



**HAL**  
open science

# Simulations de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique par la méthode de Boltzmann sur réseau : cas des chauffages variable et discret

Khaoula Rehhali

## ► To cite this version:

Khaoula Rehhali. Simulations de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique par la méthode de Boltzmann sur réseau : cas des chauffages variable et discret. Autre. Université de Picardie Jules Verne; Université Cadi Ayyad (Marrakech, Maroc), 2019. Français. NNT : 2019AMIE0001 . tel-03691914

**HAL Id: tel-03691914**

**<https://theses.hal.science/tel-03691914>**

Submitted on 9 Jun 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Thèse de Doctorat

*Mention Sciences pour l'Ingénieur*  
*Spécialité Transfert de chaleur et de masse*

Présentée à *l'Ecole Doctorale en Sciences Technologie et Santé (ED 585)*  
et au *Centre d'étude Doctorale Sciences Techniques et Ingénierie*

de l'Université de Picardie Jules Verne et de  
l'Université Cadi Ayyad  
par

**REHHALI Khaoula**

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Picardie Jules Verne et de  
l'Université Cadi Ayyad

*Simulations de la convection naturelle couplée au  
rayonnement surfacique par la méthode de Boltzmann sur réseau :  
cas des chauffages variable et discret*

Soutenue le 1<sup>er</sup> Mars 2019, après avis des rapporteurs, devant le jury d'examen :

<b>M. Mohamed-Najib Ouarzazi</b> , Professeur, Université de Lille	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Mohamed Bourich</b> , Professeur, Université Cadi Ayyad	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Ahmed Sbaibi</b> , Professeur, Université Hassan II	<b>Examineur</b>
<b>M. Abdelkhalek Amahmid</b> , Professeur, Université Cadi Ayyad	<b>Examineur</b>
<b>M. Haikel Ben Hamed</b> , Maître de Conférences, LTI, UPJV, Amiens	<b>Examineur</b>
<b>M. Beji Hassen</b> , Professeur, LTI, UPJV, Amiens	<b>Directeur de thèse</b>
<b>M. Hasnaoui Mohammed</b> , Professeur, Université Cadi Ayyad	<b>Directeur de thèse</b>
<b>M. Raji Abdelghani</b> , Professeur, Université Sultan Moulay Slimane	<b>Co-encadrant</b>



## FICHE PRÉSENTATIVE DE LA THÈSE

- Nom et Prénom de l'auteur : **khaoula REHHALI.**
- Intitulé du travail : **Simulations de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique par la méthode de Boltzmann sur réseau : cas des chauffages variable et discret.**
- Encadrant :
  - nom, prénom et grade : **Mohammed HASNAOUI, PES.**
  - laboratoire et institution : Laboratoire de Mécanique des Fluides et Energétique, Faculté des Sciences Semlalia Marrakech, Université Cadi Ayyad.
- Encadrant :
  - nom, prénom et grade : **Hassen BEJI, Professeur des Universités.**
  - laboratoire et institution : Laboratoire des Technologies Innovantes, Institut Universitaire Amiens, Université de Picardie Jules Verne.
- Co-encadrant :
  - nom, prénom et grade : **Abdelghani RAJI, PES.**
  - laboratoire et institution : Laboratoire de Modélisation des écoulements et des transferts, Faculté des Sciences et Techniques, Béni-Mellal, Université Sultan Moulay Slimane.
- Lieux de réalisation des travaux (laboratoires, institution,...) :
  - Laboratoire de Mécanique des Fluides et Energétique (LMFE), Entité affiliée au CNRST (URAC 27), Département de physique, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech.
  - Laboratoire des Technologies innovantes, - IUT d'Amiens, Université de Picardie Jules Verne.
- Période de réalisation du travail de thèse : **Janvier 2014 - Janvier 2019.**



- Rapporteurs autres que l'encadrant (nom, prénom, grade, institution) :

- **Mr Mohamed BOURICH**                      **Professeur**                      **ENSA, Marrakech**
- **Mr Mohamed-Najib OUARZAZI**      **Professeur**                      **Université de Lille**

- Ce travail a donné lieu aux résultats suivants (communications, publications,...) :

**Publications :**

1. **K. Rehhali**, M. Hasnaoui, A. Raji, M. Alouah , A. EL Mansouri and H. Beji , MRT-scheme applied to combined natural convection and thermal radiation in a cavity partially heated from one vertical side and cooled from above, Energy Procedia, Vol. 139, pp. 444-449, 2017.
2. **K. Rehhali**, M. Hasnaoui, A. Raji, A. EL Mansouri, H. Beji, A. Amahmid and Y. Dahani, Lattice Boltzmann approach for natural convection and radiation in a tilted square cavity. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2018.  
[DOI: 10.2514/1.T5527](https://doi.org/10.2514/1.T5527)
3. **K. Rehhali**, M. Hasnaoui, A. Raji, H. Beji, A. El Mansouri, M. Alouah and H. Ben Hamed, MRT-LBM simulations of natural convection coupled to surface radiation in a square cavity cooled from above and locally heated from the vertical walls, under revision in IJEEE.
4. M. Alouah, M. Hasnaoui , A. Amahmid, Y. Dahani, A. El Mansouri, S. Hasnaoui and **K. Rehhali**, Lattice-Boltzmann modeling of natural convection generated by a heated flat plate in a square cavity, International Journal of Energy, Environment and Economics, Vol. 24, no. 4, pp. 437-449, 2016.
5. M. Alouah, M. Hasnaoui, A. Amahmid, and **K. Rehhali**, Lattice Boltzmann modeling of natural convection in cavity with heated plate inside, Energy Procedia, Vol. 139, pp. 140-146, 2017.

6. A. El Mansouri, M. Hasnaoui, A. Amahmid, Y. Dahani, M. Alouah, S. Hasnaoui, K. **Rehhali**, M. Ouahas and R. Bennacer, MRT-LBM simulation of natural convection flow in a micropolar fluid filled Rayleigh-Bénard square cavity with linearly varying temperatures on the sides, *Frontiers in Heat and Mass Transfer (FHMT)*, 9, 28 (2017).
7. Y. Dahani, A. Amahmid, M. Hasnaoui, A. El Mansouri, M. Alouah, S. Hasnaoui, K. **Rehhali** & M. Ouahas, Effect of nanoparticles on the hysteresis loop in mixed convection within a two-sided lid-driven inclined cavity filled with a nanofluid, *Heat Transfer Engineering*, **Published Online:** 16 Jan 2018.

#### **Communications:**

1. K. **Rehhali**, M. Hasnaoui, M. El Abdallaoui et A. Raji, Méthode de Lattice Boltzmann appliquée à un problème de convection naturelle dans une cavité carrée confinant un métal liquide. 7th International Conference on Thermal Engineering: Theory and Application May 6-8, 2014 Marrakesh, Morocco.
2. K. **Rehhali**, M. Hasnaoui, A. Raji, A. El Mansouri, Y. Dahani, M. El Abdallaoui et M. Alouah, Etude numérique du couplage convection-rayonnement par la méthode de Lattice Boltzmann dans une cavité carrée partiellement chauffée. 12ème Congrès De Mécanique 21-24 avril 2015 Casablanca, Maroc.
3. K. **Rehhali**, M. Hasnaoui, A. Raji, A. El Mansouri, Lattice Boltzmann Method (MRT) applied to a natural convection problem coupled to the radiation in a square cavity. 17èmes Journées Internationales de Thermique 28-30 octobre 2015 Marseille, France.
4. K. **Rehhali**, M. Hasnaoui, A. Raji, M. Alouah and A. El Mansouri, MRT-scheme applied to natural convection coupled to surface radiation in a cavity partially heated from one vertical side and cooled from above. International Conference On Materials & Energy may 17-20, 2016 La Rochelle, France.

5. K. **Rehhali**, M. Hasnaoui, A. Raji, H. Beji, A. El Mansouri, M. Alouah et H. Ben Hamed, MRT-LBM simulations of natural convection coupled to surface radiation in a square cavity cooled from above and locally heated from the vertical walls. 18èmes Journées Internationales de Thermique 25-27 octobre, 2017 Monastir, Tunisie.
6. Y. Dahani, M. Hasnaoui, A. Amahmid, El Mansouri, M. Alouah and K. **Rehhali**, Mixed convection in a lid-driven cavity with heating and cooling by sinusoidal temperature profiles on one side. 12ème Congrès de Mécanique 21-24 avril 2015 Casablanca, Maroc.
7. S. Hasnaoui, A. Amahmid, A. Raji, M. Hasnaoui, M. El Abdallaoui and K. **Rehhali**, On the validity of the hybrid LBM-FDM for natural thermosolutal convection. 12ème Congrès de Mécanique 21-24 avril 2015 Casablanca, Maroc.
8. M. Alouah, M. Hasnaoui, A. Amahmid and K. **Rehhali**, Lattice-Boltzmann Modeling of natural convection in a cavity with a vertical heated plate inside. International Conference on Materials & Energy May 19-22, 2015 Tetouan, Morocco.

# Remerciements

En commençant, je remercie DIEU le tout puissant de m'avoir donné le courage et la patience pour accomplir ce travail.

Ensuite, je tiens à remercier sincèrement mon directeur de thèse, Monsieur **Mohammed HASNAOUI**, qui m'a donné l'opportunité de réaliser ce travail de thèse au sein de son laboratoire. Je le remercie profondément pour la confiance qu'il m'a accordée depuis mon PFE du master, pour sa disponibilité et pour toutes les heures qu'il a consacrées pour diriger ce travail. Je tiens à exprimer mon appréciation de ses qualités humaines, d'écoute et de compréhension et surtout de support moral durant toutes ces années de recherche.

Je tiens à remercier également, mon directeur de thèse du côté français, Monsieur **Hassen BEJI**, de m'avoir accueilli chaleureusement dans son laboratoire de recherche et d'avoir accepté d'encadrer ce travail. Je le remercie pour ses conseils, ses directives et son soutien.

Mes remerciements vont également à Monsieur **Abdelghani RAJI**, mon co-directeur de thèse, pour ses conseils et ses remarques pertinentes sur les travaux réalisés, tout au long de cette thèse.

Monsieur **Abdelkhalek AMAHMID** et Monsieur **El Khadir LAKHAL**, ont accepté de faire part du comité de suivi de cette thèse. Je les remercie vivement pour le temps précieux qu'ils m'ont accordé et pour leurs encouragements et leurs conseils.

Monsieur **Abdelkhalek AMAHMID** m'a fait l'honneur de présider mon Jury de soutenance et Monsieur **Haikel BEN HAMED** m'a fait l'honneur de participer à ce Jury, je les en remercie profondément. Je remercie plus particulièrement les rapporteurs Monsieur **Mohamed BOURICH**, Monsieur **Mohamed-Najib OUARZAZI** et Monsieur **Ahmed SBAIBI** d'avoir accepté d'examiner mes travaux.

A l'issue de ce travail, je suis convaincue que la thèse est loin d'être un travail solitaire. En plus de mes très chers professeurs, j'exprime ma gratitude envers tous les doctorants du Laboratoire de Mécanique des Fluides et Energétique LMFE qui ont fait preuve d'une grande générosité scientifique et d'un bon esprit de travail en groupe. Merci pour tous les bons moments que nous avons partagés ensemble, ce fut un plaisir de faire partie d'une telle équipe.

Je n'oublie pas de remercier pour leur gentillesse et leur bienveillance les membres des services administratifs. Madame **Najat ABOUCHOUKR** responsable au Centre d'Etudes Doctorales Sciences Techniques et Ingénierie à la Faculté des Sciences Semlalia Marrakech. Madame **Valérie MESSIAEN**, secrétaire du Laboratoire des Technologies Innovantes LTI à l'université de Picardie Jules Verne. Madame **Audrey LECOMPTE** et Madame **Virginie PECOURT**, adjointes administratives à l'Ecole Doctorale Sciences Technologie et Santé à l'université de Picardie Jules Verne.

Enfin, je ne pourrais terminer cette liste sans adresser des remerciements particuliers à des personnes particulières sans qui je n'aurai pas pu arriver jusque-là ; mes parents. Merci pour tout le soutien affectif et pour l'appui indéfectible que vous m'avez adressé lors de mon long voyage d'étude. Ce travail est dédié en premier lieu à vous, à mes frères à ma sœur et à tous les membres de ma famille et tous les amis qui ont su m'encourager et m'inspirer.

# Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une étude numérique visant à étudier les phénomènes de couplage de la convection naturelle et du rayonnement surfacique dans des cavités carrées dont les parois sont soumises à des températures discrètes ou non-uniformes. En effet, la première étude réalisée s'intéresse à un problème de couplage convection-rayonnement dans une cavité carrée inclinée et remplie d'air, ayant d'un côté une paroi chauffée à une température constante et du côté opposé, une paroi chauffée linéairement. Les parois restantes sont considérées adiabatiques. Dans la seconde étude, la cavité a des parois verticales partiellement chauffées (symétriquement et asymétriquement), une paroi supérieure refroidie et une paroi inférieure adiabatique. L'objectif de ces études numériques réside dans l'analyse de l'effet du rayonnement surfacique et des différents paramètres gouvernants (mode de chauffage, nombre de Rayleigh, angle d'inclinaison, différence de température) sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur. Le second objectif de cette thèse consiste à tester la performance du schéma à temps de relaxation multiple (MRT) de la méthode Lattice-Boltzmann (LBM) en présence du couplage convection-rayonnement. Des tests préliminaires de validation de notre code numérique (LBM) ont été menés avec succès. Ces tests qui constituent essentiellement des comparaisons entre des résultats obtenus par notre code numérique, basé sur la méthode LBM, et ceux obtenus à l'aide de méthodes numériques classiques ont montré que le code numérique LBM élaboré est bien adapté pour traiter efficacement notre problème. Les résultats de ce travail sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, de lignes de flux de chaleur et du nombre de Nusselt. Ces résultats ont révélé que les paramètres de contrôle considérés ont un effet important sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur à travers la cavité.

**Mots clés :** Convection naturelle, rayonnement surfacique, Schéma à temps de relaxation multiple (MRT), méthode de Lattice-Boltzmann (LBM), chauffage linéaire, chauffage discret.

# Abstract

In this thesis, a numerical study is carried out on the coupling phenomena between natural convection and surface radiation in square cavities whose walls are subjected to discrete or non-uniform temperatures. Indeed, the first study carried out is concerned with a problem of convection-radiation coupling in a square cavity inclined and filled with air, having on one side a wall heated at a constant temperature and on the opposite side, a wall heated linearly. The remaining walls are considered adiabatic. In the second study, the cavity has partially heated vertical walls (symmetrically and asymmetrically), a cooled upper wall and an adiabatic bottom wall. The objective of these numerical studies is to analyze the effect of surface radiation and the different governing parameters (heating mode, Rayleigh number, angle of inclination, temperature difference) on the flow structure and the heat transfer. The second objective of this thesis is to test the performance of the multiple relaxation time (MRT) scheme of the Lattice-Boltzmann method (LBM) in the presence of convection-radiation coupling. Preliminary validation tests of our numerical code (LBM) have been successfully conducted. These tests, which are essentially comparisons between results obtained using our numerical code, based on the LBM method, and those obtained using classical numerical methods, have shown that the developed LBM numerical code is well suited to effectively deal with our problem. The results of this study are presented in terms of streamlines, isotherms, heatlines and Nusselt number. These results revealed that the considered governing parameters have a significant effect on the flow structure and heat transfer through the cavity.

**Key words:** Natural convection, surface radiation, multiple relaxation time scheme (MRT), Lattice-Boltzmann method (LBM), linear heating, discrete heating.

## ملخص

هذه الرسالة جزء من دراسة في التحقيق في ظاهرة اقتران الحمل الحراري الطبيعي مع الإشعاع في تجاويف مربعة خاضعة لظروف درجات حرارة جزئية أو غير موحدة. في الواقع، تتناول الدراسة الأولى مشكلة اقتران الحمل الحراري مع الإشعاع في تجويف مربع مائل وملء بالهواء، مسخن جانبيا بدرجة حرارة ثابتة، ومن الجانب المقابل مسخن خطيا بينما الجدران المتبقية معزولة حراريا. وفي الدراسة الثانية، تجويف دائما مربع ومملوء بالهواء، ولكن مع الجدران الرأسية ساخنة جزئيا (بشكل متماثل وغير متماثل)، جدار علوي بارد وجدار سفلي معزول حراريا. الهدف من هذه الدراسات الرقمية يتجلى في تحليل تأثير الإشعاع وأيضا غيره من العوامل الفيزيائية (طريقة التسخين، عدد رايليغ، زاوية الميلان، الفرق في درجة الحرارة) على بنية التدفق ونقل الحرارة لأنظمة مستقرة وغير مستقرة. الغرض من هذه الأطروحة لا يتوقف عند هذا الحد، لأن دراستنا لها هدف مزدوج. والهدف الثاني هو اختبار الطريقة الرقمية لانتيس – بولتزمان (Lattice – Boltzmann) ذات المخطط متعدد وقت الاسترخاء (MRT) في وجود اقتران الحمل الحراري والإشعاع. تم إجراء اختبارات التحقق الأولى من البرنامج الرقمي (LBM) بنجاح. هذه الاختبارات هي أساسا مقارنات بين النتائج التي حصل عليها باستعمال البرنامج الرقمي LBM المكتوب بلغة فورتران (FORTRAN) والنتائج التي عثر عليها بالطرق الرقمية الكلاسيكية. أظهرت نتائج هذه المقارنات أن البرنامج الرقمي LBM مناسب تماما لعلاج فعال لمشاكل هذه الأطروحة. يتم عرض نتائج دراساتنا من حيث خطوط التيار، متساويات الحرارة، خطوط تدفق الحرارة وأرقام نسلت (Nombre de Nusselt). وكشفت هذه النتائج أن عوامل التحكم التي تم دراستها لها تأثير كبير على بنية التدفق ونقل الحرارة المتولدة عن الجدران النشطة للتجويف.

**كلمات البحث:** الحمل الحراري الطبيعي، الإشعاع، طريقة وقت الاسترخاء متعدد MRT، لانتيس-بولتزمان (LBM)، التسخين الخطي والتسخين الجزئي، التماثل.

# Sommaire

---

LISTES DES FIGURES.....	1
LISTE DES TABLEAUX.....	4
LISTE DES ABREVIATIONS.....	5
NOMENCLATURE.....	6
Introduction générale.....	10
Chapitre 1 : Revue bibliographique.....	13
1.1 Introduction.....	13
1.2 Revue bibliographique.....	13
1.2.1 Convection thermique.....	13
1.2.2 Couplage de la convection thermique au rayonnement surfacique.....	16
1.2.3 Conditions de chauffage et de refroidissement non uniformes (linéaires) et partielles.....	19
1.2.3.1 Chauffage et refroidissement non uniformes (profil linéaire).....	20
1.2.3.2 Chauffage et refroidissement partiels.....	21
1.2.4 Méthodes numériques de résolution : Méthode de Lattice Boltzmann.....	24
1.3 Conclusion.....	27
Chapitre 2 : Méthode de Boltzmann sur réseau.....	29

2.1	Introduction .....	29
2.2	Cadre théorique de la méthode de Lattice Boltzmann.....	30
2.2.1	Origine de la méthode de Lattice Boltzmann .....	30
2.2.2	Equation de transport de Boltzmann .....	33
2.2.3	Opérateur de collision .....	33
2.2.3.1	Opérateur de collision BGK.....	34
2.2.3.2	Opérateur de Collision MRT .....	35
2.3	Mise en œuvre de la méthode de lattice Boltzmann.....	35
2.3.1	Equation de Boltzmann sur réseau .....	36
2.3.1.1	Discretisation du temps et de l'espace.....	36
2.3.1.2	Discretisation des vitesses : Modèle DnQm.....	37
➤	Schéma D2Q9.....	38
2.3.2	Fonction de distribution discrète à l'équilibre $f_k^{eq}$ .....	39
2.3.3	Vitesse du son LBM.....	40
2.3.4	Modèle thermique de Boltzmann sur réseau .....	40
➤	Schéma D2Q5.....	41
➤	Fonction de distribution discrète à l'équilibre $g_k^{eq}$ .....	42
2.3.5	Variables macroscopiques .....	42
2.3.6	Incorporation du terme force .....	42
2.3.7	Processus de collision-propagation .....	43
2.3.7.1	Etape de propagation .....	44
2.3.7.2	Etape de collision .....	45

➤	Modèle à temps de relaxation simple SRT (BGK).....	45
➤	Modèle à temps de relaxation multiple MRT.....	46
2.3.8	Conditions aux limites.....	49
2.3.9	Algorithme de la méthode LBM.....	50
2.3.10	Rayonnement surfacique.....	52
➤	Méthode des radiosités.....	54
2.4	Conclusion.....	55

Chapitre 3 : Etude MRT-LBM de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée inclinée soumise à une température non uniforme. .... 57

3.1	Introduction.....	57
3.2	Description de la configuration étudiée.....	57
3.3	Validation du code de calcul et choix du maillage.....	59
3.4	Résultats et discussion.....	61
3.4.1	Analyse des lignes de courants et des isothermes.....	61
3.4.2	Illustration du régime oscillatoire.....	68
3.4.3	Transfert de chaleur.....	71
3.4.3.1	Effet de $\Delta T$ sur les nombres de Nusselt convectif et radiatif pour $\varphi = 0^\circ$ .....	71
3.4.3.2	Effets combinés du nombre de Rayleigh et de l'inclinaison de la cavité sur la composante convective.....	71
3.4.3.3	Effet du nombre de Rayleigh et de l'angle d'inclinaison sur la composante radiative.....	75
3.4.3.4	Effet du nombre de Rayleigh, de l'angle d'inclinaison et de l'émissivité des parois sur le nombre de Nusselt total.....	76
3.4.3.5	Contribution de chaque mode au transfert de chaleur total.....	77

3.5	Conclusion.....	78
Chapitre 4 : Simulation MRT-LBM de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée chauffée partiellement par les côtés (chauffage symétrique et asymétrique).80		
4.1	Introduction .....	80
4.2	Description de la configuration étudiée.....	80
4.3	Validation du code de calcul et choix du maillage.....	82
4.4	Résultats et discussion.....	84
4.4.1	Effet de l'émissivité des parois sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur : cas de la configuration CHS.....	84
4.4.1.1	Effet de l'émissivité des parois sur l'écoulement et sur la distribution de la température pour les régimes stable et instationnaire .....	84
4.4.1.2	Effet de l'émissivité des parois sur le transfert de chaleur.....	92
4.4.2	Effets de $Ra$ et de $\varepsilon$ sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur pour les deux configurations CHS et CHAS.....	98
4.4.2.1	Effet du nombre de Rayleigh sur l'écoulement (CHS / CHAS).....	98
4.4.2.2	Effet de l'émissivité des parois sur le nombre de Rayleigh de transition vers le régime instationnaire .....	104
4.4.2.3	Effets combinés de $Ra$ et de $\varepsilon$ sur le transfert de chaleur (CHS / CHAS) .....	105
4.5	Conclusion.....	110
Conclusion générale et perspectives.....		111
Références .....		114

---

# LISTES DES FIGURES

## Chapitre 2

Figure 2. 1: Modèle FHP.....	31
Figure 2.2 : Figure issue du manuscrit de thèse de Simon Marié (2008) "Chronologie récapitulative des moments historiques importants dans l'avènement de la méthode Boltzmann sur Réseau. Les cadres en pointillés indiquent les premiers modèles à vitesses discrètes sans discrétisation spatiale et temporelle." .....	32
Figure 2. 3: Schéma D2Q9.....	38
Figure 2. 4 : Schéma D2Q5.....	41
Figure 2. 5 : Etape de propagation pour les modèles D2Q9 et D2Q5 .....	45
Figure 2. 6: Condition de Rebond pour le modèle D2Q9.....	50
Figure 2. 7: Algorithme de base de la méthode LBM adoptée.....	52
Figure 2. 8: Calcul des facteurs de forme.....	55

## Chapitre 3

Figure 3. 1: Configuration étudiée.....	59
Figure 3. 2 : Validation qualitative en termes de lignes de courant et d'isothermes pour $Ra = 10^6$ et $\varepsilon = 0.8$ : (a) nos résultats et (b) Wang et al. (2006).....	60
Figure 3. 3: lignes de courant obtenues pour différentes inclinaisons et pour $\varepsilon = 0$ (colonne de gauche) et 0.85 (colonne de droite) : (a) $Ra = 10^4$ , (b) $Ra = 10^5$ et (c) $Ra = 10^6$ . .....	65
Figure 3. 4 : Isothermes obtenues pour diverses inclinaisons et pour $\varepsilon = 0$ (colonne de gauche) et 0.85 (colonne de droite) : (a) $Ra = 10^4$ , (b) $Ra = 10^5$ et (c) $Ra = 10^6$ . .....	67
Figure 3. 5 : Variations temporelles de $\psi_{ext}$ pour $Ra = 10^6$ , $\varepsilon = 0.85$ et $\varphi = 90^\circ$ . .....	69
Figure 3. 6 : Lignes de courant et isothermes correspondant aux instants sélectionnés sur le cycle d'écoulement pour $Ra = 10^6$ , $\varepsilon = 0.85$ et $\varphi = 90^\circ$ .....	70

Figure 3. 7 : Variations de $Nu_{cv}$ et $Nu_r$ en fonction de $\varepsilon$ pour $Ra = 10^5$ , $\varphi = 0^\circ$ et différentes valeurs de $\Delta T$ .....	72
Figure 3. 8: Evolution de $Nu_{cv}$ en fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison. .	73
Figure 3. 9 : Variation temporelle de $Nu_{cv}$ (a) et $Nu_r$ (b) pour $Ra = 10^6$ , $\varepsilon = 0.85$ et $\varphi = 90^\circ$ . ...	74
Figure 3. 10 : Evolution de $Nu_r$ en fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison et $\varepsilon = 0.85$ . .....	76
Figure 3. 11 : Evolution de $Nu$ en fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison ..	77
Figure 3. 12 : Evolution de la contribution de la convection et du rayonnement en fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison et $\varepsilon = 0.85$ .....	78
<b>Chapitre 4</b>	
Figure 4. 1: Configuration étudiée : (a) cas du chauffage symétrique CHS (b) cas du chauffage asymétrique CHAS.....	81
Figure 4. 2 : Validation du code numérique dans le cas d'une cavité carrée chauffée et refroidie discrètement pour $\varepsilon = 0.5$ et $Ra = 10^6$ : (a) El Ayachi et al. (2012) et (b) Notre code. ....	83
Figure 4. 3: Lignes de courant (gauche), isothermes (milieu) et lignes de flux de chaleur (droite) pour le régime d'écoulement stationnaire : (a) $\varepsilon = 0$ , (b) $\varepsilon = 0.025$ , (c) $\varepsilon = 0.05$ et (d) $\varepsilon = 0.09$ . ....	86
Figure 4. 4 : Variations temporelles de $\psi_{ext}$ pour (a) $\varepsilon = 0.1$ , (b) $\varepsilon = 0.15$ , (c) $\varepsilon = 0.5$ et (d) $\varepsilon = 1.88$	
Figure 4. 5 : Variations temporelles de $\psi_{max}$ et $\psi_{min}$ pour $\varepsilon = 1$ . ....	90
Figure 4. 6 : Lignes de courant et isothermes aux instants sélectionnés sur le cycle d'écoulement. ....	92
Figure 4. 7 : Variation temporelles de $Nu_{cv}$ et $Nu_r$ pour (a) $\varepsilon = 0.1$ , (b) $\varepsilon = 0.15$ , (c) $\varepsilon = 0.5$ et (d) $\varepsilon = 1$ .....	94
Figure 4. 8 : Variations en fonction de $\varepsilon$ des nombres de Nusselt (a) convectif, (b) radiatif et (c) total sur les portions actives pour $Ra = 10^6$ . ....	96
Figure 4. 9 : Effet de $\varepsilon$ sur la contribution de la convection et du rayonnement au transfert de chaleur total.....	97
Figure 4. 10 : Lignes de courant, isothermes et lignes de flux de chaleur pour $\varepsilon = 0$ et pour différentes valeurs de $Ra$ : cas de la configuration CHS. ....	102

Figure 4. 11 : Lignes de courant, isothermes et lignes de flux de chaleur pour $\varepsilon = 0$ et pour différentes valeurs de $Ra$ : cas de la configuration CHAS. ....	103
Figure 4. 12 : Variations du nombre de Nusselt convectif versus $Ra$ pour les deux configurations et différentes valeurs de $\varepsilon$ .....	106
Figure 4. 13 : Variations du nombre de Nusselt radiatif versus $Ra$ pour les deux configurations et différentes valeurs de $\varepsilon$ .....	107
Figure 4. 14 : Variations du nombre de Nusselt total versus $Ra$ pour les deux configurations et différentes valeurs de $\varepsilon$ .....	109
Figure 4. 15 : Contribution du rayonnement au transfert de chaleur total versus $Ra$ pour les deux configurations et $\varepsilon = 0.5$ et $1$ .....	109

# LISTE DES TABLEAUX

## Chapitre 2

Tableau 2. 1: Vitesses discrètes du modèle D2Q9. ....	39
Tableau 2. 2: Vitesses discrètes du modèle D2Q5. ....	41

## Chapitre 3

Tableau 3. 1: Validation du code numérique pour $Ra = 10^6$ et $\varepsilon = 0.8$ . ....	60
Tableau 3. 2 : Effet du maillage pour $Ra = 10^6$ , $\varphi = 0^\circ$ et $\varepsilon = 0.8$ . ....	60

## Chapitre 4

Tableau 4. 1: Sensibilité des résultats à la taille du maillage pour $Ra = 10^6$ et $\varepsilon = 0.5$ . ....	83
Tableau 4. 2 : Effet de l'émissivité des parois sur l'amplitude et la période des oscillations de $\psi_{ext}$ ...	89
Tableau 4. 3 : Effets combinés de $\varepsilon$ et du mode de chauffage sur le $Ra_{cr}$ de transition vers le régime oscillatoire. ....	104

## **LISTE DES ABREVIATIONS**

<b>BGK</b>	Bhatnagar-Gross-Krook
<b>CFD</b>	Computational Fluid Dynamic
<b>CHAS</b>	Chauffage asymétrique
<b>CHS</b>	Chauffage symétrique
<b>FHP</b>	Frish- Hasslacher- Pomeau
<b>HPP</b>	Hardy- Pomeau- de Pazzis
<b>LBM</b>	Lattice Boltzmann Method
<b>LGCA</b>	Lattice Gas Cellular Automata
<b>MDF</b>	Méthode des différences finies
<b>MEF</b>	Méthode des éléments finis
<b>MVF</b>	Méthode des volumes finis
<b>MRT</b>	Multiple relaxation Time
<b>SRT</b>	Single relaxation Time

# NOMENCLATURE

- $c_k$  = vitesses discrètes,  $k = (0, \dots, 8)/k = (0, \dots, 4)$  pour D2Q9/D2Q5
- $c_s$  = vitesse du son
- $e$  = énergie interne
- $F_x$  = composante de la force suivant la direction x, N
- $F_y$  = composante de la force suivant la direction y, N
- $f$  = vecteur des fonctions de distribution dynamiques
- $f^{eq}$  = vecteur des fonctions de distribution dynamiques à l'équilibre
- $F_{ij}$  = facteur de forme de la surface  $S_i$  à la surface  $S_j$
- $F_{ik}$  = facteur de forme de la surface  $S_i$  à la surface  $S_k$
- $G$  = radiosité adimensionnelle
- $g$  = vecteur des fonctions de distribution thermiques
- $g^{eq}$  = vecteur des fonctions de distribution thermiques à l'équilibre
- $g$  = Accélération de la pesanteur,  $m/s^2$
- $H$  = hauteur de la cavité, m
- $K_b$  = constante de Boltzmann
- $L$  = largeur de la cavité, m
- $m$  = masse moléculaire
- $m$  = vecteur des moments dynamiques
- $m^*$  = vecteur des moments dynamiques post collision
- $m^{eq}$  = vecteur des moments dynamiques à l'équilibre
- $M$  = Matrice de transition
- $n$  = vecteur des moments thermiques
- $n^*$  = vecteur des moments thermiques post collision

$n^{eq}$  = vecteur des moments thermiques à l'équilibre  
 $N$  = Matrice de transition  
 $N_r$  = nombre de rayonnement  
 $Nu$  = nombre de Nusselt moyen  
 $Pr$  = nombre de Prandtl  
 $P$  = pression adimensionnelle  
 $p$  = pression dimensionnelle, Pa  
 $q$  = puissance rayonnée, W  
 $Q_r$  = flux radiatif adimensionnel  
 $Ra$  = nombre de Rayleigh  
 $R$  = constante des gaz parfaits, J/ (mol K)  
 $S$  = matrice diagonale de relaxation  
 $t$  = temps dimensionnel, s  
 $\Delta t$  = pas de temps  
 $T$  = température dimensionnelle, K  
 $\Delta T$  = différence de température, K  
 $u$  = vecteur de vitesse, m/s  
 $u, v$  = composantes de la vitesse, m/s  
 $U, V$  = composantes adimensionnelles de la vitesse  
 $w$  = poids d'intégration  
 $x, y$  = coordonnées cartésiennes, m  
 $X, Y$  = coordonnées cartésiennes adimensionnelles  
 $\Delta x$  = pas d'espace

### ***Lettres grecques***

$\alpha$	=	diffusivité thermique du fluide, m <sup>2</sup> /s
$\beta$	=	coefficient de dilatation thermique, K <sup>-1</sup>
$\varphi$	=	angle d'inclination, °
$\varepsilon$	=	émissivité des surfaces
$\nu$	=	viscosité cinématique du fluide, m <sup>2</sup> /s
$\sigma$	=	constante de Stefan Boltzmann
$\lambda$	=	conductivité thermique, W/ (m K)
$\rho$	=	densité du fluide, Kg/m <sup>3</sup>
$\Omega$	=	opérateur de collision
$\psi$	=	fonction de courant
$\phi$	=	fonction de la quadrature de Gauss-Hermite
$\theta$	=	température adimensionnelle
$\omega$	=	fréquence de collisions
$\tau$	=	temps de relaxation
$\tau'$	=	temps adimensionnel

### ***Indices***

$c$	=	chaud
$F$	=	froid
$f$	=	dynamique
$g$	=	thermique
$k$	=	discret
$y$	=	linéaire
$cr$	=	valeur critique

*cv* = convectif  
*r* = radiatif  
*max* = maximum  
*min* = minimum  
*ext* = extremum  
0 = référence

# Introduction générale

Le transfert thermique est un processus irréversible. L'énergie thermique peut être transférée par convection, par conduction ou par rayonnement. Les phénomènes de convection apparaissent essentiellement dans les fluides et leurs études permettent de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre ces fluides et une paroi. Le transfert par conduction, nécessitant un milieu matériel, se produit principalement dans les solides. La conduction thermique existe dans les liquides et les gaz mais y est généralement masquée par la convection. Le transfert de chaleur par rayonnement ne nécessite pas de milieu matériel et l'énergie est transportée à l'aide d'ondes électromagnétiques. L'étude numérique de ces différents phénomènes de transfert thermique a fait l'objet de plusieurs travaux. En effet, l'étude numérique des écoulements de convection naturelle dans des cavités rectangulaires fermées continue d'être un domaine de recherche fertile vu son omniprésence dans la vie quotidienne ainsi que dans plusieurs applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la conception thermique des bâtiments, la conception des capteurs solaires, la climatisation, etc.

Dans la littérature, de nombreuses études portant sur le transfert de chaleur par convection à l'intérieur de cavités de formes et d'excitations thermiques différentes ont été menées au cours des dernières décennies. Néanmoins, l'étude de la convection naturelle combinée au rayonnement a suscité moins d'intérêt et de ce fait, elle reste moins documentée. En fait, dans de nombreuses applications impliquant la convection naturelle comme mécanisme de transfert de chaleur, le rayonnement thermique est présent et pourrait être négligé seulement si les températures concernées sont basses et / ou lorsque les parois des cavités de confinement ont de faibles émissivités, ce qui n'est pas le cas dans la pratique. D'après les études antérieures où le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement de surface a été pris en compte, il a été rapporté que le rayonnement affecte les structures de l'écoulement et surtout l'aspect thermique. Ceci conduit en général à une amélioration substantielle de l'échange thermique total entre les fluides confinés et les surfaces internes des enceintes. De ce fait, on peut justifier notre motivation à orienter les travaux de cette thèse vers le traitement des problèmes de couplage entre la convection naturelle et le rayonnement surfacique.

Les travaux dédiés à la convection thermique et surtout au couplage de la convection thermique et du rayonnement surfacique dans différentes géométries se sont principalement focalisés sur les cas d'enceintes soumises à des gradients de températures horizontaux (cavités différentiellement chauffées) ou verticaux (configuration de Rayleigh-Bénard). Cependant, les situations où les parois actives peuvent être assujetties à différents types de non-uniformités de la température ou à des changements brusques de cette dernière sont nombreuses. Ces situations, s'apparentant plus à la réalité, peuvent conduire à des comportements spécifiques induisant des écoulements et des transferts thermiques très différents de ceux rencontrés lorsque toute la paroi de la cavité est chauffée de manière isotherme ou à l'aide d'un flux de chaleur. L'absence de résultats pour des problèmes de convection couplée au rayonnement pour ce genre de configurations constitue le cadre essentiel de nos travaux de thèse.

Dans la majorité des travaux numériques portant sur les problèmes de transfert thermique, des méthodes numériques classiques comme la méthode des volumes finis (FVM) et la méthode des différences finies (FDM) basées sur la discrétisation des équations de Navier-Stokes et de l'équation de l'énergie ont été utilisées pour étudier le transfert de chaleur par convection naturelle pure ou lorsqu'elle est couplée au rayonnement. De nos jours, on a tendance à utiliser d'autres méthodes telle que la méthode de Lattice Boltzmann. Cette méthode mésoscopique offre une grande capacité à aborder des géométries et des conditions aux limites complexes et elle est intrinsèquement transitoire, ce qui permet d'étudier des problèmes instationnaires et de prédire d'éventuelles transitions observées dans de nombreux problèmes d'ingénierie. Tous ces avantages sont accompagnés par l'attractivité de la méthode qui devient un outil numérique efficace pour la dynamique des fluides computationnelle au cours des dernières années. Toute l'importance accordée par les chercheurs à la méthode de lattice Boltzmann nous a encouragée à fournir un énorme effort, durant la réalisation de ce travail, afin de l'étudier, de comprendre ses fondements et de savoir la mettre en œuvre pour élaborer un code de calcul numérique capable de traiter efficacement notre problème.

Cette thèse a donc pour objectif de traiter des problèmes de couplage entre la convection et le rayonnement dans des enceintes où les parois sont soumises à des conditions de chauffage non-uniformes (chauffage linéaire) et discrètes. En outre, elle a pour second objectif de développer un outil de simulation numérique performant permettant la résolution de ces problèmes. En effet, le choix s'est focalisé sur l'utilisation de la méthode de Lattice Boltzmann (LBM) vu son efficacité et sa simplicité. Plus précisément, nous avons opté dans ce travail à expérimenter le schéma à temps de relaxation multiple

(MRT) de la méthode LBM pour traiter des problèmes de couplage de convection-rayonnement dans des configurations où les parois sont soumises à des profils de température linéaires ou à des conditions de chauffage discrètes.

Le mémoire est organisé de la manière suivante : le premier chapitre présente une revue bibliographique détaillée liée à la thématique de notre travail et abordant donc les différents travaux portant sur la convection naturelle et le rayonnement thermique dans des cavités rectangulaire fermées. Les études réalisées pour des cavités ayant différents types de conditions de températures seront aussi présentées. La revue de la littérature du chapitre 1 sera clôturée par une partie dédiée à l'évolution de méthodes numériques utilisées dans la dynamique des fluides. Cette partie est focalisée principalement sur les études numériques utilisant la méthode LBM (méthode choisie dans le cadre de cette thèse).

Dans le deuxième chapitre, on s'intéresse à la méthode numérique utilisée pour la résolution du problème convectif et radiatif (Méthode de Lattice Boltzmann). Nous présentons donc un rappel de son historique, ses étapes de construction, sa théorie de base et les différentes approches et modèles sur lesquels repose cette méthode. La procédure de mise en œuvre de cette méthode sera également exposée.

Dans les troisième et quatrième chapitres sont présentés les principaux résultats des travaux réalisés dans cette thèse. Le troisième chapitre s'intéresse à l'étude numérique de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée remplie d'air, inclinée et soumise à un chauffage linéaire en utilisant la méthode MRT-LBM. Le quatrième chapitre traite, par la même approche numérique, la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité carrée refroidie par le haut et chauffée partiellement par les côtés. Deux modes de chauffage partiel ont été considérés, à savoir le chauffage symétrique et le chauffage asymétrique. Des conclusions et des perspectives seront présentées à la fin de ce mémoire.

# Chapitre 1 : Revue bibliographique

## 1.1 Introduction

Une lecture de l'introduction générale de ce mémoire nous permettra de prévoir le contenu de la revue de la littérature qui entamera donc en premier lieu les travaux portant sur la convection thermique dans des cavités rectangulaires fermées. Ensuite nous nous intéresserons aux travaux traitant les problèmes de couplage de la convection thermique et du rayonnement dans différentes géométries. La recherche bibliographique sera aussi orientée vers les travaux de convection naturelle et/ ou de convection couplée au rayonnement surfacique abordant le cas des cavités assujetties à différents types de chauffage et de refroidissement (linéaires et partiels). Finalement une bonne partie de cette revue bibliographique sera dédiée aux travaux faisant preuve de la grande importance de la méthode de Lattice Boltzmann dans la résolution des problèmes liés aux écoulements des fluides et au transfert de chaleur.

## 1.2 Revue bibliographique

### 1.2.1 Convection thermique

Une partie importante de travaux publiés dans le domaine de la convection est résumée dans les livres par Bejan (1995) et Yang (1987). Au début du XXème siècle, Henry Bénard (1900 et 1901) a réalisé un travail expérimental, qui a marqué son époque, se rapportant à la convection thermique. Ce travail a permis d'observer l'apparition des cellules de convection au sein d'un film liquide chauffé par le bas. Quinze ans plus tard, Lord Rayleigh (1916) interprète ces rouleaux comme induits par la poussée d'Archimède. Depuis, ce phénomène est connu sous le nom de convection de Rayleigh-Bénard. Le modèle de Rayleigh consiste en une couche horizontale de liquide confinée entre deux plaques parfaitement conductrices, maintenues à des températures constantes, avec celle du bas supérieure à celle du haut. Il a en plus considéré l'approximation de Boussinesq qui suppose que la densité est constante sauf dans le terme de poussée d'Archimède où elle varie linéairement avec la température. Pour ce

type de configuration, la convection n'apparaît que lorsque la différence de température dépasse un certain seuil. En effet, au-dessous de cette valeur critique, la solution reste diffusive.

Etant donné l'abondance des travaux de la littérature concernant la convection thermique dans des géométries de différentes formes, nous allons nous limiter dans le cadre de cette thèse au cas de la configuration rectangulaire. Les travaux cités sur la convection thermique se rapportent à plusieurs aspects du problème en incluant même des géométries partitionnées. Dans une étude antérieure, Hasnaoui et al. (1992) ont présenté les résultats d'une investigation numérique portant sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire inclinée où plusieurs partitions adiabatiques sont attachées sur sa paroi chauffée. La paroi opposée est isotherme et les parois restantes sont adiabatiques. Les paramètres de l'étude sont le nombre de Rayleigh, le rapport de forme, la hauteur relative des partitions, l'écart relatif entre les partitions et le nombre de Prandtl. Ils ont rapporté que le régime d'écoulement est celui de la conduction pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh. Pour des nombres de Rayleigh élevés, les pertes de chaleur à travers la paroi froide de la cavité sont considérablement réduites dans les cavités munies de partitions. Pour des cavités de faible rapport de forme, le transfert de chaleur est réduit en augmentant la longueur des partitions aux faibles valeurs de  $Ra$ . La réduction du transfert de chaleur est accentuée quand le rapport de forme  $C$  de la micro cavité est faible. Contrairement aux effets de tous ces paramètres, l'effet de l'angle d'inclinaison se caractérise par l'augmentation du transfert de chaleur en particulier pour des cavités allongées ayant des ailettes longues et pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh.

Une étude similaire a été réalisée plus tard par Bilgen (2005) dans des cavités carrées différentiellement chauffées. Une partition horizontale de faible épaisseur est attachée à la paroi chauffée. Le nombre de Rayleigh, la longueur de l'ailette, sa position, ainsi que la conductivité relative sont les principaux paramètres qui influent sur le transfert de chaleur. Les résultats présentés dans cette étude montrent que le nombre de Nusselt est une fonction croissante du nombre de Rayleigh et décroissante de la longueur de l'ailette et du rapport des conductivités. Il existe une position optimale qui est souvent au centre ou près du centre de la cavité qui conduit à une réduction importante du transfert de chaleur. Le transfert de chaleur peut être réduit jusqu'à 38% pour un choix approprié des propriétés thermiques et géométrique de la partition. Il y a cependant quelques cas correspondant à une conductivité relative  $Kr = 1$  où le transfert de chaleur est amélioré de quelques pourcents lorsque l'ailette

a une faible longueur et positionnée près des parois horizontales isolées. Finalement, l'étude montre qu'une ailette de conductivité finie, fixée sur la paroi chaude d'une cavité carrée différentiellement chauffée, conduit à une modification substantielle des champs d'écoulement et de température.

Raji et al. (2013) se sont intéressés à l'étude numérique de la convection dans une cavité carrée chauffée par le bas à l'aide d'une température constante et refroidie par le haut avec une température qui varie périodiquement dans le temps. Les résultats obtenus en régime permanent mettent en évidence l'existence de trois types de solutions et leur existence dépend fortement du nombre de Rayleigh. Il est également constaté qu'en régime variable, la structure de l'écoulement peut être complexe dépendamment du nombre de Rayleigh et de l'amplitude et la période de la température d'excitation. En outre, l'effet des paramètres liés à la température de refroidissement périodique génère différents types de convections oscillatoires qui donnent lieu à un transfert de chaleur amélioré par rapport au cas d'un refroidissement à température constante. L'existence du phénomène de résonance est prouvée et les périodes critiques conduisant à ce phénomène ont été identifiées. Pour ces périodes critiques, le refroidissement périodique améliore considérablement les pertes de chaleur par rapport au cas du refroidissement à température constante ; l'amélioration maximale observée est d'environ 46.1%.

Dou et Jiang (2016) ont étudié numériquement l'instabilité de l'écoulement et du transfert de chaleur par convection dans une cavité à ailettes fines. Les parois gauche et droite de la cavité sont différentiellement chauffées. La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE sont utilisés pour simuler l'écoulement. La théorie du gradient énergétique est utilisée pour étudier l'instabilité de l'écoulement. A partir de leurs résultats, ils ont constaté que les critères d'instabilité de l'écoulement basés sur la théorie du gradient d'énergie révèlent le mécanisme physique de l'instabilité de l'écoulement dans la convection naturelle. Les effets de la longueur des ailettes et de leurs positions sur le transfert de chaleur ont été traités. La longueur de l'ailette a un effet négligeable sur le transfert de chaleur pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh. Cependant, un transfert de chaleur efficace est atteint lorsque l'ailette est fixée à mi-hauteur de la cavité.

Karatas et Derbentli (2017-a) ont traité expérimentalement la convection naturelle dans une cavité rectangulaire. La paroi verticale gauche est la seule paroi active. Les autres parois sont adiabatiques. Le cas du rayonnement a été négligé en considérant des parois de

faibles émissivités. Les expériences sont réalisées sur des cavités rectangulaires remplies d'air et ayant différents rapports de forme. Il a été observé que dans la région centrale, la température change légèrement et que les isothermes sont concentrées près de la paroi active et leur densité augmente avec l'augmentation du rapport de forme. Des corrélations du transfert de chaleur ont été présentées pour des plages spécifiques des paramètres gouvernants.

Dans une étude très récente, Leporini et al. (2018) ont étudié expérimentalement et numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'air. Les effets de l'angle d'inclinaison et de la différence de température entre les parois chaude et froide ont été analysés. Les champs de vitesse et de température effective des parois ont été mesurés respectivement par un système de vélocimétrie par image de particules (PIV) et un ensemble de thermocouples. Il a été trouvé que le champ de vitesse est caractérisé par une structure symétrique pour une cavité non inclinée. Par augmentation de l'angle d'inclinaison, cette symétrie tend à disparaître. Des simulations numériques ont été aussi réalisées et les résultats obtenus sont en bon accord avec les mesures expérimentales.

### **1.2.2 Couplage de la convection thermique au rayonnement surfacique**

Parmi les premières études traitant le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique dans des cavités, on peut citer la contribution de Larson et Viskanta (1976) et de Kim et Viskanta (1984) qui ont examiné l'effet du rayonnement surfacique couplé à la convection naturelle laminaire dans une cavité rectangulaire. Leurs résultats montrent que la contribution du rayonnement aux transferts thermiques est plus importante que celle de la convection naturelle. De plus, l'augmentation de la température des surfaces avoisinant la paroi chaude est attribuée au rayonnement des parois. Leurs résultats indiquent également que le rayonnement réduit l'effet de la convection mais conduit en contrepartie à une augmentation du transfert de chaleur total.

Akiyama et Chong (1997) ont analysé numériquement l'interaction entre la convection naturelle et le rayonnement surfacique dans une cavité carrée remplie d'air. Leurs résultats montrent que le rayonnement modifie significativement l'écoulement du fluide et la distribution de température. De plus, les parois émissives ont un effet négligeable sur le transfert de chaleur par convection tandis que le transfert de chaleur par rayonnement augmente rapidement avec l'émissivité des surfaces internes.

L'étude numérique de Ridouane et al. (2004) sur la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée chauffée par le bas et refroidie par le haut a été réalisée par la méthode des différences finies. Similairement aux trois dernières références ci-dessus, les résultats de cette étude montrent que l'émissivité des parois a un faible effet sur le transfert de chaleur par convection (le nombre de Nusselt convectif subit une légère diminution avec l'augmentation de l'émissivité des parois) et une forte influence sur la composante radiative du transfert thermique (le nombre de Nusselt radiatif augmente de manière monotone avec l'émissivité des parois). En outre, dans cette étude les résultats obtenus montrent l'apparition d'un régime d'écoulement oscillatoire. Cependant, le rayonnement a un effet important sur la transition vers ce régime. L'augmentation de l'émissivité des surfaces retarde le passage de la solution stable à la solution oscillatoire. Les résultats montrent également que la transition d'une solution stationnaire à une solution chaotique peut se produire simplement en augmentant l'émissivité des parois.

Wang et al. (2006) ont développé un code numérique pour étudier l'effet du rayonnement surfacique sur la convection naturelle dans une cavité carrée délimitée par des parois verticales isothermes et des parois horizontales adiabatiques. Une analyse des résultats a montré que le flux thermique radiatif varie linéairement soit avec la différence de température maximale imposée, soit avec la hauteur dimensionnelle de la cavité. Les résultats montrent également que le rayonnement contribue à réduire la valeur du nombre de Rayleigh critique caractérisant l'apparition de l'instationnarité.

De leur part, Mezrhab et al. (2006) ont étudié numériquement le couplage de la convection naturelle et du rayonnement dans une cavité contenant un bloc carré dans son centre. La cavité est isolée sur ses parois horizontales et les parois latérales sont maintenues à des températures constantes. Un modèle numérique, basé sur la méthode des volumes finis, a été utilisé pour résoudre les équations différentielles gouvernant le problème. Une analyse des résultats a montré que le rayonnement contribue à l'homogénéisation de la température à l'intérieur de la cavité et à une augmentation considérable du nombre de Nusselt moyen, en particulier lorsque le rapport des conductivités thermiques solide-fluide et le nombre de Rayleigh sont élevés. Il a été constaté également que le transfert de chaleur est insensible à la conductivité thermique du bloc interne lorsque l'échange radiatif est absent. Cependant, le transfert de chaleur dans la cavité augmente avec l'augmentation de la conductivité thermique lorsque l'effet du rayonnement est pris en compte.

Saravanan et Sivaraj (2013 et 2015) ont étudié numériquement l'interaction entre le rayonnement surfacique et la convection naturelle dans une cavité remplie d'air avec une plaque mince placée en son centre. Cette plaque est soumise à un chauffage uniforme et non uniforme. Les résultats obtenus montrent que le rayonnement contribue à une bonne homogénéisation de la température pour les deux types de chauffage et conduit à une réduction de la différence de température entre les parois isolées. De plus, le taux de transfert de chaleur d'une plaque placée verticalement était toujours supérieur à celui d'une plaque orientée horizontalement. Les résultats montrent également que la contribution de la convection au transfert de chaleur global augmente avec l'émissivité lorsque la plaque est placée horizontalement alors que cette contribution diminue lorsque la plaque est placée verticalement.

Saravanan et Sivaraj (2014) ont considéré le même problème dans le cas d'un bloc chauffé et placé au centre de la cavité. Les parois verticales sont refroidies et les parois horizontales sont isolées. Le problème a été résolu en utilisant la méthode des volumes finis. Ils ont trouvé que l'effet du rayonnement n'est significatif que lorsque le nombre de Rayleigh est suffisamment élevé. Dans une étude ultérieure, Saravanan et Sivaraj (2017) ont examiné le cas d'un bloc isotherme ou générant de la chaleur à un taux constant. L'étude comparative a permis de montrer qu'en présence de l'effet du rayonnement, l'écoulement induit par la force de poussée est favorisé dans le cas d'un bloc isotherme, alors qu'il est retardé dans le cas d'un bloc générant de la chaleur.

Bouafia et al. (2015) ont étudié la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée différentiellement chauffée avec des effets non-Boussinesq et pour de grandes différences de température. L'étude a été réalisée avec un code numérique à deux dimensions basé sur la méthode des volumes finis. Les résultats révèlent que l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur sont fortement influencés par l'effet du rayonnement. Le rayonnement réduit / augmente le transfert de chaleur par convection au niveau de la paroi chaude / froide. De plus, le rayonnement engendre un refroidissement / chauffage de la paroi adiabatique supérieure / inférieure. Le transfert de chaleur total sur les parois verticales augmente avec l'augmentation de l'émissivité. Les résultats montrent également que l'effet du rayonnement favorise et conduit à une transition précoce vers le régime instationnaire.

Récemment, l'effet du rayonnement sur la convection naturelle transitoire dans une cavité chauffée différentiellement avec une paroi verticale ondulée a été étudié numériquement par Sheremet et Miroshnichenko (2016). La cavité est délimitée par des parois verticales isothermes et des parois horizontales adiabatiques. Le problème a été résolu par la méthode des différences finies. Dans cette étude, les effets du nombre de Rayleigh, de l'émissivité des surfaces, du nombre d'ondulation de la paroi verticale et du rapport de forme de la cavité ont été traités. Il a été trouvé que le nombre de Nusselt total sur la paroi verticale ondulée est une fonction croissante du nombre de Rayleigh, de l'émissivité des surfaces et de la forme des ondulations concaves et une fonction décroissante du nombre et de la forme des ondulations convexes.

Karatas et Derbentli (2017-b) ont réalisé une étude expérimentale tridimensionnelle de la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité rectangulaire remplie d'air. Les résultats de cette étude ont montré que le gradient de température le plus important est situé à mi-hauteur de la cavité et que le profil de température le long de la longueur est insensible à la variation de la profondeur de la cavité. Il a été trouvé que le nombre de Nusselt local change légèrement avec la profondeur dans la région centrale de la cavité et change largement dans les régions proches de la paroi active. La distribution du nombre de Nusselt le long de la hauteur de la cavité est plus uniforme dans la moitié supérieure.

Karatas et Derbentli (2018) ont mené ensuite une étude expérimentale sur la convection naturelle couplée au rayonnement dans des cavités rectangulaires remplies d'air, ayant différents rapports de forme et refroidies localement à partir d'une paroi verticale. Un dissipateur thermique local, placé à mi-hauteur dans la direction verticale, a été placé sur la paroi de gauche. Sur la base de plusieurs valeurs moyennes, une corrélation du transfert de chaleur a été proposée. Le nombre moyen de Nusselt augmente significativement en diminuant le rapport de forme de la cavité.

### **1.2.3 Conditions de chauffage et de refroidissement non uniformes (linéaires) et partielles**

La revue de la littérature montre que dans la plupart des problèmes étudiés, les conditions aux limites thermiques correspondent au cas de parois isothermes. Cependant, dans

de nombreuses applications d'ingénierie, l'énergie fournie au système n'est pas constante sur toute la surface active. Les collecteurs solaires et les cartes de circuits imprimés sont des exemples de tels systèmes soumis à des conditions aux limites thermiques non uniformes. De plus, les comportements thermiques et dynamiques d'un fluide soumis à des conditions aux limites thermiques non uniformes sont impossibles à prédire sur la base des résultats obtenus avec des conditions constantes de température ou de flux de chaleur uniformes. Ceci justifie la présence de certains travaux dans la littérature dans lesquels l'aspect local et variable des conditions aux limites thermiques a été considéré.

### **1.2.3.1 Chauffage et refroidissement non uniformes (profil linéaire)**

Dans leur étude, Sathiyamoorthy et al. (2007-a) ont traité numériquement l'écoulement de convection naturelle dans une cavité carrée fermée. La paroi inférieure est chauffée uniformément et les parois verticales sont chauffées linéairement, tandis que la paroi supérieure est isolée. Le problème a été résolu par la méthode des éléments finis. Les résultats numériques obtenus montrent que le chauffage linéaire des parois latérales, pour des valeurs de Rayleigh  $Ra \geq 7 \times 10^4$ , conduit à l'apparition d'une paire de cellules secondaires symétriques dans la moitié inférieure de la cavité. Lorsque la paroi de gauche est chauffée linéairement et la paroi de droite est refroidie, la circulation secondaire apparaît uniquement au voisinage de la moitié supérieure de la paroi chauffée linéairement pour  $Ra = 10^5$ .

Oztop et al. (2012) ont traité un problème de convection naturelle dans une cavité inclinée remplie d'un nanofluide. La cavité est chauffée de manière linéaire sur une paroi et refroidie sur la paroi opposée. Les parois restantes sont adiabatiques. Les équations régissant le problème sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats de cette étude ont montré que pour une cavité non inclinée, la température non uniforme de la paroi chauffée linéairement conduit à l'apparition de petites cellules dans le coin supérieur gauche de la cavité adjacent à la partie la moins chauffée de cette paroi. Ils ont constaté aussi que le transfert de chaleur dans la cavité augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Toutefois, le taux d'augmentation est plus élevé pour les enceintes à faible nombre de Rayleigh dans lesquelles le transfert de chaleur par conduction est le mode le plus dominant. Pour  $Ra = 10^3$ , le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison tandis qu'il diminue, pour  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^5$ , avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de  $30^\circ$  à  $60^\circ$ , et augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de  $60^\circ$  à  $90^\circ$ .

Une simulation numérique bidimensionnelle est réalisée par El Mansouri et al. (2017) pour étudier les caractéristiques de l'écoulement de convection naturelle et du transfert de chaleur dans une cavité carrée remplie par un fluide micropolaire. Les parois inférieure et supérieure de la cavité sont respectivement soumises à un chauffage et à un refroidissement isotherme tandis que les parois verticales sont chauffées linéairement. La méthode de Lattice-Boltzmann se basant sur le schéma à temps de relaxation multiple (MRT) a été utilisée pour résoudre le problème. Les effets combinés du nombre de Rayleigh et du paramètre matériel (viscosité du vortex) sur la multiplicité des solutions et des valeurs critiques de  $Ra$  à partir desquelles les transitions vers un régime instable se produisent sont étudiés pour  $Pr = 7$  (eau). Une augmentation du paramètre matériel augmente les valeurs critiques du nombre de Rayleigh, ce qui confirme l'effet stabilisant du fluide micropolaire par rapport au cas newtonien.

Dans la littérature, on remarque aussi l'existence d'autres types de travaux s'intéressant à l'aspect linéaire des conditions aux limites thermiques. A titre d'exemples, on peut citer les travaux s'intéressant à la convection naturelle dans les milieux poreux [Sathiyamoorthy et al. (2007-b), Basak et al. (2007)], à la convection mixte dans les milieux poreux [Basak et al. (2010), Ramakrishna et al. (2012)], ou encore à des problèmes de convection tenant en compte l'effet du champ magnétique [Kefayati (2012), Mahmoudi et al. (2014)]. Sur la base de cette revue de la littérature, il apparaît un manque remarquable de travaux sur la convection naturelle couplée au rayonnement dans des cavités rectangulaires soumises à des conditions de chauffage linéaires.

### **1.2.3.2 Chauffage et refroidissement partiels**

L'étude de la convection naturelle dans les cavités contenant des sources de chaleur est une extension des études originales qui considéraient le cas de parois isothermes. Dans cette partie de la revue de la littérature, il s'agit donc de présenter brièvement et de rapporter les principaux résultats liés à la convection naturelle ou à la convection naturelle couplée au rayonnement dans le cas d'une cavité soumise à un chauffage localisé.

La configuration la plus simple pour ce genre de problème est basée sur la présence d'une seule source de chaleur. Dans ce contexte, Calcagni et al. (2005) ont réalisé une étude qui a permis la détermination expérimentale et numérique de l'évolution du taux de transfert

de chaleur dans une enceinte carrée partiellement chauffée par le bas. La source de chaleur est située sur la surface inférieure de la cavité. Les deux parois verticales sont refroidies et les autres parois sont adiabatiques. Au cours de la même année, Sharif et Mohammad (2005) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire partiellement chauffée par le bas (chauffage centré), refroidie de manière isotherme par les côtés et isolée par la paroi supérieure. Les paramètres gouvernants sont la longueur relative de la source de chaleur, le nombre de Grashof, le rapport de forme de la cavité et son inclinaison ainsi que l'émissivité de la source de chaleur. D'après les résultats de cette étude, les auteurs ont constaté qu'une augmentation de la dimension de la source de chaleur conduit à une amélioration du transfert de chaleur.

Oztop et al. (2008) ont étudié numériquement l'effet du chauffage partiel sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide au sein d'une enceinte carrée remplie de nanofluides. La source de chauffage est placée sur la paroi verticale gauche. La température de la paroi verticale droite est inférieure à celle de l'élément chauffant et les autres parois sont isolées. La taille et la position de l'élément chauffant ont été variées ainsi que le nombre de Rayleigh, le facteur de forme de la cavité et la fraction volumique des nanoparticules. Ils ont constaté que l'augmentation de la taille de l'élément chauffant améliore le transfert de chaleur et que son emplacement affecte considérablement la structure de l'écoulement et les champs de température.

Dans la littérature, il existe d'autres travaux qui ont considéré le cas de plusieurs sources de chaleur. Ainsi, Valencia et Frederick (1989) ont analysé numériquement la convection naturelle de l'air dans une cavité carrée avec des parois partiellement actives. L'effet de la position des éléments actifs sur le transfert de chaleur a été étudié. Les résultats obtenus montrent que le taux de transfert de chaleur est favorisé lorsque la source de chaleur est placée au milieu de la paroi.

Dans le même contexte, Gururaja Rao et al. (2005) ont étudié numériquement le transfert de chaleur multimode dans un dispositif électronique de forme carrée et doté de trois sources de chauffage discrètes et identiques. Ils ont examiné l'effet des paramètres régissant la distribution de la température locale et la température maximale. Les contributions relatives de la convection et du rayonnement sur la chaleur dissipée par le système ont été aussi quantifiées. L'effet important du rayonnement sur les résultats obtenus est également mis en évidence.

Bahlaoui et al. (2007) ont étudié numériquement l'interaction entre la convection naturelle et le rayonnement thermique dans une enceinte horizontale chauffée discrètement par le bas. Le chauffage est assuré par trois sources de chaleur de même dimension. Les résultats de l'étude montrent une multiplicité de solutions dont les plages d'existence dépendent du nombre de Rayleigh et de l'émissivité des parois. Dans le cas d'une cavité inclinée, Bahlaoui et al. (2006) montrent aussi l'existence de solutions multiples dont le nombre est affecté par la présence du rayonnement. Plus précisément, l'augmentation de l'émissivité des parois conduit à une réduction du nombre de solutions pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh alors que l'augmentation de ce paramètre favorise la multiplicité des solutions pour toutes les valeurs considérées de l'émissivité.

Mobedi et al. (2010) ont traité numériquement le problème de transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée ayant des parois verticales partiellement chauffées et refroidies. Les effets de la longueur de la source de chaleur et du nombre de Rayleigh sur les transferts de chaleur à travers la cavité sont étudiés. Alam et al. (2012) ont aussi présenté une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire. La cavité est chauffée partiellement sur la moitié inférieure de la paroi verticale gauche et refroidie partiellement sur la moitié supérieure de la paroi verticale droite. Les parois restantes sont adiabatiques. Ces deux études comparables ont permis de conclure que l'augmentation de l'intensité de la source de chaleur (augmentation de  $Ra$ ) conduit à l'intensification de l'écoulement à l'intérieur de la cavité et à l'amélioration du transfert de chaleur.

El Ayachi et al. (2012) ont étudié numériquement l'interaction entre le rayonnement et la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'air et discrètement chauffée et refroidie sur les quatre parois. Dans cette étude, la paroi active inférieure est à une température plus élevée que celle de la paroi active supérieure. En comparaison avec le cas de la convection naturelle pure, les résultats présentés montrent que le transfert de chaleur à travers les éléments actifs de la cavité peut être favorisé avec l'augmentation de l'émissivité des parois actives, alors que l'émissivité des parois isolées n'a aucun effet significatif. Différents modes de chauffage et de refroidissement ont été considérés et montrent un ralentissement ou une intensification de la circulation du fluide en fonction du gradient vertical de la température.

#### 1.2.4 Méthodes numériques de résolution : Méthode de Lattice Boltzmann

Dans toutes les références évoquées précédemment, des méthodes numériques classiques telles que la méthode des différences finies et la méthode des volumes finis ont été utilisées (à l'exception des références Kefayati et al. (2012), Mahmoudi et al. (2014) et El Mansouri et al. (2017) qui ont utilisé la LBM mais pour des problèmes où le rayonnement a été négligé). Au cours de ces dernières années, le nombre de chercheurs s'intéressant à la méthode de Lattice Boltzmann a connu une augmentation régulière vue qu'elle se distingue par sa capacité d'être exécutée en parallèle et par la simplicité de son utilisation.

Mezrhab et al (2010) ont développé une double équation de Lattice Boltzmann à deux temps de relaxation multiple (2-MRT-TLBE) pour prédire les écoulements convectifs dans une cavité carrée différentiellement chauffée et remplie d'air ( $Pr = 0.71$ ). Dans ce travail, ils ont proposé un schéma numérique MRT-D2Q9 et un schéma MRT-D2Q5 pour résoudre respectivement les champs d'écoulement et de température. L'objectif principal de cette étude est de montrer la précision et l'efficacité de la méthodologie proposée.

Dans l'étude de Kalteh et Hasani (2013), l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nanofluide dans une enceinte en forme de  $L$  sont étudiés numériquement en utilisant la méthode de Lattice Boltzmann. Les effets de différents paramètres tels que le nombre de Rayleigh, le rapport de forme du canal, la concentration volumique et le diamètre des nanoparticules sur les champs d'écoulement et de température ont été traités. Les résultats obtenus montrent que pour toute la gamme du nombre de Rayleigh et du rapport de forme du canal, l'augmentation de la concentration volumique des nanoparticules améliore le nombre de Nusselt moyen. De plus, le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du diamètre des nanoparticules et cet effet est plus prononcé pour des concentrations volumiques élevées.

L'étude d'El Abdallaoui et al. (2014) confirme la robustesse et l'efficacité computationnelle de la méthode de Lattice Boltzmann dans la simulation de la convection naturelle entre un corps triangulaire isocèle chauffé et un cylindre extérieur carré refroidi. Le corps chauffé est placé symétriquement sur l'axe vertical de la cavité avec le sommet opposé à sa base horizontale pointant vers le haut. L'effet de la position du corps chauffé sur l'écoulement du fluide et les caractéristiques du transfert de chaleur pour une large gamme du nombre de Rayleigh a été étudié en utilisant l'eau comme fluide caloporteur. La méthode utilisée est validée par des travaux antérieurs utilisant des méthodes numériques classiques

pour résoudre les équations de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie dans des géométries similaires avec un corps de chauffage circulaire.

Hoseinpour et al. (2017) ont choisis la méthode de Lattice Boltzmann comme méthode numérique pour déterminer les effets de différentes valeurs de la porosité, de la fraction volumique et des nombres de Rayleigh et de Darcy sur la génération d'entropie et le transfert de chaleur. Cette étude a été comparée à d'autres études numériques. Les résultats de ces comparaisons ont montré que le modèle de Lattice Boltzmann constitue une approche appropriée pour révéler les effets des nanofluides sur le transfert de chaleur dans les structures poreuses. Il a été trouvé également que l'utilisation des nanofluides réduit la génération de l'entropie totale et améliore le transfert de chaleur.

Dans l'étude d'Alkshaish et Esfahan (2017), la convection laminaire et turbulente à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire isolée sur ses parois latérales a été traitée. Les parois inférieure et supérieure sont maintenues à des températures constantes. Pour résoudre ce problème, le modèle à simple temps de relaxation BGK (Bhatnagar-Gross-Krook) de la méthode de Lattice Boltzmann a été utilisé. Comme pour toutes les études citées précédemment utilisant la méthode LBM, il a été trouvé que cette méthode est très efficace pour la simulation du transfert de chaleur par convection naturelle pour les régimes laminaire et turbulent. Les résultats ont montré que contrairement au régime laminaire où le nombre de Nusselt est atteint pour un état stationnaire, la variation du nombre de Nusselt au cours du temps pour le régime turbulent est périodique ou chaotique selon la valeur du nombre de Rayleigh. En effet, l'augmentation du nombre de Rayleigh conduit à l'augmentation des fluctuations du nombre de Nusselt avec le temps.

Dans l'étude de Yang et al. (2017), la méthode de Lattice Boltzmann est utilisée pour simuler les régimes d'écoulements stationnaire et oscillatoire de la convection naturelle dans un anneau horizontal pour différentes valeurs des nombres de Prandtl  $0.1 \leq Pr \leq 0.7$  et de Rayleigh  $10^3 \leq Ra \leq 5 \times 10^5$ . Différents régimes d'écoulement ont été obtenus dépendamment des valeurs de ces paramètres gouvernants. En effet, ces auteurs ont trouvé qu'en augmentant le nombre de Rayleigh, le régime d'écoulement devient de plus en plus complexe et passe d'un état permanent à un état oscillant. De plus, ils ont observé que l'augmentation du nombre de Prandtl retarde la transition vers le régime d'écoulement oscillatoire tandis que l'augmentation du rapport de forme de l'anneau accélère cette transition.

Dans le travail de Alouah et al. (2017), la méthode de Lattice Boltzmann a été utilisée pour analyser l'écoulement de convection naturelle et le transfert de chaleur dans une cavité carrée contenant une plaque mince chauffée et placée verticalement au centre de la cavité. Les parois verticales de la cavité sont adiabatiques tandis que ses parois horizontales sont maintenues à des températures constantes. Les résultats ont montré que l'augmentation de la taille de la plaque chauffante améliore le transfert de chaleur.

La littérature a montré que la méthode de Lattice Boltzmann peut s'étendre à d'autres types de problèmes. Dahani et al. (2017) ont expérimenté la méthode LBM pour modéliser numériquement la convection mixte dans une cavité entraînée remplie d'un nanofluide. Très récemment, Hasnaoui et al. (2018) ont étudié le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée en présence de l'effet Soret et d'une génération de chaleur volumique en utilisant une méthode numérique hybride (Méthode de Lattice Boltzmann - méthode des différences finies).

Pour le traitement du problème de couplage de la convection et du rayonnement, certains auteurs ont utilisé la méthode de Lattice Boltzmann pour le calcul des vitesses et les méthodes classiques pour la résolution de l'équation de l'énergie. Cette méthode numérique hybride a été utilisée par Mezrhab et al. (2007) pour étudier les phénomènes de couplage de la convection naturelle au rayonnement dans une cavité carrée. Les parois horizontales sont isolées et les parois verticales sont isothermes. Une tige d'épaisseur finie et de hauteur variable est située verticalement au centre de la cavité. Les résultats obtenus montrent que le rayonnement thermique uniformise les températures dans les deux chambres de l'enceinte et augmente la différence entre leurs températures moyennes. Il contribue également à l'augmentation du débit massique dans l'espace délimité par les parois isothermes et la tige. De plus, il a été trouvé que le nombre de Nusselt et la force de l'écoulement augmentent lorsque la différence de température maximale et la largeur de la cavité augmentent.

Dans le même contexte, Moufekkik et al. (2012) ont utilisé un schéma hybride regroupant le schéma à temps de relaxation multiple de la méthode de Lattice Boltzmann (MRT-LBM) et la méthode des différences finies (FDM). Ils ont étudié la convection doublement diffusive couplée au rayonnement volumique dans une enceinte carrée différentiellement chauffée. Les températures et les concentrations sont imposées sur les parois verticales, tandis que les parois horizontales sont isolées et imperméables. Toutes les parois de la cavité sont supposées opaques, diffuses et grises. Ils ont trouvé que le

rayonnement réduit le transfert de chaleur convectif et total, mais n'a pratiquement aucune influence sur le transfert de masse.

Dans leur étude, Sun et Zhang (2016) ont combiné la méthode de Lattice Boltzmann (LBM) et la méthode des volumes finis (FVM) pour résoudre un problème de couplage de la conduction transitoire avec le rayonnement. Les tests réalisés dans ce travail sont en bon accord avec la littérature et il a été conclu que la méthode utilisée est capable de résoudre efficacement le problème traité. En outre, ces auteurs ont déclaré que même pour un problème de transfert de chaleur plus complexe (couplage convection-rayonnement), la méthode numérique utilisée sera de la même simplicité.

D'autres auteurs ont testé avec succès la capacité de la méthode LBM à étudier le couplage de la convection et du rayonnement. Plus explicitement, Banda et al. (2007) ont travaillé sur deux exemples d'essais correspondant à un couplage de la convection naturelle et du rayonnement et à un couplage de la convection forcée et du rayonnement dans une cavité carrée pour évaluer la performance des méthodes numériques proposées. Les résultats démontrent la grande précision des méthodes utilisées et leurs capacités à résoudre les écoulements thermiques pour toutes les valeurs considérées des nombres de Rayleigh et de Reynolds. En outre, il a été observé que dans les deux cas étudiés, la différence de température et le champ de vitesse sont affectés par la présence du rayonnement.

Yao et al. (2017) ont traité par la LBM la convection naturelle couplée au rayonnement volumique lors d'un phénomène de changement de phase. La validation de la méthode développée a été vérifiée pour trois types de problèmes de transfert de chaleur (rayonnement pur, conduction couplée au rayonnement et convection naturelle couplée au rayonnement). Les résultats comparatifs ont été jugés très cohérents et prouvent la capacité du modèle proposé à traiter de tels problèmes.

### **1.3 Conclusion**

Cette revue de littérature a mis en évidence l'impact notable du rayonnement. En effet, les résultats des travaux portant sur le rayonnement surfacique couplé à la convection thermique ont montré que l'émissivité des parois joue un rôle important et contribue à l'amélioration du transfert de chaleur global à travers les cavités. De plus le rayonnement surfacique ne pourrait être négligé que lorsque les températures impliquées sont faibles et / ou

lorsque les parois des cavités ont de faibles émissivités, ce qui n'est pas le cas dans la plupart des situations pratiques. Cela signifie que l'étude des problèmes de transfert thermique serait considérablement tronquée si l'effet du rayonnement surfacique était négligé. Aussi, d'après la revue bibliographique, il semble clair le manque de travaux portant sur la convection naturelle couplée au rayonnement dans les cavités rectangulaires ayant des parois soumises à des excitations thermiques non uniformes ou à chauffage et refroidissement discrets. Par la suite, le sujet a besoin d'efforts supplémentaires pour améliorer les connaissances dans ce domaine. En passant à la partie bibliographique qui s'intéresse aux méthodes numériques, nous avons constaté que la méthode de Lattice Boltzmann devient de plus en plus utilisée vue qu'elle présente de nombreux avantages par comparaison aux méthodes classiques (robustesse, facilités offertes pour le traitement de problèmes complexes, économie en temps de calcul, ...). On peut aussi remarquer que pour des cavités ayant des parois soumises à des conditions de chauffage et de refroidissement linéaires ou partielles, il n'y a pas d'études, à notre connaissance, utilisant la méthode de Lattice Boltzmann pour traiter les problèmes de couplage de la convection et du rayonnement.

# Chapitre 2 : Méthode de Boltzmann sur réseau

## 2.1 Introduction

La dynamique des fluides est une branche de la physique notoirement difficile. Les difficultés ne sont guère surprenantes, tout le monde peut observer que le comportement d'un fluide est plus compliqué que celui d'un solide. Le fluide comme le solide peut subir des oscillations linéaires, mais le fluide peut en plus circuler autour des obstacles et dans de nombreuses circonstances s'enrouler et former des vortex. Ce comportement est intrinsèquement non linéaire et difficile à comprendre. Il existe un ensemble de méthodes numériques, analytiques ou expérimentales permettant d'obtenir une solution d'un problème de dynamique de fluide et/ou de transfert de chaleur. Cette solution conduit à la connaissance préalable et détaillée de la structure de l'écoulement du fluide, de la distribution de la température et du taux de transfert de chaleur. L'approche analytique permet d'avoir des solutions exactes. Cependant elle est limitée pour des cas très particuliers en formulant un certain nombre d'hypothèses lorsque celles-ci sont justifiables. L'approche expérimentale est certainement celle qui représente le mieux la réalité. En contrepartie, elle est souvent difficile à mettre en œuvre. Sans oublier qu'elle peut être très coûteuse. Finalement l'approche numérique, avec laquelle nous travaillons dans cette étude, permet de faire moins d'hypothèses qu'une approche analytique et permet de traiter des problèmes relativement complexes. De plus, avant toute réalisation expérimentale, une étude numérique préliminaire s'impose et est souvent réalisée. De ce fait, on peut comprendre les efforts et les progrès accomplis dans la dynamique des fluides par la voie numérique, désignée souvent par CFD (Computational Fluid Dynamic).

Parmi ces grands progrès, nous pouvons citer l'étape importante de transition de l'utilisation des méthodes numériques conventionnelles (méthode des éléments finis, MEF, méthode des différences finies, MDF, méthode des volumes finis, MVF, ...) vers la méthode de Lattice Boltzmann. Depuis son développement à la fin des années 1980, le nombre de chercheurs s'y intéressant a connu une augmentation régulière vue qu'elle présente un grand intérêt pour l'amélioration de l'étude des systèmes simples ou complexes. En effet, pour certaines équations aux dérivées partielles non linéaires décrivant le mouvement des fluides

(équations de Navier-Stokes), il est difficile d'obtenir une solution numérique sans recourir à des approximations. La méthode de Lattice Boltzmann constitue une méthode d'approximation de ces équations. En outre, contrairement aux méthodes traditionnelles, la méthode LBM se distingue par sa stabilité numérique, sa précision et sa capacité d'être exécutée en parallèle [Obrecht et al. (2011)]. Cette méthode se caractérise en plus par son temps de calcul réduit comparé aux méthodes classiques.

## **2.2 Cadre théorique de la méthode de Lattice Boltzmann**

### **2.2.1 Origine de la méthode de Lattice Boltzmann**

Afin de travailler avec la méthode de Lattice Boltzmann (LBM), il est nécessaire de prendre du recul pour découvrir les origines et les étapes de construction de cette méthode. Le fondement de la méthode de Lattice Boltzmann est basé sur le développement de la physique statistique. Cette dernière fut introduite sous la forme de la théorie cinétique des gaz à partir de la seconde moitié du XIX<sup>ème</sup> siècle par Lord Kelvin, James Clerk Maxwell et Ludwig Boltzmann. Au niveau macroscopique, le fluide est considéré comme continu et il est décrit à l'aide des équations aux dérivées partielles de l'hydrodynamique. L'hypothèse de continuité n'est valide que lorsque les propriétés macroscopiques (pression, vitesse, température, etc.) sont insensibles à la position et à la vitesse des particules qui composent le fluide. Cependant, si cette supposition n'est pas valide, il devient nécessaire de modéliser statistiquement le mouvement des particules ou modéliser directement les interactions entre les molécules. Au niveau microscopique, le fluide est vu comme des molécules individuelles. Le premier objectif de la cinétique des gaz est d'établir une relation entre les quantités macroscopiques et les caractéristiques moléculaires pour expliquer les comportements macroscopiques en termes de caractéristiques microscopiques. A partir de là, l'idée principale de Ludwig Boltzmann était de combler l'écart entre les échelles macroscopiques et les échelles microscopiques en ne considérant pas le comportement d'une particule seule mais le comportement d'un ensemble de particule en tant qu'unité. Ainsi, Boltzmann en 1872, propose sa célèbre équation (équation 2.1) décrivant l'évolution spatio-temporelle d'une fonction  $f$  représentant la distribution des particules ayant une vitesse donnée à un endroit et à un temps donnés. Cette fonction est souvent appelée fonction de distribution et dépend donc de l'espace, de la vitesse et du temps :  $f = f(x, c, t)$ .

En plus de la physique statistique la méthode de lattice Boltzmann découle des méthodes de gaz sur réseau nommé également LGCA (Lattice Gaz Cellular Automata). Le terme gaz sur réseau désigne une famille d'automates cellulaires destiné à résoudre les équations de Navier Stokes et donc de modéliser et simuler le comportement des fluides. En effet, les automates cellulaires apparaissent pour la première fois dans la seconde moitié du XXème siècle avec Stanislas Ulam, John Von Neumann (1963 et 1966) et Konra Zuse (1970), et ce n'est que quelques années plus tard que Hardy et al. (1973) utiliseront ces automates cellulaires pour des simulations en mécanique des fluides. Le modèle HPP au nom de ses créateurs Hardy, Pomeau et de Pazzis fut donc le premier modèle LGCA. Frish, Hasslacher et Pomeau (1986), créent le modèle FHP (Figure 2.1) caractérisé par une symétrie meilleure que celle du modèle HPP. Les fondements théoriques de la LGCA ont été formulés peu après par Wolfram (1986) et Frish et al. (1987). Malgré le volume des travaux réalisés en LGCA, le principal inconvénient demeurait le bruit statistique, ce qui limitait les applications de ce nouvel outil. Afin de résoudre ce problème, la méthode LBM a été proposée. McNamara et Zanetti (1988) se sont retournées vers l'équation de Boltzmann et ont remplacé les variables booléennes des méthodes LGCA par une fonction de distribution des particules. En peu de temps, il est apparu que toutes les autres anomalies affectant la LGCA pouvaient être éliminées naturellement par la LBM. En conséquence, la méthode de Lattice Boltzmann a rapidement évolué pour devenir un sujet de recherche autonome [Succi (2011)]. Pour conclure cette section, sur la figure 2.2 issue du manuscrit de thèse de Simon Marié (2008) sont représentés les moments historiques les plus importants dans l'avènement de la méthode Boltzmann sur Réseau. Les cadres en pointillés indiquent les premiers modèles à vitesses discrètes sans discrétisation spatiale et temporelle.

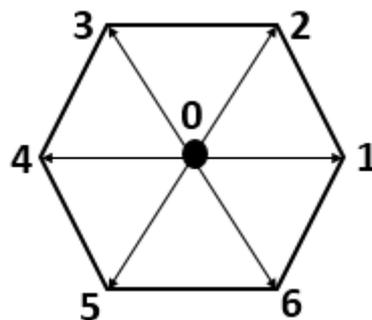


Figure 2. 1: Modèle FHP.

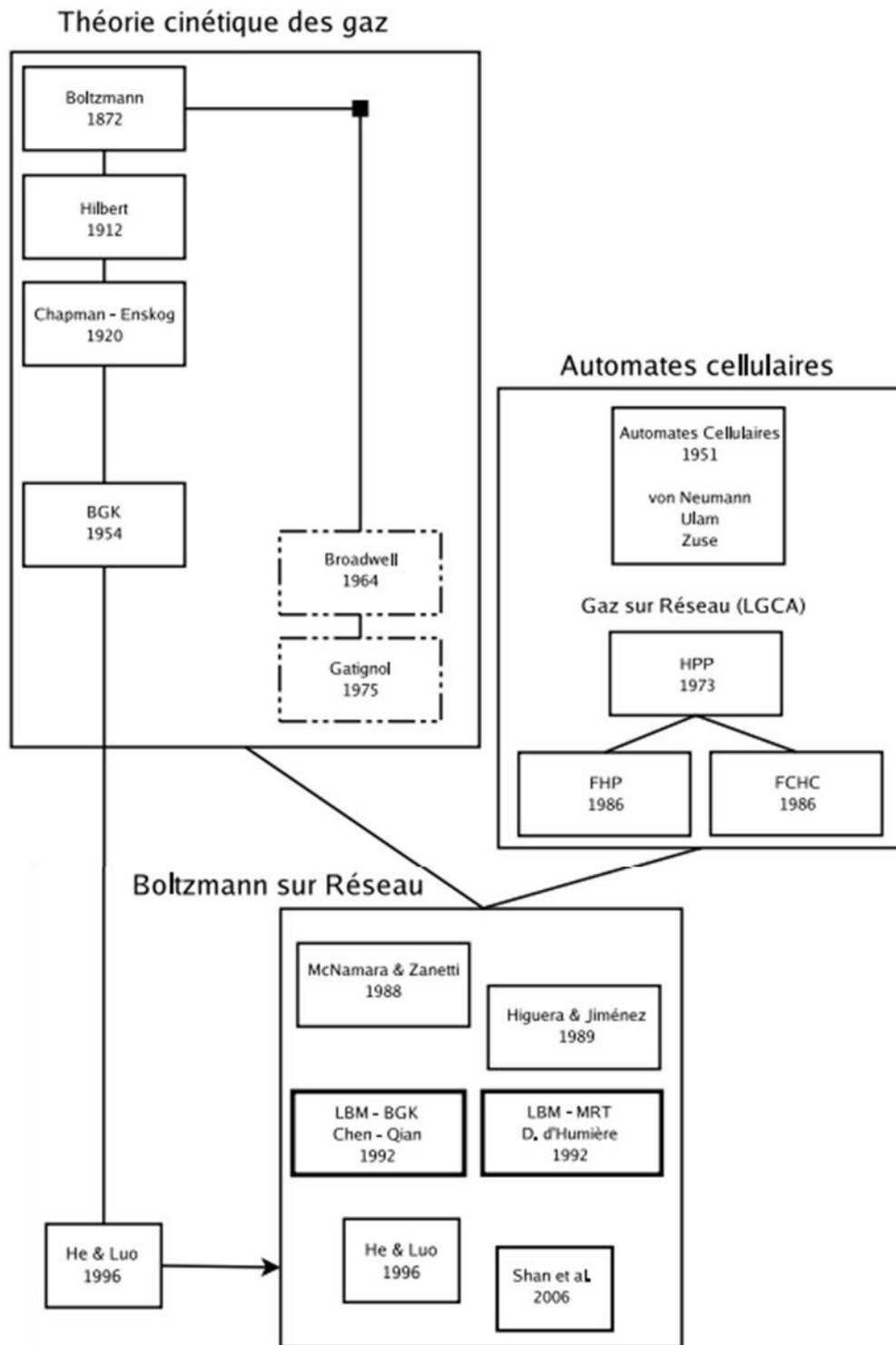


Figure 2.2 : Figure issue du manuscrit de thèse de Simon Marié (2008) "Chronologie récapitulative des moments historiques importants dans l'avènement de la méthode Boltzmann sur Réseau. Les cadres en pointillés indiquent les premiers modèles à vitesses discrètes sans discrétisation spatiale et temporelle."

## 2.2.2 Equation de transport de Boltzmann

L'équation de Boltzmann est une équation intégral-différentielle de la théorie cinétique. Elle décrit le comportement statistique d'un système thermodynamique hors équilibre. En effet la fonction de distribution  $f(x, c, t)$  qui permet de réaliser cette description correspond au nombre de particules à l'instant  $t$  situées entre  $x$  et  $x + dx$  et qui ont des vitesses entre  $c$  et  $c + dc$ . L'équation de Boltzmann s'exprime de la manière suivante [Mohamad (2007)] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \nabla f = \Omega(f) \quad (2.1)$$

Avec  $f$  désignant la fonction de distribution des particules sur l'espace des phases,  $x$  la position,  $c$  la vitesse,  $t$  le temps et  $\Omega$  l'opérateur de collision.

A partir des moments de la fonction de distribution, nous pouvons obtenir les expressions des variables macroscopiques qui sont la densité du fluide  $\rho(x, t)$ , la quantité de mouvement  $\rho(x, t)u(x, t)$  et l'énergie interne  $e(x, t)$  :

$$\rho(x, t) = \int m f(x, c, t) dc \quad (2.2)$$

$$\rho(x, t)u(x, t) = \int m c f(x, c, t) dc \quad (2.3)$$

$$\rho(x, t)e(x, t) = \frac{1}{2} \int m (c - u(x, t))^2 f(x, c, t) dc \quad (2.4)$$

Avec  $\rho$  la densité du fluide,  $m$  la masse moléculaire,  $u$  la vitesse,  $e$  l'énergie interne. A partir de la théorie cinétique, l'énergie interne est exprimée par :  $e = \frac{2}{3m} K_b T$ ,  $K_b$  étant la constante de Boltzmann et  $T$  la température.

Pour la méthode de Lattice Boltzmann, la masse moléculaire est généralement choisie égale à l'unité.

## 2.2.3 Opérateur de collision

L'opérateur de collision illustre la variation au cours du temps des fonctions de distribution  $f(x, c, t)$ . En effet, en incrémentant le temps de  $t$  à  $t + dt$ , il existe des particules

qui partent de  $(x, c)$  et arrivent à  $(x + dx, c + dc)$ . En raison du phénomène de collision durant le temps  $dt$ , il existe un nombre de particules qui partent de  $(x, c)$  et n'arrivent pas à  $(x + dx, c + dc)$  ( $C^-$ ) et un autre nombre de particules qui partent de quelque part autre que  $(x, c)$  mais y arrivent ( $C^+$ ). La différence entre ces deux quantités constitue cet opérateur.

$$\Omega(f) = C^- - C^+ \quad (2.5)$$

La nature complexe de l'opérateur de collision reste l'un des problèmes majeurs lors de la résolution de l'équation de Boltzmann. Il existe plusieurs travaux qui se sont intéressés à l'effet du calcul de cet opérateur sur la distribution des particules. Les modèles de l'opérateur de collision les plus connus sont : le modèle BGK (Bhatnagar, Gross et Krook (1954)), le modèle MRT : Multiple Relaxation Time introduit par d'Humières (1992), le modèle entropique [Chikatamarla et Karlin (2013)] et le modèle régularisé [Lätt et Chopard (2006)]. Pour la méthode LBM, les modèles d'opérateur de collision se basant sur le temps de relaxation sont les plus couramment utilisés. Nous nous limiterons donc, à présenter le modèle BGK-LBM et le modèle MRT-LBM.

### 2.2.3.1 Opérateur de collision BGK

L'approximation BGK a été introduite par Bhatnagar, Gross et Krook (1954) et indépendamment par Welander (1954) comme un modèle simplifié de l'opérateur de collision de l'équation de Boltzmann. Le modèle qui en découle est couramment désigné par le modèle à simple temps de relaxation "SRT: Single Relaxation Time". Ce modèle considère que chaque grandeur physique est relaxée à l'équilibre avec un même temps caractéristique  $\tau$ . Ainsi, chaque moment de la fonction de distribution  $f$ , requiert le même temps caractéristique pour revenir à son état d'équilibre. L'opérateur de collision prend donc la forme simplifiée suivante :

$$\Omega(f) = \omega(f^{eq} - f) = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) \quad (2.6)$$

L'équation de Boltzmann (équation 2.1) tenant compte de l'approximation BGK devient :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \nabla f = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) \quad (2.7)$$

Dans les équations ci-dessus,  $\omega = \frac{1}{\tau}$  représente la fréquence des collisions,  $\tau$  le temps de relaxation et  $f^{eq}$  la fonction de distribution à l'équilibre.

### ➤ Fonction de distribution à l'équilibre

L'expression de la fonction de distribution à l'équilibre  $f^{eq}$  est définie par la distribution de Maxwell-Boltzmann qui représente une fonction de densité de probabilité permettant de décrire la distribution des particules  $f$  pour un gaz idéal en équilibre thermodynamique et au repos [Schroeder (2012)] :

$$f^{eq} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{D}{2}}} \exp\left(\frac{-(c-u)^2}{2RT}\right) \quad (2.8)$$

Où  $T$  correspond à la température,  $R$  à la constante des gaz parfaits,  $\rho$  à la masse volumique du système,  $u$  à la vitesse du gaz et  $D$  à la dimension de l'espace.

#### 2.2.3.2 Opérateur de Collision MRT

Le modèle BGK reste très répandu du fait de sa relative simplicité, il a pour désavantage d'être inappropriée pour les nombres de Reynolds élevés [Qian et al. (1992)] et de présenter une plage de stabilité réduite. Ainsi, le modèle MRT-LBM (modèle à temps de relaxation multiple) a été développé par d'Humières (1992) pour réduire les limitations du modèle BGK et améliorer la stabilité numérique. Le modèle à temps de relaxation multiple est le modèle que nous avons choisis d'utiliser dans les travaux menés dans cette thèse. Il sera développé en détail dans la deuxième partie de ce chapitre (2.3), plus précisément dans la partie 2.3.7.2 qui s'intéresse à l'étude de l'étape de collision de la méthode LBM.

## 2.3 Mise en œuvre de la méthode de lattice Boltzmann

Dans la partie précédente (2.2), nous nous sommes intéressés aux origines de la méthode de Lattice Boltzmann ainsi qu'à l'équation de base de cette méthode, caractérisée par

la fonction de distribution et l'opérateur de collision. Cependant, puisqu'il y a très peu de solutions analytiques de l'équation de Boltzmann, le seul moyen pratique pour trouver ces solutions consiste en sa résolution numérique. Dans cette deuxième section de ce chapitre, l'équation de Boltzmann sur réseau déduite de l'équation de Boltzmann continue sera présentée, avec en plus une description détaillée de l'approche numérique utilisée dans notre thèse pour résoudre cette équation.

### 2.3.1 Equation de Boltzmann sur réseau

L'équation de Boltzmann sur réseau tire ses origines de l'équation de Boltzmann continue (équation 2.1) et de Lattice Gas Cellular Automata (LGCA). L'équation de Boltzmann sur réseau est le résultat de la discrétisation de l'espace, du temps et des vitesses de l'équation de Boltzmann continue.

#### 2.3.1.1 Discrétisation du temps et de l'espace

Premièrement, commençons par la discrétisation temporelle. L'idée de cette discrétisation a été introduite en premier par He et al. (1998) et peut être trouvée également dans Dellar (2001). La dérivée temporelle de  $\frac{\partial f}{\partial t}$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f(x, c, t + \Delta t) - f(x, c, t)}{\Delta t} \quad (2.9)$$

Ensuite, de la même manière, la dérivée spatiale s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x, c, t + \Delta t) - f(x, c, t + \Delta t)}{\Delta x} \quad (2.10)$$

Avec  $\Delta t$  et  $\Delta x$  désignant respectivement le pas de temps et le pas de l'espace.

En substituant les équations (2.9) et (2.10) dans l'équation (2.7), nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \frac{f(x, c, t + \Delta t) - f(x, c, t)}{\Delta t} + c \frac{f(x + \Delta x, c, t + \Delta t) - f(x, c, t + \Delta t)}{\Delta x} \\ & = \frac{1}{\tau} (f^{eq}(x, c, t) - f(x, c, t)) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Avec  $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ , l'équation (2.11) devient :

$$f(x + c\Delta t, c, t + \Delta t) - f(x, c, t) = \frac{\Delta t}{\tau} (f^{eq}(x, c, t) - f(x, c, t)) \quad (2.12)$$

### 2.3.1.2 Discrétisation des vitesses : Modèle DnQm

Pour une résolution numérique de l'équation de Boltzmann, en plus de la discrétisation du temps et de l'espace une discrétisation des vitesses s'impose. En effet, si l'équation de Boltzmann est discrétisée uniquement dans l'espace des phases et dans le temps et tout l'espace de la vitesse est conservé, le calcul des fonctions de distributions serait trop complexe. Les travaux au sein de la LGCA ont montré que la complexité du calcul pouvait être considérablement réduite en limitant le nombre de vitesses des particules autorisées dans le modèle et que les équations de transport correctes pourraient être récupérées à condition que le réseau soit symétrique et contient un nombre suffisant de vitesses [Frisch et al. (1986)]. De ce fait, le spectre infini des vitesses  $c$  devient fini  $c_k$ , et la fonction de distribution  $f(x, c, t)$  devient  $f_k(x, t)$  pour exprimer la fonction de distribution discrétisée en espace de vitesse. En introduisant ces modifications dans l'équation (2.12), on obtient :

$$f_k(x + c_k\Delta t, t + \Delta t) - f_k(x, t) = \frac{\Delta t}{\tau} (f_k^{eq}(x, t) - f_k(x, t)) \quad (2.13)$$

Pour réduire l'espace des vitesses en un ensemble restreint, ils existent des schémas dénommés DnQm, D étant la dimension du problème et Q étant la vitesse discrète. Cette nomenclature a été introduite par Qian, d'Humières et Lallemand (1992). Ces modèles reposent sur le principe qui suppose que seulement quelques vitesses sont suffisantes pour décrire le comportement de l'écoulement dynamique. Le choix du modèle de discrétisation est généralement le résultat d'un compromis entre la symétrie du réseau, qui permet de bien décrire le comportement de l'écoulement à l'échelle macroscopique, et sa simplicité qui mène à garder une certaine performance. Pour les problèmes en deux dimensions, le schéma D2Q9 est le plus répandu, et c'est celui que nous avons retenu dans notre travail pour la fonction de distribution dynamique.

➤ **Schéma D2Q9**

La Figure 2.3 représente le modèle D2Q9, à deux dimensions et neuf vitesses discrètes. Un des déplacements autorisés est zéro, tandis que les huit autres déplacements prennent une molécule de son site actuel dans l'un des huit sites les plus proches dans le réseau carré soit horizontalement, soit verticalement ou suivant la diagonale. Les 9 vitesses de ce réseau sont représentées sur le tableau 2.1.

Chacune des 9 vitesses du réseau a un poids désigné par  $w_k$  qui exprime la probabilité de la particule à rester ou à se déplacer vers les nœuds voisins. Les poids  $w_k$  dépendent du choix du réseau et peuvent être retrouvés à l'aide de la quadrature de Gauss-Hermite. Pour le modèle D2Q9, les valeurs des poids sont les suivantes :

$$w_k = \begin{cases} \frac{4}{9} & k = 0 \\ \frac{1}{9} & k = 1,2,3,4 \\ \frac{1}{36} & k = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (2.14)$$

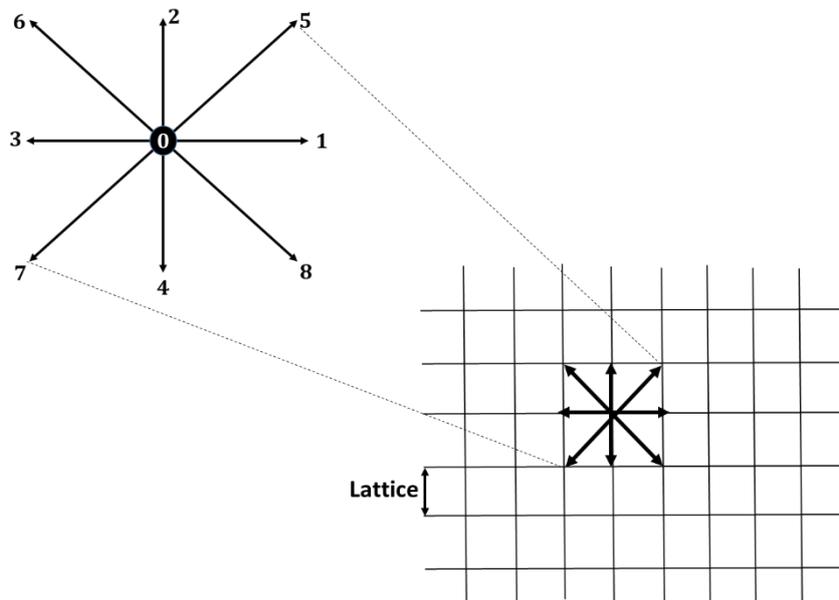


Figure 2. 3: Schéma D2Q9.

Tableau 2. 1: Les vitesses discrètes du modèle D2Q9.

	c <sub>0</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>
X	0	1	0	-1	0	1	-1	-1	1
Y	0	0	1	0	-1	1	1	-1	-1

### 2.3.2 Fonction de distribution discrète à l'équilibre $f_k^{eq}$

Dans la méthode de Boltzmann, l'expression simplifiée de la fonction de distribution à l'équilibre est obtenue par un développement de Taylor à l'ordre 2 de la fonction de Maxwell-Boltzmann (équation 2.8 présentée dans la partie 2.2.3). Cette approximation n'est valable que pour des écoulements à faible nombre de Mach [Frisch (1987)].

$$f^{eq} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{D}{2}}} \exp\left(\frac{-c^2}{2RT}\right) \exp\left(\frac{-(2uc + u^2)}{2RT}\right) \quad (2.15)$$

En soumettant l'expression de l'exponentiel  $\exp\left(\frac{-(2uc+u^2)}{2RT}\right)$  à un développement de Taylor et en ne conservant que les termes du second ordre, on obtient :

$$\exp\left(\frac{-(2uc + u^2)}{2RT}\right) = 1 + \frac{uc}{RT} + \frac{(uc)^2}{2(RT)^2} - \frac{u^2}{2RT} \quad (2.16)$$

En remplaçant le terme exponentiel par sa nouvelle formule, l'équation (2.15) devient :

$$f^{eq} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{D}{2}}} \exp\left(\frac{-c^2}{2RT}\right) \left[1 + \frac{uc}{RT} + \frac{(uc)^2}{2(RT)^2} - \frac{u^2}{2RT}\right] \quad (2.17)$$

L'expression de la fonction à l'équilibre peut dès-lors être discrétisée dans l'espace des vitesses. Pour ce faire, la quadrature de Gauss-Hermite est employée :

$$\int \phi(c) f^{eq}(x, c, t) dc = \sum_k \phi(c_k) w_k f^{eq}(x, c_k, t) \quad (2.18)$$

Où  $\phi(c)$  correspond aux différentes fonctions de  $c$  apparaissant dans le calcul des moments.

$$f_k^{eq}(x, t) = f^{eq}(x, c, t) = w_k f^{eq}(x, c_k, t) \quad (2.19)$$

En introduisant l'équation (2.17) dans l'équation (2.19), on obtient la fonction de distribution à l'équilibre discrète :

$$f_k^{eq} = \rho w_k \left[ 1 + \frac{uc_k}{RT} + \frac{(uc_k)^2}{2(RT)^2} - \frac{u^2}{2RT} \right] \quad (2.20)$$

Avec

$$w_k = \frac{1}{(2\pi RT)^{\frac{D}{2}}} \exp\left(\frac{-c_k^2}{2RT}\right) \quad (2.21)$$

Avec  $w_k$  étant le poids d'intégration.

### 2.3.3 Vitesse du son LBM

La vitesse du son sur le réseau LBM, dans le cas d'un écoulement isotherme est exprimée par :

$$c_s = \sqrt{RT} \text{ et donc } c_s^2 = RT \quad (2.22)$$

Elle est liée à la vitesse macroscopique pour le modèle D2Q9 par la relation suivante :

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{3} \Delta t} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2.23)$$

En utilisant les unités LBM,  $\Delta x = \Delta t = 1$ .

En incorporant la vitesse du son à l'expression de la fonction de distribution à l'équilibre (équation (2.20)), elle devient :

$$f_k^{eq} = \rho w_k \left[ 1 + \frac{uc_k}{c_s^2} + \frac{(uc_k)^2}{2c_s^4} - \frac{uc_k^2}{2c_s^2} \right] \quad (2.24)$$

### 2.3.4 Modèle thermique de Boltzmann sur réseau

Pour prendre en compte le transfert de chaleur, une seconde fonction de distribution est introduite. Similairement et parallèlement au calcul du champ des vitesses à partir de la fonction de distribution  $f$ . Le champ de température est calculé à partir de la fonction de distribution  $g$ . L'équation de Lattice Boltzmann dans ce cas est exprimée par :

$$g_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - g_k(x, t) = \frac{\Delta t}{\tau_g} (g_k^{eq}(x, t) - g_k(x, t)) \quad (2.25)$$

Par la suite, nous allons attribuer au temps de relaxation dynamique la nouvelle notation  $\tau_f$ .

➤ **Schéma D2Q5**

Contrairement au champ des vitesses pour lequel les chercheurs ont montré que 5 directions ne sont pas suffisantes, la fonction de distribution thermique  $g$  nécessite uniquement cinq directions : une immobile et les quatre autres dans les directions cardinales (Figure 2.4). Les cinq directions de ce réseau sont représentées sur le tableau 2.2. Et les poids leur correspondant sont les suivants :

$$w_k = \begin{cases} \frac{2}{6} & k = 0 \\ \frac{1}{6} & k = 1,2,3,4 \end{cases} \quad (2.26)$$

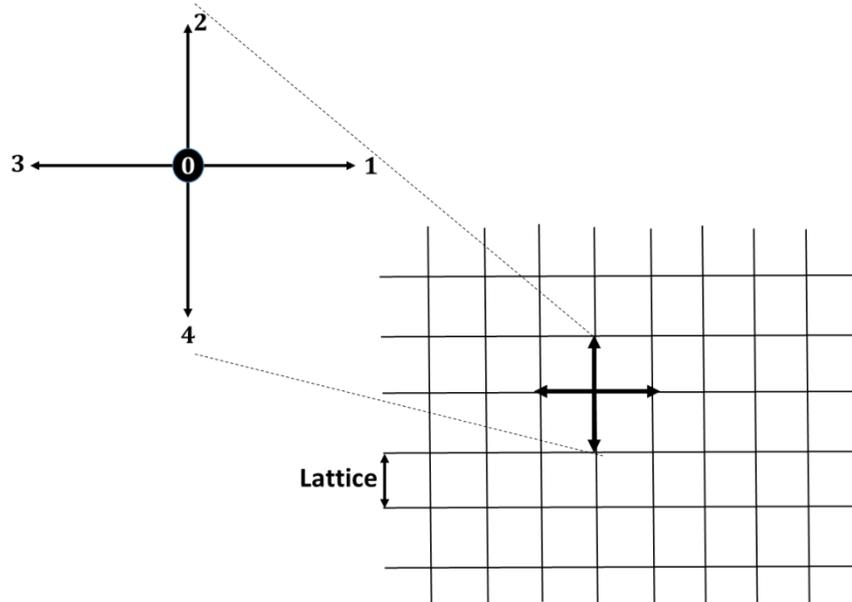


Figure 2. 4 : Schéma D2Q5.

Tableau 2. 2: Les vitesses discrètes du modèle D2Q5.

	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
X	0	1	0	-1	0
Y	0	0	1	0	-1

➤ **Fonction de distribution discrète à l'équilibre  $g_k^{eq}$**

La fonction de distribution thermique discrète  $g_k^{eq}$  est obtenue en suivant une procédure similaire à celle qui nous a permis de retrouver l'expression de la fonction de distribution dynamique discrète  $f_k^{eq}$ . Elle est donnée par :

$$g_k^{eq} = Tw_k \left[ 1 + \frac{uc_k}{c_s^2} \right] \quad (2.27)$$

### 2.3.5 Variables macroscopiques

Après utilisation du modèle D2Q9, les intégrales reliant les grandeurs macroscopiques aux fonctions de distribution (équations (2.2) et (2.3)) devraient être réduites en une somme finie de vitesses ( $k = 9$ ):

$$\rho(x, t) = \sum_{k=0}^8 f_k(x, t) \quad (2.28)$$

$$\rho(x, t)u(x, t) = \sum_{k=0}^8 c_{x,k} f_k(x, t) \quad (2.29)$$

$$\rho(x, t)v(x, t) = \sum_{k=0}^8 c_{y,k} f_k(x, t) \quad (2.30)$$

Pour le cas de la fonction de distribution thermique, pour laquelle le modèle D2Q5 a été utilisé. La grandeur macroscopique déduite est la température  $T$  :

$$T(x, t) = \sum_{k=0}^4 g_k(x, t) \quad (2.31)$$

### 2.3.6 Incorporation du terme force

L'expression de la force qui apparaît lors de la modélisation de la convection naturelle basée sur l'approximation de Boussinesq est donnée par :

$$F = \rho g \beta \Delta T \quad (2.32)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique,  $g$  la force gravitationnelle,  $\beta$  le coefficient de dilatation thermique et  $\Delta T$  est la différence de température.

Les composantes de cette force pour une cavité inclinée sont calculées comme suit :

$$F_x = \rho g \beta \Delta T \times \sin(\varphi) \quad (2.33)$$

$$F_y = \rho g \beta \Delta T \times \cos(\varphi) \quad (2.34)$$

Avec  $\varphi$  représentant l'angle d'inclinaison.

Dans la littérature, ils existent plusieurs méthodes permettant d'implémenter une force extérieure dans l'équation de Boltzmann sur réseau [Mohamad et Kuzmin (2010)]. Dans ce mémoire, nous avons utilisé la méthode adopté par Luo (1993) qui consiste en l'implémentation du terme force dans le processus de collision, c'est-à-dire dans le terme gauche de l'équation (2.13) :

$$f_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - f_k(x, t) = \frac{\Delta t}{\tau_f} (f_k^{eq}(x, t) - f_k(x, t)) + \Delta t F_k \quad (2.35)$$

$$F_k = w_k \frac{F c_k}{c_s^2} \quad (2.36)$$

### 2.3.7 Processus de collision-propagation

Dans ce qui précède, nous avons présenté les différentes étapes de discrétisation de l'équation de Boltzmann continue. L'utilisation des deux fonctions de distribution,  $f$  qui sert à calculer les propriétés de l'écoulement et  $g$  qui sert à décrire le champ de température, nous ont permis d'obtenir le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} f_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - f_k(x, t) = \frac{\Delta t}{\tau_f} (f_k^{eq}(x, t) - f_k(x, t)) + \Delta t F_k & k = 0, \dots, 8 \\ g_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - g_k(x, t) = \frac{\Delta t}{\tau_g} (g_k^{eq}(x, t) - g_k(x, t)) & k = 0, \dots, 4 \end{cases} \quad (2.37)$$

En unité LBM,  $\Delta t = \Delta x = 1$ .

La résolution de ce système d'équations discrétisées, est réalisée en deux étapes successives appelées collision et propagation. L'étape de collision est représentée par les parties droites des équations (2.37), et la propagation correspond aux parties gauches de ces équations. La propagation reproduit les termes inertiels dans les équations de Navier-Stokes, tandis que la dissipation visqueuse et la diffusion thermique sont liées aux temps de relaxation.

### 2.3.7.1 Etape de propagation

Pendant la phase de propagation, les particules sont déplacées aux arrangements voisins en fonction de leurs vitesses.

$$f_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) = \check{f}_k(x, t) \quad (2.38)$$

Où  $f_k$  et  $\check{f}_k$  désignent les valeurs avant et après collision, respectivement. Les valeurs de  $\check{f}_k(x, t)$  au nœud  $x(i, j)$  et à l'instant  $(t + \Delta t)$  sont calculées lors de l'étape de collision pour les différentes directions. Dans l'étape de propagation, ces valeurs doivent prendre les valeurs de  $f_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t)$  calculées à la date  $(t + \Delta t)$  aux nœuds voisins comme illustré sur la figure 2.5 pour les deux modèles D2Q9 et D2Q5. Les fonctions de distributions  $f_0$  jusqu'à  $f_8$  sont exprimée par :

$$\begin{aligned} f_0(i, j) &= f_0(i, j) \\ f_1(i, j) &= f_1(i - 1, j) \\ f_2(i, j) &= f_2(i, j - 1) \\ f_3(i, j) &= f_3(i + 1, j) \\ f_4(i, j) &= f_4(i, j + 1) \\ f_5(i, j) &= f_5(i - 1, j - 1) \\ f_6(i, j) &= f_6(i + 1, j - 1) \\ f_7(i, j) &= f_7(i + 1, j + 1) \\ f_8(i, j) &= f_8(i - 1, j + 1) \end{aligned} \quad (2.39)$$

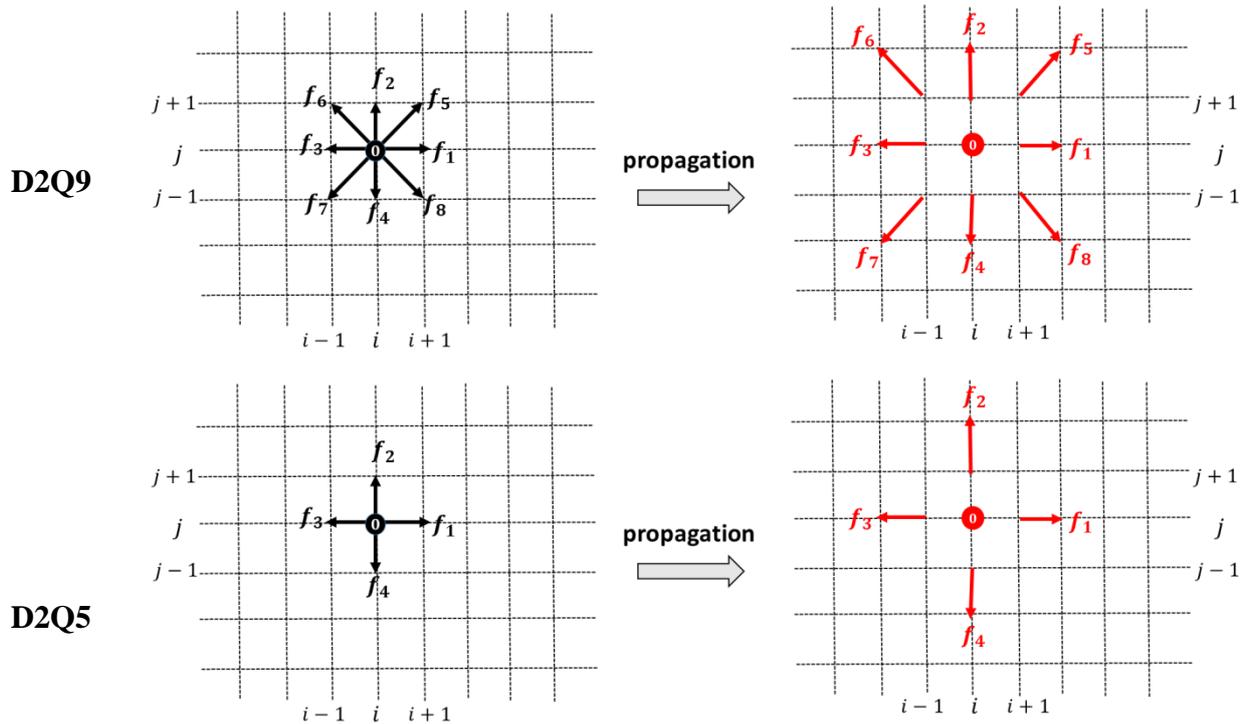


Figure 2. 5: Etape de propagation pour les modèles D2Q9 et D2Q5

### 2.3.7.2 Etape de collision

Pendant la phase de collision, les états pré-collision sur chaque arrangement du réseau sont convertis en états post-collision conformément aux règles de collision qui conservent la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. Comme évoqué précédemment, ils existent plusieurs modèles de l'opérateur de collision.

#### ➤ Modèle à temps de relaxation simple SRT (BGK)

L'opérateur BGK est le premier modèle employé à l'origine de la méthode LBM et demeure le plus simple. Il considère que le système doit tendre vers un état d'équilibre avec un seul temps de relaxation. Les équations (2.37) expriment l'équation de Lattice Boltzmann-BGK. Les variables macroscopiques sont obtenus directement à partir des calculs des fonctions de distributions de ces équations selon les relations [(2.28)-(2.29)-(2.30) et (2.31)].

Ensuite, les calculs des temps de relaxation  $\tau_f$  et  $\tau_g$  sont déterminés à partir de l'analyse multi-échelle de Chapman-Enskog (1970) qui nous permet de retirer une relation faisant le lien entre le temps de relaxation de l'opérateur BGK à l'échelle microscopique et le coefficient de diffusion du fluide à l'échelle macroscopique.

Pour la partie mécanique, le temps de relaxation  $\tau_f$  est lié à la viscosité cinématique du fluide par la relation suivante :

$$\nu = c_s^2 \left( \tau_f - \frac{1}{2} \right) \quad (2.40)$$

Pour la partie thermique, le temps de relaxation  $\tau_g$  est lié à la diffusivité thermique du fluide par la relation suivante :

$$\alpha = c_s^2 \left( \tau_g - \frac{1}{2} \right) \quad (2.41)$$

La viscosité cinématique est toujours positive ce qui impose le choix de  $\tau_f > \frac{1}{2}$ . Un mauvais choix de la valeur de la viscosité peut induire des oscillations non physiques à l'écoulement. Cette contrainte est l'inconvénient majeur de la méthode LBM.

➤ **Modèle à temps de relaxation multiple MRT**

Contrairement au cas précédent, le modèle MRT présente les cas de distributions qui ne relaxent pas toutes à la même vitesse vers leur équilibre. Il y a donc autant de temps de relaxation que de distributions et les équations de lattice Boltzmann sur réseau pour cette approche s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{cases} f_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - f_k(x, t) = S_f (f_k^{eq}(x, t) - f_k(x, t)) + \Delta t F_k & k = 0, \dots, 8 \\ g_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - g_k(x, t) = S_g (g_k^{eq}(x, t) - g_k(x, t)) & k = 0, \dots, 4 \end{cases} \quad (2.42)$$

Dans les expressions précédentes,  $S_f$  et  $S_g$  sont les matrices diagonales de relaxation qui remplacent  $\tau_f$  et  $\tau_g$  de l'opérateur de collision BGK.

De plus, le schéma MRT considère que la phase de propagation se produit au niveau microscopique, dans l'espace formé par les vitesses discrètes  $c_k$ , tandis que la phase de collision se déroule dans un espace macroscopique formé par les moments des fonctions de distribution. La transition entre ces deux espaces est assurée par des matrices de passage ;  $M$  pour l'écoulement et  $N$  pour la température, tels que :

$$m = Mf \quad \text{et} \quad f = M^{-1}m \quad (2.43)$$

$$n = Ng \quad \text{et} \quad g = N^{-1}n \quad (2.44)$$

Les équations de Lattice Boltzmann deviennent :

$$\begin{cases} f_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - f_k(x, t) = M^{-1} S_f(m_k^{eq}(x, t) - m_k(x, t)) + \Delta t F_k \\ g_k(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - g_k(x, t) = N^{-1} S_g(n_k^{eq}(x, t) - n_k(x, t)) \end{cases} \quad (2.45)$$

Les paramètres  $m$  et  $n$  sont les vecteurs des moments correspondant aux vecteurs de la fonction de distribution  $f_k$  et  $g_k$ , respectivement.

Les matrices  $M$  et  $N$  sont les suivantes [Mezrhab et. (2007, 2010)] :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Pendant la collision, les moments conservés restent inchangés donc les temps de relaxation qui leur sont associés peuvent être choisis égaux à l'unité, les moments non conservés subissent une relaxation à l'état d'équilibre défini selon l'approximation BGK comme suit :

$$m^*(x, t) = m(x, t) - S_f(m(x, t) - m^{eq}(x, t)) \quad (2.46)$$

$$n^*(x, t) = n(x, t) - S_g(n(x, t) - n^{eq}(x, t)) \quad (2.47)$$

Où  $m^*$  et  $n^*$  sont les vecteurs des moments post-collision et  $m^{eq}$  et  $n^{eq}$  sont les vecteurs des moments d'équilibre qui leur correspondent.

La matrice diagonale  $S_f$  est donnée par :

$$S_f = \begin{pmatrix} S_{f,0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{f,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{f,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{f,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{f,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{f,5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{f,6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{f,7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{f,8} \end{pmatrix}$$

Dans sa notation compacte  $S_f$  peut-être écrite comme suit :

$$S_f = \text{diag}(1.0, 1.4, 1.4, s_{f,3}, 1.2, s_{f,5}, 1.2, s_{f,7}, s_{f,8}) \quad (2.48)$$

Où

$$s_{f,7} = s_{f,8} = 1/(0.5 + v/\Delta t c_s^2) \quad (2.49)$$

Pour les paramètres restants :  $s_{f,0}$ ,  $s_{f,3}$  et  $s_{f,5}$  (qui se conservent après la collision) sont pris égaux à 1 alors que pour  $s_{f,1}$ ,  $s_{f,2}$ ,  $s_{f,4}$  et  $s_{f,6}$ , les valeurs utilisées sont légèrement supérieures à 1 pour des raisons de stabilité.

Pour la matrice diagonale  $S_g$  elle est donnée par :

$$S_g = \text{diag}(1.0, s_{g,1}, s_{g,2}, 1.0, 1.0, 1.0) \quad (2.50)$$

Où

$$s_{g,1} = s_{g,2} = \left( \frac{10\alpha}{4+a} + 0.5 \right)^{-1} \quad (2.51)$$

Les moments non conservatifs sont calculés à l'équilibre à partir des relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1^{eq} = e_{eq} = -2\rho + 3((\rho u)^2 + (\rho v)^2) \\ m_2^{eq} = \varepsilon_{eq} = \rho - 3((\rho u)^2 + (\rho v)^2) \\ m_4^{eq} = q_{x_{eq}} = -\rho u \\ m_6^{eq} = q_{y_{eq}} = -\rho v \\ m_7^{eq} = p_{xx_{eq}} = ((\rho u)^2 - (\rho v)^2) \\ m_8^{eq} = p_{xy_{eq}} = \rho^2 uv \end{array} \right. \quad (2.52)$$

Et

$$\begin{cases} n_0^{eq} = T \\ n_1^{eq} = uT \\ n_2^{eq} = vT \\ n_3^{eq} = aT \\ n_4^{eq} = 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

La quantité  $e$  désigne l'énergie cinétique,  $\varepsilon$  correspond au carré de l'énergie cinétique,  $(q_x, q_y)$  sont liées aux composantes du flux d'énergie,  $(j_x, j_y) = \rho(u, v)$  et  $(p_{xx}, p_{xy})$  correspondent aux composantes diagonales et non diagonales du tenseur des contraintes. Pour le modèle D2Q5, le paramètre  $a$  peut être librement ajusté pour augmenter la stabilité du modèle thermique grâce à la modification de la vitesse du son. La valeur -2 est communément adoptée pour ce paramètre pour le modèle D2Q5.

### 2.3.8 Conditions aux limites

Une insertion adéquate des conditions aux limites est nécessaire dans la méthode LBM pour ne pas influencer négativement la précision et la stabilité de son algorithme. Pour la méthode LBM, la complexité de la mise en œuvre des conditions aux limites provient de l'ignorance du comportement physique des fonctions de distributions sur les frontières. A ce niveau, les chercheurs ont donc accentué leurs efforts, afin de proposer des solutions permettant de traduire les informations macroscopiques connues aux frontières (telle que la condition de non glissement) en termes de fonctions de distributions à l'échelle mésoscopique. Plusieurs techniques ont été utilisées [Skordos (1993), Noble et al. (1995), Inamuro et al.(1995), Maier et al. (1996), Zou et He (1997),...]. Le type de conditions aux limites le plus souvent utilisé pour cette méthode sur des parois fixes et sans glissement est le bounce-back, appelé aussi le rebond. L'idée de base de ce modèle est que, comme l'indique son nom, les fonctions de distributions entrantes au niveau d'un nœud de la paroi après rebondissement sont renvoyées aux nœuds du fluide d'origine. La figure 2.6 illustre le principe de rebond sur la paroi verticale gauche de la cavité (paroi ouest). D'après cette figure, nous pouvons bien visualiser, que sur la paroi gauche, les fonctions de distributions  $f_3$ ,  $f_6$  et  $f_7$  sont connues puisqu'elles proviennent du milieu fluide. Une fois ces fonctions

heurtent la paroi, elle rebondissent, se retournent vers le milieu fluide et coïncident avec les fonctions de distributions  $f_1$ ,  $f_5$  et  $f_8$  inconnues, provenant de l'extérieur. Le rebondissement impose donc que  $f_1 = f_3$ ,  $f_5 = f_7$  et  $f_8 = f_6$ . Les fonctions  $f_2$  et  $f_4$  restent inchangées. En général, le bounce-back peut s'exprimer par  $f_k = f_{k,opposée}$  et les  $f_k$  qui coïncident avec la paroi restent inchangées.

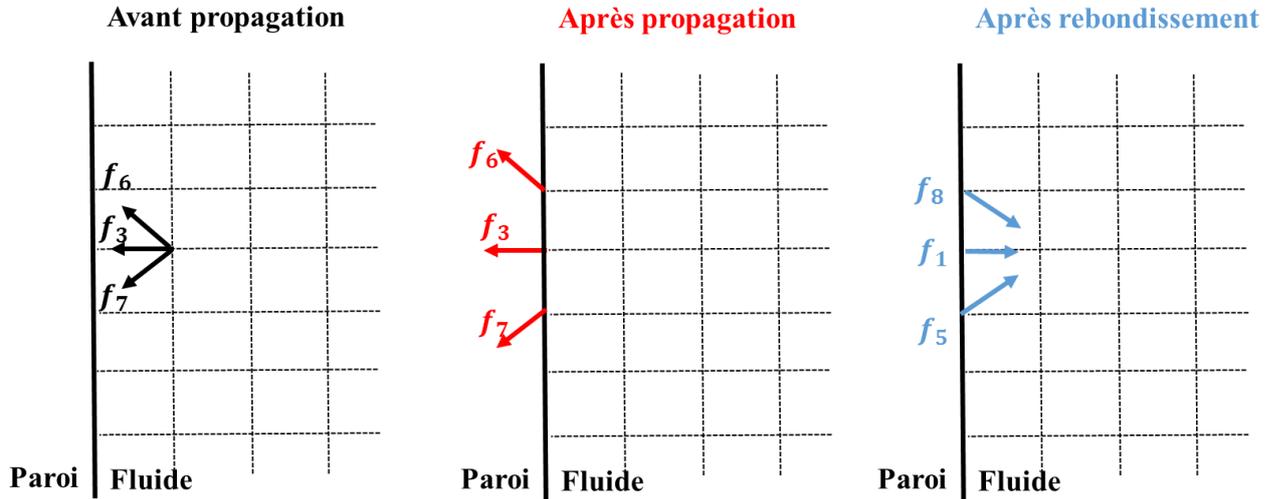


Figure 2. 6: Condition de Rebond pour le modèle D2Q9.

Pour les conditions aux limites thermiques, pour la même paroi gauche fixée en une température constante  $T$ , et en utilisant le modèle MRT-D2Q5 on aura :

$$g_1 = -g_3 + \frac{2}{5} T \left(1 + \frac{a}{4}\right) \quad (2.54)$$

### 2.3.9 Algorithme de la méthode LBM

Dans ce travail, le schéma MRT de la méthode LBM a été utilisé. Deux fonctions de distributions ont été introduites :  $f$  pour le calcul des vitesses et  $g$  pour le calcul des températures. Le système d'équations obtenu et permettant de décrire notre problème est donné par les équations (2.45). Les étapes nécessaires suivies pour résoudre ces équations sont affichées sur l'organigramme de la figure 2.7 représentant l'algorithme de l'approche LBM adopté dans notre mémoire. Cet algorithme ne peut être discuté sans initialisation des fonctions de distributions, de la densité de la vitesse et de la température. Une fois ces initialisations effectuées, la boucle interne du code numérique LBM démarre. La solution des

équations LBM (2.45) est scindée en deux étapes : la collision et la propagation. Il convient de noter que l'étape de collision s'effectue uniquement sur les nœuds du fluide, qui n'incluent pas les nœuds sur les limites de la paroi. Après l'étape de collision, les distributions de particules post-collision situées sur les nœuds intérieurs du domaine de calcul sont prêtes à être diffusées. L'étape de propagation est ensuite appliquée aux nœuds de fluide et de paroi. L'opération de propagation déplace simplement les distributions des particules en fonction de leur vitesse. Ensuite, un sous-programme se basant sur la méthode du rebond est introduit pour déterminer les conditions aux limites du problème. La dernière étape de la boucle intérieure est l'évaluation des variables macroscopiques qui sont la densité  $\rho$ , les vitesses  $u$  et  $v$  et la température  $T$ . Dans cette étape, ces paramètres sont calculés à chaque nœud du réseau. Si la variable temps est supérieure à la valeur cible, la boucle interne est quittée et l'algorithme LBM est arrêté. Si la variable de temps n'a pas encore atteint la cible, le temps est incrémenté et l'algorithme revient au début de la boucle interne pour la prochaine itération.

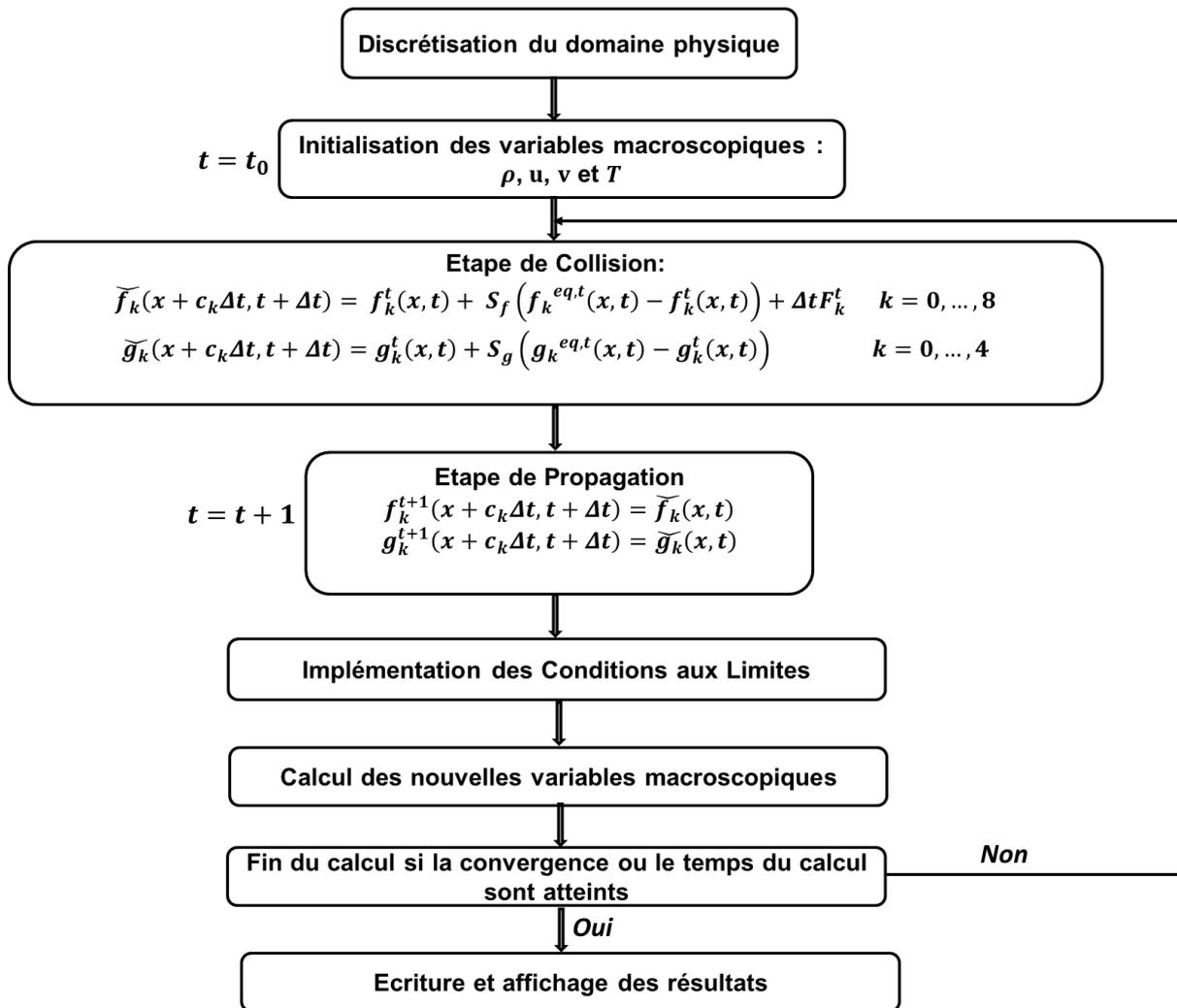


Figure 2. 7: Algorithme de base de la méthode LBM adoptée.

### 2.3.10 Rayonnement surfacique

Les trois modes principales de transfert de chaleur entraînant un changement de température sont la conduction, la convection et le rayonnement. En conduction, l'énergie est transférée par contact physique. En convection, le transfert d'énergie se produit par un mouvement de fluide. Dans le rayonnement, l'énergie est transférée par absorption ou émission du rayonnement électromagnétique. Le rayonnement est défini donc comme le transport d'énergie au moyen d'ondes électromagnétiques. En effet, tous les corps dont la température est supérieure au zéro absolu rayonnent de l'énergie. Le zéro absolu est la température à laquelle il n'y a pas de mouvement aléatoire moléculaire ou atomique. Il est noté 0 Kelvin, et il est équivalent à  $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$  ou  $-459,67\text{ }^{\circ}\text{F}$ . À la fin du XIXe siècle, Stefan (expérimentalement) et Boltzmann (théoriquement) ont développé une relation entre la

température d'un corps et la quantité de puissance qu'il rayonne. Ils ont montré que l'énergie de rayonnement par unité de temps d'un corps noir est proportionnelle à la quatrième puissance de la température absolue et peut être exprimée ainsi :

$$q = \sigma T^4 A \quad (2.55)$$

Où

$q$  : Puissance rayonnée (W)

$\sigma = 5.6703 \times 10^{-8}$  (W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>): Constante de Stefan-Boltzmann.

$T$  : Température absolue du corps en Kelvin (K).

$A$  : Surface du corps émetteur (m<sup>2</sup>).

Pour un corps gris, cette relation devient :

$$q = \varepsilon \sigma T^4 A \quad (2.56)$$

Tel que,  $\varepsilon$  représente l'émissivité de la surface (Flux radiatif émis par un élément de surface à une température donnée, rapporté à la valeur de référence qui est le flux émis par un corps noir à cette même température). Le paramètre  $\varepsilon$  est un coefficient sans unité, compris entre 0 et 1. Ce paramètre dépend du type du matériau et de la température de la surface.

Le transfert de chaleur par rayonnement de surface a été souvent négligé dans le traitement des problèmes de convection naturelle dans des cavités fermées. La prise en compte du rayonnement augmente la complexité des problèmes lorsque ceux-ci sont résolus numériquement. Dans toutes les études antérieures qui ont abordé le couplage convection-rayonnement, l'impact du rayonnement thermique a été trouvé non négligeable et sa contribution pourrait dépasser dans certaines situations celle de la convection (voir chapitre 1). Dans ce mémoire, un couplage de la convection naturelle et du rayonnement surfacique a été considéré, ce mode de couplage considère uniquement les échanges radiatifs entre les différentes surfaces du domaine. Cela signifie que le couplage du rayonnement avec la convection ne s'effectue qu'au niveau des surfaces de la cavité, supposées opaques grises et diffuses, et que le fluide confiné dans la cavité est associé à un milieu transparent non-participatif. Dans ce travail, le fluide considéré est l'air (fluide parfaitement transparent au rayonnement).

➤ **Méthode des radiosités**

La prise en compte du rayonnement surfacique et le calcul du flux radiatif sur les parois de la cavité peuvent être menés de différentes manières. Classiquement, on utilise la méthode des radiosités [Xin et al. (2013)]. Dans cette méthode, les parois internes de la cavité sont divisées en surfaces élémentaires centrées sur les nœuds du réseau. Ces surfaces élémentaires sont suffisamment petites pour être considérées comme isothermes. La radiosité non dimensionnelle pour le  $i$ ème élément de l'enceinte est égale à la somme des radiations réfléchies et émises, elle est donnée par l'équation suivante :

$$G_i = \underbrace{\varepsilon_i \left( \frac{\theta_i}{\theta_r} + 1 \right)^4}_{\text{flux émis}} + \underbrace{(1 - \varepsilon_i) \sum_{S_j} F_{ij} G_j}_{\text{flux réfléchi}} \quad (2.57)$$

Le flux thermique radiatif net non dimensionnel quittant un élément de surface  $i$  est calculé par l'expression suivante :

$$Q_{r,i} = \varepsilon_i \left[ \left( \frac{\theta_i}{\theta_r} + 1 \right)^4 - \sum_{S_j} F_{ij} G_j \right] \quad (2.58)$$

Dans les équations ci-dessus,  $\theta_i = (T_i - T_F)/(T_c - T_F)$  et  $\theta_r = T_F/(T_c - T_F)$  et  $F_{ij}$  sont les facteurs de forme entre les surfaces élémentaires isothermes  $S_i$  et  $S_j$ .

De manière générale les facteurs de forme représentent le rapport entre le flux total émis par une surface  $S_1$  et le flux qui atteint une deuxième surface  $S_2$ , ce nombre est compris entre 0 et 1. Ces paramètres dépendent de la taille de ces surfaces en regard, de leur distance relative et de leur visibilité (l'une à partir de l'autre). Les facteurs de forme sont calculés analytiquement ou à l'aide d'abaques existantes dans la littérature. Pour une cavité carrée (Figure 2.8), ils ont été déterminés analytiquement en se référant aux formules donnés par Howell (1982). Ces formules peuvent être trouvées également dans l'article de Wang et al. (2006) et s'expriment ainsi :

$$F_{ij} = -\frac{1}{2(x_2 - x_1)} \left[ \sqrt{x_2^2 + y^2} \Big|_{y=y_1}^{y=y_2} - \sqrt{x_1^2 + y^2} \Big|_{y=y_1}^{y=y_2} \right] \quad (2.59)$$

$$F_{ik} = -\frac{1}{2(x_2 - x_1)} \left[ \sqrt{(x_2 - x)^2 + H^2} \Big|_{x=x_1}^{x=x_2} - \sqrt{(x_1 - x)^2 + H^2} \Big|_{x=x_1}^{x=x_2} \right] \quad (2.60)$$

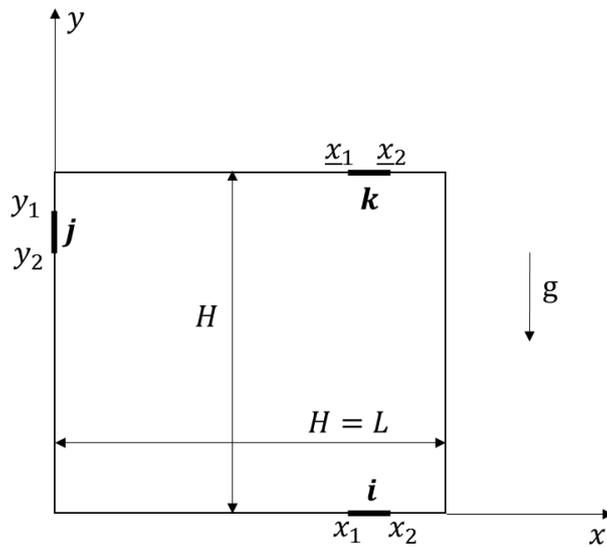


Figure 2. 8: Calcul des facteurs de forme.

Au niveau des parois adiabatiques, le flux reçu par rayonnement est restitué au fluide par convection. Le bilan énergétique au niveau de ces parois se traduit par la relation adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial n} = N_r Q_r \quad (2.61)$$

Avec  $N_r$  désignant le nombre de rayonnement et  $n$  la normale à la paroi adiabatique considérée.

Les flux radiatifs sont calculés sous leur forme adimensionnelle. Par conséquent, le nombre de rayonnement correspondant est donné par :

$$N_r = \frac{H\sigma T_F^4}{\lambda\Delta T} \quad (2.62)$$

Où  $\lambda$  est la conductivité thermique du fluide,  $H$  est la hauteur physique de la cavité et  $\sigma$  est la constante de Boltzmann.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les étapes de construction de la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) et présenté l'équation de Boltzmann continue. Ensuite, nous

avons expliqué le passage du monde continu (équation de Boltzmann continue) à l'espace discret "lattice" (équation de Boltzmann sur réseau). Plusieurs autres détails relatifs à la méthode ont été décrits sur la base d'une synthèse des travaux précurseurs qui ont rendu la méthode accessible. Nous avons aussi présenté les modèles dynamiques et thermiques adoptés dans cette thèse sans ignorer de donner un aperçu sur l'implémentation des conditions aux limites relatives à ces modèles et la méthode utilisée pour le calcul des transferts radiatifs.

# **Chapitre 3 : Etude MRT-LBM de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée inclinée soumise à une température non uniforme.**

## **3.1 Introduction**

Le présent chapitre rapporte les résultats d'une étude numérique d'un problème de convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée inclinée et remplie d'air, en utilisant le schéma à temps de relaxation multiple (MRT) de la méthode Lattice-Boltzmann (LBM). La cavité est chauffée sur l'une des parois verticales à l'aide d'une température constante et soumise sur la paroi opposée à une température qui varie de manière linéaire. Les parois parallèles restantes sont considérées adiabatiques. Le but de cette étude est double et consiste à tester la performance du système MRT en présence du couplage convection-rayonnement et à analyser l'effet du rayonnement thermique en quantifiant sa contribution au transfert de chaleur global. Les effets combinés du nombre de Rayleigh, de l'angle d'inclinaison et de l'émissivité des parois sur l'écoulement du fluide et sur le transfert de chaleur sont analysés. Les résultats obtenus montrent que le rayonnement a un effet quantitatif important sur le transfert de chaleur global. Aussi, les résultats de cette étude préliminaire confirment que la méthode MRT-LBM est un outil de simulation robuste qui peut être utilisé à la place des méthodes classiques pour simuler le transfert de chaleur par convection naturelle couplée au rayonnement.

## **3.2 Description de la configuration étudiée**

La configuration étudiée, avec le système de coordonnées, est représentée sur la Figure 3.1. Il s'agit d'une cavité carrée inclinée avec des surfaces internes radiatives. La cavité est remplie d'air ( $Pr = 0.71$ ). La température  $T_c$  de la paroi chauffée est maintenue uniforme tandis que celle de la paroi opposée décroît linéairement avec  $Y$  entre  $T_c$  (pour  $Y = 0$ ) et  $T_F < T_c$  (pour  $Y = 1$ ). Les parois restantes sont considérées adiabatiques. Les surfaces internes en contact avec le fluide sont supposées diffuses, grises, émettrices et réfléchissantes du rayonnement et ayant une émissivité identique. Les hypothèses d'un écoulement laminaire bidimensionnel et d'un fluide newtonien incompressible sont adoptées. Les propriétés du

fluide sont constantes, sauf dans le cas du terme de poussée où la variation de la densité est approximée par le modèle de Boussinesq. Les équations de Navier-Stokes et l'équation d'énergie, données sous leurs formes adimensionnelles sont obtenues comme suit :

$$\text{div}(V) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau'} + \nabla \cdot (VV) = -\nabla P + \Delta V - PrRa\theta \frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau'} + \nabla \cdot (V\theta) = \Delta \theta \quad (3.3)$$

Dans les équations ci-dessus, les coordonnées cartésiennes sont normalisées par  $H$ , les vitesses sont normalisées par  $\alpha/H$ , la pression est normalisée par  $\rho(\alpha/H)^2$  et le temps est normalisé par  $H^2/\alpha$  tandis que la température est normalisée comme suit  $\theta = (T - T_F)/(T_C - T_F)$ .

Les conditions aux limites thermiques adimensionnelles sont :

$$\theta = \theta_c = 1 \quad \text{pour } X = 0 \quad (3.4a)$$

$$\theta = \theta_c - Y\Delta\theta \quad \text{pour } X = 1 \quad (3.4b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = N_r Q_r \quad \text{pour } Y = 0 \quad (3.4c)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -N_r Q_r \quad \text{pour } Y = 1 \quad (3.4d)$$

Où  $N_r$  et  $Q_r$  sont respectivement le nombre de rayonnement et le flux radiatif net échangé entre l'élément de surface entourant le nœud considéré et le reste de la surface interne de la cavité. La température adimensionnelle  $\theta$  est définie par :  $\theta = (T - T_F)/(T_C - T_F)$ . Les autres paramètres sans dimension sont le nombre de Rayleigh ( $Ra = g\beta\Delta TH^3/\nu\alpha$ ) et le nombre de Prandtl ( $Pr = \nu/\alpha$ ).

La connaissance du taux de transfert thermique échangé entre le système étudié et son environnement est assurée par le calcul du nombre de Nusselt. On obtient les nombres de Nusselt convectif et radiatif locaux sur la paroi chauffée comme suit :

$$Nu_{Y,cv} = -\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} \quad (3.5)$$

$$Nu_{Y,r} = N_r Q_r |_{X=0} \quad (3.6)$$

Le nombre de Nusselt moyen (convectif ou radiatif) sur la paroi chauffée est calculé à partir de l'intégration suivante :

$$Nu = \int_{Y=0}^{Y=1} Nu_Y dY \quad (3.7)$$

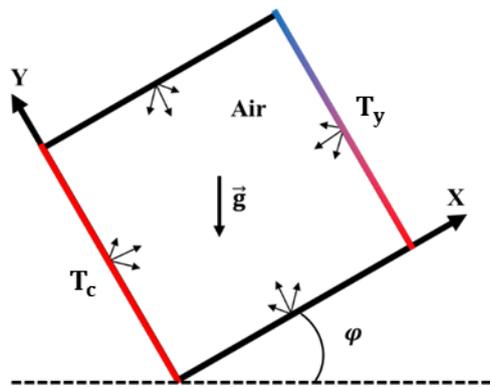


Figure 3. 1: Configuration étudiée.

### 3.3 Validation du code de calcul et choix du maillage

Le code numérique a été validé par rapport aux résultats disponibles dans la littérature traitant la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique. Nous nous limitons ici à présenter des comparaisons qualitatives et quantitatives entre nos résultats et ceux obtenus par Wang et al. (2006) dans le cas d'une cavité différentiellement chauffée pour  $Ra = 10^6$  et  $\varepsilon = 0.8$ . La figure 3.2 montre que notre outil numérique reproduit fidèlement les lignes de courant et les isothermes obtenues par Wang et al. (2006). En outre, le tableau 3.1 montre que la différence relative maximale entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen obtenues par notre code et celles de la référence est inférieure à 0.09% pour le cas le plus défavorable. De plus, des tests préliminaires ont été également réalisés pour évaluer la sensibilité des résultats vis-à-vis du changement de maillage. Les résultats illustratifs présentés sur le tableau 3.2 pour  $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\varphi = 0^\circ$  montrent qu'une grille de  $150 \times 150$  (utilisée dans la suite des

simulation) est suffisante pour décrire les caractéristiques de l'écoulement pour le présent problème.

Tableau 3. 1: Validation du code numérique pour  $Ra = 10^6$  et  $\varepsilon = 0.8$ .

	$Nu_{cv,gauche}$	$Nu_{r,gauche}$	$Nu_{cv,droit}$	$Nu_{r,droit}$
Wang et al. (2006)	7.815	11.265	7.930	11.15
Notre code	7.813	11.275	7.923	11.141
Différence relative	0.02%	0.09%	0.09%	0.08%

Tableau 3. 2 : Effet du maillage pour  $Ra = 10^6$ ,  $\varphi = 0^\circ$  et  $\varepsilon = 0.8$ .

Maillage	$Nu_{gauche}$	$Nu_{droit}$	$\psi_{max}$	$\psi_{min}$
100×100	9.054 (0.96%)	9.06 (1.23%)	2.47 (5.72%)	-25.40 (3.04%)
150×150	9.144 (0.02%)	9.116 (0.62%)	2.60 (0.7%)	-24.81 (0.64%)
200×200	9.142	9.173	2.62	-24.65

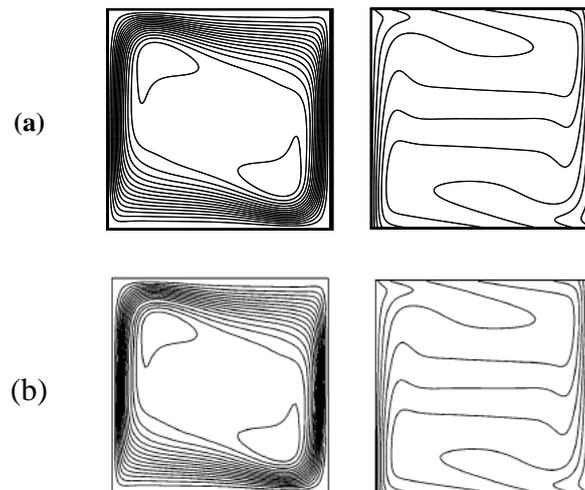


Figure 3. 2 : Validation qualitative en termes de lignes de courant et d'isothermes pour  $Ra = 10^6$  et  $\varepsilon = 0.8$ : (a) nos résultats et (b) Wang et al. (2006).

### 3.4 Résultats et discussion

La présente étude est menée pour analyser l'effet du rayonnement surfacique sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans une cavité carrée inclinée avec des conditions de refroidissement non uniformes imposées sur l'une de ses parois. Les calculs ont été effectués en utilisant de l'air ( $Pr = 0.71$ ) comme fluide de travail. Les paramètres de contrôle restants qui sont l'angle d'inclinaison,  $\varphi$ , et le nombre de Rayleigh,  $Ra$ , ont été variés respectivement dans les gammes  $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$  et  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ . La différence de température  $\Delta T$  varie dans l'intervalle  $10\text{ K} \leq \Delta T \leq 30\text{ K}$ . Les propriétés de l'air sont évaluées à la température de référence  $T_0 = 293.5\text{ K}$ . Le nombre de rayonnement  $N_r$  est calculé à partir des paramètres  $Ra$ ,  $\Delta T$  et des propriétés de l'air. Toutes les surfaces de la cavité en contact avec l'air ont une même émissivité variant entre  $\varepsilon = 0$  (parois faiblement émissives) et  $\varepsilon = 0.85$  (parois fortement émissives). Les résultats illustratifs sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes et de nombres de Nusselt.

#### 3.4.1 Analyse des lignes de courants et des isothermes

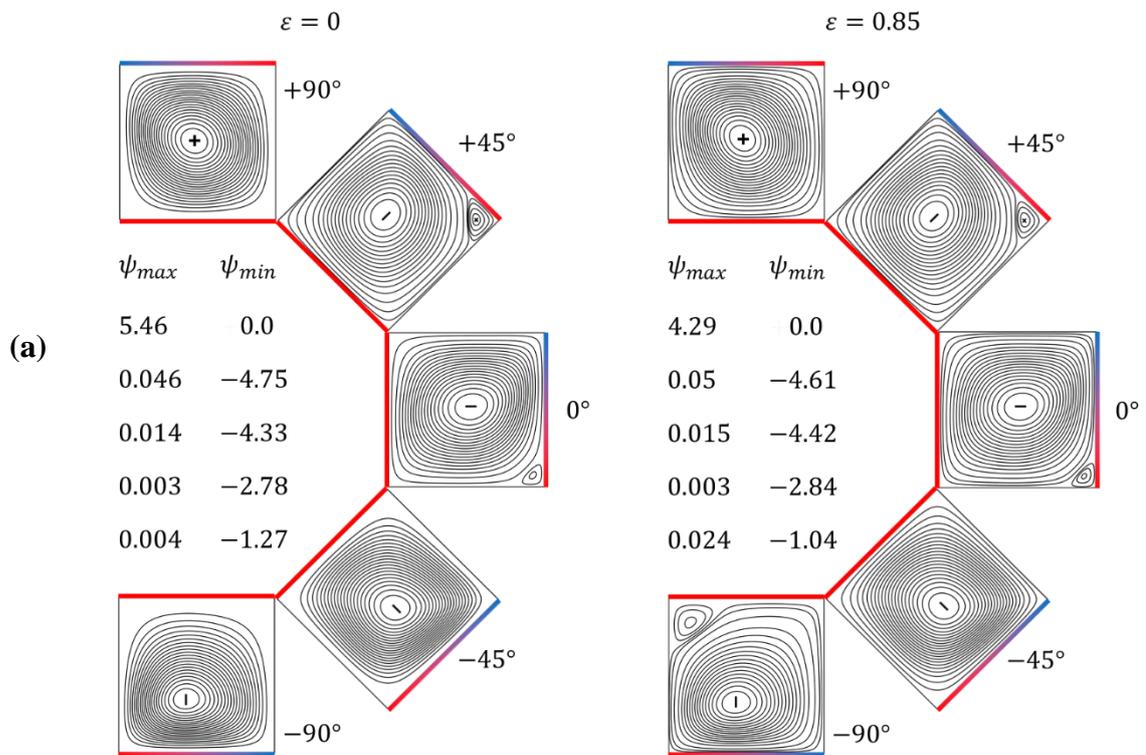
Les effets conjugués de l'inclinaison de la cavité, du nombre de Rayleigh et de l'émissivité des parois sur les lignes de courant et les isothermes sont illustrés dans cette section. Des simulations ont été réalisées pour deux valeurs de l'émissivité (0 et 0.85) et des valeurs de l'angle d'inclinaison allant de  $-90^\circ$  (cavité chauffée par le haut) à  $90^\circ$  (cavité chauffée par le bas). Pour  $Ra = 10^4$  et  $\varepsilon = 0$ , les lignes de courant des figures 3.3a, correspondant au cas d'une cavité à parois verticales actives (figure du milieu correspondant à  $\varphi = 0^\circ$ ), indiquent que l'écoulement est principalement monocellulaire et tourne dans le sens horaire avec  $\psi_{min} = -4.33$ . Une petite cellule secondaire positive, avec une intensité très faible ( $\psi_{max} = 0.014$ ) est également présente ; elle est piégée dans un espace réduit au voisinage du coin inférieur droit de la cavité. En faisant tourner la cavité à partir de cette position dans le sens horaire / anti-horaire (sens des valeurs négatives / positives de  $\varphi$ ), la limite d'inclinaison  $-90^\circ / 90^\circ$  est atteinte et correspond à une cavité chauffée par le haut / bas. Les inclinaisons avec  $\varphi$  négatif / (positif) sont généralement accompagnées d'une diminution / (augmentation) de l'intensité de la cellule principale. Il est à noter que, pour  $\varphi = 90^\circ$ , le signe de la cellule principale devient positif au lieu du signe négatif pour les inclinaisons restantes. Ce signe positif de la cellule principale (rotation antihoraire) pour cette inclinaison particulière est favorisé par le mode de chauffage imposé sur la paroi horizontale supérieure et par la

«neutralité» de la gravité. En effet, pour  $\varphi = 90^\circ$ , la disposition des parties froide et chaude respectivement dans les parties gauche et droite de la paroi supérieure est favorable à une circulation anti-horaire du fluide. En faisant varier  $\varphi$  de  $0^\circ$  à  $-90^\circ / 90^\circ$ , l'intensité de la cellule principale (quel que soit son signe) est réduite / augmentée d'environ 70% / 26%. Au contraire, si l'on excepte l'inclinaison  $\varphi = 45^\circ$  pour laquelle la petite cellule positive a subi une légère augmentation, les variations restantes de  $\varphi$  à partir de  $0^\circ$  ne sont pas favorables à l'écoulement secondaire comme indiqué par leurs intensités correspondantes. Pour  $Ra = 10^5$ , les figures 3.3b montrent que la circulation du fluide est intensifiée par cette augmentation de  $Ra$  pour toutes les inclinaisons. En plus des petites cellules observées pour  $\varphi = 0^\circ$  et  $45^\circ$  dans le cas de  $Ra = 10^4$  et renforcées en intensité par incrémentation de  $Ra$ , deux nouvelles cellules de recirculation, de tailles et d'intensités différentes, apparaissent pour les inclinaisons limites  $\varphi = \pm 90^\circ$ . En effet, pour  $\varphi = 90^\circ$ , une petite cellule négative de très faible intensité apparaît dans le coin inférieur gauche de la cavité. Cependant, pour la situation correspondant à la cavité chauffée par le haut ( $\varphi = -90^\circ$ ), la troisième partie supérieure de la cavité est envahie par l'apparition d'une cellule positive horizontale. La naissance de cette nouvelle cellule peut déjà être attendue par la relaxation des lignes de courant juste au-dessous de la paroi chauffée pour  $Ra = 10^4$  et  $\varphi = -90^\circ$ . Pour la valeur la plus élevée du nombre de Rayleigh,  $Ra = 10^6$ , les figures 3.3c montrent que les écoulements principal et secondaire sont tous les deux supportés par l'augmentation de  $Ra$ . On peut également observer que les valeurs positives / (négatives) de  $\varphi$  contribuent à une amélioration / (réduction) de l'intensité de l'écoulement principal, tandis que la force de l'écoulement secondaire est affectée négativement en inclinant positivement ou négativement la cavité de sa valeur de référence  $\varphi = 0^\circ$ . Plus précisément, en faisant varier la valeur de  $\varphi$  de  $0^\circ$  à  $45^\circ/90^\circ$  ( $-45^\circ/-90^\circ$ ), l'intensité de la cellule principale est multipliée / (divisée) par un facteur de 2.2/2.5 (1.73/3.13). Notons enfin que l'inclinaison  $\varphi = -90^\circ$  conduit à une structure où la circulation de l'écoulement est principalement limitée à la moitié inférieure de la cavité ; sa partie supérieure étant presque au repos. De plus, la structure de l'écoulement correspondant à  $\varphi = -45^\circ$  a également subi d'importants changements affectant la forme de la cellule principale en incrémentant  $Ra$  de  $10^5$  à  $10^6$ . Cette augmentation de  $Ra$  renforce la petite cellule positive, qui apparaît dans le coin situé à côté de la partie la plus chauffée de la paroi dont la température est soumise à une variation linéaire. En présence du rayonnement, l'examen des figures 3.3a correspondant à  $\varepsilon = 0.85$  et  $Ra = 10^4$  indique des changements qualitatifs limités dans les structures de l'écoulement (par rapport à  $\varepsilon = 0$ ), sauf pour  $\varphi = -90^\circ$  où on peut

noter l'apparition prématurée d'une petite cellule positive dans le coin supérieur gauche de la cavité. En augmentant la valeur de  $Ra$  à  $10^5$ , les variations les plus importantes des intensités qui accompagnent l'incrément de l'émissivité sont observées pour les cellules secondaires pour les inclinaisons  $\varphi = 90^\circ$  et  $-90^\circ$  (voir figures 3.3b). En effet, en augmentant  $\varepsilon$  de 0 à 0.85, les intensités des cellules secondaires correspondant à ces inclinaisons sont multipliées respectivement par 3.5 et 2.6. Pour les inclinaisons restantes, l'intensité de la cellule secondaire accompagnant l'incrément de  $\varepsilon$  subit une faible augmentation pour  $\varphi = 45^\circ$  (multiplié par 1.09) alors que celle générée par l'inclinaison négative ( $\varphi = -45^\circ$ ) reste inchangée. On notera également que l'intensité de la cellule principale fera l'objet d'une amélioration ou d'une diminution en présence du rayonnement, en fonction de l'inclinaison  $\varphi$  de la cavité. Globalement, les variations extrêmes relatives de l'intensité de la cellule principale sont observées pour les inclinaisons  $\varphi = 0^\circ$  et  $45^\circ$ ; elles sont respectivement égales à 10.42% et 1.22%. Pour  $Ra = 10^6$ , un examen comparatif des lignes de courant des figures 3.3c pour  $\varepsilon = 0$  et  $\varepsilon = 0.85$  montre également que les changements les plus importants sont observés pour les inclinaisons  $\varphi = 90^\circ$  et  $-90^\circ$  alors que les changements qualitatifs subis pour les inclinaisons restantes sont limités. Plus précisément, la petite cellule négative observée en l'absence du rayonnement pour  $\varphi = 90^\circ$  est renforcée en présence du rayonnement à un niveau lui permettant de concurrencer la cellule principale, ce qui engendre en conséquence un régime périodique oscillatoire pour  $\varepsilon = 0.85$ . Les variations subies par la structure de l'écoulement au cours d'un cycle doivent maintenant être examinées. Pour  $\varphi = -90^\circ$ , l'augmentation de  $\varepsilon$  a conduit à un grand changement de la structure de l'écoulement. Globalement, l'intensité de l'écoulement principal est favorisée par l'augmentation de  $\varepsilon$  et l'amélioration relative est plus ou moins importante selon l'inclinaison, si on excepte  $\varphi = 90^\circ$  pour lequel le rayonnement entraîne une modification du comportement favorisant l'établissement d'un régime convectif périodique.

Les isothermes illustrant l'effet de  $\varepsilon$  et  $\varphi$  sont présentées sur les figures 3.4a-3.4c. Pour  $Ra = 10^4$ , les figures 3.4a montrent que les isothermes sont plus sensibles aux variations de l'inclinaison de la cavité qu'à l'effet du rayonnement. Sur toutes ces figures, les isothermes sont resserrées au voisinage de la partie froide de la paroi refroidie linéairement. Les isothermes condensées justifient que toute la quantité de chaleur fournie par la paroi chauffée et une partie (partie chaude) de celle refroidie linéairement est évacuée à travers la partie froide de celle-ci. Le resserrement des isothermes au niveau de cette partie froide de la paroi refroidie linéairement est renforcé par l'augmentation de  $Ra$  pour toutes les inclinaisons en

l'absence et en présence de l'effet du rayonnement comme on peut le voir sur les figures 3.4b pour  $Ra = 10^5$  et sur les figures 3.4c pour  $Ra = 10^6$ . En outre, l'augmentation de  $Ra$  conduit (comme prévu) à une plus grande interaction thermique entre la paroi chauffée et le fluide confiné. Enfin, la tendance du rayonnement à homogénéiser la température à l'intérieur de la cavité est de plus en plus prononcée en augmentant  $Ra$ . Notons que le changement du sens de l'écoulement (du sens antihoraire au sens horaire) lorsque l'inclinaison passe de  $90^\circ$  à  $45^\circ$  modifie considérablement la répartition du flux de chaleur le long de la paroi chauffée. En effet, pour  $\varphi = 90^\circ$ , les flux de chaleur les plus importants (transférés de la paroi chauffée au fluide) sont enregistrés dans la moitié gauche en regard de la partie froide de la paroi chauffée linéairement (remarquez le resserrement des isothermes dans cette zone).



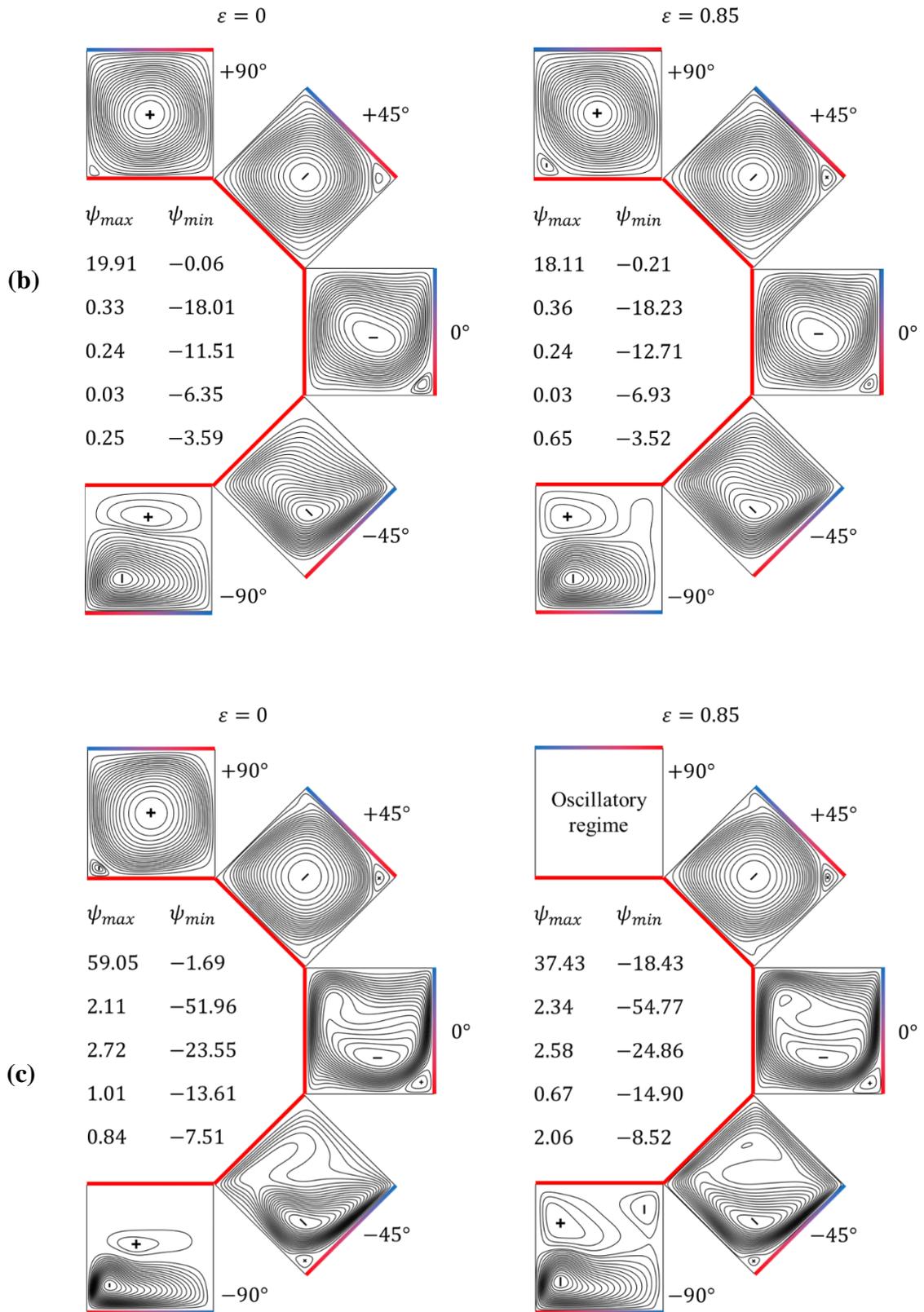
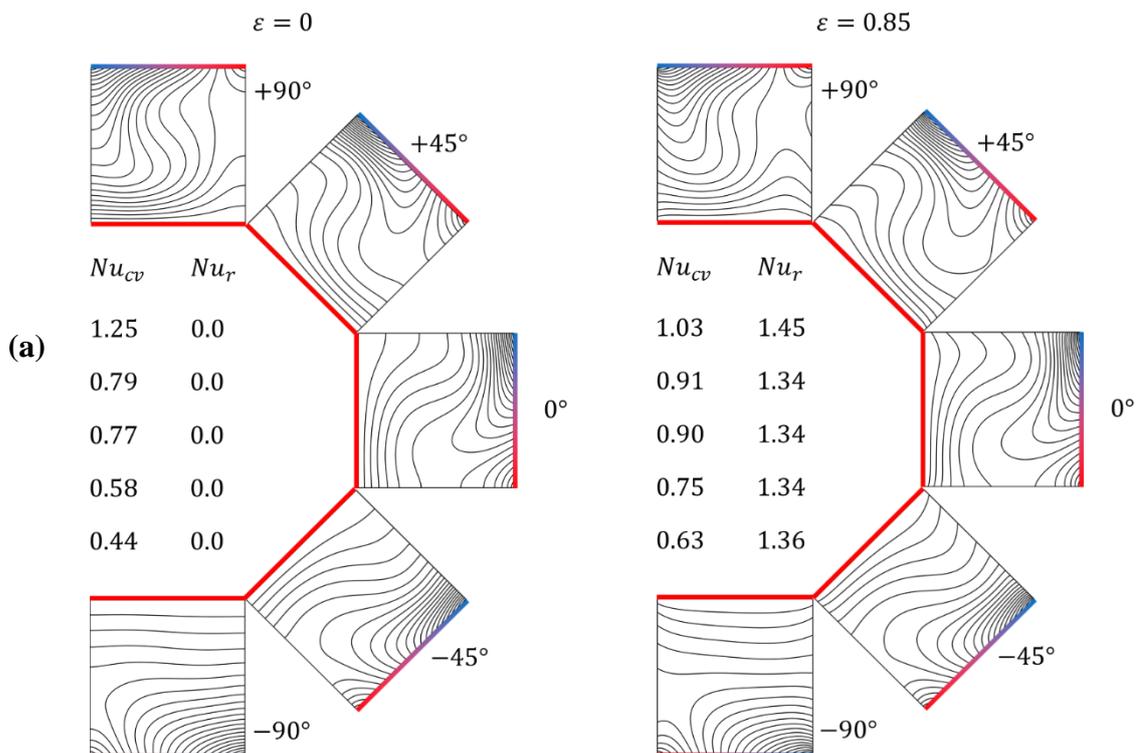


Figure 3. 3: lignes de courant obtenues pour différentes inclinaisons et pour  $\varepsilon = 0$  (colonne de gauche) et 0.85 (colonne de droite) : (a)  $Ra = 10^4$ , (b)  $Ra = 10^5$  et (c)  $Ra = 10^6$ .

Cependant, pour  $\varphi = 45^\circ$  et toutes les autres inclinaisons (sauf  $-90^\circ$ ), la partie importante de la quantité de chaleur transférée par la paroi chauffée provient de sa moitié faisant face à la partie chaude de la paroi refroidie linéairement. Pour l'inclinaison particulière  $\varphi = -90^\circ$ , la paroi chaude chauffe la cavité de manière uniforme par le haut. Un tel mode de chauffage n'est pas favorable à la création d'un écoulement de convection. Par conséquent, la circulation du fluide est très faible dans la partie supérieure de la cavité et l'écoulement généré dans la partie inférieure est dû au gradient de température horizontal imposé par la paroi refroidie de manière linéaire, ce qui conduit à une stratification verticale des isothermes dans la partie supérieure de la cavité marquant la prédominance de la conduction dans cette région. Une telle stratification est encore observée en présence du rayonnement mais elle s'accompagne d'une certaine déformation des isothermes imposée par les gradients de température apparaissant sur les parois adiabatiques (ces gradients sont dus à l'absorption du rayonnement par ces parois). La région de stratification thermique s'étend vers la partie inférieure de la cavité en augmentant  $Ra$ , car l'intensification de la convection tend à imposer la température de la partie chaude de la paroi refroidie au fluide traversant la partie centrale de la cavité (il est à noter que l'écoulement principal tourne dans le sens horaire).



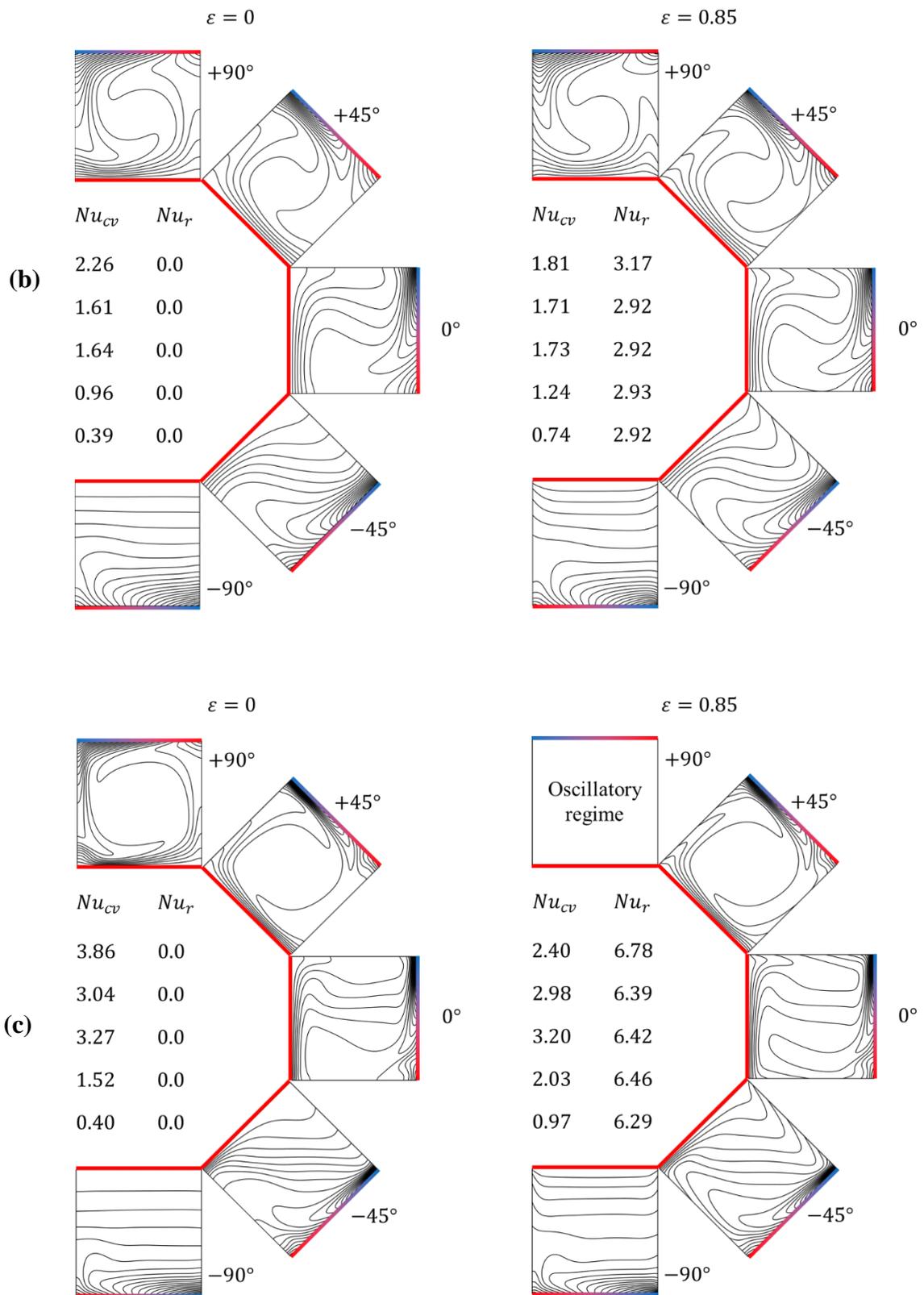


Figure 3. 4 : Isothermes obtenues pour diverses inclinaisons et pour  $\varepsilon = 0$  (colonne de gauche) et 0.85 (colonne de droite) : (a)  $Ra = 10^4$ , (b)  $Ra = 10^5$  et (c)  $Ra = 10^6$ .

### 3.4.2 Illustration du régime oscillatoire

En faisant varier  $Ra$  et l'inclinaison  $\varphi$  dans leurs plages respectives, toutes les solutions obtenues sont permanentes pour les deux valeurs considérées de l'émissivité ( $\varepsilon = 0$  et  $0.85$ ) à l'exception du cas  $Ra = 10^6$  et  $\varphi = 90^\circ$  pour lequel la solution est oscillatoire périodique pour  $\varepsilon = 0.85$ . Le régime instationnaire est illustré sur la figure 3.5 en termes de variations temporelles de  $\psi_{max}$  et  $\psi_{min}$ . La solution oscillatoire est caractérisée par des variations périodiques complexes de  $\psi_{max}$  et  $\psi_{min}$  avec une grande période supérieure à 0.4. Pendant une grande partie du cycle, les variations de  $\psi_{max} / |\psi_{min}|$  sont caractérisées par une diminution / augmentation quasi linéaire dont la tendance change en une forte diminution / augmentation vers un minimum / maximum suivi par une augmentation / diminution forte et régulière vers un maximum / minimum. Une fois le maximum / minimum atteint, le retour à l'état de décroissance / croissance régulière est précédé de petites oscillations amorties.

Pour mettre en évidence les changements subis par la structure de l'écoulement et par le champ de température au cours de l'évolution du cycle, nous illustrons sur les figures 3.6 les lignes de courant et les isothermes correspondant aux instants sélectionnés (a) à (i) dans l'évolution de  $\psi_{max}$  sur la figure 3.5. De l'instant (a) à l'instant (b) marquant respectivement le début et la disparition des oscillations amorties, les intensités de la cellule positive principale et la cellule secondaire négative située dans le coin inférieur gauche de la cavité ont subi des diminutions respectives d'environ 26.9% et 13.4%. Il est à noter que, entre les instants (a) et (b), la cellule principale et la petite cellule négative inférieure subissent des croissances et des décroissances très limitées suivant les oscillations amorties observées dans cette gamme (non présentées). Entre les instants (b) et (c), la deuxième cellule secondaire initialement située dans le coin supérieur droit de la cavité disparaît alors que la cellule principale et la cellule secondaire survivante se comportent différemment. En effet, l'intensité de la cellule principale / secondaire s'affaiblit / se renforce continuellement et les pertes / gains sont de 8.6% / 31.4% en intensité. Cette tendance est maintenue entre les instants voisins (c) et (d) avec une augmentation / diminution de l'intensité d'environ 14.3% / 46.5%. Dans la gamme de temps connaissant de fortes variations des intensités des deux cellules avant d'atteindre leurs premiers extremums; instants entre (d) et (e), la diminution / augmentation de l'intensité de la cellule positive / négative atteint 39.1% / 158.8%. Au cours de cette évolution, d'importantes

variations qualitatives de la structure de l'écoulement se produisent entre les instants (c) et (e) où l'on peut observer une invasion progressive de la cellule négative au détriment de l'espace initialement occupé par la cellule principale positive. L'extension de la première se termine à un instant proche de celui correspondant à (e) sur la figure 3.5. La structure d'écoulement illustrée à cet instant sur la figure 3.6e est caractérisée par deux cellules horizontales, la cellule négative étant située dans la partie inférieure de la cavité et occupant plus d'un tiers de l'espace disponible. Après les extrémums, les variations observées dans la structure de l'écoulement sont rapides et se produisent pendant un court intervalle de temps avant la fin du cycle. En effet, la cellule positive se renforce rapidement, forçant la cellule négative à libérer l'espace qu'elle occupait avant les changements de tendance (avant les extrémums). Entre les instants correspondant à (f) et (g), l'intensité de la cellule positive / négative subit une augmentation / (une diminution) d'environ 43.4% / (52.4%). Cette tendance se poursuit entre (g) et (h) où l'on voit que la cellule négative correspondant à l'instant (g) sur la figure 3.5 est manifestement affaiblie et décalée entre la paroi inférieure chauffée et la paroi verticale droite. Cependant, cette évolution entre les instants (g) et (h) favorise la naissance d'une petite cellule secondaire négative dans le coin inférieur gauche de la cavité.

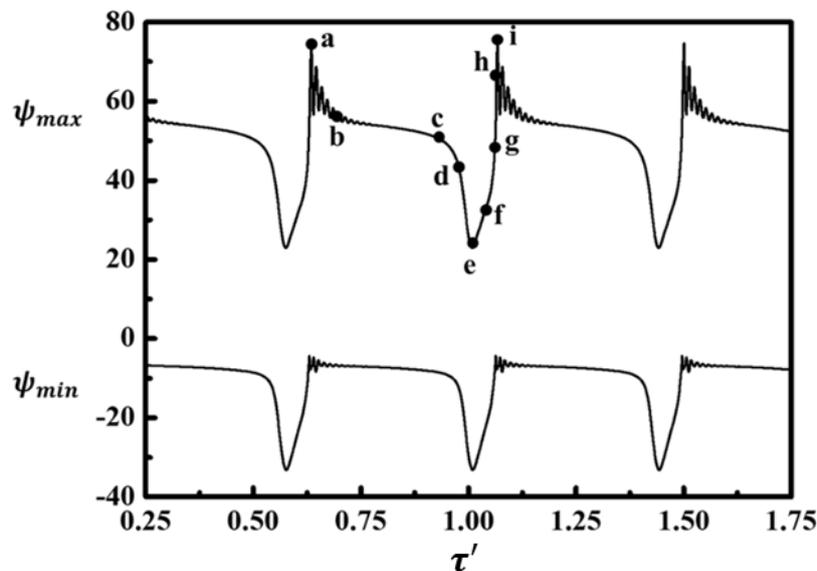


Figure 3. 5 : Variations temporelles de  $\psi_{ext}$  pour  $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.85$  et  $\varphi = 90^\circ$ .

Sur la figure 3.6h, les intensités des cellules sont  $\psi_{max} = 64.4$  et  $\psi_{min} = -4.79$ , indiquant que la cellule positive redevient dominante à la fin du cycle d'écoulement. Enfin, dans l'intervalle de temps entre (h) et (i), les deux cellules s'intensifient avec des taux comparables (environ 15%). Plus précisément,  $\psi_{max}/|\psi_{min}|$  subit une augmentation d'environ 15.6% /

14.2% dans ce court intervalle de temps. Ainsi, pour chaque cycle d'écoulement, on peut remarquer que la cellule négative supérieure est celle qui était initialement située dans la partie inférieure gauche de la cavité au cours du cycle précédent et que sa disparition se produit une fois que la cellule secondaire négative apparaît à la fin du même cycle. Les transformations subies par la structure de l'écoulement s'accompagnent de changements dans la distribution du champ de température dans la cavité. La seule constance de ces transformations réside dans les gradients de température importants observés dans la partie froide de la paroi chauffée linéairement pendant tout le cycle, en raison du contact permanent de la cellule positive avec cette paroi où la plus importante quantité de chaleur est évacuée par sa partie froide. De plus, l'observation de l'évolution du cycle indique que la cellule positive est chauffée par un contact direct avec la paroi chaude ou par son interaction thermique avec la cellule négative lorsque celle-ci empêche la première de ce contact.

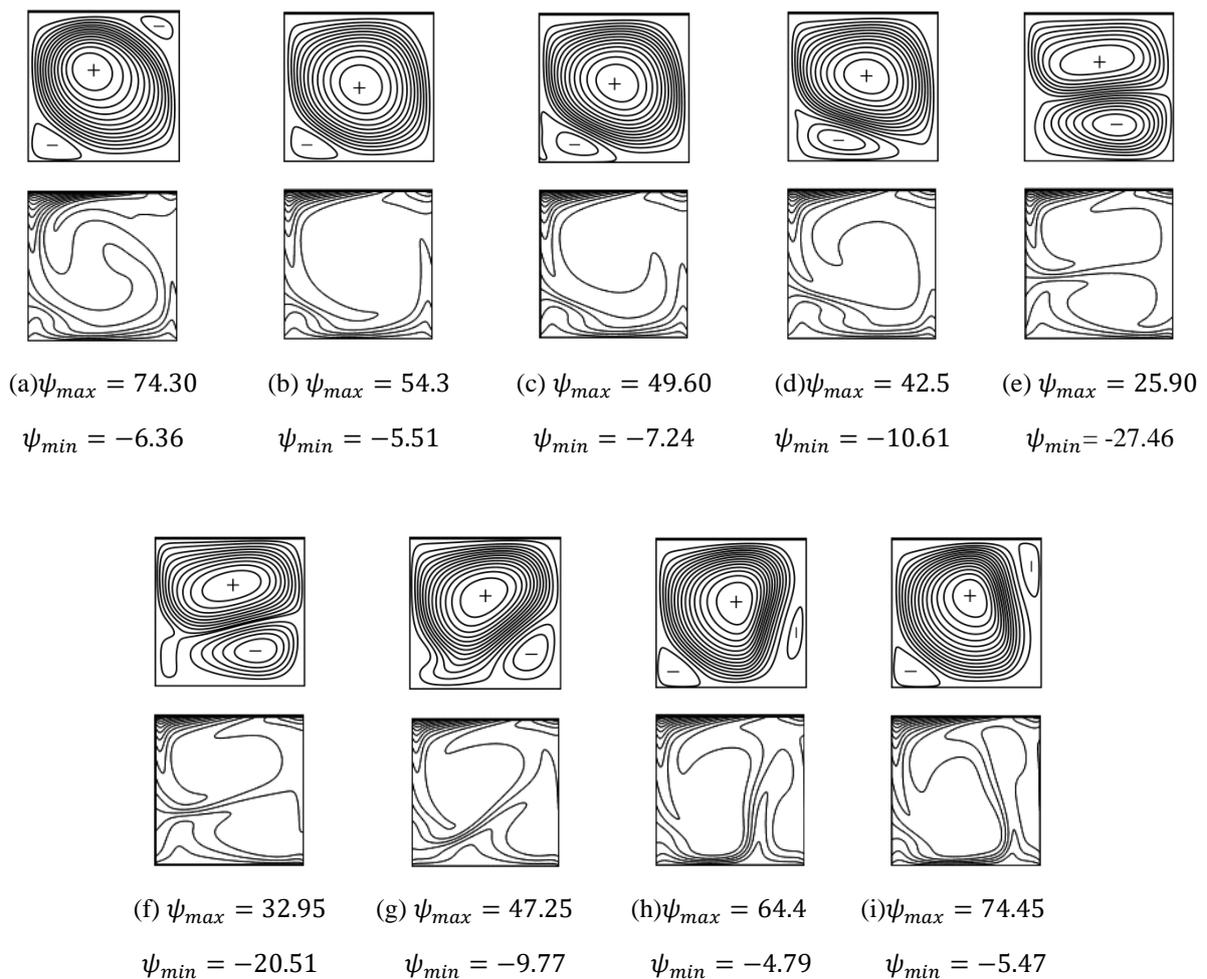


Figure 3. 6 : Lignes de courant et isothermes correspondant aux instants sélectionnés sur le cycle d'écoulement pour  $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.85$  et  $\varphi = 90^\circ$ .

Les gradients de température les plus importants sur la paroi inférieure (paroi chaude) sont observés dans la région centrale, pendant une longue période du cycle d'écoulement, et ceci tant que la cellule négative inférieure existe et a une petite taille. Au fur et à mesure que cette dernière croît, ces gradients sont progressivement décalés vers la moitié droite de la paroi chauffée. Enfin, dans la partie centrale de la cavité, la distribution de la température passe par plusieurs états complexes incluant des cas isothermes et verticalement stratifiés dans cette zone.

### 3.4.3 Transfert de chaleur

#### 3.4.3.1 Effet de $\Delta T$ sur les nombres de Nusselt convectif et radiatif pour $\varphi = 0^\circ$

Les variations des nombres moyens de Nusselt calculés sur la paroi chaude en fonction de l'émissivité  $\varepsilon$  sont illustrées sur la figure 3.7 pour  $\Delta T = 10$  K, 20 K et 30 K. On peut noter que, pour toutes les valeurs considérées de  $\Delta T$ , la composante convective du nombre de Nusselt subit une légère augmentation, limitée à l'intervalle  $0 \leq \varepsilon \leq 0.5$ , suivie d'un comportement asymptotique dans la gamme restante de  $\varepsilon$ . L'effet de  $\Delta T$  sur  $Nu_{cv}$  est perçu comme très faible puisque le nombre de Rayleigh est maintenu constant dans ce cas. Le très faible changement observé dans la valeur de  $Nu_{cv}$  (inférieur à 3.5%), en changeant  $\Delta T$ , est dû à l'effet des échanges radiatifs sur le comportement thermique des parois adiabatiques. Au contraire, nous pouvons observer que la composante radiative du nombre de Nusselt est considérablement affectée par la variation de  $\Delta T$  et  $\varepsilon$ . Plus explicitement, pour  $\varepsilon = 1$ ,  $Nu_r$  est réduit de 29.8% lorsque  $\Delta T$  passe de 10 K à 30 K. Cette réduction s'explique par la diminution de la hauteur de la cavité afin de maintenir constant le nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^5$ ) tout en augmentant  $\Delta T$ . L'effet quantitatif de  $\varepsilon$  sur le transfert de chaleur radiatif est important. Ainsi, pour  $\Delta T = 10$  K,  $Nu_r$  est multiplié par un facteur de 2.4 en augmentant  $\varepsilon$  de 0.5 à 1. Dans la partie restante de ce travail, la différence de température  $\Delta T = 10$  K est considérée.

#### 3.4.3.2 Effets combinés du nombre de Rayleigh et de l'inclinaison de la cavité sur la composante convective

La figure 3.8 montre l'évolution du nombre de Nusselt convectif évalué sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison, tant en absence ( $\varepsilon = 0$ ) qu'en présence ( $\varepsilon = 0.85$ ) du rayonnement. En mettant l'accent sur

l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur par convection, on peut noter son impact positif sur  $Nu_{cv}$  pour toutes les inclinaisons considérées sauf pour la valeur particulière  $-90^\circ$  en l'absence du rayonnement. Comme il a déjà été mentionné plus haut, cette inclinaison correspond au cas d'une cavité chauffée par sa paroi supérieure ; ce qui n'est pas favorable au déclenchement de l'écoulement. Par la suite, l'écoulement est uniquement dû au gradient de température assuré par le refroidissement linéaire. Pour la même configuration, la prise en compte de l'effet du rayonnement inverse le comportement de la composante convective vis-à-vis l'augmentation de  $Ra$ .

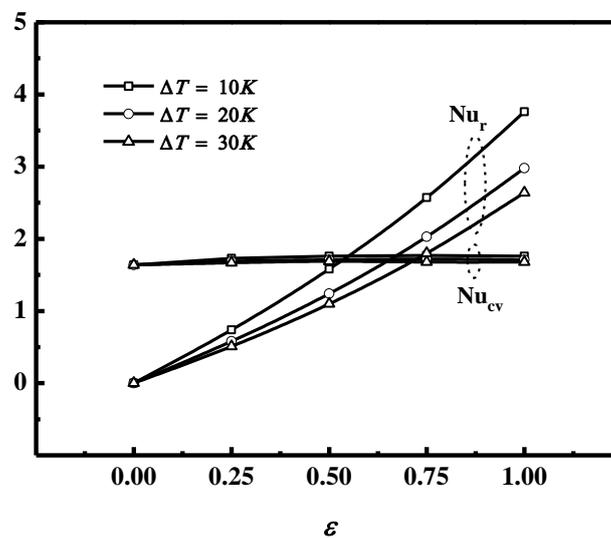


Figure 3. 7 : Variations de  $Nu_{cv}$  et  $Nu_r$  en fonction de  $\varepsilon$  pour  $Ra = 10^5$ ,  $\varphi = 0^\circ$  et différentes valeurs de  $\Delta T$ .

En effet, l'échange radiatif entre les parois adiabatiques et les parois actives induit un gradient de température dans la partie supérieure de la cavité (voir le voisinage des parois adiabatiques de la figure 3.4). Ainsi, la convection y est favorisée et l'intensité de la cellule secondaire est multipliée par 2.45 lors de la prise en compte de l'effet du rayonnement comme on peut le voir sur la figure 3.3c pour  $Ra = 10^6$  et  $\varphi = -90^\circ$ . Cependant, l'effet du rayonnement n'est pas favorable à l'amélioration du transfert de chaleur par convection dans le cas de  $\varphi = 90^\circ$ . En effet, pour cette inclinaison, l'effet du rayonnement réduit  $Nu_{cv}$  de 37.8% / 19.9% / 17.6% pour un nombre de Rayleigh de  $10^6/10^5/10^4$ . Rappelons que la valeur du nombre de Nusselt rapportée pour  $Ra = 10^6$  et  $\varepsilon = 0.85$  représente une valeur moyennée sur un cycle d'écoulement du fait du caractère périodique de la solution qui apparaît pour une émissivité

critique  $\varepsilon_{cr} = 0.8$ . Dans le cas de l'inclinaison  $0^\circ$ , le rayonnement contribue à une augmentation de  $Nu_{cv}$  de 16.9% pour  $Ra = 10^4$ , mais il a un faible effet sur ce dernier pour  $Ra \geq 10^5$  (il subit des changements de moins de 6%). Cela signifie que la redistribution de la température opérée par des échanges radiatifs sur les parois adiabatiques peut favoriser ou défavoriser les effets convectifs initiaux induits par les parois thermiquement actives (c'est-à-dire les parois chauffées et refroidies) en fonction de l'inclinaison de la cavité.

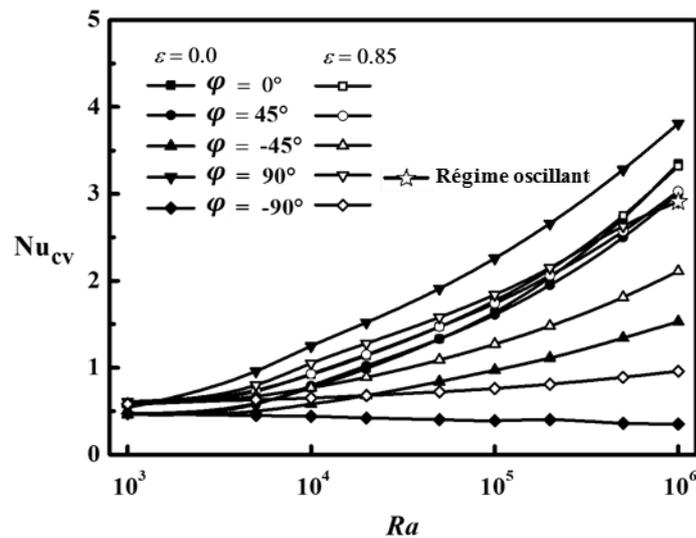


Figure 3. 8: Evolution de  $Nu_{cv}$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison.

En régime transitoire, l'évolution de la composante convective du nombre de Nusselt en fonction du temps est illustrée sur la figure 3.9a pour  $Ra = 10^6$  et  $\varepsilon = 0.85$ . Notons que cette évolution temporelle présente certaines similitudes (en termes de complexité) avec celles de l'intensité de l'écoulement illustrée sur la figure 3.5. Une fois que le maximum absolu de  $Nu_{cv}$  est atteint à un instant donné du cycle d'écoulement, son évolution subit une décroissance rapide vers une phase d'oscillations amorties autour de valeurs moyennes décroissantes qui durent pendant un temps avant de disparaître. Pendant sa phase décroissante,  $Nu_{cv}$  atteint un minimum relatif suivi d'une augmentation limitée vers un maximum relatif avant de subir une chute drastique vers le minimum absolu. Le passage du nombre de Nusselt convectif de son minimum absolu vers son maximum absolu se produit presque instantanément (pendant un très court intervalle de temps). Ces changements

complexes dans les tendances témoignent de la complexité du couplage qui engendre également de grands changements dans les structures d'écoulement et complique la nature de l'interaction entre les parois actives et le fluide confiné.

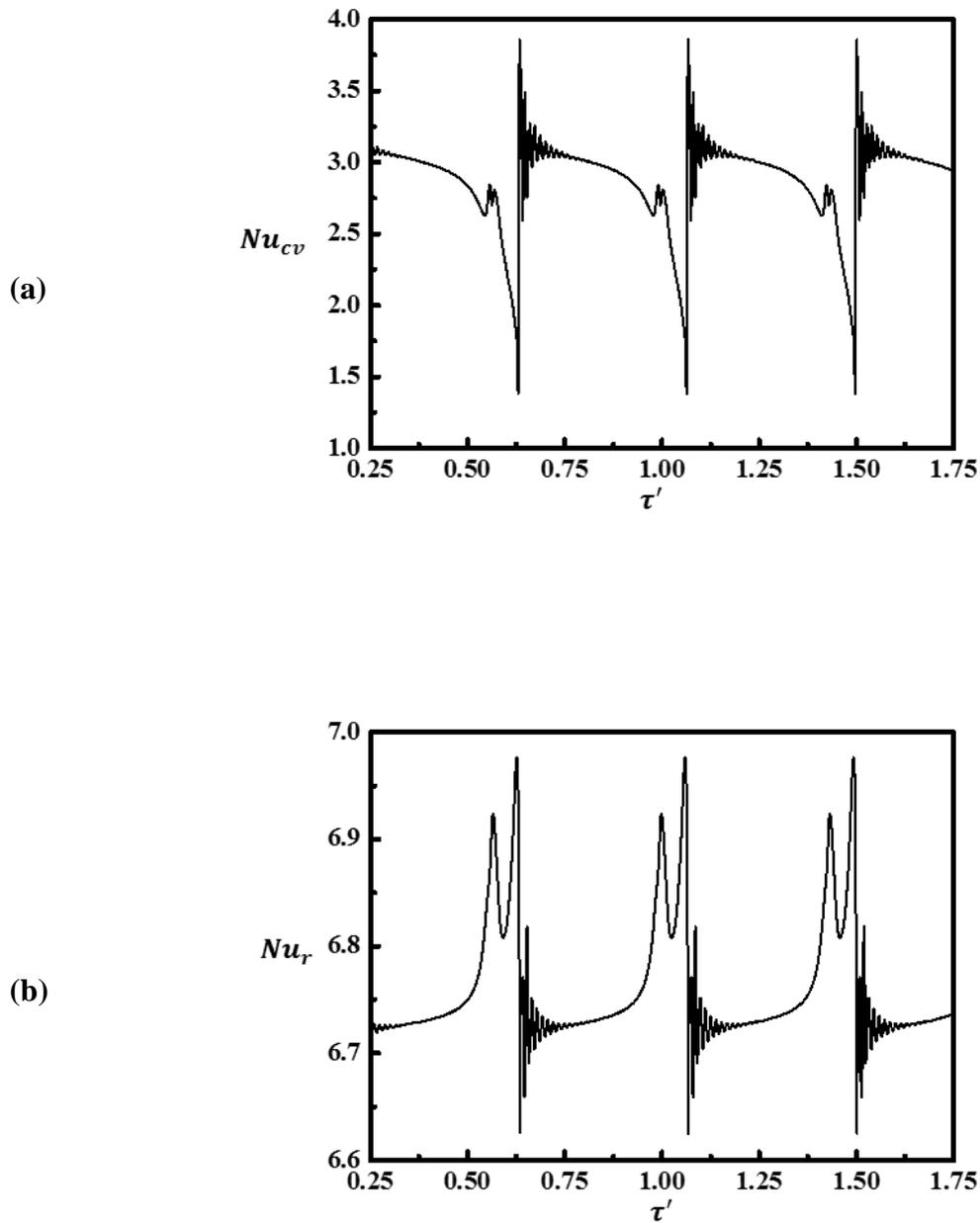


Figure 3. 9 : Variation temporelle de  $Nu_{cv}$  (a) et  $Nu_r$  (b) pour  $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.85$  et  $\varphi = 90^\circ$ .

Pour illustrer la différence en termes de comportement entre les composantes convective et radiative du transfert de chaleur en régime instationnaire, nous présentons sur la figure 3.9b les variations en fonction du temps de  $Nu_r$ . Comme attendu, le comportement est périodique

(même période que  $Nu_{cv}$ ) mais différent de celui décrit sur la figure 3.9a pour la composante convective. La phase amortie se produit autour de valeurs moyennes croissantes et l'augmentation de  $Nu_r$  se poursuit avec un taux modéré après la disparition de la phase oscillante, suivi d'une augmentation soudaine vers sa valeur maximale absolue. Ces différences de comportement entre les deux composantes (convective et radiative) du transfert de chaleur peuvent être expliquées par le fait que les variations temporelles du transfert de chaleur convectif sont attribuées à l'instabilité des gradients de température dans le fluide adjacent aux parois actives. Cependant, les variations temporelles du transfert de chaleur radiatif sont dues à l'instabilité de la température sur les parois adiabatiques.

### **3.4.3.3 Effet du nombre de Rayleigh, de l'angle d'inclinaison et de l'émissivité des parois sur la composante radiative**

L'évolution du nombre de Nusselt radiatif en fonction de  $Ra$  est illustrée sur la figure 3.10 pour  $\varepsilon = 0.85$  et différentes valeurs de l'angle d'inclinaison. On remarque que les courbes correspondant aux différentes inclinaisons considérées sont presque confondues si on excepte l'inclinaison  $\varphi = 90^\circ$ . Il convient de souligner que les variations subies par le transfert de chaleur radiatif en faisant varier l'inclinaison sont dues aux variations de la répartition de la température sur les parois adiabatiques dues à l'effet d'inclinaison sur le flux convectif. L'échange radiatif entre les parois actives est indépendant de l'inclinaison car elles sont maintenues à des températures fixes. Rappelons que l'inclinaison de  $90^\circ$  conduit à une configuration chauffée par le bas qui est la seule pour laquelle l'écoulement tourne dans le sens antihoraire. Un tel écoulement transporte le fluide refroidit par la partie la plus froide de la cavité directement vers l'une des parois adiabatiques (celle reliant la paroi chaude et le point le plus froid de la paroi refroidie). Dans le cas d'un écoulement tournant dans le sens horaire, les parois adiabatiques entrent en contact avec le fluide déjà chauffé par la paroi chaude ou par la partie la plus chaude de la paroi refroidie. Par conséquent, le comportement thermique des parois adiabatiques change fortement avec la direction de l'écoulement. Ce changement est à l'origine de l'écart évident observé entre la courbe du transfert de chaleur radiatif induit par l'inclinaison  $90^\circ$  et les autres inclinaisons.

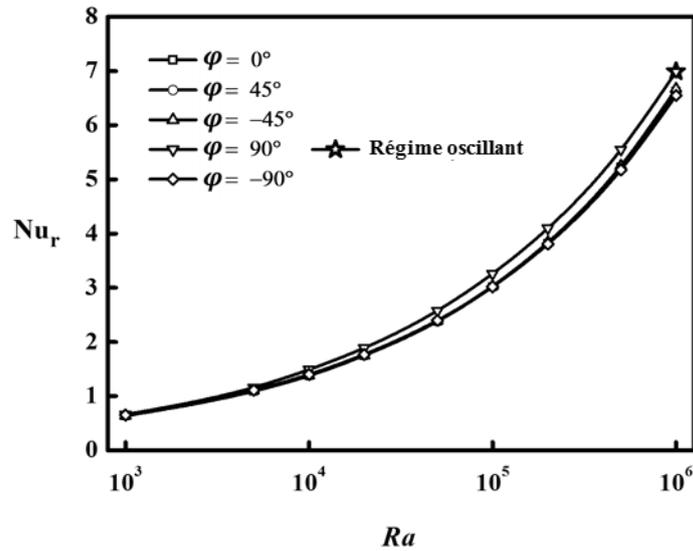


Figure 3. 10 : Evolution de  $Nu_r$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison et  $\varepsilon = 0.85$ .

#### 3.4.3.4 Effet du nombre de Rayleigh et de l'angle d'inclinaison sur le nombre de Nusselt total

L'évolution du nombre de Nusselt total en fonction de  $Ra$  est illustrée sur la figure 3.11 pour différentes inclinaisons et deux valeurs de l'émissivité ( $\varepsilon = 0$  et  $0.85$ ). Il ressort de cette figure que  $Nu$  augmente avec  $Ra$  indépendamment des valeurs de  $\varphi$  et  $\varepsilon$ , sauf pour la combinaison  $(\varphi, \varepsilon) = (-90^\circ, 0)$ . Généralement, l'augmentation de l'inclinaison a un effet positif sur le transfert de chaleur total en présence et en absence du rayonnement, à l'exception de l'augmentation de  $\varphi$  de  $0^\circ$  à  $45^\circ$ . Cette dernière augmentation a un effet négligeable sur  $Nu$  en présence du rayonnement ( $\varepsilon = 0.85$ ) pour toute la gamme de  $Ra$  et également en absence du rayonnement ( $\varepsilon = 0$ ) pour  $Ra \leq 2 \times 10^5$ . Pour  $Ra > 2 \times 10^5$  et  $\varepsilon = 0$ , une diminution d'environ 7% est enregistrée pour  $Ra = 10^6$  lorsque  $\varphi$  passe de  $0^\circ$  à  $45^\circ$ . Ce comportement indique que  $Nu$  passe par un maximum suivi d'un minimum lorsque l'inclinaison varie dans la gamme  $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$ . L'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur est important notamment en l'absence du rayonnement. Par conséquent, en changeant l'inclinaison de  $-90^\circ$  à  $0^\circ / 90^\circ$ , le nombre total de Nusselt est multiplié par un facteur de  $1.75 / 2.84$  pour  $Ra = 10^4$  et  $8.2 / 9.6$  pour  $Ra = 10^6$ . Cela signifie qu'un choix approprié de l'inclinaison de la cavité peut être très bénéfique lorsque l'objectif recherché est la réduction des pertes de chaleur. En présence du rayonnement, l'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur total est moins important en comparaison avec le cas  $\varepsilon = 0$ . Quantitativement, en augmentant l'inclinaison de

-90° à 0° / 90°,  $Nu$  est amélioré de 12.6% / 24.6% (il est multiplié par environ 1.12 / 1.24) pour  $Ra = 10^4$  et 32.5% / 26.4% (il est multiplié par environ 1.32 / 1.26) pour  $Ra = 10^6$ .

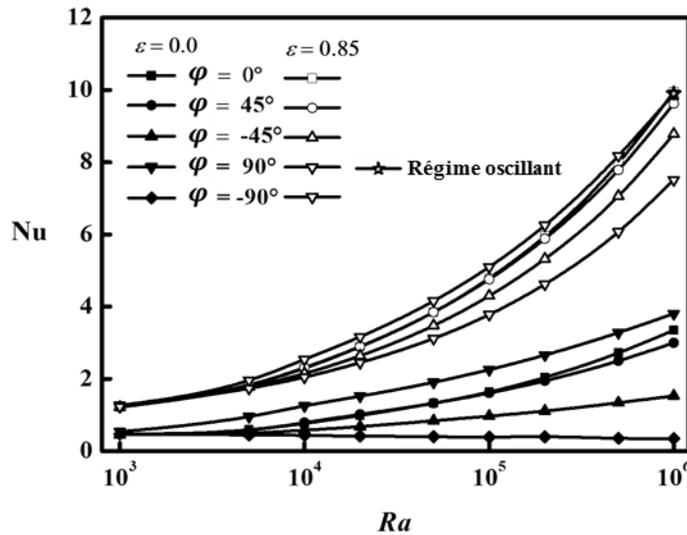


Figure 3. 11 : Evolution de  $Nu$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison

### 3.4.3.5 Contribution de chaque mode au transfert de chaleur total

La contribution de la convection et du rayonnement au transfert de chaleur total à travers la cavité est illustrée sur la figure 3.12 en fonction de  $Ra$  pour différentes inclinaisons. Pour  $Ra = 10^3$ , la contribution de chacun de ces modes est presque indépendante de l'inclinaison avec un léger avantage pour le transfert de chaleur par rayonnement (environ 48% pour la convection et 52% pour le rayonnement). En augmentant  $Ra$ , on peut constater que, globalement, la contribution de la convection / rayonnement diminue / augmente si on excepte une petite gamme de  $Ra$  où elle présente une légère augmentation / diminution pour les inclinaisons  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . Le taux de variation de ces grandeurs est fortement affecté par l'inclinaison de la cavité dans la gamme  $-90^\circ \leq \varphi \leq 0^\circ$ . A titre d'exemple, en augmentant  $Ra$  de  $10^3$  à  $10^6$  dans cette plage, la contribution de la convection / rayonnement est divisée / multipliée par un facteur de 1.4 / 1.3 et 3.5 / 1.6 respectivement pour  $\varphi = 0^\circ$  et  $-90^\circ$ . Il convient aussi de noter que les contributions du rayonnement et de la convection ne sont pas considérablement affectées par l'inclinaison dans la gamme  $[0^\circ, 90^\circ]$ . Cependant, les inclinaisons négatives ( $-45^\circ$  et  $-90^\circ$ ) affectent remarquablement la contribution de la convection / rayonnement au transfert de chaleur total puisque le flux convectif est fortement

atténué pour ces dernières inclinaisons. Quantitativement, en faisant varier  $\varphi$  de  $0^\circ$  à  $-90^\circ$ , la contribution de la convection / rayonnement est réduite / améliorée d'un facteur de 2.5 / 1.3 pour  $Ra = 10^6$ .

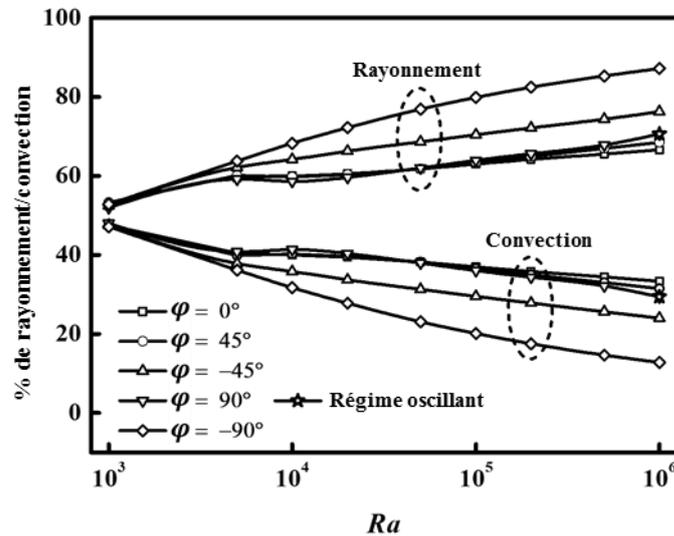


Figure 3. 12 : Evolution de la contribution de la convection et du rayonnement en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison et  $\varepsilon = 0.85$ .

### 3.5 Conclusion

Le problème de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique à l'intérieur d'une cavité carrée, inclinée, remplie d'air et soumise à une température non uniforme sur l'une de ses parois est étudié numériquement en utilisant le schéma MRT de la méthode de Lattice Boltzmann. Les effets combinés de l'émissivité des parois, de l'angle d'inclinaison et du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur et la structure d'écoulement sont examinés. Le schéma MRT-LBM s'avère être un outil de calcul puissant pour la simulation du transfert de chaleur par convection naturelle en présence du rayonnement. A partir des résultats présentés, différentes conclusions intéressantes peuvent être tirées. L'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur est important en particulier en l'absence du rayonnement. En fait, le nombre de Nusselt total est multiplié par un facteur de 1.75 / 2.84 pour  $Ra = 10^4$  et de 8.2 / 9.6 pour  $Ra = 10^6$  en changeant l'inclinaison de  $-90^\circ$  à  $0^\circ / 90^\circ$ . L'inclinaison de  $-90^\circ$  pourrait être utile lorsque l'objectif est de minimiser les pertes de chaleur à travers la cavité (dans le cas de  $\varepsilon = 0$ ). En effet pour  $Ra = 10^6$ , une valeur de  $Nu$  de l'ordre

de 0.4 a été obtenue pour cette inclinaison contre 3.9 pour  $90^\circ$  qui correspond à une cavité chauffée par le bas. En présence du rayonnement, l'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur total est atténué par rapport au cas correspondant à  $\varepsilon = 0$ . Quantitativement, en augmentant l'inclinaison de  $-90^\circ$  à  $0^\circ / 90^\circ$ ,  $Nu$  est amélioré de 12.6% / 24.6% pour  $Ra = 10^4$  et de 32.5% / 26.4% pour  $Ra = 10^6$ . En augmentant  $Ra$ , la contribution de la convection / rayonnement diminue / augmente, en général, si l'on excepte une petite gamme de  $Ra$  où elle présente une légère augmentation / diminution pour les inclinaisons  $45^\circ$  et  $90^\circ$ .

# **Chapitre 4 : Simulation MRT-LBM de la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée chauffée partiellement par les côtés (chauffage symétrique et asymétrique).**

## **4.1 Introduction**

Le présent chapitre est dédié à une modélisation de la convection naturelle couplée au rayonnement thermique dans une cavité carrée partiellement chauffée (symétriquement et asymétriquement) par les côtés et refroidie par le haut. Le champ d'écoulement du fluide et la distribution de température sont obtenus en utilisant la méthode de Lattice Boltzmann avec le schéma de collision à temps de relaxation multiple (MRT). L'étude est réalisée pour une émissivité des parois et un nombre de Rayleigh variant respectivement dans les gammes  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  et  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ . Les paramètres restants sont le nombre de Prandtl,  $Pr = 0.71$ , et la différence de température,  $\Delta T = 30$  K. La température de référence est prise égale à  $T_0 = 298$  K. Les résultats obtenus sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, de lignes de flux de chaleur et du nombre de Nusselt. Des tests préliminaires de validation ont été menés avec succès et montrent que le code numérique est bien adapté pour traiter efficacement notre problème. Cette étude révèle que l'émissivité des parois, le nombre de Rayleigh en plus de l'emplacement des sources de chaleur (symétrique et asymétrique) ont un effet déterminant sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur généré par les parois actives de la cavité.

## **4.2 Description de la configuration étudiée**

Dans cette étude, deux types de configurations ont été considérés. Ces deux configurations sont présentées sur la figure 4.1. Il s'agit d'une cavité carrée remplie d'air, refroidie par le haut et chauffée partiellement sur les côtés de manière symétrique CHS (figure 4.1a) ou asymétrique CHAS (figure 4.1b). Les parties restantes des parois sont considérées adiabatiques. Les conditions aux limites thermiques associées aux problèmes considérés sont formulées comme suit :

$$\theta = \theta_c = 1 \quad \text{Pour} \quad \left\{ \begin{array}{l} X = 0 \text{ ou } 1 \text{ et } 0 \leq Y \leq \frac{1}{2} \text{ (CHS)} \\ X = 0 \text{ et } \frac{1}{4} \leq Y \leq \frac{3}{4} ; X = 1 \text{ et } 0 \leq Y \leq \frac{1}{2} \text{ (CHAS)} \end{array} \right. \quad (4.1a)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = N_r Q_r \quad \text{Pour} \quad \left\{ \begin{array}{l} X = 0 \text{ et } \frac{1}{2} \leq Y \leq 1 \text{ (CHS)} \\ X = 0 \text{ et } 0 \leq Y \leq \frac{1}{4} ; X = 0 \text{ et } \frac{3}{4} \leq Y \leq 1 \text{ (CHAS)} \end{array} \right. \quad (4.1b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = -N_r Q_r \quad \text{Pour} \quad X = 1 \text{ et } \frac{1}{2} \leq Y \leq 1 \quad (4.1c)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = N_r Q_r \quad \text{Pour} \quad Y = 0 \quad (4.1d)$$

$$\theta = \theta_F = 0 \quad \text{Pour} \quad Y = 1 \quad (4.1e)$$

Où  $N_r$  et  $Q_r$  sont respectivement le nombre de rayonnement et le flux de chaleur radiatif échangé par l'élément de surface entourant le nœud considéré. La température adimensionnelle  $\theta$  est définie par :  $\theta = (T - T_F)/(T_C - T_F)$ . Les autres paramètres sans dimension sont le nombre de Rayleigh ( $Ra = g\beta\Delta TH^3/\nu\alpha$ ) et le nombre de Prandtl ( $Pr = \nu/\alpha$ ).

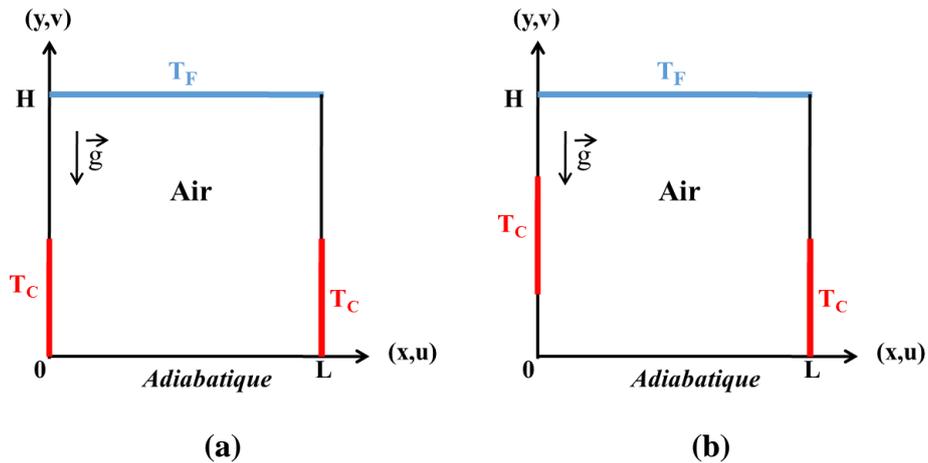


Figure 4. 1: Configurations étudiées : (a) cas du chauffage symétrique (CHS) et (b) cas du chauffage asymétrique (CHAS).

La quantité de chaleur totale dégagée par les parois de la cavité est exprimée par la valeur moyenne du nombre de Nusselt et obtenue par les intégrations suivantes :

Paroi supérieure :

$$Nu_{cv} = \int_{X=0}^{X=1} + \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=1} dX \quad , \quad Nu_r = \int_{X=0}^{X=1} -N_r Q_r \Big|_{Y=1} dX \quad (4.2)$$

Paroi inférieure :

$$Nu_{cv} = \int_{X=0}^{X=1} - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} dX \quad , \quad Nu_r = \int_{X=0}^{X=1} N_r Q_r \Big|_{Y=0} dX \quad (4.3)$$

Paroi gauche :

$$Nu_{cv} = \frac{1}{Y_2-Y_1} \int_{Y_1}^{Y_2} - \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0} dY \quad , \quad Nu_r = \frac{1}{Y_2-Y_1} \int_{Y_1}^{Y_2} N_r Q_r \Big|_{X=0} dY \quad (4.4)$$

Paroi droite :

$$Nu_{cv} = \frac{1}{Y_2-Y_1} \int_{Y_1}^{Y_2} + \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=1} dY \quad , \quad Nu_r = \frac{1}{Y_2-Y_1} \int_{Y_1}^{Y_2} -N_r Q_r \Big|_{X=1} dY \quad (4.5)$$

### 4.3 Validation du code de calcul et choix du maillage

Le code numérique basé sur le schéma MRT a été validé par rapport aux résultats antérieurs disponibles dans la littérature. Dans une étude précédente, El Ayachi et al. (2012) ont traité numériquement en utilisant la méthode des différences finies la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique dans une cavité carrée partiellement chauffée et refroidie sur les quatre parois. Les comparaisons ont été effectuées pour des valeurs fixées du nombre de Prandtl ( $Pr = 0.72$ ), du nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^6$ ) et de l'émissivité des parois ( $\varepsilon = 0.5$ ). Les comparaisons qualitatives et quantitatives, réalisées avec un maillage de  $100 \times 100$  et présentées sur la figure 4.2, montrent un excellent accord entre nos résultats et ceux obtenus par El Ayachi et al. (2012). La différence relative maximale obtenue en termes du nombre de Nusselt est d'environ 1%. Ces résultats comparatifs témoignent de la capacité du code MRT-LBM à aborder efficacement le problème de couplage entre la convection naturelle et le rayonnement dans une cavité soumise à des conditions de chauffage et de refroidissement discrètes.

Les simulations préliminaires effectuées sur la configuration étudiée ont révélé l'existence de deux régimes d'écoulement : régimes stationnaire et instationnaire. En outre, les calculs ont

été effectués en utilisant un maillage de  $100 \times 100$  qui a été jugé suffisant pour assurer une bonne précision pour le présent problème. En fait, ce choix était basé sur les tests de l'effet du maillage réalisés dans le cas d'un régime oscillatoire. Les résultats comparatifs obtenus avec trois maillages sont présentés dans le tableau 4.1 en termes du nombre de Nusselt et des valeurs de la fonction de courant. A partir de ce tableau, la différence relative maximale enregistrée lors de l'augmentation de la taille du maillage de  $100 \times 100$  à  $200 \times 200$  reste inférieure à 0.8%.

Tableau 4. 1: Sensibilité des résultats à la taille du maillage pour  $Ra = 10^6$  et  $\varepsilon = 0.5$ .

Taille du maillage	$\overline{Nu}_{cv}$	$\overline{Nu}_r$	$\bar{\psi}_{max}$	$ \bar{\psi}_{min} $
100×100	6.38	4.50	38.37	38.09
150×150	6.41	4.51	38.41	38.23
200×200	6.43	4.51	38.46	38.33

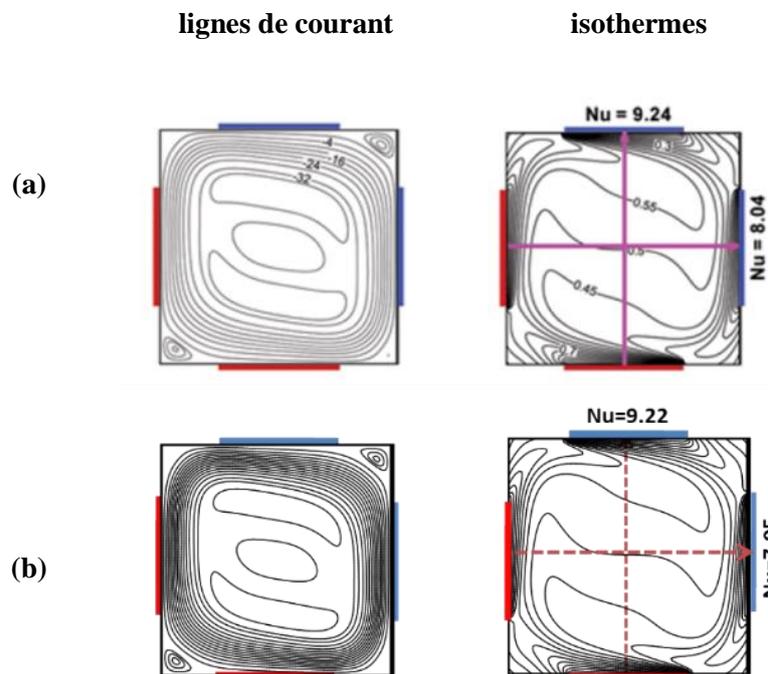


Figure 4. 2 : Validation du code numérique dans le cas d'une cavité carrée chauffée et refroidie discrètement pour  $\varepsilon = 0.5$  et  $Ra = 10^6$ : (a) El Ayachi et al. (2012) et (b) Notre code.

## 4.4 Résultats et discussion

### 4.4.1 Effet de l'émissivité des parois sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur : cas de la configuration CHS

Dans cette première partie de ce chapitre, l'étude sera focalisée principalement sur les transformations subies par la structure de l'écoulement et les caractéristiques du transfert de chaleur dans le cas de la configuration CHS, tout en fixant le nombre de Rayleigh à  $Ra = 10^6$  et en faisant varier l'émissivité des parois dans la gamme  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ . L'effet du rayonnement sera illustré pour les régimes permanent et oscillatoire en termes de lignes de courant, d'isothermes, de lignes de flux de chaleur et de transfert de chaleur moyen.

#### 4.4.1.1 Effet de l'émissivité des parois sur l'écoulement et sur la distribution de la température pour les régimes stable et instationnaire

Dans cette sous-section, l'effet de l'émissivité des parois sur la structure d'écoulement et sur la distribution de la température à l'intérieur de la cavité sera examiné. Pour la valeur considérée de  $Ra$  ( $Ra = 10^6$ ), les tests préliminaires menés montrent l'obtention de solutions stationnaires et instationnaires dont l'existence dépend fortement de la valeur de l'émissivité des parois. La transition du régime stationnaire vers le régime périodique instable se produit à partir d'une faible valeur critique de l'émissivité ( $\varepsilon_{cr} = 0.1$ ). Les résultats correspondant au régime stationnaire sont illustrés sur la figure 4.3 en termes de lignes de courant, d'isothermes et de lignes de flux de chaleur pour le cas de la convection pure (a) et pour trois valeurs de  $\varepsilon$  (b, c et d) en dessous de la valeur critique  $\varepsilon_{cr}$ . Sur toutes ces figures, la symétrie de la solution est détruite malgré la symétrie des conditions aux limites thermiques imposées sur les parois de la cavité. Ainsi, sur la figure 4.3a, la structure de l'écoulement est dominée par deux cellules presque horizontales. Dans la structure observée, les lignes périphériques de la cellule positive supérieure s'étendent vers le bas le long de la paroi droite de telle sorte qu'elles empêchent le contact de la cellule négative avec l'élément chauffé de droite. La forme de la cellule positive indique sa forte résistance à la division sous l'effet de la cellule négative.

En prenant en compte l'effet du rayonnement, on peut observer sur les figures 4.3b, 4.3c et 4.3d que la structure d'écoulement bicellulaire est conservée. Cependant, la faible

augmentation de l'émissivité des parois engendre une réduction significative de l'intensité de la cellule positive en faveur de celle négative. Cette dernière est en contact direct avec la paroi adiabatique inférieure pour laquelle l'effet du rayonnement est bénéfique. En termes d'augmentation / diminution enregistrée pour l'intensité de la cellule négative / positive accompagnant la petite augmentation de  $\varepsilon$ , elle est d'environ 12% / 16.2% lorsque l'émissivité passe de 0 à 0.09 (valeur marquant la limite de l'état stationnaire).

L'effet de l'émissivité des parois sur les isothermes est illustré sur la figure 4.3 (colonne du milieu). Cet effet n'est pas négligeable même si la variation de l'émissivité est faite dans un petit intervalle ( $\varepsilon \leq 0.09$ ) pour rester dans le régime permanent pour la valeur considérée de  $Ra$ . On peut voir que la température est uniforme dans une grande partie de la moitié inférieure de la cavité. Cette zone de température uniforme est progressivement réduite en augmentant  $\varepsilon$ .

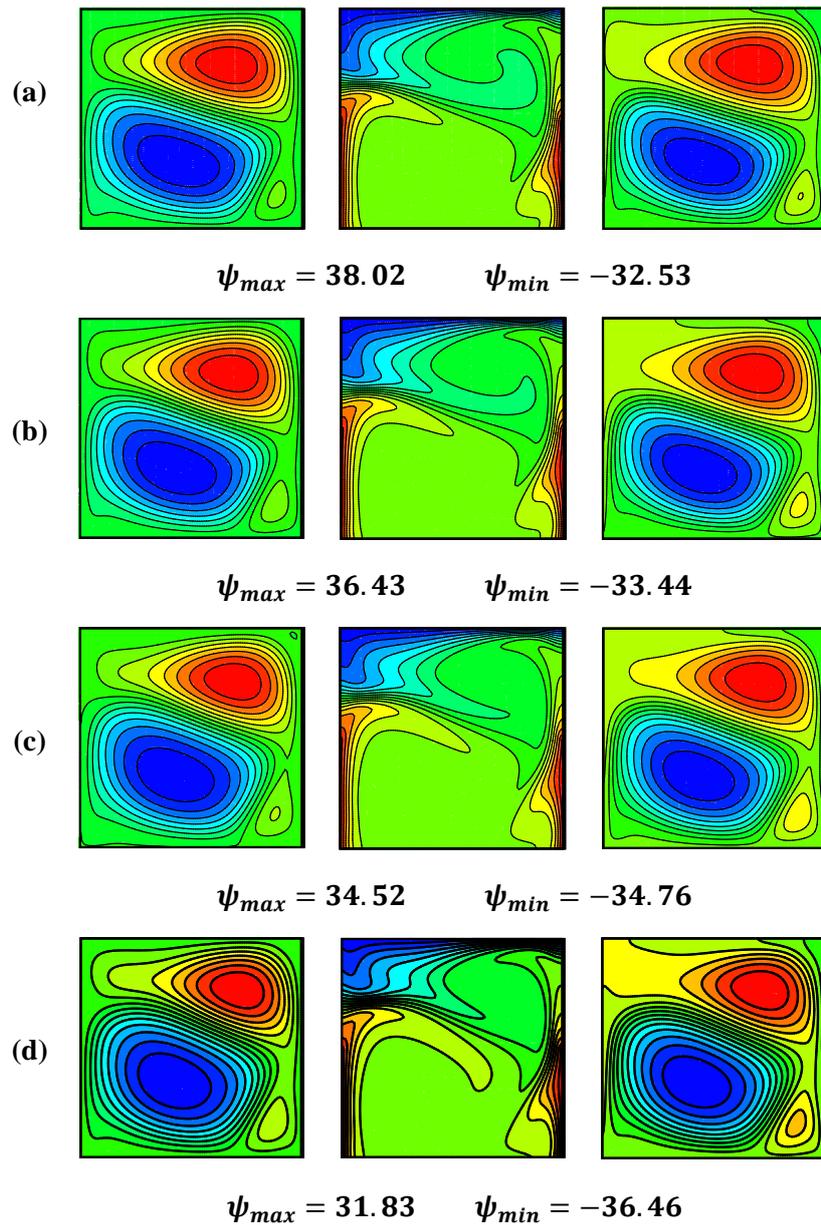


Figure 4. 3: Lignes de courant (gauche), isothermes (milieu) et lignes de flux de chaleur (droite) pour le régime d'écoulement stationnaire : (a)  $\varepsilon = 0$ , (b)  $\varepsilon = 0.025$ , (c)  $\varepsilon = 0.05$  et (d)  $\varepsilon = 0.09$ .

Les gradients de température horizontaux les plus importants sont observés dans les zones de contact entre le fluide et les éléments chauffés. De plus, de fortes interactions thermiques dans la direction verticale sont également observées entre la cellule positive et la partie droite de la paroi froide et entre les cellules positives et négatives dans leur zone de contact près de la partie centrale de l'élément adiabatique de la paroi gauche. Dans cette zone, le fluide de la cellule positive, déjà refroidi en libérant de la chaleur à la surface froide, entre en contact avec celui de la cellule négative, directement chauffée en interagissant avec l'élément chauffant

gauche et indirectement chauffé par l'élément chauffant droit (à travers les lignes périphériques de la cellule positive).

La visualisation des chemins suivis par la chaleur traversant la cavité nécessite l'utilisation du concept de lignes de flux de chaleur. Ces lignes fournissent une idée plus précise sur la façon dont le processus de transport de chaleur se produit. Ainsi, l'examen des lignes de flux de chaleur de la figure 4.3 (troisième colonne) permet de ressortir la similitude frappante avec les lignes de courant. Cette ressemblance témoigne de la dominance du transfert de chaleur par convection par rapport à celui de la conduction. Les zones thermiquement inactives (délimitées par les lignes de flux de chaleur fermées) couvrent la majeure partie de l'espace disponible dans la cavité. La rotation horaire de la cellule négative (en contact avec l'élément chauffant gauche) et la rotation inverse de la cellule positive imposent un chemin compliqué aux lignes de flux de chaleur ouvertes quittant l'élément chauffant gauche en direction de la paroi froide. Au même temps, les lignes ouvertes partant de l'élément chauffé de droite montrent que la chaleur est convectée verticalement dans un couloir étroit de la cavité avant d'atteindre directement le côté droit de la paroi froide.

En augmentant progressivement l'émissivité de sa valeur inférieure, l'écoulement transite vers le régime instationnaire à partir d'une valeur critique  $\varepsilon_{cr} \approx 0.1$ . Le régime instationnaire est illustré en termes des variations de  $\psi_{max}$  et  $|\psi_{min}|$  en fonction du temps pour des valeurs spécifiques de  $\varepsilon \geq \varepsilon_{cr}$ . Ces variations sont illustrées sur les figures 4.4a à 4.4.d respectivement pour  $\varepsilon = 0.1, 0.15, 0.5$  et  $1$ . Nous remarquons que pour chaque valeur de  $\varepsilon$ , les formes des oscillations de  $\psi_{max}$  et  $|\psi_{min}|$  montrent des similitudes qualitatives avec un certain déphasage. Par exemple, pour  $\varepsilon = 0.1$ , valeur correspondant à la naissance du régime oscillatoire, les variations de  $\psi_{max}$  et  $|\psi_{min}|$  sont sinusoïdales avec une différence dans les amplitudes en faveur de  $\psi_{max}$  qui oscille avec une amplitude sensiblement supérieure à celle de  $|\psi_{min}|$ . Cependant, de manière quantitative, les oscillations de  $|\psi_{min}|$  se font autour d'une valeur moyenne ( $|\bar{\psi}_{min}| = 36.74$ ) plus élevée que celle de la cellule positive ( $\bar{\psi}_{max} = 31.32$ ). La différence relative  $(|\bar{\psi}_{min}| - \bar{\psi}_{max})/|\bar{\psi}_{min}|$  est d'environ 15%. Une faible augmentation de  $\varepsilon$  de 0.1 à 0.15 conduit à un changement important de la forme des oscillations et de leurs intensités moyennes. En fait, cette petite augmentation de  $\varepsilon$  s'accompagne d'amplifications importantes des amplitudes et de la période des oscillations pour les cellules positives et négatives, comme indiqué dans le tableau 4.2. Les oscillations de  $\psi_{max}$  et  $|\psi_{min}|$  se font autour de valeurs moyennes respectivement plus élevée ( $\bar{\psi}_{max} = 37.9$ ) et plus faible ( $|\bar{\psi}_{min}| = 32.35$ ) que celles enregistrées pour  $\varepsilon = 0.1$ . De plus, cette

augmentation de  $\varepsilon$  engendre une augmentation substantielle de la période  $\tau$  des oscillations qui est multipliée par un facteur autour de 5. Le rôle important de l'émissivité est globalement bénéfique pour les deux cellules (si l'on excepte l'impact négatif de l'augmentation de  $\varepsilon$  de 0.1 à 0.15 sur  $|\psi_{min}|$ ).

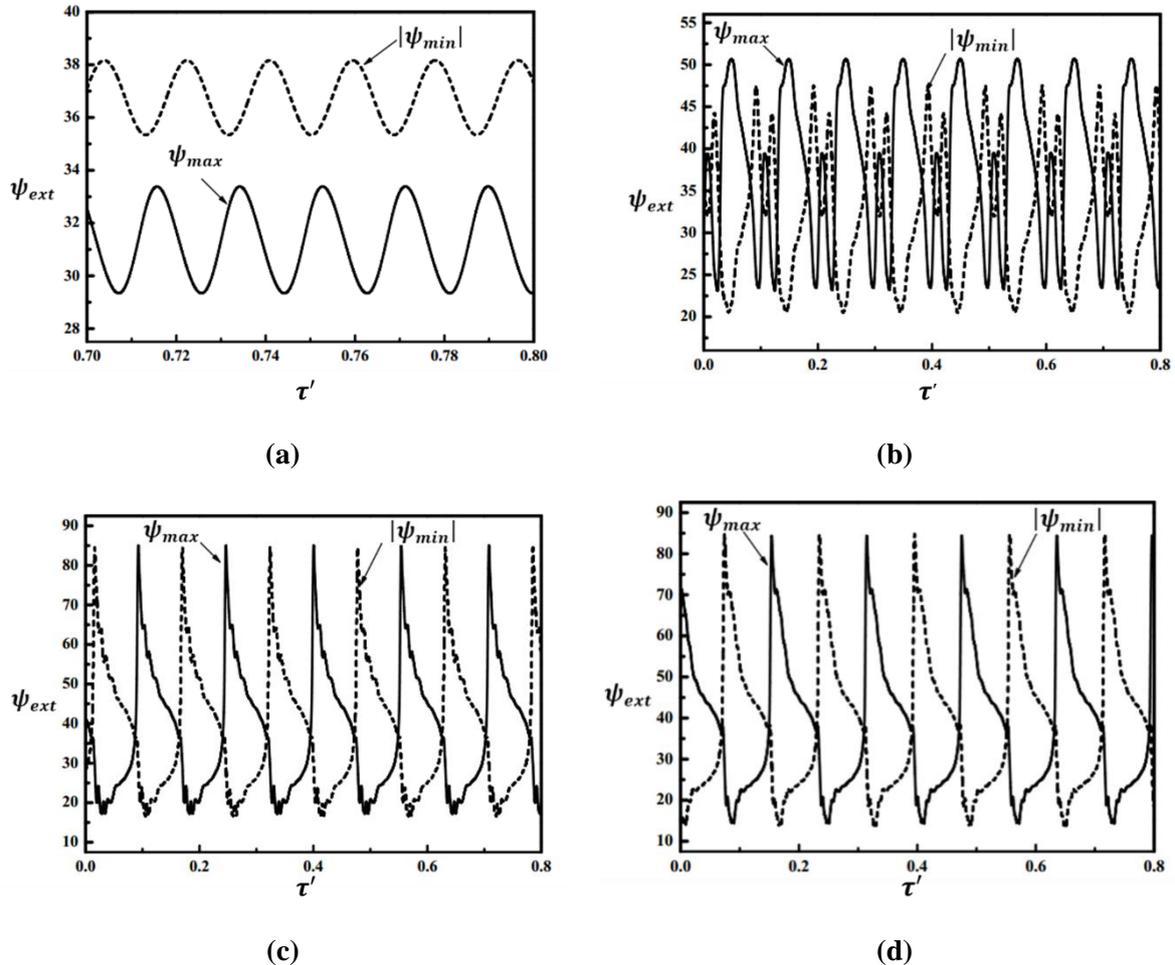


Figure 4. 4 : Variations temporelles de  $\psi_{ext}$  pour (a)  $\varepsilon = 0.1$ , (b)  $\varepsilon = 0.15$ , (c)  $\varepsilon = 0.5$  et (d)  $\varepsilon = 1$ .

L'examen des évolutions de  $\psi_{max}$  et  $|\psi_{min}|$  en fonction du temps correspondant à  $\varepsilon = 0.5$  et 1 indique un effet qualitatif négligeable de l'émissivité sur les formes de ces grandeurs dans cette gamme et des effets quantitatifs limités sur leurs amplitudes et leurs périodes (voir tableau 4.2). Globalement, on peut résumer que l'émissivité a un effet important, non seulement sur la nature des oscillations, mais aussi sur leur période et leur amplitude. En effet, en augmentant l'émissivité des parois (sauf de 0.1 à 0.15), la période et l'amplitude des oscillations subissent une augmentation importante.

Tableau 4. 2 : Effet de l'émissivité des parois sur l'amplitude et la période des oscillations de  $\psi_{ext}$ .

$\varepsilon$	$\psi_{max}$		$\psi_{min}$	
	Amplitude	Période	Amplitude	Période
0.1	4	0.018	2.84	0.018
0.15	27	0.1	27	0.1
0.5	68	0.15	68	0.15
1	70	0.16	70	0.16

Afin d'illustrer les changements subis par les structures dynamique et thermique au cours d'un cycle d'écoulement, nous illustrons sur la figure 4.6 les lignes de courant et les isothermes pour  $\varepsilon = 1$  aux instants sélectionnés indiqués par les lettres "P1" à "P15" sur la figure 4.5. Cette figure illustre les variations temporelles de  $\psi_{max}$  et  $\psi_{min}$  sur une plage de temps restreinte couvrant un cycle. Selon la figure 4.6, la structure d'écoulement subit des transformations importantes et complexes au cours de l'évolution du cycle, en raison de la forte concurrence entre les cellules principales de signes opposés. Globalement, le cycle d'écoulement peut être divisé en une première partie (première moitié du cycle) et une seconde partie (deuxième moitié du cycle) caractérisées par certaines similitudes, comme on peut le prévoir en examinant les évolutions temporelles de  $\psi_{max}$  et  $\psi_{min}$  sur la figure 4.5.

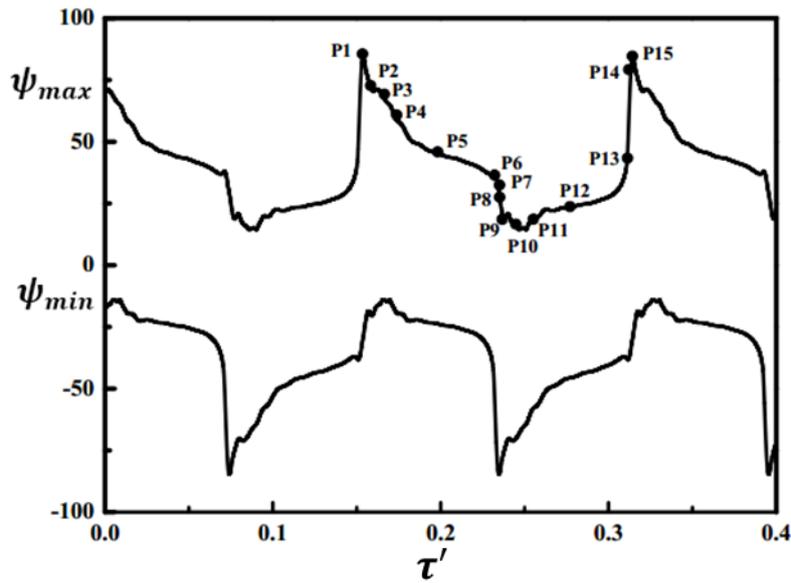
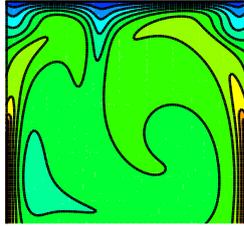
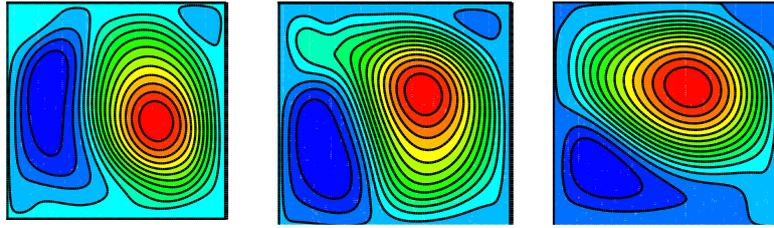


Figure 4. 5 : Variations temporelles de  $\psi_{max}$  et  $\psi_{min}$  pour  $\varepsilon = 1$ .

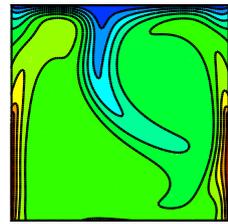
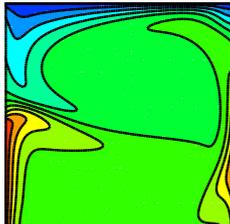
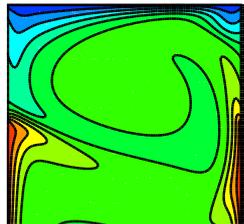
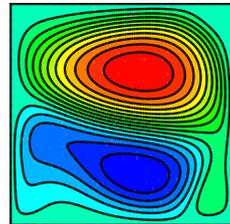
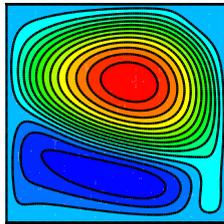
Pendant la première moitié du cycle d'écoulement (P1 à P7 sur la figure 4.6), la structure d'écoulement est initialement bicellulaire verticale (P1) et évolue progressivement vers une structure bicellulaire horizontale en P5. En effet, après avoir été chauffée par les sources de chaleur adjacentes, la cellule positive droite de P1 devient plus légère et se déplace au-dessus de la cellule négative, ce qui lui permet d'établir un contact aussi grand que possible avec la paroi supérieure froide à travers laquelle elle évacue sa charge thermique. Dans la même période, la cellule inférieure est chauffée par les sources de chaleur et la paroi adiabatique inférieure en raison de la chaleur radiative nette gagnée par cette dernière et délivrée à la cellule négative. En conséquence, la cellule positive devient plus dense et tend à se déplacer vers le bas (P8) annonçant le début de la seconde moitié du cycle d'écoulement dont la structure est symétrique à celle de la première moitié (P8 à P14 sont respectivement les images de P1 à P7). Toutes les transformations observées dans la structure de l'écoulement s'accompagnent de fortes variations de la distribution de température affirmant la nature complexe des interactions thermiques entre les parois actives et le fluide. De plus, la complexité de la nature des interactions est également caractérisée par l'apparition et la disparition intermittentes de sources et de puits de chaleur (isothermes fermées) au cours de l'évolution du cycle d'écoulement.



**P1 (Ou P15) :**  
 $\psi_{max} = 84.25,$   
 $\psi_{min} = -29.04$

**P2 :**  
 $\psi_{max} = 73.48,$   
 $\psi_{min} = -18.90$

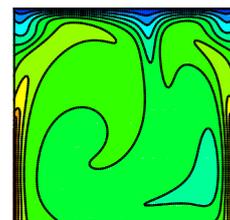
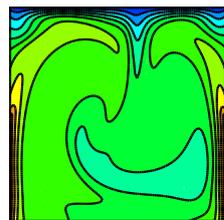
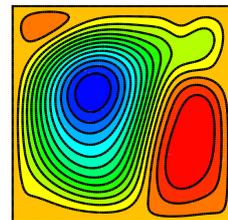
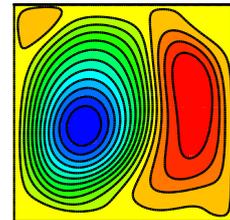
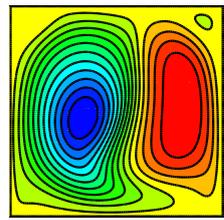
**P3 :**  
 $\psi_{max} = 70.49,$   
 $\psi_{min} = -15.99$



**P4 :**  
 $\psi_{max} = 60.41,$   
 $\psi_{min} = -17.55$

**P5 :**  
 $\psi_{max} = 45.76,$   
 $\psi_{min} = -23.20$

**P6 :**  
 $\psi_{max} = 37.74,$   
 $\psi_{min} = -44.83$



**P7 :**  
 $\psi_{max} = 32.99,$   
 $\psi_{min} = -79.24$

**P8 :**  
 $\psi_{max} = 29.04,$   
 $\psi_{min} = -84.25$

**P9 :**  
 $\psi_{max} = 18.90,$   
 $\psi_{min} = -73.48$

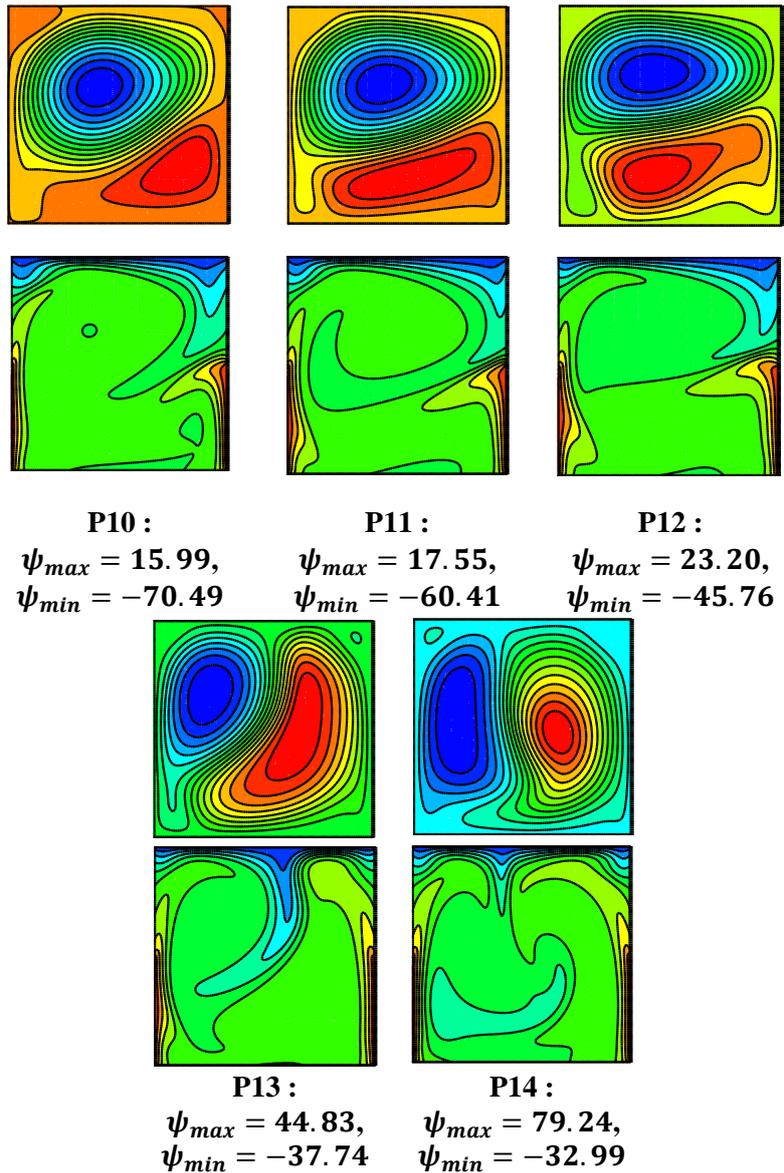


Figure 4. 6 : Lignes de courant et isothermes aux instants sélectionnés sur le cycle d'écoulement.

#### 4.4.1.2 Effet de l'émissivité des parois sur le transfert de chaleur

Les variations temporelles des nombres de Nusselt sont présentées en premier lieu dans le cas du régime instationnaire pour mettre en évidence l'effet de l'émissivité des parois. Les résultats obtenus en termes de  $Nu_{cv}(t)$  et  $Nu_r(t)$  sont illustrés sur les figures 4.7a à 4.7d respectivement pour  $\varepsilon = 0.1, 0.15, 0.5$  et  $1$ . Pour  $\varepsilon = 0.1$ , les oscillations qui caractérisent les variations de  $Nu_{cv}(t)$  sont de forme sinusoïdale. La valeur moyenne de cette grandeur est

largement supérieure à celle correspondant à  $Nu_r(t)$ . Ceci témoigne de l'effet dominant de la convection naturelle dans le transfert de chaleur global par rapport à l'effet du rayonnement. Par augmentation de l'émissivité, les variations temporelles perdent leur nature sinusoïdale déjà évoquée et deviennent plus complexes. Les oscillations sont également caractérisées par des amplitudes croissantes suite à l'augmentation de l'émissivité. Cette augmentation est particulièrement évidente dans la gamme de  $\varepsilon$  allant de  $\varepsilon = 0.1$  jusqu'à  $\varepsilon = 0.5$  pour la composante convective. L'amplitude et la période de cette composante sont légèrement affectées lorsque l'émissivité des parois passe de  $\varepsilon = 0.5$  à  $\varepsilon = 1$ . En termes de valeurs moyennes, l'augmentation de la composante radiative avec l'émissivité est plus rapide. Pour la plus grande valeur considérée de l'émissivité, la composante radiative (valeurs instantanées et moyennes) sur la figure 4.7d devient significativement plus élevée que celle convective. Les oscillations de  $Nu_r(t)$  se font autour d'une valeur moyenne plus grande que celle correspondant à  $Nu_{cv}(t)$ . Enfin, il est à noter que, comme signalé pour  $\psi_{max}$  et  $|\psi_{min}|$ , l'augmentation de  $\varepsilon$  à partir d'une valeur critique  $\varepsilon_{cr} \approx 0.1$  conduit à une augmentation substantielle de la période des oscillations.

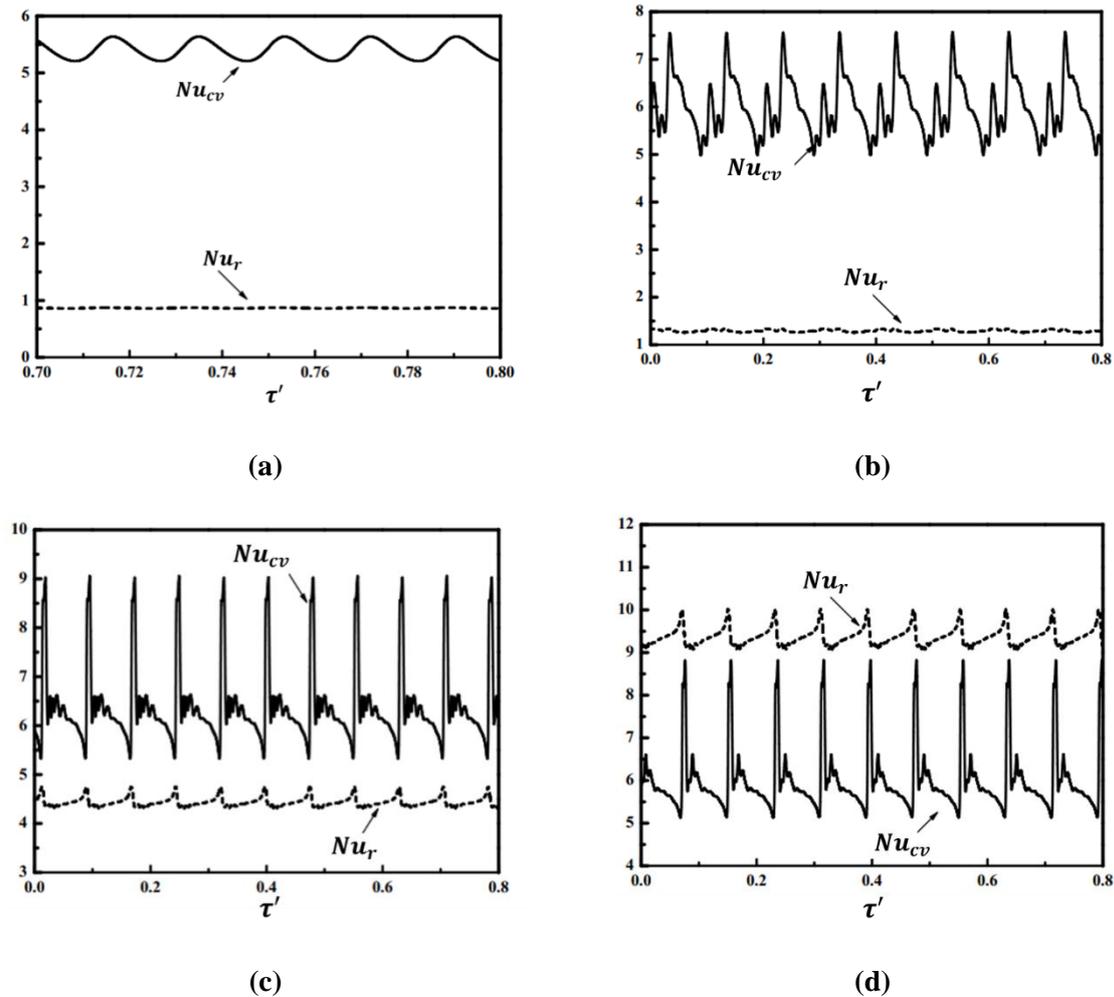


Figure 4. 7 : Variation temporelles de  $Nu_{cv}$  et  $Nu_r$  pour (a)  $\varepsilon = 0.1$ , (b)  $\varepsilon = 0.15$ , (c)  $\varepsilon = 0.5$  et (d)  $\varepsilon = 1$ .

Dans le reste de la présente sous-section, l'attention est concentrée sur la quantification de la contribution de la convection naturelle et du rayonnement au transfert de chaleur global. Les variations des valeurs moyennes (moyennées sur un cycle d'écoulement) des nombres de Nusselt convectif, radiatif et total en fonction de l'émissivité des parois sont illustrées respectivement sur les figures 4.8a à 4.8c.

A partir de la figure 4.8a, on peut noter que la quantité de chaleur convective évacuée à travers la paroi froide est supérieure à celle fournie au fluide par chacun des éléments chauffés. Cette différence est attribuée à la dimension de la paroi froide qui est le double de celle de chaque élément chauffant. De plus, l'examen de la figure 4.8a montre également que la somme des quantités de chaleur moyennes fournies par les surfaces chauffantes est égale à celle évacuée à travers la paroi supérieure, ce qui satisfait le bilan énergétique du système

étudié. En se concentrant sur l'effet de  $\varepsilon$  sur le nombre de Nusselt convectif, il apparaît que celui-ci est relativement sensible à la variation de l'émissivité bien que les changements induits ne soient pas très importants. En effet, le nombre de Nusselt convectif sur la paroi supérieure augmente avec l'émissivité des parois jusqu'à  $\varepsilon = 0.5$  au-dessus de laquelle il commence à diminuer légèrement. Au-dessus de cette valeur seuil de  $\varepsilon$ , les parois verticales contribuent avec la même quantité au transfert de chaleur par convection. Notons également que la différence observée en termes de chaleur dégagée par les éléments chauffants verticaux, parfois en faveur de l'élément gauche et parfois en faveur de l'élément droit pour  $\varepsilon < 0.5$ , est attribuée aux structures existantes. Les images miroirs de ces structures sont également des solutions possibles et inverseraient le rôle des éléments chauffants. Toujours pour les structures obtenues, la figure 4.8b montre que le transfert de chaleur radiatif correspondant à la paroi gauche est légèrement inférieur à celui de la paroi droite pour  $\varepsilon < 0.5$  (le rôle des parois verticales s'inverse si on considère les solutions images). Au-dessus de cette valeur de  $\varepsilon$ , les portions verticales chauffées contribuent équitablement au transfert de chaleur radiatif et celui-ci varie linéairement avec l'émissivité. Les quantités radiatives libérées par les surfaces chauffantes sont évidemment inférieures à celle de la paroi supérieure pour les raisons évoquées précédemment. Pour cette dernière paroi, la composante radiative varie linéairement en augmentant  $\varepsilon$  dans toute sa gamme de variation. La pente élevée de la courbe correspondant au nombre de Nusselt radiatif sur la paroi froide indique sa grande sensibilité aux variations de l'émissivité. Le transfert de chaleur total, illustré sur la figure 4.8c, varie presque linéairement avec  $\varepsilon$  sur chaque paroi active. Quantitativement, en augmentant l'émissivité de 0 à 1, une amélioration d'environ 193% / 165% est enregistrée pour le nombre de Nusselt total sur la paroi gauche / droite.

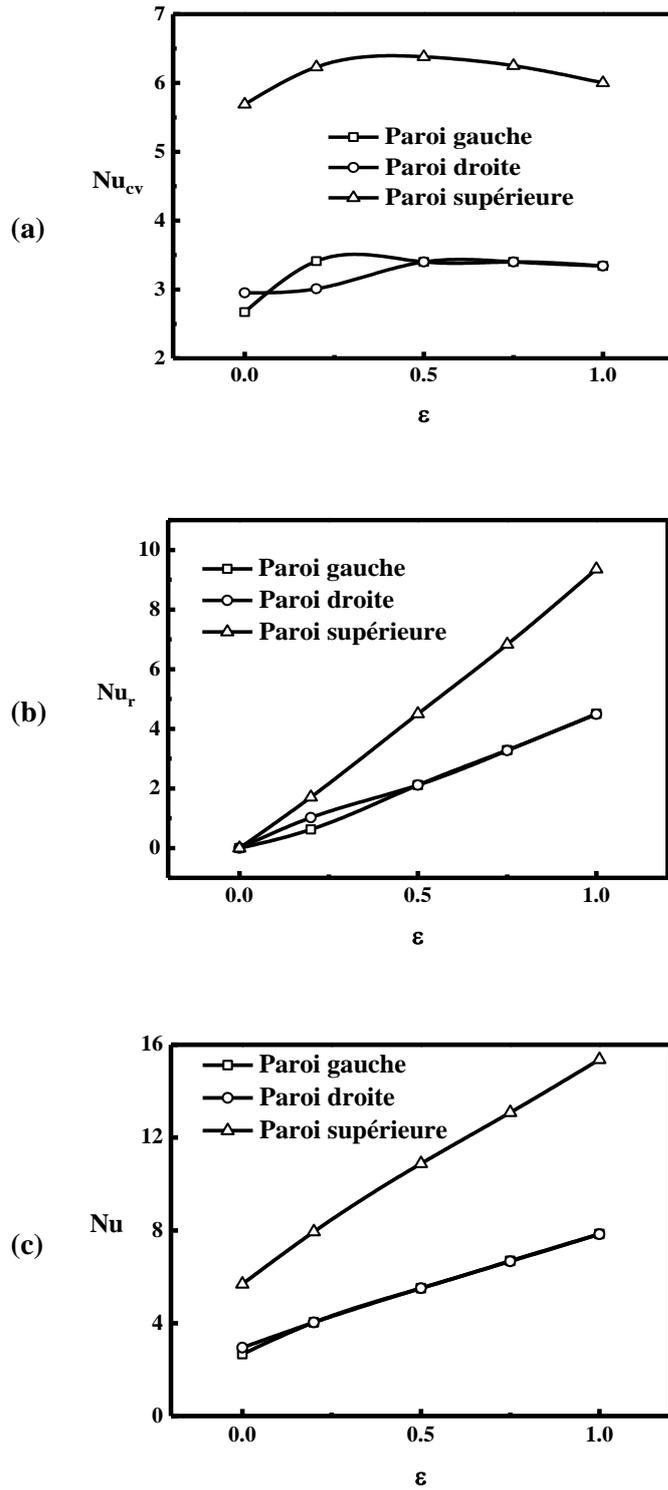


Figure 4. 8 : Variations en fonction de  $\varepsilon$  des nombres de Nusselt (a) convectif, (b) radiatif et (c) total sur les portions actives pour  $Ra = 10^6$ .

De même, le transfert de chaleur total est amélioré de presque 169% dans le cas de la paroi froide. Ces résultats montrent que le rayonnement joue un rôle non négligeable dans le processus de transfert de chaleur en contribuant par d'importantes quantités de chaleur. Ainsi, l'effet du rayonnement doit être pris en compte dans les problèmes de transfert de chaleur par convection.

Afin de quantifier la contribution du rayonnement au transfert de chaleur global à travers les parois actives de la cavité, nous présentons sur la figure 4.9 l'évolution des rapports  $(Nu_r/Nu) \times 100$  et  $(Nu_{cv}/Nu) \times 100$  en fonction de  $\varepsilon$ . On peut noter que la contribution du rayonnement / convection au transfert de chaleur total est renforcée / réduite par l'augmentation de l'émissivité dans toute la gamme de  $\varepsilon$ . En outre, il convient de souligner que la contribution du rayonnement au transfert de chaleur global est inférieure à celle de la convection pour  $\varepsilon \leq 0.75$ . Au-dessus de ce seuil, la tendance est inversée et le rayonnement devient le mode de transfert de chaleur dominant. Quantitativement, la contribution de la composante radiative est d'environ 40% pour  $\varepsilon = 0.5$  et augmente jusqu'à environ 58% pour  $\varepsilon = 1$ . Cela signifie que la contribution du rayonnement au transfert de chaleur global ne pouvait pas être négligée même pour des valeurs faibles à modérées de l'émissivité des parois.

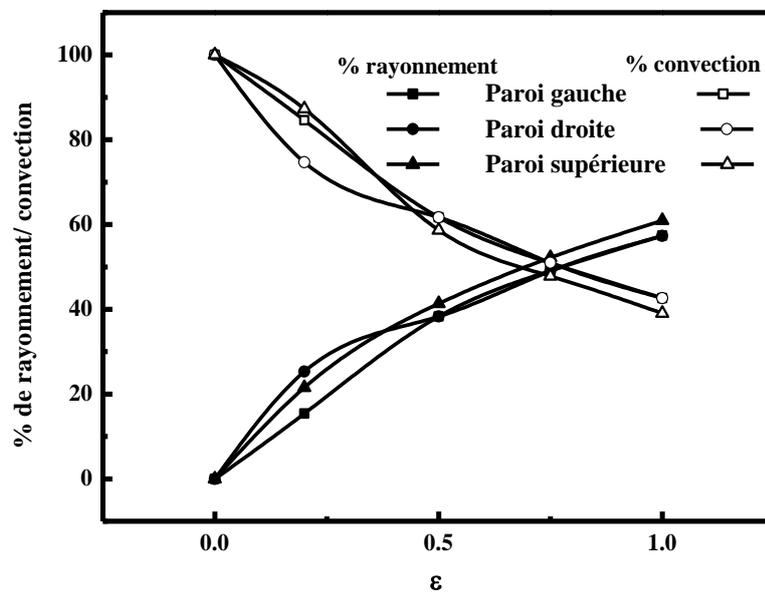


Figure 4. 9 : Effet de  $\varepsilon$  sur la contribution de la convection et du rayonnement au transfert de chaleur total.

#### 4.4.2 Effets de $Ra$ et de $\varepsilon$ sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur pour les deux configurations CHS et CHAS

Dans cette deuxième partie de ce chapitre, les deux modes de chauffage symétrique (CHS) et asymétrique (CHAS) seront considérés. Le nombre de Rayleigh fixé auparavant à  $Ra = 10^6$  sera varié dans la suite de ce chapitre dans la gamme  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ . Par conséquent, les effets combinés de l'émissivité des surfaces, du nombre de Rayleigh et du mode de chauffage sur les caractéristiques de l'écoulement, sur les transitions vers les régimes instationnaires et sur les transferts de chaleur convectifs, radiatifs et totaux seront étudiés.

##### 4.4.2.1 Effet du nombre de Rayleigh sur l'écoulement

L'effet du nombre de Rayleigh est illustré en présentant des lignes de courant, des isothermes et des lignes de flux de chaleur dans le cas où l'effet du rayonnement est négligé ( $\varepsilon = 0$ ). Ces structures sont présentées sur les figures 4.10 et 4.11 respectivement pour les modes de chauffage symétrique et asymétrique. Dans le cas d'un chauffage symétrique (CHS), la structure de l'écoulement est symétrique, bicellulaire et verticale en augmentant le nombre de Rayleigh jusqu'à une valeur seuil strictement inférieure à  $9.9 \times 10^4$ . La symétrie des portions chauffantes, combinée avec les effets visqueux des parois verticales favorisent l'obtention d'une solution bicellulaire, symétrique en l'absence d'un régime convectif dominant. Les lignes périphériques des deux cellules verticales contrarotatives, situées du côté des parois verticales actives, sont animées d'un mouvement ascendant (lignes chauffées) le long de ces parois et descendant (lignes refroidies après interaction avec la paroi froide) dans la partie centrale de la cavité. Au-delà d'une valeur critique du nombre de Rayleigh,  $Ra \approx 9.9 \times 10^4$ , la symétrie de l'écoulement est progressivement détruite en faveur de la cellule négative qui augmente de taille et d'intensité au détriment de la cellule positive. La compétition entre les deux cellules de tailles différentes va conduire à l'apparition d'un régime d'écoulement instationnaire qui persiste dans la gamme de Rayleigh  $10^5 \leq Ra \leq 5.3 \times 10^5$ . Au-delà de cette gamme, le régime permanent réapparaît de nouveau comme illustré sur la figure 4.10 pour  $Ra = 5.5 \times 10^5$ . Cet état de l'écoulement est caractérisé par un grand changement dans la structure. L'écoulement va s'organiser cette fois-ci sous forme de deux cellules horizontales au lieu de la configuration consistant en deux cellules verticales. Quantitativement, l'augmentation du nombre de Rayleigh engendre une intensification très

importante de l'écoulement dont l'intensité, caractérisée par  $\psi_{max}/(\psi_{min})$ , passe de 0.12/(-0.12) pour  $Ra = 10^3$  à 38.02/(-32.53) pour  $Ra = 10^6$ .

Dans le cas d'un chauffage asymétrique (CHAS), il est clair, d'après la figure 4.11, que l'emplacement asymétrique des éléments chauffés a conduit à la destruction de la symétrie de la structure de l'écoulement observée pour les faibles valeurs de  $Ra$  dans le cas de la configuration CHS. La taille de la cellule négative est plus importante que celle de la cellule positive pour  $Ra = 10^3$ . L'augmentation du nombre de Rayleigh s'accompagne d'une augmentation de la taille de la cellule positive au détriment de la cellule négative. Un tel comportement s'explique par l'espace plus important disponible au-dessus de l'élément chauffant générant cette cellule et favorisant son développement une fois que l'effet convectif prend le dessus sur les effets visqueux des parois verticales. Pour  $Ra = 2 \times 10^5$ , on assiste à l'apparition d'une petite cellule négative au coin supérieur droit de la cavité. L'apparition de cet écoulement secondaire négatif est annonciatrice d'un grand changement de l'écoulement en termes de comportement. En fait, au-delà de cette valeur de  $Ra$ , le régime d'écoulement permanent disparaît et donne naissance à un régime oscillatoire dans la gamme  $2.1 \times 10^5 \leq Ra \leq 5.1 \times 10^5$ . En comparaison avec le cas d'un chauffage symétrique, on remarque que la nature du chauffage asymétrique retarde l'apparition du régime oscillatoire et rétrécit son intervalle d'existence. Les effets combinés de l'émissivité des parois et de la nature du chauffage sur la valeur critique du nombre de Rayleigh caractérisant la transition vers le régime oscillatoire seront discutés par la suite (sous paragraphe 4.4.2.2). Une fois de retour au régime stationnaire pour  $Ra = 5.2 \times 10^5$ , et similairement au cas de la configuration CHS, les cellules placées presque verticalement avant le passage au régime oscillatoire s'organisent cette fois-ci suivant une disposition horizontale. La petite cellule qui existait au coin supérieur droit a fusionné avec la cellule négative qui a cédé sous l'effet de la cellule positive en laissant une petite cellule de recirculation au coin inférieur gauche de la cavité. L'augmentation de la valeur de  $Ra$  à  $10^6$  conduit à la disparition de l'écoulement secondaire et renforce davantage les intensités des deux cellules en présence qui prennent davantage la forme horizontale. Comme signalé auparavant pour la configuration CHS, l'augmentation de  $Ra$  s'accompagne d'une intensification de l'écoulement. Quantitativement, en comparant les valeurs de la fonction de courant maximale en valeur absolue, ( $\max(\psi_{max}, |\psi_{min}|)$ ), pour les deux configurations, on peut remarquer que l'intensité de l'écoulement est de moins en moins influencée par le mode de chauffage à mesure que la valeur de  $Ra$  est incrémentée. En effet, pour  $Ra = 10^3$ ,  $10^4$  et  $10^6$  les différences entre les intensités maximales pour les

configurations CHS et CHAS sont respectivement de l'ordre de 15%, 4.22% et 2.23% (les résultats références sont ceux de la configuration CHS).

L'effet du nombre de Rayleigh sur les champs de température est illustré sur la colonne du milieu des figures 4.10 et 4.11 pour les cas du CHS et du CHAS. Pour la figure 4.10, les isothermes sont presque horizontales dans la moitié supérieure de la cavité pour  $Ra = 10^3$  en raison de la dominance du régime conductif. En augmentant le nombre de Rayleigh, les isothermes subissent des déformations dont l'importance augmente avec le nombre de Rayleigh. Ces déformations sont plus marquées dans la région centrale de la cavité et au voisinage immédiat des éléments thermiquement actifs (paroi froide et portions chauffées) où on assiste à un resserrement des isothermes favorisé par l'incrémentation de  $Ra$ . L'emplacement des zones à forts gradients thermiques au niveau de la paroi froide change avec le changement de la structure de l'écoulement. De plus, pour les deux modes de chauffage, lorsque les cellules sont verticales ou proches de la position verticale, les échanges thermiques entre leurs lignes périphériques descendantes ne sont pas importants dans la direction horizontale en raison du refroidissement préalable des deux cellules suite à leur contact avec la paroi horizontale froide. Par contre, lorsque les deux cellules deviennent superposées (cellules presque horizontales), de forts gradients thermiques sont observés dans la zone de premier contact de leurs lignes périphériques (cellule supérieure refroidie et celle inférieure chauffée). Qualitativement, les champs des isothermes résultant des deux configurations présentent une certaine similarité. La différence réside dans les emplacements de la couche limite thermique sur la paroi verticale gauche et la zone à forts gradients thermiques pour les cellules horizontales. Ces emplacements changent par comparaison au cas du chauffage symétrique et ils sont causés par le déplacement de la portion chauffée sur la paroi gauche.

Les lignes de flux de chaleur donnent une indication sur le cheminement de la chaleur depuis les points de départ sur les portions chauffées jusqu'à son arrivée aux points de leur évacuation sur la paroi froide. Elles donnent ainsi une idée sur la façon dont le transport de chaleur se produit. En examinant les lignes de flux de chaleur des figures 4.10 et 4.11 (troisième colonne), on remarque une ressemblance de plus en plus accentuée entre les champs des lignes de flux de chaleur et les champs d'écoulement (lignes de courant) dès que le régime convectif prend le dessus sur le régime conductif dans le processus de transfert de chaleur (à partir de  $Ra = 10^4$  sur les figures présentées). La chaleur est transportée via les lignes ouvertes qui partent des éléments chauffés vers la paroi froide quant aux lignes de flux

de chaleur fermées, elles caractérisent des zones non thermiquement actives. Il est à noter que lorsque les cellules deviennent "horizontales", la trajectoire des lignes de flux ouvertes prennent une forme sinueuse et complexe, attestant de la complexité de la nature des interactions thermiques entre les éléments chauffés et la paroi froide. Au contraire, pour  $Ra = 10^3$ , les deux champs (champs d'écoulement et thermique) sont totalement différents et ceci résulte de la dominance de la conduction caractérisée par l'absence des lignes de flux fermées. De plus, dans le cas d'une structure bicellulaire verticale ( $Ra \leq 9.9 \times 10^4$  pour CHS et  $Ra \leq 2 \times 10^5$  pour CHAS), la chaleur quittant la portion chauffée de la paroi gauche/droite est dirigée vers la moitié gauche/droite de la paroi supérieure refroidie.

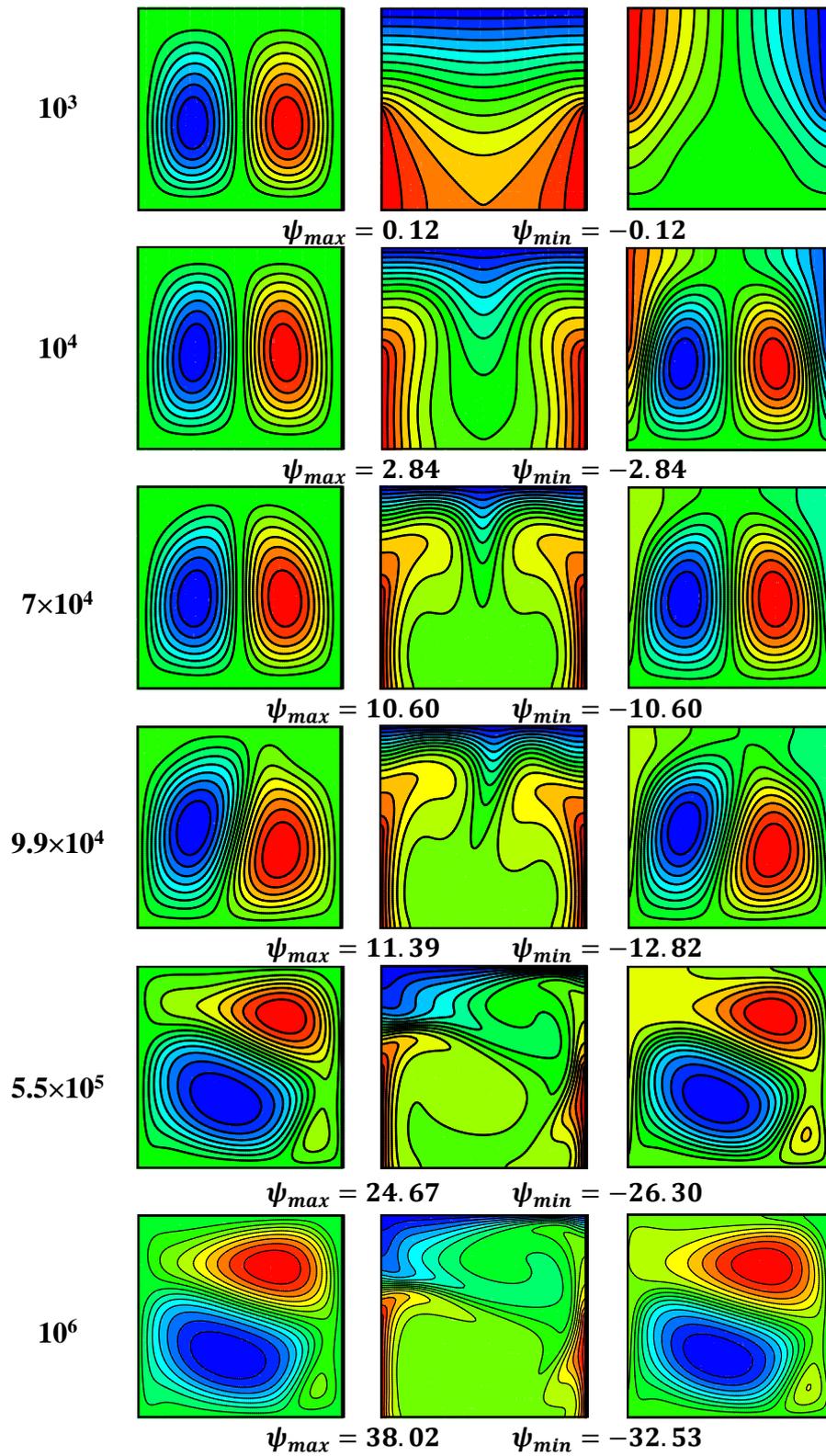


Figure 4. 10 : Lignes de courant (à gauche), isothermes (au centre) et lignes de flux de chaleur (à droite) pour  $\varepsilon = 0$  et différentes valeurs de Rayleigh (configuration CHS).

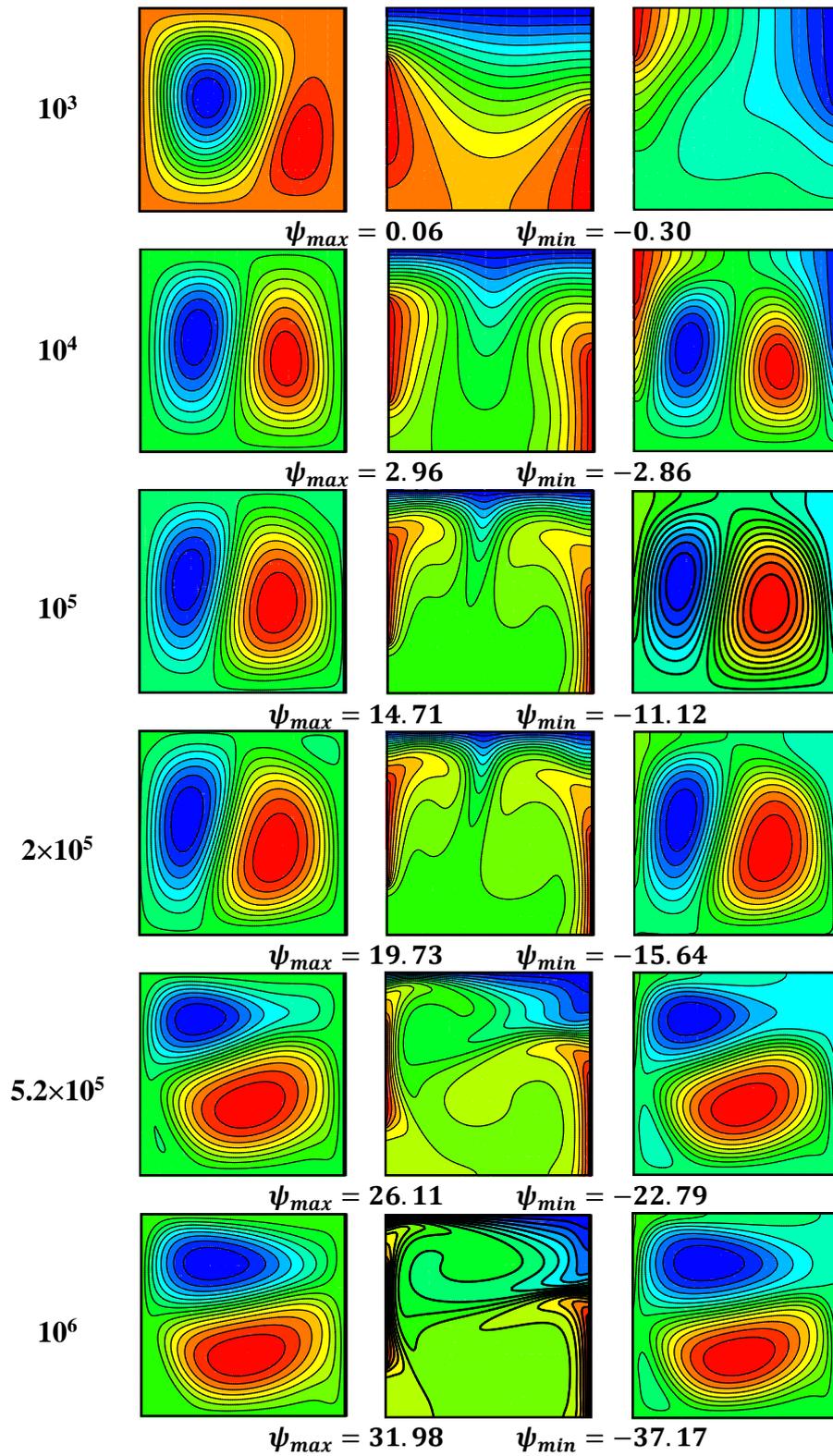


Figure 4. 11 : Lignes de courant (à gauche), isothermes (au centre) et lignes de flux de chaleur (à droite) pour  $\varepsilon = 0$  et différentes valeurs de Rayleigh (configuration CHAS).

#### 4.4.2.2 Effet de l'émissivité des parois sur le nombre de Rayleigh de transition vers le régime instationnaire

Dans la sous-section précédente, nous avons examiné l'effet du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement en l'absence du rayonnement. Les résultats obtenus ont montré que l'augmentation du nombre de Rayleigh a conduit à l'apparition d'un régime oscillatoire qui subsiste dans une petite gamme (qui dépend de la configuration) pour retrouver à nouveau le régime stationnaire. Lorsque l'effet du rayonnement est pris en compte, le régime oscillatoire est encore rencontré et le nombre de Rayleigh de transition vers ce régime dépend de l'émissivité des parois. De plus, en présence du rayonnement, une fois le régime oscillatoire apparu, il se maintient pour le reste de la gamme. Le tableau 4.3 résume les valeurs critiques du nombre de Rayleigh caractérisant la transition vers le régime oscillatoire pour les deux modes de chauffage CHS et CHAS et pour différentes valeurs de l'émissivité des parois ( $\varepsilon = 0, 0.25, 0.5$  et  $1$ ). Les résultats présentés dans ce tableau montrent que pour la configuration CHS, l'effet du rayonnement précipite l'apparition du régime oscillatoire. Le nombre de Rayleigh critique,  $Ra_{cr}$ , caractérisant la transition vers le régime oscillant diminue notablement en augmentant l'émissivité des parois. Comparativement, l'apparition du régime oscillatoire est retardée pour toutes les valeurs de  $\varepsilon$  dans le cas du chauffage asymétrique et les valeurs de  $Ra_{cr}$  sont insensibles à l'augmentation de l'émissivité. En effet, pour toutes les valeurs de  $\varepsilon$  variant entre  $0.25$  et  $1$ , la transition se manifeste à partir de  $Ra_{cr} = 2 \times 10^5$ .

Tableau 4. 3 : Effets combinés de  $\varepsilon$  et du mode de chauffage sur le  $Ra_{cr}$  de transition vers le régime oscillatoire.

$\varepsilon$	$Ra_{cr}$ (CHS)	$Ra_{cr}$ (CHAS)
0	$10^5 \leq Ra \leq 5.3 \times 10^5$	$2.1 \times 10^5 \leq Ra \leq 5.1 \times 10^5$
0.25	$Ra \geq 10^5$	$Ra \geq 2 \times 10^5$
0.5	$Ra \geq 9 \times 10^4$	$Ra \geq 2 \times 10^5$
0.75	$Ra \geq 8.2 \times 10^4$	$Ra \geq 2 \times 10^5$
1	$Ra \geq 7.4 \times 10^4$	$Ra \geq 2 \times 10^5$

#### 4.4.2.3 Effets combinés de $Ra$ et de $\varepsilon$ sur le transfert de chaleur (CHS / CHAS)

Dans ce qui suit, on va s'intéresser aux effets combinés du nombre de Rayleigh et de l'émissivité des parois sur le transfert de chaleur à travers la paroi supérieure de la cavité (chaleur évacuée). De ce fait, sur les figures 4.12, 4.13, 4.14 et 4.15 sont illustrées les variations des nombres de Nusselt convectif, radiatif et total en plus des pourcentages de contribution du rayonnement en fonction du nombre de Rayleigh pour les deux configurations.

De façon générale et pour les configurations CHS et CHAS, la figure 4.12 montre que l'augmentation du nombre de Rayleigh contribue à l'augmentation du transfert de chaleur par convection. Pour des valeurs de Rayleigh  $Ra \leq 10^4$ , le transfert de chaleur par convection est pratiquement insensible à l'augmentation de l'émissivité des parois. Au-dessus de cette valeur seuil, la prise en compte de l'effet du rayonnement réduit le transfert de chaleur par convection et cette réduction est accentuée avec l'augmentation de l'émissivité, si on excepte le cas correspondant à  $Ra = 10^6$  et  $\varepsilon = 0$  pour la configuration CHS et celui correspondant à  $Ra \geq 5 \times 10^5$ , et  $\varepsilon = 0$  pour la configuration CHAS. Comme indiqué précédemment, le régime oscillatoire est présent pour tous les cas étudiés. La présence du rayonnement élimine le retour au régime stationnaire une fois la valeur critique  $Ra_{cr}$  atteinte. En fait, pour  $\varepsilon \neq 0$ , le régime oscillatoire périodique persiste pour  $Ra \geq Ra_{cr}$  dans la gamme d'étude retenue pour ce paramètre comme indiqué dans le tableau 4.3. En l'absence de radiation des parois ( $\varepsilon = 0$ ), l'évolution de  $Nu_{cv}$  vs.  $Ra$  pour les deux modes de chauffage est caractérisée par un comportement différent (au niveau de l'allure des courbes) de celui observé pour les autres courbes où le rayonnement est pris en compte. Cette différence, marquée par une variation sinueuse (plus prononcée dans le cas du CHS), est due au changement de régime de l'écoulement engendré par un changement de structure de l'écoulement qui passe du stationnaire à l'oscillant puis retourne au stationnaire en augmentant  $Ra$ . D'un autre côté, en comparant les courbes correspondant aux deux modes de chauffage, on peut noter un net avantage en faveur du CHAS qui conduit à des  $Nu_{cv}$  nettement plus élevés que ceux engendrés par le CHS indépendamment des valeurs de  $Ra$  et de  $\varepsilon$ .

L'évolution du nombre de Nusselt radiatif vs.  $Ra$ , illustrée sur la figure 4.13, montre une augmentation monotone de  $Nu_r$  avec un taux très accentué en incrémentant  $\varepsilon$ . Pour  $\varepsilon = 1$ , la quantité de chaleur rayonnante gagnée par la paroi froide est beaucoup plus importante que

celle obtenue pour  $\varepsilon = 0.5$  et la différence entre ces quantités est de plus en plus amplifiée avec l'augmentation de  $Ra$ . Il est également à signaler que la composante radiative du nombre de Nusselt est pratiquement insensible au mode de chauffage pour  $\varepsilon = 0.5$  (émissivité modérée). Par contre, pour  $\varepsilon = 1$ , l'effet du mode de chauffage sur  $Nu_r$  devient perceptible pour  $Ra \geq 10^5$  et la différence est en faveur de la configuration CHAS ; elle atteint son maximum de 5.72% pour  $Ra = 10^6$  (la valeur de  $Nu_r$  résultant de CHS étant la référence). Il en résulte ainsi que l'emplacement de la portion chauffée n'a qu'un effet limité sur le transfert de chaleur radiatif du moment que la taille de cet élément chauffant est maintenue inchangée.

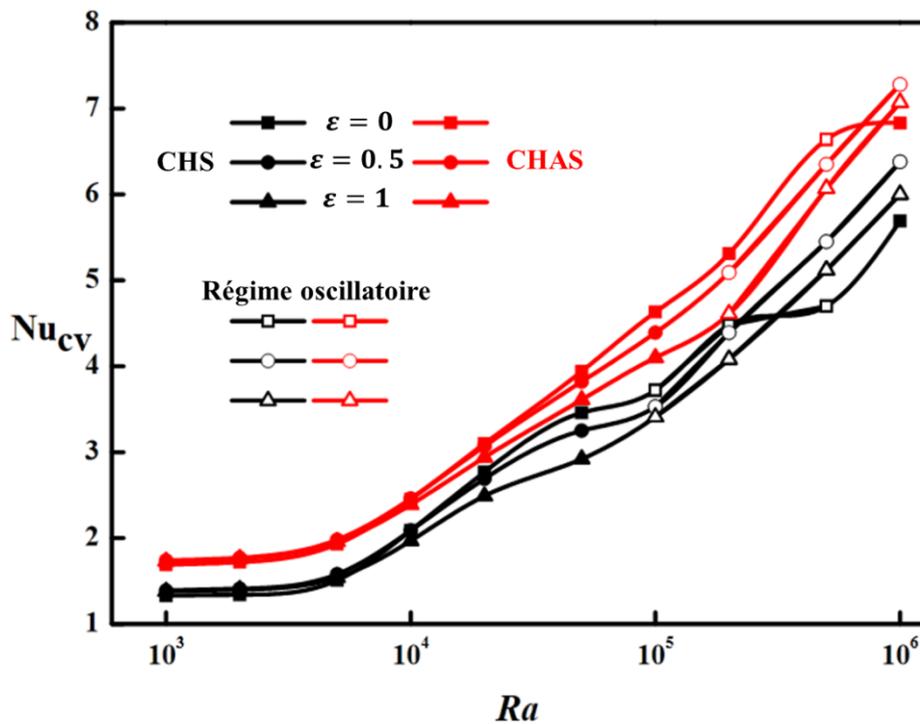


Figure 4. 12 : Variations du nombre de Nusselt convectif versus  $Ra$  pour les deux configurations et différentes valeurs de  $\varepsilon$ .

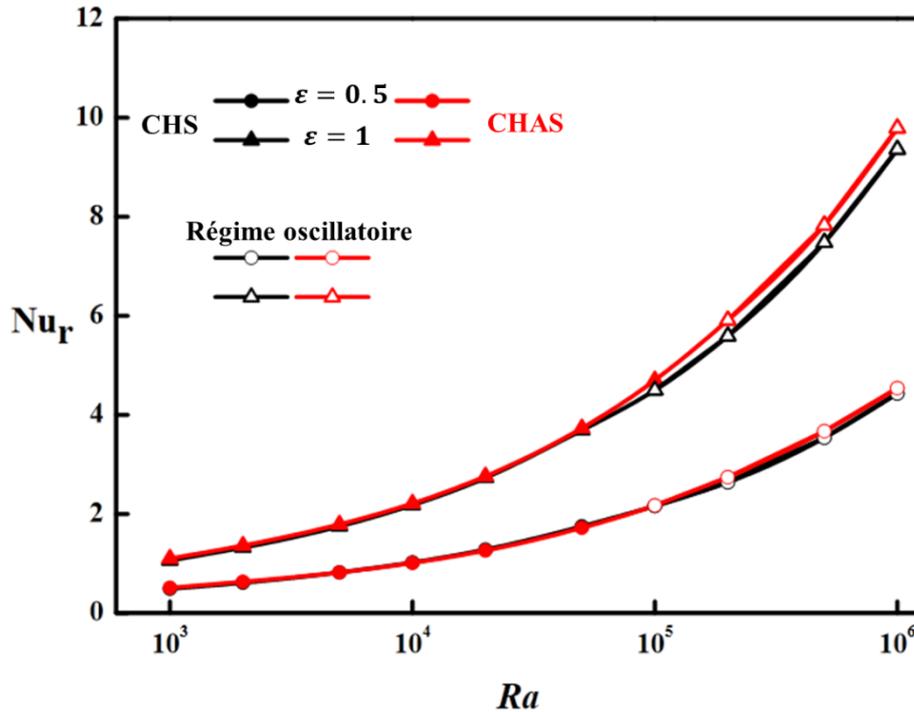


Figure 4. 13 : Variations du nombre de Nusselt radiatif versus  $Ra$  pour les deux configurations et différentes valeurs de  $\epsilon$ .

Lorsqu'on s'intéresse aux variations du nombre de Nusselt total,  $Nu$ , représentant la somme des nombres de Nusselt convectif et radiatif, on peut s'attendre à un effet important du mode de chauffage résultant principalement de la sensibilité de la composante convective vis-à-vis du mode de chauffage. Les variations de  $Nu$  sont illustrées sur la figure 4.14 en fonction de  $Ra$ . Sur cette figure, on note que l'augmentation du nombre de Nusselt total avec  $Ra$  est insignifiante pour les faibles valeurs de ce paramètre, alors qu'elle pourrait devenir conséquente pour les grandes valeurs de  $Ra$ . Ce changement dans la tendance de variation de  $Nu$  résulte de l'intensification de l'écoulement suite à l'établissement d'un régime de convection naturelle dominante pour les valeurs élevées de  $Ra$ . Cette augmentation devient plus significative par augmentation de l'émissivité des parois. De même, il est utile de souligner que la configuration correspondant à un chauffage asymétrique se trouve plus bénéfique en termes de transfert de chaleur en comparaison avec le cas d'un chauffage symétrique. Quantitativement, pour  $Ra = 10^6$ , en passant du mode de

chauffage symétrique au mode asymétrique, le transfert de chaleur global se trouve amélioré de 20.23%, 9.34% et 9.76 % respectivement pour  $\varepsilon = 0$ ,  $\varepsilon = 0.5$  et  $\varepsilon = 1$ .

La contribution du rayonnement au transfert de chaleur global à travers la cavité, souvent ignorée dans la plupart des études antérieures, est quantifiée en présentant sur la figure 4.15 l'évolution du rapport  $Nu_r/Nu$  pour les deux configurations en fonction de  $Ra$  pour  $\varepsilon = 0.5$  et  $\varepsilon = 1$ . Pour  $\varepsilon = 1$ , sur toute la gamme de  $Ra$  et pour les deux configurations CHS et CHAS, la contribution du rayonnement subit une augmentation progressive avec l'augmentation de  $Ra$ , avec des taux différents, à l'exception de la gamme  $5 \times 10^3 \leq Ra \leq 2 \times 10^4$  pour la configuration CHS où on note un léger fléchissement de la contribution de la composante radiative. Une comparaison des deux courbes de contributions du rayonnement au transfert de chaleur total dans le cas d'un chauffage symétrique/asymétrique montre que la contribution relative du rayonnement au transfert de chaleur total dans le cas de la configuration CHS est supérieure à celle de la configuration CHAS sur toute la gamme considérée de  $Ra$ . Quantitativement, et comme attendue, la contribution maximale du rayonnement est obtenue dans le cas d'un chauffage symétrique. Quant à la contribution minimale de la composante radiative, obtenue pour  $Ra = 10^3$ , elle est de 38.8%/44% pour le chauffage asymétrique/symétrique. La figure 4.15 montre aussi que, même pour la valeur modérée de l'émissivité ( $\varepsilon = 0.5$ ), la contribution de la composante radiative reste significative (comprise entre 20% et 40%) pour les deux configurations (avec un avantage pour la configuration CHS) lorsque  $Ra$  varie de  $10^3$  à  $10^6$ . Cette contribution importante du rayonnement au transfert de chaleur total montre qu'il ne serait pas réaliste de négliger son effet lors de la modélisation de tels problèmes de convection même pour des configurations dont les parois sont dotées d'une émissivité modérée.

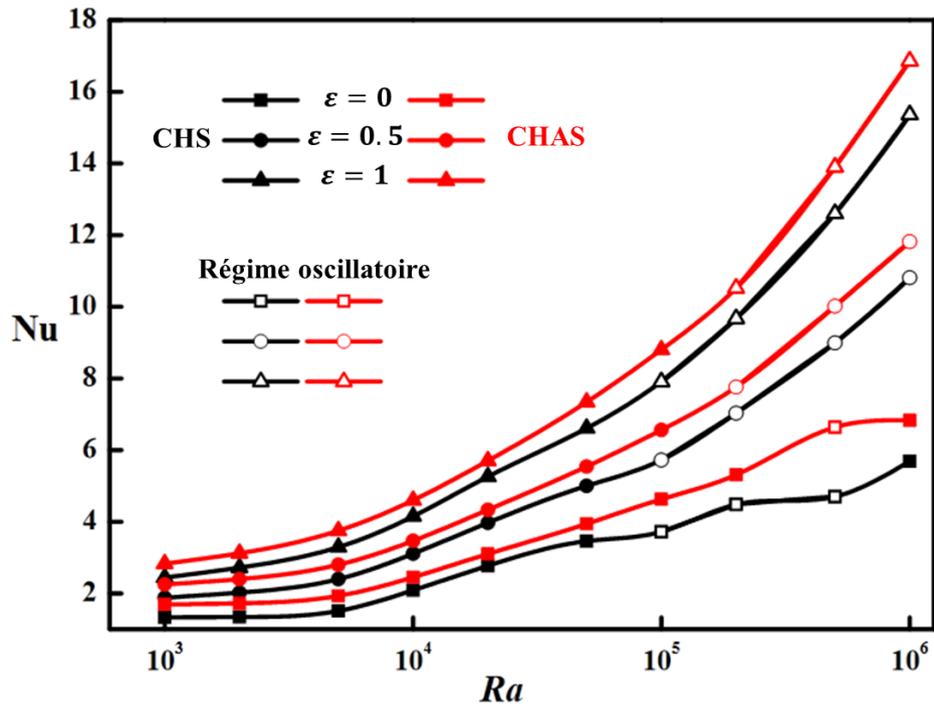


Figure 4. 14 : Variations du nombre de Nusselt total versus  $Ra$  pour les deux configurations et différentes valeurs de  $\varepsilon$ .

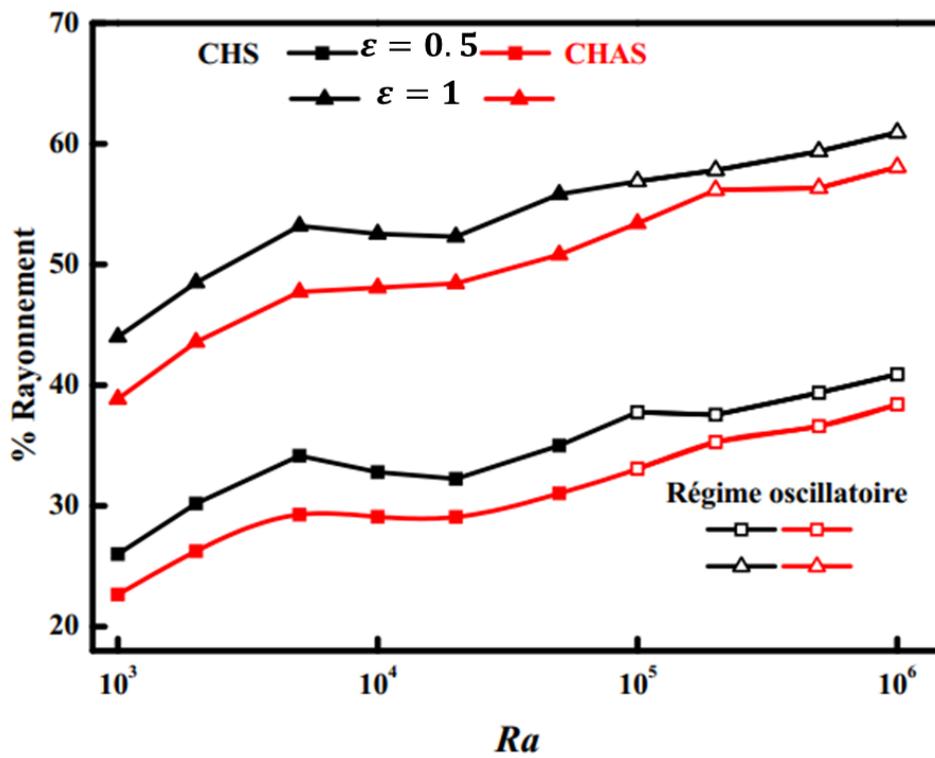


Figure 4. 15 : Contribution du rayonnement au transfert de chaleur total versus  $Ra$  pour les deux configurations et  $\varepsilon = 0.5$  et 1.

## 4.5 Conclusion

Une étude numérique de la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité carrée soumise à un chauffage partiel symétrique et asymétrique a été réalisée en adoptant le schéma MRT de la méthode de Lattice-Boltzmann. Dans la première partie de ce chapitre, la configuration correspondant à un chauffage symétrique a été traitée en considérant  $Ra = 10^6$ . Les résultats obtenus montrent que l'émissivité des parois favorise la transition du régime stationnaire vers un régime oscillatoire périodique à partir d'une valeur critique de  $\varepsilon$  autour de 0.1. Les structures d'écoulement observées sont caractérisées par une forte compétition entre les cellules principales positive et négative et la nature de cette compétition est mise en évidence de manière explicite en examinant l'effet de  $\varepsilon$ . Les simulations numériques ont également révélé que le rayonnement contribue significativement à l'amélioration du transfert de chaleur global. La contribution du rayonnement atteint un taux de l'ordre de 40% / (58%) respectivement pour  $\varepsilon = 0.5/(1)$ . Dans la deuxième partie de ce chapitre, en plus de l'effet de l'émissivité des parois, l'effet du nombre de Rayleigh a été étudié en considérant deux configurations, l'une soumise à un chauffage symétrique et l'autre soumise à un chauffage asymétrique en détruisant la symétrie via un changement de la position de l'une des deux sources chauffantes. Les résultats obtenus montrent que pour les deux modes de chauffage et pour une valeur donnée de l'émissivité, l'augmentation du nombre de Rayleigh conduit elle aussi à l'apparition d'un régime oscillatoire. Cette augmentation de  $Ra$  s'accompagne d'un grand changement de la structure de l'écoulement et d'une intensification de l'écoulement. De plus, le mode de chauffage influe sur la valeur critique caractérisant la transition vers le régime oscillatoire périodique. Cette transition est précoce/retardée dans le cas d'un chauffage symétrique/asymétrique. Dans le cas de la configuration CHAS, l'effet du rayonnement laisse inchangée la valeur critique de  $Ra$  qui engendre la transition vers le régime oscillant. Les résultats montrent également que le mode de chauffage asymétrique favorise le transfert de chaleur par convection dans toutes les gammes de variations des paramètres de contrôle. Globalement, la contribution de la composante radiative a été trouvée loin d'être négligeable pour les deux configurations même pour des émissivités des parois modérées. De plus, le chauffage asymétrique engendre un transfert de chaleur total nettement supérieure à celui engendré par le chauffage symétrique indépendamment des valeurs de  $\varepsilon$  et  $Ra$ .

# Conclusion générale et perspectives

Cette thèse s'intéresse à l'expérimentation de la méthode Lattice Boltzman (LBM) pour l'étude de la convection naturelle couplée au rayonnement dans des cavités carrées remplies d'air est soumises à différentes conditions de chauffage (chauffages linéaire et discret). Le choix du sujet revient à une étude bibliographique détaillée, présentée dans le premier chapitre, essentiellement axée sur les problèmes de couplage de la convection thermique au rayonnement surfacique. Toutes les études numériques et expérimentales citées dans la revue bibliographique convergent vers le fait que le rayonnement surfacique a un effet loin d'être négligeable sur l'écoulement du fluide et sur le transfert de chaleur même pour des émissivités des parois modérées. De ce fait, l'apport du rayonnement ne peut pas être ignoré dans le cas des problèmes abordant les écoulements générés par convection. Le fait que le rayonnement a été ignoré dans plusieurs travaux portant sur la convection naturelle et son absence dans des cavités rectangulaires ayant des parois soumises à des conditions de chauffage partiel ou à profil linéaire, a constitué une motivation majeure du choix de notre sujet. La revue de la littérature a révélé également l'importance de la méthode Lattice Boltzmann dans la résolution numérique des équations de conservations. Cette méthode caractérisée par sa robustesse, sa performance et sa relative simplicité a été très peu utilisée pour le traitement des problèmes de rayonnement couplé à la convection. Nous avons donc orienté tous nos efforts, au début de cette thèse, vers l'étude de la méthode LBM ainsi que les modèles dérivés pour rendre accessible sa programmation pour approcher un problème de transfert de chaleur. La maîtrise de cette méthode mésoscopique avec la contribution des membres du LMFE nous a permis d'élaborer un code numérique utilisant le schéma MRT de la méthode LBM et de l'expérimenter sur les cas étudiés. Le code développé et susceptible d'être étendu pour étudier d'autres types de configurations de différentes formes géométriques. Les éléments de base de la méthode LBM ont fait l'objet du chapitre 2 avec un bref rappel de l'historique de cette méthode, ses origines, les difficultés initiales de son utilisation, son évolution à travers les décennies jusqu'à l'aboutissement aux formulations utilisées dans le domaine des transferts thermiques.

Le code élaboré a été validé dans les chapitres 3 et 4 sur des cas tests abordant différents problèmes étudiés dans la littérature avec des méthodes numériques conventionnelles. Les tests de validations ont été conduits avec succès malgré les grandes différences dans les approches entre les méthodes. Cette étape de validation a été rassurante quant à la fiabilité du code développé pour l'adopter comme moyen d'investigation numérique. De plus, les résultats reportés dans les chapitres 3 et 4 ont été obtenus avec des maillages retenus suite à des tests préliminaires mettant en évidence leur insensibilité lorsqu'on utilise des maillages plus fins.

Dans le chapitre 3, l'étude était axée sur une cavité soumise à un chauffage linéaire. Les effets combinés de l'émissivité des parois, de l'angle d'inclinaison et du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement ont été examinés. Les résultats obtenus montrent que l'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur est important en particulier en l'absence du rayonnement. De ce fait, elle pourrait ainsi être utilisée, selon le besoin, comme moyen pour maximiser ou minimiser les pertes de chaleur du fluide vers son environnement. En présence du rayonnement, les variations de l'inclinaison de la cavité entre  $-90^\circ$  et  $90^\circ$  engendrent des variations du nombre de Nusselt total dont l'importance relative augmente avec le nombre de Rayleigh. De manière générale, l'augmentation de  $Ra$  est défavorable/(favorable) à la contribution de la convection/(du rayonnement).

Dans le chapitre 4, l'étude a porté sur une cavité soumise à des conditions de chauffage discrètes symétriques et asymétriques. Dans la première partie de ce chapitre, la configuration a été partiellement et symétriquement chauffée et le nombre de  $Ra$  a été fixé en  $10^6$ . La variation de l'émissivité entre 0 et 1 a conduit à des régimes d'écoulements stationnaires et instationnaires périodiques. L'effet du rayonnement contribue également à l'amélioration du transfert de chaleur global qui atteint 40% / (58%) pour  $\varepsilon = 0.5/(1)$ . Dans la seconde moitié de ce chapitre, nous nous sommes intéressés, en plus de l'effet de l'émissivité des parois ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ), à l'effet du nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ) et ceci en considérant deux modes de chauffage, à savoir le chauffage symétrique, CHS, et le chauffage asymétrique, CHAS. Les résultats montrent que pour les deux modes de chauffage, l'augmentation du nombre de Rayleigh conduit aussi à la naissance d'un régime oscillatoire. Le mode de chauffage imposé aux parois de la cavité modifie la structure de l'écoulement et la valeur critique  $Ra_{cr}$  caractérisant la transition vers le régime instationnaire. Quantitativement, il a été trouvé que le mode de chauffage asymétrique CHAS a été trouvé

plus favorable au transfert de chaleur total dans la cavité et ceci pour toutes les valeurs considérées de Rayleigh et de  $\varepsilon$ .

Finalement, nous pouvons conclure que l'objectif de cette thèse qui consiste en la maîtrise de la méthode de lattice Boltzmann et son application à des phénomènes de couplage du rayonnement et de la convection naturelle dans des cavités soumises à des conditions de chauffages non uniformes est atteint. Le code élaboré a été également modifié et validé pour le cas d'une cavité qui contient une tige à l'intérieur (résultats non présentés ici). Le code élaboré ouvre des perspectives prometteuses car son utilisation peut être étendue à différents types de sujets. De plus, il nécessite des modifications pour couvrir le régime turbulent.

# Références

**Akiyama, M. and Chong, Q.P. (1997)** “Numerical analysis of natural convection with surface radiation in a square enclosure”. Numerical Heat Transfer Journal, Part A, Vol. 31, pp. 419-433.

DOI: 10.1080/10407789708913899

**Alam, P., Kumar, A., Kapoor, S., and Ansari, S.R. (2012)** “Numerical investigation of natural convection in a rectangular enclosure due to partial heating and cooling at vertical walls”, Commun Nonlinear SciNumerSimulat, Vol. 17, pp. 2403–2414.

DOI: 10.1016/j.cnsns.2011.09.004

**Alkshaish, J. A. and Esfahani, J. A (2017)** “Lattice Boltzmann Simulation of Turbulent Natural Convection: Enclosure Heated from Below”, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 31, Iss. 4, pp. 910-919.

DOI: 10.2514/1.T5124

**Alouah, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A. and Rehhali.K (2017)**“Lattice Boltzmann modeling of natural convection in cavity with heated plate inside”, Energy Procedia, Vol. 139, pp 140-146.

**Bahlaoui, A., Raji, A. and Hasnaoui, M. (2006)**“Combined effect of radiation and natural convection in a rectangular enclosure discretely heated from one side”, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Vol. 16, pp. 431-450.

DOI: 10.1108/09615530610653073

**Bahlaoui, A., Raji, A., El Ayachi, R., Hasnaoui, M., Lamsaadi, M. and Naïmi, M. (2007)** “Coupled natural convection and radiation in a horizontal rectangular enclosure discretely heated from below”, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 52, pp. 1027-1042.

DOI: 10.1108/09615530610653073

**Banda, M. K., Klar, A. and Seaid, M. (2007)** “A lattice-Boltzmann relaxation scheme for coupled convection–radiation systems”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, pp. 1408-1431.

DOI:10.1016/j.jcp.2007.05.030

**Basak, T., Roy, S. and Takhar, H. S. (2007)** “Effects of Nonuniformly Heated Wall(S) on a Natural-Convection Flow in a Square Cavity Filled With a Porous Medium”, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 51, Iss. 10, pp. 959-978.

DOI: 10.1080/10407790601128600

**Basak, T., Roy, S., Kumar, Singh, S. and Pop, I. (2010)** “Analysis of mixed convection in a lid-driven porous square cavity with linearly heated side wall(s)”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 1819-1840.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.01.007

**Bejan, A. (1995)** “Convection heat transfer”, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, 1995.

**Bénard, H. (1900)** “Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide”, *Revue générale des Sciences Pures et Appliquées*, Vol. 11, pp.1309-1328.

DOI: 10.1051/jphysap:0190100100025400

**Bénard, H. (1901)** “Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportent de la chaleur par convection en régime permanent”, *Annales de Chimie et de Physique*, Vol. 23, pp. 62-144, 1901.

**Bhatnagar, P. L., Gross, E. P. and Krook, M. (1954)** “A Model for Collision Processes in Gases: Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems. *Physical Review*, Vol. 94, pp. 511–525.

DOI: 10.1103/PhysRev.94.511

**Bilgen, E. (2005)** “Natural convection in cavities with a thin fin on the hot wall”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 3493–3505.

DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.03.016

**Bouafia, M., Hamimid, S. and Guellal, M. (2015)** “Non-Boussinesq convection in a square cavity with surface thermal radiation”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 96, pp. 236-247.

DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2015.04.017

**Calcagni, B., Marsili, F. and Paroncini, M. (2005)** “Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 25, pp. 2522–2531.

DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2004.11.032

**Chapman, S. and Cowling, T. G. (1970)** “The mathematical theory of non-uniform gases: an account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases”, Cambridge university press, Cambridge.

**Chikatamarla, S. S. and Karlin, I. V. (2013)** “Entropic lattice Boltzmann method for turbulent flow simulations: Boundary conditions”.*Physica A*, Vol. 392, pp. 1925–1930.

DOI: 10.1016/j.physa.2012.12.034

**Dahani, Y., Amahmid, A., Hasnaoui, M., El Mansouri, A., Alouah, M., Hasnaoui, S., Rehhali, K. and Ouahas, M. (2017)** “Effect of nanoparticles on the hysteresis loop in mixed convection within a two-sided lid-driven inclined cavity filled with a nanofluid”, *Heat Transfer Engineering*.

DOI: 10.1080/01457632.2017.1421130

**Dellar, P. J. (2001)** “Bulk and shear viscosities in lattice Boltzmann equations”, *Physical Review E*, Vol. 64, Iss. 3.

DOI: 10.1103/PhysRevE.64.031203.

**Dou, H.-S. and Jiang, G. (2016)** “Numerical simulation of flow instability and heat transfer of natural convection in a differentially heated cavity”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 103, pp. 370–381.

DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.07.039

**El Abdallaoui, M, Hasnaoui, M. and Amahmid, A. (2014)** “Lattice-Boltzmann modeling of natural convection between a square outer cylinder and an inner isosceles triangular heating body”, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 66, pp. 1076-1096.

DOI: 10.1080/10407782.2014.894398

**El Ayachi, R., Raji, A., Hasnaoui, M., Naïmi, M. and Abdelbaki, A. (2012)** “Combined effects of radiation and natural convection in a square cavity submitted to two combined modes of cross gradients of temperature”, Numerical Heat Transfer Journal, Part A, Vol. 62, pp. 905-931.

DOI: 10.1080/10407782.2012.712463

**El Mansouri, A., Hasnaoui, M., Amahmid, A., Dahani, Y., Alouah, M., Hasnaoui, S., Rehhali, K., Ouahas, M. and Bennacer, R. (2017)** “MRT-LBM simulation of natural convection in a Rayleigh-Bénard cavity with linearly varying temperatures on the sides: application to a micropolar fluid”, Frontiers in Heat and Mass Transfer, Vol. 9, Iss. 28, pp. 1-14.

DOI: 10.5098/hmt.9.28

**Frisch, U., Hasslacher, B. and Pomeau, Y. (1986)** “Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equations”, Physics Review Letters, Vol.56, Iss. 14, pp.1505-1508.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.56.1505

**Frisch, U., d'Humières, D., Hasslacher, B., Lallemand, P., Pomeau, Y., and Rivet, J.P. (1987)** “Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions”, Complex Systems, Vol. 1, pp. 649-707.

**Gururaja Rao, C., Venkata Krishna, A. and Naga Srinivas, P. (2005)** “Simulation studies on multimode heat transfer from a square-shaped electronic device with multiple discrete heat sources”, Numerical Heat Transfer journal, Part A, Vol. 48, pp. 427-446.

DOI: 10.1080/10407780590956991

**Hardy, J., Pomeau, Y., and de Pazzis, O. (1973)** “Time evolution of two dimensional model system, I. Invariant states and time correlation function”, Journal of Mathematical Physics, Vol.14, pp. 1746-1759.

DOI: 10.1063/1.1666248

**Hasnaoui, M., Vasseur, P. and Bilgen, E. (1992)** “Natural convection in rectangular enclosures with adiabatic fins attached on the heated wall”, Wärme-und Stoffübertragung, Vol. 27, pp. 357-368.

DOI: 10.1007/BF01600025

**Hasnaoui, S., Amahmid, A., Beji, H., Raji, A., Hasnaoui, M., El Mansouri, A., Dahani, Y. and Alouah, M. (2018)** “Hybrid lattice Boltzmann finite difference simulation of Soret convection flows in a square cavity with internal heat generation”, Numerical Heat Transfer, Part A.

DOI: 10.1080/10407782.2018.1487690

**He, X., Shan, X. and Doolen, G. D. (1998)** “Discrete Boltzmann equation model for non-ideal gases”, Physical Review E, Vol. 57, Iss. 1, pp. R13–R16.

DOI: 10.1103/PhysRevE.57.R13.

**Hoseinpour, B., Ashorynejad, H. R. and Javaherdeh, K. (2017)** “Entropy Generation of Nanofluid in a Porous Cavity by Lattice Boltzmann Method”, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 31, Iss. 1, 2017, pp. 20-27.

DOI:10.2514/1.T4652

**Howell, J. R. (1982)** “A Catalog of Radiation Configuration Factors”, McGrawHill.

**D’Humières, D. (1992)** “Generalized lattice-Boltzmann equation in Rarefied gas dynamics: Theory and simulations”, Progress in Astronautics and Aeronautics, edited by B. D. Shizgal and D. P. Weaver AIAA, Washington, DC, Vol. 159, pp. 450–458.

**Inamuro, T., Yoshino, M., Ogino, F. (1995)** “A Non-slip Boundary Condition for Lattice Boltzmann Simulation”. Physics of Fluids, Vol. 7, pp. 2928-2930.

DOI: 10.1063/1.868766

**Kalteh, M., and Hasani, H. (2014)** “Lattice Boltzmann simulation of nanofluid free convection heat transfer in an L-shaped enclosure”, *Superlattices and Microstructures*, Vol. 66, 2014, pp. 112-128.

DOI: 10.1016/j.spmi.2013.12.004

**Karatas, H. and Derbentli, T. (2017-a)** “Natural convection in rectangular cavities with one active vertical wall”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.105, pp. 305–315.

DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.09.100

**Karatas, H. and Derbentli, T. (2017-b)** “Three-dimensional natural convection and radiation in a rectangular cavity with one active vertical wall”, *Experimental Thermal and Fluid Science*.

DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2017.05.025

**Karatas, H. and Derbentli, T. (2018)** “Natural convection and radiation in rectangular cavities with one active vertical wall”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 123, pp. 129-139.

DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.09.006

**Kefayati, GH.R, Gorji-Bandpy, M., Sajjadi, H. and Gandji, D.D. (2012)** “Lattice Boltzmann simulation of MHD mixed convection in a lid-driven square cavity with linearly heated wall”, *ScientiaIranica*, Vol. 19, Iss. 4, pp. 1053-1065.

DOI: 10.1016/j.scient.2012.06.015

**Kim, D. M. and Viskanta, R. (1984)** “Effect of wall conduction and radiation on natural convection in a rectangular cavity”, *Numerical Heat Transfer Journal, Part A*, Vol. 7, pp. 449-470.

DOI: 10.1080/01495728408961835

**Larson, D. W. and Viskanta, R. (1976)** “Transient combined laminar free convection and radiation in a rectangular enclosure”, *Journal of Fluid Mechanics, Part 1*, Vol. 78, pp. 65-85.

DOI: 10.1017/S0022112076002334

**Lätt, J. and Chopard, B. (2006)** “Lattice Boltzmann method with regularized non-equilibrium distribution functions”, *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 72, pp.165–168.

**Leporini, M., Corvaro, F., Marchetti, B., Polonara, F. and Benucci, M. (2018)** “Experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square cavity filled with air”, *Experimental Thermal and Fluid Science*.

DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2018.08.023

**Luo, L.S., (1993)** “Lattice-Gas Automata and Lattice-Boltzmann Equations for Two-Dimensional Hydrodynamics”, Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology.

**Mahmoudi, A., Mejri, I., AmmarAbbassi, M. and Omri, A. (2014)** “Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with linear temperature distribution”, *Powder Technology*, Vol. 256, pp. 257-271.

DOI: 10.1016/j.powtec.2014.02.032

**Maier, R. S., Bernard, R. S., Grunau, D. W. (1996)** “Boundary conditions for the lattice Boltzmann method”, *Physics of Fluids*, Vol. 8, pp. 1788-1801.

DOI: 10.1063/1.868961

**Marié, S. (2008)** “Etude de la méthode Boltzmann sur Réseau pour les simulations en aéroacoustique”, PhDthesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.

**McNamara, G. R., and Zanetti, G. (1988)** “Use of the Boltzmann equation to simulate lattice automata”, *Physics Review Letters*, Vol. 61, pp. 2332-2335.

DOI : 10.1103/PhysRevLett.61.2332

**Mezrhab, A., Bouali, H., Amaoui, H. and Bouzidi, M. (2006)** “Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center”, *Applied Energy*, Vol.83, pp. 1004-1023.

DOI: 10.1016/j.apenergy.2005.09.006

**Mezrhab, A., Jami, M., Bouzidi, M., and Lallemand, P. (2007)** “Analysis of radiation–natural convection in a divided enclosure using the lattice Boltzmann method”, *Computers & Fluids*, Vol. 36, pp. 423-434.

DOI: 10.1016/j.compfluid.2005.10.006

**Mezrhab, A., Moussaoui, M. A., Jami, M., Naji, H. and Bouzidi, M. (2010)** “Double MRT thermal lattice Boltzmann method for simulating convective flows”, *Physics Letters A*, Vol. 374, pp.3499-3507.

DOI: 10.1016/j.physleta.2010.06.059

**Mobedi, M., Özkol, Ü. and Sunden, B. (2010)** “Visualization of diffusion and convection heat transport in a square cavity with natural convection”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 99–109.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.09.048

**Mohamad, A.A. (2007)** “Applied Lattice Boltzmann method for transport phenomena”, *Momentum Heat Mass Transfer*, Sure Print, Calgary.

**Mohamad, A. and Kuzmin, A. (2010)** “A Critical evaluation of force term in lattice boltzmann method, natural convection problem”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, pp. 990-996.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.11.014

**Moufekkik, F., Moussaoui, M. A., Mezrhab, A., Bouzidi, M. and Lemonnier, D. (2012)** “Combined double-diffusive convection and radiation in a square enclosure filled with semitransparent fluid”, *Computers & Fluids*, Vol. 69, pp. 172-178.

DOI: 10.1016/j.compfluid.2012.07.030

**Neumann, J. V. (1963)** “The general and logical theory of automata”, *Collected works*, Pergamon Press, Vol.5, pp. 288.

**Neumann, J. V. (1966)** “Theory of self-reproducing automata”, A. W. Burks (Ed.), Univ. of Illinois Press, Illinois.

**Nia, M-F., Nassab, S-A-G. and Ansari, A-B. (2018)** “Transient combined natural convection and radiation in a double space cavity with conducting walls”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 128, pp. 94–104.

DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2018.01.021

**Noble, D.R., Chen, S., Georgiadis, J. G. and Buckius, R. O. (1995)** “A Consistent Hydrodynamic Boundary Condition for the Lattice Boltzmann Method”, *Physics of Fluids*, Vol. 7, pp. 203-209.

DOI: 10.1063/1.868767

**Obrecht, C., Kuznik, F., Tourancheau, B. and Roux, J.J. (2011)** “A new approach to the lattice boltzmann method for graphics processing units”, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 61, Iss.12, pp. 3628–3638.

DOI: 10.1016/j.camwa.2010.01.054

**Oztop, H.F. and Abu-Nada, E. (2008)** “Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosure filled with nanofluids”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp.1326–1336.

DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.04.009

**Oztop, H.F, Mobedi, M., Abu-Nada, E., Pop, I. (2012)** “A heatline analysis of natural convection in a square inclined enclosure filled with a CuO nanofluid under non-uniform wall heating condition”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5076–5086.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.05.007

**Qian, Y.H., d’Humières, D. and Lallemand, P. (1992)** “Lattice BGK models for Navier-Stokes Equation”, *Europhysics Letter*, Vol.17, Iss. 6, pp. 479–484.

DOI: 10.1209/0295-5075/17/6/001

**Raji, A., Hasnaoui, M., Firdaouss, M. and Ouardi, C. (2013)** “Natural convection heat transfer enhancement in a square cavity periodically cooled from above”, *Numerical Heat Transfer, Part A* , Vol.63, pp. 511–533.

DOI:10.1080/10407782.2013.733248

**Ramakrishna, D., Basak, T., Roy, S. and Pop, I. (2012)** “Numerical study of mixed convection within porous square cavities using Bejan’s heatlines: Effects of thermal aspect ratio and thermal boundary conditions”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5436-5448.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.04.058

**Rayleigh, L. (1916)** “On convection currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the underside”, *Philosophical Magazine*, 32: 192, pp. 529-546.

DOI: 10.1080/14786441608635602

**Ridouane, E. H., Hasnaoui, M., Amahmid, A. and Raji, A. (2004)** “Interaction between natural convection and radiation in a square cavity heated from below”, *Numerical Heat Transfer Journal, Part A*, Vol. 45, pp. 289-311.

DOI: 10.1080/10407780490250373

**Saravanan, S. and Sivaraj, C. (2013)** “Coupled thermal radiation and natural convection heat transfer in a cavity with a heated plate inside”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.40, pp. 54-64.

DOI:10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.01.007

**Saravanan, S. and Sivaraj, C. (2014)** “Surface radiation effect on convection in a closed enclosure driven by a discrete heater”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 34–38.

DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.02.002

**Saravanan, S., Sivaraj, C. (2015)** “Combined natural convection and thermal radiation in a square cavity with a non-uniformly heated plate”, *Computer & Fluids*, Vol. 117, pp. 125–138.

DOI: 10.1016/j.compfluid.2015.05.005

**S. Saravanan, C. Sivaraj (2017)** “Combined thermal radiation and natural convection in a cavity containing a discrete heater: Effects of nature of heating and heater aspect ratio”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 66, pp. 70–82.

DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.05.004

**Sathiyamoorthy, M., Basak, T., Roy, S., Pop, I. (2007-a)** “Steady natural convection flows in a square cavity with linearly heated side wall(s)”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.50, pp. 766–775.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.06.019

**Sathiyamoorthy, M., Basak, T., Roy, S. and Pop, I. (2007-b)** “Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall(s)”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 1892-1901.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.10.010

**Schroeder, D. V. (2012)** “Lattice Boltzmann Fluid Dynamics”, Spring Semester. Weber State University Course.

**Sharif, M. and Mohammad, R. (2005)** “Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.44, Iss. 29, pp.865–878.

DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2005.02.006

**Sheremet, M.A. and Miroshnichenko, I.V (2016)** “Effect of surface radiation on transient natural convection in a wavy-walled cavity”, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 69, pp. 369-382.

DOI: 10.1080/10407782.2015.1080577

**Skordos, P.A., (1993)** “Initial and Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann Method”, *Physical Review E*, vol. 48, pp. 4823-4842.

DOI : 10.1103/PhysRevE.48.4823

**Succi, S. (2001)** “The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond”, Clarendon Press, Oxford.

**Sun, Y. and Zhang, X. (2016)** “Analysis of transient conduction and radiation problems using lattice Boltzmann and finite volume methods”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 97, pp. 611-617.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.01.074

**Valencia, A. and Frederick, R.L. (1989)** “Heat transfer in square cavities with partially active vertical walls”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1567–1574.

DOI : 10.1016/0017-9310(89)90078-1

**Wang, H., Xin, S. et Le Quéré, P. (2006)** “Étude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d’air”, *C. R. Mécanique*, Vol. 334, pp. 48-57.

DOI: 10.1016/j.crme.2005.10.011

**Welander, P. (1954)** “On the temperature jump in a rarefied gas”, *ArkivförFysik*, Vol.7, Iss. 44, pp. 507-553.

**Wolfram, S. (1986)** “Cellular Automaton Fluids 1: Basic Theory”, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 45, Iss. 3-4, pp. 471-526.

**Xin, S., Salat, J., Joubert, P., Sergent, A., Penot, F. and Le Quéré, P. (2013)** “Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities. Part III: A full convection–conduction–surface radiation coupling”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.42, pp. 33–48.

DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.01.021

**Yang, K.T. (1987)** “Natural convection in enclosures”, Edited by S. Kakac, R. Shah and W. Aung, *Handbook of single-phase convective heat transfer*, Chap. 13, Wiley, New York, pp. 1-51.

**Yang, M., Ding, Z., Lou, Q. and Wang, Z. (2018)** “Lattice Boltzmann Method Simulation of Natural Convection Heat Transfer in Horizontal Annulus”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 33, Iss. 3, pp. 700-711.

DOI: 10.2514/1.T4978

**Yao, F.J., Luo, K., Yi, H.L. and Xie, M. (2017)** “Analysis of melting with natural convection and volumetric radiation using lattice Boltzmann method”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 112, pp. 413-426.

DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.04.136

**Zou, Q. and He, X. (1997)** “On Pressure and Velocity Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann BGK Model”, *Physics of Fluids*, Vol. 9, pp. 1592-1598.

**Zuse, K. (1970)** “Calculating space”, Technical Report Tech. Transl. AZT-70-164-GEMIT, MIT Project MAC.

## Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une étude numérique visant à étudier les phénomènes de couplage de la convection naturelle et du rayonnement surfacique dans des cavités carrées dont les parois sont soumises à des températures discrètes ou non-uniformes. En effet, la première étude réalisée s'intéresse à un problème de couplage convection-rayonnement dans une cavité carrée inclinée et remplie d'air, ayant d'un côté une paroi chauffée à une température constante et du côté opposé, une paroi chauffée linéairement. Les parois restantes sont considérées adiabatiques. Dans la seconde étude, la cavité a des parois verticales partiellement chauffées (symétriquement et asymétriquement), une paroi supérieure refroidie et une paroi inférieure adiabatique. L'objectif de ces études numériques réside dans l'analyse de l'effet du rayonnement surfacique et des différents paramètres gouvernants (mode de chauffage, nombre de Rayleigh, angle d'inclinaison, différence de température) sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur. Le second objectif de cette thèse consiste à tester la performance du schéma à temps de relaxation multiple (MRT) de la méthode Lattice-Boltzmann (LBM) en présence du couplage convection-rayonnement. Des tests préliminaires de validation de notre code numérique (LBM) ont été menés avec succès. Ces tests qui constituent essentiellement des comparaisons entre des résultats obtenus par notre code numérique, basé sur la méthode LBM, et ceux obtenus à l'aide de méthodes numériques classiques ont montré que le code numérique LBM élaboré est bien adapté pour traiter efficacement notre problème. Les résultats de ce travail sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, de lignes de flux de chaleur et du nombre de Nusselt. Ces résultats ont révélé que les paramètres de contrôle considérés ont un effet important sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur à travers la cavité.

**Mots clés :** Convection naturelle, rayonnement surfacique, Schéma à temps de relaxation multiple (MRT), méthode de Lattice-Boltzmann (LBM), chauffage linéaire, chauffage discret.

## Abstract

In this thesis, a numerical study is carried out on the coupling phenomena between natural convection and surface radiation in square cavities whose walls are subjected to discrete or non-uniform temperatures. Indeed, the first study carried out is concerned with a problem of convection-radiation coupling in a square cavity inclined and filled with air, having on one side a wall heated at a constant temperature and on the opposite side, a wall heated linearly. The remaining walls are considered adiabatic. In the second study, the cavity has partially heated vertical walls (symmetrically and asymmetrically), a cooled upper wall and an adiabatic bottom wall. The objective of these numerical studies is to analyze the effect of surface radiation and the different governing parameters (heating mode, Rayleigh number, angle of inclination, temperature difference) on the flow structure and the heat transfer. The second objective of this thesis is to test the performance of the multiple relaxation time (MRT) scheme of the Lattice-Boltzmann method (LBM) in the presence of convection-radiation coupling. Preliminary validation tests of our numerical code (LBM) have been successfully conducted. These tests, which are essentially comparisons between results obtained using our numerical code, based on the LBM method, and those obtained using classical numerical methods, have shown that the developed LBM numerical code is well suited to effectively deal with our problem. The results of this study are presented in terms of streamlines, isotherms, heatlines and Nusselt number. These results revealed that the considered governing parameters have a significant effect on the flow structure and heat transfer through the cavity.

**Key words:** Natural convection, surface radiation, multiple relaxation time scheme (MRT), Lattice-Boltzmann method (LBM), linear heating, discrete heating.