

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE N° 601  
*Mathématiques et Sciences et Technologies  
de l'Information et de la Communication*  
Spécialité : *Signal, Image, Vision*

Par

**Nans LAROCHE**

**Méthodes d'imagerie ultrasonore avancées et rapides pour le  
contrôle non destructif de matériaux atténuants et diffusants.**

Thèse présentée et soutenue à l'École Centrale de Nantes, le 18 octobre 2021  
Unité de recherche : UMR 6004, Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N)

## **Rapporteurs avant soutenance :**

Nicolas QUAEGBEUR Professeur, Université de Sherbrooke (Canada)  
Jean-Philippe THIRAN Professeur, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse)

## **Composition du Jury :**

Présidente :	Claire PRADA	Directrice de recherche CNRS, Université de Paris Sciences et Lettres
Examinatrice :	Barbara NICOLAS	Directrice de recherche CNRS, Université de Lyon, Villeurbanne
Dir. de thèse :	Jérôme IDIER	Directeur de recherche CNRS, Ecole Centrale de Nantes
Co-encadrant :	Sébastien BOURGUIGNON	Maître de Conférences HDR, Ecole Centrale de Nantes
Co-encadrant :	Aroune DUCLOS	Maître de Conférences, Le Mans Université

## **Invité :**

Ewen CARCREFF Ingénieur - chercheur, Entreprise DB-SAS, Nantes





# REMERCIEMENTS

---

Je souhaite tout d'abord remercier l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT) pour avoir subventionné cette thèse dans le cadre du dispositif CIFRE.

J'adresse mes remerciements aux membres du jury Barbara Nicolas, Claire Prada, Nicolas Quaegebeur et Jean-Philippe Thiran pour avoir pris le temps d'examiner mon travail. Leurs remarques m'ont permis d'améliorer le manuscrit et ont soulevé de nouvelles perspectives de recherche ainsi que des questionnements nouveaux. Je remercie de nouveau Barbara Nicolas, mais aussi Jérôme Antoni qui étaient membres de mon comité de suivi de thèse et avec qui les discussions ont été très enrichissantes tout au long de la thèse. Je veux exprimer ma reconnaissance à George D. Connolly (EPRI) et Pierre-Emile Lhuillier (EDF R&D) grâce à qui j'ai pu réaliser des essais sur des maquettes assez uniques. Je remercie enfin Alexia Chabot pour notre collaboration fructueuse sur les sujets de fabrication additive.

Il me tient aussi à cœur de remercier chaleureusement mes encadrants pour leur sympathie, leur confiance et la grande autonomie qu'ils m'ont accordé tout au long de ces travaux. Merci à Jérôme pour sa clairvoyance et sa capacité à m'orienter vers les bonnes pistes. Je remercie Aroune pour son aide précieuse sur les aspects acoustiques ainsi que pour les expériences toujours plus originales lors de nos journées au LAUM. Un grand merci à Sébastien pour sa patience, sa disponibilité et sa rigueur dont j'ai essayé de m'inspirer, en particulier lors des périodes de rédaction. Merci à Ewen de m'avoir guidé avec une constante sympathie et une grande pédagogie depuis mon stage ingénieur en 2016 (!).

Je veux également exprimer ma reconnaissance à mes collègues de DB-SAS où j'ai passé la grande majorité de mon temps. A ce titre, je remercie tout particulièrement Dominique de m'avoir accueilli au sein de son entreprise. Merci également à Zhanping pour l'aide apportée sur les aspects de programmation GPU. Enfin, j'ai une pensée pour mes collaborateurs de pauses café : Mario, Alexandre et Matthieu.

Merci à tous mes amis qui animent mon quotidien : mes anciens coloc serrois et affiliés, la famille Nantraliennne, mes vieux amis de Descartes, Villon et plus encore, les amis du rugby, les brigades Vignemale, escabèche, nufnuf, moulaga, Moulinsart *etc.* Je remercie infiniment ma famille pour m'avoir accompagné et inculqué les valeurs grâce auxquelles j'ai accompli ce parcours. Merci enfin à Typhaine pour tout ce qu'elle m'apporte chaque jour.



# SOMMAIRE

---

<b>Introduction générale</b>	<b>9</b>
Contexte et problématique . . . . .	9
Contributions et organisation du manuscrit . . . . .	11
Publications . . . . .	13
Publications annexes . . . . .	14
<b>1 Imagerie ultrasonore multiéléments</b>	<b>15</b>
Introduction . . . . .	15
1.1 Présentation du contrôle non-destructif . . . . .	16
1.2 Mesures ultrasonores . . . . .	18
1.2.1 Les ondes ultrasonores en CND . . . . .	18
1.2.2 Transducteurs ultrasonores . . . . .	18
1.2.3 Représentation des données . . . . .	20
1.3 Acquisition de données ultrasonores multiéléments . . . . .	22
1.3.1 Systèmes d'acquisition multivoies . . . . .	22
1.3.2 Généralités sur les sondes linéaires multiéléments . . . . .	23
1.3.3 Modalités d'inspection en contrôle non destructif . . . . .	26
1.4 Méthodes standard pour l'imagerie ultrasonore . . . . .	31
1.4.1 Imagerie par focalisation classique . . . . .	31
1.4.2 Imagerie par focalisation en tout point . . . . .	33
1.4.3 Comparaisons des méthodes standard . . . . .	40
1.5 État de l'art des méthodes d'imagerie ultrasonore . . . . .	42
<b>2 Méthodes inverses pour l'imagerie ultrasonore</b>	<b>45</b>
Introduction . . . . .	45
2.1 Modélisation des signaux ultrasonores . . . . .	46
2.1.1 Modélisation fréquentielle d'un signal ultrasonore . . . . .	46
2.1.2 Discrétisation du problème dans le domaine temporel . . . . .	48
2.1.3 Modélisation des données ultrasonores multiéléments . . . . .	49
2.2 Inversion des données ultrasonores . . . . .	52
2.2.1 Caractère mal posé . . . . .	52

2.2.2	Terme d'attache aux données . . . . .	54
2.2.3	Terme de régularisation . . . . .	55
2.3	Travaux réalisés pour l'inversion des données ultrasonores multiéléments . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Imagerie par inversion de données ultrasonores FMC</b>	<b>63</b>
	Introduction . . . . .	63
3.1	Problématique et méthodes existantes . . . . .	64
3.2	Contributions et guide de lecture . . . . .	65
3.3	L'article . . . . .	66
3.4	Implémentation rapide des produits matriciels . . . . .	78
3.4.1	Calcul classique du produit matriciel . . . . .	78
3.4.2	Méthode de projection/convolution pour l'implémentation rapide des produits matriciels . . . . .	78
3.4.3	Comparaisons des implémentations à partir de données expérimentales . . . . .	80
3.5	Fonction de régularisation . . . . .	84
3.5.1	Choix de la fonction de régularisation . . . . .	84
3.5.2	Influence des hyperparamètres . . . . .	85
3.6	Estimation d'une forme d'onde sur un réflecteur ponctuel à partir des données FMC . . . . .	87
<b>4</b>	<b>Reconstruction par déconvolution de l'image TFM</b>	<b>91</b>
	Introduction . . . . .	91
4.1	Problématique et méthodes existantes . . . . .	92
4.2	Contributions et guide de lecture . . . . .	93
4.3	L'article . . . . .	95
4.4	Comparaisons de plusieurs modèles de poids pour l'interpolation . . . . .	109
4.5	Discussion sur la matrice de covariance $\mathbf{BB}^T$ . . . . .	115
4.6	Estimation d'une forme d'onde sur un réflecteur ponctuel à partir de l'image TFM	117
<b>5</b>	<b>Applications au contrôle d'aciers polycristallins diffusants</b>	<b>121</b>
	Introduction . . . . .	121
5.1	Problématique et méthodes existantes . . . . .	121
5.2	Contributions et guide de lecture . . . . .	122
5.3	L'article . . . . .	123
<b>6</b>	<b>Imagerie ultrasonore pour les milieux atténuants et dispersifs</b>	<b>133</b>
	Introduction . . . . .	133
6.1	Modèle direct dans le cas de milieux atténuants et dispersifs . . . . .	135

---

6.1.1	Modélisation fréquentielle des signaux . . . . .	135
6.1.2	Atténuation linéaire pour un écho gaussien . . . . .	138
6.1.3	Modélisation des données FMC et implémentation . . . . .	142
6.2	Méthodes d'imagerie linéaires et limitations . . . . .	144
6.2.1	Limites du TFM . . . . .	144
6.2.2	Détection par pseudo-filtrage adapté . . . . .	144
6.3	Régularisation dans le cas d'une forte variation d'amplitude . . . . .	148
6.3.1	Illustration dans un cadre simplifié . . . . .	148
6.3.2	Fonction de régularisation adaptée pour l'imagerie ultrasonore . . . . .	152
6.4	Méthode d'inversion des données par régularisation spatialement variable . . . . .	154
6.5	Résultats expérimentaux . . . . .	156
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>161</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>167</b>



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

## Contexte et problématique

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une thèse CIFRE <sup>1</sup>, en collaboration avec les laboratoires LS2N (Laboratoire des sciences du numérique de Nantes, unité mixte de recherche CNRS 6004) et LAUM (Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans, unité mixte de recherche CNRS 6613), et au sein de l'entreprise DB-SAS qui fournit des équipements électroniques ainsi que des solutions techniques et logicielles pour le contrôle non destructif (CND) par ultrasons et l'imagerie médicale.

Le contrôle non destructif est un processus industriel très courant pour contrôler l'intégrité des structures et pièces mécaniques [KRAUTKRAMER *et al.* 1990]. Dans ce travail de thèse, nous nous intéressons à la modalité d'inspection ultrasonore dont le but est d'obtenir des informations sur un matériau à partir de sa réponse à des sollicitations acoustiques. Historiquement, ce type de contrôle a d'abord été réalisé avec un capteur monoélément, capable d'acquérir un signal temporel. Les signaux ultrasonores contiennent des indications provenant des discontinuités rencontrées par l'onde ultrasonore et donc éventuellement de défauts présents dans la pièce inspectée. La visualisation de ces échos rétro-diffusés par le milieu permet alors à l'opérateur d'obtenir des informations sur la pièce et ainsi de valider, ou non, l'inspection. De nombreuses techniques ont été développées afin de fournir des outils robustes de traitement, d'analyse et d'aide à la décision pour l'étude de ces signaux ultrasonores [ZHANG *et al.* 2012; ZALA 1992]. En particulier, les méthodes de déconvolution parcimonieuse ont montré de bonnes performances pour l'amélioration de la résolution et du contraste des signaux ultrasonores [SIN *et al.* 1992]. La parcimonie consiste à supposer que l'objet recherché peut être représenté par un faible nombre de coefficients non nuls. Les méthodes de déconvolution parcimonieuse s'inscrivent dans le cadre plus général des problèmes inverses dont le but est d'obtenir des informations sur un objet à partir de mesures indirectes le caractérisant. Par exemple, la réponse du milieu à une excitation acoustique. Dans le cas de l'inspection ultrasonore, ces problèmes sont généralement mal posés [IDIER 2008] et nécessitent des techniques d'inversion adaptées. En effet, les données brutes ne permettent pas la reconstruction exhaustive de la réflectivité ultrasonore du matériau, et ce, pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les capteurs ne sont sensibles que dans une bande fréquen-

---

1. Convention Industrielle de Formation par la Recherche n°2017/1083, financée par l'ANRT (Association Nationale Recherche Technologie)

tielle relativement étroite, ce qui ne leur donne pas accès à toutes les informations du milieu, notamment les hautes fréquences. De plus, des phénomènes physiques telles que l'atténuation fréquentielle [SZABO 2014] et la dispersion [WEAR 2000] déforment l'onde émise par les transducteurs au cours de la propagation. Par ailleurs, le phénomène de diffusion [WEAVER 1990] provoqué, pour certains milieux, par des irrégularités à l'échelle de la longueur d'onde (joints de grains dans les matériaux polycristallins, texture des tissus *etc.*) affecte également la propagation. En effet, les réflexions multiples de l'onde provoquent non seulement un phénomène d'atténuation, mais également un bruit de structure cohérent dû à la rétrodiffusion multiple des ondes vers le capteur. Enfin, les contrôles sont réalisés avec des systèmes d'acquisition imparfaits générant systématiquement du bruit de mesure.

La technologie des sondes multiéléments a peu à peu remplacé les capteurs monoéléments dans de nombreuses applications. Celle-ci offre notamment la possibilité de former directement des images ultrasonores à partir d'une position fixe de la sonde. Les contrôles sont alors réalisés plus rapidement et avec de meilleures performances pour la détection et la caractérisation des défauts [KINO 1979]. Historiquement, les premières méthodes de reconstruction d'image consistaient à générer des ondes focalisées en appliquant des retards en émission et en réception pour chaque transducteur de la sonde. Ces algorithmes simples, encore largement utilisés de nos jours, ont l'avantage de pouvoir être implémentés de manière électronique dans le but d'optimiser les transferts de données depuis le système de mesure vers le système de visualisation et d'atteindre des cadences d'inspections élevées. Néanmoins, la résolution des images reconstruites n'est optimale qu'au voisinage des points de focalisation, dont le nombre est limité dans un contexte d'inspection industrielle. Plus récemment, les méthodes de focalisation en tout point [HOLMES *et al.* 2005; MONTALDO *et al.* 2009] ont permis de reconstruire des images avec une résolution optimale pour tous les pixels. Ces nouveaux algorithmes, bien plus demandeurs en puissance de calcul, sont réalisables grâce à l'avènement du calcul logiciel sur carte graphique GPU (*Graphic Processing Unit*) [SUTCLIFFE *et al.* 2012]. En effet, la valeur de l'image en chaque pixel peut être calculée indépendamment, en parallèle.

Le calcul logiciel des images ultrasonores ouvre la voie à des méthodes plus approfondies de traitement des signaux et notamment aux méthodes d'inversion évoquées ci-dessus. En effet, les images focalisées en tout point reposent sur un principe de sommation des signaux bruts, dépendant uniquement de la géométrie de l'inspection et du principe de Fermat [BÓNA *et al.* 2003]. En particulier, ces méthodes ne prennent pas en compte de modèles acoustiques liés au transducteur ou au milieu et ne font aucune hypothèse sur l'image recherchée. Nos travaux s'inscrivent donc dans le cadre du développement de méthodes performantes pour l'imagerie ultrasonore multiéléments basées sur des approches de type inversion. Nous souhaitons étendre les travaux existants pour la modélisation et la déconvolution parcimonieuse de signaux ultrasonores dans



le cas de contrôle multiéléments afin d'améliorer la détection et la caractérisation des indications reconstruites par rapport aux méthodes de formation de voies standard.

Ce type d'approche s'avère particulièrement complexe. En effet, la modélisation du processus d'acquisition des données nécessite la prise en compte des formes d'ondes, *a priori* méconnues, émises par les transducteurs ainsi que des phénomènes acoustiques liés à la propagation. L'inversion directe du modèle établi est un problème mal posé et requiert des approches de régularisation appropriées. D'une part, l'hypothèse physique de parcimonie sur l'image reconstruite permet de régulariser le problème et d'obtenir des solutions hautement résolues. D'autre part, les techniques employées doivent être adaptées au traitement de données de grande taille et aux contraintes industrielles. Le contexte très appliqué de cette thèse met alors l'accent sur l'aspect expérimental et sur l'applicabilité pratique des méthodes développées.

## Contributions et organisation du manuscrit

Ce manuscrit a été rédigé sous la forme d'une thèse sur articles : il comporte deux chapitres introductifs, trois chapitres présentant les contributions de la thèse sous forme d'articles et un dernier chapitre rédigé de manière classique. Les publications scientifiques issues de ces contributions sont listées en Section [Publications](#) à la fin de cette introduction. D'autres publications réalisées au cours de cette thèse et en lien avec l'imagerie ultrasonore sont listées en Section [Publications annexes](#). Ces publications, issues de travaux réalisés pour le contrôle non destructif en fabrication additive, n'ont pas de liens directs avec les méthodes développées dans ce manuscrit et ne seront donc pas présentées ici.

Le chapitre 1 introduit les modalités de l'inspection ultrasonore et présente les méthodes classiques d'imagerie multiéléments, ainsi que leurs limites.

Le chapitre 2 décrit la problématique de l'imagerie ultrasonore sous l'angle des problèmes inverses. Tout d'abord, nous présentons une modélisation du signal ultrasonore temporel par une convolution entre la forme d'onde et la réflectivité du milieu. À partir de cette modélisation, nous formulons une relation linéaire entre les données multiéléments et l'image de réflectivité du matériau qui sera notre modèle de base pour l'ensemble de ces travaux. Enfin, ce chapitre introduit les différentes contributions de la thèse présentées dans les chapitres suivants.

Le chapitre 3 présente l'article [A]. Ces travaux ont également été présentés lors de plusieurs conférences [E,G,F]. Nous proposons ici une modélisation des données ultrasonores multiéléments à partir de l'image de réflectivité du milieu. L'inversion de ce modèle est réalisée grâce à la minimisation d'un critère des moindres carrés régularisé. L'hypothèse de parcimonie sur la solution permet alors de reconstruire des images hautement résolues. Dans un contexte expérimental, cette méthode est évaluée sur des problématiques de séparation de défauts proches

dans l'aluminium. À la suite de l'article, le chapitre détaille la méthode d'implémentation des produits matriciels en lien avec le modèle établi. Nous discutons également le choix de la fonction de régularisation ainsi que l'influence des hyperparamètres. Enfin, nous présentons une méthode d'estimation de forme d'ondes à partir des échos rétro-diffusés par un réflecteur dans les données brutes.

Les travaux du chapitre 4 sont basés sur l'article [B] et ont été présentés lors de plusieurs conférences [H,I]. Nous proposons une méthode d'inversion plus rapide au prix d'une dégradation (limitée) des données du modèle. En projetant le modèle établi sur les données ultrasonores brutes dans l'espace image, nous formulons un modèle de convolution spatiale à réponse impulsionnelle (PSF, *Point Spread Function*) variable entre l'image ultrasonore focalisée en tout point et la réflectivité du milieu. Nous proposons alors des outils pour prendre en compte efficacement les variations spatiales de la PSF en tout point grâce à un modèle d'interpolation. Par ailleurs, le bruit supposé blanc et gaussien sur les données ultrasonores est filtré par l'opérateur de projection. Le bruit induit sur les nouvelles données projetées est alors coloré et non stationnaire. Nous proposons une stratégie de pré-blanchiment prenant en compte les variations spatiales du bruit, pour une complexité calculatoire similaire à la méthode sans pré-blanchiment. L'inversion parcimonieuse de ce modèle permet de reconstruire des images hautement résolues, avec un temps de calcul bien plus faible que la méthode développée au chapitre 3. Cette méthode est évaluée à partir de données mesurées dans un acier peu diffusant contenant des défauts proches de très petites tailles devant la longueur d'onde. À la suite de l'article, nous comparons la précision des modèles d'interpolation de PSF dans le contexte de l'imagerie ultrasonore. Nous étudions les propriétés de la matrice de covariance du bruit et nous discutons la stratégie de pré-blanchiment mise en œuvre. Enfin, nous présentons une méthode d'estimation de forme d'ondes à partir d'un réflecteur dans l'image focalisée en tout point.

Le chapitre 5, basé sur l'article [C], montre une application de la méthode du chapitre 4 sur une problématique d'inspection particulièrement complexe. Les mesures sont réalisées à partir d'un acier diffusant largement utilisé dans l'industrie qui possède des défauts de très petite taille et dans lequel les ondes hautes fréquences sont difficilement exploitables. La méthode d'inversion permet alors d'obtenir des images hautement résolues à l'aide de mesures basses fréquences.

Le but du chapitre 6 est d'appliquer les méthodes proposées précédemment à des milieux ayant un caractère atténuant et dispersif. Ces milieux déforment fortement les ondes acoustiques lors de leur propagation, complexifiant davantage les méthodes de déconvolution [CARCREFF *et al.* 2014]. Nous proposons de prendre en compte ces phénomènes physiques dans les méthodes de modélisation et d'inversion développées aux chapitres précédents. De plus, nous incluons une stratégie de régularisation adaptée à la forte décroissance en amplitude des signaux. Des résultats issus de données simulées ainsi que quelques résultats expérimentaux préliminaires

seront présentés dans ce chapitre.

Le chapitre [Conclusion et perspectives](#) développe les conclusions de cette thèse ainsi que des perspectives de travail.

## Publications

- Article de revue internationale publié :
  - [A] N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier et A. Duclos. **An inverse approach for ultrasonic imaging from full matrix capture data. Application to resolution enhancement in NDT.** *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 67(9), Pages 1877-1887, 2020.
  - [B] N. Laroche, S. Bourguignon, J. Idier, E. Carcreff et A. Duclos. **Fast deconvolution of ultrasonic beamformed images with a non-stationary point spread function.** *IEEE Transactions on Computational Imaging*, Vol. 7, Pages 935-947, 2021.
- Articles de revues internationales en cours d'écriture :
  - [C] N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier et A. Duclos. **Super-resolution ultrasonic imaging of close reflectors in coarse-grained steels based on a deconvolution approach.** *En cours de rédaction.*
- Articles de conférences :
  - [D] E. Carcreff, N. Laroche, D. Braconnier, A. Duclos et S. Bourguignon. **Improvement of the total focusing method using an inverse problem approach.** *IEEE International Ultrasonics Symposium*, Washington, USA, Septembre 2017.
  - [E] N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier et A. Duclos. **Une approche inverse pour l'imagerie ultrasonore par focalisation en tout point.** *Congrès Français d'Acoustique*, Le Havre, France, Avril 2018.
  - [F] N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier et A. Duclos. **An inverse approach for ultrasonic imaging by total focusing point for close reflectors separation.** *IEEE International Ultrasonics Symposium*, Kobe, Japan, Octobre 2018.
  - [G] N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier et A. Duclos. **A super-resolution approach of the total focusing method for resolving close flaws.** *Quantitative Nondestructive Evaluation*, Portland, USA, Juillet 2019.
  - [H] N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier et A. Duclos. **Approche inverse rapide pour la déconvolution d'images ultrasonores par une PSF variable.**

*GRETSI*, Lille, France, Août 2019.

[I] N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier et A. Duclos. **Fast inverse approach for the deconvolution of ultrasonic TFM images using a spatially varying PSF in NDT**. *IEEE International Ultrasonics Symposium*, Glasgow, Ecosse, Octobre 2019.

## Publications annexes

- Articles de revues internationales publiés :

[J] A. Chabot, N. Laroche, E. Carcreff, M. Rauch et J.-Y. Hascoët. **Towards defect monitoring for metallic additive manufacturing components using phased array ultrasonic testing**. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 31(5), Pages 1191-1201, 2020.

[K] A.-F. Obaton, B. Butsch, E. Carcreff, N. Laroche, J. B. Tarr et A. Donmez. **Efficient volumetric non-destructive testing methods for additively manufactured parts**. *Welding in the World*, Vol. 64(8), Pages 1417-1425, 2020.

- Autres :

[L] A. Obaton, B. Butsch, S. McDonough, E. Carcreff, N. Laroche, Y. Gaillard, J. B. Tarr, P. Bouvet, R. Cruz, and A. Donmez. **Evaluation of Nondestructive Volumetric Testing Methods for Additively Manufactured Parts, in Structural Integrity of Additive Manufactured Parts** in *Structural Integrity of Additive Manufactured Parts*, N. Shamsaei, S. Daniewicz, N. Hrabe, S. Beretta, J. Waller, and M. Seifi, Eds. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959 : ASTM International, 2020, pp. 51–91.

# IMAGERIE ULTRASONORE MULTIÉLÉMENTS POUR LE CONTRÔLE NON DESTRUCTIF

---

## Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>1.1 Présentation du contrôle non-destructif</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>1.2 Mesures ultrasonores</b> . . . . .	<b>18</b>
1.2.1 Les ondes ultrasonores en CND . . . . .	18
1.2.2 Transducteurs ultrasonores . . . . .	18
1.2.3 Représentation des données . . . . .	20
<b>1.3 Acquisition de données ultrasonores multiéléments</b> . . . . .	<b>22</b>
1.3.1 Systèmes d'acquisition multivoies . . . . .	22
1.3.2 Généralités sur les sondes linéaires multiéléments . . . . .	23
1.3.3 Modalités d'inspection en contrôle non destructif . . . . .	26
<b>1.4 Méthodes standard pour l'imagerie ultrasonore</b> . . . . .	<b>31</b>
1.4.1 Imagerie par focalisation classique . . . . .	31
1.4.2 Imagerie par focalisation en tout point . . . . .	33
1.4.3 Comparaisons des méthodes standard . . . . .	40
<b>1.5 État de l'art des méthodes d'imagerie ultrasonore</b> . . . . .	<b>42</b>

---

## Introduction

Ce premier chapitre présente le contrôle non destructif et introduit les concepts de base de l'imagerie ultrasonore. La Section 1.1 présente les enjeux et problématiques du CND. La Section 1.2 est plus spécifiquement dédiée aux ultrasons, aux outils et aux modalités pour l'acquisition de données ultrasonores. La Section 1.3 présente l'acquisition de données avec des sondes

multiéléments pour l'imagerie ultrasonore. La Section 1.4 présente les méthodes standard utilisées en imagerie ultrasonore et compare leurs performances. Enfin, la Section 1.5 présente un état de l'art des méthodes de reconstruction en imagerie ultrasonore.

## 1.1 Présentation du contrôle non-destructif

Le principe du contrôle non-destructif est de détecter et caractériser les éventuels défauts dans un milieu à l'aide de mesures non invasives. Il permet de s'assurer de l'intégrité des pièces et des structures et est utilisé dans de nombreux domaines industriels tels que l'énergie (nucléaire, pétrole, gaz, éolien), le transport (aéronautique, ferroviaire, automobile) ou encore le génie civil. Certaines de ces applications sont illustrées en Figure 1.1.



FIGURE 1.1 – Exemples de pièces industrielles dont l'inspection par ultrasons revêt un enjeu majeur. (a) : Cuve pressurisée d'un réacteur nucléaire (Source). (b) : Pipeline (Source: oléoduc trans-Alaska). (c) : Turboréacteur d'avion (Source: General Electric GE90-115B).

Une pièce est généralement contrôlée plusieurs fois au cours de son cycle de vie. De premiers contrôles peuvent être effectués en cours de fabrication afin de déceler d'éventuelles anomalies et d'assurer la conformité de l'objet. Ensuite, des contrôles peuvent intervenir régulièrement tout au long de son cycle de vie afin de prévenir l'apparition ou la propagation de défauts existants lors des opérations de maintenance.

Il existe de nombreuses méthodes de contrôle basées sur différents principes physiques (voir le site de la COFREND). Des méthodes comme le ressuage ou la magnétoscopie sont utilisées pour des contrôles en surface de la pièce afin de détecter des discontinuités débouchantes. L'inspection par courant de Foucault [GARCÍA-MARTÍN *et al.* 2011] ou la thermographie permettent d'obtenir des informations dans la région superficielle de la matière. Enfin pour des contrôles

volumiques, la radiographie et le contrôle par ultrasons sont généralement privilégiés. La radiographie [DE CHIFFRE *et al.* 2014] est utilisée pour obtenir une image de la densité de la pièce traversée par un rayonnement X ou gamma. Cette technique est réputée pour sa grande précision mais est également limitée par sa mise en œuvre complexe. En effet, cette technologie nécessite des infrastructures adaptées pour pouvoir être utilisée de façon sécurisée en raison du caractère ionisant des rayonnements. En contrôle non-destructif par ultrasons, on étudie la réponse d'un milieu à une excitation ultrasonore. Cette méthode est très utilisée car elle est plus simple à mettre en œuvre que la radiographie malgré une précision moindre. Comme illustré en Figure 1.2, de nombreuses techniques de CND sont communes à l'imagerie médicale (échographie, radiographie, *etc.*), notamment pour le contrôle ultrasonore qui repose sur des principes similaires à l'échographie médicale. Plusieurs méthodes de contrôle non destructif reposent sur

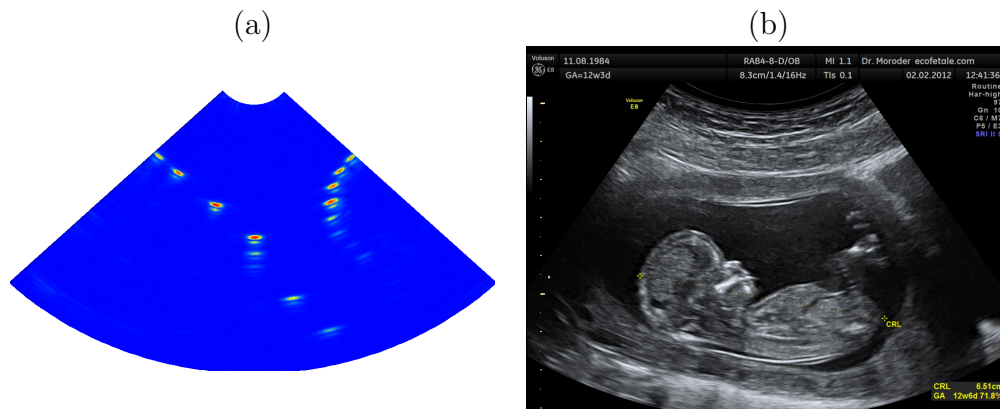


FIGURE 1.2 – (a) : Image ultrasonore à partir d'une pièce d'aluminium pour le contrôle non destructif (Source interne). (b) : Image ultrasonore d'un fœtus pour l'imagerie médicale (Source: Dr. Wolfgang Moroder).

un principe commun : une certaine mesure physique n'est pas quantifiable directement et on cherche à l'étudier via des mesures physiques indirectes. Ces problématiques s'inscrivent alors dans le cadre des *problèmes inverses* [IDIER 2008]. Dans le cas de l'imagerie ultrasonore auquel nous nous intéressons dans ces travaux, la taille et l'orientation d'un défaut interne vont directement influencer l'intensité des ondes acoustiques reçues qu'il réfléchit, diffracte, *etc.*

## 1.2 Mesures ultrasonores

### 1.2.1 Les ondes ultrasonores en CND

Les ultrasons sont des ondes mécaniques se propageant dans des milieux solides ou fluides. La gamme de fréquence utilisée en contrôle non-destructif se situe entre 100 kHz et 100 MHz. La longueur d'onde  $\lambda$  est une dimension caractéristique de l'onde :  $\lambda = c/F_0$  où  $c$  est la vitesse des ondes dans le matériau et  $F_0$  la fréquence centrale de l'onde. Pour interagir avec une onde élastique, les dimensions du réflecteur doivent être au moins de l'ordre de la longueur d'onde. La fréquence centrale du capteur utilisé pour l'inspection est donc un paramètre déterminant de l'inspection ultrasonore et doit correspondre aux différents types d'applications et aux différentes tailles de défauts recherchés. Les ondes hautes fréquences ont une longueur d'onde plus petite et sont donc sensibles à des discontinuités de plus petites tailles. Les images reconstruites à partir de mesures hautes fréquences sont donc mieux résolues. Néanmoins, les ondes hautes fréquences sont plus atténuées et plus sensibles à la structure interne du milieu, elles se propagent donc moins loin dans le milieu. En génie civil, les fréquences utilisées sont typiquement de l'ordre de quelques centaines de kHz alors que pour des applications à haute résolution, comme la microscopie acoustique, les fréquences peuvent aller jusqu'à quelques centaines de MHz. Nous travaillerons principalement avec des fréquences de l'ordre de 1 – 10 MHz utilisées pour l'inspection des métaux ou pour l'échographie médicale.

Une excitation ultrasonore produit plusieurs types d'ondes schématisées en Figure 1.3. Les ondes L et T sont des ondes de volume se propageant avec des polarisations différentes. Les ondes L représentées en Figure 1.3(a) sont des ondes longitudinales (ondes de compression) plus rapides qui provoquent une déformation de la matière parallèle à la direction de propagation de l'onde. Les ondes T schématisées en Figure 1.3(b) sont des ondes transversales (ondes de cisaillement) qui se propagent plus lentement et déforment le matériau de manière perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Les ondes de Love et de Rayleigh schématisées en Figure 1.3(c) et Figure 1.3(d) respectivement se propagent uniquement en surface. Nous ne considérerons ici que les ondes de volume L et T, les autres modes sont moins fréquemment utilisés mais peuvent également être étudiés pour des contrôles par ondes guidées afin de détecter des défauts en surface [VIKTOROV 2013].

### 1.2.2 Transducteurs ultrasonores

La majorité des transducteurs ultrasonores utilisent le phénomène de piézoélectricité afin de convertir une énergie électrique en déplacement mécanique et réciproquement. En effet, lorsqu'un élément piézoélectrique est excité par un courant électrique, il se déplace dans la direction de



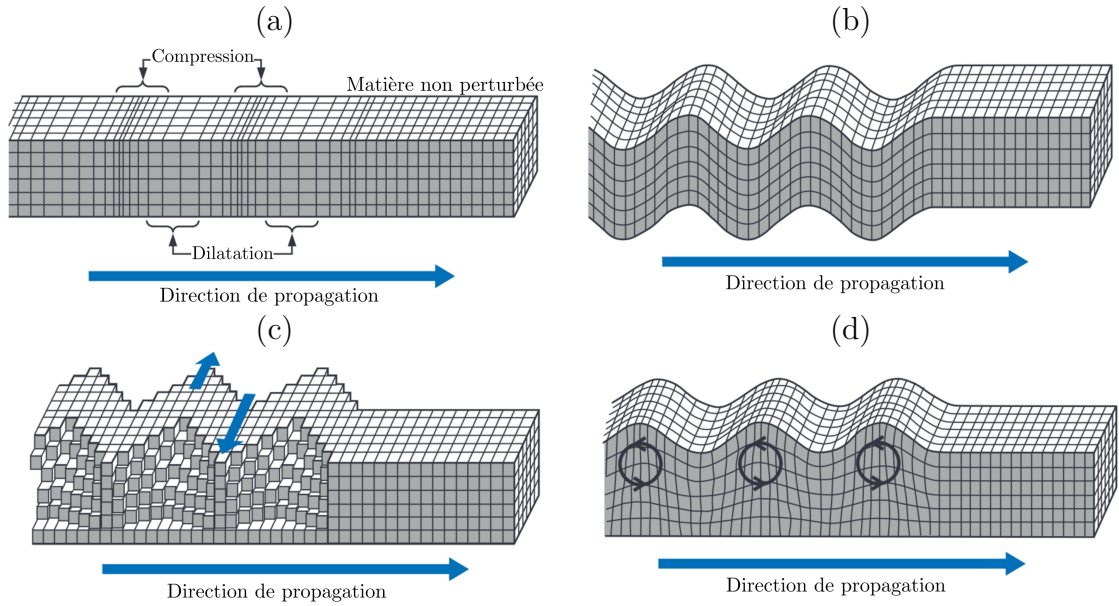


FIGURE 1.3 – Schéma des différents types d'ondes. (a) : Ondes longitudinales. (b) : Ondes transversales. (c) : Ondes de Love. (d) : Ondes de Rayleigh. Schéma extrait de [SANTOS *et al.* 2019].

ce courant avant de retrouver sa position initiale, générant ainsi une onde élastique. La largeur de l'impulsion électrique d'excitation est alors directement liée à la fréquence de résonance de l'élément piézoélectrique. En réception, le phénomène inverse se produit, c'est-à-dire que l'onde élastique provoque un déplacement de l'élément piézoélectrique, induisant alors un courant qui peut être étudié pour remonter aux caractéristiques de l'onde. Ce principe est illustré en Figure 1.4.

Depuis les années 1990, la technologie piézocomposite s'est largement développée [SMITH 1989], les transducteurs sont composés d'un matériau céramique piézoélectrique (en général Plomb, Zirconate, Titane) et d'un matériau non piézoélectrique isolant (epoxy). La Figure 1.5 montre un exemple de la structure d'un piézocomposite 1-3 (bâtonnets de céramique piézoélectrique 1D intégrés dans un matériau polymère). Cette technologie possède de nombreux avantages par rapport aux capteurs piézoélectriques monolithiques en termes de rapport signal sur bruit, de largeur de bande passante ou encore de résolution. Plus récemment, les transducteurs capacitifs micro-usinés (CMUT pour *Capacitive Micromachined Ultrasonic Transducers*) constitués d'un ensemble de cellules capacitives ont été utilisés pour l'imagerie ultrasonore [ORALKAN *et al.* 2002], en raison de leur bande passante plus large que les transducteurs piézocomposites. Si cette technologie suscite de l'intérêt en imagerie médicale, elle demeure très marginale en

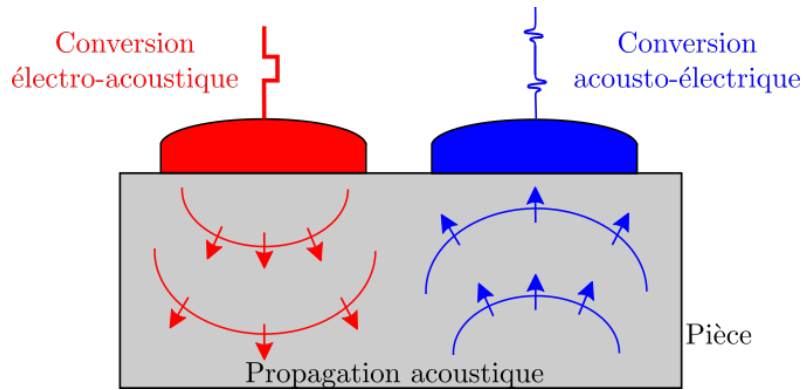


FIGURE 1.4 – Principe d’un transducteur ultrasonore en **émission** (rouge) et en **réception** (bleu).

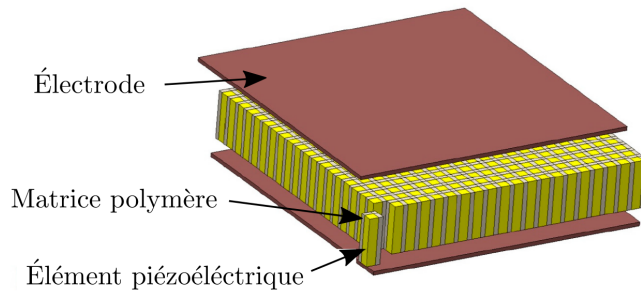


FIGURE 1.5 – Structure d’un piézocomposite 1-3 extrait de [LEE *et al.* 2014].

CND.

### 1.2.3 Représentation des données

Un signal ultrasonore, appelé A-scan, correspond à la tension électrique mesurée en réception par le transducteur. Le terme signal radio-fréquence (RF) est également très utilisé. La mesure est réalisée en mode *pulse-echo* lorsque le capteur est identique en émission et en réception. Dans le cas contraire, on parle de mode *pitch-catch*. La Figure 1.6(a) représente une acquisition en réflexion. Le transducteur monoélément est placé au dessus de la pièce à inspecter et émet une onde ultrasonore représentée en noir selon l’axe  $z$ . Les signaux réfléchis par les discontinuités du matériau sont représentés en rouge pour l’écho de surface et en bleu pour l’écho de fond. Les ondes réfléchies par les deux défauts représentés dans la pièce par des étoiles noires sont représentées en vert et en jaune. La Figure 1.6(b) représente le cube de données ultrasonores  $(x, y, t)$  enregistrées

où  $x$  et  $y$  désignent la position du transducteur et  $t$  désigne le temps d'acquisition. Les échos ultrasonores réfléchis par les discontinuités de la pièce sont représentés avec le même code couleur pour les figures (a) et (b).

L'acquisition d'un B-scan consiste à acquérir plusieurs A-scans lors d'une translation d'un transducteur monoélément le long d'une direction. En Figure 1.6(a), un transducteur monoélément est translaté le long de l'axe  $x$ . L'acquisition d'un B-scan permet de reconstruire une image ultrasonore dans le plan  $XZ$ . La reconstruire un volume ultrasonore est possible par une translation du capteur selon les deux axes  $x$  et  $y$ . Par convention, les équivalents du B-scan dans les plans  $XY$  et  $YZ$  sont respectivement appelés C-scan et D-scan.

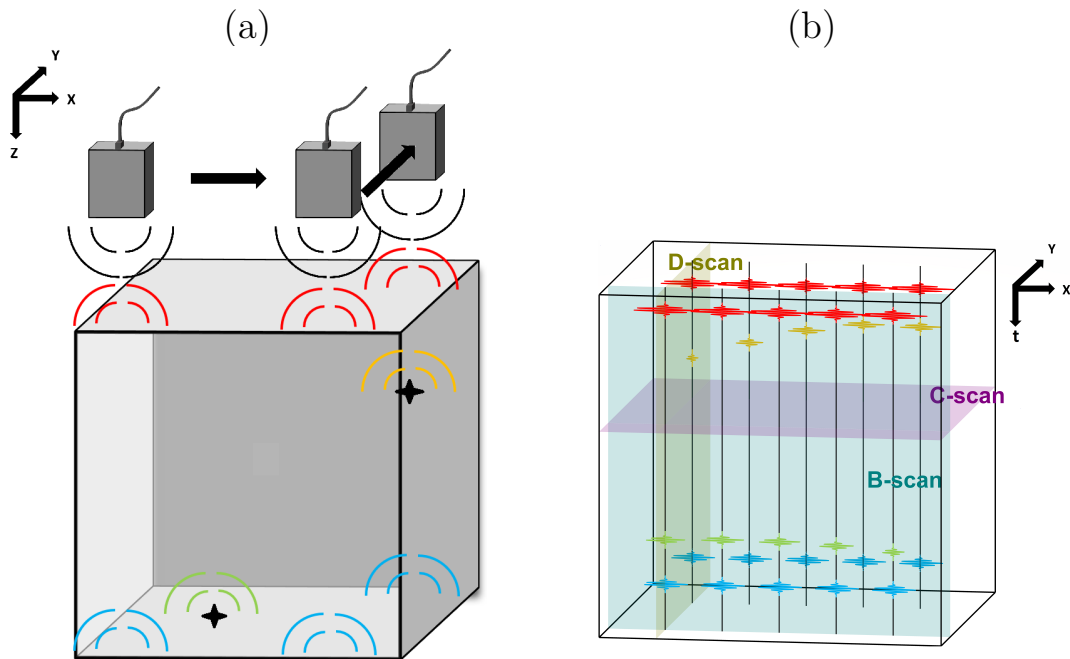


FIGURE 1.6 – Représentation des données B-scan, C-scan et D-scan. (a) : Acquisition des signaux avec une sonde monoélément en translation selon  $x$  et  $y$ , les défauts de la pièce sont schématisés par des étoiles noires. (b) : Données mesurées.

## 1.3 Acquisition de données ultrasonores multiéléments

### 1.3.1 Systèmes d'acquisition multivoies

Les systèmes d'acquisition électroniques permettent le pilotage de la sonde et le transfert des données vers un outil d'analyse. Le fonctionnement d'un système d'acquisition multivoies est représenté en Figure 1.7. Les données ultrasonores sont mesurées grâce à des systèmes électro-

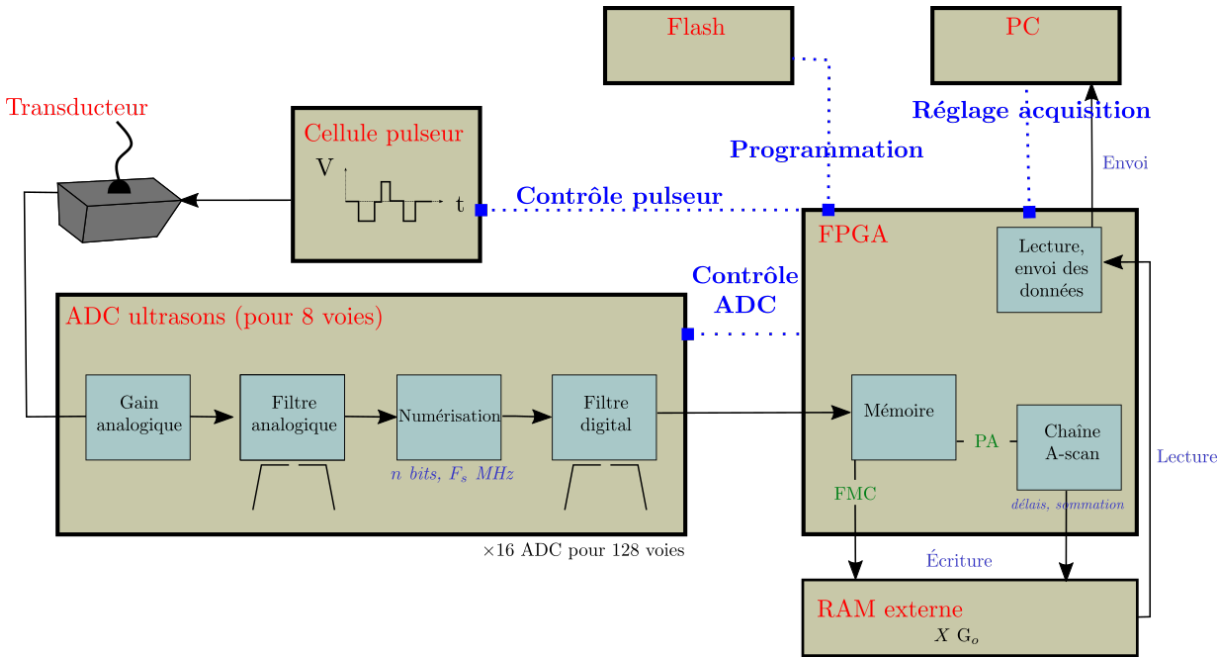


FIGURE 1.7 – Schéma du fonctionnement d'un système d'acquisition multivoies.

niques pilotables. En effet, les différentes parties d'un système électronique sont contrôlées grâce à des FPGA (*field-programmable gate array*). L'émission ultrasonore est générée par une sonde qui convertit en onde acoustique, le signal électrique piloté par le FPGA dans la cellule pulseur. L'amplitude, la durée et la forme de ce signal d'excitation doivent être adaptées à la sonde. L'électronique permet également de régler les retards d'émission sur les différentes voies afin de focaliser les signaux ou de générer des fronts d'onde particuliers. En réception, les signaux ultrasonores sont convertis en signaux électriques par la sonde et quantifiés en grandeur numérique par des convertisseurs analogique-numérique (*analog-to-digital converter* (ADC)). Ces signaux sont envoyés au FPGA qui les stocke dans une mémoire externe avant de les envoyer vers un ordinateur pour le traitement et l'analyse. Il existe différents types de systèmes d'acquisition ultrasonore en fonction de l'application visée. Pour l'imagerie conventionnelle (voir Section 1.4.1), la reconstruction des images est généralement réalisée électroniquement afin d'optimiser le débit

de données et le traitement logiciel (chaîne A-scan). Les méthodes d'imagerie plus récentes (voir Section 1.4.2) requièrent une puissance de calcul plus importante avec notamment l'utilisation de carte graphique GPU (*Graphics Processing Unit*). Dans ce cas, les données brutes sont transmises à l'ordinateur et la formation de voies est effectuée de manière logicielle. Les électroniques doivent donc être capable de transmettre des données à haut débit afin d'assurer une cadence d'imagerie rapide. Une autre possibilité est d'équiper ces appareils avec des mémoires internes importantes afin de réaliser des mesures très rapides. Dans ce cas, les données sont transmises à la fin de l'acquisition.

## 1.3.2 Généralités sur les sondes linéaires multiéléments

### Sondes linéaires multiéléments

Les sondes multiéléments sont utilisées depuis les années 1970 et sont composées de plusieurs transducteurs. Contrairement aux transducteurs monoéléments pour lesquels un déplacement mécanique est nécessaire, il est possible de faire l'acquisition d'un B-scan en position fixe avec une sonde multiéléments. Une image ultrasonore peut donc être reconstruite pour chaque position de la sonde. Les sondes 1D linéaires sont très utilisées mais il existe également des formes plus variées : courbes, circulaires, annulaires qui peuvent se révéler plus adaptées pour des applications spécifiques. Par exemple, les sondes circulaires ou encerclantes sont utilisées pour le contrôle de tubes et barres dans le milieu industriel. Il existe également des capteurs 2D, utilisés pour reconstruire un volume plutôt qu'une image. Néanmoins, le nombre de transducteurs devient rapidement très grand et nécessite l'utilisation de systèmes électroniques adaptés.

La Figure 1.8 est un schéma d'une sonde linéaire multiéléments classique, principalement caractérisée par son nombre d'éléments  $N_{el}$ , la dimension de ses éléments ainsi que leur réponse fréquentielle. Les éléments sont de taille rectangulaire, la taille de l'élément dans la direction de

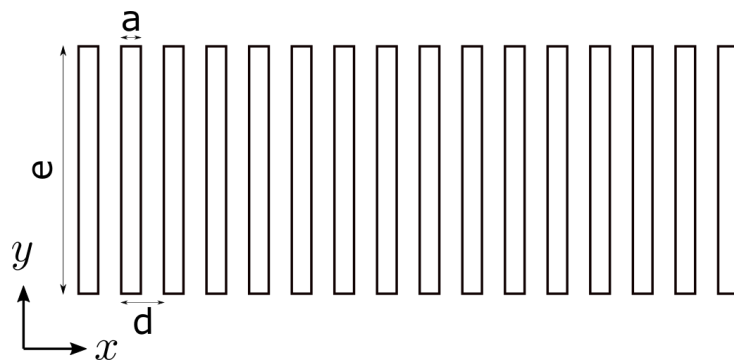


FIGURE 1.8 – Schéma d'une sonde linéaire multiéléments (vue du dessus).

la sonde est la largeur de l'élément  $a$  et la longueur de l'élément est appelée l'élévation  $e$ . La distance  $d$  est l'écart inter-élément (également appelé *pitch*).

### Directivité des éléments

Dans le cas des éléments rectangulaires, les variations d'amplitude dues à la directivité de l'élément et à l'étalement du champ ultrasonore dépendent des dimensions de l'élément  $a$  et  $e$  ainsi que de la longueur d'onde  $\lambda$ . La fonction de directivité module l'amplitude des signaux en fonction de l'angle de propagation du faisceau par rapport au transducteur. En champ lointain, la fonction de directivité s'écrit [SELFRIDGE *et al.* 1980; TURNBULL *et al.* 1991] :

$$D(\theta) \propto \operatorname{sinc}\left(\frac{a \sin \theta \cos \phi}{\lambda}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{e \sin \theta \sin \phi}{\lambda}\right) \cos \theta, \quad (1.1)$$

où  $\operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$ . Les angles  $\theta \in ]-\pi/2, \pi/2[$  et  $\phi \in ]-\pi/2, \pi/2[$  sont définis par rapport à l'axe du transducteur dans le plan de l'image (XZ) et dans le plan de l'élévation (YZ), respectivement. Dans le cadre de l'imagerie ultrasonore, les sondes linéaires multiéléments sont généralement constituées d'éléments rectangulaires avec une élévation  $e$  très grande devant la largeur  $a$ , la directivité de l'élément dans le plan (XZ) s'écrit alors :

$$D(\theta) \approx \operatorname{sinc}\left(\frac{a \sin \theta}{\lambda}\right) \cos \theta. \quad (1.2)$$

Des exemples de fonction de directivité pour différents rapports de  $d/\lambda$  sont tracés en figure 1.9, dans les trois cas :  $a = 0.9d$ .

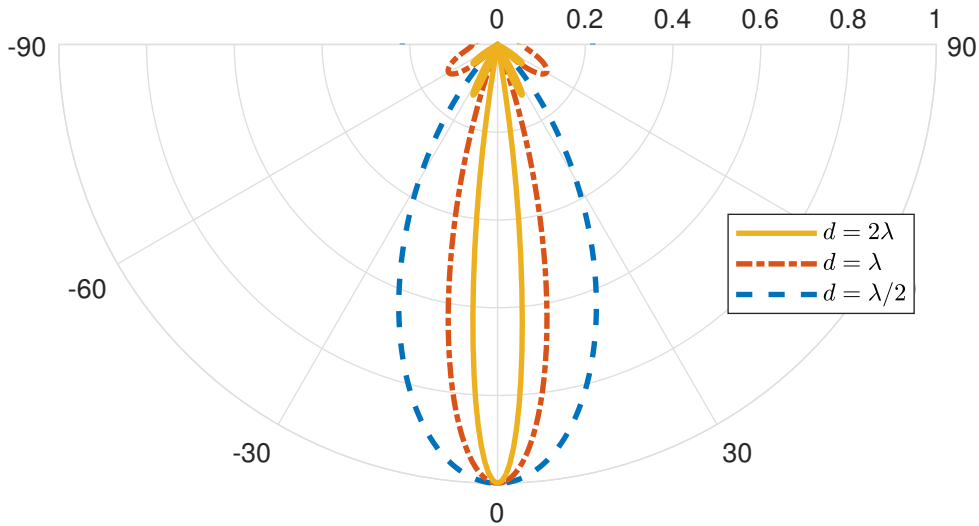


FIGURE 1.9 – Fonction de directivité pour différentes valeurs d'écart inter-éléments.

## Écart inter-éléments

L'écart inter-éléments  $d$ , aussi appelé *pitch*, est un paramètre très important pour la reconstruction d'images et doit être dimensionné en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  dans le matériau que l'on cherche à inspecter lors de la conception de la sonde. Si l'écart inter-éléments est trop grand, des artefacts de reconstruction appelés lobes de réseau peuvent apparaître et perturber la reconstruction. Pour éviter les lobes de réseau avec un angle d'émission du faisceau ultrasonore  $\theta$ , il faut respecter la condition suivante [CLAY *et al.* 1999] :

$$d < \frac{\lambda}{1 + \sin \theta}. \quad (1.3)$$

En général, on s'assure que  $d < \lambda/2$ , ce qui peut être interprété comme un équivalent du théorème de Shannon pour l'échantillonnage spatial de la sonde. On remarque sur la figure 1.9 que la courbe  $d = \lambda/2$  a seulement un lobe principal tandis que les deux autres courbes correspondant à un écart inter-éléments plus important comportent des lobes secondaires.

## Champ proche et champ lointain

Le champ ultrasonore généré par un transducteur se comporte de deux manières bien distinctes s'il est situé avant ou après la distance de Fresnel  $N$  [KRAUTKRAMER *et al.* 1990] :

$$N = \frac{D^2}{4\lambda}, \quad (1.4)$$

où  $D$  correspond au diamètre d'un transducteur circulaire. Cette formule a été généralisée à l'inspection multiéléments,  $D$  désigne alors l'ouverture de la sonde. Dans la zone de champ proche ou de Fresnel, le champ ultrasonore n'est pas homogène, sa largeur est de l'ordre de la largeur du capteur. L'amplitude maximale est atteinte à la distance de Fresnel qui correspond à la distance de focalisation du capteur. Au delà de cette distance, le faisceau atteint la zone de champ lointain ou de Fraunhofer et prend une forme sphérique plus régulière. Dès lors, le faisceau s'étale spatialement et son amplitude diminue. En CND ou en échographie médicale, la très grande majorité des applications sont situées dans la zone de champ proche.

## Critère de Rayleigh

Le critère de Rayleigh, historiquement utilisé pour caractériser des systèmes optiques, a été adapté pour l'imagerie ultrasonore multi-éléments par [FAN *et al.* 2014a] et est schématisé en Figure 1.10. Pour une méthode de reconstruction standard (voir Section 1.4), le critère de Rayleigh permet de calculer la distance minimale entre deux réflecteurs pour qu'ils soient résolus

sur l'image reconstruite :

$$d_{\min} = \frac{0.61\lambda}{\sin(\theta)}. \quad (1.5)$$

Ce critère dépend d'un paramètre acoustique : la longueur d'onde  $\lambda$  et d'un paramètre géométrique : l'ouverture angulaire  $\theta$  qui dépend de la profondeur des défauts et de l'ouverture de la sonde.

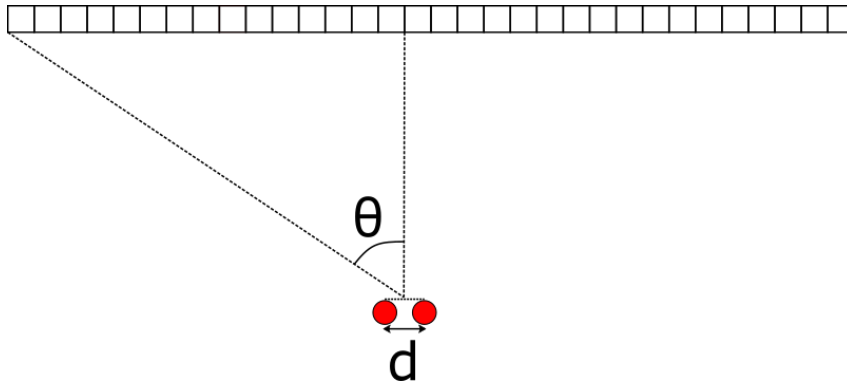


FIGURE 1.10 – Schéma représentant le critère de Rayleigh. La ligne horizontale représente la sonde multiéléments où chaque carré représente un transducteur. Les deux cercles rouges représentent les défauts.

### 1.3.3 Modalités d'inspection en contrôle non destructif

Il existe plusieurs modalités d'inspection en contrôle non destructif, les plus courantes sont schématisées en Figure 1.11. L'inspection en contact est la modalité la plus simple et est schématisée en Figure 1.11(a) : la sonde est placée au contact du milieu à inspecter et les ultrasons sont directement transmis dans la pièce. Un gel à base d'eau est appliqué entre la sonde et le milieu afin d'assurer un bon couplage. En effet, les ultrasons aux fréquences utilisées sont très atténués dans l'air et le coefficient de transmission de l'air vers un milieu liquide ou solide est généralement trop faible.

L'inspection en contact n'est réalisable que lorsque la pièce à inspecter est plate et la vitesse d'inspection est limitée à cause du contact direct entre le transducteur et la sonde. La majorité des inspections de pièces aux géométries plus complexes est réalisée en immersion, c'est-à-dire que la pièce et la sonde sont immergées dans un liquide, en général de l'eau qui joue le rôle de couplant. Ce type d'acquisition est schématisé en Figure 1.11(b). Les lois de Snell-Descartes sont appliquées à l'interface couplant-milieu. Une partie des ondes est réfléchiée vers la sonde et forme un écho de surface dans les données. Une autre partie est réfractée et transmise dans la pièce



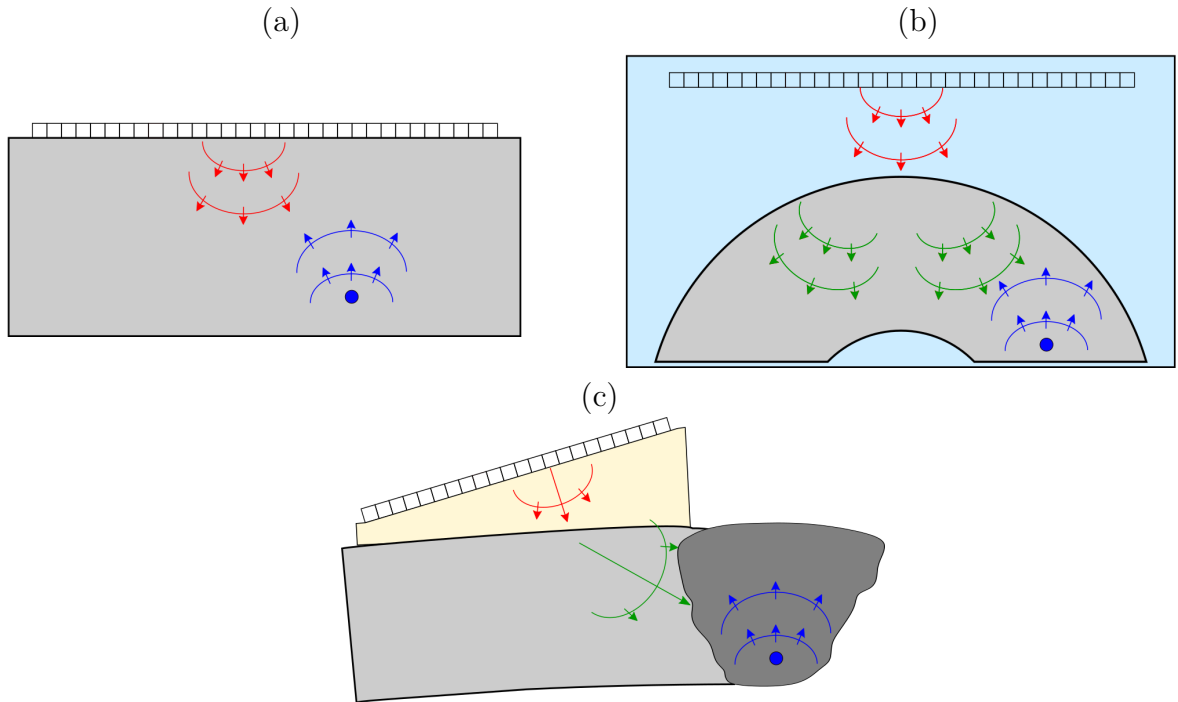


FIGURE 1.11 – Modalités d’inspection classiques en imagerie ultrasonore. (a) : Inspection d’une pièce en contact. (b) : Inspection d’une pièce en immersion. (c) : Inspection d’un bourrelet de soudure avec un sabot.

avec un angle différent. Pour reconstruire l’image ultrasonore, il est nécessaire de connaître le profil de l’interface. Il existe des méthodes dites « adaptatives » qui permettent de détecter la surface puis de reconstruire l’image en fonction de la surface détectée [LE JEUNE *et al.* 2016; RACHEV *et al.* 2020]. En général, la vitesse de l’onde dans le couplant (par exemple  $1480 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour l’eau) est très inférieure à la vitesse dans le milieu inspecté (autour de  $6000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour les métaux), ce qui implique que les angles transmis dans le matériau sont plus importants que dans le couplant. Les différences importantes de densité et de vitesse ultrasonore entre l’eau et les milieux d’intérêt peuvent être problématiques dans le cas de géométries complexes pour lesquelles l’énergie transmise est faible avec des angles élevés [SIMONETTI *et al.* 2018]. La Figure 1.12 montre un exemple d’imagerie adaptative sur une soudure.

A l’inverse, pour certaines applications, il est parfois nécessaire de transmettre des angles importants dans le matériau. L’inspection de bourrelet de soudure schématisée en Figure 1.11(c) est un cas classique pour lequel la surface est complexe et souvent trop rugueuse pour pourvoir y

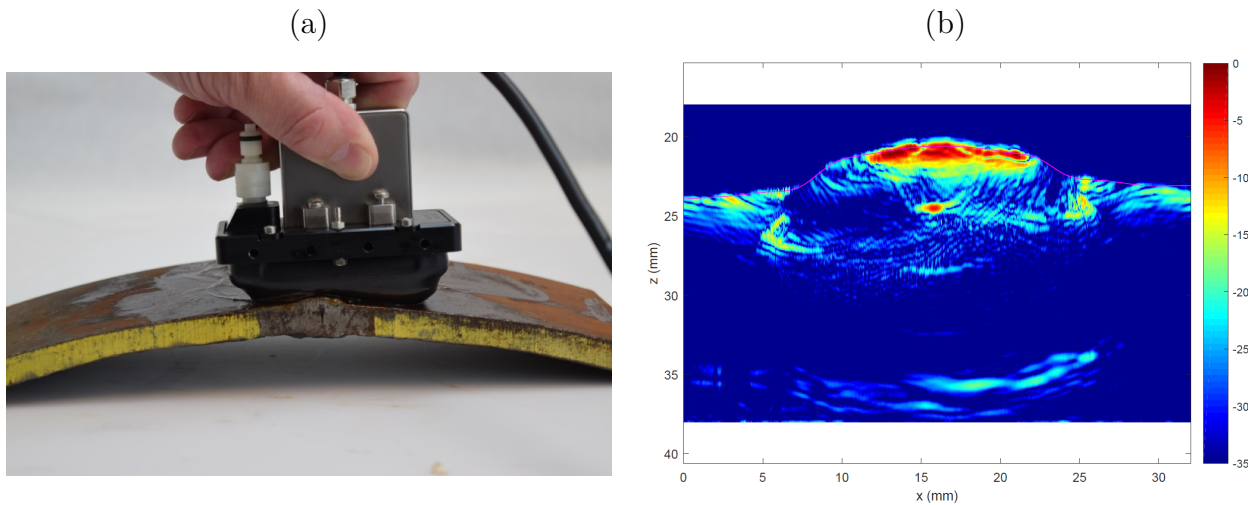


FIGURE 1.12 – (a) : Photo d'une acquisition avec un sabot constitué d'une poche d'eau pour l'imagerie adaptative, celui-ci est placé en contact direct avec un bourrelet de soudure comportant une fissure visible à l'œil nu. (b) : Image ultrasonore avec des ondes longitudinales à travers la surface complexe. La partie supérieure de la fissure est détectée autour de  $(x, z) \approx (16, 25)$  mm (Source interne).

transmettre des ondes. La soudure est donc contrôlée par le côté en utilisant un sabot solide afin d'orienter la sonde ainsi que les ondes transmises dans le milieu. Un exemple de contrôle utilisant un sabot est proposé en Figure 1.13. La pièce comporte des défauts plans avec des orientations différentes, il est intéressant de voir que les ondes longitudinales et transversales n'ont pas la même sensibilité en fonction de l'orientation du défaut. Le sabot est conçu pour transmettre de manière privilégiée des ondes longitudinales ou des ondes transversales en fonction de son inclinaison.

L'interaction de l'onde acoustique avec un défaut dépend fortement de l'orientation de celui-ci par rapport à la direction de propagation. Lors d'un contrôle ultrasonore, les ondes L et T se propagent simultanément dans le matériau. Ces deux polarisations de l'onde ultrasonore possèdent des vitesses différentes ( $c_L > c_T$ ) et empruntent donc des trajectoires différentes (Loi de Snell-Descartes). Ainsi, en fonction du type de défaut recherché et de sa supposée localisation, il peut être intéressant d'utiliser davantage une méthode de reconstruction basée sur des ondes L ou des ondes T. Il est possible de combiner ces deux modes en considérant que chaque inhomogénéité dans la pièce va systématiquement générer les deux polarisations de l'onde. Par ailleurs, on considère parfois que l'onde ultrasonore peut être réfléchiée par une géométrie de la pièce avant d'interagir avec la zone d'intérêt. Le but de ce type de méthode est encore une fois d'adapter le champ ultrasonore au type de défaut recherché. Un exemple

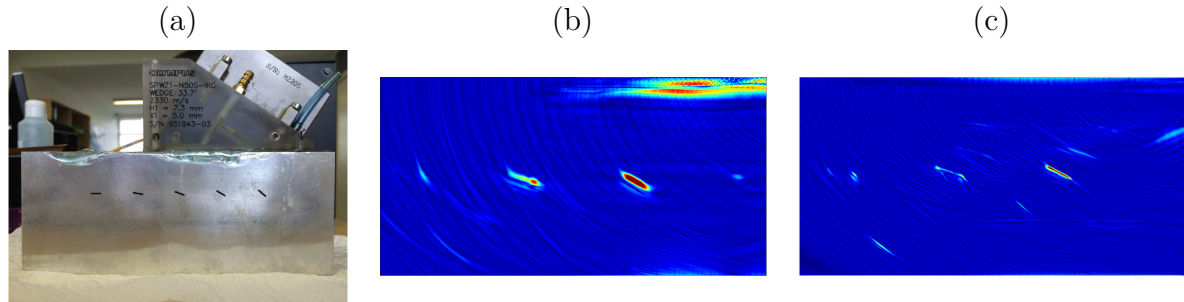


FIGURE 1.13 – (a) : Photo d’une acquisition avec un sabot. (b) : Image ultrasonore avec des ondes longitudinales. (c) : Image ultrasonore avec des ondes transversales. (Source interne).

d’inspection de bourrelet de soudure avec sabot en considérant un rebond sur le fond de la pièce est schématisé en Figure 1.14. Une fissure avec une orientation verticale est représentée sur ce

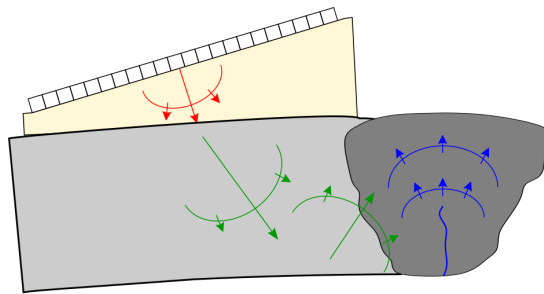


FIGURE 1.14 – Inspection classique d’un bourrelet de soudure avec un sabot et en considérant un rebond sur le fond de la pièce. Une fissure verticale est représentée dans le bourrelet de soudure par un trait bleu.

schéma. Pour ce type d’orientation, un mode de contrôle direct est principalement sensible aux échos de diffraction générés par les extrémités de la fissure. Pour détecter la face de la fissure (indication spéculaire), on privilégie un mode de coin qui consiste à considérer un rebond sur le fond de la pièce en émission et un trajet direct en réception. Le mode indirect consiste à considérer un rebond sur le fond de la pièce en émission et en réception. Ces différents modes sont schématisés en Figure 1.15.

L’imagerie multi-mode [ZHANG *et al.* 2010] consiste à considérer des trajets combinant différentes polarisations et d’éventuels rebonds sur les géométries de la pièce. Ces méthodes sont

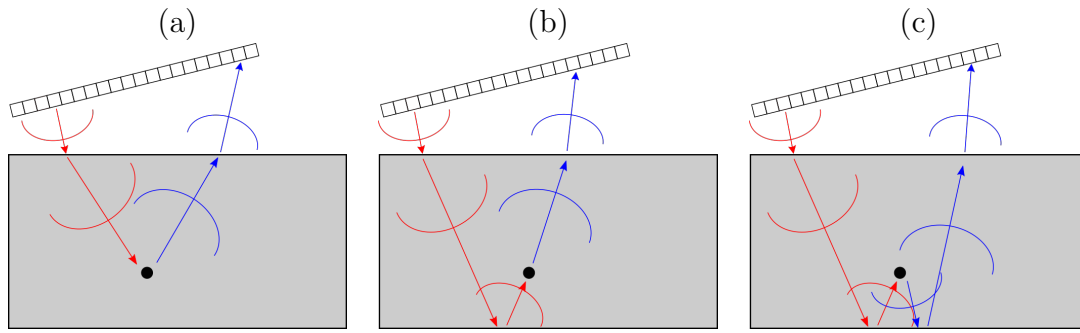


FIGURE 1.15 – (a) : Mode d’acquisition direct. (b) : Mode d’acquisition de coin (c) : Mode d’acquisition indirect.

très étudiées, notamment pour la suppression d’artefacts liés aux multiples modes présents dans les données [SY *et al.* 2018], pour l’application de propriétés de propagation ultrasonore spécifiques [BUDYN *et al.* 2019] ou encore dans le cadre de fusion de données multi-modes [BEVAN *et al.* 2020]. La Figure 1.16 montre une application concrète d’imagerie multi-mode dans le cas

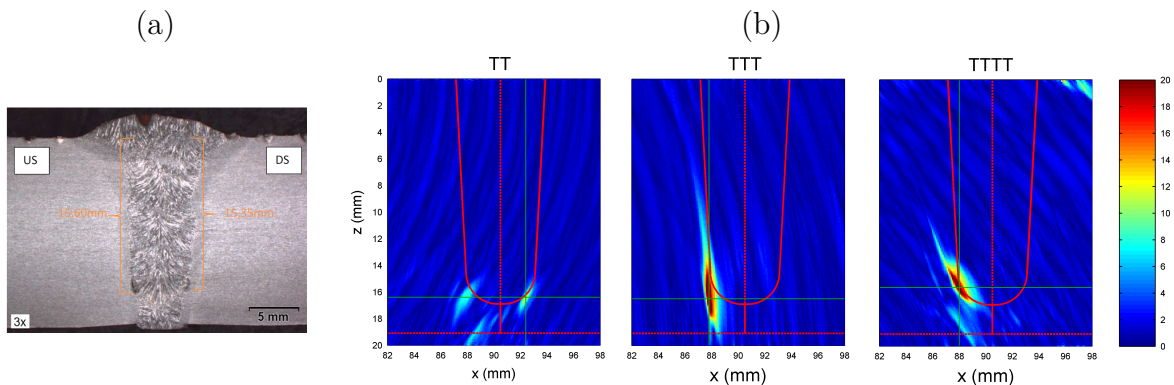


FIGURE 1.16 – (a) : Macrographie de la soudure. (b) : Imagerie ultrasonore avec un mode de coin. (c) : Imagerie ultrasonore avec un mode direct. (d) : Imagerie ultrasonore avec un mode indirect. Profil de la soudure (–). (Source interne).

d’une soudure. L’image de gauche 1.16(a) est une macrographie d’une soudure sur laquelle on peut distinguer deux défauts (manques de fusion) avec des orientations différentes. Les trois images ultrasonores correspondent à trois reconstructions avec des ondes transversales en mode direct (b), de coin (c) et indirect (d). De nouveau, il est intéressant de remarquer que les défauts ont une sensibilité différente en fonction du mode de reconstruction utilisé.

Dans la suite nous nous intéressons exclusivement à la modalité d’inspection en contact.

Néanmoins, les méthodes développées dans cette thèse peuvent être appliquées à des modalités d'inspection plus complexes.

## 1.4 Méthodes standard pour l'imagerie ultrasonore

La formation de voies (*beamforming*) consiste à reconstruire une cartographie d'intensité (acoustique) en sommant de manière constructive les signaux provenant de capteurs situés à différents points de l'espace. Cette partie présente les méthodes standard d'imagerie multiéléments reposant sur la formation de voies. La première partie présente les méthodes dites conventionnelles ou par focalisation classique pour lesquelles la formation de voies est généralement réalisée de manière électronique à partir de signaux focalisés. Ensuite, nous détaillerons plusieurs méthodes d'imagerie de focalisation en tout point pour lesquelles la formation de voies est effectuée de manière logicielle. La méthode d'imagerie par focalisation classique et différentes variantes des méthodes d'imagerie de focalisation en tout point sont comparées à partir de données mesurées dans une pièce d'aluminium comprenant des génératrices percés par le côté. Ensuite, nous présentons quelques méthodes d'imagerie avancées pour l'imagerie. Enfin, les limites des méthodes d'imagerie standard sont discutées dans la dernière partie. Avant de présenter les méthodes d'imagerie plus en détail, notons que la qualité des images reconstruites est généralement évaluée en terme de contraste et de résolution. Le contraste ou rapport signal sur bruit (RSB) détermine la capacité de la méthode à détecter une indication par rapport au bruit. La résolution détermine la capacité de la méthode à reconstruire les détails de la réflectivité et en particulier à pouvoir distinguer deux indications proches.

### 1.4.1 Imagerie par focalisation classique

Les méthodes d'imagerie conventionnelle sont basées sur la focalisation en émission et en réception des signaux ultrasonores. Elles existent depuis les années 1970. La méthode de scan linéaire [MACOVSKI 1979] est schématisée en Figure 1.17. Elle consiste à émettre des ondes focalisées avec des sous-ouvertures de la sonde, schématisées ici par les éléments rouges en émission et bleus en réception. Une loi de retard dépendant du point de focalisation est appliquée électroniquement à chaque transducteur de la sous-ouverture. La focalisation en réception est effectuée en sommant les signaux reçus par ces mêmes transducteurs, retardés avec la même loi de retard. L'émission d'une onde focalisée correspond alors à la reconstruction d'une colonne de l'image. La totalité de l'image est reconstruite en effectuant un balayage linéaire électronique, c'est-à-dire, en décalant la sous-ouverture, tout en conservant le même angle de tir. L'image ultrasonore reconstruite par la méthode de scan linéaire ne peut pas être plus large que la sonde, ce qui est très limitant pour certaines applications. La méthode de scan sectoriel [THURSTONE

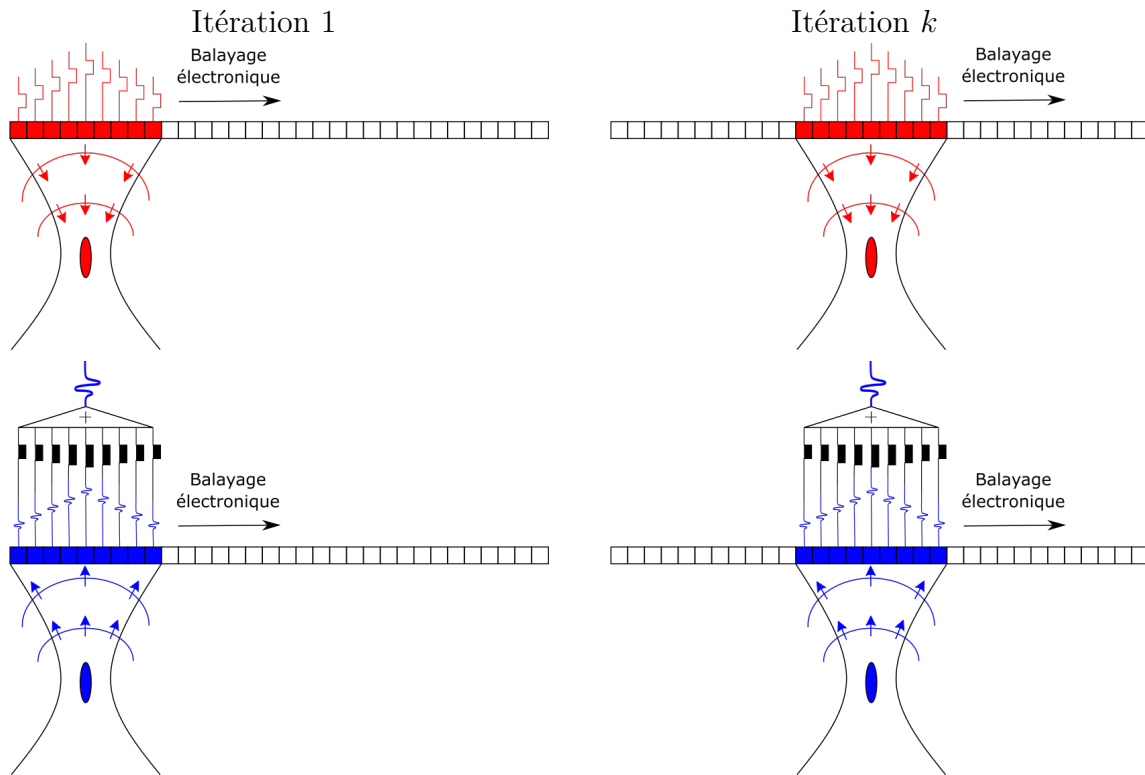


FIGURE 1.17 – Schéma du processus d’acquisition pour l’imagerie par focalisation classique. L’émission est représentée en rouge et la réception en bleu. Les figures de gauche correspondent à la première itération du balayage électronique, la sous-ouverture est ensuite décalée vers la droite.

*et al.* 1974; VON RAMM *et al.* 1983] a été développée pour l’imagerie cardiaque pour laquelle la zone de contact de la sonde est limitée par les côtes et est trop étroite pour imaginer correctement la zone d’intérêt. Pour le scan sectoriel, la focalisation en émission est réalisée avec tous les éléments de la sonde. Le balayage électronique est non plus linéaire mais consiste cette fois-ci à faire varier les angles de tirs de la sonde. On obtient alors des images en forme de cône (voir Figure 1.2(b)), typiques de l’échographie médicale et encore utilisées aujourd’hui dans de nombreux échographes. La largeur du scan sectoriel de l’image demeure toutefois limitée par la directivité des éléments.

Les méthodes de scan linéaire et sectoriel sont simples et peu coûteuses en temps de calcul. Elles permettent également de pouvoir choisir les points de focalisation et ainsi décider des zones où le champ ultrasonore a une énergie importante. Néanmoins, la résolution de l’image obtenue n’est optimale qu’au voisinage du point de focalisation et se dégrade rapidement lorsqu’on s’en éloigne. La méthode de focalisation dynamique [JEON *et al.* 1994] résout partiellement ce

problème. En effet, pour un même tir, la focalisation en réception est effectuée à plusieurs profondeurs en modifiant la loi de retard et la sous-ouverture de la sonde. Les différentes variantes de méthode d'imagerie conventionnelles sont schématisées en Figure 1.18. Malgré la focalisation

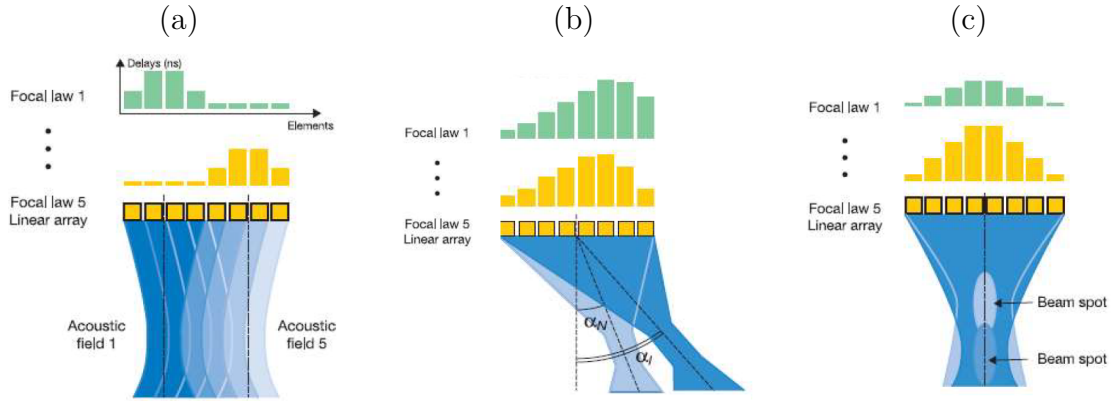


FIGURE 1.18 – Quelques variantes pour l'imagerie conventionnelle. (a) : Scan linéaire. (b) : Scan sectoriel. (c) : Focalisation dynamique. Schéma extrait de [MIRCHEV *et al.* 2018].

dynamique, la résolution obtenue en imagerie conventionnelle demeure limitée. Les méthodes d'imagerie par focalisation classique sont aujourd'hui progressivement remplacées par les méthodes de focalisation en tout point présentées en sous-partie 1.4.2 qui ont la même résolution en tout point de l'image reconstruite.

## 1.4.2 Imagerie par focalisation en tout point

Contrairement aux méthodes d'imagerie conventionnelle pour lesquelles les signaux émis sont focalisés dans des régions de l'image, les méthodes d'imagerie par focalisation en tout point ou encore à ouverture synthétique reposent sur des émissions d'ondes non focalisées. Ces méthodes ont pu se développer grâce à des progrès réalisés en électronique. D'une part, les systèmes d'acquisition ultrasonore récents à haut débit ont permis de réaliser les transferts de données brutes souvent de taille conséquente vers l'ordinateur afin de procéder au traitement de celles-ci de manière logicielle. D'autre part, le coût de reconstruction de ces méthodes est important et le développement massif des cartes graphiques a permis de réaliser les calculs de plus en plus rapidement, en parallèle.

Pour chaque pixel de l'image, la focalisation est effectuée de manière logicielle en sommant la valeur de chaque signal au temps de vol correspondant au trajet aller entre la sonde et le pixel d'intérêt, additionné du trajet retour entre le pixel et la sonde. Ce procédé appelé *Delay-and-Sum*



(DAS) se décline pour plusieurs types d’acquisition mais peut s’écrire de manière générique :

$$O_{\text{DAS}}(\mathbf{r}) = \sum_{s=1}^{N_s} \alpha(\mathbf{r}, s) y_s(\tau(\mathbf{r}, s)), \quad (1.6)$$

où  $O_{\text{DAS}}(\mathbf{r})$  représente l’intensité de l’image reconstruite au pixel  $\mathbf{r}$ ,  $N_s$  est le nombre de A-scan notés  $y_s$  et  $\tau(\mathbf{r}, s)$  est le temps de vol correspondant au signal  $s$  pour le pixel  $\mathbf{r}$ . Le terme  $\alpha(\mathbf{r}, s)$  désigne ici un terme scalaire utilisé de manière assez peu uniforme dans les communautés du CND et de l’imagerie médicale. En général, il permet de prendre en compte des phénomènes physiques comme la directivité des capteurs ou l’atténuation en amplitude des signaux. La technique du  $f\#$  (*f-number*) est couramment utilisée en imagerie médicale afin de calculer simplement une fonction de pondération binaire correspondant à la directivité des transducteurs [PERROT *et al.* 2021].

La formulation générique DAS se décline pour différents schémas d’acquisitions qui seront développés dans cette section : SAFT (*Synthetic Aperture Focusing Technique*), TFM (*Total Focusing Method*), PWI (*Plane Wave Imaging*). Elle demeure également valide pour les différentes modalités d’inspection : contact, immersion [WESTON *et al.* 2012], adaptative [LE JEUNE *et al.* 2016], multi-mode, anisotropie [MÉNARD *et al.* 2020], *etc.* La différence entre les différentes modalités d’acquisition réside essentiellement dans le calcul du temps de vol  $\tau(\mathbf{r}, s)$ . En pratique, les signaux reçus sont discrets et le temps de vol  $\tau(\mathbf{r}, s)$  ne correspond pas à un temps échantillonné du signal. La valeur de  $y_s(\tau(\mathbf{r}, s))$  peut donc être approchée en interpolant les valeurs échantillonnées les plus proches [BURGER *et al.* 2016; PERROT *et al.* 2021].

On remarque que l’opération (1.6) est linéaire. En discrétisant les signaux  $y_s$  et l’image  $O_{\text{DAS}}$ , on peut réécrire cette équation de manière matricielle [LAROUCHE *et al.* 2020] :

$$\mathbf{o}_{\text{DAS}} = \mathbf{B}\mathbf{y}, \quad (1.7)$$

où  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_t N_s}$  collecte dans un vecteur colonne l’ensemble des signaux  $y_s$  échantillonnés,  $\mathbf{o}_{\text{DAS}} \in \mathbb{R}^{N_x N_z}$  collecte les valeurs de l’ensemble des pixels de l’image et  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_t N_s}$  est l’opérateur matriciel de formation de voies.

La focalisation des signaux pour chaque pixel est indépendante et peut être réalisée en parallèle. L’intérêt majeur de ces techniques est de focaliser virtuellement le champ ultrasonore en chaque pixel de l’image de manière équivalente, l’image reconstruite est ainsi mieux résolue et de meilleure qualité. Ces méthodes offrent une plus grande flexibilité d’acquisition et le traitement logiciel des données permet d’effectuer des traitements beaucoup plus complexes.

Aujourd’hui, le processus d’imagerie (acquisition, transfert des données et traitement) est réalisable en temps réel. En contrôle non destructif, la cadence d’imagerie peut être un facteur



critique de l'inspection dans certains domaines, par exemple, pour le contrôle de tube ou de barre en fin de fabrication. En imagerie médicale, la cadence d'imagerie est encore plus critique puisque contrairement aux matériaux, les objets observés sont souvent variables dans le temps (battements cardiaques, flux sanguin, élastographies, *etc.*). Les cadences d'imagerie sont très variables en fonction des différents schémas d'acquisition de données. Les schémas d'acquisition de données pour l'imagerie par focalisation en tout point sont présentés dans les paragraphes suivants.

### Imagerie monostatique : *Synthetic Aperture Focusing Technique*

Les premières méthodes de focalisation en tout point datent des années 1970 avec la technique SAFT (*Synthetic Aperture Focusing Technique*) qui a été développée dans le domaine nucléaire afin de contrôler les cuves pressurisées ainsi que différents conduits du réacteur [FREDERICK *et al.* 1979; BUSSE *et al.* 1984]. Cette méthode a ensuite été largement étudiée [OZAKI *et al.* 1988] et le premier système SAFT temps réel a été développé dans les années 1980 par l'université de Stanford en Californie [CORL *et al.* 1980; BENNETT *et al.* 1982; PETERSON *et al.* 1984].

L'acquisition des données SAFT consiste à exciter successivement chaque transducteur, le signal reçu est enregistré seulement sur l'élément émetteur. Il est donc possible d'acquérir des données SAFT avec un transducteur monoéléments en translation [YLITALO *et al.* 1994]. Le schéma de l'acquisition SAFT est présenté en Figure 1.19. La matrice de données est de taille  $N_t \times N_{\text{él}}$  où  $N_{\text{él}}$  est le nombre d'éléments de la sonde. Pour une acquisition en contact dans un milieu supposé homogène, le temps de vol correspondant au trajet aller-retour de l'élément émetteur et récepteur  $i$  positionné en  $(x_i, 0)$  vers le pixel  $\mathbf{r} = (x, z)$  est égal à :

$$\tau_{\text{SAFT}}(\mathbf{r}, i) = \frac{2\sqrt{(x - x_i)^2 + z^2}}{c}, \quad (1.8)$$

où  $c$  représente la vitesse des ondes dans le milieu considéré. La focalisation au pixel  $\mathbf{r}$  s'écrit alors :

$$O_{\text{SAFT}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_{\text{él}}} \alpha(\mathbf{r}, i) y_i(\tau_{\text{SAFT}}(\mathbf{r}, i)). \quad (1.9)$$

La méthode d'acquisition de données SAFT est la plus simple pour l'imagerie par focalisation en tout point. Les données enregistrées sont de petite taille et par conséquent, la reconstruction de l'image est peu coûteuse et se calcule en  $O(N_x N_z N_{\text{él}})$ . La résolution des images SAFT est très bonne mais le rapport signal sur bruit obtenu est généralement très faible. De plus, l'acquisition des données SAFT est assez lente, de l'ordre de  $N_{\text{él}} \times t_{\text{Acq}}$  où  $t_{\text{Acq}}$  représente la durée d'un signal.

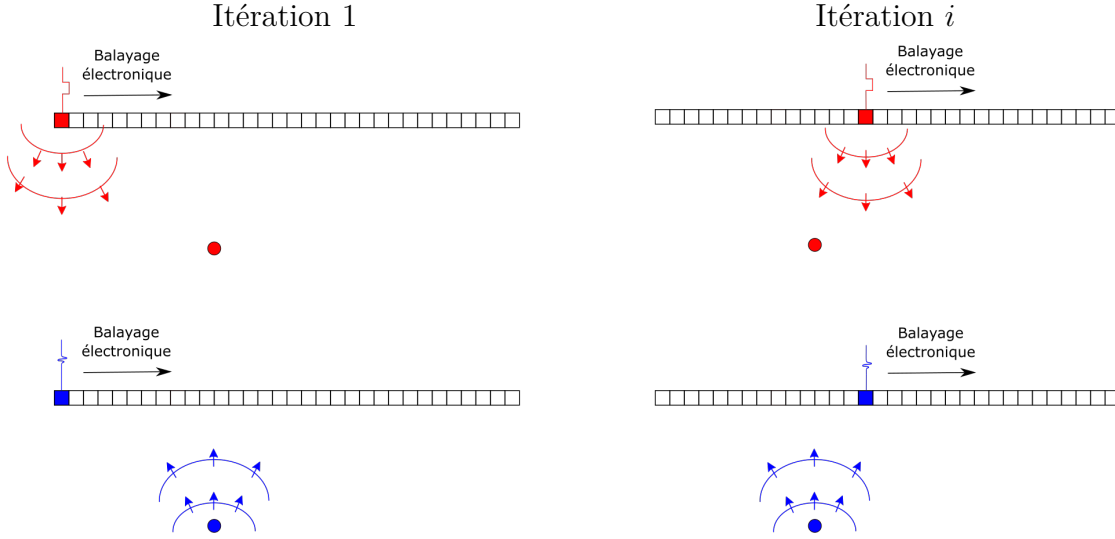


FIGURE 1.19 – Schéma du processus d'acquisition pour l'imagerie SAFT. L'émission est représentée en rouge et la réception en bleu. Les figures de gauche correspondent à l'émission et la réception par le premier élément de la sonde. Ce processus est ensuite répété pour tous les éléments.

### Imagerie multistatique : *Total Focusing Method*

L'imagerie de focalisation en tout point TFM (*Total Focusing Method*) a été développée dans les années 1990 [CHIAO *et al.* 1994; KARAMAN *et al.* 1995]. Le schéma d'acquisition est identique à la méthode SAFT en émission, à savoir, chaque transducteur d'une sonde multi-éléments est excité de manière successive. À la différence de l'acquisition SAFT, les signaux renvoyés par le milieu sont enregistrés par tous les transducteurs de la sonde. Ce type de données est appelé FMC (*Full Matrix Capture*) et est représenté en Figure 1.20.

Le temps de vol est égal à la somme du temps de vol aller de l'émetteur  $i$  situé en  $(x_i, 0)$  vers le pixel  $\mathbf{r}$  et du temps de vol retour du pixel vers le récepteur  $j$  situé en  $(x_j, 0)$  :

$$\tau_{\text{TFM}}(\mathbf{r}, i, j) = \frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + z^2} + \sqrt{(x - x_j)^2 + z^2}}{c}. \quad (1.10)$$

La focalisation au pixel  $\mathbf{r}$  fait donc intervenir une double sommation sur les éléments émetteurs et récepteurs :

$$O_{\text{TFM}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_{\text{él}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{él}}} \alpha(\mathbf{r}, i, j) y_{i,j}(\tau_{\text{TFM}}(\mathbf{r}, i, j)). \quad (1.11)$$

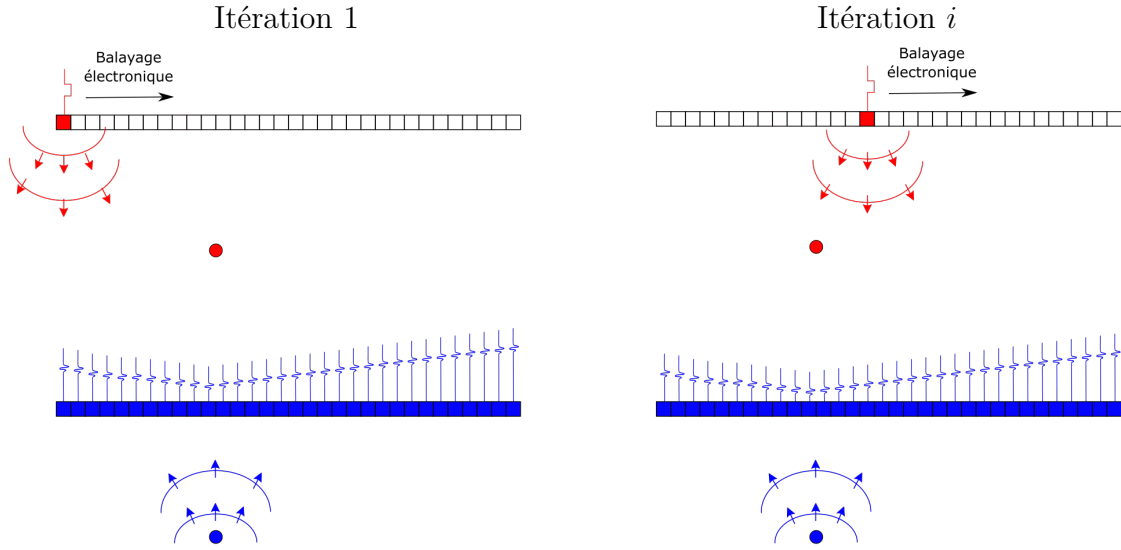


FIGURE 1.20 – Schéma du processus d’acquisition pour l’imagerie TFM. L’émission est représentée en rouge et la réception en parallèle sur tous les éléments en bleu. Les figures de gauche correspondent à l’émission par le premier élément de la sonde. Ce processus est ensuite répété pour tous les éléments.

Bien que le temps d’acquisition des données soit identique à la méthode SAFT, les données à transmettre de taille  $N_t \times N_{\text{él}}^2$  sont bien plus conséquentes et des systèmes d’acquisition haut débit sont nécessaires afin de réaliser de l’imagerie temps réel. Le calcul de l’image TFM est également plus conséquent, avec une complexité de l’ordre de  $O(N_x N_z N_{\text{él}}^2)$ . Pour ces raisons, cette méthode est assez peu utilisée en imagerie médicale où la cadence d’imagerie est primordiale bien qu’elle ait été étudiée pour des applications spécifiques comme l’étude du débit sanguin [JENSEN *et al.* 2006]. Cependant, cette méthode demeure très populaire en contrôle non destructif [HOLMES *et al.* 2005].

Cette méthode est réputée pour son très bon rapport signal sur bruit ainsi que sa résolution. Elle a été utilisée pour la détection et le dimensionnement de défauts [WILCOX *et al.* 2007], et en particulier pour des défauts plus petits que la longueur d’onde [FELICE *et al.* 2018]. Ce type de données a également montré de bonnes performances pour la séparation de défauts proches [SIMONETTI 2006b; SIMONETTI 2006a; FAN *et al.* 2014a] ou pour des applications spécifiques tels que le contrôle de porosité en fabrication additive [CHABOT *et al.* 2020; OBATON *et al.* 2020].

La matrice de données FMC comporte l’ensemble des trajets ultrasonores qu’il est possible de réaliser avec une sonde multi-éléments. Elle recueille des informations sur les réflecteurs avec

un panel d'angles important et favorise ainsi l'apparition de différents modes (L/T) dans le matériau. L'imagerie TFM est donc très utilisée pour la détection, le dimensionnement et la caractérisation de fissures [ZHANG *et al.* 2010; FELICE *et al.* 2014; PENG *et al.* 2018; BUDYN *et al.* 2019; BEVAN *et al.* 2020] et de défauts verticaux [SY *et al.* 2018]. Comme évoqué en Section 1.3.3, ce type d'interaction dépend fortement de l'orientation du défaut par rapport aux ondes incidentes, ainsi qu'au type d'onde (L ou T). La reconstruction d'image TFM avec plusieurs modes de reconstructions combinant ondes L et T ainsi que des rebonds sur les différentes géométries de la pièce (fond, surface) permet alors d'exploiter les nombreux types d'échos interagissant avec la fissure.

### Imagerie par émission d'ondes planes : *Plane Wave Imaging*

L'imagerie par émission d'ondes planes vient de l'imagerie médicale et en particulier de l'élastographie [CATHELIN *et al.* 1999]. L'élastographie consiste à imager grâce à des ondes rapides (ondes L, autour de  $1540 \text{ m.s}^{-1}$  pour les tissus) le déplacement d'une onde plus lente (ondes T, entre 1 et  $10 \text{ m.s}^{-1}$  pour les tissus) afin d'obtenir une cartographie d'élasticité du milieu pouvant révéler par exemple, des tumeurs. L'élastographie nécessite donc une cadence d'imagerie importante qu'il n'est pas possible d'obtenir avec des méthodes de focalisation classique puisque le temps d'acquisition dépend du nombre de points de focalisation. L'imagerie ultrarapide (*ultrafast imaging*) [TANTER *et al.* 2014] consiste à exciter tous les éléments de la sonde de manière simultanée afin de générer une onde plane dans le milieu [SANDRIN *et al.* 2002; TANTER *et al.* 2002]. Le temps d'acquisition des données est donc très rapide, de l'ordre de  $t_{\text{Acq}}$ . Par exemple, pour obtenir une image de 5 cm de profondeur avec une vitesse de  $1540 \text{ m.s}^{-1}$ , le temps d'acquisition est égal à  $t_{\text{Acq}} = 2 * 0.05 / 1540 = 65.10 \mu\text{s}$  d'où une cadence d'imagerie maximale de l'ordre de 15 kHz.

Dans ce mode d'imagerie, la cadence d'imagerie a d'abord été privilégiée aux dépens de la qualité de l'image reconstruite. En effet, les données obtenues avec une seule onde plane produisent généralement une image assez dégradée, ce qui peut s'avérer problématique pour l'inspection de milieux complexes. La qualité des images reconstruites peut être largement améliorée en illuminant le milieu avec plusieurs ondes planes orientées [MONTALDO *et al.* 2009] et en sommant les contributions de chacun des angles dans l'image reconstruite. La cadence d'imagerie maximale théorique est divisée par le nombre d'angles utilisés, il y a donc un compromis entre la qualité des images reconstruites et la fréquence d'acquisition. Cette méthode, appelée *Plane Wave Imaging* (PWI), est devenue assez standard. Elle est largement utilisée en recherche pour l'imagerie médicale et a été implémentée dans plusieurs échographes cliniques (par exemple l'[Aixplorer](#) ou le [Voluson](#)). Elle est également de plus en plus utilisée en contrôle non destructif [LE JEUNE *et al.* 2016; MERABET *et al.* 2019; RACHEV *et al.* 2020]. Le schéma du processus

d'acquisition des données PWI est représenté en Figure 1.21. L'orientation de l'onde plane générée dans le milieu est possible grâce à un retard appliqué électroniquement à l'émission entre les transducteurs.

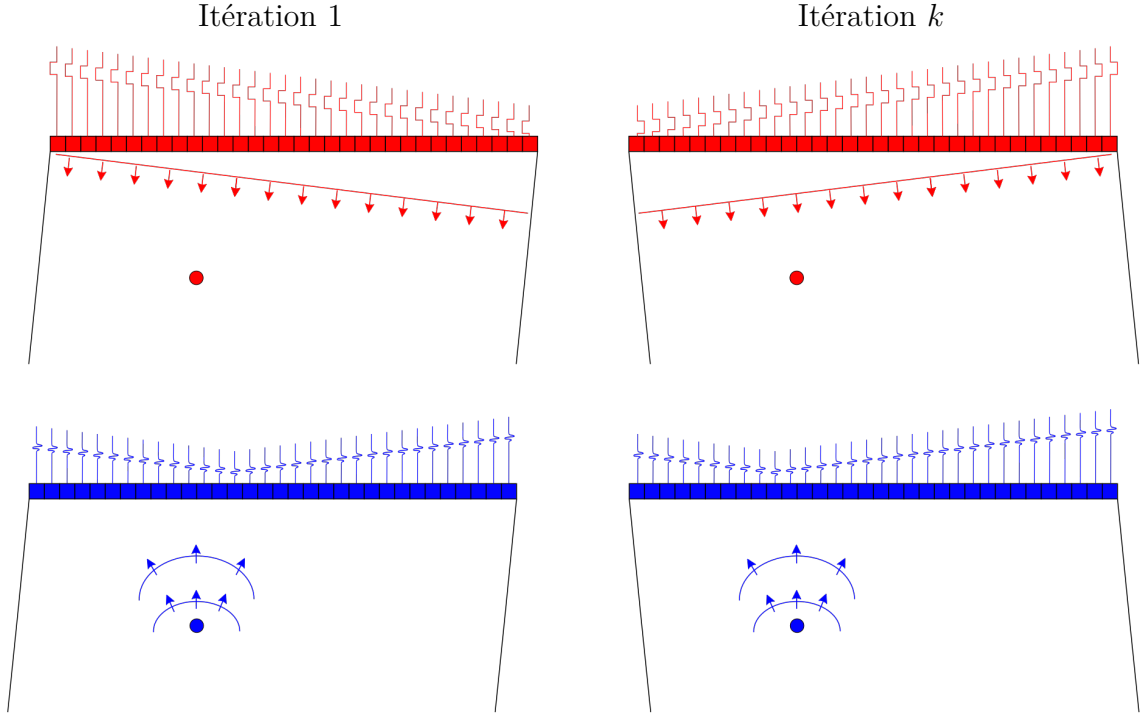


FIGURE 1.21 – Schéma du processus d'acquisition pour l'imagerie PWI. L'émission est représentée en rouge et la réception en parallèle sur tous les éléments en bleu. Les figures de gauche correspondent à l'émission d'une première onde plane d'angle négatif, les figures de droite correspondent à l'émission d'une onde plane d'angle positif. Ce processus est ensuite répété pour tous les angles choisis.

Pour chaque angle, le temps de vol est égal à la somme entre le temps de vol de l'onde plane d'angle  $\theta_k$  vers le pixel  $\mathbf{r}$  et le temps de vol retour du pixel vers le récepteur  $j$  en  $(x_j, 0)$  :

$$\tau_{\text{PWI}}(\mathbf{r}, \theta_k, j) = \frac{z \cos \theta_k + x \sin \theta_k + \sqrt{(x - x_j)^2 + z^2}}{c}. \quad (1.12)$$

La focalisation au pixel  $\mathbf{r}$  fait également intervenir une double sommation, néanmoins, celle-ci est bien moins coûteuse que pour le TFM puisqu'en général,  $N_{\text{él}} \gg N_{\theta}$  :

$$O_{\text{PWI}}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{N_{\theta}} \sum_{j=1}^{N_{\text{él}}} \alpha(\mathbf{r}, \theta_k, j) y_{k,j}(\tau_{\text{PWI}}(\mathbf{r}, \theta_k, j)). \quad (1.13)$$

### 1.4.3 Comparaisons des méthodes standard

La méthode de focalisation classique ainsi que les différentes versions de l'algorithme DAS (SAFT, TFM, PWI) sont comparées dans le cas d'une inspection en contact d'une pièce en aluminium possédant des génératrices percées par le côté (*side-drilled holes* (SDH)). La sonde possède 64 éléments espacés de 1 mm et a une fréquence centrale de 5 MHz. La position de la sonde est fixe pour l'acquisition des différents jeux de données ultrasonores. La Figure 1.22(a) montre une photographie de l'inspection. Les résultats sont présentés en Figure 1.22 (b-e). La résolution de l'image reconstruite par focalisation classique est largement moins bonne que pour les images DAS. Les images SAFT et TFM ont une résolution équivalente qui est généralement meilleure que la résolution de l'image PWI. Néanmoins, il est possible d'obtenir une résolution équivalente à la méthode TFM avec la méthode PWI en utilisant suffisamment d'ondes planes d'angles différents [LE JEUNE *et al.* 2016]. Enfin, les images TFM et PWI ont un contraste équivalent, largement supérieur au contraste de l'image SAFT.

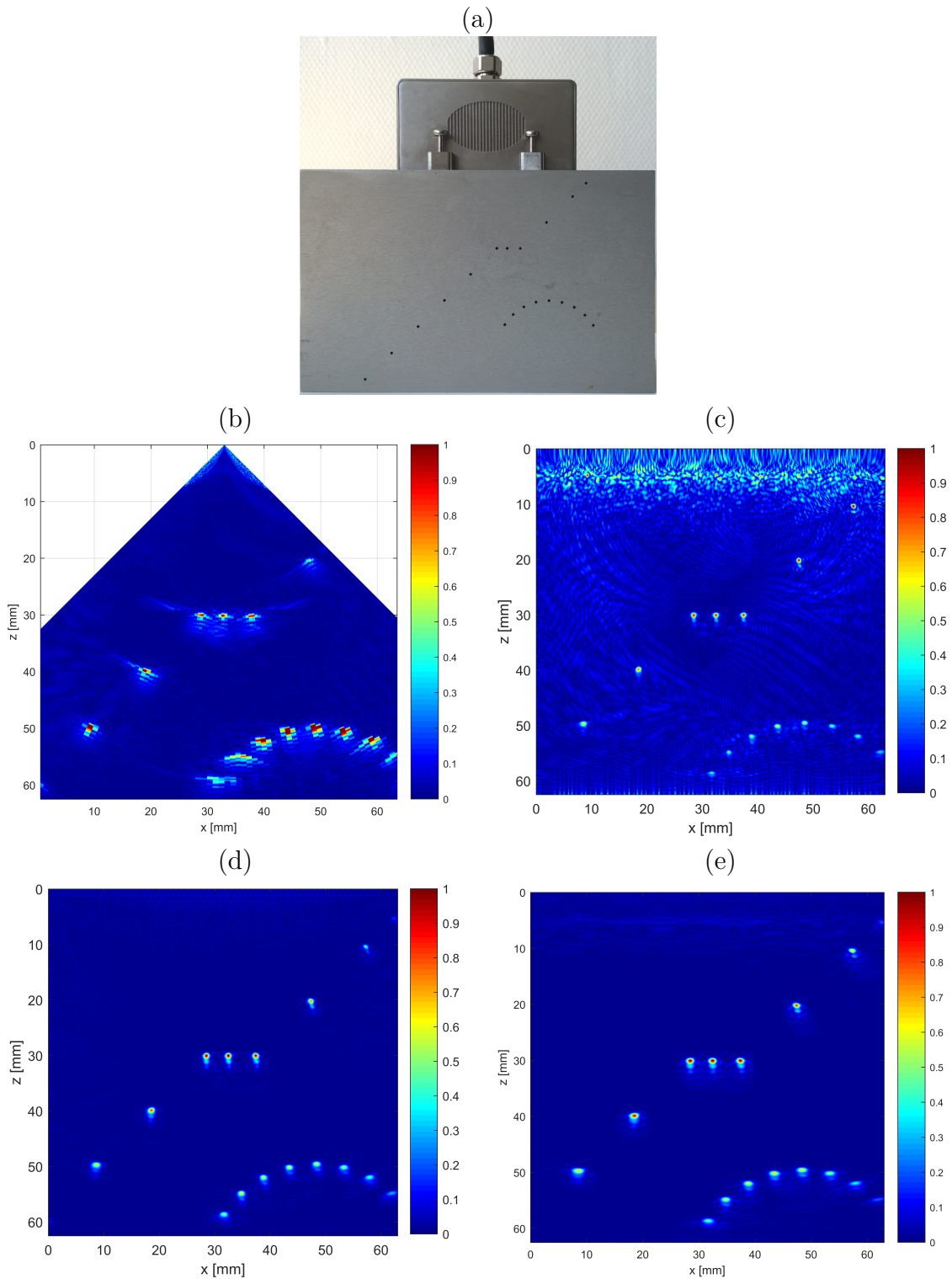


FIGURE 1.22 – (a) Photographie de l'inspection en contact d'une pièce d'aluminium avec une sonde linéaire de 64 éléments. (b-e) : Images ultrasonores de la pièce avec des méthodes standard. (b) : Focalisation classique, scan sectoriel. (c) : SAFT. (d) : TFM. (e) : PWI. (Source interne).

## 1.5 État de l’art des méthodes d’imagerie ultrasonore

Les méthodes d’imagerie DAS possèdent de nombreux avantages, elles sont simples, robustes et peuvent être appliquées en temps réel grâce à une implémentation parallélisable. En effet, elles reposent sur des modèles acoustiques basiques qui consistent, pour chaque pixel, à sommer linéairement les contributions des signaux aux bons temps de vol. Ces méthodes s’appliquent donc de manière très générique et ne dépendent pas des propriétés acoustiques de la sonde ou du milieu. Les méthodes DAS, basées sur des sommations dans le domaine temporel, ont été adaptées dans le domaine fréquentiel sous le nom de migration  $f$ - $k$  dans des travaux en sismologie [STOLT 1978], pour l’imagerie monostatique. Des variantes ont été développées pour l’imagerie TFM [HUNTER *et al.* 2008], PWI [GARCIA *et al.* 2013] ou encore pour le cas de milieux multicouches [SKJELVAREID *et al.* 2011] ou d’imagerie 3D [MERABET *et al.* 2019]. Ces méthodes sont basées sur des calculs de transformée de Fourier et d’interpolation et ont l’avantage d’avoir une complexité calculatoire inférieure aux méthodes temporelles. Les méthodes DAS, appliquées dans le domaine temporel ou fréquentiel, ont une résolution limitée. En effet, les transducteurs ultrasonores ont une bande passante fréquentielle limitée, c’est-à-dire, qu’ils transmettent et reçoivent des ondes ultrasonores dans une certaine gamme de fréquence. Cela se traduit concrètement par le caractère oscillant des signaux ultrasonores. Ainsi, l’indication d’un réflecteur ponctuel dans les signaux ultrasonores est une oscillation qui dure plusieurs périodes et qui ne permet pas de remonter à la localisation précise du réflecteur. Les méthodes de reconstruction standard de type focalisation classique ou méthode DAS (temporel ou fréquentiel) sont basées sur des sommations linéaires de ces signaux bruts, les contributions fréquentielles des images reconstruites sont donc également bornées dans la bande passante des transducteurs. À l’instar des signaux temporels A-scan, les images ultrasonores reconstruites comportent donc des oscillations dues à la forme d’onde émise du capteur. Il est d’usage en CND et en imagerie médicale, de considérer l’enveloppe du signal [PERROT *et al.* 2021] généralement calculée avec la transformée de Hilbert [OPPENHEIM *et al.* 1998] ou par démodulation IQ (*in-phase quadrature*), afin d’enlever le caractère oscillant de l’image reconstruite, sans pour autant améliorer la résolution de celle-ci. Or, la qualité des images reconstruites et notamment la résolution est essentielle afin d’interpréter correctement les indications perçues.

Il existe de nombreuses pratiques visant à pondérer la sommation DAS afin d’améliorer la qualité des images reconstruites tout en conservant la simplicité et la rapidité des méthodes DAS. Les pondérations les plus simples consistent à utiliser des fonctions basées sur la directivité des éléments [HOLMES *et al.* 2005] ou des fenêtres d’apodisation (Hann, Hamming, Blackman, *etc.*). Ces méthodes de formation de voies sont dites non adaptatives car la pondération des signaux utilisée dans la sommation est indépendante des données. Des méthodes de formations de voies adaptatives ont été développées afin d’améliorer la cohérence des signaux sommés.



Par exemple, la méthode de Capon [JIAN LI *et al.* 2003; SYNNEVAG *et al.* 2007] est basée sur la minimisation de la variance des signaux. La pondération utilisée dans la méthode *phase coherence imaging* (PCI) [CAMACHO *et al.* 2009] est basée sur un calcul de dispersion de la phase. D'autres méthodes sont basées sur la cohérence des signaux en amplitude *filtered-delay-multiply-and-sum* (FDMAS) [MATRONE *et al.* 2015] ou pDAS [POLICHETTI *et al.* 2018]. Les travaux de [MATRONE *et al.* 2020] proposent une comparaison de ces méthodes. Ces méthodes ont une complexité de calcul équivalente à celle de l'algorithme DAS et peuvent être implémentées efficacement en parallèle. Ces méthodes sont généralement efficaces pour améliorer la résolution et le contraste des images ultrasonores. Néanmoins, elles ne prennent pas en compte la réponse acoustique des capteurs, ce qui limite, par exemple, la capacité à séparer des réflecteurs proches.

Les méthodes de retournement temporel [FINK 1992] sont utilisées dans le but de focaliser le champ ultrasonore vers une cible du milieu avec une sonde multiéléments. Dans un premier temps, la méthode consiste à émettre une onde plane dans le milieu et à enregistrer les signaux réfléchis par la cible. Dans un second temps, les signaux sont retournés temporellement et réémis par la sonde. En répétant ce processus, la focalisation est effectuée en chacune des cibles du milieu. L'étude fréquentielle de ce processus [PRADA *et al.* 1994; PRADA *et al.* 1995] a conduit à la mise au point de la méthode de décomposition de l'opérateur de retournement temporel (DORT) qui permet d'extraire des lois focales afin de focaliser sur chaque cible du milieu à partir de la décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de retournement temporel. Cette méthode a été adaptée à la modalité FMC, l'opérateur de retournement temporel est alors formé par la matrice de données FMC projetée dans le domaine fréquentiel [KERBRAT *et al.* 2002; PRADA *et al.* 2002]. Le but de la méthode consiste alors à identifier les composantes de bruit afin de les filtrer dans les données. Cette méthode a montré de bons résultats pour l'amélioration du contraste des images reconstruites dans le cas de matériaux homogènes et peu diffusants. Dans les matériaux polycristallins où le bruit de structure est plus important, il est plus difficile d'isoler les composantes de bruit dans l'opérateur de retournement temporel. Plusieurs méthodes ont alors été développées dans ce cadre [AUBRY *et al.* 2009; SHAHJAHAN *et al.* 2014; LOPEZ VILLAVARDE *et al.* 2016]. Les méthodes de retournement temporel ont également été utilisées pour la super-résolution avec des algorithmes de type MUSIC (Multiple Signal Classification) [LEV-ARI *et al.* 2000; DAVY *et al.* 2009]. Notons que les méthodes de super-résolution sont caractérisées par une limite de résolution au-delà de la limite de diffraction. Les méthodes de super-résolution de type MUSIC ont été utilisées dans le cadre de l'imagerie FMC [FAN *et al.* 2014a; FAN *et al.* 2014b]. Elles demeurent néanmoins extrêmement sensibles au bruit [FAN *et al.* 2014b].

Comme dans de nombreux domaines, les algorithmes d'apprentissage profond sont de plus en plus utilisés pour l'imagerie ultrasonore. En imagerie médicale, les auteurs [PERDIOS *et al.*

2017] développent une méthode d'apprentissage sur des images de haute qualité, calculées à partir de données complètes, afin d'améliorer la qualité d'images reconstruites à partir de données compressées. Plusieurs travaux ont également été publiés concernant l'estimation du mouvement [EVAIN *et al.* 2020; PERDIOS *et al.* 2021]. En contrôle non destructif, ces algorithmes ont également un potentiel important. Ils ont notamment été utilisés pour la caractérisation de défauts [PYLE *et al.* 2020] ou encore dans des approches de type inversion en déconvolution de signaux temporels [CHAPON 2021]. Enfin, à partir de données TFM, la méthode de super-résolution présentée par [SONG *et al.* 2020], basée sur des approches de réseau de neurones convolutifs, a montré des résultats supérieurs aux algorithmes MUSIC [FAN *et al.* 2014a; FAN *et al.* 2014b].

Dans nos travaux, nous souhaitons reconstruire des images ultrasonores hautement résolues et à fort contraste par une approche physique. Les méthodes de type déconvolution ont permis la détection et la résolution des indications dans le cas de signaux temporels 1D [ZHANG *et al.* 2012; ZALA 1992]. Nous souhaitons étendre ce type d'approche au cas de signaux multiéléments. Dans un premier temps, la prise en compte du caractère oscillant de l'onde ultrasonore dans la modélisation des données multiéléments nous paraît être un élément essentiel pour l'amélioration de la résolution des images. Dans un second temps, la mise en œuvre de méthodes d'inversion régularisée basée sur des *a priori* de parcimonie sur l'image de réflectivité nous semble être une approche pertinente dans le cadre du contrôle non destructif où les milieux inspectés sont généralement sains avec peu de réflecteurs. Ce type d'approche permet de réintroduire, dans la solution, des contributions hautes fréquences qui ne sont pas présentes dans les données en raison de la nature des transducteurs.

# MÉTHODES INVERSES POUR L'IMAGERIE ULTRASONORE

---

## Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>45</b>
<b>2.1 Modélisation des signaux ultrasonores</b> . . . . .	<b>46</b>
2.1.1 Modélisation fréquentielle d'un signal ultrasonore . . . . .	46
2.1.2 Discrétisation du problème dans le domaine temporel . . . . .	48
2.1.3 Modélisation des données ultrasonores multiéléments . . . . .	49
<b>2.2 Inversion des données ultrasonores</b> . . . . .	<b>52</b>
2.2.1 Caractère mal posé . . . . .	52
2.2.2 Terme d'attache aux données . . . . .	54
2.2.3 Terme de régularisation . . . . .	55
<b>2.3 Travaux réalisés pour l'inversion des données ultrasonores multiéléments</b> . . . . .	<b>58</b>

---

## Introduction

Nous avons vu dans le chapitre 1 que la résolution et le contraste des méthodes standard d'imagerie ultrasonores DAS étaient par nature limités. Ce chapitre présente le processus d'imagerie ultrasonore sous l'angle des problèmes inverses afin d'améliorer la qualité des images reconstruites. La Section 2.1 présente un modèle général pour l'acquisition de données ultrasonores multiéléments. En premier lieu, une modélisation fréquentielle des signaux à temps continu est présentée. Nous considérons ensuite ces signaux dans le domaine temporel à l'aide d'un produit de convolution entre la réflectivité du milieu et la forme d'onde ultrasonore. Ce modèle est discrétisé et étendu à chaque signal afin de pouvoir construire un modèle reliant directement la matrice de données ultrasonores multiéléments à l'image de réflectivité recherchée. Nous verrons que la recherche de la réflectivité du milieu à partir des données ultrasonores brutes est

un problème inverse par nature mal posé et qui dépend fortement de l'instrument de mesure ainsi que du milieu inspecté. La Section 2.2 est dédiée à l'inversion de ces modèles. Dans un premier temps, nous présentons les enjeux et problématiques liés à la déconvolution ultrasonore de signaux temporels. L'extension de ces méthodes aux données multiéléments et à l'imagerie ultrasonore est la problématique centrale de nos recherches. En Section 2.3, nous présentons le cheminement de nos travaux à travers plusieurs axes qui seront exposés plus en détail dans les chapitres 3, 4, 5 et 6.

## 2.1 Modélisation des signaux ultrasonores

### 2.1.1 Modélisation fréquentielle d'un signal ultrasonore

Nous cherchons à modéliser le signal ultrasonore parcourant un trajet depuis un émetteur vers un réflecteur ponctuel situé en  $\mathbf{r}$  et depuis ce réflecteur vers un récepteur dans un milieu homogène et isotrope. Le signal reçu est caractérisé dans le domaine fréquentiel par la mise en cascade de plusieurs fonctions de transfert [STEPANISHEN 1971; SIN *et al.* 1992] :

$$Y(f, \mathbf{r}) = U(f)H_i(f)H_r^{(1)}(f, \mathbf{r})o(\mathbf{r})H_r^{(2)}(f, \mathbf{r})H_j(f). \quad (2.1)$$

Le terme  $o(\mathbf{r})$  représente la réflectivité au pixel  $\mathbf{r}$ . Les termes  $U(f)$ ,  $H_i(f)$  et  $H_j(f)$  représentent respectivement la réponse fréquentielle de l'impulsion électrique, la réponse fréquentielle électro-acoustique de l'émetteur et la réponse fréquentielle acousto-électrique du récepteur. Ces trois termes ne dépendent pas de la propagation ultrasonore dans le matériau et peuvent être regroupés en un terme générique  $H_0(f)$  qui dépend uniquement des capteurs en émission et en réception ainsi que du système d'acquisition. En revanche, le terme  $H_r^{(1)}$  représente la fonction de transfert liée à la propagation pour une onde acoustique générée par l'émetteur et mesurée au point cible  $\mathbf{r}$ . Par conséquent, ce terme dépend fortement du milieu. Il peut être défini comme le champ ultrasonore généré par la surface active émettrice  $S_1$  vers un réflecteur situé en un point de l'espace  $\mathbf{r}$ . Le terme  $H_r^{(2)}$  représente la fonction de transfert liée à la propagation pour une onde acoustique de la cible  $\mathbf{r}$  vers le récepteur. Les termes  $H_r^{(1)}(f, \mathbf{r})$  et  $H_r^{(2)}(f, \mathbf{r})$  peuvent être rassemblés en un terme  $H_r(f, \mathbf{r})$  en évoquant un principe de réciprocité [LHÉMERY 1991] qui revient à considérer la cible  $\mathbf{r}$  comme une nouvelle source émettrice. Considérons le calcul de  $H_r(f, \mathbf{r})$  dans le cas d'une surface active émettrice  $S_1$  et d'une surface réceptrice  $S_2$ , montées sur un plan infini rigide et représentées en Figure 2.1. La réponse fréquentielle  $H_r(f, \mathbf{r})$  se calcule grâce à l'intégrale de Rayleigh [STEPANISHEN 1971; FINK *et al.* 1984] qui consiste à intégrer les contributions ponctuelles de la surface active  $S_1$  du transducteur au point cible  $\mathbf{r}$  ainsi que les

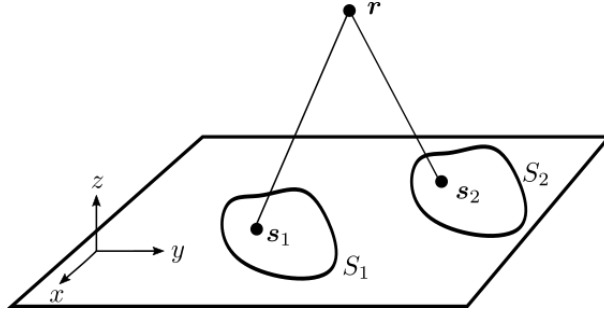


FIGURE 2.1 – Schéma de la modélisation du champ ultrasonore pour une cible ponctuelle.

contributions du point cible vers la surface réceptrice  $S_2$  :

$$H_r(f, \mathbf{r}) = \int_{s_1 \in S_1} \int_{s_2 \in S_2} \frac{e^{-jk(f)(\|\mathbf{r}-s_1\| + \|\mathbf{r}-s_2\|)}}{2\pi (\|\mathbf{r}-s_1\| + \|\mathbf{r}-s_2\|)} dS_1 dS_2. \quad (2.2)$$

où  $s_1$  et  $s_2$  sont respectivement des points des surfaces  $S_1$  et  $S_2$ . Nous faisons l'hypothèse de calcul en champ lointain, on peut alors assimiler une onde sphérique à une onde plane au niveau de la cible et de la surface réceptrice [FINK *et al.* 1984]. Sous cette hypothèse, la distance entre la cible et un point de la surface émettrice ou réceptrice est presque constante :  $\|\mathbf{r}-s_1\| \approx r_1$  et  $\|\mathbf{r}-s_2\| \approx r_2$ . La réponse fréquentielle  $H_r(f, \mathbf{r})$  s'écrit alors :

$$H_r(f, \mathbf{r}) = \frac{e^{-jk(f)(r_1+r_2)}}{4\pi^2(r_1+r_2)} \int_{s_1 \in S_1} dS_1 \int_{s_2 \in S_2} dS_2. \quad (2.3)$$

Dans la suite, nous nous plaçons dans le cadre de l'imagerie ultrasonore 2D et nous privilégions l'écriture en fonction de  $(x, z)$  plutôt que  $(r_1, r_2)$ . On peut donc réécrire l'équation (2.3) telle que :

$$H_r(f, x, z) = \alpha(x, z) e^{-jk(f)d(x,z)}, \quad (2.4)$$

où  $\alpha(x, z)$  est un terme d'amplitude qui ne dépend pas de la fréquence [CARCREFF *et al.* 2014]. Avec ces notations, la réponse fréquentielle du signal vaut :

$$Y(f, x, z) = H_0(f) H_r(f, x, z) o(x, z). \quad (2.5)$$

Le principe du problème inverse en imagerie ultrasonore consiste à retrouver la réflectivité  $o(x, z)$  à partir des mesures ultrasonores  $Y(f, x, z)$ .

### 2.1.2 Discrétisation du problème dans le domaine temporel

Nous souhaitons à présent réécrire l'équation (2.5) dans le domaine temporel.

Nous faisons ici plusieurs hypothèses simplificatrices :

- Le milieu inspecté est supposé homogène et non dispersif si bien que la forme d'onde n'est pas modifiée par les phénomènes d'atténuation fréquentielle et de dispersion en cours de propagation.
- En fonction des angles d'émission et de réception, la fonction de directivité des transducteurs (dépendant de la fréquence) peut modifier la forme de l'onde ultrasonore. Nous considérons des signaux avec des angles d'incidence suffisamment faibles de manière à négliger ces effets.
- Enfin, nous faisons l'hypothèse de calcul en champ lointain.

Sous ces hypothèses, le nombre d'onde vaut  $k(f) = 2\pi f/c$  et la fonction de transfert  $H_r$  est un simple terme de décalage de phase, si bien que :

$$h_r(t, x, z) = \alpha(x, z)\delta(t - d(x, z)/c). \quad (2.6)$$

L'équation (2.5) peut être réécrite dans le domaine temporel grâce à des produits de convolution :

$$y(t, x, z) = \alpha(x, z)h_0(t) * \delta(t - d(x, z)/c)o(x, z), \quad (2.7)$$

où  $o(x, z)$  représente la réflectivité du milieu. Le signal à l'instant  $t$  reçu par le capteur  $y(t)$  est la somme des contributions de toutes les cibles :

$$y(t) = \sum_{x,z} \alpha(x, z)h_0(t - d(x, z)/c)o(x, z). \quad (2.8)$$

L'équation (2.8) est illustrée en Figure 2.2. Les échos dans le signal A-scan correspondent à des versions retardées de la forme d'onde émise par le transducteur, multipliée par l'amplitude de la réflectivité.

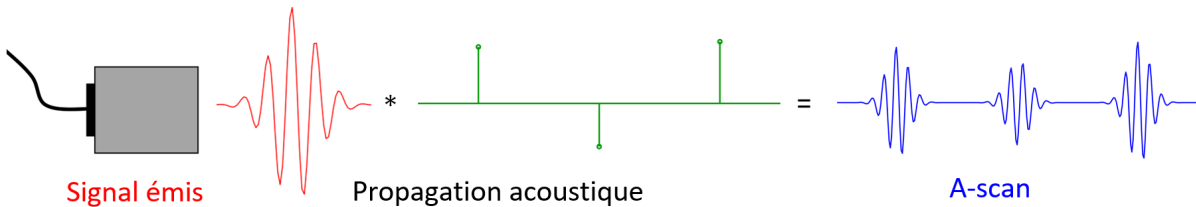


FIGURE 2.2 – Schéma du modèle de propagation. Réponse impulsionnelle du transducteur (-). Réflectivité du milieu (-o-). Signal ultrasonore mesuré (-).

Pour la suite, nous considérons que le signal temporel est une mesure de  $N_t$  échantillons avec une fréquence d'échantillonnage égale à  $F_s$ . Nous considérons également une grille de reconstruction spatiale de taille  $N_x \times N_z$  avec des pas d'échantillonnages  $\Delta_x$  et  $\Delta_z$  telle que :

$$\begin{aligned} x_k &= x_{\min} + (k-1)\Delta_x, \quad k \in \llbracket 1, N_x \rrbracket, \\ \text{et } z_l &= z_{\min} + (l-1)\Delta_z, \quad l \in \llbracket 1, N_z \rrbracket. \end{aligned}$$

La contribution de la cible  $(x_k, z_l)$  dans le signal discrétisé à l'instant  $t_n = n/F_s$  s'écrit alors :

$$y[n, k, l] = y(t_n, x_k, z_l), \quad (2.9)$$

où  $n \in \llbracket 1, N_t \rrbracket$ . L'équation (2.8) se discrétise alors de la manière suivante :

$$y[n] = \sum_{k,l} \alpha^{k,l} h_0 \left[ \left[ (t_n - d(x_k, z_l)/c) F_s \right] \right] o^{k,l}, \quad (2.10)$$

où  $[\cdot]$  désigne l'opération d'arrondi à l'entier le plus proche.

### 2.1.3 Modélisation des données ultrasonores multiéléments

Nous nous plaçons à présent dans le cadre d'une acquisition multiéléments de données FMC qui est une modalité très utilisée en CND pour les raisons évoquées en Section 1.4.2. Les concepts présentés dans ces travaux pourraient être appliqués à d'autres modalités d'acquisition multiéléments, par exemple, les techniques SAFT et PWI également présentées en Section 1.4.2. Nous reprenons le modèle discrétisé établi à l'équation (2.10) pour le cas d'une réflectivité 2D. La réflectivité du milieu  $\mathbf{o} \in \mathbb{R}^{N_x N_z}$  désigne donc une image de taille  $N_x N_z$ . Le A-scan  $\mathbf{y}_{i,j}$  de l'émetteur  $i$  vers le récepteur  $j$  peut être réécrit comme la somme des contributions de tous les pixels  $o^{k,l}$  de la réflectivité :

$$\mathbf{y}_{i,j} = \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_z} \tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l} o^{k,l}, \quad (2.11)$$

où  $\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l} \in \mathbb{R}^{N_t}$  désigne la réponse impulsionnelle associée à l'émetteur  $i$  et au récepteur  $j$  pour la cible située en  $(x_k, z_l)$  :

$$\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l} = \alpha_{i,j}^{k,l} h_0 \left[ \left[ (t_n - \tau_{\text{TFM}}(x_k, z_l, i, j)) F_s \right] \right]. \quad (2.12)$$

Le coefficient  $\alpha_{i,j}^{k,l}$  désigne un coefficient scalaire de pondération. En pratique, la durée de la réponse impulsionnelle est bien plus courte que la durée du signal, on peut donc définir une

réponse impulsionnelle  $\mathbf{h}_{i,j}^{k,l} \in \mathbb{R}^{N_h}$  qui, complétée avec des zéros et calculée au bon temps de vol, est égale à  $\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l} \in \mathbb{R}^{N_t}$ . L'équation (2.11) peut être reformulée en considérant une colonne  $\mathbf{o}^k \in \mathbb{R}^{N_z}$  de l'image :

$$\mathbf{y}_{i,j} = \sum_{k=1}^{N_x} \mathbf{H}_{i,j}^k \mathbf{o}^k, \quad (2.13)$$

où  $\mathbf{H}_{i,j}^k \in \mathbb{R}^{N_t \times N_z}$  désigne alors une matrice pour laquelle chaque colonne est constituée des formes d'ondes  $\mathbf{h}_{i,j}^{k,l}$  pour  $l \in \llbracket 1, N_z \rrbracket$  au bon temps de vol et incluant également les coefficients de pondération. Cette sous-matrice est représentée en Figure 2.3. La structure de cette ma-

$$\mathbf{H}_{i,j}^k = \left[ \begin{array}{cccc} \mathbf{h}_{i,j}^{k,1} & \vdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \mathbf{h}_{i,j}^{k,2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{h}_{i,j}^{k,N_z} \\ 0 & \vdots & \cdots & 0 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \mathbf{H}_{i,j}^k \\ \mathbf{h}_{i,j}^{k,1} \\ \mathbf{h}_{i,j}^{k,2} \\ \mathbf{h}_{i,j}^{k,N_z} \end{array}} \right\} N_t$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{N_z}$

FIGURE 2.3 – Schéma de la structure d'un bloc de la matrice de formes d'ondes.

trice rappelle celle d'une matrice de Toeplitz. Néanmoins, les formes d'ondes  $\mathbf{h}_{i,j}^{k,l}$  définies à l'équation (2.12) sont variables pour  $l \in \llbracket 1, N_z \rrbracket$ . En effet, même dans le cas de formes d'ondes supposées invariantes, la variation du temps de vol entre les pixels d'indices  $(k, l)$  et  $(k, l + 1)$  de la matrice  $\mathbf{H}_{i,j}^k$  n'est pas régulière et donc le décalage de forme d'ondes entre deux colonnes successives  $l$  et  $l + 1$  de  $\mathbf{H}_{i,j}^k$  n'est pas régulier non plus et la matrice n'est pas de Toeplitz.

Il est possible d'établir une relation linéaire entre le vecteur  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_{\text{él}}^2 N_t}$ , collectant l'ensemble des données FMC et le vecteur  $\mathbf{o} \in \mathbb{R}^{N_x N_z}$  collectant l'ensemble des valeurs des pixels de la réflectivité à l'aide des blocs  $\mathbf{H}_{i,j}^k \in \mathbb{R}^{N_t \times N_z}$ . Pour cela, nous construisons une matrice  $\mathbf{H}_t \in \mathbb{R}^{N_{\text{él}}^2 N_t \times N_x N_z}$  que nous appelons matrice de formes d'ondes, suffisamment grande pour ras-



sembler tous les blocs  $\mathbf{H}_{i,j}^k$  pour chaque couple émetteur-récepteur  $(i, j)$  et pour chaque colonne  $k$ . On obtient alors la relation suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o}. \quad (2.14)$$

Un schéma de la structure de cette matrice est présentée en Figure 2.4. La matrice  $\mathbf{H}_t$  est

$$\mathbf{H}_t = \begin{array}{c} \left. \begin{array}{c} \text{Récepteur} \\ \#1 \end{array} \right\} \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c} \mathbf{H}_{1,1}^1 & \cdots & \mathbf{H}_{1,1}^k & \cdots & \mathbf{H}_{1,1}^{N_x} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\acute{e}1},1}^1 & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{H}_{N_{\acute{e}1},1}^{N_x} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \end{array} \right] \left. \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Émetteur} \\ \#1 \\ \\ \text{Émetteur} \\ \#N_{\acute{e}1} \end{array} \\ \\ \left. \begin{array}{c} \text{Récepteur} \\ \#j \end{array} \right\} \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c} \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{i,j}^1 & \ddots & \mathbf{H}_{i,j}^k & \ddots & \mathbf{H}_{i,j}^{N_x} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \end{array} \right] \left. \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Émetteur} \\ \#i \\ \\ \end{array} \\ \\ \left. \begin{array}{c} \text{Récepteur} \\ \#N_{\acute{e}1} \end{array} \right\} \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c} \mathbf{H}_{1,N_{\acute{e}1}}^1 & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{H}_{1,N_{\acute{e}1}}^{N_x} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\acute{e}1},N_{\acute{e}1}}^1 & \cdots & \mathbf{H}_{N_{\acute{e}1},N_{\acute{e}1}}^k & \cdots & \mathbf{H}_{N_{\acute{e}1},N_{\acute{e}1}}^{N_x} \end{array} \right] \left. \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Émetteur} \\ \#1 \\ \\ \text{Émetteur} \\ \#N_{\acute{e}1} \end{array} \end{array}$$

FIGURE 2.4 – Schéma de la structure de la matrice de formes d’ondes. Les lignes verticales représentent les changements d’abscisse dans l’image de réflectivité. Les lignes horizontales en pointillés représentent les changements de l’élément émetteur et les lignes horizontales pleines les changements de l’élément récepteur.

organisée de manière à pouvoir définir une forme d’onde différente pour chaque pixel et pour chaque couple émetteur-récepteur. Par exemple, dans le cas d’une forme d’onde qui se déforme au cours de propagation, cette structure permet de considérer une forme d’onde différente en fonction du temps de vol.

## 2.2 Inversion des données ultrasonores

### 2.2.1 Caractère mal posé

L'estimation de la carte de réflectivité du milieu à partir des mesures ultrasonores est un problème inverse de type déconvolution. Nous reprenons la modélisation discrète (2.14) des données FMC à partir de l'image de réflectivité établie à la section précédente, à laquelle nous ajoutons un terme  $\mathbf{n}_t \in \mathbb{R}^{N_{\text{ét}}^2 N_t}$  représentant le bruit de mesure et les erreurs de modélisation :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{n}_t. \quad (2.15)$$

Notre but est de résoudre le problème inverse qui consiste à reconstruire l'image de réflectivité exacte  $\mathbf{o}$  à partir des données FMC  $\mathbf{y}$ . Ce problème inverse a un caractère mal posé. En effet les données ultrasonores contiennent uniquement de l'information dans la bande passante fréquentielle des transducteurs. Or, l'image de réflectivité recherchée n'est pas limitée à ces contributions fréquentielles et peut, en particulier, contenir des informations très large bande (discontinuités franches, interfaces *etc.*). Ces informations ne peuvent donc pas être directement obtenues depuis les données. De plus, ces données sont mesurées avec des instruments électroniques imparfaits générant systématiquement du bruit de mesure et des erreurs de quantification. Ces perturbations ne sont pas non plus limitées à la bande fréquentielle du transducteur.

L'approche naïve consiste à minimiser un critère des moindres carrés :

$$\mathbf{o}_{\text{MC}} = \arg \min_{\mathbf{o}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_t \mathbf{o}\|_2^2. \quad (2.16)$$

Lorsque  $\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t$  est inversible, la solution généralisée  $\mathbf{o}_{\text{MC}}$  s'écrit de manière analytique :

$$\mathbf{o}_{\text{MC}} = (\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t)^{-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{y}. \quad (2.17)$$

En utilisant l'équation (2.15), on peut réécrire la solution généralisée en fonction de la solution exacte :

$$\mathbf{o}_{\text{MC}} = \mathbf{o} + (\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t)^{-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{n}. \quad (2.18)$$

L'estimation de la réflectivité par inversion des moindres carrés  $\mathbf{o}_{\text{MC}}$  est alors égale à la somme entre la réflectivité exacte  $\mathbf{o}$  et un terme de bruit  $(\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t)^{-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{n}$ . Lorsque la matrice  $(\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t)$  est mal conditionnée, c'est-à-dire, lorsque la racine carrée du rapport entre sa plus grande et sa plus petite valeur propre devient grand devant l'unité, l'inverse  $(\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t)^{-1}$  prend de très grande valeurs et le terme  $(\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t)^{-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{n}$  devient instable. La solution généralisée n'est alors pas fiable. Un exemple dans un cas 1D est proposé en Figure 2.5. Le signal de réflectivité est un train d'impulsion parcimonieux (i.e. large bande). L'onde ultrasonore se propage selon  $z$  à

$5000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et le temps de vol vaut  $2z/c$ . La forme d'onde est un écho gaussien de fréquence 5 MHz, de facteur de bande 40% et de phase  $\pi/4$  rad. Un bruit blanc gaussien de RSB égal à 30 dB est ajouté aux données. On voit que même pour une valeur très faible du bruit, la solution reconstruite n'est pas satisfaisante. En réalité, même en l'absence de bruit, la solution reconstruite a une allure similaire. Sur cet exemple, le conditionnement de la matrice  $\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t$  est de l'ordre de  $10^{19}$ .

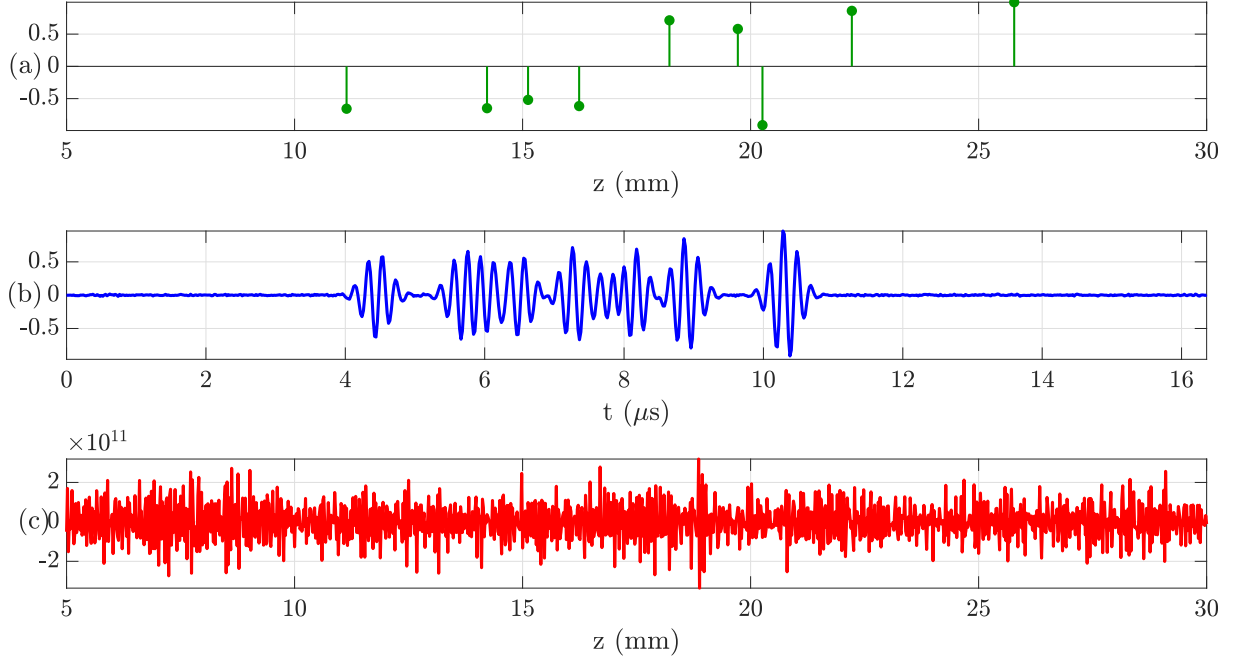


FIGURE 2.5 – (a) : Réflectivité ( $-\bullet-$ ). (b) : Signal ultrasonore ( $-$ ). (c) : Solution des moindres carrés ( $-$ ).

Un processus classique de régularisation du problème inverse fait intervenir la minimisation d'un critère mixte comportant le terme d'attache aux données des moindres carrés  $\|\mathbf{y} - \mathbf{H}_t \mathbf{o}\|_2^2$ , additionné avec un terme de régularisation  $\mu\psi(\mathbf{o})$  permettant de stabiliser la solution [IDIÉR 2008] :

$$\mathbf{o}_{\text{REG}} = \arg \min_{\mathbf{o}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_t \mathbf{o}\|_2^2 + \mu\psi(\mathbf{o}). \quad (2.19)$$

La fonction de régularisation  $\psi$  est choisie de manière à favoriser certaines propriétés *a priori* de la solution à reconstruire. Le paramètre de régularisation  $\mu$  est utilisé afin d'ajuster un compromis entre l'adéquation aux données et l'hypothèse sur la solution. Si  $\mu$  est trop faible, la solution reconstruite est proche de celle des moindres carrés et donc non satisfaisante. Si  $\mu$  est trop grand, l'hypothèse de régularisation est prépondérante sur le terme d'attache aux données et la solution reconstruite ne dépend peu ou plus des données. Ces deux termes composant le critère mixte sont discutés ci-après.

## 2.2.2 Terme d'attache aux données

Le terme d'attache aux données  $\|\mathbf{y} - \mathbf{H}_t \mathbf{o}\|_2^2$  va influencer sur la fidélité de la solution reconstruite par rapport aux données. Le choix de la norme  $\ell_2$  sur la différence  $\mathbf{y} - \mathbf{H}_t \mathbf{o}$  vient de l'hypothèse de bruit blanc gaussien sur les données [IDIER 2008]. Ce terme est convexe et différentiable et se minimise généralement grâce à des algorithmes de type descente de gradient. Le gradient de ce terme est égal à  $-2\mathbf{H}_t^T(\mathbf{y} - \mathbf{H}_t \mathbf{o})$ , son calcul nécessite donc l'évaluation des produits direct  $\mathbf{H}_t$  et adjoint  $\mathbf{H}_t^T$ . La matrice  $\mathbf{H}_t$  est construite à partir des formes d'ondes et dépend donc fortement de la précision de la modélisation du processus d'acquisition des données à partir de l'objet recherché. Dans le cas de déconvolutions ultrasonores, les signaux enregistrés dépendent de la forme d'onde se propageant dans le milieu. Lorsque l'on dispose de peu voire d'aucune information sur ce signal de référence, la déconvolution est dite myope ou aveugle. Dans ce cas, la recherche de la séquence de la réflectivité et du signal de référence peut être envisagée de manière conjointe [CHAMPAGNAT *et al.* 1996 ; CHENG *et al.* 1996] ou de manière séquentielle, la forme d'onde doit alors être connue avant d'envisager une méthode d'inversion. Dans ces travaux, nous nous plaçons dans ce dernier cas, c'est-à-dire, nous supposons la forme d'onde connue ou nous l'estimerons directement à partir des données. Dans de nombreuses applications d'imagerie ultrasonore, la forme d'onde peut être mesurée de manière expérimentale ou encore synthétisée à l'aide d'outils de simulation. L'estimation de forme d'onde peut également être basée sur des modèles autorégressifs [JENSEN 1991] ou sur le filtrage homomorphique [JENSEN *et al.* 1994]. Dans le modèle proposé, les signaux ultrasonores sont modélisés par une forme d'onde oscillante dont l'amplitude est modulée par une fonction gaussienne [DEMIRLI *et al.* 2001a ; DEMIRLI *et al.* 2001b] :

$$h(t, \Theta) = Ae^{-\alpha t^2} \cos(2\pi f_0 t + \phi), \quad (2.20)$$

où  $\Theta = [A, \alpha, f_0, \phi]$ .  $A$  représente l'amplitude de l'écho,  $f_0$  représente la fréquence centrale,  $\alpha$  est lié à la largeur de la bande passante située autour de  $f_0$ , enfin  $\phi$  désigne la phase. Ces modèles analytiques font intervenir un jeu de paramètres  $\Theta$  pour décrire la forme d'onde qui peut être estimé directement en minimisant un terme d'erreur entre les données expérimentales et le modèle choisi. Des modèles comprenant plus de paramètres peuvent s'avérer plus flexibles mais peuvent également rendre le problème d'optimisation plus complexe. Par exemple, ce modèle peut se décliner pour modéliser des formes d'ondes avec une enveloppe gaussienne asymétrique [DEMIRLI *et al.* 2014] :

$$h'(t, \Theta') = Ae(t, \alpha, r, m) \cos(2\pi f_0 t + \phi), \quad (2.21)$$

où  $\Theta' = [A, \alpha, f_0, \phi, r, m]$  et  $e(t, \alpha, r, m)$  représente l'enveloppe asymétrique telle que :

$$e(t, \alpha, r, m) = e^{-\alpha(1-r \tanh(mt))t^2}. \quad (2.22)$$

Dans ce cas, l'enveloppe a deux facteurs de bande passante  $\alpha(1+r)$  (pour  $t$  négatif) et  $\alpha(1-r)$  (pour  $t$  positif) et le paramètre  $m$  règle la vitesse de transition entre les deux parties de l'enveloppe.

### 2.2.3 Terme de régularisation

Le terme de régularisation  $\mu\psi(\mathbf{o})$  stabilise l'inversion en limitant les fortes amplitudes dans la solution. Nous détaillons ci-après quelques fonctions classiques de régularisations  $\psi$ .

#### Régularisation en norme $\ell_2$

La fonction de pénalisation en norme  $\ell_2$  vaut :

$$\psi_{\ell_2}(\mathbf{o}) = \|\mathbf{o}\|_2^2 = \sum_{m=1}^{N_x N_z} o_m^2. \quad (2.23)$$

Le choix d'une pénalisation en norme  $\ell_2$  permet de régulariser l'inversion. Historiquement, cette régularisation a été largement utilisée pour ses propriétés de convexité et de différentiabilité, en particulier dans des applications en imagerie médicale [LOUPAS *et al.* 1989] et en CND [SIN *et al.* 1992]. De plus, la solution peut être calculée de manière analytique car elle satisfait l'équation :

$$(\mathbf{H}_t^T \mathbf{H}_t + \mu \mathbf{I}) \mathbf{o}_{\ell_2} = \mathbf{H}_t^T \mathbf{y}, \quad (2.24)$$

où  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$  représente la matrice identité. Un exemple de régularisation en norme  $\ell_2$  est proposé en Figure 2.6 à partir de données identiques à l'exemple de la Figure 2.5. L'amplitude de la solution est bien plus faible que dans le cas des moindres carrés et certains pics de la réflectivité sont détectés. Cependant, on observe que la solution reconstruite a un caractère oscillant et est assez éloignée de la réflectivité recherchée.

La fonction de régularisation doit être adaptée au type de solution recherché. Dans cet exemple, nous recherchons une solution très parcimonieuse et la pénalisation en norme  $\ell_2$  n'est pas adaptée. La notion de parcimonie consiste à supposer que l'objet recherché peut-être reconstruit à l'aide d'un nombre limité de valeurs non nulles. Cet *a priori* sur les objets recherchés est très utilisé en CND, car cela revient à considérer que le milieu est globalement sain et ne contient éventuellement que quelques réflecteurs. La fonction  $\psi_{\ell_2}$  est simple à utiliser car elle est convexe et différentiable. Néanmoins les solutions obtenues ne sont pas très parcimonieuses.

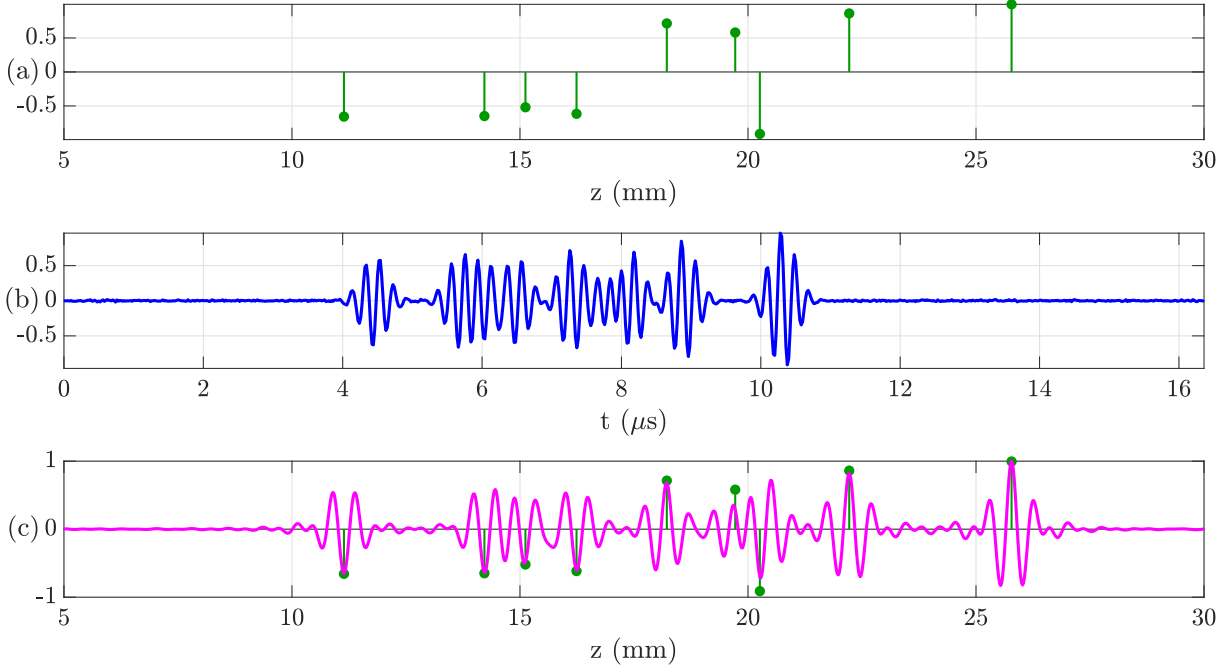


FIGURE 2.6 – (a) : Réflectivité ( $-\bullet-$ ). (b) : Signal ultrasonore ( $-$ ). (c) : Solution (normalisée) des moindres carrés régularisés en norme  $\ell_2$  ( $-$ ).

### Régularisation en norme $\ell_1$

La régularisation en norme  $\ell_1$  permet d'obtenir des solutions plus parcimonieuses que la régularisation en norme  $\ell_2$  et semble plus adaptée pour des stratégies de CND [O'BRIEN *et al.* 1994] :

$$\psi_{\ell_1}(\mathbf{o}) = \|\mathbf{o}\|_1 = \sum_{m=1}^{N_x N_z} |o_m|. \quad (2.25)$$

La fonction  $\psi_{\ell_1}$  est convexe mais non différentiable en 0. Par ailleurs, la minimisation du critère des moindres carrés régularisé par une norme  $\ell_1$  ne possède pas de solution analytique. Un exemple de régularisation en norme  $\ell_1$  est proposé en Figure 2.7. On voit que la solution reconstruite est plutôt satisfaisante, une majorité des pics de la réflectivité est détectée, en particulier certains pics assez proches autour de  $z \approx 15$  mm sont détectés. Néanmoins, quelques pics de faible amplitude ne sont pas détectés.

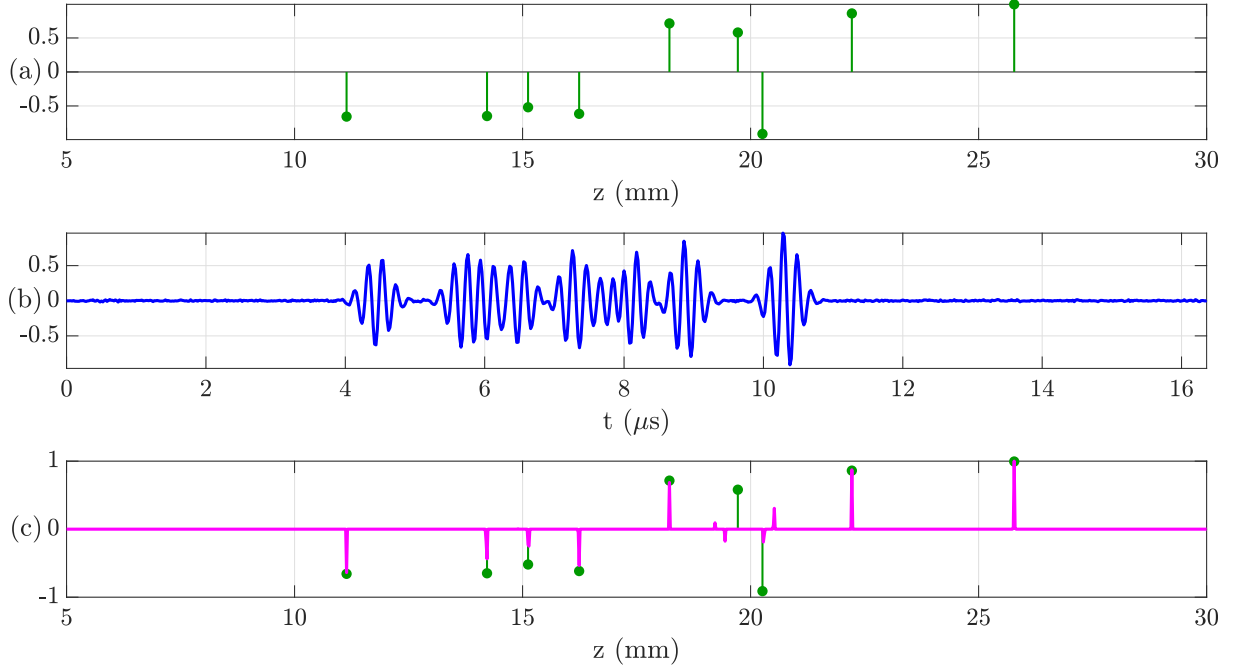


FIGURE 2.7 – (a) : Réflectivité ( $-\bullet-$ ). (b) : Signal ultrasonore ( $-$ ). (c) : Solution (normalisée) des moindres carrés régularisés en norme  $\ell_1$  ( $-$ ).

### Autres régularisations classiques

La pénalisation  $\ell_1\ell_2$  appelée *hyperbolique* est définie par la fonction :

$$\psi_{\ell_1\ell_2}(\mathbf{o}) = \sum_{m=1}^{N_x N_z} \sqrt{(o_m)^2 + \delta^2}. \quad (2.26)$$

Cette fonction est convexe et différentiable mais elle possède un paramètre de régularisation supplémentaire  $\delta$  à régler. On peut réécrire cette fonction sous la forme :

$$\psi_{\ell_1\ell_2}(\mathbf{o}) = \sum_{m=1}^{N_x N_z} \delta \sqrt{1 + \left(\frac{|o_m|}{\delta}\right)^2}. \quad (2.27)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \text{pour } |o_m| \ll \delta, \quad \sqrt{(o_m)^2 + \delta^2} &\sim \delta \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{|o_m|}{\delta}\right)^2\right), \\ \text{et pour } |o_m| \gg \delta, \quad \sqrt{(o_m)^2 + \delta^2} &\sim |o_m|. \end{aligned}$$

On observe donc que la régularisation hyperbolique a un comportement très proche de la régularisation en norme  $\ell_1$  pour les grandes amplitudes. En revanche, le minimum de la fonction en 0 est égal à  $\delta$ , les petites amplitudes sont donc moins pénalisées. Dans ce cas, la norme hyperbolique a un comportement plus proche de la norme  $\ell_2$ .

D'autres approches emploient une régularisation en norme  $\ell_0$  [SOUSSEN *et al.* 2011 ; SOUSSEN *et al.* 2012] pour des reconstructions très parcimonieuses :

$$\psi_{\ell_0}(\mathbf{o}) = \text{Card}\{m \mid o_m \neq 0\}. \quad (2.28)$$

Néanmoins, ce type de régularisation requiert des méthodes d'optimisations combinatoires plus complexes ou approchées et bien souvent plus coûteuses en temps de calcul. Les fonctions de régularisations classiques présentées dans cette partie sont illustrées dans le cas réel scalaire en Figure 2.8.

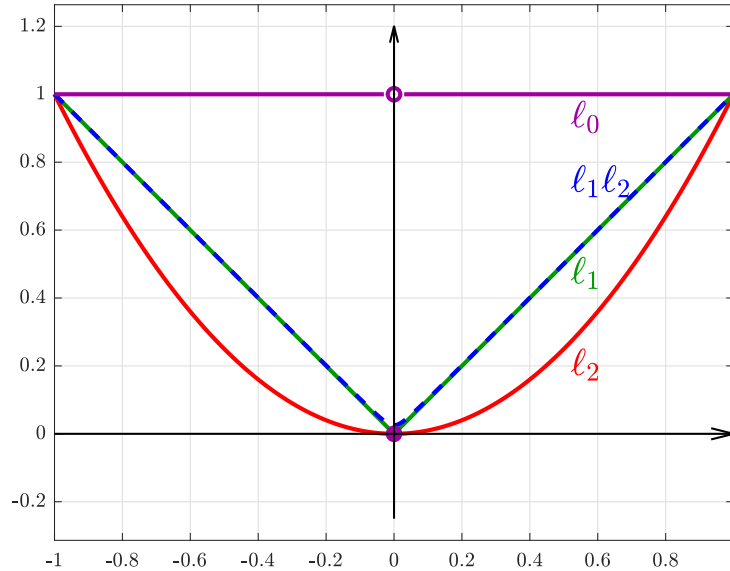


FIGURE 2.8 – Représentation des différentes fonctions de régularisations classiques  $\ell_0$  (—),  $\ell_1$  (—),  $\ell_2$  (—),  $\ell_1\ell_2$  (—) dans le cas réel scalaire.

## 2.3 Travaux réalisés pour l'inversion des données ultrasonores multiéléments

Dans les années 1990, plusieurs études ont montré que les méthodes de déconvolution permettaient d'améliorer grandement la résolution et le contraste de signaux 1D en contrôle non destructif ultrasonore [ZALA 1992 ; O'BRIEN *et al.* 1994]. Néanmoins, les systèmes d'acquisition



multivoies ainsi que les capteurs multiéléments sont maintenant utilisés dans de nombreuses applications aussi bien médicales qu'industrielles. Ainsi, l'acquisition d'images ultrasonores est dorénavant bien plus courante que l'étude des signaux bruts. Le but des travaux présentés dans cette thèse est donc d'étendre le modèle de convolution des signaux ultrasonores dans le cadre d'acquisition multiéléments pour la reconstruction d'images ultrasonores afin d'en améliorer le contraste et la résolution. Tout au long de ces travaux, nous nous basons sur la modélisation des données FMC à partir de la réflectivité ultrasonore démontrée en Section 2.1.3 :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{n}_t, \quad (2.29)$$

et nous cherchons à reconstruire l'image de réflectivité  $\mathbf{o}$  par des méthodes d'inversion par régularisation.

### Imagerie par inversion de données ultrasonores FMC

Le chapitre 3 est basé sur l'article :

N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier et A. Duclos. **An inverse approach for ultrasonic imaging from full matrix capture data. Application to resolution enhancement in NDT.** *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 67(9), Pages 1877-1887, 2020.

À partir de la modélisation des données FMC établie en Section 2.1.3, une méthode d'inversion parcimonieuse est proposée afin d'obtenir des images de réflectivité à partir des données ultrasonores brutes. La méthode repose sur la minimisation du critère :

$$\mathcal{J}_t(\mathbf{o}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_t \mathbf{o}\|^2 + \phi(\mathbf{o}), \quad (2.30)$$

qui comporte un terme d'attache aux données basé sur l'équation (2.29) et un terme de régularisation. Nous avons fait le choix d'une pénalisation hybride comportant un terme de pénalisation  $\ell_1$  sur les pixels de l'image, favorisant ainsi la reconstruction d'une image parcimonieuse, ainsi qu'une pénalisation  $\ell_2$  sur le gradient de l'image afin de favoriser la continuité spatiale de l'image. L'article présente des résultats simulés et expérimentaux dans le cadre d'un matériau homogène avec une atténuation négligeable pour lequel les formes d'ondes constituant la matrice  $\mathbf{H}_t$  sont supposées invariantes. La méthode proposée améliore significativement la résolution des images ultrasonores pour ces mesures. Néanmoins, l'inversion du modèle établi sur les données brutes reste un processus coûteux en temps de calcul. De ce fait, la méthode peut difficilement s'adapter à un contexte d'inspection industrielle imposant des cadences d'imagerie élevées et se destine plutôt à l'analyse ou au post-traitement de données dans le cadre d'applications spécifiques à forts enjeux comme il en existe dans le domaine nucléaire. À la suite de l'article reproduit, nous

abordons plus en détail l'implémentation des produits matriciels utilisés pour la minimisation du critère (2.30). Ensuite, nous discutons le choix de la fonction de régularisation et l'influence des hyperparamètres dans la fonction de régularisation  $\phi$ . Enfin, nous présentons une méthode d'estimation de formes d'ondes paramétriques à partir des données FMC.

## Reconstruction par déconvolution de l'image TFM

Le chapitre 4 est basé sur l'article :

N. Laroche, S. Bourguignon, J. Idier, E. Carcreff et A. Duclos. **Fast deconvolution of ultrasonic beamformed images with a non-stationary point spread function**. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, Vol. 7, Pages 935-947, 2021.

Dans ce chapitre, notre but est de proposer une méthode ayant un temps de calcul plus faible que la méthode développée au chapitre 3, tout en essayant de conserver une bonne résolution et un bon contraste pour les images reconstruites. Le modèle présenté se base également sur la modélisation de données FMC établie en Section 2.1.3, néanmoins, l'opérateur TFM est ici utilisé afin de projeter le modèle dans le domaine spatial, formulant alors à un nouveau modèle direct :

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{H}_s \mathbf{o} + \mathbf{n}_s. \quad (2.31)$$

L'image TFM  $\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{B}\mathbf{y}$  joue alors le rôle de la nouvelle matrice de données et est directement liée à l'image de réflectivité via l'opérateur  $\mathbf{H}_s = \mathbf{B}\mathbf{H}_t$ . Le but de la méthode est donc de retrouver la réflectivité  $\mathbf{o}$  à partir des données de l'image TFM, qui sont alors interprétées comme une version spatiale et dégradée des données FMC. Cette nouvelle formulation s'interprète comme un problème de déconvolution spatiale 2D dans lequel la PSF (*Point Spread Function*), définie comme l'image TFM d'un réflecteur ponctuel, varie spatialement en fonction de la position du réflecteur. Le bruit de mesure  $\mathbf{n}_s = \mathbf{B}\mathbf{n}_t$ , également filtré par l'opérateur TFM, est désormais un processus non blanc et non stationnaire qui nécessite des stratégies de blanchiment adaptées. Cette méthode est bien moins coûteuse en temps de calcul car elle ne dépend plus des données FMC  $\mathbf{y}$  de grandes tailles dans la modélisation, et donc dans le processus itératif de minimisation du critère. De plus, cette nouvelle formulation, proche d'un problème de déconvolution, fait intervenir des calculs de convolution réalisables de manière plus efficace que les produits matriciels en grande dimension. La modélisation de la PSF, de ses variations spatiales ainsi que la stratégie de blanchiment sont les contributions majeures de la méthode présentée. La réflectivité est une nouvelle fois obtenue via la minimisation d'un critère comprenant un terme d'attache aux données qui porte cette fois-ci sur l'image TFM et un terme de régularisation identique à celui utilisé dans la méthode précédente (2.30) :

$$\mathcal{J}_s(\mathbf{o}) = \|\mathbf{o}_{\text{TFM}} - \mathbf{H}_s \mathbf{o}\|^2 + \phi(\mathbf{o}). \quad (2.32)$$

Toujours dans le cadre de matériaux homogènes avec une faible atténuation, à savoir un acier peu diffusant, et donc des formes d'ondes supposées invariantes, des résultats expérimentaux montrent l'intérêt de la méthode pour l'amélioration de la résolution et du contraste des images ultrasonores. Le coût de calcul de cette méthode est également fortement réduit par rapport à la méthode d'inversion des données brutes, ce qui était l'objectif initial de cette nouvelle approche. À la suite de l'article reproduit, nous comparons plusieurs modèles d'interpolation pour la modélisation des variations spatiales de la PSF, à partir de données simulées. Nous proposons une discussion sur les propriétés du bruit  $\mathbf{n}_s$  et les stratégies de blanchiment. Enfin, nous présentons une méthode d'estimation de formes d'ondes paramétriques temporelles à partir de réflecteur de l'image TFM.

Les deux approches présentées aux chapitres 3 et 4 sont représentées dans le schéma de la Figure 2.9. La première étape du schéma est l'acquisition de données brutes. Il est ensuite possible d'inverser directement un critère basé sur la modélisation des données brutes (trajectoire en bas du schéma) ou alors de réaliser un algorithme DAS pour calculer une image de la pièce. L'image DAS peut alors être interprétée comme une nouvelle représentation des données ultrasonores projetées dans l'espace et un processus d'inversion peut de nouveau être appliqué afin de retrouver la réflectivité ultrasonore.

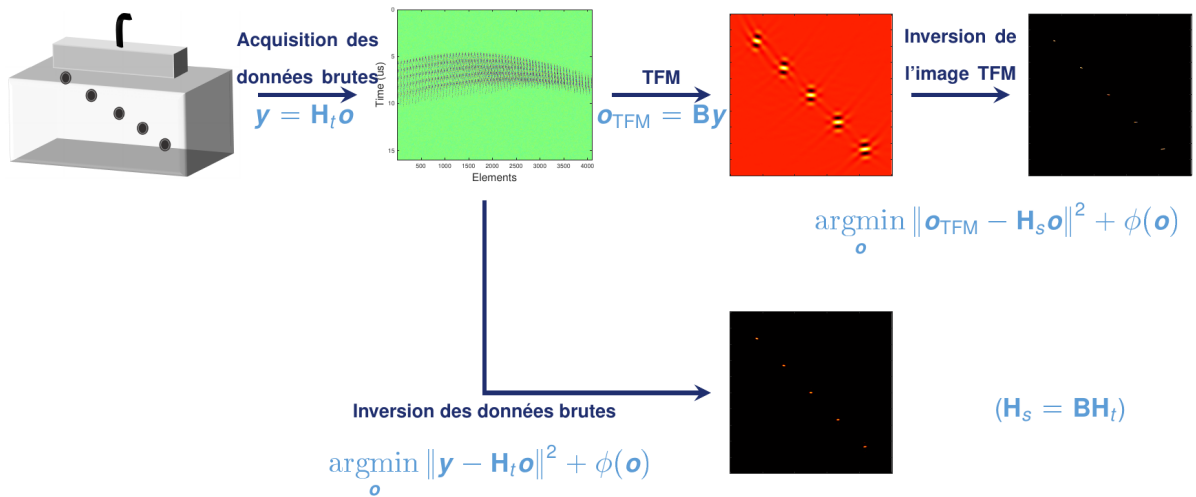


FIGURE 2.9 – Méthodes inverses en imagerie ultrasonore développées aux chapitres 3 et 4.

## Applications au contrôle d'aciers polycristallins diffusants

Le chapitre 5 est basé sur l'article :

N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier et A. Duclos. **Super-resolution ultrasonic imaging of close reflectors in coarse-grained steels based on a deconvolution approach.** *En révision pour Journal of Nondestructive Evaluation.*

Ce chapitre est principalement une application de la méthode précédente dans un cadre expérimental complexe. Une pièce expérimentale a été spécialement co-conçue en collaboration avec EDF R&D pour réaliser des essais. Le matériau est un acier moulé austenoferritique diffusant. Ce type de matériaux est largement utilisé, par exemple, dans les domaines du nucléaire ou de l'aéronautique. Plusieurs SDHs (*side drilled holes*) simples et doubles ont été percés à plusieurs profondeurs dans la pièce. Le diamètre de ces défauts est égal à 0.4 mm et la distance bord-à-bord des SDHs doubles est également de 0.4 mm, ce qui est particulièrement petit par rapport à la forte hétérogénéité du matériau. La méthode proposée au chapitre 4 est appliquée pour chaque paire de défauts avec des formes d'ondes estimées pour chaque profondeur sur les défauts simples. Les résultats expérimentaux à partir de données mesurées par des sondes de fréquence centrale 3 MHz et 5 MHz sont comparés. Ces fréquences sont assez grandes devant la taille des défauts et devant la distance séparant les paires de défauts proches. En effet, le but est ici de traiter des données basses fréquences, moins sensibles au phénomène de diffusion dans le matériau, avec la méthode de reconstruction présentée au chapitre 4 afin de conserver une bonne résolution dans l'image reconstruite.

## Imagerie ultrasonore pour les milieux atténuants et dispersifs

Dans les chapitres 3 et 4, les méthodes d'inversion sont appliquées à des matériaux pour lesquels la forme d'onde varie peu. La variabilité de la forme d'onde est évoquée dans le chapitre 5 puisque la reconstruction des défauts à une profondeur donnée nécessite une estimation spécifique de celle-ci, à la même profondeur. Le but de la méthode du chapitre 6 est de prendre en compte les déformations acoustiques de la forme d'onde liées aux phénomènes physiques d'atténuation fréquentielle et de dispersion. Ces modèles sont intégrés à la matrice de formes d'onde pour la modélisation des données FMC. Nous proposons d'adapter la régularisation du critère à la décroissance en amplitude des signaux afin de conserver la même probabilité de détection pour toute l'image. Il est alors possible de reconstruire des images de réflectivité dans les matériaux atténuants à partir de la méthode d'inversion des données brutes présentées au chapitre 3. Il est également possible d'appliquer la méthode de déconvolution de l'image TFM moins coûteuse en temps de calcul. Dans ce cas, le modèle d'interpolation de la PSF prend en compte à la fois la variation spatiale de la PSF liée à la géométrie de l'inspection, mais également les variations acoustiques liées à la déformation de la forme d'onde.

# IMAGERIE PAR INVERSION DE DONNÉES ULTRASONORES FMC

---

## Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>63</b>
<b>3.1 Problématique et méthodes existantes</b> . . . . .	<b>64</b>
<b>3.2 Contributions et guide de lecture</b> . . . . .	<b>65</b>
<b>3.3 L'article</b> . . . . .	<b>66</b>
<b>3.4 Implémentation rapide des produits matriciels</b> . . . . .	<b>78</b>
3.4.1 Calcul classique du produit matriciel . . . . .	78
3.4.2 Méthode de projection/convolution pour l'implémentation ra- pide des produits matriciels . . . . .	78
3.4.3 Comparaisons des implémentations à partir de données expéri- mentales . . . . .	80
<b>3.5 Fonction de régularisation</b> . . . . .	<b>84</b>
3.5.1 Choix de la fonction de régularisation . . . . .	84
3.5.2 Influence des hyperparamètres . . . . .	85
<b>3.6 Estimation d'une forme d'onde sur un réflecteur ponctuel à partir des données FMC</b> . . . . .	<b>87</b>

---

## Introduction

Ce chapitre est basé sur l'article :

N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier et A. Duclos. **An inverse approach for ultrasonic imaging from full matrix capture data. Application to resolution enhancement in NDT.** *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 67(9), Pages 1877-1887, 2020.

Il présente une méthode de modélisation des données brutes multiéléments ainsi qu’une méthode d’inversion associée pour la reconstruction d’image à haute résolution. La Section 3.1 décrit les problématiques liées à cette méthode et propose une revue bibliographique. La Section 3.2 présente les contributions de l’article cité ci-dessus, qui est reproduit en Section 3.3. Des éclairages et résultats supplémentaires sont ensuite présentés. La Section 3.4 détaille différentes méthodes d’implémentation des produits matriciels nécessaires à la minimisation du critère présenté dans l’article. En Section 3.5, nous argumentons le choix de la fonction de régularisation et montrons l’influence des hyperparamètres sur la solution reconstruite. Enfin, la dernière Section 3.6 détaille une méthode d’estimation de formes d’ondes paramétriques (écho gaussien) à partir d’un réflecteur dans les données FMC.

## 3.1 Problématique et méthodes existantes

La prise en compte de la forme d’onde est un premier levier d’amélioration de la qualité des images. Celle-ci est prise en compte dans la méthode Excitelet [QUAEGEBEUR *et al.* 2012] qui applique le principe de filtrage adapté aux données ultrasonores FMC. Historiquement, le filtrage adapté est une méthode de détection qui vise à maximiser le rapport signal sur bruit d’un signal connu dans les données. Pour la méthode Excitelet, les signaux mesurés sont corrélés avec la réponse instrumentale du capteur, ce qui permet une meilleure détection des défauts. Cependant, cette méthode n’améliore pas la résolution des images car elle ne s’affranchit pas de la nature oscillante de la forme d’onde.

La formulation d’un problème d’inversion des données est un second levier pour l’amélioration de la qualité des images. Cependant, la reconstruction de la réflectivité à partir de données ultrasonores qui ont des contributions fréquentielles bornées est un problème inverse mal posé par nature. La prise en compte d’un *a priori* de parcimonie permet alors de régulariser le problème inverse et améliore la résolution des objets reconstruits en y introduisant des contributions hautes fréquences. Dans le cadre de l’imagerie ultrasonore pour le CND, la parcimonie a été introduite par [TUYSUZOGLU *et al.* 2012] pour le traitement de données monostatiques et par [CARCREFF *et al.* 2017] pour le traitement de données multistatiques. Néanmoins, ces deux contributions sont limitées car le modèle direct ne prend pas en compte la forme d’onde. En effet, la fidélité de la modélisation par rapport au processus réel d’acquisition des données est un point essentiel de la méthode d’inversion. Le modèle direct repose notamment sur la réponse instrumentale du capteur, sur la modélisation de la propagation acoustique, *etc.* Dans le cadre d’une méthode d’inversion de données SAFT, [GUARNERI *et al.* 2015] prennent en compte un modèle de propagation acoustique ainsi que la forme d’onde instrumentale du capteur. Les images reconstruites ont une résolution bien supérieures à l’image SAFT malgré une légère variabilité entre la forme

d'onde considérée dans le modèle et la forme d'onde expérimentale. Cette méthode montre également une bien meilleure résolution avec une régularisation en norme  $\ell_1$  plutôt qu'en norme  $\ell_2$  sur des génératrices percées par le côté (*side-drilled holes* (SDH)) à partir de mesures réalisées dans l'acier. Toujours à partir de données SAFT, des travaux récents [ALMANSOURI *et al.* 2019] mettent l'accent sur la variabilité de la vitesse des ondes due à l'anisotropie du milieu pour l'inspection du béton. Une régularisation spatialement dépendante est implémentée afin de compenser l'atténuation fréquentielle linéaire des signaux ultrasonores. La mise en œuvre de ce type de méthodes soulève des problèmes de calcul et de stockage, en particulier lorsque les données sont de grande taille comme pour les données FMC. Une méthode d'inversion réalisable en temps réel grâce au stockage (partiel) de la matrice de modélisation en GPU est proposée dans [BUENO *et al.* 2020]. Les auteurs exploitent ici des propriétés de symétrie de la forme d'onde afin de stocker efficacement un opérateur de propagation ultrasonore réduit. Néanmoins, cette méthode est utilisée dans le cadre de données de petite taille (une seule émission ultrasonore) et les images reconstruites sont relativement petites. Des travaux ont également été effectués en imagerie médicale où une méthode rapide de reconstruction à haute résolution a été développée à partir de données comprimées [BESSON *et al.* 2018].

## 3.2 Contributions et guide de lecture

L'article de la Section 3.3 propose une méthode de modélisation et d'inversion des données FMC pour l'amélioration de la résolution en imagerie ultrasonore multiéléments. Le modèle bien connu de convolution temporelle entre la forme d'onde et la réflectivité du milieu est étendu au cadre de l'imagerie multiéléments. En effet, l'article développe une approche directe dans laquelle la matrice de données FMC est liée à l'image de réflectivité ultrasonore par une relation linéaire via la matrice de formes d'ondes. Cette matrice contient toutes les formes d'ondes aux bons temps de vol, permettant ainsi le passage de la dimension spatiale de l'image vers la dimension temporelle des données ultrasonores. La structure de cette matrice est très générale, elle contient notamment les formes d'ondes pour chaque couple émetteur-récepteur et pour chaque pixel. À partir du modèle direct, la méthode d'inversion consiste à minimiser un critère comprenant un terme d'attache aux données et un terme de régularisation favorisant la parcimonie et la continuité spatiale de l'image. L'optimisation du critère est un processus itératif faisant intervenir des produits impliquant la matrice de forme d'onde modélisant le processus d'acquisition des données  $\mathbf{H}_t$  et sa transposée  $\mathbf{H}_t^T$ . En pratique, cette matrice est très grande et ne peut pas être stockée. Les calculs doivent donc être effectués « à la volée » à partir de formes d'onde pré-calculées et stockées. Par ailleurs, la parallélisation de ces calculs sur GPU est essentielle afin d'assurer l'applicabilité de la méthode dans un contexte expérimental.

La méthode est validée et confrontée aux méthodes linéaires TFM et Excitelet à partir de données simulées. Des défauts ponctuels séparés d'une distance 4 fois inférieure au critère de Rayleigh sont résolus. Nous travaillons également à partir de données expérimentales mesurées sur une pièce d'aluminium contenant des défauts proches. Différents cas de figures sont étudiés sur la même pièce avec différentes sondes ou différentes configurations d'inspection. La méthode d'inversion est alors capable de séparer des réflecteurs proches dans des configurations où le critère de Rayleigh est jusqu'à 6 fois supérieur à la distance entre les défauts. Dans cet article, nous avons fait le choix d'un modèle classique d'écho gaussien pour modéliser les formes d'ondes [DEMIRLI *et al.* 2001a ; DEMIRLI *et al.* 2001b]. Les paramètres de ce modèle sont réglés avec les caractéristiques données par le fabricant de la sonde ou estimés à partir de données expérimentales. Le matériau inspecté est homogène, nous considérons que la forme d'onde est invariante au cours de la propagation. La méthode proposée montre une résolution bien supérieure aux méthodes linéaires dans les expériences présentées. Les limites de la méthode sont également discutées en perspective, à savoir, le temps de calcul important de la méthode ainsi que l'invariabilité de la forme d'onde au cours de la propagation.

L'article présente d'abord les méthodes linéaires TFM et Excitelet pour l'imagerie ultrasonore ainsi que leurs limitations. Par la suite, le modèle d'acquisition des données FMC, présenté dans ce manuscrit en Section 2.1.3, est détaillé. Nous abordons ensuite l'inversion de ce modèle par régularisation avec des détails sur le réglage des hyperparamètres du critère. L'article présente ensuite des résultats à partir de données simulées et expérimentales.

### 3.3 L'article



# An Inverse Approach for Ultrasonic Imaging From Full Matrix Capture Data: Application to Resolution Enhancement in NDT

Nans Laroche<sup>1</sup>, Sébastien Bourguignon, Ewen Carcreff<sup>2</sup>, *Member, IEEE*, Jérôme Idier<sup>3</sup>, *Member, IEEE*, and Aroune Duclos

**Abstract**—In the context of nondestructive testing (NDT), this article proposes an inverse problem approach for the reconstruction of high-resolution ultrasonic images from full matrix capture (FMC) data sets. We build a linear model that links the FMC data, i.e., the signals collected from all transmitter–receiver pairs of an ultrasonic array, to the discretized reflectivity map of the inspected object. In particular, this model includes the ultrasonic waveform corresponding to the response of transducers. Despite a large amount of data, the inversion problem is ill-posed. Therefore, a regularization strategy is proposed, where the reconstructed image is defined as the minimizer of a penalized least-squares cost function. A mixed penalization function is considered, which simultaneously enhances the sparsity of the image (in NDT, the reflectivity map is mostly zero except at the flaw locations) and its spatial smoothness (flaws may have some spatial extension). The proposed method is shown to outperform two well-known imaging methods: the total focusing method (TFM) and Excitelet. Numerical simulations with two close reflectors show that the proposed method improves the resolution limit defined by the Rayleigh criterion by a factor of four. Such high-resolution imaging capability is confirmed by experimental results obtained with side-drilled holes in an aluminum sample.

**Index Terms**—Acoustic signal processing, data models, inverse problems, nondestructive testing (NDT), ultrasonic imaging.

## I. INTRODUCTION

ULTRASONIC imaging is widely used in nondestructive testing (NDT) [1], medical imaging [2], and structural health monitoring (SHM) [3]. For decades, array probes have been extensively used due to their ability to form images [4] and characterize flaws [5]. The conventional way

Manuscript received November 4, 2019; accepted April 21, 2020. Date of publication April 27, 2020; date of current version August 27, 2020. This work was supported in part by the French Association Nationale Recherche Technologie (ANRT) under Project 2017/1083. (Corresponding author: Nans Laroche.)

Nans Laroche is with The Phased Array Company (TPAC), 44300 Nantes, France, and also with the Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N), Nantes, France (e-mail: nans.laroche@tpac-ndt.com).

Sébastien Bourguignon and Jérôme Idier are with the Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N), Nantes, France.

Ewen Carcreff is with The Phased Array Company (TPAC), 44300 Nantes, France.

Aroune Duclos is with the Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM), 72085 Le Mans, France.

Digital Object Identifier 10.1109/TUFFC.2020.2990430

to perform ultrasonic imaging with arrays is hardware (HW) beamforming, which consists of applying specific time delays to each element, in order to focus at particular locations of the specimen under test [1]. Such HW methods have lower performance in terms of resolution and signal-to-noise ratio than software (SW) beamforming techniques, which performs the beamforming in postprocessing by delaying and averaging unfocused signals at each pixel of the image [6]. Due to the increasing performance of ultrasonic HW and graphics processing units (GPUs), SW beamforming techniques have become a standard for real-time imaging in industrial NDT [7] and medical imaging [8].

The total focusing method (TFM) [6], [9] considers full matrix capture (FMC) data, which is the set of signals collected by all transmitter–receiver pairs. It is a standard delay and sum (DAS) reconstruction technique operating linearly on the time-domain signals. Several variants of DAS methods have been proposed, which differs by their acquisition process, such as the synthetic aperture focusing technique (SAFT) [10], plane wave imaging (PWI) [11], or virtual source aperture (VSA) [12], [13]. The frequency-domain variants of these methods have been developed in seismology [14] and were applied to medical imaging [15] and NDT [16], [17]. Although they rely on different data acquisition schemes, their beamforming is based on the same principle, which consists of summing the collected signals at the proper times of flight.

Ultrasonic transducers pulse and receive ultrasonic signals in a limited bandwidth. Thus, the time-domain response of a scatterer has an oscillatory nature and is temporally spread. Images produced by DAS methods, which simply sum the delayed signals, therefore, suffer from spatial spreading, and their resolution is limited by the Rayleigh criterion, which defines the acoustical and geometrical resolution limits of an imaging system [18], [19]. Considering the shape of such an oscillating waveform in the reconstruction method may then be an efficient lever to improve the quality of reconstructed images. The Excitelet algorithm [20], for example, uses the correlation between the measured signals and the impulse response of the transducers and can be interpreted as a matched filtering procedure, which increases the contrast in the image. However, the image produced by such a linear method still contains oscillations and, therefore, remains limited in resolution.

In order to increase the resolution, nonlinear methods are required. In particular, regularization methods aim to compensate for the loss of high-frequency information caused by the narrow bandwidth of the transducers, by incorporating specific prior information. For example, sparsity has been used in ultrasonic imaging in the context of SAFT reconstruction [21], [22]. In medical imaging, inverse problems have been formulated for standard beamforming [23] and PWI [24]. Nevertheless, none of these methods integrates the acoustic waveform in its model. This waveform, which will be called the elementary signature in this article, can be defined as the response, in the time-domain signal, of a scatterer in the material. An ultrasonic signal is then modeled as the convolution of this elementary signature and the reflectivity function of the material under test [25], [26].

In this article, this model is extended to each signal of FMC data by building an appropriate waveform matrix that includes the elementary signature. Thus, the FMC data are linked to the spatial distribution of the acoustic reflectivity inside the inspected medium. An inverse problem is then formulated, and the regularization is performed by imposing both the sparsity and the spatial smoothness of the image. Similar methods have been developed in the context of PWI data for medical imaging applications [27], [28]. Here, the proposed inverse method is applied to FMC data for the separation of close scatterers in NDT. Despite their large size, FMC data are more commonly used in the context of NDT applications. Moreover, the resolution of TFM images is naturally better than PWI images [29], and TFM is, hence, more adapted to the difficult challenge of separating close flaws. The separation of closely spaced flaws is a crucial issue for several NDT applications, such as the separation of close porosities or the detection of small cracks close to the surface of the piece under inspection. Indeed, the lack of resolution of imaging methods becomes critical when the data contain overlapping echoes created by close scatterers. The time reversal with multiple signal classification (TR-MUSIC) methods was shown to achieve higher resolution than standard techniques in NDT [19], [30]–[32] and in medical imaging [33]. Nevertheless, it may be highly sensitive to noise [19], and it is restricted to the detection of a known number of point-like scatterers.

This article is organized as follows. Section II introduces the TFM and Excitelet linear reconstruction methods and discusses their limitations. The proposed data model is detailed in Section III, and a dedicated inversion procedure is developed in Section IV. In Section V, our approach is compared with standard linear methods on synthetic data composed of overlapping echoes. Section VI evaluates the method on experimental FMC data obtained from a material containing close flaws to be detected. A discussion is finally given in Section VII.

## II. LINEAR ULTRASONIC IMAGING METHODS

FMC consists of recording the signals from all emitter–receiver pairs of transducers in a phased array. Therefore, for an array of  $N_{el}$  transducers,  $N_{el}^2$  signals are received. Let  $y_{i,j}(t)$  denote the A-scan signal corresponding

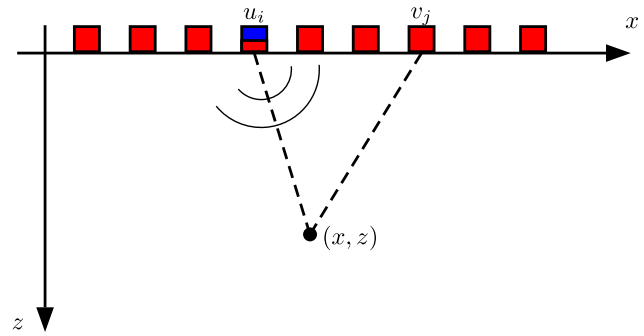


Fig. 1. FMC data acquisition. The signal is emitted by the element  $i$  in blue to a potential scatterer located in  $(x, z)$ , and the reflected signal is received by all elements in red.

to the  $i$ th transmitter and the  $j$ th receiver. Fig. 1 shows the path of the ultrasonic wave from transmitter  $i$  (with coordinates  $(u_i, 0)$ ) to receiver  $j$  (with coordinates  $(v_j, 0)$ ) through a potential scatterer located at coordinates  $(x, z)$ .

The TFM is a standard method in NDT in order to process FMC data. The focusing is performed at each point  $(x, z)$  of the image by summing all signals at the corresponding times of flight  $\tau(i, j, x, z)$ . The reconstructed image then reads

$$O_{TFM}(x, z) = \sum_{i=1}^{N_{el}} \sum_{j=1}^{N_{el}} y_{i,j}(\tau(i, j, x, z)). \quad (1)$$

This operation is computationally expensive, but all pixel intensities can be computed in parallel in order to achieve real-time computation of the whole image with GPU [34]. Times of flight are computed by satisfying Fermat's principle [35] and depend on the inspection geometry and on the properties of the inspected material. When the probe is in contact with a flat specimen, they can be obtained straightforwardly by

$$\tau(i, j, x, z) = \frac{\sqrt{(x - u_i)^2 + z^2} + \sqrt{(x - v_j)^2 + z^2}}{c} \quad (2)$$

where  $c$  is the sound velocity in the material (which is supposed homogeneous). For a layered isotropic medium, times of flight can be computed using an optimization algorithm [36] or by analytical results for flat surfaces [37]. For anisotropic materials, they can be computed using the shortest path ray-tracing method [38] or the fast marching method [39], [40].

The Excitelet algorithm [20] is also a postprocessing algorithm that focuses at each point of the reconstruction grid. It can be viewed as a matched filtering procedure, which correlates the measured data with the elementary signature in order to improve the detection and localization performance of point scatterers in the data. The intensity at each pixel of the image is computed by

$$O_{EXC}(x, z) = \sum_{i=1}^{N_{el}} \sum_{j=1}^{N_{el}} (y_{i,j} * h)(\tau(i, j, x, z)) \quad (3)$$

where  $*$  denotes the convolution and  $h$  is the elementary signature considered in the model. The Excitelet algorithm is

usually associated with a thresholding step in order to detect flaws. Nevertheless,  $O_{\text{EXC}}$  is a linear function of the data, and the thresholding step cannot resolve two flaws that appear as a single spot in the Excitelet image. Therefore, its resolution remains limited.

### III. FORWARD MODEL

This section aims to describe the acquisition process involved in ultrasonic FMC data [41]. In Section III-A, a linear model on a single A-scan using the elementary signature is described. Then, this model is inserted into the description of FMC data by building the corresponding waveform matrix. Then, Section III-B discusses the model that will be used for the elementary signature in the waveform matrix.

#### A. Data Model and Construction of the Waveform Matrix

In this section, we build a model that links the data to the reflectivity map of the medium. The following notations refer to discretized objects. The image is computed on a spatial grid  $(i_x, i_z)$  containing  $N_x$  columns and  $N_z$  rows. An ultrasonic signal is modeled as the convolution of the reflectivity of the medium and the elementary signature  $\mathbf{h}_{i_x, i_z}^{i_x, i_z} \in \mathbb{R}^{N_t}$  of a potential scatterer located at  $(i_x, i_z)$  [25], [26]. The waveform  $\mathbf{h}_{i_x, i_z}^{i_x, i_z}$  denotes the signature, in the A-scan  $\mathbf{y}_{i, j}$ , of a potential scatterer located at  $(x, z)$ . Then, the A-scan  $\mathbf{y}_{i, j}$  is the summation of all shifted elementary signatures, weighted by the pixel intensity of the corresponding reflectivity map

$$\mathbf{y}_{i, j} = \sum_{i_x=1}^{N_x} \sum_{i_z=1}^{N_z} \tilde{\mathbf{h}}_{i_x, i_z}^{i_x, i_z} o^{i_x, i_z} \quad (4)$$

where  $\tilde{\mathbf{h}}_{i_x, i_z}^{i_x, i_z} \in \mathbb{R}^{N_t}$  is the elementary signature  $\mathbf{h}_{i_x, i_z}^{i_x, i_z}$  padded with zeros and properly time-shifted. More precisely, let the column vector  $\mathbf{o}^{i_x}$  collect the reflectivity values for all pixels in column  $i_x$ . Equation (4) can be written

$$\mathbf{y}_{i, j} = \sum_{i_x=1}^{N_x} \mathbf{H}_{i_x, j}^{i_x} \mathbf{o}^{i_x} \quad (5)$$

where  $\mathbf{H}_{i_x, j}^{i_x}$  is the  $N_t \times N_z$  matrix whose columns are composed of the elementary signature, shifted by the corresponding times of flight. Fig. 2 shows the structure of matrix  $\mathbf{H}_{i_x, j}^{i_x}$ . The number of zeros  $\mathcal{K}_{i_x, j}^{i_x, i_z}$  before  $\mathbf{h}_{i_x, j}^{i_x, i_z}$  in each column is equal to

$$\mathcal{K}_{i_x, j}^{i_x, i_z} = \left( \tau(i, j, x, z) - \frac{t_h}{2} \right) F_s \quad (6)$$

where  $F_s$  is the sampling frequency and  $t_h$  is the duration of the pulse, which is defined for  $t \in [-(t_h/2), (t_h/2)]$ .

Let us remark that the time of flight  $\tau$  does not depend linearly on the depth  $z$  of the pixel. Therefore, the index shift between two neighboring columns  $\mathcal{K}_{i_x, j}^{i_x, i_z+1} - \mathcal{K}_{i_x, j}^{i_x, i_z}$  is not constant. In addition, the elementary signature may vary among the columns of  $\mathbf{H}_{i_x, j}^{i_x}$  (due for example to attenuation and transducers directivity). Consequently,  $\mathbf{H}_{i_x, j}^{i_x}$  is not a convolution matrix. This is important from a numerical point of view since the nonconvolutive structure disables the use of fast

$$\mathbf{H}_{i_x, j}^{i_x} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{i_x, j}^{i_x, 1} & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \mathbf{h}_{i_x, j}^{i_x, 2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{h}_{i_x, j}^{i_x, N_z} \\ 0 & \vdots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \left. \vphantom{\begin{bmatrix} \mathbf{h}_{i_x, j}^{i_x, 1} \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{i_x, j}^{i_x, N_z} \\ 0 \end{bmatrix}} \right\} N_t$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{N_z}$

Fig. 2. Scheme of a block of the waveform matrix.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^1 & \dots & \mathbf{H}_{1,1}^{N_x} & \dots & \mathbf{H}_{1,1}^{N_z} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},1}^1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{H}_{N_{\text{el}},1}^{N_z} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \mathbf{H}_{1,j}^1 & \ddots & \mathbf{H}_{1,j}^{N_x} & \ddots & \mathbf{H}_{1,j}^{N_z} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{1,N_{\text{el}}}^1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{H}_{1,N_{\text{el}}}^{N_z} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},N_{\text{el}}}^1 & \dots & \mathbf{H}_{N_{\text{el}},N_{\text{el}}}^{N_x} & \dots & \mathbf{H}_{N_{\text{el}},N_{\text{el}}}^{N_z} \end{bmatrix} \begin{matrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},1}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,j}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,N_{\text{el}}}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},N_{\text{el}}}^1 \end{bmatrix}} \right\} \text{Emitter}_{\#1} \\ \left. \vphantom{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},1}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,j}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,N_{\text{el}}}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},N_{\text{el}}}^{N_x} \end{bmatrix}} \right\} \text{Emitter}_{\#N_{\text{el}}} \\ \left. \vphantom{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,j}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,N_{\text{el}}}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},N_{\text{el}}}^1 \end{bmatrix}} \right\} \text{Emitter}_{\#j} \\ \left. \vphantom{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},1}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,j}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{1,N_{\text{el}}}^{N_x} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N_{\text{el}},N_{\text{el}}}^{N_x} \end{bmatrix}} \right\} \text{Emitter}_{\#N_{\text{el}}} \end{matrix}$$

Fig. 3. Scheme of the waveform matrix. Vertical plain lines separate the abscissa of the pixel of the reconstruction grid. Horizontal plain lines separate the receiver multiple blocks that each contains  $N_{\text{el}}$  blocks of transmitter.

algorithms using, e.g., fast Fourier transforms (FFTs) in the computations.

By collecting all data  $\mathbf{y}_{i, j}$  columnwise in a single  $N_{\text{el}}^2$ -point vector  $\mathbf{y}$ , we can now build the model

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{o} + \mathbf{n} \quad (7)$$

where  $\mathbf{o}$  is the  $N_x N_z$ -point column vector containing the discretized reflectivity map at each point of the reconstruction grid,  $\mathbf{H}$  is the  $N_{\text{el}}^2 N_t \times N_x N_z$  waveform matrix that is built by blocks corresponding to each emitter/receiver pair, and  $\mathbf{n}$  is an uncertainty term representing model errors, measurement noise, and so on. The waveform matrix  $\mathbf{H}$  links temporal information in the data to spatial information in the unknown reflectivity map. Its construction is detailed in Fig. 3. In practice, the waveform matrix  $\mathbf{H}$  is too large to be stored in memory, for most configurations of realistic problems.

Let us remark that the TFM algorithm defined in (1) is equivalent, up to discretization errors, to the linear relation

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{B}^t \mathbf{y} \quad (8)$$

where  $\mathbf{B}$  is a binary matrix with the same structure as the waveform matrix  $\mathbf{H}$ , where all waveforms are replaced by the Kronecker deltas. Similarly, the Excitelet algorithm defined in (3) can also be rewritten, after discretization, as the matrix-vector product

$$\mathbf{o}_{\text{EXC}} = \mathbf{H}^T \mathbf{y}. \quad (9)$$

### B. Definition of the Elementary Signature

The elementary signature represents the response of a potential scatterer located in the material in the received time-domain signal. It is mostly due to the electroacoustical response of the transducers. In this article, we make several simplifying assumptions that are discussed hereafter. First, the medium is supposed homogeneous and nondispersive so that the shape of the elementary signature is independent of the propagation distance. In the case of attenuative and dispersive media, the distortion of the elementary signature by the frequency-dependent attenuation could be considered [42]–[44]. Second, we also assume that the directivity patterns of the transducers do not depend on the frequency and, therefore, only affect the amplitude of the elementary waveform (and not its shape). Here, we simply discard the data corresponding to emitter–receiver pairs that are too far from each other, and for which, the directivity patterns may distort the corresponding response. The practical use of this rule will be detailed in Section VI. From these two assumptions, the elementary signature can be supposed invariant with respect to the spatial location, that is,  $\mathbf{h}_{i,j}^{x_i, z_i} = \mathbf{h}_{i,j}$  with the notations in Section III-A. Finally, we make the very common assumption that the elementary signature is similar for all elements, that is,  $\mathbf{h}_{i,j} = \mathbf{h} \forall i, j$ .

In the following, we consider a Gaussian wavelet model for  $\mathbf{h}$ , which has been extensively used in the literature in order to model ultrasonic echoes [45], [46]. In particular, it assumes that the envelope of the response is symmetric. Some hints can be found in [47] to model echoes with more complex shapes. Following [45] and [46], the Gaussian wavelet model can be written as

$$h(t, \Theta) = e^{-\alpha t^2} \cos(2\pi f_0 t + \phi), \quad \text{with } \Theta = [\alpha, f_0, \phi] \quad (10)$$

where  $f_0$  is the center frequency,  $\phi$  is the phase shift, and  $\alpha$  is linked to the pulsedwidth of the Gaussian function. Equivalently, the bandwidth ratio (BWR)  $\text{BWR}_p$  at  $p$  dB can be defined as

$$\text{BWR}_p = \frac{\Delta f(p)}{f_0} \quad (11)$$

where  $\Delta f(p)$  is the width of the frequency band for a loss of  $p$  dB. Then, in the Gaussian case,  $\alpha$  and  $\text{BWR}_p$  are linked by the following equation:

$$\alpha = -\frac{(\pi \text{BWR}_p f_0)^2}{4 \ln(10^p/20)}. \quad (12)$$

The center frequency and the BWR can be approximately set knowing the transducer properties. Alternately, the waveform parameters can be estimated on targeted echoes in the

data. Although the wavelet model (10) is not linear in  $\Theta$ , a nonlinear least-squares (LS) fitting procedure (e.g., based on the Levenberg–Marquardt algorithm) can be accurately initialized by the knowledge of the transducer properties (at least for  $\alpha$  and  $f_0$ ). Results obtained using generic parameters of the wavelet model and optimized ones will be compared in Section VI-D.

## IV. INVERSION PROCEDURE

In this section, we build an image reconstruction method from FMC data, based on the model in (7).

### A. Naive Inversion

The naive estimation procedure in a LS sense computes the generalized inverse  $\mathbf{o}_{\text{LS}}$  [48]

$$\mathbf{o}_{\text{LS}} = \arg \min_{\mathbf{o}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{o}\|^2 = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y}. \quad (13)$$

Acoustical signals are emitted and received in a limited frequency range close to the center frequency of the transducers. This means that available data do not contain all the information required for image reconstruction—in particular, high-frequency information containing details is mostly filtered out. Thus, the waveform matrix  $\mathbf{H}$  is badly conditioned, and the LS solution  $\mathbf{o}_{\text{LS}}$  is not satisfactory [49]. An example on experimental data will be shown in Section VI-B, where the condition number of matrix  $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$  is estimated at  $10^{16}$ .

### B. Inversion With a Sparse-and-Smooth Prior

In order to reconstruct information that is outside the bandwidth of the transducers, we adopt a regularization strategy where the solution is defined as the minimizer of the penalized LS criterion [49]

$$\hat{\mathbf{o}} = \arg \min_{\mathbf{o}} J(\mathbf{o}), \quad \text{with } J(\mathbf{o}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{o}\|^2 + \phi(\mathbf{o}). \quad (14)$$

The regularization function  $\phi(\mathbf{o})$  is then designed in order to favor the expected properties of the reconstructed image. For most NDT problems, materials under inspection may be considered homogeneous with only a few scatterers [21], [22], that is, the reflectivity map is sparse. However, the size of the flaws may exceed the size of the pixels of the reconstruction grid, that is, scatterers may have some spatial extension in the reconstructed image. Therefore, we consider the two-term penalization function

$$\phi(\mathbf{o}) = \mu_1 \|\mathbf{o}\|_1 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{o}\|^2 \quad (15)$$

where  $\mathbf{D}$  is a matrix computing differences between values at neighbor pixels [50]. The  $\ell_1$ -norm penalization term is known to promote sparsity [51], whereas the second term balances sparsity with spatial smoothness. The cost function in (14) is convex so that it can be minimized with local optimization strategies. However, the  $\ell_1$ -norm term is not differentiable at any vector containing zeros. We perform the optimization task by the fast iterative shrinkage thresholding algorithm (FISTA) [52], which was shown to efficiently minimize such criteria. It relies on alternating between a gradient descent



step on the differentiable part of the cost function and a thresholding step corresponding to the  $\ell_1$ -norm part. Its implementation then requires numerous evaluations of matrix-vector products involving  $\mathbf{H}$  and  $\mathbf{H}^T$ . As explained in Section III-A, due to the inspection geometry, no simple structure in matrix  $\mathbf{H}$  can be exploited for fast computations, and given the high dimensionality of the data, matrix  $\mathbf{H}$  cannot be stored in memory. Our implementation relies on GPU in order to compute matrix-vector products. The elementary signature is stored, and computations are parallelized on the fly for each pixel  $(i_x, i_z)$ .

Let us remark that a similar penalization framework was proposed in [53], where the waveform matrix  $\mathbf{H}$  is replaced by the binary matrix  $\mathbf{B}$  introduced at the end of Section III-A. This simplified version is numerically more efficient and achieves better resolution than the TFM due to the sparsity-inducing penalization. However, by neglecting the elementary signature, it is not appropriate for separating overlapping echoes.

### C. Tuning of the Regularization Parameters

Regularization parameters  $\mu_1$  and  $\mu_2$  balance between the LS fit and the desired properties of the solution. Their tuning can be done empirically or using calibration steps. Note that the parameter  $\mu_1$  admits an upper bound, denoted  $\mu_1^{\max}$ , above which the reconstructed solution is identically zero. For the standard  $\ell_1$ -norm penalization case (that is,  $\mu_2 = 0$  in (15)), we have [54]

$$\mu_1^{\max} = 2 \|\mathbf{H}^t \mathbf{y}\|_{\infty} \quad (16)$$

where  $\|\mathbf{x}\|_{\infty}$  denotes the maximum absolute value in vector  $\mathbf{x}$ . This bound is tight, which means that for  $\mu_1 < \mu_1^{\max}$ , the solution is not identically zero. We prove in the Appendix that this bound is still valid for the two-term penalization (15), whatever the value of  $\mu_2$ . As a consequence, the two parameters can be tuned separately. In the following, we set  $\mu_1$  to some fraction of  $\mu_1^{\max}$ , which controls the sparsity of the reconstructed image. Then,  $\mu_2$  is set to a small positive value. In all our experiments, satisfactory solutions were obtained for a wide range of small positive values of parameter  $\mu_2$ .

## V. RESULTS WITH SIMULATED DATA

### A. Presentation of the Synthetic Model

The goal of this section is to evaluate the capability of the proposed method to resolve close flaws. Synthetic data are generated using the model (7). The simulated waveform is the Gaussian wavelet defined in (10), with center frequency  $f_0 = 5$  MHz and  $\text{BWR}_{-6\text{dB}} = 40\%$ , corresponding to  $\alpha = 0.19$  and the phase is set to  $\phi = 0$ . The sound velocity is 5000 m/s, such that the wavelength in the material is  $\lambda = 1$  mm. The pixel size in the simulated reflectivity map is  $5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$ . The Gaussian white noise with 10-dB SNR is added. The simulated reflectivity map is composed of two close point reflectors, whose spacing varies from  $\lambda/4$  to  $\lambda$ . The depth of the flaws is  $z = 20\lambda$ , and the flaws are located below the center of the ultrasonic probe, which contains 64 elements, with an interelement distance of  $\lambda/2$ .

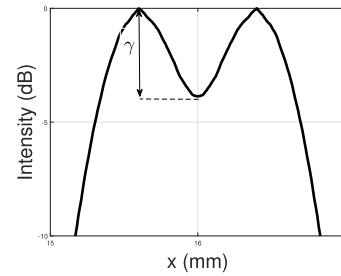


Fig. 4. Definition of the PCID criterion.

Both the Excitelet algorithm and the inverse method are implemented using the “true” waveform. The pixel size used for image reconstruction is  $20 \mu\text{m} \times 20 \mu\text{m}$ , that is, four times bigger than the pixel size used for data generation. Consequently, the observation model (7) contains inaccuracies due to discretization. For these simulations, the regularization parameter  $\mu_2$  is set to zero because the flaws have no spatial extension in the synthetic specimen, and  $\mu_1 = 0.2\mu_1^{\max}$ .

### B. Metrics

The difficulty to resolve two close flaws is evaluated with the Rayleigh criterion [18], [19], defined by  $\mathcal{R} = 0.61\lambda / \sin(\theta)$ , where  $\tan(\theta) = D/(2z)$ , with  $D$  being the aperture of the probe and  $z$  being the inspection depth. It defines the resolution limit of an imaging system [31]. In [19], the peak-to-center intensity difference (PCID) is introduced in order to evaluate the separation between two flaws. This criterion, denoted  $\gamma$ , is illustrated in Fig. 4 and corresponds to the minimum value of intensity in the pixels that separate the two maxima corresponding to the flaws. In this article, we consider that two point scatterers are not resolved if the PCID is above  $-6$  dB. For the TFM and Excitelet images, which still contain oscillations, a postprocessing step extracting the envelope in each image column is applied.

### C. Separation of Close Flaws

Fig. 5 shows the reconstructed images obtained by TFM, Excitelet, and the proposed inverse method, and Fig. 6 represents the horizontal profile of images at the flaw depth. The TFM and the Excitelet algorithm are able to resolve flaws that are separated by more than  $\lambda$ , which is in agreement with the Rayleigh criterion, equal to  $0.97\lambda$  in this case. The inverse method is able to resolve the two flaws in all cases. In particular, flaws distant of  $\lambda/4$  are well separated, which represents a resolving power four times superior to the Rayleigh limit.

Finally, simulations were performed by varying the distance between the flaws and for different BWRs of the waveform. Fig. 7 compares the PCID for the different methods as a function of the distance between the two scatterers for different BWRs. For all methods, the resolving power increases with the BWR, which was expected since the pulse length decreases. The TFM and the Excitelet algorithm have approximately the same resolving power. In particular, the two scatterers appear as a single spot in the reconstructed image if they are separated

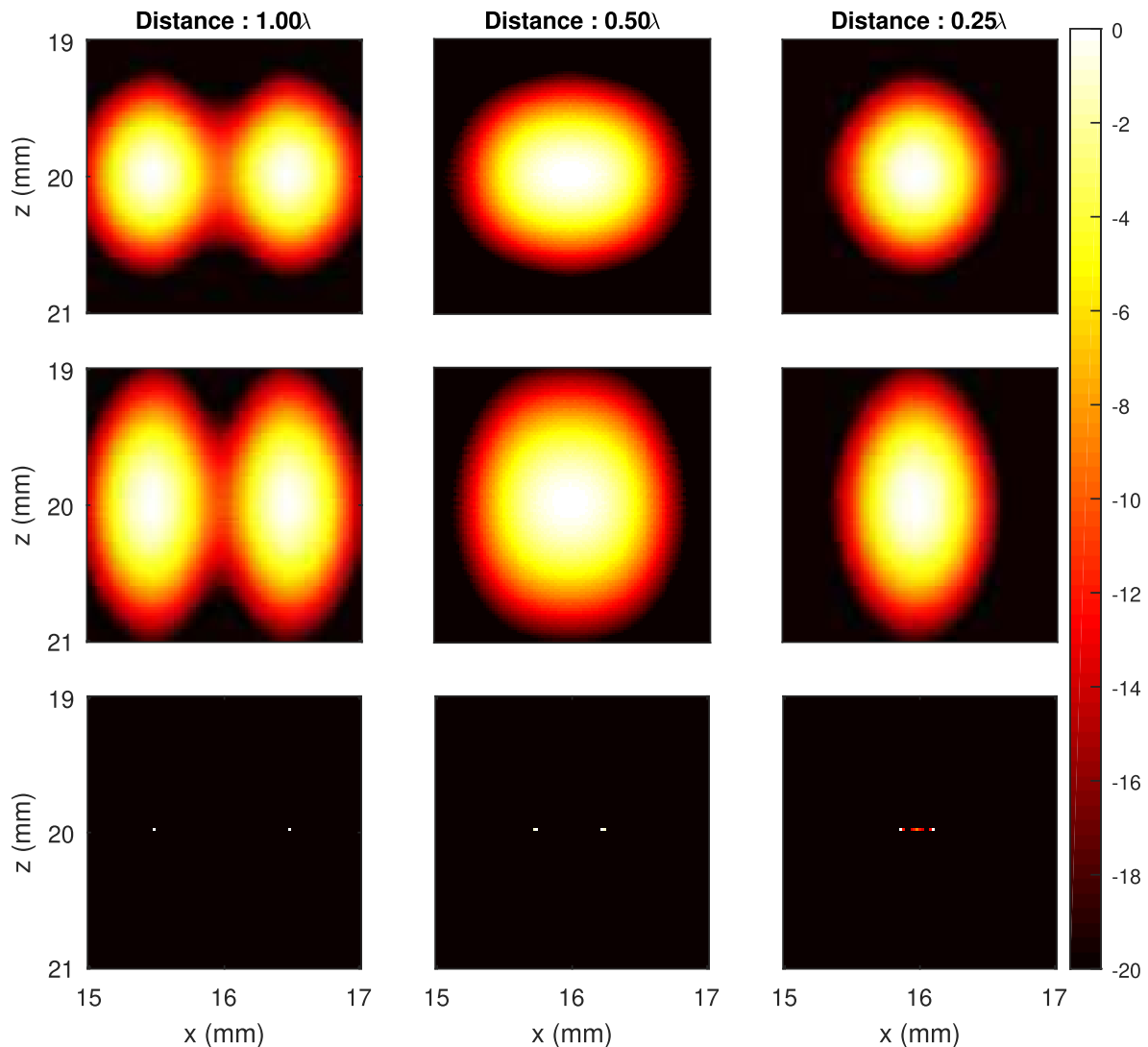


Fig. 5. Image reconstruction by TFM (first row), Excitelet (second row), and our inverse method with  $\mu_1 = 0.2\mu_1^{\max}$  and  $\mu_2 = 0$  (third row) on a synthetic specimen containing two close flaws. Pixel values are in the logarithmic scale.

by less than  $0.65\lambda$ . The PCID of these two methods is lower than  $-6$  dB if their separation is greater than  $0.9\lambda$ . On the contrary, the inverse method achieves a perfect PCID (equal to  $-\infty$  dB because sparsity enforces pixel intensities to zero between them) as soon as their distance is greater than  $0.2\lambda$ .

## VI. RESULTS WITH EXPERIMENTAL DATA

### A. Presentation of the Experiments

In this section, our inversion method is tested on an aluminum block specimen. Experimental data are acquired using the 128-channel Pioneer platform from TPAC (West Chester, OH, USA) and two probes from Imasonic (Vorey-sur-l'Oignon, France). The flaws are two 1-mm-diameter side-drilled holes (SDHs) with 1-mm edge-to-edge distance. Assuming that the maxima in the reflectivity map are located at the top of the SDH, the distance between the two corresponding maxima in the ultrasonic image should be 2 mm. In all experiments, the specimen is inspected in contact and

TABLE I  
PARAMETERS OF THE THREE EXPERIMENTS

	$N_{el}$	$f_o$ (MHz)	$\lambda$ (mm)	pitch (mm)	depth (mm)	$\mathcal{R}$ (mm)
Exp #1	96	3	2.10	0.8	40	1.86 ( $\sim 0.89\lambda$ )
Exp #2	32	1.5	4.20	2	40	4.18 ( $\sim 1.00\lambda$ )
Exp #3	128	3	2.10	0.8	260	6.68 ( $\sim 3.18\lambda$ )

is supposed homogeneous, with the sound velocity equal to 6300 m/s.

Three experiments are presented, whose configurations are displayed in Fig. 8. Their corresponding parameters are listed in Table I. The parameters of the Gaussian wavelets used in the naive inversion, Excitelet, and the inverse method are listed in Table II.

The inversion method is first compared with the TFM and the naive LS inversion. It aims to show the ill-posed nature

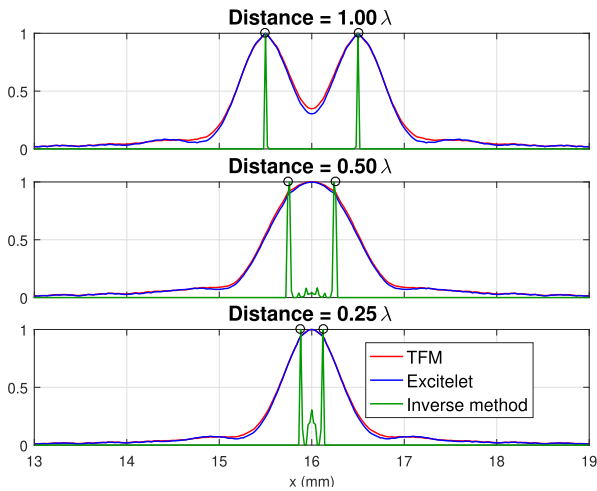


Fig. 6. Intensity of the TFM, Excitelet, and inverse method reconstructions at the depth ( $z$ -coordinate) of the two flaws ( $\mu_1 = 0.2\mu_1^{\max}$  and  $\mu_2 = 0$ ). Pixel intensities have been rescaled between 0 and 1.

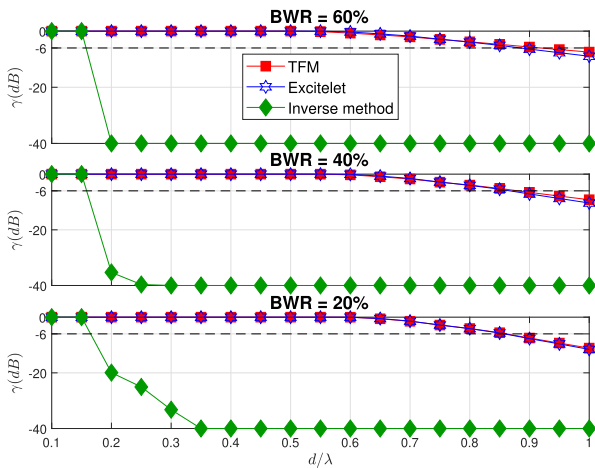


Fig. 7. PCID for the three compared methods as a function of the distance between the two flaws ( $\mu_1 = 0.2\mu_1^{\max}$  and  $\mu_2 = 0$ ).

TABLE II  
PARAMETERS OF THE GAUSSIAN WAVELET USED IN THE EXPERIMENTS

	$f_0$ (MHz)	$BWR_{-6}$ (%)	$\phi$ (rad)
Exp #1	3	30	0
Exp #2	1.5	30	0
Exp #3 (non-estimated)	3	30	0
Exp #3 (estimated)	2.81	130	3.3

of the problem, even in the favorable case where the two flaws are well separated in the TFM image. In the second experiment, a lower frequency is chosen, and the inverse method is compared with the TFM and to the Excitelet method, in order to evaluate its ability to separate close flaws. The third experiment considers a more difficult inspection configuration, where the test piece is inspected from the

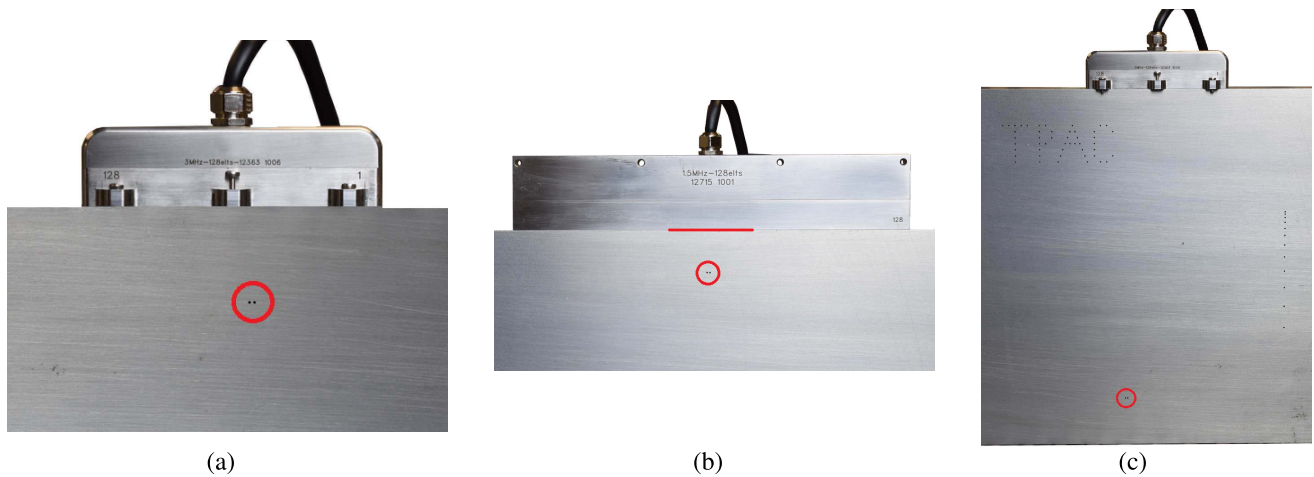
bottom side. The Rayleigh criterion is then the largest among the three experiments. In this last experiment, we study the influence of the waveform parameters that are used in the inverse method.

### B. Experiment #1: Example of Naive Inversion

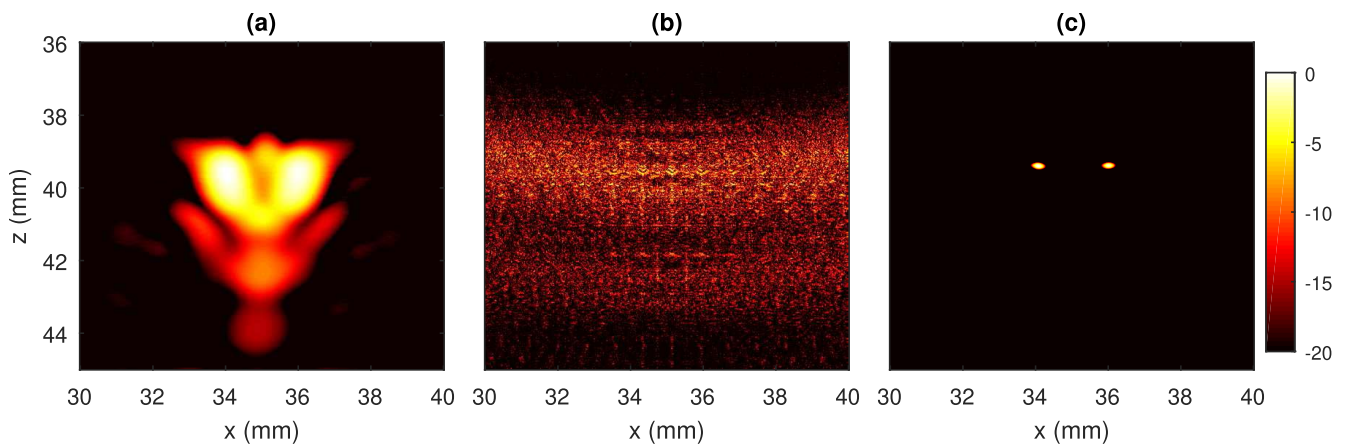
In the first experiment, the piece is inspected using a 128-element probe pulsing at 3 MHz with an interelement distance (pitch) of 0.8 mm. A picture of the inspection is shown in Fig. 8(a). Since the aperture of the probe is large (around 100 mm), only the 96 central elements are used to acquire the data in order to discard signals for which the emitter–receiver distance is too large. The Rayleigh criterion is approximately  $1.86 \text{ mm} \sim 0.89\lambda$ , which is almost twice the edge-to-edge distance between the two flaws. The elementary signature is the Gaussian wavelet defined in (10), with  $f_0 = 3 \text{ MHz}$ ,  $BWR_{-6} = 30\%$ , and  $\phi = 0$ . Images obtained by the TFM, the LS inversion, and the proposed method are presented in Fig. 9. The flaws are roughly resolved in the TFM image, with a PCID approximately equal to  $-8 \text{ dB}$ . In the LS reconstruction, artifacts are too strong to identify any object in the image. This example shows that even for a low level of noise, the LS solution cannot provide satisfactory results. The inverse method clearly resolves the two flaws, as shown in Fig. 9(c). The distance between the two detected flaws is 1.92 mm, which is a very accurate estimate.

### C. Experiment #2: Separation of Close Flaws With Low-Frequency Inspection

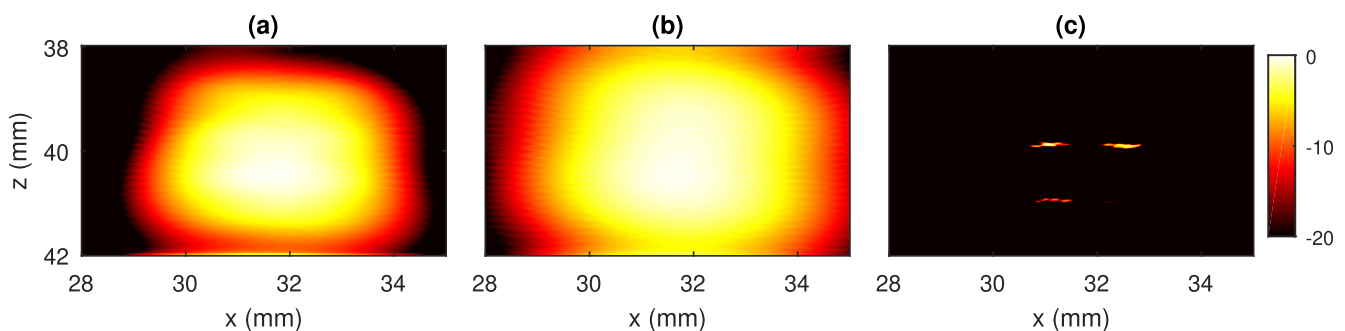
We now consider a lower frequency inspection of the former aluminum block, in order to create a more difficult scenario. The probe frequency is now 1.5 MHz, and the pitch is 2 mm. The wavelength is  $\lambda = 4.2 \text{ mm}$  so that the edge-to-edge distance between the two flaws is approximately  $\lambda/4$ . The configuration of the experiment is shown in Fig. 8(b). In the first experiment, the aperture of the probe is very large (approximately 250 mm); therefore, only the 32 central elements of the probe are used to acquire the data. As discussed in Section III-B, we introduce a subaperture parameter, which limits the number of receiving transducers on each side of the emitting transducer, therefore discarding the data for which the elementary signature may be distorted by the directivity patterns of the transducers. Furthermore, by reducing the amount of data, it significantly reduces the computation time. In this experiment, the subaperture is set to 8. The resolution limit according to the Rayleigh criterion is 4.18 mm, that is, of the order of  $\lambda$ . In this configuration, separating the flaws distant of 1 mm represents a resolving power four times superior to the Rayleigh criterion. The waveform used for both the Excitelet and the inverse method is the Gaussian wavelet in (10) with  $f_0 = 1.5 \text{ MHz}$ ,  $BWR_{-6} = 30\%$ , and  $\phi = 0$ . Results obtained by the TFM, Excitelet, and the inverse method are shown in Fig. 10. The two flaws appear like a single unresolved spot in both the TFM and the Excitelet images. On the contrary, the two spots are clearly separated in the image reconstructed with the inverse method. The maximum intensity values corresponding to these flaws are



**Fig. 8.** Inspected piece and corresponding probe for the three experiments in Section VI. The red circle locates the two SDHs. (a) Experiment #1. (b) Experiment #2. (c) Experiment #3.



**Fig. 9.** Reconstructed images for experiment #1. (a) TFM image, (b) LS inversion, and (c) reconstruction by the inverse method ( $\mu_1 = 0.6 \mu_1^{\max}$  and  $\mu_2 = 10^{-2}$ ). Pixel amplitudes are in the logarithmic scale.



**Fig. 10.** Reconstructed images for experiment #2. (a) TFM image, (b) Excitelet image, and (c) reconstruction by the inverse method ( $\mu_1 = 0.6 \mu_1^{\max}$  and  $\mu_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ ). Pixel amplitudes are in the logarithmic scale.

distant of 1.50 mm, which is a bit less than the expected 2 mm. This difference may be due to the large pitch of the probe used in this experiment, which impacts the lateral resolution.

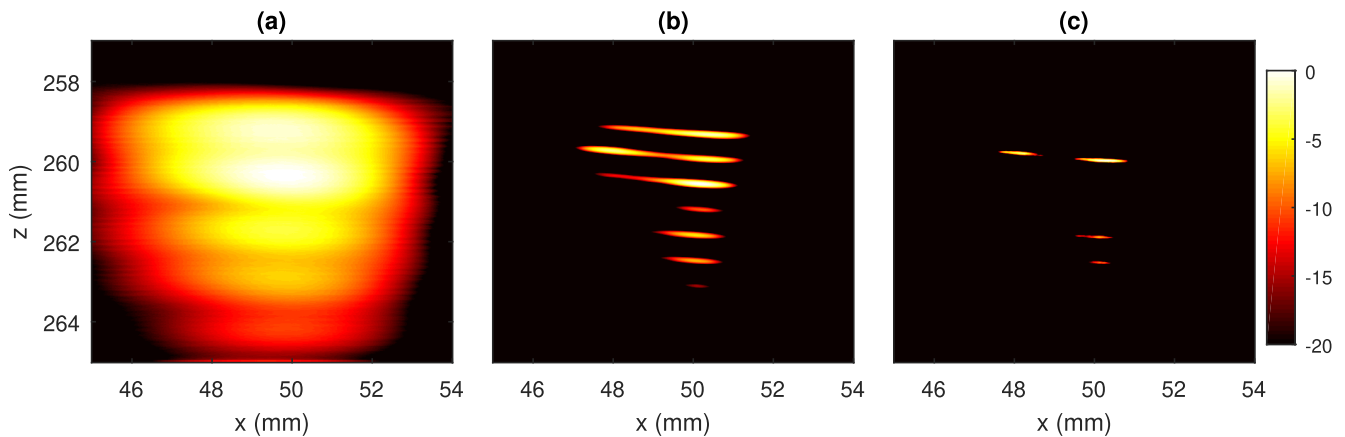
#### D. Experiment #3: Influence of the Elementary Waveform

Finally, we study the impact of the waveform parameters on image quality. We consider a more difficult problem, where

the two close flaws are located much farther from the probe. In the previous experiments, the parameters of the Gaussian echo model were set using generic values. In this experiment, we compare the results obtained by using either generic values or parameters that are estimated from the data.

The configuration of the experiment is shown in Fig. 8(c). The distance between the probe and the flaws is now 260 mm.





**Fig. 11.** Reconstructed images for experiment #3. (a) TFM image, (b) inverse method using a generic waveform, and (c) inverse method using an estimated waveform. For (b) and (c),  $\mu_1 = 0.35\mu_1^{\max}$  and  $\mu_2 = 5.10^{-2}$ . Pixel amplitudes are in the logarithmic scale.

The same probe is used as in Section VI-B, with 128 elements, 3-MHz center frequency, and 0.8-mm pitch. The subaperture is set to 16. The distance between the two flaws is only  $\lambda/2$ , and resolving the two flaws is very difficult because of the large inspection depth, which increases the Rayleigh criterion to  $6.68 \text{ mm} \sim 3.18\lambda$ .

As shown in Fig. 11(a), the two flaws cannot be separated in the TFM image. Our inversion procedure is first applied using generic waveform parameters, as in the first experiment ( $f_0 = 3 \text{ MHz}$ ,  $\text{BWR}_{-6} = 30\%$ , and  $\phi = 0$ ). The reconstructed image is shown in Fig. 11(b). It cannot clearly separate the two flaws, and it contains many artifacts that compensate for the low adequacy between the data and the model. This image is typical of an inversion result with an inaccurate elementary waveform: side lobes are visible, whose intensity is similar to that of the main lobe. Finally, our inversion procedure is applied using waveform parameters that have been previously estimated from the data. More precisely, we consider the echoes reflected by the backside of the piece—located 40 mm deeper than the two flaws—for close emitter–receiver pairs. The Gaussian wavelet model (10) is then fit each time-domain signal with the Levenberg–Marquardt nonlinear least squares algorithm, and the parameters are averaged among the estimates for which the lowest residual error was obtained. Estimated parameters are  $f_0 = 2.81 \text{ MHz}$ ,  $\text{BWR}_{-6} = 130\%$ , and  $\phi = 3.3 \text{ rad}$ . Fig. 11(c) shows the image obtained by our inversion procedure using these waveform parameters. The two flaws are now clearly separated, and the maxima of the two spots are distant of 1.97 mm, which is very close to the 2-mm actual separation distance. This represents a resolving power six times above the Rayleigh criterion. Moreover, residual artifacts now have much lower intensity compared with the image in Fig. 11(b).

## VII. CONCLUSION AND PERSPECTIVES

In this article, we built a forward model which linearly relates the FMC data to the reflectivity map. The proposed imaging method consists of inverting this model to compute high-quality images from noisy data sets, by incorporating prior sparsity and spatial smoothness information on the reconstructed image. The ability of the method to resolve

close scatterers has been demonstrated, with a resolution limit up to five times the Rayleigh criterion on synthetic data (up to six times on experimental data). On difficult problems where the scatterers are far from the inspection probe, we also showed that estimating specific parameters for the transducers' response could significantly improve the image quality. From a methodological point of view, a joint approach aiming at simultaneously estimating the reflectivity image and the waveform parameters seems very attractive.

Our inversion methodology has been evaluated on an aluminum sample with a standard FMC acquisition procedure. A similar model could also be built for different kinds of data, such as SAFT [10], PWI [11], or VSA [12]. Furthermore, the inverse method is not limited to contact inspection and could also be applied to more complex setups or specimens, such as weld inspection using wedges [55] and adaptive imaging [36].

In the current implementation of the iterative optimization algorithm, the computation time can reach several minutes, depending on the complexity of the acquisition setup. However, we noted that, in practice, rather satisfactory images compared with TFM could be obtained after only a few iterations, that is, a few seconds of computation time. Therefore, a faster approach with a limited number of iterations could also be competitive. In order to reduce the computation time, another inversion approach would formulate an inverse problem starting from the TFM image, by considering the TFM image as a backprojection of the data in the spatial domain. A linear inverse problem could then be formulated in the image domain with a much smaller number of data points, at the expense of some loss of information [56], [57].

Finally, in this article, the method has been tested on a simple material, for which the elementary signature was considered as shift invariant. For dispersive materials, attenuation and dispersion could be integrated into the procedure, which would modify the shape of the waveform as a function of the propagation distance [42]–[44]. By predicting the waveform distortion with appropriate models, such a method may be a promising solution in order to reconstruct high-quality ultrasonic images of scattering materials.

## APPENDIX

### UPPER BOUND ON PARAMETER $\mu_1$ IN THE PENALIZATION FUNCTION (15)

We prove that the minimizer of the cost function  $J$  defined by (14) and (15) is identically zero if and only if  $\mu_1 \geq \mu_1^{\max}$ , with  $\mu_1^{\max} = 2 \|\mathbf{H}'\mathbf{y}\|_\infty$ . This result is already known in the standard  $\ell_1$ -norm penalization case ( $\mu_2 = 0$ ) (see [54]). In our case, we can rewrite the quadratic part of  $J$  as

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{o}\|^2 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{o}\|^2 = \|\mathbf{y}_e - \mathbf{H}_e\mathbf{o}\|^2 \quad (17)$$

where  $\mathbf{H}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \sqrt{\mu_2}\mathbf{D} \end{bmatrix}$  and  $\mathbf{y}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{bmatrix}$  so that

$$J(\mathbf{o}) = \|\mathbf{y}_e - \mathbf{H}_e\mathbf{o}\|^2 + \mu_1 \|\mathbf{o}\|_1. \quad (18)$$

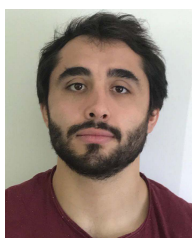
Now, applying the result in [54], we have that the minimizer of (18) is identically zero if and only if  $\mu_1 \geq \mu_1^{\max}$ , with

$$\mu_1^{\max} = 2 \|\mathbf{H}_e'\mathbf{y}_e\|_\infty = 2 \|\mathbf{H}'\mathbf{y}\|_\infty. \quad (19)$$

## REFERENCES

- [1] J. Krautkramer and H. Krautkramer, *Ultrasonic Testing of Materials*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1990.
- [2] M. Fatemi, "Ultrasonic B-scan imaging: Theory of image formation and a technique for restoration," *Ultrason. Imag.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–47, Jan. 1980.
- [3] C. R. Farrar and K. Worden, "An introduction to structural health monitoring," *Philos. Trans. Roy. Soc. A, Math., Phys. Eng. Sci.*, vol. 365, no. 1851, pp. 303–315, Feb. 2007.
- [4] B. W. Drinkwater and P. D. Wilcox, "Ultrasonic arrays for non-destructive evaluation: A review," *NDT & E Int.*, vol. 39, no. 7, pp. 525–541, Oct. 2006.
- [5] P. Wilcox, C. Holmes, and B. Drinkwater, "Advanced reflector characterization with ultrasonic phased arrays in NDE applications," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 54, no. 8, pp. 1541–1550, Aug. 2007.
- [6] C. Holmes, B. Drinkwater, and P. Wilcox, "Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit–receive array data for non-destructive evaluation," *NDT & E Int.*, vol. 38, no. 8, pp. 701–711, Dec. 2005.
- [7] A. Caulder, "Full matrix capture and total focusing method: The next evolution in ultrasonic testing," *Mater. Eval.*, vol. 76, no. 5, pp. 591–597, 2018.
- [8] M. Tanter and M. Fink, "Ultrafast imaging in biomedical ultrasound," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 61, no. 1, pp. 102–119, Jan. 2014.
- [9] M. Karaman, P.-C. Li, and M. O'Donnell, "Synthetic aperture imaging for small scale systems," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 42, no. 3, pp. 429–442, May 1995.
- [10] J. A. Seydel, "Ultrasonic synthetic aperture focusing techniques in NDT," in *Research Techniques in Nondestructive Testing*, vol. 6, R. S. Sharpe, Ed. New York, NY, USA: Academic, 1982.
- [11] G. Montaldo, M. Tanter, J. Bercoff, N. Benech, and M. Fink, "Coherent plane-wave compounding for very high frame rate ultrasonography and transient elastography," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 56, no. 3, pp. 489–506, Mar. 2009.
- [12] M.-H. Bae and M.-K. Jeong, "A study of synthetic-aperture imaging with virtual source elements in B-mode ultrasound imaging systems," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 47, no. 6, pp. 1510–1519, Nov. 2000.
- [13] M. Sutcliffe, P. Charlton, and M. Weston, "Multiple virtual source aperture imaging for non-destructive testing," *Insight-Non-Destructive Test. Condition Monit.*, vol. 56, no. 2, pp. 75–81, Feb. 2014.
- [14] R.-H. Stolt, "Migration by Fourier transform," *Geophysics*, vol. 43, no. 1, pp. 23–48, Feb. 1978.
- [15] D. Garcia, L. Le Tarnec, S. Muth, E. Montagnon, J. Porée, and G. Cloutier, "Stolt's f-k migration for plane wave ultrasound imaging," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 60, no. 9, pp. 1853–1867, Sep. 2013.
- [16] A. J. Hunter, B. W. Drinkwater, and P. D. Wilcox, "The wavenumber algorithm for full-matrix imaging using an ultrasonic array," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 55, no. 11, pp. 2450–2462, Nov. 2008.
- [17] T. Stepinski, "An implementation of synthetic aperture focusing technique in frequency domain," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 54, no. 7, pp. 1399–1408, Jul. 2007.
- [18] J. Rayleigh, "XXXI. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope," *London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci.*, vol. 8, no. 49, pp. 261–274, Oct. 1879.
- [19] C. Fan, M. Caleap, M. Pan, and B. W. Drinkwater, "A comparison between ultrasonic array beamforming and super resolution imaging algorithms for non-destructive evaluation," *Ultrasonics*, vol. 54, no. 7, pp. 1842–1850, Sep. 2014.
- [20] N. Quaegebeur and P. Masson, "Correlation-based imaging technique using ultrasonic transmit–receive array for non-destructive evaluation," *Ultrasonics*, vol. 52, no. 8, pp. 1056–1064, Dec. 2012.
- [21] A. Tuysuzoglu, J. M. Kracht, R. O. Cleveland, M. Çetin, and W. C. Karl, "Sparsity driven ultrasound imaging," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 131, no. 2, pp. 1271–1281, Feb. 2012.
- [22] G. Guarneri, D. Pipa, F. Junior, L. de Arruda, and M. Zibetti, "A sparse reconstruction algorithm for ultrasonic images in nondestructive testing," *Sensors*, vol. 15, no. 4, pp. 9324–9343, 2015.
- [23] T. Szasz, A. Basarab, and D. Kouame, "Beamforming through regularized inverse problems in ultrasound medical imaging," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 63, no. 12, pp. 2031–2044, Dec. 2016.
- [24] E. Ozkan, V. Vishnevsky, and O. Goksel, "Inverse problem of ultrasound beamforming with sparsity constraints and regularization," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 65, no. 3, pp. 356–365, Mar. 2018.
- [25] S.-K. Sin and C.-H. Chen, "A comparison of deconvolution techniques for the ultrasonic nondestructive evaluation of materials," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 1, no. 1, pp. 3–10, Jan. 1992.
- [26] E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier, and L. Simon, "Resolution enhancement of ultrasonic signals by up-sampled sparse deconvolution," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech Signal Process.*, May 2013, pp. 6511–6515.
- [27] A. Besson, D. Perdios, F. Martínez, M. Arditi, Y. Wiaux, and J.-P. Thiran, "USSR: An ultrasound sparse regularization framework," in *Proc. IEEE Int. Ultrason. Symp. (IUS)*, Sep. 2017, pp. 1–4.
- [28] A. Besson *et al.*, "Ultrafast ultrasound imaging as an inverse problem: Matrix-free sparse image reconstruction," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 65, no. 3, pp. 339–355, Mar. 2018.
- [29] L. Le Jeune, S. Robert, E. L. Villaverde, and C. Prada, "Plane wave imaging for ultrasonic non-destructive testing: Generalization to multi-modal imaging," *Ultrasonics*, vol. 64, pp. 128–138, 2016.
- [30] F. Simonetti, "Multiple scattering: The key to unravel the subwavelength world from the far-field pattern of a scattered wave," *Phys. Rev. E, Stat. Phys. Plasmas Fluids Relat. Interdiscip. Top.*, vol. 73, no. 3, Mar. 2006, Art. no. 036619.
- [31] F. Simonetti, "Localization of pointlike scatterers in solids with sub-wavelength resolution," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 89, no. 9, Aug. 2006, Art. no. 094105.
- [32] C. Fan, M. Pan, F. Luo, and B. Drinkwater, "Multi-frequency time-reversal-based imaging for ultrasonic nondestructive evaluation using full matrix capture," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 61, no. 12, pp. 2067–2074, Dec. 2014.
- [33] Y. Labyed and L. Huang, "Ultrasound time-reversal MUSIC imaging with diffraction and attenuation compensation," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 59, no. 10, pp. 2186–2200, Oct. 2012.
- [34] M. Sutcliffe, M. Weston, B. Dutton, P. Charlton, and K. Donne, "Real-time full matrix capture for ultrasonic non-destructive testing with acceleration of post-processing through graphic hardware," *NDT & E Int.*, vol. 51, pp. 16–23, Oct. 2012.
- [35] G. D. Connolly, M. J. S. Lowe, J. A. G. Temple, and S. I. Rokhlin, "The application of fermat's principle for imaging anisotropic and inhomogeneous media with application to austenitic steel weld inspection," *Proc. Roy. Soc. A, Math., Phys. Eng. Sci.*, vol. 465, no. 2111, pp. 3401–3423, Nov. 2009.
- [36] L. Le Jeune, S. Robert, P. Dumas, A. Membre, and C. Prada, "Adaptive ultrasonic imaging with the total focusing method for inspection of complex components immersed in water," *AIP Conf.*, vol. 1650, no. 1, pp. 1037–1046, 2015.

- [37] M. Weston, P. Mudge, C. Davis, and A. Peyton, "Time efficient auto-focussing algorithms for ultrasonic inspection of dual-layered media using full matrix capture," *NDT & E Int.*, vol. 47, pp. 43–50, Apr. 2012.
- [38] T. J. Moser, "Shortest path calculation of seismic rays," *Geophysics*, vol. 56, no. 1, pp. 59–67, Jan. 1991.
- [39] J. A. Sethian, "A fast marching level set method for monotonically advancing fronts," *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, vol. 93, no. 4, pp. 1591–1595, Feb. 1996.
- [40] A. J. Brath and F. Simonetti, "Phased array imaging of complex-geometry composite components," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 64, no. 10, pp. 1573–1582, Oct. 2017.
- [41] N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier, and A. Duclos, "An inverse approach for ultrasonic imaging by total focusing point for close reflectors separation," in *Proc. IEEE Int. Ultrason. Symp. (IUS)*, Oct. 2018, pp. 1–4.
- [42] K. Gurusurthy, "A dispersive model for the propagation of ultrasound in soft tissue," *Ultrason. Imag.*, vol. 4, no. 4, pp. 355–377, Oct. 1982.
- [43] R. Kuc, "Modeling acoustic attenuation of soft tissue with a minimum-phase filter," *Ultrason. Imag.*, vol. 6, no. 1, pp. 24–36, Jan. 1984.
- [44] E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier, and L. Simon, "A linear model approach for ultrasonic inverse problems with attenuation and dispersion," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 61, no. 7, pp. 1191–1203, Jul. 2014.
- [45] R. Demirli and J. Saniie, "Model based time-frequency estimation of ultrasonic echoes for NDE applications," in *Proc. IEEE Int. Ultrason. Symp.*, vol. 1, Oct. 2000, pp. 785–788.
- [46] R. Demirli and J. Saniie, "Model-based estimation of ultrasonic echoes. Part I: Analysis and algorithms," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 48, no. 3, pp. 787–802, May 2001.
- [47] R. Demirli and J. Saniie, "Asymmetric Gaussian chirplet model and parameter estimation for generalized echo representation," *J. Franklin Inst.*, vol. 351, no. 2, pp. 907–921, Feb. 2014.
- [48] G. Golub and C. Van Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. Baltimore, MD, USA: Johns Hopkins Univ. Press, 1996.
- [49] J. Idier, *Bayesian Approach to Inverse Problems*. London, U.K.: Wiley, Apr. 2008.
- [50] B. R. Hunt, "The inverse problem of radiography," *Math. Biosci.*, vol. 8, nos. 1–2, pp. 161–179, Jun. 1970.
- [51] M. S. O'Brien, A. N. Sinclair, and S. M. Kramer, "Recovery of a sparse spike time series by  $L_1$  norm deconvolution," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 12, pp. 3353–3365, Dec. 1994.
- [52] A. Beck and M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems," *SIAM J. Imag. Sci.*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, Jan. 2009.
- [53] E. Carcreff, N. Laroche, S. Bourguignon, and D. Braconnier, "Improvement of the total focusing method using an inverse problem approach," in *Proc. IEEE Int. Ultrason. Symp. (IUS)*, Sep. 2017, pp. 1–4.
- [54] J. J. Fuchs, "More on sparse representations in arbitrary bases," *IFAC Proc. Volumes*, vol. 36, no. 16, pp. 1315–1320, Sep. 2003.
- [55] J. Zhang, B. W. Drinkwater, P. D. Wilcox, and A. J. Hunter, "Defect detection using ultrasonic arrays: The multi-mode total focusing method," *NDT & E Int.*, vol. 43, no. 2, pp. 123–133, Mar. 2010.
- [56] A. Besson *et al.*, "A physical model of nonstationary blur in ultrasound imaging," *IEEE Trans. Comput. Imag.*, vol. 5, no. 3, pp. 381–394, Sep. 2019.
- [57] N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier, and A. Duclos, "Fast inverse approach for the deconvolution of ultrasonic TFM images using a spatially varying PSF in NDT," in *Proc. IEEE Int. Ultrason. Symp. (IUS)*, Oct. 2019, pp. 1985–1988.



**Nans Laroche** was born in France in 1994. He received the Engineering degree from Centrale Nantes, Nantes, France, in 2017. He is currently pursuing the Ph.D. degree with the Laboratory of Digital Sciences of Nantes, Nantes, in collaboration with The Phased Array Company (TPAC), Nantes.

His research interest focuses on novel ultrasonic imaging methods for nondestructive evaluation (NDE) and medical imaging.



**Sébastien Bourguignon** was born in Dijon, France, in 1977. He received the Diploma degree in electrical engineering from École Supérieure d'Électricité, Cesson-Sévigné, France, and the Engineer degree from ETSIT, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, Spain, in 2001, the Ph.D. degree in signal processing from the University of Toulouse, Toulouse, France, in 2005, and the Habilitation à Diriger des Recherches in 2020.

From 2007 to 2008, he was with IFREMER, Brest, France, a French research institute for the exploitation of the sea. He was a Postdoctoral Fellow with Côte d'Azur Observatory, Nice, France. Since 2011, he has been an Associate Professor with École Centrale de Nantes, Nantes, France, and Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes, Nantes. His research interests include inverse problems in signal and image processing, statistical inference, sparse approximation, and optimization algorithms. His preferred application fields concern ultrasonic imaging and nondestructive testing, astronomical data analysis, and hyperspectral imaging.



**Ewen Carcreff** (Member, IEEE) was born in France in 1984. He received the M.Sc. degree in acoustics and the Ph.D. degree from the University of Le Mans, Le Mans, France, in 2009 and 2014, respectively.

From 2007 to 2011, he was a research and development engineer in audio signal processing and nondestructive evaluation (NDE) in France and Japan. From 2011 to 2014, he was a Ph.D. candidate with Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N), Nantes, France,

working on inverse methods for NDE. Since 2014, he has been a Research Engineer and a Project Manager with The Phased Array Company (TPAC) (TPAC provides open ultrasonic systems for research and industrial applications), Nantes. His main research interest is concerned with the development and application of novel ultrasonic imaging methods in NDE, medical imaging, and geophysics. He is also currently involved in a few collaborative research programs with academia about different aspects of ultrasonic imaging (nonlinear imaging, coded excitations, inverse methods, and so on).



**Jérôme Idier** (Member, IEEE) was born in France in 1966. He received the Diploma degree in electrical engineering from École Supérieure d'Électricité, Gif-sur-Yvette, France, in 1988, and the Ph.D. degree in physics from the University of Paris-Sud, Orsay, France, in 1991.

In 1991, he joined Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, France. He is currently a Senior Researcher with the Laboratory of Digital Sciences of Nantes, Nantes, France. His major scientific interests include inverse problems for signal and image processing, and computational imaging.



**Aroune Duclos** was born in India in 1980. He received the M.Sc. degree in acoustics and the Ph.D. degree from the University of Le Mans, Le Mans, France, in 2004 and 2007, respectively.

Thereafter, he completed this experience by providing a first post-doc in the field of NDTE in collaboration with French National Electricity Board (EDF), Paris, France. Finally, this experience was supplemented by a second post-doc in collaboration with the Laboratory of Fluid Mechanics and Acoustics (LMFA), École Centrale de Lyon, Lyon, France, and the National Institute of Health and Medical Research (INSERM), Lyon, on the study of the propagation of ultrasonic waves in biological gels. Since 2009, he has been an Associate Professor with Acoustic Laboratory, University of Le Mans (LAUM UMR CNRS 6613). His research currently conducted at LAUM relates to,

first, modeling the propagation of acoustic waves and the associated experimental validation and, on the other hand, applications in the field of NDTE by ultrasound. More specifically, his research focuses on the interaction of acoustic waves with complex media.

## 3.4 Implémentation rapide des produits matriciels

### 3.4.1 Calcul classique du produit matriciel

L'article présenté en Section 3.3 développe une méthode générale de modélisation des données FMC basée sur la construction d'une matrice  $\mathbf{H}_t$  de grande taille ainsi qu'une méthode d'inversion itérative, nécessitant le calcul des produits de type  $\mathbf{H}_t \cdot$  et  $(\mathbf{H}_t)^T \cdot$ . Les dimensions de la matrice  $\mathbf{H}_t$  sont  $N_{\text{él}}^2 N_t \times N_x N_z$ . Nous proposons de calculer la taille de la matrice dans un contexte réaliste. Nous considérons la reconstruction d'une image de  $300 \times 300$  pixels à partir de données mesurées par 64 transducteurs et avec 1500 échantillons temporels par signal (soit environ 90 mm dans l'acier avec une fréquence de 50 MHz). Dans ce cas, la matrice contient environ  $5.10^{11}$  coefficients, soit plus de 500 GB dans le cas d'une quantification sur 8 bits. Elle ne peut donc pas être stockée en mémoire dans le cas d'applications réalistes. En pratique, il est nécessaire de remarquer que le support non nul de la forme d'onde (noté  $N_h$ ) est bien plus petit que la taille des signaux  $N_t$ . On a donc intérêt à stocker seulement la partie non nulle des formes d'ondes et effectuer les calculs « à la volée », aux bons temps de vol. Dans l'article présenté, les produits matriciels sont effectués de cette manière à partir de formes d'ondes stockées. Le calcul est parallélisé sur carte graphique pour chaque pixel de l'image. La complexité de chaque opération matricielle est alors de l'ordre de  $\mathcal{O}(N_{\text{él}}^2 N_h N_x N_z)$ . Le nombre de forme d'onde considéré dans le modèle n'augmente pas théoriquement la complexité des calculs, néanmoins, plus la matrice stockant les forme d'ondes est grande, plus la manipulation de cette matrice est coûteuse (accès aux valeurs de la matrice, copie CPU/GPU, *etc.*). Dans cette section, nous présentons une autre implémentation basée sur des projections entre le domaine temporel et le domaine spatial (et inversement) ainsi que des calculs de convolution. Cette nouvelle implémentation a été développée après la publication de l'article présenté en Section 3.3 dans le but de prendre en compte des formes d'ondes variables dans les produits matriciels, notamment les phénomènes d'atténuation fréquentielle et de dispersion qui seront détaillés au chapitre 6.

### 3.4.2 Méthode de projection/convolution pour l'implémentation rapide des produits matriciels

Il est possible de réduire la complexité des produits  $\mathbf{H}_t \cdot$  et  $(\mathbf{H}_t)^T \cdot$  en décomposant le calcul en une étape de projection utilisant la matrice de formation de voies  $\mathbf{B}$  (voir équation (8) de l'article) et une étape de convolution avec une forme d'onde variable. Cette simplification ne peut être utilisée que dans le cas où l'on considère une forme d'onde indépendante du pixel. Plus



précisément, si nous reprenons l'équation (2.11) :

$$\mathbf{y}_{i,j} = \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_z} \tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l} o^{k,l}, \quad (3.1)$$

alors nous considérons que  $\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l}$  ne dépend pas de  $k, l$  et peut être exactement modélisé par  $\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^\tau$  qui ne dépend donc que des éléments émetteurs et récepteurs, ainsi que du temps de vol. D'un point de vue acoustique, cela revient à considérer que pour un couple émetteur/récepteur, si deux pixels correspondent au même temps de vol alors ils sont insonifiés par la même forme d'onde. Par exemple, cette hypothèse ne permet pas de considérer un modèle où la forme d'onde dépend de la directivité des éléments ou de l'angle d'incidence du trajet ultrasonore. En revanche, un modèle d'atténuation pour lequel la forme d'onde varie en fonction du temps de vol est possible.

### Implémentation rapide du produit direct $\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o}$

Le calcul du produit  $\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o}$  se décompose en deux étapes. La première étape consiste à projeter la réflectivité dans l'espace des données grâce à l'opérateur  $\mathbf{B}^T$  :

$$\mathbf{p} = \mathbf{B}^T \mathbf{o}. \quad (3.2)$$

Le vecteur  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{N_{\text{él}}^2 N_t}$  représente alors les pseudo-données FMC contenant les éléments non nuls de la réflectivité  $\mathbf{o}$  aux bons temps de vol. Cela revient à considérer des données pour lesquelles la forme d'onde est une impulsion de Kronecker (dans le cas où  $\mathbf{B}$  est binaire et ne fait pas intervenir de modèle d'interpolation des temps de vol).

La seconde étape consiste alors à effectuer une convolution entre chaque signal des pseudo-données  $\mathbf{p}$  et la forme d'onde adéquate :

$$\forall i, j, y_{i,j}(\tau) = \sum_t h_{i,j}^t(\tau - t) p_{i,j}(t), \quad (3.3)$$

où  $h_{i,j}^t$  désigne la forme d'onde au temps de vol  $t$ . Pour une forme d'onde de taille  $N_h$ , la complexité est alors de l'ordre de  $\mathcal{O}(N_{\text{él}}^2 N_x N_z) + \mathcal{O}(N_{\text{él}}^2 N_h N_t)$ , ce qui est bien inférieur à la complexité du calcul « à la volée » égal à  $\mathcal{O}(N_{\text{él}}^2 N_h N_x N_z)$ , puisque  $N_t \ll N_x N_z$ .

### Implémentation rapide du produit adjoint $\mathbf{o} = (\mathbf{H}_t)^T \mathbf{y}$

De la même manière, le produit adjoint  $\mathbf{o} = (\mathbf{H}_t)^T \mathbf{y}$  se décompose également en deux étapes. La première étape est une convolution des données avec les formes d'ondes retournées

temporellement  $g$  (c'est-à-dire un filtrage adapté) :

$$\forall i, j, m_{i,j}(\tau) = \sum_t g_{i,j}^\tau(\tau - t)y_{i,j}(t). \quad (3.4)$$

La seconde étape consiste à projeter les pseudo-données  $\mathbf{m}$  constituées des signaux  $m_{i,j}$  dans l'espace image à l'aide de l'opérateur de formation de voies  $\mathbf{B}$  :

$$\mathbf{o} = \mathbf{B}\mathbf{m}. \quad (3.5)$$

### 3.4.3 Comparaisons des implémentations à partir de données expérimentales

L'implémentation rapide par projection/convolution a été évaluée et comparée à la méthode de calcul standard utilisée dans l'article. Nous considérons l'expérience #1 présentée dans l'article. Nous comparons ici trois implémentations différentes des produits matriciels :

- l'implémentation standard utilisée dans l'article, notée STA, effectue les calculs « à la volée » à partir d'une matrice de formes d'ondes stockée. Le calcul est parallélisé sur GPU sur tous les pixels de l'image.
- L'implémentation avec des produits de convolution classiques est notée CONV. L'étape de projection est parallélisée sur GPU sur tous les pixels de l'image. L'étape de convolution par une forme d'onde variable est parallélisée sur GPU sur tous les A-scans.
- Dans le cas d'une hypothèse de forme d'onde invariante comme c'est le cas dans cette expérience, une autre implémentation notée CONVwFFT est possible, puisque les produits de convolution peuvent être effectués grâce à des Transformées de Fourier Rapide (*Fast Fourier Transform (FFT)*). Dans ce cas, c'est l'étape de convolution qui est parallélisée sur GPU pour chaque A-scan.

Nous considérons les mêmes paramètres de régularisation et la même forme d'onde que pour les résultats présentés dans l'article. Nous proposons de comparer les méthodes sur des exemples réalistes. Ainsi, le produit direct est calculé à partir de l'image TFM  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$  et le produit adjoint est calculé à partir des données FMC  $\mathbf{y}$ . Les images ultrasonores reconstruites sont de taille  $N_x \times N_z = 601 \times 601$  pixels.

#### Produit matriciel direct $\mathbf{H}_t \mathbf{o}_{\text{TFM}}$

Les résultats pour les produits matriciels directs sont présentés en Figure 3.1. On voit que les trois implémentations donnent des résultats très similaires. La différence maximale entre les résultats normalisés est de l'ordre de  $10^{-4}$ . Notons que les calculs sont effectués en simple

précision, donc la différence attendue entre deux valeurs égales est de l'ordre de  $10^{-7}$ . Nous pensons que la différence est plus importante du fait que chaque coefficient de  $\mathbf{H}_t \mathbf{o}_{\text{TFM}}$  représente finalement la somme des contributions de tous les pixels, il y a de ce fait, une sommation des erreurs numériques. Notons également que l'implémentation CONVwFFT implique des conditions de circularité puisque le calcul des produits de convolution est basé sur des FFT, elle n'est donc théoriquement pas équivalente aux deux autres implémentations. Le temps de calcul moyenné sur 10 réalisations pour les trois implémentations STA, CONV et CONVwFFT vaut respectivement 19.5 s, 1.1 s et 1.2 s.

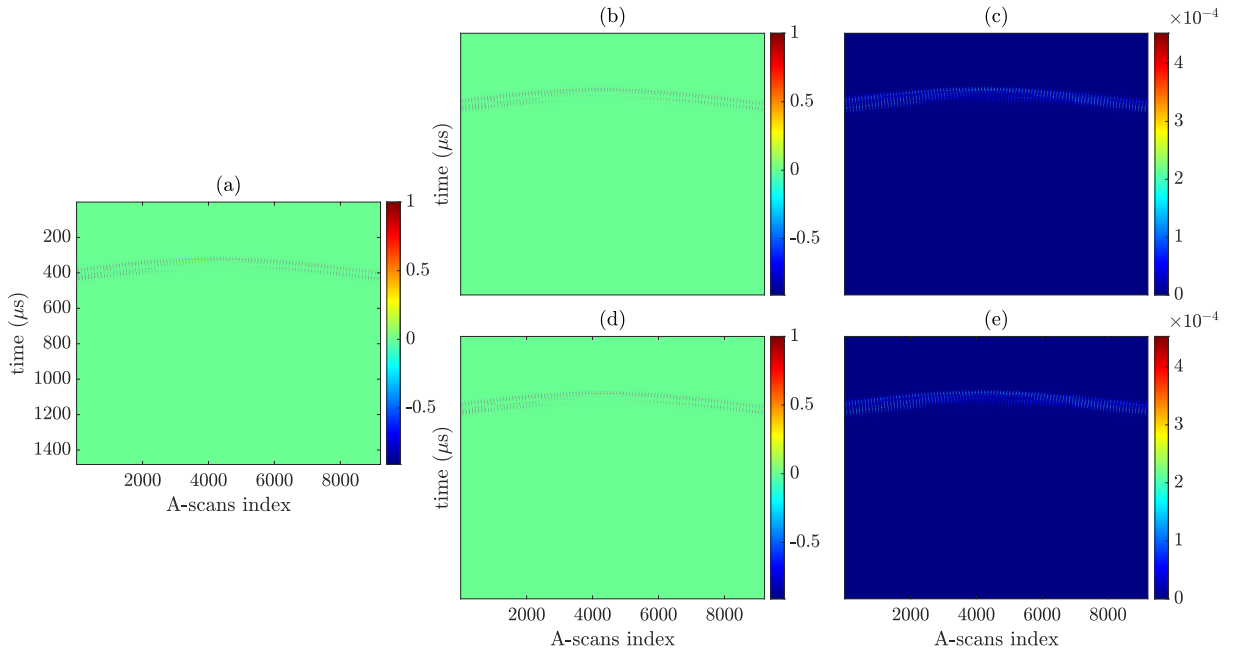


FIGURE 3.1 – Pseudo-données ultrasonores  $\mathbf{H}_t \mathbf{o}_{\text{TFM}}$ . (a) : Implémentation STA. (b) : Implémentation CONV. (c) Différence (en valeur absolue) entre les pseudo-données normalisées STA et CONV. (d) : Implémentation CONVwFFT. (e) Différence (en valeur absolue) entre les pseudo-données normalisées STA et CONVwFFT.

### Produit matriciel adjoint $(\mathbf{H}_t)^T \mathbf{y}$

Les résultats pour les produits matriciels adjoints sont présentés en Figure 3.2. Ce calcul représente le pseudo-filtrage adapté des données FMC. On voit que les trois implémentations donnent également des résultats très similaires. La différence maximale entre les résultats normalisés est encore une fois de l'ordre de  $10^{-4}$ . Le temps de calcul moyenné sur 10 réalisations pour les trois implémentations STA, CONV et CONVwFFT vaut respectivement 6.4 s, 0.71 s et 0.86 s.

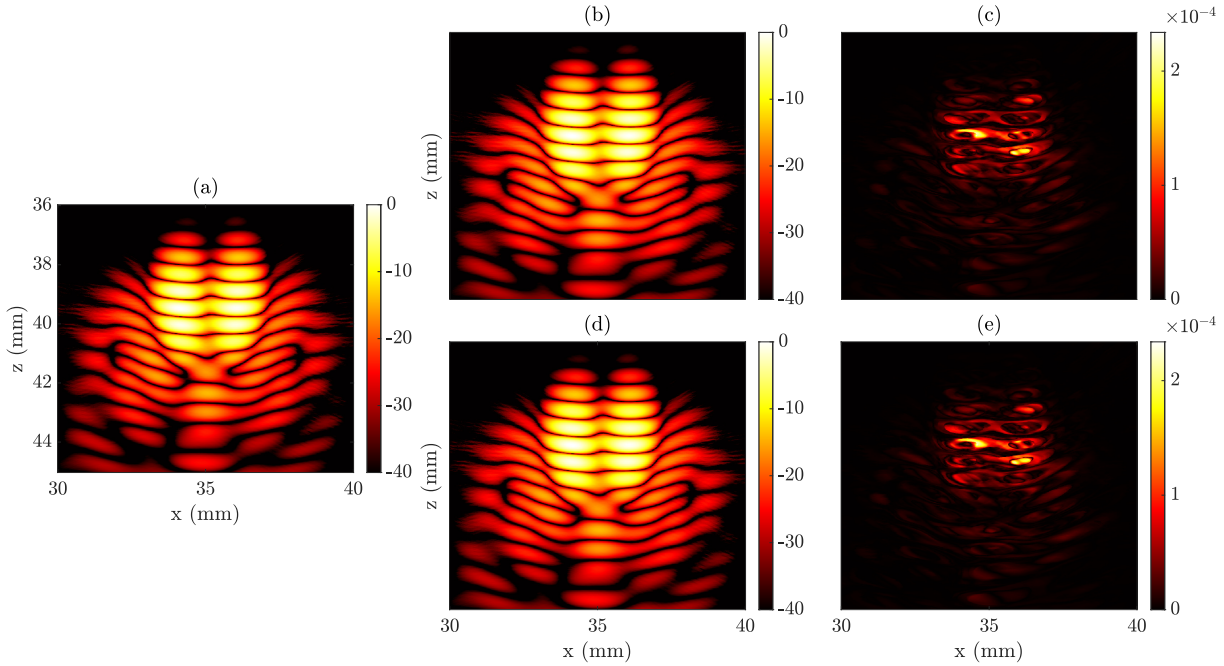


FIGURE 3.2 – Images ultrasonores  $(\mathbf{H}_t)^T \mathbf{y}$  en échelle logarithmique. (a) : Implémentation STA. (b) : Implémentation CONV. (c) Différence (en valeur absolue) entre les images normalisées STA et CONV en échelle linéaire. (d) : Implémentation CONVwFFT. (e) Différence (en valeur absolue) entre les images normalisées STA et CONVwFFT en échelle linéaire.

### Méthodes d'inversion complète

Les différentes implémentations ont été comparées dans le cas des produits matriciels directs et adjoints. Dans cette partie, nous cherchons à évaluer ces implémentations dans le cas de la méthode d'inversion complète développée dans l'article et appliquée à des données expérimentales. En effet, l'algorithme de minimisation utilisé requiert l'évaluation des produits directs et adjoints de nombreuses fois. De plus, les objets considérés sont de plus en plus parcimonieux, ce qui peut modifier les temps de calcul et les tendances observées sur les produits simples. Les images ultrasonores reconstruites de taille  $N_x \times N_z = 601 \times 601$  pixels sont représentées en Figure 3.3. L'image (a) correspond à l'implémentation STA, le temps de calcul est égal à 614 s. Les images (b) et (d) correspondent aux implémentation CONV et CONVwFFT, les temps de reconstruction sont respectivement égaux à 91 s et 56 s, ce qui représente une accélération du calcul par des facteurs de 7 et 11 respectivement. Les images (c) et (e) correspondent à la différence entre les images normalisées calculées par produit direct et les images calculées par projection/convolution. La différence numérique entre les méthodes de calcul est assez faible et



correspond aux erreurs constatées sur les produits simples qui sont « propagées » à chaque itération. Les deux méthodes d'implémentation par projection et convolution CONV et CONVwFFT améliorent très significativement le temps de calcul de la méthode d'inversion. La Figure 3.4

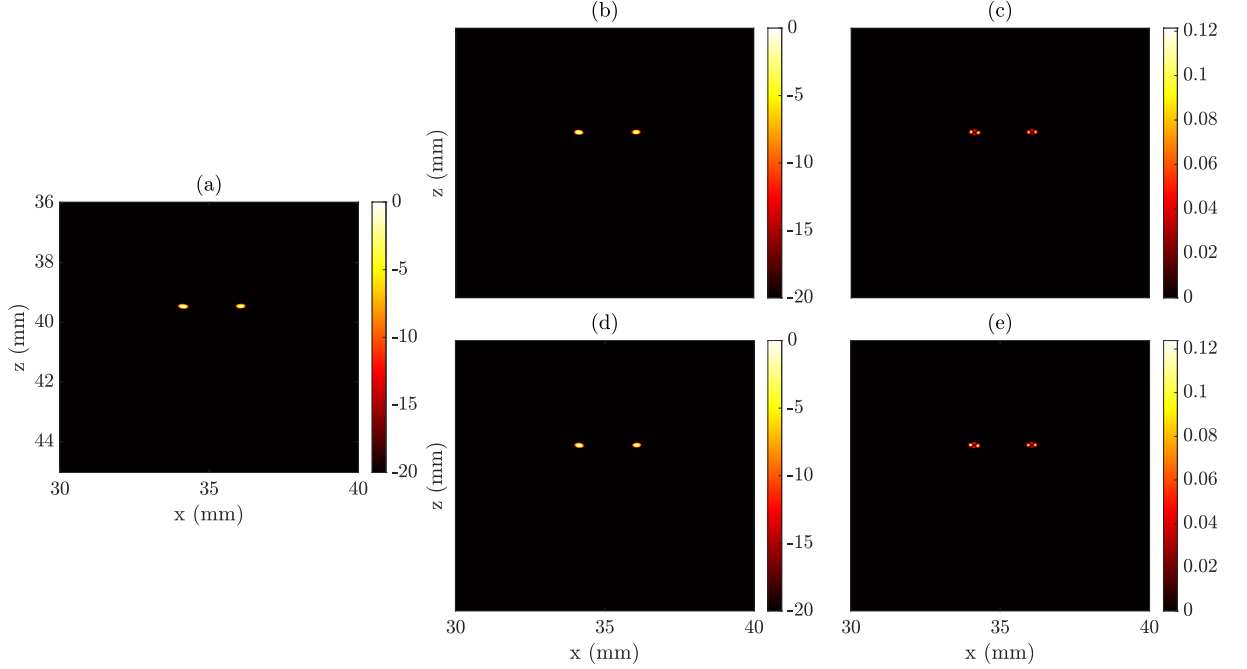


FIGURE 3.3 – Images ultrasonores reconstruites par inversion des données FMC en échelle logarithmique. (a) : Implémentation STA. (b) : Implémentation CONV. (c) Différence (en valeur absolue) entre les images normalisées STA et CONV en échelle linéaire. (d) : Implémentation CONVwFFT. (e) Différence (en valeur absolue) entre les images normalisées STA et CONVwFFT en échelle linéaire.

montre le temps de calcul des trois implémentations proposées pour différentes tailles d'images à partir des mêmes données en échelle logarithmique. La tendance observée sur les produits simples et sur la méthode d'inversion avec des images de  $N_x \times N_z = 601 \times 601$  est confirmée. Les implémentations CONV et CONVwFFT sont respectivement jusqu'à 5 et 10 fois plus rapides que l'implémentation STA. On remarque également que les temps de reconstruction pour les implémentations CONV et CONVwFFT sont presque linéaires en représentation logarithmique. Dans cet exemple, ces pentes sont proches de 0.35 pour CONV et 0.27 pour CONVwFFT. À l'inverse, la pente de la courbe pour l'implémentation STA augmente avec le nombre de pixels dans cette représentation. Par conséquent, les temps de calcul pour les implémentations CONV et CONVwFFT sont environ proportionnels à  $(N_x \times N_z)^{0.35}$  et  $(N_x \times N_z)^{0.27}$  respectivement.

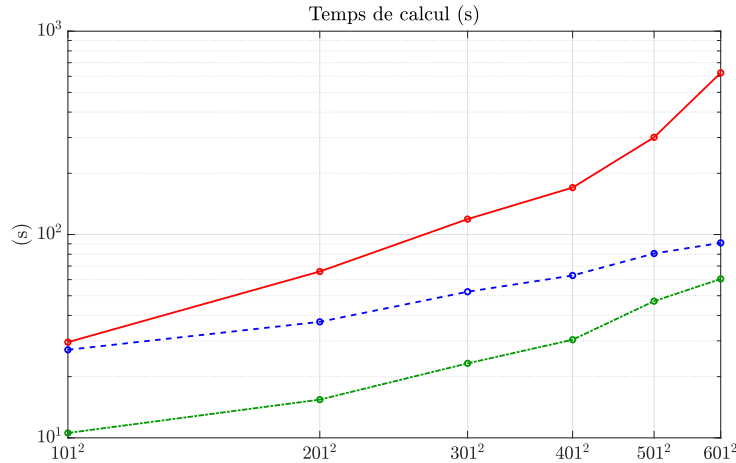


FIGURE 3.4 – Temps de calculs de la méthode d’inversion des données FMC avec mise en œuvre des produits matrice-vecteur par STA (— ◦), CONV (— — ◦), CONVwFFT (— — ◦) en échelle logarithmique en fonction de la taille des images.

## 3.5 Fonction de régularisation

### 3.5.1 Choix de la fonction de régularisation

Dans cette section, nous discutons le choix de la fonction de régularisation présentée dans l’article. Rappelons que la fonction de régularisation s’écrit :

$$\phi(\mathbf{o}) = \mu_1 \|\mathbf{o}\|_1 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{o}\|^2, \quad \mu_1, \mu_2 \geq 0. \quad (3.6)$$

Nous avons vu en Section 2.2.3 que le choix de la fonction de régularisation est notamment dicté par les hypothèses *a priori* sur la solution. Ce choix conditionne également la complexité de l’algorithme de minimisation ainsi que le nombre d’hyperparamètres à régler. La régularisation en norme  $\ell_1$  a été utilisée pour plusieurs méthodes dans le cadre de l’imagerie ultrasonore [ALESSANDRINI *et al.* 2011; TUYSUZOGLU *et al.* 2012; SZASZ *et al.* 2016a]. En CND, le but est généralement de diminuer le plus possible le bruit de structure lié à la granularité du matériau afin de mettre en évidence d’éventuels défauts. La régularisation en norme  $\ell_1$  nous semble donc être un choix judicieux dans le but de reconstruire des solutions parcimonieuses. La stratégie de régularisation est plus complexe dans le cas de l’imagerie médicale où il est d’usage d’essayer de conserver un maximum d’informations, même dans les images régularisées, comme par exemple le *speckle* [BURCKHARDT 1978]. Ainsi, le choix d’une régularisation en norme  $\ell_1$  favorisant la parcimonie ou d’une norme  $\ell_2$  favorisant la continuité de l’image est moins trivial [SZASZ *et al.* 2016a; SZASZ *et al.* 2016b]. Une alternative est de considérer des bases dans lesquelles l’image

projetée peut être considérée comme parcimonieuse [BESSON *et al.* 2016; OZKAN *et al.* 2018]. Par ailleurs, le choix de la régularisation en norme  $\ell_1$  permet de conserver la convexité du critère qui peut donc être minimisé de manière certaine par des algorithmes d’optimisation locale. De nombreux algorithmes basés sur des méthodes dites « proximales », reposant sur des calculs de gradient, ont ainsi été développés pour les problèmes d’optimisation en norme  $\ell_1$  [LORIS 2009; COMBETTES *et al.* 2011]. Parmi eux, nous avons choisi l’algorithme FISTA (*Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm*) [BECK *et al.* 2009b] qui a été largement utilisé, en particulier pour l’imagerie ultrasonore [BUENO *et al.* 2020; FLOREA *et al.* 2018b; BESSON *et al.* 2019].

Le choix du deuxième terme de régularisation vient de la volonté de favoriser la continuité spatiale des défauts recherchés et en particulier la possibilité que les indications reconstruites puissent avoir une certaine extension spatiale malgré le modèle de défauts ponctuels. L’opérateur  $\mathbf{D}$  est construit de manière à pénaliser les différences entre pixels voisins et donc d’assurer une continuité spatiale de l’objet. La méthode de variation totale  $\ell_1$  entre pixels voisins a été étudiée mais celle-ci n’est pas différentiable et alourdit considérablement la minimisation du critère [BECK *et al.* 2009a]. Le choix d’une norme  $\ell_2$  a donc été dicté par la différentiabilité du deuxième terme de pénalisation ainsi que pour la qualité des images reconstruites.

### 3.5.2 Influence des hyperparamètres

Nous nous intéressons à présent à l’influence des paramètres de régularisation  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . Les paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont réglés en fonction de grandeurs caractéristiques du système. Le paramètre de régularisation  $\mu_1$  possède un maximum  $\mu_1^{\max} = 2 \left\| (\mathbf{H}_t)^T \mathbf{y} \right\|_{\infty}$  au-delà duquel l’image reconstruite est nulle (nous montrons en annexe de l’article que cette valeur est indépendante de  $\mu_2$ ). Le paramètre de régularisation  $\mu_2$  ne possède pas de valeur de référence similaire au paramètre  $\mu_1$ . Cependant, afin de le régler plus facilement, on se fixe une valeur référence  $\mu_2^{\text{ref}} = 2 \left\| (\mathbf{H}_t)^T \mathbf{y} \right\|_2$  inspirée de  $\mu_1^{\max}$ . Nous montrons à présent l’influence de ces paramètres à travers l’expérience #2 présentée dans l’article. Nous considérons la même forme d’onde que pour les résultats présentés dans l’article, ainsi que le même nombre de pixels.

#### Influence du paramètre de régularisation $\mu_1$

La Figure 3.5 représente les images reconstruites avec la méthodes d’inversion pour différentes valeurs de  $\mu_1$  et une valeur fixe de  $\mu_2$ . Le paramètre  $\mu_1$  se règle assez facilement en proportion de la valeur  $\mu_1^{\max}$ . L’image (a) correspond à une reconstruction dans laquelle nous considérons uniquement la régularisation en norme  $\ell_2$ . On voit que le problème n’est pas régularisé et l’image obtenue n’est pas satisfaisante. Les images (b) et (c) correspondant à une régularisation de  $\mu_1 = 30\%$  et  $\mu_1 = 60\%$  de  $\mu_1^{\max}$  produisent des résultats assez satisfaisants. On voit que les

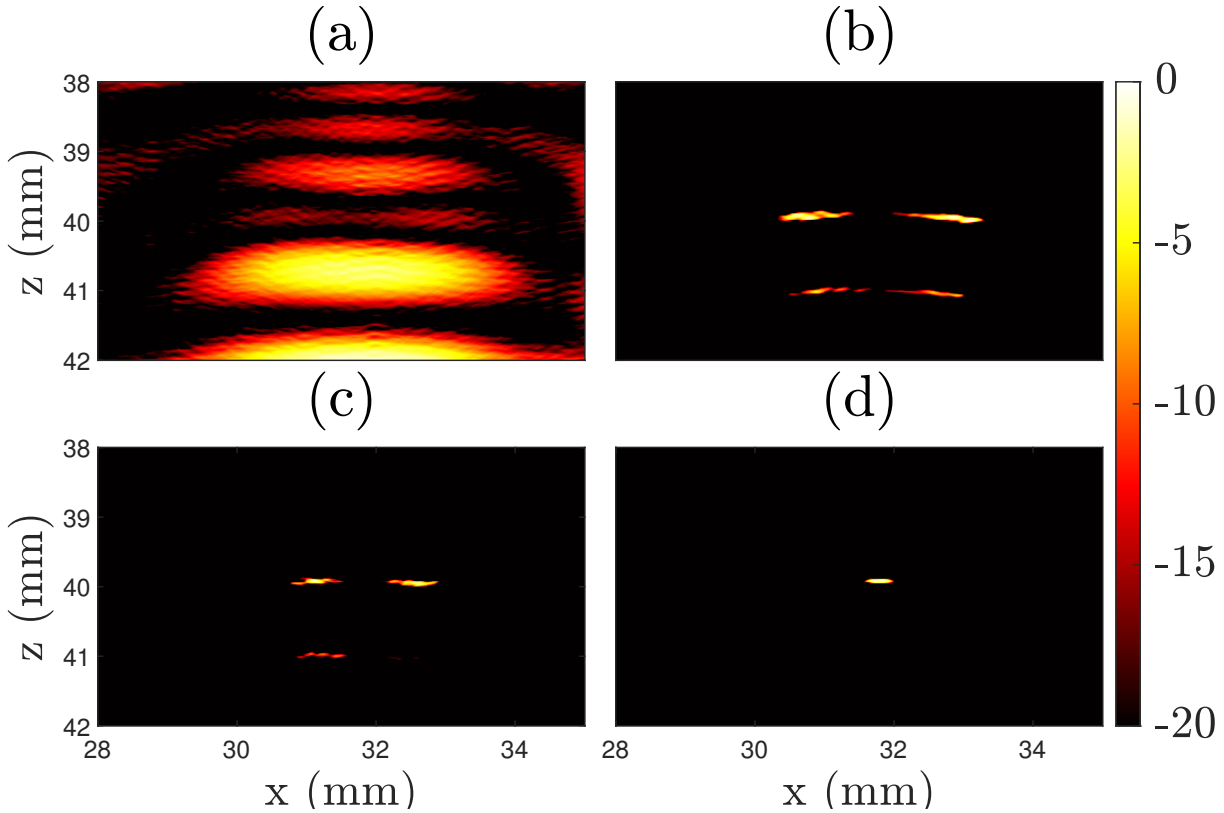


FIGURE 3.5 – Images ultrasonores de la pièce d'aluminium inspectée à 1.5 MHz avec la méthode d'inversion des données FMC pour  $\mu_2 = 0.005\mu_2^{\text{ref}}$  et différents paramètres  $\mu_1$ . (a) :  $\mu_1 = 0$ . (b) :  $\mu_1 = 0.3\mu_1^{\text{max}}$ . (c) :  $\mu_1 = 0.6\mu_1^{\text{max}}$ . (d) :  $\mu_1 = 0.9\mu_1^{\text{max}}$ .

défauts sont bien séparés et que le paramètre  $\mu_1$  influe notamment sur l'intensité des lobes secondaires. Enfin l'image (d) correspond à 90% de  $\mu_1^{\text{max}}$ , ce qui semble être une valeur trop importante puisque les défauts ne sont plus détectés.

### Influence du paramètre de régularisation $\mu_2$

La Figure 3.6 représente les images reconstruites avec la méthodes d'inversion pour différentes valeurs de  $\mu_2$  et une valeur fixe de  $\mu_1 = 0.6\mu_1^{\text{max}}$ . Nous réglons le paramètre  $\mu_2$  en fonction de la valeur  $\mu_2^{\text{ref}}$ . L'image (a) correspond au cas  $\mu_2 = 0$ , c'est-à-dire que seule la norme  $\ell_1$  est prise en compte dans la fonction de régularisation. On voit que les défauts sont bien séparés, néanmoins, on observe des discontinuités au sein même des indications reconstruites et notamment des pixels nuls. L'image (b) correspond au cas  $\mu_2 = 0.005\mu_2^{\text{ref}}$  présenté dans l'article. La régularisation  $\ell_2$  implique une continuité spatiale au sein de l'image reconstruite et permet alors de supprimer les pixels nuls au sein des défauts. Les images (c) et (d) correspondent à des valeurs plus importantes

de  $\mu_2$ . Dans le cas de l'image (d), le choix du paramètre de régularisation  $\mu_2$  n'est plus satisfaisant car les défauts ne sont plus séparés. Les deux images (b) et (c) sont plutôt satisfaisantes et on observe un rapport de 20 entre les deux valeurs de  $\mu_2$ , ce qui montre qu'il existe une plage de valeurs plutôt large pour le choix de ce paramètre.

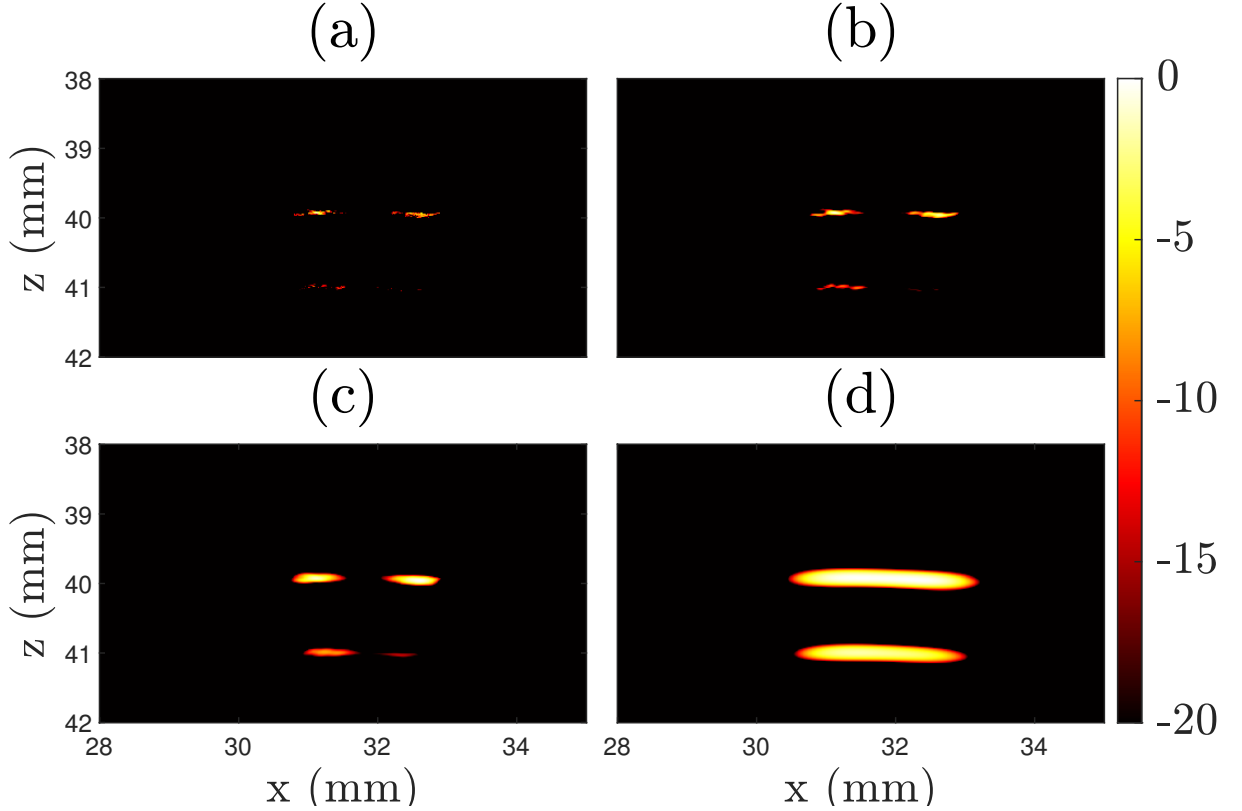


FIGURE 3.6 – Images ultrasonores de la pièce d'aluminium inspectée à 1.5 MHz avec la méthode d'inversion des données FMC pour  $\mu_1 = 0.6\mu_1^{\max}$  et différents paramètres  $\mu_2$ . (a) :  $\mu_2 = 0$ . (b) :  $\mu_2 = 0.005\mu_2^{\text{ref}}$ . (c) :  $\mu_2 = 0.1\mu_2^{\text{ref}}$ . (d) :  $\mu_2 = 10\mu_2^{\text{ref}}$ .

### 3.6 Estimation d'une forme d'onde sur un réflecteur ponctuel à partir des données FMC

Nous détaillons enfin la méthode d'estimation d'une forme d'onde (notée  $h$  dans l'article) sous les hypothèses suivantes :

- la forme d'onde est modélisée sous forme paramétrique :  $h(t, \Theta)$ . Par exemple, il est possible d'utiliser le modèle d'écho gaussien symétrique [DEMIRLI *et al.* 2001a] ou asy-

métrique [DEMIRLI *et al.* 2014] définis en Section 2.2.2.

- Le réflecteur est supposé ponctuel, c'est-à-dire que la réflectivité associée est nulle sauf pour un pixel  $(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}})$  indiquant la position du réflecteur.
- La forme d'onde correspondant à ce réflecteur est supposée invariante pour tous les signaux composant les données ultrasonores multiéléments.
- Il n'y a pas d'autres réflecteurs au voisinage de  $(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}})$ .

Sous ces hypothèses, chaque A-scan peut être modélisé de la manière suivante :

$$y_{ij}^{\mathcal{S}}(t) = \alpha(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}}, i, j)h(t - \tau_{i,j}(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}}), \Theta). \quad (3.7)$$

Nous notons  $\mathbf{y}^{\mathcal{S}}(\Theta)$  le vecteur collectant l'ensemble des A-scans synthétiques  $y_{ij}^{\mathcal{S}}$ . On peut alors estimer le paramètre  $\Theta$  en minimisant un critère d'erreur entre les données mesurées  $\mathbf{y}$  et les données modélisées  $\mathbf{y}^{\mathcal{S}}(\Theta)$ . Nous nous intéressons au problème d'optimisation des moindres carrés non linéaires suivant :

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} \|\mathbf{y} - \mathbf{y}^{\mathcal{S}}(\Theta)\|^2. \quad (3.8)$$

La minimisation du critère est réalisée par l'algorithme de Levenberg-Marquardt [NOCEDAL *et al.* 2006]. Nous présentons un cas d'application à partir de données mesurées dans une pièce

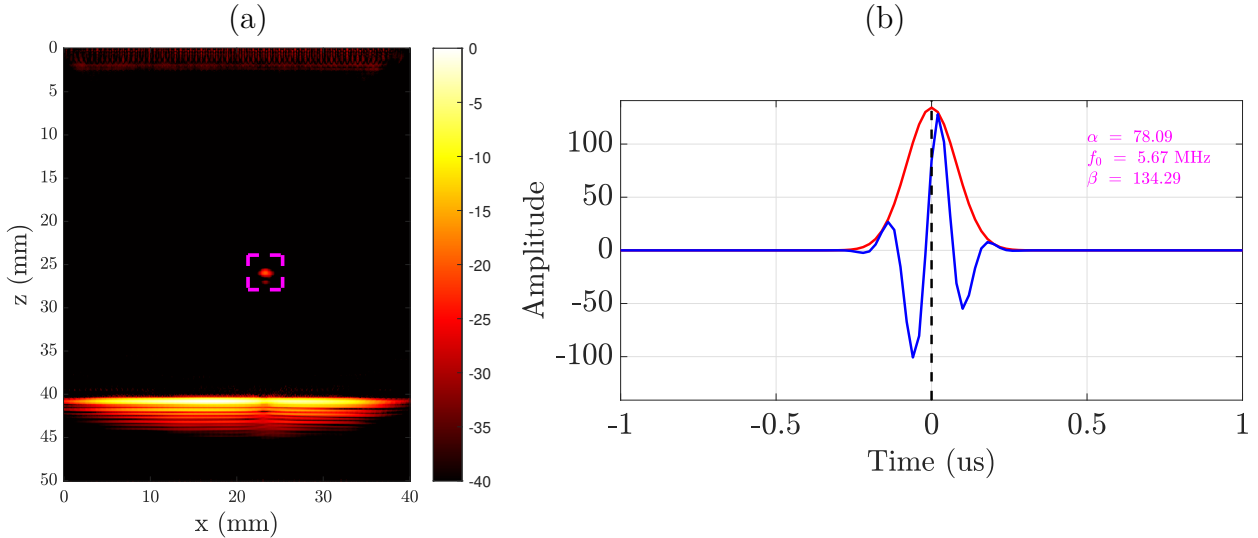


FIGURE 3.7 – (a) : Image ultrasonore de la pièce d'aluminium contenant un FBH (— —). (b) Forme d'onde estimée sur le FBH (—) et enveloppe de la forme d'onde (—). Les paramètres estimés sont indiqués en magenta.

d'aluminium contenant un trou percé par le fond (*flat bottom hole*) (FBH) inspectée avec une

sonde de 5 MHz. La Figure 3.7 (a) représente l'image TFM de la pièce. L'image TFM (sans enveloppe) centrée sur le FBH est également présentée en Figure 3.8 (a). Ce cas de figure correspond plutôt bien aux hypothèses décrites ci-dessus. Le réflecteur est isolé et de petite taille. De plus, l'aluminium déforme très peu l'onde ultrasonore si bien que la forme d'onde réfléchiée par le FBH peut être considérée comme invariante pour tous les transducteurs. Nous cherchons à estimer le paramètre  $\Theta$  dans le cas d'une forme d'onde gaussienne symétrique directement sur les échos retournés par le FBH. La Figure 3.7 (b) montre la forme d'onde estimée en bleu ainsi que son enveloppe en rouge.

Dans le cas de l'estimation de formes d'ondes à partir de données FMC, il est assez complexe de juger visuellement la qualité de l'estimation directement sur les données temporelles étant donné le grand nombre de signaux dans les données. Nous proposons donc de comparer les images TFM. La Figure 3.8 représente des reconstructions centrées autour du FBH. La figure (a) représente l'image TFM calculée avec les données expérimentales, la figure (b) représente l'image calculée avec des données synthétiques reformées à partir de la forme d'onde estimée et enfin la figure (c) représente la différence entre l'image expérimentale et l'image estimée. On voit que l'image TFM reconstruite avec le modèle estimé est plutôt fidèle à l'image TFM calculée à partir des données expérimentales. Néanmoins, les deux lobes principaux sont légèrement plus étroits dans l'image TFM synthétique que dans l'image TFM expérimentale. La forme d'onde réelle semble légèrement asymétrique. L'énergie des lobes secondaires situés sous le lobe principal semble plus importante dans le cas de la forme d'onde expérimentale. Les ondes acoustiques se propageant essentiellement dans la direction de  $z$ , l'enveloppe de la forme d'onde semble décroître moins rapidement qu'elle ne croît.

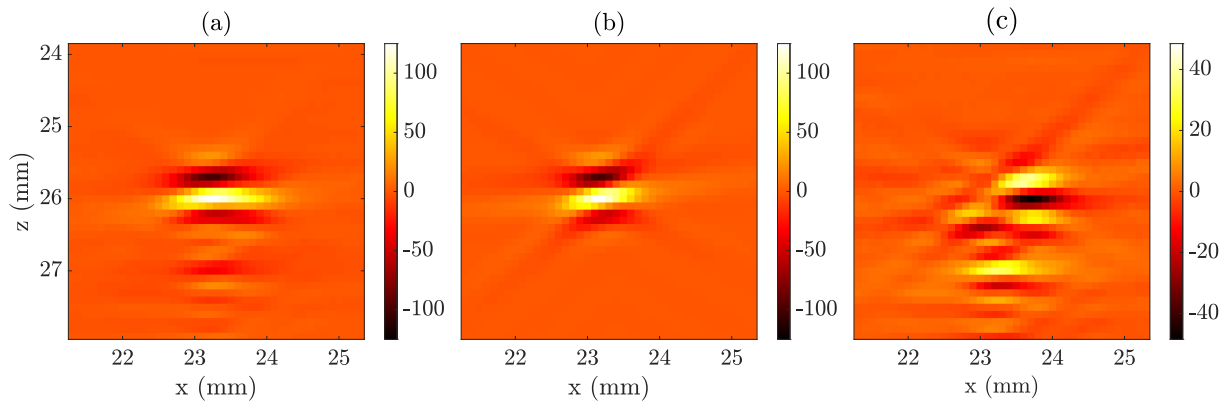


FIGURE 3.8 – Images ultrasonores du FBH. (a) : À partir des données expérimentales. (b) : À partir des données synthétiques calculées avec la forme d'onde estimée. (c) : Différence entre les deux images ultrasonores (a) - (b).





# RECONSTRUCTION PAR DÉCONVOLUTION DE L'IMAGE TFM

---

## Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>91</b>
<b>4.1 Problématique et méthodes existantes</b> . . . . .	<b>92</b>
<b>4.2 Contributions et guide de lecture</b> . . . . .	<b>93</b>
<b>4.3 L'article</b> . . . . .	<b>95</b>
<b>4.4 Comparaisons de plusieurs modèles de poids pour l'interpolation</b> . . . . .	<b>109</b>
<b>4.5 Discussion sur la matrice de covariance <math>BB^T</math></b> . . . . .	<b>115</b>
<b>4.6 Estimation d'une forme d'onde sur un réflecteur ponctuel à partir de l'image TFM</b> . . . . .	<b>117</b>

---

## Introduction

Ce chapitre est basé sur les travaux présentés dans l'article :

N. Laroche, S. Bourguignon, J. Idier, E. Carcreff et A. Duclos. **Fast deconvolution of ultrasonic beamformed images with a non-stationary point spread function**, *en révision pour IEEE Transactions on Computational Imaging*.

Plus précisément, ce chapitre est basé sur une nouvelle modélisation reposant sur la projection du modèle établi sur les données FMC dans l'espace image grâce à l'opérateur de formation de voies standard, dit imagerie TFM. Nous formulons alors un problème de déconvolution à PSF variable où l'image TFM s'interprète comme le nouvel ensemble de données. La Section 4.1 introduit les problématiques liées à cette approche et propose une revue des méthodes de la littérature. La Section 4.2 présente nos contributions liées à ces travaux. L'article cité ci-dessus est reproduit en Section 4.3. Les trois sections suivantes sont des compléments à l'article présenté. La Section 4.4 compare différentes méthodes d'interpolation évoquées dans [GENTILE et

*al.* 2013], appliquées au calcul de la PSF ultrasonore dans le cadre de données simulées. En Section 4.5, nous présentons plus en détail la méthode de pré-blanchiment des données proposée dans l’article. En particulier, nous argumentons les choix réalisés dans l’article par rapport à la structure de la matrice de covariance du bruit. Enfin, la Section 4.6 détaille une méthode d’estimation de formes d’ondes paramétriques directement à partir d’un réflecteur dans l’image TFM.

## 4.1 Problématique et méthodes existantes

La complexité numérique importante de la méthode présentée au chapitre 4 est notamment liée à la taille conséquente des données ultrasonores multiéléments. Afin de s’affranchir de ces données temporelles brutes, nous proposons ici de projeter le modèle d’acquisition des données ultrasonores dans le domaine spatial grâce à l’opérateur de formation de voies *Delay-and-Sum* (DAS) défini en Section 1.4. L’image DAS est alors interprétée comme une projection des données ultrasonores dans le domaine spatial. Ce problème s’apparente à un problème de déconvolution 2D à PSF variable. En effet, la PSF est définie en tout point comme l’image DAS correspondant à une impulsion localisée dans l’image de réflectivité et dépend fortement de la géométrie de l’acquisition. La prise en compte des variations spatiales de la PSF est l’une des problématiques majeures de cette approche.

Cette approche n’a, à notre connaissance, jamais été abordée dans le cadre du CND. En revanche, la modélisation des variations spatiales de la PSF dans le cadre de problèmes de déconvolution est une problématique classique en astrophysique [NAGY *et al.* 1998; GENTILE *et al.* 2013; DENIS *et al.* 2015]. Par ailleurs, en imagerie médicale, ces problématiques sont de plus en plus étudiées. Des méthodes d’inversion d’images ultrasonores ne prenant pas en compte la PSF ont été abordées [SZASZ *et al.* 2016a; OZKAN *et al.* 2018]. D’autres méthodes imposent des conditions fortes d’invariabilité de la PSF : la PSF est considérée comme stationnaire [CHEN *et al.* 2016; HOURANI *et al.* 2020], localement stationnaire [ALESSANDRINI *et al.* 2011] ou encore invariante selon l’axe latéral [MICHAILOVICH *et al.* 2005; FLOREA *et al.* 2018b]. Dans [FLOREA *et al.* 2018a], la PSF est calculée à plusieurs profondeurs de l’image, puis, ses variations sont modélisées selon l’axe latéral. Une méthode d’inversion mettant en œuvre le calcul exhaustif de toutes les PSFs a été mise en œuvre par [ROQUETTE *et al.* 2017] dans le cas de données simulées. Cette approche n’est cependant pas réalisable dans un contexte expérimental pour des raisons de coût de calcul et de stockage. Enfin, une modélisation exacte de la PSF ne faisant pas intervenir le calcul de toutes les PSFs est également proposée par [BESSON *et al.* 2019]. Néanmoins, cette méthode ne traite pas ce problème comme un problème de déconvolution d’images mais dépend toujours de l’opérateur de propagation ultrasonore, ce qui peut s’avérer coûteux en temps de

calcul pour des données de grande taille de type FMC.

Outre le problème de variation de la PSF, l'estimation de la PSF est également une problématique majeure pour ces méthodes. En effet, ainsi formalisé, l'imagerie ultrasonore est un problème de déconvolution aveugle [MICHAILOVICH *et al.* 2005 ; MICHAILOVICH *et al.* 2007] qui nécessite l'estimation de la réflectivité du milieu ainsi que de la PSF. Ces deux estimations sont généralement abordées de manière séquentielle, la connaissance de la PSF facilitant la reconstruction de la réflectivité. Les méthodes homomorphiques consistent à projeter les données dans le domaine cepstral [OPPENHEIM *et al.* 1998] puis reposent sur le principe qu'en l'absence de bruit, la PSF peut être dissociée de la réflectivité du milieu de par ses variations *a priori* plus lentes. Initialement utilisées pour l'estimation de formes d'ondes temporelles [JENSEN 1994], les méthodes homomorphiques ont ensuite été développées pour l'estimation de PSF 2D en imagerie médicale [TAXT 1995 ; TAXT 1997]. Ces méthodes ont été largement étudiées [ADAM *et al.* 2002 ; MICHAILOVICH *et al.* 2002 ; MICHAILOVICH *et al.* 2003] mais demeurent complexes à appliquer en pratique. Plus récemment, d'autres méthodes [CHEN *et al.* 2015 ; FLOREA *et al.* 2018b] utilisent des outils de simulation numérique pour calculer des PSFs comme FIELD II [JENSEN *et al.* 1992 ; JENSEN 1996]. La PSF peut également être directement calculée de manière physique en modélisant d'abord les données ultrasonores générées par un réflecteur ponctuel et en les traitant avec l'opérateur de formation de voies [ALBERTI *et al.* 2017]. Ce processus est alors directement lié à l'opérateur de propagation ultrasonore utilisé dans l'approche d'inversion des données [ROQUETTE *et al.* 2017 ; BESSON *et al.* 2019].

La projection des données ultrasonores a également pour effet de modifier les propriétés du bruit. En effet, la majorité des méthodes évoquées ci-dessus consistent en la minimisation d'un critère standard des moindres carrés, ce qui n'est pas statistiquement valide dans le cas d'un bruit coloré sur les données. Bien que l'hypothèse d'un bruit de mesure blanc et gaussien semble raisonnable pour les données brutes, elle ne l'est plus vraiment pour le bruit affectant l'image DAS, puisque celui-ci résulte d'un filtrage par l'opérateur DAS. Des stratégies prenant en compte un bruit coloré n'ont, à notre connaissance, jamais été abordées dans le cadre de déconvolution d'images ultrasonores.

## 4.2 Contributions et guide de lecture

L'article présenté en Section 4.3 est une nouvelle fois basé sur le modèle des données FMC :  $\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{n}_t$ . L'originalité de la méthode consiste à projeter ce modèle dans le domaine spatial via l'opérateur TFM noté  $\mathbf{B}$ , évoqué en Section 1.4.2 :  $\mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{B}\mathbf{n}_t$ . L'image TFM :  $\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{B}\mathbf{y}$  s'interprète alors comme une nouvelle représentation des données dans le domaine spatial. L'objectif d'utiliser ce modèle pour l'inversion est de réduire le temps de calcul tout en

conservant une bonne qualité de l’image reconstruite. Nous faisons donc l’hypothèse que l’image TFM n’est pas une représentation trop dégradée des données FMC et qu’il est possible d’en extraire, avec une méthode d’inversion adaptée, une image de réflectivité précise.

La nouvelle formulation s’apparente à un problème de déconvolution spatiale dans lequel la PSF est spatialement variable. Chaque colonne de la matrice  $\mathbf{H}_s = \mathbf{B}\mathbf{H}_t \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$  représente alors la PSF associée à un pixel. Grâce au modèle que nous avons établi sur les données FMC en Section 2.1.3, le calcul d’une PSF synthétique en un pixel donné peut être réalisé de manière simple. La première étape consiste à générer des données FMC synthétiques à partir de la donnée d’une forme d’onde et pour une image de réflectivité nulle, sauf pour le pixel en question. Ensuite, il suffit d’appliquer l’opérateur TFM. La PSF est donc l’image TFM correspondant à un pixel non nul dans la réflectivité, cela correspond finalement à la réponse impulsionnelle du système d’imagerie (acquisition FMC + reconstruction TFM). Si le calcul d’une PSF est réalisable, celle-ci est variable en tout pixel et il faudrait donc répéter ce processus pour chaque pixel afin de construire l’opérateur  $\mathbf{H}_s$  [ROQUETTE *et al.* 2017]. De plus, la matrice  $\mathbf{H}_s$  est de grande dimension, par conséquent, elle est difficilement stockable. Nous faisons donc l’hypothèse que la variation spatiale de la PSF est lente et que celle-ci peut être modélisée en tout point à partir de PSFs de référence, qui sont elles, calculées de manière exacte. Nous utilisons un modèle d’interpolation de la PSF, semblable à ce qui existe dans le domaine astrophysique [GENTILE *et al.* 2013; DENIS *et al.* 2015]. Cette approche diffère des méthodes stationnaires [NAGY *et al.* 1998; CHEN *et al.* 2016] ou localement stationnaires [ALESSANDRINI *et al.* 2011] puisque la PSF modélisée est variante en tout point. Elle ne se limite pas non plus aux variations unidimensionnelles axiales ou latérales [MICHAILOVICH *et al.* 2005; FLOREA *et al.* 2018b; FLOREA *et al.* 2018a]. Le réglage du nombre de PSF de référence permet d’ajuster un compromis entre la fidélité du modèle d’interpolation spatial de la PSF et le temps de calcul.

Le terme  $\mathbf{n}_s = \mathbf{B}\mathbf{n}_t$  représente le bruit  $\mathbf{n}_t$  filtré par l’opérateur TFM. Il est raisonnable de supposer le bruit sur les données brutes  $\mathbf{n}_t$  blanc et gaussien avec une covariance  $\sigma^2\mathbf{I}$  où  $\sigma^2$  désigne la puissance du bruit et  $\mathbf{I}$  la matrice identité de taille  $N_{\text{él}}^2 N_t$ . Le bruit  $\mathbf{n}_s$  résultant du filtrage par l’opérateur  $\mathbf{B}$  est toujours gaussien mais il n’est plus blanc et il varie localement. Sa covariance  $\mathbf{\Sigma} = \sigma^2\mathbf{B}\mathbf{B}^T \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$  est une matrice de grande taille, avec peu de valeurs non nulles et difficilement inversible. Pour que la minimisation du critère soit statistiquement valide, nous proposons une stratégie de blanchiment s’inspirant du travail réalisé pour la modélisation de la PSF. Plutôt que de chercher à inverser la matrice de covariance, nous calculons des filtres blanchisseurs de manière locale à partir de  $\mathbf{\Sigma}$  et nous utilisons le modèle d’interpolation utilisé pour les PSF afin de se ramener à un modèle blanchi, pour une même complexité algorithmique.

L’article présente d’abord succinctement le modèle d’acquisition des données FMC introduit dans ce manuscrit en Section 2.1.3. Ensuite, la nouvelle modélisation dans l’espace image

est abordée avec des précisions sur le calcul des PSFs, le modèle d'interpolation ainsi que des exemples simulés. Nous abordons aussi l'étude des propriétés du bruit filtré par l'opérateur TFM ainsi que la stratégie de blanchiment. L'article présente des résultats simulés montrant l'intérêt de la prise en compte des variations spatiales de la PSF ainsi que de la stratégie de blanchiment. La méthode proposée est comparée à la méthode présentée au chapitre 3 à partir de mesures quantitatives sur la qualité de l'image et sur le temps de calcul. La méthode de déconvolution d'image TFM permet de reconstruire des images de qualité similaire à la méthode du chapitre 3, avec un temps de calcul bien moins important. La méthode est également évaluée à partir de données expérimentales mesurées dans un acier inoxydable peu diffusant pour lequel les formes d'ondes acoustiques sont une nouvelle fois supposées invariables. Cette pièce comporte une série horizontale de SDH, séparés d'une distance de plus en plus faible, permettant ainsi d'évaluer efficacement la résolution de la méthode proposée. La méthode est capable de séparer des SDH de diamètres largement inférieurs à la longueur d'onde et séparés d'une distance quatre fois inférieure au critère de Rayleigh.

### **4.3 L'article**

# Fast Non-Stationary Deconvolution of Ultrasonic Beamformed Images for Nondestructive Testing

Nans Laroche , Sébastien Bourguignon , Jérôme Idier , *Member, IEEE*, Ewen Carcreff , *Member, IEEE*, and Aroune Duclos 

**Abstract**—This paper addresses high-resolution ultrasonic image reconstruction from Full Matrix Capture (FMC) data in the context of nondestructive testing (NDT). In order to reduce the numerical complexity, the time-domain data and ultrasonic model are projected into the image domain through a linear beamforming procedure. The resulting model is interpreted as a shift-variant convolution process, affected by non-stationary and colored noise. An interpolation procedure is built in order to account for the spatial variations of the resulting point spread function. Under the same methodological framework, an approximate whitening filter is proposed and incorporated in the forward model. Both constructions then allow fast computations and limited memory storage. Deconvolution is performed by minimizing the least-squares data misfit error, with a penalization term favoring sparsity and spatial continuity of the output images. Results with synthetic data show that the proposed approach gives performances close to the inversion of raw FMC data, while being computationally much more efficient. The method is finally applied to laboratory data for the inspection of a stainless steel block containing closely spaced and small side-drilled holes. Successful detection and separation is achieved for flaws with diameters six times smaller than the wavelength, and distant from each other by three times less than the resolution limit given by the Rayleigh criterion.

**Index Terms**—Deconvolution, full matrix capture, nondestructive testing, point spread function, ultrasonic imaging, whitening method.

## I. INTRODUCTION

### A. State-of-The-Art in NDT Ultrasonic Imaging

MODERN ultrasonic array probes contain a large number of transducers, offering high performance in terms of flexibility, speed and quality of inspection. In the field of non-destructive testing (NDT), the main advantage of the array-based

ultrasonic modality is its ability to produce images from a single acquisition sequence through beamforming techniques [1]. Beamforming has been first hardware-implemented by applying different delay laws to the transducers in order to focus the beam at different locations of the inspected region. Nowadays, software-implemented beamforming is generally preferred, being obviously more flexible. In particular, the recent growth of Graphic Processing Unit (GPU) capabilities has significantly improved the speed of beamforming algorithms, which can now compute hundreds of images per second [2].

Until recently, software-implemented beamforming was mostly performed using the Synthetic Aperture Focusing Technique (SAFT) [3], which consists in recording the pulse-echo responses of a moving single-element transducer. However, SAFT is becoming obsolete with the emergence of array probes, which enable more efficient data acquisition schemes. Plane Wave Imaging (PWI) [4] is a classical software-implemented beamforming method in the medical ultrasound imaging research community and starts to be used in clinical ultrasound scanners. It consists in emitting plane wave fronts at different angles with all elements which receive the backscattered signals synchronously. This technique maximizes the transmitted energy to the tissue at a high frame rate (up to several thousand images per second), which is critical in order to capture motion information [5].

In NDT, which is the target application area of this paper, obtaining high-resolution information is necessary in order to detect and characterize accurately possible flaws in the inspected piece [6], [7]. In this context, it is a priority to collect more exhaustive information than in medical imaging, at the price of slower acquisition rates. Therefore, a beamforming method of choice is the Total Focusing Method (TFM) [7], [8] applied to Full Matrix Capture (FMC), that is, the collection of all inter-element responses from an array probe. Typical examples of applications are the control of additively manufactured parts [9], [10], welds [11], composite materials [12], [13] or austenitic materials using time reversal methods [14]. FMC has become a reference acquisition method for various typical applications in NDT. It is highly sensitive to small defects and is used for sub-wavelength reflectors detection [6], [7]. It provides valuable information for the sizing and characterization of crack-like defects using diffraction and specular echoes [11], [15]–[17]. It is also efficient for the separation of close scatterers [18]–[21]. Let us also mention that FMC was also used for particular applications in medical imaging, *e.g.*, blood flow estimation [22].

Manuscript received February 5, 2021; revised July 8, 2021; accepted August 15, 2021. Date of publication August 27, 2021; date of current version September 15, 2021. This work was supported by the French ANRT (Association Nationale Recherche Technologie) under Project 2017/1083. The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Prof. Alin M Achim. (*Corresponding author: Nans Laroche.*)

Ewen Carcreff is with the Phased Array Company (TPAC), 44300 Nantes, France (e-mail: ewen.carcreff@tpac-ndt.com).

Sébastien Bourguignon and Jérôme Idier are with the Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N), 44300 Nantes, France (e-mail: Sebastien.Bourguignon@ec-nantes.fr; jerome.idier@ls2n.fr).

Aroune Duclos is with the Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM), 72085 Le Mans, France (e-mail: aroune.duclos@univ-lemans.fr).

Nans Laroche is with the Phased Array Company (TPAC), 44300 Nantes, France, and also with the Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N), 44300 Nantes, France (e-mail: nans.laroche@tpac-ndt.com).

Digital Object Identifier 10.1109/TCL.2021.3107977



Due to its finite aperture, each transducer composing an array probe has a limited bandwidth. Consequently, all *linear* beamforming techniques (SAFT, PWI, TFM) produce images of limited spatial resolution, in particular showing oscillations due to the shape of ultrasonic pulses. In order to improve the resolution and the contrast of ultrasonic images, previous works adopted an inverse problem approach [21], [23]–[27]. In [21], we proposed a linear forward model which relates the FMC data to the reflectivity map of the inspected region, accounting for the acoustic responses of the transducers. The corresponding inversion method is able to reconstruct highly resolved images, but at the price of a computationally expensive procedure due to the large size of FMC data sets, which makes it hardly compatible with some industrial NDT applications.

This paper proposes an inversion procedure which aims to preserve the resolution quality of FMC data inversion, while decreasing the computation time, by reducing the size of the data set. More precisely, we transfer the raw FMC data model (*i.e.*, a collection of time-domain signals related to the unknown reflectivity inside the inspected medium) into the TFM beamformed image. A new forward model between the searched reflectivity map and the beamformed image is considered. The reconstruction of the reflectivity map then amounts to an image “deconvolution” problem, where the Point Spread Function (PSF) is spatially variant.

To our best knowledge, the principle of retrieving a reflectivity map from a beamformed image has never been considered in NDT, while it has already raised interest in medical imaging. In [28], [29], a regularized procedure is applied to the beamformed image, but no PSF is considered. The deconvolution of beamformed medical images is addressed in [30], where a shift-invariant PSF is calibrated from experimental data. In [31], an axially variant PSF is introduced by setting an analytical *ad-hoc* PSF model for each axial position. The recent contribution [32] also tackles non-stationary PSFs. It focuses on ultrafast ultrasound imaging, where data sets are obtained using compressed beamforming schemes. Unfortunately, it is hardly transposable to the context of FMC imaging modality in NDT, since it would rely on repeated computations involving huge FMC data sets.

## B. Contribution

The proposed method is specifically dedicated to ultrasonic imaging in NDT. We interpret the TFM beamformed image as the back-projection of the FMC data in the space domain. The resulting forward model directly relates the reflectivity map to the beamformed data through a spatially variant two-dimensional (2D) convolution, which accounts for both the time-domain impulse response of the transducers and the geometrical structure of the acquisition process. However, manipulating the set of exact PSFs at all points is not numerically feasible in realistic scenarios. Akin to previous contributions to shift-variant blur approximation in astronomical imaging [33], [34], we propose to accurately describe the PSF at all possible locations from the interpolation of a smaller set of reference PSFs, which are computed in two steps. First, synthetic ultrasonic data are generated considering pointwise excitations at different locations

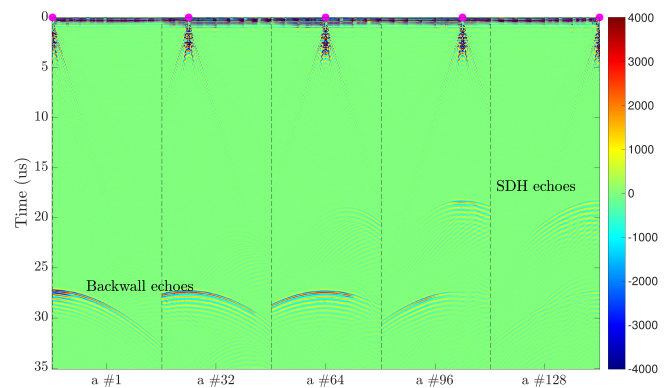


Fig. 1. Typical FMC data in NDT, obtained with a 128-element probe (partial). Five blocks are represented, corresponding to the 128 collected signals after emission by transducer 1, 32, 64, 96, and 128.

in the medium reflectivity, using the ultrasonic response model. Second, the TFM image is computed for each synthetic data set, thereby identifying the PSF at each specific location.

A second specificity of our approach considers a forward model where the measurement noise affecting the raw FMC data is linearly transformed by the beamforming process. Such a “beamformed noise component” is not white, and its correlation structure is spatially varying. In the proposed inversion method, we account for this specific noise model, using the same methodology that was used to build the non-stationary convolution model. Finally, our inversion strategy relies on the minimization of a penalized least-squares criterion, where the penalization terms favor the presence of sparse regions of limited spatial extent.

The remainder of the paper is organized as follows. Section II introduces the data acquisition procedure, and states the corresponding model relating the FMC data to the unknown reflectivity map. In Section III, the output of the TFM procedure is related to the reflectivity image by a shift-variant 2D convolution model, for which a PSF interpolation model is built. The non-stationarity of the resulting error term is studied in Section IV, where an approximate whitening procedure is built. Then, our inversion procedure is detailed in Section V. The performance of the method in terms of image quality and of computing time is evaluated in Section VI on synthetic data. In Section VII, it is applied on NDT laboratory data acquired from a stainless steel block containing a set of close side-drilled holes. A discussion is finally given in Section VIII.

## II. FULL MATRIX CAPTURE DATA MODEL

The Full Matrix Capture acquisition modality collects the ultrasonic signals that are emitted independently by each transducer and received by all of them. For an array probe containing  $N_{el}$  transducers,  $N_{el}^2$  A-scan signals  $y_{a,b}(t)$  are recorded, where  $a$  and  $b$  respectively index the emitter and the receiver. An example of (partial) FMC data is shown in Fig. 1, corresponding to the inspection of the specimen that will be described in the experimental Section VII. Typical A-scans extracted from this data set are shown in Fig. 2. We can identify frontwall and backwall echoes, as well as the signature of close side-drilled holes generating mixed echoes.

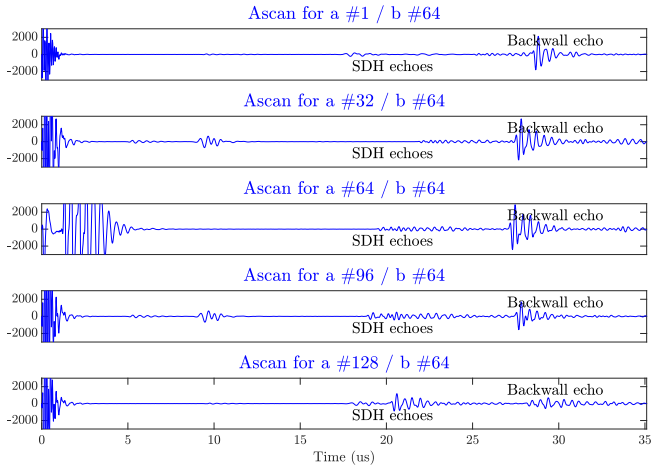


Fig. 2. Some time-domain signals (A-scans) from the FMC data set in Fig. 1.

Each A-scan can be modeled as the superposition of time-delayed echoes of the ultrasonic wave that propagates into the medium, where each echo corresponds to the reflection at each point of the medium, weighted by the corresponding reflectivity value [35]. Akin to [21], we adopt the following model for the FMC data:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{n}_t, \quad (1)$$

where  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_{el}^2 N_t}$  is a column vector gathering all discrete-time A-scans (each of which has  $N_t$  samples),  $\mathbf{o} \in \mathbb{R}^{N_x N_z}$  is the column vector containing the reflectivity value at any point of an  $N_x \times N_z$  discrete grid in the medium, and  $\mathbf{n}_t \in \mathbb{R}^{N_{el}^2 N_t}$  stands for noise and model errors. Matrix  $\mathbf{H}_t \in \mathbb{R}^{N_{el}^2 N_t \times N_x N_z}$  is the waveform matrix containing the pulse waveforms shifted at the corresponding times of flight for all combinations of A-scans and pixels.

### III. FORWARD SHIFT-VARIANT CONVOLUTION MODEL ON THE BEAMFORMED IMAGE

In [21], an inversion procedure was proposed to estimate the reflectivity map  $\mathbf{o}$  from the data  $\mathbf{y}$  based on model (1), allowing high-resolution reconstructed images. However, dealing with the huge FMC data  $\mathbf{y}$  makes this method impractical in many NDT situations, where relatively high-speed inspection may be necessary. In this section, we reduce the data size, by considering the image produced by the Total Focusing Method [8] as the new input of our reconstruction method.

#### A. Total Focusing Method

The Total Focusing Method is the standard beamforming procedure from FMC data. We consider the  $(x, z)$  coordinate system (see for example Fig. 3), where emitter  $a$  and receiver  $b$  are respectively located at  $(x_a, 0)$  and  $(x_b, 0)$ . In the standard configuration where the probe is in contact with the medium to inspect, the travel time from the emitter  $a$  to a given location  $\mathbf{r} = (x, z)$ , augmented with the return travel time to receiver  $b$ , reads:

$$\tau(\mathbf{r}, x_a, x_b) = \frac{\sqrt{(x - x_a)^2 + z^2} + \sqrt{(x - x_b)^2 + z^2}}{c}, \quad (2)$$

where  $c$  is the ultrasonic velocity. The TFM image at pixel  $\mathbf{r}$  is then defined by summing all signals delayed by the corresponding times of flight [8]:

$$O_{\text{TFM}}(\mathbf{r}) := \sum_{a=1}^{N_{el}} \sum_{b=1}^{N_{el}} y_{a,b}(\tau(\mathbf{r}, x_a, x_b)). \quad (3)$$

Up to discretization errors, this reads:

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{B} \mathbf{y} \quad (4)$$

where  $\mathbf{o}_{\text{TFM}} \in \mathbb{R}^{N_x N_z}$  collects the values of the TFM image in a column vector, and the binary matrix  $\mathbf{B} \in \{0; 1\}^{N_x N_z \times N_{el}^2 N_t}$  will be called the beamforming operator: for each pixel of the TFM reconstruction grid, the corresponding row in  $\mathbf{B}$  selects the indices corresponding to the appropriate (rounded) times of flight in each A-scan according to (2). Vector  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$  designates the raw TFM image without any post-processing and in particular, without envelope detection. Note that the definition of  $\mathbf{B}$  as a binary operator, which amounts to considering nearest-neighbor interpolation for times of flight, is used here for simplicity. More complex interpolation schemes could be used similarly [36].

#### B. Shift-Variant Convolution Model

We consider the projection of the FMC data model into the spatial domain using the TFM beamforming operator. Combining Eqs. (1) and (4), we obtain:

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{H}_s \mathbf{o} + \mathbf{n}_s, \quad (5)$$

with  $\mathbf{H}_s := \mathbf{B} \mathbf{H}_t$  and  $\mathbf{n}_s := \mathbf{B} \mathbf{n}_t$ . Matrix  $\mathbf{H}_s \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$  is now a square operator converting the discretized reflectivity map into the TFM image. Considering model (5) instead of (1) relies on the idea that the loss of information between the FMC data and the TFM image is limited, and that it can be partly compensated by accurately modeling the resulting PSF and the noise statistical properties. Each column of  $\mathbf{H}_s$  represents the PSF at a given pixel, that is, the TFM image of a pointwise reflector at this location. Due to the acquisition geometry, the shape of the PSF is different for each pixel location, that is, the product  $\mathbf{H}_s \mathbf{o}$  represents a shift-variant 2D convolution operation. Note that the PSF can be calculated analytically at any pixel location for a given shape of the time-domain ultrasonic pulse. First, synthetic ultrasonic data are computed considering a pointwise excitation in the reflectivity map, using model (1). Second, the PSF at this specific location is formed by applying the beamforming operator  $\mathbf{B}$  to the synthetic data.

Fig. 3 shows typical PSFs obtained at four different locations in a 30 mm  $\times$  30 mm image. The time-domain transducer pulse is a symmetric Gaussian wavelet [37], with central frequency  $f_0 = 5$  MHz and bandwidth ratio (the frequency bandwidth over  $f_0$ ) at  $-3$  dB equal to 0.4. The sound velocity is 5000 m/s, such that the wavelength in the material is  $\lambda = c/f_0 = 1$  mm. Synthetic data were generated with a 64-element array probe, with an inter-element spacing equal to  $\lambda/2 = 0.5$  mm. The reflectivity image was composed of four point sources located at  $(x, z) = (7.5, 7.5)$ ,  $(7.5, 22.5)$ ,  $(22.5, 7.5)$ , and  $(22.5, 22.5)$  mm, then yielding the four PSFs at these pixels. As expected, the PSF is wider as the depth increases, and its orientation depends on the pixel location.



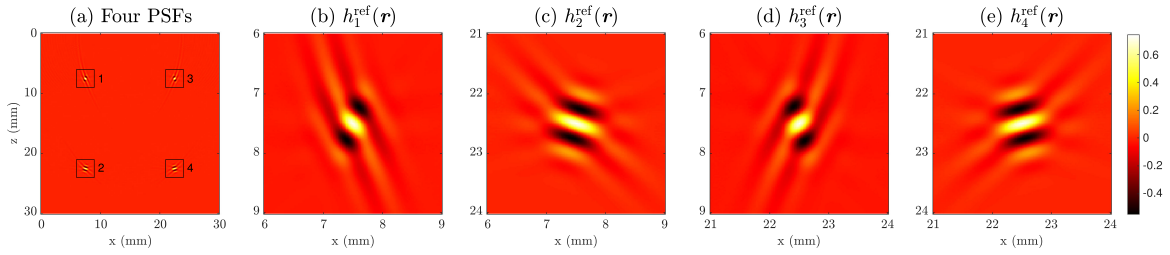


Fig. 3. Variability of the PSF corresponding to model (5). (a): Four PSFs computed at several pixels of the reconstruction grid (centered on the black squares). (b)–(e): Zooms on the corresponding zones.

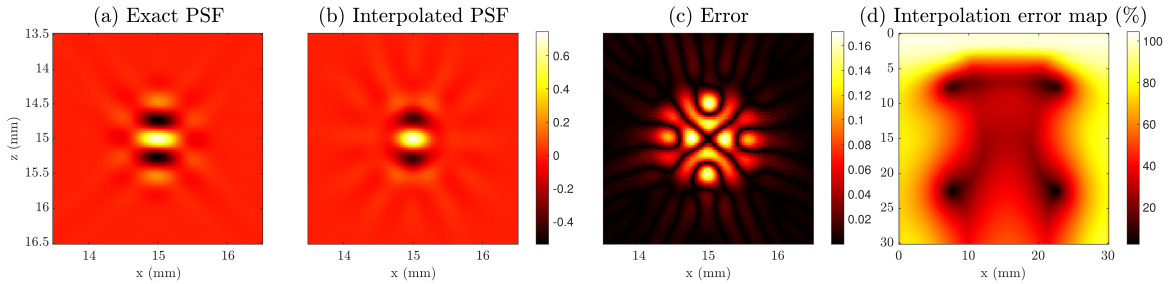


Fig. 4. PSF interpolation: illustration on the synthetic example in Fig. 3. (a): Exact PSF  $h_{r_c}(\mathbf{r})$  at the center  $\mathbf{r}_c$  of the image. (b): Interpolation by  $\tilde{h}_{r_c}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^4 w_i(\mathbf{r}_c) h_i^{\text{ref}}(\mathbf{r})$ . (c): Interpolation error image  $h_{r_c} - \tilde{h}_{r_c}(\mathbf{r})$ . (d): Relative  $\ell_2$ -norm interpolation error map  $\|h_{r_n} - \tilde{h}_{r_n}\|_2 / \|h_{r_n}\|_2$  for all pixels  $\mathbf{r}_n$ .

### C. PSF Interpolation

Although the PSF can be computed at any point of the image, computing one PSF per pixel would not be reasonable nor really useful. In [32], a model accounting for an exact PSF at each location of the reconstruction grid was proposed. However, this model relies on the data propagation operator, which would be too expensive computationally with large-size FMC data. Here, we rather rely on the fact that the PSF variations between close pixels are smooth (see the examples in Fig. 3). Consequently, an interpolation model can be used to approximate the PSF shape at any location from a small number of reference PSFs with controlled accuracy.

The interpolation model proposed in this paper is inspired by previous works in Astrophysics [33], [34]. In the following, we denote by  $\mathbf{r}_n$  the coordinate vector for the pixel indexed by  $n$  in a vectorized image. We first define a set of reference PSFs, say  $h_i^{\text{ref}}$ ,  $i \in \llbracket 1, N^{\text{ref}} \rrbracket$ , corresponding to the PSFs computed at pixels  $\mathbf{r}_i$ . Moreover, we introduce weight maps  $w_i$  to modulate their contributions to PSF interpolation. That is, the PSF at any pixel  $\mathbf{r}_n$ , say  $h_{r_n}$ , is approximated as follows:

$$h_{r_n}(\mathbf{r}) \approx \sum_{i=1}^{N^{\text{ref}}} w_i(\mathbf{r}_n) h_i^{\text{ref}}(\mathbf{r}). \quad (6)$$

Here, we use the Inverse Distance Weighting (IDW) model that remains simple and has shown satisfying results [33]:

$$w_i(\mathbf{r}_j) = \delta_{i,j} \quad \forall j \in \llbracket 1, N^{\text{ref}} \rrbracket, \quad (7a)$$

$$w_i(\mathbf{r}_n) = \frac{\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_i\|_2^{-1}}{\sum_{j=1}^{N^{\text{ref}}} \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_j\|_2^{-1}} \quad \forall n \notin \llbracket 1, N^{\text{ref}} \rrbracket, \quad (7b)$$

where  $\|\cdot\|_2$  denotes the Euclidean norm.

An example is shown in Fig. 4, using the four PSFs introduced in Section III-B as references. Figs. 4(a)–(c) respectively show the exact PSF at the center of the image, its interpolation and the corresponding error. The main lobes are quite accurately modeled, and the relative error is approximately 30%. Finally, Fig. 4(d) shows the relative PSF interpolation error at each point of the image. It is less than 30% at the center part of the image (where the acoustic field is homogeneous). Due to the inspection geometry, the PSFs at the top and on the sides of the image suffer from distortions that are more difficult to consider. These inconsistencies are related to the TFM process. Indeed, the acoustic field is not homogeneous on the sides of the grid corresponding to the edges of the probe. The PSF spatial variations are also stronger in the near surface area, therefore reducing the interpolation accuracy. However, this has a limited impact since the top of the image is strongly affected by the surface echo in contact inspection, and is usually discarded in the image analysis.

Now, let  $O(\mathbf{r})$  denote the reflectivity value at pixel with coordinates  $\mathbf{r}$ . From model (6), the spatially-variant 2D convolution at a given pixel  $\mathbf{r}_n$  reads:

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{r}} h_{r_n}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}) O(\mathbf{r}) &\approx \sum_{\mathbf{r}} \sum_{i=1}^{N^{\text{ref}}} w_i(\mathbf{r}_n) h_i^{\text{ref}}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}) O(\mathbf{r}) \\ &= \sum_{i=1}^{N^{\text{ref}}} \sum_{\mathbf{r}} h_i^{\text{ref}}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}) O^{w_i}(\mathbf{r}) \\ &= \left( \sum_{i=1}^{N^{\text{ref}}} h_i^{\text{ref}} * O^{w_i} \right) (\mathbf{r}_n), \end{aligned} \quad (8)$$

where  $O^{w_i}(\mathbf{r}) := O(\mathbf{r})w_i(\mathbf{r})$  and  $*$  denotes the 2D convolution. The forward model (5) can then be evaluated by summing  $N^{\text{ref}}$  2D convolution products, applied to the reflectivity images that have been weighted by the corresponding maps.

#### IV. COLORED, NON-STATIONARY, NOISE MODEL

The uncertainty term  $\mathbf{n}_t$  in the time-domain signal model (1) stands for model errors and electronic noise affecting FMC data. In NDT, it is reasonable to model them as centered Gaussian white noise if the medium is homogeneous, *i.e.*, if the size of the material grain is small compared to the wavelength. The covariance matrix of  $\mathbf{n}_t$  reads  $\text{Cov}(\mathbf{n}_t) = \mathbb{E}[\mathbf{n}_t \mathbf{n}_t^t] = \sigma^2 \mathbf{I}$ , with  $\sigma^2$  the noise power and  $\mathbf{I}$  the identity matrix of size  $N_x N_z$ . When dealing with the projected model in the image domain proposed in (5), the noise term  $\mathbf{n}_s$  is filtered by the beamforming operator  $\mathbf{B}$ , therefore its covariance matrix reads  $\mathbf{\Gamma}_s = \sigma^2 \mathbf{B} \mathbf{B}^t$ . From the definition of matrix  $\mathbf{B}$  in Section III-A, one can show that the element  $(i, j)$  of matrix  $\mathbf{\Gamma}_s$  is:

$$\gamma(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \sigma^2 \text{Card } S_{ij}, \text{ with}$$

$$S_{ij} := \{(a, b) \in [1, N_{e1}]^2 \text{ such that} \\ [\tau(\mathbf{r}_i, x_a, x_b)F_s] = [\tau(\mathbf{r}_j, x_a, x_b)F_s]\}, \quad (9)$$

where  $F_s$  is the sampling frequency,  $\tau(\mathbf{r}, a, b)$  is the flight time defined in (2), and notation  $[\cdot]$  rounds to the closest integer.  $S_{ij}$  denotes the set of emitter-receiver pairs for which the (rounded) travel times through pixels  $\mathbf{r}_i$  and  $\mathbf{r}_j$  are equal. The noise process  $\mathbf{n}_s$  is clearly not white, but also non-stationary, because the sets  $S_{ij}$  depend on the acquisition geometry.

A classical approach to deal with colored noise considers a “pre-whitening” procedure [38], [39] in order to retrieve a simpler case, where standard techniques based on the white noise assumption can be used. That is, we seek a whitening operator represented by matrix  $\mathbf{G}_s \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$ , so that model (5) becomes:

$$\mathbf{G}_s \mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{G}_s \mathbf{H}_s \mathbf{o} + \mathbf{G}_s \mathbf{n}_s, \quad (10)$$

where  $\mathbf{G}_s \mathbf{n}_s$  is a white noise process. Computing the ideal whitening operator would require the computation of the square root of  $\mathbf{\Gamma}_s^{-1}$ , which is not easily usable in our case, in particular because  $\mathbf{\Gamma}_s$  is a huge matrix with no specific structure.

In order to define an efficient whitening procedure that takes into account the spatial variability of the noise, we propose to build an approximate spatially-variant whitening filter, in a similar way to the PSF interpolation procedure defined in Section III-C. First, we build noise covariance functions that are defined *locally*, at the same pixels as the reference PSFs. To do so, we define the spatial covariance function  $\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}$ ,  $i \in [1, N^{\text{ref}}]$  at the reference pixel  $\mathbf{r}_i$ , from the noise covariance between pixel  $\mathbf{r}_i$  and any other pixel—defined in (9)—as:

$$\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}(\mathbf{r}) := \frac{1}{2} (\gamma(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i + \mathbf{r}) + \gamma(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i - \mathbf{r})) \text{ for } \mathbf{r} \neq \mathbf{0}, \quad (11a)$$

$$\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}(\mathbf{0}) := \gamma(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i) + \eta. \quad (11b)$$

Eq. (11a) ensures that the covariance function is symmetric, so that the power spectral density, say  $\mathcal{F}\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}$  (the Fourier transform

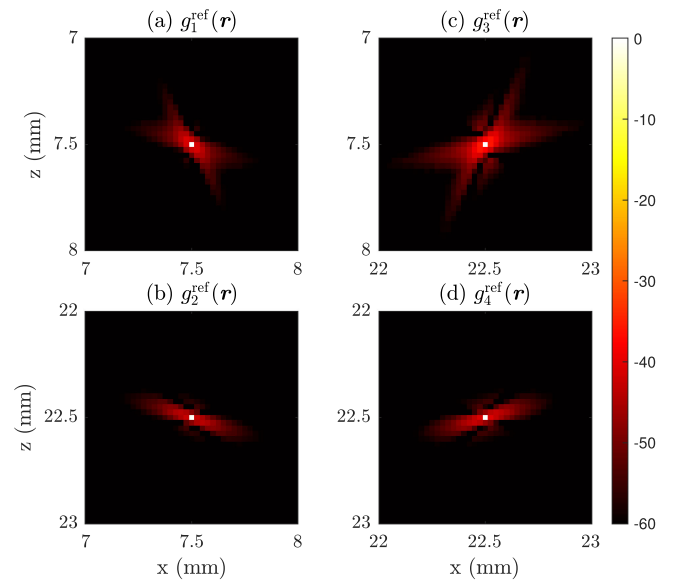


Fig. 5. Impulse responses of the whitening filters  $g_i^{\text{ref}}$  at the same locations as the four PSFs in Fig. 3. The absolute value is displayed in logarithmic scale for a better visibility.

of  $\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}$ , is real-valued. Then, if  $\mathcal{F}\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}(\boldsymbol{\nu})$  takes negative values, the addition of  $\eta := -\min_{\boldsymbol{\nu}} \mathcal{F}\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}(\boldsymbol{\nu})$  in (11b) ensures that  $\mathcal{F}\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}(\boldsymbol{\nu}) \geq 0$  for any spatial frequency  $\boldsymbol{\nu}$ . Finally, we now define the local whitening filter at pixel  $\mathbf{r}_i$ , whose transfer function is obtained by Wiener filtering:

$$\mathcal{F}g_i^{\text{ref}}(\boldsymbol{\nu}) := \frac{\sqrt{\mathcal{F}\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}(\boldsymbol{\nu})}}{\mathcal{F}\hat{\gamma}_i^{\text{ref}}(\boldsymbol{\nu}) + \mu}, \quad \mu > 0, \quad (12)$$

where  $g_i^{\text{ref}}$  denotes the corresponding impulse response. In order to account for non-stationary noise, we finally propose to replace the spatially-variant PSF model in Section III-C by the *whitening PSF* model, where reference PSFs  $h_i^{\text{ref}}$  are substituted for

$$f_i^{\text{ref}} := g_i^{\text{ref}} * h_i^{\text{ref}}. \quad (13)$$

Fig. 5 shows the reference whitening filters  $g_i^{\text{ref}}$  associated to the four PSFs  $h_i^{\text{ref}}$  introduced in Section III-C and represented in Fig. 3. Such whitening filters show similar characteristics to those of the PSFs  $h_i^{\text{ref}}$  (similar orientations, slow spatial variations), although with a smaller spatial extension.

#### V. INVERSION PROCEDURE

We now design an inversion method to retrieve the reflectivity map  $\mathbf{o}$  from the TFM image  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$ . Such an inverse problem is ill-posed since the TFM image lacks information (in particular at high frequencies), due to the limited bandwidth of the ultrasonic transducers. We adopt a standard regularization strategy, where the ultrasonic image is obtained by minimizing the penalized least-squares criterion:

$$\mathbf{o}_s = \arg \min_{\mathbf{o}} J_{\text{LS}}(\mathbf{o}) + \phi_{\text{reg}}(\mathbf{o}). \quad (14)$$

The two terms in (14) are discussed hereafter.

From the whitening procedure described in Section IV and with similar notations, the whitened forward model (10) can be

approximated by:

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}} = \mathbf{H}_s^{\mathcal{W}} \mathbf{o} + \mathbf{n}_s^{\mathcal{W}}, \quad (15)$$

where:

- $\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}}$  is the vectorized form of the approximate whitened TFM image:

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}} := \sum_{i=1}^{N^{\text{ref}}} g_i^{\text{ref}} * O_{\text{TFM}}^{w_i}, \quad (16)$$

where  $O_{\text{TFM}}^{w_i}(\mathbf{r}) := O_{\text{TFM}}(\mathbf{r})w_i(\mathbf{r})$ ;

- $\mathbf{H}_s^{\mathcal{W}} \mathbf{o}$  is the vectorized form of the approximate whitened forward model operator applied to the reflectivity image:

$$\mathbf{H}_s^{\mathcal{W}} \mathbf{o} = \sum_{i=1}^{N^{\text{ref}}} \overline{f_i^{\text{ref}}} * O^{w_i}. \quad (17)$$

Similarly, computations involving the corresponding adjoint operator can be decomposed into a sum of convolution products:

$$(\mathbf{H}_s^{\mathcal{W}})^t \mathbf{o}_{\text{TFM}} = \sum_{i=1}^{N^{\text{ref}}} \overline{f_i^{\text{ref}}} * O_{\text{TFM}}^{w_i}, \quad (18)$$

where  $\overline{f_i^{\text{ref}}}$  represents the whitened PSF  $f_i^{\text{ref}}$  flipped in both directions  $x$  and  $z$  [31].

By construction, the noise term  $\mathbf{n}_s^{\mathcal{W}}$  can now be considered as stationary and white, with covariance matrix equal to  $\mathbf{I}$ . Then, considering the standard least-squares criterion:

$$J_{\text{LS}}(\mathbf{o}) := \|\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}} - \mathbf{H}_s^{\mathcal{W}} \mathbf{o}\|_2^2 \quad (19)$$

is statistically founded.

In NDT, sparsity-enhancing regularization is often considered [21], [25], [26]. It is adapted to the detection of few reflectors in homogeneous media, and it improves the resolution by introducing high-frequency information in the solution. Here, we also introduce spatial smoothness in the solution in order to enhance the reconstruction of reflectors with some spatial extension. Hence, we define the penalization function  $\phi_{\text{reg}}(\mathbf{o})$  as:

$$\phi_{\text{reg}}(\mathbf{o}) = \mu_1 \|\mathbf{o}\|_1 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{o}\|_2^2, \quad \mu_1, \mu_2 > 0, \quad (20)$$

where  $\mathbf{D}\mathbf{o}$  is the image gradient. The  $\ell_1$ -norm term favors sparsity, and the second term enhances spatial smoothness. It can be shown that for any  $\mu_1 \geq \mu_1^{\text{max}}$  with

$$\mu_1^{\text{max}} := 2 \left\| (\mathbf{H}_s^{\mathcal{W}})^t \mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}} \right\|_{\infty}, \quad (21)$$

the reconstructed image is identically zero, whatever the value of  $\mu_2$  [21]. In practice, we set  $\mu_1$  to a fraction of  $\mu_1^{\text{max}}$  and  $\mu_2$  is set to a small positive value (see the experimental Sections VI and VII).

The minimization of the cost function in Eq (14) resorts to convex, non-smooth, optimization, which is performed in this paper with the FISTA algorithm (Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm) [40], which is a popular iterative algorithm for such kind of problems. The version used in this paper is the ‘‘FISTA with backtracking’’ procedure described in Appendix A. The algorithm requires the evaluation of the

forward  $\mathbf{H}_s^{\mathcal{W}}$  and adjoint  $(\mathbf{H}_s^{\mathcal{W}})^t$  operators, as detailed in (17) - (18). Following the interpolation procedures described in Sections IV and V, both operations essentially resort to computing  $N^{\text{ref}}$  2D convolution products. In this work, we exploit the fact that the practical range of each PSF is limited to a small area, so that evaluation of convolution products in the space domain turns out to be more efficient than computations based on two-dimensional Fast Fourier Transform (FFT). Consistently with the sparsity prior assumption, the reconstructed reflectivity map is assumed to be zero at the boundaries outside the reconstruction grid. In practice, this means that the forward and adjoint operations are computed as ‘‘full’’ and ‘‘valid’’ convolutions, respectively [31]. The FISTA algorithm is implemented in Matlab and the convolution products are computed using CPU-based (C++) and GPU-based (CUDA) implementation. Indeed, since the reconstructed images are very sparse, forward operations are more efficiently computed with CPU, whereas non-sparse adjoint operations advantageously benefit from GPU implementation.

## VI. RESULTS WITH SYNTHETIC DATA

In this section, the proposed method is evaluated on synthetic data. Section VI-A first describes the simulation setup. Then the relevance of the proposed model (PSF interpolation, noise prewhitening) is studied in Subsection VI-B. Its impact on the computation time is addressed in Subsection VI-C.

### A. Simulation Setting

We consider a synthetic array probe made of 64 elements with inter-element distance equal to  $\lambda/2$ , with wavelength  $\lambda = 1$  mm. The medium is inspected in contact and contains 25 pairs of close pointwise reflectors, separated horizontally from  $d_F = \lambda/2 = 0.5$  mm. The pixel size of the reconstruction grid is  $d_x \times d_z = 0.1 \times 0.1$  mm<sup>2</sup>. In order to create a more realistic scenario, the pixel size of the ground truth reflectivity map is 10 times smaller than the reconstruction grid, and a random positioning error term  $(\delta_x, \delta_z)$  with  $-dx/2$  mm  $< \delta_x < dx/2$  mm and  $-dz/2$  mm  $< \delta_z < dz/2$  mm is added to the center of the flaw pair  $(x, z)$ . The synthetic reflectivity map equals 1 at each reflector location and 0 elsewhere. Pairs of reflectors are centered on a grid with coordinates  $(x, z) \in ([5, 10, 15, 20, 25] + \delta_x)$  mm  $\times$   $([5, 10, 15, 20, 25] + \delta_z)$  mm. The FMC data are generated with model (1), where the transducer impulse response is a symmetric Gaussian wavelet [37], with central frequency 5 MHz and bandwidth ratio equal to 0.4. White Gaussian noise is added, with signal-to-noise ratio  $\text{SNR} := 10 \log_{10} \|\mathbf{H}_t \mathbf{o}\|_2^2 / N_{\text{el}}^2 N_t \sigma^2 = 10$  dB.

We compare the following deconvolution methods of the TFM image obtained by:

- using one single PSF computed at the center of the grid and assuming white noise in the TFM data model (5), named Deconv<sub>1</sub>;
- using four reference PSFs computed on a 3 mm  $\times$  3 mm map (see Fig. 3) with piecewise invariant convolution model, still with the white noise assumption for model (5), named Deconv<sub>4</sub>;



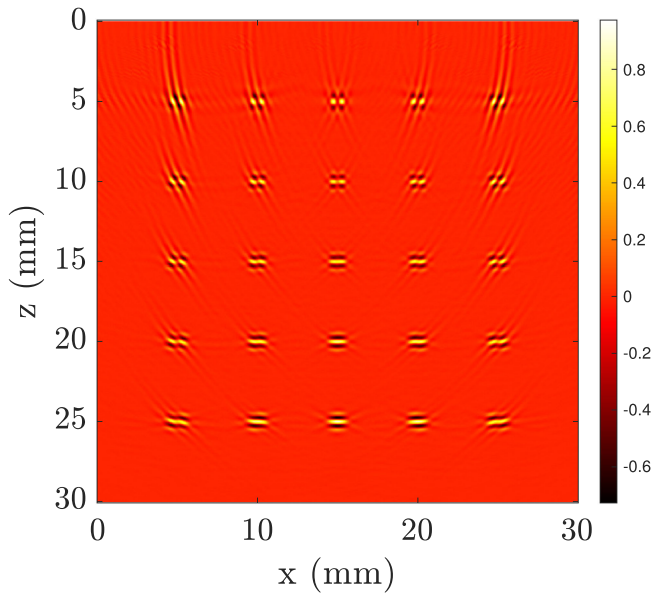


Fig. 6. TFM image for a synthetic scene composed of 25 pairs of close reflectors.

- using four reference PSFs computed on a  $3 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$  map (see Fig. 3) and the PSF interpolation model defined in Section III-C, still with the white noise assumption for model (5), named  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}}$ ;
- using the former PSF interpolation model, but now with the colored noise assumption and the whitened model in (15), named  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}+\mathcal{W}}$ .

In all experiments in this section, the regularization parameter  $\mu_1$  is set to  $0.8 \|\mathbf{H}^t \mathbf{o}_{\text{TFM}}\|_{\infty}$ , where  $\mathbf{H}$  denotes the appropriate forward operator in each case, that is, using on single centered PSF for  $\text{Deconv}_1$ , using four reference PSFs for  $\text{Deconv}_4$ ,  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}}$  and  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}+\mathcal{W}}$ . In the latter case, the whitened model is used and the whitened TFM image  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}}$  is considered instead of  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$ . We also consider the inversion procedure proposed in [21] using the full FMC data set  $\mathbf{y}$  and based on model (1)—the same penalization framework is used—which can be viewed as the reference inverse solution, since there is no information loss in the model. In that case, we similarly set  $\mu_1 = 0.8 \|\mathbf{H}_t^t \mathbf{y}\|_{\infty}$ . Parameter  $\mu_2$  is always set to 0, since only pointwise reflectors are considered in this section.

Optimization of criterion (14) is run with the FISTA procedure until the relative norm between successive iterates becomes smaller than 0.1%.

### B. Impact of PSF Variability and Colored Noise Models

The TFM image is shown in Fig. 6, and the reconstructed image lines at the five exact depths of the reflectors are shown in Fig. 7 (for better visibility, results are split in several panels).

All methods improve the resolution of the TFM image and are able to separate some of the pairs of reflectors.  $\text{Deconv}_1$  achieves good results at the center of the imaging area, where the (invariant) PSF model is the most accurate, but misses detections on both edges and at the top of the image.  $\text{Deconv}_4$  performs better than  $\text{Deconv}_1$  on edges and at the top of the image but

misses detection at the center of the image where the PSF is not accurate enough. Including the PSF interpolation model with  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}}$  improves the detection and separation of the reflectors, in particular at low depth where the PSF varies more strongly, but some detections are still missed at the edges of the scene. Finally, the inversion that includes both the PSF interpolation and the whitening procedure  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}+\mathcal{W}}$  shows similar resolving capabilities as  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}}$  but improves the positioning and the amplitude of the detected reflectors.

This experiment was repeated ten times, with different noise realizations with  $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$ . The following metrics were computed, where quantities were averaged over the data realizations and over the 25 pairs of reflectors:

- The **position error** measures the distance between the detected and the true reflectors. We consider that a pointwise reflector is detected if a local maximum in the reflectivity map is distant from the true reflector by less than  $d_F/4$ , that is, no farther than one of the pixels neighboring the true location. If no reflector is detected, a maximum distance is set to  $d_F/2$ .
- The **Peak to Center Intensity Difference (PCID)** [20] computes the difference in amplitude between the maximum of the estimated reflectivity due to the two reflectors and the minimum in the area between them, in dB. If the two reflectors are not separated, then the PCID is set to 0. Since the image is sparse, an infinite PCID may be reached. In this case, the value is set to  $-50 \text{ dB}$ .
- The **resolution capability** indicator measures the ratio of resolved pairs of reflectors, considering that the pair is resolved if the corresponding PCID is below  $-6 \text{ dB}$  [20].
- The **quadratic error** corresponds to the  $\ell_2$ -norm reconstruction error, expressed as a percentage of the  $\ell_2$  norm of the true reflectivity map.
- Finally, the **amplitude** of the estimated reflectivity at the reflectors locations is computed, as a percentage of the true reflectivity value.

Results are gathered in Fig. 7. In general, all metrics are improved by deconvolution methods compared to the TFM—except for amplitude estimation, because regularization introduces some bias in the estimated reflectivity.  $\text{Deconv}_1$ , however, performs quite poorly, since less than one half of the pairs of reflectors are resolved, with many positioning errors. Accounting for several PSFs improves the resolution capability but the positioning error remains high. Including the PSF interpolation model improves all criteria, which are still improved by accounting for the colored noise model. In particular, the resolving capability is close to 100%, with less positioning errors and better amplitude recovery than with  $\text{Deconv}_4^{\mathcal{I}}$ . This method performs almost as well as the inversion on the FMC data—although it is much more efficient computationally, as will be shown in the next subsection.

### C. Computation Times

Fig. 8 shows the computation times for the different methods, as a function of the number of transducers and of the image size. Note that the TFM image, the reference PSFs, whitening filters

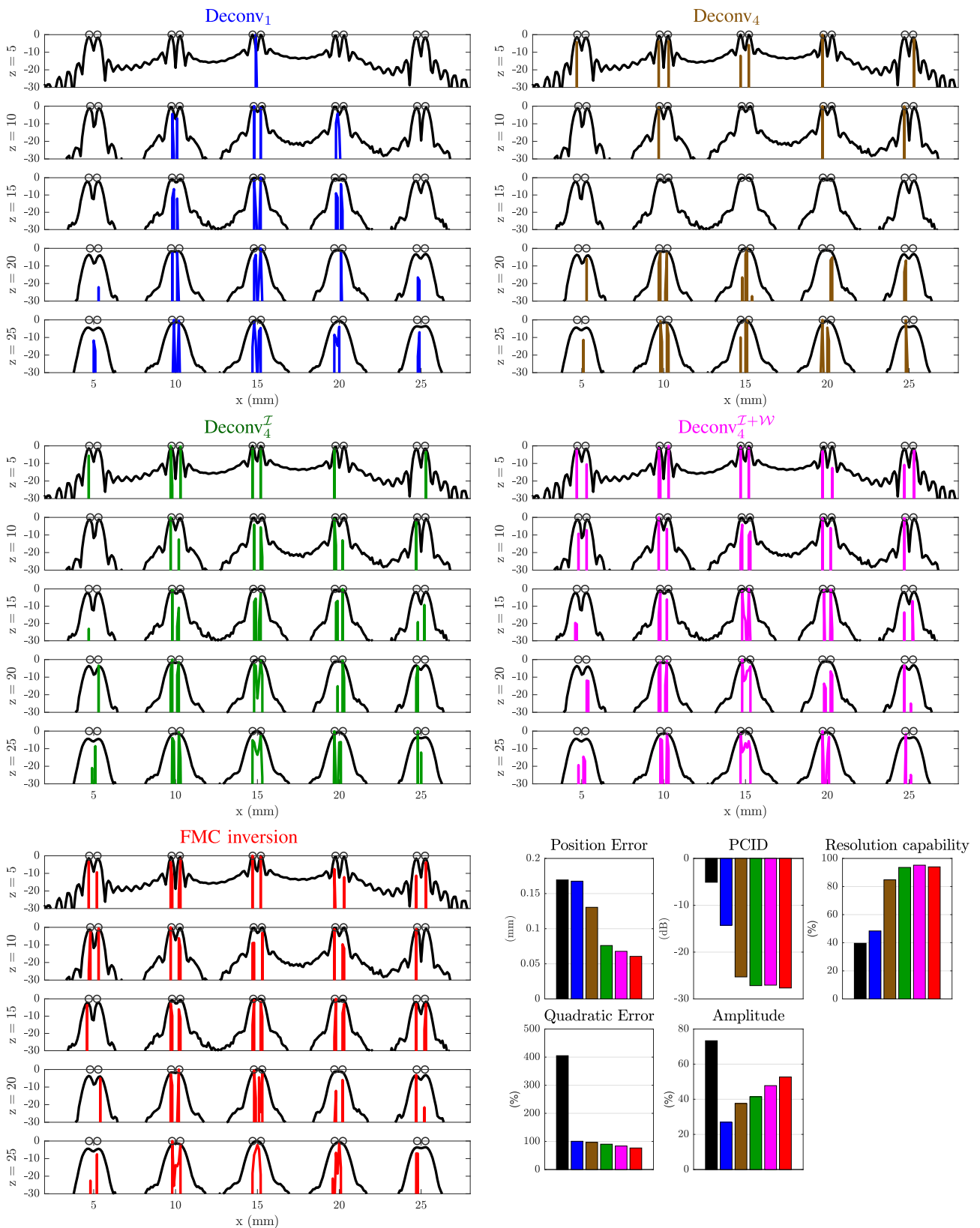


Fig. 7. Reconstruction results on synthetic data. Intensity lines (in dB) of reflectivity profiles at the depths of the five reflectors, for the TFM image (black line),  $Deconv_1$  (blue),  $Deconv_4$  (brown),  $Deconv_4^I$  (green),  $Deconv_4^{I+W}$  (magenta), and FMC inversion (red). The true locations are represented by the dark gray circles. The bottom right panel gives corresponding quantitative results with the metrics introduced in Section VI-B.

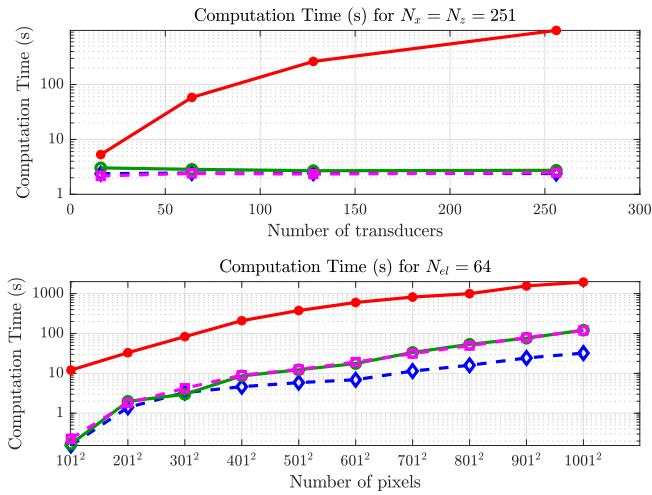


Fig. 8. Computation times for Deconv<sub>1</sub> (blue), Deconv<sub>4</sub><sup>I+W</sup> (green), Deconv<sub>4</sub><sup>I+W</sup> (magenta), and FMC inversion (red). Top: as a function of the number of transducers, for a 251<sup>2</sup>-pixel image. Bottom: as a function of the image size, with 64 transducers. Both ordinate axes are on logarithmic scale.

and interpolating weights can be computed prior to optimization. Therefore, the corresponding computation time (typically a few seconds) is not considered here. All computation times have been evaluated on a laptop computer with 16.0 GB RAM, equipped with an Intel Core i7-7820 HK @ 2.90 GHz quad-core processor and a NVIDIA GeForce GTX 1080 graphics card.

As expected, the computational complexity of the different deconvolution methods does not depend on the number of transducers  $N_{el}$ , since all computations have been moved to the image space. This is obviously not the case for FMC inversion, where the data size is proportional to  $N_{el}^2$ . For a 251 × 251-pixel image, the computation time for Deconv<sub>4</sub><sup>I+W</sup> is always about 2 seconds, while the time ratio between Deconv<sub>4</sub><sup>I+W</sup> and FMC inversion varies from 3 (with 32 transducers) to 400 (with 256 transducers).

For all methods, the computation time increases similarly as a function of the image size. As expected, Deconv<sub>1</sub> is the fastest one. With 64 transducers, accounting for the PSF interpolation and the whitening procedure increases the computation time by a factor of 1.4 for the 101 × 101-pixel image (0.15 s vs. 0.23 s), and by a factor of 3.7 for the biggest, 1-million-pixel, one (32.2 s vs. 119.2 s). Finally, with 64 transducers, Deconv<sub>4</sub><sup>I+W</sup> is approximately 30 times faster than FMC inversion, whatever the image size.

## VII. RESULTS WITH EXPERIMENTAL DATA

The proposed method is now evaluated for the inspection of a stainless steel sample from Electric Power Research Institute (EPRI, Charlotte, North Carolina, USA). The experimental sample represented in Fig. 9 is made of 304 stainless steel (sound speed  $c = 5650$  m/s) and contains 41 close side-drilled holes (SDHs) with diameter 0.3 mm, approximately aligned around depth  $z_{SDH} = 51.6$  mm. The center-to-center distance between SDHs regularly decreases from 2.55 mm (left) to 0.4 mm (right). FMC data have been acquired using the Pioneer



Fig. 9. Stainless steel block containing a set of 41 close aligned SDHs ( $\varnothing$  0.3 mm), with decreasing separation distance from left to right. The black elements are the jaws of a sliding caliper, showing a 1-inch distance.

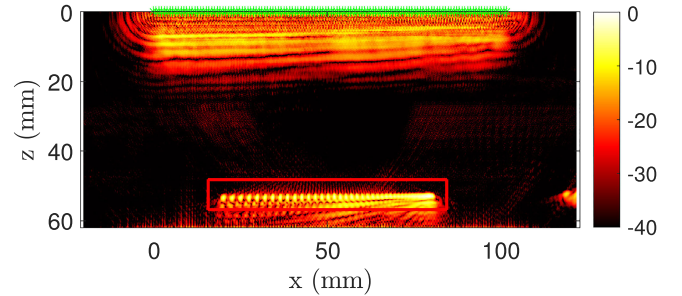


Fig. 10. TFM image reconstruction of the stainless steel block shown in Fig. 9. Transducer locations are marked with green stars, and the reconstruction grid for inversion methods is framed in red.

platform from TPAC (West Chester, Ohio, USA). The probe is a 128-element probe designed by Imasonic (Voray-sur-l'Ognon, France), with central frequency equal to 3 MHz, and with an inter-element spacing equal to 0.8 mm. At this frequency, the wavelength is  $\lambda = 1.88$  mm. The Rayleigh criterion, measuring the resolution limit of standard ultrasonic imaging methods [7], [18]–[20], is defined as:  $\mathcal{R} := 0.61\lambda / \sin \theta$ , with  $\tan \theta = D / (2z_{SDH})$  and  $D$  the aperture of the probe. In this configuration setup,  $\mathcal{R} = 1.64$  mm, which corresponds to the distance between the SDHs located at  $x \approx 56$  mm. The TFM image of the full sample is shown in Fig. 10, confirming this resolution limit.

Image reconstruction methods are applied on the area framed in red in Fig. 10. The pixel size is  $0.05 \times 0.05$  mm<sup>2</sup>, so that the image dimension is  $N_x \times N_z = 1373 \times 173$  pixels. The elementary waveform used in model (1) and for the generation of the reference PSFs (see Section III-C) is a symmetric Gaussian wavelet [37], whose parameters are estimated from SDH echoes identified in the TFM image, through a Levenberg-Marquardt nonlinear least-squares fitting procedure. More precisely, for each SDH, the algorithm minimizes the difference between the SDH signature in the TFM image and the corresponding synthetic PSF at the same location, relatively to the ultrasonic



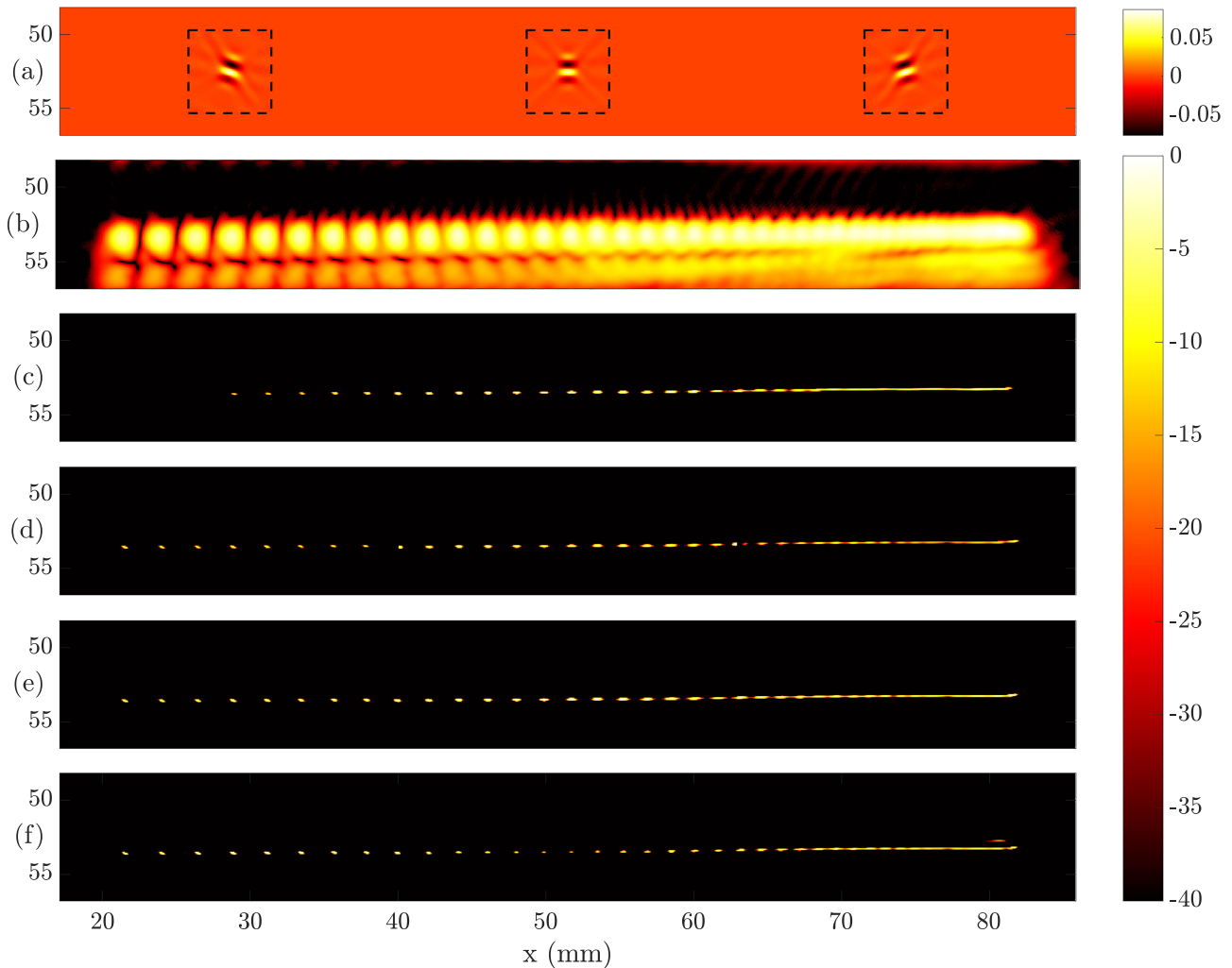


Fig. 11. Ultrasonic imaging of the stainless steel piece showed in Fig. 9. (a): The three reference PSFs used in the interpolation method (the black frames show the considered spatial extension of the kernels). (b): TFM reconstruction. (c): Reconstruction by  $\text{Deconv}_1$ . (d): Reconstruction by  $\text{Deconv}_3$ . (e): Reconstruction by  $\text{Deconv}_3^I$ . (f): Reconstruction by  $\text{Deconv}_3^{I+W}$ .

waveform parameters. The waveform parameters were averaged over the well-separated SDH with  $x$  ranging from 20 mm to 55 mm. Due to the image geometry, we use three horizontally-aligned reference PSFs, that are shown in Fig. 11(a). Their size is  $3\lambda \times 3\lambda$ , which corresponds to 2D convolution kernels of  $113 \times 113$  pixels.

The following methods are compared, whose names follow the denomination introduced in Section VI-A: TFM,  $\text{Deconv}_1$ ,  $\text{Deconv}_3$ ,  $\text{Deconv}_3^I$ , and  $\text{Deconv}_3^{I+W}$ . Their respective computation times are around 0.2, 19, 42, 46 and 33 seconds. For all methods, the regularization parameters are set to  $\mu_1 = 1.0 \|\mathbf{H}^t \mathbf{o}_{\text{TFM}}\|_\infty$  and  $\mu_2 = 5.10^{-5} \|\mathbf{H}^t \mathbf{o}_{\text{TFM}}\|_2$ , with the forward model operator and the data adapted to the method (see the end of Section VI-A for more details).

The reconstructed images are displayed in Fig. 11.

For more precise analysis, intensity lines along the  $x$  direction are represented in Fig. 12. For each  $x$ , the intensity is averaged over  $z_{\text{SDH}} \pm 1.0$  mm.

The TFM image shows many artifacts and, in particular, the right side of the image is hardly interpretable: the closest

resolved SDHs (with PCID below  $-6$  dB) are the 15th and 16th ones, located around  $x \approx 55$  mm and distant from 1.8 mm. The image obtained with  $\text{Deconv}_1$  achieves satisfactory detection on the central part of the image but some SDHs are missed on the left part. The last resolved SDH pair is located around  $x \approx 70$  mm (27th and 28th ones, distant from 1.3 mm). Better separation is achieved by considering several PSFs in the model, in particular for  $x \in [65, 75]$  mm. Moreover, the reflectors on the left side are detected. Some reconstruction artifacts are visible with  $\text{Deconv}_3$  around  $x \approx 40$  mm and  $x \approx 63$  mm due to discontinuity of the PSF model. These artifacts are not visible with  $\text{Deconv}_3^I$ . Considering both the PSF interpolation model and the whitening procedure,  $\text{Deconv}_3^{I+W}$  strongly improves the lateral resolution of the detected reflectors, in particular for  $x \in [55, 75]$  mm. However, we note a loss of intensity in the central part of the image. The last resolved SDH with PCID below  $-6$  dB is the 32nd one. The closest resolved flaws with the proposed method are separated by 0.9 mm center to center (and by 0.6 mm edge to edge), which is around three times smaller than the Rayleigh criterion.

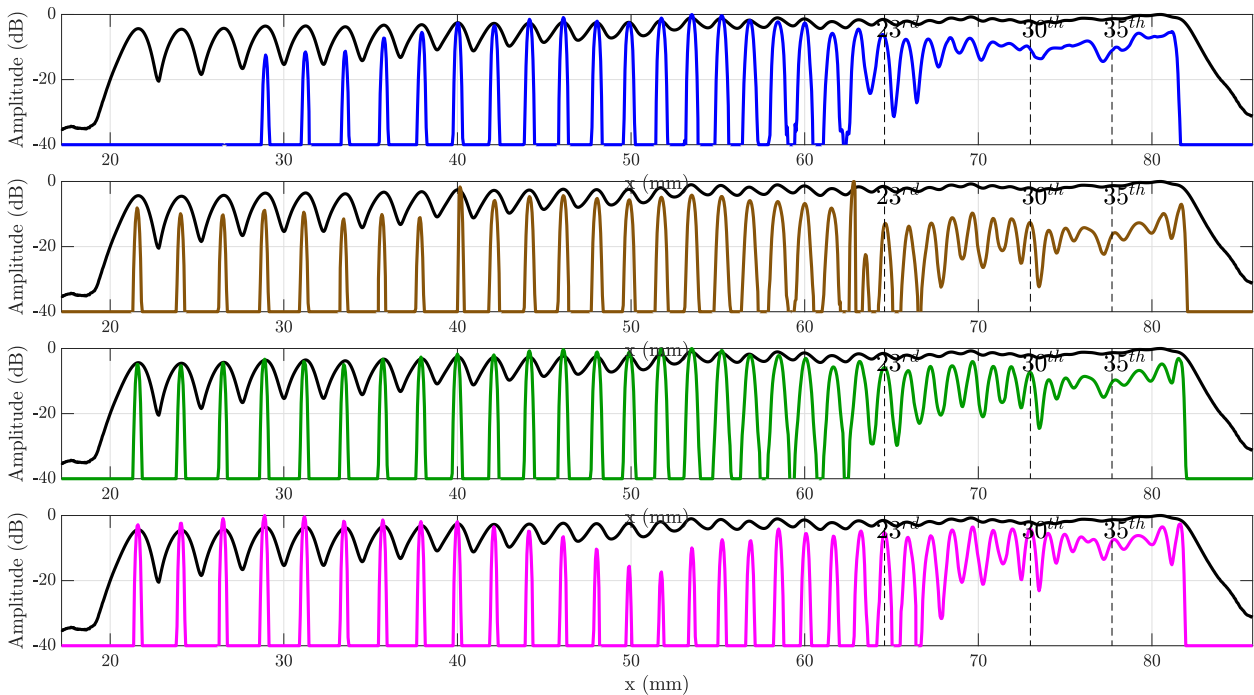


Fig. 12. Intensity lines (in dB) of the reconstructed reflectivity images in Fig. 11, integrated along  $z$ . TFM image (black), Deconv<sub>1</sub> (blue), Deconv<sub>3</sub> (brown), Deconv<sub>3</sub><sup>T+W</sup> (green), and Deconv<sub>3</sub><sup>T+W</sup> (magenta).

Note that additional experimental results can be found in [41]. The proposed method is then evaluated using two different probes on close sets of SDH in a coarse-grained steel sample.

### VIII. CONCLUSION

Our contribution interprets the TFM image as a linear projection of the FMC data in the space domain. More precisely, it relies on a slowly varying, non-stationary blur model to mathematically describe the relation between the reflectivity map of the media and the TFM image. The spatially varying point spread function depends on both the geometrical and the acoustical configurations of the setup. We proposed a computationally efficient interpolation method to account for these spatial variations. We also proposed a whitening scheme to account for the fact that the TFM image contains spatially correlated, non-stationary noise. The latter is also based on an interpolation model, and its overhead computing cost is negligible.

In our interpolation model, offline computations (which are necessary to determine the reference PSFs, the whitening filters and the associated weights, for instance) can be performed in advance as far as the geometrical and acoustical configuration is known, which is often the case in industrial contexts. Under our current implementation, the proposed method cannot perform real time reconstructions. However, for a standard configuration of 64 transducers and  $251 \times 251$  pixels, the online computation time is around one second using a rather standard laptop computer, which is still reasonable in some practical applications.

In practice, for more computational efficiency, we could imagine the following inspection strategy: first, the TFM image is computed. Second, if something suspicious is detected on the TFM image, the proposed method is applied to increase the

quality of the reconstructed image. Similarly to what was performed in the experimental section of the paper, the reconstruction procedure could then be run only on parts of the inspected piece where high-resolution imaging is required.

Results in this paper were mostly obtained on relatively simple, highly sparse, reflectivity maps. In the synthetic data case, results were achieved of similar quality as the reference inversion of FMC data. With experimental data, the method was able to separate close SDHs with a diameter six times smaller than the wavelength and distant from a third of the Rayleigh criterion.

The methodological framework developed in this paper could also be exploited in other contexts. For example, flaws with larger spatial extensions, such as cracks, could be favored by edge preserving regularization functions. Another option would consist in modeling the signatures of different possible types of flaws and collect them into a dictionary of PSFs to pick up in under a sparse decomposition assumption.

Finally, the current forward model could be extended to take into account acoustic propagation properties in more complex materials. For example, anisotropic materials must be tackled in some real world cases of NDT [13]. When anisotropy can be measured or modeled, *e.g.*, with an angle-dependent velocity model, the forward model could be adapted by subsequently computing the corresponding times of flight. Similar adaptations may also be worth being studied for inspection of materials with complex shapes [42]. Dealing with attenuative and dispersive propagation media, in which significant distortions of the ultrasonic pulse could occur [43]–[45], is also a perspective of interest. Our ongoing research actually consists in incorporating such distortions in our spatially-varying PSF model.



## APPENDIX A

## PSEUDO-CODE OF THE “FISTA WITH BACKTRACKING ALGORITHM” FOR CRITERION (14)

The minimization algorithm used in this paper is the “FISTA with backtracking” procedure described in [40, p. 194]. It is used to minimize the objective function:

$$\min_{\mathbf{o}} \{F(\mathbf{o}) = f(\mathbf{o}) + g(\mathbf{o})\}, \quad (22)$$

where  $f$  and  $g$  are convex functions, with  $g$  possibly non differentiable. In the proposed method, the criterion takes the form of (22), with

$$f(\mathbf{o}) = \|\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}} - \mathbf{H}_s^{\mathcal{W}} \mathbf{o}\|_2^2 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{o}\|_2^2, \\ \text{and } g(\mathbf{o}) = \mu_1 \|\mathbf{o}\|_1. \quad (23)$$

**Algorithm 1:** FISTA With Backtracking.

**Require:** Take  $L > 0$ ,  $\eta > 1$  and  $\epsilon$  the tolerance parameter.

Set  $\mathbf{o}_0 = \mathbf{o}_1 = 0$ ,  $t_0 = t_1 = 1$ ,  $k = 1$  and  $e > \epsilon$ .

**while**  $e > \epsilon$  **do**

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{o}_k + \frac{t_{k-1}-1}{t_k}(\mathbf{o}_k - \mathbf{o}_{k-1}).$$

*BackTracking* = **true**

**while** *BackTracking* **do**

$$\mathbf{g}_k = \mathbf{y}_k - (1/L)\nabla f(\mathbf{u}_k) \quad \triangleright \text{see (24)}$$

$$\mathbf{o}_{k+1} = \mathcal{T}_{\mu_1/L}(\mathbf{g}_k) \quad \triangleright \text{see (25)}$$

$$\text{if } F(\mathbf{o}_{k+1}) \leq Q_L(\mathbf{o}_{k+1}, \mathbf{y}_k) \text{ then} \quad \triangleright \text{see (26)}$$

*BackTracking* = **false**

**else**

$$L = L\eta$$

**end if**

**end while**

$$e = \frac{\|\mathbf{o}_{k+1} - \mathbf{o}_k\|}{\|\mathbf{o}_k\|}$$

$$t_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}}{2}$$

$$k = k + 1$$

**end while**

with

$$\nabla f(\mathbf{u}) = -2(\mathbf{H}_s^{\mathcal{W}})^t(\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\mathcal{W}} - \mathbf{H}_s^{\mathcal{W}} \mathbf{u}) + 2\mu_2 \mathbf{D}^t \mathbf{D} \mathbf{u}, \quad (24)$$

$$\mathcal{T}_\alpha(\mathbf{x})_i = \max(|x_i| - \alpha, 0) \text{sign}(x_i), \quad (25)$$

$$Q_L(\mathbf{o}, \mathbf{u}) = f(\mathbf{u}) + (\mathbf{o} - \mathbf{u})^t \nabla f(\mathbf{u}) + \frac{L}{2} \|\mathbf{o} - \mathbf{u}\|_2^2 + g(\mathbf{x}). \quad (26)$$

Note that  $\mathcal{T}$  denotes the soft-thresholding operation [46].

## ACKNOWLEDGMENT

The Authors would like to thank George D. Connolly from Electric Power Research Institute (EPRI, Charlotte, USA) who kindly lent us the experimental specimen.

## REFERENCES

- [1] B. Drinkwater and P. Wilcox, “Ultrasonic arrays for non-destructive evaluation: A review,” *NDT E Int.*, vol. 39, no. 7, pp. 525–541, Oct. 2006.
- [2] M. Sutcliffe, M. Weston, B. Dutton, P. Charlton, and K. Donne, “Real-time full matrix capture for ultrasonic non-destructive testing with acceleration of post-processing through graphic hardware,” *NDT E Int.*, vol. 51, pp. 16–23, 2012, doi: [10.1016/j.ndteint.2012.06.005](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2012.06.005).
- [3] M. Karaman, P.-C. Li, and M. O. Donnell, “Synthetic aperture imaging for small scale systems,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 42, no. 3, pp. 429–442, May 1995.
- [4] G. Montaldo, M. Tanter, J. Bercoff, N. Benech, and M. Fink, “Coherent plane-wave compounding for very high frame rate ultrasonography and transient elastography,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 56, no. 3, pp. 489–506, Mar. 2009.
- [5] M. Tanter and M. Fink, “Ultrafast imaging in biomedical ultrasound,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 61, no. 1, pp. 102–119, Jan. 2014.
- [6] P. Wilcox, C. Holmes, and B. Drinkwater, “Advanced reflector characterization with ultrasonic phased arrays in NDE applications,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 54, no. 8, pp. 1541–1550, Aug. 2007.
- [7] M. V. Felice and Z. Fan, “Sizing of flaws using ultrasonic bulk wave testing: A review,” *Ultrasonics*, vol. 88, pp. 26–42, Aug. 2018, doi: [10.1016/j.ultras.2018.03.003](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2018.03.003).
- [8] C. Holmes, B. Drinkwater, and P. Wilcox, “Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit-receive array data for non-destructive evaluation,” *NDT E Int.*, vol. 38, no. 8, pp. 701–711, Dec. 2005.
- [9] A. Chabot, N. Laroche, E. Carcreff, M. Rauch, and J.-Y. Hascoët, “Towards defect monitoring for metallic additive manufacturing components using phased array ultrasonic testing,” *J. Intell. Manuf.*, vol. 31, no. 5, pp. 1191–1201, 2020.
- [10] A.-F. Obaton, B. Butsch, E. Carcreff, N. Laroche, J. Tarr, and A. Domez, “Efficient volumetric non-destructive testing methods for additively manufactured parts,” *Weld. World*, vol. 64, no. 8, pp. 1417–1425, 2020.
- [11] J. Zhang, B. W. Drinkwater, P. D. Wilcox, and A. J. Hunter, “Defect detection using ultrasonic arrays: The multi-mode total focusing method,” *NDT E Int.*, vol. 43, no. 2, pp. 123–133, Mar. 2010.
- [12] A. Muller, B. Robertson-Welsh, P. Gaydecki, M. Gresil, and C. Soutis, “Structural health monitoring using Lamb wave reflections and total focusing method for image reconstruction,” *Appl. Composite Mater.*, vol. 24, no. 2, pp. 553–573, 2017.
- [13] A. J. Brath and F. Simonetti, “Phased array imaging of complex-geometry composite components,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 64, no. 10, pp. 1573–1582, Oct. 2017.
- [14] S. Shahjahan, A. Aubry, F. Rupin, B. Chassignole, and A. Derode, “A random matrix approach to detect defects in a strongly scattering polycrystal: How the memory effect can help overcome multiple scattering,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 104, no. 23, 2014, Art. no. 234105.
- [15] M. V. Felice, A. Velichko, and P. D. Wilcox, “Accurate depth measurement of small surface-breaking cracks using an ultrasonic array post-processing technique,” *NDT E Int.*, vol. 68, pp. 105–112, Dec. 2014, doi: [10.1016/j.ndteint.2014.08.004](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2014.08.004).
- [16] K. Sy, P. Brédif, E. Iakovleva, O. Roy, and D. Lesselier, “Development of the specular echoes estimator to predict relevant modes for Total Focusing Method imaging,” *NDT E Int.*, vol. 99, pp. 134–140, Oct. 2018, doi: [10.1016/j.ndteint.2018.07.005](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2018.07.005).
- [17] C. Peng, L. Bai, J. Zhang, and B. W. Drinkwater, “The sizing of small surface-breaking fatigue cracks using ultrasonic arrays,” *NDT E Int.*, vol. 99, pp. 64–71, Oct. 2018, doi: [10.1016/j.ndteint.2018.06.005](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2018.06.005).
- [18] F. Simonetti, “Multiple scattering: The key to unravel the subwavelength world from the far-field pattern of a scattered wave,” *Phys. Rev. E*, vol. 73, no. 3, Mar. 2006, Art. no. 036619, doi: [10.1103/PhysRevE.73.036619](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.036619).
- [19] F. Simonetti, “Localization of pointlike scatterers in solids with subwavelength resolution,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 89, no. 9, pp. 94–105, Aug. 2006.
- [20] C. Fan, M. Caleap, M. Pan, and B. W. Drinkwater, “A comparison between ultrasonic array beamforming and super resolution imaging algorithms for non-destructive evaluation,” *Ultrasonics*, vol. 54, no. 7, pp. 1842–1850, Sep. 2014.
- [21] N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier, and A. Duclos, “An inverse approach for ultrasonic imaging from full matrix capture data: Application to resolution enhancement in NDT,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 67, no. 9, pp. 1877–1887, Sep. 2020.

- [22] J. Jensen, S. Nikolov, K. Gammelmark, and M. Pedersen, "Synthetic aperture ultrasound imaging," *Ultrasonics*, vol. 44, pp. e5–e15, Dec. 2006, doi: [10.1016/j.ultras.2006.07.017](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2006.07.017).
- [23] F. Viola, M. Ellis, and W. Walker, "Time-domain optimized near-field estimator for ultrasound imaging: Initial development and results," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 27, no. 1, pp. 99–110, Jan. 2008.
- [24] M. A. Ellis, F. Viola, and W. F. Walker, "Super-resolution image reconstruction using diffuse source models," *Ultrasound Med. Biol.*, vol. 36, no. 6, pp. 967–977, 2010.
- [25] A. Tuysuzoglu, J. M. Kracht, R. Cleveland, M. Çetin, and W. Karl, "Sparsity driven ultrasound imaging," *J. Acoustical Soc. Amer.*, vol. 131, no. 2, pp. 1271–1281, Feb. 2012.
- [26] G. Guarneri, D. Pipa, F. Junior, L. de Arruda, and M. Zibetti, "A sparse reconstruction algorithm for ultrasonic images in nondestructive testing," *Sensors*, vol. 15, no. 4, pp. 9324–9343, Apr. 2015.
- [27] P. R. Bueno, M. V. W. Zibetti, and J. M. Maia, "Real-time ultrasound image reconstruction as an inverse problem on a GPU," *J. Real-Time Image Process.*, vol. 17, no. 3, pp. 543–554, Jun. 2020, doi: [10.1007/s11554-018-0806-8](https://doi.org/10.1007/s11554-018-0806-8).
- [28] T. Szasz, A. Basarab, and D. Kouame, "Beamforming through regularized inverse problems in ultrasound medical imaging," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 63, no. 12, pp. 2031–2044, Dec. 2016.
- [29] E. Ozkan, V. Vishnevsky, and O. Goksel, "Inverse problem of ultrasound beamforming with sparsity constraints and regularization," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 65, no. 3, pp. 356–365, Mar. 2018.
- [30] O. Michailovich, "A novel approach to the 2-D blind deconvolution problem in medical ultrasound," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 24, no. 1, pp. 86–104, Jan. 2005.
- [31] M. I. Florea, A. Basarab, D. Kouame, and S. A. Vorobyov, "An axially variant kernel imaging model applied to ultrasound image reconstruction," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 25, no. 7, pp. 961–965, Jul. 2018.
- [32] A. Besson *et al.*, "A physical model of non-stationary blur in ultrasound imaging," *IEEE Trans. Comput. Imag.*, vol. 5, no. 3, pp. 381–394, Sep. 2019.
- [33] M. Gentile, F. Courbin, and G. Meylan, "Interpolating point spread function anisotropy," *Astron. Astrophys.*, vol. 549, p. A1, Jan. 2013, doi: [10.1051/0004-6361/201219739](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201219739).
- [34] L. Denis, E. Thiébaud, F. Soulez, J.-M. Becker, and R. Mourya, "Fast approximations of shift-variant blur," *Int. J. Comput. Vis.*, vol. 115, no. 3, pp. 253–278, Dec. 2015.
- [35] P. R. Stepanishen, "Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle," *J. Acoustical Soc. Amer.*, vol. 49, no. 5B, pp. 1629–1638, May 1971.
- [36] V. Perrot, M. Polichetti, F. Varray, and D. Garcia, "So you think you can DAS? A viewpoint on delay-and-sum beamforming," *Ultrasonics*, vol. 111, 2021, Art. no. 106309, doi: [10.1016/j.ultras.2020.106309](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2020.106309).
- [37] R. Demirli and J. Sanjie, "Model-based estimation of ultrasonic echoes. Part I: Analysis and algorithms," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 48, no. 3, pp. 787–802, May 2001.
- [38] B. Friedlander, "System identification techniques for adaptive signal processing," *Circuits, Syst., Signal Process.*, vol. 1, no. 1, pp. 3–41, 1982.
- [39] A. Kessy, A. Lewin, and K. Strimmer, "Optimal whitening and decorrelation," *Amer. Statistician*, vol. 72, no. 4, pp. 309–314, 2018.
- [40] A. Beck and M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems," *SIAM J. Imag. Sci.*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, 2009.
- [41] N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier, A. Duclos, and P.-E. Lhuillier, "Super-resolution ultrasonic imaging of close reflectors in coarse-grained steels based on a deconvolution approach," Working paper or preprint, May 2021, 2021. [Online]. Available: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03240520>
- [42] R. K. Rachev, P. D. Wilcox, A. Velichko, and K. L. McAughey, "Plane wave imaging techniques for immersion testing of components with nonplanar surfaces," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 67, no. 7, pp. 1303–1316, Jul. 2020.
- [43] A. C. Kak and K. A. Dines, "Signal processing of broadband pulsed ultrasound: Measurement of attenuation of soft biological tissues," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-25, no. 4, pp. 321–344, Jul. 1978.
- [44] S. Flax, "Spectral characterization and attenuation measurements in ultrasound," *Ultrason. Imag.*, vol. 5, no. 2, pp. 95–116, 1983.
- [45] E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier, and L. Simon, "A linear model approach for ultrasonic inverse problems with attenuation and dispersion," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 61, no. 7, pp. 1191–1203, Jul. 2014.
- [46] D. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613–627, May 1995.

## 4.4 Comparaisons de plusieurs modèles de poids pour l'interpolation

Le modèle d'interpolation des PSFs présenté dans l'article repose sur un modèle simple appelé IDW (*inverse distance weighting*) basé pour un pixel donné, sur sa distance à chacune des  $N^{\text{ref}}$  PSFs de référence :

$$w_i(\mathbf{r}_j) = \delta_{i,j} \quad \forall j \in \llbracket 1, N^{\text{ref}} \rrbracket, \quad (4.1a)$$

$$w_i(\mathbf{r}_n) = \frac{(\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_i\|_2 + \delta)^{-\beta}}{\sum_{j=1}^{N^{\text{ref}}} (\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_j\|_2 + \delta)^{-\beta}} \quad \forall n \notin \llbracket 1, N^{\text{ref}} \rrbracket. \quad (4.1b)$$

Dans la littérature, il existe de nombreuses méthodes d'interpolation des PSFs. Les travaux [GENTILE *et al.* 2013] pour l'imagerie astrophysique montrent une revue assez exhaustive des méthodes existantes pour la modélisation de la PSF et les comparent à travers différentes mesures quantitatives. Ce type de travaux pourrait être reproduit pour la modélisation de la PSF dans le cadre de l'imagerie ultrasonore. En effet, les variations sont très spécifiques à l'acquisition ultrasonore. La PSF dépend de la modalité d'acquisition (*i.e.* TFM, SAFT, PWI, *etc.*), de la directivité du capteur, des propriétés de propagation du milieu. Il est même possible que le modèle le plus performant ne soit pas le même selon le type d'acquisition.

Nous proposons de comparer plusieurs modèles qui se sont avérés performants dans les travaux de [GENTILE *et al.* 2013] dans le cadre de l'imagerie ultrasonore. Pour cela, nous reprenons les mêmes simulations que pour l'article, c'est-à-dire nous considérons une sonde de 64 éléments et 5 MHz en contact avec un milieu où la vitesse des ondes est égale à 5000 m/s. La taille de l'image reconstruite est égale à 30 mm × 30 mm et les 4 PSFs sont situées en (7.5, 7.5) mm, (7.5, 22.5) mm, (22.5, 7.5) mm et (22.5, 22.5) mm. Les méthodes comparées sont listées dans le tableau 4.1. La Figure 4.1 permet de visualiser les poids d'interpolation dans la simulation proposée pour l'une des PSFs de référence située en (7.5, 7.5) mm (#1). Pour une méthode d'interpolation donnée, le coefficient  $(x, z)$  de la matrice de poids correspond donc à la valeur de la pondération en ce pixel, pour la PSF #1. Les matrices de poids des 3 autres PSFs peuvent être obtenues par rotation grâce à la symétrie du problème proposé. Pour cette représentation, nous utilisons une taille plus fine de pixel égale à  $d_x \times d_z = 0.025 \text{ mm} \times 0.025 \text{ mm}$ , soit des images de 1201 × 1201 pixels. On remarque que la méthode de krigeage est plus proche du modèle IDW avec  $\beta = 1$  tandis que les méthodes d'interpolation naturelle ou RBF sont plus proches du modèle IDW avec  $\beta = 2$ . La précision des modèles d'interpolation de PSF peut être mesurée en calculant la différence entre la PSF exacte et la PSF interpolée au même pixel. La Figure 4.2 illustre ce principe pour les méthodes d'interpolation IDW1, IDW2, la méthode de krigeage ordinaire et la méthode RBF *Gaussian*. Pour cet exemple, la PSF que l'on cherche à

Méthode	
IDW1	$\beta = 1, \delta = 0$
IDW2	$\beta = 2, \delta = 0$
IDW3	$\beta = 1, \delta = 1$
Interpolation par voisins naturels	[SIBSON 1981]
Krigeage ordinaire	[SCHWANGHART 2021]
RBF <i>Multiquadric</i>	$\phi(r) = \sqrt{1 + (\epsilon r)^2}$
RBF <i>Inverse Multiquadric</i>	$\phi(r) = 1/(1 + (\epsilon r)^2)$
RBF <i>Gaussian</i>	$\phi(r) = \exp -(\epsilon r)^2$
RBF <i>Linear</i>	$\phi(r) = r$
RBF <i>Cubic</i>	$\phi(r) = r^3$

TABLE 4.1 – Méthodes d’interpolation de PSF. Les paramètres  $\beta$  et  $\delta$  définissent des variantes de la méthode IDW. La fonction  $\phi$  est une fonction de distance et définit également plusieurs variantes de la méthode RBF (*radial basis functions*).

interpoler avec les différents modèles est située en  $(x, z) = (10, 10)$  mm. Chaque ligne de l’image correspond à une méthode d’interpolation. Pour chaque ligne, la première figure correspond à la PSF exacte recalculée avec le modèle, la seconde figure correspond à la PSF interpolée à partir des 4 PSFs de référence et la troisième figure correspond à la différence entre la PSF exacte et la PSF interpolée. Ce processus peut être répété pour tous les pixels de l’image, afin de mesurer une carte d’erreur par pixel et ainsi comparer les modèles d’interpolation. La Figure 4.3 représente les cartes d’erreur relative pour chaque modèle d’interpolation. Pour chaque pixel, le calcul de l’erreur relative est le suivant :

$$e = 100 \frac{\|\mathbf{o}_{\text{PSF}}^{\text{ex}} - \mathbf{o}_{\text{PSF}}^{\text{interp}}\|_2}{\|\mathbf{o}_{\text{PSF}}^{\text{ex}}\|_2}. \quad (4.2)$$

Nous avons réalisé ces calculs pour une taille de pixel de  $d_x \times d_z = 0.1 \text{ mm} \times 0.1 \text{ mm}$ , soit des images de  $301 \times 301$  pixels. La grille de calcul de l’erreur a un pas d’échantillonnage de  $d_x \times d_z = 0.3 \text{ mm} \times 0.3 \text{ mm}$ . Les résultats sont présentés en Figure 4.3.

Pour cet exemple, les méthodes IDW avec  $\beta = 1$  sont les moins performantes (IDW1 et IDW3) suivies de la méthode de krigeage. La méthode IDW avec  $\beta = 2$  obtient de meilleurs résultats. La méthode RBH est la plus performante, notamment lorsqu’elle est associée à une fonction gaussienne. La méthode d’interpolation par voisins naturels est également performante. Ces méthodes ont également été évaluées à partir des données expérimentales présentées dans l’article. Les résultats obtenus avec les différentes méthodes d’interpolation se sont révélés assez proches pour cet exemple. Par conséquent, nous avons choisi le modèle simple IDW dans l’article

qui est à vocation plutôt méthodologique et dont l'objet n'est pas de faire une comparaison exhaustive des méthodes d'interpolation. Néanmoins, il serait intéressant de reproduire ce type d'essais afin de comparer la performance des modèles d'interpolation en fonction du capteur, de la modalité d'acquisition, du modèle de directivité, *etc.*.

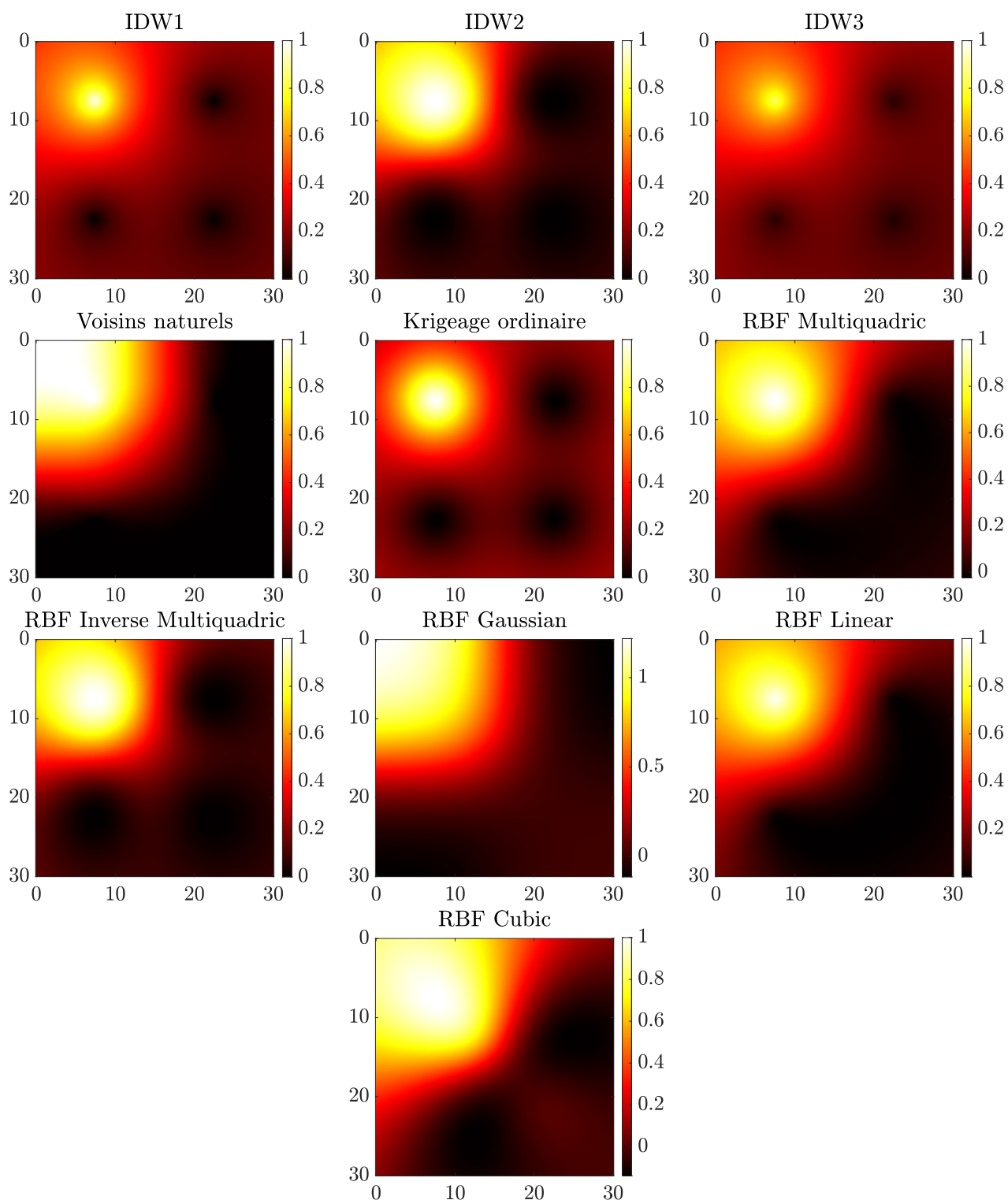


FIGURE 4.1 – Visualisation des matrices de poids pour la PSF #1 pour différents modèles d'interpolation.

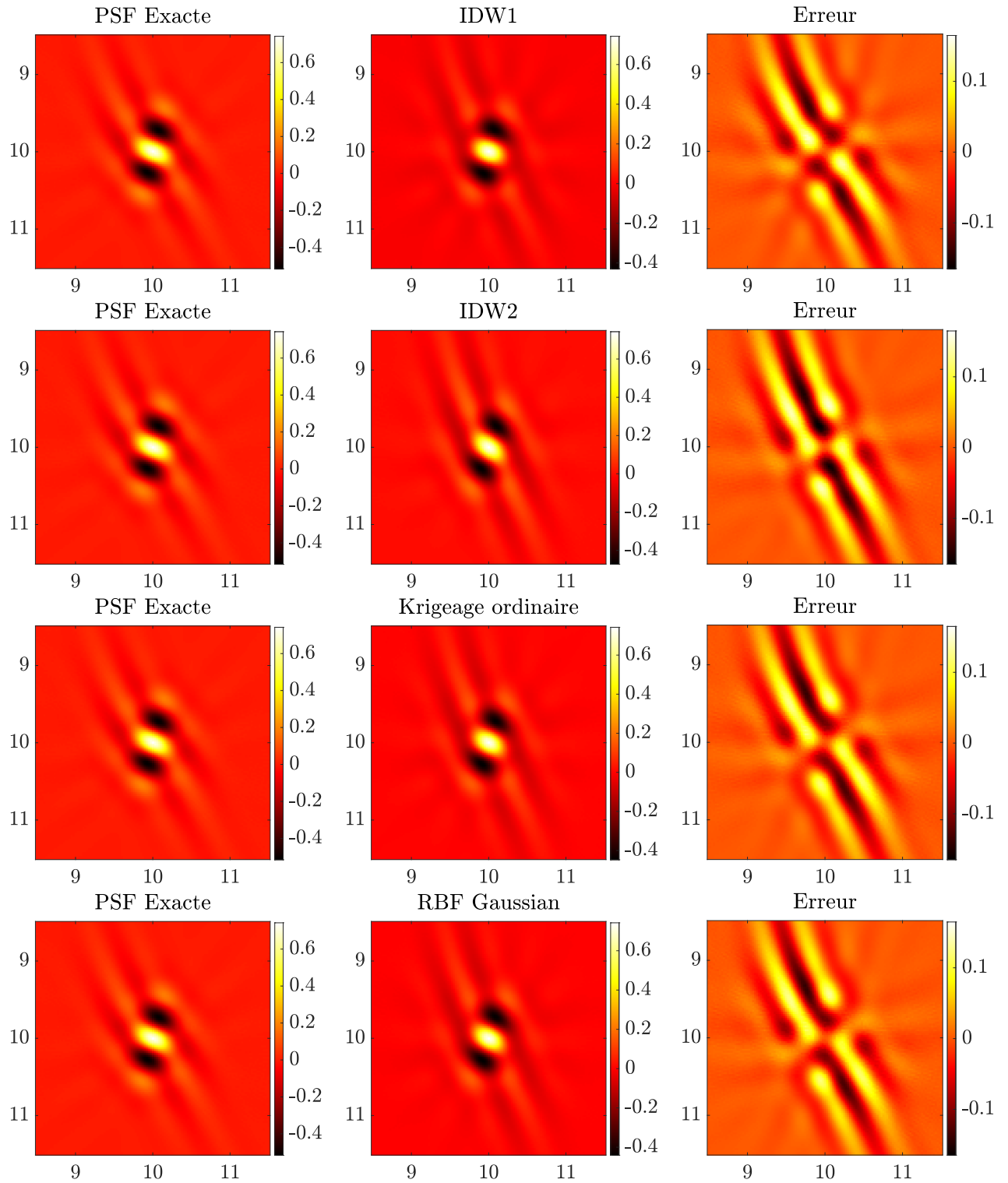


FIGURE 4.2 – Gauche : PSF exacte calculée en  $(x, z) = (10, 10)$  mm. Centre : PSF interpolée à partir des 4 PSFs de référence. (Droite) Différence entre la PSF exacte et la PSF interpolée.



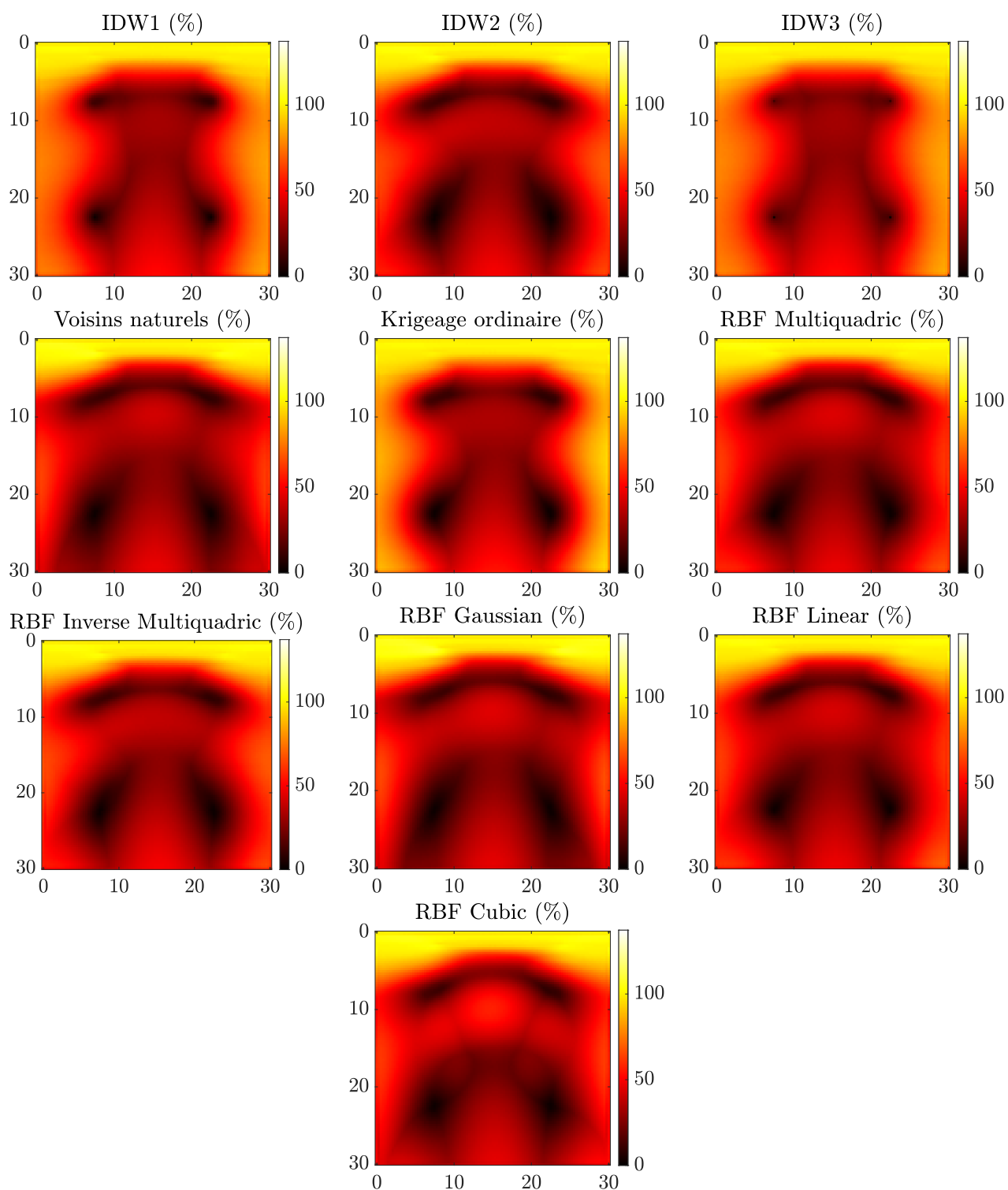


FIGURE 4.3 – Carte d'erreur relative  $e$  pour chaque pixel de l'image et pour les différentes méthodes d'interpolation.



## 4.5 Discussion sur la matrice de covariance $\mathbf{BB}^T$

La méthode de déconvolution d'images ultrasonores présentée dans l'article considère un modèle où l'image TFM est interprétée comme une projection spatiale des données ultrasonores :

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{H}_s \mathbf{o} + \mathbf{n}_s. \quad (4.3)$$

Le bruit  $\mathbf{n}_t$  affectant les données ultrasonores est également projeté spatialement. Dans le cas où  $\mathbf{n}_t$  est considéré blanc et gaussien, le terme résultant  $\mathbf{n}_s = \mathbf{B}\mathbf{n}_t$  est toujours gaussien mais il est désormais coloré et surtout non stationnaire. Le blanchiment est un processus classique en traitement du signal [FRIEDLANDER 1982]. Il est possible de prendre en compte le bruit gaussien coloré en utilisant la matrice de covariance  $\mathbf{\Gamma}_s \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$  du bruit  $\mathbf{n}_s$  dans le terme des moindres carrés :

$$\mathcal{J}_{\text{MC}}(\mathbf{o}) = (\mathbf{o}_{\text{TFM}} - \mathbf{H}_s \mathbf{o})^T \mathbf{\Gamma}_s^{-1} (\mathbf{o}_{\text{TFM}} - \mathbf{H}_s \mathbf{o}). \quad (4.4)$$

Étant donné que la covariance de  $\mathbf{n}_t$ , bruit blanc et gaussien de puissance  $\sigma$  est égale à  $\text{Cov}(\mathbf{n}_t) = \mathbb{E}[\mathbf{n}_t \mathbf{n}_t^T] = \sigma^2 \mathbf{I}$ , la covariance de  $\mathbf{n}_s$  est donc égale à  $\mathbf{\Gamma}_s = \sigma^2 \mathbf{BB}^T$ .

Nous proposons d'étudier cette covariance dans le cas où  $\mathbf{B}$  désigne l'opérateur binaire défini en Section 1.4.2. Nous considérons le cas  $\alpha(\mathbf{r}, s) = 1$  et sans modèle d'interpolation des temps de vol. La matrice  $\mathbf{B}$  est organisée par blocs et a une structure similaire à  $\mathbf{H}_t^T$ . Chaque bloc de  $\mathbf{B}$  est de taille  $N_z \times N_t$  et est constitué des lignes  $\mathbf{b}_s^r \in \mathbb{R}^{N_t}$  définies par :

$$\mathbf{b}_s^r[n] = 1 \iff [\tau(\mathbf{r}, s)F_s] = n, \quad (4.5)$$

où  $[\cdot]$  désigne l'opération d'arrondi à l'entier le plus proche. Le terme d'indice  $(u, v)$  de  $\mathbf{\Gamma}_s$  vaut alors :

$$\begin{aligned} \gamma(\mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v) &= \sigma^2 \text{Card } S_{uv}, \text{ avec} \\ S_{uv} &= \{s \in \llbracket 1, N_s \rrbracket^2 \text{ tel que } [\tau(\mathbf{r}_u, s)F_s] = [\tau(\mathbf{r}_v, s)F_s]\}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour deux pixels de l'image, la valeur de la matrice de covariance correspondant à ces deux pixels est égale au nombre de signaux ultrasonores tels que les temps de vol arrondis à la période d'échantillonnage vers les pixels  $\mathbf{r}_u$  et  $\mathbf{r}_v$  soient égaux. Dans le cas du FMC,  $s$  désigne le nombre de couples émetteurs-récepteurs. Nous proposons une représentation de la matrice  $\mathbf{BB}^T$  en Figure 4.4(a) dans le cadre de la simulation proposée dans l'article où la taille des pixels est ici réduite à  $d_x \times d_z = 0.25 \text{ mm} \times 0.25 \text{ mm}$ , soit  $121 \times 121$  pixels.

La structure de cette matrice est intéressante et complexe. La diagonale de la matrice est égale à 4096, soit le nombre total de signaux. L'indice rapide dans l'indexation des pixels est selon

l'axe  $z$ . La matrice est donc organisée par blocs de taille  $N_z \times N_z$ . Trois images de  $3 \times 3$  blocs de la matrice sont représentées en figure (d), (e) et (f) en échelle logarithmique. La première image (d) représente des blocs diagonaux. Les valeurs de ces blocs sont assez grandes et regroupées autour de la diagonale du bloc. Cela signifie que pour deux pixels ayant une abscisse très proche, très peu de signaux ont le même temps de vol, sauf pour ceux ayant une profondeur similaire. Sur les deux autres images (e) et (f), on voit que plus on s'éloigne de la diagonale, plus il y a de valeurs non nulles dans le bloc mais plus celles-ci sont petites. Cette impression est confirmée par les représentations binaires (b) et (c) qui montrent respectivement les pixels de valeur supérieure à 0 et à 10.

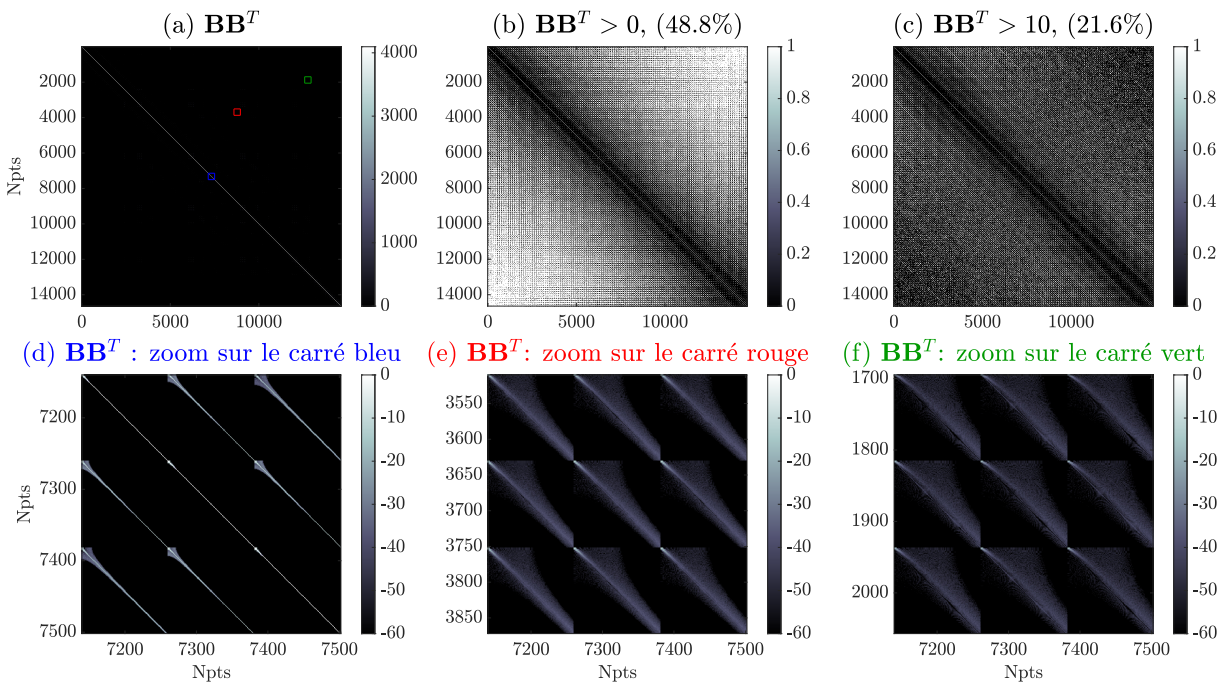


FIGURE 4.4 – (a)  $\mathbf{BB}^T$  en échelle linéaire. (b) Représentation binaire de  $\mathbf{BB}^T$ . (c) Représentation binaire de  $\mathbf{BB}^T$  avec seulement les valeurs supérieures à 10. (d), (e), (f) zooms sur 3 blocs de la matrice  $\mathbf{BB}^T$  (amplitude en échelle logarithmique), respectivement représentés par des rectangles bleu, rouge et vert dans la figure (a).

La stratégie de blanchiment basée sur l'inversion de la matrice de covariance  $\mathbf{\Gamma}_s$  peut s'avérer délicate. En général, on essaie d'estimer une racine carrée de  $\mathbf{\Gamma}_s$  afin de se ramener à un critère des moindres carrés avec des données pré-blanchies. Dans notre cas,  $\mathbf{\Gamma}_s$  est très grande et il est difficile de la construire pour des tailles usuelles d'images ultrasonores. Les stratégies de factorisation de type Cholesky ou de décomposition en valeurs singulières se révèlent donc inefficaces [SEGHOUANE *et al.* 2014], d'autant plus que la matrice n'est pas parcimonieuse [KAARESEN

1996]. D'après nos simulations, l'approximation de  $\mathbf{\Gamma}_s$  par une matrice parcimonieuse s'est révélée trop grossière pour pouvoir améliorer la méthode d'inversion. La stratégie de blanchiment que nous présentons dans l'article est assez différente et ne nécessite pas la reconstruction complète de la matrice  $\mathbf{\Gamma}_s$ . Celle-ci repose sur l'interprétation de  $\mathbf{\Gamma}_s$  comme une matrice bloc-Toeplitz-Toeplitz-bloc (BTTB) [SCHNEIDER *et al.* 2016]. Dans ce cas le produit  $\mathbf{\Gamma}_s \cdot$  est interprété comme un produit de convolution bidimensionnel. Néanmoins, la matrice  $\mathbf{\Gamma}_s$  n'est pas rigoureusement une matrice BTTB puisque le bruit est non-stationnaire. L'approximation de  $\mathbf{\Gamma}_s$  par un produit de convolution avec une seule PSF est encore une fois trop grossier. La stratégie employée consiste alors à approcher  $\mathbf{\Gamma}_s$  par une convolution à réponse impulsionnelle variable basée sur le modèle d'interpolation déjà utilisé pour le calcul de la PSF. La stratégie de pré-blanchiment fait intervenir  $\mathbf{\Gamma}_s^{-1/2}$  et non pas  $\mathbf{\Gamma}_s$ . L'approximation de cet opérateur est basée sur une stratégie identique, à savoir, le produit  $\mathbf{\Gamma}_s^{-1/2} \cdot$  est approché par une convolution avec un filtre blanchisseur non stationnaire, lui-même approché par un modèle d'interpolation de filtres blanchisseurs de référence, calculé à partir de  $\mathbf{\Gamma}_s$ .

## 4.6 Estimation d'une forme d'onde sur un réflecteur ponctuel à partir de l'image TFM

Dans cette section, nous présentons une méthode d'estimation paramétrique de la forme d'onde directement sur l'image TFM. Nous reprenons les hypothèses discutées en Section 3.6 et nous considérons la même modélisation du signal synthétique à partir du modèle paramétrique de forme d'onde  $h(t, \Theta)$  :

$$y_{ij}^S(t) = \alpha(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}}, i, j)h(t - \tau_{i,j}(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}}), \Theta). \quad (4.6)$$

En utilisant la méthode TFM, on peut projeter ces signaux et reconstruire une image synthétique du défaut à partir de la forme d'onde estimée :

$$o_{\text{TFM}}^S(x, z) = \alpha(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}}, i, j)h(\tau_{i,j}(x, z) - \tau_{i,j}(x_{\text{ref}}, z_{\text{ref}}), \Theta). \quad (4.7)$$

On peut alors estimer le paramètre  $\Theta$  en minimisant la différence entre l'image TFM expérimentale  $o_{\text{TFM}}$  et l'image TFM synthétique  $o_{\text{TFM}}^S$  modélisée à partir de  $\Theta$ . Il faut alors résoudre le problème d'optimisation des moindres carrés non linéaires suivant :

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} \left\| o_{\text{TFM}} - o_{\text{TFM}}^S(\Theta) \right\|^2. \quad (4.8)$$

Cette méthode possède plusieurs avantages par rapport à la méthode d'estimation à partir des données FMC développée en Section 3.6. En premier lieu, le problème de minimisation porte à présent sur l'image TFM qui est une sommation cohérente des signaux FMC et a, par conséquent, un bien meilleur rapport signal-sur-bruit. En second lieu, cette méthode est plus simple d'un point de vue pratique puisqu'il suffit de définir une grille d'intérêt autour du réflecteur et de calculer des images TFM de petite taille pour effectuer la minimisation. Cette méthode peut par exemple être utilisée pour estimer la forme d'onde associée à deux défauts proches mais résolus.

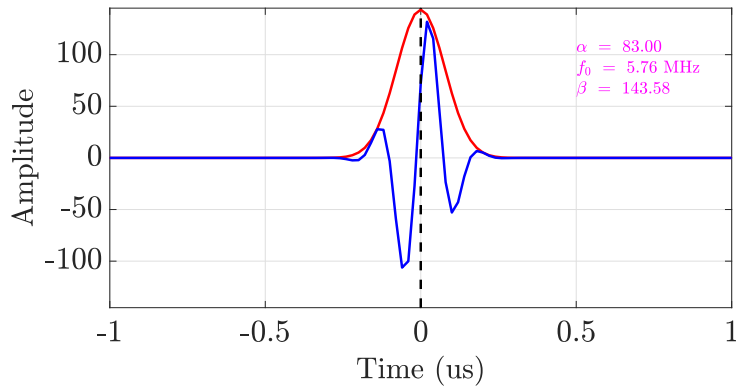


FIGURE 4.5 – Forme d'onde estimée sur le FBH (–) et enveloppe de la forme d'onde (—). Les paramètres estimés sont indiqués en magenta.

Nous appliquons cette méthode aux données déjà utilisées pour la méthode d'estimation sur les données FMC en Section 3.6. La forme d'onde estimée est présentée en Figure 4.5. La Figure 4.6 présente les images ultrasonores expérimentales  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$  et synthétique  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\text{S}}$ , ainsi que leur différence. On voit que les deux méthodes d'estimation proposées donnent des résultats similaires dans cet exemple où le milieu est peu bruité. D'autres exemples d'estimation de formes d'ondes avec cette méthode sont donnés dans l'article présenté au chapitre 5 à partir de données mesurées dans un milieu diffusant.

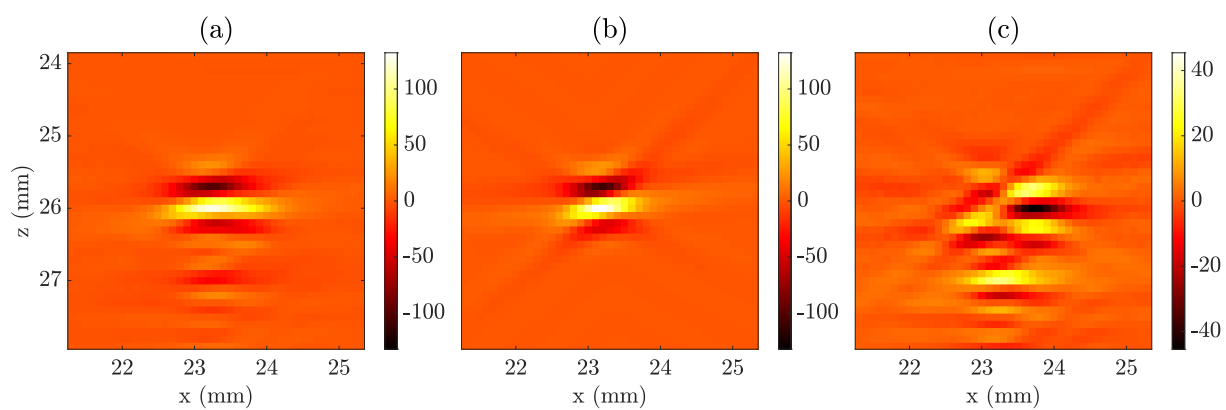


FIGURE 4.6 – (a) : Images ultrasonores du FBH à partir des données expérimentales  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$ . (b) : Images ultrasonores du FBH à partir de la forme d'onde estimée  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\text{S}}$ . (c) : Différence entre les deux images ultrasonores  $\mathbf{o}_{\text{TFM}} - \mathbf{o}_{\text{TFM}}^{\text{S}}$ .



# APPLICATIONS AU CONTRÔLE D'ACIERS POLYCRISTALLINS DIFFUSANTS

---

## Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>121</b>
<b>5.1 Problématique et méthodes existantes</b> . . . . .	<b>121</b>
<b>5.2 Contributions et guide de lecture</b> . . . . .	<b>122</b>
<b>5.3 L'article</b> . . . . .	<b>123</b>

---

## Introduction

Ce chapitre est basé sur les travaux présentés dans l'article :  
N. Laroche, E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier et A. Duclos. **Super-resolution ultrasonic imaging of close reflectors in coarse-grained steels based on a deconvolution approach**. *En révision pour NDT&E International*.

Nous présentons ici une application de la méthode de super-résolution présentée au chapitre 4 dans un contexte expérimental. Les mesures sont réalisées dans un matériau diffusant et à des fréquences relativement basses par rapport à la taille des défauts recherchés. La Section 5.1 introduit les problématiques liées à l'inspection de ce type de matériau. La Section 5.2 présente nos contributions liées à ces travaux et présente l'intérêt des méthodes de super-résolution pour ces inspections basses fréquences. L'article cité ci-dessus est reproduit en Section 5.3.

### 5.1 Problématique et méthodes existantes

Il existe une forte demande industrielle pour l'inspection de matériaux polycristallins comme les aciers inoxydables dans l'industrie nucléaire ou encore les alliages de titane en aéronautique. Ces matériaux sont utilisés pour leur grande résistance à la corrosion mais également pour leurs bonnes propriétés mécaniques qui dépendent fortement de leur microstructure, c'est-à-dire de la

disposition et de la taille des grains qui les composent. La structure interne de ces matériaux est très hétérogène [CHASSIGNOLE 2000], ce qui provoque des phénomènes de diffusion [PAPADAKIS 1965 ; HIRSEKORN 1982] et d’anisotropie [MÉNARD *et al.* 2020].

Le phénomène de diffusion est provoqué par des irrégularités dont la taille est proche de la longueur d’onde et impacte donc davantage les hautes fréquences [ANDERSON *et al.* 2007]. Lorsque l’onde ultrasonore rencontre une irrégularité, une partie de l’onde est diffusée dans toutes les directions. Ce phénomène provoque, d’une part, une perte d’énergie dans la direction de propagation initiale et d’autre part, un bruit de structure cohérent provoqué par la rétrodiffusion des ondes réfléchies vers le capteur. Lorsque ce phénomène est répété plusieurs fois, on parle de diffusion multiple et il est alors très difficile d’exploiter les informations retournées au capteur.

Afin de limiter le phénomène de diffusion, l’inspection de ce type de matériau se fait généralement au moyen d’ondes basses fréquences, ce qui limite la résolution des images reconstruites. Les matériaux polycristallins mettent largement en évidence les limites des méthodes de formation de voies *Delay-and-Sum* (DAS) évoquées en Section 1.5. Le contraste de l’image reconstruite n’est généralement pas satisfaisant en raison du bruit de structure et la résolution est limitée par l’utilisation d’ondes basses fréquences. D’autres méthodes basées sur la décomposition de l’opérateur de retournement temporel (DORT) [SHAHJAHAN *et al.* 2014 ; TROTTIER *et al.* 2015 ; LOPEZ VILLAVERDE *et al.* 2016] ont montré des améliorations du contraste des images reconstruites. Les méthodes d’inversion proposées aux chapitres précédents nous semblent être une bonne alternative afin d’améliorer à la fois le contraste et la résolution des images.

## 5.2 Contributions et guide de lecture

L’article reproduit en Section 5.3 présente l’application de la méthode de déconvolution d’images ultrasonores présentée au chapitre 4 dans le cadre de l’inspection d’un acier diffusant. Nous avons co-conçu, en collaboration avec EDF R&D, une maquette d’essai en acier moulé austeno-ferritique diffusant. Ce type de matériau est largement utilisé dans des applications industrielles. Cette pièce comporte des SDHs simples et doubles de diamètre 0.4 mm à plusieurs profondeurs dans la pièce : 10, 20, 30 et 40 mm. Le but des essais que nous réalisons sur cette pièce est d’évaluer la résolution des méthodes proposées en fonction de la profondeur en essayant de séparer les défauts doubles, qui sont séparés de 0.4 mm bord-à-bord, *i.e.* 0.8 mm centre-à-centre. En particulier, nous voulons montrer qu’il est possible d’utiliser des sondes basses fréquences, moins sensibles au phénomène de diffusion, tout en conservant une bonne résolution des images reconstruites grâce aux méthodes de super-résolution.

L’article présente les résultats de la méthode de déconvolution d’images ultrasonores en utilisant deux sondes de 3 MHz et 5 MHz. Les longueurs d’onde correspondant à ces inspections,



1.14 mm à 3 MHz et 1.90 mm à 5 MHz, sont particulièrement grandes devant la taille des défauts et la distance les séparant. Selon les configurations d'inspection proposées (sonde et profondeur des SDHs), la distance entre les défauts est 2 à 4 fois plus petite que le critère de Rayleigh. La méthode d'interpolation de la PSF, ainsi que la stratégie de blanchiment, sont appliquées de manière systématique pour chaque profondeur de défaut, en utilisant trois PSFs de référence selon l'axe latéral. Pour chaque profondeur, la forme d'onde est estimée sur un SDH simple en utilisant un modèle d'écho gaussien asymétrique [DEMIRLI *et al.* 2014] qui s'est révélé plus fidèle aux données expérimentales que le modèle symétrique pour ces travaux (voir figure 5 de l'article). La méthode proposée montre des performances bien supérieures à la méthode TFM en terme de résolution et de contraste, confirmant ainsi l'intérêt de coupler l'utilisation de signaux basses fréquences avec une méthode de super-résolution pour ce type de matériaux.

Dans l'article présenté, nous avons utilisé un modèle interpolateur avec une forme d'onde spécifique estimée pour chaque profondeur de défaut. L'estimation de la forme d'onde à chaque profondeur est nécessaire car l'onde ultrasonore se déforme en cours de propagation dans ce type de matériau. Ces travaux soulèvent une perspective intéressante qui est de modéliser la déformation de la forme d'onde lors de la propagation, nous nous y intéresserons plus en détail au chapitre 6.

## 5.3 L'article

# Super-resolution ultrasonic imaging of close reflectors in coarse-grained steels based on a deconvolution approach

Nans Laroche<sup>a,b</sup>, Ewen Carcreff<sup>a</sup>, Sébastien Bourguignon<sup>b</sup>, Jérôme Idier<sup>b</sup>, Aroune Duclos<sup>c</sup> and Pierre-Emile Lhuillier<sup>d</sup>

<sup>a</sup>The Phased Array Company/DB-SAS, 13 rue du Bois Briand, Impasse de la Turquoise, 44300 Nantes, France

<sup>b</sup>LS2N, 1 rue de la Noë, 44321 Nantes, France

<sup>c</sup>LAUM, avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, France

<sup>d</sup>EDF R&D, Site des renardières, avenue des renardières, 77250 Ecuelles, France

## ARTICLE INFO

### Keywords:

Ultrasonic imaging, deconvolution, inverse problem, coarse-grained steel, super-resolution.

## ABSTRACT

Ultrasonic inspection of coarse-grained steels is a common challenge in various industrial fields. This task is often difficult because of acoustic scattering that creates structural noise in the ultrasonic signals and images. This drives inspections using low-frequency probes at the cost of a lower resolution of standard delay and sum (DAS) imaging techniques, such as the well-known total focusing method (TFM). The purpose of this paper is to present and evaluate the performances of an image reconstruction technique that aims at improving the resolution when inspecting industrial coarse-grained materials. An image deconvolution problem (with spatially varying blur) is formulated, relying on a forward model that links the TFM image to the acoustic reflectivity map. A particular attention is paid to the estimation of the PSF used for the deconvolution approach in an experimental context. The experiments are based on an austenitic-ferritic sample insonified using array probes at 3 MHz and 5 MHz placed in contact. The goal is to resolve two close reflectors corresponding to side drilled holes (SDH) with diameter 0.4 mm spaced by 0.4 mm edge to edge and positioned at different depths (10, 20, 30, 40 mm). This configuration corresponds to a critical case where the distance between the two reflectors is significantly inferior to the Rayleigh distance, that is the resolution limit of a DAS imaging system. These are typical cases where the employed frequency is actually too low and where a higher frequency probe should be used, which is not possible in practice, because it would affect the detection capability due to higher noise level. As predicted by the Rayleigh criterion, TFM is not able to separate the reflectors. The proposed image reconstruction method successfully resolves the majority of the reflectors with a rather accurate distance estimation. In the context of coarse-grained structure inspection, this approach enables the use of low-frequency probes, in order to improve the signal-to-noise ratio, while keeping high resolution capability.

## 1. Introduction

Ultrasonic imaging is a common procedure for nondestructive testing (NDT) of essential elements in many fields such as aeronautics, power generation or oil and gas industry. In the power generation domain, stainless steel materials are commonly employed because of their good resistance to high temperatures and mechanical stress. Such materials often have a coarse-grained structure. During ultrasonic testing (UT), their highly heterogeneous structure creates scattering of the ultrasonic waves, which generates structural noise in the ultrasonic signals and images. Scattering then creates acoustic attenuation, impacting the high frequency content of the propagated ultrasonic waves [1]. For this reason, relatively low frequency probes (around 2 – 3 MHz) are used in this type of situation [2, 3], which limits the resolution of the imaging system.

In the present paper, the goals are twofold. First, our aim is to increase the contrast and denoise the image in order to improve the flaw detection capability. A second objective consists in improving the resolution, that is, the capability to separate close reflectors. Delay and sum (DAS) techniques are standard software beamformers that perform synthetic focusing in every point of the region of interest [4]. The total

focusing method (TFM) [5, 6] is a DAS technique applied to full matrix capture (FMC) data—the full set of inter-element responses of the probe. TFM achieves good image quality because of its high number of recorded signals. Nevertheless, like all DAS techniques, it suffers from poor resolution and contrast in many cases. This is particularly true when inspecting coarse-grained materials, because of the employed low-frequency probes and of the structural noise corrupting the images.

Several techniques based on the Decomposition of the Time Reversal Operator (DORT) have been proposed [7, 8, 9], which mainly aim to increase the signal-to-noise ratio (SNR). Regularized inversion methods are efficient to address both resolution and SNR issues [10]. Inversion of the raw radio-frequency (RF) data was proposed in [11, 12], which is efficient but relatively slow due to the large amount of data. Other recent inverse methods that directly process the beamformed (BF) images can be seen as image deconvolution methods [13, 14]. In this case, it was shown that the computation speed could be dramatically increased because BF datasets are much smaller than RF datasets, while the resulting loss in image quality was found to be quite moderate [14]. In this paper, we present an image deconvolution method based on [14] for the ultrasonic imaging of coarse-grained steel, and we study its ability to improve the resolu-

ORCID(s):

tion in the context of sub-wavelength reflectors detection in scattering material.

The paper is organized as follows. In Section 2, the acquisition process and the associated standard beamforming method are detailed. Then, the image deconvolution method proposed in [14] is described in Section 3. In Section 4, the method is evaluated and compared to TFM imaging for inspection of an austenitic-ferritic stainless steel sample containing close side drilled holes (SDH) with 0.4 mm diameter. Finally, conclusion and perspectives are given in Section 5.

## 2. Data acquisition and standard TFM beamforming

The acquisition scheme of TFM is called full matrix capture (FMC). It consists in recording the elementary signals from all transmitter-receiver pairs of the array. If  $N_{\text{el}}$  is the number of elements in the array, the data are denoted  $y_{ij}(t)$ , where  $i = 1 \dots N_{\text{el}}$  is the transmitter index,  $j = 1 \dots N_{\text{el}}$  is the receiver index, and  $t$  stands for time. The total number of A-scans for a single dataset is hence  $N_{\text{el}}^2$ . In FMC, ultrasonic waves are transmitted independently by each transducer and collected by all of them, which is considered as a heavy procedure. Nevertheless, it contains a wide variety of exploitable information (longitudinal and shear modes, mode conversions, surface waves, *etc.*) [15].

The standard way to beamform the FMC data is the TFM beamformer. The intensity of the TFM image at any point with coordinates  $(x, z)$  is computed as:

$$o_{\text{TFM}}(x, z) = \sum_{i=1}^{N_{\text{el}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{el}}} y_{ij}(\tau_{i,j}(x, z)), \quad (1)$$

where  $\tau_{i,j}(x, z)$  is the time of flight from transmitter  $i$  to the point  $(x, z)$  and back to receiver  $j$ . Similarly to other DAS beamformers, the TFM consists in synthetically focusing the ultrasonic signals at all points of the region of interest.

Let  $\mathbf{y}$  denote a column vector gathering all A-scans and let  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$  denote a column vector collecting the pixel values of the beamformed TFM image. Equation (1) is a linear operation that can be written as:

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{B}\mathbf{y}, \quad (2)$$

where  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_{\text{el}}^2 N_t}$  is called the beamforming operator [12]. For each pixel in the region of interest, the corresponding row in  $\mathbf{B}$  selects the nearest indices corresponding to the times of flight in all A-scans involved in the summation (1). In this work, a binary operator  $\mathbf{B}$  is considered, but an interpolation law between closest indices could be used [4] as well as an apodization law considering directivity patterns [6].

Note that Equation (2) gives a general expression of DAS beamforming. It can describe many acquisition schemes such as plane waves [16] and diverging waves [17]. In the next sections of this paper, we consider an FMC/TFM framework, but it can basically be applied to any acquisition scheme.

## 3. Deconvolution of TFM images

### 3.1. Forward data model

The FMC data  $\mathbf{y}$  presented in Section 2 can be modeled as a discrete linear model [12]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{n}_t, \quad (3)$$

where  $\mathbf{H}_t \in \mathbb{R}^{N_{\text{el}}^2 N_t \times N_x N_z}$  is the waveform matrix containing ultrasonic elementary signatures at the times of flight corresponding to all combinations of A-scans and pixels. Vector  $\mathbf{o}$  represents the unknown (vectorized) reflectivity map of the media and  $\mathbf{n}_t$  stands for noise and model errors, and it is assumed to be zero-mean, white and Gaussian.

As shown in [14], model (3) can be projected in the space domain in order to define a forward model between the reflectivity map and the TFM image. Indeed, applying the beamforming operator  $\mathbf{B}$  to Equation (3) gives:

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}} = \mathbf{B}\mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{B}\mathbf{n}_t = \mathbf{H}_s \mathbf{o} + \mathbf{n}_s, \quad (4)$$

with  $\mathbf{H}_s = \mathbf{B}\mathbf{H}_t$  and  $\mathbf{n}_s = \mathbf{B}\mathbf{n}_t$ . Retrieving the reflectivity map  $\mathbf{o}$  from the TFM image  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}$  is similar to an image deconvolution problem. Matrix  $\mathbf{H}_s \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$  represents a non-stationary 2D convolution operator, where the Point Spread Function (PSF) is different for each pixel because of the acquisition geometry. Each column of  $\mathbf{H}_s$  corresponds to the PSF associated with a point-like reflector in the reflectivity map. Vector  $\mathbf{n}_s$  corresponds to the Gaussian white noise component  $\mathbf{n}_t$  on which the TFM beamforming has been applied. The resulting noise statistics is still Gaussian but not white, in particular the covariance of  $\mathbf{n}_s$  also depends on the acquisition geometry [14]. A whitening strategy can be classically employed in order to deal with colored noise. It consists in applying a "pre-whitening" operator to model (4), such that the resulting noise term can be considered as white [18]. The resulting model then reads:

$$\mathbf{o}_{\text{TFM}}^w = \mathbf{H}_s^w \mathbf{o} + \mathbf{n}_s^w, \quad (5)$$

where  $\mathbf{o}_{\text{TFM}}^w$  is the whitened TFM image and  $\mathbf{H}_s^w$  is the (approximate) whitened forward operator. In [14], an interpolation model is proposed which achieves fast and accurate computation of this model.

### 3.2. Waveform model

The forward model (5) requires the knowledge of the two-dimensional PSF at each point, which depends on the inspection geometry (*via* the matrix  $\mathbf{B}$  in Equation (2)) and on the time-domain ultrasonic waveform  $h$  that propagates in the medium (upon which matrix  $\mathbf{H}_t$  is built in Equation (3)).

In the following, we consider an identical waveform for all transducers modeled as an asymmetric Gaussian wavelet [19]:

$$h(t, \Theta) = e(t, \alpha, r, m) \cos(2\pi f_0 t + \phi), \quad (6)$$

where  $\Theta = [\alpha, r, m, f_0, \phi]$  collects the wavelet parameters:  $f_0$  is the center frequency,  $\phi$  is the phase shift, and the asymmetric envelope function  $e(t, \alpha, r, m)$  is defined as:

$$e(t, \alpha, r, m) = e^{-\alpha(1-r \tanh(mt))^2}. \quad (7)$$

The envelope function has two different decay rates:  $\alpha(1+r)$  for negative  $t$  and  $\alpha(1-r)$  for positive  $t$ . The parameter  $m$  tunes the transition rate between the two parts. Such asymmetric model may accurately represent an ultrasonic waveform envelope, which generally decays more slowly than it raises.

In practice, the parameters  $\Theta$  must be estimated through a calibration procedure prior to inspection. In the case of coarse-grained materials, this is a difficult challenge due to structural noise, so that A-scans are very noisy. Therefore, we propose to estimate the parameters of the ultrasonic waveform from the TFM image, that coherently sums the ultrasonic echoes, so that the SNR is increased. We consider the TFM image of a pointwise reflector located at coordinates  $(x_{\text{PSF}}, z_{\text{PSF}})$  in the material. Then, the A-scan signals can be written as:

$$y_{ij}(t) = h(t - \tau_{i,j}(x_{\text{PSF}}, z_{\text{PSF}}), \Theta), \quad (8)$$

where  $h(t, \Theta)$  is defined in (6). Then, the parameters  $\Theta$  are adjusted by fitting the data  $\sigma_{\text{TFM}}$  with the image predicted by combining the TFM model (1) and model (8):

$$\min_{\Theta} \left\| \sigma_{\text{TFM}}(x, z) - \sum_{i,j} h(\tau_{i,j}(x, z) - \tau_{i,j}(x_{\text{PSF}}, z_{\text{PSF}}), \Theta) \right\|^2.$$

In this paper, we use the Levenberg-Marquardt algorithm to solve this non-linear least squares optimization problem.

### 3.3. Inversion procedure

Ultrasonic transducers have a limited frequency range and consequently, the TFM image lacks information, in particular at high frequencies that contain the image details. Retrieving the reflectivity map from the whitened TFM image is an ill-posed problem [10]. Here, a classical regularization framework is employed, which consists in adding a penalization function to the least-squares misfit criterion to minimize:

$$\sigma_s = \arg \min_{\mathbf{o}} J_{\text{LS}}(\mathbf{o}) + \phi(\mathbf{o}). \quad (9)$$

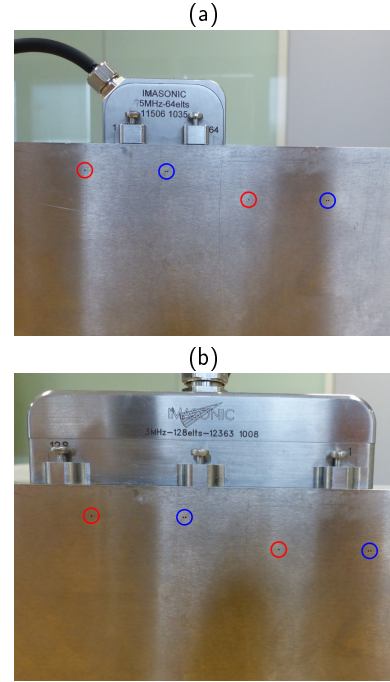
The term  $J_{\text{LS}}(\mathbf{o})$  is the standard least-squares criterion which is appropriate since the data have been whitened :

$$J_{\text{LS}}(\mathbf{o}) := \left\| \sigma_{\text{TFM}}^w - \mathbf{H}_s^w \mathbf{o} \right\|^2. \quad (10)$$

The term  $\phi(\mathbf{o})$  corresponds to the penalization function. We adopt a sparse regularization strategy to enhance high-frequency information in the solution. Spatial smoothness is also favored in order to reconstruct ultrasonic reflectors with some spatial extent. As a result, we get a hybrid penalization function:

$$\phi(\mathbf{o}) = \mu_1 \|\mathbf{o}\|_1 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{o}\|^2, \quad \mu_1, \mu_2 > 0, \quad (11)$$

where  $\mathbf{D}\mathbf{o}$  is the image gradient and  $\mu_1$  and  $\mu_2$  are regularization parameters that balance between the data fitting term  $J_{\text{LS}}(\mathbf{o})$  and the regularization term  $\phi(\mathbf{o})$ . The tuning of these parameters is addressed in [12, 14]. The minimization of criterion (9) is performed using the Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm (FISTA) [20].



**Figure 1:** Picture of the sample used for experiments with 5 MHz probe (a) and with 3 MHz probe (b). The single SDH (respectively, the pairs of SDH) at 10 mm and 20 mm depths are circled in red (respectively, in blue).

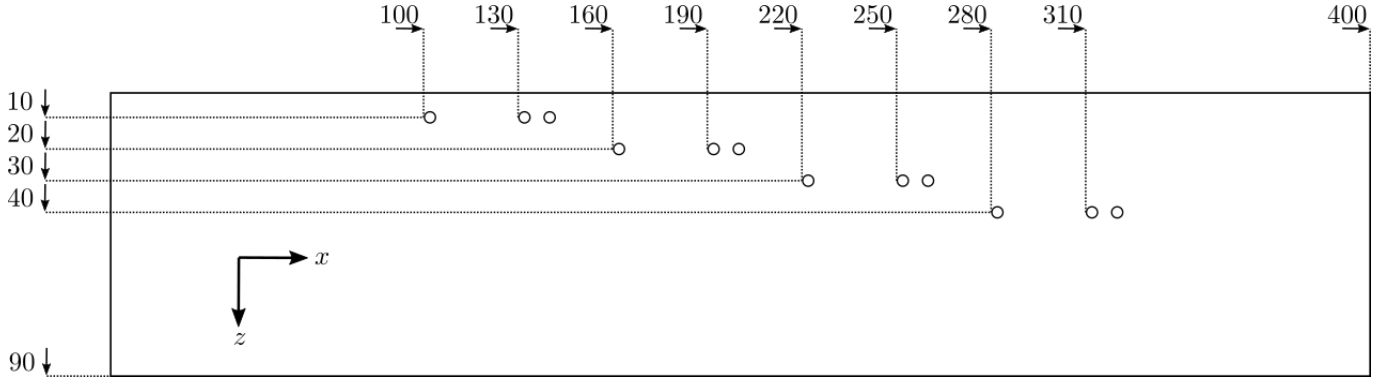
## 4. Experimental results

### 4.1. Description of the experiments

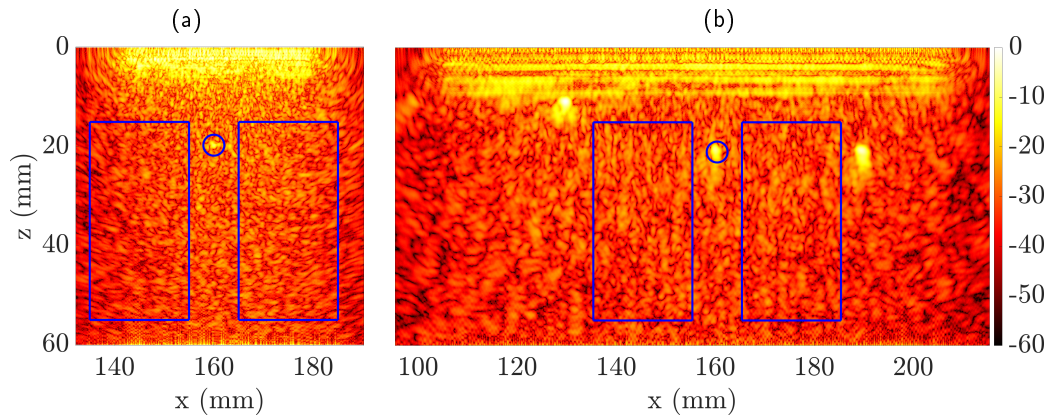
The sample used for this study is represented in Figure 1. It is composed of austenitic-ferritic stainless steel with a coarse-grained structure. The sample contains SDH with 0.4 mm diameter, either isolated or paired, located at depths of 10, 20, 30 and 40 mm. The positions of the flaws are shown in the scheme of Figure 2. The distance between two close SDHs is equal to 0.4 mm edge-to-edge, that is, 0.8 mm center-to-center. The velocity of longitudinal waves has been measured at 5 700 m/s.

The RF data are acquired with the Pioneer system which is an open platform with fast acquisition speed (TPAC, West-Chester, USA). Each probe is placed in contact with the sample using coupling gel (see Figure 1). The sampling frequency is 50 MHz and the quantization corresponds to 14 bits. The acquisition procedure consists in FMC, detailed in Section 2. Two different probes are used in this study. The first has 64 elements and a central frequency of 5 MHz, and the second has 128 elements and a central frequency of 3 MHz (Imasonic, Voray-sur-l'Ognon, France). Their specifications are given in Table 1. Both probes have complementary properties. Indeed, a higher frequency probe ( $> 5$  MHz) would be generally better suited to image such small defects in an homogeneous material. Nevertheless, higher frequencies are more strongly affected by scattering noise, so that a lower frequency probe would be preferred in order to achieve sufficient SNR enabling the detection of flaws, but then decreas-





**Figure 2:** Scheme of the inspected piece, composed of series of single and double side drilled holes at different depths.



**Figure 3:** Zoom on the TFM images obtained with 5 MHz probe (a) and with 3 MHz probe (b) around  $z = 20$  mm, and principle of SNR estimation. The reference scatterer is the single SDH circled in blue and the noise region is framed in blue.

ing the resolution of TFM imaging. Therefore, these experiments aim to study how the proposed inversion method, denoted by INV in the following, is able to achieve high resolution images with lower frequency probes.

In order to characterize the noise level for each problem (that is, for each probe and at the different inspection depths), we define the SNR from the TFM images as:

$$\text{SNR} = 10 \log \frac{\sigma_{\text{TFM}}(x_{\text{SDH}}, z_{\text{SDH}})^2}{P_{\text{noise}}}, \quad (12)$$

where  $(x_{\text{SDH}}, z_{\text{SDH}})$  are the coordinates corresponding to the maximum amplitude of the single SDH and  $P_{\text{noise}}$  is the mean power in the noise region. Figure 3 illustrates the SNR definition at depth 20 mm, for the TFM images obtained with each probe. As discussed above, one can clearly see that the noise level is higher for 5 MHz data (SNR  $\sim 20.9$  dB) than for 3 MHz data (SNR  $\sim 23.6$  dB).

The difficulty of each problem is also measured in terms of resolution through the Rayleigh criterion  $\mathcal{R}$  defined as:

$$\mathcal{R} = \frac{0.61\lambda}{\sin \theta}, \quad (13)$$

with  $\lambda$  denoting the wavelength and with  $\tan \theta = D/(2z)$ , where  $D$  is the full aperture of the array and  $z$  is the reflector

# probe	1	2
Number of elements	64	128
Center frequency (MHz)	5	3
Pitch (mm)	0.6	0.8
Elevation (mm)	10	14
Wavelength (mm)	1.14	1.90

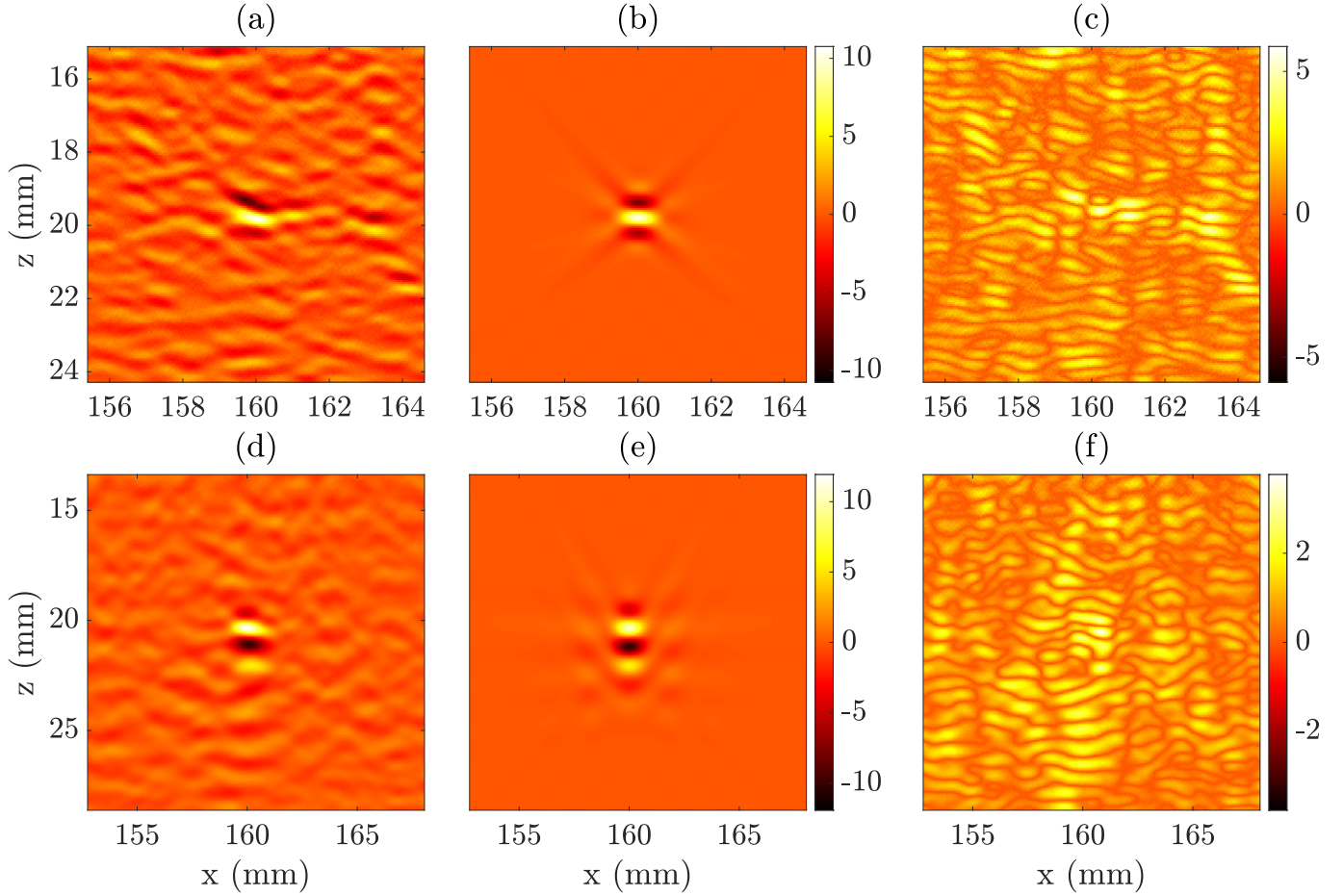
**Table 1**

Properties of the two probes used for inspection.

tor depth.  $\mathcal{R}$  corresponds to the resolving limit of a standard DAS beamformer [21]. In all following examples, the edge-to-edge distance between the two reflectors is close or inferior to the Rayleigh criterion. We focus on the capability of the TFM and INV to detect and separate the flaws, with depths varying from 10 to 40 mm.

#### 4.2. TFM image acquisition

As shown in Figure 1, the apertures of the two probes are too small to acquire the full data set from a single acquisition. Thus, the probes are successively located above each set of SDHs (see Figure 2). For each position, the corresponding TFM image is acquired. The imaged zone along



**Figure 4:** Example of PSF estimation from the SDH located at  $z = 20$  mm obtained with 5 MHz data (top row) and with 3 MHz data (bottom row) using the data shown in Figure 3. The first column displays the TFM image centered on the reflector. The second column represents the synthetic PSF reconstructed at the same location by fitting the ultrasonic waveform model. The third column shows the error between the TFM reconstruction and the estimated PSF. Images (a) and (b) have the same dynamic scale. Images (d) and (e) have the same dynamic scale.

the  $x$  direction corresponds approximately to the aperture of each probe, that is, 40 mm for the 5 MHz probe and 100 mm for the 3 MHz probe. The imaged zone along the  $z$  direction covers the range  $[z_{\text{SDH}} - 5 \text{ mm}, z_{\text{SDH}} + 5 \text{ mm}]$  for the 5 MHz probe, and  $[z_{\text{SDH}} - 5 \text{ mm}, z_{\text{SDH}} + 10 \text{ mm}]$  for the 3 MHz probe, with  $z_{\text{SDH}}$  the depth of the considered SDH. In all experiments, the pixel size is  $0.05 \times 0.05 \text{ mm}^2$ . The full images have therefore  $801 \times 201$  pixels ( $40 \times 10 \text{ mm}^2$ ) for 5 MHz probe, and  $2001 \times 301$  pixels ( $100 \times 15 \text{ mm}^2$ ) for 3 MHz probe.

#### 4.3. Estimation of the PSF model

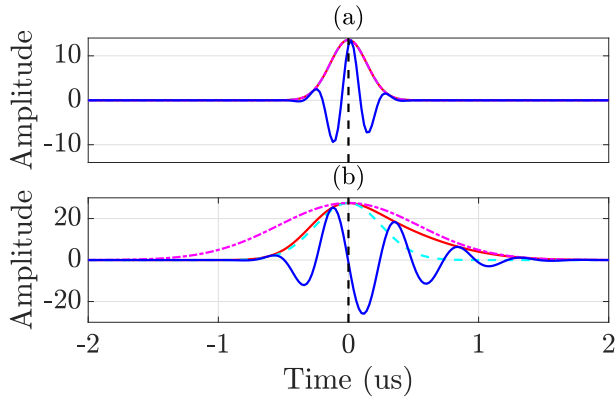
Figure 4 (top row) shows the TFM data and the estimated PSF with 5 MHz probe on the single SDH located at  $z = 20$  mm. The TFM signature of the SDH looks highly distorted due to the high level of noise. Figure 4 (bottom row) shows the estimated PSF with 3 MHz probe on the same SDH located at  $z = 20$  mm. The data have a more regular shape, therefore the main lobes of the ultrasonic waveform are better reconstructed and the estimation error is smaller.

The corresponding time-domain ultrasonic waveform estimated from the 5 MHz data is shown in Figure 5(a), and is almost symmetrical ( $r \approx 0$ ). The estimated waveform with 3 MHz probe is shown in Figure 5(b). In this case, the estimated decay rate is 4.5 times larger on the left part than on the right part, proving the relevance of the asymmetric model.

Finally, for each TFM image, the model (5) with spatially variant PSF along the  $x$  direction is considered, based on the PSF obtained in Section 4.3 and taking the acquisition geometry into account (details can be found in [14]).

#### 4.4. Results with the 5 MHz probe

We now present the results obtained with the 5 MHz probe. The computation of the  $801 \times 201$ -pixel TFM beamformed image required 0.12 s, and the inversion procedure required an additional 0.44 s. The estimation of the time-domain waveform parameters and of the 2D PSF are not included in advance the computation time, since they can be performed in advance within a calibration step. For each pair of SDHs, image



**Figure 5:** Ultrasonic waveform estimated from the SDH located at 20 mm depth with 3 MHz probe (-), asymmetric Gaussian envelope of the estimated ultrasonic waveform (-), symmetric Gaussian envelope for the left part  $\alpha(1+r)$  (-), symmetric Gaussian envelope for the right part  $\alpha(1-r)$  (-).

zooms of  $121 \times 121$  pixels are displayed, corresponding to  $6 \times 6 \text{ mm}^2$ . In order to quantify the separation between the flaws, we use the Peak to Center Intensity Difference (PCID) value [22], denoted  $\gamma$ , which is the difference in dB between the maximum amplitude due to the two reflectors and the minimum amplitude in the area between them. This PCID is computed on the line profile obtained by averaging the pixel values over the  $z$  axis in each  $121 \times 121$ -pixels image. Two reflectors are considered as resolved if their PCID is lower than  $-6 \text{ dB}$  [22].

Reconstructed images are shown on the top part of Figure 6, together with the line profile corresponding to the average intensity over the corresponding  $z$  values. For the SDH pair at 10 mm depth (Figure 6(a)), with  $\text{SNR} = 30.4 \text{ dB}$ , the TFM image shows two distinct maxima, with PCID  $\gamma$  slightly below  $-6 \text{ dB}$ , so the two SDHs can be considered as resolved. This observation is consistent with the fact that, in this configuration, the center-to-center distance ( $0.80 \text{ mm}$ ) is very close to the Rayleigh criterion ( $\mathcal{R} = 0.79 \text{ mm}$ ). The INV image shows a clear separation between the two reflectors, and the distance between them is estimated at  $0.95 \text{ mm}$ , which is close to the true distance ( $0.80 \text{ mm}$ ).

Results for the pairs of SDHs at 20 mm and 30 mm depths are presented in Figures 6(b) and 6(c), respectively. Here, the SNR equals  $20.9 \text{ dB}$  and  $14.9 \text{ dB}$ , and the Rayleigh criterion equals  $1.01 \text{ mm}$  and  $1.30 \text{ mm}$ , respectively, so that the problems are more difficult than at  $z = 10 \text{ mm}$ . Similar conclusions can be drawn for both cases: as expected, TFM is not able to resolve the reflectors, whereas the INV method can separate them ( $\gamma < -6 \text{ dB}$ ). The estimated distance between reflectors is  $0.90 \text{ mm}$  and  $0.95 \text{ mm}$ , respectively.

Finally, results for the deepest SDHs ( $z = 40 \text{ mm}$ ) are displayed in Figure 6(d). In this configuration, one has  $\mathcal{R} = 1.63 \text{ mm}$ , which is twice the distance between the reflectors. Due to the high noise level ( $\text{SNR} = 14.2 \text{ dB}$ ), none of the two methods is able to separate the reflectors.

Numerical results are summarized in Table 2. The pair

5 MHz data			TFM		INV	
$z$ (mm)	SNR (dB)	$\mathcal{R}$ (mm)	$\gamma$ (dB)	$d$ (mm)	$\gamma$ (dB)	$d$ (mm)
10	30.37	0.79	-1.94	0.85	$-\infty$	0.95
20	20.90	1.01	0	NR	$-\infty$	0.90
30	14.94	1.30	0	NR	$-\infty$	0.95
40	14.16	1.63	0	NR	0	NR
3 MHz data			TFM		INV	
$z$ (mm)	SNR (dB)	$\mathcal{R}$ (mm)	$\gamma$ (dB)	$d$ (mm)	$\gamma$ (dB)	$d$ (mm)
10	29.02	1.18	0	NR	$-\infty$	0.50
20	23.56	1.25	0	NR	-25.33	0.70
30	20.99	1.35	0	NR	-20.96	0.85
40	16.83	1.48	0	NR	-14.80	0.75

**Table 2**

Results for the 5 MHz probe (top) and the 3 MHz probe (bottom): data characteristics, PCID  $\gamma$  and estimated distance  $d$  between the two reflectors, when detected. The true distance between reflectors is  $0.80 \text{ mm}$ . NR stands for "Not Resolved".

at  $40 \text{ mm}$  seems to be the separation limit of the proposed method for this configuration (probe and reflector distance).

#### 4.5. Results with the 3 MHz probe

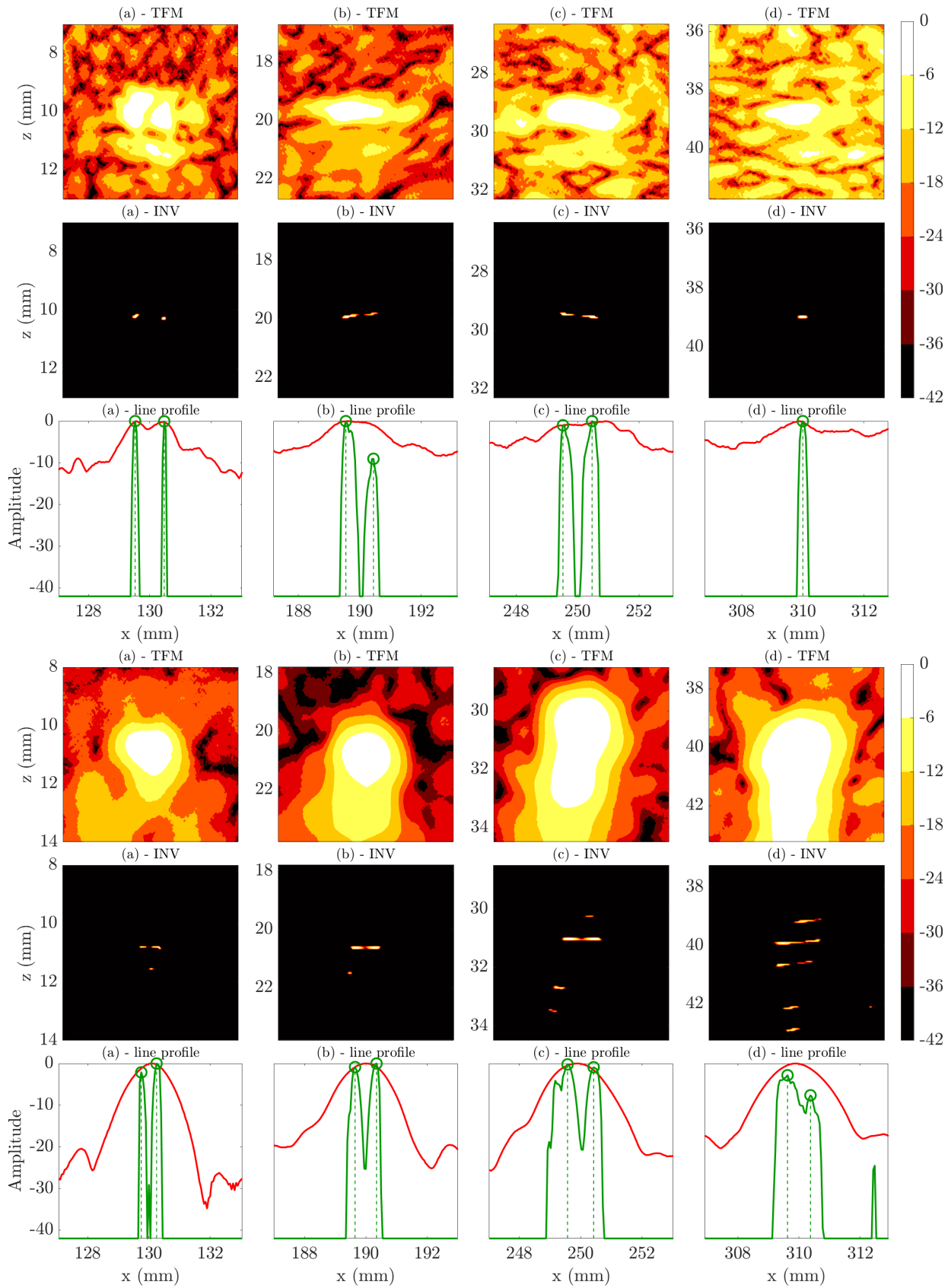
The bottom part of Figure 6 similarly displays the results obtained with the 3 MHz data. Note that the reconstructed image is much larger in this case ( $2001 \times 301$  pixels), therefore the computation time for the INV method is now about  $20 \text{ s}$  (the computation of the TFM image required  $0.23 \text{ s}$ ). For the first SDH pair at  $z = 10 \text{ mm}$ , due to the lower frequency of the probe, the Rayleigh criterion is now increased to  $\mathcal{R} = 1.18 \text{ mm}$ , and the TFM is not able to resolve the reflectors. On the contrary, the INV method achieves a good separation. Note, however, that the distance between the SDHs is underestimated ( $0.50 \text{ mm}$ ). For data at depths  $20 \text{ mm}$  and  $30 \text{ mm}$  (see columns (b) and (c) in Figure 6), for which  $\mathcal{R} = 1.25 \text{ mm}$  and  $1.35 \text{ mm}$  respectively, the SDH pairs are well resolved with the INV method, contrary to the TFM. Moreover, the distances between the SDHs in the INV image are quite accurate,  $0.70 \text{ mm}$  and  $0.85 \text{ mm}$  respectively. Finally, Figure 6(d) shows that the SDHs can still be resolved by INV since local maxima are found in the image. However, in the last two cases, several artifacts are visible, which may be due to a lower accuracy of the PSF estimation.

Results are summarized in Table 2. We note that, for the three last depths, the distance between the flaws is accurately estimated. Compared to results with 5 MHz data, better performance is achieved with INV, in consistence with the observation that images are less corrupted by structural noise for lower frequencies.

## 5. Conclusion

We have presented a deconvolution method for resolution improvement in NDT applications. In particular, we have shown that it is well adapted to the inspection of coarse-

Super-resolution ultrasonic imaging of close reflectors in coarse-grained steels based on a deconvolution approach



**Figure 6:** Results obtained with 5 MHz data (5 MHz probe, top panel) and with 3 MHz data (3 MHz probe, bottom panel). In each case, the first row displays the TFM images obtained around each pair of reflectors at depths 10 mm (a), 20 mm (b), 30 mm (c) and 40 mm (d). The second row displays the INV images. The third row represents the image intensity averaged along the  $x$  axis, for the TFM image (—) and for the INV image (—).



grained structures, that is a frequent problem in several industry sectors. The method is based on the deconvolution of delay-and-sum beamformed images *e.g.*, TFM, but it could be applied to other acquisition schemes. Experimental results have shown that the resolution capability is increased compared to TFM, going beyond the limit of the Rayleigh criterion. In presence of high-level structural noise, the proposed method is able to separate close reflectors up to about three times the Rayleigh criterion.

This method advantageously enables the use of lower-frequency probes (around 3 MHz) for the inspection of coarse-grained steel samples, for which the ultrasonic pulse propagates farther in the inspected material and therefore provides data with better signal-to-noise ratio. The loss in resolution is then compensated by taking an accurate forward model into account and by enforcing the sparsity of the reconstructed reflectivity image.

The computation time of the proposed method increases with the size of the reconstructed image. In the proposed experiments, a very small pixel size was used ( $0.05 \times 0.05 \text{ mm}^2$ ) in order to achieve high resolution, so that reconstructing the  $100 \times 15 \text{ mm}^2$  image with the 3 MHz probe required about 20 s. The computation time could be significantly reduced by reconstructing the images only locally in regions of interest that could be identified from the TFM image. Note that the computational complexity of the method does not depend on the number of transducers, since it works on the precomputed TFM data.

An interesting perspective will concern the applications to more complex reflectors and to real flaws such as porosities and cracks. Indeed, such kind of flaws are supposed to be modeled by more complex point-like responses (*i.e.* PSFs), which have to be experimentally determined. For the results presented in this paper, the elementary waveform has been estimated for each depth. An accurate modeling of the elementary waveform deformation during the propagation in coarse-grained materials [1, 2] would also achieve a reliable forward model, without resorting to an empirical calibration step.

## Acknowledgment

This work was partially funded by the French ANRT (Association Nationale Recherche Technologie), project 2017/1083.

## References

- [1] E. P. Papadakis, Ultrasonic attenuation caused by scattering in polycrystalline metals, *The Journal of the Acoustical Society of America* 37 (1965) 711–717.
- [2] S. Hirsekorn, P. Van andel, U. Netzelmann, Ultrasonic methods to detect and evaluate damage in steel, *Nondestructive Testing and Evaluation* 15 (1998) 373–393.
- [3] M. T. Anderson, S. L. Crawford, S. E. Cumblidge, K. M. Denslow, A. A. Diaz, S. R. Doctor, Assessment of Crack Detection in Heavy-Walled Cast Stainless Steel Piping Welds Using Advanced Low-Frequency Ultrasonic Methods, Technical Report PNNL-16292, NUREG/CR-6933, 921260, 2007. doi:10.2172/921260.
- [4] V. Perrot, M. Polichetti, F. Varray, D. Garcia, So you think you can DAS? A viewpoint on delay-and-sum beamforming, *Ultrasonics* 111 (2021) 106309.
- [5] R. Chiao, L. Thomas, Analytic evaluation of sampled aperture ultrasonic imaging techniques for NDE, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* 41 (1994) 484–493.
- [6] C. Holmes, B. W. Drinkwater, P. D. Wilcox, Post-processing of the full matrix of ultrasonic transmit-receive array data for non-destructive evaluation, *NDT&E International* 38 (2005) 701–711.
- [7] A. Aubry, A. Derode, Random matrix theory applied to acoustic backscattering and imaging in complex media, *Phys. Rev. Lett.* 102 (2009) 084301.
- [8] S. Shahjahan, A. Aubry, F. Rupin, B. Chassignole, A. Derode, A random matrix approach to detect defects in a strongly scattering polycrystal: How the memory effect can help overcome multiple scattering, *Applied Physics Letters* 104 (2014) 234105.
- [9] E. Lopez Villaverde, S. Robert, C. Prada, Ultrasonic imaging of defects in coarse-grained steels with the decomposition of the time reversal operator, *The Journal of the Acoustical Society of America* 140 (2016) 541–550.
- [10] J. Idier, *Bayesian Approach to Inverse Problems*, ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc, London, U.K., 2008.
- [11] G. A. Guarneri, D. R. Pipa, F. N. Junior, L. V. R. de Arruda, M. V. W. Zibetti, A sparse reconstruction algorithm for ultrasonic images in nondestructive testing, *Sensors* 15 (2015) 9324.
- [12] N. Laroche, S. Bourguignon, E. Carcreff, J. Idier, A. Duclos, An inverse approach for ultrasonic imaging from full matrix capture data: Application to resolution enhancement in NDT, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 67 (2020) 1877–1887.
- [13] A. Besson, L. Roquette, D. Perdios, M. Simeoni, M. Arditì, P. Hurley, Y. Wiaux, J.-P. Thiran, A physical model of non-stationary blur in ultrasound imaging, *IEEE Trans. Comput. Imaging* (2019) 1–1.
- [14] N. Laroche, S. Bourguignon, J. Idier, E. Carcreff, A. Duclos, Fast non-stationary deconvolution of ultrasonic beamformed images for nondestructive testing, 2021. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03147256>, working paper or preprint.
- [15] J. Zhang, B. W. Drinkwater, P. D. Wilcox, A. J. Hunter, Defect detection using ultrasonic arrays: The multi-mode total focusing method, *NDT&E International* 43 (2010) 123–133.
- [16] G. Montaldo, M. Tanter, J. Bercoff, N. Benceh, M. Fink, Coherent plane-wave compounding for very high frame rate ultrasonography and transient elastography, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 56 (2009) 489–506.
- [17] M.-H. Bae, M.-K. Jeong, A study of synthetic-aperture imaging with virtual source elements in b-mode ultrasound imaging systems, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 47 (2000) 1510–1519.
- [18] B. Friedlander, System identification techniques for adaptive signal processing, *Circuits, Systems, and Signal Processing* 1 (1982) 3–41.
- [19] R. Demirli, J. Saniie, Asymmetric Gaussian chirplet model and parameter estimation for generalized echo representation, *Journal of the Franklin Institute* 351 (2014) 907–921.
- [20] A. Beck, M. Teboulle, A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems, *SIAM Journal on Imaging Sciences* 2 (2009) 183–202.
- [21] F. Simonetti, Localization of pointlike scatterers in solids with sub-wavelength resolution, *Applied Physics Letters* 89 (2006) 094105.
- [22] C. Fan, M. Caleap, M. Pan, B. W. Drinkwater, A comparison between ultrasonic array beamforming and super resolution imaging algorithms for non-destructive evaluation, *Ultrasonics* 54 (2014) 1842–1850.



# IMAGERIE ULTRASONORE POUR LES MILIEUX ATTÉNUANTS ET DISPERSIFS

---

## Sommaire

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>133</b>
<b>6.1 Modèle direct dans le cas de milieux atténuants et dispersifs</b>	<b>135</b>
6.1.1 Modélisation fréquentielle des signaux . . . . .	135
6.1.2 Atténuation linéaire pour un écho gaussien . . . . .	138
6.1.3 Modélisation des données FMC et implémentation . . . . .	142
<b>6.2 Méthodes d'imagerie linéaires et limitations</b> . . . . .	<b>144</b>
6.2.1 Limites du TFM . . . . .	144
6.2.2 Détection par pseudo-filtrage adapté . . . . .	144
<b>6.3 Régularisation dans le cas d'une forte variation d'amplitude</b>	<b>148</b>
6.3.1 Illustration dans un cadre simplifié . . . . .	148
6.3.2 Fonction de régularisation adaptée pour l'imagerie ultrasonore	152
<b>6.4 Méthode d'inversion des données par régularisation spatia-</b>	
<b>    lement variable</b> . . . . .	<b>154</b>
<b>6.5 Résultats expérimentaux</b> . . . . .	<b>156</b>

---

## Introduction

Ce chapitre est basé sur la prise en compte d'un modèle d'atténuation fréquentielle et de dispersion de phase, initialement proposé pour les signaux ultrasonores dans [CARCREFF *et al.* 2014], dans les méthodes d'inversion de données ultrasonores multiéléments pour l'imagerie. L'atténuation fréquentielle et la dispersion sont des phénomènes physiques caractéristiques des milieux dispersifs. En effet, les différentes contributions fréquentielles d'une onde ultrasonore se propagent à des vitesses différentes, ce qui provoque une déformation des signaux caractérisée par

une diminution de l’amplitude et un étalement temporel des échos. Il est possible de minimiser ces phénomènes en adaptant les signaux d’excitation de manière à optimiser l’énergie transmise et la résolution temporelle du signal pour une profondeur souhaitée. Dans [ALLEYNE *et al.* 1993], le signal reçu est retourné temporellement puis utilisé comme nouveau signal d’excitation afin de remettre en phase les contributions fréquentielles se propageant à des vitesses différentes. Connaissant la vitesse de phase et la vitesse de groupe de l’onde, il est également possible d’optimiser la résolution temporelle du signal à une profondeur donnée en adaptant la bande passante et la durée du signal d’excitation [WILCOX *et al.* 2001]. Ces deux méthodes nécessitent donc des émissions différentes pour chaque profondeur d’inspection, ce qui n’est pas généralisable pour l’imagerie multi-éléments. Une autre approche consiste à retrouver le signal d’excitation initial à partir du signal déformé par transformée de Fourier inverse [WILCOX 2003]. Cette approche nécessite la modélisation des phénomènes d’atténuation et de dispersion ainsi que la connaissance des propriétés acoustiques du milieu. La forme d’onde initiale peut ainsi être calculée à partir de la forme d’onde déformée en fonction de la distance de propagation. Dans ce chapitre, nous présenterons un modèle d’atténuation et de dispersion développé dans [CARCREFF *et al.* 2014] afin de calculer la forme d’onde à différents temps de vol. Le but est alors d’utiliser ce modèle pour la méthode d’inversion de données FMC présentée au chapitre 3 et pour la méthode de déconvolution de l’image TFM proposée au chapitre 4.

La Section 6.1 est dédiée au modèle direct pour les milieux atténuants et diffusants, en particulier, nous présentons la modélisation fréquentielle de ces phénomènes ainsi que leurs effets sur les signaux temporels. En Section 6.2, nous présentons les résultats des méthodes d’imagerie linéaires TFM et Excitelet [QUAEGEBEUR *et al.* 2012]. Nous adaptons l’approche par corrélation Excitelet aux matériaux atténuants et diffusants en prenant en compte la déformation du signal de référence liée à l’atténuation. Dans cette partie, nous mettons en évidence les limites des méthodes linéaires sur des données synthétiques générées à partir du modèle d’atténuation fréquentielle et de dispersion de phase. En Section 6.3, nous exposons les problématiques liées aux approches d’inversion par régularisation lorsque l’amplitude des signaux décroît fortement. Nous proposons alors une stratégie de régularisation spatialement variable. Une méthode d’inversion sur les données brutes FMC est ensuite proposée en Section 6.4, ainsi que des résultats à partir des données simulées. Enfin, des résultats expérimentaux sont présentés en Section 6.5.

Tout au long de ce chapitre, nous présenterons des exemples simulés qui sont obtenus avec les caractéristiques suivantes. Le milieu est atténuant et dispersif avec un coefficient d’atténuation linéaire ( $\gamma = 1$ ) égal à  $\alpha_0 = 20 \text{ Np.MHz}^{-1}.\text{m}^{-1} \approx 1.7 \text{ dB.MHz}^{-1}.\text{cm}^{-1}$  (1 Néper = 8.69 dB). La vitesse des ondes dans le milieu est  $c = 5000 \text{ m.s}^{-1}$ . La réponse impulsionnelle des transducteurs

$h_0$  est un écho gaussien de la forme :

$$h_0(t) = Ae^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}} \cos(2\pi f_0 t + \phi), \quad (6.1)$$

d'amplitude  $A = 1$ , de fréquence  $f_0 = 5$  MHz, de phase  $\phi = \pi/4$  rad avec un facteur de bande passante BWR = 40% ( $\sigma_t \approx 0.19$  s<sup>-1</sup>). Cette forme d'onde est affichée en Figure 6.1.

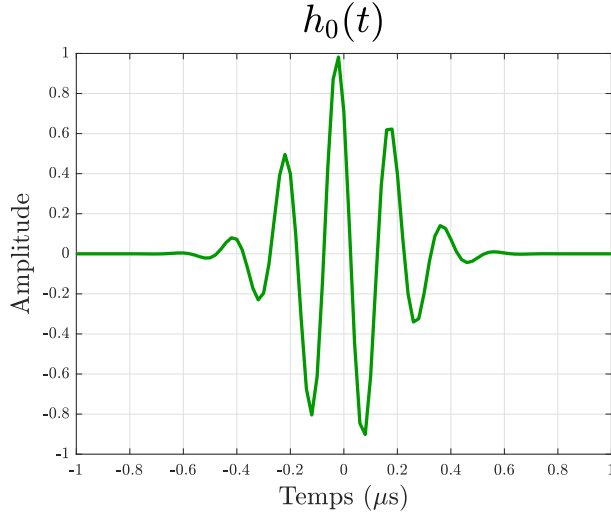


FIGURE 6.1 – Réponse impulsionnelle des transducteurs de type écho gaussien.

## 6.1 Modèle direct dans le cas de milieux atténuants et dispersifs

### 6.1.1 Modélisation fréquentielle des signaux

Nous reprenons ici le modèle fréquentiel développé en Section 2.1.1. Nous rappelons que la contribution du pixel  $(x, z)$  dans la réponse fréquentielle du signal mesuré s'écrit :

$$Y(f, x, z) = H_0(f)H_r(f, x, z)o(x, z), \quad (6.2)$$

où  $H_0$  désigne la réponse impulsionnelle des transducteurs et  $o(x, z)$  représente la réflectivité en  $(x, z)$ .  $H_r$  est la fonction de transfert associée à la propagation dans le milieu et peut se mettre sous la forme :

$$H_r(f, x, z) = \alpha(x, z)e^{-jk(f)d(x,z)}, \quad (6.3)$$

où le terme  $\alpha(x, z)$  est un facteur d'amplitude ne dépendant pas de la fréquence. Nous le considérons égal à 1 sans perte de généralité (voir Section 2.1.1).  $k(f)$  est le nombre d'onde et  $d(x, z)$  représente la somme des distances de propagation de l'émetteur vers la cible située en  $(x, z)$  et de  $(x, z)$  vers le récepteur. Dans le cas des milieux atténuants, le nombre d'onde  $k(f)$  peut s'écrire de manière générale [O'DONNELL *et al.* 1981] :

$$k(f) = \beta(f) - j\alpha(f). \quad (6.4)$$

Le nombre d'onde comporte ainsi une partie réelle représentant la propagation  $\beta(f) = 2\pi f/c(f)$ , caractérisé par la vitesse de phase  $c(f)$ . Sa partie imaginaire est décrite par un terme  $\alpha(f)$  représentant l'atténuation dans le matériau. La signification physique de ces deux termes est expliquée ci-après.

Le terme  $\alpha(f)$  représente la diffusion et l'absorption de l'onde dans le matériau. L'absorption correspond à une dissipation d'énergie due à des frottements visqueux et à des échanges thermiques, provoqués par la mise en mouvement des particules dans le matériau par l'onde mécanique. Les effets d'atténuation acoustique sont généralement modélisés par une loi de puissance [NARAYANA *et al.* 1983 ; OPHIR *et al.* 1982] :

$$\alpha(f) = \alpha_0 |f|^\gamma, \quad (6.5)$$

où  $\alpha_0 > 0$  est le coefficient d'atténuation du milieu qui est généralement exprimé en  $\text{Np.MHz}^{-\gamma}.\text{m}^{-1}$  ou en  $\text{dB.MHz}^{-\gamma}.\text{m}^{-1}$ . Le coefficient  $\gamma$  dépend également du milieu et vaut 1 pour la plupart des matériaux, on parle alors d'atténuation linéaire [SZABO 1995]. D'après l'équation (6.5), le phénomène d'absorption augmente avec la fréquence. En effet, la vitesse des particules mises en mouvement par la propagation de l'onde augmente avec la fréquence, la dissipation est alors plus importante. La propagation d'une onde acoustique dans un milieu a donc un effet de filtrage passe-bas puisque les hautes fréquences sont plus atténuées que les basses fréquences. Cela peut s'avérer critique dans le cadre de mesure *pulse-echo* avec un transducteur dont la bande passante est fixe. Une autre conséquence du filtrage passe-bas est l'accroissement de l'étalement temporel des formes d'ondes provoquant une dégradation de la résolution temporelle des signaux.

Le terme  $\beta(f)$  est un terme de propagation qui dépend de la vitesse de phase  $c(f)$  :

$$\beta(f) = \frac{2\pi f}{c(f)}. \quad (6.6)$$

Dans les milieux non dispersifs, la vitesse de propagation est constante, égale à la vitesse de groupe  $c_0$ . Dans ce cas, la fonction de transfert du milieu  $H_r(f, x, z)$  a une phase linéaire qui est égale à  $-\beta(f) = -(2\pi f d(x, z))/c_0$  et le terme  $h_r(t, x, z)$  est égal à une fonction de Dirac.

Par conséquent, la forme d'onde  $h(t, x, z)$  est constante en cours de propagation et correspond à une version décalée de la forme d'onde initiale avec un retard égal à  $\tau(x, z) = d(x, z)/c_0$ . Le phénomène de dispersion implique un déphasage au cours de la propagation. Dans les milieux dispersifs, la vitesse est variable. On peut considérer qu'il existe une vitesse de propagation  $c_\infty$  lorsque  $f \rightarrow \infty$  [KELLY *et al.* 2008]. Le terme  $\beta(f)$  se réécrit alors :

$$\beta(f) = \frac{2\pi f}{c_\infty} + \epsilon(f), \quad (6.7)$$

avec

$$\lim_{f \rightarrow \infty} \epsilon(f) = 0. \quad (6.8)$$

Plusieurs modèles existent pour le terme de phase dispersive  $\epsilon(f)$  [O'DONNELL *et al.* 1978; SZABO 1994; SZABO 1995]. Nous reprenons ici le modèle à minimum de phase [GURUMURTHY *et al.* 1982; KUC 1983; KUC 1984] qui a déjà démontré de bonnes performances dans le cadre de la déconvolution de signaux ultrasonores 1D dans des milieux atténuants [CARCREFF *et al.* 2014]. Le terme de dispersion de phase s'écrit :

$$\epsilon(f) = -\frac{1}{F_s} \mathcal{P} \int_{-\frac{F_s}{2}}^{\frac{F_s}{2}} \alpha(g) \cot\left(\frac{\pi}{F_s}(f-g)\right) dg, \quad (6.9)$$

où  $F_s$  est la fréquence d'échantillonnage et  $\mathcal{P}$  désigne la valeur principale de l'intégrale de Cauchy définie par :

$$\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \int_{-\infty}^{a-\epsilon} f(x) dx + \int_{a+\epsilon}^{\infty} f(x) dx \right). \quad (6.10)$$

Dans l'article [CARCREFF *et al.* 2014], une forme analytique de la dispersion de phase est établie dans le cas d'une atténuation linéaire ( $\gamma = 1$ ). Lorsque l'atténuation est non linéaire, le terme de phase dispersive peut être approché par intégration numérique.

Il est possible d'établir une relation entre les termes d'atténuation  $\alpha(f)$  et de propagation  $\beta(f)$  [SZABO 1995]. En effet, la réponse impulsionnelle  $h_r(t, x, z)$  devant être causale [OPPENHEIM *et al.* 1998], le module et la phase du terme d'atténuation  $H_r(f, x, z)$  qui dépendent respectivement de  $\alpha(f)$  et  $\beta(f)$ , vérifient les relations de Kramers et Kronig [O'DONNELL *et al.* 1981].

Les termes d'atténuation  $\alpha(f)$  et de dispersion  $\epsilon(f)$  ont été négligés dans les chapitres 3, 4 et 5 dans lesquels nous avons fait l'hypothèse de formes d'ondes invariantes au cours de la propagation dans le cadre de mesures dans des matériaux très peu atténuants. Nous souhaitons à présent prendre en compte ces phénomènes acoustiques dans la modélisation des données ultrasonores et dans les méthodes d'inversion.

Dans ce chapitre, nous comparons les trois modèles suivants :

- Modèle sans atténuation, à phase linéaire, noté C (pour forme d’onde constante) :

$$H_r^C(f, x, z) = e^{-j \frac{2\pi f}{c_0} d(x, z)}.$$

- Modèle avec atténuation, à phase linéaire, noté A :

$$H_r^A(f, x, z) = e^{-\alpha_0 |f|^\gamma d(x, z) - j \frac{2\pi f}{c_0} d(x, z)}.$$

- Modèle avec atténuation, à phase dispersive, noté AD :

$$H_r^{AD}(f, x, z) = e^{-\alpha_0 |f|^\gamma d(x, z) - j \left( \frac{2\pi f}{c_\infty} + \epsilon(f) \right) d(x, z)}.$$

La Figure 6.2 montre des signaux calculés à partir de ces trois modèles. Le calcul des formes d’ondes est réalisé grâce à l’équation (6.2) puis par transformée de Fourier inverse. La forme d’onde des transducteurs  $h_0$  est un écho gaussien représenté en Figure 6.1. La réflectivité simulée est composée de plusieurs réflecteurs ponctuels le long d’un axe de propagation et est représentée en Figure 6.2(a). Les réflecteurs sont positionnés tous les 10 mm entre 10 mm et 40 mm. Les A-scans synthétiques sont générés en mode *pulse-echo* à partir de cette réflectivité pour les trois modèles et sont représentés en bleu en Figure 6.2 (b), (c) et (d). Pour le modèle à phase linéaire en Figure 6.2(b), on voit que la forme d’onde originale est reproduite à l’identique pour chacun des réflecteurs avec un décalage correspondant au temps de vol. Pour le modèle avec atténuation et à phase linéaire en Figure 6.2(c), on voit que l’amplitude des signaux diminue avec la distance de propagation, on note également une diminution de la fréquence centrale des échos qui sont de plus en plus étalés. Le modèle prenant en compte la phase dispersive en Figure 6.2(d) a un comportement similaire avec toutefois une variation de la phase en cours de propagation.

La Figure 6.3 montre des signaux reproduits avec les mêmes paramètres et le modèle AD pour des fréquences centrales de la réponse impulsionnelle des transducteurs  $h_0$  égales à 2 MHz, 5 MHz et 8 MHz et avec un facteur de bande passante BWR constant. Cette figure permet d’observer le phénomène de dispersion pour différentes fréquences. On peut observer que la dispersion induit un retard d’autant plus important que la fréquence centrale est basse.

### 6.1.2 Atténuation linéaire pour un écho gaussien

Dans cette partie, nous mettons en évidence quelques propriétés dans le cas d’une atténuation linéaire, c’est-à-dire, lorsque  $\gamma = 1$ . Sous la condition  $d(x, z) \ll f_0 / (\alpha_0 \sigma_f^2)$  et en négligeant le terme de dispersion de phase, un écho gaussien atténué linéairement peut se mettre sous la forme



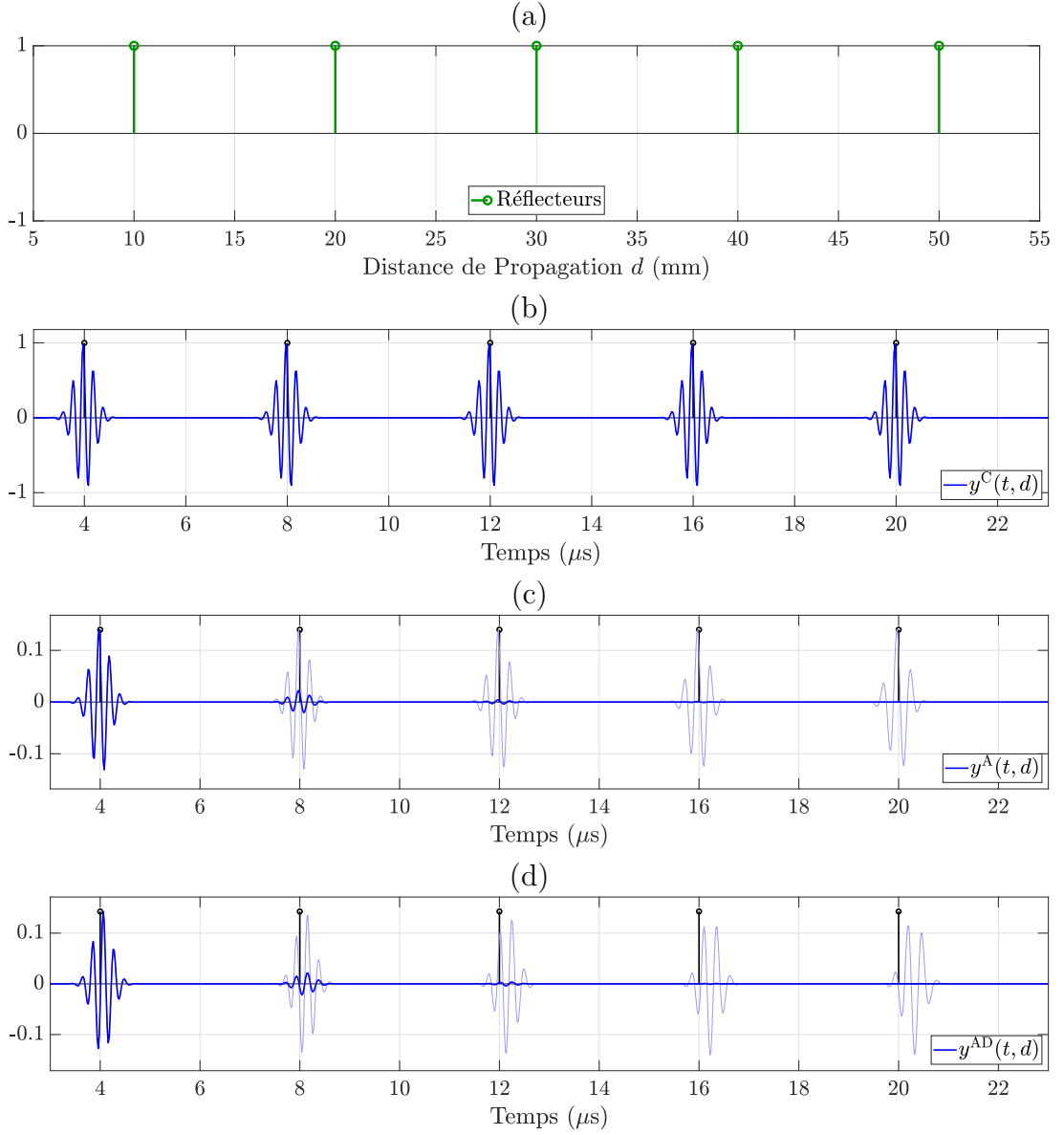


FIGURE 6.2 – (a) : Amplitude des réflecteurs en fonction de la distance de propagation (-o-). Signaux ultrasonores (-) obtenus avec les modèles : (b) : C, (c) : A, (d) : AD. Les signaux normalisés par rapport à l'amplitude maximale sont tracés en transparence. Temps de vol pour chaque réflecteur (-o-).

approchée suivante [CARCREFF 2014] :

$$\begin{aligned}
 h(t, x, z) \approx & A\alpha(x, z)e^{-\alpha_0 d(x, z)} \left( f_0 - \frac{1}{2}\alpha_0 \sigma_f^2 d(x, z) \right) e^{-\frac{(t - d(x, z)/c_0)^2}{2\sigma_t^2}} \\
 & \cos(2\pi f_1(x, z)(t - d(x, z)/c_0) + \phi),
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

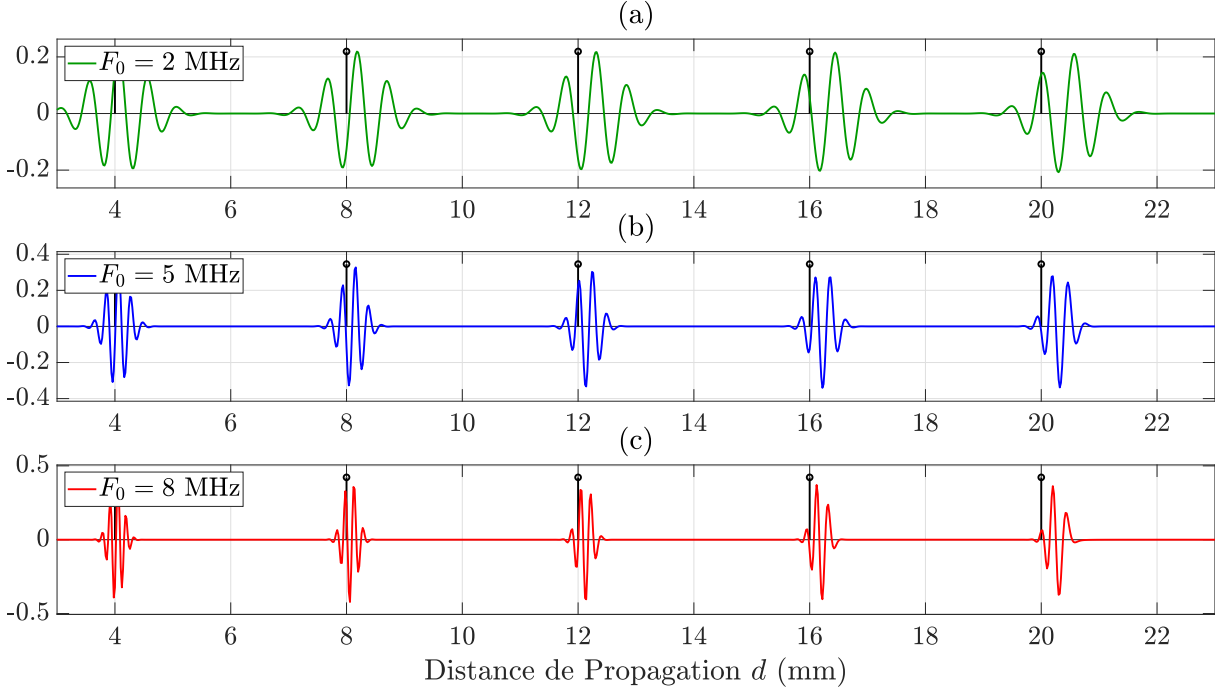


FIGURE 6.3 – Signaux ultrasonores (normalisés) obtenus avec le modèle AD. (a) :  $F_0 = 2$  MHz (—). (b) :  $F_0 = 5$  MHz (—). (c) :  $F_0 = 8$  MHz (—). Temps de vol pour chaque réflecteur (—o—).

où

$$\sigma_f = 1/(2\pi\sigma_t), \quad (6.12)$$

$$\text{et } f_1(x, z) = \left( f_0 - \alpha_0 \sigma_f^2 d(x, z) \right). \quad (6.13)$$

Cette écriture est intéressante car on peut identifier plusieurs termes. Tout d'abord, on remarque que le terme d'enveloppe et le terme en cosinus sont retardés de  $d(x, z)/c_0$ , ce qui correspond au temps de vol de l'onde. On remarque également que la forme d'onde conserve la même largeur de bande. Par ailleurs, on voit que l'écho  $h(t, x, z)$  dépend d'un cosinus de fréquence centrale  $f_1(x, z)$ . Ainsi, la fréquence centrale de l'écho gaussien diminue linéairement en fonction de la distance de propagation. La condition  $d(x, z) \ll f_0/(\alpha_0 \sigma_f^2)$  est équivalente à  $f_1(x, z) \gg 0$ , c'est-à-dire que la forme analytique obtenue n'est valable que si la fréquence centrale de l'écho « ne s'approche pas trop de 0 ». Dans le domaine de Fourier, cette condition impose que les deux gaussiennes centrées en  $-f_1(x, z)$  et  $f_1(x, z)$  ne soient pas trop proches. Il est intéressant de remarquer que la décroissance de la fréquence centrale dépend du facteur de bande passante au carré  $\sigma_f^2$ , c'est-à-dire que plus l'écho gaussien est large bande, plus la décroissance de sa fréquence

centrale au cours de la propagation est importante. Enfin, on peut identifier un dernier terme qui ne dépend pas du temps et qui est un terme d'atténuation en amplitude :

$$\mathcal{A}(x, z) = e^{-\alpha_0 d(x, z) \left( f_0 - \frac{1}{2} \alpha_0 \sigma_f^2 d(x, z) \right)}. \quad (6.14)$$

En résumé, un écho gaussien atténué linéairement reste un écho gaussien de fréquence centrale plus faible  $f_1(x, z)$  qui décroît linéairement avec la distance de propagation et avec la même largeur de bande fréquentielle.

La Figure 6.4 montre le module (normalisé) de la transformée de Fourier des échos gaussien en fonction du temps de vol, pour les modèles standard à phase linéaire C et avec atténuation à phase linéaire A. Les pointillés en magenta indiquent la fréquence pour laquelle le module de la transformée de Fourier est maximale. Cette figure permet de visualiser la décroissance linéaire de la fréquence centrale dans le cas du modèle A.

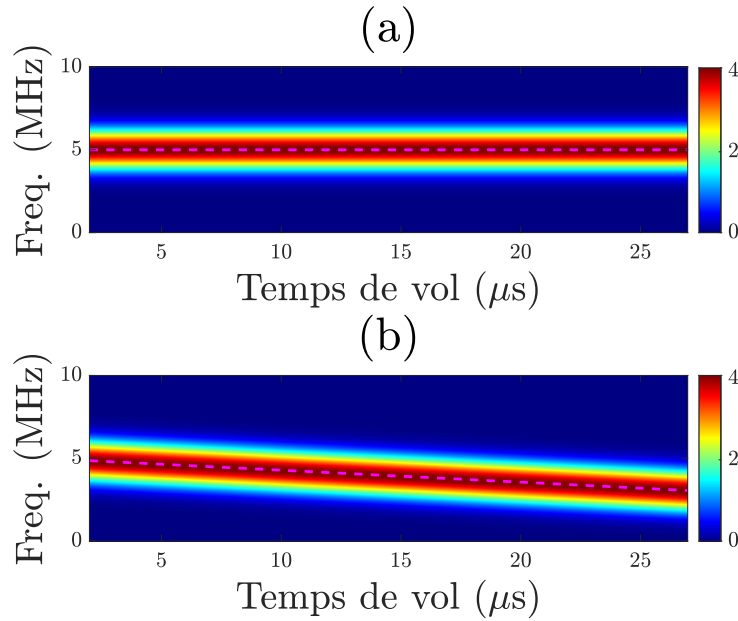


FIGURE 6.4 – Module (normalisé) de la transformée de Fourier des échos gaussien en fonction du temps de vol, pour les modèles C (a) et A (b). La fréquence pour laquelle le module de la transformée de Fourier est maximale en fonction du temps de vol est indiquée en magenta (—).

Nous montrons à présent les limitations de l'approximation proposée pour  $d(x, z) \approx f_0 / (\alpha_0 \sigma_f^2)$ . Nous conservons des paramètres de simulation identiques à l'exception du paramètre de bande passante fréquentielle BWR que nous faisons varier. Pour cet exemple, nous nous intéressons au

modèle A, c'est-à-dire, avec atténuation et sans dispersion de phase, pour lequel l'approximation (6.11) est valide. Les limites de l'approximation sont illustrées en Figure 6.5. Les figures de gauche représentent des échos retardés, obtenues de manière similaire à la Figure 6.2. Les figures de droite représentent les modules des transformées de Fourier des formes d'ondes en fonction du temps de propagation, obtenues de manière similaire à la Figure 6.4. Pour les figures (a) et (b), le facteur de bande passante est égal à  $\text{BWR} = 40\%$  ( $\sigma_f = 0.85 \text{ MHz}^{-1}$ ). On voit que la fonction d'amplitude  $\mathcal{A}$  (rouge) correspond bien à l'amplitude maximale des signaux. La réponse fréquentielle des formes d'onde a une allure de gaussienne centrée en  $f_1(x, z)$  et de largeur constante pour tous les temps de vol. Pour les figures (c) et (d), le facteur de bande passante est égal à  $\text{BWR} = 60\%$  ( $\sigma_f = 1.27 \text{ MHz}^{-1}$ ). On remarque que la fonction d'amplitude  $\mathcal{A}$  est moins fidèle à l'amplitude maximale des échos qui sont de plus en plus déformés. Pour les figures (e) et (f), le facteur de bande passante est égal à  $\text{BWR} = 100\%$  ( $\sigma_f = 2.12 \text{ MHz}^{-1}$ ). La fonction d'amplitude  $\mathcal{A}$  n'est plus du tout fidèle à l'amplitude maximale des échos qui n'ont plus une allure d'écho gaussien.

### 6.1.3 Modélisation des données FMC et implémentation

Nous souhaitons prendre en compte les termes d'atténuation et de dispersion de phase dans la modélisation des données FMC afin d'appliquer les méthodes d'inversion développées aux chapitres précédents dans le cas de milieux atténuants et dispersifs. Ce modèle est plus complexe à mettre en œuvre car les formes d'ondes varient au cours de la propagation. Cependant, la modélisation des données ultrasonores FMC proposée en Section 2.1.3 est établie pour des formes d'ondes quelconques et reste valable dans le cas de milieux atténuants et dispersifs :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_t \mathbf{o} + \mathbf{n}_t. \quad (6.15)$$

Dans la suite, nous utilisons les notations  $\mathbf{H}_t^C$ ,  $\mathbf{H}_t^A$  et  $\mathbf{H}_t^{\text{AD}}$  pour désigner la matrice  $\mathbf{H}_t$  pour chacun des modèles C, A et AD. De plus, la notation  $\overline{\mathbf{H}_t}$  désigne la matrice  $\mathbf{H}_t$  pour laquelle les formes d'ondes ont été normalisées en norme 2.

Une problématique majeure de cette section réside dans l'implémentation des produits direct  $\mathbf{H}_t \cdot$  et adjoint  $\mathbf{H}_t^T \cdot$  dans le cas de formes d'ondes variables au cours de la propagation. En effet, ces opérations sont nécessaires à l'inversion du modèle 6.15. Pour les raisons évoquées en Section 3.4.2, il n'est pas possible de construire la matrice  $\mathbf{H}_t$  pour des dimensions réalistes d'image et de données multiéléments. Pour des formes d'ondes invariantes, nous avons vu que les produits matriciels pouvaient s'effectuer « à la volée », en parallèle sur les pixels de l'image. Le calcul des formes d'ondes atténuées en fonction des distances de propagation est effectué dans le domaine fréquentiel grâce à des transformées de Fourier rapides directes et inverses ainsi que

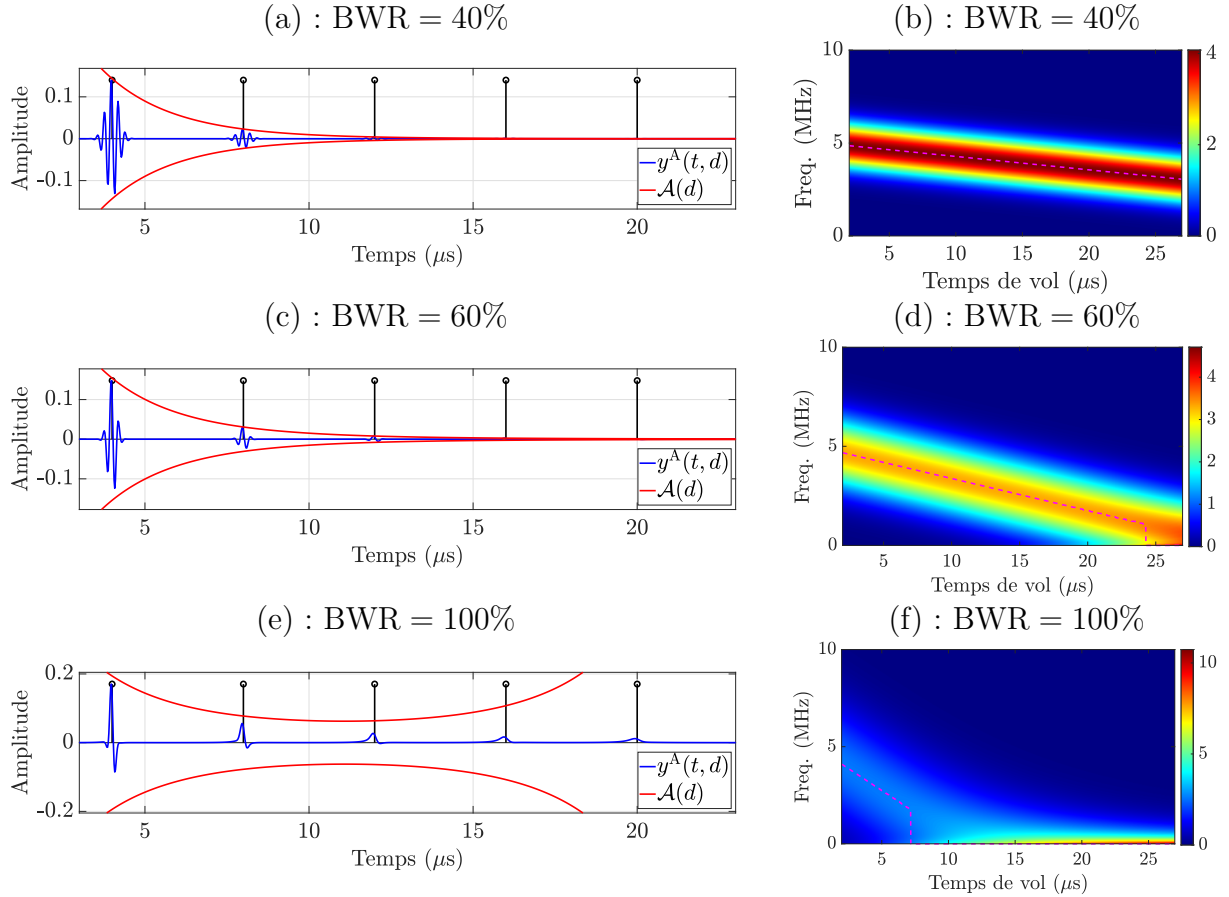


FIGURE 6.5 – Illustration des limites de l’approximation proposée pour une atténuation linéaire. Gauche : Signaux ultrasonores modélisés avec le modèle A (–) et fonctions d’amplitude  $\mathcal{A}$  (–). Temps de vol pour chaque réflecteur (–o–). Droite : Modules (normalisés) des transformées de Fourier des formes d’ondes temporelles. La fréquence pour laquelle le module de la transformée de Fourier est maximale en fonction du temps de vol est indiquée par la ligne discontinue (– –). (a) et (b) : BWR = 40%. (c) et (d) : BWR = 60%. (e) et (f) : BWR = 100%.

des produits terme à terme. Le calcul d’une forme d’onde n’est pas très coûteux, néanmoins, il n’est pas envisageable de le réaliser pour chaque pixel et chaque couple émetteur-récepteur lors du produit matriciel. En pratique, les formes d’ondes ne dépendent que des paramètres d’acquisition et du modèle. Elles peuvent donc être calculées à l’avance puis stockées. Pour cela, il faut extraire un intervalle de temps de vol utilisé pour la reconstruction, puis calculer les formes d’ondes pour chacun de ces temps de vol. Par ailleurs, nous réalisons le calcul de chaque forme d’onde en parallèle.

Une fois ces calculs réalisés, il est possible d’effectuer le calcul des produits « à la volée ». Néanmoins, comme nous l’avons vu en Section 3.4 dans le cas de formes d’ondes invariantes, il est plus efficace d’effectuer le calcul direct en utilisant l’opérateur de projection  $\mathbf{B}$  ainsi que des produits de convolution. Les formes d’ondes étant désormais variables au cours de la propagation, le calcul du produit de convolution ne peut plus être effectué dans le domaine fréquentiel. On calcule alors directement un produit de convolution classique, à partir de formes d’ondes variables. Néanmoins, la taille réduite du noyau de convolution ainsi que la possibilité de paralléliser les calculs pour chaque échantillon temporel rendent ce calcul assez efficace.

## 6.2 Méthodes d’imagerie linéaires et limitations

### 6.2.1 Limites du TFM

L’imagerie ultrasonore dans les milieux atténuants et dispersifs s’avère particulièrement complexe. En effet, la forte décroissance en amplitude des signaux rend la détection plus difficile et impacte fortement le contraste. La dégradation de la résolution avec la profondeur est un phénomène physique qui n’est pas propre aux milieux atténuants. En effet, on peut remarquer que la valeur du critère de Rayleigh (voir Section 1.3.2) diminue avec la profondeur. Néanmoins, la résolution se dégrade davantage dans les milieux atténuants, qui ont un effet de filtrage passe-bas qui s’accroît avec la profondeur et qui provoque une diminution de la fréquence centrale du signal. Par ailleurs, le phénomène de dispersion provoque un déphasage des formes d’ondes, soulevant alors des problématiques liées à la localisation des indications détectées. Ces problématiques sont illustrées en Figure 6.6. Les données FMC synthétiques sont d’abord générées avec le modèle AD prenant en compte l’atténuation et la dispersion de phase et avec un bruit blanc gaussien de rapport signal sur bruit égal à 10 dB. La sonde possède 64 éléments espacés de  $\lambda/2$ . La reconstruction est réalisée avec un paramètre  $f\#$  égal à 0.69 (voir Section 1.4.2) afin de prendre en compte la directivité des transducteurs. Les défauts sont placés dans l’axe central de la sonde tous les 5 mm, entre 10 mm et 55 mm. La Figure 6.6 montre l’image TFM. L’amplitude des défauts diminue fortement avec la profondeur si bien que le dernier défaut est difficilement visible. On peut également voir le phénomène de dispersion de phase puisque les positions des indications reconstruites sont de plus en plus décalées par rapport à la position exacte du réflecteur.

### 6.2.2 Détection par pseudo-filtrage adapté

Dans cette partie, nous appliquons la méthode Excitelet [QUAEGEBEUR *et al.* 2012] qui consiste à appliquer un filtrage adapté des données. Le principe de cette méthode est de cor-

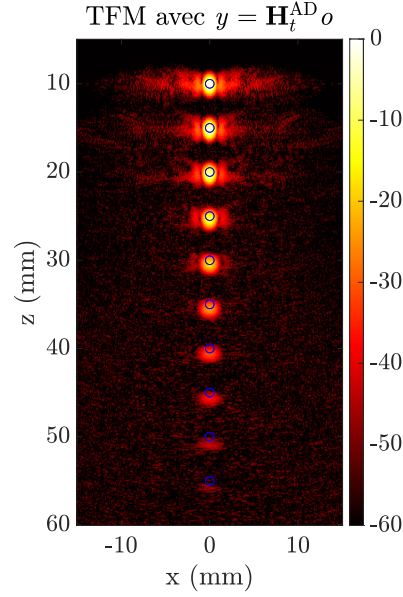


FIGURE 6.6 – Image ultrasonore TFM calculée à partir des données synthétiques  $\mathbf{y} = \mathbf{H}_t^{\text{AD}} \mathbf{o}$ . Les positions des réflecteurs dans la réflectivité sont indiquées par des cercles  $\circ$ .

réler les signaux mesurés avec le signal d'excitation des capteurs afin d'améliorer la détection. Dans [QUAEGEBEUR *et al.* 2012], la méthode est présentée sous la forme de produits de convolution et le signal d'excitation considéré est invariant. Néanmoins, il est possible d'utiliser des versions déformées du signal d'excitation afin de compenser les phénomènes d'atténuation fréquentielle et de dispersion [QUAEGEBEUR *et al.* 2011]. Dans notre modèle, nous pouvons utiliser directement la matrice de formes d'ondes  $\mathbf{H}_t$  telle que :

$$\mathbf{o}_{\text{EXC}} = \overline{\mathbf{H}_t}^T \mathbf{y}. \quad (6.16)$$

Les données sont ainsi corrélées avec les formes d'ondes de la matrice  $\mathbf{H}_t$  et il est possible d'inclure la modélisation de l'atténuation fréquentielle et de la dispersion de phase dans cet opérateur. Cette méthode nécessite de normaliser les colonnes de la matrice  $\mathbf{H}_t$  [CARCREFF 2014]. Dans l'approche proposée, nous normalisons les formes d'ondes que nous calculons à l'avance et qui sont utilisées pour les opérations matricielles. Par conséquent, la norme des colonnes de la matrice  $\overline{\mathbf{H}_t}$  est constante.

Nous proposons de comparer les images reconstruites par la méthode Excitelet pour trois versions différentes de la matrice  $\overline{\mathbf{H}_t}$  en Figure 6.7. Nous cherchons ici à comparer les résultats du pseudo-filtrage adapté en fonction de la fidélité de l'opérateur matriciel aux données. Nous considérons les données générées avec le modèle  $\mathbf{y} = \mathbf{H}_t^{\text{AD}} \mathbf{o}$  déjà traitées en Figure 6.6. La



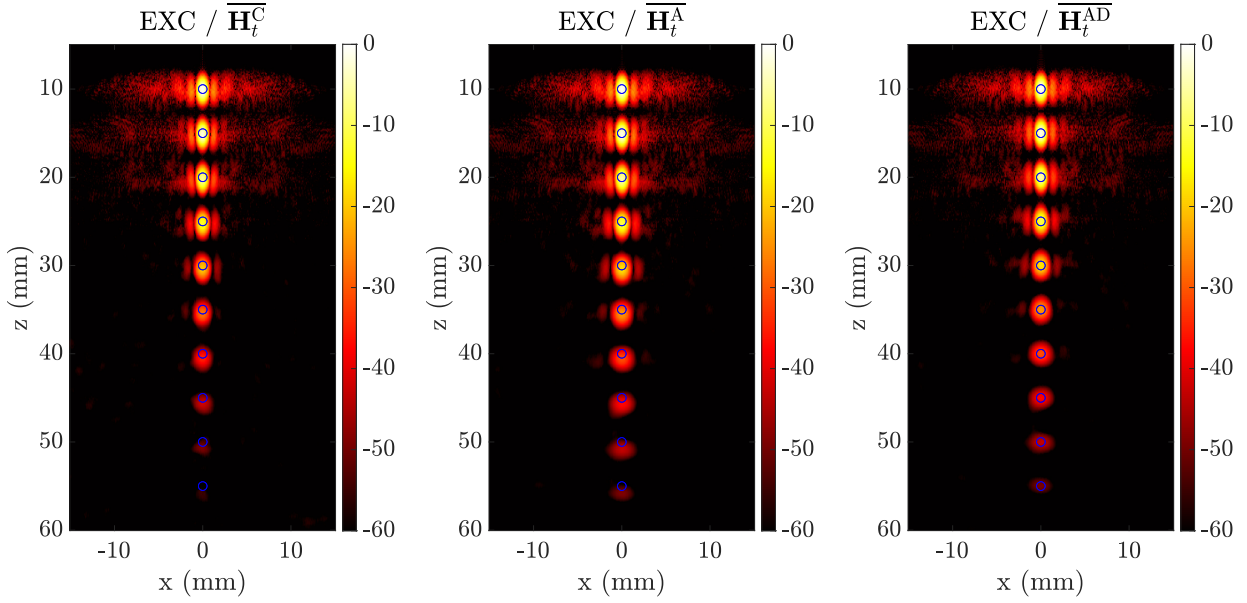


FIGURE 6.7 – Méthode Excitelet à partir des données  $\mathbf{y} = \mathbf{H}_t^{\text{AD}} \mathbf{o}$  avec différents modèles pour  $\mathbf{H}_t$ . (gauche) : Modèle C. (centre) : Modèle A. (droite) : Modèle AD. Les positions des réflecteurs sont indiquées par des cercles  $\circ$ .

Figure 6.8 montre des mesures quantitatives correspondant aux images présentées en Figure 6.7 :

- L'**erreur de position** correspond à la distance entre le maximum de l'indication détectée et la position réelle du réflecteur.
- L'**amplitude** est indiquée par rapport au maximum de l'image.
- La **résolution latérale** est la largeur du défaut à  $-6$  dB.
- Le **rapport signal sur bruit (RSB) « max »** (dB) est calculé de manière à indiquer la possibilité de détection de l'indication ou non. Nous nous intéressons au fait que l'amplitude de l'indication reconstruite soit plus importante que l'amplitude maximale de la zone bruitée ( $x \in [-15, -10]$  mm  $\times$   $z \in [5, 60]$  mm dans l'exemple proposé), c'est-à-dire :

$$\text{RSB}_{\text{max}} = 20 \log_{10} \frac{\max_{\text{réflecteurs}}}{\max_{\text{bruit}}}. \quad (6.17)$$

- Nous considérons qu'un défaut est **non détecté** si l'amplitude de l'indication reconstruite est nulle ou si le  $\text{RSB}_{\text{max}}$  est négatif.

Les mesures correspondant au TFM présenté en Figure 6.6 sont également représentées en rouge. L'image de gauche a été reconstruite avec la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^{\text{C}}$ , c'est-à-dire que le modèle considéré ne prend pas en compte l'atténuation et la dispersion de phase. On voit qu'une indication est

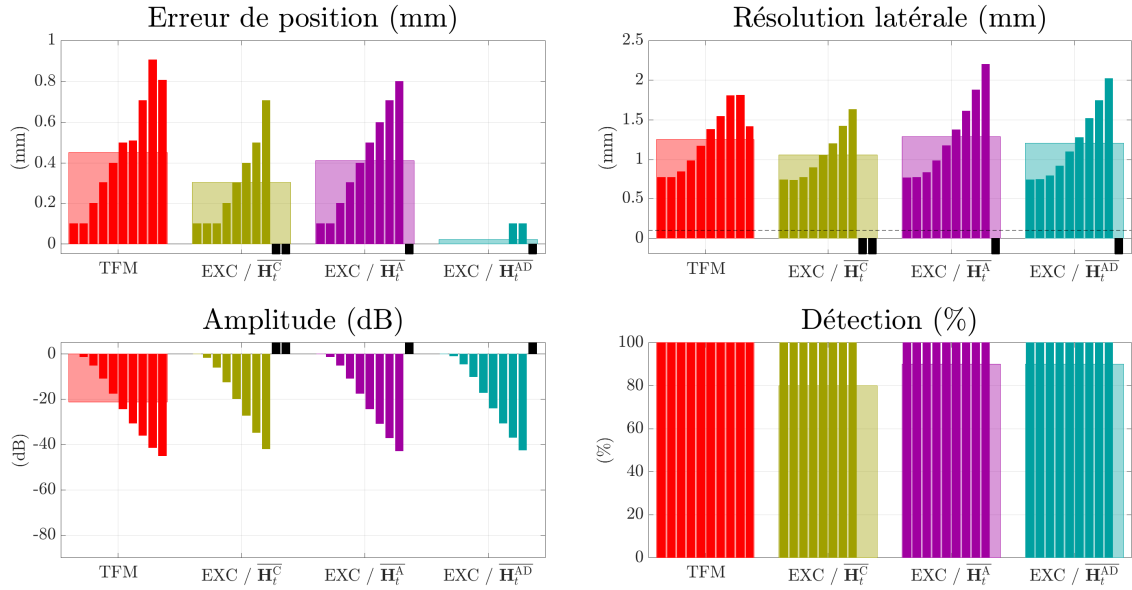


FIGURE 6.8 – Métriques pour les méthodes TFM (Figure 6.6), Excitelet avec le modèle C (Figure 6.7(a)), Excitelet avec le modèle A (Figure 6.7(b)), Excitelet avec le modèle AD (Figure 6.7(c)). Chaque couleur correspond à une méthode et chaque barre d’histogramme correspond à un défaut. Enfin, pour chaque méthode, la barre plus large avec une couleur plus transparente indique la valeur de la mesure moyennée sur tous les défauts. Les défauts non détectés sont indiqués en noir.

reconstruite pour la majorité des réflecteurs mais que celle-ci n’est pas bien positionnée à cause du phénomène de dispersion. Les deux derniers défauts ont un contraste trop faible pour être détecté à cause de la faible amplitude des signaux d’une part, mais aussi du fait de la moins bonne corrélation entre les formes d’ondes des données et de la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^C$  d’autre part. L’image centrale a été reconstruite avec la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^A$ . On observe une amélioration du contraste pour les défauts les plus profonds par rapport au modèle C. Néanmoins, les défauts sont toujours mal positionnés en raison de la dispersion de phase. En effet, les formes d’ondes de la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^A$  sont semblables aux formes d’ondes des données mais ont des phases différentes. Enfin, l’image de droite a été reconstruite avec la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^{AD}$ , c’est-à-dire que le modèle est identique à celui des données. La majorité des défauts est détectée avec une erreur de positionnement faible ou nulle. Le dernier défaut n’est pas détecté en raison d’un  $\text{RSB}_{\max}$  négatif.

La méthode de pseudo-filtrage adapté permet d’améliorer sensiblement la détection et le positionnement des indications reconstruites par rapport à la méthode TFM. Pour cela, il est nécessaire que les formes d’ondes constituant les données soient fidèles à l’opérateur matriciel et

que les formes d’ondes de celui-ci soient normalisées. Le coût de calcul se résume à un produit matriciel adjoint avec la matrice de formes d’ondes, ce qui est supérieur au TFM mais reste une option envisageable pour de l’imagerie temps réel. Néanmoins, cette méthode a une résolution équivalente à la méthode TFM. Par la suite, nous nous intéressons donc aux méthodes d’inversion par régularisation proposées aux chapitres précédents dans le cas de matériaux atténuants et dispersifs. L’objectif est d’améliorer conjointement le contraste et la résolution des images reconstruites tout en conservant une bonne détection des réflecteurs.

## 6.3 Régularisation dans le cas d’une forte variation d’amplitude

Le but de cette section est d’illustrer la problématique liée à la régularisation parcimonieuse dans le cas de signaux atténués. En effet, la régularisation parcimonieuse en norme  $\ell_1$  définit implicitement un seuil au-dessous duquel le signal est assimilé à du bruit et n’est pas reconstruit dans la solution. En contrôle non destructif, il est d’usage de maximiser les chances de détecter les défauts, même si la contribution de ceux-ci dans les données est très faible. Cela se fait généralement au détriment de l’augmentation du nombre de fausses alarmes, c’est-à-dire, d’assimilation de bruit à un défaut. Ainsi, pour de fortes variations d’amplitude, il semble naturel de devoir adapter la fonction de régularisation en fonction de l’amplitude attendue du signal. Dans le cas de mesures ultrasonores dans un milieu atténuant, la décroissance en amplitude des signaux est modélisée par une fonction exponentielle, impliquant alors de fortes disparités entre les amplitudes des signaux. Cette fonction dépend de la distance de propagation dans le milieu et donc, peut être reliée directement au temps d’acquisition du signal. Lors de l’acquisition de données ultrasonores en milieu atténuant, il est d’usage d’utiliser un gain variable en fonction du temps afin de compenser la décroissance en amplitude, on parle alors de TGC (*Time Gain Compensation*). Néanmoins, l’augmentation du gain avec la profondeur augmente également le bruit dans les données et ne garantit pas une meilleure détection. Dans cette section, nous souhaitons prendre en compte la décroissance en amplitude des signaux dans les méthodes d’inversion parcimonieuse afin d’améliorer la qualité des images reconstruites ainsi que la détection.

### 6.3.1 Illustration dans un cadre simplifié

Dans cette partie, nous mettons en évidence les difficultés liées à la régularisation parcimonieuse en présence d’une forte variation d’amplitude. Nous nous intéressons à la minimisation

du critère comportant le terme des moindres carrés et un terme de régularisation en norme  $\ell_1$  :

$$\mathcal{J}(\mathbf{o}) = \left\| \mathbf{y} - \overline{\mathbf{H}}_t \mathbf{o} \right\|_2^2 + \mu \|\mathbf{o}\|_1, \quad (6.18)$$

où  $\overline{\mathbf{H}}_t$  désigne ici la matrice  $\mathbf{H}_t$  dont les colonnes ont été normalisées en norme 2. En effet, si le dictionnaire n'est pas normalisé, les différentes formes d'ondes de la matrice ne sont pas à la même échelle et la probabilité de détection n'est pas la même pour chaque forme d'onde [BOURGUIGNON *et al.* 2011].

Nous considérons que la réflectivité est constituée d'un seul élément non nul égal à 1 au pixel  $(x_k, z_l)$  et nous cherchons la condition sur  $\mu^{k,l}$  pour que  $o^{k,l}$  soit non nul. D'après l'équation (2.11), chaque signal  $(i, j)$  dans le modèle  $\overline{\mathbf{H}}_t \mathbf{o}$  peut être décomposé comme la somme des contributions de tous les pixels de la réflectivité :

$$(\overline{\mathbf{H}}_t \mathbf{o})_{i,j} = \sum_{k'=1}^{N_x} \sum_{l'=1}^{N_z} \tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k',l'} o^{k',l'}, \quad (6.19)$$

où  $o^{k',l'}$  est la réflectivité au pixel  $(x_k, z_l)$  et  $\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k',l'}$  est le support non nul de la forme d'onde correspondant au couple émetteur-récepteur  $(i, j)$  et au pixel  $(x_k, z_l)$ . Dans le cas simplifié présenté, la réflectivité ne contient qu'un seul pixel non nul, on peut alors écrire le critère (6.18) de la manière suivante :

$$\mathcal{J}(o^{k,l}) = \sum_{i,j} \left\| \mathbf{y}_{i,j} - \overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l} o^{k,l} \right\|_2^2 + \mu^{k,l} |o^{k,l}|, \quad (6.20)$$

où  $\overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l}$  désigne la forme d'onde  $\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l}$  avec une norme euclidienne égale à 1. Considérons à présent la composante du gradient du critère correspondant au pixel  $(x_k, z_l)$  pour  $o^{k,l} > 0$  :

$$\nabla \mathcal{J}_{|k,l}(o^{k,l}) = -2 \sum_{i,j} (\overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l})^T (\mathbf{y}_{i,j} - \overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l} o^{k,l}) + \mu^{k,l}. \quad (6.21)$$

La fonction  $\mathcal{J}$  est minimale lorsque son gradient est nul, dans ce cas, l'amplitude reconstruite  $o^{k,l}$  est égale à :

$$o^{k,l} = \frac{2 \sum_{i,j} (\overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l})^T \mathbf{y}_{i,j} - \mu^{k,l}}{2 \sum_{i,j} (\overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l})^T \overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l}}. \quad (6.22)$$

Cette équation permet alors d'obtenir une condition sur  $\mu^{k,l}$  :

$$o^{k,l} > 0 \iff \mu^{k,l} < 2 \sum_{i,j} (\overline{\mathbf{h}}_{i,j}^{k,l})^T \mathbf{y}_{i,j}. \quad (6.23)$$

Nous avons fait l'hypothèse d'une réflectivité contenant un seul élément égal à 1 en  $(x_k, z_l)$ , si

bien que :

$$\mathbf{y}_{i,j} = \mathbf{h}_{i,j}^{k,l}, \quad (6.24)$$

et donc

$$o^{k,l} > 0 \iff \mu^{k,l} < 2 \sum_{i,j} \overline{(\mathbf{h}_{i,j}^{k,l})}^T \mathbf{h}_{i,j}^{k,l} = 2 \sum_{i,j} \|\mathbf{h}_{i,j}^{k,l}\|_2 \quad \text{car } \overline{\mathbf{h}_{i,j}^{k,l}} = \frac{\mathbf{h}_{i,j}^{k,l}}{\|\mathbf{h}_{i,j}^{k,l}\|_2}. \quad (6.25)$$

Ce calcul montre que le pixel reconstruit est non nul si et seulement si le paramètre de régularisation est inférieur à une valeur qui dépend de la norme des formes d'ondes. Or, en raison de l'atténuation, les normes des formes d'ondes sont décroissantes avec la distance de propagation (voir Figure 6.2), cela signifie que si le paramètre de régularisation est constant, la probabilité de détection d'un pic isolé décroît avec la distance de propagation. Si nous faisons le choix de privilégier une probabilité de détection identique pour tous les pixels de l'image reconstruite, le paramètre de régularisation doit donc être adapté pour chaque pixel.

Nous proposons d'illustrer ce principe dans le cas unidimensionnel. L'onde se propage selon l'axe  $z$  avec une amplitude qui décroît de manière exponentielle et nous considérons une forme d'onde impulsionnelle à l'émission. La réflectivité est un train d'impulsions de positions aléatoires avec un taux de pics égal à 3 %. L'amplitude des pics de la réflectivité est constante et égale à 1. Le signal généré à partir de ce modèle de réflectivité est perturbé par un bruit blanc gaussien de RSB égal à 20 dB.

La réflectivité et le signal généré à partir de celle-ci sont représentés sur la Figure 6.9(a). Les signaux reconstruits par une méthode d'inversion par régularisation en norme  $\ell_1$  sont présentés en Figure 6.9 (b), (c) et (d). Pour reconstruire le signal présenté en 6.9(b), les colonnes de la matrice de formes d'ondes ne sont pas normalisées et le paramètre de régularisation est constant. Dans ce cas, aucun pic n'est détecté au-delà de  $z \geq 6$  mm. En Figure 6.9(c), les colonnes de la matrice de formes d'ondes sont normalisées mais le paramètre de régularisation reste constant. On voit que la détection est meilleure car tous les pics sont détectés jusqu'à  $z \approx 15$  mm, ensuite aucun pic n'est détecté. Dans ces deux premiers cas, aucune fausse alarme n'est détectée. Enfin, pour la Figure 6.9(d), les colonnes de la matrice de formes d'ondes sont normalisées et le paramètre de régularisation est adapté proportionnellement à la décroissance en amplitude en fonction de  $z$ . Dans ce cas, tous les pics de la réflectivité sont détectés. On note l'apparition de nombreuses fausses alarmes à partir de  $z \geq 28$  mm, néanmoins, cette méthode permet de détecter correctement tous les pics jusqu'à cette distance.

Nous moyennons ensuite ces résultats pour 10 réalisations et en faisant varier le RSB. Les résultats sont présentés en Figure 6.10. Le pourcentage de fausses alarmes est indiqué par rapport au nombre total d'échantillons du signal. Le pourcentage de détection est indiqué par rapport au nombre de pics dans la réflectivité pour chaque réalisation. La méthode avec normalisation et paramètre de régularisation variable obtient les meilleurs résultats de détection pour des valeurs

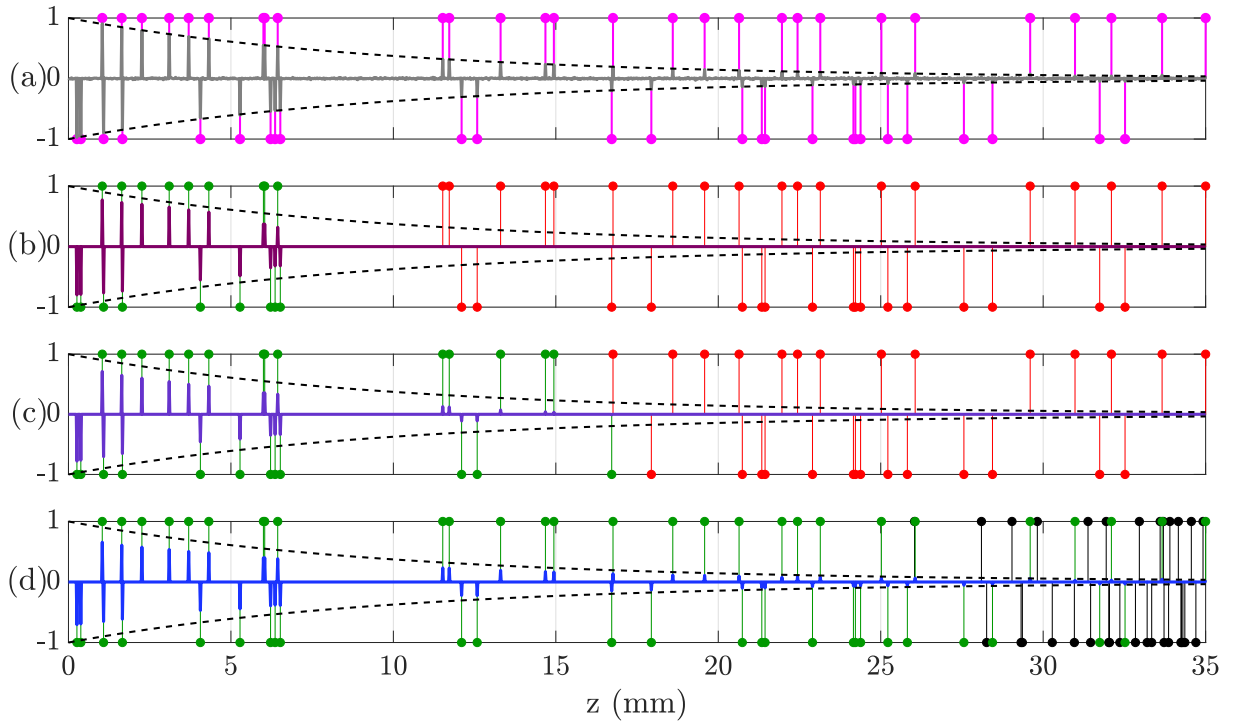


FIGURE 6.9 – Signaux reconstruits par une méthode d'inversion par régularisation en norme  $\ell_1$ , selon la normalisation employée et le réglage du paramètre de régularisation. Figure (a) : Réflectivité (-●-), données bruitées (-). Signaux reconstruits avec les méthodes : (b) : sans normalisation et avec un paramètre de régularisation constant, (c) : avec normalisation et avec un paramètre de régularisation constant, (d) : avec normalisation et avec un paramètre de régularisation adapté à la décroissance en amplitude. Pour chaque figure, le modèle de décroissance en amplitude est tracé en pointillés noirs (- -). Pour les figures (b), (c), (d), la détection d'un pic de la réflectivité par la méthode d'inversion est indiquée en vert (-●-), la non-détection d'un pic de la réflectivité est indiquée en rouge (-●-) et enfin une fausse alarme est signalée en noir (-●-).

de RSB supérieures à 0 dB ce qui est réaliste pour des données expérimentales. On remarque même que cette méthode atteint 100% de détection pour des valeurs de RSB supérieures à 10 dB. Le nombre de fausses alarmes est cependant très important pour de fortes valeurs de bruit mais reste inférieur à 5% pour un RSB supérieur à 15 dB.

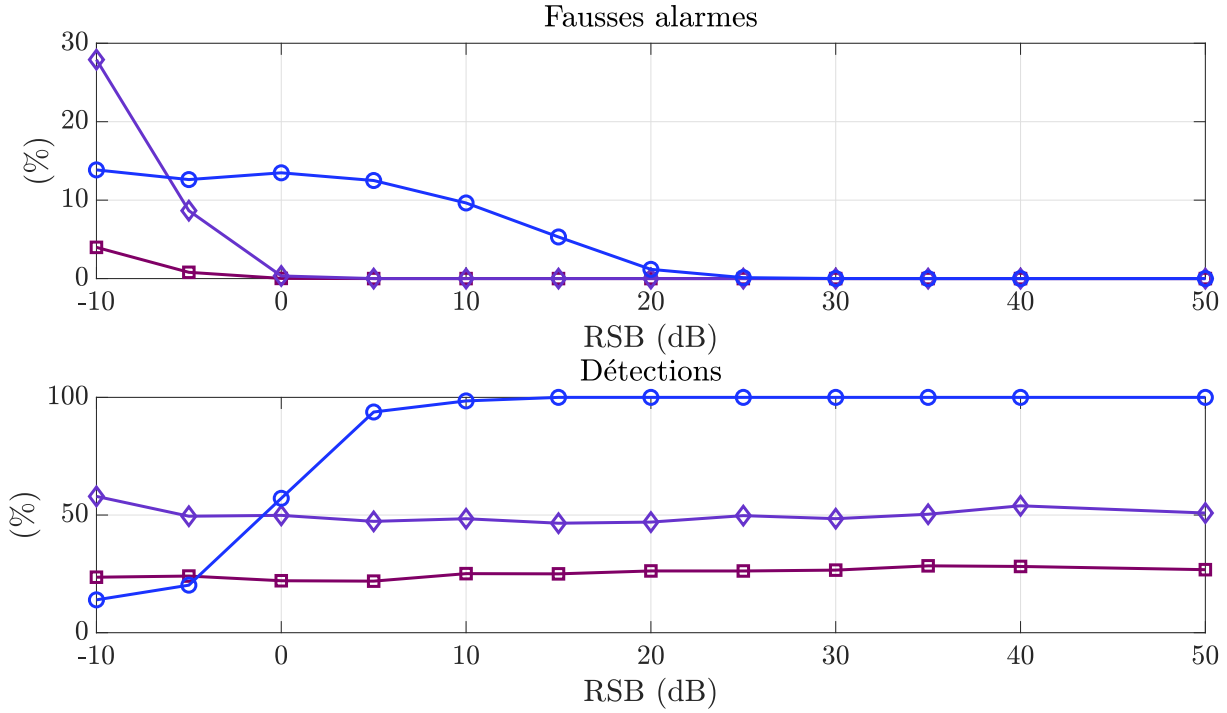


FIGURE 6.10 – Performances de détection en fonction du rapport signal sur bruit, selon la normalisation employée et le réglage du paramètre de régularisation. Haut : pourcentage de fausses alarmes par rapport au nombre total d'échantillons du signal. Bas : pourcentage de détections par rapport au nombre de pics dans la réflectivité. Méthodes : sans normalisation et avec un paramètre de régularisation constant (—○—), avec normalisation et avec un paramètre de régularisation constant (—◇—), avec normalisation et avec un paramètre de régularisation proportionnel à la décroissance en amplitude (—□—).

### 6.3.2 Fonction de régularisation adaptée pour l'imagerie ultrasonore

Nous nous intéressons à présent à la prise en compte d'une régularisation variable dans les méthodes d'inversion par régularisation pour l'imagerie ultrasonore. Afin de conserver une même probabilité de détection pour toute l'image reconstruite, nous souhaitons adapter la fonction de pénalisation en fonction de la décroissance en amplitude des signaux pour chaque pixel de l'image. Le critère considéré est à présent régularisé par une fonction :

$$\phi(\mathbf{A}\mathbf{o}) = \mu_1 \|\mathbf{A}\mathbf{o}\|_1 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{o}\|^2, \quad \mu_1, \mu_2 \geq 0, \quad (6.26)$$

où  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N_x N_z \times N_x N_z}$  est une matrice diagonale. Les coefficients de la diagonale de  $\mathbf{A}$  notés  $a^{k,l}$  permettent de pondérer la régularisation pour chaque pixel. En nous inspirant du calcul réalisé



en Section 6.3.1, nous définissons les coefficients diagonaux  $a^{k,l}$  tels que :

$$a^{k,l} = \sum_{i,j} \left\| \mathbf{h}_{i,j}^{k,l} \right\|_2. \quad (6.27)$$

Le calcul de  $a^{k,l}$  nécessite l'évaluation des normes  $\left\| \mathbf{h}_{i,j}^{k,l} \right\|_2$  pour chaque pixel  $(x_k, z_l)$  et chaque couple émetteur-récepteur  $(i, j)$ . En pratique, le coût de calcul supplémentaire est minime puisque les formes d'ondes  $\mathbf{h}_{i,j}^{k,l}$  sont systématiquement calculées afin de réaliser les produits matriciels avec l'opérateur  $\mathbf{H}_t$ . Il suffit alors de calculer la norme 2 de ces échos et de calculer la valeur de  $a^{k,l}$  grâce à l'équation (6.27).

La diagonale de la matrice  $\mathbf{A}$  est représentée en Figure 6.11 (en format « image »  $N_x \times N_z$ ). L'intensité de chaque pixel peut être interprétée comme l'amplitude (normalisée par rapport à l'amplitude maximale parmi tous les pixels) dans le cas où il y aurait un réflecteur localisé en ce pixel. Dans l'exemple, on voit que cette intensité décroît très rapidement avec la profondeur en raison de la décroissance exponentielle de l'amplitude. On voit que la directivité joue également un rôle important dans cette matrice puisque les pixels centraux ont une intensité plus importante que les pixels situés sur les bords.

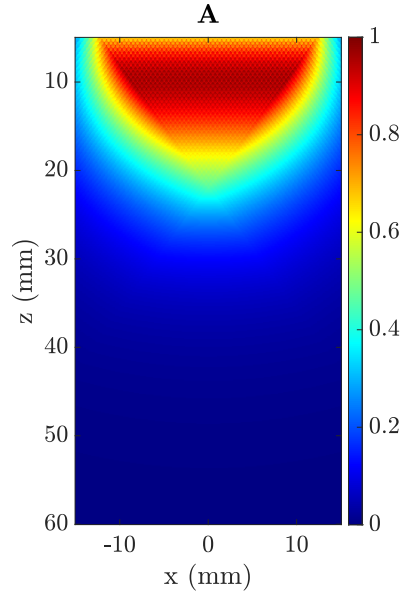


FIGURE 6.11 – Matrice de correction de la régularisation en fonction du pixel :  $\mathbf{A}$ .

## 6.4 Méthode d'inversion des données par régularisation spatialement variable

Dans cette section, nous nous intéressons à la méthode d'inversion de données FMC développée au chapitre 3 par la régularisation spatialement variable proposée en Section 6.3.2. Pour cela, nous nous intéressons au critère à minimiser suivant :

$$\mathcal{J}_t(\mathbf{o}) = \left\| \mathbf{y} - \overline{\mathbf{H}}_t \mathbf{o} \right\|^2 + \phi(\mathbf{A}\mathbf{o}). \quad (6.28)$$

Nous comparons les images ultrasonores obtenues avec différentes variantes de cette méthode en Figure 6.12. Ces images sont reconstruites à partir des données synthétiques générées à l'aide du modèle AD :  $\mathbf{y} = \mathbf{H}_t^{\text{AD}} \mathbf{o}$ , déjà traitées par les méthodes TFM en Figure 6.6 et Excitelet en Figure 6.7. La première variante de la méthode d'inversion est basée sur la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^{\text{C}}$  et la fonction de régularisation est spatialement variable, égale à  $\phi(\mathbf{A}\mathbf{o})$ . Dans la deuxième version, nous utilisons la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^{\text{AD}}$  avec une fonction de régularisation constante  $\phi(\mathbf{o})$ . Enfin, dans la troisième version, nous considérons la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^{\text{AD}}$  et la fonction de régularisation spatialement variable  $\phi(\mathbf{A}\mathbf{o})$ . Les figures étant très parcimonieuses, l'image ultrasonore est réduite à l'intervalle  $-5 \text{ mm} \leq x \leq 5 \text{ mm}$  et nous affichons la ligne d'intensité de l'image reconstruite pour  $x = 0$ , correspondant à la position exacte des réflecteurs alignés verticalement. Pour chacune des reconstructions, les formes d'ondes de la matrice  $\mathbf{H}_t$  sont normalisées.

Dans le premier cas (gauche), le modèle standard sans atténuation est utilisé et la régularisation est adaptée avec la matrice  $\mathbf{A}$  présentée précédemment. On voit que les premiers défauts sont détectés mais de nombreux artefacts sont reconstruits autour du pic principal. Par ailleurs, ce dernier est mal positionné en raison du phénomène de dispersion et les derniers réflecteurs ne sont pas détectés. La figure centrale est reconstruite avec le modèle prenant en compte l'atténuation fréquentielle et la dispersion de phase, ainsi qu'une régularisation constante. On voit alors que les premiers pics sont bien détectés aux bonnes positions. Néanmoins, les derniers réflecteurs ne sont pas détectés. Enfin la dernière méthode prend en compte ce même modèle mais également la stratégie de régularisation spatialement variable. Dans ce cas, tous les pics sont détectés et bien localisés. Les derniers pics ont une amplitude très faible, voire inférieure à la dynamique minimale de l'image, ils ont néanmoins un  $\text{RSB}_{\text{max}}$  positif. La Figure 6.13 montre les mesures quantitatives correspondant à ces images ultrasonores et permet de confirmer ces analyses. La Figure 6.13 rappelle également les valeurs obtenues pour les méthodes TFM en rouge (Figure 6.6) et Excitelet à formes d'onde variable (en utilisant la matrice  $\overline{\mathbf{H}}_t^{\text{AD}}$ ) en bleu (Figure 6.7(c)). On voit que la méthode proposée utilisant le modèle d'atténuation fréquentielle et de dispersion de phase ainsi que la stratégie de régularisation variable permet de détecter tous

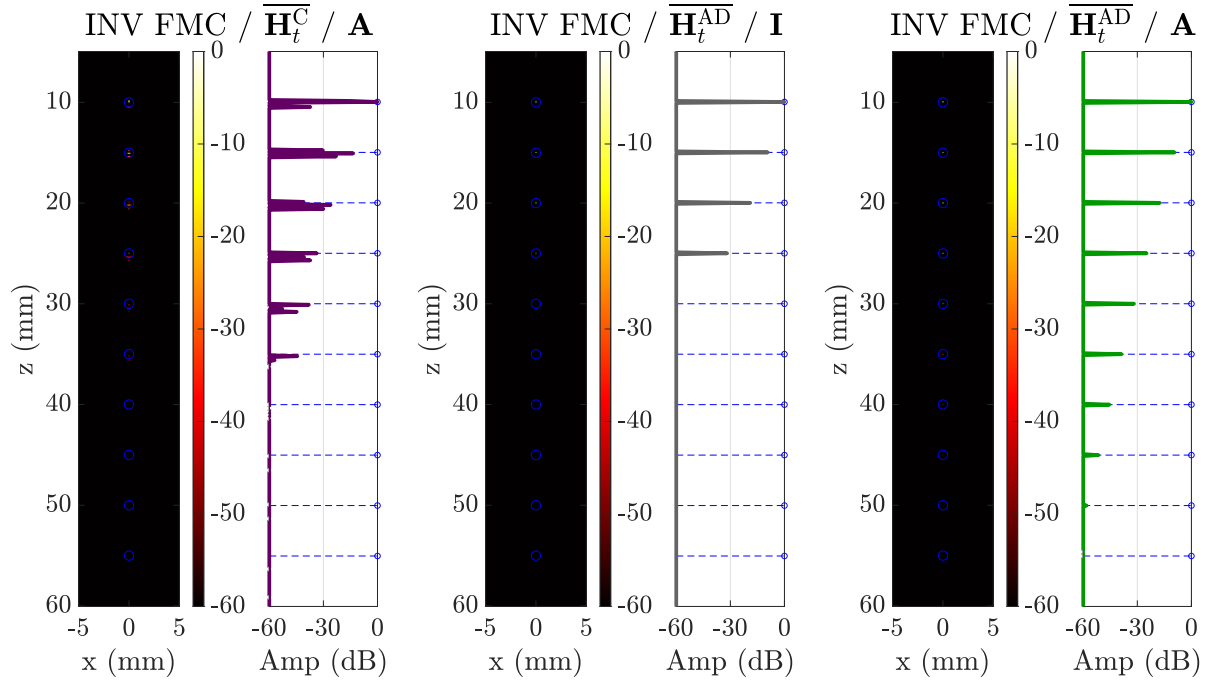


FIGURE 6.12 – Méthode d'inversion de données FMC avec différents modèles pour  $\overline{\mathbf{H}}_t$ . Gauche : modèle  $\overline{\mathbf{H}}_t^C$  avec un terme de régularisation  $\phi(\mathbf{A}\mathbf{o})$ . Centre : modèle  $\overline{\mathbf{H}}_t^{AD}$  avec un terme de régularisation  $\phi(\mathbf{o})$ . Droite : modèle  $\overline{\mathbf{H}}_t^{AD}$  avec un terme de régularisation  $\phi(\mathbf{A}\mathbf{o})$ . Les positions des réflecteurs sont indiquées par des cercles  $\circ$ . Ligne d'intensité de l'image reconstruite pour  $x = 0$  pour  $\overline{\mathbf{H}}_t^C$  (-),  $\overline{\mathbf{H}}_t^A$  (-) et  $\overline{\mathbf{H}}_t^{AD}$  (-). Position des réflecteurs (- -).

les défauts avec une résolution latérale égale à la taille du défaut (1 pixel) et une localisation optimale. Par ailleurs, aucune fausse alarme n'est détectée dans cet exemple.

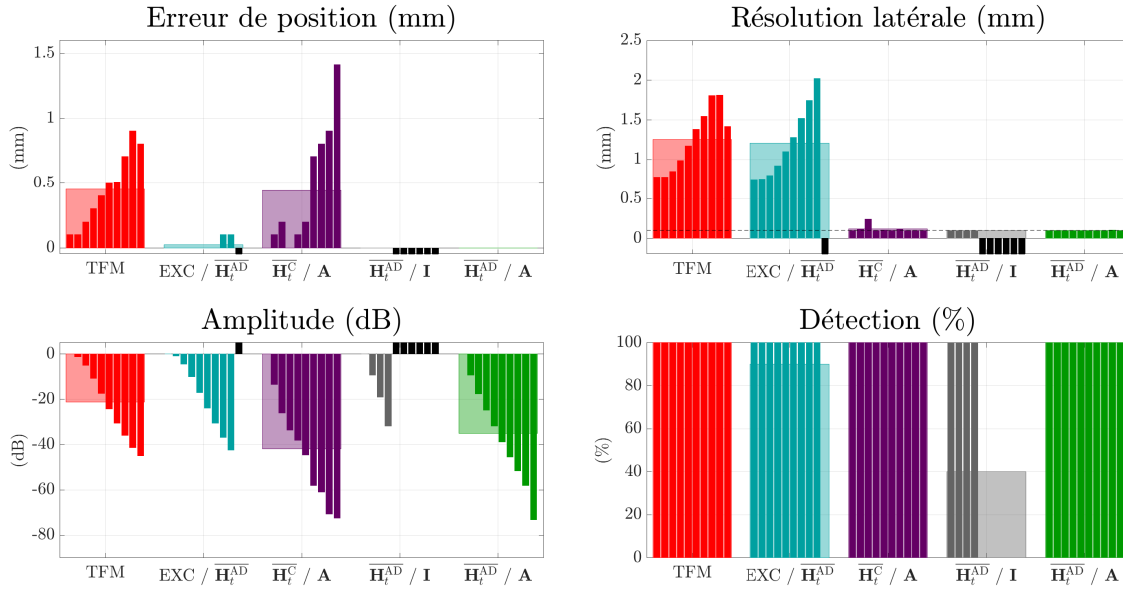


FIGURE 6.13 – Métriques pour les méthodes TFM, Excitelet avec le modèle AD, Inversion FMC avec le modèle C et régularisation adaptée, Inversion FMC avec le modèle AD et régularisation constante, Inversion FMC avec le modèle AD et régularisation adaptée. Chaque couleur correspond à une méthode et chaque barre d’histogramme correspond à un défaut. Enfin, pour chaque méthode, la barre plus large avec une couleur plus transparente indique la valeur de la mesure moyennée sur tous les défauts. Les défauts non détectés sont indiqués en noir.

## 6.5 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous présentons de premiers résultats expérimentaux obtenus à partir de données mesurées un milieu atténuant et diffusant avec la méthode d’inversion des données FMC. Ces résultats n’intègrent pas la stratégie de régularisation variable présentée en Section 6.3. Nous nous intéressons à une pièce en polyméthacrylate de méthyle (PMMA) dont l’atténuation est linéaire avec un coefficient égal à  $\alpha_0 = 10 \text{ Np.MHz}^{-1}.\text{m}^{-1} \approx 0.87 \text{ dB.MHz}^{-1}.\text{cm}^{-1}$ . Cette pièce est visible en Figure 6.14(a). Sur la partie droite de la pièce, on peut voir des génératrices (*side drilled holes*, SDH) de diamètre 1 mm entre 10 mm et 90 mm de profondeur, espacés tous les 10 mm. Sur la partie gauche, on observe des paires de SDH distants de 1 mm bord-à-bord dans une configuration identique. Les données sont mesurées à l’aide d’une sonde possédant 128 transducteurs, de fréquence centrale égale à 3 MHz et d’écart inter-éléments égal à 0.8 mm. La vitesse des ondes dans le matériau est égale à  $2800 \text{ m.s}^{-1}$ , d’où une longueur d’onde de 0.93 mm. La Figure 6.14(b) représente la reconstruction TFM associée à ces données, pour les paires de

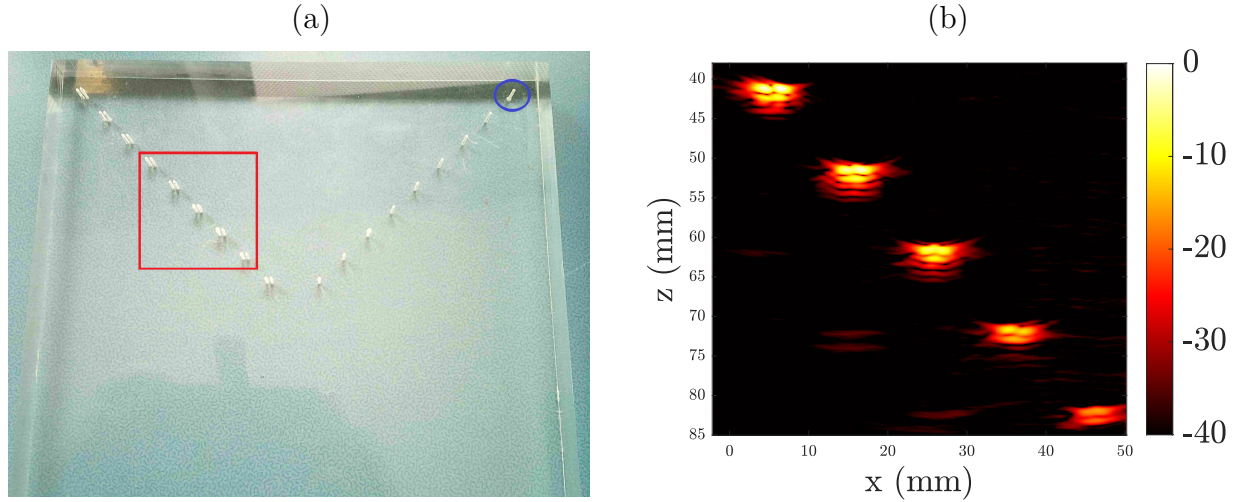


FIGURE 6.14 – (a) : Photographie de la pièce en PMMA. Zone d'intérêt (-). Réflecteur utilisé pour l'estimation de la forme d'onde (-). (b) : Image TFM des paires de SDH situées entre 40 mm et 80 mm.

défauts situés entre 40 mm et 80 mm. Cette zone est représentée par un cadre rouge sur la Figure 6.14(a).

Le but de cette expérience est de montrer l'influence de la prise en compte des modèles d'atténuation et de dispersion pour la méthode d'inversion de données FMC. Nous estimons une forme d'onde sous la forme d'un écho gaussien à partir des échos réfléchis par un SDH isolé situé à une profondeur de 10 mm et encadré en bleu en Figure 6.14(a). La méthode d'estimation utilisée est décrite en Section 3.6. Pour cette estimation, nous utilisons les échos reçus en incidence normale, c'est-à-dire, les signaux émis et reçus par les transducteurs situés au dessus du SDH isolé. La matrice de formes d'ondes  $\overline{\mathbf{H}}_t^C$  est composée de cette forme d'onde, reproduite à l'identique aux bons temps de vol. Les matrices de formes d'ondes  $\overline{\mathbf{H}}_t^A$  et  $\overline{\mathbf{H}}_t^{AD}$  sont également basées sur la forme d'onde estimée mais celle-ci est déformée suivant les modèles A ou AD. Le modèle de régularisation variable présenté en Section 6.3 n'est pas utilisé car nous reconstruisons indépendamment les images de réflectivité autour des 5 paires de SDH situées entre 40 mm et 80 mm. En effet, les grilles de reconstruction sont de petite taille et centrées autour des défauts, par conséquent, les variations d'amplitude pour les formes d'ondes considérées sont faibles. Les résultats sont présentés en Figure 6.15. On observe que les trois méthodes sont assez proches pour les premières paires de défauts situées à 40 mm et 50 mm. Néanmoins, des artefacts de reconstruction sont visibles pour les modèles C et A, avec des intensités plus importantes pour le modèle C. L'intensité de ces artefacts augmente avec la

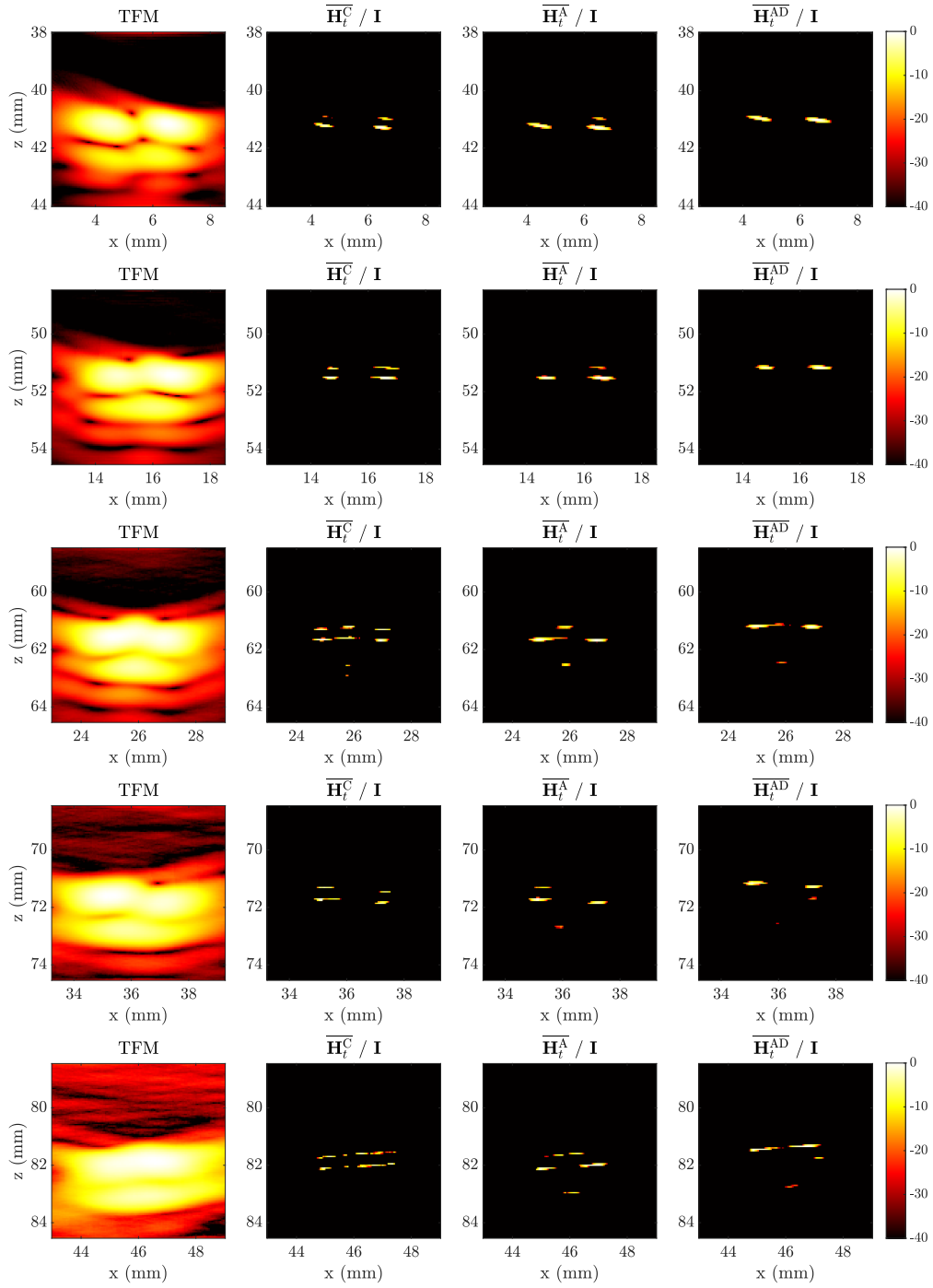


FIGURE 6.15 – (Colonne 1) : Reconstruction TFM pour les paires de SDH situées entre 40 mm et 80 mm. (Colonne 2-4) : Reconstruction par inversion des données FMC en utilisant les matrices  $\overline{\mathbf{H}}_t^C$  (2),  $\overline{\mathbf{H}}_t^A$  (3) et  $\overline{\mathbf{H}}_t^{AD}$  (4), avec  $\mu_1 = 0.5\mu_1^{\max}$  et  $\mu_2 = 1.10^{-4}\mu_2^{\text{ref}}$ .

profondeur pour ces deux modèles si bien que les défauts les plus profonds sont difficilement identifiables, notamment pour le modèle C. Ces artefacts sont dus à une mauvaise adéquation entre la forme réelle et la forme d'onde du modèle. Les images obtenues par inversion avec le modèle AD sont assez satisfaisantes, les deux défauts sont systématiquement détectés avec peu d'artefacts de reconstruction.





# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

---

## Conclusion

Dans ces travaux, nous nous sommes intéressés à la reconstruction d'images ultrasonores pour le contrôle non destructif. Les principes de l'imagerie par ultrasons ont été introduits au chapitre 1. Nous avons notamment présenté les modalités d'acquisition de données classiques avec une sonde multiéléments, ainsi que les méthodes associées de reconstruction DAS. Nous avons vu que ces méthodes, du fait de leur linéarité, reconstruisaient seulement les informations présentes dans la bande passante fréquentielle des transducteurs, par nature limitée. En particulier, les images reconstruites présentent un caractère oscillant et ont de fait une résolution limitée. Le but de nos travaux est d'améliorer la qualité des images reconstruites par des approches de type problèmes inverses.

Dans le chapitre 2, nous avons interprété le signal ultrasonore comme la convolution entre la forme d'onde émise par les transducteurs et la réflectivité du milieu. Cette formulation peut être discrétisée et étendue à une relation linéaire entre l'ensemble des signaux ultrasonores multiéléments et l'image de réflectivité recherchée. Ces deux objets sont liés par un opérateur constitué des formes d'ondes pour chaque couple émetteur-récepteur et pour chaque pixel calculées au bon temps de vol. Nous avons vu que la reconstruction de la réflectivité contenant *a priori* des informations larges bandes (transitions franches, réflecteurs, interfaces *etc.*) à partir des données ultrasonores contenues dans une bande fréquentielle autour de la fréquence centrale des transducteurs est un problème par nature mal posé. Nous présentons alors les différentes pistes étudiées dans ces travaux, reposant sur des approches d'inversion par régularisation.

Dans le chapitre 3, nous avons directement exploité la modélisation des données ultrasonores brutes à partir de l'image de réflectivité. Ce modèle direct est inversé par une méthode régularisée. La fonction de régularisation induit des propriétés sur la solution reconstruite et doit être adaptée au type de solutions recherchées. Nous avons donc fait le choix d'une fonction de pénalisation hybride en norme  $\ell_1$  sur l'image et en norme  $\ell_2$  sur son gradient afin de promouvoir la reconstruction de solutions parcimonieuses contenant des indications non ponctuelles, d'extension spatiale limitée. En effet, en contrôle non destructif, les milieux inspectés sont globalement sains et ne contiennent potentiellement que quelques indications de petites tailles. La méthode proposée a été évaluée sur des problématiques de séparation de défauts proches à partir de données mesurées dans des échantillons en aluminium ayant des propriétés acoustiques simples

---

et des formes d'ondes supposées invariantes. La méthode a permis de séparer des réflecteurs distants d'une longueur quatre fois inférieure à la longueur d'onde ou encore six fois inférieure au critère de Rayleigh. Dans ce chapitre, nous avons mis en avant l'influence de la précision de la forme d'onde sur la reconstruction et l'intérêt de mesurer celle-ci à partir de données expérimentales. Malgré une implémentation parallélisée sur GPU, la méthode présentée dans ce chapitre est assez lourde en temps de calcul et se destine plutôt à des applications d'analyse avancées dans le cadre d'inspections spécifiques.

Nous avons proposé au chapitre 4 une méthode d'inversion plus rapide que l'approche développée au chapitre 3. Nous avons interprété l'image DAS comme une version projetée spatialement des données ultrasonores multiéléments. Nous avons alors formulé un modèle linéaire entre l'image DAS et l'image de réflectivité. Ces deux objets évoluant dans le même espace, cette nouvelle formulation permet donc de s'affranchir des données brutes souvent conséquentes dans la modélisation et les algorithmes de minimisation, au prix d'une dégradation des données. L'image DAS résulte alors de la convolution entre la réflectivité et une PSF spatialement variable. Cette image est dégradée par un bruit coloré lui aussi spatialement variable, résultant de l'effet de filtrage de l'opérateur DAS. Afin de limiter la complexité de la reconstruction, nous avons modélisé les variations de la PSF par l'interpolation de plusieurs PSFs de référence, calculées à partir de données ultrasonores synthétiques puis projetées par l'opérateur DAS. Nous avons également proposé une méthode de blanchiment non stationnaire reposant sur un filtre blanchisseur calculé à partir des mêmes principes d'interpolation que la PSF, et ce, sans surcoût de calcul. La méthode d'inversion d'image a montré des performances proches de la méthode du chapitre 3 dans le cadre de données simulées, avec un temps de calcul bien plus faible. Elle a également été évaluée à partir de données expérimentales mesurées dans un acier peu diffusant. Des réflecteurs proches de diamètre six fois inférieur à la longueur d'onde et distants pour les plus proches d'une longueur trois fois inférieure au critère de Rayleigh ont pu être résolus. Le coût de calcul de cette méthode est indépendant du nombre de transducteurs de la sonde et peut être, en fonction de la configuration d'inspection, plusieurs dizaines de fois plus rapide que la méthode développée au chapitre 3.

Le chapitre 5 montre l'application de la méthode développée au chapitre 4 dans un contexte industriel. Ce chapitre propose l'étude d'un acier polycristallin diffusant comportant à différentes profondeurs, des réflecteurs percés de diamètre 0.4 mm, isolés ou par paires. Ce type de matériau est généralement inspecté avec des ondes basses fréquences afin de limiter la sensibilité des ondes aux hétérogénéités du matériau, la résolution des images reconstruites s'en retrouve alors dégradée. Dans ce contexte, les méthodes de super-résolution sont extrêmement intéressantes. En particulier, la méthode de super-résolution développée au chapitre 4 a permis d'obtenir des images à haute résolution dans ces matériaux, à partir de mesures relativement basses fréquences

---

(3 MHz et 5 MHz) par rapport à la taille des défauts (0.4 mm).

Les travaux présentés dans le chapitre 6 concernent l'intégration de phénomènes acoustiques telles que l'atténuation fréquentielle et la dispersion dans la modélisation des données ultrasonores. Ces phénomènes, propres au milieu inspecté, se caractérisent par une déformation de l'onde acoustique au cours de la propagation. Nous avons proposé de prendre en compte des formes d'ondes variables en fonction de la distance de propagation dans la modélisation des données ultrasonores. L'atténuation se caractérise également par une forte décroissance en amplitude des signaux au cours de la propagation. Ce phénomène est particulièrement problématique dans le cadre des méthodes d'inversion parcimonieuse proposées pour lesquelles un mauvais réglage du paramètre de régularisation peut entraîner la non-détection d'une indication. Nous avons donc proposé une méthode de régularisation variable qui s'adapte en fonction de l'amplitude attendue en chaque pixel afin de maximiser la probabilité de détection sur toutes les régions de l'image. Des résultats prometteurs ont été obtenus sur données simulées avec la méthode d'inversion. Des résultats expérimentaux ont également été présentés dans lesquels le modèle prenant en compte l'atténuation fréquentielle et la dispersion de phase montre une meilleure fidélité aux données réelles.

## Perspectives

Dans ces travaux, nous nous sommes intéressés à la reconstruction d'images ultrasonores 2D en s'inspirant de méthodes de déconvolution de signaux temporels 1D. L'extension des modèles et méthodes d'inversion proposés à la reconstruction de volumes 3D est donc une perspective naturelle pour la suite de ces travaux. L'imagerie 3D permet de reconstruire le volume d'une région à partir d'une position fixe de la sonde et également de mieux caractériser les défauts. Enfin, l'imagerie 3D améliore grandement la résolution selon l'axe de l'élévation de la sonde par rapport à un scan perpendiculaire avec une sonde linéaire classique. L'imagerie 3D, bien que déjà assez employée dans le domaine médical, est pour le moment plutôt marginale en CND, notamment pour des raisons économiques. En effet, les modalités d'acquisition 3D nécessitent des sondes matricielles comprenant beaucoup plus d'éléments, et donc des électroniques ayant plus de voies pour l'acquisition des données ainsi que des ordinateurs et cartes graphiques plus puissants. Néanmoins, les améliorations constantes en électronique ainsi que les nombreux avantages qu'offriraient la reconstruction 3D encouragent à s'y intéresser. La reconstruction de volume 3D pourrait être complémentaire avec des travaux sur l'amélioration des procédés d'acquisition des données ultrasonores. En effet, au lieu de travailler directement avec les signaux de tous les couples émetteurs-récepteurs de la sonde, il serait intéressant de sélectionner en amont uniquement des configurations d'acquisition maximisant la quantité de signal « utile » et ainsi

---

optimiser la taille des données nécessaires à la reconstruction.

La modélisation précise du processus d'acquisition des données ultrasonores, et notamment la fidélité de la forme d'onde du modèle à la forme d'onde réelle est un enjeu majeur de nos travaux. Ainsi, des méthodes d'estimation conjointe dans lesquelles nous chercherions à estimer la forme d'onde et la réflectivité de manière simultanée seraient intéressantes à étudier. Par ailleurs, l'utilisation d'émissions codées est également un levier important d'améliorations [MISARIDIS *et al.* 2005a]. En effet, cela favoriserait un meilleur contrôle de la forme d'onde à l'émission et ainsi une amélioration de la fidélité du modèle. De plus, l'émission de signaux complexes a déjà montré de bonnes performances pour l'amélioration du contraste dans des milieux atténuants avec des méthodes de filtrage adapté [MISARIDIS *et al.* 2005b]. Le traitement de ce type de données avec des méthodes d'inversion s'annonce très prometteur.

Nous avons présenté une méthode d'inversion des données FMC prenant en compte l'atténuation fréquentielle et la dispersion de phase. Il est également possible de prendre en compte ces phénomènes physiques dans la méthode de déconvolution d'images TFM présentée au chapitre 4. Dans cette approche, la PSF varie spatialement en raison de la géométrie de l'inspection mais également en raison des variations acoustiques liées à la déformation des formes d'ondes. Nous envisageons de prendre en compte l'atténuation fréquentielle et la dispersion de phase dans le modèle interpolateur proposé en intégrant ces phénomènes physiques au calcul des PSFs de référence. Plusieurs sujets restent à éclaircir pour obtenir des résultats satisfaisants avec cette méthode. Par exemple, le nombre de PSF de référence à calculer dans le modèle d'interpolation afin de modéliser correctement les variations acoustiques des formes d'ondes est probablement plus important que dans le cas de matériaux non atténuants. D'autres perspectives concernent notamment l'application des méthodes d'inversion à des données expérimentales. En effet, les résultats expérimentaux présentés ne prennent pas en compte la stratégie de régularisation variable. Une étude plus approfondie sur l'amplitude des réflecteurs en fonction de l'atténuation mais aussi de la directivité ou encore de l'atténuation géométrique serait utile pour considérer l'approche de régularisation spatialement variable dans le cas de données réelles.

Dans ces travaux, nous avons principalement travaillé sur des inspections en contact de pièces contenant des défauts percés. L'application des méthodes proposées à des cas réels d'inspection CND reste une étape à franchir. Dans un premier temps, les méthodes proposées pourraient être adaptées aux modalités d'imagerie les plus courantes en CND (cf. chapitre 1) comme l'imagerie multi-mode, en immersion ou adaptative. Dans un second temps, il serait intéressant d'étudier plus en détail l'interaction de l'onde avec les discontinuités du matériau. En effet, la majorité des défauts détectés dans les expériences présentées sont des défauts plutôt ponctuels pouvant s'apparenter à des porosités dans un matériau. Par conséquent, l'hypothèse de réflecteurs ponctuels se prête plutôt bien à ce type de défauts. Il est possible que des réflecteurs aux géométries

---

plus complexes et/ou plus étendues comme des fissures modifient sensiblement la signature des réponses acoustiques. Dans ce cas, un premier levier d'amélioration pourrait être la prise en compte de dictionnaires de signatures de défauts, adaptés à la pièce inspectée. Un second levier d'amélioration pourrait résider dans l'utilisation de fonctions de régularisation parcimonieuses dans des bases adaptées ou préservant les contours.

Les méthodes d'inversion présentées dans ces travaux ont permis, en outre, l'amélioration de la résolution et du contraste des images ultrasonores. Dans un contexte industriel, l'amélioration du contraste permet une meilleure détection des défauts et l'amélioration de la résolution offre une meilleure caractérisation des réflecteurs. Néanmoins, le dimensionnement des défauts demeure un sujet de recherche actif pour l'application des méthodes d'imagerie par focalisation en tout point. En ce sens, il serait intéressant de compléter notre approche par un processus de dimensionnement des défauts [FELICE *et al.* 2018].

Nous avons évoqué, au chapitre 5, certaines problématiques liées à la diffusion des ultrasons [WEAVER 1990] dans les métaux polycristallins en contrôle non destructif (soudures, aciers austéno-ferritiques moulés, alliages de nickel ou de titane) ou des tissus dans le domaine médical (*speckle*). Dans le cas des matériaux polycristallins, les joints de grains diffusent l'onde ultrasonore : une partie de l'énergie est transmise et une autre partie est répartie dans toutes les directions, provoquant ainsi une atténuation de l'onde ainsi qu'un phénomène de bruit de structure. Des études ont montré que le modèle d'atténuation de l'onde par diffusion dans les matériaux polycristallins pouvait se mettre sous la forme d'une loi de puissance, avec néanmoins une atténuation non linéaire [PAPADAKIS 1965 ; PLOIX 2016] ( $\gamma > 1$ ). Dans ce cas, le modèle présenté au chapitre 6 resterait valide et pourrait alors être exploité dans le cadre de matériaux diffusants. Une difficulté majeure réside dans l'évaluation du coefficient d'atténuation  $\alpha_0$ . En effet, ce terme est particulièrement complexe et dépend de nombreux paramètres comme la taille, l'orientation et la forme des grains ou encore le phénomène de diffusion simple ou multiple [HIRSEKORN 1982]. Par ailleurs, ces matériaux sont généralement caractérisés par une forte anisotropie qui peut être prise en compte dans le calcul des temps de vol [BRATH *et al.* 2017 ; MÉNARD *et al.* 2020] à partir des équations de Christoffel. Dans ce type de matériau, un modèle de bruit coloré sur les signaux bruts serait sans doute plus pertinent qu'un modèle de bruit blanc [KAIPIO *et al.* 2019]. Enfin, dans le cas de matériaux à diffusion multiple, on pourrait s'interroger sur la pertinence de l'imagerie par focalisation en tout point de manière plus générale puisque ces concepts reposent sur des principes de temps de vol et de réflexions simples. Une condition nécessaire pour appliquer les méthodes proposées à ce type de milieu sera de corriger ou de limiter les problèmes de temps de vol et de mauvaise focalisation [LAMBERT *et al.* 2020a ; LAMBERT *et al.* 2020b].





# BIBLIOGRAPHIE

---

- ADAM, D. et O. MICHAÏLOVICH (2002), « [Blind Deconvolution of Ultrasound Sequences Using Nonparametric Local Polynomial Estimates of the Pulse](#) », *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 49, n° 2, p. 118-131 (page 93).
- ALBERTI, G. S., H. AMMARI, F. ROMERO et T. WINTZ (2017), « [Mathematical Analysis of Ultrafast Ultrasound Imaging](#) », *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 77, n° 1, p. 1-25 (page 93).
- ALESSANDRINI, M., S. MAGGIO, J. POREE, L. DE MARCHI, N. SPECIALE, E. FRANCESCHINI, O. BERNARD et O. BASSET (2011), « [A Restoration Framework for Ultrasonic Tissue Characterization](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 58, n° 11, p. 2344-2360 (pages 84, 92, 94).
- ALLEYNE, D., T. PIALUCHA et P. CAWLEY (1993), « [A Signal Regeneration Technique for Long-Range Propagation of Dispersive Lamb Waves](#) », *Ultrasonics*, vol. 31, n° 3, p. 201-204 (page 134).
- ALMANSOURI, H., S. VENKATAKRISHNAN, C. BOUMAN et H. SANTOS-VILLALOBOS (2019), « [Model-Based Iterative Reconstruction for One-Sided Ultrasonic Nondestructive Evaluation](#) », *IEEE Transactions on Computational Imaging*, vol. 5, n° 1, p. 150-164 (page 65).
- ANDERSON, M. T., S. L. CRAWFORD, S. E. CUMBLIDGE, K. M. DENSLOW, A. A. DIAZ et S. R. DOCTOR (2007), *Assessment of Crack Detection in Heavy-Walled Cast Stainless Steel Piping Welds Using Advanced Low-Frequency Ultrasonic Methods*, rapp. tech. PNNL-16292, NUREG/CR-6933, 921260, PNNL-16292, NUREG/CR-6933, 921260 (page 122).
- AUBRY, A. et A. DERODE (2009), « [Random Matrix Theory Applied to Acoustic Backscattering and Imaging In Complex Media](#) », *Physical Review Letters*, vol. 102, n° 8 (page 43).
- BECK, A. et M. TEBoulLE (2009a), « [Fast Gradient-Based Algorithms for Constrained Total Variation Image Denoising and Deblurring Problems](#) », *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 18, n° 11, p. 2419-2434 (page 85).

- 
- BECK, A. et M. TEBoulLE (2009b), « [A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems](#) », *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 2, n° 1, p. 183-202 (page 85).
- BENNETT, S., D. K. PETERSON, D. CORL et G. S. KINO (1982), « [A Real-Time Synthetic Aperture Digital Acoustic Imaging System](#) », in : *Acoustical Imaging*, sous la dir. de P. ALAIS et A. F. METHERELL, vol. 10, Boston, MA : Springer US, p. 669-692 (page 35).
- BESSON, A., D. PERDIOS, F. MARTINEZ, Z. CHEN, R. E. CARRILLO, M. ARDITI, Y. WIAUX et J.-P. THIRAN (2018), « [Ultrafast Ultrasound Imaging as an Inverse Problem: Matrix-Free Sparse Image Reconstruction](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 65, n° 3, p. 339-355 (page 65).
- BESSON, A., L. ROQUETTE, D. PERDIOS, M. SIMEONI, M. ARDITI, P. HURLEY, Y. WIAUX et J.-P. THIRAN (2019), « [A Physical Model of Non-Stationary Blur in Ultrasound Imaging](#) », *IEEE Transactions on Computational Imaging*, p. 1-1 (pages 85, 92 sq.).
- BESSON, A., M. ZHANG, F. VARRAY, H. LIEBGOTT, D. FRIBOULET, Y. WIAUX, J.-P. THIRAN, R. E. CARRILLO et O. BERNARD (2016), « [A Sparse Reconstruction Framework for Fourier-Based Plane-Wave Imaging](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 63, n° 12, p. 2092-2106 (page 85).
- BEVAN, R. L., N. BUDYN, J. ZHANG, A. J. CROXFORD, S. KITAZAWA et P. D. WILCOX (2020), « [Data Fusion of Multi-View Ultrasonic Imaging for Characterisation of Large Defects](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, p. 1-1 (pages 30, 38).
- BÓNA, A. et M. A. SLAWINSKI (2003), « [Fermat's Principle for Seismic Rays in Elastic Media](#) », *Journal of Applied Geophysics*, vol. 54, n° 3-4, p. 445-451 (page 10).
- BOURGUIGNON, S., D. MARY et É. SLEZAK (2011), « [Restoration of Astrophysical Spectra With Sparsity Constraints: Models and Algorithms](#) », *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 5, n° 5, p. 1002-1013 (page 149).
- BRATH, A. J. et F. SIMONETTI (2017), « [Phased Array Imaging of Complex-Geometry Composite Components](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 64, n° 10, p. 1573-1582 (page 165).
- BUDYN, N., R. L. T. BEVAN, J. ZHANG, A. J. CROXFORD et P. D. WILCOX (2019), « [A Model for Multi-View Ultrasonic Array Inspection of Small Two-Dimensional Defects](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, p. 1-1 (pages 30, 38).

- 
- BUENO, P. R., M. V. W. ZIBETTI et J. M. MAIA (2020), « [Real-Time Ultrasound Image Reconstruction as an Inverse Problem on a GPU](#) », *Journal of Real-Time Image Processing*, vol. 17, n° 3, p. 543-554 (pages [65](#), [85](#)).
- BURCKHARDT, C. B. (1978), « [Speckle in Ultrasound B-Mode Scans](#) », *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, vol. 25, n° 1, p. 1-6 (page [84](#)).
- BURGER, W. et M. J. BURGE (2016), « [Digital Image Processing: An Algorithmic Introduction Using Java](#) », Texts in Computer Science, London : Springer London (page [34](#)).
- BUSSE, L. J., H. D. COLLINS et S. R. DOCTOR (1984), *Review and Discussion of the Development of Synthetic Aperture Focusing Technique for Ultrasonic Testing (SAFT-UT)*, rapp. tech. NUREG/CR-3625, PNL-4957, 6977775, NUREG/CR-3625, PNL-4957, 6977775 (page [35](#)).
- CAMACHO, J., M. PARRILLA et C. FRITSCH (2009), « [Phase Coherence Imaging](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 56, n° 5, p. 958-974 (page [43](#)).
- CARCREFF, E. (2014), « [Déconvolution Adaptative Pour Le Contrôle Non Destructif Par Ultrasons](#) », thèse de doct., Université du Maine (pages [139](#), [145](#)).
- CARCREFF, E., S. BOURGUIGNON, J. IDIER et L. SIMON (2014), « [A Linear Model Approach for Ultrasonic Inverse Problems with Attenuation and Dispersion](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 61, n° 7, p. 1191-1203 (pages [12](#), [47](#), [133 sq.](#), [137](#)).
- CARCREFF, E., N. LAROCHE, D. BRACONNIER, A. DUCLOS et S. BOURGUIGNON (2017), « [Improvement of the Total Focusing Method Using an Inverse Problem Approach](#) », in : *2017 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, Washington, DC : IEEE, p. 1-4 (page [64](#)).
- CATHELIN, S., J.-L. THOMAS, F. WU et M. FINK (1999), « [Diffraction Field of a Low Frequency Vibrator in Soft Tissues Using Transient Elastography](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 46, n° 4, p. 1013-1019 (page [38](#)).
- CHABOT, A., N. LAROCHE, E. CARCREFF, M. RAUCH et J.-Y. HASCOËT (2020), « [Towards Defect Monitoring for Metallic Additive Manufacturing Components Using Phased Array Ultrasonic Testing](#) », *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 31, n° 5, p. 1191-1201 (page [37](#)).

- 
- CHAMPAGNAT, F., Y. GOUSSARD et J. IDIER (1996), « [Unsupervised Deconvolution of Sparse Spike Trains Using Stochastic Approximation](#) », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, n° 12, p. 2988-2998 (page 54).
- CHAPON, A. (2021), « Deconvolution of Ultrasonic Signals Using a Convolutional Neural Network », p. 8 (page 44).
- CHASSIGNOLE, B. (2000), « Influence de la structure métallurgique des soudures en acier inoxydable austénitique sur le contrôle non destructif par ultrasons », thèse de doct., INSA Lyon (page 122).
- CHEN, Z., A. BASARAB et D. KOUAME (2016), « [Compressive Deconvolution in Medical Ultrasound Imaging](#) », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 35, n° 3, p. 728-737 (pages 92, 94).
- CHEN, Z., N. ZHAO, A. BASARAB et D. KOUAME (2015), « [Ultrasound Compressive Deconvolution Wirth Lp-Norm Prior](#) », in : *2015 23rd European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Nice : IEEE, p. 2791-2795 (page 93).
- CHENG, Q., R. CHEN et T.-H. LI (1996), « [Simultaneous Wavelet Estimation and Deconvolution of Reflection Seismic Signals](#) », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 34, n° 2, p. 377-384 (page 54).
- CHIAO, R. et L. THOMAS (1994), « [Analytic Evaluation of Sampled Aperture Ultrasonic Imaging Techniques for NDE](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 41, n° 4, p. 484-493 (page 36).
- CLAY, A. C., S.-C. WOOH, L. AZAR et J.-Y. WANG (1999), « [Experimental Study of Phased Array Beam Steering Characteristics](#) », *Journal of Nondestructive Evaluation*, vol. 18, n° 2, p. 59-71 (page 25).
- COMBETTES, P. L. et J.-C. PESQUET (2011), « [Proximal Splitting Methods in Signal Processing](#) », in : *Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering*, sous la dir. de H. H. BAUSCHKE, R. S. BURACHIK, P. L. COMBETTES, V. ELSER, D. R. LUKE et H. WOLKOWICZ, vol. 49, New York, NY : Springer New York, p. 185-212 (page 85).
- CORL, P. D., G. S. KINO, C. S. DESILETS et P. M. GRANT (1980), « [A Digital Synthetic Focus Acoustic Imaging System](#) », in : *Acoustical Imaging*, sous la dir. d'A. F. METHERELL, vol. 8, Boston, MA : Springer US, p. 39-53 (page 35).
- DAVY, M., J.-G. MINONZIO, J. DE ROSNY, C. PRADA et M. FINK (2009), « [Influence of Noise on Subwavelength Imaging of Two Close Scatterers Using Time Reversal](#) »

- 
- [Method: Theory and Experiments](#) », *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 98, p. 333-358 (page 43).
- DE CHIFFRE, L., S. CARMIGNATO, J.-P. KRUTH, R. SCHMITT et A. WECKENMANN (2014), « [Industrial Applications of Computed Tomography](#) », *CIRP Annals*, vol. 63, n° 2, p. 655-677 (page 17).
- DEMIRLI, R. et J. SANIIE (2001a), « [Model-Based Estimation of Ultrasonic Echoes. Part I: Analysis and Algorithms](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 48, n° 3, p. 787-802 (pages 54, 66, 87).
- (2001b), « [Model-Based Estimation of Ultrasonic Echoes. Part II: Nondestructive Evaluation Applications](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 48, n° 3, p. 803-811 (pages 54, 66).
- DEMIRLI, R. et J. SANIIE (2014), « [Asymmetric Gaussian Chirplet Model and Parameter Estimation for Generalized Echo Representation](#) », *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, n° 2, p. 907-921 (pages 54, 88, 123).
- DENIS, L., E. THIÉBAUT, F. SOULEZ, J.-M. BECKER et R. MOURYA (2015), « [Fast Approximations of Shift-Variant Blur](#) », *International Journal of Computer Vision*, vol. 115, n° 3, p. 253-278 (pages 92, 94).
- EVAIN, E., K. FARAZ, T. GRENIER, D. GARCIA, M. DE CRAENE et O. BERNARD (2020), « [A Pilot Study on Convolutional Neural Networks for Motion Estimation From Ultrasound Images](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 67, n° 12, p. 2565-2573 (page 44).
- FAN, C., M. CALEAP, M. PAN et B. W. DRINKWATER (2014a), « [A Comparison between Ultrasonic Array Beamforming and Super Resolution Imaging Algorithms for Non-Destructive Evaluation](#) », *Ultrasonics*, vol. 54, n° 7, p. 1842-1850 (pages 25, 37, 43 sq.).
- FAN, C., M. PAN, F. LUO et B. DRINKWATER (2014b), « [Multi-Frequency Time-Reversal-Based Imaging for Ultrasonic Nondestructive Evaluation Using Full Matrix Capture](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 61, n° 12, p. 2067-2074 (pages 43 sq.).
- FELICE, M. V. et Z. FAN (2018), « [Sizing of Flaws Using Ultrasonic Bulk Wave Testing: A Review](#) », *Ultrasonics*, vol. 88, p. 26-42 (pages 37, 165).
- FELICE, M. V., A. VELICHKO et P. D. WILCOX (2014), « [Accurate Depth Measurement of Small Surface-Breaking Cracks Using an Ultrasonic Array Post-Processing Technique](#) », *NDT & E International*, vol. 68, p. 105-112 (page 38).

- 
- FINK, M. (1992), « [Time Reversal of Ultrasonic Fields. I. Basic Principles](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, n° 5, p. 555-566 (page 43).
- FINK, M. et J.-F. CARDOSO (1984), « [Diffraction Effects in Pulse-Echo Measurement](#) », *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, vol. 31, n° 4, p. 313-329 (pages 46 sq.).
- FLOREA, M. I., A. BASARAB, D. KOUAME et S. A. VOROBYOV (2018a), « [An Axially Variant Kernel Imaging Model Applied to Ultrasound Image Reconstruction](#) », *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 25, n° 7, p. 961-965 (pages 92, 94).
- (2018b), « [Restoration of Ultrasound Images Using Spatially-Variant Kernel Deconvolution](#) », in : *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Calgary, AB : IEEE, p. 796-800 (pages 85, 92 sq.).
- FREDERICK, J., C. VANDEN BROEK, S. GANAPATHY, M. ELZINGA, W. DE VRIES, D. PAPWORTH et N. HAMANO (1979), *Improved Ultrasonic Nondestructive Testing of Pressure Vessels (NUREG/CR-0909)*, rapp. tech., US Nuclear Regulatory Commission Report, p. 88 (page 35).
- FRIEDLANDER, B. (1982), « [System Identification Techniques for Adaptive Signal Processing](#) », *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 1, n° 1, p. 3-41 (page 115).
- GARCIA, D., L. L. TARNEC, S. MUTH, E. MONTAGNON, J. POREE et G. CLOUTIER (2013), « [Stolt's f-k Migration for Plane Wave Ultrasound Imaging](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 60, n° 9, p. 1853-1867 (page 42).
- GARCÍA-MARTÍN, J., J. GÓMEZ-GIL et E. VÁZQUEZ-SÁNCHEZ (2011), « [Non-Destructive Techniques Based on Eddy Current Testing](#) », *Sensors*, vol. 11, n° 3, p. 2525-2565 (page 16).
- GENTILE, M., F. COURBIN et G. MEYLAN (2013), « [Interpolating Point Spread Function Anisotropy](#) », *Astronomy & Astrophysics*, vol. 549, A1 (pages 91 sq., 94, 109).
- GUARNERI, G., D. PIPA, F. JUNIOR, L. DE ARRUDA et M. ZIBETTI (2015), « [A Sparse Reconstruction Algorithm for Ultrasonic Images in Nondestructive Testing](#) », *Sensors*, vol. 15, n° 4, p. 9324-9343 (page 64).
- GURUMURTHY, K. V. et R. M. ARTHUR (1982), « [A Dispersive Model for the Propagation of Ultrasound in Soft Tissue](#) », *Ultrasonic Imaging*, vol. 4, n° 4, p. 355-377 (page 137).
- HIRSEKORN, S. (1982), « [The Scattering of Ultrasonic Waves by Polycrystals](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 72, n° 3, p. 1021-1031 (pages 122, 165).



- 
- HOLMES, C., B. W. DRINKWATER et P. D. WILCOX (2005), « [Post-Processing of the Full Matrix of Ultrasonic Transmit–Receive Array Data for Non-Destructive Evaluation](#) », *NDT & E International*, vol. 38, n° 8, p. 701-711 (pages [10](#), [37](#), [42](#)).
- HOURANI, M., A. BASARAB, D. KOUAME et J.-Y. TOURNERET (2020), « [Ultrasound Image Deconvolution Using Fundamental and Harmonic Images](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, p. 1-1 (page [92](#)).
- HUNTER, A., B. DRINKWATER et P. WILCOX (2008), « [The Wavenumber Algorithm for Full-Matrix Imaging Using an Ultrasonic Array](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 55, n° 11, p. 2450-2462 (page [42](#)).
- IDIER, J., éd. (2008), « [Bayesian Approach to Inverse Problems](#) », London, UK : ISTE (pages [9](#), [17](#), [53 sq.](#)).
- JENSEN, J. (1994), « [Estimation of in Vivo Pulses in Medical Ultrasound](#) », *Ultrasonic Imaging*, vol. 16, n° 3, p. 190-203 (page [93](#)).
- JENSEN, J. (1991), « [Estimation of Pulses in Ultrasound B-Scan Images](#) », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 10, n° 2, p. 164-172 (page [54](#)).
- (1996), « [FIELD : A Program for Simulating Ultrasound Systems](#) », in : *10th Nordic-Baltic Conference on Biomedical Imaging*, vol. 34, Medical & Biological Engineering & Computing, p. 351-353 (page [93](#)).
- JENSEN, J. et S. LEEMAN (1994), « [Nonparametric Estimation of Ultrasound Pulses](#) », *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 41, n° 10, p. 929-936 (page [54](#)).
- JENSEN, J. et N. SVENDSEN (1992), « [Calculation of Pressure Fields from Arbitrarily Shaped, Apodized, and Excited Ultrasound Transducers](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, n° 2, p. 262-267 (page [93](#)).
- JENSEN, J. A., S. I. NIKOLOV, K. L. GAMMELMARK et M. H. PEDERSEN (2006), « [Synthetic Aperture Ultrasound Imaging](#) », *Ultrasonics*, vol. 44, e5-e15 (page [37](#)).
- JEON, K., M. H. BAE, S. B. PARK et S. D. KIM (1994), « [An Efficient Real Time Focusing Delay Calculation in Ultrasonic Imaging Systems](#) », *Ultrasonic Imaging*, vol. 16, n° 4, p. 231-248 (page [32](#)).
- JIAN LI, P. STOICA et ZHISONG WANG (2003), « [On Robust Capon Beamforming and Diagonal Loading](#) », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, n° 7, p. 1702-1715 (page [43](#)).
- KAARESEN, K. F. (1996), « [Maximum a Posteriori Deconvolution of Sparse Spike Trains](#) », *Preprint series. Statistical Research Report* (page [116](#)).



- 
- KAPIO, J. P., T. HUTTUNEN, T. LUOSTARI, T. LÄHIVAARA et P. B. MONK (2019), « [A Bayesian Approach to Improving the Born Approximation for Inverse Scattering with High-Contrast Materials](#) », *Inverse Problems*, vol. 35, n° 8, p. 084001 (page 165).
- KARAMAN, M., PAI-CHI LI et M. O'DONNELL (1995), « [Synthetic Aperture Imaging for Small Scale Systems](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 42, n° 3, p. 429-442 (page 36).
- KELLY, J. F., R. J. MCGOUGH et M. M. MEERSCHAERT (2008), « [Analytical Time-Domain Green's Functions for Power-Law Media](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 124, n° 5, p. 2861-2872 (page 137).
- KERBRAT, E., C. PRADA, D. CASSEREAU et M. FINK (2002), « [Ultrasonic Nondestructive Testing of Scattering Media Using the Decomposition of the Time-Reversal Operator](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 49, n° 8, p. 1103-1113 (page 43).
- KINO, G. (1979), « [Acoustic Imaging for Nondestructive Evaluation](#) », *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, n° 4, p. 510-525 (page 10).
- KRAUTKRAMER, J. et H. KRAUTKRAMER (1990), « [Ultrasonic Testing of Materials](#) », Berlin : Springer-Verlag (pages 9, 25).
- KUC, R. (1983), « [Generating a Minimum-Phase Digital Filter Model for the Acoustic Attenuation of Soft Tissue](#) », in : *1983 Ultrasonics Symposium*, Atlanta, GA, USA : IEEE, p. 794-796 (page 137).
- KUC, R. (1984), « [Modeling Acoustic Attenuation of Soft Tissue with a Minimum-Phase Filter](#) », *Ultrasonic Imaging*, vol. 6, n° 1, p. 24-36 (page 137).
- LAMBERT, W., L. A. COBUS, M. COUADE, M. FINK et A. AUBRY (2020a), « [Reflection Matrix Approach for Quantitative Imaging of Scattering Media](#) », *Physical Review X*, vol. 10, n° 2, p. 021048 (page 165).
- LAMBERT, W., L. A. COBUS, T. FRAPPART, M. FINK et A. AUBRY (2020b), « [Distortion Matrix Approach for Ultrasound Imaging of Random Scattering Media](#) », *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 117, n° 26, p. 14645-14656 (page 165).
- LAROCHE, N., S. BOURGUIGNON, E. CARCREFF, J. IDIER et A. DUCLOS (2020), « [An Inverse Approach for Ultrasonic Imaging From Full Matrix Capture Data: Application to Resolution Enhancement in NDT](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 67, n° 9, p. 1877-1887 (page 34).

- 
- LE JEUNE, L., S. ROBERT, E. LOPEZ VILLAVERDE et C. PRADA (2016), « [Plane Wave Imaging for Ultrasonic Non-Destructive Testing: Generalization to Multimodal Imaging](#) », *Ultrasonics*, vol. 64, p. 128-138 (pages [27](#), [34](#), [38](#), [40](#)).
- LEE, H., S. ZHANG, Y. BAR-COHEN et S. SHERRIT (2014), « [High Temperature, High Power Piezoelectric Composite Transducers](#) », *Sensors*, vol. 14, n° 8, p. 14526-14552 (page [20](#)).
- LEV-ARI, H. et A. DEVANCY (2000), « [The Time-Reversal Technique Re-Interpreted: Subspace-Based Signal Processing for Multi-Static Target Location](#) », in : *Proceedings of the 2000 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. SAM 2000 (Cat. No.00EX410)*, Cambridge, MA, USA : IEEE, p. 509-513 (page [43](#)).
- LHÉMERY, A. (1991), « [Impulse-response Method to Predict Echo-responses from Targets of Complex Geometry. Part I: Theory](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 90, n° 5, p. 2799-2807 (page [46](#)).
- LOPEZ VILLAVERDE, E., S. ROBERT et C. PRADA (2016), « [Ultrasonic Imaging of Defects in Coarse-Grained Steels with the Decomposition of the Time Reversal Operator](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 140, n° 1, p. 541-550 (pages [43](#), [122](#)).
- LORIS, I. (2009), « [On the Performance of Algorithms for the Minimization of L1 - Penalized Functionals](#) », *Inverse Problems*, vol. 25, n° 3, p. 035008 (page [85](#)).
- LOUPAS, T., S. D. PYE et W. N. MCDICKEN (1989), « [Deconvolution in Medical Ultrasonics: Practical Considerations](#) », *Physics in Medicine and Biology*, vol. 34, n° 11, p. 1691-1700 (page [55](#)).
- MACOVSKI, A. (1979), « [Ultrasonic Imaging Using Arrays](#) », *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, n° 4, p. 484-495 (page [31](#)).
- MATRONE, G., A. RAMALLI, J. D'HOOGHE, P. TORTOLI et G. MAGENES (2020), « [A Comparison of Coherence-Based Beamforming Techniques in High-Frame-Rate Ultrasound Imaging With Multi-Line Transmission](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 67, n° 2, p. 329-340 (page [43](#)).
- MATRONE, G., A. S. SAVOIA, G. CALIANO et G. MAGENES (2015), « [The Delay Multiply and Sum Beamforming Algorithm in Ultrasound B-Mode Medical Imaging](#) », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 34, n° 4, p. 940-949 (page [43](#)).
- MÉNARD, C., S. ROBERT, R. MIORELLI et D. LESSELIER (2020), « [Optimization Algorithms for Ultrasonic Array Imaging in Homogeneous Anisotropic Steel Components](#) »

- 
- with Unknown Properties », *NDT & E International*, vol. 116, p. 102327 (pages 34, 122, 165).
- MERABET, L., S. ROBERT et C. PRADA (2019), « 2D and 3D Reconstruction Algorithms in the Fourier Domain for Plane Wave Imaging in Non-Destructive Testing », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, p. 1-1 (pages 38, 42).
- MICHAILOVICH, O. et D. ADAM (2002), « Shift-Invariant, DWT-Based "Projection" Method for Estimation of Ultrasound Pulse Power Spectrum », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 49, n° 8, p. 1060-1072 (page 93).
- (2003), « Robust Estimation of Ultrasound Pulses Using Outlier-Resistant de-Noiseing », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, n° 3, p. 368-381 (page 93).
- MICHAILOVICH, O. et D. ADAM (2005), « A Novel Approach to the 2-D Blind Deconvolution Problem in Medical Ultrasound », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 24, n° 1, p. 86-104 (pages 92 sqq.).
- MICHAILOVICH, O. et A. TANNENBAUM (2007), « Blind Deconvolution of Medical Ultrasound Images: A Parametric Inverse Filtering Approach », *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, n° 12, p. 3005-3019 (page 93).
- MIRCHEV, Y., P. CHUKACHEV, M. MIHOVSKI et P. YANEV (2018), « Automatic Systems for Ultrasonic Inspection of Pipelines (survey) » (page 33).
- MISARIDIS, T. et J. JENSEN (2005a), « Use of Modulated Excitation Signals in Medical Ultrasound. Part II: Design and Performance for Medical Imaging Applications », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 52, n° 2, p. 192-207 (page 164).
- (2005b), « Use of Modulated Excitation Signals in Medical Ultrasound. Part III: High Frame Rate Imaging », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 52, n° 2, p. 208-219 (page 164).
- MONTALDO, G., M. TANTER, J. BERCOFF, N. BENECH et M. FINK (2009), « Coherent Plane-Wave Compounding for Very High Frame Rate Ultrasonography and Transient Elastography », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 56, n° 3, p. 489-506 (pages 10, 38).
- NAGY, J. G. et D. P. O'LEARY (1998), « Restoring Images Degraded by Spatially Variant Blur », *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 19, n° 4, p. 1063-1082 (pages 92, 94).

- 
- NARAYANA, P. A. et J. OPHIR (1983), « [A Closed Form Method for the Measurement of Attenuation in Nonlinearly Dispersive Media](#) », *Ultrasonic Imaging*, vol. 5, n° 1, p. 17-21 (page [136](#)).
- NOCEDAL, J. et S. J. WRIGHT (2006), « [Numerical Optimization](#) », 2nd ed, Springer Series in Operations Research, New York : Springer (page [88](#)).
- O'BRIEN, M., A. SINCLAIR et S. KRAMER (1994), « [Recovery of a Sparse Spike Time Series by L/Sub 1/ Norm Deconvolution](#) », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, n° 12, p. 3353-3365 (pages [56](#), [58](#)).
- O'DONNELL, M., E. T. JAYNES et J. G. MILLER (1978), « [General Relationships between Ultrasonic Attenuation and Dispersion](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 63, n° 6, p. 1935-1937 (page [137](#)).
- (1981), « [Kramers–Kronig Relationship between Ultrasonic Attenuation and Phase Velocity](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 69, n° 3, p. 696-701 (pages [136 sq.](#)).
- OBATON, A.-F., B. BUTSCH, E. CARCREFF, N. LAROCHE, J. TARR et A. DONMEZ (2020), « [Efficient Volumetric Non-Destructive Testing Methods for Additively Manufactured Parts](#) », *Welding in the World*, vol. 64, n° 8, p. 1417-1425 (page [37](#)).
- OPHIR, J. et P. JAEGER (1982), « [Spectral Shifts of Ultrasonic Propagation through Media with Nonlinear Dispersive Attenuation](#) », *Ultrasonic Imaging*, vol. 4, n° 3, p. 282-289 (page [136](#)).
- OPPENHEIM, A. V., R. W. SCHAFFER et J. R. BUCK (1998), « [Discrete-Time Signal Processing](#) », 2nd ed, Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall (pages [42](#), [93](#), [137](#)).
- ORALKAN, O., A. ERGUN, J. JOHNSON, M. KARAMAN, U. DEMIRCI, K. KAVIANI, T. LEE et B. KHURI-YAKUB (2002), « [Capacitive Micromachined Ultrasonic Transducers: Next-Generation Arrays for Acoustic Imaging?](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 49, n° 11, p. 1596-1610 (page [19](#)).
- OZAKI, Y., H. SUMITANI, T. TOMODA et M. TANAKA (1988), « [A New System for Real-Time Synthetic Aperture Ultrasonic Imaging](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 35, n° 6, p. 828-838 (page [35](#)).
- OZKAN, E., V. VISHNEVSKY et O. GOKSEL (2018), « [Inverse Problem of Ultrasound Beamforming With Sparsity Constraints and Regularization](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 65, n° 3, p. 356-365 (pages [85](#), [92](#)).

- 
- PAPADAKIS, E. P. (1965), « [Ultrasonic Attenuation Caused by Scattering in Polycrystalline Metals](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 37, n° 4, p. 711-717 (pages 122, 165).
- PENG, C., L. BAI, J. ZHANG et B. W. DRINKWATER (2018), « [The Sizing of Small Surface-Breaking Fatigue Cracks Using Ultrasonic Arrays](#) », *NDT & E International*, vol. 99, p. 64-71 (page 38).
- PERDIOS, D., A. BESSON, M. ARDITI et J.-P. THIRAN (2017), « [A Deep Learning Approach to Ultrasound Image Recovery](#) », in : *2017 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, Washington, DC : IEEE, p. 1-1 (page 43).
- PERDIOS, D., M. VONLANTHEN, F. MARTINEZ, M. ARDITI et J.-P. THIRAN (2021), « [CNN-Based Ultrasound Image Reconstruction for Ultrafast Displacement Tracking](#) », *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 40, n° 3, p. 1078-1089 (page 44).
- PERROT, V., M. POLICHETTI, F. VARRAY et D. GARCIA (2021), « [So You Think You Can DAS? A Viewpoint on Delay-and-Sum Beamforming](#) », *Ultrasonics*, vol. 111, p. 106309 (pages 34, 42).
- PETERSON, D. et G. KINO (1984), « [Real-Time Digital Image Reconstruction: A Description of Imaging Hardware and an Analysis of Quantization Errors](#) », *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, vol. 31, n° 4, p. 337-351 (page 35).
- PLOIX, M.-A. (2016), « Étude de l'atténuation des ondes ultrasonores. Application au contrôle non destructif des soudures d'acier inoxydable austénitique », thèse de doct. (page 165).
- POLICHETTI, M., F. VARRAY, J.-C. BÉRA, C. CACHARD et B. NICOLAS (2018), « [A Nonlinear Beamformer Based on P-Th Root Compression—Application to Plane Wave Ultrasound Imaging](#) », *Applied Sciences*, vol. 8, n° 4, p. 599 (page 43).
- PRADA, C. et M. FINK (1994), « [Eigenmodes of the Time Reversal Operator: A Solution to Selective Focusing in Multiple-Target Media](#) », *Wave Motion*, vol. 20, n° 2, p. 151-163 (page 43).
- PRADA, C., E. KERBRAT, D. CASSEREAU et M. FINK (2002), « [Time Reversal Techniques in Ultrasonic Nondestructive Testing of Scattering Media](#) », *Inverse Problems*, vol. 18, n° 6, p. 1761-1773 (page 43).
- PRADA, C., J.-L. THOMAS et M. FINK (1995), « [The Iterative Time Reversal Process: Analysis of the Convergence](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 97, n° 1, p. 62-71 (page 43).

- 
- PYLE, R. J., R. L. BEVAN, R. R. HUGHES, R. K. RACHEV, A. A. S. ALI et P. D. WILCOX (2020), « [Deep Learning for Ultrasonic Crack Characterization in NDE](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, p. 1-1 (page 44).
- QUAEGEBEUR, N., P. MASSON, D. LANGLOIS-DEMERS et P. MICHEAU (2011), « [Dispersion-Based Imaging for Structural Health Monitoring Using Sparse and Compact Arrays](#) », *Smart Materials and Structures*, vol. 20, n° 2, p. 025005 (page 145).
- QUAEGEBEUR, N. et P. MASSON (2012), « [Correlation-Based Imaging Technique Using Ultrasonic Transmit-Receive Array for Non-Destructive Evaluation](#) », *Ultrasonics*, vol. 52, n° 8, p. 1056-1064 (pages 64, 134, 144 sq.).
- RACHEV, R. K., P. D. WILCOX, A. VELICHKO et K. L. MCAUGHEY (2020), « [Plane Wave Imaging Techniques for Immersion Testing of Components With Nonplanar Surfaces](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 67, n° 7, p. 1303-1316 (pages 27, 38).
- ROQUETTE, L., M. SIMEONI, P. HURLEY et A. BESSON (2017), « [On an Analytical, Spatially-Varying, Point-Spread-Function](#) », in : *2017 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, Washington, DC : IEEE, p. 1-4 (pages 92 sqq.).
- SANDRIN, L., M. TANTER, S. CATHELIN et M. FINK (2002), « [Shear Modulus Imaging with 2-D Transient Elastography](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 49, n° 4, p. 426-435 (page 38).
- SANTOS, J., A. NIKKO CATAPANG et E.-D. REYTA (2019), « [Understanding the Fundamentals of Earthquake Signal Sensing Networks](#) », *Analog Dialogue Technical Journal*, vol. 53, n° 3, p. 11 (page 19).
- SCHNEIDER, F. et T. U. EINDHOVEN (2016), « Approximation of Inverses of BTTB Matrices », thèse de doct. (page 117).
- SCHWANGHART, W. (2021), *Ordinary Kriging*, MATLAB Central File Exchange (page 110).
- SEGHOUANE, A.-K. et Y. SAAD (2014), « [Prewhitening High-Dimensional fMRI Data Sets Without Eigendecomposition](#) », *Neural Computation*, vol. 26, n° 5, p. 907-919 (page 116).
- SELFRIDGE, A. R., G. S. KINO et B. T. KHURI-YAKUB (1980), « [A Theory for the Radiation Pattern of a Narrow-strip Acoustic Transducer](#) », *Applied Physics Letters*, vol. 37, n° 1, p. 35-36 (page 24).
- SHAHJAHAN, S., A. AUBRY, F. RUPIN, B. CHASSIGNOLE et A. DERODE (2014), « [A Random Matrix Approach to Detect Defects in a Strongly Scattering Polycrystal:](#)



- 
- How the Memory Effect Can Help Overcome Multiple Scattering », *Applied Physics Letters*, vol. 104, n° 23, p. 234105 (pages 43, 122).
- SIBSON, R. (1981), « A Brief Description of Natural Neighbour Interpolation », *Interpreting multivariate data* (page 110).
- SIMONETTI, F. (2006a), « Localization of Pointlike Scatterers in Solids with Subwavelength Resolution », *Applied Physics Letters*, vol. 89, n° 9, p. 094105 (page 37).
- (2006b), « Multiple Scattering: The Key to Unravel the Subwavelength World from the Far-Field Pattern of a Scattered Wave », *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, vol. 73, n° 3, p. 036619 (page 37).
- SIMONETTI, F., I. L. SATOW, A. J. BRATH, K. C. WELLS, J. PORTER, B. HAYES et K. DAVIS (2018), « Cryo-Ultrasonic NDE: Ice-Cold Ultrasonic Waves for the Detection of Damage in Complex-Shaped Engineering Components », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 65, n° 4, p. 638-647 (page 27).
- SIN, S.-K. et C.-H. CHEN (1992), « A Comparison of Deconvolution Techniques for the Ultrasonic Nondestructive Evaluation of Materials », *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 1, n° 1, p. 3-10 (pages 9, 46, 55).
- SKJELVAREID, M. H., T. OLOFSSON, Y. BIRKELUND et Y. LARSEN (2011), « Synthetic Aperture Focusing of Ultrasonic Data from Multilayered Media Using an Omega-K Algorithm », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 58, n° 5, p. 1037-1048 (page 42).
- SMITH, W. (1989), « The Role of Piezocomposites in Ultrasonic Transducers », in : *Proceedings., IEEE Ultrasonics Symposium*, Montreal, Que., Canada : IEEE, p. 755-766 (page 19).
- SONG, H. et Y. YANG (2020), « Super-Resolution Visualization of Subwavelength Defects via Deep Learning-Enhanced Ultrasonic Beamforming: A Proof-of-Principle Study », *NDT & E International*, vol. 116, p. 102344 (page 44).
- SOUSSEN, C., J. IDIER, E. CARCREFF, L. SIMON et C. POTEL (2012), « Ultrasonic Non Destructive Testing Based on Sparse Deconvolution », *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 353, p. 012018 (page 58).
- SOUSSEN, C., J. IDIER, D. BRIE et J. DUAN (2011), « From Bernoulli-Gaussian Deconvolution to Sparse Signal Restoration », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, n° 10, p. 4572-4584 (page 58).



- 
- STEPANISHEN, P. R. (1971), « [Transient Radiation from Pistons in an Infinite Planar Baffle](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 49, n° 5B, p. 1629-1638 (page 46).
- STOLT, R. H. (1978), « [Migration by Fourier Transform](#) », *Geophysics*, vol. 43, n° 1, p. 23-48 (page 42).
- SUTCLIFFE, M., M. WESTON, B. DUTTON, P. CHARLTON et K. DONNE (2012), « [Real-Time Full Matrix Capture for Ultrasonic Non-Destructive Testing with Acceleration of Post-Processing through Graphic Hardware](#) », *NDT & E International*, vol. 51, p. 16-23 (page 10).
- SY, K., P. BREDIF, E. IAKOVLEVA, O. ROY et D. LESSELIER (2018), « [Development of Methods for the Analysis of Multi-Mode TFM Images](#) », *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 1017, p. 012005 (pages 30, 38).
- SYNNEVAG, J. F., A. AUSTENG et S. HOLM (2007), « [Adaptive Beamforming Applied to Medical Ultrasound Imaging](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 54, n° 8, p. 1606-1613 (page 43).
- SZABO, T. L. (1994), « [Time Domain Wave Equations for Lossy Media Obeying a Frequency Power Law](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 96, n° 1, p. 491-500 (page 137).
- (1995), « [Causal Theories and Data for Acoustic Attenuation Obeying a Frequency Power Law](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 97, n° 1, p. 14-24 (pages 136 sq.).
- (2014), « [Attenuation](#) », in : *Diagnostic Ultrasound Imaging : Inside Out*, Elsevier, p. 81-119 (page 10).
- SZASZ, T., A. BASARAB et D. KOUAME (2016a), « [Beamforming Through Regularized Inverse Problems in Ultrasound Medical Imaging](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 63, n° 12, p. 2031-2044 (pages 84, 92).
- SZASZ, T., A. BASARAB, M.-F. VAIDA et D. KOUAME (2016b), « [Elastic-Net Based Beamforming in Medical Ultrasound Imaging](#) », in : IEEE, p. 477-480 (page 84).
- TANTER, M., J. BERCOFF, L. SANDRIN et M. FINK (2002), « [Ultrafast Compound Imaging for 2-D Motion Vector Estimation: Application to Transient Elastography](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 49, n° 10, p. 1363-1374 (page 38).

- 
- TANTER, M. et M. FINK (2014), « [Ultrafast Imaging in Biomedical Ultrasound](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 61, n° 1, p. 102-119 (page 38).
- TAXT, T. (1995), « [Restoration of Medical Ultrasound Images Using Two-Dimensional Homomorphic Deconvolution](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 42, n° 4, p. 543-554 (page 93).
- (1997), « [Comparison of Cepstrum-Based Methods for Radial Blind Deconvolution of Ultrasound Images](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 44, n° 3, p. 666-674 (page 93).
- THURSTONE, F. L. et O. T. VON RAMM (1974), « [A New Ultrasound Imaging Technique Employing Two-Dimensional Electronic Beam Steering](#) », in : *Acoustical Holography*, sous la dir. de P. S. GREEN, Boston, MA : Springer US, p. 249-259 (page 31).
- TROTTIER, C., S. SHAHJAHAN, A. SCHUMM, A. AUBRY et A. DERODE (2015), « [Multiple Scattering Filter: Application to the Plane Defect Detection in a Nickel Alloy](#) », *Physics Procedia*, vol. 70, p. 795-798 (page 122).
- TURNBULL, D. et F. FOSTER (1991), « [Fabrication and Characterization of Transducer Elements in Two-Dimensional Arrays for Medical Ultrasound Imaging](#) », in : *IEEE 1991 Ultrasonics Symposium*, Orlando, FL, USA : IEEE, 629-632 vol.1 (page 24).
- TUYSUZOGLU, A., J. M. KRACHT, R. O. CLEVELAND, M. ÇETIN et W. C. KARL (2012), « [Sparsity Driven Ultrasound Imaging](#) », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 131, n° 2, p. 1271-1281 (pages 64, 84).
- VIKTOROV, I. A. (2013), « [Rayleigh and Lamb waves: physical theory and applications](#) », New York : Springer Science + Business Media (page 18).
- VON RAMM, O. T. et S. W. SMITH (1983), « [Beam Steering with Linear Arrays](#) », *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. BME-30, n° 8, p. 438-452 (page 32).
- WEAR, K. (2000), « [The Effects of Frequency-Dependent Attenuation and Dispersion on Sound Speed Measurements: Applications in Human Trabecular Bone](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 47, n° 1, p. 265-273 (page 10).
- WEAVER, R. (1990), « [Diffusivity of Ultrasound in Polycrystals](#) », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 38, n° 1, p. 55-86 (pages 10, 165).
- WESTON, M., P. MUDGE, C. DAVIS et A. PEYTON (2012), « [Time Efficient Auto-Focussing Algorithms for Ultrasonic Inspection of Dual-Layered Media Using Full Matrix Capture](#) », *NDT & E International*, vol. 47, p. 43-50 (page 34).

- 
- WILCOX, P., M. LOWE et P. CAWLEY (2001), « [The Effect of Dispersion on Long-Range Inspection Using Ultrasonic Guided Waves](#) », *NDT & E International*, vol. 34, n° 1, p. 1-9 (page 134).
- WILCOX, P. (2003), « [A Rapid Signal Processing Technique to Remove the Effect of Dispersion from Guided Wave Signals](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 50, n° 4, p. 419-427 (page 134).
- WILCOX, P., C. HOLMES et B. DRINKWATER (2007), « [Advanced Reflector Characterization with Ultrasonic Phased Arrays in NDE Applications](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 54, n° 8, p. 1541-1550 (page 37).
- YLITALO, J. et H. ERMERT (1994), « [Ultrasound Synthetic Aperture Imaging: Monostatic Approach](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 41, n° 3, p. 333-339 (page 35).
- ZALA, C. (1992), « [High-Resolution Inversion of Ultrasonic Traces](#) », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 39, n° 4, p. 458-463 (pages 9, 44, 58).
- ZHANG, G.-M. et D. M. HARVEY (2012), « [Contemporary Ultrasonic Signal Processing Approaches for Nondestructive Evaluation of Multilayered Structures](#) », *Nondestructive Testing and Evaluation*, vol. 27, n° 1, p. 1-27 (pages 9, 44).
- ZHANG, J., B. W. DRINKWATER, P. D. WILCOX et A. J. HUNTER (2010), « [Defect Detection Using Ultrasonic Arrays: The Multi-Mode Total Focusing Method](#) », *NDT & E International*, vol. 43, n° 2, p. 123-133 (pages 29, 38).





**Titre :** Méthodes d'imagerie ultrasonore avancées et rapides pour le contrôle non destructif de matériaux atténuants et diffusants.

**Mot clés :** contrôle non-destructif, imagerie ultrasonore, problèmes inverses, focalisation en tout point, parcimonie

**Résumé :** Le développement de sondes multiéléments et les progrès continus en électronique ont favorisé l'émergence des méthodes d'imagerie ultrasonore pour le contrôle non-destructif (CND). En particulier, les approches linéaires de type formation de voies sont largement utilisées pour leur simplicité et leur rapidité, rendant possible l'imagerie en temps réel. Néanmoins, la résolution et le contraste des images reconstruites sont limités par la nature oscillante de l'onde ultrasonore.

Cette thèse aborde l'imagerie ultrasonore sous l'angle des problèmes inverses. La reconstruction de l'image de réflectivité à partir de mesures ultrasonores, dont l'information est limitée par la bande passante des transducteurs, est un problème inverse mal posé. Dans ces travaux, nous adoptons des techniques d'inversion par régularisation favorisant la reconstruction de solutions à la fois parcimonieuses et lisses spatialement, *i.e.*, d'extension spatiale limitée. Nous cherchons ainsi à reconstruire une carte de réflectivité d'un milieu globalement sain, ne contenant éventuellement que quelques réflecteurs de petite taille. Une première

contribution décrit la mise en œuvre et l'inversion d'un modèle linéaire reliant les données brutes de grande taille à la réflectivité du milieu, via un opérateur contenant les formes d'ondes ultrasonores. Un deuxième axe est basé sur la projection du modèle de données ultrasonores dans l'espace image via une technique de formation de voies. L'inversion du modèle résultant, de plus petite taille, est alors interprétée comme un problème de déconvolution à réponse impulsionnelle variable spatialement et à bruit coloré. Un modèle interpolateur est proposé, permettant une inversion rapide. Un dernier axe de travail adapte ces méthodes à des milieux ayant des propriétés acoustiques complexes telles que l'atténuation fréquentielle et la dispersion, pour lesquels l'onde acoustique se déforme lors de sa propagation.

Les méthodes proposées sont évaluées sur des données synthétiques et appliquées à des exemples concrets de CND. Un pouvoir de résolution bien supérieur aux méthodes standard est obtenu, au prix d'une complexité calculatoire plus élevée.

**Title:** Fast and advanced ultrasonic imaging methods for non destructive testing of attenuative and diffusive materials.

**Keywords:** non destructive testing, ultrasonic imaging, inverse problems, total focusing method, sparsity

**Abstract:** The development of multi-element probes and continuous progress in electronics have favored the generalization of ultrasonic imaging methods for non destructive testing (NDT). In particular, the total focusing method is widely used due to its simplicity and real-time capability. Nevertheless, the resolution and contrast of the resulting images are limited due to the oscillating nature of the ultrasonic wave.

This work addresses ultrasonic imaging from an inverse problem perspective. Retrieving the reflectivity map from ultrasonic measurements acquired with band-limited transducers is an ill-posed problem. In this work, we develop inversion methods based on a regularization framework that enhances both the sparsity and the spatial smoothness of the reconstructed solution. Therefore, we assume that the reflectivity map is mainly homogeneous and possibly contains only few reflectors of small size. A first contribution describes the implementation and the inversion of a linear model that

relates the raw, large-size, ultrasonic data to the reflectivity image, through a matrix containing the ultrasonic waveforms. A second contribution consists in projecting the previous model involving raw ultrasonic data in the space domain through a linear beamforming method. The size of the resulting model is therefore reduced, and its inversion can be interpreted as a deconvolution problem with a non stationary point spread function and colored noise. We hence propose an interpolation model in order to obtain a computationally efficient method. Finally, the last part of this work consists in applying the proposed methods to media with complex acoustic properties, such as frequency attenuation and dispersion, where the ultrasonic waveform is distorted during propagation.

These algorithms are applied to synthetic data and practical NDT cases and show superior resolving capabilities compared to standard methods, at the cost of higher computational complexity.