. supérieure à la température de la paroi chauffée. De ce fait, la présence de cette région impose un changement dans la direction du flux de chaleur, forçant ainsi la partie supérieure de la paroi chauffée de changer son rôle de chauffage du fluide à un rôle évacuateur de la chaleur du fluide et joue ainsi un rôle refroidissant. Une présentation schématique du champ de température en 3D, illustrée sur la figure 3.5a, confirme l'existence d'une zone de surchauffe dans une petite région adjacente à la paroi supérieure adiabatique. Pour R = 20, la figure 3.4c montre qu'il n'y a plus de stratification thermique (cette dernière est détruite) et la couche limite thermique n'est plus présente au voisinage du mur vertical gauche (i.e. la paroi chauffée). Dans la partie droite de la cavité, on observe l'existence d'un gradient de température important à l'intérieur d'une couche mince au voisinage de la paroi froide, qui s'étend dans la moitié inférieure de cette dernière. A l'extérieur de cette couche et jusqu'à la médiane verticale, les variations de la température sont très faibles. Cette observation a été vérifiée en examinant les profils de température pour les ordonnées Y = 0.5 et 0.75 (résultats non présentés). Cela signifie que la couche limite thermique est encore présente et elle est de plus renforcée dans la partie droite de la cavité. La région surchauffée (là où les isothermes forment des boucles fermées avec la paroi adiabatique supérieure) s'étend au-delà du plan médian horizontal. Dans le tracé correspondant en 3D de la figure 3.5, on peut observer que la région surchauffée (région avec $\theta > 1$) occupe une part importante de la cavité et s'étend jusqu'à la partie de la paroi adiabatique inférieure voisine de la paroi chauffée. Cela indique que la paroi chauffée contribue à l'évacuation de la chaleur générée dans le fluide à travers toute sa surface pour R = 20. Pour une valeur plus grande de ce paramètre, R = 40, la figure 3.4d montre l'apparition d'importants gradients thermiques à l'intérieur d'une petite couche fluide adjacente à la partie supérieure de la paroi verticale gauche. Cette observation s'explique par l'intensification de la cellule secondaire située dans cette zone et dont l'intensité est multipliée par 3 en augmentant la valeur de R de 20 à 40 (comparer les valeurs ψ_{max} = 1.519 et 4.775, correspondant respectivement à R = 20 et 40). La longueur de la couche limite thermique adjacente à la partie supérieure de la paroi chauffée s'étend dans le sens descendant le long de cette paroi en augmentant davantage la valeur de *R* jusqu'à 80 comme on peut observer sur la figure 3.4e. Cette extension suit l'expansion subie par la cellule secondaire de l'écoulement illustré dans la figure 3.3e. La représentation schématique en 3D de la figure 3.5c montre qu'une majeure part du fluide a une température excédant l'unité pour R = 80. Cette figure montre aussi que cette valeur importante de R induit un plateau de température sur une majeure partie de la paroi adiabatique supérieure. Il est à souligner qu'un tel comportement n'existe pas dans la partie inférieure de la cavité avoisinant la deuxième paroi adiabatique. Finalement, les tracés de la température en 3D montrent que le maximum de température enregistré dans la cavité est localisé sur la paroi adiabatique supérieure indépendamment de la valeur de R.



Figure 3. 5 : Vue en 3-D des isothermes pour N = 1, Sr = 0 et R = 5 (*a*), 20 (*b*) et 80 (c).

L'examen des lignes d'iso-concentrations illustrées dans la figure 3.6a-e montre clairement que la génération interne de la chaleur affecte considérablement la distribution de la concentration à l'intérieur de la cavité pour des valeurs relativement élevées du paramètre R. Cependant, le comportement observé est complètement différent de celui décrit précédemment pour la distribution de la température, particulièrement en présence de l'effet Soret. En effet, le champ solutal est globalement similaire au champ thermique pour R = 0. Pour R = 5, la figure 3.6*b* montre que les couches limites solutales développées sur les parois verticales gauche et droite sont similaires et presque de même épaisseur (contrairement aux couches limites thermiques). Pour R = 20, la figure 3.6c exhibe de larges zones avec une concentration presque constante, localisées au-dessous de la médiane horizontale et adjacentes à la couche limite solutale gauche. Au-dessus du plan médian horizontal, on peut observer d'importants gradients de concentration horizontaux, même loin de la paroi verticale droite de l'enceinte. Pour R = 40, l'épaisseur de la couche limite solutale augmente dans la partie inférieure de la paroi gauche. Dans cette zone, le comportement change complètement pour R = 80 car l'expansion de la cellule de l'écoulement secondaire le long de la paroi gauche, vers la paroi adiabatique inférieure, empêche le développement de la couche limite solutale en détachant la région où les gradients solutaux sont importants de la paroi gauche verticale (voir la partie inférieure de la paroi gauche). Il en résulte de ce fait une destruction de la couche limite solutale gauche.



(**a**)

(**b**)





Figure 3. 6 : Lignes d'iso-concentrations correspondant à N = 1, Sr = 0 et R = 0 (*a*), 5 (*b*), 20 (c), 40 (d) et 80 (e).

L'effet du paramètre de Soret a été trouvé remarquable pour les grandes valeurs de R pour lesquelles la cellule de l'écoulement secondaire joue un rôle non négligeable. La figure 3.7 illustre cet effet pour R = 80 et trois valeurs du paramètre Sr (-0.5, 0 et 0.5). On peut observer que l'augmentation de la valeur de Sr, même si elle conduit à une intensification tangible des deux cellules, elle affecte à l'inverse la dilatation de la cellule secondaire vers la partie inférieure de la cavité en faveur de la cellule principale. Les changements qualitatifs subis par la structure de l'écoulement sont limités en incrémentant la valeur de Sr de -0.5 à 0. Cependant, l'augmentation de Sr de 0 à 0.5 conduit à une scission de la cellule secondaire, laissant un très petit vortex positif dans le coin gauche inférieur de la cavité. En examinant les structures des isothermes obtenues pour différentes valeurs de Sr, il a été observé que l'effet de ce dernier paramètre sur le champ de température est important aux larges valeurs de R ($R \ge 40$) dans une région entourant une partie de l'interface entre les cellules d'écoulement (résultats non présentés).



Figure 3. 7 : Lignes de courant correspondant à N = 1, R = 80 et Sr = -0.5(a), 0(b) et 0.5(c).

(a) (ψ_{max} = 6.740 et ψ_{min} = -14.505)
(b) (ψ_{max} = 8.016 et ψ_{min} = -17.467)
(c) (ψ_{max} = 8.608 et ψ_{min} = -19.830)

L'examen des lignes d'iso-concentrations montre que l'effet du paramètre de Soret sur le champ de concentration devient important à partir d'une valeur seuil de R (pour $R \ge$ 10). L'effet de *Sr* sur les iso-concentrations est illustré dans la figure 3.8 pour R = 20 et 80 et Sr = -0.5, 0 et 0.5. Pour R = 20, en diminuant la valeur de Sr de 0 à -0.5, nous observons un renforcement du gradient de concentration qui s'étend au-dessous du milieu de la paroi droite et une réduction importante des gradients de concentration près de la partie inférieure de la paroi gauche. Au contraire, l'augmentation de Sr de 0 à 0.5 conduit à un affaiblissement drastique du gradient de concentration tout le long de la paroi droite. De plus, nous observons une région de déficit de soluté (puits de masse) dans la moitié inférieure de l'enceinte. Cette région est marquée par des lignes fermées et une concentration encore plus faible que celle de la paroi droite, ce qui conduit ainsi à une inversion du gradient de concentration à proximité de cette paroi (la paroi droite). La création de ce puits de masse est due au flux de thermodiffusion qui bénéficie des forts gradients de température générés par les valeurs élevées de *R*. Une vue en 3D du champ de concentration présenté sur la figure 3.9b pour R = 20 et Sr = 0.5 montre clairement que le minimum de concentration est inférieur à 0 et qu'il est situé près du coin inférieur droit de la cavité. Pour Sr = -0.5, l'illustration en 3D de la figure 3.9*a* montre une légère accumulation d'espèces près du coin supérieur gauche, résultant en une concentration légèrement supérieure à celle de la paroi gauche (c'est-à-dire supérieure à l'unité).

Pour R = 80, on observe un changement remarquable (comparé à R = 20) dans la forme des régions qui se comportent comme des sources (cas de Sr = -0.5) ou des puits (cas de Sr = 0.5) de masse. Les schémas en 3D des champs de concentration, illustrés sur la figure 3.9c-d pour R = 80 et Sr = -0.5 et 0.5, illustrent le rôle de la thermodiffusion pour augmenter/diminuer la concentration du fluide dans le cas d'une valeur négative/positive de Sr. Ainsi, le fluide est surchargé d'espèces dans le cas de Sr négatif, ce qui conduit à des concentrations dépassant l'unité dans de nombreuses régions (par exemple, dans les couches fluides adjacentes aux parois gauche et supérieure et les régions entourant les maximums adjacents à la paroi droite). Au contraire, le fluide est sous-chargé d'espèces dans une grande partie de la cavité dans le cas de Sr positif (ce qui purifie le fluide des espèces) en amenant la concentration en dessous de 0 dans une grande partie de la cavité. Quantitativement, la concentration moyenne diminue de 1.01 à -0.525 en augmentant Srde -0.5 à 0.5 dans le cas de R = 80. Ces valeurs doivent être comparées à 0.36 correspondant à Sr = 0.



Figure 3. 8 : Lignes d'iso-concentrations pour N = 1, R = 20 et 80 et différentes valeurs de *Sr*.





Figure 3. 9 : Vue en 3-D des lignes d'iso-concentrations pour N = 1, Sr = -0.5 (a, c); 0.5 (b, d), et R = 20 (a, b) et 80(c, d).

3.3.2 Lignes de courant, isothermes et lignes d'iso-concentrations pour N = -1 (cas des forces de poussée opposées)

Pour N = -1, on trouve que le problème a une multiplicité de solutions pour certaines plages de faibles valeurs de R. Ces solutions sont exemplifiées ci-après et désignées de types S1 et S2. Par conséquent, les lignes de courant correspondant à Sr = 0 sont présentées sur les figures 3.10a-j pour R = 0, 0.5 (S1 et S2), 0.8 (S1 et S2), 0.84 (S1 et S2), 0.85, 2 et 80. Il est à noter que pour N = -1/1, les forces de flottabilité thermique et solutale ont des effets opposés/coopérants dans toutes les régions où les gradients solutaux et thermiques ont la même direction. Le rôle opposé joué par ces deux forces est évident même en l'absence de génération interne de chaleur (c'est-à-dire pour R = 0) comme le montre la figure 3.10a. En comparant cette figure à celle obtenue avec N = 1 (voir figure 3.3a), nous pouvons percevoir l'apparition de deux cellules d'écoulement secondaires dans des coins opposés de la cavité et un changement dans la forme des lignes de courant qui montrent une certaine ressemblance avec les ellipses dans la région centrale de la cavité. Notons également que l'écoulement traversant la médiane horizontale n'est pas rigoureusement vertical pour N = -1. De plus, la région traversée par les courants convectifs importants (à mi-hauteur de l'enceinte) s'élargit vers le centre de la cavité de telle sorte que la couche limite n'est plus visible pour l'écoulement dans le cas de N = -1(observation vérifiée en examinant les profils de vitesse mais non illustrée ici). En présence de la génération interne de la chaleur, la cellule secondaire observée dans le coin supérieur gauche/(coin inférieur droit) se développe/(subit un rétrécissement brutal). Pour une valeur de *R* aussi faible que 0.5 par exemple, la solution S1 sur la figure 3.10b montre que la taille de la cellule secondaire supérieure gauche a presque triplé et son intensité est multipliée par 6 (elle passe de 0.103 à 0.615). Cette évolution de la cellule supérieure gauche s'accompagne de la disparition de la cellule secondaire inférieure droite.

Pour cette faible valeur de R, on peut également voir sur la figure 3.10b une très petite cellule secondaire émergeant dans le coin inférieur gauche de la cavité. Toute augmentation additionnelle de R favorise le développement des deux cellules secondaires (cellules positives) avec une tendance accrue à fusionner comme on peut voir sur les figures 3.10d et 3.10f, correspondant respectivement à R = 0.8 et 0.84. On s'attend à ce que la présence de ces cellules de faible intensité près de la paroi active gauche affecte négativement les processus de transfert de chaleur et de masse. Au-dessus de R = 0.84, la structure de l'écoulement de type S1 n'est plus obtenue car elle est probablement instable au-dessus de cette valeur seuil de R. En effet, pour R = 0.85, l'initialisation du code numérique en utilisant des conditions initiales favorables à S1 conduit à la structure de la figure 3.10h, qui est une solution de type S2. Cette dernière structure de l'écoulement est un peu plus complexe que celle de type S1 et se compose de trois cellules : deux grandes cellules de tailles comparables et de signes opposés (la cellule négative/positive est en contact avec la paroi refroidie/chauffée) et un petit vortex négatif situé dans le coin gauche inférieur de la cavité (dénommé ci-après cellule tertiaire). En dépit des tailles comparables des deux grandes cellules, leurs intensités sont cependant très différentes (comparer $\psi_{min}=-6.359\,$ et $\psi_{max} = 1.537$ pour R = 0.85). En fait, l'intensité de la cellule positive (celle de gauche) $(\psi_{max} = 1.537)$ est environ un quart de l'intensité de la cellule négative (celle de droite). La transition inattendue observée en changeant la valeur de R avec une incrémentation aussi faible que 0.01 (c'est-à-dire de 0.84 à 0.85) nous a laissé penser que deux structures d'écoulement sont probables dans une certaine gamme de R inférieure à 0.85. Grâce à des expériences numériques utilisant des états initiaux appropriés, il a été prouvé qu'il existe effectivement une multiplicité de solutions dans la gamme $0.35 \le R \le 0.84$. Les deux solutions obtenues dans cette gamme de R sont illustrées sur les figures 3.10 b-g pour R =0.5, 0.8 et 0.84. Rappelons que l'écoulement dominé par la cellule négative (celle de droite) est noté S1, et celui pour lequel les cellules positives et négatives ont des tailles comparables est noté S2.



Figure 3. 10 : : Lignes de courant correspondant à N = -1, Sr = 0 et R = 0 (a), 0.5 (S1) (b), 0.5 (S2) (c), 0.8 (S1) (d), 0.8 (S2) (e), 0.84 (S1) (f), 0.84 (S2) (g), 0.85 (h), 2 (i) et 80 (j).

- (a) $(\psi_{max} = 0.103 \text{ et } \psi_{min} = -10.620)$
- (b) $(\psi_{max} = 0.615 \text{ et } \psi_{min} = -10.365)$
- (c) $(\psi_{max} = 1.355 \text{ et } \psi_{min} = -6.742)$
- (d) ($\psi_{max} = 1.133$ et $\psi_{min} = -9.843$)
- (e) $(\psi_{max} = 1.511 \text{ et } \psi_{min} = -6.376)$
- (f) $(\psi_{max} = 1.251 \text{ et } \psi_{min} = -9.672)$
- (g) $(\psi_{max} = 1.531 \text{ et } \psi_{min} = -6.362)$
- (h) ($\psi_{max} = 1.537$ et $\psi_{min} = -6.359$)
- (i) $(\psi_{max} = 2.106 \text{ et } \psi_{min} = -6.773)$
- (j) $(\psi_{max} = 13.440 \text{ et } \psi_{min} = -14.608)$

Les variations des intensités des cellules d'écoulement en fonction de R sont présentées sur la figure 3.11 pour les deux solutions obtenues dans le cas de N = -1 et Sr = 0. Sur l'ensemble de la branche d'existence de S1, l'intensité de la cellule principale diminue de moins de 8.31% par comparaison à celle obtenue en l'absence de génération interne de la chaleur. Sur la branche S2, on peut voir que les cellules principale et secondaire sont beaucoup moins intenses que la cellule principale obtenue en l'absence du chauffage interne dans la gamme commune où les deux types de solutions S1 et S2 coexistent. A titre indicatif, pour R = 0.8, l'intensité de la cellule principale (cas de S2) n'est que 60% de celle correspondant à R = 0 et l'intensité de la cellule secondaire est environ le quart de celle de la cellule principale. Ainsi, une combinaison appropriée du rapport négatif des forces de poussée et des valeurs de la génération interne de la chaleur peut conduire à une atténuation de l'intensité de l'écoulement dans la cavité et à une génération d'une disproportion de la distribution de l'écoulement marquée par un très faible écoulement dans une région adjacente à la paroi chaude. Pour la branche S2, l'intensité de la cellule principale passe par un minimum en augmentant *R* alors que l'intensité de la cellule secondaire (celle positive) subit une augmentation continue avec R. L'expansion de cette dernière, soutenue par l'augmentation de *R*, conduit à la disparition de la cellule tertiaire négative (située dans le coin inférieur gauche) à partir d'une valeur seuil de *R* localisée autour de 1. La disparition de la petite cellule négative est illustrée sur la figure 3.10i pour R = 2. Il est à noter que le taux relatif d'augmentation de l'intensité de la cellule secondaire avec *R* est beaucoup plus important que celui correspondant à la cellule principale pour R > 10. A titre d'indication, pour R = 20, les intensités des deux cellules diffèrent de 28.3% alors que pour R = 80, la différence relative chute à 8% seulement (l'intensité de la cellule négative principale étant la référence). Pour la dernière valeur de R, la figure 3.10j montre que la structure de l'écoulement devient quasi-symétrique par rapport à la médiane verticale.

Il convient de rappeler que, pour N = 1, la génération interne de la chaleur est toujours favorable à l'intensification des cellules d'écoulement observées. Cependant, le développement rapide de la structure de l'écoulement vers la structure bicellulaire "symétrique", observé à des valeurs élevées de R dans le cas de N = -1, n'a pas été observé pour N = 1. En effet, pour cette dernière valeur de N (N = 1), la cellule secondaire apparaît avec un retard important ; son apparition nécessite des valeurs de R supérieures à 10 et son intensité (en valeur absolue) est environ la moitié de celle de la cellule principale même pour R = 80.



Figure 3. 11 : Variations des intensités des cellules de l'écoulement vs. R pour le cas N = -1 et Sr = 0.

L'effet de la génération interne de la chaleur sur le champ de température est illustré sur la figure 3.12 pour R = 0, 0.8 (S1 et S2), 2.5, 5, 6, 7, 8 et 80. L'augmentation de la valeur de *R* de 0 à 0.8 affecte légèrement le champ de température pour la solution S1 si nous excluons le changement de forme des distorsions des isothermes à mesure que l'on s'éloigne de la paroi froide. Pour la solution S2, l'atténuation des effets convectifs est très remarquable dans la moitié gauche de l'enceinte occupée par la cellule d'écoulement la moins intense (la cellule positive). Pour R = 2.5, l'effet combiné de la génération interne de la chaleur et du chauffage de la paroi gauche sur le fluide descendant le long de ce dernier crée une petite région surchauffée. Cette dernière est située près du coin inférieur gauche, dans lequel la température du fluide atteint des valeurs supérieures à 1 (voir les isothermes formant des boucles fermées avec la paroi adiabatique inférieure). La température adimensionnelle maximale ($\theta_{max} = 1.005$) est enregistrée dans cette région et sa position est repérée par (X, Y) = (0.068, 0.042). En augmentant la valeur de R à 5, un autre maximum relatif apparaît dans le coin supérieur gauche ($\theta_{max} = 1.033$) à la position (X, Y) = (0.106, 0.976) tandis que le maximum relatif inférieur est décalé de la paroi adiabatique inférieure en augmentant R dans l'intervalle [5, 7]; il occupe les positions (X, Y) = (0.155, 0.983) et (0.179, 0.985) respectivement pour R = 6 et 7. Pour $R \ge 8$, le maximum relatif de température, situé dans la moitié inférieure de l'enceinte disparaît et les températures les plus élevées sont observées dans une zone adjacente à la paroi adiabatique supérieure. Pour les valeurs élevées du paramètre R, la température du fluide situé dans le côté gauche de la cavité est supérieure à l'unité. Par conséquent, les deux parois verticales de la cavité jouent un rôle de refroidissement en contribuant à l'évacuation de la chaleur générée dans la cavité. Il en découle que le fluide se déplaçant le long de ces parois et arrivant au fond de la cavité devient plus froid que le fluide situé dans la partie supérieure de la cavité. Ceci explique pourquoi les valeurs élevées de R ne sont pas favorables pour générer des températures maximales dans la partie inférieure de l'enceinte.

Pour R = 80, on peut observer une tendance vers une distribution symétrique de la température si on focalise l'attention sur les isothermes adjacentes à la paroi horizontale supérieure et celles adjacentes aux parois actives. A la lumière de la discussion précédente, il paraît plausible que la présence d'une température maximale dans la partie inférieure de l'enceinte soit à l'origine de l'apparition prématurée et du développement de la structure d'écoulement bicellulaire à des valeurs relativement faibles du paramètre de génération de la chaleur dans le cas des forces de poussée solutale et thermique opposées (N = -1). De tels comportements n'ont pas été observés dans le cas où ces forces sont identiques et coopérantes (N = 1); ce cas nécessite des valeurs élevées de R pour permettre le développement de l'écoulement bicellulaire.

Les iso-concentrations correspondantes (non présentées ici) montrent une certaine similarité avec les isothermes pour R = 0 et 0.8 (pour les solutions S1 et S2), mais ils présentent peu de distorsions car la diffusivité solutale est la moitié de celle thermique pour Le = 2. En augmentant la valeur de R à 20, nous avons observé une forte modification du champ de concentration dans la moitié gauche de l'enceinte à cause de la forte intensification subie par la cellule d'écoulement située dans cette partie de la cavité. Le champ de concentration devient presque symétrique par rapport à la médiane verticale pour R = 20 et cette tendance à la symétrie est renforcée en augmentant davantage R à partir de cette valeur seuil de ce paramètre.


Figure 3. 12 : Isothermes correspondant à N = -1, Sr = 0 et R = 0 (*a*), 0.8 (S1) (*b*), 0.8 (S2) (c), 2.5 (d), 5 (e), 6 (f), 7 (g), 8 (h) et 80 (i).

En focalisant l'attention sur l'effet Soret, on observe que l'augmentation/(la diminution) de Sr de 0 à 0.5 /(-0.5) précipite/(retarde) la disparition de la solution S1. En effet, cette disparition se produit pour R = 0.26/(2.27) dans le cas de Sr = 0.5/(-0.5) au lieu de R = 0.85 comme il a été rapporté précédemment pour Sr = 0. En outre, la gamme de coexistence des solutions S1 et S2 est rétrécie/(élargie) pour devenir $0.14 \le R \le 0.26$ $/(0.85 \le R \le 2.27)$ dans le cas de Sr = 0.5/(-0.5). Un autre comportement important qui mérite d'être mentionné en présence de l'effet Soret est l'apparition d'un régime oscillatoire périodique dans une petite gamme de R (0 < R < 0.7) dans le cas de Sr = -0.5. Pour R = 0.5 par exemple, la structure de l'écoulement correspondant au régime oscillatoire consiste en une cellule principale occupant presque tout l'espace disponible dans la cavité et deux petits vortex situés dans les coins inférieurs droit et supérieur gauche de cette dernière. La transition précoce/(retardée) vers l'écoulement bicellulaire (c'est-à-dire vers les solutions de type S2), observée dans le cas de Sr = 0.5/(-0.5) précipite/(retarde) l'évolution de S2 vers la structure "symétrique". Par conséquent, les lignes de courant examinées pour R = 3, N = -1 et diverses valeurs de Sr (résultats non présentés) ont montré que la cellule d'écoulement tertiaire est toujours présente dans le coin inférieur gauche de la cavité pour Sr = -0.5. Pour Sr = 0, cette dernière n'est plus présente mais la forme des lignes de courant dans la partie centrale de la cellule droite est assez différente de celle des lignes de courant à l'intérieur de la cellule gauche. Pour Sr = 0.5, nous avons noté quelques similitudes entre les lignes de courant positives et négatives, qui marquaient une étape avancée dans l'évolution vers la symétrie de l'écoulement. Ces observations ont été également vérifiées quantitativement. En fait, le rapport des intensités des cellules droite et gauche $|\psi_{min}|/\psi_{max}$, calculé pour R = 3, est égal à 4.3 et 2.8 respectivement pour Sr =-0.5 et 0 mais il chute à 1.7 (valeur plus proche de l'unité) pour Sr = 0.5. Pour R = 80, le rapport $|\psi_{min}|/\psi_{max}$ est égal à 1.11, 1.09 et 1.04, respectivement pour Sr = -0.5, 0 et 0.5.

L'effet de Sr sur les isothermes s'est avéré au contraire important pour des valeurs élevées de R mais cet effet reste limité uniquement à une partie de la région centrale de la cavité (résultats non présentés) et caractérisé par une atténuation de la distorsion des isothermes en augmentant Sr. Le rôle joué par la thermodiffusion dans la purification/(charge) du fluide des/(avec des) espèces pour Sr positif/(négatif) (déjà observé pour N = 1) est également perçu dans le cas de N = -1. Le tracé en 3D de la concentration sur la figure 3.13a pour R = 80 et Sr = 0.5 indique la présence d'un puits principal près de la paroi froide (sa forme diffère quelque peu de celle observée pour N=1) et deux petits puits à proximité du mur chaud. L'apparition d'un nouveau puits dans cette région par comparaison au cas N = 1 est attribuée à l'importance de l'intensité de la cellule gauche dans le cas de N = -1 (rappelons que la cellule gauche est de faible importance dans le cas de N = 1). La valeur minimale de la concentration dans le puits principal passe de -1.46 pour N = 1 à -0.74 pour N = -1 et sa position change légèrement; elle passe de (X, Y) = (0.8, 0.19) à (0.87, 0.14) en changeant la valeur de N de 1 à -1. Pour Sr = -0.5, le tracé en 3D correspondant, illustré par la figure 3.13b, montre que la bosse située dans le côté droit de la cavité subit un faible déplacement en changeant la valeur de N de 1 à -1. Cependant, celle située à côté de la paroi chaude est remarquablement décalée vers le bas suite à ce changement de la valeur de N et la position de son sommet change de (X, Y) =(0.07, 0.67) à (0.22, 0.24). Ce déplacement est dû à la force de la cellule d'écoulement située dans la partie gauche de la cavité qui devient plus grande et plus intense dans le cas de N =-1. Le pic de concentration présenté par cette dernière bosse passe de 1.66 à 2.14 lorsque la valeur de *N* passe de 1 à -1.



Figure 3. 13 : Vue en 3-D des iso-concentrations pour N = -1, R = 80, et Sr = 0.5 (*a*) et -0.5 (*b*).

3.3.3 Effets combinés de *N*, *R* et *Sr* sur la température et la concentration moyennes

Les variations de la température et de la concentration moyennes vs. R sont illustrées sur les figures 3.14*a*-*b* pour Sr = -0.5, 0 et 0.5 et N = 1 et -1. Comme on pouvait s'y attendre, les variations moyennes de la température sont caractérisées par une augmentation continue avec le paramètre R. De plus, la température moyenne varie légèrement avec N et Sr (au moins dans les plages considérées de ces paramètres). Quantitativement, la variation maximale enregistrée pour θ_{moy} est inférieure à 6.8% lorsqu'on fait varier N et /ou Sr. La température moyenne peut être approximée par la corrélation suivante, de forme simple et valable pour R > 5:

$$\theta_{moy} = a R + b \tag{3.12}$$

Les constantes *a* et *b* et la gamme de validité de la corrélation sont données dans le tableau 3.3.

			а	b
T	Sr = -0.5	R >5	0.0309	0.6197
	Sr = 0	R>5	0.0290	0.6487
N	<i>Sr</i> = 0.5	R>5	0.0283	0.7052
	<i>Sr</i> = -0.5	R>5	0.0296	0.6286
I = 1	Sr = 0	R>5	0.0299	0.6292
1	Sr = 0.5	R >5	0.0315	0.6286

Tableau 3. 3 : Valeurs des constantes *a* and b de la corrélation de θ_{moy} .



Figure 3. 14 : Variations de la température (*a*) et de la concentration (*b*) moyennes vs. *R* pour N = -1 et 1 et différentes valeurs de *Sr*.

Les courbes de concentrations moyennes illustrées sur la figure 3.14*b* montrent clairement le rôle joué par la génération interne de la chaleur combiné à celui de la thermodiffusion pour attirer/(extraire) les espèces dans/(de) la cavité, et ceci dépendamment de la valeur de *N*. Pour Sr = 0, la concentration moyenne est presque constante dans le cas de N = -1 et le paramètre *R* variable dans l'intervalle $20 \le R \le 80$ (la valeur de ϕ_{moy} reste proche de 0.5 avec une variation maximale d'environ 4%). Pour N = 1, on voit que les variations de ϕ_{moy} sont relativement plus importantes; sa valeur chute de 0.5 à 0.36 lorsque la valeur de *R* est augmentée de 0 à 80. Cette tendance de la valeur de la concentration moyenne vers celle de la paroi droite (paroi la moins concentrée) s'explique par la présence d'une petite cellule dans le côté gauche de la cavité, qui atténue l'effet de la convection entre la paroi gauche (i.e. la paroi la plus concentrée et maintenue à $\phi = 1$) et le fluide. Par conséquent, en termes d'échange de soluté, le fluide interagit davantage avec la paroi la moins concentrée (la paroi droite) maintenue à $\phi = 0$.

Pour Sr = -0.5/(0.5), les variations de ϕ_{moy} vs. *R* sont beaucoup plus importantes que celles de Sr = 0. En fait, ces variations sont caractérisées par une augmentation/(diminution) quasi-linéaire pour *R* variant dans l'intervalle [20, 80]. Pour des valeurs données de R et Sr, la valeur négative de N assure toujours la concentration la plus importante. Les courbes de ϕ_{mov} montrent que la combinaison (*N*, *Sr*) = (-1, -0.5)/(1,0.5) conduit à une accumulation/(extraction) importante de l'espèce dans/(de) la cavité pour des de R valeurs suffisamment grandes, avec concentration moyenne une supérieure/(inférieure) à celle de la paroi gauche/(droite). Pour R = 80 par exemple, ϕ_{mov} = 1.31 / (-0.52) pour (N, Sr) = (-1, -0.5) / (1,0.5). Par conséquent, la génération interne de la chaleur peut être considérée comme un mécanisme capable de contrôler la quantité d'espèces rassemblées dans un milieu lorsque l'effet de la thermodiffusion est présent. Sur la base de cette discussion, il est clair que l'interaction entre la génération interne de la chaleur et la thermodiffusion peut jouer un rôle important dans la purification en espèce du fluide confiné (cas de Sr positif). Dans le cas où l'objectif est de charger le fluide avec des espèces, cette dernière interaction peut être très utile dans les mélanges contenant des valeurs négatives de Sr permettant une accumulation d'espèces dans la cavité.

Les corrélations suivantes peuvent être utilisées pour évaluer ϕ_{moy} dans les gammes considérées dans cette étude:

$$\phi_{moy} = a R + b \tag{3.13}$$

Les valeurs des constantes *a* et *b* et la gamme de validité de la corrélation sont spécifiées dans le tableau 3.4.

			а	b
	<i>Sr</i> = -0.5	<i>R</i> > 5	0.0099	0.5382
- 	Sr = 0.5	5 < R < 40	-0.0082	0.4637
N		$R \ge 40$	-0.0062	0.4025
	<i>Sr</i> = -0.5	<i>R</i> > 5	0.0064	0.4986
$\mathbf{V} = 1$	Sr = 0.5	5 < R < 40	-0.0171	0.4810
V		$R \geq 40$	-0.0104	0.3048

Tableau 3. 4 : Valeurs des constantes *a* et b de la corrélation de ϕ_{moy} .

3.3.4 Transferts de chaleur et de masse moyennés

3.3.4.1 Transfert de chaleur

Les variations du nombre de Nussselt moyen versus R sont illustrées sur la figure 3.15a (paroi gauche) et la figure 3.15*b* (paroi droite) pour N = -1 et 1 et différentes valeurs de Sr. En général, on notera que la thermodiffusion a un effet faible sur le nombre de Nusselt si on omet une plage de petites valeurs de R ainsi que des valeurs de R proches de la valeur critique de ce paramètre correspondant au changement du signe de Nu_1 . Cependant, on voit que la thermodiffusion affecte de manière notable l'emplacement de la boucle d'hystérésis. Les fenêtres d'agrandissement desfigures 3.15c-d, rajoutées pour montrer plus de détails sur les régions encombrées des figures 3.15a et 3.15b, indiquent que l'augmentation de Sr engendre un décalage de la boucle d'hystérésis vers les plus petites valeurs de R. Quantitativement, pour R = 0 et N = -1, par exemple, l'augmentation de Sr de -0.5 à 0/(0.5) entraîne une augmentation de $|Nu_1|$ d'environ 21%/(37%). La valeur de R au-delà de laquelle la paroi chauffée joue un rôle de refroidissement (c'est-à-dire Nu_1 change de signe et passe du positif au négatif) est d'environ 3.4/(12.2) pour N = -1/(N = 1). Cela indique que l'apparition précoce observée dans le développement de la structure bicellulaire dans le cas de N = -1, favorise le changement du rôle de la paroi chaude du mode de chauffage à celui de refroidissement. De plus, pour la même raison, la tendance des parois froides et chaudes à évacuer des quantités de chaleur équivalentes est retardée dans le cas de N = 1. A titre indicatif, pour R = 80, Nu_1 et Nu_0 diffèrent d'environ 40% / (13%) pour N = 1/(-1). Une comparaison des rôles joués par les parois chaudes et froides dans le processus de refroidissement pour des valeurs élevées de *R* lors du changement de la valeur de N de -1 à 1, montre que N = -1/(1) est plus efficace dans le cas de la paroi gauche /(droite). Par conséquent, la formation d'une grande/(petite) cellule à proximité de la paroi chaude dans le cas de N = -1/(1) favorise/(défavorise) le rôle de refroidissement de cette dernière.

Dans la gamme de R pour laquelle la boucle d'hystérésis existe, le transfert de chaleur est fortement affecté par l'état initial du fluide. En d'autres termes, le meilleur transfert de chaleur est obtenu lorsque l'état initial du fluide est favorable à l'établissement d'un écoulement monocellulaire. Quantitativement, pour Sr = -0.5, Nu_1 chute de 61% si on change la solution S1 par S2 pour la valeur de transition R = 2.26 (le résultat de S1 étant la référence).



Figure 3. 15 : Variations du nombre de Nusselt moyen vs. R pour N = -1 et 1 et différentes valeurs de Sr : (a) Nu_1 , (b) Nu_0 et fenêtres de zoom (c) et (d).



Figure 3. 16 : Variations du nombre de Sherwood moyen vs. R pour N = -1 et 1 et différentes valeurs de Sr.

3.3.4.2 Transfert de masse

Le nombre de Sherwood moyen calculé sur la paroi de gauche (rappelons que $Sh_1 = |Sh_0| = Sh$) est présenté dans la figure 3.16 pour des forces de poussée jouant un rôle coopérant (N = 1) et opposé (N = -1) et différentes valeurs de Sr. Contrairement au transfert de chaleur qui est peu affecté par les variations du paramètre de Soret, le transfert de masse est au contraire clairement sensible aux variations de ce paramètre car le flux de masse de la thermodiffusion lui est proportionnel. Quantitativement, pour N = 1 et en l'absence d'une génération interne de la chaleur (R = 0), Sh augmente de 26% /(60%) lorsque Sr augmente de -0.5 à 0/(0.5). Pour la valeur la plus élevée de R (R = 80), les variations sont plus importantes; la valeur de Sh est presque doublée lorsque Sr passe de -0.5 à 0.5. Maintenant, en se concentrant sur l'effet du paramètre N, on peut voir que le

meilleur transfert de masse est induit pour N = 1 si l'on exclut les valeurs de R proches de 80 pour Sr = -0.5 quand un comportement inverse est obtenu. Pour Sr = 0, par exemple, le transfert de masse est doublé pour R = 0 lorsque la valeur de N est augmentée de -1 à 1. Au-delà de l'intervalle de la boucle d'hystérésis, Sh augmente/(diminue) avec R pour N = -1/(1). En effet, comme la cellule de l'écoulement secondaire apparaissant au voisinage de la paroi gauche (cas de N = 1) est au premier stade de développement, son expansion engendrée par l'augmentation de R affecte négativement l'interaction entre la cellule principale et la paroi gauche, ce qui a pour conséquence d'affaiblir le transfert de masse. Afin de valider cette thèse, nous avons examiné les variations du nombre de Sherwood moyen versus R dans le cas de N = 0. Cette valeur de N est caractérisée par un développement prématuré de la cellule de l'écoulement par comparaison au cas N = 1. En effet, les forces de poussée solutales sont défavorables à la création et au développement de la cellule secondaire dans le cas de N positif. Ainsi, pour R = 40 par exemple, l'écoulement secondaire obtenu pour N = 1 est géométriquement limité au quart supérieur gauche de la cavité, alors que celui observé pour N = 0 s'étend jusqu'à la paroi adiabatique inférieure. La courbe de *Sh* obtenue pour N = 0 (non présentée ici) a montré l'existence d'une valeur de *R* au-dessus de laquelle *Sh* augmente avec ce dernier paramètre, indiquant qu'une fois la taille de la cellule secondaire devient suffisamment large, l'augmentation de son intensité favorise le transfert de masse. Une autre remarque très utile qui consiste à prédire le transfert de masse correspondant à $Sr \neq 0$ en utilisant simplement celui obtenu pour Sr =0, est initialement basée sur l'observation que la différence entre les nombres de Sherwood correspondant à deux valeurs données de Sr reste pratiquement inchangée lorsqu'on fait varier R pour une large gamme de ce paramètre. Sur la base de cette observation, la corrélation suivante est établie:

$$Sh(N, Sr) = Sh(N, Sr = 0) + C$$
 (3.14)

La constante *C* dans l'équation précédente dépend à la fois de *N* et de *Sr*. Les valeurs de cette constante sont données dans le tableau 3.5. Une corrélation a été également obtenue pour Sr = 0 comme suit :

$$Sh(Sr = 0) = 0.0003R^2 - 7.4348 \text{ pour } N = 1 \text{ et } R > 0$$
 (3.15)

$$Sh(Sr = 0) = 0.5119 \ln(R) + 1.718 \text{ pour } N = -1 \text{ et } R > 5$$
 (3.16)

Ces corrélations conduisent à des écarts inférieurs à 2.3% par comparaison aux résultats numériques. L'erreur induite par la corrélation (3.14) lors de l'utilisation des corrélations (15) et (16) pour l'évaluation de *Sh* (Sr = 0) est inférieure à 4%.

Tableau 3. 5 : Valeurs de la constante C de l'équation (3.14	4).
--	-----

	<i>Sr</i> = -0.5		Sr = 0.5	
<i>N</i> = -1	<i>C</i> = -	-0.49	C = 0.53	
Coefficient de corrélation	100) %	99.6 %	
<i>N</i> = 1	R < 70	$R \ge 70$	$R \leq 10$	R > 10
	C = -1.55 $C = -1.15$		<i>C</i> = 2	C = 2.3
Coefficient de corrélation	99.6 %		98.	5 %

3.4 Conclusion

ans ce chapitre, la convection thermosolutale laminaire développée dans une cavité carrée en présence de l'effet Soret et de la génération interne de la chaleur est étudiée numériquement dans le cas des températures et des concentrations constantes mais différentes, imposées sur les parois verticales. La méthode de Boltzmann sur réseau est utilisée pour l'écoulement du fluide mais les équations de température et de concentration ont été résolues séparément en utilisant une méthode des différences finies explicite à l'échelle du lattice. Les résultats présentés montrent que l'effet de la génération interne de la chaleur sur l'écoulement du fluide et les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse dépend à la fois du rapport des forces de poussée et du paramètre de Soret. Les principales conclusions sont résumées aux points suivants:

- Généralement, la région des hautes températures est située dans la partie supérieure de l'enceinte (près de la paroi adiabatique supérieure).
- L'apparition de l'écoulement bicellulaire est observée pour les deux valeurs de N correspondant aux forces de poussée qui s'entraident ou qui agissent en sens opposés.
 Cependant, l'évolution de cet écoulement vers une structure symétrique est largement précipitée par la valeur négative de N.
- Une boucle d'hystérésis est observée pour N = -1 dans une petite plage de faibles valeurs de R, qui dépend du paramètre de Soret. Les deux solutions obtenues dans cette gamme de R présentent des caractéristiques très différentes.
- Au-dessus d'une certaine valeur seuil de R, la paroi chauffante joue un rôle de refroidissement; ce phénomène est précipité dans le cas de N = -1 en raison du développement rapide de l'écoulement secondaire dans le cas où les forces de poussée sont opposées.
- La concentration moyenne du mélange est caractérisée par une augmentation/(diminution) quasi-linéaire avec *R* pour une valeur négative/(positive) de *Sr* et une simple corrélation est proposée pour son évaluation.

- L'interaction entre la génération interne de la chaleur et la thermodiffusion peut jouer un rôle important dans la purification/(charge) du fluide confiné des espèces/(par des espèces) pour des valeurs positives/(négatives) de *Sr*.
- Le paramètre de chauffage affecte fortement le transfert de chaleur et de masse dans le milieu. Pour N = 1/(N = -1) et R > 3, le transfert de masse diminue/(augmente) en augmentant R en raison du développement lent/(rapide) de l'écoulement secondaire.
- Des corrélations utiles sont développées pour estimer les variations du nombre de Sherwood versus *R* pour toutes les valeurs de *N* et *Sr* considérées dans la présente étude.

Chapitre 4: Convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire inclinée avec génération interne et effet Soret

4.1 Introduction

ans ce chapitre, on étudie numériquement l'impact de l'angle d'inclinaison d'une cavité rectangulaire sur la convection naturelle thermosolutale en présence de l'effet Soret et de la génération interne de la chaleur. L'enceinte est chauffée et salée des deux longues parois avec des températures et des concentrations constantes mais différentes, tandis que les parois courtes sont considérées adiabatiques et imperméables au transfert de masse. La méthode hybride (DF-LBM), décrite dans le chapitre 2, est utilisée pour analyser l'effet des paramètres de contrôle et les résultats sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, de lignes d'iso-concentrations, de températures et concentrations moyennes et des nombres de Nusselt et de Sherwood moyennés sur les parois actives de la cavité. Les paramètres déterminants de ce problème sont le nombre de Rayleigh externe ($Ra_E = 10^5$), le nombre de Prandtl (Pr = 0.71), le nombre de Lewis (Le = 2), le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe $(0 \le R \le 80)$, l'inclinaison δ de la cavité qui varie entre 0° (position verticale) et 60°. Cette étude est conduite d'abord avec un rapport des forces de volume N = 1 (forces de volume d'égale intensité et dont les efforts sont combinés) et un paramètre de Soret Sr = 0 et -0.5 puis avec N = -1 (forces de volume d'égale intensité et dont les efforts sont opposés) et Sr = 0 et 0.5. Le deuxième volet de l'étude (N = -1, Sr = 0 et 0.5) est réalisé dans un but purement comparatif avec le cas N = 1, Sr = 0 et -0.5 ; l'accent sera surtout mis sur les différences de comportements engendrés par le changement des valeurs de ces derniers paramètres.

4.2 Formulation mathématique

La configuration étudiée dans ce chapitre est illustrée par la figure 4.1. Il s'agit d'une cavité rectangulaire de hauteur H et de largeur L (H/L = 2) confinant un mélange binaire. Les longues parois de l'enceinte (celles parallèles à Oy) sont soumises à des températures ($T_0 < T_1$) et à des concentrations ($S_0 < S_1$) constantes alors que les parois courtes (celles parallèles à Ox) sont considérées adiabatiques et imperméables au transfert de masse. Le mélange binaire confiné est considéré Newtonien, incompressible, obéissant à l'approximation de Boussinesq et l'écoulement du fluide est laminaire et bidimensionnel.



Figure 4. 1 : Schématisation de la configuration étudiée et disposition des lattices pour les arrangements D2Q9.

4.2.1 Formulation Lattice-Boltzmann

Les détails de cette formulation sont explicités dans le chapitre 2. On rappelle brièvement ici que dans l'approche mésoscopique utilisée dans cette étude, le problème de l'écoulement est gouverné par l'équation de Boltzmann pour la quantité de mouvement et cette équation est écrite en utilisant l'approximation de Bhatnagar–Gross–Krook (BGK) (Zou et He, 1997) qui permet de simplifier l'opérateur de collision utilisé dans cette équation. Dans la méthode de lattice Boltzmann, le domaine physique est décomposé en 120×240 lattices uniformément répartis avec un modèle de neuf vitesses discrètes d'arrangements D2Q9. L'équation de lattice Boltzmann pour le champ d'écoulement en présence d'une force externe F peut-être exprimée comme suit:

$$f_k(r+c_k\Delta t,t+\Delta t) = f_k(r,t) - \omega_{\nu} \left(f_k(r,t) - f_k^{eq}(r,t) \right) + F_k\Delta t$$

$$(4.1)$$

Dans l'équation précédente, $\omega_v = 1/\tau_v$ est la fréquence de collision du champ d'écoulement. Les paramètres τ_v et Δt représentent le temps de relaxation pour la vitesse et le temps de liaison, respectivement. Pour traiter le cas du fluide incompressible, on opte pour le modèle proposé par He et Luo (1997) dans lequel ils suggèrent de négliger les termes d'ordre supérieur à 2 en termes du nombre de Mach.

Ainsi, la fonction de distribution à l'équilibre local, $f_k^{eq}(r, t)$, appelée aussi fonction de distribution de Maxwell, est obtenue comme suit (Qian et al., 1992):

$$f_k^{eq}(r,t) = \omega_k \rho \left[1 + 3\frac{\vec{c}_k \cdot \vec{u}}{c^2} + 4.5\frac{(\vec{c}_k \cdot \vec{u})^2}{c^4} - 1.5\frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{c^2} \right] \text{for } \mathbf{k} = 0, 1, \dots, 8$$
(4.2)

Avec ρ étant la densité, \vec{c}_k les vitesses discrètes pour le schéma D2Q9 (utilisé dans cette étude), ω_k le facteur de pondération et c la vitesse du réseau. L'implémentation de l'approximation de Boussinesq dans la force externe discrète a été dérivée de l'expression proposée par Luo (1993). Le schéma de Luo, utilisé dans cette étude, est adapté à des situations où les variations spatiales de la densité sont négligeables, soit $\frac{\Delta \rho}{\rho} < Ma^2 \approx 0.01$ pour des fluides incompressibles, ce qui est le cas dans la présente étude. Dans ce cas, les schémas de Luo ou de Guo incorporés explicitement ou semi-implicitement dans le temps aboutissent pratiquement aux mêmes résultats que ceux attestés par Mohamad et Kuzmin, (2010). Cependant, la dépendance temporelle de la densité est toujours prise en compte puisque cette dernière est actualisée à chaque pas de temps Δt (et maintenue constante uniquement pendant Δt). L'utilisation d'un schéma pour la force tel que celui proposé par Guo est indispensable quand il s'agit de traiter des problèmes où les variations spatiales de la densité sont notables. Dans certains des travaux d'un membre de notre équipe (voir par exemple El Mansouri et al., 2018), il a été confronté à une situation similaire en résolvant le problème de l'écoulement dans un étang solaire à gradient de sel caractérisé par une région de gradient où la densité varie verticalement. On a incorporé la forme semi-implicite du schéma de Luo à la méthode de lattice Boltzmann en cascade pour calculer le champ de vitesse. Pour ce problème, l'utilisation du schéma de Luo simple a conduit à une homogénéisation rapide dans la région à gradient, ce qui est physiquement incorrect. Ainsi, l'expression retenue pour la force externe discrète est la suivante :

$$F_k = 3\omega_K \rho g \beta_T \Delta T \left((T - T_m) + N(S - S_m) \right) \left(c_{ky} \cos \gamma + c_{kx} \sin \gamma \right)$$
(4.3)

Avec $T_m = (T_1 + T_0)/2$, $S_m = \frac{S_1 + S_0}{2}$, β_T est le coefficient d'expansion thermique, $N = \beta_S \Delta S/(\beta_T \Delta T)$ le rapport des forces de volume, c_{kx} et c_{ky} sont respectivement les projections de la vitesse microscopique \vec{c}_k sur les axes x et y et δ est l'inclinaison de la cavité.

Les grandeurs macroscopiques qui sont la densité, ρ , et la vitesse, \vec{u} , sont obtenues en utilisant les équations suivantes :

$$\begin{cases} \rho(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=0}^{k=8} f_k(\mathbf{r}, t) \\ \rho \vec{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=0}^{k=8} \vec{c}_k f_k(\mathbf{r}, t) \end{cases}$$
(4.4)

La procédure de Chapman-Enskog (Chapman et Cowling, 1970) a été utilisée pour relier la viscosité cinématique ν au temps de relaxation selon la relation $\nu = (\tau_V - 0.5)\frac{c^2}{3}\Delta t$

4.2.2 Validation du code numérique

Le code numérique basé sur la méthode hybride DF-LBM a été validé en comparant les résultats avec ceux obtenus avec un code maison basé sur la méthode LBM utilisant le schéma MRT, développé par des membres du laboratoire. Pour ce dernier code, le modèle D2Q9 pour l'écoulement du fluide et le modèle D2Q5 pour la température et la concentration ont été utilisés. Plusieurs tests comparatifs des résultats obtenus avec les deux codes ont montré une bonne concordance. On illustre cette concordance ici juste pour le cas N = 1, $Ra = 10^5$, Le = 2, R = 40, A = 2 et $\delta = 45^\circ$. Les comparaisons sont conduites en termes de lignes de courant, d'isothermes, d'iso-concentrations et les valeurs extrêmes correspondantes de ψ ainsi que les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et de Sherwood évalués sur les parois actives. Les résultats comparatifs présentés sur la figure 4.2 ont été obtenus avec un maillage 120×240 (le même maillage utilisé dans ce chapitre). Malgré la grande différence en termes d'approche entre les deux méthodes, l'examen des résultats comparatifs montre un excellent accord qualitatif. Quantitativement, seulement une différence de l'ordre de 3.4%/1.9% est observée en termes de ψ_{max}/ψ_{min} alors que pour les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens, la différence maximale relative reste en deçà de 0.6%.



Figure 4. 2 : Validation du code numérique en termes de lignes de courant (a), d'isothermes (b) et d'iso-concentrations (c) pour Sr = 0, N = 1, Ra = 10^5 , Le = 2, R = 40, A = 2 et δ = 45° .

4.2.3 Effet du maillage

Les tests préliminaires effectués pour examiner la sensibilité des résultats vis-à-vis du maillage ont conduit au choix du maillage 120×240 pour la présente étude. En fait, les résultats indicatifs comparatifs présentés dans le tableau 4.1 donnent une idée des changements accompagnant le raffinement du maillage. Plus explicitement, les résultats obtenus avec le maillage 120×240 s'écartent de moins de 0.43% de ceux obtenus avec le maillage le plus fin (160×320) mais le maillage retenu permet un gain significatif en temps de calcul.

Tableau 4. 1 : Effet du maillage pour $N = 1$, $Ra = 10^5$, $Le = 2$, $R = 100$, $A = 2$, $\delta = 45^{\circ}$
et $Sr = 0$.

	ψ_{max}	ψ_{min}	Nu_1	Nu ₀	Sh_1	Sh_0
80×160	10.9099	-38.8955	-30.6780	-69.9169	3.7887	-3.8377
100×200	10.9689	-38.8697	-30.6485	-69.6767	3.7751	-3.8040
<u>120×240</u>	11.0031	-38.8761	-30.6381	-69.5554	3.7689	-3.7869
140×280	11.0277	-38.8843	-30.6345	-69.4884	3.7658	-3.7777
<u>160×320</u>	11.0498	-38.8895	-30.6337	-69.4486	3.7642	-3.7724
Déviation	0.4226	0.0345	0.0144	0.1538	0.1249	0.3844
relative (%)						

D'autres tests ont également été effectués pour comparer les temps de calcul CPU requis pour effectuer le même nombre d'itérations conduisant à des solutions stationnaires obtenues avec différents maillages en utilisant le régime diffusif comme une solution de départ. Les résultats présentés dans le tableau 4.2 indiquent que l'effort de calcul est multiplié par un facteur 1.7/(1.72) lorsque le maillage utilisé (120 × 240) est remplacé par celui plus fin (160 × 320) pour Sr = -0.5/0.

	CPU (s)			
Maillage	Sr = -0.5	Sr = 0		
80 × 160	8964.94	9013.25		
100 × 200	14917.89	15087.25		
120 × 240	21857.92	22225.31		
140 × 280	29359.45	29758.24		
160 × 320	37276.91	38281.15		

Tableau 4. 2 : Effet du maillage sur le temps CPU pour $Sr = 0$, $N = 1$, $Ra = 10^5$, $Le = 2$
$R = 100, A = 2 \text{ et } \delta = 45^{\circ}.$

Dans quelques études antérieures, les auteurs ont procédé à une analyse des erreurs résiduelles afin de vérifier la satisfaction des bilans énergétiques et de soluté et/ou la précision de la méthode de calcul (Rashidi et al., 2015). Dans cette étude, les erreurs résiduelles de température (équation (4.5)) et de concentration (équation (4.6)) sont définies comme suit:

$$Res_{T} = u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} - \alpha \left(\frac{\partial^{2}T}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}}\right) - \frac{\dot{Q}}{\varrho Cp}$$
(4.5)

et

$$Res_{S} = u\frac{\partial S}{\partial x} + v\frac{\partial S}{\partial y} - \varkappa_{21}\left(\frac{\partial^{2}T}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}}\right) - D\left(\frac{\partial^{2}S}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}S}{\partial y^{2}}\right)$$
(4.6)

L'évolution en fonction du temps des erreurs résiduelles est illustrée sur les figures 4.3a et 4.3b respectivement pour la température et à la concentration. On peut bien voir à partir de ces figures que les erreurs résiduelles suivent un régime oscillatoire fortement amorti et tombent sous 10⁻¹¹ après une durée de temps légèrement inférieure/supérieure à 1

pour la température/concentration, attestant que les équations discrétisées sont satisfaites avec une excellente précision.



Figure 4. 3 : Evolutions en fonction du temps des erreurs résiduelles de la température (a) et de la concentration (b) pour N = 1, $Ra = 10^5$, Le = 2, R = 100, A = 2 et $\delta = 45^{\circ}$.

4.3 Résultats et discussion

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus avec la méthode hybride DF-LBM décrite précédemment et appliquée ici à une cavité inclinée, chauffée et salée sur les parois parallèles à Oy (longues parois) avec des températures et des concentrations constantes mais différentes comme indiqué sur la figure 4.1. Les paramètres constants de l'étude sont le rapport de forme de la cavité (A = H/L = 2), le nombre de Lewis (Le = 2), le nombre de Prandtl (Pr = 0.71), le nombre de Rayleigh externe ($Ra_E = 10^5$). Les autres paramètres de l'étude sont le rapport des forces de poussée (N = 1 et -1), l'inclinaison de la cavité ($\delta = 0^\circ$, 30° et 60°), le paramètre de Soret (Sr = -0.5, 0 et 0.5) et le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe ($0 \le R = Ra_I/Ra_E \le 80$). Le choix relativement restreint concernant les valeurs des paramètres de contrôle a été dicté par le souci d'éviter des solutions instationnaires fréquemment observées lors des tests préliminaires. Ces instationnarités ont été vérifiées avec trois codes différents. De plus, le cas de l'absorption de la chaleur (R < 0) a été omis, car les résultats correspondants peuvent être déduits du cas de la génération de la chaleur (R > 0) comme indiqué sur la figure 4.4 pour deux valeurs opposées de R. On illustre ici les effets combinés des trois paramètres qui sont Sr, R et δ sur les résultats démonstratifs présentés ci-après. Il est à noter que pour N = 1 (forces de poussée de même intensité avec des effets coopérants) les tests ont été effectués avec Sr =-0.5 et 0 alors que pour N = -1 (forces de poussée de même intensité avec des effets opposés) les tests ont été effectués avec Sr = 0 et 0.5 pour mettre l'accent sur les éventuels changements de comportements en inversant les signes des forces de poussée et du paramètre de Soret.



$(\psi_{max}, \psi_{min}) = (8.563, -37.617)$	$(\psi_{max}, \psi_{min}) = (8.563, -37.617)$
$(Nu_1, Nu_0) = (56.589, 23.534)$	$(Nu_1, Nu_0) = (-23.534, -56.589)$
$(Sh_1, Sh_0) = (3.705, -3.684)$	$(Sh_1, Sh_0) = (3.684, -3.705)$

Figure 4. 4 : Lignes de courant pour N = 1, Sr = 0, $Ra_E = 10^5$ et $\delta = 45^\circ$: (a) R = -80 et (b) R = 80.

4.3.1 Ecoulement du fluide et caractéristiques de transfert de chaleur et de masse pour N = 1 et Sr = -0.5

Les effets combinés de l'inclinaison de la cavité et des paramètres de Soret sont illustrés sur les figures 4.5*a*-*b* pour R = 0 et sur les figures 4.5*c*-*d* pour R = 80 en l'absence de l'effet de Soret (figures 4.5a et 4.5c) et en présence d'un effet Soret négatif (figures 4.5*b* et 4.5*d*). Pour R = 0, on peut voir que la structure de l'écoulement est principalement constituée par une cellule négative tournant dans le sens horaire. Il est nécessaire de préciser que la solution obtenue avec Sr = -0.5 et $\delta = 60^{\circ}$ (figure 4.5b) est oscillatoire périodique mais l'écoulement garde sa structure monocellulaire. Les résultats quantitatifs présentés pour ce cas correspondent à des quantités moyennées sur un cycle d'écoulement. Pour cette solution instationnaire, des modifications qualitatives légères affectent les lignes internes de la cellule. Quant à l'intensité de l'écoulement, elle subit néanmoins un changement important autour de 37% au cours de l'évolution du cycle d'écoulement. Outre cette clarification, toutes les solutions restantes sont stationnaires. Globalement, en focalisant l'attention sur l'effet Soret pour une inclinaison donnée, nous remarquons qu'une valeur négative du paramètre de Soret a un impact négatif sur l'intensité de l'écoulement. Plus précisément, pour $\delta = 60^\circ$ et R = 0, l'intensité de l'écoulement subit une diminution moyenne d'environ 8.4% en modifiant la valeur du paramètre Sr de 0 à -0.5. Comparativement, la diminution enregistrée en termes d'intensité est d'environ 13%/10.5% pour δ = 30°/0° lorsque l'effet Soret est pris en compte. Maintenant, en focalisant l'attention sur les changements subis en faisant varier l'inclinaison de la cavité, il apparaît que ces changements sont plus importants. Qualitativement, la variation du paramètre δ engendre un grand changement dans la forme des lignes internes des cellules; changements visiblement plus marqués par les variations de l'inclinaison qui affectent les composantes de la force de poussée. De point de vue quantitatif, pour une valeur donnée du paramètre de Soret, la diminution de l'inclinaison de la cavité de 60° à 30°/0° engendre une diminution de l'intensité de l'écoulement d'environ 31%/47% pour Sr = 0 et 34%/48% pour Sr = -0.5. La structure de l'écoulement monocellulaire est détruite en augmentant le rapport R des nombres de Rayleigh (c'est-à-dire en augmentant la valeur du nombre de Rayleigh interne). En fait, l'augmentation de la valeur de *R* favorise l'apparition d'une petite cellule positive à partir d'une valeur critique de ce paramètre qui dépend à la fois de δ et de Sr.

La figure 4.2 présentée pour des fins de validation donne une idée concernant la taille et l'emplacement de la cellule positive naissante pour les combinaisons correspondantes des paramètres de contrôle. Pour R = 80, les figures 4.5c et 4.5d illustrent d'autres états de l'écoulement respectivement pour Sr = 0 et -0.5 et différentes valeurs de δ . On voit que cette valeur relativement importante de R a conduit à un grand changement dans la structure de l'écoulement en supportant la cellule positive (qui tourne dans le sens horaire) et ce, en termes de taille et d'intensité. Cette dernière apparaît dès que la paroi chaude change de rôle et commence à contribuer au processus de refroidissement (i.e. lorsque son rôle change pour assurer l'évacuation d'une partie de l'importante quantité de chaleur générée à l'intérieur de la cavité).

Un autre point important à souligner est le fait que toutes les solutions obtenues avec R = 80 sont stationnaires. Rappelons que pour R = 0, la structure de l'écoulement est monocellulaire. La perte de la nature monocellulaire de l'écoulement pour R = 80 se produit inévitablement au détriment de la taille de la cellule négative, qui est réduite. Malgré cet état de fait, l'intensité de la cellule négative a curieusement augmenté car elle est supportée par la génération interne de la chaleur. Plus précisément, l'augmentation de l'intensité de l'écoulement de la cellule négative, accompagnant l'augmentation de R de 0 à 80 pour Sr = 0/-0.5, est autour de 32%/21%, 79%/68% et 98.5%/79.5%, respectivement pour $\delta = 60^\circ$, 30° et 0°. Les augmentations relatives les plus importantes sont ainsi obtenues pour $\delta = 0^\circ$ pour les deux valeurs de Sr. Maintenant, en focalisant l'attention sur le rapport relatif (en %) de l'intensité de la cellule positive à celle de la cellule négative pour chaque inclinaison, nous remarquons qu'il est d'environ 16.2%, 30.6% et 48.3%, respectivement pour $\delta = 60^\circ$, 30° et 0° et Sr = 0.

Pour Sr = -0.5, ces rapports deviennent respectivement 19.5%, 32.9% et 48.8%. Cela signifie que la diminution de l'inclinaison de la cavité atténue les intensités des cellules positives et négatives et ces atténuations relatives sont plus importantes pour la valeur négative considérée du paramètre de Soret. Notons enfin que pour R = 80, la diminution de la valeur de Sr de 0 à -0.5 conduit à une expansion de la cellule positive vers la paroi adiabatique inférieure, ce qui signifie une augmentation de la taille de cette dernière. Malgré cela, son intensité reste pratiquement inchangée pour l'inclinaison $\delta = 60^{\circ}$ mais elle subit une diminution notable d'environ 11.5%/ 18.2% pour $\delta = 30^{\circ}/0^{\circ}$.

Sr = -0.5Sr = 0(**a**) **(b)** $\delta = 30^{\circ}$ υ - 0° $\delta = 60^{\circ}$ $\delta = 60^{\circ}$ $\delta = 30^{\circ}$ δ – υ $\overline{\psi_{max}} = 0$ $\psi_{max} = 0$ $\overline{\psi_{min}}$ = -27.023 ψ_{min} = -29.511 ψ_{min} = -20.234 ψ_{min} = -15.645 ψ_{min} = -17.611 ψ_{min} = -13.991 Sr = 0Sr = -0.5(d)(**c**) $\delta = 60^{\circ}$ $\delta = 30^{\circ}$ $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{0}^{\circ}$ $\delta = 60^{\circ}$ $\delta = 30^{\circ}$ $\delta = 0^{\circ}$ $\psi_{max} = 11.042$ ψ_{max} = 6.308 ψ_{max} = 15.007 $\psi_{max} = 6.380$ ψ_{max} = 9.770 $\psi_{max} = 12.271$ $\psi_{min}=-38.996$ $\psi_{min} = -35.992$ ψ_{min} = -31.052 $\psi_{min} = -32.718$ $\psi_{min} = -29.644$ ψ_{min} = -25.124

Figure 4. 5 : Lignes de courant pour N = 1, Sr = 0 (a, c) et -0.5 (b, d), R = 0 (a, b) et 80 (c, d), $Ra_E = 10^5$ et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

Les champs des isothermes correspondants sont illustrés sur les figures 4.6*a*-*b* pour R = 0 et sur les figures 4.6*c*-*d* pour R = 80 en l'absence (figures 4.6*a* et 4.6*c*) et en présence (figures 4.6b et 4.6d) de l'effet Soret. L'examen de ces figures montre que les champs des isothermes sont affectés par le paramètre Soret et, de manière plus importante, par l'inclinaison de la cavité. En l'absence d'une génération interne de la chaleur (R = 0), les flux thermiques moyens à travers les parois actives de la cavité sont identiques en l'absence et en présence de l'effet Soret, indiquant que le bilan énergétique est pleinement satisfait. Pour R = 80, la somme (en valeurs absolues) des deux nombres de Nusselt doit être égale à 80.Ce bilan est également satisfait avec une erreur maximale qui ne dépasse pas 0.4%. De plus, en l'absence d'une génération interne de la chaleur et en raison de la nature monocellulaire de l'écoulement, deux couches limites thermiques sont développées ; une au niveau de la partie supérieure de la paroi refroidie et l'autre dans la partie inférieure de la paroi chauffée. Pour R = 80, les gradients de température les plus importants se situent toujours dans la partie supérieure de la paroi froide mais sur la paroi chauffée, les gradients les plus importants sont décalés vers sa partie supérieure, là où les lignes périphériques de la cellule positive (induite par la génération interne de la chaleur) tournant dans le sens trigonométrique, entrent en contact avec la paroi chauffée. En effet, la température imposée sur la paroi chauffée devient inférieure à celle du fluide confiné pour cette valeur de R. La différence de température la plus importante entre le fluide et la paroi chauffée est déplacée vers la partie supérieure de cette dernière et diminue dans le sens descendant (vers le fond de la cavité) avec le mouvement des lignes périphériques de la cellule positive longeant la paroi chauffée. De plus, la génération interne de la chaleur détruit la stratification thermique observée dans la partie centrale de la cavité pour δ = 30° et 0°, car elle a conduit à une nouvelle structure de l'écoulement. Pour R = 80, 28.7%/28.1% de la chaleur générée est évacuée à travers la paroi chauffée pour $\delta = 60^\circ$ et Sr = 0/-0.5. Ce rapport relatif devient respectivement 31.1%/32.2% et 37.9%/39% pour δ = 30° et 0°. Ces différences indiquent le rôle important joué par l'inclinaison de la cavité dans le contrôle de la quantité de chaleur évacuée à travers les parois actives de la cavité.

Les lignes d'iso-concentrations, illustrées par les figures 4.7*a*-*b* pour R = 0 et les figures 4.7*c*-*d* pour R = 80 en absence (figures 4.7*a* et 4.7*c*) et en présence (figures 4.7*b* et 4.7*d*) de l'effet Soret, sont qualitativement plus sensibles que les isothermes aux variations des paramètres de contrôle (l'inclinaison de la cavité et le paramètre de Soret).

De manière similaire au champ de température, les gradients de concentration les plus importants sont observés sur la partie supérieure/inférieure de la paroi la moins/la plus salée en raison de la nature monocellulaire de l'écoulement et de sa rotation dans le sens horaire pour R = 0. Les nombres de Sherwood moyens sont également identiques sur les deux parois à concentrations imposées. Quantitativement, les nombres de Sherwood sont plus faibles en présence de l'effet Soret. Plus spécifiquement, pour R = 0, la variation de la valeur de *Sr* de 0 à -0.5 conduit à une diminution du nombre de Sherwood d'environ 23.6%, 27.4% et 23.1% respectivement pour $\delta = 60^\circ$, 30° et 0°. Pour la même valeur de R et en l'absence de l'effet Soret, le nombre de Sherwood varie légèrement (il subit une légère augmentation d'environ 7.7%) lorsque l'inclinaison de la cavité varie de 60° à 0°. Cette augmentation passe à environ 8.4% pour Sr = -0.5. De plus, pour R = 80, le nombre de Sherwood chute sérieusement en comparaison avec R = 0 pour des valeurs données de Sret δ et le champ de concentration est visiblement plus affecté par l'existence de la cellule positive que le champ de température. En fait, on peut voir que des gradients de concentration importants, normaux aux longues parois de la cavité, sont présents dans la zone située entre les lignes ascendantes, à l'interface des deux cellules pour Sr = 0 et également dans la zone à concentrations élevées (générés pour le paramètre négatif de Soret). Ces gradients sont plus affectés par l'inclinaison de la cavité.



$oldsymbol{\delta}=60^\circ$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$	$oldsymbol{\delta}=60^\circ$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$\boldsymbol{\delta}=0^{\circ}$
$Nu_1 = 4.803$	$Nu_1 = 5.132$	$Nu_1 = 4.919$	$\overline{Nu_1}$ = 4.735	$Nu_1 = 5.022$	$Nu_1 = 4.738$
$Nu_0 = -4.803$	$Nu_0 = -5.132$	$Nu_0 = -4.919$	$\overline{Nu_0}$ = -4.735	$Nu_0 = -5.022$	$Nu_0 = -4.738$

Sr = 0

Sr = -0.5



$oldsymbol{\delta}=60^\circ$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$\boldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$	$oldsymbol{\delta}=60^\circ$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$
$Nu_1 = -22.978$	$Nu_1 = -24.881$	$Nu_1 = -30.318$	$Nu_1 = -22.495$	$Nu_1 = -25.769$	$Nu_1 = -31.241$
$Nu_0 = -57.059$	$Nu_0 = -55.315$	$Nu_0 = -49.978$	$Nu_0 = -57.588$	$Nu_0 = -54.485$	$Nu_0 = -49.119$

Figure 4. 6 : Isothermes pour N = 1, Sr = 0 (a, c) et -0.5 (b, d), R = 0 (a, b) et 80 (c, d), $Ra_E = 10^5$ et différentes valeur de l'inclinaison δ .



$oldsymbol{\delta}=60^\circ$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$
<i>Sh</i> = 6.199	<i>Sh</i> = 6.631	<i>Sh</i> = 6.679



$\boldsymbol{\delta}=\mathbf{60^{\circ}}$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$
$\overline{Sh} = 4.735$	<i>Sh</i> = 4.817	<i>Sh</i> = 5.135



$\boldsymbol{\delta}=\mathbf{60^{\circ}}$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$	$oldsymbol{\delta}=60^\circ$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$
Sh = 4.009	Sh = 3.6235	<i>Sh</i> = 3.813	<i>Sh</i> = 2.79	Sh = 2.9325	<i>Sh</i> =2.958

Figure 4. 7 : Lignes d'iso-concentrations pour N = 1, Sr = 0 (a, c) et -0.5 (b, d), R = 0 (a, b) et 80 (c, d), $Ra_E = 10^5$ et différentes valeur de l'inclinaison δ .

4.3.2 Ecoulement du fluide et caractéristiques de transfert de chaleur et de masse pour N = -1 et Sr = 0.5

Pour des forces de volume opposées et d'égale intensité (N = -1), et en l'absence d'une génération interne de la chaleur (R = 0), la structure de l'écoulement change de manière drastique par comparaison au cas N = 1 comme on peut voir sur les figures 4.8*a'b*'. D'abord, de point de vue différence de comportement, toutes les solutions obtenues pour Sr = 0 sont instationnaires pour les trois valeurs de l'inclinaison δ . Par contre, pour Sr =0.5, le comportement instationnaire se maintient juste pour l'inclinaison intermédiaire δ = 30° et disparaît pour les inclinaisons restantes (60° et 0°) pour lesquelles les solutions générées sont stationnaires. La différence marquant les structures observées est très importante. Elle est caractérisée par l'apparition de cellules secondaires positives dont le nombre, les tailles, les emplacements et les intensités dépendent de l'inclinaison et du paramètre de Soret. Ces cellules de recirculation sont le résultat de l'effet antagoniste des forces de poussée thermique et solutale et leur existence génère une malformation de la cellule négative dominante dont la forme change considérablement avec l'inclinaison et de façon moindre avec l'effet Soret. En focalisant l'attention sur l'effet Soret pour une inclinaison donnée, on notera que l'effet d'un paramètre de Soret positif est négatif sur les intensités moyennes de l'écoulement principal et secondaire. A titre indicatif, pour $\delta =$ 60°/30°/0°, l'intensité moyenne de l'écoulement principal diminue de 36.1%/29.6%/ 28% lorsque la valeur de Sr change de 0 à 0.5. Par conséquent, un paramètre de Soret positif combiné avec des forces de poussée opposées engendre des atténuations de l'intensité de la cellule négative beaucoup importantes que celles enregistrées pour N = 1 et Sr = -0.5(atténuations comprises entre 8.4 % et 13% dépendamment de l'inclinaison). L'examen de l'intensité de l'écoulement secondaire montre que les variations relatives des valeurs moyennes sont plus importantes en présence de l'effet Soret, elles fluctuent entre 54.8% (pour $\delta = 30^{\circ}$) et 70.9% (pour $\delta = 0^{\circ}$). Si on s'intéresse maintenant à l'effet de l'inclinaison, on notera qu'il est qualitativement important car il conduit à un changement appréciable de la structure de l'écoulement et ce, en absence et en présence de l'effet Soret.

Quantitativement, l'intensité de l'écoulement principal subit une augmentation relative moyenne de 6.1%/1% (une variation donc modérée) pour Sr = 0 lorsqu'on diminue la valeur de δ de 60° à 30°/0°. Pour les mêmes variations de δ , l'augmentation relative moyenne de l'intensité principale passe à 16.8%/13.8% pour Sr = 0.5. L'effet enregistré est donc inverse à celui observé pour (N, Sr) =(1,-0.5) et moins atténué pour (N, Sr) = (-1, 0.5). Il est à rappeler que la diminution de l'inclinaison a été accompagnée par une importante chute de l'intensité de l'écoulement pour N = 1 (chute relative légèrement amplifiée par l'effet Soret) alors que pour N = -1, la diminution de l'inclinaison engendre une augmentation relative modérée de l'intensité de l'écoulement principal et cette augmentation est amplifiée par un paramètre de Soret positif. Concernant l'écoulement secondaire, la diminution de l'inclinaison peut avoir un effet positif ou négatif sur son intensité moyenne en absence de l'effet Soret (l'intensité moyenne diminue/augmente de 3.6%/103.3% quand on diminue la valeur de δ de 60° à 30°/0°). Par contre, pour Sr = 0.5, la diminution de δ de 60° à 30°/0° est toujours accompagnée d'une augmentation de l'intensité moyenne de l'écoulement

Il est à signaler que pour N = -1, l'augmentation de R est très favorable au développement de la cellule positive initialement localisée vers la partie supérieure de la paroi chauffée au détriment des autres cellules de recirculation positives qui disparaissent. Des simulations sont conduites pour une faible valeur de R (R = 5) juste pour montrer que cette cellule a atteint une taille critique qui persiste en augmentant davantage la valeur de ce paramètre. Les figures 4.8a''-b'' obtenues avec R = 5 montrent que la cellule positive s'est développée tout au long de la paroi chauffée de sorte qu'elle empêche tout contact de la cellule négative dominante avec cette paroi. Il est à souligner cependant que, pour (Sr, δ) = (0, 60°), la solution est toujours oscillatoire périodique (la structure de l'écoulement ne subit pas de grand changement qualitatif lors de l'évolution du cycle) et la transition vers le régime stationnaire est retardée pour cette inclinaison en l'absence de l'effet Soret. Toujours pour cette valeur relativement faible de R, la diminution de l'angle d'inclinaison engendre une intensification/réduction de l'intensité de la cellule positive/négative en présence et en absence de l'effet Soret. Quantitativement, pour Sr = 0, la réduction de l'intensité de la

cellule négative quand la valeur de δ passe de 60° à 30°/0° est de 20%/36% quant à l'intensification de la cellule positive, elle est de 57.7%/96.6% pour les mêmes variations de l'inclinaison δ . Pour Sr = 0.5, la réduction de l'intensité de la cellule négative accompagnant la diminution de l'inclinaison de 60° à 30°/0° est de 23.5%/37.5% (très légèrement supérieure à celle enregistrée pour Sr = 0). Maintenant en fixant l'attention sur l'effet Soret pour une inclinaison donnée, on notera que le coefficient de Soret engendre une réduction de l'intensité de la cellule négative ; cette réduction atteint 25.7%/29%/27.3% pour $\delta = 60°/30°/0°$. Quant à la cellule positive, elle subit une intensification de 4%/12.7% pour $\delta = 60°/30°$ et une réduction de 11.1% pour $\delta = 0°$. En comparant les rapports $\psi_{max}/|\psi_{min}|$ en pourcentage pour Sr = 0/0.5, on obtient 16.2%/22.8%, 32.1%/50.9% et 50.1%/76.6% respectivement pour $\delta = 60°, 30°$ et 0°. Ces résultats indiquent que pour une valeur donnée du paramètre de Soret, le rapport $\psi_{max}/|\psi_{min}|$ augmente considérablement en diminuant l'inclinaison et il est encore plus favorisé en présence de l'effet Soret.

En augmentant davantage le rapport des nombres de Rayleigh, la structure de l'écoulement reste bicellulaire sans grand changement des espaces occupés par les deux cellules mais avec un effet sur la redistribution des lignes de courant et une augmentation des intensités. Pour la plus grande valeur du paramètre R considérée dans cette étude (R = 80), l'état de l'écoulement illustré par les figures 4.8c'-d' montre que les variations quantitatives en termes d'intensités des deux cellules sont très importantes. On a vu que la cellule positive apparaît prématurément pour N = -1 et sa formation est retardée pour N = 1 (jusqu'à ce que la paroi chauffée change de rôle pour permettre l'évacuation de la chaleur). De plus, en augmentant la valeur de R de 5 à 80, on remarquera que les tailles des deux cellules n'ont pas subi de changements significatifs mais leurs intensités ont considérablement augmenté. Plus précisément, pour Sr = 0, cette augmentation de R a engendré une incrémentation de l'intensité de la cellule positive/(négative) de 241%/247.5%/267.2%/(89.9%/97.7%/105.5%) pour $\delta = 60^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}$.

Ainsi, pour une inclinaison donnée, le taux d'augmentation de l'intensité de la cellule positive est beaucoup plus important que celui de la cellule négative. Pour Sr = 0.5 et une inclinaison donnée, l'augmentation enregistrée en termes d'intensité de la cellule positive/(négative) est de l'ordre de 200%/153.6%/156.6%/(105%/111.5%/105.7). Comparativement, le taux d'augmentation de l'intensité de la cellule positive est atténué en présence de l'effet Soret pour une inclinaison donnée.

Ainsi, l'aspect bicellulaire est mieux renforcé par comparaison au cas N = 1. Ce renforcement est favorisé en diminuant l'inclinaison de la cavité (en s'approchant de l'inclinaison $\delta = 0^{\circ}$). Globalement, le taux d'augmentation/(de diminution) de l'intensité de la cellule positive/négative est plus important dans le cas où les forces de poussée sont opposées et le paramètre de Soret est positif. Maintenant, en focalisant l'attention sur l'effet Soret, on notera que son effet est négatif sur les intensités des deux cellules. En effet, l'intensité de la cellule positive/(négative) diminue de 8.5%/17.8%/22.3% /(19.8%/24%/27.3%) pour $\delta = 60^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}$ lorsque la valeur de *Sr* passe de 0 à 0.5 et (*R*, *N*) = (80, -1).Par comparaison, pour (R, N) = (80, 1), l'intensité de la cellule positive reste pratiquement inchangée pour $\delta = 60^{\circ}$ lorsque la valeur de Sr passe de 0 à -0.5 alors que l'intensité de la cellule négative diminue de 16%. Pour les inclinaisons restantes, $\delta = 30^{\circ}/0^{\circ}$, les intensités chutent de 11.5%/18.2%/(17.6%/19.1%) pour la cellule positive/(négative). Ainsi, pour une inclinaison donnée, les variations relatives des intensités des cellules positives et négatives sont plus importantes pour (N, Sr) = (-1, 0.5).



Figure 4. 8 : Lignes de courant pour N = -1, Sr = 0 (a', a'', c') et 0.5 (b', b'', d'), R = 0 (a', b'), 5(a'', b'') et 80 (c', d'), $Ra_E = 10^5$ et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

Puisque la plupart des solutions obtenues pour R = 0 sont instationnaires (cas de Sr = 0 pour toutes les inclinaisons et Sr = 0.5 pour $\delta = 30^{\circ}$), on illustrera les isothermes et les lignes d'iso-concentrations uniquement pour R = 80 valeur pour laquelle toutes les solutions sont stationnaires. Ainsi, les isothermes correspondant à N = -1 sont présentées pour différentes inclinaisons sur les figures 4.9a' (pour Sr = 0) et 4.9b' (pour Sr = 0.5). Encore une fois, les valeurs moyennes des nombres de Nusselt sur la paroi chauffée (Nu_1) et refroidie (Nu_0) sont négatives, indiquant que, pour cette valeur de R, les deux parois évacuent la chaleur. La somme en valeurs absolues des deux nombres de Nusselt est égale à 80 avec 0.4% comme différence maximale, enregistrée pour $\delta = 0^{\circ}$ et Sr = 0.5. De ce fait, le bilan énergétique est bien vérifié. En raison de la nature bicellulaire de l'écoulement, les lignes périphériques de la cellule négative/positive tournant dans le sens horaire/trigonométrique transportent un courant descendant le long de la paroi froide/chaude et favorisent ainsi une bonne interaction paroi-fluide dans les parties supérieures de ces parois où les gradients thermiques les plus importants sont enregistrés (premières zones de contact fluide-parois pour les lignes périphériques descendantes des deux cellules). Un relâchement des gradients thermiques est cependant observé dans la partie inférieure de la paroi chaude en raison de la diminution de la différence de température entre le fluide descendant (refroidissement relatif) en contact de la paroi chauffée dans cette zone d'affaiblissement des gradients thermiques. De plus, 33.1%/32.1% de la chaleur générée est évacuée à travers la paroi chaude pour $\delta = 60^\circ$ et Sr = 0/0.5. Ces pourcentages sont plus élevés que ceux enregistrés pour N = 1 (qui sont autour de 28%). En diminuant l'inclinaison de la cavité, la contribution de la paroi chaude à l'évacuation de la chaleur générée augmente car la diminution de δ est favorable à l'intensification de la cellule positive. Ce rapport relatif devient 38.7%/39.01% et 46.9%/47.2% respectivement pour $\delta = 30^\circ$ et 0°. Ces résultats indiquent que pour $\delta = 60^\circ$, la contribution de la paroi chaude à l'évacuation de la chaleur générée est amoindrie en présence de l'effet Soret mais la tendance est légèrement inversée en faveur de l'effet Soret pour $\delta = 30^{\circ}$ et 0°. Finalement, par comparaison aux résultats discutés pour N = 1, la contribution de la paroi
Chapitre 4

chaude à l'évacuation de la chaleur est nettement supérieure pour N = -1 pour toutes les inclinaisons considérées, en présence et en absence de l'effet Soret.



$\delta = 60^{\circ}$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$	$oldsymbol{\delta}=60^\circ$	$oldsymbol{\delta}=30^\circ$	$oldsymbol{\delta} = 0^{\circ}$
$Nu_1 = -26.489$	$Nu_1 = -30.978$	$Nu_1 = -37.565$	$Nu_1 = -25.693$	$Nu_1 = -31.277$	$Nu_1 = -37.818$
$Nu_0 = -53.599$	$Nu_0 = -49.262$	$Nu_0 = -42.738$	$Nu_0 = -54.429$	$Nu_0 = -49.011$	$Nu_0 = -42.539$

Figure 4. 9 : Isothermes pour N = -1, Sr = 0 (a') et 0.5 (b'), R = 80, $Ra_E = 10^5$ et différentes valeurs de l'inclinaison δ .



Figure 4. 10 : Iso-concentrations pour N = -1, Sr = 0 (a') et 0.5 (b'), R = 80, $Ra_E = 10^5$ et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

Pour R = 80, l'illustration des lignes d'iso-concentrations sont illustrées sur les figures 4.10*a*' (pour Sr = 0) et 4.10*b*' (pour Sr = 0.5). La distribution du champ de la concentration au sein de la cavité est très sensible aux variations de l'inclinaison et du paramètre de Soret. De plus, cette distribution montre des différences fondamentales par comparaison aux résultats discutés précédemment pour (N, R) = (1, 80). En effet, les gradients de concentration les plus importants sont observés sur les parties supérieures des deux parois actives et dans la zone d'interface inférieure des deux cellules dans leur mouvement ascendant. Les gradients de concentration entre les lignes ascendantes des deux cellules sont très affaiblis pour Sr = 0.5. Quantitativement, pour Sr = 0, l'inclinaison a un effet limité sur Sh; il subit une modeste diminution de 3.5% lorsque l'inclinaison diminue de 60° à 0°. En présence de l'effet Soret, et pour la même variation de δ , la variation relative est autour de 14%. De plus, pour une inclinaison donnée, l'effet Soret a un impact positif sur le nombre de Sherwood moyen. En effet, il subit une augmentation de 24.2%/11.3%/10.8% pour $\delta = 60^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}$. Il est à rappeler que ce comportement est différent de celui observé pour (N, Sr) = (1, -0.5). Pour cette combinaison, l'effet Soret a un impact négatif sur *Sh* qui subit une diminution importante de 30.4%/19.1%/22.4% pour $\delta = 60^{\circ}/30^{\circ}/0^{\circ}$ lorsque la valeur de *Sr* est changée de 0 à -0.5.

4.3.3 Températures et concentrations moyennes pour N = 1 et Sr = -0.5

Les variations des températures moyennes versus R, illustrées sur la figure 4.11a, sont caractérisées (comme prévu) par une augmentation avec la génération interne de la chaleur et ce, indépendamment de l'inclinaison et du paramètre de Soret. Dans une gamme de R (disons supérieure à 20), une variation quasi linéaire est observée avec une pente qui augmente en incrémentant δ . L'effet de l'inclinaison sur la température moyenne est plus important pour les grandes valeurs de R. Quantitativement, pour R = 80, la température moyenne obtenue pour $\delta = 60^{\circ}$ est 17.37%/13.26% supérieure à celle obtenue avec une inclinaison 0° pour Sr = 0/- 0.5. Par conséquent, une inclinaison de 60° comparée à 30° et à 0° est considérée comme étant la plus défavorable au processus de refroidissement de la cavité. De ce fait, l'inclinaison $\delta = 60^{\circ}$ ne peut être utile que lorsque l'objectif est de réduire les pertes de chaleur à travers les parois actives de la cavité. Il est à noter aussi que l'intensité de la cellule secondaire positive est fortement réduite dans le cas de $\delta = 60^{\circ}$; elle est presque divisée par 2/2.4 lorsque l'inclinaison augmente de 0° à 60° pour Sr = -0.5/0. Cette dernière cellule, couvrant toute la paroi chaude et munie d'une faible intensité, joue un rôle résistant dans l'évacuation de la chaleur via la paroi chauffée.

En raison du phénomène de la thermodiffusion qui affecte directement la conservation des espèces, la concentration moyenne est fortement dépendante du paramètre de Soret, comme le montre la figure 4.11b. Ainsi, en l'absence de l'effet de Soret (Sr = 0), la concentration moyenne est presque constante sur une large gamme de R $(R \ge 1)$ 20) avec une valeur voisine de 0.5 (c'est-à-dire la valeur obtenue en l'absence d'une génération interne de la chaleur). Pour Sr = -0.5, la concentration moyenne augmente avec *R*. Sa valeur est multipliée par 2.74 lorsque la valeur de *R* augmente de 0 à 80 pour δ = 60°. En effet, pour des valeurs de R suffisamment grandes, le gradient de température est dirigé vers l'extérieur sur les deux parois actives, de sorte que la thermodiffusion crée un flux de masse vers l'intérieur sur les deux parois actives, intensifié par l'augmentation de R (augmentation du gradient de température). On voit que l'effet de l'inclinaison sur la concentration moyenne est beaucoup plus important dans la gamme de δ comprise entre 30° et 60° que dans celle comprise entre 0° et 30° . Pour R = 80, par exemple, la concentration moyenne augmente de 5.95% /16.85% lorsque δ augmente de 0°/30° à 30°/60°. Ces résultats montrent qu'un paramètre de Soret négatif associé à une génération interne de la chaleur de valeur élevée et une inclinaison relativement élevée sont nécessaires lorsque l'objectif est de charger le fluide avec des espèces.



Figure 4. 11 : Température (**a**) et concentration (**b**) moyennes pour N = 1, Sr = 0 et -0.5, $Ra_E = 10^5$, A = 2 et différentes valeurs de δ et de R.

4.3.4 Températures et concentrations moyennes pour N = -1 et Sr = 0.5

Les variations de la température moyenne versus R sont illustrées sur la figure 4.12a'pour la combinaison (N, Sr) = (-1, 0.5). Même si la tendance d'évolution est globalement similaire à celle de T_{mov} correspondant à (N, Sr) = (1, -0.5) en termes d'augmentation monotone avec R, on peut noter sur la figure 4.12a' que seul le paramètre R contrôle l'augmentation de la température moyenne avec un taux indépendant des inclinaisons 0° et 30° et de l'effet Soret. Par contre, pour $\delta = 60^\circ$, le taux d'augmentation de la température moyenne est sensiblement plus rapide pour R > 20 et très légèrement atténué par l'effet Soret. Par comparaison au cas coopérant (N = 1) et Sr négatif (Sr = -0.5), la figure 4.12a' montre que la température moyenne est moins sensible aux variations des paramètres de contrôle autres que *R* et ce dernier lui impose une augmentation quasi-linéaire. Il est à noter que les courbes ne convergent pas vers 0.5 puisque la plus faible valeur utilisée est R = 5(pour laquelle la plupart des solutions sont stationnaires). Quantitativement, pour R = 80, la température moyenne obtenue pour $\delta = 60^{\circ}$ est 13.13%/9.96% supérieure à celle induite pour $\delta = 0^{\circ}$ pour Sr = 0/0.5. Ces différences sont sensiblement inférieures à celles enregistrées dans le cas coopérant et Sr négatif. Globalement, les conclusions formulées restent similaires à celles relatives au cas (N, Sr) = (1, -0.5) qui sont en défaveur de l'inclinaison 60° et en faveur des deux autres inclinaisons si l'objectif est de réduire la température moyenne du fluide.

Les variations de la concentration moyenne en fonction de R, illustrées sur la figure 4.12b', montrent une grande sensibilité de S_{moy} à l'effet Soret. En l'absence du phénomène de thermodiffusion, la concentration moyenne s'écarte légèrement de la valeur 0.5 (obtenue pour R = 0 et toutes les inclinaisons) et devient pratiquement insensible à l'augmentation de R pour $R \ge 5$. L'effet de l'inclinaison reste limité et est caractérisé par une faible diminution de S_{moy} qui accompagne l'augmentation de l'angle d'inclinaison de la cavité pour une valeur donnée non nulle de R. Contrairement au cas (N, Sr) = (1, -0.5) qui a engendré une augmentation de Sr en augmentant l'intensité du chauffage interne, la combinaison (-1, 0.5) montre une tendance inverse ; une importante diminution de la concentration moyenne accompagne l'augmentation de R lorsque les forces de volume sont opposées. De plus, l'impact de l'augmentation de R est accentué en augmentant l'inclinaison de la cavité. Pour des valeurs suffisamment élevées de R, le gradient de température est dirigé vers l'intérieur sur les deux parois actives, de sorte que la thermodiffusion crée un flux de masse vers l'extérieur sur ces deux parois, réduit par l'augmentation de R. L'effet de l'inclinaison de la cavité sur la concentration moyenne est amplifié en augmentant l'inclinaison de 30° à 60° et il est comparativement moins important en augmentant sa valeur entre 0° et 30°. Pour chaque inclinaison, il existe une valeur seuil de R(qui augmente en diminuant l'inclinaison) à partir de laquelle la concentration devient négative. Ces résultats indiquent que dans le cas où les forces de volume solutale et thermique sont opposées, la combinaison d'un nombre de Soret positif avec une valeur élevée de la génération interne de la chaleur et une inclinaison relativement élevée sont les conditions les plus favorables quand l'objectif est de libérer le fluide des espèces.



Figure 4. 12 : Température (**a**') et concentration (**b**') moyennes pour N = -1, Sr = 0 et 0.5, $Ra_E = 10^5$, A = 2 et différentes valeurs de δ et de R.

4.3.5 Transferts de chaleur et de masse pour N = 1 et Sr = -0.5

Les variations du nombre de Nusselt local le long des deux parois actives sont illustrées pour Sr = 0 (figures 4.13*a*-*b*) et Sr = -0.5 (figures 4.13*c*-*d*) pour R = 0 et 80 et diverses valeurs de l'inclinaison δ . Pour R = 0, la figure 4.13*a* montre que le nombre de Nusselt local est positif sur la paroi gauche (c'est-à-dire la paroi chauffée) et diminue généralement le long de celle-ci. Ce comportement est compatible avec la structure de l'écoulement monocellulaire obtenu pour R = 0. En effet, la cellule négative tournant dans le sens horaire transporte les courants les plus froids vers la partie inférieure de la paroi chaude qui fournit de la chaleur au fluide en l'absence de la génération interne de la chaleur. Quantitativement, l'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur local est important. Pour Y = 0/2, par exemple, $Nu_1(Y)$ est divisé/multiplié par 1.69/1.80 lorsque la valeur de δ est augmentée de 0° à 60°.

Pour R = 80, la température du fluide est si élevée que le signe de $Nu_1(Y)$ devient négatif, indiquant que la paroi chaude change de rôle et se trouve forcée à évacuer la chaleur. De ce fait, elle contribue ainsi au processus de refroidissement en raison de l'inversion des gradients de température en son voisinage. En outre, le transfert de chaleur le plus important est observé dans la partie supérieure de la paroi gauche lorsque l'écoulement devient bicellulaire. En effet, les courants ascendants de la cellule positive, transportant un fluide chauffé par la génération interne, interagissent d'abord avec la partie supérieure de la paroi gauche avant de descendre le long de cette dernière. L'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur local est très remarquable dans ce cas. Ce dernier (transfert de chaleur local) est globalement favorisé par l'inclinaison de 0° pour $Y \ge 0.5$ sur la paroi chauffée.

Cependant, l'important écart que présentent les courbes dans la partie supérieure de la paroi chauffée (pour Y = 2, $Nu_1(Y)$ est divisé par un facteur de deux lorsque la valeur de l'inclinaison δ est augmentée de 0° à 60°) indique qu'en moyenne, l'inclinaison 60° est manifestement moins favorable au transfert de chaleur. Sur la paroi droite (la paroi froide), les variations du nombre de Nusselt local $Nu_0(Y)$, illustrées sur la figure 4.13*b*, sont similaires à celles enregistrées pour la paroi gauche en valeurs absolues dans le cas de R =0 (le signe négatif indique seulement que la paroi droite joue un rôle de refroidissement) à cause de la symétrie de l'écoulement par rapport au centre de la cavité. En raison de cette centro-symétrie, la moitié supérieure/inférieure de la paroi droite joue le rôle de la moitié inférieure/supérieure de la paroi gauche. Pour R = 80, la présence d'un écoulement bicellulaire non symétrique conduit à un comportement différent sur la paroi droite. En particulier, nous pouvons voir que l'inclinaison $\delta = 60^\circ$ surmonte les autres inclinaisons en termes de transfert de chaleur sur une grande partie de la paroi droite (pour $Y \leq 1.5$).

Chapitre 4



Figure 4. 13 : Nombre de Nusselt local sur la paroi chauffée (a,c) et refroidie (b,d) pour N = 1, Sr = 0 (a,b) et -0.5(c,d) et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

Chapitre 4



Figure 4. 14 : Nombre de Sherwood local sur la paroi chauffée (*a,c*) et refroidie (*b,d*) pour N = 1, Sr = 0 (*a, b*) et -0.5(c, d) et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

Les variations du nombre de Sherwood local sont illustrées sur les figures 4.14a-d. Pour Sr = 0, la figure 4.14*a* montre les variations de *Sh* vs. *Y* le long de la paroi chauffée. Pour R = 0, $Sh_1(Y)$ présente un maximum dont la valeur et l'emplacement (ce dernier est situé dans le quart inférieur de la paroi gauche) varient avec l'inclinaison, puis subit une diminution avec Y pour atteindre un minimum dans le coin supérieur de la cavité. L'effet de l'inclinaison n'est important que dans la partie inférieure de la paroi gauche (pour Y <0.28) ; dans cette région, l'inclinaison 60° est la moins favorable au transfert de masse. En présence de la génération interne de la chaleur avec une intensité correspondant à R = 80, on peut observer de grands changements dans la forme des courbes de $Sh_1(Y)$. En effet, on voit que $Sh_1(Y)$ passe d'abord par un maximum relatif suivi d'un minimum puis augmente ensuite avec *Y* pour atteindre un autre maximum relatif situé au voisinage immédiat du coin supérieur de la cavité. La région où l'effet de l'inclinaison est très remarquable devient plus large par comparaison au cas R = 0 (elle couvre presque le quart inférieur de la paroi chauffée). Dans une grande partie de cette région, l'inclinaison de 60° devient la plus favorable au transfert de masse (au lieu de l'inclinaison 0° pour R = 0). Pour R = 80, le minimum local de transfert de masse est situé au voisinage de Y = 0.5 pour toutes les inclinaisons considérées. Le transfert de masse maximal est situé près du coin supérieur pour les inclinaisons $\delta = 0^\circ$ et 30°, alors qu'il est situé dans le quart inférieur de la paroi gauche pour $\delta = 60^\circ$. Une inspection minutieuse des lignes de courant montre que le centre de la cellule principale (celle située dans la partie inférieure de la cavité) est plus proche de la paroi gauche dans le cas de l'inclinaison 60° par comparaison aux inclinaisons 0° et 30°. Ce fait, combiné avec l'intensité relativement faible de la cellule secondaire, explique pourquoi le maximum de $Sh_1(Y)$ est situé dans la partie inférieure de la paroi gauche. Pour $\delta = 0^\circ$ et 30°, les conditions sont favorables à la cellule secondaire qui affecte davantage le transfert de masse sur la paroi gauche (intensité plus élevée pour la cellule secondaire et effet plus faible de la cellule principale sur le transfert depuis la partie inférieure de la paroi gauche).

Par conséquent, cette cellule, qui tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, interagit d'abord avec la partie supérieure de la paroi gauche et favorise le transfert de masse, ce qui conduit à un nombre de Sherwood maximum dans la partie supérieure de la paroi gauche. En examinant l'évolution de $Sh_0(Y)$ sur la paroi froide sur la figure 4.14*b*, on comprend aisément que les fortes variations exhibées par $Sh_1(Y)$ lorsque *R* varie de 0 à 80 sont principalement dues à la naissance de la cellule d'écoulement secondaire.

En fait, pour R = 0 et 80, le transfert de masse à travers la paroi droite est régi par une cellule principale. Par conséquent, les courbes de $Sh_0(Y)$ conservent globalement leur comportement qualitatif lorsque la valeur de R est augmentée de 0 à 80. Le changement d'intensité de la cellule principale et le changement de la distribution des vitesses à l'intérieur de celle-ci sont responsables du changement de la pente des courbes et de la position et de la profondeur du minimum observé pour $Sh_0(Y)$. Pour Sr = -0.5, les changements les plus importants sont observés dans le cas de R = 80.

Pour la paroi gauche, la figure 4.14*c* montre que le transport de masse par thermodiffusion détruit le maximum relatif observé pour $Sh_1(Y)$ dans la partie inférieure de la paroi gauche. De plus, il atténue fortement la variation exhibée par $Sh_1(Y)$ dans le cas de l'inclinaison $\delta = 60^\circ$ (qui demeure presque constante dans la partie centrale de la paroi gauche). De plus, le nombre local de Sherwood sur la paroi droite est fortement affecté par la thermodiffusion dans le cas de R = 80, comme on peut le constater sur la figure 4.14*d*. En comparaison avec le cas de Sr = 0, la thermodiffusion intensifie/atténue le transfert de masse (comparez les valeurs absolues) autour de la position Y = 0.25/(Y = 1.75), ce qui crée de nouveaux extremums dans les courbes de $Sh_0(Y)$ (un maximum dans la partie supérieure et un nouveau minimum dans la partie inférieure). Notez que l'atténuation importante exhibée par le transfert de masse autour de Y = 1.75 est accompagnée en plus d'un changement de signe pour Sherwood dans le cas des inclinaisons 0° et 30°. Cela signifie que le gradient de température autour de cette position est si important que le flux de masse de thermodiffusion prend le dessus sur le flux de masse induit par le gradient de concentration.

4.3.6 Transferts de chaleur et de masse moyennés pour N = 1 et Sr = -0.5

Les variations versus R du nombre de Nusselt moyen sur les parois chaude et froide sont présentées respectivement sur les figures 4.15a et 4.15b pour Sr = 0 et -0.5 et différentes valeurs de l'inclinaison δ . Il est à noter que le nombre de Nusselt sur la paroi froide est toujours négatif et augmente (en valeur absolue) avec R. Cependant, celui calculé sur la paroi chaude est positif pour les valeurs de R relativement faibles (la paroi fournit de la chaleur au fluide) puis change de signe au-dessus d'une certaine valeur seuil de R (valeur voisine de 12). Au-dessus de cette valeur limite de *R*, les deux parois évacuent la chaleur générée dans le fluide. L'effet de Soret semble avoir un effet marginal sur le nombre de Nusselt, tandis que l'effet de l'inclinaison pourrait être considérable selon la valeur de R. Par exemple, pour R = 80, l'augmentation de la valeur de l'inclinaison δ de 0° à 60° conduit à une amélioration/(une réduction) du transfert de chaleur à travers la paroi froide/chaude d'environ 27.86%/17.28%. Cela indique que, pour les grandes valeurs de*R*, l'augmentation de l'inclinaison favorise l'évacuation de la chaleur à travers la paroi froide et le défavorise à travers la paroi chaude. Le croisement observé sur les courbes de Nu indique également que l'augmentation de l'inclinaison peut avoir un effet positif ou négatif sur le transfert de chaleur en fonction de la gamme de R et de la paroi considérée (gauche ou droite) concernée par la comparaison.



Figure 4. 15 : Variations du nombre de Nusselt moyen sur la paroi active (*a*) et sur la paroi refroidie (b) pour N = 1, Sr = 0 et -0.5 et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

Les effets combinés de la génération interne de la chaleur, de la thermodiffusion et de l'angle d'inclinaison sur le transfert de masse sont illustrés sur la figure 4.16. Cette figure montre les variations de $Sh_1(Sh_1 = |Sh_0|)$ en fonction de *R* pour différentes valeurs de δ et Sr. On peut voir que l'augmentation de R affecte négativement le transfert de masse dû à l'apparition et au développement d'une cellule d'écoulement secondaire près de la paroi chaude. Cette dernière (la cellule secondaire) empêche le contact entre la cellule principale et la paroi la plus concentrée. De ce fait, les cellules secondaires empêchent une bonne ventilation de la paroi dont la concentration est la plus élevée. Par exemple, pour Sr =-0.5, l'augmentation de la valeur de *R* de 0 à 80 réduit presque de moitié le transfert de masse (Sh_1 chute de 5.12 à 2.95). L'effet de la thermodiffusion sur le transfert de masse est visiblement plus important que celui de l'angle d'inclinaison. Quantitativement, pour R =80 et δ = 0°, *Sh*₁ diminue de 22.4% lorsque la valeur de *Sr* change de 0 à -0.5. La réduction du transfert de masse sous l'effet de la thermodiffusion lorsque le nombre de Soret est négatif peut être facilement expliquée en examinant l'expression du nombre de Sherwood donnée par l'équation (2.17). En effet, lorsque les gradients de température et de concentration ont la même direction au voisinage de la paroi la moins salée (paroi froide), le flux de soluté de thermodiffusion s'oppose au flux de soluté induit par le gradient de concentration pour les valeurs négatives de Sr. Il en résulte une réduction de Sh_1 (la réduction de Sh_0 suit celle de Sh_1 sous la contrainte de satisfaire l'équilibre du soluté). L'effet de l'inclinaison sur Shdépend à la fois de R et de Sr. Ainsi, pour Sr = 0, l'augmentation de l'inclinaison peut augmenter ou diminuer le transfert de masse en fonction de l'intervalle de R. Cependant, pour Sr = -0.5, l'augmentation de δ est généralement accompagnée d'une réduction du transfert de masse. Les changements relatifs les plus importants induits en termes de transfert de masse en faisant varier l'inclinaison sont également enregistrés pour les faibles valeurs de R dans le cas de Sr = -0.5, mais pour les grandes valeurs de R dans le cas de Sr = 0 (ils atteignent 10.83% pour R = 60). Les résultats du nombre de Sherwood illustrés sur la figure 4.16 sont corrélés comme suit:

$$Sh = Sh(R, \gamma) = a + bR + c\gamma + dR^2 + e\gamma^2$$
(4.7)

Les résultats de la corrélation et ceux obtenus numériquement se caractérisent par un écart maximum, ε_{max} , d'environ 7%, comme on peut le voir dans le tableau 4.3.



Figure 4. 16 : Variations du nombre de Sherwood moyen sur la paroi active pour N = 1, Sr = 0 et -0.5 et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

Tableau 4.3 : Valeurs des constances de la corrélation de Sh.

Sr	a b		С	d	е	$\varepsilon_{max}(\%)$
-0.5	5	-0.0537	-8.27×10^{-3}	3.65×10^{-4}	5×10^{-5}	7
0	6.54	-0.060	-6×10^{-3}	3.14×10^{-4}	1.09×10^{-4}	6.25

4.3.7 Transferts de chaleur et de masse moyennés pour N = -1 et Sr = 0.5

Les variations des nombres de Nusselt moyens sur les deux parois actives de la cavité versus *R* sont illustrées sur les figures 17a' et *b*' pour *Sr* = 0 et 0.5 et différentes inclinaisons de la cavité. Sur les deux parois, les variations des nombres de Nusselt sont quasiment linéaires avec des pentes qui dépendent principalement de l'inclinaison. Sur la paroi chaude/froide, la pente diminue/augmente en augmentant l'inclinaison et la valeur seuil de *R* à partir de laquelle la paroi chaude change de rôle pour devenir évacuatrice de la chaleur générée est visiblement plus faible que celle rapportée pour N = 1. Lorsque les deux parois évacuent de la chaleur générée (lorsque $Nu_1 < 0$), la chaleur évacuée à travers la paroi froide est constamment supérieure à celle évacuée par la paroi chauffée en raison du retard observé dans le changement de rôle de la paroi chauffée et de la nature des cellules en contact avec les deux parois. L'examen des courbes montrent que l'effet Soret est négligeable sur le transfert de chaleur alors que l'effet de l'inclinaison est amplifié en incrémentant R. De plus, l'augmentation de l'inclinaison de 0° à 60° engendre une diminution/augmentation de la quantité de chaleur évacuée à travers la paroi chaude/froide. Pour R = 80, cette augmentation/diminution atteint 32.06%/27.95% pour Sr = 0.5 (à comparer avec 27.86%/17.28% obtenues pour N = 1 et Sr = -0.5).

Pour des forces de volume opposées, les variations du nombre de Sherwood moyen vs. R, présentées sur la figure 4.18, montrent un comportement plus complexe et différent que celui décrit pour la figure 4.16 correspondant à des forces de volume égales et coopérantes. Ce comportement est caractérisé par une diminution pour toutes les inclinaisons en présence et en absence de l'effet Soret pour $R \leq 5$ suivie d'une augmentation dans la gamme restante de R avec un taux qui dépend principalement du paramètre de Soret. Globalement, pour toutes les inclinaisons, l'effet de thermodiffusion favorise notablement le transfert de masse dans toute la gamme de variation du paramètre R. Par exemple, pour $\delta = 0^{\circ}/60^{\circ}$, l'effet de thermodiffusion engendre une augmentation de Sh_1 de 18.54%/13.54% pour R = 5 et cette augmentation passe à 13.45%/25.25% pour R = 80.

Chapitre 4

Ceci indique que l'augmentation relative due à l'effet Soret peut être atténuée ou amplifiée (dépendamment de la valeur de R) lorsqu'on change la valeur de l'inclinaison de 0° à 60°.



Figure 4. 17 : Variations du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chauffée (**a**') et sur la paroi refroidie (**b**') pour N = -1, Sr = 0 et 0.5 et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

De plus, en présence de l'effet Soret, l'inclinaison 60° est la plus défavorable/(favorable) au transfert de masse pour $R \le 32.5/(R \ge 36)$. Par contre en l'absence de l'effet Soret cette inclinaison est la plus défavorable au transfert de masse pour $8.34 \le R \le 56.5$ sans prendre le dessus sur le transfert de masse généré par l'inclinaison 30° au-dessus de cette gamme. En général, le comportement du nombre de Sherwood pour des forces de volume opposées est caractérisé par un comportement complexe qui exprime la complexité des interactions générées par les effets combinés des paramètres de contrôle.



Figure 4. 18 : Variations du nombre de Sherwood moyen sur la paroi active pour N = -1, Sr = 0 et 0.5 et différentes valeurs de l'inclinaison δ .

4.4 Conclusion

a convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire ayant un rapport de forme A = 2 a été étudiée numériquement en présence de l'effet Soret et de la génération interne de la chaleur. La cavité est formée par des parois courtes adiabatiques et imperméables et des parois longues chauffés et salées avec des températures et des concentrations constantes mais différentes. L'étude numérique était basée sur une méthode hybride lattice Boltzmann-différences finies. Le rapport des nombres de Rayleigh était compris entre 0 et 80, l'angle d'inclinaison entre 0° à 60° et le paramètre Soret Sr = 0et -0.5, les autres paramètres restant sont constants. Sur la base des résultats obtenus, les principales conclusions de l'étude sont résumées dans les points suivants:

- Les caractéristiques de l'écoulement du fluide et des transferts de chaleur et de masse sont influencées par les quatre paramètres (*Sr*, *N*, δ et *R*), mais leurs effets sont plus ou moins importants.
- La nature monocellulaire de l'écoulement, obtenue pour R = 0 et N = 1, n'est pas détruite en faisant varier l'inclinaison de la cavité et le paramètre Soret, même si ces deux derniers paramètres ont un effet qualitatif limité et un effet quantitatif significatif.
 La structure monocellulaire est plutôt détruite par l'augmentation du paramètre R.
- Le paramètre de Soret et l'inclinaison de la cavité n'affectent pas la tendance de la variation de la température moyenne versus *R*; leurs effets deviennent perceptibles pour des valeurs élevées de ce paramètre.
- L'inclinaison δ = 60 ° conduit à des températures moyennes élevées par comparaison aux autres inclinaisons.
- Le paramètre de Soret négatif associé à une génération interne de la chaleur de valeur élevée et à une inclinaison relativement élevée est important lorsque l'objectif est de maintenir le liquide à une concentration en espèces élevée (la concentration en espèces peut être multipliée par plus de 2 lorsque la valeur de *R* passe de 0 à 80).

- Pour R = 80, la présence d'un écoulement bicellulaire combinée à l'élévation importante subie par la température du fluide, fait que les parois froide et chaude jouent toutes les deux un rôle de refroidissement, les échanges les plus importants ayant lieu dans la partie supérieure de ces parois.
- L'effet de l'inclinaison est important sur le transfert de chaleur local; il existe des situations où le nombre de Nusselt local est multiplié par un facteur 2 en faisant varier δ de 0° à 60°.
- Une génération interne élevée et/ou la thermodiffusion conduisent à un comportement complexe pour le nombre de Sherwood local. Pour R = 80 et, dépendamment de l'inclinaison, le flux de masse dû à la thermo-diffusion peut surmonter le transport de masse induit par le gradient de concentration, et crée ainsi un mouvement des espèces à travers la paroi la moins concentrée.
- L'analyse du transfert de masse moyen montre que l'augmentation de l'inclinaison peut entraîner une augmentation ou une diminution du transfert de masse dépendamment de la gamme de R, dans le cas de Sr = 0. Cependant, pour Sr = -0.5, on observe que l'augmentation de δ s'accompagne généralement d'une réduction du transfert de masse.

Chapitre 5 : Effets Stabilisants et déstabilisants des phénomènes de la thermo-diffusion et de la diffusionthermo dans une cavité verticale soumise à des forces thermiques et solutales opposées

5.1 Introduction

'n cas particulier qui se distingue en convection thermosolutale est celui pour lequel les forces de convections thermiques et massiques sont égales et engendrent des effets opposés (N = -1). Cet effet antagoniste entre les deux forces de poussée et de même intensité conduit souvent à des comportements imprévisibles et uniques. C'est pour cette raison que nous dédions ce chapitre à ce cas particulier en considérant la configuration du chapitre 4 dans une position verticale soumise aux mêmes conditions thermiques et solutales en présence des effets Soret et Dufour (Figure 5.1). Les paramètres de l'étude sont le nombre de Rayleigh externe ($Ra_E = 10^5$), le nombre de Prandtl (Pr = 0.71), le nombre de Lewis (Le = 2), le paramètre de Soret (Sr = -0.5, 0 et 0.5), le paramètre de Dufour (Du = 0 et 0.5) et le rapport des nombres de Rayleigh interne et externe ($0 \le R \le 80$). Ainsi, l'effet Dufour, négligé dans les chapitres 3 et 4 en raison du grand nombre de paramètres qui régissent ce problème, est pris en compte en fixant sa valeur à 0.5. On voulait expérimenter également l'effet d'une valeur négative de ce paramètre, mais les tests préliminaires conduits ont montré que le problème est très complexe en raison de nombreux changements de comportements observés (voir partie résultats) qui nécessitent des simulations imposant souvent de faire varier le paramètre Rvia de très faibles incrémentations. Les détails de validation du code numérique sont donnés dans les chapitres 3 et 4. La méthode avec un temps de relaxation multiple de Lattice Boltzmann (MRT-LBM) est utilisée pour traiter ce problème.



Figure 5. 1 : Configuration physique étudiée et disposition des nœuds pour les arrangements D2Q9.

5.2 Validation du code numérique

Les résultats présentés dans ce chapitre, ont été obtenus avec la méthode MRT-LBM et comparés à ceux obtenus avec la méthode ADI (méthode macroscopique) en régimes stationnaire, oscillant périodique simple et oscillant périodique complexe. Plusieurs tests comparatifs ont été conduits mais on se limitera à illustrer les comparaisons pour quelques cas. Ainsi, Les résultats comparatifs en régime stationnaire sont présentés sur la figure 5.2 pour Du = 0, Sr = -0.5 et R = 80 (les valeurs des autres paramètres sont indiquées dans l'introduction du chapitre). L'examen de cette figure montre un excellent accord qualitatif entre les résultats en termes de lignes de courant, d'isothermes et de lignes d'isoconcentrations. Quantitativement, les différences relatives observées (en prenant les résultats de la méthode LBM comme référence ; car elle est plus précise) ne dépassent pas 1.37%/1.08% en termes de $|\psi_{min}|/\psi_{max}$, 0.5%/0.38% en termes de Nu_1/Nu_0 et 1.94% en termes de Sh. En régime instationnaire, les comparaisons qualitatives conduites pour un régime oscillant périodique simple en l'absence de la génération interne (R = 0) et de l'effet Soret (Sr = 0) pour Du = 0.5 et illustrées par les figures 5.3, montrent également un excellent accord qualitatif (et même quantitatif si on compare les amplitudes et les périodes des signaux obtenus par les deux méthodes). Finalement, la comparaison a été conduite pour un cas de signaux complexes obtenus en présence d'une génération interne de la chaleur (R = 2) et des effets Soret et Dufour (Sr = Du = 0.5). Les figures 5.4 montrent également un excellent accord en reproduisant tous les pics (principaux et secondaires), les amplitudes maximales et les périodes pour les quantités qui caractérisent l'écoulement (ψ_{max} et ψ_{min}), le transfert de chaleur $(Nu_1 \text{ et } Nu_0)$ et le transfert de masse $(Sh_1 \text{ et } Sh_0)$. Contre toute attente, une telle excellente concordance n'était pas initialement attendue, particulièrement en régime instationnaire où des petites différences n'étaient pas exclues.



Figure 5. 2 : Validation en régime stationnaire en termes de lignes de courant, d'isothermes et d'isoconcentration pour Sr = -0.5, Du = 0 et R = 80.



Figure 5. 3 : Validation en régime périodique simple pour Sr = 0, Du = 0.5 et R = 0.



MRT



Figure 5. 4 : Validation en régime périodique complexe pour Sr = 0.5, Du = 0.5 et R = 2.

5.3 Résultats et discussion

Dans ce chapitre, les effets à la fois stabilisants et déstabilisants des phénomènes du second ordre (effets Soret et Dufour) sont discutés. L'étude est conduite pour $Ra_E = 10^5$, Le = 2, N = -1, R variant entre 0 et 80, Pr = 0.71, Du = 0 et 0.5 et Sr = -0.5, 0 et 0.5. Un examen rapide des résultats présentés dans le tableau 5.1 montre les changements importants que subissent les gammes (en termes d'agrandissement et de diminution de ces plages) du paramètre R pour lesquelles les solutions sont périodiques lorsque les effets Soret et Dufour sont pris en compte. Ces changements dans le comportement sont discutés par la suite.

Tableau 5. 1 : Délimitations des zones stationnaires et instationnaires en présence de l'effet Soret.

• Sr = -0.5 et Du = 0

R	0	0.4	0.5	1	1.5	2	4.3	4.9	4.91	5.1	5.2	6	10	13	15	17	20	21	22	40	60	80
			Qı	ıasi-	sinuso	oïdal			Statio	nnaire	Pério	dique	Pé	riodiq	ue trè	ès	sinusoïdal	Fortement Amorti		Statio	nnair	e
											sim	ple	simp	le \rightarrow s	inuso	ïdal		→ Stationnaire				

•

• Sr = 0 et Du = 0

R	0	0.40	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45	0.4	6	0.47	0.5	0.6	0.7	0.75	0.78	0.79		0.8		
			Quasi-	sinusoï	dal		Forte	ment	amo	orti 🗲		sta	tionna	aire		Fortement amorti 🔿	Faib	lement	t amor	ti
							S	tation	nair	·e						stationnaire	$\rightarrow A_{\psi} =$	= 0 .02	à τ =	= 15
			0.81			0.82	0.90	0.97	1	1.10	1.25	1.35	1.5	1.65	1.80	1.85	1.87	10	40	80
								-	~											

Oscillatoire légèrement amplifié	Périodique simple	S	Périodes plus complexes	Faiblement Amorti 🗲	stationnaire
ightarrow stabilisation à $ au = 17$				stationnaire à $ au=23$	

• Sr = 0.5 et Du = 0



Périodique	Stationnaire	Sinusoïdal	Quasi-sinusoïdal

5.3.1 Effet de *R* en l'absence des effets Soret et Dufour (Du = Sr = 0)

Pour R = 0, la solution est oscillatoire périodique. La figure 5. 5*a* montre que les oscillations de $|\psi_{min}|$ sont de nature sinusoïdale avec une amplitude importante ($A_{\psi_{min}} =$ 10,206). Cela signifie que, durant l'évolution du cycle, l'intensité de la cellule principale passe par des périodes d'intensification et d'atténuation autour de sa valeur moyenne. Comparativement, l'évolution de ψ_{max} a un comportement différent. En fait, pendant près de la moitié du cycle d'écoulement, le taux de diminution de ψ_{max} ralentit considérablement, ce qui conduit à une courbe aplatie au cours de la période de diminution correspondante. Globalement, la cellule négative reste dominante pendant toute la période de l'écoulement, même lorsque l'écoulement correspondant à ψ_{max} atteint son intensité maximale $\psi_{max,max}$. La visualisation de la structure de l'écoulement pendant l'évolution du cycle (non présentée ici) montre que cette structure de l'écoulement, caractérisée par une cellule négative principale dont l'axe coïncide avec la première diagonale de la cavité (celle ayant une pente positive), présente une symétrie par rapport au centre de la cavité (structure centro-symétrique). Dans cette structure, les cellules de recirculation positives sont localisées dans des coins opposés de la cavité traversés par la seconde diagonale de l'enceinte rectangulaire. En présence d'une génération interne de la chaleur, la figure 5. 5b obtenue pour une faible valeur du paramètre R (R = 0.4), montre un impact qualitatif très limité sur les évolutions de $\psi_{max}(t)$ et $|\psi_{min}(t)|$ si l'on excepte le rétrécissement visible de la partie aplatie de la courbe correspondant à $\psi_{max}(t)$. La période \mathcal{T} des oscillations est légèrement modifiée lorsque la valeur de R passe de 0 à 0.4 (\mathcal{T} passe de 0.055 à 0.058). De plus, en termes de valeurs moyennes, l'augmentation de R est favorable à l'intensification de la cellule positive supérieure et ralentit la circulation de la cellule négative principale. Quantitativement, $|\psi_{\min}|/\psi_{\max}$ change de 18.03/2.09 à 17.8/2.8 en incrémentant R de 0 à 0.4, ce qui représente une augmentation de 33.97% de l'intensité de la cellule secondaire contre seulement une diminution de 1.27% de l'intensité de la cellule principale.



Figure 5. 5 : Oscillations de ψ pour Sr = 0; Du = 0 et R = 0 (*a*), 0.4 (*b*), 0.97 (d) et amortissement des oscillations pour R = 0.80 (c).

Les variations subies par la structure de l'écoulement durant l'évolution du cycle de l'écoulement instationnaire sont illustrées sur la figure 5. 6 pour R = 0.4 et à différents instants représentatifs. Cette figure montre que la symétrie de l'écoulement par rapport au centre de la cavité, observée pour R = 0, est détruite par le chauffage interne qui favorise nettement l'expansion de la cellule positive située dans la partie supérieure de la cavité pendant une bonne partie du cycle d'écoulement. En effet, cette dernière cellule est nettement plus volumineuse que la deuxième cellule positive située dans la partie inférieure de la cavité et les deux cellules subissent d'importants changements de tailles au cours du cycle d'écoulement. Une très faible augmentation de *R* à partir de cette valeur seuil stabilise les solutions qui évoluent vers le régime permanent en faisant varier R dans la gamme [0.45 -0.80], comme indiqué dans le tableau 5. 1 pour Sr = Du = 0. La solution stationnaire obtenue dans cette gamme de *R* et illustrée sur la figure 5. 7a pour R = 0.5, montre que la structure de l'écoulement a subi un changement remarquable. En effet, la cellule de recirculation positive située près du coin inférieur droit de la cavité disparaît, alors que la cellule positive située dans le quart supérieur gauche de l'enceinte s'étend vers le bas, le long de la paroi gauche chauffée (sa hauteur dépasse la moitié de la hauteur de la cavité). Cependant, en termes d'intensité, le passage de l'écoulement au régime stationnaire réduit considérablement l'intensité de la cellule positive ; cette réduction atteint 21% pour la faible augmentation de *R* de 0.4 à 0.5. Il est à rappeler qu'un comportement inverse a été observé dans la première gamme de *R* (i.e. $0 \le R \le 0.4$). Pour cette nouvelle structure de la figure 5.7*a*, la cellule négative est verticale, occupe toute la moitié inférieure de la cavité et partage la moitié supérieure avec la cellule positive. Les lignes périphériques de la cellule négative sont en contact avec la paroi froide droite et la moitié inférieure de la paroi chauffée. En augmentant R de 0.45 à 0.80 (première gamme du régime permanent), l'intensité de la cellule positive subit une augmentation d'environ 18.7% (elle passe de 2.14 à 2.54 après cette augmentation de R entre les deux limites du régime stationnaire) alors que l'intensité de la cellule négative est réduite d'environ 12.9% (elle passe de -15.43 à -13.44).



instationnaire pour Sr = 0; Du = 0 et R = 0.

Chapitre 5



Figure 5. 7 : Lignes de courant pour Sr = 0 ; Du = 0 et R = 0.5(a), 1 (*b*), 2 (*c*), 10 (*d*) et 80 (*e*).

Il convient de mentionner que la gamme stationnaire [0.45, 0.80] est marquée par la présence de deux zones d'oscillations faiblement amorties situées autour de R = 0.46 et autour de R = 0.79 et une zone d'oscillations très faiblement amorties située autour de R =0.8. En calculant le rapport de deux amplitudes successives pour R = 0.46 et 0.8, on constate que ce rapport reste proche de l'unité (environ 0.95) pour les deux valeurs de R pendant un certain intervalle de temps. Au-delà de cet intervalle, le rapport correspondant à R = 0.46 passe à une valeur proche de 0.86, alors que celui correspondant à R = 0.8 ne varie que très légèrement. Ceci indique que le taux d'amortissement est plus faible pour cette dernière valeur de R. Un autre facteur qui défavorise l'amortissement pour R = 0.8est la période d'oscillation qui est environ deux fois de celle obtenue pour R = 0.46. Concernant la deuxième gamme de R qui conduit au régime instationnaire ($0.81 \le R \le$ 0.97), une attention particulière est portée sur les changements importants concernant les variations de $\psi_{max}(t)$ et $\psi_{min}(t)$ dans cette gamme. Il est à préciser que pour R = 0.8, le régime permanent est atteint après un long processus d'oscillations amorties dont les amplitudes décroissent très lentement, comme illustré sur figure 5. 5c. Juste au-dessus de cette valeur seuil, disons pour R = 0.81, les variations de $|\psi_{min}(t)|$ et $\psi_{max}(t)$ sont caractérisées par des oscillations très lentement amplifiées (non illustrées ici) vers un régime périodique quasi-sinusoïdal. La nature quasi-sinusoïdale des oscillations est progressivement perdue à mesure qu'on augmente R au-dessus de 0.81. Ainsi, pour R =0.97, les oscillations de $\psi_{max}(t)$ illustrées sur figure 5.5d sont plus complexes que celles décrites précédemment avec l'apparition de pics supplémentaires pendant le cycle d'écoulement. Il est à noter que l'amplitude $|\psi_{\min}|/\psi_{\max}$ est réduite d'un facteur de 2.6/2.8 par rapport au cas de R = 0 (absence de chauffage interne). La période du cycle d'écoulement est au contraire augmentée d'un facteur de près de 5.4 (elle passe de 0.055 à 0.296 lorsque la valeur de *R* passe de 0 à 0.97). De manière inattendue, le régime stationnaire réapparaît dans une très petite gamme de R autour de 1 avec une structure d'écoulement différente de celle observée dans la première gamme du régime stationnaire comme on peut voir sur la figure 5. 7b pour R = 1. La nouvelle structure consiste en une cellule positive (du côté gauche) et d'une cellule négative (du côté droit) qui sont de tailles comparables et
d'un petit vortex situé dans le coin inférieur gauche de la cavité. Les lignes périphériques de la cellule positive couvrent toute la partie droite de la paroi adiabatique inférieure. Il est à noter que l'intensité de l'écoulement à l'intérieur de la cellule positive est faible comparée à celle de la cellule négative malgré leurs tailles comparables (ψ_{max} = 2.92 et $|\psi_{min}|$ = 11.89). Ceci est dû aux gradients de température (et par conséquent aux forces de flottabilité thermique) relativement faibles du côté gauche de la cavité (présence de la paroi chaude et d'un chauffage interne modéré). Au-dessus de cette très petite gamme du régime stationnaire, un régime complexe périodique a été observé et couvre la gamme $1 < R \le 1.8$. Pour montrer l'effet important de R sur les aspects qualitatifs et quantitatifs de la solution dans la gamme [1, 1.80], nous illustrons sur la figure 5. 8*a*-*c* pour R = 1.1, 1.5 et 1.8, les variations temporelles de $|\psi_{min}(t)|$ et $\psi_{max}(t)$ qui montrent de grandes différences qualitatives et quantitatives par rapport à celles décrites pour R variant dans les gammes précédentes. En effet, même si la périodicité globale de l'écoulement est préservée, la nature des oscillations est plus complexe à la fois pour les cellules positives et négatives. La période du cycle d'écoulement devient plus longue (comparée à la gamme instationnaire précédente); elle passe de 0.30 à 2.71 lorsque la valeur de *R* est augmentée de 0.97 à 1.1. Pour R = 1.1, on peut voir qu'au début de chaque cycle, les oscillations sont caractérisées par un passage brusque des valeurs minimales aux valeurs maximales pour $|\psi_{min}(t)|$ et $\psi_{max}(t)$, suivi par des périodes d'amortissement des oscillations qui finissent par disparaître pendant près de la moitié d'un cycle avant l'occurrence de nouvelles transitions marquant l'apparition de nouveaux cycles. En incrémentant la valeur de *R* de 1.1 à 1.5, la période de l'écoulement est considérablement réduite (elle tombe à 0.88) mais la nature des oscillations reste complexe. Une augmentation supplémentaire de la valeur de *R* à 1.8 réduit la période de l'écoulement à 0.45 et atténue remarquablement la complexité des oscillations (signe précurseur d'une nouvelle phase de stabilisation de l'écoulement).



(**a**)





(**c**)

Figure 5. 8 : Variation temporelle de $\psi_{\text{max}}(t)$ et de $|\psi_{\min}(t)|$ pour Sr = 0; Du = 0 et R = 1.1 (*a*), 1.5 (b) et 1.80 (c)

Chapitre 5

Effets Stabilisants et Déstabilisants



Figure 5. 9 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour Sr = 0; Du = 0 et R = 1.5.

Les transformations subies par l'écoulement durant un cycle correspondant aux signaux complexes obtenus pour R = 1.5 sont illustrées sur la figure 5. 9. Globalement, l'écoulement est organisé en cellules principales positives et négatives et en un petit vortex négatif au voisinage de la paroi adiabatique inférieure. Ce vortex disparaît pendant un intervalle de temps lors de l'évolution du cycle. Hormis quelques changements dans la taille et la forme des cellules, l'évolution de l'écoulement ne présente pas de comportement complexe. Il est à noter que pendant l'évolution du cycle d'écoulement, les cellules principales conservent toujours des tailles comparables. Cependant, l'intensité de la cellule positive (cellule de gauche) reste toujours très inférieure à celle de la cellule négative (cellule de droite). Au-dessus de la gamme 1.10 < R < 1.80, la génération interne de la chaleur stabilise à nouveau l'écoulement (nouveau retour du régime stationnaire). La solution stationnaire obtenue pour R = 2 est illustrée dans la figure 5. 7c. On voit sur cette figure que la structure de l'écoulement, comparée à celle de la figure 5.7*b* obtenue pour R = 1, présente une différence caractérisée par le détachement de la cellule positive de la paroi droite et du petit vortex situé initialement dans le coin inférieur gauche qui se détache de son côté de la paroi chaude pour s'installer dans la région centrale de la paroi adiabatique inférieure. De plus, les lignes périphériques de la cellule négative principale entrent en contact avec une petite portion de cette dernière paroi (la paroi adiabatique inférieure). La dominance de la cellule négative principale (cellule de droite) en termes d'intensité est toujours visible en notant la dispersion des lignes de courant à l'intérieur de la cellule positive principale (cellule de gauche), ce qui indique qu'un chauffage interne modéré a tendance à créer une stagnation du côté gauche de la cavité. L'augmentation de l'intensité du chauffage interne (c'est-à-dire la valeur de R) réduit la taille du petit vortex et l'écart entre les intensités des cellules principales et favorise l'expansion de la cellule de droite vers la moitié droite de la paroi adiabatique inférieure en vue de l'établissement d'un écoulement bicellulaire pseudo-symétrique dans la cavité. Les structures de l'écoulement obtenues pour R = 10 et R = 80 illustrent clairement cette tendance comme on peut voir respectivement sur les figures 5. 7d et 5. 7e. Quantitativement, le rapport $|\psi_{\min}|/\psi_{\max}$ diminue de 3.227 à 1.68 /1.117 quand la valeur de R passe de 2 à 10/80. La création d'un écoulement "pseudo-symétrique" se produit lorsque le chauffage interne crée une température beaucoup plus élevée que celle de la paroi chaude. Dans ces conditions, la paroi chaude joue un rôle de refroidissement presque équivalent à celui de la paroi froide. Ainsi, une zone de stagnation est observée dans la partie gauche de la cavité lorsque le chauffage interne est modéré et engendre (dans le fluide) des températures proches de celles de la paroi chaude, ce qui affaiblit le gradient de température (et donc les forces de flottabilité) dans la partie gauche de la cavité. Il est à noter que dans la dernière gamme du régime permanent, l'augmentation de R conduit à une augmentation de l'intensité de la cellule gauche (cellule positive). Cependant, l'intensité de la cellule de droite (cellule négative) passe par un minimum lorsque la valeur de R augmente. Ce comportement indique que, audessus de certains seuils de R, les cellules gauche et droite sont toutes les deux intensifiées par l'augmentation de ce paramètre qui caractérise l'importance relative du chauffage interne.

5.3.2 Effet de *R* pour Du = 0 et Sr = 0.5

En considérant l'effet de thermodiffusion avec un nombre de Soret positif Sr = 0.5, on a constaté qu'un régime stationnaire est établi pour toute la gamme d'intensités du chauffage interne ($0 \le R \le 80$) considérée dans cette étude. Cela signifie que la thermodiffusion a un effet stabilisant sur l'écoulement pour Sr = 0.5. Il est à souligner que pour une valeur positive de Sr, les espèces sont transférées par thermodiffusion des régions chaudes vers les régions froides. Le comportement qualitatif de l'écoulement est similaire à celui obtenu en l'absence de thermodiffusion. Cependant, dans le cas de Sr = 0.5, nous avons observé une précipitation dans le développement de la cellule positive secondaire située dans le coin supérieur gauche de la cavité. Les lignes de courant présentées sur la figure 5. 10a pour R = 0.5 (à comparer avec la figure 5. 7*a* obtenue pour R = 0.5 et Sr =Du = 0) montrent que la cellule positive gauche s'est étendue dans la partie inférieure de la cavité au point qu'elle est entrée en contact avec la paroi adiabatique inférieure et, de ce fait, elle a forcé les lignes périphériques de la cellule droite à se retirer du voisinage de cette paroi. Cependant, en l'absence de l'effet Soret et pour cette valeur de R, la figure 5. 7a montre que les lignes périphériques de la cellule positive n'atteignent pas le quart inférieur de la cavité. De plus, le développement rapide de la cellule gauche précipite l'établissement de la structure "quasi-symétrique" de l'écoulement dans le cas de Sr = 0.5 comme on peut voir en comparant les figures 5. 7d et figure 5. 10b obtenues pour R = 10 et Sr = 0 et 0.5, respectivement. Quantitativement, l'effet de la thermodiffusion sur l'intensité de l'écoulement est important et dépend de l'intensité du chauffage interne. Plus précisément, pour R = 0 (absence d'une génération interne de la chaleur), l'intensité de la cellule positive située dans le coin supérieur gauche est presque divisée par quatre en augmentant Sr de 0 à 0.5 (elle passe de 2.1 à 0.56). L'intensité de la cellule principale (cellule négative) est réduite d'un facteur de 1.4 (elle passe de 18 à 13 lorsque Sr augmente de 0 à 0.5). Pour R = 0.5, ces proportions subissent des changements radicaux dans le cas de la cellule positive dont l'évolution est caractérisée par une expansion rapide avec l'augmentation de la valeur de R en présence de la thermodiffusion (illustrée ici avec Sr = 0.5). Plus spécifiquement, pour R = 0.5, la circulation à l'intérieur de la cellule positive (cellule de gauche) est favorisée dans le cas de Sr = 0.5; son intensité augmente de 2.2 à 2.4 en incrémentant la valeur de Sr de 0 à 0.5. Cependant, la circulation au sein de la cellule négative (cellule droite) est toujours défavorisée par Sr = 0.5; son intensité est presque divisée par deux lorsque la valeur de Sr est élevée à 0.5 (elle passe de 15.2 à 7.4). En augmentant la valeur de R de 0.5 à 2, le rapport entre les intensités des cellules positives/négatives (cette comparaison ne concerne que les cellules principales) obtenu pour Sr = 0 et 0.5 est augmenté /réduit (pour R = 2, la valeur de $\psi_{\rm max}$ / $|\psi_{\rm min}|$ vaut 3.56/11.5 et 4.57/7.03 pour Sr = 0 et 0.5, respectivement). Pour une valeur suffisamment grande de l'intensité du chauffage interne, la tendance est inversée ; l'effet de la thermodiffusion pour Sr = 0.5 a été trouvé amortissant de l'écoulement à l'intérieur des cellules positives et négatives en raison de l'inversion du gradient de température dans le côté gauche de la cavité qui change le rôle de la paroi chaude pour la forcer à évacuer la chaleur. Par exemple, pour R = 20, la valeur de $\psi_{\text{max}}/|\psi_{\text{min}}|$ est 17.7/11.7 et 12.7/10.9 pour Sr = 0 et 0.5, respectivement

(b)



Figure 5. 10 : Lignes de courant pour Sr = 0.5 ; Du = 0 et R = 0.5 (*a*) et R = 10 (*b*).

5.3.3 Effet de R pour Du = 0 et Sr = -0.5

(a)

Par comparaison avec le cas de Sr = 0 (absence de thermodiffusion), on peut voir d'après le tableau 5.1 que la première région d'instabilité est considérablement élargie dans le cas de Sr = -0.5; elle passe de la gamme [0, 0.44] à [0, 4.9]. De plus, la thermodiffusion étend les instabilités même dans la zone de chauffage interne modéré ; elles couvrent toute la gamme $5.2 \le R \le 20$. En effet, si on exclut la petite fenêtre $4.91 \le R \le 5.1$ pour laquelle des solutions stationnaires sont obtenues, le reste de toute la plage [0, 20] est déstabilisé par thermodiffusion pour Sr = -0.5. Il est à noter qu'en l'absence de thermodiffusion (Sr =0), toutes les instabilités ont été observées pour des valeurs de R inférieures à 1.85. Il convient de mentionner que dans le cas d'un nombre de Soret négatif, la thermodiffusion transporte les espèces des régions froides vers les régions chaudes. Le régime instationnaire, obtenu pour Sr = -0.5 dans la gamme [0, 4.9] est similaire à celui obtenu pour Sr = 0dans la gamme [0, 0.44] ; il est caractérisé par des oscillations sinusoïdales pour ψ_{min} et un

Chapitre 5

aplatissement autour du minimum pour ψ_{max} (résultats non présentés). Pour R = 5.2, la figure 5. 11*a* montre que la forme du signal de ψ_{max} s'écarte légèrement du signal sinusoïdal suite à l'apparition d'une petite déformation dans la région du minimum de ce signal. L'augmentation de l'intensité du chauffage interne au-dessus de certains seuils corrige les anomalies présentées par les signaux de ψ_{max} et ψ_{min} et ramène les signaux au comportement sinusoïdal comme l'illustre la figure 5. 11*b* pour R = 10.



Figure 5. 11 : Oscillations de ψ pour Sr = -0.5; Du = 0 et R = 5.2 (*a*) et 10 (b).

Un autre changement important qui accompagne la diminution de la valeur du nombre de Soret de 0 à -0.5 est la disparition des signaux complexes observés dans la gamme $1 < R \leq 1.8$; cette complexité est simplement remplacée par des oscillations quasisinusoïdales. Pour Sr = -0.5, la période du cycle d'écoulement subit des variations relativement faibles lorsqu'on fait varier le paramètre R dans la gamme $0 \le R \le 6$. Quantitativement, elle varie entre 0.045 et 0.049 (ce qui correspond à une variation inférieure à 8,5%) dans toute cette gamme. Cette période est presque divisée par deux en augmentant la valeur de *R* de 6 à 20 (elle passe de 0.044 à 0.024). Rappelons qu'en l'absence de thermodiffusion, la période du cycle d'écoulement varie d'un facteur de 49 lorsque R varie de 0 à 1. L'intensité de l'écoulement est améliorée par le nombre de Soret négatif. En l'absence du chauffage interne, l'intensité des cellules positives/négatives est augmentée de 2.1/18 à 3.1/21.9 lorsqu'on change la valeur de Sr de 0 à -0.5. L'évolution de l'intensité de la cellule principale avec R est caractérisée par une faible variation sur une large plage de ce paramètre. Ainsi, pour Sr = -0.5, lorsque la valeur de R est incrémentée de 0 à 10, la valeur correspondante de $|\psi_{\min}|$ diminue de 21.9 à 19.7, alors que dans le cas de Sr = 0, la valeur de $|\psi_{\min}|$ passe de 18 à 11.3 en augmentant la valeur de *R* de 0 à seulement 1.5. Ces comportements conduisent à un écart important entre l'intensité de $|\psi_{\min}|$ obtenue avec Sr = 0 et celle obtenue avec Sr = -0.5 dans une certaine gamme du paramètre *R*. Pour R = 1.5, par exemple, la valeur de $|\psi_{\min}|$ est presque doublée lorsque *Sr* diminue de 0 à -0.5. Cet écart est largement réduit pour les grandes valeurs du paramètre R (le rapport des intensités des cellules négatives chute d'environ 1.3 pour R = 80). L'intensité de la cellule positive située dans le coin supérieur gauche (c'est-à-dire la cellule secondaire) est renforcée par le nombre de Soret négatif bien que son expansion dans la cavité soit retardée. L'écart entre les intensités des cellules positives (pour Sr = 0 et -0.5) est relativement faible en certaines périodes de chauffage interne modéré ; il passe de 48% pour R = 0 à 5.3% pour R = 10 puis à 21% pour R = 80.

Le retard enregistré dans l'expansion de la cellule de l'écoulement secondaire est illustré sur la figure 5. 12 pour R = 1.5 où l'évolution de l'écoulement pendant une période du cycle est présentée à des instants représentatifs. Par comparaison au cas de Sr = 0 et R = 1.5 de la figure 5. 9 pour lequel la cellule positive s'étend le long de toute la paroi chaude et couvre une partie importante de la paroi adiabatique inférieure, le cas de Sr =-0.5 réduit considérablement l'espace couvert par la cellule positive ; ses lignes périphériques sortent à peine du quart supérieur gauche de la cavité uniquement pendant une partie du cycle d'écoulement. Une évolution similaire est observée prématurément en l'absence de thermodiffusion, comme illustré par la figure 5. 6 pour Sr = 0 et R = 0.4. Cependant, en termes d'intensité, la cellule positive gauche supérieure, obtenue pour Sr =-0.5 et R = 1.5 (malgré sa taille limitée), est sensiblement plus intense ($\psi_{max} = 4.37$) que la cellule correspondante obtenue pour Sr = 0 et R = 1.5 ($\psi_{max} = 3.31$).



Figure 5. 12 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour Sr = -0.5; Du = 0 et R = 1.5.

Chapitre 5

Tableau 5. 2 : Délimitations des zones instationnaires en présence des effets Soret et Dufour.

• Sr = -0.5

R	0	0.5	1	1.5	2	4.9	4.91	5.1	5.2	6	10	15	17	20	21	22	30	40	43	43.5	60	80
0	Quasi-sinusoïdal			asi-sinusoïdal Stationnair			onnaire	Périod	ique	Périodique très		sinusoïdal	Fortement	Stationnaire								
						simple			simple			Amorti 🗲										
nq												=			Stationnaire							
•											Pres	que sinus	oïdal									

	0	1	5.1		22	30	40	43	43.5	60	80
. 5											
				Périodique	Pério	odes	Qu	lasi-	stati	ionnai	ire
n					plu	IS	sinu	soïdal			
Ď					simp	oles					

Périodique	Stationnaire	Sinusoïdal	Quasi-sinusoïdal

• $\underline{Sr} = 0$

R	0	0.40	0.44	0.45	0.46	0.47	0.5	0.6	0.7	0.78	0.79	0.8	0.81
0													
<i>n</i> =	Quasi-sinusoïdal Fortement amorti →			station	naire		Fortement amorti 🔿	Faiblement amorti →	amplifié				
D		stationnaire		e					stationnaire	stationnaire à partir de $ au=15$			
0.1										C	Juasi-sinusoïdal		
										×	uusi sinusoiuui		

R	0.82	0.85	0.97	1	1.1	1.25	1.35	1.5	1.65	1.80	1.85	1.9	2	3	4	4.75	4.9	5	
Du = 0	Périodiqu	ie simp	le	S		Pério	des plu	is com	plexes		Faiblement amorti					station	naire		
Du = 0.5						Quasi-s	sinusoïo	dal						Péri c	odiqu omple	ies très exes	Amorti → le stationnaire		

R	10	15	17	40	80	
$D_{11} = 0$						
Du = 0						
Du = 0.5	à $\tau = 9$	sinusoïdal	stationnaire			

• Sr = 0.5 et Du = 0



Périodique	Stationnaire	Sinusoïdal	Quasi-sinusoïdal

5.3.4 Effet de *R* pour Sr = 0 et Du = 0.5

L'effet Dufour induit des flux thermiques proportionnels aux gradients de concentration. Le tableau 5.2 montre qu'en l'absence de thermodiffusion, l'effet Dufour, illustré ici par la valeur Du = 0.5, élargit les gammes d'instabilités obtenues pour Du = 0, de sorte qu'elles couvrent toute la gamme $0 \le R \le 4.8$. De plus, il engendre une petite fenêtre d'instabilité dans une plage du chauffage interne modéré autour de R = 15. Rappelons qu'en l'absence des effets Soret et Dufour, les régimes oscillants sont limités aux gammes de R inférieures à 1.85. En présence de l'effet Dufour, les oscillations obtenues dans la gamme $0 \le R \le 2$ sont quasi-sinusoïdales et similaires à celles obtenues pour Du = 0 avec de faibles intensités du chauffage interne ($R \leq$ 0.4). Cependant, des signaux complexes sont obtenus dans la gamme 2 $< R \leq$ 4,8 comme illustré sur la figure 5. 13 pour R = 3, 4.5 et 4.75. Par comparaison au cas de Du = 0, la gamme de R de comportement complexe est déplacée vers des intensités de chauffage relativement élevées (pour Du = 0, un comportement complexe est observé en dessous de R = 1.8). Pour R = 3 et 4.5, un amortissement des oscillations est observé pendant un intervalle du cycle d'écoulement mais, globalement, les signaux obtenus sont très différents de ceux correspondants à Sr = 0 et Du = 0 (voir figure 5. 8 pour Sr = Du = 0 et R = 1.1, 1.5 et 1.8). Les oscillations obtenues autour de R = 15 sont simplement sinusoïdales. La période d'écoulement est faible et varie faiblement dans la gamme $0 \le R \le 2$ ($\mathcal{T} = 0.04/0.044$ pour R = 0/2). Des périodes plus longues sont observées dans le cas de comportements complexes. Pour R = 3, par exemple, T = 0.88 (i.e. 20 fois la période obtenue avec une intensité de chauffage très faible) et elle tombe à 0.25 en augmentant la valeur de R à 4.8. Pour R = 15, la période d'écoulement est près de la moitié de celle obtenue avec une très faible intensité du chauffage. Ainsi, en l'absence du phénomène de thermodiffusion, l'effet Dufour avec une valeur positive de Du élargit, en termes de R, la gamme d'instationnarité de l'écoulement, déplace les comportements complexes des signaux vers des intensités de chauffage relativement élevées et déstabilise le flux dans une plage de chauffage modérée autour de la valeur R = 15. Le changement de l'état de l'écoulement au cours d'un cycle illustré par la figure 5. 14 pour Sr = 0, Du = 0.5 et R = 1.5 indique clairement que l'effet Dufour retarde le développement de l'écoulement secondaire. En fait, comparé au cas de Du =0 où la cellule positive couvre toute la paroi chaude (figure 5. 9 pour Sr = Du = 0 et R =1.5), cette dernière reste localisée sur une zone très limitée de la moitié supérieure de la cavité pour Du = 0.5.



Figure 5. 13 : Oscillations de ψ pour Sr = 0; Du = 0.5 et R = 3 (*a*), 4.5 (b) et 4.75 (c).



Figure 5. 14 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour Sr = 0; Du = 0.5 et R = 1.5.

5.3.5 Effet de *R* pour Sr = 0.5 et Du = 0.5

L'inclusion de l'effet Dufour en présence du phénomène de thermodiffusion avec Sr = 0.5, déstabilise l'écoulement dans la gamme $0 \le R \le 2.85$. Pour cette combinaison du phénomène de thermodiffusion et de l'effet Dufour, la nature quasi-sinusoïdale des oscillations de ψ_{max} et ψ_{min} est maintenue dans la gamme $0 < R \leq 0.5$ avec une période proche de celle obtenue pour Sr = 0 et Du = 0.5 (T = 0.045/0.047 pour R = 0/0.5). Audessus de ce seuil, la complexité des signaux et la période d'écoulement augmentent avec *R*. Ainsi, pour R = 2, la figure 5. 15*a* montre que le signal de ψ_{max} (le signal de ψ_{min} étant le moins complexe) présente un comportement très complexe, avec une forte augmentation de la période d'écoulement (T est multiplié par un facteur de 9.3 lorsque R augmente de 0 à 2). L'augmentation de R au-dessus de la valeur R = 2 atténue progressivement la complexité des oscillations et diminue la période de l'écoulement comme cela est illustré sur la figure 5. 15b pour R = 2.8. Cette figure montre que les signaux de ψ_{\min}/ψ_{\max} ne présentent que deux/trois pics par cycle d'écoulement. De plus, la période de l'écoulement est presque divisée par deux en augmentant la valeur de R de 2 à 2.8. Il est à noter que le cycle d'écoulement complexe obtenu en l'absence des effets de Soret et Dufour (voir par exemple la figure 5. 8*a* pour R = 1.1) est très différent de celui résultant de l'interaction entre les effets de Soret et Dufour pour Du = Sr = 0.5. Dans le premier cas, nous avons observé une phase d'amortissement des oscillations (qui couvre une partie importante de la période d'écoulement) même au sein de l'évolution complexe des signaux de ψ_{max} et ψ_{min} . De plus, les périodes enregistrées pour les cycles complexes en l'absence des effets de Soret et de Dufour sont beaucoup plus grandes que celles obtenues pour Sr = Du = 0.5 (leur rapport est d'environ 6). Les transformations subies par la structure de l'écoulement lors de l'évolution du cycle sont illustrées sur la figure 5. 16 à des instants spécifiés pour R = 1.5et Sr = Du = 0.5.

On notera que l'interaction des effets Soret et Dufour a un effet important sur le développement de la cellule positive située dans le coin supérieur gauche. En fait, pour Sr = 0.5 et en l'absence de l'effet Dufour, cette dernière cellule couvre toute la paroi chaude et une partie de la paroi adiabatique inférieure pour R = 1.5. En l'absence des effets Soret et Dufour (Sr = Du = 0), on observe un comportement similaire avec l'apparition d'un petit tourbillon d'importance marginale dans le coin inférieur gauche de la cavité pendant un certain intervalle de temps. Cependant, pour Sr = Du = 0.5, l'effet du petit vortex est renforcé pendant une partie du cycle d'écoulement. En fait, après sa création (dans le coin inférieur gauche), sa taille augmente jusqu'à ce qu'il fusionne avec la cellule négative principale située dans la partie droite de la cavité. Cette fusion empêche le contact entre la cellule positive et la paroi adiabatique inférieure pendant un certain intervalle de temps lors de l'écoulement.





(**b**)

Figure 5. 15 : Variation temporelle de $\psi_{max}(t)$ et de $|\psi_{min}(t)|$ pour Sr = 0.5; Du = 0.5 et R = 2 (*a*) et 2.8 (*b*).





Figure 5. 16 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour Sr = 0.5; Du = 0.5 et R = 1.5.

5.3.6 Effet de *R* pour Sr = -0.5 et Du = 0.5

L'inclusion de l'effet Dufour dans le cas du nombre de Soret négatif Sr = -0.5élargit la gamme du paramètre *R* pour laquelle le régime d'écoulement est oscillant. Ainsi, le tableau 2 montre que les instabilités couvrent la gamme $0 \le R \le 42.5$. Il est utile de rappeler, à titre de comparaison, qu'en l'absence de l'effet Dufour et Sr = -0.5, la valeur supérieure de la gamme de R conduisant à des régimes oscillants est inférieure à 20. Même la petite fenêtre de stabilité observée dans la gamme $4.91 \le R \le 5.1$ est détruite par l'interaction entre l'effet Soret et l'effet Dufour. Il ressort clairement du tableau 2 que la combinaison (Sr, Du) = (-0.5, 0.5) est la plus déstabilisante parmi toutes les combinaisons examinées dans ce travail. Pour les faibles valeurs du paramètre du chauffage interne, les signaux de ψ_{max} et ψ_{min} obtenus pour R = 0 et R = 5.1 (illustrés sur la figure 5. 17*a* pour R = 0) sont similaires à ceux obtenus pour Du = 0 et illustrés par la figure 5. 11a. Cependant les périodes des cycles en présence de l'effet Dufour sont réduites. Par exemple, pour R = 0, la période décroît de T = 0.045 à T = 0.036 en augmentant la valeur de Du de 0 à 0.5. Pour des intensités du chauffage interne relativement élevées, la figure 5. 17b obtenue pour R = 20 montre que le signal de ψ_{\min} perd sa forme sinusoïdale. L'aplatissement présenté par le signal de ψ_{max} (voir la figure 5.13*a*) disparaît mais l'amplitude des oscillations varie avec le temps de telle sorte que quatre pics sont comptés dans chaque cycle d'écoulement. Par comparaison, les signaux sont simplement sinusoïdaux pour R = 20 en l'absence de l'effet Dufour (Du = 0). Pour cette valeur de R, la période de l'écoulement est multipliée par un facteur d'environ 4.6 par l'inclusion de l'effet Dufour (elle passe de 0.024 à 0.11). Dans le cas de Du = 0.5, l'établissement du régime oscillant avec un comportement sinusoïdal pour les oscillations de ψ_{\max} et ψ_{\min} nécessite des valeurs de R supérieures à 30. Les variations subies par la structure de l'écoulement pendant un cycle sont présentées sur la figure 5.18 pour R = 1.5 et Du = 0.5. Il est à noter que dans le cas de Du = 0, la centro-symétrie de l'écoulement est visiblement détruite, comme en

témoigne la forte disproportionnalité des tailles entre la cellule positive située dans la partie supérieure de la cavité et celle située dans sa partie inférieure (voir figure 5. 12).

Pour Du = 0.5, les cellules positives ont presque la même taille pendant une durée importante du cycle d'écoulement. Au cours de cette période, l'écoulement est quasisymétrique par rapport au centre de la cavité. Globalement, le développement de la cellule positive supérieure (en termes de taille) présente un peu de retard en présence de l'effet Dufour. Cependant, le processus de rétrécissement de la cellule positive inférieure est visiblement retardé. L'effet Dufour augmente considérablement l'intensité de l'écoulement pour une très faible intensité du chauffage interne. Par conséquent, pour R = 0, $|\psi_{\min}|/\psi_{\max}$ augmente de 21.9 /3.10 à 27.5/4.44 en augmentant Du de 0 à 0.5. Pour la même augmentation de Du, $|\psi_{\min}|/\psi_{\max}$ passe de 20.9/6.75 à 27.4/6.88 pour R = 4.9. L'écart entre les intensités de la cellule positive est alors fortement réduit en augmentant R de 0 à 4.9. Au-dessus de certains seuils de R, l'effet Dufour renforce la cellule négative et affaiblit la cellule positive. Par exemple, pour R = 20, $|\psi_{\min}|/\psi_{\max}$ augmente/diminue de 23.3/14.0 à 26.1/12.4 en augmentant Du de 0 à 0.5.



Figure 5. 17 : Oscillations de ψ pour Sr = -0.5; Du = 0.5 et R = 0 (*a*) et 20 (*b*).



Figure 5. 18 : Lignes de courant illustrant l'évolution de l'écoulement instationnaire pour Sr = -0.5; Du = 0.5 et R = 1.5.

5.3.7 Transferts de chaleur et de masse

Dans ce sous-paragraphe, on discutera l'effet combiné de tous les paramètres de contrôle sur les transferts thermiques et massiques via les parois actives de la cavité. En raison des nombreuses gammes de R (dépendamment des autres paramètres de contrôle) pour lesquelles les solutions obtenues sont instationnaires, nous nous contentons de présenter les valeurs moyennées sur des cycles d'écoulements des nombres de Nusselt et de Sherwood pour les solutions oscillantes.

5.3.7.1 Transfert de chaleur

Les nombres de Nusselt moyens calculés sur les parois chauffée (Nu_1) et refroidie (Nu_0) sont présentés en fonction de R sur les figures 5. 19*a*-*b* pour Du = 0 et 0.5 et différentes valeurs de Sr. Depuis la fenêtre de zoom des figures 5. 19c-d, on peut voir que, pour R = 0, la courbe de $Nu_1/(Nu_0)$ démarre avec une variation relativement faible (si on excepte le cas de Sr = 0.5 et Du = 0). Au-dessus d'une certaine limite de R, qui dépend à la fois de Sr et Du, les nombres de Nusselt subissent une forte variation sur une plage limitée de ce paramètre. Au-dessus de cette dernière gamme de R, les variations des nombres de Nusselt sont ralenties et caractérisées par des évolutions quasi-linéaires avec des pentes presque identiques. On peut voir sur les figures 5. 19c-d que l'évolution de $Nu_0/(Nu_1)$ est caractérisée par une diminution/(augmentation) en augmentant Du (pour Sr donné) ou en diminuant Sr (pour Du donné). De même, les valeurs seuils de R au-dessus desquelles la paroi chaude joue un rôle de refroidissement (Nu_1 devient négatif) peuvent être considérablement affectées par les changements de Sr et/ou Du. Par exemple, pour Du =0.5, la valeur seuil de R passe de 4.9 à 9.45 en diminuant la valeur de Sr de 0.5 à -0.5. Pour Sr = -0.5, elle passe de 4.9 à 9.45 quand la valeur de Du augmente de 0 à 0.5. La combinaison (Sr, Du) = (-0.5, 0.5) est la plus défavorable au changement de rôle de la paroi chaude pour devenir évacuatrice de la chaleur au lieu de fournir de la chaleur au fluide. Quantitativement, les effets de Sr et Du sur $Nu_1/(Nu_0)$ peuvent être très forts dans certaines gammes de faibles valeurs de R. Pour R = 1 par exemple, la valeur de Nu_1 est multipliée

par un facteur de 2.7/(2.14) quand la valeur de *Sr* diminue de 0.5/(0) à -0.5, en l'absence de l'effet Dufour. Pour la même diminution de Sr, la valeur de Nu_0 est multipliée par un facteur de 1.8/1.6. La combinaison qui assure la meilleure évacuation de la chaleur à travers la paroi froide et également le meilleur échange avec la paroi chaude quand celle-ci joue un rôle de chauffage est (Sr, Du) = (-0.5, 0.5). La même combinaison de ces deux derniers paramètres est la moins défavorable à l'évacuation de la chaleur à travers la paroi chaude quand celle-ci change de rôle et devient évacuatrice de la chaleur. Il est à rappeler que cette combinaison est la plus déstabilisante ; elle étend les instabilités jusqu'à une intensité de chauffage R = 43.5 (un seuil beaucoup plus élevé que ceux enregistrés pour les autres combinaisons). Les courbes de Nu_0 et Nu_1 correspondant à la dernière combinaison se démarquent complètement des courbes correspondant aux cinq autres combinaisons dans la gamme $5 \le R \le 17$. Dans cette gamme, un écart considérable est maintenu entre la combinaison la plus déstabilisante et les combinaisons restantes de (Sr, Du) en termes de transfert de chaleur. Quantitativement, pour R = 10 par exemple, le changement des valeurs de la combinaison (Sr, Du) de (0.5, 0) à (0, 0.5) conduit à une augmentation de 11.5% de Nu_0 alors que le changement de (Sr, Du) de (0.5, 0) à (-0.5, 0.5) conduit à une augmentation de 41% de Nu₀. Au-dessus de la valeur de l'intensité de chauffage interne R = 17, l'effet de la combinaison (*Sr*, *Du*) est moins important (puisque toutes les courbes sont proches les unes des autres) et il est atténué en augmentant R. Pour R = 20, la variation maximale enregistrée en termes de Nu_0 en changeant la combinaison (Sr, Du) est de l'ordre de 12% et chute à 5.4% pour R = 80.



Figure 5. 19 : Variations des nombres de Nusselt moyens vs. $R : Nu_1(a)$ avec zoom (c) et $Nu_0(b)$ avec zoom (d) pour Du = 0, Du = 0.5 et différentes valeurs de Sr.

5.3.7.2 Transfert de masse

Le nombre de Sherwood moyen calculé sur la paroi gauche est illustré sur la figure 5. 20 pour différentes valeurs de Du et Sr. Les courbes de Sh sont caractérisées par de fortes variations du transfert de masse dans de petites gammes de R inférieures à la valeur R = 5. Si l'on excepte la combinaison (Sr, Du) = (0.5, 0), pour toutes les autres combinaisons de ces paramètres, le nombre de Sherwood passe par un maximum suivi d'un minimum lorsque le paramètre R est augmenté entre 0 et 80. Pour la combinaison (Sr, Du) = (0.5, 0), Sh subit une diminution abrupte vers un minimum atteint pour R = 0.5, puis augmente ensuite de manière monotone en incrémentant R. Tous les maximums et les minimums observés sont situés en dessous de R = 5, à l'exception de la combinaison (Sr, Du) = (-0.5, 0.5), pour laquelle ils sont obtenus pour R = 10 et 17, respectivement. L'impact de l'effet Soret/Dufour sur le transfert de masse peut changer radicalement en modifiant l'intensité de chauffage dans la gamme $0 \le R \le 5$. Par exemple, pour Du = 0.5, l'augmentation de Sr de 0 à 0.5 améliore le transfert de masse de 21.4% pour R = 0.5, mais le réduit de 37.6% pour R = 2. Pour Sr = 0.5, l'augmentation de la valeur de Du de 0 à 0.5 engendre une multiplication du transfert de masse par un facteur de 2 pour R = 0.5, mais l'influence négativement en le réduisant de 11% pour R = 4.9. Au-dessus de R = 5, le transfert de masse est amélioré par l'intensification du chauffage interne pour toutes les combinaisons (Sr, Du) si l'on excepte la combinaison la plus déstabilisante (c'est-à-dire Sr = -0.5 et Du = 0.5). De plus, l'augmentation du paramètre Dufour de 0 à 0.5 entraîne une réduction du transfert de masse pour Sr = 0 et 0.5 (la réduction étant négligeable pour Sr = 0 dans la gamme $R \ge 20$) et une amélioration de ce dernier pour Sr = -0.5. La combinaison particulière (Sr, Du) = (-0.5, 0.5) semble être la plus favorable au transfert de masse uniquement dans les gammes $2.70 \le R \le 14.30$ et $55.39 \le R \le 80$ malgré son effet déstabilisateur qui couvre toute la plage $0 \le R \le 40$. De plus, pour des intensités de chauffage autour de R = 17, le transfert de masse induit par cette valeur de R est proche de celui le plus faible (ce dernier étant induit par la combinaison (Sr, Du) = (-0.5, 0)).



Figure 5. 20 :Variations du nombre de Sherwood moyen vs. R pour Du = 0 et 0.5 et différentes valeurs de Sr.

5.4 Conclusion

ans ce chapitre, la convection thermosolutale laminaire développée dans une cavité rectangulaire en présence des effets Soret et Dufour et d'une génération interne de la chaleur est étudiée numériquement. Les températures et les concentrations imposées sur les parois verticales sont constantes mais différentes. Le problème a été traité avec la méthode à temps de relaxation multiple de Boltzmann (MRT-LBM). Le code a été validé avec succès en confrontant les résultats obtenus avec la méthode MRT-LBM à ceux obtenus avec une formulation macroscopique utilisant la méthode des différences finies (méthode ADI). Les résultats présentés montrent que l'effet de la génération interne de la chaleur, et des effets Soret et Dufour jouent un grand rôle dans la stabilisation et la déstabilisation de l'écoulement.

Les principales conclusions relevées de cette étude sont résumées comme suit:

- En l'absence des effets Soret et Dufour, les résultats obtenus montrent une évolution complexe (alternance de régimes oscillants et stationnaires) de la solution en augmentant *R*.
- La thermo-diffusion avec un paramètre de Soret positif stabilise l'écoulement et la solution obtenue est stationnaire sur toute la gamme de variation de $R(0 \le R \le 80)$.
- La diffusion-thermo avec un paramètre de Dufour positif a un effet déstabilisant pour toutes les valeurs de Sr (elle élargit la zone d'instationnarité qui se maintient jusqu'à des valeurs élevées de R).
- La combinaison (Sr, Du) = (-0.5, 0.5) est la plus déstabilisante (le régime stationnaire n'est établi qu'à partir de R = 43.5). Cette combinaison conduit à la meilleure évacuation de la chaleur à travers la paroi froide ainsi qu'au meilleur échange thermique avec la paroi chaude lorsque celle-ci joue un rôle de chauffage.
- La combinaison la plus déstabilisante (Sr, Du) = (-0.5, 0.5) n'est la plus favorable au transfert de masse que dans des gammes limitées de l'intensité du chauffage.

Conclusion générale

Le contenu de la thèse porte sur l'étude de la convection thermosolutale en présence des effets Soret et Dufour et d'une génération volumique interne uniforme de la chaleur. Plusieurs objectifs étaient initialement fixés, parmi lesquels le recours à des méthodes numériques de simulation différentes des méthodes classiques basées sur une résolution directe des équations de Navier-Stokes, de l'énergie et de la conservation des espèces. Le deuxième objectif était de rester dans l'alignement des travaux réalisés analytiquement et numériquement au LMFE sur des problèmes de convection thermosolutale en présence et en absence de l'effet Soret. La richesse des comportements singuliers observés dans les travaux réalisés, en plus du dénuement relatif de la littérature sur certains aspects des problèmes de la convection thermosolutale (chapitre 1) ont constitué une réelle motivation pour le choix du présent sujet. Ainsi, un tour d'horizon des travaux disponibles dans la littérature a constitué le contenu du premier chapitre de la thèse. Cette recherche bibliographique, ciblée et sélective en raison de l'abondance des travaux disponibles, est suffisante pour justifier l'intérêt de la présente étude. Dans le deuxième chapitre, les équations régissantes sont formulées dans leurs formes macroscopiques. Le choix des grandeurs d'échelles appropriées pour rendre les équations adimensionnelles est généralement requis avant d'utiliser les méthodes classiques de résolution. Dans ce chapitre on donne également un aperçu sur la méthode de Boltzmann sur réseau en rappelant quelques fondements sur lesquels elle repose (méthode initialement développée à partir de la théorie de la physique statistique) et les approximations (linéarisation) de l'opérateur de l'inertie qui a rendu cette méthode plus accessible pour traiter des problèmes d'écoulements et des transferts. Le manuscrit contient essentiellement trois chapitres de résultats (chapitres 3, 4 et 5).

Dans le **chapitre 3**, qui a été consacré à l'étude de la convection thermosolutale laminaire dans une cavité carrée en présence de l'effet Soret et d'une génération interne de

la chaleur soumises à des températures et à des concentrations constantes mais différentes sur ses parois verticales, un complément de la méthode numérique utilisée (DF-LBM) est exposé. Les résultats obtenus montrent que, de manière générale, les régions présentant des températures élevées sont situées au voisinage de la partie supérieure adiabatique. L'apparition de l'écoulement bicellulaire, engendrée par l'augmentation du paramètre R, a été observée pour N = 1 et -1 mais son évolution vers une structure "quasi-symétrique" est largement précipitée pour N = -1. L'étude a montré également l'existence d'un phénomène d'hystérésis pour cette valeur négative de N mais cette existence est restreinte à une petite gamme de faibles valeurs de R qui dépend du paramètre de Soret. Les deux solutions obtenues dans cette gamme présentent des caractéristiques très différentes. De plus, il existe une valeur seuil de *R* à partir de laquelle la paroi chaude évacue de la chaleur (joue un rôle similaire à la paroi froide) et ce phénomène est précipité dans le cas N = -1qui favorise un développement rapide de l'écoulement secondaire (par augmentation de *R*). La concentration moyenne du mélange binaire exhibe une augmentation/diminution quasi linéaire avec *R* pour la valeur positive/négative du paramètre de Soret.Cette évolution de la concentration moyenne peut être déduite d'une corrélation proposée. Il a été trouvé également que l'interaction entre la génération de la chaleur et la thermodiffusion peut jouer un rôle de purification ou de charge du fluide des espèces dépendamment du signe du paramètre de Soret. Le transfert de masse a été trouvé très dépendant de la génération interne. Pour N = 1/(N = -1) et R > 3, le transfert de masse décroît/croît en augmentant R en raison du lent/rapide développement de l'écoulement secondaire. Finalement, des corrélations utiles ont été dérivées pour décrire les variations du nombre de Sherwood vs. R pour les valeurs de N et Sr considérées dans la présente étude.

Dans le **chapitre 4**, deux éléments nouveaux ont été introduits par rapport au chapitre précédent qui sont l'inclinaison δ de la cavité (0°, 30° et 60°) et le rapport de forme dont la valeur a été changée à A = 2 (cavité rectangulaire). L'inclinaison de la cavité, le paramètre de Soret et le paramètre qui caractérise l'intensité de la génération interne ont des effets sur les résultats dont l'importance varie selon le paramètre considéré. Pour N = 1, la nature monocellulaire de l'écoulement observée pour R = 0 est maintenue en variant

l'inclinaison δ et le paramètre Sr (Sr = 0 et -0.5) et le passage à l'écoulement bicellulaire est obtenu par augmentation de R. Comparativement, pour la même valeur de R (R = 0), la structure de l'écoulement est plus complexe et change de comportement (solution oscillatoire) pour N = -1 et Sr = 0 et 0.5. Le passage dans ce cas au régime bicellulaire a lieu prématurément (à partir des valeurs plus faibles de R). La valeur de la température moyenne vs. R est relativement sensible aux variations des autres paramètres dans le cas N = 1 et indépendante des inclinaisons 0° et 30° et $Sr \ge 0$ pour N = -1 sauf pour $\delta = 60°$ où une faible influence de Sr est observée pour les grandes valeurs de R. Pour N = 1/(-1)et $Sr \le 0/(\ge 0)$, la combinaison de ce dernier paramètre avec les grandes valeurs de R et des inclinaisons relativement élevées est importante si l'objectif est de maintenir le fluide à une concentration élevée/(faible).

Le dernier chapitre du manuscrit, **chapitre 5**, traite le cas de la configuration rectangulaire (A = 2), verticale $(\delta = 0^{\circ})$ différentiellement chauffée et salée avec génération interne de la chaleur $(0 \le R \le 80)$, effet Soret (Sr = -0.5, 0, 0.5), effet Dufour (Du = 0, 0.5) et forces volumiques solutale et thermique opposées N = -1. Dans ce chapitre les effets stabilisants et déstabilisants des paramètres de Soret et Dufour sur les gammes des intensités de la génération interne de la chaleur qui conduisent à des écoulements stationnaires et instationnaires en l'absence des effets de la thermo-diffusion et de la diffusion-thermo ont été identifiés pour différentes combinaisons de ces paramètres. Le rôle stabilisant ou déstabilisant que peut jouer l'interaction entre les effets Soret et Dufour sur l'écoulement, est bien mis en évidence dans cette étude.

En conclusion, la présente étude a mis en évidence des phénomènes importants et non reportés dans la littérature. Le recours à des méthodes mésoscopiques donnera une impulsion à la recherche fondamentale basée sur des outils de simulation et ouvrira également la voie pour aborder des problèmes à caractère appliqué.

Références



- Abassi, W. (2014), "Investigations Expérimentales et Modélisations Numériques Par La Méthode de Lattice Boltzmann (LBM) Pour l'étude Des Transferts Dans Les Ecoulements Tourbillonnaires", PhD Thesis, Université de Nantes.
- Addakiri, S. (2010), "Développement de Schémas Hybrides de Type Lattice Boltzmann/Volumes Finis Pour La Modélisation Des Transferts de Chaleur et de Masse En Projection Thermique.", PhD Thesis, Université de Settat, Université de Limoges.
- Al-farhany, K.A.J. (2012), Numerical Investigations of Heat and Mass Transfer in a Saturated Porous Cavity with Soret and Dufour Effects, Faculty of Engineering and Physical Sciences.
- Alex, S.M. and Patil, P.R. (2001), "Effect of variable gravity field on Soret driven thermosolutal convection in a porous medium", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 28 No. 4, pp. 509–518.

~~ B ~~

- Balla, C.S. and Naikoti, K. (2015), "Soret and Dufour effects on free convective heat and solute transfer in fluid saturated inclined porous cavity", *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 18 No. 4, pp. 543–554.
- Bao, Y.B. and Meskas, J. (2011), "Lattice Boltzmann Method for Fluid Simulations", No. 2, pp. 1–16.
- Bechereau, M. (2016), *"Elaboration de Méthodes Lattice Boltzmann Pour Les Ecoulements Bifluides à Ratio de Densité Arbitraire"*, PhD Thesis, Université Paris-Saclay.
- Bettaibi, S., Kuznik, F. and Sediki, E. (2014), "Hybrid Lattice Boltzmann Finite Difference Simulation of Mixed Convection Flows in a Lid-Driven Square Cavity", *Physics Letters*,

Section A: General, Atomic and Solid State Physics, Vol. 378 No. 32–33, pp. 2429–2435.

- Bhatnagar, P.L., Gross, E.P. and Krook, M. (1954), "A Model for Collision Process in Gases.
 I: Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component System", *Physical Review*, Vol. 94 No. 3, pp. 511–525.
- Bhuvaneswari, M., Sivasankaran, S. and Kim, Y.J. (2011), "Numerical study on double diffusive mixed convection with a soret effect in a two-sided lid-driven cavity", *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, Vol. 59 No. 7, pp. 543–560.
- Blanco, P., Polyakov, P., Bou-Ali, M.M. and Wiegand, S. (2008), "Thermal diffusion and molecular diffusion values for some alkane mixtures: A comparison between thermogravitational column and thermal diffusion forced Rayleigh scattering", *Journal of Physical Chemistry B*, Vol. 112 No. 28, pp. 8340–8345.
- Boghosian, B.M. and Taylor, W. (1995), "Correlations and Renormalization in Lattice Gases", *Physical Review E*, APS, Vol. 52 No. 1, pp. 510–554.
- Bonnefoy, O. (2018), "Méthode de Boltzmann Sur Réseau (LBM)", Edition Na.
- Boon, J.P., Dab, D., Kapral, R. and Lawniczak, A. (1996), "Lattice Gas Automata for Reactive Systems", *Physics Reports*, Vol. 273 No. 2, pp. 55–147.
- Bou-Ali, M.M., Ecenarro, O., Madariaga, J.A., Santamaria, C.M. and Valencia, J.J. (2000),
 "Measurement of negative Soret coefficients in a vertical fluid layer with an adverse density gradient", *Physical Review E*, Vol. 62 No. 1, pp. 1420–1423.
- Bou-Ali, M.M., Valencia, J.J., Madariaga, J.A., Santamaria, C., Ecenarro, O. and Dutrieux, J.F. (2003), "Determination of the thermodiffusion coefficient in three binary organic liquid mixtures by the thermogravitational method (contribution of the Universidad del País Vasco, Bilbao, to the benchmark test)", *Philosophical Magazine*, Vol. 83 No. 17–18, pp. 2011–2015.
- Broadwell, J.E. (1964), "Study of rarefied Shear Flow by the Discrete Velocity Method", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 19, pp. 401–414.
- Buick, J.M., Greated, C.A. and Easson, W.J. (1997), "Investigation of a Lattice Gas Model for Surface Gravity Waves", *Physics of Fluids*, Vol. 9 No. 9, pp. 2585–2597.
- Burges, C. and Zaleski, S. (1987), "Buoyant Mixtures of Cellular Automaton Gases", *Complex Systems*, Vol. 1, pp. 31–50.

~~ C ~~

- Chapman, S. and Cowling, T.G. (1970), "The Mathematical Theory of Non-uniform Gases", *Cambridge University Press*, Vol. 1, pp. 27–52.
- Chapman, S. and Cowling, T.G. (1991), The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases : An Account of the Kinetic Theory of Viscosity, Thermal Conduction and Diffusion in Gases, Cambridge University Press, 3rd Edition.
- Chen, H. and Matthaeus, W.H. (1987), "New cellular automaton model for magnetohydrodynamics", *Physical Review Letters*, Vol. 58 No. 18, pp. 1845–1848.
- Chen, H., Matthaeus, W.H. and Klein, L.W. (1988), "An analytic theory and formulation of a local magnetohydrodynamic lattice gas model", *The Physics of Fluids*, Vol. 31 No. 6, pp. 1439–1455.
- Chen, S., Dawson, S.P., Doolen, G.D., Janecky, D.R. and Lawniczak, A. (1995), "Lattice methods and their applications to reacting systems", *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 19 No. 6–7, pp. 617–646.
- Coreixas, M.C.G. (2014), *Simulations Aeroacoustiques Aux Grandes Echelles Par Les Méthodes Lattice Boltzmann*, Master Thesis, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace.
- Coreixas, M.C.G. (2018), *"High-Order Extension of The Recursive Regularized Lattice Boltzmann Method"*, PhD Thesis, Université de Toulouse.

~~ D ~~

- D'Humières, D. and Lallemand, P. (1986), "Lattice gas automata for fluid mechanics", *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, Vol. 140 No. 1–2, pp. 326–335.
- D'Humières, D., Lallemand, P. and Frisch, U. (1986), "Lattice Gas Models for 3D Hydrodynamics", *Europhysics Letters*, Vol. 2 No. 4, pp. 291–297.
- Davis, J.M., Thurau, K. and Häberle, D. (1996), "Carl Ludwig: the discoverer of glomerular filtration", *Nephrology Dialysis Transplantation*, Oxford University Press, Vol. 11 No. 4, pp. 717–720.
- Deshmukh, P., Mitra, S.K. and Gaitonde, U.N. (2011), "Investigation of natural circulation in cavities with uniform heat generation for different Prandtl number fluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54 No. 7–8, pp. 1465–1474.
- Dutrieux, J.F., Platten, J.K., Chavepeyer, G. and Bou-Ali, M.M. (2002), "On the measurement of positive soret coefficients", *Journal of Physical Chemistry B*, Vol. 106 No. 23, pp. 6104–6114.

~~ E ~~

- El Abdallaoui, M., Hasnaoui, M. and Amahmid, A. (2014), "Lattice-Boltzmann Modeling of Natural Convection Between a Square Outer Cylinder and an Inner Isosceles Triangular Heating Body", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Taylor & Francis, Vol. 66 No. 9, pp. 1076–1096.
- Elhajjar, B., Mojtabi, A. and Charrier-Mojtabi, M.-C. (2009), "Influence of vertical vibrations on the separation of a binary mixture in a horizontal porous layer heated from below", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52 No. 1–2, pp. 165–172.
- Elhajjar, B., Mojtabi, A., Costesèque, P. and Charrier-Mojtabi, M.C. (2010), "Separation in an inclined porous thermogravitational cell", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53 No. 21–22, pp. 4844–4851.

- El Mansouri, A., Hasnaoui, M., Amahmid, A. and Bennacer, R. (2018), "Transient Modeling of a Salt Gradient Solar Pond using a Hybrid Finite-Volume and Cascaded Lattice-Boltzmann Method: Thermal Characteristics and Stability Analysis", *Energy Conversion and Management*, Vol. 158 No. 15, pp. 416–429.
- Enskog, D. (1917), "Kinetische Theorie der Vorgänge in mässig verdünnten Gasen.", PhD Thesis, Uppsala Universitet.
- Er-Raki, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A. and Bourich, M. (2011), "Subcritical convection in the presence of Soret effect within a horizontal porous enclosure heated and salted from the short sides", *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, Vol. 21 No. 2, pp. 150–167.
- Er-Raki, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A. and Mamou, M. (2006), "Soret effect on the boundary layer flow regime in a vertical porous enclosure subject to horizontal heat and mass fluxes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49 No. 17–18, pp. 3111–3120.
- Er-Raki, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A., Mamou, M. and Bourich, M. (2007), "Soret Effect on Double-Diffusive Boundary Layer Flows in a Vertical Porous Cavity", *Journal of Porous Media*, Vol. 10 No. 8, pp. 783–795.

~~ F ~~

- Février, T. (2015), "Extension et Analyse Des Schémas de Boltzmann Sur Réseau : Les Schémas à Vitesse Relative", PhD Thesis, Université Paris SUD.
- Fontana, É., Silva, A. Da and Mariani, V.C. (2011), "Natural Convection in a Partially Open Square Cavity with Internal Heat Source: An 1nalysis of the Opening Mass Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54 No. 7–8, pp. 1369–1386.
- Frisch, U., D'Humieres, D., Hasslacher, B., Lallemand, P., Pomeau, Y. and Rivet, J.-P. (1987), "Lattice Gas Hydrodynamics in Two and Three Dimensions", *Complex System*, Vol. 1, pp. 649–707.

Frisch, U., Hasslacher, B. and Pomeau, Y. (1986), "Lattice-Gas Automata for the Navier-Stokes Equation", *Physical Review Letters*, Vol. 56 No. 14, pp. 1505–1508.

~~ G ~~

- Gaikwad, S.N. and Kouser, S. (2014), "Double Diffusive Convection in a Couple Stress Fluid Saturated Porous Layer with Internal Heat Source", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 78, pp. 1254–1264.
- Gaikwad, S.N., Malashetty, M.S. and Prasad, K.R. (2007), "An analytical study of linear and non-linear double diffusive convection with Soret and Dufour effects in couple stress fluid", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Elsevier, Vol. 42 No. 7, pp. 903–913.
- Gardner, M. (1970), "Mathematical games: The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'life'", *Sci. Am.*, Vol. 223, p. 120--123.
- Gatignol, R. (1975), Théorie Cinétique Des Gaz à Répartition Dicrète Des Vitesses., Lecture Notes in Physics, Vol. 36, Berlin.

~~ H ~~

- Hardy, J., Pomeau, Y. and De Pazzis, O. (1973a), "Time Evolution of a Two- Dimensional Model System. I. Invariant States and Time Correlation Functions", *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 14 No. 12, pp. 1746–1759.
- Hardy, J., Pomeau, Y. and De Pazzis, O. (1973b), "Time Evolution of a Two-Dimensional Classical Lattice System", *Physical Review Letters*, Vol. 31 No. 5, pp. 276–279.
- He, X. and Luo, L.-S. (1997), "Lattice Boltzmann Model for the Incompressible Navier-Stokes Equation", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 88 No. 3–4, pp. 927–944.
- Higuera, F.J. and Jiménez, J. (1989), "Boltzmann Approach to Lattice Gas Simulations", *Europhysics Letters*, Vol. 9 No. 7, pp. 663–668.

- Hilbert, D. (1912), "Begründung der Kinetischen Gastheorie", *Mathematische Annalen*, Vol. 72 No. 4, pp. 562–577.
- Holme, R. and Rothman, D.H. (1992), "Lattice-Gas and Lattice-Boltzmann Models of Miscible Fluids", *Journal of Statistical Physics*, Springer, Vol. 68 No. 3–4, pp. 409–429.
- Hossain, M.A., Hafiz, M.Z. and Rees, D.A.S. (2005), "Buoyancy and thermocapillary driven convection flow of an electrically conducting fluid in an enclosure with heat generation", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 44 No. 7, pp. 676–684.
- Hurle, D.T.J. and Jakeman, E. (1971), "Soret-Driven Thermosolutal Convection", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 47 No. 4, pp. 667–687.
- Hussain, M., He, Y.-L., Mohamad, A.A. and Tao, W.-Q. (2015), "A New Hybrid Algorithm for Numerical Simulation of VOC Emissions Using Single-Layer and Multilayer Approaches", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 67 No. 3, pp. 211– 230.

~~ J~~

Jiang, C.G., Jaber, T.J., Bataller, H. and Saghir, M.Z. (2008), "Simulation of Ludwig-Soret effect of a water-ethanol mixture in a cavity filled with aluminum oxide powder under high pressure", *International Journal of Thermal Sciences*, Paris: Elsevier, c2002-, Vol. 47 No. 2, pp. 126–135.



- Kang, Q., Zhang, D. and Chen, S. (2002), "Unified Lattice Boltzmann Method for Flow in Multiscale Porous Media", *Physical Review E*, APS, Vol. 66 No. 5, p. 56307.
- Kang, Q., Zhang, D., Chen, S. and He, X. (2002), "Lattice Boltzmann Simulation of Chemical Dissolution in Porous Media", *Physical Review E*, APS, Vol. 65 No. 3, p. 36318.
- Kawara, Z., Takahashi, O., Serizawa, A. and Michiyoshi, I. (1994), "Natural Convection in a Confined Regime with Internal Heating", *Proc. 1st Symposium on Heat Mass*

Transfer, (Kansai Branch of the Heat Transfer Soc. Japan, Nov. 28-29), pp. 153–158.

- Kefayati, G.R. (2015), "FDLBM simulation of entropy generation in double diffusive natural convection of power-law fluids in an enclosure with Soret and Dufour effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 89, pp. 267–290.
- Khadiri, A. (2012), Etude Numérique Des Transferts de Chaleur et de Masse Dans Des Géométries Confinées En Présence et En Absence de l'effet Soret, Thèse de doctorat, Soutenue à la FSSM, 29 Décembre 2012.
- Khadiri, A., Amahmid, A., Hasnaoui, M. and Rtibi, A. (2010), "Soret Effect on Double-Diffusive Convection in a Square Porous Cavity Heated and Salted from Below", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 57 No. 11, pp. 848–868.
- Kulacki, F.A. and Goldstein, R.J. (1972), "Thermal convection in a horizontal fluid layer with uniform volumetric energy sources", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 55 No. 2, pp. 271–287.
- Kulacki, F.A. and Nagle, M.E. (1975), "Natural convection in a horizontal fluid layer with volumetric energy sources", *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers, Vol. 97 No. 2, pp. 204–211.

~~ L ~~

- Lagra, A., Bourich, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A. and Er-Raki, M. (2018), "Analytical and Numerical Study of Soret and Dufour Effects on Double Diffusive Convection in a Shallow Horizontal Binary Fluid Layer Submitted to Uniform Fluxes of Heat and Mass", *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, Vol. 2018, available at:https://doi.org/https://doi.org/10.1155/2018/7946078.
- Lallemand, P. and Luo, L.-S. (2003), "Theory of the Lattice Boltzmann Method: Acoustic and Thermal Properties in Two and Three Dimensions", *Physical Review E*, Vol. 68 No. 3, p. 36706.

- Lee, J.-H. and Goldstein, R.J. (1988), "An experimental study on natural convection heat transfer in an inclined square enclosure containing internal energy sources", *Journal* of Heat Transfer, American Society of Mechanical Engineers, Vol. 110 No. 2, pp. 345– 349.
- Li, Z., Yang, M. and Zhang, Y. (2014), "A Hybrid Lattice Boltzmann and Finite-Volume Method for Melting with Convection", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Taylor & Francis, Vol. 66 No. 4, pp. 307–325.
- Louvet, B. (2016), *"Automates Cellulaires Pour La Modélisation Multi-Échelle Des Systèmes Biologiques"*, PhD Thesis, Université Clermont Ferrand II Blaise Pascal.
- Ludwig, C. (1856), Diffusion Zwischen Ungleich Erwärmten Orten Gleich
 Zusammengesetzter Lösung, Aus der KK Hof-und Staatsdruckerei, in Commission bei
 W. Braumüller, Buchhändler des KK Hofes und der K. Akademie der Wissenschaften.
- Luo, K., Yi, H.-L. and Tan, H.-P. (2014), "Coupled Radiation and Mixed Convection in an Eccentric Annulus Using the Hybrid Strategy of Lattice Boltzmann-Meshless Method", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 66 No. 3, pp. 243–267.
- Luo, L.-S. (1993a), *Lattice-Gas Automata and Lattice Boltzmann Equations for Two-Dimensional Hydrodynamics*, Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology.
- Luo, L.-S. (1998), "The Future of Lattice-Gas and Lattice Boltzmann Methods", *Computational Aerosciences in the 21st Century*, pp. 165–187.
- Luo, L.-S. (2018), "A Unified Theory of Non-ideal Gas Lattice Boltzmann Models", *Physical Review Letters*.
- Luo, L. (1993b), *Lattice-Gas Automata and Lattice-Boltzmann Equations for Two-Dimensional Hydrodynamics*, Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology.

~~ M ~~

Mansour, A., Amahmid, A. and Hasnaoui, M. (2008), "Soret effect on thermosolutal convection developed in a horizontal shallow porous layer salted from below and

Références

subject to cross fluxes of heat", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Elsevier, Vol. 29 No. 1, pp. 306–314.

- Mansour, A., Amahmid, A., Hasnaoui, M. and Bourich, M. (2006), "Multiplicity of Solutions Induced by Thermosolutal Convection in a Square Porous Cavity Heated from Below and Submitted to Horizontal Concentration Gradient in the Presence of Soret Effect", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 49 No. 1, pp. 69–94.
- Mansour, A., Amahmid, A., Hasnaoui, M. and Mamou, M. (2007), "Onset of thermosolutal convection in a shallow porous layer heated and salted from below and subject to a horizontal heat flux balanced by a Soret mass flux", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50 No. 11–12, pp. 2148–2160.
- Marié, S. (2008), *"Etude de La Méthode Boltzmann Sur Réseau Pour Les Simulations En Aéroacoustique"*, PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- Maxwell, J.C. (1867), "IV. On the dynamical theory of gases", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, The Royal Society, Vol. 157, pp. 49–88.
- May, H.O. (1991), "A numerical study on natural convection in an inclined square enclosure containing internal heat sources", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34 No. 4–5, pp. 919–928.
- McNamara, G.R. and Zanetti, G. (1988), "Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata", *Physical Review Letters*, Vol. 61 No. 20, pp. 2332–2335.
- Mishra, S.C. and Roy, H.K. (2007), "Solving Transient Conduction and Radiation Heat Transfer Problems using the Lattice Boltzmann Method and the Finite Volume Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 223 No. 1, pp. 89–107.
- Mohamad, A.A. (2011), "Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes", Springer Science & Business Media.
- Mohamad, A.A. and Kuzmin, A. (2010), "A critical Evaluation of Force Term in Lattice Boltzmann Method, Natural Convection Problem", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53 No. 5–6, pp. 990–996.

Mohebbi, R. and Rashidi, M.M. (2017), "Numerical Simulation of Natural Convection Heat Transfer of Nanofluid in a L-Shaped Enclosure with a Heating Obstacle", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Vol. 72, pp. 70–84.

~~ N ~~

- Neil, E. (1961), "Carl Ludwig and his pupils", *Circulation Research*, Am Heart Assoc, Vol. 9 No. 5, pp. 971–978.
- Von Neumann, J. and Burks, A.W. (1966), *The Theory of Self-Reproducing Automata*, University of Illinois Press Urbana.
- Nield, D.A. and Bejan, A. (1999), Convection in Porous Media, Springer, New York.
- Nithyadevi, N. and Yang, R.-J. (2009a), "Double Diffusive Natural Convection in a Partially Heated Enclosure with Soret and Dufour Effects", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 30 No. 5, pp. 902–910.
- Nithyadevi, N. and Yang, R.J. (2009b), "Magnetoconvection in an enclosure of water near its density maximum with Soret and Dufour effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier Ltd, Vol. 52 No. 7–8, pp. 1667–1676.

~~ P ~~

- Platten, J.K. (2006), "The Soret effect: a review of recent experimental results", *Journal of Applied Mechanics*, American Society of Mechanical Engineers, Vol. 73 No. 1, pp. 5–15.
- Platten, J.K., Bou-Ali, M.M. and Dutrieux, J.F. (2003a), "Enhanced molecular separation in inclined thermogravitational columns", *The Journal of Physical Chemistry B*, ACS Publications, Vol. 107 No. 42, pp. 11763–11767.
- Platten, J.K., Bou-Ali, M.M. and Dutrieux, J.F. (2003b), "Precise determination of the Soret, thermodiffusion and isothermal diffusion coefficients of binary mixtures of dodecane, isobutylbenzene and 1, 2, 3, 4-tetrahydronaphthalene (contribution of the University

of Mons to the benchmark test)", *Philosophical Magazine*, Vol. 83 No. 17–18, pp. 2001–2010.

Platten, J.K. and Legros, J.C. (1984), "Convection in liquids", Springer-Verlag.

Pop, I. and Ingham, D.B. (2001), *Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modelling of Viscous Fluids and Porous Media*, Elsevier.

~~ Q ~~

Qian, Y.H., D'Humières, D. and Lallemand, P. (1992), "Lattice BGK models for Navier-Stokes equation", *Europhysics Letters*, Vol. 17 No. 6, pp. 479–484.



- Rahman, M.A. and Saghir, M.Z. (2014), "Thermodiffusion or Soret effect: Historical review", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, Vol. 73, pp. 693– 705.
- Rashidi, M.M., Ali, M., Rostami, B., Rostami, P. and Xie, G.-N. (2015), "Heat and Mass Transfer for MHD Viscoelastic Fluid Flow over a Vertical Stretching Sheet with Considering Soret and Dufour Effects", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015 No. Article ID 861065, 12 pages.
- Ren, Q. and Chan, C.L. (2016), "Numerical study of double-diffusive convection in a vertical cavity with Soret and Dufour effects by lattice Boltzmann method on GPU", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 93, pp. 538–553.
- Rivet, J.-P., Hénon, M., Frisch, U. and D'Humières, D. (1988), "Simulating Fully Three-Dimensional External Flow by Lattice Gas Methods", *Europhysics Letters*, Vol. 7 No. 3, pp. 231–236.
- Rothman, D.H. and Keller, J.M. (1988), "Immiscible Cellular-Automaton Fluids", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 52 No. 3–4, pp. 1119–1127.

- Rtibi, A., Hasnaoui, M. and Amahmid, A. (2014a), "Magnetic field effect on Soret driving free convection in an inclined porous cavity saturated by a conducting binary mixture", *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 24 No. 8, pp. 1715–1735.
- Rtibi, A., Hasnaoui, M. and Amahmid, A. (2014b), "Analytico-numerical study of optimal separation of species in an inclined Darcy–Brinkman porous cavity saturated with a binary mixture", *Acta Astronautica*, Vol. 98, pp. 71–85.

~~ 5 ~~

- Saha, S.C. (2012), "Effect of MHD and Heat Generation on Natural Convection Flow in an Open Square Cavity Under Microgravity Condition", *Engineering Computations*, Vol. 30 No. 1, pp. 5–20.
- Schaffenberger, W. and Hanslmeier, A. (2002), "Two-Dimensional Lattice Boltzmann Model for Magnetohydrodynamics", *Physical Review E*, APS, Vol. 66 No. 4, p. 46702.
- Selimefendigil, F. and Öztop, H.F. (2015), "Natural Convection and Entropy Generation of Nanofluid filled Cavity having Different Shaped Obstacles Under the Influence of Magnetic Field and Internal Heat Generation", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Vol. 56, pp. 42–56.
- Shim, Y.M. and Hyun, J.M. (1997), "Transient confined natural convection with internal heat generation", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 18 No. 3, pp. 328– 333.
- Soret, C. (1879), Sur l'etat d'équilibre Que Prend, Du Point de Vue de Sa Concentration, Une Dissolution Salide Primitivement Homogène Dont Deux Parties Sont Portées à Des Températures Difféntes: Deuxieme Note, Archives de Genève, 3ème période, tome II, p. 48.

~~ T~~

- Taghikhani, M.A. (2015), "Magnetic Field Effect on Natural Convection Flow with Internal Heat Generation using Fast ψ-Ω Method", *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 8 No. 2, pp. 189–196.
- Teamah, M.A., Elsafty, A.F. and Massoud, E.Z. (2012), "Numerical Simulation of Double-Diffusive Natural Convective Flow in an Inclined Rectangular Enclosure in the Presence of Magnetic Field and Heat Source", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 52, pp. 161–175.
- Timm, K., Kusumaatmaja, H. and Kuzmin, A. (2017), *The Lattice Boltzmann Method: Principles and Practice*, Springer: Berlin, Germany.
- Toscani, G. (1985), "Global Existence and Asymptotic Behavior for the Discrete Velocity Models of the Boltzmann Equation", *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 26 No. 11, pp. 2918–2921.



Van Vaerenbergh, S. and Legros, J.C. (1998), "Soret coefficients of organic solutions measured in the microgravity SCM experiment and by the flow and Benard cells", *The Journal of Physical Chemistry B*, Vol. 102 No. 22, pp. 4426–4431.

~~ W ~~

- Walther, E. (2016), "Contribution de La Lattice Boltzmann Method à l'étude de l'enveloppe Du bâTiment ", Université Paris-Saclay.
- Wang, J., Yang, M., He, Y.L. and Zhang, Y. (2016), "Oscillatory double-diffusive convection in a horizontal cavity with Soret and Dufour effects", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 106, pp. 57–69.
- Wang, J., Yang, M. and Zhang, Y. (2014), "Onset of double-diffusive convection in horizontal cavity with Soret and Dufour effects", *International Journal of Heat and*

Mass Transfer, Vol. 78, pp. 1023–1031.

- Welander, P. (1954), "On the Temperature Jump in a Rarefied Gas", *Arkiv För Fysik*, Vol. 7, pp. 507–533.
- Wolf-Gladrow, D.A. (2000), "Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models-An Introduction".
- Wolfram, S. (1986a), "Cellular Automaton Fluids: Basic Theory", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 45 No. 3–4, pp. 471–526.
- Wolfram, S. (1986b), *Theory and Applications of Cellular Automata (Advanced Series in Complex Systems)*, Vol. 1, World Scientific, Singapore.

~~ Y ~~

- Yacine, L., Mojtabi, A., Bennacer, R. and Khouzam, A. (2016), "Soret-driven convection and separation of binary mixtures in a horizontal porous cavity submitted to cross heat fluxes", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 104, pp. 29–38.
- Yang, C.S., Jeng, D.Z., Tang, U.H. and Gau, C. (2009), "Flow and Heat Transfer of Natural Convection in Horizontal Annulus with a Heating Element on Inner Cylinder", *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers, Vol. 131 No. 8, p. 82502.

~~ Z ~~

- Zhao, F.Y., Liu, D. and Tang, G.F. (2007), "Application Issues of the Streamline, Heatline and Massline for Conjugate Heat and Mass Transfer", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50 No. 1–2, pp. 320–334.
- Zou, Q. and He, X. (1997), "On Pressure and Velocity Flow Boundary Conditions for The Lattice Boltzmann BGK Model", *Physics of Fluids*, Vol. 9 No. 6, pp. 1591–1598.
- Zuse, K. (1970), "Calculating Space. Technical Translation AZT-70-164-GEMIT", Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass, USA.







Le travail présenté dans cette thèse est une contribution à l'étude de la convection naturelle thermosolutale dans des configurations rectangulaires confinant des mélanges binaires. Des couplages de second ordre (effet Soret ou thermo-diffusion et effet Dufour ou diffusion-thermo), souvent négligés dans la littérature, ont été considérés en plus d'une génération volumique interne de la chaleur. Le recours à des méthodes numériques de simulation différentes des méthodes classiques faisait partie des objectifs de cette étude. Ainsi, on a adopté la méthode de lattice Boltzmann sur réseau qui est une approche mésoscopique (intermédiaire entre les approches microscopique et macroscopique) avec une approximation à temps de relaxation simple (SRT) et multiple (MRT). Vu que le présent problème est régi par plusieurs paramètres de contrôle (une dizaine), l'étude a été focalisée sur l'effet des paramètres les moins étudiés dans la littérature (intensité de la génération interne de la chaleur, effet Soret et effet Dufour) pour des forces de volumes thermique et solutale de même intensité avec des effets opposés ou coopérants. Les résultats obtenus sont caractérisés par une richesse de phénomènes engendrés par les effets combinés des paramètres de contrôle et non reportés dans la littérature. Par exemple, la possibilité de purification / charge du milieu des/en espèces par effet Soret a été observée dépendamment des autres paramètres de contrôle. L'étude a permis également d'identifier des effets stabilisants et déstabilisants des paramètres de Soret et Dufour sur les gammes des intensités de la génération interne de la chaleur qui conduisent à des écoulements stationnaires et instationnaires en l'absence des effets de la thermo-diffusion et de la diffusion-thermo. L'approche de simulation basée sur des méthodes mésoscopiques de modélisation a permis de mettre en évidence la robustesse de ces méthodes qui donneront une impulsion à la recherche fondamentale basée sur des outils de simulation et ouvriront également la voie pour aborder des problèmes à caractère appliqué.

Mots Clés : Convection thermosolutale, Mélanges binaires, Méthode de Boltzmann sur réseau, Effets Soret et Dufour, Génération interne de la chaleur, Transferts de chaleur et de masse, Phénomènes énergétiques.

Abstract

The work presented in this thesis is a contribution to the study of thermosolutal natural convection in rectangular configurations confining binary mixtures. Couplings of second order (Soret effect or thermodiffusion and Dufour effect or diffusion-thermo), often neglected in the literature, were considered in addition to an internal volumetric heat generation. The use of numerical simulation methods different from conventional methods was among the objectives of this study. Thus, we have adopted the lattice Boltzmann method which is a mesoscopic approach (intermediate between microscopic and macroscopic approaches) with simple (SRT) and multiple (MRT) relaxation time approximations. As the present problem is governed by several parameters of control (about ten), the study was focused on the effect of the least studied parameters in the literature (intensity of internal heat generation, Soret effect and Dufour effect) in the case of thermal and solutal buoyancy forces with the same intensity and opposite or cooperating effects. The results obtained are characterized by a wealth of phenomena generated by the combined effects of the control parameters and not reported in the literature. For example, the possibility of purification/loading of the medium from/with species by Soret effect was observed depending on the other control parameters. The study has also allowed to identify the stabilizing and destabilizing effects of the Soret and Dufour parameters on the ranges of the internal heat generation that lead to steady and unsteady flows in the absence of the effects of the thermodiffusion and diffusion-thermo. The simulation approach based on mesoscopic methods of modeling has revealed the robustness of these methods, which will give impetus to fundamental research based on these methods of simulation and will also pave the way for the investigation of more practical problems.

Key Words : Thermosolutal convection, Binary mixtures, Lattice Boltzmann method, Soret and Dufour effects, Internal heat generation, Heat and mass transfer, Energetics phenomena.



