

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés

Cédric Huchette

► To cite this version:

Cédric Huchette. Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Paris 6, 2005. Français. NNT: . tel-03654599

HAL Id: tel-03654599 https://theses.hal.science/tel-03654599

Submitted on 28 Apr 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité Mécanique

présentée par

Cédric HUCHETTE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Sujet de la thèse :

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés

soutenue le 9 Décembre 2005 devant le jury composé de :

M. BENZEGGAGH M-C. LAFARIE-FRÉNOT O. ALLIX D. LEGUILLON J-J. MARIGO S. GUINARD N. CARRÈRE D. LÉVÊQUE Université de Technologie de Compiègne Université de Poitier Ecole Normale Supérieure de Cachan Université de Paris VI Université de Paris VI EADS ONERA ONERA Président Rapporteur Rapporteur Directeur de Thèse Examinateur Examinateur Examinateur Invité

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé à l'ONERA Châtillon au sein du département Matériaux et Systèmes Composites. A cet égard, je tiens à remercier son directeur, M. Abbe, non seulement pour m'avoir accueilli, mais aussi pour avoir pris le temps de relire ce manuscrit.

Je tiens à remercier Mme Lafarie-Frénot et M. Allix pour m'avoir fait l'honneur d'accepter d'être rapporteur de ce travail et par l'intérêt qu'ils y ont porté. Je tiens également à remercier M. Benzeggagh, M. Marigo, M. Guinard et mon directeur de thèse M. Leguillon pour avoir accepté de juger mon travail. Par leurs qualités scientifiques, tous les membres de ce jury ont su apporter une critique objective et constructive qui a rendu la soutenance de cette thèse particulièrement vivante.

Les mots ne sont pas assez forts pour remercier David Lévêque et Nicolas Carrère mes deux encadrants à l'ONERA. Par leurs avis scientifiques éclairés, leurs soutiens infaillibles et l'amitié qu'ils portent à mon égard, ces remerciements sont amplement mérités. La qualité de ce travail tient énormément à leur contribution.

Les mots ne sont toujours pas assez forts pour remercier Jean-François Maire, chef du projet AMERICO dans lequel s'inscrit ce travail, pour m'avoir proposé ce sujet, pour toutes les discussions scientifiques que nous avons pu avoir ensemble, pour tous les conseils éclairés prodigués et enfin pour ses qualités humaines. Je tiens à lui témoigner ici mon amitié et ma confiance.

Sans la contribution essentielle d'Anne Mavel, la partie expérimentale de ce travail ne serait pas. Je lui en suis aussi d'autant plus redevable, qu'elle a su prendre tout le temps nécessaire et extraprofessionnel pour réaliser avec qualité et précision tous les essais et clichés de ce travail. Qu'elle trouve dans ces quelques lignes ma profonde reconnaissance.

Je n'oublie pas tous les autres membres du projet AMERICO pour les qualités scientifiques et humaines qu'ils ont apportées à ce projet. Je pense notamment à François-Henri Leroy pour sa contribution pour la partie réseau de neurones et pour les discussions (parfois surréalistes) qu'on a pu avoir ensemble. Je les espère encore nombreuses. Je remercie également Frédéric Laurin qui a réalisé sa thèse parallèlement à la mienne et avec qui on a passé d'excellents moments et eu de nombreuses interactions. Je tiens également à remercier Yannis Rollet, Norbert Germain et François-Xavier Irisarri pour l'ambiance qu'ils ont apportés, chacun à leur manière, au sein de la salle AMERICO.

Je remercie toutes les personnes ayant contribuées à rendre ces trois années un réel plaisir au quotidien. Je pense aux repas et cafés pris avec Anne, Christian, David, Isabelle, François-Henri et Philippe d'une part au DMSC et d'autre part au DMSE avec Fred(s), Serge, Pascal(e), Daniel, Gilles, Franck, Myriam, Eva, Didier, Jean-Louis, Nico, Jean-François, Arjen (pour lequel je peux ajouter les parties de tennis).

Je voudrais également remercier Céline Barret qui a su me donner l'envie de faire de la mécanique. Trop peu nombreux sont les enseignants qui apportent à leurs étudiants autant que j'en ai reçu de sa part.

Merci à mes parents de m'avoir laissé une liberté totale sur mes études et d'être toujours présents pour m'épauler. Enfin, je tiens à m'excuser auprès d'Annabelle pour ces moments parfois difficiles que je

lui ai imposés durant ces trois années et à la remercier pour sa patience, pour son soutien et ses encouragements journaliers durant toute cette aventure.

Table des matières

Nomenclature		
Introduction	7	
hapitre 1 : Identification des mécanismes et des scénarios de dégradation 13		
1 Les différents endommagements présents dans les composites stratifiés et leur influence comportement	sur le 15	
1.1 Microdommages de type décohésion fibre/matrice 1.2 Fissuration transverse mesoscopique	15	
1.3 Influence de la fissuration interlaminaire.	21	
1.4 Influence des ruptures de fibres	22	
1.5 Différence entre phénomènes observés en zone courante et zone singulière	22	
2 Matériau et méthodes d'observation	24	
2.1 Matériau étudié	24	
2.2 Moyens mis en oeuvre et techniques d'analyse développées pour l'observation	n des	
2 Conclusion	23	
	32	
Chapitre 2 : Identification du comportement du T700/M21	35	

Chapitre 2 : Identification du comportement du T700/M21

1 Essai d'identification du comportement élastique du T700/M21	37
2 Estimation du comportement visqueux du T700/M21	40
3 Observations et informations quantifiables de l'endommagement présent dans le matériau	44

3.1 Microfissuration	45
3.2 Fissuration transverse.	
3.3 Microdélaminage	
3.4 Splitting	
3.5 Délaminage de bord	
3.6 Rupture de fibres	
4 Conclusion	

Chapitre 3 : Analyse des effets de la fissuration mésoscopique 59

1 Définition des effets de l'endommagement par campagne d'essais numériques	61
2 Description de la démarche envisagée.	65
2.1 Méthodologie	65
2.2 Essais numériques	67
3 Définition du matériau équivalent et méthode d'identification	69
3.1 Influence de l'épaisseur	69
3.2 Influence du microdélaminage	74
3.3 Influence de l'orientation des plis adjacents	78
4 Conclusion	

81

103

Chapitre 4 : Analyse des cinétiques d'évolution

1 État de l'art	
2 Définition d'un critère d'amorçage de la fissuration transverse	84
2.1 Critère de rupture de l'interface.	84
2.2 Critère de microfissuration.	
2.3 Définition du critère d'amorçage de la fissuration transverse	
3 Définition d'un critère de propagation de la fissuration transverse	
4 Conclusion	101

Chapitre 5 : Proposition d'une loi de comportement du pli unidirectionnel

1 Généralités	
1.1 Formulation thermodynamique	105
1.2 Approche phénoménologique	
2 Comportement élastique.	107
3 Nouvelle formulation viscoélastique spectrale	109
3.1 Formulation du modèle viscoélastique	
3.2 Cohérence thermodynamique.	110
4 Construction du modèle d'endommagement	111
4.1 Potentiel thermodynamique et lois d'état	111
4.2 Loi d'évolution	112
4.3 Seuil d'endommagement	114
5 Prise en compte du caractère unilatéral du dommage	115
5.1 Principe du contact unilatéral du dommage	116
5.2 Introduction du caractère unilatéral dans un modèle élastique endommageable	117
6 Présentation et identification du modèle complet.	120
6.1 Présentation du modèle complet	121
-	

6.2 Identification du modèle complet pour le T700/M21	
6.3 Applications à d'autres matériaux	
7 Conclusion	

Chapitre 6 : Mise en œuvre dans le cadre du calcul de structure et validation 135

1 Implémentation du modèle	
1.1 Stratégie de résolution	
1.2 Vérification de l'implémentation et essais élémentaires sur le pli	
2 Application de la loi de comportement au calcul de structure	140
2.1 Éprouvette technologique du LGMT	140
2.2 Éprouvette en flambement	144
2.3 Conclusion	148

Chapitre 7 : Limites de l'approche et réflexions sur les développements futurs

1	- 1	
	~ •	
┛	JI	

1 Mise en évidence expérimentale de l'influence de la séquence d'empilement	153
2 Influence de la prise en compte de l'orientation des plis adjacents sur la cinétique d	le fissuration
du modèle	158
2.1 Influence de l'orientation des plis adjacents sur la cinétique du pli endommagé	158
2.2 Influence de la séquence d'empilement sur le seuil d'endommagement des plis	adjacents au
pli endommagé	
3 Conclusion	
Conclusion	165

ANNEXE A	
Estimation des contraintes résiduelles	177
ANNEXE B	
Calcul de la jacobienne	181

Nomenclature

Définition des axes :

Comme il est mentionné sur la Figure 1, l'axe *1* correspond à l'axe des fibres, l'axe *2* correspond à l'axe transverse et *3* à la direction hors-plane.



Figure 1: Définition des axes du pli Nous utiliserons les notations de Voigt pour les termes de cisaillement.

Scalaire, vecteurs et tenseurs :

- *a* : scalaire a
- \vec{v} : vecteur v

:

- \underline{X} : tenseur X d'ordre 2
- X_{11} : composante (1,1) du tenseur X
- \underline{X} : tenseur X d'ordre 4

Définition des opérations :

- : produit tensoriel simplement contracté ($a = A_i \cdot B_i$)
 - : produit tensoriel doublement contracté ($b = A_{ij}: B_{ij}$)

Définitions des variables

Contraintes :

- : Contrainte locale σ
- Σ : Contrainte à l'échelle supérieure

Déformations :

- : Déformation totale ε
- : Déformation visqueuse E_{ve}
- : Déformation thermique \mathcal{E}_{th}
- : Déformation d'endommagement <u>ε</u>_D
- : Déformation de stockage <u>8</u>

Tenseurs d'élasticité :

- $\frac{\underline{C}^{0}}{\underline{S}^{0}}$: Tenseur des rigidités initiales
 - : Tenseur des souplesses initiales
 - : Tenseur des rigidités endommagées
- $\frac{\overline{\underline{C}}^{eff}}{\underline{S}^{eff}}$: Tenseur des souplesses endommagées

Endommagement :

: Nombre de fissure pour une longueur L dans le pli d'épaisseur h. п

 $\rho = \frac{n}{I}$: Taux de fissuration

 $\overline{\rho} = \rho h$: Taux de fissuration réduit

- $\overline{\mu} = \frac{\mu}{L}$: Taux de microdélaminage
- \underline{H} : Tenseur d'effet du dommage
- : Force d'endommagement de la variable interne x y_x
- : Variable d'activation du dommage n

Thermo-élasticité

- : Tenseur des dilatations thermiques α
- Т : Température

Visco-élasticité

- $\underline{\underline{C}}_{R}$: Tenseur des rigidités relaxées
- : Fonction non-linéarisante g

Introduction

Les structures conçues en composites stratifiés sont des solutions technologiques de plus en plus retenues par les industriels et plus particulièrement par l'industrie aéronautique. En effet, leurs propriétés mécaniques spécifiques font des composites à matrice organique une alternative intéressante aux matériaux métalliques. De plus, ces matériaux sont considérés comme peu sensibles à la fatigue et il est envisageable, en fonction du choix de la stratification, d'obtenir les propriétés mécaniques adaptées à la sollicitation de la pièce.

Après une phase d'introduction de ces matériaux sur des pièces de structure faiblement chargées, l'évolution de leur utilisation s'est rapidement accélérée du fait d'un développement croissant des structures primaires en composite, comme la poutre ventrale de l'A340-500/600 et le caisson central de l'A380. On est ainsi passé de 10 % en masse en matériaux composite sur A340-600 (année 2000) à 25% pour l'A380 avec la volonté d'atteindre 40% sur le futur A350 (2010) (Figure 1).



Figure 1 : Évolution de la part des composites dans la gamme AIRBUS [1]

Néanmoins, les propriétés mécaniques des composites stratifiés se dégradent pour des niveaux de chargement faibles voire même durant le cycle d'élaboration du matériau. Cette dégradation est la conséquence de la présence d'endommagement au sein des plis du stratifié. Cet endommagement se manifeste par divers mécanismes ayant lieu à des échelles différentes et pouvant interagir entre eux. Dans le cas d'une éprouvette lisse sollicitée en membrane, il est admis que le scénario de dégradation des composites stratifiés à base de plis unidirectionnels est le suivant (Figure 2) :

1. Apparition d'endommagement à l'échelle de la fibre et de la matrice sous forme de microfissuration matricielle et de décohésion fibre/matrice (indiquée en jaune sur la figure).

2. Coalescence de ces microdommages conduisant à l'apparition d'endommagement à l'échelle du pli sous forme de fissures parallèles aux fibres. Ces dernières traversent alors tant l'épaisseur que la largeur de l'éprouvette dans les plis désorientés par rapport à l'axe de chargement. Cet endommagement intralaminaire peut conduire à des microdélaminages entre plis (endommagement interlaminaire) du fait de la concentration de contraintes en pointe de fissure transverse.

- 3. Apparition de délaminage sur le bord libre et/ou développement des microdélaminages.
- 4. Rupture de fibres conduisant à la rupture du composite.



Figure 2 : Scénario d'endommagement au cours du chargement d'un composite stratifié

La dégradation du comportement des plis endommagés est très souvent masquée par la reprise de charge des plis vierges d'endommagement. Ainsi, le comportement apparent de la structure est bien souvent linéaire élastique fragile jusqu'à la rupture malgré la présence de nombreuses fissures transverses au sein des plis désorientés à l'axe de chargement.

Cependant la présence d'endommagement dans des zones critiques peut conduire très rapidement à la ruine de la structure. Du fait de l'interaction des différents types d'endommagement entre eux, il est important de modéliser toutes les cinétiques d'endommagement afin de pouvoir prévoir le mécanisme conduisant à la rupture du composite.

C'est pour cela que la présence d'endommagement n'est pas actuellement tolérée par les organismes de certification car il n'est pas encore parfaitement « établi l'influence des micro fissures [fissuration transverse] sur les propriétés finales des structures composites » [2]. De plus, comme les formes géométriques des pièces en matériaux composites deviennent de plus en plus complexes, que l'on a de plus en plus recours à des plis de forte épaisseur et que les conditions de chargements thermomécaniques sont de plus en plus sévères, il est essentiel de développer des outils permettant de prévoir les effets de ces différents endommagements sur le comportement du pli. Il est surtout critique de prévoir les cinétiques d'évolution de ces endommagements durant le cycle de chargement avec dans l'optique de pouvoir faire évoluer les normes de certification et ainsi tolérer la présence d'endommagement.

C'est dans ce contexte que le projet d'étude amont «AMERICO» (Analyses Multi-Echelles : Recherches Innovantes pour les Composites à matrice Organique) a été financé par la DGA. Le but de ce projet est de permettre l'amélioration significative des méthodes actuelles, tant sur le plan des performances (« dimensionner au plus juste » : réduction des marges de sécurité) que sur le coût (« dimensionner » au moindre coût avec des effets bénéfiques sur les phases de qualification/requalification ou de validation) ou sur la confiance accordée aux calculs.

S'inscrivant dans le cadre de ce projet, les enjeux de cette thèse sont de proposer un modèle d'endommagement à variables d'endommagement plus physiques permettant l'analyse et la prévision des dégradations des structures composites afin, à terme, de permettre leur intégration dans les phases de dimensionnement. Ce modèle devra également intégrer l'influence des particularités des matériaux de nouvelle génération à fort grammage (épaisseurs de plis plus importantes, présence de nodules plastiques, fort désordre et taux de fibres locaux très variables) sur leurs cinétiques d'endommagement.

L'étude des mécanismes d'endommagement dans les composites stratifiés a débuté dans les années 70 par l'étude de stratifications croisés avec notamment les essais de Parvizi *et al.* [3]. Ces essais ont souligné l'influence de l'épaisseur du pli sur sa cinétique de fissuration transverse. De nombreux auteurs ont ainsi essayé de modéliser très finement l'évolution de ce mécanisme en fonction de la charge appliquée au matériau. Les modèles développés permettent de définir les champs de contraintes ou de déplacements au sein des plis en fonction du taux de fissuration du pli endommagé pour ensuite prévoir la cinétique de fissuration. Les cinétiques d'évolution sont estimées soit en utilisant la mécanique de la rupture [4-9], soit en considérant une distribution statistique de contrainte à rupture au sein du pli [10-11]. Ces études analytiques permettent d'avoir une très bonne description de l'influence de la fissuration des plis sur le comportement du matériau et d'expliquer les effets d'épaisseurs. Nairn [4] a ainsi obtenu une bonne corrélation entre les essais et ses modélisations.

Les travaux micromécaniques permettent d'obtenir une description très fine des effets de la fissuration transverse voire du microdélaminage sur les champs de contraintes dans le pli. Malheureusement ce type de modélisation n'est pas adapté au calcul de structure car il ne considère en général que des chargements de type traction. Or, les composants d'une structure sont soumis à des chargements beaucoup plus complexes. C'est pourquoi parallèlement aux développements de ces modèles, des approches plus phénoménologiques basées sur la mécanique de l'endommagement ont été développées pour modéliser les effets de ces endommagements sur le comportement du stratifié. Dans cette optique, Talreja [12] a développé un modèle d'endommagement en considérant autant de variables d'endommagement que de types de fissures transverses présentent au sein du stratifié; chaque variable représentant le taux de fissuration d'un type de fissure. L'avantage de ce modèle est de garder le lien entre la variable d'endommagement et les phénomènes physiques mais le principal inconvénient reste la formulation de ce modèle pour des stratifications complexes.

Ladevèze [13] est le premier a avoir proposé une modélisation complète de stratification endommagée en considérant tout stratifié comme un empilement de couches (correspondant au pli) et d'interfaces reliant les couches entre elles. Ce mésomodèle ne nécessite que l'identification du comportement endommageable de la couche pour les sollicitations planes [14] et celle du comportement de l'interface pour les sollicitations hors-planes [15-16]. Cette idée de mésomodèle a ensuite été reprise par différents auteurs pour modéliser le comportement endommageable mais également visqueux du composite [17-18]. Le principal avantage de ce type de modélisation est de pouvoir être facilement implémentable dans un code de calcul de structure. Néanmoins, les variables d'endommagement retenues ne sont pas directement reliées aux mécanismes d'endommagement

observé car elles correspondent aux pertes de rigidité du pli. Jeggy [19] et Thionnet [20] ont ainsi développé un modèle d'endommagement de type mésomodèle mais conservant une variable d'endommagement directement reliée aux mécanismes physiques. Plus récemment, Lubineau [21] a réalisé un pont entre les approches de la mécanique de l'endommagement et celles des modèles micromécaniques. Il a montré que le mésomodèle est compatible avec les approches micromécaniques à condition de modifier l'écriture des effets et de la cinétique d'endommagement afin de prendre notamment en compte les effets d'épaisseurs du pli.

La modélisation des effets et de la cinétique du microdélaminage n'a pour l'instant pas été réalisée par une approche type mécanique de l'endommagement. Pourtant par des approches micromécaniques, certains auteurs [22-26] arrivent à la conclusion que la prise en compte du microdélaminage permet d'expliquer la saturation de la fissuration transverse. Nairn et Hu [22] estiment qu'à partir d'un certain taux de fissuration transverse, il est plus facile (au sens de la mécanique de la rupture) de créer des microdélaminages que d'augmenter le nombre de fissures transverses tandis que Le Corre et Berthelot [10,27] ont estimé que l'évolution du microdélaminage implique une décharge plus importante du pli limitant ainsi la création de nouvelles fissures transverses.

Outre l'influence du microdélaminage sur le comportement du pli et sur les cinétiques d'endommagement, la modélisation de ce mécanisme d'endommagement paraît essentielle pour modéliser le comportement de structures soumises à des contraintes hors-planes (cas de zones de bord ou de singularité géométrique). En effet, la présence de microdélaminage peut être un lieu d'amorçage du délaminage dans ces zones. Il est donc essentiel d'avoir une idée précise sur la cinétique d'endommagement de ce mécanisme. Dans la suite de ces travaux nous nous intéresserons uniquement à l'influence du microdélaminage sur le comportement du pli mais la modélisation du microdélaminage sera une première étape dans la modélisation des couplages existant entre les endommagements intralaminaire et interlaminaire.

Afin de proposer une loi de comportement endommageable à variable physique prenant en compte le couplage entre le microdélaminage et la fissuration transverse, nous identifierons dans le Chapitre 1 à partir des essais disponible dans la littérature quels sont les endommagements présents dans les carbone/époxy classiques et quels sont les paramètres influençant leurs cinétiques. N'ayant aucune information expérimentale sur l'évolution du microdélaminage en pointe de fissure, un dispositif particulier, mis en place afin d'observer et de quantifier son évolution sous charge sera présenté dans ce chapitre. Ce dispositif permettra également de voir le lien entre les microdommages (microfissuration matricielle ou décohésion fibre/matrice) et l'amorçage de la fissuration transverse.

Dans le Chapitre 2, nous présenterons le comportement d'un carbone/epoxy de nouvelle génération retenu pour ce travail (T700/M21 d'Hexcel Composites) et nous le comparerons à ceux des carbone/epoxy classiques. Nous présenterons ses cinétiques de fissuration transverse et de microdélaminage obtenues par le dispositif expérimental développé.

A partir de ces résultats expérimentaux, nous définirons dans le Chapitre 3 une modélisation des effets des endommagements présents. Les données obtenues dans le chapitre précédent, nous permettrons de simuler et d'identifier, par modélisation fine des niveaux d'endommagements observés expérimentalement, les effets de l'endommagement sur le comportement du pli. Pour cela un nouvelle méthode sera présentée permettant, par identification inverse, de définir le comportement 3D équivalent du pli endommagé par de la fissuration transverse et du microdélaminage.

Dans le Chapitre 4, nous identifierons quels sont les éléments nécessaires à la définition d'un critère d'apparition de la fissuration transverse. Pour cela, nous proposerons un critère original d'amorçage et de propagation de la fissuration transverse dans toute l'épaisseur du pli.

A partir de ces résultats nous proposerons dans le Chapitre 5, une loi de comportement du pli rentrant dans le cadre de la mécanique des milieux continus prenant en compte les différents mécanismes nécessaires à la modélisation du comportement des composites à fibres longues, dont notamment l'interaction entre la fissuration transverse et le microdélaminage. Après avoir présenté une méthode d'identification, nous appliquerons cette méthode et validerons notre modèle en utilisant les résultats obtenus dans le Chapitre 3. Afin de vérifier que la loi développée n'est pas spécifique au matériau étudié, nous la confronterons également à des résultats de la littérature.

Afin de voir quelle est l'influence des différents éléments du modèle dans le cadre du calcul de structure, le Chapitre 6 présentera l'implémentation de la loi de comportement au sein du code de calcul ZeBuLoN et les résultats de simulations obtenues sur différentes structures tests.

Enfin nous discuterons dans le Chapitre 7, quelles sont les limites des hypothèses retenues dans ce modèle et nous proposerons les bases d'un modèle plus complet non local permettant de mieux décrire le comportement de structures composites.

Chapitre 1 : Identification des mécanismes et des scénarios de dégradation

L'objectif de cette thèse est de proposer un modèle décrivant les mécanismes d'endommagement des composites stratifiés à base de plis unidirectionnels à fibres de carbone et matrice polymère. Pour cela, nous nous baserons sur des observations expérimentales obtenues grâce à un dispositif mis en place dans ce travail, sur un matériau de nouvelle génération T700/M21 Toutefois, afin de ne pas restreindre la validation du modèle développé à ce matériau, une partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude des mécanismes d'endommagement observés sur des matériaux d'ancienne génération afin de pouvoir les comparer avec ceux du T700/M21.

Dans la première partie de ce chapitre, les effets et la cinétique des différents mécanismes d'endommagement seront présentés au regard d'essais réalisés sur différents matériaux (basés sur des résultats obtenus à l'ONERA ou trouvés dans la littérature). Des essais réalisés dans ce travail sur un composite T700/M21 seront présentés dans la seconde partie. Ce système composite a été retenu par EADS pour la réalisation du caisson central de l'A380 et a été proposé comme matériau modèle aux différents partenaires du projet AMERICO. Ce matériau est composé d'une matrice de troisième génération plus résistante aux impacts et dont les spécificités seront présentées dans la seconde partie de ce chapitre. Cette deuxième partie présentera également les méthodes et techniques d'observation et de suivi de l'endommagement utilisées et développées pour cette étude.

1 Les différents endommagements présents dans les composites stratifiés et leur influence sur le comportement

1.1 Microdommages de type décohésion fibre/matrice

Les décohésions fibre/matrice sont les premiers endommagements présents au sein du composite et sont des sites privilégiés pour l'amorçage de la fissuration transverse. Toutefois les effets sur le comportement restent très difficiles à établir.

Les stratifiés croisés (stratification de type $[0/90_n]_s$) présentent en effet des décohésions fibre/matrice dans les plis à 90° pour de faibles niveaux de charge (cf. Figure 1.1). Du fait de la présence des plis à 0°, l'influence de ce type d'endommagement sur le comportement du pli s'avère impossible à déterminer puisque le comportement de ce type de stratifié est quasi linéaire jusqu'à la rupture.



Figure 1.1: Décohésions fibre/matrice dans un stratifié croisé en T700/M21

A l'inverse, les stratifiés de type $[\pm \theta]_s$ ont des comportements fortement non linéaires dès la mise en charge. Varna et al. [28] ont montré (Figure 1.2) que pour un verre époxy, une perte de rigidité est observée pour ces stratifiés en l'absence de fissuration transverse et que cette perte de rigidité affecte le module de cisaillement du pli. Ces auteurs restent prudents quant aux raisons de cette dégradation mais n'ayant pas observé de fissuration transverse, ils en déduisent la présence d'endommagement à l'échelle microscopique. Il est toutefois possible de s'interroger sur cette conclusion puisqu'il est communément admis que la non linéarité des stratifiés $[\pm \theta]_s$ peut provenir du comportement non linéaire de la matrice. Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés



Figure 1.2: Perte de raideur en cisaillement de stratifiés en verre epoxy de type $[\pm \theta_4]_s$ [28]

Lagattu [29] a également observé une dégradation importante du module de cisaillement tant pour des carbone/thermodurcissable que pour des carbone/thermoplastique dans le cas de stratification de type $[\pm 45]_s$. Cette dégradation ne peut s'expliquer par la présence d'endommagement de type fissuration transverse puisque dès le début du chargement, le module de cisaillement sécant du pli est dégradé malgré l'absence de fissuration mésoscopique (Figure 1.3). L'une des hypothèses avancées concernait une relation entre l'évolution des propriétés physico-chimiques de la matrice et la dégradation du module de cisaillement. Toutefois des travaux plus récents [30] ont montré que les caractéristiques physico-chimiques de la matrice évoluent par le chargement mécanique. Cependant ces modifications ne permettent pas d'expliquer l'ampleur de la dégradation des propriétés élastiques du pli et implique donc la mise en jeu de mécanismes d'endommagement à l'échelle microscopique et/ou de comportement visqueux (viscoélasticité, viscoplasticité) de la matrice (cf Figure 1.4).



Figure 1.3: Évolution du module de cisaillement et de la cinétique de fissuration d'un $[\pm 45]_s$ en AS4/PEEK en fonction de la contrainte appliquée au stratifié ([29])



Figure 1.4: Comportement d'un $[\pm 45]_s$ en IM7/977-2 pour plusieurs vitesses de chargement à température ambiante (essais Mavel [31], modèle viscoélastique développé par Maire [17])

L'influence de la microfissuration (rupture d'interface fibre/matrice ou microfissuration matricielle) sur le comportement du pli semble donc encore mal connue. La difficulté réside essentiellement dans l'observation et le suivi de ce type d'endommagement lors du chargement. Indépendamment de son effet sur le comportement du matériau, les décohésions fibre/matrice sont toujours présentes avant l'apparition de fissuration transverse et peuvent en être le point d'amorçage. Elles semblent donc avoir un rôle important sur les cinétiques d'endommagement.

1.2 Fissuration transverse mesoscopique

1.2.1 Effets

La présence de fissuration transverse dans un pli implique une perte de rigidité de ce dernier. Toutefois, cette modification du comportement élastique du pli n'implique pas forcement une perte de raideur du stratifié du fait de la présence de plis d'orientations différentes qui vont masquer cette détérioration. Le comportement en traction d'un stratifié quasi-isotrope est ainsi macroscopiquement élastique linéaire fragile bien que de nombreuses fissures transverses se développent au sein des plis désorientés. Afin d'étudier les effets de la fissuration transverse sur le comportement des stratifiés, de nombreux auteurs se sont intéressés au comportement de stratifications académiques comme les stratifiés croisés (stratification de type $[0/90_n]_s$). Ce type de stratifié a la particularité de ne présenter que des fissures transverses dans les plis à 90° simplifiant ainsi grandement le suivi de l'endommagement (Figure 1.5).

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés



Figure 1.5: Cliché aux rayons X (RX) d'une éprouvette de T700/M21 de stratification $[0_2/90_3]_s$ après rupture.

Afin de tirer des informations quantitatives plus précises sur les effets de la fissuration des essais sur stratifications croisées, il est nécessaire de réduire le taux de confinement du pli à 90° (ratio de l'épaisseur des plis à 0° sur l'épaisseur des plis à 90°) pour percevoir un effet sur la rigidité axiale du stratifié. Cet effet est d'autant plus important que le rapport entre la rigidité axiale (E_1) et transverse (E_t) du pli est faible. Ainsi, les effets de l'endommagement sur le comportement élastique du stratifié sont beaucoup plus marqués dans le cas des verre/époxy ($E_l/E_t \approx 4$) que dans les carbone/époxy ($E_l/E_t \approx 15$). La Figure 1.6 montre la perte de rigidité de deux verre/époxy (a/) et deux carbones/epoxy (b/) en fonction de la densité de fissuration des plis à 90°. On remarque bien que la perte de raideur est plus importante pour un verre/époxy que pour un carbone/époxy et que plus le taux de confinement est faible plus les effets de la présence de fissuration transverse est observable sur le comportement du stratifié.



Figure 1.6: Perte de rigidité axiale de stratifiés croisés en verre/époxy et carbone/époxy en fonction de l'endommagement présent dans les plis à 90°

Outre les modifications du comportement élastique du pli, Schieffer [34] et Maire [17] ont montré que la présence d'endommagement peut également avoir une influence sur le comportement visqueux du matériau (la présence d'endommagement induit un comportement visqueux apparent plus prononcé).

1.2.2 Cinétiques

L'étude de la cinétique d'endommagement des composites à matrice organique a été largement traitée dans la littérature. Deux points semblent ressortir des résultats à savoir *(i)* l'effet de l'épaisseur des plis et *(ii)* l'effet de la séquence d'empilement sur la cinétique de fissuration. Les travaux expérimentaux menés sur des stratifiés croisés montrent une forte importance de l'effet de l'épaisseur du pli sur la cinétique de fissuration des plis à 90°. Les travaux sur ces stratifications montrent tout d'abord que plus le pli est épais, plus le seuil d'endommagement du stratifié est faible (cf. Figure 1.7). Ils soulignent également que le taux de fissuration à rupture des pli à 90° est plus faible pour un pli épais que pour un pli de faible épaisseur. Dans le cas des composites en verre/époxy, la cinétique de fissuration présente un effet de saturation(cf. Figure 1.7.b).



a/ Cinétique de fissuration d'un carbone époxy (AS4/3501-6)[35]

b/ Cinétique de fissuration d'un verre époxy [36]

Figure 1.7: Cinétique de fissuration de stratifiés croisés

Les figures précédentes sont tracées en fonction de la contrainte appliquée au stratifié. Afin de remonter à des grandeurs intrinsèques au pli, ces résultats ont été retracés en fonction de la contrainte dans les plis (à l'aide de la théorie classique des stratifiés [37]). La Figure 1.8.a montre que, plus le pli à 90° est épais, plus la contrainte/déformation d'amorçage de la fissuration transverse est faible dans ce dernier. Les travaux expérimentaux de Parvizi *et al.* [3] sur des verre/époxy, semblent montrer que la contrainte/déformation d'amorçage de la fissuration transverse converge vers une valeur seuil lorsque l'épaisseur du pli augmente (cf. Figure 1.8.b).

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés



Figure 1.8: Apparition de l'endommagement dans des stratifiés croisés

L'importance de l'épaisseur du pli sur l'apparition de la fissuration transverse est bien connue par contre l'importance de la séquence d'empilement est très peu mentionnée et reste un point encore discuté. Des travaux expérimentaux de Yokozeki [39] et Kobavashi [40] ont montré que, pour des stratifiés symétriques comportant le même nombre et les mêmes orientations de plis, la cinétique de fissuration est dépendante de la séquence d'empilement. Yokozeki et al. [39] ont démontré au travers d'essais sur deux quasi-isotropes composés de plis à 0°, 60° et -60° que les cinétiques d'endommagement des plis désorientés sont couplées entre elles. Du fait de la symétrie de la stratification, l'épaisseur des plis à 60° des stratifiés $[0_2/-60_2/60_2]$ et $[0/-60_2/0/60_2]$ est deux fois plus importante que celle des plis à -60°. L'importance de l'épaisseur du pli sur sa cinétique d'endommagement a été signalée précédemment et il est donc normal d'observer une apparition plus précoce de l'endommagement dans les plis à 60° que dans les pli à -60° (Figure 1.9). Néanmoins, il est surprenant de constater une cinétique de fissuration des plis à -60° différente dans les deux stratifiés. Les auteurs expliquent cette différence par la présence ou non d'un pli à 0° entre les deux plis désorientés. Dans le $[0/-60_2/0/60_2]_{0.2}$, la présence du pli à 0° entre les deux plis orientés à 60° semble retarder l'amorçage de la fissuration transverse dans le pli à -60°. En effet, les auteurs remarquent qu'à l'apparition de splitting (fissure longitudinale aux fibres alignées avec le chargement) dans les plis à 0° du $[0/-60_2/0/60_2]_s$, les plis à -60° s'endommagent directement. L'apparition de l'endommagement dans les plis à -60° semble donc conditionnée par la présence d'endommagement dans le pli directement adjacent.

Kobayashi *et al.* [40] ont également travaillé sur des quasi-isotropes mais comportant des plis à 0°, à ±45° et à 90°. Ces travaux prouvent également que l'endommagement des plis désorientés dépend de leur environnement. L'analyse de la cinétique de fissuration des plis à -45° est différente à proximité du pli à 90° ou séparés du pli endommagé par un pli à 0°. La Figure 1.10 indique la cinétique de fissuration dans chaque pli pour trois stratifiés différents ($[0/45/-45/90]_s$, $[45/0/-45/90]_s$ et $[45/-45/0/90]_s$) en fonction de la déformation appliquée. L'absence d'endommagement dans le pli -45° est remarquable pour le cas (c), tandis que dans les cas (a) et (b) le pli -45° est fortement endommagé. Ceci est en accord avec les résultat de Yokozeki *et al.* [39]. A proximité du pli à 90° fissuré, le pli à -45° est endommagé et non lorsqu'il est entouré de plis vierge de fissure et ceci pour le même chargement.



Figure 1.10: Influence de la séquence d'empilement sur le taux de fissuration des plis dans un quasi-isotrope [40]

1.3 Influence de la fissuration interlaminaire

La fissuration interlaminaire peut se décomposer en mécanismes d'ampleurs différentes que sont le microdélaminage et le délaminage. Le premier est dû à la surcontrainte locale en pointe de fissure transverse et correspond à la présence à l'interface entre les plis d'un délaminage de dimension réduite (quelques dizaine de microns). Le délaminage est de dimension beaucoup plus importante que le microdélaminage. Il est la conséquence de sollicitation directe hors plane du composite (flexion,

impacts,...) ou de la triaxialité du champ de contraintes à l'interpli s'expliquant par effet de bord libre et par la contrariété des coefficients de Poisson des plis.

Le délaminage de bord a moins d'influence sur le comportement en membrane du matériau que sur le comportement en flexion du fait de l'absence du report de charge par cisaillement entre pli. Néanmoins des pertes conséquentes de raideur du composite sont observées lors de sollicitation de traction pour des carbone/époxy [41] après création de délaminage de bord. Ce type d'endommagement est considéré comme un mécanisme de rupture stable lors de sollicitation en traction mais très instable lors de sollicitation en flexion [42].

L'influence du microdélaminage sur le comportement du pli est quant à lui difficile à déterminer. Plusieurs auteurs [10-11,24] ont développé des modèles de type shear-lag pour définir l'influence de ce mécanisme sur la cinétique de la fissuration transverse. Ces auteurs montrent que la saturation de la cinétique de fissuration transverse peut s'expliquer par la prise en compte de ce phénomène dans leur modélisation. Notons enfin que Kasthalyan *et al.* [26] ont montré que le microdélaminage peut également avoir une grande influence sur le comportement plan du composite. Tous ces travaux se basent sur des approches théoriques et analytiques du comportement du stratifié. La confrontation avec des données expérimentales est rendue impossible par l'absence de mesure de longueur de microdélaminage dans la littérature.

1.4 Influence des ruptures de fibres

Lors de sollicitations de traction d'éprouvettes composites lisses, les ruptures de fibres induisent souvent la rupture du composite. Ce mécanisme peut se développer pour de faibles charges, les premières ruptures de fibre pouvant apparaître à 50% de la charge à rupture [43]. Dans le cas des stratifiés croisés, la déformation à rupture du composite lors d'un essai de traction est proche de celle en traction de l'unidirectionnel à 0° malgré la présence de nombreux autres endommagements [3,32]. Notons toutefois que les ruptures de fibres peuvent être très sensibles aux effets d'échelles [44-45] (augmentation de plus de 7% de la valeur à rupture d'un $[90_n/0_n/90_n/0_n]_s$ en carbone/époxy en passant de n=4 à n=1).

1.5 Différence entre phénomènes observés en zone courante et zone singulière

Les endommagement présentés précédemment sont ceux observés sur des éprouvettes lisses. Les endommagements observés dans des zones à gradient de contrainte pour des éprouvettes ou des structures présentant des singularités géométriques (trou, angles, bord) diffèrent et sont plus complexes que ceux observés dans des zones de sollicitation homogènes. Les fissures transverses peuvent apparaître dans tous les plis y compris dans les plis d'orientation identique à la direction de chargement (fissure de splitting) et ne sont plus nécessairement traversantes. Dans le cas particulier des plaques trouées sollicitées en traction, une zone délaminée se développe autour du trou. La Figure 1.11 illustre ces observations dans le cas d'une plaque 3 trous en carbone/époxy (T300/914) de stratification [45₂/0₂/-45₂/90₂]_s. On peut notamment remarquer la localisation et la complexité de l'endommagement en bord de trou avec la présence à la fois de délaminage et de fissures transverses dans tous les plis. Dans les zones de sollicitation plus homogènes, c'est à dire éloignées des trous, la nature de l'endommagement est la même que celle observée sur des éprouvettes lisses.



Figure 1.11: Cliché aux rayons X (après rupture) de la zone utile d'une plaque quasiisotrope (en T300/914) soumise à une traction uniaxiale

L'exemple de la plaque trouée souligne les précautions à prendre lors du dénombrement des fissures ou de la longueur des microdélaminages dans le cas des plaques lisses à partir d'observations de chants polis d'éprouvette. Ces observations ne sont pas toujours représentatives du niveau d'endommagement au coeur du matériau puisque les fissures transverses ne sont pas toujours traversantes (surtout pour les plis peu désorientés) et les longueurs de microdélaminage au coeur du matériau ne sont pas forcément identiques à celles mesurées au bord. Des observations complémentaires comme des coupes micrographiques successives et/ou des clichés aux RX doivent être réalisées afin de confirmer l'analyse des chants. Néanmoins, il est à noter que les observations sur les chants d'éprouvettes lisses ne peuvent que surestimer le niveau d'endommagement et non les sous-estimer, ce qui conduit à identifier un niveau d'endommagement conservatif.

Dans le but de définir une loi de comportement représentative du comportement à coeur du matériau, le polissage des chants des éprouvettes peut permettre de s'affranchir de certains effets de bord. En effet, Prosser *et al.* [46] ont déterminé que seulement 30 % des amorçages de fissures transverses ont lieu sur le bord poli. Les auteurs expliquent ce phénomène par la présence de nombreux défauts induits par la découpe des plaques et supprimés par le polissage de l'éprouvette. Après découpe à la scie diamantée (Figure 1.12 a) ou après rectification des bords droits (Figure 1.12 b) de l'éprouvette, une observation au microscope précédée d'un très léger polissage (0,25 µm) permet de mettre en évidence de nombreux dommages. On peut ainsi observer de nombreuses ruptures de fibres ou de décohésion fibre/matrice qui peuvent être le siège d'amorce de fissure. L'action du polissage peut donc retarder l'amorçage de l'endommagement sur les bords libres des éprouvettes et ainsi rendre l'observation des chants plus représentative des mécanismes d'endommagement à coeur.

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés



a/ Chant d'éprouvette brut de scie b/ Chant d'éprouvette rectifié Figure 1.12: Observation des défauts liés à la découpe ou à la rectification des éprouvettes

2 Matériau et méthodes d'observation

2.1 Matériau étudié

Le matériau étudié est un carbone/époxy distribué sous forme de pré-imprégné par Hexcel Composites constitué de la fibre TORAYCA® T700GC produite par Toray et de la matrice M21. La fibre T700GC est une fibre à module intermédiaire et de haute résistance. La matrice M21 est une matrice époxy dite de troisième génération. Selon Hexcel Composites [47], cette matrice bénéficie d'excellentes propriétés de tenue à l'impact et de résistance à la compression après impact, tout en exploitant au mieux les propriétés à rupture des fibres de carbone à module intermédiaire grâce à l'introduction de nodules thermoplastiques. Cependant, la présence de ces nodules à des effets sur l'arrangement des fibres au sein du système fibre/matrice. La Figure 1.13 montre un chant d'éprouvette de stratification $[0_2/90_2]_s$ du T700/M21 et souligne l'arrangement particulièrement irrégulier des fibres dû à la présence des nodules et de zones riches en matrice.



Figure 1.13: Chant poli d'un [0₂/90₂]_s en T700/M21

Afin de répondre à des attentes industrielles, des pré-imprégnés de grammage élevé (268 g/m²) sont obtenus par superposition de deux nappes de mèche de fibres. Cette superposition est une raison

supplémentaire (avec celle de la présence des nodules thermoplastiques) de l'existence de zones riches en matrice intrapli et interpli (épaisseur de plis polymérisés de 260 µm).

2.2 Moyens mis en oeuvre et techniques d'analyse développées pour l'observation des mécanismes d'endommagement

2.2.1 Choix des stratifications

La matrice d'essais retenue peut se séparer en deux parties. La première partie a pour but d'identifier les valeurs à rupture et le comportement élastique et visqueux du pli élémentaire. Ceci est réalisé grâce à des essais de traction monotone et de fluage sur des stratifiés unidirectionnels et à $[\pm 45^{\circ}]_{s}$.

La seconde partie a pour but d'isoler différents paramètres influençant la cinétique d'endommagement. Les essais sur des stratifiés croisés permettent d'isoler le développement de l'endommagement (*a priori* uniquement dans les plis à 90°). Ils permettent, de manière simple, l'étude de l'influence de l'épaisseur du pli sur la cinétique d'endommagement, du lieu d'apparition des fissures transverses et de l'interaction possible avec les micro-dommages. Une étape de validation de l'hypothèse du caractère intrinsèque du pli est ensuite entreprise par des essais sur des $[\pm 45/90_n]_s$ où on étudie la cinétique d'endommagement des plis à 90°. L'étude de l'influence de la séquence d'empilement est ensuite examinée grâce à des essais de traction sur différents quasi-isotropes. Le Tableau 1 récapitule la matrice d'essais et le but de chaque essai.

Type	Stratification	Objet de l'essais
QN	[0 ₈] [90 ₈] [±45 ₈]	Essais d'identification
Composite Modèle	[0,/90,], n=0.5,1,2,3 [±45/90,], n=0.5,1	Influence de l'épaisseur du pli à 90° et de l'orientation du pli adjacent
Quasi-Isotrope	[02/602/-603] [0/602/0/-602] [45/0/-45/90] [-45/45/0/90] [0/45/-45/90]	Influence de la séquence d'empilement

Tableau 1 - Matrice d'essai du T700/M21

2.2.2 Dispositif expérimental

Dans le but de capitaliser des informations qualitative et quantitative sur toute l'éprouvette au cours d'un essai, un montage spécifique à l'observation *in situ* de l'endommagement a été conçu. Il est constitué de l'assemblage de trois tables de déplacement motorisées sur lesquelles repose un système d'observation optique, lui-même constitué d'une caméra numérique associée à une tête de microscope pour les observations micro/méso (c'est à dire sur chant poli). Ce montage est fixé au bâti d'une machine d'essai électromécanique pour suivre, au cours d'un chargement donné, les différentes surfaces de l'éprouvette (Figure 1.14). L'avantage de l'observation *in-situ* est d'éviter le démontage

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés

de l'éprouvette après chaque nouvelle sollicitation, diminuant ainsi le nombre d'opérations mais aussi le risque d'erreur de positionnement au remontage. De plus, l'observation de l'endommagement en est facilitée puisqu'elle se fait sous charge (fissures ouvertes).



Figure 1.14 : Présentation du dispositif expérimental



Figure 1.15 : Présentation du dispositif de montage de l'éprouvette

La machine d'essai électromécanique (Zwick 150 kN) permet de réaliser un asservissement aussi bien en charge qu'en déformation. Les tables de déplacement micrométriques (Newport) permettent de se positionner sur toute surface d'une éprouvette de longueur maximale 200 mm et de largeur 50 mm avec une précision de quelque microns. La caméra numérique monochrome (Sensicam, PCO) possède un détecteur CCD refroidi de 1376 x 1040 pixels avec une dynamique de 12 bits. Le

microscope (Olympus) associé à différents objectifs à longue frontale permet d'observer un champ de 300 microns à 3 mm avec une résolution optique optimale. De plus, le déclencheur de la caméra numérique peut être actionné par le contrôleur des tables de déplacement et permet ainsi d'automatiser la prise d'images en fonction de la position des tables.

Les éprouvettes sont montées dans des mors à vis dont le serrage est optimisé pour assurer le maintien de l'éprouvette jusqu'à la rupture en limitant les ruptures potentielles au droit du mors. Un dispositif permet de monter l'ensemble mors/éprouvettes dans la machine en assurant le meilleur alignement possible de l'éprouvette avec l'axe de traction de la machine (l'écart typique constaté sur 100 mm de long est de l'ordre de 100 μ m) (Figure 1.15).

A partir d'images successives d'un chant d'éprouvette (ou de toute autre partie) prises en assurant un certain recouvrement de ces images (Figure 1.16), un utilitaire développé sous MATLAB permet de reconstituer en une seule image le chant entier de l'éprouvette et d'identifier le nombre de fissures présentes, leur position et la longueur des microdélaminages associée à la fissure (Figure 1.17). Cet utilitaire utilise la corrélation d'image pixellique sur les zones de recouvrement successives pour recaler les différentes images entre elles.



Figure 1.16 : Reconstruction du chant de l'éprouvette

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés



Figure 1.17 : Évolution de la cinétique de fissuration dans un $[0_2/90_2]_s$

2.2.3 Émission acoustique

A l'observation optique est associée un dispositif d'acquisition d'événements acoustiques (EA). Ce dispositif est constitué de deux capteurs piézoélectriques placés de part et d'autre de la zone utile de l'échantillon et d'une chaîne d'acquisition (MISTRAS 2001, Euro Physical Acoustics) permettant d'analyser et d'enregistrer en temps-réel les signaux émis par les capteurs.

Méthode de localisation

Le principal désavantage de cette technique est d'enregistrer tous les signaux EA, qu'ils proviennent tant de la zone utile de l'éprouvette testée que de la partie de l'échantillon prise dans les mors de la machine. L'utilisation de deux capteurs permet de déterminer la localisation de la source de l'événement acoustique si celui-ci à lieu entre les deux capteurs. Par cette technique, seuls les événements provenant de la zone utile sont conservés et peuvent être comparés avec la position des événements observés optiquement. Le but étant *in fine* de ne plus avoir recours à l'observation optique pour le décompte du nombre de fissures transverses et leurs positions dans le matériau.

Pour cela, une première série de test a été réalisée afin de connaître la précision spatiale de la localisation d'événements acoustiques. Celle-ci est classiquement réalisée à l'aide d'au moins trois capteurs mais, étant donnée la géométrie de nos éprouvettes, seuls deux capteurs peuvent être installés. Une première étape a donc été de vérifier que dans des conditions optimales (c'est à dire matériau homogène), la localisation avec deux capteurs est suffisante.

La localisation est basée sur la connaissance de la vitesse de propagation d'une onde élastique qu'il nous faut déterminer. Dans ce but, nous avons recours à l'émission de signaux très caractéristiques par leur amplitude. La rupture d'une mine de crayon a la particularité d'émettre des signaux très courts (en temps) et de forte amplitude (supérieur à 95dB). La vitesse de propagation de l'onde acoustique est déterminée en brisant une mine de crayon juste derrière l'un des capteurs (Figure 1.18). Le capteur 1 proche de l'événement détermine le temps de départ du signal (t₁) et le capteur 2, le temps d'arrivée (t₂). Le différentiel temporel permet de déterminer le temps de parcours du signal et donc la vitesse de propagation de l'onde.



Figure 1.18 : Détermination de la vitesse de propagation du signal acoustique par la rupture d'une mine de crayon

Les paramètres de la méthode localisation nécessitent un réglage afin de ne conserver que les événements situés entre les deux capteurs. Pour cela, des ruptures de mines de crayon réalisées dans la partie non utile de l'éprouvette permettent de définir ces paramètres.

Connaissant la vitesse de propagation des salves et ayant définie les paramètres de la localisation, il est désormais possible de tester pour plusieurs événements réalisés à des lieux précis de l'éprouvette, la précision de la technique (Figure 1.19). En effet, la position x de l'événement apparu à l'instant t est donnée de la manière suivante:



Figure 1.19 : Test de détermination de la précision de la mesure de la position de la rupture d'une mine de crayon par une méthode de localisation à deux capteurs

Dans le cas d'une éprouvette en carbone/époxy contenant une partie inter-capteurs de 60 mm, la précision de la méthode est très faible puisque l'incertitude de localisation s'avère de l'ordre de 10 mm. La méthode de localisation utilisée dans notre cas permet donc dans les matériaux composites à matrice organique de filtrer parmi les éléments enregistrés, ceux provenant de la partie utile de l'éprouvette. Mais cette méthode n'est pas assez précise pour déterminer la position de la source de l'émission acoustique.

(2)

Détection de salves représentatives de la fissuration transverse

Même si la méthode est validée pour ne retenir que les événements intéressants, il reste à savoir si l'on peut dénombrer les fissures transverses présentes dans le stratifié. Pour cela, il est nécessaire de déterminer des filtres passe-haut et passe-bas sur les différents paramètres de salve afin de ne retenir que les événements générés par la création d'une fissure transverse. D'importants travaux ont été réalisés afin d'identifier les paramètres représentatifs des différents types d'endommagement présents dans les composites stratifiés et ainsi de définir pour chacun de ces phénomènes une signature acoustique. Pour cela différentes approches sont retenues. Favre et Laizet [48-49] ont montré que des critères tels que l'amplitude et le nombre de coups peuvent être satisfaisants pour déterminer le nombre de fissures présentes dans un stratifié croisé en carbone/époxy à condition que le pli soit suffisamment épais (plus de deux plis à 90°). Benmedakhene et al. [50] et Meraghni et al. [51] proposent de classer les différents types d'endommagement suivant leur niveau d'amplitude dans le cas de verre/époxy à fibre courte. La Figure 1.20 présente les gammes d'amplitude et leurs mécanismes d'endommagement associés retenus par Meraghni et al. Néanmoins une analyse par gamme d'amplitude implique que les signaux émis ne soient ni dispersifs ni atténués lors de leur propagation et soient indépendants de la séquence d'empilement. Prosser et al. [46] ont montré que ce n'est pas toujours le cas puisque les signaux acoustiques émis lors de l'apparition d'une fissure transverse peuvent être fortement atténués. De plus, les auteurs remarquent que plus le plis est épais, plus l'amplitude du signal est importante comme cela a été mentionné par [48-49]. Une analyse en amplitude doit donc être menée avec attention et il semble plus prometteur de réaliser une analyse multicritère.



Figure 1.20: Évolution de l'émission acoustique en fonction du chargement pour un verre / époxy à fibre courte [51]

Les réseaux de neurones sont des outils particulièrement efficaces pour réaliser des études statistiques sur des ensembles complexes de données multicritères. Ainsi, ils sont utilisés par plusieurs auteurs [52-53] pour tenter une classification des différents mécanismes. Ces analyses montrent que

plusieurs types de signaux peuvent être associés aux mécanismes d'endommagement mais les informations restent à un niveau qualitatif et non quantitatif quand il s'agit d'étudier un composite réel et non « modèle »¹. Johnson et Gudmundson [54] ont analysé directement la forme des ondes émises lors d'essais de traction sur différents empilements ($[0/90_2]_s$, $[90_2/0]_s$, $[0_4]_s$ et $[+45/-45]_s$) afin d'isoler les divers mécanismes d'endommagement présents dans les verre/époxy. Les auteurs ont ainsi déduit huit différents types de signaux correspondant à de la fissuration matricielle, aux délaminages locaux, à des fissures de splitting et à des ruptures de fibres en les comparant avec des observations directes (les verre/époxy étant translucides, ils permettent une observation visuelle des mécanismes d'endommagement). Comme pour les analyses par réseaux de neurones, ils déduisent que plusieurs types de signaux peuvent être associés à la fissuration matricielle.



Figure 1.21: Comparaison entre le nombre de fissures mesurées optiquement et le nombre cumulé d'événements acoustiques d'amplitude inférieur à 65 dB

Dans une première approche, le nombre cumulé d'événements acoustiques localisés dans la zone utile dont l'amplitude est inférieur à 65 dB a été comparé à l'évolution du nombre de fissures transverses observées. Le but est d'utiliser l'information acoustique afin d'identifier la cinétique de fissuration sans avoir recours à l'observation optique (difficile à mettre en oeuvre dans une problématique industrielle). Les résultats présentés sur la Figure 1.21 montrent que ce critère n'est pas satisfaisant pour dénombrer les fissures présentes dans le matériau. Nous avons donc essayé grâce à un réseau de neurones de déterminer les paramètres représentatifs des salves ayant pour origine la fissuration transverse. Comme Godin et al. [53], nous avons utilisé un réseau de neurones auto-adaptatif de Kohonen [55] appelé également S.O.M. (Self-Organizing Map).

Ce type de réseau permet de regrouper les événements similaires afin de déterminer différents types de salves. Le classement des salves est réalisé à partir de cinq paramètres caractéristiques que sont le temps de montée, le nombre de coups, l'énergie, la durée et l'amplitude. Afin d'éviter les problèmes d'atténuation du signal, seuls les paramètres enregistrés par le capteur le plus proche de la source du signal sont retenus. En confrontant la cinétique de fissuration d'un $[0_2/90_3]_s$ en T700/M21 obtenue par analyse optique avec l'évolution des différents types de salves déterminés par le réseau de

¹ Est entendu par composite modèle les composites à matrice transparente comme certain verre/époxy ou les éprouvettes monofilamentaires
neurones, nous avons pu retenir deux classes de salves dont l'évolution est corrélée à celle de la fissuration transverse.

Afin de statuer de l'indépendance de ces paramètres sur la séquence d'empilement, nous avons réitérer cette analyse sur un $[0_2/90]_s$ en T700/M21 en conservant les différents types de salves retenus précédemment. Cette analyse a de nouveau déterminé différentes classes de salves très fortement corrélées avec l'évolution de la cinétique de fissuration de cet empilement. Cependant les types de salves retenus pour le $[0_2/90]_s$ sont différents de ceux obtenus pour le $[0_2/90_3]_s$.

Bien que les classes de salves corrélées avec les cinétiques de fissuration du $[0_2/90_3]_s$ et du $[0_2/90]_s$ soient différentes, la fissuration transverse semble être reliée à deux types de salves très différents. Le premier correspond à des mécanismes de faibles amplitudes souvent associés à de la fissuration matricielle et un second à des salves de très fortes énergies et de très fortes amplitudes plus souvent associé à des mécanismes de ruptures de fibres. On retrouve par cette analyse à la fois les résultats de Benmedakhene *et al.* [50] et ceux de Favre et Laizet [48-49]. En effet, Favre et Laizet avaient déjà trouvé une bonne corrélation entre le nombres de fissures transverses et les événements de hautes énergies et hautes amplitudes (plus souvent associés à des ruptures de fibres) dans le cas de stratifications croisés contenant plus de deux plis à 90°.

Au vu des résultats obtenus, l'analyse d'EA ne permet pas de pouvoir remplacer l'observation optique pour l'obtention précise des cinétiques de fissuration. De plus, la stratification et notamment l'épaisseur du pli à 90° semblent influencer les caractéristiques des salves rendant ainsi illusoire de vouloir définir par analyse d'EA la cinétique de fissuration transverse.

3 Conclusion

Les matériaux composites stratifiés à matrice époxy et renforcés de fibres longues de carbone développent pour de faibles niveaux de charge de l'endommagement en leur sein. Cet endommagement peut prendre plusieurs formes. Le premier type d'endommagement observé apparaît à l'échelle de la fibre et de la matrice pour de faibles niveaux de charge. Ces microdommages se caractérisent par des décohésions d'interface fibre/matrice et leurs effets sur le comportement du stratifié restent encore aujourd'hui mal connus. Cependant, les microdommages semblent avoir un rôle important sur l'évolution des autres types d'endommagement puisqu'ils donnent naissance à de la fissuration transverse traversant l'intégralité du pli.

Les effets de la fissuration transverse sur le comportement du stratifié dépendent de la stratification et se traduisent par une perte plus ou moins importante de la rigidité axiale du composite. La contrainte d'apparition et la cinétique de fissuration transverse dépendent de l'épaisseur des plis. Un stratifié contenant des plis de forte épaisseur développe plus tôt de l'endommagement par fissuration transverse mais le niveau d'endommagement atteint à la rupture est bien plus faible. Par ailleurs, la cinétique de fissuration transverse dépend également de la séquence d'empilement et du niveau d'endommagement dans le pli adjacent comme le montre les campagnes expérimentales de Yokozeki *et al.* [39] et Kobayashi *et al.* [40].

La fissuration transverse peut également induire un microdélaminage à l'interpli du fait de la concentration des contraintes en pointe de la fissure. Comme pour les microdommages, les effets sur le comportement du stratifié et la cinétique de ce type d'endommagement restent méconnus mais plusieurs auteurs semblent lui accorder un rôle sur la cinétique de fissuration transverse (couplage entre les cinétiques de fissuration et de microdélaminage). Un autre type d'endommagement interlaminaire peut également se développer avec l'apparition de délaminage de bord. Enfin, pour les

stratifications contenant des plis peu désorientés par rapport à l'axe de chargement, la rupture est gouvernée par la rupture des fibres.

Notre étude s'intéresse particulièrement au rôle des différents endommagements présents dans les matériaux stratifiés afin de proposer des lois de comportement plus proches de la physique observée. Comme nous l'avons vu dans l'étude bibliographique, les rôles des microdommmages et des microdélaminages restent encore méconnus. Cette méconnaissance est surtout due à une absence d'information quantifiable sur le niveau d'endommagement atteint par ces mécanismes. Afin de pallier cette lacune, un dispositif expérimental dédié à l'observation sous charge des mécanismes d'endommagement aux différentes échelles a été mis en place. Il permet de manière simple de pouvoir accéder aux informations jusqu'alors difficilement accessibles.

Chapitre 2 : Identification du comportement du T700/M21

Le comportement endommageable des composites stratifiés à base de plis unidirectionnels à matrice organique est caractérisé par plusieurs scénarios d'endommagement (i) décohésion fibre/matrice, (ii) fissuration transverse et (iii) microdélaminage associé à la fissuration.

Le but de ce chapitre est d'obtenir des informations qualitative et quantitative sur le comportement d'un matériau nouvelle génération, le T700/M21. Ces informations concernent les comportements élastique, viscoélastique et endommageable de ce matériau. Pour cela, nous utiliserons le procédé expérimental présenté dans le chapitre précédent. Les cinétiques de fissuration transverse et de microdélaminages associés à la fissuration transverse seront présentées. L'obtention de ces informations sera essentielle pour permettre de faire des choix sur les couplages nécessaires entre les cinétiques des différents endommagements mais également d'avoir une estimation sur le niveau d'endommagement atteint au sein de ce système composite.

1 Essai d'identification du comportement élastique du T700/M21

Des essais de traction monotone sur éprouvette droite ont été réalisés afin de définir les paramètres de base du comportement élastique du pli. Les essais sur unidirectionnels (UD) 0° et 90° permettent de définir les modules d'Young (longitudinaux et transversaux) et le coefficient de Poisson du pli. Le module de cisaillement peut être identifié à partir d'un essai sur stratifié $[\pm 45]_{s}$.

La Figure 2.1 montre le comportement d'un $[0]_8$. Le comportement de l'unidirectionnel est clairement non linéaire. Cette rigidification peut s'expliquer par le réalignement des fibres initialement ondulées par la présence des nombreux nodules thermoplastiques.



Figure 2.1: Essai de traction sur un $[0_8]$

Le comportement en traction d'un unidirectionnel à 90° est présenté sur la Figure 2.2. Le coefficient de Poisson de l'éprouvette est quasi nul du fait de la raideur des fibres bloquant toute déformation transverse. Le comportement est faiblement non linéaire. L'origine de la non linéarité observée sur la courbe contrainte/déformation peut être due soit à des effets de viscosité, soit à l'apparition de microdommage. Cette dernière hypothèse est étayée par les résultats d'émissions acoustiques (Figure 2.3) qui montrent dès 10 MPa une activité acoustique dont l'énergie et l'amplitude peuvent être reliées à des décohésions fibre/matrice. Néanmoins ces signaux sont de très faibles énergies et très peu nombreux avant la rupture de l'éprouvette.



Figure 2.2: Courbe de comportement d'un essai de traction monotone sur un $[90_8]$ *en* T700/M21



Figure 2.3: Évolution de l'émission acoustique d'un essai de traction sur un $[90_8]$ *en* T700/M21

Le module de cisaillement est identifié par un essai de traction monotone à 0,6 MPa.s⁻¹ sur un $[(\pm 45)_2]_s$ (cf Figure 2.4). De part la non linéarité inhérente à ce type d'essai, il est très délicat de définir le module de cisaillement. Comme il a été mentionné dans le Chapitre 1, ce comportement non-linéarire peut être imputable à des microdommages et/ou à la viscosité de la matrice. Même si une activité acoustique est observée dès 60 MPa, il est clairement admis que cette non-linéarité est due au comportement visqueux de la matrice (Figure 2.5). Toutefois, les informations obtenues par émissions

acoustiques montrent que la rupture n'est pas gouvernée par la rupture des fibres mais par la fissuration matricielle provoquée par la percolation des décohésions fibre/matrice apparues pour les premiers chargements dès 60 MPa et se développant très rapidement à partir de 120 MPa.



Figure 2.4: Comportement en traction monotone de stratifiés $[\pm 45_2]_s$ en T700/M21



Figure 2.5: Évolution de l'émission acoustique, pour un stratifié $[(\pm 45)_2]_s$ en T700/M21, en fonction de la contrainte appliquée. Seuls les événements localisés dans la zone utile sont comptabilisés.

Le tableau 2 rappelle le type, le nombre d'éprouvettes testé en traction monotone et les valeurs déduites des essais (seules les éprouvettes rompues dans la partie utile sont prises en compte pour le calcul de la valeur à rupture).

Stratification	Nombre d'éprouvettes testées (Nombre d'éprouvette ayant rompue en partie utile)	Paramètres élastiques	Valeur à rupture
[0 ₈]	4 (2)	$E_1 = 116 \pm 4$ GPa	$\sigma_1^c = 2190 \pm 16 \text{ MPa}$
		$v_{12} = 0,305 \pm 0,05$	$\varepsilon_1^c = 1,85 \pm 0,15 \%$
[908]	2 (1)	$E_2 = 8,1 \pm 0,3$ GPa	$\sigma_1^c = 84 \text{ MPa}$
			$\varepsilon_1^c = 1,14 \%$
[(±45) ₂] _s	2 (2)	G ₁₂ =4,5 GPa	$\sigma_1^c = 158 \pm 5 \text{ MPa}$
			$\sigma_{12}^{c} = 78 \pm 2,5 \text{ MPa}$
			$\varepsilon_1^c > 5\%$

Tableau 2: Paramètres élastiques du pli (valeurs initiales) et propriétés à rupture

2 Estimation du comportement visqueux du T700/M21

Dans les cas des UD à 90°, le comportement jusqu'à rupture est très peu non-linéaire comme le montre la Figure 2.2. L'évolution de l'émission acoustique associée montre que très peu d'événements sont détectés durant l'essai et que ces événements sont de faible énergie (cf Figure 2.7). Néanmoins il est difficile de déterminer si la non-linéarité observée à partir de 60 MPa est due à l'endommagement ou à la viscosité de la matrice.

Pour lever cette incertitude des essais de fluage multiple de 1000s (s=10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 et 80 MPa) ont été réalisés sur ce matériau. Les phases de chargement sont réalisées à 0,6 MPa/s. Les résultats de ces essais montrent bien un comportement visqueux de l'UD 90° (cf. Figure 2.6). Il est intéressant de remarquer que suivant la contrainte imposée, la déformation de fluage est plus importante (et non proportionnelle) en fin de palier soulignant ainsi un comportement visqueux non-linéaire.



Figure 2.6: Évolution de la déformation transverse anélastique en fonction du temps (remise à zéro en début de chaque palier de fluage)

L'analyse optique couplée à l'évolution acoustique confirment l'absence d'endommagement au sein du matériau et cela jusqu'à rupture (Figure 2.7 et 2.8). La Figure 2.8 montre que même dans les zones les plus favorables à l'apparition de microdommage (taux de fibres très hétérogène, fibres isolées, ...), aucun endommagement n'est présent. Il est également intéressant de noter que la rupture du composite a lieu durant le dernier palier de fluage (80 MPa) pour une déformation de 1,1% et correspond à la déformation maximale mesurée (1,14%) lors de l'essai de traction monotone. Ceci confirme que les paliers de fluage à plus faible contrainte (jusqu'à 70 MPa) n'ont pas créer de micro endommagement significatif. Comme en traction monotone, la rupture de l'UD 90° du T700/M21 en fluage est donc la conséquence, comme pour les matériaux composites d'ancienne génération, de la propagation catastrophique et instantanée d'une fissure amorcée par un microdommage.



Figure 2.7: Évolution de l'émission acoustique pour un stratifié [90₈], les événements acoustiques enregistrés ne sont pas révélateur d'endommagement (énergie trop faible)



Figure 2.8: Micrographie représentative du niveau d'endommagement lors d'un essai de fluage sur un $[90_8]$ ($\sigma = 70$ MPa)

Dans le cas du $[(\pm 45)_2]_s$ deux essais de fluage ont été réalisés. L'évolution de l'émission acoustique lors de cet essai est tout à fait comparable à celui de l'essai de traction monotone (cf Figures 2.5 et 2.9). Peu d'événements sont enregistrés pour de faibles niveaux de charge même lors de palier de fluage très long (palier à 60 MPa de l'ordre de 45 heures). Cet essai confirme que l'endommagement se développe pour des niveaux de contrainte ou de déformation proches de la rupture finale (comme lors d'essais de traction monotone). Après la première montée en charge (jusqu'à 100 MPa), les observations optiques confirment les résultats obtenus par EA. Les seuls endommagements observés durant cette montée sont des décohésions fibre/matrice. La Figure 2.10 montre l'évolution de la déformation visqueuse lors de la deuxième montée en charge. Comme pour l'unidirectionnel à 90°, plus la contrainte de palier est importante et plus la déformation visqueuse est également importante. En effet, la déformation de fluage pour un palier de fluage à 120 MPa est plus de cinq fois supérieure à celle de 100 MPa. Néanmoins pour de tels niveaux de chargement, des déformations anélastiques dues à l'endommagement se cumulent à celles d'origine visqueuse.



Figure 2.9: Profil de chargement et évolution de l'émission acoustique en fonction du temps pour un $[(\pm 45)_2]_s$



Figure 2.10: Évolution de la déformation visqueuse en fonction du temps de maintien pour un $[(\pm 45)_2]_s$ pour des vitesses de chargement de 0.6 MPa.s⁻¹

Afin d'identifier les effets de vitesses, le deuxième essai de fluage a été réalisé à une vitesse de mise en charge dix fois plus rapide que le premier essai soit 6 MPa.s⁻¹ avec des paliers de maintien en charge de 1000s à 40, 60, 80, 100, 120 et 140 MPa. L'évolution de la déformation de fluage est représentée sur la Figure 2.11. On retrouve le même phénomène de non linéarité de la réponse en fonction du niveau du palier de chargement. Plus le palier de chargement est important et plus la déformation de fluage est importante.



Figure 2.11: Évolution de la déformation visqueuse en fonction du temps de maintient pour un $[(\pm 45)_2]_s$ pour des vitesses de chargement de 6 MPa.s⁻¹

3 Observations et informations quantifiables de l'endommagement présent dans le matériau

Le T700/M21 présente les mêmes types d'endommagement que ceux observés classiquement sur des composites stratifiés carbone/époxy à fibres longues (Figure 2.12). L'ordre chronologique de leur apparition est également similaire. Les premiers microdommages (décohésions fibre/matrice) apparaissent au sein du pli et aux interfaces entre plis. La fissuration transverse et les microdélaminages associés (aux interplis) apparaissent ensuite. De nombreuses ruptures de fibres sont également observées (dans les plis à 0°) pour de faibles chargements.



Figure 2.12: Observation sur chant poli de l'endommagement présent dans le T700/M21 lors d'une sollicitation de traction

3.1 Microfissuration

Le premier endommagement observé sont les décohésions fibre/matrice. Dans les stratifiés croisés, plus le pli à 90° est épais plus le nombre de décohésions présentes aux interplis avant tout chargement est important. Pour un stratifié $[0_2/90_{1/2}]_s$ quasiment aucune décohésion n'a été observée tandis que pour des $[0_2/90_2]_s$ et $[0_2/90_3]_s$ plusieurs décohésions interpli sont présentes (cf Figure 2.13). Néanmoins aucune décohésion fibre/matrice n'a été observée au sein du pli à 90°.



Figure 2.13 : Présence de décohésion dès l'état initial $[0_2/90_2]_s$

Au cours du chargement de très nombreuses décohésions se développent au sein du pli (intrapli) (cf Figure 2.14 b) et deviennent des sites d'amorçage de fissuration transverse (cf Figure 2.14 c) pour des plis fins (1 à 2 plis à 90°). Dans le cas de plis à 90° plus épais (4 à 6 plis à 90°) très peu de décohésions intrapli sont observées avant l'apparition des premières fissures transverses.



Figure 2.14 : Développement des microdommages et amorçage de la fissuration transverse dans un $[0_2/90_{1/2}]_s$

3.2 Fissuration transverse

L'évolution des fissures transverses a été étudiée sur différents empilements. Nous avons donc choisi dans les paragraphes suivants de regrouper les observations par type de stratification.

3.2.1 Cas des stratifiés croisés

Pour les stratifiés croisés comme pour toutes les stratifications testées, les fissures transverses ne se forment que si des microdommages (décohésion fibre/matrice, microfissuration matricielle) se sont amorcés. Le nombre de fissures se multiplie progressivement jusqu'à la rupture finale de l'éprouvette. Il est observé expérimentalement que l'ensemble des fissures transverses présentes au sein des plis endommagés forment un réseau très rapidement régulier comme en témoigne la Figure 2.15. Quelques rares fissures transverses ont été observées avant tout chargement mécanique sur certaines éprouvettes (cf. Figure 2.16). Comme pour la microfissuration, ces fissures sont apparues pour des stratifications de plis à 90° épais ($[0_2/90_3]_s$). Ces fissures sont la conséquence de la présence de fortes contraintes résiduelles dues au cycle de fabrication.



Figure 2.15 : Évolution de la cinétique de fissuration dans un $[0_2/90_2]_s$



Figure 2.16 : Présence de fissure transverse dès l'état initial dans un $[0_2/90_3]_s$

Les fissures présentes dans les stratifiés croisés traversent l'intégralité de l'épaisseur du pli et la largeur de l'éprouvette. Néanmoins, dans le cas de pli à 90° fins ($[0_2/90_{1/2}]_s$), des fissures traversant la moitié de la largeur du pli ont pu être observées (cf. Figure 2.17).



Figure 2.17 : Fissure transverse traversant la moitié de l'épaisseur du pli à 90° dans un $[0_2/90_{1/2}]_s$

Le Tableau 3 récapitule le type de stratification et le nombre d'éprouvettes testé qui ont permis l'identification des cinétiques de fissuration.

Stratification	Nombres d'éprouvette testée
$[0_2/90_{1/2}]_s$	2
$[0_2/90]_s$	3
$[0_2/90_2]_s$	2
$[0_2/90_3]_s$	3

Tableau 3 : Stratification et nombre d'éprouvette testée pour l'obtention de cinétique de fissuration du T700/M21



Figure 2.18 : Cinétiques de fissuration identifiées pour différentes épaisseurs de plis à 90°

Afin de déterminer précisément la contrainte d'apparition de la fissuration transverse, les essais de tractions sont interrompus dès que des événements acoustiques localisés dans la zone utile de l'éprouvette sont enregistrés. L'éprouvette est alors déchargée partiellement dans le but de ne plus

endommager le matériau (par fluage) tout en permettant une observation sous charge du niveau d'endommagement.

La Figure 2.18 présente l'évolution de ces cinétiques en fonction de la contrainte moyenne appliquée au matériau. Comme il est remarqué dans la littérature [3,32,35] et mentionné précédemment (partie 1.2.2), la contrainte d'apparition et la cinétique de fissuration dépendent de l'épaisseur du pli. Dans le cas des stratifiés croisés, plus le pli est fin, plus la contrainte d'amorçage de la fissuration transverse est élevée. Comme pour les carbone/époxy traditionnels aucune saturation de la fissuration transverse n'est observée même si une légère perte de vitesse du taux de fissuration peut être constatée dans le cas des $[0_2/90_{1/2}]_s$ et $[0_2/90]_s$. Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que même si la contrainte d'amorçage de la fissuration transverse est dispersée pour un même type de stratification, les évolutions de la cinétique de fissuration par épaisseur de pli sont très similaires. Un exemple de ce phénomène peut être observé pour la stratification $[0_2/90]_s$. L'amorçage de la fissuration transverse varie entre 500 et 700 MPa (trois éprouvettes testées), néanmoins, l'évolution de la cinétique est similaire comme le montre la Figure 2.19 pour laquelle toutes les courbes ont été ramenées à la même origine.



Figure 2.19 : Cinétique de fissuration du $[0_2/90]_s$ après recalage de l'amorçage

Nous avons par ailleurs vérifié que les fissures observées sur un chant étaient également présentes sur le second. Pour cela les deux chants d'un $[0_2/90_2]_s$ ont été polis et les positions des fissures ont été relevées sur une longueur de 10 mm. La Figure 2.20 représente les réseaux de fissures observées sur les deux chants. Une quasi-parfaite superposition est constatée justifiant ainsi que les fissures soient dites traversantes, ce qui est également confirmé par une visualisation aux rayons X (Figure 1.5)



Figure 2.20 : Superposition des réseaux de fissures d'un $[0_2/90_2]_s$ observées sur les deux chants de l'éprouvette pour une distance de 10 mm

3.2.2 Cas des [±45]_{2s}

La cinétique de fissuration des différents plis a été définie à l'aide d'un essai pour lequel nous avons distingué les plis simples du pli central doublé. La Figure 2.21 présente l'évolution de la fissuration transverse en fonction de la contrainte appliquée au stratifié. On remarque que les premières fissures transverses apparaissent peu après 120 MPa au sein du pli double et de 130 MPa pour les plis simples. Sur ces cinétiques, seules les fissures ouvertes ont été prises en compte. En effet, de nombreuses fissures peuvent apparaître sur le bord et ne pas être totalement traversante du fait des effets de bord (Figure 2.22).



Figure 2.21 : Cinétique de fissuration transverse dans les plis d'un $[\pm 45]_{2s}$



Figure 2.22 : Différences entre les fissures ouvertes décomptées pour la cinétique de fissuration et les fissures de bords d'un $[\pm 45]_{2s}$

Comme pour les essais précédents, des coupes démontrent la présence d'endommagement au sein du matériau et confirme le choix fait entre fissure de bord et fissure traversante.

3.2.3 Cas des [±45/90]s

Pour les $[\pm 45/90]_s$, les cinétiques de fissuration n'ont pas été retenues du fait de la présence de nombreuses porosités au sein de ces stratifications (Figure 2.23).



Figure 2.23 : Présence de porosité au sein des [±45/90]_{2s}

Les observations montrent toutefois que l'amorçage de l'endommagement est très fortement dépendant de l'état du matériau (Figure 2.24) et que les microdommages sont des lieux privilégiés pour l'amorce de la fissuration transverse. La première étape est l'apparition d'une fissure reliant les différentes porosités puis la propagation dans toute l'épaisseur du pli.



Figure 2.24 : Amorçage d'une fissure transverse sur une porosité ($\sigma = 114MPa$) puis propagation de celle-ci ($\sigma = 128 MPa$) au sein d'un pli à 90° d'un [$\pm 45/90$]_{2s}

3.3 Microdélaminage

Les microdélaminages aux interfaces interplis sont essentiellement dus et consécutifs à la fissuration transverse (cf Figure 2.25) et sont localisés en pointe de fissure. Quelques microdélaminages peuvent toutefois s'amorcer à partir des ruptures d'interfaces fibre/matrice mais ils restent peu nombreux et de petites tailles (quelques diamètres de fibres) en comparaison avec ceux présents en pointe de fissure transverse (cf Figure 2.26). Ce type de microdommage (rare rappelons le) peut s'apparenter à un endommagement diffus de l'interface.



Figure 2.25 : Microdélaminage dans un $[0_2/90_3]_s$ en T700/M21 (85% de la rupture)



Figure 2.26 : Microdélaminage de l'interface dans un [0₂/90₂]_s en T700/M21

Le dispositif expérimental développé nous a permis de suivre l'évolution de la longueur de chaque microdélaminage présent en fonction du palier de charge pour toutes les éprouvettes testées. La mesure des longueurs de microdélaminage est réalisée pour les mêmes paliers de charge que ceux des fissures transverses. La Figure 2.27 trace l'évolution de la longueur moyenne de microdélaminage en fonction du chargement appliqué au matériau. La longueur des microdélaminages dus à la fissuration transverse dans les stratifiés croisés dépendent de l'épaisseur du pli fissuré. Plus le plis est épais, plus la longueur du microdélaminage est importante. Par ailleurs, la longueur moyenne de microdélaminage croît avec la charge. La croissance de cette longueur moyenne est due à deux phénomènes. Le premier correspond à la propagation des microdélaminages existants et le second à la création de nouveaux microdélaminages de longueur initiale plus importante avec la charge croissante.



Figure 2.27 : Cinétiques de microdélaminage pour différentes épaisseurs de plis à 90°

3.4 Splitting

Des coupes parallèles à la section des éprouvettes ont été réalisées suite aux essais menés sur les différentes stratifications, afin d'observer les endommagements présents au coeur du matériau dans les plis orientés (endommagements non débouchants sur les bords). Ces coupes *post-mortem* ont montrés la présence de fissures de splitting dans les plis à 0° de $[0_2/90/0_2]$ (cf Figure 2.28). Puisque ces observations ne sont possibles que *post-mortem*, il s'est averé avec les moyens présentés précédemment possible de savoir à quelle charge est apparue ce type d'endommagement ou bien s'il est consécutif à la rupture de l'échantillon (libération brutale d'énergie pouvant conduire à ce mécanisme). Afin de lever cette ambiguïté, des observations ont également été menées lors d'essais interrompus (à 90% de la charge à rupture). Aucune fissure de splitting n'a alors été observée ce qui semble montrer que les fissures observées sur les précédentes éprouvettes sont une conséquence de la rupture de l'éprouvette.



Figure 2.28 : Splitting dans les plis à 0° dans un $[0_2/90/0_2]$ après rupture

3.5 Délaminage de bord

Des délaminages de bord ont été observés sur les quasi-isotropes composés de plis d'orientation à 90°, 45°, -45° et 0°. Ces délaminages de bords sont amorcés par la présence des microdélaminages en pointe de fissures transverses et par l'endommagement diffus de l'interface entre plis. Dans le cas des $[45/-45/0/90]_s$, ce délaminage apparaît entre les deux plis à 90° et se propagent le long des deux interfaces 0°/90° du fait de la présence de fissures transverses développées pour des chargements plus faibles (Figure 2.29).



Figure 2.29 : Délaminage aux interfaces 0°/90° ponté par les fissures transverses [45/-45/0/90]s

Dans le cas des $[45/0/-45/90]_s$ et des $[0/45/-45/90]_s$, les mécanismes sont assez similaires mais le délaminage se propagent non seulement le long des interfaces $90^{\circ}/-45^{\circ}$ avec un pontage par fissures transverses mais également le long des interfaces $-45^{\circ}/0^{\circ}$ (Figure 2.30) toujours par pontage par fissures transverses.



Figure 2.30 : Délaminage aux interfaces 0°/90° pontée par les fissures transverses [45/0/-45/90]_s

3.6 Rupture de fibres

De très nombreuses ruptures de fibres sont observées durant le chargement. Ces ruptures apparaissent très tôt et se multiplient jusqu'à la rupture finale du matériau. La Figure 2.31 représente l'évolution de ces ruptures de fibre tout au long du chargement d'un $[0_2/90_{1/2}]_s$. Dès 42 % de la charge à rupture (Figure 2.31 b), les premières ruptures apparaissent alors qu'aucune fissure transverse n'est présente dans le matériau.



Figure 2.31 : Évolution des ruptures de fibre des plis à 0° d'un $[0_2/90_{1/2}]_s$

De manière générale, ces ruptures de fibres apparaissent avant la fissuration transverse dans les stratifiés croisés contenant de faibles épaisseurs de pli à 90° (1 ou 2 plis) et après la fissuration transverse pour les stratifiés croisés avec un pli à 90° plus épais. Ces ruptures ont été observées pour toutes les stratifications comportant des plis à 0°.

Afin de lever cette ambiguïté sur les effets des bords pouvant conduire à l'apparition en surface de ces ruptures, des observations après découpes et polissages successifs ont été réalisées. Les résultats obtenus montrent qu'en fait les ruptures de fibres observées ne sont présentes que sur le chant de l'éprouvette. Lors de la découpe des éprouvettes, de nombreuses fibres des plis à 0° sont endommagées. Dans le cas de ce système composite, les fibres sont plus endommagées que pour les carbone/époxy classiques de par la forte ondulation des fibres. Ainsi, lors du chargement, ces fibres se rompent pour de faibles niveaux de charge. Ces observations à coeur ont également permis de vérifier que les microdélaminages observés sur le chant sont également présents à coeur comme le montre la Figure 1.



Figure 2.32 : Microdélaminage présent au coeur de l'éprouvette dans un [0₂/90₃]_s (66% *de la rupture) et absence de rupture de fibre*

4 Conclusion

Les résultats obtenus lors d'essais de traction et de fluage sur différentes stratifications en T700/M21 ont permis de mettre en évidence certaines particularités de ce matériau. Ce système composite (fibre haute résistance, matrice de troisième génération) présente certaines originalités par la présence de nodules thermoplastiques qui assurent une meilleure résistance du matériau à l'impact. En effet, un arrangement particulièrement désordonné des fibres et une importante ondulation des fibres sont observés. L'ondulation des fibres implique un comportement non-linéaire en traction du pli à 0° et l'apparition sur le chant de l'éprouvette de nombreuses ruptures de fibres. Néanmoins, les caractéristiques à rupture sont améliorées par la présence de ces nodules puisqu'une contrainte critique transverse de plus de 80 MPa (40 MPa pour des stratifiés d'ancienne génération) est mesurée pour des stratifiés unidirectionnels et un taux de restitution d'énergie critique de délaminage en mode I est mesuré à une valeur de 340 J/m² [47] (contre 150 J/m² pour des stratifiés d'ancienne génération). Le comportement élastique endommageable du T700/M21 est quant à lui équivalent à celui des composites stratifiés à fibres de carbone. Les caractéristiques mécaniques sont similaires aux carbone/époxy d'ancienne génération tout comme la nature et la séquence de l'endommagement présent au sein du matériau. Des endommagements par fissuration transverse avec microdélaminage et de délaminage ont été observés dans ce matériau. Aucune fissure de splitting n'a été observée avant la rupture du composite et les ruptures de fibres observées sur le chant ne sont en fait qu'un phénomène de bord.

Grâce au dispositif expérimental, présenté dans le chapitre précédent et permettant une analyse fine de l'endommagement, des informations qualitative et quantitative sur les cinétiques de fissuration et

de microdélaminage ont été obtenues pour ce matériau. Ces observations montrent l'influence de l'épaisseur du pli endommagé sur les cinétiques d'endommagement tant pour la fissuration transverse que pour le microdélaminage. En effet, plus le pli est épais et plus la contrainte d'apparition de fissuration transverse est faible. De même pour la cinétique de microdélaminage, plus le plis est épais et plus la longueur de microdélaminage est importante.

Les chapitres suivants s'intéresseront uniquement à la modélisation des cinétiques de fissuration et de microdélaminage dans le but de définir une loi de comportement endommageable du pli. Pour cela, nous utiliserons les grandeurs physiques observables et mesurées dans ce chapitre à savoir l'évolution de la fissuration transverse et des longueurs de microdélaminages associés pour différentes épaisseurs de pli et de séquences d'empilements.

Chapitre 3 : Analyse des effets de la fissuration mésoscopique

Le Chapitre 2 a permis d'obtenir des informations qualitative et quantitative sur le type et le niveau d'endommagement présent au sein des plis. Le modèle d'endommagement que nous développons est basé sur les évolutions du taux de fissuration et du taux de microdélaminage présents en pointe de fissure transverse. La première étape de la construction de ce modèle repose sur la définition des effets de l'endommagement sur le comportement du pli. Comme les pertes de rigidité macroscopique mesurées expérimentalement sont faibles, nous choisissons de mettre en oeuvre une campagne d'essais numériques ayant pour but d'estimer par identification inverse le comportement du pli endommagé en modélisant le niveau d'endommagement présent au sein du pli fissuré. A partir de ces essais numériques et de la connaissance du comportement endommagé du pli pour quelques niveaux d'endommagement, une formulation sera proposée et identifiée à l'aide de ces essais numériques. Nous nous intéresserons tout particulièrement à l'influence du microdélaminage sur le comportement du pli.

1 Définition des effets de l'endommagement par campagne d'essais numériques

Les approches expérimentales basées sur les essais mécaniques ne permettent pas de définir simplement les effets de l'endommagement sur le comportement élastique du pli. La Figure 3.1 montre le comportement d'un stratifié croisé lors d'un essai de traction. A la rupture, ce stratifié contient de nombreuses fissures transverses alors que le comportement apparent du stratifié est linéaire élastique fragile. Les effets de l'endommagement sur le comportement du pli à 90° ne peuvent donc pas être définis par ce type d'essais puisqu'ils sont masqués par le comportement des plis à 0°.

La plupart des méthodes théoriques utilisent des approches de type micromécanique (voir Berthelot [32] pour une revue de ces modèles) afin de définir les champs de contraintes ou de déplacements au sein des plis en fonction du taux de fissuration. A partir des champs définis, il est ainsi possible de définir le comportement élastique du matériau et donc le comportement de chaque pli. Malheureusement, les modèles de type shear-lag ne sont applicables qu'à des stratifiés simples (de type $[\pm \theta_m/90_n]_s$) et pour des sollicitations elles aussi simples (de type traction).



Figure 3.1: Essai de traction monotone sur un $[0_2/90]_s$ en T700/M21

Aujourd'hui, il devient envisageable de réaliser des simulations par éléments finis prenant en compte la réalité des endommagements présents dans le matériau. Ces simulations s'apparentent à une méthode expérimentale basée non pas sur des essais mécaniques mais numériques. Plusieurs auteurs [19-21,56-58] ont retenus cette méthode pour déterminer le comportement élastique du composite en fonction du taux de fissuration. En utilisant une hypothèse de périodicité de la cellule présentée sur la Figure 3.2, connaître le comportement du matériau endommagé en fonction du taux de fissuration transverse ρ revient à l'étude du comportement de ce type de cellule où L varie.



Figure 3.2: Cellule périodique élémentaire de densité de fissuration $\rho = \frac{1}{L}$ et d'épaisseur de pli fissuré h

Jeggy et Thionnet [19-20] estiment que le tenseur de rigidité réduit équivalent du pli endommagé (\underline{Q}_e) se déduit du tenseur de rigidité réduit homogénéisé du stratifié (\underline{Q}_H) par **une équivalence en contrainte**. Pour cela, ils réalisent une série de calculs éléments finis sur la cellule de la Figure 3.2 en imposant divers états de déformation (\underline{E}) et récupèrent la moyenne des contraintes (Σ) sur cette cellule et déterminent ainsi \underline{Q}_H puisque:

$$\underline{\Sigma} = \underline{Q}_{H} : \underline{E} \tag{3}$$

Or
$$\underline{Q}_H$$
 s'écrit (avec h_i l'épaisseur du pli *i*):

 $\underline{\underline{Q}}_{H} = \frac{\sum_{i=1}^{n} h_{i} \underline{\underline{Q}}_{i}}{\sum_{i=1}^{n} h_{i}}$ (4)

En retenant l'hypothèse que seul le pli fissuré (p) est affecté par la présence de l'endommagement, nous avons:

$$\underline{\underline{Q}}_{H} = \frac{\sum_{i \neq p} h_{i} \underline{\underline{Q}}_{i} + h_{p} \underline{\underline{Q}}_{e}}{\sum_{i=1}^{n} h_{i}}$$
(5)

d'où:

$$\underline{Q}_{e} = \underline{Q}_{H} + \sum_{i \neq p} \frac{h_{i}}{h_{p}} \left(\underline{Q}_{H} - \underline{Q}_{i} \right)$$
(6)

L'évolution de \underline{Q}_e en fonction du taux de fissuration normalisé $\overline{\rho} = h\rho$ est définie ainsi:

$$\underline{Q}_{e}(\bar{\rho}) = \begin{bmatrix} Q_{11}^{0} e^{-k_{11}\bar{\rho}} & Q_{12}^{0} e^{-k_{12}\bar{\rho}} & 0\\ Q_{21}^{0} e^{-k_{21}\bar{\rho}} & Q_{22}^{0} e^{-k_{22}\bar{\rho}} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}^{0} e^{-k_{66}\bar{\rho}} \end{bmatrix}$$
(7)

L'identification de \underline{Q}_e est donc définie par les paramètres k_{ij} , pour plusieurs taux de fissuration pour une stratification simple de type $[\theta/90]_s$ avec une fissure au sein du pli à 90°. Les auteurs vérifient que l'identification des paramètres k_{ij} est indépendante de l'épaisseur de la couche fissurée et de l'orientation θ des plis adjacents.

Ladevèze et Lubineau [21,56-58] estiment quant à eux, le tenseur de souplesse du pli endommagé en deux étapes. La première étape de sa démarche repose sur le calcul de la perturbation des champs de contrainte et de déformation induite par la présence de la fissure sur le pli fissuré, permettant ainsi de déterminer l'énergie élastique de déformation dissipée par la présence de la fissure transverse. Dans une deuxième étape, **une équivalence en énergie** est réalisée. L'énergie élastique de déformation du problème à homogénéiser (W^{strat}) revient à la différence entre l'énergie élastique du problème du stratifié non-fissuré (W^{strat}_{nf}) et l'énergie élastique dissipée par la présence de la fissure dans le pli p (W^{strat}_{p}), soit:

$$W^{strat} = W^{strat}_{nf} - W^{strat}_{p}$$
(8)

Avec:

$$W_{nf}^{strat} = \sum_{i=1}^{n} W_{nf}^{i}$$

$$\tag{9}$$

Ladevèze et Lubineau [21,56-58] prennent ensuite comme hypothèse de condenser cette perte d'énergie élastique dans le pli fissuré. Ainsi, nous avons pour le pli p:

$$W^{p} = W^{p}_{nf} - W^{strat}_{p}$$
⁽¹⁰⁾

et pour les autres plis ($i \neq p$):

$$W^{i} = W^{i}_{nf} \tag{11}$$

En considérant que seules les contraintes transverses positives ($\langle \sigma_{22}^+ \rangle$) et de cisaillement (σ_{12}) au sein du pli peuvent être endommageantes, la perte d'énergie élastique au sein du pli fissuré peut s'écrire comme une forme quadratique du chargement soit:

$$W_{p}^{strat} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \langle \sigma_{22}^{+} \rangle \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} a & c \\ c & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \sigma_{22}^{+} \rangle \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$
(12)

En démontrant que le coefficient de couplage c peut être négligé et en imposant que:

$$a = \frac{d'}{E_2} et \ b = \frac{d}{2 \ G_{12}}$$
(13)

l'énergie élastique de déformation du pli, basée sur la contrainte effective, s'écrit:

$$W^{p} = \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{\underline{S}}(d', d) : \underline{\sigma}$$
(14)

avec :

$$\underline{\underline{S}}(d',d) = \begin{vmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1-d'}{E_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-d}{2G_{12}} \end{vmatrix}$$
(15)

et :

 $\underline{\sigma} = \underline{\underline{Q}} : \underline{\epsilon} \tag{16}$

où :

$$\underline{Q} = \underline{S}^{-1}(d'=0, d=0) \tag{17}$$

Le tenseur de souplesse (\underline{S}_e) équivalant du pli endommagé est alors défini par :

$$\underline{\underline{S}}_{e} = \underline{\underline{Q}} : \underline{\underline{S}}(d', d) : \underline{\underline{Q}}$$
(18)

soit:

$$\underline{\underline{S}}_{e} = \begin{vmatrix} \frac{1}{E_{1}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{1}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{1}} & \frac{-E_{1} + (1+d')E_{2}\nu_{12}^{2}}{E_{2}\left((d'-1)E_{1} + E_{2}\nu_{12}^{2}\right)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2(1-d)G_{12}} \end{vmatrix}$$
(19)

Ainsi, seules les composantes (2,2) et (3,3) de $\underline{\underline{S}}_{e}$ sont affectées par la présence de la fissure. L'évolution $\underline{\underline{S}}_{e}$ en fonction du taux de fissuration ρ est assurée par l'identification de la relation entre (d', d) et $\overline{\rho}$.

Les démarches précédentes montrent ainsi qu'il est possible de connaître l'influence de l'épaisseur du pli fissuré et de l'orientation des plis adjacents sur le comportement endommageable du pli à condition de définir une méthode d'identification inverse de ce comportement. Le principe de ces méthodes consiste, tout d'abord, à déterminer le comportement homogène équivalent du stratifié soit par une équivalence en contrainte soit par une équivalence en énergie. L'équivalence en énergie implique que:

$$\int_{strat} \underline{\sigma} : \underline{S} : \underline{\sigma} = \underline{\Sigma} : \underline{S}_{H} : \underline{\Sigma}$$
(20)

et l'équivalence en contrainte quant à elle, implique que:

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{S}}_{H}^{-1} : \underline{\underline{E}}$$
(21)

avec $\underline{\Sigma}$ le champ de contraintes appliqué au stratifié, \underline{E} la déformation du stratifié et \underline{S}_{H} le tenseur de souplesse homogénéisé du stratifié.

Une fois le comportement homogénéisé du stratifié défini, il est admis de supposer que la différence de comportement du stratifié n'est imputable qu'au comportement de la couche fissurée ce

qui permet de définir via une méthode d'homogénéisation le comportement de la couche fissurée. La principale conséquence de cette hypothèse est de négliger l'influence de la fissure sur les plis adjacents au pli endommagé. Lubineau montre que cette hypothèse est tout à fait acceptable pour la définition des effets de l'endommagement. Notons que nous reviendrons sur ce point dans le prochain chapitre en terme de cinétique d'endommagement.

Par ailleurs, il est important de constater que l'ensemble des travaux trouvés dans la littérature ne s'intéressent qu'au comportement dans le plan des couches du stratifié en utilisant la théorie classique des stratifiés (CLT) [37].

Même s'il est probable que la fissuration transverse ne modifie que le comportement hors plan du matériau, la présence de microdélaminage en pointe de fissure transverse peut jouer un rôle qu'il paraît nécessaire de connaître.

2 Description de la démarche envisagée

Notre démarche est similaire à celle retenue par Jeggy [19] et Thionnet [20]. A partir d'une série de chargements élémentaires réalisés sur une cellule représentative de l'endommagement présent (taux de fissuration et microdélaminage), une équivalence en contrainte est adoptée afin de déterminer le tenseur de rigidité homogénéisé du stratifié. Contrairement aux études présentées précédemment, l'intégralité du tenseur de souplesse du pli endommagé est défini en utilisant une méthode d'homogénéisation 3D. Une étude de convergence a été entreprise afin de valider le modèle éléments finis retenu et d'assurer la précision et la stabilité de la méthode.

2.1 Méthodologie

Afin de définir le comportement tridimensionnel complet des stratifiés endommagés, nous utiliserons une méthode appelée GTFA (Generalized Transformation Fields Analysis) déjà employée par Schieffer [34] dans le cadre des composites à matrice organique et qui a montré une équivalence entre cette approche et la CLT pour des chargements en membrane.

Le volume élémentaire représentatif (ici le stratifié) est divisé en sous-volumes (dans ce cas, les plis). Les champs locaux sont reliés aux champs macroscopiques par les relations :

$$\underline{\varepsilon_i} = \underline{A_i} : \underline{E} \tag{22}$$

$$\underline{\sigma}_i = \underline{B}_i : \underline{\Sigma} \tag{23}$$

 \underline{A}_i et \underline{B}_i sont des tenseurs d'ordre 4 appelés tenseurs de localisation. Le point clé de cette approche repose dans le calcul de ces tenseurs. Pour cela, on suppose que *(i)* les déformations planes dans le pli soient constantes et égales aux déformations planes macroscopiques (hypothèses identiques à celles de la CLT) et que *(ii)* les contraintes hors-planes sont constantes et égales aux contraintes hors-planes macroscopiques (hypothèse des plaques minces). Ces hypothèses ne sont bien sûr valables que pour des sollicitations homogènes sur tout le matériau et ne peuvent être appliquées pour des problèmes de flexion pour lesquels la déformation ne peut plus être considérée comme constante dans le pli.

Soit ε_i la déformation et α_i la contrainte du pli *i*, on peut écrire les relations de comportement dans chaque pli:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \underline{\boldsymbol{S}}_i : \boldsymbol{\sigma}_i \tag{24}$$

Où \underline{S}_i est le tenseur de souplesse du pli *i* ($\underline{S}_i = \underline{C}_i^{-1}$). La localisation implique que dans chaque sous volume,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \underline{A}_i : \underline{E} \tag{25}$$

Avec la propriété suivante pour les tenseurs de localisation :

$$\sum_{i} c_{i} \underline{\underline{A}}_{i} = \underline{\underline{I}}$$
(26)

Où c_i est la fraction volumique du pli i, et <u>I</u> le tenseur identité d'ordre 4. Les relations d'homogénéisation impliquent que:

$$\sum_{i}^{i} c_{i} \underline{\varepsilon}_{i} = \underline{E}$$

$$\sum_{i}^{i} c_{i} \underline{\sigma}_{i} = \underline{\Sigma}$$
(27)

Afin de pouvoir appliquer les hypothèses planes et antiplanes, l'écriture matricielle des relations est retenue et une distinction entre les composantes planes (x^p) et transverses (x^t) est adoptée. Ainsi, les relations de comportement et de localisation deviennent:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{p} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{i}^{pp} & \boldsymbol{S}_{i}^{pt} \\ \boldsymbol{S}_{i}^{tp} & \boldsymbol{S}_{i}^{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{i}^{p} \\ \boldsymbol{\sigma}_{i}^{t} \end{bmatrix}$$
(28)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_i^p \\ \boldsymbol{\varepsilon}_i^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i^{pp} & A_i^{pt} \\ A_i^{tp} & A_i^{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E^p \\ E^t \end{bmatrix}$$
(29)

L'hypothèse des déformations planes constantes sur tout le stratifié implique:

$$\varepsilon_i^p = E^p \tag{30}$$

L'hypothèse des contraintes hors-planes constantes sur tout le stratifié implique:

$$\sigma_i^t = \Sigma^t \tag{31}$$

On en déduit que:

$$\begin{aligned} A_i^{pp} &= I \\ A_i^{pt} &= 0 \end{aligned} \tag{32}$$

De plus, en utilisant les relations de comportement et d'homogénéisation on a:

$$\Sigma^{t} = \overline{P} E^{t} + \overline{P}^{-1} : \overline{O} : E^{p}$$

$$\overline{P} = \left(\sum_{i} c_{i} C_{i}^{tt}\right)^{-1}$$

$$\overline{O} = \sum_{i} c_{i} O_{i}$$

$$O_{i} = S_{i}^{tt} : C_{i}^{tp}$$
(33)

En récrivant les formulations de localisation avec les relations précédentes, on obtient:

$$A_i^{tp} = S_i^{tt} : \overline{P}^{-1} : \overline{O} - O_i$$

$$A_i^{tt} = S_i^{tt} : \overline{P}^{-1}$$
(34)

66

Ainsi, le comportement élastique du stratifié s'écrit en fonction des tenseurs de localisation et de comportement de chaque pli par:

$$\underline{\underline{C}}_{H} = \sum_{i} c_{i} \underline{\underline{C}}_{i} : \underline{\underline{A}}_{i}$$
(35)

Les essais virtuels permettent de définir le tenseur de rigidité homogénéisé du stratifié \underline{C}_{H} . Même en considérant le comportement des autres plis non perturbé par la présence de la fissure, l'identification du comportement du pli fissuré n'est donc pas immédiate puisque le tenseur de localisation dépend du comportement du pli fissuré. Une méthode de point fixe est donc nécessaire pour connaître le comportement du pli endommagé.

2.2 Essais numériques

La qualité de l'identification des effets du comportement du pli fissuré repose sur la simulation numérique. Ces simulations numériques ont été réalisées en retenant certaines hypothèses simplificatrices classiquement retenues dans la littérature. La première considère que le réseau de fissures transverses est périodique, ce qui permet l'étude d'une cellule équivalente à la Figure 3.2, dans laquelle règne des champs de contrainte et de déformation périodiques (hypothèse au moins justifiée à saturation). La seconde considère que le comportement du pli est constant dans toute son épaisseur. Le comportement des interfaces entre pli est ainsi négligé.

Le tenseur de rigidité \underline{C}_{H} du stratifié est obtenu par une équivalence en contrainte. En effet, le comportement homogène équivalent du stratifié implique que:

$$\underline{\Sigma} = \underline{\underline{C}}_{H} : \underline{\underline{E}}$$
(36)

On en déduit ainsi que :

$$\underline{\Sigma} = \begin{pmatrix} C_{i1}^{H} \\ C_{i2}^{H} \\ C_{i3}^{H} \\ C_{i4}^{H} \\ C_{i5}^{H} \\ C_{i6}^{H} \end{pmatrix} a vec \ \underline{E}_{j} = \delta_{ij}$$
(37)

En récupérant la moyenne du champ de contraintes sur toute la cellule, seuls six chargements élémentaires en déformation sont nécessaires pour l'identification du tenseur de rigidité du pli. Les calculs éléments finis ont été réalisés avec le code de calcul par éléments finis ZeBuLoN en utilisant les conditions aux limites résumées sur la Figure 3.3.




Figure 3.3: Conditions aux limites des calcul éléments finis

Une étude de convergence au maillage a été menée afin de valider le modèle éléments finis retenu dans un cas considéré comme sévère ($[0_2/90]_s$ avec (ρ, μ)=(0.95 mm⁻¹,0.22 mm)). La Figure 3.4 montre le maillage retenu tandis que la Figure 3.5 montre l'évolution des composantes du tenseur de souplesse identifié en fonction du nombre de degrés de liberté du calcul éléments finis. Une cellule de l'ordre de 100000 degrés de liberté sera retenue dans ce cas.



Figure 3.4: Maillage retenu pour le calcul des effets de la fissuration transverse sur les composantes du tenseur de souplesse



Figure 3.5: Étude de convergence du maillage sur les composantes du tenseur de souplesse. Chacune des courbes représente $S_{ij}^n/S_{ij}^{3.10^5}$ où l'exposant n est le nombre de degrés de liberté (en considérant que n=3.10⁵ représente un calcul convergé)

3 Définition du matériau équivalent et méthode d'identification

En utilisant la méthode définie précédemment, différents essais numériques ont été réalisés en modifiant le taux de fissuration, la longueur de microdélaminage et l'orientation des plis adjacents. Ces essais numériques se basent sur des données issues d'essais expérimentaux afin de restreindre le domaine d'investigation.

3.1 Influence de l'épaisseur

Jeggy[19], Thionnet [20] et Ladevèze et Lubineau [21,56-58] utilisent des variables adimensionnées afin de pouvoir définir le comportement du pli en fonction du taux de fissuration et de son épaisseur. En effet, suivant l'épaisseur du pli, l'effet de la présence de fissuration transverse est différente sur le comportement du pli. La Figure 3.6 montre pour trois stratifiés croisés l'évolution des composantes du tenseur de souplesse en fonction du taux de fissuration du pli en l'absence de microdélaminage.

Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés



Figure 3.6: Influence de l'épaisseur sur les effets de l'endommagement

On peut tout d'abord remarquer que seules les composantes S_{22} , S_{44} et S_{66} sont influencées par la présence de la fissure transverse. Il est important de souligner que la composante S_{12} n'est pas modifiée ce qui *(i)* valide une hypothèse souvent retenue dans les modèles d'endommagement et observée expérimentalement dans les composites et *(ii)* va dans le même sens que de négliger le terme de couplage c dans l'approche de Ladevèze et Lubineau [21,56-58]. Par ailleurs, plus le pli est épais et plus les effets de la fissuration sont importants à même taux de fissuration. Les Figures 3.7 à 3.9 montrent qu'il est possible de définir une courbe maîtresse des effets de la fissuration transverse en retenant comme variable d'endommagement une variable d'endommagement adimensionnée $\overline{\rho}$ définie comme :

$$\overline{\rho} = \rho h \tag{38}$$



Figure 3.7: Définition d'une courbe maîtresse pour la composante (2,2) du tenseur des effets en fonction de l'épaisseur du pli à 90°



Figure 3.8: Définition d'une courbe maîtresse pour la composante (4,4) du tenseur des effets en fonction de l'épaisseur du pli à 90°



Figure 3.9: Définition d'une courbe maîtresse pour la composante (6,6) du tenseur des effets en fonction de l'épaisseur du pli à 90°

Cette variable représente le nombre de fissures transverses présentes pour une longueur d'une épaisseur de pli. A partir de ces courbes maîtresses, il est possible de définir une approximation de ces effets en fonction du taux de fissuration en écrivant que:

$$\underline{\tilde{S}} = \underline{\underline{S}}^{0} + \sum_{k} \Delta \underline{\underline{S}}^{k}(d_{k})$$
(39)

On définit le tenseur d'effet du dommage de la fissuration transverse comme :

$$\Delta \underline{\underline{S}}(\overline{\rho}) = \overline{\rho} \underline{\underline{H}}^{\rho}(\overline{\rho}) \tag{40}$$

Au vue de l'évolution des différentes composantes, la formulation de ce tenseur est choisi selon une forme quadratique du taux de fissuration réduit, soit :

$$\underline{\underline{H}}^{\bar{\rho}}(\bar{\rho}) = \underline{\underline{H}}_{1}^{\bar{\rho}} + \bar{\rho} \, \underline{\underline{H}}_{2}^{\bar{\rho}} \tag{41}$$

Avec les composantes des tenseurs $\underline{\underline{H}}_{i}^{\rho}$ constantes et définies par rapport à la souplesse initiale du pli de la manière suivante :

Par cette formulation et par les remarques faites précédemment, seules les composantes (2,2), (4,4) et (6,6) des tenseurs $\underline{H}_{1}^{\bar{\rho}}$ et $\underline{H}_{2}^{\bar{\rho}}$ sont à définir. Les Figures 3.10 à 3.12 montrent l'identification



réalisée à partir des essais numériques et montrent une bonne concordance avec les résultats issus des simulations numériques.

Figure 3.10: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{H}^{\overline{\rho}}$ (Composante (2,2))



Figure 3.11: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{\underline{H}}^{\overline{\rho}}$ (Composante (4,4))



Figure 3.12: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{H}^{\overline{\rho}}$ (Composante (6,6))

3.2 Influence du microdélaminage

Le paragraphe précédent a montré l'influence de la fissuration transverse sur le tenseur de souplesse. Les observations réalisées sur le T700/M21 ont montré la présence de microdélaminage en pointe de fissure transverse. Ayant identifié l'influence des effets de la fissuration transverse, la deuxième étape consiste à déterminer le rôle du microdélaminage sur le comportement élastique du pli. A partir des essais réalisés sur des stratifiés croisés, une identification précise des longueurs de microdélaminage observées a été réalisée (cf. Chapitre 2). Tous les niveaux d'endommagement des stratifiés croisés testés ont été simulés numériquement. Les Figures 3.13 à 3.15 présentent l'évolution de la variation des composantes du tenseur de souplesse en fonction du taux de fissuration (S_{22} , S_{44} et S_{66}). Les essais équivalents en l'absence de microdélaminage sont également représentés afin de pouvoir comparer l'influence du microdélaminage. Le microdélaminage influence également d'autres composantes hors-planes du tenseur des souplesses que le S_{44} . Les Figures 3.16 à 3.18 montrent comment la présence de microdélaminage impacte les composantes S_{33} , S_{23} et S_{55} .

Comme dans le cas avec uniquement de la fissuration transverse, on modélise les effets du microdélaminage en ayant recours à une variable adimensionnée $\overline{\mu}$ définie comme:

$$\overline{\mu} = \frac{\mu}{L} \tag{43}$$

Cette variable représente le taux de délaminage de la cellule périodique. En conservant le formalisme de l'Eq. 40, nous récrivons le tenseur des effets de la fissuration transverse définie dans l'Eq. 41 de la manière suivante afin de prendre en compte la présence de microdélaminage :

$$\underline{\underline{H}}^{\overline{\rho}}(\overline{\rho},\overline{\mu}) = \underline{\underline{H}}_{1}^{\overline{\rho}} + \overline{\rho} \, \underline{\underline{H}}_{2}^{\overline{\rho}} + \overline{\mu} \, \underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}} \tag{44}$$

De manière similaire à la fissuration transverse, un tenseur des effets du microdélaminage \underline{H}_{μ} est donc défini. Les Figures 3.13 à 3.15 montrent l'identification de ce tenseur pour les composantes influencées par la fissuration transverse. Les résultats issus de l'identification sont en très bon accord

avec ceux issus des essais numériques. On peut également remarquer sur ces figures que l'influence du microdélaminage est très importante pour les sollicitations de cisaillement.



Figure 3.13: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}}$ (Composante (2,2))



Figure 3.14: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}}$ (Composante (4,4))



Figure 3.15: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}}$ (Composante (6,6))

Les Figures 3.16 à 3.18 présentent les résultats d'identification de la partie hors-plane du tenseur des effets de l'endommagement pour les niveaux d'endommagement mesurés expérimentalement. Les résultats de l'identification sont en accord avec ceux issus des essais numériques mais ne sont pas aussi satisfaisants que pour la partie influencée par la fissuration transverse. Cependant, le niveau d'endommagement restant faible pour ces composantes (au plus 10% à 12% de variation relative de souplesse), l'identification demeure acceptable puisque une erreur au plus de 2% sur la variation relative de souplesse est observée.



Figure 3.16: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}}$ (Composante (3,3))



Figure 3.17: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{H}^{\overline{\mu}}$ (Composante



Figure 3.18: Identification du tenseur des effets de l'endommagement $\underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}}$ (Composante (2,3))

Notons enfin que les essais numériques n'ont montré aucune influence de la présence d'endommagement sur les composantes S_{12} et S_{13} puisque les niveaux maximum de variation de souplesse sur ces deux composantes n'atteignent pas 0,5% pour les niveaux d'endommagement testés.

3.3 Influence de l'orientation des plis adjacents

Les simulations réalisées dans les précédents paragraphes ont été réalisées en ne considérant uniquement des stratifications croisées. Dans ce paragraphe, nous allons vérifier l'influence de l'orientation des plis adjacents sur le tenseur des effets. Pour cela, ce tenseur a été calculé en suivant la même méthode que précédemment pour des stratifications du type $[\mp \theta/90 / \pm \theta]$ avec le pli à 90° endommagé. Les Figures 3.19 à 3.21 montrent l'influence de l'angle θ sur la variation relative de S_{22} , S_{44} et S_{66} du tenseur de souplesse du pli endommagé. Les Figures 3.19 et 3.20 soulignent que plus l'angle est important et plus la variation de souplesse est importante.



Figure 3.19: Influence de la valeur de θ sur la variation relative de S_{22} du tenseur de souplesse du pli endommagé dans un $[\mp \theta/90 / \pm \theta]$



Figure 3.20: Influence de la valeur de θ sur la variation relative de S_{44} du tenseur de souplesse du pli endommagé dans un $[\mp \theta/90 / \pm \theta]$

Dans le cas de la Figure 3.21 l'évolution du module de Coulomb dans le plan est plus compliqué puisque le maximum de variation semble se situer pour $\theta = 15^{\circ}$ et le minimum pour $\theta = 75^{\circ}$.



Figure 3.21: Influence de la valeur de θ sur la variation relative de S_{66} du tenseur de souplesse du pli endommagé dans un $[\mp \theta/90 / \pm \theta]$

Afin de garder une loi intrinsèque au pli, nous ferons l'hypothèse, comme dans les travaux de Ladevèze et Lubineau [21,56-58], de négliger l'influence de l'orientation des plis adjacents sur le tenseur des effets $\underline{H}^{\overline{\rho}}$.

4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, une méthode inverse d'identification du comportement du pli endommagé a été proposée. Elle est basée sur une équivalence en contrainte et utilise GTFA. Cette méthode permet l'identification complète du tenseur de souplesse équivalent du pli endommagé à partir des six chargements élémentaires en déformation.

La deuxième partie de ce chapitre a présenté une modélisation des effets de l'endommagement prenant en compte l'influence de l'épaisseur. Cette formulation du tenseur des effets est identifiée grâce aux essais numériques simulant par éléments finis les différents niveaux d'endommagement observés expérimentalement. Cette modélisation traduit les effets de la fissuration transverse et de son microdélaminage associé sur les propriétés élastiques du pli endommagé. Afin de définir une loi de comportement intrinsèque au pli, nous retiendrons l'hypothèse de l'indépendance de l'orientation des plis adjacents sur les effets de l'endommagement sur le comportement du pli. Cette hypothèse sera discutée dans le Chapitre 7 dans lequel nous verrons l'influence de la prise en compte ou non de l'orientation des plis adjacents sur la réponse du modèle présenté dans le Chapitre 5.

Bien que les effets de l'endommagement soient identifiés, une loi de comportement du pli nécessite de déterminer l'évolution de ces endommagements en fonction du chargement. C'est pour cela que le prochain chapitre va s'intéresser aux mécanismes d'apparition de la fissuration et identifier les ingrédients essentiels à la modélisation des cinétiques d'endommagement en se basant sur les résultats de la littérature et des essais présentés dans le Chapitre 2.

Dans ce chapitre, deux points ont été mis en évidence :

• l'effet de l'endommagement peut s'exprimer facilement à l'aide d'une variable adimensionée $\overline{\rho}$ avec :

$$\overline{\rho} = \frac{nh}{L}$$

Où n est le nombre de fissures présentes sur une longueur L dans un pli d'épaisseur h. L'utilisation de cette variable permet de faciliter l'identification des effets de l'endommagement et de prendre en compte l'effet de l'épaisseur des plis.

• les effets de l'endommagement dus à un pli fissuré dépendent de l'orientation des plis adjacents.

Chapitre 4 : Analyse des cinétiques d'évolution

Nous avons réalisé dans les chapitres précédents une étude bibliographique et expérimentale permettant d'identifier les mécanismes physiques d'endommagement des composites à matrice organique. Deux types d'endommagement ont notamment été mis en évidence : la fissuration transverse et les microdélaminages associés à ces fissures. Il a été montré que la fissuration transverse s'amorce sur des microdommages et ne se propagent que si la charge stockée dans le pli est suffisante.

Afin de bâtir une loi d'endommagement mésoscopique, nous avons étudié les effets de l'endommagement sur les propriétés du pli. Nous nous intéresserons ici à la formulation d'une cinétique d'endommagement à partir de l'étude fine des mécanismes d'endommagement présents tant à l'échelle de la fibre et de la matrice que ceux à l'échelle du pli.

1 État de l'art

La cinétique d'évolution de la fissuration de stratifiés croisés a été largement étudiée dans la littérature par des approches analytiques [4,24-25,32,36,59-60]. Connaissant le champ de contraintes par des approches de type micro mécanique, il est ainsi possible de proposer une loi d'évolution du nombre de fissures en fonction du chargement. Par ces approches, deux familles de modèles ont été développées en se basant sur un critère de rupture du pli, utilisant soit la résistance soit la ténacité du pli.

Les modèles utilisant la résistance du pli ne sont en général pas satisfaisants pour prévoir la multiplication du nombre de fissures transverses (même si la tendance générale tant sur la contrainte d'apparition que sur la cinétique de fissuration sont respectées). Afin de parfaire ces modèles, différents auteurs [23,27] ont proposé de prendre en compte l'aspect statistique de la distribution de résistance dans le pli. Néanmoins, ce type d'approche nécessite un choix sur la distribution de résistance et impose que les paramètres de la distribution retenue soit indépendants de la stratification et de l'épaisseur du pli [61]. Il est intéressant de remarquer que ce type de modèle simule très bien l'apparition de la fissuration transverse dans le cas de stratifiés croisés contenant des plis à 90° de forte épaisseur.

Les modèles utilisant la mécanique de la rupture supposent que le taux de restitution d'énergie pour passer d'un état contenant n fissures transverses à 2n fissures transverses doit être égale à l'énergie dissipée par la création d'une surface fissurée équivalente au nombre de fissures apparues, soit :

$$\Delta W = G(\sigma, \rho) n h L \tag{45}$$

En estimant que l'énergie de création de surface peut s'exprimer en fonction d'une variable équivalente à une ténacité G_c , nous avons :

$$\Delta W = G_c n h L \tag{46}$$

L'évolution du nombre de fissures transverses est alors régie par :

$$G(\sigma, \rho) = G_c \tag{47}$$

Ce type de modèle nécessite donc l'identification d'un unique paramètre (G_c). Les résultats obtenus sont en général en très bon accord avec l'expérience. La contrainte d'apparition de la première fissure transverse est bien simulée par ce type d'approche pour les plis à 90° de faible épaisseur mais sous-estime cette dernière pour les plis de forte épaisseur dans les stratifications de type $[\theta/90_n]_s$ contrairement aux critères en contrainte maximale. Afin de prendre en compte le rôle de l'épaisseur et ainsi réaliser un pont entre la mécanique de l'endommagement et les modèles issus de la micro-mécanique, Ladevèze et Lubineau [21,56-58] montrent qu'il est possible de relier le taux de restitution d'énergie du pli et la force thermodynamique du pli (dépendant directement de la contrainte ou de la déformation du pli). Ladevèze et Lubineau [21,56-58] montrent également que l'évolution de cette force thermodynamique est indépendante de la séquence d'empilement et de l'épaisseur du pli à condition d'écrire la force thermodynamique associée à la variable d'endommagement comme une fonction linéaire de l'épaisseur du pli.

Néanmoins ces approches ne différencient pas la phase de multiplication du nombre de fissures de celle de l'apparition de la première fissure transverse. Hormis certains travaux [21,62-63] prenant en

compte la présence d'endommagement diffus au sein du pli, la plupart des travaux de la littérature négligent l'influence de l'endommagement présent aux échelles inférieures sur la fissuration transverse. La suite de ce travail a pour but de fournir des éléments de compréhension sur les cinétiques d'endommagement et leur interaction tant à l'échelle du pli qu'à l'échelle de la fibre et de la matrice. Au vu des éléments bibliographiques et des résultats expérimentaux présentés dans les chapitres précédents, nous considérerons que *(i)* la fissuration transverse s'amorce sur des microdommages se développant à l'échelle fibre/matrice et que *(ii)* il ne peut y avoir fissuration du pli que si l'énergie disponible est suffisante pour propager la fissure sur toute l'épaisseur du pli.

La première partie de ce travail consiste à définir un critère d'amorçage de la fissuration alors que la seconde partie s'intéressera à la propagation.

2 Définition d'un critère d'amorçage de la fissuration transverse

Il est admis que les premiers mécanismes d'endommagement présents au sein du matériau sont des décohésions fibre/matrice et/ou des microfissures matricielles. La partie expérimentale de ce travail (Chapitre 2) a mis en évidence que ces microdommages correspondent à des zones favorables pour l'amorçage de fissures mésoscopiques. Néanmoins, à l'échelle de la fibre et de la matrice, les cinétiques d'endommagement restent difficiles à définir. Plusieurs scénarios d'endommagement sont envisageables. Le premier considère que les décohésions sont toujours précurseurs de la microfissuration matricielle. Le second considère que la microfissuration matricielle précède toujours les ruptures d'interface fibre/matrice. Enfin, le dernier scénario correspond à une compétition entre ces deux types d'endommagement suivant le chargement du pli.

Dans le but de définir un critère d'amorçage de la fissuration transverse utilisable dans le cadre d'une loi d'endommagement pour le calcul de structure, il est nécessaire de définir un critère, à l'échelle mésoscopique, traduisant l'apparition d'endommagement à l'échelle microscopique. Notre démarche considère que le critère d'amorçage de la fissuration transverse correspond à l'apparition d'endommagement dans la matrice. Toutefois cette hypothèse n'impose pas nécessairement un choix du scénario d'endommagement à l'échelle de la fibre puisque la microfissuration matricielle peut apparaître avec ou sans rupture de l'interface. Une première étape de ce travail consiste donc à définir un seuil d'endommagement de l'interface.

2.1 Critère de rupture de l'interface

Le mécanisme de décohésion interfaciale est un mode majeur d'endommagement dans les matériaux composites. Ce mécanisme peut être décomposé en deux étapes que sont l'amorçage et la propagation. Deux familles de modèles permettent de simuler ce type de mécanisme.

La première utilise des méthodes basées sur la mécanique de la rupture. Ces méthodes permettent de définir des critères de propagation mais non d'amorçage à partir de caractéristiques à rupture de l'interface. Pour pallier cette lacune, Leguillon [64] a récemment introduit une condition supplémentaire en contrainte à celle énergétique du critère de Griffith pour définir un critère d'amorçage. Ce critère permet non seulement de déterminer la charge d'amorçage mais également la longueur de l'incrément de fissure apparaissant spontanément pour ce chargement.

La deuxième famille de modèle tente de modéliser explicitement la décohésion lors d'un calcul de structure. Dans cette optique, de nombreux auteurs utilisent des modèles de zones cohésives (MZC) pour décrire l'amorçage et la propagation de fissures interfaciales [16,65-68].

Dans le cadre général du calcul de structure, les MZC semblent plus efficaces. Ces modèles permettent de prendre en compte une dégradation progressive de l'interface. Dans le cas des composites à matrice organique, l'identification de ce type de modèle est rendue difficile par

l'existence de nombreux paramètres influençant la tenue interfaciale. Parmi ces paramètres, nous pouvons citer le niveau des contraintes résiduelles et l'importance de désordre des fibres et de la distribution des propriétés matériaux. Le but étant de proposer un critère macroscopique de décohésion fibre/matrice, nous utiliserons un critère local de rupture d'interface simple se basant sur les contraintes normales et tangentielles:

$$\frac{\sigma_n^+}{\sigma_c} + \frac{|\tau|}{\tau_c} \ge 1 \tag{48}$$

Où σ_n^+ et τ sont respectivement la partie positive de la contrainte normale et la contrainte tangentielle à l'interface et où σ_c et τ_c sont respectivement la contrainte normale et tangentielle maximale de l'interface. La Figure 4.1 représente l'enveloppe de rupture interfaciale pour des chargements dans le plan (σ_n, τ) . Pour des chargements de compression, le critère s'apparente à un critère de contrainte maximale en cisaillement (pas de rupture en compression normale). Pour les chargements de traction, la présence de cisaillement à l'interface fibre/matrice augmente la valeur du critère et donc diminue le seuil d'endommagement de l'interface.



Figure 4.1: L'enveloppe de rupture d'interface dans le plan (σ_n, τ)

Tant que le critère de l'Eq. 48 n'est pas rempli, l'interface fibre/matrice est parfaite, dans le cas contraire il y a décohésion totale de la fibre. Nous considérons en effet que lorsque la décohésion est amorcée en un point de l'interface, elle se propage de façon instable sur la totalité de l'interface.

Cette hypothèse est en accord avec les travaux de Paris *et al.* [69] et de Roux *et al.* [70]. Ces études ont permis de calculer l'évolution du taux de restitution d'énergie à l'interface fibre/matrice en fonction du chargement mésoscopique d'un pli composé de cellules fibre/matrice arrangées périodiquement. La Figure 4.2 montre l'estimation par calcul éléments finis de l'évolution du taux de restitution d'énergie le long de l'interface pour différentes sollicitations transverses à la fibre [69]. G étant croissant en fonction de l'angle θ , ce résultat implique que dès qu'une rupture interfaciale est amorcée, elle se propagera catastrophiquement jusqu'à une valeur critique θ_c ($\theta_c=100^\circ-140^\circ$ en fonction du chargement). Ces résultats nous permettent de pouvoir considérer qu'une cellule fibre/matrice a, soit une interface parfaite, soit une interface totalement rompue.



Figure 4.2: Évolution du taux de restitution d'énergie en fonction du chargement macroscopique appliqué (T-T traction traction, T-C traction compression, C-T compression-traction, T-0 traction pure, C-0 compression pure) (Parìs et al. [69])

Afin d'estimer l'influence de l'hypothèse de périodicité sur le calcul du taux de restitution d'énergie, Roux *et al. [70]* ont considéré des cellules périodiques composées de quatre quarts de fibres entourant une fibre décentrée par rapport à un pattern périodique (cf Figure 4.3).



Figure 4.3: Cellule fibre/matrice retenue par Roux et al. [70] pour estimer l'influence du désordre sur l'endommagement interfacial

Les résultats obtenus vont dans le même sens que ceux obtenus par Paris *et al.* à savoir que la propagation est instable sur une grande partie de l'interface fibre/matrice ce qui permet donc de considérer les deux cas limites que sont une interface parfaitement saine ou complètement rompue. Ainsi, tant que le critère précédent n'est pas rempli, l'interface fibre/matrice est considérée intacte. Dans le cas contraire, l'interface est considérée totalement rompue.

2.2 Critère de microfissuration

La modélisation de l'apparition de microfissuration matricielle dans les composites à matrice organique est très rarement réalisée du fait des incertitudes du comportement des composants à cette échelle. Les travaux de Meraghni *et al.* [51] modélisent l'endommagement de la matrice d'un mat verre/epoxy à fibres courtes par un taux de présence de microfissuration dans le volume considéré. Ce taux est obtenu par une distribution de Weibull des paramètres de la loi de microfissuration. En effet,

dans ces matériaux la prise en compte du désordre est essentielle pour obtenir une loi de comportement phénoménologiquement acceptable.

Les travaux expérimentaux et numériques de Asp *et al.* [71-74] sont également très intéressants car ils montrent que, l'amorçage d'endommagement au sein de la matrice pour de très faibles niveaux de charge en comparaison avec la résistance en traction de la matrice, s'explique par un état de contrainte fortement multiaxial au sein de la matrice à l'échelle microscopique (la déformation à rupture de la matrice passe de 1.8-7% pour une sollicitation uniaxiale à 0.5-0.8% en sollicitation multiaxiale). Ils montrent également que des critères de plasticité ne suffisent pas pour prévoir la rupture de la matrice et que des critères basés sur la partie hydrostatique du tenseur des contraintes est nécessaire afin de prendre en compte les phénomènes de microcavitation.

Afin d'obtenir un critère simple et utilisable dans l'optique d'un calcul de structure, notre approche a recours à la mécanique de l'endommagement pour définir le critère de microfissuration. En effet, l'apparition de fissuration dans la matrice s'apparente dans ce cadre au seuil d'endommagement de la résine. Comme nous cherchons à définir le critère d'apparition de la microfissuration, seuls les paramètres concernant le seuil d'endommagement sont à identifier parmi l'intégralité de ceux définissant le comportement de la matrice. Néanmoins, les matériaux de type résine époxy demande la mise en place de loi de comportement endommageable complexe. Contrairement à l'endommagement se développant à l'échelle du pli, les directions d'endommagement dans la matrice à l'échelle microscopique ne sont plus orientées par la présence des fibres mais par le chargement local. Ce type d'endommagement ne peut plus être associé à une variable scalaire [18,75] ou vectorielle [76] mais nécessite une représentation tensorielle d'ordre supérieur. Maire et al. [77] et Pottier [78] ont eu recours à ce type de modèle dans le cadre des composites à matrice céramique ou à matrice métallique. En nous appuyant sur ces travaux, le seuil d'endommagement de la matrice est définie par une valeur limite de la force thermodynamique \underline{Y} associée à la variable tensorielle d'endommagement.

$$\underline{Y}_{1} = \frac{1}{4} \left(\underline{\sigma} \cdot \underline{\varepsilon}^{+} + \underline{\varepsilon}^{+} \cdot \underline{\sigma} \right)$$
(49)

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1^+ \tag{50}$$

Où X^+ définie la partie positive du tenseur X. Le seuil d'endommagement sera atteint si :

$$\overline{Y} \ge Y_c \tag{51}$$

Avec :

$$Y = \|\underline{Y}\| \tag{52}$$

Où $||\underline{X}||$ représente une norme du tenseur \underline{X} . On remarque que l'identification du seuil d'endommagement nécessite uniquement la détermination du paramètre Y_c .

Dans le cas de la matrice M21 dont les propriétés sont définies dans le Chapitre 2, des isovaleurs du critère de microfissuration sont représentées sur la Figure 4.4 pour des chargements dans le plan (σ_1, σ_2) et en ayant choisi la norme quadratique pour la force thermodynamique. Cette figure souligne que ce critère ne permet pas de modéliser l'apparition d'endommagement pour des chargements de bicompression. Pour des chargements de traction/compression, on remarque que plus la contrainte de compression est importante et plus le critère de microfissuration est faible. Par contre les chargements de bitraction sont plus endommageant que les chargements de traction purs.



Figure 4.4: Isovaleur de la norme quadratique de la force thermodynamique pour un chargement dans le plan (σ_1, σ_2) *de la matrice M21*

La Figure 4.5 représente les isovaleurs du critère de microfissuration pour des chargements dans le plan (σ_1, σ_6). Plus le cisaillement est important et plus la valeur du critère est importante. La présence de cisaillement pour des sollicitations de compression axiale permet d'endommager le matériau. Cependant, les niveaux de cisaillement nécessaires à l'apparition d'endommagement sont bien plus importants en compression qu'en traction. Il est intéressant de remarquer que la formulation du critère est insensible au signe du cisaillement.



Figure 4.5: Isovaleur de la norme quadratique de la force thermodynamique pour un chargement dans le plan (σ_1, σ_6) *de la matrice M21*

2.3 Définition du critère d'amorçage de la fissuration transverse

Nous avons retenu l'hypothèse que l'amorçage de la fissuration transverse est définie par l'apparition d'endommagement au sein de la matrice. Toutefois, il paraît évident que pour le même chargement mésoscopique, le niveau de chargement de la matrice à l'échelle microscopique sera fortement dépendant de l'état de l'interface fibre/matrice. Ainsi, afin de déterminer un critère mésoscopique d'apparition de fissuration matricielle, il est nécessaire de définir trois critères différents. Les deux premiers correspondent à l'apparition d'endommagement dans la matrice suivant le chargement mésoscopique avec une interface soit saine soit rompue. Le dernier permet de savoir quel est l'état de l'interface suivant le chargement mésoscopique et ainsi déterminer lequel des deux critères précédents doit être retenu.

Afin de définir ces différents critères, il est nécessaire de connaître le chargement de la matrice et de l'interface en fonction du chargement mésoscopique appliqué. Pour cela des calculs éléments finis ont été réalisés sur des cellules fibre/matrice. En considérant que les fibres sont arrangées selon un schéma périodique carré, le volume élémentaire représentatif (VER) du pli peut être défini par la cellule fibre/matrice représentée sur la Figure 4.6 pour un taux de fibre de 60% avec soit une interface saine soit une interface rompue. Il s'agit bien entendu d'une approximation puisque les micrographies présentées au Chapitre 2 montrent très clairement un arrangement très aléatoire des fibres. Le VER est alors soumis à des conditions de chargements périodiques équivalentes au chargement mésoscopique du pli en considérant l'hypothèse des déformations planes généralisées dans l'axe des fibres. Le comportement de la matrice est considéré isotrope élastique tandis qu'un comportement isotrope transverse est retenu pour la fibre. Il est ainsi possible de connaître l'état de contrainte et de déformation au sein de la matrice en tout point de gauss du calcul élément fini pour un chargement mésoscopique donné.



Figure 4.6: Cellule fibre/matrice représentative d'un schéma périodique carré avec interface saine ou rompue

Il reste cependant à définir la méthode de calcul de la norme du critère de rupture matricielle (cf. Eqs. 53-55). Plusieurs choix sont envisageables pour le critère mésoscopique associé à ce mécanisme et peut être défini par exemple par les formes suivantes:

$$F_{m} = \max_{Matrice} \left[\overline{Y} \left(\underline{\sigma}_{m}, \underline{\varepsilon}_{m} \right) \right]$$
(53)

$$F_{m} = \langle \overline{Y} \left(\underline{\sigma}_{m}, \underline{\varepsilon}_{m} \right) \rangle_{Matrice}$$
(54)

$$F_{m} = \overline{Y} \left(\left\langle \underline{\sigma}_{m} \right\rangle_{Matrice}, \left\langle \underline{\varepsilon}_{m} \right\rangle_{Matrice} \right)$$
(55)

Avec $\langle X \rangle_{V}$ la moyenne de la variable X sur le volume V. La représentation des isovaleurs des critères mésoscopioques précédents est présentée (Figures 4.7-4.9) pour des chargements dans le plan (Σ_1, Σ_2) .



Figure 4.7: Isovaleur du critère défini par l'Eq. 53 pour des chargement dans le plan (Σ_1, Σ_2)

Pour les critères définis par les Eqs. 53 et 55 les isovaleurs paraissent similaires. Dans les deux cas, des sollicitations de traction/compression sont plus endommageantes que des sollicitations de bitraction alors que le critère de microfissuration à l'échelle microscopique a un comportement inverse. Cependant dans le cas du critère défini par l'Eq. 54, la bitraction redevient plus endommageante que les sollicitations de traction compression.



Figure 4.8: Isovaleur du critère défini par par l'Eq. 55 pour des chargement dans le plan (Σ_1, Σ_2)



Figure 4.9: Isovaleur du critère défini par par l'Eq. 54 pour des chargement dans le plan (Σ_1, Σ_2)

La Figure 4.10 montre les différentes enveloppes de microfissuration matricielle après avoir recalé la valeur seuil d'endommagement en traction uniaxiale sur les essais présentés au Chapitre 2. On remarque qu'en bitraction les critères des Eqs. 54 et 55 sont quasi-identiques tandis qu'en traction compression, ils diffèrent grandement. Le critère défini par le maximum sur la matrice du critère de microfissuration est celui le plus résistant en bitraction mais le moins résistant en traction compression. Dans la suite de ce travail, nous avons considéré que pour l'apparition d'endommagement au sein de la matrice, il suffit qu'en un point le critère de microfissuration soit rempli ce que conduit à retenir le critère de l'Eq. 53



Figure 4.10: Influence de la norme retenue sur le seuil d'endommagement au sein de la matrice après recalage des enveloppes sur la résistance en traction uniaxiale

Les différentes figures présentées précédemment ont été réalisées en considérant une cellule fibre/matrice avec une interface parfaite. Étant donné que les comportements de la fibre et de la matrice sont considérés élastique linéaire avec des hypothèses de déformations planes généralisées, tout chargement appliqué à cette cellule se déduit d'une combinaison linéaire de quatre chargements

élémentaires. C'est en utilisant cette propriété que les figures précédentes ont été réalisées. Dans le cas d'une cellule fibre/matrice avec une interface rompue, la prise en compte du contact annule cette propriété même avec des lois de comportement élastique. Afin de pouvoir être indépendant du chemin de chargement, la loi de contact retenue néglige les effets du frottement. Il est alors possible de balayer l'espace des contraintes et d'essayer d'approximer la valeur du critère de microfissuration à l'aide d'un modèle analytique, plus simple, identifié sur un nombre fini de calcul. Dans notre approche, une fonction polynomiale des différents paramètres a été utilisée pour approximer la valeur du critère. La forme générale de ce type de formulation pour un polynôme complet d'ordre n est la suivante:

$$P_{n}(\Sigma_{1}, \Sigma_{2}, \Sigma_{3}, \Sigma_{6}) = \sum_{\substack{0 \le i+j+k+l \le n \\ 0 \le i \le j \le k \le l \le n}} a_{ijkl} \Sigma_{1}^{i} \Sigma_{2}^{j} \Sigma_{3}^{k} \Sigma_{6}^{l}$$
(56)

Il suffit donc d'identifier les coefficients a_{ijkl} de l'Eq. 56 pour avoir une estimation du critère de fissuration en fonction du chargement. L'identification de ces coefficients est réalisée par une minimisation au sens des moindres carrés de la norme entre les valeurs exactes calculées pour l'identification de la forme polynomiale et les valeurs du polynôme. Dans le cas présent cela se traduit par inverser une matrice de taille (m,n) où m est le nombre de calculs servant à l'identification et n le nombre de coefficients du polynôme. En ayant effectué m simulations numériques, nous avons :

$$Y = AX \tag{57}$$

Où Y est le vecteur contenant la valeur du critère pour les m simulations numériques de chargement $(\Sigma_{o1}, \Sigma_{o2}, \Sigma_{o3}, \Sigma_{o6})$ avec $o \le m$, X le vecteur contenant les n coefficients du polynôme et A est la matrice de taille (m,n) dont chaque composante est définie suivant la relation suivante:

$$A_{op} = \sum_{o1}^{i} \sum_{o2}^{j} \sum_{o3}^{k} \sum_{o6}^{l} avec \ p = i + j + k + l$$
(58)

Ainsi les coefficients sont identifiés par la formulation suivante:

$$X = \left(A^T A\right)^{-1} A^T Y \tag{59}$$

Il est important de noter que le nombre de coefficients obtenus par ce type d'approche augmente très rapidement en fonction du nombre de variables et de l'ordre du polynôme et que l'utilisation de polynôme d'ordre élevé demande alors de très nombreux calculs pour l'identification.

Afin de valider cette méthode, une comparaison entre les solutions exactes et approchées a été réalisée dans le cas de cellule avec interface fibre/matrice non rompue. La Figure 4.11 représente les isovaleurs de la solution approchée et exacte. L'identification a été réalisée avec un polynôme d'ordre 6 et 400 points d'intentification. Il est également important de noter que l'identification réalisée n'est valable que dans un certain espace puisque toutes les valeurs d'entrée du polynôme P_n sont centrées réduites dans l'hypercube [-1,1] de dimension 4 par rapport aux valeurs maximales retenues dans l'espace réel des contraintes. On remarque une bonne concordance entre les diffèrents niveaux d'isovaleurs. Le diagramme de régression de la Figure 4.12 trace l'évolution de la valeur approximée en fonction de sa valeur exacte et confirme une bonne adéquation pour 400 autres points calculés entre le polynôme et la fonctionnelle.



Figure 4.11: Comparaison entre la solution exacte et la solution approchée du critère de microfissuration



Figure 4.12: Courbe de régression entre les valeurs exactes du critère de microfisuration et la formulation polynomiale

Dans le cas de la cellule fibre/matrice avec interface rompue, nous avons mis en place une méthode permettant de balayer au mieux l'espace de dimension 4 par un chemin de chargement minimisant l'écart entre chaque point successif de calcul afin de limiter le nombre d'itérations entre chaque point de calcul. Cette méthode est basée sur les cartes auto-organisatrice de Kohonen [55]. La Figure 4.13 représente dans l'espace (Σ_1, Σ_2) un exemple de chemin de chargement en 2D. L'algorithme se généralise à un espace à n dimensions [79].



Figure 4.13: Exemple de chemin de chargement dans le plan (Σ_1, Σ_2)

La Figure 4.14 présente la différence entre la solution exacte calculée pour différents points dans le plan (Σ_1, Σ_2) par calculs éléments finis et la solution polynomiale identifiée à partir de 450 points de calculs dans l'espace à quatre dimensions. Cette figure montre une bonne concordance entre la solution exacte et la solution approchée.



Figure 4.14: Comparaison entre la solution exacte et la solution approchée sur la cellule fibre matrice avec interface rompue pour des sollicitations dans le plan $(\Sigma_1 \Sigma_2)$

Les différents critères étant définis, il est possible de prévoir l'amorçage de la fissuration transverse. Trois cas sont envisageables à l'amorçage de la fissuration transverse, c'est à dire à l'apparition d'endommagement au sein de la matrice, et correspondent à trois scénarios différents. Les deux premiers correspondent à l'apparition d'endommagement au sein de la matrice avant ou après la rupture de l'interface. Le dernier scénario correspond à l'apparition d'endommagement au sein de la matrice, de manière simultanée à la rupture d'interface. Lors de la rupture de l'interface fibre/matrice, une charge supplémentaire est instantanément reportée sur la matrice. Cette surcharge peut être la conséquence de l'apparition de microfissuration.

La Figure 4.15 montre l'évolution de l'enveloppe d'amorçage de la fissuration transverse dans le plan (Σ_1, Σ_2) en fonction de la valeur de la contrainte locale de rupture de l'interface. La valeur critique du critère de microfissuration matricielle est fixée arbitrairement à $Y_c = 2$ MPa tant pour la cellule avec interface saine qu'avec une interface rompue.



Figure 4.15: Enveloppe d'apparition d'endommagement dans la matrice, de rupture interfaciale et d'amorçage de la fissuration transverse dans le plan (Σ_1, Σ_2)

On retrouve sur la figure précédente les trois scénarios. Dans le cas où l'interface est plus résistante que la matrice (courbe violette), le critère d'amorcage est défini par le critère de microfissuration matricielle avec interface saine. Dans le cas où l'interface est moins résistante que la matrice, le critère d'amorçage de fissuration transverse est défini soit par le critère de microfissuration avec interface rompue soit par le critère de rupture interfaciale. Dans le cas d'une interface intermédiaire (courbe bleue), l'enveloppe de rupture de l'interface inclue l'enveloppe de la matrice avec interface rompue. Ainsi, dès que le critère de rupture interfaciale est rempli, le critère d'endommagement de la matrice est automatiquement validé. Dans cette configuration, le critère apparent d'amorçage de la fissuration transverse est alors celui de la rupture interfaciale. Cependant le critère d'amorçage peut être défini par le critère d'endommagement de la matrice avec interface rompue pour des chargements où ce critère n'est pas rempli lors de la rupture de l'interface (courbe rose en bicompression). Il est intéressant de remarquer que dans ce dernier cas, suivant le chargement mésoscopique le critère d'amorçage de la fissuration transverse est défini soit par le critère de rupture d'interface soit par le critère de microfisuration. Cette analyse permet de souligner que l'amorçage de la fissuration transverse peut être définie par l'apparition d'endommagement au sein de la matrice sans préjuger sur le scénario apparent d'endommagement à l'échelle microscopique. La compétition entre différents mécanismes d'endommagement à l'échelle microscopique aboutit rapidement aux échelles supérieures à des enveloppes de rupture complexes alors qu'aux échelles inférieures, les mécanismes en jeu peuvent être décrits par des modèles simplifiés. Cette approche permet également de démontrer que les scénarios d'endommagement peuvent différés suivant le chargement du pli. De ce fait, les scénarios d'endommagement observables lors de sollicitation transverse à la fibre ne peuvent être généralisables à tout chargement du pli. Cependant, cette approche ne permet de décrire que l'amorçage de la fissuration et non la propagation de la fissure à travers l'intégralité de l'épaisseur du pli. Il est alors nécessaire de considérer le stratifié pour comprendre l'influence de l'épaisseur du pli sur l'amorçage de la fissuration transverse.

3 Définition d'un critère de propagation de la fissuration transverse

Afin de démontrer l'influence de l'épaisseur sur le seuil de fissuration transverse, des calculs par éléments finis ont été réalisés pour des stratifiés croisés contenant des plis à 90° de différentes épaisseurs. La prévision du seuil d'endommagement est calculée soit en retenant un critère en contrainte soit un critère en énergie. Le critère en énergie est défini par la mécanique linéaire de la rupture. En réalisant un bilan énergétique entre deux états et en notant ΔW_s la variation d'énergie de création de surface, ΔW_{ext} la variation de travail des forces extérieures, ΔW_{elas} la variation d'énergie cinétique, nous avons [80] :

$$\Delta W_{S} + \Delta W_{ext} + \Delta W_{elas} + \Delta W_{K} = 0$$
(60)

D'après la théorie de Griffith, on a :

$$\Delta W_{S} = G \Delta S \tag{61}$$

avec G le taux de restitution d'énergie et ΔS la variation de surface fissurée. Soit le système représenté sur la Figure 4.16 de volume V et de surface extérieure S ($S_u \cup S_F$).



Figure 4.16: Représentation du système entre l'état microfissuré et fissuré

En appliquant l'Eq. 61 et en négligeant la variation d'énergie cinétique, Eq. 60 se récrit sous la forme suivante :

$$G\Delta S + \Delta W_{ext} + \Delta W_{elas} = 0 \tag{62}$$

Donc :

$$G\Delta S = \int_{S_F} F_I \Delta u \, dS - \Delta \int_V \frac{1}{2} \sigma : \epsilon \, dV \tag{63}$$

Avec F_I la valeur de la force imposée sur la surface S_F et Δu la variation de déplacement entre l'état microfissuré et l'état fissuré. Par ailleurs, nous avons :

$$\Delta \int_{V} \frac{1}{2} \sigma : \epsilon \, dV = \frac{1}{2} \int_{\partial V} \left(F \, \Delta u + \Delta F \, . \, u \right) dS \tag{64}$$

0ù ∂V défini l'ensemble des surfaces extérieures et intérieures du système. Or comme sur les lèvres de fissure la force est nulle et que u_1 n'est imposé que sur la surface S_u :

$$\Delta \int_{V} \frac{1}{2} \sigma : \epsilon \, dV = \frac{1}{2} \int_{S_{F}} F_{I} \cdot \Delta u \, dS + \frac{1}{2} \int_{S_{u}} \Delta F \cdot u_{I} \, dS \tag{65}$$

En utilisant Eq. 65 dans l'Eq. 63, nous avons à force imposée :

$$G\Delta S = \Delta \int_{V} \frac{1}{2} \sigma : \epsilon \, dV \tag{66}$$

Et à déplacement imposé :

$$G\Delta S = -\Delta \int_{V} \frac{1}{2} \sigma : \epsilon \, dV \tag{67}$$

La fissuration transverse apparaîtra lorsque :

$$G = G_c \tag{68}$$

De plus, il est observé expérimentalement que la fissuration transverse apparaît très rapidement dans toute l'épaisseur du pli. On peut donc considérer que :

$$\Delta S = l.h \tag{69}$$

Où *l* est la largeur de la plaque et h l'épaisseur du pli fissuré. Ainsi pour chaque stratifié, deux calculs éléments finis ont été réalisés. Le premier est un essai de traction simple avec une loi de comportement du pli élastique linéaire et le second est identique au premier calcul mais contient une fissure transverse au sein du pli à 90°. A partir de ces deux calculs, la variation d'énergie élastique entre l'état sain et l'état endommagé est calculée pour définir le seuil d'endommagement à force ou à déplacement imposé. Or grâce à hypothèse de comportement élastique linéaire du pli, la variation d'énergie élastique est une fonction quadratique du chargement appliqué (Σ), donc:

$$\Delta W_{elas}(k,\Sigma) = k^2 \cdot \Delta W_{elas}(\Sigma)$$
⁽⁷⁰⁾

On en déduit donc le chargement critique (Σ_c) des Eqs. 68-70:

$$\Sigma_{C} = k_{c} \Sigma \tag{71}$$

Avec:

$$k_{c} = \sqrt{\frac{G_{c}\Delta S}{\Delta W_{elas}(\Sigma)}}$$
(72)

La Figure 4.18 montre l'évolution du seuil d'endommagement par fissuration transverse en fonction du nombre de pli à 90° dans $[0/90_n/0]$ soit avec un critère en contrainte soit avec un critère en énergie. Il est intéressant de remarquer que les courbes représentant les deux critères se croisent à partir d'une certaine épaisseur h_c . En dessous de cette épaisseur, le critère en énergie prévoit un amorçage plus tardif que le critère en contrainte. Pour des épaisseurs plus importantes que h_c , la tendance est inversée.



Figure 4.17: Évolution de la contrainte d'apparition de la première fissure transverse en fonction du nombre de plis à 90° dans un $[0/90_n/0]$

Connaissant la contrainte au sein du pli à 90° pour une charge donnée, l'Eq. 72 permet de connaître la contrainte présente au sein du pli à 90° à l'apparition de la fissure transverse. Comme le critère en contrainte et le critère en énergie ne dépendent que du rapport de confinement du stratifié croisé (ratio entre le nombre de plis à 90° et le nombre de plis à 0°), il est possible de tracer l'évolution de la contrainte d'amorçage au sein du pli à 90° pour tout type de stratifié croisé. Néanmoins, il est nécessaire de définir une relation entre la contrainte d'amorçage au sein du pli à 90° pour tout type de stratifié croisé. Néanmoins, il est nécessaire de définir une relation entre la contrainte d'amorçage au sein du pli à 90° et le rapport de confinement. La Figure 4.18 montre que l'évolution du rapport $\frac{\alpha \sigma_{90^{\circ}}^2}{\Delta W(\sigma_{90^{\circ}})}$ dépend linéairement de linéairement de l'inverse de α .



Figure 4.18: Évolution de la contrainte d'apparition de la première fissure transverse en fonction du taux de confinement pour un stratifié croisé

A l'apparition de la fissuration transverse, on a:

$$\Delta W = G_c \Delta S \tag{73}$$

On en déduit donc que :

$$\sigma_c^{90\,°} = \sqrt{a_W \frac{G_c \Delta S}{\alpha} + b_W} \tag{74}$$

Où le couple (a_W, b_W) est identifié sur la courbe (4.18). La Figure 4.19 est déduite de l'Eq. 74. Elle représente la contrainte d'apparition de la fissuration transverse avec un critère en contrainte ou en énergie en fonction du taux de confinement du stratifié croisé.



Figure 4.19: Évolution de la contrainte d'apparition de la première fissure transverse en fonction du taux de confinement pour un stratifié croisé $(G_c = 200 J/m^2 et \sigma_c = 85 MPa)$

Par des méthodes de type shear-lag ou variationnelles, de nombreux auteurs [6,32,35,40] obtiennent des résultats similaires et montrent que la variation d'énergie potentielle dépend quadratiquement de la contrainte au sein du pli à 90° et linéairement du rapport de confinement α , et donc que:

$$\sigma_c^{90\,\circ} = k \sqrt{\frac{G_c}{\alpha}} \tag{75}$$

Ce qui est en accord avec nos résultats. Les calculs précédents ne prennent pas en compte les contraintes d'origine thermique. Pour définir l'influence des contraintes thermiques sur les critères en contrainte et en énergie, deux calculs supplémentaires par stratification ont été réalisés pour le même niveau de charge que précédemment mais en imposant une variation de température ΔT par rapport à la température libre de contrainte. Par le principe de superposition, la variation totale d'énergie de déformation peut être décomposée en une partie due au chargement mécanique et une seconde au chargement thermique:

$$\Delta W_{elas}(\Sigma, \Delta T) = \Delta W_{elas}^{\Sigma}(\Sigma) + \Delta W_{elas}^{\Delta T}(\Delta T)$$
(76)

On en déduit comme pour le chargement mécanique que:

$$\Delta W_{elas}(k_{\Sigma}, \Sigma, k_{\Delta T}, \Delta T) = k_{\Sigma}^{2} \cdot \Delta W_{elas}^{\Sigma}(\Sigma) + k_{\Delta T}^{2} \cdot \Delta W_{elas}^{\Delta T}(\Delta T)$$
(77)

Donc pour un ΔT donné il est possible de déterminer la contrainte d'amorçage de la fissuration transverse de manière similaire à l'Eq. 71 :

$$\Sigma_c = k_c \Sigma \tag{78}$$

Avec:

$$k_{c}(\Delta T) = \sqrt{\frac{G\Delta S - \Delta W_{elas}^{\Delta T}(\Delta T)}{\Delta W_{elas}^{\Sigma}(\Sigma)}}$$
(79)

L'Eq. 79 permet de montrer que les contraintes thermiques permettent de diminuer le seuil d'endommagement par rapport à un chargement purement mécanique.

De manière similaire à la partie purement mécanique, il est possible de vérifier qu'une relation linéaire relie l'inverse de la variation d'énergie élastique due à la partie thermique avec l'inverse du taux de confinement. On en déduit donc, pour n'importe quel taux de confinement, l'évolution de la contrainte au sein du pli à 90° à l'apparition de la fissuration transverse (Figure 4.20). La prise en compte des contraintes thermiques joue un rôle plus important sur le critère en énergie pour les forts taux de confinement que pour les faibles.



Figure 4.20: Prise en compte des contraintes résiduelles d'origine thermique sur la contrainte au sein du pli à 90° d'apparition de la fissuration transverse ($G_C = 200 \text{ J/m}^2$ et $\Delta T = 120^\circ$)

L'analyse bibliographique (cf. Chapitre 1 et Chapitre 2) et nos essais montrent clairement qu'une analyse basée sur la résistance du pli n'est pas suffisante pour des plis de faibles épaisseurs. La Figure 4.21 montre la comparaison entre les données expérimentales pour des stratifiés croisés et les simulations numériques en prenant en compte les contraintes d'origine thermique. Les résultats présentés sur cette figure montrent que pour décrire l'ensemble des essais, il est nécessaire que les deux critères soit simultanément remplis. Le critère mixte obtenu, initialement proposé par Leguillon [64], est équivalent pour des épaisseurs inférieures à h_c au critère en énergie et pour les fortes épaisseurs au critère en contrainte (dans le cas des stratifiés croisés).





Dans notre approche, le critère mixte permet d'assurer l'amorçage de la fissuration transverse par le critère en contrainte et la propagation de cet endommagement matriciel au sein de l'intégralité de l'épaisseur du pli. Les observations expérimentales réalisées dans le Chapitre 2 paragraphe 3.1 confirment une différence de niveaux d'endommagement microscopique en fonction de l'épaisseur du pli à 90° avant l'apparition de la première fissure transverse des stratifiés croisés. Plus le pli est fin et plus le niveau d'endommagement à l'échelle de la fibre et de la matrice est important. Ces observations vont dans le sens d'un double critère. Dans le cas des plis fins, des microdommages se développent dès que le critère en contrainte est satisfait et ceci jusqu'à ce que le critère énergétique soit validé. Dans le cas de pli de forte épaisseur, l'absence d'endommagement à l'échelle de la fibre et de la matrice ne permet pas de faire apparaître de l'endommagement mésoscopique bien que l'énergie soit suffisante au sein du pli.

4 Conclusion

Le but de ce chapitre était d'identifier les éléments nécessaires pour la proposition d'une cinétique d'endommagement. Nous nous sommes tout particulièrement intéressés à l'apparition de la fissuration transverse. Nous avons considéré que deux étapes devaient être assurées pour l'apparition de cet endommagement : une phase d'amorçage suivie par une phase de propagation dans toute l'épaisseur du pli. L'amorçage de la fissuration transverse est définie comme l'apparition d'endommagement au sein de la matrice. La propagation de la fissure dans toute l'épaisseur du pli ne peut avoir lieu que si l'énergie contenue dans le pli est suffisante.

La première partie de ce chapitre a donc défini un critère de microfissuration matricielle. Il est basé sur la mécanique de l'endommagement puisqu'il correspond au seuil d'endommagement de la matrice tout en prenant en compte l'état de dégradation de l'interface fibre/matrice.

La deuxième partie de ce chapitre s'est intéressée à la définition d'un critère de propagation prenant en compte l'influence de l'épaisseur du pli. Nous avons pour cela défini un critère énergétique se basant sur la mécanique linéaire de la rupture. Les résultats de ce critère montrent que pour de fortes épaisseurs de pli, le critère de propagation est atteint avant le critère d'amorçage. Il fait également apparaître explicitement l'épaisseur du pli.

Le critère apparent de l'apparition de la fissuration transverse peut donc se résumer à la définition d'un double critère contrainte/énergie. Dans le chapitre suivant, nous tiendrons compte de ce résultat pour la définition de la cinétique d'endommagement du matériau.

Chapitre 5 : **Proposition d'une loi de comportement du pli unidirectionnel**

Les chapitres précédents ont, par des campagnes d'essais soit expérimentales soit numériques, soulignés quels doivent être les éléments nécessaires à la formulation d'une loi d'endommagement plus en accord avec les mécanismes de dégradation observés. Le Chapitre 3 a notamment permis de définir le tenseur des effets du dommage en fonction du niveau d'endommagement du pli par fissuration transverse et microdélaminage. Le Chapitre 4, a permis de souligner l'importance de la prise en compte d'un double critère pour la définition d'un critère d'amorçage de la fissuration transverse. Ce chapitre a donc pour but de proposer et d'identifier un modèle d'endommagement prenant également en compte les autres effets non-linéaires (viscosité du matériau, rigidification lors de sollicitation dans l'axe des fibres).
1 Généralités

1.1 Formulation thermodynamique

L'objet de ce paragraphe est de définir le cadre thermodynamique classiquement utilisé pour la description, au travers de lois de comportement, des phénomènes physiques apparaissant au sein des matériaux. Les formulations présentées ici sont délibérément macroscopiques. Elles s'inscrivent dans le cadre de la Mécanique des Milieux Continus, qui constitue la base des méthodes modernes de calcul des structures. Ainsi, bien que le matériau réel fasse apparaître des discontinuités physiques aux différentes échelles de la microstructure, celles-ci ne sont pas traduites explicitement, mais décrites seulement de façon globale, au niveau homogénéisé d'un élément de volume du matériau. Grâce à cette description très globale, le modèle peut être intégré dans des codes de calculs par éléments finis et permet ainsi de mener à terme les calculs inélastiques de pièces réelles. Nous nous plaçons dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus à variables internes qui constitue un cadre théorique permettant de décrire le comportement élastique, plastique, viscoplastique et endommagé des matériaux solides.

L'hypothèse de départ de la thermodynamique des milieux continus avec variables internes est **l'hypothèse de l'état local** qui suppose que l'état thermomécanique d'un point du système matériel, à un instant donné, ne dépend que de la valeur des variables d'état en ce point. Les dérivées de ces variables n'intervenant pas pour définir l'état, cette hypothèse implique que toute évolution peut être considérée comme une succession d'états d'équilibre. Autrement dit, les temps de réponse permettant au système de retrouver un nouvel état d'équilibre thermostatique sont supposés négligeables par rapport aux durées qui caractérisent l'évolution cinématique et dynamique du milieu. C'est par le choix de la nature et du nombre de variables d'état que les phénomènes physiques seront plus ou moins bien décrits. Parmi les variables d'état, on distingue, d'une part les variables observables, mesurables directement (la température T et la déformation totale ε), d'autre part les variables internes, non mesurables directement. Les phénomènes tels que l'écrouissage et l'endommagement font intervenir des variables internes de nature plus cachée que l'on réunit sous le terme V_k . Elles représentent l'état interne de la matière, sans qu'il soit possible *a priori* de les mesurer par des observations directes.

Ayant défini les variables d'état, on postule l'existence d'un **potentiel thermodynamique**, l'énergie libre de Helmholtz, fonction des déformations, duquel dérive les lois d'état. Le potentiel thermodynamique dépend des variables d'état observables et des variables internes. On écrit classiquement :

$$\Psi = \Psi(\varepsilon, T, V_k) \tag{80}$$

L'inégalité de Clausius-Duhem, qui exprime le second principe de la thermodynamique, fait le bilan du travail et de la chaleur dépensés dans un élément de volume. Toujours de façon locale, elle s'écrit alors :

$$\Omega = \Phi_i + \Phi_{th} \ge 0 \quad avec \quad \begin{cases} \Phi_i = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}} - \rho \left(\underline{\dot{\Psi}} - sT \right) \\ \Phi_{th} = -\vec{q} \, \underline{\frac{grad}{T}} \end{cases}$$
(81)

Les termes Φ_i et Φ_{th} représentent respectivement la dissipation intrinsèque volumique et la dissipation thermique volumique, \vec{q} est le vecteur courant de chaleur. En faisant l'hypothèse que toute évolution peut être considérée comme une succession d'états d'équilibres, les processus décrits seront thermodynamiquement admissibles si à chaque instant l'inégalité de Clausius-Duhem est vérifiée. Les lois d'état sont alors déduites du potentiel thermodynamique (définition des forces thermodynamiques):

 $\begin{cases} \underline{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}} \\ s = \frac{-\partial \Psi}{\partial T} \\ A_k = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} \end{cases}$ (82)

Pour établir les lois d'évolution des variables internes, on postule l'existence d'un pseudo-potentiel ou potentiel complémentaire de dissipation φ^* . Il est fonction des variables forces thermodynamiques A_k associées aux variables internes. On définit alors les lois d'évolutions par les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix}
\dot{V}_{k} = \frac{\partial \varphi^{*}}{\partial A_{k}} \\
\frac{\vec{q}}{T} = -\frac{\partial \varphi^{*}}{\partial g r a d T}
\end{cases}$$
(83)

Ainsi, la description complète de la loi de comportement se résume à la détermination des deux potentiels Ψ et φ^* . On démontre alors que si les potentiels vérifient certaines hypothèses (convexité,...), l'inégalité de Clausius-Duhem est automatiquement vérifiée. La plupart des approches que nous allons présenter, peuvent être écrites explicitement dans ce cadre.

Pour plus de détails sur ce cadre thermodynamique, il est possible de consulter les ouvrages ou articles de Halphen et Nguyen [81], Germain et Muller [82], Lemaitre et Chaboche [83] et de François *et al.* [84].

1.2 Approche phénoménologique

Nous nous intéressons au comportement du pli élémentaire (unidirectionnel) du matériau T700/M21. Le comportement de ce matériau présente plusieurs non linéarités :

- Lors d'essais de traction dans le sens du renfort, une non-linéarité est observée (rigidification). Cette non linéarité est assez significative, en tout cas plus importante que sur les carbone/époxy habituels. Nous attribuons ce phénomène à la présence de nodules plastiques qui créent une certaine ondulation des fibres. Nous proposons de décrire cette non linéarité par de l'élasticité nonlinéaire.
- Des essais sur stratifiés croisés mettent en évidence, comme sur tous les carbone/époxy, la création des fissures transverses (dans les plis à 90°). Nous développerons un modèle d'endommagement spécifique pour décrire ces phénomènes irréversibles.
- 3. Des sollicitations de cisaillement conduisent à des réponses fortement non linéaires (mis en évidence lors d'essais sur empilement [±45°]). Des essais de fluage montrent le caractère visqueux

(dépendant du temps) de ces mécanismes. Notre choix s'est porté sur un modèle de type spectral inspiré des modèles développés par Maire [17] puis par Petipas [85]. La description des mécanismes visqueux en un spectre de temps de relaxation présente un attrait certain en se rapprochant des phénomènes décrits par les polyméristes. Une nouvelle formulation de ce type de modèle sera proposée.

2 Comportement élastique

Durant toute la suite de ce travail, nous nous placerons dans les hypothèses des plaques minces [37] soumises à des chargements dans le plan des stratifiés. Ainsi, le comportement élastique du matériau peut être décrit par la loi de Hooke réduite dans le repère matériau, soit :

$$\boldsymbol{\alpha} = \underline{\boldsymbol{C}}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{84}$$

Avec :

$$\underline{\underline{C}}^{0} = (\underline{\underline{S}}^{0})^{-1} \tag{85}$$

Et :

$$\underline{\underline{S}}^{0} = \begin{vmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{vmatrix}$$
(86)

Où les 1 et 2 représentent les axes longitudinaux et transverses aux fibres.

Lors d'un essai de traction sens fibre (0°) , on observe un raidissement c'est-à-dire une évolution constante du module apparent qui évolue de 115 GPa (valeur initiale) à 150 GPa (valeur à rupture)(cf. Figure 5.1).



Figure 5.1: Mise en évidence du comportement non-linéaire en traction sens fibre

Si l'on adopte un cadre strictement élastique linéaire, se pose alors la question de savoir quelle valeur donner au module d'Young longitudinal. Nous proposons de prendre en compte cette non-linéarité en écrivant le module axial du pli sous la forme :

$$E_{11}^{*} = (1 + \lambda \varepsilon_{11}) E_{11}^{0}$$
(87)

Le comportement élastique est donc redéfini de la manière suivante :

$$\underline{\underline{S}}^{0} = \begin{vmatrix} \frac{1}{E_{11}^{*}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}^{*}} & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}^{*}} & \frac{1}{E_{22}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{vmatrix}$$
(88)

La Figure 5.2 présente l'évolution de la déformation transverse en fonction de la déformation longitudinale lors d'un essai de traction sens fibre (0°) sur un unidirectionnel. Le comportement entre les déformations est pratiquement linéaire ce qui nous conduit à considérer le coefficient de Poisson constant.



Figure 5.2: Évolution de la déformation transverse en fonction de la déformation longitudinal en traction sens fibre sur unidirectionnel

3 Nouvelle formulation viscoélastique spectrale

Le modèle viscoélastique spectral non-linéaire proposé est fondé sur l'emploi de variables internes. Il permet de décomposer la déformation visqueuse en une somme de mécanismes visqueux élémentaires associés à un spectre de temps de relaxation. L'état du matériau à l'équilibre est donné par la connaissance des variables observables (la température T et la déformation totale ε) et des variables internes dont la déformation anélastique (ε_a) et une famille de tenseurs (ξ_i) d'ordre deux, homogènes à une déformation, correspondant aux mécanismes élémentaires d'écoulement visqueux.

Ce modèle a été construit de manière à faciliter son implémentation dans un code de calculs par éléments finis et de rendre aisé son identification.

3.1 Formulation du modèle viscoélastique

Le potentiel d'énergie libre Ψ est choisi de forme quadratique, linéaire et additive, de manière à découpler l'anisotropie élastique et visqueuse :

$$2 \ \rho \Psi = (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_a) : \underline{\underline{C}} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_a) + \sum_i \frac{1}{\mu_i} (\underline{\xi}_i : \underline{\underline{C}}_R : \underline{\xi}_i)$$
(89)

où ρ est la masse volumique, \underline{C} et \underline{C}_R sont des tenseurs d'ordre quatre décrivant respectivement l'anisotropie élastique et visqueuse. Chaque mécanisme ξ_i est associé à un temps de relaxation τ_i pondéré par μ_i . L'ensemble des μ_i défini une enveloppe de type gaussienne (cf. Figure 5.3), entièrement déterminée par la connaissance des deux paramètres n_o et n_c .



Figure 5.3: Représentation du spectre (gaussien)

 n_1 et n_2 sont des bornes choisies de manière à ce qu'il soit possible de négliger le poids des mécanismes si $n < n_1$ ou $n > n_2$. Le nombre de temps de relaxation N doit être fixé afin d'obtenir un compromis entre temps de calcul et qualité de la réponse (en pratique entre 10 et 50).

Les lois d'état du modèle dérivent classiquement du potentiel thermodynamique (cf Eq. 82) :

$$\begin{aligned}
\underline{\sigma} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}} = \underline{C} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{a}) \\
\underline{\sigma}_{a} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}_{a}} = -\underline{\sigma} \\
\underline{X}_{i} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\xi}_{i}} = \frac{1}{\mu_{i}} \underline{C}_{R} : \underline{\xi}_{i}
\end{aligned} \tag{90}$$

Ce modèle doit être complété par l'écriture des lois d'évolution des variables internes. Nous proposons comme lois d'évolution le système suivant d'équations différentielles du premier ordre :

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_{a} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\alpha}) \sum_{i} \dot{\boldsymbol{\xi}}_{i} \tag{91}$$

109

Avec:

$$\underline{\underline{C}}_{R}: \left(\tau_{i} \dot{\underline{\xi}}_{i} + \underline{\xi}_{i} \right) = \mu_{i} g(\underline{\sigma}) \underline{\sigma}$$
(92)

Ce modèle se présente donc sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre ayant un nombre de coefficients limité :

- les deux paramètres définissant le spectre (n_o et n_c).
- les tenseurs de rigidité \underline{C} (élasticité) et \underline{C}_R (viscosité).
- la fonction non-linéarisante g.

La forme des tenseurs \underline{C} et \underline{C}_R dépend de l'anisotropie du matériau. Quant à la fonction nonlinéarisante g, nous avons choisi de l'exprimer en fonction de la contrainte :

$$g(\underline{\sigma}) = 1 + a(1 + d_{\mu})\sigma_{eq}^{p}$$
(93)

Avec:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(\underline{\sigma}:\underline{S}_R:\underline{\sigma})} \ avec \ \underline{S}_R = (\underline{C}_R)^{-1}$$
(94)

et:

$$d_{\mu} = b \langle \sigma_{eq} - \sigma_0 \rangle_{+}^n \tag{95}$$

la fonction g est donc définie à partir de cinq paramètres (a, b, n, p et σ_0). Nous avons opté pour une forme additive de trois termes telle que :

• si a=b=0 alors le modèle est de type viscoélastique linéaire,

• b¹0 correspond au cas où des phénomènes de dégradation apparaîtraient au niveau de l'interface fibre/matrice (micro décohésions partielles).

3.2 Cohérence thermodynamique

La cohérence thermodynamique de cette formulation est facilement démontrée puisque l'inégalité de Clausius-Duhem s'écrit (en absence d'effets de la température):

$$\Phi_{i} = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}} - \rho \, \dot{\Psi} = -\underline{\sigma}_{a} : \underline{\dot{\epsilon}}_{a} - \sum_{i} \underline{\chi}_{i} : \underline{\dot{\xi}}_{i} = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}}_{a} - \sum_{i} \underline{\chi}_{i} : \underline{\dot{\xi}}_{i} \ge 0$$

$$\tag{96}$$

En introduisant les lois d'évolution (cf. Eq. 91), on obtient :

$$\sum_{i} \left| \underline{\sigma} : g(\underline{\sigma}) \dot{\boldsymbol{\xi}}_{i} - \underline{\chi}_{i} : \dot{\boldsymbol{\xi}}_{i} \right| \ge 0$$
(97)

En remplaçant ensuite les forces thermodynamiques par leurs valeurs :

$$\sum_{i} (\underline{\sigma} : g(\underline{\sigma}) \dot{\xi}_{i} - \frac{1}{\mu_{i}} \xi_{i} : \underline{C}_{R} : \dot{\xi}_{i}) \ge 0$$
(98)

En utilisant l'Eq 92, l'inéquation précédente revient à vérifier :

$$\sum_{i} \frac{\tau_{i}}{\mu_{i}} \dot{\xi}_{i} : \underline{C}_{R} : \dot{\xi}_{i} \ge 0$$
(99)

Cette inégalité est vérifiée sous l'unique condition que \underline{C}_R soit défini positif.

4 Construction du modèle d'endommagement

Le but de cette partie est de proposer une formulation thermodynamiquement admissible décrivant le comportement endommageable des matériaux composites stratifiés renforcés par des fibres longues. Nous souhaitons conserver dans ce modèle la nature physique des dommages (variables correspondantes aux mécanismes de dégradation).

Pour cela, la formulation de ce modèle sera développée dans le cadre de la mécanique continue de l'endommagement en adoptant une démarche de type mésoscopique qui considère le pli endommagé comme globalement continu. La réalité physique est tout autre puisque l'endommagement développé dans ce type de matériau est de nature discrète (fissuration transverse accompagné de microdélaminage). Néanmoins des approches par équivalence en contrainte ou en énergie permettent de définir un comportement homogène équivalent du pli endommagé (cf Chapitre 3). Ce modèle s'inscrit dans un cadre thermodynamique des milieux continus à variables internes et repose sur la méthode de l'état local présentée précédemment.

4.1 Potentiel thermodynamique et lois d'état

Le potentiel thermodynamique est postulé en exprimant l'énergie libre d'Helmholtz du pli sous la forme suivante :

$$2 \rho \Psi(\varepsilon, T, \overline{\rho}, \overline{\mu}) = (\varepsilon - \varepsilon_{th}) : \underline{C} : (\varepsilon - \varepsilon_{th}) \text{ avec } \varepsilon_{th} = \alpha (T - T_0)$$
(100)

Avec \underline{C} le tenseur des rigidités, α le tenseur des dilatations thermiques, T_0 la température libre de contrainte, $\overline{\rho}$ le taux de fissuration transverse réduit (cf. Chapitre 3) et $\overline{\mu}$ le taux de délaminage. Le tenseur des rigidités est défini par l'inverse du tenseur des souplesses soit :

$$\underline{\underline{C}} = (\underline{\underline{S}})^{-1} \tag{101}$$

Où comme nous l'avons démontré au Chapitre 3 :

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{S}}^{0} + \overline{\rho} \, \underline{\underline{H}} \, (\overline{\rho} \,, \overline{\mu}) \tag{102}$$

Avec \underline{S}^0 le tenseur de souplesse initial du pli et :

$$\underline{\underline{H}}(\overline{\rho},\overline{\mu}) = \underline{\underline{H}}_{1}^{\overline{\rho}} + \overline{\rho} \, \underline{\underline{H}}_{2}^{\overline{\rho}} + \overline{\mu} \, \underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}} \tag{103}$$

Où :

$$\underline{\underline{H}}_{y}^{x} = \begin{bmatrix} h_{11}^{xy} S_{11}^{0} & h_{12}^{xy} S_{12}^{0} & 0\\ h_{21}^{xy} S_{21}^{0} & h_{22}^{xy} S_{22}^{0} & 0\\ 0 & 0 & h_{66}^{xy} S_{66}^{0} \end{bmatrix}$$
(104)

Les tenseurs \underline{H}_{y}^{x} sont définis par la méthode décrite dans le Chapitre 3, basée sur une campagne d'essais numériques et ne nécessite donc pas d'essai expérimental supplémentaire. Rappelons que dans une première approximation nous considérerons que les tenseurs \underline{H}_{y}^{x} sont indépendants de l'orientation des plis adjacents.

Les lois d'états se déduisent de l'Eq. 100 :

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma}{\partial \xi} &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = \underline{C} : (\xi - \xi_{th}) \\
y_{\overline{\rho}} &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \overline{\rho}} = \frac{1}{2} (\xi - \xi_{th}) : \underline{C} : (\underline{H}_{1}^{\overline{\rho}} + 2\overline{\rho} \underline{H}_{2}^{\overline{\rho}} + \overline{\mu} \underline{H}^{\overline{\mu}}) : \underline{C} : (\xi - \xi_{th}) \\
y_{\overline{\mu}} &= -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \overline{\mu}} = \frac{1}{2} (\xi - \xi_{th}) : (\underline{C} : \overline{\rho} \underline{H}^{\overline{\mu}} : \underline{C}) : (\xi - \xi_{th})
\end{aligned}$$
(105)

4.2 Loi d'évolution

Afin de construire les cinétiques d'endommagement, nous avons utilisé les résultats expérimentaux du Chapitre 2. Les résultats des essais réalisés sur le T700/M21 montrent qu'il ne peut y avoir de microdélaminage sans fissuration transverse et qu'il existe un couplage entre la cinétique de fissuration transverse et le microdélaminage. Plus le microdélaminage est important et plus la cinétique de fissuration transverse est ralentie.

De manière générale, les lois d'évolution sont de la forme suivante :

$$\begin{vmatrix} \overline{\rho} = \sup_{\tau < t} \left[F_1(\overline{\rho}, \overline{\mu}, y_{\overline{\rho}}(\overline{\rho}, \overline{\mu})) \right] \\ \overline{\mu} = \sup_{\tau < t} \left[F_2(\overline{\rho}, \overline{\mu}, y_{\overline{\mu}}(\overline{\rho})) \right] \end{cases}$$
(106)

On remarque dans les Eqs. 105 que les forces thermodynamiques sont dépendantes des variables d'endommagement alors qu'elles sont le moteur de leurs évolutions (cf. Eqs. 106). Afin d'améliorer la convergence et de pouvoir prendre en compte de manière simple les différences de cinétique de fissuration en modes I et II, il est intéressant de décrire les cinétiques dans un cadre non standard. Les forces thermodynamiques définies par le cadre standard (Eqs. 105) sont alors réécrites sous la forme explicite suivante:

1

$$\begin{aligned}
y_{\bar{p}_{1}} &= \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2} C_{22}^{0} (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{th})^{2} \\
y_{\bar{p}_{u}} &= h_{66}^{\bar{p}_{1}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{th})^{2} \\
y_{\bar{\mu}_{u}} &= \frac{h_{22}^{\bar{\mu}}}{2} C_{22}^{0} (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{th})^{2} \\
y_{\bar{\mu}_{u}} &= h_{66}^{\bar{\mu}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{th})^{2}
\end{aligned}$$
(107)

Ainsi dans les Eqs. 107, les forces thermodynamiques (non standard) ne dépendent plus des variables d'endommagement mais uniquement de la déformation au sein du pli. Les lois d'évolutions deviennent alors :

$$\left\{ \overline{\rho} = \sup_{\tau < t} \left[f_1(\overline{\rho}, \overline{\mu}, y_{\overline{\rho}_t}, y_{\overline{\rho}_u}) \right] \\ \overline{\mu} = \sup_{\tau < t} \left[f_2(\overline{\rho}, \overline{\mu}, y_{\overline{\mu}_t}, y_{\overline{\mu}_u}) \right]$$
(108)

La seule contrainte du cadre non standard est de vérifier Clausius-Duhem (cf. Eq. 81). On montre [83] qu'il suffit de vérifier la relation suivante :

$$y_i d_i \ge 0 \tag{109}$$

Où y_i définit la force thermodynamique associée à la variable d'endommagement d_i . En sachant que les forces thermodynamiques sont des formes quadratiques (du chargement) multipliées par des coefficients positifs et que l'endommagement ne peut que croître, la relation (109) est trivialement validée dans le cas présent.

Il ne reste alors plus qu'à définir les fonctions f_1 et f_2 des Eqs. 108 :

$$\begin{cases} f_1(\overline{\mu}, y_{\overline{\rho}_l}, y_{\overline{\rho}_l}) = K(\overline{\mu}) \left(y_{\overline{\rho}} \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_l}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_l}^s} \rangle + (1 - y_{\overline{\rho}}) \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_l}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_l}^s} \rangle \right) \\ f_2(\overline{\rho}, y_{\overline{\mu}_l}, y_{\overline{\mu}_l}) = f(\overline{\rho}, y_{\overline{\mu}_l}, y_{\overline{\mu}_l}) \end{cases}$$
(110)

avec :

$$\begin{pmatrix}
K(\overline{\mu}) = \frac{K_1}{1 + \frac{K_2}{h}\overline{\mu}} \\
f(\overline{\rho}, y_{\mu_1}, y_{\mu_2}) = 1 - exp\left(-\overline{\rho} \frac{\gamma_{\overline{\mu}} y_{\overline{\mu}_1} + (1 - \gamma_{\overline{\mu}}) y_{\overline{\mu}_2}}{K_3}\right)
\end{cases}$$
(111)

On remarque dans les formulations précédentes le couplage introduit sur les lois d'évolution entre la fissuration transverse et le microdélaminage. Il n'y a pas de microdélaminage tant qu'il n'y a pas de fissuration transverse. Par ailleurs, le coefficient K_2 permet de ralentir la cinétique de fissuration transverse en présence de microdélaminage. De même, plus le pli est fin et plus le couplage fissuration transverse microdélaminage est important comme l'on montré les essais du Chapitre 2.

Les coefficients $\gamma_{\bar{p}}$ et $\gamma_{\bar{\mu}}$ permettent de traduire le couplage mode I/mode II sur les cinétiques d'endommagement.

<u>Remarques</u> :

La cohérence du modèle demande de vérifier l'existence et l'unité de la solution connaissant $y_{\overline{p}}$ et y_{μ} . En injectant les Eqs. 111 dans les Eqs. 110, on obtient :

$$\overline{\rho} = g(\overline{\rho}) \tag{112}$$

avec :

$$\begin{aligned}
g(\overline{\rho}) &= \frac{A}{1 + B(1 - e^{-C\overline{\rho}})} \\
A &= K_1 \left(y_{\overline{\rho}} \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_1}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_1}^s} \rangle + (1 - y_{\overline{\rho}}) \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_n}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_n}^s} \rangle \right) \ge 0 \\
B &= \frac{K_2}{h} \ge 0 \\
C &= \frac{y_{\overline{\mu}} y_{\overline{\mu}_1} + (1 - y_{\overline{\mu}}) y_{\overline{\mu}_n}}{K_3} \ge 0
\end{aligned}$$
(113)

On en déduit alors que :

t

$$\frac{\partial g}{\partial \overline{\rho}} = -\frac{ABC \, e^{-C\overline{\rho}}}{(1+B(1-e^{-C\overline{\rho}}))^2} \tag{114}$$

113

(1.1.0)

On démontre ainsi que g est une fonction monotone décroissante et que $g(0) \ge 0$. L'existence et l'unicité de la solution est assurée comme le montre la Figure 5.4.



Figure 5.4: Existence et unicité de la solution de l'équation $\rho = g(\rho)$ *pour une fonction g monotone décroissante avec* $g(0) \ge 0$

4.3 Seuil d'endommagement

La relation (110) fait intervenir un seuil d'endommagement en mode I ($y_{\bar{p}_l}^s$) et un autre pour le mode II ($y_{\bar{p}_l}^s$). Ces seuils d'endommagement sont définis selon le principe du critère mixte présenté dans le Chapitre 4 (Leguillon [64] ayant montré que la notion de double critère en énergie et en contrainte est indispensable pour décrire correctement les phénomènes d'amorçage). Afin de traduire le mécanisme d'apparition de la fissuration transverse comme la propagation d'une fissure dans toute l'épaisseur du pli amorcée par des microdommages, ces seuils sont définis de la manière suivante :

$$\begin{vmatrix} y_{\overline{p}_{l}}^{s} = max \left[\frac{y_{o_{l}}^{E}}{h}, y_{o_{l}}^{\sigma} \right] \\ y_{\overline{p}_{l}}^{s} = max \left[\frac{y_{o_{l}}^{E}}{h}, y_{o_{l}}^{\sigma} \right] \end{cases}$$
(115)

La relation précédente implique que suivant la configuration des plis utilisés (plis fins ou épais), le seuil peut prendre des valeurs différentes. Dans cette relation, $y_{o_1}^E$ (respectivement $y_{o_1}^E$) correspond au seuil en énergie de mode I (respectivement de mode II) pour un pli d'épaisseur *h* unitaire tandis que $y_{o_1}^{\sigma}$ (respectivement $y_{o_1}^{\sigma}$) correspond au seuil d'apparition des premières micro-fissurations matricielles. Ce seuil évolue donc en fonction de l'épaisseur du pli de manière similaire à la Figure 4.19 du Chapitre 4 (Figure 5.5).



Figure 5.5: Évolution du seuil d'endommagement en fonction de l'épaisseur du pli

On retrouve par la définition de ce seuil que plus le plis est épais et plus le seuil d'endommagement est faible mais que ce seuil est limité par une valeur basse définie par l'apparition d'endommagement à l'échelle micro comme on peut le remarquer en pratique sur les essais de Parvizy *et al.* [3].

5 Prise en compte du caractère unilatéral du dommage

Dans ce paragraphe, nous allons présenter une approche pour la prise en compte du caractère unilatérale du dommage. Plusieurs auteurs ont développé ce type de modèle durant les années 80 et 90 pour différents matériaux. Les premiers modèles ont été développés pour les roches et les bétons [86-88] puis ces modèles ont été utilisés pour les matériaux composites [77,89-90].

5.1 Principe du contact unilatéral du dommage

Nous considérons un milieu élastique endommagé constitué, pour simplifier, d'un seul réseau de fissures. Nous supposons de plus que tout glissement des lèvres de fissures est impossible lorsque celles-ci sont fermées c'est à dire que le coefficient de frottement est infini. L'application d'une contrainte normale permet d'ouvrir la fissure et la loi de comportement du matériau endommagé s'écrit alors comme :



A la contrainte normale appliquée précédemment, ajoutons un chargement de cisaillement. Par ce chargement les lèvres de fissures ce déplacent tangentiellement et on a alors :



$$\underline{\varepsilon} = \underline{S}^{+} : \underline{\sigma} \quad \begin{cases} \underline{\sigma} > 0 \\ \underline{\tau} > 0 \end{cases}$$
(117)

Il a été démontré expérimentalement dans le cas de composite à matrice céramique [91] par des essais bi-axiaux que si, tout en maintenant un effort de cisaillement, un effort de compression normale est appliqué de façon à refermer les fissures, le matériau récupère non seulement son module d'Young initial mais également son module de cisaillement initial. Le matériau retrouve donc sa rigidité initiale lorsque l'endommagement est passif. Nous considèrerons dans la suite qu'il en est de même pour les composites à matrice organique. Nous nous retrouvons alors dans la configuration suivante :



Au moment de la refermeture, une discontinuité (non physique) égale à la différence entre les Eqs. 117-118 apparaît soit :

$$\underline{\sigma}_{ferm} = \left(\underline{C}^{+} - \underline{C}^{-}\right) : \varepsilon_{ferm}$$
(119)

Pour assurer la continuité de la réponse (α, ε) , deux solutions sont envisageables. La première consiste à ne refermer que les termes diagonaux du tenseur des raideurs. Mais cette méthode ne conduit pas à une restitution du module de cisaillement initial après fermeture des fissures. La seconde consiste à assurer qu'après fermeture des fissures, le matériau retrouve complètement ses propriétés initiales. Pour cela, nous réécrivons l'Eq. 118 sous la forme suivante, de manière à respecter la continuité :

$$\boldsymbol{\alpha} = \underline{\boldsymbol{C}} : \boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \boldsymbol{\alpha}_{ferm} \tag{120}$$

Examinons maintenant la réouverture des fissures. Nous sommes dans le cas où la fissure est fermée sous une légère compression normale, et avec un chargement de cisaillement. En relâchant à présent le cisaillement; puisque le matériau a un coefficient de frottement infini, il reste dans un état de déformation avec cisaillement. On a alors :

$$\boldsymbol{\alpha} = \underline{\boldsymbol{C}}^{-} : \boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \boldsymbol{\sigma}_{ferm}$$
(121)

En appliquant à nouveau une contrainte normale pour ouvrir la fissure. Nous avons alors :

$$\boldsymbol{\alpha} = \underline{\boldsymbol{C}}^{+} : \boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \boldsymbol{\alpha}_{ouv} \tag{122}$$

où Δa_{ouv} permet d'assurer la continuité au moment de l'ouverture soit :

$$\underline{\underline{C}}: \varepsilon_{ouv} + \Delta \boldsymbol{\alpha}_{ferm} = \underline{\underline{C}}^{+}: \varepsilon_{ouv} + \Delta \boldsymbol{\alpha}_{ouv}$$
(123)

Ainsi :

$$\Delta \sigma_{ouv} = \Delta \sigma_{ferm} - \left(\underline{C}^{+} - \underline{C}^{-}\right) : \Delta \varepsilon_{ouv}$$
(124)

5.2 Introduction du caractère unilatéral dans un modèle élastique endommageable

La paragraphe précédent a permis de souligner l'importance de la prise en compte correcte de la refermeture des fissures. Ce paragraphe va présenter les outils nécessaires à la mise en place de ce caractère unilatérale.

5.2.1 Définition du comportement effectif du matériau

Considérons tout d'abord le cas où tous les défauts sont actifs. La relation contrainte déformation peut s'écrire classiquement sous la forme suivante pour un endommagement scalaire :

$$\boldsymbol{\alpha} = \underline{\boldsymbol{C}}(\{\boldsymbol{d}_i\}): \boldsymbol{\varepsilon} \tag{125}$$

Où $\{d_i\}$ est un ensemble de variables scalaires de direction \vec{n}_i .

Maintenant, de manière à prendre en considération le caractère unilatéral du dommage, nous allons définir un tenseur d'élasticité effectif que nous noterons \underline{S}^{eff} dépendant non seulement de l'état d'endommagement mais également de l'aspect actif ou passif de l'endommagement :

$$\underline{\underline{S}}^{eff} = \underline{\underline{S}}^{0} + \sum_{i} \eta_{i} d_{i} \underline{\underline{H}}_{i}$$
(126)

Avec \underline{H}_i est un tenseur d'ordre 4 décrivant les effets de la i^{ème} densité de fissure d_i et où η_i est l'index de désactivation du dommage décrivant l'état actif ou passif du dommage, avec :

$$\begin{array}{l} \eta_i = 1 \quad Si \ le \ dommage \ d_i est \ actif \\ \eta_i = 0 \quad Si \ le \ dommage \ d_i est \ passif \end{array}$$
 (127)

Cet index représente le critère de fermeture et peut s'exprimer de la manière suivante en fonction de la fonction d'Heaviside h:

$$\eta_i = h(\varepsilon_i) \quad avec \quad \varepsilon_i = \vec{n}_i \cdot \underline{\varepsilon} \cdot \vec{n}_i$$
(128)

Où ε_i est la déformation normale de direction \vec{n}_i . L'Eq. 119 correspond à une fermeture pour une déformation nulle. Cette expression peut être généralisée en écrivant :

$$\eta_i = h(\overline{\epsilon}_i) \quad avec \quad \overline{\epsilon}_i = \vec{n}_i . (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}^0) . \vec{n}_i$$
(129)

où ε^0 , homogène à une déformation, définit le moment de fermeture. Ce paramètre permet, par exemple, de prendre en compte les contraintes résiduelles de fabrication. Cette déformation peut être nulle, constante ou fonction des différentes variables (température, endommagement, ...).

Conformément à ce qui a été présenté précédemment, la loi de comportement d'un matériau élastique endommagé doit être complétée en incluant le terme lié au stockage et s'écrit :

$$\boldsymbol{\alpha} = (\underline{\boldsymbol{S}}^{eff})^{-1} : \boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \boldsymbol{\alpha}_s \tag{130}$$

Avec $\Delta \alpha_s$ le saut éventuel de contrainte lors de la fermeture ou de l'ouverture défini précédemment (cf. Eq. 123 et Eq. 124). On définit alors la déformation de stockage ε_s telle que :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \underline{\boldsymbol{C}}^0 : \boldsymbol{\alpha}_s \tag{131}$$

117

5.2.2 Fermeture progressive

Pour des raisons physiques mais également de convergence numérique, une fermeture progressive peut être définie. Cela consiste à remplacer la fonction d'Heaviside dans l'index de désactivation par une fonction continue. Nous proposons de retenir la formulation suivante pour l'évolution de cet index en fonction de la déformation :

$$\begin{vmatrix} \eta_i = 1 & si \ \overline{\varepsilon}_i \ge \Delta \varepsilon_i^f \\ \eta_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\overline{\varepsilon}_i + \Delta \varepsilon_i^f}{\Delta \varepsilon_i^f}\right) \right] & si \ -\Delta \varepsilon_i^f \le \overline{\varepsilon}_i \le \Delta \varepsilon_i^f \\ \eta_i = 0 & si \ \overline{\varepsilon}_i \le -\Delta \varepsilon_i^f \end{aligned}$$
(132)

Ainsi la déformation de stockage lors de la fermeture ou de l'ouverture évolue continûment entre $-\Delta \varepsilon_i^f$ et $\Delta \varepsilon_i^f$. La loi d'évolution de cette variable est défini de la manière suivante :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_{s} = \dot{\eta} \,\overline{\rho} \,\underline{\underline{S}}^{0} : \underline{\underline{C}}^{eff} : \sum_{i} d_{i} \,\underline{\underline{H}}_{i} : \underline{\underline{C}}^{eff} : \overline{\underline{\varepsilon}}$$
(133)

En effet, nous avons entre deux états :

$$\begin{pmatrix} \underline{\sigma}^{1} = \underline{\underline{C}}(\eta_{i}^{1}) : \underline{\varepsilon}^{1} - \underline{\underline{C}}^{0} : \underline{\varepsilon}_{s}^{1} \\ \underline{\sigma}^{2} = \underline{\underline{C}}(\eta_{i}^{2}) : \underline{\varepsilon}^{2} - \underline{\underline{C}}^{0} : \underline{\varepsilon}_{s}^{2} \end{cases}$$
(134)

Quand l'état 1 tend vers l'état 2, nous avons, afin d'assurer la continuité de la contrainte :

$$\underline{\underline{C}}^{0}: \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{s} = \lim_{1 \to 2} \left[\underline{\underline{C}}(\eta_{i}^{2}) - \underline{\underline{C}}(\eta_{i}^{1}) \right]: \underline{\underline{\varepsilon}}$$
(135)

Or :

$$\underline{\underline{C}}(\eta_i^1) = \underline{\underline{C}}(\eta_i^2) - \Delta \eta_i \frac{\partial \underline{\underline{C}}}{\partial \eta_i}(\eta_i^2) + o(\Delta \eta_i)$$
(136)

En généralisant à l'ensemble des familles de fissures et en écrivant que :

$$\frac{\partial \underline{C}}{\partial \eta_i}(\eta_i^2) = -\underline{\underline{C}}^{eff} : \underline{\underline{H}}_i : \underline{\underline{C}}^{eff}$$
(137)

on en déduit la relation de l'Eq. 133.

5.2.3 Redéfinition de la loi d'endommagement

Dans le cadre de la loi de comportement (cf. section 4), il est nécessaire de redéfinir le potentiel thermodynamique sous la forme suivante :

$$2\rho \Psi(\underline{\varepsilon}, T, \overline{\rho}) = (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) : \underline{\underline{C}}^{eff} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) + (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) : \underline{\underline{C}}^{0} : \underline{\varepsilon}_{s} + \underline{\varepsilon}_{s} : \underline{\underline{C}}^{0} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th})$$
(138)

Avec :

$$\underline{\underline{S}}^{eff} = \underline{\underline{S}}^{0} + \eta \,\overline{\rho} \left(\underline{\underline{H}}_{1}^{\overline{\rho}} + \underbrace{\overline{\rho} \, \underline{\underline{H}}_{2}^{\overline{\rho}} + \overline{\mu} \, \underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}}}_{\underline{\underline{H}}(\overline{\rho}, \overline{\mu})} \right) = (\underline{\underline{C}}^{eff})^{-1}$$
(139)

La loi d'évolution de la variable ε_s est définie par :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_{s} = -\dot{\eta} (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \eta} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) \\
= \dot{\eta} \overline{\rho} \underline{\underline{S}}^{0} : [\underline{\underline{C}}^{eff} : \underline{\underline{H}} (\overline{\rho}, \overline{\mu}) : \underline{\underline{C}}^{eff}] : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th})$$
(140)

Les forces thermodynamiques sont également redéfinies de la manière suivante, afin de n'être endommageantes que pour des chargements de traction :

$$\begin{cases} y_{\bar{p}_{I}} = \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2} \\ y_{\bar{p}_{I}} = h_{66}^{\bar{p}_{1}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{th})^{2} \\ y_{\bar{\mu}_{I}} = \frac{h_{22}^{\bar{\mu}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2} \\ y_{\bar{\mu}_{I}} = h_{66}^{\bar{\mu}_{6}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{th})^{2} \end{cases}$$
(141)

La cohérence thermodynamique du modèle demande de vérifier la relation de Clausius-Duhem. Or en définissant X_{η} et χ_s les forces thermodynamiques associées à η et ε_s nous avons :

$$\begin{cases} \chi_{\eta} = (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \eta} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) \\ \underline{\chi}_{s} = \underline{\underline{C}}^{0} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) \end{cases}$$
(142)

Ainsi en utilisant l'Eq. 140 et la relation précédente, nous obtenons:

$$\chi_{\eta} \cdot \dot{\eta} + \chi_{s} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{s} = 0 \tag{143}$$

Ainsi en considérant un coefficient de frottement infini pour le matériau, les mécanismes d'ouverture et de fermeture de fissures ne sont pas dissipatifs d'énergie et vérifient donc l'inégalité de Clausius-Duhem.

La Figure 5.6 montre l'évolution de la contrainte de cisaillement (graphe C) et de la contrainte normale aux réseaux de fissures (graphe B) soit en prenant en compte le stockage présenté soit en le négligeant lors d'un chargement représenté sur le graphe A. Au repère 1, l'apparition d'endommagement implique une décharge tant sur la contrainte normale aux fissures qu'en cisaillement. Les repères 2 et 3 indiquent la fermeture et l'ouverture des fissures lors du passage en compression ou en traction. C'est durant ce passage en compression, que l'on remarque un saut de contrainte de cisaillement correspondant à la différence entre le comportement sain et endommagé du matériau en l'absence de stockage des déformations. On peut également observé le changement de pente de l'évolution de la contrainte normale aux fissures lors du passage en compression indiquant la recouvrance des propriétés non endommagées du matériau.





Figure 5.6: Influence de la prise en compte ou non des déformations de stockage sur la réponse temps cisaillement du matériau

6 Présentation et identification du modèle complet

Les paragraphes précédents ont présenté les différents éléments du modèle. Dans ce paragraphe nous allons tout d'abord présenter le modèle complet. Nous verrons le potentiel thermodynamique retenu et comment les couplages entre les différents éléments de ce modèles ont été introduits et notamment entre la partie viscoélastique et la partie endommagement de ce modèle. L'identification de ce modèle a été réalisée grâce aux résultats présentés dans le Chapitre 2 sur le T700/M21. Nous montrerons qu'il est également possible d'identifier ce modèle avec des données plus limitées issues de la littérature sur d'autres composites à matrice organique.

6.1 Présentation du modèle complet

Le potentiel thermodynamique retenu est défini par la forme suivante :

$$2\rho \Psi(\underline{\varepsilon}, T, \overline{\rho}) = (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{a} - \underline{\varepsilon}_{th}) : \underline{\underline{C}}^{eff} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{a} - \underline{\varepsilon}_{th}) + \sum_{i} \frac{1}{\mu_{i}} (\underline{\xi}_{i} : \underline{\underline{C}}_{R}^{eff} : \underline{\xi}_{i}) + (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{a} - \underline{\varepsilon}_{th}) : \underline{\underline{C}}^{0} : \underline{\varepsilon}_{s} + \underline{\varepsilon}_{s} : \underline{\underline{C}}^{0} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{a} - \underline{\varepsilon}_{th})$$
(144)

Avec :

$$\underline{S}_{R}^{eff} = (\underline{C}_{R}^{eff})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{22}^{*} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{66}^{*} \end{bmatrix}$$
(145)

Où :

$$\underline{S}_{R}^{eff} = (\underline{C}_{R}^{eff})^{-1} = \begin{cases} \beta_{22}^{*} = \beta_{22} \left[1 + \omega_{2} h(\sigma_{22}) \overline{\rho} \right] \\ \beta_{66}^{*} = \beta_{66} \left[1 + \omega_{6} \overline{\rho} \right] \end{cases}$$
(146)

Afin de coupler les effets de la viscosité avec l'endommagement, nous avons introduit les paramètres ω_2 et ω_6 . Par dérivation du potentiel thermodynamique, on obtient la relation contrainte/déformation suivante :

$$\underline{\alpha} = \underline{\underline{C}}^{0} : (\varepsilon - \varepsilon_{D} - \varepsilon_{a} - \varepsilon_{th} - \varepsilon_{s})$$
(147)

En définissant ε_D de la forme suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{D} = \left(\underline{I} - \underline{S}^{o} : \underline{C}^{eff} \right) : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{a} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} \right)$$
(148)

La loi d'évolution de la variable ε_s est définie par :

$$\underline{\dot{\varepsilon}_{s}} = \dot{\eta} \,\overline{\rho} \,\underline{\underline{S}}^{0} : \left[\underline{\underline{C}}^{eff} : \underline{\underline{H}}(\overline{\rho}, \overline{\mu}) : \underline{\underline{C}}^{eff}\right] : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) \tag{149}$$

Les lois d'évolution des variables d'endommagement (cf. Eqs. 108, 110, 111) ne sont pas modifiées mais, afin de permettre une évolution de l'endommagement lors de sollicitation de fluage, les forces thermodynamiques sont redéfinies de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
y_{\bar{p}_{i}} &= \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{ve} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2} + \sum_{i} \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2 \mu_{i}} C_{22}^{R} \langle \xi_{22}^{i} \rangle_{+}^{2} \\
y_{\bar{p}_{i}} &= h_{66}^{\bar{p}_{1}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{ve} - \varepsilon_{12}^{th})^{2} + \sum_{i} \frac{h_{66}^{\bar{p}_{1}}}{2 \mu_{i}} C_{66}^{0} (\xi_{12}^{i})^{2} \\
y_{\bar{\mu}_{i}} &= \frac{h_{22}^{\bar{\mu}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{ve} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2} \\
y_{\bar{\mu}_{i}} &= h_{66}^{\bar{\mu}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{ve} - \varepsilon_{12}^{th})^{2}
\end{aligned}$$
(150)

De part les remarques faites dans les paragraphes précédents, la cohérence thermodynamique du modèle est assurée.

6.2 Identification du modèle complet pour le T700/M21

L'identification du modèle complet se déroule en trois phases. La première consiste en une première estimation du comportement visqueux du matériau. La seconde partie de l'identification du modèle s'intéresse au comportement endommageable du matériau. Le couplage endommagement viscosité demande une troisième étape afin de vérifier que la prise en compte de l'endommagement ne modifie pas l'identification visqueuse.

6.2.1 Identification du comportement viscoélastique

L'identification du comportement visqueux du T700/M21 a été réalisée à partir d'un essai de fluage sur unidirectionnel (90°) (cf Figures 2.6 du chapitre 2) et de deux essais sur stratifiés $[\pm 45^{\circ}]_{s}$ (un essai de fluage multiple et un essai de traction monotone, cf Figure 2.4 et 2.11 du chapitre 2).

Dans une première étape, le spectre des mécanismes élémentaires visqueux est identifié en traçant l'évolution du fluage normalisé durant les paliers de fluages des essais sur $[\pm 45^\circ]_s$ et permet de fixer les deux paramètres n_0 et n_c . Connaissant le spectre des mécanismes visqueux, les premiers paliers de l'essai de fluage multiple sur unidirectionnel permettent de déterminer le coefficient β_{22} tandis que ceux de l'essai de fluage multiple sur $[\pm 45^\circ]_s$ permettent l'identification du β_{66} . La non-linéarité du comportement est ensuite identifiée grâce aux derniers paliers de fluages du $[\pm 45^\circ]_s$ et à la réponse contrainte/déformation de l'essai de traction monotone du $[\pm 45^\circ]_s$. Dans la formulation présentée, nous avons introduit une non-linéarité supplémentaire par rapport au modèle de Maire [17]. Cette non-linéarité supplémentaire traduit la dégradation progressive des interfaces fibre/matrice essentiellement lors de sollicitations de cisaillement du pli. Cette non-linéarité n'est donc active qu'à partir d'un certain niveau de charge représentée par le seuil σ_0 sur la contrainte équivalente. Son identification est réalisée sur les tous derniers paliers de fluage multiple du $[\pm 45^\circ]_s$ et la fin de la réponse déformation contrainte de la traction monotone de ce même empilement. Les derniers paliers de fluage de l'unidirectionnel permettent de vérifier l'identification de la fonction non-linéarise.

La Figure 5.7 montre la comparaison essai/simulation du comportement visqueux du matériau lors de sollicitations transverses.



Figure 5.7: Identification du comportement visqueux du T700/M21 à partir d'un essai de fluage multi-palier sur [90]₈ (durant les phases de chargement $\dot{\sigma}_{xx}$ =0,6 MPa/s)

La Figure 5.8 présente les résultats de l'identification réalisée lors de la simulation d'une traction monotone d'un $[\pm 45]_{2s}$.



Figure 5.8: Identification du comportement visqueux du T700/M21 à partir d'un essai de traction monotone sur $[\pm 45]_{2s}$ ($\dot{\sigma}_{xx} = 0,6$ MPa/s)

La Figure 5.9 présente l'identification et l'essai de fluage multi-palier réalisés sur $[\pm 45]_{2s}$ avec une vitesse de sollicitation de 6 MPa/s.



Figure 5.9: Identification du comportement visqueux du T700/M21 à partir d'un essai de fluage multi-palier sur $[\pm 45]_{2s}$ (Durant les phases de chargement $\dot{\sigma}_{xx} = 6$ MPa/s)

Les résultats présentés sur les figures précédentes ont été réalisés avec les coefficients reportés dans le Tableau 4.

	Coefficients	Valeurs	Commentaire
	E 11	115000 MPa	Avec $\lambda = 11$
Élasticité	E_{22}	8300 MPa	
	v_{12}	0,31	
	G_{12}	4600 MPa	
Spectre	<i>n</i> ₀	9,5	
	n _c	20	
Tenseur des souplesses relaxées	β ₂₂	0,07	
	${m eta}_{66}$	0,23	
Fonction non linéarisante	a	30	
	р	1	
	b	17	
	n	2	
	$\sigma_{_0}$	0.31 MPa ^{0.5}	

Tableau 4: Coefficients du modèle viscoélastique spectral pour le matériau T700/M21

6.2.2 Identification de la loi d'endommagement

L'identification de la loi d'endommagement doit s'effectuer en deux parties. La première concerne l'identification du modèle pour des chargements induisant un endommagement transverse (mode I). L'identification du mode I est réalisée à l'aide d'essais à rupture sur UD sollicités en sens transverse (permettant d'identifier les seuils d'endommagement) et sur stratifiés croisés (permettant d'identifier la cinétique). La deuxième partie concerne l'identification de modèle pour des chargements induisant un endommagement de cisaillement (mode II).

Mode I

Du fait de la définition d'un seuil basé sur un critère mixte, l'identification de l'amorçage de la fissuration transverse demande deux essais. Chaque essai doit permettre de solliciter soit le seuil en énergie soit le seuil en déformation. Un essai sur stratifié croisé avec un pli à 90° de faible épaisseur permet d'identifier le seuil énergétique. Un essai sur stratifié croisé avec un pli de forte épaisseur permettrait l'identification du seuil en déformation; néanmoins la valeur à rupture de l'unidirectionnel en traction transverse est suffisante. Lors de la sollicitation transverse de l'unidirectionnel, les observations optiques et acoustiques confirment l'absence d'endommagement avant la rupture de l'éprouvette. Ceci signifie donc que dès l'apparition d'endommagement à l'échelle de la fibre et de la matrice cet endommagement se propage de manière instable sur toute l'épaisseur de l'éprouvette et mène donc à la rupture de l'éprouvette.

La loi d'évolution des variables d'endommagement en mode I pur est identifiée à partir de la cinétique de fissuration du pli à 90° dans le stratifié croisé. Les Figures 5.10 et 5.11 montrent l'identification réalisée sur un $[0_2/90/0_2]$. Elle souligne notamment l'importance de la prise en compte du couplage entre les fissures transverses et microdélaminage. Sans la présence de ce couplage, on remarque que le taux de fissuration simulé surestime le taux de fissuration mesuré expérimentalement (cf. Figure 5.10). Ce résultat est en accord avec les travaux de Berthelot et Le Corre [10,27] qui

montrent que la prise en compte du microdélaminage présent en pointe de fissure transverse permet d'expliquer la saturation de la cinétique de la fissuration transverse.



Figure 5.10: Identification de la cinétique de fissuration en fonction de la contrainte appliquée sur un $[0_2/90/0_2]$ en T700/M21



Figure 5.11: Identification de la cinétique du taux de délaminage en fonction de la contrainte appliquée sur un [0₂/90/0₂] en T700/M21

L'identification de la cinétique d'endommagement a été réalisée sur le stratifié croisé $[0_2/90/0_2]$. Les autres essais présentés au Chapitre 2 permettent de valider l'identification ainsi que la modélisation de la dépendance de la cinétique de la fissuration transverse par rapport à l'épaisseur. Les Figures 5.12 et 5.13 montrent la comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus et la simulation qui sont globalement en très bon accord.



Figure 5.12: Validation de l'identification de la cinétique de fissuration sur différentes stratifications croisées en T700/M21



Figure 5.13: Validation de l'identification de la cinétique de micro délaminage sur différentes stratifications croisées en T700/M21

Pour toutes les simulations précédentes la prise en compte des contraintes résiduelles de cuisson a été assurée par l'identification de la température libre de contrainte T_0 . Ce paramètre a été estimé grâce à des bilames (mesure de flèche) réalisés à partir de différents empilements par polissage successif des plis supérieurs et inclus de manière artificielle l'hygrométrie du matériau. En toute rigueur, la température libre de contrainte est équivalente à la température de cuisson (180°) à condition de prendre en compte les phénomènes d'origine hygrothermique (cf. Annexe A).

Mode II

Un seul essai sur stratifiés $[\pm 45]_s$ est nécessaire pour identifier la loi d'évolution des variables d'endommagement en mode II pur. Du fait de la symétrie de la stratification, les plis centraux sont doublés (permettant ainsi d'identifier le seuil en déformation) alors que les autres plis sont simples (permettant ainsi d'identifier le seuil en énergie). La cinétique de fissuration des plis permet d'identifier le paramètre $\gamma_{\bar{p}}$ réglant l'évolution de la fissuration transverse. La Figure 5.14 montre le résultat de l'identification.



Figure 5.14: Identification de la cinétique d'endommagement en mode II à partir d'un essai de traction sur $[\pm 45]_{2s}$

Comme mentionné précédemment, l'identification du comportement visqueux doit se faire en parallèle avec l'identification des cinétiques d'évolution de l'endommagement de par le couplage viscosité/endommagement. La Figure 5.15 montre l'évolution de la variable d'endommagement pour la simulation de l'essai de fluage présentée sur la Figure 5.9. On remarque que durant les paliers de fluage, la variable d'endommagement évolue. La prise en compte de cette évolution est très importante car elle induit une déformation anélastique qui ne doit pas être attribuée à de la viscosité.



Figure 5.15: Évolution du taux de fissuration durant les paliers de fluage d'un $[\pm 45]_{2s}$ Les coefficients identifiés sont rappelés dans le tableau 5.

	Coefficients		Valeurs		
Effet de l'endommagement sur le comportement élastique	$\underline{\underline{H}}_{1}^{\overline{ ho}}$	$h_{11}^{\overline{ ho}1}$	0		
		$h_{12}^{\overline{ ho}1}$	0		
		$h_{22}^{\overline{ ho}1}$	0,86		
		$h_{66}^{\overline{ ho}1}$	0,86		
	$\underline{H}_{2}^{\overline{ ho}}$	$h_{11}^{\overline{ ho}2}$	0		
		$h_{12}^{\overline{ ho}2}$	0		
		$h_{22}^{\overline{ ho}2}$	2,65		
		$h_{66}^{\overline{ ho}2}$	0,64		
	***	$h_{11}^{\overline{\mu}}$	0		
		$h_{12}^{\overline{\mu}}$	0		
		$h_{22}^{\overline{\mu}}$	1,7		
		$h^{\overline{\mu}}_{66}$	4,25		

	Seuils	${\cal Y}^E_{o_I}$	0,17	
		${\mathcal Y}^{\sigma}_{o_I}$	0,35	
		${\cal Y}^E_{o_{II}}$	0,6	
		${\mathcal Y}^{\sigma}_{o_{II}}$	1,14	
	·			
Cinétiques d'endommagement	Évolution	K_1	1,87	
		K_{2}	1	
		K_3	7,23	
	Couplage mode I/II	${\mathcal Y}_{\overline{ ho}}$	0,75	
		${\cal Y}_{\overline{\mu}}$	0,85	
	Refermeture	$\Delta \epsilon^{f}$	1.e ⁻⁴	
Dilatation thermique	Tenseur de dilatation	α_{11}	-2,8e-6 ° ⁻¹ [92]	
		α_{22}	31,8e-6 ° ⁻¹ [92]	
	Température libre de contrainte	T_{0}	140°	

Tableau 5: Coefficients du modèle d'endommagement pour le matériau T700/M21

6.3 Applications à d'autres matériaux

Dans le cas du T700/M21, l'information sur le microdélaminage nous a permis de pouvoir identifier le couplage entre la fissuration transverse et le microdélaminage. Or, ce type d'information nécessite une métrologie complexe qui n'est pas toujours disponible dans les laboratoires ou au niveau industriel. C'est pourquoi, nous avons cherché à identifier ce modèle sur d'autres matériaux, à partir de résultats de la littérature pour lesquels seule la cinétique de fissuration transverse est disponible.

Le premier matériau est un carbone/epoxy en AS4/3501-6 étudié par Nairn *et al.* [38]. Dans ce travail plusieurs stratifications croisées avec des plis à 90° au cœur de l'empilement ont été testées. L'identification du modèle a nécessité le calcul des tenseurs d'effets de l'endommagement grâce à une procédure éléments finis automatique connaissant les propriétés élastique de l'unidirectionnel. Ces tenseurs permettent ensuite d'identifier la cinétique d'endommagement (sur un $[0/90_2]_s$) qui est validée par des résultats sur d'autres empilement ($[0/90]_s$ $[0/90_4]_s$) (cf. Figure 5.16). Un bon accord est trouvé entre les essais et les simulations.



Figure 5.16: Simulation de l'évolution de la fissuration transverse en fonction de la contrainte appliquée au stratifié pour de l'AS4/3501-6 (essais de [38])

Le modèle développé permet également de prévoir l'évolution du microdélaminage pour ces trois empilements (cf. Figure 5.17)



Figure 5.17: Simulation de l'évolution du microdélaminage en fonction de la contrainte appliquée au stratifié pour de l'AS4/3501-6

Le modèle développé permet également de prendre en compte les contraintes thermomécaniques. Afin de valider les aspects thermiques du modèle, nous avons utilisé des résultats obtenus par Takeda *et al.*[23] sur des stratifiés croisés en T800H/3631. Ces travaux présentent une analyse fine de ce matériau, ce qui nous a permis de pouvoir connaître la variation de module élastique en fonction de la température d'essai et les contraintes résiduelles présentes au sein du matériau. Par ailleurs, du fait de la forte épaisseur des plis à 90°, les auteurs ont pu fournir une perte de raideur axiale en fonction

du taux de fissuration (cf. Figure 5.18). La comparaison entre la perte de raideur mesurée et celle simulée représentée sur cette figure valide l'approche des essais numériques.



Figure 5.18: Analyse de la perte de raideur axiale de stratifications croisées pour des chargements de tractions uniaxiales [23]

La Figure 5.19 montre l'évolution et la simulation du comportement endommageable par fissuration transverse pour un essai de traction mené à température ambiante. Il est intéressant de remarquer que le seuil d'endommagement par fissuration transverse pour les $[0/90_4]_s$ et $[0/90_6]_s$ est identique. En effet, ceci souligne encore une fois la nécessité de prendre en compte ce couplage ente les microdommages et le mésodommage.



Figure 5.19: Évolution et simulation de la cinétique de trois stratifications croisées d'épaisseurs différentes en T800H/3631 ($T = 20^{\circ}$ C) [23]

A partir des données fournies par Takeda *et al.* [23] et en considérant l'identification de la cinétique d'endommagement réalisée sur les essais à température ambiante indépendante de la température, la

simulation de la cinétique d'endommagement par fissuration transverse des mêmes stratifications croisées à une température de 80°C a été réalisée et comparée avec les essais menés par Takeda *et al.* (Figure 5.20). Les simulations sont en bon accord avec les résultats expérimentaux et valident l'approche thermoélastique proposée.



Figure 5.20: Évolution et simulation de la cinétique de trois stratifications croisées d'épaisseurs différentes en T800H/3631 ($T = 80^{\circ}$ C) [23])

7 Conclusion

La loi de comportement présentée permet de simuler le comportement viscoélastique endommageable des plis en T700/M21 et plus généralement ceux des composites carbone/époxy à fibres longues. Cette loi est thermodynamiquement admissible et permet la prise en compte de comportements :

- rigidifiant en traction longitudinale,
- viscoélastique lors de sollicitations transverse ou de cisaillement,
- endommageable par fissuration transverse et par microdélaminage.

Ce modèle prend en compte le caractère unilatéral du dommage permettant ainsi de récupérer les propriétés mécaniques du matériau vierge d'endommagement lorsque les fissures transverses sont fermées. Les effets des différents endommagements sont déterminés par essais numériques et leur évolution est identifiée expérimentalement. Contrairement aux modèles d'endommagement classiques, les variables d'endommagement de ce modèle correspondent à des quantités observables et mesurables. L'identification de la cinétique d'endommagement est donc directement comparable à celle mesurée expérimentalement.

La cinétique d'endommagement dépend de l'épaisseur du pli. Plus le plis est épais et plus le seuil d'endommagement en déformation est faible. En effet, l'amorçage de la fissuration transverse est défini par un seuil en énergie assurant la propagation de la fissure dans toute l'épaisseur du pli. Cependant ce seuil d'endommagement est borné à un minimum en déformation correspondant à l'apparition, au sein du pli, d'endommagement matriciel à l'échelle microscopique. Ainsi l'amorçage

de la fissuration transverse est défini par un seuil d'endommagement comparable au critère de rupture mixte proposé par Leguillon [64].

Par ailleurs, la loi d'endommagement proposée introduit des couplages entre la cinétique de fissuration transverse et celle du microdélaminage. Le premier empêche le développement de microdélaminage en l'absence de fissuration transverse. Le second fait dépendre la cinétique de fissuration au taux de délaminage. Comme la présence de microdélaminage augmente la longueur de rechargement du pli, plus le taux de délaminage est important plus la cinétique de fissuration est ralentie.

Afin de permettre le développement d'endommagement lors de sollicitation de fluage, les forces thermodynamiques pilotant l'endommagement sont dépendantes des mécanismes visqueux. Ces mécanismes visqueux sont déterminés par un modèle développé précédemment par Maire [17]. Quelques modifications sur la fonction non-linéarisante ont été introduites afin de prendre en compte l'apparition d'endommagement aux interfaces fibre/matrice expliquant l'augmentation de non-linéarité de la réponse temps/déformation lors de paliers de fluage pour de fortes contraintes.

L'identification du modèle complet nécessite, pour sa partie viscoélastique, un essai de fluage multipalier sur un stratifié [90]_s pour le comportement transverse du pli et un essai de traction monotone accompagné d'un essai de fluage multipalier sur un stratifié à $[\pm 45]_{2s}$ pour le comportement du pli en cisaillement. La partie endommagement demande un essai sur un stratifié croisé contenant un pli de faible épaisseur à 90° pour l'identification de la cinétique d'endommagement en mode I. La valeur basse du seuil d'amorçage de fissuration transverse en mode I du pli est déduite de la valeur à rupture transverse de l'unidirectionnel. L'identification de la cinétique d'endommagement en mode II et du couplage mode I/mode II est réalisée grâce aux essais sur $[\pm 45]_{2s}$.

Dans le cas du T700/M21, le modèle a été validé sur les stratifications croisées tant pour le développement de la fissuration transverse que pour l'évolution du microdélaminage. Afin de vérifier que le modèle est applicable à d'autre carbone/époxy à fibres longues et prend bien en compte les contraintes résiduelles de cuisson, les essais de Nairn *et al.* [38] ainsi que ceux de Takeda *et al.* [23] ont été simulés. Même si les identifications sur ces matériaux ne peuvent être que partielles puisque les informations collectées dans la littérature n'ont permis que l'identification du comportement endommageable du matériau, les simulations réalisées valident le modèle tant sur la prise en compte d'un double critère pour le seuil de fissuration que sur la dépendance de la température d'essai et aux contraintes résiduelles.

La loi de comportement étant définie, le Chapitre 6 va présenter les résultats de l'implémentation de cette loi de comportement dans un code de calcul (ZéBuLoN) appliquée à la simulation de structure composite. Cependant, le Chapitre 3 a souligné la dépendance du tenseur des effets à l'orientation des plis adjacents. Afin de proposer une loi de comportement intrinsèque au pli, cette dépendance a été négligée. Le Chapitre 7 a pour objectif d'étudier quelles sont les conséquences de ce choix sur la réponse du modèle.

Chapitre 6 : **Mise en œuvre dans le cadre du calcul de structure et** validation

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une loi de comportement du pli. Cette loi décrit le comportement endommageable du pli mais également la non-linéarité en traction sens-fibre et le comportement viscoélastique du matériau sous sollicitation transverse ou de cisaillement. Dans ce chapitre nous verrons tout d'abord comment a été introduit le modèle présenté dans le code de calcul par éléments finis ZeBuLoN. Dans une seconde partie, nous verrons quels sont les résultats que l'on peut obtenir par ce modèle et quelle est l'influence de chaque mécanisme non-linéaire décrit par ce modèle sur la réponse locale et macroscopique d'une structure.

Le calcul des structures par éléments finis est un outil essentiel d'analyse de la tenue structurale et du dimensionnement. Dans ce chapitre, nous souhaitons montrer que, malgré la complexité des modèles présentés au cours de ce mémoire, leur usage dans le cadre du calcul de structure est possible. Nous focaliserons ici notre attention sur la nécessité, suivant le type d'application et d'information recherchée, d'introduire des lois de comportement prenant en compte les aspects nonlinéaires tels que la viscosité et l'endommagement.

1 Implémentation du modèle

La résolution d'un calcul de structure non-linéaire est assurée selon deux boucles imbriquées dans un code de calcul. La première boucle garantie l'équilibre de toute la structure tandis que la deuxième assure la résolution (locale) de la loi de comportement dans chaque élément. Dans ce paragraphe, nous nous intéresserons uniquement à la résolution locale.

1.1 Stratégie de résolution

La résolution de la loi de comportement est assurée par annulation d'un résidu par méthode de Newton-Raphson. En notant F la fonctionnelle définissant le résidu pour une valeur des variables internes x, nous cherchons à convergence :

$$F(x_{sol}) = 0 \tag{151}$$

Où x_{sol} est la solution exacte. Pour cela, à chaque itération sur le chargement, la solution est définie en utilisant un développement en série de Taylor à l'ordre 1 de la fonctionnelle F de la solution estimée au pas précédent soit :

$$F(x_{n+1}) = x_n + J(x_n) \cdot (x_{n+1} - x_n) + o(||x_{n+1} - x_n||)$$
(152)

où $J = \vec{\nabla} F$ est la jacobienne de F. Ainsi, en estimant que $F(x_{n+1})$ est proche de la valeur convergée, on a :

$$x_{n+1} = x_n - J^{-1}(x_n) \cdot x_n \tag{153}$$

L'algorithme itère jusqu'à ce que :

$$\|F(x_{conv})\| \le \delta \tag{154}$$

où x_{conv} est la solution convergée et δ est un paramètre de l'utilisateur correspondant à l'erreur sur le résidu.

Pour la résolution des équations différentielles temporelles du modèle, nous avons utilisé une θ -méthode (type A) c'est-à-dire que :

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta t \dot{x}(t+\theta \Delta t)$$
(155)

Nous avons considéré comme variables internes pour la résolution de la loi de comportement, la contrainte et les deux variables d'endommagement du modèle, la déformation totale étant fournie par le code de calcul. La fonctionnelle F est alors définie de la manière suivante :

$$F(\underline{\sigma}, \overline{\rho}, \overline{\mu}) = \begin{cases} \underline{\sigma} - C^{0} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{D} - \underline{\varepsilon}_{s}) \\ \overline{\rho} - \sup_{\tau < t} \left[K(\overline{\mu}) \left(y_{\overline{\rho}} \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_{t}}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_{t}}^{s}} \rangle + (1 - y_{\overline{\rho}}) \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_{u}}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_{u}}^{s}} \rangle \right) \right] \\ \overline{\mu} - \sup_{\tau < t} \left[1 - \exp \left(- \overline{\rho}_{k} \frac{y_{\overline{\mu}} y_{\overline{\mu}_{t}} + (1 - y_{\overline{\mu}}) y_{\overline{\mu}_{u}}}{K_{3}} \right) \right] \end{cases}$$
(156)

Le calcul de la jacobienne de la fonctionnelle précédente a été réalisé en considérant $\theta = 1$ et est présenté dans l'Annexe B.

1.2 Vérification de l'implémentation et essais élémentaires sur le pli.

Le modèle a été implémenté dans Matlab et ZeBuLoN en utilisant la stratégie de résolution présentée dans le paragraphe précédent. Le calcul Matlab sur un élément de volume permet de vérifier l'implémentation dans le code de calcul par éléments finis ZeBuLoN. Les résultats des Figures 6.1 et 6.2 montrent la bonne concordance entre les résultats obtenus par les deux codes de calcul. La Figure 6.1 présente un essai de traction-compression transverse alterné sur le pli. On peut y voir le début de l'endommagement et la recouvrance des propriétés matériaux lors du passage en compression.



Figure 6.1: Comparaison sur la réponse contrainte/déformation entre les solutions Matlab et ZeBuLoN lors d'un essai de traction/compression transverse alternée sur le pli UD

La Figure 6.2 montre l'absence de saut de contrainte lors d'un essai de traction/cisaillement similaire à celui présenté dans le Chapitre 5.



Figure 6.2: Vérification pour un chargement de traction compression du stockage de la contrainte de cisaillement

Le modèle, tel qu'il a été construit, repose *(i)* sur les cinétiques de fissuration déterminées à partir des résultats expérimentaux (voir Chapitre 2) et *(ii)* des effets de l'endommagement déterminés par des résultats d'essais numériques (voir Chapitre 3). En fait, le comportement endommageable du pli n'a jamais été identifié directement (comme cela est classiquement réalisé). Les Figures 6.1 et 6.3 présentent donc le comportement endommageable du pli T700/M21 (en sollicitation de traction transverse et de cisaillement pures) tel qu'il est reconstruit par analyse mixte expérience/simulation. Notons que le comportement ainsi obtenu est fortement adoucissant.


Figure 6.3: Courbe de comportement du pli T700/M21 en cisaillement

2 Application de la loi de comportement au calcul de structure

2.1 Éprouvette technologique du LGMT

Dans le cadre du projet AMERICO, une éprouvette technologique a été proposée par l'équipe PRO²COM au LGMT de Toulouse (Figure 6.4). Cette pièce générique intègre des aspects clés représentatifs de pièces structurales réelles puisqu'elle est très épaisse (7,39 mm dans la partie centrale) et contient notamment des reprises de plis.



Figure 6.4: Description de l'éprouvette technologique du LGMT et des conditions d'essai de flexion quatre points (force imposée)

Une simulation d'essai de flexion quatre points à force imposée a été réalisée sur cette pièce avec le code de calcul ZeBuLoN. La géométrie, la stratification ainsi que les conditions aux limites du calcul appliquées à cette pièce sont rappelées sur la Figure 6.4. Le modèle éléments finis est constitué d'éléments multicouches volumiques 3D ayant la particularité d'être quadratiques en surface et linéiques dans l'épaisseur. Même fortement élancés, ces éléments permettent de pouvoir calculer correctement les différents champs de variable (contraintes, déformations, endommagements) dans chaque couche du stratifié. Chaque pli présent au sein d'un élément multicouche est discrétisé par deux plans de points de Gauss dans l'épaisseur et quatre points de Gauss par plan (soit 8 au total) permettant un bon rapport temps de calcul/précision.

Afin d'étudier l'influence des différentes non-linéarités du modèle, nous avons réalisé quatre simulations différentes. La première correspond à un calcul purement élastique. La seconde correspond à un calcul prenant en compte l'endommagement (fissuration transverse et microdélaminage) en négligeant les non-linéarités dues à la rigidification longitudinale des fibres et à la viscosité du matériau. La troisième simulation tient compte de la rigidification des fibres et de l'endommagement tandis que la dernière prend en compte toutes les non-linéarités décrites par le modèle. Pour ces quatre simulations, les paramètres identifiés sur le T700/M21 ont été retenus.

Les résultats de la Figure 6.5 présentent la réponse force/déplacement aux points d'application du chargement pour un modèle élastique et le modèle élastique endommageable. On peut remarquer que la prise en compte ou non de l'endommagement présent au sein de la structure modifie peu la réponse macroscopique de la structure bien que le modèle prévoit l'apparition de fissuration transverse dans le pli à 90° situé dans la stratification inférieure de la pièce (zone rouge dans la Figure 6.4).



Figure 6.5: Comparaison entre un modèle élastique et un modèle élastique endommageable sur la réponse macroscopique force/déplacement

Les résultats de la Figure 6.6 montrent l'influence de la prise en compte de la rigidification des fibres sur le comportement macroscopique de la structure¹. On remarque sur cette figure une différence notable sur le déplacement (mesuré aux points d'application du chargement). Il peut être alors intéressant de voir quels sont les niveaux de contrainte et de déformation dans les plis à 0° puisque la rupture des pièces en composite est bien souvent la conséquence de la rupture de ces plis.

¹ Dans les simulations présentées, seul le comportement en traction est considéré non-linéaire. Bien entendu, il existe également un comportement non-linéaire en compression qui n'a pas été identifié dans ce travail mais pourrait être pris en compte d'une manière similaire.

Cette différence de comportement macroscopique se traduit localement pour les plis à 0° par une diminution de la déformation dans l'axe des fibres par rapport au modèle élastique tandis que les contraintes longitudinales sont plus importantes. Ce constat n'est pas sans influence dans le choix d'un critère de rupture de la pièce puisque qu'un critère en déformation maximale prédira une rupture pour une charge plus tardive qu'un modèle élastique (conclusion inverse avec un critère en contrainte).



Figure 6.6: Comparaison entre un modèle élastique endommageable et un modèle élastique endommageable avec rigidification des fibres sur la réponse macroscopique force/déplacement

La Figure 6.7 présente la comparaison de la réponse macroscopique force/déplacement entre un calcul élastique endommageable avec rigidification de fibre et un calcul visco-élastique endommageable avec rigidification de fibre. Les résultats de cette figure montrent très nettement la non-linéarité induite par la prise en compte de la viscosité. Ce phénomène se traduit notamment lors d'un cycle de charge décharge où l'on observe des « déformations résiduelles » (réversibles à condition d'imposer un temps de recouvrance suffisament long). Ces déformations soulignent l'influence du niveau présent de déformation visqueuse au sein des plis à 45°.



Figure 6.7: Comparaison entre un modèle élastique endommageable et un modèle viscoélastique endommageable sur la réponse macroscopique force/déplacement

La Figure 6.8 montre, pour une force imposée de 24 kN, le niveau de déformation dans l'axe des fibres présent au sein de chaque pli de la structure pour la simulation prenant en compte toutes les non-linéarités du modèle. Comme attendu, les niveaux maximums de déformations sont atteints dans les plis à 0° supérieurs et inférieurs de la zone centrale à la pièce.



Figure 6.8: Isovaleurs de la déformation dans l'axe des fibres pour une charge imposée de 24 kN avec le modèle complet

La Figure 6.9 confirme la présence d'endommagement uniquement dans le pli à 90° situé dans la stratification inférieure de la zone centrale (plis en traction transverse). La Figure 6.10 présente le seuil d'endommagement par fissuration transverse du modèle pour les trois simulations modélisant l'endommagement. Les résultats présentés sur cette figure soulignent notamment l'importance de la prise en compte de l'élasticité non-linéaire sur le comportement endommagement est atteint plus tôt

qu'en le prenant en compte. La viscosité apparente de la structure ne joue ici aucun rôle sur le seuil d'endommagement.



Figure 6.9: Niveau d'endommagement (\overline{p} *) atteint pour une charge imposée de 24 kN avec le modèle complet (seul le pli à 90° est endommagé)*



Figure 6.10: Influence des mécanismes pris en compte sur le seuil d'endommagement de la structure

2.2 Éprouvette en flambement

Nous étudions ici, le cas d'une éprouvette lisse (stratifié $[90/-45/45]_s$ en T700/M21) soumise à un chargement de compression (cf. Figure 6.11). La plaque est simplement appuyée sur ses bords (conditions dites « clamped »). A nouveau, l'objectif est d'étudier l'influence des diverses non-linéarités sur la tenue de la structure. Nous nous intéressons à la charge de flambement et au comportement post-flambé. Rappelons que le flambement est défini par l'apparition d'une déformation latérale d'une pièce longue soumise à un effort de compression.



Figure 6.11 : Conditions aux limites appliquées à la plaque et visualisation de la déformée hors-plane

Afin d'étudier l'influence des divers paramètres de la loi sur la tenue structurale, différentes modélisations avec différentes lois de comportement pour le pli ont été effectuées :

- loi de comportement élastique (calcul de référence),
- loi de comportement viscoélastique. Le but est d'étudier l'effet de la non-linéarité en cisaillement des plis à 45° sur la tenue de la structure en compression,
- loi de comportement élastique endommageable.

Pour le dernier cas, le calcul est divisé en deux étapes. Dans un premier temps, l'éprouvette est soumise à un chargement de traction (afin de créer de l'endommagement dans les plis à 90° et à 45°). Le chargement de compression est appliqué dans une seconde étape.

Une des questions ouvertes sur le modèle d'endommagement développé est la pertinence de la prise en compte de la refermeture des fissures en cisaillement vérifiée expérimentalement sur des composites à matrice céramique mais non sur des composites à matrice organique. Deux simulations seront donc faites. La première prendra en compte la refermeture des fissures dans le pli (telle que cela a été présenté dans le Chapitre 5) tandis que pour la seconde, prendra seulement en compte la refermeture des fissures transverses. L'effet de l'endommagement reste ainsi actif sur les termes de cisaillement et les fissures interlaminaires restent ouvertes. Ceci implique de modifier le calcul du tenseur d'élasticité endommagé de la façon suivante :

$$\underline{S}^{eff} = \underline{S}^{0} + \eta \,\overline{\rho} \,(\underline{H}_{1}^{+} + \overline{\rho} \,\underline{H}_{2}^{+}) + (1 - \eta) \,\overline{\rho} \,(\underline{H}_{1}^{-} + \overline{\rho} \,\underline{H}_{2}^{-}) + \overline{\rho} \,\overline{\mu} \,\underline{H}^{\mu}(\overline{\mu})$$
(157)

avec :

$$\underline{\underline{H}}_{y}^{+} = \begin{vmatrix} h_{11}^{\bar{p}y} S_{11}^{0} & h_{12}^{\bar{p}y} S_{12}^{0} & 0 \\ h_{21}^{\bar{p}y} S_{21}^{0} & h_{22}^{\bar{p}y} S_{22}^{0} & 0 \\ 0 & 0 & h_{66}^{\bar{p}y} S_{66}^{0} \end{vmatrix}$$
(158)

et :

$$\underline{\underline{H}}_{y}^{+} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{66}^{\overline{\rho} y} S_{66}^{0} \end{bmatrix}$$
(159)

Les modélisations sont effectuées en grands déplacements avec le flambement amorcé à l'aide de forces ponctuelles appliquées au centre de l'éprouvette.



Figure 6.12: Réponse normalisée par rapport à la force de flambement du calcul élastique de la force en fonction de la flèche de la plaque

Les résultats en terme de force de flambement sont assez proches. Des différences sont observées sur les positions post-flambées (Figure 6.12).

Les effets de la viscosité sont peu visibles. En fait, à température ambiante pour des chargements de traction/compression monotone, le comportement de ce matériau reste faiblement non-linéaire. De plus, la géométrie de la plaque et la stratification considérée font que le flambement s'installe avant que des déformations viscoélastiques importantes aient le temps de se développer. Notons toutefois que Laurin *et al.* [93] ont remarqué, pour d'autres types de matériaux et d'autres géométries (tubes), un effet important de la viscosité sur la valeur de la charge de flambement.

Les Figures 6.13 et 6.14 présentent les isovaleurs de l'endommagement après traction sur la plaque. Les plis à 90° sont beaucoup plus endommagés que les plis à 45°. Il est évident que quelque soit la définition de la refermeture choisie, les résultats en terme de valeur d'endommagement sont les mêmes.



Figure 6.13 : Isovaleur de l'endommagement par fissuration transverse dans les différents plis



Figure 6.14: Isovaleur de l'endommagement par microdélaminage dans les différents plis

Les résultats présentés Figure 6.15 représentent l'évolution de la variable de désactivation du dommage en fonction du chargement de compression. Ces résultats montrent qu'à charge nulle, la variable de désactivation η est égale à 0.5 (on passe continûment d'un état ouvert, $\eta = 1$, à un état fermé, $\eta = 0$.). Les propriétés élastiques initiales ne sont donc pas totalement retrouvées. En début de compression, le dommage est désactivé sur une grande partie de la plaque ($\eta = 0$). La force de flambement étant grandement influencée par les propriétés des plis extérieurs (ici les plis à 90° qui retrouvent leurs propriétés initiales), la force de flambement est alors la même quelle que soit la modélisation choisie. Lorsque le flambement s'installe, la plaque subit un déplacement hors-plan U3 (Figure 6.11). Des plis peuvent se retrouver localement en forte compression (sur une partie de la face du bas) ou en traction (sur une partie de la face du haut). Ce résultat induit que même lorsqu'on choisit de désactiver l'ensemble des termes d'endommagement en compression, la plaque ne récupère pas intégralement ces propriétés initiales et le comportement post-flambé s'en trouve modifié. L'effet de l'endommagement est plus important lorsqu'on ne considère qu'une fermeture partielle. Ainsi même après refermeture, l'ensemble des effets dus au microdélaminage et ceux sur les termes de cisaillement sont conservés et induisent des effets marqués sur la force post-flambée.



Figure 6.15: Évolution de l'index de désactivation dans les plis à 90° en début de flambement et en fin de simulation

Les résultats obtenus montrent que le modèle développé peut conduire à des résultats très complexes et peu intuitifs dans le calcul de structures notamment concernant les effets de refermetures.

2.3 Conclusion

Le modèle développé prend en compte de nombreux aspects propres aux composites à matrice organique comme :

- · la non-linéarité en traction/compression dans le sens des fibres,
- la non-linéarité due à la viscosité,
- la présence de fissures interlaminaires (suite à la création de fissures transverses) et leurs effets sur les propriétés élastiques,
- l'interaction entre fissures intralaminaires et interlaminaires sur la cinétique de fissuration,
- la refermeture des fissures en compression.

Les effets de ces différents phénomènes peuvent, dans certains cas, être prévus pour des essais simples. Toutefois, il n'en est pas de même lorsqu'on s'intéresse à des structures. C'est pourquoi, il nous est apparu important de montrer qu'il était possible d'implémenter ce modèle dans un code de calcul et de l'utiliser dans le cadre d'un calcul de structure.

Les résultats obtenus montrent que les effets des différentes non-linéarités sur le comportement de la structure sont difficiles à prévoir et qu'il est nécessaire de prendre en compte ces mécanismes directement dans le calcul de structures afin d'apporter un gain important sur la confiance dans les prévisions de calculs par éléments finis.

Chapitre 7 : Limites de l'approche et réflexions sur les développements futurs

Le but de ce chapitre est de revenir sur les hypothèses retenues et sur les limites du modèle développé dans les chapitres précédents. Des améliorations seront proposées afin de pallier ces limites.

Afin de définir une loi de comportement intrinsèque au pli, nous avons négligé dans une première approximation l'influence de l'orientation des plis adjacents (cf. Chapitre 3). La validité de cette approximation sera discutée à l'aide de résultats d'essais sur quasi-isotropes. Des modélisations seront également effectuées afin de montrer l'influence de la séquence d'empilement sur la cinétique de fissuration et sur l'amorçage d'une fissure dans un pli adjacent à un pli fissuré.

1 Mise en évidence expérimentale de l'influence de la séquence d'empilement

Afin d'étudier l'influence de la séquence d'empilement, nous avons utilisé les séquences proposées par Kobayashi *et al.* [40] et Yokoseki *et al.* [94-95] pour ce type de problème. Deux types de quasiisotrope ont été considérés. Le premier est composé de plis à 45°, -45°, 0° et 90°; et le second est constitué de plis à 0°, -60° et 60°. Le but de ces essais est de voir l'influence de la séquence d'empilement sur les cinétiques de fissuration et de microdélaminage des plis désorientés à l'axe de chargement.

Cas des quasi-isotropes composés de plis à 45°, -45° 0° et 90°

Dans le cas des quasi-isotropes composés de plis orientés à 45°, -45° 0° et 90° soumis à un essai de traction parallèle à 0°, une interaction entre les plis à 90° et -45° sur leur cinétique d'endommagement par fissuration transverse est observée. La Figure 7.1 montre un exemple de propagation d'une fissure transverse dans le pli à 45° adjacent au pli à 90° d'où provient la fissure transverse. On remarque également la présence d'un grand microdélaminage en pointe de ces deux fissures transverses



*Figure 7.1 : Influence de la création d'endommagement dans le pli à 90° sur l'apparition de fissure transverse dans les plis adjacents d'un [45/0/-45/90]*_s

Ceci est confirmé par les résultats présentés sur la Figure 7.2 qui montrent l'évolution de la fissuration transverse dans les différents plis d'un $[45/0/-45/90]_s$. La cinétique n'est représentée que jusqu'à une certaine valeur car le délaminage de bord devient très important par la suite (cf. 3.5 du Chapitre 2). On remarque la présence de fissures dans les plis à -45° à proximité des fissures déjà existantes dans le pli à 90° tandis qu'aucune fissure n'est observée dans les plis à 45°. Il est intéressant de remarquer que de nombreuses demi-fissures sont observées dans les plis à -45° se propageant dans toute l'épaisseur des plis de ces derniers. Le même type de cinétique est observé pour les plis désorientés dans un $[0/45/-45/90]_s$. Tout comme dans le $[45/0/-45/90]_s$, aucune fissure n'est observée dans les plis à 45° jusqu'à la rupture du composite. Pour une stratification de type $[45/-45/0/90]_s$, le

comportement endommageable des plis à -45° est tout autre puisqu'aucune fissure n'est observée dans les plis à $\pm 45^{\circ}$ avant l'apparition du délaminage de bords aux interfaces 0°/90° conduisant à la rupture de l'éprouvette.



Figure 7.2 : Cinétique de fissuration du [45/0/-45/90]_s (σ_c =610 MPa)

Les Figures 7.3 et 7.4 représentent l'évolution des cinétiques de fissuration dans les plis à 90° et à -45° suivant la séquence d'empilement du quasi-isotrope. On remarque que les cinétiques de fissuration sont assez similaires pour le $[45/0/-45/90]_s$ et pour le $[0/45/-45/90]_s$. Dans le cas du $[45/-45/0/90]_s$, la cinétique de fissuration des plis à 90° est assez similaire à celle des autres stratifications concernant l'amorçage mais la cinétique de fissuration semble plus rapide pour cette stratification. Aucune fissure n'a été observée dans les plis à 45° ce qui peut expliquer une évolution plus rapide des fissures dans les plis à 90°. Ces essais illustrent bien l'interaction rapportée par plusieurs auteurs [39-40,96-97] de l'endommagement de plis adjacents entre eux.



Figure 7.3 : Cinétique de fissuration transverse dans les plis à 90° pour trois types de quasi-isotrope ([45/0/-45/90]_s, [0/45/-45/90]_s et [45/-45/0/90]_s)



Figure 7.4 : Cinétique de fissuration transverse dans les plis à -45° pour trois types de quasi-isotrope ([45/0/-45/90]_s, [0/45/-45/90]_s et [45/-45/0/90]_s)

Des observations à coeur ont été réalisées après rupture par découpes de sections ou de chants d'éprouvette. La Figure 7.5 montre la présence de fissures au sein des plis orientés à 45° et à 90° d'un $[0/45/-45/90]_{s}$, non seulement sur le bord mais que également au coeur du matériau.



Figure 7.5 : Localisation sur le champ des fissures transverses dans les plis à -45° et à 90° d'un quasi-isotrope $[0/45/-45/90]_s$ (longueur d'observation = 10 mm)

Bien que le niveau d'endommagement dans les plis à 45° soit un peu plus faible à coeur que sur le bord, on remarque que les fissures sont très proches des fissures à 90° .

Cas des quasi-isotropes composés de plis à 0°, -60° et 60°

Dans le cas des quasi-isotropes composés de pli à 0°, -60° et à 60° soumis à un essai de traction à 0°, on remarque que la présence d'endommagement dans les plis à 60° induit un endommagement dans les plis à -60° dans le $[0_2/-60_2/60_2]_s$ et non dans le $[0/-60_2/0/60_2]_s$ (Figure 7.6).



Figure 7.6 : Propagation d'une fissure transverse du pli à 60° dans le pli à -60° d'un $[0_2/-60_2/60_2]_s$

Les Figures 7.7 et 7.8 montrent l'évolution de la cinétique de fissuration observée sur le chant poli des $[0/-60_2/0/60_2]_s$ et $[0_2/-60_2/60_2]_s$.



Figure 7.7 : Cinétique de fissuration du $[0/-60_2/0/60_2]_s$ ($\sigma_c = 857$ MPa)



Figure 7.8 : Cinétique de fissuration du $[0_2/-60_2/60_2]_s$ ($\sigma_c = 854$ MPa)

On remarque sur les deux précédentes figures que l'amorçage de la fissuration transverse dans les plis à -60° est dépendante de la séquence d'empilement. Comme pour les plis à -45° dans les $[45/0/-45/90]_s$ et $[0/\pm45/90]_s$, l'amorçage de la fissuration transverse est plus précoce dans les plis -60° lorsqu'ils sont adjacents aux plis à 60° (cas des $[0_2/-60_2/60_2]_s$) que séparés par un pli à 0° (cas des $[0/-60_2/0/60_2]_s$).

La Figure 7.9 montre l'évolution du taux de fissuration réduit en fonction de la contrainte appliquée au stratifié. Deux remarques peuvent être faites sur les cinétiques d'évolution des plis à -60°. Tout d'abord, il est intéressant de remarquer que dans un même stratifié, la cinétique des deux groupes de plis à -60° se comportent de manière très similaire. Ensuite, cette figure souligne bien la différence de fissuration des plis à -60° entre un $[0_2/-60_2/60_2]_s$ et un $[0/-60_2/0/60_2]_s$. L'amorçage de la fissuration transverse dans ces plis correspond à l'apparition d'endommagement dans les plis à 60° dans le $[0_2/-60_2/60_2]_s$, ce qui n'est pas le cas dans le $[0/-60_2/0/60_2]_s$.



Figure 7.9 : Cinétique de fissuration d'un $[0_2/-60_2/60_2]_s$ et d'un $[0/-60_2/0/60_2]_s$ en fonction de la contrainte appliquée au stratifié

Bilan

L'étude des quasi-isotropes avec diverses séquences d'empilement souligne que la présence d'endommagement dans un pli peut induire de l'endommagement dans le pli adjacent. Ce comportement a été vérifié sur la cinétique d'endommagement de plis à -45° et à 60°. Adjacents aux plis fissurés, ces derniers développent de l'endommagement plus précocement que s'ils étaient adjacents à des plis non endommagés. Ces remarques vont donc dans le même sens que les résultats de Kobayashi *et al.* [40] et de Yokoseki *et al.* [94-95].

2 Influence de la prise en compte de l'orientation des plis adjacents sur la cinétique de fissuration du modèle

2.1 Influence de l'orientation des plis adjacents sur la cinétique du pli endommagé

Dans le modèle d'endommagement présenté dans le Chapitre 5, la cinétique d'endommagement est définie par l'évolution des forces thermodynamiques dont l'expression est rappelée dans la formulation suivante :

$$y_{\bar{p}_{i}} = \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{ve} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2} + \sum_{i} \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2 \mu_{i}} C_{22}^{R} \langle \xi_{22}^{i} \rangle_{+}^{2}$$

$$y_{\bar{p}_{i}} = h_{66}^{\bar{p}_{1}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{ve} - \varepsilon_{12}^{th})^{2} + \sum_{i} \frac{h_{66}^{\bar{p}_{1}}}{2 \mu_{i}} C_{66}^{0} (\xi_{12}^{i})^{2}$$

$$y_{\bar{\mu}_{i}} = \frac{h_{22}^{\bar{\mu}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{ve} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2}$$

$$y_{\bar{\mu}_{i}} = h_{66}^{\bar{\mu}_{66}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{ve} - \varepsilon_{12}^{th})^{2}$$
(160)

Dans l'expression précédente, les coefficients $h_{22}^{\bar{p}1}$, $h_{66}^{\bar{p}1}$, $h_{22}^{\bar{p}}$ et $h_{66}^{\bar{p}}$ représentent les effets de l'endommagement sur les propriétés élastiques. Ces coefficients sont identifiés par essais numériques et permettent de définir les effets de l'endommagement sur le comportement du pli. Dans le Chapitre 3 traitant des effets de l'endommagement, une influence de l'orientation des plis adjacents sur le tenseur de souplesse a été observée. Des essais numériques similaires réalisés par Ladevèze et Lubineau [21,56-58] utilisant une équivalence en énergie avaient amené l'auteur à négliger cette influence et à considérer le comportement endommageable du pli indépendant de l'orientation des plis adjacents. Les résultats obtenus par Lubineau sont tout à fait cohérents avec nos essais numériques ce qui nous a amené dans un premier temps à la même hypothèse d'indépendance. La Figure 7.10 a trace l'évolution de la variable d'endommagement transverse d' (modèle LMT) en fonction du taux de fissuration réduit défini précédemment. Cette courbe est tracée avec les même essais numériques que dans le Chapitre 3. La Figure 3.19 de ce chapitre est d'ailleurs rappelée sur la Figure 7.10 b.



a/Évolutions de la variable d'endommagement d' b/Évolutions de la variation relative de souplesse en en fonction du taux de fissuration réduit fonction du taux de fissuration réduit

Figure 7.10 : Influence du choix de la variable d'endommagement

La variable d'endommagement d' correspond à la perte de raideur du module d'Young transverse effectif du pli endommagé (E_2) par rapport au module initiale (E_2^0) soit :

$$E_2(d') = E_2^0(1 - d') \tag{161}$$

Ainsi comme :

$$S_{22} = \frac{1}{E_2}$$
(162)

Nous avons en utilisant l'Eq. 161 :

$$\frac{\Delta S_{22}}{S_{22}} = E_2 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E_2^0} \right) = d'$$
(163)

Par le choix de d' comme variable de représentation, l'influence de l'orientation des plis adjacents peut paraître négligeable. Cependant du fait de la définition du tenseur de souplesse, une très légère perturbation du module d'Young peut entraîner une grande variation sur la composante transverse du tenseur de souplesse.

Afin de statuer sur la nécessité de prendre en compte l'influence des paramètres élastiques des plis adjacents sur le comportement du pli, deux simulations du comportement endommageable du $[0_2/-60_2/60_2]_s$ ont été réalisées en considérant ou non l'influence de la séquence d'empilement. La Figure 7.11 présente le résultat de ces simulations. Bien que l'amorçage soit identique pour les deux simulations du fait de l'épaisseur du pli (critère en déformation), on remarque la différence de pente sur la cinétique de fissuration du pli à 60°. Cette différence s'explique par la définition de la force thermodynamique faisant apparaître les coefficients $h_{22}^{\overline{p}1}$ et $h_{66}^{\overline{p}1}$ (la Figure 7.10 b montre que plus l'angle θ est important et plus les effets de l'endommagement le sont également). La valeur de $h_{22}^{\overline{p}1}$ retenue pour le pli à 60° est plus important dans le $[0_2/-60_2/60_2]_s$ que dans le $[0/-60_2/0/60_2]_s$.



Figure 7.11: Simulation de la cinétique de fissuration d'un $[0_2/-60_2/60_2]_s$ en prenant en compte ou non l'influence de la séquence d'empilement sur les effets de l'endommagement

2.2 Influence de la séquence d'empilement sur le seuil d'endommagement des plis adjacents au pli endommagé

Les résultats des essais présentés au début de ce chapitre montrent que le seuil d'endommagement d'un pli peut être diminué si ce pli est voisin d'un pli endommagé. Afin d'étudier cette problématique, nous avons considéré des stratifications de types $[0/\theta/-\theta/90]_s$ et $[-\theta/\theta/0/90]_s$. En utilisant les mêmes outils que dans le paragraphe 3 du Chapitre 4, nous avons calculé la variation d'énergie

potentielle suivant des bandes de longueur L (en violet sur la Figure 7.12) et d'épaisseur e (en violet sur la Figure 7.13) entre l'état sain et l'état fissuré.



Figure 7.12: Évolution de la variation d'énergie potentielle en fonction de la largeur L de la bande d'étude par rapport à l'épaisseur du pli à 90°



Figure 7.13: Évolution de la variation d'énergie potentielle en fonction de l'épaisseur e de la bande d'étude par rapport à l'épaisseur du pli à 90°

La Figure 7.14 présente l'évolution de la longueur de rechargement en fonction de l'angle θ d'un $[0/\theta/-\theta/90]_s$. Plus θ est élevé, plus la longueur de rechargement est importante même si la différence reste minime par la présence des plis à 0° en surface. Ces résultats sont en bon accord avec des valeurs de la littérature qui postulent une influence de la fissure transverse sur une distance de quelques épaisseurs de pli (ici 3 épaisseurs).



Figure 7.14: Influence de l'orientation du pli adjacent au pli endommagé sur la longueur de rechargement dans un $[0/\theta/-\theta/90]_{c}$

La même d'analyse a été menée mais cette fois-ci en analysant la variation d'énergie potentielle par bande d'épaisseur e. Les résultats présentés Figure 7.15 montrent que la quasi-intégralité de la variation d'énergie potentielle est réalisée dans le pli à 90°. Le pli à 90° se décharge plus que la variation totale d'énergie du stratifié ce qui implique une surcharge sur les plis voisins. Les résultats obtenus montrent également que plus l'angle du pli adjacent est important et plus la décharge du pli à 90° est importante.



Figure 7.15: Influence de l'orientation du pli adjacent au pli endommagé sur l'épaisseur de rechargement dans un $[0/\theta/-\theta/90]_s$

Un bilan énergétique réalisé par pli (cf Figure 7.16) permet de montrer que le pli à 90° se retrouve plus déchargé que ne le nécessite la création d'une fissure dans le pli et que cette décharge est répartie sur les autres plis non endommagés.



Figure 7.16: Influence de la séquence d'empilement sur la variation d'énergie potentielle par pli pour des stratifications de types $[0/\theta/-\theta/90]_s$ *et* $[-\theta/\theta/0/90]_s$

Dans le cas des $[-\theta/\theta/0/90]_s$, cette décharge (environ 15% de la variation d'énergie élastique du stratifié) est intégralement prise en compte par les plis à 0° directement adjacent au pli fissuré. Dans le cas des $[0/\theta/-\theta/90]_s$, la variation d'énergie est reprise majoritairement par le pli à θ ° voisin du pli endommagé et par le pli à 0°. Plus l'angle des plis à θ ° est important et plus la décharge du pli à 90° est importante. Ces résultats semblent montrer qu'au droit d'une fissure, il peut y avoir amorçage d'une fissure au sein des plis à θ ° voisin (par propagation/surcharge de la fissure transverse présente dans le pli à 90°). Ces résultats sont confirmés par une étude expérimentale et numérique très récente de Yokoseki [94].

3 Conclusion

L'influence de la séquence d'empilement semble jouer un rôle sur la cinétique de fissuration du pli endommagé mais également sur la cinétique d'endommagement des plis adjacents. Néanmoins cette dépendance de la loi de comportement du pli au comportement des plis adjacents demande de pouvoir *(i)* identifier les effets et la cinétique d'endommagement en fonction des paramètres élastiques et du niveau d'endommagement des plis adjacents et *(ii)* proposer une formulation implémentable dans un code de calcul de structure. Par les outils présentés dans ce travail, le premier point est réalisable mais nécessite la mise en place d'une stratégie de calcul adéquate. Le second point est plus délicat car la loi de comportement du pli n'est plus uniquement dépendante du chargement en un point et dévient donc non-locale. Son implémentation dans un code de calculs par éléments finis demande une formulation et la mise en place de techniques de calculs particulières.

Conclusion

L'objectif de ce travail de recherche était de développer une approche pour l'analyse de l'endommagement dans les structures composites stratifiés. Afin de disposer de modèles adaptés aux particularités des composites à matrice organique pour le calcul de structure (présence d'effets horsplan induits, de forts gradients...), il est indispensable de prendre en compte l'interaction entre les mécanismes d'endommagement intralaminaire et interlaminaire. Pour atteindre cet objectif, nous avons mis en place une démarche basée sur un dialogue étroit entre les campagnes d'essais expérimentaux et numériques afin d'identifier les ingrédients nécessaires à la construction d'un tel modèle.

Nous avons, dans un premier temps, étudié les mécanismes d'endommagement et leurs cinétiques au sein d'un matériau stratifié de nouvelle génération qu'est le T700/M21. Pour cela, nous avons mis en place un dispositif expérimental permettant (*i*) l'étude du comportement mécanique de matériaux composites à matrice organique et (*ii*) l'observation sous charge de la nature et du niveau d'endommagement présent au sein du matériau.

Les observations réalisées ont montré que ce matériau, de fort grammage, présente certaines spécificités, comme la présence de nodules thermoplastiques au sein de sa matrice, lui conférant un comportement particulier (ténacité plus élevée, distribution aléatoire de fibres ...).

Les résultats d'essais de traction réalisés sur des stratifications contenant des plis à 0° ont montré une réponse macroscopique (contrainte/déformation) rigidifiante (due à la forte ondulation des fibres). Nous avons introduit de l'élasticité non-linéaire pour modéliser ce phénomène. Un comportement fortement non-linéaire a été constaté pour des stratifications $[\pm \theta]_s$. Les observations réalisées en cours d'essais ont montré que l'endommagement se développe très tard au sein de ces matériaux et que la non-linéarité pour des chargements faibles ne peut s'expliquer que par des mécanismes visqueux. Une formulation viscoélastique spectrale a ainsi été introduite pour modéliser le comportement nonlinéaire en cisaillement du pli.

Le comportement endommageable de ce matériau est qualitativement similaire à celui des carbone/époxy d'ancienne génération, mais présente des contraintes à ruptures plus élevées. Une campagne d'essais sur des stratifications très variées nous a permis de construire le scénario d'endommagement de ce matériau :

• Les premiers endommagements s'amorcent à l'échelle de la fibre et de la matrice sous forme de décohésion fibre/matrice et de microfissuration matricielle. Une étude micromécanique nous a

permis de montrer que le critère d'apparition de ces microdommages dépend uniquement du chargement mésoscopique (contrainte/déformation).

- Ces microdommages peuvent se propager dans toute l'épaisseur du pli pour donner naissance à de la fissuration transverse. Des considérations basées sur des bilans énergétiques ont mis en évidence qu'il est nécessaire, pour faire propager les microdommages et créer une fissure transverse, de disposer d'une énergie stockée suffisante.
- Lorsqu'il y a création d'une fissure transverse, un microdélaminage associé est systématiquement observé. La longueur de ces microdélaminages évolue ensuite au cours du chargement.

Ces résultats nous ont conduits à proposer une modélisation du seuil d'endommagement basée sur un critère mésoscopique mixte déformation/énergie. Il découle de ce double critère *(i)* qu'il ne peut y avoir amorçage de microdommages que si une déformation critique est atteinte et *(ii)* qu'il n'y a propagation et création d'une fissure transverse que si l'énergie est suffisante. Ceci est en effet vérifié expérimentalement puisque plus le pli à 90° est épais (l'énergie stockée est alors plus grande), plus l'apparition de l'endommagement mésoscopique correspond à une déformation faible au sein du pli. Cependant cette valeur a une limite basse qui est celle de la déformation à rupture transverse de l'unidirectionnel.

L'observation expérimentale de l'évolution du nombre de fissures transverses et de la longueur des microdélaminages associés met en évidence l'interaction entre ces deux mécanismes. La présence de ces microdélaminages explique la saturation de l'endommagement dans certaines stratifications. Plus le pli est fin, plus la saturation de la cinétique de fissuration transverse est précoce.

Ces résultats nous ont conduits, afin de garder un caractère physique au modèle, à proposer des variables d'endommagements basées sur les taux de fissuration et les taux de délaminage. Nous avons également introduit dans les lois d'évolution de ces grandeurs un couplage explicite entre ces deux mécanismes. Plus le microdélaminage est important et plus la cinétique de fissuration transverse est ralentie. Par ailleurs, nous avons imposé que le seuil de microdélaminage correspond au seuil d'endommagement par fissuration transverse.

Les effets de l'endommagement sur le comportement élastique du pli sont difficiles à étudier d'un point de vue expérimental. En effet, la présence de plis faiblement désorientés par rapport à l'axe de chargement (nécessaires à la tenue du stratifié après les premières ruptures de plis), implique une réponse macroscopique du stratifié peu influencée par l'endommagement. Seule une approche basée sur des essais numériques permet par identification inverse, de remonter aux propriétés endommagées du pli fissuré. Nous avons simulé par essais numériques les différents états d'endommagement mesurés expérimentalement (fissuration transverse et microdélaminage) en retenant une hypothèse de périodicité du pattern d'endommagement. En appliquant les six chargements élémentaires et procédant à une équivalence en contrainte, nous avons approximé par identification inverse, les effets de l'endommagement sur le tenseur de souplesse initiale du pli. La formulation qui découle de cette analyse tient compte de l'épaisseur du pli. Par ces essais numériques, nous avons pu vérifier les hypothèses classiquement retenues dans les modèles d'endommagement, à savoir que seules les composantes transverse et de cisaillement du tenseur de souplesse du pli sont dégradées par la présence de fissuration transverse. La prise en compte du microdélaminage implique bien sûr une dégradation des composantes hors-planes mais également planes du pli.

En terme de bilan, le modèle développé permet de décrire les différents comportement nonlinéaires observés sur les carbone/epoxy à fibres longues:

- Comportement élastique non-linéaire dans le sens des fibres, comportement viscoélastique sous sollicitation transverse et de cisaillement,
- Il ne peut y avoir amorçage de la fissuration transverse qu'à partir de microdommages (décohésion fibre/matrice) et propagation dans l'épaisseur du pli que si l'énergie est suffisante,
- Des microdélaminages sont observés en pointe des fissures transverses. Ces fissures interlaminaires contribuent à décharger le pli endommagé conduisant ainsi à une saturation de l'endommagement.

L'identification et la validation de notre modèle ont été réalisées à partir des résultats obtenus sur le T700/M21. Nous nous sommes basés pour cela sur l'ensemble des informations obtenues et notamment sur la cinétique d'évolution des fissures transverses et des microdélaminages. La richesse des informations expérimentales n'est pas essentielle pour l'identification du modèle (point très important en vue d'une utilisation dans un cadre industriel). Nous avons ainsi montré qu'il est possible d'identifier ce modèle avec des informations plus limitées en utilisant des données sur d'autres matériaux disponibles dans la littérature.

Finalement, nous avons implanté ce modèle dans un code de calcul par éléments finis généraliste (ZeBuLoN) montrant ainsi la possibilité de son utilisation dans un cadre de calculs de structures. Nous nous sommes intéressés dans cette partie aux possibilités offertes par le modèle, dans le cadre du calcul de structure. Nous avons cherché à rester objectifs et à montrer l'intérêt qu'il pouvait y avoir à utiliser, ou non, un outil aussi complexe. Nous avons pu constater que l'intérêt d'une telle modélisation dépendait avant tout du type d'application, de la structure sollicitée, des conditions de chargement et de la séquence d'empilement.

Dans la dernière partie de ce travail, nous sommes revenus sur certaines hypothèses faites afin de proposer un modèle intrinsèque au pli. Nous avons notamment souligné par observation expérimentale, que les cinétiques d'endommagement dépendent non seulement des propriétés mais également de l'endommagement des plis adjacents.

Nous avons dans ce travail également pu quantifier le niveau de microdélaminage présent en pointe de fissure transverse. L'étape suivante consistera à passer du microdélaminage au délaminage structurale. Nous envisageons ainsi d'utiliser des modèles de zone cohésive dont la cinétique de propagation dépendra non seulement de l'état de sollicitation local mais également de l'état d'endommagement des plis adjacents¹.

Ces deux points nécessitent le développement d'une méthode de calcul par éléments finis non locale; nous pourrons ainsi nous appuyer sur les travaux menés à l'ONERA dans le cadre de la thèse de N. Germain².

¹ Notons que cette problématique a déjà été abordée dans le cadre la thèse de S. Guinard sur l' « Analyse de la tenue aux impacts à faible vitesse et faible énergie des structures stratifiées composites par la mécanique de l'endommagement' » (soutenue à l'ENS Cachan en 2001)

² Germain N., « Contribution au traitement numérique des instabilités pour le calcul de structures par éléments finis », thèse de l'école des Mines de Paris, devant être soutenue en 2006

Soulignons enfin que ce travail s'inscrit dans le cadre plus général du projet AMERICO. L'un des objectifs de ce programme est d'améliorer l'analyse de la tenue des structures composites. Le modèle développé dans ce travail permet de mieux décrire les premiers mécanismes d'endommagement. Une autre thèse du programme AMERICO (F. Laurin¹ à l'ONERA) s'est plus intéressée au stade final de l'endommagement en développant un approche multiéchelle progressive de la rupture. Afin de proposer un modèle complet apte à prévoir les premiers mécanismes d'endommagement et leurs effets sur le comportement jusqu'à la rupture, il sera nécessaire de proposer une approche intégrant les développements proposés dans ces deux thèses. On disposera alors d'une approche complète et robuste pour la prévision de l'endommagement et de la ruine des structures composites sous chargement complexe.

Laurin F., « Approche multiéchelle des mécanismes de ruine progressive des matériaux stratifiés et analyse de la tenue de structures composites », thèse de l'Université de Franche-Comté, 2005

Bibliographie

- 1: Maire J.F. et Leroy F.H. (2003), "Rapport finale de la tranche 1 du programme AMERICO"
- 2: Maison le Poec S., Vinet A. et Cinquin J. (2005), "Contraintes internes et micro fissures dans les pièces de structures pour applications aéronautiques", 14eme Journées Nationales sur les Composites (JNC14) Compiègne France
- 3: Parvizi A., Garrett K.W. et Bailey J.E. (1978), "Constrained cracking in glass fibrereinforced epoxy cross-ply laminates", *Journal of Material Science*, vol 13, pages: 195-201.
- 4: Nairn J.A. (1989), "The Strain Energy Release Rate of Composite Microcracking: A Variational Approach.", *Journal of composite materials*, vol 23, pages: 1106.
- 5: Fan J. et Zhang J. (1993), "In-situ damage evolution and micro/macro transition for laminated composites", *Composites Science and Technology*, vol 47, pages: 107-118.
- 6: Zhang J., Fan J. et Soutis C. (1992), "Analysis of multiple matrix cracking in $[+/-\theta_m/90_n]_s$ composite laminates. Part 2: Development of transverse ply cracks", *Composites*, vol 23, pages: 299-304.
- 7: McCartney L.N. (2000), "Model to predict effects of triaxial loading on ply cracking in general symmetric laminates", *Composites Science and Technology*, vol 60, pages: 2255-2279.
- 8: Kashtalyan M. et Soutis C. (2000), "Stiffness degradation in cross-ply laminates damaged by transverse cracking and splitting", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol 31, pages: 335-351.
- **9:** Rebiere J.L., Maatallah M.N. et Gamby D. (2001), "Initiation and growth of transverse and longitudinal cracks in composite cross-ply laminates", *Composite Structures*, vol 53, pages: 173-187.

- 10: Le Corre J.F. (1999), "Analyse du développement de la fissuration transverse et du délaminage dans les stratifiés croisés", thèse de l'Université du Maine
- 11: Berthelot J.M., El Mahi A. et Le Corre J.F. (2001), "Development of transverse cracking in cross-ply laminates during fatigue tests", *Composites Science and Technology*, vol 61, pages: 1711-1721.
- 12: Talreja R. (1986), "Stiffness properties of composite laminates with matrix cracking and interior delamination", *Engineering Fracture Mechanics*, vol 25, pages: 751-762.
- 13: Ladevèze P. (1986), "About a damage mechanics approach", Comptes-rendus des JNC5 Paris
- 14: Ladeveze P. et Le Dantec E. (1992), "Damage modelling of the elementary ply for laminated composites", *Composites Science and Technology*, vol 43, pages: 257-267.
- 15: Allix O. et Ladeveze P. (1992), "Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination", *Composite Structures*, vol 22, pages: 235-242.
- 16: Lévêque D. (1998), "Analyse de la tenue au délaminage des composites stratifiés : identification d'un modèle d'interface interlaminaire.", thèse de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan
- 17: Maire J.F. (1992), "Etudes théorique et expérimentale du comportement de matériaux composites en contraintes planes", thèse de l'Université de Franche-Comté
- 18: Perreux D. et Oytana C. (1993), "Continuum damage mechanics for micro-cracked composites", *Journal of Composites Engineering*, vol 3, pages: 115-122.
- **19: Jeggy T. (1990),** "Modélisation des dégradations des plaques trouées en carbone/epoxy sous chargements biaxiaux quasi-statiques", thèse de l'Ecole centrale des arts et manufactures
- 20: Thionnet A. (1991), "Prevision d'endommagement sous chargements quasi-statiques et cycliques des structures composites stratifiées", thèse de l'Université Paris 6
- 21: Lubineau G. (2002), "Sur un mésomodèle d'endommagement des composites stratifiés: relation micro-méso, possibilité et limites", thèse de l'Ecole normale supérieure de Cachan
- 22: Nairn J.A. et Hu S. (1992), "The Initiation and Growth of Delaminations Induced by Matrix Microcracks in Laminated Composites", *International Journal of Fracture*, vol 57, pages: 1-24.
- 23: Takeda N. et Ogihara S. (1994), "Initiation and growth of delamination from the tips of transverse cracks in CFRP cross-ply laminates", *Composites Science and Technology*, vol 52, pages: 309-318.
- 24: Ogihara S. et Takeda N. (1995), "Interaction between transverse cracks and delamination during damage progress in CFRP cross-ply laminates", *Composites Science and Technology*, vol 54, pages: 395-404.
- 25: Zhang J., Fan J. et Herrmann K.P. (1999), "Delaminations induced by constrained transverse cracking in symmetric composite laminates", *International Journal of Solids and Structures*, vol 36, pages: 813-846.
- 26: Kashtalyan M. et Soutis C. (2000), "The effect of delaminations induced by transverse cracks and splits on stiffness properties of composite laminates", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol 31, pages: 107-119.

- 27: Berthelot J.M. et Le Corre J.F. (2000), "Statistical analysis of the progression of transverse cracking and delamination in cross-ply laminates", *Composites Science and Technology*, vol 60, pages: 2659-2669.
- 28: Varna J., Joffe R. and Akshantala N.V. et Talreja R. (1999), "Damage in composite laminates with off-axis plies", *Composites Science and Technology*, vol 59, pages: 2139-2147.
- 29: Touchard-Lagattu F. (1994), "Spécificités du comportement mécanique de composites stratifiés à fibres longues et à matrice thermoplastique", thèse de l'Université de Poitiers
- **30:** Lagattu F. et Lafarie-Frenot M.C. (2000), "Variation of PEEK matrix crystallinity in APC-2 composite subjected to large shearing deformations", *Composites Science and Technology*, vol 60, pages: 605-612.
- 31: Mavel A., "Essai de fluage sur IM7/977-2 à température ambiante"
- **32:** Berthelot J.M. (2003), "Transverse cracking and delamination in cross-ply glass-fiber and carbon-fiber reinforced plastic laminates: Static and fatigue loading", *Applied Mechanics Reviews*, vol 56, pages: 111-147.
- **33:** Lee J.H. et Hong C.S. (1993), "Refined two-dimensional analysis of cross-ply laminates with transverse cracks based on the assumed crack opening deformation", *Composites Science and Technology*, vol 46, pages: 157-166.
- 34: Shieffer A. (2003), "Modélisation multiéchelle du comportement mécanique des composites à matrices organique et effets du vieillissemnet thermique", thèse de l'Université de technologie de Troyes
- **35:** Nairn J.A. (2000), "Matrix microcracking in composites", in *Polymer Matrix Composites*, Ed: Talreja, R. and Månson, J.-A. E., elsevier science, pages:403-432.
- **36:** Garrett K.W. et Bailey J.E. (1977), "Multiple transverse fracture in 90 cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester", *Journal of Materials Science*, vol 12, pages: 157-168.
- 37: Berthelot, J.M. (1999), "Matériaux composites Comportement mécanique et analyse des structures", Tech. & Doc. Lavoisier3
- **38:** Nairn J.A., Hu S. et Bark J.S. (1993), "A Critical Evaluation of Theories for Predicting Microcracking in Composite Laminates", *Journal of Materials Science*, vol 28, pages: 5099-5111.
- **39:** Yokozeki T., Aoki T. et Ishikawa T. (2002), "Transverse cracking in CFRP laminates with angled plies", 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Con
- 40: Kobayashi S., Takeda T., Ogihara S. et Kobayashi A. (1999), "Effects of stacking sequence on the transverse cracking in quasi-isotropic interleaved CFRP laminates", Proceedings of 12th International Conferance on Composite Materials
- 41: O'Brien T.K. (1982), "Characterization of delamination onset and growth in a composite laminate", in *Damage in composite materials, ASTM STP 775*, Ed: K, A, pages:140-167.

- 42: Liu S., Kutlu Z. et Chang F.K. (1993), "Matrix cracking and delamination in laminated composite beams subjected to a transverse concentrated line load", *Journal of Composite Materials*, vol 27, pages: 436-470.
- **43:** Leroy F.H. (1997), "Rupture des composites unidirectionnels à fibres de carbone et matrice thermodurcissable : Approche micro-macro.", thèse de l'Université Bordeaux 1
- 44: Wisnom M.R. (1999), "Size effects in the testing of fibre-composite materials", *Composites Science and Technology*, vol 59, pages: 1937-1957.
- 45: Jackson K.E., Kellas S. et Morton J. (1992), "Scale effects in the response and failure of fiber reinforced composite laminates loaded in tension and in flexure.", *Journal of Composite Materials*, vol 26, pages: 2674-2705.
- 46: Prosser W.H., Jackson K.E., Kellas S., Smith B.T., McKeon J. et Friedman A. (1995), "Advanced waveform-based acoustic emission detection of matrix cracking in composites", *Materials evaluation*, vol 53, pages: 1052-1058.
- 47: Hexcell Composite (2004), "HexPly® M21: Product Data"
- **48:** Favre J.P. et Laizet J.C. (1989), "Amplitude and counts per event analysis of the acoustic emission generated by the transverse cracking of cross-ply CFRP", *Composites Science and Technology*, vol 36, pages: 27-43.
- **49:** Favre J.P. et Laizet J.C. (1990), "Acoustic emission analysis of the accumulation of cracks in CFRP cross- ply laminates under tensile loading", *Journal of Acoustic Emission*, vol 9, pages: 97-102.
- 50: Benmedakhene S., Kenane M. et Benzeggagh M.L. (1999), "Initiation and growth of delamination in glass/epoxy composites subjected to static and dynamic loading by acoustic emission monitoring", *Composites Science and Technology*, vol 59, pages: 201-208.
- 51: Meraghni F., Desrumaux F. et Benzeggagh M.L. (2002), "Implementation of a constitutive micromechanical model for damage analysis in glass mat reinforced composite structures", *Composites Science and Technology*, vol 62, pages: 2087-2097.
- 52: Bar H.N., Bhat M.R. et Murthy C.R.L. (2004), "Identification of failure modes in GFRP using PVDF sensors: ANN approach", *Composite Structures*, vol 65, pages: 231-237.
- **53:** Godin N., Huguet S. et Gaertner R. (2005), "Integration of the Kohonen's self-organising map and k-means algorithm for the segmentation of the AE data collected during tensile tests on cross-ply composites", *NDT* \& *E International*, vol 38, pages: 299-309.
- 54: Johnson M. et Gudmundson P. (2000), "Broad-band transient recording and characterization of acoustic emission events in composite laminates", *Composites Science and Technology*, vol 60, pages: 2803-2818.
- 55: Kohonen T. (1995), "Self Organizing Maps", Springer
- 56: Ladeveze P. et Lubineau G. (2001), "On a damage mesomodel for laminates: micro-meso relationships, possibilities and limits", *Composites Science and Technology*, vol 61, pages: 2149-2158.

- 57: Ladeveze P. et Lubineau G. (2002), "An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics", *Composites Science and Technology*, vol 62, pages: 533-541.
- 58: Ladeveze P. et Lubineau G. (2003), "On a damage mesomodel for laminates: micromechanics basis and improvement", *Mechanics of Materials*, vol 35, pages: 763-775.
- **59:** Joffe R., Krasnikovs A. et Varna J. (2001), "COD-based simulation of transverse cracking and stiffness reduction in [S/90_n]_s laminates", *Composites Science and Technology*, vol 61, pages: 637-656.
- 60: McCartney L.N. (2005), "Energy-based prediction of failure in general symmetric laminates", *Engineering Fracture Mechanics*, vol 72, pages: 909-930.
- 61: Peters P.W.M. (1989), "The influence of fiber, matrix, and interface on transverse cracking in carbon fiber-reinforced plastic cross-ply laminates"
- 62: Linhone C. (1995), "Un modèle de comportement élastoplastique endommageable pour les structures composites stratifiées", thèse de l'Université de Paris VI
- 63: Le Dantec E. (1989), "Contribution à la modélisation du comportement mécanique des composites stratifiés", thèse de l'Université de Paris VI
- 64: Leguillon D. (2002), "Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch", *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol 21, pages: 61-72.
- 65: Allix O., Ladeveze P. et Corigliano A. (1995), "Damage analysis of interlaminar fracture specimens", *Composite Structures*, vol 31, pages: 61-74.
- 66: Borg R., Nilsson L. et Simonsson K. (2004), "Simulating DCB, ENF and MMB experiments using shell elements and a cohesive zone model", *Composites Science and Technology*, vol 64, pages: 269-278.
- 67: Carrere N. (2001), "Sur l'analyse multiéchelle des matériaux composites à matrice métallique : application au calcul de structure", thèse de l'Ecole Polytechnique
- **68:** Pardoen T., Ferracin T. and Landis C.M. et Delannay F. (2005), "Constraint effects in adhesive joint fracture", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol 53, pages: 1951-1983.
- 69: Paris F., Correa E. et Canas J. (2003), "Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials", *Composites Science and Technology*, vol 63, pages: 1041-1052.
- 70: Roux S., Cluzel C., Guitard L. et Lubineau G. (2002), "Matériau virtuelle <<conception, construction et identification>>", thèse de l'DEA T.A.C.S
- 71: Asp L.E., Berglund L.A. et Talreja R. (1996), "Effects of fiber and interphase on matrixinitiated transverse failure in polymer composites", *Composites Science and Technology*, vol 56, pages: 657-665.
- 72: Asp L.E., Berglund L.A. et Talreja R. (1996), "Prediction of matrix-initiated transverse failure in polymer composites", *Composites Science and Technology*, vol 56, pages: 1089-1097.
- 73: Asp L.E., Berglund L.A. et Talreja R. (1996), "A criterion for crack initiation in glassy polymers subjected to a composite-like stress state", *Composites Science and Technology*, vol 56, pages: 1291-1301.

- 74: Asp L.E., Berglund L.A. et Gudmundson P. (1995), "Effects of a composite-like stress state on the fracture of epoxies", *Composites Science and Technology*, vol 53, pages: 27-37.
- 75: Allix O., Ladeveze P. et Le Dantec E. (1990), "Modélisation de l'endomagement du pli élémentaire des composites stratifiées."
- **76:** Varna J., Joffe R. et Talreja R. (2001), "A synergistic damage-mechanics analysis of transverse cracking in [+/-θ/90₄]_s laminates", *Composites Science and Technology*, vol 61, pages: 657-665.
- 77: Maire J.F. et Chaboche J.L. (1997), "A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials", *Aerospace Science and Technology*, vol 1, pages: 247-257.
- 78: Pottier T. (1998), "Modélisation multiéchelle du comportement et de l'endommagement de composite à matrice métallique", thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussée (Paris)
- **79:** Leroy F.H. (2004), "Détermination et mesure de paramètres-clés micromécaniques Rapport AMERICO Tranche 2 Tache 2.2.1 A.1c"
- 80: Bui H.D. (1978), "Mécanique de la rupture fragile", Masson
- 81: Halphen B. et Nguyen Q.S. (1975), "Sur les matériaux standards généralisés", *Journal de mécanique*, vol 14, pages: 39-63.
- 82: Germain P. et Muller P. (1980), "Introduction à la mécanique des milieux continus", Masson
- 83: Lemaitre J. et Chaboche J.L. (1985), "Mécanique des matériaux solides", Dunod
- 84: François D., Pineau A. et Zaoui A. (1991), "Comportement mécanique des matériaux", Hermes
- 85: Remy-Petipas C. (2000), "Analyse et prévision du comportement à long terme des composites fibres de carbone / matrice organique", thèse de l'Université de Franche-Comté
- 86: Krajcinovic D. et Fonseka G.U. (1981), "The continuous damage theory of brittle materials, Parts I and II", *Journal of applied mechanics*, vol 48, pages: 809-824.
- 87: Andrieux S., Bamberger Y. et Marigo J.J. (1986), "Un modèle de matériau microfissuré pour les béton et les roches", *Journal théorique et appliqué*, vol 5, pages: 471-513.
- 88: Halm D. et Dragon A. (1998), "An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials", *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol 17, pages: 439-460.
- 89: Ladevèze P. (1983), "Sur une théorie de l'endommagement anisotrope"
- **90:** Chaboche J.L. (1992), "Une nouvelle condition unilatérale pour décrire le comportement des matériaux avec dommage anisotrope", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris*, vol 314, pages: 1395-1401.
- **91:** Maire J.F. et Pacou D. (1996), "Essais de traction-compression-torsion sur tubes composites céramique-céramique", 10eme Journées Nationales sur les Composites (JNC10) ENSAM France
- 92: Olivier P., Kurdi K.E.T. et Mulle M. (2005), "Mesure et effets des contraintes résiduelles (Rapport AMERICO T237 B7.a)"

- **93:** Laurin F., Carrere N. et Maire J.F. (2005), "Strength analysis of composite laminates subjected to compressive loadings: Material aspect vs. Structural buckling", Proceeding of Advancing with Composite 2005, Naples
- **94:** Yokozeki T., Aoki T. et Ishikawa T. (2005), "Consecutive matrix cracking in contiguous plies of composite laminates", *International Journal of Solids and Structures*, vol 42, pages: 2785-2802.
- **95:** Yokozeki T., Aoki T., Ogasawara T. et Ishikawa T. (2005), "Effects of layup angle and ply thickness on matrix crack interaction in contiguous plies of composite laminates", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol 36, pages: 1229-1235.
- **96:** Johnson P. et Chang F.K. (2001), "Characterization of Matrix Crack-Induced Laminate Failure Part II: Analysis and Verifications", *Journal of Composite Materials*, vol 35, pages: 2037-2074.
- 97: Johnson P. et Chang F.K. (2001), "Characterization of Matrix Crack-Induced Laminate Failure Part I: Experiments", *Journal of Composite Materials*, vol 35, pages: 2009-2035.
ANNEXE A Estimation des contraintes résiduelles

Cette annexe présente brièvement les mesures obtenues par polissage incrémental en surface de stratifiés initialement symétriques pour ainsi créer des bilames (Figure 1). Le but de cette annexe est d'estimer la température libre de contrainte T_0 à retenir pour nos simulations numériques afin de prendre en compte les contraintes résiduelles de cuisson. Pour de plus amples informations sur les résultats obtenus, on pourra se référer au rapport technique de Lévêque *et al.*¹.



ADA II BDA BDA

a) vue de face (côté poli)

b) vue de dos (surface de référence)

Figure 1: Bilames issus des stratifiés croisés du type $[90_2/0_n]_s$ devenant $[0_{2n}/90_2]$

Les éprouvettes polies ont été découpées dans les mêmes plaques que les éprouvettes testées mécaniquement et dont les résultats ont été présentés dans cette thèse. L'avantage de partir des stratifiés symétriques ayant servis à la caractérisation mécanique, est d'estimer au mieux l'état des contraintes internes dans la même configuration de fabrication/stratification/géométrie sans induire un décalage potentiel dû à une fabrication ou une mise en œuvre particulière (fabrication de stratifiés non symétriques par exemple)².

La Figure 2 présente schématiquement les variables retenues pour l'estimation de la température libre de contrainte. La méthode consiste à mesurer la flèche l du bilame créé afin de déduire la

¹ Lévêque D, Mavel A., Nunez P., Huchette C. (2005), « Mesure et effets des contraintes résiduelles » Rapport AMERICO Tranche 3, Action B7a, Tâche T237

² Olivier P. (2004), « Mesure des contraintes résiduelles de cuisson et analyse de leur influence », rapport AMERICO Tranche 2, Action A.2c, Tâche T2.2.2

courbure expérimentale de la plaque ($\kappa = R^{-1}$). Connaissant la courbure de la plaque il est possible via la théorie classique des stratifiés d'estimer la température libre de cuisson ayant engendrée une telle courbure.



Eprouvette stratifiée type à l'état initial (symétrie par Bilame créé après abrasion des plis supérieurs et repérage rapport au plan moyen)

Figure 2: Schéma présentant les variables retenues

Le tableau 6 présente les mesures réalisées à partir du polissage de différentes stratifications. On déduit de ces mesures qu'une température libre de cuisson d'environ 140° est tout à fait acceptable. Cepandant cette température ne correspond pas à la température de contrainte du matériau (de l'ordre de 180° C).

Empilement	pli restant (°)	épaisseur moyenne (µm)	Lo (mm)	L (mm)	l (mm)	к (-10 ⁶ mm ⁻¹)	Т ₀ (°С)
[0 ₂ /90 _{1/2}]s	90	180	210	209.5	6.5	1180	119
	0	520		, -	- , -		
[0 ₂ /90]s	90	429	210	206,2	16,9	3097	146
	0	520					
[0 ₂ /90 ₂]s	90	924	209,2	203,5	21,5	3976	151
	0	520					
[0 ₂ /90 ₃]s	90	1557	209	205	17,2	3185	151
	0	520					
[90 ₂ /0 _{1/2}]s	0	154	210	187,5	40,5	7767	123
	90	520					
[90 ₂ /0]s	0	403	210	205	19	3497	110
	90	520					
[90 ₂ /0 ₂]s	0	992	210	209,5	5,7	1036	135
	90	520					
[90 ₂ /0 ₃]s	0	1592	210	209,7	2,5	455	143
	90	520					
[45/-45/90]s	90	424	209,8	202	24,5	4537	143
	45	520					
[45/-45/0/90]s	90	492	210	207,5	14,7	2678	136
	0	260					
	45	520					

Tableau 6: Courbures mesurées des bilames et T_0 équivalente obtenue par calcul thermoélastique (épaisseurs théoriques des plis non polis)

Afin de voir l'influence de l'humidité contenue dans les éprouvettes, ces dernières ont été placées plusieurs mois dans un dessicateur afin d'obtenir un état sec des éprouvettes. Les mesures de flèche sur ces éprouvettes sont rapportées dans le Tableau 7:. On remarque que la suppression de l'humidité

présente au sein des éprouvettes permet de retrouver une température libre de contrainte proche de la température de cuisson.

Il est important de noter que le recalage d'un T_0 à 140°C n'induit aucun biais sur les simulations numériques puisque le modèle thermomécanique recalé fournit des contraintes au sein des plis tout à fait similaires à celles d'un modèle hygrothermoélastique.

Empilement	pli restant (°)	épaisseur moyenne (µm)	Lo (mm)	L (mm)	l (mm)	к (-10 ⁶ mm ⁻¹)	Т ₀ (°С)
[0 ₂ /90 _{1/2}]s	90	180	210	208,8	9,8	1783	170
[0 ₂ /90]s	90	429	210	203	21	3909	179
[0 ₂ /90 ₂]s	90 0	924 520	0	199,8	26,3	4929	183
[0 ₂ /90 ₃]s	90 0	1557 520	209	202	20,5	3860	179
[90 ₂ /0 _{1/2}]s	0 90	154 520	210	161,5	56,7	11648	174
[90 ₂ /0]s	0 90	403 520	210	202,2	24,9	4594	139
[90 ₂ /0 ₂]s	0 90	992 520	210	209,5	8	1450	181
[90 ₂ /0 ₃]s	0 90	1592 520	210	210,3	3,1	560	172
[45/-45/90]s	90 45	424 520	209,8	193	34	6496	181
[45/- 45/0/90]s (15 3)	90 0 45	492 260 520	210	204,5	20,5	3770	184

Tableau 7: Courbures mesurées des bilames et T_0 équivalente obtenue par calcul thermoélastique (épaisseurs théoriques des plis non polis) - Bilames à l'état sec (~3180h en dessicateur)

ANNEXE B Calcul de la jacobienne

Le but de cette annexe est de présenter le calcul de la jacobienne pour la résolution de la loi de comportement. Dans une première partie, les différentes équations du modèle seront rappelées pour arriver à la définition de la fonctionnelle à annuler pour permettre la résolution du problème non -linéaire. La deuxième partie définira la jacobienne de la fonctionnelle présentée dans la première partie essentielle à la résolution par un algorithme de Newton-Raphson. Dans la suite, nous retiendrons la notation de Voigt.

1 Rappel du modèle et définition de la fonctionnelle

1.1 Modèle pli

1.1.1 Loi d'états

 $\underline{\sigma} = \underline{\underline{C}}^{eff} : (\varepsilon - \varepsilon_{ve} - \varepsilon_{th}) - C^0 : \varepsilon_s$ (1)

Avec :

$$\underline{\underline{S}}^{eff} = \underline{\underline{S}}^{0} + \eta \,\overline{\rho} \,\underline{\underline{H}}^{\overline{\rho}}(\overline{\rho}, \overline{\mu}) - d_{\Lambda} \underline{\underline{H}}_{\Lambda}$$
⁽²⁾

Et :

$$\underline{\underline{H}}^{\overline{\rho}}(\overline{\rho},\overline{\mu}) = \underline{\underline{H}}_{1}^{\overline{\rho}} + \overline{\rho} \, \underline{\underline{H}}_{2}^{\overline{\rho}} + \overline{\mu} \, \underline{\underline{H}}^{\overline{\mu}} \tag{3}$$

$$d_{\Lambda} = \frac{\Delta : \varepsilon}{\left(1 + \underline{\Lambda} : \varepsilon\right)} \tag{4}$$

Le tenseur d'ordre 2 Λ est défini de la sorte:

$$\Delta = \lambda \, \vec{e_1} \otimes \vec{e_1} \tag{5}$$

Le tenseur des effets est défini en distinguant la partie en traction de la partie en compression :

$$\underline{\underline{H}}_{A} = \eta_{A} \underline{\underline{H}}_{A}^{+} + (1 - \eta_{A}) \underline{\underline{H}}_{A}^{-}$$
(6)

 \underline{H}_{A}^{-} est nul et \underline{H}_{A}^{+} est définie ainsi :

$$\underline{H}_{\Lambda}^{+} = S_{11}^{0} \vec{e_{1}} \otimes \vec{e_{1}} + S_{21}^{0} \vec{e_{2}} \otimes \vec{e_{1}} + S_{12}^{0} \vec{e_{1}} \otimes \vec{e_{2}}$$
(7)

1.1.2 Cinétique

Viscosité

Les déformations visqueuses sont définies de la manière suivante:

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_{ve} = g(\underline{\sigma}) \sum_{i} \underline{\dot{\xi}}_{i}$$
(8)

Avec:

$$\underline{\underline{L}}_{r}: \left(\tau_{i} \dot{\underline{\xi}}_{i} + \underline{\xi}_{i}\right) = \mu_{i} g(\underline{\sigma}) \underline{\sigma}$$

$$\tag{9}$$

La fonction non-linéarisante g s'écrit sous la forme :

$$g(\alpha) = 1 + a(1 + d_{\mu})\sigma_{eq}^{p}$$
⁽¹⁰⁾

Avec:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(\underline{\sigma} : \underline{S}_r : \underline{\sigma})} \tag{11}$$

et:

$$d_{\mu} = b \langle \sigma_{eq} - \sigma_0 \rangle_+^n \tag{12}$$

Endommagement

Forces Thermodynamiques :

$$y_{\bar{p}_{I}} = \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{ve} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2} + \sum_{i} \frac{h_{22}^{\bar{p}_{1}}}{2 \, \mu_{i}} C_{22}^{R} \langle \xi_{22}^{i} \rangle_{+}^{2}$$

$$y_{\bar{p}_{II}} = h_{66}^{\bar{p}_{1}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{ve} - \varepsilon_{12}^{th})^{2} + \sum_{i} \frac{h_{66}^{\bar{p}_{1}}}{2 \, \mu_{i}} C_{66}^{0} (\xi_{12}^{i})^{2}$$

$$y_{\bar{\mu}_{I}} = \frac{h_{22}^{\bar{\mu}}}{2} C_{22}^{0} \langle \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22}^{ve} - \varepsilon_{22}^{th} \rangle_{+}^{2}$$

$$y_{\bar{\mu}_{II}} = h_{66}^{\bar{\mu}} C_{66}^{0} (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{12}^{ve} - \varepsilon_{12}^{th})^{2}$$
(13)

Variables d'endommagement :

$$\begin{cases} \overline{\rho} = \sup_{\tau < t} \left[f_1(\overline{\rho}, \overline{\mu}, y_{\overline{\rho}_t}, y_{\overline{\rho}_u}) \right] \\ \overline{\mu} = \sup_{\tau < t} \left[f_2(\overline{\rho}, \overline{\mu}, y_{\overline{\mu}_t}, y_{\overline{\mu}_u}) \right] \end{cases}$$
(14)

Et :

$$\begin{pmatrix} f_1(\overline{\mu}, y_{\overline{\rho}_I}, y_{\overline{\rho}_I}) = K(\overline{\mu}) \left(y_{\overline{\rho}} \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}^s} \rangle + (1 - y_{\overline{\rho}}) \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}^s} \rangle \right)$$

$$\begin{pmatrix} f_2(\overline{\rho}, y_{\overline{\mu}_I}, y_{\overline{\mu}_I}) = f(\overline{\rho}, y_{\overline{\mu}_I}, y_{\overline{\mu}_I}) \end{pmatrix}$$

$$(15)$$

Avec :

$$\begin{cases}
K(\overline{\mu}) = \frac{K_1}{1 + \frac{K_2}{h}\overline{\mu}} \\
f(\overline{\rho}, y_{\mu_1}, y_{\mu_2}) = 1 - exp\left(-\overline{\rho} \frac{\gamma_{\overline{\mu}} y_{\overline{\mu}_1} + (1 - \gamma_{\overline{\mu}}) y_{\overline{\mu}_2}}{K_3}\right)
\end{cases}$$
(16)

La déformation d'endommagement :

,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{D} = \left(\underline{I} - \underline{S}^{o} : \underline{C}^{eff} \right) : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ve} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} - \boldsymbol{\varepsilon}_{s} \right)$$
(17)

La loi d'état est alors :

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{C}}^{0} : (\varepsilon - \varepsilon_{ve} - \varepsilon_{D} - \varepsilon_{th} - \varepsilon_{s})$$
(18)

Stockage

Variable de désactivation :

$$\begin{bmatrix}
\eta = 1 & si \ \underline{V}_{\eta} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) \ge \Delta_{\varepsilon}^{f} \\
\eta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix}
1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\underline{V}_{\eta} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) + \Delta_{\varepsilon}^{f}}{\Delta_{\varepsilon}^{f}}\right)
\end{bmatrix} si - \Delta_{\varepsilon}^{f} \le \underline{V}_{\eta} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) \le \Delta_{\varepsilon}^{f} \\
\eta = 0 & si \ \underline{V}_{\eta} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th}) \le -\Delta_{\varepsilon}^{f}
\end{bmatrix} (19)$$

Avec :

$$\underline{V}_{\eta} = \vec{e_2} \otimes \vec{e_2} \tag{20}$$

La loi d'évolution de la variable ε_s est définie par :

$$\Delta \underline{\varepsilon}_{s} = -\Delta \eta \underline{S}^{0} : \langle \overline{\rho} \underline{\underline{C}}^{eff} : \underline{\underline{H}}(\overline{\rho}, \overline{\mu}) : \underline{\underline{C}}^{eff} \rangle_{t} : \langle \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th} - \underline{\varepsilon}_{ve} \rangle_{t}$$
(21)

Avec :

$$\langle X \rangle_{t} = \frac{1}{2} \left[X(t + \Delta t) + X(t) \right]$$
(22)

Thermique

Les déformations thermiques sont définies de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{th} = \boldsymbol{\alpha} \Delta T \tag{23}$$

1.2 Fonctionnelle à annuler pour Newton-Raphson

Dans ce travail, nous avons considéré comme variables internes, les contraintes du pli ($\underline{\alpha}$) et les deux variables d'endommagement de chaque pli ($\overline{\rho}, \overline{\mu}$).

I.

$$F(\underline{\sigma}, \overline{\rho}, \overline{\mu}) = \begin{cases} \underline{\sigma} - C^{0} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{D} - \underline{\varepsilon}_{s}) \\ \overline{\rho} - \sup_{\tau < t} \left[K(\overline{\mu}) \left(y_{\overline{\rho}} \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_{t}}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_{t}}^{s}} \rangle + (1 - y_{\overline{\rho}}) \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_{u}}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_{u}}^{s}} \rangle \right) \right] \\ \overline{\mu} - \sup_{\tau < t} \left[1 - \exp \left(- \overline{\rho}_{k} \frac{y_{\overline{\mu}} y_{\overline{\mu}_{t}} + (1 - y_{\overline{\mu}}) y_{\overline{\mu}_{u}}}{K_{3}} \right) \right] \end{cases}$$
(24)

2 Définition de la jacobienne de la fonctionnelle

La jacobienne de la fonction F est définie de la manière suivante:

$$\vec{\nabla}F(\underline{\sigma},\overline{\rho},\overline{\mu}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial \underline{\sigma}} & \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial \overline{\rho}} & \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial \overline{\mu}} \\ \frac{\partial F_{\overline{\rho}}}{\partial \underline{\sigma}} & \frac{\partial F_{\overline{\rho}}}{\partial \overline{\rho}} & \frac{\partial F_{\overline{\rho}}}{\partial \overline{\mu}} \\ \frac{\partial F_{\overline{\mu}}}{\partial \underline{\sigma}} & \frac{\partial F_{\mu}}{\partial \overline{\rho}} & \frac{\partial F_{\mu}}{\partial \overline{\mu}} \end{vmatrix}$$
(25)

2.1.1 Dérivée par rapport à α :

$$\frac{\partial F_{\alpha}}{\partial \underline{\sigma}} = \underline{I}^{0} + \underline{C}^{0} : \left(\frac{\partial \underline{\varepsilon}_{\nu e}}{\partial \underline{\sigma}} + \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{D}}{\partial \underline{\sigma}} + \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{s}}{\partial \underline{\sigma}} \right)$$
(26)

$$\frac{\partial F_{\bar{p}}}{\partial \underline{\sigma}} = \begin{cases} 0 & Si \ \Delta \rho \le 0 \\ -K(\overline{\mu}) \left(\gamma_{\bar{p}} \frac{\partial \langle \sqrt{y_{\bar{p}_{l}}} - \sqrt{y_{\bar{p}_{l}}^{s}} \rangle}{\partial \alpha} + (1 - \gamma_{\bar{p}}) \frac{\partial \langle \sqrt{y_{\bar{p}_{u}}} - \sqrt{y_{\bar{p}_{u}}^{s}} \rangle}{\partial \alpha} \right) & Si \ \Delta \rho > 0 \end{cases}$$
(27)

$$\frac{\partial F_{\bar{\mu}}}{\partial \underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 0 & Si \ \Delta \underline{\mu} \le 0 \\ -\frac{\overline{\rho}}{K_3} \left(\gamma_{\bar{\mu}} \frac{\partial y_{\bar{\mu}_i}}{\partial \underline{\sigma}} + (1 - \gamma_{\bar{\mu}}) \frac{\partial y_{\bar{\mu}_u}}{\partial \underline{\sigma}} \right) exp \left(-\overline{\rho} \frac{\gamma_{\bar{\mu}} y_{\bar{\mu}_i} + (1 - \gamma_{\bar{\mu}}) y_{\bar{\mu}_u}}{K_3} \right) & Si \ \Delta \underline{\mu} > 0 \end{cases}$$
(28)

2.1.2 Dérivée par rapport à $\overline{\rho}$:

$$\frac{\partial F_{\alpha}}{\partial \overline{\rho}} = \underline{\underline{C}}^{0} : \left(\frac{\partial \underline{\varepsilon}_{D}}{\partial \overline{\rho}} + \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{s}}{\partial \overline{\rho}} \right)$$
(29)

$$\frac{\partial F_{\bar{\rho}}}{\partial \bar{\rho}} = 1 \tag{30}$$

$$\frac{\partial F_{\overline{\mu}}}{\partial \overline{\rho}} = \begin{pmatrix} 0 & Si \ \Delta \mu \le 0 \\ -\frac{\gamma_{\overline{\mu}} \gamma_{\overline{\mu}_{i}} + (1 - \gamma_{\overline{\mu}}) \gamma_{\overline{\mu}_{n}}}{K_{3}} exp \left(-\overline{\rho} \frac{\gamma_{\overline{\mu}} \gamma_{\overline{\mu}_{i}} + (1 - \gamma_{\overline{\mu}}) \gamma_{\overline{\mu}_{n}}}{K_{3}} \right) & Si \ \Delta \mu > 0 \end{cases}$$
(31)

2.1.3 Dérivée par rapport à $\overline{\mu}$:

$$\frac{\partial F_{\alpha}}{\partial \overline{\mu}} = \underline{C}^{0} : \left(\frac{\partial \underline{\varepsilon}_{D}}{\partial \overline{\mu}} + \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{s}}{\partial \overline{\mu}} \right)$$
(32)

$$\frac{\partial F_{\overline{\rho}}}{\partial \overline{\mu}} = \begin{cases} 0 & \text{Si } \Delta \rho \le 0\\ \frac{K_1 K_2 \left(\gamma_{\overline{\rho}} \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}^s} \rangle + (1 - \gamma_{\overline{\rho}}) \langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_I}^s} \rangle \right)}{h \left(1 + \frac{K_2}{h} \overline{\mu} \right)^2} & \text{Si } \Delta \rho > 0 \end{cases}$$
(33)

$$\frac{\partial F_{\mu}}{\partial \overline{\mu}} = 1 \tag{34}$$

2.2 Calcul des dérivées par rapport à a

2.2.1 Calcul de la dérivée de la déformation visqueuse par rapport à σ

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{ve}}{\partial \boldsymbol{\underline{\sigma}}} = \delta_{ij} \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{ve}}{\partial \boldsymbol{\underline{\sigma}}} = \sum_{l} \left(g \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\xi}_{l}}{\partial \boldsymbol{\underline{\sigma}}} + \Delta \boldsymbol{\xi}_{l} \otimes \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\underline{\sigma}}} \right)$$
(35)

2.2.2 Calcul de la dérivée des mécanismes visqueux par rapport à α

Par une écriture avec un Euler implicite, on obtient la formulation suivante de l'incrément de ξ :

$$\Delta \boldsymbol{\xi}_{i}^{t+\Delta t} = \frac{\Delta t}{\tau_{i} + \Delta t} \left(\boldsymbol{\mu}_{i} \boldsymbol{g} \, \underline{\boldsymbol{S}}_{r} : \boldsymbol{\sigma}_{k} - \boldsymbol{\xi}_{i}^{t} \right)$$
(36)

La dérivée de la déformation précédente par rapport à α_k est donc:

$$\frac{\partial \Delta \xi_i}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\Delta t}{\tau_i + \Delta t} \mu_i \left(g \underline{S}_r + \underline{S}_r : \underline{\sigma} \otimes \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right)$$
(37)

2.2.3 Calcul de la dérivée de la fonction non linéarisante par rapport à σ

$$\frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\sigma}} \left[1 + a (1 + d_{\mu}) (\sigma_{eq})^{p} \right]
= a \left[p (1 + b \langle \sigma_{eq} - \sigma_{0} \rangle_{+}^{n}) + b \cdot n \sigma_{eq} \langle \sigma_{eq} - \sigma_{0} \rangle_{+}^{n-1} \right] (\sigma_{eq})^{p-1} \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \underline{\sigma}}$$
(38)

2.2.4 Calcul de la dérivée de la déformation d'endommagement par rapport à α

$$\frac{\partial \underline{\varepsilon}_{D}}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\sigma}} \left[\left(\underline{I} - \underline{\underline{S}}^{o} : \underline{\underline{C}}^{eff} \right) : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th} - \underline{\varepsilon}_{ve}) \right] \\ = - \left(\underline{I} - \underline{\underline{S}}^{o} : \underline{\underline{C}}^{eff} \right) : \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{ve}}{\partial \underline{\sigma}}$$
(39)

185

1

2.2.5 Calcul de la dérivée de la déformation de stockage par rapport à σ

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{s}^{l}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{j}} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{s}^{l}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{j}} = \delta_{ij} \Delta \eta_{i} \underline{\boldsymbol{\Sigma}}^{0} : \langle \overline{\boldsymbol{\rho}}_{i} : \underline{\underline{\boldsymbol{C}}}^{eff} \underline{\underline{\boldsymbol{H}}} (\overline{\boldsymbol{\rho}}_{i}, \overline{\boldsymbol{\mu}}_{i}) : \underline{\underline{\boldsymbol{C}}}^{eff} \rangle_{t} : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{ve}^{i}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{j}}$$
(40)

2.2.6 Dérivée de $\langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_i}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_i}^s} \rangle$ par rapport à α

$$\frac{\partial \langle \sqrt{y_{\bar{p}_{l}}} - \sqrt{y_{\bar{p}_{l}}^{s}} \rangle}{\partial \underline{\sigma}} = \begin{cases} 0 & Si \ y_{\bar{p}_{l}} < y_{\bar{p}_{l}}^{s} \\ \frac{\partial y_{\bar{p}_{l}}}{\partial \underline{\sigma}} \\ \frac{\partial \underline{\sigma}}{2 \sqrt{y_{\bar{p}_{l}}}} & Si \ y_{\bar{p}_{l}} > y_{\bar{p}_{l}}^{s} \end{cases}$$
(41)

2.2.7 Dérivée de $\langle \sqrt{y_{\overline{\rho}_{II}}} - \sqrt{y_{\overline{\rho}_{II}}^s} \rangle$ par rapport à α

$$\frac{\partial \langle \sqrt{y_{\bar{p}_{u}}} - \sqrt{y_{\bar{p}_{u}}^{s}} \rangle}{\partial \underline{\sigma}} = \begin{cases} 0 & Si \ y_{\bar{p}_{u}} < y_{\bar{p}_{u}}^{s} \\ \frac{\partial y_{\bar{p}_{u}}}{\partial \underline{\sigma}} \\ \frac{\partial \underline{\sigma}}{2 \sqrt{y_{\bar{p}_{u}}}} & Si \ y_{\bar{p}_{u}} > y_{\bar{p}_{u}}^{s} \end{cases}$$
(42)

2.2.8 Calcul de la dérivée des forces thermodynamiques par rapport à σ

Dérivées de $\mathcal{Y}_{\overline{p}_{I}}$ et de $\mathcal{Y}_{\overline{p}_{II}}$

En définissant \underline{P}_2 tel que :

$$\underline{\underline{P}}_{2} = \vec{e}_{2} \otimes \vec{e}_{2} \otimes \vec{e}_{2} \otimes \vec{e}_{2} \tag{43}$$

On a :

$$\frac{\partial y_{\bar{\rho}_{i}}}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{h_{22}^{\bar{\rho}_{1}}}{2} C_{22}^{0} \langle \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{th} \rangle_{+} : \underline{P}_{2} : \langle \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{th} \rangle_{+} \\
+ \sum_{i} \frac{h_{22}^{\bar{\rho}_{1}}}{2 \mu_{i}} C_{22}^{R} \langle \underline{\xi}_{i} \rangle_{+} : \underline{P}_{2} : \langle \underline{\xi}_{i} \rangle_{+} \right] \\
= -h_{22}^{\bar{\rho}_{1}} C_{22}^{0} \langle \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{th} \rangle_{+} : \underline{P}_{2} : \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{ve}}{\partial \alpha} \\
+ \sum_{i} \frac{h_{22}^{\bar{\rho}}}{\mu_{i}} C_{22}^{R} \langle \underline{\xi}_{i} \rangle_{+} : \underline{P}_{2} : \frac{\partial \underline{\xi}_{i}}{\partial \alpha}$$
(44)

De même en définissant \underline{P}_6 :

$$\underline{\underline{P}}_{6} = \vec{e_1} \otimes \vec{e_2} \otimes \vec{e_1} \otimes \vec{e_2} \tag{45}$$

$$\frac{\partial y_{\bar{\rho}_{ll}}}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\sigma}} \Big[h_{66}^{\bar{\rho}1} C_{66}^{0} (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{lh}) : \underline{\underline{P}}_{6} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{lh}) \\
+ \sum_{i} \frac{h_{66}^{\bar{\rho}1}}{\mu_{i}} C_{66}^{R} \underline{\xi}_{i} : \underline{\underline{P}}_{6} : \underline{\xi}_{i} \Big]$$

$$= -h_{66}^{\bar{\rho}1} C_{66}^{0} (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{lh}) : \underline{\underline{P}}_{6} : \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{ve}}{\partial \underline{\sigma}} \\
+ \sum_{i} \frac{h_{66}^{\bar{\rho}1}}{\mu_{i}} C_{66}^{R} \underline{\xi}_{i} : \underline{\underline{P}}_{6} : \frac{\partial \underline{\xi}_{i}}{\partial \underline{\sigma}}$$
(46)

Dérivées de $\mathcal{Y}_{\overline{\mu}_k^{\prime}}$ et de $\mathcal{Y}_{\overline{\mu}_k^{\prime\prime}}$

De même que précédemment nous obtenons :

$$\frac{\partial y_{\overline{\mu}'}}{\partial \underline{\sigma}} = -h_{22}^{\mu} C_{22}^{0} \langle \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{th} \rangle_{+} : \underline{\underline{P}}_{2} : \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{ve}}{\partial \underline{\sigma}}$$
(47)

$$\frac{\partial y_{\overline{\mu}^{\prime\prime}}}{\partial \underline{\sigma}} = -h_{66}^{\mu} C_{66}^{0} (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ve} - \underline{\varepsilon}_{th}) : \underline{\underline{P}}_{6} : \frac{\partial \underline{\varepsilon}_{ve}}{\partial \underline{\sigma}}$$
(48)

 $\frac{\partial \varepsilon_{ve}}{\partial \underline{\sigma}}$ est défini dans par l'Eq. 35.

2.3 Calcul des dérivées par rapport à $\overline{\rho}$

2.3.1 Calcul de la dérivée de la déformation d'endommagement par rapport à $\bar{\rho}$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{D}}{\partial \overline{\rho}} = \frac{\partial}{\partial \overline{\rho}} \left[\left(\underline{I} - \underline{\underline{S}}^{o} : \underline{\underline{C}}^{eff} \right) : \left(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th} - \underline{\varepsilon}_{ve} \right) \right] \\
= -\delta_{ij} \underline{\underline{S}}^{0} : \frac{\partial \underline{\underline{C}}^{eff}}{\partial \overline{\rho}} : \left(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th} - \underline{\varepsilon}_{ve} \right) \tag{49}$$

Avec :

$$\frac{\partial \underline{\underline{C}}^{eff}}{\partial \overline{\rho}} = -\underline{\underline{C}}^{eff} : \frac{\partial \Delta \underline{\underline{S}}}{\partial \overline{\rho}} : \underline{\underline{C}}^{eff}$$
(50)

Et :

$$\frac{\partial \Delta \underline{S}}{\partial \overline{\rho}} = \frac{\partial \eta \overline{\rho} \underline{H}^{\overline{\rho}}}{\partial \overline{\rho}} = \eta(\underline{H}_{1}^{\overline{\rho}} + 2 \overline{\rho} \underline{H}_{2}^{\overline{\rho}} + \overline{\mu} \underline{H}^{\overline{\mu}})$$
(51)

2.3.2 Calcul de la dérivée de la déformation de stockage par rapport à $\overline{\rho}$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{s}}{\partial \overline{\rho}} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{s}}{\partial \overline{\rho}}
= \frac{1}{2} \underline{S}^{o} : \left(-\Delta \eta \ \underline{C}^{eff} : (\underline{H}_{1}^{\overline{\rho}} + 2 \overline{\rho} \ \underline{H}_{2}^{\overline{\rho}} + \overline{\mu} \ \underline{H}^{\overline{\mu}}) : \underline{C}^{eff} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ve} \rangle_{t}
-\Delta \eta \ \overline{\rho} \ \underline{C}^{eff} : \underline{H}^{\overline{\rho}} : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \overline{\rho}} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ve} \rangle_{t}
-\Delta \eta \ \overline{\rho} \ \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \overline{\rho}_{j}} : \underline{H}^{\overline{\rho}} : \underline{C}^{eff} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ve} \rangle_{t}$$
(52)

avec la dérivée du tenseur de rigidité définie par par l'Eq.49.

2.4 Calcul des dérivées par rapport à $\overline{\mu}$

2.4.1 Calcul de la dérivée de la déformation d'endommagement par rapport à $\overline{\mu}$

$$\frac{\partial \varepsilon_{D}^{i}}{\partial \overline{\mu}} = \frac{\partial}{\partial \overline{\mu}} \left[\left(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{S}}^{o} : \underline{\underline{C}}^{eff} \right) : (\varepsilon - \varepsilon_{th} - \varepsilon_{ve}) \right] \\
= -\underline{\underline{S}}^{0} : \frac{\partial \Delta \underline{\underline{C}}^{eff}}{\partial \overline{\mu}} : (\varepsilon - \varepsilon_{th} - \varepsilon_{ve})$$
(53)

Avec :

$$\frac{\partial \underline{\underline{C}}^{eff}}{\partial \overline{\mu}} = -\underline{\underline{C}}^{eff} : \frac{\partial \Delta \underline{\underline{S}}}{\partial \overline{\mu}} : \underline{\underline{C}}^{eff}$$
(54)

Et :

$$\frac{\partial \Delta \underline{S}}{\partial \overline{\mu}} = \frac{\partial \eta \overline{\rho} \underline{H}^{\overline{\rho}}}{\partial \overline{\mu}}$$

$$= \eta \overline{\rho} \underline{H}^{\overline{\mu}}$$
(55)

2.4.2 Calcul de la dérivée de la déformation de stockage par rapport à $\overline{\mu}$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{s}}{\partial \overline{\mu}} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{s}}{\partial \overline{\mu}}
= \frac{1}{2} \underline{S}^{o} : \left(-\Delta \eta \ \underline{C}^{eff} : \overline{\rho} \ \underline{H}^{\overline{\mu}} : \underline{C}^{eff} : \left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ve} \right\rangle_{t}
-\Delta \eta \ \overline{\rho} \ \underline{C}^{eff} : \underline{H}^{\overline{\rho}} : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \overline{\mu}} : \left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ve} \right\rangle_{t}
-\Delta \eta \ \overline{\rho} \ \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \overline{\mu}} : \underline{H}^{\overline{\rho}} : \underline{C}^{eff} : \left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th} - \boldsymbol{\varepsilon}_{ve} \right\rangle_{t}$$
(56)

avec la dérivée du tenseur de rigidité définie par l'Eq.55.