



**HAL**  
open science

# La dynamique des innovations chez Schumpeter : norme théorique, réseaux en évolution et évidences empiriques

Hicham Hachem

## ► To cite this version:

Hicham Hachem. La dynamique des innovations chez Schumpeter : norme théorique, réseaux en évolution et évidences empiriques. Economies et finances. Université de Picardie Jules Verne, 2016. Français. NNT : 2016AMIE0021 . tel-03652376

**HAL Id: tel-03652376**

**<https://theses.hal.science/tel-03652376v1>**

Submitted on 26 Apr 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE DE PICARDIE JULES VERNE**

**ECOLE DOCTORALE EN SCIENCE DE L'HOMME ET DE LA SOCIETE**

**Thèse**

Pour obtenir le grade de

**Docteur en Sciences Economiques**

Soutenue en public le 16 septembre 2016 par

**HACHEM Hicham M.**

Sous le titre :

**LA DYNAMIQUE DES INNOVATIONS CHEZ SCHUMPETER :**

**Norme Théorique, réseaux en évolution et évidences empiriques**

*Membres du Jury :*

Monsieur **Vladimir Avtonomov**, Professeur à Higher School of Economics, Moscou

Madame **Giandomenica Becchio**, Professeur à l'Université de Turin, (Rapporteur)

Madame **Agnès Festré**, Professeur à l'Université de Nice Sophia Antipolis

Monsieur **Alain Raybaut**, Chargé de Recherche, CNRS, GREDEG, Université Côte d'Azur

Monsieur **François Allisson**, Maître de Conférences-HDR, à l'Université de Lausanne (Rapporteur)

Monsieur **Nikolay Nenovsky**, Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne, Amiens (Directeur)

Monsieur **Stéphane Longuet**, Professeur, à l'Université de Picardie Jules Verne, Amiens

Madame **Odile Lakomski-Laguerre**, Maître de Conférences à l'Université de Picardie Jules Verne, Amiens (Co-directrice)

## Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| Table des matières.....   | 2         |
| Remerciements.....  | 5         |
| Résumé.....   | 6         |
| Abstract.....   | 7         |
| Introduction Générale.....  | 8         |
| <i>Un point sur la logique de la méthode : Le Rationalisme critique</i> .....   | 9         |
| <i>Sujets dont cette thèse n'en fait pas l'objet</i> .....  | 12        |
| <i>L'objet et l'apport de la thèse :</i> .....  | 14        |
| <i>Structure de la thèse</i> .....  | 15        |
| Références.....   | 18        |
| <b>1. L'impasse de la théorie dominante: l'apport des colloques de Karl Menger et la norme théorique chez Schumpeter.....</b> | <b>21</b> |
| <b>1.1. Introduction.....</b>   | <b>21</b> |
| 1.1.1. La théorie néoclassique : tronc commun, degré de salinisation, et nouvelle synthèse.....                               | 23        |
| 1.1.2. La question d'existence.....   | 25        |
| <b>1.2. Les fondements de la théorie néo-classique.....</b>   | <b>28</b> |
| 1.2.1. La conception axiomatique des fondateurs de la société des économétriciens.....  | 32        |
| 1.2.2. Les fondements axiomatiques et les conditions de Wald.....   | 35        |
| 1.2.3. Croissance équilibrée: le modèle von Neumann.....  | 38        |
| <b>1.3. La preuve d'existence : de l'aspect technique à la nature épistémique.....</b>  | <b>39</b> |
| 1.3.1. Les fondements des mathématiques et le programme de Hilbert.....   | 40        |
| 1.3.2. Incomplétude et insuffisance de la théorie de l'équilibre général.....   | 43        |
| <b>1.4. L'impasse de la théorie dominante : de l'équilibre général à la nouvelle synthèse.....</b>                            | <b>45</b> |
| 1.4.1. Changement de paradigme: la question d'existence néo-classique et le paradoxe du menteur.....                          | 47        |
| 1.4.2. L'impasse de la question d'existence.....  | 50        |
| 1.4.3. L'agent représentatif: une 'fiction méthodologique'.....   | 53        |
| 1.4.4. La nouvelle synthèse : une combinaison incompatible.....   | 55        |
| <b>1.5. La Norme théorique et l'argument <i>Magna Charta</i>.....</b>   | <b>57</b> |
| 1.5.1. Schumpeter sur l'usage crédule de l'hypothèse de l'agent représentatif.....  | 58        |
| 1.5.2. Schumpeter sur l'insuffisance de l'équilibre général.....  | 61        |
| 1.5.3. L'argument Magna Charta et l'apport de Schumpeter.....   | 64        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>1.6. Alternatives : complexité, approche <i>Bottom-up</i> et réseaux d'innovation</b>              | <b>66</b>  |
| 1.6.1. Agent Based Computational Economics et la suffisance générative                                | 66         |
| 1.6.2. Les réseaux small world et le phénomène six degrees of separation                              | 68         |
| 1.6.3. Les réseaux d'innovation et la dynamique évolutionnaire  | 70         |
| <b>1.7. Le problème fondamental</b>   | <b>73</b>  |
| <b>Références</b>   | <b>77</b>  |
| <b>2 La Dynamique de l'Innovation: Un modèle de réseaux en évolution</b>                              | <b>85</b>  |
| <b>2.1. Introduction</b>  | <b>85</b>  |
| <b>2.2. La notion de dynamique établie en théorie néoclassique face à la dynamique évolutionnaire</b> | <b>88</b>  |
| <b>2.3. La question de l'innovation comme déterminant de la croissance</b>                            | <b>91</b>  |
| <b>2.4. Problématique en systèmes dynamiques et question de recherche</b>                             | <b>95</b>  |
| <b>2.5. Un modèle des innovations dans le circuit stationnaire</b>                                    | <b>98</b>  |
| 2.5.1. Le modèle du réseau en évolution   | 99         |
| 2.5.2. La dynamique des Innovations   | 105        |
| <b>2.6. Stabilité et testabilité de l'équilibre</b>   | <b>109</b> |
| 2.6.1. Caractéristiques dynamiques en état d'équilibre  | 109        |
| 2.6.2. Stabilité et testabilité de l'équilibre  | 110        |
| 2.6.3. Simulation et résultats  | 112        |
| <b>2.7. Conclusion : la dynamique évolutionnaire des innovations</b>                                  | <b>118</b> |
| <b>References</b>   | <b>120</b> |
| <b>3 La Dynamique Evolutionnaire des Innovations : Turbulences et évidences empiriques</b>            | <b>124</b> |
| <b>3.1 Introduction</b>   | <b>124</b> |
| 3.1.1 La théorie de l'innovation et la dynamique évolutionnaire chez Schumpeter                       | 125        |
| 3.1.2. L'innovation et l'approche générative  | 128        |
| 3.1.3. Critères de démarcation  | 130        |
| <b>3.2. Difficultés associées à l'estimation empirique et méthodes employées</b>                      | <b>133</b> |
| 3.2.1. Problèmes d'interférence des cycles et d'estimation des tendances                              | 133        |
| 3.2.2. Avancements sur le problème d'extraction des tendances   | 135        |
| 3.2.3. Avancements sur le problème de l'estimation des phases   | 136        |
| 3.2.4. Démarche de l'étude empirique  | 142        |
| <b>3.3. Application : cas des Etats Unis</b>  | <b>143</b> |
| 3.3.1. Choix des données  | 143        |
| 3.3.2. Extraction et normalisation des cycles HP  | 144        |

|  |            |
|--|------------|
| 3.3.3. Lissage SSA.....  | 146        |
| 3.3.4. Calcul des phases instantanées et démarcation sur les courbes de Lissajous<br>..... | 151        |
| 3.3.5. Stabilité et convergence vers l'équilibre .....                                     | 152        |
| <b>3.6 Discussion générale .....</b>   | <b>155</b> |
| <b>Références.....</b>   | <b>157</b> |
| <b>Conclusion générale .....</b>   | <b>161</b> |
| <b>Références .....</b>  | <b>171</b> |
| <b>ANNEXES .....</b>   | <b>173</b> |
| <b>ANNEXE 1 : Code pour simulation en § 2.6.2.....</b>                                     | <b>173</b> |
| <b>ANNEXE 2 : Données générées en figure 2.2.....</b>                                      | <b>174</b> |
| <b>ANNEXE 3: Code pour illustration en figure 2.1.....</b>                                 | <b>181</b> |
| <b>ANNEXE 4: Code pour illustration en figure 2.3.....</b>                                 | <b>181</b> |
| <b>ANNEXE 5 : Données en figure 2.4 .....</b>  | <b>182</b> |
| <b>ANNEXE 6: Code pour illustrations en figures 2.4 et 2.6 .....</b>                       | <b>189</b> |
| <b>ANNEXE 7: Données du PIB des Etats Unis et Lissage HP en figure 3.1 .....</b>           | <b>192</b> |
| <b>ANNEXE 8: Données des valeurs normalisées des cycles en figure 3.2.....</b>             | <b>195</b> |
| <b>ANNEXE 9: Matrices de plongement en figures 3.3 .....</b>                               | <b>198</b> |
| <b>ANNEXE 10: Vecteurs retenus en figures 3.4 .....</b>                                    | <b>202</b> |
| <b>ANNEXE 11: Valeurs singulières en figure 3.5 .....</b>                                  | <b>205</b> |
| <b>ANNEXE 12: Lissage SSA en figures 3.6.....</b>  | <b>206</b> |
| <b>ANNEXE 13: Exposants de Lyapunov en figures 3.8.....</b>                                | <b>210</b> |

## Remerciements

Tout au long de cette thèse j'avais accumulé une grande dette intellectuelle que je ne peux espérer pouvoir suffisamment honorer. Je tiens à exprimer mes plus profonds sentiments de reconnaissance à mon directeur de thèse Monsieur Nikolay Nenovsky ; à Madame Odile Lakomski-Laguerre et à Monsieur Daniel Steichen qui ont encadré mes recherches pendant ces quatre dernières années de thèse, également à Monsieur Stéphane Longuet directeur du Centre de Recherche sur l'Industrie, les Institutions et les Systèmes Economiques d'Amiens. Je les remercie vivement pour leur support, pour leur encouragement et pour les discussions et les propositions qu'ils m'ont offertes pour naviguer les difficultés de mes recherches.

Mes plus vifs remerciements pour le support et la patience de Monsieur Heinz Kurz Professeur émérite à l'Université de Graz. L'expérience et l'ambiance académique à l'école d'été *Fifth Graz Schumpeter Summer School* organisée par le centre de recherche Graz Schumpeter Center en juillet 2015, étaient précieuses et inoubliables. Je tiens également à remercier Monsieur Alain Raybaut et Madame Agnès Festré Professeurs à l'Université de Nice Sophia Antipolis pour les discussions enrichissantes pendant le colloque *Schumpeter and Schumpeterians on Economic Policy Issues* organisé par le CRIISEA à Amiens en Mai 2014. Mes remerciements sincères pour les échanges avec Madame Giandomenica Becchio Professeur à l'Université de Turin, encore à Vladimir Avtonomov et à l'ensemble des membres de mon jury. Les discussions avec Professeurs Jean-Pierre Potier, Annie Cot, Jérôme Lallement, Ariane Dupont et François Allisson pendant le colloque contre Walras ne furent pas moins intéressantes et j'en suis remerciant.

Cette thèse n'aurait pas dû être possible sans l'aide de Madame Carla Chalhoub pour avoir accès à la Bibliothèque de l'*American University of Beirut*. Les relectures et les observations proposées par Madame Emmanuelle Bénicourt et Madame Odile Lakomski Maitres de conférence à l'Université de Picardie Jules Verne, étaient infiniment précieuses. Je les remercie pour l'ambiance amicale et sincère qu'elles m'ont apportée pendant la rédaction de ma thèse. Je tiens d'ailleurs à préciser que les idées exposées dans cette thèse ne sont pas nécessairement partagées par les professeurs cités ci-dessus et que je suis complètement responsable pour toute erreur et de tout manque de précision.

Je souhaite encore remercier mes collègues au Centre de de Recherche sur l'Industrie, les Institutions et les Systèmes Economiques d'Amiens surtout Monsieur Souleymane Ndao et Madame Sabine Leriche. Mes plus vifs remerciements à mes collègues au Conseil du Développement et de la Reconstruction à Beyrouth surtout à Madame Wafa Charafeddine, Monsieur Mazen Souleyman, Monsieur Najj Attallah et bien sûr à Youssef Aziz pour leur appréciation et pour leur support, finalement à ma famille, surtout ma mère Chafika, mon oncle Joseph, mon frère Imad et ma sœur Karine el Hachem pour leur tendresse et pour leur appui sans fin.

## Résumé

Cette thèse cherche à expliquer les contradictions théoriques et pratiques du processus capitaliste en montrant les évidences théoriques et empiriques d'une dynamique évolutionnaire des innovations comme définie par Schumpeter. Le sujet est abordé en trois axes de recherche, Un premier article souligne la problématique théorique à la lumière de l'argument sur la 'norme théorique' chez Schumpeter. L'idée consiste à montrer les limites de la théorie dominante en étudiant les implications logiques et épistémologiques de certaines hypothèses ainsi que les conséquences de leur relâchement. Un second article cherche à expliquer comment le circuit stationnaire se transforme en produisant des dynamiques non-linéaires et turbulentes, en conséquence de l'introduction de l'innovation définie comme nouvelle combinaison de moyens de production. La question est traitée dans une perspective évolutionniste selon l'approche des réseaux en évolution. Les résultats de la simulation montrent des dynamiques évolutionnaires et des turbulences. Le troisième article étudie les évidences empiriques. Moyennant des méthodes de lissage non-linéaires, l'objectif est de concevoir un test empirique permettant de rejeter la convergence vers l'équilibre des échanges. Les résultats empiriques montrent les évidences d'une dynamique évolutionnaire. Ils montrent l'instabilité des économies d'échange et un effet de rupture qui se manifeste par une succession de tendances stables interrompues par des effets opposés et déstabilisateurs.

*Mots Clés:* Norme Théorique, Marché Ordonné, Economie de Marché, Graphes Réguliers, Dynamiques Non-linéaires, Couplage, Turbulence.

*Classification* JEL: B41 - C44 –C51 - C61 - C62 - E13 - E32 - O11 - O31.

*Rattachement :* Centre de Recherche sur l'Industrie les Institutions et les Systèmes Economiques d'Amiens - CRIISEA - 10 Placette Lafleur, Amiens, France.

## **Title**

Innovation dynamics in a decentralised exchange economy:  
An evolving networks approach

## **Abstract**

This thesis seeks to explain theoretical and practical contradictions inherent to the workings of the capitalist process. It provides theoretical and empirical evidence of overall evolutionary innovation dynamics as defined by Schumpeter. The subject is tackled in three research topics. The first article draws on the problematic nature in economic theory in light of Schumpeter's 'theoretical norm' argument. It shows the limitations of mainstream economics by studying logical and epistemological implications of certain assumptions and the consequences of their relaxation. A second article seeks to explain how the stationary circular flow evolves into nonlinear and turbulent dynamics following the introduction of an innovation defined as a new combination of productive means. The question is addressed within an evolutionary approach, specifically from an evolving networks perspective. Simulation results yield evolutionary and turbulent dynamics. The third article examines empirical evidence. Using non-linear filters the aim is to design empirical tests to rule-out convergence towards the exchange equilibrium. Empirical results provide evidence of evolutionary dynamics. They show instability in exchange economies and a disruption effect depicted in the presence of a succession of stable patterns destabilized by turbulent paths in opposite directions.

*Key words:* Theoretical Norm, Ordered Economy, Exchange Economy, Regular Graphs, Nonlinear Dynamics, Coupled Systems, Strange Attractors.

*JEL classification:* B41 - C44 –C51 - C61 - C62 - E13 - E32 - O11 - O31

*Affiliation :* Centre de Recherche sur l'Industrie les Institutions et les Systèmes Economiques d'Amiens - CRIISEA - 10 Placette Lafleur, Amiens, France.

# Introduction Générale

Souvent dans les manuels d'économie, on a l'habitude de rencontrer des définitions traçant certaines frontières de la discipline, avant d'aborder le sujet. Contrairement au cas des sciences naturelles, la démarcation des frontières de la science économique et de son objet semble difficile à établir. En témoigne la coexistence de différents courants de pensée comme les institutionnalistes, l'école de la régulation, et même l'école néoclassique orthodoxe par référence aux travaux de G. Becker et de S. Levitt à titre d'exemple, pour ne citer qu'eux. D'ailleurs, le métier de l'économiste est souvent présenté comme analogue à celui du dentiste (Keynes, 1931) ; (Harcourt, 1992, p. 204). Il semble donc intéressant de procéder en faisant un relevé pronostique de l'état actuel de la pensée. Nous allons donc, dans ce qui suit, chercher à identifier les sources du malaise au sein des théories économiques dominantes afin d'indiquer des alternatives théoriques plus cohérentes et plus satisfaisantes pour aborder notre objet d'étude.

L'absence d'un corpus théorique général unifié s'avère une réalité qui engendre parfois le mépris de la communauté scientifique. La variété du spectre des écoles et la fresque des approches et sous-approches, renforcent cependant le pluralisme plutôt que le monisme. Cet état lamentable en sciences économiques est souvent présenté comme celui d'une '*dismal science*' selon la description de Veblen. Cette hétérogénéité des traditions, riches en débats et en controverses, a laissé des empreintes sur le développement de la discipline. Considérant la pensée économique en tant que système complexe d'idées, adopter un esprit critique pour faire la synthèse des différents débats peut permettre d'y voir plus clair.

Pourtant, face à cette diversité, l'autorité du cadre théorique néo-classique était généralement peu contestée. C'est suite à la crise économique de 2007-2008 que son hégémonie est remise en cause (Solow, et al., 2010). La défaillance du système néo-classique – notamment son incapacité à prévoir la crise, a donné lieu à un débat sérieux à l'*American Economic Association* (Colander, et al.,

2008). Ce débat avait souligné l'importance de réviser les méthodologies atomistes dans les modèles de type 'Robinson Crusoé', et les hypothèses problématiques qui en découlent – notamment les hypothèses d'homogénéité, de rationalité, d'ajustement continu et infinitésimal, de stationnarité, de continuité, etc. – et l'importance de réfléchir à l'hétérogénéité des agents et à leurs interactions, à la complexité des processus économiques, aux non-linéarités qui en découlent, etc. (Solow, et al., 2010), (Colander, et al., 2008). Ces questionnements concernant la pertinence des hypothèses au cœur de l'approche néoclassique et les interprétations de ces hypothèses donnent lieu à des critiques constructives et à des propositions théoriques alternatives. La revue de ces différentes remises en question s'avère donc importante pour éliminer les trappes, les erreurs ainsi que pour surmonter certaines difficultés avec les théories dominantes.

## ***Un point sur la logique de la méthode :***

### ***Le Rationalisme critique***

En fait l'influence de la théorie néo-classique auprès du public s'est détériorée jusqu'au point de secouer la crédibilité de la discipline. En novembre 2011 un groupe d'étudiants a organisé, dans l'esprit du mouvement *Occupy Wall Street*, un débrayage d'une conférence de Gregory Mankiw. Manifestant leur malaise avec l'endoctrinement et le manque de pluralisme dans l'enseignement de la discipline, ils plaidaient pour une approche plus élémentaire, ayant une portée plus générale et demandaient des présentations plus appliquées et plus réalistes. En réaction, Professeur Mankiw (2011) exprima dans un article publié dans *The New York Times* ses sentiments de nostalgie et de regret que ses étudiants soient aussi peu éclairés. Il reconnaissait l'insuffisance de la théorie néoclassique, mais ne partageait pas les demandes de ses étudiants. En insistant sur l'importance de la théorie dominante, il refusait la révision de l'enseignement dans la discipline, ce qui montre l'absence de réciprocité dans le débat.

La position défendue par Mankiw, consistait uniquement à effectuer des changements au sein des frontières internes de la théorie dominante, et se place donc au cœur d'un courant très spécialisé. Or une critique externe est également susceptible de montrer des erreurs, des contradictions, et en conséquence mener à des voies de recherche alternatives. De l'autre côté, les demandes radicales des manifestants sollicitaient l'alternative sans préciser un cadre opérationnel. On ne cernait pas précisément les critiques qu'ils formulaient, ce qui nous conduit à penser qu'il s'agit d'un cas typique de clivage dogmatique et antagoniste – qui peut difficilement sortir de l'impasse dans laquelle il se trouve. En effet il est indispensable qu'un débat scientifique soit mené dans un esprit suffisamment ouvert pour réfléchir toutes les possibilités afin d'aboutir à une conclusion propice du débat. Pour paraphraser<sup>1</sup> Schumpeter au sujet du débat sur les méthodes entre les 'Autrichiens' et l'école Historique Allemande à l'époque :

...nous sommes face à une controverse qui ne peut parvenir à aucune conclusion rationnelle : les deux parties sont exaspérées par des arguments généraux qu'ils s'acharnent à défendre par certaines doctrines politiques et sociales. Certes, il est absolument impossible d'atteindre une entente de la sorte. Souvent l'entente n'en est même pas envisagée. Par contre, dans l'esprit d'atteindre une conclusion et de rapprocher les points de vue disputés, il suffit de constater les problèmes à résoudre et les objectifs visés des deux systèmes apparemment antagonistes. (*Wessen*, pp. 88-89).

L'épisode de Harvard n'est pas d'ailleurs sans précédent. Dans la préface à leur manuel de microéconomie Guerrien et Parel (1998), manifestaient leur concordance avec les contestations du [Mouvement des étudiants pour la réforme de l'enseignement de l'économie](#). Ils insistaient sur l'importance de 'l'interprétation économique des formulations mathématiques', et cherchaient à expliciter le plus clairement possibles les hypothèses des modèles économiques

---

<sup>1</sup> Traduction libre de l'auteur, une traduction en anglais (Schumpeter, 1980) par M. von Notten est disponible sur le site [http://mises.org/books/schumpeter\\_individualism.pdf](http://mises.org/books/schumpeter_individualism.pdf), visitée le 9 octobre 2013.

de façon à pouvoir se ‘faire une opinion sur leur pertinence – qui est d’ailleurs largement sujette à débat’.

La position de Guerrien (2002) n’est pas tout à fait originale. En soulignant l’insuffisance de l’approche Walrassienne, et par référence aux travaux de Wald (1936) dans les colloques de Karl C. Menger<sup>2</sup>, Schumpeter (BC, p. 46, n. 1) admet en 1939 que la preuve formalisée de l’équilibre de Walras ne peut être convaincante que lorsqu’elle est complétée à chaque étape de l’analyse, par l’interprétation économique. On peut aussi citer Schumpeter au sujet de la méthode de détermination des prix d’équilibre. A la question de savoir si cette méthode est satisfaisante, Schumpeter répond: non, car dans toutes les branches de la science un esprit critique plus fin et des outils d’analyse et d’observation plus puissants, ont permis de remplacer les méthodes antérieures :

No; nor is, for that matter, the magna charta of any other science entirely satisfactory, for everywhere a keener spirit of criticism and more powerful tools of observation *and analysis* have destroyed the primitive simplicity and comfortable determinateness of earlier stages. (BC, p. 46)

Il paraît donc important dans toute discussion rationnelle d’apprendre des erreurs. Une pensée à l’abri des critiques fait souvent l’objet d’intolérance et de dogmatisme. Comme définie par Voltaire (1764, pp. 338-341) la tolérance ‘c’est l’apanage de l’humanité. Nous sommes tous pétris de faiblesses, & d’erreurs ; pardonnons nous réciproquement nos sottises...’ Pour identifier objectivement l’erreur, indépendamment des opinions et des préjugés, la réciprocité n’est donc pas simplement nécessaire pour le progrès scientifique mais elle constitue une condition *sine qua non* de toute synthèse rationnelle (Popper, 2008, pp. 313-340). Elle est essentielle pour délibérer sur toutes erreurs et confusions et pour cerner la vérité avec plus de certitude. C’est dans cet esprit que l’évolution de la connaissance prend lieu et que le débat rationnel ouvre de nouvelles possibilités, et de nouvelles voies de progrès scientifique par élimination pragmatique des

---

<sup>2</sup> Le mathématicien, fils de Carl Menger chef de fil de ‘l’Ecole Autrichienne’.

erreurs selon la perspective évolutionniste du rationalisme critique (Popper, 2008, pp. 313-354).

L'identification des défauts, des problèmes, des inconsistances, des incompatibilités... des erreurs, fait donc appel à la correction et à l'alternatif. Dans l'esprit du rationalisme critique, toute théorie doit être mise à l'épreuve aussi bien logique qu'empirique. Une fois qu'une certaine réciprocité est établie, la provocation d'un tel discours, reproche au moindre des cas, les points faibles, les postulats récusables du système logique dans les théories discutées. Il serait ainsi parfaitement possible de formuler une synthèse en rejetant, révisant ou en substituant si possible, tout élément qui ne réussisse pas à la rigueur de cet examen.

## ***Sujets dont cette thèse n'en fait pas l'objet***

Cette thèse n'est pas une thèse d'histoire de la pensée économique. L'histoire des problèmes théoriques et pratiques associés aux théories dominantes posent cependant des questions intéressantes sur la pertinence des modèles néoclassiques et sur leurs interprétations. D'ailleurs, et du point de vue de la théorie évolutionniste de la connaissance, Popper (1972) a proposé une théorie de l'évolution des connaissances scientifiques à partir du rationalisme critique systématique. Popper (1972, pp. 242-244) représente une synthèse de cette théorie par le schéma suivant :

$$P_1 \rightarrow T \rightarrow EE \rightarrow P_2$$

Toute discussion scientifique commence par une problématique posée ( $P_1$ ) ce qui entraîne la recherche de solutions tentatives et mène à des théories ( $T$ ). Ces théories sont critiquées pour éliminer les erreurs ( $EE$ ) ce qui entraîne de nouvelles problématiques ( $P_2$ ) et de nouvelles théories par la suite. Ainsi il paraît donc important (1) de signaler l'histoire des problèmes importants en théorie dominante, (2) afin de comprendre le raisonnement dans les différentes solutions déjà proposées et (3) de mettre en évidence les questions fondamentales

concernant la pertinence de ces interprétations du problème. Cette théorie du rationalisme critique montre donc l'importance d'étudier les problèmes et les difficultés auxquelles les théoriciens précédents ont fait face. On s'intéressera donc en premier lieu dans cette thèse à certains aspects historiques afin de souligner certains problèmes et certaines difficultés.

D'autre part, cette thèse n'a pas pour objet d'étudier la méthodologie ou l'épistémologie. En d'autres termes, les théories qui se consacrent à l'étude de la logique de la méthode ou même la vérité des interprétations théoriques ne font pas l'objet de cette thèse. Cependant les notions qui reviennent au projet d'axiomatisation, de rigueur et de la vérité de la théorie économique, sont toujours présentes en théorie dominante. Pour comprendre effectivement ces notions, il est nécessaire d'introduire et d'expliquer certains concepts associés à la logique classique, aux fondements épistémiques des mathématiques, y compris le problème de la vérité et d'autres concepts qui se rapportent étroitement à la philosophie des mathématiques.

On aborde alors souvent des sujets historiques, logiques, mathématiques ou philosophiques. L'objectif n'est pas cependant de faire l'histoire, les mathématiques, la philosophie ou l'épistémologie, mais plutôt de cerner une question problématique pertinente. Cette problématique n'est pas étudiée à partir du calcul des prédicats ou de la logique symbolique. Comme il ne s'agit pas d'une thèse en mathématiques, on se contente par une exposition littéraire des problèmes à partir des principes et des opérations élémentaires en logique classique – comme à titre d'exemple : la règle de transitivité, le principe de non-contradiction, le tiers exclu etc.

Par ailleurs il paraît important de clarifier de quoi il s'agit lorsqu'on parle de norme théorique ou de la théorie des innovations chez Schumpeter. Afin d'éviter des mauvaises interprétations du titre il faut préciser que la thèse n'est pas une revue de la littérature sur la théorie des innovations ou même sur les contributions théoriques de Schumpeter. Ainsi l'objet de la norme théorique ne doit pas signifier la recherche en économie appliquée, mais il correspond à l'argument chez Schumpeter à propos de l'importance du raisonnement à partir de

l'interdépendance des variables économiques. D'ailleurs il est évident que l'influence des contributions de Schumpeter était, et continue de l'être, d'une grande importance dans de nombreuses approches de la pensée économique. On ne tente pas cependant de retracer l'influence de Schumpeter dans les modèles d'innovations et de progrès technique, dans l'histoire de la pensée, ni dans l'économie publique ou les nouvelles théories évolutionnistes etc.

De plus, il ne s'agit pas non plus de décrire la suite logique qui présente les causes d'une dynamique évolutionnaire des cycles, mais de proposer un système dynamique en conséquence de l'introduction de l'innovation à une économie d'agents en interaction, et d'essayer de tester la logique du système théorique par des simulations dans une économie à plusieurs agents en interaction, puis en effectuant des tests mathématiques à partir de données économiques. L'idée consiste à mener ce cadre théorique plus loin dans l'exposition précise de la dynamique des économies de marché et de compléter la description narrative de la théorie de l'innovation chez Schumpeter (TED).

### ***L'objet et l'apport de la thèse :***

L'objectif de la thèse consiste à étudier la dynamique évolutionnaire de la structure du marché qui découle de l'introduction de l'innovation. Cette thèse cherche effectivement des explications plus pertinentes à propos de la nature des innovations et des changements économiques en général. En s'appuyant sur la théorie des systèmes complexes, sur la théorie des graphes et sur la dynamique non-linéaire, on cherche à remplacer la structure statique des marchés dans la théorie dominante par une structure dynamique non linéaire. On essaie de montrer théoriquement et empiriquement la nature turbulente de l'innovation et la dynamique évolutionnaire au sens défini par Schumpeter (HEA, p. 930) : à savoir une superposition de deux dynamiques (1) une dynamique stationnaire qui se reproduit au bout de certains lapses de temps interrompue par (2) une dynamique non-stationnaire et non-périodique ou turbulente.

D'ailleurs la question de l'innovation constitue le socle sur lequel s'appuient les théories du changement économique. Les fondements des théories de la croissance qui reposent sur le concept de l'innovation sont aussi bien importants dans les modèles de croissance néoclassique, que dans les modèles de croissance endogène, la nouvelle macroéconomie, les modèles à agents multiples et la théorie évolutionniste. En plus plusieurs modèles à agents multiples (Teschfatsion & Judd, 2006) ainsi que plusieurs autres modèles en théorie évolutionniste (Pyka & Scharnhorst, 2009) insistent sur l'importance de la structure du marché et de la dynamique de cette structure. Autres approches évolutionnistes soulignent l'effet de rupture, la discontinuité et la caractéristique non linéaire des changements économiques (Goodwin, 1946 ; 1991).

Cependant peu nombreuses sont les contributions qui cherchent à étudier la structure du marché dans le cadre d'un système dynamique non-linéaire. On trouve que les études ayant pour objet la structure du marché ont souvent recours à un système d'équations différentielles et des systèmes dynamiques continus (Lazaric & Raybaut, 2014) (Reichardt & Bornholdt, 2009), alors que les contributions à l'analyse des systèmes dynamiques non-linéaires ont souvent recours à des méthodes d'agrégation (Dosi et al., 2015). L'apport proposé dans cette thèse est donc de faire le lien entre complexité et dynamique non-linéaire. D'une part, on étudie la complexité à partir de la théorie des graphes, puis de l'autre part on étudie la dynamique non linéaire du système à partir des équations aux différences.

## ***Structure de la thèse***

Pour justifier le choix de la théorie des systèmes complexes, de la théorie des graphes et de la dynamique non-linéaire, on étudie en première partie l'histoire et la logique derrière les difficultés liées à la théorie dominante. Dans ce travail, on se propose de retracer les problèmes liés à la question 'd'existence' de l'équilibre qui fut posée à l'origine par Walras, et d'examiner comment les différentes solutions proposées avaient mené à de nouveaux problèmes théoriques ; allant

des contributions publiées dans les colloques mathématiques de Karl C. Menger, les contributions issues du modèle Arrow-Debreu, la notion d'équilibre dans la théorie des cycles réels, et dans la nouvelle macroéconomie. En retraçant la question d'existence au débat sur les fondements des mathématiques, on montre que le projet de démontrer la consistance d'une théorie, et par conséquent que le projet de formalisation de la théorie de l'équilibre général est impossible. En examinant l'argument proposé par Schumpeter à propos de la norme théorique, on montre d'autre part que l'usage crédule de l'hypothèse de l'agent représentatif entraîne des contradictions logiques. Pour surmonter ces difficultés il est nécessaire de penser à un système économique d'agents hétérogènes en interaction. Alors que les modèles évolutionnistes et les modèles à agents multiples insistent sur l'interaction entre les agents, la dynamique du système est souvent étudiée selon des flux continus. Ce qui pose la problématique centrale de la thèse étudiée en deuxième partie.

Dans la seconde partie de la thèse on se pose la question sur la dynamique d'une économie de marché au résultat de l'introduction d'une innovation. Pour rechercher les réponses on suit la démarche proposée à l'origine par Schumpeter (TED) en étudiant une économie d'échange en équilibre stationnaire – c.à.d. qui se reproduit à l'identique à chaque lapse de temps – avant d'analyser l'effet de l'introduction de l'innovation. Comme en théorie évolutionniste et pareillement aux modèles à agents multiples, on s'appuie sur un modèle d'échange entre des agents hétérogènes. La dynamique du système est cependant étudiée en temps discret à partir des équations aux différences. Contrairement aux interprétations dominantes, le modèle permet de mieux comprendre la nature de l'innovation et de mettre en évidence les mythes à propos des sources de l'innovation. Par référence aux travaux de Mazzucatto (2014), il permet de distinguer à titre d'exemple entre les innovations au sens économique et le progrès technologique ou bien les investissements en recherche et développement. Les résultats de la simulation effectuée et de l'analyse dynamique montrent la dynamique turbulente du modèle.

Afin de mieux comprendre les résultats du modèle on cherche en troisième partie à étudier cette dynamique à partir des données macroéconomiques. En s'appuyant sur les résultats des études empiriques ayant pour objet d'utiliser les méthodes de lissage non-linéaires, on choisit des indicateurs de la demande nette globale. On retient donc les données trimestrielles des valeurs brutes des entreprises et des dépenses personnelles de consommation aux Etats Unis pour un échantillon sur 45 ans. Après avoir défini les caractéristiques dynamiques en état d'équilibre on calcule les phases et les tendances pour étudier la stabilité la convergence et la régularité dynamique des indicateurs de la demande nette.

Les résultats montrent l'effet de rupture de l'équilibre des échanges et la superposition de deux dynamiques qui suivent des directions sens opposés. Ces résultats mettent en évidence la dynamique évolutionnaire au sens stricte défini par Schumpeter (HEA, p. 964). L'interprétation historique de ces résultats montre que contrairement aux idées traditionnelles concernant les notions de stabilité et de croissance équilibrée, une dynamique stable est souvent associée à des périodes de ralentissement et de stagnation alors que les périodes d'innovation sont essentiellement turbulentes et que la dynamique du marché est instable et en déséquilibre chronique. L'apport de la thèse montre donc non seulement la dynamique turbulente des innovations, mais également la nature des sources d'innovation qui sont positivement liées aux opportunités d'échange.

# Références

- Colander, D., Howitt, P., Kirman, A., Leijonhufvud, A., Mehrling, P., 2008. Beyond DSGE Models: Toward an Empirically Based Macroeconomics. *American Economic Review* 98, 236–240. doi:10.1257/aer.98.2.236
- Dosi, G., Sodini, M., Virgillito, M.E., 2015. Profit-driven and demand-driven investment growth and fluctuations in different accumulation regimes. *J Evol Econ* 25, 707–728. doi:10.1007/s00191-015-0406-8
- Goodwin, R., 1946. Innovations and the Irregularity of Economic Cycles. *The Review of Economics and Statistics* 28, 95–104. doi:10.2307/1927358
- Goodwin, R.M., 1991. Schumpeter, Keynes and the theory of economic evolution. *J Evol Econ* 1, 29.
- Guerrien, B., 2003. Is there anything worth keeping in standard microeconomics, in: Fullbrook, E. (Ed.), *The Crisis in Economics: The Post-Autistic Economics Movement the First 600 Days*. Routledge, London, pp. 104–108.
- Guerrien, B., Parel, V., 1998. *Microéconomie*. Dunod, Paris.
- Harcourt, G.C., 1992. *On Political Economists and Modern Political Economy: Selected Essays of G.C.Harcourt*. Routledge, London ; New York.
- Keynes, J.M., 1931. *Essays In Persuasion*. Macmillan, London.
- Lazaric, N., Raybaut, A., 2014. Do incentive systems spur work motivation of inventors in high tech firms? A group-based perspective. *J Evol Econ* 24, 135–157. doi:10.1007/s00191-013-0336-2
- Mankiw, N.G., 2011. Know What You're Protesting - Economic View. *The New York Times*.
- Mazzucato, M., 2013. *The Entrepreneurial State: Debunking Public vs. Private Sector Myths*, Revised edition, 2014. ed. Anthem Press, London ; New York.
- Popper, K., 2008. *After The Open Society: Selected Social and Political Writings*. Routledge, London ; New York.
- Popper, K.R., 1972. *Objective knowledge: an evolutionary approach*. Clarendon Press, Oxford.
- Pyka, A., Scharnhorst, A., 2009. *Innovation Networks: New Approaches in Modelling and Analyzing*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Reichardt, J., Bornholdt, S., 2009. Tools from Statistical Physics for the Analysis of Social Networks, in: Pyka, A., Scharnhorst, A. (Eds.), *Innovation Networks: New Approaches in Modelling and Analyzing, Understanding Complex Systems*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 149–187.
- Schumpeter, J.A., 1954. *History of Economic Analysis*. Oxford University Press, New York.
- Schumpeter, J.A., 1939. *Business Cycles: A Theoretical, Historical, and Statistical Analysis of the Capitalist Process*. McGraw-Hill, New York.
- Schumpeter, J.A., 1934. *The Theory of Economic Development: An Inquiry Into Profits, Capital, Credit, Interest, and the Business Cycle*. Transaction Publishers.
- Solow, R.M., Winter, S.G., Page, S.E., Chari, V.V., Colander, D.C., 2010. *Buiding A Science of Economics for the Real World*. U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- Tesfatsion, L., Judd, K.L. (Eds.), 2006. *Handbook of Computational Economics, Volume 2: Agent-Based Computational Economics*, 1 edition. ed. North Holland.

Voltaire, 1764. Dictionnaire philosophique, portatif. Gabriel Grasset, Londre.  
Wald, A., 1936. Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie.  
Zeitschr. f. Nationalökonomie 7, 637–670. doi:10.1007/BF01316644

## **Section 1**

**L'impasse de la théorie dominante:  
l'apport des colloques de Karl Menger et la norme  
théorique chez Schumpeter**

# 1. L'impasse de la théorie dominante: l'apport des colloques de Karl Menger et la norme théorique chez Schumpeter

## 1.1. Introduction

Dans une perspective qui s'appuie sur les fondements des mathématiques, 'l'impasse' de la théorie économique dominante peut être exposée par un dilemme entre **complétude** et **consistance** logique au sens de Gödel (1931). Cette proposition sera élucidée dans la suite comme extension de l'argument sur la 'norme théorique' articulée par Schumpeter. L'objectif consiste non seulement à examiner 'l'impasse' du programme de recherche néo-classique, mais à en tirer un problème méthodologique central. Il s'agit plus précisément de se poser une question sur la pertinence des approches théoriques dominantes selon la place accordée à l'interaction entre les agents. On parlera dans la suite d'une indécidabilité entre essentiellement deux approches en théorie néo-classique. Ce problème d'indécidabilité explique le procédé d'exposition par un dilemme.

En vue de rechercher des explications de cette 'impasse', on se propose retracer les fondements axiomatiques de la théorie dominante pour mettre en évidence la problématique centrale liée à la 'question d'existence' ainsi que les différentes interprétations de cette question. L'idée n'a pas pour objet la reconstruction d'un répertoire historique de la théorie néoclassique, mais plutôt l'analyse de l'évolution des questions de détermination et d'existence de l'équilibre et les implications logiques qui en découlent.

On souligne alors un aspect fondamental portant sur la cohérence logique de la théorie en étudiant la place accordée à l'interdépendance des variables dans un système économique. L'idée est de faire le lien avec les implications logiques qui découlent des hypothèses à propos de la place accordée à l'interaction entre les agents. L'argument de la 'norme théorique' proposé par Schumpeter peut être

perçu comme un instrument méthodologique permettant d'aborder l'indécidabilité entre deux approches théoriques pour faire face à ce dilemme. On cherche alors à montrer comment la 'norme théorique' permet de surmonter les contractions de la théorie dominante. En soulignant un cadre théorique cohérent mais ayant cependant un contenu explicatif non satisfaisant et mettant en évidence les contradictions logiques, Schumpeter (HEA ; CSD) considérait que ces difficultés théoriques permettent de mieux penser le monde réel, elles font preuve d'imperfections réelles et de contradictions inhérentes au système capitaliste.

Faisant le lien entre la logique classique, les fondements des mathématiques et le programme de recherche néo-classique, on argumentera que la valorisation de l'argument sur la 'norme théorique' chez Schumpeter indique des pistes de recherche alternatives. Allant des 'synthèses' néo-classiques et de la 'norme théorique', on cherche à montrer à l'issue de 'l'impasse' discutée par Guerrien (1992) et Kirman (1992), comment d'autres approches alternatives permettent de résoudre certains problèmes qu'impliquent les contradictions de la théorie dominante.

Dans ce qui suit on propose de rappeler les fondements de la théorie néo-classique à partir d'une brève présentation des questions posées par Wald (1936b), Neumann (1945) et Arrow & Debreu (1954). Plus précisément, on montrera comment ces auteurs ont répondu à la question des conditions d'existence de l'équilibre général. La révision de ces contributions va nous permettre de préciser les généralisations qui ont conduit la théorie néoclassique à faire face aux difficultés importantes qu'on discutera en section 1.4. On cherchera particulièrement à montrer comment l'indétermination qui découle des corollaires du théorème de Sonnenschein-Mantel-Debreu [SMD] n'était que la conséquence de l'apport en matière du relâchement des hypothèses nécessaires pour que les modèles étudiés par Wald (1935) admettent une solution, ou même un **ensemble** unique de solutions.

Vu la quantité des études consacrées à ce sujet, on se concentrera principalement sur la littérature primaire. L'objectif particulier de cet exposé sera par ailleurs limité à montrer (1) les problématiques respectives aux contributions

de référence selon les approches dominantes afin d'examiner leurs limites logiques et explicatives, (2) ce qui permettra de montrer l'importance du raisonnement selon le principe d'interdépendance des agents: soit l'analyse d'un système décentralisé à multiples agents hétérogènes en interaction; (3) comment les sciences de l'artificiel et des systèmes complexes contribuent à résoudre les problèmes liés à la cohérence théorique.

L'importance qu'on accorde à l'interaction entre les agents selon le principe d'interdépendance entre les variables économiques, renvoie en fait à l'argument de la 'norme théorique' chez Schumpeter (Arena, 2002). On retiendra alors cet argument en tant qu'instrument méthodologique pour éviter les contradictions et les insuffisances de la 'théorie néo-classique'. On va retracer cette problématique aux contributions des marginalistes, notamment à l'hypothèse de la firme représentative et les hypothèses de l'équilibre général dans une économie concurrentielle (HEA). L'idée consiste à explorer les moyens adéquats pour résoudre les contradictions qui découlent de l'usage crédule des modèles à agent représentatif. Mais avant d'aborder ce sujet, et en vue de distinguer entre différentes approches et différentes contributions néoclassiques, et afin de mettre en évidence la problématique de la question d'existence, il convient d'abord de préciser ce que l'on entend par 'théorie néo-classique'.

### **1.1.1. La théorie néoclassique : tronc commun, degré de salinisation, et nouvelle synthèse**

Selon une classification assez vague, le tronc commun des théories néo-classiques s'inscrit dans la perspective de 'l'individualisme méthodologique' qui met l'accent sur le problème du choix de l'individu (Bénicourt & Guerrien, 1999, pp. 5-9). Le terme, proposé à l'origine par Veblen (1900, p. 261; 268) pour critiquer la démarche méthodologique dans cette perspective, faisait référence aux théories déductives des marginalistes. Cette notion fut introduite dans le contexte des trois approches développées suite aux contributions d'Alfred Marshall, de Léon Walras et de Carl Menger.

Pour distinguer entre ces approches, Schumpeter (HEA) souligne deux principes contradictoires qui dominent la ‘théorie moderne’ par référence aux contributions des marginalistes. Il s’agit essentiellement du principe d’interaction entre les agents face au principe de l’agent représentatif et des effets indirects négligeables; principes qui seront élaboré en section 1.5. La distinction chez Schumpeter (HEA) entre équilibre général et équilibre partiel s’effectue selon l’influence de l’interaction entre différentes variables économiques, et par conséquent selon l’importance de la place accordée à l’interaction entre les agents. Elle est particulièrement intéressante dans la mesure où elle renvoie à certains aspects de la classification proposée par Robert Hall pour distinguer deux camps antagonistes selon la salinité des eaux à la surface de l’emplacement géographique de chaque école.

Initialement adoptée pour distinguer l’aspect normatif entre les deux groupes de pensée selon leurs positionnements ‘monétaristes’ et ‘postkeynésiennes’, la taxonomie ‘*Saltwater*’ et ‘*Freshwater*’ chez Robert Hall entraîne une simplification qui n’est guère satisfaisante (Gordon & Solow, 2003). Bien qu’elle néglige un nombre considérable de courants, ainsi que maintes particularités subtiles et fondamentales parmi les différentes approches, cette distinction est en revanche susceptible d’être exploitée en tant que procédé d’exposition utile pour saisir certains aspects problématiques de la théorie dominante.

En suivant la logique de cette taxonomie, on se propose de distinguer les approches selon la place accordée à l’interaction entre agents dans la théorie. L’idée consiste à faire le lien entre l’argument de la norme théorique chez Schumpeter d’une part et l’impasse de la théorie dominante et la littérature sur la ‘nouvelle synthèse’ de l’autre part (Goodfriend & King, 1997), (Mankiw, 2006). Dans ce contexte, on garde à l’esprit une réputation caricaturale des écoles de Chicago, ainsi que celles de Harvard et UCLA, quant aux approches adoptées selon l’équilibre partiel ou bien l’équilibre général<sup>3</sup>. On s’appuiera alors sur cette

---

<sup>3</sup> cf. (Gordon & Solow, 2003 ; Overtvelt, 2007; Horn et *al.*, 2011; Zingales 2014) sur l’association entre les universités de Chicago, Harvard MA, et UCLA avec les approches d’équilibre général ou partiel ainsi qu’avec les courants politiques. A noter que la ville de Chicago est située au bord d’un lac, alors que Massachussets et Los Angeles sont situées chacune sur la cote d’un océan ; d’où la distinction *Saltwater* et *Freshwater*.

distinction pour présenter les frontières de la théorie dominante et pour mettre l'accent sur les contradictions logiques entre les propositions de base – d'où l'incohérence<sup>4</sup> de ces théories – de même que sur les contradictions des conclusions avec les hypothèses de base ou encore avec les faits – d'où l'insuffisance et d'où l'importance des contre-exemples.

Par théorie néoclassique, on retient généralement la signification attribuée dans l'ouvrage de Bénicourt & Guerrien (1999) à titre d'exemple, pour faire référence aux théories dominantes dans la discipline. Un trait commun est la recherche sur l'étude de l'équilibre qui découle des comportements d'agents rationnels, et où ces agents maximisent un bien-être tiré de leurs préférences. Cette définition permet alors de couvrir l'ensemble des approches concernées par la taxonomie de Robert Hall. Parmi les théories néoclassiques, on peut désormais distinguer entre deux approches : d'une part la théorie de Walras et les théories de l'équilibre général qui constituent le prolongement du Modèle d'Arrow-Debreu (1954), et de l'autre part les théories de l'équilibre partiel qui s'inscrivent dans le cadre de ce qu'on appelle 'la nouvelle synthèse' (Goodfriend & King, 1997) et qui s'appuient sur l'hypothèse de l'agent représentatif.

### **1.1.2. La question d'existence**

La référence à la théorie néoclassique chez Veblen (1900, p. 261; 268) porte sur les théories des marginalistes. Il apparaît pourtant primordial d'élargir notre examen aux contributions 'néoclassiques' plus récentes. En effet l'édifice de la théorie dominante ne représente que le prolongement d'un programme monumental : comme justement décrit par Sidney Winter '*the tip of a very large iceberg*' (Solow, et al., 2010, p. 15). Guerrien (1992) pour sa part, retrace 'la mise en place du programme de recherche néo-classique' aux manuels de Hicks (1939) et Samuelson (1948). Ainsi, c'est la notion de **stabilité** telle que formulée par Samuelson (1941) qui sera généralement admise en théorie de l'équilibre général (Debreu, 1959, p. ix), (Arrow & Hahn, 1971, p. 12).

---

<sup>4</sup> On note d'ailleurs que suite aux débats sur les fondements des mathématiques les termes 'cohérent' et 'consistant' sont considérés désormais comme équivalents. cf. à titre d'exemple la présentation de la controverse entre D. Hilbert et G. Frege (Shapiro, 2005).

Cette exposé ne constitue cependant que le juste essentiel dans l'avancement du programme de recherche. Effectivement, les colloques de Karl Menger pendant les années 1930 (et donc antérieures à la formulation de Hicks et de Samuelson) apportèrent des contributions très importantes: '*truly major advances*' comme précisé par Arrow et Hahn (1971, p. 8).

A l'origine, la 'question d'existence' examinée par Guerrien (1992) fut posée pour la première fois par Léon Walras. Selon Walras (1874, pp. 110-111), pour déterminer les prix d'équilibre dans un marché où les fonctions d'échange et de demande effective sont dépendantes des prix de  $m - 1$  marchandises :

'... le problème lui-même peut être considéré comme susceptible d'être posé et résolu algébriquement ...' il 'est toujours susceptible d'une solution par la résolution de  $2m(m - 1)$  équations à  $2m(m - 1)$  inconnues'

L'objet de la question de l'existence de l'équilibre consiste ainsi à savoir si le système d'équations admet une solution ou pas. Walras (*Ibid*) note d'ailleurs :

'... qu'il s'agit toujours ici, non pas de poser et de résoudre en réalité le problème en question, dans aucun cas donné, mais qu'il s'agit uniquement de concevoir scientifiquement la nature du problème qui se pose et se résout empiriquement sur le marché'

Cependant, comme le montrent Baumol & Goldfeld (1968, pp. 267-270) dans l'introduction de leur ouvrage de traduction d'articles précurseurs de l'économie mathématique, l'examen des équations de Walras a mené d'abord à des problèmes liés aux biens non marchands et à des prix d'équilibre négatifs. Les premiers contre-exemples furent identifiés par Robert Remak, Hans Neisser, Heinrich von Stackelberg et Frederik Zeuthen (Baumol & Goldfeld, 1968, pp. 267-270). Menger (1952) fait également témoin de l'histoire de la collaboration entre Abraham Wald et Karl Schlesinger qui a mené à révision de la question d'existence de l'équilibre en précisant les conditions nécessaires et suffisantes pour démontrer que le système d'équations admet une solution. Ses contributions au problème furent présentées dans les colloques mathématiques

de Karl Menger où la généralisation du **théorème du point fixe** fut formulée pour la première fois par von Neumann (1945) en 1932<sup>5</sup>. Le **théorème du point fixe** étant un outil instrumental, la réponse à la question de l'existence d'un équilibre dans une économie concurrentielle posée par Arrow et Debreu (1954) n'aurait donc pas pu être possible sans ces apports. Ce développement est largement discuté dans la littérature sur le sujet (Menger, 1952), (Tintner, 1952), (Baumol & Goldfeld, 1968, pp. 267-306), (Arrow & Hahn, 1971, pp. 1-15), (Debreu, 1974) et (1998), (Weintraub, 1979) et (2011), (Guerrien, 1992), (Kurz & Salvadori, 1993), (Becchio, 2007) etc.

La généralisation de la théorie de l'équilibre général Walrassien, suite à la formulation du modèle Arrow-Debreu, a conduit à un essor important des travaux dans ce domaine de recherche. Néanmoins, le programme s'est écroulé après la mise en lumière, par Sonnenschein (1973), de l'indétermination de la forme des fonctions de demande dans le modèle de concurrence parfaite. Cela pose le problème de la stabilité de l'équilibre. Cette indétermination est le résultat du relâchement de l'axiome des préférences révélées; une condition nécessaire pour que le système d'équations ait un **ensemble** unique de solutions. Le programme a donc retrouvé le point de départ déjà établi avec les conditions de Wald (1951, pp. 374-375) d'où la nécessité de supposer des préférences homogènes.

Afin de résoudre ce problème, les théories 'néo-classiques' dominantes posent des hypothèses restrictives sur la forme des courbes d'indifférence. Pour parvenir à une solution du système d'équations, on suppose souvent un certain agent représentatif. On verra en section 1.4. pourquoi cette approche entraîne cependant des contradictions avec les principes de base portant sur les relations de substitution, de complémentarité des biens et le processus d'ajustement de l'équilibre (Boland, 1992, p. 52)<sup>6</sup>. Kirman (1992) a particulièrement développé

---

<sup>5</sup> *Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes*, Erg. Math.Kolloqu., vol. 8 (1937), pp. 73-83, cité par (Kakutani, 1941, p. 459). Une traduction des articles de Schlesinger, Wald et Neumann fut publiée dans Baumol et Goldfeld (1968, pp. 278-306). Au sujet de l'usage du théorème du point fixe cf. (Nash, 1950) et (Kakutani, 1941); le dernier fait référence à la première démonstration par Von Neumann du théorème 'minimax' fondamental en théorie des jeux.

<sup>6</sup> cf. *infra*.

l'argument contre l'hypothèse de l'agent représentatif. En s'appuyant sur ces contradictions, il montre qu'il est devenu évident que cette dernière approche est fondamentalement erronée. L'alternative consiste à s'appuyer sur le principe d'interaction entre différents agents hétérogènes. Une approche qui s'est d'ailleurs développée avec les sciences de l'artificiel et des systèmes complexes<sup>7</sup>.

## 1.2. Les fondements de la théorie néo-classique

La construction d'une structure économique théorique sur des fondements suffisamment triviaux – en d'autres termes des fondements assez évidents pour être contestables – constituait l'aspect fondamental de la théorie 'Autrichienne' comme défendue par son fondateur Carl Menger. Cette approche qui se basait sur les principes de Menger (1871) et sur la notion élémentaire de la valeur subjective (HEA, 912-913), (TGE, 82-83)<sup>8</sup>, constitue ainsi le premier jalon dans l'élaboration d'une théorie 'axiomatique' au sens classique d'une structure ancrée sur des fondements incontestables.

La tradition autrichienne a été largement controversée. Schumpeter (1906) considère que cela tient à l'interprétation vague des expressions verbales susceptibles d'être polyvalentes. Pour remédier aux inconvénients liés à l'ambiguïté sémantique, Schumpeter (1906, pp. 32-33), (1933, p. 11) préconise l'usage de définitions mathématiques en tant qu'outil méthodique permettant de détecter systématiquement les erreurs d'inférence logique – c.à.d. le passage des principes premiers aux théorèmes, ou en d'autres termes aux conclusions par l'intermédiaire d'opérations logiques. Par référence au débat sur la méthode, notamment le '*methodenstreit*' entre l'école historique allemande et l'école autrichienne, Schumpeter (1906) se pose la question méthodologique suivante:

---

<sup>7</sup> cf. à titre d'exemple (Simon, 1969).

<sup>8</sup> Les principes de Menger furent reprochés d'être triviaux pendant la *Methodenstreit*, Schumpeter (TGE, 82-83) insiste sur les qualités de cette caractéristique qui sert à démontrer les fondements solides – 'intuitifs' – sur lesquels s'appuie la structure théorique chez Menger (1871).

‘est-ce que l’application du raisonnement mathématique est possible, désirable et encore plus nécessaire ? La réponse était oui’<sup>9</sup>.

Für die exakte Theorie nun ist eine der interessantesten methodologischen Fragen die, ob die Anwendung mathematischer Denkformen hier möglich und wünschenswert, weiters, ob sie nötig sei. Diese Frage, die im folgenden kurz erörtert werden soll, ist wichtig. (*Ibid*, p. 30)

Schumpeter remarque d’ailleurs que ‘même les résultats mathématiques les plus complexes peuvent être parfaitement exprimés en langage ordinaire’ :

Anderseits läßt sich, wenn man durchaus will, auch das komplizierteste mathematische Resultat in Worten ausdrücken; das ist in physikalischen und mathematischen Werken sogar üblich. (*Ibid*, p. 36)

Mais ‘contrairement aux expressions verbales, les mathématiques permettent de détecter facilement et systématiquement les erreurs d’inférence mathématique’ :

Gegen Irrtum schützt die Mathematik nicht... Hier offenbart sich im Gegenteile einer ihrer Vorteile: die leichtere Auffindung des Fehlers... soll sich vielmehr damit begnügen eventuelle falsche Anwendungen einfach zu korrigieren, wie das in den exakten Naturwissenschaften geschieht. (*Ibid*, pp. 31-32; 47).

En effet selon cette conception du problème chez Schumpeter, les mathématiques pures ne sont autres que ‘des opérations logiques qui permettent de construire des modèles à partir de certaines prémisses’, ou en d’autres termes de certaines propositions élémentaires ou encore de certaines hypothèses de base<sup>10</sup> :

---

<sup>9</sup> Traduction libre de l’auteur.

<sup>10</sup> Sur l’équivalence entre hypothèses, axiomes, postulats et propositions premières, il semble difficile d’accepter que Schumpeter anticipait dans son article de 1906 la position du formalisme défendu par Hilbert à la suite de la critique des mathématiques classiques par référence aux axiomes dans la Géométrie d’Euclide. Cependant et Dans son ouvrage publié à titre posthume sur l’histoire de l’analyse économique Schumpeter (HEA, p. 15) indique la même équivalence entre hypothèses,

Die Mathematik ist nichts als eine logische Methode, die nichts Neues, Fremdes, aber eben darum auch nichts Falsches bringen kann, sondern die, wenn sie überhaupt anwendbar ist, eine formale Aufgabe korrekt erfüllt... Der Weg dazu ist aber, wie wir eben am Vorbilde der Physik sehen, wesentlich die Mathematik. (*Ibid*, pp. 32-33; 36)

L'idée consiste donc à 'ramener les conclusions théoriques à des principes élémentaires'. Selon le critère de parcimonie logique – en d'autres termes il s'agit du critère du fil de rasoir d'Ockham – l'idéal serai de limiter le plus possible le nombre de ces principes élémentaires afin d'obtenir des explications causales qui décrivent l'essentiel des processus et des phénomènes qu'ils produisent:

So allein wird es möglich sein, einen streng logischen Bau auf der Grundlage womöglich nur eines Prinzipes zu errichten, was ja das Ideal wäre. (*Ibid*, p. 42)

Cependant et à cause de la nature complexe de l'activité humaine, et donc l'objet de la science économique, l'observation et l'introspection précède toujours les fondements à la base de la structure hypothético-déductive. Schumpeter remarque qu'Il est clair que la déduction mathématique s'appuie sur certaines propositions premières qui constituent des données au sens hypothétique. Il est donc inexact de décrire l'économie quantitative comme seulement déductive. Une induction des observations doit toujours précéder la déduction. Il s'agit d'une frontière importante des mathématiques. L'observation permet de constituer des principes premiers avant de pouvoir employer la déduction. Cela est nécessaire dans le cadre de la méthode formelle':

Zunächst ist es klar, daß die Mathematik ihre Deduktion an gewissen Ausgangspunkten beginnen muß, die ihr gegeben werden müssen und die sie selbst nicht finden kann. Es ist deshalb unrichtig, die exakte Ökonomie als lediglich deduktiv zu bezeichnen. Der Deduktion muß ja stets eine Induktion der Ausgangspunkte

---

axiomes, postulats et propositions premières. Ce principe est défendu par Schumpeter (*Ibid*) pour expliquer l'approche hypothético-déductive en économie.

vorausgehen. Das ist die eine wichtige Grenze der Mathematik. Auch Hypothesen und gewisse grundlegende Sätze kann sie uns nicht bieten. Die müssen vorhanden sein, ehe sie einsetzen kann. Das wird auch niemand von einer formalen Methode verlangen. (*Ibid*, p. 41)

La construction d'une structure théorique hypothético-déductive constitue ainsi l'axe de recherche théorique et quantitatif en économie mathématique dont les premiers précurseurs furent Cournot, Walras et Jevons. Motivé par cette problématique et en collaboration avec Irving Fisher et Ragnar Frisch, Schumpeter participe alors à la conception, à la constitution, et à l'organisation de l'association d'économie mathématique qui sera reconnue sous le nom : *Econometric Society* (Bjerkholt, 1995), (Louçã, 2007)<sup>11</sup>. Un axe de recherche important pour les fondateurs de la société consistait à fournir une théorie rigoureuse selon l'approche formaliste des mathématiques.

Dans cette optique, les premières tentatives d'axiomatisation de la théorie de la décision entamées par Frisch (1926) furent d'avantage développées avec les contributions de Samuelson (1948) au modèle néo-classique de base. Cependant ce sont les apports de A. Wald et de J. von Neumann qui ont précisé les conditions nécessaires à la validité de la solution du système d'équations de

---

<sup>11</sup>Après avoir examiné le fait que Karl Menger n'a jamais publié dans *Econometrica* et par référence à une correspondance avec Frisch au sujet de l'intérêt aux sciences économiques et sociales, Becchio (2007, p. 70; 78) conclut en soulignant le clivage entre Karl Menger et le programme de l'*Econometric Society*. Cependant et contrairement à ce que peut suggérer l'analyse chez Becchio (*Ibid.*), le nom de Karl Menger figure au moins parmi les membres fondateurs de la société des économétriciens (Bjerkholt & Dupont, 2010), (Louçã, 2007), (The Econometric Society, 1933). Menger a participé à l'organisation de la première assemblée qui a voté sur la constitution de la société et sur la présidence de Fischer (*Ibid.*). Abraham Wald fut également associé aux travaux de la société et ses contributions au journal *Econometrica* sont largement appréciées (Tintner, 1952), (The Annals of Mathematical Statistics, 1952). cf. encore (Punzo, 1994) sur le rôle de K. Menger à promouvoir la méthodologie des mathématiques comme modèle de base de toutes les disciplines scientifiques. cf. encore (Menger, 2003). Ce qui pousse Louçã (2007, p. 309) à classer K. Menger parmi les fondateurs de la société des économétriciens : '... the then young student Karl Menger [par référence à la période pendant laquelle Menger était assistant chez Brouwer], later one of the founders of the Econometric Society who was present at the Statler Hotel meeting...' Menger cependant ne partageait pas le point de vue des Econométriciens sur l'importance des analogies physiques – l'exemple étant notamment l'approche du premier président de la société Irving Fisher ainsi que Ragnar Frisch. D'ailleurs K. Menger rejetait également le physicalisme chez Otto Neurath et le cercle de Vienne (Becchio, 2009). Par référence aux travaux de Schumpeter il montre que le problème des concepts mal définis en théorie 'autrichienne' ne remonte pas à l'usage des définitions verbales et que les langages mathématiques ne sont pas nécessairement plus adéquats pour remédier à ce problème (Menger, 1972).

Walras. Ces apports ont constitué la contribution cruciale à la ‘question d’existence’ qui sera examinée dans le cadre du modèle Arrow-Debreu (Arrow & Hahn, 1971, p. 12)

On se consacrera dans la suite de ce travail, à présenter la conception axiomatique à l’origine de la société des économétriciens. Puis on exposera la problématique centrale et l’apport des colloques mathématiques de Karl C. Menger, notamment ceux de Wald et de Neumann à la ‘question de l’existence’. L’importance des conditions nécessaires à la solution soulignée par ces auteurs renvoie à l’aspect épistémique du projet d’axiomatisation de la théorie économique. On cherchera également à montrer le lien entre l’approche adoptée dans ces deux contributions et les problèmes liés aux fondements des mathématiques. On argumentera finalement, qu’à part le sens mathématique étroit du problème, ‘la question d’existence’ est essentiellement une question de **consistance logique**, ou également une question de cohérence qui signifie l’absence de contradictions et qui fut dépassée par la **théorie des modèles**.

### **1.2.1. La conception axiomatique des fondateurs de la société des économétriciens**

La connotation axiomatique du terme ‘économétrie’ semble étrange *a priori*, compte tenu de la notion généralement acceptée de nos jours. Comme le montre Morgan (1990), et suite au consensus établi après la contribution de Haavelmo (1944), la notion renvoie à un référent complètement différent de la conception originale avancée par les fondateurs de la société des économétriciens. Le premier programme de recherche de la société fut officiellement annoncé par Ragnar Frisch en septembre 1931, à la première réunion convoquée à l’Université de Lausanne en commémoration de Léon Walras<sup>12</sup>. Dans son discours d’ouverture, Frisch a classé l’ensemble des problématiques théoriques sous le titre de la ‘dynamique économique’ (Staehele, 1933, p. 75).

---

<sup>12</sup> Symboliquement la réunion s’est tenue à Lausanne ‘A l’occasion du centenaire de la naissance de Léon Walras’ (Louçã, 2007, p. 34).

Sous cette grande rubrique intitulée 'dynamique économique', Bjerkholt & Dupont (2010) soulignent l'aspect axiomatique du programme annoncé par Frisch (Staehele, 1933). Ils indiquent trois principaux axes de recherche quantitatifs:

- 1- la théorie axiomatique du système d'équation chez Walras (*cf.* HEA, p. 1129);
- 2- la dynamique et les innovations chez Schumpeter;
- 3- l'investigation empirique pour consolider l'aspect axiomatique et la vérification des conclusions théoriques – y compris essentiellement des questions sur les dynamiques non-linéaires et les interférences entre différents cycles par référence aux travaux sur [l'oscillateur de Van der Pol](#) ainsi que le développement des méthodes d'extraction des tendances séculaires<sup>13</sup>;

Pendant les mêmes réunions à Lausanne, Frisch a présenté ses correspondances avec Schumpeter pour susciter la réflexion sur un programme de recherche reconnu aujourd'hui sous le titre de 'macro-dynamique' (Staehele, 1933, pp. 82-83), (Divisia, 1933), (Marschak, 1934), (The Econometric Society, 1934). Les correspondances entre Frisch et Schumpeter sont d'ailleurs largement couvertes par Andvig (1981), Louçã (2001), (2007), Bjerkholt (1995) (2007) et Zambelli (2007). Elles montrent au moins que Frisch était intéressé plutôt par la modélisation des innovations chez Schumpeter (TED), selon des forces et des tendances vers l'état d'équilibre dans un système mécaniste construit comme modèle d'une économie où les variables économiques sont interdépendantes.

La dynamique des innovations selon Frisch (1933), (Staehele, 1933, pp. 82-83), (Louçã, 2001), (Bjerkholt & Dupont, 2010, pp. 46-53) fut modélisée ainsi par un mécanisme de triple pendule<sup>14</sup>. Ce mécanisme s'est avéré assez intéressant pour Frisch puisqu'il permet d'expliquer un système économique en mouvement

---

<sup>13</sup> *cf.* à titre d'exemple (Staehele, 1933), (Le Corbeiller, 1933), etc.

<sup>14</sup> Une série de trois pendules attachés aux extrémités, et où le troisième pendule constitue le pendulaire des deux premiers, auxquels Frisch avait imposé un mécanisme de flux liquides aléatoires qui perturbent la masse de la série des pendules.

oscillatoire stable, perpétuel et qui tend vers un état d'équilibre stationnaire après absorption des impulsions introduites par des flux liquides.

Or les innovations au sens de Schumpeter possèdent une nature endogène. Ces innovations sont asymétriques, irrégulières, discontinues. Elles effectuent un effet révolutionnaire suite à un changement structurel du système économique (TED). En conséquence, une dynamique stationnaire n'est qu'un cas particulier du processus de l'innovation. L'interprétation économique du modèle mécaniste de Frisch demeure donc non satisfaisante pour expliquer ces innovations. Selon Schumpeter, la dynamique des innovations se manifeste par des transformations structurelles et révolutionnaires des relations du système, et ne peut en conséquence être représentée par un processus stationnaire du fait que les innovations ne se reproduisent jamais. Ce qui a poussé Frisch à décrire cette conception du problème posé par Schumpeter (TED) à partir d'un 'pendule possédé par un petit démon'<sup>15</sup> (Louçã, 2007, p. 161).

Bien que l'approche de Frisch renvoyait souvent aux méthodes quantitatives ainsi qu'à l'émulation des sciences physiques, l'axiomatisation de la théorie constituait néanmoins un axe de recherche principal dans la conception des membres fondateurs de la société des économétriciens (Bjerkholt & Dupont, 2010, pp. 39-45). Il convient alors de préciser que la notion d'axiome chez Frisch porte sur un raisonnement hypothético-déductif au sens contemporain du terme. Par référence aux travaux de D. Hilbert, Frisch (1995, pp. 486-487) a remarqué que la théorie du choix doit être ancrée sur des fondements axiomatiques, en précisant la méthodologie axiomatique en géométrie par référence à l'œuvre de Hilbert. Il précise exactement cette position méthodologique en indiquant que:

... one is led to constructing a theory of choice strictly axiomatically, in the same manner as Hilbert, the German mathematician, built up the foundation of geometry (*Ibid.*).

---

<sup>15</sup> Traduction libre de l'auteur. Par référence à Louçã (2007, p. 161) à propos de la description de Frisch 'It was as if Schumpeter was conceiving of 'a little devil sitting on the pendulum and changing its length' – a very Schumpeterian little devil, who as so abstruse that he was silently expelled from the model'.

Selon cette approche, l'axiomatisation découle de l'abstraction des propositions élémentaires au sens hypothétique. L'objet consiste à obtenir à partir des règles d'inférence logique formellement précisées, des théorèmes valides pour toute interprétation. Le système d'axiomes devient ainsi un ensemble de conditions qui assurent la validité d'une structure de relations logiques. Il ne s'agit plus de la notion classique, où la vérité des axiomes était considérée incontestablement absolue, et où l'on était forcé de distinguer entre axiomes, postulats, et théorèmes, mais de la notion moderne du terme où l'axiomatisation comprend des propositions premières constituant un ensemble d'hypothèses comme l'indique d'ailleurs la controverse entre D. Hilbert et G. Frege (Shapiro, 2005), (Mongin, 2003), (Gloria-Palermo, 2010).

Les questionnements qui se posaient au résultat de ce débat constituaient le premier programme de recherche de la société des économétriciens. Ils portaient sur l'axiomatisation formelle de la théorie de Walras de sorte à permettre l'élaboration de modèles quantitatifs plus adéquats, où les changements structurels et les relations endogènes au système, sont à la source des cycles, et où l'interférence entre les différents changements générés par les différentes variables économiques, donne lieu à des fluctuations en fonction du temps; d'où le programme de recherche en 'macrodynamique'.

### **1.2.2. Les fondements axiomatiques et les conditions de Wald**

Selon la même approche axiomatique chez Hilbert<sup>16</sup>, Wald (1935), (1936a) et (1936b) chercha les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'équilibre économique soit valide tant que le système d'équations de Walras (1874) possède un **ensemble** unique de solution. Sur proposition de K. C. Menger (1952), Wald examina les développements du système d'équations de Walras apportés par G. Cassel et K. Schlesinger (1936). Ces travaux furent publiés dans

---

<sup>16</sup>cf. *infra* sur le programme de Hilbert et (Menger, 1952) sur l'influence de D. Hilbert sur les travaux d'A. Wald.

trois papiers présentés aux fameux Colloques Mathématiques de K. C. Menger<sup>17</sup>. Ils menèrent Wald (1951) à conclure son article de synthèse en insistant sur la nécessité de préciser toutes les hypothèses, les propositions premières, et les règles d'inférences nécessaires pour valider les résultats.

Wald commence par énoncer la problématique de la méthode qui consiste à énumérer les équations et les inconnues, telle qu'elle est employée par Walras (1874, pp. 105-125). L'égalité entre nombre d'équations et d'inconnues n'est ni nécessaire ni suffisante pour assurer la détermination de la solution et par conséquent pour obtenir les prix d'équilibre du système d'équations. Autrement exprimé, il est parfaitement possible qu'un tel système d'équations n'ait aucune solution, et il ne suffit pas que le nombre des équations soit égal au nombre d'inconnues pour que le système d'équations ait nécessairement une solution unique. Wald (1936b, p. 639) et (1951, pp. 369-370) fournit un contre-exemple selon lequel: un système d'équations d'un certain ordre  $n$  peut avoir un **discriminant** négatif. En conséquence, un tel système aurait un nombre infini, donc indéterminé de solutions dans **l'espace complexe**.

Wald (1936b) se pose alors la question suivante: Est-ce que le système d'équations possède un **ensemble** de solutions unique? Si oui, quelles sont les conditions qui déterminent l'existence et l'unicité de cet **ensemble** de solutions? Pour répondre à cette question, il examine la détermination des prix d'équilibre dans trois systèmes d'équations: (1) l'expression des fonctions de production de Walras (Schlesinger, 1936), (2) la règle de non saturation de l'utilité marginale pondérée comme formulée par Menger (1936), et (3) le duopole de Cournot.

Afin de résoudre le problème, Wald (1935); (1936a) pose ensuite des hypothèses restrictives qui conditionnent les propriétés et la forme des fonctions de production et celle des fonctions d'utilité marginale. Trois conditions nécessitent ainsi des quantités et des dotations strictement positives ainsi que des combinaisons d'allocations positives ou égales à zéro. Ces trois conditions sont instrumentalement nécessaires pour satisfaire les propriétés des courbes et leurs

---

<sup>17</sup> cf. (Menger, 1994) sur l'histoire du Colloque cf. encore (Baumol & Goldfeld, 1968, pp. 278-293) pour une traduction des deux premiers articles de Wald.

règles d'applications dans le cadre de la [théorie des ensembles](#)<sup>18</sup>. Sur le plan économique, ces contraintes d'ordre logique sont plus ou moins évidentes pour être contestées comme restrictives. Wald formule davantage les conditions de continuité, de dérivabilité, et de convexité des fonctions, afin de compléter les conditions nécessaires pour obtenir une solution du système d'équations. Ces conditions déterminent la forme topologique du simplexe qui doit nécessairement respecter l'axiome de la préférence révélée. En s'appuyant sur un raisonnement par l'absurde et à partir de la notion de biens non marchands, il démontre analytiquement l'existence d'un [ensemble](#) unique de solutions en équilibre par la méthode du tiers exclu.

Wald (1936b) admet que les hypothèses de continuité, de dérivabilité, et de convexité ne constituent qu'un idéal théorique. Elles ne correspondent pas nécessairement à la réalité. Cependant ces hypothèses simplifient considérablement le traitement mathématique et assurent 'l'existence d'une solution' qui n'est pas sujette aux contradictions présentes dans la méthode consistant à énumérer les équations.

Wald montre ainsi que l'existence d'une solution au système d'équation, et en conséquence la vérité de la détermination des prix d'équilibre, n'est garantie que si les données économiques sont susceptibles de satisfaire les conditions imposées par ces hypothèses de base (*Ibid.* p. 670; 1951, p. 403). Du fait que l'usage d'objets mathématiques entraîne souvent des hypothèses implicites à leurs définitions – comme par exemple l'hypothèse de continuité et de dérivabilité des fonctions, ou bien les hypothèses concernant le domaine de définition de objets mathématiques et qui sont nécessaires pour démontrer l'existence d'une solution et qui sont implicites dans la méthode d'énumérer les équations chez Walras – ses résultats indiquent la nécessité d'élucider l'interprétation et la légitimité économique de ces hypothèses, et la nécessité de montrer les

---

<sup>18</sup> Il semble important d'indiquer à ce niveau la confusion sémantique qui relève de l'usage du terme '*production set*'. Ce terme est à la base de la critique de l'approche 'néo-classique' chez (Nelson & Winter, 1982, pp. 59-65). Cette critique en particulier ne peut plus être tenable, puisqu'elle attribue au terme 'ensemble' une signification économique totalement différente du vrai sens dans son usage mathématique initial. Il ne s'agit donc pas d'un ensemble au sens de '*bundle*', panier ou lot de production. Les limites de l'approche néo-classique doivent être distinguées sur base d'autres fondements *cf. infra*.

conditions de leur pertinence, de préciser les abstractions à améliorer, et de s'assurer de la validité des opérations mathématiques.

### 1.2.3. Croissance équilibrée: le modèle von Neumann

Le modèle étudié par Wald (1936b, p. 648) est statique au sens que l'équilibre qu'il décrit ne change jamais<sup>19</sup>. Les hypothèses de base sous-jacentes aux équations de Schlesinger (1936) supposent une méthode de production unique – autrement dit des coefficients de facteurs de production constants, que rien n'est épargné, et qu'il n'y a ni formation de capital, ni intérêt. En réponse à la nature problématique de ces hypothèses, et dans les mêmes colloques de Karl Menger, John von Neumann (1945) traita en 1932<sup>20</sup> la 'question d'existence' – plus précisément le problème 'd'existence mathématique d'une solution' – dans un modèle dynamique du 'taux naturel' de Wicksell (1898)<sup>21</sup>. Ce modèle suppose un système inflationniste<sup>22</sup>, et admet une économie en expansion linéaire et continue, sans changement structurel<sup>23</sup>, où différents procédés de production – y compris des procédés indirects et des biens intermédiaires – déterminent les prix et le taux d'intérêt à l'équilibre.

Pour pouvoir utiliser le théorème du point fixe et démontrer l'existence d'une solution, Neumann (1945, pp. 6-7) suppose que les prix et les intensités des procédés de production constituent des **ensembles** réels, **non vides**, **finis**, et **convexes**. En sus, il suppose des fonctions continues et bornées pour satisfaire les propriétés des **simplexes**. Ces hypothèses sont nécessaires et suffisantes

---

<sup>19</sup> En ce sens, le qualificatif statique est attribué à l'état d'équilibre et non au système analytique. Le modèle de Wald (1936b) permet d'ailleurs d'effectuer une analyse de l'équilibre inter-temporel où le système – et non pas de l'état de l'équilibre qui est statique – est stationnaire et retrouve son équilibre après un certain nombre d'étapes. Cependant, l'état d'équilibre en soi chez Wald (*Ibid.*) ne change jamais: il est unique. *cf. infra* pour la distinction entre analyse, phénomènes et systèmes dynamiques ainsi que les différentes classifications de systèmes dynamiques chez Samuelson (1948).

<sup>20</sup> Date de la première présentation au séminaire à Princeton (Becchio, 2007, p. 72).

<sup>21</sup> Plus précisément, il se base sur la formulation du taux naturel chez Gustav Cassel, *cf.* la présentation de la correspondance entre Arrow et Menger dans Becchio (2007, p. 72) et l'influence des travaux de Walras, Wicksell et les classiques sur la pensée économique chez Neumann (Kurz & Salvadori, 1993).

<sup>22</sup> Par 'système inflationniste' on entend un système en croissance monotone et homogène de l'ensemble des composantes structurelles, à distinguer avec l'inflation monétaire.

<sup>23</sup> Autrement dit l'hypothèse classique du postulat d'homogénéité de degré 0. La dynamique du modèle est donc stationnaire comme exprimée par la métaphore des 'points-selle' – '*Saddle Point*' – et précisé dans la définition mathématique du concept.

pour satisfaire les conditions de la preuve du théorème du point fixe proposé à l'origine selon l'approche '*intuitive*' par Brouwer. Après l'introduction des simplexes sur l'[hyperplan](#), la preuve d'existence est par la suite démontrée selon le principe du [tiers exclu](#)<sup>24</sup>, donc selon une preuve formaliste.

Comme argumente d'ailleurs Becchio (2007, pp. 72-74), le modèle von Neumann est complètement détaché des considérations du réalisme des hypothèses. Cependant, outre les contributions ultérieures à la théorie de la croissance équilibrée et les théorèmes '*Turnpike*'<sup>25</sup>, l'intérêt de la preuve est à double portée. D'une part, elle offre un avancement purement technique qui se matérialise par une formalisation du théorème du point fixe et qui va anticiper une transformation radicale de la boîte à outils en théorie de l'équilibre général. D'autre part, la preuve renvoie à l'aspect épistémique qui touche à des paradoxes plus sérieux que la contribution ne suggère. Nous aborderons ces aspects méthodologiques dans la section suivante.

### **1.3. La preuve d'existence : de l'aspect technique à la nature épistémique**

Le manque de considérations économiques dans la contribution von Neumann aux colloques mathématiques de Karl Menger, renvoie à des questionnements ayant trait à la problématique centrale de ces colloques. L'origine *intuitive* du théorème du point fixe et la preuve d'*existence* notamment selon le principe du [tiers exclu](#), rappellent le débat '*Grundlagenstreit*' entre l'intuitionnisme de Brouwer et le formalisme de Hilbert<sup>26</sup> (Mirowski, 1992), (Punzo, 1994), (Becchio, 2007), (Lindström & Palmgren, 2009). Cette controverse qui a marqué les

---

<sup>24</sup> Selon le principe du tiers exclu en logique classique, une proposition est dite vraie ou fausse exclusivement. Le principe interdit le recours à des demi-vérités.

<sup>25</sup> D'ailleurs, le théorème '*turnpike*' montre que le sentier de croissance le plus efficient entre deux états n'est pas nécessairement le plus court. Le sentier de croissance équilibrée prend alors la forme d'une hache *cf.* (Baumol, 1951, pp. 413-422).

<sup>26</sup> Sur l'histoire et le contenu de ce débat *cf.* (Ramsey, 1931, pp. 152-212), (Arrow, 1980), (Kitcher, 1990), (Menger, 1994), (Mancosu, 1998), (Hesseling, 2003), (Cassou-Noguès, 2005), (Lindström, et al., 2009), (Dalen, 2012).

fondements des 'mathématiques modernes'<sup>27</sup>, opposait deux interprétations 'Kantiennes' des objets mathématiques: l'intuitionnisme soutenant l'approche constructiviste sur des connaissances dérivées de 'l'intuition pure' d'une part, et le formalisme du raisonnement déductif par des 'procédés discursifs' de l'autre (Cassou-Noguès, 2005), (Popper, 1972, pp. 128-139), (HEA, p.7 n. 2).

En réponse à ce débat, D. Hilbert posa la 'question d'existence' en tant que programme de recherche pour démontrer la consistance des mathématiques. Or les théorèmes d'incomplétude de Gödel (1931) ont montré que la réponse à la question était impossible, ce qui implique par transition que la question d'existence d'un équilibre concurrentiel l'était aussi, et par conséquent que le programme de recherche néoclassique en équilibre général s'était posé une question dont la réponse était impossible.

### **1.3.1. Les fondements des mathématiques et le programme de Hilbert**

L'abstraction accrue des objets mathématiques au début du XX<sup>e</sup> siècle, particulièrement en matière de la [théorie des ensembles](#), et les réflexions sur la nature des [entiers naturels](#), menait à des contradictions entre relations et classes d'équivalence; des paradoxes qui impliquaient des problèmes de nature 'philosophique', ou plutôt épistémique.

A l'origine de ces paradoxes sont les démonstrations de la consistance de l'ensemble des entiers naturels. Les premières démonstrations de Frege et de Dedekind menaient à des contradictions du fait qu'elles supposaient implicitement l'existence d'un système infini. Les axiomes des démonstrations impliquaient un nombre de relations supérieur au nombre d'éléments de

---

<sup>27</sup> L'essentiel de ce qu'on appelle 'mathématiques modernes' appartient au développement des règles de la logique classique et des méthodes axiomatiques chez Hilbert (Tait, 1983), (Stenlund, 2009). En se posant la question 'Qu'est-ce que les mathématiques classiques?' Stenlund (2009, pp. 495-499) montre que l'intuitionnisme de Brouwer, et contrairement à l'axiomatique chez Hilbert, n'appartient pas aux mathématiques classiques voir encore et à titre d'exemple (HEA, p.7 n. 2), (Popper, 1972, pp. 139, n. 41), (Tait, 1983), (Lindström & Palmgren, 2009). Cette interprétation est aussi bien valable à présent, que pendant la période des 'fondements' pendant les années 20 du XX<sup>e</sup> siècle (Stenlund, 2009, p. 495).

l'ensemble, ce qui entraîne des contradictions avec les propositions premières sur lesquelles s'appuie la preuve. Ces [contradictions entre nombre d'équivalences et classes d'ensembles](#) constituent le paradoxe de Russell (1903, pp. 509-533).

La position des adhérents au 'logicisme' (Whitehead & Russell, 1910) s'appuyait sur [l'induction mathématique](#) en défense de la validité de la logique classique. L'objectif est de surmonter les problèmes liés à [l'infini](#), de justifier l'extrapolation par règles d'inférence mathématique, et donc de justifier la discipline en tant que science déductive (Popper, 1969, pp. 273-290), (Stenlund, 2009, p. 495), (Lindström & Palmgren, 2009, pp. 18-19).

D'autre part, la position intuitionniste de Brouwer insistait sur la critique de la logique classique et préconisait une approche constructive. La critique portait essentiellement sur:

- l'interprétation intuitive du temps, et la construction sur des fondements sensoriels (Popper, 1972, pp. 129-130), (Cassou-Noguès, 2005),
- la critique des contradictions qu'implique la logique classique et le rejet des expressions syntaxiques extralinguistiques, (Popper, 1972, p. 132), (Menger, 1994, pp. 129-139),
- l'hypothèse de continuité logique (Popper, 1972, p. 138), (Menger, 1994, pp. 129-139),
- l'incompatibilité entre le concept [infini](#) et la règle du [tiers exclu](#); et en conséquence le rejet du principe du [tiers exclu](#) et des démonstrations qui s'appuient sur [l'infini](#) (Ramsey, 1931, p. 216), (Popper, 1972, pp. 133-134), (Boland, 1996), (Lindström & Palmgren, 2009, pp. 18, 20).

Pour pallier les [contradictions entre nombre d'équivalences et classes d'ensembles](#) – c.à.d. pour résoudre le paradoxe de Russell (1903, pp. 509-533) – D. Hilbert posa la 'question d'existence' en tant que programme de recherche. En proposant ce programme, il s'appuyait sur la formalisation des objets mathématiques par des [ensembles](#) finis. La caractéristique finie de ces ensembles permettait de répondre théoriquement aux critiques intuitionnistes

portant notamment sur les contradictions liées à l'usage de la règle du [tiers exclu](#) et des méthodes entraînant un raisonnement injustifié s'appuyant sur la notion de [l'infini](#).

Le programme de Hilbert s'est traduit alors par la 'question de vérité et d'existence mathématique'<sup>28</sup> dont la réponse consiste à montrer à partir des règles d'inférence en logique classique, la [consistance](#) du système formalisé des mathématiques classiques. La 'question d'existence' n'est donc autre qu'une question de démontrer la [consistance](#) de la théorie. Ainsi D. Hilbert écrit à G. Frege:

“As long as I have been thinking, writing and lecturing on these things, I have been saying... if the arbitrary given axioms do not contradict each other with all their consequences, then they are true and the things defined by them exist. This is for me the criterion of truth and existence.” (Lindström & Palmgren, 2009, p. 17)

La question de D. Hilbert se pose alors comme suit: en s'appuyant sur la formalisation des [ensembles](#) finis, est-ce qu'on peut démontrer la [consistance](#) de la théorie d'après les règles d'inférence en logique classique; en particulier est-ce qu'il est possible de démontrer l'absence de contradictions dans les mathématiques classiques? Gödel (1931) a démontré que la réponse à cette question est négative<sup>29</sup>. En fait, il a démontré qu'une preuve de [consistance](#) s'appuyant sur la [théorie des ensembles](#) était impossible sauf si la théorie était contradictoire en elle-même. En conséquence, l'idée de Hilbert et donc le programme qui consiste à démontrer la [consistance](#) et la [complétude](#) de la théorie, se sont écroulés.

---

<sup>28</sup> Traduction libre de l'auteur.

<sup>29</sup> Gödel (1931) avait d'ailleurs montré l'incomplétude de toute théorie où les théorèmes dépendent des axiomes de base à partir des règles d'inférence de la logique classique. Ses résultats impliquent que les axiomes sont indécidables. Ils ne peuvent être mutuellement consistants, c.à.d. à la fois indépendants, non-contradictoires, suffisants et nécessaires à la démonstration logique, et démontrables. En d'autres termes, on est contraint poser une ou plusieurs axiomes au sens hypothétique, sauf risque de tomber dans le [paradoxe du menteur](#).

### 1.3.2. Incomplétude et insuffisance de la théorie de l'équilibre général

En réponse à la crise des fondements mathématiques et au dogmatisme épistémique entre logicisme, formalisme, et intuitionnisme, le colloque de Karl Menger annonçait l'instrumentalisme méthodologique pour promouvoir une tolérance logique (Punzo, 1994, pp. xxii-xxiii). La contribution von Neumann (1945) s'inscrit mieux dans le programme de l'élaboration d'une **théorie des ensembles** axiomatique. Etant donné qu'elle offre une preuve indirecte selon le principe du **tiers exclu**, la preuve du théorème du point fixe généralisée par Von Neumann s'inscrit dans l'approche non constructive. La preuve est donc non intuitionniste alors qu'elle porte paradoxalement sur un théorème proposé à l'origine par de Brouwer le fondateur de l'approche constructive, qui était extrêmement critique à l'égard de la logique classique et de l'approche formaliste.

A la lumière du débat '*Grundlagenstreit*' entre les deux approches formaliste et constructive, la contribution de von Neumann renvoie plus à l'instrumentalisme méthodologique du colloque, plutôt qu'aux questions de **complétude** et de **consistance** logique portant sur l'examen du réalisme économique des axiomes hypothétiques comme posées par Menger (1936) et Wald (1936b). Dans cette perspective, Punzo (1994, pp. xxii-xxiii) argumente que les contributions de Karl Menger aux sciences sociales sont exagérées par rapport à ses contributions méthodologiques.

L'influence qu'a exercée l'œuvre de D. Hilbert et le débat méthodologique du Cercle de Vienne sur la pensée de A. Wald et sur les axes de recherche étudiés pendant les colloques mathématiques de Karl Menger (Menger, 1952), (Popper, 1974), (Becchio, 2009), sont donc importants pour distinguer l'interprétation à l'origine de la 'question de l'existence'. En fait, la 'question d'existence' examinée par Wald (1935), (1936a) et (1936b) n'est autre qu'une tentative visant à démontrer la **consistance** de la théorie de l'équilibre général. Le moyen consistait à préciser l'ensemble des conditions et des règles d'inférences pour assurer la

validité des relations logiques dans le système d'équations de Walras (1874). Dans cette perspective, Menger (1936) et Wald (1936b) cherchaient le réalisme des conditions d'existence d'une solution, pour justifier la l'aspect axiomatique du système théorique et pour compléter l'interprétation de la démonstration.

Par extension du programme de Hilbert, la 'question d'existence et d'unicité' chez Wald (1935), (1936a) et (1936b) avait donc pour objet de démontrer la consistance de la solution du système d'équation, et de préciser les conditions de validité de la solution pour toutes interprétations. Or ce programme s'est ébranlé à la suite des résultats de Gödel (1931). Une preuve de **consistance** s'appuyant sur la **théorie des ensembles** était impossible. En **théorie des modèles** on est désormais satisfait par des preuves de consistance relatives. On montre alors qu'une théorie est relativement **consistante** si elle admet un modèle, en d'autre termes si elle **satisfait** une 'vérité'<sup>30</sup> selon une certaine interprétation.

Par ailleurs, la **complétude** de la preuve d'existence d'une solution exige l'examen de chacune des propositions et des conditions de détermination du système comme montré par Wald (Boland, 1992, p. 60). Or la démonstration de chacune de ces propositions est impossible comme l'impliquent les théorèmes d'**incomplétude logique** obtenus par Gödel (1931). Le modèle von Neumann s'inscrit alors dans le cadre des questionnements posés par Menger et Gödel à propos du programme de Hilbert et à propos de l'objet de la contribution de Wald (Baumol & Goldfeld, 1968, pp. 270, 287-288, 293).

Les résultats de Gödel (1931) avaient beaucoup impressionné Neumann comme le montrent effectivement Mirowski (1992) et Mancosu (1998). Les théorèmes d'**incomplétude logique** obtenus par Gödel (1931) renforcent d'ailleurs l'aspect hypothétique de l'interprétation des axiomes en mathématique classique. Ce qui implique par transition logique l'aspect nécessairement hypothétique de toute théorie et particulièrement de la théorie de l'équilibre général. La 'preuve

---

<sup>30</sup> Selon le critère de proximité entre interprétation et critère de vérité chez Tarski *c.f.* (Popper, 1972, pp. 319-340), ce qui montre sur des fondements sémantiques qu'une interprétation de la théorie, dont les éléments sont des syntaxes, est cohérente et non contradictoire. Par exemple considérons les modèles d'équilibre général calculables comme une interprétation de la théorie de l'équilibre général, on considère que la cohérence de la dernière théorie est satisfaite puisqu'elle admet un modèle non contradictoire.

d'existence mathématique' au sens formel de Hilbert est donc non seulement impossible mais aussi une question différente à celle qui se pose sur l'existence d'un équilibre. On est désormais satisfait par des preuves de consistance relatives.

En outre, dans le contexte de ces fondements théoriques, la preuve de von Neumann servira pour la simplification du théorème du point fixe (Kakutani, 1941, pp. 458-459) employée par Nash (1950) et McKenzie (1954), et la généralisation du même théorème à partir de la propriété d'**homologie cyclique** des **polyèdre** contractiles selon le théorème du point fixe obtenu par Eilenberg et Montgomery (1946), (Weintraub, 2011, p. 201), (Debreu, 1952) ; une généralisation qui fut d'ailleurs employée par Arrow et Debreu (1954, pp. 274, n.10). Pourtant on ne trouve aucune évidence que Wald (1936b) ou Neumann (1945) ont associé leur preuve d'existence mathématique d'une solution au contenu explicatif de l'*existence* d'un *équilibre* économique. L'histoire de cette transition sera discutée dans la section suivante.

## **1.4. L'impasse de la théorie dominante : de l'équilibre général à la nouvelle synthèse**

A la lumière des questions épistémiques qui ont constitué les fondements du projet d'axiomatisation en économie mathématique, l'impasse de l'approche dominante peut-être exposée par un dilemme entre **complétude** et **consistance logique** de la théorie au sens de Gödel (1931). D'une part, l'équilibre général selon l'approche de Walras (1874) ne peut fournir une explication suffisante; la détermination de la solution et la **stabilité** de l'équilibre général ne peuvent être garantis dans une économie concurrentielle, que dans l'hypothèse de linéarité, de continuité des fonctions, d'agents homogènes. Les conséquences de ces hypothèses seront discutées dans les paragraphes 1.4.1 et 1.4.2. Par ailleurs, on verra dans les paragraphes 1.4.3 et 1.4.4 que l'alternative qui consiste à poser l'hypothèse de l'agent représentatif et le passage de l'équilibre partiel à l'équilibre

général par ajustement inter-temporel d'après cette hypothèse, entraînent des contradictions logiques.

Ces limites mettent en cause la pertinence de l'interprétation dominante de l'équilibre général. Afin de mettre en évidence les difficultés liées à la construction néo-classique, il paraît intéressant d'exposer succinctement, d'une part la critique des fondements contradictoires de la 'philosophie de la firme représentative' et d'autre part l'insuffisance de la théorie de l'équilibre général chez Schumpeter (HEA). La position de Schumpeter vis-à-vis de ces fondements sera soulignée dans la section suivante.

Dans cette section, on s'intéressera plus à exposer les problèmes liés à la preuve d'existence en théorie de l'équilibre général selon l'approche néo-classique. On cherchera précisément à montrer comment le relâchement des hypothèses liées aux préférences révélées avait mené à l'indétermination des prix d'équilibre, et comment l'approche de la nouvelle synthèse, tout comme l'orthodoxie néo-classique, cherche à surmonter cette indétermination en posant l'hypothèse de l'agent représentatif.

En vue d'exposer l'impasse de la théorie dominante, on discutera les difficultés en équilibre général, puis on passera au problème des fondements microéconomiques dans la littérature de la nouvelle macroéconomie néoclassique. L'objectif consiste à montrer l'impossibilité de la question d'existence en théorie de l'équilibre général, et par conséquent l'impossibilité du projet d'axiomatisation au sens d'une preuve de consistance. Tenant compte de la multiplicité des modèles selon l'approche de l'équilibre général, on se concentrera sur le modèle de référence Arrow & Debreu (1954) et les propriétés des fonctions de demande excédentaires (Sonnenschein, 1973). D'autre part, on s'appuiera sur la critique des effets indirects négligeables chez Schumpeter (HEA, pp. 960-964) pour mettre en évidence les contradictions liées à l'usage de l'hypothèse de l'agent représentatif dans des modèles néo-classiques de base et en particulier dans les contributions de Lucas (1975), dans celles de Kydland & Prescott (1982) ainsi que dans la littérature sur la 'nouvelle synthèse'.

### 1.4.1. Changement de paradigme: la question d'existence néo-classique et le paradoxe du menteur

Dans le contexte des débats sur les fondements des mathématiques, on a vu que la question d'existence chez Hilbert n'est autre qu'une question de consistance logique dans une théorie axiomatique. Au sens proposé par le programme de Hilbert, il est également important de distinguer entre l'existence mathématique et les propositions existentielles pures.

D'ailleurs Popper (1959, pp. 47-50) a montré que les propositions existentielles pures appartiennent au domaine des doctrines métaphysiques puisqu'elles sont irréfutables. La réfutabilité est le critère Poppérien de démarcation entre connaissances scientifiques et doctrine métaphysiques – c'est un critère qui permet selon Popper (*Ibid*) de surmonter le problème de l'induction. En fait les tournures positives : « il existe... », et négatives « il n'existe pas... », sont équivalentes. Les propositions existentielles (comme « il existe un cygne noir ») sont donc inutiles dans un système axiomatique au sens de Hilbert, que pour avancer des propositions exclusives. En d'autres termes elles servent strictement à se poser des hypothèses restrictives pour définir l'objet de l'étude et pour écarter des relations inutiles ou non essentielles.

Il s'ensuit alors que la preuve d'une proposition existentielle est impossible. Par contre la question d'existence mathématique se pose pour démontrer la validité des résultats obtenus à partir des relations logiques et des propositions premières bien précisées à l'avance. Selon la théorie axiomatique, ces résultats doivent être valides pour toutes interprétations. La validité de la structure des relations logiques est ainsi dépendante des conditions restrictives, c.à.d. des axiomes au sens hypothétique. La question d'existence mathématique s'inscrit alors dans le cadre de la [théorie de la preuve](#) et réduit le programme des fondements des mathématiques à la [consistance logique](#) de la preuve (Lindström & Palmgren, 2009, pp. 17-19).

Pour surmonter les contradictions liées à l'usage de l'infini en mathématiques classiques, Hilbert a proposé les méthodes qui s'appuient sur la [théorie des ensembles](#). Or selon le [second théorème d'incomplétude](#) (Gödel, 1931) une preuve de [consistance](#) s'appuyant sur la [théorie des ensembles](#) était impossible. De manière générale, l'énoncé du [second théorème d'incomplétude](#) dit que pour toute théorie suffisamment axiomatisable pour démontrer sa propre consistance, il n'est possible de démontrer la consistance de cette théorie que si et seulement si cette théorie est contradictoire. Il s'ensuit qu'une preuve de [consistance](#) soit équivalente à la proposition suivante : Cette phrase est un mensonge. Il est donc évident qu'il est impossible de démontrer la cohérence et la vérité d'une proposition pareille. Ce qui entraîne en conséquence le [paradoxe du menteur](#).

Comme indiqué au préalable<sup>31</sup>, Wald (1936b) et Neumann (1945) se méfiaient d'associer la preuve d'existence d'une solution à celle de l'*existence* d'un *équilibre* économique. La 'preuve d'existence' du théorème fondamental en théorie des jeux avancée par Neumann et Morgenstern (1944) porte plutôt sur la question d'existence et de [complétude](#) mathématique d'une solution, de '[points-selle](#)', et de correspondance entre stratégies. L'importance n'était pas autant accordée à la question de l'existence d'un équilibre économique (*Ibid.* p. 57 n. 3).

Après avoir considéré le lien entre 'l'existence virtuelle' d'une solution et l'existence d'un équilibre, et puisque l'existence de '[points-selle](#)' n'est pas garantie que sous réserve des conditions restrictives (*Ibid.* p. 90), Neumann et Morgenstern (*Ibid.*, p. 40) concluent comme Wald (1936b) en soulignant l'importance la question la vérité de l'interprétation de l'existence de l'équilibre et de la [complétude](#) de la solution – c.à.d. son existence et son unicité. La vérité de la solution demeure ainsi sujette à l'examen du réalisme des hypothèses constituant le système théorique (Neumann & Morgenstern, 1944, p. 40). La multiplicité des solutions possibles nécessite donc l'examen des conditions de stabilité (*Ibid.* p. 42) pour justifier l'équilibre en tant que loi universelle.

Par ailleurs, Nash (1950) conclut que l'existence du point d'équilibre est équivalente au théorème fondamental de la théorie des jeux (Neumann &

---

<sup>31</sup> cf. supra, §. 1.3.

Morgenstern, 1944, pp. 150-154). Après avoir défini le point d'équilibre par à une bijection de *n-Tuple* stratégies de deux joueurs dans le cas de jeux à somme nulle, ce résultat est possible en s'appuyant sur la généralisation du théorème du point fixe (Kakutani, 1941). Or la définition du point d'équilibre chez Nash (*Ibid.*) est substantiellement différente de la notion de demande excédentaire chez Walras que McKenzie (1954) et Arrow & Debreu (1954, pp. 271-272; 283) cherchaient à prouver. Nash (1950) était ainsi le premier d'avoir associé la question d'existence à la notion de l'équilibre, mais sans avoir suffisamment élucidé la signification de cette équivalence, ni avoir examiné la question sur les conditions de consistance de la preuve.

La notion d'existence d'équilibre signalée par Nash (1950) en théorie des jeux est cependant extrapolée au cadre d'une économie concurrentielle par Arrow & Debreu (1954). Ces derniers auteurs (*Ibid.* pp.265-66) présentent effectivement la relation entre l'existence d'une solution et l'existence d'un équilibre pour formuler leur question de recherche. La question consiste précisément à démontrer que dans une économie concurrentielle, l'ensemble des points d'équilibre n'est pas vide. Arrow & Debreu (1954) cherchent également à montrer la cohérence du modèle en élucidant les conditions suffisantes pour établir cette existence sans que cet équilibre soit nécessairement unique. Ils démontrent que l'*ensemble* des points d'équilibre n'est pas vide sinon les *ensembles* qui définissent la demande globale et la production totale ne seraient plus inclus dans le domaine de définition des marchandises. L'unicité et la stabilité théorique de l'équilibre n'est pas abordée. En conséquence, le déterminisme du système demeure ouvert à l'interprétation<sup>32</sup>. Ce qui supporte l'interprétation selon laquelle l'objet de la contribution porte strictement sur le contenu explicatif et axiomatique de la question d'existence (Debreu, 1959).

La problématique chez Arrow & Debreu (1954) est donc généralement énoncée par la question suivante: Existe-t-il un équilibre concurrentiel quelconque? Leur réponse était oui puisque dans l'hypothèse de continuité, de dérivabilité, de monotonie et de convexité des fonctions de production, l'existence d'un 'point

---

<sup>32</sup> Ce qui signifie que les résultats de Sonnenschein (1973) ne sont autre que le 'converse' du théorème d'existence.

d'équilibre' au sens de Nash est assurée par le théorème du point fixe. Alors que les conditions d'existence sont scientifiquement intéressantes, précisément parce qu'elles sont restrictives, les résultats, et en conséquence l'ensemble de la thèse Arrow & Debreu (*Ibid.*), furent présentés comme propositions existentielles dans le cadre de la Commission Cowles (Mirowski, 2012). Ces résultats n'étaient cependant pas suffisamment conditionnés, et la conséquence logique de ce tournant dans l'interprétation de la 'preuve d'existence de l'équilibre' n'est qu'une confusion entre preuves, hypothèses, et évidences (Popper, 1972, p. 128).

### 1.4.2. L'impasse de la question d'existence

En parallèle à la contribution de L. McKenzie (1954), le modèle Arrow & Debreu (1954) modifie le modèle de Wald (1936b) de façon à constituer un système de propositions plus générales et plus évidentes. En décembre 1952, les preuves d'existence de l'équilibre général furent présentées à la réunion de l'*Econometric Society* à Chicago (Weintraub, 2011)<sup>33</sup>. Le projet porte sur l'élaboration de la théorie de l'équilibre général chez Walras selon une approche axiomatique et qui s'inscrit dans le cadre des axes de recherche annoncés par la génération des fondateurs de l'*Econometric Society* (Mirowski, 2012).

L'objet de la contribution du modèle Arrow & Debreu (1954) propose alors un avancement à double portée. D'une part elle offre une explication rigoureuse selon les critères de l'école formaliste en mathématiques, de l'autre part elle propose une généralisation du contenu explicatif en relâchant certaines hypothèses restrictives (Debreu, 1959).

Considérons dans un premier lieu l'objectif qui propose offrir une théorie axiomatique s'inscrivant dans une approche formaliste. Cette interprétation veut dire qu'il s'agit de fournir une preuve de consistance de la théorie en démontrant l'absence de contradictions (Debreu, 1959). Or dans le contexte de la 'question d'existence' de l'équilibre général du système d'équations de Walras, il s'avère qu'en conséquence de l'énoncé du **second théorème d'incomplétude** (Gödel,

---

<sup>33</sup> Lionel McKenzie présenta une preuve similaire sur base du théorème du point fixe de Kakutani (1941). Au niveau de priorité scientifique cf. (Weintraub, 2011).

1931), une preuve de **consistance** est impossible sauf si cette théorie est en elle-même contradictoire. La preuve entraîne donc un problème d'indécidabilité mathématique (Arrow, 1980) et en conséquence, le **paradoxe du menteur**. Le projet d'une 'preuve d'existence' s'appuyant sur la **théorie des ensembles** selon l'approche formaliste, est donc un programme de recherche impossible (Mirowski, 2012). On note d'ailleurs que l'impossibilité de démontrer la **consistance** la théorie de l'équilibre général n'implique pas nécessairement que cette théorie soit contradictoire.

Considérons dans un second lieu la contribution du modèle Arrow & Debreu (1954) qui propose offrir un contenu explicatif plus général en relâchant certaines hypothèses, notamment l'hypothèse des préférences révélées – une condition qui est d'ailleurs nécessaire dans le modèle de Wald (1951, pp. 374-375). En introduisant le théorème du point fixe Eilenberg & Montgomery (1946), la contribution consiste à relâcher les hypothèses sur les préférences révélées et les dotations des agents comme posées Wald (1935) et (1936a) ainsi que relâcher les hypothèses sur les coefficients technologiques fixes comme posées dans le modèle von Neumann (1945). D'après le **théorème du minimax**, ils démontrent que l'**ensemble** des points d'équilibre est nécessairement non vide.

Le système théorique n'est plus simplement inflationniste mais admet des économies cycliques, représentées par des changements d'un modèle en **polyèdre** contractile (Eilenberg & Montgomery, 1946). Ces changements sont effectués par des variations des coefficients de production. En d'autres termes ils s'effectuent par des combinaisons de facteurs de production différentes à chaque point. La propriété **cyclique** avancée par le théorème du point fixe Eilenberg & Montgomery(1946), permet alors des changements structurels du système. Les fonctions de demandes excédentaires sont donc non-linéaires et ne suivent plus des changements proportionnels d'une expansion inflationniste, comme dans le cas du modèle de Neumann (1945).

Or, en s'appuyant sur la **clôture algébrique** des demandes nettes au niveau de l'individu, Sonnenschein (1973, pp. 348-349) montre que l'équilibre général défini par la somme nulle des demandes nettes individuelles, sera forcément exprimé

par une fonction **polynôme** arbitraire. En conséquence la fonction de demande nette globale nulle aura plusieurs solutions pour différents vecteurs de prix. L'identité de Walras peut être vérifiée pour n'importe quel prix; d'où l'indétermination des prix d'équilibre.

En conclusion sur l'approche de l'équilibre général, il s'avère que le modèle Arrow-Debreu (1954) n'est pas en mesure de fournir des réponses satisfaisantes aux questions suivantes : (1) Est-ce-que l'équilibre existe ? (2) Est-ce-que la théorie de l'équilibre général est cohérente, (3) Est-ce-que le modèle propose un contenu explicatif général pour comprendre le mécanisme des prix d'équilibre qui résultent de l'interaction entre les agents?<sup>34</sup>

Effectivement, en tant que proposition existentielle pure, la preuve d'existence de l'équilibre est irréfutable selon le critère Poppérien. Il s'agit donc d'une question 'métaphysique' au sens de Popper (Popper, 1959). D'autre part, la cohérence du système de Walras au sens formaliste d'une preuve de **consistance** est un projet impossible d'après l'énoncé du **second théorème d'incomplétude** (Gödel, 1931). Il s'avère davantage que la généralisation du contenu explicatif de la théorie de Walras n'est pas moins impossible. Le relâchement des hypothèses restrictives portant sur les relations de préférence, implique d'après la propriété de **clôture algébrique** des demandes nettes au niveau individuel, que la demande nette globale vérifie l'identité de Walras pour n'importe quel prix d'équilibre et quel que soit les hypothèses du modèles. La solution du système n'est donc pas unique. D'où le problème de l'indétermination des prix d'équilibre et de l'interprétation du modèle concurrentiel.

---

<sup>34</sup> A noter que lorsqu'on fait appel à la notion d'interaction entre les agents, et notamment dans les modèles d'équilibre général, on ne suppose pas un lien direct entre les agents. Les agents ne s'échangent directement ni des biens ni de l'information. L'interaction se fait à travers le système des prix. Les échanges et l'information passent par un agent central – en d'autres termes un modélisateur ou un commissaire-priseur qui affiche les prix et qui gère l'information sur le marché.

### 1.4.3. L'agent représentatif: une 'fiction méthodologique'

D'après le théorème SMD, le déterminisme de la fonction de demande nette ne peut être valable au niveau agrégé. Suite à la question posée par Sonnenschein (1973): la continuité et l'identité de Walras est-elle caractéristique de l'agrégation des fonctions de demandes nettes? La réponse est positive, selon Debreu (1974), même pour des fonctions de demande nette arbitraires (*Ibid*). Les corollaires du théorème impliquent alors l'irréfutabilité de l'existence d'équilibre général et que le système n'est pas nécessairement stable au niveau agrégé. Ce qui suggère la confusion issue du recours aux variétés du théorème du point fixe, puisque l'existence de solutions ne correspond pas nécessairement à celle d'un équilibre concurrentiel (Sonnenschein, 1973).

Les résultats de Sonnenschein (1973) découlent en fait du relâchement de l'hypothèse des préférences révélées et de l'effet revenu. Pour surmonter l'impasse, il suffit alors de supposer que tous les agents possèdent les mêmes relations de préférence, et que la forme des courbes d'indifférence n'entraîne pas un effet de revenu. Opter pour des modèles à agent représentatif semble alors une solution parfaitement pragmatique et *a priori* légitime – or il s'est avéré que ce n'est pas vraiment le cas. 'L'orthodoxie néo-classique' maintient effectivement le principe d'optimisation Walrassien où le niveau d'analyse est limité à une économie d'îlot et où on suppose un agent représentatif.

L'idée est particulièrement élucidée par Lucas (1975) à titre d'exemple, qui présente un mécanisme de compensation des marchés réalisé dans l'hypothèse d'effets indirects négligeables. L'agent représentatif permet alors selon Lucas (1981, p. 8) le passage à 'un système en équilibre général' en introduisant 'des hypothèses 'd'anticipations rationnelles des agents' et du concept '*Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment*' [NAIRU]. Les auteurs de la théorie *Real Business Cycle* [RBC] interprètent le théorème SMD en faveur de l'approche de l'agent représentatif (Lucas & Sargent, 1994). Malgré l'usage rhétorique contre la testabilité empirique dans ces argumentations, les résultats

des modèles RBC (Kydland & Prescott, 1982) se trouvent souvent confrontés à des données macroéconomiques au niveau national par maintes méthodes économétriques (Watson, 1993), (Hodrick & Prescott, 1997), (Baxter & King, 1999).

Or ce programme de recherche qui met le point sur le sujet des '*micro-foundations*' n'a pas tardé à révéler des contradictions intrinsèques (Kirman, 1992). Dans la revue de la philosophie instrumentaliste du principe d'effets indirects négligeables, Schumpeter a montré (HEA, 956-960) entre autres, l'incompatibilité entre la loi de Walras et les principes qui découlent du concept de la 'firme représentative' chez Marshall. Ainsi, dès qu'on raisonne au niveau de l'agent représentatif on admet nécessairement des effets indirects négligeables par hypothèse essentielle *ceteris paribus*. Or l'équilibre général de Walras s'avère être en contradiction avec ce principe puisqu'il est amené par interaction entre agents selon un processus de tâtonnement '*Trial and Error*' à travers le système de prix et de quantités (HEA, 975).

L'interprétation de l'ajustement vers l'équilibre dans le modèle selon le principe de substitution ou des préférences exige en effet le recours à des relations concurrentielles et complémentaires (Lucas, 1975) et donc paradoxalement, aux théories de préférence, des prix relatifs, et de l'équilibre concurrentiel (Kydland & Prescott, 1982). Le système de prix suppose implicitement des échanges absurdes et d'intérêts contradictoires que possède l'agent représentatif. Admettre à la fois les principes qui découlent du concept de l'agent représentatif et ceux qui découlent de la loi de Walras, consiste alors à se proposer une contradiction logique – c.à.d. admettre à la fois l'interaction entre agents et son absence. De plus, le passage d'un modèle '*Agent Based*' à la sphère d'une économie à plusieurs agents est forcément tronqué sans introduire une substitution intertemporelle et dans l'absence d'une théorie des échanges (HEA, pp. 960-964), (Boland, 1992, p. 52). Ce passage est impossible sans relâcher le principe d'effets indirects négligeables et sans avoir vidé la théorie des préférences (Samuelson, 1948) de sa connotation économique. En contraste, avec la firme représentative chez A. Marshall, les modèles 'RBC' constituent un exemple très

extrême de ce que Schumpeter a appelé une ‘fiction méthodologique’ (HEA, p. 1011, n. 49).

#### **1.4.4. La nouvelle synthèse : une combinaison incompatible**

En effet, ces considérations ne se limitent pas à des questionnements d’ordre historique. Dans la littérature sur la ‘nouvelle synthèse’ à titre d’exemple, les auteurs néo-classiques insistent sur la pratique d’omettre ou encore d’éviter la confrontation aux difficultés qui découlent des contradictions fondamentales entre théories d’équilibre général et modèles à agent représentatif. Les contributions à la théorie de la ‘nouvelle synthèse’ ne témoignent pas d’un effort suffisant pour chercher à résoudre ces contradictions (Guerrien, 1992), (Kirman, 1992). Par ailleurs, l’impossibilité d’une preuve de consistance s’appuyant sur la [théorie des ensembles](#), autrement dit, l’impossibilité de l’axiomatisation selon le programme formaliste en mathématiques semble être négligée (Mirowski, 2012). Enfin, le passage de l’agent représentatif à l’équilibre général s’effectue sans considérations des inconsistances qui découlent des choix théoriques (Guerrien, 1992), (Kirman, 1992).

De nos jours, la nouvelle synthèse en économie néo-classique propose un ‘consensus’ ambitieux entre des points de vue largement antagonistes (Mankiw, 2006). Le clivage fut représenté par Robert Hall en allant d’une classification selon des approches nommées ‘*saltwater*’ et ‘*freshwater economics*’, faisant référence aux universités américaines qui représentent les principaux camps monétaristes et post-keynésiens. Cette taxinomie particulièrement fastidieuse est susceptible de proposer une simplification exagérée (Gordon & Solow, 2003). La distinction s’avère d’ailleurs fertile, même instrumentale pour d’autres fins: (1) pour proposer un critère méthodologique qui s’appuie sur le rôle des agents afin de distinguer entre les deux approches dominantes, (2) pour montrer que les deux méthodes sont soit non suffisantes, soit inconsistantes et par la suite qu’elles sont incompatibles, ce qui (3) suggère la nature éclectique de ‘la nouvelle synthèse néo-classique’.

A l'origine, les éléments de la 'nouvelle synthèse' proposés par Goodfriend and King (1997, p. 278) consistent à rassembler les hypothèses et les outils de l'analyse néo-classique dans un cadre théorique unifié, comprenant notamment les méthodes d'optimisation en équilibre général, la notion d'ajustement vers l'équilibre, l'hypothèse des anticipations rationnelles, et les modèles à agent représentatif qui en découlent:

The models of the New Neoclassical Synthesis... involve intertemporal optimization, rational expectations, monopolistic competition, costly price adjustment and dynamic price setting, and an important role for monetary policy.(Goodfriend & King, 1997, p. 278)

L'objectif de rassembler ces éléments dans le cadre d'une 'nouvelle synthèse' annonce ainsi une trêve aux disputes entre camps néo-keynésiens et monétaristes à propos des politiques monétaires. Outre l'importance de la question posée sur la pertinence des politiques monétaires, on propose un autre critère : celui de la relation entre les agents. L'examen des deux approches selon ce dernier critère, à savoir les approches de l'équilibre partiel ou général, montre le caractère éclectique dans la littérature sur la "nouvelle synthèse".

En effet, pour surmonter les limites liées à l'indétermination des prix d'équilibre (Sonnenschein, 1973), les théories de la nouvelle synthèse insistent sur la notion de l'agent représentatif, imposant ainsi des conditions restrictives sur les relations de préférences et les fonctions de production. Or on a vu que ces principes entraînent des contradictions avec le processus d'ajustement, les relations de substituabilité et de complémentarité. Les règles postulées concernant l'optimisation et l'ajustement vers l'équilibre, et en conséquence le passage du niveau individuel au domaine social selon ces principes, ne peuvent être ni compatibles ni mutuellement cohérents.

Comme l'avait montré la critique des principes d'effets indirects négligeables chez Schumpeter (HEA, pp. 990-998), le problème s'avère être transmis par une acceptation crédule des principes de la firme représentative chez Marshall. Ce

problème constitue l'essentiel de l'argument 'Magna Charta' comme articulé par Schumpeter et qu'on propose d'étudier dans la section suivante. Autrement dit, il s'agit de la 'norme théorique' qui consiste à raisonner selon le principe de l'interaction entre les agents selon Walras (Arena, 2002).

Généralement énoncée, la 'norme' est proposée en tant qu'outil méthodologique pour surmonter le dilemme entre **complétude** et **consistance logique** de la théorie dominante, à savoir un dilemme entre deux approches: une approche incohérente – c'est le cas des modèles à agent représentatif; et une approche insuffisante – c'est le cas des modèles d'équilibre général selon Walras. La norme entraîne la conclusion qu'il est donc nécessaire de raisonner selon le principe général d'interaction entre les agents constituant un système économique (BC, pp. 33-56) (HEA, pp. 998-1026). Autrement énoncée la norme montre d'ailleurs l'importance de saisir les processus économiques comme étant ceux d'un système d'agents en interaction perpétuelle.

## **1.5. La Norme théorique et l'argument *Magna Charta***

On a vu qu'à partir de la notion de 'fiction méthodologique' Schumpeter (HEA) a fourni la critique fondamentale qui porte sur l'inconsistance de la notion de l'agent représentatif chez Marshall. Cette inconsistance est également caractéristique du 'Vice Ricardien' et des hypothèses *ceteris paribus*<sup>35</sup>. C'est d'ailleurs le cas des coefficients ou des propensions dans la Théorie Générale chez Keynes, et c'est essentiellement sur ce point que porte la critique des théories agrégatives chez Schumpeter (BC, pp. 43-44 ; TGE, p. 106 ; HEA, p. 1109, 1137, 1148). Pour fournir une théorie cohérente, il considérerait nécessaire de raisonner selon le principe de l'interdépendance générale des variables économiques et de l'interaction entre les agents qui en découle dans la théorie de l'équilibre général chez Walras. On remarque d'ailleurs que malgré son admiration pour l'œuvre de

---

<sup>35</sup>Pour la définition de Schumpeter du Vice Ricardien et sa relation avec l'hypothèse toutes choses égales par ailleurs on se réfère à (HEA, pp. 447-448).

Walras Schumpeter tenait une position critique de l'équilibre général. L'équilibre général et la loi de Walras pourtant nécessaires, étaient considérés néanmoins non suffisants.

Dans ce qui suit on proposera de mettre en évidence la position de Schumpeter à l'égard des deux approches dominantes à l'époque. L'objectif est de souligner l'argument de la norme théorique et de faire le lien entre deux approches qui constituent les éléments essentiels de la nouvelle synthèse. La critique articulée autour de la place accordée aux relations entre agents dans la théorie va nous permettre de formuler une problématique méthodologique qu'on examine à lumière de certaines approches alternatives.

### **1.5.1. Schumpeter sur l'usage crédule de l'hypothèse de l'agent représentatif**

Dans l'ouvrage publié à titre posthume sur l'histoire de l'analyse économique, Schumpeter avait averti que les exercices supposant un agent représentatif entraînent des contradictions logiques. Au sujet du concept de la firme représentative il remarque que l'autorité académique d'Alfred Marshall avait assuré une acceptation candide du concept :

The bridge between the theory of the small industry and the theory of the individual firm was his Representative Firm... Marshall's authority as a teacher secured mechanical acceptance of the concept. But it received neither the criticism nor the development it deserves. (HEA, p. 997, n. 14)

Selon Schumpeter c'est le 'principe d'effet indirects négligeables'<sup>36</sup> qui définit la méthode de l'équilibre partiel (*Ibid*, p. 990). La méthode consiste à supposer que la firme représentative, ou en général l'agent représentatif, n'exerce aucune influence considérable sur le reste de l'économie :

---

<sup>36</sup> Traduction libre de l'auteur de 'Principle of the Negligibility of Indirect Effects' (HEA, pp. 990-994).

When we are interested in those economic phenomena that can be observed in small sectors of the economy... we may assume that nothing that happens in these small sectors exerts any appreciable influence on the rest of the economy. This assumption does not necessarily imply that the latter remains unchanged, although this is what we mean when using the ceteris-paribus clause; but it does imply that, if some external influence be exerted upon the small sector under consideration, then this sector adjusts itself without exerting, in turn, more than a negligible effect on the rest of the economy or any element of it (Principle of the Negligibility of Indirect Effects)... This postulate defines the method of Partial Analysis. (*Ibid*, p. 990)

Mais pour passer de l'analyse de la firme à celle de l'industrie ou de l'ensemble de l'économie chez Marshall, Schumpeter montre les limites de la notion de la firme représentative. Essentiellement la méthode ne peut être adéquate qu'à un certain point où elle décrit des exemples bien particuliers des relations économiques.

... the relations, in the small sector which can be managed by partial analysis, illustrate or exemplify to a *limited extent* the relations in the whole of the economic cosmos. But they do so only up to a point. Beyond this point the methods and results of partial analysis remain inadequate and may become even misleading. (*Ibid*, p. 996)

Au-delà de ces exemples la méthode s'avère trompeuse et erronée: 'propositions that are true for small sectors may be nonsense for the economy as a whole' (*Ibid*, pp. 991 n.2). Le problème est illustré principalement avec l'interprétation des élasticités de revenu et des élasticités croisées. Pour résoudre au problème, les concessions qu'on fait par l'emploi des élasticités partielles indiquent la voie vers les équations différentielles partielles et donc vers l'équilibre général et le principe de l'interdépendance des quantités économiques (*Ibid*, pp. 993-996). L'exemple le plus important dans ce contexte est le principe de substitution :

But the most important example is the ‘principle of substitution’ which creeps in quite modestly (op. cit. p. 420) à propos of producers’ substituting less expensive for more expensive combinations of factors and eventually rises to the proud position of ‘Thünen’s great law of substitution,’ which pervades and controls the whole economic process and opens one of several possible roads toward the recognition of the universal interdependence of economic quantities. (*Ibid*, pp. 995-996)

Pour passer de l’agent représentatif à la sphère de l’univers économique, Schumpeter considère donc nécessaire de compléter la théorie de l’équilibre partiel pour rendre cohérentes les propositions concernant les relations entre valeurs et marchandises substituables et complémentaires (*Ibid*, p. 996). En conséquence le passage par agrégation de l’agent représentatif à la sphère sociale repose sur des fondements injustifiés :

Whoever works with partial equilibria soon discovers the necessity of an instrument that will enable him to handle processes going on in the system as a whole which escape his “partial” tools. He is then likely, especially if trained in the Marshallian tradition, to complement his apparatus by a system of relations between social aggregates... If these elements are so adjusted that there is no tendency to change *arising from their relations to each other*, we may speak of *aggregative equilibrium* and formulate certain propositions about it... It is, therefore, misleading to reason on aggregative equilibrium as if it displayed the factors which initiate change and as if disturbance in the economic system as a whole could arise only from those aggregates. Such reasoning is at the bottom of much faulty analysis of business cycles. It keeps analysis on the surface of things and prevents it from penetrating into the industrial processes below, which are what really matters... (BC, pp. 43-44)

Cette critique montre clairement que Schumpeter se situe dans une position méthodologique qui s'appuie sur la logique classique. La critique de la firme représentative provient alors du principe de non-contradiction. En suivant cette logique, la conjonction entre le principe d'effets indirects négligeables et le principe d'interaction générale est injustifiable. Sur ces fondements de la logique classique, Schumpeter (HEA) insiste à partir de sa critique de la philosophie de la firme représentative chez Marshall, sur l'importance de la 'norme théorique' qui consiste à raisonner selon le principe d'interaction entre les agents.

### **1.5.2. Schumpeter sur l'insuffisance de l'équilibre général**

Contrairement à sa critique du principe de la firme représentative chez Marshall, Schumpeter célébrait son admiration de Walras presque dans tous ses ouvrages. Pour Schumpeter la théorie de Walras ne pose pas de problèmes de cohérence. La théorie de l'équilibre général chez Walras s'appuie sur la méthode rationnelle. Elle est consistante et ne mène pas à des contradictions. Selon Schumpeter la preuve qu'elle est cohérente fut démontrée par Wald :

We may as well ask the further question: can we not do better than that? ... We ask first, can we state more rigorously the conditions on which the existence of solutions, and especially of a unique solution, depends within the Walrasian assumptions themselves? The answer is affirmative. Such a more rigorous statement has in fact been provided by Professor Wald. (HEA, p. 1007)

Schumpeter admet que la preuve de détermination de l'équilibre par la méthode d'énumérer le nombre d'équations est d'inconnues n'est pas adéquate.

It must be admitted that, mathematically, our proof is even now imperfect and becomes convincing only when supplemented, step by step, by economic considerations. The original method of counting equations, showing that they are linearly independent and in the same number as the variables is, of course, inadequate.

Considerable progress achieved mainly by Amoroso and Wald (the latter a member of K. Menger's mathematical seminar in Vienna, in the reports of which for 1935 the contribution has first been published) has not quite overcome the difficulty. But critics forget (besides the fact that our proof is no worse than many currently used in physics) that the proof does not rest on mathematics alone. (BC, p. 46, n. 1)

Cependant la détermination de l'équilibre ne s'appuie pas uniquement sur les mathématiques, ce qui mène Schumpeter vers une vision évolutionniste des connaissances<sup>37</sup> :

... has it been satisfactorily proved that for each set of data there is a unique set of prices and physical quantities? No; nor is, for that matter, the magna charta of any other science entirely satisfactory, for everywhere a keener spirit of criticism and more powerful tools of observation *and analysis* have destroyed the primitive simplicity and comfortable determinateness of earlier stages. (BC, p. 46)

Bien qu'il considère l'approche de l'équilibre général adéquate, son admiration n'était pas moins critique. En préface de l'édition japonaise de sa théorie de l'évolution économique Schumpeter pose des questionnements sur la vérité du processus stationnaire dans la théorie de l'équilibre général chez Wlaras. Il considère alors qu'il y a une source d'énergie intrinsèque au système et qui est la cause d'un effet de rupture de tout équilibre.

---

<sup>37</sup> cf. (Arena, 2002, pp. 51-53) sur l'anticipation des idées d'évolutionnisme épistémologique chez Popper (1972). Ce modèle fut en fait anticipé par la notion d'évolutionnisme culturel chez Schumpeter (1934, p. *Ixiii*), puis développé et généralisé par Hayek (1988). Au sujet de la proximité entre les deux théories intitulées *Cultural Evolution*, on cite Gloria-Palermo (2013, pp. 73-75) qui argumente en fait que la théorie de l'évolutionnisme culturel chez Hayek (1988) annonce une rupture avec l'individualisme méthodologique en faveur d'une approche fonctionnelle des institutions. On remarque d'ailleurs qu'à part la ressemblance terminologique, une telle approche renvoie non seulement à la théorie de l'entrepreneur chez Schumpeter (TED) – où l'entrepreneur est défini strictement par sa fonction d'introduire de nouvelles combinaisons de facteurs de production – mais renvoie également à l'approche fonctionnelle pour définir le profit, le capital et le crédit (*ibid*). cf. (Schulak & Unterköfler, 2011, p. 84) sur l'importance de l'approche fonctionnelle de l'entrepreneur chez Schumpeter en particulier dans la seconde édition de la (TED).

'I felt very strongly that this [Walras' theory of a stationary Process] was wrong, and that there was a source of energy within the economic system which would of itself disrupt any equilibrium that might be attained... such a theory that I have tried to build... explains a number of phenomena, in particular the business cycle, more satisfactorily...' (*Essays*, p. 160)

Pour Schumpeter, la théorie de l'équilibre général (Walras, 1874) n'est pas suffisante. Outre le détachement de la réalité, la distinction entre les fonctions de l'entrepreneur et celles du '*mere manager*' annonce le premier clivage avec Walras. Les débats avec Frisch sur la nature des innovations et leur relation avec l'équilibre général renforcent d'ailleurs cette observation (Louçã, 2001). Par référence à 'l'entrepreneur faisant ni bénéfice ni perte', Schumpeter remarque que l'entrepreneur chez Walras ne remplit aucune fonction propre à l'activité entrepreneuriale :

The tendency is for the entrepreneur to make neither profit nor loss in the circular flow – that is he has no function of a special kind there, he simply does not exist; but in his stead, there are heads of firms or business managers of a different type which we had better not designate by the same term. (TED, p. 76)

Par contre, la fonction de l'entrepreneur selon Schumpeter consiste à introduire de nouvelles combinaisons de facteur de production. Elle est source de rupture avec les traditions ; une source de révolution dans les procédés de production et de l'échange et par la suite une source d'instabilité et de déséquilibre. L'insuffisance du contenu explicatif statique chez Walras semblait donc évidente:

... "static" analysis is not only unable to predict the consequences of discontinuous changes in the traditional way of doing things; it can neither explain the occurrence of such productive revolutions nor the phenomena which accompany them. It can only investigate the new equilibrium position after the changes have occurred. It is just this occurrence of the "revolutionary" change that is our problem,

problem of economic development in a very narrow and formal sense. (TED, 62-63)

D'ailleurs selon Schumpeter, l'interprétation économique des nouvelles combinaisons de facteurs de production et par la suite les conséquences de l'innovation qu'elles définissent, impliquent le relâchement de l'hypothèse d'atomicité dans une économie concurrentielle, le relâchement de l'hypothèse de continuité, la transformation du circuit stationnaire, et par conséquence l'instabilité de l'équilibre général (Schumpeter, 1927) (1928), (BC), (Kornai, 1971).

### **1.5.3. L'argument Magna Charta et l'apport de Schumpeter**

Afin d'éviter les contradictions liées aux principes de la firme représentative, Schumpeter (BC, pp. 33-56 ; HEA, pp. 998-1026) propose donc sa 'Norme Théorique' qui consiste à raisonner selon le principe d'interaction entre les agents d'après Walras. Faisant référence aux travaux de Wald (BC, pp. 46 ; HEA, pp. 934), il considère en conséquence que la théorie de l'équilibre général chez Walras (1874) constitue la 'norme' la 'Magna Charta' selon Schumpeter, même au prix d'hypothèses trop restrictives.

La critique des deux approches de l'équilibre partiel et de l'équilibre général chez Schumpeter renvoie alors à un dilemme d'indécidabilité entre la résolution des problèmes liés à la **consistance** des modèles à agent représentatif et ceux liés à la **complétude** de l'interprétation en théorie de l'équilibre général. Ce dilemme peut être alors exposé par les propositions suivantes:

- (1) L'équilibre partiel est suffisant pour garantir la solution du système d'équations;
- (2) A raison de la contradiction avec le principe d'interaction entre les agents, la philosophie de la firme représentative n'est cependant pas consistante lorsqu'il s'agit du passage à l'équilibre général;

- (3) Le principe de l'interaction entre les agents est nécessaire pour assurer la consistance de la théorie;
- (4) En revanche, le contenu explicatif de l'équilibre général n'est cependant pas suffisant, l'indétermination et l'instabilité de l'équilibre ne peuvent être remédiées que dans les hypothèses restrictives d'une économie concurrentielle à agents homogènes. Ce qui donne lieu à une interprétation incomplète et non suffisante.

Dans l'objectif de fournir un contenu explicatif rigoureux du système économique, la 'norme théorique' proposée par Schumpeter (BC), (HEA) souligne la nécessité de tenir compte de l'interaction entre les agents dans la théorie. Ce principe exige l'analyse des relations entre agents qui constituent un système de processus économiques.

L'œuvre de Schumpeter retient alors une vision purgée de l'équilibre général. Cette vision relève de la lecture critique de la théorie de Walras. Elle s'appuie non pas sur les règles des opérations logiques, ni sur les fondements mathématiques, mais sur le contenu explicatif de l'interprétation économique. La question essentielle chez Schumpeter consiste à étudier comment les processus de combinaison de facteurs de production étaient source d'équilibre et de déséquilibre. Il s'agit donc d'un système décentralisé, à multiples agents en interaction et des décisions hétérogènes. L'ordre est donc déterminé dans son contexte social, institutionnel, et politique (Lakomski-Laguerre & Longuet, 2004).

Ainsi dans l'hypothèse d'atomicité, de continuité et de mobilité, l'interaction entre les agents dans un système d'échange absorbe toutes déviations des prix d'équilibre. La tendance à l'équilibre est garantie, si les agents agissent et réagissent instantanément à partir des décisions économiques qui s'appuient sur une accumulation inductive des connaissances de production qui sont ancrées dans les mœurs, normes, coutumes, et pratiques traditionnelles acquises par l'expérience et la répétition.

A l'opposition de l'équilibre statique chez Walras, l'innovation définie par une nouvelle combinaison des facteurs de production annonce donc une rupture avec

l'état d'équilibre (TED, pp. 3-56), (BC. pp. 38 ; 46-47). Pour répondre à la question, l'aspect dynamique de la question était essentiel. Dans sa théorie de l'évolution économique, Schumpeter propose alors une interprétation évolutionniste des dynamiques en déséquilibre. Cette interprétation s'appuie sur des hypothèses concernant l'hétérogénéité, la rationalité et les anticipations limitées des agents (TED, pp. 212-255), (BC, pp. 87-102). Les contributions de Schumpeter s'inscrivent ainsi parmi d'autres précurseurs, dans le cadre des fondements théoriques portant sur des apports plus récents à la compréhension des systèmes complexes et sur les théories de dynamique non-linéaire.

## **1.6. Alternatives : complexité, approche *Bottom-up* et réseaux d'innovation**

L'argument de la norme théorique chez Schumpeter pose essentiellement la question suivante : Comment peut-on aboutir à une théorie cohérente, qui tient compte de l'interaction entre les agents et qui propose un contenu explicatif suffisant ? La réponse fut adressée à la suite des développements réalisés par l'intermédiaire des sciences de l'artificiel en général et des systèmes complexes en particulier. Dans un cadre théorique Schumpetérien, ces développements posent par contre d'autres problématiques qu'on discutera dans la suite.

### **1.6.1. Agent Based Computational Economics et la suffisance générative**

En ligne avec la 'norme théorique' chez Schumpeter, l'approche théorique alternative '*Bottom up*' dans la tradition 'simonienne'<sup>38</sup> développée à l'institut *Santa Fe Institute* et les modèles *Agent-Based Computational Economics* [ACE] insistent sur le principe de l'interaction entre les agents. A partir de la théorie des réseaux, les [processus de Markov](#), et la théorie de l'intelligence artificielle, cette approche surmonte le problème des *micro-foundations* et propose des modèles à

---

<sup>38</sup> Selon les 'sciences de l'artificiel' chez Herbert A. Simon. On cite le qualificatif 'simonienne' selon (Arena & Lazaric, 2003, p. 350).

agents multiples – hétérogènes, et des décisions économiques décentralisées – ce qui permet de relâcher l'hypothèse du commissaire-priseur, d'admettre une rationalité limitée, et de souligner l'interaction entre les agents.

La cohérence de l'approche '*Bottom up*' est examinée par Epstein (2006) dans un langage de logique classique des prédicats du premier ordre. L'examen de la question qui se pose sur le contenu explicatif de la théorie, mène au concept de 'suffisance générative'. Epstein (2006) conclut alors par la proposition suivante: '*If you didn't grow it, you didn't explain it*'<sup>39</sup>. Pour expliquer une théorie selon ce dernier critère, il suffit donc de générer un modèle. L'inverse n'est cependant pas valide. La génération d'un modèle n'implique pas nécessairement une explication adéquate ni satisfaisante.

Or cette approche est en ligne avec la [théorie des modèles](#) où l'on est satisfait par des preuves de consistance relatives. Contrairement à l'approche axiomatique qui cherche à démontrer la consistance en s'appuyant sur la [théorie des ensembles](#) – un programme d'ailleurs impossible d'après l'énoncé du [second théorème d'incomplétude](#) (Gödel, 1931) – en [théorie des modèles](#) on cherche à démontrer l'inconsistance par la génération des modèles. Le contenu sémantique ou en d'autres termes l'interprétation de la théorie par les modèles permet de détecter l'inconsistance de la théorie, et il s'ensuit qu'une théorie est dite relativement [consistante](#) si et seulement si elle admet un modèle. L'inverse cependant n'est pas vrai. Les modèles ne peuvent pas fournir indépendamment un système théorique cohérent, tant que la théorie ne peut justifier n'importe quel modèle.

D'ailleurs Epstein (2006) souligne effectivement le pouvoir explicatif des structures d'interaction qui se manifestent dans les modèles générés, en s'appuyant sur la génération et la production de simulations dans un univers artificiel (Epstein & Axtel, 1996). L'explication générative est ainsi bouclée dans le temps. L'approche '*Bottom up*' exige souvent le recours à une dynamique théorique calibrée à partir de certains paramètres qui sont *a priori* sensiblement

---

<sup>39</sup>Traduction libre de l'auteur de la proposition 'generative sufficiency'.

en rapport avec des conditions initiales, d'où la **non-autonomie** dynamique des simulations souvent générées à partir de processus stochastiques.

Le choix des paramètres est donc fondamental pour générer un système dynamique mais néanmoins pas suffisant<sup>40</sup> pour fournir un contenu explicatif général – ou en d'autres termes une explication universelle – de l'évolution d'une économie artificielle (Epstein, 2006, p. 1589). En raison de la complexité des structures, des arrangements institutionnels et des dispositifs de comportement, les simulations ne fournissent pas nécessairement les bonnes réponses aux questions posées à propos des changements du système. Il s'ensuit que la multiplicité des résultats et des explications du changement généré pose des problèmes quant au choix des paramètres adéquats nécessaires pour simuler le monde artificiel. En conséquence, le choix du calibrage convenable pose alors des questionnements à propos de la pertinence empirique et théorique du contenu explicatif généré par les modèles ACE, puisque l'explication dynamique est sensiblement dépendante de ces mêmes paramètres. (Tsfatsion, 2006, p. 845).

Pyka (2007, pp. 370-374) montre comment ces difficultés liées à la complexité des structures sont surmontées par les réseaux invariants d'échelle '*scale-free*' de complexité intermédiaire. Souvent appelés '*small world*' par analogie au phénomène '*six degrees of separation*' (Watts & Strogatz, 1998, p. 440), les réseaux *small world* présentent un modèle simple pour l'analyse dynamique d'une innovation dans un réseau de complexité intermédiaire où les agents sont en interactions.

### **1.6.2. Les réseaux *small world* et le phénomène *six degrees of separation***

Pour étudier le phénomène *small world*, on s'appuie en général sur les travaux de Watts et Strogatz (1998) qui ont développé le modèle de base simplifié pour l'analyse de l'évolution du système suite à l'introduction d'une nouvelle

---

<sup>40</sup> Où la consistance de l'explication est explicitement énoncée : 'In summary, *generative sufficiency is a necessary, but not sufficient condition for explanation.*' (Epstein, 2006, pp. 1589; 1596-1597).

interaction dans un réseau régulier. A partir d'une procédure de renouement des sommets d'un graphe régulier Watts et Strogatz (1998) ont étudié une 'interpolation' entre graphes réguliers et graphes aléatoires obtenus par l'introduction d'un nouvel sommet en interaction. Les nœuds des réseaux obtenus par renouement des graphes réguliers, sont donc liés selon une probabilité aléatoire de complexité  $\phi$  : tel que  $0 < \phi < 1$  et où la probabilité  $\phi = 0$  correspond à une topologie régulière et  $\phi = 1$  correspond à l'autre extrême d'une topologie complexe.

La procédure de renouement donne lieu à des réseaux invariants d'échelle, de complexité intermédiaire. Les résultats de Watts et Strogatz (1998) montrent que la moindre introduction de nouveaux liens aléatoires transforme le réseau en un *small world* caractérisé par des phénomènes de concentrations en grappes ayant des degrés de séparation réduits au sens qu'il serait plus probable que deux sommets soient liés par transitivité.

Le phénomène '*small world*' révèle des caractéristiques particulières de propagation, de diffusion et de synchronisation. Précisément Strogatz (2001, pp. 270-272) montre qu'au-delà d'une certaine valeur critique des paramètres de distribution, le couplage de ces réseaux raccordés passe par une phase de transition où des composantes sont spontanément synchronisées tandis que d'autres demeurent à l'extrémité de la distribution. Les expériences de Watts et Strogatz (1998) sur ces réseaux de complexité intermédiaire posent certaines hypothèses sur les propriétés dynamiques et structurelles du système, ainsi que sur les phénomènes de concentration, de diffusion et de synchronisation. Ces propriétés expliquent qu'à chaque intervalle de temps discret, une nouvelle interaction d'une portée  $\rho$  degrés de séparation entre deux sommets donne lieu :

- (1) à une diffusion et une concentration en grappe qui va dans le même sens que la portée de liens transitifs  $\rho$ , la probabilité d'une nouvelle interaction à chaque groupe notée  $\phi$  et la taille du réseau  $n$ . Cette propriété fut estimée statistiquement par Newman, et al. (2000) par la relation générale :

$$\ell = \frac{n}{\rho} f(n\rho\phi)$$

où  $f$  suit une distribution statistique de la forme :

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 2x}} \tanh^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x}}$$

(2) à un phénomène de synchronisation du réseau dès que l'intensité de couplage dépasse un certain paramètre noté  $K_c$  selon Kuramoto (1984). La condition de synchronisation en fonction de la topologie du réseau d'oscillateurs fut étudiée par Dörfler, et al. (2013) à partir de la [norme](#) suivante:

$$\|L^+ \omega\|_{n \times n \infty} < 1$$

Où  $L^+$  étant le [pseudo-inverse](#) de la [matrice laplacienne](#) qui définit le réseau, et  $\omega$  la fréquence de chaque oscillateur.

Le modèle des réseaux *small world* est généralement admis comme étant adéquat pour fournir un contenu tangible des innovations au sens de Schumpeter (Pyka, 2007). L'interprétation proposée est que l'introduction d'une nouvelle interaction *ex nihilo* du circuit traditionnel de l'échange donne lieu à la transformation de la structure du système et à l'émergence de nouvelles concentrations en grappes.

### 1.6.3. Les réseaux d'innovation et la dynamique évolutive

Les auteurs évolutionnistes s'appuient sur les modèles *small world* et les 'réseaux d'innovation'<sup>41</sup> – selon la terminologie proposée par Pyka (2007) – pour analyser la sélection des routines dans le cadre d'une structure organisationnelle caractérisée par des interactions cognitives et des pressions hiérarchiques. Pour définir la création du savoir-faire, l'approche évolutionniste se limite presque exclusivement aux notions de savoir activé et des routines en performance dans le contexte de l'activité productive des 'entreprises'. En allant de la conception d'origine chez Nelson & Winter (1982), les auteurs évolutionnistes s'appuient

---

<sup>41</sup> Traduction libre de la locution '*innovation networks*' (Pyka, 2007).

étroitement sur la notion de ‘création du savoir’ – *knowledge creation* – définie par une accumulation des connaissances inductives des procès productifs. Il s’agit essentiellement d’un savoir-faire tacite, d’un apprentissage par routines etc. d’où le lien ‘paradoxe’ avec la notion des comportements ‘heuristiques’ selon l’approche ‘simonienne’ (Arena & Lazaric, 2003, p. 350).

Dans l’examen de la création du ‘savoir’ Lazaric & Raybaut (2005) ont à titre d’exemple recours aux modèles des réseaux invariants d’échelle pour analyser la sélection des routines dans le cadre d’une structure organisationnelle caractérisée par des interactions cognitives et des pressions hiérarchiques. La structure de l’interaction dans le réseau invariant d’échelle d’un nombre de  $n$  groupes distribués sur un maillage est ainsi exprimée par une matrice d’adjacence  $\Omega = (l_{jk})$  carrée et symétrique de dimension  $n \times n$  qui est non-négative et invariante du temps, où  $l_{jk} = 1$  si les groupes  $j$  et  $k$  sont liés ; et  $l_{jk} = 0$  si les groupes  $j$  et  $k$  ne le sont pas. La structure du réseau est donc déterminée par la distance moyenne de séparation entre les éléments d’un couple  $(j; k)$  quelconque parmi les  $n$  groupes. La distance de séparation notée  $\ell$  est dépendante d’un paramètre  $\rho$  qui exprime la portée de chaque lien, et qui détermine la complexité de la structure du réseau, d’où :

$$\ell = |j - k| \leq (n + 1) - \rho n$$

Lorsque le paramètre  $\rho \rightarrow 1$  ; la distance de séparation entre chaque couple de groupes en interaction tend vers 1, l’interaction ne peut avoir lieu qu’avec le groupe le plus proche, et la structure du réseau correspond à une forte pression hiérarchique. Par contre lorsque  $\rho \rightarrow 0$  la distance de séparation tend vers  $(n + 1)$ , la structure du réseau est dense en interactions entre les différents groupes, elle correspond à une faible pression hiérarchique.

Effectivement la question posée par Lazaric & Raybaut (2005) a pour objet l’analyse des effets des pressions hiérarchiques, et non pas nécessairement les caractéristiques qualitatives du système dynamique. Ils étudient alors la création d’un savoir-faire en fonction des dimensions politiques et cognitives des pressions hiérarchiques déterminées par la complexité des réseaux. Par ailleurs

et pour définir la création du savoir-faire, ils se limitent exclusivement aux notions 'opérationnelles' du savoir activé et des routines en performance, en s'appuyant sur la notion de 'création du savoir' – *knowledge creation*.

Outre l'importance théorique de la création du 'savoir' et les avantages qu'offre cette approche, le concept du savoir *inductif* '... semble faire défaut dans le contexte des modèles dits « dynamiques »' (Arena & Lazaric, 2003, p. 350). Cette conception du problème implique des connaissances inductives des processus d'échange et de production. Ces processus sont donc supposés continus en se reproduisant dans le temps. Dans une perspective ayant pour objet l'étude de la nature évolutionnaire de la dynamique des innovations, et faisant référence au modèle souvent appelé 'Mark 1' chez Schumpeter (TED), cette définition soulève des questionnements à propos de la pertinence de l'analyse dynamique. Quel serait donc l'intérêt d'analyser une dynamique *statique* – ou à la limite *linéaire* – de la création d'un savoir inductif si le changement est porté par des étapes infinitésimales et continues, alors que l'innovation au sens défini par Schumpeter (TED, p. 65) donne lieu à une dynamique évolutionnaire de rupture?

D'ailleurs, et pour analyser l'évolution des pressions hiérarchiques en fonction des motivations, Lazaric & Raybaut (2014) et Reichardt & Bornholdt (2009) à titre d'exemple optent pour une équation différentielle afin d'exprimer la dynamique du système par la forme suivante :

$$\frac{dx}{dt} = x[f(m) - \delta x]$$

Où  $m$  représente l'ensemble des motivations au travail, qu'elles soient intrinsèques ou exogènes, et  $f: m \rightarrow t$  une application de l'ensemble des motivations  $m$  vers le vecteur temps  $t$ .

Dans le contexte d'un modèle dynamique de l'échange, cette méthode pose des limites quant à l'interprétation des changements essentiellement discontinus dans le temps. La raison est que les échanges ne peuvent pas être perçus comme des flux continus. Par référence à l'analyse 'opérationnelle' de la

production (Baumol, 1977), les décisions d'échange et de combinaisons de facteurs de production à un instant donné ne peuvent pas se reproduire d'une façon autonome dans le temps et par la suite être continues ou stationnaires, que dans l'hypothèse d'atomicité – et la continuité qui en découle, d'anticipations inductives des agents et des institutions traditionnelles immuables. Ainsi pour répondre aux fondements théoriques de la dynamique des innovations chez Schumpeter une autre problématique se pose dans la suite.

## 1.7. Le problème fondamental

Schumpeter qui a introduit son Histoire de l'Analyse Economique (HEA, 31-45) par un exposé sur la sociologie des connaissances, conclut l'ouvrage publié à titre posthume par un *desideratum* de proliférer l'interaction entre deux groupes d'économistes: (1) ceux qui ne comprennent pas les équations différentielles, et (2) ceux qui ne comprennent rien d'autres (*Ibid.*1134). La raison semble bien précise. Pour ce dernier groupe, le modèle mathématique est synonyme de la théorie économique (*Ibid.* 1132). L'acceptation crétule de l'équivalence entre l'interprétation de la question d'existence en *théorie de la preuve* et la proposition 'd'existence pure' de l'équilibre économique en fait preuve. Elle entraîne une confusion entre preuve, hypothèses, et évidences. D'ailleurs, la cohérence de la théorie est indissociable de son interprétation sémantique<sup>42</sup>. Ignorer cet avertissement signifie que l'objet n'est plus d'étudier les lois économiques que la solution dévoile, mais plutôt d'examiner les propriétés des objets mathématiques (*Ibid.* 934-935).

Ayant effectivement cité la preuve de Wald (1936b) dans le contexte du progrès réalisé sur le sujet de la consistance logique du système d'équation chez Walras (B.C.) (H.E.A., p. 934, n. 12), Schumpeter (HEA) s'appuie sur les contributions dans le colloque de Menger pour justifier et pour renforcer davantage son argument concernant la 'norme théorique', ou en d'autres termes la 'magna charta' (Arena, 2002, pp. 41-44). La preuve de Wald constitue selon Schumpeter

---

<sup>42</sup> C'est également valable en théorie des modèle selon le critère de proximité entre interprétation et vérité proposé par Tarski *c.f.* (Popper, 1972, pp. 319-340).

une avancée scientifique importante concernant le sujet de la cohérence de la théorie de l'équilibre général chez Walras puisqu'elle permet: (1) de préciser rigoureusement les conditions nécessaires et suffisantes pour obtenir une solution; et (2) d'indiquer les pistes de recherche pour montrer la complétude du système d'équations et pour rechercher la validité de ces conditions, ainsi que pour étudier la pertinence des hypothèses de base (HEA, p. 973). Tout en admettant la légitimité des questionnements sur la nature problématique de la méthode d'énumérer les équations, il avertit contre la confusion entre solution du système d'équations et la stabilité de l'équilibre (*Ibid.* p. 973, n. 22).

La théorie de l'équilibre général selon l'approche de Léon Walras (1874) n'est cependant pas suffisante. Un contre-exemple suffit pour démontrer [l'incomplétude logique](#) de la théorie au sens de Gödel (Boland, 1992), (Mirowski, 1992). Les cas d'un bien de Giffen (Boland, 1977) ou de l'effet de revenu (Bénicourt & Guerrien, 1999, p. 79) constituent des contrexemples largement connus et qui réfutent l'équilibre du marché (Boland, 1977). Ainsi sont les conséquences de l'innovation au sens de Schumpeter (TED). L'innovation définie strictement par l'introduction d'une nouvelle combinaison des moyens de production, implique le relâchement de l'hypothèse d'atomicité dans une économie concurrentielle, la transformation du circuit stationnaire, et par conséquence l'instabilité de l'équilibre général (Schumpeter, 1927) (1928), (BC), (Kornai, 1971). Autres aspects de l'instabilité de l'équilibre général (Guerrien, 1992) sont élaborés en s'appuyant sur l'indétermination des solutions qui découle des corollaires du théorème SMD et des fonctions de demandes nettes arbitraires au niveau agrégé (Sonnenschein, 1973).

Malgré ces limites, le principe général de l'interaction entre les agents chez Walras (1874) demeure nécessaire. Pour offrir une théorie cohérente, Schumpeter insiste sur la 'norme théorique' qui consiste à analyser le processus économique dans le cadre d'un système d'agents en interaction (Arena, 2002). La raison étant que l'hypothèse *ceteris paribus* et le principe d'effets indirects négligeables entraînent des contradictions (HEA) (Kirman, 1992), (Boland, 1992, p. 52), (Guerrien, 1992). En effet dans une économie à agent représentatif,

l'ajustement par substitution exige le recours à des relations concurrentielles et complémentaires, paradoxalement aux théories des préférences, et à des prix relatifs en équilibre concurrentiel, d'où l'incohérence des modèles à agent représentatif. Le passage d'une économie d'îlot vers une économie à plusieurs agents est forcément tronqué dans l'absence d'une théorie des échanges (HEA, pp. 994-998), (Boland, 1992, p. 52). L'argument de l'agent représentatif n'est donc plus tenable.

Cet exposé est effectivement loin d'épuiser l'ensemble des contributions néo-classiques et leurs critiques, et l'on ne tente pas d'entamer l'envergure d'une tâche pareille <sup>43</sup>. L'objectif est cependant de mettre en évidence les problématiques centrales qu'on cherche à résoudre en théorie néo-classique et de préciser les limites des approches dominantes. Les enseignements qu'on tire de l'évolution de ces problématiques en théorie néo-classique permettent d'identifier les trappes logiques qui découlent de certaines hypothèses. Le problème est évident dans la littérature sur la nouvelle synthèse qui cherche à réconcilier deux approches non seulement incompatibles mais parallèlement contradictoires. Les contradictions entre principes de l'agent représentatif et principes d'interaction entre les agents mettent en cause la cohérence de la nouvelle synthèse et nécessitent la recherche d'approches alternatives pour surmonter l'impasse de la théorie néo-classique.

L'alternative s'est d'ailleurs développée par l'intermédiaire des sciences de l'artificiel en général et des systèmes complexes en particulier. En correspondance avec la 'norme théorique' chez Schumpeter, l'approche '*Bottom up*' insiste sur le principe de l'interaction entre les agents. En s'appuyant sur la génération d'économies artificielles, cette approche permet de fournir des réponses relativement satisfaisantes à la question de consistance selon la [théorie des modèles](#). Cependant il s'avère que la génération d'économies artificielles n'est pas suffisante pour fournir un contenu explicatif général sans l'apport d'un cadre théorique qui permet d'étudier ces systèmes complexes.

---

<sup>43</sup> On note que tout exposé historique est d'ailleurs nécessairement loin d'être exhaustif (TED, p. 58), (Popper, 1957).

Cette difficulté est surmontée en théories évolutionnistes à partir de l'approche qui s'appuie sur les 'réseaux d'innovation' pour analyser la sélection des routines dans le cadre d'une structure organisationnelle caractérisée par des interactions cognitives et des pressions hiérarchiques. Cependant la conception des innovations comme processus continu de routines et de création du savoir inductif des processus de production, soulève des questionnements à propos de la pertinence de l'analyse dynamique. Comment donc envisager un cadre théorique cohérent pour l'analyse des innovations, et qui donne lieu à une dynamique de rupture avec routine?

La réponse à la question est difficilement envisagée d'être abordée directement. Elle touche à un problème fondamental en théories dominantes. La démarcation de ces frontières problématiques peut être exposée en considérant les difficultés suivantes: (1) la question du changement économique ne peut pas être posée comme un sujet portant sur des dynamiques autonomes ou indépendantes des décisions des agents. L'utilisation de l'hypothèse de l'agent représentatif est logiquement inconsistante quitte à être complétée par une théorie de l'échange; (2) alors que les modèles ACE surmontent le problème des *micro-foundations* et le passage de l'individu à la sphère sociale, la suffisance de l'explication générative implique qu'un modèle n'explique pas nécessairement une théorie, mais démontre simplement la consistance relative, d'où la nécessité d'une théorie ou au moins d'une hypothèse pratique; (3) l'approche évolutionniste s'appuie sur la théorie de l'innovation et la notion de création du 'savoir'. Cependant, la conception de la création des connaissances par accumulation continue des compétences et des routines est discutable dans le contexte des modèles dynamiques. Les changements économiques ne peuvent pas être considérés comme un flux continu selon les lois de la mécanique classique. La nature des processus qui s'effectuent en temps discret est plutôt non-linéaire et discontinue.

## Références

- Andvig, J.C., 1981. Ragnar Frisch and Business Cycle Research During the Interwar Years. *History of Political Economy* 13, 695–725. doi:10.1215/00182702-13-4-695
- Arena, R., 2002. Schumpeter on Walras, in: Arena, R., Dangel-Hagnauer, C. (Eds.), *The Contribution of Joseph Schumpeter to Economics: Economic Development and Institutional Change*. Routledge, London, pp. 40–65.
- Arena, R., Lazaric, N., 2003. La théorie évolutionniste du changement économique de Nelson et Winter. *Revue économique* 54, 329–354.
- Arrow, K.J., 1980. Foundations: Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics. *Journal of Political Economy* 88, 636–638.
- Arrow, K.J., Debreu, G., 1954. Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica* 22, 265–290. doi:10.2307/1907353
- Arrow, K.J., Hahn, F., 1971. *General Competitive Analysis*. North-Holland.
- Baumol, W.J., 1977. *Economic theory and operations analysis*, Fourth. ed. Prentice-Hall, New Jersey.
- Baumol, W.J., 1951. *Economic Dynamics: An Introduction*, 1970, Third ed. Macmillan, Toronto.
- Baumol, W.J., Goldfeld, S.M., 1968. *Precursors in mathematical economics: an anthology*, Series of Reprints of Scarce Works on Political Economy. London School of Economics and Political Science, London.
- Baxter, M., King, R.O., 1999. Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *Review of Economics & Statistics* 81, 575–593. doi:10.1162/003465399558454
- Becchio, G., 2009. The genesis of the half-published Viennese autobiography of Karl Menger (1923-1938): new light on the Vienna Circle and the Mathematical Colloquium, in: *Unexplored Dimensions: Karl Menger on Economics and Philosophy (1923-1938)*, *Advances in Austrian Economics*. Emerald Group Publishing Limited, pp. 1–20.
- Becchio, G., 2008. The complex role of Karl Menger in the Viennese economic theory. *Rev Austrian Econ* 21, 61–79. doi:10.1007/s11138-007-0027-z
- Bénicourt, E., Guerrien, B., 1999. *La théorie économique néoclassique : Microéconomie, macroéconomie et théorie des jeux*. La Découverte, Paris.
- Bjerkholt, O., 2007. Ragnar Frisch's business cycle approach: The genesis of the propagation and impulse model\*. *The European Journal of the History of Economic Thought* 14, 449–486. doi:10.1080/09672560701570351
- Bjerkholt, O., 1995. Introduction, Ragnar Frisch, the Originator of Econometrics, in: *Foundations of Modern Econometrics, The Selected Essays of Ragnar Frisch*. Edward Elgar, Aldershot, pp. xiii–lii.
- Bjerkholt, O., Dupont, A., 2010. Ragnar Frisch's Conception of Econometrics. *History of Political Economy* 42, 21–73. doi:10.1215/00182702-2009-062
- Boland, L.A., 1996. Realism in Economic Model Building, in: Medema, S.G., Samuels, W.J. (Eds.), *Foundations of Research in Economics: How Do Economists Do Economics*. Edward Elgar, Northampton, pp. 18–29.
- Boland, L.A., 1992. *The Principles of Economics: Some Lies My Teachers Told Me*. Routledge, London.
- Boland, L.A., 1977. Giffen Goods, Market Prices and Testability. *Australian Economic Papers* 16, 72–85. doi:10.1111/j.1467-8454.1977.tb00585.x

- Cassou-Noguès, P., 2005. La référence à l'espace et au temps dans le fondement des mathématiques. Université Charles de Gaulle-Lille 3. Unité Mixte de Recherche "Savoirs et Textes."
- Dalen, D., 2012. L.E.J. Brouwer – Topologist, Intuitionist, Philosopher: How Mathematics Is Rooted in Life. Springer.
- Debreu, G., 1998. Foreword: Economics in a mathematics colloquium, in: Dierker, U.-P.D.E., Sigmund, U.-P.D.K. (Eds.), Karl Menger. Springer Vienna, pp. 1–4.
- Debreu, G., 1974a. Four aspects of the mathematical theory of economic equilibrium, in: Proceedings of the International Congress of Mathematicians.
- Debreu, G., 1974b. Excess demand functions. *Journal of Mathematical Economics* 1, 15–21. doi:10.1016/0304-4068(74)90032-9
- Debreu, G., 1959. *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. Wiley, New York.
- Debreu, G., 1952. A Social Equilibrium Existence Theorem. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 38, 886–893.
- Divisia, F., 1933. Avis de la Réunion de la Société d'Économétrie, a Leyde, Hollande, Octobre, 1933. *Econometrica* 1, 335.
- Dörfler, F., Chertkov, M., Bullo, F., 2013. Synchronization in complex oscillator networks and smart grids. *PNAS* 110, 2005–2010. doi:10.1073/pnas.1212134110
- Eilenberg, S., Montgomery, D., 1946. Fixed Point Theorems for Multi-Valued Transformations. *American Journal of Mathematics* 68, 214–222. doi:10.2307/2371832
- Epstein, J.M., 2006. Chapter 34 Remarks on the Foundations of Agent-Based Generative Social Science, in: L. Tesfatsion and K.L. Judd (Ed.), *Handbook of Computational Economics*. Elsevier, pp. 1585–1604.
- Epstein, J.M., Axtell, R., 1996. *Growing Artificial Societies: Social Science from the Bottom Up*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Frisch, R., 1995. New Orientations of Economic Theory: Economics as an Experimental Science, in: Bjerkholt, O. (Ed.), *Foundations of Modern Econometrics, The Selected Essays of Ragnar Frisch*. Edward Elgar, pp. 481–495.
- Frisch, R., 1933. Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics, in: *Economic Essays in Honour of Gustav Cassel*. Kelley, New York, pp. 153–172.
- Frisch, R., 1926. Sur Un Problème D'économie Pure. *Norsk Matematisk Forenings Skrifter* 16, 1–40. doi:10.1111/j.1467-999X.1957.tb00651.x
- Gloria-Palermo, S., 2013. *L'école économique autrichienne*. La Découverte, Paris.
- Gloria-Palermo, S., 2010. Introducing formalism in economics: The growth model of John von Neumann. *Panoeconomicus* 57, 153–172. doi:10.2298/PAN1002153G
- Gödel, K., 1931. *On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems*. Dover Publications, New York.
- Goodfriend, M., King, R., 1997. The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy, in: Bernanke, B., Rotemberg, J. (Eds.), *NBER Macroeconomics Annual 1997*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp. 231–296.
- Gordon, R.J., Solow, R.M., 2003. Fresh Water, Salt Water, and Other Macroeconomic Elixirs, in: *Productivity Growth, Inflation, and Unemployment:*

- The Collected Essays of Robert J. Gordon. Cambridge University Press, Cambridge UK, pp. 226–239.
- Guerrien, B., 1992. Où en est le programme de recherche néo-classique? *L'Actualité économique* 68, 564. doi:10.7202/602085ar
- Haavelmo, T., 1944. The Probability Approach in Econometrics. *Econometrica* 12, iii-115. doi:10.2307/1906935
- Hayek, F.A., 1988. *The Fatal Conceit: The Errors of Socialism*, University of Chicago Press Ed edition. ed. University of Chicago Press, Chicago.
- Hesseling, D.E., 2003. *Gnomes in the Fog: The Reception of Brouwer's Intuitionism in the 1920s*. Birkhäuser, Basel.
- Hicks, J., 1939. *Value and Capital: An Inquiry into some Fundamental Principles of Economic Theory*. Oxford University Press, Oxford.
- Hodrick, R.J., Prescott, E.C., 1997. Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking* 29, 1–16. doi:10.2307/2953682
- Horn, R.V., Mirowski, P., Stapleford, T.A., 2011. *Building Chicago Economics: New Perspectives on the History of America's Most Powerful Economics Program*. Cambridge University Press.
- Kakutani, S., 1941. A generalization of Brouwer's fixed point theorem. *Duke Math. J.* 8, 457–459. doi:10.1215/S0012-7094-41-00838-4
- Kirman, A.P., 1992. Whom or What Does the Representative Individual Represent? *The Journal of Economic Perspectives* 6, 117–136.
- Kitcher, P., 1990. The foundations of mathematics, in: Cantor, G.N., Christie, J.R.R., Hodge, M.J.S., Olby, R.C. (Eds.), *Companion to the History of Modern Science*. Routledge, London, pp. 677–689.
- Kornai, J., 1975. *Anti-equilibrium: On Economic Systems Theory and the Tasks of Research*. North-Holland.
- Kuramoto, Y., 1984. *Chemical Waves and Chemical Turbulence*, Springer Series in Synergetics. Springer, Berlin Heidelberg.
- Kurz, H.D., Salvadori, N., 1993. Von Neumann's growth model and the 'classical' tradition. *The European Journal of the History of Economic Thought* 1, 129–160. doi:10.1080/10427719300000066
- Kydland, F.E., Prescott, E.C., 1982. Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica* 50, 1345–1370. doi:10.2307/1913386
- Lakomski-Laguerre, O., Longuet, S., 2004. Une approche subjectiviste de la démocratie : l'analyse de J.A. Schumpeter. *Cahiers d'économie Politique / Papers in Political Economy* 29–52.
- Lazaric, N., Raybaut, A., 2014. Do incentive systems spur work motivation of inventors in high tech firms? A group-based perspective. *J Evol Econ* 24, 135–157. doi:10.1007/s00191-013-0336-2
- Lazaric, N., Raybaut, A., 2005. Knowledge, hierarchy and the selection of routines: an interpretative model with group interactions. *J Evol Econ* 15, 393–421. doi:10.1007/s00191-005-0260-1
- Le Corbeiller, P., 1933. Les systemes autoentretenus et les oscillations de relaxation. *Econometrica* 1, 328–332. doi:10.2307/1907044
- Lindström, S., Palmgren, E., 2009. Introduction: The Three Foundational Programmes, in: Lindström, S., Palmgren, E., Segerberg, K., Stoltenberg-Hansen (Eds.), *Logicism, Intuitionism, and Formalism*. Springer Netherlands, Dordrecht, pp. 1–23.

- Lindström, S., Palmgren, E., Segerberg, K., Stoltenberg-Hansen, V. (Eds.), 2009. *Logicism, Intuitionism, and Formalism*. Springer Netherlands, Dordrecht.
- Louçã, F., 2007. *The Years of High Econometrics: A short history of the generation that reinvented economics*. Routledge, New York.
- Louçã, F., 2001. Intriguing pendula: founding metaphors in the analysis of economic fluctuations. *Cambridge Journal of Economics* 25, 25.
- Lucas, R.E., Jr., 1983. *Studies in Business-Cycle Theory*, Revised ed. edition. ed. The MIT Press, Cambridge, Mass.
- Lucas, R.E., Jr., 1975. An Equilibrium Model of the Business Cycle. *Journal of Political Economy* 83, 1113–1144.
- Lucas, R.E., Jr., Sargent, T.J., 1994. After Keynesian Macroeconomics, in: Miller, P.J. (Ed.), *The Rational Expectations Revolution: Readings from the Front Line*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp. 1113–1144.
- Mancosu, P., 1998. *From Brouwer to Hilbert: the debate on the foundations of mathematics in the 1920s*. Oxford University Press, New York.
- Mankiw, N.G., 2006. The Macroeconomist as Scientist and Engineer. *Journal of Economic Perspectives* 20, 29–46. doi:10.1257/jep.20.4.29
- Marschak, J., 1934. The Meetings of the Econometric Society in Leyden, September-October, 1933. *Econometrica* 2, 187–203.
- McKenzie, L., 1954. On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems. *Econometrica* 22, 147–161. doi:10.2307/1907539
- Menger, C., 1871. *Carl Menger: Grundsätze der Volkswirtschaftslehre*, 1st ed. Wilhelm Braumüller, Vienna.
- Menger, K., 2003. Austrian Marginalism and Mathematical Economics, in: Schweizer, P.D.B., Sklar, P.D.A., Sigmund, O.U.-P.D.K., Gruber, O.U.-P.D.D. h c P., Hlawka, em O.U.-P.D.D. h c E., Reich, O.U.-P.D.L., Schmetterer, em O.U.-P.D.L. (Eds.), *Selecta Mathematica*. Springer Vienna, pp. 531–553.
- Menger, K., 1994. *Reminiscences of the Vienna Circle and the Mathematical Colloquium*. Springer Netherlands, Dordrecht.
- Menger, K., 1972. Österreichischer Marginalismus und mathematische Ökonomie. *Zeitschrift für Nationalökonomie / Journal of Economics* 32, 19–28.
- Menger, K., 1952. The Formative Years of Abraham Wald and His Work in Geometry. *Ann. Math. Statist.* 23, 14–20. doi:10.1214/aoms/1177729481
- Menger, K.C., 1936. Bemerkungen zu den Ertragsgesetzen. *Zeitschr. f. Nationalökonomie* 7, 25–56. doi:10.1007/BF01682616
- Mirowski, P., 2012. L'irraisonnable efficacité des mathématiques en économie moderne. *Rue Descartes* 74, 117–133.
- Mirowski, P., Weintraub, E.R., 1992. What Were vonNeumann an Morgenstern Trying to Accomplish, in: *Toward a History of Game Theory*. Duke University Press, Durham and London, pp. 113–147.
- Mongin, P., 2003. L'axiomatisation et les théories économiques. *Revue économique* 54, 99–138. doi:10.3917/reco.541.0099
- Morgan, M.S., 1990. *The History of Econometric Ideas*. Cambridge University Press, Cambridge England;
- Nash, J.F., 1950. Equilibrium points in n-person games. *PNAS* 36, 48–49. doi:10.1073/pnas.36.1.48
- Nelson, R.R., Winter, S.G., 1982. *An Evolutionary Theory of Economic Change*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.

- Neumann, J.V., 1945. A Model of General Economic Equilibrium. *The Review of Economic Studies* 13, 1–9. doi:10.2307/2296111
- Neumann, J. von, Morgenstern, O., 1944. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton.
- Newman, M.E.J., Moore, C., Watts, D.J., 2000. Mean-field solution of the small-world network model. *Physical Review Letters* 84, 3201–3204. doi:10.1103/PhysRevLett.84.3201
- Overtveldt, J. van, 2007. *The Chicago School: How the University of Chicago Assembled the Thinkers who Revolutionized Economics and Business*. Agate, Chicago.
- Popper, K., 1974. *Unended Quest: An Intellectual Autobiography*. Routledge, London.
- Popper, K., 1972. *Objective Knowledge: An Evolutionary Approach*. Oxford University Press, Oxford.
- Popper, K., 1969. *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*. Routledge, London ; New York.
- Popper, K., 1959. *The Logic of Scientific Discovery*. Routledge.
- Popper, K., 1957. *The Poverty of Historicism*. Routledge, London.
- Punzo, L.F., 1994. Karl Menger's Contribution to the Social Sciences, in: Golland, L., McGuinness, B.F., Sklar, A. (Eds.), *Reminiscences of the Vienna Circle and the Mathematical Colloquium*. Springer, Dordrecht, pp. xxi–xxvi.
- Punzo, L.F., 1991. The School of Mathematical Formalism and the Viennese Circle of Mathematical Economists. *Journal of the History of Economic Thought* 13, 1–18. doi:10.1017/S1053837200003369
- Ramsey, F.P., 1931. *Foundations: Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics*, Revised edition edition. ed. Routledge & Kegan Paul PLC, London.
- Reichardt, J., Bornholdt, S., 2009. Tools from Statistical Physics for the Analysis of Social Networks, in: Pyka, A., Scharnhorst, A. (Eds.), *Innovation Networks: New Approaches in Modelling and Analyzing, Understanding Complex Systems*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 149–187.
- Russell, B., 1903. *The Principles of Mathematics*, 2009th ed. Taylor & Francis, London.
- Samuelson, P.A., 1948. *Foundations of Economic Analysis*. Harvard University Press, Cambridge.
- Samuelson, P.A., 1941. The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics. *Econometrica* 9, 97–120. doi:10.2307/1906872
- Schlesinger, K., 1936. Ein Beitrag zu Mengers „Bemerkungen zu den Ertragsgesetzen“. *Zeitschr. f. Nationalökonomie* 7, 398–400. doi:10.1007/BF01316194
- Schulak, E.M., Unterköfler, H., 2011. *The Austrian School of Economics: A History of Its Ideas, Ambassadors, & Institutions*. Ludwig von Mises Institute, Auburn, Alabama.
- Schumpeter, J.A., 1954. *History of Economic Analysis*. Oxford University Press, New York.
- Schumpeter, J.A., 1951. *Essays of J. A. Schumpeter*. Addison-Wesley Press, Cambridge, Massachusetts.
- Schumpeter, J.A., 1951. *Ten Great Economists*. Oxford University Press, New York.
- Schumpeter, J.A., 1943. *Capitalism, Socialism and Democracy*, 2003rd ed. Routledge.

- Schumpeter, J.A., 1939. *Business Cycles: A Theoretical, Historical, and Statistical Analysis of the Capitalist Process*. McGraw-Hill, New York.
- Schumpeter, J.A., 1934. *The Theory of Economic Development: An Inquiry Into Profits, Capital, Credit, Interest, and the Business Cycle*. Transaction Publishers.
- Schumpeter, J.A., 1933. The Common Sense of Econometrics. *Econometrica* 1, 5–12. doi:10.2307/1912225
- Schumpeter, J.A., 1928. The Instability of Capitalism. *The Economic Journal* 38, 361–386. doi:10.2307/2224315
- Schumpeter, J.A., 1927. The Explanation of the Business Cycle. *Economica* 286–311. doi:10.2307/2548401
- Schumpeter, J.A., 1906. Über die mathematische Methode der theoretischen Ökonomie. *Zeitschrift für Volkswirtschaft, Sozialpolitik und Verwaltung* 15, 30–49.
- Shapiro, S., 2009. Categories, Structures, and the Frege-Hilbert Controversy: The Status of Meta-mathematics, in: Lindström, S., Palmgren, E., Segerberg, K., Stoltenberg-Hansen, V. (Eds.), *Logicism, Intuitionism, and Formalism, Synthese Library*. Springer Netherlands, pp. 435–448.
- Simon, H.A., 1969. *The Sciences of the Artificial*, 1996, third ed. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Solow, R.M., 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics* 70, 65–94. doi:10.2307/1884513
- Solow, R.M., Winter, S.G., Page, S.E., Chari, V.V., Colander, D.C., 2010. *Buiding A Science of Economics for the Real World*. U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- Sonnenschein, H., 1973. Do Walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand functions? *Journal of Economic Theory* 6, 345–354. doi:10.1016/0022-0531(73)90066-5
- Staehle, H., 1933. *La Réunion de la Société d'Econométrie*, Lausanne, Septembre, 1931. *Econometrica* 1, 73–86.
- Stenlund, S., 2009. Hilbert and the Problem of Clarifying the Infinite, in: Lindström, S., Palmgren, E., Segerberg, K., Stoltenberg-Hansen, V. (Eds.), *Logicism, Intuitionism, and Formalism, Synthese Library*. Springer Netherlands, pp. 485–503.
- Strogatz, S.H., 2001. Exploring complex networks. *Nature* 410, 268–276. doi:10.1038/35065725
- Tait, W.W., 1983. Against intuitionism: Constructive mathematics is part of classical mathematics. *Journal of Philosophical Logic* 12, 173–195.
- Tesfatsion, L., 2006. Agent-Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory, in: Judd, K.L., Tesfatsion, L. (Eds.), *Handbook of Computational Economics*. Elsevier, pp. 831–880.
- The Annals of Mathematical Statistics, 1952. The Publications of Abraham Wald. *Ann. Math. Statist.* 23, 29–33. doi:10.1214/aoms/1177729483
- The Econometric Society, 1934. Program of the Meeting of the Econometric Society, Leyden, September-October, 1933. *Econometrica* 2, 185–186.
- The Econometric Society, 1933. The Organization of the Econometric Society in Cleveland, Ohio, December, 1930. *Econometrica* 1, 71–72.
- Tintner, G., 1952. Abraham Wald's Contributions to Econometrics. *Ann. Math. Statist.* 23, 21–28. doi:10.1214/aoms/1177729482

- Veblen, T., 1900. The Preconceptions of Economic Science. *The Quarterly Journal of Economics* 14, 240–269. doi:10.2307/1883770
- Wald, A., 1951. On Some Systems of Equations of Mathematical Economics. *Econometrica* 19, 368–403. doi:10.2307/1907464
- Wald, A., 1935. Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen (Mitteilung I). *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* 6, 12–18.
- Wald, A., 1936b. Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie. *Zeitschr. f. Nationalökonomie* 7, 637–670. doi:10.1007/BF01316644
- Wald, A., 1936a. Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Weltlehre (Mitteilung II). *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* 7, 1–6.
- Walras, L., 1874. *Eléments d'économie politique pure – ou théorie de la richesse sociale*. Corbaz, Lausanne.
- Watson, M.W., 1993. Measures of Fit for Calibrated Models. *Journal of Political Economy* 101, 1011–1041. doi:10.1086/261913
- Watts, D.J., Strogatz, S.H., 1998. Collective dynamics of “small-world” networks. *Nature* 393, 440–442. doi:10.1038/30918
- Weintraub, E.R., 2011. Retrospectives: Lionel W. McKenzie and the Proof of the Existence of a Competitive Equilibrium. *Journal of Economic Perspectives* 25, 199–215. doi:10.1257/jep.25.2.199
- Weintraub, E.R., 1979. *Microfoundations: The Compatibility of Microeconomics and Macroeconomics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Weisstein, E.W., n.d. Wolfram MathWorld: The Web's Most Extensive Mathematics Resource [WWW Document]. URL <http://mathworld.wolfram.com/> (accessed 5.12.14).
- Whitehead, A.N., Russell, B., 1910. *Principia Mathematica*, 1963rd ed. Cambridge University Press, Cambridge.
- Wicksell, K., 1898. *Interest and Prices - A Study of the Causes Regulating the Value of Money*, 1936th ed. Sentry Press, New York.
- Zambelli, S., 2007. A Rocking Horse That Never Rocked: Frisch's “Propagation Problems and Impulse Problems.” *History of Political Economy* 39, 145–166.
- Zingales, L., 2014. *A Capitalism for the People: Recapturing the Lost Genius of American Prosperity*. Basic Books.

## **Section 2**

### **La dynamique de l'Innovation : Un modèle de réseau en évolution**

## 2 La Dynamique de l'Innovation: Un modèle de réseaux en évolution

### 2.1. Introduction

Les questions qui se posent à propos des causes des transformations économiques constituent l'axe de recherche fondamental en économie. Cet aspect de la recherche préoccupait les économistes depuis l'ère des classiques. Les premiers théoriciens expliquaient essentiellement les changements économiques soit par la division du travail, soit par l'épuisement des ressources naturelles, soit par l'accumulation du capital. Ces théories se sont avérées cependant inadéquates pour expliquer la révolution industrielle du XIX<sup>ème</sup> siècle. En s'appuyant sur la théorie classique de la valeur-travail, la théorie marxiste expliquait l'évolution historique de l'économie par la théorie de l'épuisement dans l'exploitation de la plus-value.

Les théories néoclassiques rejettent les explications classiques et marxistes principalement sur base de contradictions logiques qu'abrite la théorie de la valeur-travail. A l'aide des contre-exemples ces contradictions soulignent des divergences entre les valeurs de certains biens et des processus de production indirecte<sup>44</sup>. En revanche, le modèle de base en théorie de la croissance néoclassique propose expliquer la croissance économique par un facteur exogène qui fut interprété comme progrès technologique. Les problèmes associés à l'interprétation néoclassique de base étaient à l'origine des théories de la croissance endogène, et des questions posées sur le rôle de l'information et sur le rôle des innovations, notamment dans les procédés opérationnels de production. Ces derniers modèles, prédominants en théorie économique, posent

---

<sup>44</sup> Il s'agit essentiellement des divergences de valeur dans nombreuses classes de biens *cf.* à titre d'exemple les biens non-marchand, la production intellectuelle, les processus de production et les biens intermédiaires etc.

cependant d'autres problèmes de cohérence logique, principalement en raison de l'usage crédule de l'hypothèse de l'agent représentatif<sup>45</sup>.

Dans le présent article nous proposons d'étudier la question de l'innovation en suivant une approche alternative. En tant que source de transformation économique, le sujet sera traité selon la conception d'origine proposée par Schumpeter (TED). Par innovation on entend donc toute introduction d'une nouvelle combinaison des moyens de production (*Ibid.*, p. 65). La démarche est proposée selon le modèle de l'innovation, souvent appelé 'Mark 1', et qui fut introduit par Schumpeter dans son ouvrage de référence *Theory of Economic Development*. A l'instar de Schumpeter, on définit en premier lieu le circuit d'une économie stationnaire en équilibre. On analyse en second lieu les conséquences de l'innovation puis on étudie la dynamique du système. L'approche de cette étude s'appuie sur des résultats établis en théorie des graphes, en dynamique non-linéaire, en économie évolutionniste et dans les modèles à agents multiples. On s'appuie étroitement sur les contributions de Goodwin (1946), Kirman (1983) et Pyka (2007) sur ces sujets.

En allant d'une condition initiale en équilibre général des échanges, on étudie la dynamique de la demande nette globale en conséquence de l'introduction d'une innovation. Pour surmonter les contradictions liées à l'hypothèse de l'agent représentatif, on opte pour une approche *bottom-up* en s'appuyant sur un modèle à agents hétérogènes en interaction pour définir la condition initiale. La dynamique du modèle étudié est dépendante de la condition initiale, et la question à laquelle on cherche des réponses consiste à savoir : quelles sont les conséquences du changement dans ces conditions initiales suite à l'introduction des innovations ?

La réponse est dans un premier lieu recherchée en étudiant la dynamique de la demande nette globale par des [équations aux différences](#). En s'appuyant sur la propriété de clôture algébrique des solutions, et en posant des phases variables dans temps, on étudie les conditions dynamiques nécessaires pour réaliser l'équilibre et la stabilité de la demande nette globale, avant d'analyser l'évolution

---

<sup>45</sup> cf. Kirman (1992) à titre d'exemple sur la critique de l'hypothèse de l'agent représentatif.

du système. Les résultats de la simulation du modèle suite à l'introduction de l'innovation dans une économie d'échange à cinq groupes d'agents, montrent une dynamique turbulente et évolutionnaire au sens étroit défini par Schumpeter (HEA, 964): à savoir une dynamique de rupture entre deux tendances opposées et qui comprend des changements adaptatifs, continues, et infinitésimaux interrompus par des instabilités : des variations brusques suite à des mutations aléatoires, accidentelles dont les conséquences sont de grande ampleur.

L'article est structuré en cinq parties. En premier lieu on fait un rappel bref des différentes notions dynamiques en théories dominantes en section 2. On introduit ensuite la problématique de la recherche en discutant comment la question de l'innovation en tant que déterminant de la croissance est principalement traitée en théorie économique. En passant par le problème de l'information et de l'agent représentatif, on souligne la nature problématique des théories dominantes, allant du modèle néoclassique de base aux théories de la croissance endogènes. On montre en section 3 comment l'approche *bottom-up* et les modèles à agents multiples surmontent ces difficultés et on présente la question de l'innovation selon l'approche évolutionniste des réseaux, à savoir les réseaux en évolution et les réseaux d'innovation selon l'approche des économies d'information, l'approche *Knowledge based* et la notion d'apprentissage par la pratique.

On remarque alors que la dynamique des innovations est souvent conçue comme des flux continus, ce qui pose la problématique centrale de la présente étude discutée en section 4. Cette problématique repose sur le fait que les échanges, les processus de production et de circulation, et les innovations en particulier s'effectuent en temps discret. Afin de proposer les outils nécessaires pour résoudre le problème, on fait le lien avec les premières tentatives effectuées par Goodwin (1946) pour étudier l'innovation à partir des modèles dynamiques en temps discrets, discontinus et non-linéaires.

En section 5 on présente le modèle employé pour étudier la dynamique qui découle des processus d'innovation. On suit la démarche du modèle 'Mark I' (TED) en modélisant le circuit stationnaire d'une économie en équilibre par un [réseau régulier](#) de l'échange. Ce modèle constitue la condition initiale du

système dynamique. Ayant défini l'innovation par l'introduction d'une nouvelle combinaison des moyens de production, on analyse les procédés de diffusion. Le résultat de ces procédés donne lieu à un nombre de réseaux qui sont dépendants de la condition initiale. A partir d'une enveloppe des solutions des [équations aux différences](#) on analyse les conditions dynamiques nécessaires pour atteindre l'équilibre des échanges.

Ces conditions permettent de définir des critères objectifs pour tester la stabilité et la convergence vers l'équilibre. En dernier lieu on effectue en section 6 une application de ces critères sur la simulation du modèle et on présente les résultats qui montrent une dynamique turbulente et évolutionnaire au sens défini par Schumpeter (HEA) avant de discuter finalement les significations de ces résultats.

## **2.2. La notion de dynamique établie en théorie néoclassique face à la dynamique évolutionnaire**

Afin de préciser la nature des changements économiques et pour distinguer la dynamique évolutionnaire chez Schumpeter (HEA, 964) – sujet qu'on étudiera dans la suite, il convient en premier lieu de faire brièvement le rappel sur les différentes notions de dynamiques en théorie néo-classique. La notion de stabilité, et la distinction généralement acceptée entre dynamique et statique, est celle proposée dans l'ouvrage de référence par Samuelson (1948, pp. 315-317)<sup>46</sup>. Pour distinguer davantage entre systèmes stationnaires, causales et historiques, Samuelson (1948) s'appuie sur les définitions chez Frisch (1936) et sur la distinction des facteurs non économiques chez Schumpeter (TED) pour différencier entre systèmes stochastiques et historiques déterminés par des chocs exogènes.

---

<sup>46</sup> cf. Guerrien (1992).

Initialement Frisch (1992) remarque que la signification des deux concepts : de statique et de dynamique, dépend largement du contexte. Pour clarifier la polysémie qui en découle, Frisch distingue la signification des qualificatifs statique et dynamique, selon leurs rapports avec des phénomènes, avec une analyse ou avec un état d'équilibre. Ces notions, qu'il s'agit de phénomènes, d'analyse ou d'un état, peuvent à leur tour être soit statiques, soit dynamiques, soit stationnaires ou même évolutionnaires ; d'où la vraie dynamique – et contrairement à la cinématique – fait appel selon Frisch (1992) à l'usage 'essentiel' des notions mécanistiques de 'force' et de 'vélocité'. La définition renvoie donc par implication à un système causal à l'instar de la mécanique Newtonnienne.

Samuelson accepte la définition chez Frisch mais il élabore en distinguant entre : premièrement un système causal, un système historique qui dépend de facteurs non économiques en second lieu, et finalement un système stochastique qui dépend d'une chaîne de conditions exogènes. Samuelson (1941, pp. 315-317) précise davantage la distinction selon six possibilités de classes comprenant des systèmes statiques et dynamiques :

1. Statiques et stationnaires,
2. Statiques et historiques,
3. Dynamiques et causales,
4. Dynamiques et historiques,
5. Stochastiques et historiques,
6. Stochastiques et non-historiques.

Schumpeter (HEA, pp. 963-971) accepte ces deux systèmes de classification, cependant il précise davantage une classe complètement différente de la conception classique. A savoir, il définit la dynamique évolutionnaire au sens étroit par les phénomènes d'une dynamique non stationnaire moins ceux à taux de changement continu.

In the wider sense it comprises all the phenomena that make an economic process non-stationary. In the narrower sense it comprises these phenomena minus those that may be described in terms of continuous variations of rates within an unchanging framework of institutions, tastes, or technological horizons, and will be included in the concept of growth' (HEA, p. 964).

Selon Schumpeter (BC) les changements continus s'inscrivent dans un cadre institutionnel bien déterminé, avec des préférences et d'horizons technologiques stables qui seront incorporés dans une trajectoire de croissance théorique. Les changements continus sont interrompus par des changements endogènes, brusques, à l'issue de mutations aléatoires, accidentelles dont les conséquences sont de grande ampleur. Cette dynamique de rupture a poussé Frisch à décrire l'évolution et la déformation structurelle proposée par Schumpeter (TED) à partir d'un 'pendule possédé par un petit démon'<sup>47</sup> (Louçã, 2017, p. 161).

Dans la recherche de réponses à la question qui se pose à propos des déterminants du changement économique, cette conception du problème fait appel à l'analyse d'un système dynamique et causal. Les théories néoclassiques dominantes expliquent la croissance économique par le progrès technologique, par l'accumulation de l'information, par l'innovation comme évolution des procédés opérationnels de production, par accumulation de l'apprentissage par la pratique. Or cette dernière notion de l'innovation est différente de celle proposée à l'origine par Schumpeter (TED). Contrairement à l'approche néoclassique, et outre les chocs exogènes, les changements des combinaisons de facteurs de production et donc les innovations selon Schumpeter (TED ; BC ; 1927) sont les causes internes qui expliquent la dynamique évolutionnaire. Par ailleurs certaines approches néoclassiques posent un nombre de problèmes et de difficultés logiques qu'on propose souligner dans la suite.

---

<sup>47</sup> Traduction libre de l'auteur, cf. §. 1, n 15.

## 2.3. La question de l'innovation comme déterminant de la croissance

En théorie de la croissance néoclassique les premières investigations des causes de la croissance furent articulées par R. Solow dans son article de référence en posant la question suivante : Quelles sont les causes de la croissance et quelle est la part attribuable à l'accumulation des facteurs de production (essentiellement quelle est la part attribuable à l'accumulation du capital et du facteur travail) ? La réponse était que l'accumulation des facteurs de production ne contribue pas beaucoup à la croissance. Une grande partie de la croissance, soit 87,5% selon la première estimation empirique menée par Solow (1957) est attribuable à un résidu. Solow (*Ibid*) interprète ce résidu par le rôle du progrès technique. Outre les questionnements au sujet de la pertinence des méthodologies d'estimation, des mesures de la croissance et des indicateurs des facteurs de production, le progrès technique est un facteur exogène dans le modèle néoclassique de base. Ce qui implique que l'interprétation du résidu de Solow n'est pas forcément pertinente. Le résidu estimé par Solow (*Ibid*) n'est pas nécessairement attribuable au progrès technique. Autrement dit, il est parfaitement possible que d'autres facteurs aient un rôle assez déterminant dans la croissance.

Le problème lié à la pertinence de l'interprétation du résidu par le progrès technique, a poussé un grand nombre d'économistes à considérer le progrès technique et l'innovation comme variable endogène dans les modèles d'équilibre général. Or cette question de recherche pose une problématique centrale dans le cadre d'une économie compétitive. L'innovateur, chef de file en matière d'introduire l'innovation, ne peut empêcher autres producteurs d'utiliser ses propres innovations que si l'hypothèse de la transparence de l'information n'est pas vérifiée. Ce problème avait poussé des auteurs évolutionnistes et néoclassiques<sup>48</sup>, à souligner l'importance de l'apprentissage, de l'information, des

---

<sup>48</sup> Comme à titre de référence R. Nelson (1961) et K. Arrow (1962).

brevets etc. Les différents modèles de la croissance endogène<sup>49</sup> insistent par la suite sur l'accumulation de l'information et de l'apprentissage par la pratique dans une économie en concurrence monopolistique.

A l'instar des modèles de la croissance endogène, le modèle de base des innovations, dit dans une économie compétitive (Aghion & Howitt, 1992), explique la croissance par l'accumulation des connaissances générées par le biais d'investissements en Recherche et Développement. En extension des modèles de la croissance endogène, le modèle des innovations de base (*Ibid*), cherche à expliquer le processus de destruction créatrice et les cycles d'innovations; concepts proposés à l'origine par Schumpeter. Le modèle définit l'innovation par des biens intermédiaires qui sont le produit des investissements en Recherche et Développement. Ainsi une économie qui n'affecte pas de ressources et d'expertise aux activités de Recherche et Développement ne peut être en croissance.

Or cette définition étroite de l'innovation laisse à désirer autres explications de la croissance en tant que produit d'innovations. En effet l'innovation est susceptible posséder une nature différente, comme par exemple l'introduction de nouveaux produits de consommation, de nouveaux procédés de production, d'organisation de l'activité productive et de commercialisation, l'apprentissage par la pratique, la différenciation des produits, etc. Ces différents types d'innovations peuvent exercer un effet considérable sur la croissance, et ne peuvent donc être négligés.

Par ailleurs, en théories de la croissance endogène, le passage de l'agent représentatif à une économie compétitive, pose certaines contradictions logiques (Kirman, 1992). Dans l'hypothèse d'une économie à agent représentatif, l'ajustement par substitution exige en effet le recours à des relations compétitives et complémentaires et entraîne donc une contradiction avec les théories des préférences, des prix relatifs et d'ajustement par substitution, d'où l'incohérence de la théorie des cycles réels *Real Business Cycle*, des modèles de croissance endogène, de la nouvelle macroéconomie ou même du modèle de base des innovations dans une économie compétitive.

---

<sup>49</sup> cf. à titre d'exemples classiques Romer (1986), Lucas (1988) ou Aghion & Howitt (1990).

Les théories évolutionnistes posent essentiellement deux alternatives pour étudier les innovations Schumpetériennes. La première repose sur des avancements en théories postkeynésiennes et en dynamique non linéaire (Goodwin, 1946), (Dosi et al., 2015) pour expliquer l'irrégularité des cycles et pour montrer comment les investissements nouveaux en innovation sont les causes d'une croissance cyclique. Cependant cette première approche ne souligne pas suffisamment l'importance de l'interaction entre les individus. Elle néglige le problème de l'information et de l'hétérogénéité des individus.

L'autre alternative des réseaux d'innovation<sup>50</sup>, souvent nommée "*innovation networks*" (Pyka, 2007) ou encore "evolving networks" (Kirman, 1983 ; 1992), s'appuie sur la théorie des réseaux en insistant sur le principe de l'interaction entre les agents. Comme l'approche '*Bottom up*' dans les modèles à agents multiples: *Agent-Based Computational Economics* [ACE], cette dernière alternative permet de mieux comprendre les dynamiques de déséquilibre en étudiant des modèles à agents hétérogènes, et en s'appuyant sur des hypothèses comme la décentralisation des décisions et de l'information, la rationalité limitée des agents et l'interaction locale entre ces agents. Elle permet donc (1) de surmonter les difficultés liées à l'indétermination de l'équilibre, notamment les difficultés avec les fonctions arbitraires de la demande excédentaire au niveau agrégé (Sonnenschein, 1973), et (2) de résoudre aux contradictions logiques qui découlent de l'hypothèse de l'agent représentatif.

L'approche des réseaux en évolution s'appuie sur les modèles ACE, pour comprendre la dynamique des structures du marché et les résultats de l'évolution de ces structures. Les réponses sont recherchées dans l'analyse des interactions entre agents hétérogènes, la diffusion de l'information dans le marché et le processus d'ajustement du déséquilibre. Ainsi le modèle du marché de poissons à Marseille (Kirman & Vriend, 2001) montre une persistance de la dispersion des prix, en contrepartie d'une rigidité de l'indice de fidélité des acheteurs à l'égard de certains fournisseurs. Dans sa revue des réseaux en évolution, Kirman (1997, p. 350) montre l'exemple d'un marché à trois agents. Lorsque les acheteurs sont

---

<sup>50</sup> Traduction libre de l'auteur.

complètement fidèles à leurs fournisseurs, l'indice de fidélité fourni une probabilité qu'un certain acheteur  $x$  visite un fournisseur  $y$  qui est égale à 1. Le cas mène à la convergence vers l'ordre du marché où l'information sera complètement diffusée et le marché sera équilibré. Cet exemple d'une économie notée 'ordonnée' fut représenté (Kirman, 1997, p. 350) par le modèle d'un graphe régulier et cyclique à trois **sommets** et trois **arêtes**. Il montre ainsi la voie vers le recours à la théorie des graphes notamment selon l'approche des réseaux d'innovation.

Comme précisé par Pyka (2007), l'approche évolutionniste des réseaux d'innovation s'appuie principalement sur la théorie des graphes et les modèles des réseaux invariants d'échelle '*scale-free*' de complexité intermédiaire, souvent appelés '*small world*' par analogie au phénomène '*six degrees of separation*' (Watts & Strogatz, 1998, p. 440). Selon cette approche, les auteurs évolutionnistes cherchent à expliquer la création et la diffusion des innovations en tant que déterminants du développement économique. L'innovation dépend alors de la structure des réseaux de création du savoir-faire et de la diffusion de l'information, et donc elle dépend de la complexité d'une structure organisationnelle de l'information qui est caractérisée par des interactions cognitives et des pressions hiérarchiques.

Pour définir la création du savoir-faire, ces auteurs se limitent exclusivement aux notions de savoir activé et de routines en performance. En suivant la 'Bible' évolutionniste de Nelson & Winter (1982), ils examinent la création du 'savoir' – *knowledge creation* – au sens bien défini de l'accumulation des connaissances inductives de la production, d'un savoir-faire tacite, d'apprentissage par routines et 'heuristiques', d'où le lien 'paradoxe' avec l'approche 'simonienne'<sup>51</sup>.

---

<sup>51</sup> Selon les 'sciences de l'artificiel' chez Herbert A. Simon. On cite le qualificatif 'simonienne' selon (Arena & Lazaric, 2003, p. 350).

## 2.4. Problématique en systèmes dynamiques et question de recherche

L'importance accordée aux innovations conçues comme procédés de création, d'accumulation et de diffusion du savoir-faire, d'expertise ou de l'apprentissage par la pratique (Nelson & Winter, 1982), permet de rechercher une définition stricte du savoir activé qui est limitée aux routines opérationnelles<sup>52</sup>. En théories des innovations compétitives, cette définition permet de surmonter les contradictions logiques qui découlent du lien entre innovations, économies d'échelle, taille de la firme et concurrence monopolistique (Arrow, 1993). Cependant elle ne répond pas à l'interprétation d'origine proposée par Schumpeter (TED, p. 66); notamment elle ne peut fournir une explication satisfaisante des innovations par les procédés de commercialisation, la conquête de nouveaux marchés ou de nouvelles sources d'approvisionnement par exemple.

Outre l'importance de la création, de la diffusion du savoir-faire et de l'apprentissage par la pratique, le concept d'un savoir accumulé par induction, et notamment en théorie évolutionniste et réseaux d'innovation, '... semble faire défaut dans le contexte des modèles dits « dynamiques »' (Arena & Lazaric, 2003, p. 350). La notion d'un savoir accumulé par des procédés inductifs implique une évolution continue qui se reproduit dans le temps, et qui soulève des questionnements à propos de la pertinence de l'analyse dynamique.

Néanmoins, la complexité et la non-linéarité constituent des propriétés essentielles en théories des modèles ACE et des réseaux d'innovation, mais peu d'importance fut accordée à l'innovation comme phénomène non linéaire et discontinu dans le contexte d'un système dynamique en temps discret. Reichardt & Bornholdt (2009) et Lazaric & Raybaut (2014) à titre d'exemple étudient la dynamique de flux continus à l'instar de la mécanique classique. Alors que Dosi et Al. (2015) s'appuient sur les systèmes d'équations non linéaires étudiés à

---

<sup>52</sup> cf. (Lazaric & Raybaut, 2005).

l'origine par Goodwin (1946), ils n'accordent pas suffisamment d'importance sur l'interaction entre les agents.

En fait pour analyser l'évolution des pressions hiérarchiques en fonction des motivations, Lazaric & Raybaut (2014) ou Reichardt & Bornholdt (2009) optent par exemple pour une équation différentielle afin d'exprimer la dynamique du système. Le modèle dynamique est donc exprimé dans la forme suivante :

$$\frac{dx}{dt} = x[f(m) - \delta x]$$

Où  $m$  représente l'ensemble des motivations au travail qu'elles soient intrinsèques ou exogènes et  $f: m \rightarrow t$ .

Il est évident qu'un système dynamique pareil ne soit pas nécessairement linéaire, non plus monotone ou encore stationnaire. Mais, dans le contexte d'un modèle dynamique de l'innovation, cette méthode pose des limitations quant à l'interprétation des changements essentiellement discontinus dans le temps. Elle s'avère donc inadéquate dans le cas où l'innovation est conçue comme déclenchement d'un événement critique (Pyka & Scharnhorst, 2009, p. 13). La raison est que les échanges, et plus particulièrement l'innovation dans les activités de production et d'échange, ne peuvent pas être perçus comme des flux continus (BC, pp. 39 ; 88-92). Même si l'on exclut la nature discontinue de l'innovation, ce constat demeure valide puisque la nature des opérations de production et d'échange soulève certaines propriétés particulières comme l'indivisibilité, les défauts d'atomicité, les effets saisonniers et de latence, etc. (Baumol, 1951, pp. 127-134), (Velupillai, 2004).

En suivant l'analyse 'opérationnelle' de la production (Baumol, 1971), les décisions d'échange et de combinaisons de facteurs de production à un instant donné ne peuvent pas se reproduire d'une façon autonome dans le temps. Ces opérations de production et d'échange ne peuvent en conséquence être continues ou stationnaires, que dans les hypothèses d'atomicité d'homogénéité, d'anticipations inductives des agents et d'institutions traditionnelles immuables – et la continuité qui en découle. Ces hypothèses s'avèrent d'ailleurs nécessaires

dans le cadre de l'équilibre général pour assurer la reproduction des mêmes activités d'échange et de production en allant d'un lapse de temps à un autre. Elles sont encore nécessaires pour assurer que les changements soient introduits d'une façon infinitésimale pour garantir la continuité dynamique du système. Or ces hypothèses s'avèrent en contradiction avec l'hétérogénéité, la rationalité limitée des agents et l'interaction locale entre ces agents.

La question fondamentale à laquelle on cherche des réponses consiste à savoir : quelles sont les conséquences du changement dans les conditions initiales suite à l'introduction des innovations d'une nature discontinue ? La question est posée en extension des théories évolutionnistes qui s'appuient sur la théorie des graphes. L'apport consiste à fournir deux explication fondamentales: (1) une interprétation plus générale de la nature des innovations en s'appuyant sur le modèle Mark 1 et l'interprétation des nouvelles combinaisons de facteurs de production (Kurz, 2012), et (2) une interprétation pertinente de la dynamique évolutionnaire au sens de Schumpeter (HEA, p. 964) par l'emploi d'outils plus pertinents pour résoudre le problème lié à la nature discontinue des innovations en temps discret.

La réponse à la question est recherchée en faisant le lien entre théorie des graphes, modèles à agents hétérogènes en interaction et dynamique non-linéaire. En s'appuyant sur la théorie des graphes, en particuliers sur les modèles '*small world*' il est possible de concevoir un modèle à agents hétérogènes, soulignant ainsi l'importance de l'interaction entre les agents. En fait Pyka (2007, p. 372) montre comment ces modèles, 'caractérisés par des structures de complexité intermédiaires, sont parfaitement adaptés à explorer les opportunités de nouvelles technologies selon la conception de l'approche du savoir activé et des routines opérationnelles en économie évolutionniste'<sup>53</sup>.

Afin d'analyser les changements en temps discret suite à l'introduction de l'innovation, on étudie en premier lieu la condition initiale d'un modèle du circuit

---

<sup>53</sup> Traduction libre de l'auteur pour interpréter la citation suivante: '*... [the suitability of small world networks and intermediate network typologies, to explore]... new technological opportunities as they are emphasized within the knowledge based approaches of evolutionary economics...*' (Pyka 2007, p. 372) [nos italiques].

économique stationnaire en équilibre des échanges, puis on analyse la dynamique du modèle par des **équations aux différences**. Cette approche suppose que chaque opération de production et d'échange a lieu en temps discret: elle s'effectue sur un laps de temps court par rapport à un intervalle de deux opérations effectuées par un certain agent par exemple. Ces opérations sont supposées dépendantes des décisions des autres agents et de l'état du système aux intervalles de temps passés. Alors que les décisions des agents peuvent être considérées autonome au sens qu'elles sont indépendantes d'un commissaire-priseur qui fixe les prix et qui gère l'information par exemple (Epstein, 2006), la dynamique du système est cependant supposée **non-autonome** : en d'autres termes elle n'est pas auto-entretenu mais dépend de la condition initiale.

## 2.5. Un modèle des innovations dans le circuit stationnaire

On considère à l'instar de Schumpeter (TED, §. I) un modèle du circuit économique à un certain nombre de groupes d'agents en interaction. Les relations d'échanges sont modélisées en un **graphe connexe orienté**. Chaque **sommet** du graphe représente un groupe d'agents, et chaque **arête** représente une relation d'échange. A l'état initial on constate un marché en équilibre des échanges. On s'appuie sur l'exemple de Kirman (1997 ; Kirman & Vriend, 2001) où l'ordre du marché fut représenté par un graphe cyclique régulier ayant trois **sommets** avec deux **arêtes** à chaque **sommet** qu'on note  $C_3$  2-régulier. Il est donc possible d'étendre ce modèle simplifié à  $n$  nombre d'agents ayant  $r$  relations d'échange chacun<sup>54</sup>. La condition initiale sera donc représentée par un graphe cyclique qu'on note  $C_n$   $r$ -régulier.

Ayant défini la condition initiale, on étudie la dynamique de la demande nette suite à l'introduction de l'innovation. Sur un intervalle de temps  $t = 0,1,2\dots m$  le

---

<sup>54</sup>  $n$  et  $r$  étant des entiers naturels.

résultat de l'innovation sera  $m$  graphes différents. Les opérations d'échange sont supposées être effectuées en temps discret. Le système est supposé dépendant des conditions initiales. La dynamique du système peut être étudiée par des [équations aux différences](#) dont les solutions prennent des formes triangulaires ou rectangulaires. En s'appuyant sur le phénomène de Gibbs et sur la clôture algébrique des sinusoides complexes on étudie les conditions dynamiques nécessaires pour que la demande nette globale soit nulle et que l'équilibre du marché soit stable.

### **2.5.1. Le modèle du réseau en évolution**

Considérons l'hypothèse d'un marché dans une économie d'échange à  $n$  groupes d'agents hétérogènes en interaction. Les agents n'optimisent pas nécessairement au sens mathématique. L'information concernant le système de valeur, propre à chaque agent sur marché, est incomplète. Elle circule jusqu'à un certain degré de séparation entre les agents qui est strictement inférieur à  $n - 1$ . Chaque produit, service ou investissement circule en suivant un certain nombre de transactions entre le fournisseur d'origine et l'utilisateur final. La dynamique des fonctions d'offre et de demande est supposée non-[autonome](#). L'offre et la demande de chaque agent sont dépendantes de l'offre et de la demande des autres agents.

Cette dernière hypothèse signifie que les offres et les demandes de chaque agent ne changent jamais que sous une influence externe à l'agent. Elles sont pourtant dépendantes des autres agents et donc interne au système d'échange – ce qui évite les interprétations psychologiques et stochastiques exogènes de l'évolution de l'offre et de la demande, et souligne l'interdépendance des préférences et des procédés de production (Kurz, 2012, p. 893).

La relation d'échange entre chaque couple de groupes d'agents  $(j; k)$  définit les débouchés mutuels entre  $j$  et  $k$ . Les possibilités d'échange sont les suivantes : soit une demande de ressources consommables et/ou transformables de  $j$  qui est satisfaite par l'offre de  $k$ , soit l'offre de  $j$  à  $k$ , soit des relations d'offre et de

demande de  $j$  avec  $k$ . La demande du groupe  $j$  satisfaite par l'offre du groupe  $k$  est équivalente à l'offre de  $k$  à  $j$ .

La direction des échanges est donc importante pour préciser la nature des interactions entre agents. Cette direction est également importante pour distinguer 1) les boucles aux **sommets** du réseau qui définissent des approvisionnements autonomes : une autoconsommation ou une formation autonome de capital à titre d'exemple, 2) les combinaisons des ressources utilisées par chaque groupe d'agents et 3) les débouchés de ces groupes.

### ***Le modèle :***

En suivant la démarche dans les modèles ACE et les modèles selon l'approche des réseaux d'innovation, l'interaction à travers l'échange parmi les  $n$  groupes d'agents peut être représentée par le modèle d'un **graphe connexe orienté** noté  $G(\mathcal{V}, \mathcal{E}, A)$  avec des **sommets**  $\mathcal{V}$ , des **arêtes**  $\mathcal{E}$  et des pondérations positives  $A_{jk} = (\alpha_{jk})$  des débouchés propres à chaque **arête**  $\{j, k\}$  ; pour  $\alpha_{jk} = 0$  le cas correspond aux couples de deux **sommets** qui ne sont pas liés par une **arête**.

On note  $\mathcal{V}$  l'ensemble dont les éléments sont les **sommets** de  $G$ , et  $\mathcal{E}$  l'ensemble dont les éléments sont les **arêtes** entre des couples d'éléments de  $G$ . On note les matrices de taille  $n \times n$  :  $\mathbf{M} = (m_{jk})$  la **matrice d'adjacence**,  $\mathbf{N}^+ = (d_{jk}^+)$  la **matrice des degrés sortant**,  $\mathbf{N}^- = (d_{jk}^-)$  la **matrice des degrés entrants**, et  $\mathbf{N}$  la **matrice des degrés totaux** de  $G$ . Ces matrices définissent la structure du modèle. Les liens entrant définissent des relations d'approvisionnement en biens et/ou services consommables et/ou transformables. Les liens sortant définissent des débouchés.

### ***Conditions initiales: le circuit stationnaire***

Supposons à l'instant  $t = 0$  que les procédés de production, de l'échange, et que les anticipations d'opérations futures s'effectuent empiriquement par raisonnement inductif. Le savoir-faire, et l'information disponibles pour ces procédés sont à l'état statique ; Ils ne changent jamais. Dans cette hypothèse les mêmes transactions se reproduisent à chaque lapse de temps. Le marché est

stationnaire. Il est gouverné par des conditions institutionnelles au sens large : ces conditions comprennent les habitudes, traditions, normes, conventions... ainsi que toute forme d'organisation sociale. Ces conditions institutionnelles assurent la fidélité des agents dans leurs opérations d'échange.

A l'instant  $t = 0$  le système est considéré en équilibre des valeurs échangées sur le marché. En posant un système de valeur déterminé à la marge de la production – ou en d'autres termes par 'l'intensité du dernier besoin' – selon la théorie de la valeur subjective, le circuit stationnaire est en équilibre général de Walras (TED, p. 10). Chaque agent possède un système de valeur déterminé par le niveau de ses stocks et de sa consommation (TED, p.40). Lorsque l'équilibre est réalisé au niveau de l'individu, les agents n'ont pas besoin de crédit. Les dotations initiales et le système de valeur sont suffisants pour satisfaire les besoins à partir des moyens disponibles. Pour simplifier le modèle on omet le cas des facilités bancaires, du crédit documentaire, des crédits à la consommation qui pourraient être introduits comme anticipation de revenus. Il est donc supposé à l'instant  $t = 0$  que le crédit est nul, et que le pouvoir d'achat des moyens de paiement est constant.

Supposons que chaque agent possède un nombre  $r$  de transactions d'échange. La stationnarité du marché implique qu'à chaque lapse de temps les mêmes relations d'échange se reproduisent avec les mêmes partenaires. Cette hypothèse de stationnarité interprète alors le cas où les acheteurs sont fidèles à certains fournisseurs. En supposant que l'indice de fidélité étudié par Kirman (1997 ; Kirman & Vriend, 2001), soit égal à l'unité, le circuit stationnaire à  $n$  agents est représenté par le graphe  $G_0$  ayant une structure régulière notée  $C_n$   $r$ -régulier Kirman (1997, p. 350). Ce graphe est cyclique à  $n$  sommets, il est régulier avec un paramètre de concentration  $r$  à chaque sommet.

Les graphes cycliques réguliers sont caractérisés par une structure régulière et homogène. Cette propriété qui découle de la définition de graphes  $C_n$   $r$ -régulier, traduit l'ordre du marché qui est le résultat des décisions effectuées sur base inductive par les agents pour échanger en fonction des conditions

institutionnelles : comme à titre d'exemple notre cas à  $t = 0$  où les acheteurs fidèles à certains fournisseurs (*ibid*, p. 350).

A l'instant  $t_0 = 0$ , la structure du circuit stationnaire représentée par  $G_0$  est une donnée initiale. Cette structure est déterminée par les **matrices des degrés**, des matrices carrées de dimension  $n \times n$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{N}^+(0) &= r_{S(0)} \mathbf{I} \\ \mathbf{N}^-(0) &= r_{D(0)} \mathbf{I} \\ \mathbf{N}(0) &= \mathbf{N}^+(0) + \mathbf{N}^-(0) = (r_{S(0)} + r_{D(0)}) \mathbf{I} = r_0 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (1)$$

En posant des pondérations  $\alpha$  qui sont dépendantes du système de valeur et des dotations initiales, les fonctions d'offre et de demande individuelles correspondantes à une certaine classe d'agents  $j$  à l'instant  $t_0 = 0$  s'expriment par:

$$\begin{aligned} D_j(0) &= d_j^- \sum_{j=1}^n \alpha_{jk} = r_{D(0)} \mathbf{1} \sum_{j=1}^n \alpha_{jk} \\ S_j(0) &= d_j^+ \sum_{k=1}^n \alpha_{jk} = r_{S(0)} \mathbf{1} \sum_{k=1}^n \alpha_{jk} \end{aligned}$$

On note  $Tr$  la **trace** d'une matrice. A l'instant  $t_0 = 0$ , la régularité du circuit stationnaire implique que le nombre total des relations de demande est égale au nombre total des relations d'offre :

$$nr_{D(0)} = nr_{S(0)} = nr_0/2$$

On pose  $\alpha_0 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{jk}$  ; Les fonctions d'offre et de demande globales sont égales au produit du nombre total des débouchés respectivement sortant et entrant avec la somme des pondérations. Les expressions correspondantes s'écrivent :

$$S(0) = Tr[\alpha_0 \mathbf{N}^+(0)] \quad (2.a.)$$

$$D(0) = Tr[\alpha_0 \mathbf{N}^-(0)] \quad (2.b.)$$

La régularité et la symétrie qui découlent de la structure des réseaux  $C_n r$ -réguliers assurent l'équilibre de l'échange qu'on définit par une demande nette nulle. En remplaçant dans (2) on obtient par soustraction :

$$D(0) - S(0) = nr_{D(0)}\alpha_0 - nr_{S(0)}\alpha_0$$

$$D(0) - S(0) = nr_0\alpha_0/2 - nr_0\alpha_0/2 = 0$$

La condition d'équilibre des échanges étant définie par une demande nette nulle, on retient l'expression suivante du ratio des débouchés (Samuelson, 1941, pp. 104-105) qui permet par simplification du ratio, de prendre en considération un état de croissance équilibrée :

$$\psi^* = \frac{S(0)}{D(0)} = \frac{nr_0\alpha_0}{nr_0\alpha_0} = 1 \quad (3)$$

Cette condition signifie que dans l'hypothèse d'un circuit économique traditionnel où l'échange s'effectue d'une façon inductive suivant des normes économiques, sociales, et institutionnelles au sens large, les échanges sont en équilibre statique immuable. Cet équilibre ne peut changer que soit sous l'influence des chocs externes au système d'échange, ou bien suite à une rupture avec les normes traditionnelles dans les opérations d'échange.

### ***Innovations et diffusion dans le réseau***

Vu que les conceptions néoclassiques et évolutionnistes de l'innovation, comme par exemple l'innovation définie par des investissements dans les activités de Recherche et Développement, par la création de savoir-faire, par l'accumulation et la diffusion de l'apprentissage par la pratique etc. ne sont pas satisfaisantes pour expliquer toute forme d'innovation<sup>55</sup>, on retient la définition proposée à l'origine par Schumpeter (TED, pp. 65-66). L'innovation est donc définie strictement par l'introduction d'une nouvelle combinaison de moyens de production (Kurz, 2012). On suppose que l'innovation est indépendante de la

---

<sup>55</sup> cf. *supra*.

taille de la firme pour isoler le lien entre innovation et concurrence monopolistique (BC, pp. 63-68)<sup>56</sup>.

Chaque introduction d'une nouvelle combinaison de moyens de production entraîne nécessairement un des trois cas : (1) une nouvelle relation d'échange, (2) la création d'un nouveau système de valeur, ou bien (3) les deux cas (1) et (2) à la fois. Supposons que le nouveau système de valeur est financé par une création *ex nihilo* de pouvoir d'achat : c.à.d. une émission de crédits par exemple. L'innovation se traduit alors dans le réseau  $G$  par une destruction d'arêtes  $\mathcal{E}$  caractérisées par certaines pondérations de valeur  $A$ , et la création de nouvelles arêtes avec de nouvelles pondérations de valeur. Or l'introduction d'une nouvelle interaction au réseau régulier  $G_0$  transforme le réseau en un *small world* caractérisé par des concentrations en grappes ayant des degrés de séparation réduits, au sens qu'il serait plus probable que deux **sommets** soient liés par transitivité (Watts & Strogatz, 1998).

Une telle innovation n'est pas nécessairement extraordinaire au sens qu'elle fait appel forcément à un savoir épistémique ou bien à une découverte scientifique ou technologique etc. En d'autres termes, cette décision peut être tout à fait banale! Elle consiste simplement à effectuer des échanges différemment parmi les  $\frac{(n+\mu-1)!}{\mu!(n-1)!}$  possibilités, donc des combinaisons différentes de ressources, et/ou de débouchés, et/ou de transformations, et/ou d'intermédiations, et/ou des stratégies de concentration nouvelles etc. Cette interprétation pose une autre thèse susceptible être étudiée ultérieurement, à savoir que les opportunités d'innovations soient positivement et exponentiellement dépendantes du nombre des groupes d'agents et de la diversité dans le marché.

Cette notion d'innovation justifie alors, dans le cadre du réseau de l'échange, la cohérence de la proposition de l'ouverture d'un débouché nouveau (TED, p. 65-

---

<sup>56</sup> On note que le présent modèle n'est pas concurrentiel. On suppose que les agents sont hétérogènes à rationalité limitée. On rappelle que dans le présent modèle, l'information est supposée limitée à un certain degré de diffusion par transitivité entre les agents. Le lien entre innovation et taille de la firme ainsi que les contradictions de l'innovation (Arrow, 1962) liées aux hypothèses du modèle concurrentiel et à l'information complète du marché ne sont pas appropriés dans le cadre du présent modèle.

66) avec la définition stricte de l'innovation comme nouvelle combinaison de facteurs de production. Cette interprétation s'avère plus générale et couvre les cinq cas d'innovation énoncés par Schumpeter (TED. P. 66). En d'autres termes, et selon l'approche du savoir-faire activé à titre d'exemple les nouveaux débouchés peuvent être exclus par la définition opérationnelle proposée (Nelson & Winter, 1982) qui s'avère insatisfaisante pour expliquer les différentes formes d'innovation.

Ces possibilités d'innovation par l'introduction de nouvelles combinaisons ouvrent alors la voie vers des questionnements à propos des effets sur la structure du système d'échange et en conséquence sur l'évolution des conditions initiales. Quel serait donc l'effet de cette innovation sur le réseau de l'échange et par suite sur la dynamique de l'équilibre des échanges ?

Supposons qu'à  $t = 1$  l'agent  $j$  nommé 'entrepreneur' décide d'entrer dans des opérations d'échange nouvelles. En conséquence des arêtes au sommet  $j$  seront détruites et remplacées par de nouvelles arêtes ayant de nouvelles pondérations avec de nouveaux partenaires. Les nouvelles relations d'échange influencent le système de valeur des partenaires d'échange avec  $j$ , dont les partenaires seront à leur tour influencés. On suppose que la portée de l'innovation se diffuse au bout d'un certain degré de séparation  $\rho < n - 1$ . En conséquence,  $G$  sera modifié à chaque intervalle de temps jusqu'à ce que l'innovation soit complètement absorbée après un laps de temps  $m$  au bout duquel le système revienne à la condition initiale  $G_0$ . Le résultat est  $m$  nombre de graphes  $G_t$  dont la structure est déterminée par  $m$  nombre de matrices de degré  $\mathbf{N}_t$  et  $m$  nombre de matrices des pondérations  $\mathbf{A}_t$ .

## 2.5.2. La dynamique des Innovations

Les opérations d'échange ayant lieu en temps discret, la dynamique du système ne peut en conséquence être considérée comme celle de flux continu. La méthode adéquate pour étudier un système dynamique pareil consiste à utiliser des [équations aux différences](#). Le système dynamique étant dépendant des

conditions initiales, la dynamique du réseau sur un intervalle de temps discret  $t = 1, 2, 3, \dots, m$  s'exprime par la fonction suivante :

$$G_t = f(G_{t-1}, G_{t-2}, G_{t-3}, \dots, G_{t-m})$$

Une équation de ce type donne lieu à des dynamiques non-linéaires comme démontré par (Ezekiel, 1938), (Baumol, 1951, pp. 151-320), (Hommes, 1994), etc. La solution des [équations aux différences](#) trace des fonctions triangulaires, rectangulaires et des trajectoires compliquées caractérisées par des dédoublements successifs des périodes d'oscillation (Baumol & Benhabib, 1989). Ces dédoublements suivent une fonction géométrique des [conditions initiales](#) (May, 1976). Couillet & Tresser (1978) avaient démontré 'l'habileté du modèle dynamique... à exhiber des comportements asymptotiques très irréguliers et extrêmement sensibles par rapport aux conditions initiales' (*ibid*). Ils ont conjecturé une 'universalité quantitative' que Feigenbaum (1979) a démontré par la propriété qu'au-delà de la valeur 'universelle' 4.669 du paramètre d'itération, la dynamique du système déclenche des comportements chaotiques accélérés qui dépassent une [trajectoire limite](#) sur le [diagramme des phases](#). Cette propriété est possible même pour des fonctions de demande et d'offre linéaires non nulles.

En conséquence de ces comportements irréguliers, l'offre et la demande de chaque agent tracent des fonctions triangulaires et rectangulaires en temps discret. Ces fonctions peuvent être reconstruites par la somme de sinusoides complexes selon le [phénomène de Gibbs](#). En posant des périodicités  $\theta(t)$  variables dans le temps, et s'appuyant sur la propriété de [clôture algébrique](#), l'enveloppe de l'offre et de la demande globale est représentée par le modèle de sinusoides complexes à phases variables. Un exemple d'une enveloppe de trois périodicités : cycles de Kitchin, Juglar et Kondratiev, fut illustré par Schumpeter (BC, pp. 213-214).

Etant donné les conditions initiales (2), et puisque par définition  $D(t)$  et  $S(t)$  ne peuvent s'exprimer indépendamment de  $G_0$ , et que le système dynamique n'est pas autonome – en d'autres termes. la dynamique du système n'est pas

invariable dans le temps – les phases instantanées  $\theta(t)$  sont supposées dépendantes de la structure du graphe pendant les lapses de temps passés :

$$\theta(t) = f(A_{t-1}, A_{t-2}, A_{t-3}, \dots, A_{t-m})$$

L'interprétation de cette dernière hypothèse est que la durée de l'effet de l'innovation sur les partenaires de l'échange et sur les pondérations de valeur, dépend du type de diffusion et du degré de séparation  $\rho$  entre les agents. Par la suite, la dynamique de l'offre et de la demande globale est donnée par:

$$D(t) = Tr[\alpha_0 \mathbf{N}^-(0) \text{diag}(\{ e^{-\frac{t}{\tau_D}} |e^{i\theta_{jk}^-(t)}| \}_{\{i,j\} \in \mathcal{E}})]$$

$$S(t) = Tr[\alpha_0 \mathbf{N}^+(0) \text{diag}(\{ e^{-\frac{t}{\tau_S}} |e^{i\theta_{jk}^+(t)}| \}_{\{i,j\} \in \mathcal{E}})]$$

En remplaçant dans l'équation (1) on obtient:

$$D(t) = Tr[(\alpha_0 \frac{r_0}{2} \mathbf{I}) \text{diag}(\{ e^{-\frac{t}{\tau_D}} |e^{i\theta_{jk}^-(t)}| \}_{\{i,j\} \in \mathcal{E}})] \quad (4.a.)$$

$$S(t) = Tr[(\alpha_0 \frac{r_0}{2} \mathbf{I}) \text{diag}(\{ e^{-\frac{t}{\tau_S}} |e^{i\theta_{jk}^+(t)}| \}_{\{i,j\} \in \mathcal{E}})] \quad (4.b.)$$

On note  $\text{diag}(\{e^{i\theta_{jk}(t)}\}_{\{j,k\} \in \mathcal{E}})$  une **matrice diagonale** dont les éléments sont  $|e^{i\theta_{jk}(t)}|$  et qui est associée à l'ordre des indices de l'ensemble  $\mathcal{E}$  ;  $\theta_{jk}^+$  les phases associées à la **matrice des degrés sortant**,  $\theta_{jk}^-$  les phases associées à la **matrice des degrés entrants** ;  $\tau \in \mathbb{R}$  un paramètre de croissance  $\tau_D$  de  $D(t)$  et  $\tau_S$  de  $S(t)$ .

En remplaçant (4) dans (3), la dynamique du ratio des débouchés devient :

$$\psi(t) = \frac{S(t)}{D(t)} = \frac{r_0 \alpha_0 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n e^{-\frac{t}{\tau_S}} |e^{i\theta_{jk}^+(t)}|}{r_0 \alpha_0 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n e^{-\frac{t}{\tau_D}} |e^{i\theta_{jk}^-(t)}|}$$

En s'appuyant sur la propriété de [clôture algébrique](#) des exponentielles complexes, on pose :

$$e^{i\theta^+(t)} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n |e^{i\theta_{jk}^+(t)}|$$

$$e^{i\theta^-(t)} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n |e^{i\theta_{jk}^-(t)}|$$

On obtient l'enveloppe suivante :

$$\psi(t) = \frac{S(t)}{D(t)} = \frac{r_0 \alpha_0 e^{-\frac{t}{\tau_S}} |e^{i\theta^+(t)}|}{r_0 \alpha_0 e^{-\frac{t}{\tau_D}} |e^{i\theta^-(t)}|}$$

$$\psi(t) = e^{(\frac{1}{\tau_D} - \frac{1}{\tau_S})t} |e^{i[\theta^+(t) - \theta^-(t)]}| \quad (5)$$

La stabilité de la tendance à une convergence vers l'équilibre des valeurs échangées  $\psi^* = 1$  dépend du paramètre  $\tau$ . Si  $\frac{1}{\tau_D} - \frac{1}{\tau_S} \in \mathbb{R}^-$  l'évolution de la relation d'échange converge asymptotiquement vers la condition initiale  $n\mu_0\alpha_0/2$  ; si  $\frac{1}{\tau_D} - \frac{1}{\tau_S} \in \mathbb{R}^+$  il y aura une divergence avec la condition initiale, alors que dans le cas où  $\tau_D = \tau_S$  on obtient des oscillations bornées autour de  $n\mu_0\alpha_0/2$  (Baumol, 1951, p. 212). A cause des oscillations autour des sentiers de croissance de l'offre et de la demande, le point fixe  $\psi^* = 1$  est l'exception plutôt que la règle. L'expression générale du ratio des débouchés dans l'équation (5) trace sur le [diagramme des phases](#), des cercles limites autour de la condition initiale  $\psi^*$ . Il ne s'agit donc plus d'une question de déterminisme, d'unicité et de stabilité du point fixe, mais de la convergence asymptotique vers des cercles limites autour du point fixe, et la question portera sur la stationnarité ou la non-stationnarité de la convergence – en d'autres termes il s'agit plutôt d'une dynamique non linéaire des fonctions de demande nette et l'objet consiste à étudier la convergence qui se reproduit ou pas au bout de séquences régulières dans le temps.

## 2.6. Stabilité et testabilité de l'équilibre

Ayant défini la dynamique de la demande nette  $\psi(t)$  en équation (5) et la condition initiale en équilibre des échanges par un ratio égal à l'unité  $\psi^* = 1$  en équation (3), on étudie la stabilité et les conditions de convergence vers l'équilibre. L'équilibre défini en équation (3) est dit stable si suite à une perturbation suffisamment petite et arbitraire de l'équilibre, la diffusion de la perturbation mène à une convergence vers l'équilibre initial au bout d'un laps de temps  $t$ . Dans un système dynamique en mouvement, un point fixe  $\psi^* = 1$  en équilibre est donc dit stable, si le système converge vers  $\psi^* = 1$  avec une vitesse décroissante. En d'autres termes, l'équilibre est stable si au point fixe  $\psi^*$  on obtient des dérivées partielles négatives  $\frac{\delta\psi}{\delta t} < 0$ .

Dans ce qui suit on étudie les caractéristiques dynamiques à l'état l'équilibre des échanges en équation (5). On étudie par la suite la stabilité de ces caractéristiques en retenant trois notions de stabilité : stabilité asymptotique au sens de Lyapunov, dynamique bornée et stabilité orbitale au sens de Poincaré. Finalement on effectue une simulation et test les trois critères de stabilité.

### 2.6.1. Caractéristiques dynamiques en état d'équilibre

A l'état d'équilibre des échanges au point fixe  $\psi^* = 1$ , la dynamique de l'équilibre exprimée en équation (5) doit vérifier les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\theta^+(t)}{\theta^-(t)} = 1 \\ e^{\frac{t}{\tau_S}} \\ e^{-\frac{t}{\tau_D}} = 1 \end{cases} \quad (6)$$

On pose  $\kappa_\theta(t) = \frac{\theta^+(t)}{\theta^-(t)}$  et  $\kappa_\tau(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau_S}}}{e^{-\frac{t}{\tau_D}}}$  ;

La condition (6) s'écrit :

$$\begin{cases} \kappa_{\theta}(t) = 1 \\ et \\ \kappa_{\tau}(t) = 1 \end{cases} \quad (7)$$

L'interprétation dans un système non linéaire explique qu'à l'état d'équilibre l'offre et la demande suivent la même trajectoire de croissance avec des oscillations synchronisées autour de la trajectoire de croissance.

Pour tester si le ratio  $\kappa_{\theta}$  vérifie la condition d'équilibre ou s'il est fixé à un paramètre constant on peut procéder par représenter à chaque instant  $t$ , les phases variables dans le temps  $\theta(t)$  sur les [courbes de Lissajous](#) (Strogatz, 1994, p. 295). Soit  $x$  et  $y$  les axes respectivement horizontal et vertical. Posons  $A_S(t) = e^{-\frac{t}{\tau_S}}$  et  $A_D(t) = e^{-\frac{t}{\tau_D}}$  ; D'après les propriétés des fonctions trigonométriques et en remplaçant à chaque instant par  $\theta^+(t)$ ;  $\theta^-(t)$ ;  $e^{-\frac{t}{\tau_S}}$  et  $e^{-\frac{t}{\tau_D}}$  on obtient la carte des courbes de Lissajous.

$$\frac{x^2}{A_S^2} + \frac{y^2}{A_D^2} = [\sin \theta^-(t)]^2 + [\cos \theta^+(t)]^2 = 1$$

Si l'économie est en état d'équilibre  $\theta^- = \theta^+$  et  $A_D = A_S$ . La courbe de Lissajous trace donc la fonction d'une ellipse.

## 2.6.2. Stabilité et testabilité de l'équilibre

Ayant défini l'état d'équilibre, la question proposée dans la suite consiste à étudier dans quelles conditions l'équilibre est stable et par quelles méthodes pourrait-on tester la stabilité de l'équilibre ? Pour répondre à la question concernant la stabilité et la testabilité de l'équilibre, on retient principalement trois notions de stabilité : (1) la notion de dynamique bornée, (2) la notion de stabilité asymptotique au sens de Lyapunov et (3) la notion de stabilité orbitale au sens de Poincaré.

Pour étudier en premier lieu la stabilité de l'équilibre en vérifiant si la demande nette est une fonction bornée, on s'appuie sur les fondements d'analyse exposés

par Baumol (1951, pp. 206-224; 273-276) et Grandmont & Laroque (1986). Ces derniers auteurs ont expliqué les conditions nécessaires pour que la solution d'une **équation aux différences** converge vers l'équilibre. considérons  $p(t)$  un **polynôme** arbitraire de degré  $n$ . La dynamique de la demande nette est bornée et asymptotiquement stable si la valeur absolue de la solution  $u_n$  du **polynôme**  $p(t)$  est inférieure à l'unité :

$$|u_n| < 1 \quad (8)$$

Pour pouvoir vérifier cette condition, on peut représenter sur le **plan complexe**, les **racines complexes** des **polynômes** de  $r_\theta$  et de  $r_\tau$  en effectuant une **transformée en Z**. Si les solutions se trouvent à l'intérieur du **cercle unitaire**,  $r_\theta$  et  $r_\tau$  sont bornées et stables. Si elles se trouvent à l'extérieur du **cercle unitaire**, les oscillations de  $r_\theta$  et  $r_\tau$  sont explosives (Baumol, 1951, p. 221).

La notion de stabilité asymptotique peut être encore étudiée selon le critère des **exposants de Lyapunov** négatifs  $\lambda < 0$ . Pour estimer  $\lambda$  on pose une perturbation suffisamment petite et arbitraire  $\delta_0 \rightarrow 0$  à la condition initiale  $r_0$  ; Après  $t$  déviations dans le temps, l'**exposant de Lyapunov** est défini dans l'équation suivante :

$$|\delta_t| = |\delta_0|e^{\lambda t} \quad (9)$$

En s'appuyant sur les propriétés des exposants, et après  $t$  lapse de temps, la convergence des ratios  $r_\theta$  et  $r_\tau$  dans (7) vers la condition initiale  $r^* = 1$  est donc asymptotiquement stable au sens de Lyapunov si  $\lambda < 0$ . En d'autres termes et suite à toute perturbation infinitésimale de la condition initiale, le système dynamique converge asymptotiquement vers le point fixe d'équilibre si les **exposants de Lyapunov** sont négatifs.

Selon la notion de stabilité orbitale, considérons le cas où le ratio  $\kappa_\theta(t)$  est fixe à un certain paramètre constant  $\kappa_\theta = c \neq 1$ . Même si les trajectoires de croissance convergent vers le ratio  $\kappa_\tau(t) = 1$  ; la demande nette ne converge pas nécessairement vers l'équilibre avec une vitesse décroissante, mais vers des cycles limites d'oscillations autour de l'équilibre. La dynamique de  $\psi(t)$  trace sur

le diagramme des phases des cercles limites autour du point fixe sans jamais passer par  $\psi^* = 1$  avec une vitesse négative. En général si les conditions dans l'équation (7) ne sont pas vérifiées la demande nette oscille autour d'une trajectoire de croissance arbitraire. En suivant l'exemple de Goodwin (1991) qui a montré comment une économie non-linéaire trace des cercles limites autour du point fixe sans jamais atteindre un équilibre stable, la stabilité des oscillations peut être vérifiée sur le diagramme des phases.

Ces notions de stabilité peuvent donc expliquer par application au modèle<sup>57</sup>, la dynamique des innovations en considérant les conditions de convergence vers l'équilibre. Cette dynamique converge donc vers un sentier en équilibre si les trajectoires de croissance de l'offre et de la demande sont convergentes avec des oscillations synchronisées. La dynamique de la demande nette est bornée si la valeur absolue des racines complexes est inférieure à l'unité. Cette dynamique est asymptotiquement stable si les exposants de Lyapounov sont négatifs. Elle trace des orbites d'oscillations régulières autour de l'équilibre si elle trace des cercles limites sur le diagramme des phases.

### 2.6.3. Simulation et résultats

Considérons l'exemple d'une économie d'échange à 5 groupes d'agents. Chaque groupe d'agents possède des dotations initiales et un système de valeur respectif à chaque opération d'échange. Le réseau des échanges est défini par le modèle du graphe  $G(\mathcal{V}, \mathcal{E}, A)$ . A l'instant  $t = 0$ . Le système est en équilibre stationnaire et  $G$  est **r-régulier**. Etant donné qu'on ne peut pas savoir à priori quel groupe d'agents sera affecté par l'innovation et de combien l'innovation va influencer le système de valeurs, on choisit un cas général<sup>58</sup> en générant des pondérations aléatoires  $\alpha_{jk} \in ]0; 1[$ . On obtient l'exemple des trois matrices **d'adjacence**, des pondérations et des degrés **entrant** et **sortants**.

---

<sup>57</sup> c.f. §. 5 *supra*.

<sup>58</sup> Autres simulations sont susceptibles d'étudier certains cas particuliers, mais ce n'est pas l'objet de cette étude à ce niveau.

Ces matrices générées et qui définissent  $G_0$  sont les suivantes:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0.628 & 0 & 0 & 0.308 \\ 0.756 & 0 & 0.662 & 0 & 0 \\ 0 & 0.686 & 0 & 0.216 & 0 \\ 0 & 0 & 0.198 & 0 & 0.313 \\ 0.665 & 0 & 0 & 0.652 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N}^+ = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{N}^- = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Les fonctions d'offre et de demande globales sont le produit des pondérations respectivement avec la somme des degrés intrants et sortants. Pour  $i = 1 \dots n$  tel que  $i \in \mathbb{N}^+$  la valeur de l'offre et de la demande des groupes d'agents est exprimée par les vecteurs suivants :

$$S_i = [1.422 \quad 1.314 \quad 0.861 \quad 0.869 \quad 0.621]$$

$$D_i = [0.936 \quad 1.419 \quad 0.902 \quad 0.511 \quad 1.318]$$

L'équilibre des échanges découle de la structure symétrique des graphes  $r$ -réguliers et donc de  $G_0$ . Le point fixe défini en équation (3) est donc égal à l'unité :

$$\psi^* = \frac{S(0)}{D(0)} = \frac{10.171}{10.171} = 1$$

A l'instant  $t = 0$  le réseau des valeurs échangées est illustré par le graphe<sup>59</sup> en figure 2.1.

<sup>59</sup> A noter que la forme et l'échelle du graphe ne sont pas pertinents dans le cas du présent modèle le réseau est invariant de l'échelle.

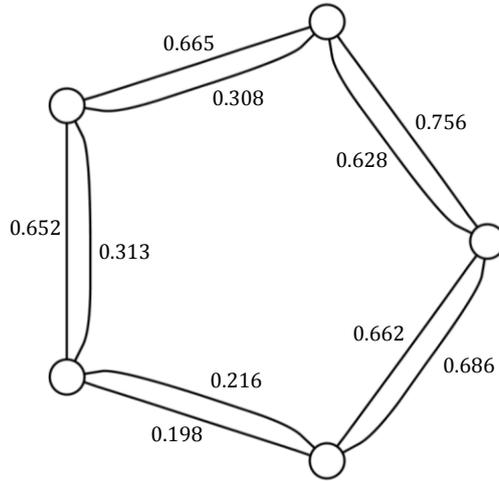


Figure 2.1: Réseau des valeurs échangées généré pour  $n = 5$

On pose  $t = 0, 1, 2, \dots, 500$  un vecteur temps à fréquence d'observation trimestrielle. Suite à l'introduction de l'innovation, le résultat de la diffusion par réflexion des liens entre les sommets donne 500 graphes  $G_t$ . Supposons un facteur de croissance aléatoire allant entre 1% et 5% en taux de croissance annuel. Supposons encore des paramètres de cycles aléatoires ayant des phases qui varient 3 et 40 lapses de temps. Le résultat généré fournit les dynamiques de l'offre et de la demande globale définies en équation (4) et qui sont illustrées en figure 2.2.

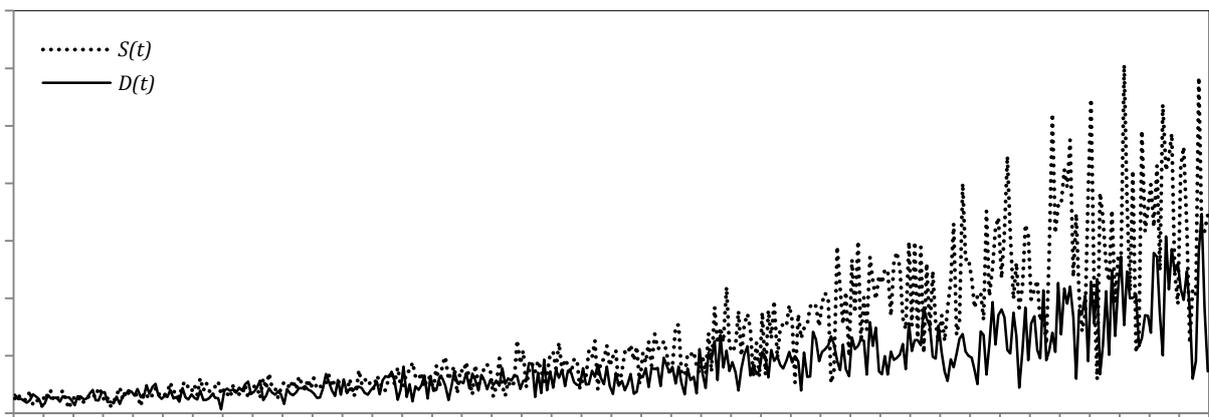


Figure 2.2: Dynamique de l'offre et de la demande globale  
 Pour  $\alpha_{ij} \in \mathbf{A}$  ;  
 $r = 2$  ;  $\tau_t \in [80; 400]$   
 et  $\theta_t \in [0.1570; 2.0944]$

Pour vérifier si l'économie est en état d'équilibre, on peut représenter les phases variables dans le temps  $\theta(t)$  sur les **courbes de Lissajous** (Strogatz, 1994, p. 295)<sup>60</sup>. Pour calculer à chaque instant les phases variables dans le temps, on effectue une **transformée de Hilbert** définie par :

$$z_t \triangleq x_t + i\mathcal{H}_t\{x_t\}$$

Les phases instantanées estimées à partir des séries lissées sont :

$$\theta_t = \tan^{-1} z_t$$

Les figures 2.3.a et 2.3.b montrent respectivement les résultats pour les deux cas suivants : (1) des courbes en ellipse qui montrent que la condition d'oscillations synchronisée est satisfaite et (2) des courbes en polynômes arbitraires interprétant un état de déséquilibre.

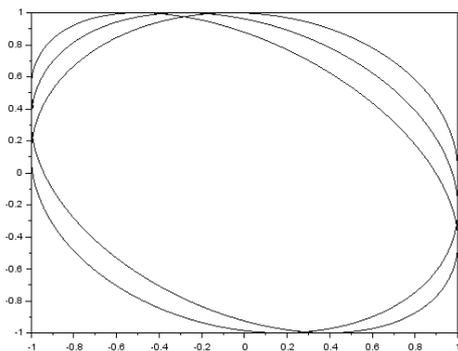


Figure 2.3a: Courbe de Lissajous à l'équilibre

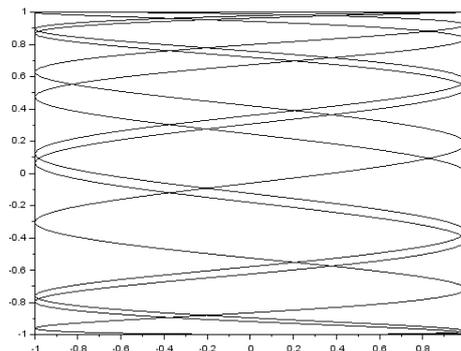


Figure 2.3b: Courbe de Lissajous en déséquilibre

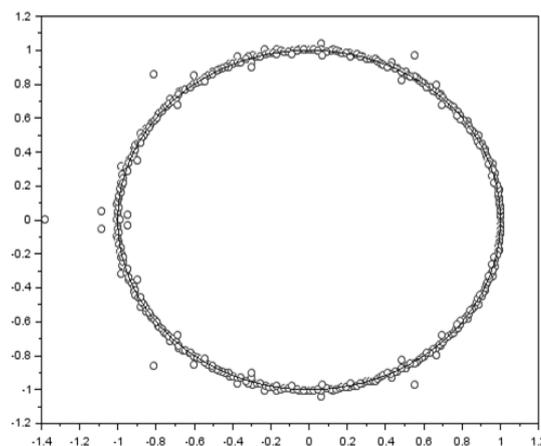


Figure 2.4: racines complexes du ratio de la demande nette

<sup>60</sup> cf. *supra* §. 6.1.

Pour vérifier si la dynamique de la demande nette est bornée on calcule la valeur absolue des racines du ratio de la demande nette  $\psi(t)$  et on représente sur le [plan complexe](#) en effectuant une [transformée en Z](#). La figure 2.4 montre un déplacement entre des oscillations bornées et des oscillations instables.

Pour tester la stabilité asymptotique de l'équilibre on calcule les [exposants de Lyapunov](#) définis en équation (9) :

$$|\delta_t| = |\delta_0|e^{\lambda t}$$

En prenant les logarithmes de l'équation précédente, et ayant  $\delta_t = f^m(r_0 + \delta_0) - f^m(r_0)$  on obtient d'après le [théorème de dérivation des fonctions composées](#) (Strogatz, 1994, p. 366), l'[exposant de Lyapunov](#) par la [formule suivante](#) :

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{500} \ln|f'(r_t)|$$

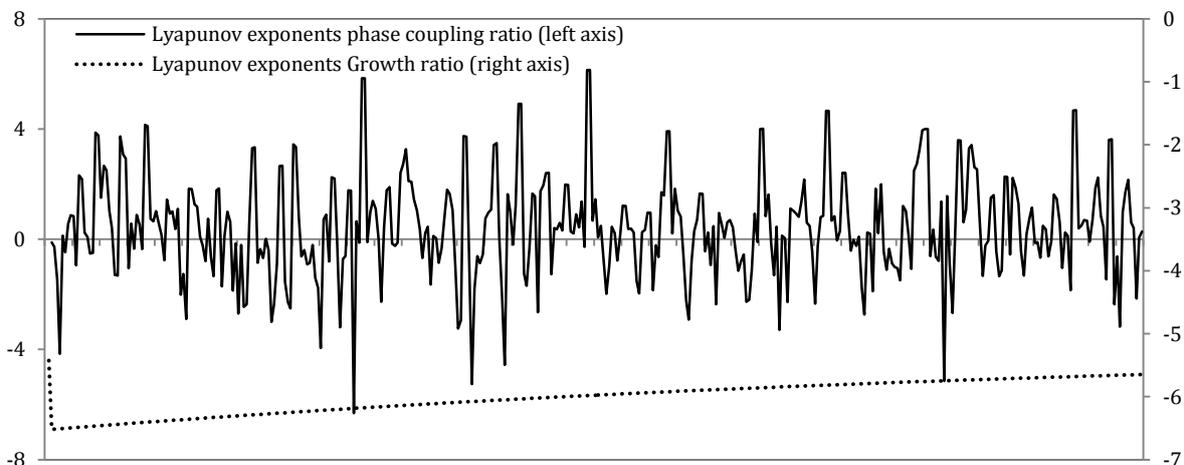


Figure 2.5: Exposants de Lyapunov

Les exposants de Lyapunov négatifs correspondant au ratio des trajectoires de croissance montrent une convergence qui découle des paramètres de croissance choisis. Cependant les exposants de Lyapunov correspondant au ratio des phases montrent une dynamique de rupture entre deux processus : des séquences de temps caractérisées par une dynamique stable qui converge vers le point fixe d'équilibre des échanges et des séquences de temps caractérisées par une dynamique instable ayant des exposants de Lyapunov positifs et des

oscillations irrégulières du fait qu'elle ne montre aucune évidence de cycles limites autour du point fixe comme illustré sur le [diagramme des phases](#) en figure 2.6.

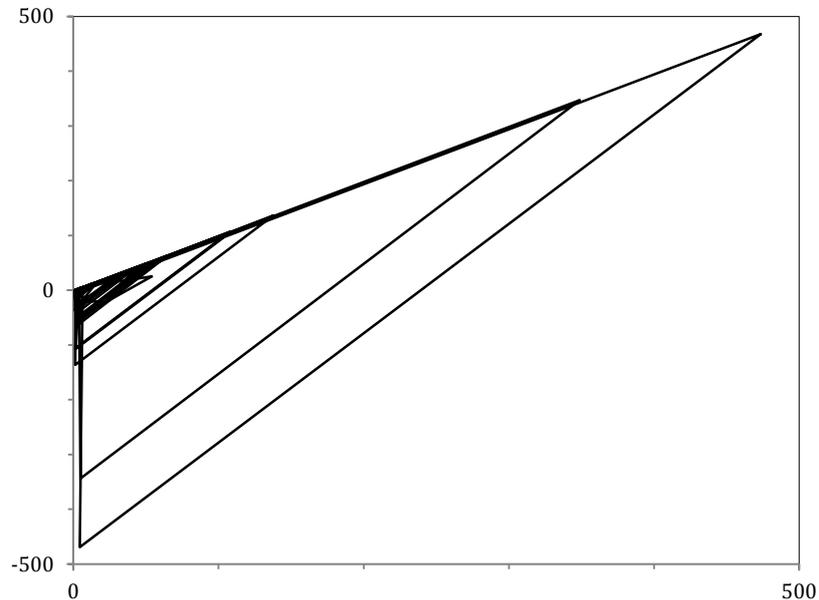


Figure 2.6: Diagramme des phases

Ces résultats montrent des séquences stables qui convergent vers le point fixe où les conditions d'équilibre des échanges sont satisfaites. Ces séquences sont caractérisées par un ratio des tendances  $r_\tau$  stable où  $\lambda_{r_\tau} < 0$  et une différence des phases nulles avec  $r_\theta \rightarrow 1$  et  $\lambda_{r_\theta} < 0$ . Les séquences instables soulignent l'effet de rupture entre deux processus qui suivent deux directions opposées : (1) un processus stable  $\lambda < 0$  qui correspond à une convergence vers le point fixe d'équilibre qui se manifeste à partir des cycles limites stables et un processus instable  $\lambda > 0$ . Cette instabilité est représentée dans le [diagramme des phases](#) qui ne montre aucune évidence de cycles limites. Les exposants de [Lyapounov positifs](#) sont un signe de turbulence. Ces résultats interprètent l'irrégularité des oscillations et la nature turbulente de la dynamique du système. Cette irrégularité dépend d'une dynamique non-linéaire qui n'est pas en couplage des phases. Cette dynamique est intrinsèque au système. Elle remonte à l'hypothèse de la nature discontinue des innovations qui déstabilisent les conditions initiales.

## 2.7. Conclusion : la dynamique évolutionnaire des innovations

La présente étude de l'effet dynamique de l'innovation introduite à un réseau de l'échange fait appel à une révision de la nature des innovations en tant que source de croissance. En reprenant la définition stricte de l'innovation proposée par Schumpeter (TED) comme nouvelle combinaison de facteurs de production, l'introduction de l'innovation au modèle du réseau des échanges pose l'hypothèse que les innovations sont positivement liées à l'échelle et à la diversité dans marché.

Cette notion de l'innovation fait appel à la démarcation avec maintes confusions liées à la nature et le rôle de l'innovation dans la croissance. Elle permet donc de distinguer les 'mythes concernant les principaux catalyseurs de l'innovation'<sup>61</sup> (Mazzucato, 2013, pp. 44-55), à savoir essentiellement la distinction entre innovations et Investissements ou activités de Recherche & Développement et les registres de brevets, et la distinction entre innovation et taille de la firme.

Sur base empirique (Mazzucato, 2014, pp. 44-55) montre que ces activités ne sont pas forcément sources d'innovation. Alors que l'investissement en Recherche et Développement est susceptible de générer des innovations, Il est possible que cet investissement n'aboutisse pas à l'emploi de nouveaux procédés de production ou à la commercialisation de nouveaux produits. En plus Mazzucato (*ibid*) observe que la croissance des brevets enregistrés dans certains secteurs est attribuable en large partie à des facteurs institutionnels et non pas à l'innovation. La définition retenue de l'innovation dans le présent modèle cherche à compléter et à renforcer cette distinction à partir d'un modèle théorique.

Dans le présent modèle de l'évolution du réseau des échanges suite à l'introduction de l'innovation, la nature discontinue des innovations est à la source des dynamiques non-linéaires du système. Lorsque suffisamment importantes,

---

<sup>61</sup> Traduction libre de l'auteur.

ces innovations sont source de déstabilisation des conditions initiales et d'une dynamique irrégulière et turbulente. La présence de deux trajectoires montre l'effet de rupture entre deux processus : une dynamique stable qui converge vers l'équilibre des échanges et une dynamique turbulente qui déstabilise l'équilibre par des oscillations irrégulières.

Ces effets de rupture montrent une dynamique de l'innovation qui trace deux trajectoires dans deux sens opposés. La confrontation de ces trajectoires indique la nature évolutionnaire de la dynamique des innovations au sens stricte défini par Schumpeter (HEA, p. 964). Elle traduit ainsi les contradictions du processus capitaliste du développement par les directions opposées que tracent les tendances opposées de la convergence vers l'équilibre (CSD, p. 31), (HEA, pp. 964 ; 971, n. 17), (Lakowski-Laguerre, 2002).

## References

- Aghion, P., Howitt, P., 1992. A Model of Growth Through Creative Destruction. *Econometrica* 60, 323–351. doi:10.2307/2951599
- Arena, R., Lazaric, N., 2003. La théorie évolutionniste du changement économique de Nelson et Winter. *Revue économique* 54, 329–354. doi:10.3917/reco.542.0329
- Arrow, K.J., 1962. The Economic Implications of Learning by Doing. *The Review of Economic Studies* 29, 155–173. doi:10.2307/2295952
- Baumol, W.J., 1971. *Economic theory and operations analysis*. Prentice-Hall.
- Baumol, W.J., 1951. *Economic Dynamics: An Introduction*, 1970, Third. ed. Macmillan, Toronto.
- Baumol, W.J., Benhabib, J., 1989. Chaos: Significance, Mechanism, and Economic Applications. *Journal of Economic Perspectives* 3, 77–105. doi:10.1257/jep.3.1.77
- Couillet, P., Tresser, C., 1978. ITÉRATIONS D'ENDOMORPHISMES ET GROUPE DE RENORMALISATION. *Le Journal de Physique Colloques* 39, C5–25–C5–28. doi:10.1051/jphyscol:1978513
- Dörfler, F., Chertkov, M., Bullo, F., 2013. Synchronization in complex oscillator networks and smart grids. *PNAS* 110, 2005–2010. doi:10.1073/pnas.1212134110
- Dosi, G., Sodini, M., Virgillito, M.E., 2015. Profit-driven and demand-driven investment growth and fluctuations in different accumulation regimes. *J Evol Econ* 25, 707–728. doi:10.1007/s00191-015-0406-8
- Epstein, J.M., 2006. Chapter 34 Remarks on the Foundations of Agent-Based Generative Social Science, in: L. Tesfatsion and K.L. Judd (Ed.), *Handbook of Computational Economics*. Elsevier, pp. 1585–1604.
- Ezekiel, M., 1938. The Cobweb Theorem. *The Quarterly Journal of Economics* 52, 255–280. doi:10.2307/1881734
- Feigenbaum, M.J., 1979. The universal metric properties of nonlinear transformations. *J Stat Phys* 21, 669–706. doi:10.1007/BF01107909
- Frisch, R., 1992. Statics and dynamics in economic theory. *Structural Change and Economic Dynamics* 3, 391–401. doi:10.1016/0954-349X(92)90015-X
- Frisch, R., 1936. On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium. *The Review of Economic Studies* 3, 100–105. doi:10.2307/2967500
- Goodwin, R., 1946. Innovations and the Irregularity of Economic Cycles. *The Review of Economics and Statistics* 28, 95–104. doi:10.2307/1927358
- Goodwin, R.M., 1991. Schumpeter, Keynes and the theory of economic evolution. *J Evol Econ* 1, 29.
- Grandmont, J.-M., Laroque, G., 1986. Stability of cycles and expectations. *Journal of Economic Theory* 40, 138–151. doi:10.1016/0022-0531(86)90012-8
- Hommes, C.H., 1994. Dynamics of the cobweb model with adaptive expectations and nonlinear supply and demand. *Journal of Economic Behavior & Organization* 24, 315–335. doi:10.1016/0167-2681(94)90039-6
- Kirman, A.P., 1997. The economy as an evolving network. *J Evol Econ* 7, 339.
- Kirman, A.P., 1992. Whom or What Does the Representative Individual Represent? *The Journal of Economic Perspectives* 6, 117–136.
- Kirman, A.P., 1983. Communication in markets: A suggested approach. *Economics Letters* 12, 101–108. doi:10.1016/0165-1765(83)90119-2

- Kirman, A.P., Vriend, N.J., 2001. Evolving market structure: An ACE model of price dispersion and loyalty. *Journal of Economic Dynamics and Control, Agent-based Computational Economics (ACE)* 25, 459–502. doi:10.1016/S0165-1889(00)00033-6
- Kuramoto, Y., 1984. *Chemical Waves and Chemical Turbulence*, Springer Series in Synergetics. Springer, Berlin Heidelberg.
- Kurz, H.D., 2012. Schumpeter's new combinations. *J Evol Econ* 22, 871–899. doi:10.1007/s00191-012-0295-z
- Lakomski-Laguerre, O., 2009. The long-term perspective – Schumpeter's prediction of the end of capitalism, in: Arena, R., Dangel-Hagnauer, C. (Eds.), *The Contribution of Joseph Schumpeter to Economics – Economic Development and Institutional Change*. Routledge, London, pp. 146–164.
- Lazaric, N., Raybaut, A., 2014. Do incentive systems spur work motivation of inventors in high tech firms? A group-based perspective. *J Evol Econ* 24, 135–157. doi:10.1007/s00191-013-0336-2
- Lazaric, N., Raybaut, A., 2005. Knowledge, hierarchy and the selection of routines: an interpretative model with group interactions. *J Evol Econ* 15, 393–421. doi:10.1007/s00191-005-0260-1
- Louçã, F., 2007. *The Years of High Econometrics: A short history of the generation that reinvented economics*. Routledge, New York.
- Lucas, R.E., 1988. On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics* 22, 3–42. doi:10.1016/0304-3932(88)90168-7
- May, R.M., 1976. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature* 261, 459–467. doi:10.1038/261459a0
- Mazzucato, M., 2013. *The Entrepreneurial State: Debunking Public vs. Private Sector Myths*. Revised ed. 2014, Anthem Press, London ; New York.
- Nelson, R.R., 1961. Uncertainty, Learning, and the Economics of Parallel Research and Development Efforts. *The Review of Economics and Statistics* 43, 351–364. doi:10.2307/1927475
- Nelson, R.R., Winter, S.G., 1982. *An Evolutionary Theory of Economic Change*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Pyka, A., 2007. Innovation Networks, in: Hanusch, H., Pyka, A. (Eds.), *Elgar Companion to Neo-Schumpeterian Economics*. Edward Elgar, Cheltenham, pp. 361–376.
- Pyka, A., Scharnhorst, A., 2009. Introduction: Network Perspectives on Innovations: Innovative Networks – Network Innovation, in: Pyka, A., Scharnhorst, A. (Eds.), *Innovation Networks, Understanding Complex Systems*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 1–16.
- Reichardt, J., Bornholdt, S., 2009. Tools from Statistical Physics for the Analysis of Social Networks, in: Pyka, A., Scharnhorst, A. (Eds.), *Innovation Networks: New Approaches in Modelling and Analyzing, Understanding Complex Systems*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 149–187.
- Samuelson, P.A., 1948. *Foundations of Economic Analysis*. Harvard University Press, Cambridge.
- Schumpeter, J.A., 1954. *History of Economic Analysis*. Oxford University Press, New York. [HEA]
- Schumpeter, J.A., 1939. *Business Cycles: A Theoretical, Historical, and Statistical Analysis of the Capitalist Process*. McGraw-Hill, New York. [BC]

- Schumpeter, J.A., 1934. *The Theory of Economic Development: An Inquiry Into Profits, Capital, Credit, Interest, and the Business Cycle*. Transaction Publishers. [TED]
- Solow, R.M., 1957. Technical Change and the Aggregate Production Function. *The Review of Economics and Statistics* 39, 312–320. doi:10.2307/1926047
- Sonnenschein, H., 1973. Do Walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand functions? *Journal of Economic Theory* 6, 345–354. doi:10.1016/0022-0531(73)90066-5
- Strogatz, S.H., 1994. *Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering*, 1 edition. ed. Perseus Books, Reading MA.
- Velupillai, K.V., 2004. Economic Dynamics and Computation—Resurrecting the Icarus Tradition. *Metroeconomica* 55, 239–264. doi:10.1111/j.0026-1386.2004.00192.x
- Watts, D.J., Strogatz, S.H., 1998. Collective dynamics of “small-world” networks. *Nature* 393, 440–442. doi:10.1038/30918
- Weisstein, E.W., n.d. Wolfram MathWorld: [The Web's Most Extensive Mathematics Resource](http://mathworld.wolfram.com/The-Web's-Most-Extensive-Mathematics-Resource) [WWW Document]. URL <http://mathworld.wolfram.com/> (accessed 5.12.14).

## **Section 3**

### **La Dynamique Evolutionnaire des Innovations : Turbulences et évidences empiriques**

# 3 La Dynamique Evolutionnaire des Innovations : Turbulences et évidences empiriques

## 3.1 Introduction

L'axe de recherche évolutionniste qui consiste à étudier la dynamique des changements structurels se concentre principalement sur les méthodes de génération de modèles artificiels qui reposent sur les travaux développés suite aux contributions 'simoniennes'<sup>62</sup> d'auteurs comme Epstein & Axtel (1996) à titre de référence. En général, et malgré la diversité de ces approches, les fondements des théories évolutionnistes posent un nombre d'hypothèses de base communes, à noter : une rationalité limitée des agents, des agents hétérogènes, une décentralisation de l'information économique, et l'interaction locale des agents (Lazaric, 2010). Ces modèles s'appuient en grande majorité sur la contribution de Nelson & Winter (1982) pour étudier la création du savoir et l'organisation de l'activité productive. Ainsi les auteurs évolutionnistes font souvent référence à l'interprétation du modèle 'Mark 2' de l'innovation comme élaboré dans l'ouvrage de Schumpeter *Capitalism Socialism and Democracy*.

D'ailleurs on distingue généralement entre deux théories de l'innovation chez Schumpeter. D'une part, on fait référence au modèle 'Mark 1' (TED) où l'innovation est menée par des entrepreneurs entrants au marché, et de l'autre part au modèle 'Mark 2' (CSD) où l'innovation est la fonction des firmes établies sur le marché (Winter, 1984, p. 297), (Peneder, 2007, pp. 526-528). Afin d'aboutir à une définition opérationnelle de l'innovation et du savoir-faire, les auteurs évolutionnistes se limitent exclusivement aux notions de savoir activé et des routines en performance. Or les notions du savoir-faire, du savoir tacite, et de la création de l'innovation par apprentissage inductif et par routines et

---

<sup>62</sup> Selon les 'sciences de l'artificiel' chez Herbert A. Simon. On cite le qualificatif 'simonienne' selon (Arena & Lazaric, 2003, p. 350). Cf. n. 37 §. 1.

'heuristiques', s'avèrent être insuffisantes dans un contexte dynamique de l'innovation au sens du modèle '*Mark 1*' chez Schumpeter (Arena & Lazaric, 2003, p. 350).

Pour étendre l'interprétation de l'innovation et du contenu explicatif de la dynamique des changements structurels selon l'axe de recherche évolutionniste sur le sujet, l'objet de cette section consiste à mettre en évidence la dynamique évolutionnaire de l'innovation comme définie par Schumpeter (TED ; BC ; HEA, p. 930). A cette fin, on s'appuie sur le modèle '*Mark 1*' (TED ; BC), et sur les résultats des modèles d'une économie d'échange obtenus selon l'approche générative – c.à.d. dans l'hypothèse d'agents hétérogènes, en interaction, ayant une rationalité limitée et où l'information est décentralisée – pour :

- (1) proposer un critère de démarcation empirique qui permet de distinguer entre état d'équilibre stable et turbulences dynamiques,
- (2) discuter la logique des tests empiriques et les difficultés associées avec l'estimation des phases et des tendances, et
- (3) étudier les données empiriques et mettre en évidence la dynamique évolutionnaire comme définie par Schumpeter (*Ibid*).

Avant d'aborder le sujet de l'étude empirique il convient néanmoins de faire le rappel de la théorie de l'innovation chez Schumpeter selon le modèle '*Mark 1*', et d'encadrer une définition opérationnelle de la dynamique évolutionnaire, puis de présenter les résultats obtenus dans le cadre des modèles d'une économie d'échange.

### **3.1.1 La théorie de l'innovation et la dynamique évolutionnaire chez Schumpeter**

Pour fournir une théorie cohérente qui propose une explication satisfaisante de la dynamique du système capitaliste, Schumpeter insiste sur l'argument de 'la norme théorique'. Il souligne alors l'importance de raisonner selon le principe général de l'interdépendance universelle des quantités économiques. Dans cette perspective Schumpeter opte dans sa théorie des cycles (BC) pour une version

purgée de la théorie de l'équilibre général chez Walras<sup>63</sup>. Selon cette approche au problème, et dans une économie stationnaire et dans l'hypothèse d'atomicité et de mobilité, l'interaction entre les agents dans un circuit stationnaire de production et d'échange absorbe toutes déviations de l'équilibre. La tendance vers l'équilibre n'est garantie selon Schumpeter, que si les agents agissent et réagissent instantanément dans la limite d'une connaissance inductive des processus de production, d'échange, c.à.d. des normes sociales, des coutumes et des pratiques traditionnelles acquises par l'expérience et la répétition. (BC, pp. 38 ; 46-47) (TED, pp. 3-56).

Dans sa théorie de l'évolution économique Schumpeter (TED) définit l'innovation par l'introduction de nouvelles combinaisons de facteurs de production, comme condition nécessaire et suffisante pour satisfaire la fonction d'entrepreneuriat. Cette définition implique le relâchement des hypothèses d'atomicité et de continuité dans une économie concurrentielle, et la transformation du circuit stationnaire. Schumpeter décrit le mode d'opération dynamique de l'innovation par un processus de diffusion. Les innovations sont donc par définition réalisées par de nouveaux intrants au système productif (*ibid*, p. 66).

Pour se procurer des ressources nécessaires et pour mener ces nouvelles combinaisons à leurs fins productives, les nouveaux intrants retirent un pouvoir d'achat assuré par des crédits d'investissement créés *ex nihilo* du système de valeur préexistant. Une fois l'entreprise du pionnier fait preuve de réussite, autres entrepreneurs, firmes, imitateurs et spéculateurs vont suivre l'exemple, et effectuer par la suite des comportements spéculatifs et grégaires. L'activité de ces nouveaux intrants s'impose sur le circuit stationnaire de production et d'échange. Une nouvelle agglomération et de nouveau pôles de production émergent en grappe et exercent des pressions concurrentielles sur certaines branches. Les effets se diffusent dans le circuit économique (*ibid*, p. 68).

---

<sup>63</sup> cf. §. 1.

Les phases de diffusion de l'innovation expliquent donc une dynamique théorique et des lapses de temps, offrant ainsi une interprétation de l'hypothèse de succession des cycles (Juglar, 1862). Cette interprétation propose contrairement aux hypothèses de l'équilibre concurrentiel des hypothèses de discontinuité, d'asymétrie et de concentration des quantités économiques. Plus précisément elle propose certaines propriétés concernant les variables économiques, soit :

- (1) la discontinuité des innovations,
- (2) l'indivisibilité des facteurs et l'asymétrie de la répartition des ressources et
- (3) la concentration industrielle en grappes et en pôles de production (TED, p. 78).

Une fois le processus de diffusion introduit au circuit stationnaire par l'intermédiaire d'une innovation (*ibid*, pp. 129-154), Schumpeter trace les contours du phénomène évolutionnaire du développement économique. En conséquence, et puisque l'entreprise et le flux des échanges ne constituent qu'une situation transitoire, la diffusion de l'innovation transforme le réseau de l'échange en retirant des ressources, en introduisant des prix et des quantités différents, en réclamant un pouvoir d'achat de l'ancien réseau. Ce processus de diffusion et de perturbation par élimination, décrit ainsi l'effet d'éviction qu'exercent les nouveaux intrants sur l'industrie traditionnelle (BC, p. 136). Ce qui explique le concept de 'destruction créatrice' (CSD).

Contrairement à la dynamique théoriquement stable en équilibre général, l'introduction de l'innovation au circuit économique et le processus de diffusion entraînent une rupture avec l'équilibre stationnaire et produisent en conséquence une dynamique évolutionnaire, discontinue et irrégulière du développement (HEA, p. 930). Schumpeter avait défini cette dynamique évolutionnaire au sens large par tous les phénomènes qui rendent l'activité économique non stationnaire. Au sens étroit cette dynamique comprend les phénomènes d'une dynamique non stationnaire moins ceux qui décrivent des taux de changement continus dans le cadre d'institutions, de préférences et d'horizons technologiques stables incorporés dans une trajectoire théorique de croissance équilibrée.

The term evolution [*utilisé comme qualificatif de la dynamique évolutionnaire qu'on définit*] may be used in a wider and in a narrower sense. In the wider sense it comprises all the phenomena that make an economic process non-stationary. In the narrower sense it comprises these phenomena minus those that may be described in terms of continuous variations of rates within an unchanging framework of institutions, tastes, or technological horizons, and will be included in the concept of growth.' (HEA, 930)

Au sens large de la définition, la dynamique évolutionnaire renvoie à deux processus de combinaison des facteurs d'innovation qui se développent en parallèle selon de deux trajectoires distinctes :

- (1) la dynamique des processus de production et d'échanges traditionnels et
- (2) la dynamique des processus innovants.

Alors que le premier processus dynamique est stationnaire, la dynamique de l'innovation est complètement aléatoire, irréversible, irrégulière et turbulente. Ce processus d'évolution de l'activité de production et d'échange est souvent représenté par des courbes nommées '*s-shaped*' en sciences naturelles ou de croissance en '*Leap Frog*' (Diamond, 2004). Ce qui explique des trajectoires opposées et les forces contradictoires du système capitaliste (Schumpeter, 1928).

### **3.1.2. L'innovation et l'approche générative**

Dans le contexte de l'étude dynamique de l'innovation et de sa diffusion, on s'intéresse particulièrement à la question de vitesse de réaction à la suite de l'introduction de l'innovation. Par référence aux travaux de Pyka (2007) ; (Pyka & Scharnhorst, 2009) on remarque d'ailleurs que l'approche générative s'appuie sur les mêmes fondements de la norme théorique chez Schumpeter (TED). On fait également référence aux contributions d'auteurs comme Epstein & Axtel (1996) à titre d'exemple<sup>64</sup>, pour montrer que l'approche générative insiste sur le

---

<sup>64</sup> cf. §. 1.6 & 2.2.1.

principe de l'interaction entre les agents. Comme dans la théorie des innovations chez Schumpeter, elle offre des explications de la dynamique de déséquilibre en s'appuyant sur des hypothèses concernant le principe d'interaction, à savoir : des agents multiples hétérogènes, une décentralisation de l'information, une rationalité limitée et d'interactions locales (Epstein, 2006).

Pyka (2007, pp. 370-374) montre comment l'approche générative est adéquate pour étudier les innovations. Il montre précisément comment la théorie des réseaux invariants d'échelle '*scale-free*' de complexité intermédiaire permet de surmonter les difficultés d'interprétation théorique des modèles *Agent Based Economics* [ACE]. Souvent appelés '*small world*' par analogie au phénomène '*six degrees of separation*' (Watts & Strogatz, 1998, p. 440), les réseaux *scale free* présentent un modèle simple pour analyser la dynamique d'une innovation dans un réseau en interactions de complexité intermédiaire.

Selon les modèles de l'approche ACE, l'équilibre général de Walras se manifeste par une tendance asymptotique à une demande excédentaire nulle si, suite à toutes déviations de l'état d'équilibre, les réactions des agents sont instantanées et leurs anticipations sont coïncidentes (Tefatsion, 2006, pp. 846-847). Ces conditions particulières expliquent l'énoncé chez Schumpeter (BC, pp. 38 ; 46-47) (TED, pp. 3-56) que dans le circuit stationnaire en équilibre, les agents agissent et réagissent instantanément dans la limite d'un savoir inductif des processus de production et d'échange. En fait dans une économie d'échange à agents hétérogènes ayant une rationalité limitée, et où l'information est décentralisée, on peut montrer que si les tendances et les périodicités des fonctions d'offre et de demande convergent simultanément et asymptotiquement, la structure du réseau de production et d'échange absorbe l'innovation et retourne à l'état d'équilibre défini par une demande excédentaire nulle<sup>65</sup>.

Posons  $\psi^*$  le point fixe qui définit l'état d'équilibre correspondant à une demande excédentaire nulle. Posons également  $t = 0, 1, 2, \dots$  un vecteur de temps discret,  $\theta(t) \geq 0$  des fréquences instantanées et  $\tau \in \mathbb{R}$  un paramètre de croissance.

---

<sup>65</sup> cf. §. 2

La condition de convergence exprimée en ratios serait la suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(\theta^+)^*}{(\theta^-)^*} = 1 \\ et \\ \frac{e^{-\frac{t}{\tau_S^*}}}{e^{-\frac{t}{\tau_D^*}}} = 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

On pose :  $r_\theta^* = \frac{(\theta^+)^*}{(\theta^-)^*}$  et  $r_\tau^* = \frac{e^{-\frac{t}{\tau_S^*}}}{e^{-\frac{t}{\tau_D^*}}}$  ; L'équation (1) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_\theta^* = 1 \\ et \\ r_\tau^* = 1 \end{array} \right. \quad (2)$$

Ayant réduit le problème à un exercice d'extraction des tendances et l'estimation des phases, l'objectif de l'expression en équation (2) consiste à étudier la stabilité et la convergence vers l'équilibre selon la proposition de Samuelson (1941, pp. 104-105).

### 3.1.3. Critères de démarcation

L'approche générative et les modèles du réseau d'échange<sup>66</sup> montrent que la convergence vers l'équilibre des échanges est satisfaite, si une offre et une demande non-linéaires convergent simultanément et asymptotiquement vers la condition initiale. Après extraction des tendances et estimation de phases, la convergence vers des **cycles limites** autour du point fixe  $\psi^*$  est alors garantie par un couplage instantané des fonctions de demandes nettes. Au point fixe les oscillations sont soit nulles, soit en synchronisation.

Une façon de visualiser le point fixe et les **cycles limites** consiste à représenter les phases sur les courbes paramétriques de **Lissajous**. Cette condition (1) peut être représentée sur ces courbes et exprimée par l'équation d'une ellipse. Les courbes de **Lissajous** sont définies par  $f: x_t \rightarrow y_t$  une application de  $x_t$  vers  $y_t$  ou inversement. La condition est satisfaite si cette courbe  $f$  trace l'équation d'une

---

<sup>66</sup> cf. §. 2.

ellipse d'un rayon qui varie entre deux extrémités : d'une part celle d'un cercle et de l'autre part celle d'une droite. Pour monter comment la condition de convergence est représentée sur la courbe, on pose le système d'équations de deux sinusoïdes suivant :

$$\begin{cases} y_t = A_D \cos \theta^-(t) \\ x_t = A_S \sin \theta^+(t) \end{cases}$$

On divise de part et d'autre les deux équations par  $A_D$  et par  $A_S$  respectivement, puis on effectue la somme des deux équations au carré. On obtient la fonction de la [courbe de Lissajous](#) suivante :

$$\frac{x^2}{A_S^2} + \frac{y^2}{A_D^2} = [\sin \theta^-(t)]^2 + [\cos \theta^+(t)]^2$$

D'après les propriétés des fonctions trigonométriques on sait que :  $(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1$

Dans le cas où  $(\theta^-)^* - (\theta^+)^* = 0$  on pose  $\theta = \theta^-(t) = \theta^+(t)$  ; la fonction de la courbe devient :

$$\frac{x^2}{A_S^2} + \frac{y^2}{A_D^2} = 1$$

Qui est l'équation canonique simplifiée d'une ellipse  $\forall A_D$  et  $A_S$  .

Les propriétés de ces courbes permettent donc de proposer un critère de démarcation géométrique susceptible de rejeter le cas où le système n'admet pas un point fixe ou bien des [cycles limites](#) stables. Si la différence des phases des deux processus agrégés de l'offre et de la demande tend vers zéro, les courbes paramétriques correspondantes  $f: D_t \rightarrow S_t$  tracent une ellipse, et la trajectoire de la demande nette converge vers le point fixe qui correspond à l'équilibre des échanges. Si le couplage tend vers une constante le résultat est une clôture des courbes paramétriques, et la trajectoire de la demande nette converge vers des [cycles limites](#) autour d'un nœud.

Pour pouvoir trancher sur la question de stabilité et de la convergence asymptotique vers le point fixe ou bien vers des **cycles limites**, on peut représenter sur le **plan complexe**, les **racines complexes** des **polynômes** de  $r_\theta$  et de  $r_\tau$  en effectuant une **transformée en Z**. Si les solutions se trouvent à l'intérieur du **cercle unitaire**, les oscillations de  $r_\theta$  et  $r_\tau$  sont bornés. Si elles se trouvent à l'extérieur du **cercle unitaire**, les oscillations de  $r_\theta$  et  $r_\tau$  sont instables (Baumol, 1951, p. 221).

La stabilité et la convergence asymptotique vers le point fixe peut être testée dans un second lieu selon le critère des **exposants de Lyapunov** négatifs  $\lambda < 0$ . Pour estimer  $\lambda$  on pose une perturbation infinitésimale  $\delta_0 \rightarrow 0$  à la condition initiale  $r_0$  ; Après  $t$  déviations dans le temps on obtient d'après la démarche proposée par Strogatz (1994, p. 366) :

$$|\delta_t| = |\delta_0|e^{\lambda t}$$

En prenant les logarithmes de l'équation précédente, et sachant que :

$$\delta_t = f^m(r_0 + \delta_0) - f^m(r_0)$$

On obtient d'après le **théorème de dérivation des fonctions composées**, l'**exposant de Lyapunov** par la formule suivante :

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{t-1} \ln|f'(r_t)|$$

En s'appuyant sur les propriétés des exponentiels on conclut que la convergence des ratios  $r_\theta$  et  $r_\tau$  dans (2) vers la condition initiale  $r^* = 1$  est donc stable au sens de Lyapunov si  $\lambda < 0$ . En d'autres termes le système dynamique converge asymptotiquement vers le point fixe d'équilibre suite à toute perturbation infinitésimale de la condition initiale si les **exposants de Lyapunov** sont négatifs.

## 3.2. Difficultés associées à l'estimation empirique et méthodes employées

Dans l'objectif d'appliquer ces critères sur des données empiriques, le problème est de la sorte réduit à estimer les phases et les tendances pour trouver les ratios dans l'équation (2). En allant de l'effet *Cobweb*, et de la multiplicité des durées des cycles, Schumpeter (BC, pp. 49, 161, 169, 191, 194) s'est confronté à un problème pareil. Le problème consistait essentiellement à résoudre l'interférence entre plusieurs cycles et de faire la distinction entre tendances et différentes durées de cycles courts et longs. Schumpeter remarque que les méthodes classiques des séries de Fourier sont inadéquates vue la nature turbulente des données économiques. L'estimation nécessite une décomposition adéquate des séries chronologiques, et la distinction de chaque tendance parmi les différentes composantes cycliques stationnaires qui se reproduisent au bout de périodicités et de lapses de temps réguliers (*ibid*, p. 197). Les méthodes empiriques qu'il utilisait n'étaient qu'une première approximation (*ibid*, p. 203, n. 1). On présentera dans la suite ces problèmes ainsi que les avancements en matière des outils statistiques et mathématiques non linéaires permettant de surmonter ces difficultés.

### 3.2.1. Problèmes d'interférence des cycles et d'estimation des tendances

Face aux problèmes associés à l'estimation de la durée des cycles Schumpeter a remarqué que les méthodes de Joseph Fourier et du [périodogramme](#) classique n'étaient pas assez développées pour être adéquates (BC p. 199, n.1). Les résultats sont susceptibles être factices dans l'hypothèse de plusieurs cycles en interférence. La difficulté consiste à résoudre l'effet de fuite '*spectral leakage*', et se manifeste par la présence d'une très grande variété de cycles dans une série chronologique type des données économiques. La portée du lissage étant généralement limitée à certaines fréquences, la raison de cet effet est liée au problème des tendances, puisque les vraies fréquences résident généralement

au-delà de la fenêtre de lissage. Ce Problème implique alors une impossibilité d'estimation par la méthode du **périodogramme** à cause d'une distorsion systématique de la distribution des fréquences faibles comme démontré par Granger (1966)<sup>67</sup>.

Outre la difficulté de distinguer entre cycles longs et tendance par la méthode du **périodogramme** Schumpeter (BC, pp. 201-205) montre l'importance de l'échelle des échantillons et les conséquences sur la pertinence des méthodes d'estimation des tendances et la difficulté associée à la distinction avec les cycles longs. Il retient alors par 'Tendances Réelles', les tendances qui correspondent à une expansion théorique. Le problème de l'interférence et de la durée des cycles ne peut en conséquence être étudié qu'après abstraction de ces tendances réelles (*ibid*, pp. 201-205).

Pour surmonter les difficultés liées à l'extraction des tendances et à l'interférence des cycles Schumpeter (BC) a recours à un modèle de classement en trois cycles de Kitchin, Juglar et Kondratieff. Il utilise uniquement les méthodes linéaires des **moyennes mobiles** (*ibid*, pp. 218, 554, 571), d'ajustement saisonnier (*ibid*, p. 218), d'**auto-corrélation**, des **moindres carrés ordinaires** (*ibid*, p. 554), d'interpolation des points d'inflexion (*ibid*, p. 469), de **dérivées secondes** (*ibid*, pp. 1051-1077) *etc.* – ou de la méthode 'confluence' de Frisch (Reiersøl, 1941). Généralement ces méthodes supposent entre autres, des distributions normales<sup>68</sup>, des propriétés de continuité, et de dérivabilité. Elles dépendent largement de la distribution et de l'interprétation des erreurs, et ne peuvent servir que pour une première approximation (BC, p. 203, n. 1).

Or l'avancement en matière des outils mathématiques non linéaires permet de surmonter ces difficultés. On souligne plusieurs développements des méthodes d'extraction des tendances séculaires, notamment les méthodes de lissage HP (Hodrick & Prescott, 1997) et *band-pass filter* (Baxter & King, 1999) qui sont

---

<sup>67</sup> Sur la nature des 'effets de fuite' Schumpeter (BC, pp. 199, n.1) cite un commentaire de Gerhard Tintner concernant la variance de la durée des cycles et les implications sur la forme du périodogramme. Le problème fut systématiquement examiné et élaboré dans l'article de Granger (1966) sur la forme spectrale type d'une série économique indépendamment de la fenêtre de lissage par convolution.

<sup>68</sup> Dans les termes de Schumpeter la 'loi des erreurs'.

largement utilisées dans la littérature économique. Au sujet de l'estimation des phases en particulier, la [transformée de Hilbert](#) permet en posant des fréquences qui varient dans le temps, d'estimer les phases instantanées sur une enveloppe de composantes en interférence à partir de [l'argument géométrique](#) de la projection des vecteurs. La démarche est possible sans avoir besoin d'extraire les composantes de la série chronologique qui correspondent à chaque périodicité et permet de surmonter les problèmes associées à la méthode du [périodogramme](#).

### 3.2.2. Avancements sur le problème d'extraction des tendances

En théorie néoclassique, les travaux d'Edward Prescott avec Robert Hodrick et Finn Kydland (Kydland & Prescott, 1982), (Hodrick & Prescott, 1997) sur la théorie des cycles réels [RBC] – *Real Business Cycle Theory* – montrent que le sentier de croissance néo-classique endogène, peut être estimé par la méthode de lissage du filtre HP (*ibid*). Contrairement au modèle néo-classique de référence (Solow, 1956), cette approche suppose des 'technologies-préférences-informations' endogènes. Le résultat étant un sentier de croissance équilibré qui est une fonction d'optimisation sous contrainte.

Outre les contradictions qu'impliquent l'approche RBC concernant l'hypothèse de l'agent représentatif (Kirman, 1992)<sup>69</sup> la méthode de lissage HP (Hodrick & Prescott, 1997) offre un outil largement utilisé en économie pour extraire des tendances théoriques qui correspondent à sentier de croissance équilibré (*ibid*) (Kydland & Prescott, 1982). Selon la méthode HP la composante croissance  $g_t \triangleq y_t - c_t$  est définie comme fonction de croissance continue et régulière – ce qui tombe bien avec l'interprétation de l'état stationnaire de l'équilibre – à laquelle on surmonte une composante cyclique notée  $c_t$  i.e. erreurs définie par un processus stochastique aléatoire, et multipliée par une composante harmonique notée  $w$  (Hodrick & Prescott, 1997). Pour obtenir une tendance lissée, la méthode d'estimation consiste alors à minimiser en fonction d'un paramètre  $\lambda$  les

---

<sup>69</sup> cf. §. 1.

différences carrées de second ordre de la composante croissance  $g_t$ . La méthode consiste alors à minimiser le problème suivant (Hodrick & Prescott, 1997, p. 3) :

$$\min_{\{g_t\}_{t=-1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\}$$

Les résultats de Hodrick & Prescott (1997) sur les données macroéconomiques des Etats Unis, suggèrent des paramètres optimaux :  $\lambda = 1600$  pour des données à fréquence d'observations trimestrielles. Pour des données à fréquence d'observations annuelles, on a recours en pratique à des paramètres  $\lambda = 100$  ou  $\lambda = 400$  (Baxter & King, 1999, p. 590) alors que pour des données à fréquence d'observations mensuelles, on utilise généralement  $\lambda = 14400$ .

Une difficulté associée à l'usage du filtre HP est qu'il est susceptible de générer des cycles factices en cas de séries stationnaires. Cette difficulté s'avère être la conséquence de la définition même des cycles comme étant des erreurs aléatoires par rapport à la tendance ou *trend* (Cogley & Nason, 1995). L'étude comparative avec le *Band Pass Filter* – ou en d'autres termes *High-Low frequency filter* – de Baxter et King (1999) montre que les résultats du filtre HP sont simples et acceptables en pratique, dans l'hypothèse des fluctuations aléatoires. Ce qui semble d'ailleurs être réaliste et consistant avec les résultats de Slutsky (1937).

### 3.2.3. Avancements sur le problème de l'estimation des phases

Au sujet de l'estimation des phases en particulier, on a indiqué que la [transformée de Hilbert](#) permet de surmonter les problèmes associées à la méthode du [périodogramme](#). En posant des durées des cycles qui sont variables dans le temps la méthode permet d'estimer des phases instantanées d'une enveloppe de composantes en interférence. La démarche est possible sans avoir

recours aux méthodes d'analyse du **périodogramme** pour extraire les composantes de la série chronologique correspondantes à chaque périodicité.

La **transformée Hilbert** peut être exprimée par la partie des fréquences positives d'une transformée discrète de Fourier. Elle consiste à déphaser chaque composante cyclique d'un quart de cycle  $\pi/2$  pour filtrer les fréquences négatives et obtenir ainsi une série dite 'analytique' par référence au problème des fonctions analytiques chez Hilbert.

En posant  $\triangleq \sqrt{-1}$ , une série analytique  $z(t)$  est définie par la somme de la série réelle et la partie imaginaire qui est la **transformée Hilbert** :

$$z_t \triangleq x_t + i\mathcal{H}_t\{x_t\}$$

Pour calculer la transformée on peut utiliser en pratique une démarche en 4 étapes<sup>70</sup> :

- (1) calculer le **produit scalaire** de la série avec un exponentiel complexe :  $\langle x_t, e^{i2\pi kn/N} \rangle$  où  $k$  est le  $k^{\text{ième}}$  élément des fréquences,  $n$  le  $n^{\text{ième}}$  élément de la série et  $N$  la taille de l'échantillon,
- (2) créer un vecteur  $h$  dont les éléments  $h_j$  sont :

$$h = \begin{cases} h_j = 1, & j = 1 \\ h_j = 1 & j = \frac{n}{2} + 1 \\ h_j = 2 & j \in [2; \frac{n}{2}] \\ h_j = 0 & j \in [\frac{n}{2} + 2; n] \end{cases}$$

- (3) on calcule le **produit scalaire** de  $h$  avec  $x_t$ ,
- (4) on reconstruit enfin la série par projection orthogonale *i.e.* par **l'inverse de la transformée discrète de Fourier IFFT** par application de l'algorithme Cooley & Tukey (1965).

<sup>70</sup> c.f. la démarche sur la page web <http://www.mathworks.com/help/signal/ref/hilbert.html> visitée le 19 avril 2014 et l'algorithme téléchargé le 8 août 2013 sur le lien : [http://homepages.ihug.co.nz/~deblight/Smooth/Smooth\\_Scilab.zip](http://homepages.ihug.co.nz/~deblight/Smooth/Smooth_Scilab.zip)

La série analytique étant définie dans le domaine des nombres complexes  $\mathbb{C}$  par une partie réelle et une partie imaginaire, les phases instantanées sont calculées par le vecteur des arguments géométriques de la série analytique :

$$\theta_t = \text{tang}^{-1}z_t$$

Les fréquences instantanées sont alors calculées par le vecteur des différentielles par rapport au temps :

$$\omega_t = \frac{d(\text{tang}^{-1}z_t)}{dt}$$

L'estimation à partir de la [transformée de Hilbert](#) suppose cependant des fonctions lisses et dérivables. Pour pouvoir dériver les séries, on proposera dans la suite un lissage par la méthode de décalage temporel d'après la démarche appelée *Singular Spectrum Analysis* [SSA] (Vautard, et al., 1992). Cette procédure de lissage permet de reconstruire la série par décomposition en [valeurs singulières](#) (Broomhead & King, 1986). La méthode est proposée puisque le lissage par reconstruction SSA présente l'avantage d'un *Signal to Noise Ratio* [SNR] qui est significativement élevé même pour le cas des séries courtes et chaotiques. Les résultats qui suivent montrent évidemment que la reproduction des cycles est suffisamment adéquate, et que les erreurs du lissage sont largement moins significatives en comparaison avec les autres outils linéaires classiques, comme à titre d'exemple type le cas de la méthode des moindres carrés.

### ***La Méthode de reconstruction par décomposition en valeurs singulières***

Motivé par les applications sur des séries chronologiques chaotiques et par la reconstruction de l'oscillateur de Lorenz (Broomhead & King, 1986), la méthode de lissage SSA trouve maintes d'applications en thermodynamique et en sciences climatologiques (Ghil, et al., 2002). Récemment, la méthode fut appliquée aux sujets des marchés financiers (Hassani, et al., 2010), et des cycles économiques (Groth, et al., 2011), (De Carvalho, et al., 2012) dans l'objectif de

rechercher les tendances et d'estimer une durée moyenne des cycles. Eventuellement et pour les fins de la présente étude, l'intérêt réside uniquement dans la possibilité d'estimer les phases instantanées après reconstruction de courbes lisses et dérivables avec un *Signal to noise ratio* [SNR] élevé et des résidus non colorées, même à partir de séries temporelles courtes et chaotiques.

Le lissage SSA repose sur la méthode de latence et le théorème de plongement de Takens (1981, pp. 370-372). Statistiquement il est possible de reconstruire une fonction lisse et dérivable par décomposition en valeurs singulières :

$$X = U\Sigma V^T$$

Où  $(X)_{ln}$  est une matrice de dimension  $l \times n$  qu'on appelle la 'matrice de trajectoire' et qui est un plongement généré par la méthode de latence à partir d'une série chronologique  $x_t$  sur  $n$  observations avec une fenêtre de latence  $l$  ;  $U = (u)_{ll}$  et  $V = (v)_{nn}$  étant les matrices des vecteurs singuliers  $u$  et  $v$  ;  $U \equiv XX^T$  est par définition la matrice des vecteurs propres de la matrice de covariance de  $X$  ;  $V$  est le complément orthogonal de  $U$  ; et les coefficients diagonaux de  $\Sigma = (\sigma)_{ln}$  sont égaux aux valeurs singulières de  $X$ .

En posant une certaine fenêtre de lissage  $m$ , la reconstruction de la série chronologique est possible par décomposition en valeurs singulières :

$$\bar{x}_t = \sum_{j=1}^m (\sigma_j u_j) v_j^T$$

En pratique Broomhead & King (1986) montrent que le théorème de Takens (1981, pp. 370-372) impose certaines limites sur les méthodes de plongement par latence. Le théorème ne définit pas la fenêtre ni la dimension de plongement. En effet, selon la méthode de latence, le rang de la matrice de trajectoire est inférieur à la série en question. Broomhead & King (1986) montrent que la dimension et l'échantillonnage de la fenêtre de plongement ont des conséquences importantes sur l'indépendance statistique, sur la dimension de la matrice de trajectoire et sur les erreurs de reconstruction. En posant  $l$  la dimension et  $\tau$  l'échantillonnage, la fenêtre est définie par le couple  $W(l, \tau)$ .

Pour une série  $X_t$  qu'on note par le vecteur  $(x)_{n1}$  où par exemple  $n = N - l - 1$ ; l'incidence sur la matrice trajectoire est illustrée par les exemples respectifs de fenêtres de dimensions (4, 1) et (4, 3) :

$$W(4, 1) \Rightarrow \mathbf{x}_i = (x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3})^T$$

$$(\mathbf{X})_{nl} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x_n & \cdots & \cdots & x_{n+l-1} \end{bmatrix}$$

$$W(4, 3) \Rightarrow \mathbf{x}_i = (x_i, x_{i+3}, x_{i+6}, x_{i+9})^T$$

$$(\mathbf{X})_{nl} = \begin{bmatrix} x_1 & x_4 & x_7 & x_{10} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x_n & \cdots & \cdots & x_{n+(l-1)\tau} \end{bmatrix}$$

Comme le montrent Broomhead & King (1986, p. 227) la dimension et l'échantillonnage de la fenêtre de latence produisent des effets importants sur l'indépendance statistique, sur la matrice de trajectoire et sur les erreurs de reconstruction. Plus les dimensions de la fenêtre sont réduites plus la reconstruction est lisse.

En posant  $\omega^*$  la fréquence limite plancher estimée *a priori* sur base générique, les fondements du théorème de [plongement](#) de Takens (1981, pp. 370-372) imposent alors un *low pass filter* tel que :

$$l \leq 2\pi/\omega^*$$

Alors qu'un plancher des fréquences défini par  $l \geq 2m + 1$  pour la dimension  $l$  ne peut être estimé pratiquement *a priori*, il est utile pour trouver une limite de la fenêtre de lissage  $m$ . Cependant ces conditions ne sont pas complètement suffisantes. Cette difficulté relève de l'hypothèse de précision infinie des données qui est implicite au théorème de Takens (Broomhead & King, 1986, p. 227). Pour obtenir une reconstruction acceptable en pratique il suffit alors d'avoir des résidus non colorés, en d'autres termes il s'agit d'obtenir un bruit blanc en termes d'erreurs (*ibid*).

On remarque d'ailleurs que le rang de la matrice trajectoire est différent de la série chronologique initiale. Ghil, et al. (2002) avaient proposé une reconstruction qui dépend de l'intervalle définie par la fenêtre  $l$ . La somme devient alors :

$$\bar{x}_t = \frac{1}{M_t} \sum_{i=L_t}^{U_t} (\sigma_i \mathbf{u}_i) \mathbf{v}_i^T$$

Tel que le triplet :

$$(M_t, L_t, U_t) = \begin{cases} \left(\frac{1}{t}, 1, t\right) & \text{pour } 1 \leq t \leq l - 1 \\ \left(\frac{1}{l}, 1, l\right) & \text{pour } l \leq t \leq N - l - 1 \\ \left(\frac{1}{N - t + 1}, t - N + l, l\right) & \text{pour } N - l \leq t \leq N \end{cases}$$

Par ailleurs, Vautard, & al. (1992) avaient proposé une procédure alternative et qui s'effectue par les étapes suivantes : (1) On exprime par  $x(t)$  la matrice de trajectoire ; (2) les **vecteurs propres**  $\rho_k$  de la matrice d'auto-covariance de  $x(t)$  est ortho-normal ; (3) les composantes principales [**PC**] sont exprimées par le **produit scalaire** de  $x(t)$  avec  $\rho_k$  ; (4) comme  $\rho_k$  sont orthonormaux la reconstruction des séries est possible par arrangement et **convolution** de **PC** avec  $\rho_k$  en s'appuyant sur les propriétés des **matrices de Toeplitz**. L'approche présente l'avantage de réduire les résidus en comparaison avec l'approche par **décomposition en valeurs singulières**. Cependant cet avantage est le résultat d'une simplification systématique en cas de séries non-stationnaires (Ghil, et al., 2002). La méthode de lissage SSA repose alors sur un modèle qui s'adapte aux auto-covariances des séries, en fonction de la dimension de latence et de l'étalon d'échantillonnage. En conséquence, on appelle souvent la méthode un lissage adaptatif (*ibid*)<sup>71</sup>.

---

<sup>71</sup> Traduction libre de l'auteur de 'adaptive filter'.

### 3.2.4. Démarche de l'étude empirique

La logique du test empirique repose sur la possibilité de réfuter la convergence vers l'équilibre à partir des propriétés des [courbes paramétriques de Lissajous](#), des nombres complexes, des exposants et des sinusoides. Ayant réduit le problème à l'extraction des tendances et l'estimation des phases, la démarcation empirique selon le critère géométrique des [courbes paramétriques de Lissajous](#) permet d'identifier soit des oscillations caractérisées par des [cycles limites](#), alors qu'une courbe en ellipse correspond à la condition d'un état d'équilibre défini dans l'équation (2).

Or la méthode d'estimation des phases instantanées à partir de la [transformée de Hilbert](#) suppose des séries dérivables et continues. Afin de pouvoir obtenir des résultats appropriés pour la représentation sur les [courbes de Lissajous](#), la [transformée en Z](#) et les [exposants de Lyapunov](#), il est nécessaire de procéder en suivant une démarche en étapes. Par référence aux travaux de Groth, et al. (2011), on propose suivre la démarche suivante pour l'extraction des tendances et l'estimation des phases :

- (1) l'extraction des tendances proposée par la méthode classique du filtre HP (Hodrick & Prescott, 1997),
- (2) la normalisation des cycles obtenus par la méthode HP et le lissage SSA pour obtenir des séries dérivables,
- (3) l'estimation des phases instantanées par la méthode de [transformée de Hilbert](#).

On utilise enfin les résultats pour construire les [courbes de Lissajous](#) et pour étudier la stabilité de la convergence en effectuant une [transformée en Z](#) puis en calculant les [exposants de Lyapunov](#). Après avoir justifié le choix des données indicatives des Etats Unis, on présente chacune de ces étapes et les résultats dans ce qui suit.

## 3.3. Application : cas des Etats Unis

### 3.3.1. Choix des données

Concernant le choix des données des Etats Unis on s'appuie sur les études préalables (Hassani, et al., 2010), (Groth, et al., 2011), (De Carvalho, et al., 2012) qui appliquent les mêmes méthodes de lissage employées dans la suite. L'idée de ce choix effectué est d'obtenir des résultats comparables et vérifiables. Selon la littérature empirique faisant l'objet d'un lissage SSA (Groth, et al., 2011), (De Carvalho, et al., 2012), l'application de la méthode sur les données macroéconomiques de la comptabilité nationale des Etats Unis fournit des résultats utilisés pour estimer statistiquement les tendances et la durée moyenne du cycle des affaires. L'approche consiste essentiellement à étudier le couplage moyen des séries chronologiques qui correspondent aux indicateurs utilisés en 'analyse du revenu' – *income analysis* – (HEA, pp. 1143-1144). Il s'agit notamment des fameuses données :

$$(Y, C, G, I, X, M, T, \Delta S)$$

Où l'on note  $Y$  le revenu,  $C$  la consommation,  $G$  les dépenses publiques,  $I$  les investissements,  $X$  les exportations,  $M$  les importations,  $T$  les impôts et taxes et  $\Delta S$  la variation des stocks. Ces résultats (Groth, et al., 2011), (De Carvalho, et al., 2012) peuvent servir pour une validation partielle, et constituent une raison pour justifier le choix d'étudier les données des Etats Unis.

Par ailleurs, les conditions de convergence qu'on a développées au préalable portent sur les fonctions de demandes nettes agrégées. Elles découlent des modèles d'économies d'échange à agents hétérogènes pour étudier l'équilibre général de Walras selon le principe général de l'interaction entre les agents. On s'intéresse donc uniquement aux variables d'une fonction de demande nette, et on choisit les indicateurs qui correspondent aux valeurs brutes des entreprises qu'on note [VA] et les dépenses personnelles de consommation qu'on note [C] sur un échantillon allant du premier trimestre de l'année 1969 jusqu'au dernier

trimestre de l'année 2013 [1969Q1 :2013Q4]. Ce choix repose sur les études consacrées à souligner les trappes associées avec le calcul du PIB (Landefeld, et al., 2008). On retient alors l'indice de production mesuré selon l'approche de la valeur ajoutée, et l'indice de consommation calculé selon l'approche de la consommation finale. L'ensemble des données du PIB est disponible sur le site du *Bureau of Economic Analysis* [BEA] pour des fréquences d'observation annuelles et trimestrielles<sup>72</sup>.

### 3.3.2. Extraction et normalisation des cycles HP

Pour décomposer les séries chronologiques en tendances et composantes oscillatoires, on choisit la méthode de lissage HP (Hodrick & Prescott, 1997). La méthode d'estimation consiste à minimiser selon un paramètre  $\lambda_{HP}$  les différences carrées du second ordre de la composante  $g_t$  pour obtenir une tendance lissée. Il s'agit de trouver la solution du problème d'optimisation (*ibid*, p. 3) suivant :

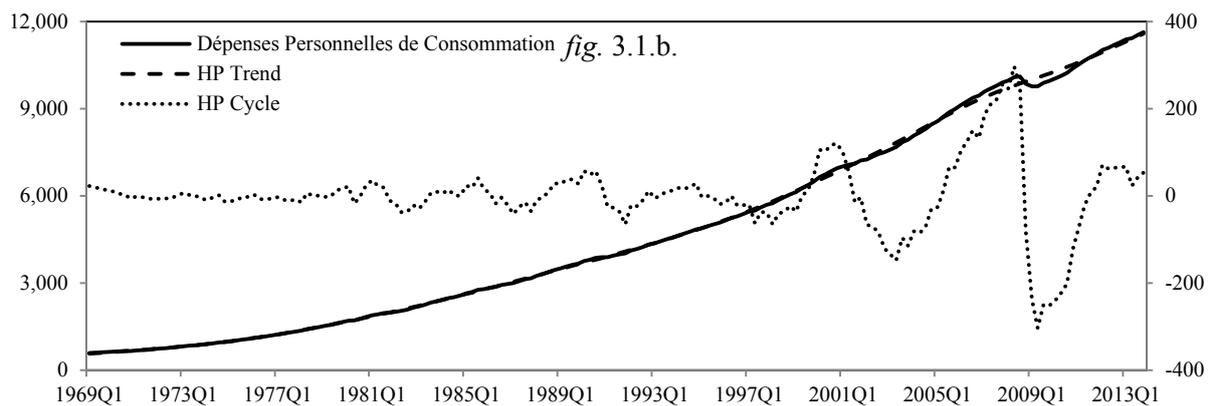
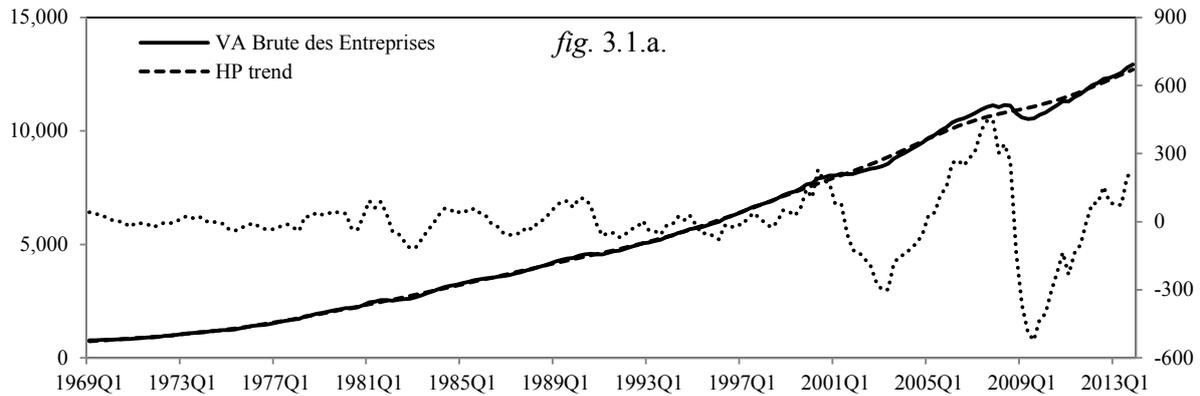
$$\min_{\{g_t\}_{t=-1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda_{HP} \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\}$$

Effectivement il est conventionnel d'opter pour le choix des paramètres suivants :  $\lambda_{HP} = 400$  ,  $\lambda_{HP} = 1600$   $\lambda_{HP} = 6400$  respectivement pour des données à fréquence d'observation annuelle, trimestrielle et mensuelle. Le choix de paramètres différents est une pratique également légitime et courante (Baxter & King, 1999, p. 590). Pour nos données trimestrielles on retient le paramètre conventionnel  $\lambda_{HP} = 1600$ . Les résultats du filtre sont reportés dans les figures 3.1.a et 3.1.b.

Un problème lié au lissage HP est qu'il est susceptible de générer des cycles factices en cas de séries stationnaires. Cette possibilité relève de la définition même des cycles comme erreurs avec le *trend* (Cogley & Nason, 1995). L'étude comparative avec le *Band Pass Filter* – ou en d'autres termes *High-Low*

<sup>72</sup> Données téléchargées le 20 avril 2014 sur le lien : <http://www.bea.gov/national/nipaweb/DownSS2.asp>.

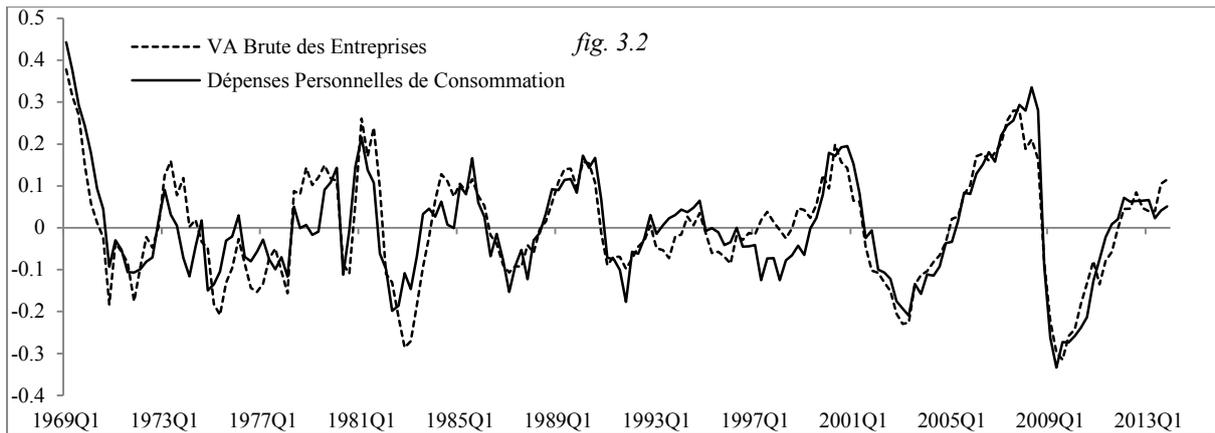
*frequency filter* – de Baxter et King (1999) montre que les résultats du lissage HP sont simples et acceptables en pratique, dans l'hypothèse des fluctuations aléatoires (Slutzky, 1937). Le choix du lissage HP relève effectivement de l'usage courant de la méthode qui s'avère être davantage utile pour la comparaison avec l'interprétation des cycles exogènes.



Pour obtenir des cycles stationnaires on divise d'abord les valeurs relatives des cycles HP par rapport aux tendances HP avec l'écart type du rapport noté  $\sigma$ . En posant  $j \in \{VA; C\}$  on obtient les séries normalisées représentées en figure 3.2 et qu'on note  $NRV_j$  tel que :

$$NRV_{jt} = \frac{c_{jt}}{g_{jt}\sigma}$$

$$\text{où } \sigma \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (NRV_{jt} - \mu)^2}{N}} \text{ et } \mu \triangleq \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N NRV_{jt}$$



### 3.3.3. Lissage SSA

Même si les valeurs normalisées sont stationnaires, elles ne sont pas encore nécessairement dérivables. Pour obtenir des séries dérivables on effectue un lissage des séries par la méthode SSA. En comparaison avec les méthodes de lissage classique par moindres carrés ordinaires, les résultats de la méthode SSA sont caractérisés par un SNR élevé et des résidus non colorés.

Le lissage SSA repose sur le théorème de [plongement](#) de Takens (1981, pp. 370-372). La méthode consiste à reconstruire une série de dimension  $N \in \mathbb{N}$  par projection sur un espace de [plongement](#).

Pour créer l'espace de [plongement](#) par la méthode de latence on a besoin d'abord de définir la dimension du [plongement](#) qu'on note par le couple  $W(l, \tau)$ . En posant  $\omega^*$  la fréquence limite plancher estimée *a priori* sur base générique, les fondements génériques du théorème de Takens imposent alors un *low pass filter* tel que :

$$l \leq 2\pi/\omega^*$$

fig. 3.3.a : matrice de plongement des VA brutes des entreprises

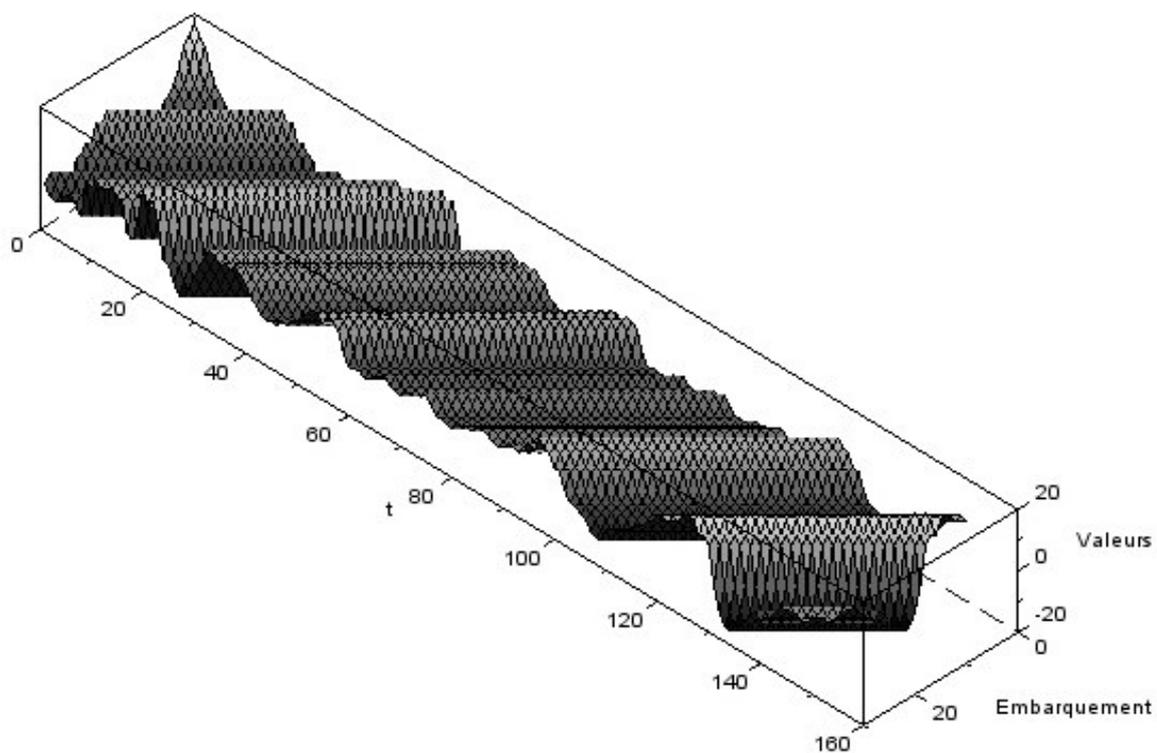


fig. 3.3.a : échelle originale

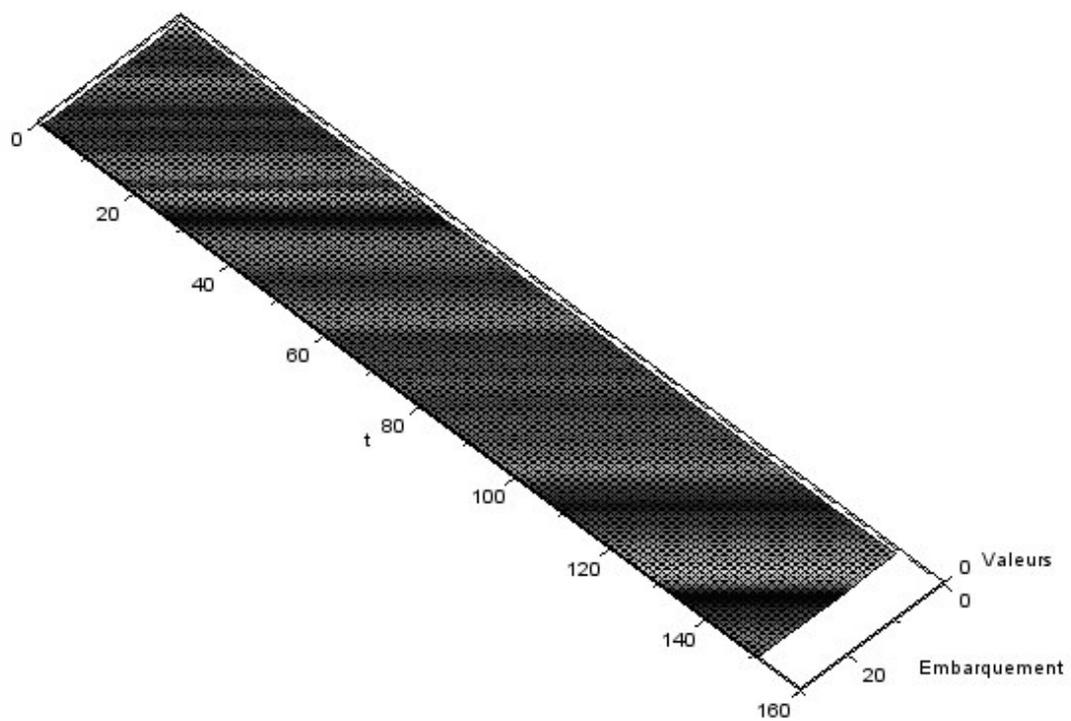


fig. 3.3.b : matrice de plongement des dépenses personnelles de consommation

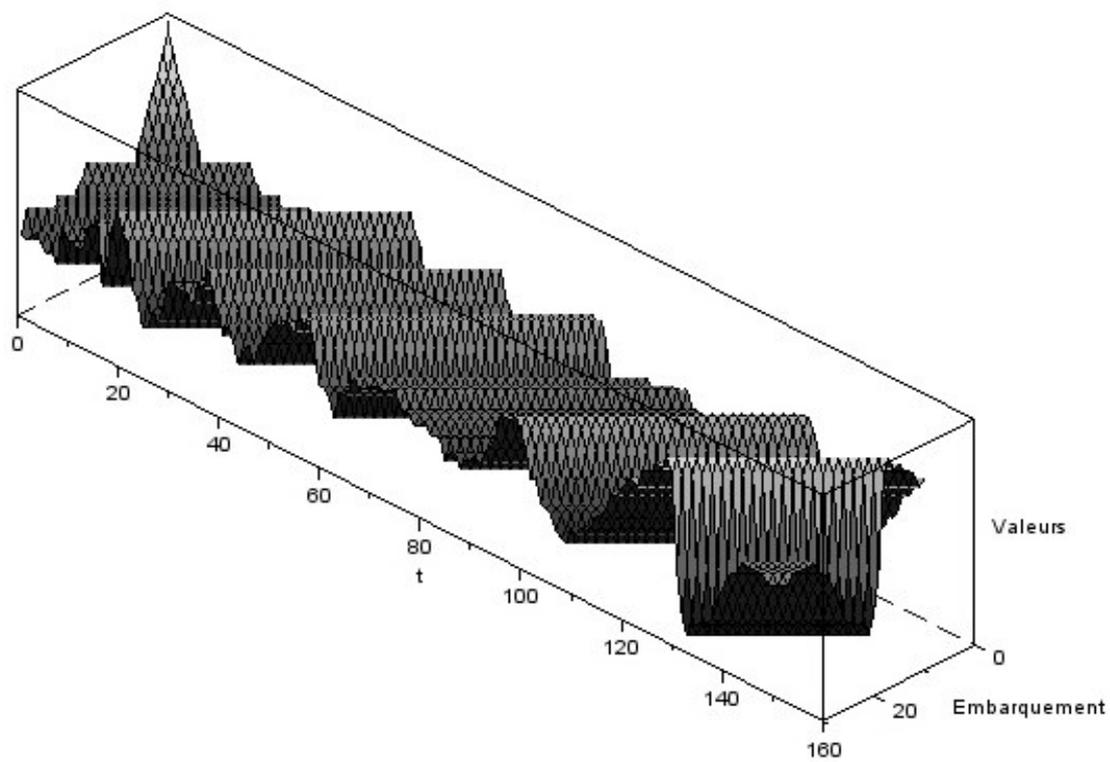
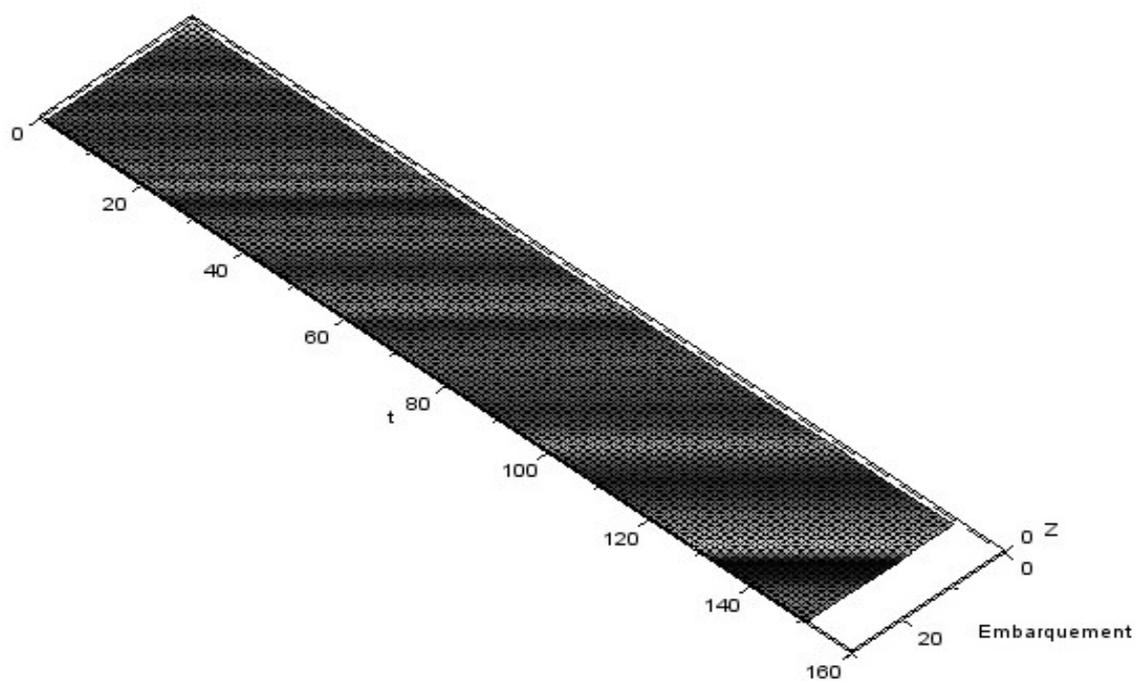
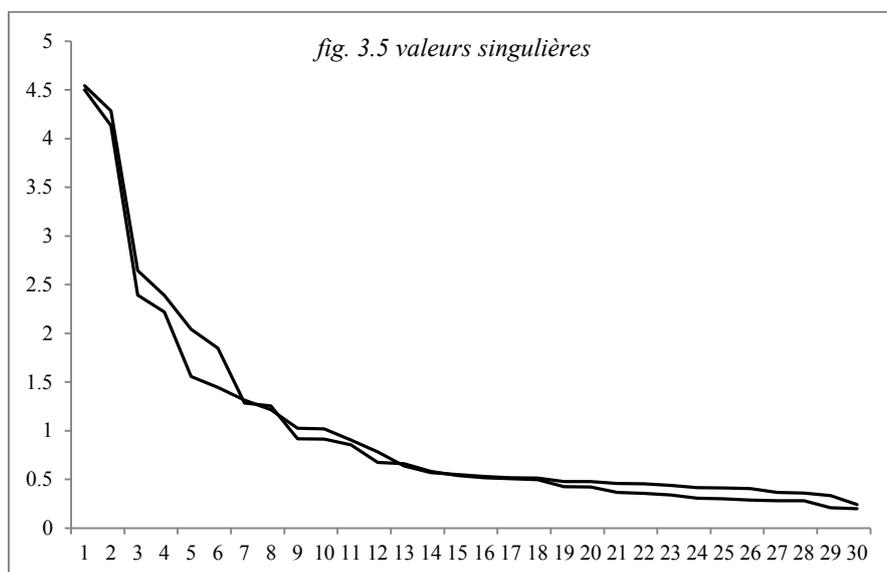
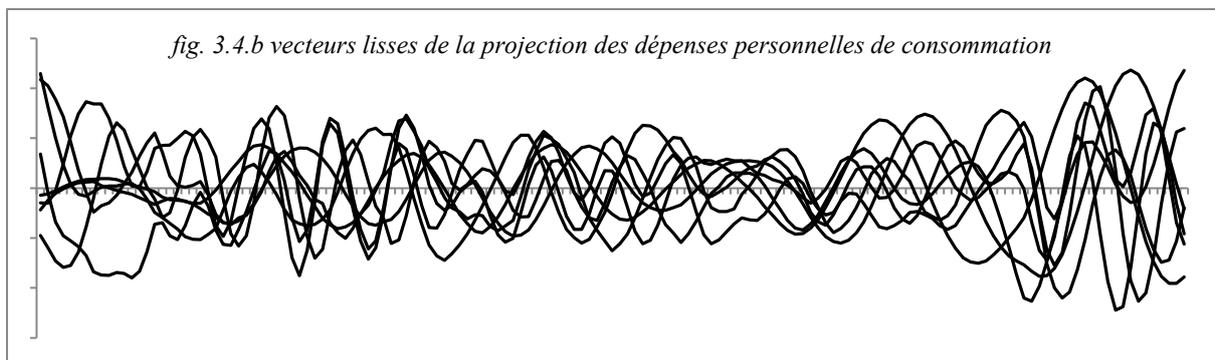
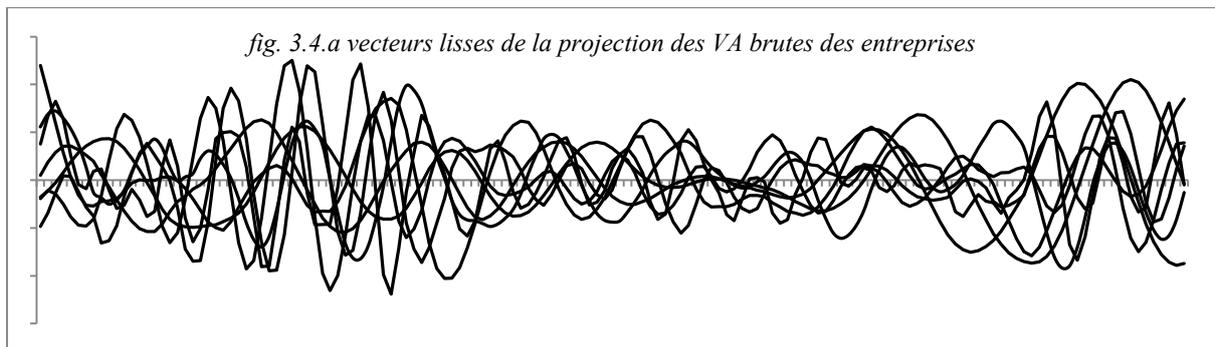


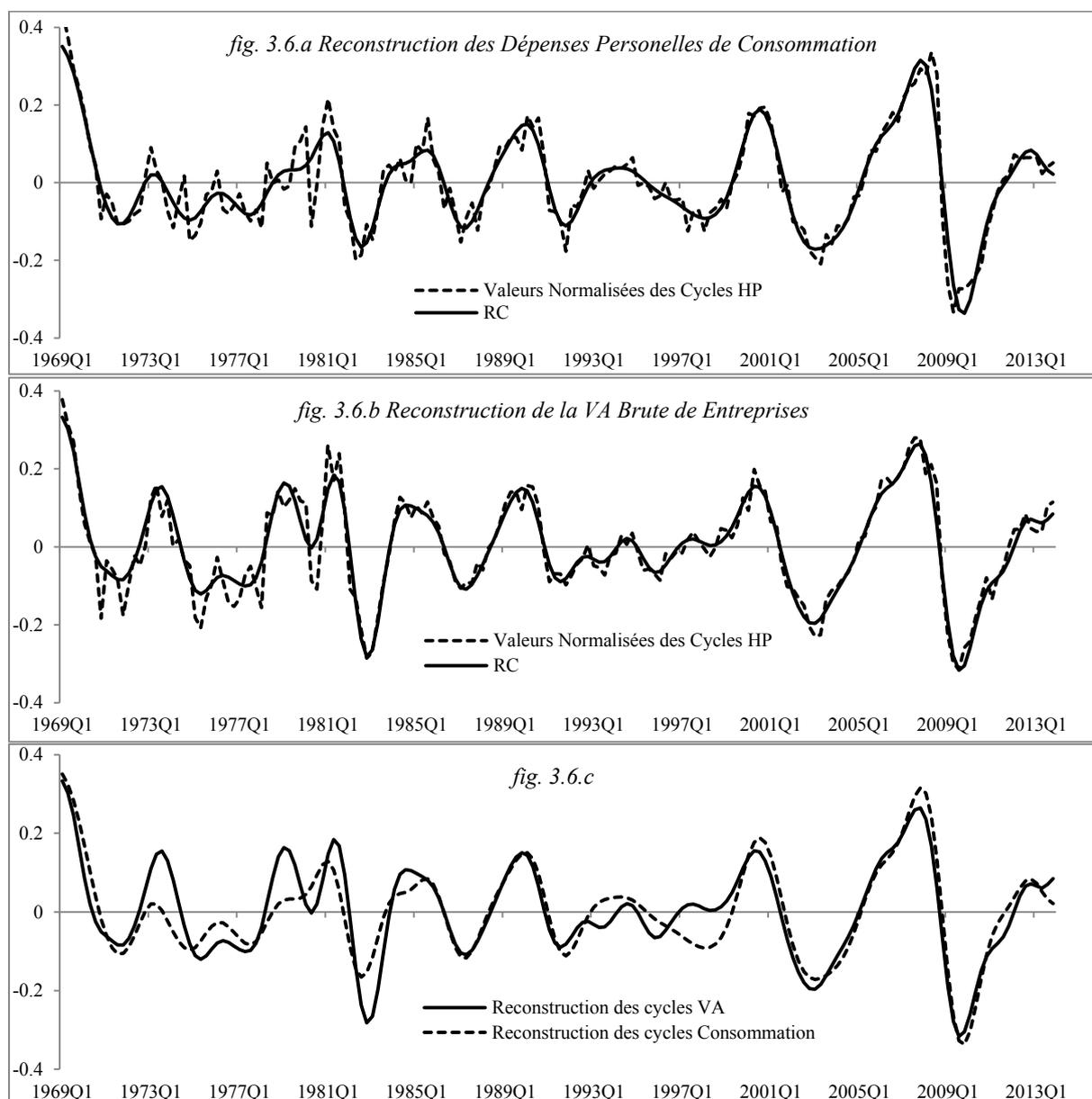
fig. 3.3.b : échelle originale



Puisque les cycles longs peuvent être identifiés avec la composante harmonique du filtre HP (Hodrick & Prescott, 1997, p. 6), et en suivant les résultats de (Groth, et al., 2011) on pose  $l \leq 40$  trimestres soit l'équivalent d'une approximation d'un cycle de Juglar et  $\tau = 1$ . On obtient dans un premier lieu une matrice qu'on appelle 'matrice trajectoire' selon Broomhead & King (1986). Les séries des matrices de **plongement** des V.A. brutes des entreprises et des dépenses personnelles de consommation sont représentées respectivement dans les figures 3.3.a et 3.3.b.



Par **décomposition en valeurs singulières** on obtient : (1) la matrice de covariance, (2) la matrice de projection sur l'espace de **plongement** et (3) les **valeurs singulières**. Puisque l'objectif du lissage est d'obtenir des séries dérivables, on reconstruit strictement à partir des vecteurs lisses de la projection. On note que ce choix est instrumental et ne consiste pas à proposer des vraies composantes générales. Après un nombre d'expérimentations, on retient les 7 premiers vecteurs en posant  $m = 7$ . Les vecteurs de la matrice de projection montrent un seuil de 7 composantes lisses. Les 7 premiers vecteurs des deux matrices sont représentés en figures 3.4, et les valeurs singulières en figure 3.5.



La reconstruction des séries préserve les propriétés de [l'espace des phases](#) d'après le théorème de [plongement](#) de Takens (1981). La variance de la [densité spectrale](#) (Cooley & Tukey, 1965) est de  $42 \times 10^{-7}$  et de  $22 \times 10^{-7}$  pour le terme des erreurs de C et VA respectivement. Les erreurs sont donc estimées par un bruit blanc. Les résultats de la reconstruction par [décomposition en valeurs singulières](#) sont présentés en figures 3.6.

### 3.3.4. Calcul des phases instantanées et démarcation sur les courbes de Lissajous

Ayant obtenu une série stationnaire et dérivable, les phases instantanées peuvent être calculées à partir de la [transformée de Hilbert](#) par l'équation :

$$\theta_t = \text{tang}^{-1}z_t$$

La [transformée de Hilbert](#) étant définie par :

$$z_t \triangleq x_t + i\mathcal{H}_t\{x_t\}$$

Avec les résultats des fréquences instantanées, on peut vérifier d'après la clôture des [courbes de Lissajous](#), si les conditions à l'état d'équilibre défini en équation (2) sont satisfaites. En remplaçant les résultats des phases instantanées dans l'équation de la [courbe de Lissajous](#) on obtient un système de deux équations à deux variables  $x$  et  $y$  et des paramètres estimés par les phases instantanées :

$$\begin{cases} x_C(t) = \cos[\theta_C(t)] \\ y_{VA}(t) = \sin[\theta_{VA}(t)] \end{cases}$$

Les résultats de l'année 1986 pendant la 'grande modération' à titre d'exemple, montrent la convergence vers des cycles limites comme représenté en figures 3.7.a. C'est notamment le cas des périodes qui s'étendent sur les intervalles [1969Q4 : 1971Q2], [1977Q4 : 1978Q3], [1983Q3 : 1984Q3], [1985Q4 : 1986Q4], [1987Q3 : 1989Q3], [1990Q2 : 1992Q1], [2001Q1 : 2002Q3] [2003Q4: 2006Q3], [2008Q1 : 2009Q3], [2010Q1 : 2013Q4] où les [courbes de Lissajous](#) tracent des ellipses. On est en présence d'une différence des phases qui tend vers 0 et d'un ratio  $r_\theta \rightarrow 1$  qui satisfait la condition de convergence dans l'équation (2). Par

contre pour l'année 1997 de la bulle 'dot-com bubble' à titre d'exemple, les courbes de Lissajous sont représentées en figures 3.7.b ; elles montrent un couplage chaotique et instable.

fig. 3.7.a Démarcation année 1986

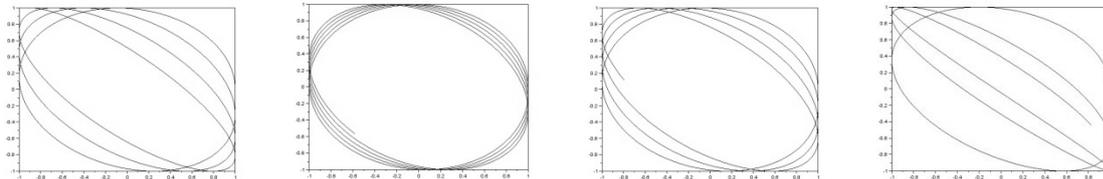
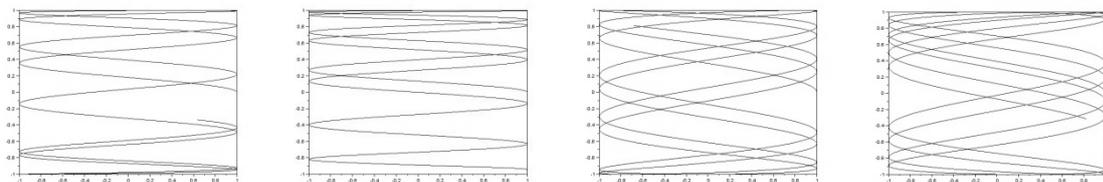


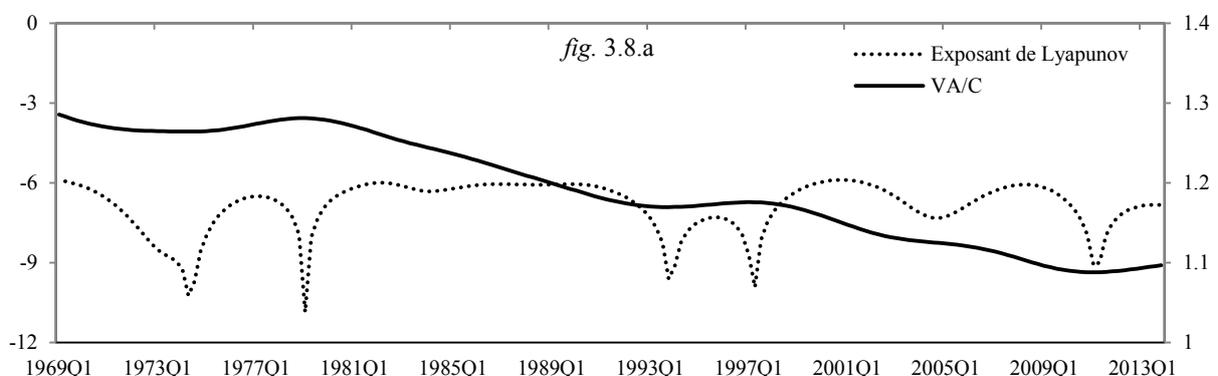
fig. 3.7.b Démarcation année 1997



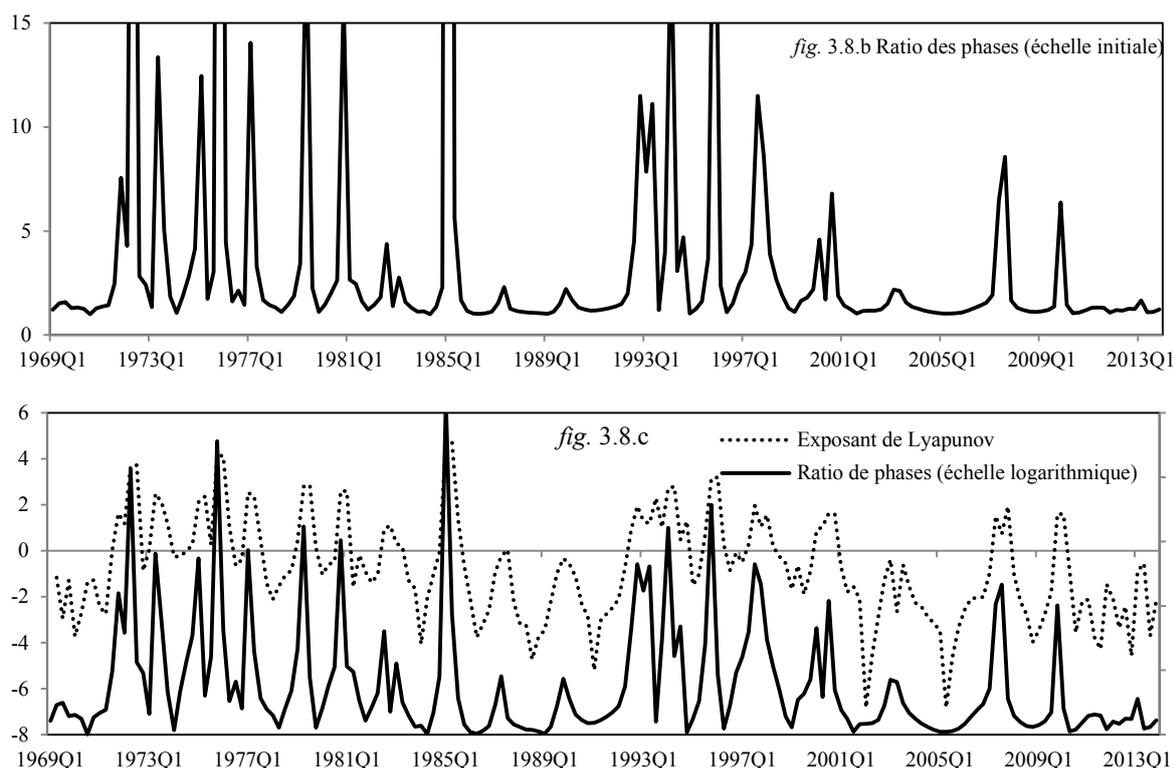
### 3.3.5. Stabilité et convergence vers l'équilibre

Les conditions de convergence vers des cycles limites et vers un point fixe dans l'équation (2) sont satisfaites si le ratio des phases et le ratio des tendances convergent respectivement et simultanément vers l'unité. On peut tester la stabilité de cette convergence en calculant les **exposants de Lyapunov** d'après la formule suivante<sup>73</sup> :

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{t-1} \ln|f'(r_t)|$$



<sup>73</sup> cf. §. 3.1.3.



Par ailleurs en raison du degré de précision lié au choix des ratios, un ratio des phases qui tend vers 0 :  $r_\theta \rightarrow 0$  est susceptible mener à des interprétations factices; soit à titre d'exemple, un résultat de 0.001 implique qu'il faut 0.001  $\theta_C$  phases de C pour que VA et C convergent, ce qui signifie en nombre de trimestres, qu'un lapse de 1000 trimestres de  $\theta_{VA}$  est nécessaire. Or la signification d'une convergence après 1000 trimestres s'avère économiquement absurde et l'on risque davantage de confondre avec une différence des phases nulle. On estime alors en premier lieu les numérateurs et les dénominateurs par [approximation rationnelle d'un flottant](#), et puisque la condition de convergence implique l'équivalence :

$$r_\theta^* = \frac{\theta_{VA}}{\theta_C} = 1 \Leftrightarrow r_\theta^* = \frac{\theta_C}{\theta_{VA}} = 1$$

On retient la représentation du ratio des phases suivante :

$$r_\theta = \begin{cases} \frac{\theta_{VA}}{\theta_C} & \text{pour } r \geq 1 \\ \frac{\theta_C}{\theta_{VA}} & \text{pour } r < 1 \end{cases}$$

Le ratio des phases est représenté en figure 3.8.b. Les **exposants de Lyapunov** et le ratio des phases en échelle logarithmique sont représentés en figure 3.8.c alors que le ratio des tendances et les **exposants de Lyapunov** correspondants sont représentés en figures 3.8.a. Ils montrent la présence d'un effet de rupture entre deux processus qui suivent deux directions opposées : (1) un processus stable  $\lambda < 0$  qui correspond à une convergence vers le point fixe d'équilibre qui se manifeste par des cycles limites stables et un processus instable  $\lambda > 0$ .

fig. 3.9.a dynamique de convergence stable  
Oscillations instables

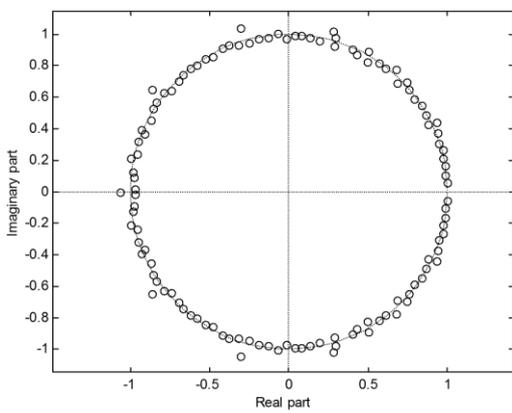


fig. 3.9.b

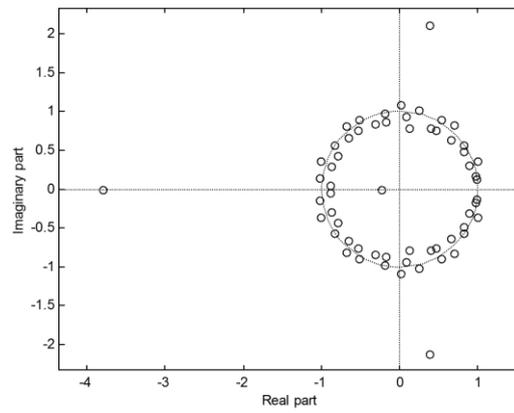
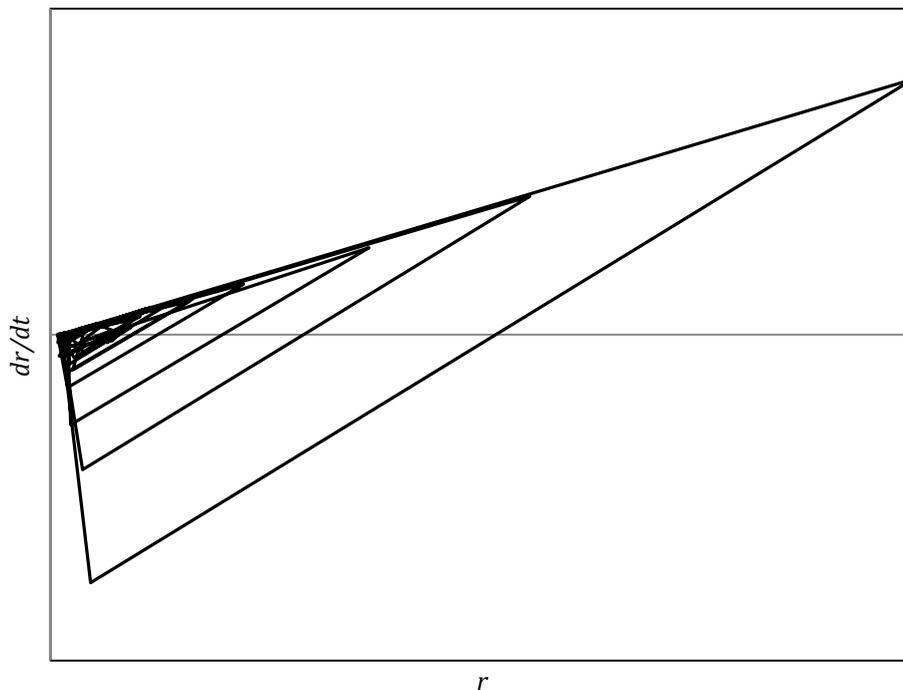


fig. 3.10 : Diagramme des phases du ratio r



En retenant les séquences à **exposants de Lyapunov** strictement négatifs  $\lambda < 0$  et par **transformée en Z** on distingue les deux processus : une dynamique de convergence stable à l'exception des points où  $\lambda \rightarrow 0^-$  et qui est représentée en *fig. 3.9.a*, d'autre part les oscillations instables sont représentés en *fig. 3.9.b*. Autrement, l'absence de convergence vers des cycles limite d'équilibre est illustrée sur le diagramme des phases de  $r_\theta$  en figure 3.10.

Ces résultats montrent des séquences super-stables qui convergent vers le point fixe où les conditions d'équilibre des échanges sont satisfaites. Ces séquences sont caractérisées par un ratio des tendances  $r_\tau$  stable où  $\lambda_{r_\tau} < 0$  et une différence des phases nulles avec  $r_\theta \rightarrow 1$  et  $\lambda_{r_\theta} < 0$ . Les séquences instables soulignent l'effet de rupture aperiodique et irrégulière de la dynamique de convergence vers le point fixe. Elles montrent la nature évolutionnaire de la dynamique des échanges au sens stricte défini par Schumpeter (HEA, p. 964) à partir des tendances dans des directions opposées.

### 3.6 Discussion générale

La présente étude dynamique de l'innovation on a utilisé des critères de démarcation mathématiques pour distinguer entre état d'équilibre stable et dynamiques turbulentes. Après avoir discuté la logique de ces outils et de leur application à des tests empiriques, on a proposé d'étudier les données macroéconomiques. Le cas de l'économie avancé des Etats Unis met en évidence la dynamique évolutionnaire comme définie par Schumpeter.

En effet dans le contexte de l'interprétation historique des résultats, les courbes de Lissajous montrent l'équilibre des échanges pendant la période de la grande modération (Taylor, 2013). Alors que pendant la période de l'éclatement des innovations des technologies informatiques de communication qu'on appelle la "*dot-com bubble*" le marché s'avère en déséquilibre chronique. L'analyse dynamique de la convergence vers l'équilibre montre que la dynamique pendant la période d'innovation n'est pas stable.

Ces résultats montrent contrairement à l'interprétation conventionnelle des notions de croissance équilibrée et de stagnation séculaire (Piketty, 2013), (Summers, 2014), (Krugman, 2014), que les séquences temporelles stables sont souvent associées à des dynamiques de ralentissement dépressives, alors que les périodes de croissance et de 'développement économique' sont caractérisées par la présence de dynamiques instables et turbulentes.

La superposition de ces dynamiques opposées fournit des évidences de l'effet de rupture de l'équilibre et de la nature évolutionnaire de la dynamique des innovations au sens défini par Schumpeter (HEA, 964). La confrontation de ces dynamiques opposées traduit ainsi les contradictions du processus capitaliste du développement des économies de marché par l'antinomie des dynamiques de déséquilibre et de rupture de l'équilibre (CSD, p. 31), (HEA, pp. 964 ; 971, n. 17), (Lakowski-Laguerre, 2002).

## Références

- Arena, R., 2002. Schumpeter on Walras. In: R. Arena & C. Dangel-Hagnauer, eds. *The Contribution of Joseph Schumpeter to Economics: Economic development and institutional change*. London: Routledge, pp. 40-65.
- Arena, R. & Lazaric, N., 2003. La théorie évolutionniste du changement économique de Nelson et Winter. *Revue économique*, 54(2), pp. 329-354.
- Baumol, W. J., 1951. *Economic Dynamics: An Introduction*. 1970, Third ed. Toronto: Macmillan.
- Baxter, M. & King, R. G., 1999. Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *Review of Economics and Statistics*, 81(4), pp. 575-593.
- Broomhead, D. S. & King, G. P., 1986. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 20(2-3), pp. 217-236.
- Cogley, T. & Nason, J. M., 1995. Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series Implications for business cycle research. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19(1-2), pp. 253-278.
- Cooley, J. W. & Tukey, J. W., 1965. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, Volume 19, p. 297–301.
- De Carvalho, M., Rodrigues, P. C. & Rua, A., 2012. Tracking the US business cycle with a singular spectrum analysis. *Economics Letters*, 114(1), pp. 32-35.
- Diamond, A. M. J., 2004. *Schumpeter's Central Message*. Milan, Paper Presented at Milan International Schumpeter Society Conference, June 12, 2004.
- Epstein, J. M., 2006. Remarks on the Foundations of Agent-Based Generative Social Science. In: L. Tesfatsion & K. L. Judd, eds. *Handbook of Computational Economics - Agent-Based Computational Economics*. Amsterdam: Elsevier, pp. 1585-1604.
- Epstein, J. M. & Axtel, R., 1996. *Growing Artificial Societies - Social Science from the Bottom up*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- Ezekiel, M., 1939. The Cobweb Theorem. *The Quarterly Journal of Economics*, 52(2), pp. 255-280.
- Festre, A., 2002. Innovation and business cycles, in ., 2002. .. In: R. Arena & C. Dangel-Hagnauer, eds. *The Contribution of Joseph Schumpeter to Economics - Economic Development and Institutional Change*. London: Taylor & Francis, pp. 127-145.
- Freeman, C. & Louçã, F., 2001. *As Time Goes By: From the Industrial Revolutions to the Information Revolution*. Oxford: Oxford University Press.
- Ghil, M. et al., 2002. Advanced Spectral Methods for Climatic Time Series. *Reviews of Geophysics*, 40(1), pp. 3-1–3-41.
- Granger, C. W., 1966. The Typical Spectral Shape of an Economic Variable. *Econometrica*, 34(1), p. 150–161.
- Groth, A., Ghil, M., Hallegatte, S. & Dumas, P., 2011. *Identification and reconstruction of oscillatory modes in US business cycles using Multivariate Singular Spectrum Analysis*. Presented at the Workshop on Frequency Domain Research in Macroeconomics and Finance. Helsinki, Bank of Finland.
- Guellec, D., 2013. Croissance et innovation. In: *Croissance emploi et développement: Les grandes questions économiques et sociales*. Paris: La Découverte, pp. 7-23.

- Hassani, H., Soofi, A. S. & Zhigljavsky, A. A., 2010. Predicting daily exchange rate with singular spectrum analysis. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 11(3), p. 2023–2034.
- Hodrick, R. J. & Prescott, E. C., 1997. Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1997 Feb., 29(1), pp. 1–16.
- Hommes, C. H., 1994. Dynamics of the cobweb model with adaptive expectations and nonlinear supply and demand. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 24(3), pp. 315–335.
- Juglar, C., 1862. *Des crises commerciales et de leur retour périodique en France, en Angleterre et aux États-Unis*. Paris: Guillaumin et Cie.
- Kirman, A. P., 1992. Whom or what does the representative individual represent?. *The Journal of Economic Perspectives*, 6(2), p. 117–136.
- Krugman, P., 2014. Four observations on secular stagnation, in: Teulings, C., Baldwin, R. (Eds.), *Secular Stagnation: Facts, Causes and Cures*. CEPR Press, London, pp. 61–68.
- Kurz, H., 2012. Schumpeter's new combinations. *Journal of Evolutionary Economics*, 22(5), pp. 871–899.
- Kydland, F. E. & Prescott, E. C., 1982. Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50(6), pp. 1345–1370.
- Lakomski-Laguerre, O., 2002. The long-term perspective – Schumpeter's prediction of the end of capitalism. In: R. Arena & C. Dangel-Hagnauer, eds. *The Contribution of Joseph Schumpeter to Economics – Economic development and institutional change*. Routledge ed. London: Taylor & Francis, pp. 146–164.
- Landefeld, S. J., Seskin, E. P. & Fraumeni, B. M., 2008. Taking the Pulse of the Economy: Measuring GDP. *Journal of Economic Perspectives*, 22(2), p. 193–216.
- Lazarcic, N., 2010. *Les Théories Économiques Évolutionnistes*. Paris: La Découverte.
- Lorenz, E. N., 1963. Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(2), pp. 130–141.
- May, R. M., 1976. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 261(5560), pp. 459–467.
- Morgan, M., 1990. *The History of Econometric Ideas*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Nelson, R. R. & Winter, S. G., 1982. *An Evolutionary Theory of Economic Change*. Cambridge: Harvard University Press.
- Nenovsky, N., 2009. Place of Labor and Labor Theory in Tugan Baranovsky's Theoretical System. *The Kyoto Economic Review*, 78(1), pp. 53–77.
- Peneder, M. R., 2007. Sectoral Taxonomies: Identifying Competitive Regimes by Statistical Cluster Analysis. In: H. Hanusch & A. Pyka, eds. *Elgar Companion to Neo-Schumpeterian Economics*. Northampton, MA: Edward Elgar, pp. 525–543.
- Piketty, T., 2013. *Le capital au XXI<sup>e</sup> siècle*. Seuil, Paris.
- Ponsot, J.-F., Rocca, M., 2013. Le renouvellement de la pensée économique durant la crise des années 1930. Le découplage théorie économique /politique économique. *Revue de la régulation*. (13) Capitalisme, institutions, pouvoirs.
- Pyka, A., 2007. Innovation Networks. In: H. Hanusch & A. Pyka, eds. *Elgar Companion to Neo-Schumpeterian Economics*. Cheltenham: Edward Elgar, pp. 361–376.

- Pyka, A. & Scharnhorst, A. eds., 2009. *Innovation Networks, New Approaches in Modelling and Analyzing*. Heidelberg: Springer.
- Reiersøl, O., 1941. Confluence Analysis by Means of Lag Moments and Other Methods of Confluence Analysis. *Econometrica*, Jan, 9(1), pp. 1-24.
- Reijnders, J. & Louçã, F., 1999. One and a half Centuries of Controversy on Long Waves and the Dynamics of Capitalism: An Introduction in ,. In: J. Reijnders & F. Louçã, eds. *Foundations of Long Wave Theory*. Northampton, Massachusetts: Edward Elgar, pp. xi-xxxiii.
- Samuelson, P. A., 1941. The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics. *Econometrica*, 9(2), pp. 97-120.
- Samuelson, P. A., 1943. Dynamics, Statics and the Stationary State. *The Review of Economics and Statistics*, 25(1), pp. 58-68.
- Schumpeter, J. A., 1927. The Explanation of the Business Cycle. *Economica*, Dec, Volume 21, p. 286–311.
- Schumpeter, J.A., 1928. The Instability of Capitalism. *The Economic Journal*, 38(151), pp.361-86.
- Schumpeter, J. A., 1934. *The Theory of Economic Development – An Inquiry into Profits, Capital, Credit, Interest, and the Business Cycle*. Transaction Books ed. Harvard: Harvard University. [TED]
- Schumpeter, J. A., 1939. *Business Cycles, A Theoretical, Historical, and Statistical Analysis of the Capitalist Process*. New York: McGraw-Hill. [BC]
- Schumpeter, J. A., 1943. *Capitalism, Socialism and Democracy*. 2003 ed. New York: Taylor & Francis. [CSD]
- Schumpeter, J. A., 1951. The Historical Approach to the Analysis of Business Cycles. In: U. Bureau, ed. *Conference on Business Cycles*. s.l.:NBER, pp. 149-162.
- Schumpeter, J.A., 1954. *History of Economic Analysis*. New York: Oxford University Press. [HEA]
- Slutzky, E., 1937. The summation of random causes as a source of cyclic processes. *Econometrica*, Volume 5, pp. 105-146.
- Solow, R. M., 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), pp. 65-94.
- Strogatz, S. H., 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos : With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Reading, Massachusetts: Perseus Books.
- Summers, L.H., 2014. Reflections on the “New Secular Stagnation Hypothesis,” in: Teulings, C., Baldwin, R. (Eds.), *Secular Stagnation: Facts, Causes and Cures*. London, pp. 27–38.
- Takens, F., 1981. Detecting strange attractors in turbulence. In: D. Rand & L. S. Young, eds. *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980, Lecture Notes in Mathematics*. Berlin Heidelberg: Springer, p. 366–381.
- Taylor, J.B., 2013. Monetary policy during the past 30 years with lessons for the next 30 years. *Cato J.* 33, 333.
- Tesfatsion, L., 2006. Agent-Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory. In: L. Tesfatsion & K. L. Judd, eds. *Handbook of Computational Economics - Agent-Based Computational Economics*. Amsterdam: Elsevier, pp. 831-880.
- Vautard, R., Yiou, P. & Ghil, M., 1992. Singular-spectrum analysis: a toolkit for short, noisy chaotic signals. *Physica*, Volume 58, pp. 95-126.

- Watts, D. J. & Strogatz, S. H., 1998. Collective dynamics of 'small-world' networks.  
*Nature*, 393(6684), pp. 440-442.
- Winter, S. G., 1984. Schumpeterian competition in alternative technological regimes.  
*Journal of Economic Behavior & Organization*, 5(3-4), pp. 287-320.

## Conclusion générale

Dans cette thèse on a étudié les contradictions théoriques et empiriques des économies de marché. En première partie on a examiné certaines difficultés logiques associées à la théorie dominante. Ces difficultés soulignent notamment les contradictions qui découlent de l'hypothèse de l'agent représentatif. Elles montrent l'importance d'étudier un système économique d'agents hétérogènes en interaction.

Cette conclusion ramène à l'argument de la 'norme théorique' chez Schumpeter, selon lequel il est indispensable de raisonner selon l'interdépendance générale des variables économiques. Elle mène également à la problématique centrale de la thèse. Ainsi les approches évolutionnistes et les modèles *Agent Based Economics* insistent sur l'hétérogénéité et l'interaction entre les agents, cependant peu nombreuses sont les études qui cherchent à étudier la dynamique du système en suivant une approche non-linéaire sur un vecteur temps discontinu.

L'apport de cette thèse consiste donc à fournir une tentative d'un premier cadre théorique qui permet de faire le lien entre théorie des graphes, dynamique non-linéaire et systèmes économiques à agents hétérogènes en interaction. Dans la seconde partie, on étudie l'introduction d'une innovation à un réseau régulier d'agents hétérogènes en équilibre des échanges. L'innovation est strictement définie par une nouvelle introduction d'une combinaison de facteur de production. Cette définition implique une interprétation alternative des opportunités d'innovation.

Contrairement à l'approche dominante en théorie de la croissance endogène et en théorie évolutionniste, on distingue entre l'innovation au sens économique d'une part, et le progrès technologique, l'apprentissage par la pratique et les investissements en Recherche et Développement qui n'aboutissent pas nécessairement à l'innovation économique. Cette conception suggère la conjecture que l'innovation est positivement liée à l'échelle et la diversité dans le marché. L'innovation est ensuite source de rupture de l'équilibre des échanges

sur le marché. L'étude du système des échanges montre une dynamique turbulente et des trajectoires opposées.

Cette dynamique évolutionnaire de l'innovation est finalement étudiée à partir des données empiriques des Etats Unis. On s'intéresse aux variables d'une fonction de demande nette, et on retient les valeurs ajoutées brutes des entreprises et les dépenses personnelles de consommation comme indicateurs. A partir des méthodologies de lissage non linéaire on calcule les tendances et les périodicités puis on utilise un nombre de tests mathématiques pour étudier la convergence et la stabilité de l'équilibre des échanges. Les résultats montrent l'instabilité de l'équilibre et l'effet de rupture qui se manifeste par une succession de tendances stables interrompues par des dynamiques opposés.

Ce phénomène traduit non seulement la dynamique évolutionnaire chez Schumpeter (HEA, p. 964) mais permet de reprocher les concepts associés à la notion de croissance équilibrée. D'ailleurs la littérature sur la croissance équilibrée et sur la nouvelle théorie sur la stagnation séculaire (Piketty, 2013), (Summers, 2014), (Krugman, 2014) fait souvent une association positive entre croissance et stabilité. Dans un contexte historique, l'interprétation des résultats montrent que contrairement à la connotation intuitive de la notion de croissance équilibrée, les séquences temporelles stables sont souvent associées à des dynamiques de ralentissement dépressives, alors que les périodes de croissance et de 'développement économique' sont caractérisées par la présence de dynamiques en turbulence ou même 'chaotiques' au sens de Lorenz (1963, pp. 132-133).

Les résultats de cette étude dynamique de l'innovation introduite au circuit stationnaire du réseau des échanges fait appel donc à une relecture dans l'apport de Schumpeter à la théorie dynamique. L'implication des résultats montre la nécessité de dissocier entre sa contribution et les recherches pendant les années trente ; d'où son originalité en tant 'qu'entrepreneur d'idées'<sup>74</sup>. Faisant le lien entre innovation, le problème *cobweb*, [l'effet de Gibbs](#), et les trajectoires

---

<sup>74</sup> Cf. (Kurz, 2012, p. 892) décrit l'aspect de la pensée de Schumpeter qui correspond à celle d'un '*intellectual entrepreneur*'.

opposées de la dynamique évolutionnaire, les résultats montrent curieusement la cohérence de la pensée de Schumpeter en général. Les dynamiques non linéaires qui découlent de la discontinuité des échanges, impliquent contrairement à l'interprétation dominante que l'hypothèse du cycle unique ne peut être tenable.

A la lumière du problème *cobweb* et de la dynamique qui s'ensuit, et en raison de la dépendance sensible du nombre des cycles aux conditions initiales, la révision du problème de l'interférence des cycles Kitchin, Juglar et Kondratieff chez Schumpeter (BC) explique plus l'instabilité de l'équilibre général dans un modèle non linéaire plutôt qu'une thèse de trois cycles. Dans le contexte du modèle du réseau des échanges, l'étude des conditions de convergence fournit des explications à la question de stabilité de l'équilibre général, et montre les trajectoires contradictoires de l'évolution d'une économie d'échange. Pour conclure on discute brièvement de ces implications.

La théorie des cycles d'affaires chez Schumpeter (BC) demeure toujours la source de plusieurs confusions sur le fond de l'apport à la théorie dynamique. Une interprétation conventionnelle propose expliquer des cycles longs de Kondratieff (Reijnders & Louçã, 1999), (Freeman & Louçã, 2001), (Nenovsky, 2009). Autres interprétations expliquent une superposition ou une alternance des trois cycles de Kitchin, Juglar et Kondratieff (Lazaric, 2010), (Guellec, 2013), (Kurz, 2012). Même Samuelson (1986) parle du 'tohu-bohu' concernant les différents aspects de cette taxonomie – en trois cycles. Essentiellement, on peut montrer que la théorie des cycles d'affaire dans l'œuvre de Schumpeter (BC) n'a rien à voir avec une distinction pareille.

En fait cette classification en trois catégories n'est avancée que pour proposer un modèle approximatif qui permet d'expliquer l'interférence des cycles – ou en d'autres termes pour expliquer le chevauchement de plusieurs cycles ayant des périodicités différentes. L'objectif du modèle est de souligner une problématique plutôt que d'avancer une thèse sur la durée des cycles, qu'elle soit longue, courte ou de moyenne durée. La nature et la périodicité des cycles est une spécificité historique irréversible. La problématique de l'interférence relève du problème

Cobweb. Elle porte plutôt sur un contenu explicatif de la dynamique du système capitaliste comme le montre d'ailleurs Festre (2002).

Pour comprendre l'apport essentiel de la théorie des cycles d'affaire chez Schumpeter on a éventuellement recours à sa problématique centrale. Justement selon cette approche, Ponsont et Rocca (2013, §. 24-25) formulent la question que pose Schumpeter par l'interrogation suivante: 'quelle est la durée du cycle qui s'ouvre?'. La réponse de Schumpeter est alors interprétée selon Lazaric (2010, p. 19) à titre d'exemple, par l'observation de trois cycles qui possèdent trois périodes où l'innovation détermine l'ampleur – et non pas la durée – de ces trois cycles. Ce qui mène de façon générale soit à un prédéterminisme de la durée des cycles soit une dichotomie entre innovation et durée du cycle. En conséquence cette façon de se poser la question renvoie à une ébauche de la problématique centrale chez Schumpeter. Lazaric (*ibid*) présente davantage une hypothèse 'd'observation' inductive. Elle considère alors que :

Schumpeter observe certains déséquilibres cycliques du système selon différentes périodes (cycles courts de deux à quatre ans ou Kitchin, de sept à dix ans ou Juglar, cycles longs de cinquante ans environ ou Kondratieff). L'ampleur des cycles est relative à la nature des innovations et à la façon dont le système économique est plus ou moins apte à absorber les chocs technologiques et à recomposer son appareil productif. (*ibid*, p. 19)

De même Guellec la présente comme une observation historique d'une alternance des trois cycles :

L'analyse du rôle du progrès technique est développée par Joseph Schumpeter (1883-1950), qui voit l'histoire de la croissance en Occident comme une succession de cycles d'une durée moyenne de cinquante ans (Schumpeter reprend sa chronologie des travaux du statisticien russe Nicolas Kondratieff). Des phases de croissance de l'ordre de vingt-cinq ans alternent avec des phases de croissance lente de la même durée. (Guellec, 2013, p. 13)

Plus précisément, la différence à laquelle Lazaric (2010) fait référence, ne peut être finie ou même contenue dans un système fermé de catégories rigoureuses ou précises. Il ne s'agit pas même non plus de moyennes. Au sens de Schumpeter (BC), la nature de cette différence est indéfinie, elle est indéterminée. Elle relève de l'irréversibilité et de la spécificité historique. Le déséquilibre du système ne s'effectue pas alors selon des cycles d'une périodicité bien déterminée et non plus selon une séquence unique de cycles. Effectivement, Schumpeter non seulement rejette l'hypothèse du cycle unique mais exploite l'absurdité de cette thèse comme argument en faveur de l'inadéquation des méthodes du périodogramme classiques de J. Fourier (BC, p. 199, n.1). Pour présenter son modèle dynamique des fluctuations et avant d'indiquer ses fameux croquis aux pages (*Ibid*, pp. 213-214) Schumpeter écrit :

But there is nothing in our theoretical schema to warrant this [a single sequence of cycles]. There is no reason why the cyclical process of evolution should give rise to just one wavelike movement. On the contrary, there are many reasons to expect that it will set into motion an indefinite number of wavelike fluctuations which will roll on simultaneously and interfere with one another in the process. Nor does the impression we derive from any graph of economic time series lend support to a single-cycle hypothesis. (BC, p. 161)

La problématique n'a rien à voir donc avec la question de la durée des cycles soulevée par Ponsont et Rocca (2013, §. 24-25). Elle relève plutôt de la réalité qu'on fait face à une infinité de cycles, l'amplitude et la périodicité desquels constitue une spécificité historique irréversible<sup>75</sup>. Schumpeter précise qu'il discute des problèmes qui résultent de la présence de plusieurs cycles (BC, p. 194). Pour réduire ce problème et remédier à cette diversité analytiquement et pratiquement inabordable Schumpeter propose un modèle approximatif :

---

<sup>75</sup> c.f. (BC, pp.143-144), sur l'irréversibilité et la spécificité historique voir encore (BC, p. 34, 59). '... before everything else cycles must be treated as historical individuals.' (Schumpeter, 1951, p. 150)

... Hence, we decide now to content ourselves, for the rough purposes of this volume, with three classes of cycles, to which we shall refer simply as Kondratieffs, Juglars and Kitchins, because the average spans by which we choose to identify the individuals belonging to each of our three classes approximately correspond to the spans of the cycles "discovered" by those three investigators respectively. (*ibid*, p. 169)

Il postule donc trois cycles de Kitchin, Juglar, et Kondratieff comme une approximation, c.à.d. un modèle de classement analytiquement traitable pour atteindre des résultats compréhensifs. Cette décision relève (1) du critère de parcimonie logique appelé le fil du Rasoir d'Ockham, (2) l'interprétation économique qu'elle permet et (3) la possibilité de mettre en évidence le problème d'interférence par un schéma concret et intelligible. Effectivement, Schumpeter anticipe d'éventuelles mauvaises interprétations en précisant :

Since this arrangement plays a considerable role in the exposition that is to follow and since any misunderstandings about it might easily impair the contribution... which this book may be hoped to make, it is desirable to stay in order to comment upon it... in adopting a three-cycle schema we are not making, any hypothesis which is to replace the single-cycle hypothesis, but only a decision, we have waived any claims for that schema beyond those we are about to state. There are no particular virtues in the choice made of just three classes of cycles. Five would perhaps be better, although, after some experimenting, the writer came to the conclusion that the improvement in the picture would not warrant the increase in cumbersomeness. (*ibid*, 169)

L'interférence des cycles ne fournit pas donc une réponse à la question posée par W.S. Jevons, H. L. Moore et étudiée dans le programme de W. C. Mitchell et le NBER<sup>76</sup>. Les cycles Kondratieffs, Kitchins et Juglar tel que présentés dans (BC)

---

<sup>76</sup> Schumpeter (TGE, pp. 239-259), attribue d'ailleurs à Mitchell le privilège d'avoir réfuté l'hypothèse du cycle unique. Voir encore l'exposition de ce programme dans Morgan (1990).

n'ont aucun rapport avec la question posée par Ponsont et Rocca (2013) : "quelle est la durée du cycle qui s'ouvre?" Schumpeter '*n'observe pas des déséquilibres cycliques selon des périodes prédéterminés*' (Lazaric, 2010, p. 19), (Guellec, 2013, p. 13). L'apport de Schumpeter à la théorie dynamique ne doit pas être interprété comme une contribution à la découverte de la durée des cycles plutôt qu'à comprendre comment l'interférence de ces cycles opèrent de façon à générer une rupture dynamique dans le processus du développement économique. Une dynamique qui est à la fois révolutionnaire et stationnaire.

Après abstraction des tendances, et en allant du modèle approximatif des trois cycles de Kitchin, Juglar, et Kondratieff, Schumpeter montre que même à partir d'un ensemble de dynamiques autonomes – ou en d'autres termes auto-entretenues – et donc parfaitement régulières, on aboutit à une dynamique complexe et 'irrégulière'. Les régularités dans les composantes individuelles, malgré qu'elles soient limitées à trois catégories idéalement distinguées, deviennent imbriquées dans un phénomène plus complexe (BC, pp. 212-214). Ce phénomène démontre donc qu'un nombre réduit de composantes stationnaires – supérieur à deux et dans l'hypothèse que les composantes ne sont pas harmoniques pour être plus précis – est capable de générer une dynamique complexe et non stationnaire, susceptible d'être facilement confuse avec une variable aléatoire 'stochastique' (BC, 195).

Le problème devient évident lorsqu'on rencontre des difficultés à distinguer entre d'une part des processus stochastiques ou des turbulences chaotiques et d'autre part ceux générés par un système régulier, causal et déterministe. D'ailleurs la propriété que ces turbulences ne suivent pas la 'loi des erreurs' – la loi normale de Gauss – renforce les difficultés liées à cette distinction comme le montre (Broomhead & King, 1986, p. 228). Schumpeter traduit le problème de l'interférence dans ses deux fameux croquis du [phénomène de Gibbs](#)<sup>77</sup> (BC, pp. 213-214).

---

<sup>77</sup> On note cependant que contrairement à l'interprétation de Schumpeter [l'effet de Gibbs](#) est le phénomène d'une séquence bien régulière.

L'explication générative de cette dynamique consiste dans le problème de l'interférence. La difficulté réside dans la distinction de chacune des composantes régulières du système, en reprenant la démarche dans le sens inverse, c.a.d. par rétro-conception. Il s'agit alors de la décomposition d'une série temporelle complexe (BC, p. 197). Pour résoudre le problème Schumpeter examine les méthodes de Joseph Fourier et du périodogramme. Puisqu'il est possible de reconstruire à partir différentes combinaisons de composantes – autrement dit puisque la décomposition d'une série est indéterminée – ces composantes ne possèdent aucun sens particulier. Pour illustrer davantage le problème de l'interférence, on revient à l'introduction des séries temporelles où Schumpeter (BC, p. 198) souligne particulièrement le problème des composantes cycliques et de l'interférence destructive en précisant :

Not only is it, for example, possible to approximate, to any desired degree, a straight line by a Fourier series, but a straight line may really be the resultant of two sine movements of equal period and amplitude and opposite phase.

Il s'agit du cas extrême où les interférences sont complètement destructives. Malgré l'importance du développement des méthodes de Fourier et de la signification des pics du périodogramme (BC pp. 199, n.1), ces méthodes ne sont pas applicables et leurs résultats sont susceptibles être trompeurs. La difficulté consiste à surmonter l'effet de fuite '*spectral leakage*' qui indique la présence d'une très grande variété de cycles dans une série économique typique<sup>78</sup>. La raison de cet effet est que les vraies fréquences résident typiquement au-delà de la fenêtre de lissage, ce qui implique une inconsistance à cause de la distorsion systématique de la distribution des fréquences comme démontré par Granger (1966).

Pour surmonter les problèmes liés à l'extraction des tendances et à l'interférence des cycles, Schumpeter utilise uniquement les méthodes linéaires des moyennes

---

<sup>78</sup> Sur la nature des 'effets de fuite' Schumpeter (BC, pp. 199, n.1) cite un commentaire de Gerhard Tintner concernant la variance des cycles et son implication sur la forme du périodogramme. Le problème est systématiquement examiné et élaboré dans l'article de Granger (1966) sur la forme spectrale typique d'une série économique indépendamment de la fenêtre de lissage par [convolution](#).

mobiles (*ibid*, pp. 218, 554, 571), d'ajustement saisonnier (*ibid*, p. 218), d'auto-corrélation, de moindres carrés ordinaires (*ibid*, p. 554), et d'interpolation des points d'inflexion (*ibid*, p. 469), de dérivées secondes (*ibid*, pp. 1051-1077) – ou de la méthode 'confluence' de Frisch (Reiersøl, 1941). Ces méthodes supposent entre autres, des distributions normales<sup>79</sup>, la continuité, et la dérivabilité. Elles dépendent largement de la distribution et de l'interprétation des erreurs, et ne peuvent servir que pour une première approximation (BC, pp. 203, n. 1).

L'apport de Schumpeter en théorie dynamique se situe donc dans le cadre de la problématique centrale en théorie de dynamique non-linéaire. Les indications théoriques du problème posé par Schumpeter constituaient le point de départ en théorie du chaos et en dynamique non-linéaire (Stopler, 1991). Faisant le lien entre innovations au sens de Schumpeter (TED), le problème *cobweb* (BC), le phénomène de Gibbs (BC, pp. 213-214) et la définition de la dynamique évolutionnaire (HEA, p. 964), on remarque dans la présente thèse qu'on n'a suivi rien d'autre que des indications proposées par Schumpeter concernant les méthodes dynamiques non-linéaires. Il est évident que les croquis des trois cycles Kitchin, Juglar et Kondratieff (BC, pp. 213-214) ne sont autre qu'une application du phénomène de Gibbs. Ce dernier outil, est instrumental pour modéliser la dynamique des équations aux différences dans la seconde partie de la thèse. Ces indications montrent encore l'importance de la vision et de la contribution de Schumpeter à la théorie dynamique. Cette vision étant d'ailleurs clairement distinguée par rapport à la théorie de la conjecture dominante pendant les années 30s, elle met en évidence la contribution d'une 'entreprise intellectuelle' qui va ouvrir la voie vers des concepts importants en théorie du chaos et en dynamique non-linéaire (Stopler, 1991).

La problématique n'a donc rien à voir avec la question de la durée des cycles posée pendant les années trente par W.S. Jevons, H. L. Moore et étudiée dans le programme de W. C. Mitchell et le NBER<sup>80</sup>. Elle relève plutôt de la réalité qu'on fait face à une infinité de cycles, l'amplitude et la périodicité desquels constitue

---

<sup>79</sup> Dans les termes de Schumpeter la loi des erreurs.

<sup>80</sup> Schumpeter (TGE, pp. 239-259), attribue d'ailleurs à Mitchell le privilège d'avoir réfuté l'hypothèse du cycle unique. *cf.* l'exposition de ce dernier programme de recherche dans Morgan (1990).

une spécificité historique irréversible<sup>81</sup>. Cette irréversibilité historique découle toutefois des implications théoriques de l'interdépendance des variables économiques et de la discontinuité des processus d'échange non-linéaires. La question porte plutôt sur la distinction des tendances et sur le problème de l'interférence des cycles afin de fournir un contenu explicatif tangible de la dynamique du système capitaliste comme l'explique d'ailleurs Festre (2002). Les résultats empiriques dans cette thèse montrent des effets de rupture de l'équilibre des échanges et que le critère de convergence vers l'équilibre suit des directions dans deux sens opposés. Ces résultats mettent en évidence les tendances contradictoires de la dynamique évolutionnaire au sens strict de Schumpeter (HEA, p. 964), et soulignent les contradictions inhérentes au système capitaliste (CSD, p. 31), (HEA, p. 971, n. 17), (Lakomski-Laguerre, 2002).

---

<sup>81</sup> c.f. (BC, pp.143-144), sur l'irréversibilité et la spécificité historique voir encore (BC, p. 34, 59). '... before everything else cycles must be treated as historical individuals.' (Schumpeter, 1951, p. 150)

## Références

- Festré, A., 2002. Innovation and business cycles, in: Arena, R., Dangel-Hagnauer, C. (Eds.), *The Contribution of Joseph Schumpeter to Economics – Economic Development and Institutional Change*. Routledge, London, pp. 127–145.
- Freeman, C., Louçã, F., 2001. *As Time Goes By: From the Industrial Revolutions to the Information Revolution*. Oxford University Press, Oxford.
- Granger, C.W.J., 1966. The Typical Spectral Shape of an Economic Variable. *Econometrica* 34, 150–161. doi:10.2307/1909859
- Guellec, D., 2013. Croissance et innovation, in: Deléage, J.-P., Foray, D., Gautié, J., Gazier, B., Guellec, D., L'Horty, Y. (Eds.), *Croissance Emploi et Développement: Les Grandes Questions Économiques et Sociales*. La Découverte, Paris, pp. 7–23.
- Krugman, P., 2014. Four observations on secular stagnation, in: Teulings, C., Baldwin, R. (Eds.), *Secular Stagnation: Facts, Causes and Cures*. CEPR Press, London, pp. 61–68.
- Kurz, H.D., 2012. Schumpeter's new combinations. *J Evol Econ* 22, 871–899. doi:10.1007/s00191-012-0295-z
- Lakomski-Laguerre, O., 2002. The long-term perspective – Schumpeter's prediction of the end of capitalism, in: Arena, R., Dangel-Hagnauer, C. (Eds.), *The Contribution of Joseph Schumpeter to Economics – Economic Development and Institutional Change*. Routledge, London, pp. 146–164.
- Lazaric, N., 2010. *Les théories économiques évolutionnistes*. La Découverte, Paris.
- Lorenz, E.N., 1963. Deterministic Nonperiodic Flow. *J. Atmos. Sci.* 20, 130–141. doi:10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2
- Morgan, M.S., 1990. *The History of Econometric Ideas*. Cambridge University Press, Cambridge England; New York.
- Nenovsky, N., 2009. Place of Labor and Labor Theory in Tugan Baranovsky's Theoretical System. *The Kyoto Economic Review* 78, 53–77. doi:10.11179/ker.78.53
- Piketty, T., 2013. *Le capital au XXI<sup>e</sup> siècle*. Seuil, Paris.
- Ponsot, J.-F., Rocca, M., 2013. Le renouvellement de la pensée économique durant la crise des années 1930. Le découplage théorie économique / politique économique. *Revue de la régulation. Capitalisme, institutions, pouvoirs*.
- Reiersøl, O., 1941. Confluence Analysis by Means of Lag Moments and Other Methods of Confluence Analysis. *Econometrica* 9, 1–24. doi:10.2307/1907171
- Reijnders, J., Louçã, F., 1999. One and a half Centuries of Controversy on Long Waves and the Dynamics of Capitalism: An Introduction, in: Louçã, F., Reijnders, J. (Eds.), *Foundations of Long Wave Theory*. Edward Elgar, Northampton, MA, pp. xi–xxxiii.
- Samuelson, P.A., 1986. L'économie mondiale à la fin du siècle. *rfeco* 1, 21–49. doi:10.3406/rfeco.1986.1104
- Schumpeter, J.A., 1954. *History of Economic Analysis*. Oxford University Press, New York.
- Schumpeter, J.A., 1951. *Historical Approach to the Analysis of Business Cycles (NBER Chapters)*. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Schumpeter, J.A., 1951. *Ten Great Economists: From Marx to Keynes*. Oxford University Press, New York.

- Schumpeter, J.A., 1943. *Capitalism, Socialism and Democracy*, 2003rd ed. Routledge.
- Schumpeter, J.A., 1939. *Business Cycles: A Theoretical, Historical, and Statistical Analysis of the Capitalist Process*. McGraw-Hill, New York.
- Schumpeter, J.A., 1934. *The Theory of Economic Development: An Inquiry Into Profits, Capital, Credit, Interest, and the Business Cycle*. Transaction Publishers.
- Stolper, W.F., 1991. The theoretical bases of economic policy: the Schumpeterian perspective. *Journal of Evolutionary Economics* 1, 189.
- Summers, L.H., 2014. Reflections on the “New Secular Stagnation Hypothesis,” in: Teulings, C., Baldwin, R. (Eds.), *Secular Stagnation: Facts, Causes and Cures*. London, pp. 27–38.

# ANNEXES

## ANNEXE 1 : Code pour simulation en § 2.6.2

```
n=5;
I=eye(5,5);
for i=1:n
    A1(i+1,i)=I(i,i);
    A2(i,i+1)=I(i,i);
end
A11=A1(1:n,1:n);
A22=A2(1:n,1:n);
Adj=A11+A22;
Adj(n,1)=1;
Adj(1,n)=1;
Rand=rand(n,n);
Weight=Adj.*Rand;
mu=2;
Outdeg=mu*I;
Indeg=mu*I;
Deg=2*mu*I;
for i=1:n
    S(1,i)=sum(Weight(:,i));
    D(1,i)=sum(Weight(i,:));
end
Phi=sum(D)/sum(S)
m=500;
t=linspace(1,m,m);
Stau=grand(5,1,"unf",-400,-80);
Stheta=grand(5,m,"unf",1/40,1/3);
Dtau=grand(5,1,"unf",-400,-80);
Dtheta=grand(5,m,"unf",1/40,1/3);
for i=1:m
    Sosc(:,i)=abs(real(exp((2*%i*%pi).*Dtheta(:,i))));
    Dosc(:,i)=abs(real(exp((2*%i*%pi).*Stheta(:,i))));
end
for i=1:n
    Strd(i,:)=exp(t./(-Dtau(i,:)));
    Dtrd(i,:)=exp(t./(-Stau(i,:)));
end
for i=1:400
    SGosc(1,i)=sum(Dosc(:,i));
    DGosc(1,i)=sum(Sosc(:,i));
    SGtrd(1,i)=sum(Dtrd(:,i));
    DGtrd(1,i)=sum(Strd(:,i));
    SG(1,i)=sum((Dtrd(:,i)).*(Dosc(:,i)));
    DG(1,i)=sum((Strd(:,i)).*(Sosc(:,i)));
end
```

## ANNEXE 2 : Données générées en figure 2.2

| S(t)        | D(t)        |
|-------------|-------------|
| 2.560422297 | 3.237586857 |
| 3.312368507 | 2.461698674 |
| 2.335646266 | 2.512390879 |
| 2.30874537  | 2.195802234 |
| 2.462381062 | 1.864393494 |
| 3.876433822 | 2.288164666 |
| 1.494552171 | 3.262309985 |
| 2.263709229 | 2.935676351 |
| 2.115217397 | 2.428000611 |
| 1.24506182  | 1.232681568 |
| 3.447493197 | 1.719285161 |
| 2.85410928  | 3.161029943 |
| 3.866461147 | 2.571973192 |
| 2.230187283 | 2.673052172 |
| 2.242382741 | 2.737266755 |
| 3.310040536 | 1.98113235  |
| 3.959968943 | 2.953810839 |
| 2.341519244 | 2.728621707 |
| 0.827997371 | 2.781169009 |
| 2.353632741 | 2.169460356 |
| 2.808211664 | 1.381054233 |
| 2.203967759 | 2.933273522 |
| 2.846857605 | 2.909446814 |
| 1.8865872   | 2.37036655  |
| 2.231841818 | 2.574583122 |
| 3.329874671 | 3.434510868 |
| 3.238212098 | 4.061994981 |
| 2.843001921 | 2.289009433 |
| 4.444695789 | 2.234499939 |
| 3.482433611 | 3.607538705 |
| 2.016327115 | 3.690970109 |
| 2.609426265 | 1.961403925 |
| 1.239743616 | 2.024182066 |
| 1.982584452 | 1.744696583 |
| 3.089057978 | 2.874220588 |
| 4.517589545 | 1.606276081 |
| 2.371345659 | 2.972067067 |
| 3.97852283  | 3.234826015 |
| 3.528842534 | 4.028287401 |
| 3.323070944 | 3.738035135 |
| 3.319664912 | 3.03718035  |
| 3.124695023 | 4.234525593 |
| 1.232449761 | 2.831290933 |
| 3.557519643 | 2.717543469 |
| 3.210975385 | 4.919342131 |
| 2.422830426 | 3.414899425 |
| 3.208446022 | 4.620962851 |
| 4.282794565 | 5.1017557   |
| 3.197046878 | 3.084407357 |
| 3.658186319 | 2.516665041 |
| 3.156063381 | 2.992759035 |
| 3.752218646 | 2.839242595 |
| 5.354902043 | 4.078715368 |
| 3.708218318 | 2.560313011 |
| 3.795630737 | 2.837922712 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| 2.728722249 | 2.026530965 |
| 4.937283331 | 4.405515852 |
| 5.486637598 | 2.784319559 |
| 4.445943702 | 2.389151771 |
| 3.77189795  | 3.263712324 |
| 4.967466487 | 2.657628318 |
| 3.19441891  | 2.420870402 |
| 6.12218588  | 3.942381221 |
| 3.923445259 | 2.266286035 |
| 5.274673006 | 2.34963004  |
| 3.9425258   | 2.618415223 |
| 2.943110888 | 3.330251321 |
| 4.801587281 | 2.647775878 |
| 5.501911135 | 2.638813406 |
| 3.288431904 | 0.675201356 |
| 4.207467544 | 3.969291578 |
| 3.373532702 | 4.26076765  |
| 2.745804649 | 3.870010468 |
| 4.937129411 | 4.199128504 |
| 3.08197071  | 3.57537128  |
| 3.311847637 | 4.442205972 |
| 3.164570631 | 3.949317311 |
| 4.887761479 | 5.032219935 |
| 2.698435159 | 5.497504789 |
| 3.892585895 | 3.325510524 |
| 4.695624967 | 3.791496461 |
| 4.571167343 | 4.521663988 |
| 2.682594105 | 5.695509165 |
| 6.040357396 | 2.306506588 |
| 4.299399894 | 3.045214089 |
| 6.927104583 | 4.347876233 |
| 4.517149841 | 3.621363195 |
| 4.407672862 | 3.246287156 |
| 2.751239638 | 3.79676649  |
| 4.337326007 | 3.31016919  |
| 5.474800713 | 1.60217668  |
| 5.239514769 | 4.20356662  |
| 4.293582179 | 3.426890009 |
| 5.704164391 | 3.127882599 |
| 4.147256587 | 3.613846821 |
| 6.389052632 | 4.412833541 |
| 5.138727876 | 4.357138529 |
| 4.133988369 | 4.740721936 |
| 5.890923612 | 4.129751901 |
| 4.347008575 | 3.920701051 |
| 6.087966358 | 3.422177294 |
| 4.244557468 | 2.697023108 |
| 4.675099395 | 2.737155415 |
| 4.617024184 | 4.247843139 |
| 5.155393519 | 6.820219027 |
| 6.611536026 | 5.46950968  |
| 4.58946671  | 3.992550591 |
| 5.819794149 | 2.978424729 |
| 5.654446628 | 5.793436654 |
| 4.866705291 | 3.218178103 |
| 5.284933104 | 5.910769058 |
| 3.791203959 | 3.532040186 |
| 5.941156685 | 4.30296273  |
| 3.128501853 | 3.870729246 |
| 3.255206572 | 4.539318575 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| 7.530617039 | 4.614723216 |
| 5.172554658 | 4.394692331 |
| 6.071332596 | 3.538292317 |
| 4.941398472 | 3.20790834  |
| 5.406799795 | 4.014470168 |
| 4.295713242 | 4.477984324 |
| 6.47932045  | 5.518963228 |
| 5.642848869 | 3.264697903 |
| 3.981440968 | 5.747569209 |
| 3.993311984 | 6.446271667 |
| 6.08140307  | 6.29367893  |
| 7.206977708 | 7.23745141  |
| 5.049134638 | 5.637429657 |
| 7.971930165 | 2.312475361 |
| 4.843790621 | 4.132903095 |
| 4.734786992 | 8.127524185 |
| 7.204477571 | 2.839086924 |
| 7.313135006 | 5.037027195 |
| 8.849942556 | 2.078038239 |
| 6.446937989 | 4.680752607 |
| 5.866058638 | 4.083990795 |
| 7.036713782 | 4.917614083 |
| 4.481739661 | 6.53753661  |
| 6.255201629 | 2.543283274 |
| 6.122230385 | 6.491486152 |
| 3.933807551 | 3.874075593 |
| 8.285559208 | 4.044893233 |
| 4.567242408 | 6.273730894 |
| 8.513035342 | 6.074741154 |
| 9.86103132  | 4.776337104 |
| 5.824449816 | 2.304143683 |
| 7.157362764 | 4.689698438 |
| 8.130409074 | 7.201704871 |
| 3.450910818 | 5.256519135 |
| 7.617958019 | 5.515533517 |
| 7.124664778 | 5.242988479 |
| 8.914123944 | 7.001368342 |
| 5.76574318  | 4.336371758 |
| 3.233080419 | 6.892259526 |
| 8.374655623 | 5.778254556 |
| 5.101022334 | 3.969011755 |
| 5.232700319 | 6.674409221 |
| 8.26752859  | 5.723410803 |
| 8.452644506 | 4.174109367 |
| 7.437203485 | 5.785678764 |
| 2.870677372 | 4.920276528 |
| 4.615564827 | 5.64303743  |
| 9.551876295 | 4.768947996 |
| 4.774308991 | 7.82156959  |
| 2.989627639 | 5.124409736 |
| 5.519448946 | 6.053188847 |
| 4.53872917  | 5.648726644 |
| 5.414286737 | 6.551757437 |
| 12.74397534 | 6.446244023 |
| 8.61332637  | 4.220906178 |
| 10.89297801 | 5.610743787 |
| 4.490129762 | 5.836005498 |
| 7.35102002  | 8.705817998 |
| 8.552144206 | 8.610962629 |
| 7.201574763 | 2.820390378 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| 9.0934561   | 7.035132617 |
| 7.491287183 | 3.522559509 |
| 4.928779339 | 9.353124505 |
| 6.708382237 | 4.004660704 |
| 10.40383351 | 7.255738804 |
| 10.61220373 | 4.470440065 |
| 7.807832131 | 7.594228215 |
| 12.27324463 | 6.173637392 |
| 7.266349156 | 7.542173675 |
| 9.378231623 | 4.702154593 |
| 8.312770807 | 7.398366467 |
| 7.054061601 | 7.041846318 |
| 9.308407275 | 5.383736028 |
| 9.414984435 | 4.930767146 |
| 4.327421649 | 4.825247154 |
| 6.021722475 | 7.828670312 |
| 6.34186762  | 5.012415967 |
| 10.79599495 | 5.078993263 |
| 9.791888853 | 7.372892157 |
| 12.620195   | 6.31787132  |
| 4.17227048  | 8.434723494 |
| 9.113023457 | 6.170913223 |
| 9.327912777 | 5.064058866 |
| 11.78970648 | 8.102915581 |
| 8.218301803 | 4.73534134  |
| 9.831347319 | 3.412861282 |
| 10.93361283 | 7.003760788 |
| 4.55977664  | 4.793574748 |
| 7.261572809 | 5.639191718 |
| 10.64023254 | 4.024835597 |
| 10.32185393 | 5.142956534 |
| 11.90707894 | 6.819126435 |
| 9.175316912 | 3.414440709 |
| 11.62701053 | 3.750554108 |
| 5.090796227 | 6.58986862  |
| 10.42205261 | 6.303983404 |
| 8.85711348  | 7.819347173 |
| 12.43891628 | 4.560615528 |
| 8.294146945 | 7.869312538 |
| 13.78054293 | 7.69104017  |
| 11.22416326 | 7.880134412 |
| 11.45100691 | 4.699265718 |
| 12.50559498 | 9.69364224  |
| 10.54863592 | 8.292504293 |
| 6.687797282 | 7.126169941 |
| 8.230701394 | 8.034092817 |
| 15.19596952 | 5.181426082 |
| 15.38129503 | 8.086242413 |
| 7.051387913 | 5.270349003 |
| 6.585564972 | 3.268484934 |
| 10.34870969 | 7.798995009 |
| 10.11575807 | 5.754023288 |
| 10.7013098  | 6.358664587 |
| 8.256896385 | 3.434590535 |
| 6.990196135 | 11.17628432 |
| 10.06332101 | 7.056409581 |
| 6.885517834 | 4.413078937 |
| 13.86763349 | 10.55143241 |
| 7.242800144 | 9.336351571 |
| 18.44920321 | 12.54466569 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| 12.14288072 | 5.793404013 |
| 14.86560846 | 13.62451995 |
| 12.40976272 | 7.947641781 |
| 21.91172619 | 10.90573562 |
| 11.65410711 | 7.342947581 |
| 10.68460471 | 8.872481707 |
| 11.78670139 | 7.121523067 |
| 17.78395478 | 3.922835969 |
| 9.988644067 | 7.747014067 |
| 15.33353857 | 10.19057553 |
| 17.29660417 | 11.65913372 |
| 14.69926578 | 6.558566926 |
| 6.373054331 | 8.439952397 |
| 12.20236937 | 6.824238782 |
| 6.389333308 | 7.41168363  |
| 17.53110494 | 10.652576   |
| 6.718448006 | 9.766223451 |
| 17.88481355 | 6.250899821 |
| 13.06563031 | 11.01307679 |
| 19.57865156 | 9.09523795  |
| 9.615787188 | 9.899484306 |
| 14.88778255 | 8.380152952 |
| 15.47590413 | 7.758493726 |
| 15.1897783  | 9.09354098  |
| 18.79927538 | 10.69412992 |
| 16.18143526 | 8.829324594 |
| 5.312286015 | 9.971328348 |
| 17.21527839 | 9.017661174 |
| 13.07710694 | 3.957264137 |
| 14.7537157  | 10.55096173 |
| 15.41600452 | 6.33923033  |
| 18.54176825 | 6.404198295 |
| 19.17004756 | 14.16677001 |
| 18.58888285 | 12.84846147 |
| 15.08568234 | 9.074486886 |
| 19.14928091 | 10.64385877 |
| 20.87253658 | 11.11853217 |
| 20.15537506 | 11.75584655 |
| 5.291316801 | 13.36913922 |
| 7.106496555 | 11.97325881 |
| 28.99817588 | 9.105902954 |
| 21.93665448 | 7.480112799 |
| 15.48939781 | 11.94068707 |
| 21.09808999 | 7.692915672 |
| 9.878149711 | 6.439866469 |
| 26.69457861 | 13.16765575 |
| 17.47527991 | 11.16977968 |
| 29.95072355 | 11.72867533 |
| 12.33200583 | 12.90278666 |
| 20.09995501 | 12.61563942 |
| 14.58373147 | 6.729796686 |
| 27.16952777 | 15.80991091 |
| 22.9858369  | 11.71693367 |
| 19.81692967 | 14.87722444 |
| 23.91940634 | 7.283479369 |
| 22.6182526  | 6.807953374 |
| 24.94149172 | 9.953620452 |
| 24.89905113 | 6.716713882 |
| 16.92276294 | 10.69658386 |
| 26.04958847 | 9.286065342 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| 28.03182115 | 9.603718548 |
| 25.26274564 | 10.20714651 |
| 16.57373539 | 12.0316182  |
| 14.63575638 | 7.665074637 |
| 29.84511114 | 15.68709019 |
| 15.25410173 | 10.81054614 |
| 29.80827767 | 12.71665983 |
| 13.12028132 | 12.70970711 |
| 28.86522615 | 11.82437494 |
| 10.48058589 | 18.4131605  |
| 26.03738961 | 16.43581564 |
| 14.3517676  | 15.11014685 |
| 24.69346799 | 9.819909221 |
| 15.65118637 | 9.486777211 |
| 12.39166366 | 15.26528702 |
| 16.98160397 | 10.46241382 |
| 12.53645826 | 7.238138632 |
| 18.25803507 | 5.61459831  |
| 23.11892189 | 9.406125854 |
| 33.00815681 | 7.978764902 |
| 13.67617475 | 10.34614968 |
| 16.11744125 | 12.928587   |
| 39.95804248 | 13.777773   |
| 26.72065465 | 10.74011359 |
| 26.91530158 | 9.994375026 |
| 23.42234211 | 9.681843878 |
| 18.34107618 | 7.482838667 |
| 20.3542238  | 5.073499608 |
| 20.99766957 | 14.20684055 |
| 16.21499981 | 13.59836077 |
| 35.14246171 | 6.705121157 |
| 20.39624867 | 11.92607384 |
| 25.34474508 | 19.35301427 |
| 32.15110409 | 11.94159737 |
| 34.03786015 | 17.04803494 |
| 23.50321292 | 18.05028419 |
| 31.59178908 | 16.67928203 |
| 44.73169782 | 10.99108073 |
| 31.33010073 | 10.41294994 |
| 19.86180473 | 17.50787937 |
| 26.13464137 | 13.45505277 |
| 18.35706163 | 4.428970757 |
| 21.81535872 | 10.94023478 |
| 32.8331208  | 18.39383816 |
| 31.01168902 | 9.201238866 |
| 19.84760711 | 15.5905103  |
| 21.44486295 | 16.86188544 |
| 23.0877576  | 11.00552592 |
| 16.06139179 | 9.541152174 |
| 17.91736564 | 21.38374132 |
| 12.02236011 | 9.198272476 |
| 27.63250818 | 10.87476288 |
| 52.08924831 | 14.0224262  |
| 31.31761768 | 10.65391628 |
| 36.17815327 | 22.68472285 |
| 36.21236871 | 13.71257649 |
| 42.35198228 | 21.74400645 |
| 39.39395129 | 19.05813184 |
| 47.56288722 | 22.06522124 |
| 23.74258846 | 16.79893356 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| 34.68592576 | 6.030513675 |
| 20.41601145 | 17.98920247 |
| 14.2802673  | 17.19515961 |
| 17.28518222 | 20.47750974 |
| 37.95818118 | 9.032889258 |
| 54.63928162 | 22.89587992 |
| 20.64436082 | 15.56301453 |
| 5.877011618 | 23.30593596 |
| 38.3095201  | 6.795848693 |
| 34.03794669 | 11.82507218 |
| 25.56007228 | 21.19512716 |
| 22.94940958 | 10.14505383 |
| 35.31732338 | 24.80388499 |
| 19.12630603 | 13.46091544 |
| 26.92139556 | 21.47783421 |
| 26.09294966 | 27.26468554 |
| 60.59154057 | 15.3487558  |
| 36.45056009 | 24.66820092 |
| 21.2571982  | 20.02267794 |
| 42.1990968  | 20.05023473 |
| 10.53632398 | 20.62735367 |
| 13.96966586 | 11.58506797 |
| 49.16713336 | 13.06367913 |
| 31.66600879 | 17.03767411 |
| 35.59229397 | 16.92354458 |
| 39.75437609 | 14.01761612 |
| 32.42745939 | 27.85791925 |
| 43.03462682 | 27.20124671 |
| 24.83971935 | 17.21971397 |
| 53.67291283 | 10.06390237 |
| 42.18884854 | 30.77458691 |
| 44.52264323 | 21.55276726 |
| 48.64303315 | 28.53393153 |
| 24.52435803 | 24.6138017  |
| 18.99116558 | 25.96727135 |
| 43.03306552 | 21.55802895 |
| 46.33373073 | 19.69450593 |
| 31.98262298 | 24.70570845 |
| 12.18585262 | 17.94103285 |
| 21.61477787 | 6.024153485 |
| 20.7216772  | 9.041146745 |
| 58.4361288  | 28.10961803 |
| 32.03493404 | 34.65342159 |
| 31.66072753 | 18.21101769 |
| 34.49506325 | 7.291065162 |

## ANNEXE 3: Code pour illustration en figure 2.1

```
PhiGdyn=SG./DG;
dPhiGdyn=diff(PhiGdyn);
PhiGdyn(1)=[ ];
PhiGdyn=SGosc./DGosc;
dPhiGdyn=diff(PhiGdyn);
PhiGdyn(1)=[ ];
n=5;
I=eye(5,5);
for i=1:n
    A1(i+1,i)=I(i,i);
    A2(i,i+1)=I(i,i);
end
A11=A1(1:n,1:n);
A22=A2(1:n,1:n);
Adj=A11+A22;
Adj(n,1)=1;
Adj(1,n)=1;
Rand=rand(n,n);
Weight=Adj.*Rand;
mu=2;
Outdeg=mu*I;
Indeg=mu*I;
Deg=2*mu*I;
a=sparse(Adj(1:12,1:12));
g=mat_2_graph(Adj,1,'node-node');
a=sparse(Adj(1:5,1:5));
g=mat_2_graph(a,1,'node-node');
S=1:5;
g.nodes.graphics.x=100*cos(2*%pi*S/5);
g.nodes.graphics.y=-100*sin(2*%pi*S/5);
show_graph(g)
```

## ANNEXE 4: Code pour illustration en figure 2.3

```
t=linspace(0,16*%pi,460);
y=sin(ws(6).*t);
x=cos(wd(6).*t);
plot(x,y)
y=sin(ws(20).*t);
x=cos(wd(20).*t);
plot(x,y)
```

## ANNEXE 5 : Données en figure 2.4

| Lyapunov<br>exponents<br>Growth ratio | Lyapunov<br>exponents<br>phase coupling<br>ratio |
|---------------------------------------|--|
| -6.518869579                          | -0.11146608                                      |
| -6.515474524                          | -0.280845861                                     |
| -6.51208632                           | -1.451864779                                     |
| -6.508704966                          | -4.16142867                                      |
| -6.505330459                          | 0.131231784                                      |
| -6.501962798                          | -0.471807592                                     |
| -6.49860198                           | 0.561993472                                      |
| -6.495248004                          | 0.873436647                                      |
| -6.491900866                          | 0.837918642                                      |
| -6.488560566                          | -0.949711074                                     |
| -6.485227101                          | 2.316312374                                      |
| -6.481900468                          | 2.177156505                                      |
| -6.478580665                          | 0.252186912                                      |
| -6.475267691                          | 0.087809206                                      |
| -6.471961543                          | -0.518918009                                     |
| -6.468662218                          | -0.494306245                                     |
| -6.465369715                          | 3.87774423                                       |
| -6.46208403                           | 3.769808103                                      |
| -6.458805163                          | 1.507897096                                      |
| -6.455533109                          | 2.663215061                                      |
| -6.452267867                          | 2.503717849                                      |
| -6.449009435                          | 1.03998371                                       |
| -6.445757809                          | 0.413291106                                      |
| -6.442512988                          | -1.292934174                                     |
| -6.439274968                          | -1.322918373                                     |
| -6.436043748                          | 3.731995926                                      |
| -6.432819324                          | 3.075477598                                      |
| -6.429601695                          | 2.936850544                                      |
| -6.426390857                          | -1.046169084                                     |
| -6.423186807                          | 0.575599016                                      |
| -6.419989544                          | -0.348125785                                     |
| -6.416799064                          | 0.887338741                                      |
| -6.413615364                          | 0.536840985                                      |
| -6.410438442                          | -0.353335467                                     |
| -6.407268295                          | 4.156350711                                      |
| -6.40410492                           | 4.110201055                                      |
| -6.400948314                          | 0.748986967                                      |
| -6.397798474                          | 0.649566561                                      |
| -6.394655398                          | 1.027506062                                      |
| -6.391519081                          | 0.558819731                                      |
| -6.388389522                          | 0.169529903                                      |
| -6.385266717                          | -0.767084636                                     |
| -6.382150662                          | 1.444839126                                      |
| -6.379041356                          | 0.932065023                                      |
| -6.375938794                          | 1.00615548                                       |
| -6.372842974                          | 0.369288148                                      |
| -6.369753892                          | 1.100338909                                      |
| -6.366671544                          | -2.014761169                                     |
| -6.363595929                          | -1.257099607                                     |
| -6.360527042                          | -2.89624527                                      |
| -6.357464879                          | 1.83751496                                       |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -6.354409438 | 1.823623729  |
| -6.351360715 | 1.268363056  |
| -6.348318706 | 1.181753477  |
| -6.345283409 | 0.09356077   |
| -6.342254818 | -0.212709443 |
| -6.339232932 | -0.79692494  |
| -6.336217745 | 0.740227328  |
| -6.333209255 | -0.654517702 |
| -6.330207457 | -1.343016246 |
| -6.327212348 | 1.779140676  |
| -6.324223924 | 1.842511375  |
| -6.321242181 | -1.710458252 |
| -6.318267115 | 0.122744678  |
| -6.315298723 | 1.000038376  |
| -6.312337    | 0.630206006  |
| -6.309381942 | -1.8575405   |
| -6.306433545 | -0.15281148  |
| -6.303491806 | -2.699974153 |
| -6.300556719 | -0.211292642 |
| -6.297628281 | -2.456675071 |
| -6.294706487 | -2.366869735 |
| -6.291791334 | 0.580215961  |
| -6.288882816 | 3.301445674  |
| -6.28598093  | 3.338871414  |
| -6.283085671 | -0.859264084 |
| -6.280197035 | -0.360011549 |
| -6.277315016 | -0.686032668 |
| -6.274439611 | 0.012998056  |
| -6.271570815 | -0.386251426 |
| -6.268708623 | -2.993520669 |
| -6.265853031 | -2.361745677 |
| -6.263004033 | -0.893048882 |
| -6.260161626 | 2.658902014  |
| -6.257325803 | 2.666964485  |
| -6.254496562 | -1.533993285 |
| -6.251673895 | -2.275457755 |
| -6.248857799 | -2.509717766 |
| -6.246048268 | 3.441525948  |
| -6.243245298 | 3.353549588  |
| -6.240448883 | 0.794568708  |
| -6.237659018 | -0.621733225 |
| -6.234875697 | -0.395867623 |
| -6.232098917 | -0.912168708 |
| -6.22932867  | -0.851682721 |
| -6.226564953 | -0.211107857 |
| -6.223807759 | -1.402995048 |
| -6.221057083 | -1.775030127 |
| -6.21831292  | -3.947260197 |
| -6.215575264 | 0.724914511  |
| -6.212844109 | 0.898383019  |
| -6.21011945  | -0.804913658 |
| -6.207401281 | 2.254541302  |
| -6.204689597 | 2.203684438  |
| -6.201984391 | -0.070053152 |
| -6.199285657 | -3.194273443 |
| -6.196593391 | -0.718771555 |
| -6.193907585 | -0.616786994 |
| -6.191228234 | 1.772074512  |
| -6.188555331 | 1.767097599  |
| -6.185888872 | -6.313279094 |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -6.183228848 | 0.655195203  |
| -6.180575256 | -0.124605031 |
| -6.177928087 | 5.848719823  |
| -6.175287335 | 5.84103445   |
| -6.172652995 | -0.09770825  |
| -6.170025061 | 0.977292606  |
| -6.167403524 | 1.388048628  |
| -6.164788379 | 1.108480524  |
| -6.16217962  | -0.010897372 |
| -6.15957724  | -2.268156684 |
| -6.156981231 | 0.453882274  |
| -6.154391588 | 1.780419283  |
| -6.151808303 | 1.890769133  |
| -6.14923137  | -0.163479489 |
| -6.146660782 | -0.242782685 |
| -6.144096532 | -0.12720549  |
| -6.141538612 | 2.409978164  |
| -6.138987017 | 2.715375984  |
| -6.136441738 | 3.269774307  |
| -6.133902768 | 2.113604864  |
| -6.131370101 | 2.089228186  |
| -6.128843729 | 1.439079263  |
| -6.126323645 | 1.062379829  |
| -6.123809841 | 0.378228804  |
| -6.12130231  | -0.67606999  |
| -6.118801045 | 0.221432941  |
| -6.116306038 | 0.453508983  |
| -6.113817281 | -1.641235924 |
| -6.111334766 | 0.116614682  |
| -6.108858487 | 0.04041058   |
| -6.106388435 | -0.852867129 |
| -6.103924602 | -0.319947621 |
| -6.101466981 | 0.704376536  |
| -6.099015564 | 1.799566618  |
| -6.096570343 | 1.648220178  |
| -6.094131309 | 1.055585591  |
| -6.091698455 | -1.106229755 |
| -6.089271772 | -3.247659046 |
| -6.086851253 | -2.936823143 |
| -6.084436888 | 3.742426785  |
| -6.082028671 | 3.718369861  |
| -6.079626592 | -0.484543519 |
| -6.077230643 | -5.256449618 |
| -6.074840815 | -1.799504142 |
| -6.072457101 | -0.613114262 |
| -6.070079491 | -0.870509714 |
| -6.067707977 | -0.550192365 |
| -6.06534255  | 0.751064017  |
| -6.062983202 | 0.967952868  |
| -6.060629923 | 1.082975923  |
| -6.058282706 | 3.418102119  |
| -6.05594154  | 3.490097539  |
| -6.053606417 | 0.085893653  |
| -6.051277328 | -2.156760305 |
| -6.048954264 | -4.566621564 |
| -6.046637216 | 1.642715361  |
| -6.044326174 | 1.010017504  |
| -6.04202113  | -0.197785106 |
| -6.039722075 | 1.220952635  |
| -6.037428997 | 4.917432584  |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -6.03514189  | 4.916518023  |
| -6.032860742 | -1.245333965 |
| -6.030585545 | -1.685904826 |
| -6.028316289 | -0.301017283 |
| -6.026052964 | 1.656300045  |
| -6.023795561 | 1.551320844  |
| -6.02154407  | -2.649856069 |
| -6.019298481 | 1.741683792  |
| -6.017058784 | 1.9584258    |
| -6.01482497  | 2.401003205  |
| -6.012597029 | 2.414534019  |
| -6.01037495  | -1.274205987 |
| -6.008158724 | 0.406604408  |
| -6.00594834  | 0.367083529  |
| -6.003743789 | 0.596254296  |
| -6.00154506  | 0.311996718  |
| -5.999352142 | 1.98747282   |
| -5.997165027 | 1.9773001    |
| -5.994983702 | 0.278433292  |
| -5.992808159 | 0.21269799   |
| -5.990638386 | 0.905412217  |
| -5.988474372 | 0.432938575  |
| -5.986316109 | 1.366297273  |
| -5.984163583 | -0.27575277  |
| -5.982016786 | 6.147543735  |
| -5.979875706 | 6.151159937  |
| -5.977740333 | 0.674940508  |
| -5.975610655 | 1.448547221  |
| -5.973486662 | 0.075573564  |
| -5.971368343 | 0.474734792  |
| -5.969255687 | -0.847382328 |
| -5.967148683 | -1.977706851 |
| -5.965047319 | -0.955061027 |
| -5.962951586 | 0.459843287  |
| -5.96086147  | 0.224620165  |
| -5.958776962 | -0.775615741 |
| -5.95669805  | 0.14921511   |
| -5.954624722 | 1.225543845  |
| -5.952556968 | 1.213838646  |
| -5.950494775 | 0.376636866  |
| -5.948438133 | 0.382302989  |
| -5.946387029 | 0.250129847  |
| -5.944341452 | -1.515503675 |
| -5.942301391 | -1.965409694 |
| -5.940266833 | 0.258424804  |
| -5.938237768 | 0.341498615  |
| -5.936214183 | 0.970667435  |
| -5.934196066 | 0.959777337  |
| -5.932183405 | -1.845742287 |
| -5.930176189 | -0.214242368 |
| -5.928174406 | -0.641324028 |
| -5.926178043 | 1.702913836  |
| -5.924187089 | 1.590698932  |
| -5.922201531 | 3.924962424  |
| -5.920221357 | 3.917318042  |
| -5.918246555 | 0.215503526  |
| -5.916277112 | 1.833420622  |
| -5.914313017 | 1.039151456  |
| -5.912354257 | 0.830421312  |
| -5.910400819 | -0.490745754 |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -5.908452691 | -2.223722156 |
| -5.906509861 | -2.915079733 |
| -5.904572315 | -0.771667028 |
| -5.902640042 | 0.295423512  |
| -5.900713029 | 0.707335263  |
| -5.898791263 | 1.661011857  |
| -5.89687473  | 1.648405375  |
| -5.89496342  | -0.441758244 |
| -5.893057317 | 0.248195081  |
| -5.891156411 | -0.936462947 |
| -5.889260687 | 0.476099231  |
| -5.887370134 | -2.360264776 |
| -5.885484737 | 0.955784098  |
| -5.883604483 | 0.516411024  |
| -5.881729361 | 0.046933306  |
| -5.879859356 | 0.616542329  |
| -5.877994455 | 0.70121277   |
| -5.876134646 | 0.426326366  |
| -5.874279914 | -0.356388438 |
| -5.872430247 | -1.144411624 |
| -5.870585631 | -0.814784449 |
| -5.868746052 | -0.553221339 |
| -5.866911498 | -2.26403839  |
| -5.865081955 | -2.200977016 |
| -5.863257409 | -1.110103021 |
| -5.861437847 | 0.926101508  |
| -5.859623255 | -0.101155887 |
| -5.85781362  | 4.005965153  |
| -5.856008927 | 4.009833217  |
| -5.854209164 | 0.838720708  |
| -5.852414316 | 1.627105797  |
| -5.850624369 | -0.127093748 |
| -5.84883931  | -1.306973873 |
| -5.847059125 | 0.451143069  |
| -5.845283799 | -3.286577186 |
| -5.84351332  | 0.135819958  |
| -5.841747672 | 0.039879666  |
| -5.839986842 | -2.285504263 |
| -5.838230817 | 1.111414882  |
| -5.83647958  | 1.038748361  |
| -5.83473312  | 0.93630299   |
| -5.83299142  | 0.814292675  |
| -5.831254468 | 1.34657187   |
| -5.829522249 | 2.175839609  |
| -5.827794748 | 0.605230976  |
| -5.826071952 | 0.47334364   |
| -5.824353845 | -0.457141047 |
| -5.822640414 | -2.33707176  |
| -5.820931644 | -0.236650459 |
| -5.819227521 | 0.797321943  |
| -5.81752803  | 0.851218007  |
| -5.815833156 | 4.66611705   |
| -5.814142886 | 4.659855393  |
| -5.812457203 | 0.679093371  |
| -5.810776095 | 0.838528599  |
| -5.809099546 | -0.047998042 |
| -5.807427541 | 0.293633232  |
| -5.805760066 | 2.408090577  |
| -5.804097106 | 2.410429169  |
| -5.802438646 | 0.894162743  |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -5.800784671 | -0.419844102 |
| -5.799135167 | -0.018865393 |
| -5.797490119 | -0.245479774 |
| -5.795849511 | 0.092521492  |
| -5.794213329 | -1.781623877 |
| -5.792581558 | -2.736710786 |
| -5.790954182 | 0.245077729  |
| -5.789331188 | 0.200927026  |
| -5.787712559 | -1.88934526  |
| -5.786098281 | 1.829568934  |
| -5.784488338 | 0.228960093  |
| -5.782882716 | 1.995625854  |
| -5.781281399 | -0.435438493 |
| -5.779684372 | -1.110358943 |
| -5.778091619 | -0.343604307 |
| -5.776503127 | -0.872348289 |
| -5.774918879 | -1.008334186 |
| -5.77333886  | -1.049006616 |
| -5.771763054 | -1.494531877 |
| -5.770191447 | 1.212726754  |
| -5.768624023 | 1.020422698  |
| -5.767060767 | 0.178153637  |
| -5.765501663 | -1.069052229 |
| -5.763946696 | 2.482945839  |
| -5.76239585  | 2.742091967  |
| -5.76084911  | 3.226419223  |
| -5.759306461 | 3.959358978  |
| -5.757767886 | 3.999184327  |
| -5.756233371 | 3.995807707  |
| -5.754702899 | -0.610745482 |
| -5.753176456 | 0.355041171  |
| -5.751654025 | -0.629820229 |
| -5.750135591 | -0.780395686 |
| -5.748621139 | 1.372739253  |
| -5.747110652 | -5.138476248 |
| -5.745604115 | 1.568708885  |
| -5.744101512 | -0.858713598 |
| -5.742602828 | -2.668981957 |
| -5.741108047 | 0.161594869  |
| -5.739617153 | 3.590627641  |
| -5.73813013  | 3.587489658  |
| -5.736646963 | 0.621630616  |
| -5.735167636 | 1.067045981  |
| -5.733692132 | 3.294967811  |
| -5.732220437 | 3.423137574  |
| -5.730752534 | 2.607260455  |
| -5.729288407 | 2.539253091  |
| -5.727828041 | 0.548403532  |
| -5.726371419 | -1.328135432 |
| -5.724918527 | -0.226752325 |
| -5.723469347 | -0.049794616 |
| -5.722023864 | 1.504625643  |
| -5.720582062 | 1.597253858  |
| -5.719143925 | -0.436062073 |
| -5.717709437 | -1.344817694 |
| -5.716278582 | -1.128818219 |
| -5.714851344 | 2.28021419   |
| -5.713427707 | 2.26664991   |
| -5.712007656 | -0.556071496 |
| -5.710591173 | 2.231498855  |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -5.709178244 | 1.878276067  |
| -5.707768851 | 1.290024653  |
| -5.70636298  | -0.449821014 |
| -5.704960614 | -1.316978289 |
| -5.703561736 | 0.188829966  |
| -5.702166331 | 0.752924501  |
| -5.700774383 | 1.150393932  |
| -5.699385876 | -0.139072687 |
| -5.698000793 | -0.096702094 |
| -5.696619119 | -0.674486089 |
| -5.695240837 | 0.486141656  |
| -5.693865932 | 0.366429373  |
| -5.692494386 | -0.618017117 |
| -5.691126185 | -0.079130309 |
| -5.689761312 | 1.624063912  |
| -5.68839975  | 1.467869263  |
| -5.687041484 | 0.629886684  |
| -5.685686498 | -1.037975512 |
| -5.684334775 | 0.244177903  |
| -5.6829863   | 0.12827597   |
| -5.681641056 | -1.852336476 |
| -5.680299027 | 4.678421945  |
| -5.678960196 | 4.680471707  |
| -5.677624549 | 0.401876276  |
| -5.676292068 | 0.506352662  |
| -5.674962738 | 0.700671292  |
| -5.673636542 | 0.676980014  |
| -5.672313464 | -0.094265016 |
| -5.670993489 | 0.688195454  |
| -5.669676599 | 1.856017311  |
| -5.668362779 | 2.243236355  |
| -5.667052013 | 0.844467634  |
| -5.665744285 | 0.450870134  |
| -5.664439578 | -1.454168588 |
| -5.663137876 | 3.612338587  |
| -5.661839164 | 3.636102933  |
| -5.660543424 | -2.364024656 |
| -5.659250642 | -0.624427595 |
| -5.6579608   | -3.177076721 |
| -5.656673884 | 0.988131034  |
| -5.655389876 | 1.689590553  |
| -5.65410876  | 2.15458459   |
| -5.652830521 | 0.618010452  |
| -5.651555143 | 0.41164573   |
| -5.650282609 | -2.157278505 |
| -5.649012903 | 0.06610437   |
| -5.64774601  | 0.284819077  |

# ANNEXE 6: Code pour illustrations en figures

## 2.4 et 2.6

```

L=20;
DRV=DGosc-mean(DGosc);
SRV=SGosc-mean(SGosc);
DNRV=DRV./(stdev(DRV)*sqrt(2*L));
SNRV=SRV./(stdev(SRV)*sqrt(2*L));
clc
N=length(DNRV);
K=N-L+1;
X=zeros(L,K);
for i=1:L
    X(i,:)=DNRV(i:i-1+K);
end
M=min(rank(X),L);
[U,S,V]=svd(X);
sing_values=diag(S);
if M<L
    sing_values=sing_values(1:M);
end
if M<L
    U=U(:,1:M);
end
V=V(:,1:M);
L1=size(U,1);
K=size(V,1);
N=K+L-1;
X=zeros(L,K);
ETs=1:5;
for i=1:length(ETs)
    ET=ETs(i);
    sing_value=sing_values(ET);
    u=U(1:L,ET);
    v=V(1:K,ET);
    Xi=sing_value*u*v';
    X=X+Xi;
end
DRC=zeros(N,1);
L0=min(L,K);
K0=max(L,K);
if L<K
    Y=X;
else
    Y=X';
end
for k=1:L0-1
    d=0;
    for m=1:k
        d=d+Y(m,k-m+1);
    end
    DRC(k)=1/k*d;
end
for k=L0:K0
    d=0;
    for m=1:L0
        d=d+Y(m,k-m+1);
    end
    DRC(k)=1/L0*d;
end
for k=K0+1:N
    d=0;

```

```

    for m=k-K0+1:N-K0+1
        d=d+Y(m,k-m+1);
    end
    DRC(k)=1/(N-k+1)*d;
end
clc
X=zeros(L,K);
for i=1:L
    X(i,:)=SNRV(i,i-1+K);
end
M=min(rank(X),L);
[U,S,V]=svd(X);
sing_values=diag(S);
if M<L
    sing_values=sing_values(1:M);
end
if M<L
    U=U(:,1:M);
end

V=V(:,1:M);
L1=size(U,1);
K=size(V,1);
N=K+L-1;
X=zeros(L,K);
ETs=1:5;
for i=1:length(ETs)
    ET=ETs(i);
    sing_value=sing_values(ET);
    u=U(1:L,ET);
    v=V(1:K,ET);
    Xi=sing_value*u*v';
    X=X+Xi;
end
SRC=zeros(N,1);
L0=min(L,K);
K0=max(L,K);
if L<K
    Y=X;
else
    Y=X';
end
for k=1:L0-1
    d=0;
    for m=1:k
        d=d+Y(m,k-m+1);
    end
    SRC(k) = 1/k*d;
end
for k=L0:K0
    d=0;
    for m=1:L0
        d=d+Y(m,k-m+1);
    end
    SRC(k)=1/L0*d;
end
for k=K0+1:N
    d=0;
    for m=k-K0+1:N-K0+1
        d=d+Y(m,k-m+1);
    end
    SRC(k)=1/(N-k+1)*d;
end
clc
Hd=hilbert(DRC);
Hs=hilbert(SRC);
wd=abs(atan(imag(DRC./Hd),real(DRC./Hd)));

```

```

ws=abs(atan(imag(SRC./Hs),real(SRC./Hs)));
r1=ws./wd;
r2=wd./ws;
a=r1>1;
b=r2>1;
rw=(a.*r1)+(b.*r2);
drw=diff(rw);
rw(1)=[ ];
plot(rw,drw)
t=linspace(0,16*pi,460);
y=sin(ws(6).*t);
x=cos(wd(6).*t);
plot(x,y)
t=linspace(0,2*pi,100);
c=%e^(%i*t);
rs=roots(rw);
plot(real(rs),imag(rs),'ro')
plot(real(c),imag(c))
clc
drw=diff(rw);
rw(1)=[ ];
plot(rw,drw)

```

# ANNEXE 7: Données du PIB des Etats Unis et Lissage HP en figure 3.1

| Date   | VA Brute<br>Consommation<br>des Entreprises | VA HP<br>trend | VA HP<br>Cycles | Dépenses<br>Personnelles de<br>Consommation | Consommation<br>Trend HP | Cycle HP |
|--------|---|----------------|-----------------|---|--------------------------|----------|
| 1969Q1 | 767.80                                      | 726.67         | 41.13           | 587.80                                      | 565.19                   | 22.61    |
| 1969Q2 | 778.60                                      | 743.52         | 35.08           | 599.20                                      | 579.49                   | 19.71    |
| 1969Q3 | 791.10                                      | 760.40         | 30.70           | 609.50                                      | 593.80                   | 15.70    |
| 1969Q4 | 794.70                                      | 777.35         | 17.35           | 621.50                                      | 608.15                   | 13.35    |
| 1970Q1 | 801.40                                      | 794.44         | 6.96            | 632.60                                      | 622.58                   | 10.02    |
| 1970Q2 | 813.20                                      | 811.75         | 1.45            | 642.50                                      | 637.13                   | 5.37     |
| 1970Q3 | 826.50                                      | 829.36         | -2.86           | 654.50                                      | 651.85                   | 2.65     |
| 1970Q4 | 824.10                                      | 847.36         | -23.26          | 661.20                                      | 666.80                   | -5.60    |
| 1971Q1 | 861.20                                      | 865.81         | -4.61           | 680.20                                      | 682.03                   | -1.83    |
| 1971Q2 | 877.20                                      | 884.80         | -7.60           | 694.30                                      | 697.59                   | -3.29    |
| 1971Q3 | 893.00                                      | 904.38         | -11.38          | 706.70                                      | 713.54                   | -6.84    |
| 1971Q4 | 900.30                                      | 924.62         | -24.32          | 722.90                                      | 729.93                   | -7.03    |
| 1972Q1 | 932.10                                      | 945.56         | -13.46          | 740.10                                      | 746.79                   | -6.69    |
| 1972Q2 | 964.00                                      | 967.24         | -3.24           | 758.60                                      | 764.18                   | -5.58    |
| 1972Q3 | 982.70                                      | 989.69         | -6.99           | 777.10                                      | 782.12                   | -5.02    |
| 1972Q4 | 1,013.30                                    | 1,012.94       | 0.36            | 801.90                                      | 800.66                   | 1.24     |
| 1973Q1 | 1,056.40                                    | 1,037.00       | 19.40           | 826.50                                      | 819.81                   | 6.69     |
| 1973Q2 | 1,087.20                                    | 1,061.91       | 25.29           | 842.00                                      | 839.61                   | 2.39     |
| 1973Q3 | 1,100.40                                    | 1,087.69       | 12.71           | 860.50                                      | 860.10                   | 0.40     |
| 1973Q4 | 1,134.30                                    | 1,114.39       | 19.91           | 875.60                                      | 881.31                   | -5.71    |
| 1974Q1 | 1,142.50                                    | 1,142.08       | 0.42            | 893.80                                      | 903.28                   | -9.48    |
| 1974Q2 | 1,174.10                                    | 1,170.82       | 3.28            | 922.30                                      | 926.03                   | -3.73    |
| 1974Q3 | 1,194.60                                    | 1,200.68       | -6.08           | 951.10                                      | 949.60                   | 1.50     |
| 1974Q4 | 1,222.80                                    | 1,231.74       | -8.94           | 960.90                                      | 974.02                   | -13.12   |
| 1975Q1 | 1,229.60                                    | 1,264.06       | -34.46          | 987.10                                      | 999.30                   | -12.20   |
| 1975Q2 | 1,257.30                                    | 1,297.71       | -40.41          | 1,015.80                                    | 1,025.47                 | -9.67    |
| 1975Q3 | 1,306.50                                    | 1,332.73       | -26.23          | 1,049.60                                    | 1,052.53                 | -2.93    |
| 1975Q4 | 1,349.40                                    | 1,369.14       | -19.74          | 1,078.50                                    | 1,080.48                 | -1.98    |
| 1976Q1 | 1,401.30                                    | 1,406.93       | -5.63           | 1,112.30                                    | 1,109.34                 | 2.96     |
| 1976Q2 | 1,427.60                                    | 1,446.10       | -18.50          | 1,132.00                                    | 1,139.10                 | -7.10    |
| 1976Q3 | 1,454.70                                    | 1,486.63       | -31.93          | 1,161.30                                    | 1,169.76                 | -8.46    |
| 1976Q4 | 1,493.40                                    | 1,528.48       | -35.08          | 1,195.10                                    | 1,201.31                 | -6.21    |
| 1977Q1 | 1,540.30                                    | 1,571.63       | -31.33          | 1,230.60                                    | 1,233.77                 | -3.17    |
| 1977Q2 | 1,598.30                                    | 1,615.98       | -17.68          | 1,258.50                                    | 1,267.10                 | -8.60    |
| 1977Q3 | 1,649.10                                    | 1,661.47       | -12.37          | 1,289.70                                    | 1,301.31                 | -11.61   |
| 1977Q4 | 1,681.50                                    | 1,707.98       | -26.48          | 1,327.90                                    | 1,336.36                 | -8.46    |
| 1978Q1 | 1,714.40                                    | 1,755.41       | -41.01          | 1,357.80                                    | 1,372.24                 | -14.44   |
| 1978Q2 | 1,827.30                                    | 1,803.63       | 23.67           | 1,415.30                                    | 1,408.91                 | 6.39     |
| 1978Q3 | 1,874.70                                    | 1,852.50       | 22.20           | 1,446.20                                    | 1,446.34                 | -0.14    |
| 1978Q4 | 1,942.60                                    | 1,901.88       | 40.72           | 1,485.40                                    | 1,484.48                 | 0.92     |
| 1979Q1 | 1,981.60                                    | 1,951.65       | 29.95           | 1,521.00                                    | 1,523.30                 | -2.30    |
| 1979Q2 | 2,037.80                                    | 2,001.72       | 36.08           | 1,561.50                                    | 1,562.77                 | -1.27    |
| 1979Q3 | 2,098.00                                    | 2,052.00       | 46.00           | 1,616.00                                    | 1,602.85                 | 13.15    |
| 1979Q4 | 2,139.70                                    | 2,102.44       | 37.26           | 1,659.50                                    | 1,643.50                 | 16.00    |
| 1980Q1 | 2,189.20                                    | 2,153.02       | 36.18           | 1,706.50                                    | 1,684.69                 | 21.81    |
| 1980Q2 | 2,175.10                                    | 2,203.73       | -28.63          | 1,708.90                                    | 1,726.40                 | -17.50   |
| 1980Q3 | 2,217.80                                    | 2,254.60       | -36.80          | 1,767.70                                    | 1,768.62                 | -0.92    |
| 1980Q4 | 2,326.80                                    | 2,305.63       | 21.17           | 1,835.40                                    | 1,811.35                 | 24.05    |
| 1981Q1 | 2,448.80                                    | 2,356.79       | 92.01           | 1,890.70                                    | 1,854.55                 | 36.15    |
| 1981Q2 | 2,469.80                                    | 2,408.08       | 61.72           | 1,921.90                                    | 1,898.23                 | 23.67    |
| 1981Q3 | 2,547.70                                    | 2,459.56       | 88.14           | 1,961.20                                    | 1,942.41                 | 18.79    |
| 1981Q4 | 2,546.50                                    | 2,511.30       | 35.20           | 1,976.10                                    | 1,987.13                 | -11.03   |
| 1982Q1 | 2,521.30                                    | 2,563.45       | -42.15          | 2,014.40                                    | 2,032.42                 | -18.02   |
| 1982Q2 | 2,565.10                                    | 2,616.19       | -51.09          | 2,041.10                                    | 2,078.34                 | -37.24   |

|        |          |          |         |          |          |        |
|--------|----------|----------|---------|----------|----------|--------|
| 1982Q3 | 2,584.30 | 2,669.64 | -85.34  | 2,089.20 | 2,124.90 | -35.70 |
| 1982Q4 | 2,607.40 | 2,723.91 | -116.51 | 2,150.90 | 2,172.12 | -21.22 |
| 1983Q1 | 2,666.40 | 2,779.07 | -112.67 | 2,190.60 | 2,219.97 | -29.37 |
| 1983Q2 | 2,756.70 | 2,835.08 | -78.38  | 2,254.50 | 2,268.43 | -13.93 |
| 1983Q3 | 2,851.10 | 2,891.87 | -40.77  | 2,324.30 | 2,317.45 | 6.85   |
| 1983Q4 | 2,939.90 | 2,949.29 | -9.39   | 2,376.70 | 2,366.96 | 9.74   |
| 1984Q1 | 3,036.80 | 3,007.18 | 29.62   | 2,422.80 | 2,416.93 | 5.87   |
| 1984Q2 | 3,124.00 | 3,065.38 | 58.62   | 2,481.20 | 2,467.29 | 13.91  |
| 1984Q3 | 3,175.90 | 3,123.72 | 52.18   | 2,519.70 | 2,518.01 | 1.69   |
| 1984Q4 | 3,217.80 | 3,182.10 | 35.70   | 2,568.90 | 2,569.05 | -0.15  |
| 1985Q1 | 3,291.40 | 3,240.44 | 50.96   | 2,643.90 | 2,620.38 | 23.52  |
| 1985Q2 | 3,341.50 | 3,298.67 | 42.83   | 2,691.20 | 2,671.97 | 19.23  |
| 1985Q3 | 3,415.00 | 3,356.76 | 58.24   | 2,764.70 | 2,723.79 | 40.91  |
| 1985Q4 | 3,453.90 | 3,414.73 | 39.17   | 2,790.90 | 2,775.83 | 15.07  |
| 1986Q1 | 3,500.10 | 3,472.60 | 27.50   | 2,834.70 | 2,828.13 | 6.57   |
| 1986Q2 | 3,521.20 | 3,530.43 | -9.23   | 2,863.00 | 2,880.70 | -17.70 |
| 1986Q3 | 3,567.80 | 3,588.30 | -20.50  | 2,929.70 | 2,933.57 | -3.87  |
| 1986Q4 | 3,598.00 | 3,646.29 | -48.29  | 2,966.10 | 2,986.78 | -20.68 |
| 1987Q1 | 3,645.20 | 3,704.44 | -59.24  | 2,998.30 | 3,040.33 | -42.03 |
| 1987Q2 | 3,711.40 | 3,762.80 | -51.40  | 3,068.80 | 3,094.23 | -25.43 |
| 1987Q3 | 3,768.10 | 3,821.35 | -53.25  | 3,133.50 | 3,148.47 | -14.97 |
| 1987Q4 | 3,856.20 | 3,880.04 | -23.84  | 3,167.60 | 3,203.00 | -35.40 |
| 1988Q1 | 3,903.70 | 3,938.82 | -35.12  | 3,249.00 | 3,257.78 | -8.78  |
| 1988Q2 | 3,995.80 | 3,997.59 | -1.79   | 3,309.00 | 3,312.74 | -3.74  |
| 1988Q3 | 4,065.70 | 4,056.23 | 9.47    | 3,378.30 | 3,367.81 | 10.49  |
| 1988Q4 | 4,151.40 | 4,114.64 | 36.76   | 3,451.30 | 3,422.91 | 28.39  |
| 1989Q1 | 4,241.40 | 4,172.71 | 68.69   | 3,506.10 | 3,477.97 | 28.13  |
| 1989Q2 | 4,319.30 | 4,230.35 | 88.95   | 3,569.50 | 3,532.95 | 36.55  |
| 1989Q3 | 4,378.10 | 4,287.54 | 90.56   | 3,625.60 | 3,587.80 | 37.80  |
| 1989Q4 | 4,406.60 | 4,344.28 | 62.32   | 3,670.10 | 3,642.52 | 27.58  |
| 1990Q1 | 4,504.40 | 4,400.64 | 103.76  | 3,754.50 | 3,697.12 | 57.38  |
| 1990Q2 | 4,559.30 | 4,456.74 | 102.56  | 3,800.20 | 3,751.63 | 48.57  |
| 1990Q3 | 4,585.60 | 4,512.76 | 72.84   | 3,863.40 | 3,806.11 | 57.29  |
| 1990Q4 | 4,560.50 | 4,568.93 | -8.43   | 3,884.40 | 3,860.66 | 23.74  |
| 1991Q1 | 4,563.50 | 4,625.53 | -62.03  | 3,890.20 | 3,915.42 | -25.22 |
| 1991Q2 | 4,634.70 | 4,682.86 | -48.16  | 3,943.70 | 3,970.53 | -26.83 |
| 1991Q3 | 4,691.70 | 4,741.15 | -49.45  | 3,989.60 | 4,026.11 | -36.51 |
| 1991Q4 | 4,730.50 | 4,800.61 | -70.11  | 4,017.10 | 4,082.29 | -65.19 |
| 1992Q1 | 4,807.30 | 4,861.42 | -54.12  | 4,117.70 | 4,139.16 | -21.46 |
| 1992Q2 | 4,890.70 | 4,923.73 | -33.03  | 4,173.40 | 4,196.76 | -23.36 |
| 1992Q3 | 4,964.70 | 4,987.63 | -22.93  | 4,245.40 | 4,255.14 | -9.74  |
| 1992Q4 | 5,057.00 | 5,053.20 | 3.80    | 4,326.20 | 4,314.31 | 11.89  |
| 1993Q1 | 5,083.30 | 5,120.52 | -37.22  | 4,368.50 | 4,374.29 | -5.79  |
| 1993Q2 | 5,148.20 | 5,189.65 | -41.45  | 4,437.50 | 4,435.11 | 2.39   |
| 1993Q3 | 5,203.60 | 5,260.64 | -57.04  | 4,506.00 | 4,496.79 | 9.21   |
| 1993Q4 | 5,316.30 | 5,333.52 | -17.22  | 4,572.00 | 4,559.35 | 12.65  |
| 1994Q1 | 5,395.10 | 5,408.26 | -13.16  | 4,640.90 | 4,622.81 | 18.09  |
| 1994Q2 | 5,506.80 | 5,484.85 | 21.95   | 4,702.90 | 4,687.21 | 15.69  |
| 1994Q3 | 5,568.40 | 5,563.25 | 5.15    | 4,773.10 | 4,752.61 | 20.49  |
| 1994Q4 | 5,673.00 | 5,643.43 | 29.57   | 4,847.20 | 4,819.04 | 28.16  |
| 1995Q1 | 5,714.20 | 5,725.39 | -11.19  | 4,883.30 | 4,886.60 | -3.30  |
| 1995Q2 | 5,756.80 | 5,809.13 | -52.33  | 4,955.00 | 4,955.35 | -0.35  |
| 1995Q3 | 5,844.30 | 5,894.64 | -50.34  | 5,020.50 | 5,025.39 | -4.89  |
| 1995Q4 | 5,919.60 | 5,981.88 | -62.28  | 5,077.90 | 5,096.80 | -18.90 |
| 1996Q1 | 5,993.00 | 6,070.78 | -77.78  | 5,153.80 | 5,169.66 | -15.86 |
| 1996Q2 | 6,145.30 | 6,161.24 | -15.94  | 5,244.10 | 5,244.05 | 0.05   |
| 1996Q3 | 6,225.70 | 6,253.10 | -27.40  | 5,298.30 | 5,320.01 | -21.71 |
| 1996Q4 | 6,334.80 | 6,346.19 | -11.39  | 5,376.10 | 5,397.62 | -21.52 |
| 1997Q1 | 6,425.10 | 6,440.33 | -15.23  | 5,456.70 | 5,476.92 | -20.22 |
| 1997Q2 | 6,553.30 | 6,535.33 | 17.97   | 5,495.10 | 5,557.94 | -62.84 |
| 1997Q3 | 6,669.10 | 6,630.98 | 38.12   | 5,603.50 | 5,640.71 | -37.21 |
| 1997Q4 | 6,741.10 | 6,727.11 | 13.99   | 5,687.60 | 5,725.19 | -37.59 |
| 1998Q1 | 6,817.90 | 6,823.54 | -5.64   | 5,745.90 | 5,811.36 | -65.46 |
| 1998Q2 | 6,893.90 | 6,920.11 | -26.21  | 5,857.80 | 5,899.14 | -41.34 |
| 1998Q3 | 7,014.90 | 7,016.67 | -1.77   | 5,952.80 | 5,988.43 | -35.63 |
| 1998Q4 | 7,162.70 | 7,113.04 | 49.66   | 6,055.50 | 6,079.09 | -23.59 |
| 1999Q1 | 7,255.00 | 7,209.05 | 45.95   | 6,134.70 | 6,170.98 | -36.28 |

|        |           |           |         |           |           |         |
|--------|-----------|-----------|---------|-----------|-----------|---------|
| 1999Q2 | 7,330.10  | 7,304.54  | 25.56   | 6,263.10  | 6,263.91  | -0.81   |
| 1999Q3 | 7,460.10  | 7,399.39  | 60.71   | 6,371.40  | 6,357.71  | 13.69   |
| 1999Q4 | 7,634.50  | 7,493.52  | 140.98  | 6,498.50  | 6,452.17  | 46.33   |
| 2000Q1 | 7,693.30  | 7,586.84  | 106.46  | 6,652.80  | 6,547.12  | 105.68  |
| 2000Q2 | 7,907.80  | 7,679.40  | 228.40  | 6,745.30  | 6,642.39  | 102.91  |
| 2000Q3 | 7,953.80  | 7,771.27  | 182.53  | 6,854.70  | 6,737.90  | 116.80  |
| 2000Q4 | 8,030.90  | 7,862.69  | 168.21  | 6,953.80  | 6,833.63  | 120.17  |
| 2001Q1 | 8,031.40  | 7,954.01  | 77.39   | 7,025.30  | 6,929.62  | 95.68   |
| 2001Q2 | 8,121.00  | 8,045.68  | 75.32   | 7,078.00  | 7,025.99  | 52.01   |
| 2001Q3 | 8,083.20  | 8,138.20  | -55.00  | 7,107.30  | 7,122.93  | -15.63  |
| 2001Q4 | 8,106.10  | 8,232.12  | -126.02 | 7,216.90  | 7,220.65  | -3.75   |
| 2002Q1 | 8,194.20  | 8,327.96  | -133.76 | 7,253.20  | 7,319.36  | -66.16  |
| 2002Q2 | 8,261.70  | 8,426.14  | -164.44 | 7,347.90  | 7,419.27  | -71.37  |
| 2002Q3 | 8,334.70  | 8,527.03  | -192.33 | 7,437.50  | 7,520.53  | -83.03  |
| 2002Q4 | 8,365.70  | 8,630.87  | -265.17 | 7,502.60  | 7,623.27  | -120.67 |
| 2003Q1 | 8,437.50  | 8,737.78  | -300.28 | 7,593.10  | 7,727.54  | -134.44 |
| 2003Q2 | 8,548.10  | 8,847.73  | -299.63 | 7,685.20  | 7,833.34  | -148.14 |
| 2003Q3 | 8,777.90  | 8,960.50  | -182.60 | 7,844.60  | 7,940.58  | -95.98  |
| 2003Q4 | 8,922.40  | 9,075.67  | -153.27 | 7,934.50  | 8,049.06  | -114.56 |
| 2004Q1 | 9,049.90  | 9,192.72  | -142.82 | 8,076.80  | 8,158.55  | -81.75  |
| 2004Q2 | 9,197.00  | 9,311.02  | -114.02 | 8,183.60  | 8,268.72  | -85.12  |
| 2004Q3 | 9,336.70  | 9,429.87  | -93.17  | 8,309.40  | 8,379.21  | -69.81  |
| 2004Q4 | 9,499.20  | 9,548.48  | -49.28  | 8,461.30  | 8,489.59  | -28.29  |
| 2005Q1 | 9,696.70  | 9,666.00  | 30.70   | 8,573.50  | 8,599.39  | -25.89  |
| 2005Q2 | 9,821.00  | 9,781.58  | 39.42   | 8,720.60  | 8,708.14  | 12.46   |
| 2005Q3 | 10,013.40 | 9,894.34  | 119.06  | 8,882.00  | 8,815.34  | 66.66   |
| 2005Q4 | 10,155.30 | 10,003.48 | 151.82  | 8,985.30  | 8,920.48  | 64.82   |
| 2006Q1 | 10,367.10 | 10,108.23 | 258.87  | 9,128.10  | 9,023.13  | 104.97  |
| 2006Q2 | 10,478.30 | 10,207.94 | 270.36  | 9,247.20  | 9,122.87  | 124.33  |
| 2006Q3 | 10,548.70 | 10,302.10 | 246.60  | 9,369.60  | 9,219.35  | 150.25  |
| 2006Q4 | 10,669.90 | 10,390.40 | 279.50  | 9,444.90  | 9,312.32  | 132.58  |
| 2007Q1 | 10,787.70 | 10,472.65 | 315.05  | 9,588.50  | 9,401.60  | 186.90  |
| 2007Q2 | 10,953.20 | 10,548.86 | 404.34  | 9,696.70  | 9,487.09  | 209.61  |
| 2007Q3 | 11,064.50 | 10,619.22 | 445.28  | 9,790.20  | 9,568.83  | 221.37  |
| 2007Q4 | 11,131.40 | 10,684.20 | 447.20  | 9,902.50  | 9,646.97  | 255.53  |
| 2008Q1 | 11,047.10 | 10,744.50 | 302.60  | 9,967.10  | 9,721.82  | 245.28  |
| 2008Q2 | 11,142.80 | 10,801.16 | 341.64  | 10,090.40 | 9,793.82  | 296.58  |
| 2008Q3 | 11,121.20 | 10,855.35 | 265.85  | 10,113.20 | 9,863.58  | 249.62  |
| 2008Q4 | 10,775.00 | 10,908.49 | -133.49 | 9,851.30  | 9,931.91  | -80.61  |
| 2009Q1 | 10,596.30 | 10,962.17 | -365.87 | 9,763.30  | 9,999.75  | -236.45 |
| 2009Q2 | 10,527.60 | 11,017.87 | -490.27 | 9,764.90  | 10,068.00 | -303.10 |
| 2009Q3 | 10,553.90 | 11,076.86 | -522.96 | 9,887.40  | 10,137.41 | -250.01 |
| 2009Q4 | 10,709.10 | 11,140.09 | -430.99 | 9,956.20  | 10,208.56 | -252.36 |
| 2010Q1 | 10,801.80 | 11,208.21 | -406.41 | 10,042.30 | 10,281.83 | -239.53 |
| 2010Q2 | 10,973.70 | 11,281.56 | -307.86 | 10,134.70 | 10,357.50 | -222.80 |
| 2010Q3 | 11,135.10 | 11,360.27 | -225.17 | 10,234.30 | 10,435.64 | -201.34 |
| 2010Q4 | 11,308.60 | 11,444.24 | -135.64 | 10,396.30 | 10,516.23 | -119.93 |
| 2011Q1 | 11,300.30 | 11,533.25 | -232.95 | 10,527.10 | 10,599.10 | -72.00  |
| 2011Q2 | 11,490.20 | 11,627.00 | -136.80 | 10,662.60 | 10,684.01 | -21.41  |
| 2011Q3 | 11,623.40 | 11,725.02 | -101.62 | 10,778.60 | 10,770.67 | 7.93    |
| 2011Q4 | 11,824.20 | 11,826.78 | -2.58   | 10,878.90 | 10,858.78 | 20.12   |
| 2012Q1 | 12,011.80 | 11,931.67 | 80.13   | 11,019.10 | 10,948.05 | 71.05   |
| 2012Q2 | 12,121.30 | 12,039.09 | 82.21   | 11,100.20 | 11,038.20 | 62.00   |
| 2012Q3 | 12,302.10 | 12,148.48 | 153.62  | 11,193.60 | 11,129.00 | 64.60   |
| 2012Q4 | 12,346.60 | 12,259.34 | 87.26   | 11,285.50 | 11,220.23 | 65.27   |
| 2013Q1 | 12,445.00 | 12,371.25 | 73.75   | 11,379.20 | 11,311.75 | 67.45   |
| 2013Q2 | 12,558.30 | 12,483.88 | 74.42   | 11,427.10 | 11,403.44 | 23.66   |
| 2013Q3 | 12,795.80 | 12,596.89 | 198.91  | 11,537.70 | 11,495.23 | 42.47   |
| 2013Q4 | 12,928.80 | 12,710.05 | 218.75  | 11,640.70 | 11,587.04 | 53.66   |

# ANNEXE 8: Données des valeurs normalisées

## des cycles en figure 3.2

| Date   | Valeurs normalisées<br>VA Brute des Entreprises | Valeurs Normalisées<br>Dépenses Personnelles de Consommation |
|--------|---|--|
| 1969Q1 | 0.377844628                                     | 0.443121128  |
| 1969Q2 | 0.314936877                                     | 0.376823584  |
| 1969Q3 | 0.269506312                                     | 0.292923083  |
| 1969Q4 | 0.148976081                                     | 0.243188596  |
| 1970Q1 | 0.058453144                                     | 0.178339378  |
| 1970Q2 | 0.011896002                                     | 0.093426333  |
| 1970Q3 | -0.02304609                                     | 0.045066218  |
| 1970Q4 | -0.183198326                                    | -0.092985043   |
| 1971Q1 | -0.035566339                                    | -0.029666434   |
| 1971Q2 | -0.057339697                                    | -0.052269193   |
| 1971Q3 | -0.084008504                                    | -0.10623562  |
| 1971Q4 | -0.175546883                                    | -0.10667478  |
| 1972Q1 | -0.09499466                                     | -0.099312877   |
| 1972Q2 | -0.022347174                                    | -0.080913759   |
| 1972Q3 | -0.047140607                                    | -0.071177943   |
| 1972Q4 | 0.002392067                                     | 0.017183287  |
| 1973Q1 | 0.124856815                                     | 0.090394291  |
| 1973Q2 | 0.158980424                                     | 0.031479945  |
| 1973Q3 | 0.078014251                                     | 0.005125389  |
| 1973Q4 | 0.119247663                                     | -0.071790908   |
| 1974Q1 | 0.002470716                                     | -0.116234436   |
| 1974Q2 | 0.018723116                                     | -0.044652035   |
| 1974Q3 | -0.033787263                                    | 0.017445218  |
| 1974Q4 | -0.048421666                                    | -0.149226824   |
| 1975Q1 | -0.181955874                                    | -0.135264877   |
| 1975Q2 | -0.207845779                                    | -0.104430699   |
| 1975Q3 | -0.131368158                                    | -0.030792991   |
| 1975Q4 | -0.096220862                                    | -0.020328889   |
| 1976Q1 | -0.026712398                                    | 0.029570412  |
| 1976Q2 | -0.08538594                                     | -0.069018427   |
| 1976Q3 | -0.143344688                                    | -0.080083359   |
| 1976Q4 | -0.153211892                                    | -0.057317837   |
| 1977Q1 | -0.13304811                                     | -0.028446635   |
| 1977Q2 | -0.07304601                                     | -0.075219942   |
| 1977Q3 | -0.04968956                                     | -0.09881654  |
| 1977Q4 | -0.103481236                                    | -0.070142166   |
| 1978Q1 | -0.155933376                                    | -0.116578562   |
| 1978Q2 | 0.087586684                                     | 0.050242482  |
| 1978Q3 | 0.079980368                                     | -0.001043602   |
| 1978Q4 | 0.142901547                                     | 0.006875185  |
| 1979Q1 | 0.102424822                                     | -0.016746341   |
| 1979Q2 | 0.120327102                                     | -0.009014582   |
| 1979Q3 | 0.149647334                                     | 0.090903604  |
| 1979Q4 | 0.118301006                                     | 0.107881688  |
| 1980Q1 | 0.112175199                                     | 0.143460929  |
| 1980Q2 | -0.086721783                                    | -0.112282778   |
| 1980Q3 | -0.108950581                                    | -0.005772376   |
| 1980Q4 | 0.061295487                                     | 0.147134337  |
| 1981Q1 | 0.260586764                                     | 0.215966087  |
| 1981Q2 | 0.171067436                                     | 0.138137002  |
| 1981Q3 | 0.239206234                                     | 0.10715131   |
| 1981Q4 | 0.093562239                                     | -0.061494626   |
| 1982Q1 | -0.109760435                                    | -0.098255923   |
| 1982Q2 | -0.130337625                                    | -0.198516924   |

|        |              |              |
|--------|--------------|--------------|
| 1982Q3 | -0.213363184 | -0.18615358  |
| 1982Q4 | -0.285506165 | -0.108231902 |
| 1983Q1 | -0.270604452 | -0.14658936  |
| 1983Q2 | -0.184539664 | -0.068043037 |
| 1983Q3 | -0.094101174 | 0.032757997  |
| 1983Q4 | -0.021253499 | 0.045569202  |
| 1984Q1 | 0.065738781  | 0.026916714  |
| 1984Q2 | 0.127652544  | 0.062456108  |
| 1984Q3 | 0.111498723  | 0.007430919  |
| 1984Q4 | 0.074883958  | -6.58E-04    |
| 1985Q1 | 0.104980432  | 0.099437076  |
| 1985Q2 | 0.086676034  | 0.079754225  |
| 1985Q3 | 0.115802551  | 0.166426374  |
| 1985Q4 | 0.076569266  | 0.060138961  |
| 1986Q1 | 0.052864872  | 0.025749516  |
| 1986Q2 | -0.017448584 | -0.068061758 |
| 1986Q3 | -0.038135861 | -0.014626272 |
| 1986Q4 | -0.088392194 | -0.076700576 |
| 1987Q1 | -0.106745818 | -0.153154922 |
| 1987Q2 | -0.091175777 | -0.091059364 |
| 1987Q3 | -0.093006103 | -0.052664229 |
| 1987Q4 | -0.041019721 | -0.122436452 |
| 1988Q1 | -0.059516419 | -0.029844026 |
| 1988Q2 | -0.002980698 | -0.012495783 |
| 1988Q3 | 0.015587103  | 0.034525754  |
| 1988Q4 | 0.059637801  | 0.091905448  |
| 1989Q1 | 0.109885205  | 0.089608856  |
| 1989Q2 | 0.140343385  | 0.114633089  |
| 1989Q3 | 0.140985412  | 0.116730101  |
| 1989Q4 | 0.095755887  | 0.083890578  |
| 1990Q1 | 0.157378486  | 0.171957242  |
| 1990Q2 | 0.15359768   | 0.143446163  |
| 1990Q3 | 0.107739593  | 0.166767485  |
| 1990Q4 | -0.012311913 | 0.068118223  |
| 1991Q1 | -0.089519176 | -0.071364835 |
| 1991Q2 | -0.068648627 | -0.074854849 |
| 1991Q3 | -0.069617963 | -0.100475746 |
| 1991Q4 | -0.097482878 | -0.176931371 |
| 1992Q1 | -0.074314491 | -0.057437072 |
| 1992Q2 | -0.044775972 | -0.061670786 |
| 1992Q3 | -0.030682812 | -0.025350601 |
| 1992Q4 | 0.005018781  | 0.030539154  |
| 1993Q1 | -0.048515632 | -0.014671384 |
| 1993Q2 | -0.053312    | 0.005961899  |
| 1993Q3 | -0.072377434 | 0.022689024  |
| 1993Q4 | -0.021548427 | 0.030745882  |
| 1994Q1 | -0.016244535 | 0.043355661  |
| 1994Q2 | 0.026713689  | 0.037077187  |
| 1994Q3 | 0.006184306  | 0.047774291  |
| 1994Q4 | 0.03497169   | 0.064732354  |
| 1995Q1 | -0.013048888 | -0.00747307  |
| 1995Q2 | -0.060127416 | -7.81E-04    |
| 1995Q3 | -0.056998115 | -0.010777733 |
| 1995Q4 | -0.069489873 | -0.041082205 |
| 1996Q1 | -0.085518719 | -0.033994264 |
| 1996Q2 | -0.017267366 | 1.12E-04     |
| 1996Q3 | -0.029245497 | -0.045222882 |
| 1996Q4 | -0.01197888  | -0.044182562 |
| 1997Q1 | -0.01578405  | -0.040910295 |
| 1997Q2 | 0.018355894  | -0.125274222 |
| 1997Q3 | 0.038368319  | -0.073078769 |
| 1997Q4 | 0.013882731  | -0.072745423 |
| 1998Q1 | -0.005513698 | -0.124792696 |
| 1998Q2 | -0.025282134 | -0.077636294 |
| 1998Q3 | -0.001685718 | -0.06591233  |
| 1998Q4 | 0.046597978  | -0.042994396 |
| 1999Q1 | 0.042548269  | -0.065129987 |

|        |              |              |
|--------|--------------|--------------|
| 1999Q2 | 0.023360138  | -0.00143849  |
| 1999Q3 | 0.054762067  | 0.023857356  |
| 1999Q4 | 0.12558047   | 0.07955027   |
| 2000Q1 | 0.093659679  | 0.178838631  |
| 2000Q2 | 0.198526582  | 0.171647783  |
| 2000Q3 | 0.156781089  | 0.19205184   |
| 2000Q4 | 0.142800815  | 0.194833359  |
| 2001Q1 | 0.064947351  | 0.152984127  |
| 2001Q2 | 0.062489892  | 0.082019209  |
| 2001Q3 | -0.045109724 | -0.024307523 |
| 2001Q4 | -0.102182523 | -0.005755545 |
| 2002Q1 | -0.107207568 | -0.100153175 |
| 2002Q2 | -0.130266423 | -0.106579352 |
| 2002Q3 | -0.150554267 | -0.122324416 |
| 2002Q4 | -0.205071888 | -0.175372371 |
| 2003Q1 | -0.229385814 | -0.192752901 |
| 2003Q2 | -0.226047228 | -0.209528866 |
| 2003Q3 | -0.136023042 | -0.133916462 |
| 2003Q4 | -0.11272675  | -0.157693523 |
| 2004Q1 | -0.103702403 | -0.111017458 |
| 2004Q2 | -0.081740719 | -0.11405579  |
| 2004Q3 | -0.065949129 | -0.092303909 |
| 2004Q4 | -0.034446059 | -0.036917462 |
| 2005Q1 | 0.021199013  | -0.033362381 |
| 2005Q2 | 0.026903269  | 0.015846883  |
| 2005Q3 | 0.080316922  | 0.083782144  |
| 2005Q4 | 0.101302348  | 0.080502615  |
| 2006Q1 | 0.170941812  | 0.128890282  |
| 2006Q2 | 0.176788172  | 0.150995029  |
| 2006Q3 | 0.1597751    | 0.180557131  |
| 2006Q4 | 0.179555858  | 0.157735543  |
| 2007Q1 | 0.20080263   | 0.220257139  |
| 2007Q2 | 0.255850935  | 0.244789428  |
| 2007Q3 | 0.279885355  | 0.256315401  |
| 2007Q4 | 0.279387551  | 0.29346744   |
| 2008Q1 | 0.187983681  | 0.279534178  |
| 2008Q2 | 0.21112866   | 0.335512733  |
| 2008Q3 | 0.163469949  | 0.280384692  |
| 2008Q4 | -0.081684958 | -0.089922364 |
| 2009Q1 | -0.222778608 | -0.261975453 |
| 2009Q2 | -0.297016072 | -0.333545092 |
| 2009Q3 | -0.315131746 | -0.273243766 |
| 2009Q4 | -0.258239602 | -0.273882472 |
| 2010Q1 | -0.24202841  | -0.258114006 |
| 2010Q2 | -0.182149675 | -0.238324185 |
| 2010Q3 | -0.132299623 | -0.213762176 |
| 2010Q4 | -0.079111483 | -0.12635481  |
| 2011Q1 | -0.134821197 | -0.075263748 |
| 2011Q2 | -0.078533492 | -0.022200184 |
| 2011Q3 | -0.057851095 | 0.00816009   |
| 2011Q4 | -0.001456127 | 0.020528495  |
| 2012Q1 | 0.044825656  | 0.071899166  |
| 2012Q2 | .045579589   | 0.062227073  |
| 2012Q3 | 0.084404716  | 0.064315147  |
| 2012Q4 | 0.047511761  | 0.064447895  |
| 2013Q1 | 0.039789335  | 0.066060257  |
| 2013Q2 | 0.039793178  | 0.022983706  |
| 2013Q3 | 0.105396369  | 0.040935914  |
| 2013Q4 | 0.11487945   | 0.051304477  |









## ANNEXE 10: Vecteurs retenus en figures 3.4

|         |         |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.0104  | -0.0351 | 0.2399  | 0.1113  | -0.0387 | -0.0968 | 0.0754  |
| 0.0373  | -0.0228 | 0.1814  | 0.1379  | -0.0214 | -0.0689 | 0.1336  |
| 0.0581  | -0.0053 | 0.1192  | 0.1446  | -0.0285 | -0.0266 | 0.1649  |
| 0.0707  | 0.0161  | 0.0575  | 0.1298  | -0.0501 | 0.0092  | 0.1275  |
| 0.0714  | 0.0379  | 0.0069  | 0.1070  | -0.0765 | 0.0071  | 0.0521  |
| 0.0633  | 0.0572  | -0.0313 | 0.0744  | -0.0939 | -0.0239 | -0.0096 |
| 0.0521  | 0.0717  | -0.0526 | 0.0273  | -0.0964 | -0.0566 | -0.0179 |
| 0.0396  | 0.0810  | -0.0543 | -0.0267 | -0.0815 | -0.0756 | 0.0189  |
| 0.0111  | 0.0861  | -0.0450 | -0.0369 | -0.0325 | -0.1317 | 0.0236  |
| -0.0139 | 0.0867  | -0.0436 | -0.0502 | 0.0415  | -0.1266 | -0.0204 |
| -0.0412 | 0.0809  | -0.0385 | -0.0414 | 0.1074  | -0.0952 | -0.0596 |
| -0.0646 | 0.0668  | -0.0250 | -0.0211 | 0.1375  | -0.0343 | -0.0530 |
| -0.0861 | 0.0453  | -0.0062 | 0.0172  | 0.1246  | 0.0154  | -0.0193 |
| -0.1011 | 0.0211  | 0.0004  | 0.0515  | 0.0894  | 0.0560  | -0.0415 |
| -0.1072 | -0.0052 | -0.0006 | 0.0716  | 0.0344  | 0.0768  | -0.0761 |
| -0.1076 | -0.0329 | -0.0004 | 0.0859  | -0.0299 | 0.0519  | -0.0657 |
| -0.0916 | -0.0612 | 0.0062  | 0.0669  | -0.0972 | 0.0274  | 0.0302  |
| -0.0664 | -0.0822 | 0.0070  | 0.0262  | -0.1308 | -0.0006 | 0.0844  |
| -0.0450 | -0.0932 | -0.0011 | -0.0014 | -0.1101 | -0.0580 | 0.0295  |
| -0.0338 | -0.0974 | -0.0176 | 0.0068  | -0.0398 | -0.1440 | -0.0793 |
| -0.0185 | -0.0985 | -0.0395 | 0.0134  | 0.0478  | -0.1698 | -0.1291 |
| -0.0101 | -0.0972 | -0.0627 | 0.0453  | 0.1285  | -0.1684 | -0.1013 |
| 0.0038  | -0.0951 | -0.0879 | 0.0612  | 0.1729  | -0.0881 | -0.0193 |
| 0.0246  | -0.0932 | -0.0998 | 0.0537  | 0.1504  | 0.0407  | 0.0871  |
| 0.0453  | -0.0870 | -0.1048 | 0.0323  | 0.0830  | 0.1503  | 0.0998  |
| 0.0658  | -0.0797 | -0.0866 | 0.0039  | -0.0253 | 0.1922  | 0.1018  |
| 0.0881  | -0.0687 | -0.0570 | -0.0382 | -0.1308 | 0.1657  | 0.0913  |
| 0.1091  | -0.0503 | -0.0284 | -0.0884 | -0.1857 | 0.0859  | 0.0271  |
| 0.1224  | -0.0249 | -0.0035 | -0.1245 | -0.1682 | -0.0298 | -0.0766 |
| 0.1265  | 0.0060  | 0.0120  | -0.1397 | -0.0792 | -0.1296 | -0.1808 |
| 0.1189  | 0.0370  | 0.0245  | -0.1184 | 0.0414  | -0.1896 | -0.1794 |
| 0.0994  | 0.0651  | 0.0309  | -0.0621 | 0.1588  | -0.1880 | -0.0794 |
| 0.0715  | 0.0881  | 0.0228  | 0.0110  | 0.2390  | -0.1143 | 0.0418  |
| 0.0408  | 0.1036  | 0.0029  | 0.0761  | 0.2504  | 0.0160  | 0.1106  |
| 0.0110  | 0.1114  | -0.0244 | 0.1132  | 0.1861  | 0.1573  | 0.0801  |
| -0.0200 | 0.1117  | -0.0527 | 0.1233  | 0.0671  | 0.2390  | -0.0264 |
| -0.0502 | 0.1020  | -0.0664 | 0.1069  | -0.0777 | 0.2267  | -0.0935 |
| -0.0793 | 0.0836  | -0.0647 | 0.0742  | -0.1949 | 0.1167  | -0.0930 |
| -0.0969 | 0.0625  | -0.0653 | 0.0014  | -0.2309 | 0.0027  | -0.0919 |
| -0.1084 | 0.0366  | -0.0455 | -0.0690 | -0.1999 | -0.1078 | -0.0153 |
| -0.1086 | 0.0087  | -0.0129 | -0.1325 | -0.1146 | -0.1570 | 0.0983  |
| -0.1013 | -0.0195 | 0.0326  | -0.1631 | -0.0102 | -0.1471 | 0.2095  |
| -0.0841 | -0.0451 | 0.0807  | -0.1642 | 0.0816  | -0.0697 | 0.2430  |
| -0.0591 | -0.0645 | 0.1202  | -0.1374 | 0.1347  | 0.0446  | 0.1528  |
| -0.0313 | -0.0770 | 0.1496  | -0.0814 | 0.1330  | 0.1389  | -0.0219 |
| -0.0017 | -0.0816 | 0.1639  | -0.0123 | 0.0828  | 0.1838  | -0.1976 |
| 0.0210  | -0.0815 | 0.1711  | 0.0801  | -0.0039 | 0.1258  | -0.2380 |
| 0.0426  | -0.0753 | 0.1571  | 0.1578  | -0.0863 | 0.0166  | -0.1417 |
| 0.0613  | -0.0588 | 0.1054  | 0.1976  | -0.1199 | -0.0896 | -0.0255 |
| 0.0766  | -0.0331 | 0.0245  | 0.1876  | -0.1023 | -0.1443 | 0.0570  |
| 0.0797  | -0.0058 | -0.0524 | 0.1597  | -0.0634 | -0.1719 | 0.1357  |
| 0.0737  | 0.0231  | -0.1312 | 0.1044  | 0.0002  | -0.1412 | 0.1131  |
| 0.0557  | 0.0460  | -0.1850 | 0.0490  | 0.0531  | -0.0895 | 0.0580  |

|         |         |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.0285  | 0.0585  | -0.2054 | 0.0050  | 0.0799  | -0.0389 | 0.0135  |
| 0.0016  | 0.0619  | -0.2048 | -0.0433 | 0.0878  | 0.0257  | -0.0434 |
| -0.0288 | 0.0565  | -0.1831 | -0.0724 | 0.0817  | 0.0608  | -0.1022 |
| -0.0572 | 0.0414  | -0.1414 | -0.0833 | 0.0627  | 0.0666  | -0.1171 |
| -0.0773 | 0.0190  | -0.0910 | -0.0851 | 0.0399  | 0.0597  | -0.0856 |
| -0.0827 | -0.0075 | -0.0361 | -0.0908 | 0.0134  | 0.0639  | -0.0107 |
| -0.0750 | -0.0335 | 0.0175  | -0.0969 | -0.0127 | 0.0736  | 0.0652  |
| -0.0598 | -0.0545 | 0.0625  | -0.0918 | -0.0283 | 0.0707  | 0.0822  |
| -0.0378 | -0.0687 | 0.0942  | -0.0793 | -0.0320 | 0.0612  | 0.0382  |
| -0.0107 | -0.0753 | 0.1142  | -0.0612 | -0.0295 | 0.0487  | -0.0237 |
| 0.0155  | -0.0744 | 0.1238  | -0.0292 | -0.0235 | 0.0204  | -0.0589 |
| 0.0379  | -0.0666 | 0.1210  | 0.0137  | -0.0141 | -0.0175 | -0.0508 |
| 0.0569  | -0.0519 | 0.0997  | 0.0523  | 0.0014  | -0.0407 | -0.0266 |
| 0.0689  | -0.0323 | 0.0648  | 0.0861  | 0.0156  | -0.0524 | 0.0064  |
| 0.0780  | -0.0102 | 0.0225  | 0.0957  | 0.0189  | -0.0307 | 0.0469  |
| 0.0804  | 0.0126  | -0.0178 | 0.0881  | 0.0066  | -0.0008 | 0.0824  |
| 0.0775  | 0.0343  | -0.0508 | 0.0605  | -0.0166 | 0.0303  | 0.0888  |
| 0.0658  | 0.0533  | -0.0726 | 0.0279  | -0.0388 | 0.0347  | 0.0524  |
| 0.0494  | 0.0680  | -0.0822 | -0.0117 | -0.0500 | 0.0239  | -0.0072 |
| 0.0276  | 0.0770  | -0.0776 | -0.0438 | -0.0439 | -0.0066 | -0.0522 |
| 0.0056  | 0.0792  | -0.0599 | -0.0701 | -0.0240 | -0.0309 | -0.0460 |
| -0.0164 | 0.0761  | -0.0368 | -0.0841 | 0.0105  | -0.0396 | -0.0220 |
| -0.0339 | 0.0667  | -0.0050 | -0.0877 | 0.0389  | -0.0208 | 0.0248  |
| -0.0444 | 0.0535  | 0.0296  | -0.0853 | 0.0525  | 0.0250  | 0.0541  |
| -0.0507 | 0.0376  | 0.0659  | -0.0668 | 0.0424  | 0.0632  | 0.0659  |
| -0.0504 | 0.0219  | 0.0947  | -0.0445 | 0.0149  | 0.0906  | 0.0460  |
| -0.0448 | 0.0073  | 0.1173  | -0.0191 | -0.0253 | 0.0909  | 0.0149  |
| -0.0383 | -0.0034 | 0.1255  | 0.0114  | -0.0552 | 0.0541  | -0.0463 |
| -0.0285 | -0.0108 | 0.1212  | 0.0357  | -0.0714 | 0.0040  | -0.0820 |
| -0.0184 | -0.0144 | 0.1051  | 0.0551  | -0.0688 | -0.0489 | -0.0706 |
| -0.0086 | -0.0151 | 0.0823  | 0.0680  | -0.0529 | -0.0875 | -0.0027 |
| -0.0025 | -0.0137 | 0.0560  | 0.0808  | -0.0280 | -0.1107 | 0.0822  |
| 0.0025  | -0.0091 | 0.0184  | 0.0797  | 0.0057  | -0.0947 | 0.1056  |
| 0.0064  | -0.0038 | -0.0178 | 0.0665  | 0.0275  | -0.0501 | 0.0830  |
| 0.0083  | 0.0007  | -0.0452 | 0.0460  | 0.0289  | -0.0003 | 0.0342  |
| 0.0073  | 0.0025  | -0.0559 | 0.0273  | 0.0076  | 0.0262  | 0.0016  |
| 0.0032  | 0.0023  | -0.0557 | 0.0132  | -0.0172 | 0.0201  | -0.0269 |
| -0.0026 | 0.0020  | -0.0553 | 0.0001  | -0.0246 | -0.0054 | -0.0719 |
| -0.0079 | 0.0000  | -0.0508 | -0.0110 | -0.0177 | -0.0353 | -0.0846 |
| -0.0122 | -0.0042 | -0.0400 | -0.0165 | -0.0026 | -0.0590 | -0.0417 |
| -0.0162 | -0.0085 | -0.0321 | -0.0150 | 0.0243  | -0.0670 | 0.0028  |
| -0.0216 | -0.0120 | -0.0322 | -0.0036 | 0.0589  | -0.0596 | 0.0056  |
| -0.0243 | -0.0169 | -0.0344 | 0.0082  | 0.0798  | -0.0281 | -0.0040 |
| -0.0302 | -0.0203 | -0.0477 | 0.0275  | 0.0951  | 0.0010  | -0.0689 |
| -0.0346 | -0.0268 | -0.0563 | 0.0463  | 0.0826  | 0.0248  | -0.0899 |
| -0.0372 | -0.0347 | -0.0655 | 0.0577  | 0.0542  | 0.0382  | -0.0826 |
| -0.0348 | -0.0444 | -0.0687 | 0.0546  | 0.0113  | 0.0429  | -0.0301 |
| -0.0292 | -0.0523 | -0.0736 | 0.0371  | -0.0226 | 0.0371  | 0.0049  |
| -0.0170 | -0.0598 | -0.0679 | 0.0029  | -0.0534 | 0.0323  | 0.0579  |
| 0.0004  | -0.0638 | -0.0562 | -0.0422 | -0.0687 | 0.0300  | 0.0882  |
| 0.0185  | -0.0638 | -0.0358 | -0.0801 | -0.0656 | 0.0177  | 0.0849  |
| 0.0380  | -0.0586 | -0.0125 | -0.1108 | -0.0429 | 0.0117  | 0.0392  |
| 0.0562  | -0.0497 | 0.0170  | -0.1216 | -0.0134 | 0.0052  | -0.0056 |
| 0.0740  | -0.0378 | 0.0514  | -0.1146 | 0.0105  | 0.0061  | -0.0125 |
| 0.0905  | -0.0214 | 0.0804  | -0.0950 | 0.0267  | 0.0183  | 0.0018  |
| 0.1030  | -0.0012 | 0.1025  | -0.0637 | 0.0294  | 0.0327  | 0.0256  |
| 0.1065  | 0.0229  | 0.1107  | -0.0181 | 0.0253  | 0.0298  | 0.0199  |

|         |         |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.1049  | 0.0493  | 0.1010  | 0.0203  | 0.0167  | 0.0296  | -0.0150 |
| 0.0965  | 0.0745  | 0.0836  | 0.0511  | -0.0037 | 0.0207  | -0.0237 |
| 0.0818  | 0.0976  | 0.0591  | 0.0672  | -0.0263 | 0.0066  | -0.0116 |
| 0.0612  | 0.1161  | 0.0343  | 0.0682  | -0.0468 | -0.0113 | 0.0201  |
| 0.0361  | 0.1296  | 0.0095  | 0.0528  | -0.0550 | -0.0245 | 0.0359  |
| 0.0064  | 0.1369  | -0.0110 | 0.0291  | -0.0485 | -0.0347 | 0.0282  |
| -0.0247 | 0.1354  | -0.0187 | 0.0030  | -0.0371 | -0.0388 | 0.0318  |
| -0.0569 | 0.1256  | -0.0162 | -0.0154 | -0.0182 | -0.0422 | 0.0291  |
| -0.0868 | 0.1075  | -0.0057 | -0.0242 | 0.0022  | -0.0403 | 0.0239  |
| -0.1138 | 0.0833  | 0.0045  | -0.0195 | 0.0275  | -0.0361 | -0.0173 |
| -0.1337 | 0.0538  | 0.0129  | -0.0087 | 0.0477  | -0.0195 | -0.0659 |
| -0.1455 | 0.0196  | 0.0239  | 0.0101  | 0.0504  | -0.0020 | -0.0763 |
| -0.1505 | -0.0167 | 0.0328  | 0.0383  | 0.0385  | 0.0026  | -0.0530 |
| -0.1478 | -0.0523 | 0.0324  | 0.0673  | 0.0221  | -0.0028 | -0.0298 |
| -0.1390 | -0.0837 | 0.0155  | 0.0924  | 0.0137  | -0.0160 | -0.0438 |
| -0.1263 | -0.1120 | -0.0084 | 0.1177  | 0.0071  | -0.0449 | -0.0473 |
| -0.1070 | -0.1339 | -0.0494 | 0.1232  | 0.0154  | -0.0563 | -0.0695 |
| -0.0818 | -0.1521 | -0.0856 | 0.1126  | 0.0159  | -0.0524 | -0.0365 |
| -0.0561 | -0.1635 | -0.1227 | 0.0934  | 0.0235  | -0.0443 | -0.0206 |
| -0.0294 | -0.1703 | -0.1494 | 0.0676  | 0.0273  | -0.0317 | 0.0004  |
| 0.0085  | -0.1732 | -0.1580 | 0.0114  | 0.0125  | 0.0197  | 0.0571  |
| 0.0504  | -0.1706 | -0.1405 | -0.0510 | -0.0210 | 0.0658  | 0.1329  |
| 0.0937  | -0.1594 | -0.1055 | -0.1113 | -0.0541 | 0.0914  | 0.1635  |
| 0.1349  | -0.1375 | -0.0637 | -0.1612 | -0.0676 | 0.0916  | 0.1040  |
| 0.1677  | -0.1050 | -0.0215 | -0.1839 | -0.0512 | 0.0574  | -0.0248 |
| 0.1917  | -0.0648 | 0.0180  | -0.1789 | -0.0112 | 0.0112  | -0.1351 |
| 0.2025  | -0.0194 | 0.0500  | -0.1404 | 0.0425  | -0.0365 | -0.1677 |
| 0.2006  | 0.0281  | 0.0672  | -0.0792 | 0.0960  | -0.0602 | -0.1188 |
| 0.1859  | 0.0749  | 0.0661  | -0.0087 | 0.1336  | -0.0482 | -0.0343 |
| 0.1660  | 0.1180  | 0.0488  | 0.0392  | 0.1345  | 0.0198  | 0.0497  |
| 0.1353  | 0.1558  | 0.0228  | 0.0704  | 0.0954  | 0.0918  | 0.0888  |
| 0.0969  | 0.1846  | -0.0020 | 0.0769  | 0.0218  | 0.1410  | 0.0874  |
| 0.0518  | 0.2035  | -0.0232 | 0.0602  | -0.0590 | 0.1433  | 0.0351  |
| 0.0024  | 0.2104  | -0.0340 | 0.0256  | -0.1217 | 0.0970  | -0.0341 |
| -0.0460 | 0.2045  | -0.0294 | -0.0217 | -0.1496 | 0.0254  | -0.0670 |
| -0.0915 | 0.1872  | -0.0127 | -0.0683 | -0.1303 | -0.0461 | -0.0566 |
| -0.1289 | 0.1580  | 0.0218  | -0.1043 | -0.0830 | -0.0875 | 0.0320  |
| -0.1558 | 0.1207  | 0.0639  | -0.1233 | -0.0192 | -0.0811 | 0.1214  |
| -0.1718 | 0.0780  | 0.1104  | -0.1163 | 0.0363  | -0.0370 | 0.1616  |
| -0.1781 | 0.0348  | 0.1454  | -0.0821 | 0.0754  | 0.0229  | 0.0953  |
| -0.1743 | -0.0081 | 0.1696  | -0.0258 | 0.0779  | 0.0718  | -0.0098 |

## ANNEXE 11: Valeurs singulières en figure 3.5

| VA brutes<br>des entreprises | Dépenses<br>Personnelles<br>de Consommation |
|------------------------------|---|
| 4.543566671                  | 4.499114108                                 |
| 4.283662142                  | 4.132160188                                 |
| 2.645972729                  | 2.392912109                                 |
| 2.389626535                  | 2.217139579                                 |
| 2.040276127                  | 1.555483638                                 |
| 1.846553093                  | 1.445057541                                 |
| 1.283072824                  | 1.312327814                                 |
| 1.253297765                  | 1.214083735                                 |
| 0.916329419                  | 1.023925886                                 |
| 0.912460065                  | 1.018360356                                 |
| 0.855267396                  | 0.903029651                                 |
| 0.672521971                  | 0.783337273                                 |
| 0.661908792                  | 0.63639378                                  |
| 0.582156282                  | 0.569406701                                 |
| 0.538971785                  | 0.550550067                                 |
| 0.516372708                  | 0.531061244                                 |
| 0.507273247                  | 0.515182668                                 |
| 0.495538935                  | 0.511726471                                 |
| 0.426436439                  | 0.477968808                                 |
| 0.422241423                  | 0.477507712                                 |
| 0.367378538                  | 0.45832852                                  |
| 0.35499331                   | 0.455184362                                 |
| 0.340287186                  | 0.43817445                                  |
| 0.308235334                  | 0.41594278                                  |
| 0.299237347                  | 0.410260489                                 |
| 0.28865931                   | 0.405258408                                 |
| 0.280998642                  | 0.366119221                                 |
| 0.279479511                  | 0.359844073                                 |
| 0.208576914                  | 0.333443919                                 |
| 0.198775368                  | 0.241065285                                 |

## ANNEXE 12: Lissage SSA en figures 3.6

| Date   | VA Brute des Entreprises          |         | Dépenses Personnelles de Consommation |         |
|--------|-----------------------------------|---------|---------------------------------------|---------|
|        | Valeurs Normalisées des Cycles HP | Lissage | Valeurs Normalisées des Cycles HP     | Lissage |
| 1969Q1 | 0.3778                            | 0.3335  | 0.4431                                | 0.3508  |
| 1969Q2 | 0.3149                            | 0.3037  | 0.3768                                | 0.3256  |
| 1969Q3 | 0.2695                            | 0.2457  | 0.2929                                | 0.2835  |
| 1969Q4 | 0.1490                            | 0.1653  | 0.2432                                | 0.2303  |
| 1970Q1 | 0.0585                            | 0.0851  | 0.1783                                | 0.1681  |
| 1970Q2 | 0.0119                            | 0.0199  | 0.0934                                | 0.1024  |
| 1970Q3 | -0.0230                           | -0.0247 | 0.0451                                | 0.0392  |
| 1970Q4 | -0.1832                           | -0.0508 | -0.0930                               | -0.0182 |
| 1971Q1 | -0.0356                           | -0.0619 | -0.0297                               | -0.0608 |
| 1971Q2 | -0.0573                           | -0.0739 | -0.0523                               | -0.0912 |
| 1971Q3 | -0.0840                           | -0.0839 | -0.1062                               | -0.1067 |
| 1971Q4 | -0.1755                           | -0.0843 | -0.1067                               | -0.1051 |
| 1972Q1 | -0.0950                           | -0.0673 | -0.0993                               | -0.0884 |
| 1972Q2 | -0.0223                           | -0.0359 | -0.0809                               | -0.0605 |
| 1972Q3 | -0.0471                           | 0.0066  | -0.0712                               | -0.0278 |
| 1972Q4 | 0.0024                            | 0.0582  | 0.0172                                | 0.0024  |
| 1973Q1 | 0.1249                            | 0.1106  | 0.0904                                | 0.0202  |
| 1973Q2 | 0.1590                            | 0.1473  | 0.0315                                | 0.0200  |
| 1973Q3 | 0.0780                            | 0.1547  | 0.0051                                | 0.0038  |
| 1973Q4 | 0.1192                            | 0.1306  | -0.0718                               | -0.0226 |
| 1974Q1 | 0.0025                            | 0.0813  | -0.1162                               | -0.0512 |
| 1974Q2 | 0.0187                            | 0.0222  | -0.0447                               | -0.0750 |
| 1974Q3 | -0.0338                           | -0.0352 | 0.0174                                | -0.0908 |
| 1974Q4 | -0.0484                           | -0.0812 | -0.1492                               | -0.0971 |
| 1975Q1 | -0.1820                           | -0.1114 | -0.1353                               | -0.0905 |
| 1975Q2 | -0.2078                           | -0.1209 | -0.1044                               | -0.0741 |
| 1975Q3 | -0.1314                           | -0.1121 | -0.0308                               | -0.0535 |
| 1975Q4 | -0.0962                           | -0.0944 | -0.0203                               | -0.0364 |
| 1976Q1 | -0.0267                           | -0.0788 | 0.0296                                | -0.0273 |
| 1976Q2 | -0.0854                           | -0.0730 | -0.0690                               | -0.0277 |
| 1976Q3 | -0.1433                           | -0.0775 | -0.0801                               | -0.0377 |
| 1976Q4 | -0.1532                           | -0.0867 | -0.0573                               | -0.0520 |
| 1977Q1 | -0.1330                           | -0.0956 | -0.0284                               | -0.0673 |
| 1977Q2 | -0.0730                           | -0.1007 | -0.0752                               | -0.0797 |
| 1977Q3 | -0.0497                           | -0.0978 | -0.0988                               | -0.0836 |
| 1977Q4 | -0.1035                           | -0.0799 | -0.0701                               | -0.0749 |
| 1978Q1 | -0.1559                           | -0.0393 | -0.1166                               | -0.0544 |
| 1978Q2 | 0.0876                            | 0.0231  | 0.0502                                | -0.0257 |
| 1978Q3 | 0.0800                            | 0.0885  | -0.0010                               | 0.0008  |
| 1978Q4 | 0.1429                            | 0.1402  | 0.0069                                | 0.0202  |
| 1979Q1 | 0.1024                            | 0.1640  | -0.0167                               | 0.0300  |
| 1979Q2 | 0.1203                            | 0.1560  | -0.0090                               | 0.0327  |
| 1979Q3 | 0.1496                            | 0.1199  | 0.0909                                | 0.0329  |
| 1979Q4 | 0.1183                            | 0.0671  | 0.1079                                | 0.0352  |
| 1980Q1 | 0.1122                            | 0.0187  | 0.1435                                | 0.0449  |
| 1980Q2 | -0.0867                           | -0.0029 | -0.1123                               | 0.0640  |
| 1980Q3 | -0.1090                           | 0.0200  | -0.0058                               | 0.0933  |

|        |         |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|---------|
| 1980Q4 | 0.0613  | 0.0806  | 0.1471  | 0.1205  |
| 1981Q1 | 0.2606  | 0.1478  | 0.2160  | 0.1289  |
| 1981Q2 | 0.1711  | 0.1839  | 0.1381  | 0.1069  |
| 1981Q3 | 0.2392  | 0.1681  | 0.1072  | 0.0546  |
| 1981Q4 | 0.0936  | 0.0941  | -0.0615 | -0.0176 |
| 1982Q1 | -0.1098 | -0.0198 | -0.0983 | -0.0898 |
| 1982Q2 | -0.1303 | -0.1404 | -0.1985 | -0.1438 |
| 1982Q3 | -0.2134 | -0.2366 | -0.1862 | -0.1663 |
| 1982Q4 | -0.2855 | -0.2819 | -0.1082 | -0.1546 |
| 1983Q1 | -0.2706 | -0.2653 | -0.1466 | -0.1166 |
| 1983Q2 | -0.1845 | -0.1970 | -0.0680 | -0.0644 |
| 1983Q3 | -0.0941 | -0.1025 | 0.0328  | -0.0141 |
| 1983Q4 | -0.0213 | -0.0110 | 0.0456  | 0.0218  |
| 1984Q1 | 0.0657  | 0.0575  | 0.0269  | 0.0403  |
| 1984Q2 | 0.1277  | 0.0955  | 0.0625  | 0.0468  |
| 1984Q3 | 0.1115  | 0.1076  | 0.0074  | 0.0496  |
| 1984Q4 | 0.0749  | 0.1051  | -0.0007 | 0.0568  |
| 1985Q1 | 0.1050  | 0.0982  | 0.0994  | 0.0695  |
| 1985Q2 | 0.0867  | 0.0900  | 0.0798  | 0.0811  |
| 1985Q3 | 0.1158  | 0.0802  | 0.1664  | 0.0840  |
| 1985Q4 | 0.0766  | 0.0635  | 0.0601  | 0.0702  |
| 1986Q1 | 0.0529  | 0.0360  | 0.0257  | 0.0395  |
| 1986Q2 | -0.0174 | -0.0021 | -0.0681 | -0.0041 |
| 1986Q3 | -0.0381 | -0.0445 | -0.0146 | -0.0506 |
| 1986Q4 | -0.0884 | -0.0818 | -0.0767 | -0.0908 |
| 1987Q1 | -0.1067 | -0.1048 | -0.1532 | -0.1148 |
| 1987Q2 | -0.0912 | -0.1090 | -0.0911 | -0.1169 |
| 1987Q3 | -0.0930 | -0.0969 | -0.0527 | -0.0996 |
| 1987Q4 | -0.0410 | -0.0735 | -0.1224 | -0.0698 |
| 1988Q1 | -0.0595 | -0.0447 | -0.0298 | -0.0341 |
| 1988Q2 | -0.0030 | -0.0127 | -0.0125 | 0.0003  |
| 1988Q3 | 0.0156  | 0.0202  | 0.0345  | 0.0311  |
| 1988Q4 | 0.0596  | 0.0538  | 0.0919  | 0.0586  |
| 1989Q1 | 0.1099  | 0.0872  | 0.0896  | 0.0840  |
| 1989Q2 | 0.1403  | 0.1170  | 0.1146  | 0.1090  |
| 1989Q3 | 0.1410  | 0.1396  | 0.1167  | 0.1316  |
| 1989Q4 | 0.0958  | 0.1503  | 0.0839  | 0.1475  |
| 1990Q1 | 0.1574  | 0.1439  | 0.1720  | 0.1509  |
| 1990Q2 | 0.1536  | 0.1149  | 0.1434  | 0.1346  |
| 1990Q3 | 0.1077  | 0.0656  | 0.1668  | 0.0976  |
| 1990Q4 | -0.0123 | 0.0065  | 0.0681  | 0.0435  |
| 1991Q1 | -0.0895 | -0.0459 | -0.0714 | -0.0166 |
| 1991Q2 | -0.0686 | -0.0790 | -0.0749 | -0.0683 |
| 1991Q3 | -0.0696 | -0.0899 | -0.1005 | -0.1018 |
| 1991Q4 | -0.0975 | -0.0817 | -0.1769 | -0.1119 |
| 1992Q1 | -0.0743 | -0.0618 | -0.0574 | -0.0988 |
| 1992Q2 | -0.0448 | -0.0402 | -0.0617 | -0.0715 |
| 1992Q3 | -0.0307 | -0.0265 | -0.0254 | -0.0389 |
| 1992Q4 | 0.0050  | -0.0243 | 0.0305  | -0.0093 |
| 1993Q1 | -0.0485 | -0.0318 | -0.0147 | 0.0118  |
| 1993Q2 | -0.0533 | -0.0391 | 0.0060  | 0.0248  |
| 1993Q3 | -0.0724 | -0.0380 | 0.0227  | 0.0317  |
| 1993Q4 | -0.0215 | -0.0249 | 0.0307  | 0.0352  |
| 1994Q1 | -0.0162 | -0.0052 | 0.0434  | 0.0372  |
| 1994Q2 | 0.0267  | 0.0132  | 0.0371  | 0.0377  |
| 1994Q3 | 0.0062  | 0.0216  | 0.0478  | 0.0358  |
| 1994Q4 | 0.0350  | 0.0162  | 0.0647  | 0.0299  |

|        |         |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|---------|
| 1995Q1 | -0.0130 | -0.0032 | -0.0075 | 0.0196  |
| 1995Q2 | -0.0601 | -0.0297 | -0.0008 | 0.0074  |
| 1995Q3 | -0.0570 | -0.0533 | -0.0108 | -0.0055 |
| 1995Q4 | -0.0695 | -0.0656 | -0.0411 | -0.0172 |
| 1996Q1 | -0.0855 | -0.0628 | -0.0340 | -0.0269 |
| 1996Q2 | -0.0173 | -0.0468 | 0.0001  | -0.0351 |
| 1996Q3 | -0.0292 | -0.0259 | -0.0452 | -0.0437 |
| 1996Q4 | -0.0120 | -0.0057 | -0.0442 | -0.0527 |
| 1997Q1 | -0.0158 | 0.0095  | -0.0409 | -0.0627 |
| 1997Q2 | 0.0184  | 0.0183  | -0.1253 | -0.0732 |
| 1997Q3 | 0.0384  | 0.0200  | -0.0731 | -0.0819 |
| 1997Q4 | 0.0139  | 0.0153  | -0.0727 | -0.0886 |
| 1998Q1 | -0.0055 | 0.0082  | -0.1248 | -0.0920 |
| 1998Q2 | -0.0253 | 0.0035  | -0.0776 | -0.0900 |
| 1998Q3 | -0.0017 | 0.0050  | -0.0659 | -0.0816 |
| 1998Q4 | 0.0466  | 0.0133  | -0.0430 | -0.0650 |
| 1999Q1 | 0.0425  | 0.0277  | -0.0651 | -0.0382 |
| 1999Q2 | 0.0234  | 0.0496  | -0.0014 | 0.0002  |
| 1999Q3 | 0.0548  | 0.0794  | 0.0239  | 0.0473  |
| 1999Q4 | 0.1256  | 0.1124  | 0.0796  | 0.0982  |
| 2000Q1 | 0.0937  | 0.1400  | 0.1788  | 0.1447  |
| 2000Q2 | 0.1985  | 0.1559  | 0.1716  | 0.1770  |
| 2000Q3 | 0.1568  | 0.1526  | 0.1921  | 0.1889  |
| 2000Q4 | 0.1428  | 0.1303  | 0.1948  | 0.1766  |
| 2001Q1 | 0.0649  | 0.0907  | 0.1530  | 0.1415  |
| 2001Q2 | 0.0625  | 0.0395  | 0.0820  | 0.0892  |
| 2001Q3 | -0.0451 | -0.0177 | -0.0243 | 0.0282  |
| 2001Q4 | -0.1022 | -0.0717 | -0.0058 | -0.0318 |
| 2002Q1 | -0.1072 | -0.1173 | -0.1002 | -0.0848 |
| 2002Q2 | -0.1303 | -0.1532 | -0.1066 | -0.1253 |
| 2002Q3 | -0.1506 | -0.1796 | -0.1223 | -0.1522 |
| 2002Q4 | -0.2051 | -0.1951 | -0.1754 | -0.1669 |
| 2003Q1 | -0.2294 | -0.1967 | -0.1928 | -0.1715 |
| 2003Q2 | -0.2260 | -0.1844 | -0.2095 | -0.1690 |
| 2003Q3 | -0.1360 | -0.1618 | -0.1339 | -0.1615 |
| 2003Q4 | -0.1127 | -0.1363 | -0.1577 | -0.1511 |
| 2004Q1 | -0.1037 | -0.1120 | -0.1110 | -0.1365 |
| 2004Q2 | -0.0817 | -0.0882 | -0.1141 | -0.1167 |
| 2004Q3 | -0.0659 | -0.0628 | -0.0923 | -0.0895 |
| 2004Q4 | -0.0344 | -0.0333 | -0.0369 | -0.0543 |
| 2005Q1 | 0.0212  | 0.0010  | -0.0334 | -0.0132 |
| 2005Q2 | 0.0269  | 0.0384  | 0.0158  | 0.0299  |
| 2005Q3 | 0.0803  | 0.0767  | 0.0838  | 0.0692  |
| 2005Q4 | 0.1013  | 0.1106  | 0.0805  | 0.0992  |
| 2006Q1 | 0.1709  | 0.1360  | 0.1289  | 0.1198  |
| 2006Q2 | 0.1768  | 0.1511  | 0.1510  | 0.1348  |
| 2006Q3 | 0.1598  | 0.1615  | 0.1806  | 0.1516  |
| 2006Q4 | 0.1796  | 0.1780  | 0.1577  | 0.1764  |
| 2007Q1 | 0.2008  | 0.2032  | 0.2203  | 0.2116  |
| 2007Q2 | 0.2559  | 0.2342  | 0.2448  | 0.2541  |
| 2007Q3 | 0.2799  | 0.2596  | 0.2563  | 0.2939  |
| 2007Q4 | 0.2794  | 0.2648  | 0.2935  | 0.3156  |
| 2008Q1 | 0.1880  | 0.2361  | 0.2795  | 0.3020  |
| 2008Q2 | 0.2111  | 0.1682  | 0.3355  | 0.2418  |
| 2008Q3 | 0.1635  | 0.0624  | 0.2804  | 0.1336  |
| 2008Q4 | -0.0817 | -0.0666 | -0.0899 | -0.0081 |
| 2009Q1 | -0.2228 | -0.1898 | -0.2620 | -0.1511 |

|        |         |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|---------|
| 2009Q2 | -0.2970 | -0.2788 | -0.3335 | -0.2644 |
| 2009Q3 | -0.3151 | -0.3167 | -0.2732 | -0.3274 |
| 2009Q4 | -0.2582 | -0.3048 | -0.2739 | -0.3367 |
| 2010Q1 | -0.2420 | -0.2596 | -0.2581 | -0.3016 |
| 2010Q2 | -0.1821 | -0.2015 | -0.2383 | -0.2398 |
| 2010Q3 | -0.1323 | -0.1491 | -0.2138 | -0.1702 |
| 2010Q4 | -0.0791 | -0.1124 | -0.1264 | -0.1073 |
| 2011Q1 | -0.1348 | -0.0927 | -0.0753 | -0.0600 |
| 2011Q2 | -0.0785 | -0.0798 | -0.0222 | -0.0283 |
| 2011Q3 | -0.0579 | -0.0639 | 0.0082  | -0.0064 |
| 2011Q4 | -0.0015 | -0.0357 | 0.0205  | 0.0138  |
| 2012Q1 | 0.0448  | 0.0025  | 0.0719  | 0.0371  |
| 2012Q2 | 0.0456  | 0.0400  | 0.0622  | 0.0605  |
| 2012Q3 | 0.0844  | 0.0657  | 0.0643  | 0.0787  |
| 2012Q4 | 0.0475  | 0.0715  | 0.0644  | 0.0835  |
| 2013Q1 | 0.0398  | 0.0657  | 0.0661  | 0.0729  |
| 2013Q2 | 0.0398  | 0.0607  | 0.0230  | 0.0512  |
| 2013Q3 | 0.1054  | 0.0701  | 0.0409  | 0.0321  |
| 2013Q4 | 0.1149  | 0.0847  | 0.0513  | 0.0215  |

## ANNEXE 13: Exposants de Lyapunov en figures 3.8

| Ratio des phases | Ratio des tendances |
|------------------|---------------------|
| -1.165338181     | -5.939039396        |
| -2.948045294     | -5.993517212        |
| -1.278470003     | -6.056693383        |
| -3.715236825     | -6.134652624        |
| -2.700572887     | -6.230097676        |
| -1.361301065     | -6.343801743        |
| -1.28213777      | -6.477536378        |
| -2.449425242     | -6.633484494        |
| -2.748200146     | -6.806759778        |
| 0.051078862      | -7.001139926        |
| 1.625075958      | -7.220603352        |
| 1.183518486      | -7.471402381        |
| 3.687801265      | -7.738517344        |
| 3.723926698      | -8.00733924         |
| -0.875867903     | -8.271624331        |
| 0.063758154      | -8.506215421        |
| 2.485612458      | -8.670452346        |
| 2.114292577      | -8.779309747        |
| 1.171864247      | -8.931251728        |
| -0.255946609     | -9.22537272         |
| -0.228947542     | -10.23791457        |
| -0.026900961     | -9.703114258        |
| 0.259910851      | -8.550086293        |
| 2.119655475      | -7.950639601        |
| 2.371411646      | -7.525628284        |
| 0.26498331       | -7.210867338        |
| 4.15173175       | -6.978011328        |
| 4.129015146      | -6.806154179        |
| 1.052611497      | -6.68103867         |
| -0.646977612     | -6.591644927        |
| -0.378403638     | -6.531761774        |
| 2.534050406      | -6.501852024        |
| 2.376307259      | -6.505644357        |
| 0.473415629      | -6.549093321        |
| -1.41612819      | -6.635447477        |
| -2.103483481     | -6.770700384        |
| -1.542795865     | -6.97856027         |
| -1.079309048     | -7.318365281        |
| -0.841761219     | -7.945023216        |
| 0.428263514      | -10.85641352        |
| 2.791605899      | -8.038226796        |
| 2.85986482       | -7.326704964        |
| 0.145021246      | -6.93723083         |
| -1.038232221     | -6.68204671         |
| -0.5925873       | -6.501696935        |
| -0.47451431      | -6.368984929        |
| 2.603817412      | -6.267323521        |
| 2.601653441      | -6.182341793        |
| -1.576180876     | -6.108890723        |
| -0.177474005     | -6.051017707        |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -0.918423652 | -6.009692194 |
| -1.381213112 | -5.989902306 |
| -1.044482683 | -5.994688373 |
| 0.941440851  | -6.019950228 |
| 1.096988855  | -6.064921372 |
| 0.322461828  | -6.12532162  |
| 0.167769673  | -6.190462574 |
| -1.292724402 | -6.250138305 |
| -1.633089865 | -6.294964241 |
| -4.05191223  | -6.317029809 |
| -2.068780369 | -6.31364158  |
| -1.041835285 | -6.289953247 |
| -0.07872658  | -6.254052601 |
| 4.766628963  | -6.214091005 |
| 4.737934299  | -6.174977497 |
| 1.369075472  | -6.139034174 |
| -0.648698281 | -6.107787494 |
| -2.106657912 | -6.081376767 |
| -3.767932527 | -6.061137138 |
| -3.193882566 | -6.048126142 |
| -2.577232641 | -6.042727522 |
| -0.941922177 | -6.042959984 |
| -0.23434958  | -6.046484166 |
| 0.043530277  | -6.052418395 |
| -2.234887368 | -6.058891886 |
| -3.172135485 | -6.062930745 |
| -3.221965599 | -6.066144538 |
| -4.721787011 | -6.066531577 |
| -3.736580399 | -6.064397043 |
| -3.455519383 | -6.05958916  |
| -2.208173506 | -6.052441705 |
| -0.978350511 | -6.045667312 |
| -0.326846784 | -6.042471333 |
| -0.57682697  | -6.045845365 |
| -1.123919526 | -6.05758537  |
| -2.302244393 | -6.080094439 |
| -2.859809974 | -6.116868122 |
| -5.189409107 | -6.169211667 |
| -3.048193522 | -6.235990925 |
| -2.75589735  | -6.31675251  |
| -2.472216017 | -6.412735236 |
| -2.098095959 | -6.526887723 |
| -0.710910404 | -6.66513334  |
| 0.925284447  | -6.832034072 |
| 1.943862464  | -7.038838616 |
| 1.293532072  | -7.304979779 |
| 1.184053615  | -7.67218043  |
| 2.293981217  | -8.247408834 |
| 1.016069584  | -9.606070207 |
| 2.733223974  | -9.120956774 |
| 2.789463745  | -8.237442505 |
| 0.48296539   | -7.837231529 |
| 1.300220107  | -7.597726535 |
| -1.491577643 | -7.446051253 |
| -1.03036384  | -7.350960326 |
| 0.717184493  | -7.298501293 |
| 3.141752769  | -7.290044539 |

|              |              |
|--------------|--------------|
| 3.19589174   | -7.330346884 |
| 0.248405124  | -7.430779747 |
| -0.850215173 | -7.622049557 |
| -0.098694162 | -7.968064281 |
| -0.494742425 | -8.706962488 |
| 0.278124406  | -9.919592419 |
| 1.966422519  | -8.130946018 |
| 1.06102772   | -7.491833122 |
| 1.553398019  | -7.095433456 |
| 0.203094019  | -6.811520492 |
| -0.249478285 | -6.595749045 |
| -0.54312182  | -6.424009434 |
| -1.6857007   | -6.284370652 |
| -0.633853048 | -6.171368747 |
| -1.882697555 | -6.081803029 |
| -0.892547189 | -6.011099107 |
| 0.872295794  | -5.956903712 |
| 1.057966781  | -5.919194133 |
| 1.625867164  | -5.894887352 |
| 1.590578698  | -5.885950284 |
| -0.748875334 | -5.892717272 |
| -1.787881931 | -5.91566908  |
| -1.555309909 | -5.954026633 |
| -2.091458134 | -6.009430461 |
| -6.819375877 | -6.08260573  |
| -4.560071646 | -6.171798338 |
| -2.889038353 | -6.277962176 |
| -1.257050508 | -6.401428851 |
| -0.391780196 | -6.541806426 |
| -2.645381756 | -6.696069391 |
| -0.603332609 | -6.856904152 |
| -1.551891442 | -7.012610671 |
| -2.258169817 | -7.149988754 |
| -2.433580623 | -7.256551511 |
| -2.872925776 | -7.316488334 |
| -3.158924844 | -7.321417568 |
| -3.485444734 | -7.271603926 |
| -6.815390075 | -7.175172844 |
| -4.655005789 | -7.051095804 |
| -3.306267682 | -6.912433398 |
| -2.553635595 | -6.769755159 |
| -2.081863158 | -6.63138402  |
| -2.04103946  | -6.504569277 |
| -2.018855737 | -6.392458941 |
| -0.974171288 | -6.294558573 |
| 1.517831872  | -6.212017487 |
| 0.73413453   | -6.144787678 |
| 1.933130408  | -6.094838859 |
| -1.023147438 | -6.064942234 |
| -2.20411414  | -6.057394775 |
| -2.768571373 | -6.072103701 |
| -3.968382653 | -6.110141254 |
| -3.474421687 | -6.173759909 |
| -2.745434631 | -6.26637017  |
| -1.790762983 | -6.392151364 |
| 1.608049576  | -6.556753438 |
| 1.592503743  | -6.76574802  |

|              |              |
|--------------|--------------|
| -0.90234028  | -7.034601789 |
| -3.561244095 | -7.394785239 |
| -2.195996778 | -7.93663955  |
| -2.12062806  | -9.113394606 |
| -3.762705167 | -8.972131347 |
| -4.27237532  | -7.972241891 |
| -1.453767507 | -7.528161616 |
| -2.105575605 | -7.264768882 |
| -3.354012242 | -7.09338745  |
| -2.420289598 | -6.978887078 |
| -4.573826076 | -6.903905358 |
| -0.87546175  | -6.855469903 |
| -0.552582186 | -6.828538208 |
| -3.711901555 | -6.82079921  |
| -2.155764986 | -6.828767027 |