



**HAL**  
open science

# Méthodes avancées pour l'identification, la commande et le diagnostic prédictif des systèmes complexes

Franco Falconi

► **To cite this version:**

Franco Falconi. Méthodes avancées pour l'identification, la commande et le diagnostic prédictif des systèmes complexes. Intelligence artificielle [cs.AI]. HESAM Université, 2021. Français. NNT : 2021HESAC029 . tel-03647954

**HAL Id: tel-03647954**

**<https://theses.hal.science/tel-03647954>**

Submitted on 21 Apr 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**École Doctorale des Sciences des Métiers de l'Ingénieur**

**Laboratoire CEDRIC**

# **THÈSE**

*présentée par :* **Franco FALCONI**  
*soutenue le :* **17 Décembre 2021**

*pour obtenir le grade de :* **Docteur d'HESAM Université**

*préparée au :* **Conservatoire national des arts et métiers**

*Discipline :* **Génie informatique, automatique et traitement du signal (CNU 61)**

*Spécialité :* **Automatique**

**Méthodes avancées pour l'identification, la commande  
et le diagnostic prédictif des systèmes complexes**

**THÈSE dirigée par :**  
**M. RAÏSSI Tarek** Professeur des Universités, CNAM

**et co-encadrée par :**  
**M. GUILLARD Hervé** Maître de Conférences, CNAM

**M. CAPITANEANU Stefan** Docteur en génie électrique, Schneider Electric

2 **Jury**

<b>M. Yacine CHITOUR</b>	Professeur des universités, L2S-CNRS, Université de Saclay	Président
<b>M. Jean-Christophe PONSART</b>	Professeur des universités, CRAN, Université de Lorraine	Rapporteur
<b>M. Rachid MALTI</b>	Professeur des universités, IMS, Université de Bordeaux	Rapporteur
<b>Mme Joëlle MALLET</b>	Docteur en chimie des procédés et informatique industrielle, IRA	Examinatrice

### **Affidavit**

Je soussigné, M. Franco FALCONI, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de M. Tarek RAÏSSI (directeur de thèse) et de M. Hervé GUILLARD (co-directeur de thèse), dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisés dans le respect de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche. Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Paris, le 27/10/2021

Signature



### **Affidavit**

I, undersigned, Franco FALCONI, hereby declare that the work presented in this manuscript is my own work, carried out under the scientific direction of Tarek RAÏSSI (thesis director) and of Hervé GUILLARD (co-thesis director), in accordance with the principles of honesty, integrity and responsibility inherent to the research mission. The research work and the writing of this manuscript have been carried out in compliance with the French charter for Research Integrity. This work has not been submitted previously either in France or abroad in the same or in a similar version to any other examination body.

Place Paris, 27/10/2021

Signature



---

À Olivier Guindet qui m'a appris à aimer les sciences.

À ma mère et mon père.

À ma moitié.

À tous ceux qui m'aiment.

**"Dans la vie, rien n'est à craindre,  
tout est à comprendre."**

**Marie Curie**

---

# Remerciements

Tout d'abord, j'aimerais commencer cet ouvrage en remerciant toutes les personnes qui m'ont aidé dans le cadre de ma thèse et sans qui ce travail n'aurait pas été possible.

Je remercie M. Tarek RAÏSSI, Professeur des Universités au Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM) et M. Stefan CAPITANEANU, docteur en génie électrique occupant le poste de leader Métier au sein du contrôle avancé chez Schneider Electric, d'avoir pris en considération ma candidature et de m'avoir accordé cette chance. Je souhaitais exprimer ma plus profonde reconnaissance pour vos précieux conseils que ce soit dans le monde académique ou industriel car j'ai beaucoup appris lors de cette étape de ma vie.

Je remercie M. Hervé GUILLARD, Maître de Conférences au Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), pour son soutien et ses enseignements tout au long de cette thèse. Aussi pour ses qualités humaines et son soutien sans faille durant toute la période d'encadrement. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus grande gratitude pour ses précieux conseils et son temps.

Ce travail n'aurait pas pu être réalisé sans l'aide de l'Association Nationale de la Recherche Technique (ANRT), envers laquelle j'exprime mes plus sincères remerciements. Elle a non seulement contribué au financement de la thèse mais à ma montée en compétence que ce soit dans le domaine technique ou social à travers les nombreuses formations disponibles dans leur catalogue.

J'aimerais exprimer aussi toute ma gratitude envers tous les membres du Centre d'Etudes et de Recherche en Informatique et Communications au CNAM (CEDRIC) et de l'équipe du contrôle avancé chez Schneider Electric pour leur sympathie et leur soutien. J'adresse mes remerciements aux experts techniques de notre équipe avec qui j'ai beaucoup appris et qui sont devenus plus que des collègues de travail. Enfin, je tiens à remercier toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.



## REMERCIEMENTS

---

## REMERCIEMENTS

---

## REMERCIEMENTS

---

# Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre Schneider Electric et le Centre d'Etudes et de Recherche en Informatique et Communications (CEDRIC) du Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM).

Les travaux présentés dans ce mémoire concernent l'optimisation et le diagnostic des procédés industriels. Ce sujet peut être décomposé en trois parties distinctes. La première, consiste à utiliser des techniques d'identification qui permettent de caractériser le comportement du système. Cette étape est cruciale car au plus le modèle sera fidèle à la réalité et au plus le contrôle et le diagnostic seront efficaces. Toute la complexité de l'identification réside dans le compromis à trouver entre simplicité et précision du modèle.

Dans un second temps, ce manuscrit aborde l'élaboration de correcteurs robustes, performants et utilisables dans le cadre des contraintes industrielles. La prise en compte des incertitudes dues à des écarts entre le modèle et la réalité lors de la synthèse des lois de commande demeure un défi dans un contexte industriel. Dans le cadre de ces travaux, des méthodes de commande avancée sont étudiées (commande linéaire quadratique, commande robuste RST ...).

Enfin, la dernière partie traite le sujet du diagnostic prédictif. L'objectif de ce volet est d'identifier les solutions existantes et de développer des outils robustes et pertinents pour les clients industriels de Schneider Electric. Les techniques basées sur l'intelligence artificielle peuvent bien se prêter à cette problématique lorsqu'on dispose d'assez de données. Aussi, une connaissance très précise du procédé en question permet de mettre en place des stratégies de diagnostic prédictif des installations.

Les travaux présentés combinent des algorithmes d'intelligence artificielle avec des méthodes à base de modèles de connaissance pour l'identification, la commande et le diagnostic prédictif des systèmes industriels complexes. Cette association permet de générer des techniques pouvant s'adapter à des

## RESUME

---

modes de fonctionnement variables. Le transfert de ces approches vers l'industrie rend ce projet ambitieux. Les résultats obtenus ont été validés sur des cas réels dans le cadre des projets industriels de Schneider Electric.

Mots-clés : identification, contrôle, diagnostic, maintenance prédictive, systèmes industriels, modélisation, jumeaux numériques, apprentissage automatique, intelligence artificielle.

## RESUME

---

RESUME

---

# Abstract

This thesis is the result of a collaboration between Schneider Electric and the Center for Studies and Research in Computing and Communications (CEDRIC) of the Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM).

The work presented in this thesis can be separated into three distinct parts. The first one uses identification techniques to characterize the behavior of the system. This step is crucial and important because the more the model fits the reality, the more effective the control strategy and the fault diagnosis system are. Then, this manuscript tackles the design of robust and efficient controllers within the framework of industrial constraints. Taking into account the uncertainties due to differences between the model and reality remains a challenge in an industrial context. In this part, robust and performant advanced control strategies are proposed in order to cope with these problems. In all control strategies a tradeoff has to be made between the accuracy of the model and the complexity of the controller. Indeed, industrial controllers need to be able to respond in real-time. Finally, the last part deals with the topic of fault diagnosis. This, guarantees that the plant runs in nominal operating conditions at all times. Data-driven techniques or knowledge-based approaches can be used according to whether historical data and/or a priori knowledge of the process is available. Expert systems with key performance indicators related to the process are appreciated in the industry because operators tend to trust more a fault diagnostic system that uses their technical language.

This thesis combines artificial intelligence algorithms with knowledge-based methods for the identification, control and predictive diagnosis of complex industrial systems. This association leads to techniques that can adapt to varying operating modes. The transfer of these approaches to the industry makes this project ambitious.

The obtained results are validated on real cases within the framework of Schneider Electric indus-



## ABSTRACT

---

trial projects.

Keywords : system identification, diagnosis, predictive maintenance, industrial systems, modelling, digital twins, machine learning, artificial intelligence.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>7</b>
<b>Résumé</b>	<b>11</b>
<b>Abstract</b>	<b>15</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>21</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>26</b>
<b>Introduction</b>	<b>27</b>
<b>1 Identification des systèmes industriels</b>	<b>31</b>
1.1 Présentation des systèmes industriels rencontrés . . . . .	32
1.1.1 Centrale de traitement de l'air . . . . .	32
1.1.2 Pasteurisateur/Stérilisateur . . . . .	36
1.1.3 Unité de valorisation énergétique . . . . .	40
1.2 Procédés industriels et systèmes à retard . . . . .	43
1.2.1 Systèmes industriels et systèmes à retard . . . . .	43
1.2.2 Techniques d'identification des systèmes à retard . . . . .	47
1.3 Contribution à l'identification des systèmes industriels . . . . .	53
1.3.1 Algorithme d'identification pour des systèmes industriels . . . . .	53

TABLE DES MATIÈRES

---

1.3.2	Modélisation de la combustion dans une UVE pour le contrôle multivariable . . .	60
1.3.3	Application industrielle des algorithmes proposés . . . . .	77
1.4	Conclusion . . . . .	87
<b>2</b>	<b>Commande des systèmes industriels</b>	<b>89</b>
2.1	Stabilité, performance et robustesse des systèmes bouclés . . . . .	90
2.1.1	Etude d'un système multivariable . . . . .	90
2.1.2	Etude d'un système monovariable . . . . .	100
2.1.3	Etude des systèmes à retard . . . . .	109
2.2	Stratégies de contrôle pour des systèmes industriels . . . . .	114
2.2.1	La commande RST . . . . .	114
2.2.2	La commande à modèle interne . . . . .	123
2.2.3	Commande Linéaire Quadratique robuste . . . . .	133
2.2.4	Utilisation de l'apprentissage par renforcement pour la commande . . . . .	139
2.3	Contribution au contrôle des systèmes industriels . . . . .	151
2.3.1	Contrôle multivariable de la production de vapeur dans une UVE . . . . .	151
2.3.2	Correcteur RST avec prédicteur de Smith modifié . . . . .	153
2.4	Conclusion . . . . .	166
<b>3</b>	<b>Diagnostic prédictif dans le monde industriel</b>	<b>167</b>
3.1	Diagnostic prédictif dans l'industrie . . . . .	168
3.1.1	La maintenance des systèmes industriels . . . . .	168
3.1.2	Diagnostic, pronostic et maintenance . . . . .	171
3.2	Différentes techniques pour le diagnostic prédictif . . . . .	177
3.2.1	Méthodes quantitatives pour le diagnostic des défauts . . . . .	177
3.2.1.1	Redondance analytique et résidus . . . . .	177
3.2.1.2	Approches basées sur un modèle de connaissance . . . . .	181

## TABLE DES MATIÈRES

---

3.2.2	Méthodes qualitatives pour le diagnostic des défauts . . . . .	185
3.2.2.1	Approche causale . . . . .	186
3.2.2.2	Approche abstraite hiérarchisée . . . . .	192
3.2.3	Méthodes basées sur les données historiques . . . . .	192
3.2.3.1	Approche qualitative . . . . .	193
3.2.3.2	Approche quantitative . . . . .	195
3.3	Contribution dans la détection et le diagnostic des défauts . . . . .	198
3.4	Conclusion . . . . .	201
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>203</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>205</b>
	<b>Liste des annexes</b>	<b>221</b>
	<b>A Outils mathématiques</b>	<b>221</b>
A.1	Transformation de Laplace . . . . .	221
A.2	Transformation de Fourier . . . . .	221
A.3	Propriétés des transformations de Laplace et de Fourier . . . . .	222
A.4	Calculs matriciels . . . . .	222
	<b>B Liste des publications et des participations à des conférences</b>	<b>225</b>

## TABLE DES MATIÈRES

---

# Liste des tableaux

1.1	Liste de modèles de systèmes industriels . . . . .	51
1.2	Analyse des ordures ménagères en France . . . . .	68
1.3	Comparaison entre le modèle et les valeurs réelles . . . . .	85
2.1	Tableau des critères de performance et robustesse les plus usités . . . . .	100
A.1	Propriétés transformée de Laplace . . . . .	222

## LISTE DES TABLEAUX

---

# Table des figures

1.1	Vue d'ensemble d'une CTA . . . . .	32
1.2	Diagramme psychométrique Source : <a href="https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/question-de-la-semaine-pourquoi-le-linge-seche-a-l-air-libre-alors-que-l-eau-bout-a-100-c_125854">https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/question-de-la-semaine-pourquoi-le-linge-seche-a-l-air-libre-alors-que-l-eau-bout-a-100-c_125854</a> . . . . .	34
1.3	Représentation d'une transformation de l'air humide dans le diagramme psychométrique	35
1.4	Actionneurs et grandeurs contrôlées d'une CTA . . . . .	36
1.5	Schéma du procédé de pasteurisation Source : <a href="https://dairyprocessinghandbook.tetrapak.com/chapter/designing-process-line">https://dairyprocessinghandbook.tetrapak.com/chapter/designing-process-line</a>	37
1.6	Vue d'ensemble d'un incinérateur . . . . .	40
1.7	Chaudière d'un incinérateur . . . . .	42
1.8	Exemple de circuit de traitement des fumées . . . . .	43
1.9	Schéma d'équivalence entre analyse élémentaire et analyse immédiate . . . . .	63
1.10	Schéma d'influence de la composition de l'air sur les pouvoirs fumigènes . . . . .	65
1.11	Diagramme d'Ostwald des ordures ménagères . . . . .	69
1.12	Grille de combustion d'ordures ménagères . . . . .	71
1.13	Schéma de la "combustion virtuelle" considérée . . . . .	73
1.14	Vue d'ensemble du procédé de conditionnement . . . . .	78
1.15	Fenêtre de régulation pour le procédé de conditionnement . . . . .	79
1.16	Réponse du système en °C à un échelon en entrée . . . . .	80



TABLE DES FIGURES

---

1.17 Réponse du système en %HR à un échelon en entrée . . . . .	80
1.18 Schéma de la CTA considérée . . . . .	81
1.19 Réponse du système en °C à un échelon en entrée . . . . .	82
1.20 Réponse du système en %HR à un échelon en entrée . . . . .	82
1.21 Chambre de combustion d'un incinérateur d'ordures ménagères . . . . .	83
1.22 Température de voûte mesurée et simulée . . . . .	84
1.23 Erreur relative sur la température . . . . .	84
1.24 Débit de vapeur mesuré et simulé . . . . .	85
1.25 Erreur relative sur le débit de vapeur . . . . .	85
1.26 Réponse du système en t/h à un échelon en entrée . . . . .	86
2.1 Schéma de commande en boucle fermée . . . . .	90
2.2 Schéma du système bouclé standard . . . . .	91
2.3 Diagramme standard d'un système incertain en boucle fermée . . . . .	95
2.4 Transformation linéaire "lower" du diagramme standard . . . . .	95
2.5 Transformation linéaire "upper" du diagramme standard . . . . .	95
2.6 Lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte du système . . . . .	106
2.7 Schéma de commande en boucle fermée pour un système avec retard . . . . .	110
2.8 Schéma de commande en boucle fermée pour un régulateur RST idéal . . . . .	114
2.9 Schéma de commande en boucle fermée pour un régulateur RST réalisable . . . . .	115
2.10 Schéma de commande IMC en boucle ouverte . . . . .	123
2.11 Schéma de commande IMC en boucle fermée . . . . .	124
2.12 Schéma de commande IMC en boucle fermée équivalent . . . . .	125
2.13 Schéma de commande IMC en boucle fermée classique . . . . .	125
2.14 Schéma de commande du prédicteur de Smith en boucle fermée . . . . .	128
2.15 Schéma du prédicteur de Smith équivalent pour un modèle parfait . . . . .	129

TABLE DES FIGURES

---

2.16	Schéma de commande du predicteur de smith modifié en boucle fermée . . . . .	132
2.17	Représentation du lien entrée-sortie par une fonction de transfert . . . . .	133
2.18	Représentation du lien entrée-sortie par un formalisme d'état . . . . .	134
2.19	Schéma d'une commande par retour d'état . . . . .	135
2.20	Schéma d'une commande par retour d'état et bouclage intégral . . . . .	137
2.21	Exemple d'un réseau de neurones à deux entrées et deux sorties . . . . .	142
2.22	Schéma d'un neurone artificiel . . . . .	143
2.23	Schéma de commande en boucle fermée . . . . .	145
2.24	Schéma de commande d'un correcteur auto-réglant en boucle fermée . . . . .	149
2.25	Rejet de perturbation sur la production de vapeur . . . . .	152
2.26	Commande d'air primaire en bleu et d'air surpressé en rouge . . . . .	152
2.27	Prédicteur de smith modifié avec régulateur RST robuste en boucle fermée . . . . .	153
2.28	Prédicteur de smith modifié avec régulateur RST robuste en boucle fermée . . . . .	154
2.29	Prédicteur de smith modifié avec correcteur RST robuste en boucle fermée . . . . .	157
2.30	Sortie du système pour les différentes méthodes . . . . .	161
2.31	Signaux de commande des différentes méthodes . . . . .	161
2.32	Sortie du système pour les différentes méthodes . . . . .	163
2.33	Signaux de commande des différentes méthodes . . . . .	163
2.34	Sortie du système pour les différentes méthodes . . . . .	165
2.35	Signaux de commande des différentes méthodes . . . . .	165
3.1	Chaîne d'information et de décision depuis la mesure jusqu'à la maintenance . . . . .	171
3.2	Classification des différentes techniques de diagnostic . . . . .	173
3.3	Schéma de la décomposition actionneur-système-capteur . . . . .	176
3.4	Schéma de la décomposition actionneur-système-capteur . . . . .	181
3.5	Système à deux réservoirs . . . . .	187

## TABLE DES FIGURES

---

3.6	Diagraphe du système à deux réservoirs . . . . .	188
3.7	Exemple de système de sécurité instrumenté . . . . .	189
3.8	Arbre de défaillance pour le système étudié [1] . . . . .	190
3.9	Représentation des entrées sorties d'un contrôleur . . . . .	199

# Introduction

## Contexte Industriel

Cette thèse CIFRE s'inscrit dans le cadre de l'industrie du futur (ou industrie 4.0) et du défi climatique. Schneider Electric travaille main dans la main avec les industriels qui souhaitent numériser et optimiser leurs procédés. La numérisation de l'industrie est essentielle afin de pouvoir acquérir les données de fonctionnement d'une machine dans le but :

- d'optimiser sa production,
- de réduire sa consommation énergétique,
- de prolonger sa durée de vie grâce à la maintenance prédictive.

L'efficacité énergétique d'un procédé est étroitement liée au rendement de chaque machine qui le compose mais aussi au rendement du procédé en lui-même. Il est tout aussi important d'avoir des machines à haut rendement énergétique qu'un procédé fonctionnant au rendement maximum. Considérons pour s'en convaincre l'exemple d'un brûleur à gaz qui doit chauffer un circuit d'eau. Ce système est composé :

- d'une pompe pour l'injection de gaz naturel,
- d'un ventilateur pour l'injection d'air,
- d'une chambre de combustion où le gaz et l'oxygène de l'air réagissent,
- d'un circuit d'eau isolé et en contact avec les fumées chaudes issues de la combustion.

Le rendement de ce système se calcule en considérant le rapport de l'énergie utile récupérée (énergie thermique reçue par l'eau) par celui de l'énergie primaire utilisée (énergie électrique pour les moteurs des pompes et des ventilateurs, énergie dégagée par la combustion). Ainsi, en considérant un rendement donné pour les moteurs nous voyons que le rendement de ce système dépend entièrement de la qualité de la combustion. Si nous injectons beaucoup plus d'air que ce qui est nécessaire pour la combustion complète du gaz naturel nous allons chauffer de l'air pour rien et l'énergie qui sera transmise à l'eau en

sera diminuée. Ainsi le rendement d'un procédé dépend non seulement des rendements des machines mais de la manière dont elles interagissent entre elles (stratégie de commande). L'équipe du contrôle avancé chez Schneider Electric s'occupe de l'optimisation des procédés afin de produire "pareil mais mieux" c'est à dire garder un même niveau de production en consommant moins d'énergie primaire (et donc moins de  $CO_2$ ) et garantissant un produit fini de meilleure qualité. Dans cette optique de réduction des émissions, l'amélioration des performances de régulation et l'implantation de techniques de maintenance prédictive sont indispensables afin de garantir une meilleure durée de vie et un meilleur rendement des installations industrielles.

### **Objectif et contenu de la thèse**

Cette thèse s'inscrit dans un cadre industriel pluridisciplinaire incluant non seulement les automatismes, le contrôle commande, le génie électrique, l'électrotechnique, l'informatique industrielle, mais aussi plusieurs procédés industriels allant de l'agroalimentaire à la métallurgie, en passant par le traitement de l'air. Divers domaines théoriques sont abordés, parmi lesquels nous pouvons citer le traitement du signal, les statistiques, l'apprentissage automatique, la thermodynamique et la théorie de la commande. L'objectif de cette thèse est donc de développer des techniques combinant des algorithmes d'intelligence artificielle avec des méthodes à base de modèles de connaissance pour l'identification, la commande et le diagnostic prédictif des systèmes industriels complexes. Cette association permettra de générer des techniques pouvant s'adapter à des modes de fonctionnement variables. Cette thèse est organisée en trois parties comme suit :

1. Le chapitre 1 aborde les notions de modélisation et d'identification des systèmes. En effet, avant de pouvoir optimiser un procédé il faut pouvoir connaître la relation qu'il existe entre ses entrants et ses sortants. Cette relation étant régie par les lois de la physique, il est possible de trouver un modèle issu de principes fondamentaux tels que les conservations de la masse et de l'énergie. Cependant dans certains cas il n'est pas très simple d'accéder aux équations exactes ou à la valeur des paramètres. Dans ce cas nous utilisons des techniques d'identification qui nous permettent de modéliser un système. Ce modèle peut être un modèle de connaissance linéaire, non linéaire ou fondé sur les données. Dans le cadre de ce chapitre nous allons explorer les systèmes linéaires avec retard qui permettent de décrire de manière simple mais réaliste les systèmes industriels rencontrés. Ce modèle permettra aussi par la suite de réaliser un jumeau numérique du procédé qui peut être utilisé pour diverses applications comme par exemple le diagnostic de défauts ou

la formation des opérateurs.

2. Le chapitre 2 s'inscrit dans la continuité du premier chapitre et s'intéresse à la commande des systèmes industriels. Il aborde notamment les notions de stabilité et de robustesse en stabilité. Nous proposons ici une nouvelle technique de contrôle des systèmes à retard qui a fait l'objet d'un dépôt de brevet avec Schneider Electric B. Ce chapitre propose enfin une stratégie de contrôle multivariable, avec un critère linéaire quadratique, pour l'optimisation de la combustion d'un incinérateur d'ordures ménagères.
3. Le chapitre 3 aborde la dernier point important de cette thèse à savoir le diagnostic prédictif des systèmes industriels. Dans cette partie nous présentons les principales techniques existantes et les enjeux de ces dernières dans le cadre de l'industrie 4.0. Nous proposons dans cette partie des indicateurs de santé de certains procédés rencontrés dans l'industrie qui peuvent servir de point de départ à l'élaboration de systèmes de diagnostic. Dans un cadre industriel les techniques de diagnostic doivent être explicables et le plus ouvertes possible. En effet, afin de garantir l'adhésion des opérateurs à la solution proposée il est impossible de leur proposer une "boîte noire". C'est pourquoi dans ce chapitre nous proposons plusieurs indicateurs "métiers" connus des opérateurs, qui permettent à un système de diagnostic de s'adresser à ceux-ci en des termes techniques de leur domaine d'expertise.

Nous résumons pour conclure les travaux de recherche présentés dans cette thèse, et l'on propose des perspectives de recherche dans les domaines étudiés.



# Chapitre 1

## Identification des systèmes industriels

### Contenu

---

<b>1.1</b>	<b>Présentation des systèmes industriels rencontrés</b>	<b>32</b>
1.1.1	Centrale de traitement de l'air	32
1.1.2	Pasteurisateur/Stérilisateur	36
1.1.3	Unité de valorisation énergétique	40
<b>1.2</b>	<b>Procédés industriels et systèmes à retard</b>	<b>43</b>
1.2.1	Systèmes industriels et systèmes à retard	43
1.2.2	Techniques d'identification des systèmes à retard	47
<b>1.3</b>	<b>Contribution à l'identification des systèmes industriels</b>	<b>53</b>
1.3.1	Algorithme d'identification pour des systèmes industriels	53
1.3.2	Modélisation de la combustion dans une UVE pour le contrôle multivariable	60
1.3.3	Application industrielle des algorithmes proposés	77
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>87</b>

---



## 1.1 Présentation des systèmes industriels rencontrés

### 1.1.1 Centrale de traitement de l'air

Une centrale de traitement de l'air (CTA) est un système, utilisé surtout dans des locaux tertiaires et industriels, dont l'objectif principal est de récupérer l'air extérieur ou intérieur pour lui faire subir un ou plusieurs traitements (chauffage, rafraîchissement, humidification, déshumidification, purification ...) afin de l'insuffler via un réseau de gaines aérauliques dans des locaux ayant un besoin spécifique en air traité. La figure 1.1 ci dessous, montre un schéma de principe du fonctionnement d'une CTA.

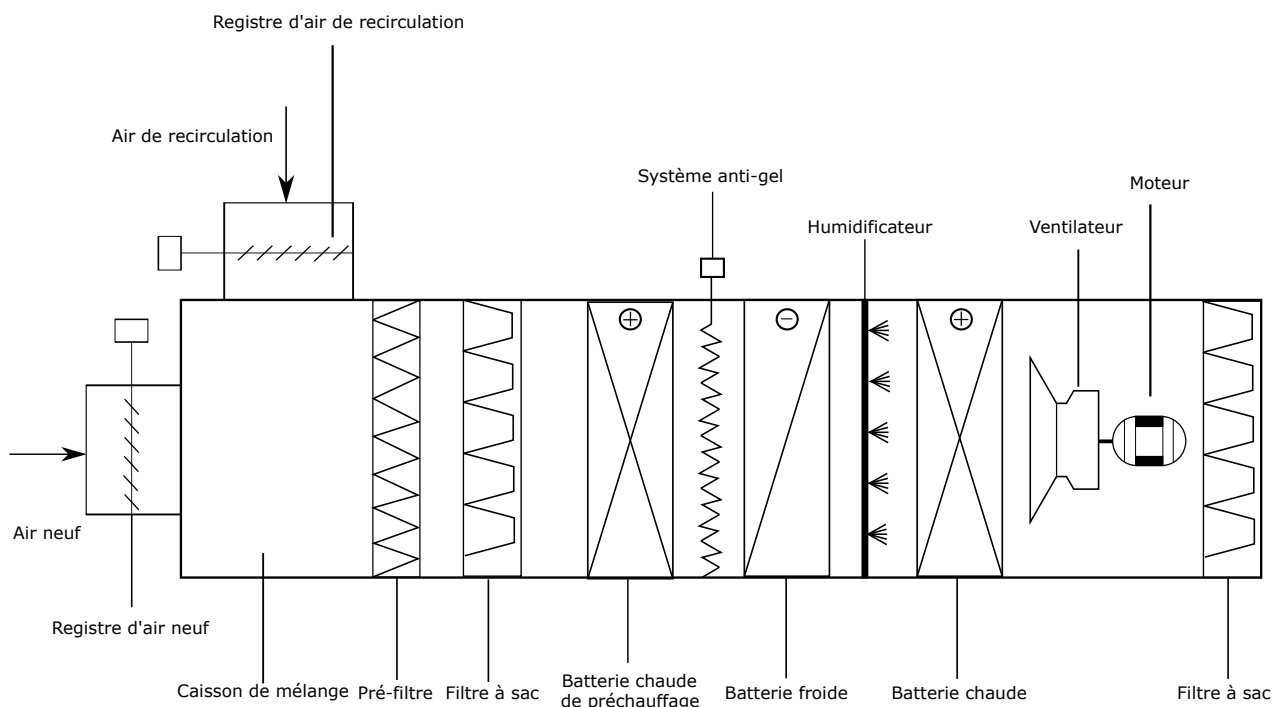


FIGURE 1.1 – Vue d'ensemble d'une CTA

Une CTA est généralement composée comme suit :

- un registre d'air neuf, qui permet au système de prendre de l'air extérieur,
- un registre d'air de recirculation, qui permet de récupérer l'air déjà traité s'il est possible de le réutiliser,
- un premier filtrage de l'air (pré-filtres, filtres à sac ...),
- une batterie de préchauffage de l'air (plutôt utilisée en hiver pour éviter le gel du liquide de refroidissement de la batterie froide),

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

---

- une batterie froide qui permet de baisser la température et de déshumidifier l'air,
- un humidificateur qui permet de rajouter de l'humidité si l'air est trop sec,
- une batterie chaude qui permet de réchauffer l'air et de diminuer son hygrométrie relative,
- un bloc ventilateur+moteur qui garantit une pression de soufflage,
- une deuxième filtration de l'air avant que celui-ci soit envoyé dans les salles,
- un dernier bloc ventilateur+moteur, non représenté ici, pour l'extraction de l'air dans les salles.

*Remarque* : Le schéma de la figure 1.1 représente la CTA la plus générique. Suivant le procédé et la zone géographique de l'usine les CTA n'auront pas besoin d'avoir par exemple une batterie de préchauffage ou un humidificateur. Il existe aussi d'autres typologies de CTA (double flux ...) mais dont le principe de fonctionnement reste semblable à celui présenté.

L'objectif d'une CTA est donc d'asservir les grandeurs physiques suivantes :

- pression,
- température,
- hygrométrie,
- taux de renouvellement d'air.

Pour ce faire nous disposons des actionneurs suivants :

- vanne de la batterie chaude,
- vanne de la batterie froide,
- variateur de vitesse pour le bloc moteur+ventilateur de soufflage,
- variateur de vitesse pour la pompe de l'humidificateur,
- registre d'air neuf,
- registre d'air recyclé,
- variateur de vitesse pour le bloc moteur+ventilateur pour l'air dit "recyclé".
- variateur de vitesse pour le bloc moteur+ventilateur d'extraction (très rarement présent).

*Remarque* : Le variateur de vitesse n'est pas systématiquement présent. En effet, nous pouvons aussi avoir un bloc moteur+ventilateur, qui tourne à 100%, suivi d'une vanne qui régule le débit. Dans ce cas, il est recommandé d'enlever la vanne et de rajouter un variateur afin de réaliser des économies d'énergie.

La typologie de la CTA dépendra donc des grandeurs que l'utilisateur voudra réguler. Dans certains cas, il n'y a qu'une seule grandeur à asservir précisément, avec des contraintes sur des plages de

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

variation des autres variables. La régulation d'une CTA est basée sur le diagramme de l'air humide appelé aussi diagramme de Carrier ou diagramme psychométrique et représenté à la figure 1.2 ci-dessous :

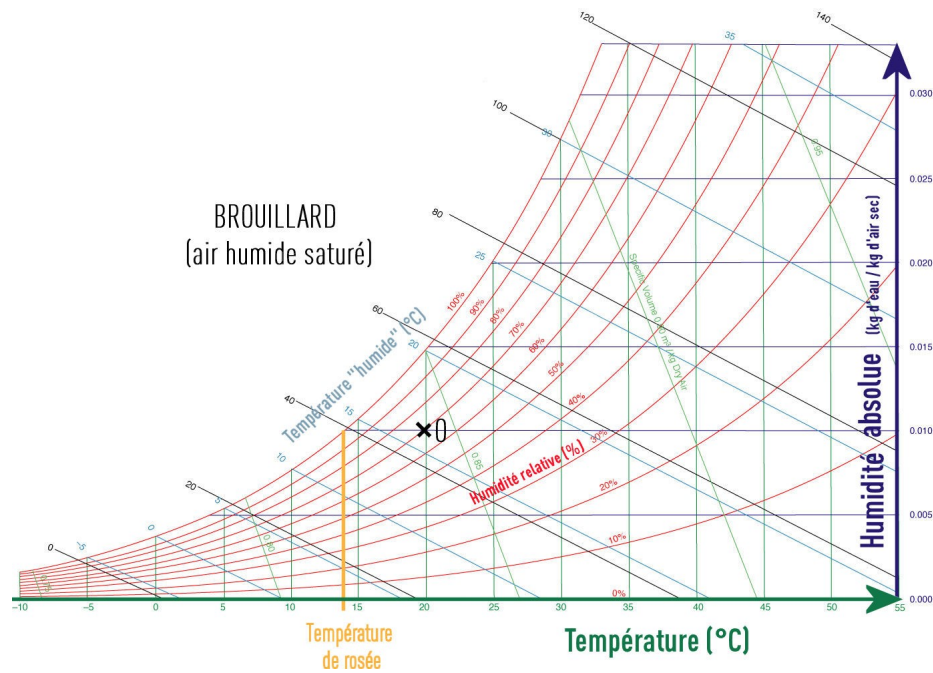


FIGURE 1.2 – Diagramme psychométrique

Nous trouvons dans le diagramme psychométrique les paramètres suivants :

- La température sèche (air ne contenant pas d'eau) en °C sur l'axe des abscisses. Les droites verticales vertes sont donc appelées des isothermes ;
- L'humidité absolue de l'air en  $kg_{eau}/kg_{airsec}$  sur l'axe des ordonnées. Les droites bleues horizontales sont donc appelées des isohydes ;
- L'humidité relative de l'air en % qui dans ce diagramme se présente sous forme d'un réseau de courbes hyperboliques rouges ;
- L'enthalpie massique  $h$  en  $kJ/kg$  qui dans ce diagramme se présente sous la forme d'un réseau de courbes obliques noires, ce sont les isenthalpes.

L'humidité relative est définie comme le rapport entre la pression de vapeur d'eau réellement présente dans l'air considéré (pression partielle de l'eau dans l'air,  $P_{vap}$ ) et la valeur de la pression de vapeur saturante,  $P_{sat}(T)$ . Cette dernière est une fonction croissante de la température et correspond à la pression maximale de vapeur d'eau que peut contenir l'air à une température et pression donnée.

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

Elle est exprimée le plus souvent en pourcentage comme suit :

$$\varphi\% = \frac{P_{\text{vap}}}{P_{\text{sat}}(T)} \times 100 \quad (1.1)$$

D'après l'équation (1.1) pour une même humidité absolue dans l'air, si la température augmente, alors l'humidité relative diminue car la pression de vapeur saturante  $P_{\text{sat}}(T)$  devient plus grande. La courbe pour laquelle l'humidité relative est égale à 100% est appelée courbe de saturation. L'intersection entre la courbe de saturation et une isotherme est appelée le point de rosée. Il s'agit du point à partir duquel l'air humide est saturé en vapeur d'eau, un refroidissement entraînant une condensation de cette dernière. C'est par ce phénomène qu'il est possible de réduire l'humidité absolue de l'air. Le diagramme psychométrique permet de caractériser la transformation que nous faisons subir à l'air humide qui traverse la CTA. Le diagramme est valable pour une pression donnée. Ce qui veut dire que nous considérerons des transformations isobares et donc nous pouvons caractériser l'énergie du système par l'enthalpie (premier principe de la thermodynamique). Utilisons le diagramme psychométrique pour mieux comprendre son application. Considérons un point de départ O et un point d'arrivée A. La figure 1.3 ci-dessous, illustre cette transformation.

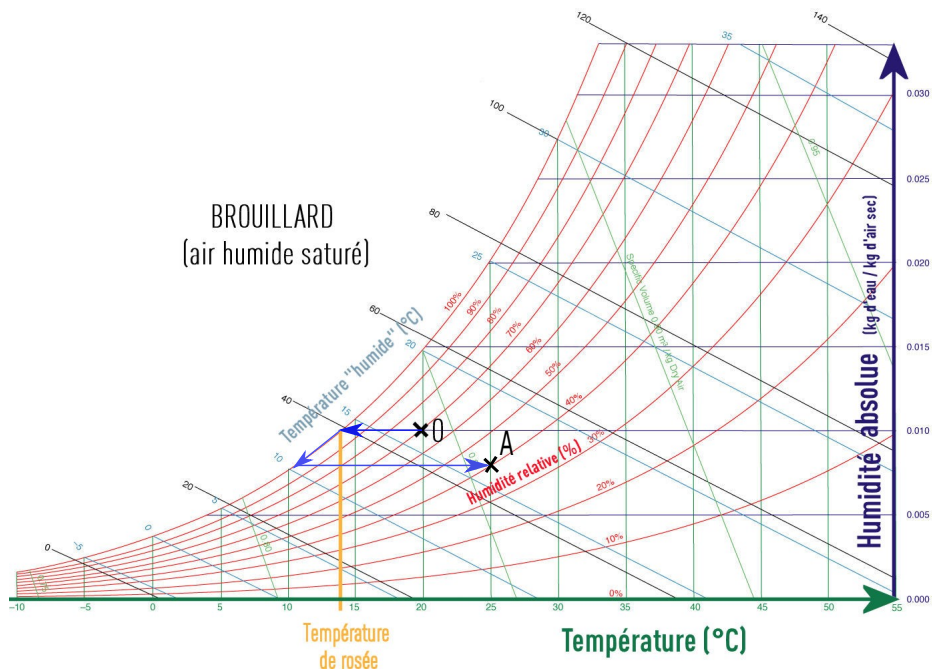


FIGURE 1.3 – Représentation d'une transformation de l'air humide dans le diagramme psychométrique

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

---

Notre but est de passer d'un air humide de température sèche de  $20^{\circ}\text{C}$  et d'humidité relative 70% (O) à un air de température sèche de  $25^{\circ}\text{C}$  et d'humidité relative 40% (A). Comme nous pouvons le constater si on garde une humidité absolue constante et qu'on chauffe l'air humide on se déplacera vers la droite sur l'isohydre passant par O. Cette transformation ne nous permet pas d'atteindre nos deux objectifs de température et d'hygrométrie. En effet, en chauffant l'air nous pouvons atteindre les 40% d'humidité relative à environ  $28^{\circ}\text{C}$ . Pour atteindre notre objectif, nous devons donc refroidir l'air jusqu'au point de rosée, continuer le refroidissement de l'air humide, pour condenser la vapeur d'eau, jusqu'à se trouver sur l'isohydre de A, pour enfin réchauffer l'air jusqu'à atteindre les  $25^{\circ}\text{C}$  (Point A).

La CTA est donc un système multivariable et non linéaire. En effet, la déshumidification est un procédé non linéaire dans la mesure où elle se fait à humidité relative constante (100%). La commande d'un tel système, dans le cadre d'une application industrielle, doit d'une part satisfaire les critères de performance du client et d'autre part être efficace d'un point de vue énergétique. La figure 1.4 ci-dessous résume le principe de régulation grandeur/actionneur pour une CTA :

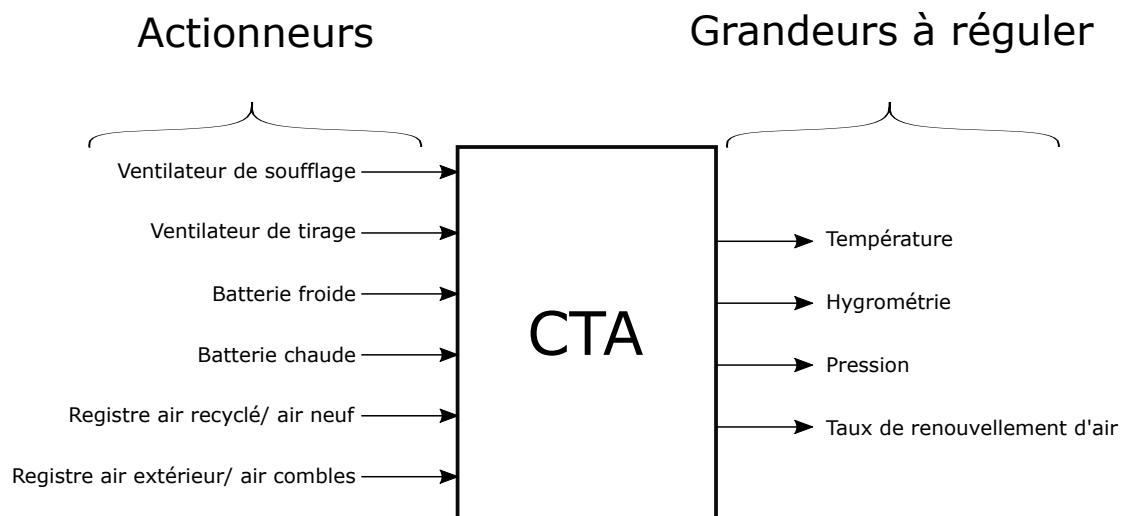


FIGURE 1.4 – Actionneurs et grandeurs contrôlées d'une CTA

### 1.1.2 Pasteurisateur/Stérilisateur

La pasteurisation est une technique utilisée très fréquemment dans le secteur agroalimentaire. L'objectif est d'allonger de façon significative la durée de conservation des aliments. La pasteurisation réduit au maximum les activités biologiques d'un produit tout en évitant de modifier ses caractéristiques organoleptiques et nutritionnelles. La pasteurisation est un traitement thermique à des températures

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

comprises entre  $60^{\circ}\text{C}$  et  $100^{\circ}\text{C}$  ayant pour but de détruire la totalité des micro-organismes pathogènes non sporulés et de réduire significativement la flore végétative présente dans un produit. C'est un procédé de conservation limité pour lequel le produit doit être conditionné hermétiquement (avec ou sans atmosphère modifiée ou sous vide) et réfrigéré (le produit pasteurisé peut être en effet conservé à  $+4^{\circ}\text{C}$  de quelques jours à quelques semaines). La stérilisation consiste, contrairement à la pasteurisation, à détruire la totalité des micro-organismes présents. Elle s'effectue à des températures supérieures à  $100^{\circ}\text{C}$ . Ces deux techniques dépendent de trois paramètres principaux qui sont :

- la durée : en déterminant expérimentalement la cinétique de destruction microbienne (ou courbe de survie), nous pouvons savoir quelle doit être la durée du traitement thermique à administrer au produit ;
- la température : la cinétique chimique étant dépendante de la température, cette dernière est un facteur qui influencera la durée du traitement du produit ;
- la thermorésistance du micro-organisme considéré : elle dépendra du milieu et du type de produit considéré, il faut donc la prendre en compte lors de l'élaboration de la recette pour une température et durée données.

La figure 1.5 ci dessous, montre un schéma de principe d'un échangeur thermique réalisant la fonction de pasteurisation et/ou de stérilisation.

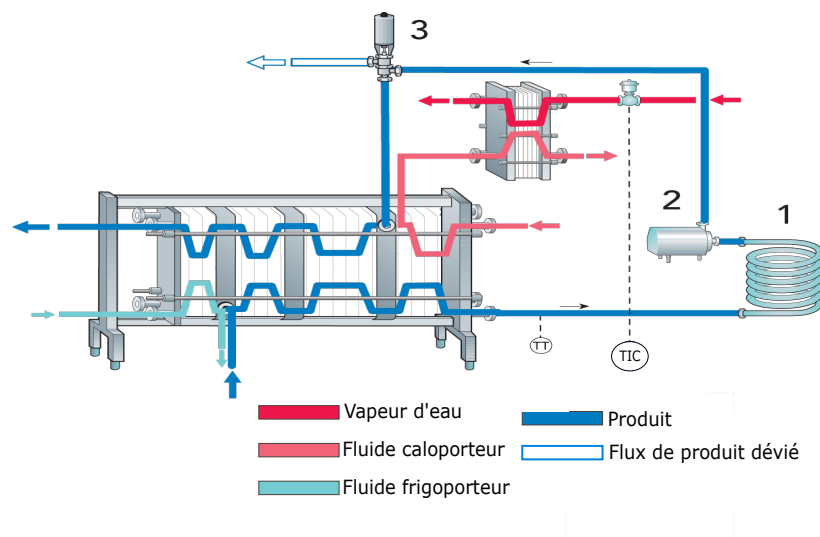


FIGURE 1.5 – Schéma du procédé de pasteurisation

Dans le cadre d'une application industrielle, nous cherchons en général à satisfaire deux critères

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

---

principaux pour les procédés de pasteurisation et/ou de stérilisation :

- garantir une température de fluide caloporteur pour les "utilisateurs" (pasteuriseurs, thermiseurs, stériliseurs ...),
- garantir une pression de fluide caloporteur afin que tous les utilisateurs puissent choisir le débit souhaité.

Les actionneurs qui sont utilisés pour ce type de régulation sont la vanne de vapeur, qui permet de régler le transfert thermique entre la vapeur d'eau et le fluide caloporteur (en général ce fluide est tout simplement de l'eau), et un variateur de vitesse qui permet de modifier la vitesse de rotation du moteur de la pompe et donc de maîtriser la pression. En régime permanent, pour une température d'entrée du fluide caloporteur et de débit de produit donné, et pour une ouverture de vanne fixée par l'opérateur (débit du fluide caloporteur), nous aurons une température de produit qui sera entièrement déterminée. En général cette vanne est aussi pilotée par un algorithme de régulation. Le couple débit-température permet de garantir l'échange de chaleur nécessaire entre le fluide caloporteur et le produit. Ce flux thermique assure la bonne tenue de l'un des paramètres importants de la pasteurisation, à savoir la température. Ensuite, la durée est déterminée par la longueur de l'échangeur et le débit de circulation du produit. Les phénomènes de transfert thermique en jeu sont très complexes. En effet, les deux fluides étant séparés par une paroi conductrice de chaleur il y a un phénomène couplé de conduction et convection. De plus, le régime de convection entre les fluides et les parois est forcé ainsi l'échange thermique dépend énormément des débits mis en jeu. Pour caractériser le phénomène de transfert thermique par convection forcée entre un fluide et une paroi, il faut introduire les trois nombres adimensionnels suivants :

- Le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho V L_c}{\mu} \quad (1.2)$$

où  $V$  est la vitesse du fluide en  $m^{-1}$ ,  $L_c$  est la longueur caractéristique de l'écoulement en  $m$ ,  $\rho$  est la masse volumique du fluide en  $kg \cdot m^{-3}$  et  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide en  $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$  (ou poiseuille Pl).

- Le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{h L_c}{\lambda} \quad (1.3)$$

où  $h$  est le coefficient de transfert thermique par convection en  $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ,  $L_c$  est la

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

---

longueur caractéristique de l'écoulement en  $m$  et  $\lambda$  est la conductivité thermique du fluide en  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ .

— Le nombre de Prandtl :

$$P_r = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (1.4)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide en  $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$  (ou poiseuille Pl),  $c_p$  est la capacité calorifique massique à pression constante du fluide en  $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$  et  $\lambda$  est la conductivité thermique du fluide en  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ .

Notre objectif est de caractériser l'échange thermique pour la stratégie de commande. Pour ce faire il nous faut calculer les coefficients d'échange thermique par convection entre les fluides et la paroi  $h_{produit/paroi}$  et  $h_{fluide\ caloporteur/paroi}$ . Le théorème de Vaschy-Buckingham énonce que si une équation physique met en jeu  $n$  variables physiques, dépendantes de  $k$  unités fondamentales, alors il existe une équation équivalente mettant en jeu  $n-k$  variables sans dimension construites à partir des variables originelles. En l'appliquant à notre cas nous pouvons déduire la relation suivante :

$$N_u = \kappa \cdot R_e^\alpha \cdot P_r^\beta \quad (1.5)$$

où  $\kappa$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  sont des nombres sans dimensions qui, dépendent des valeurs de  $R_e$  et  $P_r$ .

Une fois  $N_u$  calculé par cette méthode, nous pouvons remonter à la valeur de  $h$  en inversant la relation de l'équation (1.3). Cette manière de faire est très longue et nous n'avons pas encore parlé d'autres phénomènes complexes comme la diffusion thermique au sein du fluide qui impactera aussi le contrôle. En pratique, un capteur ne mesure une grandeur que dans une zone restreinte de l'espace, ainsi même si le transfert thermique est en cours nous n'en serons prévenus par le capteur que lorsque l'élévation de température se produira au voisinage de la zone mesurée. Nous expliquerons par la suite comment tenir compte de ce phénomène dans la modélisation d'un système industriel. Le but final de cette modélisation est de trouver une équation différentielle permettant de rendre compte du comportement du système afin de pouvoir déterminer une stratégie de commande optimale. Comme nous venons de le démontrer, l'approche uniquement fondée sur des équations de la physique peut être complexe et très longue, ce qui rend cette tâche quasi-impossible à réaliser dans un cadre industriel pour des raisons de temps et de coût. Il faut pouvoir trouver une solution simple et rapide à mettre en oeuvre, qui réponde néanmoins aux exigences du client.



### 1.1.3 Unité de valorisation énergétique

Dans un monde en pleine croissance démographique, l'élimination des déchets devient de plus en plus difficile. En effet, les pays qui n'ont pas assez d'espace pour créer des sites d'enfouissement doivent trouver d'autres solutions pour faire face à ce problème. L'incinération des ordures ménagères (OM), lorsqu'elle est maîtrisée, est une solution intéressante à ce problème. Selon les auteurs de [2], l'incinération peut réduire le volume occupé par les OM de 90 % tout en produisant de l'énergie thermique et/ou électrique. On parle de cogénération lorsque les deux types d'énergie sont produites. Également les mâchefers d'incinération peuvent être utilisés dans la construction des routes et dans l'industrie du bâtiment. Mais la minimisation de la pollution de l'air reste le problème majeur de ce type d'installation. Le but de l'opérateur et/ou des correcteurs est de contrôler le débit de vapeur produit, et donc la production d'énergie, tout en assurant une combustion complète, qui est synonyme d'émission de polluants minimale. La figure 1.6 ci-dessous présente le principe de fonctionnement d'un incinérateur d'ordures ménagères.

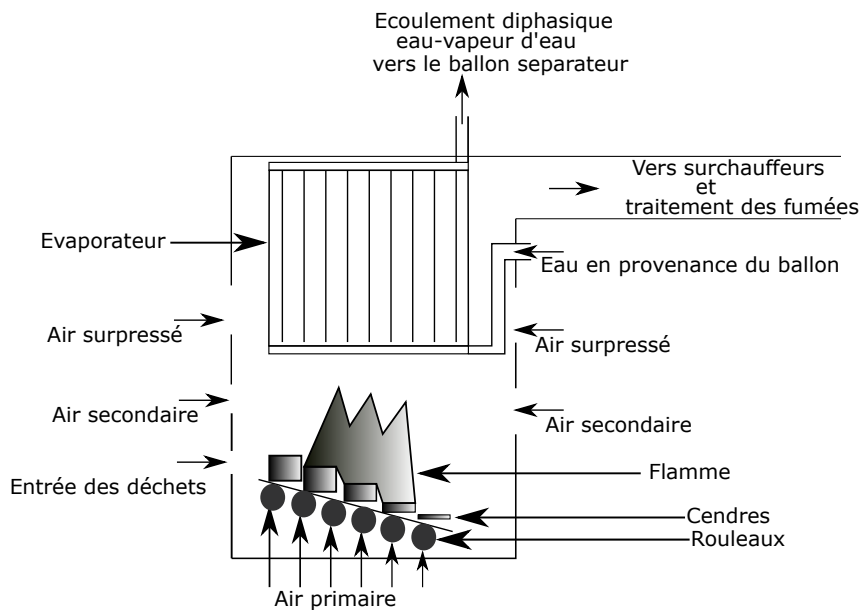


FIGURE 1.6 – Vue d'ensemble d'un incinérateur

Les déchets sont introduits dans la zone la plus haute de la grille. Ces derniers vont subir quatre transformations successives à savoir respectivement :

1. une phase de séchage qui se fait grâce à l'air primaire chaud et au rayonnement de la flamme.

## 1.1. PRÉSENTATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS RENCONTRÉS

---

Durant cette phase une partie de la vapeur d'eau du combustible est libérée ;

2. une phase de pyrolyse au cours de laquelle il y a un dégagement gazeux. Ce dernier est principalement composé d'hydrocarbures ( $C_xH_y$ ), de monoxyde de carbone ( $CO$ ), de dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), de vapeur d'eau ( $H_2O_{(g)}$ ) et de dihydrogène ( $H_2$ ). À la fin de cette phase, le combustible restant a été transformé en résidu charbonneux ;
3. une phase de gazéification durant laquelle une partie du résidu charbonneux se transforme en gaz (essentiellement  $H_2$  et  $CO$ ) ;
4. une phase de combustion complète durant laquelle tous les dégagements gazeux et les résidus charbonneux sont consommés pour donner du  $CO_2$  et du  $H_2O_{(g)}$ . Après cette phase, les résidus restants sont dits inertes (métaux, béton, mâchefers ...).

L'énergie chimique est transformée au cours de la combustion en énergie thermique. Afin de récupérer cette dernière, les parois du four d'incinération sont tapissées de tubes évaporateurs. L'eau contenue dans ces tubes s'évapore sous l'effet de la chaleur. Ceci cause un mouvement ascendant de convection naturelle (effet thermosiphon) dû au gradient de température et au changement de phase du fluide. En effet, la vapeur d'eau est poussée vers le haut par la colonne d'eau qui rentre dans l'évaporateur. La figure 1.7 schématise le fonctionnement de la chaudière. La vapeur quitte le ballon séparateur pour aller vers les surchauffeurs. Il est impératif de s'assurer que la vapeur soit "sèche", c'est à dire qu'il n'y ait pas de trace de gouttelettes d'eau. Ces dernières peuvent causer des dommages très importants au niveau de la turbine. En effet, la vapeur produite sera utilisée premièrement, pour produire de l'électricité au travers d'une turbine à vapeur et deuxièmement pour échanger de la chaleur avec un réseau de chauffage secondaire. Ce dernier pourra être par exemple un réseau de chauffage urbain.

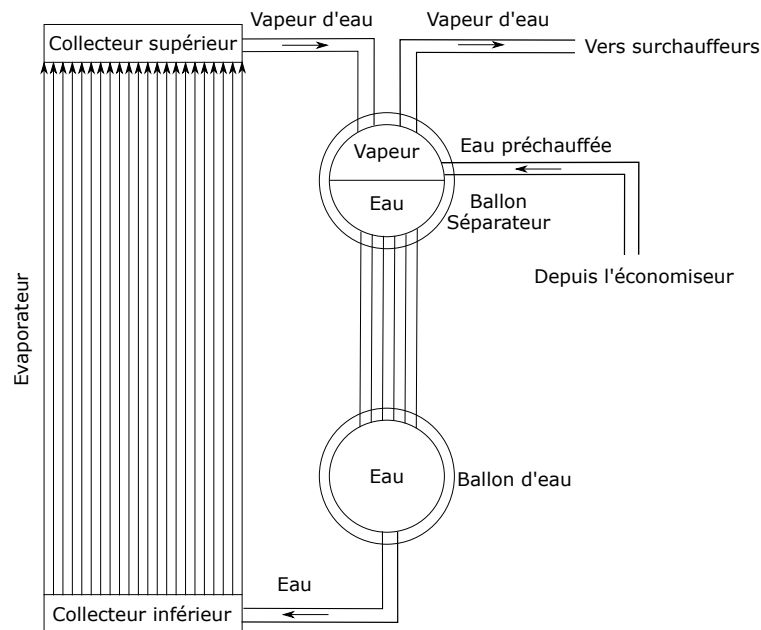


FIGURE 1.7 – Chaudière d'un incinérateur

Enfin, la plus grosse partie en terme de volume d'une usine d'incinération d'ordures ménagères (UIOM) et plus généralement de tout type d'usine de valorisation énergétique (UVE) est le traitement des fumées. Un exemple d'unité de traitement des fumées est illustré à la figure 1.8. Cette dernière possède :

1. un dépoussiérage électrostatique (électro-filtres) dans lequel les cendres volantes se collent aux électrodes en forme de plaques. Ces plaques sont frappées automatiquement pour récupérer les cendres dans des trémies ;
2. deux colonnes de lavage, l'une basique pour la neutralisation des gaz acides et l'autre acide, le but de ce dispositif étant de piéger les polluants tels que les poussières résiduelles, les métaux lourds, chlore, fluor, oxydes de soufre ;
3. une unité de destruction des dioxines et furanes et de traitement des  $NO_x$  (oxydes d'azotes). La technologie la plus utilisée est le SCR (Réduction Catalytique Sélective) avec injection d'ammoniac à une température supérieure à  $220^\circ$ , mais il en existe d'autres ;
4. une cheminée haute qui permet un rejet des fumées sans mettre en danger les personnes travaillant autour et dont les émissions sont suivies de près par l'intermédiaire d'analyseurs des fumées.

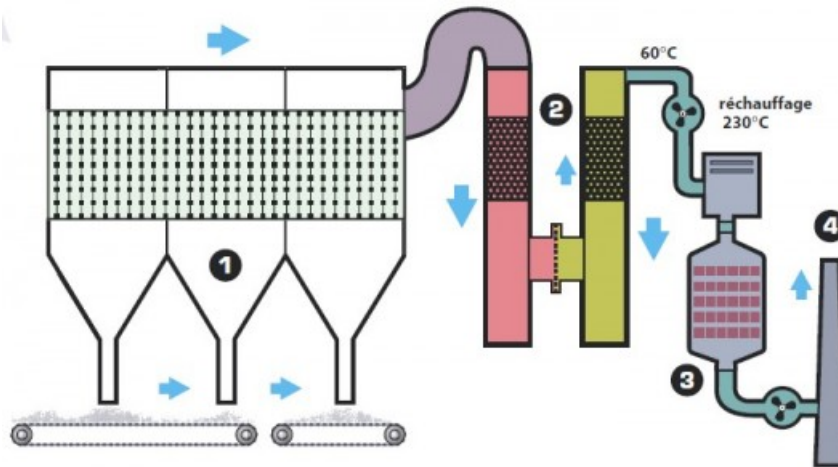


FIGURE 1.8 – Exemple de circuit de traitement des fumées

## 1.2 Procédés industriels et systèmes à retard

### 1.2.1 Systèmes industriels et systèmes à retard

Nous avons présenté précédemment différents types de procédés industriels complexes qui doivent fonctionner de jour comme de nuit. C'est pourquoi des correcteurs doivent être implantés afin d'automatiser au maximum leur fonctionnement. Comme un opérateur, un correcteur a besoin de savoir quelle est la valeur actuelle de la grandeur qu'il est en train de corriger. C'est pourquoi avant d'implanter tout type d'automatisme pour la commande il faut s'assurer que l'on dispose des capteurs nécessaires à sa réalisation. L'implantation des capteurs peut avoir un effet très important sur la stratégie de régulation à adopter. En effet, un capteur qui se trouve loin de l'actionneur verra l'effet de ce dernier plus tard qu'un capteur qui en est proche. À cela s'ajoute des phénomènes de diffusion (diffusion thermique ou de matière), de transport (par exemple transport de matière sur une bande transporteuse) qui augmentent le retard entre l'actionneur et la mesure de son effet. La commande de type PID (proportionnelle, intégrale et dérivée) est la plus répandue dans l'industrie. Cependant, lorsqu'on ne dispose pas d'informations sur le système, son réglage n'est pas systématique et se fait par essai/erreur jusqu'à trouver un compromis satisfaisant. Dans un contexte industriel, trouver de manière rapide et facile le réglage du correcteur choisi, afin de satisfaire le cahier des charges du client,

0. Source : <https://www.bioenergie-promotion.fr/26961/usine-dincineration-du-grand-dijon-trier-pour-valoriser-matieres-et-energie/>

est primordial. Afin de trouver des réglages qui garantissent une certaine performance de la régulation, nous pouvons essayer d'identifier un modèle du procédé. Comme expliqué dans [3], les techniques de contrôle fondées sur un modèle ont l'avantage de proposer un réglage systématique du correcteur en s'appuyant sur la théorie du contrôle. Les systèmes réels rencontrés dans l'industrie des procédés sont non-linéaires mais peuvent être décrits de manière satisfaisante par des modèles linéaires avec retard [4]. Dans ce qui suit nous supposons que nous avons affaire à des systèmes causaux, linéaires et à temps invariant (LTI). Un système est dit causal et LTI lorsque :

1. la réponse temporelle  $y(t)$  ne peut précéder son entrée  $u(t)$  ;
2. il respecte le principe de superposition : soit  $y_i(t)$  la réponse à l'entrée  $u_i(t)$  alors la réponse du système à  $u(t) = \sum_i u_i(t)$  est  $y(t) = \sum_i y_i(t)$  (linéarité) ;
3. la réponse  $y(t)$  du système est invariante par translation dans le temps (système à temps invariant).

Le lien de cause à effet pour un système linéaire est représenté mathématiquement par un ensemble d'équations différentielles linéaires reliant les entrées aux sorties. Supposons que nous ayons affaire à un système monovarié à coefficients constants (une entrée  $u(t)$  et une sortie  $y(t)$ ). Sa représentation mathématique sous forme d'équation différentielle est la suivante :

$$y(t) + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} = b_0 u(t) + b_1 \frac{du(t)}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} \quad (1.6)$$

Ici  $n$  est l'ordre du système et le principe de causalité impose  $n \geq m$ . Tout système respectant ce principe est dit propre. Dans le cadre de cette thèse nous allons nous concentrer sur des systèmes dits strictement propres, c'est à dire  $n > m$ . Dans la pratique, aucun système ne peut répercuter sur sa sortie, de manière instantanée, l'entrée qui lui est appliquée, car tout système possède une "inertie" qui lui est propre. Cette "inertie" est traduite par la condition  $n > m$  (le système est strictement propre). Les auteurs de [5] donnent des exemples illustrant ce propos.

Supposons que les conditions initiales du système soient nulles. Dans ce qui suit, nous adopterons la notation suivante : soit  $x(t)$  un signal temporel, alors sa transformée de Laplace  $\mathcal{L}[x(t)](s)$  (annexe A), qui est une fonction de la variable complexe  $s$  ( $s \in \mathbb{C}$ ), sera notée  $\hat{x}(s)$ . Il est à noter que lorsque nous faisons l'analyse fréquentielle d'un système, nous considérons la transformée de Fourier. Il s'avère que

cette dernière est un cas particulier de la transformée de Laplace où la variable complexe  $s$  vaut  $s = i\omega$ . Pour un signal  $x(t)$  nous noterons donc de la même manière sa transformée de Laplace  $\hat{x}(s)$  et sa transformée de Fourier  $\hat{x}(i\omega)$ . En appliquant la transformée de Laplace nous transformons l'équation différentielle (1.6) en une équation algébrique reliant la transformée de Laplace de l'entrée  $\hat{u}(s)$  à celle de la sortie  $\hat{y}(s)$ . Apparaissent alors deux polynômes en  $s$ ,  $B(s)$  et  $A(s)$  qui multiplient respectivement  $\hat{u}(s)$  et  $\hat{y}(s)$ . Ces polynômes sont à coefficients réels (paramètres qui ont une interprétation physique) et s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} B(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^i \\ A(s) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i \end{cases} \quad (1.7)$$

Nous supposons dans ce qui suit que les polynômes  $B(s)$  et  $A(s)$  sont copremiers, c'est-à-dire qu'ils ne possèdent aucune racine commune.

La fonction de transfert du système est définie par :

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (1.8)$$

En utilisant (1.7) nous pouvons réécrire (1.8) comme suit :

$$P(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i} \quad (1.9)$$

Il est important de noter que l'expression ci-dessus présente des problèmes d'identifiabilité des coefficients (si nous multiplions en haut et en bas par une constante nous obtenons la même fonction de transfert) c'est pourquoi nous ne l'utilisons pas dans les travaux de ce manuscrit. Les pôles du système sont définis comme étant les racines du dénominateur de la fonction de transfert. Comme  $B(s)$  et  $A(s)$  sont copremiers, la fraction rationnelle  $P(s)$  est irréductible. Ceci implique que les pôles de  $P(s)$  sont les racines de  $A(s)$ . La décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}$  du polynôme  $A(s)$  s'écrit sous la forme :

$$A(s) = \prod_{i=1}^r (s - s_i)^{\alpha_i} \cdot \prod_{j=1}^l (s^2 + \sigma_j s + \rho_j)^{\beta_j} \quad (1.10)$$

## 1.2. PROCÉDÉS INDUSTRIELS ET SYSTÈMES À RETARD

---

Les racines des  $l$  polynômes à coefficients réels du second degré sont des complexes conjugués. Soit  $s_j$  une racine du  $j^{\text{ème}}$  polynôme (l'autre étant  $\bar{s}_j$ ), on a  $\sigma_j = -(s_j + \bar{s}_j) = -2\Re(s_j)$  et  $\rho_j = s_j\bar{s}_j = |s_j|^2$  qui sont des réels. Enfin  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont les ordres de multiplicité de chaque racine.

Notre objectif est de connaître quelle est la réponse du système à une entrée connue. L'entrée la plus utilisée, car la plus facile à réaliser, est l'échelon défini comme suit :

$$u(t) = U_0 \cdot \mathcal{H}(t) \text{ où } \mathcal{H}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ est la fonction d'Heaviside.} \quad (1.11)$$

La stabilité d'un système est déterminée par ses pôles. En effet, lorsque nous appliquons la transformée de Laplace inverse pour avoir la solution dans le domaine temporel, le signe de la partie réelle des pôles, nous indique si la solution diverge ou converge. En exploitant l'équation (1.10) nous pouvons conclure qu'il existe, en théorie, six différents types de systèmes LTI :

1. **Les systèmes amortis** : les pôles dominants sont des réels strictement négatifs et tous les autres pôles sont à partie réelle strictement négative. Un exemple de système amorti est la température dans un four électrique. On applique une intensité plus grande à la résistance chauffante (échelon de courant) et on observe la température qui s'élève jusqu'à atteindre sa nouvelle valeur d'équilibre.
2. **Les systèmes oscillants amortis** : les pôles dominants sont complexes conjugués et tous les autres pôles sont à partie réelle strictement négative. Dans ce cas les oscillations subissent un amortissement exponentiel qui tend à faire converger le système vers son nouveau point d'équilibre. Un système masse-ressort vertical auquel on rajouterait une masse (échelon de masse) oscillerait avant de se stabiliser à son nouveau point d'équilibre (nouvelle élongation).
3. **Les systèmes oscillants non-amortis** : le système possède au moins un pôle imaginaire pur et tous les autres pôles sont à partie réelle strictement négative. Ce type de système correspond à ce que l'on appelle en physique "l'oscillateur harmonique". En reprenant l'exemple précédent, ceci correspondrait à un ressort qui oscille sans jamais s'arrêter. Dans la pratique, il existe toujours une dissipation énergétique (frottements, effet Joule, dégagement de chaleur ...), ce qui rend ce type de système irréalisable.
4. **Les systèmes intégrateurs** : il s'agit des systèmes à la limite de la stabilité qui possèdent au

moins un pôle en 0 ( $A(0) = 0$ ). Ce type de système diverge tant que l'excitation persiste. Lorsque l'échelon s'arrête le système se stabilise. Un réservoir est un exemple de système intégrateur. Tant qu'on remplit le réservoir à un débit constant (échelon de débit) le niveau du réservoir augmente. Lorsqu'on coupe la pompe ou on ferme la vanne le niveau se stabilise.

5. **Les systèmes dérivateurs** : il s'agit des systèmes qui possèdent un zéro nul ( $B(0) = 0$ ). Ce type de système dérive l'entrée qui lui est appliquée. Par exemple, si nous voulons maintenir la valeur de ce système à une consigne constante, il faudrait lui appliquer une entrée de type rampe (droite affine). Or ceci est physiquement impossible car tout actionneur est limité, ce qui veut dire qu'au bout d'un certain temps l'entrée deviendra constante (saturation) et le système retournera à son point d'équilibre.
6. **Les systèmes instables** : Il existe au moins une racine à partie réelle positive. Ceci entraîne une divergence exponentielle de la solution temporelle. Un exemple de ce type de système sont les réacteurs continus idéalement mélangés. Les réactions chimiques dans ce type de systèmes peuvent subir une autocatalyse menant à une réaction en chaîne qui déstabilise le système (ex : réaction de polymérisation). En pratique, la divergence exponentielle s'arrête à un moment car l'énergie du système se dissipe dans l'environnement.

Nous trouvons aussi dans la nature des systèmes qui peuvent réunir plusieurs propriétés. Par exemple, nous pouvons avoir affaire à un système amorti et intégrateur. De plus, nous pouvons incorporer dans le modèle le retard pur présenté précédemment. Ce dernier introduit simplement un décalage au niveau de la réponse temporelle entre l'entrée et la sortie. Cependant comme nous l'expliquons plus tard, le retard pur a des conséquences importantes sur le réglage du correcteur pour le système considéré. Ainsi, l'identification d'un modèle de comportement est essentiel afin de pouvoir trouver un réglage systématique et rapide pour différents types de systèmes.

### 1.2.2 Techniques d'identification des systèmes à retard

Le fait de pouvoir construire des modèles mathématiques à partir de données expérimentales est fondamental en ingénierie. Dans le domaine du contrôle, cette démarche est nommée identification des systèmes. L'objectif est de trouver un modèle dynamique entre les signaux d'entrée connus et les signaux de sortie mesurés. La procédure d'identification d'un système est fondée sur 4 ingrédients



## 1.2. PROCÉDÉS INDUSTRIELS ET SYSTÈMES À RETARD

---

principaux [3] à savoir :

1. **les données mesurées** : la qualité du modèle dépend entièrement des données utilisées pour le construire. En effet, un modèle créé sur la base des données ne pourra rendre compte que de l'information qui se trouve dans la mesure physique utilisée. Si un certain mode de fonctionnement n'est pas disponible dans les données utilisées le modèle ne pourra pas l'incorporer ;
2. **un ensemble de modèles candidats** : on peut distinguer trois structures naturelles de modèles à savoir, la structure boîte noire, la structure issue d'une modélisation physique et la structure mixte issue du mélange des deux premières. La boîte noire consiste à choisir un modèle candidat et à vérifier qu'après identification un certain choix des paramètres permet de rendre compte de la dynamique du système étudié. La structure issue de la modélisation physique s'appuie sur un modèle qui découle des équations de conservation de masse, d'énergie et autres principes physiques. Dans ce cas nous connaissons la structure du modèle à l'avance et nous n'avons plus qu'à identifier les paramètres ;
3. **un critère de proximité entre la sortie du modèle et les données observées** : afin de trouver les paramètres du système nous devons minimiser suivant un critère, l'erreur entre ce que le modèle prédit et ce que nous observons. Souvent, on utilise un critère quadratique ;
4. **une validation de la qualité de prédiction du modèle** : une fois le modèle trouvé, il faut vérifier, sur de nouvelles entrées, qu'il décrit bien l'évolution temporelle du système.

Il existe deux approches possibles pour la commande des procédés et donc dans l'identification des systèmes. La première, qui est la plus naturelle, est l'approche continue. Elle est fondée sur une description continue de l'évolution temporelle du système au travers d'équations différentielles. La deuxième est une approche discrète qui consiste à prendre en compte l'échantillonnage fait au niveau des signaux de mesure. Elle est fondée sur une description discrète de l'évolution temporelle du système au travers d'équations aux différences. Dans [6], [7], [8] et [9] les auteurs présentent différentes techniques d'identification que l'on peut trouver dans la littérature en expliquant l'origine et l'intérêt de l'identification des systèmes pour la commande. Lorsque la fréquence d'échantillonnage des capteurs et la puissance de calcul des contrôleurs présentent des limitations, un correcteur avec un formalisme discret peut être plus efficace et adapté pour la commande. Cependant, la croissance importante des puissances de calcul a redonné un nouvel élan à l'approche continue qui devient de plus en plus utilisée.

L'approche continue présente plusieurs avantages par rapport à l'approche discrète. Comme l'auteur de [6] le rappelle, beaucoup de progrès ont été réalisés du point de vue de la théorie du contrôle pour des systèmes continus. En plus de ce qui a été précédemment évoqué, les auteurs de [10] et [11] mettent l'accent sur les multiples avantages que présente une approche continue de l'identification des systèmes.

1. **Les paramètres identifiés ont une signification physique** : les modèles continus étant issus des lois de la physique, l'interprétation des paramètres identifiés coule de source.
2. **Le choix de la période d'échantillonnage est moins contraignant** : l'utilisation d'un modèle discret peut entraîner des contraintes supplémentaires sur la période d'échantillonnage car cette dernière peut rendre le système à non minimum de phase et/ou déplacer les pôles complexes vers  $z = 1$  où  $z$  est la variable complexe de la transformée en  $\mathcal{Z}$  du système considéré. Ces difficultés supplémentaires introduites par l'approche discrète sont étudiées dans [12].
3. **Le passage des paramètres discrets aux paramètres continus n'est pas trivial** : les équations liant les paramètres discrets aux paramètres continus peuvent devenir très complexes à inverser lorsque l'ordre du modèle est élevé [11].
4. **Le choix de l'entrée est plus naturel pour les systèmes continus** : l'utilisation d'un échelon en entrée pour l'identification est très commun. Dans le cas d'une approche discrète un seul échelon n'est en général pas suffisant car cette entrée à un faible degré de persistance. En d'autres termes, l'excitation du signal n'est pas assez importante pour faire converger les paramètres estimés vers les vrais paramètres du système. Pour plus d'informations sur ce dernier point, le lecteur pourra se référer à [7] où une étude détaillée a été faite.
5. **Les méthodes continues comportent une étape de filtrage naturelle** : afin de s'affranchir de toute dérivation temporelle les signaux sont très souvent intégrés, filtrés et/ou multipliés par des fonctions modulatrices qui lissent le bruit du signal.
6. **Les modèles continus sont un atout dans un contexte industriel** : ce point étend l'avantage du point 1. Lorsqu'on implante un correcteur sur un procédé industriel, il est toujours important d'avoir un regard critique sur le système identifié, ainsi l'approche continue permet de vérifier que les ordres de grandeur des paramètres sont cohérents avec le procédé (gain statique, constantes de temps, facteur d'amortissement, pulsation naturelle ...). L'automaticien, qui im-

plante l'algorithme de commande, peut bénéficier de l'expertise présente sur site, afin de vérifier que les valeurs des paramètres obtenues sont cohérentes.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous concentrons sur l'identification des systèmes à retard. Ce modèle servira plus tard à élaborer une loi de commande. Il est à noter, même si cela ne fait pas partie de notre périmètre d'étude, que le phénomène de retard peut être retrouvé dans d'autres domaines comme le biomédical, les sonars, les radars, les télécommunications ... Ces diverses applications font de l'identification du retard un domaine de recherche important. Dans le cadre des systèmes industriels, l'ajout d'un retard permet de décrire de manière simple certains phénomènes complexes rencontrés dans des procédés industriels comme :

- le transport de matière,
- la diffusion de matière ou d'énergie,
- les dynamiques complexes en début de réponse,
- la distance des capteurs à la source.

En outre, l'introduction d'un retard permet parfois de garder un ordre faible au niveau du modèle, tout en garantissant un bon suivi de la dynamique du procédé. L'identification du retard est une tâche critique dans la conception d'une loi de commande. En effet, la présence d'un retard sur la boucle ouverte peut déstabiliser le comportement en boucle fermée du système. Ceci est dû au fait que le retard introduit un déphasage qui croît de manière linéaire avec la pulsation  $\omega$ . Soit  $P(s)$  la fonction de transfert du système sans retard. Soit  $G(\omega) = |P(j\omega)|$  le gain du système et  $\Phi(j\omega) = \text{Arg}(P(j\omega))$  le déphasage qu'introduit le système entre l'entrée et la sortie. Le même système avec un retard  $\tau$  aura la fonction de transfert suivante  $P_d(s) = P(s)e^{-\tau s}$ . Nous pouvons directement déduire que  $G_d(\omega) = G(\omega)$  et que  $\Phi_d(j\omega) = \Phi(j\omega) - \tau\omega$ . Dans le diagramme de Nyquist, le retard introduit une infinité d'intersections entre la courbe et l'axe des réels. Ainsi le retard peut déstabiliser un système en introduisant un déphasage qui entraîne le non respect du critère de stabilité de Nyquist [13]. Une étude détaillée de l'influence du retard sur la régulation est menée dans [14]. Nous pouvons dès lors se rendre compte que la connaissance de ce retard est essentielle afin de pouvoir l'utiliser dans l'élaboration de correcteurs à base de modèles : IMC (Internal Model Controller). Le chapitre 2 présente différentes techniques de contrôle, qui utilisent le modèle préalablement identifié du système, afin de garantir la stabilité de la boucle fermée. Ce modèle peut soit être utilisé dans la loi de commande, soit être utilisé pour le réglage d'un correcteur en combinant les différents paramètres identifiés.

## 1.2. PROCÉDÉS INDUSTRIELS ET SYSTÈMES À RETARD

---

Dans la littérature une grande importance est donnée aux systèmes du premier ordre avec retard FOPDT (First order plus dead-time) et aux systèmes du second ordre avec retard SOPDT (Second order plus dead-time). Ces deux modèles largement étudiés couvrent la plupart des applications industrielles. Dans l'industrie, nous rencontrons dans une moindre mesure, trois autres types de comportements qui sont les systèmes intégrateurs purs avec retard IPDT (Integrator plus dead-time) les systèmes dérivateurs avec retard DPDT (Derivative plus dead-time) et les systèmes instables avec retard UFOPDT (Unstable first order plus dead-time). En effet, si nous reprenons les différents types de systèmes LTI pouvant exister, nous pouvons les approximer par des modèles équivalents comme suit :

Système réel théorique	Système simplifié	Modèle de connaissance
Systèmes amortis	FOPDT	$P(s) = \frac{K_\infty}{1 + T_s} e^{-\tau s}$
Systèmes oscillants amortis	SOPDT	$P(s) = \frac{K_\infty(1 + T_z s)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2} e^{-\tau s}$
Systèmes intégrateurs	IPDT	$P(s) = \frac{K_i}{s} e^{-\tau s}$
Systèmes dérivateurs	DPDT	$P(s) = \frac{K_d s}{1 + \frac{K_d}{N} s} e^{-\tau s}$
Systèmes instables	UFOPDT	$P(s) = \frac{K_a}{1 - T_s} e^{-\tau s}$

TABLE 1.1 – Liste de modèles de systèmes industriels

Le tableau 1.1 présente les différents modèles de connaissance continus où chaque paramètre a une interprétation physique qui lui est propre, à savoir :

- $K_\infty$  est le gain statique. Il correspond au facteur d'amplification ou d'atténuation, en régime permanent, entre l'entrée et la sortie ;
- $T$  est la constante de temps. Elle est homogène à un temps. Elle correspond au facteur de

## 1.2. PROCÉDÉS INDUSTRIELS ET SYSTÈMES À RETARD

---

- croissance exponentielle pour un FOPDT ou un UFOPDT ;
- $\tau$  est le retard pur du système. Il est homogène à un temps et correspond au temps qu'il faut pour qu'une action de l'entrée affecte la sortie ;
  - $\xi$  est le facteur d'amortissement. Il correspond comme son nom l'indique au degré d'amortissement du système. Si  $\xi = 0$  le système est oscillant sans amortissement, si  $\xi < 1$  le système est oscillant avec amortissement, si  $\xi > 1$  le système est amorti mais dans ce cas nous n'utiliserons pas un SOPDT mais un FOPDT pour simplifier l'ordre du modèle (on compensera l'erreur de dynamique par du retard).
  - $\omega_0$  est la pulsation naturelle du système. Elle correspond à la fréquence d'oscillation du cas  $\xi = 0$ .
  - Dans le cas  $\xi < 1$  nous avons la fraction  $\frac{1}{\xi\omega_0}$  qui est la constante de temps de la décroissance exponentielle des oscillations.  $\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$  correspond à la fréquence des oscillations amorties.
  - $-\frac{1}{T_z}$  est le zéro du système. Soit  $P_0(s)$  la fonction de transfert qui correspond au cas  $T_z = 0$  et  $y_0(t)$  sa réponse à un échelon. Nous pouvons alors écrire que  $P_z(s) = P_0(s) + T_z s P_0(s)$ . A conditions initiales nulles, la transformée inverse de Laplace nous donne la réponse temporelle  $y_z(t) = y_0(t) + T_z \dot{y}_0(t)$ . Ainsi, nous pouvons interpréter physiquement la présence d'un zéro comme une amplification (si  $T_z > 0$ ) ou une atténuation (si  $T_z < 0$ ) de la réponse temporelle correspondant au cas  $T_z = 0$ .  $T_z$  influence la dynamique mais pas la stabilité du système.
  - $K_i$  est le gain du système intégrateur homogène à des  $\text{sortie} \cdot \text{entrée}^{-1} \cdot \text{temps}^{-1}$ . Il correspond à la pente de la sortie lorsqu'un échelon est appliqué en l'entrée.
  - $K_d$  est le gain dérivée du système homogène à des  $\text{sortie} \cdot \text{temps} \cdot \text{entrée}^{-1}$ . Il correspond au gain statique du système lorsqu'une rampe (droite affine) est appliquée en entrée.
  - $N$  est un coefficient de filtrage servant à rendre causal le système dérivateur pur qui ne peut exister dans la réalité. Nous pouvons constater que lorsque  $N \rightarrow +\infty$  nous retrouvons le système dérivateur pur théorique.
  - $K_a$  est le gain d'adaptation pour un système instable, homogène à des  $\text{sortie} \cdot \text{entrée}^{-1}$ . Il correspond au facteur d'adaptation entre l'entrée et la sortie. Il n'y a pas ici de notion de régime permanent car la sortie du système diverge.

Dans ce qui suit nous allons présenter les travaux et contributions de cette thèse dans le domaine de l'identification des systèmes industriels. La plus grande partie du travail est consacrée à une technique d'identification pour les systèmes à retard. Cependant, lorsque nous avons affaire à des systèmes multivariés subissant de nombreuses perturbations, la tâche peut se révéler complexe. Dans ce cas, nous pouvons avoir recours à une modélisation physique du système comme nous allons le voir dans la section 1.3.2.

## 1.3 Contribution à l'identification des systèmes industriels

### 1.3.1 Algorithme d'identification pour des systèmes industriels

Dans cette section, nous allons présenter un algorithme d'identification pour des systèmes du premier ordre avec retard. Le choix d'une identification d'un système du premier ordre avec retard a été justifié lors de la section précédente. L'identification d'un modèle de type FOPDT est d'autant plus pertinente que nous utiliserons par la suite un correcteur à modèle interne comme le prédicteur de Smith [15] afin de compenser le retard introduit dans le modèle. Considérons tout d'abord le modèle de connaissance d'un FOPDT dans le domaine de Laplace :

$$P(s) = \frac{K_{\infty}}{1 + Ts} e^{-\tau s} \quad (1.12)$$

Avec :

- $K_{\infty}$  le gain statique ;
- $T$  la constante de temps du système ;
- $\tau$  le retard pur du système.

Dans ce qui suit nous allons considérer que le procédé que nous voulons identifier est soumis à un échelon en entrée. Soit  $y(t)$  la réponse temporelle du procédé et  $u(t)$  l'échelon en entrée du système tel que  $u(t) = u_0 \cdot \mathcal{H}(t)$  où  $\mathcal{H}(t)$  est la fonction d'Heaviside définie par (1.11). Le signal de sortie  $y(t)$  est alors donné par :

$$y(t) = K_{\infty} u_0 \left( 1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{T}} \right) \cdot \mathcal{H}(t - \tau), \quad (1.13)$$

soit en appliquant la définition de la fonction  $\mathcal{H}(t)$

$$y(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < \tau \\ K_{\infty}u_0 \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{T}}\right) & \text{si } t \geq \tau \end{cases} \quad (1.14)$$

En effectuant l'intégration de  $y(t)$  pour  $t > \tau$  nous obtenons l'équation suivante :

$$I_y(t) = \int_{\tau}^t y(\nu)d\nu = K_{\infty}u_0 [t - \tau + T(e^{-\frac{(t-\tau)}{T}} - 1)] \quad (1.15)$$

En utilisant (1.14) nous pouvons déduire la relation suivante :

$$1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{T}} = \frac{y(t)}{K_{\infty}u_0} \quad (1.16)$$

En combinant les équations (1.15) et (1.16) il vient alors :

$$I_y(t) = u_0t \cdot K_{\infty} - u_0 \cdot K_{\infty}\tau - y(t) \cdot T \quad (1.17)$$

Pour  $t > \tau$  nous pouvons réécrire l'équation (1.17) sous la forme d'une équation de régression comme suit :

$$I_y(t) = \begin{bmatrix} u_0t & -u_0 & -y(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{\infty} \\ K_{\infty}\tau \\ T \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Dans la pratique, les signaux sont bruités. En introduisant un bruit de mesure  $\sigma(t)$  dans l'équation (1.14), nous pouvons réécrire (1.18) comme suit afin d'avoir une représentation plus proche de la réalité du problème de régression à résoudre :

$$I_y(t) + I_{\sigma}(t) = \begin{bmatrix} u_0t & -u_0 & -y(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{\infty} \\ K_{\infty}\tau \\ T \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$I_{\sigma}(t)$  représente un terme additif apporté par le bruit de mesure du signal. L'équation (1.19) est un problème de régression qui peut être résolu en introduisant un critère à minimiser. Nous allons ici choisir un critère quadratique classique qui consiste à minimiser l'écart au carré entre le modèle et les valeurs mesurées. Nous devons cependant prêter attention au bruit de mesure qui peut causer des

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

problèmes lorsqu'il est corrélé à la sortie. En effet, ce phénomène peut entraîner une convergence des paramètres à identifier vers des valeurs biaisées.

Soit  $T_e$  la période d'échantillonnage de la mesure et  $(k, k_0, n) \in \mathbb{N}^3$ , tels que  $t_{k_0} = k_0 \cdot T_e > \tau$ ,  $\forall k \in \llbracket k_0, n \rrbracket$ . Nous pouvons mettre l'équation (1.19), pour  $t > \tau$ , sous la forme :

$$\Gamma + \Sigma = \Psi\theta \quad (1.20)$$

où

$$\begin{cases} \Gamma = [I_y(t_k) \quad \dots \quad I_y(t_n)]^T \\ \Sigma = [I_\sigma(t_k) \quad \dots \quad I_\sigma(t_n)]^T \\ \theta = [K_\infty \quad K_\infty\tau \quad T]^T \\ \Psi = \begin{bmatrix} u_0 t_k & \dots & u_0 t_n \\ -u_0 & \dots & -u_0 \\ -y(t_k) & \dots & -y(t_n) \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (1.21)$$

Comme nous l'avons évoqué précédemment, si nous utilisons la méthode ordinaire des moindres carrés récursifs et que le bruit est corrélé avec le signal  $y(t)$  les paramètres risquent de ne pas converger vers la solution réelle. Dans notre cas, si le bruit introduit par la mesure  $I_\sigma(t_k)$  est trop important ce dernier est corrélé à la mesure [16]. Afin de s'affranchir de ce problème et de décorrélérer le bruit de mesure du vecteur de régression, nous utilisons la méthode des moindres carrés récursifs avec variable instrumentale. Il s'agit de trouver une variable de substitution qui ne sera plus corrélée avec le bruit mais qui reste corrélée au vecteur de régression. Cette substitution garantit la convergence des moindres carrés si la matrice instrumentale respecte les conditions suivantes [16] :

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{1}{n} Z^T \Psi)$  existe ;
- $\frac{1}{n} Z^T \Psi$  est non singulière de telle sorte que  $(\frac{1}{n} Z^T \Psi)^{-1}$  existe ;
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{1}{n} Z^T \Sigma) = 0$  c'est à dire que  $Z$  et  $\Sigma$  ne sont pas corrélés.

La matrice instrumentale  $Z$  est prise égale à celle proposée dans [17] soit :

$$Z = \begin{bmatrix} kT_e & -1 & \frac{1}{kT_e} \\ (k+1)T_e & -1 & \frac{1}{(k+1)T_e} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (k+n)T_e & -1 & \frac{1}{(k+n)T_e} \end{bmatrix}$$



Ainsi, si  $Z$  vérifie les trois conditions présentées ci-dessus, le vecteur des paramètres  $\theta$  converge asymptotiquement vers une valeur non biaisée. L'estimateur des moindres carrés avec variable instrumentale est donné par :

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \left\| Z^T \Gamma - Z^T \Psi \theta \right\|_2^2$$

où  $\|\cdot\|_2$  désigne la norme euclidienne. Lors de l'identification, nous voulons une convergence rapide et robuste. Pour ce faire nous allons rajouter un facteur d'oubli  $f$  dans l'algorithme des moindres carrés avec variable instrumentale. Ce dernier est compris entre 0 et 1. Un facteur d'oubli égal à 1 correspond au cas ordinaire des moindres carrés, c'est à dire que les nouvelles valeurs comme les anciennes vont avoir le même impact sur l'actualisation du vecteur de paramètres estimé  $\hat{\theta}$ . Au contraire un facteur d'oubli proche de 0 favorise la prise en compte des nouvelles valeurs dans l'actualisation de  $\hat{\theta}$ . Dans le cas idéal il faudrait un facteur d'oubli faible au début de l'identification, afin de faire converger le vecteur des paramètres estimés rapidement vers sa valeur optimale, et un facteur d'oubli égal à 1 en fin d'identification car lorsque nous sommes proches du régime permanent l'information d'identification devient moins riche. Il ne faut donc pas "oublier" ce qui s'est passé avant au profit d'une dynamique faible qui risque de fausser le résultat final. En outre, si une perturbation apparaît durant l'identification il faut essayer de "l'oublier" afin de pouvoir identifier les vrais paramètres du système. Ainsi, nous pouvons justifier l'intérêt d'introduire un facteur d'oubli variable lors de l'identification.

Ce sujet est très courant dans la littérature et différentes façons de calculer un facteur d'oubli variable ont été proposées. Dans [18] les auteurs proposent une méthode d'actualisation du facteur d'oubli fondée sur le calcul d'un gradient. Dans [19] une mise à jour de ce paramètre est faite en prenant en compte l'erreur et le bruit de mesure. Certaines fonctions d'évolution du facteur d'oubli basées sur le rapport entre le bruit de mesure et le signal sont proposées dans [20] et [21]. Enfin, en [22], le facteur d'oubli est égal au minimum de deux fonctions choisies en fonction du rapport entre le bruit et le signal. Pour notre application nous avons choisi un facteur d'oubli qui évolue de manière exponentielle vers 1 comme ce qui a été utilisé dans [22]. En revanche nous avons introduit des critères de robustesse sur les valeurs possibles pouvant être prises par le facteur d'oubli  $f$  :

$$f_n = (1 - \lambda) + \lambda \cdot f_{n-1} \tag{1.22}$$

La plage des valeurs de  $f$  a été limitée à celle proposée par [23] qui est issue de plusieurs expériences

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

réalisées sur des applications réelles. Afin d'assurer un bon compromis entre la robustesse et la rapidité de convergence nous pouvons choisir :  $0.98 < f_n < 1$ . Ainsi nous pouvons fixer  $f_0 = 0.98$  et le seul paramètre de réglage de l'algorithme est le facteur de croissance exponentielle  $\lambda$ .

L'algorithme proposé est donc basé sur la technique de régression des moindres carrés à laquelle nous avons apporté les modifications suivantes :

1. récursivité : ceci permet d'effectuer une identification en ligne et donc de gagner en efficacité et en temps lors d'une implémentation industrielle ;
2. variable instrumentale : ceci permet d'éviter tout problème d'inter-corrélation entre le bruit et la mesure ;
3. facteur d'oubli : ceci permet d'augmenter la vitesse de convergence de l'algorithme et de régler sa robustesse.

L'algorithme proposé est composé de 7 étapes que nous allons détailler ci-dessous. Nous verrons par la suite qu'il faut ajouter à cet algorithme des conditions robustes d'arrêt et de début afin qu'il puisse s'exécuter de manière automatique. Ceci permettra en effet à l'ingénieur d'effectuer des tâches en parallèle de l'identification.

1. Initialisation de la matrice de covariance  $R_0^{-1}$ , du vecteur des paramètres  $\hat{\theta}_0$  et choix de  $\lambda$
2. Calcul de la valeur estimée de  $\Gamma_n$  :

$$\hat{\Gamma}_n = \Psi_n^T \hat{\theta}_{n-1}$$

3. Calcul de l'erreur d'estimation :

$$e_n = \Gamma_n - \hat{\Gamma}_n$$

4. Calcul du gain de correction pour les paramètres :

$$K_n = R_{n-1}^{-1} Z_n [f_n I + \Psi_n^T R_{n-1}^{-1} Z_n]^{-1}$$

5. Mise à jour des paramètres estimés :

$$\hat{\theta}_n = \hat{\theta}_{n-1} + K_n e_n$$

6. Mise à jour du facteur d'oubli :

$$f_n = (1 - \lambda) + \lambda \cdot f_{n-1}$$

7. Mise à jour de la matrice de covariance  $R_n^{-1}$  :

$$R_n^{-1} = \frac{1}{f_n} [R_{n-1}^{-1} - R_{n-1}^{-1} Z_n [f_n I + \Psi R_{n-1}^{-1} Z_n]^{-1} \Psi_{n-1} R_{n-1}^{-1}]$$

Il ne nous reste plus alors qu'à préciser la dernière étape de l'algorithme, à savoir les conditions d'arrêt et de début de l'identification. Les auteurs de [17] proposent une période d'écoute du signal durant laquelle le bruit est identifié. Dans ce qui suit une méthode robuste d'identification de l'amplitude du bruit est proposée. En effet, l'algorithme d'identification issu de l'équation (1.15) n'est valable que pour  $t > \tau$ . Le temps d'écoute  $T_l$  est choisi comme un multiple de la période d'échantillonnage. Ensuite, nous appliquons l'échelon de consigne en entrée à la fin de cette période d'écoute. Afin d'être sûrs que nous identifions bien la réponse du système à l'entrée appliquée et non pas au bruit, une borne supérieure du bruit est calculée. Au-delà de cette limite nous pouvons considérer que le système réagit au stimuli en entrée et que nous sommes donc à  $t > \tau$ . L'hypothèse  $y(0) = 0$  faite au début n'est pas contraignante car durant cette phase d'écoute nous pouvons approcher  $y(0)$  en moyennant le signal de sortie. En soustrayant cette valeur au signal de sortie nous nous ramenons aux conditions  $y(0) = 0$ . Le calcul de la borne supérieure du bruit se fait comme suit :

1. choix de la durée d'écoute du signal  $T_l = m \times T_s$  où  $T_s$  est la période d'échantillonnage ;
2. Calcul de la valeur moyenne du signal :  $s_{moy} = \frac{1}{m} \cdot [s(T_s) + s(2 \cdot T_s) + \dots + s(m \cdot T_s)]$  ;
3. soit  $k$  la taille du vecteur  $b_n$  qui représente le bruit et les perturbations du système. Soit  $i \in \llbracket 1 \ k \rrbracket$  tel que :  $b_n(i) = \max(s(i : m + i - k) - s_{moy})$  ;
4. calcul de la borne supérieure du bruit en prenant la moyenne des  $b_n$  :  $B_n = moy(abs(b_n))$  ;
5. condition de début d'identification

$$\text{début de l'identification si : } \begin{cases} s(t) > s_{mean} + 2 \times B_n \\ \text{ou} \\ s(t) < s_{mean} - 2 \times B_n \end{cases} . \quad (1.23)$$

La condition d'arrêt doit garantir l'arrêt de l'algorithme de manière robuste, c'est-à-dire qu'elle doit permettre d'une part aux paramètres estimés de converger vers leur valeur finale, et d'autre part éviter d'identifier le régime permanent lorsque l'information contenue dans le signal n'est plus pertinente. Il existe plusieurs conditions d'arrêt pour les algorithmes de type moindres carrés récursifs. Par exemple, dans [24] on propose une condition fondée sur un facteur de persistance calculé à l'aide de la matrice de

covariance  $R_n^{-1}$  et du vecteur d'erreur  $e_n$ . La méthode proposée possède deux critères d'arrêt basés sur l'interprétation physique des paramètres estimés. Le premier critère est basé sur le régime permanent. En effet lorsque l'erreur entre la valeur du signal et la valeur finale estimée  $\hat{\epsilon}_s = \text{abs}(\hat{K}h - s(t))$  est inférieure, en valeur absolue, à la borne supérieure du bruit identifiée lors de la condition de début de l'algorithme  $\hat{\epsilon}_s \leq B_n$ , nous pouvons considérer que le régime permanent est atteint. Ceci revient tout simplement à considérer que lorsque l'erreur en régime permanent est inférieure au bruit de mesure, l'information contenue dans le signal n'est plus pertinente. Le deuxième critère est basé sur le temps de convergence nécessaire au procédé pour atteindre sa valeur finale. En effet, nous savons qu'un FOPDT met un temps  $t_i$  avec  $t_i = 3\hat{T} + \hat{\tau}$  pour atteindre 95% de sa valeur finale. Ainsi l'algorithme aura une double condition qui rend plus robuste l'arrêt de l'identification. La condition d'arrêt aura donc la forme suivante :

$$\text{arrêt de l'identification si : } \begin{cases} \hat{\epsilon}_s = \text{abs}(\hat{K}h - s(t)) < B_n \\ \text{et} \\ t > 3\hat{T} + \hat{\tau} \end{cases} \quad (1.24)$$

A présent, la dernière étape avant de pouvoir déployer l'algorithme est l'initialisation des paramètres de l'identification, à savoir le vecteur des paramètres estimés  $\hat{\theta}_0$  et la matrice de covariance  $R_0$  ou de manière équivalente  $R_0^{-1}$ . Les conditions initiales sont importantes afin d'assurer la convergence de l'algorithme. En général, une matrice diagonale est utilisée pour  $R_0^{-1}$  comme suit :  $R_0^{-1} = \alpha \mathbb{I}$  où  $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$  et  $\mathbb{I}$  est la matrice identité. Les auteurs de [25] proposent de choisir  $\alpha$  tel que  $\alpha > 100\sigma_s^2$ , où  $\sigma_s$  est l'écart type du signal de sortie considéré. Si l'écart type du signal n'est pas connu, la valeur  $\alpha = 10^4$  est un bon compromis entre robustesse et convergence [16]. Cette dernière valeur est empirique et est issue de simulations effectuées par les auteurs. L'initialisation des paramètres estimés  $\hat{\theta}_0 = [\hat{K} \quad \hat{K}\hat{\tau} \quad \hat{T}]^T$  peut être effectuée suivant des considérations physiques. En effet, nous pouvons choisir la constante de temps initiale  $\hat{T}$  et le retard initial  $\hat{\tau}$  si nous avons une connaissance a priori de la dynamique du système. Les systèmes industriels peuvent en effet avoir des dynamiques et des retards de l'ordre de l'heure, de la dizaine de minutes ou de quelques secondes. Il n'y a pas de règle générale pour le gain statique car il dépend des actionneurs et des unités utilisées entre l'actionneur et la grandeur régulée.

#### 1.3.2 Modélisation de la combustion dans une UVE pour le contrôle multivariable

L'incinération des déchets est un procédé très complexe, principalement en raison de la grande variabilité de la composition du combustible et de l'interaction entre les différents paramètres de la combustion. L'industrie repose encore principalement sur l'utilisation de correcteurs de type PID qui tendent à simplifier grandement le modèle physique de l'installation (approche monovariante). Cette approche inexacte a été observée lors de la visite d'une usine d'incinération à Paris. Les opérateurs doivent changer souvent (plusieurs fois par heure) certains points de consigne lorsque le contrôle n'est pas assez bon. Donc, fondamentalement, la boucle de contrôle n'est plus une boucle fermée mais une boucle ouverte où le correcteur est l'opérateur qui change le point de consigne en cas de besoin, un peu comme pour la commande prédictive. Le contrôle par un PID classique n'est pas très efficace à cause de la nature multivariable du procédé considéré. Afin de prendre en compte cette interaction entre les différentes variables d'une manière plus précise, un modèle doit être obtenu. Certaines contributions, comme [26] et [27], proposent d'utiliser la logique floue adaptative afin de contrôler la combustion et la production de vapeur. Le problème de la logique floue est qu'elle repose beaucoup sur l'expérience de l'opérateur pour créer les règles floues et très peu sur le modèle physique du procédé. Ainsi certains cas peuvent être mal interprétés par l'opérateur et conduire à une erreur. Certains travaux ont également modélisé le système physique et proposé d'autres techniques de contrôle avancé. Par exemple, dans [28] un algorithme de contrôle prédictif, est proposé, pour l'automatisation d'une usine d'incinération. Les auteurs de [29] ont élaboré une stratégie de contrôle non linéaire pour l'optimisation de la combustion. Ces deux stratégies reposent sur des modèles physiques (masse, énergie, etc.) et des données empiriques. Dans ce qui suit nous allons proposer un modèle de la combustion des ordures ménagères pour le contrôle multivariable.

Tout d'abord, nous définirons les fondamentaux de la combustion en s'appuyant sur les articles [30], [31], [32], pour ensuite modéliser la combustion des ordures ménagères en s'appuyant principalement sur les travaux de [33] et [34].

<p><b>Combustion</b> : La combustion recouvre l'ensemble des réactions chimiques qui se produisent au cours de l'oxydation complète ou partielle d'un combustible (ou carburant) par un comburant. Ce sont des réactions d'oxydoréduction <b>exothermiques</b> (avec dégagement de chaleur). Le corps oxydé, qui perd un ou plusieurs électrons, est le <b>combustible</b> et le corps réduit, qui gagne un ou plusieurs électrons, est le <b>comburant</b>.</p>
--

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

Lorsque la combustion s'accompagne d'une flamme (rayonnement lumineux qui délimite l'espace où a lieu l'essentiel de la combustion) on la qualifiera de **vive**. Dans le cas contraire, la combustion est dite **lente**. Dans ces travaux nous ne considérons que le cas de la **combustion vive**.

Pour qu'il y ait un feu nous savons qu'il faut 4 ingrédients principaux, représentés par le **tétraèdre du feu**, qui sont :

1. le **comburant** : substance liquide, gazeuse ou solide qui permet d'initier une réaction de combustion avec un combustible. Les comburants les plus utilisés sont le dioxygène ( $O_2$ ), l'ozone ( $O_3$ ), le protoxyde d'azote ( $N_2O$ ), le chlorate de sodium ( $NaClO_3$ ) et l'acide nitrique ( $HNO_3$ );
2. le **combustible** : substance liquide, gazeuse ou solide capable de subir une réaction chimique d'oxydation exothermique suffisamment vive pour qu'il y ait production de flamme. On peut citer les classes de combustibles les plus usités qui sont les solides formant des braises (charbon, bois, papier, carton ...), les liquides ou solides liquéfiables (essence, gazole, fioul, huile, kérosène ...), les gaz (gaz naturel, butane, propane, méthane, dihydrogène ...) et certains métaux (fer, aluminium, sodium, magnésium ...);
3. l'**énergie d'activation** : elle correspond à la quantité minimale d'énergie nécessaire au démarrage de la combustion. Il peut s'agir de chaleur (chaleur dégagée par une flamme par exemple), d'une étincelle, d'un arc électrique, de la foudre ou même du soleil. L'énergie mécanique d'un frottement peut également entraîner une combustion, il en est de même pour les sources biologiques (fermentation) ou chimiques (oxydation);
4. les **radicaux libres** : ce sont des molécules intermédiaires, très instables, produites par une réaction chimique. Elles vont chercher à se stabiliser en utilisant les molécules environnantes à leurs disposition, ce qui va créer une réaction en chaîne entretenant le feu.

Dans le cas d'un incinérateur d'ordures ménagères, la réaction de combustion est auto-entretenu, c'est-à-dire qu'on apporte en permanence du combustible (ordures ménagères) et du comburant ( $O_2$  dans l'air) afin que la réaction de combustion se maintienne avec sa propre chaleur.

#### Modélisation du combustible

Les deux objectifs principaux d'un incinérateur sont d'une part de réduire le volume occupé par les OM (ordures ménagères), et d'autre part, de récupérer l'énergie dégagée par la combustion. Cette dernière est décrite par deux variables qui dépendent de l'état final des produits issus de la combus-

tion :

**Pouvoir calorifique supérieur (PCS)** : c'est la quantité de chaleur fournie par la combustion lorsque les produits de la combustion sont ramenés à  $0^{\circ}C$ , l'eau se trouvant totalement sous forme condensée (l'enthalpie latente de vaporisation de l'eau a été récupérée). Cette définition est utilisée notamment dans les chaudières à condensation où l'eau se retrouve sous forme liquide en sortie du procédé.

**Pouvoir calorifique inférieur (PCI)** : c'est la quantité de chaleur fournie par la combustion lorsque les produits de la combustion sont ramenés à  $0^{\circ}C$ , l'eau se trouvant totalement sous forme de vapeur (l'enthalpie latente de vaporisation de l'eau n'a pas été récupérée). On utilise cette définition dans le cas où il n'y a pas eu de condensation de la vapeur d'eau issue de la combustion.

La quantité de combustible de référence est le  $kg$  pour les solides et les liquides et le  $Nm^3$  (volume occupé par un gaz se trouvant dans les conditions normales de température et de pression) pour les gaz. Le pouvoir calorifique s'exprime en  $J \cdot kg^{-1}$ . Supposons que nous avons brûlé un kilogramme de produit, alors nous aurons la relation :

$$PCS = PCI + w_{H_2O} L_{vap,H_2O} \quad (1.25)$$

avec  $w_{H_2O}$  la fraction massique de  $H_2O$  finale et  $L_{vap,H_2O}$  la chaleur latente de vaporisation de l'eau. Dans ce qui suit nous allons utiliser la notion de **PCI** car elle est plus adaptée à l'étude de la combustion dans des incinérateurs. Afin de pouvoir accéder à la valeur de ce dernier, il nous faut connaître la composition du combustible. Cette dernière est très difficile à déterminer avec exactitude car les ordures ménagères sont très hétérogènes et leur composition dépend de plusieurs facteurs comme la provenance des déchets, la météo, le jour ... Pour ce faire nous avons à notre disposition deux approches qui sont décrites ci-dessous :

- **l'analyse immédiate** : elle se base sur la caractérisation rapide du combustible en 4 composantes principales qui sont l'humidité, la matière volatile, le carbone "fixe" et la matière inerte ;
- **l'analyse élémentaire** : elle se base sur la composition chimique du combustible ( $C, H, O, N, S...$ ).

La figure 1.9 schématise la différence entre ces deux approches.

Analyse immédiate		Analyse élémentaire
Carbone fixe		$C$
Matière volatile		$H_2$
		$N_2$
		$O_2$
		$S$
Humidité		$H_2O$
Inertes		$Al_2O_3$
		$SiO_2$
		$C_a$
		$N_a$
		$K$
		...

FIGURE 1.9 – Schéma d'équivalence entre analyse élémentaire et analyse immédiate

Dans ce qui suit nous allons considérer que le comburant est l' $O_2$  présent dans l'air ambiant et que le combustible solide est constitué des ordures ménagères. La **combustion théorique** d'un combustible consiste à faire brûler tous les éléments de celui-ci conformément aux équations stœchiométriques. Dans la pratique, afin d'avoir une combustion complète du combustible nous travaillons souvent avec plus d'oxygène que celui défini par les équations bilans de la réaction (quantité stœchiométrique). On peut alors définir la combustion réelle comme suit :

**Combustion réelle** : si la combustion théorique (proportions stœchiométriques) requiert une quantité précise de comburant, alors la combustion réelle associée à cette réaction présentera :

- soit un **excès d'air** : nous utilisons plus de comburant que ce qui est théoriquement nécessaire. Dans ce cas, nous parlons de **combustion oxydante** ;
- soit un **défaut d'air** : nous utilisons moins de comburant que ce qui est théoriquement nécessaire. Dans ce cas, nous parlons de **combustion réductrice**.

Nous pouvons dans ce cas définir les caractéristiques d'une combustion réelle à partir de la théorie. Deux paramètres importants sont la quantité théorique d'air afin que la combustion soit complète et



### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

la quantité théorique de fumée produite par la combustion. Ils sont définis comme suit :

**Pouvoir comburivore** : c'est le volume d'air  $V_a$  nécessaire à la combustion théorique de l'unité de masse ( $kg$ ) ou de volume ( $Nm^3$ ) du combustible considéré ;

**Pouvoir fumigène sec** : c'est le volume des fumées sèches  $V_{fs}$  correspondant à la combustion théorique de l'unité de masse ( $kg$ ) ou de volume ( $Nm^3$ ) du combustible considéré (la vapeur d'eau  $H_2O$  n'est pas prise en compte).

**Pouvoir fumigène humide** : c'est le volume des fumées  $V_{fh}$  correspondant à la combustion théorique de l'unité de masse ( $kg$ ) ou de volume ( $Nm^3$ ) du combustible considéré (la vapeur d'eau  $H_2O$  est prise en compte).

Ces pouvoirs, qui correspondent dans ce cas à des volumes, sont exprimée en  $Nm^3$  et ne dépendent que de la composition des réactifs. Parfois nous pouvons aussi les exprimer en  $Nm^3 \cdot kg_{combustible}^{-1}$ . Afin de caractériser l'écart entre la **combustion théorique** et la **combustion réelle** nous pouvons traduire mathématiquement la notion de **défaut d'air** ou d'**excès d'air** comme suit :

**Excès d'air** : soient  $V_a$  et  $V_a^{réel}$  respectivement les pouvoirs comburivores théoriques et réels du combustible. L'excès d'air est alors défini comme le pourcentage d'air en trop qui a été utilisé par rapport à ce que la combustion théorique prévoyait. Son expression est la suivante :

$$e_{a\%} = \frac{V_a^{réel} - V_a}{V_a} \times 100 = \left( \frac{V_a^{réel}}{V_a} - 1 \right) \times 100 \quad (1.26)$$

Nous pouvons alors définir trois catégories de réactions de combustion en fonction du signe de l'**excès d'air ainsi défini** :

Combustion réductrice	Combustion stœchiométrique	Combustion oxydante
$e_{a\%} < 0$	$e_{a\%} = 0$	$e_{a\%} > 0$

Nous allons poser dans ce qui suit :

$$e_a = \frac{e_{a\%}}{100}$$

Dans la littérature, il est courant de définir deux coefficients supplémentaires qui sont le **coefficient d'excès d'air**  $\lambda_a$  (utilisé dans le domaine du chauffage) et la **richesse du mélange**  $r_a$  (utilisé dans le domaine des moteurs). Leur expression est la suivante :

$$\lambda_a = \frac{V_a^{réel}}{V_a} \quad (1.27)$$

$$r_a = \frac{V_a}{V_a^{réel}} \quad (1.28)$$

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

Il s'ensuit les relations suivantes entre chaque coefficient

$$\begin{cases} e_a = (\lambda_a - 1) \\ \lambda_a = 1 + e_a \\ r_a = \frac{1}{\lambda_a} \end{cases} \quad (1.29)$$

Il est important de noter que pour les produits il n'y a pas de notion "d'excès de fumées", en effet, le principe de conservation de la matière lors d'une transformation chimique, énoncé par Lavoisier dans [35], stipule qu'il n'y a ni création ni production de nouvelle matière. Cependant comme nous avons ajouté plus d'air, il faut le prendre en compte dans les produits de la réaction. Nous avons vu dans la section 1.1.1 que l'air ambiant peut contenir de la vapeur d'eau, dans ce cas les pouvoirs fumigènes des réactions de combustion vont dépendre de la composition de l'air humide comme suit :

$N_2$	-	Modifie $V_{fs}$ et $V_{fh}$
$O_2$	-	Modifie $V_{fs}$ et $V_{fh}$
$H_2O$	-	Modifie uniquement $V_{fh}$

FIGURE 1.10 – Schéma d'influence de la composition de l'air sur les pouvoirs fumigènes

Nous allons supposer dans la suite que tous les gaz sont parfaits. Nous pouvons mesurer la qualité de l'air humide utilisé pour la combustion à l'aide de la proportion massique d'eau  $w_h$  dans l'air. Cette dernière correspond à la fraction massique d'eau rapportée à la teneur de l'air sec :

$$w_h = \frac{m_{vapeur\ eau\ air}}{m_{air\ sec}}$$

Dans le cas d'un incinérateur d'ordures ménagères, vu que l'air utilisé est l'air ambiant, la pression de l'air humide  $P_{air}$  n'est autre que la pression atmosphérique que nous noterons  $P_0$ . De même, tous les

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

gaz sont considérés à la température ambiante  $T_0$ . La loi des gaz parfaits appliquée aux constituants de l'air humide, dans un volume de contrôle donné  $V$ , nous permet d'écrire la relation suivante :

$$\begin{cases} P_{air}^{sec} V = n_{air}^{sec} R T_0 \\ P_{H_2O} V = n_{H_2O} R T_0 \end{cases}$$

La loi de Dalton stipule que la pression d'un mélange de gaz parfaits est égale à la somme des pressions partielles des gaz qui le composent soit :  $P_0 = P_{air}^{sec} + P_{H_2O}$ . Or nous savons que la pression partielle d'eau dans l'air est reliée à l'humidité relative par :  $P_{H_2O} = \varphi P_{sat}(T)$  avec  $\varphi_{\%} = 100 \cdot \varphi$ . Nous pouvons donc écrire  $P_{air}^{sec} = P_0 - \varphi \cdot P_{sat}(T_0)$ . Soit en remplaçant dans les expressions précédentes :

$$\begin{cases} (P_0 - \varphi \cdot P_{sat}(T_0)) V = n_{air}^{sec} R T_0 \\ \varphi \cdot P_{sat}(T_0) V = n_{H_2O} R T_0 \end{cases}$$

Utilisons alors la relation liant la masse d'une espèce chimique à sa quantité de matière  $m = nM$  où  $m$  est la masse en  $g$ ,  $n$  est la quantité de matière de l'espèce en mol et  $M$  est la masse molaire de l'espèce en  $g.mol^{-1}$ . Cette substitution nous donne :

$$\begin{cases} (P_0 - \varphi \cdot P_{sat}(T_0)) V = \frac{m_{air}^{sec}}{M_{air}^{sec}} R T_0 \\ \varphi \cdot P_{sat}(T_0) V = \frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}} R T_0 \end{cases}$$

Nous pouvons alors prendre le quotient de ces deux expressions pour faire apparaître le paramètre  $w_h$  et en déduire son expression finale

$$w_h = \frac{M_{H_2O}}{M_{air}^{sec}} \frac{\varphi \cdot P_{sat}(T_0)}{P_0 - \varphi \cdot P_{sat}(T_0)} \quad (1.30)$$

Ce terme va nous permettre de prendre en compte l'impact de l'humidité relative de l'air sur le pouvoir fumigène humide. Puisque l'excès d'air correspond au ratio entre le volume théorique  $V_a$  et le volume réel utilisé pour la combustion, les fumées sèches seront augmentées de la quantité  $e_a V_a$ . De même, pour une introduction d'air sec supplémentaire  $V_a$  nous aurons une quantité  $w_h V_a$  de vapeur d'eau introduite. Ce que nous venons d'expliquer peut donc être résumé par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} V_{fs}^{réel} = V_{fs} + e_a V_a \\ V_{fh}^{réel} = V_{fh} + w_h e_a V_a \end{cases} \quad (1.31)$$

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

Dans la pratique les incinérateurs d'ordures ménagères possèdent des capteurs de % $O_2$ , % $CO_2$ , % $CO$  et parfois % $H_2O$  en sortie de four ou de chaudière. Il est important de s'intéresser aux capteurs avant tout traitement des fumées car sinon les teneurs mesurées ne permettent pas du tout de rendre compte de la qualité de la combustion et de ses caractéristiques. En considérant que l'air sec est composé à environ 20.95% de  $O_2$  et 79.05% d'**azote équivalent**  $N_2^{ég}$  ( $N_2, Ar\dots$ ) nous savons que pour une mole d'oxygène dans l'air, nous avons  $79.05/20.95 = 3.77$  moles d'azote équivalent et  $1+3.77 = 4.77$  moles d'air sec. Or pour des gaz parfaits nous savons qu'un rapport volumique est équivalent à un rapport molaire du fait que le volume molaire  $V_m$  d'un gaz parfait est constant. Supposons avoir une teneur volumique  $\gamma_{O_2}$  dans les fumées sèches, alors la teneur d'air ( $O_2, N_2^{ég}$ ) dans celles-ci vaut

$$\gamma_{air}^{sec} = 4.77 \cdot \gamma_{O_2} \quad \left( \frac{1}{4.77} \approx 0.21 \right) \quad (1.32)$$

De plus, nous savons que les fumées seront composées des produits de la combustion auxquels nous aurons ajouté l'air en excès. Donc puisque  $V_{fs}^{réel} - V_{fs}$  représente le volume d'air sec en surplus, la teneur en air sec dans les fumées vaut

$$\gamma_{air}^{sec} = \frac{V_{fs}^{réel} - V_{fs}}{V_{fs}^{réel}} \quad (1.33)$$

La combinaison des équations (1.31), (1.32) et (1.33) mène à l'expression utile pour le calcul de l'excès d'air suivante :

**Calcul pratique de l'excès d'air** : supposons connue la teneur en oxygène des fumées sèches  $\gamma_{O_2}$  en sortie du four dont l'expression vaut

$$\gamma_{O_2} = \frac{V_{O_2}}{V_{fs}^{réel}} = \frac{Q_{O_2}}{Q_{fs}^{réel}} \quad (1.34)$$

Ici,  $Q_{O_2}$  et  $Q_{fs}^{réel}$  sont respectivement les débits volumiques de  $O_2$  et des fumées sèches issues de la combustion. En outre, supposons avoir accès aux valeurs du **pouvoir comburivore** et du **pouvoir fumigène** du combustible, ces derniers pouvant être déterminés théoriquement, grâce à l'équation de la réaction, ou expérimentalement, à travers des tests en laboratoire. Alors, l'excès d'air peut être calculé par la formule :

$$e_a = \frac{\gamma_{O_2}}{0.21 - \gamma_{O_2}} \frac{V_{fs}}{V_a} \quad (1.35)$$

Les auteurs de [33] ont mené une étude approfondie sur la composition des ordures ménagères et ont pu établir le tableau des caractéristiques suivantes pour ce combustible.

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

Élément	Composition moyenne (% masse sèche)
C	39
H	5.73
O	33.00
S	0.16
N	0.75
Total	78.64
Propriétés globales	Valeur moyenne (% masse totale)
Humidité	36.7
Propriétés énergétiques	Valeur moyenne ( $MJ/kg_{déchét}$ )
PCI (sec)	16.12
PCI (humide)	9.28
Propriétés Stoechiométriques	Valeur moyenne ( $Nm^3/kg_{déchét}$ )
$V_a$	3.9
$V_{fs}$	3.8
$V_{fh}$	4.4

TABLE 1.2 – Analyse des ordures ménagères en France

Dans la pratique, il est utile de construire le **diagramme d'Ostwald** en considérant le repère  $y = \gamma_{CO_2}$  et  $x = \gamma_{O_2}$ . Le but de ce diagramme est de déterminer à partir des compositions théoriques des combustibles, la composition réelle des fumées issues de la combustion. Les hypothèses faites sont les suivantes :

- composition du combustible connue ( $V_a$ ,  $V_{fs}$  et  $V_{fh}$  connus) ;
- la combustion est supposée complète (pas de  $CO$  dans les fumées) ;
- les fumées sèches sont composées uniquement de  $CO_2$ ,  $O_2$  et  $N_2$  ;
- pas de formation de suies.

Le tableau 1.2 nous donne les informations suffisantes permettant de tracer le diagramme d'Ostwald. La figure 1.11 montre ce que les auteurs de [33] ont obtenu. Dans cette dernière  $\gamma_{CO_2}$  correspond à la concentration de dioxyde de carbone dans les fumées,  $\gamma_{O_2}$  à celle de l'oxygène et  $e$  représente l'excès d'air.

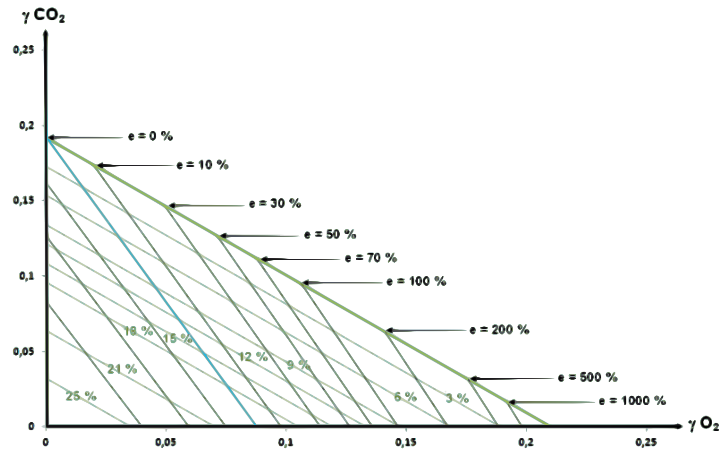


FIGURE 1.11 – Diagramme d'Ostwald des ordures ménagères

### Modélisation des airs primaire, secondaire et surpressé de combustion

Pour rappel, le procédé que nous sommes en train de modéliser est celui présenté à la figure ??.

Nous pouvons voir sur ce schéma qu'il y a trois types d'airs :

- **l'air primaire**, de débit volumique normalisé  $Q_p^0$ , dont le but est d'apporter assez d'oxygène à la flamme afin que la réaction de combustion soit auto-entretenu ;
- **l'air secondaire**, de débit volumique normalisé  $Q_s^0$ , dont le but est de finaliser la combustion des espèces volatiles initiée par l'air primaire ;
- **l'air surpressé**, de débit volumique normalisé  $Q_{sp}^0$ , dont le but est de protéger les parois de l'incinérateur et de réguler la température dans le four.

Dans l'industrie , il est courant d'utiliser des débits volumiques normalisés ( $Nm^3.s^{-1}$ ) pour ce genre d'application. Ces derniers sont équivalents à des débits massiques et nous pouvons leur appliquer les principes de conservation de masse. En effet, considérons une masse  $m_g$  de gaz. Nous savons que lorsqu'il n'y a pas de création de matière la masse du gaz reste inchangée quelles que soient les températures et pressions considérées  $m_g = \rho_g(P, T)V_g(P, T) = \rho_g(P_0, T_0)V_g(P_0, T_0)$ . Ainsi, nous pouvons affirmer que la quantité  $V_g(P_0, T_0) = \frac{\rho_g(P, T)V_g(P, T)}{\rho_g(P_0, T_0)} = \frac{m_g}{\rho_g(P_0, T_0)}$  se conserve. Ceci revient simplement à dire qu'un bilan de masse est équivalent à un bilan de volume normalisé. En analysant les fumées en sortie du four (ou de manière équivalente de la chaudière) nous pouvons en déduire la quantité d'air utilisée pour la combustion en utilisant la définition de l'excès d'air :

$$e_a = \frac{Q_{air, total}^0 - Q_{air, combustion}^0}{Q_{air, combustion}^0}$$

Ce qui nous donne l'expression suivante en inversant la formule :

$$Q_{air, combustion}^0 = \frac{Q_{air, total}^0}{1 + e_a}$$

Soit finalement avec les expressions des airs connus :

$$Q_{air, combustion}^0 = \frac{Q_p^0 + Q_s^0}{1 + e_a} \quad (1.36)$$

Dans notre cas le %O<sub>2</sub> mesuré prend aussi en compte l'air surpressé. Or ce dernier ne participe pas à la combustion. Ainsi nous ferons bien attention lors du calcul de  $e_a$  à **corriger la mesure de %O<sub>2</sub>** afin d'être au plus proche de la combustion réelle

$$Q_{air, combustion}^0 = \frac{Q_p^0 + Q_s^0 + Q_{sp}^0}{1 + e_a} \quad (1.37)$$

Nous pouvons alors en déduire le débit de combustion à l'aide de la définition du pouvoir comburivore. En effet, nous savons que  $V_a$  correspond à la quantité d'air nécessaire pour effectuer la combustion complète d'une unité de combustible (ici 1 kg). En supposant que le combustible soit disponible à chaque instant nous pouvons alors en déduire la quantité d'ordures brûlées lorsque la quantité  $Q_{air, combustion}^0$  d'air est consommée comme suit :

$$q_{comb}^0 = \frac{Q_p^0 + Q_s^0 + Q_{sp}^0}{(1 + e_a)V_a} \quad (1.38)$$

Ici  $q_{comb}^0$  est exprimé en  $kg.s^{-1}$ . Cependant comme nous le montre le tableau 1.2 les ordures ménagères (OM) sont aussi composées d'humidité et de matières inertes. Soient  $w_{comb}$ ,  $w_{humidité}$  et  $w_{inerte}$  les fractions massiques respectives des matières combustibles, de l'eau et des produits inertes dans les OM vérifiant la relation :

$$w_{comb} + w_{humidité} + w_{inerte} = 1 \quad (1.39)$$

Puisque  $V_a$  ne prend pas en comptes les inertes et l'humidité, nous aurons en réalité incinéré une masse équivalente d'OM égale à :

$$q_{comb} = \frac{q_{comb}^0}{1 - w_{humidité} - w_{inerte}} \quad (1.40)$$

### Modélisation de la combustion sur grille

Nous avons vu que l'hétérogénéité du combustible rend l'étude de sa combustion très complexe. En [34] l'auteur propose un modèle complet de la combustion sur grille des OM mais il est difficile d'utiliser ce modèle dans le cadre de l'élaboration d'une commande. Les auteurs de [36] ont proposé

un modèle plus simple pour la combustion des ordures ménagères sur un lit fixe. Le modèle décrit très bien la réalité expérimentale observée mais il reste cependant très compliqué à implémenter dans un correcteur. Également, les auteurs de [29] proposent une modélisation de la combustion des OM, en s'inspirant de celle faite par [36], pour la commande prédictive. Cependant certains paramètres sont très difficiles à calculer, comme par exemple les énergies d'activation dans les lois d'Arrhénus pour la cinétique de la combustion. Nous allons essayer de proposer dans ce qui suit un modèle simplifié basé sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

1. l'air primaire et l'air secondaire sont répartis de manière homogène au niveau de la combustion ;
2. la masse volumique des ordures est homogène suivant les axes  $y$  et  $z$  ;
3. l'inclinaison de la grille est nulle ;
4. la vitesse d'avance globale des ordures sur la grille vaut  $V_o$  ;
5. la grille d'ordures ménagères est séparée en trois zones distinctes, une zone de composition homogène, une zone de combustion et une zone d'inertes (mâchefers) à la fin de la grille ;
6. seules les matières combustibles et inertes contribuent à la hauteur du lit.

La figure 1.12 représente le lit d'ordures ménagères qui correspond à ces hypothèses : Les bilans

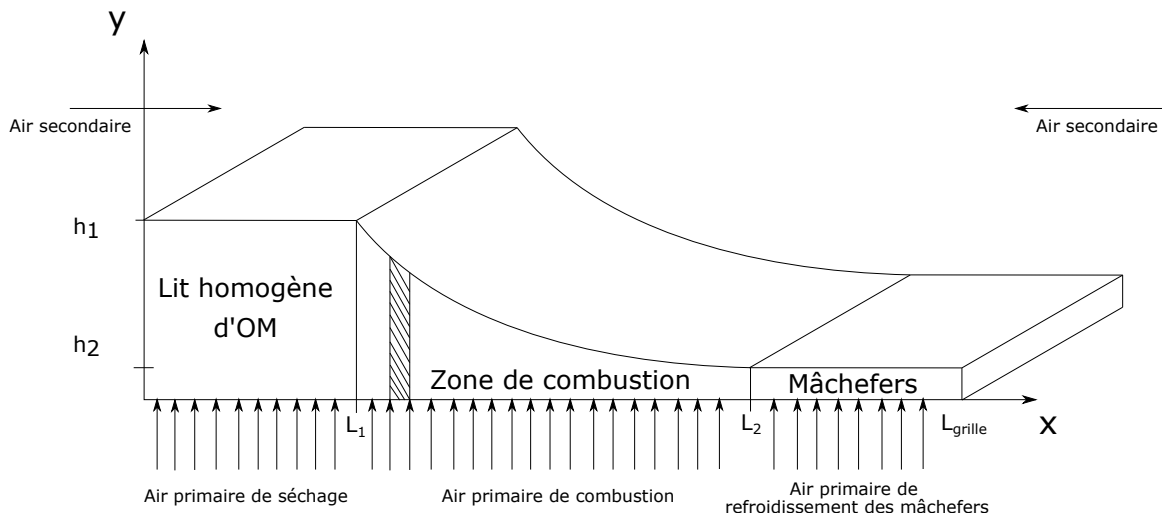


FIGURE 1.12 – Grille de combustion d'ordures ménagères

d'énergie au niveau du lit d'ordures ménagères mènent à une équation différentielle qui fait apparaître la température du lit. Cette grandeur est intéressante dans le cadre du contrôle de la combustion mais il n'est pas simple de la mesurer. En [37] les auteurs proposent une stratégie de contrôle fondée sur la



### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

mesure infrarouge de la température du lit d'OM. La conclusion de cette dernière est que ce dispositif supplémentaire permet de réduire les émissions de substances polluantes (10% pour les hydrocarbures  $C_xH_y$  et jusqu'à 10% pour le monoxyde de carbone  $CO$ ). On note aussi une diminution de la quantité d'imbrûlés (10% en moins). Cependant la qualité de contrôle par rapport à la production de vapeur ou à la teneur en  $O_2$  est restée la même. Également, ce type d'équipement coûte extrêmement cher, or il n'y a pas d'amélioration productique à proprement parler du procédé, ainsi ce résultat ne justifie pas la dépense faite avec la caméra. Donc au lieu d'utiliser la température du lit pour le contrôle nous allons nous intéresser à la hauteur du lit d'OM. Cette dernière peut être estimée en plaçant un simple capteur de pression sous les caissons des grilles où arrive l'air primaire. Plus le lit est épais et plus la différence de pression entre le four et le caisson sera grande de telle sorte que :  $h = f(\Delta_p)$ . La dernière zone de grille n'est pas de grand intérêt dans la mesure où nous considérons que la combustion est complète et qu'il ne reste que des mâchefers. En appliquant le principe de conservation de la masse à la première zone nous avons l'équation suivante :

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{(1 - w_{humide}) \cdot q_{alim}}{\rho_{OM} \cdot l_g \cdot L_1} - h_1 \cdot \frac{V_{OM}}{L_1} \quad (1.41)$$

où  $q_{alim}$  est le débit d'entrée des OM dans le four en kg/s,  $\rho_{OM}$  est la masse volumique moyenne des OM en  $kg/m^3$ ,  $l_g$  est la largeur de la grille en m,  $V_{OM}$  est la vitesse d'avance moyenne du lit d'OM en m/s. D'après ce que nous avons supposé, la hauteur du lit est due principalement à la hauteur de matière combustible  $h_{comb}$  et à celle des inertes  $h_{inertes}$ . Puisque  $h_{inertes}$  ne varie pas au cours de la combustion, la seule variation de la hauteur du lit d'OM est due à la combustion des matières combustibles. En appliquant encore un principe de conservation de la masse nous aboutissons à l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial h_{comb}(x, t)}{\partial t} = -V_w \cdot \frac{\partial h_{comb}(x, t)}{\partial x} - \frac{q_{comb}}{\rho_{comb} \cdot l_g \cdot (L_2 - L_1)} \quad (1.42)$$

avec  $\rho_{comb}$  est la masse volumique de la matière combustible en  $kg/m^3$ . Cette équation différentielle partielle peut être transformée en plusieurs équations différentielles en discrétisant par rapport à x sur plusieurs intervalles  $\Delta x$  la dérivée  $\frac{\partial h_{comb}(x, t)}{\partial x}$ . Cependant dans ce qui suit nous allons considérer pour simplifier qu'en garantissant une certaine hauteur d'OM nous apportons suffisamment de matières pour atteindre le débit de vapeur escompté.

### Modélisation de la quantité de chaleur dégagée par la combustion

Afin de pouvoir caractériser la quantité de chaleur libérée par la combustion nous avons vu que la variable la plus pertinente dans notre cas est le PCI. La réaction de combustion réelle peut être modélisée par un chemin virtuel étant donné que l'enthalpie ne dépend pas du chemin suivi. La figure 1.13 montre la transformation virtuelle que nous avons considérée afin de représenter la transformation réelle :

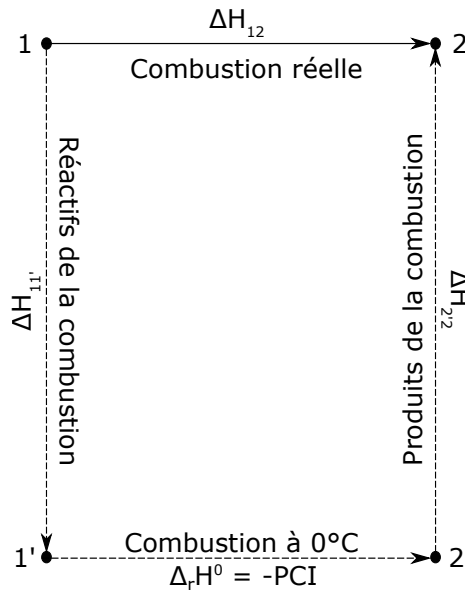


FIGURE 1.13 – Schéma de la "combustion virtuelle" considérée

L'énergie libérée lors de la combustion est donc égale à :

$$\Delta H_{1 \rightarrow 2} = \Delta H_{1 \rightarrow 1'} + \Delta H_{1' \rightarrow 2'} + \Delta H_{2' \rightarrow 2} \quad (1.43)$$

où  $\Delta H_{i \rightarrow j}$  est la variation d'enthalpie spécifique entre l'étape i et j exprimée en J. Leurs expressions sont les suivantes :

$$\Delta H_{1 \rightarrow 1'} = - \int_{273.15}^{T_1} \left[ m_{air} \cdot C_p^{air}(T) + m_{OM} \cdot C_p^{OM}(T) \right] dT \quad (1.44)$$

$$\Delta H_{1' \rightarrow 2'} = -m_{comb} \cdot PCI \quad (1.45)$$

$$\Delta H_{2' \rightarrow 2} = \int_{273.15}^{T_2} \left[ m_{CO_2} \cdot C_p^{CO_2}(T) + m_{N_2} \cdot C_p^{N_2}(T) + m_{O_2} \cdot C_p^{O_2}(T) + m_{H_2O} \cdot C_p^{H_2O}(T) \right] dT \quad (1.46)$$

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

Nous constatons que  $\Delta H_{1 \rightarrow 1'}$  et  $\Delta H_{1' \rightarrow 2'}$  sont négatives et que  $\Delta H_{2' \rightarrow 2}$  est positive, ceci veut dire que la dernière transformation virtuelle est endothermique et que les deux premières sont exothermiques. Pour un PCI donné (composition fixe) nous pouvons alors constater que plus les réactifs sont chauds (air + OM), plus l'énergie totale de la réaction sera négative et donc exothermique. C'est pourquoi nous avons toujours intérêt à réchauffer l'air de combustion au maximum afin d'augmenter la quantité de chaleur dégagée par la combustion. Le PCI étant très variable suivant la composition des ordures ménagères il est indispensable d'en avoir une connaissance approchée. En [38] les auteurs proposent une technique de calcul du PCI en ligne fondée sur l'analyse des fumées. Cependant, afin de pouvoir l'utiliser il faudrait que l'incinérateur soit équipé de capteurs de  $CO_2$  et  $H_2O$  en sortie de la chambre de combustion (ou de la chaudière). Nous pouvons cependant évaluer le PCI par une méthode indirecte en considérant les calories cédées à l'eau de la chaudière et le rendement de combustion. Le rendement d'une combustion peut être calculé à l'aide de la formule de Siegert qui est de la forme :

$$\eta_{comb} = 100 - f \cdot \frac{T_{fumées} - T_{extérieur}}{\gamma_{CO_2\%}} \quad (1.47)$$

Ou de manière équivalente à l'aide de la concentration en  $O_2$  dans les fumées comme suit :

$$\eta_{comb} = 100 - f \cdot \frac{21}{21 - \gamma_{O_2\%}} \cdot \frac{T_{fumées} - T_{extérieur}}{\gamma_{CO_2_{max}\%}} \quad (1.48)$$

avec  $\gamma_{CO_2\%}$  la fraction volumique de  $CO_2$  dans les fumées, et  $\gamma_{O_2\%}$  celle d' $O_2$  dans les fumées,  $f$  un coefficient d'ajustement qui ne dépend que de la nature du combustible ( $f = 0.78$  pour le bois par exemple) et  $\gamma_{CO_2_{max}\%}$  la concentration maximale possible de  $CO_2$  dans les fumées qui correspond au cas où la combustion est stœchiométrique ( $e_a = 0$ ).

#### Calcul de la température de flamme

En supposant que la réaction est adiabatique (il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur) nous pouvons déterminer la température maximale théorique des produits issus de la combustion qui s'appelle la **température de flamme**. Dans ce calcul, nous allons prendre en considération l'énergie reçue par les inertes et l'énergie nécessaire à augmenter la température de l'eau dans les OM jusqu'au point d'ébullition  $T_{sat}$ . En effet, le PCI de la combustion ne tient compte que des produits combustibles. Donc, le calcul de la température de flamme théorique pour des OM doit prendre en compte son humidité et sa composition en inertes. Ces énergies s'expriment comme suit :

$$\Delta H_{inertes} = w_{inertes} \cdot m_{OM} \cdot C_p^{inertes} \cdot (T_{flamme} - T_1) \quad (1.49)$$

$$\Delta H_{humidité} = w_{humidité} \cdot m_{OM} \cdot C_p^{H_2O} \cdot (T_{sat} - T_1) \quad (1.50)$$

Ici nous avons considéré que les capacités calorifiques à pression constante de l'eau  $C_p^{H_2O}$  et des inertes  $C_p^{inertes}$  restent constantes sur les plages de températures considérées.  $m_{OM}$  représente la masse des OM qui a subi la réaction de combustion. La température de flamme est ensuite calculée en considérant  $\Delta H_{1 \rightarrow 2} + \Delta H_{inertes} + \Delta H_{humidité} = 0$ .

### Modélisation du rayonnement des gaz de combustion dans le four

Étant donné le grand volume des fours et les températures mises en jeu, le transfert par rayonnement est prédominant par rapport à la convection et la conduction. Nous savons que la chambre de combustion est conçue pour que l'eau dans l'évaporateur change d'état entièrement. Puisque le changement d'état d'un corps se fait toujours à température constante, nous pouvons supposer qu'un équilibre thermique se crée entre les murs et l'eau passant dans l'évaporateur. Nous pouvons alors considérer que la température des murs vaut  $T_{sat}(P_{evap})$  où  $P_{evap}$  est la pression de l'eau dans l'évaporateur. Nous pouvons calculer cette température à l'aide de la formule proposée par les auteurs de [39] dans laquelle est couverte la plage de température de  $0^\circ C$  à  $374^\circ C$  correspondant au point critique de l'eau. Son expression est la suivante :  $T_{sat}(P_{evap}) = (1168.4 + 228.42 * \ln(P_{evap})) / (11.727 - \ln(P_{evap}))$  avec  $P_{evap}$  en *bar*,  $T_{sat}$  en  $^\circ C$  et  $\ln$  le logarithme naturel. Le phénomène de rayonnement est complexe car il fait apparaître des notions d'angles solides, de géométrie complexe, d'émissivité de mélange de gaz ce qui rend son calcul assez difficile. Nous pouvons citer parmi les méthodes les plus connues celles proposées par les auteurs [40], [41], [42] et [43]. Dans notre cas nous proposons une formulation simplificatrice qui permet tout de même de rendre compte du comportement du système. Par application de la loi du rayonnement de Stefan-Boltzmann, nous pouvons écrire la puissance rayonnée par les fumées et les murs comme suit :

$$\mathcal{P}_{rayonnement} = S_{murs} \cdot \sigma \cdot (\varepsilon_{fumées} \cdot T_{fumées}^4 - \varepsilon_{mur} \cdot T_{mur}^4) \quad (1.51)$$

où  $\mathcal{P}_{rayonnement}$  est la puissance thermique cédée par les fumées sous forme de rayonnement en W,  $\varepsilon_{fumées}$  et  $\varepsilon_{mur}$  sont les coefficients d'émissivité des fumées et des murs de l'incinérateur,  $S_{mur}$  est la surface d'échange entre les murs (tubes d'eau de l'évaporateur) et les fumées en  $m^2$ ,  $\sigma$  est la constante de rayonnement de Stefan-Boltzmann en  $W/m^2/K^4$ ,  $T_{fumées}$  est la température des fumées dans la chambre de combustion en K et  $T_{mur}$  est la température de surface des murs en K. L'objectif des murs

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

est de capter le plus d'énergie possible provenant du rayonnement des fumées, aussi nous pouvons faire l'hypothèse qu'ils ont été conçus tels que  $\varepsilon_{mur} \approx 1$ . Afin de calculer  $\varepsilon_{fumées}$  nous pouvons utiliser les travaux de [44] dans lesquels une méthode d'estimation de ce coefficient est proposée. Cette dernière peut s'appliquer lorsque la température des fumées vérifie la condition  $T_{fumées} > 400K$ . Les gaz rayonnant dans les fumées sont la vapeur d'eau  $H_2O_{(g)}$  et le dioxyde de carbone  $CO_2$  (l'azote  $N_2$  et l' $O_2$  ne rayonnent pas). L'émissivité total des fumées est alors donnée par une combinaison des émissivités de chaque gaz présent :

$$\varepsilon_{H_2O_{(g)}-CO_2} = \varepsilon_{H_2O_{(g)}} + \varepsilon_{CO_2} - \Delta\varepsilon_{H_2O_{(g)}-CO_2} \quad (1.52)$$

ici  $\varepsilon_{H_2O_{(g)}-CO_2}$  est l'émissivité totale des fumées,  $\varepsilon_{CO_2}$  l'émissivité du dioxyde de carbone,  $\varepsilon_{H_2O_{(g)}}$  l'émissivité de la vapeur d'eau,  $\Delta\varepsilon_{H_2O_{(g)}-CO_2}$  une correction due au fait qu'il y a des longueurs d'onde pour lesquelles les deux gaz rayonnent (il ne faut donc pas les compter 2 fois). Il est important de noter que toute la complexité du calcul de rayonnement vient aussi du fait que la température des fumées n'est pas homogène. En effet, la température de voûte de la chambre de combustion sera plus faible que la température au niveau de la flamme. La différence est d'ailleurs assez importante car l'ordre de grandeur de la température des flammes est de  $1300^\circ C$  et celle de voûte est de  $950^\circ C$ . De même, la température des fumées au centre ne sera pas la même que celle au contact des parois. Dans ce qui suit nous allons donc considérer que nous avons affaire à un gaz qui rayonne à la température de voûte  $T_{voûte}$ .

#### Calcul de la température de voûte

La température de voûte, qui est celle que nous mesurons, peut être calculée à partir d'un bilan d'énergie de la chambre de combustion. En négligeant les pertes aux parois parasites nous pouvons écrire que :

$$\frac{d\mathcal{E}_{fumées}}{dt} = \mathcal{P}_{rayonnement} + \mathcal{P}_{combustion} + \mathcal{P}_{inertes} + \mathcal{P}_{humidité}. \quad (1.53)$$

Pour le calcul de  $\mathcal{P}_{combustion}$  nous pouvons utiliser les tables thermodynamiques fournies par les auteurs de [45]. Ainsi, nous n'avons pas besoin de calculer les intégrales des capacités calorifiques. Il suffit juste d'utiliser les expressions qui donnent les enthalpies massiques en fonction de la température

pour le gaz considéré :

$$\begin{cases} h_{H_2O}(T) = 1000 \cdot (2.2691 \cdot T - 194.12) \\ h_{CO_2}(T) = 1000 \cdot (1.1835 \cdot T - 178.36) \\ h_{N_2}(T) = 1000 \cdot (1.1541 \cdot T - 53.342) \\ h_{O_2}(T) = 1000 \cdot (1.0739 \cdot T - 70.806) \end{cases} \quad (1.54)$$

Pour  $\mathcal{P}_{rayonnement}$  nous ferons bien attention à utiliser  $T_{fumées} = \sqrt{T_{flamme} \cdot T_{voûte}}$  et non pas  $T_{voûte}$  directement. Cette équation différentielle nous permet alors d'obtenir la valeur de  $T_{voûte}$ .

### Modélisation du débit de vapeur produit

Il y a plusieurs manières d'estimer le débit de vapeur produit. Par exemple nous pourrions considérer en régime permanent que la puissance perdue par les fumées est entièrement captée par la vapeur et en déduire le débit correspondant. Une autre méthode consisterait à s'intéresser à l'écoulement diphasique du fluide dans l'évaporateur. Le problème de ces méthodes est qu'elles ne conduisent pas à une relation linéaire simple entre le vecteur de sortie et le vecteur d'état. C'est pourquoi nous allons estimer le lien entre la température de voûte et la vapeur produite en utilisant les données. Nous pouvons observer que les courbes de débit et de température sont fortement corrélées ce qui nous permet d'émettre l'hypothèse d'une relation affine entre les grandeurs :

$$q_{vapeur} = a \cdot T_{voûte} + b. \quad (1.55)$$

Nous pouvons alors calculer les coefficients en utilisant la méthode des moindres carrés sur les données réelles, ce qui nous donne  $a = 0.1136$  et  $b = -7.2988$ .

### 1.3.3 Application industrielle des algorithmes proposés

Nous avons présenté dans la section précédente deux approches différentes afin de modéliser un système. L'approche issue des équations de la physique et celle issue d'un algorithme d'identification fondé sur les données du procédé. Le but de ces deux méthodes est d'identifier le comportement du système étudié afin d'appliquer la stratégie de commande la plus adaptée au besoin. Nous allons montrer dans ce qui suit, l'application à des situations industrielles de ces deux approches. L'algorithme d'identification des systèmes du premier ordre avec retard proposé, est comparé à celui de l'identification toolbox de Matlab. Dans cette dernière il faut fournir en amont une estimation du retard qui peut être calculée en utilisant la fonction '*delayest*'. Il s'agit d'une fonction qui compare la série temporelle à des modèles de régression ARX avec différents retards.

### Usine de conditionnement automobile

Le premier procédé sur lequel nous avons testé l'algorithme d'identification est une usine de conditionnement pour l'automobile. La figure 1.14 montre une vue d'ensemble de ce procédé.

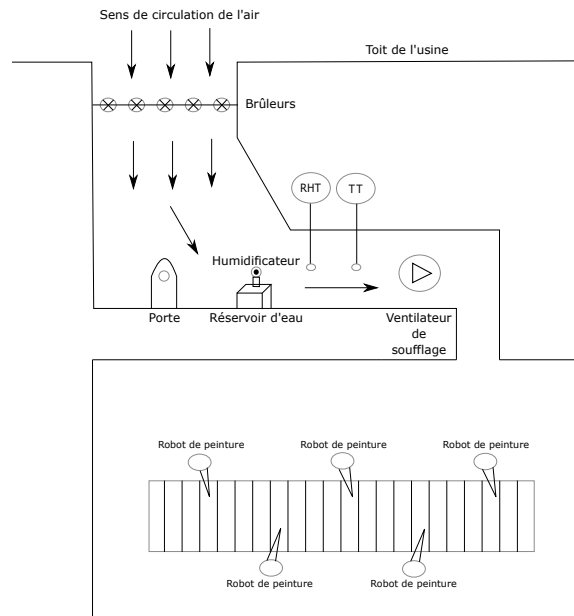


FIGURE 1.14 – Vue d'ensemble du procédé de conditionnement

L'air entre à température, pression et humidité atmosphérique. Ce dernier est chauffé par des brûleurs, alimentés au gaz naturel, afin d'augmenter la température et de réduire l'humidité relative. Enfin, si l'humidité relative est trop basse un humidificateur, qui puise dans un réservoir d'eau, vient la réajuster après le brûleur. Le ventilateur de soufflage permet de maintenir une pression constante d'injection. Le procédé dispose d'une sonde de température et d'hygrométrie en amont du ventilateur de soufflage. La régulation sera faite sur ces capteurs car ils sont ceux qui permettent de mieux rendre compte des propriétés de l'air entrant dans la ligne de conditionnement.

L'air de soufflage issu du ventilateur doit se situer dans une certaine plage de température et d'humidité relative, pour assurer une haute qualité de la peinture. Il faut respecter une température entre  $19^{\circ}C$  et  $25^{\circ}C$  et une hygrométrie relative entre 50% et 75%. La figure 1.15 illustre la plage de contrainte de température et d'hygrométrie à respecter. L'objectif est donc de mettre en place une régulation en fenêtre afin d'une part, de respecter la qualité de la couche de peinture, et d'autre part, d'optimiser la dépense énergétique du procédé. Cette dernière contrainte correspond à maintenir le point  $(T, HR)$  proche de la limite basse d'hygrométrie relative. Si les conditions de température et

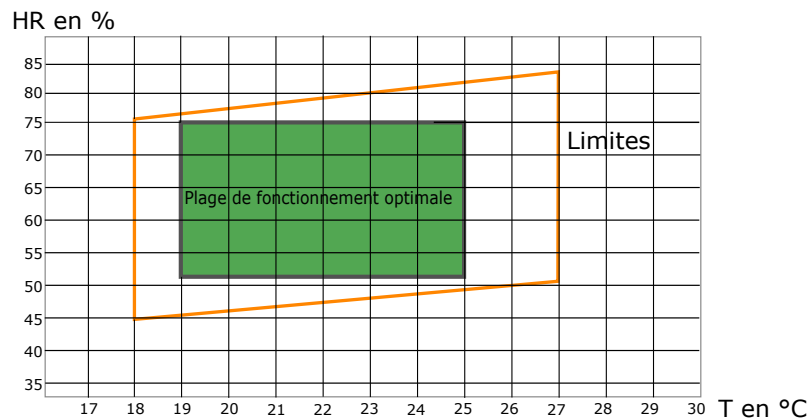


FIGURE 1.15 – Fenêtre de régulation pour le procédé de conditionnement

d'humidité ne sont pas atteintes plusieurs problèmes peuvent apparaître au niveau de la peinture :

- **des coulures** : basse température et haute hygrométrie relative ;
- **des cloques** : haute température et haute hygrométrie relative ;
- **une sous-épaisseur de la couche de peinture** : basse température et basse hygrométrie relative ;
- **un aspect non uniforme de la peinture** : haute température et basse hygrométrie relative.

Afin de trouver un réglage systématique des régulateurs pour optimiser la régulation en fenêtre, nous avons effectué des échelons d'identification sur le système. Le système possède deux actionneurs qui sont :

1. la vanne du mélange air+gaz des brûleurs : elle injecte du gaz afin d'augmenter la puissance thermique de la combustion et chauffer davantage l'air ;
2. la vanne de l'humidificateur : elle injecte des gouttelettes d'eau dans l'air pour régler l'humidité relative.

L'identification en boucle ouverte consiste à appliquer un échelon de consigne sur l'entrée du système et à observer l'évolution des sorties qui en résultent. Dans notre cas l'ouverture des vannes correspond à l'entrée du système et la température et l'hygrométrie sont les sorties. La figure 1.16 montre la réponse du système à une augmentation de la puissance du brûleur (ouverture de la vanne du mélange gaz+air). De plus, nous pouvons observer sur cette figure deux courbes supplémentaires en trait plein. Elles correspondent respectivement en bleu, au modèle identifié par l'algorithme de Matlab et en rouge au modèle identifié par l'algorithme proposé dans la section 1.3.1 ; Le modèle FOPDT obtenu pour la



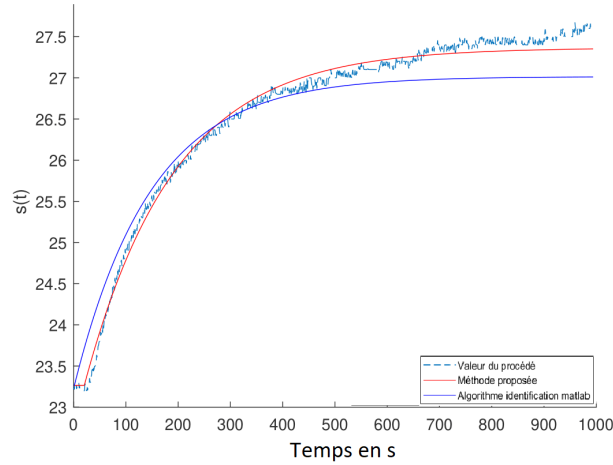


FIGURE 1.16 – Réponse du système en °C à un échelon en entrée

température est le suivant :

$$H(s) = \frac{0.082}{1 + 171.8s} \cdot e^{-20.5s} \tag{1.56}$$

La figure 1.17 montre la réponse du système à une augmentation de l'ouverture de la vanne de l'humidificateur. Comme pour la figure 1.16, nous pouvons observer sur cette figure deux courbes en trait plein supplémentaires. Elles correspondent aussi respectivement en bleu, au modèle identifié par l'algorithme de Matlab et en rouge au modèle identifié par l'algorithme proposé dans la section 1.3.1. Le

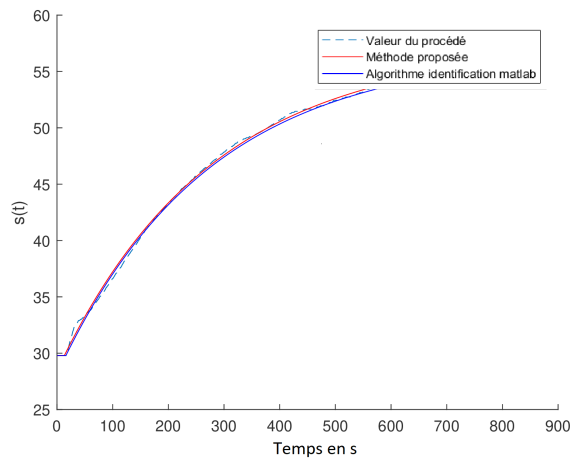


FIGURE 1.17 – Réponse du système en %HR à un échelon en entrée

modèle FOPDT obtenu pour l'humidité relative est le suivant :

$$H(s) = \frac{0.55}{1 + 275.2s} \cdot e^{-13.2s} \quad (1.57)$$

**CTA : centrale de traitement de l'air**

Les CTA sont très utilisées dans l'industrie et sont souvent indispensables afin de garantir le bon fonctionnement du procédé du client. Dans le cadre d'applications dans l'industrie pharmaceutique les plages de fonctionnement sont très réduites. Une identification préalable du système peut alors permettre de déterminer un réglage répondant au cahier des charges. La CTA étudiée est composée de filtres, d'une batterie chaude, d'une batterie froide et d'un ventilateur de soufflage comme le montre la figure 1.18. L'air, qui entre par les registres d'air, est filtré avant de subir un refroidissement par une batterie froide et un chauffage par une batterie chaude. Ces deux organes permettent de garantir une certaine teneur en humidité et une température de l'air. Enfin, le ventilateur de soufflage garantit une pression d'injection de l'air dans la salle. Pour comprendre plus en détail le fonctionnement de cet équipement, le lecteur pourra se référer à la section 1.1.1.

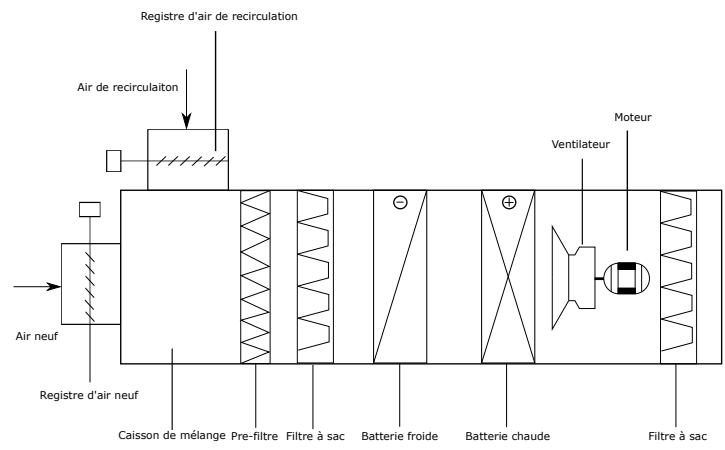


FIGURE 1.18 – Schéma de la CTA considérée

L'objectif d'une CTA est de contrôler les pressions, les températures, et les humidités relatives d'une ou plusieurs salles. Pour ce faire nous allons donc identifier la réponse de la température et de l'hygrométrie à une entrée en échelon. Cette entrée correspond au pourcentage d'ouverture de la vanne chaud (fluide caloporteur qui est souvent de l'eau chaude ou de la vapeur) de la batterie chaude et de la vanne froid de la batterie froide. L'identification des deux systèmes précédents est présentée sur les figures 1.19 et 1.20.

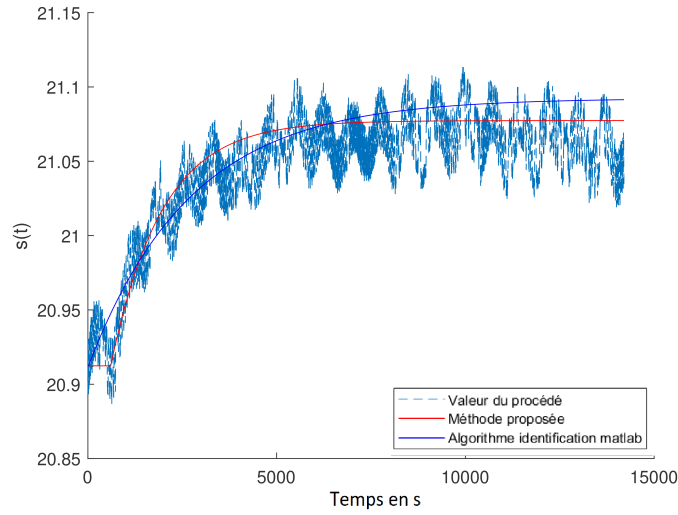


FIGURE 1.19 – Réponse du système en °C à un échelon en entrée

Le modèle FOPDT obtenu pour la température de la figure 1.19 est le suivant :

$$H(s) = \frac{0.0055}{1 + 1355.6s} \cdot e^{-604.2s} \quad (1.58)$$

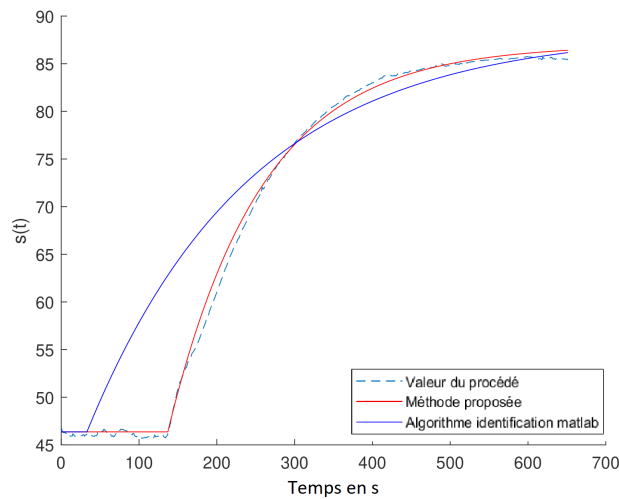


FIGURE 1.20 – Réponse du système en %HR à un échelon en entrée

Le modèle FOPDT obtenu pour l'humidité relative de la figure 1.20 est le suivant :

$$H(s) = \frac{5.8}{1 + 120.4s} \cdot e^{-136.8s} \quad (1.59)$$

**UIOM : usine d'incinération d'ordures ménagères**

Les usines de valorisation énergétique comme les UIOM permettent de transformer l'énergie chimique latente des déchets en une autre forme d'énergie utile. En effet, la chaleur dégagée par la combustion peut, par exemple, être transformée en énergie électrique en utilisant une turbine à vapeur associée à un alternateur. Construire un modèle de connaissance à partir de principes physiques n'est pas toujours simple car divers phénomènes de la physique sont impliqués. Dans ce type de systèmes interviennent la combustion (composition des déchets et cinétique de combustion), le transfert de chaleur (conduction, convection et rayonnement) ou encore la mécanique des fluides (écoulement polyphasique avec vapeur et eau). De plus, même si nous arrivons à établir un modèle physique décrivant le phénomène en question, il reste très difficile de connaître de manière précise tous les paramètres du procédé. Pour une étude plus approfondie de l'incinération des ordures ménagères le lecteur pourra se référer à [34] et [46]. La figure 1.21 présente une vue d'ensemble de la chambre de combustion d'une telle installation.

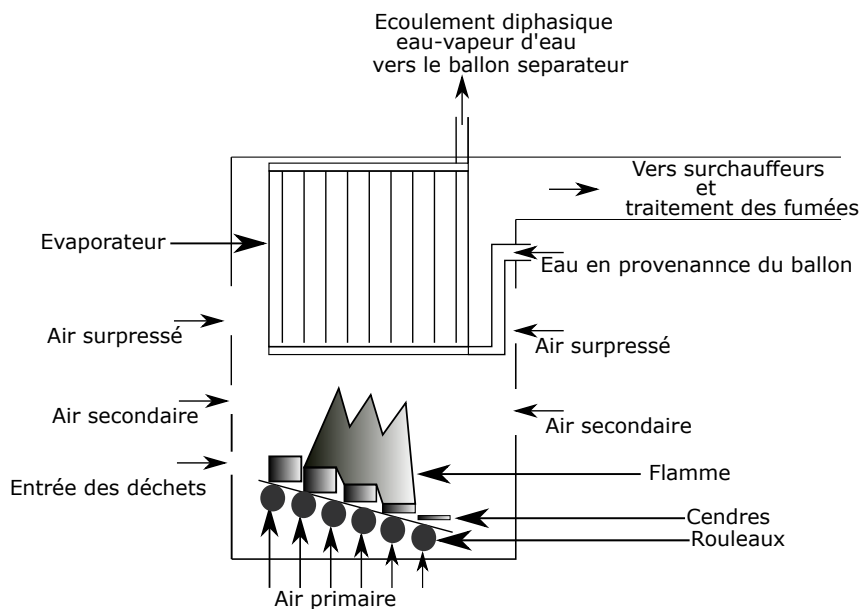


FIGURE 1.21 – Chambre de combustion d'un incinérateur d'ordures ménagères

Comme expliqué ci-dessus, l'objectif principal de ce procédé est de produire une certaine quantité de vapeur qui passera ensuite dans une turbine pour produire de l'électricité ; ce qui signifie que la

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

variable à contrôler est le débit de vapeur. Pour ce faire, il faut commander l'énergie libérée par le processus de combustion. L'énergie contenue dans un kilogramme de déchets est appelée PCI (Pouvoir Calorifique Inférieur). Elle correspond à la différence entre l'énergie totale dégagée par la combustion et l'enthalpie de vaporisation de l'eau. En effet, à la sortie de la cheminée, l'eau est encore sous sa forme gazeuse et la chaleur latente de vaporisation n'a pas été réutilisée dans le procédé. Pour un PCI donné, plus nous brûlons de déchets et plus nous dégageons de chaleur.

Le taux de combustion est déterminé principalement par l'air primaire et la quantité de déchets non-inertes disponibles. Supposons que l'alimentation en déchets soit bien maîtrisée, alors la stratégie de contrôle consiste à souffler plus d'air primaire pour brûler plus de déchets si la vapeur diminue et inversement.

Les figures 1.22 et 1.23 montrent les courbes simulée et réelle de la température et l'erreur relative induite par le modèle.

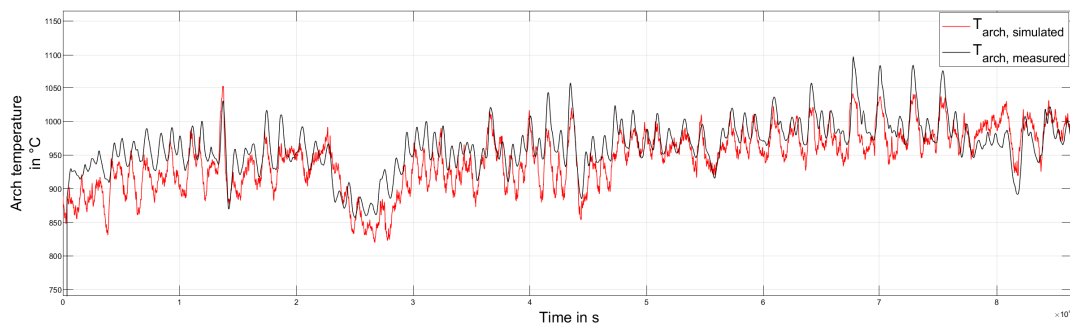


FIGURE 1.22 – Température de voûte mesurée et simulée

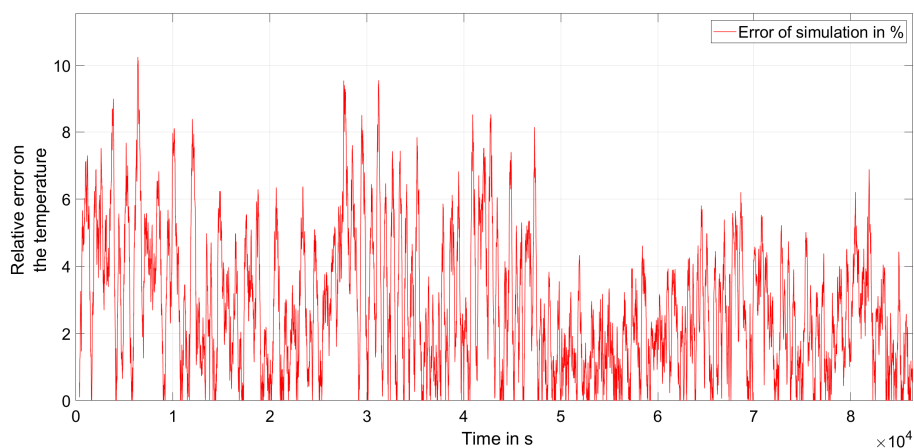


FIGURE 1.23 – Erreur relative sur la température

### 1.3. CONTRIBUTION À L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

Les figures 1.24 et 1.25 montrent les courbes simulée et réelle du débit de vapeur et l'erreur relative issue du modèle.

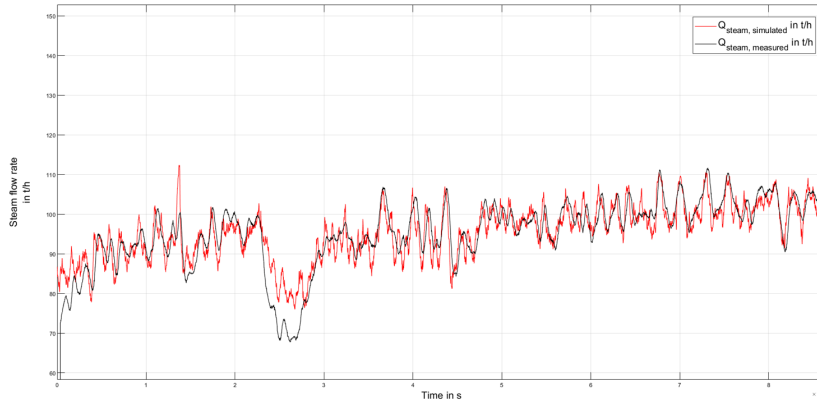


FIGURE 1.24 – Débit de vapeur mesuré et simulé

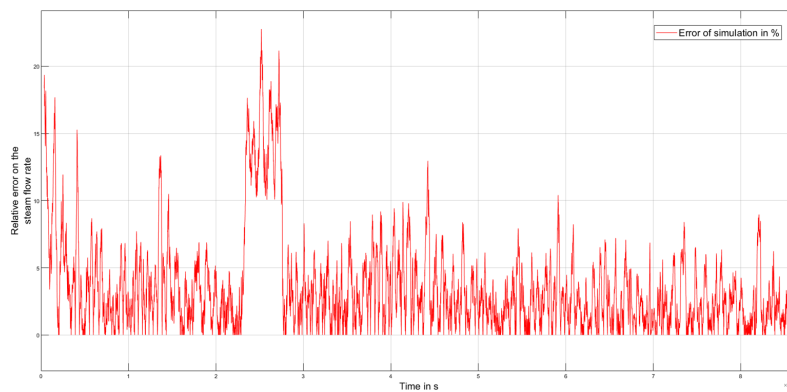


FIGURE 1.25 – Erreur relative sur le débit de vapeur

Le tableau suivant est un résumé qui compare la simulation à la réalité.

	Moyenne	Écart-type
Température de voûte mesurée en $^{\circ}C$	964	38
Température de voûte simulée en $^{\circ}C$	953	42
Erreur relative sur la température de voûte	3%	2%
Débit de vapeur mesuré en t/h	95	8
Débit de vapeur simulé en t/h	100	5
Erreur relative sur le débit de vapeur	5%	3%

TABLE 1.3 – Comparaison entre le modèle et les valeurs réelles

L'écart-type important constaté est dû au fait que la valeur la plus importante du procédé qui

est le PCI est estimée de manière indirecte en considérant l'énergie reçue par la vapeur. De plus, les nombreuses simplifications du modèle font que nous ne pouvons avoir un modèle qui prend en compte tous les phénomènes. Par exemple la grosse chute de température que l'on peut voir dans la simulation correspond en réalité à une mauvaise combustion qui a entraîné une libération de  $CO$  et donc une chute de l'énergie dégagée par la combustion.

Nous pouvons aussi utiliser ces données afin d'identifier le modèle entre l'air primaire et la production de vapeur sans passer par un modèle physique. Pour ce faire nous devons l'effectuer à concentration en oxygène constante. Ceci revient à dire que l'augmentation de l'air primaire a été utilisée pour la combustion. En effet, si un tel test est effectué et que la concentration en oxygène augmente ou diminue, le modèle ne sera pas représentatif du système. Le premier scénario correspond au fait qu'il n'y a pas assez de déchets sur les grilles et que l'air primaire refroidit la chambre de combustion (le surplus d'air primaire n'est pas utilisé pour la combustion). Le dernier scénario correspond à un paquet de déchets avec un gros PCI (plastique, carton...) qui a bien brûlé. Par conséquent, tout l'oxygène a été utilisé dans cette combustion.

La figure 1.26 montre l'identification de la réponse du débit de vapeur à une modification de la commande d'air primaire de type échelon.

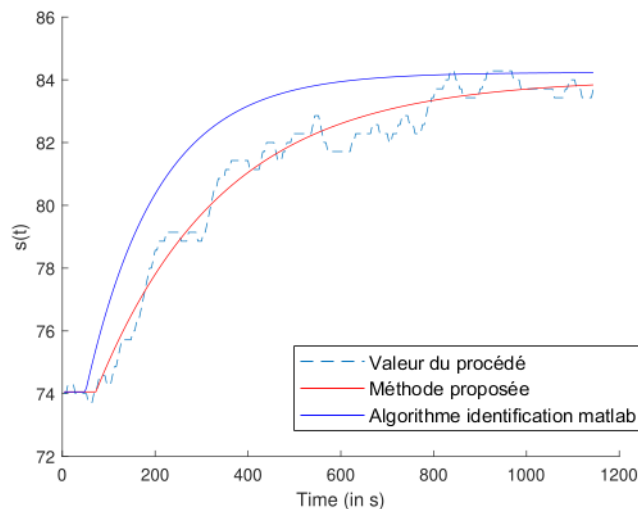


FIGURE 1.26 – Réponse du système en t/h à un échelon en entrée

Le modèle FOPDT obtenu pour la vapeur est le suivant :

$$H(s) = \frac{0.98}{1 + 271.7s} \cdot e^{-72.3s}$$

On peut constater que la méthode proposée a permis d'identifier un modèle même si le débit de vapeur est perturbé par la composition et la répartition non homogènes des déchets. La méthode proposée est plus précise que la toolbox d'identification de Matlab pour ce type de stimuli d'identification. Cela est dû au fait que la fonction *delayest* de Matlab a des difficultés à identifier avec précision le retard du procédé lorsqu'un seul échelon est appliqué au système. La fonction a besoin de plusieurs échelons afin d'avoir une excitation ou persistance suffisante pour obtenir des résultats plus précis. Cela réduit la précision du second algorithme d'identification qui est faite pour des systèmes ne présentant pas de retard. L'algorithme proposé dans la section 1.3.1 présente donc un grand intérêt dans le cadre d'une application industrielle car elle permet à l'utilisateur de trouver un modèle fidèle à la dynamique du procédé avec un seul échelon d'identification.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux techniques de modélisation. En premier lieu, nous avons réalisé une identification des systèmes du premier ordre avec retard qui permet, comme nous l'avons vu au travers d'exemples, de modéliser des systèmes industriels amortis. L'autre technique concerne la modélisation physique de la combustion des ordures ménagères. Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser au contrôle de ces systèmes. En effet, dans la mesure où nous avons déterminé un modèle du procédé, nous pouvons désormais lui appliquer une stratégie de contrôle robuste, dont le réglage dépendra des paramètres identifiés.



#### 1.4. CONCLUSION

---

## Chapitre 2

# Commande des systèmes industriels

### Contenu

---

<b>2.1</b>	<b>Stabilité, performance et robustesse des systèmes bouclés . . . . .</b>	<b>90</b>
2.1.1	Etude d'un système multivariable . . . . .	90
2.1.2	Etude d'un système monovariante . . . . .	100
2.1.3	Etude des systèmes à retard . . . . .	109
<b>2.2</b>	<b>Stratégies de contrôle pour des systèmes industriels . . . . .</b>	<b>114</b>
2.2.1	La commande RST . . . . .	114
2.2.2	La commande à modèle interne . . . . .	123
2.2.3	Commande Linéaire Quadratique robuste . . . . .	133
2.2.4	Utilisation de l'apprentissage par renforcement pour la commande . . . . .	139
<b>2.3</b>	<b>Contribution au contrôle des systèmes industriels . . . . .</b>	<b>151</b>
2.3.1	Contrôle multivariable de la production de vapeur dans une UVE . . . . .	151
2.3.2	Correcteur RST avec prédicteur de Smith modifié . . . . .	153
<b>2.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>166</b>

---

## 2.1 Stabilité, performance et robustesse des systèmes bouclés

### 2.1.1 Etude d'un système multivariable

Nous allons désormais nous intéresser à l'application industrielle d'algorithmes de commande. Pour ce faire, nous allons introduire les notions de performance et de robustesse qui sont essentielles afin de s'assurer que la loi de commande élaborée réponde au cahier des charges. Afin de garantir la performance et la robustesse de l'algorithme de contrôle que nous voulons déployer, il est indispensable de connaître le modèle du procédé, c'est pourquoi dans ce chapitre nous allons supposer qu'un modèle du système à commander est disponible, ce dernier pouvant être trouvé par exemple au travers d'applications de principes physiques ou en utilisant les techniques d'identification présentées dans le chapitre 1 . Nous avons vu que, de par la nature très complexe des phénomènes physiques qui nous entourent, l'élaboration d'un modèle représentant parfaitement la réalité n'est pas réalisable. Ainsi nous ne cherchons plus à élaborer une commande pour le modèle supposé parfait mais pour un modèle imparfait simplifié (cf. le tableau 1.1). Nous allons donc compenser les imperfections du modèle par de la robustesse. Il faut cependant que le modèle s'approche de la dynamique du système réel pour que la commande soit performante. En effet, on peut comprendre intuitivement que la prudence dans le pilotage d'un système est fonction de la connaissance que nous avons de ce dernier. Une formalisation mathématique de ce principe a été faite par Bode en 1945 [47] puis complétée par Freudenberg et Looze en 1985 [48]. Nous pouvons démontrer que tout schéma-bloc avec un bloc dans la boucle de retour peut se mettre sous une forme équivalente de schéma-bloc avec boucle de retour unitaire. C'est pourquoi dans ce qui suit, nous allons nous intéresser à la stabilité, les performances et la robustesse du schéma de régulation en boucle fermée représenté à la figure 2.1 où  $K(s)$  et  $P(s)$  sont respectivement les matrices de transfert du correcteur et du procédé.

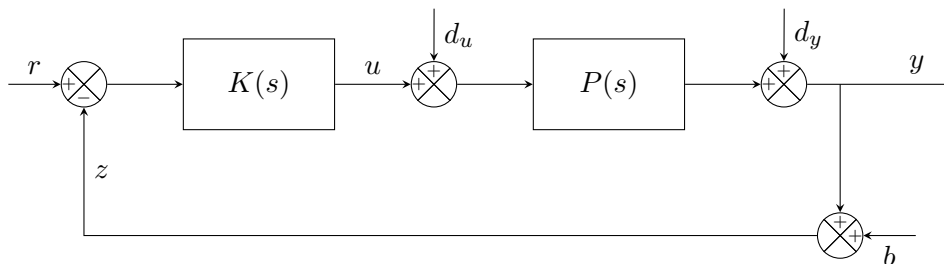


FIGURE 2.1 – Schéma de commande en boucle fermée

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

Les différents signaux et blocs représentés à la figure 2.1 sont :

- Le vecteur des signaux de consigne (Set Point ou SP) :  $r \in \mathbb{R}^p$
- Le vecteur des signaux de commande issus du correcteur :  $u \in \mathbb{R}^m$
- Le vecteur des perturbations en entrée du procédé :  $d_u \in \mathbb{R}^m$
- Le vecteur des perturbations en sortie du procédé :  $d_y \in \mathbb{R}^p$
- Le vecteur des signaux de sortie du système (Process Value ou PV) :  $y \in \mathbb{R}^p$
- Le vecteur des bruits introduits par les instruments de mesure :  $b \in \mathbb{R}^p$
- Le vecteur des mesures des sorties arrivant du capteur :  $z \in \mathbb{R}^p$
- La matrice de transfert du correcteur :  $K(s) \in \mathbb{M}_{m,p}(\mathbb{C})$
- La matrice de transfert du procédé :  $P(s) \in \mathbb{M}_{p,m}(\mathbb{C})$

### Stabilité en boucle fermée pour des systèmes multivariables

Analyser la stabilité en boucle fermée de ce système revient à analyser le comportement des signaux de sortie  $y$  et  $u$  par rapport aux entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$ . Nous voulons en effet, vérifier que le système est stable au sens EBSB (entrée bornée sortie bornée). Pour ce faire, comme nous avons affaire à un système linéaire, nous allons étudier indépendamment l'influence de chaque entrée sur chaque sortie. Nous allons mettre à zéro toutes les entrées sauf une et trouver les matrices de transfert entre l'entrée non nulle et les sorties. Nous obtenons ainsi 4 cas à considérer pour 2 signaux de sorties, ce qui correspond donc à 8 matrices de transfert. Le lecteur peut se référer à l'étude complète et détaillée faite dans [5]. Chaque cas peut être mis sous la forme d'un schéma bloc équivalent, qui s'appelle **système bouclé standard** et dont la représentation est donnée à la figure 2.2.

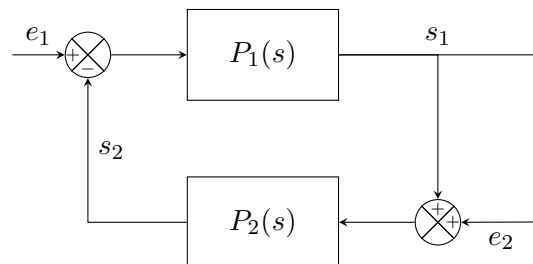


FIGURE 2.2 – Schéma du système bouclé standard

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

Chaque entrée  $e_1$  et  $e_2$  pouvant prendre différentes valeurs parmi les entrées originelles du système, la situation est résumée à l'équation (2.1), soit

$$\begin{cases} e_i = \{r, d_u, d_y, b\} \quad \forall i \in \{1, 2\} \\ s_j = \{u, y\} \quad \forall j \in \{1, 2\} \\ P_k(s) = \{P(s), K(s)\} \quad \forall k \in \{1, 2\} \end{cases} \quad (2.1)$$

En écrivant les 8 équations reliant les entrées aux sorties, nous faisons apparaître deux matrices de transfert du système en boucle ouverte :

- **La matrice de transfert en boucle ouverte vue de l'entrée** :  $L_i(s) = K(s)P(s)$
- **La matrice de transfert en boucle ouverte vue de la sortie** :  $L_o(s) = P(s)K(s)$

avec  $L_i(s) \in \mathbb{M}_m(\mathbb{C})$  et  $L_o(s) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$

Les matrices à examiner pour étudier la stabilité du système en boucle fermée sont au nombre de quatre et découlent des deux matrices de transfert du système en boucle ouverte  $L_i(s)$  et  $L_o(s)$  :

- **La matrice de sensibilité en entrée** :  $\mathcal{S}_i(s) = (\mathbb{I}_m + L_i(s))^{-1}$
- **La matrice de sensibilité complémentaire en entrée** :  $\mathcal{T}_i(s) = \mathbb{I}_m - \mathcal{S}_i(s)$
- **La matrice de sensibilité en sortie** :  $\mathcal{S}_o(s) = (\mathbb{I}_p + L_o(s))^{-1}$
- **La matrice de sensibilité complémentaire en sortie** :  $\mathcal{T}_o(s) = \mathbb{I}_p - \mathcal{S}_o(s)$

avec  $\mathcal{S}_i(s) \in \mathbb{M}_m(\mathbb{C})$ ,  $\mathcal{T}_i(s) \in \mathbb{M}_m(\mathbb{C})$ ,  $\mathcal{S}_o(s) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$  et  $\mathcal{T}_o(s) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$ .

L'examen de la stabilité et de la stabilité robuste, d'un système monovarié, est fondé sur les diagrammes de Bode et de Nyquist du système en boucle ouverte. Dans le cas multivarié, on ne peut étendre complètement ces notions, mais on peut tracer un « diagramme de Bode multivarié » en utilisant la notion de valeurs singulières d'une matrice de transfert rectangulaire à coefficients complexes  $P(i\omega)$ . Soient,  $\underline{\sigma}(P(i\omega))$  et  $\overline{\sigma}(P(i\omega))$ , respectivement, les plus petite et plus grande valeurs singulières de la matrice  $P(i\omega)$ . Soit  $\|\cdot\|_h$  la norme hermitienne définie par :

$$\|\hat{y}(i\omega)\|_h = \sqrt{\hat{y}^*(i\omega)\hat{y}(i\omega)} \quad (2.2)$$

Ici,  $\hat{y}^*(i\omega)$  désigne la transposée conjuguée du vecteur de nombres complexes  $\hat{y}(i\omega)$ . Nous pouvons alors définir le diagramme de Bode multivarié en prenant le rapport des normes hermitiennes entre

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

l'entrée et la sortie à savoir :

$$G_P(\omega) = \frac{\|\hat{y}(i\omega)\|_h}{\|\hat{u}(i\omega)\|_h} = \frac{\|P(i\omega)\hat{u}(i\omega)\|_h}{\|\hat{u}(i\omega)\|_h} \quad (2.3)$$

La norme hermitienne définie dans l'équation (2.2) garantit le fait que dans l'équation (2.3), le gain  $G_P(\omega)$  est bien égal à un scalaire réel qui dépend de  $\omega$ . Une propriété des valeurs singulières nous permet d'écrire, lorsque le rang de la matrice  $P(i\omega)$  vérifie  $rg(P(i\omega)) = m$ , l'équation suivante :

$$\forall \omega \in \mathbb{R}_+, \quad \underline{\sigma}(P(i\omega)) \leq G_P(\omega) \leq \bar{\sigma}(P(i\omega)) \quad (2.4)$$

Nous en déduisons que le gain du système se trouve entre les tracés des courbes de gain limites  $\underline{\sigma}(P(i\omega))$  et  $\bar{\sigma}(P(i\omega))$ . Sur la base de ces éléments, on introduit en outre une nouvelle norme, qui jouera un grand rôle dans l'étude de la robustesse en stabilité d'un système multivariable. Celle-ci, appelée norme H infinie, se définit comme suit pour une matrice de transfert  $P(s)$  :

$$\|P(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}_+} \bar{\sigma}(P(i\omega)) \quad (2.5)$$

Cette norme représente le plus grand gain possible du système .

### Robustesse en stabilité des systèmes bouclés multivariables

Nous savons que dans la pratique le modèle parfait n'existe pas. C'est pourquoi nous allons nous intéresser à ce que l'on appelle dans la littérature la **stabilité robuste**. Pour ce faire nous allons prendre en considération l'erreur faite sur le modèle (dynamiques négligées, incertitudes paramétriques). Il est donc nécessaire de construire un modèle mathématique qui représente l'incertitude dans la modélisation. Nous pouvons décrire l'écart à un modèle soit par une approche avec formalisme d'état, soit par une approche fréquentielle. Le lecteur pourra trouver des exemples de l'approche avec la représentation d'état d'un système dans [49]. L'étude d'incertitudes dans le domaine fréquentiel a reçu beaucoup d'attention dans les années 80 – 90 notamment avec l'approche  $H_\infty$  de [50] et LQG (commande Linéaire Quadratique Gaussienne) dans [51] et [52]. Dans notre cas, nous allons nous intéresser à l'approche fréquentielle décrite dans [53]. Il existe deux types d'incertitudes :

- **incertitudes structurées** : nous avons une connaissance et/ou un modèle mathématique de comment ces incertitudes affectent le procédé. Il est recommandé d'utiliser un modèle s'il est

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

disponible car il permet de restreindre la classe d'incertitudes qu'il faudra prendre en compte dans l'élaboration de la commande.

- **incertitudes non-structurées** : nous n'avons aucune connaissance sur la manière dont les incertitudes affectent le procédé, la seule chose que nous pouvons estimer est une borne supérieure de l'amplitude de l'incertitude sur les fréquences considérées.

Nous pouvons comprendre de manière intuitive que des incertitudes dont nous n'avons pas d'information peuvent mener à des critères de robustesse plus restrictifs que pour des incertitudes dont nous connaissons la structure. Ainsi, comme dans un cadre industriel il est très rare d'avoir accès à un modèle de connaissance des incertitudes du modèle, nous allons dans ce qui suit nous intéresser aux **incertitudes non-structurées**. Nous pouvons définir différents types d'incertitudes de modèle, et les auteurs de [53] proposent l'analyse de 3 types d'incertitudes non-structurées qui sont :

- **une incertitude additive** : elle correspond à l'introduction d'une matrice de transfert additive  $\Delta_a \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$  au modèle parfait  $P(s)$  du système, de telle sorte à ce que le modèle réel  $P_r(s) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$  s'écrive sous la forme  $P_{\Delta_a}(s) = P(s) + \Delta_a$  ;
- **une incertitude multiplicative** : elle correspond à l'introduction, par exemple en sortie, d'une matrice de transfert multiplicative  $\Delta_m \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$  au modèle parfait  $P(s)$  du système, de telle sorte à ce que le modèle réel  $P_r(s) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$  s'écrive sous la forme  $P_{\Delta_m}(s) = (\mathbb{I}_p + \Delta_m)P(s)$  ;
- **une incertitude issue de la factorisation copremière à gauche (ou à droite) du système** : elle correspond à l'introduction d'un couple de matrices de transfert additives  $(\Delta_{aN}, \Delta_{aM}) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C}) \times \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$  aux deux termes  $(M, N) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{C}) \times \mathbb{M}_p(\mathbb{C})$  de la factorisation copremière à gauche du modèle parfait  $P(s) = M^{-1}(s)N(s)$  du système, de telle sorte que le modèle réel  $P_r(s) \in \mathbb{M}_p(\mathbb{R})$  s'écrive sous la forme  $P_r(s) = (M(s) + \Delta_{aM})^{-1}(N(s) + \Delta_{aN})$ .

En utilisant le concept de **transformations linéaires fractionnaires** [53], nous pouvons démontrer que, quel que soit le choix de la nature de l'incertitude, le schéma de la figure 2.1 peut toujours être mis sous la forme d'un **diagramme standard**. Ce dernier permet d'étudier la robustesse en stabilité du système lorsque nous considérons la figure 2.1 avec les vecteurs d'entrée nuls. Le **diagramme standard** de tout système bouclé incertain peut être représenté comme à la figure 2.3. Dans ce qui suit  $K(s)$  représente la matrice de transfert du correcteur,  $P_e(s)$  représente la matrice du système étendu (matrice par blocs qui dépend de  $P(s)$  et dont l'agencement change en fonction du type d'incertitude),  $\Delta(s)$  représente l'incertitude du système et les vecteurs  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $y_1$  et  $y_2$  sont des signaux génériques

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

de commande et de sortie dont l'expression dépend du type d'incertitude considéré.

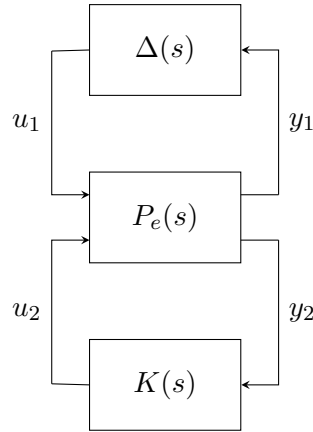


FIGURE 2.3 – Diagramme standard d'un système incertain en boucle fermée

En utilisant les transformations linéaires fractionnaires nous pouvons définir deux diagrammes standards équivalents qui sont représentés sur les figures 2.4 et 2.5. Ces deux figures montrent respectivement le diagramme standard issu d'une transformation linéaire "inférieure" ou "lower" en Anglais (car le système étendu  $P_e(s)$  se situe en-dessous des incertitudes  $\Delta(s)$ ), tandis que la figure 2.5 montre le diagramme standard issu d'une transformation linéaire "supérieure" ou "upper" en Anglais (car le système étendu  $P_e(s)$  se situe au-dessus du correcteur  $K(s)$ ).

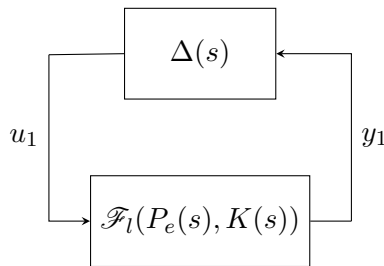


FIGURE 2.4 – Transformation linéaire "lower" du diagramme standard

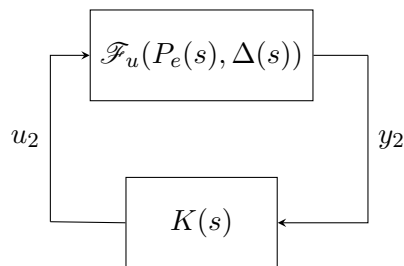


FIGURE 2.5 – Transformation linéaire "upper" du diagramme standard



## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

La matrice de transfert du procédé  $P(s)$  est reliée à la transformation linéaire fractionnaire supérieure par la relation  $P(s) = \mathcal{F}_u(P_e(s), 0)$ . Le lecteur peut se référer à [53] ou [5] pour plus de détails sur les représentations fractionnaires. Dans [53] les auteurs considèrent deux classes d'incertitudes que nous noterons  $\mathcal{I}_s(\varepsilon)$  et  $\mathcal{I}_i(\varepsilon, P_e(s))$ . Les indices  $s$  et  $i$  correspondent respectivement à une classe d'incertitude dite stable et à une classe d'incertitude dite instable. Les deux classes considérées sont les suivantes :

- $\mathcal{I}_s(\varepsilon)$  représente l'ensemble des matrices de fractions rationnelles  $\Delta(s)$  stables et de norme  $H_\infty$  strictement inférieure à un réel  $\varepsilon$ .
- $\mathcal{I}_i(\varepsilon, P_e(s))$  représente l'ensemble des matrices de fractions rationnelles  $\Delta(s)$  éventuellement instables, vérifiant d'une part  $\forall \omega \geq 0, \bar{\sigma}(\Delta(i\omega)) < \varepsilon$  et, d'autre part que, les matrices du système nominal sans incertitudes  $\mathcal{F}_u(P_e(s), 0)$  et  $\mathcal{F}_u(P_e(s), \Delta(s))$  ont le même nombre de pôles à partie réelle positive ou nulle et le cas échéant les mêmes pôles situés sur l'axe imaginaire.

Le théorème suivant démontré par McFarlane et Glover donne une condition nécessaire et suffisante de stabilité pour un système bouclé incertain soumis à des incertitudes de classe  $\mathcal{I}_s(\varepsilon)$  ou  $\mathcal{I}_i(\varepsilon, P_e(s))$ . Il est à noter que pour les incertitudes de classe  $\mathcal{I}_s(\varepsilon)$  ce résultat existait déjà sous le nom de théorème du petit gain proposé dans [54]. Ainsi la proposition suivante, issue de [53], est une extension aux incertitudes de classe  $\mathcal{I}_i(\varepsilon, P_e(s))$  du théorème du petit gain.

**Théorème 1 Stabilité en boucle fermée d'un système incertain** : considérons le diagramme standard d'un système bouclé incertain de la figure 2.3 tel que  $K(s)$  stabilise  $\mathcal{F}_u(P_e(s), 0)$  (qui n'est autre que le système nominal sans incertitudes  $P(s)$ ). Alors le correcteur  $K(s)$  stabilise  $\mathcal{F}_u(P_e(s), \Delta(s))$ , pour toute incertitude  $\Delta(s)$  appartenant à la classe  $\mathcal{I}_s(\varepsilon)$  ou  $\mathcal{I}_i(\varepsilon, P_e(s))$  si et seulement si  $\|\mathcal{F}_l(P_e(s), K(s))\|_\infty \leq \frac{1}{\varepsilon}$

Ce théorème stipule donc que pour toute perturbation  $\Delta(s)$  de classe  $\mathcal{I}_s(\varepsilon)$  telle que  $\|\Delta(s)\|_\infty < \varepsilon$  ou de classe  $\mathcal{I}_i(\varepsilon, P_e(s))$  telle que  $\bar{\sigma}(\Delta(i\omega)) < \varepsilon$  (et vérifiant en outre la condition sur les pôles) nous avons  $\|\mathcal{F}_l(P_e(s), K(s))\|_\infty \leq \frac{1}{\varepsilon}$ . Or  $\mathcal{F}_l(P_e(s), K(s))$  est fonction de  $P(s)$  et  $K(s)$ . Un exemple de calcul est fourni par les auteurs de [5] dans le cas où nous considérons des incertitudes multiplicatives. Dans ce cas, les marges de stabilité dépendent uniquement des matrices d'entrée-sortie de sensibilité et de sensibilité complémentaire, à savoir,  $\mathcal{S}_i(s)$ ,  $\mathcal{T}_i(s)$ ,  $\mathcal{S}_o(s)$  et  $\mathcal{T}_o(s)$ . Voici leurs expressions :

- marge de module en entrée :

$$M_{m_i} = \frac{1}{\|\mathcal{S}_i(s)\|_\infty} \quad (2.6)$$

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

— marge de module en sortie :

$$M_{m_o} = \frac{1}{\|\mathcal{S}_o(s)\|_\infty} \quad (2.7)$$

— marge de module complémentaire en entrée :

$$M_{m_{c_i}} = \frac{1}{\|\mathcal{T}_i(s)\|_\infty} \quad (2.8)$$

— marge de module complémentaire en sortie :

$$M_{m_{c_o}} = \frac{1}{\|\mathcal{T}_o(s)\|_\infty} \quad (2.9)$$

Dans la pratique nous avons le plus souvent un cahier des charges avec des critères de robustesse à respecter. Or, l'expression de chaque marge dépend du type d'incertitude considérée. Cependant nous pouvons donner deux critères les plus usités dans le cadre d'applications industrielles :

— **Critère 1** : pour maximiser la robustesse en stabilité vis-à-vis d'une incertitude additive du procédé, il faut minimiser  $\bar{\sigma}(K(i\omega)\mathcal{S}_o(i\omega))$ . Pour des hautes fréquences où l'approximation  $\bar{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega)) \ll 1$  est vraie et en utilisant des propriétés des valeurs singulières, nous avons le résultat suivant :

$$\bar{\sigma}(K(i\omega)\mathcal{S}_o(i\omega)) \leq \bar{\sigma}(K(i\omega))$$

ce qui montre que l'on doit minimiser la plus grande valeur singulière de K en hautes fréquences dans le cas d'une incertitude additive.

— **Critère 2** : pour maximiser la robustesse vis-à-vis du bruit d'une incertitude multiplicative directe en sortie et pour minimiser l'influence du bruit sur la sortie, il faut minimiser  $\bar{\sigma}(\mathcal{T}_o(i\omega))$ . Pour des fréquences où l'approximation  $\bar{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega)) \ll 1$  est vraie et en utilisant des propriétés des valeurs singulières, nous avons le résultat suivant :

$$\bar{\sigma}(\mathcal{T}_o(i\omega)) \leq \bar{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega))$$

L'étude des valeurs singulières des différentes matrices de transfert apparaissant dans ces critères conduisent à la technique du "loop shaping". Cette dernière consiste à modéliser le diagramme de Bode multivariable de la boucle ouverte en choisissant un correcteur qui nous permettent de remplir les objectifs de la boucle fermée.

Par ailleurs, nous pouvons interpréter ici la marge de module, pour les différents cas, comme étant la borne supérieure pour la taille admissible de l'incertitude considérée. C'est à dire que notre système

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

sera stable en boucle fermée, en vertu du théorème 1, si, d'une part, les incertitudes multiplicatives de classe  $\mathcal{S}_s(\varepsilon)$  et de classe  $\mathcal{S}_i(\varepsilon, P_e(s))$  considérées vérifient respectivement  $\|\Delta_m(s)\|_\infty < M_{m_1}$  et  $\bar{\sigma}(\Delta_m(i\omega)) < M_{m_1}$  où  $M_{m_1} = \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathcal{T}_o(i\omega))}$  et si, d'autre part, les incertitudes additives de classe  $\mathcal{S}_s(\varepsilon)$  et de classe  $\mathcal{S}_i(\varepsilon, P_e(s))$  considérées vérifient respectivement  $\|\Delta_a(s)\|_\infty < M_{m_2}$  et  $\bar{\sigma}(\Delta_a(i\omega)) < M_{m_2}$  où  $M_{m_2} = \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathcal{T}_o(i\omega))}$

### Performances des systèmes bouclés multivariables

Afin d'analyser les performances en boucle fermée d'un système, reprenons le schéma de la figure 2.1 et considérons un bruit nul  $b = 0$  pour simplifier le propos. Intéressons-nous dans ce qui suit à la capacité du système à suivre une consigne, ce en présence de perturbations (basses fréquences par rapport aux bruits qui sont hautes fréquences).

**Erreur d'asservissement et erreur statique** : considérons le système bouclé de la figure 2.1. La différence entre le vecteur de sortie  $y(t)$  et le vecteur de consigne en entrée  $r(t)$  est appelée **erreur d'asservissement**. Son expression est la suivante :

$$e(t) = y(t) - r(t) \quad (2.10)$$

On peut alors définir une **erreur statique en boucle fermée** en considérant la valeur en régime permanent de l'**erreur d'asservissement**. Cette erreur ne dépend donc plus du temps  $t$ . Elle est définie comme suit :

$$e_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (y(t) - r(t)) \quad (2.11)$$

si pour tout signal constant  $r(t) = r_0$ ,  $d_u(t) = d_{u_0}$  et  $d_y(t) = d_{y_0}$  où  $(r_0, d_{u_0}, d_{y_0}) \in \mathbb{R}^3$ , nous avons :

$$e_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = 0 \quad (2.12)$$

on dira que l'**erreur statique en boucle fermée est nulle en présence de perturbations constantes en entrée et en sortie du système**.

Nous avons la relation entre la sortie  $y$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$  et  $d_y$  suivante :

$$\hat{y}(s) = \mathcal{T}_o(s) \cdot \hat{r}(s) + \mathcal{S}_o(s) \cdot \hat{d}_y(s) + \mathcal{S}_o(s)P(s) \cdot \hat{d}_u(s) \quad (2.13)$$

Ce qui nous intéresse réellement du point de vue de la performance est l'élimination de l'erreur d'asservissement. En exprimant  $\hat{e}(s) = \hat{y}(s) - \hat{r}(s)$ , en regroupant les termes qui multiplient  $\hat{r}(s)$  et en utilisant la relation  $\mathcal{T}_o(s) = \mathbb{I}_p - \mathcal{S}_o(s)$  nous aboutissons à l'équation suivante :

$$\hat{e}(s) = \mathcal{S}_o(s) \cdot (\hat{d}_y(s) - r(s)) + \mathcal{S}_o(s)P(s) \cdot \hat{d}_u(s) \quad (2.14)$$

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

Apparaissent alors 2 matrices de transfert importantes pour l'étude de la performance du système bouclé : la matrice de transfert de sensibilité en sortie du système  $\mathcal{S}_o(s)$  et le produit de cette dernière par la matrice de transfert du système  $\mathcal{S}_o(s)P(s)$ . Nous pouvons alors définir les 2 critères de performance suivants :

- **Critère 1** : minimiser l'influence de la perturbation de sortie  $d_y$  sur la sortie à régler  $y$ . Il faut pour cela minimiser  $\bar{\sigma}(\mathcal{S}_o(i\omega))$ . Pour des fréquences où  $\underline{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega)) \gg 1$  est vraie (basses fréquences, qui correspondent à la gamme de fréquence dans laquelle agissent les perturbations) et en utilisant des propriétés des valeurs singulières, nous avons le résultat suivant :

$$\bar{\sigma}(\mathcal{S}_o(i\omega)) \leq \frac{1}{\underline{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega))}$$

- **Critère 2** : minimiser l'influence de la perturbation d'entrée  $d_u$  sur la sortie à régler  $y$ . Il faut pour cela minimiser  $\bar{\sigma}(\mathcal{S}_o(i\omega)P(i\omega))$ . Pour des fréquences où  $\underline{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega)) \gg 1$  est vraie, nous avons le résultat suivant :

$$\bar{\sigma}(\mathcal{S}_o(i\omega)P(i\omega)) \leq \frac{1}{\underline{\sigma}(K(i\omega))}$$

Le tableau 2.1 résume les critères classiques de performance et robustesse et leurs matrices de transfert associées.

Cependant comme souvent, il faut faire un compromis entre performance et robustesse. En effet, nous pouvons nous rendre compte que les critères de performance sont en contradiction avec les critères de robustesse. En pratique, nous cherchons à avoir  $\underline{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega)) \gg 1$  en basses fréquences (rejet de perturbations performant) et  $\bar{\sigma}(P(i\omega)K(i\omega)) \ll 1$  en hautes fréquences (robustesse en stabilité).

Il est à noter qu'il existe aussi l'étude de la robustesse en performance. Mais nous n'allons pas aborder ce point dans le cadre de notre étude. Les auteurs de [55] et [56] abordent ce sujet et le lecteur peut s'y référer pour approfondir ce sujet.

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

Fonction	Interprétation
$\bar{\sigma}(\mathcal{S}_o(s))$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— gain entre la perturbation de sortie du procédé et sa sortie</li> <li>— gain entre le signal de référence et l'erreur de consigne</li> </ul>
$\bar{\sigma}(\mathcal{S}_i(s))$	— gain entre la perturbation d'entrée du procédé et son entrée
$\bar{\sigma}(K(s)\mathcal{S}_o(s))$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— gain entre la perturbation de sortie du procédé et l'entrée du correcteur</li> <li>— <math>\frac{1}{\bar{\sigma}(K(s)\mathcal{S}_o(s))}</math> indique l'amplitude maximale admissible pour une perturbation additive du procédé afin de rester dans la zone de stabilité</li> </ul>
$\bar{\sigma}(\mathcal{S}_o(s)P(s))$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— gain entre la perturbation d'entrée du procédé et sa sortie</li> <li>— <math>\frac{1}{\bar{\sigma}(\mathcal{S}_o(s)P(s))}</math> indique l'amplitude maximale admissible pour une perturbation additive du correcteur afin de rester dans la zone de stabilité</li> </ul>
$\bar{\sigma}(\mathcal{T}_o(s))$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— gain entre la perturbation d'entrée du correcteur et la sortie du procédé</li> <li>— <math>\frac{1}{\bar{\sigma}(\mathcal{T}_o(s))}</math> indique l'amplitude maximale admissible pour une perturbation multiplicative en sortie du procédé afin de rester dans la zone de stabilité</li> </ul>
$\bar{\sigma}(K(s)\mathcal{S}_o(s)P(s))$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— gain entre la perturbation d'entrée et la sortie du correcteur</li> <li>— <math>\frac{1}{\bar{\sigma}(K(s)\mathcal{S}_o(s)P(s))}</math> indique l'amplitude maximale admissible pour une perturbation multiplicative en entrée du procédé afin de rester dans la zone de stabilité</li> </ul>

TABLE 2.1 – Tableau des critères de performance et robustesse les plus utilisés

### 2.1.2 Etude d'un système monovariante

Les approches que nous avons présentées précédemment peuvent s'appliquer aux systèmes monovariants avec des simplifications. Dans un contexte industriel, la commande multivariable est utilisée pour des procédés dont les variables ne peuvent pas être séparées. En effet, il est possible de se ramener à une régulation monovariante lorsque par exemple, les constantes de temps des sorties sont très différentes, en utilisant le principe de régulation en cascade. Le cas le plus courant est une régulation de température (boucle maître) qui fixe une consigne de pression (boucle esclave). En pratique, il faut que la constante de temps de la boucle interne (esclave) soit au moins 10 fois plus rapide que la boucle externe (maître). Nous pouvons aussi découpler un système multivariable lorsque chacun des actionneurs considérés n'a un impact significatif que sur l'une des variables. Par exemple, dans le cas d'une CTA (voir la section 1.1.1), l'humidificateur peut avoir une influence négligeable sur la température par rapport aux batteries chaudes et froides. Son véritable impact se voit sur l'humidité

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

relative de l'air. Dans ce cas le système peut être découplé. Dans le cas monovariante nous avons  $K(s)P(s) = P(s)K(s)$  et nous pouvons décomposer les fonctions de transfert  $P(s)$  et  $K(s)$  en une fraction rationnelle irréductible au sens de l'arithmétique dans l'anneau des polynômes. Ces deux points mènent aux simplifications suivantes :

- $P(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$
- $K(s) = \frac{R(s)}{S(s)}$
- $L_i(s) = L_o(s) = L(s) = P(s)K(s)$
- $\mathcal{S}_i(s) = \mathcal{S}_o(s) = \mathcal{S}(s) = (1 + L(s))^{-1}$
- $\mathcal{T}_i(s) = \mathcal{T}_o(s) = \mathcal{T}(s) = 1 - \mathcal{S}(s)$

Ici  $A(s)$  est copremier avec  $B(s)$  et  $R(s)$  est copremier avec  $S(s)$ . Dans le cas d'un système monovariante nous rappelons le théorème de stabilité qui est à l'origine des autres critères que nous allons présenter par la suite.

**Théorème 2 Stabilité en boucle fermée d'un système monovariante :** *le système bouclé standard de la figure 2.2 est stable si et seulement si les racines du polynôme :*

$$A_{bf}(s) = A(s)S(s) + B(s)R(s) \quad (2.15)$$

*sont toutes à partie réelle strictement négative. Un tel polynôme est dit de **Hurwitz**. Le polynôme  $A_{bf}(s)$  porte la dénomination **polynôme caractéristique de la boucle fermée**. Ses racines sont appelées les **pôles du système en boucle fermée**.*

De ce théorème découlent plusieurs critères de stabilité dont le but est de déterminer si le système est stable, sans avoir à calculer lesdits pôles. Dans ce qui suit nous allons énumérer les critères les plus généraux. Les auteurs de [5] citent aussi des critères simplifiés mais qui ne sont pas applicables sous certaines conditions plus restrictives. Voici les critères principaux de stabilité :

**Critère de Routh-Hurwitz :** Considérons le polynôme caractéristique de la boucle fermée  $A_{bf}(s) = h_0s^n + h_1s^{n-1} + \dots + h_{n-1}s + h_n$  avec  $h_0 > 0$  alors :

- Une condition nécessaire pour que  $A_{bf}(s)$  soit de Hurwitz est que ses coefficients soient tous strictement positifs. Cette condition est suffisante si  $A_{bf}(s)$  est du second degré
- Dans le cas général,  $A_{bf}(s)$  est de Hurwitz si, et seulement si les éléments de la première colonne du tableau de Routh sont tous strictement positifs.

Afin de savoir comment il est possible de construire le tableau de Routh le lecteur pourra se référer au document [57] écrit par Edward John Routh lui-même. Ce critère permet donc d'établir la stabilité en boucle fermée d'un système en ne regardant que les coefficients du polynôme caractéristique  $A_{bf}(s)$ .

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

**Critère de Nyquist** : Soient  $n_P$  et  $n_K$  le nombre de pôles de  $P(s)$  et  $K(s)$  à partie réelle positive ou nulle. Considérons le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte du système  $L(s) = P(s)K(s)$ . Il correspond au tracé dans le plan complexe de la courbe paramétrée par :

$$\Gamma : \begin{cases} \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^2 \\ \omega \mapsto (\Re(L(i\omega)), \Im(L(i\omega))) \end{cases}$$

Notons  $N \in \mathbb{Z}$  le nombre de tours effectués par  $\Gamma$ , comptés positivement dans le **sens direct** (sens trigonométrique), autour du point  $(-1, 0)$  (appelé **point critique**). Alors le système est stable en boucle fermée si et seulement si le lieu ne passe pas par le point critique et  $N = n_p + n_K$ .

Le critère de Nyquist, établi par Harry Nyquist [13], permet d'étudier la stabilité du système bouclé à partir de la fonction de transfert de la boucle ouverte  $L(s)$ . Il est basé sur le tracé du lieu de Nyquist ce qui en fait un critère graphique. En plus du diagramme de Nyquist, il existe le diagramme de Bode et le diagramme de Black, le lecteur peut se référer à [5] pour plus de précisions sur ces deux types de diagrammes.

Dans le cas monovariante nous pouvons définir 4 marges de stabilité qui ont un très grand intérêt pratique. La figure 2.6 montre la représentation des différentes marges de stabilité dans le diagramme de Nyquist. Ces marges de stabilité sont des mesures de robustesse en stabilité. Nous allons introduire dans ce qui suit trois marges qui n'ont un sens que pour un procédé monovariante et la marge de module qui est un cas particulier des procédés multivariants.

La première marge que nous allons définir est celle qui concerne le gain du système. On appelle **marge de gain**, le plus grand intervalle des gains parasites pour lesquels le système en boucle fermée reste stable. Elle est définie comme suit.

**Marge de gain** : soit  $L(s)$  la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système stable en boucle fermée. Considérons le tracé du lieu de Nyquist à la figure 2.6. Soient  $-1/g_1$  et  $-1/g_2$  les deux abscisses les plus proches du **point critique**  $(-1, 0)$  auxquelles le lieu de Nyquist coupe l'axe des réels, et situées de part et d'autre de ce point. Par convention nous poserons toujours  $0 \leq g_1 < 1 < g_2 \leq +\infty$ . La **marge de gain** du système correspond à l'intervalle défini par :

$$M_g = ]g_1, g_2[ \quad (2.16)$$

On appelle  $g_1^{db} = 20 \log(g_1) < 0$  la **marge de gain en diminution** et  $g_2^{db} = 20 \log(g_2) > 0$  la **marge de gain en augmentation**.

Supposons une erreur de modèle telle que la vraie fonction de transfert soit  $gL(s)$  avec  $g > 0$ . Nous avons alors la fonction en boucle ouverte qui devient égale à  $gL(s)$ . Le système précédent reste stable

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

en boucle fermée si et seulement si  $g \in M_g$ . L'interprétation de cette marge par rapport au critère de Nyquist est la suivante : la multiplication par  $g$  de la fonction de transfert en boucle ouverte  $L(s)$  correspond, dans le plan complexe, à une homothétie de centre  $(0, 0)$  et de rapport  $g$ . Ainsi, puisque  $g \in M_g$  il est assuré que cette transformation ne déstabilise pas le système puisque la position de celui-ci par rapport au point critique ne change pas (pas de modification du nombre de tours autour du point critique  $(-1, 0)$ ). En général, nous considérons qu'une marge de gain est convenable si elle se trouve dans l'intervalle  $[-3\text{db}, 6\text{db}]$ [5]. Il est important de préciser que cette marge de stabilité ne regarde la robustesse que par rapport au gain. Il faut donc aussi définir une marge de stabilité par rapport à la phase ( $\text{Arg}(L(i\omega))$ ).

La deuxième marge que nous allons définir est celle qui concerne la phase du système. On appelle **marge de phase**, la borne supérieure des déphasages parasites pour lesquels le système en boucle fermée reste stable. Elle est définie comme suit :

**Marge de phase** : soit  $L(s)$  la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système stable en boucle fermée. Soit  $n$  le nombre d'intersections entre son lieu de Nyquist et le cercle unité. Nous pouvons alors définir, comme le montre la figure 2.6, les angles  $\varphi_k$ ,  $k \in \{1, \dots, n\}$ . La **marge de phase** du système correspond au plus petit angle ainsi défini :

$$M_p = \min_k \varphi_k \quad (2.17)$$

Dans l'exemple présenté à la figure 2.6, nous pouvons constater que le plus petit angle défini par l'intersection entre le lieu de Nyquist  $L(s)$  et le cercle unité est  $\varphi_3$ . Ainsi, la marge de phase de ce système est  $M_p = \varphi_3$ . Supposons une erreur de modèle telle que la vraie fonction de transfert soit  $e^{-i\varphi}P(s)$  avec  $\varphi \in [0, 2\pi]$ . La fonction de transfert en boucle ouverte devient égale à  $e^{-i\varphi}L(s)$ . Le système précédent reste stable en boucle fermée si et seulement si  $\varphi < M_p$ . L'interprétation de cette marge par rapport au critère de Nyquist est la suivante : la multiplication par  $e^{-i\varphi}$  de la fonction de transfert en boucle ouverte  $L(s)$  correspond, dans le plan complexe, à une rotation de centre  $(0, 0)$  et d'angle  $-\varphi$ . Ainsi, puisque  $\varphi < M_p$  il est assuré que cette transformation ne déstabilise pas le système puisque la position de son lieu de Nyquist par rapport au point critique ne change pas (pas de modification du nombre de tours autour du point critique  $(-1, 0)$ ). En général, l'expérience nous montre qu'une marge de phase convenable doit être d'au moins  $30^\circ$  ou  $40^\circ$ . Il est important de préciser que comme la marge de gain, la marge de phase ne regarde la robustesse que par rapport à la phase. Et plus particulièrement vis-à-vis d'un retard de phase. En toute rigueur, comme pour la marge de



## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

gain, nous pourrions définir une marge d'avance de phase. Cependant, dans la pratique, il s'avère que la notion de marge d'avance de phase n'est pas toujours utile. Si le lecteur désire approfondir cette notion il pourra consulter [4]. Ainsi, nous nous contenterons de la marge de retard de phase que nous appellerons sans ambiguïté la marge de phase.

Comme nous l'avons déjà évoqué dans la section 1.2.1, les systèmes peuvent être soumis à des retards d'origines multiples. Ce dernier peut être dû à la période d'échantillonnage, à des retards de transmission entre le capteur et le régulateur, et à des retards de transmission entre le régulateur et l'actionneur. Enfin, ce retard peut représenter des dynamiques négligées [4] (simplification de l'ordre du modèle par ajout d'un retard).

La troisième marge que nous allons définir est celle qui concerne le retard du système. On appelle **marge de retard**, la borne supérieure des retards parasites pour lesquels le système en boucle fermée reste stable. Elle est définie comme suit.

**Marge de retard** : soit  $L(s)$  la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système stable en boucle fermée. Soit  $n$  le nombre d'intersections entre son lieu de Nyquist et le cercle unité ( $|L(i\omega) = 1|$ ) et  $s = i\omega_k$  les pulsations associées au gain unité. Nous pouvons alors définir, comme le montre la figure 2.6, le couple pulsation/phase  $(\omega_k, \varphi_k)$ ,  $k \in \{1, \dots, n\}$ . La **marge de retard** du système correspond au plus petit ratio angle/pulsation pour chaque couple  $(\omega_k, \varphi_k)$  :

$$M_r = \min_k \frac{\varphi_k}{\omega_k} \quad (2.18)$$

Dans l'exemple présenté à la figure 2.6, nous pouvons constater que pour chaque intersection entre le lieu de Nyquist et le cercle unité nous pouvons définir le couple  $(\omega_k, \varphi_k)$  et donc  $M_r$ . Considérons une erreur de modèle qui introduit un retard  $\tau$  telle que la vraie fonction de transfert soit  $e^{-\tau s}P(s)$  avec  $\tau \in \mathbb{R}_+^*$ . Nous avons alors la fonction en boucle ouverte qui devient égale à  $e^{-\tau s}L(s)$ . Le système précédent reste stable en boucle fermée si et seulement si  $\tau < M_r$ . L'interprétation de cette marge par rapport au critère de Nyquist est la suivante : en posant  $s = i\omega_k$ , où  $\omega_k$  est l'une des pulsations vérifiant  $|L(i\omega_k) = 1|$ , la multiplication par  $e^{-i\omega_k\tau}$  de la fonction de transfert en boucle ouverte  $L(s)$  correspond, dans le plan complexe, à une rotation de centre  $(0,0)$  et d'angle  $-\omega_k\tau$ . Ce déphasage dépend de  $\omega_k$ , ceci veut dire que pour des grandes fréquences nous pourrions avoir  $\omega_k\tau > M_p$ . C'est pourquoi, pour ce type de système, la marge de phase est peu importante, ce qui compte ici c'est bien la marge de retard. Dans le cas où la pulsation au gain unité est unique (le lieu de Nyquist coupe le cercle unité une seule fois), on la notera  $\omega_c$  (pulsation de coupure) et le calcul de la marge de retard

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

se fait comme suit :

$$M_r = \frac{M_p}{\omega_c} \quad (2.19)$$

Il faudra faire attention à exprimer  $\omega_k$  et  $\varphi_k$  dans des unités cohérentes. La marge de retard étant traditionnellement exprimée en secondes, et la (les) pulsation(s) de coupure en  $rad \cdot s^{-1}$ , il faudra exprimer les  $\varphi_k$  en radians et non en degrés. Il n'y a pas de bonne pratique quant au choix de la marge de retard, elle dépend énormément du système considéré. La seule chose que nous pouvons dire est que dans le cas d'une commande discrétisée, si  $T_e$  est la période d'échantillonnage, alors la marge de retard doit au minimum vérifier :  $T_e < M_r$

La quatrième et dernière marge que nous allons définir est celle qui concerne la distance au point critique (-1,0). On appelle **marge de module**, la distance minimale du lieu de Nyquist de  $L(s)$  au point critique (-1, 0). Elle est définie comme suit.

**Marge de module** : soit  $L(s)$  la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système stable en boucle fermée. La marge de module  $M_m$  est alors égale à :

$$M_m = \inf_{\omega \geq 0} |1 + L(i\omega)| = \frac{1}{\sup_{\omega \geq 0} |(1 + L(i\omega))^{-1}|} = \frac{1}{\sup_{\omega \geq 0} |\mathcal{S}(i\omega)|} \quad (2.20)$$

De plus, en supposant que  $\mathcal{S}(i\omega)$  ne possède pas de pôle à partie réelle nulle, sa norme  $H_\infty$ , qui représente le plus grand gain possible du système, existe et nous avons :

$$M_m = \frac{1}{\|\mathcal{S}(i\omega)\|_\infty} \quad (2.21)$$

Telle qu'elle est définie, cette marge est positive et puisque les systèmes considérés sont strictement propres, soit  $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} |L(i\omega)| = 0$ , alors la marge de module est au plus égale à 1 donc  $0 \leq M_m \leq 1$ . Cette marge de robustesse vient compléter les marges de gain, de phase et de retard car elle garantit une certaine distance minimale entre le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte  $L(s)$  et le point critique (-1, 0). Il est important de noter que cette marge est plus conservatrice que les autres car elle prend en compte tout type d'incertitudes, que ce soit de gain ou de phase (introduit par un déphasage ou un retard). Il existe en effet des systèmes qui peuvent présenter de très bonnes marges de gain, de phase et de retard mais dont le lieu de Nyquist de la boucle ouverte passe très près du point critique. Ceci veut dire que le système peut être déstabilisé s'il subit une double incertitude. Par exemple, soit  $(g, \phi)$  l'incertitude subie par le système telle que  $g \in M_g$  et  $\varphi < M_p$ . Le système perturbé en boucle ouverte aura pour expression  $ge^{-i\varphi}L(s)$ , il se peut alors que cela suffise pour déstabiliser le

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

système même si le couple  $(g, \phi)$  se trouve dans les marges de gain et de phase définies précédemment. Ainsi, afin de garantir la robustesse en stabilité d'un système il sera toujours préférable de prendre une marge de module suffisamment grande :  $M_m > 0.5$ .

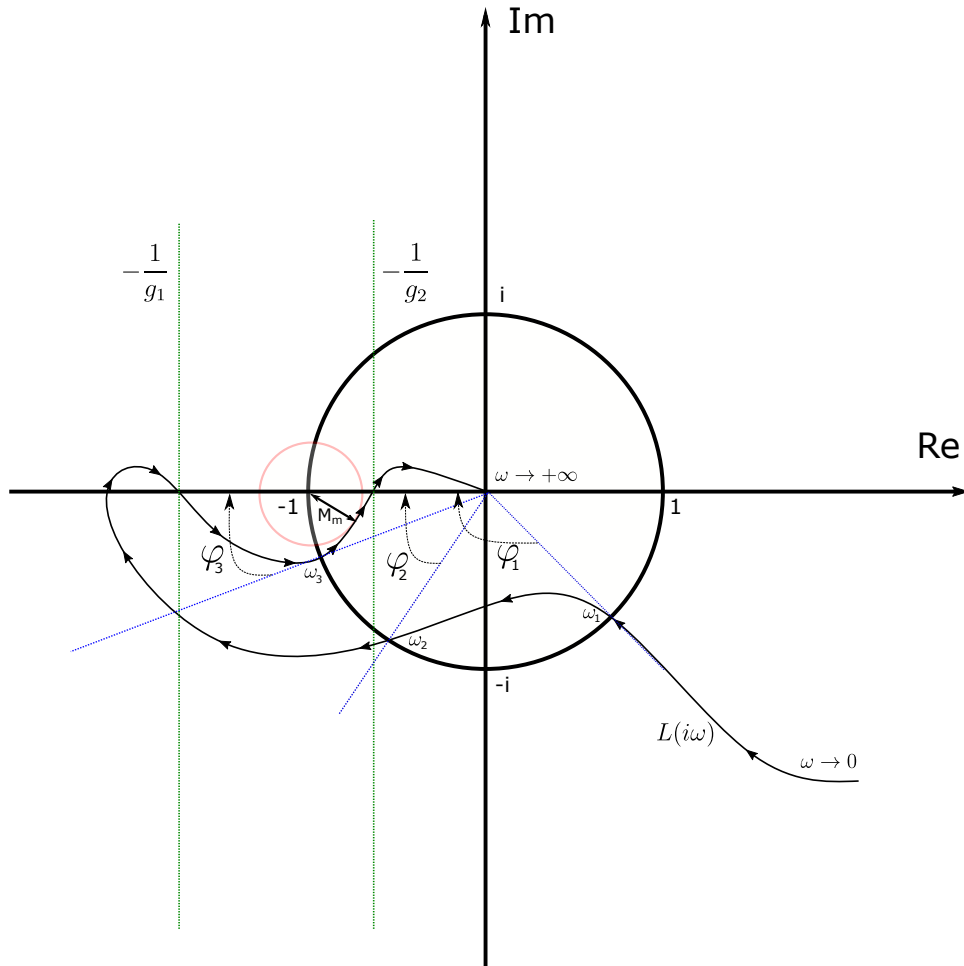


FIGURE 2.6 – Lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte du système

Le dernier point qu'il nous reste à aborder, comme dans le cadre multivariable, est la performance en boucle fermée du système. Comme pour les systèmes multivariables, nous allons nous intéresser aux rejets des perturbations afin d'évaluer la performance de la boucle fermée. En reprenant l'expression de l'erreur d'asservissement dans le cas multivariable (2.14) nous pouvons écrire :

$$\hat{e}(s) = \mathcal{S}(s) \cdot (\hat{d}_y(s) - r(s)) + \mathcal{S}(s)P(s) \cdot \hat{d}_u(s) \quad (2.22)$$

Pour le cas monovariante nous avons posé  $P(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$  et  $K(s) = \frac{R(s)}{S(s)}$  les fonctions de transfert respectives du système et du régulateur. De plus en utilisant la définition de  $A_{bf}$  en (2.15), nous

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

pouvons réécrire l'équation (2.22) comme suit :

$$\hat{e}(s) = \frac{B(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{A(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot (\hat{d}_y(s) - \hat{r}(s)) \quad (2.23)$$

Très souvent, dans l'industrie nous voulons maintenir la variable à régler  $y$  autour d'un point optimal fixe  $r_0$  (on peut toujours se ramener au cas  $r(t)=0$  où 0 représente le point d'équilibre). Notre objectif principal de performance est de garantir le rejet des perturbations supposées constantes,  $d_u(t) = d_{u_0}$  et  $d_y(t) = d_{y_0}$  où  $(d_{u_0}, d_{y_0}) \in \mathbb{R}^2$ . Pour ce faire nous considérons le système bouclé représenté à la figure 2.1 où nous avons posé  $r(t) = b(t) = 0$ . Reprenons alors l'équation (2.23) qui devient

$$\hat{e}(s) = \frac{B(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{A(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_y(s) \quad (2.24)$$

En supposant  $A_{bf}(s)$  de **Hurwitz** ( $A_{bf}(0) \neq 0$ ) nous pouvons appliquer à  $\hat{e}(s)$  le théorème de la valeur finale qui permet d'écrire :

$$e_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \hat{e}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{B(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \frac{d_{u_0}}{s} + \frac{A(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \frac{d_{y_0}}{s} \right] \quad (2.25)$$

En appliquant la limite et en simplifiant les termes nous obtenons l'expression suivante :

$$e_s = \frac{B(0)S(0)}{A_{bf}(0)} \cdot d_{u_0} + \frac{A(0)S(0)}{A_{bf}(0)} \cdot d_{y_0} \quad (2.26)$$

Nous savons que  $A_{bf}(0)$  existe car  $A_{bf}(s)$  est de Hurwitz. Donc  $e_s = 0$  si et seulement si  $B(0)S(0) = 0$  et  $A(0)S(0) = 0$ . Examinons les différentes possibilités :

- soit  $S(0) \neq 0$  et dans ce cas on doit nécessairement avoir  $A(0) = B(0) = 0$  or ceci voudrait dire que  $A(s)$  et  $B(s)$  ne sont pas copremiers car ils possèdent une racine commune  $s = 0$  ce qui contredit notre hypothèse sur le fait que le système  $P(s)$  est une fraction rationnelle irréductible.
- soit  $S(0) = 0$  et ce quel que soit les valeurs de  $A(0) \neq 0$  et  $B(0) \neq 0$
- soit  $S(0) = A(0) = 0$  et  $B(0) \neq 0$  ceci correspond au cas où le système  $P(s)$  est intégrateur.
- soit  $S(0) = B(0) = 0$  et  $A(0) \neq 0$  ceci correspond au cas où le système  $P(s)$  est dérivateur.

Nous constatons que dans tous les cas possibles, nous avons la condition  $S(0) = 0$  qui doit être satisfaite. Ceci correspond à dire que le régulateur  $K(s)$  contient un intégrateur. Dans le cas où le système est dérivateur le suivi de consigne n'est pas réalisable. Nous pouvons cependant stabiliser ce système autour de son point d'équilibre. Une autre façon d'aborder ce problème est de considérer les

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

transformées de Laplace de la consigne  $r$  et de l'erreur d'asservissement  $e$  pour des perturbations et un bruit nuls  $d_u(t) = d_y(t) = b(t) = 0$  :

$$\hat{e}(s) = -\frac{A(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{r}(s) \quad (2.27)$$

Puisque le système est dérivateur nous pouvons écrire  $B(s) = sB_1(s)$  avec  $B_1(0) \neq 0$ . D'après ce qui précède, nous savons aussi que le correcteur possède nécessairement un intégrateur afin de garantir  $e_s = 0$ , ce qui entraîne  $S(s) = sS_1(s)$  avec  $S_1(0) \neq 0$ . Ceci nous permet de réécrire  $A_{bf}(s)$  comme suit  $A_{bf}(s) = sA(s)S_1(s) + sB_1(s)R(s)$ . Soit en factorisant par  $s$ ,  $A_{bf}(s) = sA_{bf_1}(s)$  avec  $A_{bf_1}(0) \neq 0$ . L'équation (2.27) devient alors

$$\hat{e}(s) = -\frac{A(s)S_1(s)}{A_{bf_1}(s)} \cdot \hat{r}(s) \quad (2.28)$$

Nous pouvons ici appliquer le théorème de la valeur finale puisque  $A_{bf}(s)$  est de Hurwitz. En considérant une consigne constante  $r(t) = r_0$  en entrée, ce dernier donne :

$$e_s = -\frac{A(0)S_1(0)}{A_{bf_1}(0)} \cdot r_0 \neq 0 \quad (2.29)$$

Ceci montre l'impossibilité du suivi de consigne en utilisant un seul intégrateur dans le régulateur pour des systèmes dérivateurs (outre l'impossibilité physique de l'actionneur). Ceci justifie le fait de ne considérer que des systèmes non dérivateurs dans le cadre du critère de performance sur l'erreur statique.

**Performance en rejet de perturbations constantes** : soit  $P(s)$  le système à corriger et supposons que ce dernier ne soit pas dérivateur ( $B(0) \neq 0$ ). Considérons le bouclage du système représenté à la figure 2.1 où  $K(s)$  est un régulateur assurant la stabilité en boucle fermée du système. Alors l'**erreur statique** est nulle en boucle fermée, et ce en présence de perturbations constantes en entrée et sortie du système, si, et seulement si le régulateur  $K(s)$  contient un intégrateur. Ce régulateur est alors de la forme

$$K(s) = \frac{R(s)}{sS_1(s)} \quad (2.30)$$

Le second critère de performance très utile dans la pratique est le **rejet de perturbations sinusoïdales**. Dans le cas où  $r(t) = 0$  nous avons  $e(t) = y(t)$  ou de manière équivalente dans le domaine de Laplace  $\hat{e}(s) = \hat{y}(s)$ . Supposons donc que dans l'équation (2.22)  $d_y$  et  $d_u$  soient des perturbations sinusoïdales de pulsations respectives  $\omega_u$  et  $\omega_y$ . Il s'en suit que le bouclage atténue l'effet sur l'erreur de ces perturbations si  $|\mathcal{S}(i\omega_y)| < 1$  et  $|\mathcal{S}(i\omega_u)P(i\omega_u)| < 1$ . Ainsi en choisissant une fonction

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

de sensibilité telle que son module devient très petit devant un pour les fréquences souhaitées nous pouvons considérer que le rejet de perturbation est performant. Il est important de remarquer que, puisque le système  $P(s)$  est strictement propre,  $L(s) = P(s)K(s)$  l'est aussi. Ainsi,  $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} |L(i\omega)| = 0$  ce qui entraîne  $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} |\mathcal{S}(i\omega)| = 1$ . **Ceci implique que le bouclage cesse nécessairement d'être efficace aux très hautes fréquences.** On peut comprendre physiquement ce phénomène par le fait que la vitesse de réaction de l'actionneur n'est pas infinie. Ce dernier sera donc limité lorsqu'il devra compenser des perturbations plus rapides que lui. Dans la pratique, il est facile d'estimer un ordre de grandeur pour les pulsations des perturbations, c'est pourquoi nous préférons définir une bande passante  $\Delta_{\omega_c} = [0, \omega_c]$ , où nous cherchons à minimiser  $|\mathcal{S}(i\omega_y)|$ . Nous garantissons alors une performance sur une plage de fréquences.

**Performance en rejet de perturbations sinusoïdales :** considérons le système en boucle fermée représenté à la figure 2.1, soumis à des perturbations sinusoïdales en entrée  $d_u$  et en sortie  $d_y$ , de fréquences respectives  $\omega_u$  et  $\omega_y$ , et à une consigne nulle. Considérons une bande passante  $\Delta_{\omega_c} = [0, \omega_c]$  telle que  $(\omega_u, \omega_y) \in \Delta_{\omega_c} \times \Delta_{\omega_c}$ . Nous pouvons dire que le bouclage apporte une bonne performance pour des perturbations d'entrée et de sortie de fréquences respectives  $\omega_u$  et  $\omega_y$  si

$$\forall \omega \in \Delta_{\omega_c}, |\mathcal{S}(i\omega)| \ll 1 \quad (2.31)$$

De plus, si par exemple  $\mathcal{S}(i\omega_u) = 0$  nous pouvons dire qu'il y a **rejet de la perturbation**  $d_u(s)$  à la fréquence  $\omega_u$ .

### 2.1.3 Etude des systèmes à retard

Afin de comprendre l'influence du retard sur la stabilité de la boucle fermée, reprenons le schéma de la figure 2.1 en lui ajoutant un retard  $\tau \in \mathbb{R}_+^*$ . Ceci traduit le fait que l'action de notre régulateur ne se verra sur la sortie qu'au bout d'un certain temps  $\tau$ . Afin de simplifier les propos, considérons le cas monovariante. Pour le cas multivariante le cadre reste le même mais avec des matrices de transfert, et davantage de cas à considérer. Nous avons justifié précédemment que l'utilisation d'un retard permet de rendre compte de phénomènes physiques complexes à modéliser ou de certaines non-linéarités des procédés sans qu'il soit nécessaire d'avoir recours à des modèles d'ordre élevé. Dans ce qui suit, nous allons donc considérer les systèmes du tableau 1.1 qui permettent de décrire la plupart des systèmes physiques rencontrés dans l'industrie.

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

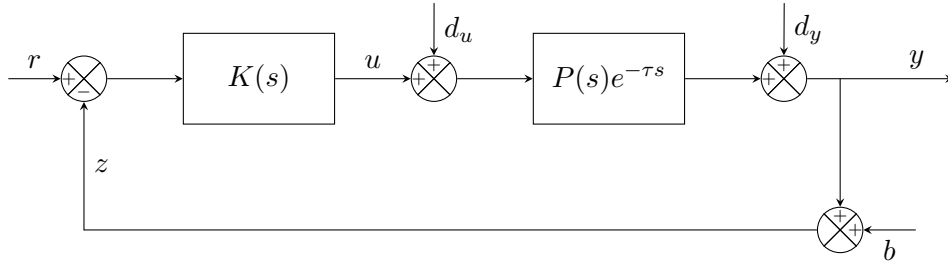


FIGURE 2.7 – Schéma de commande en boucle fermée pour un système avec retard

La stabilité des systèmes à retard est un sujet complexe qui fait l'objet de beaucoup de travaux de recherche. Nous allons ici donner un exemple pour étudier la stabilité d'un tel système. Le lecteur pourra explorer davantage la stabilité et le contrôle des systèmes à retard en se référant à [58], [59], [14] et [60]. Afin d'étudier la stabilité de la boucle fermée, commençons tout d'abord par exprimer les fonctions de transfert entre la sortie  $y$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$  et  $d_y$  pour  $b(t) = 0$  :

$$\hat{y}(s) = \frac{P(s)K(s)e^{-\tau s}}{1 + P(s)K(s)e^{-\tau s}} \cdot \hat{r}(s) + \frac{P(s)e^{-\tau s}}{1 + P(s)K(s)e^{-\tau s}} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{1}{1 + P(s)K(s)e^{-\tau s}} \cdot \hat{d}_y(s) \quad (2.32)$$

En remplaçant  $P(s)$  et  $K(s)$  par leurs expressions, nous avons :

$$\hat{y}(s) = \frac{B(s)R(s)}{A_{bf}(s, \tau)} e^{-\tau s} \cdot \hat{r}(s) + \frac{B(s)S(s)}{A_{bf}(s, \tau)} e^{-\tau s} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{A(s)S(s)}{A_{bf}(s, \tau)} \cdot \hat{d}_y(s) \quad (2.33)$$

Ici, nous avons posé  $A_{bf}(s, \tau) = A(s)S(s) + B(s)R(s)e^{-\tau s}$ . Nous pouvons remarquer que si le retard est nul ( $\tau = 0$ ) nous retrouvons l'expression du polynôme caractéristique de la boucle fermée défini dans (2.15). L'étude des racines de ce nouveau quasi-polynôme caractéristique n'est pas aisée à cause de la fonction exponentielle introduite par le retard.  $A_{bf}(s, \tau)$  n'est d'ailleurs plus un polynôme mais un quasi-polynôme de la forme  $A_{bf}(s, \tau) = N(s) + D(s)e^{-\tau s}$  où  $N(s) = A(s)S(s)$  et  $D(s) = B(s)R(s)$ . Afin de mieux comprendre le comportement de ce type de quasi-polynôme nous allons présenter certaines de ses propriétés [61] :

**Racines d'un quasi-polynôme** : posons  $A_{bf}(s, \tau) = N(s) + D(s)e^{-\tau s}$  le quasi-polynôme caractéristique de la boucle fermée et pour  $k \in \mathbb{N}$ ,  $r_k \in \mathbb{C}$  ses racines. Supposons que le retard  $\tau \in \mathbb{R}_+$  est fixe. Alors, le quasi-polynôme  $A_{bf}(s, \tau)$  possède une infinité de racines dans le demi-plan gauche (région où  $\Re(r_k) < 0$ ) et un nombre fini de racines dans le demi-plan droit (région où  $\Re(r_k) \geq 0$ ). L'infinité de ces racines s'étend jusqu'à moins l'infini avec une partie réelle et imaginaire décroissantes.

**Partition des racines d'un quasi-polynôme** : posons  $A_{bf}(s, \tau) = N(s) + D(s)e^{-\tau s}$  le quasi-polynôme caractéristique de la boucle fermée. Soit  $\sigma_0 \in \mathbb{R}$ , tel que  $\sigma_0$  soit plus petit que la plus petite partie réelle des racines de  $A_{bf}(s, 0) = N(s) + D(s)$ . Alors, il existe  $\tau \in \mathbb{R}_+^*$  tel que le nombre de racines de  $A_{bf}(s, \tau)$  et de  $A_{bf}(s, 0)$  dans la région  $\Re(A_{bf}(s, 0)) > \sigma_0$  soit fini. L'infinité des racines restantes de  $A_{bf}(s, \tau)$  étant dans la région complémentaire définie par  $\Re(A_{bf}(s, 0)) \leq \sigma_0$ .

Cette dernière propriété permet d'appliquer des méthodes de détection de changement de région afin d'étudier la stabilité de ces quasi-polynômes [62]. Puisque nous savons que le nombre de racines à partie réelle positive est fini le critère de Nyquist peut s'appliquer. Cependant son application directe est complexe. Dans notre cas nous allons plutôt nous intéresser à l'influence du retard sur le nombre de pôles à partie réelle positive. Pour ce faire nous allons considérer  $A_{bf}(s, \tau)$  comme une fonction continue de  $\tau$  et nous allons étudier le nombre de fois où ses racines traversent l'axe imaginaire. En effet, c'est le seul moyen de passer de la partie stable  $\Re(r_k) < 0$  à la partie instable  $\Re(r_k) > 0$ . On définit alors les termes suivants :

- **Retards de croisement**  $\tau_c$  : il s'agit des retards pour lesquels les racines de  $A_{bf}(s, \tau)$  traversent l'axe imaginaire  $r_k = i\omega_c$ .
- **Fréquences de croisement**  $\omega_c$  : il s'agit du module des racines correspondant au retard de croisement  $|r_k| = \omega_c$ .

Lorsque le retard  $\tau$  augmente, les racines de  $A_{bf}(s, \tau)$  peuvent traverser l'axe imaginaire de deux façons. Soit de gauche à droite, auquel cas la racine devient instable. Soit de droite à gauche auquel cas la racine devient stable. Ainsi nous aurons des appellations différentes pour les fréquences de croisement suivant les cas :

- **Fréquences de croisement directe** : cas où la racine de  $A_{bf}(s, \tau)$  devient instable
- **Fréquences de croisement inverse** : cas où la racine de  $A_{bf}(s, \tau)$  devient stable

Afin de calculer les fréquences de croisement, il suffit de reprendre leur définition qui se traduit par l'équation  $A_{bf}(i\omega_c, \tau) = 0$ . Ceci équivaut à écrire  $\frac{N(i\omega_c)}{D(i\omega_c)} = -e^{\tau i\omega_c}$ , avec  $D(i\omega_c) \neq 0$ . Il s'agit de deux équations à résoudre, l'une en utilisant le module et l'autre l'argument :

$$\begin{cases} |N(i\omega)|^2 - |D(i\omega)|^2 = 0 \\ \tau\omega = \text{Arg}\left(-\frac{N(i\omega)}{D(i\omega)}\right) + 2k\pi, \forall k \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (2.34)$$

Ici nous avons posé  $\text{Arg}(z) \in [0, 2\pi[$  comme étant la mesure principale de l'angle de  $z$ . Nous pouvons alors calculer les fréquences de croisement comme suit :



## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

**Calcul des fréquences de croisement** : posons  $A_{bf}(s, \tau) = N(s) + D(s)e^{-\tau s}$  le quasi-polynôme caractéristique de la boucle fermée. Les fréquences de croisement  $\omega_c$  de  $A_{bf}(s, \tau)$  sont les racines réelles positives du polynôme en  $W(\omega)$  défini par

$$W(\omega) = |N(i\omega)|^2 - |D(i\omega)|^2 \quad (2.35)$$

Cette équation ne dépend plus du retard  $\tau$ .

Lorsque les fréquences de croisement sont connues, afin de savoir à quel type de comportement chacune d'entre elles est associée (stabilisant ou déstabilisant), il est possible d'utiliser le critère suivant énoncé dans [63] :

**Caractérisation des fréquences de croisement** : posons  $A_{bf}(s, \tau) = N(s) + D(s)e^{-\tau s}$  le quasi-polynôme caractéristique de la boucle fermée et  $i \in \mathbb{N}$ . Nous pouvons définir la fonction  $\sigma$  caractérisant le type de croisement comme suit :

$$\sigma : \begin{cases} \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R} \\ \omega \mapsto \frac{d}{d\omega} \left( |N(i\omega)|^2 - |D(i\omega)|^2 \right) \end{cases} \quad (2.36)$$

Soit  $\omega_c$  une fréquence de croisement de  $A_{bf}(s, \tau)$  alors :

- si  $\sigma(\omega_c) < 0$  alors  $\omega_c$  est une **fréquence de croisement inverse** (sens stabilisant) ;
- si  $\sigma(\omega_c) = 0$  alors il n'y a pas de croisement avec l'axe imaginaire (point de tangence) ;
- si  $\sigma(\omega_c) > 0$  alors  $\omega_c$  est une **fréquence de croisement directe** (sens déstabilisant).

Ainsi, une fois que nous avons déterminé les  $\omega_c$  nous pouvons calculer les valeurs de  $\sigma(\omega_c)$  pour déterminer les fréquences de croisement directes (sens déstabilisant) ou indirectes (sens stabilisant). Ensuite nous pouvons reprendre la deuxième ligne de l'équation (2.34) et déterminer le retard associé à la fréquence de croisement  $\omega_c$ . Par exemple, supposons que nous obtenons deux fréquences de croisement telles que  $\tau_c^s$  et  $\tau_c^d$  soient les retards associés respectivement aux fréquences de croisement inverse (stabilisant) et directe (déstabilisant). Nous pouvons alors conclure que le quasi-polynôme est stable si et seulement si  $\tau_c^s < \tau < \tau_c^d$ . Ainsi nous concluons que la stabilité du système en boucle fermée peut dépendre de la valeur du retard  $\tau$ . Ce constat nous permet de définir les deux notions de stabilité suivantes.

## 2.1. STABILITÉ, PERFORMANCE ET ROBUSTESSE DES SYSTÈMES BOUCLÉS

**Stabilité des systèmes à retard** : posons  $A_{bf}(s, \tau) = N(s) + D(s)e^{-\tau s}$  le quasi-polynôme caractéristique de la boucle fermée. Supposons que le retard est fixe. Alors, la stabilité du système en boucle fermée est dite :

- **indépendante du retard**, pour tout retard  $\tau$  fini tel que  $\tau \in \mathbb{R}_+^*$ , lorsqu'il n'y a pas de fréquence de croisement  $\omega_c > 0$  telle que  $W(\omega_c) = 0$ .
- **dépendante du retard**, pour tout retard  $\tau$  fini tel que  $\tau \in \mathbb{R}_+^*$ , lorsqu'il existe des fréquences de croisement  $\omega_c \in \mathbb{R}_+^*$  vérifiant  $W(\omega_c) = 0$ . Dans ce cas, nous pourrions trouver une condition de stabilité qui dépendra de la valeur du retard.

Voici donc la procédure à suivre afin de déterminer la stabilité d'un système bouclé par la méthode de Walton et Marshall [63] :

**Procédure d'étude de la stabilité d'un quasi-polynôme** : soit  $A_{bf}(s, \tau) = N(s) + D(s)e^{-\tau s}$  le quasi-polynôme caractéristique de la boucle fermée et  $\tau \in \mathbb{R}_+^*$  le retard du système. Afin de trouver la stabilité de la boucle fermée il faut effectuer les vérifications suivantes :

1. Étudier la stabilité de  $A_{bf}(s, 0)$  : si ce dernier n'est pas stable,  $A_{bf}(s, \tau)$  ne l'est pas non plus.
2. Rechercher les fréquences de croisement  $\omega_c$  comme les racines positives du polynôme  $W(\omega)$
3. S'il n'y a pas de racines  $\omega_c > 0$ ,  $W(\omega_c) = 0$ , le système est stable quelle que soit la valeur du retard  $\tau$
4. S'il y a des racines  $\omega_c > 0$ , calcul de  $\sigma(\omega_c)$  pour savoir à quel type de fréquence de croisement nous avons affaire.
5. Détermination des zones de stabilité dépendant du retard en calculant les valeurs des retards stabilisants et déstabilisants associées respectivement aux fréquences de croisement inverses et directes :  $\tau = \frac{1}{\omega_c} \text{Arg} \left( - \frac{b(i\omega_c)}{a(i\omega_c)} \right)$

En pratique il existe des techniques de commande qui permettent de s'affranchir d'un retard. C'est pourquoi nous n'avons pas approfondi davantage le sujet dans le cadre de cette thèse. Nous allons maintenant présenter certaines techniques de commande utilisées dans l'industrie fondées sur des modèles supposés connus. Elles seront à la base des contributions de cette thèse dans le domaine de la commande des systèmes industriels.

## 2.2 Stratégies de contrôle pour des systèmes industriels

### 2.2.1 La commande RST

Considérons un système monovariante de fonction de transfert :

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = P(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

vérifiant les propriétés suivantes :

- $P(s)$  est strictement propre :  $d^\circ(B(s)) < d^\circ(A(s))$  ;
- $P(s)$  est minimale :  $A(s)$  et  $B(s)$  sont copremiers entre eux ;
- $P(s)$  n'est pas dérivateur :  $B(0) \neq 0$ .

Ces hypothèses sont issues de l'analyse que nous avons faite de la stabilité des systèmes et de l'interprétation physique de leur conséquence. Elles ne sont donc pas contraignantes dans le cadre d'une application industrielle car elles couvrent la plupart des cas. Reprenons le schéma de régulation en boucle fermée de la figure 2.1. Le principe du correcteur RST est d'échanger le correcteur simple  $K(s)$  par trois éléments (ou correcteur) distincts  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$  qui sont des polynômes en  $s$ . Le premier bloc  $R(s)$  va multiplier le signal de retour de la boucle  $z$ , le deuxième bloc  $S(s)$  va remplacer le régulateur  $K(s)$  et le troisième bloc  $T(s)$  va multiplier le signal de consigne  $r$ . Ce régulateur englobe tous les types de régulateurs monovariants possibles. Il suffit, pour retrouver un autre type de régulateur, de choisir les expressions adéquates de  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$ . D'ailleurs nous verrons par la suite que le PID est un cas particulier de la commande RST. L'implantation théorique d'un tel correcteur est illustré à la figure 2.8.

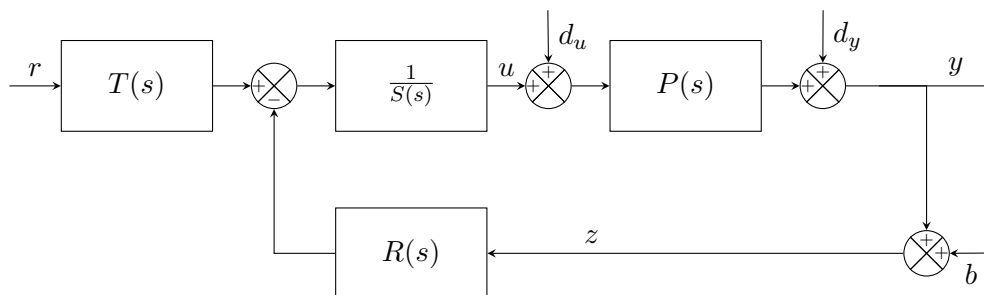


FIGURE 2.8 – Schéma de commande en boucle fermée pour un régulateur RST idéal

En pratique, les fonctions de transfert  $R(s)$  et  $T(s)$  ne sont pas réalisables car ce ne sont pas des

## 2.2. STRATÉGIES DE CONTRÔLE POUR DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

systèmes causaux. Ainsi, nous allons introduire un polynôme  $V(s)$  de manière à rendre les fonctions de transfert causales sans affecter la commande  $u$ . Pour ce faire, exprimons sa fonction de transfert dans le cas idéal :

$$\hat{u}(s) = \frac{1}{S(s)} [-R(s)\hat{z}(s) + T(s)\hat{r}(s)] = -\frac{R(s)}{S(s)}\hat{z}(s) + \frac{T(s)}{S(s)}\hat{r}(s) \quad (2.37)$$

En multipliant haut et bas l'équation (2.37) par  $V(s)$  nous obtenons :

$$\hat{u}(s) = \frac{V(s)}{S(s)} \left[ -\frac{R(s)}{V(s)}\hat{z}(s) + \frac{T(s)}{V(s)}\hat{r}(s) \right] \quad (2.38)$$

L'équation (2.38) équivaut dans l'algèbre des schéma-blocs à modifier le schéma de la figure 2.8 par le schéma de la figure 2.9 ci-dessous :

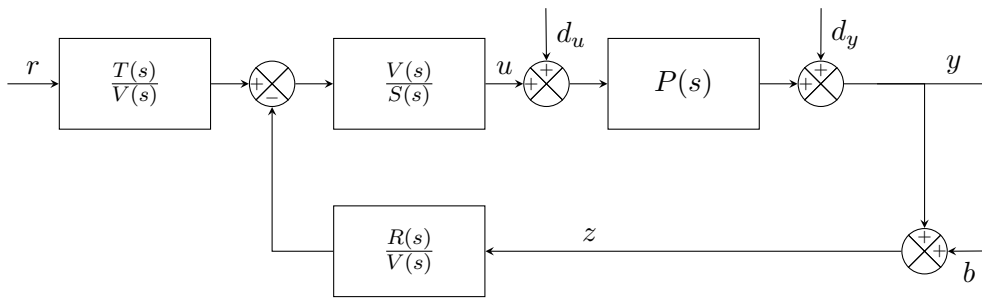


FIGURE 2.9 – Schéma de commande en boucle fermée pour un régulateur RST réalisable

Le polynôme  $V$  ainsi défini doit vérifier les propriétés suivantes :

- $V$  est de Hurwitz, c'est à dire que ses racines appartiennent au demi-plan gauche, privé de l'axe des imaginaires, du plan complexe ;
- $\max(d^\circ(R), d^\circ(T)) \leq d^\circ(V) \leq d^\circ(S)$  ;
- $V$  ne doit avoir aucune racine commune avec  $R$ ,  $S$  ou  $T$ .

Si nous choisissons par exemple  $T(s) = R(s)$  alors nous retrouvons le régulateur  $K(s) = \frac{R(s)}{S(s)}$  de la figure 2.1 qui est la structure la plus simple possible. Si nous choisissons par exemple  $V(s) = R(s)$  en vérifiant bien que nous avons  $R(s)$  qui est de Hurwitz et  $d^\circ(T) \leq d^\circ(R)$ , la fonction de transfert de la boucle de retour se simplifie et nous avons un régulateur à deux éléments  $\frac{T(s)}{R(s)}$  et  $\frac{R(s)}{S(s)}$ .

### Analyse de la boucle fermée

Intéressons-nous aux fonctions de transfert reliant les entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$  aux sorties  $y$ ,  $u$  et  $e$ . En appliquant l'algèbre des schéma-blocs à la figure 2.9 nous pouvons écrire les trois relations suivantes :

1. Relation entre la sortie  $y$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$  :

$$\hat{y}(s) = \frac{B(s)T(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{r}(s) + \frac{B(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{A(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_y(s) - \frac{B(s)R(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{b}(s) \quad (2.39)$$

2. Relation entre la sortie  $u$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$  :

$$\hat{u}(s) = \frac{A(s)T(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{r}(s) - \frac{B(s)R(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_u(s) - \frac{A(s)R(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_y(s) - \frac{A(s)R(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{b}(s) \quad (2.40)$$

3. Relation entre la sortie  $e$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$  :

$$\hat{e}(s) = \frac{B(s)[T(s) - R(s)] - A(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{r}(s) + \frac{B(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{A(s)S(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{d}_y(s) - \frac{B(s)R(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{b}(s) \quad (2.41)$$

Ici  $A_{bf}$  correspond au polynôme caractéristique de la boucle fermée définie dans l'équation (2.15) à savoir  $A_{bf}(s) = A(s)S(s) + B(s)R(s)$ . Dans ce qui suit nous allons supposer que les perturbations et la consigne sont des signaux constants  $r(t) = r_0$ ,  $d_u(t) = d_{u_0}$  et  $d_y(t) = d_{y_0}$  où  $(r_0, d_{u_0}, d_{y_0}) \in \mathbb{R}^3$ . Nous allons désormais examiner des conditions sur ces polynômes qui permettent de garantir des critères de performance classiques :

1. **Rejet de perturbation** : pour ce critère nous pouvons considérer  $r = b = 0$ . En reprenant les arguments présentés dans la section 2.1 nous savons que l'erreur statique est nulle pour des perturbations en entrée et en sortie constantes si et seulement si le régulateur contient un intégrateur. Ce qui nous donne la condition nécessaire et suffisante :

$$\boxed{S(0) = 0} \quad (2.42)$$

2. **Annulation de l'erreur statique** : pour ce critère nous pouvons considérer  $d_u = d_y = b = 0$ . Comme précédemment, d'après ce qui a été dit dans la section 2.1 l'annulation de l'erreur statique couplée au théorème de la valeur finale nous permet d'écrire :

$$e_s = \frac{B(0)[T(0) - R(0)] - A(0)S(0)}{A_{bf}(0)} \cdot r_0$$

Étant donné que  $S(0) = 0$  et que le système  $P(s)$  n'est pas dérivateur ( $B(0) \neq 0$ ) nous avons la condition nécessaire et suffisante :

$$\boxed{T(0) = R(0)} \quad (2.43)$$

3. **Filtrage du bruit de mesure** : pour ce critère nous pouvons considérer  $r = d_u = d_y = 0$ .

Dans ce cas il n'est pas question de rejeter le bruit de mesure mais de diminuer son effet sur la mesure et la commande. Les équations liant le bruit à l'erreur  $e$  (équivalent au bruit de mesure pour  $r = 0$ ) et la commande  $u$  sont les suivantes :

$$\begin{cases} \hat{u}(s) = -\frac{A(s)R(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{b}(s) \\ \hat{e}(s) = -\frac{B(s)R(s)}{A_{bf}(s)} \cdot \hat{b}(s) \end{cases}$$

Le degré relatif  $\delta$  d'une fraction rationnelle  $P(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$  est défini par  $\delta(P) = d^\circ(A) - d^\circ(B)$ . La qualité de filtrage du bruit dépend du degré relatif des fonctions de transfert  $\frac{B(s)R(s)}{A_{bf}(s)}$  et  $\frac{A(s)R(s)}{A_{bf}(s)}$ . En effet, pour des fréquences élevées (bruit), nous voulons que ces deux fonctions de transfert agissent comme des filtres passe-bas afin d'atténuer l'impact du bruit sur la mesure et la commande. Plus le degré relatif est important et plus le filtre passe-bas aura une atténuation importante dans le diagramme de gain de Bode. Soient  $\delta_{b \rightarrow e}$  et  $\delta_{b \rightarrow u}$  les degrés relatifs respectifs des fonctions de transfert entre le bruit et l'erreur et le bruit et la commande. Le calcul des degrés relatifs en posant  $K(s) = \frac{R(s)}{S(s)}$  donne  $\delta_{b \rightarrow e} = \delta(P) + \delta(K)$  et  $\delta_{b \rightarrow u} = \delta(K)$ . Or, la fonction de transfert  $P(s)$  est strictement propre par hypothèse, nous avons  $\delta(P) \geq 1$  et donc  $\delta_{b \rightarrow e} \geq 1 + \delta(K)$ . Ce point montre que le système filtre naturellement l'effet du bruit de mesure sur le signal d'erreur. Nous avons donc des relations liant  $\delta_{b \rightarrow e}$  et  $\delta_{b \rightarrow u}$  à  $\delta(K(s))$ . Ce qui montre que la qualité de filtrage est entièrement déterminée par  $\delta_0 = \delta(K(s))$ . Le bruit de mesure sur la commande est atténué si et seulement si

$$\boxed{\delta_0 = d^\circ(S) - d^\circ(R) \geq 1} \quad (2.44)$$

Nous venons d'énoncer trois conditions que le régulateur RST doit respecter afin de garantir les critères de performance classiques en boucle fermée. Nous allons désormais nous intéresser au calcul de ces polynômes.

#### Calcul des polynômes $R(s)$ et $S(s)$

Le calcul des polynômes  $R(s)$  et  $S(s)$  peut se faire par une technique de placement de pôles, c'est à dire que nous allons d'abord choisir les pôles en boucle fermée désirés, pour en déduire ensuite les expressions de  $R$  et de  $S$ . Les pôles de la boucle fermée sont, par définition, les racines du polynôme caractéristique  $A_{bf}(s)$ . La technique du placement de pôles est donc équivalente à résoudre l'équation :

$$A_{bf}(s) = A(s)S(s) + B(s)R(s) \quad (2.45)$$

Assurons-nous avant de continuer que l'équation (2.45) possède au moins une solution. Puisque  $S(s)$  contient un intégrateur nous pouvons donc le décomposer en  $S(s) = sS_I(s)$  où  $S_I(0) \neq 0$ . En posant,  $A_I(s) = sA(s)$  nous pouvons réécrire l'équation (2.45) comme suit :

$$A_{bf}(s) = A_I(s)S_I(s) + B(s)R(s) \quad (2.46)$$

Ici nous pouvons remarquer que, puisque  $A(s)$  et  $B(s)$  sont copremiers, la seule racine commune possible entre  $A_I(s)$  et  $B(s)$  est  $s = 0$ . Or, puisque le système considéré n'est pas dérivateur,  $A_I(s)$  et  $B(s)$  n'ont aucune racine commune. Ils sont donc premiers entre eux. Nous pouvons alors reconnaître que l'équation (2.46) est une **équation de Bézout polynomiale** d'inconnus  $S_I(s)$  et  $R(s)$ . Comme  $A_I(s)$  et  $B(s)$  sont premiers entre eux, nous savons que l'équation (2.46) possède au moins une solution. Les équations (2.46) et (2.45) étant identiques nous pouvons conclure qu'il existe toujours un couple de solution  $(S(s), R(s))$  vérifiant l'équation (2.45), et ce, quel que soit le polynôme  $A_{bf}$  choisi. De plus, nous pouvons démontrer que la solution à l'équation (2.45) est unique pour un polynôme  $R(s)$  tel que  $d^\circ(R) = d^\circ(A) = n$ . Enfin, la relation (2.44) impose  $d^\circ(S) = \delta_0 + n$ . Posons :

$$\begin{cases} A(s) = s^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_{n-k} \cdot s^k \\ B(s) = \sum_{k=0}^m b_{m-k} \cdot s^k \\ S(s) = s^{n+\delta_0} + \sum_{k=1}^{n+\delta_0-1} \sigma_{n+\delta_0-k} \cdot s^k \\ R(s) = \sum_{k=0}^n c_{n-k} \cdot s^k \\ A_{bf}(s) = s^{2n+\delta_0} + \sum_{k=0}^{2n+\delta_0-1} c_{2n+\delta_0-k} \cdot s^k \end{cases} \quad (2.47)$$

En remplaçant dans (2.45) les polynômes par leurs expressions nous obtenons une équation de Sylvester de la forme :

$$S_{a,b}X_{\sigma,r} = \Gamma_{a,c} \quad (2.48)$$

où :

- $S_{a,b} \in \mathbb{M}_{2n+\delta_0}(\mathbb{R})$  est la matrice de Sylvester issue de l'équation de Bézout (2.45), elle ne dépend que des coefficients des polynômes  $A(s)$  et  $B(s)$ . Son expression est donnée dans [5].

- $X_{\sigma,r} \in \mathbb{R}^{2n+\delta_0}$  est le vecteur colonne inconnu des coefficients des polynômes  $R(s)$  et  $S(s)$ , son expression est la suivante  $X_{\sigma,r} = \left[ \sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_{n+\delta_0-1} \quad r_0 \quad r_1 \quad \cdots \quad r_n \right]^T$
- $\Gamma_{a,c} \in \mathbb{R}^{2n+\delta_0}$  est le vecteur colonne connu construit à partir de la différence des coefficients du polynôme  $A_{bf}(s)$  par ceux de  $A(s)$  et son expression est la suivante  $\Gamma_{a,c} = \left[ c_1 - a_1 \quad c_2 - a_2 \quad \cdots \quad c_n - a_n \quad c_{n+1} \quad c_{n+2} \quad \cdots \quad c_{2n+\delta_0} \right]^T$

Afin de trouver les coefficients des polynômes  $R(s)$  et  $S(s)$  il suffit d'inverser la matrice de Sylvester. Nous pouvons ici constater que la taille de la matrice de Sylvester dépend de l'ordre du système  $n$  et du degré relatif  $\delta_0$  entre les polynômes  $R(s)$  et  $S(s)$ . L'un des algorithmes d'inversion matricielle les plus rapides et applicables a été proposé par Strassen dans [64] (il existe des algorithmes plus rapides, comme celui de Coppersmith-Winograd [65], mais qui ne sont pas facilement implantables dans la pratique, ces algorithmes sont dits galactiques [66])[64]. Sa complexité dans notre cas est de  $\mathcal{O}((2n + \delta_0)^{\log_2(7)}) \approx \mathcal{O}((2n + \delta_0)^{2.807})$ . C'est pourquoi dans le cadre d'une application pratique, il est important de garder un ordre de modèle  $n$  raisonnable (1 ou 2) ainsi qu'un degré relatif  $\delta_0$  faible (1 ou 2). Maintenant que nous savons calculer les expressions de  $R$  et  $S$  pour un placement de pôle donné, nous allons montrer comment les choisir de manière robuste.

### Technique robuste de placement de pôles

Nous allons utiliser la méthode proposée dans [4]. Celle-ci consiste à placer les pôles en tenant compte de la robustesse. Lors de la mise en place d'une boucle fermée, notre objectif est de modifier le comportement naturel du système afin qu'il réponde à nos exigences. Cependant si nous modifions de manière trop importante son fonctionnement naturel nous allons rendre le bouclage moins robuste. Décomposons le polynôme  $A_{bf}(s)$  comme suit :

$$A_{bf}(s) = A_p(s) \cdot A_z(s) \tag{2.49}$$

Où :

- $A_p(s)$  est un polynôme tel que  $d^\circ(A_p(s)) = n + 1$  dont les racines seront choisies en fonction des pôles de  $P(s)$  ;
- $A_z(s)$  est un polynôme tel que  $d^\circ(A_z(s)) = n + \delta_0 - 1$  dont les racines seront choisies en fonction des zéros de  $P(s)$ .

Le choix des pôles s'effectue comme suit :

1. Choix des  $n + 1$  pôles de  $A_p(s)$  : il s'agit ici de déplacer les  $n$  racines du polynôme  $A(s)$  et la



racine égale à 0 associé à l'intégrateur du régulateur  $S(s)$ . Pour ce faire nous allons fixer une droite verticale appelée **axe de rapidité minimale** dans le plan complexe. Cette dernière est une droite verticale d'équation  $z = -\alpha$ , avec  $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$ , choisie de manière à faire en sorte que la partie réelle des pôles en boucle fermée soit inférieure ou égale à cette valeur. Il existe plusieurs cas possibles :

- les pôles naturels sont à gauche de la droite d'équation  $z = -\alpha$  : dans ce cas on ne touche pas à ces pôles car ils sont suffisamment rapides,
- les pôles naturels sont stables (partie réelle strictement négative) et à droite de l'axe  $z = -\alpha$  : dans ce cas on projette ces pôles vers l'axe de rapidité minimale sans modifier leur partie imaginaire,
- les pôles naturels sont sur l'axe imaginaire : dans ce cas on projette ces pôles vers l'axe de rapidité minimale sans modifier leur partie imaginaire,
- les pôles naturels sont instables : dans ce cas nous effectuons une symétrie par rapport à l'axe imaginaire afin d'avoir une partie réelle négative, puis nous appliquons l'une des règles précédentes suivant le cas dans lequel nous nous retrouvons. On peut également les laisser en place après la symétrie, ce qui favorise la robustesse en boucle fermée.

Dans le cas où les pôles du système possèdent une partie imaginaire, le concepteur devra vérifier que l'axe de rapidité minimal choisi garantit un bon compromis entre vitesse/amortissement et robustesse. En effet, le déplacement vers la gauche d'un pôle améliore la rapidité et l'amortissement qui lui sont associés. Cependant cette amélioration se fait au détriment de la robustesse car elle force davantage le système à un comportement éloigné de son comportement naturel. Le choix de  $\alpha$  se fait alors selon le compromis performance/robustesse que l'on souhaite réaliser.

2. Choix des  $n + \delta_0 - 1$  pôles de  $A_z(s)$  : il s'agit de choisir ces pôles sur la base des  $m$  zéros du système  $P(s)$ , ou de manière équivalente les  $m$  racines du polynôme  $B(s)$  comme suit :

- pour chaque zéro stable du système, nous choisirons un pôle en boucle fermée égale à ce zéro et pour chaque zéro instable, nous choisirons un pôle en boucle fermée égal au symétrique de ce zéro par rapport à l'axe imaginaire.
- si les pôles obtenus sont trop proches de l'axe imaginaire, nous pourrions les déplacer légèrement vers la gauche, sans changer leur partie imaginaire, afin d'améliorer leur rapidité et amortissement. Cependant, comme nous l'avons évoqué précédemment, il faut que ce dépla-

cement reste "raisonnable" de sorte à ce que la robustesse ne soit pas trop affectée.

- les  $n + \delta_0 - 1 - m$  pôles restants seront choisis "rapides" de sorte à se situer en limite supérieure de la bande passante souhaitée pour le système en boucle fermée. Ils seront sur la droite des réels et auront pour expression  $-\frac{1}{\nu}$  avec  $\nu \in \mathbb{R}_+^*$  "petit" (grande bande passante).
- si l'un des zéros est très rapide, c'est à dire qu'il est au-delà de la bande passante maximale souhaitée pour le système en boucle fermée, nous pourrons le négliger dans le choix des  $n + \delta_0 - 1 - m$  et prendre  $-\frac{1}{\nu}$  à la place.

La fonction de transfert en boucle ouverte pour un régulateur RST est donnée par :

$$L(s) = \frac{B(s)R(s)}{A(s)S(s)} \quad (2.50)$$

Nous pouvons donc définir la fonction de sensibilité du système comme étant

$$\mathcal{S}(s) = (1 + L(s))^{-1} = \frac{A(s)S(s)}{A(s)S(s) + B(s)R(s)} = \frac{A(s)S(s)}{A_b f(s)} \quad (2.51)$$

Nous avons alors

$$\|\mathcal{S}(s)\|_\infty = \left\| \frac{A(s)S(s)}{A_b f(s)} \right\|_\infty \quad (2.52)$$

La marge de module aura donc la forme suivante :

$$M_m = \frac{1}{\|\mathcal{S}(s)\|_\infty} = \frac{1}{\left\| \frac{A(s)S(s)}{A_b f(s)} \right\|_\infty} \quad (2.53)$$

Le placement de pôles proposé permet d'obtenir, sur le système en boucle fermée, la propriété de robustesse suivante :

**Marge de module pour un régulateur RST** : supposons que le système à régler  $P(s)$  est à minimum de phase, c'est à dire que  $B(s)$  est de Hurwitz. Soient  $R(s)$  et  $S(s)$  les polynômes calculés à partir du placement de pôles robuste vu précédemment. Alors, lorsque l'on fait tendre les  $n + \delta_0 - 1 - m$  pôles "rapides", de la forme  $-\frac{1}{\nu}$ , vers  $-\infty$ , la marge de module  $M_m$  du système corrigé, explicitée dans (2.53), tend vers 1.

Afin d'achever l'élaboration de la commande RST il nous reste à choisir le dernier des trois polynômes, à savoir le polynôme  $T(s)$ .

### Calcul du polynôme $T(s)$

Nous allons choisir le polynôme  $T(s)$  de manière à simplifier la fonction de transfert reliant la sortie  $y$  à la consigne  $r$ . Un choix naturel est de prendre  $T(s)$  de telle sorte à compenser les racines du

polynôme dont la dynamique est indésirable à savoir  $A_z(s)$  et la racine supplémentaire introduite par l'intégrateur. Soit  $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$  le réel définissant l'axe de rapidité minimale d'équation  $z = -\alpha$ , alors  $T(s)$  aura comme expression :

$$T(s) = \mu(s + \alpha)A_z(s) \quad (2.54)$$

Avec  $T(s)$  ainsi choisi nous respectons bien la contrainte  $d^\circ(T(s)) \leq d^\circ(S(s)) = n + \delta_0$ . La valeur de  $\mu$  nous est donnée par le critère  $T(0) = R(0)$  (2.43), ce qui conduit à :

$$\mu = \frac{R(0)}{\alpha A_z(0)} \quad (2.55)$$

Remarquons enfin que la fonction de transfert entre la sortie  $y$  et l'entrée  $r$  se simplifie comme suit :

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{r}(s)} = \frac{B(s)T(s)}{A_{bf}(s)} = \mu \frac{B(s)(s + \alpha)A_z(s)}{A_p(s)A_z(s)} = \mu \frac{B(s)}{A_{pI}(s)} \quad (2.56)$$

où l'on a posé  $A_p(s) = (s + \alpha)A_{pI}(s)$ ,  $A_{pI}(s)$  résultant du placement de pôles issu des pôles naturels du système et le terme  $(s + \alpha)$  correspond au déplacement du pôle intégrateur.

Résumons tout ce que nous avons dit précédemment :

**Procédure de calcul d'un régulateur RST** : en supposant que les hypothèses énoncées précédemment sont respectées, les étapes de calcul du régulateur RST robuste sont les suivantes :

1. Choix du degré relatif  $\delta_0 = d^\circ(S) - d^\circ(R)$  en fonction du bruit de mesure constaté par le concepteur.
2. Calcul du degré des polynômes  $R(s)$  et  $S(s)$  comme suit :  $d^\circ(R) = n$  et  $d^\circ(S) = n + \delta_0$ . Puis mettre ces polynômes sous la forme (2.47).
3. Placement de pôles robuste sur la base des pôles du système en boucle ouverte, pour le polynôme  $A_p(s)$ , et de ses zéros, pour le polynôme  $A_z(s)$ . Calcul du polynôme  $A_{bf}(s) = A_p(s) \cdot A_z(s)$  qui en résulte.
4. Résolution du système de Sylvester (2.48) et calcul des polynômes  $R(s)$  et  $S(s)$  résultants.
5. Calcul du polynôme  $T(s)$  sur la base de l'équation (2.54) avec une valeur de  $\mu$  calculée en (2.55).
6. Vérifier que le régulateur obtenu a des marges de stabilité satisfaisantes. A titre indicatif, nous pourrions utiliser les valeurs de marges de stabilité suivantes :
  - Marge de gain :  $M_g \in [-3db, 6db]$
  - Marge de phase :  $M_p \geq 40^\circ$
  - Marge de module :  $M_m \geq 0.5$
  - Marge de retard : nous ne pouvons pas donner un d'ordre de grandeur pour cette dernière, car elle dépend de l'application et du système considéré.

Nous allons désormais explorer la notion de contrôle à modèle interne. Ce type de correcteur utilise le modèle du système, qui est supposé connu, afin d'élaborer une stratégie de contrôle adaptée à ce dernier. Pour des systèmes comportant des retards, ce type de correcteur peut s'avérer très intéressant.

### 2.2.2 La commande à modèle interne

Dans cette section nous allons introduire la notion de **commande à modèle interne**. Comme son nom l'indique, il s'agit d'un correcteur qui fait apparaître de manière explicite ou implicite le modèle du système dans sa loi de commande. Si le lecteur souhaite davantage de renseignements concernant la commande à modèle interne il pourra se référer à [67]. Dans ce qui suit, nous allons exposer l'idée principale de la commande à modèle interne (en nous inspirant des travaux de [68]) et son évolution pour arriver aux schémas que nous utilisons de nos jours dans le cadre d'applications industrielles. Dans tout ce qui suit nous désignerons par  $P(s)$  le système et par  $\tilde{P}(s)$  son modèle. Nous pourrions avoir envie de mettre en place une première approche naïve qui consisterait à inverser le modèle du système. Soit  $K(s) = \tilde{P}(s)^{-1}$  le correcteur du système, la première approche pour un correcteur de type IMC est représentée par la figure 2.10 .

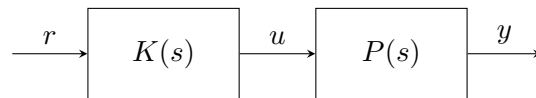


FIGURE 2.10 – Schéma de commande IMC en boucle ouverte

En supposant que le modèle est parfait ( $P(s) = \tilde{P}(s)$ ), cette structure permet d'obtenir la relation suivante :  $\hat{y}(s) = K(s)P(s)\hat{r}(s) = \tilde{P}(s)^{-1}P(s)\hat{r}(s) = P(s)^{-1}P(s)\hat{r}(s) = \hat{r}(s)$ . Nous avons donc la commande parfaite qui vérifie  $\forall t \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $y(t) = r(t)$ . Cependant, dans la pratique ce système n'est pas réalisable car il est impossible d'obtenir un modèle parfait, le système est toujours soumis à des perturbations, et le correcteur ainsi calculé ne serait pas causal. Pour faire face à ces problèmes, nous allons introduire une boucle de rétroaction de façon à corriger les erreurs de modélisation et les éventuelles perturbations. Le schéma classique en boucle fermée est celui de la figure 2.1 . En supposant  $d_u = d_y = b = 0$ , nous savons que la relation entre l'entrée  $r$  et la sortie  $y$  est donnée, en reprenant les notations de la section 2.1, par

$$\hat{y}(s) = P(s)K(s)(\mathbb{I}_p + P(s)K(s))^{-1} \cdot \hat{r}(s) = (\mathbb{I}_p - \mathcal{S}_0(s)) \cdot \hat{r}(s) \quad (2.57)$$

## 2.2. STRATÉGIES DE CONTRÔLE POUR DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

Nous souhaitons alors utiliser la philosophie de l'inversion de modèle. Nous pouvons constater dans l'équation (2.57) que si nous arrivons à supprimer le terme  $\mathcal{S}_0(s)$  nous aurons le contrôle parfait, à savoir  $\hat{y}(s) = \hat{r}(s)$  et ce, en **boucle fermée cette fois-ci**. Pour cela, considérons les relations suivantes :

$$\begin{cases} \hat{y}(s) = P(s) \cdot \hat{u}(s) \\ \hat{u}(s) = K(s) \cdot (\hat{r}(s) - \hat{y}(s)) \end{cases}$$

Ces relations nous mènent à l'expression :

$$\hat{y}(s) = P(s)K(s) \cdot (\hat{r}(s) - \hat{y}(s)) \quad (2.58)$$

Nous aimerions supprimer le terme  $-P(s)K(s) \cdot \hat{y}(s)$ , de manière à pouvoir appliquer le principe d'inversion de modèle avec  $K(s) = \tilde{P}(s)^{-1}$ . En rajoutant artificiellement le terme  $+\tilde{P}(s)K(s) \cdot \hat{y}(s)$  à l'équation (2.58) nous avons

$$\hat{y}(s) = P(s)K(s) \cdot \hat{r}(s) + (\tilde{P}(s) - P(s))K(s) \cdot \hat{y}(s) \quad (2.59)$$

En posant  $\Delta P(s) = (\tilde{P}(s) - P(s))$ , nous pouvons aisément vérifier que, si le modèle est parfait alors le suivi en consigne en boucle fermée est parfait. En effet nous avons bien  $\hat{y}(s) = \hat{r}(s)$  ou de manière équivalente dans le domaine temporel  $\forall t \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $y(t) = r(t)$ . Le schéma de régulation associé à cette stratégie est représenté à la figure 2.11.

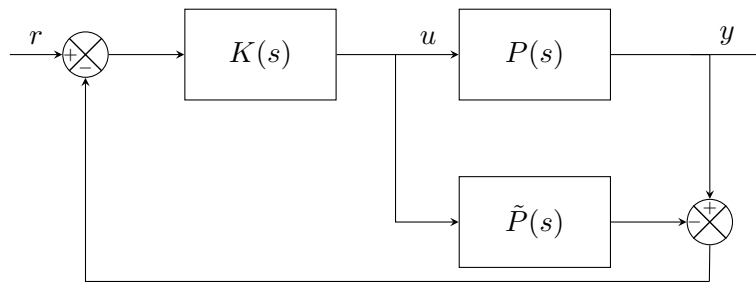


FIGURE 2.11 – Schéma de commande IMC en boucle fermée

Grâce au schéma de la figure 2.11 nous pouvons implémenter de manière pratique le principe d'inversion de modèle, car la relation entre la consigne  $r$  et la sortie  $y$  est, pour un modèle parfait ( $\Delta P = 0$ ), égale à  $\hat{y}(s) = \hat{r}(s)$ . Nous pouvons interpréter physiquement ce correcteur comme un correcteur qui compense les erreurs entre le modèle et le procédé réel au lieu de compenser directement l'erreur entre la consigne et la sortie du procédé. En utilisant les propriétés algébriques des schémas-blocs, nous pouvons représenter de manière équivalente le schéma de la figure 2.11 comme suit :

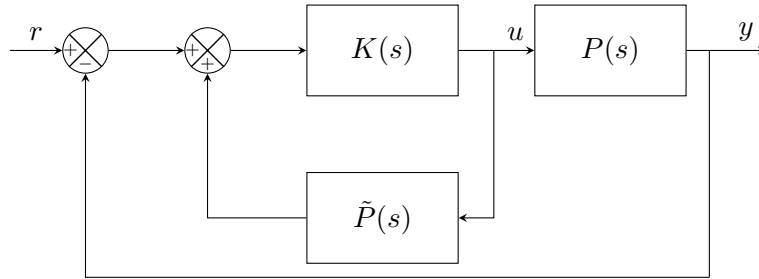


FIGURE 2.12 – Schéma de commande IMC en boucle fermée équivalent

En posant  $K_c(s)$  le régulateur à modèle interne donné par :

$$K_c(s) = K(s)(\mathbb{I}_p - \tilde{P}(s)K(s))^{-1} \quad (2.60)$$

Nous pouvons appliquer tous les concepts de performance et de robustesse que nous avons dans la section 2.1, au schéma bloc équivalent présenté à la figure 2.13 ci-dessous :

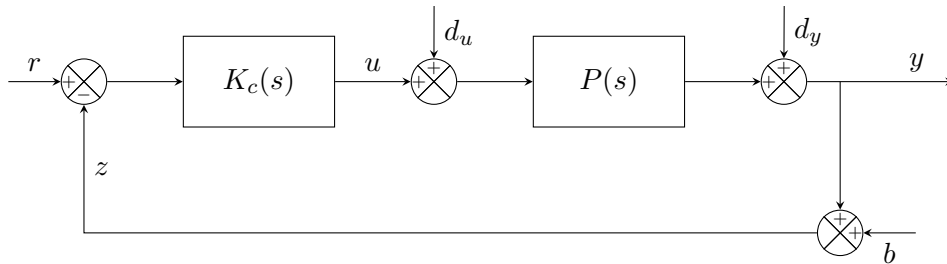


FIGURE 2.13 – Schéma de commande IMC en boucle fermée classique

Pour des questions de simplification nous allons considérer le cas monovariante. Dans ce cas nous pouvons réécrire  $K_c(s)$  comme suit :

$$K_c(s) = \frac{K(s)}{1 - \tilde{P}(s)K(s)} \quad (2.61)$$

En reprenant les calculs que nous avons faits précédemment, nous pouvons exprimer comme suit le lien entre la sortie  $y$  et les entrées  $r$ ,  $d_y$  et  $d_u$  :

$$\hat{y}(s) = \frac{K_c(s)P(s)}{1 + K_c(s)P(s)} \cdot \hat{r}(s) + \frac{P(s)}{1 + K_c(s)P(s)} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{1}{1 + K_c(s)P(s)} \cdot \hat{d}_y(s) - \frac{K_c(s)P(s)}{1 + K_c(s)P(s)} \cdot \hat{b}(s) \quad (2.62)$$

En remplaçant  $K_c(s)$  par son expression nous avons :

$$\hat{y}(s) = \frac{K(s)P(s)}{1 - K(s)\tilde{P}(s)} \cdot \hat{r}(s) + \frac{P(s)(1 - K(s)\tilde{P}(s))}{1 - K(s)\tilde{P}(s)} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{1 - K(s)\tilde{P}(s)}{1 - K(s)\tilde{P}(s)} \cdot \hat{d}_y(s) - \frac{K(s)P(s)}{1 - K(s)\tilde{P}(s)} \cdot \hat{b}(s) \quad (2.63)$$

En supposant que le modèle est parfait ( $\Delta P(s) = 0$ ) nous avons alors la simplification suivante :

$$\hat{y}(s) = K(s)P(s) \cdot \hat{r}(s) + P(s)(1 - K(s)\tilde{P}(s)) \cdot \hat{d}_u(s) + (1 - K(s)\tilde{P}(s)) \cdot \hat{d}_y(s) - K(s)P(s) \cdot \hat{b}(s) \quad (2.64)$$

Nous voyons apparaître ici l'inconvénient majeur de ce type de régulateur, à savoir que si le procédé est instable ou à la limite de la stabilité (système intégrateur) alors le régulateur ne pourra pas rejeter une perturbation en entrée du fait que les pôles du système initial  $P(s)$  apparaissent dans la fonction de transfert en boucle fermée. Par contre, en supposant que le modèle est parfait ( $\tilde{P}(s) = P(s)$ ) et que le système  $P(s)$  étudié est stable, la stabilité de la boucle fermée ne dépend que de la stabilité du correcteur  $K(s)$  ce qui est une propriété très intéressante. En outre, en choisissant un régulateur  $K(s) = \tilde{P}(s)^{-1}$ , le suivi de consigne et le rejet de perturbation sont parfaits car l'équation (2.64) de la boucle fermée se simplifie en  $\hat{y}(s) = \hat{r}(s) - \hat{b}(s)$ .

Dans la pratique, le "correcteur parfait" par inversion du modèle ne peut pas se faire de manière exacte, en effet il existe plusieurs contraintes parmi lesquelles :

1. **les systèmes à non-minimum de phase** : en effet si le système étudié possède des zéros à partie réelle strictement positive  $K(s) = \tilde{P}(s)^{-1}$  ne sera pas stable et la boucle fermée ne le sera pas non plus en vertu de la propriété vu ci-dessus ;
2. **les systèmes présentant un retard pur** : dans ce cas nous rencontrons le problème de causalité car il faudrait que le correcteur agisse de manière prédictive (au sens de l'anticipation d'un événement qui n'a pas eu lieu) ce qui n'est pas réalisable ;
3. **les systèmes strictement propres** : si le système  $P(s)$  est strictement propre (ce qui est le cas de tous les systèmes physiques dans la pratique) alors nous pouvons constater que  $K(s) = \tilde{P}(s)^{-1}$  ne sera pas propre et donc son implémentation telle quelle n'est pas réalisable ;
4. **les erreurs de modélisation** : si  $\Delta P(s) \neq 0$  alors nous ne pouvons plus garantir la stabilité de la boucle fermée même lorsque le régulateur  $K(s) = \tilde{P}(s)^{-1}$  est stable.

Afin de remédier à ces défauts, nous allons calculer le régulateur  $K(s)$  en deux étapes :

1. Factorisation de  $P(s)$  en deux systèmes, l'un dont l'inverse est stable et causal que nous appellerons  $P_-(s)$  et l'autre qui contient tous les termes non stables que nous noterons  $P_+(s)$  avec la seule contrainte  $P_+(0) = 1$ . Nous avons alors  $P(s) = P_-(s) \cdot P_+(s)$

## 2.2. STRATÉGIES DE CONTRÔLE POUR DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

2. Le correcteur  $K(s)$  aura alors l'expression suivante :  $K(s) = P_-(s) \cdot F(s)$ . où  $F(s)$  est un filtre passe-bas réglable qui assure que le régulateur est propre et qui permet d'ajuster la robustesse de la boucle fermée.

Pour des exemples de calcul du régulateur  $K(s)$ , dans le cadre d'un régulateur à modèle interne, le lecteur pourra se référer à [68] et [67] dans lesquels les auteurs approfondissent la notion de régulateur à modèle interne et discutent des avantages et inconvénients de cette implémentation.

Nous allons nous concentrer sur un cas particulier de choix de régulateur à modèle interne. Nous avons vu dans le chapitre 1 que la plupart des systèmes industriels peuvent être représentés par des systèmes intégrateurs avec retard, du premier ordre avec retard, du second ordre avec retard et dans de rares cas par des systèmes instables avec retard. Nous avons vu dans la section 2.1.3 que l'étude de la stabilité des systèmes à retard est très complexe et contraignante dans la mesure où la performance d'un régulateur est limitée par la taille du retard du système. L'auteur de [60] montre ce dernier point avec l'exemple suivant : supposons que nous voulons mettre en place une régulation de type PI (proportionnelle et intégrale) de la forme  $K(s) = K_p \cdot (1 + \frac{1}{T_i s})$  pour un système du premier ordre avec retard de fonction de transfert  $P(s) = \frac{K_s}{1+T_s} e^{-\tau s}$ . Le lien entre la sortie  $y$  du système et sa consigne  $r$  est donnée par

$$\hat{y}(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} \cdot \hat{r}(s) = \frac{K_s K_p (1 + T_i s)}{T_i s (1 + T_s) + K_s K_p (1 + T_i s) e^{-\tau s}} e^{-\tau s} \cdot \hat{r}(s) \quad (2.65)$$

En choisissant un temps intégral égal à la constante de temps du système  $T_i = T$  nous pouvons simplifier la fonction ci-dessus comme suit :

$$\hat{y}(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} \cdot \hat{r}(s) = \frac{K_s K_p}{T_s + K_s K_p e^{-T s}} e^{-\tau s} \cdot \hat{r}(s) \quad (2.66)$$

Le quasi-polynôme caractéristique de la boucle fermée est donc donné par :

$$A_{bf}(s, \tau) = T s + K_s K_p e^{-\tau s} \quad (2.67)$$

En appliquant par exemple la méthode de Walton et Marshall introduite dans la section 2.1.3, nous pouvons démontrer que le système est stable si le retard  $\tau$  appartient à l'intervalle :

$$0 < \tau < \frac{\pi T}{2 K_s K_p} \quad (2.68)$$

En inversant cette égalité nous avons, puisque  $K_s K_p$  et  $T$  sont strictement positifs :

$$0 < K_s K_p < \frac{\pi T}{2 \tau} \quad (2.69)$$



## 2.2. STRATÉGIES DE CONTRÔLE POUR DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

Ainsi plus le retard est grand et plus le gain proportionnel du correcteur devra être faible afin de vérifier ce critère de stabilité. Pour s'affranchir de ce problème, Smith propose à la fin des années 50, dans son article [15], d'utiliser le formalisme IMC avec une autre approche. Son point de départ est la question suivante : existe-t-il un régulateur de type IMC tel que je puisse concevoir le régulateur  $K(s)$  pour le système sans retard et que je puisse l'appliquer au système réel avec retard ? Ici il n'est donc pas question d'implémenter un régulateur en inversant le modèle mais plutôt un régulateur qui, s'il stabilise le système sans retard, stabilisera alors le système avec retard. Afin de répondre à cette question, considérons dans un souci de simplicité le cas monovariante. En fait, cette question peut être mise en équation en considérant un système avec retard de modèle  $\tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}$  muni de son correcteur  $K_c(s)$  de type IMC. Considérons pour simplifier la fonction de transfert qui lie la consigne  $r$  à la sortie  $y$  qui est :

$$\hat{y}(s) = \frac{K_c(s)\tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}}{1 + K_c(s)\tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}} \cdot \hat{r}(s) \quad (2.70)$$

Répondre à la question revient à trouver un correcteur de type IMC  $K_c(s)$  qui enlève la dépendance vis-à-vis du retard du dénominateur, ou en d'autres termes vérifiant l'égalité :

$$\frac{K_c(s)\tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}}{1 + K_c(s)\tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}} = \frac{K(s)\tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}}{1 + K(s)\tilde{P}(s)} \quad (2.71)$$

La résolution de ce système mène à l'expression finale du prédictor de Smith :

$$K_c(s) = \frac{K(s)}{1 + K(s)\tilde{P}(s)(1 - e^{-\tilde{\tau}s})} \quad (2.72)$$

L'implémentation de ce correcteur est montrée à la figure 2.14 ci-dessous :

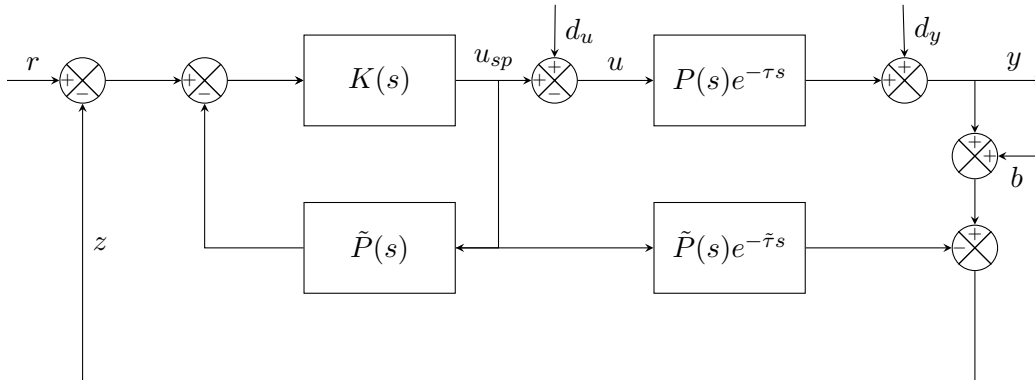


FIGURE 2.14 – Schéma de commande du prédictor de Smith en boucle fermée

## 2.2. STRATÉGIES DE CONTRÔLE POUR DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

Écrivons les fonctions de transfert en boucle fermée du prédicteur de Smith, reliant la sortie  $y$  aux entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$ , en supposant que le modèle est parfait, c'est à dire que  $P(s)e^{-\tau s} = \tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}$  :

$$\begin{aligned}\frac{\hat{y}(s)}{\hat{r}(s)} &= \frac{K(s)P(s)}{1 + K(s)P(s)} e^{-\tau s} \\ \frac{\hat{y}(s)}{\hat{d}_u(s)} &= \frac{1 + K(s)P(s)(1 - e^{-\tau s})}{1 + K(s)P(s)} P(s)e^{-\tau s} \\ \frac{\hat{y}(s)}{\hat{d}_y(s)} &= \frac{1 + K(s)P(s)(1 - e^{-\tau s})}{1 + K(s)P(s)} \\ \frac{\hat{y}(s)}{\hat{b}(s)} &= -\frac{K(s)P(s)e^{-\tau s}}{1 + K(s)P(s)}\end{aligned}\tag{2.73}$$

Ici, nous retrouvons toujours le même problème sur la perturbation en entrée  $d_u$ , à savoir que les pôles de  $P(s)$  sont aussi des pôles de la boucle fermée. Cependant nous voyons que si le système  $P(s)$  est stable alors pour tout régulateur  $K(s)$  qui stabilise  $P(s)$  le système en boucle fermée est stable. Cette propriété est très avantageuse car on n'a plus la contrainte précédente vis-à-vis de la performance du régulateur  $K(s)$  par rapport au retard. Cependant dans la pratique comme les modèles ne sont pas parfaits il faudra toujours penser au compromis entre la robustesse et les performances. Le prédicteur de Smith tire son nom du fait que l'entrée  $e_k$  du régulateur  $K(s)$  est une prédiction de la valeur future du système. En effet, en posant  $r = d_u = d_y = b = 0$  nous avons

$$\hat{e}_k(s) = P(s)\hat{u}(s) = P(s)e^{-\tau s}\hat{u}(s)e^{\tau s} = \hat{y}(s)e^{\tau s}$$

Nous reconnaissons alors l'inverse de l'opérateur retard ce qui veut dire que dans ce cas on prédit la valeur de  $y$ . En vertu de ce que nous venons de calculer en supposant que le modèle est parfait le prédicteur de Smith peut se mettre sous la forme suivante :

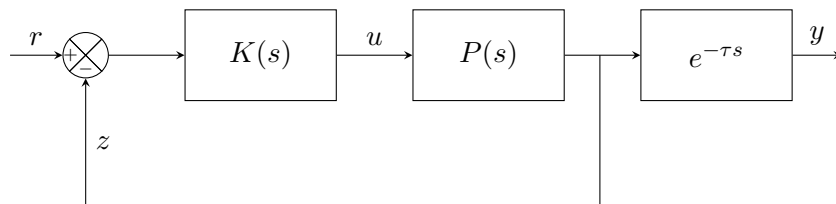


FIGURE 2.15 – Schéma du prédicteur de Smith équivalent pour un modèle parfait

### Robustesse du prédicteur de Smith

Dans la pratique il y a toujours un écart entre le système et le modèle. Pour quantifier celui-ci, on peut considérer une incertitude multiplicative  $\Delta_m(s)$  telle que :

$$P(s)e^{-\tau s} = \tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s}(1 + \Delta_m(s)) \quad (2.74)$$

Dans ce cas, le retard ne disparaîtra pas du polynôme caractéristique de la boucle fermée. Pour illustrer cela, considérons uniquement la fonction de transfert entre la consigne  $r$  et la sortie  $y$  :

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{r}(s)} = \frac{K(s)P(s)}{1 + K(s)\tilde{P}(s) - K(s)\tilde{P}(s)e^{-\tilde{\tau}s} + K(s)P(s)e^{-\tau s}} e^{-\tau s} \quad (2.75)$$

En factorisant par la fonction de transfert théorique du prédicteur de Smith, qui correspond au cas où il n'y a pas d'erreur entre le modèle et la réalité, qui est donnée par  $T_{sp}(s) = \frac{K(s)P(s)}{1+K(s)\tilde{P}(s)} e^{-\tau s}$ , nous pouvons simplifier l'équation précédente comme suit :

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{r}(s)} = \frac{T_{sp}(s)(1 + \Delta_m(s))}{1 + T_{sp}(s)\Delta_m(s)e^{-\tilde{\tau}s}} e^{-\tau s} \quad (2.76)$$

Pour toute incertitude multiplicative appartenant à la classe  $\mathcal{I}_s(\varepsilon)$  ou  $\mathcal{I}_i(\varepsilon, P_e(s))$  définie dans la section 2.1.1 le théorème de stabilité appliqué à ce système nous donne (pour  $\varepsilon = 1$ ) :

$$\|\mathcal{F}_l(P_e(s), K(s))\|_\infty = \|T_{sp}(s)\Delta_m(s)\|_\infty < 1 \quad (2.77)$$

Lorsque l'erreur de modélisation ne concerne que le retard du système nous avons  $\Delta_m(s) = e^{-(\tau-\tilde{\tau})s} - 1$  et nous pouvons simplifier la condition (2.77) comme suit :

$$\|T_{sp}(s)\|_\infty < \frac{1}{2} \quad (2.78)$$

Cette condition est conservative mais elle garantit la stabilité de la boucle fermée et ce, quel que soit l'erreur fait sur le retard. La robustesse par rapport aux erreurs de modèle portant uniquement sur le retard a été largement étudiée dans la littérature et notamment par [69] et [70] qui introduisent la notion de stabilité pratique. Nous dirons qu'un système en boucle fermée est pratiquement stable par rapport à une erreur de modélisation infinitésimale du retard  $\tau$  si :

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \|T_{sp}(s)\|_\infty < \frac{1}{2} \quad (2.79)$$

Intéressons nous désormais à la performance du prédicteur de Smith.

### Rejet de perturbation du prédicteur de Smith

Posons  $r = b = 0$  et analysons la boucle fermée. En supposant un modèle parfait nous avons l'équation suivante pour celle-ci :

$$\hat{y}(s) = \frac{1 + K(s)P(s)(1 - e^{-\tau s})}{1 + K(s)P(s)} P(s)e^{-\tau s} \cdot \hat{d}_u(s) + \frac{1 + K(s)P(s)(1 - e^{-\tau s})}{1 + K(s)P(s)} \cdot \hat{d}_y(s) \quad (2.80)$$

En supposant que le système  $P(s)$  est stable alors si  $K(s)$  stabilise la boucle fermée nous aurons par application du théorème de la valeur finale, pour des perturbations supposées constantes  $d_u(t) = d_{u_0}$  et  $d_y(t) = d_{y_0}$ , le résultat suivant :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\hat{y}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{P(s)}{1 + K(s)P(s)} e^{-\tau s} \cdot d_{u_0} + \frac{1}{1 + K(s)P(s)} \cdot d_{y_0} \quad (2.81)$$

Si le correcteur  $K(s)$  possède un intégrateur, on a alors

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0 \quad (2.82)$$

Afin de garantir ce résultat mais aussi de prendre en compte l'éventuelle instabilité du système à étudier, il faut modifier le prédicteur afin de s'affranchir des pôles de  $P(s)$  dans la boucle fermée. Afin de résoudre ce problème, nous présentons dans ce qui suit le prédicteur de Smith modifié.

### Prédicteur de Smith modifié

Afin de corriger le défaut du prédicteur de Smith classique par rapport aux perturbations en entrée il est possible de rajouter une boucle supplémentaire de rétroaction entre la sortie et l'entrée du système. Cette fonction agira comme un estimateur de la perturbation en entrée. Ce correcteur modifié a suscité beaucoup d'intérêt et a fait l'objet de plusieurs publications parmi lesquelles on peut citer [71], [72], [73] et [74],[75]. Ces articles introduisent la notion du prédicteur de Smith modifié et donnent des méthodologies de réglage pour différents types de systèmes. Le prédicteur de Smith peut être étendu au cas multivariable via la méthode dite d'attribution de spectre fini ("Finite Spectrum Assignment" en anglais) qui utilise un formalisme fondé sur la représentation d'état du système comme l'expliquent les auteurs de [76] et plus récemment ceux de [77]. Également, nous pouvons étendre le prédicteur de Smith au cas multivariable en utilisant une approche fréquentielle classique comme le montrent les auteurs de [78], [79] et plus récemment [80]. Il existe enfin une autre structure pour le prédicteur de Smith classique appelée prédicteur de Smith filtré. Nous ne présentons pas cette méthode mais le lecteur peut se référer à [81] pour se familiariser avec

## 2.2. STRATÉGIES DE CONTRÔLE POUR DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

cette méthode. Le schéma du prédictor de Smith modifié est présenté à la figure 2.16 ci-dessous :

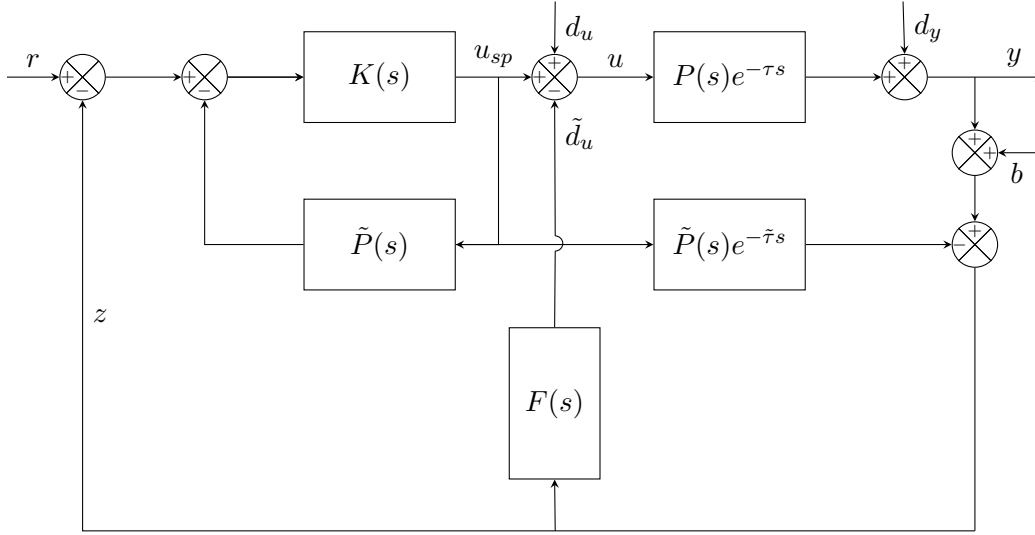


FIGURE 2.16 – Schéma de commande du prédictor de Smith modifié en boucle fermée

Afin de mieux comprendre l'effet du bouclage par la fonction  $F(s)$ , analysons l'équation en boucle fermée, en supposant le modèle parfait, comme suit :

$$\hat{y}(s) = \hat{d}_y(s) + P(s)e^{-\tau s} \cdot [\hat{d}_u(s) - \hat{\tilde{d}}_u(s)] + P(s)e^{-\tau s} \hat{u}_{sp}(s)$$

$$\hat{\tilde{d}}_u(s) = F(s) \cdot [\hat{d}_y(s) + P(s)e^{-\tau s} [\hat{d}_u(s) - \hat{\tilde{d}}_u(s)] + \hat{b}(s)]$$

$$\hat{\tilde{d}}_u(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)P(s)e^{-\tau s}} \cdot [\hat{d}_y(s) + P(s)e^{-\tau s} \hat{d}_u(s) + \hat{b}(s)] \quad (2.83)$$

$$\hat{u}_{sp}(s) = \frac{K(s)}{1 + K(s)\hat{P}(s)} \cdot \hat{r}(s) - \frac{K(s)}{1 + K(s)\hat{P}(s)} \cdot [\hat{d}_y(s) + P(s)e^{-\tau s} [\hat{d}_u(s) - \hat{\tilde{d}}_u(s)] + \hat{b}(s)]$$

$$\hat{d}_u(s) - \hat{\tilde{d}}_u(s) = -\frac{F(s)}{1 + F(s)P(s)e^{-\tau s}} \cdot [\hat{d}_y(s) + \hat{b}(s)] + \frac{1}{1 + F(s)P(s)e^{-\tau s}} \cdot \hat{d}_u(s)$$

On a alors :

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{r}(s)} = \frac{K(s)P(s)}{1 + K(s)P(s)} e^{-\tau s}$$

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{d}_u(s)} = \frac{1 + K(s)P(s)(1 - e^{-\tau s})}{(1 + K(s)P(s))(1 + F(s)P(s)e^{-\tau s})} P(s)e^{-\tau s}$$

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{d}_y(s)} = \frac{1 + K(s)P(s)(1 - e^{-\tau s})}{(1 + K(s)P(s))(1 + F(s)P(s)e^{-\tau s})}$$

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{b}(s)} = -\frac{F(s)P(s) \cdot [1 + K(s)P(s)] + K(s)P(s)}{(1 + K(s)P(s))(1 + F(s)P(s)e^{-\tau s})} e^{-\tau s}$$
(2.84)

Nous pouvons constater que par rapport au prédicteur de Smith, la fonction de transfert entre la consigne  $r$  et la sortie  $y$  reste la même. Cependant nous avons un terme supplémentaire qui apparaît au dénominateur des autres fonctions de transfert, à savoir  $1 + F(s)P(s)e^{-\tau s}$ . Ce terme possède un retard. Ce correcteur permet donc de stabiliser des systèmes intégrateurs et instables, mais en contrepartie il introduit un retard au dénominateur. Ici le fait d'introduire un second terme contenant  $P(s)$  au dénominateur permet de compenser les pôles de  $P(s)$  du numérateur.

### 2.2.3 Commande Linéaire Quadratique robuste

#### Représentation d'état d'un système

Pour ce qui concerne la commande des systèmes, nous ne nous sommes pour l'instant intéressés qu'à l'approche fréquentielle, qui utilise la transformée de Laplace. Celle-ci est résumée à la figure suivante.

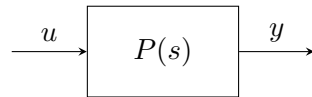


FIGURE 2.17 – Représentation du lien entrée-sortie par une fonction de transfert

Nous savons que sa fonction de transfert est définie par  $P(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)}$ . Cette approche ne tient pas compte des variables internes pouvant intervenir dans le fonctionnement du système. Reprenons l'exemple proposé par les auteurs de [5] et considérons un moteur à courant continu. En déterminant la fonction de transfert du système, nous ne décrivons que le comportement entrée-sortie (tension  $v(t)$  - vitesse de rotation  $\omega(t)$ ), en laissant de côté le courant  $i(t)$ . Afin de pallier ce défaut, nous utiliserons

le formalisme d'état, et la notion de "variables d'état". Cette approche consiste à troquer le schéma de la figure 2.17 par le schéma de la figure 2.18 ci-dessous :

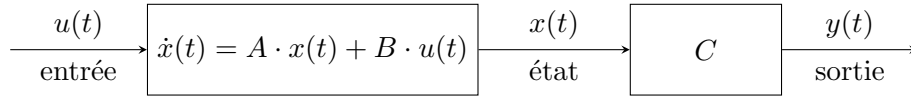


FIGURE 2.18 – Représentation du lien entrée-sortie par un formalisme d'état

La représentation d'état n'est autre que l'écriture matricielle des équations différentielles qui régissent le système étudié. On peut démontrer qu'il existe une infinité de représentations d'état associées à un système. Il est important de préciser que le formalisme fréquentiel et le formalisme d'état sont sous certaines conditions équivalents. En particulier, si l'on a identifié un système dans le domaine fréquentiel, on peut facilement ensuite obtenir une représentation d'état pour celui-ci, même si la signification des variables d'état ne nous est accessible que si nous connaissons les principes physiques qui régissent le système étudié. La représentation d'état d'un système soumis à des perturbations peut être mise sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + B \cdot d_u(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + d_y(t) \end{cases} \quad (2.85)$$

avec :

- Le vecteur d'état :  $x \in \mathbb{R}^n$
- Le vecteur des signaux de commande :  $u \in \mathbb{R}^m$
- Le vecteur des perturbations en entrée du procédé :  $d_u \in \mathbb{R}^m$
- Le vecteur des perturbations en sortie du procédé :  $d_y \in \mathbb{R}^p$
- Le vecteur des signaux de sortie du système (Process Value ou PV) :  $y \in \mathbb{R}^p$
- La matrice d'état :  $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$
- La matrice de commande :  $B \in \mathbb{M}_{n,m}(\mathbb{R})$
- La matrice d'observation :  $C \in \mathbb{M}_{p,n}(\mathbb{R})$

Si l'on veut retrouver la fonction de transfert du procédé, il suffit de prendre la transformée de Laplace des équations d'état, soit, en considérant des perturbations et des conditions initiales nulles,

$$\begin{cases} s\hat{x}(s) = A\hat{x}(s) + B\hat{u}(s) \\ \hat{y}(s) = C\hat{x}(s) \end{cases} \quad (2.86)$$

ce qui conduit à

$$\hat{y}(s) = C(s\mathbb{I} - A)^{-1}B\hat{u}(s) \quad (2.87)$$

expression dans laquelle la variable  $\hat{x}$  n'intervient pas. La matrice  $C(s\mathbb{I} - A)^{-1}B$  est appelée "matrice de transfert" du système, et décrit la relation entre le vecteur des entrées  $u$  et celui des sorties  $y$ .

### Régulateur à retour d'état

Nous allons nous intéresser dans ce qui suit à un régulateur utilisant le formalisme d'état. Lorsque les variables qui composent  $x$  sont toutes mesurées, on peut penser à réaliser un bouclage sur l'état  $x$  plutôt que sur les sorties  $y$ . Ce type de régulateur porte le nom de **régulateur à retour d'état** et son implémentation est donnée par le schéma bloc suivant :

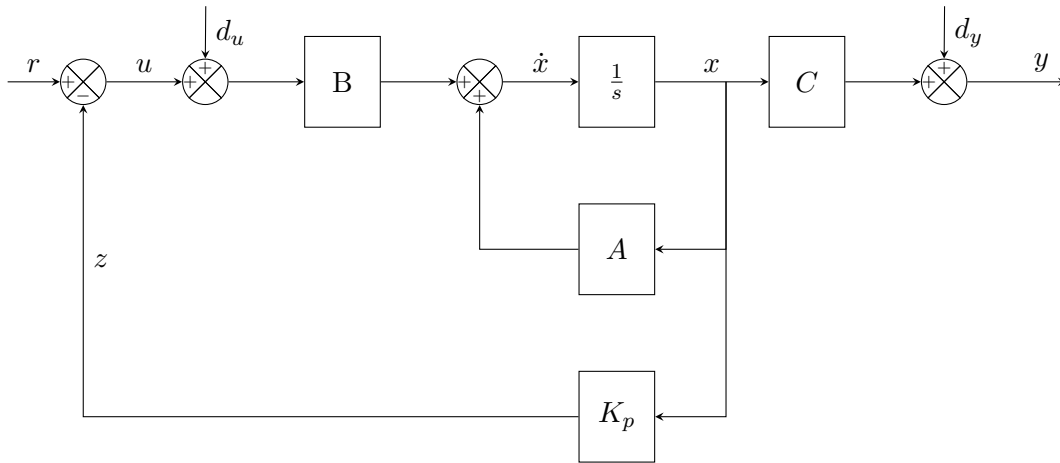


FIGURE 2.19 – Schéma d'une commande par retour d'état

En pratique ce schéma de commande ne permet pas de rejeter les perturbations  $d_u$  et  $d_y$  [5]. Pour cela, il faut impérativement que la chaîne directe contienne un intégrateur sur la chaîne directe, en aval de la perturbation d'entrée. C'est pourquoi, dans le cadre d'une application pratique on parlera toujours de **régulateur à retour d'état et bouclage intégral**. Afin de trouver la forme de ce régulateur, considérons un problème d'asservissement à une consigne constante  $r_0$ , en présence de perturbations constantes  $d_{u_0}$  et  $d_{y_0}$ . Posons  $e(t) = y(t) - r(t)$  l'erreur de consigne. Afin de nous débarrasser de tous les signaux constants, dérivons alors les équations d'état pour obtenir

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = A\dot{x}(t) + B\dot{u}(t) \\ \dot{e}(t) = \dot{y}(t) = C\dot{x}(t) \end{cases} \quad (2.88)$$

Ces équations peuvent s'écrire sous une nouvelle forme d'état, soit

$$\dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + B_a u_a(t) \quad (2.89)$$



avec

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \end{bmatrix}, \quad u_a(t) = \dot{u}(t), \quad A_a = \begin{bmatrix} A & 0_{n,p} \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0_{p,m} \end{bmatrix}$$

Ce nouveau système porte le nom de "système augmenté", associé à l'état "augmenté"  $x_a$ . Un correcteur à retour d'état sur ce nouveau système prendra alors la forme

$$u_a(t) = -K_a x_a(t)$$

où  $K_a$  est telle que  $A_a - B_a K_a$  est une matrice de stabilité de manière à garantir  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x_a(t) = 0$ , soit par conséquent  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = 0$  et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \text{constante}$ .

Une fois la matrice de retour d'état  $K_a$  calculée (il existe pour cela différentes méthodes), on pourra revenir à la commande initiale du système en partitionnant  $K_a = \begin{bmatrix} K_p & K_i \end{bmatrix}$ , soit

$$\dot{u}(t) = -K_p \dot{x}(t) - K_i e(t)$$

ou encore à conditions initiales nulles,

$$u(t) = -K_p x(t) - K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \tag{2.90}$$

Nous retrouvons dans cette loi de commande les éléments suivants :

- La matrice des gains proportionnels :  $K_p \in \mathbb{M}_{m,n}(\mathbb{R})$
- La matrice des gains intégraux :  $K_i \in \mathbb{M}_{m,p}(\mathbb{R})$

Nous avons ainsi élaboré un correcteur à retour d'état et bouclage intégral, dont le schéma de principe est donné à la figure 2.20.

On peut ainsi faire suivre à la sortie du système n'importe quelle consigne constante, ce en présence de perturbations constantes. Nous allons pour finir présenter une méthode de calcul des matrices de bouclage  $K_p$  et  $K_i$ .

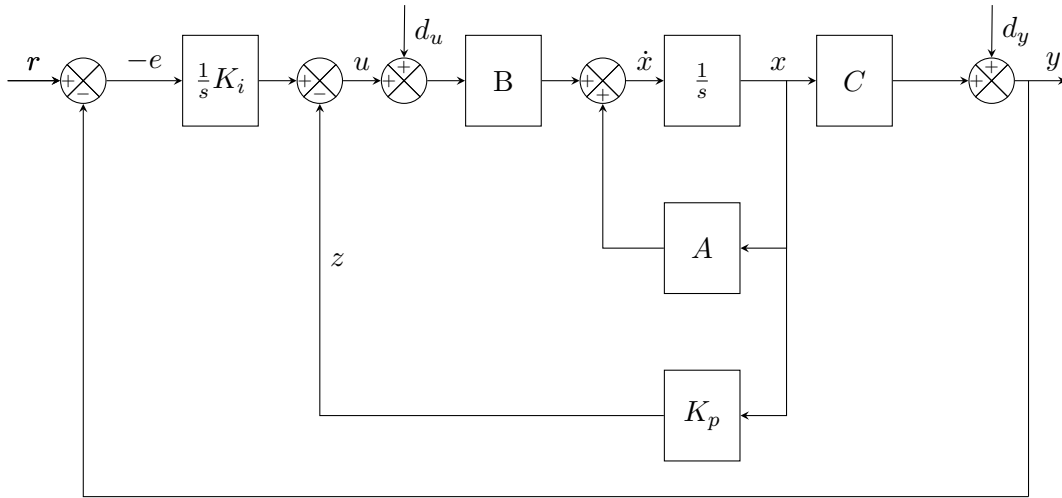


FIGURE 2.20 – Schéma d'une commande par retour d'état et bouclage intégral

### Commande linéaire quadratique (LQ)

La commande linéaire quadratique à horizon infini est fondée sur la minimisation du critère général :

$$\mathbb{J}_{QR} = \int_0^{+\infty} e^{2\alpha_c t} [x_a^T(t) Q x_a(t) + u_a^T(t) R u_a(t)] dt \quad (2.91)$$

Les matrices Q et R jouent le rôle de pondérations. On les choisira diagonales et on aura ainsi

$$\mathbb{J}_{QR} = \int_0^{+\infty} e^{2\alpha_c t} \left[ \sum_{k=1}^n q_k \dot{x}_k^2 + \sum_{j=n+1}^{n+p} q_j e_j^2 + \sum_{l=1}^m r_l \dot{u}_l^2 \right] dt \quad (2.92)$$

En effet, puisqu'il s'agit ici de minimiser le critère  $\mathbb{J}_{QR}$ , choisir des poids plus importants sur la variable  $u_a$  aura pour effet de limiter les efforts de commande, et à l'inverse des poids plus importants sur la variable  $e$  permettra d'obtenir un asservissement plus rapide des sorties, au prix naturellement d'une commande plus nerveuse. Le paramètre  $\alpha_c$  est un réel positif qui joue sur la rapidité globale du système en boucle fermée. Plus il est grand, plus ce dernier est rapide. La conception du correcteur LQ se fait par ajustement des trois paramètres de réglage  $Q$ ,  $R$  et  $\alpha_c$ .

### Calcul du régulateur LQ

Pour toute étude approfondie de la commande linéaire quadratique, le lecteur pourra se référer à [82] dans lequel les auteurs présentent une étude détaillée de ce correcteur ainsi qu'un algorithme

d'implantation. Dans ce qui suit, nous allons nous contenter d'exploiter les résultats connus de la commande LQ.

**Existence et calcul du régulateur LQ** : considérons un système à  $m$  entrées et  $p$  sorties ( $m \geq p$ ) de représentation d'état (2.85) avec  $rg(B) = m$  et  $rg(C) = p$ , où  $rg$  désigne le rang d'une matrice, et le système augmenté associé de représentation d'état (2.92). Supposons que le système (2.85) soit commandable et que  $s=0$  ne soit pas un zéro du système, autrement dit :

$$rg \begin{bmatrix} -A & -B \\ C & 0_{p,m} \end{bmatrix} = \min(n+p, n+m) \quad (2.93)$$

Supposons que les éléments de  $Q$  sont tous positifs ou nuls, et ceux de  $R$  tous strictement positifs. Si l'on pose alors,

$$A_{a,\alpha_c} = A_a + \alpha_c \mathbb{I}_{n+p} , \quad (2.94)$$

alors la commande qui minimise le critère linéaire quadratique  $\mathbb{J}_{QR}$  défini en (2.91) est donnée par :

$$u_a(t) = -K_a x_a(t) \text{ avec } K_a = R^{-1} B_a^T P \quad (2.95)$$

où  $P$  est l'unique solution symétrique semi-définie positive de l'équation de Riccati :

$$A_{a,\alpha_c}^T P + P A_{a,\alpha_c} - P B_a R^{-1} B_a^T P + Q = 0 \quad (2.96)$$

Nous savons de plus que les pôles du système en boucle fermée (valeurs propres de la matrice  $A_a - B_a K_a$ ) sont tous à partie réelle strictement inférieure à  $-\alpha_c$ .

### Robustesse du régulateur LQ

Analysons maintenant la robustesse du schéma en boucle fermée obtenue en utilisant un correcteur LQ. On peut démontrer [5] les propriétés de robustesse suivantes.

**Marges en entrée du régulateur LQ** : considérons un système à  $m$  entrées et  $p$  sorties ( $m \geq p$ ) de représentation d'état (2.85) avec  $rg(B) = m$  et  $rg(C) = p$ , où  $rg$  désigne le rang d'une matrice, et le système augmenté associé de représentation d'état (2.92). Supposons que le système représenté (2.85) est commandable et qu'il vérifie la condition (2.93). Le correcteur LQ qui minimise le critère  $\mathbb{J}_{QR}$  défini en (2.91) est tel que

$$M_{m_i} \geq \sqrt{\frac{\min_{i \in \llbracket 1, m \rrbracket} (r_i)}{\max_{i \in \llbracket 1, m \rrbracket} (r_i)}} \quad (2.97)$$

Lorsque les  $m$  commandes du système à corriger sont issues d'actionneurs de même nature, on choisira le même poids pour celles-ci, soit  $R = \rho \mathbb{I}_{m,m}$  et puisque dans ce cas  $\min(r_i) = \max(r_i) = \rho$ , on aura par conséquent,  $M_{m_i} = 1$  et  $M_{m_c} \geq 0.5$

Il est à noter qu'en pratique cette borne inférieure sur  $M_{m_i}$  est plutôt pessimiste. Également, il

n'existe pas de résultat général concernant les marges de modules en sortie, il faudra donc les calculer pour chaque choix de  $Q$  et  $R$  et vérifier que la robustesse est suffisante. Nous avons dans le cadre de cette thèse calculé la commande LQ optimale pour un incinérateur d'ordures ménagères comme nous le verrons plus tard dans ce chapitre.

### 2.2.4 Utilisation de l'apprentissage par renforcement pour la commande

Avant d'aborder la notion d'apprentissage par renforcement ("Reinforcement learning" en Anglais), nous allons définir la différence entre intelligence artificielle, apprentissage automatique ("Machine learning" en anglais) et le lien qu'il existe avec l'automatique et le contrôle des procédés.

#### Intelligence artificielle

Il est indéniable que l'augmentation des puissances de calcul des ordinateurs et la disponibilité grandissante de nouvelles données historiques a permis de développer des applications de plus en plus puissantes qui ont profondément transformé notre approche au monde [83]. Il y a en effet une dimension socio-économique [84] à cette transformation, mais ce n'est pas l'objet de cette thèse. Nous allons ici nous intéresser à la façon de tirer profit des techniques d'intelligence artificielle pour l'automatique et la commande. Bien qu'il n'existe pas de consensus sur la définition de ce qu'est l'intelligence artificielle, nous allons utiliser celle qui pour l'instant est acceptée par la plupart des experts du domaine [85] :

**Définition de l'IA :** l'intelligence artificielle (ou "artificial intelligence" (AI) en anglais) est la composante calculatoire de la capacité à atteindre des objectifs dans le monde. Les être humains, les animaux et les machines possèdent différents degrés et types d'intelligence.

Nous constatons que cette définition est très vaste. Ainsi la notion d'IA englobe la plupart des concepts de contrôle dans la mesure où nous voulons trouver une loi de commande (calculs) qui permet de satisfaire un cahier des charges (objectifs de performance et robustesse). Ainsi lorsque nous implémentons un contrôle PID en boucle fermée nous sommes bien en train de créer "une composante calculatoire" qui permet "d'atteindre des objectifs dans le monde". De même, lorsque nous effectuons une régression linéaire en minimisant un critère quadratique nous sommes encore dans le cadre de cette définition, puisque nous avons mis en place une composante calculatoire (par exemple algorithme des moindres carrés récursifs) afin d'atteindre un objectif (minimisation du carré de l'erreur entre le modèle et le nuage de points). Dans le cadre de la commande nous pouvons identifier 3 grandes branches de l'IA :

1. **Les techniques de contrôle reposant sur un modèle et cherchant à minimiser un ou plusieurs critères de performance/robustesse** : nous pouvons citer parmi celles-ci la commande PID, la commande RST, la commande à modèle interne (IMC), le prédicteur de Smith, la commande LQ (linéaire quadratique), la commande prédictive (MPC) ...
2. **Les techniques de contrôle reposant sur la création d'un système expert** : le système expert est un outil conçu pour modéliser le raisonnement d'un spécialiste humain, en reproduisant ses mécanismes cognitifs. Ainsi une connaissance a priori du fonctionnement du procédé est requise. Nous pouvons en citer quelques uns comme la logique floue introduite par les 3 articles de référence [86],[87] et [88], les réseaux bayésiens [89], les arbres de décision [90] ...
3. **Les techniques de contrôle reposant sur les données** : nous parlons dans ce cas d'un correcteur qui n'a aucune information a priori du modèle du procédé ni des principes physiques de son fonctionnement. La seule donnée d'entrée afin de construire ce régulateur sont les valeurs historiées. Nous pouvons ici citer les techniques d'apprentissage par renforcement [91] ou les algorithmes génétiques [92] qui vont produire plusieurs plans pour la correction, et ne retenir ensuite que le plus performant (algorithmes évolutionnistes). Il est à noter que si l'on dispose d'un modèle, celui-ci peut être utilisé afin d'entraîner ces algorithmes avant de les déployer sur un système réel.

### Apprentissage automatique

Dans ce qui suit nous allons nous intéresser au dernier type de contrôle et plus particulièrement à la technique de contrôle d'apprentissage par renforcement, qui est une sous-branche de ce que l'on appelle l'apprentissage automatique. Avant d'étudier ce dernier, commençons par rappeler la définition de l'apprentissage automatique :

**Définition de l'AA : l'apprentissage automatique** (ou "machine learning" (ML) en anglais) est un champ d'étude de l'intelligence artificielle qui se fonde sur des approches mathématiques et statistiques pour donner aux ordinateurs la capacité d'"apprendre" à résoudre des tâches sans avoir à programmer de manière explicite la solution de ces dernières. Cet apprentissage se fait sur la base de données historiques accessibles du système étudié. Plus largement, il concerne la conception, l'analyse, l'optimisation, le développement et l'implémentation de telles méthodes. Il existe 3 principaux types d'apprentissage automatique.

1. **L'apprentissage supervisé** : considérons le cas où nous voulons prédire une sortie en fonction d'une entrée. Supposons que nous ayons un jeu de données dans lequel nous connaissons la sortie correspondant à chaque entrée. Nous allons alors constituer deux jeux de données, un pour l'apprentissage et l'autre pour la validation. Lors de l'apprentissage, nous entraînons l'algorithme à déterminer un modèle de comportement, avant de vérifier, au cours de la phase de validation, que le modèle obtenu permet de retrouver les sorties du jeu de données qui n'a pas servi à l'élaboration du modèle. Puisque durant la phase d'apprentissage, nous vérifions que l'algorithme trouve les bonnes valeurs, on qualifie ce dernier de **supervisé**.
2. **L'apprentissage non supervisé** : considérons le cas où nous avons un jeu de données dont nous ne connaissons rien. En particulier, puisque nous ne savons pas quelle variable influence telle autre, nous pouvons toutes les considérer comme des entrées. Nous allons alors laisser l'algorithme découvrir par lui-même la structure cachée qui lie ces variables. Dans ce cas, durant la phase d'apprentissage nous n'apportons aucune indication à l'algorithme sur le fait qu'il est en train de bien faire ou non, on parle alors d'**apprentissage non supervisé**.
3. **L'apprentissage par renforcement** : considérons le cas où nous voulons déterminer la meilleure action à effectuer dans une situation précise. Supposons que nous ne puissions pas établir de lien explicite entre l'action et les observations. Nous allons alors laisser l'algorithme trouver l'action qui permet d'optimiser un objectif que l'on se fixera, en fonction des valeurs observées. Autrement dit, l'action de l'algorithme sur l'environnement produit une valeur de retour qui guide l'algorithme d'apprentissage. On parle ici de **renforcement** lors de l'apprentissage, l'algorithme cherchant à maximiser sa récompense sur la base de la fonction objectif choisie.

Si le lecteur désire approfondir davantage la notion d'apprentissage automatique et découvrir différents algorithmes associés, il pourra utiliser les livres de référence [93] et [94] qui sont une bonne introduction au sujet. De plus, l'article [95] propose une analyse de l'évolution de cette discipline dans les années à venir, ainsi qu'une présentation des champs de recherche les plus prometteurs.

**Apprentissage profond et réseaux de neurones**

Les algorithmes d'apprentissage par renforcement sont pour la plupart basés sur la notion d'apprentissage profond. Ce dernier est défini comme suit :

**Définition de l'AP :** l'apprentissage profond (ou "deep learning" (DL) en anglais) est une classe d'algorithmes d'apprentissage automatique qui utilise des couches cachées de réseaux de neurones artificiels (plusieurs couches de réseaux de neurones entre l'entrée et la sortie). Les algorithmes d'apprentissage profond s'opposent aux algorithmes d'apprentissage peu profonds du fait du nombre de transformations réalisées sur les données entre la couche d'entrée et la couche de sortie.

Les réseaux de neurones, communément appelés "réseaux de neurones artificiels", sont des imitations simples du fonctionnement des neurones biologiques du cerveau humain utilisés pour résoudre des problématiques d'apprentissage automatique. Un exemple est représenté à la figure suivante.

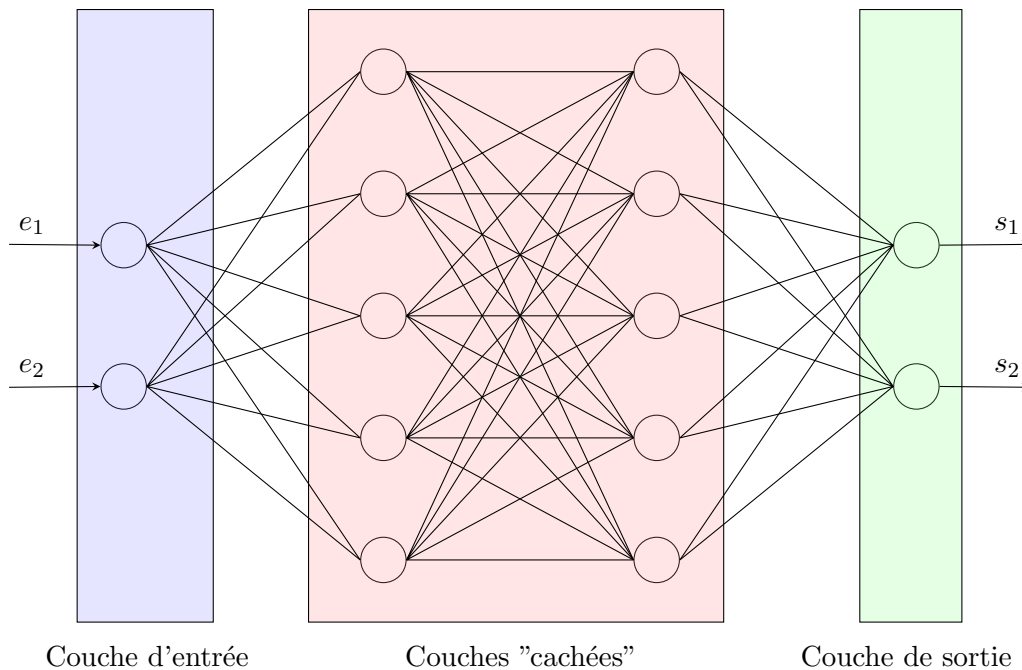


FIGURE 2.21 – Exemple d'un réseau de neurones à deux entrées et deux sorties

Le données  $e_1$  et  $e_2$  rentrent chacune dans un neurone de la couche d'entrée qui peut-être interprété comme une sorte de pré-traitement de la donnée. Puis la sortie de ces deux neurones est dispatchée dans deux couches dites "cachées" qui vont créer le modèle et extraire les caractéristiques du système. Enfin, la couche de sortie a pour but "d'interpréter" le résultat lui arrivant de la dernière couche cachée de "traitement" et de prédire les sorties  $s_1$  et  $s_2$ . Pour mieux comprendre comment cette prédiction a

## 2.2. STRATÉGIES DE CONTRÔLE POUR DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

lieu, intéressons-nous au fonctionnement d'un neurone artificiel. Un neurone artificiel est composé des éléments suivants :

- plusieurs entrées : il s'agit de l'ensemble des signaux arrivant dans le neurone ;
- Une fonction de combinaison : il s'agit d'une application qui va transformer le vecteur des signaux d'entrée en un scalaire (valeur réelle) ;
- Un biais : il permet de prendre en compte d'éventuels comportement affines ;
- Une fonction d'activation : il s'agit d'une fonction **non-linéaire** qui sert à déterminer le degré de désactivation du neurone.

Nous pouvons représenter un neurone par le schéma de la figure 2.22 ci-dessous :

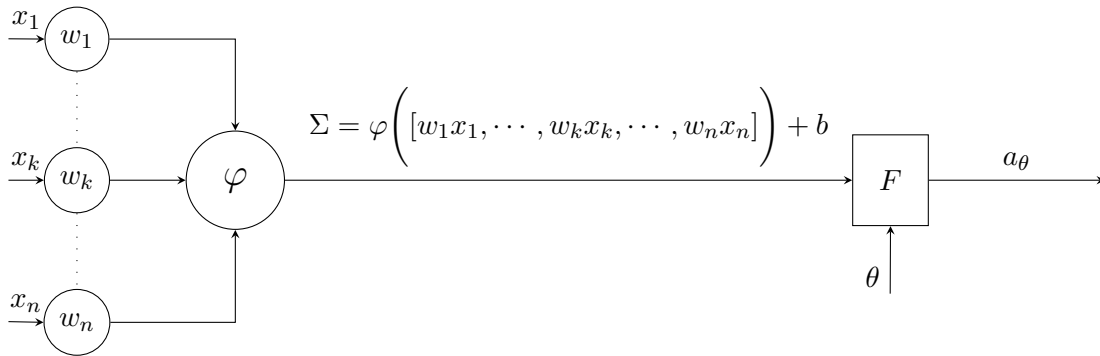


FIGURE 2.22 – Schéma d'un neurone artificiel

où :

- $X$  est le vecteur d'entrée du neurone tel que  $X = [x_1, \dots, x_k, \dots, x_n]^T$
- $W$  est la matrice des poids associée à chaque entrée telle que  $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_k, \dots, w_n)$ , où  $\text{diag}$  représente la matrice de terme général  $(w_{i,i})$
- $\varphi$  est la fonction de combinaison qui transforme le vecteur d'entrée  $WX$  en un réel  $\varphi([WX]) \in \mathbb{R}$
- $b \in \mathbb{R}$  est le biais associé au neurone, il permet de prendre en compte un certain décalage éventuel dans le cas où  $\varphi([WX]) = 0$  ;
- $\Sigma \in \mathbb{R}$  est le réel codant l'information des entrées arrivant dans le neurone ;
- $F$  est la fonction d'activation du neurone. Elle doit être non linéaire. En effet, il est important dans le réseau de neurones de posséder une non linéarité car autrement il ne pourrait décrire que des phénomènes linéaires et cela limiterait son efficacité dans certaines applications ;
- $a_\theta$  est le degré d'activation du neurone considéré. Ce dernière dépend du paramètre  $\theta$  appelé



**seuil.** Ce seuil est tel que  $a_\theta = \begin{cases} 0 & \text{si } F(\Sigma) \leq \theta \\ F(\Sigma) & \text{si } F(\Sigma) > \theta \end{cases}$ .

Dans la suite nous allons supposer que la fonction de combinaison  $\varphi$  est la forme linéaire qui à un vecteur  $X$  associe la somme de ses composantes. Autrement dit,  $\varphi([WX]) = \sum_{k=1}^n (w_k x_k)$ . Ce choix est motivé par le fait qu'il s'agit de la fonction de combinaison la plus utilisée dans le cadre des réseaux de neurones. Nous pouvons alors écrire  $\Sigma = \sum_{k=1}^n (w_k x_k) + b$ . Grâce à cette description du neurone nous pouvons désormais comprendre la notion d'apprentissage neuronal définie comme suit.

**Apprentissage d'un réseau de neurones :** Considérons le réseau de neurones de la figure 2.22. Soit  $(F, \theta)$  le couple (fonction d'activation, seuil) choisi pour chaque neurone du réseau. L'apprentissage de ce réseau, aussi appelé entraînement, consiste à déterminer pour chaque neurone sa matrice de poids  $W$  et son biais  $b$ . Pour ce faire nous pouvons traduire les 3 principes d'apprentissage que nous avons évoqués plus tôt comme suit :

1. **principe de l'apprentissage supervisé :** minimisation de l'erreur entre la réponse correcte et la réponse donnée ;
2. **principe de l'apprentissage non supervisé :** corrélation, similarité des données ;
3. **principe de l'apprentissage par renforcement :** minimisation d'une fonction de coût étant données des observations ;

Ces principes peuvent être traduits mathématiquement, ce qui nous permettra d'appliquer divers algorithmes d'apprentissage afin d'entraîner le réseau de neurones selon les données disponibles et l'application souhaitée. Désormais, nous connaissons tous les concepts et les briques de base qui vont nous permettre de mettre en place un algorithme d'apprentissage par renforcement. Dans ce qui suit nous allons démontrer le lien entre cet algorithme et la théorie du contrôle mais aussi comment utiliser cet algorithme dans le cadre d'une application industrielle.

### Apprentissage par renforcement et contrôle des systèmes industriels

L'avantage de l'apprentissage par renforcement est qu'il permet de garder le même paradigme que le contrôle classique par bouclage du système. En effet, comme nous l'avons déjà mentionné, cet apprentissage se base sur l'interaction entre l'algorithme et son environnement. Les paramètres du réseau de neurones sont ajustés en fonction de l'impact sur l'environnement de l'algorithme. Nous allons dans ce qui suit nous concentrer sur les algorithmes qui possèdent une structure dite d'acteur-critique. Pour comprendre le lien entre l'apprentissage par renforcement et le contrôle en boucle fermée nous pouvons examiner le schéma de la figure 2.23 qui représente graphiquement les similitudes existantes :

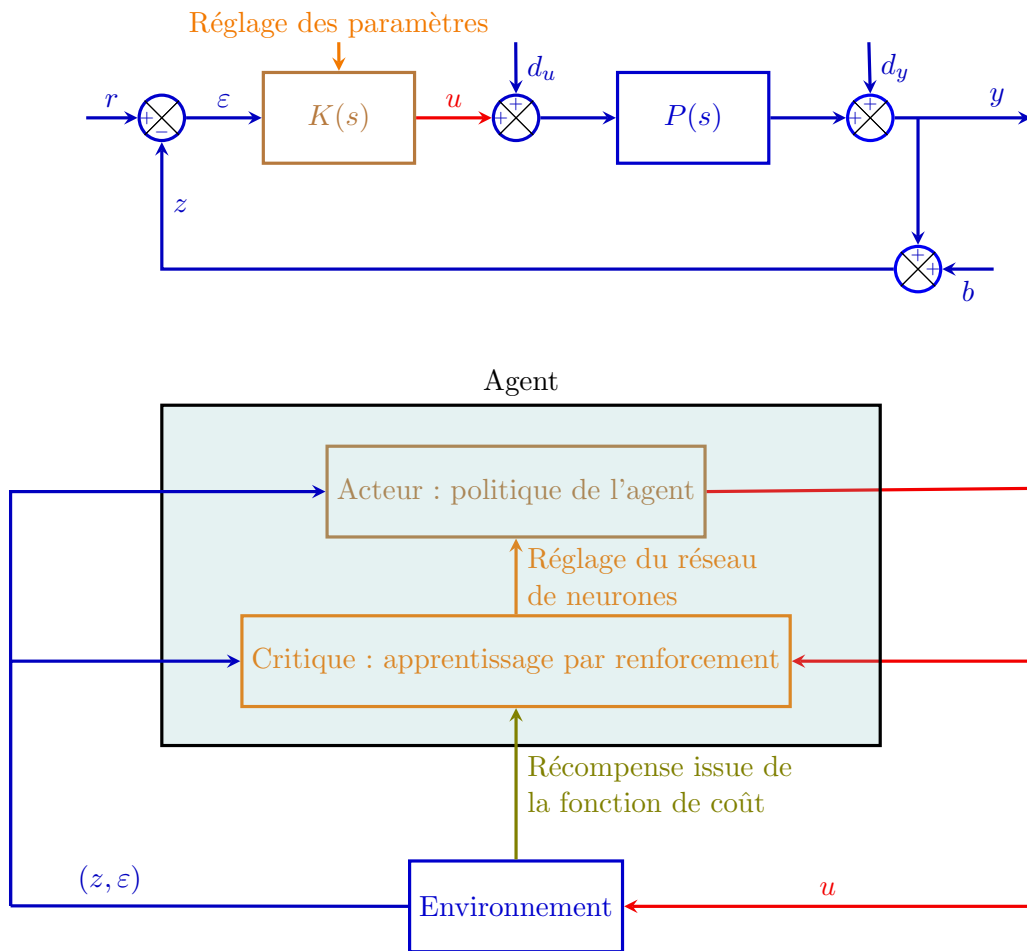


FIGURE 2.23 – Schéma de commande en boucle fermée

Ce schéma fait le parallèle entre le contrôle en boucle fermée classique et le contrôle en utilisant un algorithme d'apprentissage par renforcement. Voici la liste des équivalences résumées par le schéma ci-dessus :

- la boucle de rétroaction correspond à l'entrée de l'Agent (observations du système) ;
- le réglage du correcteur se fait par l'agent en deux étapes : le signal de contrôle  $u$  est calculé par l'acteur (réseau de neurones). Ce dernier influence le système  $P(s)$  et la récompense issue de la fonction de coût est modifiée. Le critique (réseau de neurone) reçoit alors les nouvelles entrées qui sont les observations du système  $(\varepsilon, z)$ , la nouvelle sortie de l'acteur  $u$  et la nouvelle valeur de la récompense issue d'une fonction de coût préalablement choisie. Le critique va alors s'entraîner avec un algorithme d'apprentissage par renforcement. Le critique va ensuite à son tour entraîner l'acteur afin que sa politique maximise la récompense reçue étant donné les

observations faites sur le système.

- Le signal de commande  $u$ , une fois que le critique a réglé l'acteur, est calculé par ce dernier qui utilise les observations issues du système  $(\varepsilon, z)$  comme entrées de son réseau de neurones.

Dans le cadre de notre étude nous allons nous intéresser aux algorithmes pouvant effectuer des actions dans un espace continu. Nous pouvons citer les algorithmes acteur-critique les plus connus pour ce type de problème qui sont :

- Proximal Policy Optimization Agents (PPO) [96], [97],[98];
- Deep Deterministic Policy Gradient Agents (DDPG) [99];
- Twin-Delayed Deep Deterministic Policy Gradient Agents (TD3) [100];
- Soft Actor-Critic Agents (SAC) [101], [102].

Pour plus d'information concernant les techniques d'apprentissage d'une politique (acteur) basé sur un gradient déterministe, le lecteur pourra se référer à [103]. Il existe aussi d'autres types d'algorithmes d'apprentissage par renforcement, par exemple les auteurs de [104] proposent un algorithme appelé (NFQCA) et comparent les résultats obtenus par cette technique à ceux obtenus avec des techniques plus classiques issues de la théorie du contrôle. La conclusion de leur étude est que ce type de contrôle non-linéaire permet d'avoir de très bonnes performances sur les systèmes étudiés, même si ce ne sont que des cas théoriques de simulation. Également, les auteurs de [105] proposent un algorithme acteur-critique fondé sur le formalisme de la commande PID, l'objectif étant de mettre sous forme de correcteur PID le réseau de neurones de l'acteur.

Cependant l'implémentation directe d'une technique d'apprentissage par renforcement rencontre un problème majeur à savoir que son **apprentissage est basé sur la technique de l'essai/erreur**. Ainsi, on peut utiliser cette technique pour entraîner un robot dont nous pouvons adapter l'environnement, mais si on veut l'appliquer à un environnement industriel figé qui doit rester en production, on risque de provoquer des dégâts. Il faut en effet, pour que l'algorithme puisse apprendre, que l'acteur explore une grande partie de l'espace des possibilités. Dans l'industrie il existe des systèmes avec des constantes de temps très grandes qui peuvent varier de 30 minutes à plusieurs heures. On doit donc disposer de plusieurs semaines pour que l'algorithme explore un nombre significatif de cas. En comparaison, des techniques d'identification classiques permettent en une semaine d'obtenir un modèle du procédé afin de calculer un correcteur adéquat. L'humain peut toujours travailler en gardant l'usine en fonctionnement pendant les phases d'identification et de réglage du correcteur. Pour ce qui est de l'al-

gorithme d'apprentissage automatique nous pouvons limiter la sortie de l'acteur manuellement durant la phase d'apprentissage mais ceci va limiter l'exploration de l'espace des possibilités et va donc limiter la performance finale du correcteur. Les auteurs de [106] proposent un algorithme d'apprentissage par renforcement et font le parallèle avec les techniques de commande prédictive [107] ("model predictive control (MPC)" en anglais). Si le lecteur souhaite approfondir la notion de commande prédictive, il pourra se référer au document [108] dans lequel les auteurs illustrent son application à des cas industriels. Ils insistent sur le fait que les contraintes d'exploitation d'un procédé peuvent être prises en compte dans l'algorithme d'apprentissage lui-même. Ils donnent trois exemples d'applications mais ne comparent pas les résultats obtenus par cet algorithme avec ceux de la commande prédictive. Si le lecteur souhaite explorer la notion de commande prédictive, l'auteur de [109] propose une vue d'ensemble des résultats de performance et de robustesse existants et des futurs développements pour ce type de correcteur. Dans notre cas, nous allons plutôt nous intéresser à une approche hybride entre théorie de la commande et apprentissage par renforcement. Les auteurs de [106] indiquent que la plus grande limitation du contrôle industriel, tel qu'il est implémenté aujourd'hui, est la nécessité de devoir effectuer le travail de réglage/identification à chaque fois que le modèle de l'installation change. Or cette situation est fréquente, car le vieillissement et/ou la modification des installations (modification d'un actionneur, de la taille de conduites...) influencent le modèle du procédé. Ainsi ils explorent dans leur article une solution ne nécessitant pas de modèle.

Au lieu d'opter pour une approche qui se passe totalement de modèle, nous pouvons, comme le suggèrent les auteurs de [83] utiliser l'IA afin de compenser notre ignorance par rapport au modèle. Cette ignorance, que nous pouvons appeler  $I(t) \neq 0$  est telle que  $\frac{dI(t)}{dt} \geq 0$ . En effet, ceci traduit le fait que le procédé se comporte au mieux de la même manière que lors de sa construction. Cependant cette incertitude  $I(t)$  concerne les paramètres physiques du système mais non la nature elle-même du procédé. En effet, lorsque nous apportons des modifications à un procédé, nous souhaitons faire en sorte qu'il se comporte comme à l'origine. Pour mieux comprendre ce point prenons deux exemples concrets :

1. **Systèmes non-oscillants** : supposons que nous travaillions sur le contrôle de température dans un four électrique. Si nous modifions le système de telle sorte à augmenter la puissance des résistances chauffantes, alors pour un même pourcentage de signal d'entrée, la valeur finale de la température dans le four sera plus élevée (**gain statique plus grand**). De même, supposons que

nous gardions la même résistance et que nous agrandissions la taille du four. Dans ce cas, nous allons atteindre la même valeur finale mais dans un temps plus grand car l'inertie du four aura changé (**constante de temps plus grande**). Cependant nous n'observerons pas de phénomène oscillatoire car la nature du système reste la même.

2. **Systèmes oscillants** : supposons que nous travaillons sur la régulation de la position verticale d'une voiture, qui se fait en général en régulant le déplacement vertical de la voiture par rapport à un plan horizontal fixe (imaginaire). Le système en boucle ouverte voiture-suspension (en général des ressorts) peut-être modélisé par un système masse-ressort. L'amortisseur qui est en général un fluide (air ou huile) est l'actionneur. Si nous avons une voiture plus chargée, ou que nous changeons la raideur de la suspension (ressort), l'élongation finale, l'amortissement et la période des oscillations seront modifiés. Cependant, nous voulons toujours que le ressort emmagasine l'énergie cinétique reçue par la voiture lors de chocs ce qui se traduit par le fait que la nature oscillatoire du système voiture-suspension doit être maintenue. Sinon il s'agirait d'une erreur de conception.

Cette propriété intéressante nous permet alors d'envisager une première construction d'un correcteur par des méthodes traditionnelles d'identification et de contrôle. En effet, la nature du système en boucle ouverte restera la même pour une application donnée. Nous pouvons donc compenser la modification du modèle en implémentant une fonction d'auto-réglage du correcteur par un algorithme d'apprentissage par renforcement illustré à la figure 2.24.

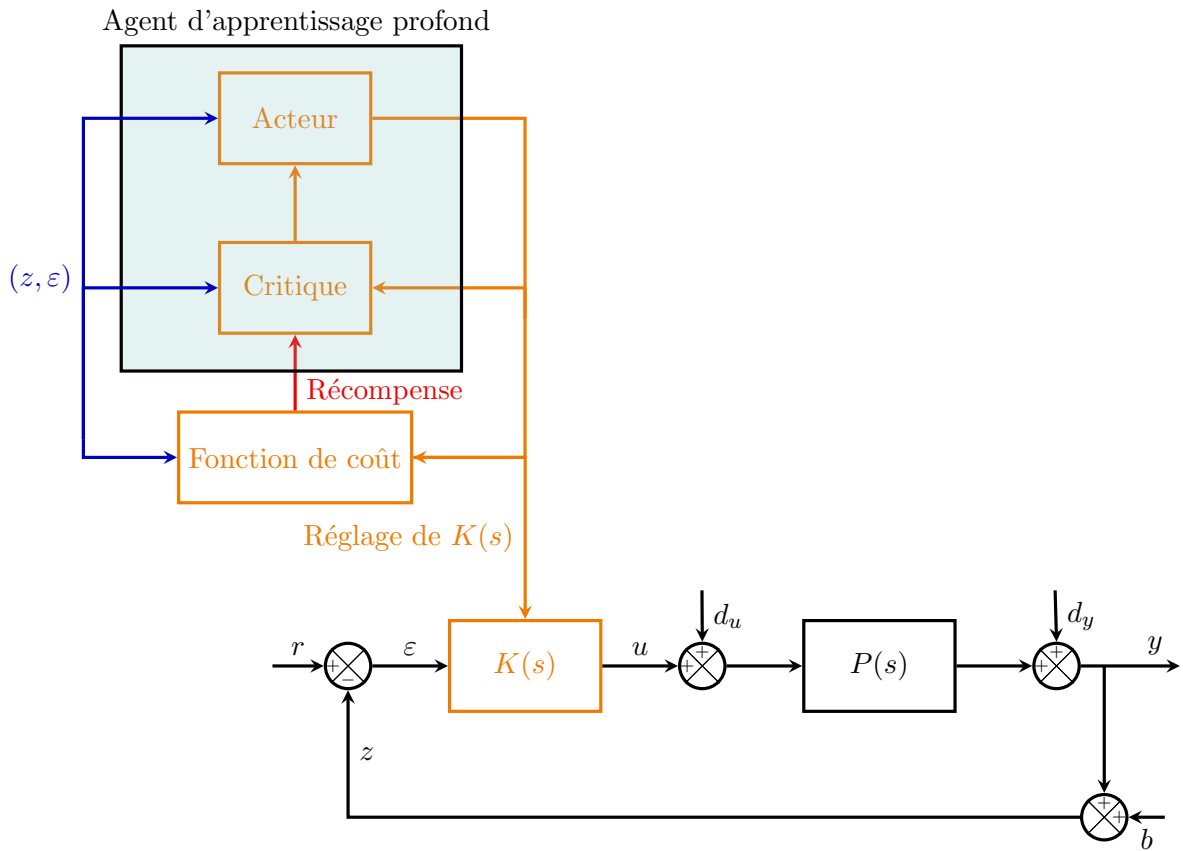


FIGURE 2.24 – Schéma de commande d'un correcteur auto-régulant en boucle fermée

Supposons que nous utilisons une technique de régulation RST par placement de pôles robuste pour des systèmes oscillants et non-oscillants. Soit  $\delta_0$  le degré relatif du correcteur,  $-\alpha$  (avec  $\alpha > 0$ ) l'axe de rapidité minimale et  $-\nu$  (avec  $\nu > 0$ ) le placement de pôles rapides nous avons alors le résultat suivant :

1. Pour un système non oscillant du premier ordre de fonction de transfert :

$$H(s) = \frac{K_s}{1 + T_s s} \quad (2.98)$$

Les coefficients de  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$  sont entièrement déterminés par le choix de  $\alpha$  et  $\nu$ . En effet, vu que les pôles du système en boucle ouverte sont tous sur la droite des réels, choisir  $\alpha$  et  $\nu$  revient à fixer les pôles en boucle fermée. Dans ce cas, l'algorithme d'intelligence artificielle aura donc la tâche de modifier ces paramètres afin de compenser le changement du modèle ;

2. Soit un système oscillant du second ordre de fonction de transfert :

$$P(s) = \frac{K_s(1 + T_z s)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2} e^{-\tau s} \quad (2.99)$$

Les coefficients de  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$  ne sont pas entièrement déterminés par le choix de  $\alpha$  et  $\nu$ . En effet, dans ce cas les pôles en boucle ouverte ont une partie imaginaire, que l'on souhaite conserver en boucle fermée. Soit  $s_{bf} = -\alpha \pm i\beta$  les pôles complexes conjugués désirés en boucle fermée. Les coefficients de  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$  sont entièrement déterminés par le choix de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\nu$ . Dans ce cas, l'algorithme d'intelligence artificielle aura donc la tâche de modifier ces paramètres afin de compenser le changement du modèle.

Enfin, dans le cas où les pôles naturels et/ou leur symétrique tombent à gauche de la droite de rapidité minimale  $\Re(s_0) < -\alpha$ , il suffit de garder dans le calcul du régulateur la valeur du placement initiale  $s_0$  tant que  $\Re(s_0) < -\alpha$ .

Pour résumer, nous proposons ici la solution suivante :

**Système RST auto-réglant** : Supposons que nous avons déterminé un régulateur RST par placement de pôles robuste pour les systèmes (2.98) et (2.99). Considérons alors le schéma de régulation de la figure 2.24 avec  $K(s)$  ce correcteur. Nous pouvons alors rendre ce régulateur auto-réglant en utilisant un algorithme d'apprentissage par renforcement, basé sur la technique acteur-critique, qui modifie le placement de pôles. Soient  $(\alpha, \beta, \nu) \in \mathbb{R}_+^3$ . La modification du placement de pôle se fait comme suit :

1. **systèmes non-oscillants** : dans le cas où nous avons affaire à un système du premier ordre, ou à un système du deuxième à pôles réels, la sortie de l'algorithme doit modifier la valeur du placement de pôles  $s_{bf} = -\alpha$  et celle des pôles rapides  $s_{rapides} = -\nu$  afin de compenser la modification du système au cours du temps.
2. **systèmes oscillants** : dans le cas où nous avons affaire à un système du deuxième ordre à pôles complexes, la sortie de l'algorithme doit modifier la valeur du placement de pôles lié aux pôles naturels du système  $s_{bf} = -\alpha \pm i\beta$ , aux zéros naturels du système  $s_z = -\alpha$  et celle lié aux pôles rapides  $s_{rapides} = -\nu$  afin de compenser la modification du système au cours du temps.

Dans la pratique, en vertu du théorème de robustesse du placement de pôles, nous pouvons choisir  $\nu = 5\alpha$ . De plus, nous savons que l'amortissement  $\xi$  associé aux pôles conjugués  $s_{bf} = -\alpha \pm i\beta$  vaut :

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (2.100)$$

Soit :

$$\beta = \alpha \sqrt{\frac{1 - \xi^2}{\xi^2}} \quad (2.101)$$

Ainsi en se fixant un objectif d'amortissement, quel que soit le choix de la droite de rapidité, nous pouvons ramener le réglage du régulateur RST au choix de  $\alpha$ . L'implémentation d'une méthode hybride nous permet d'utiliser tous les résultats de stabilité, robustesse et performance vus précédemment et de les appliquer à ce système auto-réglant.

À présent que nous avons un cadre théorique et une vue d'ensemble des différentes techniques de contrôle, nous allons présenter les contributions que nous avons apportées par cette thèse à ce domaine.

### 2.3 Contribution au contrôle des systèmes industriels

#### 2.3.1 Contrôle multivariable de la production de vapeur dans une UVE

Dans ce qui suit nous allons nous inspirer du modèle de l'UVE proposé dans la section 1.3.2 afin d'élaborer une stratégie de commande multivariable pour l'optimisation de la combustion et de la production de vapeur. Pour ce faire, nous avons décidé d'utiliser une commande par retour d'état et bouclage intégral avec un critère d'optimisation quadratique (LQR). Afin de pouvoir appliquer cette commande linéaire quadratique, le modèle a été linéarisé autour d'un point d'équilibre pour lequel nous avons calculé les matrices du système augmenté  $A_a$ ,  $B_a$  et  $C_a$ . Ensuite la commande est implantée sur le modèle initial non-linéaire. La commande a été testée en considérant une perturbation négative sur le débit de vapeur, ce qui peut se traduire par exemple par une chute du PCI des ordures ménagères. La figure 2.26 montre que la commande compense cette chute de débit de vapeur par deux actions complémentaires :

- elle rajoute de l'air primaire afin d'augmenter le taux d'ordures brûlées et donc l'énergie dégagée ;
- elle diminue l'air surpressé car d'après les équations ce dernier n'agit que sur la température de l'enceinte et pas sur la combustion.

Nous pouvons voir ensuite que l'air primaire revient à sa valeur initiale une fois que nous avons compensé la perturbation. Les plages de variation des commandes restent raisonnable. Il est à noter ici que comme la hauteur du lit d'OM n'a pas été modifiée, le débit d'alimentation des OM reste constant.



### 2.3. CONTRIBUTION AU CONTRÔLE DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

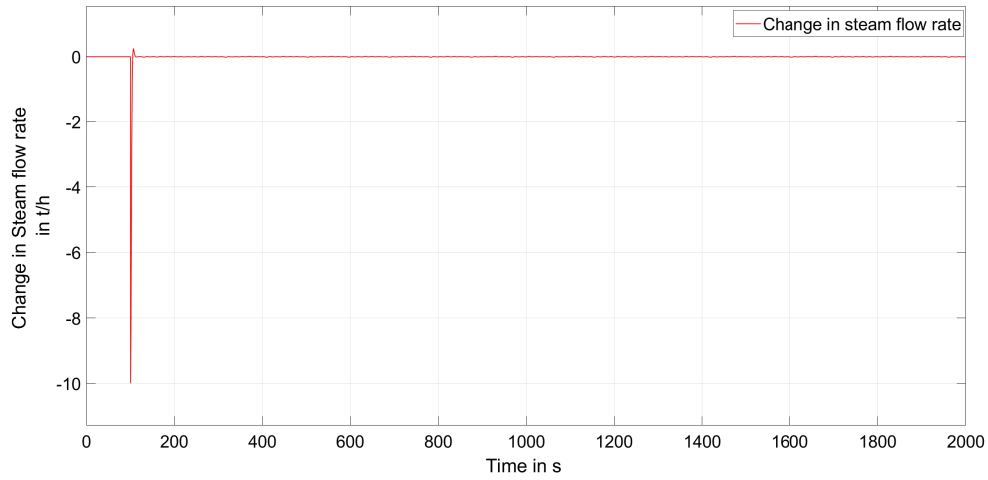


FIGURE 2.25 – Rejet de perturbation sur la production de vapeur

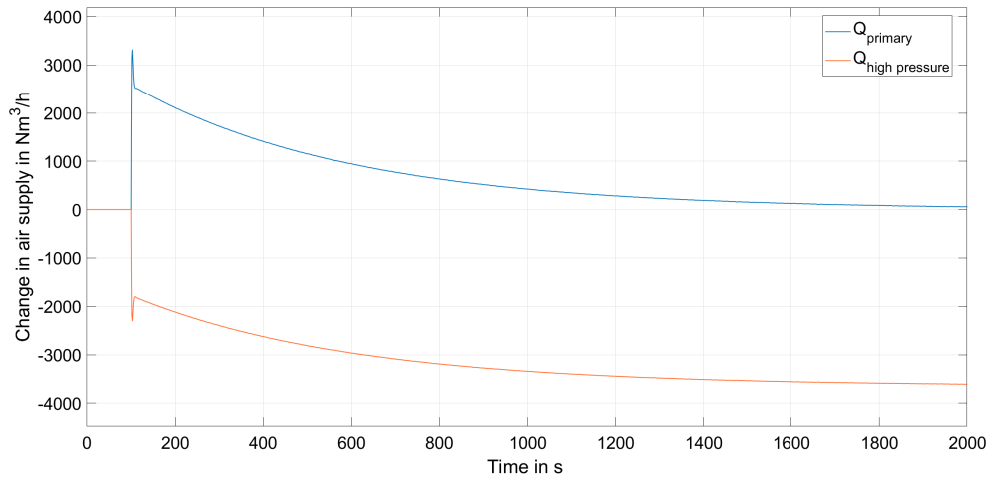


FIGURE 2.26 – Commande d'air primaire en bleu et d'air surpressé en rouge

Les valeurs des matrices utilisées pour la simulation sont les suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} -8.3333 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -0.0042 & 0 \\ 0 & 0 & -0.4179 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5.33 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & -4.7336 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 26.3468 & -32.2946 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1136 \end{bmatrix}$$

Bien que ce modèle reste simple il permet d'élaborer une commande qui réagit de manière cohérente avec ce qui est attendu physiquement. Cette modélisation peut également constituer un point de départ à l'obtention d'autres équations pour la commande multivariable.

### 2.3.2 Correcteur RST avec prédicteur de Smith modifié

Nous avons proposé précédemment une commande LQR calculée sur la base d'une modélisation physique. Cependant, nous avons vu que l'obtention de la représentation d'état n'est pas simple, et lorsque des retards sont présents dans le modèle, la commande LQR ne peut plus être mise en place. Ce besoin de répondre à une problématique de retard est la principale motivation pour l'utilisation d'un correcteur RST robuste présenté à la section 2.2.1. Pour ce faire nous allons utiliser la technique du prédicteur de smith modifié 2.16 qui permet d'élaborer un correcteur pour le système retardé en ne s'intéressant qu'au système sans retard. Nous pouvons remplacer le correcteur  $K(s)$  par les trois éléments  $R$ ,  $S$  et  $T$  vus précédemment comme suit :

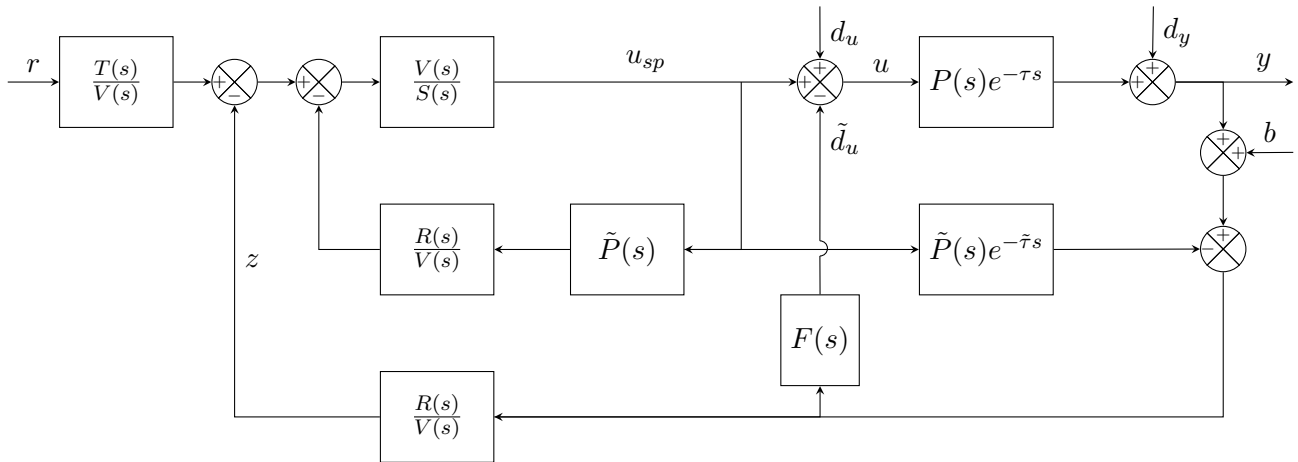


FIGURE 2.27 – Prédicteur de smith modifié avec régulateur RST robuste en boucle fermée

Dans ce qui suit nous allons poser :

$$\begin{cases} P(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \\ \tilde{P}(s) = \frac{\tilde{A}(s)}{\tilde{B}(s)} \\ F(s) = \frac{F_n(s)}{F_d(s)} \end{cases}$$

avec  $d^\circ(B) = m$ ,  $d^\circ(A) = n$  où  $(m, n) \in \mathbb{N}^2$ . Le système  $P(s)$  est de plus supposé minimal, strictement

### 2.3. CONTRIBUTION AU CONTRÔLE DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

propre et non dérivateur, c'est à dire que  $A(s)$  et  $B(s)$  n'ont aucune racine commune,  $m < n$  et  $B(0) \neq 0$ . Le calcul du régulateur RST se fera en supposant dans ce qui suit que le modèle est parfait  $\tilde{P}(s) = P(s)$ . En plus des blocs R, S et T, nous devons trouver le réglage du bloc F introduit par le prédicteur de Smith modifié. Ce dernier bloc agit comme une sorte d'estimateur de la perturbation.

Les blocs ainsi définis vérifient :

- $d^\circ(R(s)) = d^\circ(A)$
- $d^\circ(S(s)) = d^\circ(R) + \delta_0$  avec  $\delta_0 \in \mathbb{R}_+$ , degré relatif du correcteur RST
- $d^\circ(V(s)) \leq d^\circ(S)$
- $d^\circ(T(s)) \leq d^\circ(V)$
- $F_n(s)$  et  $F_d(s)$  sont premiers entre eux.

Nous pouvons simplifier la boucle interne de régulation de la figure 2.27 , pour obtenir le nouveau schéma de correction représenté à la figure suivante. L'objectif de cette section est de trouver les

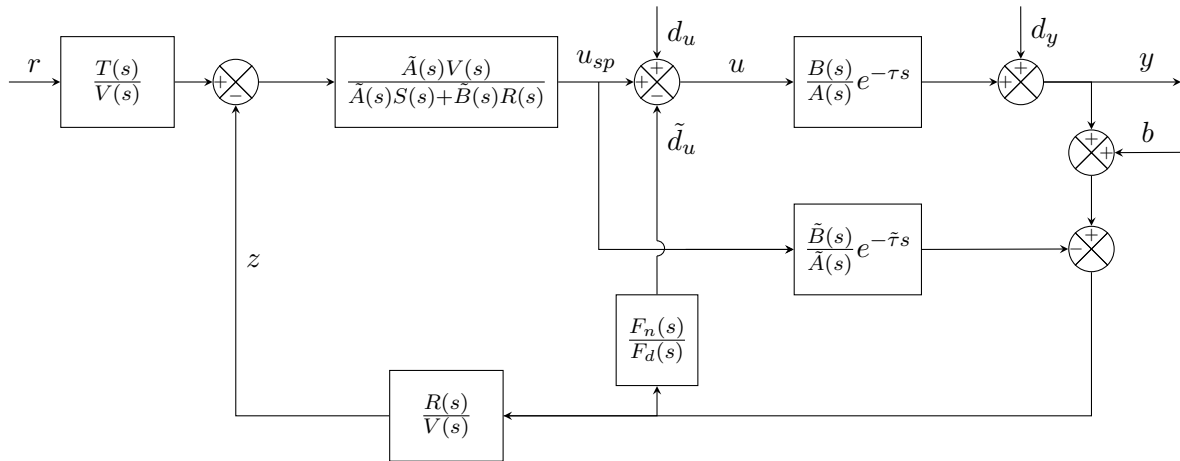


FIGURE 2.28 – Prédicteur de smith modifié avec régulateur RST robuste en boucle fermée

polynômes  $R(s)$ ,  $S(s)$ ,  $T(s)$  et  $F(s)$  de manière à ce que la boucle fermée soit stable et qu'elle possède une certaine robustesse. Dans ce qui suit la notation  $\mathcal{T}_{i \rightarrow o}(s)$  est utilisée pour désigner la fonction de transfert entre  $i(s)$  et  $o(s)$  telle que  $\mathcal{T}_{i \rightarrow o}(s) = \frac{o(s)}{i(s)}$ . Dans ce qui suit nous considérons que les signaux

### 2.3. CONTRIBUTION AU CONTRÔLE DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

$r$ ,  $d_u$  et  $d_y(s)$  sont constants. Le lien entre la sortie  $y$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$  est donné par :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}_{r \rightarrow y}(s) &= \frac{B(s)T(s)}{A(s)S(s) + B(s)R(s)} e^{-\tau s} \\
 \mathcal{T}_{d_u \rightarrow y}(s) &= \frac{B(s)F_d(s) \cdot [A(s)S(s) + B(s)R(s) \cdot (1 - e^{-\tau s})]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} e^{-\tau s} \\
 \mathcal{T}_{d_y \rightarrow y}(s) &= \frac{A(s)F_d(s) \cdot [A(s)S(s) + B(s)R(s) \cdot (1 - e^{-\tau s})]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} \\
 \mathcal{T}_{b \rightarrow y}(s) &= -\frac{B(s) \cdot [A(s)R(s)F_d(s) + F_n(s) \cdot (A(s)S(s) + B(s)R(s))]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} e^{-\tau s}
 \end{aligned} \tag{2.102}$$

De même nous pouvons écrire le lien entre l'erreur d'asservissement  $e = y - r$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$ , soit :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}_{r \rightarrow e}(s) &= -\frac{A(s)S(s) + B(s)[R(s) - T(s)e^{-\tau s}]}{A(s)S(s) + B(s)R(s)} \\
 \mathcal{T}_{d_u \rightarrow e}(s) = \mathcal{T}_{d_1 \rightarrow y}(s) &= \frac{B(s)F_d(s) \cdot [A(s)S(s) + B(s)R(s) \cdot (1 - e^{-\tau s})]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} e^{-\tau s} \\
 \mathcal{T}_{d_y \rightarrow e}(s) = \mathcal{T}_{d_2 \rightarrow y}(s) &= \frac{A(s)F_d(s) \cdot [A(s)S(s) + B(s)R(s) \cdot (1 - e^{-\tau s})]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} \\
 \mathcal{T}_{b \rightarrow e}(s) = \mathcal{T}_{b \rightarrow y}(s) &= -\frac{B(s) \cdot [A(s)R(s)F_d(s) + F_n(s) \cdot (A(s)S(s) + B(s)R(s))]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} e^{-\tau s}
 \end{aligned} \tag{2.103}$$

Enfin, nous pouvons écrire le lien entre la commande  $u$  et les entrées  $r$ ,  $d_u$ ,  $d_y$  et  $b$ , à savoir :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}_{r \rightarrow u}(s) &= \frac{A(s)T(s)}{A(s)S(s) + B(s)R(s)} \\
 \mathcal{T}_{d_u \rightarrow u}(s) &= \frac{A(s)F_d(s) \cdot [A(s)S(s) + B(s)R(s) \cdot (1 - e^{-\tau s})]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} \\
 \mathcal{T}_{d_y \rightarrow u}(s) &= -\frac{A(s) \cdot [A(s)R(s)F_d(s) + F_n \cdot (A(s)S(s) + B(s)R(s))]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]} \\
 \mathcal{T}_{b \rightarrow u}(s) &= -\frac{A(s) \cdot [A(s)R(s)F_d(s) + F_n(s) \cdot (A(s)S(s) + B(s)R(s))]}{[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]}
 \end{aligned} \tag{2.104}$$

Nous retrouvons ici le même principe que pour le prédicteur de Smith modifié. En effet, afin de pouvoir compenser les pôles du système initial (racines de  $A(s)$ ) nous avons remplacé le dénominateur  $A(s)[A(s)S(s) + B(s)R(s)]$  par  $[A(s)S(s) + B(s)R(s)] \cdot [A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}]$ . L'avantage est que la boucle fermée ne dépend plus des pôles du système initial mais nous avons rajouté un terme avec retard  $A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}$  qui est plus difficile à stabiliser. Il est important de remarquer que lorsque  $F(s) = 0$  et  $\tau = 0$  nous retrouvons les mêmes équations qu'avec le régulateur RST vu précédemment.

### Analyse de la boucle fermée et calcul des blocs R, S et T

Une analyse analogue à celle réalisée pour le correcteur RST permet d'effectuer les choix suivants :

1. **Rejet de perturbation** pour  $r = b = 0$  :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s\mathcal{T}_{d_u \rightarrow e}(s) + s\mathcal{T}_{d_u \rightarrow e}(s)] = 0 \Leftrightarrow S(0) = 0$$

2. **Annulation de l'erreur statique** pour  $d_u = d_y = b = 0$  :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s\mathcal{T}_{r \rightarrow e}(s)] = 0 \Leftrightarrow T(0) = R(0)$$

3. **Filtrage du bruit de mesure** pour  $r = d_u = d_y = 0$  :

$$\begin{cases} \delta(\mathcal{T}_{b \rightarrow e}(s)) = \delta\left(\frac{B(s)}{A(s)} \cdot \frac{R(s)F_d(s) + F_n(s)S(s)}{S(s)F_d(s)}\right) \geq 1 + \delta\left(\frac{R(s)F_d(s) + F_n(s)S(s)}{S(s)F_d(s)}\right) \\ \delta(\mathcal{T}_{b \rightarrow u}(s)) = \delta\left(\frac{R(s)F_d(s) + F_n(s)S(s)}{S(s)F_d(s)}\right) \end{cases}$$

Nous voyons apparaître le nouveau polynôme  $R(s)F_d(s) + F_n(s)S(s)$  dont nous devons déterminer le degré. En considérant le fait que  $F(s)$  est propre nous avons  $d^\circ(F_n(s)) \leq d^\circ(F_d(s))$ . De plus nous savons que  $d^\circ(S(s)F_d(s)) = n + \delta_0 + d^\circ(F_d(s))$ . Ainsi puisque  $d^\circ(R(s)F_d(s)) = n + d^\circ(F_d(s))$  et  $d^\circ(S(s)F_n(s)) = n + \delta_0 + d^\circ(F_n(s))$  on constate que si l'on choisit  $d^\circ(F_n(s)) = d^\circ(F_d(s))$  alors il n'y a pas de filtrage car nous avons

$$\delta(\mathcal{T}_{b \rightarrow u}(s)) = \delta\left(\frac{F_n(s)}{F_d(s)}\right) = 0$$

Ainsi si nous choisissons un degré relatif  $\delta(F(s)) = \delta_0$  nous devons choisir  $F_n(s)$  et  $F_d(s)$  de telle sorte à annuler le coefficient dominant de  $R(s)F_d(s) + F_n(s)S(s)$  pour obtenir un filtrage de

degré 1. Mais le problème est que cela impose des conditions sur les coefficients des polynômes  $F_n(s)$  et  $F_d(s)$  qui doivent stabiliser le quasi-polynôme  $A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}$ . Par contre si nous choisissons  $\delta(F(s)) > \delta_0$  disons  $\delta(F(s)) = \delta_0 + 1$  alors nous aurons :

$$\begin{cases} \delta(\mathcal{T}_{b \rightarrow e}(s)) \geq 1 + \delta\left(\frac{R(s)}{S(s)}\right) = 1 + \delta_0 \\ \delta(\mathcal{T}_{b \rightarrow u}(s)) = \delta\left(\frac{R(s)}{S(s)}\right) = \delta_0 \end{cases}$$

On assure ainsi un bon filtrage, et nous prendrons dans ce qui suit

$$\delta\left(\frac{F_n(s)}{F_d(s)}\right) = \delta_0 + 1$$

Nous venons de démontrer qu'en choisissant les blocs R, S et T comme dans la section 2.2.1 et en prenant  $\delta(F(s)) > \delta_0$  nous assurons le rejet de perturbation, l'annulation de l'erreur statique, le filtrage du bruit sur la mesure et la commande et la stabilité du polynôme  $A(s)S(s) + B(s)R(s)$ . Désormais nous devons nous intéresser à la stabilisation du quasi-polynôme  $A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}$ .

### Robustesse en stabilité et blocs $F_d$ , $F_n$ et $V$

Afin d'étudier la robustesse en stabilité de notre système, considérons la figure 2.29 dans laquelle nous avons ouvert la boucle entre l'entrée et la sortie du système.

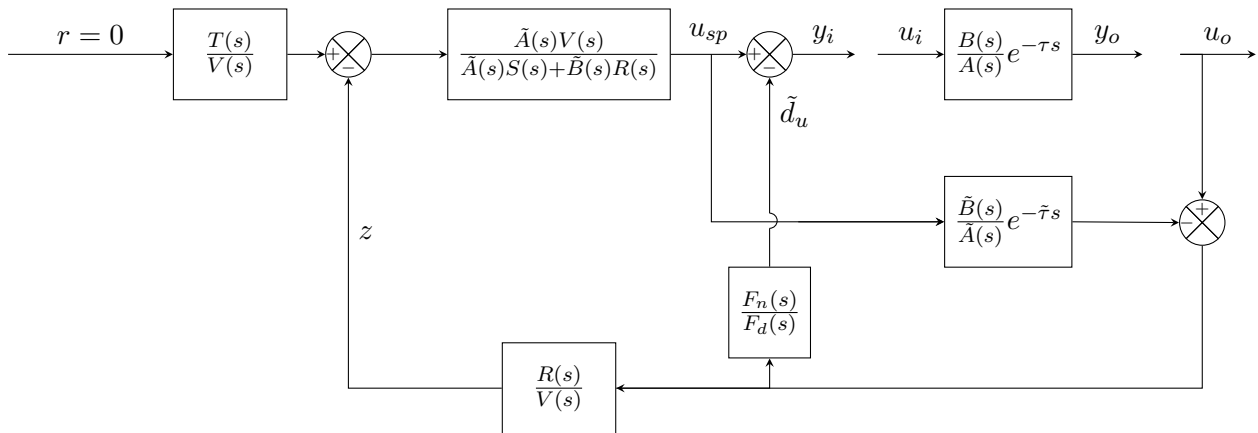


FIGURE 2.29 – Prédicteur de smith modifié avec correcteur RST robuste en boucle fermée

La robustesse en boucle fermée s'étudie en posant  $r = b = 0$  et en étudiant les fonctions de transfert en entrée et en sortie du système. Lorsque nous ouvrons la boucle en entrée du système nous allons calculer :

$$L_i(s) = -\frac{\hat{y}_i(s)}{\hat{u}_i(s)} \quad (2.105)$$

Lorsque nous ouvrons la boucle en sortie du système nous allons calculer :

$$L_o(s) = -\frac{\hat{y}_o(s)}{\hat{u}_o(s)} \quad (2.106)$$

Soit

$$L_{RST}(s) = \frac{B(s)R(s)}{A(s)S(s)} \quad (2.107)$$

la fonction de transfert en boucle ouverte du régulateur RST nous obtenons que :

$$L_i(s) = L_o(s) = L(s) = \frac{F_n(s, \tau)B(s)}{F_d(s)A(s)}e^{-\tau s} + \frac{L_{RST}(s)}{1 + L_{RST}(s)(1 - e^{-\tau s})}e^{-\tau s} \quad (2.108)$$

Nous pouvons alors calculer :

$$M_m = \frac{1}{\sup_{\omega \geq 0} |(1 + L(i\omega))^{-1}|}$$

pour chaque réglage du régulateur afin de vérifier que la marge de module est satisfaisante. Nous pouvons choisir le filtre  $F(s)$  de telle sorte à avoir la même bande passante que le régulateur RST (les pôles rapides déterminent la bande passante). De plus, il serait intéressant que notre filtre ait une propriété qui vérifie  $\lim_{\tau \rightarrow 0} F_n(s, \tau) = 0$ . Ainsi lorsque le retard du système est nul nous retrouvons le régulateur RST classique. Nous pouvons, par exemple, choisir le numérateur comme un gain pur tel que  $F_n(s, \tau) = K_{F_n}(\tau)$ . Dans le cadre du régulateur RST le polynôme V peut être choisi quelconque du moment qu'il ne possède aucune racine commune avec R, S ou T. Ce polynôme s'annule mathématiquement par construction, il n'a donc aucune influence sur la stabilité. Cependant, vu que nous devons en choisir un, autant prendre  $V(s) = F_d(s)$ . Nous pouvons alors vérifier que ce choix permet de respecter le critère de filtrage de bruit car  $d^\circ(V(s)) = d^\circ(T(s)) = d^\circ(S(s)) = n + \delta_0 > \delta_0$ . Nous pouvons alors choisir  $V(s)$  de gain statique unitaire afin que le gain statique de  $F(s)$  soit  $K_{F_n}(\tau)$ . Le polynôme obtenu est de la forme :

$$V(s) = F_d(s) = (1 + \nu s)^{n+\delta_0} \quad (2.109)$$

où  $\nu$  correspond au pôle rapide du placement de pôle RST robuste. Une technique de stabilisation des quasi-polynômes a déjà été étudiée dans la section 2.1.3. Si le lecteur désire poursuivre cette étude, il pourra se référer à [110] et [58] où plusieurs techniques de stabilisation de systèmes à retard sont proposées. Dans la pratique il est très difficile de trouver des réglages systématiques pour tous les types de système. C'est pourquoi dans ce qui suit nous allons proposer différentes expressions de  $F_n(s, \tau)$  suivant le cas traité.

### Réglages pour des systèmes à retard oscillants et non-oscillants (FOPDT et SOPDT)

Nous pouvons utiliser les résultats exposés par les auteurs de [62] afin de trouver une condition de stabilité pour ce type de système. Considérons le quasi-polynôme caractéristique en boucle fermée  $A(s)F_d(s) + F_n(s)B(s)e^{-\tau s}$ , la stabilité pour ce quasi-polynôme est assurée si et seulement si :

$$K_{F_n}(\tau) < \left| \frac{A(0)}{B(0)} \right|$$

Soit :

$$F_n(s, \tau) = K_{F_n}(\tau) = \frac{\theta}{1 + \theta} \cdot \frac{1}{2} \left| \frac{A(0)}{B(0)} \right| < \left| \frac{A(0)}{B(0)} \right| \quad (2.110)$$

avec  $\theta = \frac{\tau}{T}$

### Réglage pour un système intégrateur

Dans le cas des systèmes intégrateurs, nous pouvons nous appuyer sur les travaux de [72] afin de trouver un critère de stabilité. Le critère original qui est :

$$K_0 < \frac{1}{2K_i\tau}$$

peut être adapté dans notre cas comme suit :

$$F_n(s, \tau) = K_{F_n}(\tau) = \left(1 - e^{-\tau^2}\right) \cdot \frac{1}{3B(0)\tau} < \frac{1}{2K_i\tau} \quad (2.111)$$

Il est simple de vérifier que  $\forall \tau \in \mathbb{R}_+, (1 - e^{-\tau^2}) \leq 1$  ce qui implique  $\frac{1 - e^{-\tau^2}}{3B(0)\tau} \leq \frac{1}{2K_i\tau}$ . Aussi nous avons toujours la relation  $\lim_{\tau \rightarrow 0} K_{F_n}(\tau) = 0$ . Le nombre 3 correspond à une marge de phase de  $70^\circ$ .

En choisissant le filtre  $F(s)$  comme précédemment nous pouvons assurer la stabilité de la boucle fermée et le filtrage du bruit au niveau de la mesure et de la commande. Une fois que le placement de pôle RST est choisi, il suffit de calculer la marge de module ainsi obtenue  $M_m$  et vérifier qu'elle est suffisante par rapport aux exigences de robustesse du cahier des charges. Les auteurs de [111] ont étudié plusieurs exemples et arrivent à la conclusion qu'une marge de module telle que  $M_m > 0.5$  est un bon compromis entre robustesse et performance.

### Résultats de simulation

Dans ce qui suit nous allons comparer 3 types de régulateurs différents :

1. Le correcteur PID avec un réglage de type IMC ;



2. Les prédicteurs de Smith usuel et modifié utilisés par Schneider (un pour les systèmes stables et un autre pour les systèmes intégrateurs) ;
3. Le prédicteur RST proposé.

Nous avons choisi ces deux correcteurs car il s'agit de ceux qui sont les plus utilisés dans l'industrie. Toutes les simulations ont été réalisées en considérant une erreur d'estimation de 10% sur le retard et un bruit blanc de rapport signal sur bruit égal à 15 dB. Un degré relatif  $\delta_0 = 1$  a été utilisé dans ce qui suit.

### Systèmes non-oscillants avec retard

Considérons le système amorti d'ordre 5 suivant :

$$P(s) = \frac{1-s}{(s+1)^5} \cdot e^{-5s}$$

En utilisant un algorithme robuste d'identification comme celui proposé dans [112] nous pouvons approcher le comportement de ce système. Le modèle FOPDT équivalent est :

$$\tilde{P}(s) = \frac{0.9974}{2.4859s + 1} e^{-8.6652s}$$

Soit  $\varepsilon$  l'erreur temporelle commise suite à cette approximation, dont l'expression est :

$$\varepsilon = \frac{1}{n+1} \sum_{k=m}^{m+n} [y(kT_e) - \hat{y}(kT_e)]^2$$

ici  $y$  et  $\hat{y}$  sont respectivement la vraie valeur et la valeur estimée issue du modèle.  $T_e$  est la fréquence d'échantillonnage du capteur,  $m$  est défini de manière à ce que  $mT_e > \tau$  et  $n$  est le nombre de points utilisés durant la phase d'identification. Pour cette simulation nous obtenons  $\varepsilon = 8.1761 \cdot 10^{-4}$ . Cette erreur d'identification faible montre la bonne précision d'une telle approximation. Les figures 2.30 et 2.31 montrent les résultats de simulation pour les différentes méthodes.

Le principal avantage de la nouvelle méthode par rapport aux deux autres, dans ce cas, est le faible bruit sur la sortie du correcteur. En effet, grâce au degré relatif  $\delta_0$  du correcteur, le signal de commande est moins affecté par le bruit de mesure. Cette simulation a été réalisée avec  $\alpha = 1.5$  pour  $M_m = 0.56$ .

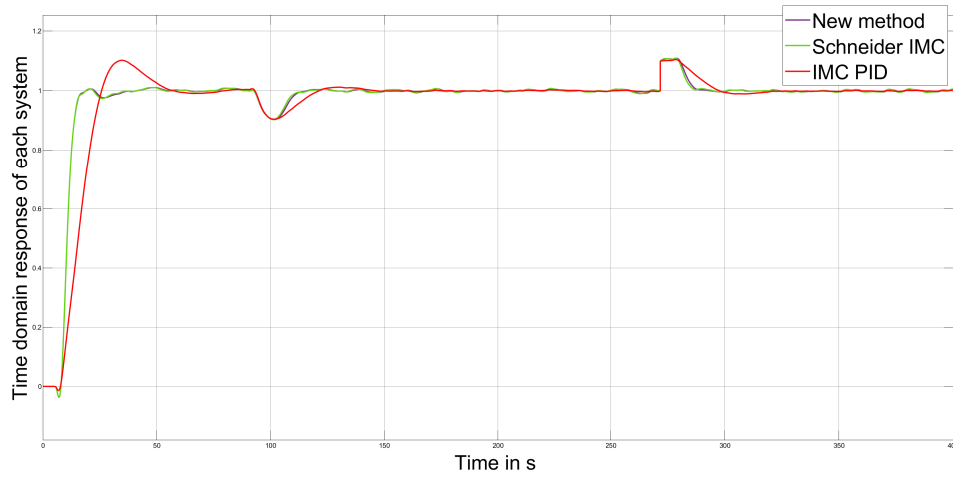


FIGURE 2.30 – Sortie du système pour les différentes méthodes

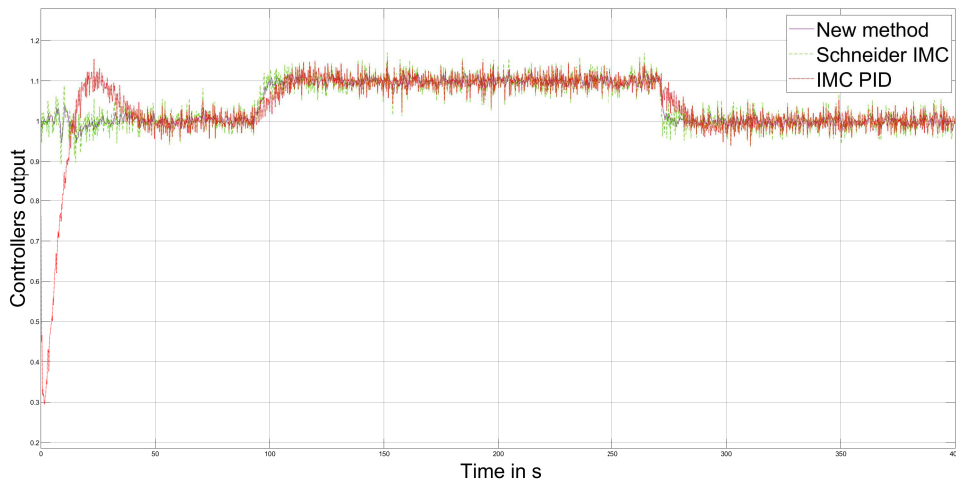


FIGURE 2.31 – Signaux de commande des différentes méthodes

### Systèmes oscillants avec retard

De la même manière que les systèmes amortis d'ordre élevé sont approchés par des FOPDT, les systèmes oscillants d'ordre élevé peuvent être modélisés par des systèmes SOPDT. Considérons la fonction de transfert oscillante d'ordre élevé proposée par les auteurs de [113] :

$$P(s) = \frac{16s^4 + 53.76s^3 + 535.6s^2 + 860.2s + 4096}{s^6 + 5.04s^5 + 52.42s^4 + 162.3s^3 + 838.7s^2 + 1290s + 4096} e^{-0.9s}$$

Une erreur de 10% sur l'estimation du retard est ajoutée au SOPDT identifié dans [113] :

$$\tilde{P}(s) = \frac{16.24}{s^2 + 0.6225s + 16.24} e^{-1s}$$

L'erreur dans le domaine temporel correspondant à cette approximation est  $\varepsilon = 8.2598 \cdot 10^{-4}$ . Pour régler le correcteur IMC de Schneider, le système doit être modélisé par un modèle du premier ordre avec retard. Nous devons donc réduire ce modèle, pour ce faire nous allons utiliser une des techniques présentée dans [114]. Le modèle réduit du système est le suivant :

$$\tilde{P}_r(s) = \frac{-5.993s + 48.45}{s + 48.45} e^{-1s}$$

Utilisons le modèle réduit  $\tilde{P}_r(s)$  pour régler l'IMC de Schneider et utilisons  $\tilde{P}(s)$  pour régler le PID IMC et la nouvelle méthode. Comme expliqué dans [115], le PID IMC peut être réglé à partir de modèles du premier ou du second ordre.

### 2.3. CONTRIBUTION AU CONTRÔLE DES SYSTÈMES INDUSTRIELS

---

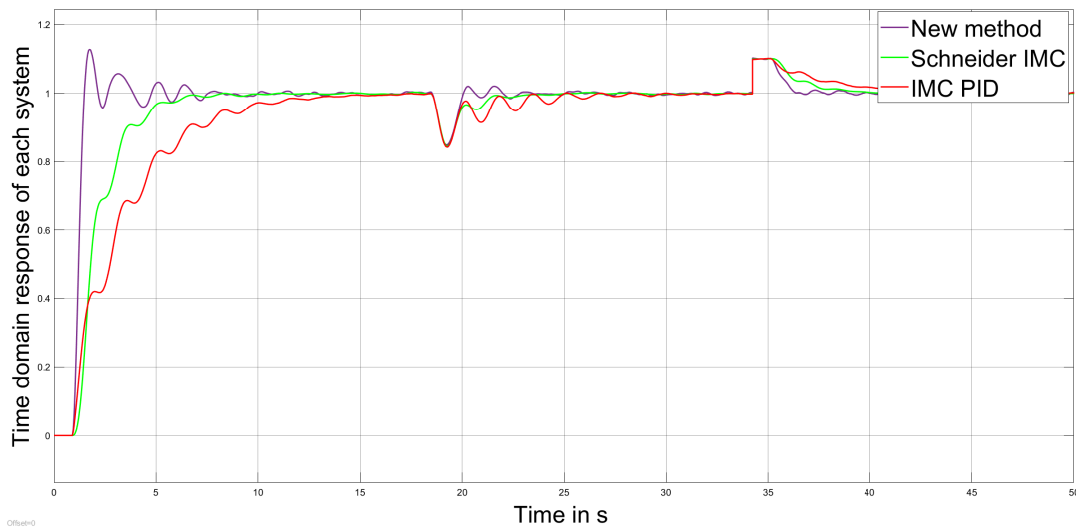


FIGURE 2.32 – Sortie du système pour les différentes méthodes

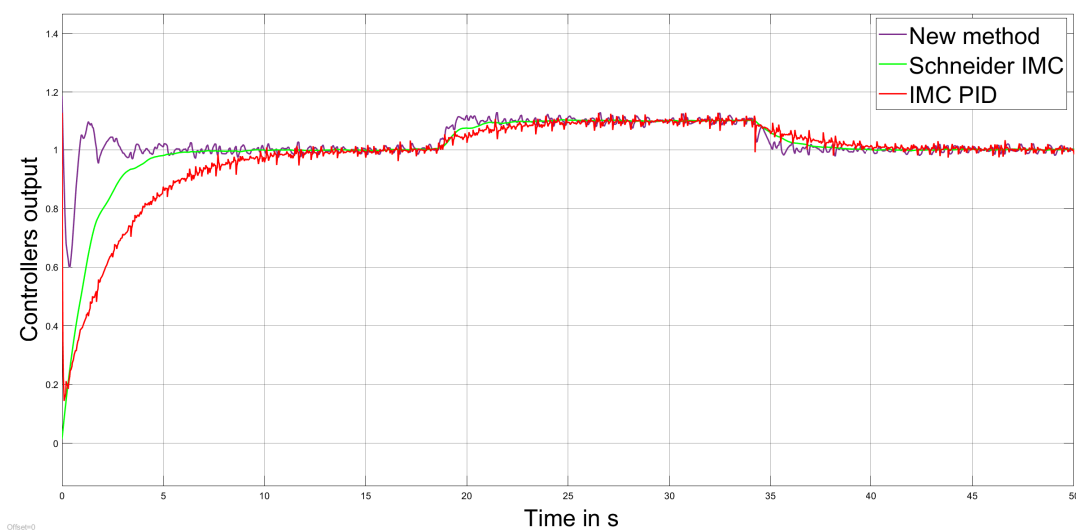


FIGURE 2.33 – Signaux de commande des différentes méthodes

Le facteur d'amortissement d'un pôle est donné par :

$$z = \frac{\Re(s_{pôle})}{|s_{pôle}|}$$

Dans cette simulation  $s_{pôle} = -0.3113 \pm 4.0179i$  ce qui conduit au facteur d'amortissement naturel  $z_{naturel} = 0.0772$ . Un pôle naturel aussi faiblement amorti provoque des oscillations au niveau de la sortie du procédé. La méthode proposée offre une meilleure réponse à un échelon et un meilleur rejet des perturbations que le correcteur de Schneider et le PID IMC, comme nous pouvons le voir à la figure 2.32. Le dépassement maximal de la réponse indicielle peut être ajusté en augmentant la valeur de  $\alpha$ . Le correcteur Schneider est moins sensible au bruit de mesure comme on peut l'observer sur la figure 2.33. Cela est dû au fait que le correcteur est presque un intégrateur pur (en raison de l'erreur de modélisation, un petit gain proportionnel peut conduire à un comportement instable en boucle fermée). Ainsi, l'amplitude du bruit du correcteur est plus faible qu'avec la nouvelle méthode. De plus, en raison de la réduction du modèle, la signification physique du paramètre de réglage est perdue dans le correcteur IMC de Schneider. L'avantage du placement des pôles est qu'il conserve une interprétation physique de l'ordre de grandeur par lequel la boucle fermée a été accélérée. Le nouveau facteur d'amortissement avec le placement de pôles est  $z_{bf} = 0,16$ , ce qui signifie que le correcteur a amélioré l'amortissement du système.

Cette simulation a été réalisée avec  $\alpha = 0.55$  pour  $M_m = 0.65$ .

### Systèmes intégrateurs

Un système intégrateur avec retard pur peut être modélisé par la fonction de transfert ci-dessous :

$$P(s) = \frac{K_m}{s} e^{-\tau s}$$

La simulation de la figure 2.34 montre que le réglage IMC PID systématique pour les procédés intégrateurs n'est pas aussi efficace que l'IMC de Schneider et la nouvelle méthode proposée. On peut également remarquer que les performances du correcteur proposé sont assez similaires à celles de celui proposé par Schneider. L'avantage du nouveau correcteur est que nous pouvons utiliser la même architecture que précédemment. Ainsi la philosophie de réglage est la même que pour les deux cas précédents. Alors que pour le Schneider IMC, la stratégie de contrôle est complètement différente et deux paramètres doivent être réglés au lieu d'un.

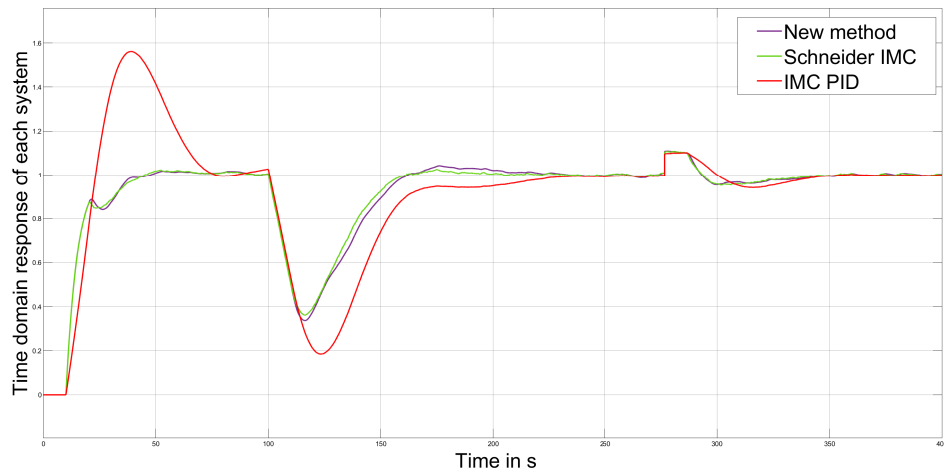


FIGURE 2.34 – Sortie du système pour les différentes méthodes

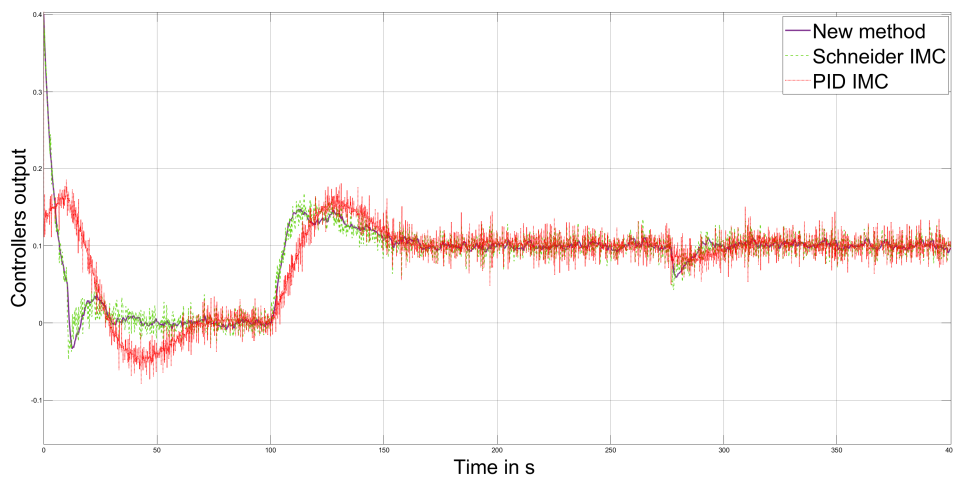


FIGURE 2.35 – Signaux de commande des différentes méthodes

Enfin, en analysant le signal de commande de la figure 2.35, il est important de remarquer que grâce au filtrage intégré dans le prédicteur RST, la réponse de l'actionneur est lissée.

La simulation a été effectuée avec  $\alpha = 0.4$  pour  $M_m = 0.55$ .

## 2.4 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre introduit dans un premier temps les notions de performance et robustesse pour la commande des systèmes industriels. Ensuite, nous avons modélisé la combustion des ordures ménagères dans le but de contrôler un incinérateur d'ordures ménagères en utilisant la commande linéaire quadratique. Bien que simpliste, le modèle permet de rendre compte de certains phénomènes physiques et la commande qui en découle réagit de manière cohérente avec ce qui est attendu. Enfin nous avons proposé une architecture de commande basée sur le prédicteur de Smith modifié et le correcteur RST qui permet de contrôler des systèmes stables, instables et intégrateurs avec ou sans retard. La méthode de réglage présentée est facile à mettre en œuvre car elle utilise un paramètre unique  $\alpha$ , qui correspond à la droite de rapidité minimale du placement de pôles. La méthode de réglage a une interprétation physique car elle est basée sur l'accélération de la plus grande constante de temps du processus. Le correcteur a été testé sur des systèmes retardés amortis et oscillants d'ordre élevé ainsi que sur des systèmes intégrateurs. Ses performances ont été comparées à un PID réglé par une méthode IMC et aux correcteurs IMC utilisés actuellement par Schneider (un pour les procédés stables et un autre pour les procédés intégrateurs). Le correcteur proposé a les mêmes performances de vitesse que les deux IMC de Schneider pour les procédés amortis et intégrateurs mais présente une meilleure robustesse et performance avec les systèmes oscillants. Grâce à la fonction de filtrage et à la validation du correcteur avec la marge de module  $M_m$  la nouvelle méthode assure une meilleure robustesse. La méthode proposée a l'avantage d'utiliser la même structure de contrôle pour différents types de systèmes, offrant ainsi une mise en œuvre pratique et facile sur un automate industriel. Il nous reste à aborder le dernier aspect important afin de garantir une performance optimale du procédé considéré qui est la maintenance des équipements.

## Chapitre 3

# Diagnostic prédictif dans le monde industriel

### Contenu

---

<b>3.1</b>	<b>Diagnostic prédictif dans l'industrie</b>	<b>168</b>
3.1.1	La maintenance des systèmes industriels	168
3.1.2	Diagnostic, pronostic et maintenance	171
<b>3.2</b>	<b>Différentes techniques pour le diagnostic prédictif</b>	<b>177</b>
3.2.1	Méthodes quantitatives pour le diagnostic des défauts	177
3.2.2	Méthodes qualitatives pour le diagnostic des défauts	185
3.2.3	Méthodes basées sur les données historiques	192
<b>3.3</b>	<b>Contribution dans la détection et le diagnostic des défauts</b>	<b>198</b>
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>201</b>

---



## 3.1 Diagnostic prédictif dans l'industrie

### 3.1.1 La maintenance des systèmes industriels

Nous avons vu que lorsqu'un procédé est mis en service, il évolue au cours du temps du fait de son vieillissement ou des contraintes subies lors de son fonctionnement. Cela signifie que le modèle identifié lors de la mise en service changera au cours du temps, rendant la correction de moins en moins performante. Afin de garantir que le fonctionnement du procédé sera le même qu'au moment de sa mise en service, nous devons le maintenir. La maintenance est une partie importante si ce n'est la plus importante dans le cycle de vie d'une machine. En effet, la vraie production de l'usine sera entièrement dépendante de la qualité de la maintenance des machines. Il ne sert à rien d'acheter une machine sur-performante si elle passe la plupart de son temps en arrêt technique car cela engendrerait plus de pertes que de profits. Nous pouvons alors comprendre que cette notion de maintenance est au cœur de la problématique industrielle. La maintenance peut être définie par la normative européenne **NF EN 13306 X 60-319** comme suit :

**Maintenance** : ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise.

Les machines utilisées dans les procédés industriels doivent pouvoir comprendre ce que l'humain leur demande de faire, c'est pourquoi chaque machine possède un logiciel qui lui permet de traduire les actions humaines en instructions interprétables. Nous pouvons alors définir deux branches principales dans la maintenance d'un procédé industriel qui sont :

- la maintenance du matériel
- la maintenance du logiciel

#### Différents types de maintenance du matériel

Il existe deux façons complémentaires de mettre en place les actions de maintenance pour des machines. Soit nous intervenons lorsque l'équipement est défaillant, on parle dans ce cas de **maintenance corrective**, soit nous intervenons avant que celui-ci ne soit défaillant, on parle alors de **maintenance préventive**. Le premier type de maintenance est définie comme suit :

### 3.1. DIAGNOSTIC PRÉDICTIF DANS L'INDUSTRIE

---

**Maintenance corrective** : action de maintenance exécutée après détection d'une panne et destinée à remettre un bien dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise. Nous pouvons alors distinguer deux catégories de **maintenance corrective** qui sont :

1. **Maintenance palliative** : action de maintenance corrective destinée à permettre à un bien d'accomplir provisoirement tout ou partie d'une fonction requise. Appelée couramment «dépannage», la maintenance palliative est principalement constituée d'actions à caractère provisoire qui doivent être suivies d'actions curatives.
2. **Maintenance curative** : action de maintenance corrective destinée à rétablir un matériel ou une entité dans un état spécifié ou de lui permettre d'accomplir une fonction requise. Le résultat des activités réalisées doit présenter un caractère permanent.

En général nous souhaitons connaître l'état de santé de son équipement afin de pouvoir mener une action de maintenance avant qu'une défaillance critique n'ait lieu. La deuxième façon de maintenir un équipement est donc de le faire de manière préventive :

**Maintenance préventive** : action de maintenance exécutée à des intervalles prédéterminés ou selon des critères prescrits et destinée à réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un bien. Nous pouvons alors distinguer deux catégories de **maintenance préventive** qui sont :

1. **Maintenance systématique** : action de maintenance préventive exécutée à des intervalles de temps préétablis ou selon un nombre défini d'unités d'usage mais sans contrôle préalable de l'état du bien. Nous pouvons effectuer ces actions suivant un calendrier ou une périodicité d'usage.
2. **Maintenance conditionnelle** : action de maintenance préventive basée sur une surveillance du fonctionnement du bien et/ou des paramètres significatifs de ce fonctionnement intégrant les actions qui en découlent. Nous réalisons ce type d'action à la suite de mesures qui sont révélatrices de l'état de dégradation de l'équipement.

Dans un cadre industriel ce qui nous intéresse est de pouvoir prédire le moment où notre équipement sera défaillant. Ceci afin d'optimiser le compromis production/temps de maintenance. En effet, si nous faisons la maintenance trop souvent nous engendrons des surcoûts. Si au contraire notre machine est sous-entretenu, nous allons avoir des pertes conséquentes dues aux arrêts de production suite à une défaillance critique. C'est pourquoi dans l'industrie un intérêt particulier est porté à une sous-catégorie de la **maintenance conditionnelle** qui se nomme **maintenance prévisionnelle** et est définie comme suit :

**Maintenance prévisionnelle** : action de maintenance préventive et conditionnelle exécutée en suivant les prévisions extrapolées de l'analyse et de l'évaluation de paramètres significatifs de la dégradation du bien. Par exemple, si nous connaissons le mode de dégradation de la machine nous pouvons prévoir le temps de production restant de la machine avant une défaillance critique.

#### Différents types de maintenance du logiciel

Pour les logiciels, nous avons trois actions complémentaires de maintenance qui sont la **maintenance corrective**, la **maintenance adaptative** et la **maintenance évolutive**. Le premier type de maintenance est une adaptation de celle déjà évoquée pour les machines à savoir :

**Maintenance logicielle corrective** : comme pour les machines, il s'agit d'une action de maintenance qui consiste à corriger les défauts de fonctionnement et les non-conformités d'un logiciel, sa définition reste la même que pour les machines.

Le deuxième type de maintenance vise plutôt à permettre au logiciel de s'adapter à son environnement changeant et est définie comme suit :

**Maintenance adaptative** : action de maintenance qui consiste à faire évoluer une application logicielle lorsque son environnement change, afin d'assurer la continuité de fonctionnement du logiciel mais elle ne vise pas à en modifier les fonctionnalités.

Le dernier type de maintenance logicielle consiste à modifier les fonctionnalités du logiciel afin qu'il remplisse des tâches supplémentaires. Sa définition est donnée par :

**Maintenance évolutive** : action de maintenance qui consiste à faire évoluer une application, par exemple à la suite de demandes d'utilisateurs, pour modifier son comportement ou pour proposer de nouvelles fonctions. Il est important de noter que modifier une application pour qu'elle remplisse le même rôle quand les technologies avec lesquelles elle doit interagir ont évolué ne relève pas de la maintenance évolutive, mais de la maintenance adaptative. La **maintenance logicielle évolutive** consiste donc à :

- améliorer (voire à redévelopper) des fonctions existantes d'une application ;
- développer de nouvelles fonctionnalités pour faire face à de nouvelles exigences.

Cette définition est à la limite de la maintenance car cette dernière consiste précisément à assurer qu'un bien continue de remplir sa fonction correctement, non à l'améliorer. Mais dans le cadre d'un logiciel cette limite est plus floue que dans le cadre d'une machine ainsi nous pourrions utiliser le terme de maintenance pour ce type d'action. Dans le cadre de notre étude nous allons nous limiter à la maintenance du matériel et plus particulièrement à la maintenance conditionnelle. Si le lecteur

souhaite poursuivre l'étude de ce type de maintenance il peut se référer à [116]. Dans ce qui suit nous allons introduire les notions de diagnostic et de pronostic et nous préciserons le lien qu'elles entretiennent avec la maintenance conditionnelle.

#### 3.1.2 Diagnostic, pronostic et maintenance

Avant d'expliquer plus en détail les notions de **pronostic** et de **diagnostic** nous pouvons examiner la figure 3.1 qui résume la chaîne d'information depuis la valeur issue du capteur jusqu'à la maintenance de la machine, en passant par la phase de diagnostic et de pronostic. Ce schéma nous permet d'avoir une vue d'ensemble des notions que nous allons aborder par la suite et de leur lien avec la maintenance.

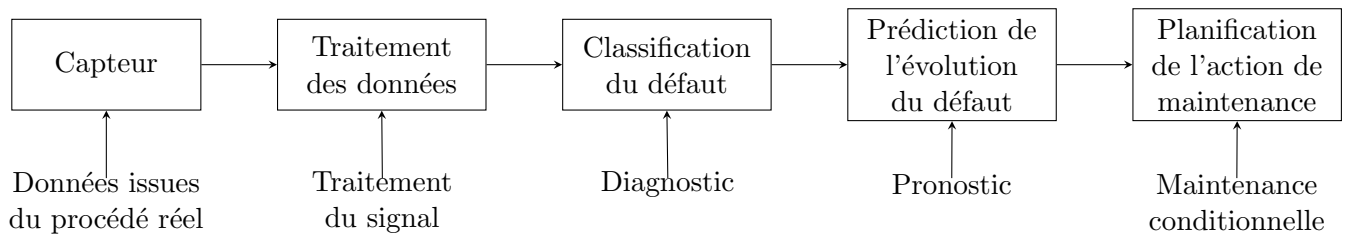


FIGURE 3.1 – Chaîne d'information et de décision depuis la mesure jusqu'à la maintenance

Nous pouvons donc voir que la mesure brute est d'abord traitée avant d'en extraire certaines caractéristiques nous permettant de mieux qualifier l'état de fonctionnement de la machine ou du procédé. Ces caractéristiques sont analysées par un classificateur de défaut qui dira si oui ou non le système est en défaut, et, si c'est le cas, de quel type de défaut il s'agit. Une fois l'état du système connu nous pouvons utiliser une prédiction du modèle (pronostic) pour évaluer quelle sera l'évolution future du système. Ce modèle d'évolution pourra par exemple être fonction du type de défaut. Enfin cette prédiction de l'évolution de l'état de santé de la machine va nous permettre de planifier une maintenance qui permettra d'optimiser le coût total entre réparation et manque à gagner du fait de l'arrêt de production. Une étude approfondie de cette approche diagnostic/pronostic est proposée par les auteurs de [117], si le lecteur souhaite approfondir ces notions il pourra s'y référer.

#### Le pronostic de défaillance

Le **pronostic** désigne une technique utilisée dans le cadre de la maintenance prévisionnelle des systèmes industriels. Cette dernière est une sous-discipline de la **maintenance conditionnelle**, et suscite un très grand intérêt dans le monde industriel [118]. Comme nous l'avons vu précédemment,

le pronostic a pour objectif d'estimer la durée de fonctionnement avant défaillance ou durée de vie résiduelle (en anglais *remaining useful life* ou RUL) ainsi que le risque d'existence ou d'apparition ultérieure d'un ou de plusieurs modes de défaillance. Il existe différentes techniques pour le pronostic des défaillances. Nous pouvons citer parmi les plus connues :

- Les méthodes fondées sur un modèle physique de la défaillance du système : dans ce cas nous allons utiliser des modèles issus des équations de la physique [119], ou de modèles de connaissance. Les techniques les plus utilisées sont les modèles auto-régressifs et à moyenne mobile (ARMA), les filtres de Kalman (classique, étendu et sans parfum) et le filtrage particulaire [120].
- Les méthodes basées sur une approche probabiliste de la défaillance : elle se base sur l'historique des défaillances connues du système, l'objectif étant de trouver la fonction de densité de probabilité des défaillances qui requiert moins d'informations que les modèles nécessitant la connaissance des paramètres physiques. Cependant il faut pour cela avoir connaissance des différents modes de défaillance et avoir fait le lien entre les valeurs du procédé et le mode de défaillance en question.
- Les méthodes basées sur les données historiques : dans le cas où nous n'avons accès ni à un modèle de connaissance ni à une classification des défauts mais tout simplement à des séries temporelles, nous pouvons utiliser des estimateurs d'état non-linéaires. Par exemple, des réseaux de neurones [121] ou la logique floue permettent de mettre en place des estimateurs d'état afin de détecter des dérives du procédé. Nous pouvons aussi utiliser des techniques d'apprentissage automatique comme le SVM (machines à support de vecteur) [122].

Chacune de ces approches a ses avantages et ses inconvénients. L'approche basée sur les données statistiques est facile à mettre en œuvre, mais des mises à jour fréquentes sont nécessaires car de nouveaux modes de défaillance qui ne sont pas encore répertoriés dans la base de données peuvent survenir. L'approche basée sur les données historiques doit transformer des données bruitées de grande dimension en données de plus faible dimension utile pour le pronostic. Cette dernière dépend énormément de la quantité et de la qualité des données opérationnelles et nécessitent donc un espace de stockage important. Dans la mesure où nous n'utilisons aucune connaissance a priori du fonctionnement de la machine, il faut s'assurer que les défauts que nous souhaitons identifier peuvent l'être avec les capteurs disponibles. Les approches de pronostic basées sur des modèles de connaissance peuvent

être difficiles à mettre en place car en général le modèle physique de la défaillance n'est pas disponible. Cependant, lorsque c'est le cas, ils peuvent être particulièrement efficaces. En effet, ces méthodes permettent d'identifier l'évolution de tous les paramètres du système et d'évaluer leur effet sur ce dernier. Le choix de l'approche à privilégier dépendra donc de la connaissance du comportement du système, de ses mécanismes de dégradation et des données disponibles.

### Le diagnostic de défaillance

La première étape dans la **maintenance prévisionnelle ou prédictive** est l'identification d'un défaut. En effet, il faut d'abord pouvoir être capable d'identifier que le système ne se trouve pas dans un fonctionnement nominal avant d'effectuer sa maintenance. Ce sujet fait l'objet de beaucoup de publications récentes, si le lecteur souhaite une introduction à ce genre de techniques il pourra se référer à [123] et [124]. Dans le cadre des travaux de cette thèse, nous allons nous concentrer sur le diagnostic des systèmes industriels. Il existe trois techniques différentes de diagnostic à savoir les méthodes quantitatives [125], les méthodes qualitatives [126] et les méthodes basées sur les données historiques [127]. La figure 3.2 ci-dessous montre la classification des différentes techniques de diagnostic de défaillance avec quelques exemples d'algorithmes :

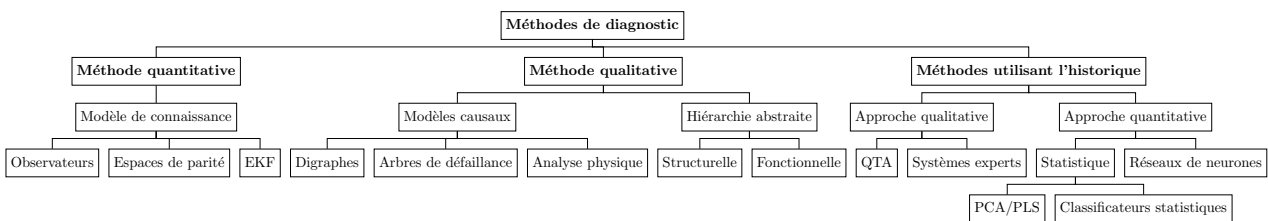


FIGURE 3.2 – Classification des différentes techniques de diagnostic

Avant de détailler dans ce qui suit les différentes techniques de diagnostic de défaillance, nous allons ici donner quelques critères importants qui permettront de juger de la qualité de la méthode de diagnostic utilisée. Même si tous les critères sont rarement respectés par la plupart des systèmes de diagnostic, ils permettent tout de même de comparer différentes méthodes existantes et d'en déduire laquelle est la plus fiable et pertinente par rapport à une application donnée. Avant de présenter ces critères nous allons nous attarder sur deux concepts fondamentaux pour un classificateur de défaillances qui sont l'**exhaustivité** et la **précision**. Lorsqu'une anomalie est détectée dans le procédé, un système de diagnostic va proposer plusieurs hypothèses qui peuvent expliquer son comportement anormal.

Un système de diagnostic est dit **exhaustif** si la vraie défaillance du système se trouve dans la liste proposée par ce dernier. De même, un système de diagnostic est dit **précis** lorsque la liste des défaillances possibles est petite. Nous comprenons alors que ces deux notions sont complémentaires, en effet, un système peu exhaustif et très précis peut nous donner des faux diagnostics car la vraie défaillance peut ne pas se trouver dans la liste proposée par l'algorithme et à l'inverse un système très exhaustif mais peu précis va nous fournir beaucoup trop d'hypothèses et ne nous aidera pas énormément dans la recherche de la cause de la défaillance. Il faudra donc toujours trouver un bon compromis entre exhaustivité et précision. Nous allons désormais nous intéresser aux 10 critères qui vont nous permettre d'évaluer la performance d'un système de diagnostic.

1. **Détection et diagnostic rapide** : le système de diagnostic doit réagir, détecter et diagnostiquer le plus rapidement possible les dysfonctionnements de la machine. Cependant, une réponse rapide et une bonne performance dans la détection des défaillances sont deux objectifs contradictoires [128]. En effet, un système conçu pour détecter une panne rapidement (en particulier des changements brusques) va être sensible aux hautes fréquences. Cela rend le système sensible au bruit et peut conduire à un nombre important de fausses alarmes pendant le fonctionnement normal, ce qui dégrade la qualité du système de diagnostic. Ce compromis est analogue à celui que nous avons vu précédemment entre robustesse et performance pour le contrôle des systèmes industriels.
2. **Isolabilité** : il s'agit de la capacité du système de diagnostic à distinguer les différentes défaillances. Dans des conditions idéales exemptes de bruit et d'incertitudes de modélisation, ceci revient à dire que le classificateur doit être capable de générer une sortie orthogonale aux défauts qui n'ont pas eu lieu. Bien sûr, la capacité du classificateur à isoler les défauts dépend dans une large mesure du procédé étudié. Il y a aussi un compromis entre l'isolabilité et le rejet des incertitudes de modélisation. Un classificateur avec un haut degré d'isolabilité aura tendance à considérer les erreurs de modélisation comme des vrais défauts. Inversement si le degré d'isolabilité est faible, nous ne prendrons pas en compte les erreurs de modélisation mais certains défauts ne seront pas détectés.
3. **Robustesse** : on voudrait que le système de diagnostic soit robuste pour divers bruits et incertitudes. Il est plus intéressant d'avoir un système dont les performances se dégradent progressivement plutôt que brutalement. La robustesse consiste donc à choisir des seuils plutôt

conservateurs de telle sorte à ce qu'une erreur de modélisation ou un bruit n'entraîne pas une fausse détection de défaillance. Toute la difficulté résidera donc dans l'équilibre entre robustesse et performance.

4. **Identifiabilité de nouveaux défauts** : l'une des exigences minimales d'un système de diagnostic est de pouvoir décider, compte tenu de l'état présent du procédé, si ce dernier fonctionne normalement ou anormalement. Si le fonctionnement est anormal, le système de diagnostic doit alors indiquer s'il s'agit d'un mode de défaillance connu ou d'un nouveau mode de défaillance inconnu. Ce critère est connu sous le nom d'identifiabilité de la nouveauté. Dans la plupart des cas, des données suffisantes peuvent être disponibles pour modéliser le comportement normal du procédé. Cependant, en général, nous disposons de peu de données couvrant les fonctionnements défectueux du système. Ainsi, il est plus complexe d'avoir un modèle fiable des modes de défaillance, ce qui complique l'identifiabilité de la nouveauté.
5. **Fiabilité de la défaillance détectée** : une exigence pratique et importante pour un système de diagnostic est sa fiabilité, afin que l'utilisateur lui fasse confiance. Pour ce faire, le système pourrait fournir une estimation a priori de l'erreur de classification qui peut exister par rapport au phénomène détecté. Ce calcul d'intervalle de confiance dans le diagnostic est très important pour que l'utilisateur se fie davantage au système et le considère comme fiable.
6. **Adaptabilité** : le système de diagnostic doit pouvoir s'adapter aux changements de mode opératoires (changement de recette), de production (augmentation de la cadence de production), de procédé (modification ou modernisation de l'installation). Pour ce faire, ce dernier devrait permettre d'ajouter progressivement des nouveaux modes de fonctionnement et de défaillances en fonction des nouvelles données historiques disponibles.
7. **Facilité d'explication** : outre la possibilité d'identifier la source de la défaillance, un système de diagnostic doit également fournir des explications sur la manière dont le défaut est né et s'est propagé jusqu'à l'état présent. C'est un point très important dans la conception de systèmes d'aide à la décision en ligne. Cela nécessite la capacité de raisonner sur la relation de cause à effet entre les différents paramètres du procédé. Un système de diagnostic doit justifier ses recommandations afin que l'opérateur puisse évaluer et agir en conséquence en utilisant son expérience. Le système de diagnostic doit donc non seulement justifier pourquoi certaines hypothèses ont été proposées mais aussi expliquer pourquoi d'autres hypothèses ont été écartées.



8. **Besoin en modélisation** : la complexité du modèle, dans la mise en place d'un classificateur de diagnostic, est un problème important. En effet, si nous voulons garantir un déploiement rapide et facile du classificateur de diagnostic en temps réel, l'effort de modélisation doit être aussi minime que possible.
  
9. **Puissance de calcul et mémoire de stockage nécessaire** : le système de diagnostic devra présenter un bon compromis entre puissance de calcul requise pour faire tourner le modèle en temps réel et capacité de stockage.
  
10. **Détection de défaillances multiples** : la capacité à identifier plusieurs défauts est un critère à la fois important et difficile à garantir. Ceci est dû à l'interaction entre les différentes défaillances d'un système. Dans la pratique, les systèmes ne sont pas linéaires ce qui entraîne que la défaillance globale soit plus grave que la somme individuelle des défaillances, on parle alors d'effet synergique. Ceci rend la tâche d'identification de plusieurs défauts plus compliquée. Enfin, l'énumération de toutes les possibilités de défauts peut devenir très contraignante d'un point de vue combinatoire lorsque nous avons affaire à un procédé possédant une grande quantité de modes de défaillance. Il faudra donc trouver un compromis.

Dans ce qui suit nous allons utiliser le modèle actionneur-système-capteur qui est illustré à la figure 3.3

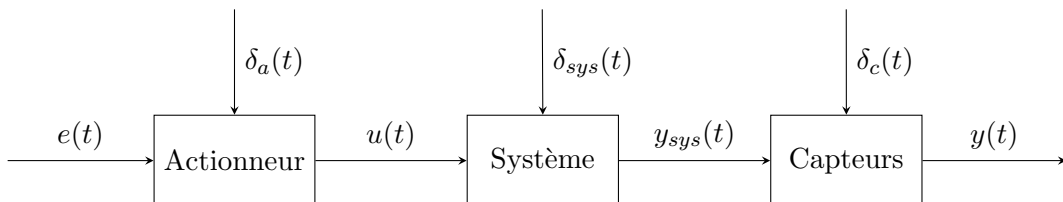


FIGURE 3.3 – Schéma de la décomposition actionneur-système-capteur

Les signaux  $\delta$  modélisent ici les phénomènes de défaillance. Ce modèle permet de visualiser l'origine de toutes les défaillances possibles. Les méthodes de diagnostic détaillées dans la suite s'inspirent de ce schéma pour détecter et isoler les défauts.

## 3.2 Différentes techniques pour le diagnostic prédictif

### 3.2.1 Méthodes quantitatives pour le diagnostic des défauts

Les méthodes quantitatives sont fondées sur le modèle existant du procédé dont nous faisons le diagnostic. Ce modèle peut être par exemple une représentation fréquentielle, une représentation d'état ou une représentation boîte noire d'entrées-sorties génériques. Dans ce qui suit, nous allons surtout nous concentrer sur des techniques issues de la représentation d'état, car ce sont celles qui présentent le meilleur compromis entre complexité de calcul et fiabilité. Elles peuvent être implémentées pour le diagnostic en temps réel d'un système. Ces techniques de diagnostic sont basées sur un principe de base qui s'appelle la **redondance analytique** et le calcul de **résidus**. En couplant un modèle de connaissance à ces deux notions précédentes nous pouvons créer un système de diagnostic.

#### 3.2.1.1 Redondance analytique et résidus

Considérons pour simplifier le propos le système linéaire  $\mathcal{S}$  sous sa représentation d'état :

$$\mathcal{S} : \begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

avec  $x(t)$  le vecteur d'état du système à l'instant  $t$ ,  $u(t)$  vecteur d'entrée du système et  $y(t)$  vecteur de sortie du système.  $A$ ,  $B$ , et  $C$  étant respectivement les matrices d'état, de commande et d'observation du système.

Le résidu du système  $\mathcal{S}$  est défini comme suit :

**Résidu  $\rho$  d'un système  $\mathcal{S}$**  : il s'agit d'un signal  $\rho(t, x, u, y)$  qui reflète la cohérence des données mesurées de  $x, u$  et  $y$  vis-à-vis d'un modèle. Soit  $\varepsilon_{seuil} \in \mathbb{R}_+^*$  un seuil de cohérence. Alors le système ne présente pas de fonctionnement anormal tant que  $|\rho(t, x, u, y)| < \varepsilon_{seuil}$

Nous pouvons grâce à la notion de résidu, définir la défaillance d'un système comme suit :

**Défaillance d'un système** : soit  $\mathcal{R}$  l'ensemble des résidus disponibles, nous dirons qu'il y a une défaillance à l'instant  $t$  si ,  $\forall t \in \mathbb{R}_+^*, \forall \rho \in \mathcal{R}, |\rho(t)| > \varepsilon_{seuil}$

Soit  $\mathcal{F} = \{f_1, \dots, f_m\}$  l'ensemble des défauts connus. Afin de pouvoir isoler un défaut  $f_i$  il faut dans un premier définir la structure d'un résidu par rapport à un ensemble de défaillances :

### 3.2. DIFFÉRENTES TECHNIQUES POUR LE DIAGNOSTIC PRÉDICTIF

**Structure d'un résidu**  $\rho$  : soit  $\mathcal{F}$  un ensemble de défaillances anticipées (connues), la **structure** d'un résidu  $\rho$  est

$$struct(\rho) = [b_1, b_2, \dots, b_m]$$

où  $\forall i, b_i = 1$  si  $\rho$  est affectée par la présence de  $f_i$ . Cette structure est dite robuste par rapport à un sous-ensemble de défauts  $\mathcal{F}' \subset \mathcal{F}$  si et seulement si  $\forall f_i \in \mathcal{F}', b_i = 1$  si  $\rho$  est non-affectée par la présence de  $f_i$ . Lorsque  $b_i = 1$  on dit que la faute  $f_i$  affecte le résidu  $\rho$  et inversement lorsque  $b_i = 0$  on dit que le résidu  $\rho$  est **non affecté** par la présence de la faute  $f_i$ .

Nous pouvons désormais, grâce à la structure des résidus et à l'ensemble des défaillances connues, définir la signature d'une défaillance afin de pouvoir l'identifier :

**Signature d'une défaillance** : soient  $\mathcal{F} = \{f_1, \dots, f_m\}$  un ensemble de défauts anticipés et  $\mathcal{R} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\}$  l'ensemble des structures des résidus associés à  $\mathcal{F}$ , la **matrice de défaillance du système** est construite en mettant en ligne les structures des résidus. La **signature d'une faute**  $f_i$  est alors donnée par la colonne associée à cette faute.

Considérons l'exemple suivant, soit  $\mathcal{F} = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ ,  $\mathcal{R} = \{\rho_1, \rho_2\}$  tel que  $struct(\rho_1) = [1001]$  et  $struct(\rho_2) = [0101]$ . La matrice des signatures a la forme suivante :

$$\begin{array}{ccccc} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \\ \rho_1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \rho_2 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Nous pouvons définir les entrées agissant sur le système comme étant :

Notation	Type	Propriétés
$u(t)$	Commande	Déterministe et connu
$d(t)$	Perturbation	Déterministe et inconnu
$\delta(t)$	Défaillance	Déterministe et inconnu
$b(t)$	Bruit	Déterministe et inconnu

Nous pouvons alors définir le système étendu  $\mathcal{S}'$  comme suit :

$$\mathcal{S}' : \begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + F_x \cdot \delta(t) + E_x \cdot b(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + F_y \cdot \delta(t) + E_y \cdot b(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

Où  $F_x$  et  $F_y$  sont des matrices de défaillance et  $E_x$  et  $E_y$  sont des matrices de bruit.

#### Relations de redondance analytique (RRA)

Une **relation de redondance analytique** ou **RRA** est une relation ne faisant intervenir que des variables disponibles. L'existence d'une RRA est conditionnée par les trois critères suivants :

- la capacité à extraire analytiquement du modèle  $\mathcal{S}$  une telle relation ;
- la capacité à éliminer analytiquement les variables non disponibles ;
- le niveau de redondance de l'information.

Nous pouvons donc définir une RRA comme suit :

**RRA** : la forme générique d'une RRA  $\omega$  est donnée en considérant une fenêtre temporelle  $[t - \tau, t]$  pour laquelle :

$$\omega[y(t, t - \tau), u(t, t - \tau), (P), \delta(t, t - \tau), b(t, t - \tau)] = 0 \quad (3.3)$$

où  $(P)$  représentent les paramètres du modèle.

Soit  $\omega$  une RRA. Nous pouvons toujours décomposer  $\omega$  en deux parties :

1. Une partie mesurable, dite **forme de calcul** et notée  $\omega_c$  : il s'agit de l'ensemble des mesures d'entrées/sorties du système et des fonctions vectorielles sur ces variables.
2. Une partie évaluable, dite **forme d'évaluation** et notée  $\omega_e$  : il s'agit des variables que l'on cherche à évaluer (les défauts) et les variables qui peuvent être estimées à partir des mesures.

Nous pouvons alors extraire un résidu d'une RRA comme suit :

**Extraction d'une RRA** : Soit  $\omega = \omega_c - \omega_e$  une RRA, le résidu  $\rho(t)$  est défini comme la valeur commune des deux membres  $\omega_c$  et  $\omega_e$  de manière à ce que :

$$\omega_c = \rho(t) = \omega_e \quad (3.4)$$

L'évaluation de  $\rho$  se fait par sa forme de calcul  $\omega_c$ . Le fonctionnement normal au temps  $t$  implique  $\delta(t, t - \tau) = 0$ . Nous pouvons alors évaluer le résidu normal comme suit :

$$\rho_{normal}(t) = \omega_e[y(t, t - \tau), u(t, t - \tau), (P), 0, b(t, t - \tau)] \quad (3.5)$$

Si de plus le bruit est nul  $b(t, t - \tau) = 0$ , le résidu devient facilement évaluable pour toute commande  $u(t, t - \tau)$ . Nous pouvons aussi faire des hypothèses sur la nature du bruit afin de l'évaluer, lorsqu'il n'est pas nul. La détection des défauts consistera donc à appliquer la règle fondamentale suivante :

$$\begin{cases} \rho(t) \notin [\rho_{normal}(t) - \varepsilon_{seuil}, \rho_{normal}(t) + \varepsilon_{seuil}] & \text{alors } \delta(t, t - \tau) \neq 0 \text{ il y a une défaillance} \\ \rho(t) \in [\rho_{normal}(t) - \varepsilon_{seuil}, \rho_{normal}(t) + \varepsilon_{seuil}] & \text{alors } \delta(t, t - \tau) = 0 \text{ il n'y a pas de défaillance} \end{cases}$$

Nous pouvons définir deux types de redondances :

- La **redondance statique** : elle se caractérise par le fait que la mesure au temps  $t$  du système est suffisante pour déterminer le résidu  $\rho(t)$ .
- La **redondance dynamique** : elle se caractérise par le fait que la mesure aux temps  $t - k\tau$ ,  $t - (k - 1)\tau, \dots, t$ ,  $\forall k \geq 1$  est suffisante pour déterminer le résidu  $\rho(t)$ .

Pour mieux comprendre reprenons le système  $\mathcal{S}'$  discrétisé pour lequel nous voulons trouver des RRA statiques :

$$\mathcal{S}' : \begin{cases} x(t+1) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + F_x \cdot \delta(t) + E_x \cdot b(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + F_y \cdot \delta(t) + E_y \cdot b(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

Soit  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  le nombre d'états inconnus du système. Soient  $m \in \mathbb{N}$  et  $\tilde{n} \in \mathbb{N}$  respectivement le nombre d'équations d'observation et le nombre de composantes de  $x$  dans cette dernière. Dans le cas des RRA statiques nous avons  $\tilde{n} \leq m$  (système d'équation surdéterminé). Il est alors possible de décomposer  $y$  comme suit :  $y = \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) \end{bmatrix}$  où  $(y_1(t), y_2(t)) \in \mathbb{R}^{\tilde{n}} \times \mathbb{R}^{m-\tilde{n}}$ . Nous pouvons alors réécrire le système comme suit :

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} F_{y_1} \\ F_{y_2} \end{bmatrix} \cdot \delta(t) + \begin{bmatrix} E_{y_1} \\ E_{y_2} \end{bmatrix} \cdot b(t) \quad (3.7)$$

Soit, en supposant que  $C_1$  est inversible :

$$x(t) = C_1^{-1} \cdot \left[ y_1(t) - F_{y_1} \delta(t) - E_{y_1} b(t) \right] \quad (3.8)$$

En reportant cette expression dans la deuxième partie (celle de  $C_2$ ) nous avons la RRA finale :

$$y_2(t) - C_2 C_1^{-1} y_1(t) - (F_{y_2} + C_1^{-1} F_{y_1}) \delta(t) - (E_{y_2} + C_1^{-1} E_{y_1}) b(t) = 0 \quad (3.9)$$

Les deux formes résultantes sont :

1. **la forme de calcul** (mesure) :

$$\rho(t) = \omega_c = y_2(t) - C_2 C_1^{-1} y_1(t) \quad (3.10)$$

2. **la forme d'évaluation** :

$$\rho(t) = \omega_e = (F_{y_2} + C_1^{-1} F_{y_1}) \delta(t) + (E_{y_2} + C_1^{-1} E_{y_1}) b(t) \quad (3.11)$$

Nous avons introduit dans ce qui précède les bases de la détection et de l'identification via les résidus et les RRA. Dans ce qui suit nous allons présenter différentes techniques qui se basent sur ce principe pour réaliser l'identification des défaillances.

#### 3.2.1.2 Approches basées sur un modèle de connaissance

Dans ce qui suit nous présentons quelques techniques fondées sur la construction d'un résidu.

##### Observateurs pour le diagnostic

Les méthodes utilisant les observateurs se basent sur le principe de comparaison entre la donnée mesurée  $y(t)$  et l'estimation de la donnée mesurée  $\tilde{y}(t)$ . Une étude approfondie des différentes techniques d'observateurs a été proposée par [129]. Ici nous allons nous contenter d'en expliquer le principe qui est illustré par le schéma de la figure 3.4 :

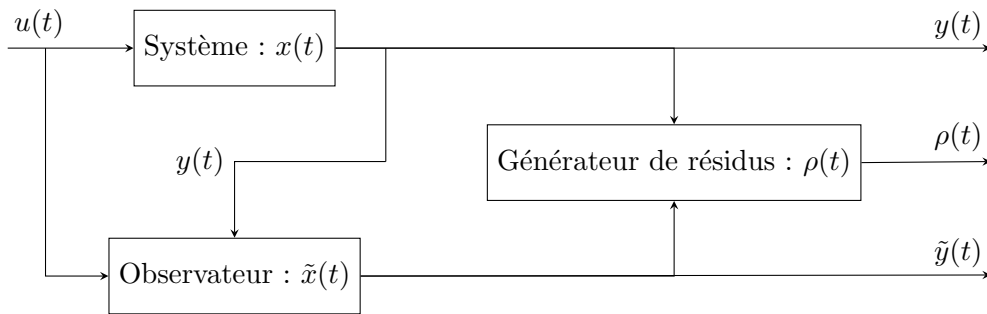


FIGURE 3.4 – Schéma de la décomposition actionneur-système-capteur

Nous avons les mesures réelles  $u(t)$  et  $y(t)$  et les mesures prédites  $\tilde{y}(t)$  qui nous permettent de construire le résidu  $\rho(t) = \tilde{y}(t) - y(t)$ . En reprenant l'exemple du système linéaire  $\mathcal{S}$  nous aurons le système modifié  $\mathcal{S}_{obs}$  :

$$\mathcal{S}_{obs} : \begin{cases} \tilde{x}(t+1) = A \cdot \tilde{x}(t) + B \cdot u(t) + L [y(t) - \tilde{y}(t)] \\ \tilde{y}(t) = C \cdot \tilde{x}(t) \end{cases} \quad (3.12)$$

Ce dernier simule le système réel sans défaut et bruit par l'intermédiaire d'une matrice de gain  $L$  qui corrige l'erreur faite entre l'estimateur et la valeur réelle. Nous pouvons alors calculer la différence entre les états réels et les états estimés  $\Delta x(t+1) = x(t+1) - \tilde{x}(t+1)$  et entre la sortie réelle et la

sortie estimée  $\Delta y(t) = y(t) - \tilde{y}(t)$  ce qui nous donne le nouveau système  $\mathcal{S}'_{obs}$  :

$$\mathcal{S}'_{obs} : \begin{cases} \Delta x(t+1) = (A - LC) \cdot \Delta x(t) + (F_x - LF_y) \cdot \delta(t) + (E_x - LE_y) \cdot b(t) \\ \Delta y(t) = C \cdot \Delta x(t) + F_y \cdot \delta(t) + E_y \cdot b(t) \end{cases} \quad (3.13)$$

Nous pouvons alors exprimer le résidus sous deux formes équivalentes :

1. **forme de calcul** (mesure) :

$$\rho(t) = \omega_c = y(t) - \tilde{y}(t) \quad (3.14)$$

2. **forme d'évaluation** :

$$\rho(t) = \omega_e = C \cdot \Delta x(t) + F_y \cdot \delta(t) + E_y \cdot b(t) \quad (3.15)$$

#### Espace de parité

Cette approche cherche comme précédemment à déterminer les résidus à calculer. Si le lecteur souhaite en apprendre plus sur les différentes applications de cette technique il pourra se référer à [130]. L'idée des espaces de parité peut se comprendre simplement en reprenant l'équation de la sortie du système  $\mathcal{S}'$  :

$$y(t) = C \cdot x(t) + F_y \cdot \delta(t) + E_y \cdot b(t) \quad (3.16)$$

Nous voulons éliminer le vecteur d'état  $x(t)$  et pour ce faire nous multiplions par une matrice non-nulle  $W$  telle que  $WC = 0$ . Ceci peut se traduire par le fait que nous cherchons une transformation  $W$  qui doit nous permettre de "mettre en parité les sorties et les entrées". En termes mathématiques résoudre  $WC = 0$  revient à trouver le noyau de  $C$  qui est **l'espace de parité**. La matrice  $W$  n'est pas unique, un exemple de matrice  $W$  a été déjà utilisé de manière masquée dans l'exemple donné lors de l'introduction aux RRA :

$$W = \begin{bmatrix} -C_2 C_1^{-1} & \mathbb{I} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Ainsi, en supposant que nous ayons trouvé un  $W$  vérifiant  $WC = 0$  il s'en suit que :

$$Wy(t) = WF_y \cdot \delta(t) + WE_y \cdot b(t) \quad (3.18)$$

### 3.2. DIFFÉRENTES TECHNIQUES POUR LE DIAGNOSTIC PRÉDICTIF

---

Lorsque la transformation  $W$  élimine une colonne de  $F_y$  nous dirons que la faute associée à cette colonne est indétectable. Les résidus peuvent encore une fois être exprimés sous ses deux formes comme suit :

1. **forme de calcul** (mesure) :

$$\rho(t) = \omega_c = W y(t) \quad (3.19)$$

2. **forme d'évaluation** :

$$\rho(t) = \omega_e = W F_y \cdot \delta(t) + W E_y \cdot b(t) \quad (3.20)$$

Dans [131] les auteurs ont démontré qu'une fois que le choix des paramètres de conception est fait, les équations issues de l'espace de parité et celles issues de la méthode des observateurs mènent à des résidus identiques ou équivalents.

#### Filtres de Kalman

Une autre solution pour détecter des défaillances est de représenter le système comme un processus stochastique en considérant que les perturbations sont des fluctuations aléatoires. Cette approche est justifiée par le fait que dans certains cas, il est plus aisé d'accéder à des caractéristiques statistiques du système qu'à un modèle physique déterministe. Cette technique fait alors intervenir l'estimateur d'état optimal qui n'est autre que le **filtre de Kalman**. Le filtre de Kalman représente, dans le formalisme d'état, un prédicteur optimal lorsque l'entrée et la sortie sont reliées par un modèle stochastique linéaire. Considérons la représentation d'état stochastique suivante :

$$\mathcal{S}_{stochastique} : \begin{cases} x(t+1) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + \eta(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + \omega(t) \end{cases} \quad (3.21)$$

avec :

- $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état stochastique de moyenne  $\mu_x$  et de variance  $\sigma_x^2$
- $\omega(t) \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'incertitude liée modèle qui est un bruit blanc gaussien
- $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur des signaux de commande
- $y \in \mathbb{R}^p$  le vecteur des signaux de sortie du système
- $\nu(t) \in \mathbb{R}^p$  le vecteur d'incertitude liée à la mesure qui est un bruit blanc gaussien
- $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  la matrice d'état



### 3.2. DIFFÉRENTES TECHNIQUES POUR LE DIAGNOSTIC PRÉDICTIF

---

—  $B \in \mathbb{M}_{n,m}(\mathbb{R})$  la matrice de commande

—  $C \in \mathbb{M}_{p,n}(\mathbb{R})$  la matrice d'observation

Par définition d'un bruit blanc Gaussien nous avons  $\mathbb{E}[\omega(t)] = \mathbb{E}[\nu(t)] = 0$ . La matrice de covariance  $R$  est définie comme suit :

$$R = \mathbb{E} \left[ \begin{pmatrix} \omega(t) - \mathbb{E}[\omega(t)] \\ \nu(t) - \mathbb{E}[\nu(t)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\omega(t) - \mathbb{E}[\omega(t)])^T & (\nu(t) - \mathbb{E}[\nu(t)])^T \end{pmatrix} \right] \quad (3.22)$$

Or puisque nous savons que  $\omega(t)$  et  $\nu(t)$  sont deux bruits blancs gaussiens nous pouvons simplifier l'équation précédente en :

$$R = \mathbb{E} \left[ \begin{pmatrix} \omega(t) \\ \nu(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^T(\tau) & \nu^T(\tau) \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \cdot \delta_{t-\tau} \quad (3.23)$$

où  $\delta_{t-\tau}$  est le symbole de Kronecker qui vaut 1 pour  $t = \tau$  et 0 ailleurs. En posant  $e(t) = y(t) - C \cdot \tilde{x}(t)$  l'erreur d'estimation ou l'**innovation**, le filtre de Kalman optimal est celui qui minimise la fonction  $J$  telle que :

$$J = \lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbb{E}[e^T(t)e(t)] \quad (3.24)$$

En supposant que l'état initial et les bruits sont des processus stochastiques conjointement Gaussiens, l'estimateur d'état optimal sera de la forme :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t+1) &= A \cdot \tilde{x}(t) + B \cdot u(t) + K(t) \cdot e(t) \\ \tilde{x}_0 &= \mu_x \end{aligned} \quad (3.25)$$

Le gain du filtre de Kalman  $K(t)$  est donné par la formule :

$$K(t) = [A\Sigma(t)C^T + R_{12}] \cdot [C\Sigma(t)C^T + R_{22}]^{-1} \quad (3.26)$$

Ici  $\Sigma(t) \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  est la matrice de covariance liée à l'erreur faite sur l'état du système. Afin d'isoler un défaut il est possible d'utiliser un ensemble de filtres de Kalman qui couvrent l'ensemble des modifications possibles du système comme le montre les auteurs de [132]. Nous pouvons aussi utiliser le filtre de Kalman étendu (EKF) pour le diagnostic des défaillances de [133].

Les techniques analytiques ou quantitatives que nous venons de présenter s'appliquent au cas de systèmes linéaires mais aussi à une certaine classe de systèmes non-linéaires. Cependant ce genre d'approche peut devenir très lourde et difficile à déployer en temps réel lorsque nous avons à faire à

un modèle complexe présentant un grand nombre de mode de défaillances. De plus, la connaissance a priori des défaillances du système ne sont pas toujours accessibles. En général nous n'allons connaître qu'une partie des défaillances possibles. C'est pourquoi dans ce qui suit nous allons nous intéresser aux techniques se fondant sur une approche plus qualitative et qui peuvent être plus pertinentes dans certains cas de figure.

### 3.2.2 Méthodes qualitatives pour le diagnostic des défauts

L'approche quantitative que nous avons vu précédemment, présuppose une compréhension physique du système, qui peut-être traduite sous forme d'équations mathématiques fonctionnelles entre les entrées et les sorties du système. Cependant nous pouvons accéder à une connaissance physique par des considérations qualitatives sans forcément posséder le modèle mathématique. Dans cette approche, nous allons utiliser des modèles qualitatifs qui permettent d'exprimer les relations entre les entrées et les sorties par des fonctions qualitatives. Les premiers systèmes de diagnostic proposant une approche qualitative étaient les systèmes experts. Ces derniers sont des programmes informatiques qui essaient de mimer le comportement cognitif des humains afin de résoudre un problème dans un domaine particulier. Les premiers types de systèmes experts étaient des programmes "si-alors" qui possédaient un certain nombre de possibilités de défaillances. Le problème est que cette technique n'est pas basée sur une connaissance de la physique du procédé, elle ne peut donc pas détecter de nouvelles défaillances qui ne se trouvent pas dans sa base de connaissance. Un système de diagnostic expert doit donc se baser sur une connaissance physique du procédé et tirer des conclusions en utilisant l'un des 3 principaux moyens de construction d'un raisonnement qui sont :

1. la **logique par défaut** : il s'agit d'une logique non-monotone proposée par Raymond Reiter [134] pour formaliser le raisonnement avec les hypothèses par défaut. La logique par défaut peut exprimer des faits tels que «par défaut, quelque chose est vraie» ; au contraire, la logique standard ne peut qu'exprimer que quelque chose est vraie ou que quelque chose est faux. Le raisonnement implique souvent des faits qui sont vrais dans la majorité des cas mais pas toujours (ceci traduit le fait que cette logique n'est pas monotone). Pour fixer les idées donnons un exemple, considérons un réservoir dont la sortie est bloquée. Nous serions dans ce cas tentés d'affirmer : "le niveau du réservoir ne peut pas diminuer" cependant si le réservoir possède un trou, une fuite de fluide se produit et nous devons changer notre conclusion. Cet outil est très puissant car il nous permet

de trouver des causes même si nous ne disposons pas de toute l'information sur les différents modes de défaillance possibles. Dans [134] l'auteur donne un exemple d'utilisation de la logique par défaut afin de trouver les causes les plus probables étant donné les défaillances observées.

2. **l'induction** : l'induction consiste à généraliser ou spécialiser une définition d'un concept appris afin qu'elle inclut toutes les expériences qui appartiennent à ce concept et qu'elle exclut toutes celles qui n'y appartiennent pas. La définition d'un concept ou d'une catégorie est rarement simple en raison de la grande variété d'expériences et d'incertitudes (données ou observations bruitées). Pour cette raison, on préfère un schéma d'apprentissage inductif adaptatif. Un exemple de schéma d'apprentissage adaptatif est l'apprentissage par l'échec. Ce dernier consiste à affiner un concept de défaillance en fonction des erreurs de diagnostic, que fait le système, sur les défauts observés. Lorsque le système commet une erreur de diagnostic et n'identifie pas la réelle cause de la défaillance nous pouvons mettre à jour la règle ou loi associée à cette défaillance [135].
3. **l'abduction** : l'abduction désigne une forme de raisonnement qui permet d'expliquer un phénomène ou une observation à partir de certains faits. C'est la recherche des causes, ou d'une hypothèse explicative. Nous pratiquons l'abduction dans la vie courante, lorsque nous recherchons les causes d'un phénomène ou d'un fait surprenant que nous avons observé. Contrairement à la simple déduction logique, nous pouvons obtenir plus d'une cause dans un raisonnement abductif. Puisqu'il n'y a pas de manière générale de décider entre les différentes causes possibles, le mieux que l'on puisse faire est de trouver une hypothèse qui soit la plus probable. Rechercher la cause d'une défaillance dans un procédé est donc un raisonnement abductif. Les auteurs de [135], proposent un système expert dont le diagnostic est basé sur un raisonnement abductif. Ce type de raisonnement fournit des explications sur la façon dont la cause pourrait avoir entraînée l'anomalie observée. Une telle information est très utile pour fournir une aide à la décision aux opérateurs qui feront la maintenance du procédé.

Dans ce qui suit nous allons présenter différentes techniques qualitatif pour le diagnostic des systèmes industriels.

#### 3.2.2.1 Approche causale

Une des grandes familles des techniques qualitatives pour le diagnostic sont les modèles causaux. Ils s'intéressent au lien de cause à effet qu'il peut exister entre la cause et le défaut lui-même.

### Modèles causaux basés sur les digraphes

Un digraphe (ou graphe orienté), est un graphe auquel nous avons donné une orientation à ses arêtes. Ainsi un digraphe est défini par deux ensembles : un ensemble d'éléments appelés **sommets** et un ensemble d'éléments appelés **arcs**. Dans ce qui suit nous allons montrer la construction d'un digraphe à partir d'un exemple. Si le lecteur souhaite approfondir la théorie de ce concept il pourra se référer aux travaux de [136]. Considérons le système à deux réservoirs suivant :

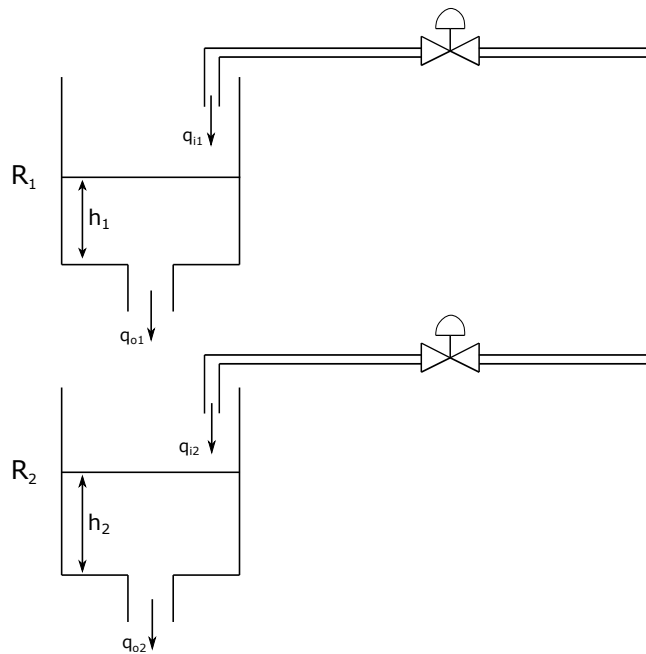


FIGURE 3.5 – Système à deux réservoirs

Considérons une représentation d'état où les variables d'état sont :  $(h_1, h_2)$ , les variables d'entrée sont :  $(\tilde{q}_{i_1}, \tilde{q}_{i_2})$  et les variables de sortie sont :  $(\tilde{h}_1, \tilde{h}_2)$ . Ici  $\tilde{x}$  désigne la mesure de  $x$ . Nous pouvons alors écrire les équations suivantes issues de la représentation d'état du système :

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{S}q_{i_1} - \frac{k}{S}h_1 \\ \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{S}q_{i_2} + \frac{k}{S}h_1 - \frac{k}{S}h_2 \end{cases} \quad (3.27)$$

$k$  représentent la relation proportionnelle entre le débit et la hauteur de la colonne de fluide ( $k = k_1 = k_2$ ) et  $S$  est la surface du réservoir ( $S = S_1 = S_2$ ). En introduisant la notation des variables

### 3.2. DIFFÉRENTES TECHNIQUES POUR LE DIAGNOSTIC PRÉDICTIF

---

mesurées nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k}{S} & 0 \\ \frac{k}{S} & -\frac{k}{S} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q}_{i1} \\ \tilde{q}_{i2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \tilde{h}_1 \\ \tilde{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.28)$$

Les matrices de structure, pour la construction du digraphe, associées à ce système sont donc :

$$S_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad S_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Cette représentation structurelle peut être utilisée à d'autres fins que le diagnostic, comme par exemple à trouver les capteurs pertinents à implanter dans un procédé [137]. Le digraphe associé à ce système est représenté à la figure suivante :

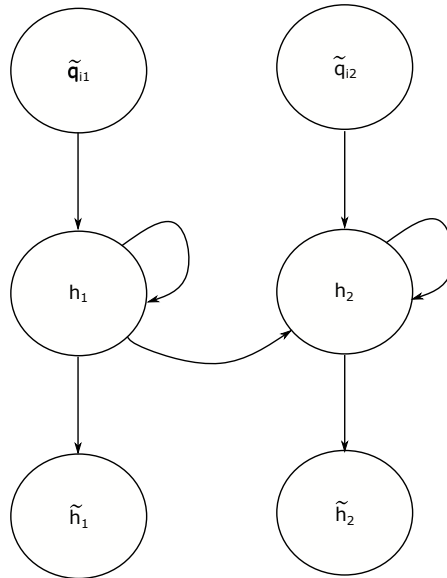


FIGURE 3.6 – Diagraphe du système à deux réservoirs

Le graphe de la figure 3.6 permet d'analyser de manière qualitative les différentes défaillances qui peuvent survenir sur ce type de système. Un exemple d'utilisation industrielle de ce type de technique est proposée par les auteurs de [138]. Dans ce document, ils construisent un digraphe pour la détection des défauts de certains procédés chimiques.

#### Arbres de défaillances (ADD)

Un arbre de défaillances (ADD) est un diagramme logique montrant les pannes des sous-entités, les événements externes ou leurs combinaisons, à l'origine d'un événement prédéfini non souhaité [1].

Les structures de base d'un ADD sont :

- la porte logique **OU** qui traduit le fait qu'un système est en panne lorsqu'au moins l'un des composants est en panne,
- la porte logique **ET** qui traduit le fait qu'un système est en panne lorsque tous les composants sont tombés en panne,
- la porte logique **VM (vote majoritaire)** qui traduit le fait qu'un système est en panne lorsqu'au moins k composants sur n sont défaillants.

Dans ce qui suit nous allons exposer le principe de fonctionnement des ADD au travers d'un exemple illustratif. Si le lecteur souhaite approfondir le sujet il peut consulter les travaux de [139] et [140]. Nous allons considérer le système proposé dans [1] :

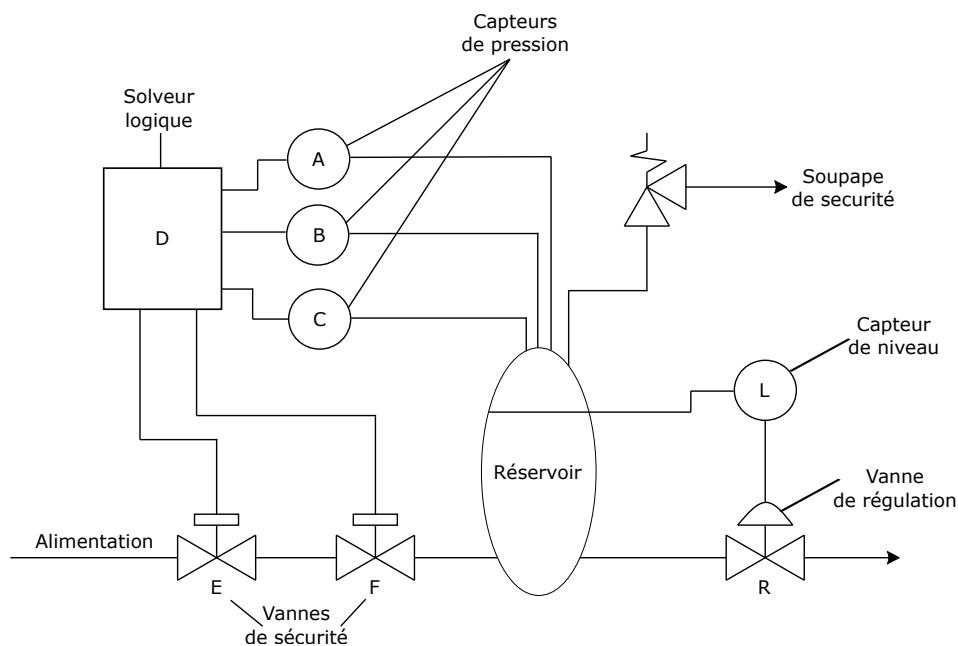


FIGURE 3.7 – Exemple de système de sécurité instrumenté

Avec :

- A, B et C qui sont les trois capteurs de pression du réservoir ;
- l'information des capteurs va vers le contrôleur ou solveur logique D ;

### 3.2. DIFFÉRENTES TECHNIQUES POUR LE DIAGNOSTIC PRÉDICTIF

- lorsque deux capteurs sur trois détectent un dépassement de seuil le contrôleur logique envoie l'ordre de fermeture aux deux vannes E et F afin de couper l'alimentation du réservoir.

L'approche ADD se base sur une démarche déductive effet  $\rightarrow$  cause. Ainsi un arbre de défaillance est construit de manière récursive en partant du défaut pour remonter à ses causes. Le défaut qui peut subvenir dans le cas du système présenté à la figure 3.7 est une **surpression dans le réservoir**. La cause de cette surpression est **la non fermeture des vannes E et F**. Cette non fermeture peut avoir plusieurs causes à savoir **une défaillance des vannes** ou une **absence de sollicitation des vannes**. Nous remontons ainsi aux **événements primaires** qui ne nécessitent pas de développement supplémentaire. Dans notre cas ce sont la **défaillance du solveur logique** ou la **défaillance de la détection d'une surpression**. Nous pouvons alors, en connaissant le fonctionnement du système en déduire que la forme de l'arbre qui sera la suivante :

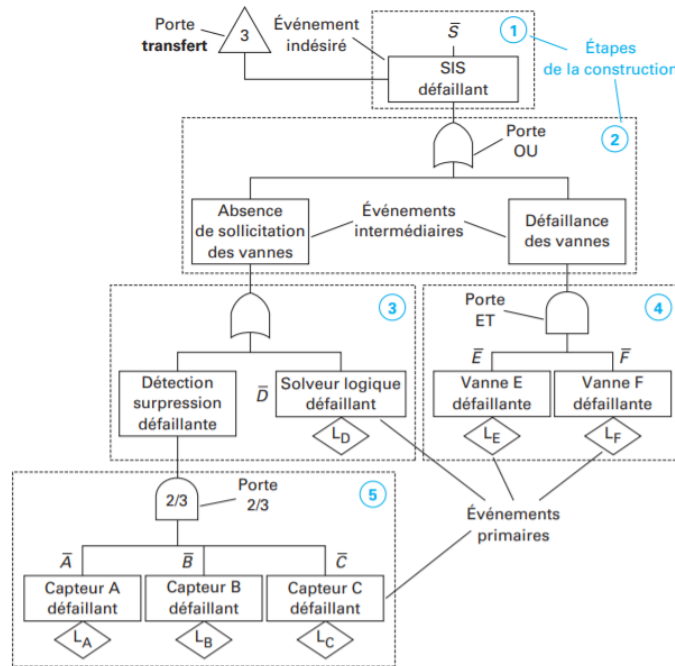


FIGURE 3.8 – Arbre de défaillance pour le système étudié [1]

- l'échec de l'isolement du réservoir est causé par la défaillance de la vanne E **ET** de la vanne F ;
- la détection de surpression défaillante est due à la défaillance simultanée d'au moins **2/3** des capteurs ;
- l'absence de sollicitation des vannes est causée par une détection de surpression défaillante

**OU** un solveur logique défaillant ;

- **le système est défaillant** si les vannes sont défaillantes **OU** que leur signal de commande l'est.

Cette approche nous permet donc de détecter la source des défaillances pourvu que nous connaissions le fonctionnement du système.

#### Approche par la physique qualitative

Cette approche a été introduite par les auteurs de [141]. Elle peut être faite de deux manières différentes. La première consiste à établir des équations qualitatives à partir des équations différentielles du système. Elles portent le nom d'équations de confluence. Supposons que nous avons affaire à un réservoir de hauteur  $h$  et de débits d'entrée et de sortie respectifs  $q_e$  et  $q_s$  :

$$[q_s] - [q_e] = 0$$

$$[h] - [q_s]$$

Ici la notation  $[x]$  représente le signe de la variation de la variable  $x$ . L'avantage de ce type de modèle est qu'il n'y a pas besoin d'un grand nombre d'informations sur le comportement analytique du système. Un ordre de grandeur et une compréhension de la physique sous-jacente du système suffisent. La connaissance causale d'un système physique permet ainsi de savoir que le niveau de fluide dans le réservoir aura tendance à augmenter lorsque le débit d'entrée  $q_e$  augmente. Il existe aussi une autre méthode qui s'appelle la **précédence des tâches**. Cette technique ordonne les différentes variables du système en fonction du sens du flux d'information. Cette notion se base sur le fait qu'il n'y a pas de simultanéité entre la cause et l'effet. La propagation de l'information représente alors la causalité. La deuxième approche consiste à dériver une description qualitative du système en considérant les équations différentielles qui le décrivent. L'auteur de [142] propose une simulation qualitative du procédé physique en se basant sur son modèle (équations différentielles). Ces abstractions d'équations différentielles sont très puissantes car elles permettent de décrire le système sans avoir accès à des valeurs précises des paramètres du système qui peuvent parfois être difficiles à déterminer. Un des exemples les plus concrets est lorsque nous utilisons cette technique dans le cadre d'un système où un transfert thermique s'opère, il n'y a pas besoin de calculer le coefficient de convection qui est souvent très difficile à déterminer. Si le lecteur désire poursuivre ce sujet il pourra se référer aux travaux de [143], [144] et [145] qui donnent des exemples d'application de ce type de techniques.



### 3.2.2.2 Approche abstraite hiérarchisée

Dans une description hiérarchisée, il est possible de représenter un système par un ensemble de sous-systèmes auxquels nous pouvons appliquer des inférences logiques issues des lois qui régissent son comportement. La décomposition classique pour un système est la suivante :

- composante **structurelle** : spécifie le lien qui existe entre l'information d'un sous-système ;
- composante **fonctionnelle** : donne la sortie d'un sous-ensemble en fonction de ses entrées.

Il existe différents niveaux d'abstraction et de sous-systèmes qui peuvent être considérés. Mais nous pouvons citer une approche intéressante proposée par les auteurs de [146] où ces derniers décomposent le procédé en un ensemble de **sous-systèmes de contrôle**. Chaque sous-système représente une boucle fermée de contrôle. Ils classifient les boucles de contrôle comme suit :

1. boucle fermée : **système contrôlé** ;
2. boucle ouverte : **système passif** ;
3. **système externe** pour tout autre type de système.

Ceci permet de définir différents types de défaillances suivant le sous-système considéré :

1. Boucle fermée : fonctionnelle, sous-contrainte, non maîtrisée, saturée ;
2. Boucle ouverte ou système externe : fonctionnelle ou non-fonctionnelle.

Ces sous-systèmes sont ensuite décrits à un niveau plus élémentaire comme des unités du procédé, des capteurs, des contrôleurs, des actionneurs ou des éléments de contrôle. L'idée est d'identifier rapidement le défaut au niveau du sous-système de contrôle pour trouver la source de la défaillance. Il est aussi possible de développer le même raisonnement en considérant cette fois des relations hiérarchiques entre les différents bilans de masse et d'énergie d'un procédé [147]. Pour approfondir le sujet, le lecteur pourra se référer à [126] où les auteurs explorent différentes techniques existantes dans la littérature de description hiérarchisée pour le diagnostic des systèmes.

### 3.2.3 Méthodes basées sur les données historiques

Contrairement aux deux autres méthodes présentées, la méthode fondée sur un modèle construit à partir des données historiques nécessite la disponibilité d'un large nombre de ces données. Cette dernière n'a pas besoin d'une connaissance des équations analytiques du système ni d'une compréhension de son comportement physique. Ces modèles peuvent être soit qualitatifs soit quantitatifs.

Dans le premier cas, les techniques les plus connues sont les systèmes experts et les modèles issus des tendances qualitatives des données. Dans le second cas, nous pouvons faire appel à des techniques statistiques (ex : analyse des composantes principales) ou non statistiques (ex : réseaux de neurones). Dans ce qui suit nous allons introduire et développer ces deux approches.

### 3.2.3.1 Approche qualitative

Les deux techniques qualitatives de diagnostic les plus répandues sont les systèmes experts et les approches de modélisation par tendances qualitatives des valeurs historiques. Nous allons dans cette partie présenter ces deux approches.

#### Systemes experts

Un système expert (SE) est un programme doté de capacités de raisonnement applicables à un domaine limité, capable de résoudre des problèmes spécifiques de ce domaine et requérant un niveau d'expertise important. De cette définition, dérivent les principales caractéristiques qu'un système de diagnostic de type système expert possède [148] :

- un SE se base sur les connaissances de l'expert humain et sa puissance dépend essentiellement de celle-ci ;
- un SE est capable de justifier son fonctionnement en exhibant les connaissances qu'il a utilisé pour arriver à sa conclusion ;
- un SE est capable d'apprendre de nouvelles connaissances ;
- un SE est capable de dialoguer avec son utilisateur.

Il est clair que tous les systèmes experts existants ne présentent pas l'ensemble de ces caractéristiques , mais cela donne une vue d'ensemble des caractéristiques importantes qu'un SE doit essayer de posséder.

Les connaissances d'un expert peuvent-être de plusieurs types

- **Factuelles** : une connaissance factuelle est un ensemble de données, de règles de déduction ou d'inférence produisant un résultat chaque fois que nous les utilisons ;
- **Temporaires** : une connaissance temporaire correspondant aux hypothèses faites sur la solution du problème en cours obtenues par application des règles mises en place.

Le **moteur d'inférence** est chargé, pour un problème donné, de décider quelles sont les règles applicables, puis de choisir et d'appliquer la bonne règle. Les règles d'un système expert sont toutes

de la forme :

$$\textit{situation} \Rightarrow \textit{conclusion}$$

Si le lecteur souhaite approfondir les notions de représentation des connaissances et de système expert, il pourra se référer aux travaux de [148] où l'auteur définit et explique le fonctionnement d'un système expert au travers d'un exemple. Il existe plusieurs techniques pour mettre en place ce type de système. Par exemple nous pouvons utiliser un réseau de neurones comme c'est fait en [149]. Dans ces travaux les auteurs utilisent une première couche de diagnostic avec des réseaux de neurones afin de localiser "grossièrement" le défaut puis à l'aide d'une deuxième couche, composée d'un système expert, nous arrivons à trouver la cause élémentaire de la défaillance. Dans [150] les auteurs utilisent une approche hybride entre digraphes et logique floue. Les digraphes permettent de simuler le comportement qualitatif du procédé et d'en déduire des règles de type "si ... alors" qui seront évaluées à l'aide de la logique floue. Même si ces techniques permettent d'avoir un raisonnement transparent dans le diagnostic et peuvent-être implémentées simplement, pourvu que nous ayons accès à la connaissance du système, elles présentent néanmoins quelques inconvénients. Les problèmes principaux sont que ces types de systèmes sont très spécifiques par rapport au procédé et sont ainsi très limités lorsque nous voulons les généraliser et/ou les adapter [151]

#### **Analyse des tendances qualitatives**

Une autre approche possible pour le diagnostic des défauts est l'analyse qualitative des tendances (QTA) des données historiques. L'objectif de ce type de techniques est de détecter dans les données historiques des courbes de tendances ( $y = f(x)$ ) ou des tendances (dérivées, valeurs max, min ...) qui permettent de caractériser des défaillances du système. Par exemple dans [152] et [153] les auteurs proposent une approche formelle basée sur la technique qu'ils appellent "triangulation". Il s'agit d'une méthode où chaque partie d'une courbe est représentée par sa pente à l'origine, sa pente à la fin et la ligne connectant ces deux points. De cette manière la courbe réelle se trouve toujours dans le triangle ainsi formé. Une autre technique intéressante est celle proposée par [154] où les auteurs utilisent une technique hybride temporelle et fréquentielle. Le principe de cette technique consiste à observer les variations des tendances du procédé à l'aide de filtres regardant plusieurs plages de fréquences. Les auteurs proposent la mise en place de filtres gaussiens de différentes fréquences.

### 3.2.3.2 Approche quantitative

Lorsque nous disposons de données historiques nous pouvons aussi essayer d'en déduire des modèles analytiques. On parlera dans ce cas de modèles quantitatifs. Nous pouvons soit déterminer des modèles statistiques en utilisant par exemple un classificateur Bayésien ou la techniques d'analyse des composantes principales (PCA) soit utiliser un réseau de neurones pour paramétrer un classificateur.

L'approche statistique consiste à considérer que les données issues des capteurs sont des variables stochastiques soumises à un bruit aléatoire. Lorsque le procédé a un fonctionnement nominal nous avons une certaine distribution de probabilité qui se met en place. Nous pouvons alors détecter qu'il y a un problème dans le fonctionnement du procédé lorsque ses données de sortie n'obéissent plus à la loi de probabilité du comportement normal. Par exemple, si la distribution de probabilités de la variable est une loi normale, nous allons observer si la moyenne et l'écart-type en temps réel divergent de celui du fonctionnement normal. L'objectif est de trouver une fonction d'observation  $g(t)$  telle que lorsqu'elle dépasse un seuil  $c$  nous détectons une anomalie. Les premiers travaux et implantations de ce type de diagnostic a été fait pour le contrôle de la qualité en utilisant par exemple des cartes de contrôle de Shewhart [155] ou des cartes de contrôle cusum [156] (somme cumulative). Le principe des cartes de contrôle est de supposer que les procédés possèdent un fonctionnement nominal soumis à une certaine variabilité, et qu'en observant les dérives du procédé par rapport à son comportement "naturel" nous pouvons détecter les défaillances immédiatement. Ces techniques sont cependant limitées car lorsque les paramètres surveillés ne sont pas indépendants nous ne pouvons plus utiliser une carte de contrôle classique. Pour faire face à cet inconvénient une autre approche peut être utilisée. Cette dernière s'appelle **analyse en composantes principales (APC)** (PCA ou Principal Component Analysis en anglais). On retrouve aussi l'appellation décomposition en valeur singulière (SVD ou Singular Value Decomposition en anglais). Cette méthode a été introduite par Pearson en 1901 [157] et complétée par Hotelling en 1947 [158]. Le principe de cette technique est de réaliser une réduction dimensionnelle sur le nombre de données à traiter. Une autre technique de réduction dimensionnelle, appelée moindres carrés partiels (PLS ou Partial Least Squares en anglais), a été proposée par les auteurs de [159]. Dans ce qui suit nous allons exposer le principe de ces deux approches.

#### **Analyse des composantes principales et moindres carrés partiels**

Le principe de base de l'ACP est la décomposition dans une base orthogonale de la matrice de

### 3.2. DIFFÉRENTES TECHNIQUES POUR LE DIAGNOSTIC PRÉDICTIF

---

covariance des données observées. Son objectif principal est de proposer une approche permettant de réduire la dimensionnalité du problème traité. En effet, lorsque nous avons affaire à une matrice  $X \in \mathbb{M}_{n \times p}(\mathbb{R})$  où  $p$  représente le nombre de variables mesurées et  $n$  représente le nombre d'échantillons. Soit  $\Sigma$  sa matrice de covariance, par construction elle est symétrique et réelle ainsi en lui appliquant le théorème spectral nous pouvons conclure qu'elle est diagonalisable dans une base orthonormée de vecteurs propres (les valeurs propres de  $\Sigma$  sont parfois nommées valeurs singulières). Ainsi en appelant  $U$  la matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres ou **composantes principales** de  $\Sigma$  et  $D$  la matrice diagonale des valeurs singulières de  $\Sigma$  nous pouvons écrire que  $\Sigma = UDU^T$ . Les colonnes de  $U$  représentent dans l'ordre les vecteurs les plus influents dans la variabilité des données et les valeurs propres associées correspondent à leur variance. La transformation en composante principale se fait alors en posant  $T = XU$  où  $T = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_p)$  et où  $\theta_i$  sont les vecteurs de dimension  $n$  correspondant à la valeur des composantes principales pour les  $n$  observations. En général, les premiers vecteurs  $\theta_i$  suffisent à prendre en compte la plupart de la variabilité des données. Nous pouvons ainsi nous concentrer sur l'étude des composantes principales les plus influentes afin de détecter un défaut. Dans la pratique, il a été vérifié qu'en général les 3 premières composantes principales suffisent à expliquer la plupart de la variabilité des données ce qui nous montre l'efficacité de la réduction dimensionnelle. Lorsque nous avons réussi la décomposition en composantes principales, en considérant que tout vecteur aléatoire  $z$  suit une loi normale de vecteur moyenne  $\mu$  et de matrice de covariance  $\Sigma$  nous pouvons affirmer que :

$$\chi^2 = (z - \mu)^T \Sigma (z - \mu)$$

suit la loi du  $\chi^2$  à  $p$  degrés de liberté. Nous pouvons alors utiliser une charte de contrôle du  $\chi^2$ . Lorsque la matrice de covariance  $\Sigma$  n'est pas connue, nous pouvons remplacer le test statistique du  $\chi^2$  par celui du  $T^2$  proposé par Hotelling dans [158]. La technique de l'ACP ne concerne qu'une seule matrice  $X$  contenant les variables du procédé. Il se peut que nous ayons affaire à d'autres variables issues par exemple de données qualités du procédé que nous noterons  $Y$ . C'est dans cette situation que nous pouvons utiliser la méthode des moindres carrés partiels qui permet de modéliser la relation entre  $X$  et  $Y$  tout en gardant l'esprit de la réduction dimensionnelle [160]. Cette technique permet d'extraire non seulement les variables les plus influentes dans la variabilité de  $X$  mais aussi les variables de  $X$  qui auront la plus grande influence sur les paramètres de qualité  $Y$ . Ces deux techniques peuvent être utilisées ensemble comme le montrent les auteurs de [161]. Dans cet article les auteurs utilisent

d'abord le PLS pour déterminer les effets dominants du procédé sur la qualité et leur relation avec les autres capteurs. Ensuite, une technique de PCA est utilisée pour construire un modèle statistique sur ces effets dominants préalablement identifiés. Une limitation majeure de ces techniques est que dans leurs formulations classiques elle supposent que le système est invariant dans le temps or la plupart des procédés réels varient en fonction du temps. Pour faire face à ces problèmes les auteurs de [162] proposent une technique de PCA récursive pour le diagnostic en temps réel d'un procédé. Une autre approche intéressante a été proposée par les auteurs de [163], où ils utilisent la technique PCA avec les transformations en ondelettes. La techniques PCA permet la décorrélation des variables entre elles et la transformation en ondelette permet d'extraire des caractéristiques déterministes et de détecter des données auto-corrélées. La technique PCA permet donc de détecter des défaillances dans un nouvel espace dont les composantes principales sont une base orthonormée. Cependant, cela ne permet pas de remonter à la source de l'erreur car ces composantes n'ont pas d'interprétation directe avec les variables originelles du procédé. Dans ce qui suit nous allons aborder les techniques déterministes comme les réseaux de neurones.

#### Réseaux de neurones

Les réseaux de neurones sont une technique qui se prête bien à la détection des défaillances. Son apprentissage peut se faire de manière supervisée ou non supervisée. Les techniques d'apprentissage supervisé ont été beaucoup utilisées avec succès pour des applications dans le domaine de la chimie [164] [165]. Ce type de technique peut aussi être utilisé afin de détecter plusieurs défauts simultanément, par exemple les auteurs de [166] proposent une structure hiérarchisée de réseaux de neurones pour ce faire. Afin d'augmenter la performance des réseaux de neurones les auteurs de [167] ont proposé un réseau de neurones intitulé **Wave-net**. Ce dernier est un réseau de neurones possédant une couche cachée dont les fonctions de bases sont issues d'une famille orthonormée d'ondelettes. L'avantage de cette construction est que nous pouvons retirer ou ajouter des nœuds sans re-entraîner le réseau car les fonctions de base sont orthogonales. Une autre technique consiste à effectuer le partitionnement des données (data clustering en anglais). Parmi les algorithmes les plus connus nous pouvons citer celui des k-moyennes [168]. Cette technique consiste à mettre les données historiques dans des partitions préalablement créées. Il existe aussi des techniques dont l'objectif est de trouver des motifs similaires afin de les regrouper, on les appelle les cartes auto-organisatrices ou cartes de kohonen [169]. Nous pouvons d'ailleurs démontrer que la technique des k-moyennes est un cas particulier de la carte de Kohonen.

### 3.3. CONTRIBUTION DANS LA DÉTECTION ET LE DIAGNOSTIC DES DÉFAUTS

---

Dans les récentes études, certains algorithmes utilisant l'apprentissage profond ont été proposés [170]. L'avantage d'une telle technique est que nous pouvons nous affranchir du problème d'extraction de caractéristiques des données brutes en entrée du réseau de neurones soulevé par les auteurs de [171]. Les principaux problèmes de ces techniques basées sur les réseaux de neurones dans le cadre d'applications industrielles sont :

- **la qualité des données** : il n'est pas toujours aisé de disposer de données qui soient de bonne qualité pour tous les capteurs. Il faudra donc au préalable nettoyer les données tout en gardant une cohérence temporelle.
- **la quantité des données** : parfois certaines données sont historisées depuis très longtemps et pas d'autres ce qui réduit énormément la capacité du réseau de neurones. Dans certains cas nous pouvons disposer d'assez de données historiques mais qui ne sont pas pertinentes et dans d'autres cas nous pouvons disposer de données pertinentes mais avec pas assez d'historique.
- **le temps d'implémentation et la maintenabilité de la solution** : pour les industriels il est important d'implanter la solution rapidement, ce qui dépendra de la tâche car l'entraînement d'un réseau de neurones dépend de sa complexité. De plus, les réseaux de neurones posent le problème de la maintenabilité car pour entraîner une nouvelle fois un réseau de neurones il faut être capable de comprendre certains concepts statistiques qui ne sont pas toujours connus des opérateurs. Ceci rend le client entièrement dépendant du système de diagnostic ce qui n'est pas toujours positif pour lui.

Nous avons ici vu différentes techniques pour le diagnostic des défauts. Dans la section suivante nous allons montrer la contribution qui a été faite dans cette thèse pour ce domaine.

### 3.3 Contribution dans la détection et le diagnostic des défauts

Nous avons vu dans ce chapitre l'intérêt et l'importance du diagnostic des défauts dans un système industriel. De plus, nous avons exposé les différentes philosophies et techniques existantes qui permettent de construire un système pour le diagnostic. Cependant dans un cadre industriel il est important que les techniques employées soient rapidement opérationnelles et comprises des opérateurs. En effet, le frein majeur actuel qui existe dans l'industrie pour ce genre de techniques est la maintenabilité et la transparence de la solution. Une telle solution ne peut-être adoptée que si les opérateurs et le management la comprennent et y adhèrent. Plus il y aura de personnes impliquées dans le diagnostic

### 3.3. CONTRIBUTION DANS LA DÉTECTION ET LE DIAGNOSTIC DES DÉFAUTS

---

et plus il sera efficace (il ne sert à rien d'avoir un système de diagnostic très performant si personne ne l'utilise). Dans ce qui suit nous allons donc proposer plusieurs indicateurs de santé ou KPIs (Key Performance Indicators en Anglais) pour le diagnostic des procédés. Le but de ces indicateurs est de faciliter la construction d'un système expert par la suite. Ce dernier pouvant alors expliquer à l'aide de ces indicateurs le choix de son diagnostic. Ces indicateurs concernent la régulation d'une façon générale mais aussi des métiers précis que nous avons étudié au cours de cette thèse.

#### Indicateurs métiers

Le premier métier est celui de la régulation. En effet, avant de développer des indicateurs précis pour certains procédés, nous pouvons mettre en place des indicateurs de régulation. Ces derniers ont pour objectif de donner rapidement l'état de santé des boucles de régulation concernées. Un régulateur possède en général deux vecteurs d'entrée qui sont la consigne ou la référence (Set Point ou SP en anglais) et la rétroaction en sortie du système qui est en général la sortie du capteur brute ou filtrée (Process Value ou PV). Le vecteur de sortie est lui composé des signaux de commande qui vont indiquer aux actionneurs comment se comporter (OUT en anglais). Afin de simplifier le propos nous allons nous placer dans le cadre monovarié où nous avons deux entrées (SP et PV) et une sortie (OUT). Le schéma ci-dessous illustre la représentation d'un correcteur de fonction de transfert  $K(s)$  avec ses entrées et sorties.

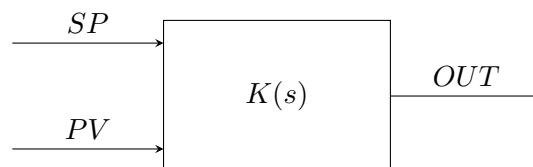


FIGURE 3.9 – Représentation des entrées sorties d'un contrôleur

#### Indicateurs métiers régulation

La variable SP en tant que telle ne va pas nous intéresser, par contre l'erreur de régulation défini par  $\varepsilon = SP - PV$  sera un bon indicateur. Dans le cas d'une régulation ( $SP$  fixe) nous pouvons définir les indicateurs suivants qui concernent les grandeurs  $SP$  et  $PV$  :

- minimum :  $\min(PV)$
- Maximum :  $\max(PV)$
- moyenne :  $\mu_n(PV) = \mu_{n-1}(PV) + \frac{1}{N}(PV_n - PV_{n-N})$  (moyenne glissante sur une fenêtre de N



### 3.3. CONTRIBUTION DANS LA DÉTECTION ET LE DIAGNOSTIC DES DÉFAUTS

---

valeurs)

- Écart type :  $\sigma_n(PV)^2 = \sigma_{n-1}(PV)^2 + \frac{(PV_n - \mu_{n-1}(PV))(PV_n - \mu_n(PV)) - \sigma_{n-1}(PV)^2}{N}$  (Écart-type glissant sur une fenêtre de N valeurs)
- variabilité :  $\nu_n = \left\lceil \frac{2\sigma_n(PV)}{\mu_n(PV)} \right\rceil$
- dépassement maximum :  $\max(|SP - PV_n|)$
- pique de valeurs pour le capteur :  $\frac{\max(PV)}{\mu_n(PV)}$

L'autre signal à considérer est la sortie du régulateur nommée *OUT* nous pouvons définir les indicateurs de santé suivants :

- saturation de l'actionneur :  $OUT = 100\%$
- énergie utilisée par l'actionneur :  $\frac{1}{T} \int_t^{t+T} OUT(t) dt$
- temps d'utilisation en automatique de la régulation :  $\int_t^{t+T} \delta_{mode}(t) dt$  avec  $\delta_{mode=auto}(t) = 1$  et  $\delta_{mode=manu}(t) = 0$

#### Indicateurs métiers CTA (centrale de traitement de l'air)

Dans le cadre des activités de l'équipe contrôle avancé, il est fréquent d'être confronté à des CTA que ce soit dans le domaine de l'alimentation (Food&Beverage en anglais) ou dans le domaine pharmaceutique. Nous pouvons réutiliser certains des indicateurs de régulation en les adaptant aux centrales de traitement de l'air :

- énergie utilisée par la batterie chaude et la batterie froide (fonction des ouvertures des vannes chaudes et froides)
- calcul des moyennes des pressions de soufflage et d'extraction
- calcul du ratio commande de variateur sur pression différentielle des filtres afin de détecter un colmatage potentiel ou un autre défaut.
- d'une façon générale comparaison des moyennes et des écarts-types des variables en temps réel par rapport à une référence ("Golden Model") établie en fonctionnement nominal lorsque ceci est possible.

#### **Indicateurs métiers UVE (usine de valorisation énergétique)**

Le dernier procédé pour lequel nous avons développé des indicateurs pour le diagnostic des défauts sont les UVE (qui sont en général des usines d'incinération)

##### 1. Production de vapeur

- Débit vapeur moyen par ligne ;
- Ecart-type vapeur moyen par ligne ;
- Min et Max de production de vapeur par ligne.

##### 2. Efficacité énergétique

- Rapport vapeur produite sur déchet incinéré ;
- Rendement de la chaudière en temps réel (formule de Siegert) ;
- Rapport tonne de vapeur par kWh d'électricité et kWh thermique ;
- Rendement turbine avec le rapport kWh électriques produits par rapport au tonnage de vapeur ;
- Taux d'incinération avec le rapport entre le tonnage théorique à incinérer et le tonnage réel.

##### 3. Traitement des fumées

- Taux d'utilisation d'urée en temps réel par rapport à une année de référence ;
- Taux d'utilisation de chaux en temps réel par rapport à une année de référence.

##### 4. Qualité de la combustion

- Production de CO froid (présence de CO avec excès d'air) ;
- Production de CO chaud (présence de CO avec défaut d'air) ;
- Ratio entre air primaire et air secondaire ;
- Quantité de mâchefers par tonne de déchets incinérés ;
- Dépression dans le foyer (moyenne, écart-type, min, max) ;
- Analyse des fumées en sortie chaudière ( $\%CO_2$ ,  $\%H_2O$ ,  $\%O_2$  et  $CO$ ).

## **3.4 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents types de maintenance et le lien qui existe entre diagnostic, pronostic et maintenance. Ensuite nous avons étudié au travers de plusieurs exemples différentes techniques de diagnostic pour l'identification de défaillances. Enfin nous avons proposé

### 3.4. CONCLUSION

---

plusieurs indicateurs qui peuvent servir de point de départ afin de mettre en place un système de diagnostic pour des métiers particuliers comme les CTA et les UVE. Ce type d'indicateurs métiers sont très appréciés dans l'industrie car ils utilisent le langage technique des opérateurs. Ces derniers seront donc plus susceptibles d'adopter ce type de système de diagnostic.

# Conclusion et perspectives

Dans cette thèse, nous avons abordé des sujets qui sont au cœur de la transformation numérique qui s'opère dans l'industrie. L'industrie du futur ou industrie 4.0 se caractérise par la mise en relation des différentes machines au travers de capteurs connectés et par l'historisation massive des données. Cependant mettre à disposition des données n'est pas une fin en soi. Il faut pouvoir les exploiter afin d'améliorer la performance et l'efficacité des installations.

Le premier chapitre s'est focalisé sur l'identification des systèmes industriels. Les solutions présentées dans ce chapitre proposent deux approches afin de modéliser le comportement des procédés rencontrés. La première approche consiste à modéliser le système au travers d'équations issues de la physique comme les conservations de l'énergie et de la masse. La deuxième approche propose un algorithme d'identification pour une catégorie de procédés industriels très présente dans l'industrie : les systèmes à retard non-oscillants. Ce dernier peut être aussi bien utilisé en-ligne qu'hors-ligne. La modélisation d'un procédé est la première étape nécessaire afin de pouvoir lui appliquer les deux principes essentiels de l'industrie 4.0 qui sont l'optimisation et la maintenance prédictive.

Le deuxième chapitre introduit la notion de contrôle optimal d'un procédé. En effet, il ne sert à rien d'instrumenter une machine ou un procédé si ce dernier ne fonctionne pas dans les conditions optimales. Nous avons proposé dans cette partie deux méthodologies de contrôle distinctes. L'une pour les incinérateurs d'ordures ménagères par l'intermédiaire d'une commande multivariable linéaire quadratique (LQR). L'autre, un peu plus générale, pour tout type de système à retard monovariante de type oscillant, non-oscillant ou intégrateur. Cette dernière méthode présente une application pratique directe dans la mesure où un réglage systématique suivant le type de système permet de réduire le nombre de paramètres de réglage à un. Ce paramètre ayant une interprétation physique directe qui n'est autre que la vitesse désirée en boucle fermée. Ainsi son choix pourra être directement lié à un cahier des charges demandant une rapidité minimale en boucle fermée. Enfin, la technique de réglage

proposée s'assure de la robustesse en stabilité du système bouclé en calculant la marge de module et en s'assurant qu'elle est supérieure à une valeur minimale garantissant un bon compromis entre robustesse et performance.

Le troisième et dernier chapitre s'intéresse à la notion de diagnostic et de maintenance prédictive. Lorsque nous avons une machine connectée qui est contrôlée de façon optimale, par rapport à un modèle identifié, la dernière étape qu'il nous reste à franchir est le suivi de son état de santé. En effet, un procédé industriel subit des changements tout au long de son exploitation que ce soit dû au vieillissement ou aux conditions extérieures. Il est donc indispensable de pouvoir quantifier à quel point le système étudié dévie de son fonctionnement nominal et ce afin de détecter au plus vite l'apparition d'une défaillance. Une fois que nous avons détecté et isolé le défaut il est possible dans certains cas d'estimer le temps de vie résiduelle de la machine. Il faudra donc tâcher de trouver le bon compromis pour effectuer la maintenance. Si on l'effectue trop tôt nous allons avoir un surcoût (dû à trop de maintenances) et un manque à gagner dû à l'arrêt de la production durant la phase de maintenance. Au contraire, si nous arrêtons trop tard il y a aussi un surcoût de maintenance (dû à la sévérité de la défaillance) et un manque à gagner plus important car la machine sera à l'arrêt encore plus longtemps (parfois nous serons même obligés de nous en procurer une nouvelle). Dans ce chapitre nous avons proposé des indicateurs de santé métiers qui peuvent être utilisés pour mettre en place un système de diagnostic intelligent. Il est important que ces nouvelles méthodes soient acceptées par les opérateurs. Il faut donc essayer au maximum de parler leur langage technique. Ainsi des indicateurs métiers comme ceux qui sont présentés dans ce chapitre sont essentiels afin de bâtir un système de diagnostic qui soit compris et accepté par les utilisateurs.

En ce qui concerne les travaux de recherche menés dans cette thèse, il y a plusieurs points qui peuvent être approfondis dans le cadre de futures activités de recherche. Concernant l'identification des systèmes il serait intéressant d'une part de continuer à s'intéresser aux systèmes à retard et d'améliorer les algorithmes d'identification en ligne et surtout en boucle fermée pour ce type de système. Et d'autre part d'améliorer la modélisation multivariables des incinérateurs afin d'augmenter la pertinence d'une commande multivariable. Pour ce qui est de la commande, l'utilisation de techniques hybrides issues de la théorie du contrôle et de l'apprentissage par renforcement peuvent être intéressantes à investiguer. En effet, un cadre hybride permet d'utiliser la puissance de l'apprentissage automatique et des réseaux de neurones tout en garantissant un cadre théorique de robustesse et de

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

---

stabilité issue de la théorie du contrôle. Enfin, dans un contexte industriel, le système de diagnostic prédictif doit se soucier de l'explicabilité de ses résultats. Il est indispensable que ce dernier puisse exposer à l'opérateur son raisonnement en utilisant les termes techniques qui sont propres au métier. C'est pourquoi une approche complétant les indicateurs métiers proposés peut s'avérer très pratique et pourrait être adoptée facilement dans l'industrie.



# Bibliographie

- [1] J.-P. SIGNORET, “Arbre de défaillance contexte booléen, analyse et bases mathématiques,” n°. ref. article : se4052, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/environnement-securite-th5/methodes-d-analyse-des-risques-42155210/arbre-de-defaillance-se4052/>
- [2] H. Cheng et Y. Hu, “Municipal solid waste (msw) as a renewable source of energy : Current and future practices in china,” *Bioresource Technology*, vol. 101, n°. 11, p. 3816 – 3824, 2010.
- [3] L. Ljung, *System Identification*. Boston, MA : Birkhäuser Boston, 1998, p. 163–173. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1768-8\\_11](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1768-8_11)
- [4] H. Bourlès et G. K. Kwan, *Linear systems*. John Wiley & Sons, 2013.
- [5] H. Bourlès et H. Guillard, *Commande des systèmes performance et robustesse : régulateurs monovariables et multivariables, applications cours et exercices corrigés / Henri Bourlès,... Hervé Guillard,...*, ser. Technosup les filières technologiques des enseignements supérieurs. Paris : Ellipses, DL 2012, cop. 2012.
- [6] K. Åström et P. Eykhoff, “System identification—a survey,” *Automatica*, vol. 7, n°. 2, p. 123–162, 1971. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109871900598>
- [7] T. Söderström et P. Stoica, *System Identification*, ser. Prentice-Hall international series in systems and control engineering. Prentice Hall, 1989. [En ligne]. Disponible : <https://books.google.fr/books?id=BCIVPgAACAAJ>
- [8] N. K. Sinha, “Identification of continuous-time systems from samples of input-output data : An introduction,” *Sadhana*, vol. 25, n°. 2, p. 75–83, 2000.



- [9] H. Garnier et L. Wang, *Identification of continuous-time models from sampled data*. Springer-Verlag, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00161961>
- [10] H. Unbehauen et P. Rao, “Identification of continuous-time systems : A tutorial,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 30, n<sup>o</sup>. 11, p. 973–999, 1997, iFAC Symposium on System Identification (SYSID’97), Kitakyushu, Fukuoka, Japan, 8-11 July 1997. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017429703>
- [11] K. Ibn Taarit, “Contribution to the identification of time delays systems and a class of hybrid systems,” Theses, Ecole Centrale de Lille, déc. 2010.
- [12] N. Sinha et G. Rao, “Identification of continuous-time systems : Methodology and computer implementation,” 1991.
- [13] H. Nyquist, “Regeneration theory,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 11, n<sup>o</sup>. 1, p. 126–147, 1932.
- [14] J.-P. Richard, “Time-delay systems : an overview of some recent advances and open problems,” *Automatica*, vol. 39, n<sup>o</sup>. 10, p. 1667 – 1694, 2003.
- [15] O. J. M. SMITH, “A controller to overcome dead time,” *ISA J.*, vol. 6, p. 28–33, 1959. [En ligne]. Disponible : <https://ci.nii.ac.jp/naid/10003093722/en/>
- [16] T. Söderström et P. Stoica, *Instrumental variable methods for system identification*, 1983.
- [17] Q. Bi *et al.*, “Robust identification of first-order plus dead-time model from step response,” *Control Engineering Practice*, vol. 7, n<sup>o</sup>. 1, p. 71 – 77, 1999.
- [18] Shu-Hung Leung et C. F. So, “Gradient-based variable forgetting factor rls algorithm in time-varying environments,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, n<sup>o</sup>. 8, p. 3141–3150, 2005.
- [19] C. Paleologu, J. Benesty et S. Ciochina, “A robust variable forgetting factor recursive least-squares algorithm for system identification,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 15, p. 597–600, 2008.
- [20] G. P. Chen *et al.*, “An adaptive power system stabilizer based on the self-optimizing pole shifting control strategy,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 8, n<sup>o</sup>. 4, p. 639–645, 1993.

- [21] S. J. Cheng, O. P. Malik et G. S. Hope, “Damping of multi-modal oscillations in power systems using a dual-rate adaptive stabilizer,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, n<sup>o</sup>. 1, p. 101–108, 1988.
- [22] S. jie Cheng *et al.*, “An adaptive synchronous machine stabilizer,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 1, p. 101–107, 1986.
- [23] M. H. Hayes, *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*, 1<sup>er</sup> éd. USA : John Wiley and Sons, Inc., 1996.
- [24] R. Bitmead, “Persistence of excitation conditions and the convergence of adaptive schemes,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 30, n<sup>o</sup>. 2, p. 183–191, 1984.
- [25] K. J. Astrom et B. Wittenmark, “A survey of adaptive control applications,” dans *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 1, 1995, p. 649–654 vol.1.
- [26] K. Shen *et al.*, “An adaptive fuzzy approach for the incineration temperature control process,” *Fuel*, vol. 84, n<sup>o</sup>. 9, p. 1144 – 1150, 2005.
- [27] B. Krause *et al.*, “A neuro-fuzzy adaptive control strategy for refuse incineration plants,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 63, n<sup>o</sup>. 3, p. 329 – 338, 1994, industrial Applications.
- [28] M. Leskens, L. van Kessel et O. Bosgra, “Model predictive control as a tool for improving the process operation of msw combustion plants,” *Waste Management*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 8, p. 788 – 798, 2005.
- [29] S. Bardi et A. Astolfi, “Modeling and control of a waste-to-energy plant [applications of control],” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 30, n<sup>o</sup>. 6, p. 27–37, Dec 2010.
- [30] A. LALLEMAND, “Énergétique de la combustion aspects fondamentaux,” *Techniques de l’ingénieur Fluides et combustion*, vol. base documentaire : TIB213DUO., n<sup>o</sup>. ref. article : be8311, 2013, fre. [En ligne]. Disponible : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/fluides-et-combustion-42213210/energetique-de-la-combustion-be8311/>
- [31] —, “Énergétique de la combustion caractéristiques techniques,” *Techniques de l’ingénieur Fluides et combustion*, vol. base documentaire : TIB213DUO., n<sup>o</sup>. ref. article : be8312, 2013, fre. [En ligne]. Disponible : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/fluides-et-combustion-42213210/energetique-de-la-combustion-be8312/>

- [32] J.-C. GUIBET, “Les carburants et la combustion,” *Techniques de l'ingénieur Moteur thermique : alimentation et lubrification*, vol. base documentaire : TIB829DUO., n°. ref. article : bm2520, 2000, fre. [En ligne]. Disponible : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/mecanique-th7/moteur-thermique-alimentation-et-lubrification-42829210/les-carburants-et-la-combustion-bm2520/>
- [33] A. Lopez *et al.*, “Les procédés de capture du CO<sub>2</sub>. cas des unités de traitement et de valorisation thermique des déchets. Etat de l’art,” *RECORD*, vol. n°11-0236/1A, p. 118, 05 2013.
- [34] Y. Menard, “Modélisation de l’incinération sur grille d’ordures ménagères et approche thermodynamique du comportement des métaux lourds,” Theses, Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL, juill. 2003. [En ligne]. Disponible : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00298415>
- [35] A.-L. de Lavoisier, *Traité élémentaire de chimie*. Maxtor France, 2019.
- [36] D. Shin et S. Choi, “The combustion of simulated waste particles in a fixed bed,” *Combustion and flame*, vol. 121, n°. 1-2, p. 167–180, 2000.
- [37] F. Schuler *et al.*, “Taccos—a thermography-assisted combustion control system for waste incinerators,” *Combustion and Flame*, vol. 99, n°. 2, p. 431 – 439, 1994, 25th Symposium (International) on Combustion Papers.
- [38] L. V. Kessel, M. Leskens et G. Brem, “On-line calorific value sensor and validation of dynamic models applied to municipal solid waste combustion,” *Process Safety and Environmental Protection*, vol. 80, n°. 5, p. 245 – 255, 2002.
- [39] N. S. Osborne et C. H. Meyers, “A formula and tables for the pressure of saturated water vapor in the range 0 to 374°C,” National Bureau of Standards, Washington, DC, USA, Research paper RP691, 1934.
- [40] H. Hottel et A. Sarofim, “The effect of gas flow patterns on radiative transfer in cylindrical furnaces,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 8, n°. 8, p. 1153–1169, 1965.
- [41] M. Mengüç et R. Viskanta, “Radiative transfer in three-dimensional rectangular enclosures containing inhomogeneous, anisotropically scattering media,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 33, n°. 6, p. 533–549, 1985.
- [42] R. Viskanta et M. Mengüç, “Radiation heat transfer in combustion systems,” *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 13, n°. 2, p. 97–160, 1987.

- [43] M. F. Modest, "The weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary solution methods in radiative transfer," 1991.
- [44] B. Leckner, "Spectral and total emissivity of water vapor and carbon dioxide," *Combustion and Flame*, vol. 19, n<sup>o</sup>. 1, p. 33 – 48, 1972.
- [45] J. Hilsenrath, *Tables of thermal properties of gases : comprising tables of thermodynamic and transport properties of air, argon, carbon dioxide, carbon monoxide, hydrogen, nitrogen, oxygen, and steam*. US Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1955, vol. 564.
- [46] F. Falconi *et al.*, "Control strategy for the combustion optimization for waste-to-energy incineration plant," dans *21st IFAC World Congress*, 2020.
- [47] H. W. Bode, "Network analysis and feedback amplifier design," 1945.
- [48] J. Freudenberg et D. Looze, "Right half plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 30, n<sup>o</sup>. 6, p. 555–565, 1985.
- [49] P. Khargonekar, I. Petersen et K. Zhou, "Robust stabilization of uncertain linear systems : quadratic stabilizability and  $h_2$  / control theory," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, n<sup>o</sup>. 3, p. 356–361, 1990.
- [50] D. McFarlane et K. Glover, "A loop-shaping design procedure using  $h_\infty$  / synthesis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, n<sup>o</sup>. 6, p. 759–769, 1992.
- [51] J. Doyle et G. Stein, "Multivariable feedback design : Concepts for a classical/modern synthesis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, n<sup>o</sup>. 1, p. 4–16, 1981.
- [52] H. Kwakernaak et R. Sivan, *Linear optimal control systems*. Wiley-interscience New York, 1972, vol. 1.
- [53] K. Glover et D. C. McFarlane, *Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 1989.
- [54] G. Zames, "On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems part one : Conditions derived using concepts of loop gain, conicity, and positivity," *IEEE transactions on automatic control*, vol. 11, n<sup>o</sup>. 2, p. 228–238, 1966.
- [55] K. Zhou *et al.*, "Mixed  $H_2$  /  $H_\infty$  performance objectives. i. robust performance analysis," *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 39, n<sup>o</sup>. 8, p. 1564–1574, 1994.

- [56] K. Zhou et J. C. Doyle, *Essentials of robust control*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998, vol. 104.
- [57] E. J. Routh, *A Treatise on the Stability of a Given State of Motion, Particularly Steady Motion : Being the Essay to which the Adams Prize was Adjudged in 1877, in the University of Cambridge*. Macmillan and Company, 1877.
- [58] K. Gu, J. Chen et V. L. Kharitonov, *Stability of time-delay systems*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [59] S.-I. Niculescu *et al.*, “Stability and robust stability of time-delay systems : A guided tour,” dans *Stability and control of time-delay systems*. Springer, 1998, p. 1–71.
- [60] Q.-C. Zhong, *Robust control of time-delay systems*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [61] S. Gumussoy, “On the zeros of quasi-polynomials with single delay,” *2008 American Control Conference*, Jun 2008. [En ligne]. Disponible : <http://dx.doi.org/10.1109/ACC.2008.4587334>
- [62] E. Malakhovskii et L. Mirkin, “On stability of second-order quasi-polynomials with a single delay,” *Automatica*, vol. 42, n<sup>o</sup>. 6, p. 1041–1047, 2006.
- [63] K. Walton et J. Marshall, “Direct method for tds stability analysis,” dans *IEE Proceedings D-Control Theory and Applications*, vol. 134, n<sup>o</sup>. 2. IET, 1987, p. 101–107.
- [64] V. Strassen, “l’élimination gaussienne n’est pas optimale,” *mathématiques numériques*, vol. 13, p. 354–356, 1969.
- [65] D. Coppersmith et S. Winograd, “Matrix multiplication via arithmetic progressions,” dans *Proceedings of the Nineteenth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, ser. STOC ’87. New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 1987, p. 1–6. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1145/28395.28396>
- [66] R. J. Lipton et K. W. Regan, *People, Problems, and Proofs - Essays from Gödel’s Lost Letter : 2010*. Springer, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/978-3-642-41422-0>
- [67] D. E. Rivera, M. Morari et S. Skogestad, “Internal model control : Pid controller design,” *Industrial & engineering chemistry process design and development*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 1, p. 252–265, 1986.
- [68] M. Morari, “Internal model control-theory and applications,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 16, n<sup>o</sup>. 21, p. 1–18, 1983.

- [69] Z. PALMOR, “Stability properties of smith dead-time compensator controllers,” *International Journal of Control*, vol. 32, n<sup>o</sup>. 6, p. 937–949, 1980. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/00207178008922900>
- [70] L. Mirkin et Z. J. Palmor, “Control issues in systems with loop delays,” dans *Handbook of networked and embedded control systems*. Springer, 2005, p. 627–648.
- [71] K. Watanabe et M. Ito, “A process-model control for linear systems with delay,” *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 26, n<sup>o</sup>. 6, p. 1261–1269, 1981.
- [72] M. Matausek et A. Micic, “A modified smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 41, n<sup>o</sup>. 8, p. 1199–1203, 1996.
- [73] W. D. Zhang et Y. X. Sun, “Modified smith predictor for controlling integrator/time delay processes,” *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 35, n<sup>o</sup>. 8, p. 2769–2772, 1996.
- [74] A. S. Rao, V. Rao et M. Chidambaram, “Simple analytical design of modified smith predictor with improved performance for unstable first-order plus time delay (foptd) processes,” *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 46, n<sup>o</sup>. 13, p. 4561–4571, 2007.
- [75] J. E. Normey-Rico, *Control of dead-time processes*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [76] K. Watanabe, T. Ouchi et M. Nakatuyama, “Finite spectrum assignment of time-delay systems—a simplified design procedure,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 23, n<sup>o</sup>. 8, p. 187–192, 1990.
- [77] T. G. Molnar, D. Hajdu et T. Insperger, “The smith predictor, the modified smith predictor, and the finite spectrum assignment : A comparative study,” dans *Stability, control and application of time-delay systems*. Elsevier, 2019, p. 209–226.
- [78] G. Alevisakis et D. Seborg, “An extension of the smith predictor method to multivariable linear systems containing time delays,” *International Journal of Control*, vol. 17, n<sup>o</sup>. 3, p. 541–551, 1973.
- [79] K. Watanabe, Y. Ishiyama et M. Ito, “Modified smith predictor control for multivariable systems with delays and unmeasurable step disturbances,” *International Journal of Control*, vol. 37, n<sup>o</sup>. 5, p. 959–973, 1983.
- [80] V. L. Chuong *et al.*, “An analytical design of simplified decoupling smith predictors for multivariable processes,” *Applied Sciences*, vol. 9, n<sup>o</sup>. 12, p. 2487, 2019.

- [81] J. E. Normey-Rico et E. F. Camacho, “Unified approach for robust dead-time compensator design,” *Journal of Process Control*, vol. 19, n<sup>o</sup>. 1, p. 38–47, 2009.
- [82] A. Bemporad *et al.*, “The explicit linear quadratic regulator for constrained systems,” *Automatica*, vol. 38, n<sup>o</sup>. 1, p. 3–20, 2002.
- [83] F. J. Montáns *et al.*, “Data-driven modeling and learning in science and engineering,” *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 347, n<sup>o</sup>. 11, p. 845–855, 2019.
- [84] D. Acemoglu et P. Restrepo, *8. Artificial Intelligence, Automation, and Work*. University of Chicago Press, 2019.
- [85] J. McCarthy, “What is artificial intelligence ?” 2007.
- [86] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 1, n<sup>o</sup>. 1, p. 3–28, 1978.
- [87] R. E. Bellman et L. A. Zadeh, “Decision-making in a fuzzy environment,” *Management science*, vol. 17, n<sup>o</sup>. 4, p. B–141, 1970.
- [88] L. A. Zadeh, “The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—i,” *Information sciences*, vol. 8, n<sup>o</sup>. 3, p. 199–249, 1975.
- [89] N. Friedman, D. Geiger et M. Goldszmidt, “Bayesian network classifiers,” *Machine learning*, vol. 29, n<sup>o</sup>. 2, p. 131–163, 1997.
- [90] Y. Freund et L. Mason, “The alternating decision tree learning algorithm,” dans *icml*, vol. 99. Citeseer, 1999, p. 124–133.
- [91] R. S. Sutton et A. G. Barto, *Reinforcement learning : An introduction*. MIT press, 2018.
- [92] K. Krishnakumar et D. E. Goldberg, “Control system optimization using genetic algorithms,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, n<sup>o</sup>. 3, p. 735–740, 1992.
- [93] R. S. Michalski, J. G. Carbonell et T. M. Mitchell, *Machine learning : An artificial intelligence approach*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [94] E. Alpaydin, *Introduction to machine learning*. MIT press, 2020.
- [95] M. I. Jordan et T. M. Mitchell, “Machine learning : Trends, perspectives, and prospects,” *Science*, vol. 349, n<sup>o</sup>. 6245, p. 255–260, 2015.
- [96] J. Schulman *et al.*, “High-dimensional continuous control using generalized advantage estimation,” *arXiv preprint arXiv :1506.02438*, 2015.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [97] V. Mnih *et al.*, “Asynchronous methods for deep reinforcement learning,” dans *International conference on machine learning*. PMLR, 2016, p. 1928–1937.
- [98] J. Schulman *et al.*, “Proximal policy optimization algorithms,” *arXiv preprint arXiv :1707.06347*, 2017.
- [99] T. P. Lillicrap *et al.*, “Continuous control with deep reinforcement learning,” *arXiv preprint arXiv :1509.02971*, 2015.
- [100] S. Fujimoto, H. Hoof et D. Meger, “Addressing function approximation error in actor-critic methods,” dans *International Conference on Machine Learning*. PMLR, 2018, p. 1587–1596.
- [101] T. Haarnoja *et al.*, “Soft actor-critic algorithms and applications,” *arXiv preprint arXiv :1812.05905*, 2018.
- [102] ———, “Soft actor-critic : Off-policy maximum entropy deep reinforcement learning with a stochastic actor,” dans *International conference on machine learning*. PMLR, 2018, p. 1861–1870.
- [103] D. Silver *et al.*, “Deterministic policy gradient algorithms,” dans *International conference on machine learning*. PMLR, 2014, p. 387–395.
- [104] R. Hafner et M. Riedmiller, “Reinforcement learning in feedback control,” *Machine learning*, vol. 84, n<sup>o</sup>. 1-2, p. 137–169, 2011.
- [105] N. P. Lawrence *et al.*, “Optimal pid and antiwindup control design as a reinforcement learning problem,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, n<sup>o</sup>. 2, p. 236–241, 2020.
- [106] S. Spielberg *et al.*, “Toward self-driving processes : A deep reinforcement learning approach to control,” *AIChE journal*, vol. 65, n<sup>o</sup>. 10, p. e16689, 2019.
- [107] J. Richalet *et al.*, “Model predictive heuristic control,” *Automatica (journal of IFAC)*, vol. 14, n<sup>o</sup>. 5, p. 413–428, 1978.
- [108] J. Richalet, G. Lavielle et J. Mallet, *La commande prédictive : mise en oeuvre et applications industrielles*. Paris : Eyrolles, 2004.
- [109] D. Q. Mayne, “Model predictive control : Recent developments and future promise,” *Automatica*, vol. 50, n<sup>o</sup>. 12, p. 2967–2986, 2014.
- [110] V. L. Kharitonov, “Robust stability analysis of time delay systems : A survey,” *Annual Reviews in Control*, vol. 23, p. 185–196, 1999.



- [111] I. Landau *et al.*, “Robust digital control of flexible transmissions using the combined pole placement/sensitivity function shaping method,” *European Journal of Control*, vol. 1, n<sup>o</sup>. ARTICLE, p. 122–133, 1995.
- [112] F. Falconi *et al.*, “On robust online identification of industrial systems,” dans *2021 29th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*. IEEE, 2021, p. 776–781.
- [113] E. Granado *et al.*, “Study about system identification for second order process : an open and closed loop improvement,” *Revista INGENIERÍA UC*, vol. 11, n<sup>o</sup>. 1, p. 41–47, 2004.
- [114] D. J. Lucia, P. S. Beran et W. A. Silva, “Reduced-order modeling : new approaches for computational physics,” *Progress in aerospace sciences*, vol. 40, n<sup>o</sup>. 1-2, p. 51–117, 2004.
- [115] R. C. Panda, C.-C. Yu et H.-P. Huang, “Pid tuning rules for sopdt systems : Review and some new results,” *ISA transactions*, vol. 43, n<sup>o</sup>. 2, p. 283–295, 2004.
- [116] A. Prajapati, J. Bechtel et S. Ganesan, “Condition based maintenance : a survey,” *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, vol. 18, p. 384–400, 2012.
- [117] G. J. Vachtsevanos et G. J. Vachtsevanos, *Intelligent fault diagnosis and prognosis for engineering systems*. Wiley Online Library, 2006, vol. 456.
- [118] A. Muller, “Contribution à la maintenance prévisionnelle des systèmes de production par la formalisation d’un processus de pronostic,” Theses, Université Henri Poincaré - Nancy 1, juin 2005. [En ligne]. Disponible : <https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01748086>
- [119] M. N. Kotzalas et T. A. Harris, “Fatigue failure progression in ball bearings,” *J. Trib.*, vol. 123, n<sup>o</sup>. 2, p. 238–242, 2001.
- [120] M. E. Orchard et G. J. Vachtsevanos, “A particle-filtering approach for on-line fault diagnosis and failure prognosis,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 31, n<sup>o</sup>. 3-4, p. 221–246, 2009.
- [121] P. Wang et G. Vachtsevanos, “Fault prognostics using dynamic wavelet neural networks,” *AI EDAM*, vol. 15, n<sup>o</sup>. 4, p. 349–365, 2001.
- [122] M. A. Patil *et al.*, “A novel multistage support vector machine based approach for li ion battery remaining useful life estimation,” *Applied energy*, vol. 159, p. 285–297, 2015.
- [123] R. Isermann, *Fault-diagnosis systems : an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media, 2005.

- [124] V. Venkatasubramanian *et al.*, “A review of process fault detection and diagnosis : Part i : Quantitative model-based methods,” *Computers & chemical engineering*, vol. 27, n<sup>o</sup>. 3, p. 293–311, 2003.
- [125] ———, “A review of process fault detection and diagnosis : Part i : Quantitative model-based methods,” *Computers & chemical engineering*, vol. 27, n<sup>o</sup>. 3, p. 293–311, 2003.
- [126] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy et S. N. Kavuri, “A review of process fault detection and diagnosis : Part ii : Qualitative models and search strategies,” *Computers & chemical engineering*, vol. 27, n<sup>o</sup>. 3, p. 313–326, 2003.
- [127] V. Venkatasubramanian *et al.*, “A review of process fault detection and diagnosis : Part iii : Process history based methods,” *Computers & chemical engineering*, vol. 27, n<sup>o</sup>. 3, p. 327–346, 2003.
- [128] A. S. Willsky, “A survey of design methods for failure detection in dynamic systems,” *Automatica*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 6, p. 601–611, 1976.
- [129] P. M. Frank, “On-line fault detection in uncertain nonlinear systems using diagnostic observers : a survey,” *International journal of systems science*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 12, p. 2129–2154, 1994.
- [130] R. J. Patton et J. Chen, “A review of parity space approaches to fault diagnosis,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 6, p. 65–81, 1991.
- [131] J. Gertler, “Analytical redundancy methods in fault detection and isolation—survey and synthesis,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 6, p. 9–21, 1991.
- [132] M. Basseville, I. V. Nikiforov *et al.*, *Detection of abrupt changes : theory and application*. prentice Hall Englewood Cliffs, 1993, vol. 104.
- [133] Z. Fathi, W. F. Ramirez et J. Korbicz, “Analytical and knowledge-based redundancy for fault diagnosis in process plants,” *AIChE journal*, vol. 39, n<sup>o</sup>. 1, p. 42–56, 1993.
- [134] R. Reiter, “A theory of diagnosis from first principles,” *Artificial intelligence*, vol. 32, n<sup>o</sup>. 1, p. 57–95, 1987.
- [135] V. Venkatasubramanian et S. Rich, “An object-oriented two-tier architecture for integrating compiled and deep-level knowledge for process diagnosis,” *Computers & Chemical Engineering*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 9-10, p. 903–921, 1988.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [136] H. Vedam et V. Venkatasubramanian, "Signed digraph based multiple fault diagnosis," *Computers & chemical engineering*, vol. 21, p. S655–S660, 1997.
- [137] J.-M. Dion, C. Commault et J. Van der Woude, "Generic properties and control of linear structured systems : a survey," *Automatica*, vol. 39, n<sup>o</sup>. 7, p. 1125–1144, 2003.
- [138] M. R. Maurya, R. Rengaswamy et V. Venkatasubramanian, "Application of signed digraphs-based analysis for fault diagnosis of chemical process flowsheets," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 17, n<sup>o</sup>. 5, p. 501–518, 2004.
- [139] S. A. Lapp et G. J. Powers, "Computer-aided synthesis of fault-trees," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 26, n<sup>o</sup>. 1, p. 2–13, 1977.
- [140] N. H. Ulerich et G. J. Powers, "On-line hazard aversion and fault diagnosis in chemical processes : the digraph+ fault-tree method," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 37, n<sup>o</sup>. 2, p. 171–177, 1988.
- [141] J. De Kleer et J. S. Brown, "A qualitative physics based on confluences," *Artificial intelligence*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 1-3, p. 7–83, 1984.
- [142] B. Kuipers, "Qualitative simulation," *Artificial intelligence*, vol. 29, n<sup>o</sup>. 3, p. 289–338, 1986.
- [143] L. Travé-Massuyès et R. Milne, "Gas-turbine condition monitoring using qualitative model-based diagnosis," *IEEE Expert*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 3, p. 22–31, 1997.
- [144] L. Travé-Massuyès, P. Dague et F. Guerrin, *Le raisonnement qualitatif pour les sciences de l'ingénieur*. Hermès science publications, 1997.
- [145] L. Trave-Massuyes, L. Ironi et P. Dague, "Mathematical foundations of qualitative reasoning," *AI magazine*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 4, p. 91–91, 2003.
- [146] F. Finch et M. Kramer, "Expert system methodology for process malfunction diagnosis," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 20, n<sup>o</sup>. 5, p. 305–309, 1987.
- [147] M. Lind, "Modeling goals and functions of complex industrial plants," *Applied Artificial Intelligence an International Journal*, vol. 8, n<sup>o</sup>. 2, p. 259–283, 1994.
- [148] H. GALLAIRE, "Systèmes experts," n<sup>o</sup>. ref. article : H1990 v1, 1984. [En ligne]. Disponible : <https://www-techniques-ingenieur-fr.proxybib-pp.cnam.fr/base-documentaire/archives-th12/archives-technologies-logicielles-et-architecture-des-systemes-tiahb/archive-1/systemes-experts-h1990/>

- [149] W. R. Becraft et P. Lee, "An integrated neural network/expert system approach for fault diagnosis," *Computers & chemical engineering*, vol. 17, n<sup>o</sup>. 10, p. 1001–1014, 1993.
- [150] E. E. Tarifa et N. J. Scenna, "Fault diagnosis, direct graphs, and fuzzy logic," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 21, p. S649–S654, 1997.
- [151] S. H. Rich et V. Venkatasubramanian, "Model-based reasoning in diagnostic expert systems for chemical process plants," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 11, n<sup>o</sup>. 2, p. 111–122, 1987.
- [152] J.-Y. Cheung et G. Stephanopoulos, "Representation of process trends—part i. a formal representation framework," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 14, n<sup>o</sup>. 4-5, p. 495–510, 1990.
- [153] —, "Representation of process trends—part ii. the problem of scale and qualitative scaling," *Computers & chemical engineering*, vol. 14, n<sup>o</sup>. 4-5, p. 511–539, 1990.
- [154] D. Marr et E. Hildreth, "Theory of edge detection," *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences*, vol. 207, n<sup>o</sup>. 1167, p. 187–217, 1980.
- [155] W. A. Shewhart, *Economic control of quality of manufactured product*. Macmillan And Co Ltd, London, 1931.
- [156] E. S. Page, "Continuous inspection schemes," *Biometrika*, vol. 41, n<sup>o</sup>. 1/2, p. 100–115, 1954.
- [157] K. Pearson, "Liii. on lines and planes of closest fit to systems of points in space," *The London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine and journal of science*, vol. 2, n<sup>o</sup>. 11, p. 559–572, 1901.
- [158] H. Hotelling, "Multivariate quality control—illustrated by the air testing of sample bombsights," 1947.
- [159] S. Wold *et al.*, "Multivariate data analysis in chemistry," dans *Chemometrics*. Springer, 1984, p. 17–95.
- [160] P. B. Lowry et J. Gaskin, "Partial least squares (pls) structural equation modeling (sem) for building and testing behavioral causal theory : When to choose it and how to use it," *IEEE transactions on professional communication*, vol. 57, n<sup>o</sup>. 2, p. 123–146, 2014.
- [161] M. Piovoso, K. Kosanovich et J. Yuk, "Process data chemometrics," *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, vol. 41, n<sup>o</sup>. 2, p. 262–268, 1992.
- [162] W. Li *et al.*, "Recursive pca for adaptive process monitoring," *Journal of process control*, vol. 10, n<sup>o</sup>. 5, p. 471–486, 2000.

- [163] B. R. Bakshi, "Multiscale pca with application to multivariate statistical process monitoring," *AIChE journal*, vol. 44, n<sup>o</sup>. 7, p. 1596–1610, 1998.
- [164] L. Ungar, B. Powell et S. Kamens, "Adaptive networks for fault diagnosis and process control," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 14, n<sup>o</sup>. 4-5, p. 561–572, 1990.
- [165] V. Venkatasubramanian et K. Chan, "A neural network methodology for process fault diagnosis," *AIChE Journal*, vol. 35, n<sup>o</sup>. 12, p. 1993–2002, 1989.
- [166] K. Watanabe *et al.*, "Diagnosis of multiple simultaneous fault via hierarchical artificial neural networks," *AIChE Journal*, vol. 40, n<sup>o</sup>. 5, p. 839–848, 1994.
- [167] B. R. Bakshi et G. Stephanopoulos, "Wave-net : a multiresolution, hierarchical neural network with localized learning," *AIChE Journal*, vol. 39, n<sup>o</sup>. 1, p. 57–81, 1993.
- [168] R. O. Duda, P. E. Hart *et al.*, *Pattern classification and scene analysis*. Wiley New York, 1973, vol. 3.
- [169] T. Kohonen, "The self-organizing map," *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, n<sup>o</sup>. 9, p. 1464–1480, 1990.
- [170] L. Wen *et al.*, "A new convolutional neural network-based data-driven fault diagnosis method," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, n<sup>o</sup>. 7, p. 5990–5998, 2017.
- [171] J. Fan, M. Nikolaou et R. E. White, "An approach to fault diagnosis of chemical processes via neural networks," *AIChE Journal*, vol. 39, n<sup>o</sup>. 1, p. 82–88, 1993.

# Annexe A

## Outils mathématiques

### A.1 Transformation de Laplace

Soit  $x$  un signal réel à temps continu tel que  $x(t) = 0$  pour  $t < 0$  (le signal  $x(t)$  est dit causal). Sa **Transformée de Laplace** est donnée par :

$$\hat{x}(s) = \mathcal{L}[x(t)](s) = \int_{0^-}^{+\infty} x(t)e^{-st} dt$$

Cette intégrale est définie pour toute **variable de Laplace**  $s$  appartenant au domaine de convergence  $\mathcal{D} = \{\Re(s) \geq \alpha, \forall (\alpha, s) \in \mathbb{R} \times \mathbb{C}\}$ . La variable  $\alpha$  ainsi définie porte le nom d'**abscisse de convergence**.

### A.2 Transformation de Fourier

La **transformée de Fourier** est un cas particulier de la transformée de Laplace pour lequel nous avons posé  $s = i\omega$ . En effet, en supposant que l'axe imaginaire fait partie du domaine de convergence  $\mathcal{D}$  la transformée de Fourier de  $x(t)$  a pour expression :

$$\hat{x}(i\omega) = \mathcal{F}[x(t)](i\omega) = \int_{0^-}^{+\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt$$

Puisque par construction la transformée de fourrier possède la propriété

$$\overline{\hat{x}(i\omega)} = -\hat{x}(i\omega)$$

Nous pouvons considéré l'étude de la fonction  $\hat{x}(i\omega)$  sur  $\mathbb{R}^+$  dans la mesure où nous pouvons déduire les valeurs négatives par symétrie. Dans ce cas la **variable de Fourier**  $\omega$  peut s'interpréter physiquement comme une pulsation en  $rad.s^{-1}$

### A.3 Propriétés des transformations de Laplace et de Fourier

Dans ce qui suit nous allons considérer la transformée de Laplace mais celle de Fourier possède les mêmes propriétés.

Linéarité	$\mathcal{L}[\alpha \cdot x(t) + \beta \cdot y(t)](s) = \alpha \cdot \hat{x}(s) + \beta \cdot \hat{y}(s)$
Intégration	$\mathcal{L}\left[\int_0^t x(\nu) d\nu\right] = \frac{1}{s} \cdot \hat{x}(s)$
Retard	$\mathcal{L}[x(t - \tau)](s) = e^{-\tau s} \cdot \hat{x}(s)$
Dérivée d'ordre 1	$\mathcal{L}\left[\frac{dx(t)}{dt}\right](s) = s \cdot \hat{x}(s) - x(0^-)$
Dérivée d'ordre $n$	$\mathcal{L}\left[\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right](s) = s^n \cdot \hat{x}(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k \frac{d^k x}{dt^k} \Big _{t=0^-}$

TABLE A.1 – Propriétés transformée de Laplace

Il existe aussi une équivalence entre limite temporelle et limite dans le domaine de Laplace :

1. **Théorème de la valeur initiale** :  $\lim_{t \rightarrow 0^+} x(t) = \lim_{s \in \mathbb{R}, s \rightarrow +\infty} s \cdot \hat{x}(s)$
2. **Théorème de la valeur finale** :  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \lim_{s \in \mathbb{R}, s \rightarrow 0^+} s \cdot \hat{x}(s)$

### A.4 Calculs matriciels

#### Valeurs propres, vecteurs propres et valeurs singulières

Les **vecteurs propres** d'une matrice carrée d'ordre  $n$ ,  $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{C})$  sont les vecteurs  $V \in \mathbb{C}^n$  dont la direction n'est pas modifiée par l'application linéaire  $f_A$  représentée par la matrice  $A$ . En d'autres ce sont des invariants directionnels de l'application  $f_A$ . Il s'en suit que ces vecteurs vérifient l'égalité :

$$AV = \lambda V$$

Dans ce cas nous appellerons  $\lambda$  la **valeur propre associée au vecteur propre  $V$** . Considérons un vecteur  $X \in \mathbb{C}^n$  quelconque, et  $g_{A,\lambda}$  l'application linéaire représentée par la matrice

$$A - \lambda \mathbb{I}_n$$

. Le noyau de  $g_{A,\lambda}$  vaut :

$$\ker(g_{A,\lambda}) = \{X \in \mathbb{C}^n, AX - \lambda X = 0\}$$

Ainsi les vecteur  $X \in \ker(g_{A,\lambda})$  sont les vecteurs propres de  $A$ . Le calcul des valeurs propres peut donc se faire en résolvant l'équation  $\det(A - \lambda I_n) = 0$ . Une fois que nous avons calculer les valeurs propres  $\lambda_i$  associées aux vecteurs propres  $V_i$  nous pouvons par un changement de base écrire la matrice  $A$  sous sa forme diagonale comme suit :

$$P^{-1}AP = D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Lorsque la matrice  $A$  n'est pas diagonalisable, nous pouvons utiliser la technique de réduction de Jordan qui permet d'écrire une matrice sous forme triangulaire supérieur dans une base formée par les **sous-espaces caractéristiques**. Cette décomposition est une généralisation de la notion de **vecteur propre** et **sous-espace propre**.

Les **valeurs singulières** sont une généralisation de la notion de **valeurs propres** pour les matrices à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . En effet, soit  $A \in \mathbb{M}_{m,n}(\mathbb{R})$  un matrice rectangulaire quelconque. Nous pouvons construire les matrices carrées  $\mathcal{A}_1 = A^T A$  et  $\mathcal{A}_2 = AA^T$ . Le lecteur pourra vérifier rapidement que  $\mathcal{A}_1$  et  $\mathcal{A}_2$  sont symétriques et à coefficients réels. Ainsi par applications du théorème spectrale ces deux matrices sont diagonalisables dans un espace orthonormée de valeurs propres. Les **valeurs singulières** sont les racines carrées des **valeurs propres** de  $\mathcal{A}_1$  et  $\mathcal{A}_2$ . Soit  $A \in \mathbb{M}_{m,n}(\mathbb{R})$  alors nous savons qu'il existe  $p = \min(m, n)$  valeurs singulières que nous noterons  $\forall i \in \llbracket 1 \ p \rrbracket \sigma_i$ . Soit  $U \in \mathbb{M}_m(\mathbb{R})$  la matrice contenant en colonne les vecteurs propres de  $\mathcal{A}_1$  et  $V \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  la matrice contenant en colonne les vecteurs propres de  $\mathcal{A}_2$ .  $A$  possède une décomposition en valeurs singulières avec les matrices orthogonales  $U$  et  $V$  qui s'écrit sous la forme

$$U^T AV = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_p & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice  $A$  est de rang  $p$  et par convention nous choisissons :  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p > 0$ . Si  $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  et est inversible alors en posant  $\bar{\sigma}(A^{-1})$  la plus grande valeur singulière de  $A^{-1}$  et  $\underline{\sigma}(A)$



la plus petite valeur singulière de  $A$  nous avons la relation :

$$\underline{\sigma}(A) = \frac{1}{\bar{\sigma}(A^{-1})}$$

Dans le cas où  $A \in \mathbb{M}_{m,n}(\mathbb{R})$  est de rang  $m$ , c'est à dire que  $p = m$  nous avons :

$$\underline{\sigma}(A) \leq \frac{\|A \cdot u\|}{\|u\|} \leq \bar{\sigma}(A)$$

Ici  $\|u\|$  représente la norme hermitienne de  $u$ .

**Lemme d'inversion matricielle**

Soit  $M \in \mathbb{M}_{m_1+m_2, m_1+m_2}(\mathbb{K})$  donnée par l'écriture en blocs :

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

Avec  $(M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}) \in \mathbb{M}_{m_1}(\mathbb{K}) \times \mathbb{M}_{m_1, m_2}(\mathbb{K}) \times \mathbb{M}_{m_2, m_1}(\mathbb{K}) \times \mathbb{M}_{m_2}(\mathbb{K})$ . Nous pouvons alors établir la relation suivante issue du calcul de  $M^{-1}$  :

$$(M_{11} - M_{12}M_{22}^{-1}M_{21})^{-1} = M_{11}^{-1} + M_{11}^{-1}M_{12}(M_{22} - M_{21}M_{11}^{-1}M_{12})^{-1}M_{21}M_{11}^{-1}$$

Il en découle alors que pour deux matrices  $(N_1, N_2) \in \mathbb{M}_{n_1, n_2}(\mathbb{K}) \times \mathbb{M}_{n_2, n_1}(\mathbb{K})$  on a :

$$(\mathbb{I}_{n_1} + N_1N_2)^{-1}N_1 = N_1(\mathbb{I}_{n_2} + N_2N_1)^{-1}$$

## Annexe B

# Liste des publications et des participations à des conférences

### **Présentation à des conférences internationales :**

- Falconi, F., Guillard, H., Capitaneanu, S., & Raissi, T. (2020). Control strategy for the combustion optimization for waste-to-energy incineration plant. ISA 2020 Houston, Texas
- Falconi, F., Guillard, H., Capitaneanu, S., & Raissi, T. (2021, November). Control strategy for the combustion optimization for waste-to-energy incineration plant. International Conference on Environmental Science & Green Energy Paris

### **Publications dans des conférences internationales avec comité de lecture :**

- Falconi, F., Guillard, H., Capitaneanu, S., & Raissi, T. (2020). Control strategy for the combustion optimization for waste-to-energy incineration plant. IFAC-PapersOnLine, 53(2), 13167-13172.
- Falconi, F., Capitaneanu, S., Guillard, H., & Raïssi, T. (2021, June). On robust online identification of industrial systems. In 2021 29th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED) (pp. 776-781). IEEE.
- Franco Falconi, Stefan Capitaneanu, Hervé Guillard, Tarek Raissi. A novel robust control strategy for industrial systems with time delay. 5th International Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, Sep 2021, Saint-Raphaël, France.

### **Brevets déposés avec l'entreprise :**

- RST Smith predictor. Brevet US déposé de référence : us 2021P00003 US (969US0)n.





**Résumé :** Les travaux présentés dans ce mémoire peuvent être décomposés en trois parties distinctes. La première consiste à utiliser des techniques d'identification qui permettent de caractériser le comportement du système. Cette étape est cruciale et importante car au plus le modèle sera fidèle à la réalité et au plus le contrôle et le diagnostic seront efficaces. Ensuite, ce manuscrit aborde l'élaboration de régulateurs robustes, performants et utilisables dans le cadre des contraintes industrielle. La prise en compte des incertitudes dues à des écarts entre le modèle et la réalité demeure un défi dans un contexte industriel. Enfin, la dernière traite le sujet du diagnostic prédictif. Ce dernier permet de garantir le fonctionnement nominal en tout temps de l'installation. Les techniques basées sur les données ou sur une connaissance a priori du procédé peuvent être pertinentes suivant le nombre de données historiques et le degré d'expertise disponible.

**Mots clés :** Identification, contrôle, diagnostic, maintenance prédictive, systèmes industriels, modélisation, jumeaux numériques, apprentissage automatique, intelligence artificielle.

**Abstract :** The work presented in this thesis can be separated into three distinct parts. The first one uses identification techniques to characterize the behavior of the system. This step is crucial and important because the more the model fits the reality, the more effective the control strategy and the diagnosis system are. Then, this manuscript tackles the design of robust and efficient controllers within the framework of industrial constraints. Taking into account the uncertainties due to differences between the model and reality remains a challenge in an industrial context. Finally, the last part deals with the topic of fault diagnosis. This, guarantees that the plant runs in nominal operating conditions at all times. Data-driven techniques or knowledge-based approaches can be used according to whether historical data and/or a priori knowledge of the process is available.

**Keywords :** System identification, fault diagnosis, predictive maintenance, industrial systems, modelling, digital twins, machine learning, artificial intelligence.

