



**HAL**  
open science

# Apport des approches probabilistes pour l'évaluation non-destructive du béton par inversion multi-physique en vue d'une intégration dans des modèles mécaniques.

Wafaa Abdallah

## ► To cite this version:

Wafaa Abdallah. Apport des approches probabilistes pour l'évaluation non-destructive du béton par inversion multi-physique en vue d'une intégration dans des modèles mécaniques.. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux; Université Libanaise, 2021. Français. NNT : 2021BORD0391 . tel-03669843

**HAL Id: tel-03669843**

**<https://theses.hal.science/tel-03669843v1>**

Submitted on 17 May 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE EN COTUTELLE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE  
**DOCTEUR DE**  
**L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**  
**ET DE L'UNIVERSITÉ LIBANAISE**

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR  
ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
SPÉCIALITÉS MECANIQUE / INGENIERIE CIVILE

Par Wafaa ABDALLAH

**Apport des approches probabilistes pour l'évaluation non-destructive du béton par inversion multi-physique en vue d'une intégration dans des modèles mécaniques.**

Sous la direction de Sidi Mohammed ELACHACHI  
et de Marwan SADEK

Soutenance le 16 décembre 2021

Membres du jury :

Mme KAMALI-BERNARD, Siham	MCU, HDR	INSA de Rennes	Rapporteure
Mme VILLAIN, Géraldine	Ingénieur de recherche, HDR	U. Gustave Eiffel	Rapporteure
M. AMIRI, Ouali	Professeur	U. Nantes	Président
Mme HOMSI, Farah	MCU	U. Saint Joseph	Examinatrice
M. ELACHACHI, Sidi Mohammed	Professeur	U. Bordeaux	Directeur
M. SADEK, Marwan	Professeur	U. Libanaise	Co-Directeur
Mme SALIBA, Jacqueline	MCU	U. Bordeaux	Encadrante
M. SBARTAI, Zoubir Mehdi	Professeur	U. Bordeaux	Encadrant
M. HAGE CHEHADE, Fadi	Professeur	U. Libanaise	Invité



---

# Apport des approches probabilistes pour l'évaluation non-destructive du béton par inversion multi-physique en vue d'une intégration dans des modèles mécaniques.

---

## Résumé

Le maintien du niveau de performance structurelle des ouvrages en génie civil passe par leur inspection et leur auscultation par des méthodes destructives et non destructives. Les méthodes d'évaluation non destructive (END) permettent d'évaluer les propriétés physiques (porosité, densité, degré de saturation,..) et/ou mécaniques (résistance, module d'élasticité) du béton en se basant sur des modèles de conversion reliant les mesures END et les propriétés du béton mesurées sur des prélèvements (mesure destructives). Ces modèles sont construits par la mise en œuvre d'une campagne expérimentale combinant des essais END avec un nombre limité d'essais destructifs. Cette stratégie d'évaluation non-destructive est confrontée à de nombreux verrous en raison de la sensibilité des paramètres mesurés à des facteurs endogènes et/ou exogènes, en plus de l'hétérogénéité du béton et de sa variabilité spatiale. La prise en compte de cette variabilité spatiale est d'un grand intérêt pour fiabiliser la méthodologie END. Elle peut être déterminée par exemple à partir de l'estimation de la variabilité spatiale des mesures relevant de l'END lors du diagnostic des ouvrages en béton armé permettant ainsi de réduire le nombre de carottes prélevées. De plus, les procédures de calibration et d'inversion des modèles de conversion doivent être confortées en contrôlant les facteurs d'influence comme par exemple le nombre et la position des prélèvements (carottes), la maîtrise voire la réduction des incertitudes de mesure et éventuellement la combinaison entre les techniques d'END.

Dans le cadre de cette thèse, les indicateurs porosité  $\Phi$  et degré de saturation  $S_r$  ainsi que leurs variabilités, y compris leurs longueurs de corrélation spatiale, ont été estimés simultanément par trois techniques END complémentaires : les ultrasons, la résistivité électrique et le radar. Ces deux indicateurs sont essentiels afin d'estimer la durée de vie et de prédire l'évolution d'une dégradation physico-chimique dans les structures en béton armé. Trois modèles de conversion multi-physiques de formes différentes ont été considérés. Plusieurs jeux de données réelles ont été considérés pour la calibration en minimisant l'erreur quadratique moyenne (EQM). La variabilité spatiale a été générée à l'aide de la méthode de discrétisation spatiale Circulant Embedding et une fonction d'autocorrélation exponentielle isotrope. Des

---

approches numériques de calibration et d'inversion de ces trois modèles de conversion ont été ensuite proposées. L'effet de l'incertitude de mesure, de la combinaison de deux ou trois techniques CND et du nombre d'échantillonnage sur la qualité d'END de  $\Phi$  et  $S_r$ , en terme d'EQM et des courbes de risque, ont été également évalués.

Enfin, la variabilité spatiale a été intégrée, dans le cadre d'une approche probabiliste, dans des modèles mécaniques pour étudier son effet sur le comportement à la rupture d'un voile en béton armé soumis au cisaillement. Des simulations numériques ont été réalisées en 2D en considérant le modèle d'endommagement mécanique de Fichant-La Borderie pour le béton. L'effet de la variabilité du module de Young  $E$  et de la résistance à la traction  $f_t$ , pris comme paramètres d'entrée, sur la loi de comportement, les champs d'endommagement et les champs d'ouverture de fissure ont été analysés. Les résultats ont montré l'utilité de prendre en compte la corrélation spatiale dans la localisation de l'endommagement.

**Mots clés :** CND, END, variabilité spatiale, béton, inversion, calibration, modélisation mécanique, modèle probabiliste, longueur de corrélation, voile, cisaillement, rupture.

---

# Contribution of probabilistic approaches for the non-destructive evaluation of concrete by multi-physics inversion for integration into mechanical models.

---

## Abstract

Maintaining the performance level of civil engineering structures involves their inspection and auscultation, using destructive and non-destructive methods. Non-destructive evaluation (NDE) methods allow the assessment of physical (porosity, density, degree of saturation,..) and/or mechanical (strength, modulus of elasticity) concrete properties based on conversion models linking NDE measurements and concrete properties measured on samples (destructive measurement). These models are built by the implementation of an experimental campaign combining NDE tests with a limited number of destructive tests. This non-destructive evaluation strategy faces many challenges due to the sensitivity of the measured parameters to endogenous and/or exogenous factors, in addition to the heterogeneity of concrete and its spatial variability. Taking this spatial variability into account is a main interest to make the NDT methodology more reliable. It can be determined, for example, from the estimation of the spatial variability of the NDE measurements obtained during the diagnosis of reinforced concrete structures, thus making it possible to reduce the number of cores. In addition, the calibration and inversion procedures of the conversion models must be consolidated by controlling the influencing factors such as the number and the position of samples (cores), the control or even the reduction of measurement uncertainties and perhaps the combination of NDE techniques.

In the framework of this thesis, the indicators porosity  $\Phi$  and degree of saturation  $S_r$  as well as their variabilities, including their spatial correlation lengths, were estimated simultaneously by three complementary NDT techniques: ultrasound, electrical resistivity and radar. These two indicators are essential in order to estimate the service life and to predict the evolution of physicochemical degradation in reinforced concrete structures. Three multi-physical conversion models of different shapes were considered. Several real data sets were considered for calibration by minimizing the root mean square error (RMSE). Spatial variability was generated using the "Circulant Embedding" spatial discretization method and an isotropic exponential autocorrelation function. Numerical approaches for the calibration and the inversion of these three conversion models were then proposed. The effect of measurement

---

uncertainty, the combination of two or three NDT techniques and the number of samples on the NDE quality of  $\Phi$  and  $S_r$ , in terms of RMSE and risk curves, were also evaluated.

At last, spatial variability has been integrated, as part of a probabilistic approach, in mechanical models to study its effect on the behavior at failure of a reinforced concrete shear wall. 2D numerical simulations were carried out considering the Fichant mechanical damage model for concrete. The effect of the variability of Young's modulus  $E$  and tensile strength  $f_t$ , considered as input parameters, on the behavior law, damage fields and crack opening fields were analyzed. The results showed the usefulness of taking into account the spatial correlation in the localization of the damage.

**Keywords:** NDT, NDE, spatial variability, concrete, inversion, calibration, mechanical modeling, probabilistic model, correlation length, wall, shear, fracture.

---

## Unités de recherche

---

Institut de Mécanique et d'Ingénierie, UMR 5295, Département Génie Civil  
Environnemental, Bât A11, 351 Cours de la Libération, 33405 Talence cedex, France  
<http://i2m.u-bordeaux.fr>

Centre de Modélisation, Département Ecole Doctorale de Sciences et Technologies,  
Cité Universitaire Rafic Hariri, Hadath, Liban  
<http://www.edst.ul.edu.lb/>

---

## Dédicaces

---

*A mes parents et mon mari. Vous avez beaucoup sacrifié, soutenu inconditionnellement et aimé sans limite. Merci.*

*Wafaa ABDALLAH*

---

## Remerciements

---

Merci Dieu pour tous les avantages que vous m'avez donnés pour accomplir cette recherche, en souhaitant que vous bénissiez mon travail et mon avenir.

Je voudrais remercier toutes les personnes qui ont contribué à cette thèse, sans vos efforts et vos sacrifices, ma passion dans le domaine de recherche serait probablement restée un rêve inaccessible.

Je remercie dans un premier temps toute l'équipe de mon travail, mes directeurs de thèse *M. Sidi Mohammed ELACHACHI* et *M. Marwan SADEK*, mes encadrants de thèse, *Mme Jacqueline SALIBA*, *M. Zoubir Mehdi Sbartai* et *M. Fadi Hage CHEHADE*, pour leurs confiances, leurs critiques constructives et leurs précieux conseils pour élaborer ce travail.

Je remercie chaleureusement *Mme Siham KAMALI-BERNARD* et *Mme Géraldine VILLAIN* d'avoir accepté d'être rapporteuses de mon travail de thèse. Je remercie également *Mme Farah HOMSI* et *M. Ouali AMIRI* d'avoir accepté d'évaluer ce travail.

J'adresse aussi mes vifs remerciements à tout le personnel des deux laboratoires, à mes amis et à toute personne que j'ai rencontré durant cette période de ma vie et qui m'a encouragé même par un seul mot.

Je tiens à exprimer ma gratitude à ma petite famille (mes parents, mon mari, mes sœurs et frères) qui m'a donné tout le soutien moral et matériel (financier), m'a vidé de tout mon stress pendant cette période, m'a encouragé et à avoir toujours été à ma côté. Je ne peux pas vraiment les remercier suffisamment mais je prie Dieu de les garder pour moi.

---

## Publications

---

### Article dans une Revue Internationale avec comité de lecture

Abdallah, W., Sbartai, Z.M., Saliba, J., Elachachi, S.M., Hage Chehade, F., & Sadek, M. (2021). Assessment of the reliability of concrete evaluation by multi-physical inversion of NDT measurements – A probabilistic approach, *Construction and Building Materials*, 300(124546).

### Communication dans des Congrès Internationaux avec Actes Publiés

Abdallah, W., Saliba, J., Sbartai, Z.M., Sadek, M., Hage Chehade, F., & Elachachi, S.M. (2019). Reliability analysis of non-destructive testing models within a probabilistic approach, *MATEC Web of conference - International Conference of Engineering Risk (INCER 2019)*, 281,6p.

Abdallah, W., Saliba, J., Elachachi, S.M., Sbartai, Z.M., Sadek, M., & Hage Chehade, F. (2022). Effect of spatial variability on the failure behavior of a reinforced concrete wall, *EURO-C 2022 Conference – Computational modelling of concrete and concrete structures*. (Soumis).

### Communication dans des Congrès Nationaux avec Actes Publiés

Abdallah, W., Sbartai, Z.M., Saliba, J., Elachachi, S.M., Hage Chehade, F., & Sadek, M. (2021). Intégration de la variabilité spatiale pour une meilleure évaluation non-destructive du béton, *Academic Journal of Civil Engineering - 7ème congrès international francophone « Diagnostics du Béton »*, 38(2), 134-138.

Abdallah, W., Saliba, J., Elachachi, S.M., Sbartai, Z.M., Sadek, M., & Hage Chehade, F. (2021). Effet de la variabilité spatiale sur le comportement à la rupture d'un voile en béton, *Academic Journal of Civil Engineering – 39èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil*, 39(1),51-54.

Abdallah, W., Elachachi, S.M., Sadek, M., Hage Chehade, F., Saliba, J., & Sbartai, Z.M. (2019). Corrélation entre propriétés physiques et propriétés mécaniques du béton intégrant la variabilité spatiale, *37èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil*.

---

## Table des matières

---

<b>Introduction Générale .....</b>	<b>20</b>
<b>Chapitre I : Etat de l'art.....</b>	<b>24</b>
I.1. Introduction.....	24
I.2. Principe de l'évaluation non-destructive.....	25
I.2.1. Méthodes de contrôle non-destructif.....	27
<i>I.2.1.1. Méthodes des ondes mécaniques.....</i>	<i>27</i>
<i>I.2.1.2. Méthodes électriques.....</i>	<i>29</i>
<i>I.2.1.3. Méthodes électromagnétiques.....</i>	<i>31</i>
I.2.2. Modèles de conversion reliant les observables CND aux propriétés du matériau .....	33
I.2.3. Facteurs influençant l'évaluation non-destructive .....	36
I.3. Variabilité du béton .....	44
I.3.1. Simulation des champs aléatoires gaussiens stationnaires.....	45
I.3.2. Détermination de la longueur de corrélation .....	51
I.3.3. Effet de la variabilité des propriétés mécaniques du béton.....	55
I.4. Modélisation mécanique du béton.....	65
I.4.1. Modèles d'endommagement mécanique .....	65
I.4.2. Cas d'études de voile en béton armé soumis au cisaillement .....	68
I.5. Conclusion.....	78
<b>Chapitre II : Calibration des modèles de conversion.....</b>	<b>79</b>
II.1. Introduction .....	79
II.2. Modèles de conversion retenus.....	80
II.3. Bases de données expérimentales.....	82
II.4. Description de l'approche suivie pour la calibration .....	84
II.5. Analyse des erreurs d'identification et de prédiction en fonction du nombre de mesures.....	92
II.6. Illustration de l'effet « trade-off » durant la calibration .....	95
II.7. Conclusions .....	104

---

<b>Chapitre III : Méthode d'inversion pour l'évaluation non-destructive de certaines propriétés du béton et de leur variabilité</b> .....	<b>106</b>
III.1. Introduction.....	106
III.2. Inversion multi-physique par combinaison des techniques.....	108
III.3. Etude paramétrique des facteurs d'influence.....	115
III.3.1. Erreur quadratique moyenne.....	115
III.3.2. Courbe de risque sur l'estimation.....	122
III.4. Evaluation non-destructive de la corrélation spatiale du béton.....	127
III.5. Conclusions.....	135
<b>Chapitre IV : Effet de la variabilité du béton sur le comportement mécanique d'un voile soumis au cisaillement</b> .....	<b>139</b>
IV.1. Introduction.....	139
IV.2. Présentation du voile soumis au cisaillement.....	140
IV.3. Etudes paramétriques.....	145
IV.3.1. Choix des propriétés mécaniques.....	145
IV.3.2. Approche numérique.....	146
IV.3.3. Réponse globale du mur-voile.....	150
IV.3.3.1. <i>Courbes force-déplacement</i> .....	150
IV.3.3.2. <i>Champs d'endommagement</i> .....	157
IV.3.4. Post-traitement du faciès de fissuration.....	169
IV.4. Conclusions.....	174
<b>Conclusions Générales et Perspectives</b> .....	<b>175</b>
<b>Références</b> .....	<b>181</b>
<b>Annexe A</b> .....	<b>209</b>
A.1. Présentation du voile.....	209
A.2. Effet de la longueur de corrélation sur la rupture.....	210
A.2.1. Courbes force-déplacement.....	210
A.2.2. Champs d'endommagement.....	215
A.3. Importance de la présence de la corrélation spatiale : Variables Vs Champs aléatoires.....	218

---

## Liste des Figures

---

### Chapitre I

Figure I.1. Etapes principales du processus d'évaluation non-destructive d'une propriété du béton (indicateur « I ») [Breysse et Balayssac (2019)].	26
Figure I.2. Trois configurations (a), (b) et (c) de capteurs [Bungey et al. (2006)]	28
Figure I.3. Versions de la configuration quadripôle : (a) quadripôle carré [Sirieix et al. (2002)] (b) Sondes Wenner [Wenner (1915), SENSO (2009)].	30
Figure I.4. Principe de mesure de la résistivité électrique in situ par la configuration quadripôle.	31
Figure I.5. Principe de fonctionnement et d'analyse des résultats correspondant au dispositif radar.	33
Figure I.6. Erreur quadratique moyenne en fonction de nombre de carottes pour la résistance en compression du béton estimée par (a) Rebond [Breysse et Martínez-Fernández (2014)], et par (b) Ultrasons [Ali-Benyahia et al. (2017)]	38
Figure I.7. Carte de $\Phi$ et $S_r$ . À gauche : cartes originales. Au centre : cartes après optimisation de la fonction d'erreur sur la moyenne du degré de saturation $MPE_{S_r}$ pour 5 carottes. À droite : cartes après optimisation de la fonction d'erreur sur la variance du degré de saturation $VEE_{S_r}$ pour 5 carottes [Gomez-Cardenas (2015)]	40
Figure I.8. Efficacité de la combinaison des techniques Ultrasons et Rebond en fonction du nombre de carottes sur la qualité de la calibration des modèles reliés à la résistance à la compression du béton : qualité évaluée en terme de l'erreur « MSE : Mean Square Error » [Sbartai et al. (2018), Ali-Benyahia (2017)]	41
Figure I.9. (a) Exemple de l'intersection entre la surface de réponse et un plan d'une valeur mesurée de la vitesse ultrasonore en fonction de $\Phi$ et $S_r$ [Sbartai et al. (2012a)] (b) END de $\Phi$ et $S_r$ par combinaison de quatre techniques CND : radar « GPR », ultrasons « UPV », Impact-Echo « IE » et la résistivité électrique [Sbartai et al. (2012a)]	42
Figure I.10. Erreur quadratique moyenne pour la résistance à la compression du béton en fonction de la qualité de mesure par (a) Rebond [Breysse et Martínez-Fernández (2014)] et (b) Ultrasons [Alwash (2017)]	43
Figure I.11. Effet du type de modèle sur la qualité de l'estimation de la résistance à la compression [Alwash (2017)]	44
Figure I.12. Fonctions d'autocorrélation de (a) la porosité et (b) la perméabilité à la vapeur d'eau pour un mur en béton [Issaadi et al. (2017a)]	53
Figure I.13. (a) Variogramme [Nguyen (2014)] et (b) fonction d'autocorrélation [Xu et Li (2018)] de la résistance à la compression estimée respectivement par SonReb et par rebond.	55
Figure I.14. Variabilité du béton à différentes échelles d'observation et ordre de grandeur de la longueur de corrélation.	56
Figure I.15. Comportement du béton en compression et en traction [Fichant (1996)]	66
Figure I.16. Résultats de deux voiles ayant des rapports d'élanement de (a) 0,69 (voile numéro 21) et (b) 0,35 (voile numéro 29) [Hidalgo et al. (2002)]	70
Figure I.17. Rupture des voiles (a) LSW3 et (b) MSW3 ayant des rapports d'élanement de 1,0 et 1,5 respectivement et en présence d'une charge verticale de compression [Salonikios et al. (1999) - (2000)]	71
Figure I.18. Disposition des armatures : (a) conventionnelle (b) diagonale [Sittipunt et al. (2001)]	71

Figure I.19. (a) rupture par glissement [Paulay et al. (1982)] et (b) rupture diagonale en compression [Lefas et al. (1990)].....	72
Figure I.20. Configuration de renforcement des voiles testés [Cardenas et al. (1980)].....	74
Figure I.21. Rupture des voiles (a) S4 et (b) S9 [Maier et Thurlimann (1985)]. .....	75

## Chapitre II

Figure II.1. Base de données expérimentales : évolution de (a) la permittivité, (b) la vitesse ultrasonore et (c) la résistivité en fonction de $\Phi$ et $S_r$ .....	84
Figure II.2. Organigramme de l'approche de calibration .....	87
Figure II.3. Valeurs estimées de $\varepsilon$ , UPV et $\rho$ versus celles expérimentales obtenues NR = 3 et $\xi = 0\%$ (a) calibration et (b) validation .....	90
Figure II.4. Valeurs estimées de $\varepsilon$ , UPV et $\rho$ versus celles expérimentales obtenues pour NR = 20 et $\xi = 0\%$ (a) calibration et (b) validation .....	91
Figure II.5. Variation de la moyenne " $\mu$ " de (a) FE et (b) PE pour $\varepsilon$ , UPV et $\rho$ en fonction de NR .....	93
Figure II.6. Variation de l'écart-type " $\sigma$ " de (a) FE et (b) PE pour $\varepsilon$ , UPV et $\rho$ en fonction de NR .....	94
Figure II.7. Trade-off du modèle UPV en fonction de NR pour $\xi = 2\%$ .....	96
Figure II.8. Trade-off du modèle UPV en fonction de $\xi$ pour NR=20.....	96
Figure II.9. Trade-off du modèle UPV en fonction de $\xi$ pour NR=3.....	97
Figure II.10. Fonction de répartition du paramètre $UPV(ag)$ pour différent $\xi$ et NR.....	98
Figure II.11. Paramètre $UPV(ag)$ : (a) moyenne et (b) coefficient de variation .....	98
Figure II.12. Fonction de répartition de paramètre $\varepsilon_s$ pour différent $\xi$ et NR.....	99
Figure II.13. Paramètre $\varepsilon_s$ :(a) moyenne et (b) coefficient de variation .....	99
Figure II.14. Trade-off du modèle de résistivité (coefficient $n$ VS coefficient $m$ ) en fonction de NR pour $\xi = 2\%$ .....	100
Figure II.15. Trade-off du modèle de résistivité (coefficient $a$ VS coefficient $m$ ) en fonction de NR pour $\xi = 2\%$ .....	101
Figure II.16. Fonction de répartition du paramètre " $m$ " pour différent NR - cas où $\xi = 2\%$ .....	101
Figure II.17. Paramètre " $m$ ": (a) moyenne et (b) coefficient de variation .....	102
Figure II.18. Evolution de l'EQM de prédiction de UPV en fonction du paramètre $UPVag$ – cas où $\xi = 2\%$ .....	103
Figure II.19. Evolution de l'EQM de prédiction de $\varepsilon$ en fonction du paramètre $\varepsilon_s$ – cas où $\xi = 2\%$ .....	103
Figure II.20. Evolution de l'EQM de prédiction de $\rho$ en fonction du paramètre " $m$ " – cas où $\xi = 2\%$ .....	104

## Chapitre III

Figure III.1. Organigramme de l'approche d'inversion multi-physique .....	110
Figure III.2. Cartes de répartition de la génération aléatoire de (a) $\Phi$ et (b) $S_r$ .....	111
Figure III.3. Evolution de (a) $\varepsilon$ (b) UPV et (c) $\rho$ en fonction des valeurs générées de $\Phi$ et $S_r$ .....	111
Figure III.4. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la moyenne estimée de la porosité en fonction du nombre de simulation NS.....	113
Figure III.5. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour l'écart-type estimé de la porosité en fonction du nombre de simulation NS.....	114

---

Figure III.6. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la moyenne estimée de degré de saturation en fonction du nombre de simulation NS. ....	114
Figure III.7. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour l'écart-type estimé de degré de saturation en fonction du nombre de simulation NS. ....	115
Figure III.8. Variation de l'EQM de $\mu\Phi$ et $\sigma\Phi$ en fonction de NR pour différentes combinaisons CND et différent bruit de mesure (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ ) .....	117
Figure III.9. Variation de l'EQM de $\mu S_r$ et $\sigma S_r$ en fonction de NR pour différentes combinaisons CND et différent bruit de mesure (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ ) .....	118
Figure III.10. Distribution de NR en fonction de $\xi$ où (a) $EQM_{\mu\Phi} = 1\%$ et (b) $EQM_{\mu S_r} = 2\%$ pour différentes combinaisons CND. ....	119
Figure III.11. Fonction de répartition de la moyenne estimée de (a) $\Phi$ et (b) $S_r$ pour différentes combinaisons CND en comparaison avec les valeurs de référence – cas où NR = 13 et $\xi = 2\%$ . ....	119
Figure III.12. Variation des valeurs estimées de $\Phi$ et $S_r$ par différentes combinaisons CND et pour différents $\xi$ – cas où NR=20 (le point de référence est un exemple d'un point généré)	121
Figure III.13. Variation des valeurs estimées de $\Phi$ et $S_r$ par différentes combinaisons CND et pour différents $\xi$ – cas où NR=3 (le point de référence est un exemple d'un point généré)..	121
Figure III.14. Concept utilisé pour dériver la valeur du risque correspondant à un niveau d'incertitude spécifique à l'aide de la courbe CDF .....	123
Figure III.15. Courbes de niveau de confiance sur la moyenne ( $U=\pm 10\%$ ) et l'écart-type ( $U=\pm 25\%$ ) de $\Phi$ avec différentes combinaisons CND et différents $\xi$ (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ ) .....	125
Figure III.16. Courbes de niveau de confiance sur la moyenne ( $U=\pm 10\%$ ) et l'écart-type ( $U=\pm 25\%$ ) de $S_r$ avec différentes combinaisons CND et différents $\xi$ (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ ) .....	126
Figure III.17. Fonction de répartition de la moyenne estimée de (a) $\Phi$ et (b) $S_r$ pour différentes combinaisons CND en comparaison avec les valeurs de référence – cas où NR = 3 et $\xi = 2\%$ . ....	127
Figure III.18. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la longueur de corrélation estimée de $\Phi$ en fonction de NS – cas où NR=50. ....	130
Figure III.19. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la longueur de corrélation estimée de $S_r$ en fonction de NS – cas où NR=50. ....	130
Figure III.20. Estimation de la longueur de corrélation de $\Phi$ dans la première simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b), (c) et (d) Variogrammes de $\Phi$ en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents $\xi$ .....	132
Figure III.21. Estimation de la longueur de corrélation de $S_r$ dans la première simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b), (c) et (d) Variogrammes de $S_r$ en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents $\xi$ .....	133

---

---

Figure III.22. Estimation de la longueur de corrélation de $\Phi$ dans la centième simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b),(c) et (d) Variogrammes de $\Phi$ en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents $\xi$ .....	134
Figure III.23. Estimation de la longueur de corrélation de $S_r$ dans la centième simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b),(c) et (d) Variogrammes de $S_r$ en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents $\xi$ .....	135

## Chapitre IV

Figure IV.1. Voile en béton armé : Chargement et conditions aux limites.....	141
Figure IV.2. Section du voile en béton armé (dimensions en mm) - « $\emptyset$ » est le symbole du diamètre de la barre d'acier et « @ » celui de la distance entre les barres.....	141
Figure IV.3. Maillage des plaques métalliques et du voile : position de l'acier par rapport aux nœuds du béton.....	142
Figure IV.4. Variation de la loi de comportement lorsque (a) $ft$ est variable (b) $E$ est variable (c) $ft$ et $E$ sont variables [Bouhjiti et al. (2018a)].....	146
Figure IV.5. Approche numérique de l'étude paramétrique .....	149
Figure IV.6. Courbes force - déplacement pour les différents cas d'étude paramétrique.....	151
Figure IV.7. Evolution de la force maximale en fonction du déplacement correspondant pour les 10 simulations réalisées dans chaque cas d'étude paramétrique .....	152
Figure IV.8. Moyenne de la force maximale et du déplacement correspondant pour les différents cas d'étude paramétrique. ....	152
Figure IV.9. Ecart-type de la force maximale et du déplacement correspondant pour les différents cas d'étude paramétrique. ....	153
Figure IV.10. Réponse globale et locale du voile (a) Courbe force-déplacement obtenue par simulation (courbe moyenne du cas 1 de référence) vs celle obtenue expérimentalement par [Salonikios et al. (1999)] pour le voile MSW3. (b) Distribution du champ d'ouverture des fissures obtenues expérimentalement à 100% du chargement appliqué .....	154
Figure IV.11. Evolution de (a) la moyenne et (b) de l'écart-type de la rigidité (KN/cm) en fonction du pourcentage de chargement horizontal appliqué – légende commune pour (a) et (b).....	157
Figure IV.12. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement pour la 1 <sup>ère</sup> simulation du cas 1 – en bas à gauche : champs du seuil d'endommagement $\epsilon d_0$ .....	158
Figure IV.13. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1 <sup>ère</sup> simulation du cas 3 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement $\epsilon d_0$ .....	159
Figure IV.14. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1 <sup>ère</sup> simulation du cas 6 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement $\epsilon d_0$ .....	159
Figure IV.15. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1 <sup>ère</sup> simulation du cas 7 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement $\epsilon d_0$ .....	160
Figure IV.16. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1 <sup>ère</sup> simulation du cas 8 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement $\epsilon d_0$ .....	160
Figure IV.17. Champs d'endommagement D au pic (à gauche) et champ de seuil d'endommagement $\epsilon d_0$ (à droite) pour chaque simulation du cas 1 (cas de référence).....	161

---

Figure IV.18. Evolution du % d'éléments endommagés en fonction du % de chargement pour les 10 simulations des cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8. ....	163
Figure IV.19. Evolution du % d'éléments ayant une valeur d'endommagement D comprise entre 0,9 et 1 en fonction du % de chargement pour les 10 simulations des cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8. ....	164
Figure IV.20. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 1 en fonction du % de chargement. ....	166
Figure IV.21. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 3 en fonction du % de chargement. ....	166
Figure IV.22. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 6 en fonction du % de chargement. ....	167
Figure IV.23. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 7 en fonction du % de chargement. ....	167
Figure IV.24. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 8 en fonction du % de chargement. ....	168
Figure IV.25. Evolutions du % d'éléments endommagés correspondants aux champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement .....	168
Figure IV.26. Evolutions du % d'éléments ayant une valeur d'endommagement D comprise entre 0,9 et 1 correspondants aux champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement. ....	169
Figure IV.27. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 1 .....	171
Figure IV.28. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 3 .....	171
Figure IV.29. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 6 .....	172
Figure IV.30. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 7 .....	173
Figure IV.31. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 8 .....	173

## Annexe A

Figure A.1. <b>(a)</b> Chargement et conditions aux limites et <b>(b)</b> Paramètres utilisés.....	209
Figure A.2. Courbes force –déplacement pour différentes longueurs de corrélation .....	211
Figure A.3. Evolution de la force maximale en fonction du déplacement correspondant pour les 10 simulations réalisées dans chaque cas d'étude paramétrique .....	212
Figure A.4. <b>(a)</b> Moyenne et <b>(b)</b> écart-type de la force à la rupture et du déplacement correspondant pour les différents cas d'étude paramétrique. ....	212
Figure A.5. Evolution de <b>(a)</b> la moyenne et <b>(b)</b> de l'écart-type de la rigidité en fonction de pourcentage de chargement horizontal appliqué.....	215
Figure A.6. <b>(a)</b> Champs d'endommagement correspondant à la force maximale et <b>(b)</b> champs de déformation seuil ( $\epsilon d0 = ft/E$ ) pour deux simulations différentes - cas où $lE = 60\text{ cm}$ et $lft = 20\text{ cm}$ .....	216
Figure A.7. Champs d'endommagement en fonction de % de déplacement horizontal imposé pour la 1ère simulation de la figure A.6 –cas où $lE = 60\text{ cm}$ et $lft = 20\text{ cm}$ .....	216
Figure A.8. Champs moyens d'endommagement correspondant à la force maximale dans les quatre cas d'étude paramétrique.....	217

---

Figure A.9. Pourcentage des éléments endommagés correspondants aux champs moyens d'endommagement de la figure A.8 – ( $D$ : valeur d'endommagement) .....	218
Figure A.10. Courbes moyennes force -déplacement dans le cas où $E$ et $ft$ sont des champs (cas 1 à 4) ou des variables (cas 5 à 9) aléatoires.....	220
Figure A.11. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour les cas 5 à 9 où $E$ et $ft$ sont des variables aléatoires. ....	222

---

## Liste des Tableaux

---

### Chapitre I

Tableau I.1. Forme des modèles existants pour évaluer la porosité $\Phi$ et/ou le degré de saturation $S_r$ (les abréviations sont définies dans la § I.2.2). .....	34
Tableau I.2. Modèles théoriques de la fonction d'autocorrélation et du variogramme [Vanmarcke (1983), Goovaerts (1998)-(1999)] .....	52
Tableau I.3. Valeurs des longueurs de corrélation considérées dans la littérature.....	56
Tableau I.4. Paramètres considérés variables par différents auteurs pour des voiles en béton armé soumis au cisaillement .....	69

### Chapitre II

Tableau II.1. Résumé des résultats expérimentaux avec six mélanges de béton [Balayssac et al. (2012), SENSO (2009)].....	83
Tableau II.2. Synthèse de la calibration des modèles: cas où $\xi = 0\%$ .....	89

### Chapitre III

Tableau III.1. EQM sur la longueur de corrélation de $\Phi$ et $S_r$ avec différentes combinaisons et différents $\xi$ pour NR=50 parmi 100. ....	131
---	-----

### Chapitre IV

Tableau IV.1. Paramètres de l'acier .....	143
Tableau IV.2. Paramètres du modèle d'endommagement Fichant-La Borderie.....	144
Tableau IV.3. Moyenne, coefficient de variation (écart-type) et longueur de corrélation de $E$ et $ft$ .....	148
Tableau IV.4. Coefficient de variation de la force à la rupture, du déplacement au pic et de la rigidité dans la phase élastique et à la fin de la phase non-linéaire qui précède le pic .....	155
Tableau IV.5. Nombre total de fissures inclinées obtenues pour l'ensemble des simulations réalisées dans chaque cas d'étude paramétrique .....	174

### Annexe A

Tableau A.1. Coefficient de variation de la force à la rupture, du déplacement au pic et de la rigidité dans la phase élastique et au point pic .....	213
Tableau A.2. Paramètres statistiques (Moyenne $\mu$ , écart-type $\sigma$ et coefficient de variation $COV$ ) des deux propriétés $E$ et $ft$ correspondant à chaque cas d'étude paramétrique dans le cas où $E$ et $ft$ sont des variables aléatoires.....	220
Tableau A.3. Moyenne $\mu$ et coefficient de variation $COV$ de la force à la rupture et du déplacement au pic dans les cas d'étude paramétrique où $E$ et $ft$ sont des variables aléatoires .....	222

---

## Introduction Générale

---

Le diagnostic régulier des ouvrages en béton armé est recommandé à cause du caractère vieillissant de ce matériau composite. En effet, la dégradation du béton peut se développer au cours du temps sous l'action de différentes agressions physico-chimiques (pénétration des chlorures, carbonatation, gel-dégel, fatigue..) et mécaniques. En conséquence de ce diagnostic régulier, des besoins en maintenance et réparation sont souvent nécessaires. Pour minimiser les budgets alloués à ces réparations de manière fiable, la mise en place des outils permettant d'optimiser l'auscultation des structures est nécessaire. Cette auscultation implique l'estimation des propriétés physiques/mécaniques du béton.

De nos jours, la méthodologie la plus couramment adaptée pour l'estimation des propriétés du béton est liée aux mesures destructives (carottage) qui peuvent altérer la structure auscultée, surtout dans le cas d'un ouvrage sensible (ex : centrale nucléaire). Quelques approches ont été développées récemment proposant la combinaison des mesures non-destructives avec un nombre réduit de prélèvements (essais destructifs) pour en déduire un modèle de conversion. Les modèles de conversion sont généralement des équations empiriques, reliant ces deux types de mesures, dont les coefficients identifiés tiennent compte indirectement de différents facteurs comme les incertitudes de mesures, l'approche d'identification utilisée, la composition du béton, etc. Le recours à des mesures non-destructives est essentiellement requis pour réduire le nombre des échantillons prélevés.

Dans ce contexte, et afin d'économiser la maintenance des ouvrages, les gestionnaires ont un challenge majeur pour fiabiliser la méthodologie d'évaluation non-destructive (END). Néanmoins, plusieurs verrous subsistent : (a) Combien de carottes doivent-elles être prélevées tout en conservant un compromis entre coût et qualité de l'information acquise ? En quels points de la structure? (b) Quel type de modèle de conversion choisir ? (c) Quelle est l'approche d'identification la plus adéquate ? (d) Quelle(s) méthode(s) d'END choisir ? (e) Est-il nécessaire de combiner les méthodes END entre-elles ? (f) Quel est l'effet des incertitudes de mesure et de la variabilité (aussi spatiale) du béton ? Comment prendre en compte ces facteurs dans la méthodologie d'END ? (g) Comment quantifier la qualité de l'END ? Et avec quelle précision ?

De nombreuses études disponibles dans la littérature ont pu apporter des réponses à certaines de ces questions dans le cas de l'END de la résistance à la compression du béton [Alwash (2017), Ali-Benyahia et al. (2017), Nguyen (2014), Breysse et Martínez-Fernández (2014), EN 13791 (2007), ACI 228.1R (2003)]. Cependant, les études qui ont considéré l'END des propriétés physiques en présence de plusieurs facteurs l'affectant (ex : incertitudes et nombre de mesures, variabilité spatiale des mesures END) sont très rares ou même absentes [Villain et al. (2018), Schoefs et al. (2017), Gomez-Cardenas (2015), Sbartai et al. (2012a)]. De plus, très peu d'études accèdent à cette variabilité par END.

Cette thèse constitue un premier pas dans l'END de la variabilité spatiale du béton tout en considérant plusieurs facteurs comme le type de combinaison et l'incertitude de mesures. La quantification de la variabilité spatiale du béton devrait permettre d'optimiser le nombre de prélèvements et des mesures END [Schoefs et al. (2012), Stewart et Suo (2009)]. Elle sert à préciser les emplacements où les points de la structure représentent une forte corrélation spatiale. De cette façon, le nombre des mesures peut être réduit en choisissant uniquement les lieux spatialement indépendants : ce sont les points espacés d'une distance supérieure à la « longueur de corrélation ». La prise en compte de cette variabilité spatiale représente plus fidèlement l'hétérogénéité du béton et permet, par une intégration dans des modèles mécaniques, de mieux décrire le comportement thermo-hydro-mécanique du béton [Bouhjiti et al. (2018b), De Larrard et al. (2012a), Darmawan et Stewart (2007), Stewart (2004)]. Ainsi, l'objectif de cette thèse est de réaliser l'END des propriétés du béton et de quantifier leurs variabilités en vue d'une intégration de cette variabilité dans un modèle mécanique et étudier son effet sur le comportement à la rupture d'une structure en béton armé.

Le chapitre I correspond à l'état de l'art actuel selon trois axes différents mais qui sont en cohérence avec l'étude développée dans cette thèse. Ce sont : (1) l'évaluation non-destructive (Comment ? Quelles techniques ? Quels types de modèles existants ? Quels facteurs influents ?) ; (2) la variabilité spatiale du béton (méthodes de discrétisation spatiale, valeurs de la longueur de corrélation vis-à-vis de l'échelle d'étude et sa détermination) et (3) la modélisation mécanique du béton (modèles d'endommagement mécaniques, comportement des voiles soumis au cisaillement).

Dans les chapitres II, III et IV de cette thèse les méthodologies et résultats sont présentés et discutés pour atteindre deux objectifs :

- Le premier correspond à l'END de deux indicateurs de durabilité du béton : la porosité  $\Phi$  et le degré de saturation  $S_r$ . Trois observables END (vitesse des ondes ultrasonores, la résistivité électrique et la permittivité diélectrique mesurée par le radar) sont sélectionnés pour cette évaluation. La complémentarité entre ces observables est justifiée dans différentes études [Sbartai et al. (2018), Lataste et al. (2009)]. En même temps, la porosité et le degré de saturation sont deux indicateurs indissociables contrôlant d'une part la résistance mécanique du béton et d'autre part les processus de détérioration comme par exemple la corrosion ou la réaction alcali-granulat. Le processus d'END est constitué de deux étapes nécessaires : la calibration et l'inversion des modèles de conversion. Du fait que le béton est un matériau largement hétérogène, il n'existe pas un modèle unique pour tous les bétons [Breysse (2012)]. Les modèles de conversion considérés dans cette étude sont des lois des mélanges (physiques) non-linéaires et de formes différentes. Les deux modèles de la résistivité et de la permittivité sont assez bien décrits dans la littérature alors que celui de la vitesse ultrasonore est dérivé d'une façon semblable au modèle de la permittivité pour prendre en compte les différentes phases du béton (pâte cimentaire, granulat, air et eau). Par suite, les coefficients de ces modèles sont calibrés en se basant sur une large base de données expérimentale réalisée dans le cadre du projet national français SENSO [SENSO (2009)]. Le processus de calibration étudie l'effet du nombre de mesure et du bruit de mesure dans l'identification et la validation des modèles. La qualité de la calibration est estimée par l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre les valeurs expérimentales et prédites par les modèles des observables END (chapitre II).
- Comme les données réelles expérimentales ne sont pas toujours disponibles, l'étude est étendue avec un jeu de données synthétiques dans le but de l'END de  $\Phi$  et  $S_r$  et de leurs variabilités sur une dalle carrée de 10 m de côté en utilisant les modèles de conversion calibrés. Cette étude sera détaillée dans le chapitre III de cette thèse. Du fait que les modèles sont non linéaires et de formes différentes, une approche numérique d'inversion multi-physique a été incorporée. Dans un premier temps, la variabilité spatiale n'est pas prise en compte, les deux propriétés sont évaluées en chaque point du maillage ainsi que leurs moyennes et leurs dispersions (i.e. écart-types). La qualité de cette évaluation est estimée par EQM et des courbes de risque afin d'avoir les paramètres évalués en dehors d'un intervalle de confiance accepté.

Dans cette phase, l'effet du bruit et du nombre de mesures ainsi que le type de combinaison END sont étudiés. Il faut noter ici qu'une combinaison de deux (au minimum) observables END est nécessaire pour l'évaluation simultanée de deux indicateurs du béton. Dans un deuxième temps, la variabilité spatiale des observables END est intégrée et la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  est évaluée ainsi que leurs moyennes et écart-types. Dans cette phase, le jeu de données synthétiques est spatialement corrélé et généré en utilisant la méthode de discrétisation spatiale dite « Circulant Embedding » et une fonction d'autocorrélation exponentielle isotrope. L'évaluation de la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  est ainsi réalisée en utilisant un outil géostatistique tel que le « variogramme ».

- Le deuxième objectif prend en considération l'effet de la variabilité spatiale du béton sur le comportement mécanique d'une structure en béton armé. Partant du principe que cette variabilité spatiale peut-être déterminée par END (chapitre III), elle a été intégrée par des simulations en 2D, dans un modèle mécanique où un voile en béton ou en béton armé est soumis au cisaillement. Ces études sont respectivement présentées dans le chapitre IV et l'annexe A de cette thèse. L'intégration de la variabilité spatiale a montré son importance dans l'obtention d'un endommagement par cisaillement bien localisé. Elle a été réalisée par la même méthode de discrétisation spatiale et la même fonction d'autocorrélation retenue au chapitre III. Les valeurs des longueurs de corrélation sont choisies en correspondance avec celles trouvées dans la littérature selon l'échelle d'observation. Dans cette phase d'étude, l'effet de la variabilité de deux propriétés mécaniques, le module de Young  $E$  et la résistance à la traction  $f_t$ , sur la loi de comportement, les champs d'endommagement et les champs d'ouverture de fissure du voile sont analysés.  $E$  et  $f_t$  sont deux paramètres d'entrée du modèle d'endommagement mécanique du béton proposé par Fichant-La Borderie et utilisé dans cette étude [La Borderie et al. (2007), Fichant et al. (1999), Fichant (1996), La Borderie (1991)].

### I.1. Introduction

Le vieillissement des matériaux de construction peut entraîner une perte de performance et une diminution du niveau de sécurité d'une structure de génie civil. Le diagnostic, soit de l'état d'un ouvrage existant et de sa durée résiduelle, soit de l'état futur des constructions neuves pour une maintenance prédictive, est nécessaire pour assurer leur durabilité et prévenir leur défaillance [Abdallah et al. (2021a), Stephan et Salin (2012)]. Dans ce contexte, la mise en œuvre des techniques non-destructives en combinaison avec un nombre optimisé de carottages (essais destructifs) demeure la manière la plus pertinente pour l'évaluation des propriétés du béton et la compréhension du comportement des structures en béton armé avec un coût limité [Haach et al. (2015), Krzemien et Hager (2015), Pei et al. (2015), Belagraa et al. (2015), Pfister et al. (2014), Ferreira et Jalali (2010), Colombo et Felicetti (2007)]. Le protocole définissant les points où effectuer les mesures et les zones d'extraction des carottes sont définis par l'entrepreneur qui cherche à cibler les zones présentant des valeurs variables d'indicateurs de durabilité ou de paramètres concernant l'état de l'ouvrage [Dérobert et al. (2018)].

L'apport des méthodes d'END est essentiel. L'END permet d'obtenir des informations sur la qualité et/ou la durabilité du matériau sans l'endommager et donc de conserver l'intégrité de la structure examinée. L'END des propriétés (indicateurs) du béton comprend généralement deux objectifs [Chan (2021)] :

- a) Une évaluation des indicateurs mécaniques (module d'élasticité, résistance mécanique, ...),
- b) Et une évaluation des indicateurs de durabilité ou d'état (porosité, teneur en eau, teneur en chlorure, profondeur carbonatée, ...).

Néanmoins, la caractérisation du béton n'est pas simple à cause des différentes sources de variabilité liées à son hétérogénéité, les conditions de mise en œuvre et les conditions d'exposition. L'END doit ainsi suivre une approche probabiliste pour intégrer autant que possible cette variabilité [Gomez-Cardenas (2015)]. La connaissance de cette variabilité permet de prévoir au mieux la durée de vie et le comportement à la rupture d'une structure en

béton armé par le biais d'une modélisation mécanique qui tient compte de cette variabilité [Li et Vrouwenvelder (2007)].

Le diagnostic des ouvrages en béton armé comporte trois phases essentielles qui vont être développées dans ce chapitre.

-La première partie de ce chapitre expose le principe de l'END des propriétés du béton. Elle répond principalement à quatre questions : comment réaliser l'END ? Quelles sont les techniques utilisées pour l'END ? Quels sont les modèles qui permettent de relier les observables END aux propriétés du béton ? Quels sont les facteurs qui contrôlent cette END ?

-La deuxième partie montre la nécessité d'intégrer la variabilité spatiale du béton dans l'END. La façon d'intégrer (méthodes de discrétisation spatiale) et de quantifier (détermination de la longueur de corrélation) cette variabilité, sera ainsi détaillée.

-La troisième partie présente les différents modèles d'endommagement mécanique. Le comportement des voiles en béton armé soumis au cisaillement sera particulièrement étudié.

Le chapitre se termine par une conclusion qui montre les limites trouvées dans ces trois parties et l'objectif de cette thèse.

## I.2. Principe de l'évaluation non-destructive

Le processus d'END comprend trois étapes principales [Breyse et Balayssac (2019)] (figure I.1) :

1. Collection des données : Les données regroupent à la fois des mesures de contrôle non-destructif « CND » (i.e. observables) et des mesures des propriétés du béton par des techniques destructives (i.e. indicateurs). Les techniques destructives signifient le prélèvement des carottes. Les observables CND sont mesurés soit sur ces carottes, soit en des points de la structure à proximité de l'emplacement de la carotte [Breyse et Martínez-Fernández (2014)].
2. Identification du modèle de conversion : Le modèle de conversion présente la relation entre les observables CND et les indicateurs (noté « I » dans la figure I.1) du béton [Pucinotti (2015), Villain et al. (2014)]. C'est une entrée de tout processus d'END quelle que soit la méthode CND utilisée (soit seule ou par une combinaison avec d'autres méthodes) [Sbartai et al (2018)]. Les paramètres du modèle correspondant peuvent être identifiés par régression ou selon un processus de calibration en se basant sur les données de mesures [Villain et al. (2018)]. L'objectif de la calibration est donc

d'adapter les modèles existants au cas de nouveaux ouvrages à ausculter pour prendre en compte l'influence de la spécificité du béton et des conditions environnementales sur les mesures [Breysse et al. (2018)].

3. Evaluation non-destructive des indicateurs : Le modèle de conversion identifié dans l'étape précédente est utilisé dans cette étape pour prédire la(les) propriété(s) du béton considérée(s). L'utilisateur utilise les observables CND mesurés à divers endroits de la structure et le modèle correspondant, pour calculer les valeurs de l'indicateur du béton à ces endroits [Breysse et Martínez-Fernández (2014)]. Si le modèle de conversion a la forme  $I=f(CND)$ , l'indicateur « I » du béton est calculé directement. Par contre, si le modèle a la forme  $CND=f(I)$ , l'indicateur « I » du béton est calculé par inversion. Dans le cas de combinaison de plusieurs méthodes CND, l'inversion est réalisée par la résolution mathématique d'un système d'équations multivariées [Breysse et Martínez-Fernández (2014)].

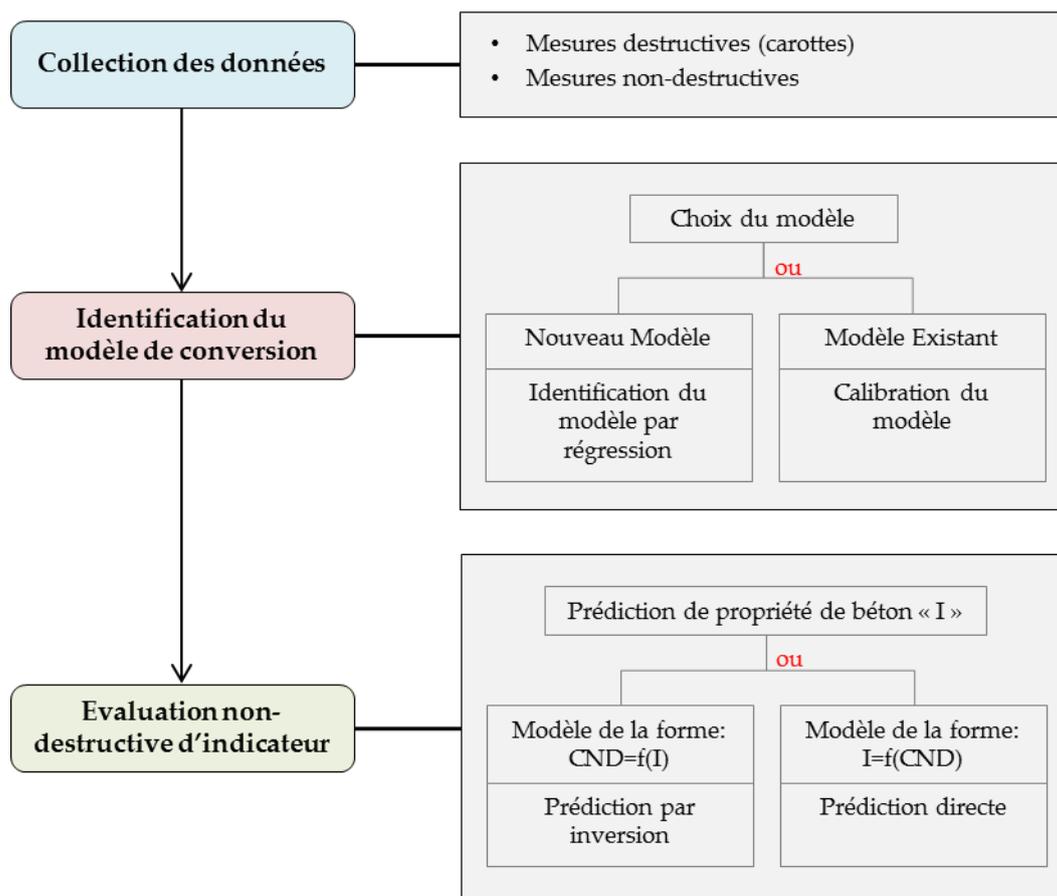


Figure I.1. Etapes principales du processus d'évaluation non-destructive d'une propriété du béton (indicateur « I ») [Breysse et Balayssac (2019)].

### **I.2.1. Méthodes de contrôle non-destructif**

La porosité et le degré de saturation du béton sont deux indicateurs indissociables. Ils permettent l'évaluation du comportement hygrothermique et la durabilité des matériaux à base de ciment dans les structures en béton [Issaadi et al. (2017a)]. Ils dépendent de différents paramètres comme le rapport « eau/ciment », le type de ciment utilisé, la nature des granulats, etc [Morris et al. (2002)]. La porosité est un facteur important qui contrôle les propriétés mécaniques telles que le module de Young et la résistance [Wang et al. (2017)]. Le degré de saturation (i.e. volume d'eau rapportée au volume total des vides) est un vecteur commun à la plupart des processus de détérioration comme la pénétration des ions chlorure, le gel/dégel et la réaction alcali-grulats, la carbonatation [Issaadi et al. (2017b), Ravahatra et al. (2014), Sbartaï et al. (2012a), AFGC (2004), Badouix (2000)]. La variation de ces deux indicateurs de durabilité affecte les mesures d'END.

Par la suite, les méthodes END mécaniques, électriques et électromagnétiques seront présentées afin d'apporter des informations complémentaires sur ces deux propriétés physiques.

#### ***I.2.1.1. Méthodes des ondes mécaniques***

Le concept principal de ces méthodes est d'émettre des ondes mécaniques à travers un matériau (en surface ou en profondeur) et d'analyser la réponse soit en temps, soit en fréquence. Les ondes mécaniques émises sont généralement de basse fréquence inférieure à 300 kHz [Nguyen (2014)]. Dans le domaine du génie civil, les techniques d'ondes mécaniques comme les ultrasons, le rebond et l'impact-écho sont connues pour leur sensibilité aux propriétés mécaniques du béton, le plus souvent à sa résistance à la compression et à son module d'élasticité et dépendent des propriétés physiques comme la porosité et le degré de saturation.

La technique des ultrasons consiste à générer une onde ultrasonore (longitudinale ou transversale) à l'aide d'un capteur émetteur et à calculer le temps de propagation dans le béton vers un capteur récepteur. La vitesse ultrasonore correspond au rapport de la distance entre les deux capteurs sur le temps de propagation mesuré. La configuration des capteurs permet l'auscultation du matériau soit en surface ou en profondeur (figure I.2).

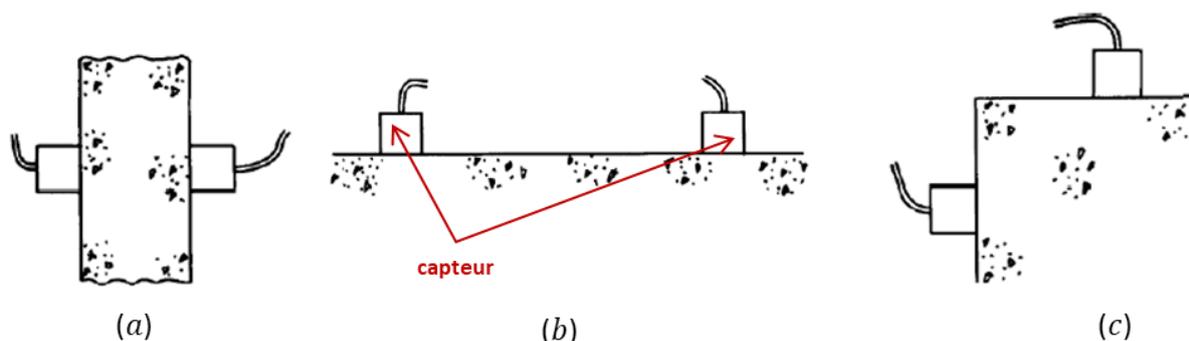


Figure I.2. Trois configurations (a), (b) et (c) de capteurs [Bungey et al. (2006)]

Les techniques ultrasonores sont largement utilisées pour l'auscultation des bétons [Bian (2009)]. Plusieurs études ont montré leur sensibilité à la teneur en eau (ou degré de saturation) et à la porosité [Lafhaj et al. (2006)]. En effet, la vitesse de propagation des ondes ultrasonores augmente avec la teneur en eau [Wang et al. (2017), Abraham et al. (2015), Garnier et al. (2013), Sbartai et al. (2012b), Popovics (2005), Ohdaira et Masuzawa (2000)].

Les mesures de rebond sont effectuées en appuyant perpendiculairement la tige métallique d'un scléromètre sur le point de mesure. L'outil comporte un ressort intérieur qui se comprime en appuyant, et suite à son relâchement, la valeur du rebond sera marquée par un curseur et lue sur un écran connecté avec le scléromètre utilisé. Normalement plus de 10 mesures sont réalisées par le rebond sur une petite zone ce qui rend ces mesures très locales.

La valeur mesurée de rebond est affectée par plusieurs facteurs d'influence reliées aux propriétés du béton parmi lesquelles la teneur en eau c.à.d. son état de saturation [Rojas-Henao et al. (2012), Szilágyi et al. (2011), Ismail (2010), Breyse (2008)]. Cette valeur est d'autant plus faible que la teneur en eau devient plus grande.

La méthode impact-écho consiste quant à elle à frapper avec une masse d'acier sur une surface du béton pour générer des ondes mécaniques [Sansalone et Streett (1997), Villain et al. (2009)]. La masse d'acier et le capteur portatif enregistrant les signaux (proportionnels au déplacement de la surface) sont espacés d'une faible distance et placés au centre de la surface auscultée [Nguyen (2014), Villain et al. (2009), SENSO (2009)]. L'analyse des fréquences spécifiques de ces ondes permet de calculer le module élastique dynamique  $E_{dyn}$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  en utilisant la densité du béton [Villain et al. (2009)]. Les fréquences sont celles de l'onde de cisaillement réfléchi sur le fond de la structure, celles correspondant à un mode de résonance de plaque mince et au mode symétrique des ondes de Lamb [Villain

et al. (2011), Gibson et Popovics (2005)]. La connaissance des deux propriétés  $E_{dyn}$  et  $\nu$  permet de calculer directement les vitesses des ondes de compression et de cisaillement. Cette technique permet de détecter les vides dans les matériaux [Payan et al. (2018), Carino (1986)].

### ***1.2.1.2. Méthodes électriques***

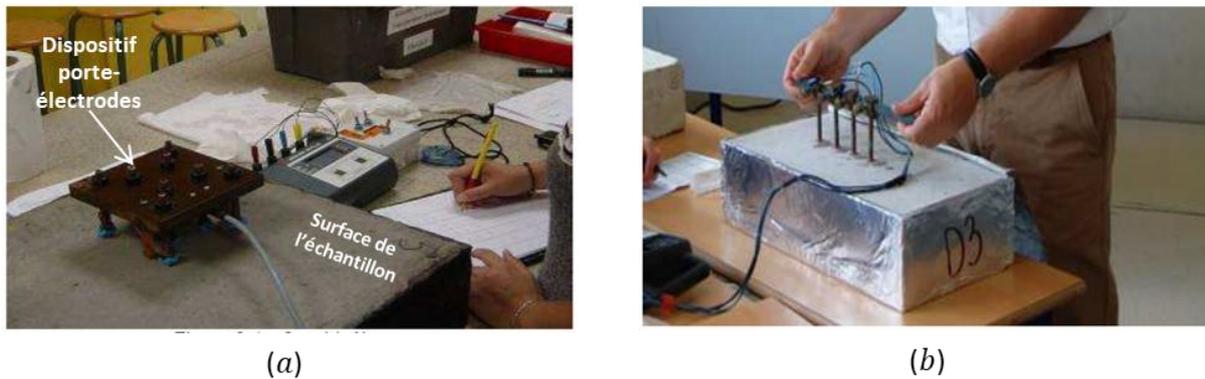
Plusieurs méthodes électriques sont disponibles : (a) le potentiel de corrosion, (b) la résistance de polarisation (vitesse de corrosion) et (c) la résistivité électrique. La résistivité électrique du béton, définie comme un indicateur de durabilité [Hornbostel et al. (2013), AFGC (2004)], est détaillée ci-dessous suite à son utilisation dans ce travail.

La résistivité électrique est définie comme étant la résistance d'un matériau à la circulation d'un courant électrique. C'est l'inverse de la conductivité. De même, la conduction électrolytique est définie par la circulation dans l'électrolyte des ions porteurs des charges électriques dû à la différence de potentiel. Dans le cas du béton, cette circulation est supportée par la phase liquide interstitielle présente dans son réseau poreux et dépend des caractéristiques de cette phase (degré de saturation, nature des ions dissous et concentration en sels). De ce fait, la porosité et le degré de saturation affectent la valeur de la conductivité (c.à.d. la résistivité) électrique du béton. Plus l'espace poral du béton est large (porosité élevée), plus sa phase liquide prédomine à saturation et, par conséquent, plus sa résistivité s'affaiblit [Fares et al. (2015), Villain et al. (2015), Du Plooy et al. (2013), Hornbostel et al. (2013), Naar (2006), Østvik (2006), Rajabipour et al. (2004), Lataste et al. (2003), Feliu et al. (1996), Millard (1991), Sriravindrarajah et Swamy (1982)]. La résistivité augmente, majoritairement selon une loi de puissance, quand le degré de la saturation diminue [Sbartai et al. (2007), Larsen et al. (2006), Saleem et al. (1996), Lopez et Gonzalez (1993), Gjørsv et al. (1977)].

En général, la mesure de la résistivité utilise une configuration quadripôle (à quatre points) (figure I.3). C'est la configuration la plus couramment utilisée pour une inspection sur site dans la mesure où elle a donné des résultats plus fiables qu'une configuration dipôle (à deux électrodes) [Du Plooy et al. (2015), Gowers et Millard (1999), Wenner (1915)]. Deux différentes versions de la configuration quadripôle ont été considérées dans la littérature : le quadripôle carré [Sirieix et al. (2002)] et la configuration Wenner [Wenner (1915)] représentés respectivement dans la figure I.3(a) et I.3(b). Cette deuxième configuration est la

plus largement utilisée [Fares (2015), Du Plooy (2013), Presuel-Moreno et al. (2010), Andrade et al. (2007), Polder (2001)]. Le principe de la technique de résistivité électrique  $\rho$  consiste à (1) injecter un courant continu  $I$  par l'intermédiaire des deux électrodes ponctuelles ( $C_1$  et  $C_2$ ) à la surface d'une structure et (2) à mesurer la différence de potentiel  $V$  résultant de ce courant entre les deux autres électrodes ( $P_1$  et  $P_2$ ) (figure I.4).  $r_1$  à  $r_4$  en [m] sont les distances entre les électrodes définies.  $V$  est calculée par l'équation suivante :

$$V = \frac{\rho I}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left( \frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right] \quad (\text{I.1})$$



**Figure I.3.** Versions de la configuration quadripôle : (a) quadripôle carré [Sirieix et al. (2002)] (b) Sondes Wenner [Wenner (1915), SENSO (2009)].

La profondeur de l'investigation dépend de l'écartement entre les électrodes. Dans un milieu hétérogène comme le béton, la profondeur de pénétration du courant dépend des variations de la résistance électrique en profondeur. Elle est d'autant plus importante que les résistivités sont faibles en profondeur [SENSO (2009)]. La résistivité électrique est considérée comme une technique pertinente pour quantifier la variabilité des bétons. Les mesures de résistivité électrique peuvent être combinées avec celles d'une ou plusieurs techniques de CND pour une meilleure évaluation de la variation de la teneur en eau comme le radar et les ultrasons [Breyse et al. (2017), Villain et al. (2012), Lataste et al. (2009), Sbartai et al. (2007)].

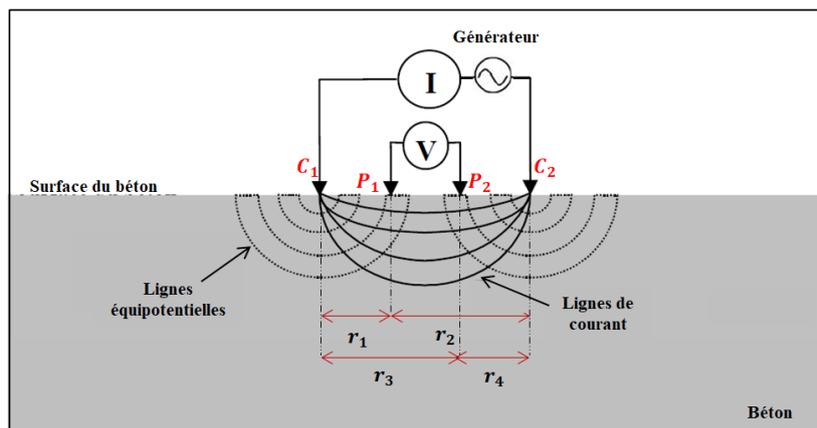


Figure I.4. Principe de mesure de la résistivité électrique in situ par la configuration quadripôle.

### I.2.1.3. Méthodes électromagnétiques

Ces méthodes sont fondées sur la sensibilité des ondes électromagnétiques à la nature du milieu de propagation [Nguyen (2014)]. Les ondes électromagnétiques sont généralement caractérisées, soit en amplitude [Laurens et al. (2002)], soit en vitesse [Klysz et al. (2006)]. Ces deux paramètres dépendent de la permittivité diélectrique du matériau [Ihamouten et al. (2016), Fares et al. (2016)]. La permittivité " $\epsilon$ " représente la capacité du milieu à stocker de l'énergie électromagnétique [Dérobert et al. (2018), Bore (2011)]. Conformément à la norme ASTM D4748, ses valeurs sont définies par rapport à la permittivité de l'air ( $\epsilon_a = 1$ ). La permittivité est souvent connue sous le nom de « constante diélectrique » et n'a pas d'unité.

Dans le cadre de l'END des structures en génie civil, les méthodes électromagnétiques essentiellement opérationnelles dans l'évaluation de la teneur en eau du béton sont : le radar (également appelé géoradar (GPR)) et les mesures capacitives [Dérobert et al. (2018), Ihamouten et al. (2016)]. Des études réalisées précédemment par [Villain et al. (2012), SENSO (2009), Klysz et Balayssac (2007), Sbartai et al. (2007)] ont montré la sensibilité de ces méthodes à certaines propriétés physiques du béton (degré de saturation et la porosité). Ainsi, la permittivité tirée de la réponse électromagnétique va être en relation avec ces propriétés [Villain et al. (2017), Ihamouten et al. (2016)].

Le principe général du radar est basé sur la propagation d'ondes électromagnétiques dans le matériau [Daniels (2004)]. Cette propagation dépend de la conductivité, de la permittivité diélectrique et de la perméabilité du matériau. Son principe de fonctionnement est basé sur la génération des signaux électromagnétiques par une antenne émettrice (E) dans l'élément

ausculté (figure I.5). La propagation de ces signaux se traduit soit par une transmission directe (signal S1) de l'onde de l'émetteur vers le récepteur (antenne R), soit par une réflexion d'onde (signaux S2, S3 et S4) suite à la rencontre d'autres objets comme la face opposée de l'élément, les armatures, etc [Guihard (2018), SENSO (2009), Sbartai et al. (2009)]. Les signaux propagés successivement sont juxtaposés et enregistrés en une courbe amplitude-temps. L'amplitude correspond à la quantité d'énergie reçue par l'antenne (R). Cette courbe est montrée à droite dans la figure I.5. L'analyse de cette courbe permet d'extraire le temps de propagation et de déduire la vitesse de propagation. En d'autres termes, les résultats acquis par l'antenne réceptrice [Albrand (2017)] sont exploités par le biais de l'amplitude des ondes et de la vitesse de propagation dans le milieu [Du Plooy (2013)]. La permittivité du milieu parcouru est en relation avec ces deux grandeurs.

La translation du système induit par le déplacement des deux antennes (E et R), l'une par rapport à l'autre sur la surface du milieu, donne la possibilité de construire un radargramme. Ce radargramme permet de détecter les vides, les armatures [Agred (2017)], et de mesurer la teneur en eau [Klysz et Balayssac (2007), Laurens et al. (2002)-(2005)]. Un exemple de radargramme est montré du côté gauche de la courbe amplitude-temps (figure I.5). L'abscisse correspond au déplacement du dispositif alors que l'ordonnée, étant en échelle temporelle, peut refléter la profondeur du milieu étudié dans le cas où sa vitesse de propagation est connue. Les fréquences de fonctionnement du dispositif radar pour le diagnostic des ouvrages en béton varient de 100 à 3000 MHz. Cette fréquence doit être sélectionnée avec précaution selon la résolution ou la profondeur d'auscultation souhaitée.

Des anciennes études ont présenté une diversité des applications de radar, parmi lesquelles la localisation des cavités dans les chaussés [Steinway et al. (1982)] ; la détection des armatures, des vides, des fissures, des câbles précontraints dans le béton [Badr (2019)] ; l'évaluation des propriétés du matériau et de leurs variabilités spatiales [SENSO (2009)] ; l'estimation des propriétés physiques telles que les teneurs en eau, notamment pour le béton d'enrobage [Ihamouten (2011), Dérobert et al. (2008), Viriyametanont et al. (2008), Klysz et Balayssac (2007), Sbartai (2005), Klysz (2004), Laurens (2001)]. Les résultats de ces études ont montré une augmentation de la vitesse des ondes radar et de la permittivité diélectrique avec l'augmentation de la teneur en eau.

La technique radar peut être également combinée à d'autres techniques CND (ultrason, résistivité électrique) dans le but d'assurer une bonne complémentarité servant à fiabiliser

l'évaluation des propriétés du béton (ex. porosité, degré de saturation, résistance mécanique) [Abdallah et al. (2019b), Villain et al. (2015)-(2012), Breysse et al. (2008a)].

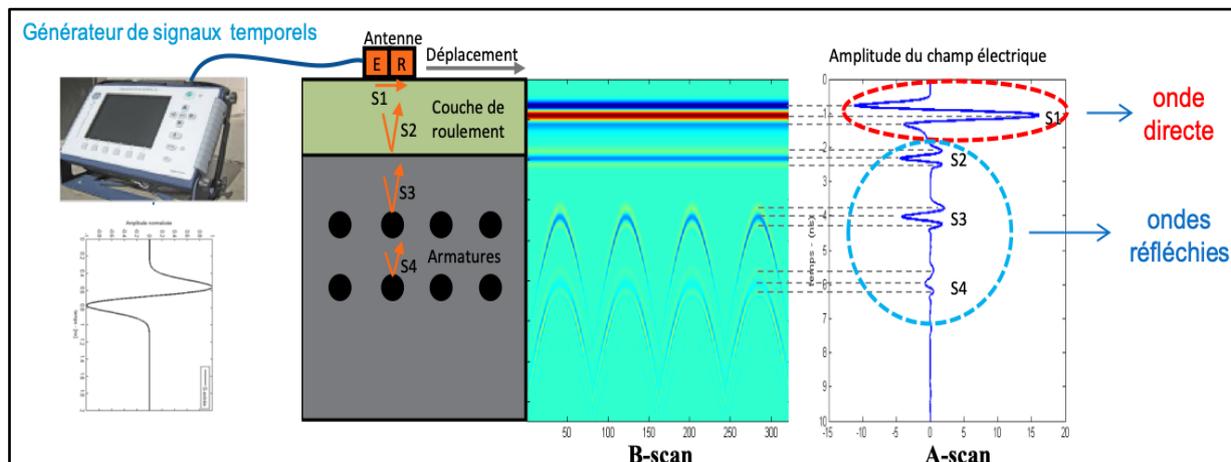


Figure I.5. Principe de fonctionnement et d'analyse des résultats correspondant au dispositif radar

## I.2.2. Modèles de conversion reliant les observables CND aux propriétés du matériau

L'identification des relations corrélant les observables CND aux indicateurs (propriétés du béton) est basée sur des programmes expérimentaux menés sur site et en laboratoire. Ces relations sont connues sous le nom des modèles de conversion. Dans cette section, les modèles incorporant la porosité  $\Phi$  et le degré de saturation  $S_r$  sont présentés.

Les modèles sont décomposés en deux groupes principaux. Le premier correspond aux modèles obtenus par une régression directe entre les observables CND et ( $\Phi$  et/ou  $S_r$ ). Ils sont souvent représentés en termes des paramètres statistiques qui prennent en compte les différentes sources d'incertitude liées à la mesure et au matériau. Le tableau I.1 résume la forme de chaque modèle empirique pour divers observables CND notés «  $O$  ». Les types des modèles les plus usuels sont la loi linéaire, la loi de puissance, la loi exponentielle, et la loi polynômiale. Dans ce tableau, sont mentionnées quelques références dérivant chaque forme du modèle.  $I_1$  et  $I_2$ , sont les notations des indicateurs 1 et 2 respectivement pour les paires ( $\Phi ; C$ ), ( $\Phi ; S_r$ ), ( $S_r ; f_c$ ) et ( $S_r ; E_{sat}$ ).  $C$ ,  $f_c$  et  $E_{sat}$  sont respectivement la fraction volumique de l'argile (notation de  $C$  dans [Han et al. (1986)]), la résistance à la compression et le module d'élasticité à l'état saturé. Les observables sont notés de la façon suivante :  $UPV$  pour la vitesse ultrasonore (Ultrasonic Pulse Velocity),  $A_r$ ;  $T_r$ ;  $V_r$ ;  $\varepsilon_r$  pour l'amplitude, le temps de

propagation, la vitesse et la permittivité obtenus par le radar,  $\varepsilon_c$  pour la permittivité par la technique capacitive,  $\rho$  pour la résistivité électrique,  $E_{IE}$  pour le module dynamique de la technique Impact-Echo et  $R_e$  pour le rebond.

**Tableau I.1. Forme des modèles existants pour évaluer la porosité  $\Phi$  et/ou le degré de saturation  $S_r$  (les abréviations sont définies dans la § I.2.2).**

Type de modèle	Forme	$O=f(\Phi)$	$O=f(\Phi, C)$	$O=f(S_r)$
<b>Linéaire</b>	$O = aI_1 + bI_2 + c$	$A_r, UPV, \varepsilon_r, E_{IE}$	$UPV$	$\varepsilon_c, V_r, A_r, \varepsilon_r, E_{IE}, \rho$
	<b>Références</b>	[Garnier et al. (2013), Villain et al. (2012), Sbartai et al. (2012a), Lafhaj et al. (2006), Villain et al. (2018b), Lataste et al. (2009)]	[Han et al. (1986)]	[Villain et al. (2012), SENSO(2009), Sbartai et al. (2012a), Lataste et al. (2009), Klysz et Balayssac (2007), Fares et al. (2015)]
<b>Puissance</b>	$O = aI_1^b I_2^c$	$\rho$	–	$\rho$
	<b>Références</b>	[Breyse et al. (2008)]		[Villain et al. (2018b), Fares et al. (2015), Breyse et al. (2008)]
<b>Exponentiel</b>	$O = a \exp(bl_1) \exp(cl_2)$	$\rho$	–	$\rho$
	<b>Références</b>	[Lataste et al. (2009)]		[SENSO(2009), Lataste et al. (2009)]
<b>Polynôme d'ordre 2</b>	$O = aI_1^2 + bI_1 + cI_2^2 + dI_2 + eI_1I_2 + f$	–	–	$UPV$
	<b>Références</b>			[SENSO(2009)]
Type de modèle	Forme	$O=f(\Phi, S_r)$	$O=f(S_r, f_c)$	$O=f(S_r, E_{sat})$
<b>Linéaire</b>	$O = aI_1 + bI_2 + c$	$A_r, \rho, T_r, UPV$	$E_{IE}, UPV, \varepsilon_c, A_r, R_e$	$E_{IE}, UPV, \varepsilon_c, A_r, R_e$
	<b>Références</b>	[Villain et al. (2018), SENSO(2009), Balayssac et al. (2015), Lataste et al. (2009)]	[SENSO(2009), Nguyen et al. (2012)]	[SENSO(2009)]
<b>Puissance</b>	$O = aI_1^b I_2^c$	$\rho$	$R_e, UPV$	–
	<b>Références</b>	[SENSO(2009), Lataste et al. (2009)]	[Nguyen et al. (2012)]	
<b>Exponentiel</b>	$O = a \exp(bl_1) \exp(cl_2)$	$\rho$	–	–
	<b>Références</b>	[Lataste et al. (2009)]		
<b>Polynôme d'ordre 2</b>	$O = aI_1^2 + bI_1 + cI_2^2 + dI_2 + eI_1I_2 + f$	$A_r, \rho$	–	–
	<b>Références</b>	[Lataste et al. (2009), Sbartai et al. (2012b)]		

Le deuxième groupe se réfère aux modèles qui explicitent la composition physique du matériau ausculté.

Pour la corrélation entre  $\Phi$ ,  $S_r$  et la résistivité électrique, une loi empirique «loi d'Archie » est proposée par [Archie (1942)] pour le sol (et les roches) et se présente comme suit :

$$\rho = a. \rho_e . \Phi^{-m} . S_r^{-n} \quad (I.2)$$

Dans l'équation (I.2),  $\rho_e$  est la résistivité de la solution interstitielle en [ $\Omega.m$ ].  $a$ ,  $m$  et  $n$  sont des paramètres dépendant du matériau. Le paramètre  $a$ , nommé facteur de lithologie, augmente généralement quand  $\Phi$  diminue. Le paramètre  $m$  est appelé facteur de cimentation. Il traduit l'effet de la tortuosité du réseau poreux, sa valeur augmente quand la tortuosité de ce réseau augmente. Le paramètre  $n$  est le facteur de saturation qui dépend de la nature du fluide et de ses interactions avec les autres composantes du matériau.

La loi d'Archie a été largement considérée dans la littérature. [Andrade et al. (2000)] l'ont utilisé pour calculer la durée de vie des armatures dans le béton ; [Sirieix et al. (2007), Lataste et al. (2003)] pour caractériser l'ouverture et la profondeur de la fissuration du béton ; [Francy (1998), Garboczi (1990)] pour évaluer la perméabilité, les transferts d'humidité et même d'autres gradients latéraux dans le béton.

Les modèles de mélange servent à calculer la permittivité " $\varepsilon$ " d'un matériau multiphasique comme le béton en fonction de  $\Phi$  et  $S_r$ . Dans le domaine des matériaux de génie civil, les modèles les plus populaires sont : le modèle volumique d'indice de réfraction complexe (CRIM [Tsui et Matthews (1997), Adous (2006), Salin et al. (2014)]) et le modèle géométrique de De Loor [Tsui et Matthews (1997), Salin et al. (2014)]. Les relations correspondantes de ces modèles sont respectivement les équations (I.3) et (I.4).

#### Modèle de CRIM :

$$\sqrt{\varepsilon} = (1 - \Phi) \cdot \sqrt{\varepsilon(s)} + \Phi \cdot S_r \cdot \sqrt{\varepsilon(e)} + \Phi \cdot (1 - S_r) \cdot \sqrt{\varepsilon(a)} \quad (I.3)$$

#### Modèle de De Loor :

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon(s)}{3 \cdot \varepsilon} = \Phi \cdot S_r \cdot \frac{\varepsilon(e) - \varepsilon(s)}{\varepsilon(e) + 2 \cdot \varepsilon} + \Phi \cdot (1 - S_r) \cdot \frac{\varepsilon(a) - \varepsilon(s)}{\varepsilon(a) + 2 \cdot \varepsilon} \quad (I.4)$$

Ces deux modèles comprennent la permittivité " $\varepsilon$ " des trois phases du matériau : gazeuse (air), liquide (solution interstitielle) et solide, ayant les notations « (a) », « (e) » et « (s) » respectivement.

Plusieurs modèles permettent aussi l'évaluation de la porosité avec ou sans le degré de saturation à partir de la vitesse des ondes ultrasonores  $UPV$  [Raymer et al. (1980), Wyllie et al. (1956) - (1958)].

Equation de Wyllie et al. (1956) - (1958) :

$$\frac{1}{UPV} = \frac{(1-\Phi)}{UPV_{(m)}} + \frac{\Phi}{UPV_{(f)}} \quad (I.5)$$

Equation de Raymer et al. (1980) :

$$UPV = (1 - \Phi)^2 * UPV_{(m)} + \Phi * UPV_{(f)} \quad (I.6)$$

Ces deux équations correspondent à la vitesse des ondes P ultrasonores dans la roche saturée d'eau et peuvent être appliqués au béton. Dans ces équations,  $UPV_{(m)}$  et  $UPV_{(f)}$  sont respectivement la vitesse dans la matrice et le fluide interstitiel de la roche. Une autre relation a été aussi développée dans le cas du béton ([Salin et al. (2014)]) de la forme suivante :

$$\frac{1}{UPV} = \frac{f_g}{UPV_{(g)}} + \frac{f_p}{UPV_{(p)}} \quad (I.7)$$

où  $UPV_{(g)}$  et  $UPV_{(p)}$  sont les vitesses des ondes P ultrasonores dans les granulats et dans la pâte (avec les pores).  $f_g$  et  $f_p$  sont les fractions volumiques des granulats (constante) et de la pâte avec eau et air. Le rapport " $f_p/UPV_{(p)}$ " dépend de  $\Phi$  et  $S_r$ . Cette relation peut être décomposée pour expliciter la relation entre  $UPV$  et ( $\Phi ; S_r$ ).

Puisqu'un modèle n'est établi qu'à partir des mesures réelles spécifiques, chaque modèle présente un degré d'incertitude. Cela démontre qu'il n'existe pas un modèle universel pour évaluer les deux propriétés  $\Phi$  et  $S_r$  ou toute autre propriété [Breysse et Martínez-Fernández (2014)]. La qualité de l'évaluation va dépendre fortement du modèle utilisé et de la qualité des mesures. Par la suite, les facteurs qui affectent la qualité de l'évaluation sont présentés.

### **I.2.3. Facteurs influençant l'évaluation non-destructive**

La diversité des modèles de conversion qui ont été listés dans la section précédente montre qu'aucun de ces modèles n'est capable de déterminer  $\Phi$  et  $S_r$  avec une précision suffisante permettant ainsi l'utilisation du modèle pour d'autres calculs structurels. L'argument principal

qui explique parfois l'insuffisance des stratégies de modélisation et d'END des propriétés du béton est la présence d'autres facteurs influant sur ces stratégies [Garnier et al. (2005), Alwash (2017)] :

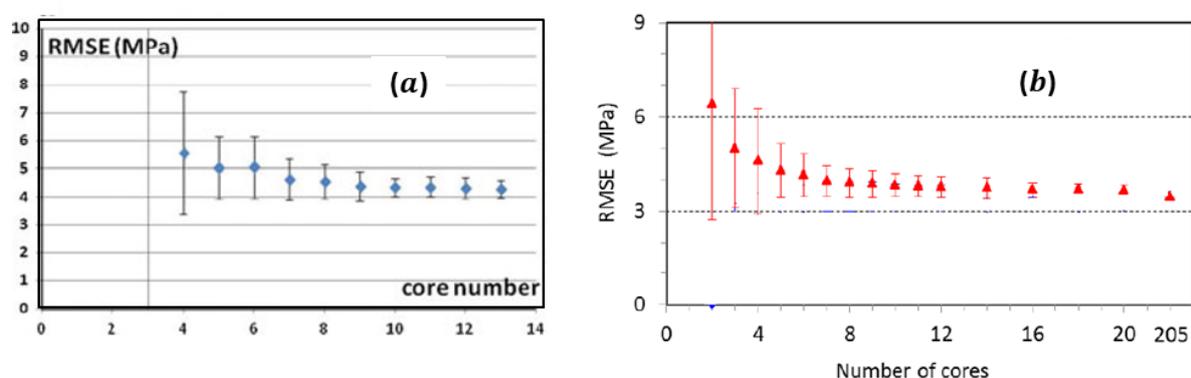
–facteurs non-contrôlés : ces facteurs peuvent influencer les différentes étapes de la procédure d'END du béton y compris la phase de l'identification du modèle de conversion. Ils constituent la cause principale de l'impossibilité d'extension du champ de validité pour un modèle identifié comme la variabilité du béton (figure I.14). En effet, le béton est un matériau multiphasique, sa variabilité provient :

- (1) du mélange considéré (ajouts, type et teneur en ciment, forme et type des agrégats),
- (2) de la répartition spatiale aléatoire des différentes phases qui le constituent,
- (3) de son réseau poreux,
- (4) de la composition de sa solution interstitielle,
- (5) de son âge,
- (6) et du processus de fabrication (lié au type de coffrage, au choix de la formulation, à la durée du mélange, etc) [Salin et al. (2018), Mehta et Monteiro (2014), Ollivier et Vichot (2008)].

Les conditions environnementales (température, humidité, hygrométrie, infiltrations d'eau, cycles gel-dégel) constituent une deuxième source de variabilité matériau/mesure. Ces conditions diffèrent pour chaque campagne et sont difficilement contrôlables lors de la fabrication et avec le temps. Par exemple, la température ou l'humidité relative impactent les propriétés de transferts hydriques [Bissonnette et al. (1999)] et les propriétés mécaniques du matériau [Soleilhet (2018)]. La différence d'humidité relative entre le cœur du béton et l'environnement provoque un gradient hydrique qui peut induire des microfissures (issues par exemple du retrait de dessiccation) et de la pression capillaire (compression triaxiale) dans le squelette solide [Issaadi et al. (2017a), Chan (2021)]. Ces fissures microscopiques dues au séchage et leurs répartitions aléatoires apportent une hétérogénéité supplémentaire au béton [Issaadi et al. (2017b), Chan (2021)].

–Le nombre de données utilisées lors du processus d'étalonnage : Il s'agit d'un compromis sur la taille de l'ensemble de données. Elle doit être limitée pour : ne pas fragiliser l'ouvrage surtout que dans certaines zones le carottage est impossible ; être représentative des zones à examiner (variabilité du matériau et des conditions extérieures) ; économiser le processus

d'auscultation ; établir les modèles de conversion (directement ou par calibration des modèles existants) ; et déterminer les indicateurs utiles à la vérification des estimations non destructives [Villain et al. (2018)]. Les figures I.7(a) et I.7(b) montrent la qualité de l'estimation de la résistance à la compression du béton (en terme d'erreur quadratique moyenne « RMSE : Root Mean Square Error ») en fonction du nombre de carottes obtenue par le rebond [Breysse et Martínez-Fernández (2014)] et par les ultrasons [Ali-Benyahia et al. (2017)]. Le RMSE diminue lorsque le nombre de carottes augmente. Cependant, la qualité des résultats ne s'améliore pas significativement pour un nombre de carottes supérieur à 6 ou 7. Ce nombre semble un minimum raisonnable.



**Figure I.6. Erreur quadratique moyenne en fonction de nombre de carottes pour la résistance en compression du béton estimée par (a) Rebond [Breysse et Martínez-Fernández (2014)], et par (b) Ultrasons [Ali-Benyahia et al. (2017)]**

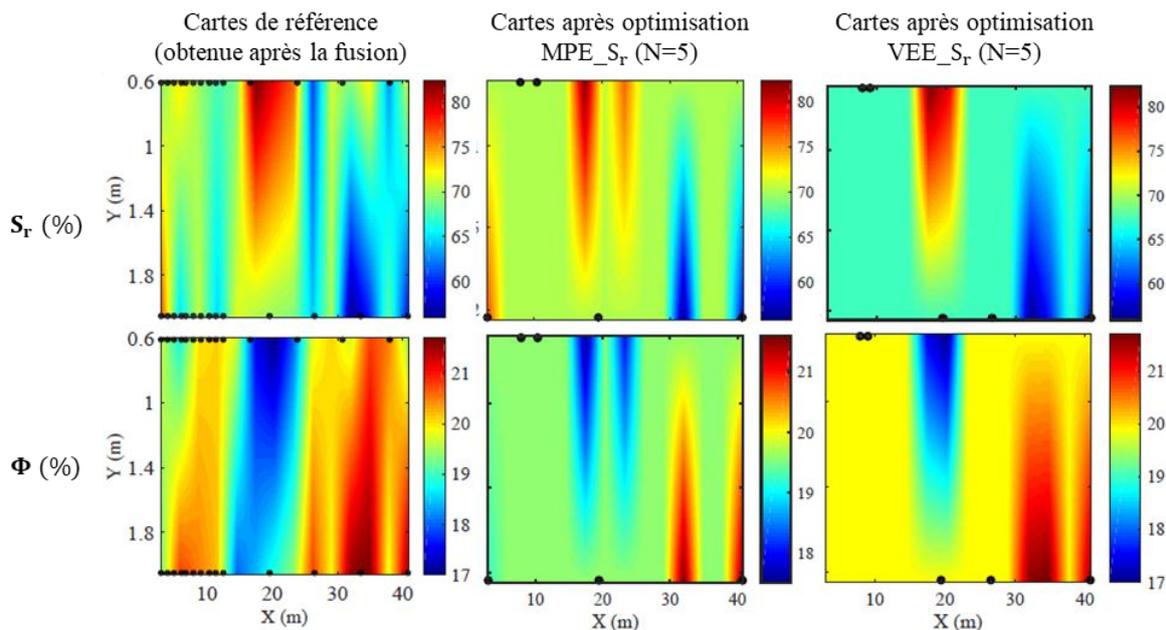
–La qualité des données disponibles : représentée par la plage de variation des propriétés à évaluer (dans notre étude,  $\Phi$  et  $S_r$ ). Cette plage constitue le jeu de données à partir duquel le modèle de conversion a été établi. Elle doit être la plus large possible pour mieux couvrir une large variabilité du béton et aider à élargir le domaine d'application du modèle identifié. Cela contribuera à améliorer la stabilité du modèle et à réduire les problèmes d'extrapolation. Logiquement, pour le faire, les carottes peuvent être réalisées aux points où les mesures CND atteignent leurs valeurs extrêmes (minimales ou maximales) [Breysse et Martínez-Fernández (2014)].

–Le choix de la position des essais (carottes) : [Gomez-Cardenas (2015), Gomez-Cardenas et al. (2015)] ont proposé une méthode d'optimisation d'échantillonnage spatiale qui permet de sélectionner les zones de carottage représentant fidèlement le champ des indicateurs à évaluer. Pour ce faire, le champ réel des indicateurs doit être connu. Ceci est impossible en utilisant uniquement des essais d'échantillonnage à cause de la limitation de nombre de ces essais

[Villain et al. (2018)]. L'approche proposée par [Gomez-Cardenas (2015), Gomez-Cardenas et al. (2015)] consiste à utiliser la procédure de fusion d'observables non destructifs pour construire ces champs. Son objectif est d'optimiser la position des points de mesure non destructifs utilisés dans la fusion pour minimiser leur nombre. L'optimisation est basée principalement sur la minimisation de deux fonctions objectives : l'erreur sur la valeur moyenne « MPE » et l'erreur sur la variance « VEE » de l'indicateur estimé. Les résultats de cette approche conduisent donc à positionner les carottes d'une manière optimale pour reproduire la carte originale avec une erreur acceptable. La figure I.7 montre une comparaison entre les cartes originales et les cartes obtenues après optimisation (en utilisant 5 carottes :  $N=5$ ) de  $\Phi$  et  $S_r$ . Les distributions originales sont suffisamment reproduites par une optimisation réalisée soit sur MPE, soit sur VEE du degré de saturation. Les positions des 5 carottes sont aussi indiquées sur cette figure.

Cependant, il est nécessaire de noter ici que cette méthode d'optimisation du nombre et de la position des mesures n'a pris en compte ni l'effet de la qualité de mesure, ni la possibilité d'évaluer simultanément deux ou plusieurs propriétés du béton.

[Schoefs et al. (2012)-(2016)-(2017)] ont aussi proposé une procédure en deux étapes pour la caractérisation stochastique de champs aléatoires à partir de mesures CND en optimisant leur nombre et leur position. La méthodologie repose sur (i) l'évaluation de la fonction d'autocorrélation et l'utilisation de cette information pour l'optimisation des mesures CND, et (ii) l'évaluation des paramètres de la distribution marginale (moyenne et écart-type) sur un ensemble des zones de mesures en connaissant la distance entre ces zones, le nombre de mesures par chaque zone et le nombre de zones. Ils ont illustré la méthodologie avec une application qui considère l'inspection de la teneur en eau d'une poutre en béton avec une technique capacitive.

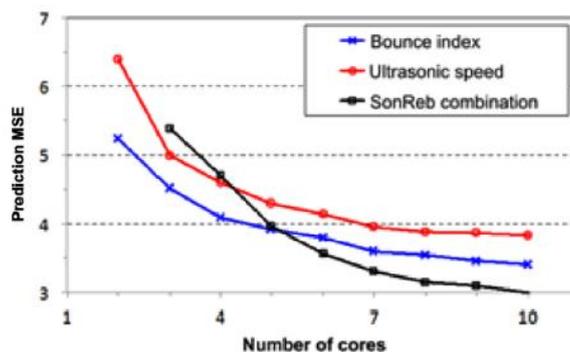


**Figure I.7. Carte de  $\Phi$  et  $S_r$ . À gauche : cartes originales. Au centre : cartes après optimisation de la fonction d'erreur sur la moyenne du degré de saturation  $MPE_{S_r}$  pour 5 carottes. À droite : cartes après optimisation de la fonction d'erreur sur la variance du degré de saturation  $VEE_{S_r}$  pour 5 carottes [Gomez-Cardenas (2015)]**

*–Le choix de la ou des techniques CND ; besoin de combinaison ou non ? complémentarité des techniques CND combinées :*

Le choix d'un observable CND est basé principalement sur sa sensibilité aux indicateurs du béton à évaluer [Sbartai et al (2018)]. L'atténuation des ondes radar est par exemple sensible à la teneur en eau [Dérobert et al. (2008)]. La résistivité électrique est sensible à la fois à la teneur en eau et à la porosité [Lataste et al. (2009), Breysse (2008), Lataste et al. (2005)]. La vitesse ultrasonore qui dépend de la porosité varie fortement avec l'humidité des bétons [Ohdaira et Masuzawa (2000), Popovics (2005), Nguyen et al. (2012)]. Les observables CND sont sûrement plus sensibles à certains indicateurs et biaisés vis-à-vis d'autres [Ploix et al. (2011)]. Afin de découpler les effets, une combinaison des techniques peut sembler utile à condition que les techniques choisies soient complémentaires et de bonne qualité [Gehlen et al. (2006), Nguyen (2014)]. Cette façon de combiner sert à réduire l'effet des facteurs incontrôlés [Gehlen et al. (2006)]. La combinaison doit être évitée dans le cas où trop de bruit est introduit par les nouvelles données [Breysse et Balayssac (2019)]. De même, l'efficacité de la combinaison par rapport à l'utilisation d'une seule technique CND dépend également du nombre de carottes prélevées.

A titre d'exemple, la combinaison des deux techniques (ultrasons et rebond) appelée SonReb pour l'END de la résistance à la compression est moins efficace que l'évaluation uniquement par une des deux techniques lorsqu'un petit nombre de carottes est utilisé (figure I.8). Par ailleurs, cette combinaison paraît plus efficace lorsque ce nombre devient supérieur à un certain seuil (environ 6 à 7 carottes). Cependant, en procédant avec une combinaison, des incertitudes dans la calibration des modèles vont être ajoutées du fait qu'avec une combinaison le nombre de paramètres à optimiser devient plus élevé. Ceci présente une autre raison de l'intérêt de faire appel ou non à une combinaison de techniques END.



**Figure I.8. Efficacité de la combinaison des techniques Ultrasons et Rebond en fonction du nombre de carottes sur la qualité de la calibration des modèles liés à la résistance à la compression du béton : qualité évaluée en terme de l'erreur « MSE : Mean Square Error » [Sbartai et al. (2018), Ali-Benyahia (2017)]**

La combinaison CND est nécessaire lorsque plus qu'une seule propriété du béton doit être estimée. En d'autres termes, le nombre des techniques CND sera au minimum égale au nombre des propriétés du béton à estimer simultanément. Un exemple d'estimation simultanée de  $\Phi$  et  $S_r$  est présenté dans [Sbartai et al. (2018)]. La figure I.9(a) montre un exemple d'une loi bilinéaire (représentée par une surface de réponse) reliant la vitesse ultrasonore à  $\Phi$  et  $S_r$ . Le plan horizontal à 4200 m/s dans cette figure correspond à une mesure parmi les mesures expérimentales de la vitesse ultrasonore réalisées sur une dalle. Le croisement de ce plan avec la surface de réponse du modèle génère une droite dans le plan  $\Phi - S_r$ . Cette droite représente l'ensemble de solutions possibles du couple  $\Phi - S_r$ . L'évaluation de ces deux indicateurs est donc impossible en utilisant seulement la vitesse, d'où la nécessité de la combiner avec au moins un autre observable.

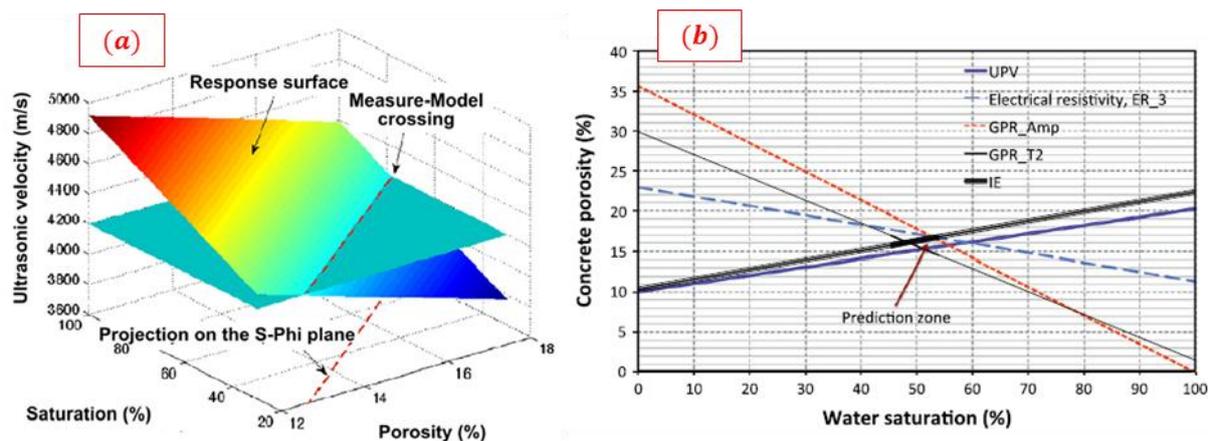


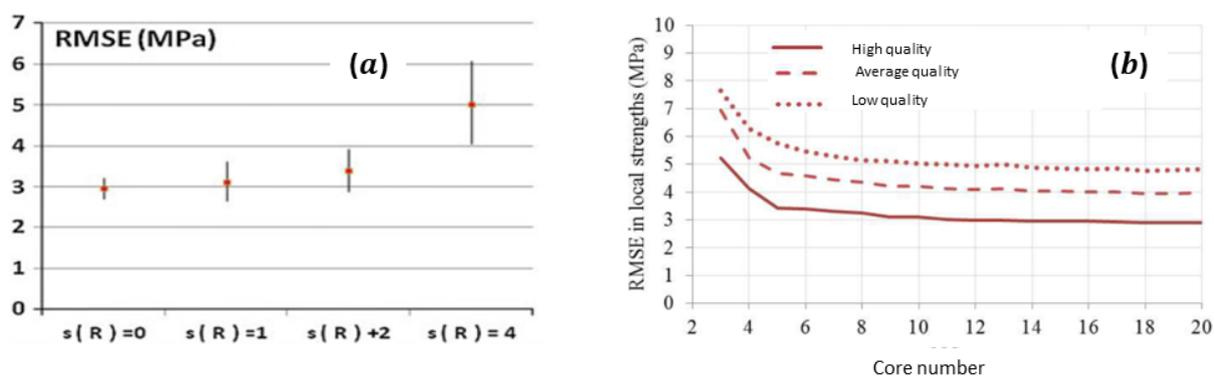
Figure I.9. (a) Exemple de l'intersection entre la surface de réponse et un plan d'une valeur mesurée de la vitesse ultrasonore en fonction de  $\Phi$  et  $S_r$  [Sbartai et al. (2012a)] (b) END de  $\Phi$  et  $S_r$  par combinaison de quatre techniques CND : radar « GPR », ultrasons « UPV », Impact-Echo « IE » et la résistivité électrique [Sbartai et al. (2012a)]

La complémentarité entre cinq observables CND (l'atténuation des ondes radar GPR, le temps de propagation des ondes radar, la vitesse ultrasonore « UPV », l'impact-écho « IE » et la résistivité électrique) a permis de mieux évaluer  $\Phi$  et  $S_r$  [Sbartai et al. (2012a)] (Figure I.9(b)). Certaines études ont proposé de combiner plusieurs techniques d'END pour l'évaluation de la résistance du béton [Kheder (1999), Qasrawi (2000), Soshiroda et al. (2006), Nguyen (2014)], de  $\Phi$  et  $S_r$  [Balayssac et al. (2015), Sbartai et al. (2012), Villain et al. (2012)] ou de combiner plusieurs observables d'END obtenues avec la même technique [Zaid et al. (2004), Hugenschmidt et Kalgeropoulos (2009), Sbartai et al. (2009)] afin de confirmer le diagnostic ou de réduire le bruit de mesure.

- la qualité de mesure : elle reflète la présence d'erreurs de mesure qui affectent la qualité de toutes les étapes de la procédure d'investigation. Une mesure n'est pas parfaite par nature, elle peut être incertaine (donc erronée et doit être éliminée dans le calcul) ou imprécise (c'est le bruit de mesure) [Pollard (2010)]. Les erreurs de mesure ont deux origines [Garnier (2012)]. La première correspond aux erreurs liées à (1) une mauvaise utilisation du système de mesure, (2) l'incertitude fournie par l'appareil selon son principe de mesure (par exemple, un mauvais contact entre électrodes et béton pour la résistivité électrique, la présence du gel couplant et le type de capteur pour les ultrasons, etc), (3) la répétabilité imparfaite des mesures. Ces sources d'erreur semblent être contrôlables et quantifiables par l'opérateur. La mesure est aussi affectée par les conditions environnementales comme la variation de l'humidité relative. [Breyse et al. (2008a)] ont rapporté que la vitesse ultrasonore peut augmenter jusqu'à 5%

entre l'état sec et saturé. De même, la présence d'armature dans le béton (pouvant offrir un chemin plus facile pour la propagation des ondes) influe sur les mesures par ultrasons, ainsi que la présence d'une couche isolante (peinture, graisse, etc) qui rend impossible la mesure de la résistivité.

Les figures I.10(a), et I.10(b) montrent l'évolution de la qualité d'estimation de la résistance à la compression (en terme de RMSE) en fonction respectivement de la qualité de mesure par rebond [Breysse et Martínez-Fernández (2014)] et ultrasons [Alwash (2017)]. La qualité de mesure du rebond (figure I.10(a)) est représentée par l'écart-type de son erreur de mesure notée «  $s(R)$  ». Le RMSE diminue en améliorant la qualité de mesure c.à.d. en diminuant l'erreur de mesure.



**Figure I.10. Erreur quadratique moyenne pour la résistance à la compression du béton en fonction de la qualité de mesure par (a) Rebond [Breysse et Martínez-Fernández (2014)] et (b) Ultrasons [Alwash (2017)]**

–Le choix du modèle mathématique (relation fonctionnelle) : dans le cas où on cherche à identifier un nouveau modèle de conversion, plusieurs types de modèles (linéaire et non linéaire) peuvent être obtenus en utilisant par exemple la méthode de régression. La qualité de l'estimation d'un indicateur du béton dépend donc de la forme mathématique choisie du modèle. La figure I.11 montre la qualité de l'estimation (i.e. RMSE) de la résistance à la compression en utilisant un modèle linéaire et un modèle puissance par rebond  $R_e$ , ultrasons  $UPV$  ou la combinaison des deux techniques  $UPV + R_e$  [Alwash (2017)].

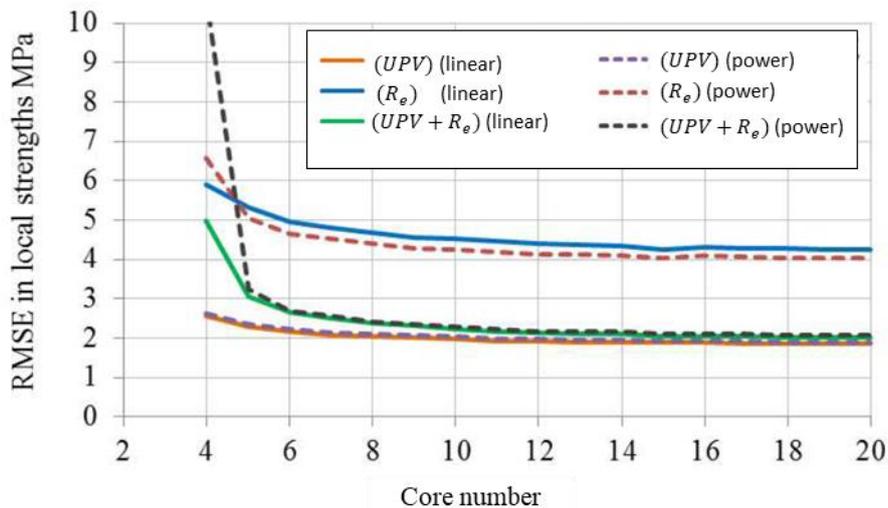


Figure I.11. Effet du type de modèle sur la qualité de l'estimation de la résistance à la compression [Alwash (2017)]

–La qualité du modèle : la validation du modèle nécessite qu'il soit testé sur un autre jeu de données. L'erreur entre les valeurs estimées par le modèle et les valeurs mesurées de l'indicateur du béton doit être calculée. Dans ce contexte, l'erreur quadratique moyenne *EQM* et le coefficient de détermination  $R^2$  sont les paramètres statistiques les plus couramment utilisés [Ali-Benyahia et al. (2017), Alwash (2017), Chai et Draxler (2014), Breyse et Martínez-Fernández (2014), Hobbs et Kebir (2007)]. Ils sont calculés en utilisant les équations suivantes :

$$R^2 = \frac{[\sum(\bar{I}-I)(\bar{I}^*-I^*)]^2}{\sum(\bar{I}-I)^2 \sum(\bar{I}^*-I^*)^2} \tag{I.8}$$

$$EQM = \sqrt{\frac{\sum(I^*-I)^2}{N}} \tag{I.9}$$

où  $I^*$  et  $I$  sont respectivement les valeurs estimées et mesurées de l'indicateur en un point.  $\bar{I}^*$  et  $\bar{I}$  sont leurs moyennes.  $N$  est le nombre total des points de mesure. Un modèle ayant un coefficient de détermination proche de 1 et une faible EQM est de bonne qualité.

### I.3. Variabilité du béton

L'hétérogénéité du béton est représentée principalement par la variabilité spatiale de ses propriétés mécaniques et physico-chimiques. Elle résulte de la variabilité intrinsèque de ses constituants (ex : type de ciment, nature des granulats), de l'effet de la mise en œuvre, et aussi

des conditions environnementales telles que la température [Larsson et Thelandersson (2011)] et l'humidité relative [Scheffler et Plagge (2011)]. La connaissance de la variabilité spatiale dans les structures en béton armé joue un rôle prépondérant dans l'évaluation de leur durabilité et leur comportement à la rupture [Sudret et al. (2006), Li et Vrouwenvelder (2007)].

### **I.3.1. Simulation des champs aléatoires gaussiens stationnaires**

La caractérisation de la variabilité spatiale d'une propriété du béton nécessite essentiellement la connaissance de trois paramètres statistiques (1) la moyenne ; (2) la variance (ou écart type ou coefficient de variation) ; et (3) la distance (longueur) d'autocorrélation ( $l$ ) (plus généralement la fonction d'autocorrélation  $R$ ) [VanMarcke (1977)]. La propriété du béton est donc considérée un champ (spatialement) aléatoire. La distance d'autocorrélation ( $l$ ) est la distance sur laquelle les valeurs d'une propriété du béton présentent une forte corrélation et au-delà de laquelle elles peuvent être traitées comme des variables aléatoires indépendantes [Jaksa (1995)]. En d'autres termes, un béton presque homogène aura une grande valeur de ( $l$ ), alors qu'un béton dont la propriété présente de fortes variations sur de petites distances aura une faible valeur de ( $l$ ). Dans la section suivante, deux méthodes de détermination de ( $l$ ) sont présentées.

Pour des raisons de calcul, un champ aléatoire réel qui peut être représenté par un ensemble infini de variables aléatoires doit être discrétisé afin de produire un ensemble fini de variables aléatoires. Ces derniers sont localisés à des emplacements discrets correspondant au maillage en éléments finis utilisé. L'objectif est donc de simuler des champs aléatoires dont la moyenne, l'écart-type et la matrice d'autocorrélation sont connus. Dans ce contexte, les méthodes de la discrétisation spatiale peuvent être divisées en trois groupes principaux [Sudret et Der Kiureghian (2000)]. Chaque groupe implique un certain nombre de méthodes de discrétisation décrites brièvement ci-dessous. Puis, la méthode « Circulant Embedding » utilisée dans cette thèse sera présentée plus en détail.

Ces méthodes s'intéressent principalement au cas d'un champ aléatoire gaussien stationnaire pour la facilité de la modélisation de sa variabilité spatiale [Baillarger (2005), Uzielli et al. (2005), Marache (2002)]. La stationnarité est assurée si la moyenne et la variance (ou écart-type) sont constantes avec le temps et avec la position dans l'espace [Lewis (1987)]. Dans la théorie des champs aléatoires, il est courant de transformer un ensemble de données non

stationnaire en un ensemble stationnaire en supprimant l'ordre faible d'un polynôme (c'est-à-dire un polynôme de premier ou de second ordre) identifié en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaire pour représenter cet ensemble de données [Jaksa et al. (1997)].

Les méthodes de simulation disponibles dans la littérature [Schlather (1999)-(2009)] regroupent :

- 1- les méthodes de discrétisation par point : Par exemple : la méthode du point milieu « *MidPoint (MP) method* » [Der Kiureghian et Ke (1988)], la méthode de la fonction de forme « *Shape Function (SF) method* » [Liu et al. (1986a) - (1986b)], etc. Pour ces méthodes, le champ aléatoire est discrétisé en associant une seule variable aléatoire définie en un seul point : soit au centroïde (*MP method*) de chaque élément du maillage, soit à chaque nœud de cet élément (*SF method*). Ces méthodes demandent une finesse suffisante du maillage. Pour bien représenter le champ, il faut que le maillage soit assez fin par rapport aux longueurs de corrélation dans chaque dimension [Sudret et Der Kiureghian (2000)]. La nécessité de la finesse du maillage peut poser un problème dans les ressources informatiques en terme de mémoire. Une étude détaillée de la finesse nécessaire de la grille de points en fonction du type de fonction d'autocorrélation est présentée dans [Li et Der Kiureghian (1993)] et reprise dans [Sudret et Der Kiureghian (2000)].
- 2- les méthodes de discrétisation moyenne : Méthode de la moyenne spatiale « *Spatial Average (SA) method* » proposée par VanMarcke et Grigoriu (1983). Elle consiste à approximer le champ aléatoire dans chaque élément du maillage par une constante calculée comme la moyenne du champ d'origine sur cet élément. La limitation de cette méthode est qu'elle ne permet pas d'intégrer de manière directe l'anisotropie dans les champs aléatoires générés contrairement à d'autres méthodes.
- 3- les méthodes d'expansion en série : Citons la méthode OSE « *Orthogonal Series Expansion* » [Zhang et Ellingwood (1994)] , la méthode OLE « *Optimal Linear Estimation* » et son extension EOLE « *Expansion Optimal Linear Estimation* » [Li et Der Kiureghian (1993)], la méthode KL « *Karhunen-Loève* » [Spanos et Ghanem (1989)], la méthode CE « *Circulant Embedding* » [Dietrich et Newsam (1993), Wood et Chan (1994), Schlather (1999), Nowak (2004), Percival (2006)], la méthode spectrale [Preumont (1990), Shinozuka et Deodatis (1996), Bocchini et Deodatis (2008), Dang et al. (2011)] et la méthode des bandes tournantes [Matheron (1973),

Schlather (1999)]. Cette dernière méthode est applicable uniquement au champ gaussien stationnaire et isotrope, elle est évitée du fait que l'erreur d'approximation est difficilement contrôlée. Pour toutes les méthodes citées, le champ aléatoire est considéré sous la forme de séries de variables aléatoires continues. De plus, les quatre premières méthodes citées utilisent, lors de la discrétisation, un principe de la troncature du développement en série sur un nombre limité de variables aléatoires. Ce nombre doit garantir que la variance de l'erreur de l'approximation est inférieure à une tolérance prescrite [Sudret et Der Kiureghian (2000)]. Il dépend aussi de la dimension de cas d'étude de façon qu'il augmente avec l'augmentation de la taille du problème. Ceci nécessite une consommation plus large dans la mémoire des ressources informatiques et va accroître le temps des calculs c.à.d. ralentir la génération du champ aléatoire.

Une comparaison a été établie par [Mokeddem (2018)], dans laquelle les deux méthodes KL (Karhunen-Loève) et CE (Circulant Embedding) sont évaluées sur la base de l'efficacité de la méthode et la rapidité de génération. Ses conclusions ont mené à choisir la méthode CE. De même, [Dang (2012)] a sélectionné la méthode CE dans son étude après une analyse réalisée par la comparaison entre plusieurs méthodes de génération (KL, CE et méthode spectrale). Pour ces raisons, la méthode CE est aussi considérée dans notre étude pour la discrétisation spatiale des champs aléatoires. Par la suite nous détaillons le concept utilisé par cette méthode.

#### Discrétisation spatiale par Circulant Embedding

La génération d'un champ aléatoire  $X$  en 2D par la méthode Circulant Embedding développée par [Dietrich et Newsam (1993), Wood et Chan (1994), Schlather (1999), Nowak (2004), Percival (2006), Dang et al. (2011), Dang (2012)] passe par les étapes suivantes :

- Étape 1 : Calcul de la première ligne définissant la matrice de covariance.

Dans cette étape, on procède à transformer la matrice de covariance ordinaire en une matrice circulante ayant la forme ci-dessous (équation (I.10)). C'est une matrice carrée dans laquelle le passage d'une ligne à la suivante se fait par une permutation circulaire (décalage vers la droite) des composantes.

$$Co = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_n \\ C_n & C_1 & C_2 & \dots & C_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_2 & C_2 & C_4 & \dots & C_2 \\ C_2 & C_3 & C_4 & \dots & C_1 \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

Ce type de matrice peut être défini par sa première ligne au lieu d'utiliser la matrice de covariance complète. Il suffit ainsi de construire seulement cette ligne sans la nécessité de stocker en mémoire vive toutes les composantes. Ceci joue un rôle prépondérant dans la réduction du temps de la génération aléatoire.

La matrice de covariance est la matrice construite par les valeurs de la fonction d'autocorrélation  $R$  entre chaque couple de points  $(x_i, y_i)$  et  $(x_j, y_j)$  du domaine d'étude  $\mathcal{D}$  ( $j = 1$  à  $n$  et  $i = 1$  à  $m$ , où  $n$  et  $m$  sont le nombre des points de maillage respectivement suivant  $x$  et  $y$ ). Prenons l'exemple de la fonction d'autocorrélation exponentielle isotrope (équation (I.11) :  $l_x = l_y$ ) qui va être utilisée dans cette thèse comme une entrée de la méthode Circulant Embedding :

$$R[(x_i, y_i), (x_j, y_j)] = \exp\left(-\left(\frac{|x_i - x_j|}{l_x}\right) - \left(\frac{|y_i - y_j|}{l_y}\right)\right) \quad (I.11)$$

où  $l_x$  et  $l_y$  sont les longueurs de corrélation selon  $x$  et  $y$  respectivement.

La matrice de covariance notée  $Co2$  sera donc de la forme suivante :

$$Co2 = \begin{bmatrix} R[(x_1, y_1), (x_1, y_1)] & R[(x_1, y_1), (x_2, y_1)] & \dots & R[(x_1, y_1), (x_n, y_m)] \\ R[(x_2, y_1), (x_1, y_1)] & R[(x_2, y_1), (x_2, y_1)] & \dots & R[(x_2, y_1), (x_n, y_m)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R[(x_{n-1}, y_{m-1}), (x_1, y_1)] & R[(x_{n-1}, y_{m-1}), (x_2, y_1)] & \dots & R[(x_{n-1}, y_{m-1}), (x_n, y_m)] \\ R[(x_n, y_m), (x_1, y_1)] & R[(x_n, y_m), (x_2, y_1)] & \dots & R[(x_n, y_m), (x_n, y_m)] \end{bmatrix} \quad (I.12)$$

Il est évident que cette matrice n'est pas circulante. L'idée de la méthode "Circulant Embedding" est alors de créer un nouveau domaine  $\mathcal{D}'$  périodique et plus large que le domaine original  $\mathcal{D}$ . Ce nouveau domaine doit comporter dans une partie le domaine  $\mathcal{D}$  dans lequel on cherche à générer une réalisation du champ aléatoire  $X$ . L'objectif est donc de construire le domaine  $\mathcal{D}'$  de manière à ce que la matrice de covariance dans ce domaine soit

circulante [Nowak (2004)]. Pour cela, une réalisation est simulée dans  $\mathcal{D}'$  dont sa partie dans le domaine  $\mathcal{D}$  est la réalisation du champ  $X$ .

Pour réaliser cet objectif, la première ligne de la matrice  $C_{o2}$  qui est un vecteur de taille  $n \times m$ , est transformée en une matrice  $B2$  de  $m$  lignes et  $n$  colonnes ayant la forme suivante :

$$B2 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1(n-1)} & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2(n-1)} & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{(m-1)1} & C_{(m-1)2} & \dots & C_{(m-1)(n-1)} & C_{(m-1)n} \\ C_{m1} & C_{m2} & \dots & C_{m(n-1)} & C_{mn} \end{bmatrix} \quad (I.13)$$

Avec  $C_{ij} = R[(x_1, y_1), (x_j, y_i)]$  où  $i = 1, \dots, m$  et  $j = 1, \dots, n$

La première ligne de la matrice de covariance dans  $\mathcal{D}'$ , correspondant à l'extension périodique de deux fois le domaine  $\mathcal{D}$ , est un vecteur de «  $(2n-2).(2m-2)$  » valeurs. Le cas d'extension présenté ici est le plus simple mais cela n'élimine pas la possibilité d'utiliser une taille de  $\mathcal{D}'$  plus que deux fois celle du domaine  $\mathcal{D}$  tant que cette taille n'est pas limitée. La matrice  $C_{i2}$  de ce vecteur, ayant  $(2m-2)$  lignes et  $(2n-2)$  colonnes, est à son tour une extension par la symétrie de la matrice  $B2$  respectivement par rapport à sa dernière ligne et sa dernière colonne en se limitant à la deuxième ligne et la deuxième colonne pour assurer la périodicité.

Cette matrice s'écrit :

$$C_{i2} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1(n-1)} & C_{1n} & C_{1(n-1)} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2(n-1)} & C_{2n} & C_{2(n-1)} & C_{22} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{(m-1)1} & C_{(m-1)2} & \dots & C_{(m-1)(n-1)} & C_{(m-1)n} & C_{(m-1)(n-1)} & C_{(m-1)2} \\ C_{m1} & C_{m2} & \dots & C_{m(n-1)} & C_{mn} & C_{m(n-1)} & C_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{(m-1)1} & C_{(m-1)2} & \dots & C_{(m-1)(n-1)} & C_{(m-1)n} & C_{(m-1)(n-1)} & C_{(m-1)2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2(n-1)} & C_{2n} & C_{2(n-1)} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (I.14)$$

-Étape 2 : Calcul du vecteur des valeurs propres " $\lambda$ " à partir de  $Ci2$ .

Il suffit d'utiliser la transformée de Fourier en 2D dans la simulation. Les valeurs propres sont calculées directement à partir de la matrice  $Ci2$  par la transformée de Fourier 2D selon l'équation (I.15). Cette simplification dans le calcul des valeurs propres et à cause de l'utilisation de l'algorithme *FFT* (Fast Fourier Transform), la méthode CE est aussi très rapide.

$$\lambda = FFT(Ci2) \quad (I.15)$$

-Étape 3 : Cette étape comporte la génération d'un vecteur aléatoire complexe  $\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2$  où  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont des vecteurs de variables gaussiennes centrées réduites indépendantes. Puis, le produit de terme à terme des vecteurs  $\sqrt{\lambda}$  et  $\epsilon$  est effectué. C'est le symbole " $\circ$ " indiqué dans l'équation (I.16).

-Étape 4 : C'est la dernière étape dans laquelle la simulation du champ  $X$  est réalisée selon l'équation (I.16) par la transformée de Fourier inverse (*IFFT*). Deux réalisations du champ ( $X_1$  et  $X_2$ ) sont obtenues avec chaque simulation associées respectivement à la partie réelle et imaginaire du vecteur complexe " $\epsilon$ " généré.

$$X = \mu + \sqrt{N} * IFFT(\sqrt{\lambda} \circ \epsilon) = X_1 + iX_2 \quad (I.16)$$

Dans cette équation,  $\mu$  est la moyenne du champ  $X$  et  $N=(2n-2) \times (2m-2)$  est la taille de la matrice  $Ci2$ .

Il reste à noter que la méthode Circulant Embedding CE a le même principe de simulation de la méthode de Karhunen-Loève KL [Spanos et Ghanem (2002)]. [Dang (2012)] a indiqué que la méthode CE peut être vue comme une application de la méthode KL au cas particulier où la matrice de covariance est circulante. Néanmoins, la différence entre ces deux méthodes se trouve principalement dans la résolution du problème aux valeurs propres de la matrice de covariance (la méthode KL utilise la matrice complète et n'incorpore pas l'algorithme *FFT* qui permet de réduire le temps de simulation). De plus, contrairement à la méthode KL, la méthode CE ne tronque pas en un nombre limité de séries aléatoires et évite ainsi le « ralentissement » de la simulation.

### I.3.2. Détermination de la longueur de corrélation

Après la collecte des différentes valeurs d'une propriété mesurée du béton, la détermination de sa moyenne et de son écart type est effectuée à l'aide d'une analyse statistique classique. Cette analyse fournit la variabilité conventionnelle de la propriété du béton et non pas sa variabilité spatiale. La caractérisation de la variabilité spatiale nécessite de quantifier la distance de corrélation ( $l$ ) : c'est la distance sur laquelle la propriété présente une forte corrélation [De Larrard et al. (2012b)]. Deux outils mathématiques et géostatistiques retrouvés dans la littérature peuvent être utilisés lors de l'évaluation des structures en béton : la fonction d'autocorrélation ou le variogramme [Journal et Huijbregts (1978)].

La plupart des méthodes de discrétisation spatiale et les procédures d'interpolation spatiale (par exemple les méthodes Krigeage [Webster et Oliver (2007), Baillargeon (2005)]) nécessitent un modèle analytique qui peut être déduit à partir d'un variogramme ou des corrélations spatiales [Gringarten et Deutsch (2001), Issaadi et al. (2017a)].

La fonction d'autocorrélation (ACF) est le tracé des corrélations en fonction de la distance entre les points (maillés) de la structure. La corrélation diminue avec l'augmentation de cette distance. Ensuite, la longueur de corrélation ( $l$ ) est définie comme la distance requise pour que la fonction d'autocorrélation décroisse de 1 à  $e^{-1}(0,3679)$  [Fenton (1999)]. L'équation de coefficient de corrélation «  $R$  » expérimental est:

$$R(h) = \frac{\sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - \mu_Z][Z(x_i+h) - \mu_Z]}{\sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - \mu_Z]^2} \quad (\text{I.17})$$

Dans cette équation,  $N(h)$  est le nombre total des points espacés d'une distance  $h$  ;  $Z$  est la propriété du béton considérée et  $\mu_Z$  sa moyenne.  $Z(x_i)$  et  $Z(x_i + h)$  sont respectivement les valeurs de cette propriété en deux points séparés par une distance  $h$ , notés  $x_i$  et  $(x_i + h)$ . Comme l'ACF expérimentale est une fonction discrète, les modèles théoriques sont donc généralement adaptés à l'ACF expérimentale afin de choisir le modèle qui assure le meilleur ajustement et la détermination de ( $l$ ) [Journal et Huijbregts (1978)]. Les modèles théoriques d'ACF les plus courants sont résumés dans le tableau I.2.

**Tableau I.2. Modèles théoriques de la fonction d'autocorrélation et du variogramme [Vanmarcke (1983), Goovaerts (1998)-(1999)]**

Modèle	Fonction d'autocorrélation	Modèle	variogramme
Exponentiel d'ordre 1	$R = \exp\left(-\left(\frac{ h }{l}\right)\right)$	Exponentiel	$\gamma = C \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{ h }{l}\right)\right)\right)$
Exponentiel d'ordre 2	$R = \exp\left(-\left(\frac{ h }{l}\right)^2\right)$	Gaussien	$\gamma = C \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{ h }{l}\right)^2\right)\right)$
Exponentiel cosinus	$R = \exp(-l * h) \cos(l * h)$	Sphérique	$\gamma = C \left(\frac{3h}{2l} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{l}\right)^3\right)$

D'autre part, le variogramme est un graphique des variances en fonction de la distance. Il permet d'identifier ( $l$ ) d'une façon analogue à la fonction d'autocorrélation. En effet, un bon ajustement entre le variogramme expérimental et un des modèles théoriques permet de déduire la valeur de cette distance. L'équation du variogramme expérimental «  $\gamma_e$  » est:

$$\gamma_e(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \text{Var}[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (\text{I.18})$$

Les différentes notations sont les mêmes définies pour la fonction d'autocorrélation.

Il convient de mentionner ici que si les données sont stationnaires et normalisées pour avoir une moyenne nulle et une variance de 1, le variogramme et l'ACF seront liés via la relation suivante donnée par [Fenton (1999)] et dans laquelle  $\sigma^2$  est la variance des données:

$$\gamma_e = \sigma^2(1 - R) \quad (\text{I.19})$$

Dans ce travail, la fonction d'autocorrélation est considérée une donnée de la méthode de discrétisation spatiale correspondante et le variogramme est utilisé pour déterminer la longueur de corrélation de quelques propriétés du béton lors de leur évaluation non-destructive.

Certaines études ont utilisé le variogramme ou la fonction d'autocorrélation pour déterminer la longueur de corrélation des propriétés du béton à partir des données issues des mesures sur carottes (essais destructifs) [Xu et Li (2018), Issaadi et al. (2017a) - (2017b), Gomez (2015), De Larrard et al. (2012a) - (2012b), O'Connor et Kenshel (2013)] ou des essais non destructifs [Xu et Li (2018), Schoefs et al. (2012), Nguyen (2014)].

Pour un mur en béton de 2 m de hauteur ; 1,2 m de largeur et 15 cm d'épaisseur, [Issaadi et al. (2017a) - (2017b)] ont déterminé la corrélation spatiale de la porosité, la perméabilité à la vapeur d'eau, la perméabilité à l'air, la perméabilité intrinsèque et les isothermes de sorption de vapeur d'eau provenant des mesures sur les carottes, en utilisant le modèle exponentiel d'ordre 2 de la fonction d'autocorrélation. Les échantillons ont été carottés en suivant six lignes verticales. La figure I.12 présente les fonctions d'autocorrélation pour deux des propriétés citées : la porosité et la perméabilité à la vapeur d'eau. Les longueurs de corrélation sont comprises entre 0,37-1,88 m pour la porosité et 0,28-0,61 m pour la perméabilité à la vapeur d'eau.

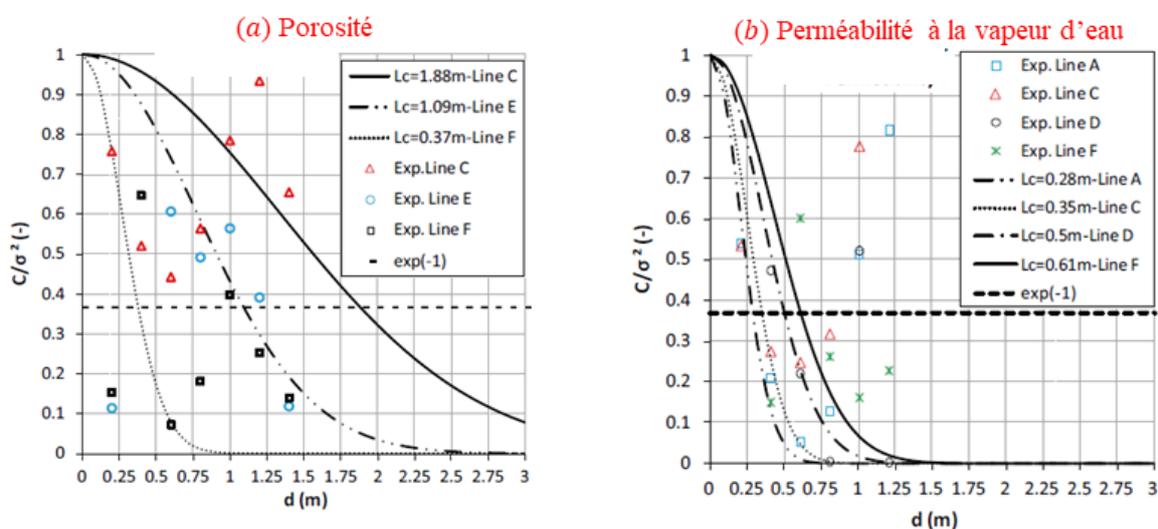


Figure I.12. Fonctions d'autocorrélation de (a) la porosité et (b) la perméabilité à la vapeur d'eau pour un mur en béton [Issaadi et al. (2017a)]

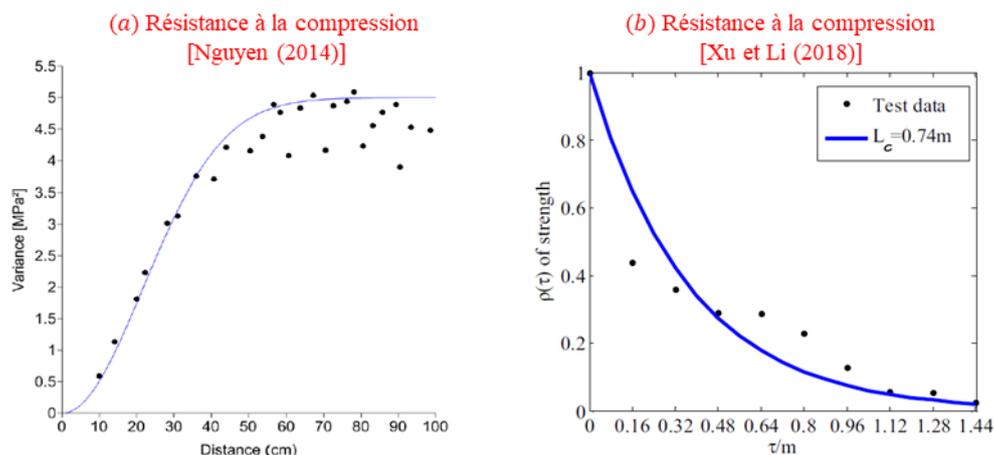
Une étude similaire réalisée par [De Larrard et al. (2012a) - (2012b)] fournit les longueurs de corrélation de la porosité, du coefficient de tortuosité et du paramètre de thermoactivation globale de la cinétique de lixiviation. Pour un mur en béton 2,5 m x 2,5 m, les intervalles des valeurs estimées de longueur pour chaque propriété sont respectivement compris entre 0,4-2,0 m ; 1,2-2,3 m et 1,2-2,1 m.

Le variogramme a aussi été considéré pour estimer les longueurs de corrélation de la teneur en chlorure de surface  $C_s$  et le coefficient de diffusion apparent  $D_{app}$  mesurés sur les carottes prélevées d'une poutre (1,2 x 1,0 x 15,2 m<sup>3</sup>) du pont Ferrycarrig en Irlande [O'Connor et Kenshel (2013)]. Dans cette étude, le modèle gaussien du variogramme est considéré et les longueurs de corrélation étaient de l'ordre de 1-2 m pour les deux propriétés mentionnées.

[Gomez-Cardenas (2015)] a réalisé des essais destructifs pour obtenir le degré de saturation  $S_r$  sur un mur du CEA-Saclay de 40 m de longueur et environ 2,2 m de largeur. La longueur de corrélation de  $S_r$  a été déterminée en ajustant les valeurs du variogramme empirique (calculées à partir des valeurs expérimentales de  $S_r$ ) et le modèle théorique sphérique de variogramme (meilleur modèle), la valeur trouvée de cette longueur était de 60 cm.

[Nguyen (2014)] a construit le variogramme de la résistance mécanique  $f_c$  du béton calculée à partir le modèle de conversion SonReb, combinant les deux observables CND : la vitesse ultrasonore  $UPV$  et le rebond  $R_e$ . Le modèle a la forme  $f_c = aUPV^b R_e^c$  et les valeurs des deux observables ont été mesurées sur la pile P8, du pont de Marly (France), ayant 1,72 m de large à la base et 2,9 m de large à 6 m de haut, son épaisseur est de 50 cm. Le variogramme théorique correspond à la forme gaussienne et est présenté dans la figure I.13(a) montrant une longueur de corrélation de  $f_c$  de 60 cm.

[Xu et Li (2018)] ont estimé la longueur de corrélation de la résistance à la compression, du module de Young, de la déformation maximale et de l'énergie post-pic par unité de volume qui ont été mesurées expérimentalement. Les valeurs des longueurs ont été respectivement 0,45 m ; 0,002 m ; 0,28 m et 0,20 m. La faible longueur de corrélation (de 0,002m) du module de Young signifie que ses valeurs mesurées ne sont pas corrélées dans ce cas d'étude. D'autre part, la longueur de corrélation de la résistance à la compression a été évaluée par le rebond (observable CND) en se basant sur la spécification technique (JGJT23-2011) [M.H.U.R.D.P.R.C (2011)]. Elle a été trouvée égale à 0,74 m, plus grande que la valeur obtenue par essai de compression en raison des différents mécanismes d'estimation. L'estimation de la longueur de corrélation a été réalisée par la fonction d'autocorrélation avec le modèle exponentiel d'ordre 1 (figure I.13(b)). Les essais expérimentaux ont été effectués sur 10 poutres en béton coulées en laboratoire, chacune avec une section transversale de 0,20 x 0,20 m<sup>2</sup> et une longueur fixée à 2,10 m.



**Figure I.13. (a) Variogramme [Nguyen (2014)] et (b) fonction d'autocorrélation [Xu et Li (2018)] de la résistance à la compression estimée respectivement par SonReb et par rebond.**

Dans cette section, les différentes études sur l'estimation de la variabilité spatiale (en terme de la longueur de corrélation) de quelques propriétés ont été présentées en se basant sur des résultats expérimentaux (destructifs ou non-destructifs) et en utilisant deux méthodes : le variogramme et la fonction d'autocorrélation. Les longueurs de corrélation estimées sont de l'ordre de grandeur du mètre. Cet ordre de grandeur correspond à l'échelle d'étude macroscopique des ouvrages en béton. Les différentes études (à différentes échelles) qui ont pris en compte la variabilité spatiale des propriétés du béton et leur effet sur les aspects mécaniques sont décrites dans la section suivante.

### I.3.3. Effet de la variabilité des propriétés mécaniques du béton

L'étude de la variabilité du béton permet la prise en compte de la dispersion des résultats [Chan (2021)]. Plusieurs études ont montré la pertinence de l'incorporation de la corrélation spatiale des paramètres pour fiabiliser le comportement du matériau. Par exemple, [De Larrard (2012a)] a étudié l'influence de la variabilité spatiale des paramètres les plus influents par rapport à la cinétique de dégradation en lixiviation sur la vitesse de propagation dans une structure en béton. Il a montré que la durée de vie estimée en considérant des champs uniformes des propriétés du béton (calcul déterministe) est sensiblement supérieure à la moyenne de la durée de vie prédite en tenant compte de leurs variabilités spatiales. De même, en tenant compte de la variabilité spatiale de la corrosion des armatures, la durée de vie d'une poutre en flexion [Stewart (2004), Stewart et Suo (2009)] ou d'une poutre précontrainte d'un

pont [Darmawan et Stewart (2007)] était de trois fois plus basse que celle estimée par une analyse non spatiale.

La figure I.14 représente l'ordre de grandeur de la longueur de corrélation (paramètre caractérisant la variabilité spatiale du béton) en fonction de l'échelle d'étude. Les différentes études qui ont tenu compte de l'effet de la variabilité spatiale du béton sur son comportement mécanique seront décrites par la suite. Ces études et leurs échelles (selon la figure IV.14) sont résumées dans le tableau I.3.

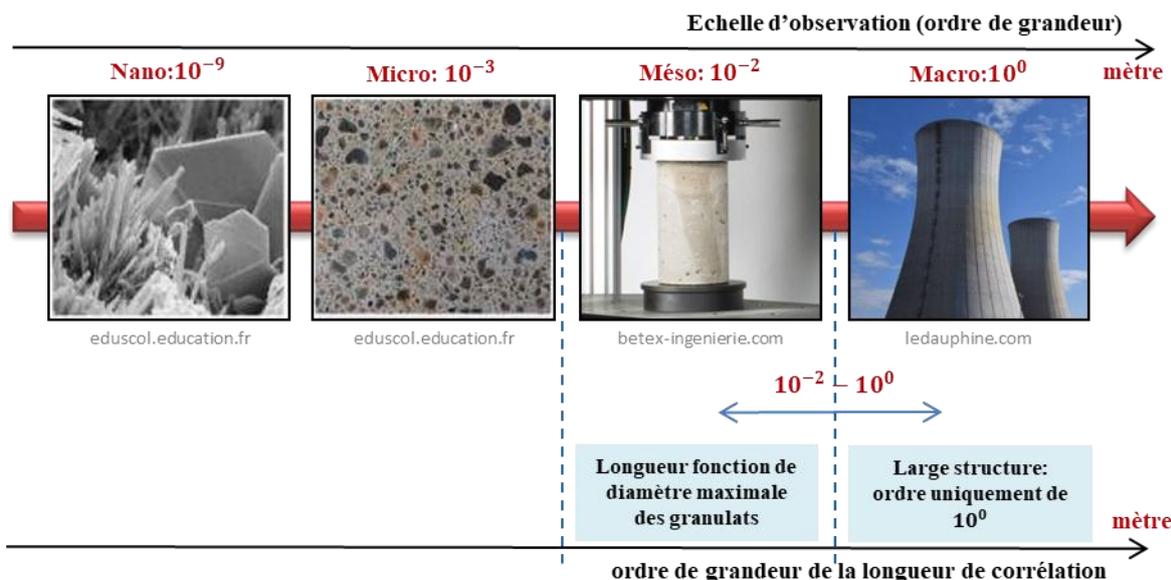


Figure I.14. Variabilité du béton à différentes échelles d'observation et ordre de grandeur de la longueur de corrélation

Tableau I.3. Valeurs des longueurs de corrélation considérées dans la littérature

[références]	type de structure	Dimensions en cm <sup>3</sup>	longueur de corrélation (cm)	Echelle d'étude
[Bouhjiti et al. (2018a)-(2018b)]	centrale nucléaire VERCORS	98 x 58 x 60	28 ; 32 ; 56 ; 100	Méso-Macro*
[Ghannoum (2017)]	centrale nucléaire VERCORS	2000 x 730 x 40	40 ; 60 ; 80 ; 160	Macro
[De Larrard et al. (2010)]	centrale nucléaire VERCORS	5400 x 2250 x 90	de 1000 à 6000	Macro
[Ghannoum (2017)]	poutre en flexion 4 points	(60 ; 80 ou 100) x 10 x 10	1 ; 8 ; 28 ; 40	Méso
		30 x 10 x 10	28	
		140 x 22 x 15		
		180 x 25 x 25		

[Mang (2016)]	tirant	115 x 10 x 10	3,5	Méso
[Ghannoum et al. (2016b)]	tirant	68 x 10 x 10	1 ; 8 ; 20 ; 50	Méso
[Ghannoum (2017)]	poutre en flexion 3 points	9,6 x 4 x 4	28	Méso
		22,32 x 9,3 x 4		
		51,6 x 21,5 x 4		
		120 x 50 x 4		
[Alam et al. (2013)]	poutre en flexion 3 points	30 x 10 x 10	$1x d_a^*$ ; $2x d_a^*$ ; $3x t^*$	Méso
		60 x 20 x 10		
		120 x 40 x 10		
[Le Bellégo et al. (2003)]	poutre en flexion 3 points	32 x 8 x 4	entre $2x d_a^*$ et $5x d_a^*$	Méso
		64 x 16 x 4		
		128 x 32 x 4		
[Bažant et Pijaudier-Cabot (1989)]	tirant	36,83 x 7,62 x 2,86	$2,7x d_a^*$	Méso
[Grassl et Bažant (2009)]	traction directe	largeur=4 à 80	2 ; 4	Méso
[Vořechovský (2007), Vořechovský et Sadílek (2008)]	traction directe	largeur=5 à 160	8	Méso
[Carmeliet et Hens (1994)]	poutre en flexion 3 points	12 x 3	1	Méso
[Carmeliet et De Borst (1995)]	traction directe	20 x 20	0,7 ; 1,4	Méso
[Eliš et al. (2013)-(2015)]	poutre en flexion 3 points	108,8 x 50 x 4	4 ; 8	Méso
		65,3 x 30 x 4		
		46,7 x 21,5 x 4		
		20,2 x 9,3 x 4		
		8,7 x 4 x 4		
	72 x 15 x 4	de 0 à l' $\infty$ -valeurs intermédiaires: 1,25 ; 2,5 ; 10 ; 20	Méso	
[Syroka-Korol et al. (2015)]	poutre en flexion 3 points	24 x 8 x 4	de 0,2 à 15	Méso
		48 x 16 x 4	de 0,5 à 14	
		96 x 32 x 4	de 0,5 à 14	
		576 x 192 x 4	de 1 à 14	

\* $d_a$  : diamètre maximale des granulats;  $t$ : taille de maillage ;**Méso-Macro** signifie que l'échelle d'étude est d'ordre de cm et l'ordre de grandeur de la longueur de corrélation est entre cm et m (figure IV.14)

Une stratégie de modélisation statistique de ruptures locales est suggérée par [Bouhijiti et al. (2018a)] pour prédire, étudier et analyser les modèles de fissuration aléatoires du béton sous

des charges thermo-hydro-mécaniques simultanées dans de grandes structures. Cette stratégie de modélisation a été appliquée et validée sur un volume élémentaire représentatif d'une partie de la centrale nucléaire VERCORS de 98 cm de hauteur, de 60 cm d'épaisseur et d'une largeur sur un rayon de 15°. La modélisation a compris l'utilisation d'un modèle d'endommagement local régularisé qui utilise le module de Young comme un paramètre d'entrée et considéré, seul, comme un champ aléatoire dans leurs études. La longueur de corrélation choisie pour ce paramètre était de 28 cm. Dans cette contribution, en utilisant uniquement 30 réalisations de ce champs aléatoire, deux principaux schémas de fissuration (sur 4 tel qu'observé sur site) ont été prédits avec succès dans ce cas d'étude. Les modes de fissuration auraient pu ainsi être identifiés en tenant compte de la variabilité des autres caractéristiques de champs aléatoires (moyenne, écart-type et longueur de corrélation) qui ont été considérés comme constants dans cette analyse. Les auteurs ont achevé cet objectif dans leur 2<sup>ème</sup> étude [Bouhjiti et al. (2018b)] où trois types de fonctions d'autocorrélation ont été utilisés (linéaire, sinusoïdale et gaussienne) avec une longueur de fluctuation de 1 m. La variation de la longueur de corrélation du champ aléatoire correspond à utiliser trois valeurs : 1 m ; 32 cm et 56 cm respectivement selon la fonction d'autocorrélation choisie. La variation de la longueur de corrélation n'a pas affecté le nombre de fissures apparus mais a modifié leurs fréquences d'apparition [Bouhjiti et al. (2018b)]. Ce qui a conduit à conclure qu'une longueur de corrélation prise égale à la longueur de fluctuation de 1 m est suffisante dans les grandes structures. [Ghannoum (2017)] a aussi varié la longueur de corrélation de la résistance à la traction et puis du module de Young pour un modèle simplifié de la centrale nucléaire VERCORS (hauteur de 20 m, épaisseur de 0,4 m et rayon interne de 7,3 m) et a comparé le nombre des zones endommagés et l'angle entre deux fissures pour chaque valeur de longueur choisie (60 ; 80 et 160 cm).

[De Larrard et al. (2010)] ont étudié l'effet de la variabilité spatiale du module de Young du béton sur la contrainte maximale orthoradiale et la déformation maximale équivalente de Mazars d'une partie de la centrale nucléaire VERCORS. Cette partie était de 54 m de hauteur ; 0,9 m d'épaisseur et 22,5 m de rayon interne. Dans leurs études paramétriques, 200 simulations numériques ont été réalisées avec une longueur de corrélation radiale fixe de 5 m, celles orthoradiales et verticales ont été variées respectivement de 15 à 60 m et de 10 à 40 m. Un effet prédominant de la variabilité spatiale de module de Young sur la déformation maximale équivalente de Mazars est observé. Les résultats ont montré aussi la diminution de

la moyenne et de l'écart-type de la contrainte maximale orthoradiale ainsi que la moyenne de la déformation maximale équivalente de Mazars avec l'augmentation des deux longueurs de corrélations orthoradiales et verticales. L'écart-type de la déformation maximale équivalente de Mazars varie proportionnellement avec la variation de ces deux longueurs de corrélation.

L'effet de la variabilité du seuil d'endommagement (rapport résistance à la traction  $f_t$  sur le module de Young  $E$ ) a été évalué par [Mang (2016)] sur un tirant en béton armé de dimensions  $0,1 \times 0,1 \times 1,15 \text{ m}^3$  tout en tenant compte de l'effet de la liaison acier-béton et cela en comparant les résultats en cas de présence d'une liaison parfaite ou non. Trois réalisations aléatoires du seuil d'endommagement sont considérées avec un champ aléatoire de  $8,5 \times 10^{-5}$  de moyenne, de 5% d'écart-type et de 3,5 cm de longueur de corrélation ont été générées aléatoirement. Cette longueur de corrélation a été choisie de façon qu'elle soit égale à 1,5x taille de maillage. Les réponses des simulations avec le modèle de liaison acier-béton sont trouvées très proches en termes de réponses globales (courbe contrainte-déformation), des positions de fissures, des ouvertures de fissures et du nombre de fissures. Avec l'hypothèse de liaison parfaite, les réponses globales sont comparables, mais au niveau local, les positions de fissures, le nombre de fissures et les ouvertures de fissures varient sensiblement d'une simulation à une autre. [Ghannoum et al. (2016b)] ont réalisé aussi une étude probabiliste de la position de la fissure dans des tirants en béton armé ( $0,1 \times 0,1 \times 0,68 \text{ m}^3$ ) [Clement (1987)]. La sensibilité de la position de fissure est étudiée en fonction des valeurs de longueur de corrélation des deux propriétés du béton (la résistance à la traction et le module de Young) considérées comme des champs aléatoires. Les valeurs de la longueur de corrélation choisies sont égales à 1 ; 8 ; 20 ou 50 cm, respectivement proposées par [Alam et al. (2013)], [Vořechovský (2007)], [Sellier et Millard (2014)]. Les résultats ont montré que l'utilisation de la longueur de 20 cm reproduit le plus grand nombre de résultats numériques parmi 30 réalisations essayées qui sont en cohérence avec les résultats expérimentaux en terme de la force de rupture. Cependant, cette longueur n'a pas permis de localiser la fissure pour obtenir un espacement de fissure proche des essais expérimentaux. Pour cela, les longueurs de corrélation de module de Young et la résistance à la traction sont modifiées à 20 cm et 1 cm. La position moyenne de la fissure obtenue dans ce cas correspond aux intervalles expérimentaux (entre 21 et 36 cm du bord du tirant à un intervalle de confiance de 90% de l'Eurocode 2).

[Ghannoum (2017)] a étudié la capabilité des éléments finis stochastiques, utilisant des champs aléatoires discrétisés, à reproduire l'effet de la variabilité des propriétés sur des structures à différentes échelles. Les caractéristiques d'autocorrélation (fonction et longueur) les plus appropriées de la résistance à la traction considérée comme un champ aléatoire sont choisies sur la base des résultats expérimentaux obtenus sur une série de poutres en béton chargées en flexion 4 points [Koide et al. (2000)]. Quatre valeurs ont été choisies pour l'étude paramétrique de la longueur de corrélation : 1 ; 8 ; 28 et 40 cm. La longueur de corrélation la plus appropriée était 28 cm avec une force à la rupture proche de celle obtenue expérimentalement pour les trois poutres considérées. Cette valeur de longueur de corrélation a été aussi utilisée pour générer des réalisations aléatoires de la résistance à la traction dans deux autres structures en béton : séries de poutres sous flexion en 4 points [Mazars (1986)] et séries de poutres sous flexion en 3 points [Hoover et Bažant (2014)]. Les résultats ont montré que ces générations aléatoires sont capables de reproduire la loi d'effet d'échelle.

Un modèle d'endommagement isotrope par adoucissement de déformation non local a été adopté par [Alam et al. (2013)] pour étudier l'effet d'échelle sur la propagation de la fissure dans des poutres sous flexion en 3 points. Trois poutres en béton ont été conçues : leurs largeurs  $D$  ont été prises égales respectivement à 100 ; 200 et 400 mm. Leurs sections étaient rectangulaires, l'épaisseur  $B$  égale à 100 mm et le rapport longueur sur largeur ( $L/D$ ) égal à 3. Ce modèle comprend principalement la notion de la longueur interne qui est introduite par une régularisation énergétique pour avoir des réponses numériques indépendantes du maillage et une localisation de l'endommagement sur plusieurs éléments de maillage. Cette longueur est reliée à la distance (longueur) de corrélation spatiale entre les points de la structure tant que les deux dépendent de la taille de maillage donc de la zone de localisation de l'endommagement [Syroka-Korol et al. (2015), Li et Der Kiureghian (1993)]. En effet, afin d'éviter l'erreur due au choix de la densité de maillage de champ aléatoire, celle-ci est supposée égale au moins à  $l/2$  selon le type de fonction d'autocorrélation choisi où  $l$  est la longueur de corrélation [Li et Der Kiureghian (1993), Harada et Shinozuka (1986)], ce qui signifie qu'une plus petite longueur de corrélation nécessite une densité de maillage plus raffinée. Donc, pour un premier temps, [Alam et al. (2013)] ont supposé la longueur interne en fonction de diamètre maximale des granulats «  $d_a$  » (soit  $1d_a$  ou  $2d_a$ ) et cela basant sur l'étude de [Le Bellégo et al. (2003)] qui a conclu que cette longueur est entre  $2d_a$  et  $5d_a$ . Dans ce contexte, [Bažant et Pijaudier-Cabot (1989)] ont aussi proposé que cette longueur est

2,7 $\times$ d<sub>a</sub>. Pour un deuxième temps, [Alam et al. (2013)] ont précisé que cette longueur doit être au minimum 3 $\times$ taille de maillage.

[Grassl et Bažant (2009)] ont réalisé une étude paramétrique à l'échelle mésoscopique des échantillons du béton en traction directe en variant le coefficient de variation  $COV$  et la longueur de corrélation ( $l$ ) de la déformation seuil (considéré dans leur étude comme le rapport  $f_t/E$  au niveau local). La modélisation numérique, utilisant les modèles des treillis (Lattice Models), a considéré la loi d'effet d'échelle statistique dans des échantillons du béton. Le but était d'étudier l'effet des deux paramètres ( $COV$  et ( $l$ )) sur la résistance nominale de ces échantillons. Cinq échantillons ont été considérés dont les dimensions varient de 4 à 80cm. Pour chaque échantillon, trois valeurs de  $COV$  de 0,1 ; 0,2 et 0,4 et deux valeurs de  $l$  de 20 et 40 mm sont choisies. Et dans chaque étude paramétrique, 100 réalisations de déformation seuil ont été générées. En total, 100 valeurs de résistance nominale sont obtenues. L'effet de la variabilité de la déformation seuil sur la moyenne et le coefficient de variation de la résistance a été aussi étudié [Grassl et Bažant (2009)]. Les résultats ont montré une forte influence sur les courbes d'effet d'échelle en termes de moyenne et du coefficient de variation de la résistance nominale en fonction de la taille de l'échantillon. Plus la valeur du  $COV$  de la déformation seuil est élevée, plus l'effet d'échelle sur la résistance nominale est fort. Par ailleurs, le rapport entre la longueur de corrélation et la taille du volume élémentaire représentatif (VER) (ou la zone d'élaboration de la rupture) est le principal paramètre qui contrôle l'effet d'échelle statistique dans les structures. Les simulations montrent que la partie statistique de l'effet d'échelle est significative si  $l \geq$  à la taille du VER et négligeable si  $l \leq$  à la taille du VER.

[Novák et al. (2003)] ont développé une stratégie simple et efficace pour capturer l'effet d'échelle statistique en utilisant la méthode d'éléments finis stochastiques. L'approche a été réalisée pour des poutres en béton sous flexion en quatre points pour lesquelles des données expérimentales ont été rapportées par [Koide et al (1998) - (2000)]. Pour illustrer les ruptures aléatoires obtenues, [Novák et al. (2003)] ont présenté deux propositions : la première prend seulement la variabilité de la résistance à la traction et la deuxième qui combine la variabilité de l'énergie de fissuration, tous les deux considérés comme des variables aléatoires fortement corrélés. Cette forte corrélation positive entre ces deux paramètres, a augmenté la pente de la courbe d'effet d'échelle dans la région de transition entre les deux limites asymptotiques

(transition d'une rupture relativement ductile à une rupture élastique-fragile) accélérant ainsi la convergence vers l'effet d'échelle statistique classique de Weibull.

[Vořechovský (2007), Vořechovský et Sadílek (2008)] ont documenté comment différentes sources d'effets d'échelle (énergétique (redistribution des contraintes), statistique (résistance locale pris comme un champ aléatoire), épaisseur de la zone de faible contrainte) préjudiciables à la résistance d'une structure peuvent interagir et entraîner des processus de rupture quasi-fragiles relativement complexes. Ils ont proposé une approche de la modélisation de la rupture dans les matériaux quasi-fragiles (particulièrement le béton) en se basant sur une combinaison d'outils de calculs mécaniques non linéaires avec des simulations de champ aléatoire de propriétés de matériaux spatialement corrélés. Les simulations numériques ont été effectuées sur des éprouvettes en forme de I en traction directe de différentes tailles (allant de 50 à 1600 mm) réalisées expérimentalement par [van Mier (2004), van Mier et van Vliet (2003), van Vliet (2000), van Vliet et van Mier (1998) - (1999) - (2000)]. 64 simulations numériques ont été réalisées en considérant la résistance à la traction locale comme un champ aléatoire de  $COV=15\%$ , sa longueur de corrélation de 80 mm pour une fonction d'autocorrélation exponentielle d'ordre 2. Lorsque le rapport entre la taille de l'échantillon et la longueur de corrélation diminue, le nombre des emplacements ayant des faibles résistances augmente : c'est l'effet d'échelle statistique. De plus, la rupture qui a lieu dans la région de contrainte faible a été associée à la variabilité relativement élevée de la résistance locale du matériau.

Un modèle probabiliste d'endommagement non local a été présenté par [Carmeliet et Hens (1994)] pour prédire les processus de l'endommagement stochastique dans les matériaux quasi-fragiles comme le béton. Il est basé sur la modélisation de la microstructure hétérogène du béton tout en considérant le seuil d'endommagement initial comme un champ aléatoire de longueur de corrélation de 10 mm. Une poutre en flexion 3 points de 120 mm de longueur et de 30mm de largeur a été étudiée. Les résultats ont montré la nécessité de l'approche probabiliste dans le modèle d'endommagement tant qu'elle est capable à prédire une amélioration, non-négligeable par rapport à l'approche déterministe sur la force maximale de la poutre. [Carmeliet et De Borst (1995)] ont utilisé le même modèle pour étudier son efficacité dans le cas d'un essai en traction directe. Deux valeurs de longueur de corrélation du seuil d'endommagement (7 et 14 mm) ont été utilisées. La variation de cette longueur a

montré un faible effet sur la distribution cumulative de l'énergie de fissuration correspondante à 100 simulations Monte Carlo réalisées.

Un modèle discret à l'échelle mésoscopique en tenant compte de la variabilité spatiale des paramètres du matériau a été proposé par [Eliáš et al. (2013) - (2015)]. L'effet de l'introduction d'un champ aléatoire spatialement auto-corrélé sur des poutres en flexion trois points de différentes tailles et de différentes profondeurs d'entaille a été analysé. Le caractère aléatoire du matériau a été introduit par la mise à l'échelle méso de la résistance à la traction et l'énergie de fissuration qui ont été considérés des champs aléatoires linéairement dépendant ayant la même distribution marginale (Gauss-Weibull), la même fonction d'autocorrélation (exponentielle d'ordre 2) et la même méthode de discrétisation spatiale (Karhunen-Loève). Deux longueurs de corrélations de 40 et 80 mm ont été choisies par [Grassl et Bažant (2009)] et [Vořechovský et Sadílek (2008)] respectivement et 24 réalisations ont été simulées numériquement pour chaque champ aléatoire.

Cette étude stochastique a montré que la variabilité des résistances et des énergies dissipées des poutres entaillées augmente si le caractère aléatoire est pris en compte alors que leurs valeurs moyennes restent inchangées. Dans le cas des poutres non entaillées, les écart-types des résistances ont été aussi plus grandes en présence du caractère aléatoire et ils ont diminué avec le choix d'une longueur de corrélation plus petite. De plus, les moyennes de résistances et d'énergie libérée ont été trouvées plus faibles que celles obtenues avec une étude déterministe. Cela a été dû à la corrélation positive supposée au niveau méso entre la résistance à la traction et l'énergie de fissuration : plus la résistance à la traction au niveau méso est faible, plus l'énergie de fissuration locale est également faible et plus l'énergie dissipée à l'intérieur de la macrofissure est faible. Les résultats ont montré aussi que lorsque le champ aléatoire est appliqué, la fissuration avant le pic a tendance à ne se localiser que dans les zones les plus faibles et ainsi le matériau dissipe moins d'énergie à l'extérieur de la macrofissure.

Le modèle proposé par [Eliáš et al. (2015)] a été utilisé par [Eliáš et Vořechovský (2020)] pour simuler la rupture des poutres en flexion trois points (avec et sans entaille) et des prismes en traction uniaxiale. [Eliáš et Vořechovský (2020)] ont varié la longueur de corrélation et le coefficient de variation de la résistance à la traction et de l'énergie de fissuration considéré comme des champs aléatoires pour évaluer statistiquement leurs effets sur la courbe force-

déplacement et sur la zone de la rupture. Les longueurs de corrélations choisies ont été variées de 0 à l'infini comprenant des valeurs intermédiaires de 12,5 ; 25 ; 100 ; 200 mm. Les coefficients de variation utilisés ont été de 3,5 ; 7 ; 14 ; 28%. Dans les 100 simulations numériques réalisées sur les poutres en flexion trois points avec une entaille, la moyenne de la force maximale s'est révélée insensible à la variabilité spatiale des paramètres du matériau. Une légère sensibilité n'est apparue que dans le cas d'une grande variance de champ aléatoire. Cependant, son écart type a changé avec la longueur de corrélation en raison de la présence des grandes fluctuations dans la zone de rupture. La taille et la forme de cette zone sont trouvées indépendantes de la longueur de corrélation ou la variance du champ aléatoire. Dans le cas des poutres non entaillées, la moyenne de la force maximale dans les modèles probabilistes avec des longueurs de corrélation courtes (i.e. tendent vers zéro) et longues (i.e. tendent vers l'infini) ont été approximativement égales à la force maximale moyenne obtenue avec le modèle déterministe. Pour les longueurs de corrélation intermédiaires, les forces maximales moyennes du modèle probabiliste ont été inférieures à celles du modèle déterministe. Cette baisse a été accentuée avec l'augmentation de la variance du champ aléatoire. L'écart type de la force maximale a suivi la même tendance que dans le cas des poutres avec entaille. Les simulations de traction uniaxiale ont montré la même tendance observée avec les poutres sans entailles.

L'effet de la variabilité de la résistance à la traction locale sur l'effet d'échelle énergétique-statistique couplés dans des poutres en béton non-entaillées et sous flexion trois points a été étudié numériquement par [Syroka-Korol et al. (2015)]. L'influence de la longueur de corrélation décrivant une variation spatiale de la résistance à la traction locale a été étudiée. La moyenne de la résistance à la traction globale a diminué avec l'augmentation de la longueur de corrélation jusqu'à ce que la longueur de corrélation ait été égale à la moitié de la hauteur de la zone localisée de la poutre puis a augmenté. Par contre, le coefficient de variation de la résistance à la traction globale a augmenté progressivement avec l'augmentation de la longueur de corrélation et s'est stabilisé ensuite lorsque cette longueur devient plus grande que la hauteur de zone localisée de la poutre. L'augmentation du coefficient de variation de la résistance à la traction locale (de 12, 16 et 20%) a entraîné une baisse supplémentaire de la moyenne de la résistance à la traction globale et une augmentation dans son coefficient de variation.

[Eliáš et Vořechovský (2020)] ont introduit un modèle analytique capable de prédire la distribution de la force maximale obtenue avec le modèle discret probabiliste de [Vořechovský et Eliáš (2020)] via l'estimation simple des extrêmes d'un champ aléatoire obtenu en modifiant la moyenne de la résistance locale.

Très peu d'études ont tenu compte de l'effet de la variabilité du béton sur une structure soumise au cisaillement. Pour cette raison, l'effet de la variabilité dans le cas d'un voile en béton (Annexe A) ou en béton armé soumis au cisaillement sera étudié.

## **I.4. Modélisation mécanique du béton**

### **I.4.1. Modèles d'endommagement mécanique**

L'endommagement se traduit par l'amorçage de fissures au sein d'un matériau, qui dégradent sa rigidité et créent des déformations irréversibles. La modélisation de l'endommagement du béton est difficile à cause de son comportement quasi-fragile et des différents aspects phénoménologiques :

- Dans la phase élastique, le comportement du béton dépend uniquement des caractéristiques mécaniques : module de Young et coefficient de poisson.
- Dans la phase non linéaire, l'endommagement apparaît et les microfissures commencent à se propager de plus en plus.
- Dans la partie post pic ou la phase d'adoucissement, le module d'élasticité se dégrade, les microfissures se coalescent et les déformations se localisent.
- L'effet unilatéral se manifeste par la dissymétrie du comportement du béton en traction et compression (figure I.15). Sa résistance en traction est nettement inférieure à sa résistance en compression et son comportement adoucissant est plus ductile en compression. Cet effet unilatéral du béton est expliqué par l'ouverture des microfissures en traction et leur refermeture en compression [Gangnant (2016)].

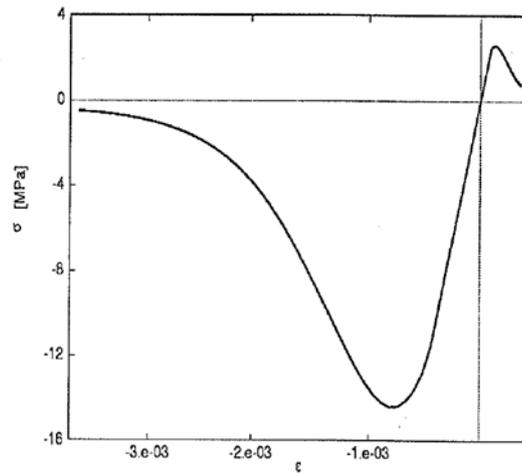


Figure I.15. Comportement du béton en compression et en traction [Fichant (1996)]

Les modèles d'endommagement sont basés sur le principe de la contrainte effective [Kachanov (1958), Rabotnov (1969), Lemaître et Chaboche (1985)]. Ainsi, au lieu d'utiliser une relation entre les contraintes et les déformations pour caractériser le matériau [Carol et Bažant (1997)-(2001)], c'est la variable d'endommagement qui traduit son comportement. Dans ce contexte, [Mazars et Pijaudier-Cabot (1989)] ont montré qu'un volume complet  $V$  d'un béton endommagé sujet à une contrainte  $\sigma$  ou un volume sain  $\tilde{V}$  soumis à une contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  ont la même réponse. La contrainte effective est la contrainte appliquée à la partie résistante du volume  $V$  qui résiste à un chargement :

$$\tilde{\sigma} \tilde{V} = \sigma V \quad (\text{I.20})$$

L'endommagement est le rapport entre le volume endommagé et le volume total du matériau. Pour un endommagement isotrope, le volume d'endommagement est alors une sphère et s'exprime en une seule variable  $D$  de la façon suivante :

$$D = \frac{V - \tilde{V}}{V} \quad (\text{I.21})$$

Dans un cas multiaxial isotrope, la relation entre le tenseur de la contrainte effective  $\tilde{\sigma}_{ij}$  et la variable d'endommagement  $D$  sera:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} \frac{V}{\tilde{V}} = \frac{\sigma_{ij}}{1-D} \quad (\text{I.22})$$

Le comportement du matériau est donc traduit par la loi de comportement du matériau non-

endommagé ( $D = 0$ ) dans laquelle le tenseur de contrainte totale est remplacé par la contrainte effective.

Plusieurs améliorations ont été apportées aux modèles d'endommagement afin de prendre en compte le comportement d'un béton en bi-compression ou en cisaillement [Pijaudier-Cabot et al. (1991), Mazars et al. (2015)], l'anisotropie [Rashid (1968), Mazars (1984), Bažant et Oh (1985), La Borderie (1991), De Vree et al. (1995), Fichant (1996), Desmorat et al. (2007), Sellier et al. (2013), Desmorat (2015)], l'effet unilatéral [Ramtani (1990), La Borderie (1991), Fichant (1996)] et les déformations permanentes [La Borderie et al. (2007)].

La modélisation du comportement adoucissant par ces modèles entraîne l'apparition d'une zone de localisation de l'endommagement sensible à la taille du maillage [David (2012)]. Au cours du chargement, l'énergie est dissipée au sein des éléments volumiques et la dépendance au maillage se manifeste par la diminution de cette énergie avec la réduction de la taille des éléments. Cette observation a été soulignée par de nombreux auteurs [Bažant et al. (1984), Benallal et al. (1993), Alam (2011)]. Ainsi, si la taille des éléments est faible, la rupture d'une structure peut arriver sans dépenser d'énergie, ce qui n'a pas de sens physique. De nouveaux modèles non locaux et différentes techniques de régularisation ont été ainsi développés [Comi (1999), Dufour et al. (2008), Lorentz et Godard (2011), Alam (2011)].

Les techniques de régularisation se résument en deux principaux types :

*-régularisation non locale intégral ou par gradient* : La première régularisation se fait en moyennant certaines variables agissant sur le comportement comme la variable d'endommagement  $D$  [Rojas Solano (2012), Giry (2011)] ou la déformation équivalente qui pilote l'endommagement [Pijaudier-Cabot et Bažant (1987)]. La deuxième régularisation ajoute un gradient d'ordre supérieur (Laplacien  $\mathcal{L}$  [Frémond et Nedjar (1996)]) à la quantité locale de ces variables par exemple pour la déformation équivalente [Peerlings et al. (1998), Peerlings et al. (1996)]. Le point commun entre ces deux méthodes de régularisation est d'introduire une longueur caractéristique dans le modèle. Cette longueur, considérée comme un paramètre intrinsèque du matériau, est liée à la taille de la zone d'élaboration de la rupture. L'introduction de cette longueur peut être vue comme un outil numérique ayant pour but d'éviter la concentration de l'endommagement et de s'affranchir de la dépendance au maillage. Les résultats sont indépendants de maillage si la longueur caractéristique est

supérieure à la taille des éléments [Alam (2011)]. Les relations explicites liant cette longueur à la nature même du matériau sont rarement trouvées. A titre d'exemple, [Pijaudier-Cabot et Bazant (1987)] ont utilisé une longueur caractéristique de 2,7 fois le diamètre maximal des granulats dans le béton.

*-régularisation énergétique* : Ce type de régularisation met en évidence le rôle de l'énergie de fissuration  $G_f$  pour avoir des réponses indépendantes au maillage [Hillerborg et al. (1976), La Borderie (1991), Fichant (1996)]. L'énergie de fissuration peut être définie comme la somme des énergies nécessaires pour créer une unité de surface d'une fissure [Gangnant (2016)]. Dans un calcul aux éléments finis, l'utilisation de l'énergie de fissuration permet de préserver la dissipation de l'énergie en la rendant totalement indépendante à la taille des éléments.

#### **I.4.2. Cas d'études de voile en béton armé soumis au cisaillement**

Afin de comprendre le comportement mécanique des voiles en béton armé soumis au cisaillement, plusieurs essais ont été réalisés par différents auteurs. L'effet de divers paramètres, tels que la résistance à la compression du béton  $f_c$ , le rapport de renforcement vertical et horizontal, la présence d'un renforcement incliné, la force axiale verticale de compression, la variation d'épaisseur et du rapport d'élanement sur les modes de rupture, la résistance au cisaillement, les déformations ultimes et la capacité de dissipation d'énergie ont été étudiés. Le tableau I.4 récapitule les différentes études réalisées qui seront décrites par la suite. Seuls les travaux de [Paulay et al. (1982)] ne sont pas présentés dans ce tableau comme les auteurs n'ont pas réalisé une étude paramétrique basée sur la variation des paramètres utilisés. Ils ont considéré leurs paramètres comme étant fixes.

**Tableau I.4. Paramètres considérés variables par différents auteurs pour des voiles en béton armé soumis au cisaillement**

épaisseur du voile		[Hidalgo et al. (2002), Barda et al. (1977), Somboon et al. (2007)]
Rapport d'élancement		[Hidalgo et al. (2002), Salonikios et al. (1999) - (2000), Wiradinata et Saactioglu (1986), Lefas et al. (1990), Barda et al. (1977)]
Résistance à la compression		[Hidalgo et al. (2002), Lefas et al. (1990)]
% du renforcement	vertical	[Hidalgo et al. (2002), Salonikios et al. (1999) - (2000), Choi (2006), Cardenas et al. (1980)]
	horizontal	[Hidalgo et al. (2002), Choi (2006), Lefas et al. (1990), Cardenas et al. (1980), Maier et Thurlimann (1985), Rothe (1992)]
Renforcement incliné		[Salonikios et al. (1999) - (2000), Sittipunt et al. (2001), Choi (2006), Somboon et al. (2007), Sittipunt et Wood (1996)]
Charge verticale de compression		[Salonikios et al. (1999) - (2000), Lefas et al. (1990), Maier et Thurlimann (1985)*]

\* [Maier et Thurlimann (1985)] ont étudié l'effet de la présence de la charge verticale de compression mais ils n'ont pas varié sa valeur.

[Hidalgo et al. (2002)] ont testé vingt-six voiles de faible hauteur sous déplacements horizontaux cycliques d'amplitude croissante. Les rapports d'élancement des voiles se situaient entre 0,5 et 1,4 et des épaisseurs de 8 à 12 cm. Les résistances à la compression varient entre 15,7 et 24,2 MPa. Un ferrailage réparti a été considéré avec des pourcentages de renforcement horizontal et vertical allant de 0 à 0,381% et de 0 à 0,259% respectivement. Des fissures diagonales par cisaillement ont été observées et les champs de fissuration n'ont pas été significativement différents (figure I.16 - exemple de deux parmi les vingt-six voiles étudiés). La déformation des voiles diminue avec la diminution du rapport d'élancement. La quantité de ferrailage vertical réparti a montré une faible influence sur la résistance maximale au cisaillement, sur la déformation lors de la première fissuration et aussi sur la répartition de cette dernière. La capacité d'absorption et de dissipation d'énergie n'était influencée ni par la variation du rapport d'élancement des voiles ni par la variation de la répartition à la fois horizontale et verticale des armatures. En revanche, la résistance à la rupture des voiles augmentait avec la diminution du rapport d'élancement et de pourcentage de renforcements horizontal et vertical.

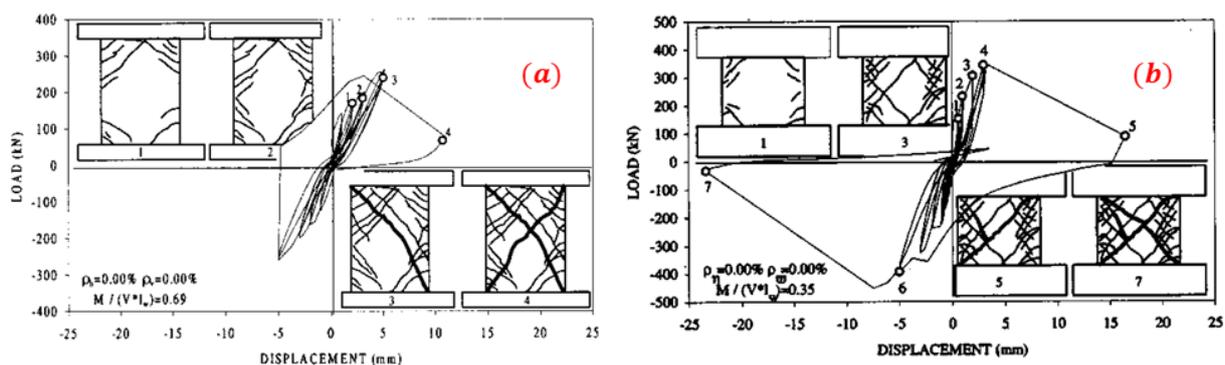
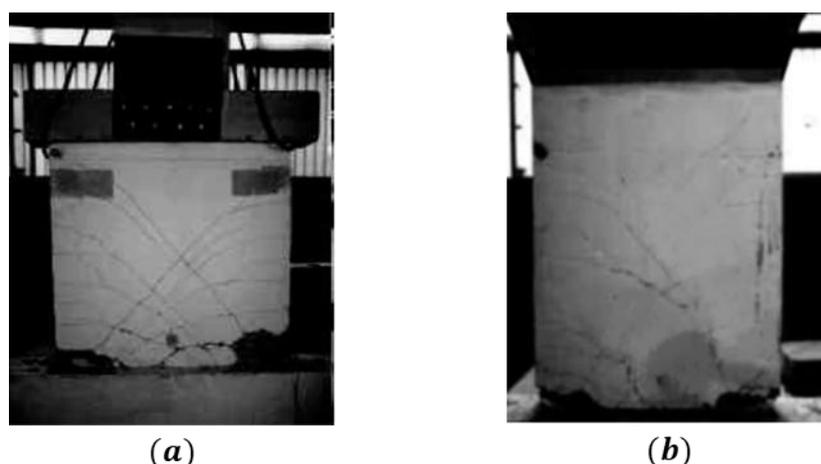


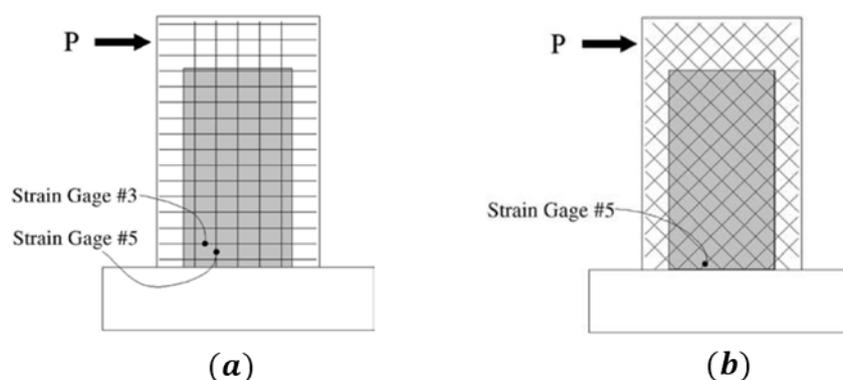
Figure I.16. Résultats de deux voiles ayant des rapports d'élancement de (a) 0,69 (voile numéro 21) et (b) 0,35 (voile numéro 29) [Hidalgo et al. (2002)]

[Salonikios et al. (1999) - (2000)] ont réalisé des essais sur des voiles courtes avec des rapports d'élancement de 1,0 et 1,5. Les éprouvettes ont été soumises à un essai de charge cyclique statique en porte-à-faux. La variation faite dans les configurations de l'éprouvette comprend : la modification du taux de renforcement dans l'âme (0,565% à 0,277%), le renforcement des frontières du voile (1,7% à 1,3%), la présence d'une charge verticale de compression et la présence d'un renforcement diagonal. Les éprouvettes ont montré une rupture à prédominance en cisaillement, caractérisé par l'écrasement du béton et le flambement des barres d'armature aux bords confinés du voile. Cela s'accompagnait de fissures diagonales modérées dans l'âme du voile et de glissement dans la partie inférieure du voile. Le glissement était important dans les voiles sans renforcement diagonal. C'était le cas dans les murs avec un rapport d'élancement de 1,5 et 1,0 (figure I.17). Il a également été observé que les variations des armatures verticales, horizontales et de frontières n'influençaient pas le mode de rupture et la déformation observée. Une réduction du glissement a été observée dans les voiles avec renforcement diagonal dans l'âme. La résistance au cisaillement par glissement fournie par les barres diagonales a amélioré aussi la capacité de dissipation d'énergie des voiles avec un élancement égal à 1,0. Cependant, son effet était moins important pour les voiles plus élancés, notamment en présence de compression axiale.



**Figure I.17. Rupture des voiles (a) LSW3 et (b) MSW3 ayant des rapports d'élanement de 1,0 et 1,5 respectivement et en présence d'une charge verticale de compression [Salonikios et al. (1999) - (2000)]**

[Sittipunt et al. (2001)] ont comparé quatre voiles en forme I avec un rapport d'élanement de 1,4. Deux voiles ont été construits avec du renfort vertical et horizontal conventionnel dans l'âme, tandis que dans les deux autres, le renfort conventionnel a été remplacé par une grille de renfort incliné (figure I.18). Les voiles avec armatures conventionnelles présentaient un écrasement de l'âme, tandis que les deux autres voiles présentaient un écrasement du béton dans les éléments de frontières du mur. Le comportement des voiles avec renforcement diagonal était presque similaire à celui observé par [Salonikios et al. (1999) - (2000)].



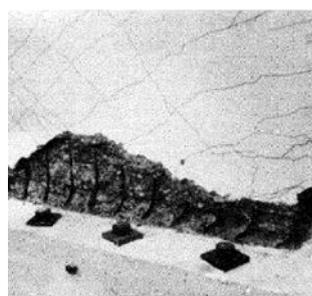
**Figure I.18. Disposition des armatures : (a) conventionnelle (b) diagonale [Sittipunt et al. (2001)]**

[Choi (2006)] a évalué l'influence du renforcement diagonal sur les voiles de faible hauteur avec un rapport d'élanement de 0,75. Six voiles en béton armé avec des sections transversales rectangulaires ou en I ont été testés sous chargement cyclique pour optimiser la méthode de renforcement pouvant améliorer la résistance aux tremblements de terre des voiles courts pour lesquels l'action prédominante est le cisaillement. La seule différence entre

les six voiles était les rapports de renforcement vertical et horizontal y compris le renforcement diagonal. Les rapports utilisés sont entre 0,46 et 0,87% pour le renforcement vertical et 0,48 et 1,85% pour le renforcement horizontal. Les résultats étaient similaires aux autres travaux réalisés par [Salonikios et al. (1999) - (2000), Sittipunt et al. (2001)].

[Wiradinata et Saactioglu (1986)] ont évalué l'influence du rapport d'élanement sur un voile de section transversale rectangulaire en testant deux murs avec un rapport d'élanement de 0,3 et 0,6. Les auteurs ont conclu que les voiles courts sont plus sensibles à la rupture par glissement que les voiles longs. Les déformations latérales enregistrées, à la rupture, étaient de 2,6% et 1,7% pour les deux voiles respectivement.

[Paulay et al. (1982)] ont étudié le comportement de voiles courts (élanement = 0,5) soumis à un chargement cyclique statique. Les éprouvettes ont été testées en porte-à-faux et la charge latérale a été appliquée en tête du voile sans compression verticale. La configuration de l'armature était : armature verticale (0,807%) et armature horizontale (1,608%) réparties uniformément en une seule couche avec des armatures verticales supplémentaires placées dans chacune des deux zones aux frontières de la section du voile ( $260 \text{ mm}^2$ ). La rupture par glissement due au cisaillement était dominante avec l'addition d'armature verticale avec une formation régulière des fissures diagonales dans l'âme du voile (figure I.19(a)). À une déformation de 6%, le glissement représentait près de 65% du déplacement total au sommet du voile.



(a)



(b)

**Figure I.19. (a) rupture par glissement [Paulay et al. (1982)] et (b) rupture diagonale en compression [Lefas et al. (1990)].**

[Lefas et al. (1990)] ont étudié l'influence de divers paramètres, i.e. la charge axiale verticale de compression (0 à 460 kN), la résistance à la compression du béton (30 à 53 MPa), le rapport d'élanement (1,0 à 2,0) et l'armature horizontale dans l'âme du voile (0,37% à 1,1%),

sur le comportement du voile en cisaillement avec l'armature verticale concentrée aux frontières. Le taux de renforcement vertical a été maintenu égal à 2,4% et 3,1% dans l'âme et aux frontières du voile respectivement. Les éprouvettes prises en porte-à-faux ont été soumises à des essais de chargement latéral monotone et une compression normale à la face non-encastree. Il a été observé que la compression axiale réduisait la déformation verticale et horizontale, en même temps, elle augmentait la capacité portante et la rigidité. De plus, l'augmentation devenait plus prononcée avec l'augmentation de l'élancement. De même, bien que la quantité de renforcement horizontal ait été presque réduite à un tiers, cette réduction a provoqué une variation mineure du mode de rupture, de la force maximale et de déformation obtenus. Une rupture diagonale en compression a été observée dans les deux cas (figure I.19(b)).

[Barda et al. (1977)] ont étudié le comportement de six voiles ayant un renforcement transversal dans les éléments de rives (parties des deux frontières du voile). Les éprouvettes ont été testées en porte-à-faux avec des rapports d'élancement compris entre 0,25 et 1,0. Deux des six voiles ont été soumis à un chargement cyclique statique. Les essais ont été réalisés sous un niveau élevé de contrainte de cisaillement, allant de  $8\sqrt{f_c}$  à  $14\sqrt{f_c}$ . Les résultats ont mis en évidence l'inefficacité des armatures horizontales pour la résistance au cisaillement des voiles avec des rapports d'élancement inférieurs à 0,5 ; tandis que les armatures verticales étaient principalement efficaces pour les voiles avec des rapports d'élancement entre 0,25 et 0,5 et moins efficaces pour les voiles avec un rapport de 1,0. Cependant, il a été recommandé que, pour avoir des fissures plus uniformément réparties avec des largeurs réduites, un renforcement minimal horizontal et vertical soit prévu dans l'âme de tous les voiles, quel que soit leur rapport hauteur / largeur. Il a également été souligné qu'une partie importante du cisaillement introduit dans la partie supérieure du mur se transmet directement à la fondation par une compression diagonale. La résistance au cisaillement du voile avec un rapport d'élancement de 1,0 s'est avérée être 20% inférieure à celle des voiles avec des rapports d'élancement plus petits (c.à.d. des rapports de 0,25 et 0,5).

[Cardenas et al. (1980)] ont évalué la performance de voiles en béton armé de forme rectangulaire avec un rapport d'élancement de 1,1 et sans éléments de rives. Un des sept voiles a été soumis à un chargement cyclique, tandis que les autres ont été testés sous un chargement latéral monotone. Les principaux paramètres appliqués étaient la quantité et la

répartition des armatures verticales et horizontales (figure I.20). Les déformations mesurées à la rupture, sous chargement monotone, étaient de l'ordre de 0,6% à 1,9% ; tandis que pour le voile soumis à un chargement cyclique, les déformations étaient d'environ 0,5%. Une limite supérieure de l'ordre de  $10\sqrt{f_c}$  (psi) a été proposée pour la résistance au cisaillement des voiles de faible hauteur.

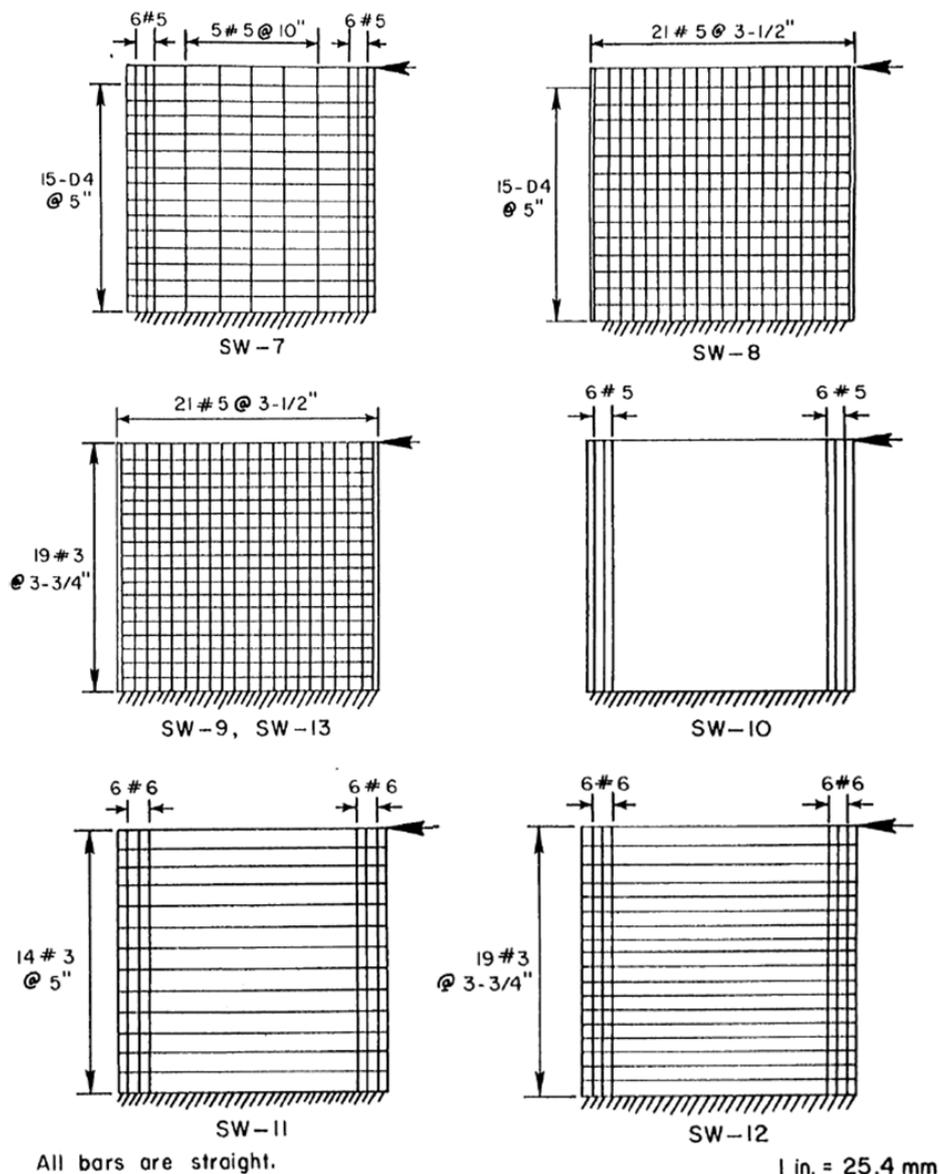


Figure I.20. Configuration de renforcement des voiles testés [Cardenas et al. (1980)]

[Maier et Thurlimann (1985)] ont étudié l'influence du ferrailage horizontal sur la performance des voiles de contreventement en porte-à-faux. A cet effet, deux voiles de cisaillement de forme rectangulaire avec une géométrie identique et des armatures verticales uniformément réparties ont été fabriqués et une variation de 0 à 1,03% (0 pour S9 et 1,03%

pour S4). Le rapport avec les armatures horizontales a été conservé. Les deux voiles ont été soumis à un chargement latéral monotone, en maintenant la charge normale constante. Le renforcement horizontal a bien changé le mode de rupture et a diminué la déformation ultime, mais n'avait qu'une influence mineure sur la force maximale. La rupture des voiles S9 et S4 est respectivement en tension diagonale et en compression diagonale (figure I.21).

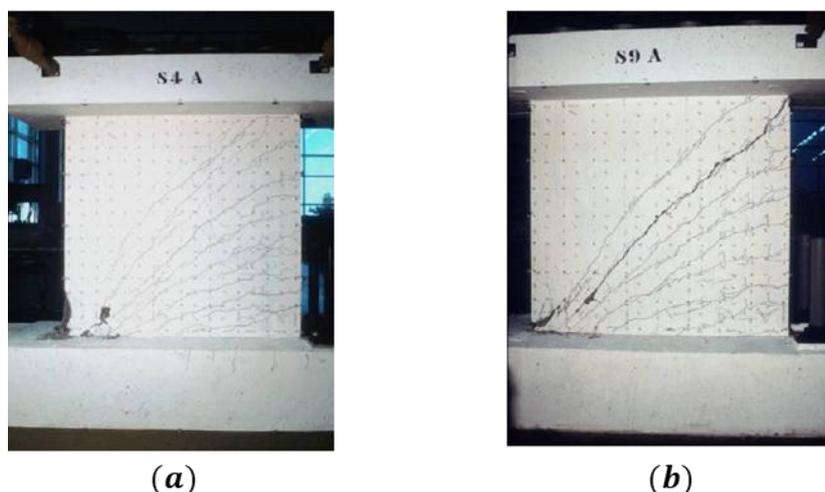


Figure I.21. Rupture des voiles (a) S4 et (b) S9 [Maier et Thurlimann (1985)].

[Sittipunt et Wood (1996), Somboon et al. (2007)] ont fait une étude analytique pour évaluer l'influence du ferrailage diagonal sur le comportement du voile soumis à un chargement cyclique. Cinq voiles en béton armé avec des sections transversales en I ont été considérés par [Somboon et al. (2007)] avec des résistances à la compression allant de 27,3 à 40,3 MPa. Le même rapport de renforcement a été utilisé mais avec différentes répartitions (présence de renforcement diagonal avec ou sans les renforcements vertical et horizontal). Ils ont montré que la rupture du voile conventionnellement renforcé a été due à l'écrasement de son âme avec une chute brutale de la capacité portante, tandis que la rupture des voiles renforcés avec des armatures diagonales dans l'âme a été plus ductile. Ils ont aussi conclu que le renforcement diagonal réduit les contraintes de cisaillement près de la base du voile, les déformations par cisaillement de 20% et améliore la capacité de dissipation d'énergie.

[Rothe (1992)] a étudié la performance des quatre voiles (T01, T04, T10 et T11) de sections transversales rectangulaires et en T sous comportement statique monotone, statique cyclique et dynamique. Tous les voiles ont été testés en tant que voiles en porte-à-faux. La disposition des renforts était la même sauf pour l'éprouvette T04 où aucun renfort horizontal n'était prévu.

La rupture du voile T01 est due à la rupture des armatures verticales tandis que la rupture du voile T04 est due à la tension diagonale. Les deux voiles ont été testés sur une table à secousse. Le voile T10, soumis à un essai cyclique statique, représente un cisaillement par glissement. Le voile T11 a été soumis à un rapport de force axiale de compression de 0,07 ; sa rupture était en compression diagonale. Les auteurs ont conclu qu'un mode de rupture de cisaillement par glissement ne se produirait pas dans les essais dynamiques car la résistance au cisaillement par glissement dynamique était considérée comme significativement supérieure à celle du cas statique.

[Barkhordari et Tehranizadeh (2021)] ont généré une base de données formée de 150 voiles en béton armé testés expérimentalement, par une technique hybride basée sur la méthode du réseau de neurones artificiels (ANN). Cette technique a été utilisée pour prédire la relation entre les réponses des voiles en béton armé soumis au cisaillement et des variables d'entrée. La base de données correspond à des voiles en béton armé soumis au cisaillement ayant différentes configurations géométriques et matérielles, et qui sont disponibles dans la littérature. Elle comprend onze paramètres comme variables d'entrée indépendantes. Ces paramètres regroupent ceux qui sont liés à la géométrie du voile, aux propriétés du matériau (béton) et au pourcentage de renforcement. Huit réponses sont aussi considérées comme le moment fléchissant à la base du voile, la force maximale et la déformation normale dans le sens horizontal, etc.

Par ailleurs, d'autres chercheurs ont modélisé des voiles en béton armé soumis au cisaillement. Le but principal était de valider la capacité de la modélisation numérique à reproduire les résultats obtenus par des essais expérimentaux.

[Mang (2016)] a appliqué son modèle développé de liaison acier-béton dans la modélisation en 3D d'un voile soumis uniquement au cisaillement monotone. Son modèle a été comparé à celui d'une liaison parfaite acier-béton pour montrer son efficacité à la reproduction de la loi de comportement du béton obtenue expérimentalement. Le voile de dimensions 4,2 m x 1,05 m x 0,15 m a été testé dans le cadre du projet national de recherche CEOS.fr. [Marc et al. (2013)] ont modélisé numériquement en 2D ce même voile pour comparer entre l'efficacité de deux lois d'endommagement (Mazars [Mazars (1986)] et Damage\_TC [Faria et al. (1998), Faria et Olivier (1993)]).

[Thomson et al. (2009)] ont proposé un nouveau modèle simplifié pour simuler l'endommagement des voiles courts en béton armé soumis au cisaillement sous des charges latérales (sans charge de compression). Ce modèle est développé dans deux cas de chargement : monotone et cyclique. Pour le voile avec chargement monotone, le rapport d'élançement, l'épaisseur du voile, la résistance à la compression et les rapports de renforcement horizontal et vertical sont fixes mais sont différents du cas du voile avec chargement cyclique.

[Dubé (1997)] a proposé de montrer la pertinence de la « modélisation 1,5D » qui est une modélisation multicouche basée sur la théorie de Navier-Bernouilli et intégrant le cisaillement par la définition de poutre Timoshenko. Le voile considéré était en béton armé de dimensions 750 mm x 750mm x 180 mm et soumis aux fortes sollicitations de cisaillement.

[Hemsas et al. (2009)] ont élaboré une stratégie de modélisation simplifiée basée sur la notion de macroélément afin de décrire le comportement non linéaire du voile et d'obtenir sa résistance vis-à-vis des forces latérales. La modélisation présentée par les auteurs a consisté en une analyse en poussée progressive (pushover, chargement latéral monotone), méthode généralement utilisée afin d'évaluer de façon globale la capacité de la structure, où les lois constitutives de comportement non linéaire pour le béton et l'acier sont basées sur la théorie de la plasticité. Une comparaison a été conduite entre les résultats analytiques du modèle obtenus par l'analyse (pushover) et les résultats des essais réalisés par [Thomsen et Wallace (1995)], sur des voiles en béton armé soumis au cisaillement avec une force verticale de compression constante. Le voile testé est rapporté dans [Orakcal et al. (2004)] et ayant une hauteur de 3,66 m et une section rectangulaire 1,22 m x 102 mm.

[Hemsas et al. (2009)] ont aussi réalisé une étude paramétrique pour identifier la sensibilité des résultats aux changements des paramètres liés au modèle, au matériau et au type de chargement. Pour les paramètres liés au matériau, six paramètres ont été choisis pour cette analyse, parmi lesquels le module de Young, la résistance à la compression et à la traction du béton. L'étude paramétrique a été effectuée en utilisant trois valeurs de chacun de ces paramètres. Les résultats ont montré que la sensibilité de la réponse globale du modèle à la variation des paramètres liés à la compression du béton est moins importante que celle due aux variations des paramètres décrivant le comportement du béton en traction.

Les études qui ont pris en compte l'effet de la variabilité (y compris la variabilité spatiale) des propriétés du béton sur le comportement d'un voile soumis au cisaillement sont très rares ou même absentes. L'objectif de notre étude est ainsi d'intégrer la variabilité spatiale du béton dans des modèles d'endommagement mécanique et d'étudier son effet sur le comportement à la rupture des voiles.

## I.5. Conclusion

L'END des propriétés du béton nécessite d'être fiabilisée en contrôlant les facteurs inhérents à la méthodologie (nombre et positions des carottes et des mesures CND ; la qualité de mesure (bruit de mesure) ; le type et la combinaison des techniques CND nécessaires pour cette évaluation ; le processus d'identification des modèles de conversion).

En général, l'END est réalisée à partir des modèles identifiés par des méthodes de régression linéaire ou multiple. L'approche d'identification des modèles peut être améliorée en utilisant des modèles physiques existants dans la littérature pour mieux expliquer le comportement du matériau. Ces modèles doivent subir un processus de calibration qui prend en compte les facteurs affectant la qualité de l'évaluation comme le nombre des carottes et la qualité de mesure.

La combinaison des techniques CND est demandée pour l'END simultanée de deux ou plusieurs propriétés du béton. Plusieurs modèles de conversion sont trouvés dans la littérature reliant entre la vitesse des ondes ultrasonores, la résistivité électrique et la permittivité diélectrique avec le degré de saturation et la porosité. Ce sont les observables CND les plus complémentaires dépendant de ces deux propriétés physiques. Peu d'études ont pris en compte ce type d'END surtout en utilisant des modèles analytiques et en tenant compte des plusieurs facteurs influençant (type de combinaison CND, nombre de mesures, qualité de mesure). La caractérisation de la variabilité spatiale du béton par CND en présence de ces facteurs est aussi rarement réalisée. Dans ce contexte, ces études doivent être considérées.

La variabilité spatiale du béton a un effet important sur le comportement des structures en béton armé. Elle a été couramment intégrée dans la modélisation mécanique avec une application sur des structures en traction ou en flexion. Elle mérite ainsi d'être intégrée dans la modélisation mécanique d'une structure soumise au cisaillement (par exemple un voile en béton armé).

### II.1. Introduction

Le processus d'identification des modèles de conversion constitue la première étape principale pour l'évaluation non-destructive des propriétés du béton [Garnier (2012), RILEM TC 43-CND (1993)]. Cela est dû à l'absence d'un modèle universel applicable pour tous les types de béton [Breysse (2012)]. Un modèle de conversion est souvent une expression analytique de régression reliant les observables CND et les indicateurs mécaniques (résistance à la compression, module de Young, etc.) et/ou physiques (porosité, degré de saturation, teneur en eau, etc.) du béton qui sont utiles pour le diagnostic de la durabilité et de la performance des ouvrages en béton armé [Breysse et al. (2018), Villain et al. (2014), Nguyen (2014), Sbartai et al. (2009)].

Deux approches d'identification de modèle ont été généralement utilisées dans la littérature :

- l'approche de régression où le modèle identifié a une forme spécifique (linéaire ou non linéaire, modèles de puissance) [Montgomery et Runger (2018), Ross (2009), DeCoursey (2003), RILEM TC 7- NDT (1977), IAEA (2002), ACI 228.1R (2003), EN 13791 (2007)],
- l'approche de calibration où un modèle proposé « a priori » est ajusté (calibré) avec les données expérimentales [Knaze et Beno (1984), EN 13791 (2007), Kheder (1999), Breysse (2012), Breysse et al. (2017), Pucinotti (2015)].

Les deux méthodes disponibles de la calibration utilisent soit une nouvelle régression sur les données, soit un facteur de décalage ( $\Delta$  – *method*) ou un facteur multiplicateur ( $K$  – *method*) [Proverbio et Venturi (2005), Rojas-Henao et al. (2012), D'Ambrisi et al. (2008)]. Alors que dans ce chapitre, une nouvelle approche de ce processus de calibration est proposée et va être présentée.

La calibration consiste à déterminer les coefficients des modèles de conversion qui minimisent l'erreur entre ces modèles et les données (mesures) expérimentales. Pour des raisons économiques, il est impossible pratiquement de réaliser une grande campagne

expérimentale pour identifier tous les paramètres du modèle de conversion correspondant au béton étudié [Villain et al. (2018)]. Dans cette situation, un modèle issu de la littérature (ou des bases de données existantes) peut être adapté, ce qui est le cas de notre étude. Dans ce même contexte, l'utilisation des prélèvements reste indispensable dans la phase d'identification du modèle de conversion. Les indicateurs ne peuvent pas être déduits seulement des valeurs observables CND. En même temps, la validation du modèle calibré reste nécessaire. L'objectif par la suite est de minimiser le nombre de prélèvements en les utilisant d'une part pour la calibration et d'autre part pour la validation des modèles in situ.

Rappelons que notre étude concerne l'END de  $\Phi$  et  $S_r$  qui sont deux indicateurs complémentaires et indispensables aux modèles de durée de vie permettant de prédire l'avancement d'une dégradation physico-chimique d'une structure en béton armé [Sbartai (2012a), Issaadi et al. (2017a), Wang et al. (2017), Garnier et al. (2013)]. Pour cela, dans ce chapitre, nous présentons à la première étape de cette évaluation, la calibration des modèles de conversion en tenant compte du fait que les observables CND sélectionnés dépendent de ces deux indicateurs. Nous présenterons ultérieurement dans le chapitre III, la deuxième étape de cette étude qui sert à utiliser ces modèles de conversion calibrés dans l'évaluation de ces deux propriétés dans un processus d'inversion avec ou sans combinaison des observables CND.

Dans ce chapitre, nous exposons d'abord les différents observables CND choisis avec les modèles de conversion correspondants. Puis, la base de données expérimentales qui va être utilisée dans la calibration de ces modèles est présentée. Ensuite, nous détaillons l'approche numérique proposée qui a été réalisée pour calibrer et valider ces modèles. L'étude montre aussi l'effet du nombre de mesures et du bruit de mesure sur cette approche. Le chapitre se termine par une conclusion sur les différents aspects observés et validés.

## II.2. Modèles de conversion retenus

La première étape de la calibration consiste à choisir les méthodes CND et les modèles de conversion correspondants.

Trois observables CND tels que la permittivité diélectrique, la résistivité électrique et la vitesse ultrasonore sont sélectionnés à cause de leurs dépendances vis-à-vis de  $\Phi$  et  $S_r$  comme exposé dans la section I.2.2 du chapitre I. Les modèles de conversion qui sont considérés pour

évaluer les deux propriétés  $\Phi$  et  $S_r$ , en se basant sur des mesures de ces types de CND, sont des modèles empiriques analytiques disponibles dans la littérature (modèles de la permittivité et de la résistivité) à l'exception du dernier modèle concernant la vitesse ultrasonore qui a été construit par analogie au modèle de la permittivité.

Le premier est un modèle de loi de mélange permettant de calculer la permittivité " $\varepsilon$ " d'un matériau multiphasique comme le béton. C'est le modèle volumique d'indice de réfraction complexe (Complex Refractive Index Model (CRIM) [Tsui et Matthews (1997), Adous (2006), Salin et al. (2014)]) qui prend en compte les trois phases du béton. Il est décrit par l'équation (II.1).

$$\varepsilon^p = (1 - \Phi) * \varepsilon_{(s)}^p + \Phi * S_r * \varepsilon_{(e)}^p + \Phi * (1 - S_r) * \varepsilon_{(a)}^p \quad (\text{II.1})$$

où " $\varepsilon$ " est la permittivité du mélange (sans unité) qui peut être mesurée par la technique capacitive ou le radar [Balayssac et al. (2012), Laurens et al. (2007), Dérobert et al. (2008)],  $\varepsilon_{(s)}$  est la permittivité de la phase solide (granulats et pâte de ciment),  $\varepsilon_{(a)}$  est la permittivité de la phase gazeuse ( $\varepsilon_{(a)} = 1$  [Tsui et Matthews (1997)]),  $\varepsilon_{(e)}$  est la permittivité de la phase liquide ( $\varepsilon_{(e)} = 75$  selon [Salin et al. (2014)]) et  $p$  est un coefficient constant.

Le deuxième modèle est la loi d'Archie [Archie (1942)] qui permet de déterminer la résistivité électrique ( $\rho$ ) sur la base de l'équation (II.2).

$$\rho = a * \rho_e * \Phi^{-m} * S_r^{-n} \quad (\text{II.2})$$

où  $\rho_e$  est la résistivité de l'eau interstitielle ( $\rho_e = 1 \Omega.m$  [Hunkeler (1996)]),  $a$ ,  $m$  et  $n$  sont des paramètres dépendant du matériau et identifiés sur la base de données expérimentales.

Le troisième modèle est proposé sur la base du modèle CRIM et permet de prendre en compte l'influence de la nature et de la fraction volumique des composantes du béton (granulats et pâte) sur la vitesse des ondes ultrasonores UPV :

$$UPV^r = f_{ag} * UPV_{(ag)}^r + (1 - f_{ag} - \Phi) * UPV_{(s)}^r + \Phi * S_r * UPV_{(e)}^r + \Phi * (1 - S_r) * UPV_{(a)}^r \quad (\text{II.3})$$

où  $UPV$ ,  $UPV_{(ag)}$ ,  $UPV_{(s)}$ ,  $UPV_{(e)}$  et  $UPV_{(a)}$  sont les vitesses ultrasonores du béton, des granulats, de la phase solide de la pâte de ciment, l'eau et l'air respectivement.  $f_{ag}$  est la fraction volumique des agrégats et " $r$ " est un coefficient constant.  $UPV_{(e)}$  et  $UPV_{(a)}$  sont pris égaux à 1500 et 350 m/s respectivement [Sleiman et al. (2013), Allan (2002)].

### II.3. Bases de données expérimentales

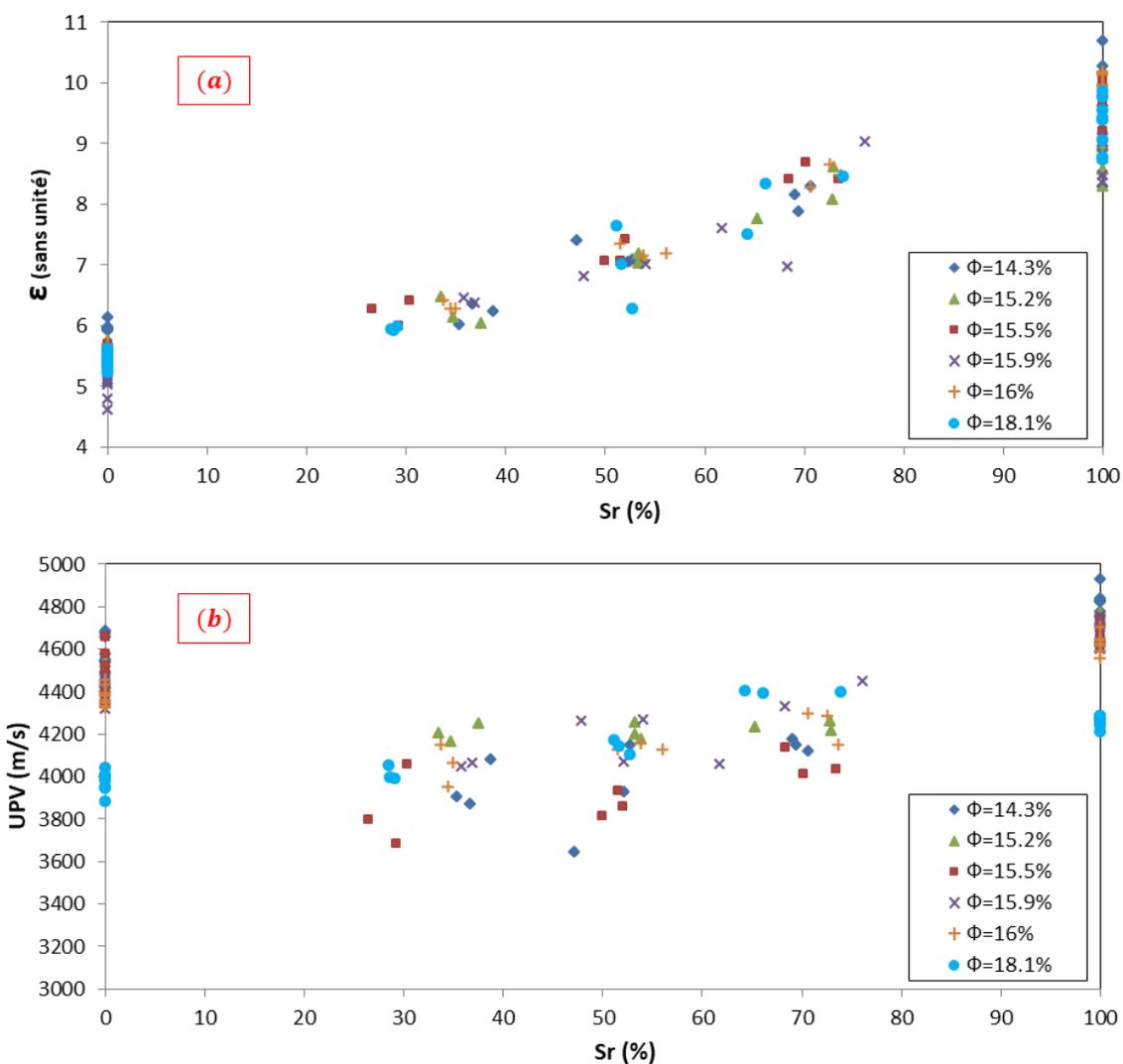
Les données expérimentales nécessaires pour réaliser le processus de calibration dans cette étude, sont obtenues à partir d'une partie d'une large campagne expérimentale réalisée dans le cadre du projet de recherche français ANR-SENSO [SENSO (2009)]. Des tests ont été effectués sur des dalles de 50 cm x 25 cm x 12 cm fabriquées par six mélanges différents avec des agrégats siliceux (0-14 mm) et différents rapports eau/ciment (E/C) [Balayssac et al. (2012), SENSO (2009), Sbartai et al. (2012b)]. Des mesures CND ont été effectuées sur toutes les dalles (échantillons pour chaque mélange tels que présentés dans le tableau II.1 et la figure II.1). La porosité et la résistance à la compression (à 28 jours) ont été déterminées par des essais destructifs (carottes de 60 mm de diamètre et 120 mm de hauteur) suivant les recommandations de l'AFPC-AFREM [Balayssac et al. (2012), SENSO (2009)].

Trois séries d'essais pour différents degrés de saturation  $S_r$  sont considérées : la première correspond à un séchage à l'étuve ( $S_r = 0\%$ ) des échantillons jusqu'à une masse constante (dans ce cas, la mesure est principalement affectée par la porosité). Après cela, la deuxième série concerne une condition saturée ( $S_r = 100\%$ ) par une absorption capillaire des échantillons jusqu'à une masse constante. Des mesures sur 8 dalles pour chaque mélange sont effectuées pour la première et la deuxième série. Enfin, différents degrés de saturation intermédiaires (40 % ; 60 % et 80 %) sont visés dans chaque mélange afin d'évaluer l'effet de différents degrés de saturation. La teneur en eau a été homogénéisée en scellant les dalles et en les plaçant dans un four à une température de 70°C pendant trois mois. L'ensemble des données de chaque mélange de béton est présenté dans le tableau II.1. La résistance moyenne à la compression ( $f_{cm}$ ) à l'état sec et la porosité moyenne ( $\Phi_m$ ) du béton sont également indiquées pour les six gâchées. Les méthodes CND utilisés sont les ultrasons, la résistivité électrique, le radar et la méthode capacitive. La plage de variation des  $UPV$ ,  $\rho$  et  $\varepsilon$  en fonction de  $S_r$  dans chaque mélange est détaillée dans le tableau II.1. De même, la figure II.1 montre l'ensemble de données expérimentales considérées sous la forme des mesures CND en fonction des mesures de  $\Phi$  et  $S_r$ . Il est important de noter que le choix de ces données expérimentales revient au fait qu'elles couvrent une large gamme des valeurs de  $\Phi$  et  $S_r$ , de même une large gamme de types de béton correspondant à un champ d'application assez large.

Tableau II.1. Résumé des résultats expérimentaux avec six mélanges de béton [Balayssac et al. (2012), SENSO (2009)]

Nom Dataset	E/C	f <sub>cm</sub> (MPa)	Sr (%)	Φ <sub>m</sub> (%)	UPV (m/s)*	ε*	ρ (Ω.m)*
G2	0,47	55,6	0 - 100	14,3	3641-4928	6,07 -10,69	156-3260
G3	0,59	46,0	0 - 100	15,5	3683-4747	5,79-10,07	115-4616
G5	0,57	43,3	0 - 100	15,2	4164-4769	5,83-9,63	99-2083
G7	0,63	44,3	0 - 100	15,9	4047-4755	5,72-9,12	121-2308
G8	0,9	27,5	0 - 100	18,1	3882-4403	5,75-9,86	85-3316
G3a	0,57	45,8	0 - 100	16,0	3949-4703	5,95-10,17	106-2795

\*intervalle des valeurs



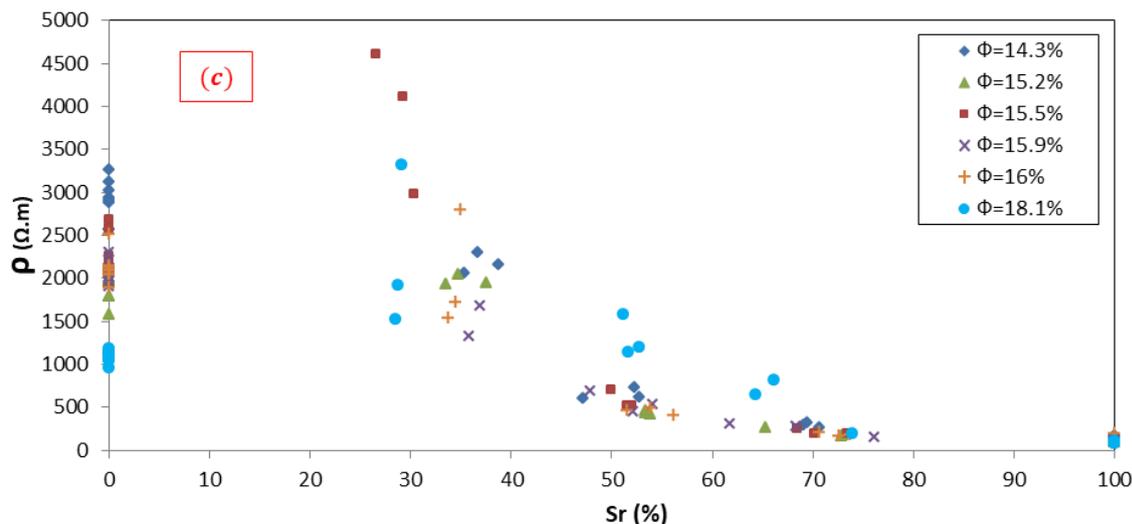


Figure II.1. Base de données expérimentales : évolution de (a) la permittivité, (b) la vitesse ultrasonore et (c) la résistivité en fonction de  $\Phi$  et  $S_r$

#### II.4. Description de l'approche suivie pour la calibration

Plusieurs sources d'incertitudes regroupées en deux catégories influent sur la qualité de la calibration [Sbartai (2012a), Breyse et al. (2008b)]. La première, concernant les incertitudes liées au modèle de conversion (incertitude épistémique), comprend (1) le nombre de mesure (CND et prélèvements), (2) la forme mathématique du modèle et (3) la méthode de calibration. La seconde concerne les incertitudes de mesure (incertitude aléatoire), on peut citer (1) le choix des méthodes CND et les propriétés du béton correspondant, (2) la qualité de mesure et (3) l'ensemble des données avec lesquelles le modèle identifié sera validé. N'oublions pas de mentionner que dans ces deux catégories, des incertitudes liées à des facteurs non-contrôlés comme les conditions d'exposition (température, humidité) et les caractéristiques du mélange du béton (nature du ciment, taille et forme des agrégats, etc) peuvent influencer les résultats [Breyse et al. (2007)]. Ce type d'incertitudes n'a pas été considéré dans cette étude. Nous prenons l'hypothèse que ces incertitudes sont corrigées dans la procédure de calibration ou intégrées dans les erreurs propagées dans le processus complet d'identification des modèles. Seul l'effet de deux facteurs tels que le nombre de mesures et leurs incertitudes liées à leurs qualités de mesure, est étudié du fait que la base des données expérimentale sélectionnée est large et que le choix des modèles de conversion est précisé et présenté dans la section II.2. Pour cette raison, une approche de calibration est développée par des simulations de type Monte-Carlo qui sont mises en œuvre pour analyser sa validité et la

qualité de la calibration. Le paramètre statistique utilisé dans cette analyse est l'erreur quadratique moyenne EQM [Alwash (2017), Chai et Draxler (2014)].

La figure II.2 présente l'organigramme de cette approche. Les différentes étapes de la démarche adoptée sont :

-Etape 1 : L'ensemble de données expérimentales de  $S_r$  (pour  $S_r \neq 0$ ) et  $\Phi$  avec les observables CND correspondant ( $UPV$ ,  $\rho$  et  $\varepsilon$ ), présentées dans la section II.3, est collecté ;

-Etape 2 : L'incertitude de mesure est en lien ici avec la répétabilité des mesures CND. Elle est simulée par un bruit ' $\xi$ ' généré aléatoirement et ajouté aux valeurs en considérant une distribution gaussienne avec une moyenne  $\mu_\xi$  nulle et un coefficient de variation  $COV_\xi$  de 0% ; 2% ou 5%. Ainsi, les valeurs CND expérimentales correspondent à :  $CND_{i,\text{bruit}} = (1 + \xi_i) \times CND_{i,\text{mesuré}}$ , où  $i$  est l'indice de 1 au nombre total de mesures ( $NM=100$ ). Les valeurs 2% et 5% sont choisies dans la littérature [Sbartai et al. (2012a), Alwash et al. (2015)]. Ces valeurs se réfèrent à la répétabilité des mesures de  $UPV$ . De plus, nous avons supposé que si les trois techniques non destructives ont une même qualité, elles ont donc la même valeur de bruit de mesure en termes de coefficient de variation. Par conséquent, les valeurs choisies de bruit de mesure de la permittivité et de la résistivité sont également de 2% et 5%. En outre, nous avons également considéré que la comparaison des résultats avec et sans bruit de mesure est nécessaire. Pour cette raison, une valeur nulle du bruit de mesure a également été choisie. Les valeurs 0 ; 2 et 5% signifient respectivement une parfaite, moyenne et mauvaise qualité de mesure.

-Etape 3 : Dans le cadre d'une démarche suffisamment pratique et dont le but est d'optimiser le nombre de mesures, un nombre réduit de mesures (NR) est sélectionné aléatoirement parmi l'ensemble des données collectées à l'étape 1 ; Ensuite, les paramètres du modèle (équations (II.1), (II.2) et (II.3)) sont identifiés avec une base réduite de NR mesures ( $3 < NR < 20$ ). Les paramètres identifiés sont :

- $UPV_{(s)}$ ,  $UPV_{(ag)}$  et  $r$  pour le modèle UPV;
- $\varepsilon_{(s)}$  et  $p$  pour le modèle de la permittivité;
- $a$ ,  $m$  et  $n$  pour le modèle de la résistivité.

Ces paramètres sont déterminés par la minimisation de l'erreur quadratique moyenne EQM (équation (II.4)) entre les NR valeurs des observables CND expérimentaux et celles estimés par le modèle correspondant (équations (II.1), (II.2) et (II.3)).

$$EQM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{NR} (CND_{(exp)} - CND_{(mod)})^2}{NR}} \quad (II.4)$$

On peut noter ici que la démarche de la calibration est différente des recommandations RILEM [RILEM TC 43-CND (1993)] puisqu'elle a été réalisée sur des modèles de conversion analytiques non-linéaires multidimensionnels et de formes différentes. Nous n'avons pas utilisé les méthodologies existantes pour l'identification de ces modèles comme les méthodes de régression [Montgomery et Runger (2018), Ross (2009), DeCoursey (2003)], de calibration par  $\Delta$  – *method* ou  $K$  – *method* [Knaze et Beno (1984), EN 13791 (2007), Kheder (1999)]. Cette minimisation a été réalisée par la fonction d'optimisation sous Matlab, outil de résolution de programmation non linéaire qui choisit l'algorithme d'optimisation le plus adapté parmi les cinq algorithmes suivants : Trust-region-reflective [Coleman et Li (1996)], interior-point [Wright (2005)], Sequential quadratic programming SQP [Gill et al. (2005)], SQP-legacy [Gill et al. (2005)] et active set [Hager et Zhang (2006)].

-Etape 4 : c'est l'étape de validation des modèles calibrés. La calibration est testée en choisissant aléatoirement NR mesures parmi les valeurs restantes « NM-NR » non utilisées dans l'étape de la calibration (étape3). « NM-NR » varie donc entre 97 (pour NR=3) et 80 (pour NR=20). Les valeurs CND estimées sont prédites à l'aide des modèles de conversion avec les paramètres identifiés à l'étape 3, puis l'EQM est à nouveau calculée entre les valeurs CND expérimentales et estimées.

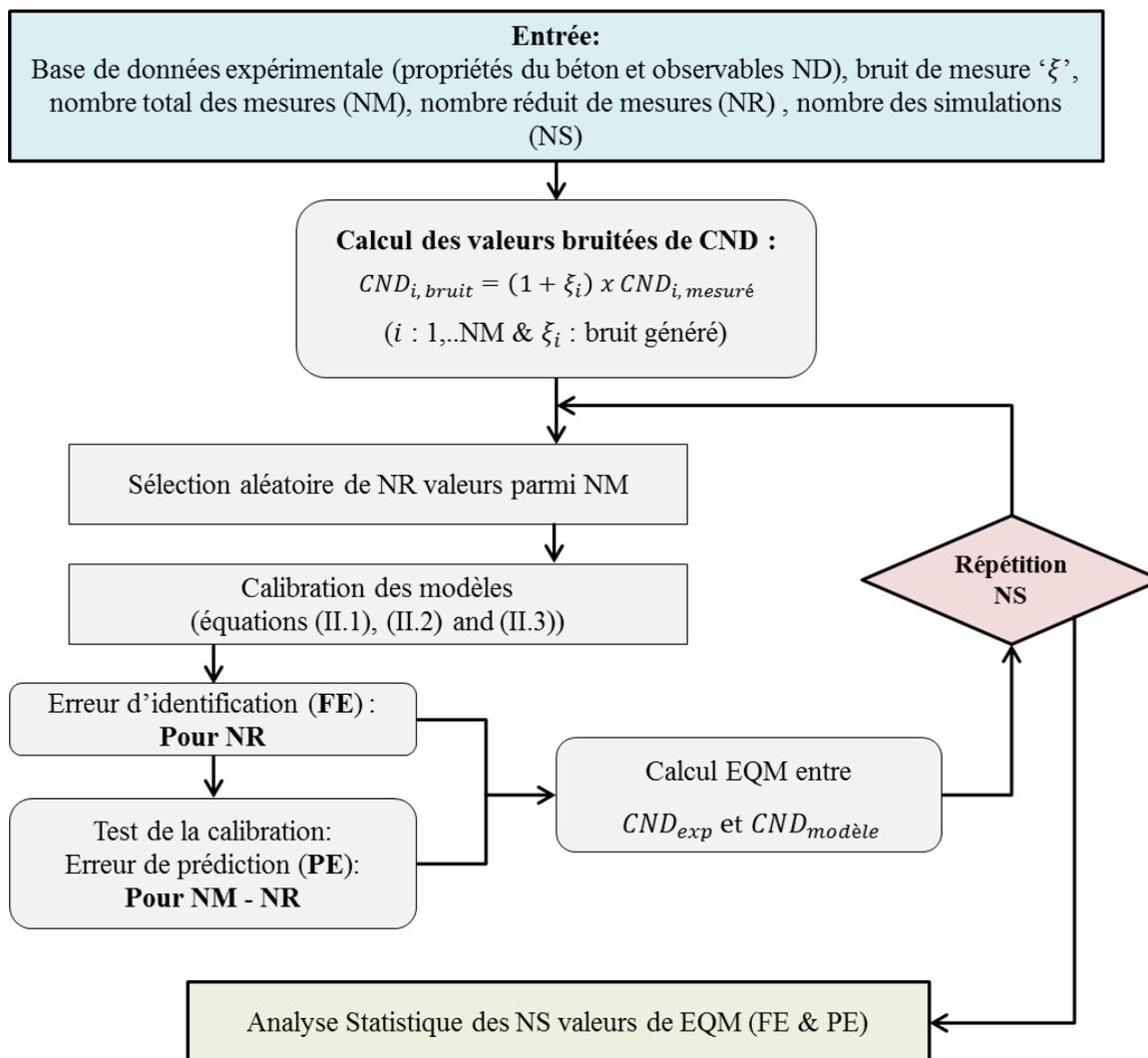


Figure II.2. Organigramme de l'approche de calibration

En raison de la génération aléatoire du bruit de mesure et de la sélection aléatoire du nombre NR, ce processus numérique a été répété pour un nombre de simulations (NS) de 250. Ce NS sélectionné présente un compromis pour produire rapidement et efficacement des résultats suffisamment stables.

Deux valeurs EQM sont calculées. La première, concernant NR pour l'étape de la calibration (étape 3) obtenue par minimisation, quantifie l'erreur d'identification (FE). La seconde, obtenue par calcul direct sur les « NM-NR » mesures (étape 4), quantifie l'erreur de prédiction (PE). L'erreur PE permet de quantifier la capacité de cette calibration à prédire les valeurs exactes de CND en tenant compte de l'incertitude et du nombre de mesures [Ali-Benyahia et al. (2017), Alwash et al. (2015)]. Cette erreur reflète la qualité de la calibration et permet, par sa comparaison avec une valeur cible acceptable sur l'EQM, de valider ou rejeter un modèle

de conversion. Il faut noter que l'approche numérique adoptée ici pour la calibration est légèrement différente de celle utilisée dans les études [Ali-Benyahia et al. (2017) et Alwash et al. (2015)] portant sur l'évaluation non-destructive directement de la résistance à la compression du béton en utilisant des modèles identifiés par régression. Or, nous avons adapté ces notions (d'identification et de prédiction) pour la calibration des modèles ayant la forme  $CND=f(\text{propriétés du béton})$ . L'objectif est donc la minimisation de l'erreur entre les valeurs  $CND$  du modèle et expérimentales afin d'inverser ces modèles par la suite, dans une deuxième étape, pour estimer les propriétés du béton. Cette étape constitue le but du chapitre III.

L'approche numérique présentée dans ce chapitre est concentrée sur la calibration des modèles de la permittivité, de la résistivité et de la vitesse ultrasonore qui sont fonction de  $\Phi$  et  $S_r$ , mais une procédure similaire pourrait très bien être suivie pour d'autres types de  $CND$ -propriétés bétons et d'autres formes de modèles de conversion.

#### Résultats des cas simulés par l'approche de calibration proposée : Exemples des cas où $NR=3$ et $NR=20$

Pour des raisons de concision, tout en gardant un caractère général des constatations qui vont suivre, seuls les deux cas de  $NR=3$  et  $NR=20$  sont choisis ici comme exemples afin de montrer les résultats de l'approche de la calibration et pouvoir faire une comparaison globale entre ces deux cas. De chacune des NS (ici 250) simulations, découle un nouveau jeu de paramètres. Le tableau II.2 résume les valeurs moyenne et écart-type des NS simulations des paramètres calibrés avec  $\xi=0\%$  (sans bruit) et un ensemble de données réduit aléatoirement à  $NR$  (3 ou à 20) mesures parmi NM. La valeur de chacun des paramètres est dans la marge autorisée :

- $0,5 < a < 3$  ;  $1,3 < m < 2,5$  et  $2 < n < 3$  [Nguyen (2014)] pour le modèle de la résistivité ;
- $4 < \varepsilon_{(s)} < 8$  et  $p = 0,5$  [Adous (2006), Tsui et Matthews (1997), Sbartai et al. (2006)] pour le modèle de la permittivité ;

Pour le modèle UPV, les vitesses dans la phase solide de la pâte de ciment  $UPV_{(s)}$  et dans les granulats  $UPV_{(ag)}$  sont de l'ordre de  $5000 \text{ m/s}$  [Salin et al. (2014)]. Sur la base de ces premiers résultats et de ce qui est disponible dans la littérature, les modèles de conversion

correspondants peuvent être considérés comme validés avec les valeurs des paramètres identifiées (tenant compte de leurs incertitudes présentées au Tableau II.2).

**Tableau II.2. Synthèse de la calibration des modèles: cas où  $\xi = 0\%$**

**Paramètres du modèle de la résistivité**

NR	$a$	$m$	$n$	EQM ( $\Omega.m$ )
3	$1,84 \pm 0,66$	$2,05 \pm 0,49$	$2,48 \pm 0,46$	$87,43 \pm 59,07$
20	$2,18 \pm 0,23$	$2,17 \pm 0,22$	$2,72 \pm 0,08$	$222,64 \pm 5,12$

**Paramètres du modèle de la permittivité**

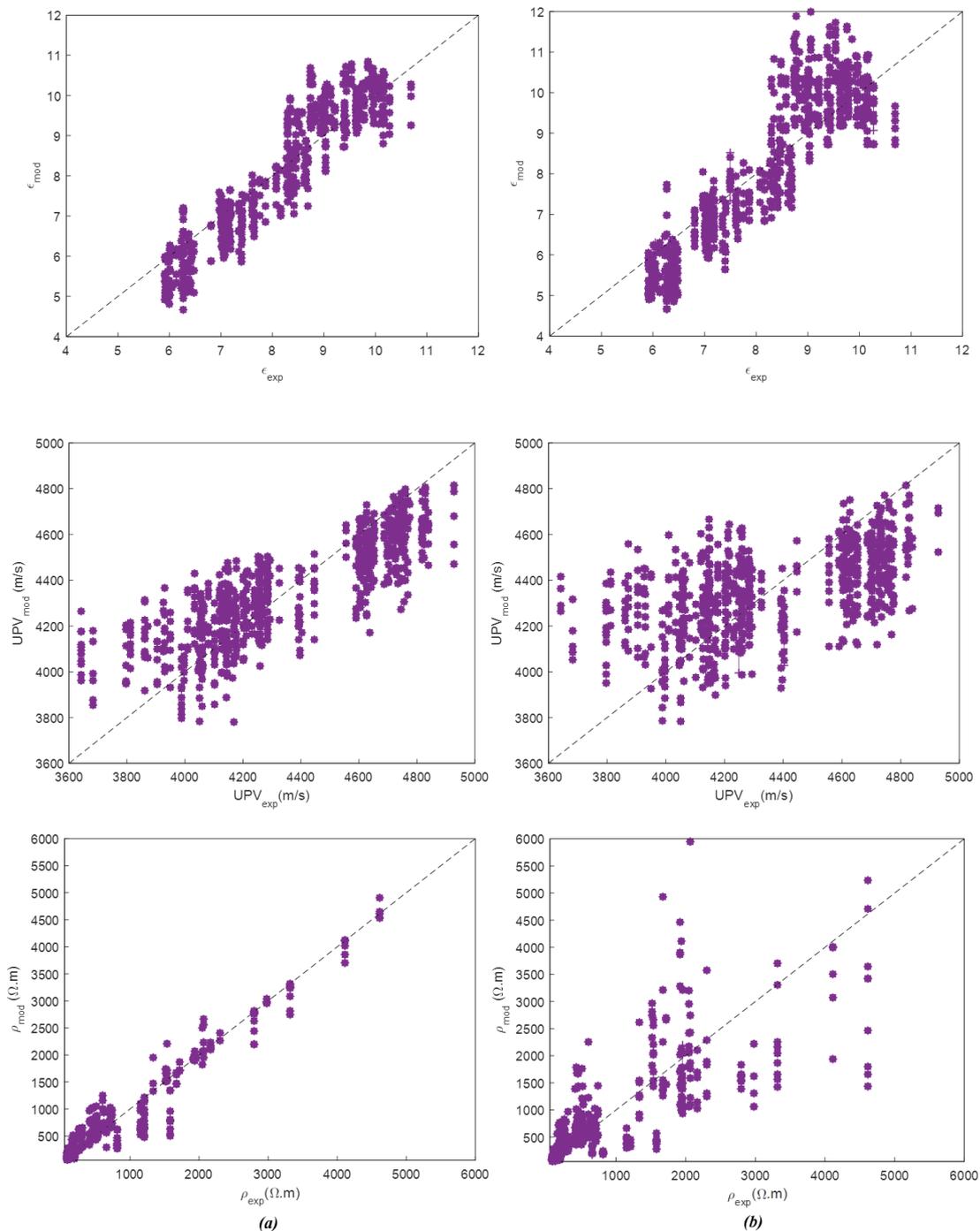
NR	$\varepsilon_{(s)}$	$p$	EQM (sans unité)
3	$4,61 \pm 0,35$	0,50	$0,50 \pm 0,17$
20	$4,44 \pm 0,14$	0,50	$0,74 \pm 0,01$

**Paramètres du modèle de UPV**

NR	$UPV_{(s)}(m/s)$	$UPV_{(ag)}(m/s)$	$r$	EQM ( $m/s$ )
3	$5025,61 \pm 25,14$	$5210,02 \pm 192,64$	0,50	$158,70 \pm 53,19$
20	$5026,27 \pm 8,41$	$5213,36 \pm 64,81$	0,50	$218,40 \pm 4,14$

Les figures II.3 et II.4 présentent les valeurs numériques estimées  $UPV$ ,  $\rho$  et  $\varepsilon$  versus celles expérimentales pour les NS simulations obtenues lors des étapes de la calibration et de la validation sans bruit de mesures (avec  $\xi=0\%$ ). Chaque point correspond à NR=3 (figure II.3) ou NR=20 (figure II.4) mesures choisies aléatoirement parmi NM=100 et parmi (NM-NR) = 97 et (NM-NR) = 80 respectivement. Dans les deux figures, l'évolution des valeurs  $CND$  estimées sont distribuées autour de la bissectrice non seulement à l'étape de l'identification comme prévu (figures II.3(a) et II.4(a)), mais également à l'étape de la prédiction (figures II.3(b) et II.4(b)) indiquant que les modèles  $CND$  calibrés sont validés avec un autre ensemble de mesures non utilisées dans le processus de calibration. La principale différence

entre ces deux figures est que la dispersion des valeurs CND à l'étape de la prédiction (figures II.3(b) et II.4(b)) est plus importante avec un nombre très réduit de mesure (NR=3). La section suivante est consacrée à l'approfondissement de l'analyse de cet effet de NR et du bruit de mesure  $\xi$ .



**Figure II.3. Valeurs estimées de  $\epsilon$ , UPV et  $\rho$  versus celles expérimentales obtenues pour NR = 3 et  $\xi = 0\%$   
(a) calibration et (b) validation**

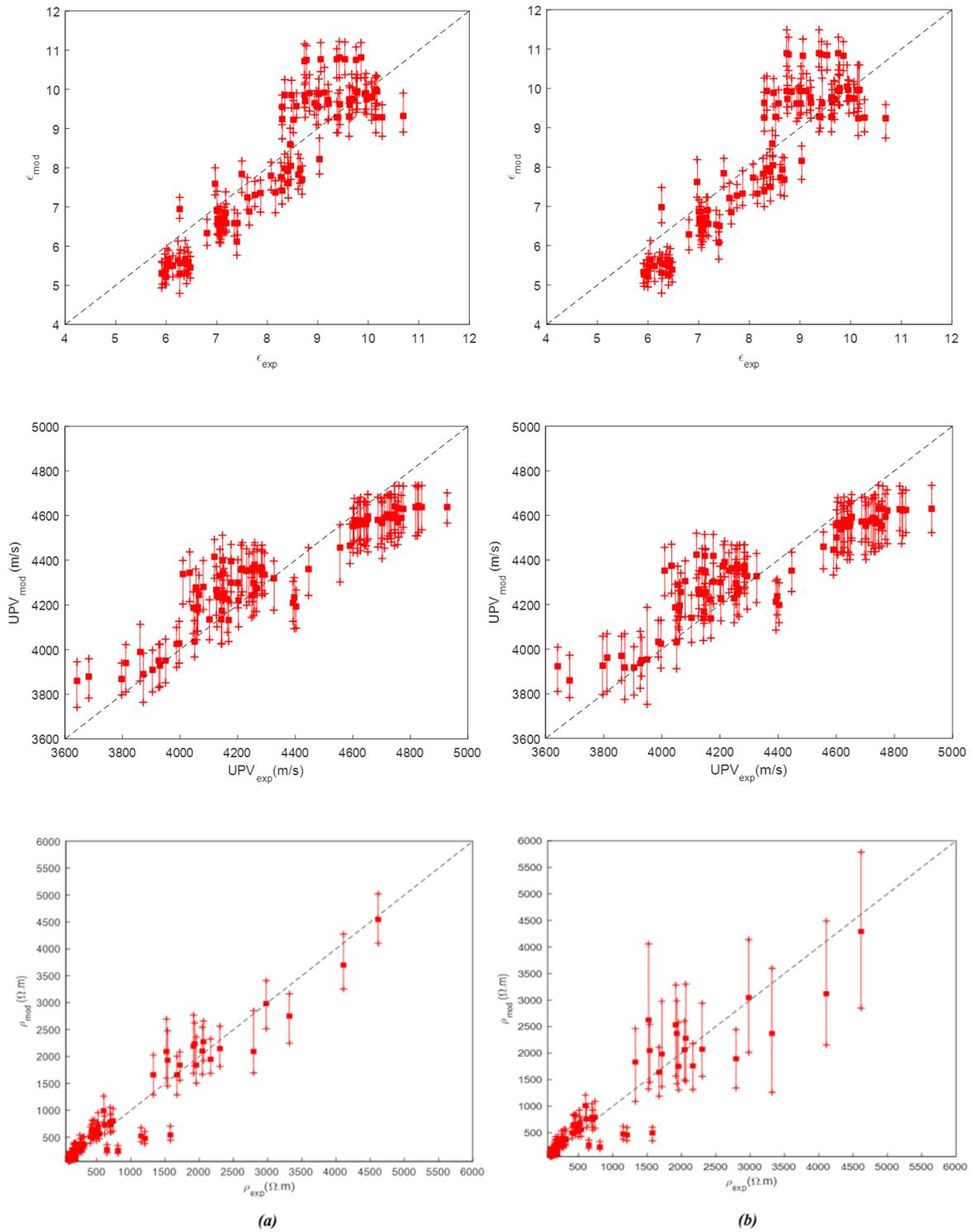


Figure II.4. Valeurs estimées de  $\epsilon$ , UPV et  $\rho$  versus celles expérimentales obtenues pour NR = 20 et  $\xi = 0\%$  (a) calibration et (b) validation

## II.5. Analyse des erreurs d'identification et de prédiction en fonction du nombre de mesures

Comme mentionné précédemment, la qualité de la calibration, estimée par le paramètre statistique d'erreur quadratique moyenne, est affectée par les incertitudes et le nombre de mesures. Dans ce contexte, les figures II.5 et II.6 montrent l'évolution de la moyenne " $\mu$ " et de l'écart type " $\sigma$ " de l'EQM de chaque observable CND en fonction de NR compris entre 3 et 20. Nous montrons que cette marge est suffisante et qu'il n'y a pas de nécessité à aller plus loin que 20 échantillons. La moyenne d'erreur d'identification (FE) de chaque CND augmente avec NR. Ceci s'explique par l'augmentation avec NR du nombre de points qui vont être utilisés tout en ajustant des modèles ayant un nombre fixe de paramètres. Une tendance inverse est observée lors de la prédiction puisque les modèles fournissent une meilleure estimation lorsque le nombre de mesures augmente. Par conséquent, en augmentant le nombre de mesures, les dispersions (i.e. écarts types) de FE et PE diminuent comme le montre la figure II.6. Cette diminution des dispersions revient à l'amélioration de la qualité de la calibration et de la validation en utilisant un nombre plus élevé de mesures. D'autre part, PE et FE convergent avec l'augmentation de NR et coïncident presque avec NR = 20 pour tout bruit de mesure ajouté. La convergence vers un minimum d'erreur et non-pas vers une valeur nulle, même avec l'augmentation du nombre d'échantillons, revient vraisemblablement aux facteurs non-contrôlés et à d'autres facteurs déjà cités, non-pris en compte ici, qui influent sur la qualité de la calibration. Il est reconnu que lorsque le modèle a un bon ajustement (faible erreur EQM), cela ne garantit pas que la prédiction soit de même qualité [Ali-Benyahia et al. (2017), Alwash et al. (2015)]. Cette conclusion est aussi confirmée dans notre étude. En effet, pour de petites valeurs de NR ( $NR < 9$ ),  $EQM_{PE}$  peut être supérieure à au moins 1,5 fois la valeur  $EQM_{FE}$  pour chaque CND quelle que soit la valeur du bruit de mesure (figure II.4). Pour  $NR > 11$ , une stabilisation de  $EQM_{PE}$  et  $EQM_{FE}$  est observée. Par exemple, avec une qualité moyenne de mesure ( $\xi=2\%$ ), les bruits de mesures sont de l'ordre de 235 m/s pour l'EQM de  $UPV$ , de 0,8 pour l'EQM de " $\varepsilon$ " et de 235  $\Omega.m$  pour l'EQM de  $\rho$ . La prédiction ne s'améliore pas avec une augmentation supplémentaire de NR. Ainsi, une valeur de  $NR=11$  semble suffisante pour l'ajustement et la prédiction dans ce cas. De plus, une faible qualité de mesure (c'est-à-dire un bruit de mesure ' $\xi$ ' élevé) réduira les performances d'ajustement et de prédiction puisque la moyenne et l'écart type de FE et PE augmentent avec le bruit pour  $UPV$

et "ε" sauf pour ρ où l'effet de ξ est négligeable. Il faut noter que les valeurs de FE et PE pour ρ sont bien affectées par un bruit de mesure élevé (ξ > 10 %). Ses résultats ne sont pas présentés dans cette étude comme ils sont rarement considérés en conditions réelles.

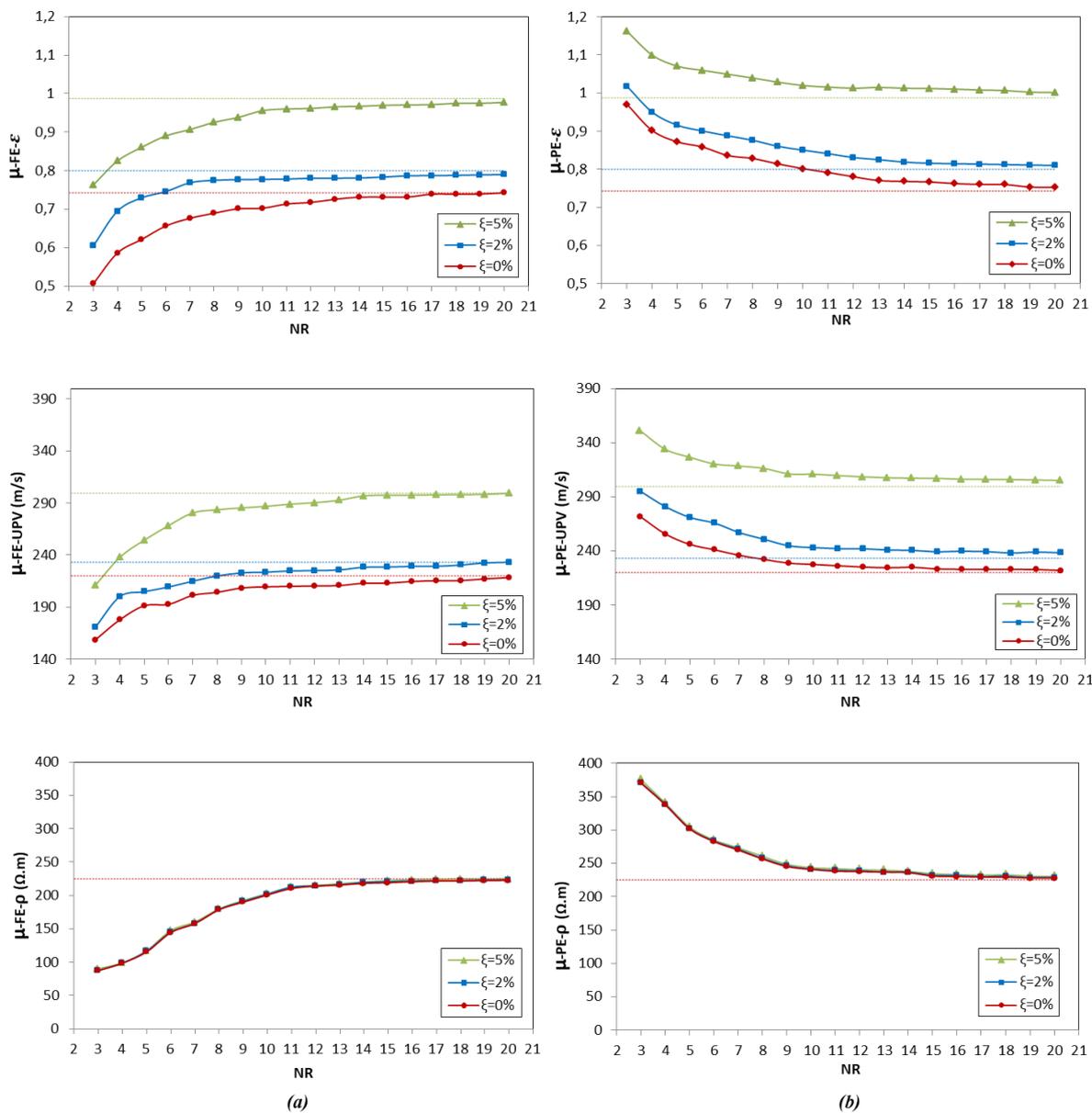


Figure II.5. Variation de la moyenne "μ" de (a) FE et (b) PE pour ε, UPV et ρ en fonction de NR

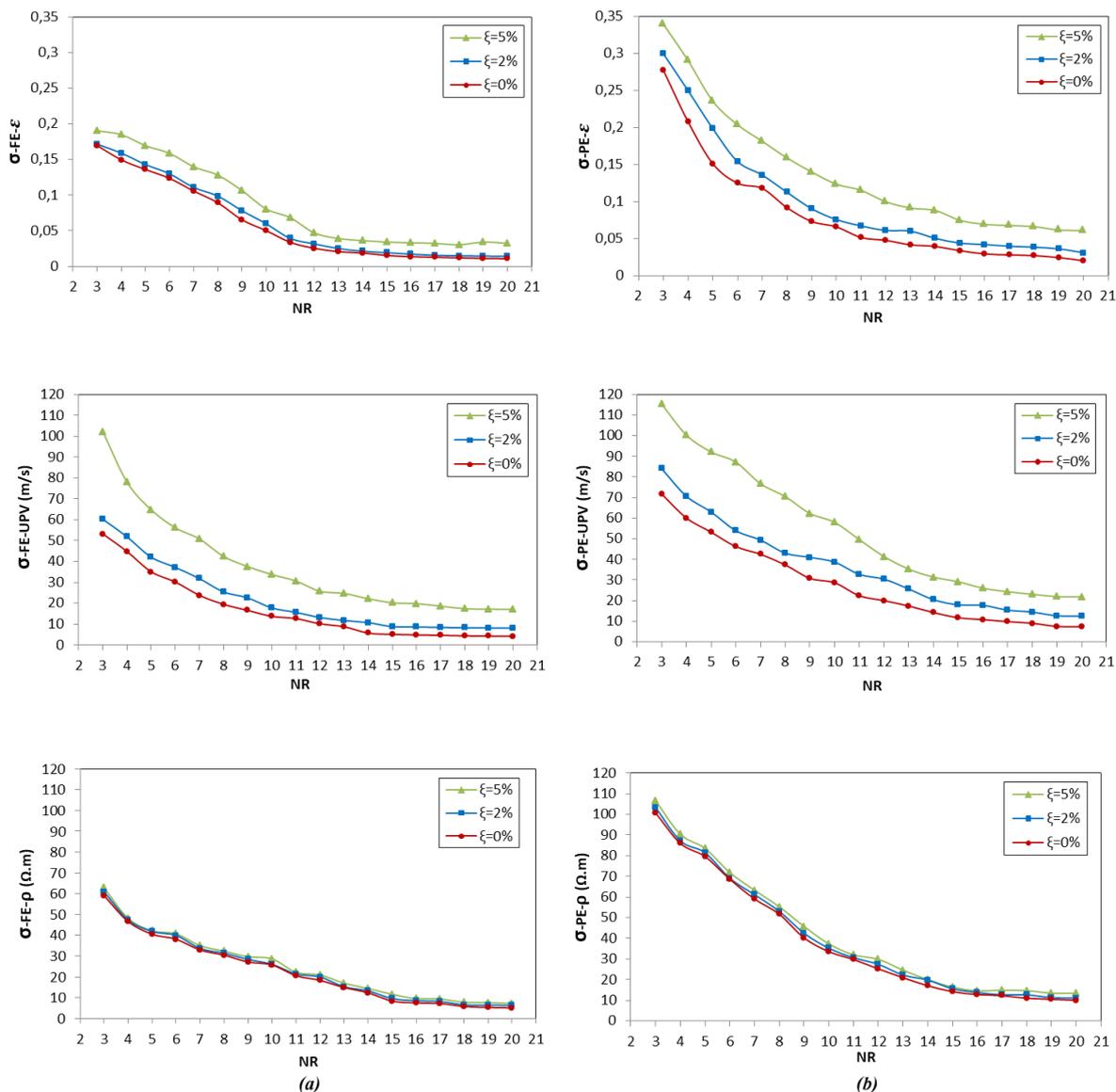


Figure II.6. Variation de l'écart-type " $\sigma$ " de (a) FE et (b) PE pour  $\epsilon$ , UPV et  $\rho$  en fonction de NR

Il est important de mentionner ici que la calibration effectuée reste un compromis dans la mesure où elle doit satisfaire à des objectifs parfois contradictoires : (a) augmenter NR pour la calibration du modèle pour assurer la stabilité du modèle de conversion, (b) augmenter NM et donc « NM-NR » pour élargir la validité du modèle, tout en (c) limitant de préférence NM pour des besoins économiques. Pour apporter quelques éléments de réponse, des simulations numériques ont été effectuées en lien avec la méthodologie de calibration afin d'analyser l'effet de NR et NM sans aucun coût supplémentaire.

Pour NR=11 mesures et avec une qualité moyenne de mesures ( $\xi=2\%$ ), les modèles de conversion sont :

$$\varepsilon = 4,64 - 4,97 * \Phi + 1,33 * \Phi^2 + 32,99 * \Phi * S_r - 17,68 * \Phi^2 * S_r + 58,67 * \Phi^2 * S_r^2 \quad (\text{II.5})$$

$$\rho = 1,11 * \Phi^{-2,35} * S_r^{-2,86} \quad (\text{II.6})$$

$$UPV = 5178,38 - 7599,22 * \Phi + 2787,94 * \Phi^2 + 2881,46 * \Phi * S_r - 2114,25 * \Phi^2 * S_r + 400,84 * \Phi^2 * S_r^2 \quad (\text{II.7})$$

## II.6. Illustration de l'effet « trade-off » durant la calibration

Après avoir étudié l'effet de quelques facteurs sur la qualité de la calibration dans la section précédente (§ II.5), les processus impliqués durant la calibration sont étudiés. Dans un premier temps, la relation entre les paramètres de chaque modèle CND identifié durant l'approche de calibration, connue sous le nom de « trade-off », est analysée. En effet, dans chacune des NS (=250) répétitions réalisées, un nouveau jeu de paramètres des modèles est obtenu et notre objectif ici est d'analyser le lien existant entre ces paramètres.

Prenons tout d'abord le modèle de la vitesse ultrasonore. Pour ce modèle, deux paramètres ont été identifiés dans chacune des 250 répétitions: la vitesse dans les granulats  $UPV_{(ag)}$  et celle dans la pâte de ciment  $UPV_{(s)}$  (équation (II.3)). La figure II.7 trace dans un même graphique les 250 paires ( $UPV_{(ag)}$ ,  $UPV_{(s)}$ ) obtenus pour un bruit de mesure de 2% et avec un nombre de mesures NR de 3 ; 5 ; 11 et 20. De même, sur les deux figures II.8 et II.9 sont présentées ces paires de paramètres pour les trois différents bruits de mesure  $\xi$  (i.e. différente qualité de mesure) respectivement avec NR=20 et NR=3. Dans ces figures, la taille des marqueurs est différente d'un cas à un autre pour pouvoir observer la différence de la répartition des points. Le premier constat est que toutes les paires ( $UPV_{(ag)}$ ,  $UPV_{(s)}$ ) sont environ réparties le long d'une même droite pour les trois figures représentées. Les relations linéaires entre les deux paramètres UPV sont indiquées sur chaque figure avec les valeurs correspondantes du coefficient de détermination  $R^2$ . Ces équations montrent une bonne relation linéaire entre les deux paramètres du modèle UPV (le coefficient de détermination dépasse 0,98). Par conséquent, le modèle UPV (équation (II.3)) peut être reformulé à travers le seul paramètre  $UPV_{(ag)}$  ou  $UPV_{(s)}$  du fait de la relation entre eux sous la forme  $UPV_{(s)} = a_1 + a_2 UPV_{(ag)}$ . De plus, une même loi linéaire caractérisant cette relation est obtenue quel que soit le nombre

de mesures NR (figure II.7) ou le bruit de mesure (figures II.8 et II.9). Ceci permet de conclure, en rappelant que lors de chaque simulation les mêmes populations de béton ont été utilisées, que la variation des valeurs identifiées de  $UPV_{(ag)}$  et  $UPV_{(s)}$  est effectivement due à l'incertitude du modèle (incertitude épistémique). En fait, toutes les solutions  $UPV_{(ag)}$  et  $UPV_{(s)}$  sont plus ou moins similaires en termes de qualité de la calibration, comme cela sera montré ultérieurement (figure II.18).

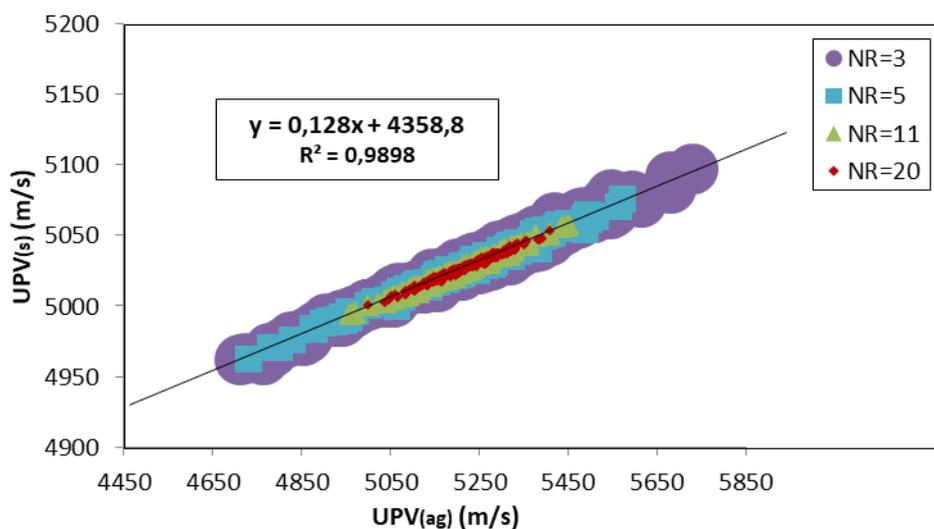


Figure II.7. Trade-off du modèle UPV en fonction de NR pour  $\xi = 2\%$

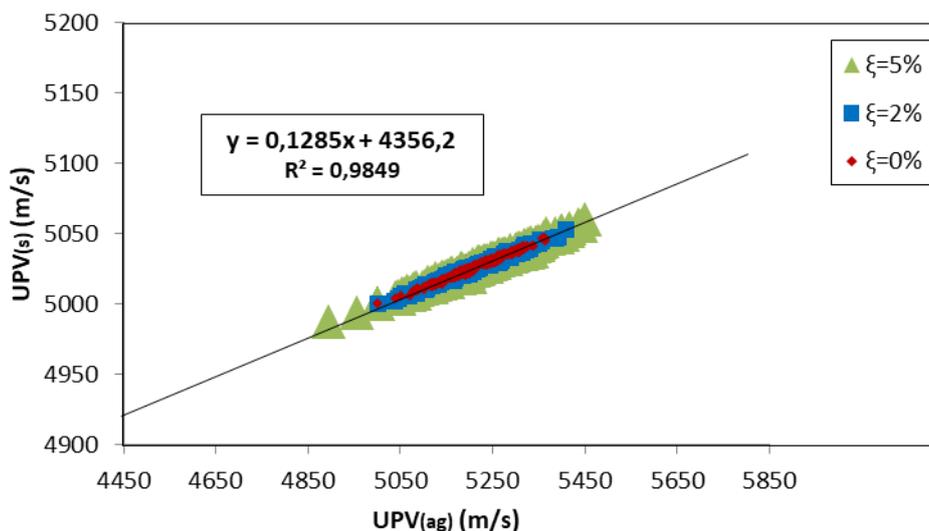


Figure II.8. Trade-off du modèle UPV en fonction de  $\xi$  pour  $NR=20$

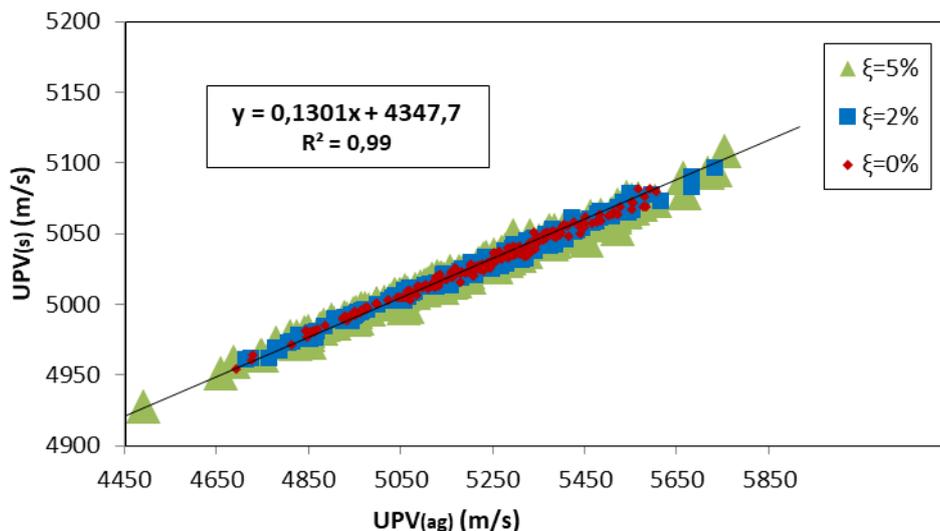


Figure II.9. Trade-off du modèle UPV en fonction de  $\xi$  pour NR=3

La représentation des trois figures II.7, II.8 et II.9 permet aussi d'observer les effets du nombre et du bruit de mesure sur la distribution des paires  $(UPV_{(ag)}, UPV_{(s)})$ . Par ailleurs du comportement linéaire, on peut aussi remarquer que plus le nombre de mesures NR augmente et la qualité de mesure s'améliore (i.e. bruit de mesure  $\xi$  devient plus petit), moins de dispersions entre les valeurs identifiées de  $UPV_{(ag)}$  et  $UPV_{(s)}$  et moins d'incertitude sur le modèle UPV sont constatées. En effet, la fonction de répartition CDF des 250 valeurs de  $UPV_{(ag)}$  (figure II.10) correspondant aux figures II.7, II.8 et II.9 montre clairement que les effets de NR et de  $\xi$  affectent légèrement la moyenne de  $UPV_{(ag)}$  et significativement son écart-type. Les valeurs correspondantes de la moyenne et du coefficient de variation (rapport écart-type/moyenne) de  $UPV_{(ag)}$  pour les différents cas, sont représentées dans la figure II.11. La figure II.11(b) justifie que le coefficient de variation de  $UPV_{(ag)}$  diminue avec l'augmentation de NR et la diminution de  $\xi$ . A cause de la forte liaison entre  $UPV_{(ag)}$  et  $UPV_{(s)}$ , les aspects de  $UPV_{(s)}$  ne sont pas présentés, ils suivent ceux trouvés sur  $UPV_{(ag)}$ .

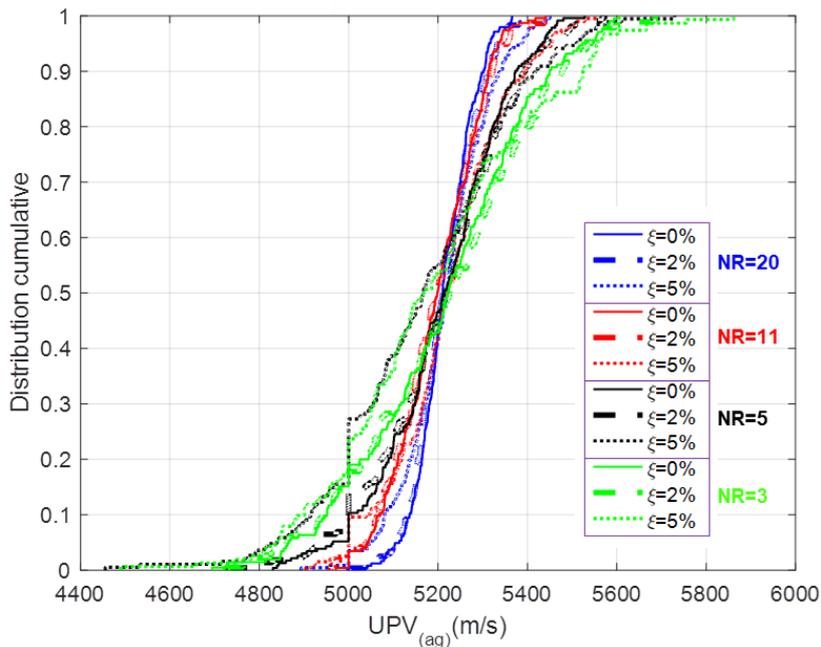


Figure II.10. Fonction de répartition du paramètre  $UPV_{(ag)}$  pour différent  $\xi$  et NR

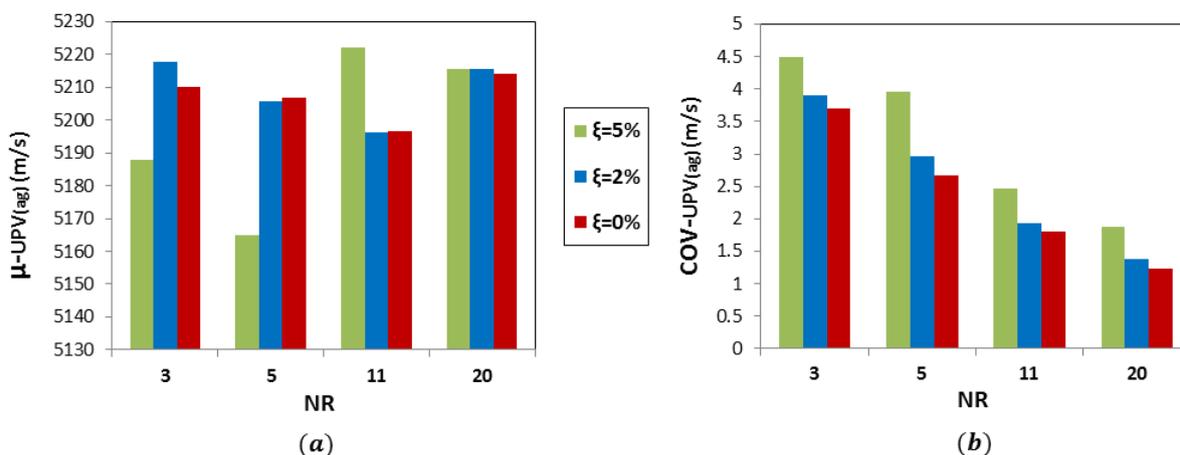


Figure II.11. Paramètre  $UPV_{(ag)}$  : (a) moyenne et (b) coefficient de variation

Pour le modèle de la permittivité, seul le paramètre  $\epsilon_{(s)}$  a été identifié. Dans ce cas, nous présentons seulement le CDF de ce paramètre (figure II.12) et les valeurs correspondantes de sa moyenne et de son coefficient de variation (figure II.13) pour un bruit de mesure  $\xi = 0 ; 2$  et  $5\%$  et avec un nombre de mesure  $NR=3 ; 5 ; 11$  et  $20$ . La différence par rapport à ce qui a été observé avec le modèle de vitesse ultrasonore est que l'effet de la variation de  $NR$  et  $\xi$  sur la moyenne du paramètre  $\epsilon_{(s)}$  est de même tendance que celui sur son coefficient de variation.

En d'autres termes, la moyenne du paramètre  $\epsilon_{(s)}$  diminue aussi avec l'augmentation de NR et la diminution de  $\xi$ . Cette tendance est un résultat de la chance (sur 250 simulations réalisées) parce que l'effet de NR et  $\xi$  sur la moyenne des paramètres identifiés n'est pas prévu avec une tendance précise (augmentation ou diminution), contrairement au cas de leur coefficient de variation où il est attendu que la dispersion (coefficient de variation) du paramètre identifié d'un modèle va diminuer avec l'augmentation de NR et la diminution de  $\xi$ .

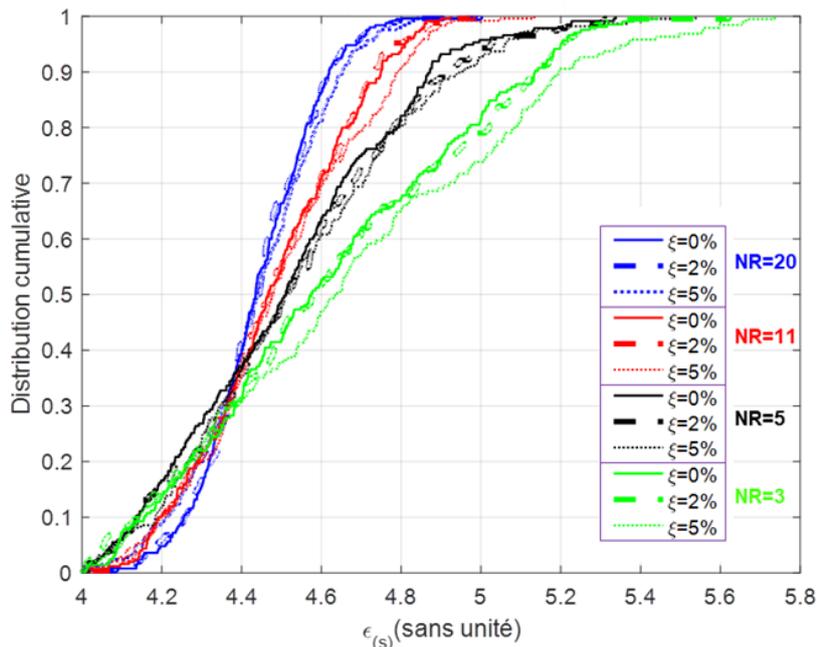


Figure II.12. Fonction de répartition de paramètre  $\epsilon_{(s)}$  pour différent  $\xi$  et NR

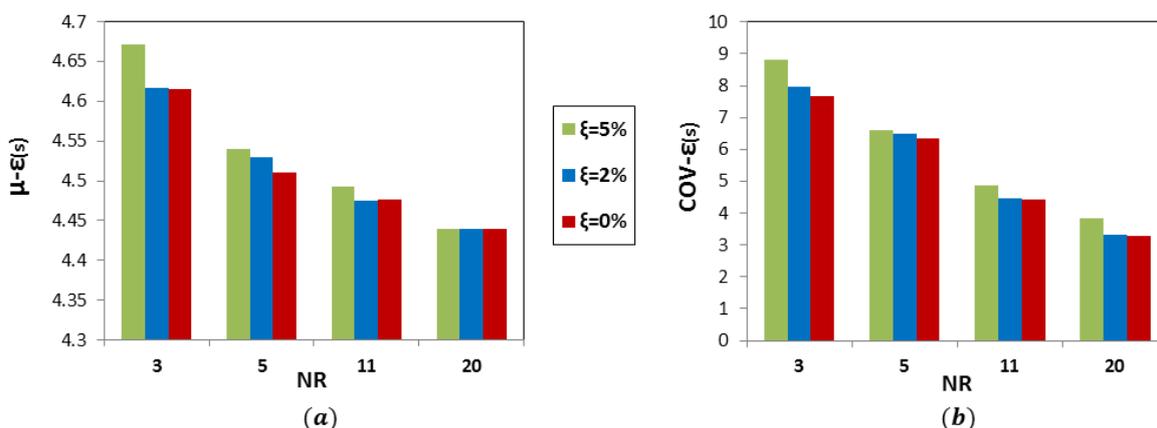


Figure II.13. Paramètre  $\epsilon_{(s)}$  : (a) moyenne et (b) coefficient de variation

Quant au modèle de la résistivité, des conclusions similaires à celles du modèle de la vitesse peuvent être déduites. Les figures II.14 et II.15 montrent la forte relation entre les trois paramètres identifiés : soit linéaire ( $n$  et  $m$  d'une part), soit exponentielle ( $a$  et  $m$  d'autre part). Cette relation est la même pour n'importe quel nombre réduit de mesures NR et également quel que soit le bruit de mesure  $\xi$ . A cause de la forte dépendance des paramètres  $a$  ;  $m$  et  $n$ , seule la fonction de répartition CDF de  $m$  est présentée (figure II.16). Les moyennes et les coefficients de variation sont aussi regroupés à la figure II.17. Cette figure montre que le paramètre  $m$  (de même pour  $a$  et  $n$ ) ne dépend pas du bruit de mesure  $\xi$  mais plutôt du nombre de mesures NR, ce qui ne nous permet pas de représenter les résultats spécifiant l'effet de  $\xi$  sur le trade-off (figure II.16) et sur la fonction de répartition (figure II.17).

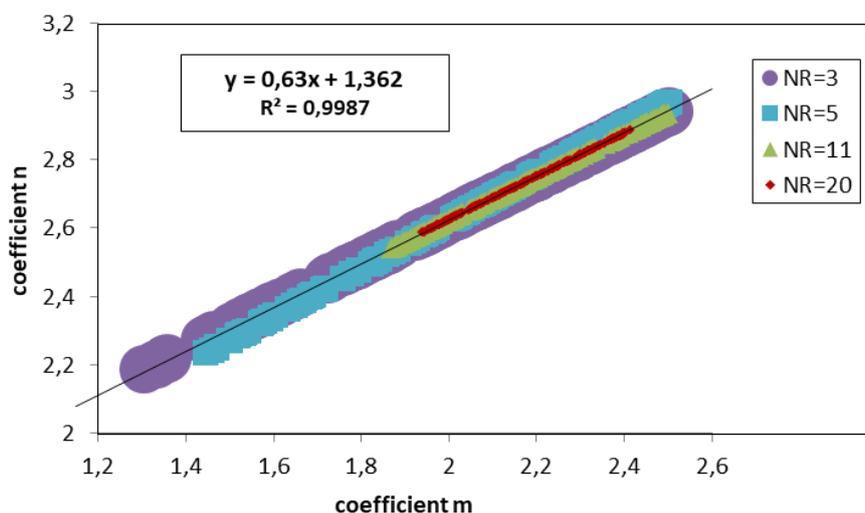


Figure II.14. Trade-off du modèle de résistivité (coefficient  $n$  VS coefficient  $m$ ) en fonction de NR pour  $\xi = 2\%$

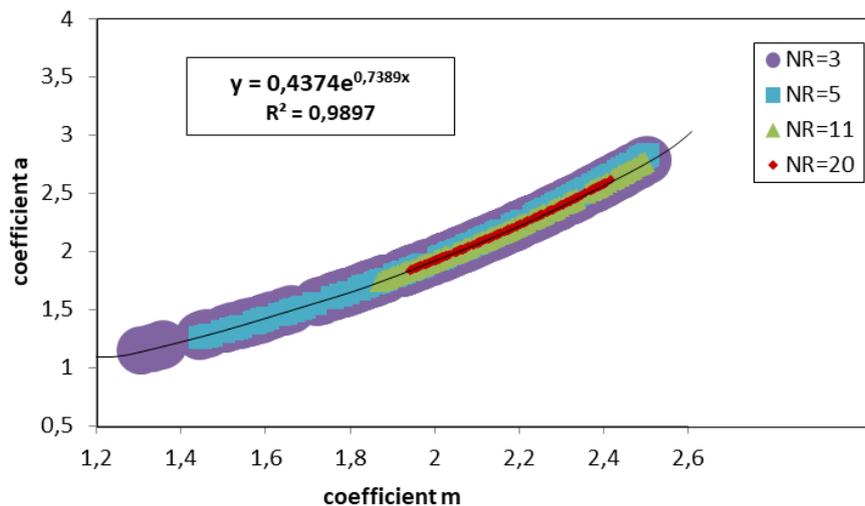


Figure II.15. Trade-off du modèle de résistivité (coefficient  $a$  VS coefficient  $m$ ) en fonction de NR pour  $\xi = 2\%$

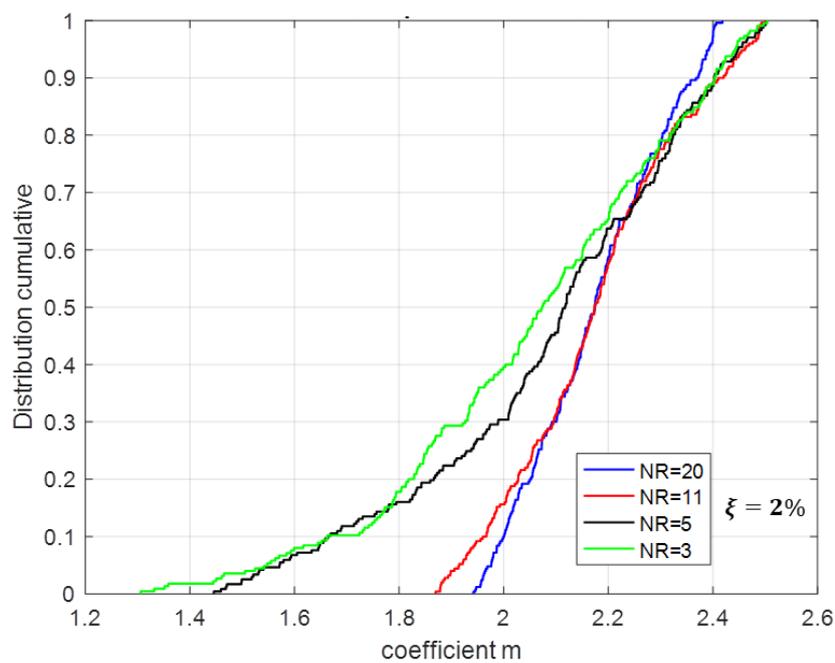


Figure II.16. Fonction de répartition du paramètre "m" pour différent NR - cas où  $\xi = 2\%$

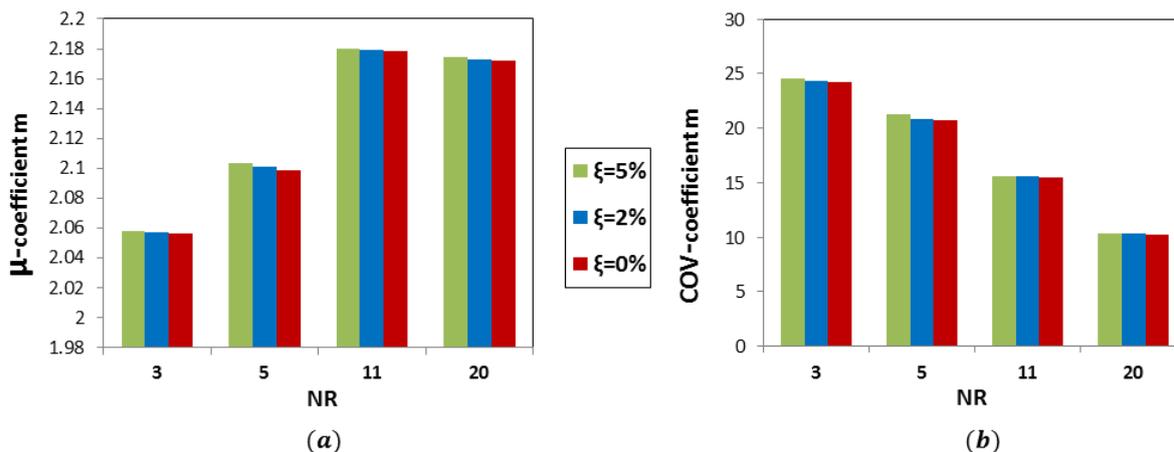


Figure II.17. Paramètre "m" : (a) moyenne et (b) coefficient de variation

Dans un deuxième temps, nous visualisons la relation entre les paramètres identifiés de chaque modèle CND durant la calibration et l'erreur quadratique moyenne  $EQM_{PE}$  de prédiction de chaque observable CND. Ce lien permet d'une autre manière d'illustrer l'effet de « l'instabilité statistique » du modèle et ensuite de discuter de la qualité de la calibration. Les trois figures II.18, II.19 et II.20 présentent respectivement les évolutions de PE de la vitesse ultrasonore, de la permittivité et de la résistivité en fonction de leurs paramètres  $UPV_{(ag)}$ ,  $\varepsilon_{(s)}$  et  $m$  pour une qualité moyenne de mesure et pour différentes valeurs de mesures NR. Ces évolutions montrent que pour chaque NR, plusieurs solutions des paramètres  $\varepsilon_{(s)}$ ,  $UPV_{(ag)}$  (et par conséquent  $UPV_{(s)}$  étant donnée la relation  $UPV_{(s)} = a_1 + a_2 UPV_{(ag)}$ ) et  $m$  (automatiquement  $a$  et  $n$ ) peuvent être identifiés pour presque le même niveau de PE (même qualité de calibration) sur la permittivité, la vitesse UPV et la résistivité. Cela valide le fait que l'ensemble des solutions potentielles semblent similaires en termes de qualité de calibration.

On peut rajouter que le bruit de PE est plus diffusé lorsque le nombre de mesures diminue et se réduit de plus en plus avec l'augmentation de ce nombre. Cette évolution est due au fait qu'avec une petite taille de données pour la calibration, il est possible que le processus d'identification converge vers des valeurs des paramètres ( $UPV_{(ag)}$ ,  $UPV_{(s)}$ ,  $\varepsilon_{(s)}$ ,  $a$ ,  $m$  et  $n$  dans notre cas) qui peuvent différer significativement des valeurs vraies, induisant ainsi une EQM plus élevée : Ceci constitue l'instabilité du modèle. En effet, comme prévu, le bruit de PE va continuer à se réduire jusqu'à arriver à une seule valeur accessible qui représente le centre de ce nuage de bruit lorsque le nombre prélevé de mesures NR devient très élevé. La position de cette valeur accessible est approximée et présentée sur les figures II.18, II.19 et

II.20. Dans l'étude de [Ali-Benyahia (2017)], la valeur accessible de PE a été trouvée lorsque NR équivaut au nombre total des mesures (NM). Dans le centre du nuage, le modèle calibré est exact c.à.d. que les paramètres identifiés sont exacts, et en s'écartant de ce centre, l'erreur PE va s'éloigner de sa valeur accessible et donc le modèle calibré va inclure plus d'incertitudes.

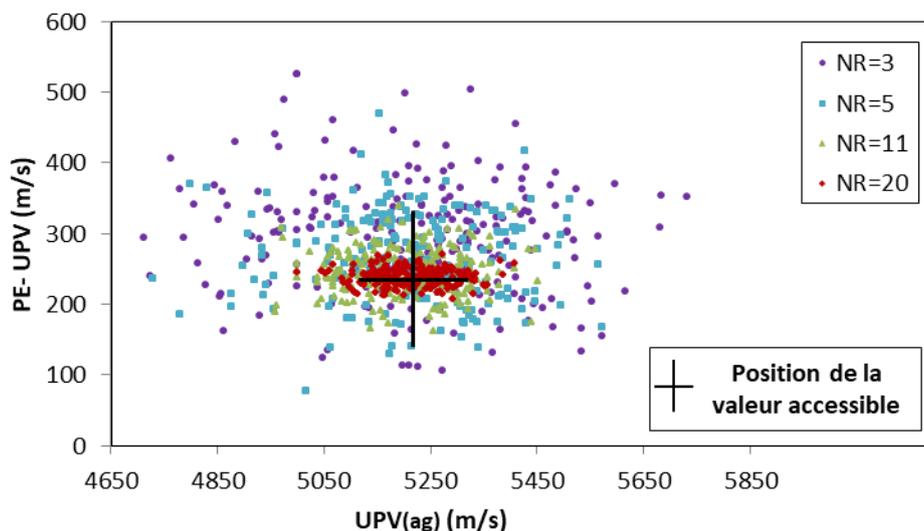


Figure II.18. Evolution de l'EQM de prédiction de UPV en fonction du paramètre  $UPV_{(ag)}$  – cas où  $\xi = 2\%$

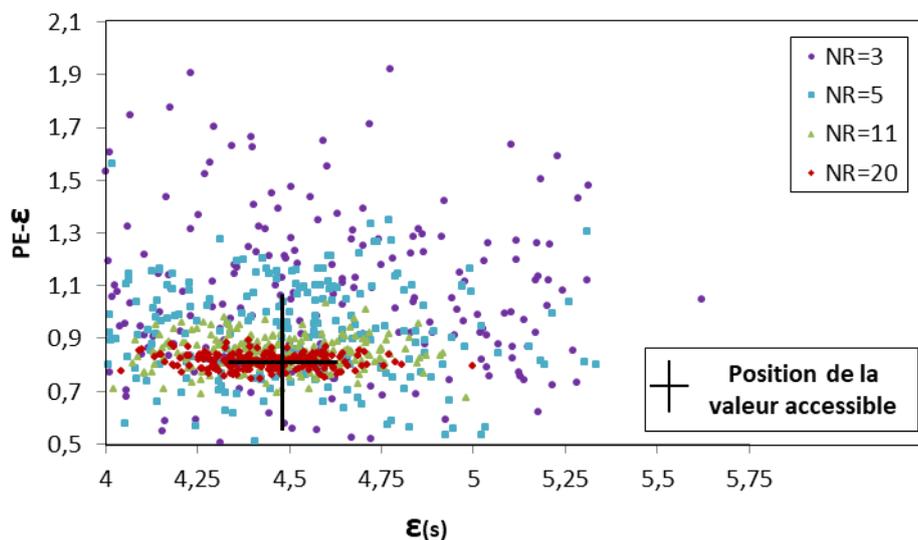


Figure II.19. Evolution de l'EQM de prédiction de  $\epsilon$  en fonction du paramètre  $\epsilon_{(s)}$  – cas où  $\xi = 2\%$

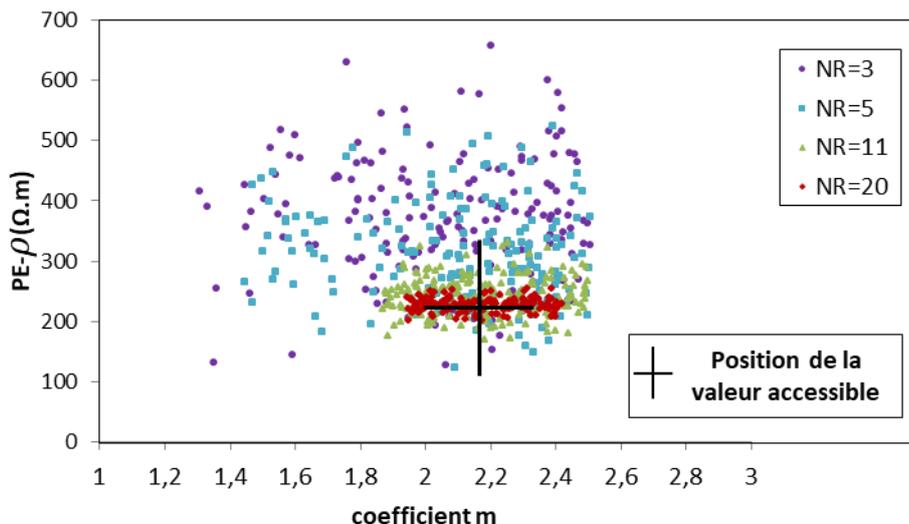


Figure II.20. Evolution de l'EQM de prédiction de  $\rho$  en fonction du paramètre "m" – cas où  $\xi = 2\%$

## II.7. Conclusions

Dans ce chapitre, une approche numérique a été utilisée pour réaliser l'identification des modèles reliant trois observables CND tels que la permittivité, la résistivité et la vitesse ultrasonore avec deux propriétés physiques de béton à savoir  $\Phi$  et  $S_r$ . Six jeux de données réels, correspondant à six compositions (gâchées) de béton, ont été considérés pour cette calibration. Les paramètres des modèles ont été identifiés en minimisant l'erreur, en terme d'erreur quadratique moyenne EQM, entre les valeurs mesurées et prédites de CND. Cet indicateur statistique a été aussi utilisé pour estimer la capacité de la prédiction par ces modèles calibrés. L'effet de nombre de mesures et du bruit de mesure (en lien avec la répétabilité) a été analysé dans les deux phases qui sont la calibration et la prédiction.

L'approche numérique, déjà utilisée d'une façon directe dans d'autres recherches [Ali-Benyahia et al. (2017), Alwash et al. (2015)] pour l'END de la résistance à la compression, a été adaptée pour un nouveau but, la calibration des modèles de la forme  $CND = f(\text{propriétés du béton})$ . Un point positif de l'approche suivie est que la calibration est effectuée sur des modèles de conversion analytiques, non-linéaires, multidimensionnels et de différentes formes.

-Dans les phases de calibration et de prédiction, les nuages des valeurs de CND estimées par les modèles sont localisés autour de la bissectrice ce qui indique une bonne concordance entre

valeurs estimées par les modèles et valeurs expérimentales. Les valeurs d'erreur quadratique moyenne se réduisent avec l'amélioration de la qualité de mesure (i.e. réduction du bruit de mesure). Elles évoluent en fonction du nombre de mesures d'une manière inverse dans les deux phases mentionnées. L'erreur de prédiction, diminue avec l'augmentation du nombre de mesures. C'est la conclusion la plus importante ici tant que cette erreur constitue un critère d'acceptation ou de rejet d'un modèle. Un nombre de mesures NR égal à 11 paraît suffisant pour identifier et calibrer les modèles considérés dans cette étude ainsi que pour valider leurs capacités dans la prédiction sur une autre base de données non-utilisées dans la calibration.

-Pour les modèles de vitesse ultrasonore et de résistivité, les paramètres identifiés sont fortement liés : c'est la notion de trade-off. Il semble que la variété de l'ensemble des paramètres identifiés est une conséquence de l'incertitude sur l'identification du modèle. Cet effet montre que les différents paramètres d'un modèle sont reliés linéairement pour minimiser l'erreur sur l'évaluation de la valeur cible. Dans le chapitre suivant nous présenterons les résultats de l'inversion de ces modèles et l'analyse de leur combinaison dans l'objectif d'améliorer l'évaluation des propriétés des bétons par CND.

---

## Chapitre III

# Méthode d'inversion pour l'évaluation non-destructive de certaines propriétés du béton et de leur variabilité

---

### III.1. Introduction

Une fois que les modèles des résultats d'essais non-destructifs sont identifiés et calibrés (chapitre II), la méthodologie d'inversion de ces modèles constitue la deuxième étape de la procédure d'investigation pour l'évaluation des propriétés du béton [Breysse et Balayssac (2019)].

Cette évaluation est influencée par de nombreux paramètres [Garnier et al. (2005), Pereira et Romao (2016), Szilágyi et al. (2014)] : (1) le nombre de carottes nécessaire à prélever pour construire les modèles correspondants, (2) le choix des emplacements des carottes car parfois des lieux sont inaccessibles dans des structures sensibles, (3) l'incertitude de mesure due par exemple à la répétabilité et aux problèmes d'étalonnage des instruments, (4) le type des techniques CND utilisées et la nécessité d'une combinaison de techniques ou non, (5) les facteurs liés aux conditions environnementales et (6) enfin ceux liés à la variabilité des propriétés du béton y compris sa variabilité spatiale.

Dans ce contexte, plusieurs études ont montré que la combinaison de techniques CND complémentaires dans le processus d'évaluation peut réduire l'incertitude de l'évaluation de quelques propriétés des bétons en laboratoire et in-situ [Sbartai et al. (2012a), Soshiroda et al. (2006), Gehlen et al. (2006)]. La méthode SonReb combine par exemple la technique des ultrasons et l'indice rebond afin d'estimer la résistance en compression du béton [Nguyen et al. (2015), Ali-Benyahia et al. (2017)]. Cependant, des modèles empiriques ont été souvent déterminés par le biais des régressions statistiques. De plus, très peu d'études ont pris en compte l'effet de l'incertitude des mesures lors de la combinaison de plusieurs techniques CND [Soshiroda et al. (2006), Komlos et al. (1996), Alwash et al. (2016), Ali-Benyahia et al. (2017)].

Dans le cadre de cette thèse, deux propriétés du béton ( $\Phi$  et  $S_r$ ) sont visées pour être évaluées par les techniques CND ce qui implique un besoin d'au moins la combinaison de deux d'entre

elles. Les observables sélectionnés sont la vitesse ultrasonore, la résistivité et la permittivité. Cette sélection est basée sur la complémentarité de ces techniques et leur bonne répétabilité et sensibilité aux propriétés visées [SENSO (2009), Sbartai et al. (2012b)]. A titre d'exemple, le modèle d'Archie [Archie (1942)] montre comment la résistivité évolue en fonction de ces deux indicateurs ( $\Phi$  et  $S_r$ ). Par conséquent, la mesure de la résistivité seule ne permet pas de déterminer l'un ou l'autre indicateur sauf en faisant des hypothèses supplémentaires ; par exemple, fixer la valeur de l'un des deux indicateurs, ou prendre des mesures d'un autre observable qui est également influencé par ces indicateurs comme la permittivité, ou la vitesse de propagation des ondes ultrasonores. La complémentarité entre ces trois observables dans l'estimation de  $\Phi$  et  $S_r$  a été déjà détaillée dans la section I.2.2 du chapitre I. Par la suite, l'efficacité de la combinaison de deux (au minimum) de ces trois techniques est testée en prenant en compte l'effet du nombre de points de mesure et de leur qualité.

La méthodologie d'évaluation mise en œuvre (i.e. les emplacements des mesures, etc) et la détermination de la variabilité spatiale des propriétés du béton sur site est aussi prise en compte pour la fiabilisation des mesures CND [Stewart et Suo (2009), Nguyen et al. (2013)]. La variabilité spatiale du béton résulte de la complexité et de la forte hétérogénéité de ce matériau. Sa quantification est basée sur l'évaluation de la dépendance des mesures à différentes distances. La longueur de corrélation, ou la distance à partir de laquelle les valeurs évaluées ne sont plus corrélées, peut être déterminée [Gomez-Cardenas et al. (2015), Nguyen et al. (2013), Schoefs et al. (2017)]. La connaissance de la longueur de corrélation peut servir à envisager une optimisation du nombre d'échantillonnage pour les essais destructifs et non-destructifs. Les positions d'échantillonnage sont ainsi écartées d'un espacement minimal égal à la longueur de corrélation. De plus, cette connaissance permet de rendre les études de fiabilité d'une structure en béton plus réalistes puisqu'elle représente fidèlement la corrélation spatiale entre les points de mesures sur la structure.

L'objectif de ce chapitre est de proposer une méthode d'inversion des modèles CND calibrés pour une meilleure évaluation des propriétés du béton ( $\Phi$  et  $S_r$ ) et de leurs variabilités. Comme le nombre des données expérimentales est limité, la méthodologie d'inversion est réalisée à l'aide d'un ensemble de données simulées. Le principal avantage de l'utilisation de simulations numériques est la possibilité de modifier l'un des facteurs d'influence (nombre de répétition, valeur du bruit de mesure, type de combinaison, etc.) pour analyser son effet.

Dans un premier temps, la méthodologie de l'inversion est détaillée. Ensuite, l'évaluation de  $\Phi$  et  $S_r$  et de leurs variabilités est mise en œuvre. La qualité de cette évaluation est quantifiée en utilisant d'une part l'indicateur statistique d'erreur quadratique moyenne et d'autre part le risque sur cette évaluation. Dans un second temps, un cas d'évaluation non-destructive avec intégration de la variabilité spatiale des deux propriétés est présenté et discuté. Dans les deux parties, une étude paramétrique concernant l'incertitude des mesures (bruit de mesure), le nombre de mesures (nombre de carottes) et le type de combinaison de CND, est menée.

### III.2. Inversion multi-physique par combinaison des techniques

Dans un programme d'investigation in situ, l'évaluation optimale des propriétés du béton dans une structure est basée sur l'extraction d'un nombre limité de carottes à partir des mesures CND effectuées dans les mêmes emplacements [Alwash (2017), Ali-Benyahia et al. (2017), Breyse et Balayssac (2019)]. Afin de mieux évaluer les effets des facteurs influents sur la méthodologie globale d'évaluation des bétons et leur variabilité, des simulations numériques ont été proposées dans le cadre de cette thèse.

L'effet de différents facteurs tels que le bruit de mesure, le nombre réduit de carottes et l'effet de la combinaison de techniques CND sur la qualité de l'évaluation est étudié à l'aide de simulations Monte-Carlo. Le cas d'étude considéré est une dalle carrée 2D de 10 m de côté. La vitesse ultrasonore  $UPV$ , la permittivité " $\epsilon$ " et la résistivité  $\rho$  ont été utilisées pour évaluer  $\Phi$  et  $S_r$ . Cette évaluation est basée sur un processus d'inversion des modèles présentés dans les équations (II.1), (II.2) et (II.3) du chapitre II. Une combinaison de deux ou trois techniques CND est nécessaire dans cette inversion pour évaluer  $\Phi$  et  $S_r$ . L'approche d'inversion adoptée dans cette étude est appelée multi-physique car elle utilise des modèles analytiques multi-physiques (basés sur les lois de mélanges) pour une évaluation simultanée des deux propriétés physiques du béton ( $\Phi$  et  $S_r$ ).

La figure III.1 présente l'organigramme de l'approche d'inversion suivie. Les étapes de cette méthodologie sont décrites ci-après :

-La première étape consiste à créer un jeu de données synthétique de  $\Phi$  et  $S_r$ . Un nombre total NM de 100 valeurs de ces deux propriétés est généré aléatoirement sur la dalle considérée. La génération aléatoire est réalisée en considérant que ces deux propriétés sont des variables

aléatoires indépendantes ayant des distributions normales (définies par une moyenne et un écart-type). Les valeurs CND synthétiques (ultrason, permittivité et résistivité) sont ensuite calculées dans chaque élément du maillage de la dalle (en d'autres termes, l'emplacement du test) en utilisant les trois modèles calibrés (chapitre II - § II.2) sur la base des valeurs générées de  $\Phi$  et  $S_r$ . Des cartes de distribution typiques de  $\Phi$  et  $S_r$  sont présentées dans la figure III.2. La moyenne et l'écart type de  $\Phi$  et  $S_r$  sont dans un intervalle respectivement de  $16,1 \pm 2,28$  % et  $52,6 \pm 5,5$  %. Ces valeurs de la moyenne et d'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$  sont utilisées comme références pour celles qui vont être estimées par inversion des modèles CND (troisième étape). Les plages de variation des observables CND en fonction des valeurs générées de  $\Phi$  et  $S_r$  sont respectivement [5,57 - 8,48] pour " $\varepsilon$ ", [3930 - 4564 m/s] pour  $UPV$  et [168 - 2826  $\Omega.m$ ] pour  $\rho$  (figure III.3).

-La deuxième étape consiste à réduire la taille du jeu de données synthétique pour chaque simulation. De cette façon, un nombre aléatoire de mesures (i.e. carottes) NR est sélectionné parmi les emplacements de test synthétiques NM. De plus, pour prendre en compte l'incertitude liée à la répétabilité des mesures CND, le bruit a été généré en supposant une distribution gaussienne ayant une moyenne  $\mu_\xi = 0\%$  et un coefficient de variation  $COV_\xi = 0; 2\%$  ou  $5\%$  pour chaque observable CND.

La méthodologie considère quatre types de combinaisons CND : une combinaison complète avec les trois CND ( $UPV, \varepsilon, \rho$ ), et trois combinaisons deux à deux ( $UPV, \rho$ ), ( $UPV, \varepsilon$ ) et ( $\varepsilon, \rho$ ). Comme les relations liant le CND à  $\Phi$  et  $S_r$  sont des équations multiples non linéaires et de formes différentes (équations (II.1), (II.2) et (II.3) dans le chapitre II), l'inversion est réalisée par une fonction d'optimisation de type gradient « lsqnonlin » dans Matlab qui minimise l'erreur quadratique moyenne EQM. C'est un outil programmé pour une résolution non linéaire qui choisit l'algorithme d'optimisation le plus adapté parmi deux algorithmes : trust-region-reflective [Coleman et Li (1994), Coleman et Li (1996)] et Levenberg-Marquardt [Levenberg (1944), Marquardt (1963), Moré (1977)]. Par conséquent, pour chaque NR et pour chaque répétition (simulation numérique), l'inversion des modèles correspondants selon le type de combinaison CND est réalisée à travers un même processus d'optimisation numérique et permet de calculer en même temps les valeurs estimées de  $\Phi$  et  $S_r$ .

- Dans une troisième étape, la moyenne et l'écart type (dispersion des mesures) de  $\Phi$  et  $S_r$  obtenus avec la méthode d'inversion sont calculés. Ces valeurs estimées sont ensuite

comparées avec les valeurs de référence (première étape) au moyen de la fonction d'erreur quadratique moyenne EQM (section III.3.1). Leurs fonctions de répartition sont aussi représentées et un risque sur l'estimation de chaque paramètre est tiré de ces distributions (section III.3.2). Ces deux procédures permettent de quantifier la qualité de l'estimation réalisée.

En raison du caractère aléatoire du processus numérique (génération aléatoire de bruit et du nombre de carottes), plusieurs simulations ont été générées pour chaque ensemble de données NR. Le processus a été répété  $NS = 250$  fois, pour lesquels la convergence et la stabilité des sorties sont vérifiées. Dans ce qui suit, on présente la vérification de la sélection de ce nombre de répétitions.

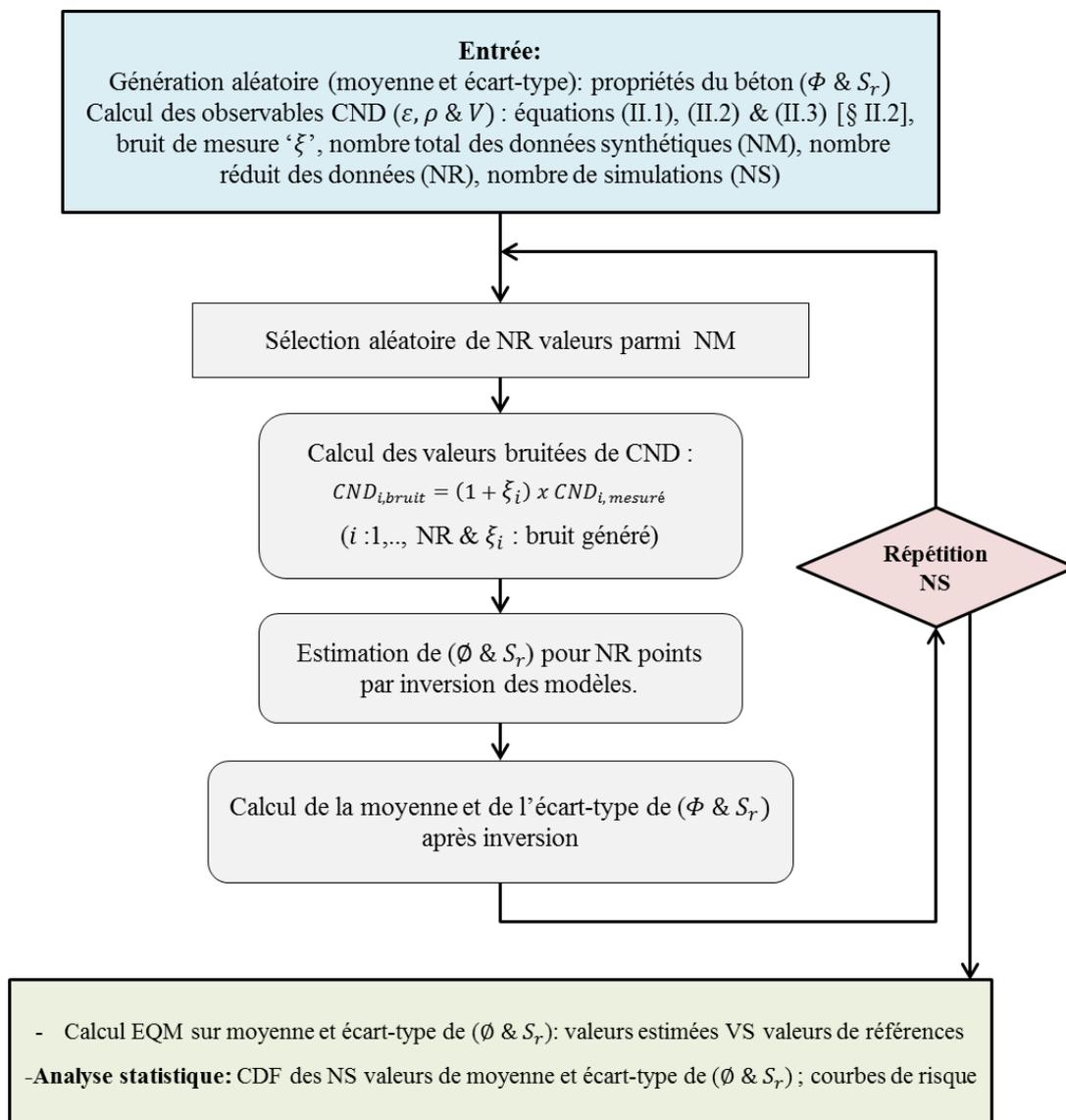


Figure III.1. Organigramme de l'approche d'inversion multi-physique

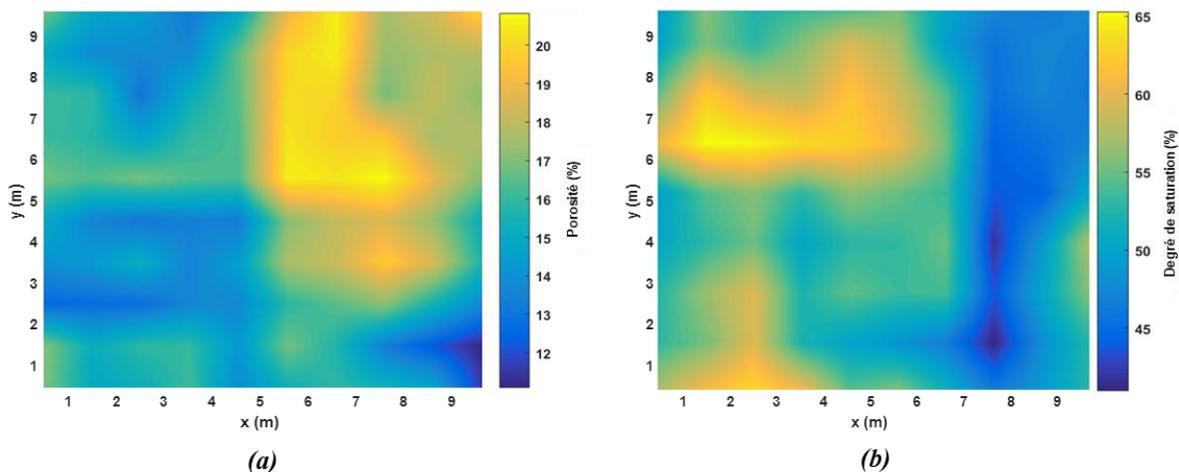


Figure III.2. Cartes de répartition de la génération aléatoire de (a)  $\Phi$  et (b)  $S_r$

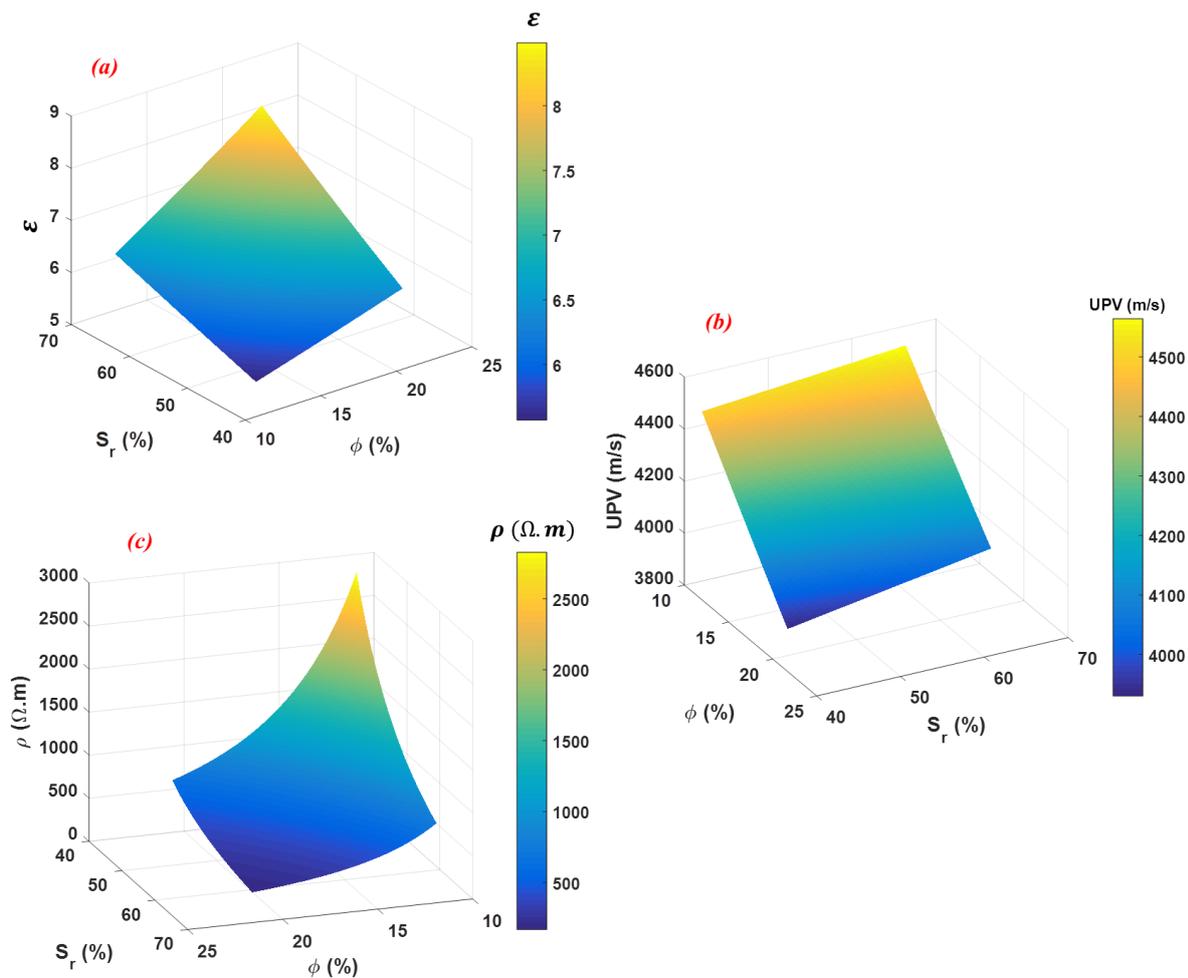


Figure III.3. Evolution de (a)  $\varepsilon$  (b) UPV et (c)  $\rho$  en fonction des valeurs générées de  $\Phi$  et  $S_r$

Vérification de la sélection du nombre de simulations

Supposons que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  est une population d'une variable aléatoire  $X$  dont sa distribution marginale est inconnue avec sa moyenne  $\mu_X$  et sa variance  $V_X^2$ . Si  $n$  est large (habituellement  $n > 30$ ), la moyenne empirique  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i/n$  peut être considérée comme une variable aléatoire ayant une distribution normale quel que soit la distribution de  $X$ . Cette distribution normale a une moyenne  $\mu_X$  et une variance de  $V_X^2/n$ . Donc, la variable  $Z = (\bar{X} - \mu_X)/(V_X/\sqrt{n})$  a une distribution normale standard ( $Z \sim N(\mu_Z = 0; V_Z = 1)$ ). Ce rapport pourrait être utilisé pour produire un intervalle de confiance approximatif sur l'estimation de  $\mu_X$ . Dans ce rapport, la variance  $V_X^2$  est inconnue, mais tant que  $n$  est large, elle peut être remplacée par la variance empirique de  $X$  :  $\sigma_X^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2/(n - 1)$ . Ceci conduit à l'intervalle de confiance sur l'estimation de  $\mu_X$  selon [Montgomery et Runger (2003), Ross (2009)] :

$$\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_X/\sqrt{n} \leq \mu_X \leq \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_X/\sqrt{n} \quad (\text{III.1})$$

Pour un niveau de confiance de 95%,  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ . Ainsi, la demi-largeur de cet intervalle est  $1,96 \sigma_X/\sqrt{n}$ .

L'intervalle de confiance sur l'estimation de l'écart-type  $V_X$  selon [Bar-Shalom et al. (2001)] est :

$$\sigma_X - 1,96 \sigma_X \cdot \sqrt[4]{2/n} \leq V_X \leq \sigma_X + 1,96 \sigma_X \cdot \sqrt[4]{2/n} \quad (\text{III.2})$$

Et la demi-largeur correspondante est  $1,96 \sigma_X \cdot \sqrt[4]{2/n}$ .

Dans notre étude, pour chaque répétition NS de l'approche de la figure III.1, une valeur de la moyenne  $\mu_\Phi$  et de l'écart-type  $\sigma_\Phi$  de la porosité et de la moyenne  $\mu_{S_r}$  et l'écart-type  $\sigma_{S_r}$  du degré de saturation sont produites. Dans ce contexte, l'évolution de la demi-largeur de l'intervalle de confiance sur l'estimation de chaque paramètre ( $\mu_\Phi$  ;  $\mu_{S_r}$  ; et  $\sigma_{S_r}$ ) en fonction de nombre de répétitions NS permet de déterminer le nombre NS qui assure la stabilité de cette évolution. Pour cette raison, cette demi-largeur est calculée pour la moyenne et l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$  en remplaçant  $X$  dans les équations (III.1) et (III.2) par  $\Phi$  et  $S_r$  selon le cas considéré. Les évolutions correspondantes sont présentées dans les figures III.4 à III.7. Leur

analyse est similaire. Prenons l'exemple de la figure III.4, les évolutions sont d'autant plus élevées que le nombre de points de mesure NR est faible et le bruit de mesure  $\xi$  est élevé sauf pour la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  où l'effet de  $\xi$  est faible. Ceci signifie que dans ces cas, la convergence va être lente donc nécessite un nombre de simulation NS plus grand. A noter que les NR présentés sont les cas extrêmes (NR=3 et NR=20) ainsi que la combinaison  $(UPV, \rho)$  n'est pas présentée car dans ce cas, les évolutions sont quasiment les mêmes que celles pour  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ . D'autre part, les évolutions dans cette figure se réduisent avec l'augmentation de NS. Elles sont très vibrantes pour un nombre NS faible (NS<10). De plus, la différence entre les courbes dans cette figure est importante pour un nombre NS<50, puis elle diminue avec l'augmentation de NS, ce qui va assurer leur convergence et leur stabilité. Ainsi, un nombre NS=250 paraît suffisant pour tous les cas considérés dans notre étude (cas de changement du bruit de mesure ( $\xi = 0; 2$  et 5%), du nombre NR et de la combinaison CND).

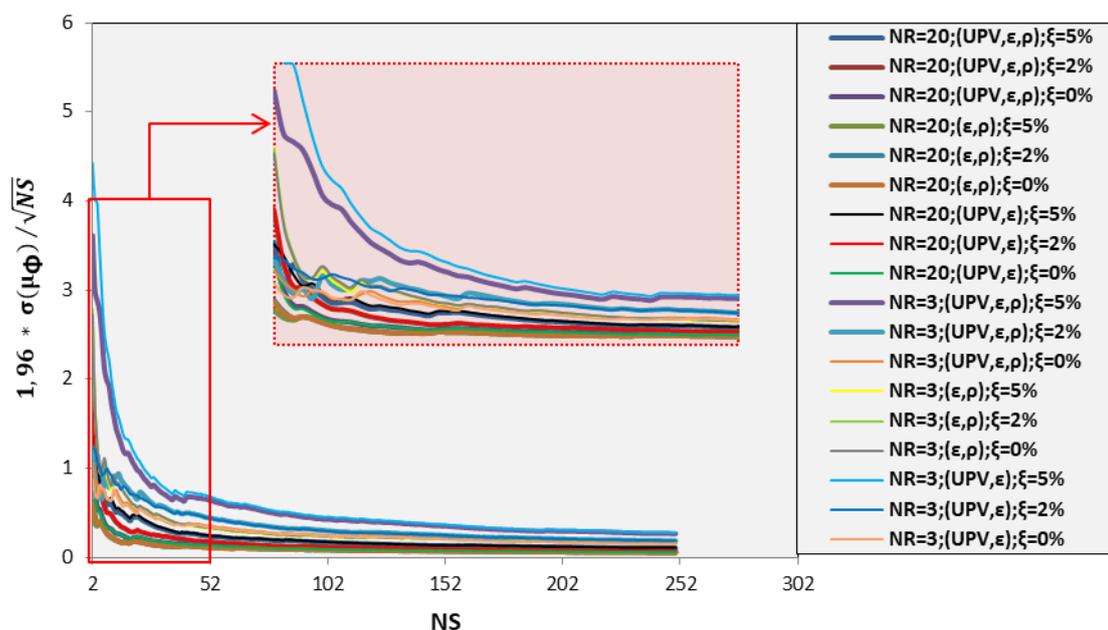


Figure III.4. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la moyenne estimée de la porosité en fonction du nombre de simulation NS.

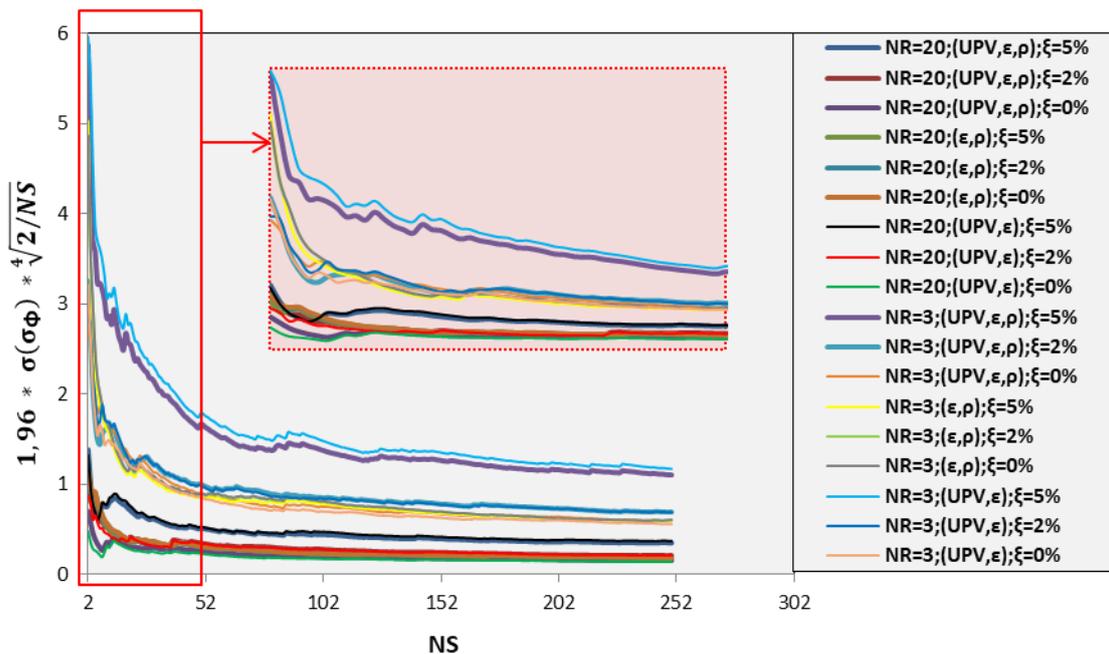


Figure III.5. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour l'écart-type estimé de la porosité en fonction du nombre de simulation NS.

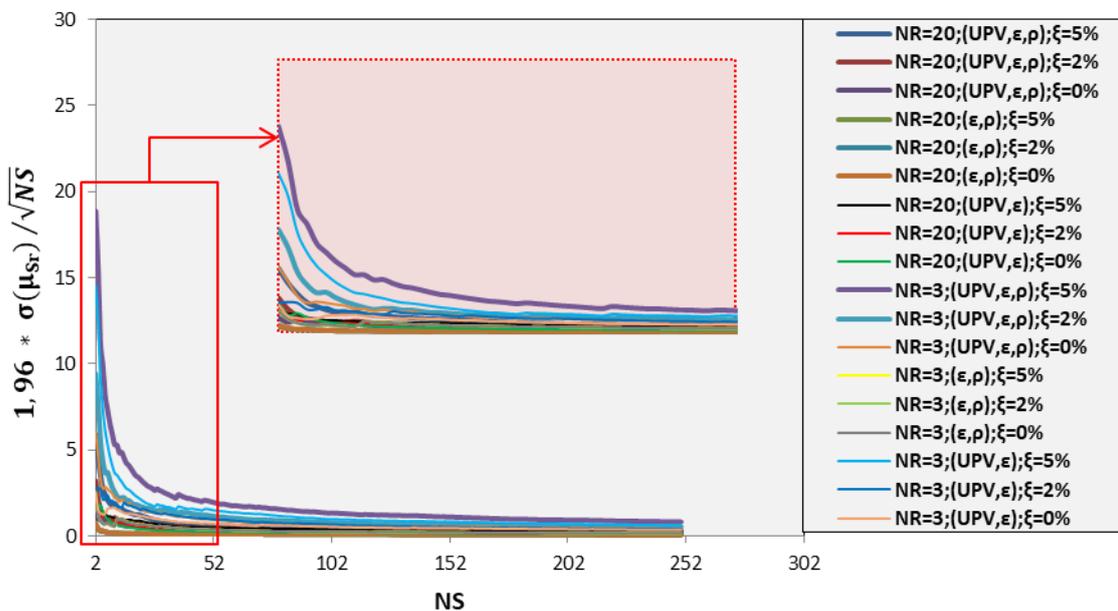


Figure III.6. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la moyenne estimée de degré de saturation en fonction du nombre de simulation NS.

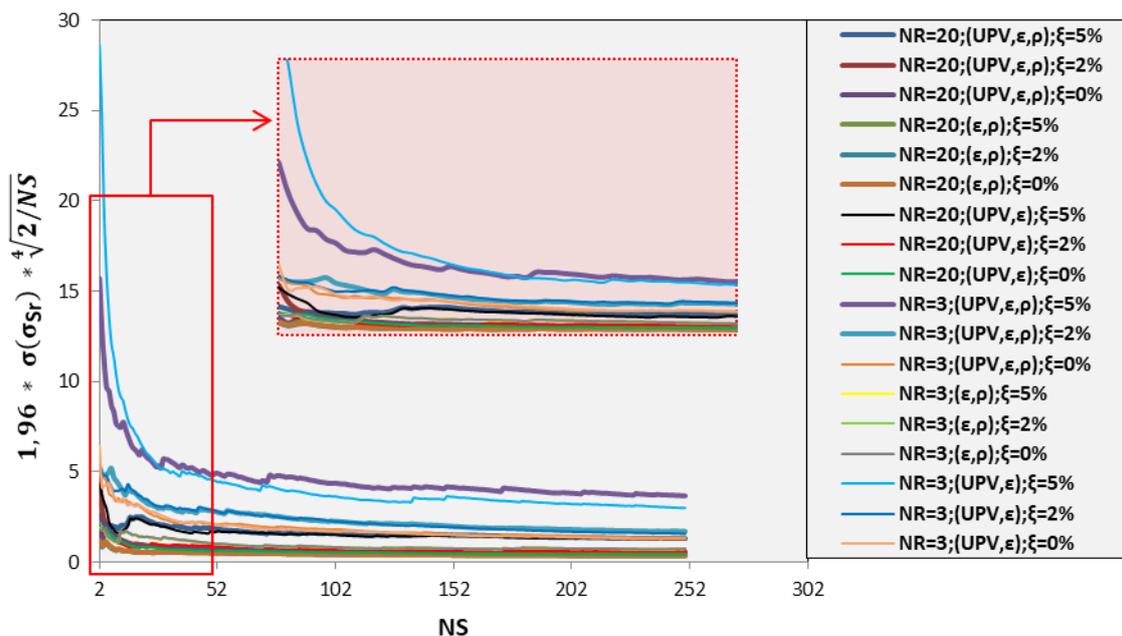


Figure III.7. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour l'écart-type estimé de degré de saturation en fonction du nombre de simulation NS.

### III.3. Etude paramétrique des facteurs d'influence

Dans le but de quantifier la qualité de l'estimation de  $\Phi$  et  $S_r$  et leurs variabilités, deux post-traitements sont réalisés : erreur quadratique moyenne EQM et courbe de risque sur l'estimation. Cette étude prend aussi en compte l'effet de quelques facteurs contrôlables dans le cadre de l'investigation réelle. L'intégration de ces facteurs est nécessaire pour fiabiliser la procédure d'estimation et répondre aux questions suivantes : Quelle est le nombre minimal possible de carottes à prélever ? Quel effet du bruit de mesure ? Et quelle(s) combinaison(s) des techniques CND peuvent être utilisées et pour quelle précision ?

#### III.3.1. Erreur quadratique moyenne

L'EQM a été largement utilisée pour tester la performance d'un modèle pour l'évaluation non-destructive de la résistance en compression du béton [Breyse et Martinez-Fernandez (2014) ; Chai et Draxler (2014) ; Hobbs et Kebir (2007), Ali-Benyahia et al. (2019) ; Alwash et al. (2017)]. Dans le même contexte, l'EQM est utilisée dans cette étude pour l'évaluation non-destructive de  $\Phi$  et  $S_r$ . C'est un indicateur statistique (équation III.3) qui sert à montrer la différence entre chaque variable estimée (par inversion des modèles CND) et sa valeur de

référence (voir la première étape de l'approche numérique). NS est le nombre total de répétitions (simulations). Les variables considérés sont :  $\mu_\Phi$ ,  $\sigma_\Phi$ ,  $\mu_{Sr}$  et  $\sigma_{Sr}$ .

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{NS} (\text{paramètre}_{(\text{après génération})} - \text{paramètre}_{(\text{estimé par inversion})})^2}{NS}} \quad (\text{III. 3})$$

L'effet du nombre limité de mesures NR et du bruit  $\xi$  sur les valeurs de l'EQM de  $\mu_\Phi$  et  $\sigma_\Phi$  est étudié avec les différentes combinaisons CND (Figure III.8).

Les tendances sont identiques pour toutes les combinaisons CND avec des EQM qui diminuent avec l'augmentation de NR et la diminution de  $\xi$  à l'exception de la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  où l'effet de  $\xi$  est faible. Ainsi, en augmentant NR et la qualité de mesure, les modèles de conversion fournissent une meilleure estimation de  $\Phi$ . A noter que l'estimation de  $\Phi$  en utilisant la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  est clairement affectée par un bruit de mesure élevé ( $\xi > 10\%$ ). Cependant, comme ce cas est rarement considéré en conditions réelles, il n'est pas présenté dans cette étude. En revanche, les EQM sont quasiment identiques pour les combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  sauf pour les EQM sur  $\sigma_\Phi$  en utilisant la combinaison  $(UPV, \varepsilon)$  lorsque  $\xi = 5\%$  (figure III.8(c)). Par conséquent, à titre d'exemple, le même nombre de mesures NR est requis par ces trois combinaisons pour avoir environ 1% d'EQM sur  $\mu_\Phi$  pour chaque bruit de mesure considéré (NR= 4 ; 7 ; 14 respectivement pour  $\xi = 0 ; 2 ; 5\%$  - figure III.10(a)). Cette figure montre également qu'en augmentant  $\xi$ , NR doit être plus élevé dans la technique d'inversion utilisant ces combinaisons. Par ailleurs, dans la figure III.8, les EQM sont les plus faibles pour  $\mu_\Phi$  et  $\sigma_\Phi$  avec ces trois combinaisons principalement lorsque  $\xi = 0\%$  ou  $2\%$ . Ainsi, la présence d'UPV de qualité parfaite ( $\xi = 0\%$ ) et moyenne ( $\xi = 2\%$ ) a une grande influence sur l'approche d'évaluation par rapport aux autres observables CND (c.à.d.  $\varepsilon$  et  $\rho$ ).

La combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  étant légèrement affectée par le bruit semble efficace pour évaluer la moyenne et l'écart type de  $\Phi$  pour un bruit de mesure élevé ( $\xi = 5\%$ ) comme les EQM sont les plus petites (figure III.8(c)). Par exemple, NR = 8 est suffisant pour avoir une EQM de 1% pour  $\mu_\Phi$  indépendamment de  $\xi$  (figure III.10(a)).

Enfin, il est essentiel de mentionner ici, qu'une convergence des EQM de  $\mu_\Phi$  et  $\sigma_\Phi$  est observée avec 13 prélèvements, quels que soient le type de combinaisons et la qualité de mesure (figure III.8). La convergence vers un minimum d'erreur et non-pas vers une valeur

nulle, même avec l'augmentation du nombre d'échantillons et la diminution du bruit de mesure, revient vraisemblablement aux facteurs non-contrôlés (ex : conditions environnementales) et non-pris en compte ici, qui influent sur la qualité de l'estimation.

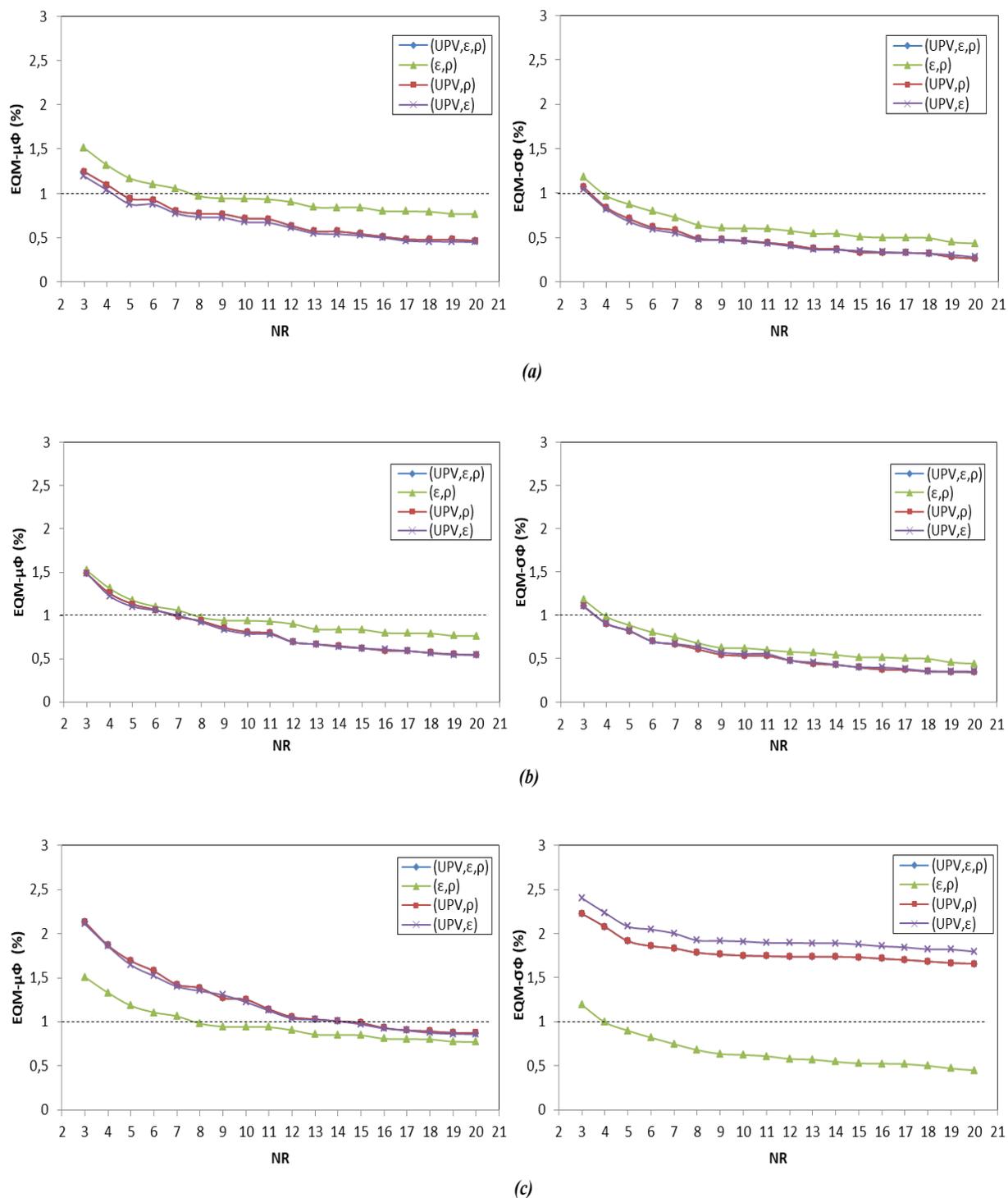


Figure III.8. Variation de l'EQM de  $\mu_\phi$  et  $\sigma_\phi$  en fonction de NR pour différentes combinaisons CND et différent bruit de mesure (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ )

La figure III.9 montre les évolutions de l'EQM de  $\mu_{Sr}$  et  $\sigma_{Sr}$  en fonction de NR. L'analyse de l'EQM est similaire à celle de  $\Phi$ . La figure III.10(b) montre comment NR évolue en fonction de  $\xi$  et des combinaisons CND pour avoir une  $EQM_{\mu_{Sr}} = 2\%$ .

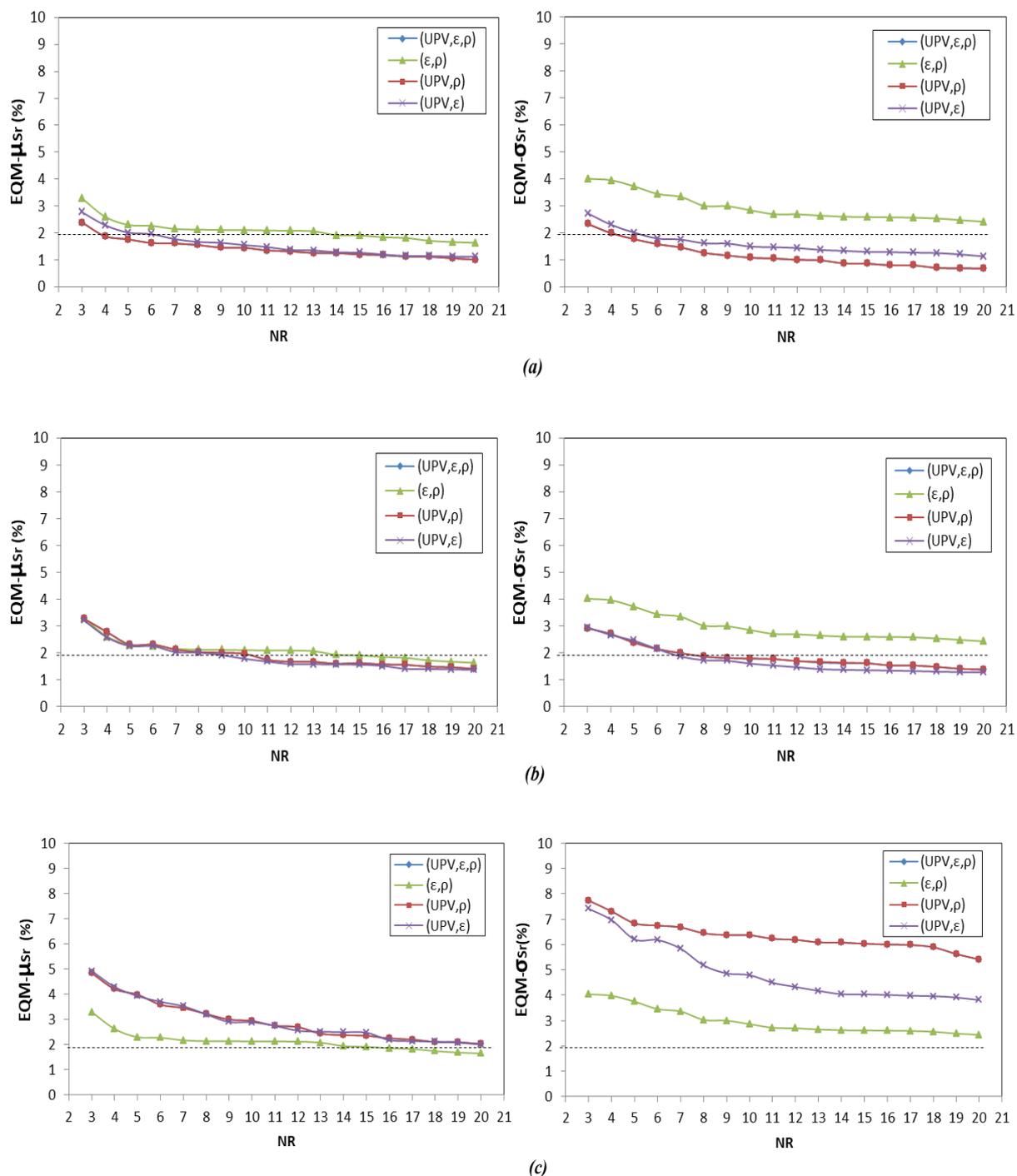


Figure III.9. Variation de l'EQM de  $\mu_{Sr}$  et  $\sigma_{Sr}$  en fonction de NR pour différentes combinaisons CND et différent bruit de mesure (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ )

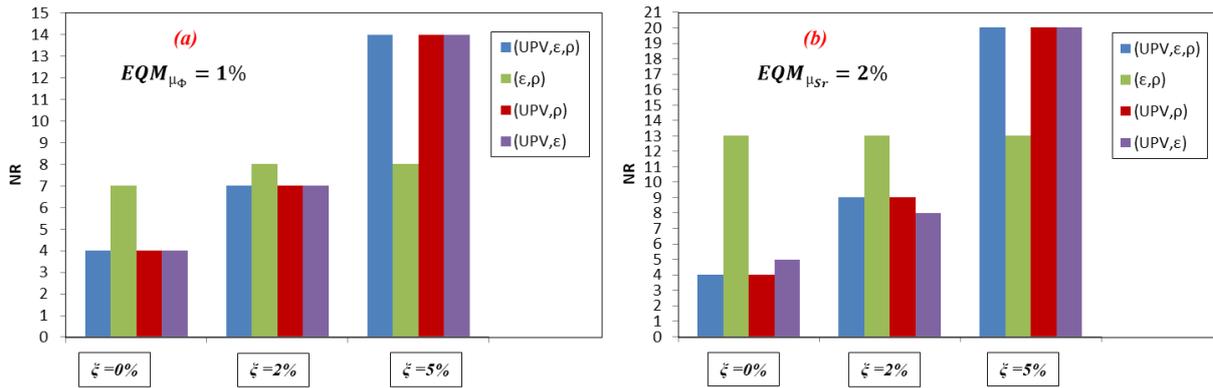


Figure III.10. Distribution de NR en fonction de  $\xi$  où (a)  $EQM_{\mu_{\Phi}} = 1\%$  et (b)  $EQM_{\mu_{S_r}} = 2\%$  pour différentes combinaisons CND.

La figure III.11(a) illustre la fonction de répartition de la moyenne de  $\Phi$  estimée par différentes combinaisons CND dans le cas où  $NR = 13$  et  $\xi = 2\%$ . Chaque fonction de répartition contient 250 valeurs (car 250 répétitions) de la moyenne de  $\Phi$  pour 13 points de mesure. La comparaison entre la moyenne de chaque fonction de distribution cumulée et la valeur de référence de  $\mu_{\Phi}$  souligne que la combinaison ( $\epsilon$ ,  $\rho$ ) surestime la moyenne de  $\Phi$ . La différence entre la valeur estimée et la valeur de référence (après la génération aléatoire) de la moyenne de  $\Phi$  est presque négligeable pour les autres combinaisons. La figure III.11(b) montre également l'efficacité de l'estimation de  $S_r$  par les combinaisons (UPV,  $\epsilon$ ,  $\rho$ ), (UPV,  $\rho$ ) et (UPV,  $\epsilon$ ).

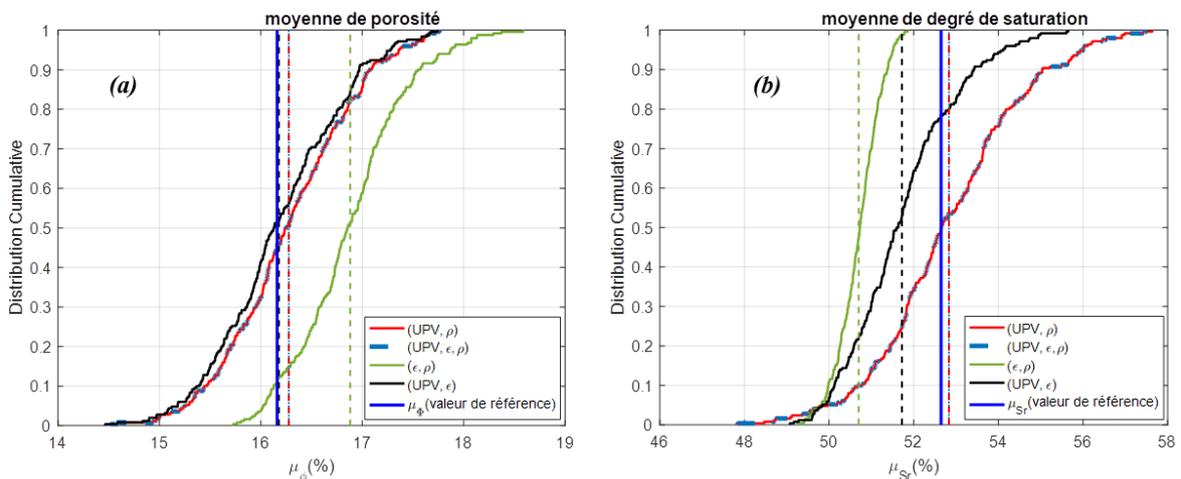


Figure III.11. Fonction de répartition de la moyenne estimée de (a)  $\Phi$  et (b)  $S_r$  pour différentes combinaisons CND en comparaison avec les valeurs de référence – cas où  $NR = 13$  et  $\xi = 2\%$ .

Pour pouvoir montrer un exemple de la comparaison entre les valeurs estimées (par inversion) de  $\Phi$  et  $S_r$  et leurs valeurs de référence (jeu de données obtenu par génération aléatoire lors de

la première étape de notre approche numérique), un point de mesure est choisi parmi ce jeu de données. Le point sélectionné ici correspond à  $\Phi = 13\%$  et  $S_r = 53\%$ . Ce point, appelé point de référence, est marqué en noir dans les figures III.12 et III.13. Ainsi, la répartition des valeurs estimées de  $\Phi$  et  $S_r$  correspondant au même emplacement de ce point de référence (point de mesure) est représentée dans les figures III.12 et III.13. Le nombre de ces valeurs estimées vaut 53 et 6, parmi 250 simulations, respectivement dans les deux cas de NR (NR = 20 et NR = 3). Ce nombre ne vaut pas 250 parce que dans chaque simulation parmi 250 réalisées dans notre approche, un nombre de mesure NR est prélevé aléatoirement parmi le nombre total de mesures NM, ainsi le point de mesure ( $\Phi = 13\%$  et  $S_r = 53\%$ ), pris ici comme un point de référence, n'est pas toujours présent parmi ces NR points. Ce lot de NR points change d'une simulation à une autre du fait du caractère aléatoire lors du prélèvement. Par suite, le nombre de fois où le point de mesure ( $\Phi = 13\%$  et  $S_r = 53\%$ ) est prélevé, est certainement moins que 250. Remarquons donc que lorsque NR augmente, le nombre des points estimés augmente (de 6 pour NR=3 à 53 pour NR=20). Ceci est dû au fait que plus NR est élevé, plus le lot des points prélevés parmi NM devient large. Ainsi, pour l'ensemble des 250 simulations, la probabilité de prélèvement d'un même point de mesure (ici point de référence  $\Phi = 13\%$  et  $S_r = 53\%$ ) devient plus élevée, ce qui rend le nombre des points estimés plus important. La dispersion des points estimés augmente ainsi avec NR comme le montre les deux figures. A cette fin, on ne peut pas dire que l'estimation avec un nombre NR=3 est plus mieux que celle avec NR=20, c'est parce qu'ici est représenté un exemple de l'estimation (après 250 simulations) d'un seul point parmi 100 et non pas de l'estimation de la moyenne des points.

Par ailleurs, la dispersion des points augmente avec l'augmentation de bruit de mesure  $\xi$  pour les trois combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  à l'exception de celle  $(\varepsilon, \rho)$  pour laquelle l'effet de  $\xi$  est négligeable. Il faut noter ici que les points correspondant à la combinaison  $(UPV, \rho)$  ne sont pas présentés comme ils sont complètement confondus avec ceux pour  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ . L'effet de  $\xi$  peut être expliqué par le fait qu'avec une faible qualité de mesure, la fiabilité de l'estimation se réduit et la différence entre la valeur estimée et de référence s'élargit. De plus, pour  $\xi=0\%$ , un seul point est estimé en comparaison avec le point de référence ( $\Phi = 13\%$  et  $S_r = 53\%$ ) quel que soit NR (figures III.12 et III.13). Ceci est dû au fait qu'en absence de bruit (généralisé aléatoirement dans chaque simulation), les valeurs des observables CND sont exactes (c.à.d. ne changent pas d'une simulation à une autre), donc

l'inversion des modèles CND dans un même emplacement (point de mesure) va fournir la même valeur estimée soit de  $\Phi$ , soit de  $S_r$ . Les combinaisons comportant la vitesse ultrasonore sont les meilleurs dans l'estimation du point de référence ( $\Phi = 13\%$  et  $S_r = 53\%$ ). Cela est bien remarquable en comparant les valeurs estimées par les combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  avec celles pour  $(\varepsilon, \rho)$  et surtout dans le cas où  $\xi=0\%$  (figures III.12 et III.13). Dans ce cas où  $\xi=0\%$ , les valeurs estimées par les combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  sont très proches de la valeur de référence ( $\Phi = 13\%$  et  $S_r = 53\%$ ), ce qui n'est pas le cas pour la valeur estimée par la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$ .

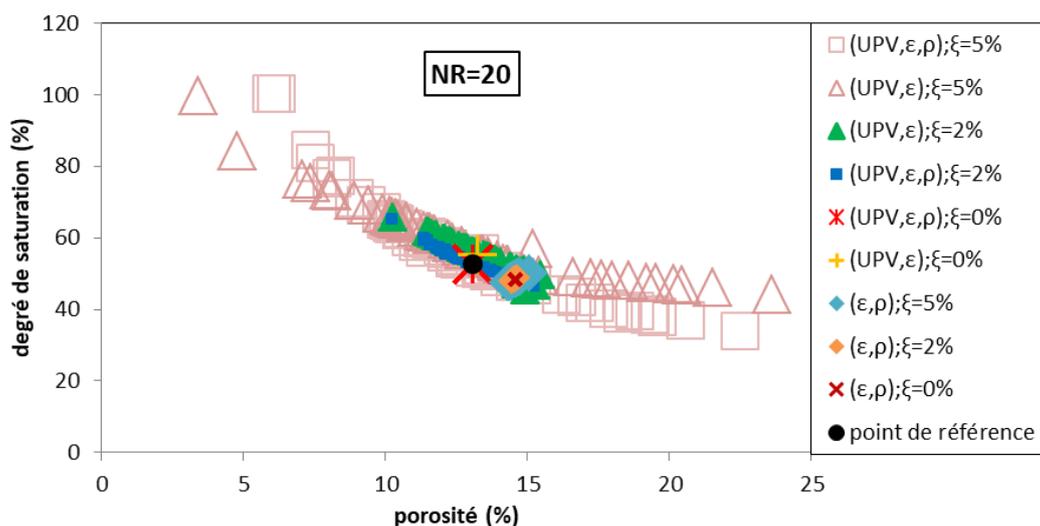


Figure III.12. Variation des valeurs estimées de  $\Phi$  et  $S_r$  par différentes combinaisons CND et pour différents  $\xi$  – cas où NR=20 (le point de référence est un exemple d'un point généré)

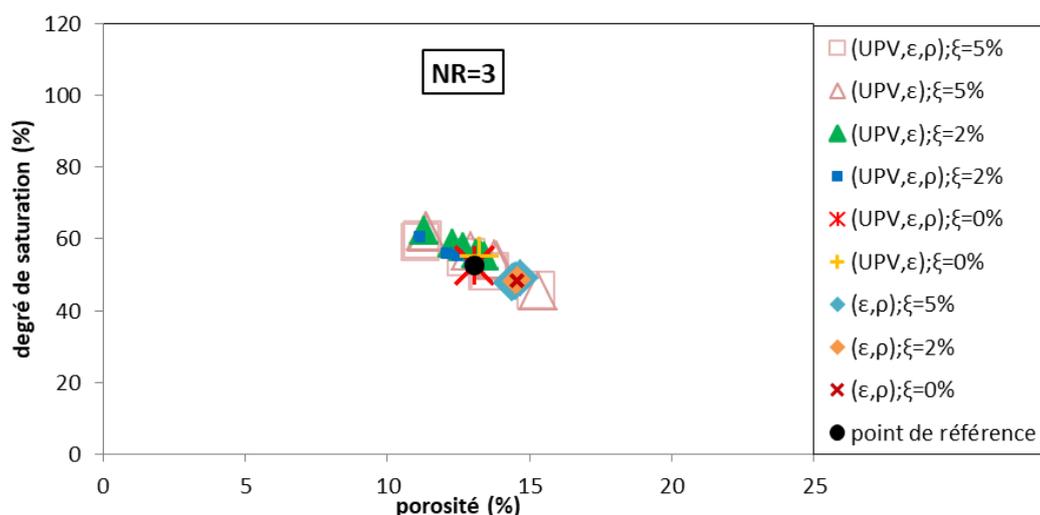


Figure III.13. Variation des valeurs estimées de  $\Phi$  et  $S_r$  par différentes combinaisons CND et pour différents  $\xi$  – cas où NR=3 (le point de référence est un exemple d'un point généré)

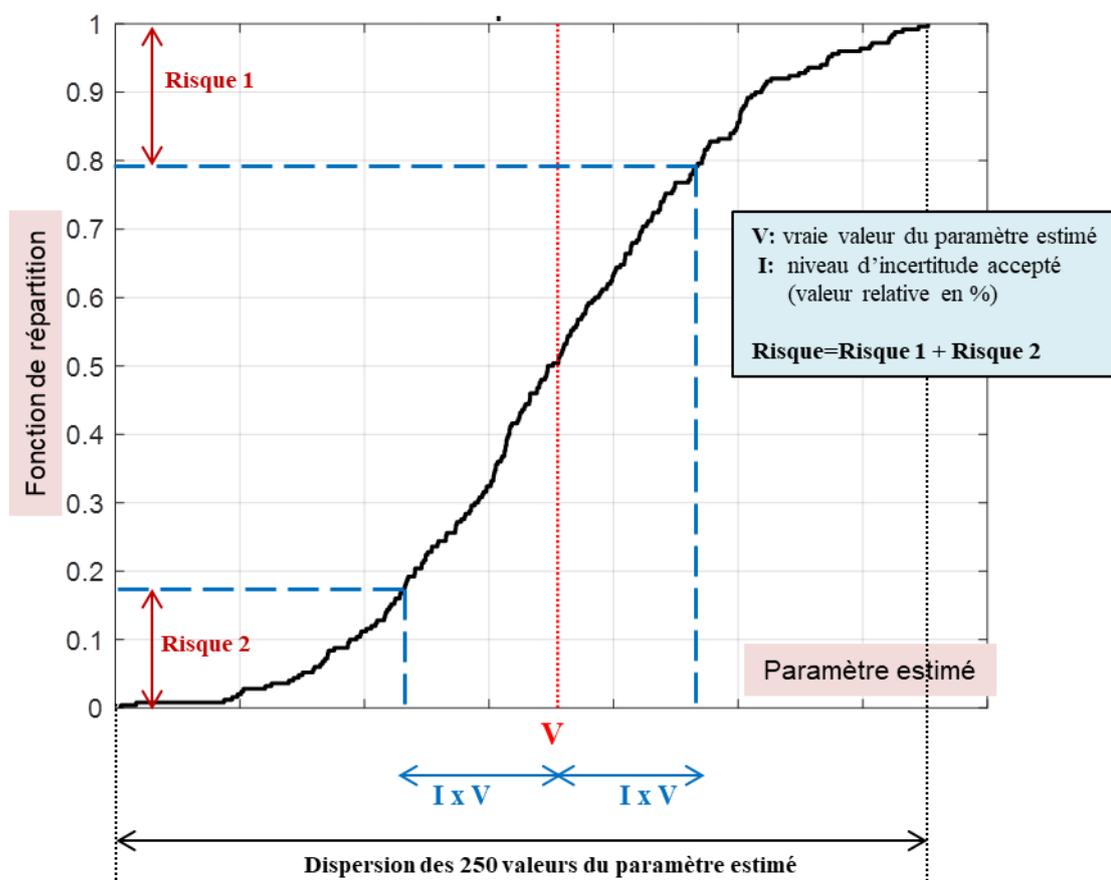
### III.3.2. Courbe de risque sur l'estimation

Après NS=250 répétitions de la méthodologie complète, 250 valeurs de chacun des variables ( $\mu_{\Phi}$  ;  $\sigma_{\Phi}$  ;  $\mu_{S_r}$  et  $\sigma_{S_r}$ ) sont obtenues. Leurs fonctions de répartition CDF peuvent être ainsi dérivées et la qualité de l'estimation de chaque variable peut être évaluée en rajoutant à sa valeur vraie une erreur relative (incertitude) acceptée et en calculant le risque (probabilité) d'avoir une valeur estimée en dehors de cet intervalle d'incertitude. En d'autres termes, l'intervalle {valeur vraie  $\pm$  [niveau d'incertitude I (valeur relative en %) x valeur vraie]} constitue un intervalle d'erreur (incertitude) acceptable où doit se situer la valeur estimée. Pour en extraire cette information (le risque) des courbes CDF, la démarche est présentée ci-après :

- première étape : fixer un intervalle  $\pm I \times V$  autour de la vraie valeur V de chaque paramètre parmi  $\mu_{\Phi}$  ;  $\sigma_{\Phi}$  ;  $\mu_{S_r}$  et  $\sigma_{S_r}$ . La vraie valeur correspond à la valeur de référence de ces paramètres obtenue après la génération aléatoire de  $\Phi$  et  $S_r$ . Rappelons que les valeurs de référence de ces paramètres sont respectivement 16,1% ; 2,28% ; 52,6% et 5,5%.

- deuxième étape : quantifier la probabilité (le risque) que la valeur évaluée se situe au dehors de l'intervalle fixé.

Le concept de détermination du risque à partir de la courbe CDF est illustré dans la figure III.14. Les valeurs du risque peuvent être tracées en fonction de NR. Ces évolutions sont présentées dans les figures III.15 et III.16 respectivement pour ( $\mu_{\Phi}$  ;  $\sigma_{\Phi}$ ) et ( $\mu_{S_r}$  et  $\sigma_{S_r}$ ). La sélection de I dépend du niveau d'incertitude accepté sur la valeur estimée et n'est pas une valeur unique. (I=10%) et (I=25%) ont été choisis dans cette étude pour l'évaluation de la moyenne de  $\Phi$  et  $S_r$  et de l'écart-type (de  $\Phi$  et  $S_r$ ) respectivement. Ces valeurs ont été adoptées par [Alwash et al. (2017)]. Le niveau d'incertitude sur l'estimation de l'écart-type est supérieur à celui sélectionné pour l'estimation de la moyenne en raison de la difficulté d'évaluer la variabilité des propriétés du béton avec une incertitude faible [Alwash et al. (2017)].



**Figure III.14.** Concept utilisé pour dériver la valeur du risque correspondant à un niveau d'incertitude spécifique à l'aide de la courbe CDF

Les figures III.15 et III.16 montrent qu'en augmentant NR, le risque sur l'estimation de la moyenne de  $\Phi$  et  $S_r$  diminue. Ce comportement peut être expliqué à l'aide de la comparaison entre les figures III.11 et III.17 correspondant à deux cas différents de NR. L'augmentation de NR rend la fonction de répartition moins élargie et par conséquent conduit à des valeurs du risque plus réduites pour un niveau d'incertitude spécifique ( $I \times V$ ). De plus, la réduction des valeurs du risque due à l'augmentation de NR est importante pour les faibles valeurs de NR et devient négligeable lorsque les NR sont plus élevés. La même analyse peut être appliquée pour la variation du risque sur l'estimation de l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$ . Cependant, le risque pour l'écart-type est plus significatif que celui pour  $\mu_\Phi$  et  $\mu_{S_r}$ . Ceci indique la difficulté d'assurer un risque réduit associé à la valeur prédite de la variabilité (écart-type) de ces deux propriétés.

$\xi$  a un effet important sur les valeurs du risque qui augmentent considérablement lorsque la qualité des mesures diminue ( $\xi$  passe de  $\xi=0\%$  - figures III.15(a) et III.16(a)- à  $\xi=5\%$  - figures III.15(c) et III.16(c)). Cet effet est observé en utilisant les trois combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  alors qu'il est faible pour  $(\varepsilon, \rho)$  comme vu précédemment avec l'EQM. De plus, pour les faibles valeurs NR, les différences entre les valeurs du risque correspondantes à différentes combinaisons CND ayant la même qualité de mesures, diminuent lorsque la qualité augmente. Cette conclusion est surtout observée entre les combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \varepsilon)$  et  $(\varepsilon, \rho)$ . Rappelons que les courbes correspondantes aux combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$  et  $(UPV, \rho)$  sont identiques. Il est nécessaire de mentionner aussi que la réduction du risque pour  $\sigma_\Phi$  et  $\sigma_{S_r}$  en fonction de  $\xi$  est plus significative que sur l'estimation de  $\mu_\Phi$  et  $\mu_{S_r}$ .

Le risque montre la capacité de notre approche numérique à fournir une évaluation fiable de la moyenne et de l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$ . La convergence des courbes pour  $\mu_\Phi$  et  $\mu_{S_r}$  est obtenue pour un risque inférieur à environ 10% à partir de NR=13 pour toutes les combinaisons CND et quelle que soit la qualité de mesure. Ce nombre de carottes assure aussi la convergence des courbes pour  $\sigma_\Phi$  et  $\sigma_{S_r}$  mais avec un risque plus haut que celui pour  $\mu_\Phi$  et  $\mu_{S_r}$ . On peut déduire que le NR minimum requis pour assurer l'évaluation de  $\mu_\Phi$ ;  $\mu_{S_r}$ ;  $\sigma_\Phi$  et  $\sigma_{S_r}$  avec une erreur relative maximale de I=10% pour la moyenne et I=25% pour l'écart-type est de 13 carottes. Cette observation confirme ce que nous avons conclu dans la section précédente. Ce nombre peut être réduit à presque 10 et 8 carottes respectivement pour l'estimation de  $\mu_\Phi$  et  $\mu_{S_r}$  avec une bonne ou moyenne qualité de mesure ( $\xi=0\%$  -figures III.15(a) et III.16(a) - et  $\xi=2\%$  -figures III.15(b) et III.16(b)) pour avoir un risque proche de 0%. Par contre, pour l'estimation de  $\sigma_\Phi$  et  $\sigma_{S_r}$ , même avec  $\xi=0\%$  et  $\xi=2\%$ , le nombre de carottes nécessaires reste le même (13 carottes) et le risque est inférieur à 20%.

Comme déjà déduit dans la section précédente, la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  demeure la meilleure combinaison pour l'estimation de  $\Phi$  et  $S_r$  et de leurs variabilités pour une faible qualité de mesure ( $\xi=5\%$  - figures III.15(c) et III.16(c)). Le faible effet de  $\xi$  sur l'estimation en utilisant cette combinaison a fourni les valeurs les plus réduites du risque sur  $\mu_\Phi$ ;  $\mu_{S_r}$ ;  $\sigma_\Phi$  et  $\sigma_{S_r}$  pour  $\xi=5\%$  par rapport aux autres combinaisons.

Les conclusions tirées des courbes du risque sont en concordance avec celles trouvées pour les courbes d'EQM.

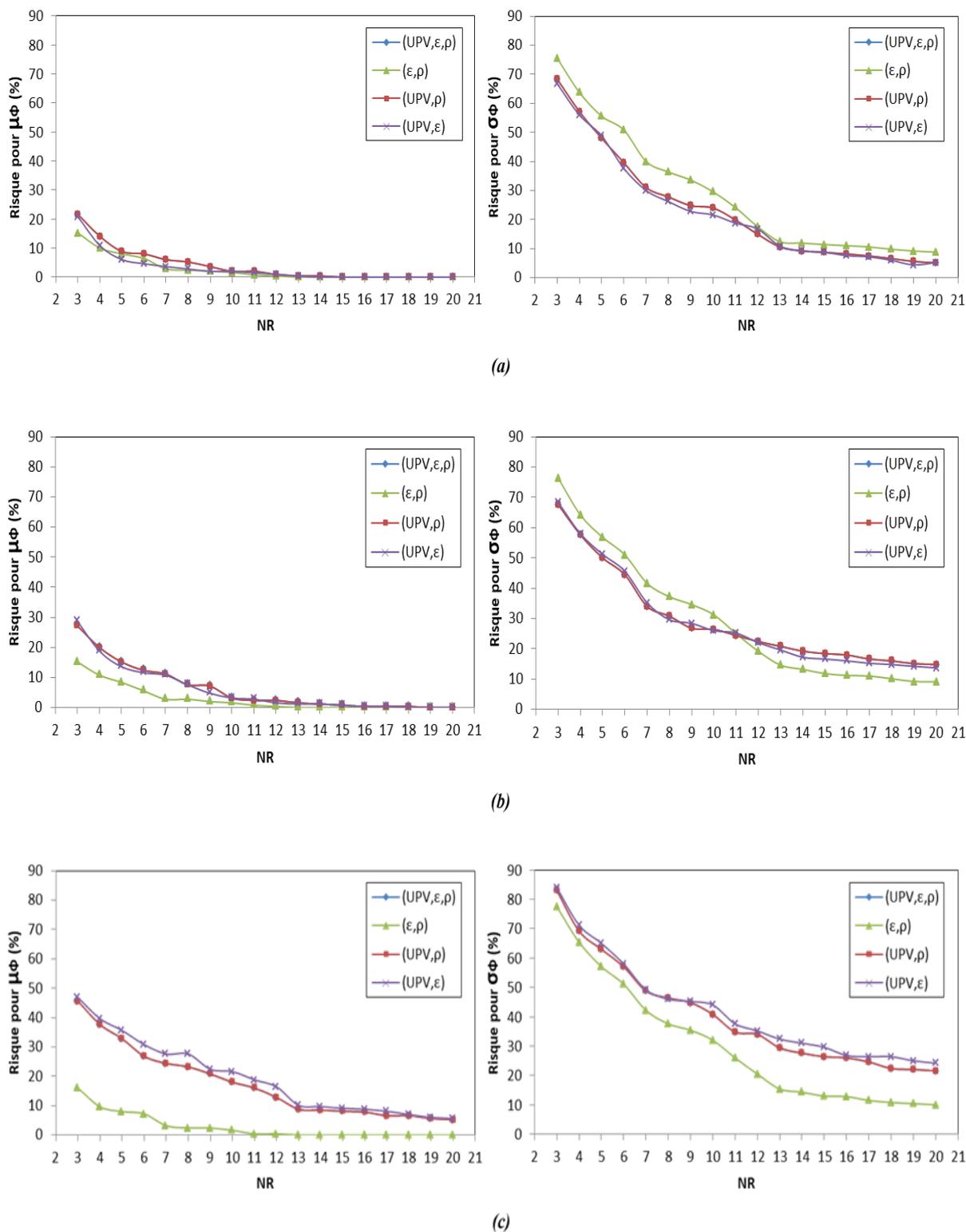


Figure III.15. Courbes de niveau de confiance sur la moyenne ( $U=\pm 10\%$ ) et l'écart-type ( $U=\pm 25\%$ ) de  $\Phi$  avec différentes combinaisons CND et différents  $\xi$  (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ )

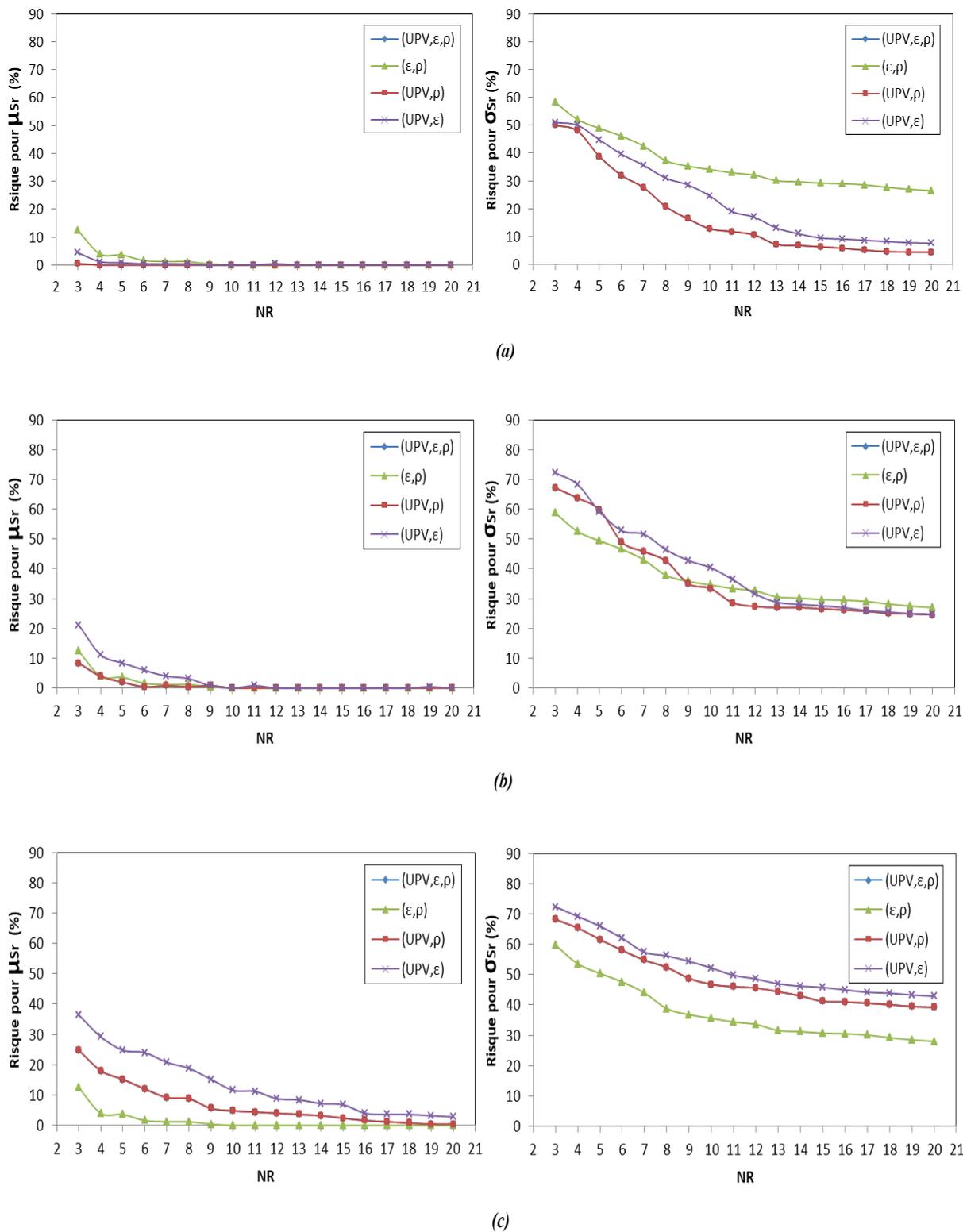


Figure III.16. Courbes de niveau de confiance sur la moyenne ( $U=\pm 10\%$ ) et l'écart-type ( $U=\pm 25\%$ ) de  $S_r$  avec différentes combinaisons CND et différents  $\xi$  (a) ( $\xi = 0\%$ ) (b) ( $\xi = 2\%$ ) et (c) ( $\xi = 5\%$ )

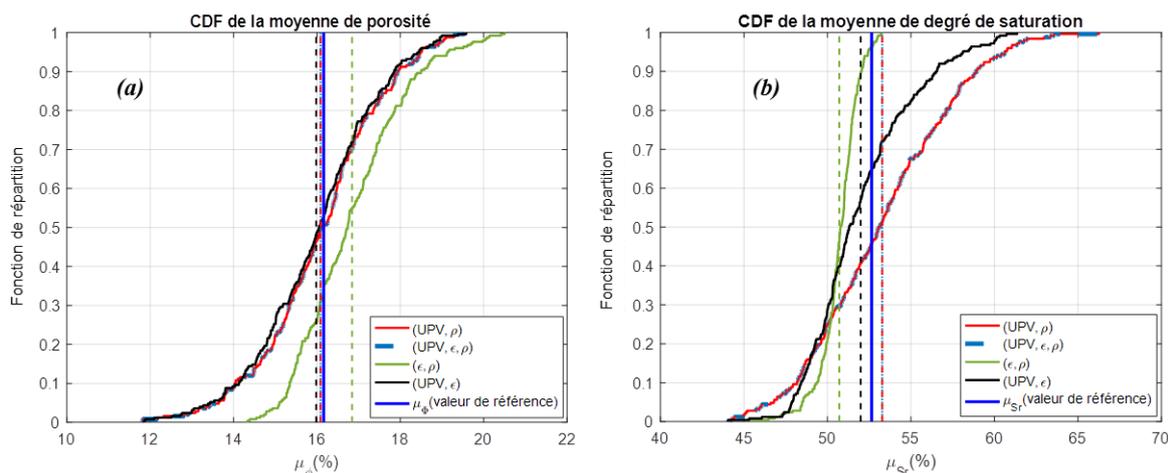


Figure III.17. Fonction de répartition de la moyenne estimée de (a)  $\Phi$  et (b)  $S_r$  pour différentes combinaisons CND en comparaison avec les valeurs de référence – cas où NR = 3 et  $\xi = 2\%$ .

### III.4. Evaluation non-destructive de la corrélation spatiale du béton

Dans cette partie, la corrélation spatiale entre les points de la structure étudiée (dalle en 2D) est intégrée dans le processus d'évaluation non-destructive des propriétés du béton. On ne parlera plus de variables aléatoires mais de champ aléatoires [Vanmarcke (1983), Ravahatra et al. (2019)].

L'approche numérique de la figure III.1 est adaptée afin d'évaluer, la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  par inversion des modèles CND. L'évaluation de cette longueur permet de déterminer l'emplacement des mesures indépendantes spatialement et par conséquent de réduire le nombre des essais et d'optimiser le programme d'investigation in situ. Les principales modifications concernant cette approche sont :

- Dans la première étape, le jeu de données synthétiques (NM=100 valeurs) est créé à partir des propriétés du béton considérées comme étant dépendantes spatialement.  $\Phi$  et  $S_r$  sont donc des champs aléatoires définis par leurs moyennes, leurs écart-types et leurs fonctions d'autocorrélation  $R$  [Vanmarcke (1983)]. La génération de ces deux propriétés est réalisée par la méthode de discrétisation spatiale Circulant Embedding [Dang et al. (2011)] (équation I.16 - chapitre I). La fonction d'autocorrélation exponentielle isotrope avec  $l_x = l_y$  (équation (III.4) est utilisée dans notre étude comme une entrée de cette méthode.

$$R[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \exp\left(-\left(\frac{|x_1 - x_2|}{l_x}\right) - \left(\frac{|y_1 - y_2|}{l_y}\right)\right) \quad (III.4)$$

où  $l_x$  et  $l_y$  sont les longueurs de corrélation selon  $x$  et  $y$  respectivement.  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  sont les coordonnées de deux points distincts de la structure. La valeur de la longueur de corrélation utilisée comme entrée de la méthode Circulant Embedding était de 2,5m. Cette valeur est choisie en correspondance avec ce qui a été trouvé dans la littérature (chapitre I – tableau I.3). En effet, l'ordre de valeur de la longueur de corrélation pour une dalle carrée de 10 m de côté doit être en mètre (chapitre I – figure I.14). De plus, la longueur de corrélation est d'habitude déterminée en utilisant des outils géostatiques par ajustement des valeurs expérimentales (réelles) du variogramme ou de la fonction d'autocorrélation avec les meilleurs modèles théoriques comme déjà exposé dans le chapitre I-§ I.3.2. Ainsi, la longueur de corrélation obtenue sera convenable à la variabilité spatiale du béton étudié et à l'échelle d'étude considérée. Mais, en absence des résultats expérimentaux, ce qui est le cas de notre étude, une valeur exemple de 2,5 m a été sélectionnée partant de la supposition que plus l'échelle d'étude devient large, plus le béton peut présenter une corrélation spatiale plus élevée c.à.d. avoir une longueur de corrélation plus grande. Et, comme dans cette étude, nous ne cherchons pas à faire une étude paramétrique de ce paramètre, le choix s'est porté sur une valeur fixe de 2,5 m. Par ailleurs, en utilisant la valeur 2,5 m comme entrée dans la méthode Circulant Embedding et après la génération aléatoire de jeu de données, il est connu que les valeurs des longueurs de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  ne seront pas exactement 2,5 m du fait du caractère aléatoire. Par suite, ces longueurs sont trouvées égales à  $l_\Phi = 2,7 m$  et  $l_{S_r} = 2,2 m$  respectivement pour  $\Phi$  et  $S_r$  : Ce sont ainsi les valeurs de référence des longueurs de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$ .

-Dans la troisième étape, les longueurs de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  obtenues par inversion, sont aussi déterminées en plus de la moyenne et de l'écart-type. L'approche tient compte de l'effet du bruit de mesure ainsi que des différentes combinaisons CND dans l'évaluation de la moyenne et de l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$ . Pour chaque combinaison CND et chaque bruit de mesure, un ensemble des valeurs de  $\Phi$  et  $S_r$  est obtenu. L'estimation de  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  est basée sur la notion de variogramme (chapitre I - § I.3.2). Pour rappel, le variogramme empirique est calculé en utilisant l'équation (III.5) :

$$\gamma_e(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \text{Var}[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (\text{III.5})$$

avec  $N(h)$  le nombre total des points éloignés d'une distance  $h$ ,  $Z$  la propriété du béton

considérée (soit  $\Phi$ , soit  $S_r$ ).  $Z(x_i)$  et  $Z(x_i + h)$  sont respectivement les valeurs de cette propriété pour deux points séparés par une distance  $h$ , notés  $x_i$  et  $x_i + h$ . Ce variogramme empirique est ensuite ajusté par un variogramme théorique (gaussien, exponentiel, sphérique, linéaire, etc..) par la méthode des moindres carrées. Dans notre étude, la meilleure forme théorique assurant un bon ajustement est la forme gaussienne ci-dessous (équation (III.6)):

$$\gamma_t(h) = C \left[ 1 - \exp\left(-3 \left(\frac{h}{l}\right)^2\right) \right] \quad (\text{III.6})$$

Cette équation dépend principalement de la longueur de corrélation " $l$ ". Après l'ajustement entre le variogramme empirique et théorique, la valeur de la longueur de corrélation peut être déduite. A la fin de cette étape, les longueurs de corrélations estimées de  $\Phi$  et  $S_r$  pour les différents bruits de mesure et combinaisons CND sont comparées avec celles de référence ( $l_\Phi = 2,71 \text{ m}$  et  $l_{S_r} = 2,23 \text{ m}$ ) au moyen de l'EQM.

L'effet de NR sur l'estimation de  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  n'a pas pu être étudié. En effet, en utilisant un nombre NR allant de 3 à 20 (valeurs déjà utilisées dans la section III.2), les valeurs de l'EQM calculées pour  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  étaient très élevées. En effet, les valeurs de NR sont faibles en comparaison avec un NR choisi aléatoirement suffisant pour évaluer la longueur de corrélation. De plus, avec un choix aléatoire de NR, la probabilité d'avoir des points corrélés spatialement est faible. Par suite, leur longueur de corrélation sera élevée en comparaison avec celles considérées comme référence ( $l_\Phi = 2,7 \text{ m}$  et  $l_{S_r} = 2,2 \text{ m}$ ) et conduira à avoir des valeurs très grandes de l'EQM. Pour ces raisons, seulement le cas où NR=50 mesures prises aléatoirement parmi 100 est considéré.

L'approche est aussi exécutée 250 fois pour lesquels la convergence de la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  est vérifiée. En effet, les évolutions de la demi-largeur de l'intervalle de confiance (à 95% de confiance) de  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  se stabilisent pour un nombre de simulations de 250 (figures III.18 et III.19). Dans ces figures, la combinaison (UPV,  $\rho$ ) n'est pas présentée puisque ses résultats obtenus sont identiques à la combinaison (UPV,  $\varepsilon$ ,  $\rho$ ).

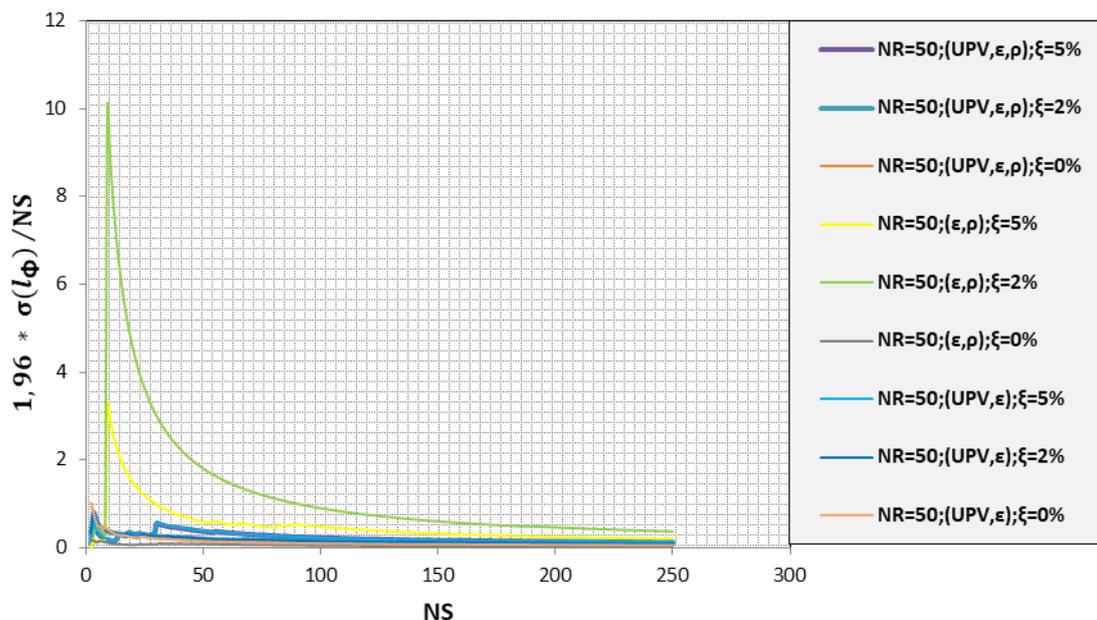


Figure III.18. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la longueur de corrélation estimée de  $\Phi$  en fonction de NS – cas où NR=50.

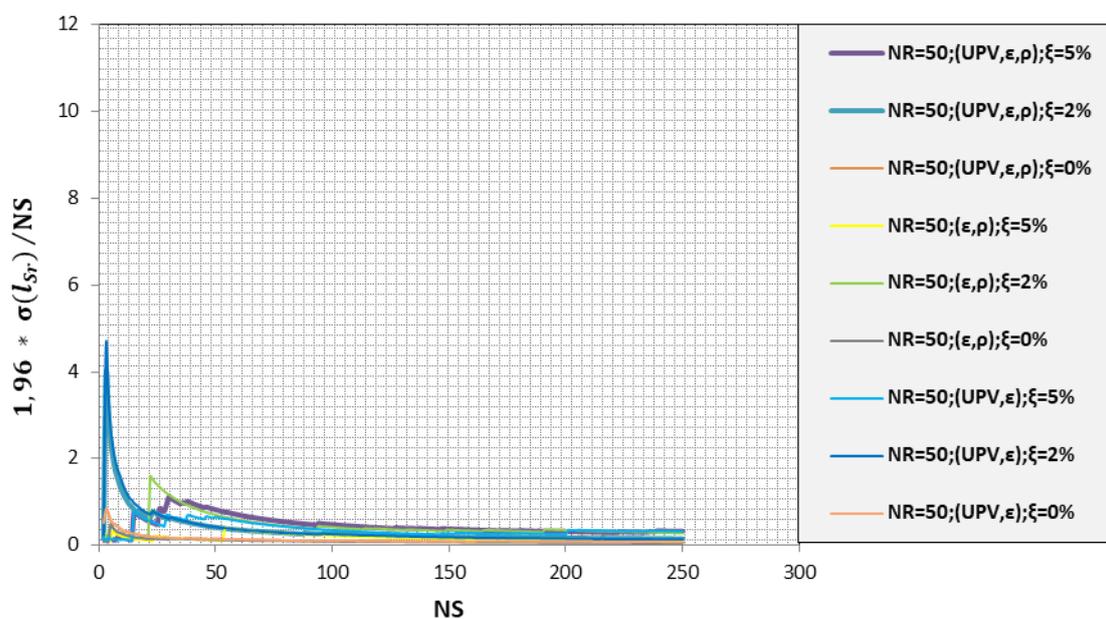


Figure III.19. Demi-largeur de l'intervalle de confiance pour la longueur de corrélation estimée de  $S_r$  en fonction de NS – cas où NR=50.

Le tableau III.1 résume les valeurs de l'EQM correspondant aux longueurs de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  estimées pour différentes combinaisons CND et différents  $\xi$ . Les résultats montrent des aspects similaires à ceux observés dans le cas d'estimation de la moyenne et de l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$ . L'EQM de  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  diminue avec l'amélioration de la qualité de mesure c.à.d.

lorsque  $\xi$  passe de 5 à 0%. Les trois combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  donnent des résultats proches et sont les meilleures par rapport à la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$ . En revanche, la différence dans les résultats obtenus vis-à-vis de ce qui a été obtenu dans les cas d'estimation de la moyenne et d'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$ , est que  $\xi$  influe ici sur les valeurs de l'EQM de  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  estimées par la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$ . En effet, l'estimation de la longueur de corrélation est contrôlée principalement par les positions des mesures et non-pas par les valeurs des observables CND.

**Tableau III.1. EQM sur la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  avec différentes combinaisons et différents  $\xi$  pour NR=50 parmi 100.**

NR=50	EQM sur la longueur de corrélation (m)					
	$(UPV, \varepsilon, \rho)$			$(UPV, \rho)$		
	$\xi = 5\%$	$\xi = 2\%$	$\xi = 0\%$	$\xi = 5\%$	$\xi = 2\%$	$\xi = 0\%$
$\Phi$	1,75	0,79	0,49	1,75	0,79	0,49
$S_r$	2,68	1,21	0,61	2,68	1,21	0,61

NR=50	EQM sur la longueur de corrélation (m)					
	$(UPV, \varepsilon)$			$(\varepsilon, \rho)$		
	$\xi = 5\%$	$\xi = 2\%$	$\xi = 0\%$	$\xi = 5\%$	$\xi = 2\%$	$\xi = 0\%$
$\Phi$	1,80	0,80	0,49	3,36	2,52	1,13
$S_r$	2,69	1,07	0,61	2,50	1,78	0,82

Les figures (III.20 et III.21) d'une part, et (III.22 et III.23) d'autre part, représentent respectivement pour deux simulations (1 et 100) parmi les 250 exécutées, les variogrammes de  $\Phi$  et  $S_r$  pour différentes combinaisons CND et différents  $\xi$ . Les valeurs de référence et celles estimées des longueurs de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  sont aussi montrées. De plus, dans chaque figure, en haut à gauche, les positions des 50 points sélectionnés aléatoirement sont marquées en noir. Ces positions changent d'une simulation à une autre. Les figures valident les conclusions tirées sur la dépendance de l'estimation de  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  à la qualité de mesure  $\xi$  et les combinaisons CND choisis. Effectivement, plus  $\xi$  s'accroît plus la dispersion entre les valeurs estimées et les valeurs de référence s'élargit. En même temps, les valeurs estimées de  $l_\Phi$  et  $l_{S_r}$  pour les combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  sont les plus proches des valeurs de référence surtout pour les cas d'une bonne qualité ( $\xi=0\%$  figures III.20 à III.23(b)) et de moyenne qualité ( $\xi=2\%$  figures III.20 à III.23(b)).

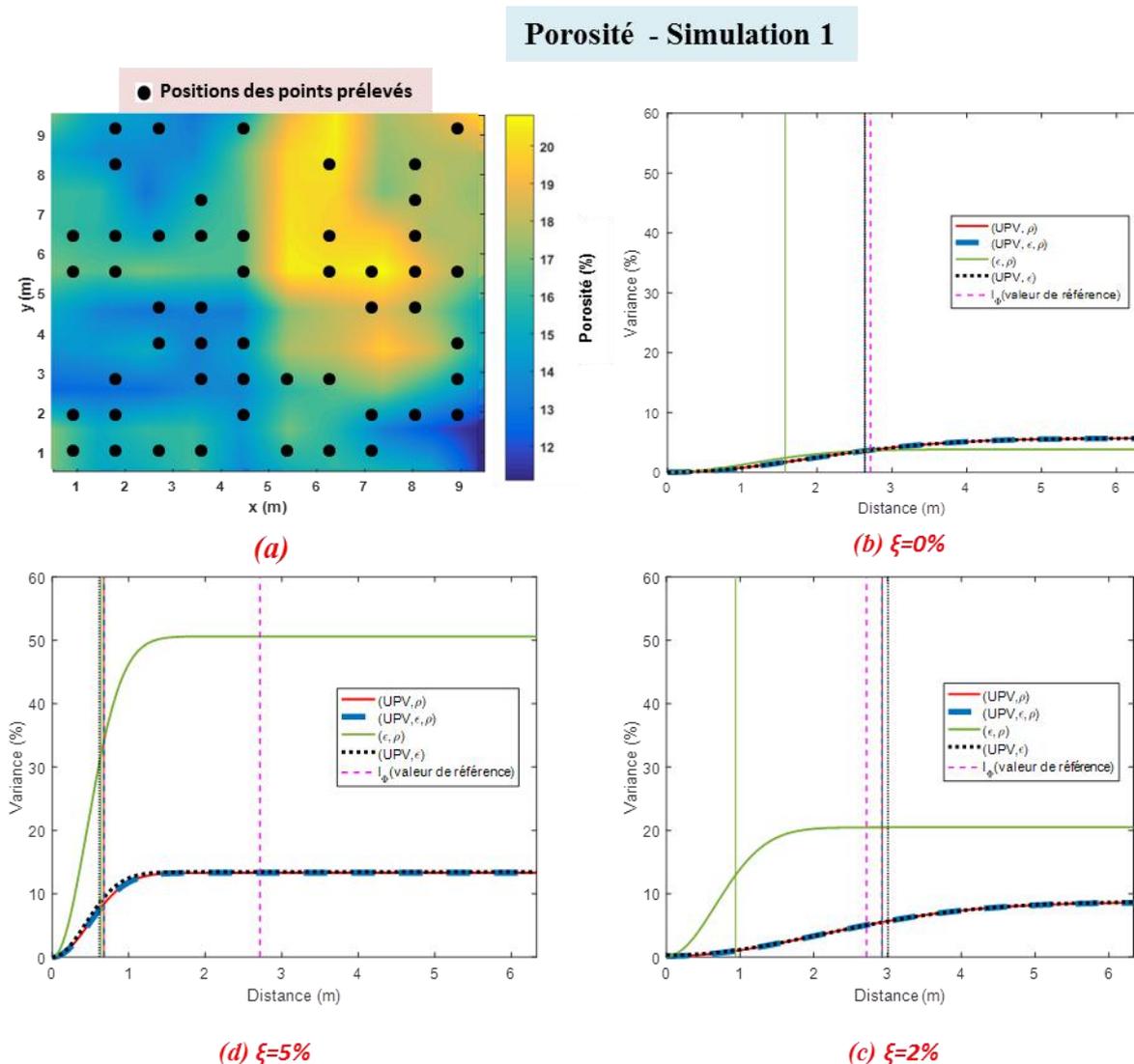
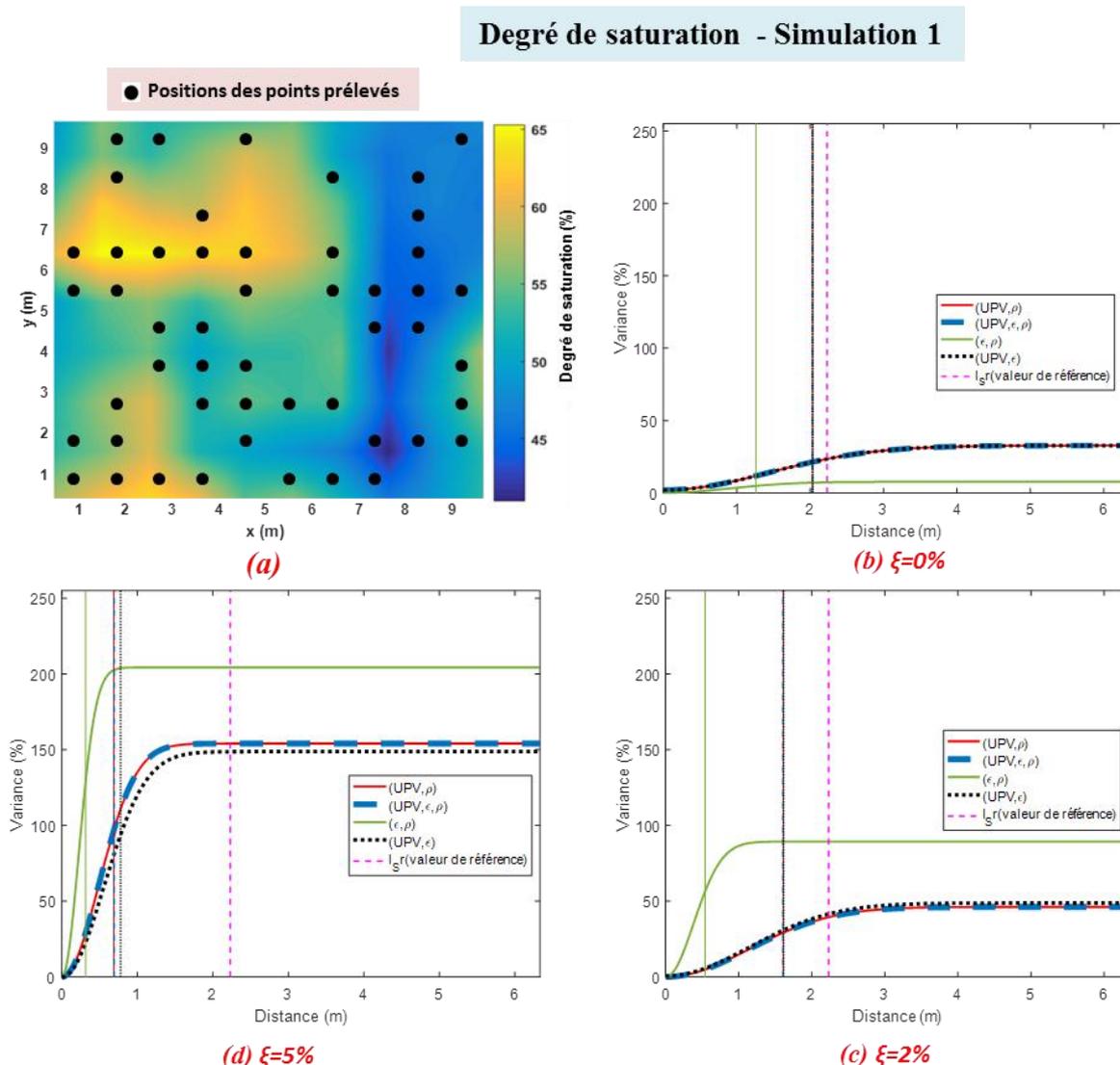


Figure III.20. Estimation de la longueur de corrélation de  $\Phi$  dans la première simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b), (c) et (d) Variogrammes de  $\Phi$  en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents  $\xi$



**Figure III.21. Estimation de la longueur de corrélation de  $S_r$  dans la première simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b), (c) et (d) Variogrammes de  $S_r$  en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents  $\xi$**

Le processus utilisé dans cette section pour l'évaluation non-destructive de la corrélation spatiale des propriétés du béton nécessite un nombre de mesures assez important ( $NR=50$ ). Cependant, il constitue un premier pas pour réaliser cette évaluation en intégrant l'effet du bruit de mesure et celui du type de combinaison CND choisie. De même, il sert à exposer une méthode pour déterminer les longueurs de corrélation des propriétés du béton in situ qui vont être utilisées comme paramètre d'entrée pour étudier leurs effets sur le comportement mécanique d'une structure en 2D dans le chapitre IV. Ce processus peut être amélioré en

intégrant une méthode d'optimisation des emplacements des mesures correspondant à un nombre NR plus petit et qui prend en compte aussi l'effet de  $\xi$  et le type de combinaison CND choisi. En d'autres termes, pour avoir un NR pratique, la sélection de ce nombre ne doit pas être aléatoire, elle doit dépendre de la corrélation spatiale (i.e. longueur de corrélation) de chaque observable CND. Cette proposition peut être vue comme une perspective du travail présenté.

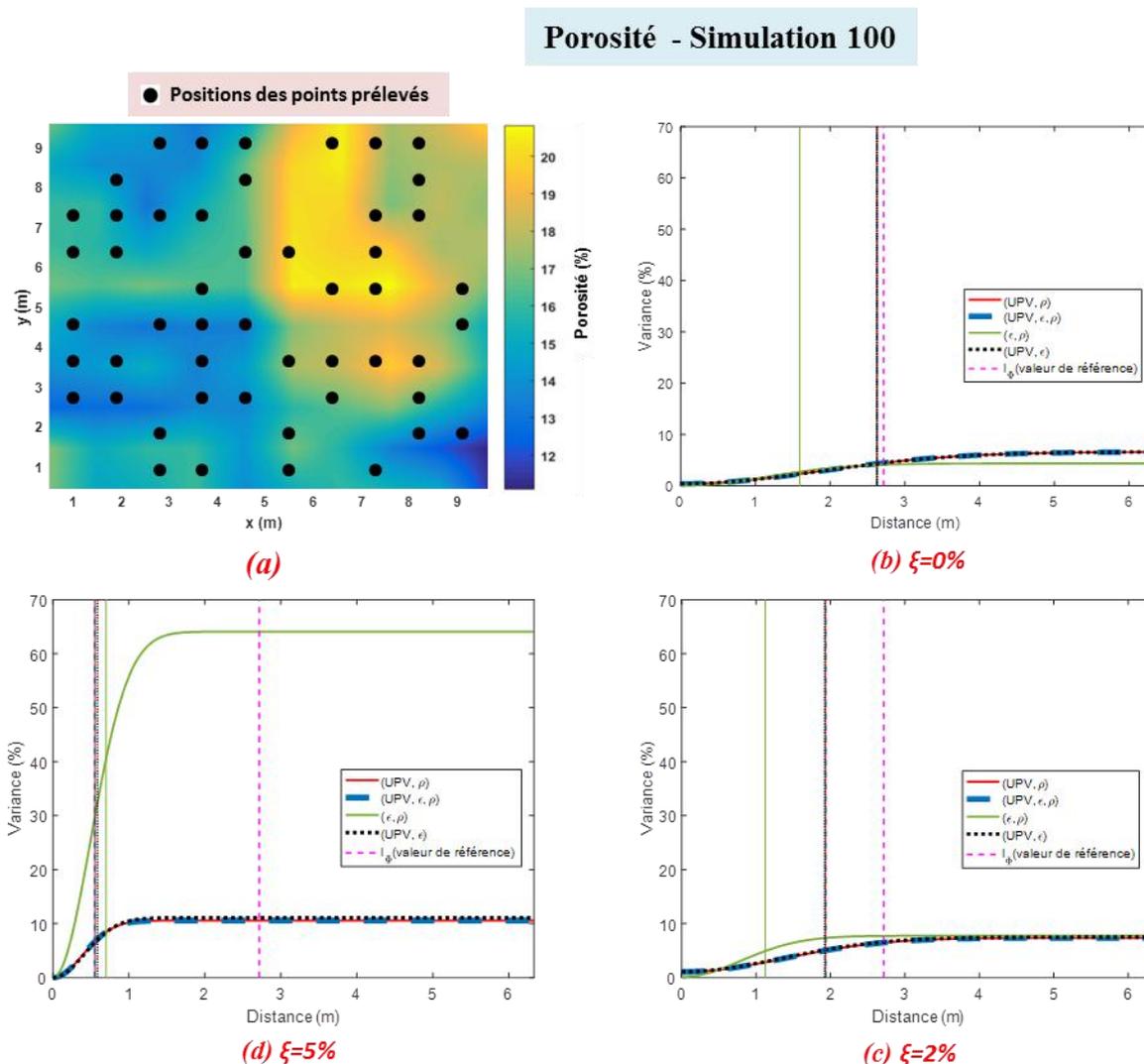
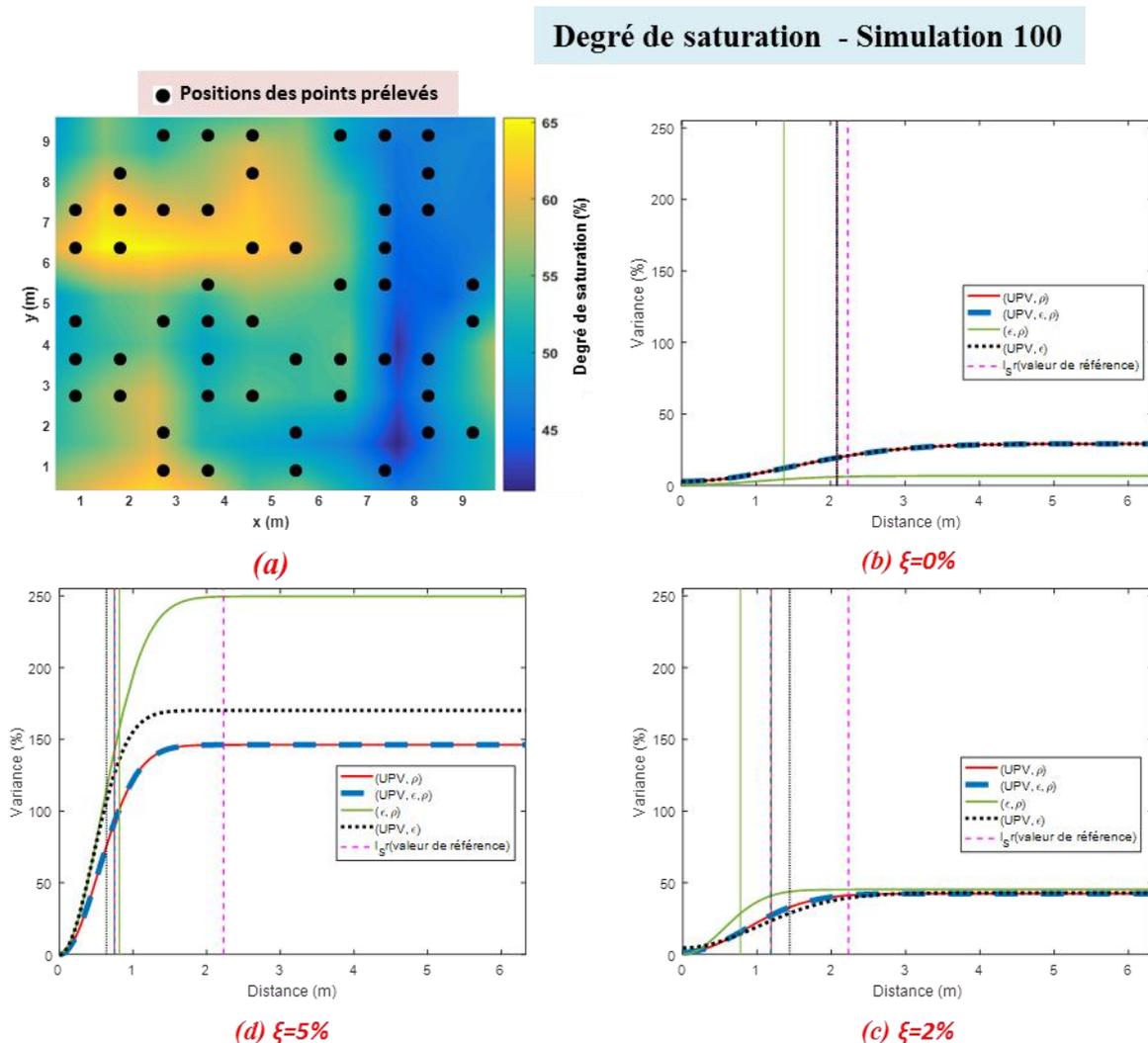


Figure III.22. Estimation de la longueur de corrélation de  $\Phi$  dans la centième simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b), (c) et (d) Variogrammes de  $\Phi$  en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents  $\xi$



**Figure III.23.** Estimation de la longueur de corrélation de  $S_r$  dans la centième simulation (a) Positions des 50 mesures sélectionnées aléatoirement dans le jeu de données initial. (b), (c) et (d) Variogrammes de  $S_r$  en comparaison avec sa valeur de référence de la longueur de corrélation pour différentes combinaisons CND et respectivement différents  $\xi$

### III.5. Conclusions

La capacité des mesures non-destructives assorties de leurs modèles de conversion à estimer les propriétés du béton et leur variabilité avec les méthodes d'évaluation non-destructive a été étudiée dans ce chapitre. Les trois modèles de conversion reliant  $UPV$ ,  $\rho$  et  $\epsilon$  à  $\Phi$  et  $S_r$  ont été calibrés (chapitre II) et un jeu de données synthétiques a été généré. L'efficacité de l'approche

d'inversion de ces modèles a été démontrée en tenant compte des différentes combinaisons de CND, différents bruits de mesure et un nombre de mesures variable (nombre de carottes).

Des simulations numériques ont été utilisées pour mieux évaluer ces facteurs d'influence affectant cette estimation.

Dans une première partie,  $\Phi$  et  $S_r$  ont été considérés spatialement indépendants (i.e. des variables aléatoires) lors de la génération du jeu de données. Par conséquent, la qualité de l'évaluation de leurs moyennes et écarts-types a été estimée par deux méthodes : l'erreur quadratique moyenne et le risque d'avoir un paramètre évalué hors d'un intervalle d'incertitude accepté. Cet intervalle est désigné par la prise en compte d'un niveau d'incertitude I (ou d'erreur) accepté sur la vraie valeur du paramètre. Les résultats de cette partie ont montré que :

1- L'approche adoptée est efficace pour estimer  $\Phi$  et  $S_r$  et leurs variabilités. Spécifiquement pour un bruit de mesure de 0 et de 2%, les valeurs maximales de l'EQM étaient respectivement d'environ 1 % et 2 % pour la moyenne et l'écart-type de  $\Phi$  et d'environ 2,3 % et 3,4 % respectivement pour la moyenne et l'écart-type de  $S_r$ . De même, plus que 80% des valeurs estimées de la moyenne (de  $\Phi$  et  $S_r$ ) et de l'écart-type (de  $\Phi$  et  $S_r$ ) sont respectivement dans un intervalle de  $\pm 10\%$  et  $\pm 25\%$  de leurs vraies valeurs,

2- L'EQM sur la moyenne et l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$  diminue avec l'augmentation du nombre de carottes et la diminution du bruit à l'exception de la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  où l'effet du bruit est faible,

3- Dans le cas de cette étude, augmenter le nombre de carottes au-delà de 10 est rarement demandé,

4- Les combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$  et  $(UPV, \rho)$  fournissent des résultats (en terme d'EQM et de risque) identiques quels que soit le nombre et le bruit de mesure,

5-  $(UPV, \varepsilon, \rho)$ ,  $(UPV, \rho)$  et  $(UPV, \varepsilon)$  étaient les combinaisons les plus efficaces pour évaluer en même temps  $\Phi$  et  $S_r$  compte tenu du nombre de mesures et du bruit. Ainsi, l'influence la plus importante sur l'évaluation est favorisée par la présence d'*UPV* (surtout dans le cas de qualité parfaite et moyenne) par rapport aux autres observables CND. De plus, comme la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  est légèrement influencée par le bruit, elle semble efficace pour évaluer la

moyenne et l'écart type de  $\Phi$  et  $S_r$  pour une faible qualité de mesure (i.e. un bruit de mesure élevé  $\xi = 5\%$ ),

6-Parmi les trois facteurs, qui influencent la qualité de l'évaluation, facteurs considérés dans cette étude, la qualité des mesures (ou bruit de mesure) joue un rôle prépondérant.

Tout en assurant une meilleure END du béton, un équilibre entre le coût et l'efficacité de l'évaluation doit être recherché dans les études réelles en optimisant les paramètres d'influence, comme par exemple réduire le bruit de mesure et le nombre de mesure, choisir le type de la combinaison CND qui regroupe le minimum possible des observables CND, etc. Dans cette étude, on peut conclure qu'avec une qualité moyenne de mesure ( $\xi = 2\%$ ) et  $NR=13$ , une combinaison entre  $UPV$  et  $\rho$  peut être appropriée pour avoir une évaluation fiable de  $\Phi$  et  $S_r$  et de leur variabilité avec une EQM est dans une marge acceptable (pas plus de 0,5 % pour la moyenne et l'écart type de  $\Phi$ , et 2 % pour la moyenne et l'écart type de  $S_r$ ) et un risque sur l'estimation qui ne dépasse pas 20%.

Dans cette partie du chapitre, où le jeu de données synthétiques est spatialement indépendant, l'approche proposée peut être une extension des recommandations RILEM proposées par le TC 249 ISC [RILEM TC 249-ISC (2009)] qui représentent une méthodologie générale d'évaluation de la résistance du béton sur site. Dans le cas de cette étude, nous avons ajouté le fait que trois CND peuvent être combinés pour l'évaluation d'au moins deux propriétés du béton ( $\Phi$  et  $S_r$ ). Nous avons démontré que les modèles analytiques multi-physiques (basés sur les lois de mélanges) proposés peuvent être inversés (résolus) en même temps pour l'évaluation des propriétés du béton et de leur variabilité avec incorporation des incertitudes liées aux techniques CND. Cette approche peut également être adaptée pour l'évaluation de la résistance du béton pour les structures en béton existantes telles que les bâtiments, les ponts, etc.

Dans la deuxième partie du chapitre, la corrélation spatiale a été intégrée et étudiée par une analyse variographique (outil géostatistique : variogramme). L'approche utilisée pour l'évaluation non-destructive de la moyenne et d'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$  a été adaptée pour estimer aussi leurs longueurs de corrélation. L'estimation de cette longueur a donc tenu compte de l'effet de la qualité de mesure et du type de combinaison CND : étude non-réalisée précédemment dans la littérature. Les différentes observations de cet effet de la qualité de

mesure et du type de combinaison CND dans le cas d'estimation de la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  semblent similaires à celles obtenues lors de l'estimation de leurs moyennes et écart-types. En d'autres termes, les résultats détaillés dans (1-) ; (2-) ; (4-) ; (5-) et (6-) sont les mêmes dans le cas d'estimation de la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$ . Tandis que la seule différence observée était de l'effet non-négligeable de bruit de mesure sur l'estimation de la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  en utilisant la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$ .

Le processus utilisé dans cette deuxième partie est un premier pas pour l'évaluation, à partir de techniques non-destructives, de la corrélation spatiale des propriétés du béton tenant compte de la qualité de mesure et du type de combinaison CND. Ce processus sert à déterminer la longueur de corrélation d'une propriété du béton et à étudier ainsi son effet sur le comportement mécanique d'une structure en 2D (voir chapitre IV). Il peut être amélioré en insérant une méthode de sélection (non-aléatoire) des positions des mesures de manière qu'elles soient éloignées d'un espacement minimal égal à la longueur de corrélation. Ceci permettra d'optimiser le nombre d'échantillons dans les programmes d'investigation réelle. De plus, des tests sur des cas réels sont nécessaires à mettre en œuvre afin de tester l'efficacité de l'approche développée dans cette étude.

## Chapitre IV

# Effet de la variabilité du béton sur le comportement mécanique d'un voile soumis au cisaillement

### IV.1. Introduction

Le comportement des structures dépend fortement de la variabilité des propriétés des matériaux [Ghannoum et al. (2016a)] les constituant. Cette variabilité est connue dans les structures en béton armé à plusieurs échelles. En effet, le béton est un matériau fortement hétérogène constitué de plusieurs phases y compris différentes formes, tailles et natures de granulats [Saliba et al. (2016), Abdallah et al. (2019a)]. De plus, à l'échelle de la structure, les propriétés du béton dépendent fortement des conditions de la mise en œuvre et des conditions d'exposition. Ceci influe non seulement sur la dispersion des propriétés obtenues mais aussi sur leurs variabilités spatiales.

La quantification de la variabilité spatiale peut être réalisée soit directement par un ensemble d'essais destructifs, soit indirectement par des méthodes non-destructives. Par ailleurs, l'évaluation de la variabilité spatiale dépend de la position des essais exercés. La quantification de cette variabilité spatiale joue donc un rôle principal dans la limitation du nombre d'essais réalisés sur la structure en se basant sur la dépendance des mesures à différentes distances [Abdallah et al. (2021c)]. En effet, cette quantification peut aider à choisir les emplacements des mesures de façon qu'elles ne soient plus corrélées (i.e. indépendantes). Ceci permet de déterminer la longueur de corrélation. Une méthode d'inversion des modèles liant des observables CND avec des propriétés du béton a été développé dans le chapitre III afin d'évaluer les propriétés et leurs variabilités y compris leurs variabilités spatiales. Une analyse variographique (notion de variogramme) incluse dans cette approche a permis d'évaluer la longueur de corrélation des propriétés du béton. La distance optimale d'échantillonnage où les variables de mesure sont statistiquement indépendantes pourra être évaluée ainsi in situ. Dans ce contexte, les différentes valeurs de la longueur de corrélation utilisées et déterminées dans la littérature sur différentes échelles d'étude pour les deux propriétés du béton qui nous intéressent ici (le module de Young  $E$  et la résistance à la traction  $f_t$ ) ont été détaillées dans la section I.3.3 de chapitre I de l'état de l'art.

Afin d'évaluer l'effet de cette variabilité sur le comportement à la rupture, un voile en béton armé soumis au cisaillement a été considéré dans cette étude comme élément structurel. Plusieurs études expérimentales et numériques ont été réalisées dans la littérature afin de comprendre le comportement à la rupture de ce type d'élément [Mangalathua et al. (2020), Somboon et al. (2007), Choi (2006), Hidalgo et al. (2002)]. Le but principal était de valider la capacité de la modélisation numérique à reproduire les résultats obtenus expérimentalement sur des voiles en béton armé soumis au cisaillement. Par contre, très peu d'études ont considéré l'effet de la variabilité sur ce type de structure.

L'objectif de ce chapitre est ainsi d'étudier l'effet de la variabilité des propriétés mécaniques du béton ( $E$  et  $f_t$ ) sur le comportement à la rupture d'un voile armé soumis au cisaillement. Des simulations numériques sont réalisées en 2D en utilisant le modèle d'endommagement mécanique de Fichant – La Borderie [La Borderie (1991), Fichant (1996), Fichant et al. (1999), La Borderie et al. (2007)]. L'effet de la variabilité de ces deux propriétés sur le comportement à la rupture d'un voile en béton non-armé a été aussi étudié (annexe A [Abdallah et al. (2021b)]). Les résultats de cette étude montrent la nécessité de prendre en compte la corrélation spatiale entre les points de mesures de la structure. En effet, la considération de cette corrélation spatiale joue un rôle prépondérant dans la localisation de l'endommagement par cisaillement.

Dans un premier temps, les dimensions, les propriétés et les conditions aux limites du voile sont présentées. Dans un deuxième temps, l'approche numérique adoptée pour étudier l'effet de la variabilité est détaillée. Finalement, les résultats obtenus au niveau global et local concernant la loi de comportement, les champs d'endommagement et les champs d'ouverture de fissure sont analysés.

## IV.2. Présentation du voile soumis au cisaillement

Le voile MSW3 rapporté par [Salonikios et al. (1999)] a été considéré. Ce voile en béton armé a été dimensionné selon l'Eurocode 8 de manière à pouvoir analyser les fissures sous sollicitations de cisaillement et éviter autant que possible les fissures liées à la flexion. Le voile est 1,2 m de longueur, 1,6 m de hauteur et 0,1 m d'épaisseur (figure IV.1). Comme le rapport entre la hauteur et la longueur est égale à 1,3 ( $< 2$ ), la rupture est principalement

contrôlée par le cisaillement [Salonikios et al. (1999), Mangalathua et al. (2020)]. Les armatures ont un diamètre de 4,2 mm avec un espacement de 130 mm dans la direction horizontale et 90 mm dans la direction verticale dans la partie centrale du voile. Deux nappes sont disposées à chaque face du voile (figure IV.2). Des barres de renfort vertical de diamètre 8 mm sont placées aux deux extrémités opposées du voile sur une distance de 24 cm pour limiter les ouvertures de fissures liées à la flexion. Les rapports de renforcement horizontal et vertical (au centre et à l'extrémité du voile) sont respectivement de 0,225 % ( $> 0,2$  % qui est le minimum requis par l'Eurocode 8), 0,277 % et 1,3 %. La figure IV.2 illustre la répartition des barres d'acier. Afin de se rapprocher des conditions aux limites réelles des voiles en béton, deux plaques métalliques de dimensions 1,2 m x 0,1 m x 0,1 m représentatives de deux longrines horizontales sont placées dans les parties inférieure et supérieure du voile afin de répartir l'effort de cisaillement appliqué.

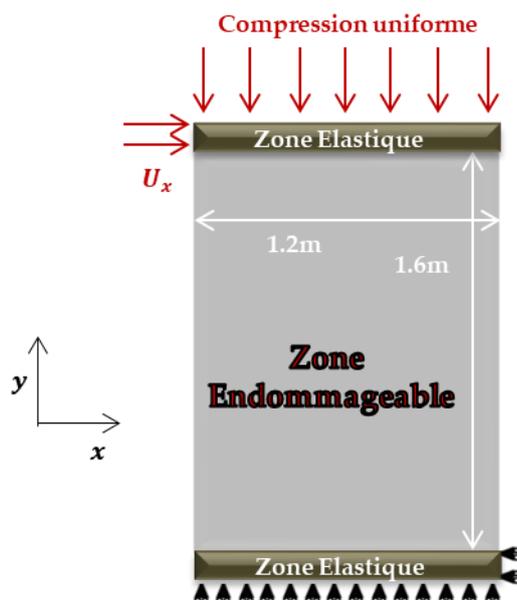


Figure IV.1. Voile en béton armé : Chargement et conditions aux limites

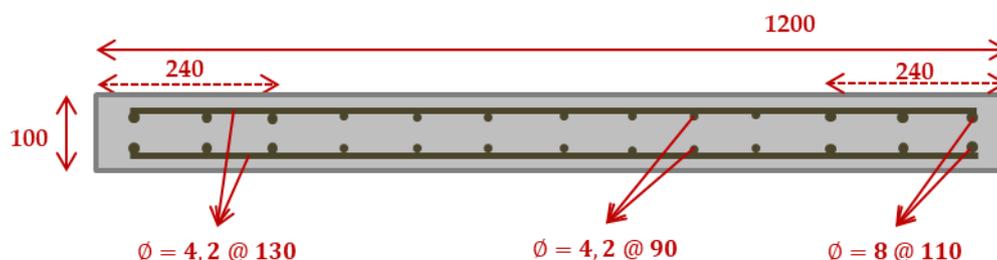


Figure IV.2. Section du voile en béton armé (dimensions en mm) - «  $\emptyset$  » est le symbole du diamètre de la barre d'acier et « @ » celui de la distance entre les barres

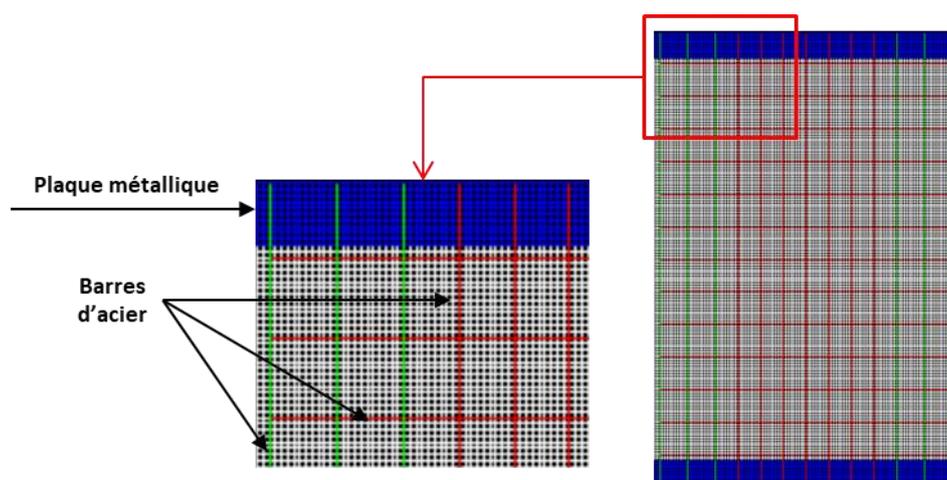


Figure IV.3. Maillage des plaques métalliques et du voile : position de l'acier par rapport aux nœuds du béton

Les simulations ont été effectuées en 2D à l'aide du code aux éléments finis Cast3M (2019) en utilisant des éléments surfaciques (QUA4) pour le béton de dimension 10 mm x 10 mm et des éléments barres pour l'acier (figure IV.3). Le nombre d'éléments est égal à 19200 pour le béton, 7800 pour les barres d'acier et 1200 pour chaque plaque métallique. Les nœuds de l'acier et du béton sont confondus (figure IV.3). Les plaques métalliques inférieure et supérieure sont modélisées en utilisant un modèle élastique isotrope [Mang (2016), Marc et al. (2013)] avec un module de Young de 210 000 GPa et un coefficient de poisson nul (indéformable).

Les armatures sont modélisées en utilisant un modèle élastique plastique parfait. Les paramètres associés sont donnés dans le tableau IV.1. La limite élastique  $\sigma_e$  et le coefficient de poisson  $\nu$  sont similaires à ceux de [Salonikios et al. (1999)]. La liaison acier-béton est supposée parfaite pour une raison de simplification. En effet, les résultats obtenus dans [Mang (2016)] au niveau global sur un voile en cisaillement en utilisant une loi d'adhérence acier-béton ou en considérant une liaison parfaite ont été comparables. La différence entre les deux suppositions était au niveau local. En effet, les fissures ont été bien localisées sur la face du voile avec une loi d'adhérence, alors qu'elles ont été réparties sur toute la face avec une liaison parfaite.

Tableau IV.1. Paramètres de l'acier

$E(GPa)$	$\sigma_e(MPa)$	$\nu$
210	500	0,2

Le béton est modélisé en utilisant le modèle d'endommagement de Fichant-La Borderie [La Borderie (1991), Fichant (1996), Fichant et al. (1999), La Borderie et al. (2007)]. En effet, ce modèle permet la prise en compte de plusieurs aspects phénoménologiques (anisotropie, plasticité, ...) avec très peu de paramètres d'entrée. Nous avons choisi sa version isotrope avec plasticité désactivée. Ce modèle est basé sur la relation entre la contrainte totale  $\sigma$  et la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  :

$$\sigma_{ij} = (1 - D) \langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle_{++} + (1 - D^\alpha) \langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle_{--} \quad (IV.1)$$

où  $\alpha$  est un paramètre d'influence du matériau affectant la variable d'endommagement  $D$  en compression afin de prendre en compte la dissymétrie du comportement du béton en traction (partie positive de la contrainte effective :  $\langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle_{+}$ ) et en compression (partie négative de la contrainte effective :  $\langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle_{-}$ ) (chapitre I - figure I.15). L'effet unilatéral du béton est représenté par une séparation de la partie positive et négative du tenseur de contrainte effective.

La variable d'endommagement  $D$  est une fonction scalaire allant de 0 pour un matériau sain à 1 pour un matériau complètement endommagé. Cette variable évolue selon l'équation ci-après :

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon_{eq}} e^{[B_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon_{eq})]} \quad (IV.2)$$

Dans le cas où l'anisotropie induite par le chargement est prise en compte, l'endommagement est exprimé en « tenseur ». Dans l'équation (IV.2),  $B_t$  présente un paramètre pour contrôler la branche descendante de la courbe contrainte-déformation (phase adoucissante),  $\varepsilon_{d0} = f_t/E$  correspond au seuil d'endommagement initial et  $\varepsilon_{eq}$  la déformation équivalente :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_{+}^2} \quad (IV.3)$$

où  $\langle \varepsilon_i \rangle_{+}$  représente la partie positive du tenseur de déformation  $\varepsilon_i$  partant du postulat de [Mazars (1986)] que les déformations positives contrôlent la croissance de l'endommagement.

La fin du domaine élastique et l'apparition de l'endommagement sont pilotées par le dépassement de  $\varepsilon_{eq}$  le seuil d'endommagement  $\varepsilon_{d0}$  [Mazars (1986)]. Par régularisation énergétique basée sur la théorie de la bande fissuration de Bažant [Bažant et Oh (1983)],

$B_t$  est calculée en fonction de l'énergie de fissuration  $G_f$  et de la taille de maillage  $h$  à partir de l'équation suivante pour avoir des réponses indépendantes du maillage:

$$\frac{G_f}{h} = \frac{f_t \varepsilon_{d0}}{2} + \frac{f_t}{B_t} \quad (IV.4)$$

Si la plasticité est activée, le critère de Drucker-Prager se traduit par deux fonctions linéaires (F1 et F2) :

$$F_i = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2 + A_i \frac{I_1}{3} - B_i w \quad (IV.5)$$

où  $I_1$  et  $J_2$  sont les invariants de la contrainte effective,  $A_i$  et  $B_i$  sont quatre paramètres liés respectivement au rapport de la résistance du béton en traction simple à sa résistance en compression simple et au rapport de la résistance maximale du béton en compression biaxiale à la résistance en compression simple. "w" caractérise le seuil de la variable d'écrouissage.

Le modèle de Fichant-La Borderie a en effet donné des résultats satisfaisants dans des précédentes études [Gangnant et al. (2016), Gangnant (2016)]. Les paramètres considérés du modèle dans notre étude sont présentés dans le tableau IV.2. Plusieurs valeurs de  $\alpha$  et  $G_f$  ont été essayées afin de se rapprocher autant que possible de la courbe force-déplacement expérimentale obtenue par [Salonikios et al. (1999)] (figure IV.10(a)). Les autres paramètres dans ce tableau sont déjà indiqués dans cette référence.

**Tableau IV.2. Paramètres du modèle d'endommagement Fichant-La Borderie**

$E$ (GPa)	$\nu$	$f_t$ (MPa)	$G_f$ (N/m)	$\alpha$	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )
30	0,2	1,1	100	12	2300

Une charge de compression constante verticale et uniformément répartie de valeur de  $0,07x$  la résistance à la compression ( $f_c = 24$  MPa)  $\times$  l'épaisseur du voile [Salonikios et al. (1999)] est appliquée sur la partie supérieure de la plaque supérieure afin de représenter le poids transmis par les étages supérieurs dans le cas des bâtiments ordinaires (figure IV.1). Le

chargement en cisaillement est réalisé en imposant un déplacement horizontal  $U_x$  sur la face gauche de cette plaque supérieure. Les conditions aux limites cinématiques consistent à bloquer les déplacements selon  $y$  de la plaque inférieure et supérieure et selon  $x$  de la face droite de la plaque inférieure pour éviter leur rotation et limiter les ouvertures de fissures liées à la flexion [Mang (2016)].

### IV.3. Etudes paramétriques

#### IV.3.1. Choix des propriétés mécaniques

Afin d'étudier l'effet de la variabilité sur le comportement mécanique du voile armé, plusieurs propriétés peuvent être considérées. La variabilité de  $E$  et  $f_t$  (liée à la résistance de la compression selon l'Eurocode et d'autres normes) est souvent retenue [De Larrard et al. (2010), Rossi et Wu (1992), Tailhan et al. (2010)]. A noter ici, que la variabilité du module de Young  $E$  et celle de la résistance à la traction  $f_t$  affectent aussi le seuil d'endommagement  $\varepsilon_{d0}$  et l'énergie de fissuration  $G_f$ . Par ailleurs, la variabilité peut être aussi considérée en variant directement le seuil d'endommagement [Mang (2016), Grassl et Bažant (2009)].

[Novák et al. (2003), Eliáš et al. (2013)-(2015), Eliáš et Vořechovský (2020)] ont considéré la variabilité de  $G_f$  corrélée à celle de  $f_t$  dans des éléments structurels à l'échelle mésoscopique pour pouvoir étudier son influence sur la zone de microfissuration. [Bouhjiti et al. (2018a)] ont montré que le choix d'un module de Young constant et d'une résistance à la traction variable conduit à un comportement élastique déterministe et à un comportement post-pic aléatoire (figure IV.4(a)) tandis que la variation du module de Young seul affecte à la fois les comportements pré et post-pic (figure IV.4(b)). Par ailleurs, la variation combinée de  $E$  et  $f_t$  confère un effet aléatoire plus accentué sur la loi de comportement (figure IV.4(c)).

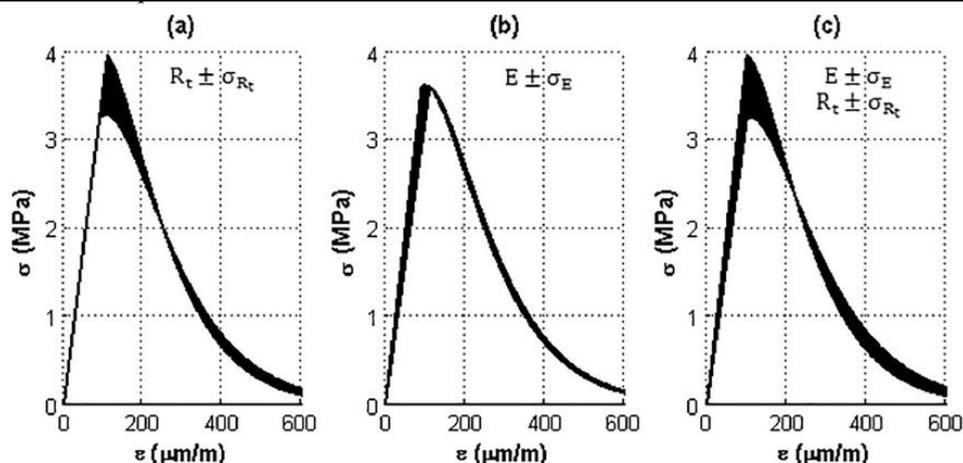


Figure IV.4. Variation de la loi de comportement lorsque (a)  $f_t$  est variable (b)  $E$  est variable (c)  $f_t$  et  $E$  sont variables [Bouhjiti et al. (2018a)].

Dans cette étude, la variabilité de  $E$  et  $f_t$  a été considérée. Cette variabilité affecte d'autres paramètres du modèle d'endommagement comme le seuil d'endommagement  $\varepsilon_{d0}$  et le paramètre  $B_t$  qui contrôle la partie post pic.

### IV.3.2. Approche numérique

Une approche numérique basée sur des simulations de Monte-Carlo est proposée pour étudier l'effet de la variabilité de  $E$  et  $f_t$  sur le comportement mécanique du voile. Elle est résumée en trois phases séquentielles (figure IV.5) :

-*Première phase* : la première phase consiste à construire le modèle aléatoire dans MATLAB. Cette phase permet de générer la variabilité spatiale du béton en utilisant la méthode de discrétisation spatiale : Circulant Embedding [Dang et al. (2011)] (équation I.16 - chapitre I).  $E$  et  $f_t$  ont une distribution normale et sont définis par leurs moyennes  $\mu$ , leurs écart-types  $\sigma$ , et leurs fonctions d'autocorrélation  $R$  [Vanmarcke (1983)]. Les valeurs de  $\mu$  et  $\sigma$  sont présentées dans le tableau IV.3. La fonction d'autocorrélation exponentielle et isotrope ( $l_x = l_y$ ) est utilisée comme une entrée de la méthode de discrétisation spatiale. La forme de cette fonction est la suivante :

$$R[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \exp\left(-\left(\frac{|x_1 - x_2|}{l_x}\right) - \left(\frac{|y_1 - y_2|}{l_y}\right)\right) \quad (\text{IV.6})$$

où  $l_x$  et  $l_y$  sont les longueurs de corrélations selon  $x$  et  $y$  respectivement.  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  sont les coordonnées de deux points distincts de la structure.

Le recours à une distribution normale de  $E$  et  $f_t$  est dû à la simplicité de la corrélation spatiale de cette distribution en utilisant la décomposition de Circulant Embedding par rapport à d'autres distributions non-normales pour lesquelles une transformation de normalisation est nécessaire [Nataf (1962), Nelson (1999)]. Il faut noter également qu'il n'y a pas de consensus à ce jour sur le type de lois de distribution de ces deux variables.  $E$  et  $f_t$  sont considérés ici indépendants. L'avantage de la distribution normale facilite par la suite la prise en compte de la corrélation spatiale entre ces deux propriétés.

-Deuxième phase : la deuxième phase consiste à faire des simulations numériques à l'aide du code en éléments finis Cast3M. Les données d'entrée sauvegardées dans la phase précédente avec MATLAB sont récupérées et projetées au niveau des points de Gauss du maillage du voile. A la fin de cette phase, les simulations numériques sont lancées. La résolution se fait d'une manière incrémentale à l'aide de la procédure PASAPAS développée dans Cast3M.

-Troisième phase : la troisième phase consiste à post-traiter les résultats sous forme de courbes force-déplacement, champs d'endommagement, champs des ouvertures de fissures, etc. Un passage de Cast3M à MATLAB était nécessaire pour une meilleure comparaison des résultats obtenus.

Ces phases sont répétées 10 fois pour chaque cas de l'étude paramétrique. Ce nombre de simulations est choisi pour limiter le temps de calcul tout en ayant suffisamment de données pour des comparaisons qualitatives [Pianosi et al. (2019)]. L'étude paramétrique consiste à varier une des caractéristiques statistiques (moyenne, écart-type ou longueur de corrélation) de  $E$  et  $f_t$ . Le tableau IV.3 présente les valeurs utilisées pour  $E$  et  $f_t$ . Les valeurs des moyennes sont trouvées dans [Salonikios et al. (1999)]. Celles des coefficients de variation et des longueurs de corrélation n'existent pas dans cette référence. Elles sont supposées. Les valeurs des coefficients de variation sont prises de manière à couvrir la variabilité de  $E$  et  $f_t$  pour un béton ordinaire. Celles de la longueur de corrélation sont choisies de la littérature de façon à que leur ordre de grandeur corresponde aux dimensions du voile étudié (1,2 m x 1,6 m) selon ce qui a été résumé dans le tableau I.3 du chapitre I. Des longueurs de corrélation de 30 ; 60 et 100 cm sont supposées et vont être utilisées dans notre étude paramétrique du fait que [Ghannoum (2017)] et [Bouhjiti et al. (2018a)-(2018b)] ont considéré ces valeurs dans leurs cas d'étude où les dimensions étaient proches de ceux du voile considéré ici.

Tableau IV.3. Moyenne, coefficient de variation (écart-type) et longueur de corrélation de  $E$  et  $f_t$

cas d'étude		$\mu$	COV (%)	$\sigma$	$l$ (cm)	Commentaires
cas 1	$E$ (GPa)	30 [a]	15	4,5	60 [b]	cas de référence
	$f_t$ (MPa)	1,1 [a]	15	0,165		
cas 2	$E$ (GPa)	30 [a]	15	4,5	30 [c]	$l$ plus petite par rapport au cas 1
	$f_t$ (MPa)	1,1 [a]	15	0,165		
cas 3	$E$ (GPa)	30 [a]	15	4,5	100 [c]	$l$ plus grande par rapport au cas 1
	$f_t$ (MPa)	1,1 [a]	15	0,165		
cas 4	$E$ (GPa)	30 [a]	10	3	60 [b]	mêmes $\mu$ et $\sigma$ plus petits par rapport au cas 1
	$f_t$ (MPa)	1,1 [a]	10	0,11		
cas 5	$E$ (GPa)	30 [a]	20	6	60 [b]	mêmes $\mu$ et $\sigma$ plus grands par rapport au cas 1
	$f_t$ (MPa)	1,1 [a]	20	0,22		
cas 6	$E$ (GPa)	45	10	4,5	60 [b]	mêmes $\sigma$ et $\mu$ plus grands par rapport au cas 1
	$f_t$ (MPa)	1,65	10	0,165		
cas 7	$E$ (GPa)	30	30	9	60 [b]	mêmes $\mu$ et $\sigma$ très grands par rapport au cas 1
	$f_t$ (MPa)	1,1 [a]	30	0,33		
cas 8	$E$ (GPa)	45	30	13,5	60 [b]	$\mu$ et $\sigma$ très grands par rapport au cas 1
	$f_t$ (MPa)	1,65	30	0,495		

\* $\mu$ , COV,  $\sigma$  et  $l$  sont respectivement la moyenne, le coefficient de variation, l'écart-type et la longueur de corrélation. [a], [b], et [c] sont respectivement les références [Salonikios et al. (1999)], [Ghannoum et al. (2016b)] et [Bouhijiti et al. (2018a) - (2018b)]

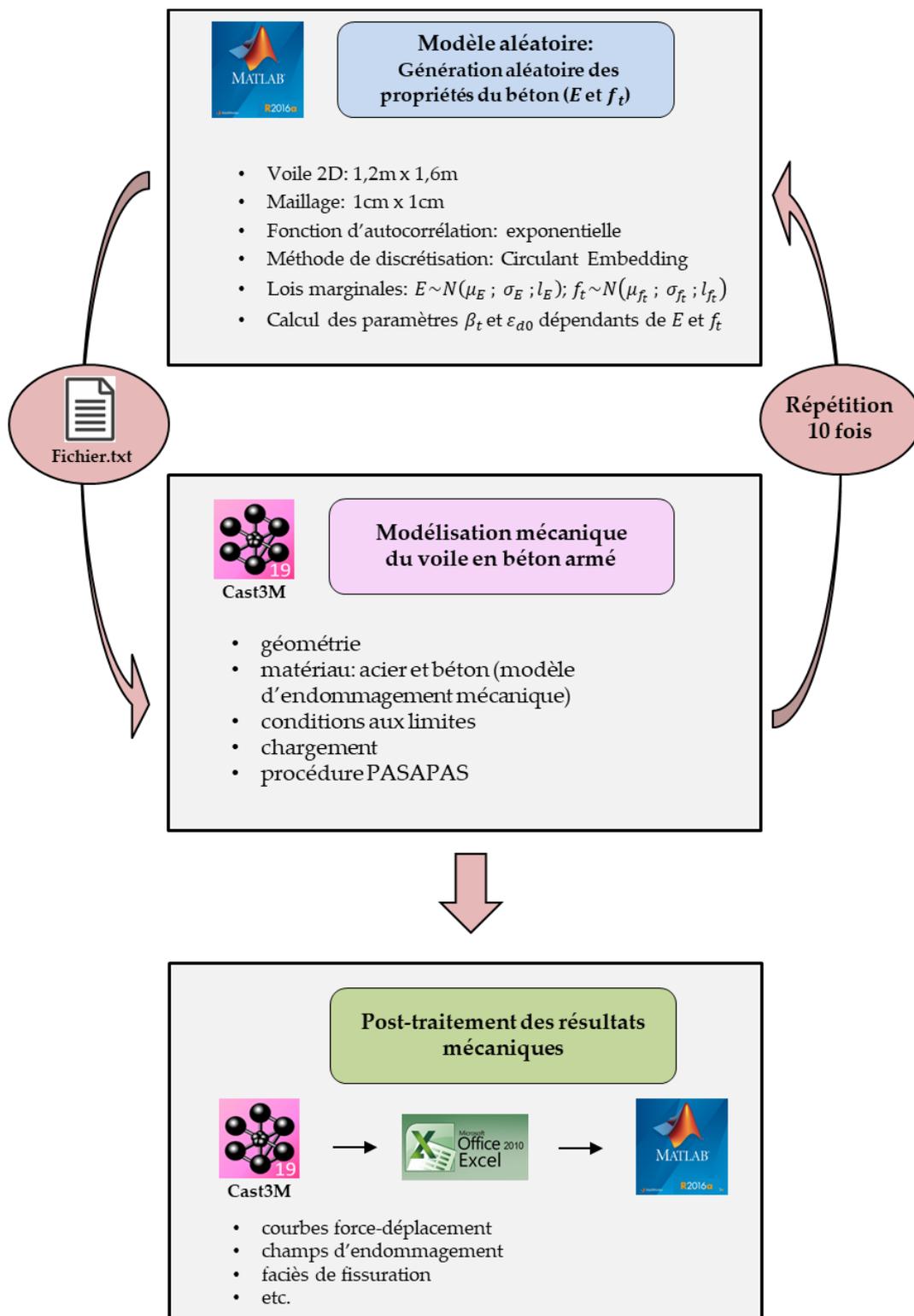
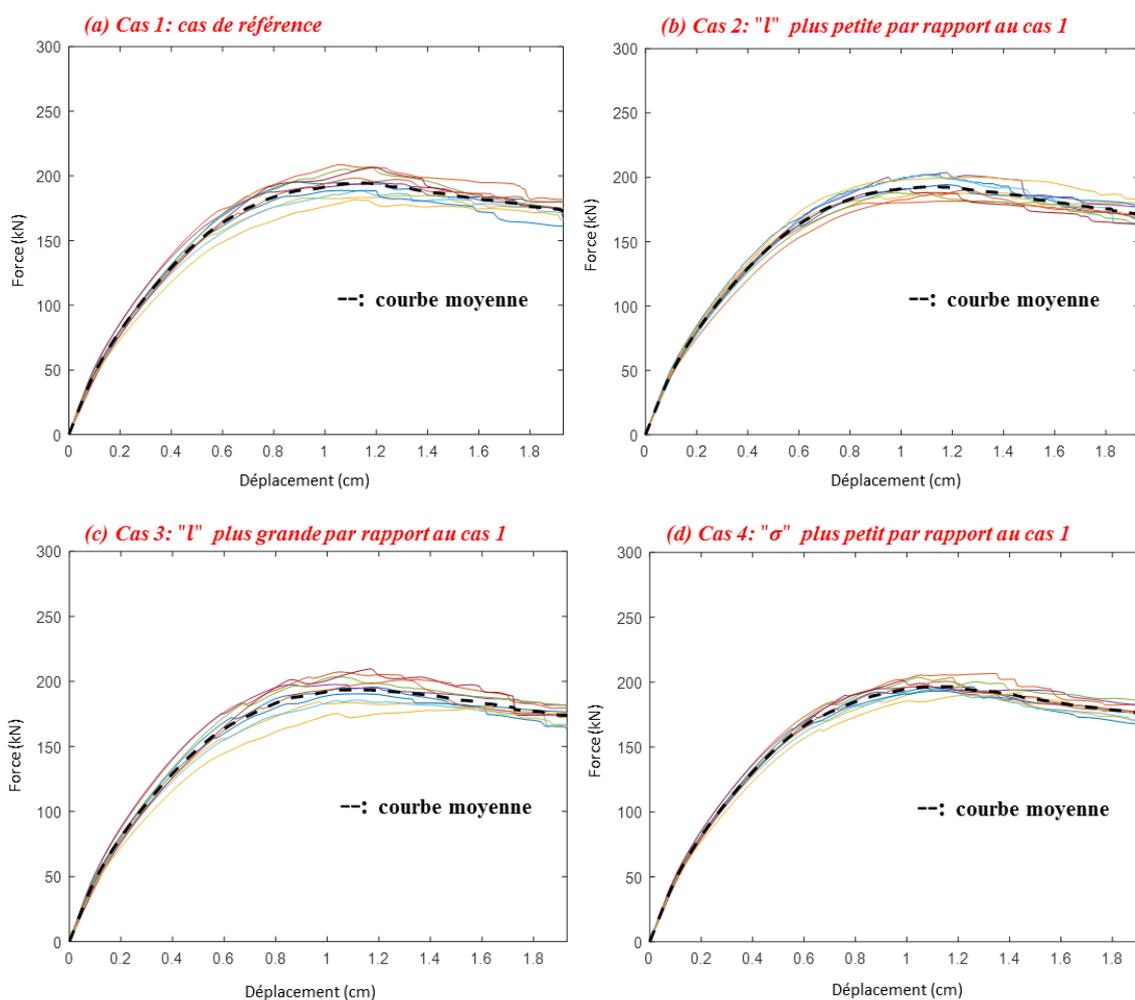


Figure IV.5. Approche numérique de l'étude paramétrique

### IV.3.3. Réponse globale du mur-voile

#### IV.3.3.1. Courbes force-déplacement

La figure IV.6 présente les 10 courbes force-déplacement obtenues pour chaque cas d'étude paramétrique. La non linéarité des courbes est observée à de faibles niveaux de chargement en comparaison avec celles obtenues dans le cas d'un voile en béton (Annexe A – §A.2.1). Les résultats montrent que la réponse globale du voile est bien affectée par la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ . Lorsque les propriétés mécaniques du béton augmentent (augmentation de la moyenne avec ou sans variation de la dispersion : cas 6 et 8 par rapport au cas 1), une augmentation de la rigidité et de la force à rupture est observée.



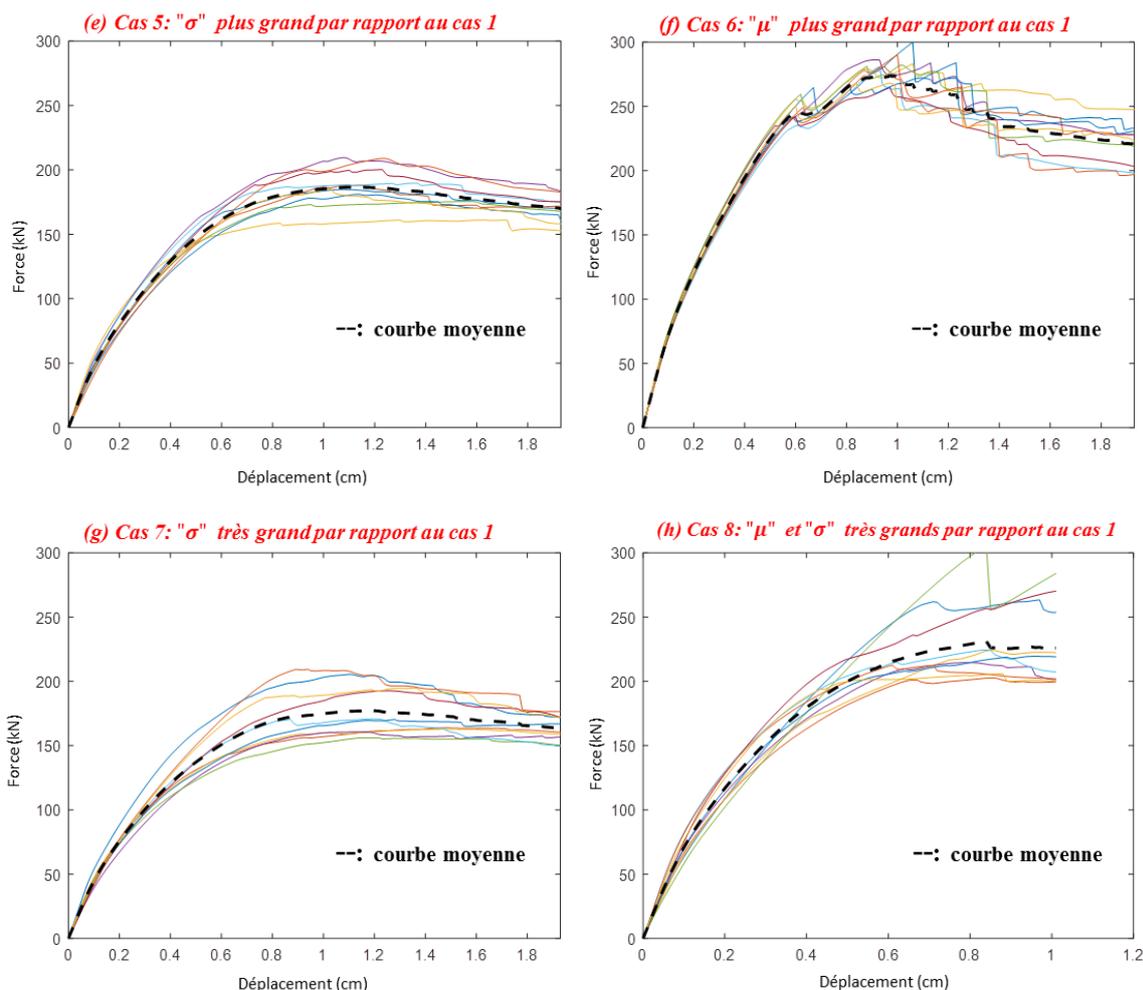


Figure IV.6. Courbes force - déplacement pour les différents cas d'étude paramétrique

La figure IV.7 montre l'ensemble des valeurs de la force au pic versus le déplacement correspondant pour chaque étude paramétrique réalisée. Chaque valeur correspond à une nouvelle réalisation (nouvelle simulation) de  $E$  et  $f_t$ . La différence entre les 10 valeurs confirme la dépendance de la rupture du voile vis-à-vis de la distribution spatiale des deux propriétés du béton. Les valeurs de la moyenne et de l'écart-type des forces au pic et du déplacement correspondant sont présentées dans les figures IV.8 et IV.9 respectivement, et ceci pour les huit cas d'étude paramétrique. Ces représentations permettent d'évaluer le taux de variation de la force maximale et du déplacement correspondant par rapport à la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ . Par exemple, pour le cas de référence (cas 1), la marge des valeurs de la force de rupture est de  $195 \pm 9,57$  kN et celle du déplacement correspondant est de  $1,15 \pm 0,14$  cm.

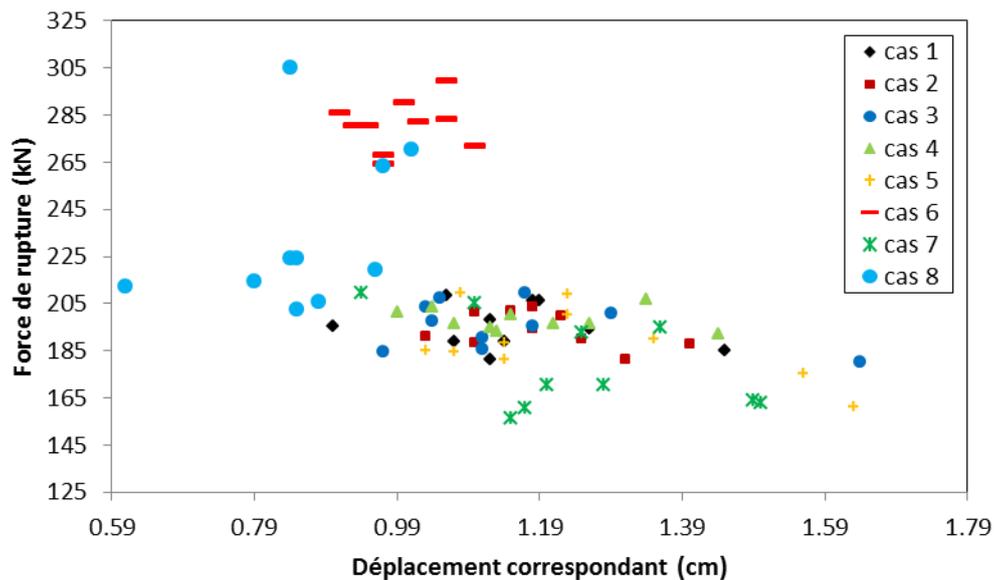


Figure IV.7. Evolution de la force maximale en fonction du déplacement correspondant pour les 10 simulations réalisées dans chaque cas d'étude paramétrique

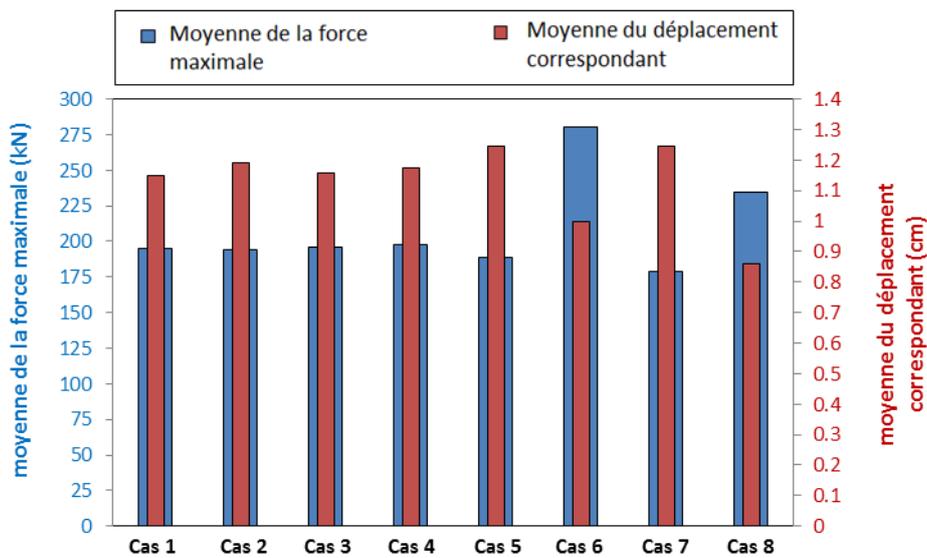


Figure IV.8. Moyenne de la force maximale et du déplacement correspondant pour les différents cas d'étude paramétrique.

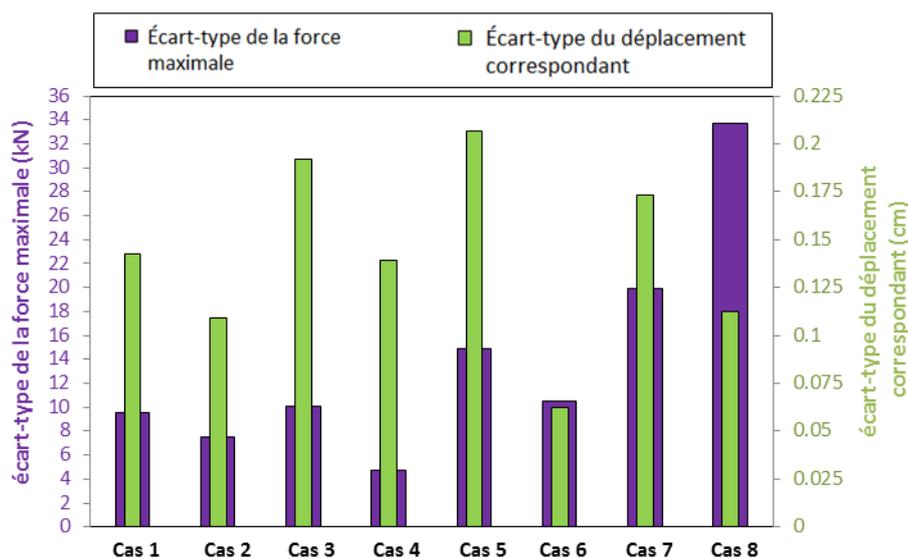


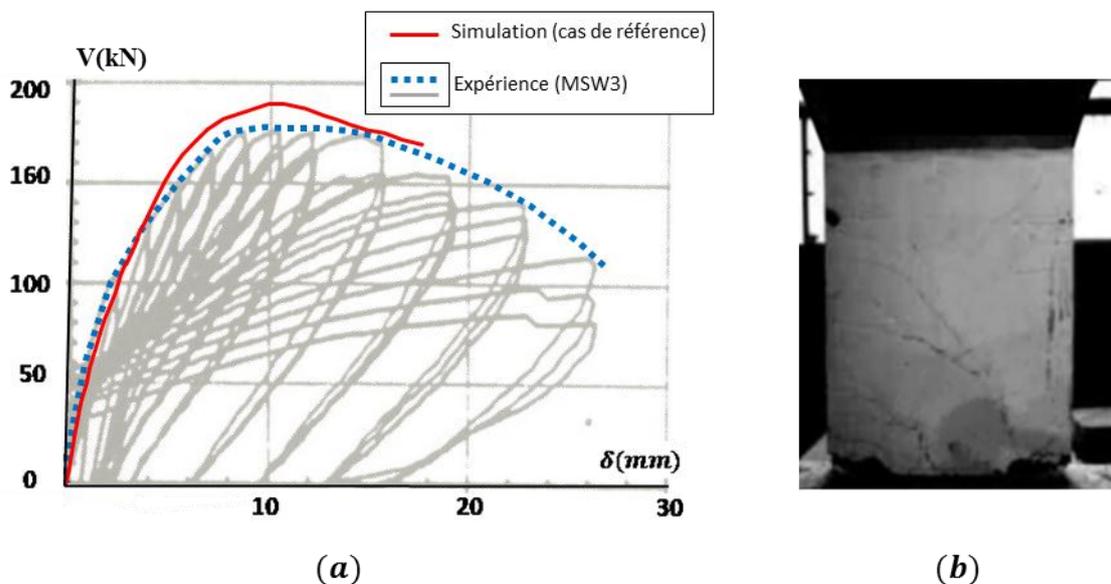
Figure IV.9. Ecart-type de la force maximale et du déplacement correspondant pour les différents cas d'étude paramétrique.

La figure IV.10(a) illustre la courbe force-déplacement obtenue expérimentalement par [Salonikios et al. (1999)] pour le voile MSW3 en comparaison avec celle du cas de référence dans notre calcul (courbe moyenne de la figure IV.6 (a)). La réponse globale expérimentale est suffisamment reproduite par la modélisation numérique. En effet, les valeurs des déplacements au pic sont presque les mêmes (environ 1cm). De même, la différence entre la force maximale expérimentale (environ 180 kN) et celle obtenue par les simulations ( $195 \pm 9,57$  kN) est acceptable (écart relatif de 8%). Cette faible différence peut être expliquée par deux raisons principales. La première du fait que nous avons dû supposer les valeurs des écart-types des deux propriétés du béton ( $E$  et  $f_t$ ) non-disponibles dans l'article de référence [Salonikios et al. (1999)]. Cela peut affecter la distribution aléatoire de ces deux propriétés et par suite ne permet pas de reproduire fidèlement l'hétérogénéité réelle du béton utilisé lors de l'expérience ; La deuxième raison est que le nombre de simulations est limité à 10 alors qu'en augmentant ce nombre, la marge des valeurs de la force maximale pourrait s'élargir et sa moyenne peut donc être proche de la force maximale expérimentale.

Une autre comparaison entre ces deux courbes est que la partie post-pic de la courbe expérimentale ait une courbure différente que celle obtenue dans la modélisation. Ceci peut être dû à ce que nous avons effectué l'étude avec une modélisation en 2D (au lieu de 3D) et que la liaison acier-béton a été supposée parfaite (au lieu d'utiliser une loi d'adhérence). Ces deux

simplifications peuvent donner des résultats quelque peu différents des résultats obtenus expérimentalement.

Reste à dire ici que les suppositions choisies dans notre étude (modélisation en 2D, 10 simulations, liaison parfaite, ...) peuvent être justifiées par le besoin d'une réduction dans le temps de calcul tout en maintenant acceptables les résultats numériques.



**Figure IV.10. Réponses globale et locale du voile (a) Courbe force-déplacement obtenue par simulation (courbe moyenne du cas 1 de référence) vs celle obtenue expérimentalement par [Salonikios et al. (1999)] pour le voile MSW3. (b) Distribution du champ d'ouverture des fissures obtenue expérimentalement à 100% du chargement appliqué.**

La moyenne et l'écart-type de la force à la rupture et du déplacement correspondant sont affectés par le paramétrage adopté sur les caractéristiques statistiques (moyenne, écart-type et longueur de corrélation) de  $E$  et  $f_t$ . Pour analyser l'influence de ce paramétrage sur les deux sorties mentionnées, le coefficient de variation est utilisé. Le coefficient de variation représente le rapport entre la moyenne et l'écart-type. Il reflète la variabilité des différentes sorties à analyser.

Le tableau IV.4 présente les coefficients de variation de la force à la rupture et du déplacement correspondant pour chaque cas d'étude. Les résultats montrent que le coefficient de variation de la force à la rupture et du déplacement augmente avec la longueur de corrélation spatiale. En effet, ce coefficient passe respectivement de 3,85% (9,13%) pour  $l_E = l_{ft} = 30$  cm (cas 2) à 4,90% (12,43%) pour  $l_E = l_{ft} = 60$  cm (cas 1) puis à 5,16% (16,58%) pour  $l_E = l_{ft} = 100$  cm (cas 3). De plus, le coefficient de variation de la force

maximale et son déplacement correspondant augmente avec l'écart-type de  $E$  et  $f_t$ . Le coefficient de variation augmente respectivement de 2,38% (11,87%) à 7,92% (16,60%) pour les cas 4, 5 et 7 (en comparaison avec le cas 1 de référence) et de 3,74% (14,41%) à 6,24% (13,05%) pour les cas 6 et 8. En effet, pour une longueur de corrélation et un écart-type élevés, une plus grande dispersion des valeurs est générée. Ceci reflète une hétérogénéité plus prononcée du béton responsable des coefficients de variations plus importants pour la moyenne et l'écart-type. Afin de mieux comprendre ses résultats, l'évolution des champs d'endommagement en fonction du niveau de chargement sera analysée ultérieurement.

Pour le cas 6 où les moyennes de  $E$  et  $f_t$  sont plus élevées que celles du cas 1 de référence, le coefficient de variation des deux sorties diminue de 4,9% (12,43%) à 3,74% (6,24%). Le cas 8, où la moyenne et l'écart-type de  $E$  et  $f_t$  sont les plus élevées, représente le cas ayant donné l'effet le plus important sur la variabilité (i.e. coefficient de variation) de la force de rupture.

**Tableau IV.4. Coefficient de variation de la force à la rupture, du déplacement au pic et de la rigidité dans la phase élastique et à la fin de la phase non-linéaire qui précède le pic**

<b>COV (%)</b>	<b>cas 1</b>		<b>cas 2</b>		<b>cas 3</b>		<b>cas 4</b>	
<b>Force de rupture</b>	4,90		3,85		5,16		2,38	
<b>déplacement au pic</b>	12,43		9,13		16,58		11,87	
<b>rigidité</b>	phase élastique (jusqu'à 19%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 20%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 18%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 19%)	point pic*
	6,19	4,73	4,14	4,09	8,07	5,63	4,15	2,59
<b>COV (%)</b>	<b>cas 5</b>		<b>cas 6</b>		<b>cas 7</b>		<b>cas 8</b>	
<b>Force de rupture</b>	7,92		3,74		11,12		14,41	
<b>déplacement au pic</b>	16,60		6,24		13,93		13,05	
<b>rigidité</b>	phase élastique (jusqu'à 19%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 19%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 17%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 15%)	point pic*
	10,47	7,96	3,11	3,16	9,89	10,91	12,60	14,14

\*valeur de COV de la rigidité à 100% du chargement (point pic) de la courbe moyenne de la force-déplacement

Afin de mieux comparer le comportement à la rupture des différents cas considérés, l'évolution de la rigidité (pente au zéro de la courbe force-déplacement à chaque pas de

chargement) en fonction du pourcentage de chargement jusqu'au pic est étudiée (figure IV.11). Pour chaque cas d'étude, la moyenne et l'écart-type des 10 valeurs de la rigidité sont calculés. Les valeurs des coefficients de variation de la rigidité dans la phase élastique et à 100 % de chargement (point pic) de la courbe force-déplacement sont résumées dans le tableau IV.4. Les résultats montrent que le coefficient de variation de la rigidité reste constant dans la phase élastique (phase où l'endommagement est absent). La fin de la phase élastique se situe presque au même pourcentage de chargement ( $\approx 20\%$ ) sauf pour le cas 8 où la moyenne et l'écart-type de  $E$  et  $f_t$  varient. Pour ce dernier cas, la phase élastique se termine à 15% du chargement maximal indiquant que l'endommagement commence plus tôt.

La moyenne de rigidité diminue dans la phase non-linéaire (qui suit la phase élastique) en fonction du niveau de chargement indiquant l'évolution de l'endommagement. Par ailleurs, son écart-type varie en dépendance avec la variabilité du béton, ce qui ne permet pas de prévoir directement les évolutions du coefficient de variation de la rigidité.

L'effet de la longueur de corrélation (cas 1 à 3) et de l'écart-type (cas 4 à 7 sans le cas 6) de  $E$  et  $f_t$  sur la moyenne de la rigidité est très faible (figure IV.11(a)). Concernant les cas 6 et 8, l'utilisation d'une moyenne élevée de  $E$  et  $f_t$  a conduit à une moyenne de rigidité plus élevée. D'autre part, l'écart type de la rigidité évolue avec l'écart-type et la longueur de corrélation de  $E$  et  $f_t$  (figure IV.11(b)). En effet, dans la phase élastique, l'écart-type de la rigidité augmente de 20 à environ 42 kN/mm lorsque la longueur de corrélation augmente de  $l_E = l_{f_t} = 30$  cm (cas 2) à  $l_E = l_{f_t} = 100$  cm (cas 3). De même, il augmente de 22 à  $\approx 50$  kN/mm lorsque l'écart type de  $E$  et  $f_t$  passent de 3 GPa (respectivement 0,11 MPa) à 9 GPa (0,33 MPa). Par contre, l'écart-type a diminué de 32,5 à 25 kN/mm lorsque la moyenne de  $E$  et  $f_t$  a augmenté (cas 6 vs cas 1 de référence). La variabilité de la rigidité diminue ainsi lorsque le béton devient plus résistant. A noter que le cas 8 présente la dispersion (écart-type) la plus importante de la rigidité du fait que dans ce cas, non-seulement la moyenne de  $E$  et  $f_t$  a augmenté mais aussi leurs coefficients de variation (= 30 %).

Rappelons que la rigidité est calculée comme étant le rapport entre la force et le déplacement pour chaque pas de chargement. La variabilité de son coefficient de variation dans la phase non-linéaire dépend ainsi du coefficient de variation de la force et celui du déplacement. Pour cette raison, l'effet de la corrélation spatiale et de la variabilité (moyenne et écart-type) des

propriétés du béton sur le coefficient de variation de la rigidité va être déduit par analogie avec les résultats obtenus dans les cas des coefficients de variation de la force maximale et du déplacement au pic détaillés précédemment. Donc, on peut déduire que le coefficient de variation de la rigidité va augmenter lorsque la longueur de corrélation devient plus élevée, et le béton présente une large dispersion avec une faiblesse de ses propriétés (écart-type plus élevé et moyenne plus petite). Cela explique les valeurs de COV de la rigidité correspondant à 100 % de chargement appliquées présentées dans le tableau IV.4.

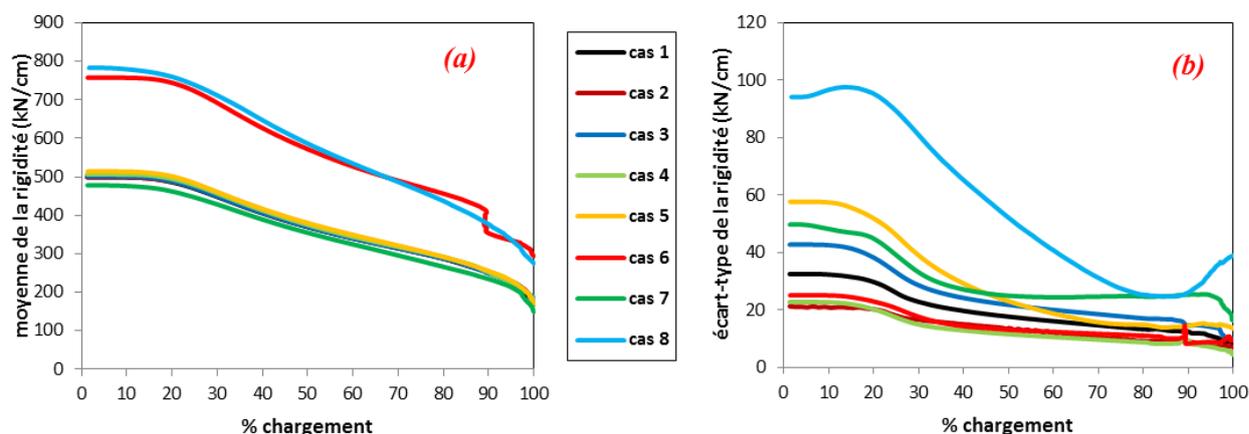


Figure IV.11. Evolution de (a) la moyenne et (b) de l'écart-type de la rigidité (KN/cm) en fonction du pourcentage de chargement horizontal appliqué – légende commune pour (a) et (b)

### IV.3.3.2. Champs d'endommagement

Les figures IV.12 à IV.16 présentent l'évolution des champs d'endommagement en fonction du niveau de chargement pour les cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8 pour voir l'effet de la longueur de corrélation, la moyenne et l'écart-type de  $E$  et  $f_t$ . La distribution de seuil d'endommagement  $\varepsilon_{d0}$  calculé à partir de  $E$  et  $f_t$  ( $\varepsilon_{d0} = f_t/E$ ) est aussi présentée afin de mieux comprendre l'évolution de l'endommagement comme l'endommagement apparaît dès que la déformation dans le voile dépasse le seuil  $\varepsilon_{d0}$ . L'endommagement commence dans les zones de faibles valeurs de  $\varepsilon_{d0}$  et se localise au niveau de la diagonale et au niveau des zones de concentration des contraintes en bas à gauche et en haut à droite. L'endommagement au niveau de la diagonale commence dans l'âme du voile puis rejoint les deux plaques métalliques supérieure et inférieure aux côtés opposés.

Comme la distribution spatiale de  $\varepsilon_{d0}$  varie avec des nouvelles réalisations de  $E$  et  $f_t$ , l'emplacement des zones de faibles  $\varepsilon_{d0}$  change d'une simulation à une autre et par conséquent la localisation de l'endommagement. Ceci indique que les champs d'endommagement dépendent fortement de la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ . La figure IV.17 montre le champ d'endommagement au niveau du pic pour le cas 1. Les différentes simulations montrent bien des champs d'endommagement différents.

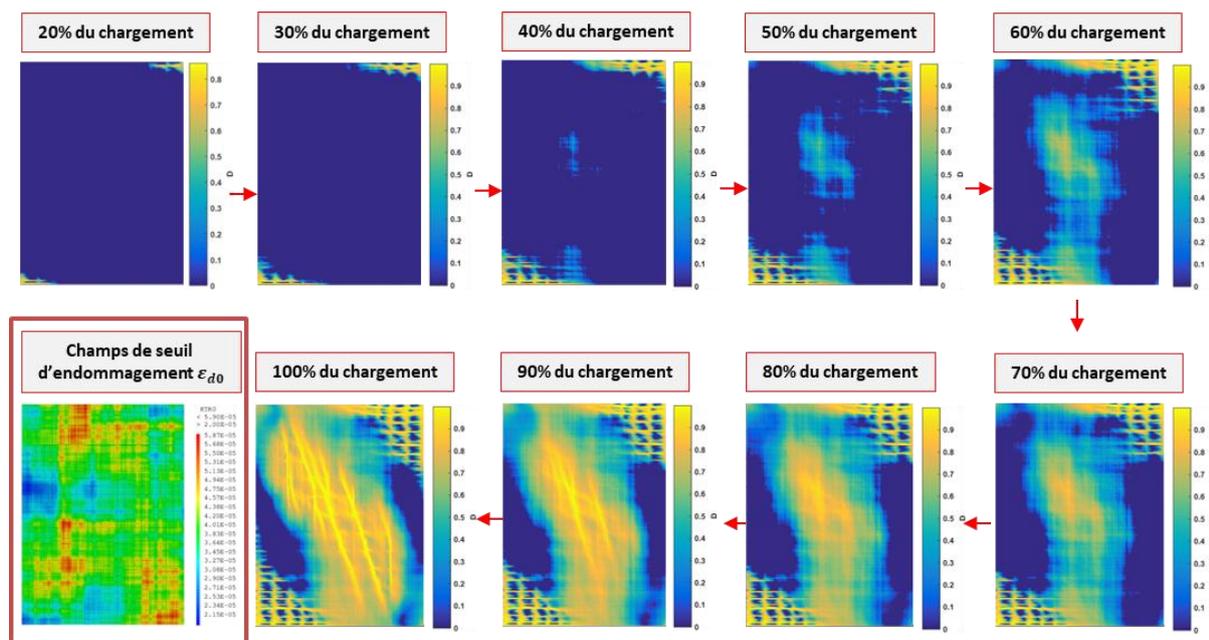


Figure IV.12. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement pour la 1<sup>ère</sup> simulation du cas 1 – en bas à gauche : champs du seuil d'endommagement  $\varepsilon_{d0}$

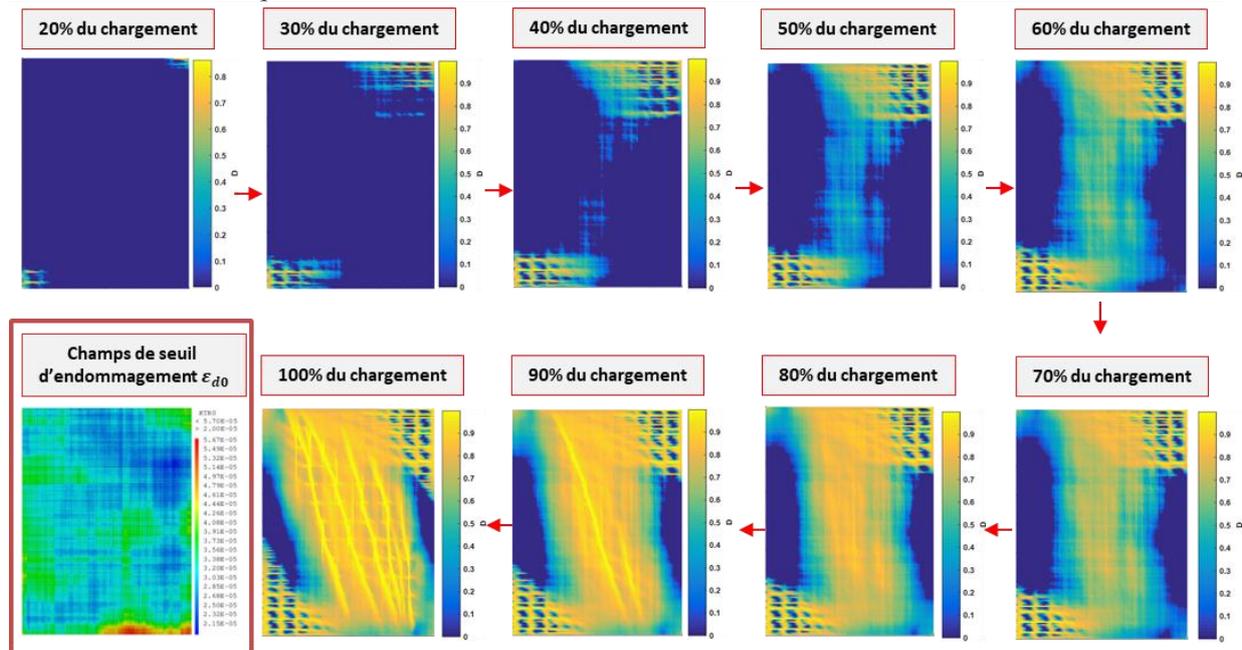


Figure IV.13. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1<sup>ère</sup> simulation du cas 3 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement  $\epsilon_{d0}$

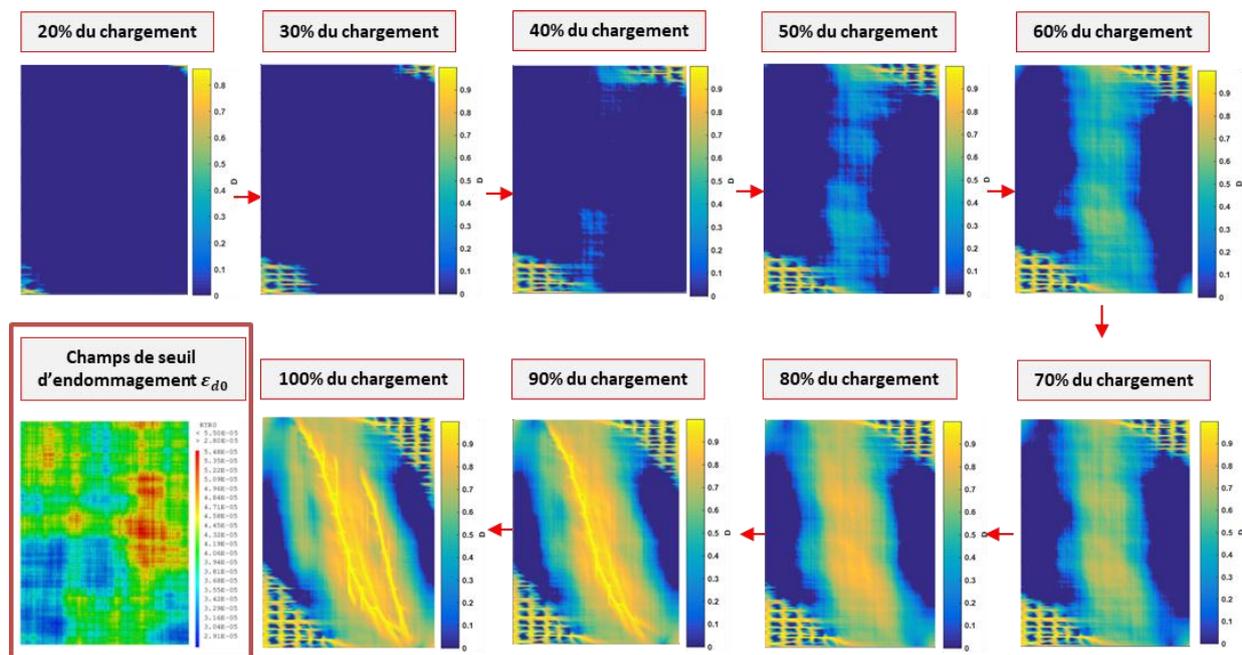


Figure IV.14. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1<sup>ère</sup> simulation du cas 6 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement  $\epsilon_{d0}$

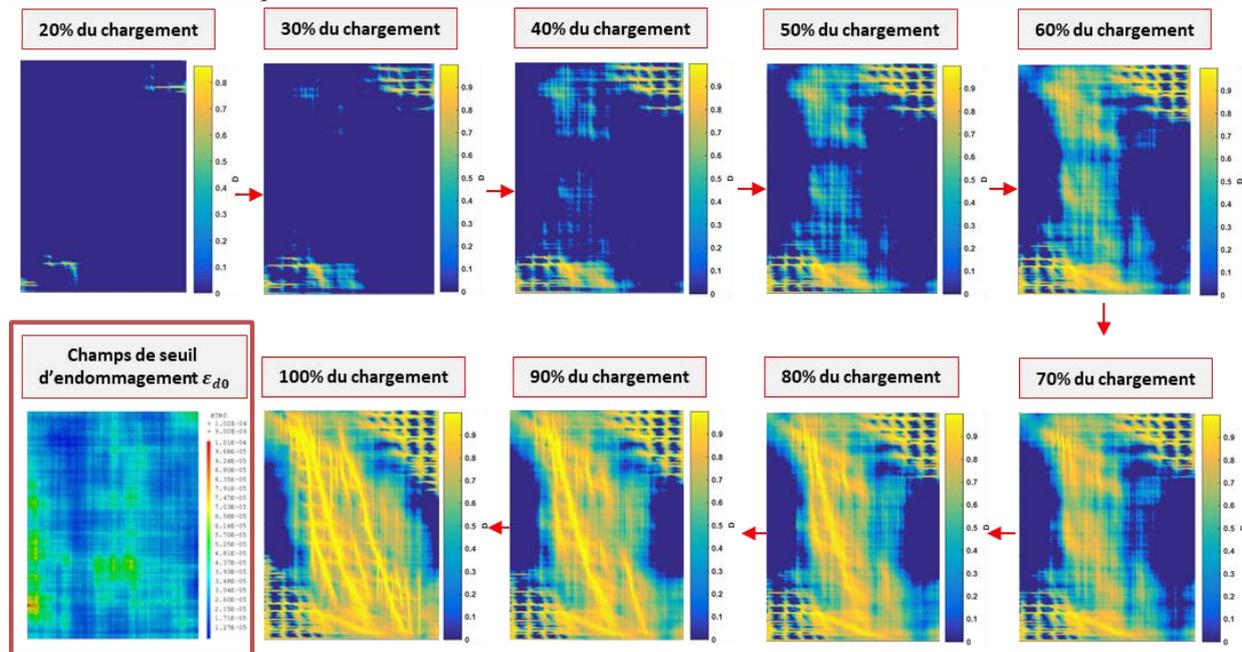


Figure IV.15. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1<sup>ère</sup> simulation du cas 7 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement  $\epsilon_{d0}$

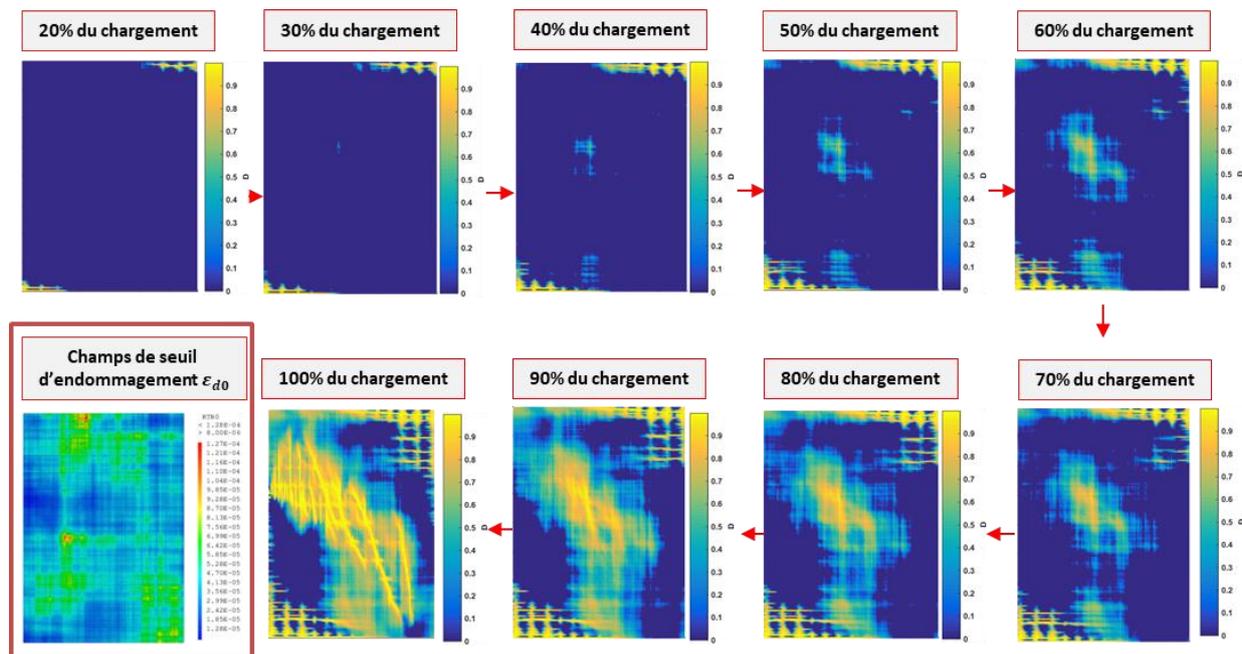


Figure IV.16. Champs d'endommagement en fonction du % de chargement horizontal pour la 1<sup>ère</sup> simulation du cas 8 – en bas à gauche : champs de seuil d'endommagement  $\epsilon_{d0}$

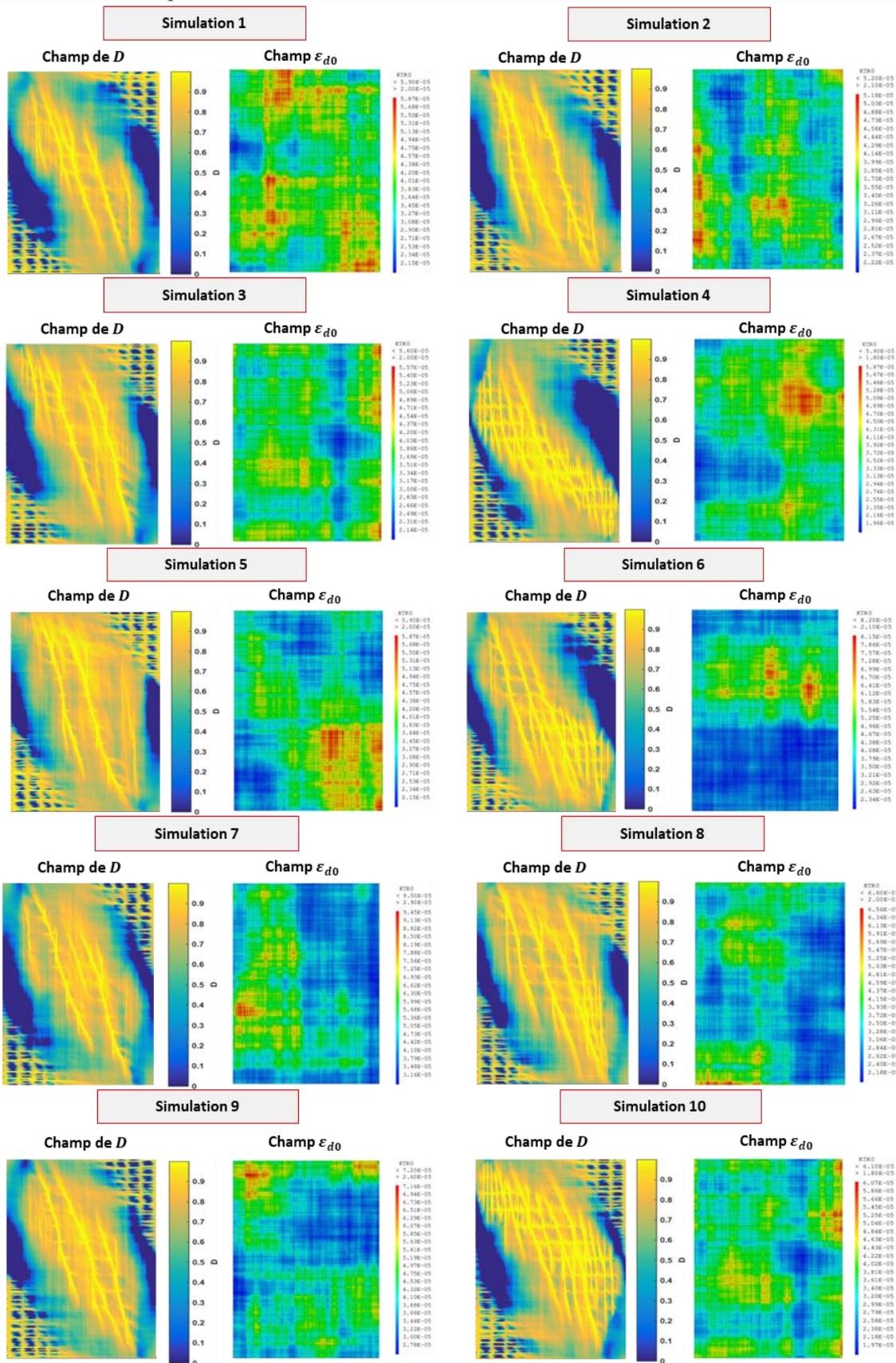


Figure IV.17. Champs d'endommagement  $D$  au pic (à gauche) et champ de seuil d'endommagement  $\epsilon_{d0}$  (à droite) pour chaque simulation du cas 1 (cas de référence)

Les figures IV.18 et IV.19 présentent respectivement les évolutions du % d'éléments ayant une valeur d'endommagement non nulle ( $D > 0$ ) et comprise entre 0,9 et 1, en fonction du % de chargement appliqué. Ces figures regroupent les 10 simulations des cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8. Pour la première simulation de chaque cas, les valeurs dans ces figures correspondent aux distributions de champs d'endommagement présentés dans les figures IV.12 à IV.16. La première classe de valeur d'endommagement ( $D > 0$ ) reflète la diffusion de l'endommagement sur le voile et la deuxième ( $0,9 < D < 1$ ) donne une vision sur la localisation de la fissuration. Dans ce contexte, le nombre des éléments endommagés (figure IV.18) s'accroît de plus en plus avec l'application de chargement du fait que l'endommagement avance dans le voile. La dispersion des points (dans chaque cas) augmente avec le niveau de chargement puis diminue au pic. Réciproquement, le nombre des éléments ayant  $0,9 < D < 1$  et la dispersion des points (figure IV.19) augmentent avec le pourcentage de chargement appliqué. Ceci valide pour tous les cas testés, que l'endommagement commence ( $D > 0$ ) puis s'avance ( $D$  augmente) avec une diffusion d'endommagement sur le voile jusqu'à avoir une localisation de la fissure. La valeur de l'endommagement devient ainsi très élevée et les zones ayant un endommagement nul sont peu nombreuses contrairement à celles ayant  $0,9 < D < 1$ .

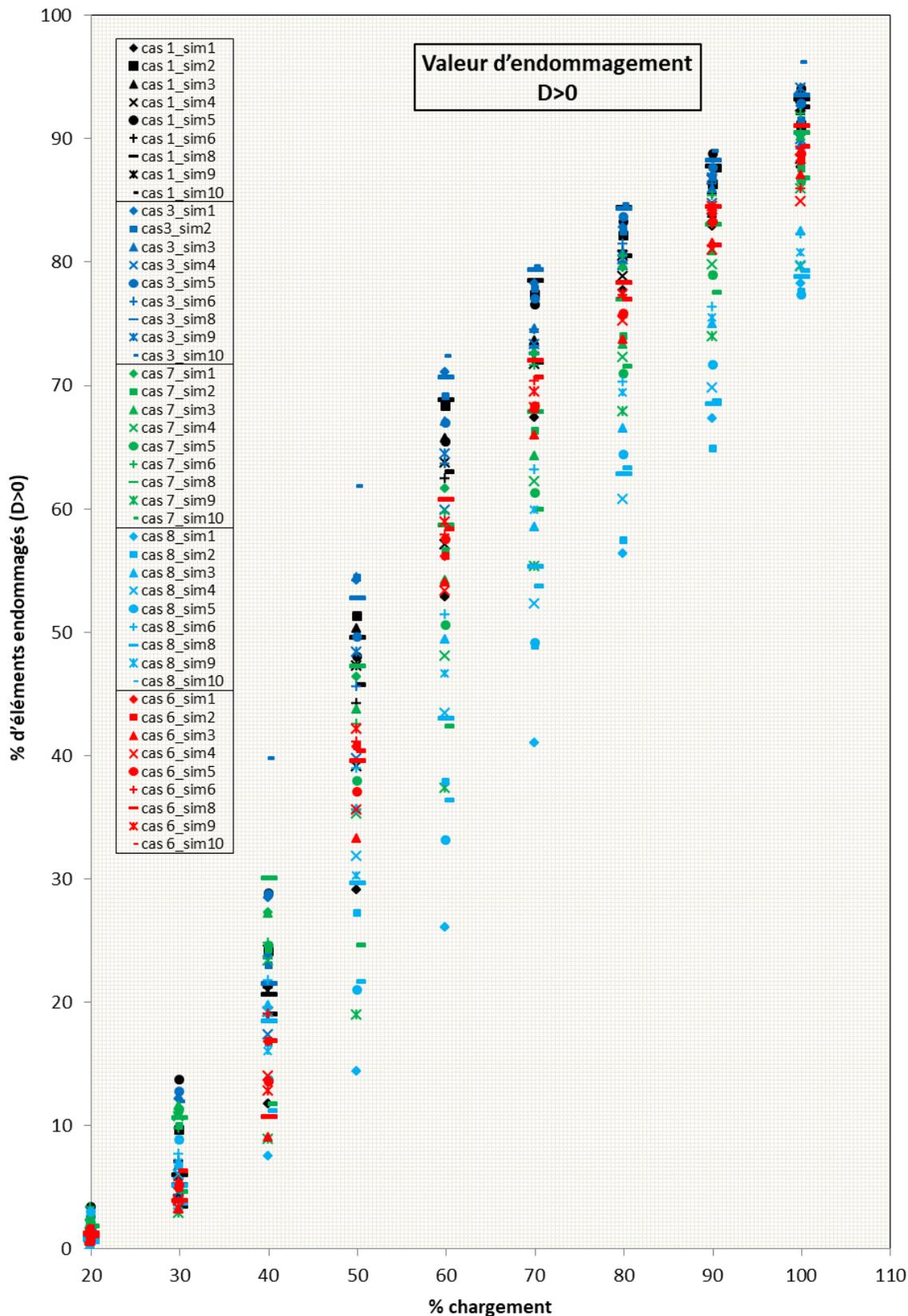


Figure IV.18. Evolution du % d'éléments endommagés en fonction du % de chargement pour les 10 simulations des cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8.

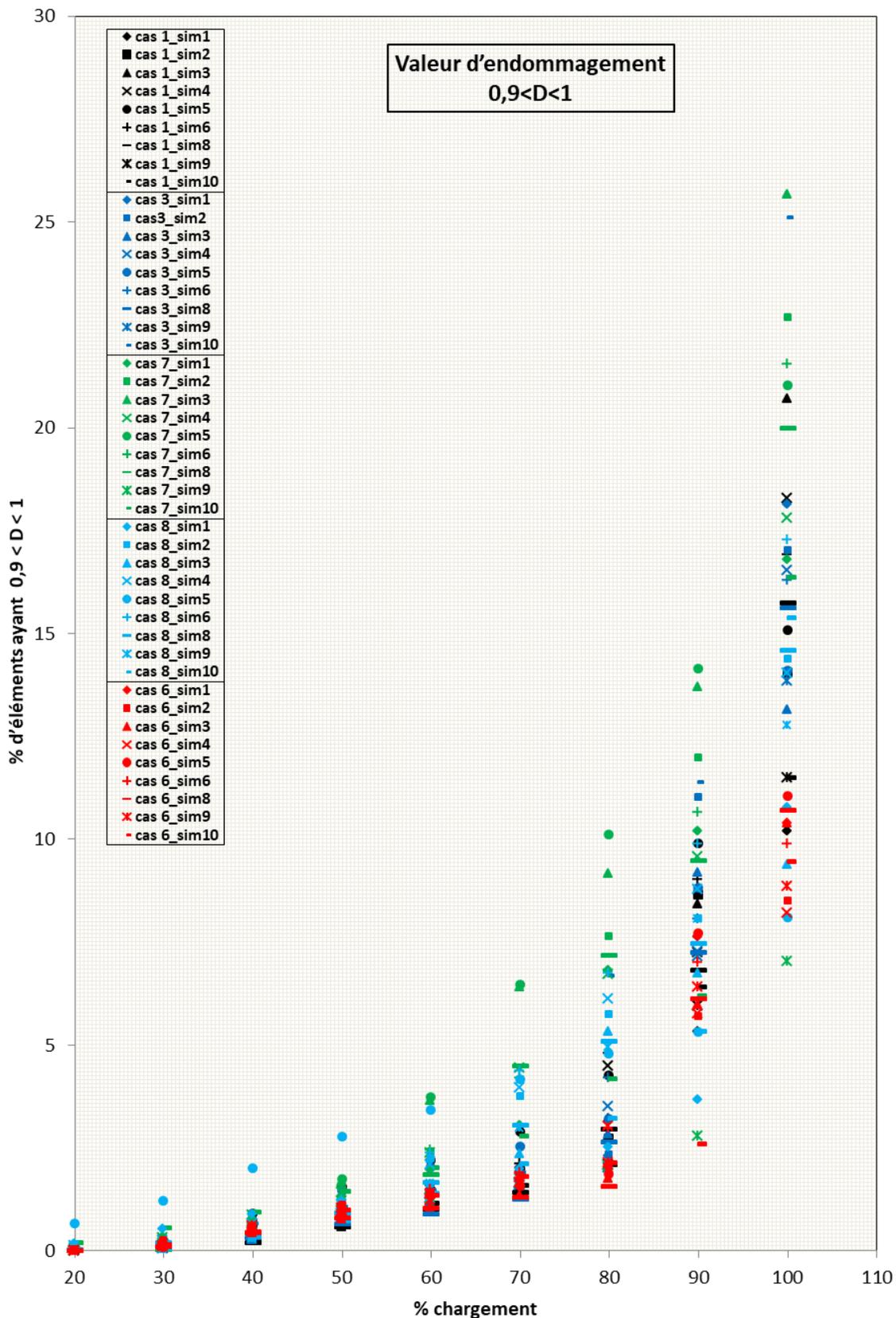


Figure IV.19. Evolution du % d'éléments ayant une valeur d'endommagement D comprise entre 0,9 et 1 en fonction du % de chargement pour les 10 simulations des cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8.

Afin de faire une comparaison qualitative entre les champs d'endommagement des différents cas, les zones endommagées ont été regroupées pour l'ensemble des simulations réalisées. Les champs d'endommagement à différents % de chargement (de 20 à 100%) sont d'abord normalisés en divisant les valeurs de  $D$  par sa valeur maximale dans chaque simulation. Ensuite, les champs d'endommagement normalisés des 10 simulations sont additionnés et normalisés pour avoir des valeurs de  $D$  entre 0 et 1.

Les figures IV.20 à IV.24 montrent les champs d'endommagement normalisés des 10 simulations pour les cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8. Les évolutions du % d'éléments endommagés pour les différents cas sont présentées dans les figures IV.25 ( $D > 0$ ) et IV.26 ( $0,9 < D < 1$ ) pour deux classes de valeur d'endommagement  $D$ . Ces figures montrent l'effet de la longueur de corrélation sur les champs d'endommagement du fait de la comparaison entre les figures IV.20 (cas 1) et IV.21 (cas 3) correspondantes à deux longueurs de corrélation différentes. Or, l'effet prépondérant de la longueur de corrélation a été justifié sur le champ d'endommagement d'un voile en béton seul (annexe A). Les résultats ont démontré qu'en l'absence de la corrélation spatiale, on n'observe pas de localisation d'endommagement par cisaillement.

Pour le cas 6 où la moyenne de  $E$  et  $f_t$  est la plus grande, le nombre des éléments endommagés est le plus réduit (figure IV.25) indiquant un champ d'endommagement plus serré et une plus grande fragilité (figure IV.22).

Pour le cas 8 où la moyenne et l'écart-type de  $E$  et  $f_t$  sont les plus élevés, le nombre des éléments fissurés où  $0,9 < D < 1$  (figure IV.26) est le plus faible. Dans ce cas, les fissures obtenues dans chaque simulation sont plus localisées (figure IV.24). Lorsque la moyenne et la dispersion (écart-type) des propriétés du béton sont très élevées, les fluctuations des valeurs autour de la moyenne de ces propriétés deviennent plus importantes ce qui peut induire une augmentation dans le contraste des valeurs de ces propriétés (aussi de  $\varepsilon_{d0}$  dépendant de  $E$  et  $f_t$ ), par suite un contraste élevé entre les valeurs d'endommagement se produit. Le contraste signifie d'avoir des zones bien localisées avec des valeurs très et peu élevées de  $D$ , ce qui favorise la propagation de la fissure dans les zones ayant un fort endommagement (valeurs élevées de  $D$ ).

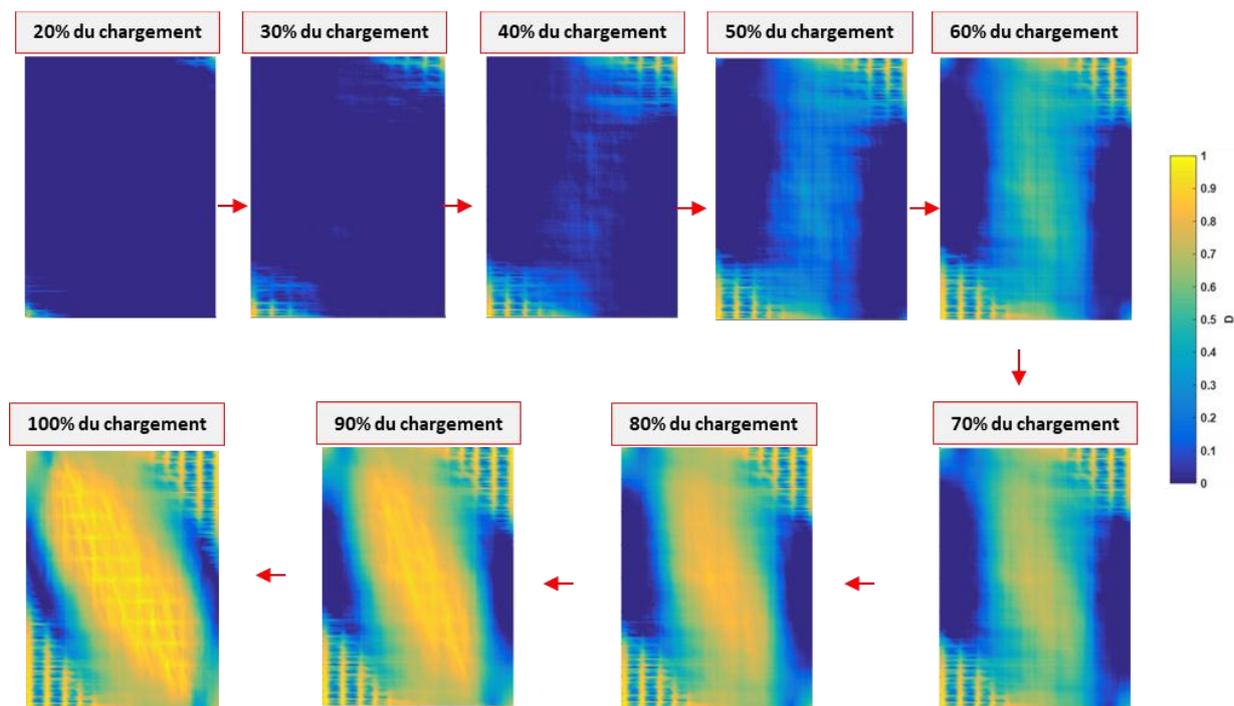


Figure IV.20. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 1 en fonction du % de chargement.

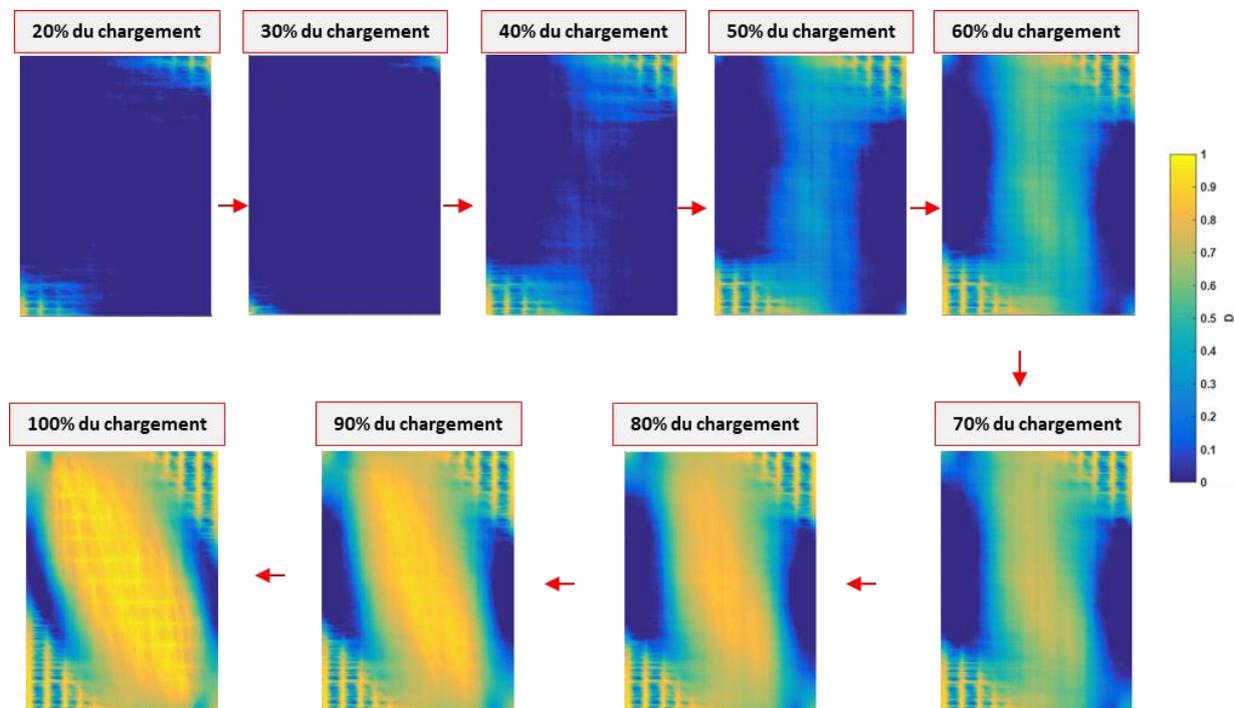


Figure IV.21. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 3 en fonction du % de chargement.

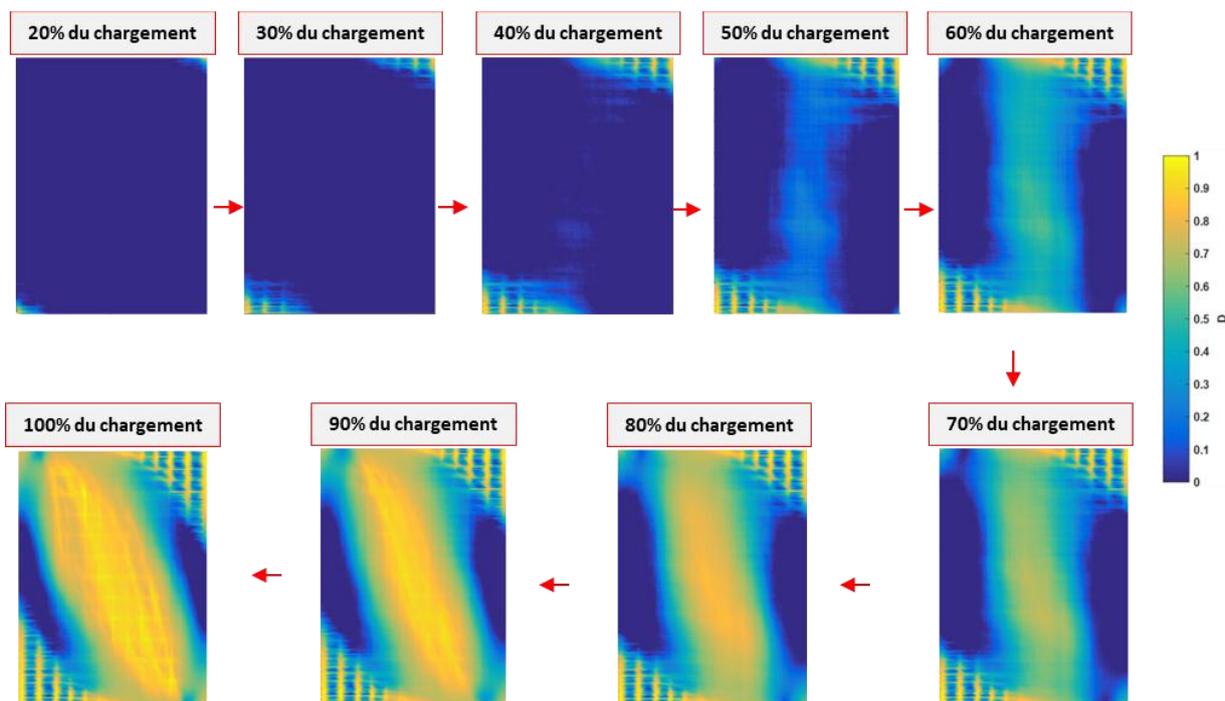


Figure IV.22. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 6 en fonction du % de chargement.

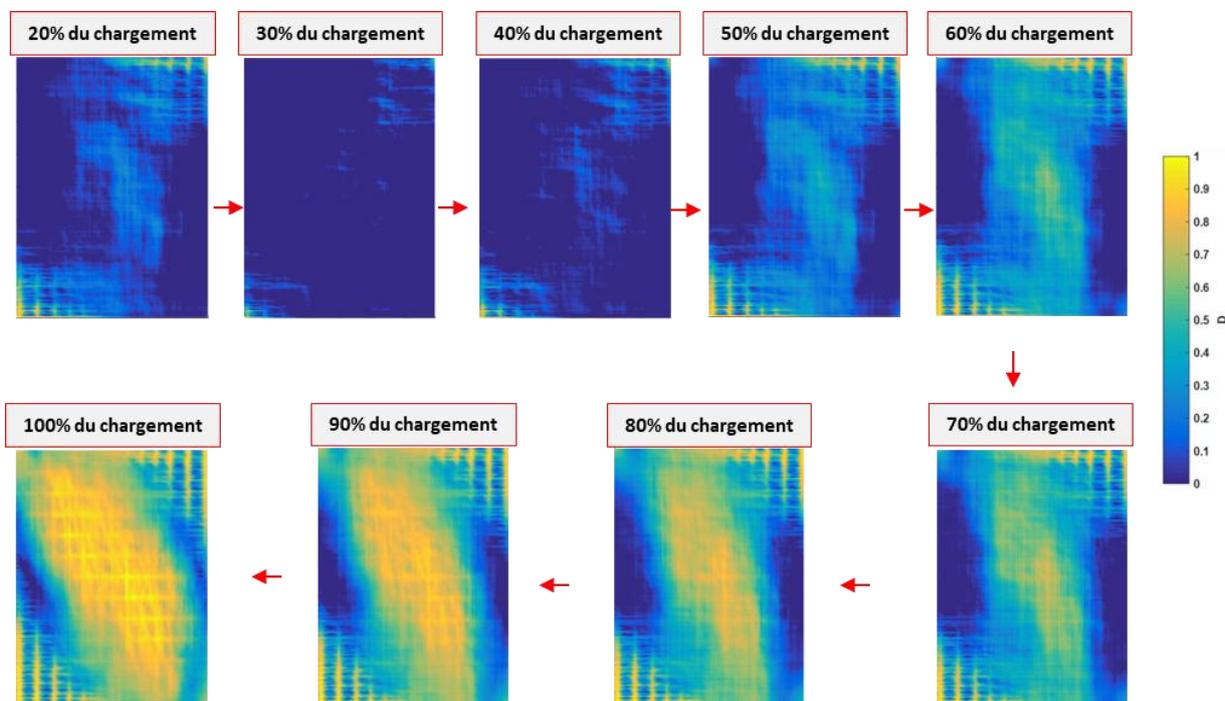


Figure IV.23. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 7 en fonction du % de chargement.

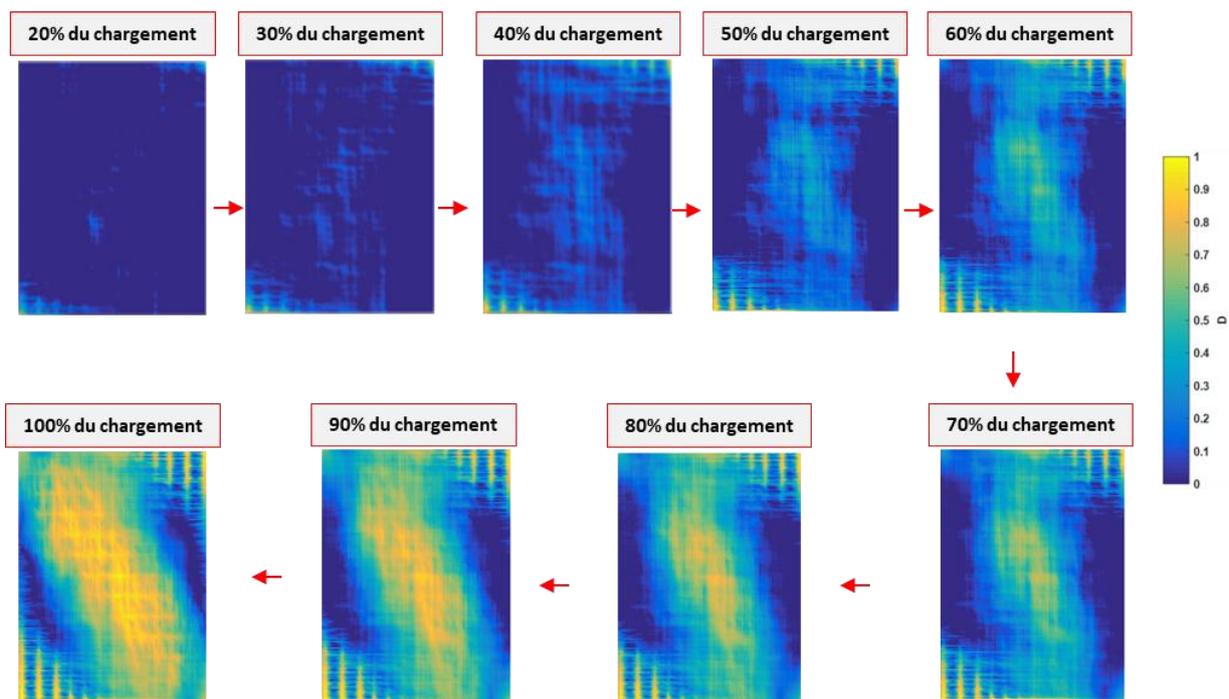


Figure IV.24. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour le cas 8 en fonction du % de chargement.

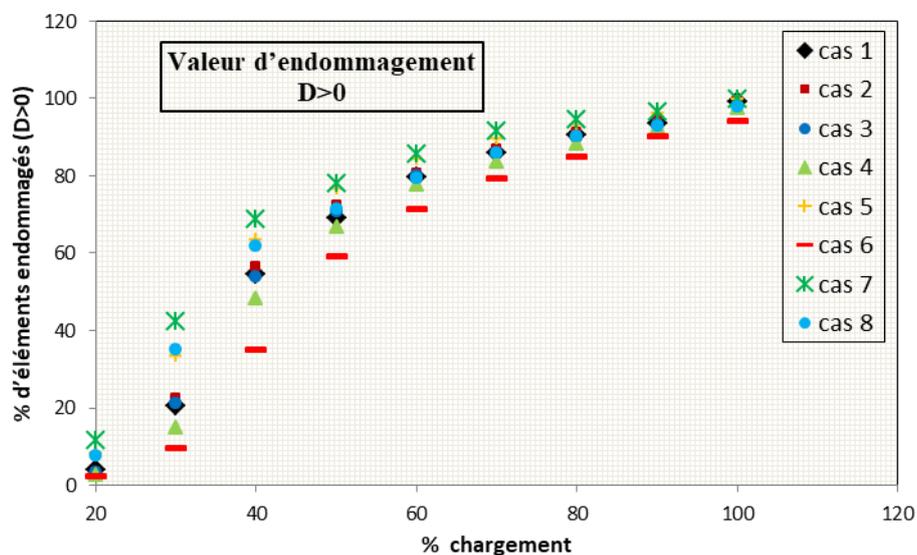


Figure IV.25. Evolutions du % d'éléments endommagés correspondants aux champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement.

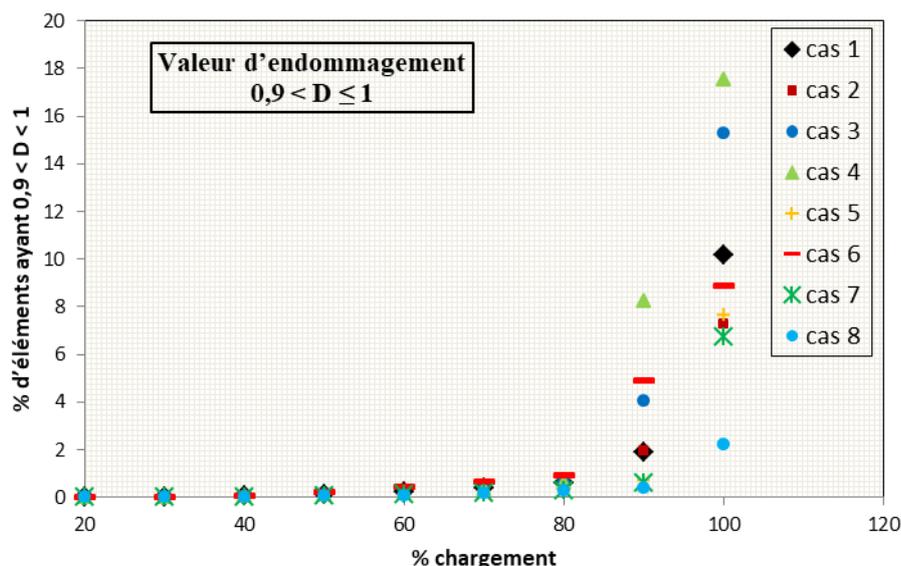


Figure IV.26. Evolutions du % d'éléments ayant une valeur d'endommagement  $D$  comprise entre 0,9 et 1 correspondants aux champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement.

#### IV.3.4. Post-traitement du faciès de fissuration

Nous nous intéressons dans cette partie aux ouvertures des fissures dues au cisaillement (suivant  $xy$ ). La méthode développée par [Matallah et al. (2010)] et implémentée dans Cast3M pour calculer ces ouvertures a été utilisée. En général, l'avancement de l'endommagement induit une localisation des zones déformées traduite par l'apparition des microfissures qui se coalescent afin d'avoir finalement une macro-fissure. Dans ce contexte, [Matallah et al. (2010)] ont supposé que l'ouverture d'une fissure est la déformation de rupture accumulée (localisée) sur la taille d'un élément de maillage. En d'autres termes, un élément de maillage endommagé est supposé être traversé par une seule fissure. Pour cette raison, l'ouverture de fissure " $\delta$ " est calculée par le produit de la déformation de rupture " $\varepsilon_r$ " par la taille de chaque élément " $h$ " suivant l'équation ci-après :

$$\delta = \varepsilon_r \times h \quad (IV.7)$$

Les figures IV.27 à IV.31 illustrent les champs normalisés des ouvertures de fissures pour les 10 simulations des cas 1 ; 3 ; 6 ; 7 et 8. Ces champs correspondent au chargement au pic. Les figures montrent que majoritairement des fissures (inclinaées) par cisaillement ont lieu. Il existe aussi des fissures (horizontales qui sont de faibles valeurs) par glissement au niveau des

deux zones de concentration des contraintes (en haut à droite et en bas à gauche). Le tableau IV.5 montre aussi le nombre de toutes les fissures inclinées ayant une valeur d'ouverture plus que 0,2 mm et qui sont obtenues dans chaque simulation pour tous les cas testés dans l'étude paramétrique. Les résultats montrent que pour le cas 6 où la moyenne de  $E$  et  $f_t$  est la plus élevée, ce nombre de fissures est le plus réduit. Ceci est dû au fait que le béton est plus résistant dans ce cas. Le cas 8, ayant la moyenne et l'écart-type de  $E$  et  $f_t$  les plus importants, présente les plus faibles valeurs des ouvertures de fissure par cisaillement (figure IV.31) à cause de la présence, dans la plupart des simulations, de nombreuses petites fissures sans chainage entre eux. C'est-à-dire de plus en plus et par avancement de l'endommagement, des petites fissures apparaissent sans croissance des ouvertures ce qui empêche l'apparition de macro-fissures avec des larges ouvertures.

La figure IV.10(b) montre le champ des fissures obtenu expérimentalement à la fin des essais de [Salonikios et al. (1999)] sur le voile MSW3. En le comparant avec celui du cas de référence (cas 1 de notre calcul - figure IV.27), les mêmes types de fissures sont aussi remarqués : fissure par cisaillement et par glissement. Mais, le nombre de fissure est un peu différent dans les deux figures. Cette différence peut être justifiée par la différence, déjà expliquée dans §IV.3.3.1, des parties post-pic (figure IV.10(a)).

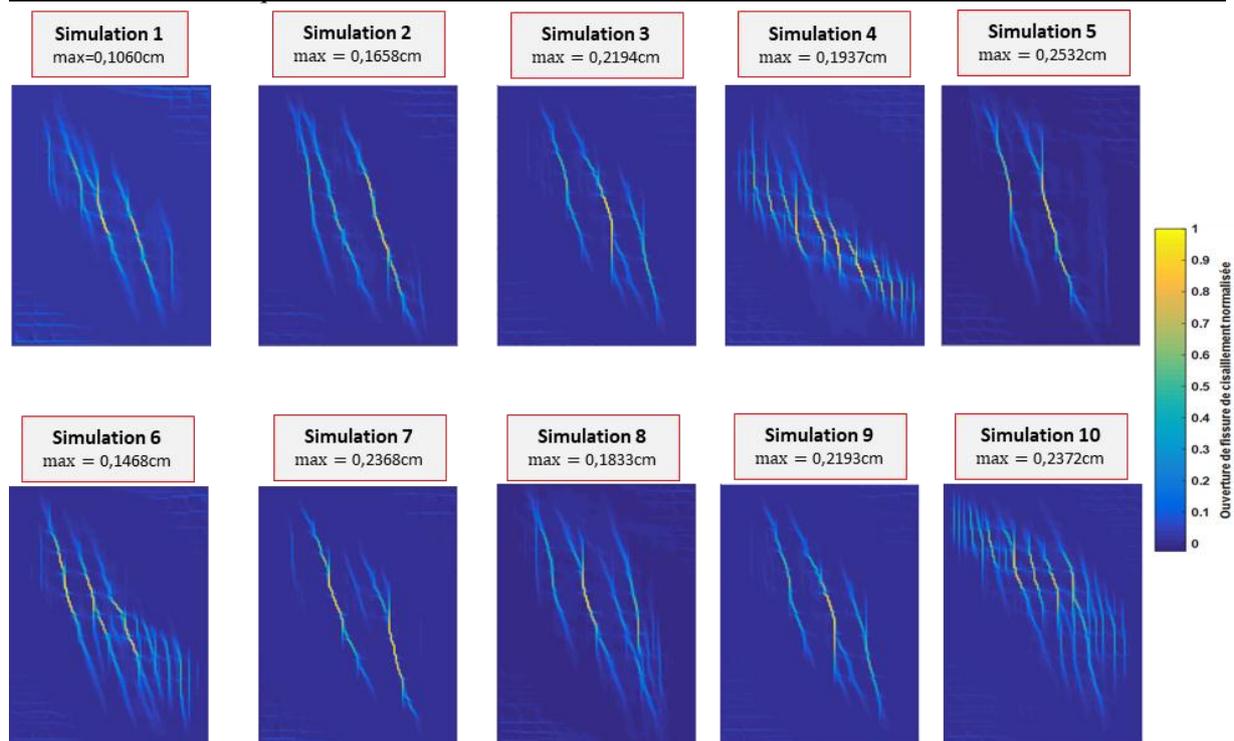


Figure IV.27. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 1

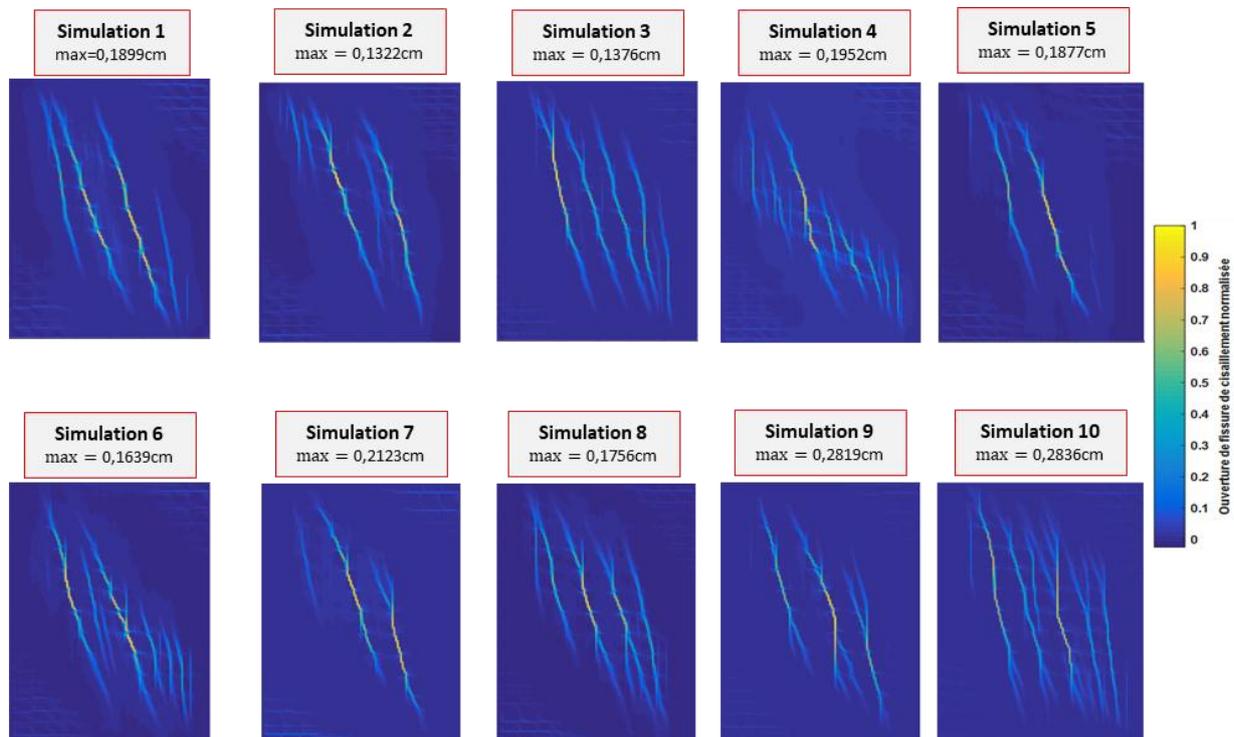


Figure IV.28. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 3

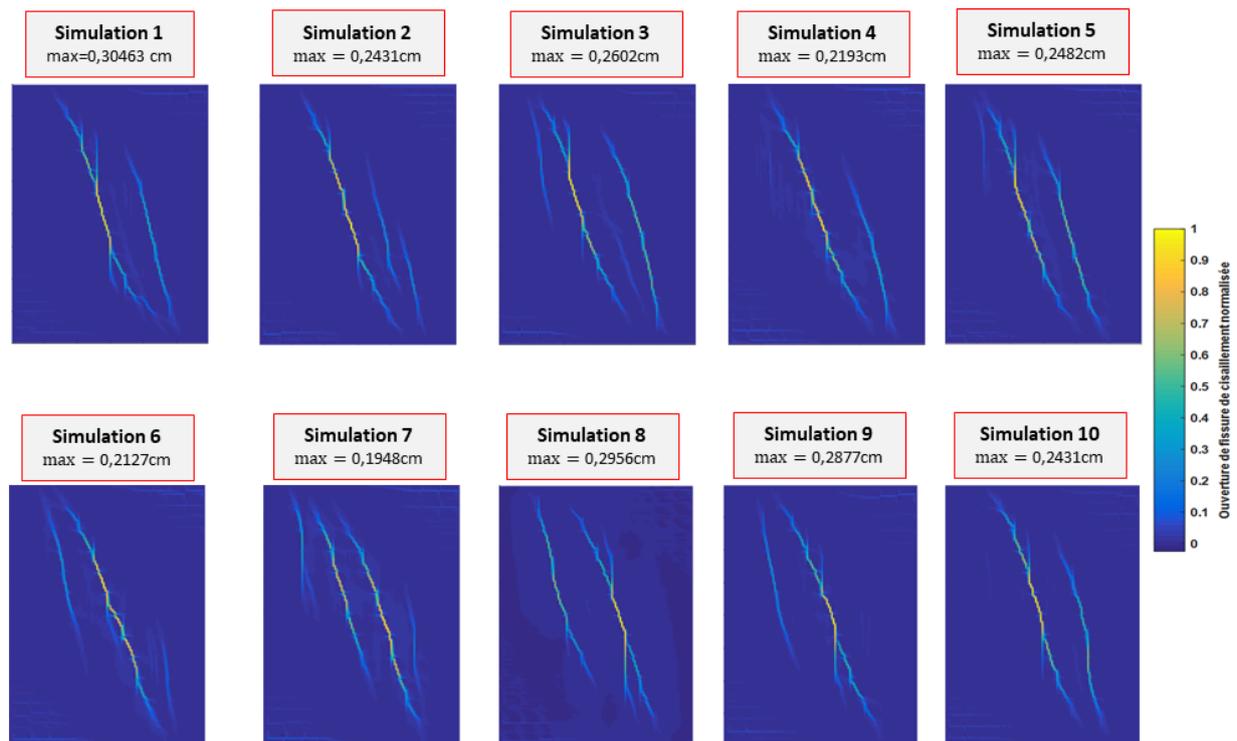


Figure IV.29. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 6

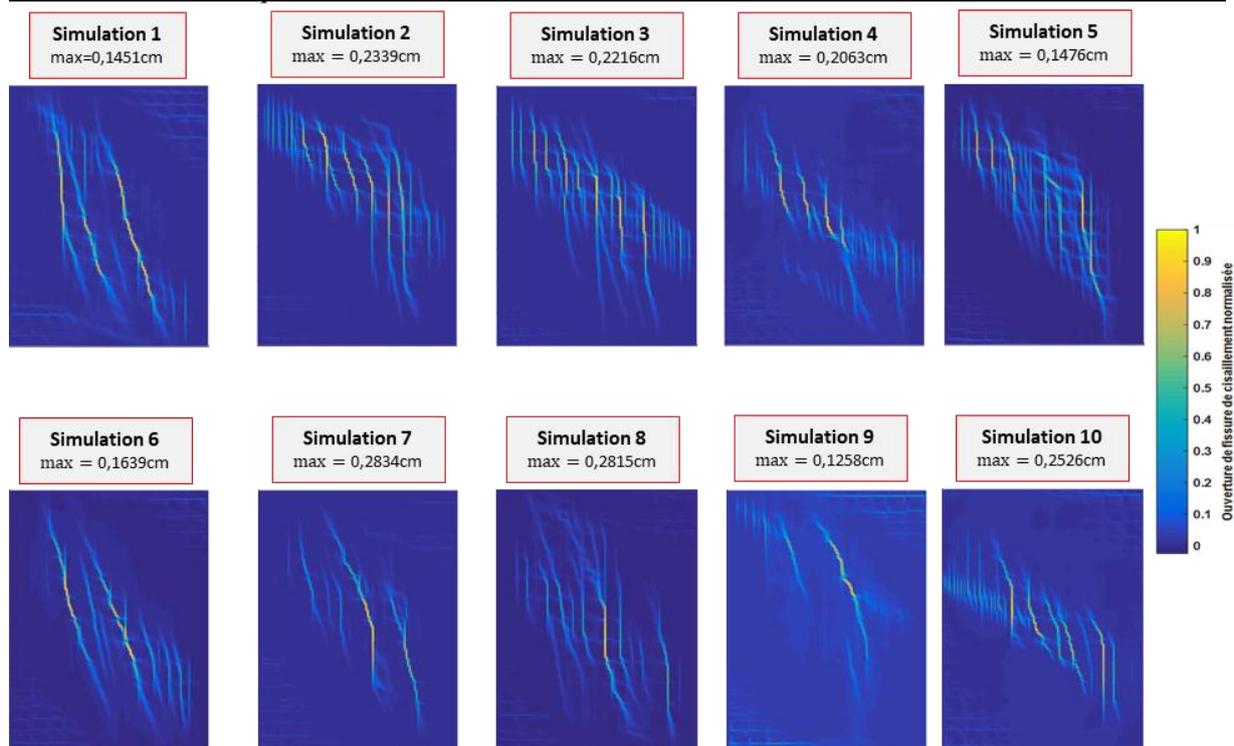


Figure IV.30. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 7

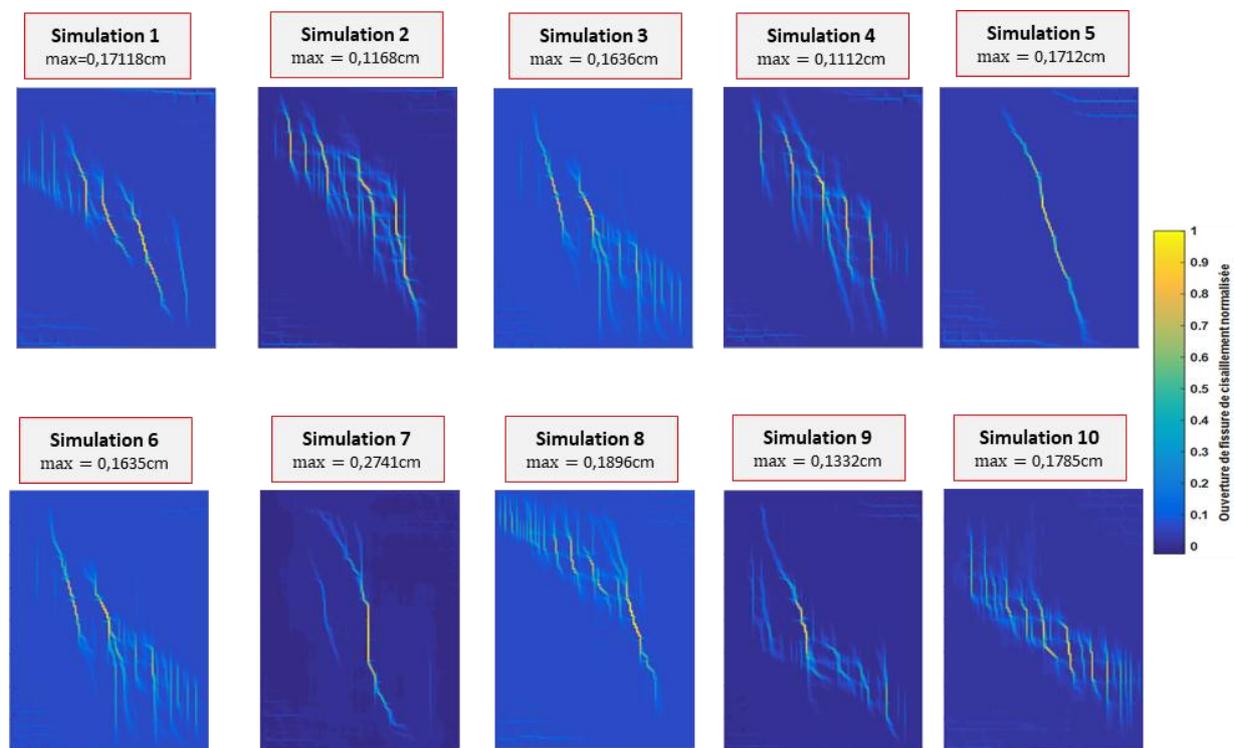


Figure IV.31. Distribution de champ normalisé d'ouverture de fissure due au cisaillement à 100% de chargement appliqué pour les 10 simulations du cas 8

**Tableau IV.5. Nombre total de fissures inclinées obtenues pour l'ensemble des simulations réalisées dans chaque cas d'étude paramétrique**

Cas d'étude	Simulation									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>cas 1</b>	5	3	3	>6	2	>6	2	4	3	>6
<b>cas 2</b>	>6	>6	>6	3	>6	3	4	5	3	>6
<b>cas 3</b>	5	4	3	>6	2	>6	3	4	3	5
<b>cas 4</b>	6	4	4	>6	2	3	3	5	3	4
<b>cas 5</b>	5	>6	>6	3	>6	>6	2	>6	2	4
<b>cas 6</b>	2	3	3	2	2	2	3	2	2	2
<b>cas 7</b>	3	>6	>6	>6	>6	>6	4	>6	2	>6
<b>cas 8</b>	>6	>6	2	5	1	>6	>6	>6	5	>6

\*>6 signifie que le nombre de fissure dépasse 6

## IV.4. Conclusions

Ce chapitre a abordé l'effet de la variabilité des propriétés du béton sur le comportement à la rupture d'un voile armé soumis au cisaillement. Une approche probabiliste basée sur des simulations Monte Carlo avec un échange MATLAB-Cast3M a été proposée. Le module de Young  $E$  et la résistance à la traction  $f_t$  ont été considérés comme deux champs aléatoires pour réaliser cette étude. Le voile MSW3 rapporté par [Salonikios et al. (1999)] a été modélisée en 2D. Une étude paramétrique a été réalisée sur les caractéristiques statistiques (moyenne, écart-type et longueur de corrélation spatiale) de  $E$  et  $f_t$  afin d'étudier l'effet de ce paramétrage sur le comportement du voile au niveau global (courbes force-déplacement, champs d'endommagement) et local (faciès de fissuration).

Les résultats montrent que les courbes force-déplacement sont affectées par la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ . Plus la corrélation spatiale est importante (longueur de corrélation plus faible), plus la variabilité (i.e. coefficient de variation) de la force de rupture, du déplacement au pic et de la rigidité se réduit. Cet effet ne peut pas être généralisé tant que le nombre de simulations est réduit et que les études paramétriques réalisées restent limitées pour tirer des conclusions plus globales. Les mêmes aspects sont observés en diminuant l'écart-type de  $E$  et  $f_t$  et en augmentant leurs moyennes. Les champs d'endommagement dépendent aussi fortement de la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ . Leurs distributions changent d'une simulation à

une autre pour chaque paramétrage réalisé. Dans ce contexte, l'effet de la longueur de corrélation de  $E$  et  $f_t$  a été bien montré sur le champ d'endommagement. L'utilisation des moyennes élevées de  $E$  et  $f_t$  représente le cas ayant le nombre le plus élevé des éléments non-endommagés. Dans ce cas, le champ d'endommagement est plus serré indiquant une rupture plus fragile. De plus, en augmentant seulement la moyenne de  $E$  et  $f_t$ , le nombre de fissures est réduit.

L'augmentation simultanée de la moyenne et de l'écart-type de  $E$  et  $f_t$  fournit le nombre le plus faible d'éléments fissurés où la valeur d'endommagement est comprise entre 0,9 et 1. L'ensemble des fissures obtenues pour toutes les simulations réalisées est plus localisé. Ce cas présente les plus faibles valeurs d'ouverture de fissure par cisaillement.

Dans le futur, la prise en compte de l'adhésion acier – béton, la plasticité ainsi que la réalisation des simulations en 3D permettrait d'améliorer les résultats. Pour généraliser les conclusions, il est aussi recommandé d'augmenter le nombre de simulations et d'essayer d'autres études paramétriques (par exemple le cas où  $E$  et  $f_t$  n'ont pas la même longueur de corrélation, etc). Par ailleurs, l'extension de notre étude (effet de la variabilité du béton sur un voile soumis au cisaillement) peut aussi contenir une analyse fiabiliste, tout en tenant compte de la variabilité spatiale du béton. L'analyse fiabiliste est une étude numérique qui a un but général de prédire la défaillance de la structure considérée et par suite réduire les coûts de sa maintenance. Elle peut se réaliser en construisant une surface de réponse critique (limite) à partir de laquelle la structure est supposée défaillante. La surface de réponse  $g(X)$  est une fonction qui dépend implicitement des paramètres influant sur la réponse  $X$  de la structure.  $g(X)$  est construite par une comparaison explicite de  $X$  par sa valeur limite  $X_{lim}$ . Cette surface peut avoir donc plusieurs formes:  $(X/X_{lim} - 1)$ ;  $(X - X_{lim})$ ; etc. L'étude consistera alors à calculer la probabilité d'avoir  $g(X) < 0$ , connue sous le nom de probabilité de défaillance. Dans le cadre de notre étude (voile soumis au cisaillement), l'analyse fiabiliste peut correspondre au calcul, par exemple, de la probabilité que le déplacement du point supérieur du voile (déplacement maximal) dépasse le déplacement seuil fourni par l'Eurocode pour ce type d'élément structurel.

---

## Conclusions Générales et Perspectives

---

Une méthodologie d'END a été développée dans cette thèse pour estimer la distance de corrélation spatiale des propriétés du béton en plus de leurs moyennes et écart-types. Cette variabilité a été ensuite intégrée dans un modèle mécanique afin d'étudier son effet sur le comportement à la rupture d'une structure en béton armé.

Pour atteindre cet objectif, le manuscrit a été subdivisé en deux parties.

La première consiste à utiliser trois observables CND complémentaires que sont la vitesse des ondes ultrasonores  $UPV$ , la résistivité électrique  $\rho$  et la permittivité diélectrique " $\varepsilon$ " pour l'évaluation simultanée de la porosité  $\Phi$  et de degré de saturation  $S_r$  et de leurs variabilités (y compris leurs variabilités spatiales). Ce sont deux indicateurs indissociables de durabilité du béton. Cette étude a été décomposée en deux étapes fondamentales. La première étape concerne l'identification puis la calibration des modèles de conversion. Une approche numérique, déjà utilisée d'une façon directe dans d'autres recherches pour l'END de la résistance à la compression, a été adaptée dans cette étude pour la calibration de modèles de la forme « observable CND=f( $\Phi$  ;  $S_r$ ) ». Les modèles considérés sont des modèles de lois des mélanges analytiques, non-linéaires, multidimensionnels et de différentes formes. L'identification des paramètres des modèles a été effectuée par la minimisation de l'erreur quadratique moyenne EQM entre les valeurs mesurées et simulées des observables CND en utilisant la base de données du projet ANR-SENSO. L'EQM a été aussi utilisée pour valider la capacité des modèles identifiés à prédire les valeurs des observables CND. L'effet du bruit et du nombre des mesures ont été étudiés en utilisant des simulations Monte-Carlo, dans les deux phases qui sont l'identification des modèles et la prédiction par modèles calibrés. Les résultats ont montré qu'environ 11 mesures semblent suffisantes pour calibrer et valider les modèles considérés. L'EQM calculée lors de la prédiction (phase de validation) a diminué avec l'augmentation du nombre de mesures et avec la diminution du bruit de mesure. Par ailleurs, les paramètres dans les modèles de la vitesse ultrasonore et de la résistivité ont été fortement liés (effet de trade-off). Ceci implique que la variabilité de l'ensemble des paramètres identifiés est une conséquence de l'incertitude sur l'identification du modèle.

La deuxième étape concerne l'inversion multi-physique des modèles de conversion. L'END en fonction de  $\Phi$  et  $S_r$  ainsi que leurs caractéristiques statistiques (moyenne, écart-type et longueur de corrélation) a été réalisée. Dans un premier temps, un jeu de données synthétiques spatialement indépendant a été généré sur une dalle carrée de 10 m de côté. L'effet du nombre et du bruit (en lien avec la répétabilité) de mesures ainsi que le type de la combinaison dans l'END ont été analysés. La qualité de l'évaluation a été estimée par l'EQM entre les valeurs après génération et celles après estimation par CND. Le risque d'avoir un paramètre évalué hors d'un intervalle d'incertitude (ou erreur) accepté sur la vraie valeur du paramètre a été aussi évalué. Les principaux résultats ont montré que l'EQM sur la moyenne et l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$  ainsi que les valeurs de risque diminuent avec l'augmentation du nombre de prélèvements et la diminution du bruit à l'exception de la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$  où l'effet du bruit est faible. De plus, dans le cas de cette étude, l'augmentation du nombre de mesures au-delà de 10 est rarement nécessaire. Les combinaisons  $(UPV, \varepsilon, \rho)$  et  $(UPV, \rho)$  donnent des résultats (en terme d'EQM et de risque) similaires quel que soit le nombre de points et le bruit de mesure. L'influence la plus importante sur l'évaluation est favorisée par la présence d'*UPV* par rapport aux autres observables CND du fait que les valeurs d'EQM et de risque sont les plus réduites, vis-à-vis de la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$ , surtout pour un bruit de mesure faible ou moyen. Néanmoins, cette dernière combinaison est la plus efficace dans le cas où le bruit de mesure est très élevé. Dans un deuxième temps, le jeu de données synthétiques a été spatialement corrélé. Il a été généré en utilisant la méthode de discrétisation spatiale « Circulant Embedding » et la fonction d'autocorrélation exponentielle isotrope. En plus de leurs moyennes et leurs écart-types, les longueurs de corrélations de  $\Phi$  et  $S_r$  ont été estimées par différentes combinaisons CND et pour plusieurs valeurs de bruit de mesures. Les valeurs de ces longueurs ont été déterminées en ajustant le variogramme empirique avec un modèle théorique qui assure le bon ajustement. La qualité de l'END de longueurs de corrélations de  $\Phi$  et  $S_r$  a été aussi quantifiée par EQM. Les différentes observations de l'effet du bruit de mesure et du type de combinaison CND sont similaires à celles obtenues lors de l'estimation de la moyenne et l'écart-type de  $\Phi$  et  $S_r$ . Une seule différence a été montrée par l'effet non-négligeable du bruit de mesure sur l'estimation de la longueur de corrélation de  $\Phi$  et  $S_r$  en utilisant la combinaison  $(\varepsilon, \rho)$ . Dans cette partie d'étude, l'effet du nombre de mesures n'a pas été pris en considération du fait du caractère aléatoire lors de la sélection de ce nombre. En effet, pour un faible nombre de mesures prélevés aléatoirement, la probabilité d'avoir de grandes valeurs (estimées par CND) de longueur de corrélation, augmente. Cela

signifie que les valeurs estimées de cette longueur vont être largement différentes par rapport aux valeurs attendues. L'approche numérique proposée dans cette partie constitue donc un premier pas pour l'END de la corrélation spatiale des propriétés du béton en tenant compte de la qualité de mesure et du type de combinaison CND. Cette approche mérite d'être optimisée pour réduire le nombre d'échantillons dans les programmes d'investigation réelle. Cela conduira à adopter une méthode de sélection (non-aléatoire) des positions des mesures de manière qu'elles soient distantes d'un espacement minimal égal à la longueur de corrélation. Par ailleurs, cette étude peut être poursuivie en appliquant l'approche développée sur d'autres résultats réels obtenus expérimentalement pour vérifier son efficacité.

*Il est important de noter que ce premier axe de la thèse peut être adopté pour l'END de n'importe quelle(s) propriété(s) du béton et quelque soient la forme et le nombre des modèles de conversions correspondants.*

Dans la deuxième partie de cette thèse la variabilité spatiale du béton, qui peut être déterminée par END, a été intégrée dans un modèle mécanique pour étudier son effet sur le comportement d'un voile en béton armé soumis au cisaillement. Le choix d'une structure en cisaillement est principalement lié à l'absence d'études sur l'effet de la variabilité du béton sur ce type de structure. Une approche probabiliste a été proposée qui se base sur des simulations Monte Carlo en 2D avec un lien entre MATLAB (calcul de la variabilité) et Cast3M (calcul mécanique). La liaison acier – béton a été supposée parfaite. Le modèle d'endommagement mécanique de Fichant-La Borderie pour le béton a été utilisé tout en considérant que deux de ses paramètres d'entrée, la résistance à la traction  $f_t$  et le module de Young  $E$  sont des champs aléatoires où la corrélation spatiale des points de la structure a été prise en compte. La génération de ces champs aléatoires a été réalisée en utilisant la méthode Circulant Embedding et la fonction d'autocorrélation exponentielle isotrope. Un paramétrage concernant les caractéristiques statistiques (moyenne, écart-type et longueur de corrélation) de  $E$  et  $f_t$  a été effectué pour analyser son effet sur la réponse globale (champs d'endommagement et loi de comportement) et locale (champs d'ouverture de fissures) du voile. Les longueurs de corrélation de  $E$  et  $f_t$  ont été choisies de la littérature en correspondance avec des échelles d'étude semblables à notre échelle d'étude.

Quelques conclusions tirées de cette partie d'étude sont résumées ci-après :

- l'intégration de la variabilité spatiale a montré une concordance acceptable entre la loi de comportement expérimentale (obtenue à partir de la littérature) et celle obtenue numériquement dans cette étude. La faible différence observée dans la courbure de la partie post-pic des deux lois de comportement peut être expliquée par l'hypothèse forte d'une liaison parfaite acier – béton et/ou la simplification de la modélisation en 2D au lieu de 3D.
- la variabilité spatiale a joué un rôle prépondérant dans la localisation de l'endommagement par cisaillement dans le voile.
- en augmentant uniquement la moyenne de  $E$  et  $f_t$ , le champ d'endommagement devient plus resserré et le nombre de fissures plus réduit.
- les réponses globale et locale du voile ont été affectées par la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ . Plus la corrélation spatiale est importante (longueur de corrélation plus faible), plus la variabilité (i.e. écart-type ou coefficient de variation) de la force de rupture, du déplacement au pic et de la rigidité se réduit. Cette conclusion tirée de notre étude ne peut pas être généralisée tant que le nombre de simulations exécutées est réduit et que les études paramétriques réalisées restent limitées pour tirer des conclusions plus globales.

Les pistes d'amélioration de cette partie d'étude consisteraient à considérer une modélisation en 3D et une loi d'adhérence acier – béton. Ensuite, les faciès de fissuration peuvent être post-traités par une autre méthode exposée dans [Mang (2016)] qui s'appuie sur le formalisme de modèle de liaison acier – béton. De même, pour généraliser les conclusions, un nombre de simulations numériques plus élevé est à considérer et d'autres études paramétriques doivent aussi intervenir (par exemple considérer des plages de valeurs (d'entrée) différentes des écart-types et des longueurs de corrélation de  $E$  et  $f_t$ , changer le type de la fonction d'autocorrélation ou de la fonction de répartition de  $E$  et  $f_t$ ).

L'étude présentée dans cette thèse peut être complétée en réalisant une analyse fiabiliste dans laquelle la variabilité spatiale du béton intervient. L'analyse fiabiliste consiste globalement à estimer la défaillance d'une structure vis-à-vis d'une situation critique. Par exemple, dans le cas du voile soumis au cisaillement, la situation (ou état) critique peut être le dépassement du déplacement du point supérieur du voile (déplacement maximal) par rapport à une valeur seuil définie par exemple dans les codes normatifs (Eurocode, ACI) pour ce type de structure. La

variabilité spatiale des propriétés du béton intervient par son effet implicite sur la réponse de la structure considérée. Selon l'exemple exposé, le déplacement maximal du voile dépendra de la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$  dans le cadre de notre étude. Cette analyse fiabiliste réalisée numériquement servira par la suite à améliorer les coefficients partiels de sécurité intervenant dans les calculs réalisés par les bureaux d'étude.

---

## Références

---

Abdallah, W., Sbartai, Z.M., Saliba, J., ElAchachi, S.M., Hage Chehade, F., & Sadek, M. (2021a). Assessment of the reliability of concrete evaluation by multi-physical inversion of NDT measurements – A probabilistic approach, *Construction and Building Materials*, 300(124546).

Abdallah, W., Saliba, J., ElAchachi, S.M., Sbartai, Z.M., Sadek, M., & Hage Chehade, F. (2021b). Effet de la variabilité spatiale sur le comportement à la rupture d'un voile en béton, *Academic Journal of Civil Engineering – 39èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil*, 39(1),51-54.

Abdallah, W., Saliba, J., Sbartai, Z.M., Sadek, M., Hage Chehade, F., & ElAchachi, S.M. (2019a). Reliability analysis of non-destructive testing models within a probabilistic approach, *MATEC Web of conference - International Conference of Engineering Risk (INCER'19)*, 281,6p.

Abdallah, W., ElAchachi, S.M., Sadek, M., Hage Chehade, F., Saliba, J., & Sbartai, Z.M. (2019b). Corrélation entre propriétés physiques et propriétés mécaniques du béton intégrant la variabilité spatiale, *37èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil*.

Abdallah, W., Sbartai, Z.M., Saliba, J., ElAchachi, S.M., Hage Chehade, F., & Sadek, M. (2021c). Intégration de la variabilité spatiale pour une meilleure évaluation non-destructive du béton, *Academic Journal of Civil Engineering - 7ème congrès international francophone « Diagnobéton »*, 38(2), 134-138.

Abraham, O., Metais, V., Villain, G., Plantier, G., Le Duff, A., & Durand, O. (2015). Influence of water gradient on surface wave measurements in concrete, *Proceedings of the International Symposium on NDT-CE*.

ACI 228.1R. (2003). Detroit: American In-Place Methods to Estimate Concrete Strength, *Concrete Institute*.

Adous, M. (2006). Caractérisation électromagnétique des matériaux traités de génie civil dans la bande de fréquence 50MHz-13GHz, *Thèse de Doctorat, Université de Nantes*.

AFGC (2004). Conception des bétons pour une durée de vie donnée des ouvrages – indicateurs de durabilités, *Documents scientifiques et techniques*, 252p.

Agred, K. (2017). Localisation automatique des aciers et caractérisation de la teneur en eau du béton armé par radar double-offset à grand rendement, *Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier – Toulouse III*.

Alam, S.Y. (2011). Experimental Study and numerical analysis of crack opening in concrete, *Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes (ECN)*.

Alam, S., Kotronis, P., & Loukili, A. (2013). Crack propagation and size effect in concrete using a non-local damage model, *Engineering fracture mechanics*, 109, 246-261.

Alam, S.Y., Zhu, R., & Loukili, A. (2020). A new way to analyse the size effect in quasi-brittle materials by scaling the heterogeneity size, *Engineering Fracture Mechanics*, 225(106864).

Albrand, M. (2017). Étude d'une solution d'évaluation des constantes diélectriques du béton d'ouvrages à risque par une approche problème inverse en électromagnétisme, *Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier – Toulouse III*.

Allan, J.Z. (2002). *Handbook of the Speed of Sound in Real Gases: Speed of Sound in Air-volume 3, 1<sup>st</sup> edition, Elsevier, 301p.*

Ali-Benyahia, K. (2017). Contrôle de la Qualité du Béton de Structures par les Essais Non Destructifs, *Thèse de Doctorat, Université Hassiba Ben Bouali de Chlef*.

Ali-Benyahia, K., Sbartai, Z.M., Breysse, D., Kenai, S., & Ghrici M. (2017). Analysis of the single and combined non-destructive test approaches for on-site concrete strength assessment: General statements based on a real case-study, *Cases Studies in Construction Materials*, 16, 109-119.

Alwash, M. (2017). Assessment of concrete strength in existing structures using non-destructive tests and cores : analysis of current methodology and recommendations for more reliable assessment, *Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux*.

Alwash, M., Sbartai, Z.M., & Breysse, D. (2016). Non-destructive assessment of both mean strength and variability of concrete: a new bi-objective approach, *Construction and Building Materials*, 113, 880-889.

Alwash, M., Breysse, D., & Sbartai, ZM. (2015). Non-destructive strength evaluation of concrete: Analysis of some key factors using synthetic simulations, *Construction and Building Materials*, 99, 235-245.

Alwash, M., Breysse, D., Sbartai, ZM., Szilágyi, K., & Borosnyói, A. (2017). Factors affecting the reliability of assessing the concrete strength by rebound hammer and cores, *Construction and Building Materials*, 140, 354-363.

Andrade, C., Alonso, C., Arteaga, A., & Tanner, P. (2000). Methodology based on the electrical resistivity for calculation of reinforcement service life, *5th CANMET/ACI International Conference*, 899-915.

Andrade, C., Polder, R., & Basheer, M. (2007). Non-destructive methods to measure ion migration, *RILEM TC*, 91-112.

Archie, G. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir Characteristics", *Transaction of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers*, 146(1), 54–62.

Badouix, F. (2000). Modélisation du comportement à long terme des bétons : prise en compte de la carbonatation. *Thèse de doctorat, ENS Cachan*.

Badr, J. (2019). Conception et validation d'un capteur noyé de résistivité électrique en vue du suivi des profils de teneur en eau dans les bétons, *Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier - Toulouse III*.

Balayssac, J.P., Laurens, S., Arliguie, G., Breyse, D., Garnier, V., Dérobert, X., & Piwakowski, B. (2012). Description of the general outlines of the French project SENSO – Quality assessment and limits of different NDT methods, *Construction and Building Materials*, 35, 131–138.

Balayssac, J.P., Garnier, V., Villain, G., Sbartai, Z.M., Dérobert, X., Piwakowski, B., Breyse, D., Salin, J. (2015). An overview of 15 years of French collaborative projects for the characterization of concrete properties by combining NDT methods, *Proceedings of International Symposium on NDT-CE*.

Baillargeon, S. (2005). Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations, *Thèse de Doctorat, Université Laval*.

Barda, F., Hanson, J.M., & Corley, W.G. (1977). Shear Strength of Low-Rise Walls with Boundary Elements, *ACI special publications, Reinforced Concrete in Seismic Zones*,53(8),149-202.

Barkhordari, M.S., & Tehranizadeh, M. (2021). Response estimation of reinforced concrete shear walls using artificial neural network and simulated annealing algorithm, *Structures*,34,1155-1168.

Bar-Shalom, Y., Li, X. R., & Kirubarajan, T. (2001). Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms, and Software, *Wiley-Interscience publication*.

Bažant, Z.P. (1984). Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. *Journal of Engineering Mechanics*,110(4),518–535.

Bažant, Z.P., & Oh, B.H. (1985). Microplane model for progressive fracture of concrete and rock, *Journal of Engineering Mechanics*,111(4),559-582.

Bažant, Z.P., Belytschko, T., & Chang, T. (1984). Continuum theory for strain-softening, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* ,110,1666-1692,

Bažant, Z.P., Oh, B.H. (1983). Crack band theory for fracture of concrete, *Materials and Structures*, 16, 155-177.

Bažant, Z.P., & Pijaudier-Cabot, G. (1989). Measurement of characteristic length of nonlocal continuum, *Journal of Engineering Mechanics*, 115(4), 755–767.

Belagraa, L., Abdelaziz, M., & Miloud, B. (2015). Study of the Physico-Mechanical Properties of a Recycled Concrete Incorporating Admixtures by the Means of NDT Methods, *Procedia Engineering*, 108, 80-92.

Benallal, A., Billardon, R., & Geymonat, G. (1993). Bifurcation and localization in rate independent materials. some general considerations. In: Q. Nguyen (ed.), *Bifurcation and stability of dissipative systems*, 1-44.

Bian, H. (2009). Etude expérimentale de l'endommagement de BFUHP sous sollicitations physique, chimique et mécanique, *Thèse de doctorant, l'INSA Rennes*.

Bissonnette, B., Pierre, P. & Pigeon, M. (1999). Influence of key parameters on drying shrinkage of cementitious materials, *Cement and Concrete Research*, 29(10), 1655-1662.

Bocchini, P., & Deodatis, G. (2008). Critical review and latest developments of a class of simulation algorithms for strongly non-Gaussian random fields, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 23(4), 393-407.

Bouhjiti, D.E.M., Baroth, J., Briffaut, M., Dufour, F., & Masson, B. (2018a). Statistical modeling of cracking in large concrete structures under thermo-hydro-mechanical loads: application to nuclear containment buildings. Part 1: random field effects (reference analysis), *Nuclear Engineering and Design*, 333, 196–223.

Bouhjiti, D.E.M., Blasone, M.C., Baroth, J., Dufour, F., Masson, B., & Michel-Ponnelle, S. (2018b). Statistical modelling of cracking in large concrete structures under Thermo-Hydro-Mechanical loads: Application to Nuclear Containment Buildings. Part 2: Sensitivity analysis, *Nuclear Engineering and Design*, 334, 1–23.

Bore, T. (2011). Amélioration du diagnostic de l'endommagement des gaines de précontrainte extérieure par sonde capacitive, *Thèse de Doctorat, Conservatoire National des Arts et Métiers*.

Bungey, J.H., Millard, S.G., & Grantham, M.G. (2006). Testing of Concrete in Structures, 4th edition, *Taylor & Francis*, 339 p.

Breysse, D. (2012). Non destructive evaluation of concrete strength: An historical review and a new perspective by combining NDT methods, *Construction and Building Materials*, 33, 139-163.

Breysse, D. (2008). Condition assessment of concrete, masonry and timber structures and the role of water: how far the problem is similar?, *Sacomatis RILEM Conference*.

Breysse, D., Elachachi, S.M., Balayssac, J.P., & Laurens, S. (2008b). Méthodologie de qualification des observables issus du contrôle non destructif pour diagnostiquer l'état du béton », *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 12, 459–472.

Breysse, D., Elachachi, S.M., & Balayssac, J.P. (2007). Diagnostic de l'état du béton : combinaison d'informations et réduction des incertitudes, *25èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil(RUGC'07)*.

Breysse, D., Klysz, G., Dérobert, X., Sirieix, C., & Lataste, J.F. (2008a). How to combine several nondestructive techniques for a better assessment of concrete structures, *Cement and Concrete Research*,38(6),783-793.

Breysse, D., & Martínez-Fernández, J.L. (2014). Assessing concrete strength with rebound hammer: review of key issues and ideas for more reliable conclusions, *Materials and Structures*, 47,1589-1604.

Breysse, D., Balayssac, J.P., Biondi, S., Corbett, D., Goncalves, A., Grantham, M., Luprano, V.A.M., Masi, A., Monteiro, A.V., & Sbartai, Z.M. (2019). Recommendation of RILEM TC249-ISC on non destructive in situ strength assessment of concrete, *Materials and Structures*, 52(71).

Breysse, D., Balayssac, J. P., Biondi, S., Borosnyói, A., Candigliota, E., Chiauzzi, L., Garnier, V., Grantham, M., Gunes, O., Luprano, V., Masi, A., Pfister, V., Sbartai, Z. M., Szilagyi, K., & Fontan, M . (2017). Non destructive assessment of in situ concrete strength: comparison of approaches through an international benchmark, *Materials and Structures*, 50(133).

Breysse, D., & Balayssac, J.P. (2019). Reliable Non-Destructive Strength Assessment in Existing Structures: Myth or Reality?, *RILEM Technical Letter*,3,129-134.

Breysse, D., Villain, G., Sbartai, Z.M., & Garnier, V. (2018). Construction of Conversion Models of Observables into Indicators, *In: J.P. Balayssac, V. Garnier (eds.), Non-Destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures (ISTE Press), chapter 7*,231-257.

Cardenas, A.E., Russell, H.G., & Corley, W.G. (1980). Strength of Low-Rise Structural Walls, *ACI Special Publications*,63(10) 221-241.

Carino, N.J., Sansalone, M., & Hsu, N.N. (1986). Flaw detection in concrete by frequency spectrum analysis of impact-echo waveforms, *International Advances in Nondestructive Testing*,12,117-146.

Carmeliet, J., & De Borst, R. (1995). Stochastic approaches for damage evolution instandard and non-standard continua, *International Journal of Solids and Structures*, 32(8–9),1149–1160.

Carmeliet, J., & Hens, H. (1994). Probabilistic nonlocal damage model for continua with random field properties, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*,120(10): 2013–2027.

Carol, I., & Bažant, Z.P., (2001). A thermodynamically consistent approach to microplane theory: Part I. Free energy and consistent microplane stresses, *International Journal in Solids and Structures*,38(17),2921-2931.

Carol, I., & Bažant, Z.P., (1997). Damage and plasticity in microplane theory, *International Journal in Solids and Structures*,34(29),3807-3835.

Chai, T., & Draxler, R.R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? - Arguments against avoiding RMSE in the literature, *Geoscientific Model Development*,7,1247–50.

Chan, N. (2021). Étude de la variabilité expérimentale et modélisation discrète du comportement des matériaux cimentaires : effet combiné du séchage et d'un chargement mécanique, *Thèse de Doctorat, Université de Paris-Saclay*.

Choi, C.A. (2006). Improvement of Earthquake-Resistant Performance of Squat Shear Walls under Reversed Cyclic Loads, *Key Engineering Materials*, 324-325, 535–538.

Chai, T., & Draxler, R.R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? - Arguments against avoiding RMSE in the literature, *Geoscientific Model Development*, 7,1247–50.

Chang, T.L., Lee, C.L., Carr, A.J., & Dhakal, R.P. (2019). Numerical evaluations of a novel membrane element in simulations of reinforced concrete shear walls. *Engineering Structures*,199(109592).

Choi, C.A. (2006). Improvement of Earthquake-Resistant Performance of Squat Shear Walls under Reversed Cyclic Loads, *Key Engineering Materials*, 324-325, 535–538.

Clement, J.L. (1987). Interface acier-béton et comportement des structures en béton armée - Caractérisation –Modélisation, *Thèse de Doctorat, Université de Paris VI*.

Coleman, T.F., & Li, Y. (1996). An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds, *SIAM Journal on Optimization*, 6(2), 418–445.

Coleman, T.F., & Y. Li. (1994). On the Convergence of Reflective Newton Methods for Large-Scale Nonlinear Minimization Subject to Bounds, *Mathematical Programming*, 67(2), 189–224.

Colombo, M., & Felicetti, R. (2007). New NDT techniques for the assessment of fire-damaged concrete structures, *Fire Safety Journal*, 42(6-7),461-472.

Comi, C. (1999). Computational modelling of gradient-enhanced damage in quasi-brittle materials, *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 4(1),17-36,.

D'Ambrisi, A., Cristofaro, M., & De Stefano, M. (2008). Predictive models for evaluating concrete compressive strength in existing buildings, *International 14<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*.

Dang, X.H. (2012). Identification de la variabilité spatiale des champs de contraintes dans les agrégats polycristallins et application à l'approche locale de la rupture, *Thèse de doctorat de l'Université Blaise Pascal et Institut Français de Mécanique Avancée*.

Dang, H.X., Sudret, B., & Berveiller, B. (2011). Benchmark of random fields simulation methods and links with identification methods, ed. Faber M., Köhler J., et Nishijima K., *Proc. 11th. International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP11)*.

Daniels, D.J. (2004). Ground Penetrating Radar, 2nd edition, *The Institution of Electrical Engineers*,734 p.

Darmawan, M.S., & Stewart, M.G. (2007). Spatial time-dependent reliability analysis of corroding pretensioned prestressed concrete bridge girders, *Structural Safety*,29(1),16–31.

David, M. (2012). Approche multi-échelle du comportement mécanique des structures en béton armé - Application aux enceintes de confinement des centrales nucléaires, *Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique X de Palaiseau*.

DeCoursey, W.J. (2003). Statistics and Probability for Engineering Applications, *Elsevier Science*, 396p.

De Larrard, T., Benboudjema, F., Colliat, J.B., & Torrenti, J.M. (2012a). Influence of the spatial variability of leaching kinetics parameters on the lifespan of a concrete structure, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*,16(5),606–624.

De Larrard, T., Benboudjema, F., Colliat, J.B., & Torrenti, J.M. (2012b). Caractérisation expérimentale de la variabilité spatiale des propriétés d'un béton : Identification des

longueurs de corrélation et recherche de corrélations entre indicateurs de durabilité, *Journées Fiabilité des Matériaux et des Structures (JFMS)*,15p.

De Larrard, T., Colliat, J.B., Benboudjema, F., Torrenti, J.M., & Nahas, G. (2010). Effect of the young modulus variability on the mechanical behaviour of a nuclear containment vessel, *Nuclear Engineering and Design*,240 (12), 4051 –4060.

Der Kiureghian, A., & Ke, J.B. (1988). The stochastic finite element method in structural reliability, *Probabilistic Engineering Mechanics*,3(2),83-91.

De Vree, J.H.P., Brekelmans, W.A.M., & Van Gils, M.A.J. (1995). Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics, *Computers & Structures*,55(4),581–588.

Dérobot, X., Balayssac, J.P., Sbartai, Z.M., & Dumoulin. J. (2018). Electromagnetic Methods. In: J.P. Balayssac, V. Garnier (eds.), *Non-Destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures (ISTE Press)*, Chapter 3, 87-137.

Dérobot, X., Iaquina, J., Klysz, G., & Balayssac, J.P. (2008). Use of capacitive and GPR techniques for the non-destructive evaluation of cover concrete", *NDT & E International*, 41(1), 44–52.

Desmorat, R. (2015). Modélisation de l'endommagement anisotrope du béton, *Rencontres Universitaires de Génie Civil (RUGC'15)*.

Desmorat, R., Gatuingt, F., & Ragueneau, F. (2007). Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 74(10),1539–1560.

Dietrich, C., & Newsam, G. (1993). A fast and exact method for multidimensional Gaussian stochastic simulation, *Water Resources Research*,29(8), 2861–2869.

Dubé, J.F. (1997). Modélisation multicouche des voiles en béton armé, *Revue Française de Génie Civil*,1(2),285-307.

Dufour, F., Pijaudier-Cabot, G., Choinska, M., & Huerta, A. (2008).Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models, *Computers & Concrete*,5(4),375-388.

Du Plooy, R. (2013). The development and combination of electromagnetic non-destructive evaluation techniques for the assessment of cover concrete condition prior to corrosion, *Thèse de Doctorat, Université Nantes Angers Le Mans*.

Du Plooy, R., Palma-Lopes, S., Villain, G., & Dérobert, X. (2013). Development of a multi-ring resistivity cell and multi-electrode resistivity probe for investigation of cover concrete condition, *NDT & E International*,54,27–36.

Du Plooy, R., Villain, G., Palma-Lopes, S., Ihamouten, A., Dérobert, X., & Thauvin, B. (2015). Electromagnetic non-destructive evaluation techniques for the monitoring of water and chloride ingress into concrete: a comparative study, *Materials and Structures*,48,369-386.

Eliáš, J., Vorechovsky, M., Skocek, J., & Bazant, Z.P. (2015). Stochastic discrete meso-scale simulations of concrete fracture: Comparison to experimental data, *Engineering Fracture Mechanics*, 135,1-16.

Eliáš, J., Vorechovsky, M., & Le, J.L. (2013). Lattice modeling of concrete fracture including material spatial randomness,*Engineering Mechanics*,5,413–26 .

Eliáš, J., & Vořechovský, M. (2020). Fracture in random heterogeneous media: I. Discrete mesoscale simulations of load capacity and active zone, *Engineering Fracture Mechanics*,235 (107160).

EN 13791. (2007). Assessment of In Situ Compressive Strength in Structures and Precast Concrete, *CEN*, 28p.

Fares, M. (2015). Evaluation de gradients de teneur en eau et en chlorures par méthodes électromagnétiques non-destructives, *Thèse de Doctorat, Université de Nantes Angers Le Mans*.

Fares, M., Fargier, Y., Villain, G., Dérobert, X., & Lopes, S. (2016). Determining the permittivity profile inside reinforced concrete using capacitive probes, *NDT & E International*, 79, 150-161.

Fares, M., Villain, G., Fargier, Y., Thiery, M., Dérobert, X., & Palma Lopes, S. (2015). Estimation of water gradient and concrete durability indicators using capacitive and electrical probes, *International Symposium Non-Destructive Testing in Civil Engineering*,9p.

Faria, R., & Olivier, J. (1993). A Rate Dependent Plastic-Damage Constitutive Model for Large Scale, *CIMNE Monograph*,17.

Faria, R., Olivier, J., & Cervera, M. (1998). A strain-based plastic viscous-damage model for massice concrete stryctyres, *International Journal for Solids and Structures*,35(14),1533-1558.

Feliu, S., Andrade, C., González, J.A., & Alonso, C. (1996). A new method forin-situ measurement of electrical resistivity of reinforced concrete, *Materials and Structures*, 29(6),362-365.

Fenton, G.A. (1999). Estimation for stochastic soil models, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*,125(6),470-485.

Ferreira, R.M., & Jalali, S. (2010). NDT measurements for the prediction of 28-day compressive strength, *NDT & E International*,43(2),55-61.

Fichant, S., La Borderie, C., & Pijaudier Cabot, G. (1999). Isotropic and anisotropic description of damage in concrete structures, *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 4(4),339-359.

Fichant, S. (1996). Endommagement Et Anisotropie Induite Du Béton De Structures. Modélisations Approchées, *Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan* .

Francy, O. (1998). Modélisation de la pénétration des ions chlorures dans les mortiers partiellement saturés en eau, *Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier - Toulouse III*.

Frémond, M., & Nedjar, B. (1996). Damage, gradient of damage and principle of virtual power, *International Journal of Solids and Structures*,33(8),1083–1103.

Gangnant, A., Saliba, J., La Borderie, C., & Morel, S. (2016). Modeling of the quasibrittle fracture of concrete at meso-scale : Effect of classes of aggregates on global and local behavior. *Cement and Concrete Research*, 89, 35–44.

Gangnant, A. (2016). Étude de la rupture quasi-fragile d'un béton à l'échelle mésoscopique. Aspects expérimentaux et modélisation. *Thèse de doctorat, Université De Bordeaux*.

Garboczi, E.J. (1990). Permeability, diffusivity, and microstructural parameters: Critical review, *Cement and Concrete Research*,20(4),591–601.

Garnier, V. (2012). Ultrasounds through transmission. Non-Destructive Assessment of Concrete Structures: Reliability and Limits of Single and Combined Techniques, *In: D. Breyse (ed.), RILEM*,17-27.

Garnier, V., Abraham, O., Dondonné, E., & Marlot, D. (2005). Méthodes d'évaluation non destructive par propagation d'ondes mécaniques. Guide méthodologique de l'évaluation non destructive des ouvrages en béton armé, *In : D. Breyse, O. Abraham (eds.), ENPC Press*,201-234.

Garnier, V., Piwakowski, B., Abraham, O., Villain, G., Payan, C., & Chaix, J. F. (2013). Acoustic Techniques for Concrete Evaluation: Improvements, Comparisons and Consistency, *Construction and Building Materials*, 43, 598–613.

Gehlen, C., Dauberschmidt, C., & Nürnberger, U. (2006). Condition control of existing structures by performance testing, *Otto-Graf-Journal*, 17,17–44.

Ghannoum, M. (2017) Effets des hétérogénéités du béton sur le comportement mécanique des structures à plusieurs échelles, *Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes (ComUE)*.

Ghannoum, M., Baroth, J., Rospars, C., & Millard, A. (2016a). Development of a Size effect Law for RC structures, *Key Engineering Materials*, 711,892-899.

Ghannoum, M., Imanzadeh, S., Baroth, J., & Rospars, C. (2016b). Etude probabiliste de la fissuration d'un tirant en béton armé, *Journées Fiabilité des Matériaux et des Structures (JFMS)*.

Gibson, A., & Popovics, J. (2005). Lamb wave basis for impact-echo method analysis, *Journal of Engineering mechanics*,131(4),438-443.

Gill, P.E., Murray, W., & Saunders, M.A. (2005). SNOPT: an SQP algorithm for large-scale constrained optimization, *SIAM Review*, 47(1), 99–131.

Giry, C. (2011). Modélisation objective de la localisation des déformations et de la fissuration dans les structures en béton armé, *Thèse de Doctorat, Université de Grenoble*.

Gjørv, O.E., Vennesland, Ø.E., & El-Busaidy, A.H.S. (1977). Electrical resistivity of concrete in the oceans, *Offshore Technology Conference*.

Gomez-Cardenas, C. (2015). Outils d'aide à l'optimisation des campagnes d'essais non destructifs sur ouvrages en béton armé, *Thèse de Doctorat, Université de Toulouse*.

Gomez-Cardenas, C., Sbartai, Z.M., Balayssac, J.P., Garnier, V., & Breyse, D. (2015). New optimisation algorithm for optimal spatial sampling during non-destructive testing of concrete structures, *Engineering Structures*, 88, 92-99.

Goovaerts, P. (1999). Geostatistics in soil science: state-of-the-art and perspectives, *Geoderma*, 89(1-2),1-45.

Goovaerts, P. (1998). Geostatistical tools for characterizing the spatial variability of microbiological and physico-chemical soil properties, *Biology and Fertility of Soils*, 27,315–334.

Gowers, K., & Millard, S. (1999). Measurement of concrete resistivity for assessment of corrosion, *ACI Materials Journal, Technical Paper, Title no. 96-M66*.

Grassl, P., & Bazant, Z.P.(2009). Random lattice-particle simulation of statistical size effect in quasi-brittle structures failing at crack initiation, *Journal of Engineering Mechanics – ASCE*,135,85–92.

Gringarten, E., & Deutsch, C.V. (2001). Variogram Interpretation and Modeling, *Mathematical Geology*,33(44),507-534.

Guihard, V. (2018). Homogénéisation de grandeurs électromagnétiques dans les milieux cimentaires pour le calcul de teneur en eau, *Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier – Toulouse III*.

Haach, V.G., Juliani, L.M., & Da Roz, M.R. (2015). Ultrasonic evaluation of mechanical properties of concretes produced with high early strength cement, *Construction and Building Materials*,96,1-10.

Hager, W.W., & Zhang, H. (2006). A new active set algorithm for box constrained optimization, *SIAM Journal on Optimization*, 17(2), 526-557.

Han, D., Nur, A., & Morgan, D. (1986). Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones, *Geophysics*,51(11),1093-2107.

Harada, T., & Shinozuka, M. (1986). The scale of correlation for stochastic fields, *Technical Report, Université de Columbia*.

Hemsas, M., Elachachi, S.M., & Breyse, D. (2009). Modélisation par macroéléments du comportement non linéaire des voiles en béton armé, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*,13(5),615-640.

Hidalgo, P. A., Ledezma, C., & Jordan, R. M. (2002). Seismic behavior of squat reinforced concrete shear walls, *Earthquake Spectra*, 18(2), 287–308.

Hillerborg, A., Modéer, M., & Petersson, P.E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finit elements, *Cement and Concrete Research*,6(6),773–781.

Hobbs, B. & Kebir, M.T. (2007). Non-destructive testing techniques for the forensic engineering investigation of reinforced concrete buildings,*Forensic science international*,167(2), 167-172.

Hoover, C., & Bažant, Z.P. (2014). Universal size-shape effect law based on comprehensive concrete fracture tests, *Journal of Engineering Mechanics*,140(3),473-479.

Hornbostel, K., Larsen, C.K., & Geiker, M.R. (2013). Relationship between concrete resistivity and corrosion rate – A literature review, *Cement and Concrete Composites*, 39, 60-72.

Hugenschmidt, J., & Kalgeropoulos, A. (2009). The inspection of retaining walls using GPR, *Journal of Applied Geophysics*, 67(4), 335-344.

Hunkeler, F. (1996). The resistivity of pore water solution—a decisive parameter of rebar corrosion and repair methods, *Construction and Building Materials*, 10(5), 381-389.

IAEA. (2002). Vienna: Guidebook on non-destructive testing of concrete structures, *International Atomic Energy Agency*.

Ihamouten, A. (2011). Caractérisation physique et hydrique de bétons d'ouvrage par propagation d'ondes électromagnétiques, *Thèse de doctorant, Université de Nantes*.

Ihamouten, A., Le Bastard, C., Dérobert, X., Bosc, F., & Villain, G. (2016). Using machine learning algorithms to link volumetric water content to complex dielectric permittivity in a wide (33–2000 MHz) frequency band for hydraulic concretes, *Near Surface Geophysics*, 14(6), 527–536.

Ismail, M., Muhammad, B., & Ismail, M.E. (2010). Compressive strength loss and reinforcement degradations of reinforced concrete structure due to long-term exposure, *Construction and Building Materials*, 24, 898–902.

Issaadi, N., Hamami, A.A., Belarbi, R., & Ait-Mokhtar, A. (2017a). Experimental assessment of the spatial variability of porosity, permeability and sorption isotherms in an ordinary building concrete, *Heat and Mass Transfer*, 53, 3037–3048.

Issaadi N, Hamami A.A., Belarbi, R., Ait-Mokhtar, A. (2017b). Experimental assessment of the variability of concrete air permeability: Repeatability, reproducibility and spatial variability, *Energy Procedia*, 139, 537–543.

Jaksa, M.B. (1995). The influence of spatial variability on the geotechnical design properties of a stiff, overconsolidated clay, *Thèse de Doctorat, Université de Adelaide*.

Jaksa, M.B., Brooker, P.I. & Kaggwa, W.S. (1997). Inaccuracies associated with estimating random measurement errors, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(5), 393-401.

Journel, A.G., & Huijbregts, Ch J. (1978). Mining Geostatistics, *Academic Press*, 324-343.

Kheder, G.F. (1999). A two stage procedure for assessment of in situ concrete strength using combined non-destructive testing, *Materials and Structures*, 32(410).

Klysz, G. (2004). Caractérisation du béton d'enrobage par technique radar : Exploitation de l'onde directe émetteur-récepteur, *Thèse de doctorat, Université de Toulouse III*.

Klysz, G., Lataste, J.F., Fnine, A. et al. (2006). *Revue Euro, Génie Civil*, 10(1),7–24.

Knaze, P., & Beno, P. (1984). The use of combined non-destructive testing methods to determine the compressive strength of concrete, *Matériaux et Construction*, 17(99), 207–210.

Koide, H., Akita, H., & Tomon, M. (2000). Probability model of flexural resistance on different lengths of concrete beams, *International Conference on Application of Statistic and Probability*,1053-1057.

Koide, H., Akita, H. & Tomon, M. (1998). Size Effect on Flexural Resistance due to Bending Span of Concrete Beams, *In: H. Mihashi, K. Rokugo (eds.), Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proceedings of the 3rd International Conference on FraMCoS-III*,2121-2130.

Komlos, K., Popovics, S., Nurnbergerova, T., Babal, B., & Popovics J.S. (1996). Ultrasonic Pulse Velocity Test of Concrete Properties as Specified in Various Standards, *Cement And Concrete Composites*, 18, 357-364.

Krzemien, K., & Hager, I. (2015). Post-fire assessment of mechanical properties of concrete with the use of the impact-echo method, *Construction and Building Materials*,96,155-163.

La Borderie, C. (1991). Phénomènes unilatéraux dans un matériau en dommageable : modélisation et application à l'analyse de structures en béton, *Thèse de Doctorat, Université Paris-Est Créteil Val de Marne*.

La Borderie, C., Lawrence, C., & Menou, A. (2007). Approche mésoscopique du comportement du béton : Apport de la représentation géométrique, *Revue européenne de génie civil*,11(4),407–421.

Lafhaj, Z., Goueygou, M., Djerbi, A., & Kaczmarek, M. (2006). Correlation between porosity and ultrasonic parameters of mortar with variable water/cement ratio and water content, *Cement and Concrete Research*,36(4),625–33.

Larsen, C.K., Sellevold, E.J., Askeland, F., Østvik, J.M., & Vennesland, O. (2006). Electrical resistivity of concrete part II: Influence of moisture content and temperature, 2<sup>nd</sup> International symposium on advances in concrete through science and engineering.

Larsson, O., & Thelandersson, S. (2011). Estimating extreme values of thermal gradients in concrete structures, *Materials and Structures*,44,1491–1500.

Lataste, J.F., Breyse, D., Sbartai, Z.M., & Laurens, S. (2009). Combination of electrical and radar measurements for an improved assessment of concrete properties, *International Conference on Non-Destructive Testing in Civil Engineering (NDTCE'09)*.

Lataste, J.F., Breyse, D., Sirieix, C., & Naar, S. (2005). Electrical resistivity measurements on various concretes submitted to marine atmosphere, *ICCRC RILEM conference*.

Lataste, J.F., Sirieix, C., Denys, B., & Frappa, M. (2003). Electrical resistivity measurement applied to cracking assessment on reinforced concrete structures in civil engineering, *NDT & E International*, 36(6),383-394.

Laurens, S. (2001). Aptitude de la technique radar à la caractérisation du béton d'enrobage – Aide au diagnostic de la corrosion des armatures, *Thèse de doctorat, INSA de Toulouse*.

Laurens, S., Balayssac, J.P., Rhazi, J., Arliguie, G. (2002). Influence of concrete relative humidity on the amplitude of Ground-Penetrating radar (GPR) signal, *Materials and Structures*,35,198-203.

Laurens, S., Balayssac, J.P., Rhazi, J., Klysz, G., & Arliguie, G. (2005). Non-destructive evaluation of concrete moisture by GPR : Experimental study and direct modeling, *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*,38,827-832.

Laurens, S., El Barrak, M., Balayssac, J.P., & Rhazi, J. (2007). Aptitude of the near-field direct wave on radar ground-coupled antennas for the characterisation of the covercrete, *Construction and Building Materials*, 21(12), 2072–2077.

Le Bellégo, C., Dubé, J.F., Pijaudier-Cabot, G., & Gérard, B. (2003). Calibration of nonlocal damage model from size effect tests, *European Journal of Mechanics - A/Solids*,22(1),33–46.

Lefas, I.D., Kotsovos, M.D., & Ambraseys, N.N. (1990). Behavior of reinforced concrete structural walls: strength, deformation characteristics, and failure mechanisms, *Structural Journal*,87(1),23–31.

Lemaître, J., & Chaboche, J.L. (1985). *Mécanique des matériaux solides*, Dunod.

Levenberg, K. (1944). A Method for the Solution of Certain Problems in Least-Squares, *Quarterly Applied Mathematics*, 2, 164–168.

Lewis, J.P. (1987). Generalized stochastic subdivision, *ACM Transactions On Graphics (TOG)*,6(3),167-190.

Li, C.C., & Der Kiureghian, A. (1993). Optimal discretization of random fields, *Journal of Engineering Mechanics*,119(6),1136-1154.

Li, Y., & Vrouwenvelder, T. (2007). Service life prediction and repair of concrete structures with spatial variability, *Heron*,52(4), 251-267.

Liu, W.K., Belytschko, T., & Mani, A. (1986a). Probabilistic finite elements for non linear structural dynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*,56(1),61-81.

Liu, W.K., Belytschko, T., & Mani, A. (1986b), Random field finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*,23(10),1831-1845.

Lopez, W., & Gonzalez, J.A. (1993). Influence of the degree of pore saturation on the resistivity of concrete and the corrosion rate of steel reinforcement, *Cement and Concrete Research*,23(2),368–376.

Lorentz, E., & Godard, V. (2011).Gradient damage models: Toward full-scale computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(21-22),1927-1944.

Maier, J., & Thurlimann, B. (1985). Bruchversuche an Stahlbetonscheiben, *Zurich*, 130.

Mangalathua, S., Jangb, H., Hwangc, S.H., & Jeonc, J.S. (2020). Data-driven machine-learning-based seismic failure mode identification of reinforced concrete shear walls. *Engineering Structures*,208(110331).

Mang, C. (2016). Modélisation de la liaison acier-béton dans le calcul des structures en béton armé, *Thèse de doctorat, Université de Paris Ouest Nanterre La Defense*.

Marache, A. (2002). Comportement mécanique d'une fracture rocheuse sous contraintes normale et tangentielle, *Thèse de doctorat, Université de Bordeaux*.

Marc, S., Panagiotis, K., & Frédéric, C. (2013). Modélisation de structures voiles en béton armé soumis à du cisaillement, *31èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil (RUGC'13)*.

Marquardt, D. (1963). An Algorithm for Least-squares Estimation of Nonlinear Parameters, *SIAM Journal Applied Mathematics*, 11(2), 431–441.

Matallah, M., La Borderie, C., & Maurel, O. (2010). A practical method to estimate crack openings in concrete structures, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*,34(15), 1615-1633.

Matheron, G. (1973). The intrinsic random functions and their applications, *Advances in Applied Probability*,5(3),439–468.

Mazars, J. (1986). A description of micro and micro scale damage of concrete structure. *Engineering Fracture of Mechanics*, 25(5-6),729-737.

Mazars, J. (1984). Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure, *Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris 6*.

Mazars, J., Hamon, F., & Grange, S. (2015). A new 3D damage model for concrete under monotonic, cyclic and dynamic loadings, *Materials and Structures*, 48(11),3779–3793.

Mazars, J. & Pijaudier-Cabot, G. (1989). Continuum damage theory-application to concrete, *Journal of Engineering Mechanics*, 115(2),345–365.

Mehta, P.K., & Monteiro, P.J.M. (2014). Concrete: Microstructure, Properties, and Materials, *4th edition, McGraw-Hill Education*.

M.H.U.R.D.P.R.C (2011). Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Technical specification for inspecting of concrete compressive strength by rebound method, *JGJ/T23-2011, Beijing*.

Millard, S.G.(1991). Reinforced concrete resistivity measurement techniques, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2*, 91(1),71-88.

Mokeddem, A.H. (2018). Modélisation géomécanique et probabiliste des rideaux de palplanches: prise en compte de l'interaction sol-structure et de la variabilité spatiale du sol, *Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux*.

Montgomery, D., & Runger, G. (2003). Applied Statistics and Probability for Engineers, *John Wiley & Sons Inc*.

Montgomery, D., & Runger, G. (2018). Applied Statistics and Probability for Engineers, *7<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons Inc.*, 710p.

Moré, J.J. (1977). The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory, *Numerical Analysis, ed. Watson G. A., Lecture Notes in Mathematics*, 630,105–116.

Morris, W., Vico, A., Vazquez, M., & De Sanchez, S.R. (2002). Corrosion of reinforcing steel evaluated by means of concrete resistivity measurements, *Corrosion Science*, 44(1),81-99.

Naar, S. (2006). Evaluation non destructive du béton par mesures de résistivité électrique et thermographie infrarouge passive, *Thèse de Doctorat en cotutelle, Université de Bordeaux-Université de Sherbrooke*.

Nataf, A. (1962). Détermination des distributions dont les marges sont données, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences*, 42–43.

Nelson, R. (1999). An introduction to copulas, *Lecture notes in statistics*.

Nguyen, N.T. (2014). Évaluation non destructive des structures en béton armé – Étude de la variabilité spatiale et de la combinaison des techniques, *Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux*.

Nguyen, N.T. (2014). Évaluation non destructive des structures en béton armé : étude de la variabilité spatiale et de la combinaison des techniques, *Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux*.

Nguyen, N.T., Sbartai, Z.M., Lataste, J.F., Breyse, D., & Bos, F. (2013). Assessing the spatial variability of concrete structures using NDT techniques: Laboratory tests and case study, *Construction and Building Materials*, 49, 240-250.

Nguyen, N.T., Sbartai, Z.M., Breyse, D., Bos, F. (2012). Evaluation non destructive des bétons par combinaison des techniques de CND – apport des probabilités conditionnelles, *Rencontres Universitaires de Génie Civil (RUGC'12)*.

Nguyen, N.T., Sbartai, Z.M., Lataste, J.F., Breyse, D., & Bos, F. (2015). Non-destructive evaluation of the spatial variability of reinforced concrete structure, *21ème Congrès Français de Mécanique*, 16(1), 6p.

Novák, D., Bažant, Z.P., & Vorechovský, M. (2003). Computational modeling of statistical size effect in quasibrittle structures, ed. *Der Kiureghian A., Madanat S., Pestana J.M., ICASP 9, International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP9)*, 621–628.

Nowak, W. (2004). Geostatistical methods for the identification of flow and transport parameters in the subsurface, *Thèse de Doctorat, Université de Stuttgart*.

O'Connor, A.J., & Kenshel, O. (2013). Experimental evaluation of the scale of fluctuation for spatial variability modeling of the chloride-induced reinforced concrete corrosion, *Journal of Bridge Engineering*, 18(1), 3-14.

Ohdaira, E., & Masuzawa, N. (2000). Water content and its effect on ultrasound propagation in concrete – the possibility of NDE, *Ultrasonics*, 38(1-8), 546-552.

Ollivier, J.P., & Vichot, A. (2008). La durabilité des bétons, *2nd edition, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussée*.

Orakcal, K., Wallace, J.W., & Conte, J.P. (2004). Flexural modeling of reinforced concrete walls-model attributes, *ACI Structural Journal*, Title no.101-S68.

Payan, C., Abraham, O., & Garnier, V. (2018). Ultrasonic Methods, In: J.P. Balayssac, V. Garnier (eds.), *Non-Destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures* (ISTE Press), chapter 2,231-257.

Paulay, T., Priestley, M.J.N., & Syngé, A.J. (1982). Ductility in Earthquake Resisting Squat Shearwalls, *ACI Journal Proceedings*, 79(4), 257–69.

Peerlings, R.H.J., De Borst, R., Brekelmans, W.A.M., & Geers, M.G.D. (1998). Gradient enhanced damage modelling of concrete fracture, *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 3(4),323-342.

Peerlings, R.H.J., De Borst, R., Brekelmans, W.A.M., & De Vree, J.H.P. (1996). Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*,39(19),3391–3403.

Pei, H., Li, Z., Zhang, J., & Wang, O. (2015). Performance investigations of reinforced magnesium phosphate concrete beams under accelerated corrosion conditions by multitechniques, *Construction and Building Materials*,93,989-994.

Percival, D. (2006). Exact simulation of complex-valued Gaussian stationary processes via circulant embedding, *Signal Processing*, 86(7), 1470–1476.

Pereira, N. & Romao, X. (2016). Assessment of the concrete strength in existing buildings using finite population approach, *Construction and Building Materials*, 110, 106-116.

Pfister, V., Tundo, A., & Luprano, V.A.M. (2014). Evaluation of concrete strength by means of ultrasonic waves: A method for the selection of coring position, *Construction and Building Materials*,61,278-284.

Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J.W., Rougier, J., Stephenson, D.B. & Wageneral, T. (2016). Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical work flow, *Environmental Modelling & Software*, 79, 214-232.

Pijaudier-Cabot, G., & Bažant, Z.P. (1987). Nonlocal damage theory, *Journal of Engineering Mechanics*,113(10),1512-1533.

Pijaudier-Cabot, G., Mazars, J., & Puulikowski, J. (1991). Steel-Concrete bond analysis with non-local continuous damage model, *Journal of Structural Engineering*,117(3),862-882.

Ploix, M.A., Garnier, V., Breyse, B., & Moysan, J. (2011). NDE data fusion to improve the evaluation of concrete structures, *NDT&E International*,44(5),442–448.

Polder, R.B. (2001). Test methods for on site measurement of resistivity of concrete — a RILEM TC-154 technical recommendation, *Construction and Building Materials*, 15(2),125-131.

Pollard, E. (2010). Évaluation de situations dynamiques multicibles par fusion de données spatio-temporelles, *Thèse de doctorat, Université de Grenoble*.

Popovics, S. (2005). Effects of uneven moisture distribution on the strength of and wave velocity in concrete, *Ultrasonics*, 43(6),429-434.

Presuel-Moreno, F., Soares, A., & Liu, Y. (2010). Characterization of new and old concrete structures using surface resistivity measurements, *Technical Report, Florida Atlantic University*,279p.

Preumont, A. (1990). Vibrations aléatoires et analyse spectrale, *Presses polytechniques et universitaires romandes*.

Proverbio, E., & Venturi, V. (2005). Reliability of nondestructive tests for on site concrete strength, *10th International Conference on Durability of Building Materials and Components*.

Pucinotti, R. (2015). Reinforced concrete structure: Non-destructive in situ strength assessment of concrete, *Construction and Building Materials*, 75, 331-341.

Qasrawi, H.Y. (2000). Concrete strength by combined non-destructive methods simply and reliably predicted, *Cement and Concrete Research*,30(5),739-746,

Rabotnov, Y.N. (1969). Creep rupture, *In M. Hetényi, W.G. Vincenti (eds.), Applied Mechanics, International Union of Theoretical and Applied Mechanics*, 342-349.

Rajabipour, F., Weiss, J., & Abraham, D. M. (2004). In situ electrical conductivity measurements to assess moisture and ionic transport in concrete (A discussion of critical features that influence the measurements), *International RILEM Symposium on Concrete Science and Engineering: A Tribute to Arnon Bentur*.

Ramtani, S. (1990). Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral, *Thèse de Doctorat, Université de Paris-Est Créteil Val de Marne*.

Rashid, Y.R. (1968). Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels, *Nuclear Engineering and Design*,7(4),334-344.

Ravahatra, N.R., Bastidas-Arteaga, E., Schoefs, F., Duprat, F., De Larrard, T., & Oumouni, M. (2019). Characterisation and propagation of spatial fields in deterioration

models: application to concrete carbonation, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 1-28.

Ravahatra, N.R., De Larrard, T., Duprat, F., Bastidas-Arteaga, E., & Schoefs, F. (2014). Sensitivity analysis of simplified models of carbonation – extension to spatial variability – Updating through 2<sup>nd</sup> bayesian network, *Proceedings of the International Symposium on Uncertainty Qualification and Stochastic Modeling*, 35–41.

Raymer, D.S., Hunt, E.R., & Gardner, J.S. (1980). An improved sonic transit time-to-porosity transform, *Paper presented at the SPWLA 21st Annual Logging Symposium, Lafayette, Louisiana*.

RILEM TC 7- NDT. (1977). Recommendations for testing concrete by hardness methods, *Matériaux et Constructions*, 10(59), 313-316.

RILEM TC 43-CND. (1993). Draft recommendation for in situ concrete strength determination by combined non-destructive methods, *Materials and Structures*, 26(155), 43-49.

Rojas-Henao, L., Fernández-Gómez, J., & López-Agüí, J. (2012). Rebound hammer, pulse velocity and core tests in self-consolidating concrete, *ACI Materials Journal*, 109(2), 235–243.

Rojas Solano, L.B. (2012). Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle, *Thèse de Doctorat, Université de Pau*.

Ross, M.S. (2009). Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists, *fourth ed., Elsevier Inc*.

Rossi, P., & Wu, X. (1992). Probabilistic model for material behaviour analysis and appraisalment of concrete structures, *Magazine of Concrete Research*, 44 (161), 271–280.

Rothe, D. (1992). Untersuchungen zum nichtlinearen Verhalten von Stahlbetonwandscheiben unter Erdbebenbeanspruchung, *Institut für Massivbau, TH Darmstadt*.

Saleem, M., Shameem, M., Hussain, S.E., & Maslehuddin, M. (1996). Effect of moisture, chloride and sulphate contamination on the electrical resistivity of Portland cement concrete, *Construction and Building Materials*, 10(3), 209-214.

Saliba, J., Matallah, M., Loukili, A., Regoin, J.P., Grégoire, D., Verdon, L., & Pijaudier-Cabot, G. (2016). Experimental and numerical analysis of crack evolution in concrete through acoustic emission technique and mesoscale modeling, *Engineering Fracture Mechanics*, 167, 123–137.

Salin, J., Balayssac, J.P., & Garnier, V. (2018). Introduction, In: J.P. Balayssac, V. Garnier (eds.), *Non-Destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures* (ISTE Press), Chapter 1, 1-20.

Salin, J., Garnier, V., Dérobert, X. et al. (2014). Recueil de recommandations, Analyse et Capitalisation pour le Diagnostic des Constructions, *Concevoir et Construire pour le Développement Durable, Projet C2D2-ACDC*.

Salonikios, T.N., Kappos, A.J., Tegos, I.A., & Penelis, G.G. (1999). Cyclic load behavior of low slenderness reinforced concrete walls: design basis and test results, *ACI Structural Journal*, 96(4), 649–660.

Salonikios, T.N., Kappos, A.J., Tegos, I.A., & Penelis, G.G. (2000). "Cyclic Load Behavior of Low-Slenderness Reinforced Concrete Walls: Failure Modes, Strength and Deformation Analysis, and Design Implications, *ACI Structural Journal*, 97(1), 132–142.

Sansalone, M.J., & Streett, W.B. (1997). Impact echo: non-destructive evaluation of concrete and masonry, *Bullbrier Press*, 339p.

Sbartai, Z.M. (2005). Caractérisation physique des bétons par radar – Approche neuromimétique de l'inversion, *Thèse de doctorat, Université de Toulouse III*.

Sbartai, Z.M., Breyse, D., Larget, M., & Balayssac, J.P. (2012a). Combining NDT techniques for improved evaluation of concrete properties, *Cement and Concrete Composites*, 34(6), 725–733.

Sbartai, Z.M., Garnier, V., Villain, G., & Breyse, D. (2018). Assessment of Concrete by a Combination of Non-Destructive Techniques, In: J.P. Balayssac, V. Garnier (eds.), *Non-Destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures* (ISTE Press), Chapter 8, 259-297.

Sbartai, Z.M., Laurens, S., Balayssac, J.P., Ballivy, G., & Arliguie, G. (2006). Effect of concrete moisture on radar signal amplitude, *ACI Materials Journal*, 103(6), 419–426.

Sbartai, Z.M., Laurens, S., Elachachi, S.M., & Payan, C. (2012b). Concrete properties evaluation by statistical fusion of NDT techniques, *Construction and Building Materials*, 37, 943–950.

Sbartai, Z.M., Laurens, S., Rhazi, J., Balayssac, J.P., & Arliguie G. (2007). Using radar direct wave for concrete condition assessment: Correlation with electrical resistivity, *Journal of Applied Geophysics*, 62(4), 361-374.

Sbartai, Z.M., Laurens, S., Viriyametanont, K., Balayssac, J.P., & Arliguie G. (2009). Non-destructive evaluation of concrete physical condition using radar and artificial neural networks, *Construction and Building Materials*, 23(2), 837–845.

Scheffler, G.A., & Plagge, R. (2011). Application of instantaneous profile measurement of moisture content and moisture potential in porous materials, *Materials and Structures*, 44,1517–1536.

Schlather, M. (2009). Simulation and analysis of random fields, *Technical report, Lancaster University*.

Schlather, M. (1999). Introduction to positive definite functions and to unconditional simulation of random fields, *Technical report, Lancaster University*.

Schoefs, F., Bastidas-Arteaga, E., & Tran, T.V. (2017). Optimal Embedded Sensor Placement for Spatial Variability Assessment of Stationary Random Fields, *Engineering Structures*,152,35-44.

Schoefs, F., Tran, T.V., Bastidas-Arteaga, E., Villain, G., & Dérobert, X. (2016). Characterization of Random Fields From NDT Measurements: a Two Stages Procedure, *Engineering Structures*,111,312-322.

Schoefs, F., Tran, T.V., Bastidas-Arteaga, E., Villain, G., Dérobert, X., O'Connor, A., & Bonnet, S. (2012). Optimization of non destructive testing when assessing stationary stochastic processes: application to water and chloride content in concrete-Part I and II, *International Conference Durable Structures: from construction to rehabilitation (ICDS12)*.

Sellier, A., Casaux-Ginestet, G., Buffo-Lacarrière, L., & Bourbon, X. (2013). Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing. part i :Constitutive laws, *Engineering Fracture Mechanics*, 97,148–167.

Sellier, A., & Millard, A. (2014). Weakest link and localisation WL2: A method to conciliate probabilistic and energetic scale effects in numerical models, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*,18(10),1177–1191.

SENSO. (2009). Stratégie d'Evaluation Non destructive pour la Surveillance des Ouvrages en béton, *Rapport final*,274p.

Shinozuka, M., & Deodatis, G. (1996). Simulation of stochastic processes by spectral representation, *Applied Mechanics Reviews*, 49(1),29-53.

Sirieix, C., Lataste, J.F., Denys, B., & Frappa, M. (2002). Caractérisation de l'endommagement du béton par mesures électriques, *Materials and Structures*,35,204-210.

Sirieix, C., Lataste, J.F., Breyse, D., Naar, S., & Dérobert, X. (2007). Comparison of nondestructive testing: Infrared thermography, electrical resistivity and capacity methods in a reinforced concrete structures Tarbes' precast duct, *Journal of Building Appraisal*, 3,77–88.

Sittipunt, C., & Wood, S. L. (1996). Influence of Web Reinforcement on the Cyclic Response of Structural Walls, *ACI Structural Journal*, 92(6), 745–756.

Sittipunt, C., Wood, S.L., Lukkunaprasit, P., & Pattararattanakul, P. (2001). Cyclic Behavior of Reinforced Concrete Structural Walls with Diagonal Web Reinforcement, *ACI Structural Journal*, 98(4), 554–562.

Sleiman, R.G., Panagiotis, P., Michael, M.G., & Ben A.S. (2013). Measurement of ultrasonic phase and group velocities in human dental hard tissue, *Journal of Therapeutic Ultrasound*, 1(5), 10p.

Soleilhet, F. (2018). Études expérimentales et numériques des matériaux cimentaires sous sollicitations hydro-mécaniques, *Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan*.

Somboon, S., Lukkunaprasit, P., & Wood, S.L. (2007). Influence of diagonal web reinforcement on cyclic behavior of structural walls, *Engineering Structures*, 29, 498-510.

Soshiroda, T., Voraputhaporn, K., & Nozaki, Y. (2006). Early-stage inspection of concrete quality in structures by combined non-destructive method, *Materials and Structures*, 39(149).

Spanos, P.D., & Ghanem, R.G. (1989). Stochastic finite element expansion for random media, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 115(5),1035-1053.

Spanos, P.D., & Ghanem, R.G. (2002). Stochastic Finite Element:A Spectral Approach, *revised edition,Dover Publication*.

Sriravindrarajah, R., & Swamy, R.N. (1982). Development of a Conductivity Probe to Monitor Setting Time and Moisture Movement in Concrete, *Cement,Concrete and Aggregates*, 4(2),73-80.

Stephan, P., & Salin, J. (2012). Ageing management of concrete structures: assessment of EDF methodology in comparison with SHM and AIEA guides, *Construction and Building Materials*, 37,924–933.

Steinway, W.J., Echard, J.D., & Luke, C.M. (1982). Locating voids beneath pavement using pulsed radar, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'82)*, 353-358.

Stewart, M.G. (2004). Spatial variability of pitting corrosion and its influence on structural fragility and reliability of RC beams in flexure, *Structural Safety*, 26(4), 453–470.

Stewart, M.G., & Suo, Q. (2009). Extent of spatially variable corrosion damage as an indicator of strength and time-dependent reliability of RC beams. *Engineering Structures*, 31, 198-207.

Sudret, B., Defaux, G., & Pendola, M. (2006). Introducing spatial variability in the lifetime assessment of a concrete beam submitted to rebars' corrosion, *International Forum on Engineering Decision Making*.

Sudret, B., & Der Kiureghian, A. (2000). Stochastic finite element methods and reliability: A State-of-the-Art Report, *Report No. UCB/SEMM-2000/08 Structural Engineering, Mechanics and Materials Department of Civil & Environmental Engineering*.

Syroka-Korol, E., Tejchman, J., & Mroz, Z. (2015). FE investigations of the effect of fluctuating local tensile strength on coupled energetic-statistical size effect in concrete beams, *Engineering Structures*, 103, 239-259.

Szilágyi, K., Borosnyói, A. & Zsigovics, I. (2014). Extensive statistical analysis of the variability of concrete rebound hardness based on a large database of 60 years experience, *Construction and Building Materials*, 53, 333-347.

Szilágyi, K., Borosnyói, A. & Zsigovics, I. (2011). Rebound surface hardness of concrete: Introduction of an empirical constitutive model, *Construction and Building Materials*, 25(5), 2480-2487.

Tailhan, J.L., Dal Pont, S., & Rossi, P. (2010). From local to global probabilistic modeling of concrete cracking, *Annals of Solid and Structural Mechanics*, 1(2), 103–115.

Thomson, E.D., Perdomo, M.E., Marante, M.E., Picón, R., & Flórez-López, J. (2009). Simplified model for damage in squat RC shear walls, *Engineering Structures*, 31(10), 2215-2223.

Thomsen, J.H., & Wallace, J.W. (1995). Displacement-Based Design of RC Structural Walls: An Experimental Investigation of Walls with Rectangular and T-Shaped Cross sections, *Report No. CU/CEE-95-06, Clarkson University*.

Tsui, F., & Matthews, S.L. (1997). Analytical Modelling of The Dielectric properties of concrete For Subsurface Radar Applications, *Construction and Building Materials*, 11(3), 149-161.

Uzielli, M., Vannucchi, G., & Phoon, K.K. (2005). Random field characterization of stress-normalized cone penetration testing parameters, *Geotechnique*, 55(1), 3-20.

Vanmarcke, E.H. (1983). Random fields: Analysis and synthesis, *M.I.T Press*, 382 p.

Vanmarcke, E.H. (1977). Probabilistic modeling of soil profiles, *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 103(11), 1227-1246.

Vanmarcke, E., & Grigoriu, M. (1983). Stochastic finite analysis of simple beams, *Journal of Engineering Mechanics*, 109(5), 1203-1214.

Van Mier, J. (2004). Reality behind fictitious cracks? (key-note paper), *5th International Conference on Fracture of Concrete and Concrete Structures (FraMCoS-V)*, 11-30.

Van Mier, J., & Van Vliet, M. (2003). Influence of microstructure of concrete on size/scale effects in tensile fracture, *Engineering Fracture Mechanics*, 70(16), 2281-2306.

Van Vliet, M. (2000). Size effect in tensile fracture of concrete and rock, *Thèse De Doctorat, Université de technologie de Delft*.

Van Vliet, M., & Van Mier, J. (2000). Experimental investigation of size effect in concrete and sandstone under uniaxial tension, *Engineering Fracture Mechanics*, 65(2-3), 165-188.

Van Vliet, M., & Van Mier, J. (1999). Effect of strain gradients on the size effect of concrete in uniaxial tension, *International Journal of Fracture*, 95, 195-219.

Van Vliet, M., & Van Mier, J. (1998). Experimental investigation of size effect in concrete under uniaxial tension, 3rd International Conference on Fracture of Concrete and Concrete Structures (Framcos-III), 1923-1936.

Villain, G., Abraham, O., Le Marrec, L., & Rakotomanana, L. (2009). Determination of the bulk elastic moduli of various concrete by resonance frequency analysis of slabs submitted to degradations, *International Symposium on Nondestructive Testing in Civil Engineering (NDTCE'09)*, 881-886.

Villain, G., Balayssac, J.P., Garnier, V., Piwakowski, B., Salin, J., Fardeau, V., Dérobert, X., Coffec, O., & Joubert, A. (2014). Comparison of durability indicators obtained by non destructive testing methods to monitor the durability of concrete structures, *7th European Workshop on Structural Health Monitoring EWSHM*, 20(2), 1497-1504.

Villain, G., Garnier, V., Sbartai, Z.M., Dérobert, X., & Balayssac, J.P. (2018). Development of a calibration methodology to improve the on-site non-destructive evaluation of concrete durability indicators, *Materials and Structures*, 51 (2), 1-14.

Villain, G., Ihamouten, A., & Dérobert, X. (2017). Determination of concrete water content by coupling electromagnetic methods: Coaxial/cylindrical transition line with capacitive probes, *NDT & E International*, 88, 59-70.

Villain, G., Le Marrec, L., & Rakotomanana, L. (2011). Determination of the bulk elastic moduli of various concretes by resonance frequency analysis of slabs submitted to impact echo, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 15(4),601–617.

Villain, G., Sbartai, Z.M., Dérobert, X., Garnier, V., & Balayssac, J.P. (2012). Durability diagnosis of a concrete structure in a tidal zone by combining NDT methods: laboratory tests and case study, *Construction and Building materials*,37,893–903.

Villain, G., Sbartai, Z.M., Lataste, J.F, Garnier, V., Dérobert, X., Abraham, O., Bonnet, S., Balayssac, J.P., Nguyen, N.T., & Fares, M. (2015). Characterization of water gradients in concrete by complementary NDT methods, *International Symposium on Nondestructive Testing in Civil Engineering (NDTCE'15)*.

Viriyametantont, K., Laurens, S., Klysz, G., Balayssac, J.P., & Arliguie, G. (2008). Radar survey of concrete elements: Effect of concrete properties on propagation velocity and time zero, *NDT & E International*,41(3),198–207.

Vořechovský, M. (2007). Interplay of size effects in concrete specimens under tension studied via computational stochastic fracture mechanics, *International Journal of Solids and Structures*, 44(9),2715–2731.

Vořechovský, M., & Eliáš, J. (2020). Fracture in random quasibrittle media: II. Analytical model based on extremes of averaging process, *Engineering Fracture Mechanics*, 235(107155).

Vořechovský M., & Sadílek V. (2008). Computational modeling of size effects in concrete specimens under uniaxial tension, *International Journal of Fracture*,154(1–2),27–49.

Wang, W., Lu, C., Yuan, G., & Zhang, Y. (2017). Effects of pore water saturation on the mechanical properties of fly ash concrete, *Construction and Building Materials*, 130, 54–63.

Webster R., & Oliver M.A. (2007).Geostatistics for Environmental Scientists, *2nd edition John Wiley & Sons*,315p.

Wenner, F. (1915). A method for measuring earth resistivity, *Journal of the Washington Academy of Sciences*, 5(16), 561–563.

Wood, A.T.A., & Chan, G. (1994). Simulation of stationary Gaussian processes, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 3(4), 409–432.

Wright, M.H. (2005). The interior-point revolution in optimization: history, recent developments, and lasting consequences, *Bulletin of the American Mathematical Society (New Series)*, 42(1), 39–56.

Wyllie, M.R.J., Gregory, A.R., & Gardner, L.W. (1958). An experimental investigation of factors affecting elastic wave velocities in porous media, *Geophysics*, 23, 459-493.

Wyllie, M.R.J., Gregory, A.R., & Gardner, L.W. (1956). Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media, *Geophysics*, 21, 41-70.

Xu, T., & Li, J. (2018). Assessing the spatial variability of the concrete by the rebound hammer test and compression test of drilled cores, *Construction and Building Materials*, 188, 820-832.

Zaid, M., Gaydecki, P., Quek, S., Miller, G., & Fernandes, B. (2004). Extracting dimensional information from steel reinforcing bars in concrete using neural networks trained on data from an inductive sensor, *NDT & E International*, 37(7), 551–558.

Zhang, J., & Ellingwood, B. (1994). Orthogonal series expansion of random fields in reliability analysis, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 120(12), 2660-2677.

Zhu, R., Alam, S.Y., & Loukili, A. (2019). An experimental investigation of the correlation between aggregate size effect and structural size effect on concrete failure, *Engineering Fracture Mechanics*, 234(107101).

Østvik, J.M. (2006). Electrical resistivity of concrete - Part I: Frequency dependence at various moisture contents and temperatures, 2nd International RILEM Symposium on Advances in Concrete through Science and Engineering.

## Annexe A

Cette annexe présente des simulations réalisées sur un voile en béton non-armé soumis au cisaillement. Cette étude a précédé celle réalisée dans le chapitre IV, nous focalisons ici à présenter les résultats sans une analyse détaillée surtout dans la partie commune entre les deux études.

### A.1. Présentation du voile

Le voile considéré est en béton avec 200 cm de longueur, 100 cm de hauteur et 15 cm d'épaisseur. La rupture comme dans le cas du voile en béton armé est principalement contrôlée par le cisaillement (rapport hauteur / longueur est égale à  $0,5 < 2$  [Salonikios et al. (1999), Mangalathua et al. (2020)]). Les deux plaques métalliques placées dans les parties inférieure et supérieure du voile pour répartir l'effort de cisaillement appliqué sur le voile ont les dimensions 200 cm x 10 cm x 15 cm. Une charge de compression constante verticale de 75 KN/m a été appliquée sur la partie supérieure de la plaque (figure A.1(a)). Le chargement en cisaillement et les conditions aux limites cinématiques ont été réalisés de la même façon que dans le cas du voile en béton armé (chapitre IV - section IV.2). Un modèle élastique a été considéré pour les plaques métalliques et un modèle d'endommagement pour le béton. Les paramètres d'entrée de modèle d'endommagement sont résumés dans la figure A.1(b) [Fichant et al. (1999) ; Gangnant et al. (2016)]. Le module de Young  $E$  et la résistance à la traction  $f_t$  sont considérés comme des champs aléatoires comme dans le cas du voile en béton armé (chapitre IV) mais avec des moyennes  $\mu$  et des écart-types  $\sigma$  supposés constants pour une première étude paramétrique réalisée.

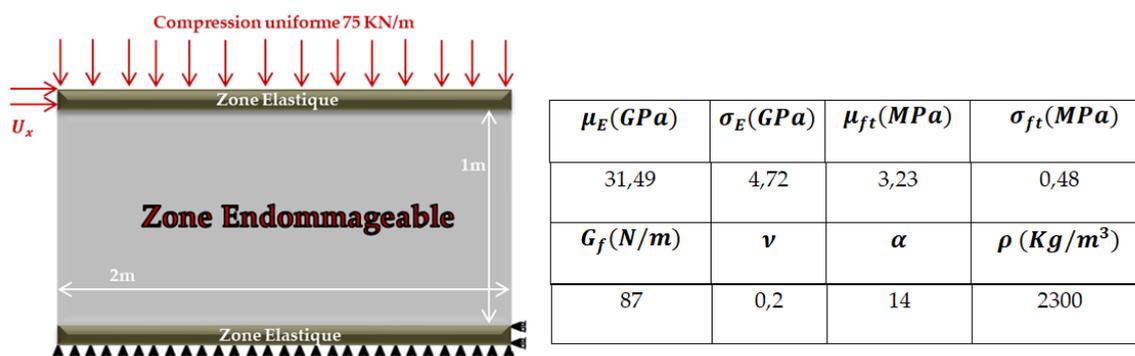


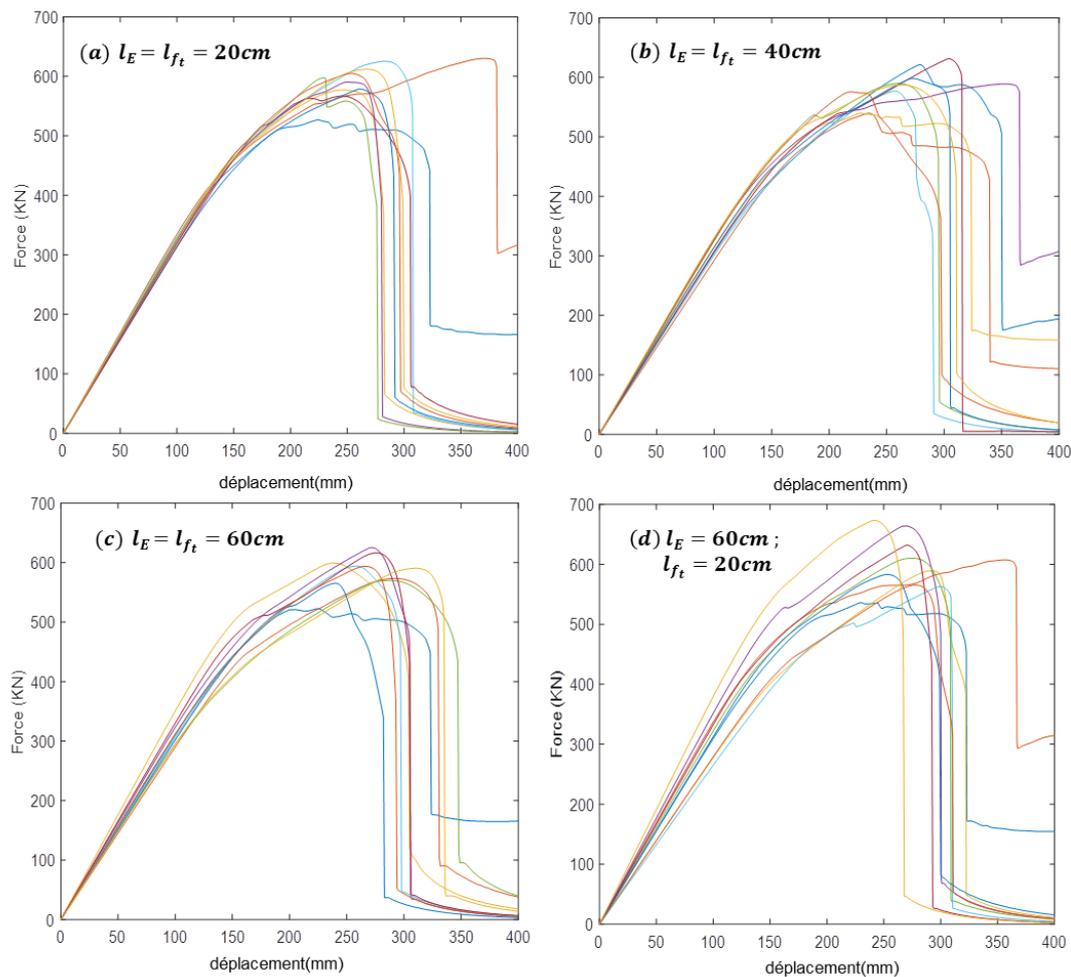
Figure A.1. (a) Chargement et conditions aux limites et (b) Paramètres utilisés

## A.2. Effet de la longueur de corrélation sur la rupture

Une étude paramétrique est réalisée pour étudier l'effet de la variabilité spatiale du béton sur le comportement mécanique du voile sollicité en cisaillement. Cette étude consiste à varier seulement la longueur de corrélation de  $E$  et  $f_t$  considérés comme des champs aléatoires. La même approche numérique proposée dans le chapitre IV (figure IV.5) est utilisée pour réaliser cette étude. Ainsi, 10 réalisations de  $E$  et  $f_t$  sont aléatoirement générées pour plusieurs longueurs de corrélations avec  $l_E = l_{f_t} = 20$ ; 40 et 60 cm respectivement et  $l_E = 60$  cm et  $l_{f_t} = 20$  cm. Ces longueurs de corrélation sont choisies en se basant sur l'étude réalisée par [Ghannoum et al. (2016a)] pour étudier l'effet de la variabilité spatiale de la résistance à la traction sur la force de rupture d'un tirant ou d'une poutre en flexion quatre points.

### A.2.1. Courbes force-déplacement

La figure A.2 présente les 10 courbes force-déplacement obtenues pour chaque cas d'étude paramétrique. Une chute de force a été observée dès que le chargement atteint sa valeur maximale indiquant un comportement plus fragile en comparaison avec celui des voiles armés (chapitre IV-figure IV.6).



**Figure A.2. Courbes force –déplacement pour différentes longueurs de corrélation**

Les résultats montrent que la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$  affecte la réponse globale des voiles. La figure A.3 présente l'ensemble des valeurs de la force à la rupture et le déplacement au pic pour chaque étude paramétrique réalisée. Chaque valeur correspond à une nouvelle réalisation de  $E$  et  $f_t$ .

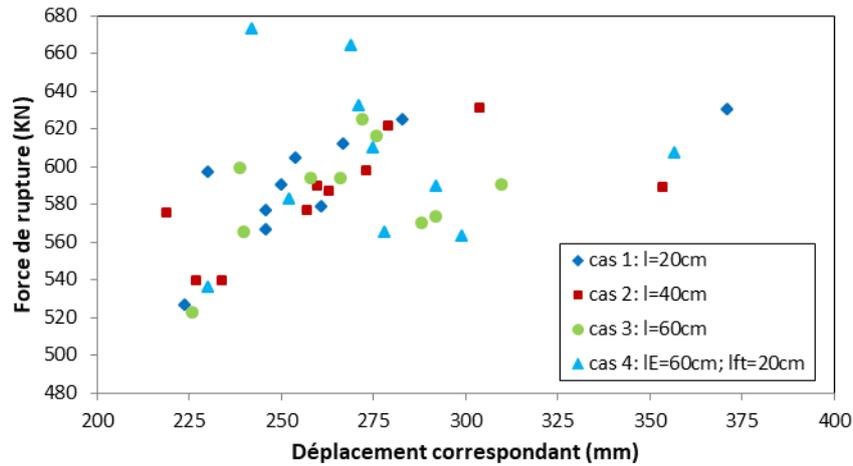


Figure A.3. Evolution de la force maximale en fonction du déplacement correspondant pour les 10 simulations réalisées dans chaque cas d'étude paramétrique

Les figures A.4 (a) et A.4 (b) montrent respectivement les valeurs de la moyenne et de l'écart-type des 10 valeurs de la force à la rupture versus le déplacement correspondant pour les quatre cas d'étude paramétrique. La longueur de corrélation affecte la moyenne et l'écart-type de la force à la rupture et du déplacement correspondant.

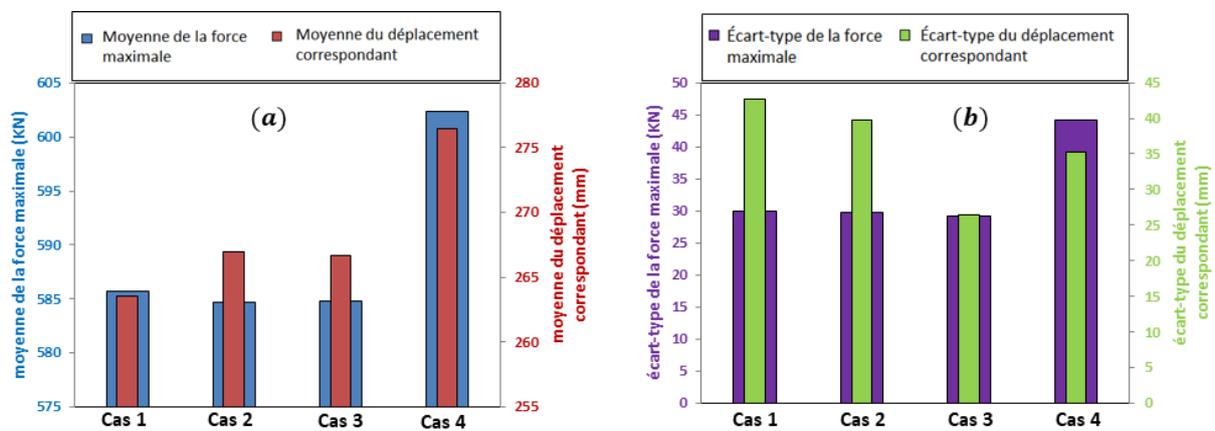


Figure A.4. (a) Moyenne et (b) écart-type de la force à la rupture et du déplacement correspondant pour les différents cas d'étude paramétrique.

Le tableau A.1 résume les coefficients de variation de la force à la rupture, du déplacement au pic et de la rigidité dans chaque cas d'étude paramétrique.

**Tableau A.1. Coefficient de variation de la force à la rupture, du déplacement au pic et de la rigidité dans la phase élastique et au point pic**

COV (%)	cas 1 : $l_E = l_{ft} = 20$ cm		cas 2 : $l_E = l_{ft} = 40$ cm		cas 3 : $l_E = l_{ft} = 60$ cm		cas 4 : $l_E = 60$ cm; $l_{ft} = 20$ cm	
Force à la rupture	5,1		5,1		5,0		7,3	
déplacement au pic	16,2		14,9		9,0		12,8	
rigidité	phase élastique (jusqu'à 55%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 55%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 70%)	point pic*	phase élastique (jusqu'à 66%)	point pic*
	2,4	4,8	4,3	6,7	6,0	5,7	11,5	7,8

\*valeur de COV de la rigidité à 100% du chargement (point pic) de la courbe moyenne de la force-déplacement

\*les valeurs 55, 66 et 70% signifient les pourcentages de chargement appliqué qui indiquent la fin de la phase élastique respectivement dans les cas 1 (et 2), 3 et 4.

Le coefficient de variation de la force à la rupture est presque le même (environ 5%) pour les trois cas de 1 à 3 où  $E$  et  $f_t$  ont la même corrélation spatiale (même longueur de corrélation) alors qu'il est plus grand (de 7,3% pour le cas 4) lorsque la corrélation spatiale de  $E$  est plus importante que celle de  $f_t$  (ayant une longueur de corrélation plus petite).

Pour le déplacement correspondant à la force de rupture, le coefficient de variation est assez grand (12,8%) dans le cas où  $E$  et  $f_t$  ont différentes corrélations spatiales (cas 4). D'autre part, plus la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$  est importante, plus le coefficient de variation est grande. En effet, ce coefficient passe de 16,2 % dans le cas 1 où :  $l_E = l_{ft} = 20$  cm à 9 % pour le cas 3 :  $l_E = l_{ft} = 60$  cm.

En présence de différentes corrélations spatiales (i.e. différentes longueurs de corrélations de propriétés du béton, dans cette étude c'est le cas 4) ou en présence de la même corrélation spatiale mais avec une longueur de corrélation petite (c'est le cas 1), les coefficients de variations des deux sorties concernées sont plus variables ( $COV$  augmente ou diminue). La variabilité dans le coefficient de variation comprends la variabilité dans l'écart-type et dans la moyenne ensemble (analyse de  $COV$  du déplacement au pic). Parfois la variabilité dans l'écart-type et dans la moyenne ensemble peut donner des coefficients de variation similaires comme pour la force de rupture dans les cas utilisant la même corrélation spatiale (cas 1 à 3).

Par ailleurs, les moyennes de la rigidité sont presque les mêmes, dans toute la phase pré-pic quel que soit la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$  (figure A.5(a)). La corrélation spatiale utilisée ici n'a qu'une faible influence sur la moyenne de la rigidité. De plus, les évolutions du coefficient de variation de la rigidité vont suivre celles de son écart-type. Les écart-types de la rigidité sont plus grands tant que la corrélation spatiale est plus forte. En effet, dans la phase élastique (figure A.5(b)), ils augmentent de 0,09 à environ 0,19 KN/mm si la corrélation passe de (cas 1 :  $l_E = l_{f_t} = 20$  cm) à (cas 3 :  $l_E = l_{f_t} = 60$  cm). Cela signifie que le coefficient de variation de la rigidité devient plus important lorsque le béton devient plus homogène : c'est la même conclusion obtenue dans le cas du voile en béton armé. Dans chaque cas d'étude paramétrique, la phase élastique se termine à un pourcentage de chargement différent et le coefficient de variation de la rigidité reste constant dans la phase élastique alors qu'il évolue différemment dans la phase non-linéaire qui précède le pic de la courbe force-déplacement. En effet, dans le cas 1, le coefficient de variation de la rigidité diminue dès la valeur de 2,4% puis augmente à 4,8% et cela dès 55 % (fin de la phase élastique) jusqu'à 100% du chargement maximal (figure A5(b) et tableau A1). Le cas 2 présente une évolution analogue à celle du cas 1, mais quant au cas 3, le coefficient de variation de la rigidité reste dans le même ordre de valeur (environ 6%) dans les deux phases tenant en compte que sa phase élastique se termine plus tard (à 70% du chargement maximal) que les deux premiers cas. Le cas 4 où les longueurs de corrélation de  $E$  et  $f_t$  sont différentes présente le cas où le coefficient de variation de la rigidité est le plus important du fait que son écart-type dans ce cas est le plus grand. L'explication de ces évolutions et d'autres analyses de la figure A.5 peuvent être réalisées de même que celles réalisées en chapitre IV.

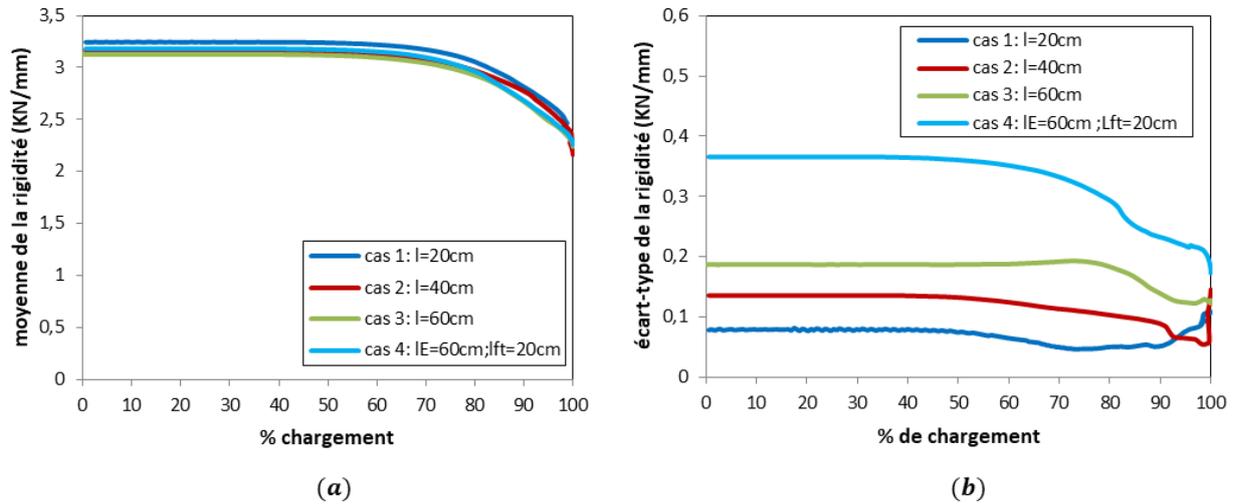


Figure A.5. Evolution de (a) la moyenne et (b) de l'écart-type de la rigidité en fonction de pourcentage de chargement horizontal appliqué

### A.2.2. Champs d'endommagement

Les champs d'endommagement correspondant à la force maximale pour deux simulations différentes du cas 4 où  $l_E = 60\text{ cm}$  et  $l_{ft} = 20\text{ cm}$  sont représentés dans la figure A.6 (a). Les distributions spatiales correspondantes à la déformation seuil  $\varepsilon_{d0} = f_t/E$  sont présentées à droite (figure A.6(b)). La localisation de l'endommagement au niveau de la diagonale comme dans le cas d'un voile armé dépend de la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ . Mais, la différence est que dans le cas du voile en béton, un seul enchainement est observé de cet endommagement incliné et correspondant à une valeur d'endommagement très élevée ( $D > 0,9$ ). De plus, dans cet exemple, le temps d'apparition de la rupture est différent d'une simulation à une autre : pour les deux réalisations présentées de  $\varepsilon_{d0}$  (figure A.6 (b)), la rupture a commencé respectivement après 75% et 89% du déplacement horizontal appliqué. La figure A.7 montre pour la première simulation de la figure A.6, la progression de l'endommagement normalisé en fonction de pourcentage de déplacement horizontal imposé.

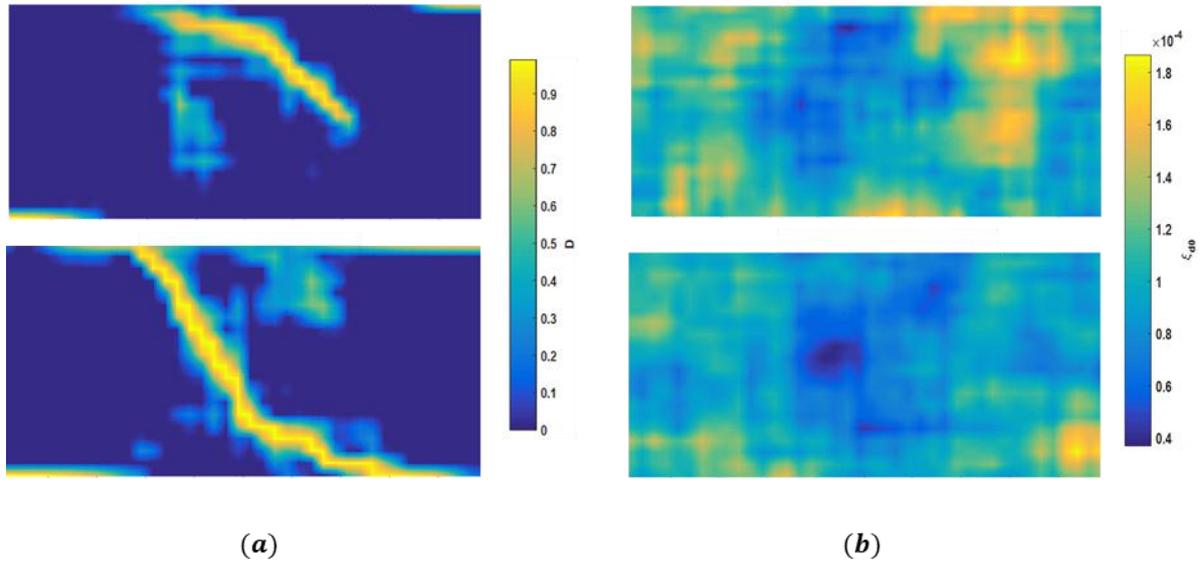


Figure A.6. (a) Champs d'endommagement correspondant à la force maximale et (b) champs de déformation seuil ( $\varepsilon_{d0} = f_t/E$ ) pour deux simulations différentes - cas où  $l_E = 60 \text{ cm}$  et  $l_{f_t} = 20 \text{ cm}$

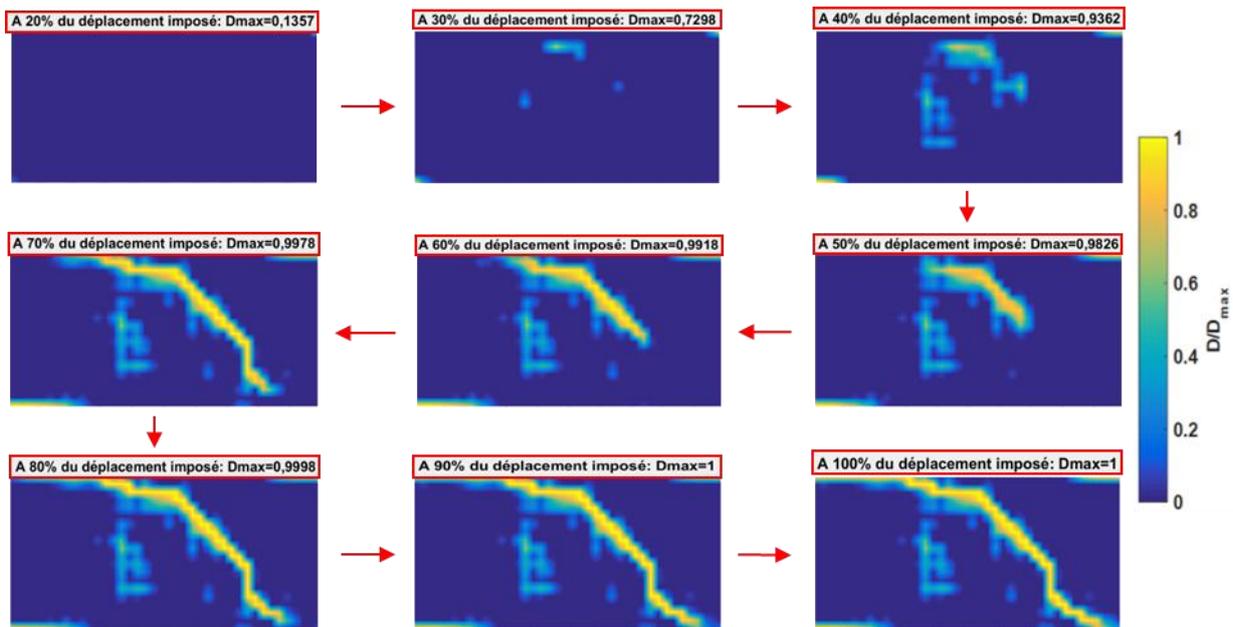
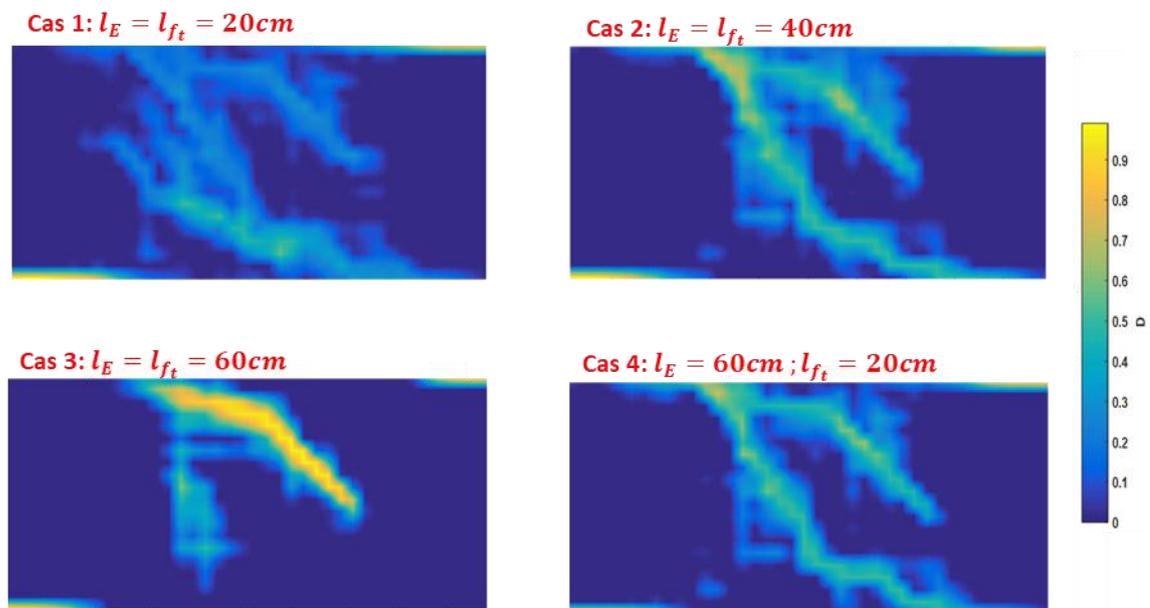


Figure A.7. Champs d'endommagement en fonction de % de déplacement horizontal imposé pour la 1ère simulation de la figure A.6 –cas où  $l_E = 60 \text{ cm}$  et  $l_{f_t} = 20 \text{ cm}$

Deuxièmement, pour pouvoir faire la comparaison entre les différents cas essayés dans l'étude paramétrique, la figure A.8 montre, pour chaque cas essayé et au moment de pic de la courbe force-déplacement, le champ d'endommagement moyen des 10 champs obtenus par l'ensemble des réalisations de  $E$  et  $f_t$ . La figure A.9 montre le pourcentage des éléments endommagés (parmi 800 éléments de maillage) correspondant à ces champs d'endommagement. Ce pourcentage est classé selon la valeur de paramètre

d'endommagement « D » en 4 catégories :  $0,2 < D < 0,4$  ;  $0,4 < D < 0,6$  ;  $0,6 < D < 0,8$  ;  $D > 0,8$ . Le pourcentage resté des éléments endommagés ayant des valeurs de D comprises entre 0 et 0,2 n'est pas présenté comme il est assez grand devant les autres pourcentages, et peut être aisément déduit. Les résultats montrent que dans le cas où la longueur de corrélation choisie de  $E$  et  $f_t$  vaut 20 cm (cas 1), le champ moyen d'endommagement est le plus diffus (figure A.8). Dans ce cas, la majorité des éléments endommagés (15,25% - figure A.9) a des valeurs de D qui ne dépassent pas 0,4. Cette observation est due au fait que plus la longueur de corrélation est petite, plus la variabilité spatiale des propriétés du béton devient plus importante, cela signifie que le béton est plus hétérogène. Cette progression dans l'hétérogénéité fait augmenter la probabilité d'avoir des zones de faibles propriétés mécaniques, donc les zones endommagées deviennent plus diffusées. Et comme dans notre étude, le champ moyen des 10 champs d'endommagement (pour l'ensemble des 10 simulations réalisées) a été calculé, c'est normal d'avoir des zones avec un contraste des valeurs de paramètre d'endommagement « D » dans des points de la structure, c.à.d. dans un même point, on peut avoir des valeurs élevées ou basses de « D » ce qui peut donner en moyenne, des valeurs de « D » ne dépassant pas 0,5 et donc la majorité des éléments endommagés dans ce champ moyen d'endommagement n'arrive pas à la fissuration.



**Figure A.8. Champs moyens d'endommagement correspondant à la force maximale dans les quatre cas d'étude paramétrique**

Contrairement au cas 1, le cas 3 où la longueur de corrélation choisie de  $E$  et  $f_t$  est la plus grande (60 cm), c.à.d. des distributions spatiales plus homogènes, présente un début de

localisation de la fissure par cisaillement (figure A.8). Effectivement, ce cas possède le plus grand nombre des éléments endommagés (4% - figure A.9) ayant des valeurs de  $D$  comprises entre 0,8 et 1.

Lorsque le béton devient plus homogène, le nombre des zones de faibles propriétés mécaniques sera plus limité ce qui favorise la localisation de l'endommagement. Cela est vraie dans chaque simulation numérique utilisant une longueur de corrélation de  $E$  et  $f_t$  assez grande. D'où parmi les 10 simulations réalisées, on peut trouver des simulations ayant des zones localisés d'endommagement qui sont proches les unes des autres ou parfois ont les mêmes emplacements. De cette façon, pas de contraste entre les valeurs de paramètre d'endommagement «  $D$  » dans ces zones proches et par suite, la valeur de  $D$  va dépasser 0,8 dans ces zones et elles vont générer la fissuration.

Pour conclure, le champ d'endommagement présente, pour le voile en béton étudié ici, une localisation plus rapide de la fissuration en utilisant des longueurs de corrélation plus importantes.

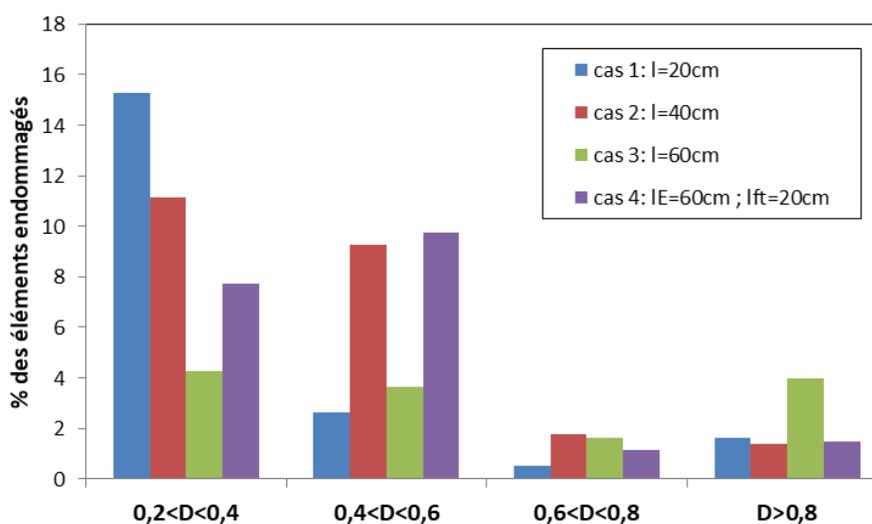


Figure A.9. Pourcentage des éléments endommagés correspondants aux champs moyens d'endommagement de la figure A.8 – ( $D$  : valeur d'endommagement)

### A.3. Importance de la présence de la corrélation spatiale : Variables Vs Champs aléatoires

L'influence de la longueur de corrélation, qui contrôle la variabilité spatiale de  $E$  et  $f_t$ , sur la réponse globale à la rupture du voile a été étudiée dans la section précédente. Mais, il est aussi intéressant de savoir la nécessité d'introduire cette longueur pour cette structure étudiée. En

d'autres termes, il s'apparait important de faire la comparaison entre deux types d'études paramétriques: la première qui considère que  $E$  et  $f_t$  sont des variables aléatoires définies seulement par leurs moyennes et leurs écart-types et la deuxième où  $E$  et  $f_t$  sont des champs aléatoires définis aussi par leurs longueurs de corrélation. La deuxième étude concerne les cas de 1 à 4 réalisés dans la section précédente alors que la première étude paramétrique est décrite dans cette section. Cinq cas sont concernés (cas 5 à 9) et les valeurs choisies des moyennes et des écart-types de  $E$  et  $f_t$  pour cette étude sont présentées dans le tableau A.2. Le cas 5 représente le cas de référence comme ayant les moyennes et les écarts-types de  $E$  et  $f_t$  sont les mêmes utilisées dans le cas où ils sont des champs aléatoires (section précédente). Dans ce cas, le coefficient de variation des deux propriétés reste égal à 15%. Les cas 6 et 7 sont les deux cas présentant une diminution du coefficient de variation à 10%, ce qui correspond donc à avoir les mêmes moyennes que cas 5 et des écart-types qui deviennent plus petits (cas 6), ou à avoir les mêmes écart-types que cas 5 et des moyennes qui deviennent plus grandes (cas 7). De la même analogie les cas 8 et 9 peuvent être expliqués dans le but d'augmenter le coefficient de variation à 20% par rapport à celui utilisé dans le cas 5. De cette façon, tous les cas nécessaires sont pris en compte pour prédire l'effet de l'utilisation des variables aléatoires avec des moyennes et des écart-types qui augmentent ou diminuent.

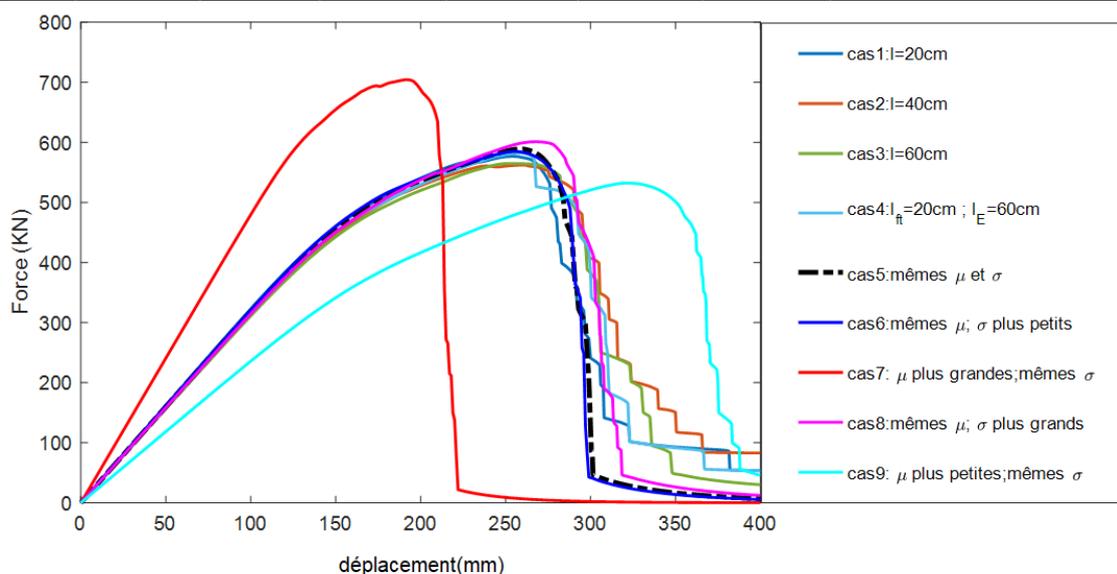
Dans chaque cas d'études paramétriques où  $E$  et  $f_t$  sont des variables aléatoires, 10 simulations numériques sont aussi réalisées. Les courbes moyennes force-déplacement correspondant à tous les cas d'études paramétriques essayés sont présentées dans la figure A.10. Les valeurs des moyennes et des coefficients de variation de la force maximale et du déplacement correspondant sont mentionnées dans le tableau A.3 seulement pour les cas 5 à 9. Celles des autres cas où  $E$  et  $f_t$  sont des champs aléatoires ont été déjà montrées dans la figure A.4(a) et tableau A.1.

Une première remarque peut être observée dans la figure A.10, la différence est faible dans la phase jusqu'à le pic des courbes si  $E$  et  $f_t$  sont considérés des variables aléatoires (cas de référence : cas 5) ou si aussi l'effet de la variation de leurs écarts-types (cas 6 et cas 8) est pris en compte et cela par comparaison avec les cas où  $E$  et  $f_t$  sont des champs aléatoires (cas 1 à 4). Cela peut conduire à deux différentes conclusions : la présence de la longueur de corrélation n'est pas nécessaire pour prédire la moyenne de la force maximale, ou, les valeurs choisies des écart-types de  $E$  et  $f_t$  sont faibles (faibles variabilités) de manière qu'ils sont

incapables à visualiser une différence claire. A cette fin, on a trouvé dans le cas de voile armaturé (chapitre IV) que même avec un écart-type très élevé  $E$  et  $f_t$ , les résultats par variation de la longueur de corrélation ou de l'écart-type sont de même ordre. Mais, dans la suite de ce paragraphe, est expliquée pourquoi la présence de la longueur de corrélation est indispensable. La considération de  $E$  et  $f_t$  comme des variables aléatoires a affecté les valeurs de coefficient de variation des deux sorties c.à.d. elle a une influence sur leurs variabilités. Cette considération a conduit à une augmentation dans le coefficient de variation de la force maximale alors qu'une diminution de celui du déplacement au pic (tableau A.3) par rapport à ceux trouvés dans les cas où  $E$  et  $f_t$  sont des champs aléatoires (figure A.4(a) et tableau A.1).

**Tableau A.2. Paramètres statistiques (Moyenne  $\mu$ , écart-type  $\sigma$  et coefficient de variation  $COV$ ) des deux propriétés  $E$  et  $f_t$  correspondant à chaque cas d'étude paramétrique dans le cas où  $E$  et  $f_t$  sont des variables aléatoires**

cas essayé	paramètres de $E$			paramètres de $f_t$			commentaires
	$\mu$ (GPa)	$\sigma$ (GPa)	COV(%)	$\mu$ (MPa)	$\sigma$ (MPa)	COV(%)	
cas 5	31,5	4,72	15	3,23	0,48	15	cas de référence: même $\mu$ et $\sigma$ par rapport aux cas 1 à 4
cas 6	31,5	3,15	10	3,23	0,32	10	mêmes $\mu$ ; et $\sigma$ plus petits par rapport au cas 5
cas 7	47,2	4,72	10	4,8	0,48	10	mêmes $\sigma$ ; et $\mu$ plus grands par rapport au cas 5
cas 8	31,5	6,3	20	3,23	0,65	20	mêmes $\mu$ ; et $\sigma$ plus grands par rapport au cas 5
cas 9	23,6	4,72	20	2,4	0,48	20	mêmes $\sigma$ ; et $\mu$ plus petits par rapport au cas 5



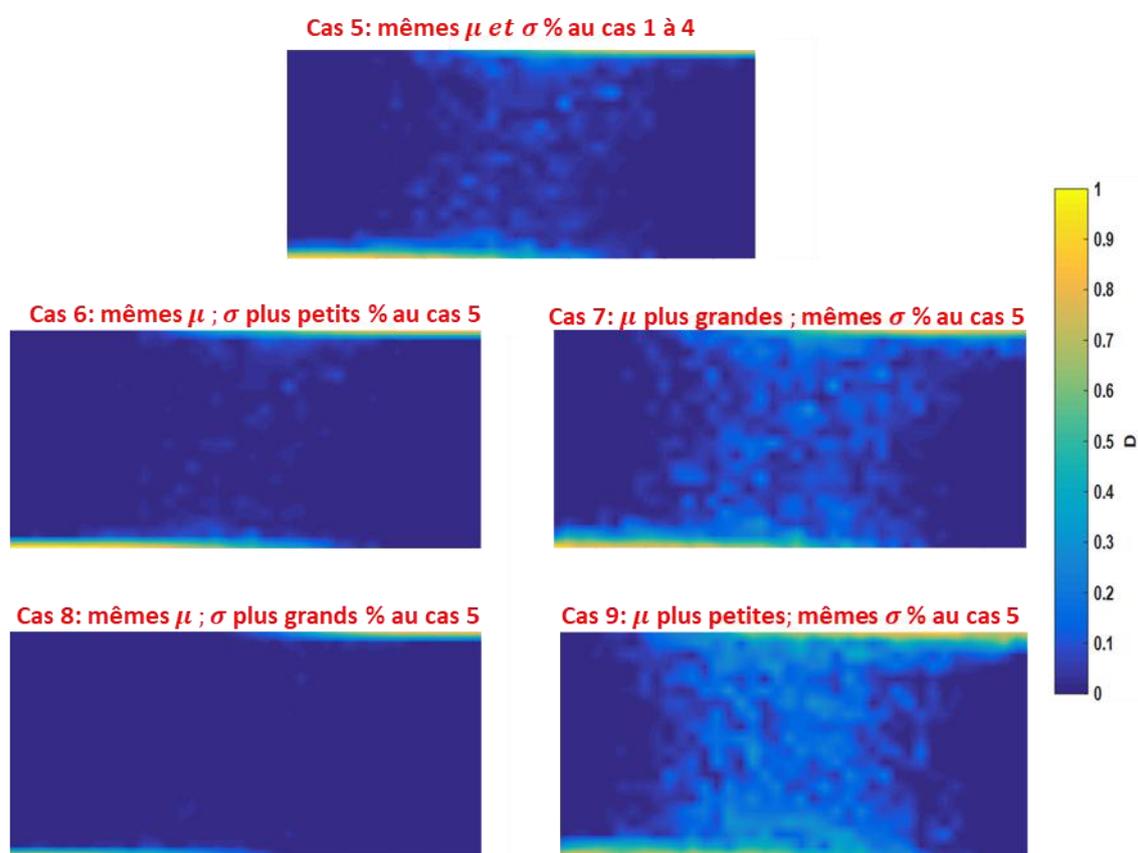
**Figure A.10. Courbes moyennes force -déplacement dans le cas où  $E$  et  $f_t$  sont des champs (cas 1 à 4) ou des variables (cas 5 à 9) aléatoires.**

Pour faire une comparaison entre les champs d'endommagement dans les deux types d'études paramétriques, la même méthode utilisée dans le chapitre IV (figures IV.20 à IV.24) a été appliquée pour visualiser le champ d'endommagement normalisé dans chacun des cas 5 à 9 (où  $E$  et  $f_t$  sont des variables aléatoires). Le but principal de cette méthode ici est de prévoir toutes les zones endommagées pour l'ensemble des simulations numériques réalisées. Par la suite, les champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour les cas où  $E$  et  $f_t$  sont des variables aléatoires (cas 5 à 9) sont montrés dans la figure A.11. Pas de localisation remarquée d'endommagement diagonal, la localisation concerne seules les deux parties supérieures et inférieures du voile. De plus, dans des cas (cas 5 ; 7 et 9), l'endommagement est diffusé dans la partie centrale du voile. Cette observation d'endommagement est due à l'absence de la corrélation spatiale entre les zones de faibles propriétés mécaniques de la structure, c.à.d. les microfissures qui apparaissent dans ces zones sont indépendantes les unes des autres ce qui empêche leur coalescence pour obtenir une macro-fissure bien localisée. D'où la nécessité d'introduire la longueur de corrélation des propriétés du matériau ; Cette longueur a joué, dans le cas du voile étudié, un rôle très efficace pour la localisation de l'endommagement par cisaillement (figure A.8).

Il reste à mentionner que dans l'étude paramétrique réalisée dans cette section avec  $E$  et  $f_t$  des variables aléatoires, la variation des moyennes de ces deux propriétés (cas 7 et 9) a montré l'effet le plus important sur la réponse globale du voile. Cette conclusion est validée en se basant sur les observations déduites par [Eliáš et Vořechovský (2020)]. En effet, la modélisation probabiliste avec des variables aléatoires (longueur de corrélation = 0) au lieu des champs aléatoires va conduire à des résultats similaires à la modélisation déterministe dans laquelle l'effet des valeurs des propriétés du matériau (i.e. absence de variabilité) est le plus prononcé.

**Tableau A.3. Moyenne  $\mu$  et coefficient de variation  $COV$  de la force à la rupture et du déplacement au pic dans les cas d'étude paramétrique où  $E$  et  $f_t$  sont des variables aléatoires**

Sur NS=10 simulations réalisées	cas 5		cas 6		cas 7		cas 8		cas 9	
	$\mu$	$COV(\%)$								
Force maximale de la courbe (KN)	572,6	10,2	568,6	9,9	680,6	13,7	588,3	11,1	526,2	8,4
Déplacement correspondant au pic (mm)	257,2	1,7	255,1	1,6	191,2	5,1	269,4	4,8	328,2	4,7



**Figure A.11. Champs d'endommagement normalisés de la somme des 10 champs d'endommagement pour les cas 5 à 9 où  $E$  et  $f_t$  sont des variables aléatoires.**