



**HAL**  
open science

# Développement d'un micro-magnétomètre vibrant

Thomas Perrier

► **To cite this version:**

Thomas Perrier. Développement d'un micro-magnétomètre vibrant. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université Paris-Saclay, 2022. Français. NNT: 2022UPAST044. tel-03652199

**HAL Id: tel-03652199**

**<https://theses.hal.science/tel-03652199v1>**

Submitted on 26 Apr 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Développement d'un micro-magnétomètre vibrant  
*Development of a vibrating micro-magnetometer*

**Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay**

École doctorale n° 575, Electrical, Optical, Bio-Physics and Engineering  
(EOBE)

Spécialité de doctorat : électronique et optoélectronique, nano- et  
microtechnologies

Graduate School : Sciences de l'ingénierie et des systèmes. Référent : Faculté  
des sciences d'Orsay

Thèse préparée au **C2N (Université Paris-Saclay, CNRS)** et au **DPHY  
(Université Paris-Saclay, ONERA)**, sous la direction de **Johan  
MOULIN**, Maître de conférence, et le co-encadrement de **Raphaël  
LEVY**, Ingénieur de Recherche.

**Thèse soutenue à Paris-Saclay, le 17 mars 2022, par**

**Thomas PERRIER**

**Composition du jury**

<b>Alain BOSSEBOEUF</b> Directeur de recherche, C2N, Université Paris-Saclay	Président
<b>Nora DEMPSEY</b> Directrice de recherche, Institut Néel, CNRS	Rapportrice & Examinatrice
<b>Bernard LEGRAND</b> Directeur de recherche, LAAS, CNRS	Rapporteur
<b>Emanuelle ALGRE</b> Enseignante chercheuse, ESIEE, Université Gustave Eiffel	Examinatrice
<b>Johan MOULIN</b> Maître de conférence, C2N, Université Paris-Saclay	Directeur de thèse



**Titre :** Développement d'un micro-magnétomètre vibrant

**Mots clés :** MEMS ;magnétomètre ;couches minces ;résonateur ;quartz

Au cours de la dernière décennie, de nouvelles applications sont apparues avec un besoin en magnétomètres à la fois résolus et économes en énergie. Il s'agit par exemple de la navigation magnéto-inertielle ou bien des réseaux de capteurs autonomes pour la surveillance de zones. Pour répondre à ces besoins, un nouveau type de magnétomètre est apparu, fondé sur l'interaction entre des couches minces aimantées et des résonateurs piézoélectriques. Les travaux réalisés au cours de cette thèse ont pour but de modéliser et développer cette technologie. Une première étude a ainsi permis d'identifier et de caractériser les matériaux ferromagnétiques les plus pertinents. Dans un deuxième temps, l'interaction entre une couche mince aimantée et un résonateur piézoélectrique a été modélisée et validée numériquement. Enfin, sur la base des modèles développés, des résonateurs optimisés pour obtenir

la meilleure résolution possible ont été réalisés et caractérisés. Les mesures expérimentales sont en bon accord avec les modèles. Les phénomènes limitant la résolution des capteurs ont été identifiés. Il s'agit d'une part du facteur de qualité qui est fortement dégradé par l'amortissement viscoélastique au sein des électrodes et des matériaux magnétiques. D'autre part, la grande sensibilité à la température de la fréquence des résonateurs masque l'instabilité de biais théoriquement atteignable. Des études complémentaires sont nécessaires pour tirer le plein potentiel de cette technologie : compréhension des mécanismes de dissipation viscoélastique, révision de la conception de la cellule pour limiter les contraintes dans les matériaux déposés, réaliser un prototype à deux résonateurs pour une utilisation en mode différentiel ce qui réduira l'impact des variations de température.

**Title :** Development of a vibrating micromagnetometer

**Keywords :** MEMS ;magnetometer ;thin film ;resonator ;quartz

During the last decade, new applications have emerged with a need for magnetometers with high resolution and low power consumption. For example, magneto-inertial navigation or autonomous sensor networks for area monitoring. To meet these needs, a new type of magnetometer based on the interaction between thin magnetized films and piezoelectric resonators has been developed. The research work carried out during this thesis aims to model and develop this technology. Therefore, a first study made it possible to identify and characterize the most relevant ferromagnetic materials for these applications. Then, the interaction between a thin magnetized film and a piezoelectric resonator was modeled and validated numerically. Finally, optimized resonators based on developed

models to obtain the best possible resolution have been manufactured. Experimental measurements are in good agreement with the models. Phenomena limiting sensor resolution have been identified. On one hand, the quality factor, which is strongly degraded by viscoelastic damping within electrodes and magnetic materials. On the other hand, the large temperature sensitivity of the resonator frequency hides the theoretical bias instability. Further studies are needed to realize the full potential of this technology : understanding viscoelastic dissipation mechanisms, revision of the cell design to limit stresses in deposited materials, building a dual resonators prototype for use in differential mode will reduce the impact of temperature variations.





## Remerciements

Après ces nombreuses années, c'est avec plaisir que je remercie l'ensemble des personnes m'ayant apporté leur aide pour mener ces travaux à leurs termes.

Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement Johan Moulin pour avoir dirigé cette thèse. Je le remercie pour sa patience, sa bienveillance et ses conseils toujours avisés.

Je remercie MM. Jean-François Roussel et Olivier Le Traon, successivement directeurs du Département Physique Instrumentation Environnement Espace (DPHY) à l'ONERA pour m'avoir accueilli dans leur département. Je remercie également Mme Rose-Marie Sauvage de l'Agence de l'Innovation de Défense (DGA/AID) pour le cofinancement de la bourse de thèse ainsi que pour l'intérêt qu'elle a porté à ces travaux.

Je suis reconnaissant à Mme Nora Dempsey, directrice de recherche à l'Institut Néel, et à M. Bernard Legrand, directeur de recherche au Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS), d'avoir accepté d'être les rapporteurs de mes travaux ainsi que pour les échanges enrichissants qui ont suivi. Je remercie également Mme Emanuelle Algré, enseignante chercheuse à l'ESIEE, et M. Alain Bosseboeuf, directeur de recherche au Centre de Nanosciences et de Nanotechnologies (C2N), d'avoir accepté d'examiner ma thèse.

Je tiens à remercier mes encadrants au quotidien. Tout particulièrement Raphaël Levy, responsable de l'unité Capteurs et Micro/Nano-Technologies (CMT) à l'ONERA, qui a supervisé l'ensemble de mes travaux et a toujours fait preuve d'un optimisme sans faille. Merci également à Patrick Kayser, ingénieur de recherche de l'unité, qui m'a grandement aidé pour la fabrication et la caractérisation des matériaux magnétiques et grâce auquel j'ai énormément appris. Enfin, je remercie Béatrice Verlhac, anciennement ingénieure de recherche dans l'unité, qui m'a initié aux différentes techniques de simulations numériques et dont l'aide a été inestimable pour résoudre les nombreux problèmes rencontrés.

Je souhaite également remercier M. Frédéric Mazaleyra, professeur des universités à l'ENS Cachan, pour m'avoir donné accès au VSM de son unité ainsi que pour l'aide et les conseils qu'il m'a apporté lors des mesures des propriétés magnétiques.

Enfin, je remercie chaleureusement l'intégralité de l'équipe CMT dont les compétences uniques et complémentaires m'ont été indispensables pour mener à bien ces travaux. Tout d'abord je remercie Claude Chartier, Amandine Andrieux, Pierre Lavenus, Marc Pernice, Claude Gageant et Raphaël Geng pour la réalisation de l'ensemble des capteurs. Je remercie également Vincent Gaudineau et Jean Guérard pour l'aide qu'ils m'ont apportée lors de la caractérisation et l'intégration des résonateurs. Et pour finir je remercie l'ensemble des docteurs, doctorants, stagiaires et apprentis que j'ai pu côtoyer au cours de ces années : Adrien Piot, Lénaïc Kefif, Marc Larroque, Thomas Saint-Paul, Amina Saadani,



Paul Chapellier, Léopold Delahaye, Maxime Duquesnoy, Lucas Bonnin, Andréa Théault, Vincent Malesys, Louis Guisnet, Charles Mauc, Margot Morlans, Lucas Hudeley et Séverin Astruc.





# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Etat de l'art des magnétomètres</b>	<b>7</b>
1.1 Les magnétomètres à magnétorésistance . . . . .	7
1.1.1 Les magnétomètres AMR . . . . .	7
1.1.1.1 Principe de fonctionnement . . . . .	7
1.1.1.2 Avantages et limitations . . . . .	8
1.1.2 Les magnétomètres GMR . . . . .	9
1.1.2.1 Principe de fonctionnement . . . . .	9
1.1.2.2 Avantages et limitations . . . . .	10
1.1.3 Les magnétomètres TMR . . . . .	11
1.1.3.1 Principe de fonctionnement . . . . .	11
1.1.3.2 Avantages et limitations . . . . .	12
1.2 Magnétomètres à couplage magnéto-électrique (ME) . . . . .	13
1.2.1 Principe de fonctionnement . . . . .	13
1.2.2 Avantages et limitations . . . . .	13
1.3 Magnétomètres à magnétoimpédance géante (GMI) . . . . .	14
1.3.1 Principe de fonctionnement . . . . .	14
1.3.2 Avantages et limitations . . . . .	15
1.4 Magnétomètres SQUIDS . . . . .	16
1.4.1 Principe de fonctionnement . . . . .	16
1.4.2 Avantages et limitations . . . . .	16
1.5 Magnétomètres atomiques . . . . .	17
1.5.1 Magnétomètres à résonance magnétique nucléaire (RMN) . . . . .	17
1.5.1.1 Le magnétomètre RMN standard au benzène . . . . .	17
1.5.1.2 Magnétomètres à effet Overhauser . . . . .	18
1.5.2 Magnétomètres à pompage optique . . . . .	19
1.5.2.1 Magnétomètres de Bell-Bloom . . . . .	19
1.5.2.2 Magnétomètres à centre NV du diamant . . . . .	20
1.6 Magnétomètres à effet Hall . . . . .	22
1.6.1 Conducteur en graphène . . . . .	23
1.6.2 Conducteur à gaz d'électrons 2D . . . . .	25
1.7 Les magnétomètres à vanne de flux (fluxgate) . . . . .	26
1.7.1 Principe de fonctionnement . . . . .	26

1.7.2	Avantages et limitations . . . . .	27
1.8	Les magnétomètres de type MEMS . . . . .	28
1.8.1	Les magnétomètres MEMS exploitant la force de Laplace . . . . .	28
1.8.1.1	Mesure d'amplitude . . . . .	28
1.8.1.2	Mesure de contraintes . . . . .	29
1.8.2	Les magnétomètres MEMS exploitant des matériaux ferromagnétiques . . . . .	30
1.9	Synthèse de l'état de l'art . . . . .	31
<b>2</b>	<b>Caractérisation de couches minces à fortes aimantations sur des substrats en quartz</b> . . . . .	<b>35</b>
2.1	Rappels des propriétés magnétiques de la matière condensée . . . . .	35
2.1.1	Diamagnétisme . . . . .	36
2.1.1.1	Propriétés . . . . .	36
2.1.1.2	Applications . . . . .	37
2.1.2	Paramagnétisme . . . . .	38
2.1.2.1	Propriétés . . . . .	38
2.1.2.2	Applications . . . . .	39
2.1.3	Ferromagnétisme . . . . .	40
2.1.3.1	Propriétés . . . . .	40
2.1.3.2	Applications . . . . .	44
2.1.4	Antiferromagnétisme . . . . .	44
2.1.4.1	Propriétés . . . . .	44
2.1.4.2	Applications . . . . .	46
2.2	Matériaux ferromagnétiques à forte aimantation à saturation . . . . .	46
2.2.1	Matériaux magnétiques ferreux isolants . . . . .	47
2.2.1.1	Les oxydes de fer . . . . .	47
2.2.1.2	Les grenats de fer . . . . .	48
2.2.1.3	Les ferrites de cobalt . . . . .	48
2.2.2	Métaux de transitions . . . . .	48
2.2.2.1	Alliages de métaux de transitions . . . . .	48
2.2.2.2	Métamatériaux et alliages exotiques . . . . .	50
2.2.3	Les Terres Rares . . . . .	52
2.2.3.1	Matériaux purs . . . . .	52
2.2.3.2	Alliages et métamatériaux de Terres Rares . . . . .	53
2.2.3.3	Alliages de terres rares et de métaux de transitions . . . . .	53
2.2.4	Synthèse/Conclusion . . . . .	55
2.3	Le couplage d'échange entre couches ferromagnétiques et couches antiferromagnétiques . . . . .	56
2.3.1	Le couplage d'échange . . . . .	57

2.3.1.1	Présentation . . . . .	57
2.3.1.2	Grandeurs caractéristiques . . . . .	58
2.3.2	Choix des matériaux magnétiques . . . . .	61
2.3.2.1	Les oxydes antiferromagnétiques de métaux de transitions .	62
2.3.2.2	Les métaux antiferromagnétiques . . . . .	63
2.4	Développement d'un procédé de dépôt et caractérisation d'empilements de couches minces ferro/antiferromagnétiques . . . . .	64
2.4.1	Conditions d'élaboration et de traitement thermique des structures multicouches FM/AFM . . . . .	65
2.4.2	Caractérisation structurale des couches minces ferro- et antiferromagnétiques . . . . .	66
2.4.2.1	Identification des phases cristallines et des orientations préférentielles . . . . .	66
2.4.2.2	Interdiffusion et oxydation des espèces suite à un traitement thermique . . . . .	68
2.4.3	Caractérisation des propriétés magnétiques des couches minces ferro et antiferromagnétiques . . . . .	69
2.4.3.1	Influence des épaisseurs et du nombre de bicouches FM/AFM	69
2.4.3.2	Influence de la température sur les propriétés magnétiques	72
2.5	Conclusion . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Modélisation et validation du principe de mesure</b>	<b>77</b>
3.1	Principe de fonctionnement et facteurs de mérite du capteur . . . . .	77
3.1.1	Principe de fonctionnement . . . . .	77
3.1.2	Les résonateurs piézoélectriques . . . . .	78
3.1.3	Électronique de détection du résonateur . . . . .	80
3.2	Modélisation du facteur d'échelle du capteur . . . . .	82
3.2.1	Modélisation analytique . . . . .	83
3.2.1.1	Présentation du modèle et des hypothèses . . . . .	83
3.2.1.2	Equation différentielle du mouvement . . . . .	84
3.2.1.3	Solution de l'équation différentielle . . . . .	84
3.2.1.4	Fréquence propre sans champ magnétique . . . . .	85
3.2.1.5	Fréquence propre avec champ magnétique . . . . .	86
3.2.1.6	Fréquence propre avec champ magnétique : poutre partiellement recouverte . . . . .	87
3.2.1.7	Influences des conditions aux limites . . . . .	88
3.2.2	Validation par simulations numériques . . . . .	89
3.2.2.1	Implémentation du modèle par la méthode des éléments finis	89
3.2.2.2	Comparaison des modèles analytiques et numériques . . . . .	90

3.3	Modélisation du facteur de qualité du résonateur . . . . .	92
3.3.1	Origines des sources de pertes d'énergies . . . . .	92
3.3.2	Modélisation des pertes viscoélastiques dans les films minces . . . . .	93
3.3.2.1	Modèles rhéologiques . . . . .	93
3.3.2.2	Amortissement de l'or en fonction de la fréquence . . . . .	94
3.3.2.3	Applications au cas de poutres en flexions . . . . .	95
3.4	Procédé de fabrication . . . . .	99
3.5	Mesures et limitations . . . . .	99
3.5.1	Exploitation des modèles de performances . . . . .	99
3.5.2	Dimensionnement de résonateurs optimaux . . . . .	101
3.5.3	Mesures et comparaison aux modèles . . . . .	104
3.5.3.1	Validation des pertes d'énergies . . . . .	105
3.5.3.2	Validation du facteur d'échelle . . . . .	107
3.6	Conclusion . . . . .	108
<b>4</b>	<b>Résonateurs piézoélectriques à modes de torsion présentant une haute sensibilité au champ magnétique</b> . . . . .	<b>111</b>
4.1	Principe de fonctionnement . . . . .	111
4.2	Modélisation du capteur . . . . .	112
4.2.1	Facteur d'échelle . . . . .	113
4.2.1.1	Solution de l'équation différentielle . . . . .	114
4.2.1.2	Equation caractéristique du système . . . . .	114
4.2.1.3	Solution de l'équation caractéristique . . . . .	115
4.2.1.4	Expression approchée du facteur d'échelle . . . . .	116
4.2.2	Facteur de qualité viscoélastique . . . . .	117
4.3	Conception de la cellule . . . . .	119
4.4	Packaging du capteur . . . . .	120
4.5	Exploitation des modèles de performances . . . . .	121
4.6	Synthèse des résonateurs dimensionnés . . . . .	126
4.7	Mesures et limitations . . . . .	127
4.7.1	Mesures avant dépôt des matériaux magnétiques . . . . .	128
4.7.2	Mesures après dépôt des matériaux magnétiques . . . . .	129
4.7.3	Facteur d'échelle . . . . .	130
4.7.4	Instabilité de biais . . . . .	133
4.8	Perspectives d'améliorations . . . . .	134
4.8.1	Changement d'orientation cristalline . . . . .	134
4.8.2	Amélioration des propriétés viscoélastiques . . . . .	135
4.8.3	Amélioration du facteur d'échelle . . . . .	137
4.8.3.1	Magnétomètres à couple statique . . . . .	137

4.8.4	Magnétomètres à aimants permanents . . . . .	138
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>139</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>147</b>
<b>Annexes</b>		<b>161</b>
<b>A</b>	<b>Facteur d'échelle d'un résonateur en flexion</b>	<b>163</b>
A.1	Démonstration de l'équation différentielle du mouvement . . . . .	163
A.1.1	Présentation du modèle et des hypothèses . . . . .	163
A.1.2	Bilan des forces et des moments sur un tronçon élémentaire de poutre	163
A.1.3	Équation différentielle régissant la déformée de la poutre . . . . .	165
A.2	Solution de l'équation différentielle . . . . .	165
A.2.1	Séparation des variables d'espace et de temps . . . . .	165
A.2.2	Solution de l'équation temporelle $T(t)$ . . . . .	165
A.2.3	Solution de l'équation spatiale $Y(x)$ sans couche mince magnétique .	166
A.2.4	Conditions aux limites de $Y(x)$ et déterminant associé . . . . .	166
A.2.5	Fréquences de résonance et modes propres . . . . .	167
A.3	Variation de la fréquence de résonance avec le champ magnétique . . . . .	167
A.3.1	Poutre entièrement recouverte . . . . .	167
A.3.1.1	Fréquence sans champ magnétique . . . . .	168
A.3.1.2	Fréquence avec champ magnétique . . . . .	168
A.3.2	Poutre partiellement recouverte . . . . .	169
A.3.2.1	Expression de $E_{\rho_{mag}}$ . . . . .	169
A.3.2.2	Variation de fréquence de résonance sous champ magnétique	170
A.4	Comparaison de l'influence de différentes conditions aux limites sur la sensibilité . . . . .	170
A.4.1	Equations caractéristiques pour différentes conditions aux limites . .	171
A.4.2	Constantes $\alpha_n$ et $\beta_n$ pour différentes conditions aux limites . . . . .	172
<b>B</b>	<b>Facteur d'échelle d'un résonateur en torsion</b>	<b>175</b>
B.1	Démonstration de l'équation différentielle régissant le mouvement . . . . .	175
B.1.1	Présentation du modèle et des hypothèses . . . . .	175
B.1.2	Equation différentielle du mouvement d'une poutre en torsion . . . .	175
B.2	Solution de l'équation différentielle . . . . .	177



B.2.1	Séparation des variables d'espace et de temps . . . . .	177
B.2.2	Solution de l'équation temporelle $T(t)$ . . . . .	177
B.2.3	Solution de l'équation spatiale $\Theta(x)$ . . . . .	177
B.2.4	Conditions aux limites de $\Theta(x)$ . . . . .	178
B.2.4.1	En $x = 0$ . . . . .	178
B.2.4.2	En $x = L$ . . . . .	178
B.2.5	Fréquences de résonance . . . . .	178
B.2.5.1	Résolution de l'équation caractéristique dans le cas général	179
B.2.5.2	Résolution de l'équation caractéristique pour le premier mode . . . . .	179
B.2.5.3	Expression approchée du facteur d'échelle du premier mode de torsion . . . . .	180
<b>C</b>	<b>Synthèse des constantes thermoélastiques du quartz et de leur variation en température</b>	<b>183</b>
C.1	Grandeurs physiques dans le solveur OOFELIE . . . . .	183
C.2	Grandeurs mécaniques du quartz . . . . .	185
C.2.1	Matrice d'élasticité (stress-charge) . . . . .	185
C.2.2	Matrice de souplesse (strain-charge) . . . . .	186
C.2.3	Coefficients d'expansion thermique (strain-charge) . . . . .	186
C.2.4	Coefficients de contraintes thermiques (stress-charge) . . . . .	187
C.2.5	Densité en fonction de la température . . . . .	188
C.3	Grandeurs piézoélectriques . . . . .	188
C.3.1	Matrice piézoélectrique $e$ . . . . .	188
C.3.2	Matrice piézoélectrique $d$ . . . . .	188
C.4	Grandeurs diélectriques . . . . .	189
C.4.1	Matrice diélectrique à stress constant (strain-charge) . . . . .	189
C.4.2	Matrice diélectrique à strain constant (stress-charge) . . . . .	189
C.5	Grandeurs thermodynamiques . . . . .	189
C.5.1	Capacité thermique à pression constante . . . . .	189
C.5.2	Conductivité thermique . . . . .	190





## Introduction générale

Au cours de la dernière décennie, les capteurs à base de technologies MEMS ont largement été étudiés et les technologies de fabrication sont devenues compatibles avec des procédés industriels. De ce fait, de nouvelles applications sont apparues, spécifiques à chaque type de capteurs. Dans le cas des magnétomètres MEMS, ces applications sont par exemples :

- La navigation magnéto-inertielle, qui combine des gyromètres et magnétomètres afin d'estimer le déplacement d'un individu dans une zone à champ magnétique stationnaire [1]. Cette technique est par exemple utilisée par l'entreprise SYSNAV pour faire de la navigation en intérieur, en l'absence de signal GPS.
- La navigation inertielle, où le biais des gyromètres peut être compensé par un recalage de cap grâce à la mesure du champ magnétique terrestre. En effet, l'estimation de l'orientation d'un système étant réalisée par intégration du signal du gyromètre, l'estimateur dérive avec le temps du fait du biais non nul des gyromètres. Un magnétomètre peut alors être utilisé comme une boussole permettant de recalibrer périodiquement la dérive de l'estimateur sur le nord magnétique terrestre [2].
- La surveillance de zones, en détectant des perturbations de champ magnétique lié au passage d'un véhicule [3]. La plupart des véhicules sont en effet composés au moins en partie de matériaux ferromagnétiques qui modifient le champ magnétique local.

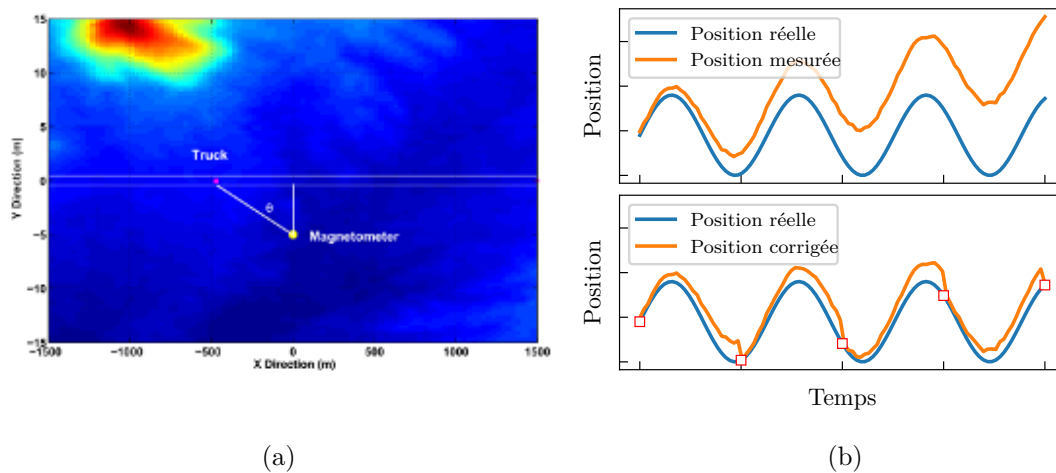


FIGURE 1 – Schéma de détection d'un véhicule près d'une route (a) d'après [3]. Illustration du principe de correction périodique du biais d'un gyromètre par une mesure du champ magnétique (b).

Pour toutes ces applications, il y a un besoin de magnétomètres miniatures ( $< 1 \text{ cm}^2$ ), à forte résolution ( $< 10 \text{ nT}$ ) et avec une faible consommation ( $< 1 \text{ mW}$ ). Les magnétomètres existant ne permettent pas de répondre à ces trois besoins simultanément ou bien les procédés de fabrication ne sont pas adaptés à leur industrialisation [4].

Les auteurs s'étant penchés sur la conception de magnétomètres MEMS ont, pour la plupart, mesuré la force de Laplace, c'est-à-dire la force s'exerçant sur une boucle de courant en présence d'un champ magnétique, afin de remonter à l'intensité du champ magnétique appliqué. Pour détecter cette force, BEROULLE et al. [5] utilise par exemple l'effet piezorésistif du silicium : une contrainte appliquée sur une poutre en silicium entraîne une variation de résistance électrique qui peut être mesurée. SUNIER et al. [6] quant à lui utilise la variation de fréquence de résonance engendrée par l'application d'une force axiale sur une poutre en vibration. Ces techniques de détection permettent d'obtenir de très faibles consommations, de l'ordre du milliwatts, mais il est difficile d'atteindre des résolutions inférieures à la centaine de nanoteslas en raison des non-linéarités que possèdent ces types de détection.

Néanmoins, il existe une grande diversité de techniques de mesure du champ magnétique permettant d'atteindre de hautes résolutions, comme la détection optique de la déflexion d'une structure soumise à une force de Laplace ou la technologie à AMR. D'autres techniques possèdent une faible consommation avec la détection de force de Laplace à l'aide des propriétés piézorésistives du silicium. Toutefois, ces techniques de détection ne permettent pas d'obtenir simultanément une résolution importante et une faible consommation.

Pour répondre aux besoins de sensibilité et d'économie en énergie des magnétomètres, cette étude vise à développer un magnétomètre à lame vibrante, basé sur une idée initiale de HONSHOTEN et al. [7] mais utilisant cette fois-ci une lame de quartz pour bénéficier d'une transduction piézoélectrique qui présente l'avantage d'être très sensible et peu gourmande en énergie. Ces travaux s'appuient sur l'expertise de l'ONERA dans la conception de capteurs résonants en quartz et sur une première preuve du concept [8].

Afin de positionner les travaux réalisés dans cette étude vis-à-vis des magnétomètres existants, un état de l'art détaillé des magnétomètres commerciaux ou en cours de développement est présenté dans un premier chapitre. Cet état de l'art se focalise principalement sur les avantages et inconvénients de chaque technologie pour les applications citées précédemment.

Ensuite, au cours du chapitre 2, une étude bibliographique a été réalisée pour identifier des matériaux possédant de fortes aimantations. En effet, la sensibilité du capteur développé est directement proportionnelle à l'aimantation rémanente des matériaux utilisés : plus l'aimantation rémanente est élevée et plus le capteur est sensible. Ces matériaux doivent également avoir des propriétés mécaniques et magnétiques peu sensibles à la tem-

pérature afin d'avoir un capteur final stable sur une gamme de température compatible avec des applications militaires, typiquement  $-40$  à  $90$  °C. Pour cela, notre intérêt s'est porté sur les matériaux ayant des procédés de fabrication compatibles avec le reste du procédé de conception du capteur. Une fois identifiés, un travail d'optimisation des propriétés magnétiques des matériaux a été effectué. L'influence de l'épaisseur des différents matériaux mis en jeu ainsi que les conditions du traitement thermique sous champ magnétique ont notamment été étudiés. Des mesures d'aimantation rémanente et de champ coercitif en fonction de la température ont été réalisées à l'aide d'un AGFM (Alternating Gradient Field Magnetometer) et VSM (Vibrating Sample Magnetometer) pour quantifier l'influence des différents traitements.

Une fois les matériaux pertinents identifiés et caractérisés, ces données doivent permettre d'évaluer la sensibilité au champ magnétique d'un capteur. Pour cela, le chapitre 3 de ce manuscrit se consacre à l'établissement de modèles de performances permettant de quantifier la résolution et l'instabilité de biais des capteurs développés. Ces modèles ont été mis au point dans le cas de poutres simples vibrant en flexion. Ils permettent notamment d'évaluer la fréquence, le facteur de qualité et le facteur d'échelle de poutres simples sur lesquelles sont déposés des matériaux ferromagnétiques. Ceux-ci ont permis d'identifier les paramètres géométriques permettant d'optimiser la résolution de ce type de capteur. Ils ont été validés par des simulations numériques couplant les champs mécanique, thermique et électrique au sein d'un résonateur en quartz. Finalement, des prototypes ont été conçus par gravure humide et des mesures expérimentales ont permis de valider ces modèles [9][10].

Ensuite, au cours du chapitre 4, les modèles mis au point au cours du chapitre 3 sont appliqués aux résonateurs en torsion. En effet, les résonateurs en torsion possèdent naturellement une plus grande amplitude de vibration, ce qui permet d'atteindre de plus grands facteurs d'échelle en comparaison du résonateur vibrant en flexion. De plus, le concept de résonateurs en torsion proposé permet d'optimiser séparément les régions avec dépôts magnétiques et les régions permettant l'excitation du résonateur, ce qui permet d'obtenir de meilleures résolutions. Finalement, des capteurs sont fabriqués et des mesures de facteur d'échelle, facteur de qualité et variance d'Allan sont réalisées sur un prototype et comparées aux performances attendues. Le chapitre conclut en proposant plusieurs solutions pour améliorer la résolution et l'instabilité de biais de cette technologie.



# 1 - Etat de l'art des magnétomètres

## Objectifs :

Ce chapitre présente les différents phénomènes physiques et technologies utilisés dans les magnétomètres actuels. Leurs performances respectives sont comparées et analysées et mettent en évidence le manque de capteurs à la fois miniature, ayant une faible consommation tout en ayant une excellente résolution (selon le cahier des charges présenté en introduction).

## 1.1. Les magnétomètres à magnétorésistance

Tous les capteurs exploitant un phénomène de "magnétorésistance" utilisent une variation de résistance d'une couche ou d'un empilement de couches ferromagnétiques dépendant du champ magnétique appliqué. Il y a trois familles principales de capteurs exploitant ces phénomènes :

- Les magnétomètres à magnétorésistance anisotrope (AMR).
- Les magnétomètres à magnétorésistance géante (GMR).
- Les magnétomètres à magnétorésistance à effet tunnel (TMR).

### 1.1.1. Les magnétomètres AMR

#### 1.1.1.1. Principe de fonctionnement

La magnétorésistance anisotrope existe dans tous les matériaux possédant une aimantation spontanée, que ce soit en couche mince ou bien en volume. Dans ces matériaux, William Thomson a découvert dès le milieu du XIXème siècle que la conductivité électrique dépend de l'orientation de l'aimantation par rapport au courant qui les traverse. Ce n'est qu'un siècle plus tard qu'une explication de ce phénomène a été donnée par Smit en 1951 [11] suivi par Fert et Campbell en 1968 [12].

Ce phénomène a une origine purement quantique : pour la plupart des métaux de transitions (Ni, Fe, Co et leurs alliages) la diffusion des électrons est dominée par les interactions entre orbitales 4s et 3d (s-d scattering). Smit a démontré que, du fait de l'interaction spin-orbite qui réduit la symétrie des orbitales 3d, la probabilité de diffusion des électrons est maximale lorsque le courant est parallèle à l'aimantation. Par conséquent, la résistivité est anisotrope et dépend de l'angle formé entre le courant et l'aimantation du matériau :



$$\rho(\phi) = \rho_{\perp} + (\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}) \cos^2 \phi \quad (1.1)$$

Comme l'aimantation est généralement alignée selon l'axe principal de la couche mince en l'absence de champ extérieur, le courant et l'aimantation sont alignés par défaut. Ceci n'est pas pratique pour réaliser un capteur car (cf. FIGURE 1.1) :

- la sensibilité est très faible autour de la position au repos ;
- il est impossible de discriminer l'orientation du champ extérieur du fait de la symétrie de la résistivité autour de  $\phi$ .

Pour remédier à ces problèmes, les magnétomètres AMR imposent au courant de se déplacer à  $45^\circ$  par rapport à l'aimantation afin de se placer dans un régime linéaire. Pour arriver à cela, un dépôt de film très conducteur, typiquement de l'aluminium, est réalisé en forme de "Barber Pole" pour forcer le courant à se propager à  $45^\circ$ .

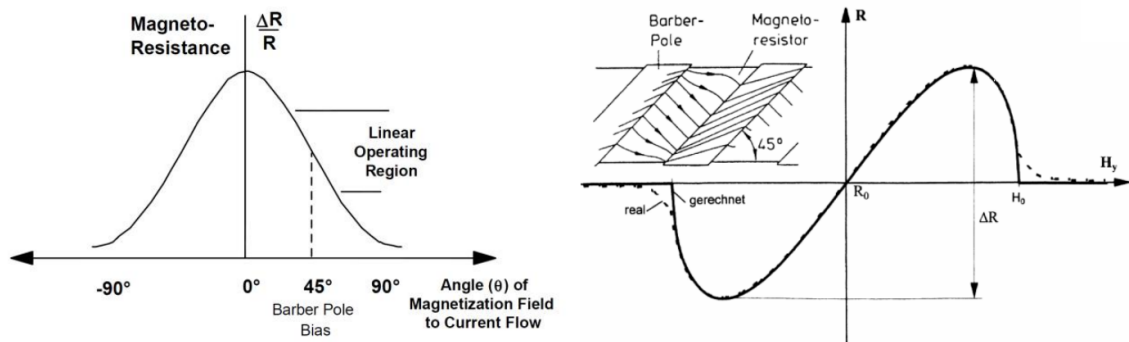


FIGURE 1.1 – A gauche, magnétorésistance en fonction de l'angle entre le courant et l'aimantation. A droite, magnétorésistance dans une structure en "Barber Pole" pour un champ magnétique transverse [13].

Afin d'augmenter la linéarité et la stabilité du capteur, plusieurs éléments AMR identiques sont en général disposés en pont de Wheatstone (FIGURE 1.2). Le dispositif est également placé dans une bobine de "set/reset" qui, sous l'effet d'une impulsion de courant, permet de réaligner périodiquement l'aimantation selon son l'axe d'aimantation facile, limitant les dérives du biais au cours du temps.

### 1.1.1.2. Avantages et limitations

- ✓ Du fait de la conception très simple de ce capteur (il n'y a qu'une seule couche magnétique), sa température de fonctionnement et sa sensibilité à la température sont en général bien meilleures que les autres capteurs à magnétorésistance. La limite théorique étant la température de Curie du matériau au-delà de laquelle il ne présente plus d'aimantation spontanée ( $> 200^\circ\text{C}$ ).
- ✓ La fonction "set/reset" permet de limiter le bruit basse fréquence en 1/f.

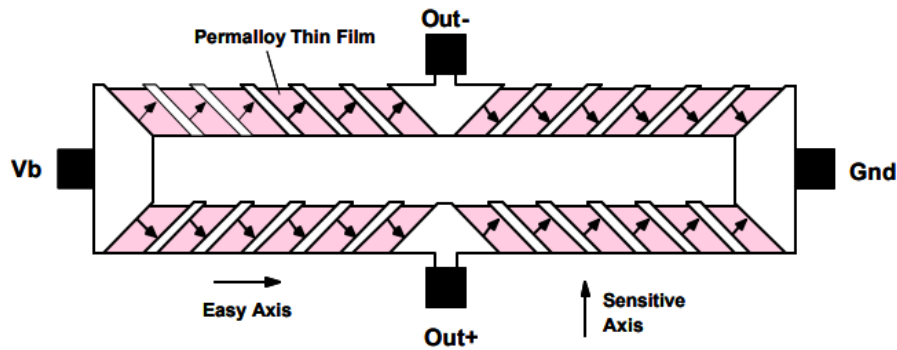


FIGURE 1.2 – Configuration en pont de Wheatstone d'un magnétomètre AMR [14]. Les flèches représentent le sens du courant.

- ✓ Les capteurs à AMR sont miniatures ( $< 1 \text{ cm}^2$ ) et sont donc facilement intégrables pour réaliser un magnétomètre tri-axes compact (quelques  $\text{cm}^3$ ).

En revanche :

- ✗ Les meilleurs matériaux permettent d'obtenir une magnétorésistance relative de seulement 5%.
- ✗ La linéarité de ce type de capteur est moins bonne que les autres capteurs à magnétorésistance.
- ✗ L'hystérésis (erreur lors d'un balayage aller-retour sur l'étendue de mesure) et l'erreur de répétabilité (erreur lors de plusieurs mesures effectuées dans les mêmes conditions) sont élevées (200 nT pour HMC1001) et limitent la précision du capteur malgré sa bonne résolution (10 nT @ 10 Hz pour HMC1001).

## 1.1.2. Les magnétomètres GMR

### 1.1.2.1. Principe de fonctionnement

La découverte de la magnétorésistance géante a valu le prix Nobel de Physique à ses découvreurs (Albert Fert et Peter Grunberg en 2007) pour les avancées industrielles (têtes de lectures des disques durs) et scientifiques (spintronique) que cette découverte a impliquées. Il existe plusieurs configurations possibles mais en général les capteurs à GMR utilisent un empilement de couches magnétiques appelé "spin-valve". Dans cet empilement, il y a deux couches ferromagnétiques (une dont l'aimantation est fixée et l'autre libre de tourner) séparées par une couche non magnétique. De même que pour un capteur AMR, la mesure du champ est déduite d'une variation de résistance de l'empilement. L'effet "géant" de la magnétorésistance dans ce type de configuration provient du fait que les couches magnétiques sont extrêmement fines ( $< 2 \text{ nm}$ ) ce qui est plus petit que le libre parcours moyen d'un électron dans un métal ( $\sim 10 \text{ nm}$ ). Ainsi, si les couches ferromagnétiques ont leur spin parallèle, alors la moitié du flux d'électrons, de spins alignés sur l'aimantation, est susceptible de traverser l'empilement sans être diffusé (résistance faible). Au contraire,

si l'aimantation des couches est antiparallèle, alors quel que soit le spin de l'électron il sera fortement diffusé par une couche ou bien l'autre (résistance élevée). C'est ce qui a donné le nom à cette configuration particulière de "vanne de spins" (spin-valve) : en fonction de l'orientation des aimantations, soit les électrons de spin parallèle à l'aimantation traversent soit ils sont bloqués. La configuration à courant perpendiculaire au plan permet d'assurer un passage systématique des électrons dans les deux couches ferromagnétiques, ce qui améliore nettement l'effet GMR (50% contre 20% pour la structure à courant parallèle) mais au prix d'une difficulté technologique nettement plus importante (FIGURE 1.3).

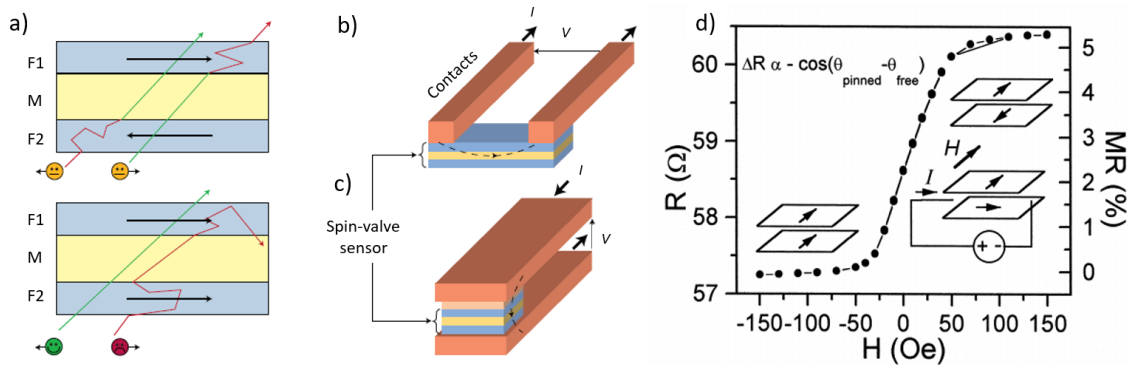


FIGURE 1.3 – Illustration d'un capteur GMR à spin-valve (a) dans les configurations courant planaire (b) et perpendiculaire (c) au plan [15]. Caractéristique résistance - champ magnétique d'une structure à vanne de spin (d) [16].

### 1.1.2.2. Avantages et limitations

Les structures à vanne de spin présentent le gros intérêt d'être très largement éprouvées depuis le milieu des années 90 et la miniaturisation des têtes de lectures des disques durs. De plus, ces capteurs sont très compacts ( $< 1 \text{ mm}^2$ ) ce qui permet de les intégrer très facilement en configuration tri-axes dans un faible volume. Leur sensibilité est également nettement plus grande que celles des technologies AMR en raison de la plus grande magnétorésistance relative (20 – 50% pour les meilleurs dispositifs à courant perpendiculaire au plan (FIGURE 1.3)).

Cependant, de par la conception même des structures à vanne de spin, les magnétomètres GMR sont beaucoup plus sensibles à la température que leur homologue AMR. En effet, afin d'obtenir une aimantation fixe d'une des couches ferromagnétiques, quel que soit le champ appliqué, les magnétomètres GMR utilisent un matériau antiferromagnétique (AFM) en contact avec la couche ferromagnétique (FM). L'interaction d'échange entre FM/AFM permet de maintenir l'aimantation dans une direction ("hard-pinned"). Or cette interaction décroît avec la température et devient inexploitable au-delà de  $200^\circ\text{C}$  (FIGURE 1.4). Classiquement, le choix du matériau AFM se porte sur le PtMn, qui est plus cher mais qui présente l'intérêt d'avoir une interaction d'échange parmi les plus élevée et stable en température tout en s'utilisant en couche ultra-mince ( $< 10 \text{ nm}$ ) pour minimiser

la résistance de fuite dans cette couche. Le NiMn est également utilisable mais présente le défaut de devoir être utilisé en couches relativement épaisses ( $> 50$  nm) ce qui dégrade le rapport signal à bruit.

Malgré le soin porté aux matériaux de la vanne de spin, il est toutefois impossible de maintenir l'aimantation de la couche FM parfaitement bloquée. L'angle entre les deux aimantations des couches FM n'est donc pas stable et impacte directement la résolution d'un tel dispositif (typiquement  $100 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ).

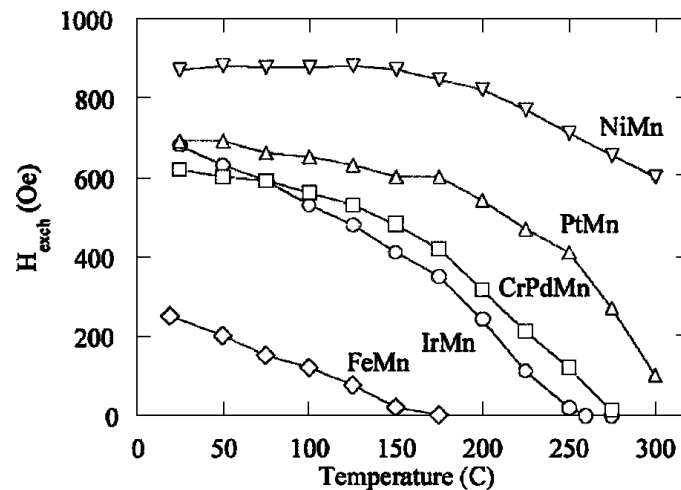


FIGURE 1.4 – Champ d'échange entre une couche de NiFe et divers matériaux AFM en fonction de la température [17].

### 1.1.3. Les magnétomètres TMR

#### 1.1.3.1. Principe de fonctionnement

Les capteurs à TMR sont très semblables aux capteurs GMR. Pour les structures les plus simples, ils se composent également de 4 couches :

- 1 couche AFM qui maintient l'aimantation de la couche FM juxtaposée par interaction d'échange ;
- 1 couche FM à aimantation fixe ;
- 1 couche séparatrice isolante la plus fine possible pour autoriser le passage des électrons par effet tunnel ;
- 1 couche FM terminale dont l'aimantation est libre de tourner sous l'influence d'un champ magnétique extérieur.

Cet empilement compose ce qu'on appelle une jonction magnétique à effet tunnel (MTJ : magnetic tunnel junction). Pour un capteur TMR, le courant passe nécessairement perpendiculairement au plan des couches minces. La probabilité qu'à un électron de traverser la barrière isolante est directement liée à l'orientation des aimantations des deux couches FM :

- Si les couches FM ont une aimantation dans le même sens, alors un électron de spin parallèle traverse la barrière avec une haute probabilité. La jonction a une faible résistance.
- Au contraire, si les couches FM ont une aimantation de sens opposés, alors quel que soit le spin de l'électron sa probabilité de transfert par effet tunnel est faible. La jonction a une forte résistance.

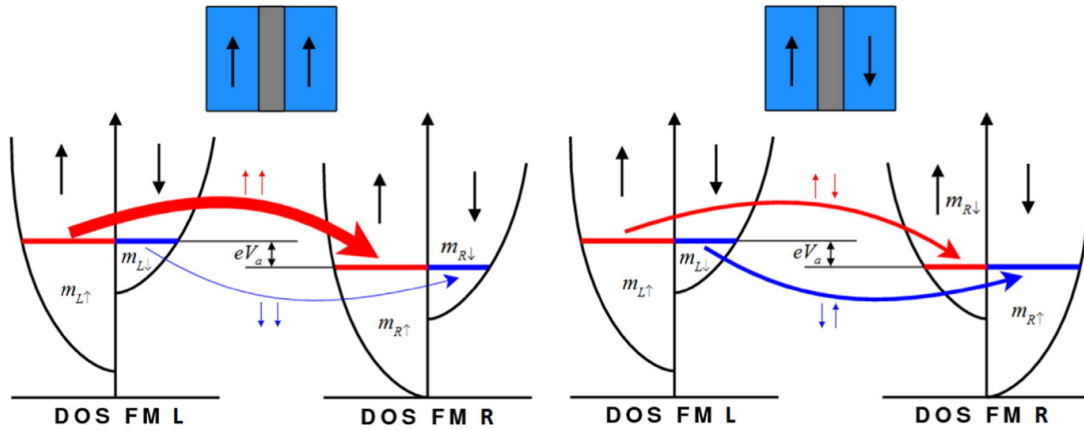


FIGURE 1.5 – Illustration du fonctionnement d'une jonction magnétique à effet tunnel [18]. Lorsque les aimantations sont dans des états parallèles, la probabilité de transfert par effet tunnel est plus élevée pour les spins de même polarisation, la résistance de la jonction est donc plus faible.

Ce type de capteur est très intéressant car, parmi les technologies industrialisées, il présente les plus gros effets de magnétorésistance relative (500%, soit un ordre de grandeur supérieur par rapport au record d'un capteur GMR [15]). Ceci est rendu possible par l'emploi de couches ferromagnétiques ultra-minces, d'épaisseur inférieure au libre parcours moyen d'un électron ( $< 10$  nm), ce qui rend les mécanismes classiques de diffusion d'électrons négligeables au sein de la jonction. L'effet de diffusion due à l'interaction spin/aimantation est donc prépondérant ce qui entraîne de forte variation de résistance de la jonction.

### 1.1.3.2. Avantages et limitations

Les capteurs TMR ont les records de sensibilité des technologies à magnétorésistance sur le marché. La société chinoise MultiDimension annonce un bruit de  $150 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour son capteur le plus performant (TMR9002), soit un gain d'un ordre de grandeur relativement aux technologies AMR/GMR. Cela était prévisible car la magnétorésistance exceptionnelle d'une jonction magnétique à effet tunnel (500%) est elle-même augmentée d'un ordre de grandeur par rapport aux AMR/GMR.

De plus, les MTJ étant très utilisées en spintronique, leur développement est encore en plein essor, notamment par des laboratoires français de renom tels que l'institut Néel

à Grenoble ou le C2N à Palaiseau. Comme le font remarquer CHAPPERT et al., les performances théoriques des TMR ne sont pas encore atteintes [15]. Il est possible de gagner encore un ordre de grandeur sur la sensibilité en utilisant des métaux ferromagnétiques particuliers, tels que les alliages d'Heusler [19] ou bien des semi-conducteurs à propriétés magnétiques diluées [20].

Le principal inconvénient de cette technologie est la forte hystérésis de la réponse du capteur en fonction du champ appliqué ( $2\ \mu\text{T}$  pour le TMR9002, soit 10000 fois plus que sa résolution), ce qui limite fortement la précision du capteur, malgré sa très bonne résolution. Un autre inconvénient pour l'application visée vient des fournisseurs de ce type de capteurs, qui sont de Chine pour la meilleure référence sur le marché (TMR9002), bien que des références japonaises existent (TDK). Il semble toutefois exister des fournisseurs allemands [21] et américains [22] qui commercialisent des capteurs d'angles à forte sensibilité ( $100\ \text{mV/V/Oe}$ ) ce qui est équivalent au TMR9002 mais sans informations concernant le niveau de bruit. Dans tous les cas, aucune information n'est fournie quant à la sensibilité aux vibrations. Néanmoins, cette technologie n'ayant aucun composant mobile, la sensibilité aux vibrations doit être négligeable.

## 1.2. Magnétomètres à couplage magnéto-électrique (ME)

### 1.2.1. Principe de fonctionnement

Les magnétomètres à couplage magnéto-électrique sont des magnétomètres composés d'un assemblage d'une couche piézoélectrique (typiquement du PZT) prise en sandwich entre deux couches magnétostrictives (typiquement du Metglass), comme illustré dans la FIGURE 1.6. Lors de l'application d'un champ magnétique, le matériau magnétostrictif se déforme selon une direction et transmet sa contrainte à la couche piézoélectrique. En mesurant la tension générée aux bornes de la couche piézoélectrique, on obtient une image du champ magnétique appliquée [23].

### 1.2.2. Avantages et limitations

Les magnétomètres à couplage ME sont parmi les capteurs présentant les meilleures résolutions avec un bruit de l'ordre de  $1-10\ \text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  [23], [24] et de nombreux laboratoires travaillent sur le développement de ces capteurs, en particuliers le GREYC à Caen et le G2ELAB à Grenoble avec des performances similaires à celles des TMR (FIGURE 1.7). Ce sont cependant des dispositifs macroscopiques qui sont difficilement intégrables pour réaliser un capteur 3-axes (quelques  $10\ \text{cm}^2$  pour un capteur 1-axe). Ils peuvent toutefois être miniaturisés ( $< 10\ \text{mm}^2$ ) et réalisés collectivement sur des wafers de silicium et s'adaptent à des procédés de salle blanche, au prix d'une résolution dégradée de l'ordre  $0.1-1\ \text{nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  [25]. Il ne semble pas y avoir de dispositifs commerciaux et aucun article ne rapporte d'informations concernant la linéarité du capteur ainsi que sa sensibilité à

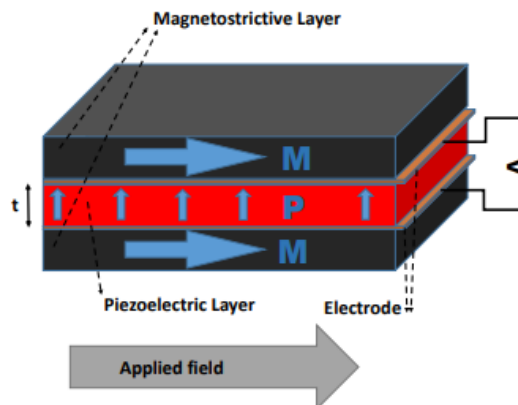


FIGURE 1.6 – Illustration d’un magnétomètre à couplage magnéto-élastique.

l’environnement. En effet, la conception de ces capteurs entraîne nécessairement de fortes contraintes différentielles aux interfaces qui sont préjudiciables à la tenue mécanique du capteur ainsi qu’à ses performances. De plus, ce type de capteur nécessite un packaging particulier pour l’isoler des vibrations de l’environnement et encore une fois aucune étude ne traite de ce sujet dans la littérature.

### 1.3. Magnétomètres à magnétoimpédance géante (GMI)

#### 1.3.1. Principe de fonctionnement

Malgré un nom très similaire, le principe physique des magnétomètres GMI est totalement différent de celui des magnétomètres GMR. L’effet GMI caractérise la variation d’impédance importante que subit un fil d’un matériau ferromagnétique doux lorsqu’il est soumis à un champ magnétique longitudinal. Bien qu’il ne soit exploité que depuis les années 1990 pour réaliser des magnétomètres [26], cet effet est connu et s’explique depuis les travaux sur l’électromagnétisme de Maxwell. Il s’agit de l’effet de peau dans un conducteur, qui peut être modulé par un champ magnétique si le matériau est également ferromagnétique. L’effet de peau étant directement lié à la résistance du matériau, l’application d’un champ magnétique peut modifier l’impédance équivalente du capteur en modifiant la profondeur de pénétration du courant électrique au sein du matériau (FIGURE 1.8). L’effet de peau n’existant pas pour des courants continus, les magnétomètres GMI utilisent des courants à très hautes fréquences (1 MHz à 1 GHz) pour se placer dans des régimes où l’effet GMI est le plus important. De plus, comme l’illustre la figure ci-dessous, l’impédance ne varie que très faiblement autour d’un champ nul (minimum d’impédance). C’est pourquoi tous les magnétomètres GMI nécessitent un champ magnétique de polarisation ( $H_B$ ) pour fonctionner en un point de sensibilité maximale.

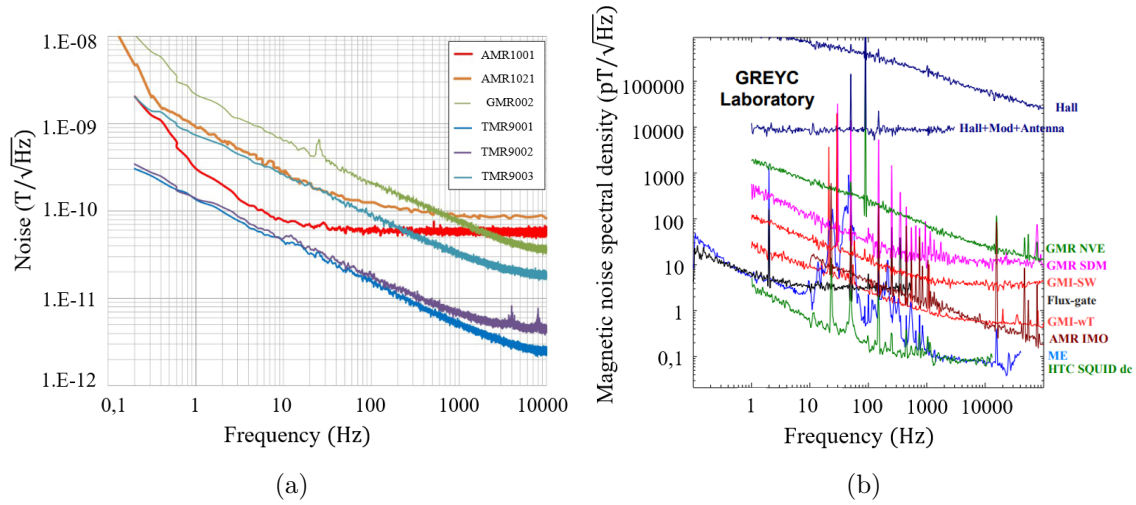


FIGURE 1.7 – Comparaison des sensibilités de différents capteurs TMR de la société MultiDimension (a). Niveau de bruit en champ magnétique équivalent de différents capteurs commerciaux et de laboratoires caractérisés au GREYC (b) [24].

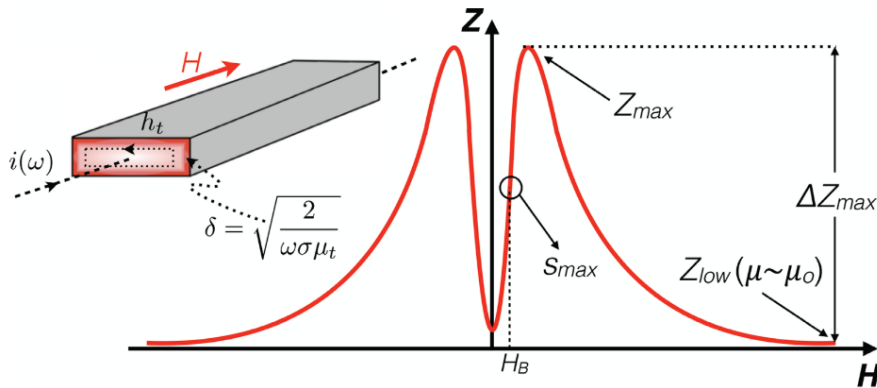


FIGURE 1.8 – Impédance caractéristique d'un fil GMI en fonction du champ magnétique appliqué [26].

### 1.3.2. Avantages et limitations

Les avantages sont :

- ✓ Le GREYC et GE2LAB en France sont à la pointe sur ce sujet avec des technologies matures [27]. La société japonaise Achi Micro Intelligent commercialise également ce type de capteur [28].
- ✓ Une très bonne résolution ( $< 100 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ).
- ✓ La possibilité de réaliser ces capteurs en couches minces pour limiter l'influence des vibrations.

En revanche :

- ✗ Ces capteurs possèdent une forte sensibilité supposée aux vibrations (du fait de la forte variation des propriétés physiques quand le fil est en flexion).



✗ Cette technologie nécessite un champ magnétique de polarisation pour maximiser la sensibilité, ce qui pose la question de la stabilité et de l'influence de ce champ de polarisation sur les autres capteurs.

## 1.4. Magnétomètres SQUIDS

### 1.4.1. Principe de fonctionnement

Les SQUIDS (supraconducteur à interférences quantiques) mesurent en réalité le flux magnétique qui les traverse. Ils sont en cela similaires aux Fluxgates et sont donc des magnétomètres vectoriels. Les SQUIDS exploitent des effets particuliers des boucles supraconductrices : le flux magnétique au sein d'une boucle supraconductrice est quantifié, c'est-à-dire qu'il ne varie que par sauts discrets (FIGURE 1.9). Si une jonction résistive est incluse au sein de la boucle (jonction Josephson) alors il existe une valeur de courant maximale qui peut circuler dans la boucle et qui marque la transition entre un état supraconducteur (résistance nulle) et un état classique (résistance non nulle) (FIGURE 1.10). Le courant de transition est caractéristique d'une jonction Josephson et varie en fonction du champ magnétique appliqué. Ainsi, en imposant un courant de polarisation proche du courant limite en champ nul, la tension résultante aux bornes de la boucle suivra les variations du courant limite et donc la variation du champ magnétique appliqué.

### 1.4.2. Avantages et limitations

Les SQUIDS sont des dispositifs matures, utilisés depuis plusieurs décennies dans des applications demandant de très bonnes résolutions du champ magnétique (médical, recherche, géomagnétisme, ingénierie, ...). Les dispositifs entourant les SQUIDS ont évolué et il existe à présent des SQUIDS commercialisés avec une excellente sensibilité ( $< 10 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) dans une large étendue de mesures (0 – 10 T) et grande gamme de températures (1 – 1000 K) comme le MPMS3 de Quantum Design ou le S700X de Cryogenic Ltd.

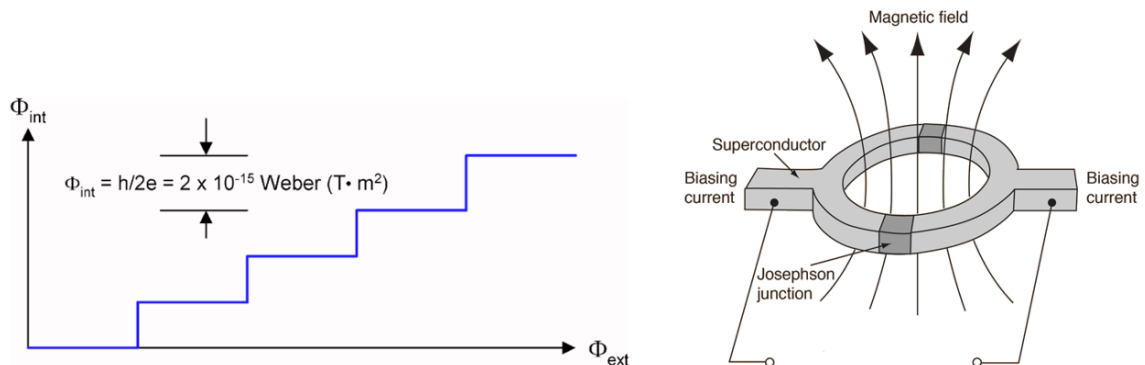


FIGURE 1.9 – Illustration du flux magnétique au sein d'une boucle supraconductrice [29].

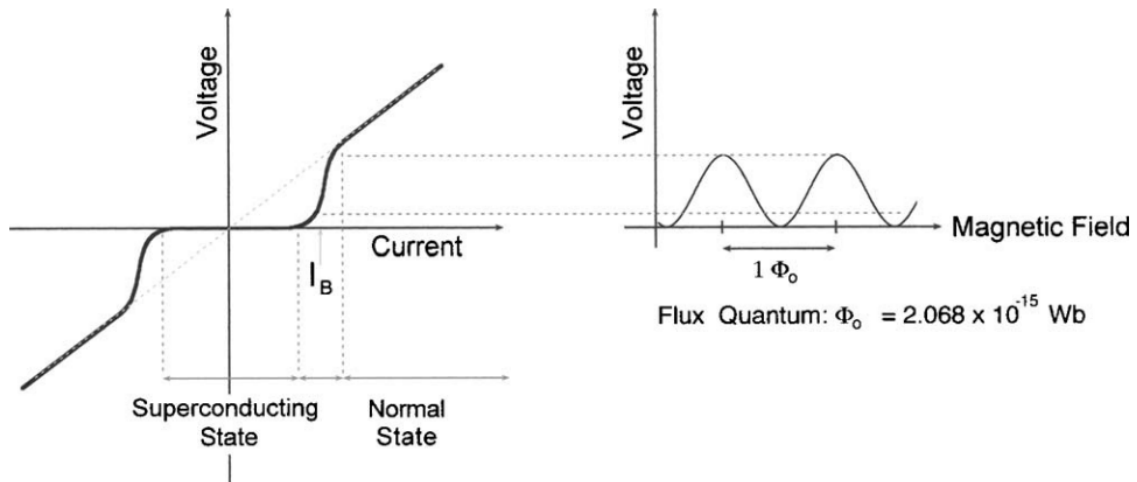


FIGURE 1.10 – Courbes V-I (à champ magnétique constant) et V-B (à courant de polarisation constant) caractéristiques d'un SQUID [29].

Toutefois, malgré la taille réduite d'une boucle supraconductrice ( $< 10 \text{ mm}^2$ ), ces capteurs nécessitent des équipements de mesures très volumineux ( $\sim 1 \text{ m}^3$ ), demandant de fortes puissances ( $\sim 100 \text{ W}$ ). Des versions plus compactes utilisant des supraconducteurs « haute température » existent (quelques litres), au prix d'une moins bonne sensibilité ( $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) mais nécessitent inévitablement un apport un azote liquide pour atteindre les températures nécessaires à l'apparition de la supraconductivité [30].

Finalement, tant que des matériaux supraconducteurs fonctionnant à température ambiante n'auront pas été découverts, les SQUIDS resteront des dispositifs de laboratoires et non-adaptés à des environnements sévères (consommation/volume réduit).

## 1.5. Magnétomètres atomiques

### 1.5.1. Magnétomètres à résonance magnétique nucléaire (RMN)

#### 1.5.1.1. Le magnétomètre RMN standard au benzène

##### 1.5.1.1.1. Principe de fonctionnement

Les magnétomètres à RMN sont utilisés depuis les années 1950 comme instruments de physique fondamentale ou pour cartographier le champ magnétique terrestre en raison de leur très grande précision. Du fait de leur très bonne précision et de leur robustesse vis-à-vis des changements de température, ils sont souvent utilisés en tant que magnétomètres étalons pour les magnétomètres de moins bonnes performances. Un magnétomètre à RMN mesure le champ magnétique induit par le mouvement de précession du spin de noyau d'hydrogène. Les atomes d'hydrogène utilisés doivent avoir un environnement électronique équivalent pour générer un signal identique (benzène, hexafluorobenzène, eau, ...) [31]. Dans l'état initial, le spin porté par les noyaux d'hydrogène est aligné sur le

champ magnétique ambiant. Une pulsation brève et intense dans une bobine génère un champ magnétique qui oriente tous les spins dans une même direction, différente de celle du champ ambiant. Une fois la perturbation terminée, les spins vont se réaligner selon le champ magnétique local en réalisant un mouvement de précession autour de l'axe du champ magnétique. Du fait de la même excitation initiale, toutes les précessions sont en phase. Ce mouvement de précession, dit de Larmor, a une fréquence propre directement proportionnelle au champ magnétique local via le rapport gyromagnétique du noyau d'hydrogène et ne dépend d'aucun autre paramètre. Un magnétomètre NMR est donc complètement insensible à son environnement (température, vibrations, ...) et ne voit pas ses performances évoluer au cours du temps car la fréquence est intrinsèquement liée aux propriétés physiques des atomes qui le composent et qui sont évidemment immuables.

#### 1.5.1.1.2. Avantages et limitations

- ✓ C'est une technologie mature, qui a fait ses preuves depuis les années 50 dans des expériences demandant de très grande précision.
- ✓ La technique est insensible aux variations de températures et au vieillissement.
- ✓ Les capteurs sont industrialisés, notamment par Metrolab en Suisse [20].
- ✓ La partie sensible peut être relativement compacte ( $100\text{ cm}^3$ ).

En revanche :

- ✗ Cette technologie ne permet qu'une mesure absolue du champ magnétique, sans distinctions entre les composantes vectorielles.

Malgré tous les points positifs que possèdent cette technologie, le fait qu'elle ne permette pas une mesure vectorielle du champ est rédhibitoire compte tenu des applications visées. Dans le cas où une mesure scalaire serait utile pour la navigation, cette technologie serait pertinente.

#### 1.5.1.2. Magnétomètres à effet Overhauser

##### 1.5.1.2.1. Principe de fonctionnement

Ce type de magnétomètre exploite le même phénomène qu'un magnétomètre à RMN classique. La différence principale vient de la technique utilisée pour désaligner les spins des noyaux d'hydrogène et générer la précession : dans un magnétomètre RMN classique, un champ magnétique RF bref et intense permet de désaligner les spins des noyaux. Dans les magnétomètres Overhauser, des radicaux sont introduits dans le milieu. Les électrons des radicaux sont polarisés dans une même direction avec un champ RF de très faible intensité. Les spins des électrons vont alors transférer leur polarisation au spin de leur noyau par effet Overhauser.

### 1.5.1.2.2. Avantages et limitations

Cette technique a l'avantage de demander beaucoup moins d'énergie, ce qui permet d'avoir des dispositifs portables. C'est le cas notamment des magnétomètres commercialisés par la société canadienne GEM Systems [32]. Cette société commercialise également des gradimètres, composés de deux magnétomètres et pouvant atteindre des sensibilités de quelques  $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ . La plage de température semble assez restreinte ( $-40/55\text{ }^\circ\text{C}$ ). Toutefois cette technologie n'est intrinsèquement pas limitée par la température, il s'agit donc probablement d'une limite due à l'électronique ou bien à la valeur maximale que peut tester le constructeur.

## 1.5.2. Magnétomètres à pompage optique

### 1.5.2.1. Magnétomètres de Bell-Bloom

#### 1.5.2.1.1. Principe de fonctionnement

Les magnétomètres à pompage optique de Bell-Bloom utilisent le même principe physique que les magnétomètres RMN [33]. Cette fois, les atomes utilisés sont des métaux alcalins en phase gazeuse (sodium, potassium, rubidium, ...). Initialement, les atomes sont dans un état « stable » qui n'a pas de polarisation magnétique particulière. En appliquant un faisceau laser de pompe polarisé circulairement, on vient exciter ce niveau fondamental. Les électrons vont alors se désexciter pour revenir à un niveau d'énergie proche du niveau fondamental mais pas nécessairement celui-ci (FIGURE 1.11). En effet, le niveau fondamental des métaux alcalins est un niveau dégénéré qui se scinde en une structure hyperfine (effet Zeeman) en présence d'un champ magnétique. Le fait d'utiliser une polarisation circulaire permet de favoriser les états électroniques de la structure hyperfine dont le moment magnétique est non nul. Tous les moments sont alors en phase. Ensuite, la présence d'un champ magnétique va entraîner un mouvement de précession des moments magnétiques à la fréquence de Larmor, proportionnelle au champ magnétique, selon la même loi qu'en RMN. Pour mesurer cette fréquence, on enregistre la rotation de la polarisation d'un laser « probe » polarisé de façon rectiligne.

#### 1.5.2.1.2. Avantages et limitations

Cette méthode a le gros avantage d'avoir une sensibilité extrêmement élevée, ( $< 10\text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), une erreur systématique très faible ( $< 100\text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) et ceci avec une sensibilité constante dans une large bande de fréquences (DC – 10 kHz) [34]. De plus, l'auteur de cette étude annonce pouvoir miniaturiser très fortement son système (quelques  $\text{cm}^3$ ). Enfin, c'est une solution « tout optique » qui ne nécessite pas de bobines RF car l'excitation se fait via le laser de pompe.

Cependant cette technique a les mêmes défauts que les magnétomètres RMN, la mesure du champ magnétique ne donne qu'une mesure absolue et non vectorielle du champ magnétique, ce qui semble incompatible avec les applications visées qui nécessitent de

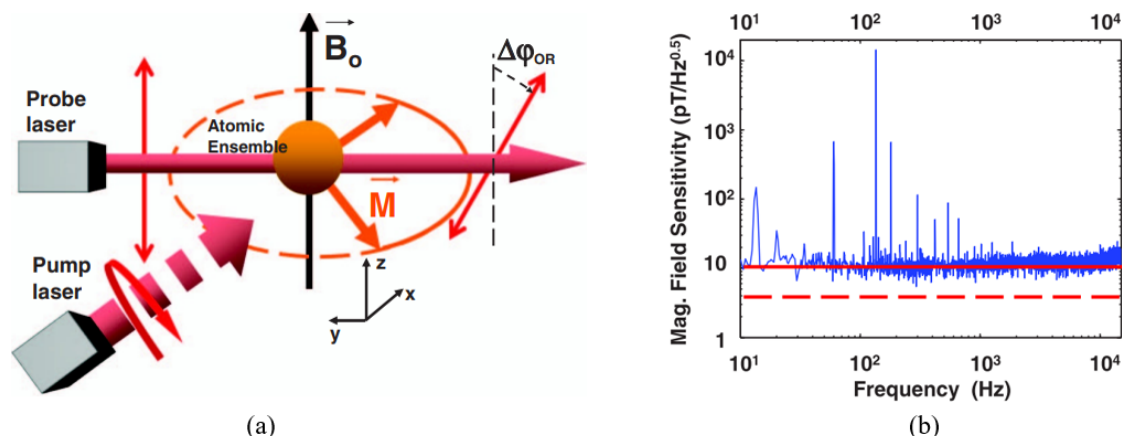


FIGURE 1.11 – Illustration du principe de fonctionnement d’un magnétomètre à pompage optique (a), sensibilité d’un magnétomètre de Bell-Bloom (b) [33].

connaître l’orientation du vecteur. Il est toutefois envisageable d’utiliser ce type de magnétomètre comme « référence » pour le calcul de la norme du champ à partir des valeurs issues d’autres capteurs moins performants mais qui ont l’avantage de donner l’orientation du champ.

### 1.5.2.2. Magnétomètres à centre NV du diamant

#### 1.5.2.2.1. Principe de fonctionnement

Les magnétomètres exploitant le centre NV (nitrogen vacancy) du diamant sont en plein essor depuis une dizaine d’années [35]-[38]. Ils exploitent un défaut du cristal de diamant présentant un spin localisé : au sein de la structure diamant, deux atomes de carbones sont substitués : l’un par un atome d’azote (N) et l’autre par une lacune (V). Cela laisse une liaison pendante sur l’atome d’azote, responsable de ce spin localisé (FIGURE 1.12). En utilisant un grand nombre de ce type de défauts dans un cristal, il est possible d’utiliser des techniques analogues aux magnétomètres à pompage optique.

#### 1.5.2.2.2. Avantages et limitations

Le principal avantage de cette technologie réside dans sa très haute résolution spatiale. En effet, les défauts étant localisés dans le cristal (contrairement aux métaux alcalins qui sont en phase vapeur dans la technique « classique »), il est possible de réaliser des cartographies à l’échelle du nanomètre en utilisant des pointes AFM (Atomic Force Microscopy) munies d’un cristal NV et ceci avec une sensibilité record pour des pointes AFM ( $< 1 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ).

De plus, contrairement aux autres technologies de magnétomètres atomiques, cette technologie peut être utilisée pour réaliser une mesure vectorielle. En effet, du fait de la structure cristalline du diamant, il existe quatre orientations fixes possibles pour les centre NV, chacune avec une fréquence propre différente. Ainsi, en réalisant des mesures

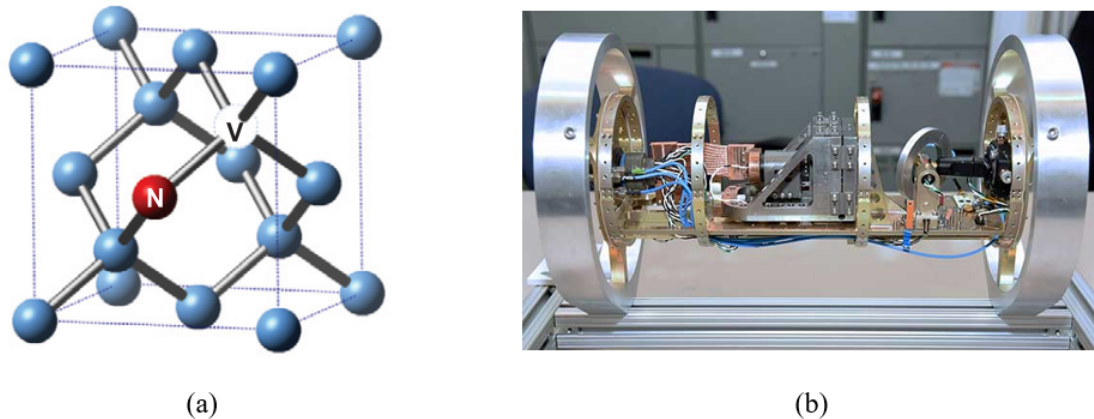


FIGURE 1.12 – Illustration d'un défaut NV du diamant (a) [39] et du magnétomètre à centre NV développé par Lockheed Martin (longueur : 30 cm) (b).

avec une excitation adaptée, il est possible d'en déduire les trois composantes du champ magnétique avec une très grande sensibilité [40].

Enfin, cette technologie a fait l'objet d'un brevet américain de Lockheed Martin concernant un magnétomètre 3-axes (équipe Dark Ice) avec des applications concernant la navigation [41]. Walsworth et son équipe à Harvard ont également réussi à réaliser un prototype permettant une mesure des 3 composantes du champ simultanément, avec une sensibilité inférieure à  $50 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  [42], [43].

Toutefois, le principal inconvénient de cette technique vient du laser utilisé pour l'excitation des centres NV. En effet, les prototypes utilisent généralement un laser de puissance. Dans le prototype de Walsworth, il s'agit d'un laser d'un volume de  $100 \times 100 \times 500 \text{ mm}^3$  avec une consommation de l'ordre de 500 W (Verdi V-5). D'après les séries de brevets de Lockheed Martin, le magnétomètre développé par l'équipe Dark Ice semble néanmoins utiliser une technique utilisant de simples LED pour l'excitation, ayant une consommation de 5 mW avec néanmoins un volume tout compris de l'ordre de 6 L [44].

Pour toutes ces raisons, cette technologie, bien qu'émergente, paraît très prometteuse concernant l'application visée. Le fait qu'il s'agisse d'une mesure vectorielle permet de compenser le défaut majeur des autres techniques de magnétomètres atomiques, qui sont scalaires, tout en conservant leur grande sensibilité. De plus, bien que la plupart des recherches sur ce sujet utilisent des lasers de puissance très volumineux et à forte consommation, Lockheed Martin propose une technique à base de LED qui élimine ces deux inconvénients.

## 1.6. Magnétomètres à effet Hall

Les capteurs à effet Hall constituent une des principales technologies des capteurs de champ magnétique, avec une part de marché qui était estimée à plus de 55% en 2014 [45]. Ils sont généralement utilisés pour la détection de champ magnétique entre 100 nT et 100 T sur des gammes de températures allant de  $-40\text{ }^\circ\text{C}$  jusqu'à  $150\text{ }^\circ\text{C}$ . Les capteurs à effet Hall ont l'avantage d'être relativement aisés à fabriquer et simples à utiliser. Ils se prêtent bien à la miniaturisation, ce qui permet notamment de les utiliser pour des mesures locales à l'échelle micrométrique [46].

Le principe du capteur à effet Hall consiste à placer un conducteur traversé par un courant au sein du champ magnétique. La force de Lorentz tend à dévier le courant dans la direction orthogonale à la fois au courant et au champ magnétique. Cette déviation est compensée par l'apparition d'une tension dite de Hall  $V_H$  (Eq. 1.2). Cette dernière, que l'on mesure, est proportionnelle au courant  $I$ , au champ magnétique  $B$  et est inversement proportionnel à l'épaisseur  $e$  du conducteur dans la direction du champ magnétique.

$$V_H = \frac{IBL}{nqS} = R_H \frac{IB}{q} \quad (1.2)$$

où  $L$  et  $S$  sont respectivement la longueur et la section du matériau utilisé,  $q$  est la charge électrique élémentaire et  $n$  la densité de porteurs de charges par unité de volume. Le coefficient de proportionnalité est noté  $R_H$ . La sensibilité du capteur est définie comme le ratio entre la tension  $V_H$  et le produit  $B \times I$ .

Pour maximiser les performances d'un capteur Hall, on cherche à utiliser un matériau de faible épaisseur  $e$  qui possède un coefficient de Hall  $R_H$  élevé et un bruit de Johnson faible. Cela conduit à sélectionner des matériaux avec une faible densité de porteur de charge et une grande mobilité électronique.

La plupart des capteurs Hall produits aujourd'hui utilisent une région active en silicium, en raison de son faible coût de fabrication, de la grande maturité de cette filière technologique et de la facilité pour intégrer ces capteurs dans les circuits de traitement du signal. Ces capteurs possèdent des sensibilités de l'ordre de  $100\text{ V/A/T}$ . Deux autres types de matériaux améliorant significativement les performances sont présentés dans les paragraphes suivants : le graphène, qui donne à ce jour le capteur Hall le plus performant mais dont la maturité technologique ne permet pas encore une industrialisation avant plusieurs années, et les semiconducteurs III-V qui existent sur le marché et qui ont des sensibilités d'un ordre de grandeur supérieur à celles du silicium et une meilleure stabilité thermique, au détriment d'un coût de fabrication accru et d'une intégration en circuit plus complexe [45].

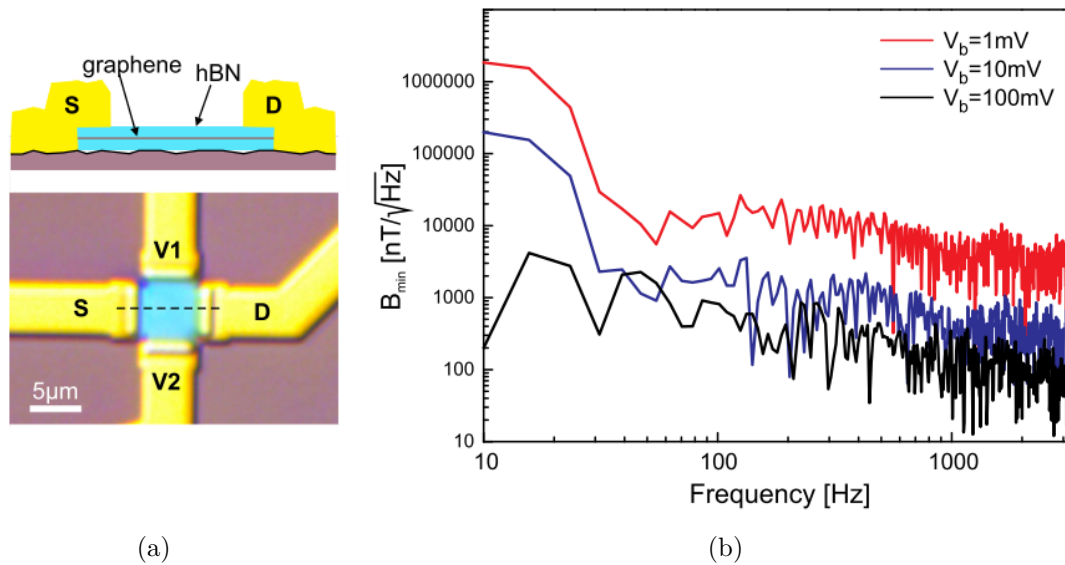


FIGURE 1.13 – Schéma d'une vue en coupe du dispositif (haut) et d'une image optique (bas) d'un dispositif Hall à base d'une hétérostructure graphène-hBN exfoliée (a). Résolution magnétique  $B_{min}$  du dispositif Hall en fonction de la fréquence pour trois valeurs de tension  $V_b$  appliquées entre la source S et le drain D (b), d'après [47].

### 1.6.1. Conducteur en graphène

Le graphène est un matériau découvert en 2004 par Geim et Novoselov (prix Nobel 2010). Il a été le précurseur de la large famille des matériaux bi-dimensionnels (2D) qui font l'objet d'intenses recherches financées de façon notable par l'Union Européenne (Flagship graphene, 1 milliard d'euros sur 10 ans à partir de 2013). Le graphène est constitué d'une monocouche atomique cristalline de carbone. Ce matériau possède le record de mobilité électronique. Cette propriété combinée à une faible densité de porteur et à une épaisseur intrinsèquement minimale en fait le matériau idéal pour la réalisation d'un capteur Hall.

En 2015, DAUBER et al. ont fait la démonstration d'un capteur Hall à base de graphène surpassant tous les capteurs Hall existant jusqu'alors, en atteignant une sensibilité de  $5700\text{ V/A/T}$ , avec une résolution magnétique limitée par le bruit basse fréquence à moins de  $50\text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  [47]. Le dispositif présenté dans la FIGURE 1.13 est constitué d'une monocouche atomique de graphène exfoliée à la main à partir d'un cristal de graphite puis encapsulée dans du nitrure de bore hexagonal hBN lui-même exfolié. L'encapsulation du graphène dans hBN est primordiale pour atteindre les performances du capteur. Cette démonstration de principe a suscité un fort intérêt de la part d'industriels, en particulier Bosch qui cherche aujourd'hui à mettre au point une méthode de fabrication industrialisable. En 2017, DANKERT et al. font un premier pas significatif dans ce sens en réalisant le même type de dispositif à partir de graphène et hBN synthétisés par dépôt chimique en phase vapeur (CVD) [45]. La qualité cristalline moins bonne que dans le cas de matériau exfolié et le procédé de transfert en phase liquide utilisé pour fabriquer l'empilement



hBN/graphène/hBN conduisent naturellement à des performances amoindries, avec une sensibilité de 97 V/A/T.

L'enjeu actuellement est donc d'améliorer les procédés de fabrication industrialisables pour atteindre les mêmes performances que celles obtenues par Dauber et al. Cela implique notamment une amélioration de la qualité cristalline des matériaux synthétisés et des méthodes pour réaliser l'hétérostructure hBN/graphène/hBN. Sur ces derniers points, plusieurs approches sont étudiées : la synthèse des matériaux séparément puis leur assemblage (comme ce qui a été fait par Danker) ou la synthèse directe de l'hétérostructure, de façon similaire à ce qui a été mis au point pour la réalisation d'hétérostructures à puits quantiques avec des matériaux 3D dans les années 1990.

En 2019, SCHAEFER et al. démontrent qu'il est possible d'améliorer la sensibilité des capteurs Hall à base de graphène en ajustant la densité de porteur à l'aide d'une tension de grille (effet transistor) [48]. Ils présentent également un résumé de l'état de l'art des capteurs Hall qui est montré dans la FIGURE 1.14.

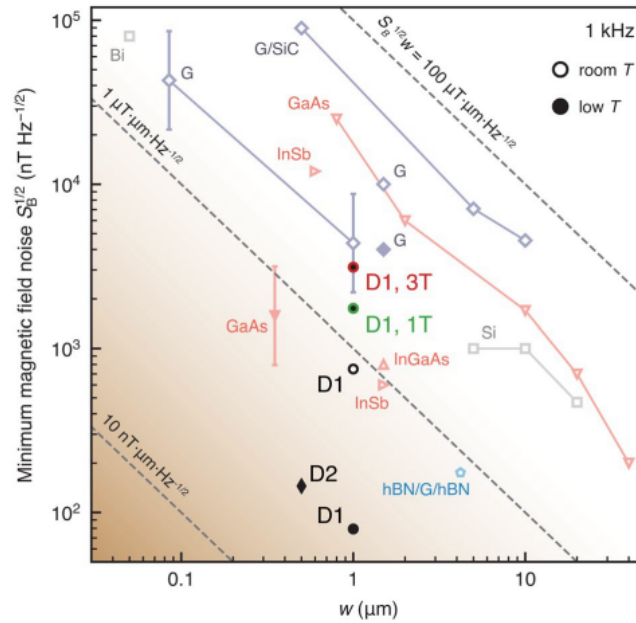


FIGURE 1.14 – Sensibilité au champ magnétique à 1 kHz comparé à la largeur du conducteur [48].

### 1.6.2. Conducteur à gaz d'électrons 2D

Contrairement à un gaz d'électron 3D (un capteur à effet Hall en semi-conducteur classique), le fait d'utiliser un gaz d'électron 2D permet d'avoir une densité d'état indépendante du champ électrique et donc du courant de polarisation. Ceci permet d'avoir une « constante de Hall » beaucoup plus stable que pour un semi-conducteur classique car la densité de porteurs est constante [49]. De plus, le fait d'utiliser un puits d'électrons 2D permet un meilleur confinement des électrons et une meilleure stabilité en température du dispositif car le niveau de Fermi du canal est très peu impacté par la température [50]. Cela permet d'obtenir des capteurs à effet Hall avec une sensibilité comparable à celle d'un capteur classique ( $1000 \text{ V/A/T}$ ) mais présentant une sensibilité à la température nettement plus faible ( $100 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$ ).

Par un protocole de mesure astucieux, où les courants et tensions de polarisations sont périodiquement retournés pour diminuer le biais intrinsèque, KERLAIN et al. ont réussi à obtenir des sensibilités records pour des capteurs à effet Hall de  $30 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  (FIGURE 1.15). De plus, ce protocole permet d'avoir un bruit basses fréquences en  $1/f$  très fortement atténué et donc une très bonne précision pour des champs quasi-continus jusqu'à  $1 \text{ kHz}$  [51].

Par conséquent, du fait de son excellente stabilité, cette technologie est un candidat potentiel pour être embarqué en environnement sévère. Sa résolution, au mieux de quelques  $30 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , est cependant bien supérieure à celles des autres candidats potentiels et peut être un critère éliminatoire en fonction de la résolution nécessaire aux algorithmes de navigation.

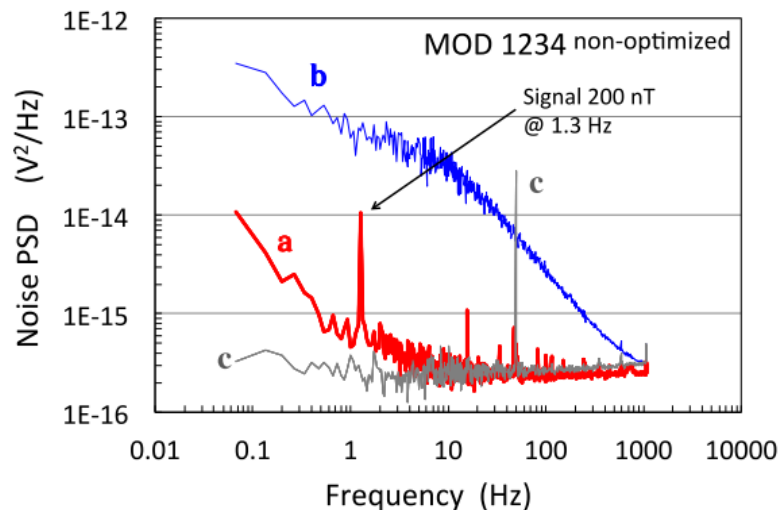


FIGURE 1.15 – Bruit d'un capteur à effet Hall avec le protocole décrit dans [51] (a), sans ce protocole (b) et le bruit électromagnétique ambiant (c). Le planché correspond à un seuil de  $30 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  @  $1 \text{ Hz}$ .

## 1.7. Les magnétomètres à vanne de flux (fluxgate)

### 1.7.1. Principe de fonctionnement

Les capteurs fluxgate contiennent généralement un anneau central constitué d'un matériau à forte perméabilité magnétique, autour duquel sont enroulés deux enroulements de bobine : l'enroulement d'excitation et l'enroulement de détection (FIGURE 1.16). Certains capteurs auront également un troisième enroulement de rétroaction pour fonctionner en boucle fermée.

Il est utile de considérer l'anneau central comme deux demi-anneaux séparés, présentés en bleu et vert sur la FIGURE 1.16. Lorsqu'un courant passe à travers l'enroulement d'excitation, un demi-anneau génère un champ avec une composante dans la même direction que  $H_{ext}$  et l'autre génère un champ avec une composante dans la direction opposée à  $H_{ext}$ .

Un exemple de forme d'onde de commande est illustré dans le chronographe de la FIGURE 1.17. En l'absence de champ externe ( $H_{ext} = 0$ ) les deux demi-anneaux entrent et sortent du régime saturé en même temps. Les champs générés s'annulent exactement, comme illustré dans la figure (b), et il n'y a pas de changement de flux dans l'enroulement de détection, et donc pas de tension induite. Lorsqu'un champ externe est appliqué, les demi-anneaux n'atteignent pas la saturation du matériau de façon simultanée. Par conséquent, en dehors de la saturation du matériau le champ magnétique résultant est non nul. Selon la loi de Faraday, cette variation du flux magnétique induit une tension, représentée en noir sur la figure (d), à une fréquence double de la fréquence d'actionnement. La taille et la phase des pointes induites nous renseignent sur l'amplitude et la direction du champ externe.

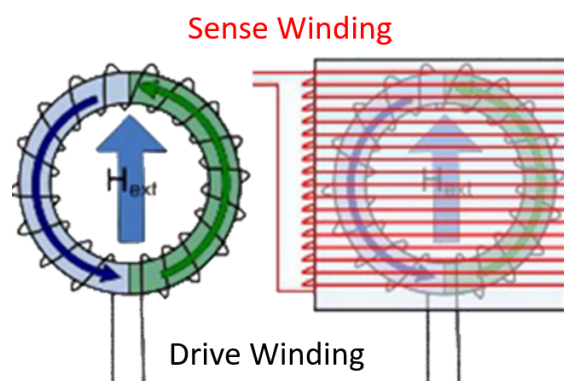


FIGURE 1.16 – Illustration du principe de mesure d'un fluxgate [52].

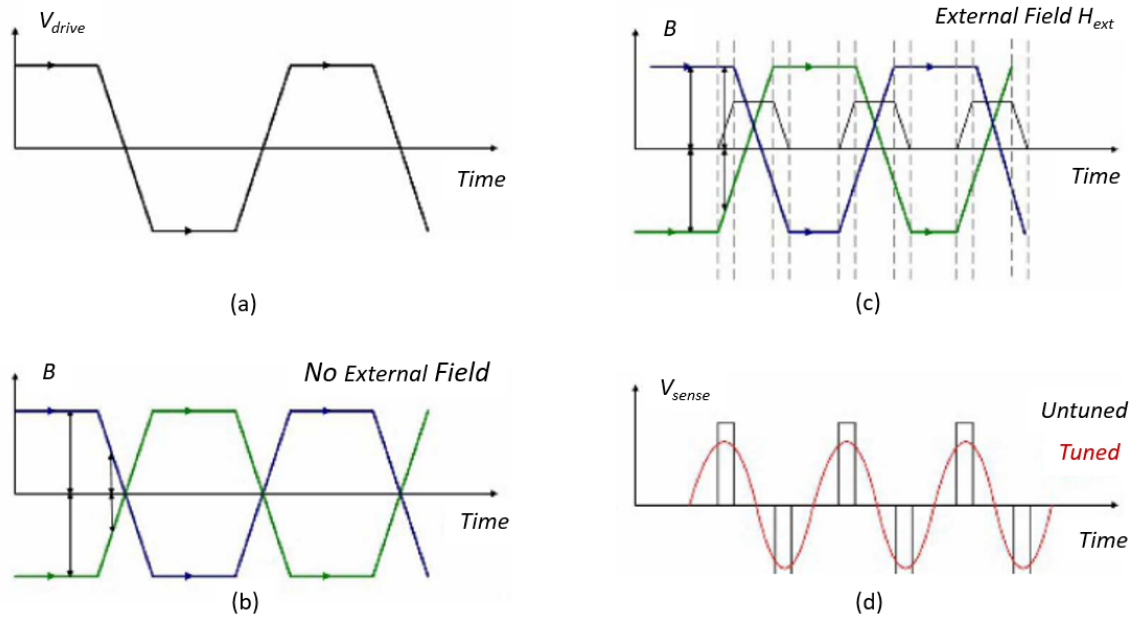


FIGURE 1.17 – Chronogramme de la tension d'excitation (a), du champ magnétique généré sans (b) et avec champ magnétique (c) ainsi que la tension induite (d) dans un fluxgate, d'après [52].

### 1.7.2. Avantages et limitations

Le principal avantage de cette technologie est sa maturité : de nombreux modèles sont actuellement commercialisés (Bartington MAG678 / Applied Physics System 533 / Watson Gyro FGM301).

Les fluxgates comptent parmi les technologies présentant les meilleures résolutions tout en ayant une mesure vectorielle. Cette technologie repose sur la mesure de la tension induite dans une bobine lors d'une variation du flux magnétique. Par conséquent, plus la section du fluxgate est importante et plus sa sensibilité est élevée. Un compromis est donc nécessaire entre résolution et volume en fonction de l'application visée. Par exemple, des capteurs présentent des résolutions de quelques  $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , comme le modèle MAG-03 de Bartington, au prix d'un volume important :

- résolution :  $10 - 20 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  ;
- volume :  $0.125 \text{ L}$  ;
- consommation :  $500 \text{ mW}$ .

Des versions miniatures de cette technologie existent, à base de bobines planaires [53]. La résolution est en conséquence fortement dégradée :

- résolution :  $60 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  ;
- volume :  $5 \text{ mm} \times 2.5 \text{ mm} \times 0.1 \text{ mm}$  ;
- consommation :  $100 \text{ mW}$ .

## 1.8. Les magnétomètres de type MEMS

Des travaux de recherche en nombre croissant portent sur le développement de magnétomètres MEMS dont deux types peuvent être distingués :

- les magnétomètres exploitant la force de Laplace ;
- les magnétomètres exploitant un matériau ferromagnétique.

### 1.8.1. Les magnétomètres MEMS exploitant la force de Laplace

Cette famille de magnétomètres exploitent la force exercée par le champ magnétique sur un conducteur parcouru par un courant. L'expression élémentaire de cette force peut s'exprimer sous la forme :

$$\vec{dF} = I \cdot d\vec{L} \wedge \vec{B} \quad (1.3)$$

#### 1.8.1.1. Mesure d'amplitude

Parmi les magnétomètres MEMS exploitant la force de Laplace, la très grande majorité utilise des résonateurs sur lesquels des électrodes sont parcourues par un courant modulé à la fréquence de résonance du résonateur. Se placer à la fréquence de résonance du résonateur permet d'obtenir de plus grandes amplitudes de mouvement et donc de plus grandes sensibilités. L'amplitude de cette force est ensuite calculée en mesurant l'amplitude du déplacement par détection synchrone. Plusieurs types de détections sont envisageables :

- Classiquement, la mesure d'amplitude se fait par détection capacitive, en mesurant la variation de charges induites sur une électrode de détection. Ce principe s'applique aussi bien à des résonateurs en torsion [54], [55], qu'à des résonateurs en flexion [56]-[58]. L'équivalent en champ magnétique du bruit obtenu avec ces dispositifs est typiquement de l'ordre de  $100 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , avec les meilleures performances obtenues par KYYNARAINEN et al. avec  $10 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Cette résolution, nettement améliorée en comparaison aux autres dispositifs, est principalement due à la disposition ingénieuse en spirale de l'électrode conductrice qui permet d'exercer la force de Laplace sur l'intégralité de la surface du capteur (FIGURE 1.18).
- La mesure d'amplitude peut également se faire par voie optique [59], [60], avec des résolutions nettement améliorées par rapport à une détection capacitive ( $\sim 2 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) au prix d'une complexité et d'une consommation plus importante.

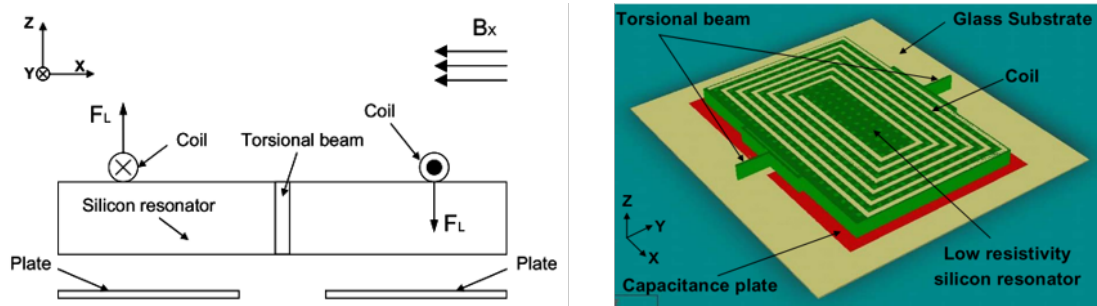


FIGURE 1.18 – Exemple de magnétomètre MEMS à force de Laplace, d'après [55].

### 1.8.1.2. Mesure de contraintes

Les capteurs ayant de forts déplacements sont adaptés à une mesure d'amplitude (capacitive ou optique). Cependant, il est possible d'utiliser des résonateurs avec des déplacements moindres mais en réalisant cette fois-ci une mesure des contraintes engendrées par la force de Laplace :

- En utilisant l'effet piézorésistif du silicium, il est possible de remonter à l'état de contrainte d'un résonateur par une simple mesure de résistance. Avec cette technique, HERRERA-MAY et al. ont démontré des résolutions de  $143 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  [61], soit du même ordre de grandeur que des dispositifs à détection capacitive.
- Par un dimensionnement adapté, la force de Laplace peut engendrer des contraintes axiales dans un résonateur, ce qui se traduit par une variation de sa fréquence de résonance. Cette technique souffre cependant de problèmes de stabilité avec des résolutions ultimes de l'ordre de  $1 \mu\text{T}$  pour [6], [62]. Ceci peut s'expliquer par une très forte sensibilité de la fréquence de résonateurs en silicium vis-à-vis des variations de températures.
- Ces dernières années, des articles ont mis en avant des sensibilités records pour des magnétomètres MEMS à effet piézorésistif [63], [64]. Les résultats présentés dans ces articles annoncent des résolutions de l'ordre de  $3 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , soit un rapport 1000 par rapport à l'état de l'art des magnétomètres à sortie fréquentielle. Pour atteindre de telles résolutions, ces capteurs exploitent une orientation cristalline particulière du silicium de type n qui présente des coefficients piézorésistifs négatifs. Le fait d'utiliser un coefficient piézorésistif négatif permet d'amplifier le facteur de qualité intrinsèque du résonateur par interaction thermo-piézorésistive [65], [66] (FIGURE 1.19) et ainsi améliorer la résolution ultime de ce type de capteur.

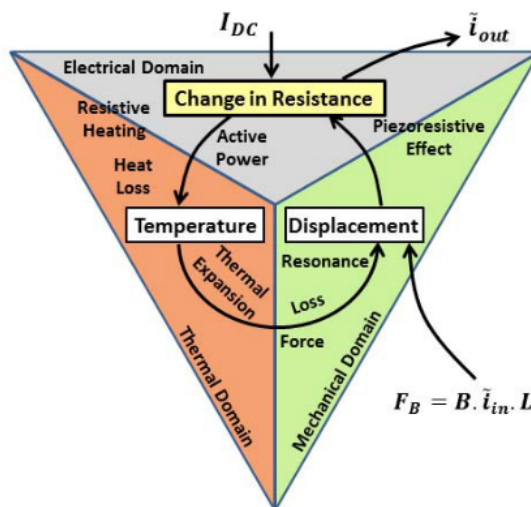


FIGURE 1.19 – Illustration du principe de l’amplification de facteur de qualité par interaction thermo-piézorésistive dans un magnétomètre résonant à force de Lorentz, d’après [63].

### 1.8.2. Les magnétomètres MEMS exploitant des matériaux ferromagnétiques

Le principe de fonctionnement est celui du traditionnel compas : un matériau ferromagnétique est déposé sur un micro dispositif et son moment magnétique orienté suivant une direction fixe. En présence d’un champ magnétique extérieur, un couple mécanique s’exerce sur le dispositif. La mesure du déplacement du dispositif est réalisée soit par effet piézorésistif [67], [68], soit par effet tunnel [69], soit par une méthode optique [59], [70], soit par la mesure de variation de fréquence d’un résonateur [7], [71]. Les intérêts de ce principe de fonctionnement sont :

- L’absence de boucle de courant qui, contrairement aux magnétomètres à force de Laplace, augmente la consommation et diminue la stabilité du capteur en raison de l’échauffement engendré par les pertes par effet Joule.
- La miniaturisation du dispositif : le couple mécanique par unité de volume reste inchangé lors d’une diminution du volume de la cellule par homothétie, alors qu’il diminue du facteur d’homothétie dans le cas d’un magnétomètre MEMS à force de Laplace [67], [72].

Parmi les magnétomètres de type MEMS, les magnétomètres à matériaux magnétiques semblent donc une meilleure alternative. En exploitant les propriétés d’un matériau tel que le quartz en guise de résonateur, il est théoriquement possible d’obtenir un capteur disposant [71] :

- d’une excellente sensibilité ;
- d’une résolution de l’ordre de 10 nT ;

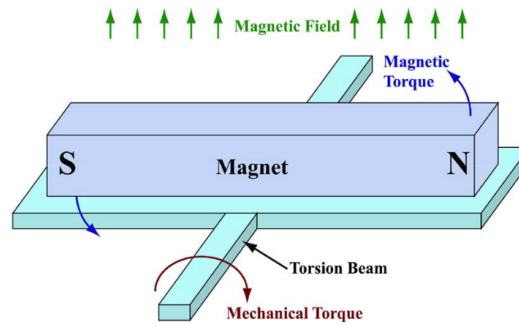


FIGURE 1.20 – Illustration d'un magnétomètre MEMS utilisant un microaimant en tant qu'élément sensible au champ magnétique [59].

- d'une bonne stabilité de la fréquence du résonateur en température et vis-à-vis du vieillissement [73] ;
- d'une bonne linéarité, d'un rapport signal à bruit élevé et d'une mise en œuvre aisée de la détection piézoélectrique ;
- d'un faible coût du fait de l'usinage collectif sur wafers de quartz.

Ces avantages ont permis au quartz d'être le matériau utilisé pour les résonateurs de haute stabilité du domaine temps/fréquence [74], et pour les capteurs vibrants nécessitant une excellente stabilité du biais : gyromètres [73], accéléromètres [75], [76].

### 1.9. Synthèse de l'état de l'art

Une synthèse non exhaustive des capteurs recensés précédemment est illustrée dans la FIGURE 1.21. Dans cette figure, les technologies de magnétomètres ont été organisées en fonction de leurs résolutions et consommations respectives. En effet, pour les applications visées, le magnétomètre doit avoir une excellente résolution tout en étant économe en énergie (cf. Introduction). De cette figure, il est clair qu'un compromis entre résolution et consommation doit être fait dans les technologies actuelles : plus la résolution est bonne et plus la consommation est importante. On remarque ainsi que les capteurs AMR et GMI, dont la résolution dépend entre autre du courant de polarisation, permettent d'avoir selon les cas des capteurs à excellente résolution mais forte consommation (DING et al. ou HMC1001) ou au contraire faible consommation mais avec une résolution dégradée (AMI306R ou HMC8883L).

La technologie TMR semble disposer du meilleur compromis consommation/résolution, en particulier le capteur TMR9002. Toutefois, dans le cas de ce capteur et comme expliqué précédemment, sa très forte hystérésis le rend inutilisable en tant qu'instrument de navigation.

Finalement, dans le cadre de cette étude, aucune technologie ne permet d'avoir simultanément une mesure vectorielle, un dispositif peu volumineux et à faible consommation



tout en étant suffisamment robuste vis-à-vis de l'environnement vibratoire. Néanmoins, les magnétomètres de type MEMS semblent la technologie la plus prometteuse car la totalité des capteurs sont encore des dispositifs de laboratoire dont le développement a eu lieu seulement au cours de la dernière décennie. Les performances de ces capteurs disposent donc d'une grande marge d'amélioration, en particulier leur résolution.

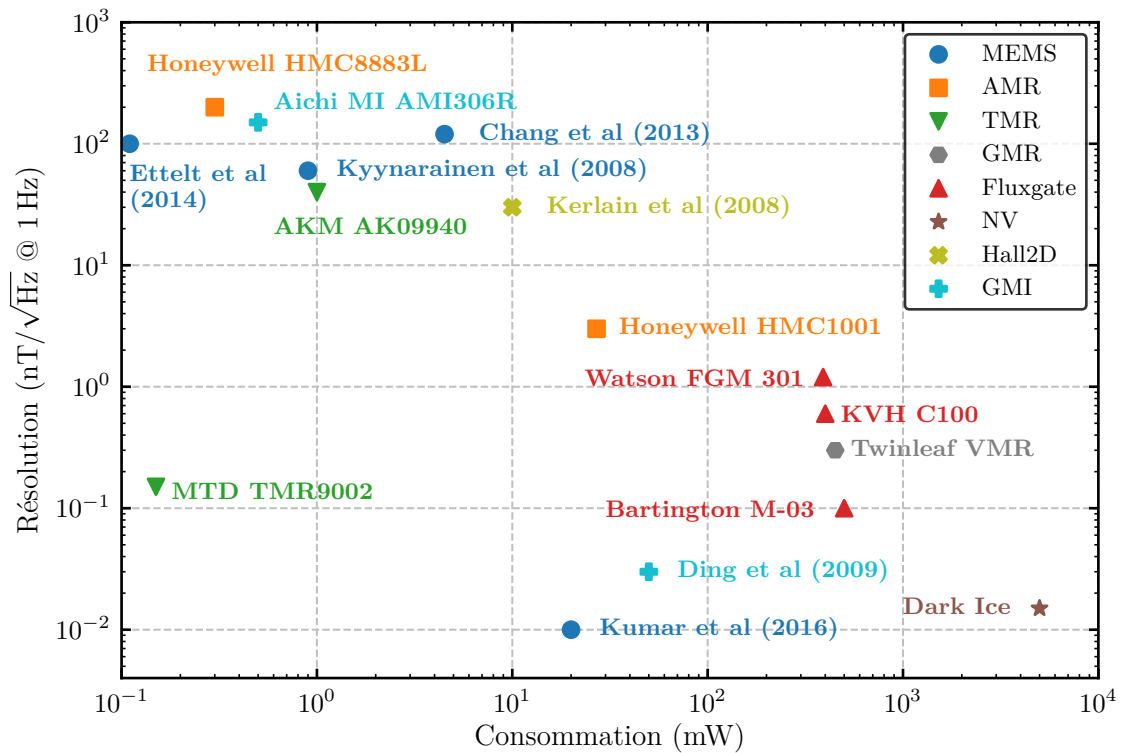


FIGURE 1.21 – Comparaison de différentes technologies de magnétomètres vectoriels en fonction de leur résolution et consommation respective.





## 2 - Caractérisation de couches minces à fortes aimantations sur des substrats en quartz

### Objectifs :

Le but de ce premier chapitre est, dans un premier temps, d'identifier les matériaux magnétiques présentant à la fois une très forte aimantation rémanente et pouvant être déposés en couches épaisses ( $> 1 \mu\text{m}$ ). En effet, ces critères sont primordiaux pour maximiser le facteur d'échelle du magnétomètre. De plus, ces matériaux doivent être résistants au retournement d'aimantation et être compatibles avec les procédés de fabrication de résonateurs en quartz. Dans un second temps, les matériaux identifiés seront mis en œuvre sous forme de couches déposées sur des substrats en quartz et leurs propriétés seront caractérisées puis optimisées.

### 2.1. Rappels des propriétés magnétiques de la matière condensée

Il y a plusieurs manières de représenter les propriétés magnétiques de la matière. La plus connue est probablement une représentation sous la forme de courbes d'aimantation  $M$  en fonction du champ magnétique  $H$ , qui se traduit pour les matériaux ferromagnétiques par un cycle d'hystérésis (FIGURE 2.1).

Pour comparer la réponse d'un matériau au champ magnétique appliqué, une grandeur essentielle est la susceptibilité magnétique  $\chi_m$ . Celle-ci caractérise la variation de l'aimantation en fonction du champ, soit, pour un matériau sans hystérésis, la dérivée de la courbe d'aimantation (Eq. 2.1). Dans le cas de matériaux au comportement linéaire, la susceptibilité magnétique est constante.

$$\chi_m(H_0) = \left. \frac{\partial M}{\partial H} \right|_{H=H_0} \approx \left. \frac{\partial M}{\partial H} \right|_{H=0} \quad (2.1)$$

La perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  traduit le lien de proportionnalité entre le champ magnétique  $H$  et l'induction magnétique  $B$  au sein d'un milieu. Tout comme la susceptibilité magnétique,  $\mu_r$  est indépendante du champ magnétique dans le cas des matériaux à réponse linéaire :

$$B = \mu_0 (H + M) = \mu_0 (1 + \chi_m) H = \mu_0 \mu_r H \quad (2.2)$$

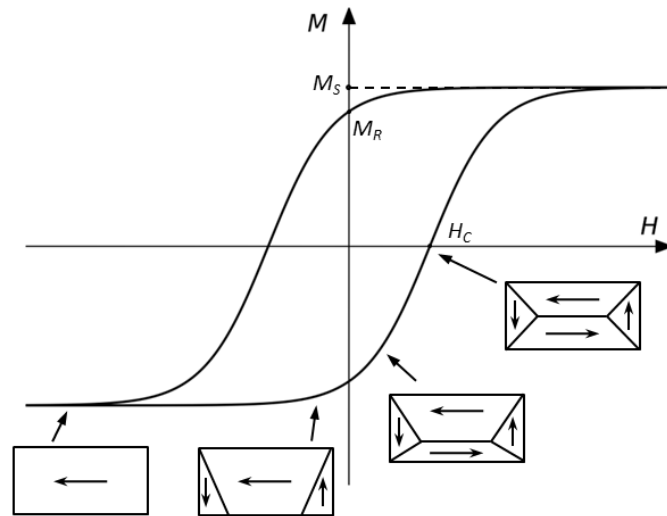


FIGURE 2.1 – Cycle d’hystérésis d’un matériau ferromagnétique. Les encadrés illustrent les domaines de Weiss dans lesquels l’aimantation est uniforme, pour différents champs magnétiques appliqués.

On peut noter que la susceptibilité et la perméabilité relative ne diffèrent qu’à une constante additive près. En général, la notion de susceptibilité est préférée par les physiciens car elle traduit la physique des matériaux. La perméabilité est quant à elle plus souvent utilisée par les ingénieurs pour son intérêt dans le dimensionnement de circuits magnétiques par exemple. En fonction de leur réponse au champ magnétique appliqué, et donc de leur valeur de susceptibilité/perméabilité, les matériaux peuvent être classés en différentes catégories.

### 2.1.1. Diamagnétisme

#### 2.1.1.1. Propriétés

Tous les matériaux possèdent une réponse diamagnétique lorsqu’ils sont soumis à un champ magnétique. La plupart du temps cette réponse est masquée par des phénomènes dont l’effet est plus important (paramagnétisme ou ferromagnétisme). Le diamagnétisme se caractérise par une susceptibilité magnétique  $\chi_m$  négative, c’est à dire une aimantation de la matière qui s’oppose au champ magnétique appliqué. Cette caractéristique est quasi indépendante de la température de l’échantillon (FIGURE 2.2).

Bien qu’il ne puisse être pleinement expliqué qu’en utilisant des outils de mécanique quantique, le diamagnétisme peut toutefois se comprendre en utilisant des théories semi-classiques. Par exemple, en considérant le modèle classique d’un électron en orbite autour de son noyau, on peut assimiler le mouvement de l’électron à une spire de courant. D’après la loi de Lenz, ce courant est modifié en présence d’un champ magnétique extérieur ce qui se traduit par une modification du moment magnétique orbital des électrons. Cette variation de moment magnétique est à l’origine d’un champ magnétique opposé au champ

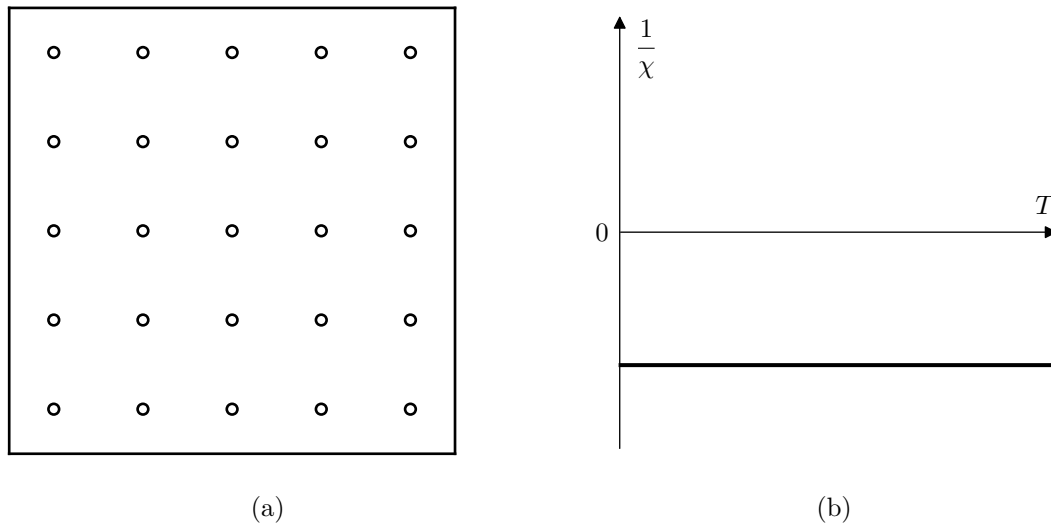


FIGURE 2.2 – Dipôles magnétiques en l’absence de champ appliqué (a) ainsi que l’évolution avec la température de la susceptibilité d’un matériau diamagnétique (b).

appliqué, ce qui explique la susceptibilité magnétique négative mesurée dans les matériaux diamagnétiques.

### 2.1.1.2. Applications

En raison de leur très faible réponse sous champ magnétique, les matériaux diamagnétiques sont souvent mis en œuvre sous forme de couches minces dites « non magnétiques », dans les systèmes à vanne de spin par exemple ou bien dans les têtes de lecture de disques durs utilisant la magnétorésistance géante (GMR). Dans ces applications, les couches ultraminces diamagnétiques ( $\sim 1$  nm) permettent de séparer deux couches minces ferromagnétiques afin d’utiliser le couplage Ruderman-Kittel-Kasuya-Yoshida (RKKY) entre couches ferromagnétiques adjacentes. Cependant, le couplage RKKY ayant lieu par l’intermédiaire des électrons de conduction, seuls les matériaux diamagnétiques conducteurs peuvent être utilisés dans de tels systèmes. La TABLE 2.1 donne un ordre de grandeur des susceptibilités magnétiques de matériaux couramment rencontrés.

TABLE 2.1 – Exemples de susceptibilité magnétique pour des matériaux diamagnétiques courants [77].

Matériau	$\chi_m (10^{-6})$
Cu	-11,8
Ag	-25
Au	-34
In	-51
Téflon	-10

## 2.1.2. Paramagnétisme

### 2.1.2.1. Propriétés

Le paramagnétisme se caractérise par une susceptibilité magnétique  $\chi_m$  positive. Contrairement au diamagnétisme, le paramagnétisme n'existe que dans les matériaux possédant des atomes avec des moments magnétiques non nuls. Dans ce cas la susceptibilité est inversement proportionnelle à la température (FIGURE 2.3).

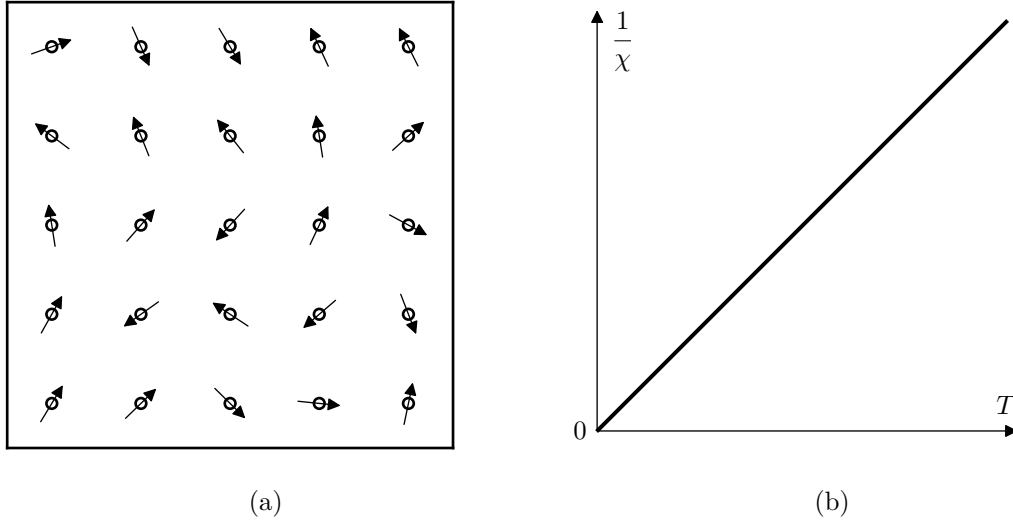


FIGURE 2.3 – Dipôles magnétiques en l'absence de champ appliqué (a) ainsi que l'évolution avec la température de la susceptibilité d'un matériau paramagnétique (b).

Le paramagnétisme peut s'expliquer classiquement avec le modèle de Langevin, qui considère les matériaux comme un ensemble de moments magnétiques localisés, pouvant s'orienter dans toutes les directions et sans interactions entre eux ( $E_{interaction} \ll k_B T$ ). Ce modèle permet d'appliquer la statistique de Boltzmann à la population de moments magnétiques pour déterminer la composante de l'aimantation alignée sur le champ magnétique  $B$  appliqué [78]. L'énergie de Zeeman d'un moment magnétique  $\mu_m$  étant  $E(\theta) = -\mu_m B \cos \theta$ , la composante de ce moment selon la direction du champ appliqué  $\langle \mu_m \rangle = \mu_m \langle \cos \theta \rangle$  est donnée selon la statistique de Boltzmann par :

$$\langle \mu_m \rangle = \mu_m \frac{\int \cos \theta \exp \left[ \frac{\mu_m B \cos \theta}{k_B T} \right] d\Omega}{\int \exp \left[ \frac{\mu_m B \cos \theta}{k_B T} \right] d\Omega} \quad (2.3)$$

où  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\psi$  est l'angle solide. En posant  $x = \mu_m B / k_B T$ , on peut alors montrer que 2.3 peut s'exprimer sous la forme :

$$\langle \mu_m \rangle = \mu_m \left( \coth x - \frac{1}{x} \right) = \mu_m \mathcal{L}(x) \quad (2.4)$$

où  $\mathcal{L}(x)$  est la fonction de Langevin, illustrée dans la FIGURE 2.4.

Cette fonction permet d'expliquer simplement le comportement de matériaux paramagnétiques. Cependant, elle ne prend pas en compte le caractère quantique du moment magnétique. En effet, le moment magnétique d'un atome ne peut prendre qu'un nombre discret de valeurs selon l'axe  $z$ . On peut montrer en mécanique quantique que la composante d'un moment magnétique selon l'axe du champ appliqué pour un atome isolé est  $\mu_z = g_J m_J \mu_B$ , avec  $g_J$  le facteur de Landé,  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  le moment cinétique total,  $J$  une valeur propre entière ou demi-entière de  $\mathbf{J}$  et  $m_J = [-J, -J + 1, \dots, J - 1, J]$  [79]. Le moment magnétique maximal selon l'axe du champ est par conséquent  $\mu_m = g_J J \mu_B$ . Il est à noter que la norme du moment magnétique porté par un atome est différente de sa valeur maximale selon l'axe du champ appliqué :  $\mu_{eff} = g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B \neq \mu_m$ . En appliquant la statistique de Boltzmann dans ces nouvelles conditions, on trouve une expression analogue à 2.4 en substituant la fonction de Langevin à la fonction de Brillouin (FIGURE 2.4) :

$$\mathcal{B}_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J}x\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{1}{2J}x\right) = \frac{M(x)}{M_0} \quad (2.5)$$

où  $x = \mu_m B / k_B T$ ,  $M_0 = N \mu_m$  est l'aimantation maximale du matériau dans le cas où tous les moments magnétiques sont parallèles et  $N$  est le nombre d'atomes à moment magnétique non nul par unité de volume. Dans des conditions classiques, avec des champs inférieurs à 1 T et des températures supérieures à 100 K, on peut considérer  $x \ll 1$ . On peut alors utiliser le développement limité  $\mathcal{B}_J(x) = \frac{J+1}{3J}x + o(x^3)$  et en déduire :

$$\chi_m = \frac{\mathcal{C}}{T} = \frac{\mu_0 N \mu_{eff}^2}{3k_B} \frac{1}{T} = \frac{\mu_0 N g_J^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3k_B} \frac{1}{T} \quad (2.6)$$

où  $\mathcal{C}$  est la constante de Curie, en l'honneur de Pierre Curie qui a été le premier à remarquer expérimentalement la variation de susceptibilité des matériaux paramagnétiques de façon inverse à la température.

### 2.1.2.2. Applications

Tout comme les matériaux diamagnétiques, les matériaux paramagnétiques peuvent être utilisés en tant que matériaux dit « non-magnétiques » en raison de leur faible susceptibilité ( $10^{-6} < \chi_m < 10^{-3}$ ). Ces matériaux sont également couramment utilisés dans le domaine des ultra-basses températures. En effet, en utilisant l'effet magnéto-calorique de ces matériaux il est possible de créer des machines thermiques par des processus de désaimantation adiabatique. Cela permet d'atteindre des températures ultra-basses, de l'ordre de 1 mK et en deçà. Des valeurs de susceptibilités de matériaux paramagnétiques sont données dans la TABLE 2.2.



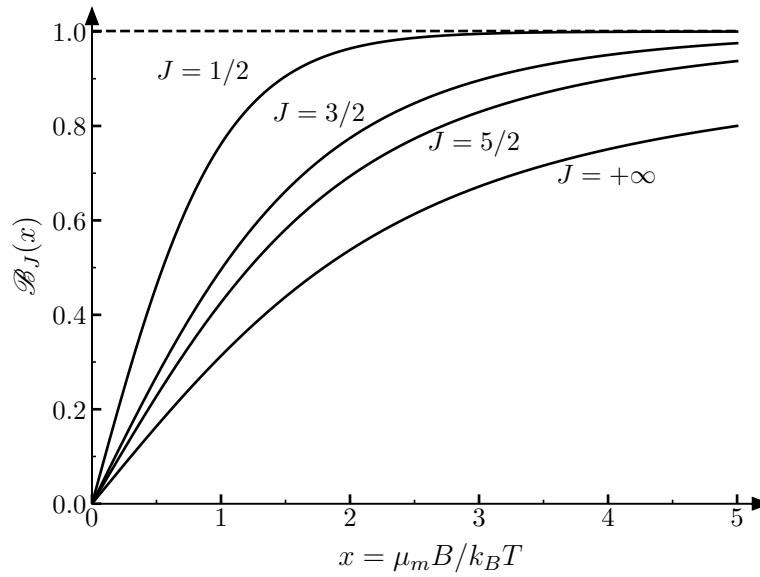


FIGURE 2.4 – Comparaison entre les fonctions de Brillouin pour quelques valeurs de  $J$  et la fonction de Langevin ( $J = +\infty$ ). En considérant un ensemble discret d'états pour le moment magnétique porté par un électron, l'aimantation résultante tend plus rapidement vers sa valeur à saturation.

TABLE 2.2 – Exemples de susceptibilité magnétique pour des matériaux paramagnétiques courants [77].

Matériau	$\chi_m (10^{-6})$
Al	21
Pt	278
Ti	180
Acier inox 304(N) et 316(LN)	3

### 2.1.3. Ferromagnétisme

#### 2.1.3.1. Propriétés

Dans certains matériaux possédant des atomes à moments magnétiques non nuls, l'énergie d'interaction entre voisins n'est plus négligeable devant l'agitation thermique et un ordre magnétique apparaît (FIGURE 2.5). Lorsque cette interaction d'échange a une énergie positive, les moments magnétiques d'atomes voisins sont parallèles : ce sont des matériaux ferromagnétiques. Ces matériaux peuvent avoir une aimantation spontanée en l'absence de champ appliqué. Leurs courbes d'aimantation prennent en général la forme d'un cycle d'hystérésis.

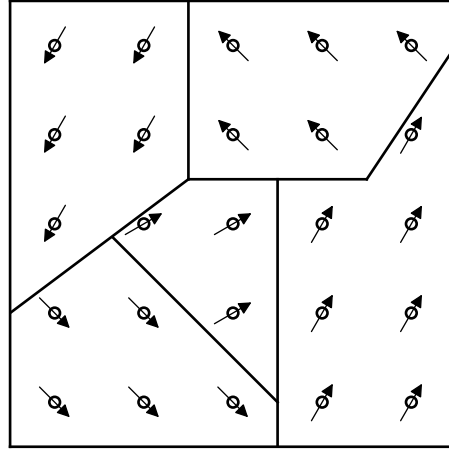


FIGURE 2.5 – Dipôles magnétiques dans un matériau ferromagnétique en l'absence de champ appliqué.

### 2.1.3.1.1. L'aimantation spontanée

L'interaction d'échange entre deux moments magnétiques voisins a été introduite par Heisenberg en 1929 avec les outils de la mécanique quantique. Cependant, Pierre Weiss a remarqué dès 1906 que l'aimantation spontanée dans les matériaux ferromagnétiques peut s'expliquer simplement en introduisant le concept de champ moléculaire :

$$H_m = \lambda M \quad (2.7)$$

où  $\lambda$  est le facteur de proportionnalité entre le champ moléculaire  $H_m$  et l'aimantation du matériau  $M$ .

Dans le modèle du champ moléculaire, pour des hautes températures, ce champ fictif vient s'ajouter au champ appliqué  $H$  dans la théorie du paramagnétisme de Langevin 2.1.2.

En reprenant le raisonnement effectué précédemment pour le cas des matériaux paramagnétiques, on peut en déduire que  $M = \frac{\mathcal{C}}{T}(H + H_m)$  et ainsi la loi de Curie-Weiss :

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{\mathcal{C}}{T - T_C} \quad (2.8)$$

où  $T_C = \lambda \mathcal{C}$  est la température de Curie à partir de laquelle l'agitation thermique devient prépondérante devant l'interaction d'échange et où le matériau devient paramagnétique.

On peut également déterminer à partir du formalisme de Langevin que :

$$m = \frac{M}{M_0} = \mathcal{B}_J(x) = \mathcal{B}_J \left[ \frac{\mu_0 \mu_m}{k_B T} (H + \lambda M) \right] \quad (2.9a)$$

$$= \mathcal{B}_J \left[ \frac{\mu_0 \mu_m H}{k_B T} + \frac{\mu_0 \lambda N \mu_m^2}{k_B T} m \right] \quad (2.9b)$$

L'équation (2.9) est une équation transcendante en  $m$  qui peut être résolue numériquement ou bien, de façon classique, par méthode graphique (FIGURE 2.6) en cherchant l'intersection des deux équations suivantes :

$$\begin{cases} m = \mathcal{B}_J(x) & (2.10a) \\ m = -\frac{H}{\lambda N \mu_m} + \frac{k_B T}{\mu_0 \lambda N \mu_m^2} x = -\frac{H}{\lambda N \mu_m} + \frac{J+1}{3J} \frac{T}{T_C} x & (2.10b) \end{cases}$$

On remarque alors qu'il peut y avoir une aimantation spontanée en champ nul. Ceci est possible dans le cas où la pente de la seconde équation (2.10) est suffisamment faible, pour  $T < T_C = \lambda \mathcal{C} = \frac{\lambda \mu_0 N \mu_{eff}^2}{3k_B}$ . Dans le cas limite d'une pente nulle, c'est à dire pour des températures nulles, l'intersection avec la fonction de Brillouin se fait à l'infini et le matériau possède son aimantation spontanée maximale : tous les moments sont alignés dans la même direction.

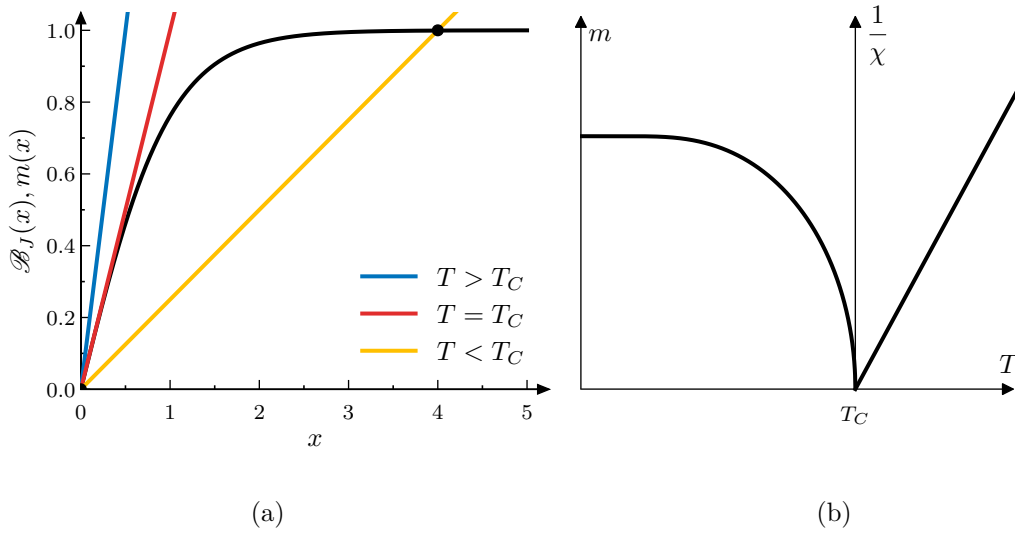


FIGURE 2.6 – Illustration de la solution graphique du système d'équations (2.10) en considérant  $H = 0$  dans les cas où  $T$  est inférieur, égal et supérieur à  $T_C$  (a). La courbe (b) représente la variation d'aimantation à saturation en fonction de la température déduite de (a) jusqu'à  $T_C$  puis, pour les températures supérieures, l'inverse de la susceptibilité est représenté selon la loi de Curie-Weiss (Eq. 2.8).

### 2.1.3.1.2. Le cycle d'hystérésis

L'aimantation  $M$  d'un matériau ferromagnétique n'est jamais uniforme mais génère des domaines appelés domaines de Weiss, dans lesquels l'aimantation est homogène, égale à l'aimantation à saturation  $M_S$  et orientée différemment d'un domaine à l'autre, comme illustrée dans la FIGURE 2.5.

Ainsi, le moment magnétique macroscopique  $m = MV$  résultant, dans une direction, est la somme des projections selon l'axe correspondant de chaque moment des différents domaines de Weiss. Par conséquent, l'aimantation  $M$  peut varier entre  $-M_S$  et  $+M_S$  en fonction de l'orientation des différents domaines. En appliquant un champ magnétique, les parois de Bloch ou Néel séparant les différents domaines se déplacent de façon à agrandir les domaines énergétiquement favorisés et l'aimantation résultante augmente selon cette direction. La présence de défauts dans le matériau magnétique (jonctions de grains, inclusions ou lacunes non magnétiques) entraîne un déplacement non réversible des parois. De même, la rotation des spins au cours du déplacement des parois génère localement des courants de Foucault et donc une perte d'énergie irréversible. Ces deux phénomènes se traduisent macroscopiquement par un cycle d'hystérésis de la courbe d'aimantation en fonction du champ appliqué.

Plusieurs grandeurs permettent de caractériser le cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique :

- L'aimantation à saturation  $M_S$  qui est la valeur d'aimantation maximale. Elle est en général exprimée en A/m (ou en T dans le cas de la polarisation magnétique  $J = \mu_0 M$ ). Elle peut également s'exprimer en  $\mu_B$  moyen par molécule à l'aide de l'équation (2.11) où  $d$  et  $M_{mol}$  sont respectivement la masse volumique ( $\text{kg/m}^3$ ) et la masse molaire ( $\text{kg/mol}$ ) du matériau. L'aimantation exprimée en  $\mu_B$  par atome ou molécule est pratique car elle permet de comparer l'apport de chaque atome à l'aimantation totale. C'est une grandeur très utilisée pour comparer l'aimantation des matériaux ferromagnétiques.

$$M_S(A/m) = 5.585 \frac{d}{M_{mol}} M(\overline{\mu_B}) \quad (2.11)$$

- L'aimantation rémanente  $M_R$  correspond à l'aimantation spontanée du matériau qui persiste en l'absence de champ magnétique appliqué.
- Le champ coercitif  $H_c$  est le champ inverse au sens de l'aimantation à appliquer pour annuler l'aimantation du matériau. Cette grandeur traduit la résistance du matériau au retournement de son aimantation. Les matériaux à champ coercitif élevé ( $H_c > 10 \text{ kA/m}$ ) sont ainsi qualifiés de ferromagnétiques durs tandis qu'à l'inverse des matériaux à champ coercitif faible sont qualifiés de ferromagnétiques doux.

- Le rapport  $M_R/M_S$  permet de quantifier l'aspect du cycle d'hystérésis. Plus  $M_R/M_S$  est proche de 1 et plus le cycle a un aspect rectangulaire. Pour le magnétomètre développé, cette grandeur doit être la plus proche de 1 pour maximiser l'aimantation rémanente et par conséquent la sensibilité du capteur.

### 2.1.3.2. Applications

Les matériaux ferromagnétiques sont mis en œuvre dans des domaines variés. Les matériaux doux sont particulièrement utilisés en électrotechnique du fait de leur haute susceptibilité et des faibles pertes associées au parcours d'un cycle, afin de réaliser des alternateurs, transformateurs ou bien des moteurs électriques. On les retrouve également en microélectronique, dans les mémoires MRAM, dans les dispositifs à vanne de spin des têtes de lecture des disques durs, ou encore en tant que matériau pour le stockage dans les disques durs eux-mêmes.

Du fait du cycle d'hystérésis caractéristique des matériaux ferromagnétiques, leur susceptibilité n'est pas une constante et dépend fortement de l'histoire du matériau et des conditions de mesures. C'est pourquoi les valeurs de susceptibilité données dans la littérature pour les matériaux ferromagnétiques peuvent varier fortement d'une publication à l'autre. En général, les valeurs de susceptibilité sont données pour des matériaux ferromagnétiques très doux, à très faible champ coercitif, où la susceptibilité peut être considérée comme constante autour de  $H = 0$ . Des valeurs de susceptibilité et aimantations à saturation de matériaux ferromagnétiques sont données dans la TABLE 2.3.

TABLE 2.3 – Valeurs de susceptibilité magnétique et aimantation à saturations pour des matériaux ferromagnétiques courants [77].

Matériau	$\mu_r$	$M_S$ (T)
Fe (99.8%)	5000	2.2
Ni	100 - 600	0.6
Kovar	1000	1.7
$\mu$ -metal	100 000	0.8

### 2.1.4. Antiferromagnétisme

#### 2.1.4.1. Propriétés

Lorsque l'interaction d'échange entre moments voisins est négative, les moments se couplent antiparallèlement. Les matériaux possédant cette caractéristique forment la famille des matériaux ferrimagnétiques. L'antiferromagnétisme est un cas particulier de ferrimagnétisme pour lesquels les moments des sous-réseaux couplés antiparallèlement sont identiques. La théorie du champ moléculaire s'applique de la même façon que pour les matériaux ferromagnétiques mais doit cette fois s'appliquer individuellement aux deux sous

réseaux A et B du matériau. On peut montrer qu'au dessus de la température de Néel  $T_N$ , caractéristique des matériaux antiferromagnétiques, l'agitation thermique devient prépondérante et le matériau agit alors comme un matériau paramagnétique suivant une loi de Curie Weiss :

$$\chi = \frac{2\mathcal{C}}{T - \theta} \quad (2.12)$$

où  $\theta = \mathcal{C}(\lambda_{AB} + \lambda_{AA})$  est une constante à ne pas confondre avec  $T_N = \mathcal{C}(\lambda_{AA} - \lambda_{AB})$ . La constante d'échange  $\lambda_{AB}$  étant négative,  $\theta$  est toujours inférieure à  $T_N$ . Ce comportement est illustré dans la FIGURE 2.7.

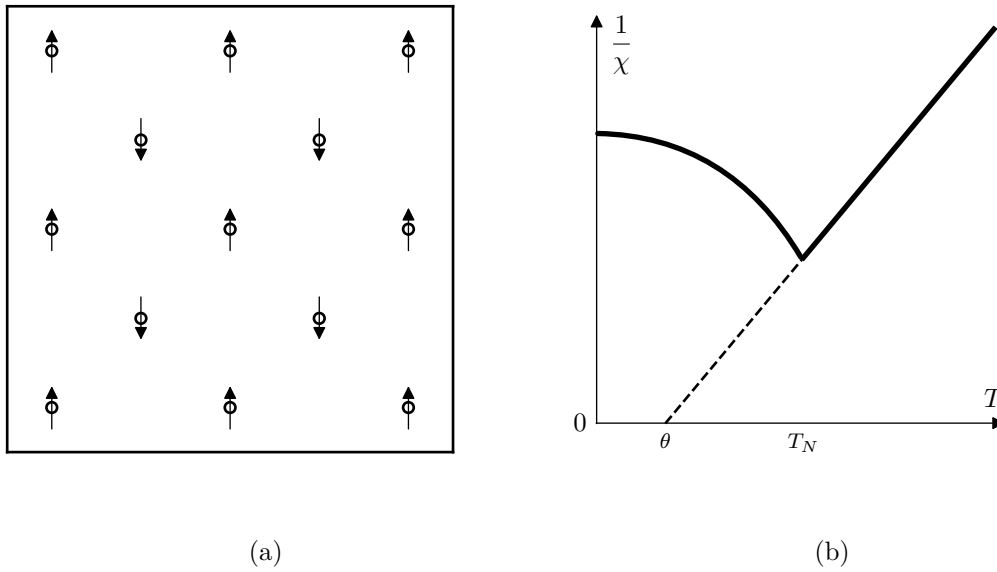


FIGURE 2.7 – Représentation des dipôles magnétiques au sein d'un matériau antiferromagnétique (a). La courbe (b) représente la variation de susceptibilité d'un matériau antiferromagnétique en fonction de la température. Deux régimes distincts existent : en dessous de  $T_N$  un ordre magnétique existe et la susceptibilité est déduite du système d'équation (2.13), au dessus de  $T_N$  le matériau devient paramagnétique et sa susceptibilité varie selon la loi de Curie-Weiss Eq. 2.12.

En dessous de la température de Néel, un ordre magnétique existe et l'aimantation du matériau vaut  $M = M^A + M^B$  :

$$M^A = M_0^A \mathcal{B}_J \left( \frac{\mu_0 \mu_m^A}{k_B T} (H + \lambda_{AA} M^A - \lambda_{AB} M^B) \right) \quad (2.13a)$$

$$M^B = M_0^B \mathcal{B}_J \left( \frac{\mu_0 \mu_m^B}{k_B T} (H + \lambda_{BB} M^B - \lambda_{AB} M^A) \right) \quad (2.13b)$$

Les deux équations (2.13) en  $M^A$  et  $M^B$  doivent être satisfaites simultanément. La solution dépend fortement des valeurs relatives des constantes d'échanges  $\lambda$ .

### 2.1.4.2. Applications

Les matériaux antiferromagnétiques ne présentent pas ou peu d'aimantation à l'échelle macroscopique, c'est pourquoi ils sont bien moins utilisés que les matériaux ferromagnétiques. Toutefois, leur ordre magnétique leur confère des propriétés intéressantes une fois utilisés en couches minces. On les utilise par exemple pour bloquer l'aimantation d'une des couches ferromagnétiques dans les systèmes à vanne de spin [80]. De plus, il y a actuellement de nombreuses recherches pour utiliser les matériaux antiferromagnétiques en spintronique, dans des systèmes à magnétorésistance géante en particulier [81], [82]. Des exemples de matériaux antiferromagnétiques et leurs températures caractéristiques sont présentées dans la TABLE 2.4.

TABLE 2.4 – Exemples de matériaux antiferromagnétiques courants et leurs températures caractéristiques [83]-[85].

Matériau	$T_N$ (K)	$\theta$ (K)
MnO	116	-610
PtMn	980	$\sim 0$
FeO	198	-570
NiMn	1070	220

## 2.2. Matériaux ferromagnétiques à forte aimantation à saturation

L'aimantation à saturation est le critère le plus important dans le choix de la couche mince utilisée dans un capteur à détection de couple magnétostatique : plus l'aimantation de la couche est grande et plus la sensibilité du capteur au champ magnétique appliqué est élevée. Toutefois, cela n'est pas le seul critère d'intérêt. En effet, d'autres paramètres intrinsèques à la couche mince magnétique sont de première importance. La température de Curie  $T_C$  du matériau est importante pour garantir une aimantation stable vis-à-vis des variations de température (paragraphe 2.1.3). Le champ coercitif  $H_c$  de la couche mince donne quant à lui des informations sur la stabilité de la couche soumise à de forts champs magnétiques. Le matériau sélectionné doit également être compatible avec le procédé de fabrication du capteur et ne pas voir ses propriétés évoluer au cours du temps. Pour cela, il est important de choisir des matériaux ayant une forte résistance à l'oxydation et de faibles contraintes internes une fois déposés sous forme de couches minces sur le capteur, ce qui leur confère une plus grande stabilité à long terme.

Pour présenter des propriétés magnétiques sous forme solide, les matériaux utilisés doivent posséder des électrons non appairés dans leurs couches internes, protégés par les électrons de valence qui sont situés sur des orbitales plus élevées. Physiquement, ceci n'est possible que pour quelques séries d'atomes : ceux de la famille des métaux de transition

dans le groupe du fer, qui possèdent leurs orbitales atomiques 3d incomplètes, et ceux de la famille des terres rares avec des orbitales 4f non saturées. La famille des actinides possède également son orbitale 5f non saturée mais les éléments qui la composent sont pour la plupart radioactifs et donc très peu utilisés. Pour toutes ces raisons, les matériaux présentés par la suite sont en grande majorité composés de fer, nickel, cobalt ou de terres rares.

### 2.2.1. Matériaux magnétiques ferreux isolants

Les moments magnétiques des ions  $\text{Fe}^{2+}$  et  $\text{Fe}^{3+}$  dans leur forme isolée font partie des plus importants avec respectivement  $6.7 \mu_{\text{B}}$  et  $5.9 \mu_{\text{B}}$ . C'est pourquoi de nombreux matériaux ferromagnétiques contiennent du fer, dans le but de maximiser l'aimantation globale du matériau. Toutefois, ce fort moment magnétique est la plupart du temps dégradé lorsque l'ion fer est inclus au sein d'un matériau. Ceci est vrai pour tous les atomes de la série 3d car ceux-ci ont des orbitales atomiques qui s'étendent sur des distances de l'ordre de la distance inter-atomes. Les moments magnétiques, qui dépendent directement de la forme des orbitales atomiques, sont donc fortement perturbés par leur environnement électronique et les propriétés magnétiques des atomes s'éloignent alors du comportement d'atomes isolés.

#### 2.2.1.1. Les oxydes de fer

Les oxydes de fer possédant une aimantation rémanente se composent d'ions  $\text{Fe}^{2+}$  et  $\text{Fe}^{3+}$  principalement. Le plus commun est la magnétite, de formule  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ . C'est un matériau ferrimagnétique qui présente l'avantage d'être facilement mis en œuvre en couches minces, notamment quand il est obtenu par pulvérisation cathodique radio-fréquence (RF). De plus, étant déjà présent sous sa forme oxydée, la magnétite a des propriétés stables dans le temps. Le moment magnétique résultant de la magnétite est de  $4.1 \mu_{\text{B}}/\text{mol}$  ce qui équivaut à une aimantation à saturation de  $0.6 \text{ T}$ , une valeur assez faible comparativement à d'autres matériaux. De plus, son champ coercitif  $H_c$  est de l'ordre de  $5 \text{ mT}$ , soit une dizaine de fois l'intensité du champ terrestre, ce qui est trop faible pour garantir une bonne résistance au retournement de son aimantation [86]. Malgré sa facilité d'élaboration et sa stabilité long terme, son aimantation et son champ coercitif sont trop faibles, ce qui est rédhibitoire pour une utilisation en tant que couche active d'un magnétomètre vibrant.



### 2.2.1.2. Les grenats de fer

Le grenat d'yttrium-fer  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  est également un matériau ferrimagnétique non conducteur, compatible avec des dépôts en couches minces par pulvérisation cathodique RF, dont le moment magnétique d'une maille vaut  $5 \mu_{\text{B}}$ /mol ce qui équivaut à une aimantation à saturation de 0.25 T [87]. Son champ coercitif est du même ordre de grandeur que la magnétite, soit de l'ordre de 5 mT. Pour les mêmes raisons que la magnétite, ce composé n'est pas pertinent pour une utilisation dans un magnétomètre vibrant.

### 2.2.1.3. Les ferrites de cobalt

Les spinelles de ferrite de cobalt  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  sont une autre variété d'oxyde de fer. Le  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  est intéressant car sa structure lui confère une très forte anisotropie magnétocristalline ce qui se traduit macroscopiquement par un grand champ coercitif selon une direction d'aimantation privilégiée. Celui-ci peut atteindre 0.5 T ce qui est considérable pour des matériaux en couches minces [88]. Cependant cette composition a une aimantation à saturation faible, de l'ordre de 0.5 T. De plus, une grande anisotropie magnétocristalline ne s'obtient que par épitaxie par jet moléculaire du matériau, une technique lente et souvent financièrement incompatible avec des procédés industriels.

## 2.2.2. Métaux de transitions

Les métaux de transition doivent leurs propriétés magnétiques à leur orbitale atomique 3d incomplète. Toutefois, les propriétés magnétiques de ces métaux ne s'expliquent pas par la théorie des moments isolés. En effet, l'orbitale 3d des métaux de transitions étant peu isolée, celle-ci interagit fortement avec les atomes voisins. Ainsi, les électrons des couches 3d sont délocalisés dans tout le matériau et contribuent à la conductivité électrique. Les propriétés magnétiques de ces matériaux ne s'expliquent alors que par la théorie des bandes, de la même façon que les propriétés électroniques des métaux et semiconducteurs.

### 2.2.2.1. Alliages de métaux de transitions

Parmi les métaux de transition, seulement cinq d'entre eux présentent des propriétés magnétiques dans leur forme pure à température ambiante : le nickel, le fer et le cobalt qui sont ferromagnétiques ainsi que le chrome et le manganèse qui sont antiferromagnétiques. Leurs propriétés sous forme d'alliages ont été longuement étudiées au début du 20ème siècle et sont bien connues à présent. Ainsi, le modèle de Slater-Pauling, issu des travaux des scientifiques du même nom dans les années 1930, a permis une approche théorique des propriétés magnétiques de ces alliages. Ce modèle permet d'estimer avec une bonne précision le moment magnétique moyen de chaque atome dans un alliage de métaux de transition. Les résultats, théoriques et expérimentaux, sont ainsi généralement représentés par la courbe de Slater-Pauling (FIGURE 2.8).

En observant cette figure, on constate que les plus grands moments magnétiques par atome sont obtenus pour des alliages de fer-cobalt, avec des moments de l'ordre de  $2.4 \mu_{\text{B}}$ /at

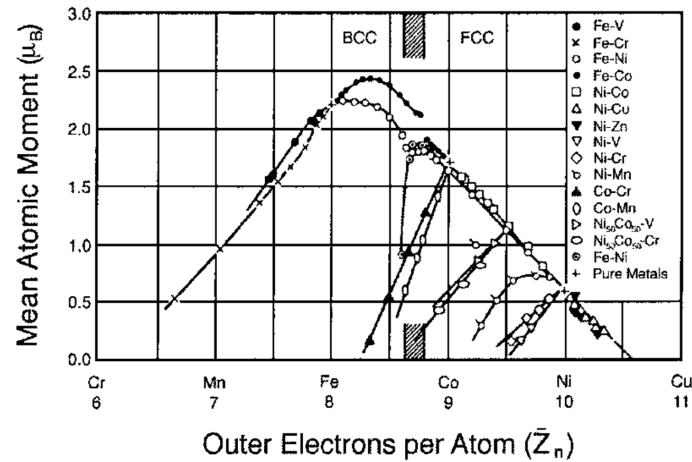


FIGURE 2.8 – La courbe de Slater Pauling illustrant le moment magnétique moyen par atome en fonction du nombre d’électrons sur leur couche 3d pour différents alliages [89].

ce qui correspond à une aimantation à saturation  $M_S = 2.45 \text{ T}$  en considérant une masse volumique  $d_{Fe_2Co} = 8300 \text{ kg/m}^3$  dans l’équation (2.11).

Dans les années 1960, Bozorth a quant à lui réalisé une synthèse des propriétés magnétiques pour de très nombreux alliages ternaires de métaux de transition à base de Fe, Ni, Co, Ti, V, Ta, W, Zr, Cu [90]. Il en ressort encore une fois que l’alliage présentant l’aimantation à saturation la plus élevée est  $Fe_{65}Co_{35}$  avec  $M_S = 2.45 \text{ T}$  (FIGURE 2.9).

L’alliage de fer-cobalt  $Fe_{65}Co_{35}$  est connu depuis près d’un siècle et présente de nombreux avantages qui le rendent intéressant pour l’application visée :

- Sa grande aimantation à saturation est idéale pour obtenir des capteurs très sensibles.
- Son cycle d’hystérésis selon son axe d’aimantation facile est rectangulaire, il a donc une aimantation rémanente proche de sa valeur à saturation ( $M_R/M_S \approx 1$ ).
- Il peut être élaboré sous forme de couches minces par pulvérisation cathodique RF.
- Son aimantation varie faiblement avec la température en raison de sa température de Curie élevée ( $T_C = 1250 \text{ K}$ ).
- Il ne nécessite pas nécessairement de recuit à haute température pour obtenir ses propriétés magnétiques.

Cependant, le champ coercitif de l’alliage  $Fe_{65}Co_{35}$  est faible ( $H_c < 5 \text{ mT}$ ). Son aimantation n’est donc pas robuste vis-à-vis de perturbations magnétiques extérieures et nécessite des ré-aimantations régulières du capteur. Cela reste toutefois le choix le plus pertinent parmi les alliages de métaux de transitions.

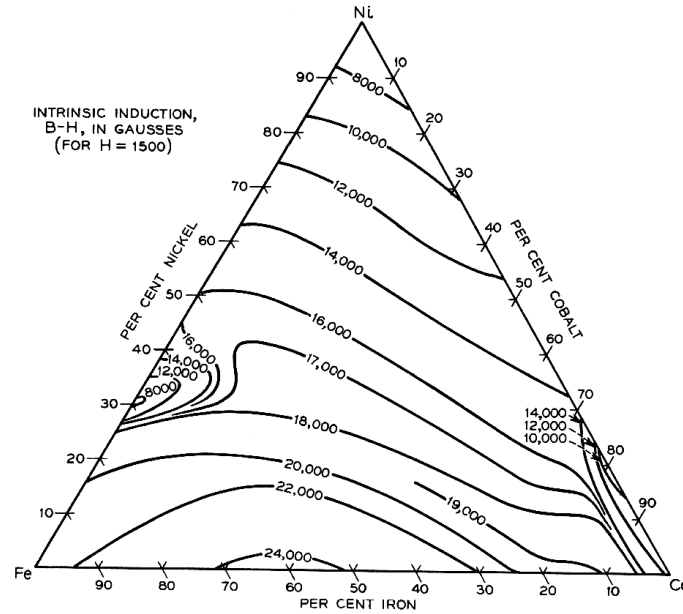


FIGURE 2.9 – Diagramme ternaire de FeCoNi approximant l’aimantation à saturation en fonction de la composition chimique [91].

## 2.2.2.2. Métamatériaux et alliages exotiques

### 2.2.2.2.1. Multicouches FeCo/Pd

Certains auteurs ont tenté d’obtenir de plus grandes aimantations à saturation en essayant d’obtenir des matériaux dépassant la limite de Slater-Pauling. NOMA et al. [92] ont par exemple eu l’idée de réaliser un multicouche de FeCo séparé par des couches minces de Pd pour exploiter le couplage RKKY parallèle entre couches de FeCo voisines. L’aimantation maximale des couches minces de FeCo est ainsi de  $M_S = 2.6 \text{ T}$  pour des épaisseurs de Pd de  $d_{Pd} = 0.14 \text{ nm}$  et de  $d_{FeCo} = 1.7 \text{ nm}$  pour le FeCo.

Malgré ce gain de 10% sur l’aimantation à saturation de FeCo, cette solution n’apporterait pas un gain significatif de performances pour le capteur. En effet, le gain d’aimantation ne provient que des couches FeCo, les couches de Pd ne contribuent pas à l’aimantation globale et sont un volume magnétique mort pour le capteur. A volume égal, l’aimantation macroscopique de l’empilement n’est donc que très peu augmentée car le palladium représente un volume mort de 10% également. Les autres propriétés du FeCo étant inchangées, cette solution bien qu’intéressante d’un point de vue théorique ne présente pas d’intérêt en pratique.

### 2.2.2.2.2. L'alliage FeN

Pour dépasser la limite théorique de Slater-Pauling, une idée est de modifier l'environnement électronique des atomes de Fe afin de se rapprocher de son moment magnétique d'atome libre. Dans cette optique, une étude menée par Takahashi, et reproduite de nombreuses fois depuis, a permis de réaliser un alliage de fer-azote, le  $\alpha'' - \text{Fe}_{16}\text{N}_2$  [93]. Cette phase quadratique-centrée de FeN présente une aimantation à saturation  $M_S = 2.9 \text{ T}$  jamais atteinte à température ambiante ( $M_S = 3.2 \text{ T}$  à 5 K). De plus, sa température de Curie est suffisamment élevée pour pouvoir utiliser ce matériau à température ambiante ( $T_C = 810 \text{ K}$ ) et son champ coercitif bien que faible reste du même ordre de grandeur que  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$  avec  $H_c = 3 \text{ mT}$ .

Toutefois, la phase  $\alpha''$  est métastable et tend à se décomposer en sa phase  $\alpha'$  qui présente une aimantation dégradée. Sa stabilisation pose encore problème actuellement. Obtenir cette phase nécessite des procédés de dépôts par épitaxie par jet moléculaire (MBE), sur des surfaces extrêmement propres. Actuellement, c'est la seule façon d'obtenir ce composé. Toutes les autres techniques (pulvérisation cathodique, électrodéposition, implantation ionique, recuit sous  $\text{N}_2$ , ...) ne permettent d'obtenir que des fractions de phase  $\alpha''$  dans une phase  $\alpha'$  principale qui n'a pas de propriétés magnétiques particulières. De plus, même déposée par MBE la phase  $\alpha''$  reste métastable et se décompose de façon irréversible si elle est soumise à des températures supérieures à 500 K.

Bien que présentant un potentiel indéniable pour des applications nécessitant des couches minces à forte aimantation, aucun procédé de dépôt n'est assez robuste pour permettre l'utilisation d'un point de vue industriel du composé  $\alpha'' - \text{Fe}_{16}\text{N}_2$ .

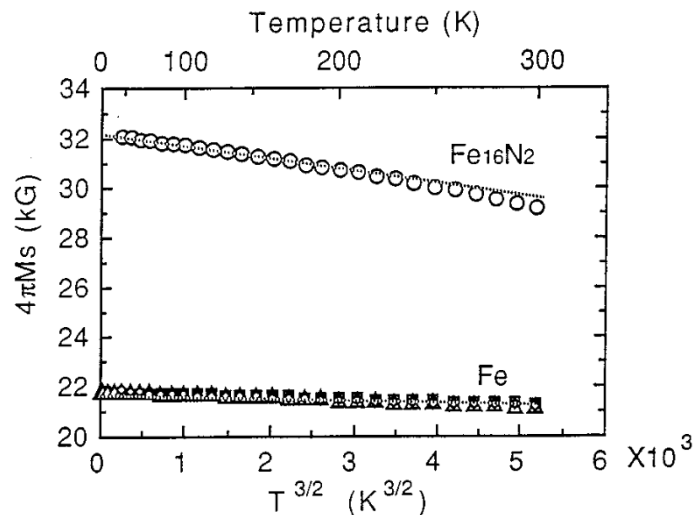


FIGURE 2.10 – Aimantation à saturation d'un alliage mono-cristallin de  $\alpha'' - \text{Fe}_{16}\text{N}_2$  élaboré par épitaxie par jets moléculaires sur des substrats d'AsGa(001) [94].

### 2.2.3. Les Terres Rares

L'orbitale 4f non saturée des terres rares leur confère des moments magnétiques bien supérieurs à ceux des métaux de transition. Toutefois, ce sont des atomes lourds, ayant par conséquent un rayon atomique important, leur aimantation à saturation n'est donc pas pour autant nettement supérieure à celle des métaux de transition. Malgré cela, leurs propriétés magnétiques restent exceptionnelles et les rendent très intéressants d'un point de vue industriel.

#### 2.2.3.1. Matériaux purs

Les terres rares dans leur forme pure possèdent une très grande aimantation à saturation, nettement supérieure à l'aimantation de l'alliage  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$ , et peuvent être déposées sous forme de couches minces par pulvérisation cathodique par exemple, ce qui en fait de très bonnes candidates pour des applications nécessitant des aimantations importantes. Toutefois cette aimantation maximale n'apparaît que pour des températures cryogéniques (FIGURE 2.11). En effet, seul le Gadolinium possède une température de Curie proche de la température ambiante avec  $T_C = 294\text{ K}$ . Dans leur forme pure, le champ d'application des terres rares est réduit et se limite principalement à l'amélioration d'électroaimants en substituant les classiques pôles en FeCo par des pièces en Holmium par exemple [95]. Elles ne sont donc pas de bonnes candidates pour des applications à température ambiante (FIGURE 2.11).

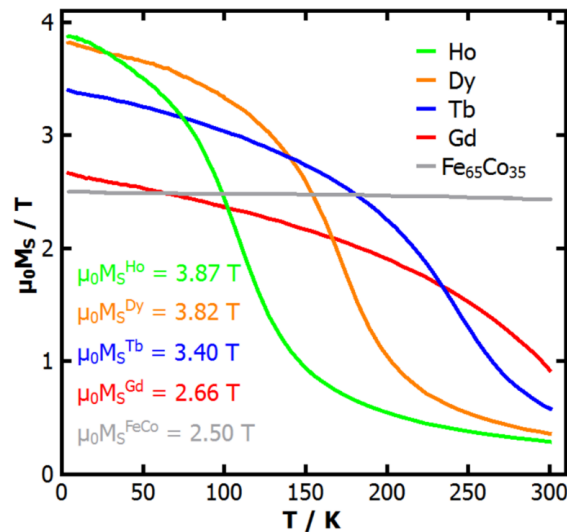


FIGURE 2.11 – Aimantation à saturation en fonction de la température de différentes terres rares en comparaison à l'alliage  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$ , d'après [96].

### 2.2.3.2. Alliages et métamatériaux de Terres Rares

La couche 4f des terres rares a une faible extension spatiale comparativement à la distance interatomique dans un solide. Les moments magnétiques des terres rares peuvent alors être considérés comme parfaitement isolés dans un alliage. Le couplage ferromagnétique ou antiferromagnétique entre atomes n'est alors dû qu'au couplage RKKY par les électrons de conduction. Du fait de la distance interatomique relativement constante dans les alliages de terres rares, la grande majorité d'entre eux présente un couplage RKKY ferromagnétique entre atomes et donc potentiellement des aimantations élevées. Toutefois, ces alliages ne permettent pas de modifier le moment magnétique de chaque atome. Il n'y a donc pas d'augmentation de l'aimantation à saturation du matériau en comparaison à leur forme pure (FIGURE 2.12), contrairement aux métaux de transition, comme expliqué au paragraphe 2.2.2.

Certains métamatériaux, constitués d'un empilement de terres rares et de couches non magnétiques, telles que Ta/Tb/Ta ou Ta/Dy/Ta, permettent toutefois d'augmenter sensiblement leur température de Curie en raison de fortes contraintes internes dans les couches minces. Pour autant, la température de Curie reste éloignée de la température ambiante avec respectivement 170 K et 216 K pour les deux exemples cités précédemment [96].

Bien que les matériaux à base de terres rares présentent une aimantation considérable et qu'ils puissent être facilement déposés en couches minces sans procédés particuliers, le fait qu'ils ne puissent pas être utilisés sans un système de refroidissement est rédhibitoire pour une application dans un capteur à faible consommation.

### 2.2.3.3. Alliages de terres rares et de métaux de transitions

Connaissant les propriétés d'aimantation particulières des terres rares et les températures de Curie élevées des métaux de transitions, une idée naturelle est d'allier ces deux familles pour combiner leurs avantages. Ainsi, les aimants permanents du commerce sont bien souvent constitués d'un alliage de ces deux familles. Les propriétés magnétiques de ces alliages ont été longuement étudiées au cours des années 1970, notamment par Buschow [98]. Ce dernier a montré que les atomes des alliages terres rares/métaux de transition ont tendance à se coupler antiparallèlement pour former des matériaux ferrimagnétiques ayant par conséquent des aimantations à saturation réduites. Toutefois, certains alliages riches en métaux de transition permettent d'obtenir des alliages utilisables à température ambiante. Parmi les alliages standards, on peut citer :

- Les aimants au néodyme,  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ , souvent utilisés dans l'industrie dans les rotors d'éoliennes ou les moteurs électriques par exemple en raison de leur fort champ coercitif ( $H_c = 1.8 \text{ T}$ ) et de leur aimantation rémanente importante ( $\mu_0 M_R = 1$  à  $1.5 \text{ T}$ ). Ils peuvent également être utilisables en couches minces grâce à des dépôts par pulvérisation cathodique. Ils souffrent cependant d'une grande dépendance de

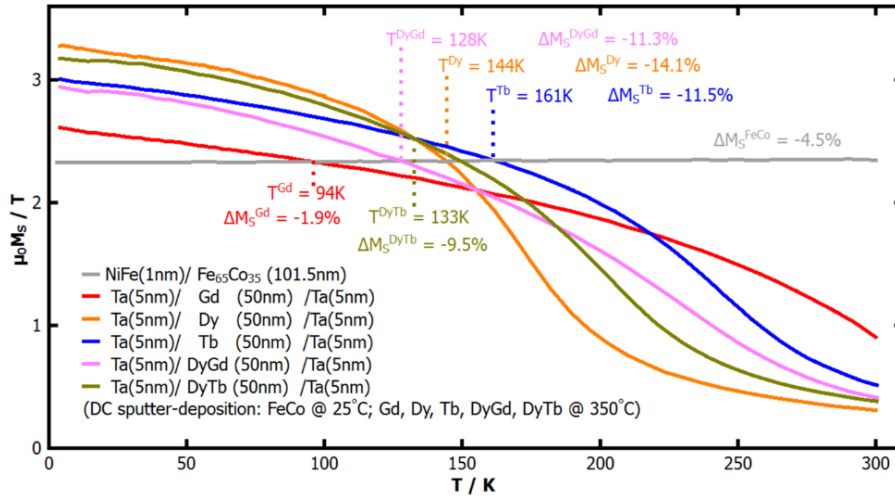


FIGURE 2.12 – Aimantation à saturation en fonction de la température de différents alliages de terres rares en comparaison à leur forme pure, d’après [97].

leurs propriétés à la température, avec une température d’utilisation maximale comprise entre 80 et 230 °C selon l’alliage utilisée. De plus, ils s’oxydent facilement et possèdent de fortes contraintes internes en couches minces ce qui rend leur utilisation en tant qu’aimants permanents très difficile dans des dispositifs MEMS [99]. Enfin, ils nécessitent des recuits à haute température (600 °C) pour cristalliser en couche mince, ce qui est supérieur à la température de transition de phase  $\alpha - \beta$  du quartz, et donc incompatible avec ce type de résonateur piézoélectrique. Toutefois, il est possible d’utiliser ces matériaux dans les MEMS en modélant la surface du dépôt pour limiter les contraintes internes au dépôt [100], [101].

- Les composés SmCo (SmCo<sub>5</sub> et Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub>) ont les même applications que les aimants au néodyme en raison de leur grand champ coercitif. Ils ont l’avantage d’être théoriquement utilisables à plus haute température ( $T_C = 730$  à  $880$  °C) mais du fait de leur grande réactivité chimique ils sont difficilement utilisables à ces températures sans risques d’oxydation. En pratique, leur température d’utilisation maximale est plutôt comprise entre 250 et 550 °C. De plus l’aimantation des couches minces n’est pas parmi les plus élevées (0.8 à 1.2 T) [102]. Néanmoins, tout comme pour les aimants NdFeB, certains procédés de fabrication impliquant de modeler la surface de dépôt permettent d’utiliser SmCo en tant que couche active dans les MEMS [101], [103], [104].

Finalement, les terres rares aussi bien dans leur forme pure qu’en alliage ne présentent qu’un intérêt mitigé dans le cadre du développement d’un magnétomètre de type MEMS. En effet, bien que présentant des aimantations importantes ainsi que de forts champs coercitifs, ces bonnes caractéristiques ne sont utilisables qu’avec un système de refroidisse-

ment ce qui est non envisageable pour un capteur à basse consommation. De plus, les terres rares en couches minces ont tendance à s'oxyder facilement et à subir des relâchements de contraintes ce qui nuit à leur stabilité long terme et, in fine, à celle du capteur. Pour ces raisons, leur utilisation n'est pas envisageable dans le cadre de l'application visée. Néanmoins, les alliages de NdFeB et SmCo pourraient être envisageable pour des applications dans des MEMS en quartz, au prix d'une augmentation de la complexité du procédé de fabrication. En effet, leur utilisation nécessite impérativement un modelage de la surface de dépôt pour limiter les contraintes internes au dépôt.

#### 2.2.4. Synthèse/Conclusion

Pour conclure, les oxydes de fer présentent les avantages d'être facilement utilisables en couches minces et de posséder une excellente stabilité à long terme car ils sont déjà dans leur état oxydé. Cependant, leurs propriétés magnétiques sont médiocres en raison d'une faible aimantation à saturation ( $\mu_0 M_S < 0.8 \text{ T}$ ) ainsi que d'un faible champ coercitif de l'ordre de quelques milliteslas (excepté pour les ferrites de cobalt).

Les terres rares quant à elles présentent le double avantage d'une forte aimantation surpassant tout autre type de matériau et d'un grand champ coercitif en raison de leur forte anisotropie magnétocristalline. Cependant, les valeurs d'aimantation importantes ne sont obtenues que pour des températures cryogéniques, rendant impossible leur utilisation dans un capteur basse consommation. De plus, les quelques alliages permettant d'obtenir des aimantations acceptables à température ambiante (NdFeB et SmCo) ont de multiples problèmes : fortes contraintes dans les couches minces, faible température de Curie, oxydation facile. L'utilisation des terres rares et de leurs alliages est par conséquent inenvisageable pour réaliser un capteur de type MEMS en raison des fortes variations des propriétés aussi bien mécaniques que magnétiques de ces matériaux. Cette conclusion est toutefois à modérer car des procédés de fabrications plus complexes, combinant modelage de la surface de dépôt et couche de protection contre l'oxydation, pourrait être envisagés pour des applications dans les MEMS [103], [104]

Finalement, seuls les alliages de métaux de transition sont potentiellement utilisables en couches minces à température ambiante. En effet, à quelques exceptions près ( $\alpha''\text{-Fe}_{16}\text{N}_2$ ) ils sont tous facilement déposables en couches minces par pulvérisation cathodique et ne nécessitent pas de traitement thermique incompatible avec le procédé de fabrication de résonateurs en quartz. De plus, leur température de Curie élevée, supérieure dans la quasi totalité des cas à 1000 K, les rend peu sensibles aux variations de température (FIGURE 2.6). Ils ont également les aimantations à saturation les plus importantes pour des utilisations à température ambiante et sont donc les plus adaptés pour obtenir un capteur à forte sensibilité. Leur principal défaut réside dans leur faible champ coercitif, de quelques milliteslas, ce qui nécessite d'intégrer un procédé de ré-aimantation des couches minces du capteur, similaire à celui utilisé dans les AMRs, et complexifie le fabrication



du capteur en plus d'augmenter sa consommation.

Parmi les matériaux cités précédemment, le plus pertinent pour l'application visée est donc le  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$  (TABLE ??), qui possède la plus forte aimantation à saturation à température ambiante ainsi qu'un rapport  $M_R/M_S$  proche de 1 ce qui confère à son aimantation rémanente une plus grande stabilité. Toutefois son faible champ coercitif est problématique car cela engendre une faible robustesse de l'aimantation, et donc de la sensibilité du capteur, vis à vis de perturbations magnétiques.

TABLE 2.5 – Synthèse des propriétés de différents types de matériaux ferromagnétiques en couches minces.

Matériau	$\mu_0 M_S$ (T)	$T_C$ (K)	$H_c$ (mT)	Corrosion	Dépôt
$\alpha'' - \text{Fe}_{16}\text{N}_2$	2.9	810	3	+	--
$\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$	2.45	1200	2	-	++
$\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$	1 - 1.5	580 - 670	1000 - 2500	--	-
$\text{SmCo}_5$	0.8 - 1.2	1000 - 1150	600 - 2500	--	-
$\text{CoFe}_2\text{O}_4$	0.5	500	500	++	++

### 2.3. Le couplage d'échange entre couches ferromagnétiques et couches antiferromagnétiques

Pour pallier les problèmes de robustesse de l'aimantation rémanente d'une couche mince magnétique, par exemple  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$ , une solution envisageable est de décaler le cycle d'hystérésis du matériau en exploitant le couplage d'échange entre un matériau ferromagnétique et antiferromagnétique, ce qui permet d'imposer un unique point de fonctionnement pour l'aimantation des couches minces magnétiques (« exchange bias »). L'intérêt de cette méthode pour réaliser des aimants permanents en couches minces a été démontré récemment par Ettelt [67].

L'avantage d'un tel cycle est double. D'une part l'aimantation rémanente est unique, il n'y a donc plus de problème de robustesse de l'aimantation car, si le capteur subit une forte perturbation magnétique, l'aimantation des couches minces reviendra systématiquement à son état de polarisation initiale. D'autre part, les cycles d'hystérésis des matériaux magnétiques ne sont jamais parfaitement rectangulaires, ce qui entraîne une variation d'aimantation, et donc de la sensibilité du capteur, en fonction du champ magnétique appliqué. En décalant le cycle d'hystérésis, l'aimantation varie plus faiblement pour de petites variations de champ et la sensibilité au champ magnétique du capteur devient quasi indépendante du champ appliqué (FIGURE 2.13).

Après une description de ce phénomène, le choix des matériaux retenus sera expliqué puis une caractérisation des multicouches magnétiques sur des substrats en quartz sera

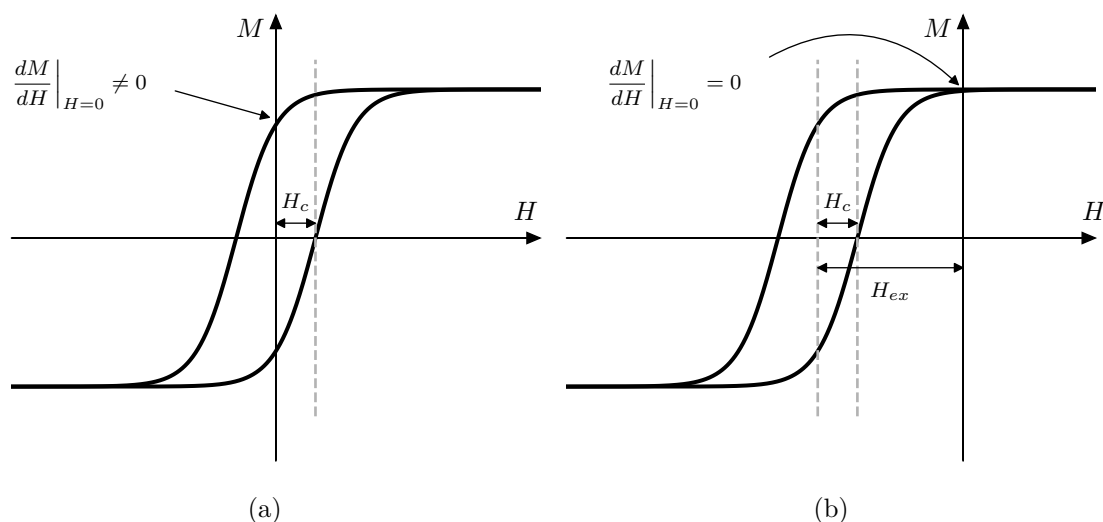


FIGURE 2.13 – Illustration d’un cycle d’hystérésis sans (a) et avec (b) champ d’échange. En utilisant un champ d’échange, il est possible d’avoir une unique valeur d’aimantation rémanente ainsi qu’une sensibilité nulle pour l’aimantation vis-à-vis des champs magnétiques faibles.

réalisée.

### 2.3.1. Le couplage d’échange

#### 2.3.1.1. Présentation

Le couplage d’échange est un phénomène d’interface entre deux couches minces, l’une ferromagnétique, l’autre antiferromagnétique. Ce couplage, connu depuis 1956 et les travaux de Meiklejohn [105], se traduit macroscopiquement par un décalage du cycle d’hystérésis de l’empilement pour des champs magnétiques appliqués le long de l’axe facile, et par des cycles étroits, le long de l’axe difficile, perpendiculairement à l’axe facile.

Cet effet d’anisotropie a été longuement étudié durant les années 1990 car il a un grand intérêt pratique dans les dispositifs à magnétorésistance géante (têtes de lectures des disques durs, capteurs AMR, mémoires MRAM, ...). La littérature est donc abondante sur ce sujet. Nogués et Berkowitz ont chacun réalisé un état de l’art des matériaux et des théories existantes concernant l’anisotropie d’échange [80], [106]. Ces travaux seront largement utilisés par la suite pour identifier les matériaux d’intérêt pour l’application visée.

Le principe physique mis en jeu est assez simple : un matériau antiferromagnétique possède des spins couplés antiparallèlement dont l’orientation est peu perturbée par l’application d’un champ magnétique externe, pour des températures inférieures à sa température de Néel  $T_N$  (paragraphe 2.1.4). Si un matériau ferromagnétique est déposé en contact avec un matériau antiferromagnétique, les spins de la couche ferromagnétique à l’interface subissent l’influence de la couche antiferromagnétique et sont eux même peu perturbés par

l'application d'un champ magnétique, créant une anisotropie unidirectionnelle. Les spins de la couche ferromagnétique sont bloqués dans une direction par une forte interaction d'échange avec les spins de la couche antiferromagnétique.

Bien qu'il soit possible d'observer cet effet sans réaliser de traitement particulier, il est courant d'effectuer un refroidissement sous champ magnétique en partant de températures supérieures à  $T_N$  (mais inférieures à  $T_C$ ) pour maximiser l'effet d'anisotropie. En effet, en dépassant  $T_N$ , les spins de la couche antiferromagnétique sont alors libres de s'aligner selon le champ appliqué. En refroidissant, ils maintiennent leur orientation à l'interface avec ceux de la couche ferromagnétique et le couplage d'échange est alors maximal car tous les spins à l'interface sont alignés selon une même direction (FIGURE 2.14).

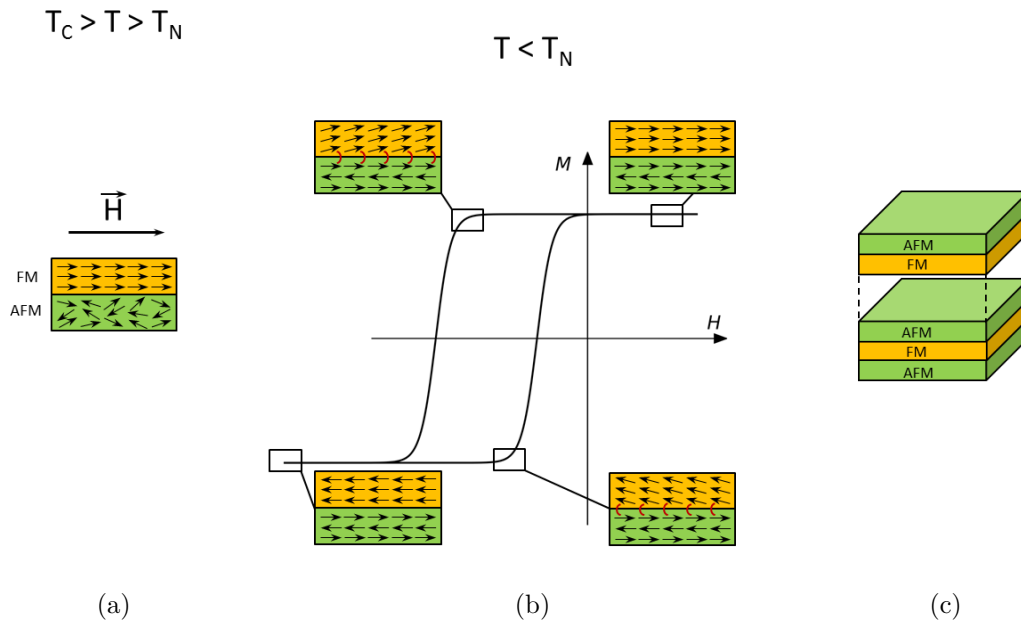


FIGURE 2.14 – Représentation de l'orientation des spins dans un bicouche FM/AFM sous champ magnétique pour des températures supérieures à  $T_N$  (a) et inférieures à  $T_N$  (b). Illustration d'un empilement AFM/FM (c).

### 2.3.1.2. Grandeurs caractéristiques

#### 2.3.1.2.1. La constante d'échange $J_{ex}$

L'efficacité du couplage ferromagnétique/antiferromagnétique (FM/AFM) dépend fortement des matériaux utilisés, de leur épaisseur respective, de la température du système mais aussi de la qualité de l'interface entre FM et AFM. Le premier modèle d'anisotropie d'échange, explicité par Meiklejohn peu après sa découverte, donne une explication en termes énergétiques de l'origine de l'anisotropie d'échange [107]. Meiklejohn considère que l'énergie au sein d'un bicouche FM/AFM peut se mettre sous la forme :

$$E_{surf} = -HM_{FM}t_{FM} \cos(\gamma - \beta) + K_{FM}t_{FM} \sin^2(\beta) + K_{AFM}t_{AFM} \sin^2(\alpha) - J_{ex} \cos(\beta - \alpha) \quad (2.14)$$

où le premier terme correspond à l'énergie Zeeman, due à l'interaction entre l'aimantation de la couche mince FM et le champ appliqué  $H$ . Les termes en  $K_{FM}$  et  $K_{AFM}$  illustrent l'anisotropie magnétocristalline des différentes couches et le dernier terme  $J_{ex}$  caractérise l'énergie d'échange entre couches FM et AFM. Les différents angles  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  représentent quant à eux respectivement l'angle entre l'aimantation de la couche FM et l'axe d'anisotropie du FM, l'aimantation de la couche AFM et l'axe d'anisotropie du AFM et le champ appliqué et l'axe d'anisotropie du FM.

Dans son modèle, Meiklejohn suppose que les axes d'anisotropie des deux couches sont identiques et que l'énergie d'anisotropie du FM est négligeable, ce qui est souvent vrai en pratique. En prenant en compte ces hypothèses, il existe des valeurs particulières pour  $\alpha$  et  $\beta$  permettant d'être dans un état stable, c'est à dire dans un état d'énergie minimale. On peut montrer analytiquement que deux cas sont possibles :

- $K_{AFM}t_{AFM} > J_{ex}$ , c'est à dire dans le cas où l'anisotropie magnétocristalline de l'AFM est plus forte que l'énergie d'échange. Alors il existe un décalage du cycle d'hystérésis.
- $K_{AFM}t_{AFM} \ll J_{ex}$ . Dans ce cas, il est énergétiquement plus favorable de conserver un angle faible entre  $\alpha$  et  $\beta$ . Les spins de la couche AFM suivent ceux de la couche FM, il n'y a plus d'anisotropie d'échange.

Dans le cas limite où  $K_{AFM}t_{AFM} \gg J_{ex}$  alors  $\alpha = 0$ , les spins de la couche AFM sont maintenus dans une direction unique. Ainsi, quelque soit  $\beta$  et pour un champ  $H$  selon l'axe facile ( $\gamma = 0$ ), on montre que la minimisation de l'équation (2.14) implique :

$$H_{ex} = \frac{J_{ex}}{M_{FM} t_{FM}} \quad (2.15)$$

où  $H_{ex}$  est le champ d'échange (en A/m), c'est à dire le décalage du cycle d'hystérésis,  $M_{FM}$  l'aimantation à saturation du matériau ferromagnétique (en T),  $t_{FM}$  l'épaisseur de la couche ferromagnétique utilisée (en m) et  $J_{ex}$  la constante d'échange caractéristique du système FM/AFM (en J/m<sup>2</sup>), qui représente l'énergie surfacique mis en jeu à l'interface FM/AFM.

Ce modèle, bien que simplifié, a le mérite d'expliquer qualitativement l'origine de l'anisotropie d'échange. Cependant, les valeurs de champ d'échange calculées sont bien souvent de plusieurs ordres de grandeurs au-dessus des valeurs mesurées expérimentalement, ce modèle ne permet donc pas de rendre compte quantitativement de la réalité. Des modèles plus complexes existent afin de prendre en compte des interfaces imparfaites ou bien des

matériaux multidomains, avec un meilleur accord avec les mesures [80], [106]. Malgré leur complexité, tous les modèles peuvent se ramener à l'équation (2.15), dans laquelle  $J_{ex}$  n'est plus l'énergie d'échange entre FM et AFM, mais une énergie d'échange effective, dépendant des paramètres du modèle utilisé, ce qui fait de  $J_{ex}$  une bonne grandeur pour comparer les matériaux entre eux.

### 2.3.1.2.2. L'épaisseur de la couche antiferromagnétique $t_{AFM}$

La constante d'échange  $J_{ex}$  dépend en général peu de la couche FM, c'est une grandeur qui dépend principalement de la couche AFM, en particulier de son épaisseur. Pour tout couple FM/AFM, il existe une épaisseur minimale  $t_{AFM,min}$  à partir de laquelle le couplage d'échange apparaît (FIGURE 2.15).

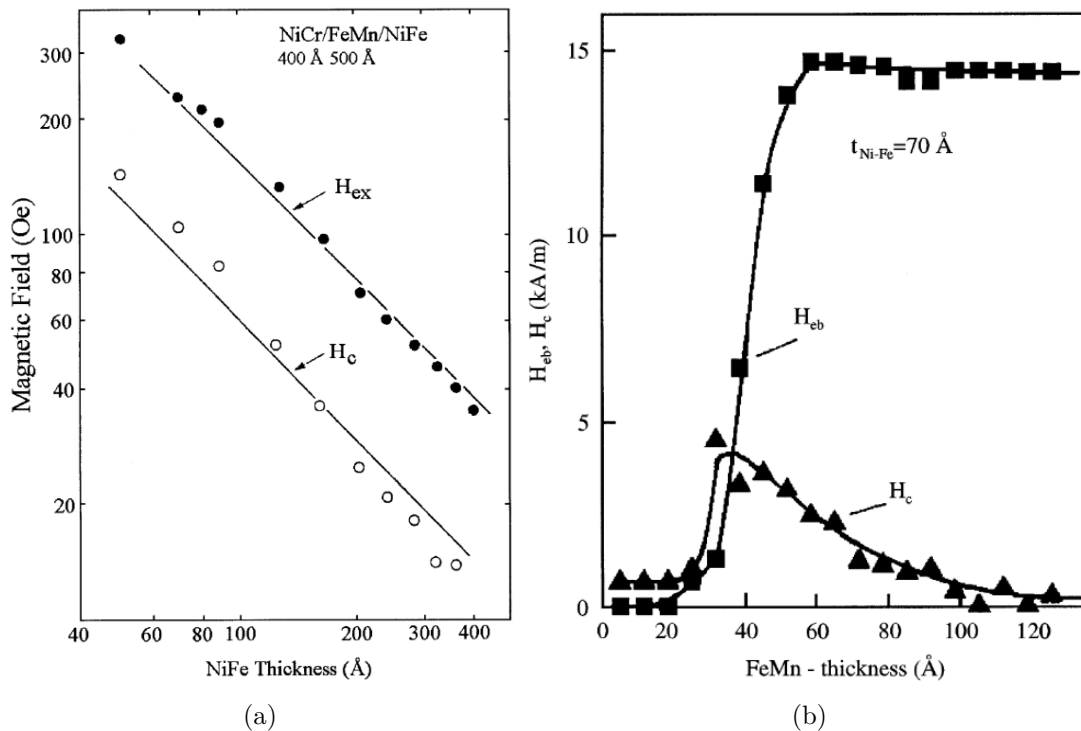


FIGURE 2.15 – Illustration de la variation du champ d'échange et du champ coercitif en fonction de l'épaisseur de la couche ferromagnétique (a) et antiferromagnétique (b) dans l'empilement NiCr/FeMn/NiFe [80].

Le fait qu'il existe une épaisseur minimale pour observer une anisotropie d'échange se comprend simplement à partir de l'équation (2.14) et des discussions qui ont suivi. Comme expliqué précédemment, pour observer un décalage de cycle d'hystérésis, il est nécessaire que la condition  $K_{AFM} t_{AFM} > J_{ex}$  soit vérifiée. Par conséquent, il existe nécessairement une épaisseur minimale de l'AFM pour laquelle cette relation n'est plus vérifiée et à partir de laquelle le couplage d'échange ne peut plus exister. Plus l'épaisseur augmente et plus  $J_{ex}$  devient négligeable devant  $K_{AFM} t_{AFM}$ , le décalage de cycle devient maximal et on revient au cas de l'équation (2.14), comme illustré dans la FIGURE 2.15.

### 2.3.1.2.3. La température de blocage $T_B$

De même que pour les matériaux ferromagnétiques, il existe une température  $T_B$  à partir de laquelle l'énergie d'interaction entre couches FM/AFM devient négligeable devant l'agitation thermique et où le couplage d'échange disparaît. Cette température est au mieux égale à la température de Néel  $T_N$  du matériau antiferromagnétique. Au-dessus l'AFM devient paramagnétique et le couplage d'échange ne peut plus exister. Pour des couches AFM très minces, de l'ordre de quelques nanomètres d'épaisseur et en deçà, la température de blocage  $T_B$  est en général plus basse que  $T_N$  en raison d'une évolution de la microstructure de la couche mince [108], [109].

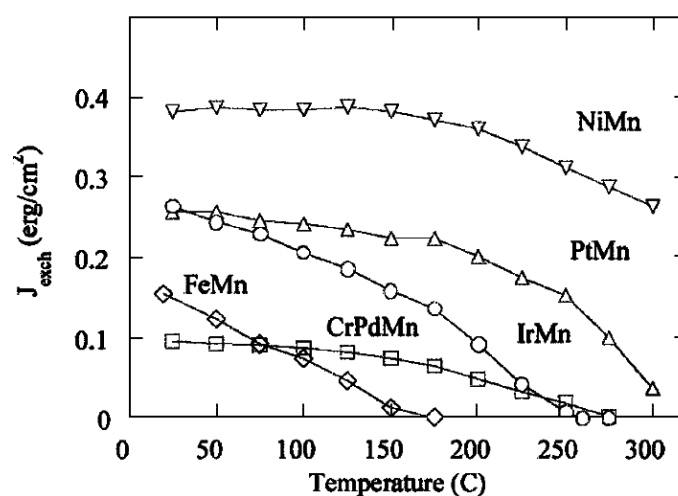


FIGURE 2.16 – Variation de l'énergie d'échange  $J_{ex}$  pour différents matériaux antiferromagnétiques couplés à des couches FM en NiFe [17]

### 2.3.2. Choix des matériaux magnétiques

Afin d'améliorer la stabilité de l'aimantation rémanente de l'alliage de fer-cobalt retenu précédemment, le matériau AFM doit répondre à plusieurs impératifs :

- Le champ d'échange généré par l'interaction entre  $Fe_{65}Co_{35}$  et le matériau doit être le plus grand possible, a minima égal au champ coercitif de  $Fe_{65}Co_{35}$  pour avoir une seule valeur d'aimantation rémanente possible et ainsi être insensible aux perturbations magnétiques (FIGURE 2.13). Pour cela, il est important de choisir un matériau AFM présentant une grande constante d'échange  $J_{ex}$ .
- Pour une bonne stabilité en température, la température de blocage  $T_B$  doit être la plus élevée possible, a minima 150 °C, pour que l'empilement de couches magnétiques soit fonctionnel dans toute la gamme d'utilisation du capteur. Conjointement, le champ d'échange doit peu évoluer avec la température pour garantir  $H_{ex} > H_c$ .
- Le procédé de fabrication de l'empilement magnétique doit être compatible avec celui du résonateur, ce qui élimine les matériaux devant subir un traitement thermique à

haute température, typiquement supérieur à 300 °C, afin de ne pas endommager les électrodes du résonateur.

- L'épaisseur minimale pour utiliser l'AFM doit être la plus faible possible pour minimiser l'épaisseur totale du dépôt afin de limiter les contraintes internes.
- Le matériau doit être résistant à la corrosion pour limiter l'évolution de ses propriétés dans le temps.

Noguès et Schuller ont réalisé une comparaison des matériaux AFM couramment utilisés dans les vannes de spins, une application dans laquelle les matériaux AFM jouent le même rôle que dans une magnétomètre de type MEMS, à savoir maintenir l'aimantation de la couche FM dans une direction [80]. Il existe principalement deux familles de matériaux AFM utilisées pour réaliser une anisotropie d'échange :

- Les oxydes de métaux de transitions.
- Les alliages de métaux de transition - manganèse.

### 2.3.2.1. Les oxydes antiferromagnétiques de métaux de transitions

Les oxydes de métaux de transition sont historiquement les premiers matériaux AFM à avoir été découverts, par oxydation du métal de transition correspondant (CoO, NiO, FeO, NiFeO<sub>2</sub>) [110]-[112]. Ils ont été longuement étudiés dans les dispositifs à magnétorésistance car ils présentent l'avantage d'être très résistifs, le courant de fuite les traversant est donc faible. Cette caractéristique n'a cependant aucun intérêt pour réaliser un magnétomètre à lame vibrante. Parmi ces oxydes, NiO est le seul à pouvoir être utilisé à température ambiante avec une énergie d'échange significative (TABLE 2.6).

TABLE 2.6 – Exemples d'oxydes de métaux de transition antiferromagnétiques avec leur énergie d'échange  $J_{ex}$  et température de blocage  $T_B$  associées.  $J_{ex}$  est donnée pour des épaisseurs suffisamment importantes de l'AFM, afin que celle-ci soit considérée comme maximale pour le matériau étudié [80].

Matériau	$J_{ex}$ (nJ/cm <sup>2</sup> )	$T_B$ (K)	$T_N$ (K)	$t_{AFM,min}$ (nm)	recuit
NiO [113], [114]	29	450	520	35	×
CoO (10 K) [115]	350	290	290	-	×
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> [116]	7	450	950	50	×
FeNiO <sub>2</sub> [117]	80	200	200	-	×

### 2.3.2.2. Les métaux antiferromagnétiques

Bien que présentant une faible résistivité électrique, les métaux antiferromagnétiques ont été largement étudiés en raison de leur température de blocage nettement supérieure à celle des oxydes, ce qui permet l'utilisation de vanes de spins à plus haute température. Contrairement aux oxydes antiferromagnétiques, la plupart des métaux antiferromagnétiques nécessitent un traitement thermique après l'élaboration des couches. En effet, après dépôt ces métaux sont dans une phase métastable paramagnétique. Un traitement thermique à basse température ( $< 300\text{ °C}$ ) de quelques heures permet de faciliter la transition de la phase paramagnétique vers la phase antiferromagnétique du métal.

Aucun des matériaux présentés dans la TABLE 2.7 n'est idéal pour réaliser un magnéto-mètre selon les critères établis précédemment (page 61). En effet IrMn présente l'avantage d'être utilisable avec des couches particulièrement minces sans subir de traitement thermique, cependant son couplage d'échange est deux fois plus faible que celui des autres métaux. FeMn semble être idéal, cependant ce matériau est facilement oxydable et possède une énergie d'échange qui décroît fortement avec la température (FIGURE 2.16). CrPtMn et PtMn sont de bons compromis en termes d'épaisseur minimale et de constante d'échange, de plus leurs propriétés évoluent peu avec la température. Cependant, en raison du prix élevé du platine, ces alliages sont rarement utilisables en milieu industriel.

Finalement, malgré une épaisseur minimale de 40 nm, NiMn reste le métal antiferromagnétique présentant la meilleure stabilité en température ainsi que le plus fort couplage d'échange. De plus, du fait de sa résistance à la corrosion, c'est un matériau chimiquement stable dans le temps. Enfin, le nickel et le manganèse sont des matériaux courants et bon marché comparativement au platine. Pour ces raisons, NiMn a été retenu pour réaliser une structure multicouche FM/AFM.

TABLE 2.7 – Exemples de métaux antiferromagnétiques avec leur énergie d'échange  $J_{ex}$  et température de blocage  $T_B$  associées.  $J_{ex}$  est donnée pour des épaisseurs  $t_{AFM,min}$  suffisamment importantes de l'AFM, afin que  $J_{ex}$  soit considérée comme maximale pour le matériau étudié [80].

Matériau	$J_{ex}$ (nJ/cm <sup>2</sup> )	$T_B$ (K)	$T_N$ (K)	$t_{AFM,min}$ (nm)	recuit
NiMn [113]	46	770	1070	40	✓
FeMn [113], [118]	47	420	490	12	✓
CrPtMn [119]	35	600	-	20	✓
PtMn [120]	32	400	480	20	✓
IrMn [121]	19	550	900	10	×



### 2.4. Développement d'un procédé de dépôt et caractérisation d'empilements de couches minces ferro/antiferromagnétiques

L'anisotropie d'échange étant un effet d'interface, plus l'épaisseur du matériau ferromagnétique est importante et plus le décalage de cycle d'hystérésis sera faible (Eq. 2.15). Ceci est problématique car l'aimantation d'une couche ferromagnétique, et donc la sensibilité d'un magnétomètre, sont directement proportionnelles à l'épaisseur du matériau ferromagnétique utilisé. Pour contourner ce problème, il est possible de réaliser un grand nombre d'interfaces en réalisant un multicouche FM/AFM (FIGURE 2.14 et FIGURE 2.17). Ainsi, chaque système FM/AFM agit comme un bicouche isolé, le champ d'échange est donc inchangé et il est possible de maximiser l'épaisseur totale de matériau ferromagnétique pour obtenir une bonne sensibilité du magnétomètre en réalisant un empilement de couches FM/AFM. L'épaisseur totale est toutefois limitée par les contraintes internes et par l'adhérence du multicouche sur le substrat.

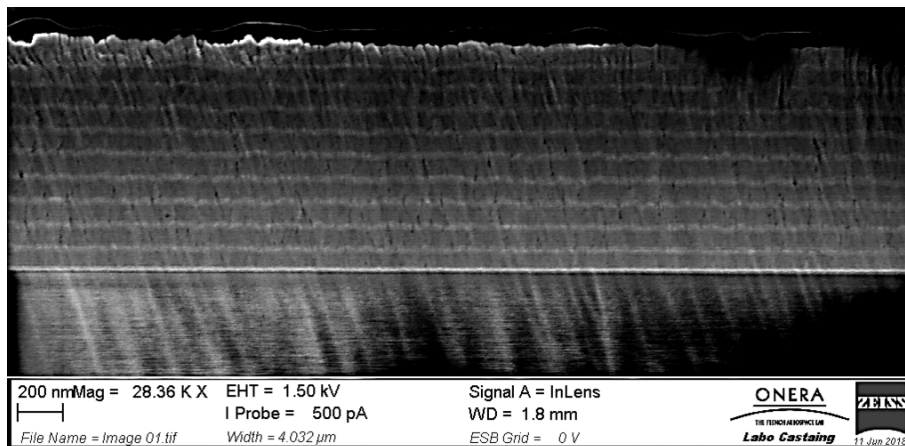


FIGURE 2.17 – Image MEB de la section d'un substrat de quartz (001) sur lequel un empilement du type  $\text{NiCr}_{(20\text{nm})} / \left[ \text{NiMn}_{(75\text{nm})} / \text{FeCo}_{(25\text{nm})} \right]_{10} / \text{NiMn}_{(75\text{nm})}$  a été déposé, après décapage ionique. Le substrat est en bas de l'image, la couche la plus claire correspond à la couche d'accroche en NiCr sur laquelle a été réalisé l'empilement.

L'état de l'art des matériaux ferro- et antiferromagnétiques présentés jusqu'alors concerne des couches minces en grande majorité déposées sur des substrats en silicium oxydés, plus rarement sur des substrats en arséniure de gallium. Les propriétés des couches déposées sur des substrats en quartz sont méconnues et de nombreux paramètres peuvent les influencer : taille et orientation des grains cristallographiques, contraintes internes, température et temps du traitement thermique, épaisseurs des différentes couches minces et rugosité de surface.

Dans le but de connaître et d'optimiser les propriétés des matériaux retenus sur des substrats en quartz, à savoir  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$  pour le matériau FM et  $\text{Ni}_{50}\text{Mn}_{50}$  pour le matériau AFM, des dépôts d'épaisseurs variables suivis de différents traitements thermiques ont été

réalisés puis caractérisés.

#### 2.4.1. Conditions d'élaboration et de traitement thermique des structures multicouches FM/AFM

Les empilements de couches magnétiques sont réalisés par pulvérisation cathodique radiofréquence. Les matériaux utilisés sont  $\text{Fe}_{66.2}\text{Co}_{33.8}$  et  $\text{Ni}_{50}\text{Mn}_{50}$ , avec des concentrations exprimées en atomes, avec respectivement une pureté des cibles de 99.8% et 99.95%. Pour faciliter l'adhérence de l'empilement, une couche de  $\text{Ni}_{78}\text{Cr}_{22}$  (pureté > 99.9%) est mis en oeuvre. Les couches minces sont déposées sous une atmosphère d'Argon à 99.9999%. Une fois les dépôts réalisés, une dernière couche de NiMn est systématiquement déposée à la surface des échantillons afin de garantir une bonne résistance à l'oxydation de l'empilement. Les dépôts sont tous réalisés à une pression de  $17 \times 10^{-3}$  mbar d'argon pour une densité de puissance appliquée à la cible de  $0.63 \text{ W/cm}^2$ .

Ensuite, un traitement thermique sous champ magnétique est appliqué aux échantillons. Pour cela, les prototypes sont plongés dans un champ uniforme de 20 mT à l'aide d'un montage composé d'aimants AlNiCo, qui ont une bonne tenue de leur aimantation en température, jusqu'à  $500^\circ\text{C}$  (FIGURE 2.18). Ce montage est lui-même placé dans une étuve, sous un vide secondaire de  $2.5 \times 10^{-6}$  mbar. Par la suite, lorsque cela n'est pas précisé, l'ensemble des traitements thermiques a été appliqué avec les conditions suivantes : 4 h à  $300^\circ\text{C}$  et  $2.5 \times 10^{-6}$  mbar.

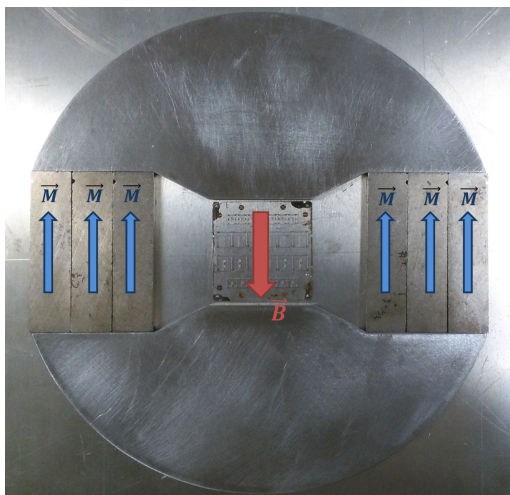


FIGURE 2.18 – Circuit magnétique, composé d'aimants AlNiCo et d'un circuit en acier doux, pour imposer un champ magnétique longitudinal de 20 mT aux échantillons au cours du traitement thermique.

### 2.4.2. Caractérisation structurale des couches minces ferro- et antiferromagnétiques

#### 2.4.2.1. Identification des phases cristallines et des orientations préférentielles

Lorsqu'ils sont déposés sous forme de couches minces par pulvérisation cathodique les alliages Ni-Mn proches d'une composition équiatomique forment des phases majoritairement paramagnétiques, cubiques faces centrées (fcc). Pour réaliser une transition vers la phase antiferromagnétique  $L1_0$ , tétragonale (ou quadratique) face centrée (tfc), le dépôt doit être traité thermiquement [122]. Du fait de l'écrasement de la maille élémentaire lors du passage de la phase paramagnétique à antiferromagnétique (FIGURE 2.19), les distances entre plans atomiques sont légèrement modifiées, ce qui peut être révélé en réalisant des enregistrements de diagramme de diffraction des rayons X de type  $\theta/2\theta$  (ONERA/-Département Matériaux et Structures/Unité FD2M). De plus, du fait du passage d'une maille cubique à haute symétrie à une maille quadratique, certains plans de diffractions ne sont plus équivalents. On s'attend donc à observer un dédoublement de certains pics caractéristiques du digramme RX- $\theta/2\theta$  concernant NiMn.

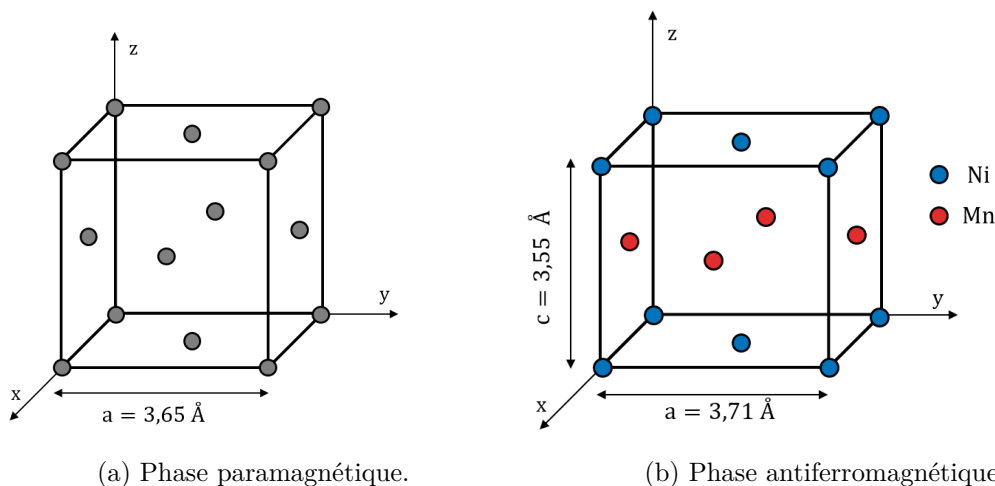


FIGURE 2.19 – Phase paramagnétique (fcc) d'un alliage de NiMn où les atomes sont aléatoirement répartis sur les sites de la maille (a) et phase antiferromagnétique ordonnée  $L1_0$  (tfc) où les atomes identiques occupent un même plan selon  $z$  (b).

L'échantillon utilisé pour obtenir les diagrammes de diffraction a été réalisé avec le procédé standard décrit précédemment au paragraphe 2.4.1. Il a été réalisé sur un substrat de quartz (001), avec une sous couche d'accroche en NiCr de 20 nm, puis d'un multicouche  $[\text{NiMn}_{(50\text{nm})}/\text{FeCo}_{(50\text{nm})}]_{10}/\text{NiMn}_{(50\text{nm})}$ . Après traitement thermique de l'échantillon, on observe bien une levée de dégénérescence concernant la raie (220) de NiMn dans la FIGURE 2.20, ce qui prouve que la transition de phase a bien eu lieu. Dans une moindre mesure, on peut également noter un décalage des pics (311) et (222) de NiMn, mettant

en évidence une évolution des paramètres de maille. D'après les diagrammes RX réalisés, la phase fcc initiale possède un paramètre de maille de  $a = 3.65 \text{ \AA}$  et la phase fct après traitement des paramètres de maille  $a = b = 3.71 \text{ \AA}$  et  $c = 3.55 \text{ \AA}$ . L'étude des rapports d'intensités relatives des raies de diffraction montre une orientation préférentielle des plans (111) perpendiculairement à la direction de croissance de la couche.

Concernant l'alliage FeCo, son diagramme est inchangé suite au traitement thermique. Sa structure cristalline est cubique centrée (cc) de paramètre de maille  $a = 2.86 \text{ \AA}$ . L'étude des rapports d'intensités relatives des raies de diffraction montre une orientation préférentielle des plans (110) perpendiculairement à la direction de croissance de la couche.

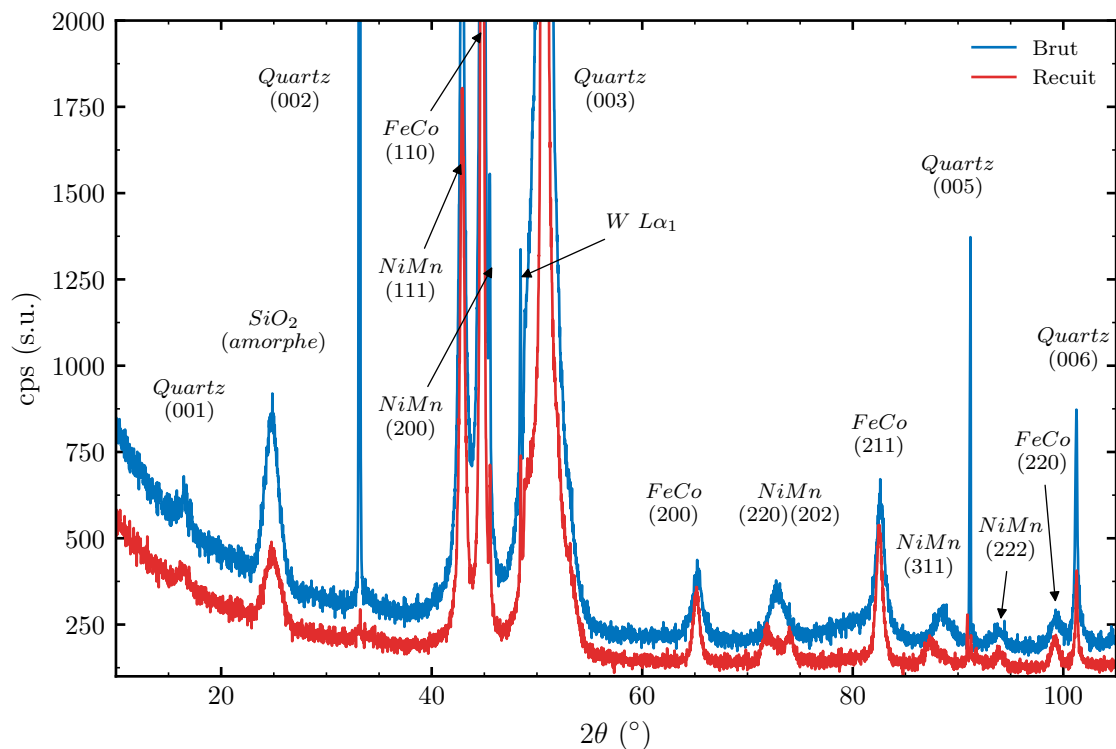


FIGURE 2.20 – Diagramme de diffraction des rayons X  $\theta/2\theta$  réalisé sur un empilement  $\text{NiCr}_{(20\text{nm})}/[\text{NiMn}_{(50\text{nm})}/\text{FeCo}_{(50\text{nm})}]_{10}/\text{NiMn}_{(50\text{nm})}$  déposé sur un substrat de quartz. La courbe bleue et rouge représentent respectivement le diagramme obtenu avant et après traitement thermique de  $300^\circ\text{C}$  pendant 4h sous vide secondaire sur le même échantillon.

Les résultats obtenus sont en accord avec ceux obtenus par Wong dans une étude comparable effectuée sur un wafer de silicium, ce qui prouve la faible influence du substrat sur les paramètres de maille et orientations préférentielles des matériaux utilisés [123]. De plus, des diagrammes ont été réalisés sur des couches individuelles de  $1 \mu\text{m}$  d'épaisseur pour FeCo et NiMn, avant et après traitement thermique. Peu de différences ont été observées par rapport aux diagrammes réalisés sur les structures multicouches, tant sur les paramètres de maille que sur les orientations préférentielles. Les caractéristiques cristal-

lographiques des couches ne semblent pas influencées par leur mise en œuvre sous forme d'une structure multicouche.

#### 2.4.2.2. Interdiffusion et oxydation des espèces suite à un traitement thermique

Appliquer un traitement thermique sur un empilement de couches de matériaux différents peut avoir deux effets préjudiciables : une inter-diffusion des matériaux dans tout l'empilement de certains éléments chimiques au sein des couches, en particulier du manganèse qui a une grande mobilité [124], et une oxydation des métaux, notamment celle du fer et du cobalt. Dans le but d'étudier ces phénomènes, l'évolution de la composition chimique et de l'épaisseur des couches individuelles constituant une structure multicouche NiCr/ [NiMn/FeCo]<sub>2</sub> a été évaluée par spectrométries des rayons X en dispersion d'énergie et de longueur d'onde EDS-X/WDS-X couplées au traitement des données par le logiciel STRATAGem, développé à l'ONERA (Département Matériaux et Structures/Unité M3P). Cette micro-analyse appliquée aux échantillons stratifiés détermine des épaisseurs massiques et nécessite d'effectuer des hypothèses sur les densités des matériaux. Les valeurs de densité des alliages FeCo et NiMn sont déterminées pour chaque couche en fonction de la composition chimique, les matériaux étant considérés comme parfaitement denses.

Chaque couche de l'empilement a été déposée conjointement sur un échantillon de quartz pour former des témoins monocouches puis les résultats obtenus sur la structure multicouche ont été simulés par le logiciel STRATAGem et comparés aux échantillons de référence. Les résultats sont présentés dans la TABLE 2.8. L'analyse de couches minces par microanalyse EDS donne des résultats proches pour les échantillons ayant subi ou non un traitement thermique. Il peut être conclu, dans la limite de la précision de cette technique, que le traitement thermique appliqué n'engendre pas de modification notable du système multicouche, aussi bien sur la composition chimique que sur les épaisseurs des différentes strates composant le système multicouche. Par conséquent, une interdiffusion des espèces ainsi qu'une oxydation des matériaux suite à un traitement thermique de 300°C pendant 4h sont à exclure.

TABLE 2.8 – Compositions chimiques et épaisseurs des couches d'un empilement de type NiCr/[NiMn/FeCo]<sub>2</sub>, par ordre de dépôt, avant et après traitement thermique à 300°C pendant 4h. Les couches de référence ont été déposées séparément sur des substrats de quartz au cours de l'élaboration du multicouche.

Dépôt	Référence		Multicouche brut		Traité thermiquement	
	Comp. (% at.)	Ep. (nm)	Comp. (% at.)	Ep. (nm)	Comp. (% at.)	Ep. (nm)
NiMn	49.7/50.3	46.2	47.8/52.2	47.9	48.1/51.9	46.9
FeCo	65.4/34.6	47.2	65.4/34.6	49.4	65.4/34.6	47.8
NiMn	49.9/50.1	45.9	48.5/51.5	47.1	49/51	48.2
FeCo	65.8/34.2	47.4	67.2/32.8	44.9	67.8/32.2	45.2

### 2.4.3. Caractérisation des propriétés magnétiques des couches minces ferro et antiferromagnétiques

#### 2.4.3.1. Influence des épaisseurs et du nombre de bicouches FM/AFM

L'objectif de cette étude est dans un premier temps de conclure sur la possibilité ou non d'observer le couplage d'échange dans une structure multicouche déposée sur un wafer en quartz avec le procédé de fabrication retenu puis, dans un second temps, de choisir des épaisseurs de NiMn et FeCo permettant d'obtenir une aimantation importante tout en conservant un décalage complet du cycle d'hystérésis. Trois types de couples d'épaisseurs pour les couches de NiMn et de FeCo ont été choisis pour déterminer la faisabilité de cette solution sur un substrat en quartz :

- quartz/NiCr<sub>(20nm)</sub>/ [NiMn<sub>(25nm)</sub>/FeCo<sub>(75nm)</sub>]<sub>n</sub>/NiMn<sub>(50nm)</sub>
- quartz/NiCr<sub>(20nm)</sub>/ [NiMn<sub>(50nm)</sub>/FeCo<sub>(50nm)</sub>]<sub>n</sub>/NiMn<sub>(50nm)</sub>
- quartz/NiCr<sub>(20nm)</sub>/ [NiMn<sub>(75nm)</sub>/FeCo<sub>(25nm)</sub>]<sub>n</sub>/NiMn<sub>(50nm)</sub>

Ces trois couples d'épaisseurs ont été choisis car, sur un substrat en silicium, les trois épaisseurs de NiMn utilisées (25, 50 et 75 nm) permettent d'obtenir respectivement une énergie d'échange nulle, intermédiaire et maximale d'après le paragraphe 2.3.2. Ainsi, si le substrat ne modifie que légèrement les propriétés du système multicouche alors on s'attend à n'observer un champ d'échange non nul que pour les échantillons ayant des épaisseurs de NiMn supérieures à 50nm. Ces trois cas permettent donc de conclure quant à l'influence du substrat sur les propriétés magnétiques du système multicouche et sur la possibilité ou non d'obtenir un champ d'échange exploitable : si les résultats sont du même ordre de grandeur que pour un substrat de silicium, alors le substrat n'a qu'une faible influence.

De plus, pour mieux connaître l'influence du substrat sur les propriétés magnétiques de la structure multicouche, ces échantillons ont chacun été réalisés avec trois nombres de bicouches différents,  $n = \{3; 6; 10\}$ . Si le substrat a une forte influence alors les propriétés

magnétiques des échantillons à 3 et 10 bicouches doivent être nettement différentes car les couches les plus proches du substrat auront des propriétés magnétiques différentes. Étant données les fortes contraintes internes à l'empilement, son épaisseur maximale a arbitrairement été limitée à 1  $\mu\text{m}$  pour limiter les problèmes d'adhérence des couches déposées. Les principaux résultats concernant ces échantillons sont présentés dans la FIGURE 2.21.

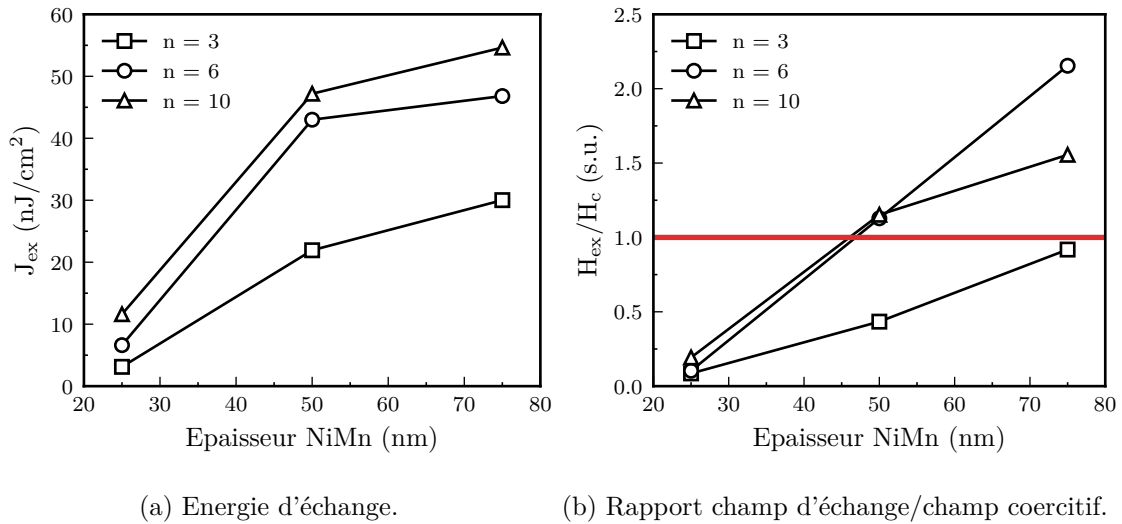


FIGURE 2.21 – Evolution de l'énergie d'échange (a) et du rapport  $H_{ex}/H_c$  (b) en fonction de l'épaisseur de NiMn et du nombre de bicouches composant l'empilement.

De ces mesures, on constate que pour de faibles épaisseurs de NiMn, l'énergie d'échange est quasi nulle et celle-ci tend à saturer pour des épaisseurs supérieures à 50 nm. Ce comportement est similaire à celui obtenu lors d'études antérieures et confirme que l'épaisseur critique de NiMn pour obtenir un couplage d'échange exploitable est de l'ordre de 30 nm (TABLE 2.7). De même, on constate que le rapport  $H_{ex}/H_c$  tend à être d'autant plus grand que l'épaisseur en NiMn augmente. Par conséquent, pour conserver un décalage de cycle complet ( $H_{ex}/H_c > 1$ ), tout en maximisant l'épaisseur de FeCo utilisée, l'empilement idéal est  $\text{NiCr}(20\text{nm})/[\text{NiMn}(50\text{nm})/\text{FeCo}(50\text{nm})]_n/\text{NiMn}(50\text{nm})$ .

Cependant, des énergies d'échange de l'ordre de  $100 \text{ nJ}/\text{cm}^2$  ont été mesurées pour des structures bicouches par Lamy [125]. La structure multicouche mise en œuvre au cours de cette étude peut donc théoriquement avoir une énergie d'échange deux fois plus importante, ce qui permettrait d'augmenter d'autant la quantité de FeCo utilisée tout en conservant un décalage complet du cycle d'hystérésis. Si l'on compare aux travaux de Lamy, la différence majeure entre les procédés de fabrication utilisés provient de la valeur d'induction magnétique utilisée pendant le traitement thermique (50 mT contre 20 mT pour notre expérience). En appliquant un champ plus faible lors de la descente en température après le traitement thermique, il est probable que les spins de la couche antiferromagnétique s'orientent plus difficilement le long de l'axe du champ appliqué, générant par conséquent

une anisotropie d'échange plus faible. Une solution serait alors de changer le système de recuit sous champ, pour atteindre des inductions magnétiques plus élevées.

Ce n'est toutefois pas la seule source de limitation de l'anisotropie d'échange. En effet, comme illustré dans la FIGURE 2.21, il y a une forte dépendance de l'énergie d'échange par rapport au nombre de bicouches composant l'empilement. Cette grandeur étant caractéristique d'un seul sandwich AFM/FM/AFM, si tous les bicouches de l'empilement étaient identiques il ne devrait pas y avoir de différences. Le fait d'avoir des énergies d'échanges plus faibles pour un nombre de bicouches moins important laisse supposer que le couplage d'échange est moins efficace pour les couches proches du substrat. Ceci est également visible à partir des cycles d'hystérésis des empilements à trois bicouches, représentés à la FIGURE 2.22. En effet, dans ces derniers on observe des sauts d'aimantation lors du parcours du cycle, ce qui est caractéristique d'un champ d'échange différent, et donc d'une énergie d'échange différente, pour les différentes couches ferromagnétiques composant l'empilement. Ce phénomène est d'autant plus visible que le nombre de bicouche est faible, ce qui prouve que seules les couches proches du substrats sont impactées.

L'explication la plus plausible serait que les premières couches de NiMn ne sont que partiellement transformées en leur phase antiferromagnétique. En effet NiCr a une structure fcc, de paramètre de maille  $a = 3.55 \text{ \AA}$  [126], ce qui est proche des paramètres de la phase désordonnée  $\gamma - \text{NiMn}$ . Ainsi, la phase fcc de NiMn peut être stabilisée par des phénomènes d'épitaxie locaux, comme cela a été montré dans le cas similaire d'une interface NiFe/NiMn [127]. Une solution serait alors de changer de couche d'accrochage, en utilisant du tantale par exemple qui garantit en général une très bonne adhérence tout en ayant une structure cristalline différente de celle de NiCr (cubique centrée de paramètre de maille  $a = 3.3 \text{ \AA}$ ).

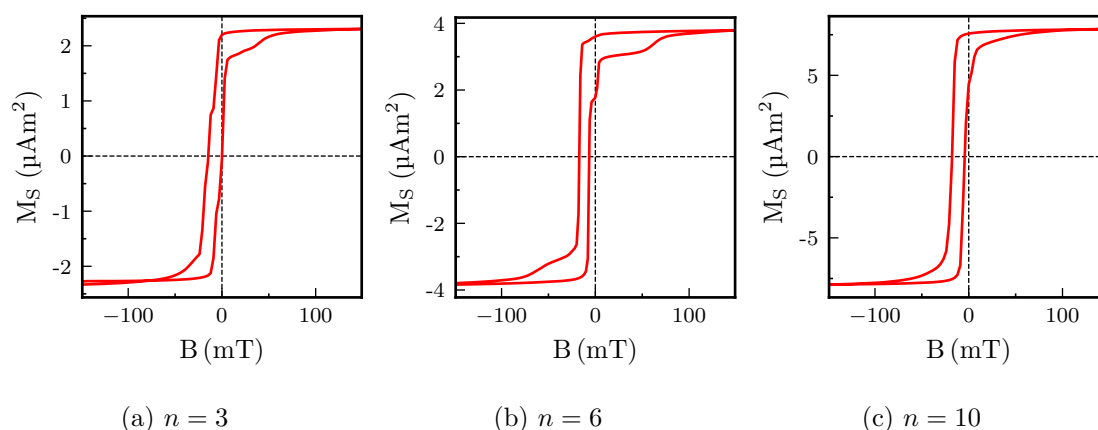


FIGURE 2.22 – Cycles d'hystérésis mesurés selon l'axe facile pour des échantillons ayant un dépôt de  $n \times [\text{FeCo}(25\text{nm})/\text{NiMn}(75\text{nm})]$ .



### 2.4.3.2. Influence de la température sur les propriétés magnétiques

La stabilité en température des propriétés magnétiques est essentielle pour le capteur. En effet, celui-ci doit fonctionner entre  $-40$  et  $100$  °C. Pour connaître l'évolution des propriétés en température d'un multicouche NiMn(50nm)/FeCo(50nm), des mesures de cycles d'hystérésis ont été réalisées à l'aide d'un VSM (Vibrating-Sample Magnetometer) muni d'une régulation en température.

- L'aimantation à saturation de l'empilement de couches décroît avec une augmentation de la température, ce qui est le cas de la majorité des matériaux magnétiques. Toutefois, la température de Curie de l'alliage  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$  est élevée,  $T_C = 1250$  K, la variation d'aimantation est donc faible dans la gamme d'utilisation du capteur. D'après la FIGURE 2.23, la variation de  $M_S$  est de 440 ppm/K. Le facteur d'échelle du capteur étant proportionnel à l'aimantation, sa stabilité sera au mieux de 440 ppm/K.
- L'énergie d'échange en fonction de la température est représentée sur la FIGURE 2.23. Comme attendu, l'énergie d'échange générée par l'interface avec NiMn varie faiblement ce qui garantit un décalage de cycle d'hystérésis complet dans toute la gamme de température d'utilisation du capteur.
- Le rapport  $H_{ex}/H_c$  est représenté sur la FIGURE 2.23. On constate qu'aux faibles températures, inférieures à  $-20$  °C, le décalage de cycle n'est pas complet et deux valeurs d'aimantation rémanente sont possibles en raison d'une augmentation du champ coercitif pour les basses températures. Cependant, ceci n'est pas problématique car au cours de son fonctionnement la température au niveau de la partie sensible du capteur peut difficilement être si basse en raison de l'isolation thermique du vide entourant le résonateur et de la présence de l'électronique du capteur chauffant naturellement celui-ci.

## 2.5. Conclusion

Les couches minces ferromagnétiques utilisées en tant que micro-aimants dans les magnétomètres vibrants sont les parties sensibles du capteur, il est donc essentiel d'utiliser les matériaux ayant les plus fortes aimantations rémanentes mais également les plus stables vis-à-vis des perturbations extérieures afin de réaliser un capteur à la fois précis et dont les caractéristiques sont invariantes dans le temps. Pour cela, plusieurs familles de matériaux ferromagnétiques ont été envisagées :

- Les métaux de transition, qui possèdent de fortes aimantations mais qui ont le défaut d'être sensibles aux retournements d'aimantation en raison de leur faible champ coercitif.

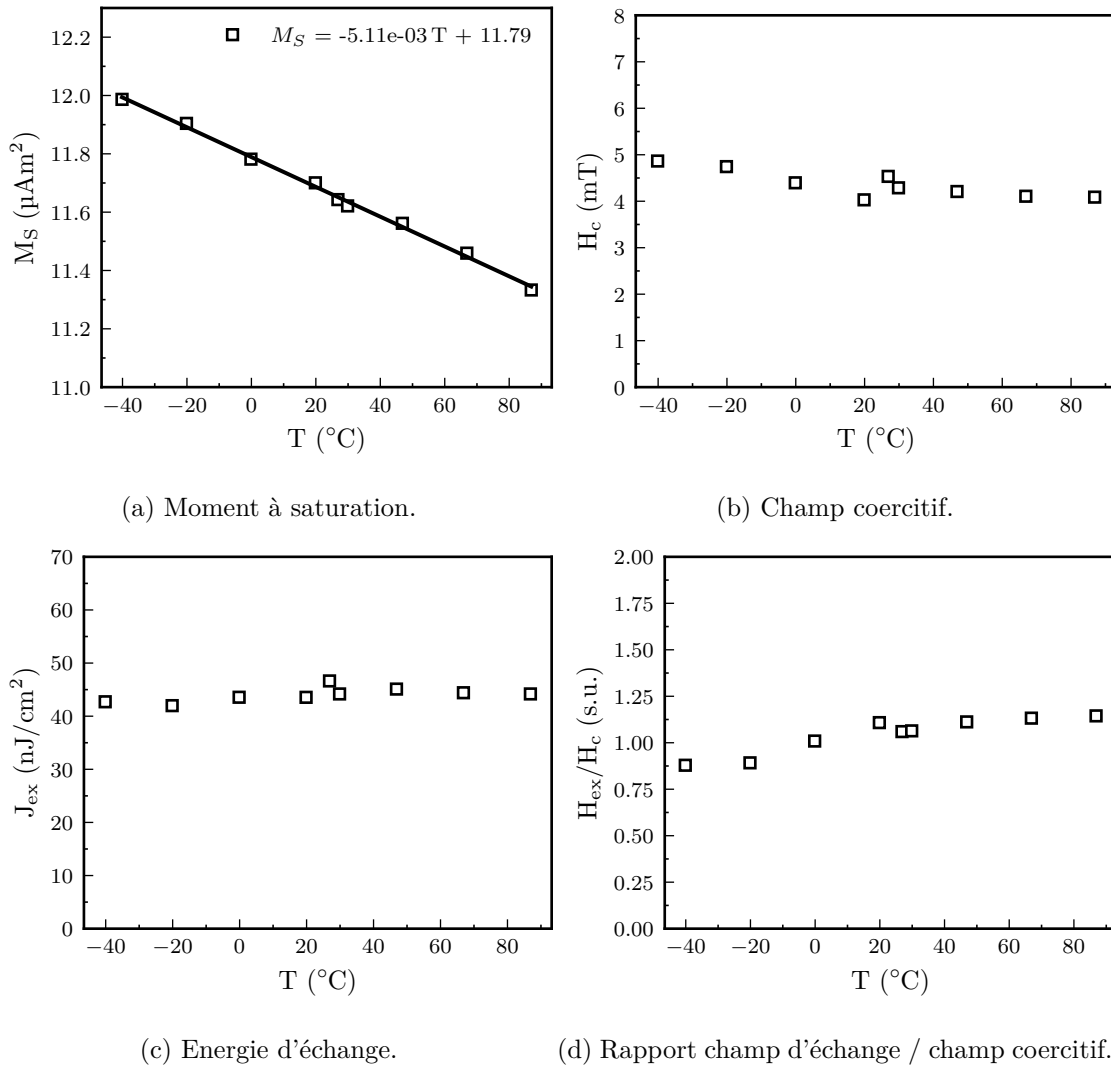


FIGURE 2.23 – Evolution des propriétés magnétiques en fonction de la température d'un empilement du type  $\text{NiCr}_{(20\text{nm})}/\left[\text{NiMn}_{(50\text{nm})}/\text{FeCo}_{(50\text{nm})}\right]_{10}/\text{NiMn}_{(50\text{nm})}$  déposé sur un substrat en quartz.

- Les alliages de terres rares, qui ont une aimantation stable vis à vis des perturbations magnétiques mais qui sont particulièrement sensibles aux fluctuations de température et à l'oxydation et dont les valeurs d'aimantation sont moyennes à température ambiante.

Finalement, aucun matériau ne présente l'ensemble des caractéristiques recherchées. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers une famille de métamatériaux magnétiques, exploitant le couplage d'échange entre des matériaux ferro et antiferromagnétiques. L'intérêt de cette solution a été récemment démontré pour réaliser des aimants permanents en couches minces avec les travaux de Ettelt [99]. Le couplage d'échange au sein de ces métamatériaux permet de décentrer le cycle d'hystérésis du matériau ferromagnétique utilisé. Ainsi, si le décalage est suffisamment important, une seule valeur d'aimantation rémanente

est possible. Par conséquent le faible champ coercitif des métaux de transition n'est plus un inconvénient mais un avantage : plus  $H_c$  est faible et plus le décalage de cycle minimal pour obtenir une unique valeur d'aimantation rémanente est faible. Une étude bibliographique nous a permis d'identifier  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$  comme matériau ferromagnétique présentant la plus forte aimantation et  $\text{Ni}_{50}\text{Mn}_{50}$  comme matériau antiferromagnétique permettant d'obtenir la plus grande énergie d'échange.

Ces matériaux présentent d'excellentes propriétés lorsqu'ils sont déposés sur des substrats en silicium mais leur comportement sur des substrats en quartz était inconnu. De plus, de nombreux paramètres expérimentaux sont susceptibles d'influencer l'intensité du couplage d'échange : la pression dans l'enceinte de pulvérisation cathodique lors du dépôt, la vitesse de croissance de la couche, la température et la durée du traitement thermique réalisé après l'élaboration sont connus pour influencer la structure des couches. C'est pourquoi des caractérisations des propriétés magnétiques de différents empilements, possédant des épaisseurs de couches FM/AFM différentes et ayant subi ou non un traitement thermique, ont été réalisées afin d'identifier les conditions permettant d'obtenir un rapport  $H_{ex}/H_c$  supérieur à 1 tout en maximisant l'épaisseur de matériau FM au sein de l'empilement. La configuration optimale a été déterminée comme étant  $\left[ \text{NiMn}_{(50\text{nm})}/\text{FeCo}_{(50\text{nm})} \right]_{10} / \text{NiMn}_{(50\text{nm})}$ .

Pour compléter ces caractérisations, des mesures des propriétés magnétiques en fonction de la température ont été réalisées. En effet, la variation des propriétés magnétiques en fonction de la température va directement impacter les performances du capteur final. Les mesures réalisées ont mis en évidence une excellente stabilité de l'énergie d'échange ainsi que du rapport  $H_{ex}/H_c$  dans la gamme de température  $-40/90^\circ\text{C}$ . L'aimantation à saturation de l'empilement de couches varie quant à elle linéairement dans cette gamme de température, avec une stabilité de 440 ppm/K. Le facteur d'échelle du capteur étant proportionnel à l'aimantation du capteur, ce dernier aura donc au mieux une stabilité de 440 ppm/K.

Concernant la poursuite des travaux, deux points pourraient être approfondis. D'une part, il a été montré que l'énergie d'échange pour un empilement de dix bicouches peut potentiellement être multipliée par deux, pour passer de 50 à 100 nJ/cm<sup>2</sup> d'après Noguès [80], ce qui permettrait d'augmenter d'un même facteur la quantité de matériau FM et donc le facteur d'échelle du capteur. D'après les mesures réalisées, l'énergie d'échange par interface est nettement plus faible pour des échantillons à 3 bicouches comparativement aux échantillons à 10 bicouches. Il semble donc que les premières couches déposées n'interagissent pas de la même façon que celles déposées ultérieurement. Une explication possible serait que la couche d'accrochage en NiCr limite la transformation de phase de la première couche de NiMn en raison de phénomènes d'épitaxie locaux. Une solution serait alors de changer de couche d'accrochage, pour utiliser du tantale par exemple.

D'autre part, les mesures ont été réalisées sur des échantillons carrés, sans anisotropie de forme. Les couches minces utilisées sur un résonateur ont un rapport largeur/longueur pouvant varier de 1/10 à 10/1. Si cette anisotropie se situe le long de l'axe d'anisotropie d'échange, la stabilité de l'aimantation n'en sera que plus grande. Cependant si les anisotropies de forme et d'échange se placent selon des axes orthogonaux, la stabilité de l'aimantation peut être dégradée. L'effet de cette anisotropie est donc à étudier au cours de futurs travaux.



## 3 - Modélisation et validation du principe de mesure

### Objectifs :

Le but de ce chapitre est de modéliser l'interaction entre une couche mince ferromagnétique et un résonateur, dans des cas simples, afin de bien comprendre les phénomènes mis en jeu. Nous nous concentrerons sur deux points principaux : la variation de fréquence du résonateur engendrée par l'application d'un couple magnétostatique lorsque la couche mince ferromagnétique est plongée dans un champ magnétique, ainsi que la modélisation des pertes d'énergie par effets viscoélastiques qui engendrent une dégradation du facteur de qualité du résonateur. Par la suite, ces outils pourront être utilisés pour optimiser la géométrie de résonateurs plus complexes, et ainsi atteindre de meilleures résolutions.

### 3.1. Principe de fonctionnement et facteurs de mérite du capteur

Le capteur est composé d'un résonateur piézoélectrique et de son circuit oscillateur. Une description succincte de ces deux composants est faite dans les paragraphes suivants.

#### 3.1.1. Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement du magnétomètre étudié reprend la technique bien connue des accéléromètres à lame vibrante (VBA)[75]. Dans un VBA, une poutre doublement encastrée est maintenue à sa fréquence de résonance par un circuit oscillateur. Une des deux extrémités de cette poutre est liée à une masse mobile qui, lors d'une accélération, va étirer ou comprimer la poutre en vibration. Ainsi, de la même façon qu'une corde de guitare a sa fréquence propre qui évolue selon la tension qui est appliquée, la fréquence propre de la poutre vibrante va être modifiée.

Un VBA est donc simplement un capteur de force qui mesure l'accélération d'une masse mobile. Tout phénomène physique exerçant une force sur un résonateur peut donc théoriquement être détecté via la mesure de la fréquence de résonance de ce résonateur. Pour réaliser un magnétomètre, il est possible d'exploiter l'interaction magnéto-statique  $\vec{m}_R \wedge \vec{B}$  entre un matériau aimanté et le champ magnétique ambiant afin d'exercer une force sur un résonateur : c'est cette idée qui a été retenue dans le cadre de cette étude.

La partie sensible du capteur est un résonateur piézoélectrique en quartz sur lequel est déposé un empilement de couches minces magnétiques ayant une aimantation rémanente qui, au repos, est alignée dans la direction de mesure du capteur. En fonctionnement, le résonateur est asservi à sa fréquence de résonance par un circuit oscillateur. L'aimantation n'est alors plus alignée avec le champ magnétique extérieur, un couple magnéto-statique s'exerce sur le résonateur. Ce couple étant proportionnel au champ magnétique appliqué, une force d'intensité proportionnelle au champ  $\vec{B}$  s'applique périodiquement sur le résonateur ce qui modifie sa fréquence de résonance. Ainsi, en enregistrant la fréquence du circuit oscillateur au cours du temps, il est possible de remonter à l'intensité du champ magnétique selon l'axe sensible du capteur (FIGURE 3.1).

### 3.1.2. Les résonateurs piézoélectriques

Un matériau piézoélectrique est un matériau qui a la propriété de se déformer sous l'action d'un champ électrique ou, à l'inverse, qui se polarise lorsqu'il est contraint. Ce phénomène, découvert en 1880 par Pierre et Jacques Curie, a aujourd'hui de nombreuses applications telles que : les résonateurs des montres à quartz pour servir d'horloge ultras-table, les microbalances en microélectronique pour connaître avec précision les quantités déposées d'un échantillon sur un substrat ou encore les micro-positionneurs dans les microscopes à force atomique. Ces matériaux sont décrits par les relations constitutives de la piézoélectricité qui lient les champs électrique et de déformations :

$$\begin{cases} T &= c_E S - e^T E \\ D &= e S + \epsilon_S E \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $T$  et  $S$  sont les tenseurs de contraintes et déformations du matériau,  $D$  et  $E$  sont les champs de déplacement et électrique qui règnent au sein du matériau et les coefficients  $c_E$ ,  $e$  et  $\epsilon_S$  sont respectivement les tenseurs d'élasticité, piézoélectrique et de permittivité liant les différentes grandeurs évoquées précédemment.

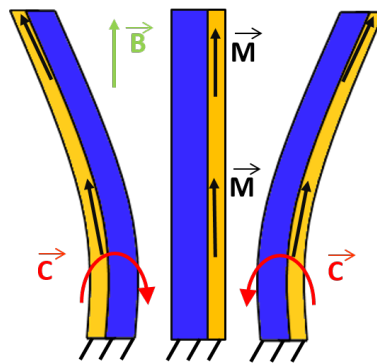


FIGURE 3.1 – Illustration du principe de fonctionnement d'un magnétomètre utilisant des modes de flexions. Avec en bleu et jaune respectivement le résonateur piézoélectrique et les couches minces aimantées.

Pour réaliser un résonateur, il suffit de placer des électrodes sur une structure mécanique en matériau piézoélectrique, de façon à imposer un champ électrique  $E$  selon le bon axe cristallographique. Par application d'une tension oscillante sur les électrodes de la structure, des contraintes périodiques vont être créées au sein de la structure et celle-ci va entrer en vibration.

Comme l'oscillation mécanique est une oscillation harmonique, son comportement peut être modélisé par un simple dipôle RLC équivalent (FIGURE 3.2) où les paramètres motionnels  $R_m$ ,  $L_m$  et  $C_m$  représentent des composants électroniques fictifs servant à modéliser l'oscillation mécanique du résonateur. Le paramètre  $C_0$  est un paramètre supplémentaire correspondant à une grandeur électrique réelle, la capacité interélectrode. Ce paramètre est nécessaire pour un bon ajustement des données (FIGURE 3.3). Ce modèle, dit de Butterworth Van Dyke (BVD), est très largement utilisé pour déduire les grandeurs caractéristiques d'un résonateur. En effet, la mesure ou simulation de l'impédance équivalente d'un résonateur permet, après déduction de  $R_m$ ,  $L_m$ ,  $C_m$  et  $C_0$  par un ajustement des données par une méthode des moindres carrés, de remonter directement au facteur de qualité  $Q$ , fréquence propre  $f_s$  et parallèle  $f_p$  de ce dernier :

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{1}{jC_p\omega} \frac{1 + jQ_s \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)}{1 + jQ_p \left( \frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega} \right)} \quad (3.2)$$

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L_m C_m}} \quad (3.3)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L_m \frac{C_0 C_m}{C_0 + C_m}}} \quad (3.4)$$

$$Q = Q_s = \frac{1}{R_m} \sqrt{\frac{L_m}{C_m}}; \quad Q_p = \frac{1}{R_m} \sqrt{\frac{L_m (C_m + C_0)}{C_m C_0}} \quad (3.5)$$

Pour mesurer les paramètres du modèle équivalent d'un résonateur piézoélectrique, il est possible de mesurer son impédance à l'aide d'un impédance-mètre. Lors de simulations

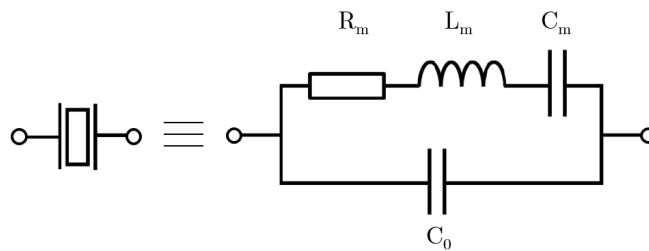


FIGURE 3.2 – Modèle de Butterworth Van Dyke.



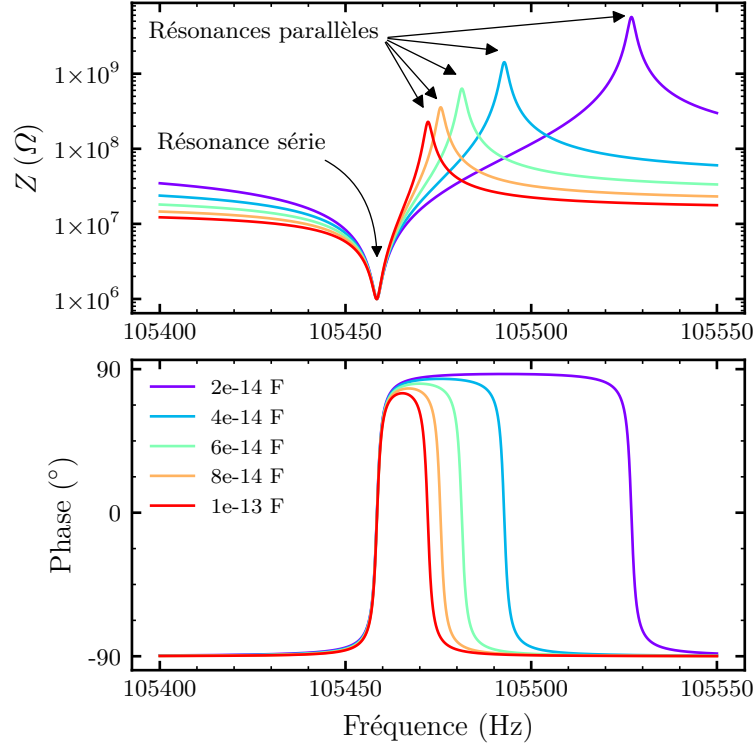


FIGURE 3.3 – Variation de l'impédance du résonateur en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de capacité inter-électrodes  $C_0$ . Dans l'exemple,  $R_m = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $L_m = 87.6 \text{ kH}$  et  $C_m = 26 \text{ aF}$ .

numériques, nous n'avons pas directement accès à l'impédance du résonateur. Cependant, il est possible de calculer les charges induites sur chacune des électrodes en fonction de la pulsation  $\omega$  et de la tension  $U$  d'excitation. Avec ces données, il est possible de reconstruire l'impédance du résonateur et de remonter aux différents paramètres. Avec respectivement  $q_{\Re}$  et  $q_{\Im}$  les parties réelles et imaginaires des charges collectées :

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{U}{j\omega(q_{\Re} + jq_{\Im})} \quad (3.6)$$

### 3.1.3. Électronique de détection du résonateur

Le magnétomètre réalisé est un capteur à sortie fréquentielle. Ainsi, son électronique se compose simplement d'un circuit oscillateur permettant d'exciter et de maintenir le résonateur à sa fréquence de résonance. Un compteur associé au circuit oscillateur permet de donner une mesure de la fréquence en temps réel et donc, dans notre cas, une mesure du champ magnétique appliqué.

La stabilité et la résolution du capteur final sont ainsi directement liées à la stabilité et la résolution en fréquence du circuit oscillateur. Ces paramètres peuvent être déduits à partir de la mesure de la variance d'Allan de l'oscillateur en fonction du temps d'intégration de la mesure. Des travaux précédents ont permis de donner des modèles analytiques

concernant ces deux paramètres pour des accéléromètres à lame vibrante en quartz, des capteurs très similaires à celui-ci [128], [129].

Le modèle présenté dans [128] se base sur le modèle de Leeson, linéaire et invariant dans le temps, et prend en compte le circuit oscillateur, l'électronique de proximité ainsi que les paramètres du résonateur. Cependant, ce modèle ne prend pas en compte les dérives à long terme, qui sont difficilement modélisables (fluctuation de température, de pression, d'humidité, vieillissement du résonateur, ...). Il permet toutefois d'avoir une bonne approximation de la variance d'Allan pour les faibles temps d'intégrations, jusqu'au plateau Flicker de la variance d'Allan (FIGURE 3.4).

Deux régimes sont à distinguer dans ce modèle en fonction de la fréquence de mesure  $f$  par rapport à la fréquence de coupure de Leeson  $f_L$  :

- $f > f_L$ , les temps d'intégration sont faibles. Pour des mesures rapides en temps réel, le capteur se trouve toujours dans ce régime. La variance d'Allan est décroissante et caractérise la résolution du capteur pour un temps d'intégration donné. La résolution du capteur s'exprime alors selon l'équation (3.7) où  $F$  est le facteur de bruit de l'amplificateur de charge,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température,  $f_H$  la fréquence de coupure du filtre passe-bas,  $P_0$  la puissance injectée dans le résonateur,  $K_B$  le facteur d'échelle du capteur et  $\tau$  le temps d'intégration de la mesure :

$$\sigma_{rés} = \sqrt{\frac{3Fk_B T f_H}{4\pi^2}} \sqrt{\frac{1}{P_0} \frac{1}{K_B \tau}} \quad (3.7)$$

- $f < f_L$ , les temps d'intégration sont longs. La variance d'Allan est constante et caractérise dans ce cas l'instabilité du biais du capteur. L'instabilité du biais s'exprime alors selon l'équation (3.8) où  $b_{-1}$  est le bruit Flicker de l'amplificateur de charge,  $f_0$  la fréquence de résonance du résonateur et  $Q$  le facteur de qualité du résonateur :

$$\sigma_{stab} = \sqrt{\frac{\ln 2 b_{-1}}{2}} \frac{f_0}{Q K_B} \quad (3.8)$$

En cours de fonctionnement, les temps d'intégration sont courts pour avoir des mesures en temps réel et ne permettent pas d'atteindre le plateau Flicker. Ainsi, la pente de la variance d'Allan pour les faibles temps d'intégration nous donne des informations sur la résolution du capteur pour un temps d'intégration donné. Le plateau Flicker quant à lui caractérise la stabilité du biais du capteur à long terme, il s'agit de la résolution ultime du capteur.

A partir des équations (3.7) et (3.8), on déduit facilement les facteurs de mérite pour le dimensionnement d'un capteur à sortie fréquentielle :

- $K_B$ , le facteur d'échelle du capteur. Il intervient à la fois dans la résolution et la stabilité du biais du capteur. C'est donc une grandeur essentielle que l'on doit maximiser pour obtenir une meilleure résolution et stabilité.

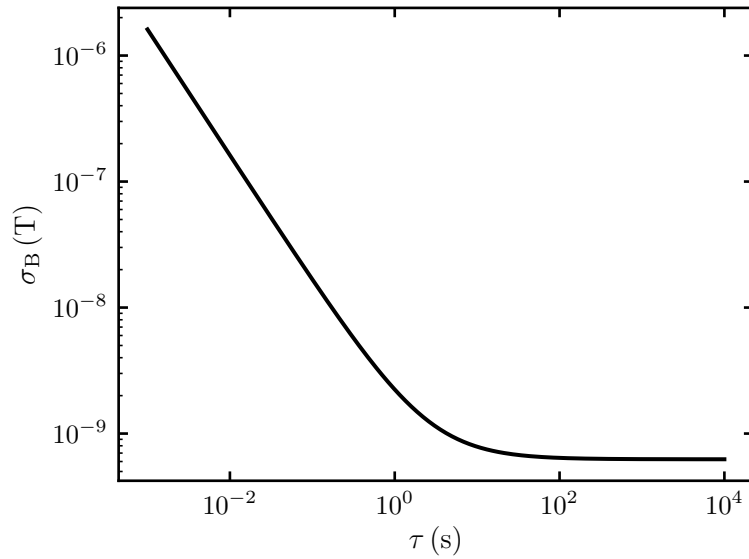


FIGURE 3.4 – Représentation de la variance d’Allan d’un capteur à sortie fréquentielle en fonction du temps d’intégration de la mesure.

- $Q$ , le facteur de qualité du résonateur. Cette grandeur intervient dans la stabilité du biais et doit donc être maximisée pour minimiser la résolution ultime du capteur.
- $f_0$ , la fréquence propre du résonateur. Pour minimiser la stabilité du biais, il est préférable que la fréquence propre du résonateur soit la plus faible possible.
- $R_m = U^2/P_0$ , la résistance motionnelle du résonateur. La résistance motionnelle caractérise la puissance qu’il est possible d’injecter dans un résonateur pour une tension d’alimentation constante  $U$ . Cette grandeur, décrite par la suite, caractérise l’efficacité de transduction du résonateur.

### 3.2. Modélisation du facteur d’échelle du capteur

Dans sa version la plus simple, le capteur peut être modélisé par une poutre vibrant en flexion, sur laquelle s’exerce un couple d’origine magnéto-statique (FIGURE 3.5). Cette géométrie de résonateur a l’avantage d’être intégralement modélisable analytiquement ce qui permettra par la suite de valider les modèles numériques et de confirmer le principe de fonctionnement sur un cas simple.

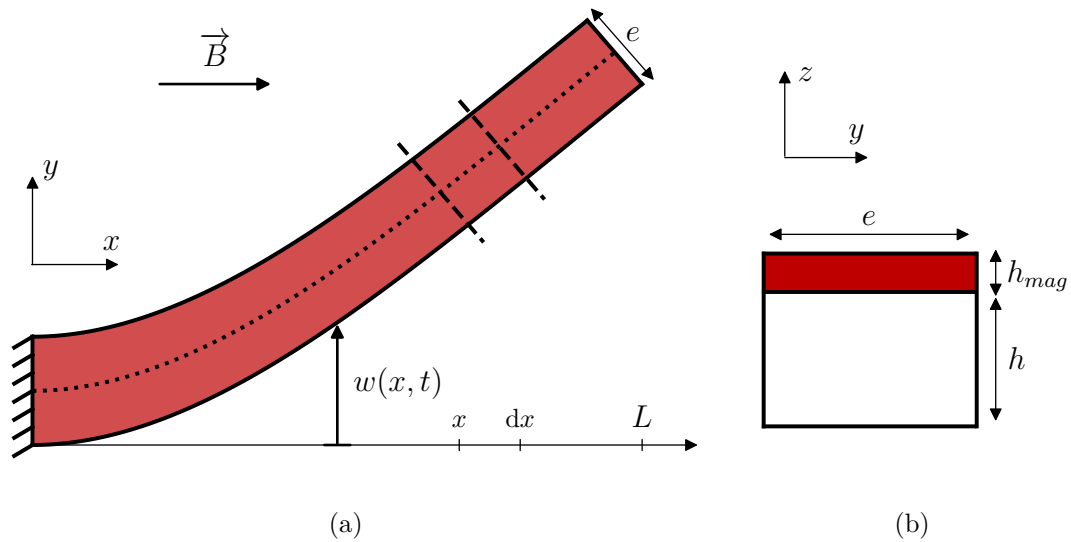


FIGURE 3.5 – Schéma d’une poutre encastree-libre vibrant en flexion dans le plan  $(xy)$  avec en rouge une couche mince aimantee sur sa face superieure (a). Vue en coupe de la section de la poutre (b).

### 3.2.1. Modélisation analytique

Dans un souci de clarté, seuls les principaux résultats de la démonstration sont détaillés dans cette partie. Le lecteur peut se référer à l’Annexe A pour avoir le détail des calculs menant à l’expression du facteur d’échelle.

#### 3.2.1.1. Présentation du modèle et des hypothèses

Dans la FIGURE 3.5, la poutre vibre en flexion horizontalement (poutre vue de dessus) et une couche mince magnétique est présente sur la face supérieure de la poutre. L’illustration représente une poutre encastree-libre dans son premier mode de flexion mais la démonstration qui suit est valide pour tout type de conditions aux limites (sauf mention contraire).

Par la suite, nous considérerons que l’aimantation  $M_{mag}$  suit parfaitement la déformée de la poutre au cours du mouvement et nous nous placerons dans le cadre des hypothèses d’Euler-Bernoulli (pas de gauchissement des sections droites et l’inertie de rotation des sections transverses est négligée). Nous négligerons également tous les effets d’inertie liés à la présence de la couche mince. Le problème est alors unidimensionnel et ne dépend que de la variable d’espace  $x$  et de l’instant  $t$ .

### 3.2.1.2. Equation différentielle du mouvement

L'établissement de l'équation différentielle régissant le mouvement d'une poutre en flexion est un problème classique, qui a été repris de nombreuses fois depuis la première démonstration de Bernoulli, par exemple par G. Ballas [130].

Afin de considérer l'effet d'une couche mince magnétique sur le système, un couple magnéto-statique  $\vec{T} = V_{mag}\vec{M} \wedge \vec{B}$  a été ajouté dans le bilan des forces et moments. Avec ce couple supplémentaire, l'équation différentielle du mouvement classique est alors modifiée et fait intervenir un nouveau terme d'ordre 2 en  $x$  :

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) - M_{mag} B S_{mag} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) + \rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (3.9)$$

où  $E$  est le module d'Young de la poutre,  $I = he^3/12$  est le moment quadratique de la section transverse de la poutre,  $M_{mag}$  est l'aimantation de la couche mince,  $S_{mag} = e \cdot h_{mag}$  est la section de la couche mince,  $e$  est l'épaisseur vibrante de la poutre et  $t$  est l'épaisseur de la couche mince magnétique.

On peut d'ores et déjà remarquer que l'équation régissant le mouvement est exactement la même que celle d'une poutre soumise à une force axiale (accéléromètre à lame vibrante VBA) bien que les phénomènes physiques mis en jeu soient différents [131]. En effet, le terme  $F_{mag} = M_{mag} B S_{mag}$  est homogène à une "force axiale magnétique" qui contraint le système. Par conséquent, les systèmes étant identiques, on s'attend à avoir une variation de fréquence de résonance de la poutre en présence d'un champ magnétique, de la même façon que l'accélération subie par un VBA modifie sa fréquence de résonance.

### 3.2.1.3. Solution de l'équation différentielle

Sans champ magnétique, l'équation est classique. Pour la résoudre, on suppose des solutions sous la forme :

$$w(x, t) = Y(x)T(t) \quad (3.10)$$

Ce qui permet de réécrire l'équation (3.9) sous la forme :

$$\frac{EI}{\rho S} \frac{Y^{(4)}}{Y}(x) - \frac{M_{mag} B S_{mag}}{\rho S} \frac{Y^{(2)}}{Y}(x) = -\frac{\ddot{T}}{T}(t) \quad (3.11)$$

On peut alors remarquer que l'équation (3.11) montre une égalité entre deux équations différentielles dont les paramètres,  $x$  et  $t$ , sont indépendants dans le cadre de cette étude. On peut donc en conclure que chacune des équations différentielles mises en jeu dans Eq. 3.11 sont égales à une même constante (du fait de l'indépendance de  $x$  et  $t$ ) que nous appellerons par la suite  $\omega^2$ .

**3.2.1.3.1. Partie temporelle  $T(t)$** 

A partir de l'équation (3.11), on en déduit l'équation différentielle en  $T(t)$  :

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = 0 \quad (3.12)$$

Une solution de cette équation peut se mettre sous la forme :

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (3.13)$$

Où les constantes  $A$  et  $B$  peuvent être déduites des conditions initiales du système.

**3.2.1.3.2. Partie spatiale  $Y(x)$** 

A partir de l'équation (3.11), on peut écrire l'équation différentielle en  $Y_n(x)$  en l'absence de couche mince magnétique :

$$Y_n^{(4)}(x) - b_n^4 Y_n(x) = 0 \quad (3.14)$$

Où :

$$b_n = \sqrt[4]{\frac{\rho S}{EI}} \omega^2 \quad (3.15)$$

Les solutions sont alors de la forme :

$$Y_n(x) = a_1 \sin b_n x + a_2 \cos b_n x + a_3 \sinh b_n x + a_4 \cosh b_n x \quad (3.16)$$

**3.2.1.4. Fréquence propre sans champ magnétique**

La fréquence de résonance de chaque mode se déduit de l'équation (3.15) en posant  $\alpha_n = b_n L$  :

$$f_{n0} = \frac{\alpha_n^2}{2\pi\sqrt{12}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{e}{L^2} \quad (3.17)$$

La déformée d'une poutre encastree-libre, en se servant de (A.13), s'exprime alors :

$$Y_n(x) = a_{1,n} \left[ \sin b_n x - \sinh b_n x + K_n (\cos b_n x - \cosh b_n x) \right] \quad (3.18)$$

Avec :

$$K_n = \frac{\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n}{\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n} \quad (3.19)$$

### 3.2.1.5. Fréquence propre avec champ magnétique

La variation de fréquence de résonance avec le champ magnétique appliqué peut être calculée analytiquement à l'aide de la méthode de Rayleigh. Cette méthode est dérivée du théorème de l'énergie cinétique et suppose que la poutre est en régime harmonique et qu'il n'y a aucune perte d'énergie. Ceci permet d'affirmer que le maximum d'énergie cinétique compris dans la poutre est égal à la somme des énergies potentielles de flexion et magnétique :

$$E_c = E_{p_{flexion}} + E_{p_{mag}} \quad (3.20)$$

L'énergie cinétique contenue dans la poutre s'exprime classiquement sous la forme :

$$E_c = \frac{\omega_n^2 \rho e h}{2} \int_0^L (Y_n)^2 dx \quad (3.21)$$

L'énergie potentielle de flexion s'exprime quant à elle :

$$E_{p_{flexion}} = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3.22)$$

L'énergie potentielle d'un couple magnétique est moins évidente. Elle s'obtient en intégrant le travail élémentaire d'un couple ( $dW = C d\theta = -dE_p$ ). Dans le cas général, le travail d'un couple est le produit du couple par l'angle de rotation. Dans notre cas, le couple magnétique est le résultat du produit vectoriel de l'aimantation de la couche mince et du champ  $B$  appliqué. En considérant que les déformations de la poutre sont faibles, on peut écrire  $\partial Y_n / \partial x = \sin \theta = \theta$ , ce qui permet de déterminer l'énergie potentielle d'un couple magnétique sur une poutre :

$$E_{p_{mag}} = \frac{1}{2} M_{mag} B S_{mag} \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3.23)$$

Les intégrales mises en jeu dans ces grandeurs peuvent se calculer à l'aide de l'expression de la déformée d'une poutre vibrant en flexion à son mode  $n$  en utilisant l'expression (3.18) déterminée précédemment. Par la suite, on posera  $M_{mag} S_{mag} = MS$  pour alléger l'écriture. En utilisant l'équation (3.20), on obtient :

$$\frac{\omega_{nB}^2 \rho e h}{2} \int_0^L (Y_n)^2 dx = \frac{EI}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{MSB}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3.24)$$

La pulsation propre sous champ magnétique peut alors s'exprimer :

$$\omega_{nB} = \omega_{n0} \sqrt{1 + \frac{MSB}{\rho e h \omega_{n0}^2} \frac{\beta_n}{L^2}} \quad (3.25)$$

Avec :

$$\beta_n = L^2 \frac{\int_0^L (Y_n^{(1)})^2 dx}{\int_0^L Y_n^2 dx} \quad (3.26)$$

Finalement, un développement limité permet d'exprimer la fréquence de vibration en fonction du champ magnétique  $B$  appliqué :

$$f_{n_B} = f_{n_0} + \frac{f_{n_0} B}{2} \left[ \frac{MS}{4\pi^2 f_{n_0}^2 \rho e h L^2} \beta_n \right] + o(B) = f_{n_0} + K_{1,n} B + o(B) \quad (3.27)$$

Le terme d'ordre 1 est le facteur d'échelle du résonateur et peut s'exprimer en fonction des propriétés du matériau utilisé ainsi qu'en fonction des paramètres géométriques du résonateur :

$$K_{1,n} = f_{n_0} \frac{MS\beta_n}{8\pi^2 f_{n_0}^2 \rho e h L^2} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\beta_n}{\alpha_n^2} \frac{h_{mag}}{eh} \frac{M}{\sqrt{E\rho}} \quad (3.28)$$

Cette expression met clairement en évidence deux constats prévisibles concernant le matériau magnétique. Pour maximiser le facteur d'échelle, deux solutions s'offrent à nous :

- soit maximiser l'épaisseur du dépôt,
- soit utiliser un matériau à très forte aimantation rémanente.

Comme nous le verrons par la suite, déposer des couches épaisses de matériaux magnétiques peut dégrader le facteur de qualité total du résonateur. Il est donc préférable de choisir initialement un matériau à forte aimantation, comme FeCo (chapitre 2), afin de minimiser le volume de matériaux déposés.

L'expression du facteur d'échelle ci-dessus met également en évidence que pour maximiser le facteur d'échelle il est préférable d'utiliser des résonateurs à faible section. La longueur  $L$  du résonateur n'influence pas la sensibilité au champ magnétique, cette grandeur peut donc servir à ajuster la fréquence du résonateur pour avoir une fréquence de travail loin de tout mode de vibration parasite. Les constantes d'intégration  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  dépendent principalement de la déformée du mode utilisé, leurs influences seront étudiées dans la suite de ce chapitre.

### 3.2.1.6. Fréquence propre avec champ magnétique : poutre partiellement recouverte

Il peut être intéressant de ne déposer les matériaux magnétiques que dans certaines régions du résonateur afin de ne pas dégrader le facteur de qualité de ce dernier. Pour une poutre partiellement recouverte d'une couche mince magnétique, le seul changement se situe dans le calcul de l'énergie potentielle magnétique. L'intégrale n'est plus entre 0 et  $L$  mais dépend de la position de la couche mince sur la poutre :

$$E_{p_{mag,partial}} = \frac{1}{2} M_{mag} B S_{mag} \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3.29)$$

La méthode la plus simple pour traiter ce cas est de calculer l'intégrale entre 0 et  $x$  puis de déterminer le cas général en utilisant les propriétés d'additivité des bornes d'une



intégrale :

$$I_n(x) = \int_0^x \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x'} \right)^2 dx' \quad (3.30)$$

Cette fonction peut s'exprimer sous forme de fonctions trigonométriques à partir de l'équation (3.18) où  $K_n$  n'est pas le facteur d'échelle mais une constante définie en (3.19) :

$$I_n(x) = a_1^2 b_n \left[ \left( K_n^2 + 1 \right) \sinh b_n x \left( \cosh b_n x - 2 \cos b_n x \right) + \left( K_n^2 - 1 \right) \sin b_n x \left( 2 \cosh b_n x - \cos b_n x \right) + 2 K_n \left( \cosh b_n x - \cos b_n x \right)^2 + 2 b_n x \right] \quad (3.31)$$

On obtient ainsi l'expression de l'énergie potentielle du couple généré par une couche mince magnétique recouvrant partiellement une poutre :

$$E_{p_{mag,partial}} = \frac{1}{2} M_{mag} B S_{mag} \left[ I_n(x_2) - I_n(x_1) \right] \quad (3.32)$$

Tous les calculs réalisés précédemment sont similaires. Le seul changement dans les expressions établies précédemment se situe dans l'expression de  $\beta_n$  (3.26). En introduisant une nouvelle fonction  $J_n(x_1, x_2)$  permettant de normaliser l'énergie potentielle entre 0 et  $L$ , on peut définir le facteur d'échelle d'un résonateur partiellement recouvert d'une couche mince magnétique d'une façon très semblable à son expression établie en (3.28) :

$$K_{1,n_{partial}} = J_n(x_1, x_2) \cdot K_{1,n} \quad (3.33)$$

Avec :

$$J_n(x_1, x_2) = \frac{I_n(x_2) - I_n(x_1)}{I_n(L)} \quad (3.34)$$

### 3.2.1.7. Influences des conditions aux limites

La démonstration précédente menant à l'expression du facteur d'échelle est valide quelles que soient les conditions aux limites du système. Celles-ci sont implicitement prises en compte dans le calcul des constantes  $\alpha_n$  et  $\beta_n$ . De l'expression du facteur d'échelle, il apparait que la grandeur pertinente est  $\gamma_n = \beta_n / \alpha_n^2$  car, à géométrie et matériaux identiques,  $\gamma_n$  est le seul critère influençant le facteur d'échelle.

Ces constantes ont été calculées numériquement pour différents types de conditions aux limites et la synthèse de ces constantes est présentée en Annexe A.4. De cette synthèse, il apparait que deux types de modes sont préférables afin de maximiser le facteur d'échelle : les modes de types encastree-libre et libre-libre, car ceux-ci présentent les plus grandes valeurs de  $\gamma_n$ . Comme le couple magnétostatique est d'autant plus grand que l'angle entre aimantation et champ magnétique est grand, ce résultat n'est pas surprenant car pour les

conditions aux limites considérées ce sont celles permettant d’avoir les plus grands angles locaux moyens (FIGURE 3.6).

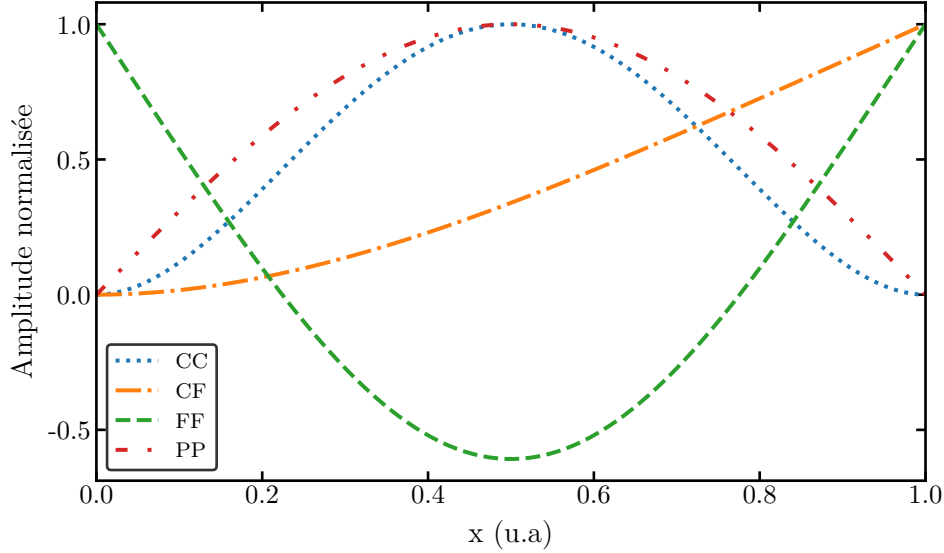


FIGURE 3.6 – Comparaison des déformées des modes encastree-encastree (CC), encastree-libre (CF), libre-libre (FF) et articulee-articulee (PP).

Mode	0	1	2	3	$n$
CF	1.321892	1.471209	1.252878	1.181965	$1 + \frac{4}{(2n+1)\pi}$ ; $\forall n > 3$
FF	2.211603	1.766168	1.545587	1.424413	$1 + \frac{12}{(2n+3)\pi}$ ; $\forall n > 3$

TABLE 3.1 – Valeurs numériques de  $\gamma_n = \beta_n/\alpha_n^2$  mis en jeu dans l’expression de la sensibilité au champ magnétique pour les premiers modes de vibrations d’une poutre encastree-libre (CF) et libre-libre (FF).

### 3.2.2. Validation par simulations numériques

#### 3.2.2.1. Implémentation du modèle par la méthode des éléments finis

Les solveurs multiphysiques classiquement utilisés (Comsol, Ansys, Coventor, ...) ne permettent pas de simuler le facteur d’échelle de magnétomètres exploitant le principe de fonctionnement décrit précédemment. Afin de valider le modèle de facteur d’échelle, un modèle numérique a été ajouté au solveur OOFELIE::Multiphysics par la société OpenEngineering. Selon le besoin spécifié, celui-ci devait permettre de prendre en compte d’éléments de couples volumiques et/ou surfacique locaux dans la réponse modale d’un résonateur piézoélectrique selon l’équation :

$$\overrightarrow{\tau}(x) = \overrightarrow{M}_R \wedge \overrightarrow{B} \quad (3.35)$$

où  $M_R$  est l'aimantation rémanente du matériau considéré,  $B$  le champ magnétique appliqué.

Les éléments finis implémentés permettent de traduire rigoureusement la contribution des couples volumiques/surfaciques en forces nodales sur des éléments finis 3D. Le couple appliqué dépend linéairement du champ de déplacement local afin de satisfaire l'hypothèse d'une aimantation qui suit parfaitement la déformée d'un résonateur. Ces nouveaux éléments introduisent des contributions dans la matrice de raideur du système : l'application d'un couple magnétique entraîne donc une modification des valeurs propres lors d'une analyse modale [9]. En réalisant une analyse modale avec et sans couple magnétique, il est ainsi possible de remonter au facteur d'échelle du système :

$$K_B = \frac{f(B) - f(0)}{B} \quad (3.36)$$

### 3.2.2.2. Comparaison des modèles analytiques et numériques

#### 3.2.2.2.1. Poutres encastrée-libre

Pour valider le module numérique implémenté par OpenEngineering, celui-ci a été comparé au modèle analytique donné par les équations (3.28) et (3.33). Concernant les poutres totalement recouvertes, le modèle analytique a été comparé aux modèles numériques utilisant des couples surfaciques (FEM 2D) et volumiques (FEM 3D). Pour tous les exemples étudiés, le modèle analytique donne des résultats très proches de ceux donnés par le modèle FEM surfacique. Cependant, comme illustré dans la FIGURE 3.7, il y a un écart notable entre les modèles analytiques et FEM 3D. Cette différence peut s'expliquer par le fait que le modèle FEM 3D prend en compte la masse du dépôt, ce qui n'est pas le cas des deux autres modèles.

Cette étude a permis de valider le bon fonctionnement du module sur des cas simples. La version FEM 3D donne des résultats qui sont certainement plus réalistes car elle permet de prendre en compte la masse des couches minces magnétiques. Cependant ceci impose de mailler finement la couche mince ce qui rallonge fortement les temps de calculs pour un faible gain en précision. Par la suite, sauf mention contraire, les valeurs de facteur d'échelle seront systématiquement données avec le module FEM 2D.

#### 3.2.2.2.2. Limite du modèle analytique

Le modèle analytique présenté précédemment est très pratique pour comprendre les grandeurs d'intérêts pour dimensionner un capteur à forte sensibilité. De plus il permet de réaliser une optimisation des dimensions du résonateur rapidement. Cependant, celui-ci n'est valide que pour des poutres élancées et ses limites sont donc rapidement atteintes (FIGURE 3.8). Pour dimensionner des capteurs plus complexes, le modèle numérique sera privilégié par la suite.

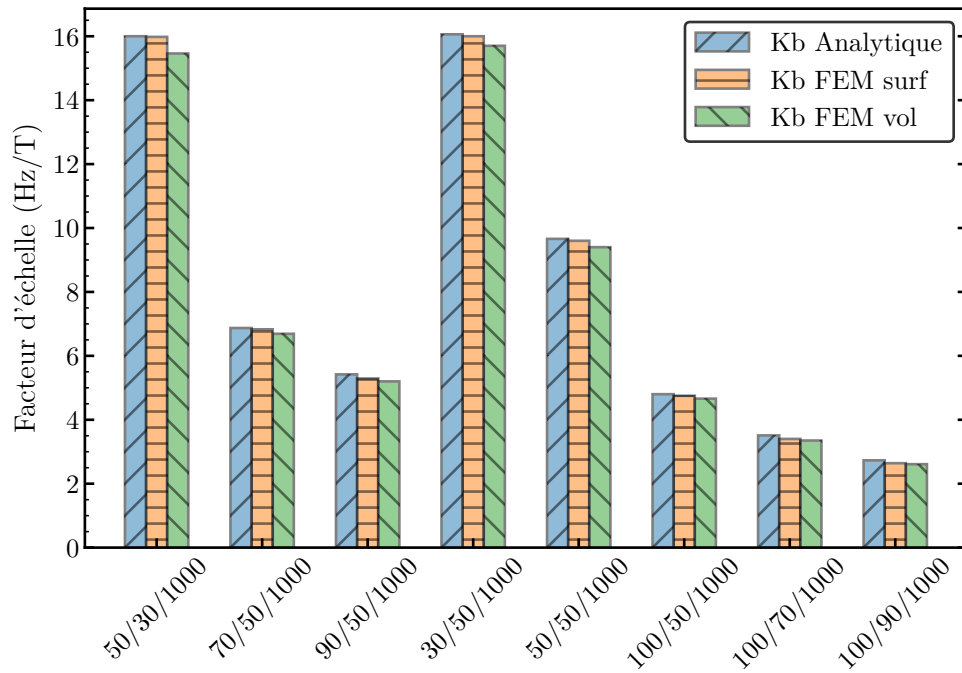


FIGURE 3.7 – Comparaison du facteur d'échelle calculé analytiquement et numériquement pour différentes dimensions de poutres de type encasté-libre (largeur/épaisseur/longueur).

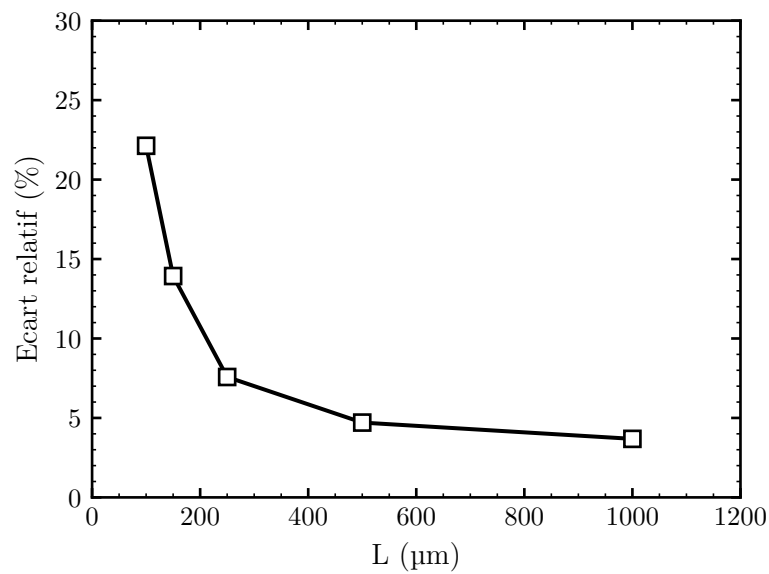


FIGURE 3.8 – Ecart relatif entre le modèle analytique et FEM pour une poutre encastée-libre de section  $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ .

### 3.3. Modélisation du facteur de qualité du résonateur

#### 3.3.1. Origines des sources de pertes d'énergies

Comme évoqué dans l'expression de la résolution d'un capteur à sortie fréquentielle, le facteur de qualité du résonateur est une grandeur que l'on doit maximiser pour atteindre les meilleures résolutions possibles. Le facteur de qualité traduit directement les pertes d'énergies du résonateur au cours d'une oscillation :

$$Q = 2\pi \frac{E_{tot}}{E_{dissipée/période}} \quad (3.37)$$

Pour des résonateurs micrométriques, plusieurs mécanismes peuvent en être à l'origine :

- L'amortissement dû au frottement avec le gaz ambiant  $Q_{air}$ . Celui-ci peut être rendu négligeable en travaillant à basse pression [132].
- Le « squeeze film damping »  $Q_{squeeze}$  [133]. Lorsque le résonateur a des largeurs de gap plus petites que le libre parcours moyen des molécules du gaz environnant, les molécules qui se retrouvent piégées dans le gap subissent de nombreuses collisions sur les parois du résonateur, ce qui se traduit par une dégradation du facteur de qualité. En dehors des MEMS électrostatiques exploitant des peignes capacitifs, ce phénomène est en général négligeable.
- La dissipation d'énergie dans le support des résonateurs  $Q_{anchor}$ . Lorsque le résonateur est en vibration, il y a toujours une fraction d'énergie cinétique qui est transmise à son support. Par un dimensionnement intelligent du contour du résonateur, il est possible d'exploiter un mode de vibration qui ne sollicite que faiblement le support du résonateur. Par simulation numérique, l'ensemble des résonateurs présentés par la suite ont été optimisés pour avoir un facteur de qualité équivalent de l'ordre de  $Q_{anchor} = 10^7$ . Pour ce faire, des modes de vibrations de type « diapason » ont été utilisés car ces modes sont naturellement bien isolés de leur support (FIGURE 3.14).
- L'amortissement thermoélastique  $Q_{thermo}$ . Ces pertes d'énergies sont dues au couplage entre le champ de déformation et le champ de température. Lorsqu'un matériau subit une augmentation de température, il se dilate. A l'inverse, pour maintenir l'équilibre thermodynamique, lorsqu'un matériau est comprimé il s'échauffe pour revenir à son état initial. Dans le cas d'une poutre vibrant en flexion, il y a donc un gradient de température qui apparaît entre les régions comprimées et les régions étirées. Ce gradient thermique entraîne un transfert d'énergie irréversible au sein du résonateur et par conséquent une dissipation d'énergie. Il s'agit d'une des principales sources d'amortissement dans les résonateurs de type MEMS. Ce phénomène a pour la première fois été décrit par Zener en 1937 et a été complété plus récemment par Roukes et Lifshitz en 2000 [134], [135]. Dans le cas des poutres vibrant en

flexion, Roukes et Lishitz ont montré que le facteur de qualité thermoélastique peut s'exprimer comme :

$$Q_{thermo}^{-1} = \frac{E\alpha^2 T_0}{C_p} \left( \frac{6}{\xi^2} - \frac{6}{\xi^3} \frac{\sinh \xi + \sin \xi}{\cosh \xi + \cos \xi} \right) \quad (3.38)$$

avec  $\xi = e\sqrt{\frac{\omega_0}{2\chi}}$ ,  $e$  la largeur de la poutre,  $\omega_0$  la pulsation propre du mode de vibration,  $\chi$  la diffusivité thermique du matériau,  $E$  son module d'Young,  $\alpha$  le coefficient d'expansion thermique,  $C_p$  la capacité thermique par unité de volume et  $T_0$  la température moyenne.

- L'amortissement viscoélastique  $Q_{visco}$ . Lorsque des matériaux non mono-cristallins sont déposés sur le résonateur, les variations de contraintes au sein de ces matériaux peuvent dissiper de l'énergie par frottements internes. Plus le volume du dépôt est important relativement au résonateur et plus les pertes d'énergies sont conséquentes. Ainsi, dans le cas de résonateurs micrométriques et lorsque les électrodes n'ont pas un volume négligeable, il s'agit d'un des mécanismes de dissipation principaux. De plus, concernant les magnétomètres vibrants, cet effet ne doit pas être négligé car le dépôt de matériau magnétique est lui-même une source d'amortissement. Ce mécanisme a été plus longuement étudié dans la partie suivante.

Par la suite, seules les pertes thermoélastiques, viscoélastiques et à l'encastrement seront prises en compte dans l'estimation du facteur de qualité du capteur, les autres sources étant considérées comme négligeables. En supposant que ces mécanismes sont indépendants, le facteur de qualité total peut s'exprimer :

$$Q_{tot}^{-1} = Q_{thermo}^{-1} + Q_{visco}^{-1} + Q_{anchor}^{-1} \quad (3.39)$$

### 3.3.2. Modélisation des pertes viscoélastiques dans les films minces

#### 3.3.2.1. Modèles rhéologiques

La modélisation des pertes viscoélastiques au sein des couches minces est primordiale car c'est une des sources principales de dissipation d'énergie dans les microrésonateurs. Les couches minces étant généralement polycristallines, l'origine des pertes d'énergie est souvent attribuée aux frottements entre grains ou bien aux déplacements de dislocations au cours d'une oscillation [136]-[139].

Afin de modéliser les matériaux viscoélastiques, on utilise souvent une représentation complexe du module d'Young  $E^*$  du matériau pour prendre en compte l'aspect à la fois élastique et visqueux de ce type de matériau. Pour cela, différents modèles rhéologiques sont régulièrement utilisés. Parmi les plus courants, on peut citer :

- Le modèle de Voigt, le plus simple avec un ressort en parallèle d'un amortisseur où  $\eta$  représente le coefficient de frottements internes :

$$E_{Voigt}^* = E + j\eta\omega \quad (3.40)$$

- Le modèle d'anélasticité standard, souvent utilisé pour représenter avec fidélité la réponse temporelle d'un matériau viscoélastique [140] :

$$E_{anelastic}^* = E_1 + E_2 \left( \frac{\omega^2 \tau^2 + j\omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \right) \quad (3.41)$$

- Un modèle plus général d'amortissement structural où le module d'Young est divisé en une partie réelle et imaginaire quelconque :

$$E_{struct}^* = E(1 + j\eta_{struct}(\omega)) \quad (3.42)$$

### 3.3.2.2. Amortissement de l'or en fonction de la fréquence

Les électrodes servant à exciter les résonateurs piézoélectriques étant classiquement réalisées par une couche mince en or, l'amortissement engendré par ce matériau est de première importance. Il n'existe que peu d'articles faisant état des propriétés viscoélastiques de l'or en fonction de la fréquence. Pour effectuer un premier dimensionnement du capteur il était donc nécessaire d'avoir une estimation du comportement viscoélastique induit par les électrodes. Pour cela, cinq articles ont été retenus : trois articles de références utilisant des substrats piézoélectriques avec des techniques de dépôts de Cr/Au identiques au procédé prévu pour la réalisation du magnétomètre (évaporation sous vide) [141]-[144], ainsi que deux autres articles traitant explicitement de l'amortissement de dépôts en or réalisés par évaporation sous vide [145], [146].

Afin de pouvoir comparer les différentes mesures entre elles, il est nécessaire d'utiliser une grandeur commune. Pour cela, nous utiliserons le modèle d'amortissement structural (Eq. 3.42) car il reste le plus général possible. Faisant l'hypothèse que la partie réelle du module d'Young de l'or est constante, seul le paramètre  $\eta_{struct}$  est à identifier dans les différents articles :

- L'article de LE TRAON et al. [141] réalise des mesures précises de facteurs de qualité sur des résonateurs en flexion. Par des simulations numériques il estime le rapport d'énergie de déformation entre le volume des électrodes et le volume total du résonateur. Bien qu'il utilise le modèle de Voigt tout au long de l'article, il en déduit des valeurs de facteur de qualité  $Q_{Au}$  intrinsèque aux électrodes et indépendant du modèle utilisé. Le lien entre  $Q_{Au}$  et  $\eta_{Au}$  est dans ce cas directement :

$$\eta_{Au,struct} = \frac{1}{Q_{Au}} \quad (3.43)$$

- Concernant les articles de KAWASHIMA et al. [143][144], seules les valeurs de facteurs de qualité sont données, il n'y a pas d'analyse des pertes viscoélastiques. Cependant toutes les dimensions caractéristiques des résonateurs et électrodes sont indiqués dans l'article. Des simulations numériques ont ainsi été réalisées pour estimer le rapport d'énergie contenu dans les électrodes. Kawashima utilise des résonateurs en

extension compression, donc non soumis aux pertes thermoélastiques, pour des applications de référence de temps où le design a été optimisé pour minimiser les pertes d'énergie. Ainsi, il est possible de faire l'hypothèse réaliste où seules les électrodes sont responsables de la dissipation d'énergie. On en déduit comme précédemment l'amortissement structural à partir des équations (3.43) et (3.37).

- L'article de SANDBERG et al. [145] n'utilise pas de résonateurs à très fort facteur de qualité mais une grande variété de poutres, permettant d'adresser les propriétés viscoélastiques d'un dépôt d'or dans une large gamme de fréquences (10 kHz à 1 MHz). Pour déduire les pertes intrinsèques au dépôt d'or, chaque résonateur est réalisé en double. La différence de facteur de qualité entre le résonateur sans et avec dépôt permet de remonter aux pertes induites par le dépôt d'or. Les dimensions de chaque poutre ayant été données dans l'article, une analyse numérique a été réalisée afin d'estimer précisément les rapports d'énergies de déformations et ainsi en déduire le facteur d'amortissement structural à partir de l'équation (3.37).
- Quant à l'article de SOSALE et al. [146], le coefficient d'amortissement structural est indirectement donné à partir de mesures du décrétement logarithmique de résonateurs sur lesquels a été réalisé un dépôt d'or. Le lien entre le décrétement logarithmique  $\delta_{log}$  et le coefficient d'amortissement structural est :

$$\eta_{struct} = \frac{1}{Q} = \frac{\delta_{log}}{\pi} \quad (3.44)$$

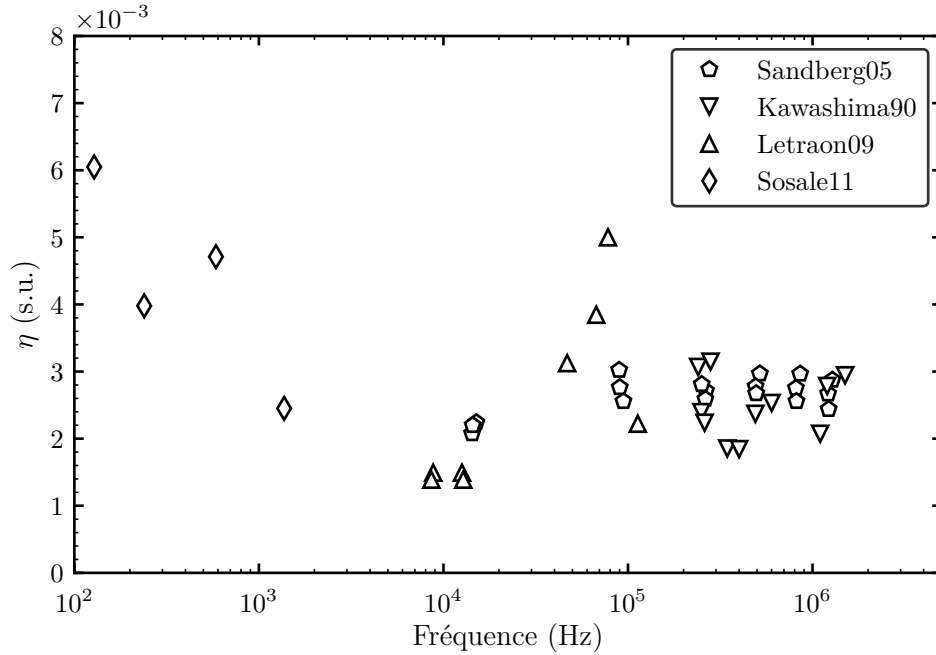
La synthèse des données a été réalisée dans la FIGURE 3.9 pour des fréquences allant de 100 Hz à 1 MHz. De cet ensemble de mesures, il est difficile de dégager une tendance claire en fonction de la fréquence. La grande disparité laisse supposer que les propriétés d'amortissement des couches minces sont très dépendantes des conditions de dépôts ainsi que du substrat utilisé. Toutefois, cette synthèse permet de donner une bonne estimation du facteur d'amortissement dans la gamme de fréquence [10 kHz - 1 MHz], qui est la gamme de fréquence visée. Dans cette gamme, l'amortissement structural est compris entre 2 et  $3 \times 10^{-3}$ . Afin de réaliser un premier dimensionnement, une estimation de  $\eta_{struct} = 2.5 \times 10^{-3}$  sera considérée par la suite.

### 3.3.2.3. Applications au cas de poutres en flexions

Les électrodes servant à exciter les résonateurs piézoélectriques sont une source importante de dégradation du facteur de qualité. Afin de modéliser l'amortissement induit par les électrodes, il est nécessaire de quantifier l'énergie perdue au cours d'une oscillation. Dans ce but, le module d'Young des électrodes est par la suite modélisé par l'équation (3.42), selon le modèle de l'amortissement par friction interne, qui est le cas le plus général. L'indice « 2 » caractérisera les propriétés de des électrodes, tandis que l'indice « 1 » sera utilisé pour les propriétés du résonateur par la suite :

$$E_2^* = E_2(1 + j\eta_2) \quad (3.45)$$



FIGURE 3.9 – Evolution de  $\eta$  en fonction de la fréquence.

La poutre est considérée comme non dissipative relativement aux électrodes, son module d'Young  $E_1$  est donc purement réel. Pour modéliser les pertes d'énergies dues aux électrodes, nous considérerons le cas d'une poutre vibrant en flexion selon les hypothèses de Bernoulli, en mouvement harmonique. Les largeur, épaisseur, longueur de la poutre sont respectivement  $e$ ,  $h_1$  et  $L$ . On suppose que les électrodes recouvrent toute la largeur  $e$  de la poutre et qu'elle s'étend sur un tronçon arbitraire entre  $L_1$  et  $L_2$  avec une épaisseur  $h_2$ . Sous ces hypothèses, les déformations au sein de la poutre s'expriment :

$$\epsilon(x, y, z, t) = \epsilon_0(x, y, z) \cos(\omega t) \quad (3.46)$$

### 3.3.2.3.1. Cas d'une vibration dans le plan

Dans le cas d'une poutre orientée selon  $x$  et en flexion selon  $y$ , l'amplitude des déformations au sein de la poutre s'expriment :

$$\epsilon_0(x, y) = -(y - h_0) \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2}(x) \quad (3.47)$$

où  $Y_n$  est la déformée de la poutre, dont l'expression a été donnée au cours de la démonstration du facteur d'échelle (Eq. 3.18) et  $h_0$  est la position de la fibre neutre. La fibre neutre est définie telle que :

$$\int_{-e/2}^{e/2} E(y - h_0) dy = 0 \quad (3.48)$$

Dans le cas d'un mouvement dans le plan selon  $y$ , le problème est symétrique (FIGURE 3.10 (a)). En prenant l'origine du repère dans le plan médian, on a alors simplement :

$$h_{0,in} = 0 \quad (3.49)$$

Concernant le calcul des pertes d'énergies à proprement parler, Nowick, dans son livre de référence [140], a montré que le facteur de qualité d'un système avec dissipation d'énergie peut s'exprimer sous forme énergétique par l'équation (3.37). Dans le cas présent, en supposant que les électrodes ont un volume suffisamment faible pour négliger l'énergie qui y est stockée,  $E_{tot}$  et  $E_{dissipée/période}$  s'expriment comme :

$$\begin{aligned} E_{tot} &= \int_V dV \int_{\omega t=0}^{\pi/2} \sigma \dot{\epsilon} dt = \frac{1}{2} E_1 \int_{V_1} \epsilon_0^2 dV \\ &= \frac{1}{2} E_1 I_{1,in} \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} E_{dissipée/période} &= \int_V dV \int_{\omega t=0}^{2\pi} \sigma \dot{\epsilon} dt = \pi E_2 \eta_2 \int_{V_2} \epsilon_0^2 dV \\ &= \pi E_2 I_{2,in} \eta_2 \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (3.51)$$

Avec :

$$I_{1,in} = \frac{h_1 e^3}{12} \quad (3.52)$$

$$I_{2,in} = \frac{h_2 e^3}{12} \quad (3.53)$$

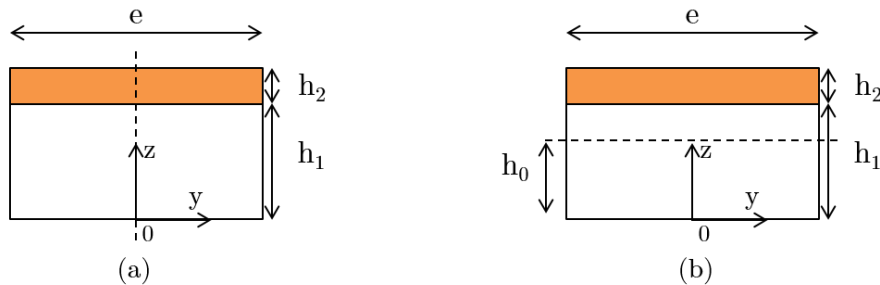


FIGURE 3.10 – Vue de coupe d'une poutre illustrant la position de la fibre neutre pour une vibration en flexion (a) dans le plan et (b) hors plan.

### 3.3.2.3.2. Cas d'une vibration hors plan

Le cas d'une vibration hors plan est plus complexe car le problème n'est plus symétrique (FIGURE 3.10 (b)), l'expression de la position de la fibre neutre n'est donc pas triviale :

$$\int_0^{h_1+h_2} E(z - h_0) dz = 0 \quad (3.54)$$

$$h_{0,out} = \frac{E_1 h_1^2 + E_2 h_2^2 + 2E_2 h_1 h_2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)} \quad (3.55)$$

Le reste du calcul est similaire et mène à une expression identique pour  $E_{tot}$  et  $E_{dissipée/période}$ . La seule différence provient de l'expression des moments quadratiques :

$$I_{1,out} = \frac{e}{3} \left( h_1^3 - 3h_1^2 h_{0,out} + 3h_1 h_{0,out}^2 \right) \quad (3.56)$$

$$I_{2,out} = \frac{e}{3} \left( h_2^3 + 3h_2^2 (h_1 - h_{0,out}) + 3h_2 (h_1 - h_{0,out})^2 \right) \quad (3.57)$$

Finalement, on peut en déduire une expression du facteur de qualité viscoélastique à partir des équations (3.37), (3.50) et (3.51) :

$$\frac{1}{Q_{visco,n}} = M_n(x_1, x_2) \frac{E_2 I_2}{E_1 I_1} \eta_2 \quad (3.58)$$

Le terme  $M_n$  permet de mettre en évidence l'influence de la position des électrodes sur le facteur de qualité viscoélastique. De façon analogue au calcul du facteur d'échelle sur une portion de poutre (Eq. 3.34), il est possible d'exprimer  $M_n$  sous forme de fonctions trigonométriques à partir de l'équation (3.18) :

$$M_n(x_1, x_2) = \frac{N_n(x_2) - N_n(x_1)}{N_n(L)} \quad (3.59)$$

Avec :

$$N_n(x) = \int_0^x \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x'^2} \right)^2 dx' \quad (3.60)$$

$$N_n(x) = \frac{a_1^2 b_n^3}{2} \left[ \left( K_n^2 + 1 \right) \cosh b_n x \left( \sinh b_n x + 2 \sin b_n x \right) \right. \\ \left. + \left( K_n^2 - 1 \right) \cos b_n x \left( 2 \sinh b_n x + \sin b_n x \right) \right. \\ \left. + 2K_n \left( \sinh b_n x + \sin b_n x \right)^2 + 2K_n^2 b_n x \right] \quad (3.61)$$

### 3.4. Procédé de fabrication

L'ensemble des résonateurs ont été réalisés à l'aide d'un procédé de fabrication classique des résonateurs en quartz (FIGURE 3.11) :

- Un substrat de quartz de 500  $\mu\text{m}$  est utilisé comme matériau de base (étape 1)
- Ce substrat est métallisé par un dépôt de chrome (17 nm) et or (200 nm) (étape 2).
- Une résine photosensible (S1813) est déposée et insolée afin de définir le motif des résonateurs (étapes 3/4/5).
- Les métaux non protégés sont ensuite gravés pour révéler le motif des résonateur (étapes 6/7). Le motif restant servira de masque physique pour la gravure chimique qui va suivre.
- Une seconde étape de photolithographie permet de définir le motif des électrodes d'excitation (étapes 8/9).
- Le substrat est ensuite usiné par un procédé de gravure chimique humide du quartz (bain HF/NH<sub>4</sub>F) (étape 10) jusqu'à l'obtention de l'épaisseur visée (typiquement 30  $\mu\text{m}$ ).
- Enfin, le motif des électrodes est révélé par gravure des métaux non protégés et le substrat est nettoyé (étapes 11/12).

Concernant le dépôt des matériaux ferromagnétiques, il a été nécessaire de fabriquer un masque physique pour effectuer le dépôt localement sur les résonateurs (FIGURE 3.12). Dans ce but, le même procédé de réalisation a été utilisé pour fabriquer le masque physique dans un substrat en quartz. Des mières d'alignement complémentaires ont été disposées sur le masque physique et le substrat des résonateurs pour faciliter l'alignement. Puis les matériaux ont simplement été déposés à travers les ouvertures du masque physique à l'aide du procédé de dépôt par pulvérisation cathodique décrit précédemment.

### 3.5. Mesures et limitations

#### 3.5.1. Exploitation des modèles de performances

Les paragraphes précédents ont permis de mettre au point un modèle comportemental purement analytique de l'ensemble des paramètres caractéristiques d'un magnétomètre à poutres vibrantes, à savoir sa fréquence  $f_0$ , son facteur de qualité  $Q$  et son facteur d'échelle  $K_B$ . Ainsi, il est à présent possible de calculer la résolution optimale d'un prototype en utilisant l'équation (3.8). Dans cette équation, l'instabilité du biais s'exprime également en fonction du bruit Flicker de l'amplificateur de charge. Comme cette grandeur est une caractéristique indépendante du résonateur, ce terme sera par la suite considéré comme une constante telle que  $\sqrt{\ln 2b_{-1}/2} = 2.4 \times 10^{-6}$  (valeur déduite des performances des accéléromètres développés dans l'unité qui utilisent la même électronique de proximité).

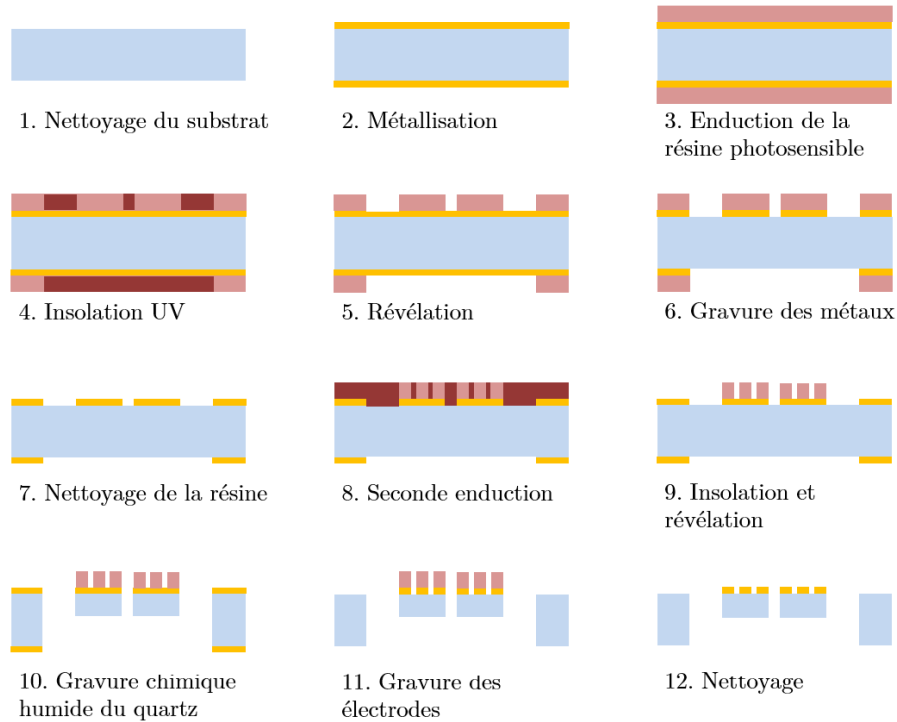


FIGURE 3.11 – Procédé de fabrication de résonateurs en quartz.

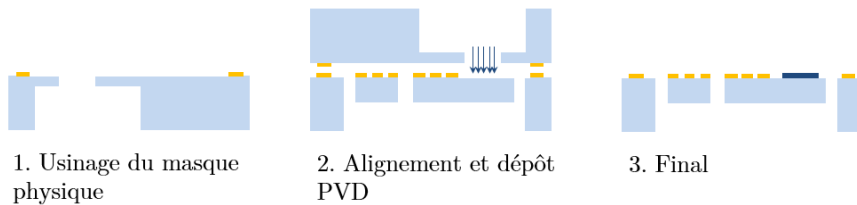


FIGURE 3.12 – Procédé de fabrication du masque physique nécessaire pour le dépôt local des matériaux magnétiques.

De même, sauf mention contraire, la couche mince aimantée sera considérée par la suite comme ayant une aimantation rémanente  $M_R = 1 \text{ MA/m}$  et une épaisseur de  $1 \mu\text{m}$ . Enfin, les électrodes seront considérées comme ayant une viscosité propre  $\eta_{elec} = 2.5 \times 10^{-3}$  et un module d'Young  $E_{elec} = 78 \text{ GPa}$ .

Les cartes d'optimisation présentées par la suite ont été calculées pour des longueurs et largeurs de poutres compatibles avec le procédé de fabrication :  $e, L \in [20 - 300 \mu\text{m}] \times [300 - 5000 \mu\text{m}]$ .

A partir des cartes d'optimisation de facteur de qualité présentées dans la FIGURE 3.13, on constate que des facteurs de qualité de plusieurs millions sont théoriquement accessibles si on ne considère que les pertes thermoélastiques au sein du résonateur. Cependant, en considérant les pertes d'énergie induites par la présence d'électrodes sur la surface supérieure des diapasons, on constate que le facteur de qualité attendu sera en pratique

beaucoup plus faible avec une limite haute de 60 000. Pour augmenter cette limite, une solution serait de diminuer le rapport  $h_{elec}/h_{quartz}$  (Eqs. 3.53, 3.52 et 3.58). Les électrodes ayant déjà une épaisseur minimale imposée par le procédé de fabrication, la seule solution serait d'augmenter l'épaisseur du résonateur. Toutefois, augmenter l'épaisseur du quartz impliquerait de dégrader le facteur d'échelle du capteur dans un même rapport (Eq. 3.28), ce qui n'apporterait aucun gain sur la résolution finale du capteur. Il a donc été décidé de favoriser le facteur d'échelle du capteur à son facteur de qualité et par conséquent de fixer l'épaisseur du résonateur à l'épaisseur minimale autorisée par le procédé de fabrication,  $h = 30 \mu\text{m}$ .

Concernant le facteur d'échelle, celui-ci est indépendant de la longueur des poutres utilisées (FIGURE 3.13 (c)). Pour augmenter la sensibilité au champ magnétique de ce type de capteur, il faut donc privilégier de faibles largeurs de poutres, la longueur de celle-ci ne servant qu'à ajuster la fréquence de résonance du capteur. Finalement, comme illustré dans la FIGURE 3.13 (d), la résolution optimale de cette technologie (Eq. 3.8) peut être obtenue de deux façons distinctes :

- soit en utilisant des poutres très élancées, de faible largeur et grande longueur. Dans ce cas le facteur de qualité sera réduit mais le facteur d'échelle nettement amélioré. Par exemple, pour  $e/h/L = 50/30/2500 \mu\text{m}$ , les caractéristiques du capteurs sont :  $f = 7.0 \text{ kHz}$ ,  $Q = 1500$  et  $K_B = 17 \text{ Hz/T}$  pour une résolution ultime de  $\sigma_{rés} = 650 \text{ nT}$ .
- soit en utilisant des poutres de grande largeur, la longueur servant à ajuster la fréquence. Dans ce cas le facteur de qualité sera important mais le facteur d'échelle nettement dégradé. Par exemple, pour  $e/h/L = 250/30/2500 \mu\text{m}$ , les caractéristiques du capteurs sont :  $f = 35.0 \text{ kHz}$ ,  $Q = 4300$  et  $K_B = 3 \text{ Hz/T}$  pour une résolution ultime de  $\sigma_{rés} = 580 \text{ nT}$ .

### 3.5.2. Dimensionnement de résonateurs optimaux

Quelque soit la solution retenue, on constate facilement à partir des cartes d'optimisation qu'il est impossible d'atteindre l'objectif d'une résolution de 10 nT avec ce type de design tout en gardant des dimensions compatibles avec le procédé de fabrication ou ayant une fréquence de fonctionnement supérieure à 3 kHz. Néanmoins, il a été décidé de réaliser 6 types de prototypes (représentés en blanc dans les cartes d'optimisation) dans le but de valider les modèles de performances mis au point précédemment (FIGURE 3.13). Les résonateurs optimisés ont des formes similaires afin qu'ils soient tous compatibles avec la même embase TO-18 (FIGURE 3.14).

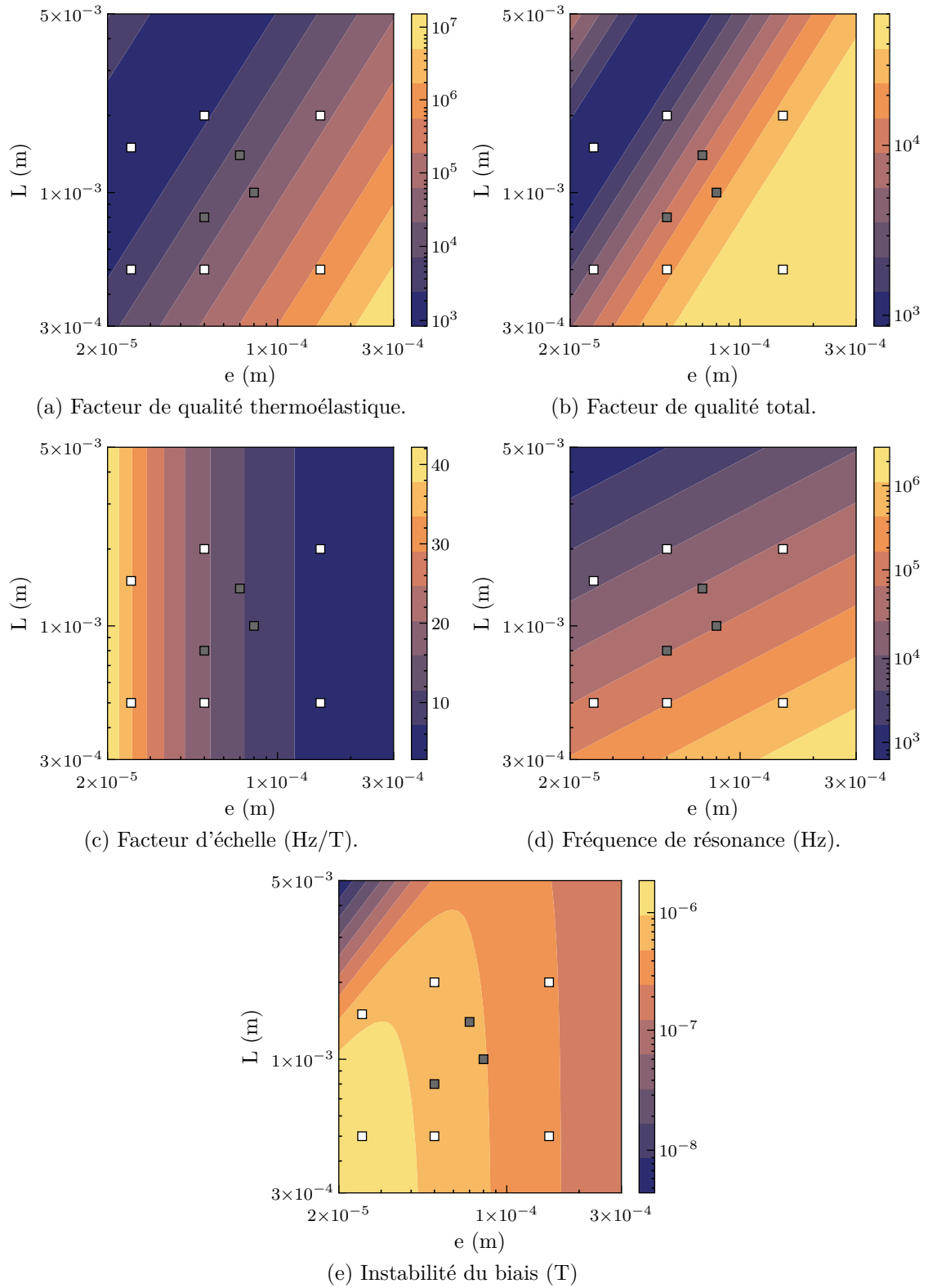


FIGURE 3.13 – Evolution des grandeurs caractéristiques d'un magnétomètre de type diaphragme, pour différentes largeurs  $e$  et longueurs  $L$  de poutres, pour  $h = 30 \mu\text{m}$ , un dépôt de  $1 \mu\text{m}$  et une aimantation rémanente de  $M_R = 1 \text{ MA/m}$ .

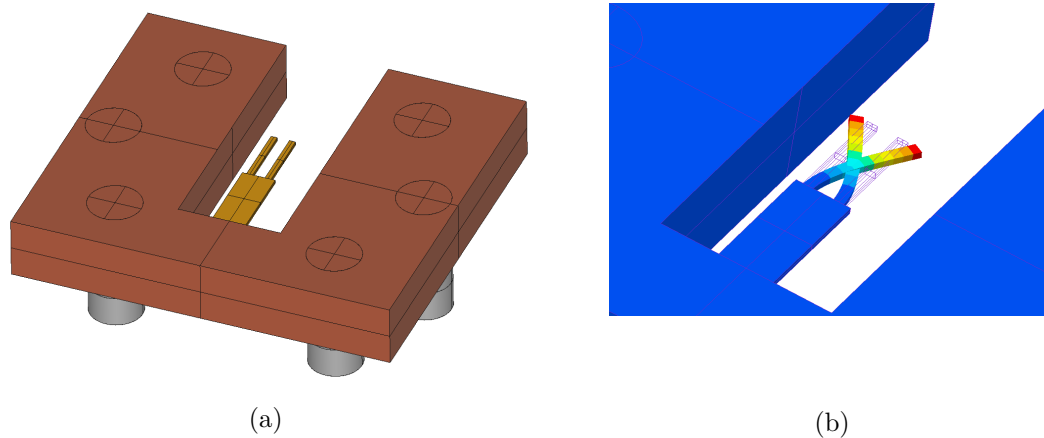


FIGURE 3.14 – Illustration d’un diapason optimisé pour une embase de type TO-18 (a). Le diapason (jaune) a une épaisseur de  $30\ \mu\text{m}$  et est maintenu par son support (en rouge) lui-même en quartz avec une épaisseur de  $500\ \mu\text{m}$ . Les six plots de fixations (en gris) sont en Kovar et appartiennent à l’embase sur laquelle est collé le résonateur. Illustration du mode de vibration utilisé (b).

Le dimensionnement de ces résonateurs a principalement consisté en l’optimisation de la géométrie du pied du diapason et de son support par simulations numériques afin de minimiser les pertes d’énergie vers le support et donc maximiser le facteur de qualité du résonateur (paragraphe 3.3.1). Les dimensions et caractéristiques théoriques des résonateurs optimisés sont indiquées dans la TABLE 3.2.

Dans un second temps, la position des matériaux magnétiques a été optimisée. L’objectif principal était de déterminer la position optimale du dépôt de façon à limiter la dégradation du facteur de qualité dû au dépôt tout en garantissant un facteur d’échelle important. Pour cela, les modèles analytiques de facteur d’échelle et facteur de qualité ont été utilisés (Eqs. 3.33 et 3.58). Dans la FIGURE 3.15, les pertes viscoélastiques engendrées par un dépôt en bout de poutre sont comparées au facteur d’échelle associé en fonction de la position du dépôt de matériaux magnétiques.

D’un point de vue qualitatif, on constate que les pertes viscoélastiques diminuent rapidement dès lors que le dépôt est réalisé loin de l’encastrement. Ceci était prévisible car pour une poutre encastree-libre vibrant selon son premier mode de flexion, les contraintes sont maximales au niveau de l’encastrement. Les pertes viscoélastiques étant proportionnelles aux contraintes qu’elles subissent, elles sont maximales lorsque le matériau déposé est proche de l’encastrement. Au contraire, le facteur d’échelle associé ne décroît rapidement que lorsque le dépôt est sur la moitié supérieure de la poutre. Ceci était également prévisible car le facteur d’échelle dépend principalement de l’angle de la déformée locale de la poutre. Pour une poutre en encastree-libre en flexion, l’angle est infime proche de l’encastrement, l’impact sur le facteur d’échelle est donc faible.

D’un point de vue quantitatif, la solution optimale est de placer le dépôt de matériaux



TABLE 3.2 – Synthèse des grandeurs caractéristiques des six résonateurs optimisés ainsi que de trois résonateurs issus d’une étude préalable pour des épaisseurs de couches magnétiques de 1  $\mu\text{m}$ .

$e/h/L$ ( $\mu\text{m}$ )	$f_0$ (Hz)	$Q$	$K_B$ (Hz/T)	$\sigma_{stab}$ (nT)
25/30/500	84780	4400	34	1360
25/30/1500	9700	900	34	760
50/30/500	175700	20400	17	1210
50/30/2000	11000	2200	17	710
150/30/500	527000	56000	5,6	4030
150/30/2000	32900	27700	5,6	510
80/30/1000	70300	20700	10,5	770
50/30/800	68600	10300	17	950
70/30/1400	31400	9400	12	660

magnétiques sur la moitié supérieure de la poutre. En effet, pour une position à 50% de la longueur de la poutre, les pertes viscoélastiques sont drastiquement réduites, avec une valeur de 5% de la valeur maximale par rapport à un dépôt sur l’ensemble de la poutre. Dans les mêmes conditions, le facteur d’échelle n’est que faiblement diminué, avec 75% de sa valeur maximale. Cette configuration a donc été retenue par la suite pour la réalisation de prototypes.

### 3.5.3. Mesures et comparaison aux modèles

Dans le but de valider les modèles présentées précédemment, des résonateurs ont été fabriqués selon les dimensions présentées dans la TABLE 3.2. Ces cellules ont été réalisées collectivement selon le procédé décrit précédemment. La FIGURE 3.16 illustre la partie active d’un prototype après le dépôt des matériaux magnétiques. Sur cette figure, le dépôt magnétique est en gris tandis que la paire d’électrodes servant à entretenir l’oscillation est en jaune. Les électrodes ont été disposé de façon antisymétrique sur les branches du diapason afin de privilégier le mode d’intérêt. Le schéma d’électrodes sous forme d’un tri-piste est classique pour les résonateurs en flexion car il permet d’exciter le résonateur avec des électrodes sur une unique face [147]. Ces prototypes ont pour but de valider les modèles d’amortissement et de facteur d’échelle mis au point précédemment.

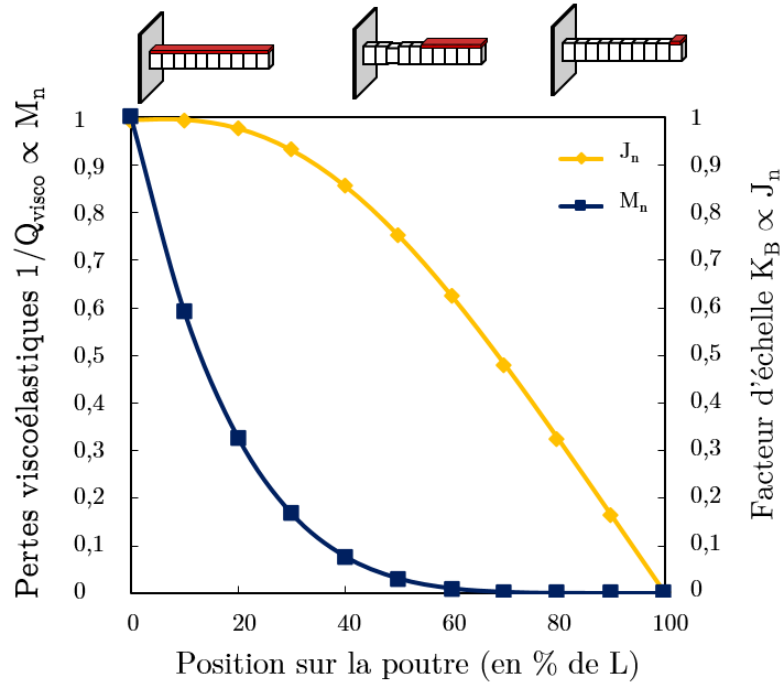


FIGURE 3.15 – Comparaison de l'évolution des pertes viscoélastiques engendrées par un dépôt de matériaux magnétiques en bout de poutre et du facteur d'échelle associé en fonction de la position du dépôt.

### 3.5.3.1. Validation des pertes d'énergies

Concernant le modèle d'amortissement présenté précédemment, deux points doivent être vérifiés expérimentalement :

- d'une part, la valeur du coefficient d'amortissement structural  $\eta_{Au}$  doit être validé. Dans ce but, il a été décidé de réaliser des mesures de facteur de qualité et d'en déduire  $\eta_{Au}$  à partir des équations (3.39) et (3.58).
- d'autre part, l'amortissement engendré par le dépôt de matériaux magnétiques doit être quantifié. Pour cela, des mesures de facteur de qualité sont effectuées avant et après avoir réalisé le dépôt.

Dans ce but, des mesures de facteur de qualité ont été réalisées sur les résonateurs présentés dans la TABLE 3.2 à l'aide d'un analyseur d'impédance (Agilent 4294A). Les mesures sont synthétisées dans la TABLE 3.3.

Tout d'abord, on constate que le dépôt de matériaux magnétiques n'impacte que faiblement le facteur de qualité du résonateur. En effet, toutes les valeurs de facteur de qualité mesurées après dépôt sont proches des valeurs initiales, avec seulement 10% d'écart. De plus, certaines mesures sont plus élevées après dépôt, ce qui est théoriquement impossible, le facteur de qualité ne pouvant que diminuer. Ces augmentations traduisent seulement les incertitudes de mesures qui sont typiquement de l'ordre de 10% dans les conditions de

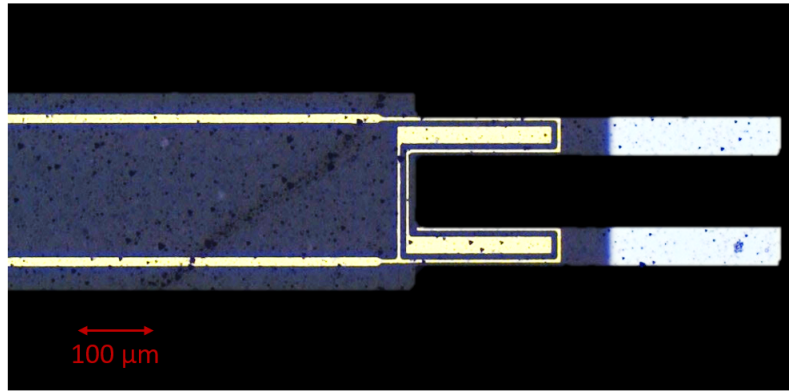


FIGURE 3.16 – Illustration d’un prototype réalisé par gravure chimique avec un dépôt de FeCo en bout de poutre. Le diapason est de couleur gris foncé dans cette illustration, les électrodes sont de couleurs jaunes et le dépôt en gris clair.

mesures utilisées. Ainsi, il est bien possible de ne pas dégrader le facteur de qualité d’un résonateur lors de l’ajout de matériau magnétique, à condition de positionner celui-ci dans des régions à faibles contraintes mécaniques. On pourra par la suite utiliser ce critère pour dimensionner un magnétomètre à fort facteur de qualité.

Concernant l’amortissement engendré par les électrodes, les valeurs de  $\eta_{Au}$  déduites de la mesure du facteur de qualité  $Q_{tot,avant}$  sont présentées dans la synthèse des mesures ainsi que dans la FIGURE 3.17. On constate qu’il y a de fortes incertitudes sur la plupart des mesures, celles-ci étant d’autant plus grandes que le facteur de qualité  $Q_{TED}$  est faible. En effet, le facteur de qualité thermoélastique représente la limite intrinsèque ultime qu’il est possible d’atteindre pour un résonateur. Ainsi, si cette limite est initialement beaucoup plus faible que la valeur du facteur de qualité  $Q_{visco}$  à déduire, alors l’influence de l’amortissement viscoélastique sera d’autant moins visible sur les mesures, ce qui augmente naturellement l’incertitude sur les valeurs déduites. Par conséquent, certaines mesures ne sont présentées qu’à titre indicatif et doivent être utilisées avec précaution car leur incertitude est du même niveau que la valeur annoncée.

Malgré ces incertitudes importantes, on peut également remarquer qu’il y a tout de même une grande disparité entre les mesures, avec des valeurs comprises entre 3 et  $9.0 \times 10^{-3}$ , bien loin de l’hypothèse initiale d’un amortissement structural constant. Comme illustré dans la FIGURE 3.17, l’amortissement structural  $\eta_{Au}$  a tendance à être d’autant plus faible que la fréquence augmente. L’origine de ce comportement est difficile à expliquer. Comme expliqué dans le livre de NIBLETT et al. [136], le comportement viscoélastique d’un matériau peut avoir de nombreuses origines et est fortement dépendant des conditions de réalisation et du traitement thermique qu’a subi le matériau. Pour avoir une compréhension plus fine de ce comportement, des études supplémentaires seraient nécessaires. Par exemple, des mesures de facteurs de qualité en fonction de la température entre 100 et 300K pourraient mettre en évidence des pics de Bordoni qui sont caractéristiques

TABLE 3.3 – Synthèse des facteurs de qualité mesurés avant dépôt des couches minces magnétiques  $Q_{tot,av}$  et après dépôt  $Q_{tot,ap}$ . Les valeurs simulées du facteur de qualité pour chaque prototype sont rappelées dans les premières colonnes. La quantité  $\eta_{Au}$  est le facteur d’amortissement structurel, déduit de l’estimation de  $Q_{visco}$ .  $\Delta Q$  représente la variation relative de facteur de qualité entre les mesures avant et après dépôt des matériaux magnétiques.

$e/l/L$ ( $\mu\text{m}$ )	$Q_{TED}$	$Q_{tot,sim}$	$f$ (kHz)	$Q_{tot,av}$	$Q_{tot,ap}$	$\eta_{Au}$ ( $10^{-3}$ )	$\Delta Q/Q$ (%)
50/30/500	30800	20400	166233	16900	17200	$5.0 \pm 1.1$	1,7
50/30/500	30800	20400	162889	16100	15700	$4.1 \pm 0.7$	-2,5
50/30/500	30800	20400	159379	15300	16400	$4.5 \pm 0.8$	7,2
150/30/2000	49700	27700	29338	12200	12300	$8.5 \pm 1.0$	1
50/30/2000	2300	2200	10593	2100	2200	$5.7 \pm 3.0$	4,5
50/30/2000	2300	2200	10384	2100	2200	$9.0 \pm 5.8$	4,5
150/30/500	797000	56000	388598	42200	41700	$3.1 \pm 0.3$	-11
150/30/500	797000	56000	382854	38100	41900	$3.4 \pm 0.3$	9,9

de certains mécanismes de dissipations [136](déplacement de dislocations).

Néanmoins, même s’il est difficile de conclure quant à l’origine physique du mécanisme de dissipation à partir des données présentées, une loi empirique peut être déduite de ces mesures. Comme présenté dans la FIGURE 3.17, une loi en  $1/f$  permet de donner une bonne estimation de l’amortissement structurel dans une large gamme de fréquences. Cette loi sera utilisée par la suite.

### 3.5.3.2. Validation du facteur d’échelle

Pour valider le facteur d’échelle simplement, une bobine servant de source de champ magnétique a été utilisée. Les prototypes fonctionnels ont ensuite été placés au centre des bobines et plongés dans une enceinte sous vide. La fréquence de résonance étant ensuite enregistrée à partir de la sortie dédiée du circuit d’oscillation du capteur.

Plusieurs épaisseurs ont été déposées afin de vérifier la linéarité du facteur d’échelle. Des dépôts ont également été réalisés sur une fraction du résonateur ou bien sur l’intégralité. Les résultats obtenus sur quelques prototypes fonctionnels sont présentés dans la TABLE 3.4. Malgré des disparités dans les mesures, les facteurs d’échelle mesurés et simulés sont globalement en bon accord, quelque soit la position ou l’épaisseur réalisée. Ces résultats valident le principe physique régissant le fonctionnement de cette technologie de magnétomètres.

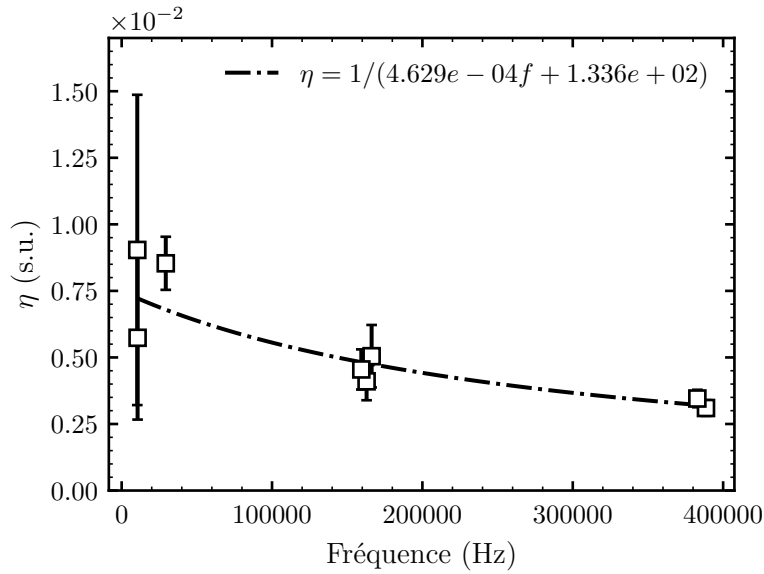


FIGURE 3.17 – Évolution du paramètre d’amortissement structural en fonction de la fréquence. Les données sont déduites des mesures de facteur de qualité sur différents prototypes.

### 3.6. Conclusion

En conclusion, ce chapitre a permis de mettre au point et valider les modèles analytiques et numériques permettant de simuler le fonctionnement de magnétomètres vibrants à sortie fréquentielle. Comme indiqué par l’équation (3.8), la résolution ultime de ce type de facteur dépend principalement du facteur d’échelle et du facteur de qualité du résonateur. Ainsi, dans un premier temps, une modélisation du facteur d’échelle a été effectuée sur la base du modèle de Bernoulli. Celui-ci a été confronté à des mesures de facteurs d’échelle sur quelques résonateurs en forme de diapason et de dimensions variées. Ces mesures présentent un très bon accord avec les modèles mis au point. Dans un second temps,

TABLE 3.4 – Comparaison du facteur d’échelle mesuré et simulé sur différents prototypes.

Épaisseur du dépôt (nm)	$e/h/L$ ( $\mu\text{m}$ )	Position $x_1 - x_2$	Facteur d’échelle (Hz/T)		
			Mesure	Analytique	Simulation
200	80/30/1000	0 - L	5	4	4
500	50/30/800	0 - L	17	18	16
500	70/30/1400	0 - L	12	11	10
1000	70/30/1400	0 - L	19	22	20
200	150/30/1500	0,55L - L	0,8	1	0,9
500	150/30/1500	0,55L - L	1,8	2,4	2,2

un modèle d'amortissement a été réalisé. Pour cette technologie, les principales sources d'amortissement sont d'origines thermoélastiques, qui sont bien connues, et des pertes viscoélastiques au sein des électrodes. Après une étude bibliographique sur l'origine des pertes viscoélastiques, un modèle analytique pour les poutres vibrants en flexion a été établi. Les mesures réalisées sur des résonateurs de tests ont mis en évidence un comportement plus complexe que celui attendu, avec une dépendance marquée du coefficient d'amortissement structurel avec la fréquence de fonctionnement. Toutefois, une loi empirique en  $1/f$  permet de rendre compte avec une bonne estimation l'amortissement viscoélastique. Pour avoir une meilleure compréhension de l'origine du phénomène et comment le limiter, des mesures supplémentaires de facteurs de qualité seraient nécessaires, particulièrement à basse température.

Enfin, comme expliqué au cours de ce chapitre, il est évident que des magnétomètres à base de résonateurs en flexion ne pourront jamais atteindre des résolutions de quelques nanotesla avec les procédés de fabrications actuels, principalement en raison d'un facteur d'échelle trop faible. Les modèles mis au point au cours de ce chapitre ont toutefois permis de mieux comprendre l'interaction entre une couche mince magnétique et un résonateur. Ces résultats seront mis à profit par la suite pour mettre au point un prototype à fort facteur de qualité et facteur d'échelle.



## 4 - Résonateurs piézoélectriques à modes de torsion présentant une haute sensibilité au champ magnétique

### Objectifs :

Dans ce chapitre, l'objectif principal est d'identifier et optimiser un résonateur piézoélectrique permettant d'atteindre des résolutions de champ magnétique de l'ordre de 10 nT. Dans ce but, après avoir présenté le mode de fonctionnement du résonateur utilisé, un modèle analytique spécifique aux capteurs à mode de torsion sera détaillé. Celui-ci servira de base pour l'optimisation de capteurs à haute résolution. Enfin, des prototypes de capteurs seront caractérisés et les mesures confrontées aux modèles. Des perspectives d'améliorations de ce type de capteurs viendront conclure le chapitre.

### 4.1. Principe de fonctionnement

Dans le chapitre précédent, un magnétomètre à base de résonateurs vibrant en flexion a été présenté. La résolution limitée de ce type de capteur est principalement liée au faible facteur d'échelle atteignable dans les limites du procédé de fabrication ainsi qu'au faible facteur de qualité des résonateurs qui est limité majoritairement par l'amortissement thermoélastique. Afin de maximiser ces deux grandeurs, il est nécessaire d'exploiter d'autres modes de vibrations. Une possibilité est d'exploiter des structures en forme de « T » vibrant selon un mode de torsion (FIGURE 4.1). Ce type de résonateurs présente deux avantages. D'une part, les modes de torsion ne présentent pas de pertes d'énergies d'origine thermoélastique, ce qui leur confère naturellement de très bons facteurs de qualité. D'autre part, la tête du « T » du résonateur à l'extrémité du bras en torsion a une déformée linéaire au cours de la vibration. Ainsi, contrairement à un mode de flexion, l'intégralité de la surface du dépôt contribue de façon égale au facteur d'échelle. Il est également possible de dissocier la surface de dépôt des matériaux magnétiques de la surface des électrodes d'excitation. Par conséquent, il est possible d'avoir des surfaces de dépôts plus importantes que dans le cas d'un résonateur en flexion et en conséquence des facteurs d'échelle plus élevés.

Malgré ces différences, le principe de fonctionnement reste le même que celui exposé



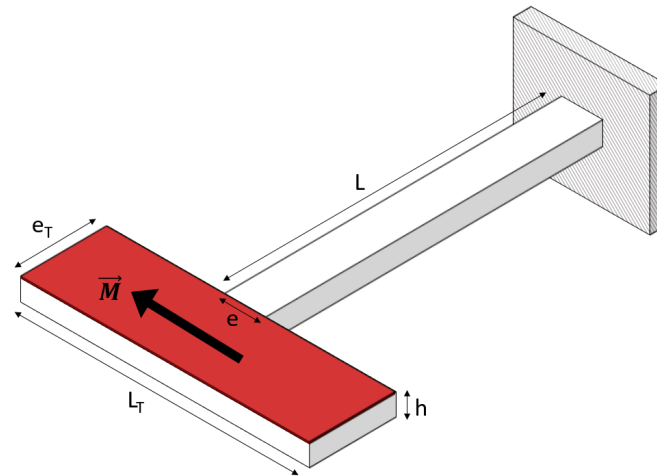


FIGURE 4.1 – Schéma d'un magnétomètre utilisant un résonateur à mode de torsion en « T ».

précédemment. Une paire d'électrodes sur le bras principal permet d'exciter le mode de torsion à sa fréquence fondamentale. L'extrémité du bras de torsion est recouverte d'un matériau ferromagnétique dont l'aimantation est perpendiculaire à l'axe de torsion. En présence d'un champ magnétique le long de l'axe d'aimantation, un couple magnétique périodique va s'exercer sur l'extrémité du bras de torsion ce qui va entraîner une variation de la fréquence du mode propre. Le suivi de la fréquence de résonance du résonateur permet alors de remonter à la composante du champ magnétique le long de l'axe d'aimantation.

## 4.2. Modélisation du capteur

Dans le but de réaliser un premier dimensionnement de ce type de capteur, il est nécessaire d'avoir une estimation de sa fréquence de résonance, de son facteur d'échelle et du facteur de qualité en fonction des différents paramètres géométriques et matériaux. Ces trois grandeurs sont en effet directement liées à la résolution ultime du capteur telle que définie par l'expression (3.8).

Les modèles présentés ci-après sont basés sur la théorie de Saint-Venant des poutres vibrant en torsion. Cette théorie est basée sur deux principales hypothèses :

- Les sections de la poutre sont en rotation autour de l'axe  $x$  et possèdent toutes la même déformation axiale.
- La torsion de la poutre se fait linéairement le long de celle-ci avec un taux de torsion  $\tau$ .

Cette théorie est valable pour une poutre simple. Pour l'adapter à une poutre de type « T » encastrée-libre, trois hypothèses ont été rajoutées à la théorie de Saint-Venant :

- L'extrémité du « T » agit comme une masse rigide rectangulaire de longueur, largeur

et épaisseur  $L_T$ ,  $e_T$ ,  $h_T$  fixées en son milieu à une poutre en torsion de longueur, largeur et épaisseur  $L$ ,  $e$ ,  $h$ .

- L'axe principal du « T » applique un couple sur l'extrémité rigide du « T ».
- La couche magnétique est déposée sur la masse rigide, aimantée le long de son axe principal, et agit comme un couple ponctuel sur l'extrémité rigide du « T ».

Avec ces hypothèses, la théorie de Saint-Venant reste parfaitement valide pour l'axe en torsion du « T », seules les conditions aux limites de la poutre sont modifiées.

#### 4.2.1. Facteur d'échelle

Dans le but de donner une expression du facteur d'échelle de ce type de capteur, il est nécessaire de réaliser le calcul de ses modes propres en fonction du champ magnétique appliqué. Le calcul des modes propres de poutres vibrant en torsion est un problème classique de mécanique des milieux continus. Les détails de la mise en équation du problème sont rappelés en Annexe B. Quelles que soient les conditions aux limites du problème, les poutres vibrant selon des modes de torsion ont une déformée régie par l'équation différentielle (4.1).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( C \frac{\partial}{\partial x} \theta(x, t) \right) = \rho I_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta(x, t) \quad (4.1)$$

où  $C$  est la constante de raideur en torsion de la poutre, dépendant des paramètres du matériau constituant la poutre et des paramètres géométriques de la section,  $\theta$  est l'angle formé localement par la section de la poutre par rapport à sa position au repos,  $\rho$  est la masse volumique de la poutre et  $I_p = eh(e^2 + h^2)/12$  est le moment quadratique polaire de la section de la poutre.

L'expression de  $C$  est donnée initialement par LOVE [148] et plus récemment dans le cas du quartz par HERMANN [149]. Cette expression est valide dans le cas d'un matériau orthotrope et doit être adaptée dans le cas du quartz. Elle s'exprime dans le cas d'une poutre à section rectangulaire de largeur  $e$  et épaisseur  $h$  par l'équation (4.2) :

$$C = c'_{55} \frac{eh^3}{3} \left[ 1 - \frac{192}{\pi^5 \kappa} \sum_{n \in \text{odd}} \frac{\tanh \frac{n\pi\kappa}{2}}{n^5} \right] \quad (4.2)$$

où  $\kappa = e/h\sqrt{c'_{66}/c'_{55}}$ ,  $c'_{55}$  et  $c'_{66}$  représentent respectivement les modules de cisaillement équivalent  $G_{xz}$  et  $G_{xy}$  du matériau utilisé.

#### 4.2.1.1. Solution de l'équation différentielle

On recherche les solutions de l'équation (4.1) pouvant se décomposer en une partie temporelle et une partie spatiale :

$$\theta(x, t) = \Theta(x)T(t) \quad (4.3)$$

Dans le cas d'une poutre à section constante, ceci permet de réécrire l'équation (4.1) sous la forme :

$$\frac{C}{\rho I_p} \frac{1}{\Theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}(x) = \frac{\ddot{T}}{T}(t) = -\omega^2 \quad (4.4)$$

L'équation (4.4) montre une égalité entre deux équations différentielles dont les paramètres,  $x$  et  $t$ , sont indépendants dans le cadre de notre étude. Par conséquent, les équations différentielles mises en jeu dans (4.4) sont égales à une même constante du fait de l'indépendance de  $x$  et  $t$ , appelées par la suite  $-\omega^2$ .

La partie temporelle est alors une simple équation différentielle d'ordre 2 à coefficients constants dont une solution est telle que :

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (4.5)$$

où les constantes  $A$  et  $B$  peuvent être déduites des conditions initiales du système.

Concernant la partie spatiale, celle-ci est également régie par une équation différentielle d'ordre 2. Ses solutions sont alors de la forme :

$$\Theta(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (4.6)$$

Avec :

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho I_p}{C}} \quad (4.7)$$

#### 4.2.1.2. Equation caractéristique du système

Tout comme dans le cas des poutres en flexion, le calcul des modes propres conduit à la mise au point d'une équation caractéristique dont les solutions correspondent aux valeurs propres du système. Cette équation se déduit des conditions aux limites du système.

##### 4.2.1.2.1. En $x = 0$

En  $x = 0$  la poutre est encastree, ce qui implique  $\Theta(0) = 0$ . Par conséquent, le coefficient  $B$  de l'équation (4.6) est nécessairement nul.

$$\Theta(0) = 0 \Leftrightarrow B = 0 \quad (4.8)$$

**4.2.1.2.2. En  $x = L$**

En  $x = L$  la poutre exerce un couple sur son extrémité rigide. De même, la couche magnétique exerce un couple sur cette extrémité rigide. Afin d’avoir une expression de  $\Theta(L)$ , on applique le principe fondamental de la dynamique à la masse rigide en rotation. Dans l’approximation des petits angles ( $\sin \theta \approx \theta$ ) :

$$\Gamma_{mag}\theta(L, t) - C \frac{\partial \theta}{\partial x}(L, t) = J_{head} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}(L, t) \tag{4.9}$$

où  $J_{head} = \rho V_{head}(h^2 + L_T^2)/12$  est le moment d’inertie en rotation de la masse rigide autour de l’axe  $x$  et  $\Gamma_{mag} = M_{mag}V_{mag}B$  est le couple magnétique.

L’équation (4.9) peut se simplifier en utilisant les équations (4.5) et (4.6) :

$$kC \cos(kL) T(t) = (\omega^2 J_{head} - \Gamma_{mag}) \sin(kL) T(t) \tag{4.10}$$

Pour une solution non nulle à l’équation différentielle du mouvement, l’équation précédente doit être satisfaite pour tout  $t$ . En substituant  $\omega$  par son expression donnée en (4.7) et en posant la constante  $\lambda_n = kL$ , l’équation précédente se réécrit sous la forme d’une équation caractéristique :

$$\lambda_n^2 \frac{J_{head}}{\rho I_p L} - \lambda_n \cotan \lambda_n - \frac{\Gamma_{mag} L}{C} = 0 \tag{4.11}$$

**4.2.1.3. Solution de l’équation caractéristique**

Les fréquences de résonance de la poutre sont simplement données à partir de l’équation (4.7) :

$$f_n = \frac{\lambda_n}{2\pi L} \sqrt{\frac{C}{\rho I_p}} \tag{4.12}$$

L’expression de la fréquence fait intervenir les solutions de l’équation (4.11) caractéristique du système en  $\lambda_n$ . Dans le cas général, cette équation ne peut être résolue analytiquement. Il est malgré tout possible de la résoudre numériquement avec un algorithme de dichotomie par exemple si l’on connaît un intervalle des solutions possibles car la fonction est monotone sur de grands intervalles.

Néanmoins, dans le cadre de cette étude le premier mode de torsion a toujours une valeur propre très faible ( $\lambda_0 \ll 1$ ). Ainsi, en faisant un développement limité à l’ordre 2 de  $x \cotan(x)$  en 0, il est possible de déterminer analytiquement la première solution de l’équation (4.11).

$$x \cotan(x) = 1 - \frac{x^2}{3} - \frac{x^4}{45} + o(x^5) \tag{4.13}$$

En posant  $a_1 = \frac{J_{head}}{\rho LI_p}$  et  $a_2 = \frac{\Gamma_{mag} L}{C}$ ,  $\lambda_0$  s'exprime alors sous la forme :

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{3\rho LI_p}{3J_{head} + \rho LI_p}} \sqrt{1 + \frac{\Gamma_{mag} L}{C}} \quad (4.14)$$

La fréquence propre  $f_0$  du premier mode de vibration s'exprime donc :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{C}{\rho I_p}} \sqrt{\frac{3}{3a_1 + 1}} \sqrt{1 + a_2} \quad (4.15)$$

#### 4.2.1.4. Expression approchée du facteur d'échelle

Dans le cadre de cette étude, l'influence du couple magnétique engendre toujours de faibles variations de la fréquence de résonance ( $a_2 \ll 1$ ). Un développement limité de l'expression de  $f_0$  en fonction de  $a_2$  est donc possible :

$$\begin{aligned} f_{0B} = f_0 \sqrt{1 + a_2} &= f_0 \left( 1 + \frac{a_2}{2} - \frac{a_2^2}{8} + \frac{a_2^3}{16} + o(a_2^3) \right) \\ &= f_0 + K_1 B + K_2 B^2 + K_3 B^3 + o(B^3) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Grâce au développement limité précédent, l'expression du facteur d'échelle  $K_1$  est alors :

$$K_1 = \frac{\Delta f}{B} = \frac{f_0 M_{mag} V_{mag} L}{2C} \quad (4.17)$$

Comme pour les résonateurs en flexion, l'équation (4.17) met en évidence la nécessité d'utiliser des volumes importants de matériaux ferromagnétiques à forte aimantation rémanente. L'influence des différents paramètres géométriques est cependant bien plus complexe que précédemment car aucun paramètre géométrique ne se simplifie. Toutefois, ce dispositif a l'avantage de créer des régions distinctes : une région pour le dépôt de couches minces magnétiques et une région pour les électrodes d'excitation. Ainsi, il est possible d'optimiser celles-ci séparément contrairement au dispositif à résonateur en flexion.

#### 4.2.2. Facteur de qualité viscoélastique

Comme expliqué précédemment, les résonateurs en torsion n'engendrent pas de gradient de température en leur sein au cours de leur vibration. Leur facteur de qualité thermoélastique équivalent est donc théoriquement infini. De plus, le dépôt des matériaux magnétiques étant réalisé sur une région théoriquement rigide, les matériaux magnétiques ne dissipent pas d'énergie. Par conséquent, la seule source d'amortissement de ce type de résonateur est liée aux pertes d'énergie d'origine viscoélastique au sein des électrodes d'excitation.

Afin d'estimer le facteur de qualité, la démarche réalisée dans le chapitre précédent est réutilisée. Pour ce faire, il est nécessaire de quantifier l'énergie de déformation totale du système ainsi que l'énergie dissipée au cours d'une période d'oscillation (équation (3.37)). Ceci nécessite de connaître les déformations au sein d'une poutre à section rectangulaire. Dans le cas général des matériaux purement anisotropes, il est très difficile d'obtenir une expression analytique. Toutefois, HERMANN [149] a démontré que le résultat n'est que faiblement modifié si le quartz est considéré comme étant un matériau orthotrope. Dans ce cas, les résultats démontrés par LOVE [148] concernant la torsion des prismes orthotropes peuvent être utilisés.

Ainsi, dans le cas d'une poutre à section rectangulaire de largeur  $e$ , épaisseur  $h$  et longueur  $L$  orientée le long de la direction  $x$  (FIGURE 4.1), les déformations au sein de la poutre peuvent s'exprimer (notation de Voigt pour les tenseurs de déformations) :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_5 = \tau \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} - y \right) \\ = \tau \left( -2y + \frac{2^3 e}{\pi^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \frac{\cosh \left( (2n+1) \frac{\pi \gamma z}{e} \right) \sin \left( (2n+1) \frac{\pi y}{e} \right)}{\cosh \left( (2n+1) \frac{\pi \gamma h}{2e} \right)} \right) \\ S_6 = \tau \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} + z \right) \\ = \tau \left( \frac{2^3 e}{\pi^2 \gamma} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \frac{\sinh \left( (2n+1) \frac{\pi \gamma z}{e} \right) \cos \left( (2n+1) \frac{\pi y}{e} \right)}{\cosh \left( (2n+1) \frac{\pi \gamma h}{2e} \right)} \right) \end{array} \right. \quad (4.18)$$

Dans l'équation ci-dessus,  $\gamma = \sqrt{s_{55}/s_{66}}$  où  $s_{55}$  et  $s_{66}$  sont les coefficients de la matrice de souplesse du quartz et  $\tau$  est le taux de torsion de la poutre, considéré comme une constante égale à  $\theta_{max}/L$ . Cette grandeur est l'équivalent de l'amplitude de vibration. La fonction  $\phi(x, y)$  est une caractéristique des poutres en torsion ("warping function"), définie comme :

$$\phi(y, z) = -yz + \frac{2^5 e^2}{4\pi^3 \gamma} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \frac{\sinh \left( (2n+1) \frac{\pi \gamma z}{e} \right) \sin \left( (2n+1) \frac{\pi y}{e} \right)}{\cosh \left( (2n+1) \frac{\pi \gamma h}{2e} \right)} \quad (4.19)$$

Afin d'estimer le facteur de qualité viscoélastique de ce type de résonateur, il est possible d'exprimer l'énergie de déformation stockée au sein d'une poutre en torsion ainsi

que l'énergie dissipée par période dans les électrodes en réutilisant les développements du chapitre précédent (Eqs. 3.50 et 3.51). :

$$\begin{aligned}
 E_{tot} &= \frac{1}{2} \int_{V_{quartz}} \frac{S_5^2}{s_{55}} + \frac{S_6^2}{s_{66}} dV \\
 &= \frac{1}{2} \tau^2 L \iint_{S_{quartz}} \frac{1}{s_{55}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} - y \right)^2 + \frac{1}{s_{66}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} + z \right)^2 dydz
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Concernant l'énergie viscoélastique dissipée, l'épaisseur de l'électrode étant faible relativement à l'épaisseur du quartz, la contrainte au sein de l'électrode peut être considérée comme constante dans son épaisseur et égale à la contrainte à la surface du quartz. Cette hypothèse permet d'obtenir l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 E_{dissipée/période} &= \pi G_{Au} \eta_{Au} \int_{V_{Au}} S_5^2(z = h/2) dV \\
 &= \pi G_{Au} \tau^2 L_{Au} h_{Au} \eta_{Au} \int_{l_{Au}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} - y \right)^2_{z=h/2} dy
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

où  $G_{Au}$  est le module de cisaillement de l'or,  $\eta_{Au}$  est son coefficient viscoélastiques,  $h_{Au}$  est l'épaisseur des électrodes et  $L_{Au}$  leur longueur.

A partir des équations (4.20) et (4.21), l'expression du facteur de qualité se déduit de l'équation (3.37). Néanmoins les expressions mises en jeu ne permettent pas d'obtenir une formulation simple contrairement aux résonateurs en flexion. L'évaluation des intégrales restent toutefois possible par des méthodes numériques appropriées.

$$\frac{1}{Q_{visco,torsion}} = \frac{L_{Au}}{L} G_{Au} \eta_{Au} \frac{\int_{l_{Au}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} - y \right)^2_{z=h/2} dy}{\iint_{S_{quartz}} \frac{1}{s_{55}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} - y \right)^2 + \frac{1}{s_{66}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} + z \right)^2 dydz} \tag{4.22}$$

### 4.3. Conception de la cellule

Sur la base des modèles précédents, plusieurs cellules ont été dimensionnées. Dans le but d'obtenir des facteurs de qualité élevés, la cellule est constituée d'un double résonateur en forme de « T », vibrant en opposition de phase. Ceci permet de créer un nœud de vibration au centre de la cellule et donc un point de fixation idéal pour la partie vibrante (FIGURE 4.2).

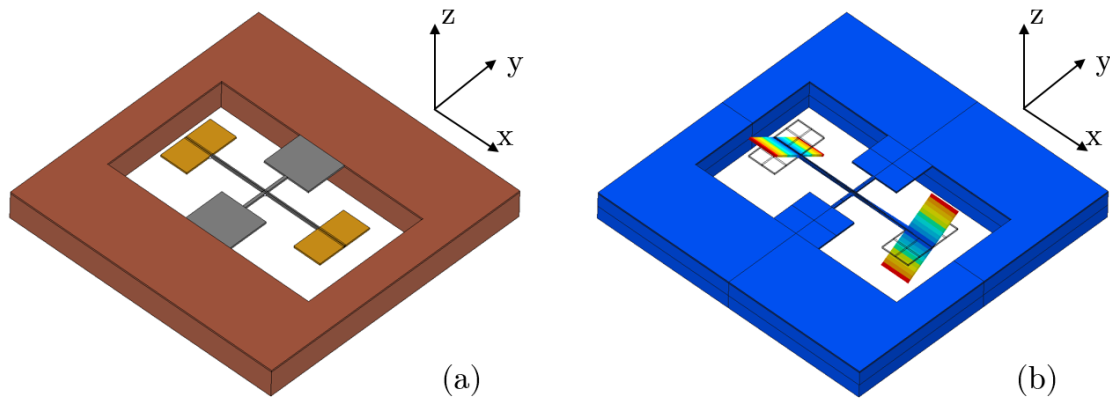


FIGURE 4.2 – Représentation du magnétomètre à mode de torsion exploitant un mode de vibration optimisée pour limiter les transferts d'énergie vers le support. L'illustration (a) représente la cellule au repos : la région en rouge (épaisseur de 500  $\mu\text{m}$ ) correspond à la zone de fixation de la cellule, la région en jaune correspond à l'extrémité des bras en torsion sur laquelle est réalisée le dépôt des matériaux magnétiques, la région en gris correspond au résonateur en torsion (épaisseur de 30  $\mu\text{m}$ ) avec son système de découplage vis-à-vis du support. L'illustration (b) représente la déformée du mode de vibration utilisé.

L'actionnement de résonateur en torsion diffère de celui des résonateurs en flexion. Afin de mettre en oscillation un résonateur en torsion, il est nécessaire de générer des contraintes de cisaillement dans la section du bras de torsion. Pour ce faire, une solution est d'exploiter le couplage piézoélectrique induit par le coefficient piézoélectrique  $e_{25}$  entre la composante  $T_5$  du champ de contrainte et la composante  $y$  du champ électrique (Eq. 3.1). En effet, dans le cas du quartz ce coefficient est non nul :

$$e_{quartz}^T = \begin{pmatrix} e_{11} & -e_{11} & \cdot & e_{14} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \boxed{-e_{14}} & -e_{11} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Par conséquent, afin d'exciter un résonateur en torsion il suffit de générer un champ électrique selon  $y$  dans la section de la poutre en torsion. Idéalement, les électrodes devraient permettre de générer un champ selon  $+y$  sur la section haute des poutres et un champ électrique selon  $-y$  sur la section basse. Ceci n'est possible qu'en réalisant des électrodes sur les flancs verticaux des résonateurs ce qui n'est pas possible avec le procédé de



fabrication envisagé. Pour avoir une solution réaliste, il a été décidé d'utiliser des poutres orientées selon l'axe cristallographique  $x$  du quartz avec une paire d'électrodes parallèles le long de l'axe principal des poutres (FIGURE 4.3).

#### 4.4. Packaging du capteur

Les capteurs réalisés à partir de résonateurs en quartz sont classiquement intégrés dans des embases en Kovar, un matériau qui a l'avantage d'avoir un coefficient de dilatation thermique proche de celui du quartz et qui par conséquent ne génère que de faibles contraintes thermiques différentielles au sein du résonateur. Cependant, ce matériau est un alliage de FeCoNi qui possède une forte perméabilité magnétique ( $\mu_r \sim 1000$ ) ce qui est rédhibitoire pour l'intégration d'un magnétomètre. En effet, la partie sensible du capteur étant très proche de l'embase, le champ magnétique réellement appliqué au capteur est nettement atténué car les lignes de champ magnétique se concentrent dans l'embase. Par exemple, dans le cas d'une embase de type TO5 en Kovar, le champ magnétique réellement appliqué au niveau de la partie sensible du capteur est diminué d'un facteur 4 relativement au champ magnétique ambiant (FIGURE 4.4).

Afin de pallier cet inconvénient, le choix de l'embase du capteur s'est porté sur des embases en matériau amagnétique (alumine). Plus particulièrement des embases en céramique de type BA-916 de l'entreprise NTK qui à l'avantage de posséder un coefficient de dilatation thermique similaire à celui du quartz ( $\alpha_{BA916} = 7.6$  ppm/K contre  $\alpha_{quartz} = 7.5$  ppm/K).

Enfin, le capteur nécessitant de fonctionner sous vide pour limiter les frottements visqueux pouvant détériorer son facteur de qualité, un système de fermeture hermétique de l'embase est indispensable. Dans ce but, un capot en cuivre pourvu d'un queusot a été dimensionné pour s'adapter à l'embase en céramique. Une fois le capteur collé à l'intérieur de son embase et les raccords électriques réalisés, le capot est brasé sur l'embase à l'aide d'un alliage d'étain. L'assemblage de l'embase et de son capot est ensuite fixé grâce à un queusot sur un banc de pompage permettant d'atteindre des vides de l'ordre de  $1 \times 10^{-8}$  mbar. Après plusieurs cycles thermiques permettant de dégazer l'intérieur du packaging et de relâcher d'éventuelles contraintes résiduelles, le queusot est comprimé à l'aide d'une pince adaptée ce qui vient sceller hermétiquement le capteur.

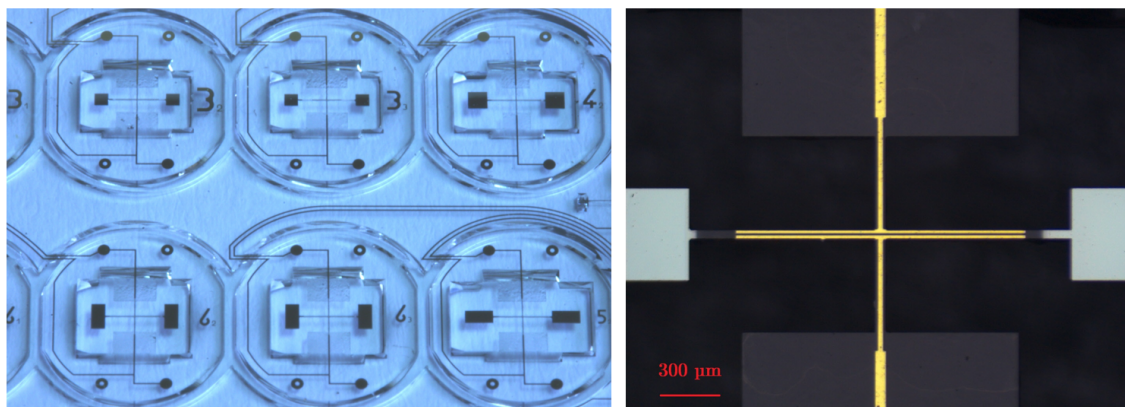


FIGURE 4.3 – Photographie d’un substrat de quartz usiné avec plusieurs versions du résonateur en torsion (gauche). Photographie de la partie centrale d’une cellule (droite) avec les électrodes en jaune et les dépôts de matériaux magnétiques en gris.

#### 4.5. Exploitation des modèles de performances

La forme globale et l’excitation des résonateurs en torsion étant fixées, l’objectif à présent est d’optimiser les dimensions des résonateurs pour évaluer la résolution ultime atteignable avec cette technologie. Dans ce but, les modèles de performances mis au point précédemment (fréquence (4.15), facteur d’échelle (4.17), facteur de qualité (4.22), instabilité de biais (3.8)) ont été exploités. Une fois les paramètres permettant d’obtenir les meilleures résolutions identifiés, des simulations multiphysiques seront effectuées pour estimer plus finement les grandeurs caractéristiques du capteur. En particulier sa résistance motionnelle qui n’est pas estimable sans simulation ainsi que le facteur de qualité thermoélastique qui est jusqu’à présent considéré comme infini.

Les performances du capteur dépendant de nombreux paramètres géométriques, des cartes d’optimisation à deux dimensions ont été réalisées successivement. Tout d’abord, l’influence de la largeur  $e$  et épaisseur  $h$  des poutres en torsion a été étudiée (FIGURE 4.5). Les intervalles ont été fixés à  $[30\ \mu\text{m} - 300\ \mu\text{m}]$  pour les deux grandeurs afin de rester dans des dimensions compatibles avec le procédé de fabrication. La viscosité interne aux électrodes a été fixée à  $\eta_{Au} = 2.5 \times 10^{-3}$ . Comme attendu, le facteur d’échelle (FIGURE 4.5 (c)) de ce type de capteur est très dépendant de la largeur et de l’épaisseur de la poutre en torsion : plus la section du bras en torsion est fine et plus la sensibilité au champ magnétique est importante. C’est un résultat attendu car, comme dans le cas des capteurs à mode de flexion, plus le résonateur est souple et plus l’effet d’un couple magnétique sur la fréquence de résonance est important.

Concernant le facteur de qualité viscoélastique du capteur (FIGURE 4.5 (a)), celui-ci varie également de plusieurs ordres de grandeur en fonction de la largeur et de l’épaisseur du bras de torsion. Les valeurs de facteur de qualité maximales sont obtenues pour de

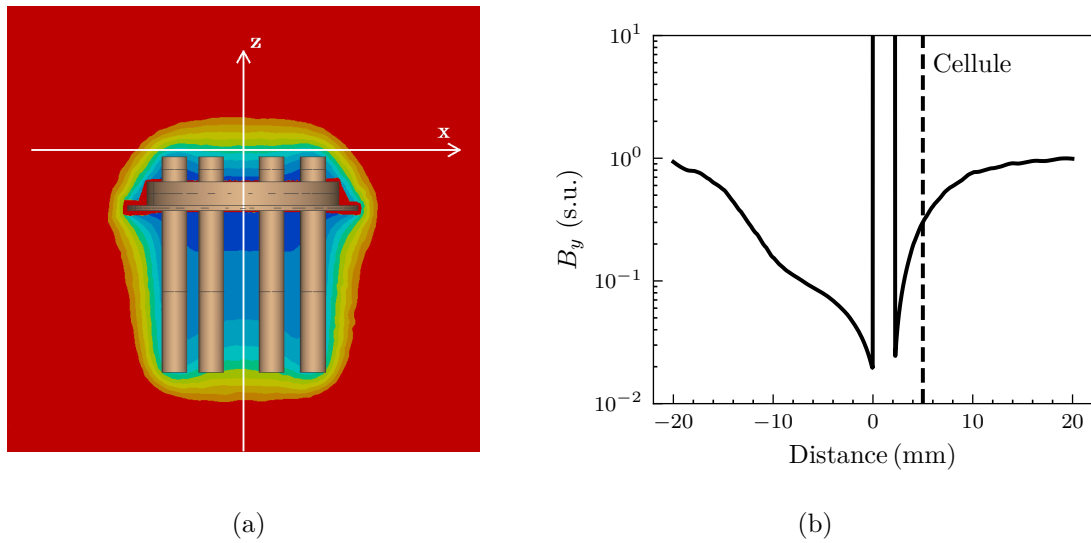


FIGURE 4.4 – Simulation de l’induction magnétique à proximité d’une embase de type TO5 en Kovar plongée dans un champ magnétique homogène orienté selon l’axe  $y$  (a) et évolution de la composante  $B_y$  du champ selon l’axe  $z$  (b). La position du magnétomètre sur l’embase est représentée par la droite en pointillés. Les valeurs d’induction magnétique sont normalisées par rapport au champ appliqué.

faibles largeurs  $e$  et de grandes épaisseurs  $h$ . Ceci se comprend aisément : le facteur de qualité représente le rapport entre l’énergie totale du système et l’énergie perdue (Eq. 3.37). Or, l’énergie dissipée dans les électrodes en or est d’autant plus réduite que la largeur  $e$  des poutres est faible car la surface dédiée aux électrodes diminue. De même, l’énergie emmagasinée dans le résonateur augmente avec l’épaisseur  $h$  du résonateur. La combinaison de ces deux variations conduit donc naturellement à une augmentation du facteur de qualité équivalent du résonateur.

Enfin, la carte d’optimisation de l’instabilité de biais du capteur est présentée dans la FIGURE 4.5 (d). Celle-ci est le résultat de la combinaison du facteur de qualité, du facteur d’échelle et de la fréquence de résonance du capteur comme expliqué par l’équation de l’instabilité de biais du capteur (Eq. 3.8). De cette carte, il ressort que les meilleures performances sont obtenues pour les dimensions les plus basses, avec des résolutions potentielles de quelques nanoteslas. Toutefois, pour des faibles largeurs  $e$  de poutre, l’influence de l’épaisseur  $h$  n’est que très peu visible. Cela permet de fixer ce paramètre selon un autre critère : la résolution à court terme. Comme expliqué par l’équation (3.7), la résolution à court terme du capteur dépend du facteur d’échelle du capteur mais est indépendante du facteur de qualité. A instabilité de biais constante, il est donc préférable de privilégier des facteurs d’échelle élevés pour minimiser la résolution pour de faible temps d’intégration. Pour ces raisons, il a été décidé d’utiliser les épaisseurs de poutre minimales pour réaliser le capteur. Par la suite, les cartes d’optimisations présentées sont réalisés pour  $e = 50 \mu\text{m}$  et  $h = 40 \mu\text{m}$ .

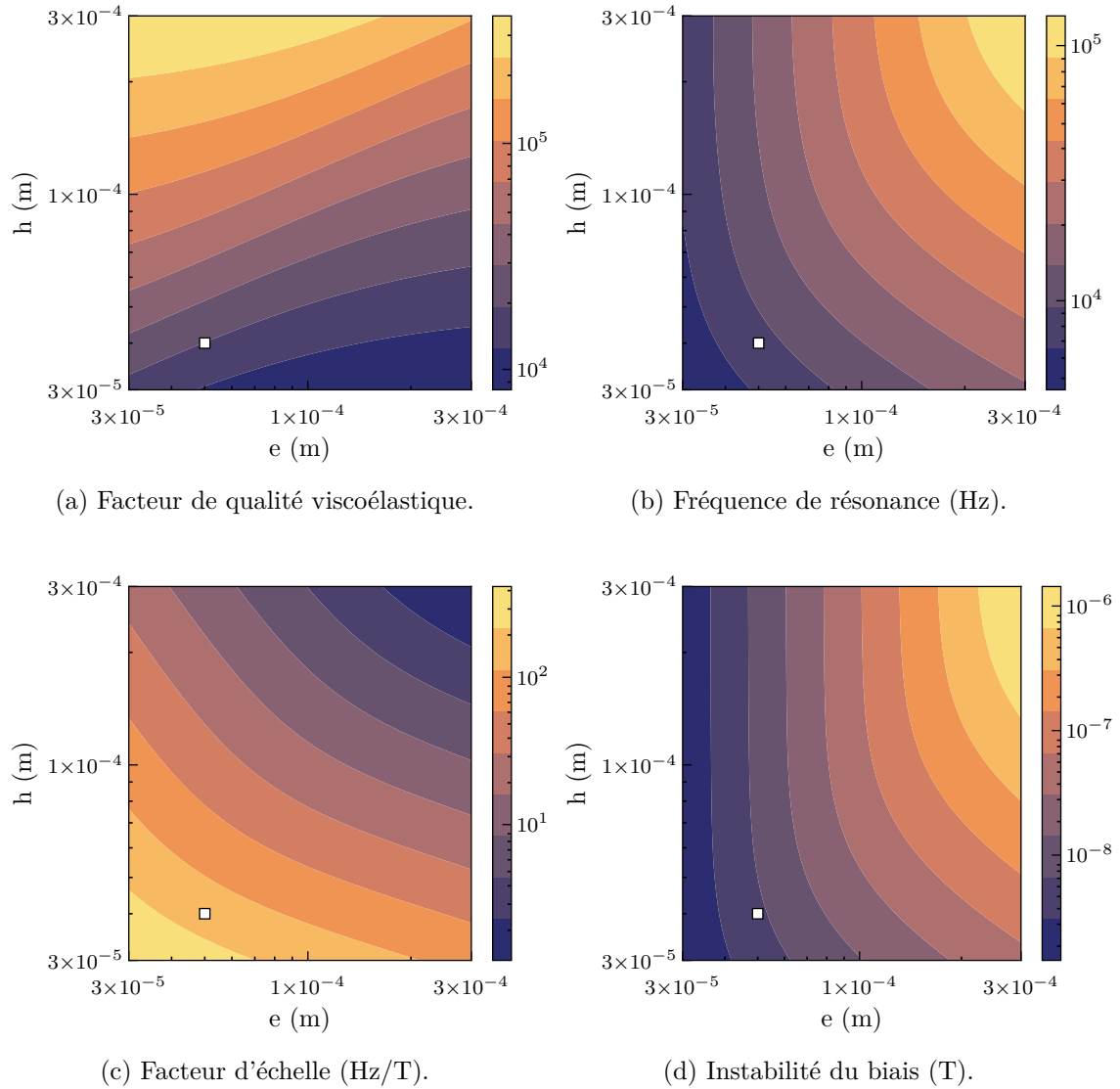


FIGURE 4.5 – Facteur de qualité viscoélastique (a), fréquence de fonctionnement (b), facteur d'échelle (c) et instabilité de biais (d) d'un magnétomètre à mode de torsion, pour différentes largeurs  $e$  et épaisseurs  $h$  de poutres. Pour les calculs, la largeur  $e_T$ , longueur  $L_T$  de l'extrémité du résonateur et la longueur de la poutre en torsion ont été fixées à  $e_T = 500 \mu\text{m}$ ,  $L_T = 1000 \mu\text{m}$  et  $L = 1750 \mu\text{m}$ . L'extrémité de la poutre en torsion est considérée comme étant entièrement recouverte par un film de  $1 \mu\text{m}$  ayant une aimantation rémanente de  $1 \text{ MA/m}$  le long de l'axe  $y$ . L'amortissement des électrodes est tel que  $\eta_{Au} = 2.5 \times 10^{-3}$ . Le carré blanc représente les dimensions retenues pour la suite de l'étude.

Dans un second temps, l'influence de la largeur  $e_T$  et longueur  $L_T$  sur les performances du capteur a été étudiée. De façon non intuitive, le facteur d'échelle décroît inversement à l'augmentation de la longueur  $L_T$  (FIGURE 4.6 (b)). Ce phénomène est difficilement explicable du fait de la complexité des équations mises en jeu (Eq. 4.17). On peut remarquer

que globalement le facteur d'échelle est constant lorsque  $e_T$  est égale à  $L_T$ . Ce constat sera utilisé par la suite car il est intéressant pour dimensionner un capteur. En effet cela permet de concevoir deux résonateurs indépendants, de même facteur d'échelle mais de dimensions différentes. Ainsi, il est possible d'étudier expérimentalement par exemple l'influence de la fréquence de résonance sur l'instabilité du biais du capteur indépendamment du facteur d'échelle du capteur.

Néanmoins, l'instabilité de biais minimale est bien obtenue pour des longueurs  $L_T$  et largeurs  $e_T$  les plus élevées. D'après la FIGURE 4.6 (c) et pour les dimensions imposées dans cette analyse, il est ainsi théoriquement possible d'atteindre des instabilités de biais inférieures au nanotesla pour des dimensions maximales ( $e_T = L_T = 2$  mm). En pratique, on se limitera à des dimensions de  $e_T$  et  $L_T$  inférieures à 1 mm afin d'obtenir des fréquences de résonance supérieures à 10 kHz. Ce critère doit impérativement être respecté car une fréquence de résonance trop basse impliquerait une sensibilité importante aux chocs mécaniques et donc un risque élevé de casse du capteur. Ce critère limite l'instabilité de biais minimale à des valeurs de quelques nanoteslas.

Ce résultat prouve la supériorité de ce type de capteur relativement à la configuration en flexion. En effet, un gain de trois ordres de grandeurs a été apporté sur l'instabilité de biais atteignable avec la configuration à base de résonateurs en torsion. Ce résultat reste toutefois à valider par des simulations numériques puis expérimentalement car le facteur de qualité thermoélastique n'est pas pris en compte dans cette analyse ni l'amortissement engendré par le dépôt des matériaux magnétiques.

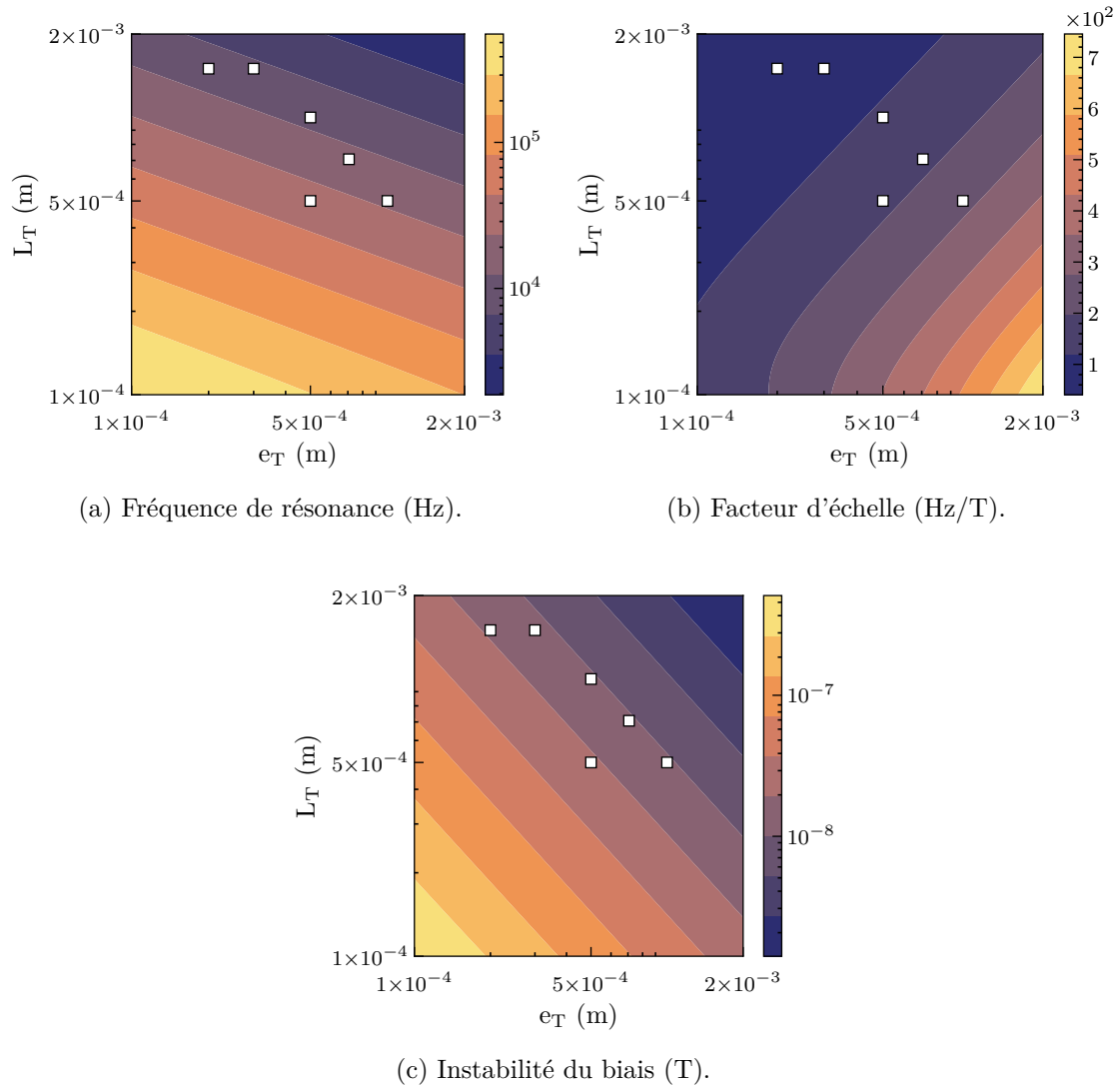


FIGURE 4.6 – Fréquence de fonctionnement (a), facteur d'échelle (b) et instabilité de biais (c) d'un magnétomètre à mode de torsion, pour différentes largeurs  $e$  et épaisseurs  $h$  de poutres. Pour les calculs, la largeur  $e$ , longueur  $L$  et épaisseur  $h$  de la poutre en torsion ont été fixées à  $e = 50 \mu\text{m}$ ,  $h = 40 \mu\text{m}$  et  $L = 1000 \mu\text{m}$ . L'extrémité de la poutre en torsion est considérée comme étant entièrement recouverte par un film de  $1 \mu\text{m}$  ayant une aimantation rémanente de  $1 \text{ MA/m}$  le long de l'axe  $y$ . Le facteur de qualité viscoélastique est dans ce cas une constante,  $Q_{visco} = 38000$ . Les carrés blancs représentent les dimensions retenues pour la suite de l'étude.

#### 4.6. Synthèse des résonateurs dimensionnés

Sur la base des modèles précédents, plusieurs dimensionnements de cellules ont été réalisés à l'aide de simulations multiphysiques. Les simulations se sont déroulées en deux temps. Dans un premier temps, l'objectif a été d'optimiser la jonction du résonateur vers son support dans le but de limiter au minimum l'énergie transmise vers le support. Le facteur de qualité équivalent  $Q_{anchor}$  de chaque résonateur a été optimisé à une valeur minimale de  $1 \times 10^8$ , rendant négligeable la contribution de ce terme au facteur de qualité total.

Dans un second temps, des simulations harmoniques en prenant en compte les propriétés thermoélastiques du quartz ont été réalisées. L'objectif de ces simulations était de déterminer les paramètres électriques équivalents de chaque résonateur, en particulier leur résistance motionnelle, ainsi que d'estimer les pertes d'énergie d'origine thermoélastique dans chacun d'entre eux. Comme attendu, le modèle initial ne possédant aucune perte d'énergies par effet thermoélastique est invalide. En effet, deux points ont été négligés dans l'étude initiale. Premièrement, la masse à l'extrémité du bras en torsion n'est pas parfaitement rigide. Par conséquent, cette masse a tendance à fléchir hors plan au cours de la vibration ce qui est source de gradient thermique et donc de pertes d'énergie (FIGURE 4.7 droite). De même, le point de fixation du résonateur vers son support est imparfait et des composantes de flexion existent en ce point ce qui est une nouvelle source de gradient thermique (FIGURE 4.7 gauche).

Pour maximiser le facteur de qualité thermoélastique, deux solutions sont envisageables. La première est de rigidifier la masse à l'extrémité du bras en torsion. Ceci permet de diminuer les composantes en flexion et donc réduire les gradients thermiques. Ceci a été envisagé avec les résonateurs 1 à 6 (TABLE 4.1) où la masse est rendue plus rigide en modifiant son facteur de forme : plus le facteur de forme est faible pour un même bras de torsion et plus le facteur de qualité thermoélastique est grand. Toutefois cette solution n'a qu'un impact limité, avec des valeurs extrêmes ayant seulement un facteur 2.3 entre elles.

La seconde solution est d'augmenter la souplesse du bras en torsion pour que la masse à l'extrémité soit comparativement plus rigide. Cette solution a été envisagée avec les résonateurs 6 à 8. Bien qu'une amélioration du facteur de qualité thermoélastique soit à noter lors de l'augmentation de la longueur du bras en torsion, les gains restent à nouveau limités avec des valeurs extrêmes dans un rapport 1.5.

Finalement, aucune des solutions étudiées pour minimiser les pertes d'origine thermoélastique n'est optimale. Néanmoins, le facteur de qualité étant principalement limité par les pertes viscoélastiques dans les électrodes, le facteur de qualité n'est que faiblement dégradé par rapport à la limite imposée par  $Q_{visco}$ , avec un rapport 2 dans le pire des cas.

Concernant la résistance motionnelle de chaque résonateur, celle-ci n'a pas fait l'objet d'une optimisation particulière car la seule variable d'ajustement est la position des élec-

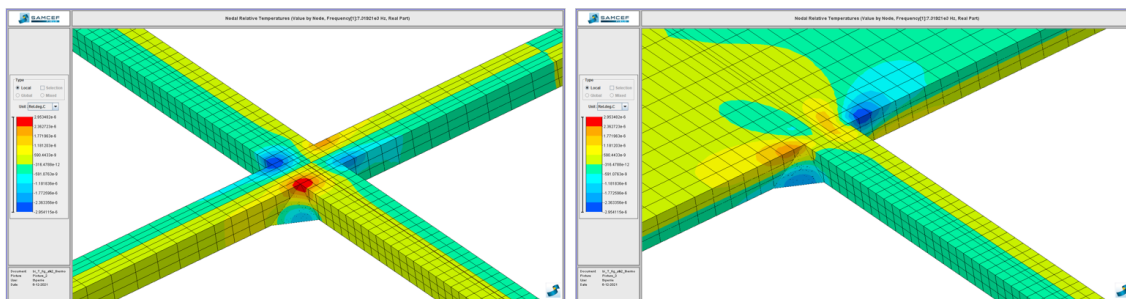


FIGURE 4.7 – Représentation du champ de température issu d’une simulation harmonique thermoélastique à la fréquence de résonance d’un résonateur de type « T » au niveau de la jonction centrale du résonateur vers son support (gauche) et à la jonction du bras de torsion et de la masse rigide (droite). Les zones en rouge sont le plus chaudes et en bleu les plus froides. Les variations de température ont une amplitude de  $3 \times 10^{-5}$  K.

trodes sur laquelle il n’y a que très peu de marge de manœuvre. On peut tout de même remarquer que les valeurs de résistances motionnelles attendues sont particulièrement élevées en comparaison aux valeurs obtenues pour des résonateurs en flexion. Ceci vient du fait qu’il n’y a des électrodes d’excitation que sur une seule face du résonateur. Une solution serait de réaliser les électrodes sur les deux faces du résonateur mais cela n’est pas envisageable sans d’importantes modifications du procédé de fabrication, avec l’utilisation de substrats hybrides par exemple.

En conclusion, les différentes optimisations géométriques pour maximiser le facteur de qualité du résonateur n’ont eu qu’une influence limitée sur les performances atteignables. Il est toutefois intéressant de noter que les instabilités de biais théoriquement attendues restent nettement améliorées avec ce concept de capteur. En effet, avec la solution à base de résonateur en flexion, les instabilités de biais minimales sont de l’ordre de  $1 \mu\text{T}$  tandis qu’avec un résonateur en torsion l’instabilité de biais atteignable est de l’ordre de  $10 \text{ nT}$ , soit une amélioration de deux ordres de grandeur.

#### 4.7. Mesures et limitations

Dans l’objectif de valider les résultats de simulations précédents, plusieurs lots de résonateurs ont été réalisés suivant le procédé de fabrication décrit en page 99. Les mesures se sont décomposées en deux temps : d’une part la validation des paramètres résonateurs (fréquence/facteur de qualité), d’autre part la mesure des paramètres capteurs (facteur d’échelle/variance d’Allan).



TABLE 4.1 – Synthèse des grandeurs caractéristiques des huit résonateurs de type « T » vibrant en torsion optimisés pour limiter les pertes d'énergie vers le support. Chaque résonateur a une épaisseur  $h = 30 \mu\text{m}$  et une largeur  $e = 50 \mu\text{m}$ . Les sections des poutres étant identiques, le facteur de qualité viscoélastique est une constante,  $Q_{visco} = 29250$ .

num	$e/L/e_T/L_T$ ( $\mu\text{m}$ )	$f_0$ (Hz)	$Q_{thermo}$	$Q_{tot}$	$K_B$ (Hz/T)	$R_m$ ( $M\Omega$ )	$\sigma_{stab}$ (nT)
1	50/1200/300/1500	5730	63600	20000	150	65.3	4.5
2	50/1000/200/1500	7650	35700	16100	113	73.5	10.1
3	50/1000/500/500	25170	81300	21500	299	16.6	9.2
4	50/1000/707/707	12570	60200	19700	301	36.4	5.0
5	50/1000/1000/500	17710	67500	20400	436	25.1	4.8
6	50/1000/500/1000	8910	61000	19800	218	51.2	5.0
7	50/1200/500/1000	8160	74900	21000	238	43.3	3.9
8	50/1400/500/1000	7560	89500	22000	258	37.9	3.2

#### 4.7.1. Mesures avant dépôt des matériaux magnétiques

Pour distinguer l'influence du dépôt de matériaux magnétiques sur les constantes du résonateur, des mesures de facteur de qualité, fréquence et résistance motionnelle ont été effectuées avant et après dépôt.

Ces mesures ont été effectuées dans une enceinte sous vide secondaire à l'aide d'un analyseur d'impédance (HP 4294A). En se servant d'un ajustement de courbes par la méthode des moindres carrés, le modèle BVD équivalent de chaque résonateur a été déduit afin de remonter à leur fréquence de résonance, résistance motionnelle et facteur de qualité (Eq. 3.2).

Comme illustré par la FIGURE 4.8, les fréquences mesurées et simulées sur chacun des résonateurs sont en excellent accord : les écarts relatifs sur l'ensemble des cellules sont au maximum de 7%. Toutefois, la fréquence mesurée est statistiquement plus basse que celle attendue, ce qui peut s'expliquer par un temps de gravure trop long au cours de l'usinage des résonateurs : un temps de gravure trop important implique une épaisseur de cellule  $h$  plus faible et donc une fréquence de résonance globalement plus basse. L'écart par rapport aux fréquences attendues reste pour autant minime.

Quant au facteur de qualité, les valeurs mesurées présentent une disparité plus élevée, avec un écart relatif maximal de 25%. Bien qu'importante, ces variations restent en moyenne centrées sur la valeur simulée ce qui suggère que le coefficient d'amortissement viscoélastique des électrodes considérées lors des simulations ( $\eta_{Au} = 2.5 \times 10^{-3}$ ) permet une bonne estimation du facteur de qualité des résonateurs. Néanmoins, compte tenu de l'analyse réalisée au cours du chapitre précédent, un coefficient d'amortissement viscoélastique deux fois plus important était attendu (cf. page 105). La valeur déduite de l'analyse

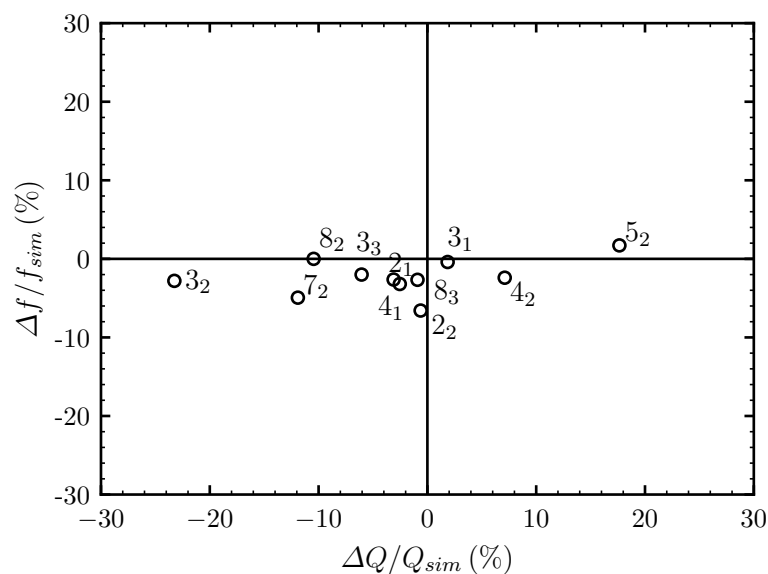


FIGURE 4.8 – Ecarts relatifs entre les facteurs de qualité et fréquences simulées et mesurées sur différents résonateurs issus d’un même lot de fabrication. Le numéro principal correspond à la référence de la cellule telle que définie dans la TABLE 4.1 et l’indice distingue les différentes versions d’une même référence sur le substrat.

sur les résonateurs en torsion est donc incompatible avec celle estimée à partir des mesures sur les résonateurs en flexion.

Finalement, aussi bien la fréquence que le facteur de qualité sont fidèlement estimés par les modèles précédents. Le nombre de mesures est toutefois insuffisant pour expliquer la variation du coefficient d’amortissement viscoélastique entre cette étude et celle réalisée sur les résonateurs en torsion. Il est probable que l’amortissement engendré par les électrodes soit très dépendant des conditions de dépôts des métallisations mais également des différents procédés rencontrés au cours de la fabrication. Des mesures seraient nécessaires sur des résonateurs issus d’un lot différent. Une expérience en ce sens est présentée dans les perspectives d’améliorations du capteur dans les paragraphes suivants (page 135).

#### 4.7.2. Mesures après dépôt des matériaux magnétiques

Une fois les résonateurs fabriqués et caractérisés électriquement, le dépôt des matériaux magnétiques a été effectué collectivement sur le lot de cellules selon le procédé décrit précédemment (page 99). L’empilement de matériaux magnétiques est celui retenu à l’issue du chapitre 2. Après dépôt, les capteurs ont été recuit à 300 °C pendant 4 h sous un champ de 20 mT

Comme illustré sur la FIGURE 4.3, la position du dépôt des matériaux magnétiques a été difficile à maîtriser. En effet, la pulvérisation cathodique servant à réaliser le dépôt est une technique conforme. Par conséquent, du fait de la difficulté à plaquer le masque physique sur le substrat de résonateurs, la zone de dépôt s’est étendue sous le masque

et donc sur les bras en torsion. Ceci a entraîné des courts-circuits sur de très nombreux prototypes (FIGURE 4.9), rendant inutilisables ces cellules.

Malgré ces défauts, plusieurs cellules ont pu être réalisées et caractérisées. Les résultats sont présentés dans la FIGURE 4.10. Comme attendu, la fréquence des résonateurs est légèrement réduite après dépôt du fait de l'ajout de masse à l'extrémité des résonateurs. Le facteur de qualité des résonateurs est quant à lui fortement dégradé par l'ajout des matériaux magnétiques, avec une diminution de 15 à 65% de sa valeur. Le dépôt de couches minces magnétiques débordant de façon significative sur le bras en torsion, il n'est pas surprenant que le facteur de qualité des résonateurs soit fortement dégradé. En effet, tout comme les électrodes, les couches minces déposées ont des propriétés viscoélastiques et sont donc une source de dissipation d'énergie lorsqu'elles sont soumises à une contrainte variable.

Contrairement aux résonateurs en flexion, le dépôt des couches minces magnétiques dégradent fortement le facteur de qualité des résonateurs. Pour pallier le problème, une solution serait de réaliser le dépôt seulement à l'extrémité de la masse rigide, là où les contraintes de déformations sont minimales. Toutefois ceci serait au détriment du facteur d'échelle du capteur car matériau déposé serait inévitablement plus faible. L'instabilité du biais du capteur ne serait alors, dans le meilleur des cas, que faiblement améliorée au prix d'une résolution à court terme dégradée dans le même rapport que le facteur d'échelle. Finalement, la solution la plus pertinente serait alors de revoir le dimensionnement de ce type de capteurs pour rigidifier la zone de dépôt des matériaux magnétiques et donc minimiser les pertes d'énergie par effet viscoélastique.

### 4.7.3. Facteur d'échelle

Dans le but de mesurer le facteur d'échelle d'un capteur, celui-ci a été intégré dans un boîtier céramique et mis sous vide (FIGURE 4.11). La mesure de la fréquence de résonance en fonction du champ magnétique appliqué a ensuite été réalisée à l'aide d'un instrument de détection synchrone numérique (HF2LI - Zurich Instruments). Cette détection synchrone a été préférée à un circuit oscillateur plus classique afin de s'assurer que les mesures effectuées sont limitées par le capteur et non à un défaut de l'électronique. De plus, cet instrument est dédié à la caractérisation de MEMS et permet de considérablement réduire les temps de caractérisation des cellules grâce à ses boucles d'asservissement facilement reconfigurables.

Le capteur a ensuite été positionné au centre de bobines de Helmholtz permettant de générer un champ magnétique de quelques milliteslas. Des créneaux de courant d'amplitudes croissantes ont ensuite été appliqués aux bobines et la fréquence de résonance suivie au cours du temps. Un exemple de chronographe obtenu est représenté dans la FIGURE 4.12.

Seul un capteur a pu être caractérisé complètement, il est donc difficile d'en déduire une tendance générale. Toutefois ces mesures sur un résonateur de type 3 (TABLE 4.1)

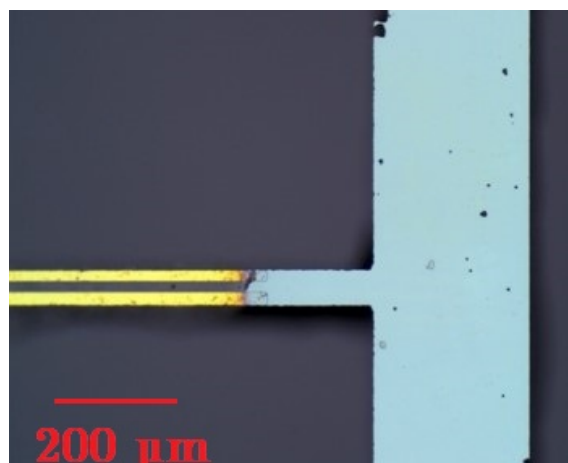


FIGURE 4.9 – Image au microscope de l’extrémité d’un résonateur en torsion. On note que le dépôt de matériaux magnétiques (en gris) recouvre en partie les électrodes d’excitation (en jaune).

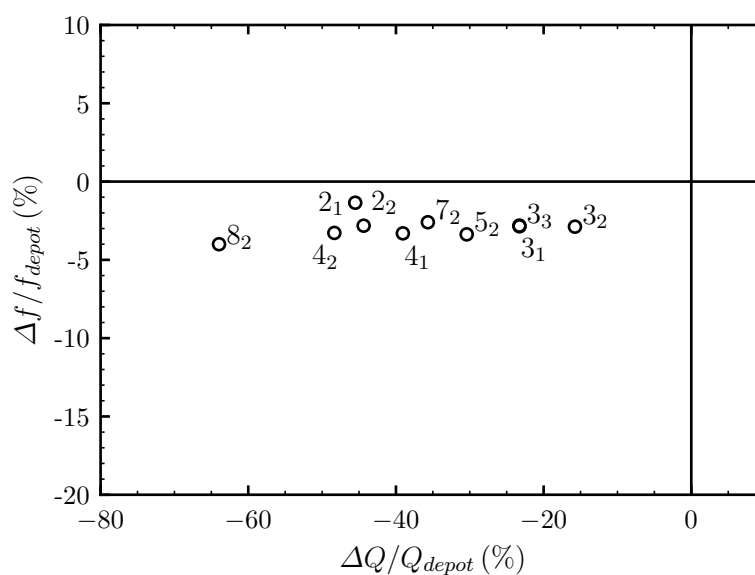


FIGURE 4.10 – Écarts relatifs entre les facteurs de qualité et fréquences mesurées sur différents résonateurs issus d’un même lot de fabrication avant et après dépôt des matériaux magnétiques. Le numéro principal correspond à la référence de la cellule telle que définie dans la TABLE 4.1 et l’indice distingue les différentes versions d’une même référence sur le substrat.

démontrent des résultats encourageants. L’étendue de mesure du capteur est de  $\pm 5$  mT, ce qui est nettement supérieur au champ magnétique terrestre initialement visé. De plus, le capteur présente une excellente linéarité. Dans son étendue de mesure, les écarts à la linéarité sont ainsi au maximum de 100 nT. La valeur de facteur d’échelle est directement déduite de la pente de la régression linéaire. Un facteur d’échelle de 227 Hz/T a été mesuré

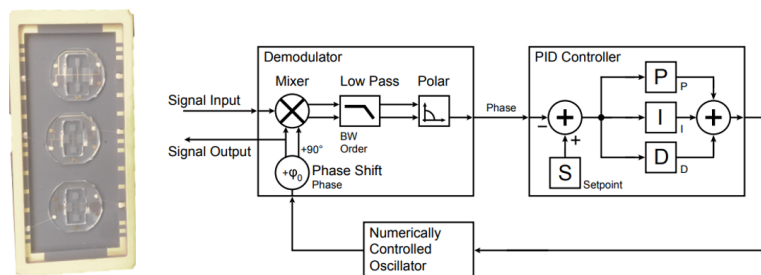


FIGURE 4.11 – Image de trois résonateurs à mode de torsion dans un boîtier céramique (gauche). Schéma du circuit de détection synchrone implémenté dans l'instrument HF2LI.

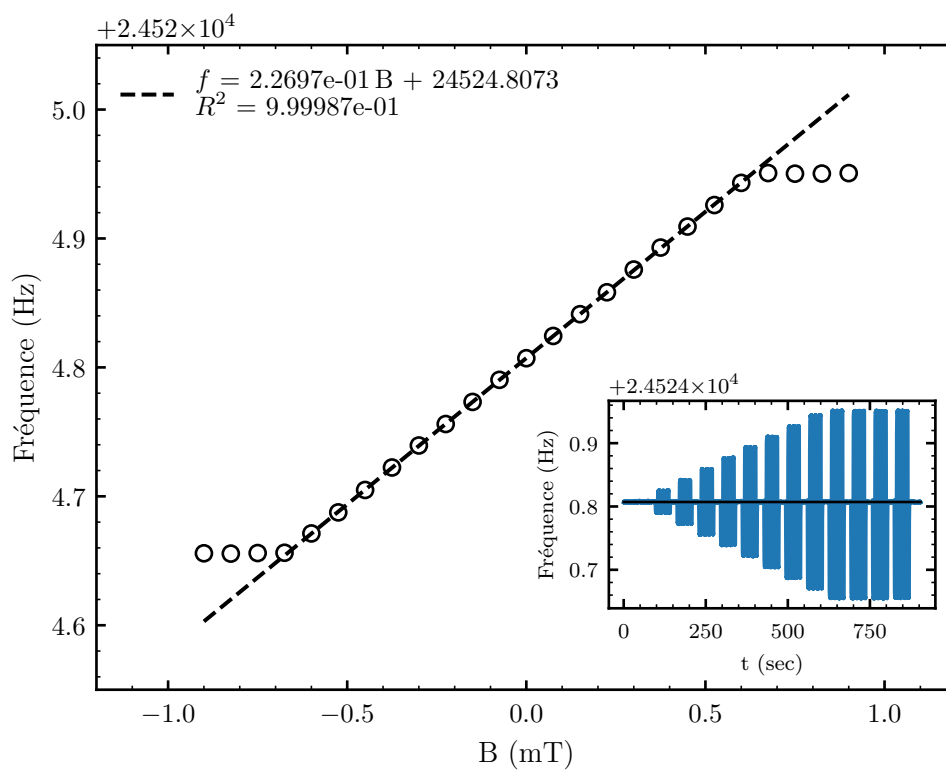


FIGURE 4.12 – Mesure de la réponse fréquentielle d'un capteur de type 3 en fonction du champ magnétique appliqué. Le chronographe utilisé pour le tracé de la courbe est présenté dans l'encart.

pour une valeur théorique attendue de 299 Hz/T pour ce type de résonateur.

#### 4.7.4. Instabilité de biais

Afin d'estimer l'instabilité de biais du capteur, une mesure de sa variance d'Allan a été effectuée. Les résultats sont présentés dans la FIGURE 4.13. Le minimum de variance d'Allan est atteint pour des temps d'intégration de l'ordre de 10 sec avec une instabilité de biais de 300 nT. Sachant que le capteur a une fréquence de 24 520 Hz, un facteur de qualité de 15000 et un facteur d'échelle de 227 Hz/T, et considérant un bruit de phase Flicker typique de  $10^{-11}$ , l'instabilité de biais attendue était de 25 nT (Eq. 3.8).

Ceci peut s'expliquer par la forte sensibilité de la fréquence des résonateurs en torsion aux variations de température. Certains résonateurs en torsion sont ainsi utilisés comme thermomètre [150]. Concernant le résonateur utilisé, celui-ci a une sensibilité de 25 ppm/°C. Cela se traduit par une dépendance importante de la fréquence de résonance même pour de faibles variations de température (FIGURE 4.13 droite) au cours des mesures. Par conséquent, les variations de température induisent une remontée rapide de la variance d'Allan, le plateau caractérisant l'instabilité minimale n'est donc en pratique jamais atteint. Sur la base des paramètres électriques du résonateur mesuré, le plateau de variance d'Allan était attendu pour des temps d'intégration de 200 s.

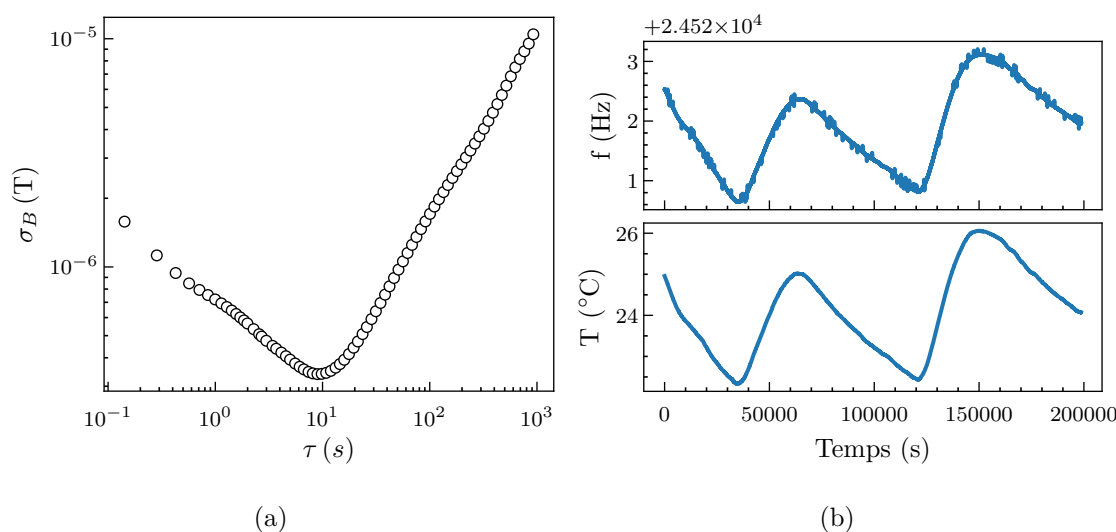


FIGURE 4.13 – Variance d'Allan mesurée sur un capteur de type 3 (a). Fréquence et température mesurées au cours du temps (b). Le minimum est de 300 nT pour une durée d'intégration de 10 s.

Une solution pour limiter cette dérive serait d'utiliser deux résonateurs dont les axes sensibles au champ magnétique serait opposés. Ainsi, l'effet de la température étant en mode commun, la sensibilité à la température serait considérablement réduite par une mesure de la différence des fréquences de résonance. Cette solution est en effet connue pour améliorer la précision d'un capteur à sortie fréquentielle [75].

## 4.8. Perspectives d'améliorations

### 4.8.1. Changement d'orientation cristalline

Comme expliqué précédemment, la sensibilité thermique des résonateurs en torsion entraîne une instabilité de biais du capteur d'un ordre de grandeur plus élevée qu'attendue. Toutefois, en modifiant l'orientation cristalline du substrat de quartz utilisé, il est possible d'annuler localement au premier ordre la sensibilité thermique des résonateurs en torsion. Par exemple, HERMANN [149] a montré que les coupes CT ( $38^\circ$ ) et DT ( $-52^\circ$ ) du quartz peuvent être utilisées pour obtenir des résonateurs en torsion stables en température (FIGURE 4.14). Des simulations numériques ont été effectuées et ont montré que l'ajout d'une masse rigide à l'extrémité des résonateurs ne modifie que faiblement la sensibilité thermique théoriquement attendue (FIGURE 4.15).

De plus, l'utilisation d'une coupe CT ou DT présente l'avantage de changer le coefficient piézoélectrique utilisé pour l'excitation du résonateur, avec une contribution plus importante du coefficient  $e_{26}$  qui a une valeur plus élevée que le coefficient  $e_{25}$  utilisé pour la torsion en coupe Z (Eq. 4.23). Par conséquent, le couplage piézoélectrique est plus efficace pour des coupes tournées et la résistance motionnelle des résonateurs est donc plus faible, ce qui permet d'obtenir un meilleur rapport signal à bruit.

Néanmoins, lorsque l'angle de coupe des substrats utilisés est éloigné de la coupe Z, l'usinage par gravure humide du quartz n'est plus possible. Il est alors nécessaire de se tourner vers des techniques d'usinages physicochimiques telle que la DRIE (Deep Reactive Ion Etching). Cette technique est encore à l'état de développement concernant le quartz mais les travaux récents de CHAPPELLIER et al. [151] ont démontré sa faisabilité. Par conséquent, l'utilisation de coupes tournées du quartz est une idée prometteuse mais elle nécessite de revoir complètement le procédé d'usinage des capteurs.

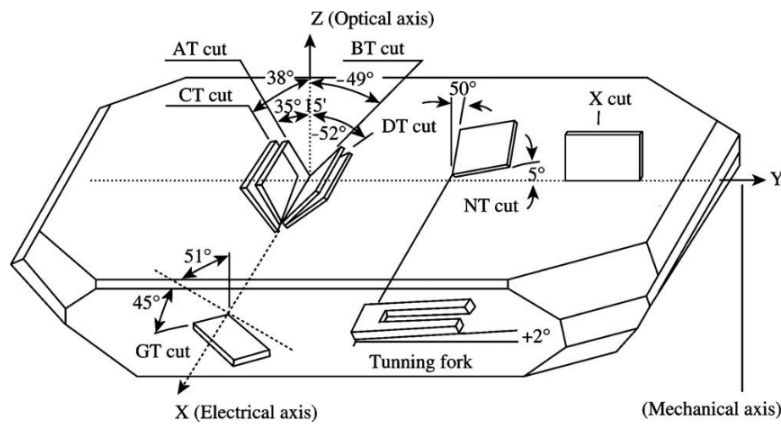


FIGURE 4.14 – Définition des orientations de quelques coupes cristallines communes du quartz [152].

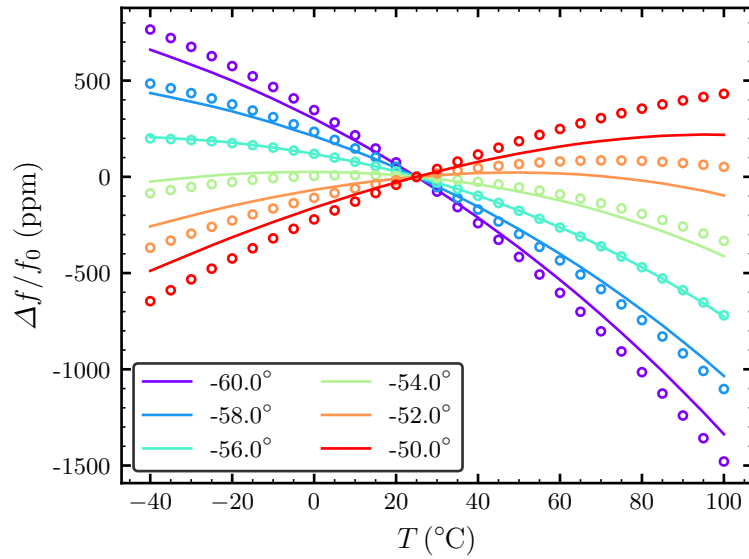


FIGURE 4.15 – Variation relative de la fréquence de résonance d’un résonateur en torsion avec une masse rigide à son extrémité en fonction de la température pour différentes orientations du substrat proche de la coupe DT du quartz ( $-52^\circ$ ). Les lignes continues sont obtenues à partir de l’équation (4.15) où les différentes constantes ont été évaluées à chaque orientation et pas de température. Les cercles sont issus de simulations modales sur un résonateur complet de type  $3_1$ . L’Annexe C rappelle les coefficients du quartz utilisés en fonction de la température.

#### 4.8.2. Amélioration des propriétés viscoélastiques

Pour améliorer l’instabilité de biais du capteur, il est intéressant de maximiser le facteur de qualité des résonateurs. Comme démontré précédemment, le facteur de qualité des résonateurs en torsion est principalement limité par les pertes viscoélastiques au sein des électrodes d’excitation. Il a également été montré que la constante caractéristique de l’amortissement des électrodes,  $\eta_{Au}$ , est très variable d’un résonateur à l’autre et d’un procédé de fabrication à l’autre. Une meilleure compréhension des mécanismes de dissipation d’énergie mis en jeu permettrait potentiellement d’optimiser le procédé de fabrication des électrodes pour limiter ces pertes d’énergie.

Des travaux ont été menés en ce sens. Un traitement thermique sur plaque chauffante ( $230^\circ\text{C}$  pendant 15 min) a été appliqué à un lot de résonateurs. Le facteur de qualité de ces résonateurs a été mesuré avant et après le traitement thermique. Les résultats sont présentés dans la FIGURE 4.16. De ces données, il ressort que le facteur de qualité a été augmenté de 30 à 350% avec une moyenne de 70% d’augmentation.

Plusieurs hypothèses ont été formulées pour expliquer ce phénomène :

- Le traitement thermique permettait de désorber des espèces chimiques pouvant amortir le résonateur [153][154]. Pour valider cette hypothèse, des mesures de facteur



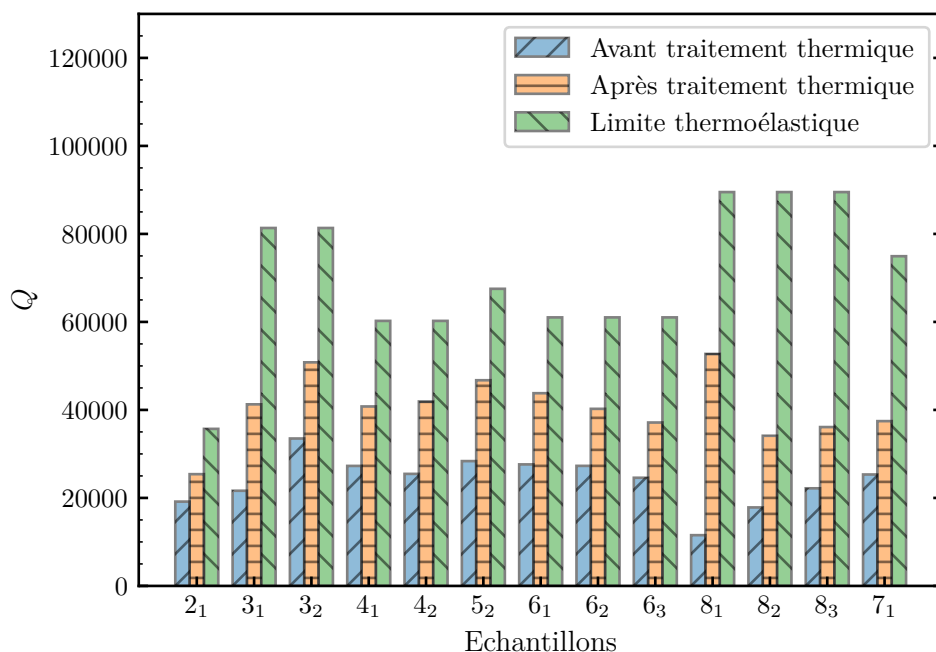


FIGURE 4.16 – Comparaison du facteur de qualité sous vide de résonateurs issus d'un même substrat avant et après traitement thermique. Le facteur de qualité thermoélastique associé à chaque résonateur est également rappelé.

de qualité après traitement thermique ont été réalisées à plusieurs reprises pendant 1 an, sans détecter d'évolution dans la mesure. Cette hypothèse est donc invalide.

- Des résidus de résines seraient vaporisés suite au traitement thermique. Cependant, un spectre Raman a été réalisé sur un résonateur avant et après traitement thermique, sans relever de différences.
- Une évolution de la structure cristallographique des électrodes au cours du traitement thermique diminuerait les propriétés viscoélastiques des électrodes. Cette hypothèse est la plus vraisemblable car une évolution des jonctions de grains au sein des électrodes pourrait influencer les propriétés viscoélastiques [140]. Cette hypothèse n'a toutefois pas pu être vérifiée faute de temps.

Au-delà des hypothèses présentées ci-dessus, une compréhension plus fine des mécanismes mis en jeu dans le phénomène d'amortissement viscoélastique est nécessaire. Une meilleure compréhension du phénomène permettrait en effet de connaître les paramètres pouvant influencer sur l'intensité de cette source d'amortissement.

### 4.8.3. Amélioration du facteur d'échelle

Pour améliorer le facteur d'échelle du capteur, le dimensionnement de la cellule doit être revu. Pour cela, deux solutions ont été identifiées à l'issue de ces travaux.

#### 4.8.3.1. Magnétomètres à couple statique

Une première solution consiste à dissocier le résonateur et la région des dépôts de matériaux magnétiques. Cette nouvelle configuration exploite deux résonateurs liés à une même masse dite "magnétique" où les matériaux sont déposés. En présence d'un champ magnétique, un couple magnétostatique va s'appliquer sur les matériaux magnétiques ce qui va transmettre une force égale mais de signes opposés aux deux résonateurs (FIGURE 4.17).

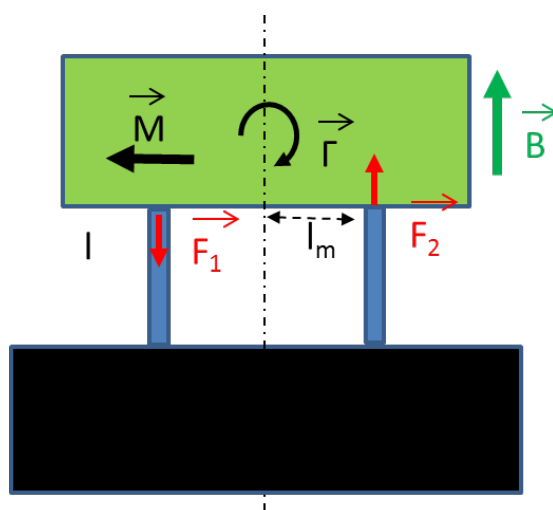


FIGURE 4.17 – Nouvelle configuration de la cellule sensible identifiée à la fin des travaux et permettant d'améliorer le facteur d'échelle du magnétomètre.

Un champ magnétique externe engendre un couple mécanique généré par l'aimant en son centre de masse :

$$\vec{T} = V_{mag} \vec{M} \wedge \vec{B} \quad (4.24)$$

où  $V_{mag}$  est le volume de matériaux ferromagnétiques,  $M$  leur aimantation rémanente et  $B$  le champ magnétique extérieur.

Ce couple mécanique exerce une force axiale sur les poutres :

$$F_1 = \frac{V_{mag} M B}{2l_m} \quad (4.25)$$

où  $l_m$  est la distance entre l'axe de symétrie et l'encastrement de la poutre sur la zone de dépôt des matériaux (bras de levier).

Cette force axiale engendre une variation de fréquence de la poutre :

$$\frac{\Delta f}{B} = 0.075 \frac{1}{h e^2} \frac{V_{mag} M}{l_m} \quad (4.26)$$

où  $h$  est l'épaisseur de la poutre d'un résonateur et  $e$  sa largeur.

Les intérêts de cette configuration sont les suivants :

- Le volume magnétique peut être beaucoup plus important, ce qui permet d'augmenter nettement le facteur d'échelle.
- La mesure de fréquence différentielle est rendue possible avec une seule cellule.

Les inconvénients sont les suivants :

- Un phénomène de lock-in entre les résonateurs peut limiter la sensibilité et doit être pris en compte lors du dimensionnement pour limiter son effet [75].
- Le dimensionnement d'un pivot artificiel avec une faible raideur en rotation est nécessaire pour tirer pleinement parti de cette nouvelle configuration.

Une première définition d'une géométrie de cellule avec cette nouvelle configuration a été étudiée et le modèle de performances permet d'évaluer le gain en résolution par rapport à la configuration de cellule en torsion. On note sur la FIGURE 4.19 un gain potentiel de plus d'un ordre de grandeur sur la résolution et l'instabilité de biais.

#### 4.8.4. Magnétomètres à aimants permanents

Une deuxième solution envisagée à l'issue de ces travaux consiste à maximiser simultanément le facteur d'échelle et le facteur de qualité d'un résonateur en torsion. Pour cela, l'idée est d'utiliser une nouvelle fois un résonateur en torsion mais disposant d'une section nettement plus importante que celle utilisée dans les analyses précédentes. Ceci a pour conséquence de réduire fortement les pertes d'énergie viscoélastique car le ratio entre électrodes et résonateur devient beaucoup plus élevé. Cependant, comme cela a été démontré, un résonateur en torsion à section importante a un facteur d'échelle très fortement détérioré. Une solution pour conserver un facteur d'échelle supérieur à 1000 Hz/T est alors d'augmenter le volume de matériaux magnétique.

Des couches minces dépassant plusieurs micromètres d'épaisseur sont difficilement réalisables par pulvérisation cathodique. Toutefois, il existe dans le commerce des microaimants NdFeB de 250  $\mu\text{m}$  de côté qui pourraient être intégrés par collage à un magnétomètre. Cette solution a par exemple été envisagée par JAVOR et al. [155] pour la réalisation d'un gradiomètre en silicium (FIGURE 4.18). Le principal inconvénient de cette solution serait la forte variation d'aimantation des aimants en NdFeB qui dégraderait la stabilité du facteur d'échelle. L'évaluation de la stabilité de ces microaimants en fonction de la température serait donc à effectuer.

De plus, l'utilisation d'une section de poutre plus importante pour les résonateurs en torsion permettrait de réaliser ces derniers dans l'épaisseur du substrat de quartz, sans amincir les résonateurs en face arrière. Ceci permettrait ainsi de réaliser les électrodes d'excitation sur les deux faces de la cellule ce qui améliorerait le rapport signal à bruit du capteur d'un facteur quatre.

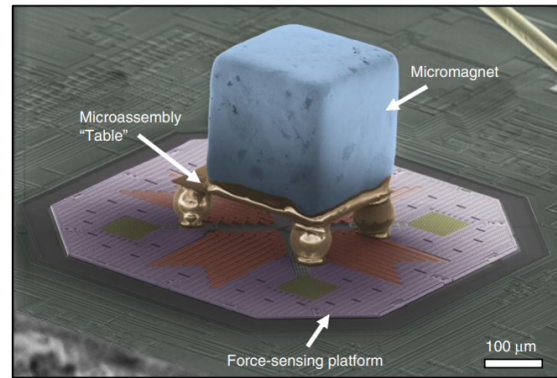


FIGURE 4.18 – Microaimant en néodyme utilisé pour la fabrication d'un gradiomètre [155].

Une première analyse de performances à mis en évidence qu'une cellule de  $1\text{ cm}^2$  avec une fréquence de  $20\text{ kHz}$ , un facteur de qualité de  $300\,000$  et un facteur d'échelle de  $30\text{ kHz/T}$  était potentiellement atteignable.

Comme illustré dans la FIGURE 4.19, des gains d'au moins deux ordres de grandeurs sont envisageables sur la résolution à court terme ainsi que sur l'instabilité du biais des nouvelles configurations de capteurs proposés.

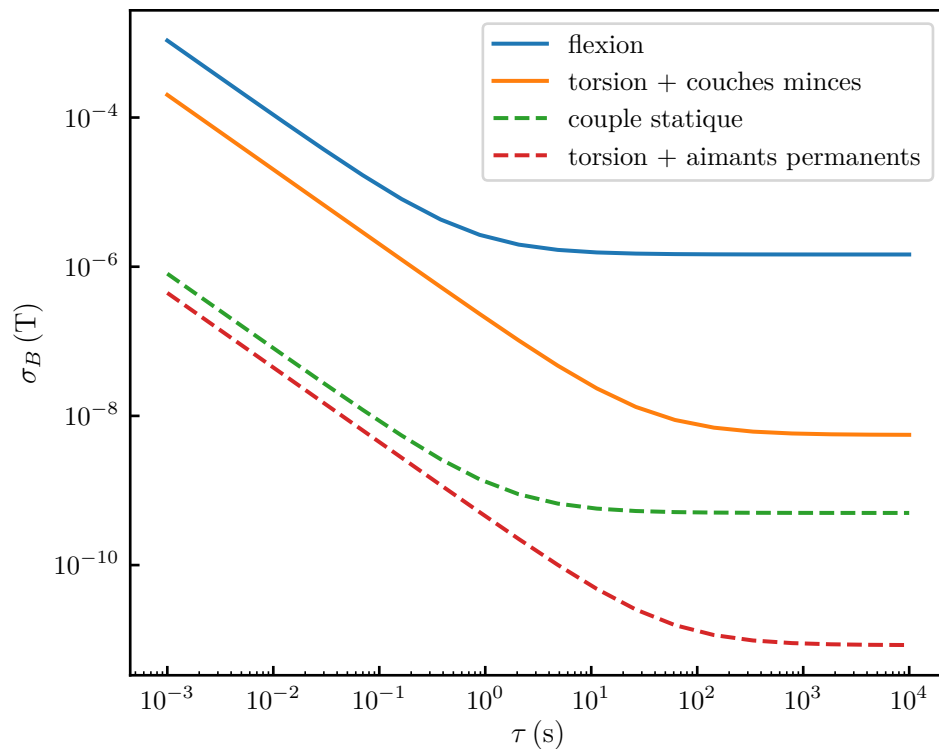


FIGURE 4.19 – Comparaison des variances d'Allan des capteurs en flexion et torsion ainsi que celles attendues avec les nouvelles configurations de cellules.



## Conclusion générale et perspectives

Ces travaux de thèse ont porté sur le développement d'un micro-magnétomètre vibrant. Celui-ci exploite l'interaction entre un résonateur piézoélectrique et des matériaux en couches minces aimantées pour en déduire l'intensité du champ magnétique local. Ces travaux, fondés sur une idée originale de HONSHOTEN et al. [7], débute après une preuve de concept du principe de fonctionnement apportée par LEVY et al. [8]. Les applications ciblées sont principalement la navigation magnéto inertielle ou la surveillance de zones, deux applications nécessitant des capteurs à haute résolution et économes en énergie.

Au cours du chapitre 1, un état de l'art des technologies de magnétomètres vectoriels existantes est réalisé. Celui-ci met en évidence le manque de technologies à la fois résolue ( $< 10$  nT) et économe en énergie (10 mW). Par exemple, si l'objectif est d'avoir un capteur économe pour une utilisation dans un réseau de capteurs autonomes, les technologies MEMS et AMR semblent les plus indiquées car leur consommation est toujours inférieures à 10 mW. Toutefois leur résolution est bien souvent insuffisante pour les applications visées. Une alternative serait d'utiliser les magnétomètres à fluxgate, qui sont connus pour posséder une excellente résolution, mais leur utilisation serait au prix d'une consommation et d'une compacité médiocre. Parmi les technologies existantes, la plus prometteuse pour atteindre les performances souhaitées semble donc être les magnétomètres de type MEMS, qui sont encore à l'état de développement et ont une grande marge de progression concernant leur résolution. En particulier les capteurs à base de résonateurs piézoélectriques, qui sont connus dans d'autres domaines pour posséder une excellente stabilité (accéléromètres VBA).

Les magnétomètres développés au cours de ces travaux ont une sensibilité au champ magnétique proportionnelle à l'aimantation rémanente des matériaux utilisés. La première partie du chapitre 2 a donc été consacrée à l'identification de matériaux ferromagnétiques possédant une aimantation rémanente élevée tout en ayant des propriétés stables vis-à-vis de la température. Les matériaux à base de terres rares, un temps pressenti, ont été rejetés car ils sont en général très sensibles à la température et exercent de fortes contraintes sur leur substrat, ce qui aurait été préjudiciable à la stabilité du facteur d'échelle du capteur. Finalement, le choix s'est porté sur un empilement de matériaux ferro et antiferromagnétiques, exploitant le couplage d'échange entre ces matériaux pour décentrer le cycle d'hystérésis magnétique. L'utilisation du couplage d'échange permet en effet d'obtenir une valeur d'aimantation rémanente unique qui confère au capteur une excellente immunité vis-à-vis des perturbations magnétiques haute intensité. Le matériau ferromagnétique retenu est un alliage de fer-cobalt,  $\text{Fe}_{65}\text{Co}_{35}$ , car il possède la plus porte aimantation à saturation parmi les alliages de métaux de transition. Un alliage de nickel-manganèse,  $\text{Ni}_{50}\text{Mn}_{50}$ , a quant à

lui été choisi pour son couplage d'échange record. La deuxième partie du chapitre 2 a été consacré à l'optimisation et caractérisation de l'empilement de FeCo/NiMn sur des substrats de quartz. L'empilement retenu est  $\left[ \text{NiMn}_{(50\text{nm})} / \text{FeCo}_{(50\text{nm})} \right]_{10} / \text{NiMn}_{(50\text{nm})}$ , pour sa capacité à obtenir un décalage complet du cycle d'hystérésis tout en maximisant l'épaisseur de matériaux ferromagnétiques. Des mesures d'aimantation en fonction de la température ont permis d'établir que le facteur d'échelle du capteur aura donc au mieux une stabilité de 440 ppm/K avec cet empilement.

Afin de dimensionner un capteur à haute résolution, le chapitre 3 s'est concentré sur la modélisation de l'interaction entre une couche mince ferromagnétique et un résonateur piézoélectrique. Pour ce faire, des modèles de performances analytiques ont été mis au point pour estimer le facteur de qualité, le facteur d'échelle et la fréquence de résonance sur de simples résonateurs en flexion. Le domaine de validité de ceux-ci a ensuite été estimé sur des modèles numériques multiphysiques exploitant la méthode des éléments finis. Enfin, des réalisations de plusieurs prototypes ont permis de valider les différents modèles développés. En particulier le facteur d'échelle des capteurs, qui est en très bon accord avec les valeurs simulées ainsi que le facteur de qualité, dont les mesures ont permis de donner une estimation du coefficient de pertes viscoélastiques au sein des électrodes d'excitation des résonateurs. Ce modèle d'amortissement a l'avantage d'être transposable à l'ensemble des résonateurs piézoélectriques disposant d'électrodes. De plus, il est facilement implémentable dans un modèle numérique ce qui en fait l'outil idéal pour prévoir l'amortissement viscoélastique des résonateurs. Finalement, ce chapitre a mis en évidence que les résonateurs à mode de flexion ne sont pas adaptés pour la réalisation d'un magnétomètre car leur facteur d'échelle est trop faible, ce qui limite l'instabilité de biais du capteur à  $1 \mu\text{T}$  dans le meilleur des cas. Un nouveau dimensionnement est donc nécessaire.

Le dernier chapitre s'est concentré sur le dimensionnement d'une cellule permettant d'atteindre des instabilités de biais de 1 nT. Dans ce but, les modèles développés au cours du chapitre 3 ont été adaptés à un nouveau type de cellules. Une résonateur exploitant un mode de torsion a été identifiée comme permettant d'obtenir des facteurs d'échelle d'un ordre de grandeur supérieur à ceux obtenus avec des résonateurs en flexion. La cellule est constituée d'un bras principal, vibrant en torsion, sur lequel est fixé une masse rigide à une extrémité et sur laquelle sont déposés les matériaux magnétiques. Les résonateurs en torsion, en plus d'avoir un facteur d'échelle amélioré, possèdent l'avantage d'avoir théoriquement un facteur de qualité thermoélastique infini. Les modèles ont permis de dimensionner huit variations de cellules, dont les performances théoriques laissent espérer des instabilités de biais inférieures à 10 nT pour l'ensemble des cellules. Les mesures de fréquence et facteur de qualité avant dépôt des matériaux magnétiques, ont montré un bon accord avec les valeurs données par les modèles comportementaux, prouvant à nouveau la validité des modèles développés. Cependant, après dépôt, le facteur de qualité est détérioré d'un facteur 2, ce qui prouve que la zone de dépôt n'est pas optimale. Finalement,

ment, un prototype a pu être intégré dans son packaging sous vide et une mesure de son facteur d'échelle effectué. Celle-ci démontre un facteur d'échelle de 230 Hz/T, soit un ordre de grandeur plus élevé que la valeur obtenue avec les résonateurs en flexion. A nouveau, l'interaction entre une couche mince aimantée et un résonateur a été fidèlement démontré. Les modèles numériques développés peuvent donc être utilisés avec confiance pour tous types de résonateurs, quel que soit le mode de vibration exploité. La mesure du facteur d'échelle a mis en évidence l'excellente linéarité du capteur ainsi qu'une étendue de mesure de 0.5 mT parfaitement adaptée pour une mesure du champ magnétique terrestre. Enfin, une mesure de la variance d'Allan du capteur a également été réalisée. Celle-ci a mis en évidence une instabilité de biais de 300 nT. Le plateau de la variance d'Allan de 30 nT qui était attendu n'est en pratique jamais atteint du fait de la forte sensibilité des résonateurs utilisés aux variations de température.

Concernant la suite de ces travaux, plusieurs pistes sont envisagées pour améliorer les performances de ce type de capteur. Premièrement, l'empilement de couches magnétiques utilisées peut potentiellement avoir une énergie d'échange multipliée par deux, ce qui permettrait d'augmenter la quantité de matériaux ferromagnétiques et donc le facteur d'échelle du capteur. Pour cela, l'influence de la couche d'accroche de l'empilement sur un substrat de quartz doit être étudiée. En effet, il a été démontré que les premières couches de l'empilement n'ont pas l'énergie d'échange optimale. D'autre part, l'influence de l'anisotropie de forme du dépôt sur la stabilité de l'aimantation est inconnue et doit être investiguée.

Deuxièmement, la stabilité de la fréquence des résonateurs en torsion vis-à-vis des variations de température pourrait être considérablement améliorée par un changement de coupe cristalline du substrat de quartz utilisé. Les coupes CT et DT semblent les plus adaptées mais ces orientations nécessitent un usinage par DRIE, et donc une révision du procédé de fabrication des capteurs.

Le facteur de qualité des résonateurs pourrait également être amélioré. Celui-ci étant principalement limité par l'amortissement viscoélastique au sein des électrodes d'excitations, une meilleure compréhension des mécanismes de dissipation mis en jeu permettrait de comprendre les leviers permettant de limiter cet amortissement. Une campagne de mesure de facteurs de qualité sur des résonateurs dédiés à des températures cryogéniques pourraient mettre en évidence des pics d'amortissement caractéristiques de certains mécanismes de dissipations [136].

Enfin, la cellule pourrait être revue pour améliorer de plusieurs ordres de grandeurs le facteur d'échelle du capteur ainsi que son facteur de qualité. Dans ce but, deux solutions prometteuses ont été identifiées. La première réutilise les résonateurs en torsion de cette étude mais avec des sections de poutres plus importantes pour maximiser le facteur



---

de qualité et en utilisant des microaimants en lieu et place des couches minces magnétiques pour décupler le facteur d'échelle. Toutefois cette solution nécessite l'intégration de microaimants dont la stabilité en température est incertaine. La seconde solution utilise deux résonateurs en mode différentiel pour mesurer le couple magnétostatique exercé sur une grande surface recouverte de matériaux magnétiques. Cette solution permet d'utiliser l'effet différentiel entre les résonateurs ce qui réduit considérablement toutes les sources de dérive agissant en mode commun, en particulier la température. De plus, l'utilisation d'une grande surface de dépôt permet d'augmenter nettement le facteur d'échelle du capteur. Ces deux solutions laissent espérer des gains d'au moins deux ordres de grandeur, aussi bien sur la résolution à court terme de la mesure que l'instabilité du biais.





## Bibliographie

- [1] E. DORVEAUX, « **Magneto-inertial navigation : principles and application to an indoor pedometer** », thèse de doct., École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2011 (cité page 3).
- [2] S. MANSOOR, U. I. BHATTI, A. I. BHATTI et S. M. D. ALI, « **Improved attitude determination by compensation of gyroscopic drift by use of accelerometers and magnetometers** », *Measurement*, t. 131, p. 582-589, 2019 (cité page 3).
- [3] C. T. CHRISTOU et G. M. JACYNA, « **Vehicle detection and localization using Unattended Ground Magnetometer Sensors** », *2010 13th International Conference on Information Fusion*, p. 1-8, 2010 (cité page 3).
- [4] A. HERRERA-MAY, L. AGUILERA-CORTÉS, P. GARCÍA-RAMÍREZ et E. MANJARREZ, « **Resonant Magnetic Field Sensors Based On MEMS Technology** », *Sensors*, t. 9, n° 12, p. 7785-7813, 2009 (cité page 4).
- [5] V. BEROULLE, Y. BERTRAND, L. LATORRE et P. NOUET, « **Monolithic piezoresistive CMOS magnetic field sensors** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 103, n° 1-2, p. 23-32, 2003 (cité page 4).
- [6] R. SUNIER, T. VANCURA, Y. LI, K.-U. KIRSTEIN, H. BALTES et O. BRAND, « **Resonant Magnetic Field Sensor With Frequency Output** », *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 15, n° 5, p. 1098-1107, 2006 (cité pages 4, 29).
- [7] J. W. van HONSHOTEN, W. W. KOELMANS, S. M. KONINGS, L. ABELMANN et M. ELWENSPOEK, « **Nanotesla torque magnetometry using a microcantilever** », *Proceedings of Eurosensors XXII, the European Conference on Solid-State Transducers*, p. 597-600, 2008 (cité pages 4, 30, 141).
- [8] R. LEVY, T. PERRIER, P. KAYSER, B. BOURGETEAU et J. MOULIN, « **A micro-resonator based magnetometer** », *Microsystem Technologies*, 2016 (cité pages 4, 141).
- [9] T. PERRIER, R. LEVY, B. BOURGETEAU-VERLHAC, P. KAYSER, J. MOULIN et S. PAQUAY, « **Optimization of an MEMS Magnetic Thin Film Vibrating Magnetometer** », *IEEE Transactions on Magnetics*, t. 53, n° 4, p. 1-5, 2017 (cité pages 5, 90).
- [10] T. PERRIER, R. LEVY, P. KAYSER, B. VERLHAC et J. MOULIN, « **Modeling of a vibrating MEMS magnetometer partially covered with a ferromagnetic thin film** », in *2018 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, IEEE, 2018, p. 1-4 (cité page 5).
- [11] J. SMIT, « **Magneto-resistance of ferromagnetic metals and alloys at low temperatures** », *Physica*, t. 17, n° 6, p. 612-627, 1951 (cité page 7).
- [12] A. FERT et I. A. CAMPBELL, « **Two-Current Conduction in Nickel** », *Physical Review Letters*, t. 21, n° 16, p. 1190-1192, 1968 (cité page 7).
- [13] H. HAUSER, « **Magneto-resistive Sensors** », *Elektrotechnik und Informationstechnik*, t. 115, n° 1, p. 382-390, 1998 (cité page 8).
- [14] HONEYWELL, « **1- and 2-Axis Magnetic Sensors HMC1001-1002-1021-1022** », rapp. tech., 2008, p. 1-15 (cité page 9).

- [15] C. CHAPPERT, A. FERT et F. N. VAN DAU, « **The emergence of spin electronics in data storage** », *Nature Materials*, t. 6, n° 11, p. 813-823, 2007 (cité pages 10, 12, 13).
- [16] P. FREITAS, F. SILVA, N. OLIVEIRA, L. MELO, L. COSTA et N. ALMEIDA, « **Spin valve sensors** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 81, n° 1-3, p. 2-8, 2000 (cité page 10).
- [17] J. P. NOZIÈRES, S. JAREN, Y. B. ZHANG, A. ZELTSER, K. PENTEK et V. S. SPERIOSU, « **Blocking temperature distribution and long-term stability of spin-valve structures with Mn-based antiferromagnets** », *Journal of Applied Physics*, t. 87, n° 8, p. 3920-3925, 2000 (cité pages 11, 61).
- [18] D. PETUKHOV, « **Spin-polarized current and tunnel magnetoresistance in heterogeneous single-barrier magnetic tunnel junctions** », *Physica E : Low-dimensional Systems and Nanostructures*, t. 80, p. 31-35, 2016 (cité page 12).
- [19] T. MARUKAME, T. ISHIKAWA, K.-I. MATSUDA, T. UEMURA et M. YAMAMOTO, « **High tunnel magnetoresistance in fully epitaxial magnetic tunnel junctions with a full-Heusler alloy CoCrFeAl thin film** », *Applied Physics Letters*, t. 88, n° 26, p. 262503, 2006 (cité page 13).
- [20] D. CHIBA, Y. SATO, T. KITA, F. MATSUKURA et H. OHNO, « **Current-Driven Magnetization Reversal in a Ferromagnetic Semiconductor (GaMn)As/GaAs/(Ga,Mn)As Tunnel Junction** », *Physical Review Letters*, t. 93, n° 21, p. 216602, 2004 (cité page 13).
- [21] INFINEON, « **TLE 5501 Datasheet** », rapp. tech., 2018, p. 19 (cité page 13).
- [22] REDROCK, « **REDROCK RR111 SERIES TMR ANALOG MAGNETIC SENSOR** », rapp. tech., 2019 (cité page 13).
- [23] Y. WANG, J. LI et D. VIEHLAND, « **Magnetoelectrics for magnetic sensor applications: status, challenges and perspectives** », *Materials Today*, t. 17, n° 6, p. 269-275, 2014 (cité page 13).
- [24] C. DOLABDJIAN, « **Capteurs magnétiques et électriques à haute sensibilité** », in *GDR Ondes 2016*, Montpellier, 2016 (cité pages 13, 15).
- [25] S. MARAUSKA, R. JAHNS, H. GREVE, E. QUANDT, R. KNÖCHEL et B. WAGNER, « **MEMS magnetic field sensor based on magnetoelectric composites** », *Journal of Micromechanics and Microengineering*, t. 22, n° 6, p. 065024, 2012 (cité page 13).
- [26] A. GARCIA-ARRIBAS, E. FERNANDEZ et D. de COS, « **Thin-Film Magneto-Impedance Sensors** », in *Magnetic Sensors - Development Trends and Applications*, InTech, 2017 (cité pages 14, 15).
- [27] L. DING, S. SAEZ, C. DOLABDJIAN, L. G. C. MELO, A. YELON et D. MENARD, « **Equivalent Magnetic Noise Limit of Low-Cost GMI Magnetometer** », *IEEE Sensors Journal*, t. 9, n° 2, p. 159-168, 2009 (cité pages 15, 31).
- [28] T. UCHIYAMA, K. MOHRI, Y. HONKURA et L. V. PANINA, « **Recent Advances of PicoTesla Resolution MagnetoImpedance Sensor Based on Amorphous Wire CMOS IC MI Sensor** », *IEEE Transactions on Magnetics*, t. 48, n° 11, p. 3833-3839, 2012 (cité page 15).
- [29] R. L. FAGALY, « **Superconducting quantum interference device instruments and applications** », *Review of Scientific Instruments*, t. 77, n° 10, p. 101101, 2006 (cité pages 16, 17).

- [30] P. SCHMIDT, D. CLARK, K. LESLIE, M. BICK, D. TILBROOK et C. FOLEY, « **GETMAG – a SQUID Magnetic Tensor Gradiometer for Mineral and Oil Exploration** », *Exploration Geophysics*, t. 35, n° 4, p. 297-305, 2004 (cité page 17).
- [31] N. DE ZANCHE, C. BARMET, J. A. NORDMEYER-MASSNER et K. P. PRUESSMANN, « **NMR probes for measuring magnetic fields and field dynamics in MR systems** », *Magnetic Resonance in Medicine*, t. 60, n° 1, p. 176-186, 2008 (cité page 17).
- [32] D. HRVOIC, I. HRVOIC et J. MYZYK, « Low Power Overhauser Magnetometer GSM-19L - GEMSYS », GEMSystems, rapp. tech., 1997 (cité page 19).
- [33] W. E. BELL et A. L. BLOOM, « **Optically Driven Spin Precession** », *Physical Review Letters*, t. 6, n° 6, p. 280-281, 1961 (cité pages 19, 20).
- [34] R. JIMENEZ-MARTINEZ, W. C. GRIFFITH, S. KNAPPE, J. KITCHING et M. PROUTY, « **High-bandwidth optical magnetometer** », *Journal of the Optical Society of America B*, t. 29, n° 12, p. 3398, 2012 (cité page 19).
- [35] L. RONDIN, J.-P. TETIENNE, T. HINGANT, J.-F. ROCH, P. MALETINSKY et V. JACQUES, « **Magnetometry with nitrogen-vacancy defects in diamond** », *Reports on Progress in Physics*, t. 77, n° 5, p. 056 503, 2014 (cité page 20).
- [36] C. A. MERILES, L. JIANG, G. GOLDSTEIN, J. S. HODGES, J. R. MAZE, M. D. LUKIN et P. CAPPELLARO, « **Imaging mesoscopic nuclear spin noise with a diamond magnetometer** », *Journal of Chemical Physics*, t. 133, n° 12, p. 1-10, 2010 (cité page 20).
- [37] K. JENSEN, N. LEEFER, A. JARMOLA, Y. DUMEIGE, V. M. ACOSTA, P. KEHAYIAS, B. PATTON et D. BUDKER, « **Cavity-Enhanced Room-Temperature Magnetometry Using Absorption by Nitrogen-Vacancy Centers in Diamond** », *Physical Review Letters*, t. 112, n° 16, p. 160 802, 2014 (cité page 20).
- [38] V. M. ACOSTA, E. BAUCH, M. P. LEDBETTER, C. SANTORI, K.-M. C. FU, P. E. BARCLAY, R. G. BEAUSOLEIL, H. LINGET, J. F. ROCH, F. TREUSSART, S. CHEMERISOV, W. GAWLIK et D. BUDKER, « **Diamonds with a high density of nitrogen-vacancy centers for magnetometry applications** », *Physical Review B*, t. 80, n° 11, p. 115 202, 2009 (cité page 20).
- [39] L. M. PHAM, D. LE SAGE, P. L. STANWIX, T. K. YEUNG, D. GLENN, A. TRIFONOV, P. CAPPELLARO, P. R. HEMMER, M. D. LUKIN, H. PARK, A. YACOBY et R. L. WALSWORTH, « **Magnetic field imaging with nitrogen-vacancy ensembles** », *New Journal of Physics*, t. 13, n° 4, p. 045 021, 2011 (cité page 21).
- [40] C. ZHANG, H. YUAN, N. ZHANG, L. XU, J. ZHANG, B. LI et J. FANG, « **Vector magnetometer based on synchronous manipulation of nitrogen-vacancy centers in all crystal directions** », *Journal of Physics D : Applied Physics*, t. 51, n° 15, p. 155 102, 2018 (cité page 21).
- [41] B. P. BOESCH, G. S. BRUCE. et JEFF D . CAMMERATA, *DNV MAGNETIC FIELD DETECTOR*, 2018 (cité page 21).
- [42] J. M. SCHLOSS, J. F. BARRY, M. J. TURNER et R. L. WALSWORTH, « **Simultaneous Broadband Vector Magnetometry Using Solid-State Spins** », *Physical Review Applied*, t. 10, n° 3, p. 034 044, 2018 (cité page 21).
- [43] J. F. BARRY, J. M. SCHLOSS, E. BAUCH, M. J. TURNER, C. A. HART, L. M. PHAM et R. L. WALSWORTH, « **Sensitivity optimization for NV-diamond magnetometry** », *Reviews of Modern Physics*, t. 92, n° 1, p. 015 004, 2020 (cité page 21).

- [44] J. W. HAHN, G. S. BRUCE et W. LEW, *Magnetometer with a light emitting Diode*, 2017 (cit e page 21).
- [45] A. DANKERT, B. KARPIAK et S. P. DASH, « **Hall sensors batch-fabricated on all-CVD h-BN/graphene/h-BN heterostructures** », *Scientific Reports*, t. 7, n o 1, p. 15 231, 2017 (cit e pages 22, 23).
- [46] V. P. KUNETS, W. T. BLACK, Y. I. MAZUR, D. GUZUN, G. J. SALAMO, N. GOEL, T. D. MISHIMA, D. A. DEEN, S. Q. MURPHY et M. B. SANTOS, « **Highly sensitive micro-Hall devices based on AlInSbInSb heterostructures** », *Journal of Applied Physics*, t. 98, n o 1, p. 014 506, 2005 (cit e page 22).
- [47] J. DAUBER, A. A. SAGADE, M. OELLERS, K. WATANABE, T. TANIGUCHI, D. NEUMAIER et C. STAMPFER, « **Ultra-sensitive Hall sensors based on graphene encapsulated in hexagonal boron nitride** », *Applied Physics Letters*, t. 106, n o 19, p. 193 501, 2015 (cit e page 23).
- [48] B. T. SCHAEFER, L. WANG, A. JARJOUR, K. WATANABE, T. TANIGUCHI, P. L. MCEUEN et K. C. NOWACK, « **Gate-Tunable Graphene Hall Sensors with High Magnetic Field Sensitivity** », 2019 (cit e page 24).
- [49] V. MOSSER, S. ABOULHOUDA, J. DENIS, S. CONTRERAS, P. LORENZINI, F. KOBBI et J. ROBERT, « **High-performance Hall sensors based on III-V heterostructures** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 42, n o 1-3, p. 450-454, 1994 (cit e page 25).
- [50] V. MOSSER, S. CONTRERAS, S. ABOULHOUDA, P. LORENZINI, F. KOBBI, J. ROBERT et K. ZEKENTES, « **High sensitivity hall sensors with low thermal drift using AlGaAs/InGaAs/-GaAs heterostructures** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 43, n o 1-3, p. 135-140, 1994 (cit e page 25).
- [51] A. KERLAIN et V. MOSSER, « **Dynamic low-frequency noise cancellation in quantum well Hall sensors (QWHS)** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 142, n o 2, p. 528-532, 2008 (cit e page 25).
- [52] I. C. LONDON, *How a fluxgate works*, 2021 (cit e pages 26, 27).
- [53] T. M. LIAKOPOULOS et C. H. AHN, « **A micro-fluxgate magnetic sensor using micromachined planar solenoid coils** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 77, n o 1, p. 66-72, 1999 (cit e page 27).
- [54] J. KYYNARAINEN, J. SAARILAHTI, H. KATTELUS, A. KARKKAINEN, T. MEINANDER, A. OJA, P. PEKKO, H. SEPPA, M. SUHONEN, H. KUISMA, S. RUOTSALAINEN et M. TILLI, « **A 3D micromechanical compass** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 142, n o 2, p. 561-568, 2008 (cit e page 28).
- [55] D. REN, L. WU, M. YAN, M. CUI, Z. YOU et M. HU, « **Design and Analyses of a MEMS Based Resonant Magnetometer** », *Sensors*, t. 9, n o 9, p. 6951-6966, 2009 (cit e pages 28, 29).
- [56] V. T. ROUF, M. LI et D. A. HORSLEY, « **Area-efficient three-axis micromechanical magnetic sensor** », in *2012 IEEE Sensors*, IEEE, 2012, p. 1-4 (cit e page 28).
- [57] V. ROCHUS, R. JANSEN, H. A. C. TILMANS, X. ROTTENBERG, C. CHEN, S. RANVIER, H. LAMY et P. ROCHUS, « **Poly-SiGe-based MEMS Xylophone Bar Magnetometer** », in *2012 IEEE Sensors*, IEEE, 2012, p. 1-4 (cit e page 28).
- [58] W. ZHANG et J. E.-Y. LEE, « **A Horseshoe Micromachined Resonant Magnetic Field Sensor With High Quality Factor** », *IEEE Electron Device Letters*, t. 34, n o 10, p. 1310-1312, 2013 (cit e page 28).

- [59] D. J. VASQUEZ et J. W. JUDY, « **Optically-Interrogated Zero-Power MEMS Magnetometer** », *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 16, n° 2, p. 336-343, 2007 (cité pages 28, 30, 31).
- [60] B. PARK, M. LI, S. LIYANAGE et C. SHAFAI, « **Lorentz force based resonant MEMS magnetic-field sensor with optical readout** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 241, p. 12-18, 2016 (cité page 28).
- [61] A. L. HERRERA-MAY, P. J. GARCÍA-RAMÍREZ, L. A. AGUILERA-CORTÉS, J. MARTÍNEZ-CASTILLO, A. SAUCEDA-CARVAJAL, L. GARCÍA-GONZÁLEZ et E. FIGUERAS-COSTA, « **A resonant magnetic field microsensor with high quality factor at atmospheric pressure** », *Journal of Micromechanics and Microengineering*, t. 19, n° 1, p. 015 016, 2009 (cité page 29).
- [62] W. ZHANG et J. E. LEE, « **Frequency-based magnetic field sensing using Lorentz force axial strain modulation in a double-ended tuning fork** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 211, p. 145-152, 2014 (cité page 29).
- [63] E. MEHDIZADEH, V. KUMAR et S. POURKAMALI, « **Sensitivity Enhancement of Lorentz Force MEMS Resonant Magnetometers via Internal Thermal-Piezoresistive Amplification** », *IEEE Electron Device Letters*, t. 35, n° 2, p. 268-270, 2014 (cité pages 29, 30).
- [64] V. KUMAR, A. RAMEZANY, M. MAHDAVI et S. POURKAMALI, « **Amplitude modulated Lorentz force MEMS magnetometer with picotesla sensitivity** », *Journal of Micromechanics and Microengineering*, t. 26, n° 10, p. 105 021, 2016 (cité page 29).
- [65] A. RAHAFROOZ et S. POURKAMALI, « **Thermal-Piezoresistive Energy Pumps in Micro-mechanical Resonant Structures** », *IEEE Transactions on Electron Devices*, t. 59, n° 12, p. 3587-3593, 2012 (cité page 29).
- [66] P. G. STEENEKEN, K. LE PHAN, M. J. GOOSSENS, G. E. J. KOOPS, G. J. A. M. BROM, C. van der AVOORT et J. T. M. van BEEK, « **Piezoresistive heat engine and refrigerator** », *Nature Physics*, t. 7, n° 4, p. 354-359, 2011 (cité page 29).
- [67] D. ETTTEL, P. REY, G. JOURDAN, A. WALTHER, P. ROBERT et J. DELAMARE, « **3D Magnetic Field Sensor Concept for Use in Inertial Measurement Units (IMUs)** », *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 23, n° 2, p. 324-333, 2014 (cité pages 30, 56).
- [68] M. WILLEMIN, C. ROSSEL, J. BRUGGER, M. H. DESPONT, H. ROTHUIZEN, P. VETTIGER, J. HOFER et H. KELLER, « **Piezoresistive cantilever designed for torque magnetometry** », *Journal of Applied Physics*, t. 83, n° 3, p. 1163-1170, 1998 (cité page 30).
- [69] D. DiLELLA, L. WHITMAN, R. COLTON, T. KENNY, W. KAISER, E. VOTE, J. PODOSEK et L. MILLER, « **A micromachined magnetic-field sensor based on an electron tunneling displacement transducer** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 86, n° 1-2, p. 8-20, 2000 (cité page 30).
- [70] L. LONG, M. WANG et S. ZHONG, « **A Torsion MEMS Magnetic Sensor with Permanent Magnet and Fiber-optic Detection** », *IEEE Sensors Journal*, n° c, p. 1-1, 2016 (cité page 30).
- [71] R. LEVY, P. KAYSER, S. MASSON, B. BOURGETEAU et J. MOULIN, « **A miniature vibrating cantilever magnetometer** », in *2015 Symposium on Design, Test, Integration and Packaging of MEMS/MOEMS (DTIP)*, IEEE, 2015, p. 1-4 (cité page 30).
- [72] O. CUGAT, J. DELAMARE et G. REYNE, « **Magnetic micro-actuators and systems (MAG-MAS)** », *IEEE Transactions on Magnetics*, t. 39, n° 6, p. 3607-3612, 2003 (cité page 30).



- [73] M. TANAKA, « **An overview of quartz MEMS devices** », in *2010 IEEE International Frequency Control Symposium*, IEEE, 2010, p. 162-167 (cité page 31).
- [74] J. VIG et F. WALLS, « **Fundamental limits on the frequency stabilities of crystal oscillators** », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, t. 42, n° 4, p. 576-589, 1995 (cité page 31).
- [75] O. LE TRAON, D. JANIAUD, B. LECORRE, M. PERNICE, S. MULLER et J. TRIDERA, « **Monolithic Differential Vibrating Beam Accelerometer Within an Isolating System Between the Two Resonators** », in *IEEE Sensors, 2005.*, IEEE, 2005, p. 648-651 (cité pages 31, 77, 133, 138).
- [76] T. LORET, G. HARDY, C. VALLEE, V. DEMUTRECY, T. KERRIEN, S. COCHAIN, D. BOU-TOILLE, R. TAIBI et R. BLONDEAU, « **Navigation grade accelerometer with quartz vibrating beam** », in *2014 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, IEEE, 2014, p. 1-14 (cité page 31).
- [77] G. FOËX, *Diamagnétisme et paramagnétisme*, sér. Constantes selectionnees. Masson, 1957 (cité pages 37, 40, 44).
- [78] R. C. O'HANDLEY, *Modern Magnetic Materials: Principles and Applications*. Wiley, 1999 (cité page 38).
- [79] C. COHEN-TANNOUJJI, B. DIU et F. LALOE, *Quantum mechanics - Tome 1*. Masson, 1973 (cité page 39).
- [80] J. NOGUÉS et I. K. SCHULLER, « **Exchange bias** », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, t. 192, n° 2, p. 203-232, 1999 (cité pages 46, 57, 60, 62, 63, 74).
- [81] A. H. MACDONALD et M. TSOI, « **Antiferromagnetic metal spintronics** », *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, t. 369, n° 1948, p. 3098-3114, 2011 (cité page 46).
- [82] E. V. GOMONAY et V. M. LOKTEV, « **Spintronics of antiferromagnetic systems (Review Article)** », *Low Temperature Physics*, t. 40, n° 1, p. 17-35, 2014 (cité page 46).
- [83] N. SPALDIN, *Magnetic Materials: Fundamentals and Device Applications*. Cambridge University Press, 2003 (cité page 46).
- [84] E. HIROTA, H. SAKAKIMA et K. INOMATA, *Giant Magneto-Resistance Devices*, sér. Springer Series in Surface Sciences. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2002, t. 40 (cité page 46).
- [85] E. WACHTEL, F. HENNINGER et B. PREDEL, « **Constitution and magnetic properties of Ni-Mn-Sn alloys - solid and liquid state** », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, t. 38, n° 3, p. 305-315, 1983 (cité page 46).
- [86] G. ZHANG, C. FAN, L. PAN, F. WANG, P. WU, H. QIU, Y. GU et Y. ZHANG, « **Magnetic and transport properties of magnetite thin films** », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, t. 293, n° 2, p. 737-745, 2005 (cité page 47).
- [87] Y.-M. KANG, S.-H. WEE, S.-I. BAIK, S.-G. MIN, S.-C. YU, S.-H. MOON, Y.-W. KIM et S.-I. YOO, « **Magnetic properties of YIG (Y3Fe5O12) thin films prepared by the post annealing of amorphous films deposited by rf-magnetron sputtering** », *Journal of Applied Physics*, t. 97, n° 10, 10A319, 2005 (cité page 48).

- [88] Y. SUZUKI, G. HU, R. van DOVER et R. CAVA, « **Magnetic anisotropy of epitaxial cobalt ferrite thin films** », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, t. 191, n° 1-2, p. 1-8, 1999 (cité page 48).
- [89] S. CHIKAZUMI, *Physics of Ferromagnetism*, 2nd. Oxford University Press, 1997 (cité page 49).
- [90] R. M. BOZORTH, « **Magnetic Properties of Compounds and Solid Solutions of Rare-Earth Metals** », *Journal of Applied Physics*, t. 38, n° 3, p. 1366-1371, 1967 (cité page 49).
- [91] R. M. BOZORTH, *Ferromagnetism*. Wiley, 1993 (cité page 50).
- [92] K. NOMA, M. MATSUOKA, H. KANAI et Y. UEHARA, « **Enhancement of magnetic flux density in sputtered FeCoPd alloy and [FeCo/Pd]/sub n/ superlattice films at room temperature** », in *INTERMAG Asia 2005. Digests of the IEEE International Magnetism Conference, 2005.*, t. 41, IEEE, 2005, p. 781-782 (cité page 50).
- [93] H. TAKAHASHI, K. MITSUOKA, M. KOMURO et Y. SUGITA, « **Ferromagnetic resonance studies of Fe 16 N 2 films with a giant magnetic moment** », *Journal of Applied Physics*, t. 73, n° 10, p. 6060-6062, 1993 (cité page 51).
- [94] Y. SUGITA, H. TAKAHASHI, M. KOMURO, M. IGARASHI, R. IMURA et T. KAMBE, « **Magnetic and electrical properties of single-phase, single-crystal Fe16N2 films epitaxially grown by molecular beam epitaxy (invited)** », *Journal of Applied Physics*, t. 79, n° 8, p. 5576, 1996 (cité page 51).
- [95] L. G. RUBIN, B. L. BRANDT, R. J. WEGGEL, S. FONER et E. J. MCNIFF, « **33.6 T dc magnetic field produced in a hybrid magnet with Ho pole pieces** », *Applied Physics Letters*, t. 49, n° 1, p. 49-51, 1986 (cité page 52).
- [96] G. SCHEUNERT, C. WARD, W. R. HENDREN, A. A. LAPICKI, R. HARDEMAN, M. MOONEY, M. GUBBINS et R. M. BOWMAN, « **Influence of strain and polycrystalline ordering on magnetic properties of high moment rare earth metals and alloys** », *Journal of Physics D : Applied Physics*, t. 47, n° 41, p. 415005, 2014 (cité pages 52, 53).
- [97] G. SCHEUNERT, O. HEINONEN, R. HARDEMAN, A. LAPICKI, M. GUBBINS et R. M. BOWMAN, « **A review of high magnetic moment thin films for microscale and nanotechnology applications** », *Applied Physics Reviews*, t. 3, n° 1, p. 011301, 2016 (cité page 54).
- [98] K. H. J. BUSCHOW, « **Intermetallic compounds of rare-earth and 3d transition metals** », *Reports on Progress in Physics*, t. 40, n° 10, p. 1179-1256, 1977 (cité page 53).
- [99] D. ETTTEL, « **Conception et fabrication d'un magnétomètre à jauge de contrainte** », thèse de doct., Université Grenoble Alpes, 2012 (cité pages 54, 73).
- [100] N. M. DEMPSEY, A. WALTHER, F. MAY, D. GIVORD, K. KHLOPKOV et O. GUTFLEISCH, « **High performance hard magnetic NdFeB thick films for integration into micro-electro-mechanical systems** », *Applied Physics Letters*, t. 90, n° 9, 2007 (cité page 54).
- [101] A. WALTHER, C. MARCOUX, B. DESLOGES, R. GRECHISHKIN, D. GIVORD et N. DEMPSEY, « **Micro-patterning of NdFeB and SmCo magnet films for integration into micro-electro-mechanical-systems** », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, t. 321, n° 6, p. 590-594, 2009 (cité page 54).
- [102] J. Y. WANG, D. K. SOOD, M. K. GHANTASALA et N. DYTLEWSKI, « **Characterization of sputtered SmCo thin films for light element contamination using RBS and HIERDA techniques** », *Vacuum*, t. 75, n° 1, p. 17-23, 2004 (cité page 54).

- [103] N. DEMPSEY, « **Hard magnetic materials for MEMS applications** », in *Nanoscale Magnetic Materials and Applications*, 2009, p. 661-684 (cité pages 54, 55).
- [104] O. GUTFLEISCH et N. M. DEMPSEY, « **High Performance  $\mu$ -Magnets for Microelectromechanical Systems (MEMS)** », in *Magnetic Nanostructures in Modern Technology*, Dordrecht : Springer Netherlands, p. 167-194 (cité pages 54, 55).
- [105] W. H. MEIKLEJOHN et C. P. BEAN, « **New Magnetic Anisotropy** », *Physical Review*, t. 105, n° 3, p. 904-913, 1957 (cité page 57).
- [106] A. BERKOWITZ et K. TAKANO, « **Exchange anisotropy — a review** », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, t. 200, n° 1-3, p. 552-570, 1999 (cité pages 57, 60).
- [107] W. H. MEIKLEJOHN, « **Exchange Anisotropy—A Review** », *Journal of Applied Physics*, t. 33, n° 3, p. 1328-1335, 1962 (cité page 58).
- [108] J. NOGUÉS, J. SORT, V. LANGLAIS, V. SKUMRYEV, S. SURINACH, J. MUNOZ et M. BARÓ, « **Exchange bias in nanostructures** », *Physics Reports*, t. 422, n° 3, p. 65-117, 2005 (cité page 61).
- [109] P. van der ZAAG, L. FEINER, R. WOLF, J. BORCHERS, Y. IJIRI et R. ERWIN, « **The blocking and Néel temperature in exchange-biased Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>/CoO multilayers** », *Physica B : Condensed Matter*, t. 276-278, p. 638-639, 2000 (cité page 61).
- [110] L. SMARDZ, U. KÖBLER et W. ZINN, « **Temperature and thickness dependence of unidirectional magnetic anisotropy effects in Co/CoO thin films** », *Vacuum*, t. 42, n° 4, p. 283-285, 1991 (cité page 62).
- [111] C. SCHLENKER, « **Couplage ferro-antiferromagnétique et traînage magnétique dans des couches minces multiples Co-CoO et Ni-NiO Par** », *Physica Status Solidi (b)*, t. 28, n° 2, p. 507-517, 1968 (cité page 62).
- [112] S. H. CHARAP et E. FULCOMER, « **Magnetic Aftereffect in Oxidized Ni-Fe Films** », *Journal of Applied Physics*, t. 42, n° 4, p. 1426-1428, 1971 (cité page 62).
- [113] TSAN LIN, CHING TSANG, R. FONTANA et J. HOWARD, « **Exchange-coupled Ni-Fe/Fe-Mn, Ni-Fe/Ni-Mn and NiO/Ni-Fe films for stabilization of magnetoresistive sensors** », *IEEE Transactions on Magnetism*, t. 31, n° 6, p. 2585-2590, 1995 (cité pages 62, 63).
- [114] S. SOEYA, S. NAKAMURA, T. IMAGAWA et S. NARISHIGE, « **Rotational hysteresis loss study on exchange coupled Ni 81 Fe 19 -NiO films** », *Journal of Applied Physics*, t. 77, n° 11, p. 5838-5842, 1995 (cité page 62).
- [115] B. H. MILLER et E. D. DAHLBERG, « **Use of the anisotropic magnetoresistance to measure exchange anisotropy in Co/CoO bilayers** », *Applied Physics Letters*, t. 69, n° 25, p. 3932-3934, 1996 (cité page 62).
- [116] N. HASEGAWA, A. MAKINO, F. KOIKE et K. IKARASHI, « **Spin-valves with antiferromagnetic  $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> layers** », *IEEE Transactions on Magnetism*, t. 32, n° 5, p. 4618-4620, 1996 (cité page 62).
- [117] F. B. HAGEDORN, « **Exchange Anisotropy in Oxidized Permalloy Thin Films at Low Temperatures** », *Journal of Applied Physics*, t. 38, n° 9, p. 3641-3645, 1967 (cité page 62).
- [118] M.-M. CHEN, C. TSANG et N. GHARSALLAH, « **Exchange bias enhancement through interdiffusion of NiFe-FeMn-metal films** », *IEEE Transactions on Magnetism*, t. 29, n° 6, p. 4077-4079, 1993 (cité page 63).

- [119] S. SOEYA, H. HOSHIYA, K. MEGURO et H. FUKUI, « **Enhanced unidirectional anisotropy of the Co<sub>90</sub>Fe<sub>10</sub>-CrMnPt system by the NiO capping layer** », *Applied Physics Letters*, t. 71, n° 23, p. 3424-3426, 1997 (cité page 63).
- [120] M. SAITO, Y. KAKIHARA, T. WATANABE et N. HASEGAWA, « **Exchange Coupling between Antiferromagnetic PtMn and Ferromagnetic Films** », *Journal of the Magnetism Society of Japan*, t. 21, n° 42, p. 505-508, 1997 (cité page 63).
- [121] K. HOSHINO, R. NAKATANI, H. HOSHIYA, Y. SUGITA et S. TSUNASHIMA, « **Exchange Coupling between Antiferromagnetic Mn-Ir and Ferromagnetic Ni-Fe Layers** », *Japanese Journal of Applied Physics*, t. 35, p. 607-612, 1996 (cité page 63).
- [122] P. F. LADWIG, Y. YANG, L. DING, I.-f. TSU et Y. A. CHANG, « **Paramagnetic-to-antiferromagnetic phase transformation in sputter-deposited Ni-Mn thin films** », *Journal of Electronic Materials*, t. 32, n° 11, p. 1155-1159, 2003 (cité page 66).
- [123] B. Y. WONG, C. MITSUMATA, S. PRAKASH, D. E. LAUGHLIN et T. KOBAYASHI, « **Structural origin of magnetic biased field in NiMn/NiFe exchange coupled films** », *Journal of Applied Physics*, t. 79, n° 10, p. 7896, 1996 (cité page 67).
- [124] D. SPENATO, J. B. YOUSSEF, H. LE GALL et J. OSTORERO, « **From ferromagnetic-ferromagnetic to ferromagnetic-antiferromagnetic exchange coupling in NiFe/MnNi bilayers** », *Journal of Applied Physics*, t. 89, n° 11, p. 6898-6900, 2001 (cité page 68).
- [125] Y. LAMY, « **Matériaux magnétiques doux hétérogènes à combinaison d'aimantation élevée et de grande anisotropie utilisant le couplage d'échange, pour applications microondes** », thèse de doct., Université de Limoges, 2006 (cité page 70).
- [126] J. C. ZHOU, L. TIAN et J. W. YAN, « **Microstructure and electrical properties of Ni-Cr thin films fabricated by ion beam sputtering** », *Materials Science and Technology*, t. 23, n° 9, p. 1054-1058, 2007 (cité page 71).
- [127] B. WONG, C. MITSUMATA, S. PRAKASH, D. LAUGHLIN et T. KOBAYASHI, « **The interplay between NiMn/NiFe epitaxial growth and NiMn atomic ordering in NiMn/NiFe exchange biased layers: a structural perspective** », *IEEE Transactions on Magnetics*, t. 32, n° 5, p. 3425-3427, 1996 (cité page 71).
- [128] R. LEVY et V. GAUDINEAU, « **Phase noise analysis and performance of the Vibrating Beam Accelerometer** », in *2010 IEEE International Frequency Control Symposium*, IEEE, 2010, p. 511-514 (cité page 81).
- [129] G. PAPIN, « **Analyse des limites de résolution fréquentielle des capteurs vibrants de type MEMS** », thèse de doct., Université Paris-Est, 2015 (cité page 81).
- [130] R. G. BALLAS, *Piezoelectric Multilayer Beam Bending Actuators*, Springer, sér. Microtechnology and Mems. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2007 (cité page 84).
- [131] INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, *IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single-Axis, Non-Gyroscopic Accelerometers*, 1998 (cité page 84).
- [132] B. L. FOULGOC, « **Evaluation du potentiel de performance de micro-accéléromètres inertiels vibrants en silicium** », thèse de doct., Université Paris-Est, 2008, p. 1-206 (cité page 92).
- [133] M. BAO et H. YANG, « **Squeeze film air damping in MEMS** », *Sensors and Actuators A : Physical*, t. 136, n° 1, p. 3-27, 2007 (cité page 92).

- [134] C. ZENER, « **Internal Friction in Solids II. General Theory of Thermoelastic Internal Friction** », *Physical Review*, t. 53, n° 1, p. 90-99, 1938 (cit  page 92).
- [135] R. LIFSHITZ et M. L. ROUKES, « **Thermoelastic damping in micro- and nanomechanical systems** », *Physical Review B*, t. 61, n° 8, p. 5600-5609, 2000 (cit  pages 92, 187).
- [136] D. NIBLETT et J. WILKS, « **Dislocation damping in metals** », *Advances in Physics*, t. 9, n° 33, p. 1-88, 1960 (cit  pages 93, 106, 107, 143).
- [137] A. GRANATO et K. LUCKE, « **Theory of Mechanical Damping Due to Dislocations** », *Journal of Applied Physics*, t. 27, n° 6, p. 583-593, 1956 (cit  page 93).
- [138] C. BONJOUR et W. BENOIT, « **Effect of substitutional impurities on the low temperature internal friction spectrum of coldworked diluted gold alloys** », *Acta Metallurgica*, t. 27, n° 11, p. 1755-1764, 1979 (cit  page 93).
- [139] I. S. GOLOVIN, « **Internal Friction** », in *Encyclopedia of Iron, Steel, and Their Alloys*, April 2016, CRC Press, 2016, p. 1852-1870 (cit  page 93).
- [140] A. NOWICK et B. BERRY, *Anelastic relaxation in crystalline solids*. Academic Press, 1972, p. 677 (cit  pages 94, 97, 136).
- [141] O. LE TRAON, O. DUCLOUX, R. LEVY et S. MASSON, « **GaPO<sub>4</sub>: an interesting crystal for vibrating inertial sensors** », in *2009 IEEE Sensors*, IEEE, 2009, p. 1819-1823 (cit  page 94).
- [142] O. LE TRAON, S. MASSON, C. CHARTIER et D. JANIAUD, « **LGS and GaPO<sub>4</sub> piezoelectric crystals: New results** », *Solid State Sciences*, t. 12, n° 3, p. 318-324, 2010 (cit  page 94).
- [143] H. KAWASHIMA et M. NAKAZATO, « **Variational analysis of new shape length extensional mode quartz crystal resonator taking account of lateral motion** », in *44th Annual Symposium on Frequency Control*, IEEE, 1990, p. 378-386 (cit  page 94).
- [144] H. KAWASHIMA et M. NAKAZATO, « **Vibration analysis of the new shape extensional mode quartz crystal resonator with barbell-type vibration bar** », in *IEEE 1991 Ultrasonics Symposium*, IEEE, 1991, p. 511-515 (cit  page 94).
- [145] R. SANDBERG, K. M LHAVE, A. BOISEN et W. SVENDSEN, « **Effect of gold coating on the Q -factor of a resonant cantilever** », *Journal of Micromechanics and Microengineering*, t. 15, n° 12, p. 2249-2253, 2005 (cit  pages 94, 95).
- [146] G. SOSALE, S. PRABHAKAR, L. G. FRECHETTE et S. VENGALLATORE, « **A Microcantilever Platform for Measuring Internal Friction in Thin Films Using Thermoelastic Damping for Calibration** », *Journal of Microelectromechanical Systems*, t. 20, n° 3, p. 764-773, 2011 (cit  pages 94, 95).
- [147] G. AOUST, « **D veloppements de sources infrarouges et de r sonateurs en quartz pour la spectroscopie photoacoustique** », th se de doct., Universit  Paris Saclay, 2016 (cit  page 104).
- [148] A. LOVE, *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. 1892, t. 1 (cit  pages 113, 117, 178).
- [149] J. HERMANN, « **DT-Cut Torsional Resonators** », in *31st Annual Symposium on Frequency Control*, INTERGOVERNMENTAL PANEL ON CLIMATE CHANGE,  d., t. 1, Cambridge : IEEE, 1977, p. 55-61 (cit  pages 113, 117, 134, 178).

- [150] R. DINGER, « **The Torsional Tuning Fork as a Temperature Sensor** », in *36th Annual Symposium on Frequency Control*, ASULAB S. A. , Neuchatel, Switzerland : IEEE, 1982, p. 265-274 (cité page 133).
- [151] P. CHAPPELLIER, P. LAVENUS, O. LE TRAON et B. DULMET, « **High Q 2D-length extension mode resonators for potential time–frequency applications** », *Microsystem Technologies*, 2019 (cité page 134).
- [152] C. J. CHEN, A. SCHWARZ, R. WIESENDANGER, O. HORN et J. MÜLLER, « **Three-electrode self-actuating self-sensing quartz cantilever, Design, analysis, and experimental verification** », *Review of Scientific Instruments*, t. 81, n° 5, p. 053702, 2010 (cité page 134).
- [153] D. F. WANG, T. ONO et M. ESASHI, « **Thermal treatments and gas adsorption influences on nanomechanics of ultra-thin silicon resonators for ultimate sensing** », *Nanotechnology*, t. 15, n° 12, p. 1851-1854, 2004 (cité page 135).
- [154] L. J. SLUTSKY et W. H. WADE, « **Adsorption of Gases on Quartz Single Crystals** », *The Journal of Chemical Physics*, t. 36, n° 10, p. 2688-2692, 1962 (cité page 135).
- [155] J. JAVOR, A. STANGE, C. POLLOCK, N. FUHR et D. J. BISHOP, « **100 pT per cm single point MEMS magnetic gradiometer from a commercial accelerometer** », *Microsystems and Nanoengineering*, t. 6, n° 1, p. 71, 2020 (cité pages 138, 139).
- [156] « **IEEE Standard on Piezoelectricity** », *ANSI/IEEE Std 176-1987*, p. 1-74, 1987 (cité pages 183, 184).
- [157] H. BUSIGNIES, W. G. CADY, D. CHAMBERS, R. a. HACKBUSCH, W. P. MASON, J. F. MCDONALD, G. RAPPAPORT, E. S. SEELEY, H. JAFFE et C. FRONDEL, « **Standards on Piezoelectric Crystals, 1949** », *Proceedings of the IRE*, t. 37, n° 12, p. 1378-1395, 1949 (cité page 183).
- [158] J. RANSLEY, *Piezoelectric Materials : Understanding the Standards*, 2014 (cité pages 183, 184).
- [159] B. JAMES, « **A new measurement of the basic elastic and dielectric constants of quartz** », in *Proceedings of the 42nd Annual Frequency Control Symposium, 1988.*, IEEE, 1988, p. 146-154 (cité pages 185, 188).
- [160] J. KOSINSKI, J. GUALTIERI et A. BALLATO, « **Thermoelastic coefficients of alpha quartz** », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, t. 39, n° 4, p. 502-507, 1992 (cité pages 186, 188).
- [161] P. RICHEL, Y. BOTTINGA, L. DENIELOU, J. PETITET et C. TEQUI, « **Thermodynamic properties of quartz, cristobalite and amorphous SiO<sub>2</sub> drop calorimetry measurements between 1000 and 1800 K and a review from 0 to 2000 K** », *Geochimica et Cosmochimica Acta*, t. 46, n° 12, p. 2639-2658, 1982 (cité page 190).
- [162] B. S. HEMINGWAY, « **Quartz heat capacities from 340 to 1000 K and revised values for the thermodynamic properties.** », *American Mineralogist*, t. 72, p. 273-279, 1987 (cité page 190).
- [163] J. L. HAAS et J. R. FISHER, « **Simultaneous evaluation and correlation of thermodynamic data** », *American Journal of Science*, t. 276, n° 4, p. 525-545, 1976 (cité page 190).
- [164] J. M. BRANLUND et A. M. HOFMEISTER, « **Thermal diffusivity of quartz to 1,000 : effects of impurities and the a-b phase transition** », *Physics and Chemistry of Minerals*, t. 34, n° 8, p. 581-595, 2007 (cité page 190).

- 
- [165] A. BECK, D. DARBHA et H. SCHLOESSIN, « **Lattice conductivities of single-crystal and polycrystalline materials at mantle pressures and temperatures** », *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, t. 17, n° 1, p. 35-53, 1978 (cité page 190).
- [166] H. KANAMORI, N. FUJII et H. MIZUTANI, « **Thermal diffusivity measurement of rock-forming minerals from 300 to 1100K** », *Journal of Geophysical Research*, t. 73, n° 2, p. 595-605, 1968 (cité page 190).
- [167] M. HOFER et R. F. SCHILLING, « **Heat transfer in quartz, orthoclase, and sanidine at elevated temperature** », *Physics and Chemistry of Minerals*, t. 29, n° 9, p. 571-584, 2002 (cité page 190).

# Annexes









# A - Facteur d'échelle d'un résonateur en flexion

## A.1. Démonstration de l'équation différentielle du mouvement

### A.1.1. Présentation du modèle et des hypothèses

La poutre est de type encastrée-libre, son premier mode de vibration a donc la forme représentée en FIGURE A.1. Dans la FIGURE A.1, la poutre vibre en flexion horizontalement (poutre vue de dessus) et une couche mince magnétique est présente sur la face supérieure de la poutre. Cette couche possède une aimantation  $M_{mag}$  orientée le long de l'axe principal de la poutre.

Par la suite, nous considérerons que l'aimantation suit parfaitement la déformée de la poutre au cours du mouvement et nous nous placerons dans le cadre des hypothèses de Bernoulli (pas de gauchissement des sections droites et l'inertie de rotation des sections transverses est négligée). Le problème est alors unidimensionnel et ne dépend que de la variable d'espace  $x$  et de l'instant  $t$ .

### A.1.2. Bilan des forces et des moments sur un tronçon élémentaire de poutre

Afin d'aboutir à l'équation différentielle du mouvement, nous nous servons du bilan des forces et moments sur un tronçon de poutre de longueur  $dx$ . Il est bon de rappeler les différentes expressions des couples et moments intervenant dans la suite des calculs avant toute chose. Dans une poutre en flexion le moment s'exprime :

$$\vec{M}(x, t) = EI_z \frac{\partial \theta_z}{\partial x}(x, t) \vec{e}_z = EI_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \vec{e}_z \quad (\text{A.1})$$

où  $E$  est le module d'Young de la poutre,  $\theta_z$  est l'angle formé localement par la poutre par rapport à sa position au repos et  $I_z$  est le moment quadratique de la section transverse de

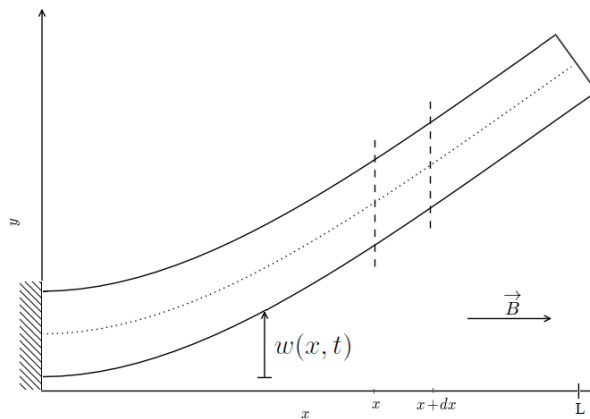


FIGURE A.1 – Schéma d'une poutre en flexion

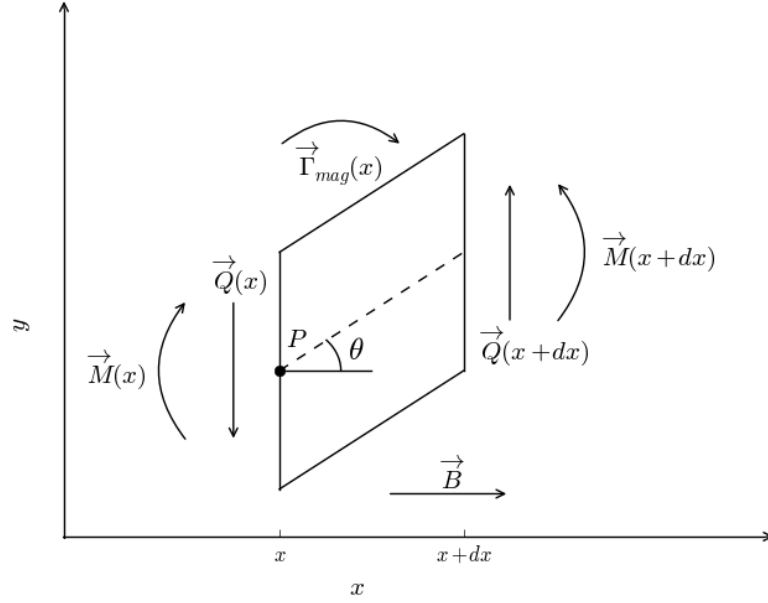


FIGURE A.2 – Tronçon élémentaire d'une poutre

la poutre par rapport à l'axe  $\vec{e}_z$ .

Le couple magnétique  $\vec{\Gamma}$  s'exprime quant à lui sous la forme :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M}_{mag} \wedge \vec{B} S_{mag} dx = -M_{mag} B S_{mag} \sin \theta dx \vec{e}_z = -M_{mag} B S_{mag} \frac{\partial w}{\partial x} dx \vec{e}_z \quad (\text{A.2})$$

où  $M_{mag}$  est l'aimantation de la couche mince, dirigée selon l'axe  $Ox$ ,  $S_{mag} = e \times e_{mag}$  est la section de la couche mince,  $e$  est l'épaisseur vibrante de la poutre et  $e_{mag}$  est l'épaisseur de la couche mince magnétique.

— Bilan des forces selon  $\vec{e}_y$  :

$$Q(x+dx) - Q(x) = \rho S dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}(x, t) = \rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) \quad (\text{A.3})$$

où  $S$  et  $\rho$  représente respectivement la section transverse et la masse volumique de la poutre.

— Bilan des moments selon  $\vec{e}_z$

$$M(x+dx) - M(x) - \int_x^{x+dx} M_{mag} B S_{mag} \frac{\partial w}{\partial x} dx + (dx \vec{e}_x \wedge Q(x+dx) \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_z = \rho I_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (\text{A.4})$$

Au premier ordre en  $(dx)$  et en négligeant l'inertie de rotation (hypothèse de Bernoulli pour les poutres élancées) :

$$\frac{\partial M}{\partial x}(x, t) - M_{mag}BS_{mag}\frac{\partial w}{\partial x}(x, t) + Q(x, t) = 0 \quad (\text{A.5})$$

### A.1.3. Équation différentielle régissant la déformée de la poutre

A partir des équations (A.1) et (A.3) précédemment établies, on détermine une équation différentielle ne dépendant que de  $w(x, t)$  :

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) - M_{mag}BS_{mag}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) + \rho S\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (\text{A.6})$$

## A.2. Solution de l'équation différentielle

### A.2.1. Séparation des variables d'espace et de temps

Pour résoudre l'équation différentielle (A.6), nous allons rechercher des solutions se mettant sous la forme :

$$w(x, t) = Y(x)T(t) \quad (\text{A.7})$$

Ce qui permet de réécrire l'équation (A.6) sous la forme :

$$\frac{EI}{\rho S}\frac{Y^{(4)}}{Y}(x) - \frac{M_{mag}BS_{mag}}{\rho S}\frac{Y^{(2)}}{Y}(x) = -\frac{\ddot{T}}{T}(t) \quad (\text{A.8})$$

On peut alors remarquer que l'équation (A.8) montre une égalité entre deux équations différentielles dont les paramètres,  $x$  et  $t$ , sont indépendants dans le cadre de notre étude. On peut donc en conclure que chacune des équations différentielles mises en jeu dans (A.8) sont égales à une même constante (du fait de l'indépendance de  $x$  et  $t$ ) que nous appellerons par la suite  $\omega^2$ .

### A.2.2. Solution de l'équation temporelle $T(t)$

A partir de l'équation (A.8), on en déduit l'équation différentielle en  $T(t)$  :

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = 0 \quad (\text{A.9})$$

Une solution de cette équation peut se mettre sous la forme :

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (\text{A.10})$$

Où les constantes  $A$  et  $B$  peuvent être déduites des conditions initiales du système.

### A.2.3. Solution de l'équation spatiale $Y(x)$ sans couche mince magnétique

A partir de l'équation (A.8), on peut écrire l'équation différentielle en  $Y(x)$  en l'absence de couche mince magnétique :

$$Y^{(4)}(x) - b^4 Y(x) = 0 \quad (\text{A.11})$$

Où :

$$b = \sqrt[4]{\frac{\rho S}{EI}} \omega^2 \quad (\text{A.12})$$

Les solutions de  $Y(x)$  sont alors de la forme :

$$Y(x) = a_1 \sin bx + a_2 \cos bx + a_3 \sinh bx + a_4 \cosh bx \quad (\text{A.13})$$

### A.2.4. Conditions aux limites de $Y(x)$ et déterminant associé

Pour une poutre encastree-libre, le déplacement et la rotation de la poutre sont nuls à l'encastrement et le moment et les efforts tranchants sont nuls en bout de poutre, ce qui se traduit par rapport au dérivée de  $X(x)$  en :

$$\begin{cases} Y(0) = 0 \\ Y^{(1)}(0) = 0 \\ Y^{(2)}(L) = 0 \\ Y^{(3)}(L) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

En utilisant l'équation (A.13), ces conditions aux limites peuvent s'exprimer sous la forme d'un système matricielle :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin bL & -\cos bL & \sinh bL & \cosh bL \\ -\cos bL & \sin bL & \cosh bL & \sinh bL \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Afin que le système précédent possède une solution non-triviale, il est nécessaire que le déterminant du système soit nul. Ce déterminant peut s'exprimer littéralement en posant  $b_n L = \alpha_n$  :

$$\det A = 0 = 1 + \cosh \alpha_n \cos \alpha_n \quad (\text{A.16})$$

Les solutions de cette équation sont :

$$\begin{cases} \alpha_0 = 1.8751 \\ \alpha_1 = 4.6941 \\ \alpha_2 = 7.8548 \\ \alpha_n = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \forall n > 2 \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

### A.2.5. Fréquences de résonance et modes propres

La fréquence de résonance de chaque mode se déduit de l'équation (A.12) :

$$f_{n_0} = \frac{\alpha_n^2}{2\pi\sqrt{12}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{e}{L^2} \quad (\text{A.18})$$

La déformée d'une poutre encastree-libre, en se servant de (A.13), s'exprime alors :

$$Y_n(x) = a_{1,n} \left[ \sin b_n x - \sinh b_n x + K_n (\cos b_n x - \cosh b_n x) \right] \quad (\text{A.19})$$

Avec :

$$K_n = \frac{\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n}{\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n} \quad (\text{A.20})$$

## A.3. Variation de la fréquence de résonance avec le champ magnétique

### A.3.1. Poutre entièrement recouverte

La variation de fréquence de résonance avec le champ magnétique appliqué peut être calculée analytiquement à l'aide de la méthode de Rayleigh. Cette méthode est dérivée du théorème de l'énergie cinétique et suppose que la poutre est en régime harmonique et qu'il n'y a aucune perte d'énergie. Ceci permet d'affirmer que le maximum d'énergie cinétique compris dans la poutre est égale à la somme des énergies potentielles de flexion et magnétique.

L'énergie cinétique contenue dans la poutre s'exprime classiquement sous la forme :

$$E_c = \frac{\omega_n^2 \rho e h}{2} \int_0^L (Y_n)^2 dx \quad (\text{A.21})$$

L'énergie potentielle de flexion s'exprime quant à elle :

$$E_{p_{flexion}} = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (\text{A.22})$$

L'énergie potentielle du couple magnétique s'obtient en intégrant le travail élémentaire d'un couple magnétique ( $dW = C.d\theta = -dE_p$ ). Dans le cas général, le travail d'un couple est le produit du couple par l'angle de rotation. Dans notre cas, le couple magnétique est le résultat du produit vectoriel de l'aimantation de la couche mince et du champ  $B$  appliqué. En considérant que les déformations de la poutre sont faibles, on peut écrire  $\partial Y_n / \partial x = \sin \theta = \theta$ , ce qui permet de déterminer l'énergie potentielle d'un couple magnétique sur une poutre :

$$E_{p_{mag}} = \frac{1}{2} M_{mag} B S_{mag} \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x} \right)^2 dx \quad (\text{A.23})$$



Les intégrales mises en jeu dans ces grandeurs peuvent se calculer à l'aide de l'expression de la déformée d'une poutre vibrant en flexion à son mode  $n$  en utilisant l'expression (A.19) déterminée précédemment.

### A.3.1.1. Fréquence sans champ magnétique

Sans champ magnétique, il ne reste que l'énergie potentiel de flexion et l'égalité entre énergie cinétique maximale et l'énergie potentielle donne l'équation :

$$\frac{\omega_{n_0}^2 \rho e h}{2} \int_0^L (Y_n)^2 dx = \frac{EI}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (\text{A.24})$$

On retrouve l'expression de la pulsation propre de la poutre vibrant en flexion trouvée précédemment (A.18) :

$$\begin{aligned} \omega_{n_0} &= \sqrt{\frac{EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\rho e h \int_0^L (Y_n)^2 dx}} \\ &= \frac{\alpha_n^2}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{e}{L^2} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

### A.3.1.2. Fréquence avec champ magnétique

L'énergie potentielle du couple magnétique doit être prise en compte en présence d'un champ magnétique. On posera  $M_{mag} S_{mag} = MS$  pour alléger l'écriture :

$$\frac{\omega_{n_B}^2 \rho e h}{2} \int_0^L (Y_n)^2 dx = \frac{EI}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{MSB}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x} \right)^2 dx \quad (\text{A.26})$$

La pulsation propre sous champ magnétique peut alors s'exprimer :

$$\omega_{n_B} = \omega_{n_0} \sqrt{1 + \frac{MSB}{\rho e h \omega_{n_0}^2} \frac{\beta_n}{L^2}} \quad (\text{A.27})$$

Avec :

$$\beta_n = L^2 \frac{\int_0^L (Y_n^{(1)})^2 dx}{\int_0^L Y_n^2 dx} \quad (\text{A.28})$$

Finalement, un développement limité permet d'exprimer la fréquence de vibration en fonction du champ magnétique  $B$  appliqué :

$$f_{n_B} = f_{n_0} + \frac{f_{n_0} B}{2} \left[ \frac{MS}{4\pi^2 f_{n_0}^2 \rho e h L^2} \beta_n \right] - \frac{f_{n_0} B^2}{8} \left[ \frac{MS}{4\pi^2 f_{n_0}^2 \rho e h L^2} \beta_n \right]^2 + \frac{f_{n_0} B^3}{16} \left[ \frac{MS}{4\pi^2 f_{n_0}^2 \rho e h L^2} \beta_n \right]^3 + o(B^3) \quad (\text{A.29})$$

$$f_{n_B} = f_{n_0} + K_1 B + K_2 B^2 + K_3 B^3 + o(B^3) \quad (\text{A.30})$$

Le terme d'ordre 1 est le facteur d'échelle du résonateur et peut s'exprimer en fonction des propriétés du matériau utilisé ainsi qu'en fonction des paramètres géométriques du résonateur :

$$K_1 = f_{n_0} \frac{MS\beta_n}{8\pi^2 f_{n_0}^2 \rho e h L^2} = \frac{\sqrt{3} \beta_n t}{2\pi \alpha_n^2 e h} \frac{M}{\sqrt{E\rho}} \quad (\text{A.31})$$

Les termes d'ordre supérieur expriment les non-linéarités du résonateur qui peuvent apparaître sous champ magnétique élevé :

$$K_2 = -\frac{1}{2} \frac{K_1^2}{f_{n_0}} \quad \text{et} \quad K_3 = \frac{1}{2} \frac{K_1^3}{f_{n_0}^2} \quad (\text{A.32})$$

TABLE A.1 – Valeurs des constantes numériques mises en jeu dans l'expression de la sensibilité au champ magnétique pour les premiers modes de vibrations d'une poutre encastree-libre.

Mode	0	1	2	3	4	5
$\alpha_n$	1.875104	4.694091	7.854757	10.99554	14.13717	17.27876
$\beta_n$	4.647793	32.41735	77.29909	142.9019	228.1362	334.5901
$\gamma_n = \beta_n/\alpha_n^2$	1.321892	1.471209	1.252878	1.181965	1.141483	1.120696

### A.3.2. Poutre partiellement recouverte

#### A.3.2.1. Expression de $E_{p_{mag}}$

Pour une poutre partiellement recouverte d'une couche mince magnétique, le seul changement se situe dans le calcul de l'énergie potentielle magnétique. L'intégrale n'est plus entre 0 et  $L$  mais dépend de la position de la couche mince sur la poutre :

$$E_{p_{mag,partial}} = \frac{1}{2} M_{mag} B S_{mag} \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x} \right)^2 dx \quad (\text{A.33})$$

La méthode la plus simple pour traiter ce cas est de calculer l'intégrale entre 0 et  $x$  puis de déterminer le cas général en utilisant les propriétés d'additivité des bornes d'une

intégrale :

$$I_n(x) = \int_0^x \left( \frac{\partial Y_n}{\partial x'} \right)^2 dx' \quad (\text{A.34})$$

Cette fonction peut s'exprimer sous forme de fonctions trigonométriques à partir de l'équation (A.19) où  $K_n$  n'est pas le facteur d'échelle mais une constante définie en (A.20) :

$$I_n(x) = a_1^2 b_n \left[ \begin{aligned} & \left( K_n^2 + 1 \right) \sinh b_n x \left( \cosh b_n x - 2 \cos b_n x \right) \\ & + \left( K_n^2 - 1 \right) \sin b_n x \left( 2 \cosh b_n x - \cos b_n x \right) \\ & + 2K_n \left( \cosh b_n x - \cos b_n x \right)^2 + 2b_n x \end{aligned} \right] \quad (\text{A.35})$$

On obtient ainsi l'expression de l'énergie potentielle du couple généré par une couche mince magnétique recouvrant partiellement une poutre :

$$E_{p_{mag,partial}} = \frac{1}{2} M_{mag} B S_{mag} \left[ I_n(x_2) - I_n(x_1) \right] \quad (\text{A.36})$$

#### A.3.2.2. Variation de fréquence de résonance sous champ magnétique

Tous les calculs réalisés dans la section A.3.1 sont inchangés. Le seul changement dans les expressions établis précédemment se situe dans l'expression de  $\beta_n$  (A.28). En introduisant une nouvelle fonction  $J_n(x_1, x_2)$  qui sert à normaliser l'énergie potentielle entre 0 et  $L$ , on peut définir le facteur d'échelle d'un résonateur partiellement recouvert d'une couche mince magnétique d'une façon très similaire à son expression précédente établie en (A.31) :

$$K_{1_{partial}} = J_n(x_1, x_2) \cdot K_1 \quad (\text{A.37})$$

Avec :

$$J_n(x_1, x_2) = \frac{I_n(x_2) - I_n(x_1)}{I_n(L)} \quad (\text{A.38})$$

#### A.4. Comparaison de l'influence de différentes conditions aux limites sur la sensibilité

Les constantes  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  introduites dans l'équation (A.31) dépendent du mode de vibration utilisé ainsi que du type de conditions aux limites de la poutre. Dans la suite, ces constantes seront évaluées dans les cas classiques encastrée-libre (CF), encastrée-encastrée (CC), libre-libre (FF) et articulée-articulée (PP) afin de déterminer le meilleur mode de fonctionnement pour obtenir le plus grand facteur d'échelle.

**A.4.1. Equations caractéristiques pour différentes conditions aux limites**

La traduction des conditions aux limites sur les déformées des poutres est rappelée dans la TABLE A.2 :

TABLE A.2 – Conditions aux limites possibles pour une poutre en  $x_0$ .

	Déplacement $\phi(x_0)$	Rotation $\phi^{(1)}(x_0)$	Moment $\phi^{(2)}(x_0)$	Cisaillement $\phi^{(3)}(x_0)$
Libre	-	-	0	0
Encastrée	0	0	-	-
Articulée	0	-	0	-
Glissée	-	0	-	0

Le cas encastrée-libre a été traité en guise d'exemple dans la section précédente (A.2.4). En appliquant la même méthode, on peut résoudre l'équation caractéristique pour les différents cas. Les principaux résultats sont présentés dans la table :

TABLE A.3 – Equations caractéristiques et déformées de poutres pour différentes fixations.

Cas	Eq. caractéristique	Déformée $Y_n$	$K_n$
CF	$1 + \cosh \alpha_n \cos \alpha_n = 0$	$\sin \frac{\alpha_n x}{L} - \sinh \frac{\alpha_n x}{L}$ $+ K_n \left( \cos \frac{\alpha_n x}{L} - \cosh \frac{\alpha_n x}{L} \right)$	$\frac{\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n}{\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n}$
CC	$1 - \cosh \alpha_n \cos \alpha_n = 0$	$\sin \frac{\alpha_n x}{L} - \sinh \frac{\alpha_n x}{L}$ $+ K_n \left( \cos \frac{\alpha_n x}{L} - \cosh \frac{\alpha_n x}{L} \right)$	$\frac{\sinh \alpha_n - \sin \alpha_n}{\cos \alpha_n - \cosh \alpha_n}$
FF	$1 - \cosh \alpha_n \cos \alpha_n = 0$	$\sin \frac{\alpha_n x}{L} + \sinh \frac{\alpha_n x}{L}$ $+ K_n \left( \cos \frac{\alpha_n x}{L} + \cosh \frac{\alpha_n x}{L} \right)$	$\frac{\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n}{\cosh \alpha_n - \cos \alpha_n}$
PP	$\sin \alpha_n = 0$	$\sin \frac{\alpha_n x}{L}$	-

**A.4.2. Constantes  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  pour différentes conditions aux limites**

A partir des expressions des déformées référencées dans la TABLE A.3 et des expressions des constantes  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  introduites dans l'équation (A.31), nous pouvons déduire les valeurs numériques de ces constantes pour différents modes et conditions aux limites. Ces résultats sont présentés dans la table :

TABLE A.4 – Estimations des constantes d'intégrations  $\alpha_n$  et  $\beta_n$ .

Cas	$\alpha_n$	$\beta_n$	$\gamma_n = \beta_n/\alpha_n^2$
CF	$\alpha_0 = 1.875104$	$\beta_0 = 4.647779$	$\gamma_0 = 1.321888$
	$\alpha_1 = 4.694091$	$\beta_1 = 32.41740$	$\gamma_1 = 1.471212$
	$\alpha_2 = 7.854757$	$\beta_2 = 77.29890$	$\gamma_2 = 1.252875$
	$\alpha_3 = 10.99554$	$\beta_3 = 142.9019$	$\gamma_3 = 1.181965$
	$\alpha_n = \frac{\pi}{2}(2n + 1) ; \forall n > 3$	$\beta_n = \alpha_n(\alpha_n + 2) ; \forall n > 3$	$\gamma_n = 1 + \frac{2}{\alpha_n} ; \forall n > 3$
CC	$\alpha_0 = 4.730041$	$\beta_0 = 12.30262$	$\gamma_0 = 0.549880$
	$\alpha_1 = 7.853205$	$\beta_1 = 46.05012$	$\gamma_1 = 0.746684$
	$\alpha_2 = 10.99561$	$\beta_2 = 98.90480$	$\gamma_2 = 0.818048$
	$\alpha_3 = 14.13717$	$\beta_3 = 171.5852$	$\gamma_3 = 0.858529$
	$\alpha_n = \frac{\pi}{2}(2n + 3) ; \forall n > 3$	$\beta_n = \alpha_n(\alpha_n - 2) ; \forall n > 3$	$\gamma_n = 1 - \frac{2}{\alpha_n} ; \forall n > 3$
FF	$\alpha_0 = 4.730041$	$\beta_0 = 49.48082$	$\gamma_0 = 2.211603$
	$\alpha_1 = 7.853205$	$\beta_1 = 108.9246$	$\gamma_1 = 1.766168$
	$\alpha_2 = 10.995608$	$\beta_2 = 186.86671$	$\gamma_2 = 1.5455870$
	$\alpha_3 = 14.13717$	$\beta_3 = 284.6823$	$\gamma_3 = 1.424413$
	$\alpha_n = \frac{\pi}{2}(2n + 3) ; \forall n > 3$	$\beta_n = \alpha_n(\alpha_n + 6) ; \forall n > 3$	$\gamma_n = 1 + \frac{6}{\alpha_n} ; \forall n > 3$
PP	$\alpha_n = (n + 1)\pi ; \forall n > 0$	$\beta_n = \alpha_n^2 ; \forall n > 0$	$\gamma_n = 1 ; \forall n > 0$





## B - Facteur d'échelle d'un résonateur en torsion

### B.1. Démonstration de l'équation différentielle régissant le mouvement

#### B.1.1. Présentation du modèle et des hypothèses

Le modèle présenté ici est basé sur la théorie de Saint-Venant des poutres vibrant en torsion. Cette théorie est basée sur deux principales hypothèses :

- Les sections de la poutre sont en rotation autour de l'axe  $x$  et possèdent toutes la même déformation axiale.
- La torsion de la poutre se fait linéairement le long de celle-ci avec un taux de torsion  $\alpha$ .

Cette théorie est valable pour une poutre simple. Pour l'adapter à une poutre de type "T" encastree-libre, trois hypothèses ont été rajoutées à la théorie de Saint-Venant :

- L'extrémité du "T" agit comme une masse rigide rectangulaire de longueur, largeur et épaisseur  $L_T, e_T, h_T$  fixées en son milieu à une poutre en torsion de longueur, largeur et épaisseur  $L, e, h$ .
- L'axe principal du "T" applique un couple sur l'extrémité rigide du "T".
- La couche magnétique est déposée sur la masse rigide, aimantée le long de son axe principal, et agit comme un couple ponctuel sur l'extrémité rigide du "T".

Avec ces hypothèses, la théorie de Saint-Venant reste parfaitement valide pour l'axe en torsion du "T", seules les conditions aux limites de la poutre sont modifiées.

#### B.1.2. Equation différentielle du mouvement d'une poutre en torsion

Afin d'aboutir à l'équation différentielle du mouvement, nous nous servons du bilan des moments sur un tronçon de poutre de longueur  $dx$ . Il est bon de rappeler les différentes expressions des moments intervenant dans la suite des calculs avant toute chose. Dans une poutre en torsion le moment appliqué aux sections transverses s'exprime :

$$\vec{M}(x, t) = C \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, t) \vec{e}_x \quad (\text{B.1})$$

où  $C$  est la constante de raideur en torsion de la poutre, dépendant des paramètres matériaux de la poutre et géométriques de la section, et  $\theta$  est l'angle formée localement par la section de la poutre par rapport à sa position au repos.

Le couple magnétique  $\vec{\Gamma}$  s'exprime quant à lui sous la forme :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M}_{mag} \wedge \vec{B} V_{mag} = -M_{mag} B V_{mag} \sin \theta(L, t) \vec{e}_x \quad (\text{B.2})$$



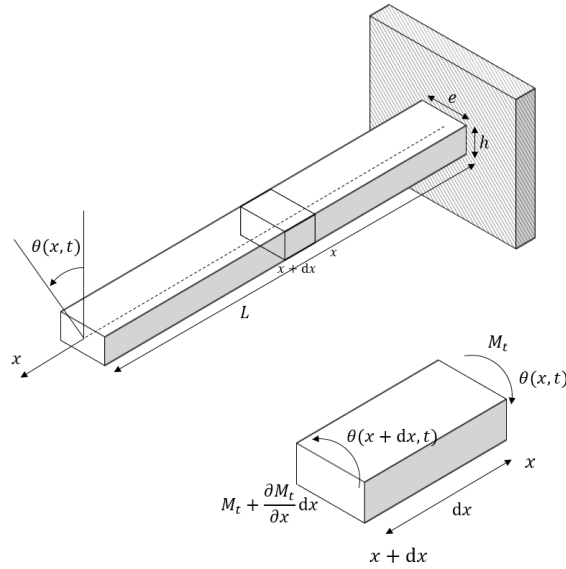


FIGURE B.1 – Schéma d'une poutre simple encastree-libre vibrant en torsion

où  $M_{mag}$  est l'aimantation de la couche mince,  $V_{mag}$  est le volume de la couche mince ferromagnétique,  $B$  est le champ magnétique appliqué selon l'axe  $Oy$  et  $\theta(L, t)$  est l'angle formée par la tête du "T" avec l'axe  $Oy$ .

Le bilan des moments est alors très simple. Comme il n'y a pas de forces appliquées à la poutre et que la couple magnétique n'agit que sur les conditions aux limites de la poutre, le principe fondamental de la dynamique en rotation s'exprime alors :

$$\begin{aligned} M(x+dx) - M(x) &= J_p \ddot{\theta}(x, t) \\ \frac{\partial M}{\partial x} dx &= \rho dx I_p \ddot{\theta}(x, t) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

où  $J_p$  est le moment d'inertie en rotation de l'élément de poutre selon l'axe  $x$ ,  $\rho$  est la masse volumique de la poutre et  $I_p$  est le moment quadratique polaire de la section de la poutre

Finalement, l'expression de l'équation différentielle du mouvement d'une poutre en torsion s'exprime à l'aide des équations (B.1) et (B.3) sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( C \frac{\partial}{\partial x} \theta(x, t) \right) = \rho I_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta(x, t) \quad (\text{B.4})$$

## B.2. Solution de l'équation différentielle

### B.2.1. Séparation des variables d'espace et de temps

Pour résoudre l'équation différentielle (B.4), nous allons rechercher des solutions se mettant sous la forme :

$$\theta(x, t) = \Theta(x)T(t) \quad (\text{B.5})$$

Ce qui permet de réécrire l'équation (B.4) sous la forme suivante en considérant une poutre à section constante :

$$\frac{C}{\rho I_p} \frac{1}{\Theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}(x) = \frac{\ddot{T}}{T}(t) \quad (\text{B.6})$$

On peut alors remarquer que l'équation (B.6) montre une égalité entre deux équations différentielles dont les paramètres,  $x$  et  $t$ , sont indépendants dans le cadre de notre étude. On peut donc en conclure que chacune des équations différentielles mises en jeu dans (B.6) sont égales à une même constante (du fait de l'indépendance de  $x$  et  $t$ ) que nous appellerons par la suite  $-\omega^2$ .

### B.2.2. Solution de l'équation temporelle $T(t)$

A partir de l'équation (B.6), on en déduit l'équation différentielle en  $T(t)$  :

$$\ddot{T}(t) + \omega^2 T(t) = 0 \quad (\text{B.7})$$

Une solution de cette équation peut se mettre sous la forme :

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (\text{B.8})$$

Où les constantes  $A$  et  $B$  peuvent être déduites des conditions initiales du système.

### B.2.3. Solution de l'équation spatiale $\Theta(x)$

A partir de l'équation (B.6), on peut écrire l'équation différentielle en  $\Theta(x)$  :

$$\frac{C}{\rho I_p \omega^2} \Theta^{(2)}(x) + \Theta(x) = 0 \quad (\text{B.9})$$

qui est une équation différentielle du second ordre à coefficient constant dont les solutions sont de la forme :

$$\Theta(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (\text{B.10})$$

Avec :

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho I_p}{C}} \quad (\text{B.11})$$

**B.2.4. Conditions aux limites de  $\Theta(x)$** **B.2.4.1. En  $x = 0$** 

En  $x = 0$  la poutre est encastree, ce qui implique  $\Theta(0) = 0$ . Par consequent, le coefficient  $B$  de (B.10) est necessairement nul.

$$\Theta(0) = 0 \Leftrightarrow B = 0 \quad (\text{B.12})$$

**B.2.4.2. En  $x = L$** 

En  $x = L$  la poutre exerce un couple sur son extremité rigide. De même, la couche magnetique exerce un couple sur cette extremité rigide. Afin d'avoir une expression de  $\Theta(L)$ , on applique le PFD à la masse rigide en rotation, dans l'approximation des petits angles ( $\sin \theta \approx \theta$ ) :

$$\Gamma_{mag}\theta(L, t) - C \frac{\partial \theta}{\partial x}(L, t) = J_{head} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}(L, t) \quad (\text{B.13})$$

où  $J_{head}$  est le moment d'inertie en rotation de la masse rigide autour de l'axe  $x$  et  $\Gamma_{mag} = M_{mag}V_{mag}B$  est le couple magnetique.

L'équation (B.13) peut se simplifier en utilisant les équations (B.8) et (B.10) :

$$kC \cos(kL) T(t) = (\omega^2 J_{head} - \Gamma_{mag}) \sin(kL) T(t) \quad (\text{B.14})$$

Pour une solution non nulle à l'équation différentielle du mouvement, l'équation précédente doit être satisfaite pour tout  $t$ . En substituant  $\omega$  par son expression donnée en (B.11) et en posant la constante  $\lambda_n = kL$ , on peut réécrire l'équation précédente sous la forme d'une équation caractéristique :

$$\lambda_n^2 \frac{J_{head}}{\rho I_p L} - \lambda_n \cotan \lambda_n - \frac{\Gamma_{mag} L}{C} = 0 \quad (\text{B.15})$$

Cette équation caractéristique du système en  $\lambda_n$  doit être satisfaite pour que la condition au limite en  $L$  soit vérifiée.

**B.2.5. Fréquences de résonance**

Les fréquences de résonance de la poutre sont simplement données à partir de l'équation (B.11) :

$$f_n = \frac{\lambda_n}{2\pi L} \sqrt{\frac{C}{\rho I_p}} \quad (\text{B.16})$$

L'expression de  $C$  est donnée initialement par Love dans [148] et plus récemment dans le cas du quartz par Hermann dans [149]. Cette expression est valide dans le cas d'un matériau orthotrope et doit être adaptée dans le cas du quartz. Elle s'exprime dans le cas d'une poutre à section rectangulaire de largeur  $e$  et épaisseur  $h$  :

$$C = c'_{55} \frac{eh^3}{3} \left[ 1 - \frac{192}{\pi^5 \kappa} \sum_{n \in \text{odd}} \frac{\tanh \frac{n\pi\kappa}{2}}{n^5} \right] \quad (\text{B.17})$$

où  $\kappa = \frac{e}{h} \sqrt{\frac{c'_{66}}{c'_{55}}}$ ,  $c'_{55}$  et  $c'_{66}$  représentent respectivement les modules de cisaillement équivalents  $G_{xz}$  et  $G_{xy}$  du matériau utilisé.

*Attention* : Les coefficients  $c'_{55}$  et  $c'_{66}$  ne sont pas les mêmes que ceux donnés dans la matrice d'élasticité du quartz. Ces coefficients s'obtiennent à partir de la matrice de souplesse (respectivement  $1/s_{55}$  et  $1/s_{66}$ ). On obtient ainsi pour les deux coefficients qui nous intéressent ici :

$$\begin{cases} c'_{55} = \frac{1}{s_{55}} = c_{55} - \frac{c_{56}^2}{c_{66}} \\ c'_{66} = \frac{1}{s_{66}} = c_{66} - \frac{c_{56}^2}{c_{55}} \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

### B.2.5.1. Résolution de l'équation caractéristique dans le cas général

Dans le cas général, l'équation (B.15) en  $\lambda_n$  ne peut être résolue analytiquement. Il est toutefois possible de la résoudre numériquement avec un algorithme de dichotomie par exemple si l'on connaît un intervalle des solutions possibles car la fonction est monotone sur de grands intervalles.

### B.2.5.2. Résolution de l'équation caractéristique pour le premier mode

Numériquement on peut constater que pour le premier mode de torsion et pour les géométries de cette étude, on a toujours  $\lambda_0 \ll 1$ . Ceci permet de résoudre de façon analytique l'équation caractéristique (B.15) en faisant un développement limité à l'ordre 2 de  $\cotan(x)$  en 0 :

$$\cotan(x) = \frac{1}{x} \left[ 1 - \frac{x^2}{3} - \frac{x^4}{45} + o(x^5) \right] \quad (\text{B.19})$$

En posant  $a_1 = \frac{J_{head}}{\rho L I_p}$  et  $a_2 = \frac{\Gamma_{mag} L}{C}$ , on peut montrer que  $\lambda_0$  s'exprime alors sous la forme :

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{3}{3a_1 + 1}} \sqrt{1 + a_2} \quad (\text{B.20})$$

Par conséquent,  $f_0$  s'exprime :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{C}{\rho I_p}} \sqrt{\frac{3}{3a_1 + 1}} \sqrt{1 + a_2} \quad (\text{B.21})$$

### B.2.5.3. Expression approchée du facteur d'échelle du premier mode de torsion

Dans le cadre de notre étude, on a toujours  $a_2 \ll 1$ . On peut donc faire un développement limité de l'expression de  $f_0$  en  $a_2$  :

$$\begin{aligned} f_{0B} = f_0 \sqrt{1 + a_2} &= f_0 \left( 1 + \frac{a_2}{2} - \frac{a_2^2}{8} + \frac{a_2^3}{16} + o(a_2^3) \right) \\ &= f_0 + K_1 B + K_2 B^2 + K_3 B^3 + o(B^3) \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

On en déduit l'expression du facteur d'échelle  $K_1$  :

$$K_1 = \frac{\Delta f}{B} = \frac{f_0 M_{mag} V_{mag} L}{2C} \quad (\text{B.23})$$

Les termes d'ordres supérieurs expriment les non-linéarités du résonateur qui peuvent apparaître sous champ magnétique élevé :

$$K_2 = -\frac{1}{2} \frac{K_1^2}{f_0} \quad \text{et} \quad K_3 = \frac{1}{2} \frac{K_1^3}{f_0^2} \quad (\text{B.24})$$





## C - Synthèse des constantes thermoélastiques du quartz et de leur variation en température

Les constantes mécaniques du quartz ainsi que leur sensibilité à la température sont particulièrement bien connues. Toutefois, ils existent de nombreuses normes permettant de définir l'orientation du quartz (IEEE avant ou après 1978, left ou right handed) qu'il est bon de rappeler car la façon de définir le quartz impact directement les résultats de simulations dans le solveur OOFELIE. De plus, les constantes thermodynamiques du quartz font l'objet de nombreux articles dont les valeurs ne sont pas forcément en accord, en particulier sa conductivité thermique. Une synthèse des différents articles recensés est donc effectuée par la suite et un modèle thermique pour chaque coefficient est proposé.

### C.1. Grandeurs physiques dans le solveur OOFELIE

Oofelie utilise la norme IEEE sur la piézoélectricité de 1978 (actualisée en 1987) pour définir les différents tenseurs décrivant les propriétés des matériaux [156]. Ces notations permettent d'écrire une matrice de coefficients élastiques  $C_E$ , piézoélectriques  $e$  et diélectriques  $\epsilon$  permettant de résoudre les équations de la piézoélectricité sous forme matricielle :

$$\left( \begin{array}{c|c} C_E & e^T \\ \hline e & \epsilon \end{array} \right) \quad (\text{C.1})$$

Cependant, la norme IRE sur la piézoélectricité de 1949 [157] est encore largement utilisée dans les publications, et toutes les publications antérieures à 1978 utilisent cette norme pour définir le signe des coefficients matériaux. Ceci conduit à de nombreux malentendus lors de l'utilisation de matériau complexe, en particulier le quartz. Il faut donc faire très attention à la norme utilisée lorsqu'on souhaite utiliser les coefficients issus d'une publication.

En pratique pour le quartz, la différence entre les normes consiste en un changement de sens des axes cristallographiques  $X+$  et  $Y+$  (dans le cas du quartz) mais les relations entre coefficients dues à la symétrie du cristal sont inchangées, seuls certains signes des coefficients servant à définir le matériau peuvent être modifiés. Les deux notations peuvent donc être utilisées dans un logiciel de résolutions numériques utilisant l'une ou l'autre norme sans distinctions. Le point critique réside dans l'orientation du matériau, en effet les axes cristallographiques  $X+$  et  $Y+$  ayant été inversés le repère indiqué par le logiciel ne représente pas la même orientation dans les deux normes. Toutes ces subtilités sont très bien expliquées dans les articles de J. Ransley sur le blog de Comsol [158] (FIGURE C.1).

La matrice de piézoélectricité du  $\alpha$ -quartz, qui est un matériau à système trigonal



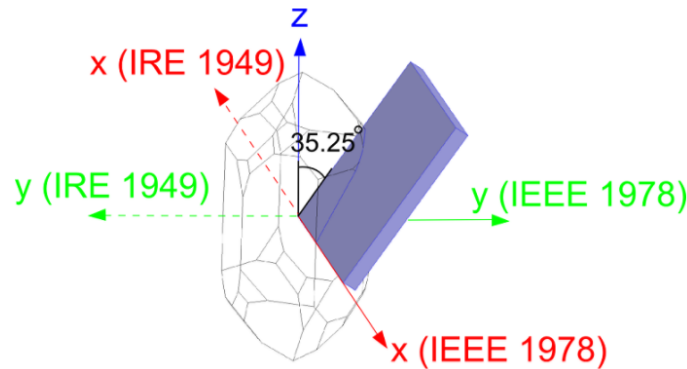


FIGURE C.1 – Orientation d'un wafer de left-handed quartz dans les deux normes [158].

D3 peut se réduire grâce à ses symétries à une matrice de la forme de celle présentée en FIGURE C.2. Dans celle-ci, deux coefficients égaux sont liés par un trait. Si le symbole d'arrivée est évidé, il est l'opposé de celui de départ. Si le coefficient d'arrivée est barré, il est le double de celui de départ en strain-format (inchangé en stress-format). Le coefficient "X" vaut  $(c_{11} - c_{12})/2$  pour la matrice d'élasticité,  $2(s_{11} - s_{12})$  pour la matrice de souplesse. Il ne reste donc que 6 coefficients élastiques, 2 piézoélectriques et 2 diélectriques à renseigner.

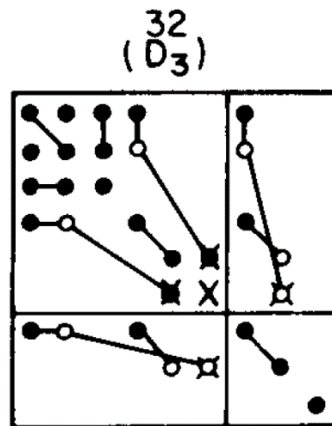


FIGURE C.2 – Matrice pour la piézoélectricité du  $\alpha$ -quartz [156].

Il est important de noter qu'il existe deux types de matériaux trigonaux D3 : les énantiomères left-handed et right-handed. Même si la valeur absolue des coefficients est inchangée dans la matrice définissant les coefficients, les signes peuvent changer entre les deux énantiomères. En considérant également les changements de signes dus à la norme utilisée, il y a de nombreuses occasions de faire des erreurs en rentrant les coefficients du quartz dans OOFELIE. Tous ces changements de signes sont résumés dans la TABLE C.1. Sauf mention contraire, les coefficients exprimés dans la suite de ce rapport seront exprimés selon la norme IRE de 1949 pour du left-handed  $\alpha$ -Quartz. Les autres cas peuvent être

facilement déduits en changeant les bons signes dans les coefficients matériaux.

TABLE C.1 – Synthèse des signes des coefficients du  $\alpha$ -Quartz en fonction de la norme et de l'orientation droite (R) ou gauche (L) utilisées.

Constante	IRE 1949		IEEE 1978	
	R-Quartz	L-Quartz	R-Quartz	L-Quartz
$s_{E_{14}}$	+	+	-	-
$c_{E_{14}}$	-	-	+	+
$d_{11}$	-	+	+	-
$d_{14}$	-	+	-	+
$e_{11}$	-	+	+	-
$e_{14}$	+	-	+	-

## C.2. Grandeurs mécaniques du quartz

### C.2.1. Matrice d'élasticité (stress-charge)

La matrice d'élasticité  $C_E$  correspond à la matrice que l'on doit rentrer en paramètre matériau lorsqu'on définit le matériau en "stress-charge" dans Oofelie. Les coefficients de la matrice d'élasticité sont ceux issus des travaux de James [159]. Dans cette publication, les coefficients sont également donnés à l'ordre 3 en température. La TABLE C.2 indique les coefficients à rentrer sous Oofelie. On remarque que le coefficient  $c_{66}$  est donné dans la table alors qu'il doit dépendre de  $c_{11}$  et  $c_{12}$ , ceci est vérifié à l'ordre 0 mais les travaux de James (entre autre) ont montré que son comportement en température ne suivait pas cette dépendance, c'est pourquoi  $c_{66}$  est renseigné dans la TABLE C.2.

En considérant que :

TABLE C.2 – Coefficients élastiques jusqu'à l'ordre 3 en température.

Coefficients	$c(25^\circ\text{C})$	$T_c^{(1)} @ 25^\circ\text{C}$	$T_c^{(2)} @ 25^\circ\text{C}$	$T_c^{(3)} @ 25^\circ\text{C}$
	(en $\text{N/m}^2$ )	(en $\text{K}^{-1}$ )	(en $\text{K}^{-2}$ )	(en $\text{K}^{-3}$ )
$c_{11}$	$86.790 \times 10^9$	$-43.591 \times 10^{-6}$	$-110.98 \times 10^{-9}$	$-99.879 \times 10^{-12}$
$c_{12}$	$6.7901 \times 10^9$	$-2640.1 \times 10^{-6}$	$-3258.7 \times 10^{-9}$	$-2487.8 \times 10^{-12}$
$c_{13}$	$12.009 \times 10^9$	$-592.27 \times 10^{-6}$	$-1218.5 \times 10^{-9}$	$686.06 \times 10^{-12}$
$c_{14}$	$-18.116 \times 10^9$	$102.59 \times 10^{-6}$	$-30.802 \times 10^{-9}$	$-459.28 \times 10^{-12}$
$c_{33}$	$105.79 \times 10^9$	$-190.32 \times 10^{-6}$	$-165.31 \times 10^{-9}$	$-19.089 \times 10^{-12}$
$c_{44}$	$58.212 \times 10^9$	$-171.59 \times 10^{-6}$	$-254.49 \times 10^{-9}$	$-244.95 \times 10^{-12}$
$c_{66}$	$40.000 \times 10^9$	$176.79 \times 10^{-6}$	$156.18 \times 10^{-9}$	$102.80 \times 10^{-12}$

$$f(T) = f(T_0) \left( 1 + \sum_{n=1}^3 T_f^{(n)} (T - T_0)^n \right) \quad (\text{C.2})$$

$$T_f^{(n)} = \frac{1}{n!} \frac{1}{f(T_0)} \left. \frac{df^n}{dT^n} \right|_{T=T_0}$$

**Remarque :** Les signes de  $f(T_0)$  peuvent changer en fonction de la norme et/ou de l'énantiomère du matériau. Cependant les coefficients  $T_f^{(n)}$  sont identiques quelques soient la norme et l'énantiomère utilisés.

### C.2.2. Matrice de souplesse (strain-charge)

Il est également possible de définir le matériau à partir de sa matrice de souplesse  $S_E$  lorsqu'on définit le matériau en "strain-charge". Les valeurs des coefficients qui suivent sont déduites des  $c_{ij}$  par inversion de  $C_E$ .

TABLE C.3 – Coefficients de souplesse jusqu'à l'ordre 3 en température.

Coefficients	$s(25^\circ\text{C})$ ( $10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ )	$T_s^{(1)} @ 25^\circ\text{C}$ ( $10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )	$T_s^{(2)} @ 25^\circ\text{C}$ ( $10^{-9} \text{ K}^{-2}$ )	$T_s^{(3)} @ 25^\circ\text{C}$ ( $10^{-12} \text{ K}^{-3}$ )
$s_{11}$	12.778 810	8.085 735	75.434 405	108.485 232
$s_{12}$	-1.772 097	-1240.548 818	-1505.500 878	-2188.359 706
$s_{13}$	-1.249 453	-192.832 290	-883.776 708	533.112 461
$s_{14}$	4.528 349	130.199 522	114.156 593	-340.424 274
$s_{33}$	9.736 358	167.446 016	139.255 895	130.889 345
$s_{44}$	19.997 10	204.400 744	303.194 257	237.363 369
$s_{66}$	29.101 772	-143.979 103	-117.093 656	-171.241 942

### C.2.3. Coefficients d'expansion thermique (strain-charge)

Les coefficients d'expansion thermique sont issus de la publication de Kosinski [160]. Ils sont basés sur des mesures antérieures très précises à l'ordre 6 dont les résultats ont été réadaptés par une méthode des moindres carrés pour s'adapter correctement à une courbe avec des coefficients à l'ordre 3 (coefficients KGB dans la publication). Ces grandeurs sont valables dans la gamme ( $-50^\circ\text{C}/150^\circ\text{C}$ ).

TABLE C.4 – Coefficients d'expansion thermique à l'ordre 3 du  $\alpha$ -quartz.

Coefficients	$\alpha(25^\circ\text{C})$ (sans unité)	$T_\alpha^{(1)} @ 25^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-1}$ )	$T_\alpha^{(2)} @ 25^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-2}$ )	$T_\alpha^{(3)} @ 25^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-3}$ )
$\alpha_{11}$	-	$13.65 \times 10^{-6}$	$11.02 \times 10^{-9}$	$-19.32 \times 10^{-12}$
$\alpha_{33}$	-	$7.5 \times 10^{-6}$	$8.00 \times 10^{-9}$	$-10.44 \times 10^{-12}$

**Remarque :** En fonction des simulations que l'on cherche à réaliser, il y a 2 définitions distinctes pour évaluer  $\alpha$  à la température T. On considère pour cet exemple qu'une des dimensions du résonateur suit la loi suivante :

$$L(T) = L_0 \left( 1 + \alpha^{(1)}(T - T_0) + \alpha^{(2)}(T - T_0)^2 + \alpha^{(3)}(T - T_0)^3 \right) \quad (\text{C.3})$$

— Pour les simulations statiques, où l'on souhaite avoir l'état de stress/strain que l'on obtient en appliquant une température T depuis une température  $T_0$ ,  $\alpha(T)$  représente le coefficient thermoélastique tel que :

$$\alpha_{statique} = \frac{1}{L_0} \frac{L(T) - L_0}{T - T_0} = \sum_{n=1}^3 \alpha^{(n)}(T - T_0)^{n-1} \quad (\text{C.4})$$

— Pour les simulations harmoniques, où l'on souhaite calculer le facteur de qualité thermoélastique  $Q_{thermo}$  à une température donnée,  $\alpha(T)$  est défini différemment. En effet, dans ce cas il s'agit du coefficient d'expansion thermique linéaire (CTE). Ceci vient du fait que, pour le calcul de  $Q_{thermo}$ , on s'intéresse aux effets d'une faible variation de température dT autour d'une température imposée T [135] :

$$\alpha_{harmonique} = \frac{1}{L_0} \frac{\partial L}{\partial T} = \sum_{n=1}^3 n \alpha^{(n)}(T - T_0)^{n-1} \quad (\text{C.5})$$

La différence entre les 2 définitions peut entraîner une erreur sur l'estimation de  $Q_{thermo}$  de l'ordre de 10%.

#### C.2.4. Coefficients de contraintes thermiques (stress-charge)

Ces coefficients sont déduits des coefficients d'expansion thermique à partir de la relation  $\lambda = C_E \alpha$ . Ces grandeurs sont valables dans la gamme ( $-50^\circ\text{C}/150^\circ\text{C}$ ).

TABLE C.5 – Coefficients de contraintes thermiques à l'ordre 3 du  $\alpha$ -quartz.

Coefficients	$\lambda(25^\circ\text{C})$ (en $\text{N}/\text{m}^2$ )	$T_\lambda^{(1)} @ 25^\circ\text{C}$ (en $\text{N}/\text{m}^2/\text{K}^{-1}$ )	$T_\lambda^{(2)} @ 25^\circ\text{C}$ (en $\text{N}/\text{m}^2/\text{K}^{-2}$ )	$T_\lambda^{(3)} @ 25^\circ\text{C}$ (en $\text{N}/\text{m}^2/\text{K}^{-3}$ )
$\lambda_{11}$	-	$1.367\,435\,9 \times 10^6$	$0.777\,641\,57 \times 10^3$	$-2.772\,739\,71$
$\lambda_{33}$	-	$1.121\,270\,7 \times 10^6$	$0.765\,820\,54 \times 10^3$	$-2.416\,949\,10$

### C.2.5. Densité en fonction de la température

La densité de l' $\alpha$ -quartz est de  $\rho=2.64838$  à  $25\text{ }^\circ\text{C}$  [159]. Cependant, du fait de l'expansion thermique, la masse devant se conserver, une variation de la densité en température est nécessaire. Ces variations en température sont déduites des valeurs des coefficients d'expansion thermique (coefficients KGB dans la publication) grâce à la relation  $T_\rho^{(n)} = -2T_{\alpha_{11}}^{(n)} + T_{\alpha_{33}}^{(n)}$  [160] et sont donc valables également sur la plage  $-50\text{ }^\circ\text{C}/150\text{ }^\circ\text{C}$ .

TABLE C.6 – Densité à l'ordre 3 du  $\alpha$ -quartz.

Coefficients	$\rho(25\text{ }^\circ\text{C})$ (sans unité)	$T_\rho^{(1)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-1}$ )	$T_\rho^{(2)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-2}$ )	$T_\rho^{(3)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-3}$ )
$\rho$	2.648 38	$-34.80 \times 10^{-6}$	$-30.04 \times 10^{-9}$	$49.08 \times 10^{-12}$

## C.3. Grandeurs piézoélectriques

### C.3.1. Matrice piézoélectrique $e$

Il n'y a que deux coefficients indépendants dans la matrice piézoélectrique. Ceux-ci sont issus des travaux de James.

TABLE C.7 – Coefficients de couplage piézoélectrique dans le format stress-charge du  $\alpha$ -quartz.

Coefficients	$e(25\text{ }^\circ\text{C})$ (en $\text{C}/\text{m}^2$ )	$T_e^{(1)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-1}$ )	$T_e^{(2)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-2}$ )	$T_e^{(3)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-3}$ )
$e_{11}$	0.1711	$-0.16 \times 10^{-3}$	-	-
$e_{14}$	-0.0406	$-1.44 \times 10^{-3}$	-	-

### C.3.2. Matrice piézoélectrique $d$

Les coefficients sont déduits des  $e_{ij}$  précédents ( $d = e.C_E^{-1}$ ) et les lois en température également.

TABLE C.8 – Coefficients de couplage piézo-électrique dans le format strain-charge du  $\alpha$ -quartz.

Coefficients	$d(25\text{ }^\circ\text{C})$ (en $\text{C}/\text{N}$ )	$T_d^{(1)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-1}$ )	$T_d^{(2)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-2}$ )	$T_d^{(3)} @ 25\text{ }^\circ\text{C}$ (en $\text{K}^{-3}$ )
$d_{11}$	$2.30581 \times 10^{-12}$	$-223.7826 \times 10^{-6}$	-	-
$d_{14}$	$0.737719 \times 10^{-12}$	$1297.218 \times 10^{-6}$	-	-

## C.4. Grandeurs diélectriques

Il existe une différence, bien qu'infime, entre les valeurs à stress et strain constant pour la permittivité du quartz dans le plan (xy). Le coefficient selon l'axe z est quant à lui identique dans les deux cas.

### C.4.1. Matrice diélectrique à stress constant (strain-charge)

Cette matrice est à saisir en format « strain-charge » sous Oofelie. Les valeurs suivantes sont extraites de la publication de James et sont valables sur une plage de température allant de  $-60^{\circ}\text{C}$  à  $120^{\circ}\text{C}$  :

TABLE C.9 – Coefficients diélectriques à l'ordre 3 en température dans le format « stress-charge » du  $\alpha$ -quartz.

Coefficients	$\epsilon(25^{\circ}\text{C})$ (en F/m)	$T_{\epsilon}^{(1)} @ 25^{\circ}\text{C}$ (en $\text{K}^{-1}$ )	$T_{\epsilon}^{(2)} @ 25^{\circ}\text{C}$ (en $\text{K}^{-2}$ )	$T_{\epsilon}^{(3)} @ 25^{\circ}\text{C}$ (en $\text{K}^{-3}$ )
$\epsilon_{11}^T$	$39.92 \times 10^{-12}$	$7.06 \times 10^{-6}$	$16.32 \times 10^{-9}$	$-220.6 \times 10^{-12}$
$\epsilon_{33}^T$	$41.04 \times 10^{-12}$	$18.8 \times 10^{-6}$	$32.9 \times 10^{-9}$	$-192 \times 10^{-12}$

### C.4.2. Matrice diélectrique à strain constant (stress-charge)

Cette matrice est à saisir en format « stress-charge » sous Oofelie. Les valeurs suivantes sont extraites de la publication de James et sont valables sur une plage de température allant de  $-60^{\circ}\text{C}$  à  $120^{\circ}\text{C}$  :

TABLE C.10 – Coefficients diélectriques à l'ordre 3 en température dans le format « strain-charge » du  $\alpha$ -quartz.

Coefficients	$\epsilon(25^{\circ}\text{C})$ (en F/m)	$T_{\epsilon}^{(1)} @ 25^{\circ}\text{C}$ (en $\text{K}^{-1}$ )	$T_{\epsilon}^{(2)} @ 25^{\circ}\text{C}$ (en $\text{K}^{-2}$ )	$T_{\epsilon}^{(3)} @ 25^{\circ}\text{C}$ (en $\text{K}^{-3}$ )
$\epsilon_{11}^S$	$39.16 \times 10^{-12}$	$14.7 \times 10^{-6}$	$14.5 \times 10^{-9}$	$-21 \times 10^{-12}$
$\epsilon_{33}^S = \epsilon_{33}^T$	$41.04 \times 10^{-12}$	$18.8 \times 10^{-6}$	$32.9 \times 10^{-9}$	$-192 \times 10^{-12}$

## C.5. Grandeurs thermodynamiques

### C.5.1. Capacité thermique à pression constante

La capacité thermique  $C_p$  a de multiples unités en fonction du domaine d'application. On utilise souvent la capacité thermique par unité de volume  $C_{p,vol}$  (en  $\text{J/K/m}^3$ ) ou bien par unité de masse  $C_{p,mass}$  (en  $\text{J/K/kg}$ ) en physique alors que les chimistes préfèrent utiliser la capacité thermique molaire  $C_{p,mol}$  (en  $\text{J/K/mol}$ ). Les relations de passage entre ces grandeurs sont :

$$C_{p,mass} = \frac{C_{p,vol}}{\rho} = \frac{C_{p,mol}}{M_{SiO_2}} \quad (C.6)$$

avec  $M_{SiO_2} = 60.085 \text{ kg/mol}$  et  $\rho = 2648.38 \text{ kg/m}^3 @ 25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Dans la littérature, il est plus facile de trouver des informations sur  $C_{p,mol}$ . Dans la publication de P. Richet de 1982 [161], la capacité thermique du  $\alpha$ -quartz est donnée pour des températures allant de  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$  à  $622 \text{ }^\circ\text{C}$ , c'est-à-dire jusqu'à la température de transition de phase du quartz. La publication de Hemingway de 1987 reprend et révisé ces valeurs [162]. Les valeurs qui suivent sont le résultat d'une moyenne sur un ensemble de séries de mesures données par plusieurs auteurs, dont la synthèse a été réalisée Hemingway (T en Kelvin) :

$$C_{p,mol} = \alpha_0 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \alpha_{-0.5} T^{-0.5} + \alpha_{-2} T^{-2} \quad (C.7)$$

TABLE C.11 – Coefficients pour la capacité thermique du  $\alpha$ -quartz.

Coef.	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_{-0.5}$	$\alpha_{-2}$
Valeur	81.1447	$18.2834 \times 10^{-3}$	$5.4058 \times 10^{-6}$	-698.458	$-180.986 \times 10^3$

L'expression peut paraître surprenante à première vue mais c'est un modèle classique en thermochimie pour avoir une courbe qui correspond bien aux mesures de capacité thermique car les termes en  $T^{-2}$  et  $T^{-0.5}$  ont une signification en thermochimie [163]. Avec cette expression on obtient  $C_{p,mol} = 44.59 \text{ J/K/mol}$ ,  $C_{p,mass} = 742.12 \text{ J/K/kg}$  ou encore  $C_{p,vol} = 1965.405 \text{ J/K/m}^3 @ 25 \text{ }^\circ\text{C}$ . C'est  $C_{p,vol}$  qui est à renseigner dans Oofelie.

### C.5.2. Conductivité thermique

La conductivité thermique  $K$  est une grandeur assez peu étudiée et dont les différentes mesures réalisées par plusieurs équipes ne semblent pas en très bon accord (bien que la tendance générale et les ordres de grandeur des modèles en température soient respectés). De plus, la plupart des auteurs ne donnent que des valeurs de conductivité qu'ils ont extrapolées d'une autre grandeur, la diffusivité thermique  $D$ , dont le lien avec la conductivité thermique est le suivant :

$$D = \frac{K}{\rho C_{p,mass}} \quad (C.8)$$

Etant donné que le modèle en température utilisé par les auteurs pour  $\rho$  et  $C_p$  diffère d'une publication à une autre, les valeurs de conductivité  $\lambda$  ont été recalculées à partir des modèles en température établis précédemment. En recensant les différents lots de mesures existantes qui paraissent pertinents, c'est-à-dire les données du HQ et du SynQ Quartz dans [164] ainsi que les mesures dans [165], [166] et [167], une loi en température

a été déduite. Cette loi a été établie en appliquant une méthode des moindres carrés sur le lot de mesures sélectionnées. La littérature suggère qu'une loi standard pour avoir le comportement en température de  $K$  est de la forme :

$$\frac{1}{K} = \sum_{i=0}^n a_i T^i \quad (\text{C.9})$$

En pratique, un ordre 2 en température est suffisant pour coller aux données expérimentales car la dispersion des points de mesures est importante (15-20% par rapport à la loi déduite, FIGURE C.3).

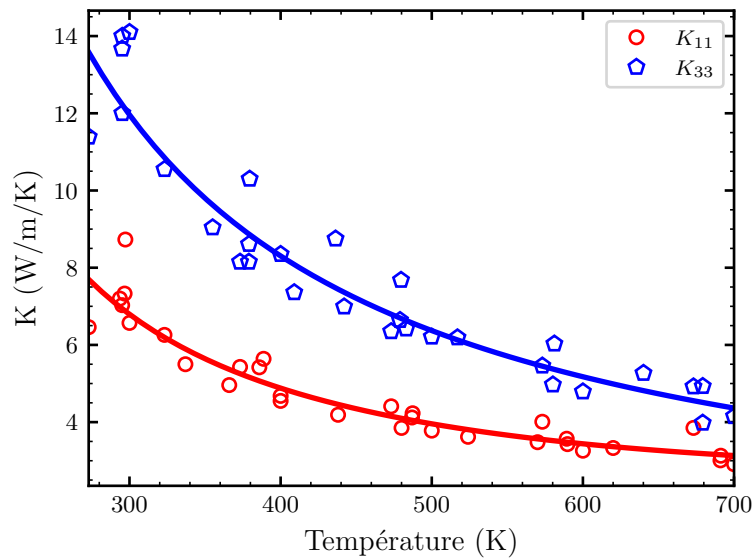


FIGURE C.3 – Conduction thermique en fonction de la température.

En considérant une température s'exprimant en Kelvin dans la loi comportementale, on obtient après calculs les coefficients de la TABLE C.12. Ces coefficients sont valables sur la plage de 0 °C à 450 °C.

TABLE C.12 – Coefficients en température de la conductivité thermique

Coefficients	$a_0$	$a_1$	$a_2$
(W/m/K)	$-84.92 \times 10^{-3}$	$921.2 \times 10^{-6}$	$-491.7 \times 10^{-9}$
(W/m/K)	$-28.57 \times 10^{-3}$	$378.2 \times 10^{-6}$	$-14.30 \times 10^{-9}$

Avec ces coefficients, la conductivité thermique est estimée à :  $K_{11} = 6.84805$  W/m/K et  $K_{33} = 12.05940$  W/m/K @ 25 °C. Ce sont ces valeurs qui sont à renseigner dans Oofelie.