



HAL
open science

Essais sur la gestion d'actifs a l'international : évaluation en présence de frictions et diversification

Fredj Amine Dammak

► **To cite this version:**

Fredj Amine Dammak. Essais sur la gestion d'actifs a l'international : évaluation en présence de frictions et diversification. Gestion et management. Université de Picardie Jules Verne, 2018. Français. NNT : 2018AMIE0057 . tel-03691934

HAL Id: tel-03691934

<https://theses.hal.science/tel-03691934>

Submitted on 9 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PICARDIE JULES VERNE
UFR D'ÉCONOMIE ET DE GESTION

**Essais sur la Gestion d'Actifs à
l'International : Évaluation en Présence de
Frictions et Diversification**

THÈSE
pour l'obtention du titre de
DOCTEUR EN SCIENCES DE GESTION

présentée et soutenue publiquement par

Fredj Amine DAMMAK

le 07 décembre 2018

Directeur de Recherche :

M. Makram BELLALAH, Maître de Conférence habilité à l'Université Picardie Jules Verne

Membres de Jury :

M. Ephraim CLARK, Professeur à l'Université du Middlesex de Londres, Suffragant

M. Jocelyn MARTEL, Professeur à l'ESSEC, rapporteur

M. Jean-Luc PRIGENT, Professeur à l'Université de Cergy, rapporteur

Mme. Loredana URECHE-RANGAU, Professeur à l'Université Picardie Jules Verne, Suffragant

L'université Picardie Jules Verne n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans les thèses : ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.

*Je dédie cette thèse à la mémoire de mon père,
A celle qui a fait preuve de tant de patience en attendant les fruits
de sa bonne éducation, à la plus belle du monde, ma mère Serra,
A ma tendre et chère femme, Imen,
A ma source de joie, ma fille Sara,
Aux familles Dammak, Maalej, Daoud, Hachicha,
El Khebou et Krichen,
Et à tous ceux pour qui ma réussite importe ...*

Remerciements

Je souhaiterais, avant tout, remercier vivement mon directeur de thèse, Monsieur Makram BELLALAH, Professeur à l'Université Picardie Jules Verne, de m'avoir fait l'honneur d'accepter de diriger ce travail de recherche, et lui exprimer ma profonde gratitude pour m'avoir guidé, accordé et maintenu sa confiance tout au long de ces années d'apprentissage. Son bon sens, sa rigueur, son aiguillage permanent ainsi que son goût pour le travail rigoureusement accompli, sans oublier ses qualités humaines, m'ont non seulement permis de mener à bien ma thèse, mais ont aussi véritablement influencé ma manière d'appréhender l'ingénierie Financière. Je voudrais également le remercier pour son investissement, sa disponibilité, ses orientations et tout le temps qu'il m'a patiemment consacré tout au long de cette thèse.

Mes sincères remerciements vont aussi à Monsieur Jean-Luc PRIGENT, Professeur à l'Université de Cergy et Monsieur Jocelyn MARTEL, Professeur à l'ESSEC Cergy, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant d'en être rapporteurs, et ce, malgré leurs charges professionnelles. J'exprime également ma profonde gratitude à Monsieur Ephraïm CLARK, Professeur à l'Université du Middlesex de Londres, pour avoir bien voulu examiner mon travail et accepter de participer au jury.

Mes remerciements vont également à Madame Loredana URECHE-RANGAU, Professeur à l'Université Picardie Jules Verne, pour accepter de participer au jury, dont les remarques et suggestions précieuses lors des comités de thèse et de la pré-soutenance ont permis d'améliorer la structure de ce manuscrit et le contenu de ses chapitres.

Je suis honoré de l'intérêt que tous les membres du jury ont porté à mon travail en le lisant et en me faisant part de leurs commentaires, critiques et suggestions qui ont contribué à améliorer la qualité de ce manuscrit.

J'adresse toute ma considération à Néjib HACHICHA, Professeur à la Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Sfax qui m'a toujours été d'un soutien inestimable à la fois par ses encouragements et par ses conseils. Je le remercie également pour ses remarques et recommandations constructives, ainsi que son regard critique très pointu,

notamment du point de vue des outils économétriques utilisés, qui ont contribué à améliorer profondément la qualité de la partie empirique. Je porte à son égard la plus grande estime et considération pour tout ce qu'il a toujours été, Professeur, ami et grand frère.

Ce travail de recherche doit aussi beaucoup à un environnement convivial. Mes amis du CRIISEA ne sauraient donc être omis de mes remerciements, sans qu'il me soit besoin de les nommer.

Des remerciements spéciaux vont à Jean-Christophe BLONDEL, ami et ancien collègue de l'éducation nationale, d'une valeur inestimable à qui j'assure toute ma reconnaissance, pour sa présence et nos échanges constructifs et enrichissants tout au long de l'élaboration de ce travail. En effet, je lui suis également reconnaissant pour tout l'effort et le temps qu'il a consacré à la relecture minutieuse de tout mon travail et pour les suggestions fort utiles qu'il m'a faites, ainsi que pour la qualité de nos échanges. Merci Jean, je n'oublierai jamais ton aide de toute ma vie!

Mes remerciements seraient incomplets si je n'en adressais pas à mon cercle amical m'ayant solidement accompagné à chaque étape de ce périple. Je pense tout d'abord à adresser un remerciement chaleureux à Amine Ben Amar, Mohamed, Jean, Ikrame, Hatem, Olfà qui arrive au bout de sa thèse elle-aussi, Houda, Béchir Dola, Mouna Jegham, Jonathan, Myriam, Nizar, Samuel, Sofiane, Oussama, Maïssa, Saber, Farhatos, Koussaila, Rochdi, Stéphane, Saïf, Hichem D., Kairou, mes amis fidèles et complices depuis plusieurs années. Je les remercie pour leur soutien sans faille. Je conclus par remercier mes collègues des IUT Bobigny et Paris Descartes, de l'Université Paris Dauphine, CFA Méderic, ESSCA, IDRAC, IGEFI et IFAG.

Table des matières

Table des figures	v
Liste des tableaux	vi
Introduction Générale	1
1 Gestion d'Actifs à l'International : Évaluation, Risque et Diversification	5
Introduction	6
1.1 Analyse de portefeuille	6
1.2 Modèle d'Évaluation Des Actifs Financiers (MEDAF)	8
1.2.1 Présentation du MEDAF	8
1.2.2 Dérivation du modèle	9
1.3 Le MEDAF International et le principe de diversification	14
1.3.1 Le MEDAFI de Solnik (1974)	14
1.3.1.1 Hypothèses du Modèle de Solnik (1974)	15
1.3.1.2 La dérivation du Modèle	15
1.3.1.3 Les critiques du modèle de Solnik (1974)	18
1.3.1.4 Les critiques d'Adler et Dumas (1983)	19
1.3.1.5 Les critiques du modèle de Sercu (1980)	23
1.4 La diversification internationale	26
1.5 La sous-diversification : explication par les frictions dans le cadre du MEDAF	31
1.5.1 Le risque de change	32
1.5.2 Explication de la sous diversification par les modèles d'évaluation en présence de frictions de marché	34

1.5.2.1	La contrainte sur la propriété des actifs	34
1.5.2.2	Les coûts de transaction	37
1.5.2.3	L'asymétrie d'information et les contraintes sur les ventes à découvert	40
1.5.2.3.1	Les effets informationnels	40
1.5.2.3.2	Les contraintes sur les ventes à découvert et les visions des investisseurs	45
	Conclusion	49
2	Diversification Internationale de Portefeuille : Évidence à partir de la Procédure de Johansen, des Corrélations Dynamiques Conditionnelles et des Copules	51
2.1	Introduction	52
2.2	La Diversification internationale : revue de littérature empirique	54
2.3	Diversification internationale : Évidence à partir de la technique de cointégration, des corrélations conditionnelles dynamiques et des copules .	59
2.3.1	Méthodologie économétrique de la diversification internationale	60
2.3.1.1	Méthodologie de Johansen-Juselius comme outil de la diversification internationale	61
2.3.1.1.1	Test de la trace	63
2.3.1.1.2	Test de la valeur propre maximale	63
2.3.1.1.3	Test d'exogénéité faible de Johansen 1992	64
2.3.1.1.4	Test sur la nature de la spécification du VECM .	65
2.3.1.2	Les modèles MGARCH : les modèles BEKK et DCC-MGARCH	67
2.3.1.2.1	Modèles GARCH vectoriels	69
2.3.1.2.2	Modèle Diagonal	70
2.3.1.2.3	Le modèle BEKK	71
2.3.1.2.4	Le modèle DCC-MGARCH	73
2.3.1.3	Technique des copules	74

2.3.1.3.1	Les corrélations des rangs : Coefficients de Kendall et de Spearman	74
2.3.1.3.2	La dépendance au niveau des queues	76
2.3.2	Diversification internationale : Évidence empirique à partir des marchés financiers	78
2.3.2.1	Résultats empiriques à partir de la technique de Johansen et Juselius (1988,1990)	79
2.3.2.2	Résultats empiriques à partir des modèles MGARCH	82
2.3.2.3	Résultats empiriques à partir de la technique des copules	87
2.4	Bénéfices de la diversification internationale des portefeuilles : résultats empiriques à partir des modèles DCC-MGARCH	91
2.4.1	Méthodologie	91
2.4.2	Résultats empiriques	93
2.5	Conclusion	98
Annexes		101
2.A	Les courbes des coefficients de Corrélation Dynamique Conditionnelle (DCC et BEKK) entre les indices boursiers des marchés développés, émergents et quatre nouvelles classes d'actifs pour la période : janvier 2000 - juillet 2017	101
2.B	Taux de Kendall et de Spearman dynamiques entre les cinq pays développés et certains pays émergents et une nouvelle classe d'actifs pour la période : janvier 2000-juillet 2017	113
2.C	Corrélations dynamiques entre le marché mondial et différents indices boursiers pour la période janvier 2000-juillet 2017	121
2.D	Courbes des gains de diversification internationale entre le marché mondial et les différents indices pour la période janvier 2000-juillet 2017	125
3	L'Effet de Coûts d'Information et de Vente à Découvert sur l'Évaluation des Actifs à l'International	128
3.1	Introduction	129

3.2	Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers à l'International (MEDAFI) en présence de coûts d'information, et de ventes à découvert	131
3.2.1	Les hypothèses	132
3.2.2	La détermination de la stratégie de l'investisseur	136
3.2.3	Le modèle d'évaluation en présence de coûts d'information et de vente à découvert	139
3.2.4	MEDAF en présence de deux risques systématiques	141
3.3	Simulations et contribution du modèle aux études empiriques sur le biais domestique	144
3.4	Conclusion	148
Annexes		150
3.A	Démonstration du développement du MEDAFI en présence des coûts d'information et de contrainte sur les ventes à découvert	150
4	Évaluation des Actifs Financiers en Présence d'une Asymétrie d'Information et de Vision sur les Titres	152
4.1	Introduction	153
4.2	Positionnement de notre analyse	154
4.3	Le modèle	155
4.3.1	Hypothèses	155
4.3.2	Choix de portefeuille de l'investisseur	156
4.3.3	Procédure d'agrégation sur les investisseurs	164
4.4	Relation d'équilibre et modèle d'évaluation	165
4.5	Conclusion	169
Conclusion Générale		170
Bibliographie		184

Table des figures

2.1	Évolution des indices CAC40, SP500, DAX30 et du FTSE100	61
2.2	Courbes de corrélation dynamique obtenues entre le CAC40 et quatre indices à partir de DCC	86
2.3	Courbes de corrélation dynamique entre le CAC40 et six indices obtenues à partir des copules	88
2.4	Gains escomptés de la diversification internationale (1)	93
2.5	Gains escomptés de la diversification internationale (2)	94
2.6	Gains escomptés de la diversification internationale (3)	95
3.1	Effet des coûts d'information sur le rendement de l'actif	145
3.2	Effets du coût lié aux ventes à découvert sur le rendement de l'actif	146

Liste des tableaux

2.1	Test de cointégration entre les indices boursiers des cinq pays développés les indices boursiers des pays émergents et les nouvelles classes d'actifs pour la période : janvier 2000 - juillet 2017	80
2.2	Statistiques descriptives des rendements de certains indices financiers : cas de cinq pays du G7, six pays émergents et de quatre nouvelles classes d'actifs pour la période de janvier 2000- juillet 2017 (4559 observations journalières) . .	83
2.3	Gains moyens anticipés de la diversification internationale des marchés et du portefeuille mondial (en pourcentage)	97
3.1	Effets des coûts d'information et de la contrainte sur les ventes à découvert sur le rendement de l'actif	147

Introduction Générale

La globalisation des échanges, la baisse des barrières à l'investissement, et la transmission de l'information en temps réel grâce à la forte interconnexion entre les marchés financiers ont contribué à l'émergence de nouvelles techniques de gestion d'actifs. Ces nouvelles méthodes ont contribué à l'amélioration de la performance des portefeuilles internationalement diversifiés.

Cette allocation à l'international est caractérisée par une dimension spécifique liée à la présence du risque de change. Ainsi, l'émergence de ce risque et de celui du marché international, font de la diversification internationale une préoccupation des universitaires et des professionnels en matière de gestion d'actifs. Une diversification internationale rendue plus attrayante en termes de performance qu'une diversification domestique à travers les marchés émergents, la transmission de l'information et la baisse des formes de frottements sur les marchés internationaux.

L'objectif de cette thèse s'inscrit dans le cadre de cette vision stratégique en termes de gestion d'actif à international. C'est dans ce sens que les travaux pionniers de [Grubel \(1968\)](#), [Levy et Sarnat \(1970\)](#), [Solnik \(1974a\)](#), [Arouri \(2005\)](#) et [Arouri et al. \(2013\)](#) ont montré que la diversification internationale domine la diversification nationale au sens de la moyenne variance. Ainsi, ces auteurs mettent en avant le rôle joué par technique d'allocation de fonds dans la réalisation d'un gain important par rapport à une diversification fondée sur les titres cotés sur le marché national. Ces auteurs attribuent cette meilleure performance aux faibles corrélations entre les différents marchés financiers nationaux plutôt qu'entre les différents titres négociés sur la même place financière.

Dans cet esprit, nous avons assisté ces dernières années à un accroissement de l'intégration financière entre les marchés. La compréhension de celle-ci constitue un élément primordial dans la gestion d'actif, la mesure de performance, et l'estimation des risques. Ainsi, 40 ans après la mise en évidence des bienfaits de la diversification

internationale, la question de sa supériorité par rapport à une diversification nationale constitue toujours une question ouverte.

Dans le cadre de cette thèse nous essayons d'apporter une réponse à plusieurs objets de recherche, à savoir : Peut-on considérer toujours la supériorité de la diversification internationale par rapport à la diversification nationale ? Plus précisément existe-t-il encore des opportunités de diversification sur les marchés internationaux (Émergents et Développés), permettant d'améliorer la performance des portefeuilles, et comment peut-on mesurer ces gains en présence d'une corrélation dynamique et de nouvelles techniques d'estimation comme les copules ?

En outre, dans la mesure où plusieurs investisseurs continuent à montrer une forte préférence pour les actifs domestiques, et par la suite adoptent un comportement qui va à l'encontre des enseignements de cette diversification internationale, nous pourrions poser la question suivante : Quels sont les facteurs explicatifs de cette sous-diversification et par là comment peut-on expliquer le biais observé en faveur des actifs domestiques ?

Pour répondre à ces questions notre travail sera organisé comme suit : le premier chapitre intitulé "Gestion d'actifs à l'international : Évaluation, Risque et Diversification" propose une revue de la littérature relative à la présentation des travaux portant sur les fondements de la gestion de portefeuille, l'évaluation des actifs et le rôle joué par la diversification internationale en montrant ses avantages et ses risques. En outre, nous montrons que l'efficacité de cette stratégie est largement tributaire de l'interdépendance des marchés financiers nationaux, et de la corrélation entre les indices et les actifs financiers.

La présentation des avantages de la diversification internationale en matière de performance, nous amène à aborder l'ensemble des facteurs explicatifs de la forte préférence pour les actifs domestiques, donc de la sous-diversification. Des facteurs tels que l'asymétrie de l'information, les coûts de transaction, les contraintes réglementaires, le risque de change, etc. Ces facteurs explicatifs seront présentés dans le cadre des modèles d'évaluation des actifs financiers à l'international. Ainsi, en s'inscrivant dans le prolongement de cette littérature nous présentons trois chapitres décrits ci-dessous.

Le deuxième chapitre nommé "Diversification Internationale de Portefeuille : Évidence à partir de la Procédure de Johansen, des Corrélations Dynamiques Conditionnelles et des Copules" propose plusieurs tests empiriques permettant de mesurer l'évolution de l'interdépendance entre les marchés financiers, et d'avancer une mesure de gain de

diversification internationale. Les tests proposés s'appuient sur les méthodes de Johansen, les modèles DCC-MGARCH multivariés¹ d'Engle (2002) et la nouvelle technique de copule. Pour mener nos tests nous avons sélectionné un échantillon constitué des pays suivants : États-Unis, Royaume-Uni, Japon, Allemagne, France, Chine, Taïwan, Hong Kong, Corée du Sud, Singapour et Malaisie. En outre, nous avons sélectionné également, les indices mondiaux de la nouvelle classe d'actifs à savoir : l'Art, l'Immobilier, le Pétrole et l'indice Islamique.

L'objectif des tests conduits consiste à montrer que la corrélation dynamique varie dans le temps, et qu'elle est affectée par les différentes crises financières notamment par celle de 2008. Ainsi, nous concluons que les techniques économétriques utilisées, montrent une forte variation de la corrélation entre les indices, et que celle-ci ne remet pas en cause les gains de diversification internationale. Nos résultats montrent que les marchés émergents asiatiques offrent des gains significatifs en termes de diversification, et que le gain le plus élevé est observé sur l'indice de l'art. En revanche, le pétrole, et les marchés développés offrent un gain moins significatif. Nous concluons ainsi, que l'estimation des gains de diversification sur la base d'une corrélation dynamique ne remet pas en cause la supériorité de la diversification internationale. Cette présence de gain nous pousse à nous interroger sur l'explication de la sous-diversification observée au sein des portefeuilles des investisseurs. Ainsi, les chapitres 3 et 4 proposent une nouvelle version du MEDAF. Les versions proposées intègrent plusieurs sources de frottement et d'imperfection afin d'expliquer la préférence pour les actifs domestiques, et leurs impacts sur la valeur de la prime de risque en termes de valorisation.

Le troisième chapitre intitulé "L'Effet de Coûts d'Information et de Vente à Découvert sur l'Évaluation des Actifs à l'International" présente un modèle d'évaluation des actifs financiers dans un cadre international en présence de coûts d'information et d'une contrainte sur les ventes à découvert. Notre modèle constitue une extension de l'analyse d'Adler et Dumas (1983) à un cadre caractérisé par la présence de deux coûts. Le premier est lié à l'asymétrie d'information et le deuxième à la vente à découvert. À l'équilibre, notre modèle montre que le prix d'un actif financier est affecté par ces coûts, et la présence simultanée de deux primes de risque systématique. La première est attribuée au marché international, et la seconde au risque de change. Ce modèle a le mérite de mettre en

1. Ces modèles permettent de déterminer les matrices de corrélation conditionnelles dynamiques entre les actifs financiers.

évidence l'impact explicite de deux facteurs de segmentation en présence du risque de change sur le prix des actifs. Ces coûts affectent le rendement des titres et pourraient remettre en cause les gains tirés d'une diversification internationale et justifier par la suite la préférence pour les actifs domestiques. Les simulations effectuées corroborent les résultats théoriques du modèle construit.

Le quatrième chapitre de la thèse nommé "Évaluation des Actifs Financiers en Présence d'une Asymétrie d'Information et de Vision sur les Titres" présente un modèle d'évaluation des actifs financiers en présence d'une asymétrie d'information, de contrainte sur les ventes à découvert et de visions émises par les investisseurs sur les titres. Ce modèle est inspiré de l'analyse de [Black et Litterman \(1990, 1992\)](#) et [Merton \(1987\)](#). Ainsi, notre extension permet de mettre en évidence l'impact conjugué de ces formes de frottement sur la valeur des actifs et de la prime de risque.

Dans ce modèle nous pourrions expliquer le biais domestique par les frictions mentionnées ci-dessus. En outre, notre analyse montre que la baisse du coût d'information implique une augmentation de la transparence sur le marché et permet l'accroissement du rendement des actifs. En outre, notre travail montre que le coût lié à la vente à découvert évolue au sens opposé du coût d'information, car le manque de transparence sur un actif pousse les gérants à sa vente. Ainsi, les coûts et les visions modélisés permettent de mieux appréhender la notion de diversification nationale, internationale et comprendre l'appréciation ou la baisse des prix des actifs cotés sur le marché national et/ou international.

Chapitre 1

Gestion d'Actifs à l'International : Évaluation, Risque et Diversification

Résumé

Ce chapitre présente une revue de la littérature sur les principes de la gestion, la diversification internationale et l'évaluation des actifs. Les notions et concepts présentés permettent une meilleure compréhension de la thèse et le positionnement de notre problématique par rapport aux travaux antérieurs.

Introduction

Depuis l'émergence de la théorie de portefeuille, et notamment les travaux de [Markowitz \(1952, 1959\)](#), les études se sont succédées pour aboutir à une allocation optimale des actifs par la maximisation de l'espérance des gains ou la minimisation des risques.

C'est dans ce sens que le problème du choix et de la composition optimale de portefeuille constitue un aspect décisionnel complexe pour les investisseurs et les gestionnaires de fonds. Ainsi, l'arbitrage entre le rendement et le risque est conçu comme étant le principe fondamental de la gestion de portefeuille. Cet aspect est abordé par [Markowitz \(1952, 1959\)](#) qui considère que chaque investisseur cherche à maximiser sa rentabilité espérée sous une contrainte de risque constant, ou l'inverse.

En se plaçant dans le cadre de cette analyse, nous présenterons dans la section suivante la démarche avancée par [Markowitz \(1952\)](#) dans un premier temps, puis nous exposerons dans un deuxième temps, d'une part le principe d'évaluation des actifs financiers dans un cadre domestique et d'autre part les avantages de la diversification internationale. Cette analyse nous amènera à comprendre les aspects primordiaux de la gestion d'actifs à l'international en termes d'allocation et de valorisation des actifs. Il faut noter que cette présentation facilitera la lecture de la thèse par la suite.

1.1 Analyse de portefeuille

L'analyse Moyenne-Variance (M-V) repose sur l'hypothèse de la rationalité des agents économiques et de l'aversion pour le risque. Cette approche de la gestion de portefeuille est opérée en deux étapes :

- l'estimation des espérances, variances et covariances des rendements des titres à partir des séries historiques.
- le calcul des rendements des portefeuilles optimaux comme si les estimations précédentes étaient des vraies valeurs des paramètres statistiques.

Ainsi, le modèle de [Markowitz \(1952\)](#) constitue un problème d'optimisation pour la recherche d'un portefeuille optimal. Ce modèle repose sur l'hypothèse que tout investisseur considère seulement l'espérance et la variance du taux de rentabilité d'un portefeuille,

lorsqu'il doit décider de sa composition. L'analyse proposée par l'auteur, permet d'aboutir aux pondérations relatives des titres, que le portefeuille optimal contient.

Pour illustrer mathématiquement ce problème de paradigme moyenne-variance, on considère une économie composée de N titres négociés sur un marché. On note par w_{pi} la proportion du titre i dans un portefeuille p . Tout portefeuille p est représenté par un vecteur colonne w_p tel que la somme des poids de portefeuilles des titres soit égale à l'unité qui représente la contrainte budgétaire dans le problème d'optimisation. Le taux du rendement du titre i est noté R_i , et $E(R_i)$ est son espérance. Le problème s'écrit comme suit :

$$\text{Max} E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_{pi} E(R_i)$$

Sous contrainte :

$$\sigma^2(Z_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{pi} w_{pj} \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^N w_{pi} = w_p = 1$$

ou bien :

$$\text{Min} \sigma^2(Z_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{pi} w_{pj} \sigma_{ij}$$

Sous contrainte :

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N w_{pi} E(R_i)$$

$$\sum_{i=1}^N w_{pi} = w_p = 1$$

Avec :

- R_i : est le taux de rendement aléatoire du titre i ;
- $E(R_i)$: est l'espérance du taux de rendement aléatoire du titre i .

La formulation, avancée par les relations précédentes, permet aux investisseurs de construire des portefeuilles bien diversifiés. Le principal avantage de cette diversification réside dans la possibilité d'augmenter le rendement d'un portefeuille composé de deux ou plusieurs titres tout en réduisant son risque ou pour être plus précis sa volatilité.

En pratique, et contrairement à sa réputation théorique, le modèle d'optimisation proposé par [Markowitz \(1952\)](#) n'a pas été largement utilisé pour construire

des portefeuilles diversifiés. L'une des raisons la plus significative de cet échec d'implémentation se trouve au niveau de la résolution du problème de programmation quadratique. C'est dans ce sens que l'idée de Markowitz est utilisée indirectement dans le modèle d'évaluation des actifs financiers, connu sous l'acronyme MEDAF.

1.2 Modèle d'Évaluation Des Actifs Financiers (MEDAF)

1.2.1 Présentation du MEDAF

L'intervention sur les marchés financiers de plusieurs acteurs à travers la négociation des actifs, et la présence d'autres facteurs comme les contraintes informationnelles et institutionnelles, jouent un rôle fondamental dans le processus de formation des prix des actifs financiers. L'approche adoptée pour évaluer ces titres dans le cadre du modèle d'évaluation des actifs financiers, MEDAF, repose sur le concept d'équilibre de marché. C'est dans ce sens que le MEDAF est fondé sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, mais permettant d'aboutir à une version opérationnelle en termes de gestion de fonds mais critiquée. Les hypothèses sont les suivantes :

- H_1 : Les individus choisissent entre les portefeuilles en se fondant sur la rentabilité et la variance anticipées ;
- H_2 : L'horizon de décision est le même pour tous les investisseurs ;
- H_3 : Les agents maximisent l'utilité de leur richesse en fin de période d'investissement ;
- H_4 : Les investisseurs peuvent recourir aux opérations de prêt et d'emprunt instantanément au taux sans risque. Le montant de ces opérations n'est soumis à aucune limite et l'actif sans risque est assorti d'une rentabilité certaine, celle-ci est déterminée de façon exogène au modèle ;
- H_5 : Chaque investisseur place une proportion de sa richesse dans un ensemble d'actifs qui sont échangés sur le marché ;
- H_6 : Le marché est parfait et aucune forme de friction n'est présente, comme les taxes, les coûts de transaction. En outre, l'information est gratuite et parfaitement

disponible pour tous les investisseurs. Il n'y a pas d'impôt ni de réglementation sur les ventes à découvert ;

- H_7 : Les anticipations des investisseurs sont homogènes quant à la rentabilité et au risque attachés à chaque actif.

Ainsi, en se fondant sur les hypothèses précédentes et sur la base du raisonnement Moyenne-Variance, Sharpe (1964) et Lintner (1965) ont avancé le MEDAF. Nous essayons dans la section suivante de donner une dérivation de ce modèle.

1.2.2 Dérivation du modèle

Soit un portefeuille formé d'une combinaison de l'actif sans risque et du portefeuille de marché. On a alors :

$$R_p = w_m R_m + (1 - w_m) R_f \quad (1.1)$$

Où :

- w_m : est la fraction du portefeuille investie dans le portefeuille du marché (m) ;
- R_f : est le taux sans risque ;
- R_p : est le taux de rendement du portefeuille P ;
- R_m est : le taux de rendement du portefeuille de marché.

Les expressions du rendement espéré et de la variance du portefeuille sont les suivantes :

$$E(R_p) = w_m E(R_m) + (1 - w_m) R_f \quad (1.2)$$

$$\sigma^2(R_p) = w_m^2 \sigma^2(R_m)$$

D'où :

$$\sigma(R_p) = w_m \sigma(R_m) \quad (1.3)$$

La dérivée du rendement espéré par rapport à w_m donne :

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial w_m} = E(R_m) - R_f$$

La dérivée de l'écart-type par rapport à w_m donne :

$$\frac{\partial \sigma(R_p)}{\partial w_m} = \sigma(R_m)$$

Mettant ces deux résultats ensemble, on aura :

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial \sigma(R_p)} = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma(R_m)} \quad (1.4)$$

L'équation (1.4) nous permet de déduire la pente de la droite du marché ou "Capital Market Line" (C.M.L.). Cette pente est constante et elle est égale au prix d'une unité de risque. L'ordonnée à l'origine est évidemment R_f .

L'équation de la CML est donnée donc par la relation :

$$E(R_p) = \frac{\sigma(R_p)}{\sigma(R_m)}(E(R_m) - R_f) + R_f$$

Ou bien :

$$E(R_p) = \frac{(E(R_m) - R_f)}{\sigma(R_m)}\sigma(R_p) + R_f \quad (1.5)$$

Pour dériver l'expression du rendement espéré d'un titre, on considère un nouveau portefeuille de rendement R_p qui est une combinaison d'un actif quelconque A et du portefeuille de marché.

Le rendement de ce portefeuille est défini comme suit :

$$R_p = X_A R_A + (1 - X_A) R_m \quad (1.6)$$

Où :

- X_A : est la fraction du portefeuille investie dans l'actif A ;
- X_M : est la fraction du portefeuille investie dans le portefeuille de marché.

Ainsi,

$$E(R_p) = X_A E(R_A) + (1 - X_A) E(R_m) \quad (1.7)$$

Et

$$\sigma^2(R_p) = X_A^2 \sigma^2(R_A) + (1 - X_A)^2 \sigma^2(R_m) + 2X_A(1 - X_A) \text{cov}(R_A, R_m) \quad (1.8)$$

Dérivant (1.7) par rapport à X_A , on obtient :

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial X_A} = E(R_A) - E(R_m) \quad (1.9)$$

Dérivant la racine de l'équation (1.8) par rapport à X_A , on obtient :

$$\frac{\partial \sigma(R_p)}{\partial X_A} = \frac{1}{2} \frac{2\sigma^2(R_A)X_A - 2(1 - X_A)\sigma^2(R_m) + (2 - 4X_A)cov(R_A, R_m)}{\sqrt{X_A^2\sigma^2(R_A) + (1 - X_A)^2\sigma^2(R_m) + 2X_A(1 - X_A)cov(R_A, R_m)}} \quad (1.10)$$

La contribution de [Sharpe \(1964\)](#) et [Lintner \(1965\)](#) a été de dire qu'il faut évaluer ces dérivées au point où $X_A = 0$. Ainsi, la pondération de l'actif A dans le nouveau portefeuille est nulle.

Alors, on obtient l'expression suivante pour l'écart-type du nouveau portefeuille.

$$\left(\frac{\partial X_A}{\partial \sigma(R_p)} \right)_{X_A=0} = \frac{1 - 2\sigma^2(R_m) + 2cov(R_A, R_m)}{2\sqrt{\sigma^2(R_m)}}$$

Ce qui donne après simplification :

$$\left(\frac{\partial X_A}{\partial \sigma(R_p)} \right)_{X_A=0} = \frac{2cov(R_A, R_m) - \sigma^2(R_m)}{\sigma(R_m)} \quad (1.11)$$

A partir des équations (1.9) et (1.11), on obtient une expression pour la courbe de combinaison espérance/écart-type pour le nouveau portefeuille. On aura alors :

$$\left(\frac{\partial X_A}{\partial \sigma(R_p)} \right)_{X_A=0} = \frac{E(R_A) - E(R_m)}{\frac{cov(R_A, R_m) - \sigma^2(R_m)}{\sigma(R_m)}} \quad (1.12)$$

Cette pente doit être égale à celle de la C.M.L (Capital Market Line). En égalisant (1.4) et (1.12) on obtient :

$$\frac{E(R_A) - E(R_m)}{\sigma(R_m)} = \frac{E(R_A) - E(R_m)}{\frac{cov(R_A, R_m) - \sigma^2(R_m)}{\sigma(R_m)}}$$

\Leftrightarrow

$$\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma^2(R_m)} = \frac{E(R_A) - E(R_m)}{cov(R_A, R_m) - \sigma^2(R_m)}$$

Et donc :

$$\left(E(R_m) - R_f \right) \left(cov(R_A, R_m) - \sigma^2(R_m) \right) = \left(E(R_A) - E(R_m) \right) \sigma^2(R_m)$$

D'où :

$$E(R_A) - R_f = (E(R_m) - R_f) \frac{cov(R_A, R_m)}{\sigma^2(R_m)} \quad (1.13)$$

Le terme, $\frac{cov(R_A, R_m)}{\sigma^2(R_m)} = \beta_A$, est désigné par Sharpe comme étant le risque non diversifiable ou risque systématique sous forme du facteur bêta. On aura finalement :

$$E(R_A) = R_f + \beta_A(E(R_m) - R_f) \quad (1.14)$$

La relation (1.14) constitue le MEDAF dans un cadre domestique. Cette relation stipule que le rendement espéré d'un actif risqué doit être égal au taux sans risque R_f augmenté d'une prime de risque. Dans ce cas, la relation entre le risque systématique et le rendement espéré demeure linéaire et seul le risque de marché sera rémunéré car le risque spécifique peut être éliminé grâce à la diversification caractérisée par une augmentation du nombre d'actifs au sein du portefeuille¹.

Le MEDAF a fait l'objet de plusieurs critiques sur les plans théoriques et empiriques. En effet, la version donnée par la relation (1.14) mène à une conclusion simple et compréhensible à savoir que le rendement moyen d'un actif est une fonction linéaire de son risque systématique. En d'autres termes, le rendement espéré d'un actif est d'autant plus important que son bêta est élevé. Cette conclusion a suscité plusieurs interrogations. A ce titre, [Jensen et al. \(2006\)](#) montre que les résultats empiriques portant sur un échantillon d'actions cotées sur le marché, ne mènent pas à cette conclusion, et que certains titres et portefeuilles à faibles β se caractérisent par une prime de risque supérieure à celle prédite par le MEDAF, alors que les portefeuilles à forts β étaient caractérisés par une prime inférieure ou plus faible.

Afin de préciser les résultats sur les tests du MEDAF, [Jensen et al. \(2006\)](#) et [Fama et French \(1993\)](#) ont présenté des tests robustes pour étudier sa validité. En se référant à un ensemble de titres cotés sur la bourse de New York, les auteurs montrent que la présence d'autres variables comme les formes d'impôt et l'asymétrie d'information pourront remettre en cause les résultats du MEDAF, et en particulier la linéarité entre les rendements et les bêtas.

Les auteurs concluent, également, que la linéarité du modèle est vérifiée pour plusieurs actifs, et que le lien entre le rendement espéré d'un actif et son risque systématique est souvent positif que ce soit pour la période entière ou pour les sous-périodes étudiées.

Récemment, [Fama et French \(2015\)](#) ont testé le MEDAF à plusieurs facteurs. Le

1. Ce résultat sera remis en cause par l'analyse de [Merton \(1987\)](#). L'auteur montre que la présence d'une asymétrie d'information qui remet en cause ce résultat. Ce point sera détaillé plus loin dans ce chapitre.

modèle testé intègre cinq facteurs tels que la taille, la valeur et la rentabilité des projets d'investissement effectués. Ce modèle est une version modifiée de l'analyse présentée par [Fama et French \(1993\)](#). Les résultats avancés par ces auteurs montrent que la rentabilité des actifs est bien expliquée par la présence de facteurs autres que l'indice de marché. En outre, [Fama et French \(2017\)](#) présentent une version similaire à leur modèle de 2015. Les auteurs expriment les rendements des facteurs dans une devise de référence. Ils constatent que cette version internationale à cinq facteurs donne une description plus réaliste du comportement des prix des actifs. Leur analyse montre que le rendement de certains portefeuilles est plus sensible aux facteurs domestiques et à la variation de la devise locale par rapport à la monnaie de référence. [Fama et French \(2017\)](#) concluent que l'intégration de ces facteurs dans l'équation du MEDAF donne une présentation plus réaliste du marché et du comportement des actifs.

Dans un autre esprit d'analyse, [Roll \(1977\)](#) présente des arguments qui remettent en cause la validité du MEDAF. Ses critiques portent sur deux aspects. Le premier est que le MEDAF implique que le portefeuille de marché est efficient en termes de moyenne-variance. Le fait que le rendement espéré d'un titre financier soit une fonction linéaire de son bêta n'est qu'une expression équivalente du résultat selon lequel le portefeuille de marché est efficient. Par conséquent, le MEDAF ne peut être réfuté qu'en examinant les implications de cette conclusion. Le seul test permettant de vérifier la robustesse du MEDAF consiste à vérifier que le portefeuille de marché est efficient.

A ce niveau, intervient le second aspect des critiques majeur à savoir que le portefeuille de marché constitue une simple variable proxy de l'ensemble de l'activité boursière, alors que l'indice de marché doit intégrer d'autres variables comme l'activité sur le marché obligataire ou le commerce des œuvres d'art. Ainsi, selon Roll, le MEDAF n'est pas testable et le seul moyen pour résoudre ce problème est l'existence de techniques économétriques permettant de pallier aux erreurs de mesure et à la non-observation du portefeuille de marché.

A la lumière des travaux évoqués précédemment, nous pourrions retenir deux conclusions majeures. La première est que le MEDAF demeure un outil d'analyse du comportement des prix des actifs sur les marchés. Ce modèle est validé par certaines données et sur certaines périodes, alors qu'il est non valide pour d'autres périodes. La deuxième montre que ce modèle est conçu dans le cadre d'un marché parfait. En réalité,

les marchés montrent plusieurs formes de frictions, et par la suite ce modèle ne donne pas une présentation très cohérente de la réalité de l'activité boursière et de l'ingénierie financière.

Cependant, ce modèle reste toujours d'actualité et demeure souvent implémenté pour la mesure de performance et l'estimation du coût de capital.

1.3 Le MEDAF International et le principe de diversification

Les modèles présentés par [Markowitz \(1952, 1959\)](#) d'une part, et [Sharpe \(1964\)](#) et [Lintner \(1965\)](#) d'autre part, au sujet de la gestion d'actifs, constituent une contribution majeure à la littérature en matière d'allocation de richesse. Cette analyse est conçue dans un cadre national négligeant une dimension importante de la valorisation des actifs à l'international, à savoir le risque de change.

Dans cette section, nous essayerons de présenter et de montrer que l'analyse, à l'international, de la gestion de portefeuille présente plusieurs spécificités. Nous montrerons aussi que l'analyse de la prime de risque et de la volatilité constitue une dimension particulière dans la valorisation des titres à travers la diversification de portefeuille dans un cadre national et international.

1.3.1 Le MEDAFI de Solnik (1974)

Le modèle présenté par [Solnik \(1974a\)](#) constitue une extension du MEDAF à un cadre international. Dans son modèle l'auteur intègre une dimension spécifique à la finance internationale à savoir le risque de change. En apparence, l'analyse de [Solnik \(1974a\)](#) est réduite à l'intégration de cette variable aléatoire. Or en réalité le modèle présenté soulève plusieurs questions en termes de gestion d'actifs à l'international. A ce titre, les effets de l'inflation, la valorisation des obligations et le choix des investisseurs parmi plusieurs fonds représentent l'axe primordial de l'analyse à l'international de l'auteur.

En outre, le modèle d'évaluation des actifs financiers à l'international (MEDAFI) de [Solnik \(1974a\)](#) permet de mener une analyse empirique sur la segmentation et/ou l'intégration des marchés à partir de l'estimation de la prime de risque. Il faut noter que l'analyse dynamique du modèle est fondée sur l'extension du modèle de [Merton \(1971\)](#).

1.3.1.1 Hypothèses du Modèle de Solnik (1974)

Solnik (1974a) présente son modèle en se fondant sur les hypothèses suivantes :

- H_1 : les marchés de capitaux sont toujours à l'équilibre ;
- H_2 : les marchés des capitaux sont parfaits, sans coût de transaction, sans aucune restriction quant aux possibilités de transfert du capital. Les investisseurs sont des preneurs de prix (Price-takers) ;
- H_3 : les ventes à découvert ne sont pas autorisées ;
- H_4 : dans chaque pays il existe un marché obligataire où les opérations de prêt et emprunt s'effectuent au même taux sans risque dans la monnaie du pays. On note que ce taux diffère d'un pays à un autre ;
- H_5 : les transactions sur les actifs financiers et les devises s'effectuent en continue et en présence des taux de change variables ;
- H_6 : les investisseurs ont des anticipations homogènes pour les variations des taux de change et l'estimation des rendements des actifs ;
- H_7 : la consommation des investisseurs est limitée à leur consommation nationale. Il convient de noter que les anticipations homogènes sont réalisées en terme réel, et non nominal.

1.3.1.2 La dérivation du Modèle

La dynamique du prix des actifs risqués est donnée par le processus stochastique suivant :

$$\frac{dy_i}{y_i} = \alpha_i dt + \sigma_i dz_i \quad i = 1, 2 \dots n \quad (1.15)$$

Avec :

- $\frac{dy_i}{y_i}$: est le taux de rendement instantané de l'indice de marché dans le pays ou d'une action ;
- α_i : est le rendement espéré du portefeuille du marché (l'ensemble des actifs risqués) du pays i ;
- σ_i : est l'écart-type du rendement du portefeuille du marché du pays ;
- dz_i : est un processus standard de Gauss-Wiener, son espérance est nulle.

La dynamique des prix des actifs sans risque du pays est décrite par :

$$\frac{d\beta_i}{\beta_i} = r_i dt \quad i = 1 \dots n \quad (1.16)$$

Avec :

r_i : est le taux sans risque du pays i dans la monnaie nationale et non dans la monnaie de référence.

[Solnik \(1974a\)](#) fait l'hypothèse que les opportunités d'investissement restent constantes dans le temps. Ce qui implique que μ_i , σ_i et r_i sont constants. Le passage de l'évaluation domestique à une évaluation internationale fait intervenir le taux de change.

Soit e_{ik} le taux de change entre le pays i et le pays k qui suit à son tour un processus standard de Gauss-Wiener.

$$\frac{de_{ik}}{e_{ik}} = \mu_{ik} dt + \Phi_{ik} dq_{ik} \quad (1.17)$$

Avec :

- μ_{ik} : est la moyenne anticipée du changement du taux de change du pays i par rapport au pays k ;
- Φ_{ik} : est l'écart-type du changement du taux de change ;
- dq_{ik} : est un processus standard de Gauss-Wiener.

Le rendement instantané de l'actif i d'un investisseur étranger k s'écrit :

$$\frac{dx_i^k}{x_i^k} = \frac{d(x_i e_{ik})}{x_i e_{ik}} \quad (1.18)$$

En appliquant le théorème de calcul stochastique (le lemme d'Itô) à partir de la relation précédente, nous obtenons :

$$\frac{dx_i^k}{x_i^k} = \frac{de_{ik}}{e_{ik}} + \frac{dx_i}{x_i} + \frac{de_{ik}}{e_{ik}} * \frac{dx_i}{x_i} \quad (1.19)$$

Par référence à l'équation (1.15) et l'équation (1.16), la relation précédente devient :

$$\frac{dx_i^k}{x_i^k} = (\alpha_i + \mu_{ik} + \rho_{ik}\sigma_{ik}\Phi_{ik})dt + \sigma_i dz_i + \Phi_{ik} dq_{ik} \quad (1.20)$$

Avec :

ρ_{ik} : est le coefficient de corrélation entre les variations du taux de change e_{ik} et les

rendements de l'actif i . Ainsi, le rendement d'un investissement effectué dans le pays i par un investisseur k dépend de la variation du taux de change, du produit de la corrélation et de l'écart-type instantané du taux de change. Précisément, une dévaluation de la monnaie du pays i fait diminuer le rendement d'un investissement dans le pays i , puisque le rendement de change espéré (μ_{ik}) est négatif.

Dans son modèle, [Solnik \(1974a\)](#) suppose que l'objectif de l'investisseur à la date t est de maximiser l'espérance d'utilité de sa richesse finale tout en tenant compte de la contrainte temps.

L'investisseur a la possibilité de changer sa décision dans le temps et non l'obligation de garder la même décision jusqu'à la fin de la période T . La résolution du programme d'optimisation dynamique, sous la contrainte budgétaire de l'investisseur, s'opère selon la méthode de Hamilton-Jacobi-Bellman. Dans cette résolution [Solnik \(1974a\)](#) suppose l'indépendance entre les rendements des taux de change et les rendements des actifs, d'où la nullité du coefficient de corrélation ρ_{ik} . Cette hypothèse sera critiquée par [Sercu \(1980\)](#) et [Adler et Dumas \(1983\)](#). Après plusieurs années d'élaboration de ce modèle, les études empiriques montrent que la valeur de ce coefficient de corrélation ρ_{ik} est faible et très proche de zéro.

Ainsi, l'introduction du taux de change permet à [Solnik \(1974a\)](#) d'énoncer le théorème de séparation suivant :

-Théorème de séparation 1

A l'équilibre des marchés financiers internationaux, les investisseurs choisissent leurs portefeuilles optimaux en répartissant leur richesse entre les trois fonds suivants :

- Le portefeuille du marché mondial, couvert contre le risque de change ;
- Le portefeuille obligataire, qui ne comporte pas le risque de marché, mais contient seulement le risque de change ;
- Les actifs sans risque de leur pays.

La résolution d'un programme dynamique a permis l'élaboration du modèle d'évaluation des actifs financiers dans un cadre international ; le modèle de [Solnik \(1974a\)](#) est donné par :

$$E(R_i) = r_f + \frac{cov(R_i, R_M)}{var(R_M)}(E(R_M) - r_m) \quad (1.21)$$

Avec :

- $E(R_i)$: est le rendement espéré de l'actif i ;
- r_m : est le taux sans risque moyen mondial résultant d'une sommation sur les différents pays i ;
- $cov(R_i, R_M)$: est la covariance entre le rendement du titre risqué i et le rendement du portefeuille mondial ;
- $var(R_M)$: est la variance du rendement du portefeuille du marché mondial.

Cette relation fait l'objet du théorème 2 défini comme ci-dessous :

-Théorème de séparation 2

La relation (1.21) montre que la prime de risque d'un actif (l'écart entre le taux espéré de cet actif et le taux d'intérêt sans risque national) est proportionnelle à la prime du risque du marché mondial qui est égale à la différence entre le taux de rendement du portefeuille du marché mondial et le taux d'intérêt sans risque moyen mondial : $(E(R_M) - r_m)$.

Puisqu'il est possible de se couvrir contre les fluctuations du taux de change, en vendant à découvert l'actif sans risque du pays correspondant, il est donc évident que seul l'excédent de rendement par rapport à ce taux soit rémunéré.

A cause du processus de couverture, la prime de risque sera indépendante des anticipations relatives au taux de change et à l'inflation. Dans le modèle de [Solnik \(1974a\)](#) le taux sans risque de chaque pays joue un rôle différent selon la nationalité de l'investisseur. Ce taux est un taux sans risque pour les investisseurs du pays i mais ce taux est exposé à un risque de change pour les investisseurs étrangers.

En comparant l'équation du MEDAF international avancée par [Solnik \(1974a\)](#) à celui du MEDAF traditionnel (1.14), nous constatons l'émergence de deux différences :

- Le risque systématique international qui est donné par la covariance du rendement d'actif et du rendement du portefeuille du marché mondial.
- La présence de deux taux sans risque, r_f et r_m , qui sont généralement différents.

1.3.1.3 Les critiques du modèle de Solnik (1974)

Le modèle de [Solnik \(1974a\)](#) représente une première contribution à l'évaluation et à la gestion d'actifs à l'international. Ce modèle montre plusieurs limites relatives à la parité du pouvoir d'achat, l'absence de corrélation entre les cours de change et les prix

des actifs, et d'autres critiques relatives à l'absence de toutes formes de frictions, et du choix de l'investisseur à partir de trois fonds.

Après plusieurs années, la littérature récente montre que le travail de l'auteur est toujours d'actualité et que les hypothèses formulées étaient bien justifiées et permettent d'aboutir à des versions pratiques du MEDAF international dans le cadre de la gestion de portefeuille. Cette remarque sera argumentée dans le reste des chapitres de cette thèse. Dans la suite nous avançons les critiques formulées par plusieurs auteurs, en abordant les hypothèses relatives à la parité du pouvoir d'achat (PPA) et autres hypothèses.

1.3.1.4 Les critiques d'Adler et Dumas (1983)

Pour développer leur modèle, [Adler et Dumas \(1983\)](#) se sont fondés sur les mêmes hypothèses de [Solnik \(1974a\)](#) sauf celle relative à l'inflation qu'ils considèrent comme étant aléatoire. [Adler et Dumas \(1983\)](#) proposent une version du MEDAFI où les investisseurs dans tous les pays maximisent leur utilité espérée de la consommation future réelle, alors que les rendements nominaux des actifs risqués ainsi que l'inflation domestique dans chaque pays suivent un processus standard Brownien.

Ils considèrent un monde de $L + l$ pays et monnaies.

Les auteurs désignent par :

- L : les actifs sans risque dans la monnaie locale pour chaque pays autre que la monnaie de référence des pays $(L + l)$ noté r ;
- N : les actifs risqués ;
- y_i : le prix de l'actif i exprimé dans la monnaie de référence C ;
- μ_i : le rendement instantané nominal espéré de l'actif i ;
- σ_i : l'écart-type du rendement nominal instantané de l'actif i .

[Adler et Dumas \(1983\)](#) supposent que y_i suit le processus d'Itô stationnaire suivant :

$$\frac{dy_i}{y_i} = \mu_i dt + \sigma_i dz \quad i = 1 \dots n \quad (1.22)$$

Avec :

- z_i : est un processus standard stationnaire de Wiener ;
- dz : est le bruit blanc qui lui est associé.

En outre ils supposent que l'indice général des prix du pays l mesuré en monnaie de référence suit aussi un processus Brownien.

$$\frac{dp^l}{p^l} = \pi^l dt + \sigma_\pi^l dz_\pi^l \quad l = 1 \dots L + 1 \quad (1.23)$$

Avec :

- π^l : le rendement espéré de l'inflation exprimé dans la monnaie de référence.
- σ_π^l : l'écart-type de l'inflation exprimé dans la monnaie de référence.
- z_{π^l} : un processus du Wiener standard et dz_{π^l} le bruit blanc lui est associé.

Adler et Dumas supposent que l'objectif de l'investisseur est de maximiser l'espérance d'utilité de sa consommation sur la période considérée :

$$Max E \left[\int_t^T (V(C, S, P)) ds \right] \quad (1.24)$$

Avec :

- C : est le taux nominal des dépenses de consommation de l'investisseur ;
- V : est la fonction d'utilité homogène de degré Zéro en C et en P qui exprime le taux instantané de l'utilité indirecte.

La résolution de ce programme se fait en tenant compte de l'évolution de la richesse des investisseurs :

$$dW = \left[\sum_{i=1}^n \bar{w}_i (\mu_i - r) + r \right] W dt - C dt - \sum_{i=1}^n \bar{w}_i \sigma_i dz_i \quad (1.25)$$

Où :

- W : est la richesse nominale de l'investisseur exprimée en monnaie de référence ;
- w_i : est le vecteur $(N + l) * 1$ des parts de richesse investie dans chaque actif.

La solution de la maximisation de l'équation (1.24) sous la contrainte de l'équation (1.25) (indiquée par $J(W, P, t)$) doit vérifier l'équation de Bellman :

$$0 \equiv Max_{c,m} \left[V(C, P, t) + J_t + J_W \left\{ \left[\sum_{i=1}^n \bar{w}_i (\mu_i - r) + r \right] W - C \right\} + J_P P \pi \right. \\ \left. + \frac{1}{2} J_{W,W} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \bar{w}_i \bar{w}_k \sigma_{i,k} W^2 + \frac{1}{2} J_{P,P} \sigma_\pi^2 P^2 + J_{W,P} \sum_{i=1}^N \bar{w}_i \sigma_{i,\pi} W P \right] \quad (1.26)$$

Avec :

- $\sigma_{(i,k)}$: est la covariance instantanée entre l'actif i et l'actif j ;
- $\sigma_{(i,\pi)}$: est la covariance instantanée entre la rentabilité nominale de l'actif i et le taux d'inflation anticipé.

L'homogénéité de degré zéro de la fonction V en W et en P implique que J et C , satisfaisant l'équation (1.26), sont aussi homogènes de degré zéro en W et en P .

En appliquant le théorème d'Euler, on aura :

- $J_P = -\left(\frac{W}{P}\right)J_W$;
- $J_{P,W} \equiv -\left(\frac{1}{P}\right)J_W - \left(\frac{W}{P}\right)J_{W,W}$;
- $J_{P,P} \equiv -\left(\frac{W}{P}\right)J_{W,P} + \left(\frac{W}{P^2}\right)J_W \equiv 2\left(\frac{W}{P}\right)^2 J_{W,W}$.

La substitution de ces résultats dans la relation (1.26) donne :

$$0 \equiv \underset{c,m}{Max} \left[V(C, P, t) + J_t + J_W \left\{ \left[\sum_{i=1}^n \bar{w}_i (\mu_i - r) + r - \pi - \sigma_\pi^2 - \sum_{i=1}^n \bar{w}_i \sigma_{i\pi} \right] W - C \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} J_{W,W} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \bar{w}_i \bar{w}_k \sigma_{i,k} + \frac{1}{2} J_{P,P} \sigma_\pi^2 P^2 - 2 \sum_{i=1}^N w_i \sigma_{i\pi} + \sigma_\pi^2 W^2 \right] \quad (1.27)$$

Selon les conditions du premier ordre, les dérivées par rapport à C et à \bar{w}_i , sont nulles :

$$V_C = J_W \quad (1.28)$$

$$J_W (\mu_i - r - \sigma_{i\pi}) + J_{W,W} \left(\sum_{i=1}^N \bar{w}_i \sigma_{ik} - \sigma_{i\pi} \right) = 0 \quad (1.29)$$

Désignons par : $\alpha = -\frac{J_W}{J_{W,W}}W$, le coefficient mesurant la tolérance au risque de l'investisseur. La relation (1.29) permet de déduire la rentabilité nominale attendue de l'actif i ² :

$$\mu_i - r = \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \sigma_{ip} + \frac{1}{\alpha} \sum \bar{w}_i \sigma_{ik} \quad (1.30)$$

2. Une extension de l'analyse [Adler et Dumas \(1983\)](#) et celle de [Solnik \(1974a\)](#) sera faite dans le chapitre 3. Cette extension aboutit à une nouvelle version du MEDAF à l'international en présence d'une asymétrie d'information et d'une contrainte sur les ventes à découvert et d'un risque de change systématique.

La résolution du programme de choix de portefeuille de l'investisseur s'écrit en notation vectorielle par la relation suivante :

$$\bar{w} = \alpha \begin{pmatrix} \underline{\Omega}^{-1}(\underline{\mu} - r_l) \\ 1 - \underline{l}'\underline{\Omega}^{-1}(\underline{\mu} - r_l) \end{pmatrix} + (1 - \alpha) \begin{pmatrix} \underline{\Omega}^{-1} \bar{w} \\ 1 - \underline{l}'\underline{\Omega}^{-1} \bar{w} \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

Où :

- l : est le vecteur unitaire de taille $(N * 1)$;
- $\underline{\mu}$: est le vecteur $(N * 1)$ des rentabilités nominales ;
- $\underline{\Omega}$: est la matrice $(N * N)$ de variance-covariance instantanées des rentabilités nominales des N Actifs ;
- \bar{w} : est le vecteur $(N * 1)$ des covariances instantanées des N actifs avec le taux d'inflation associé.

L'analyse d'Adler et Dumas (1983) montre que le portefeuille optimal est une combinaison de deux fonds dont les pondérations sont données par α et $(1 - \alpha)$. Le premier fonds, avec la proportion α , est relatif au choix d'un investisseur dont la fonction d'utilité est logarithmique. Le poids est indépendant des indices des prix et identique pour tous les investisseurs dans tous les pays. Ce fonds est composé des actifs risqués et non risqués. Le second fonds, avec la pondération $(1 - \alpha)$, correspond à un portefeuille d'un investisseur averse au risque. C'est un fonds à variance nominale en terme réel.

On note aussi que ce deuxième fonds constitue la meilleure protection contre le risque d'inflation exprimé dans la monnaie de référence, ce qui le rend spécifique à chaque investisseur.

Les résultats présentés ci-dessus peuvent être réécrits comme suit :

$$\bar{w} = \alpha_p \bar{w}_{log} + (1 - \alpha_e) \bar{w}_{l,c} \quad (1.32)$$

$$\bar{w}_{log} = \begin{pmatrix} \underline{\Omega}^{-1}(\underline{\mu} - r_l) \\ \underline{l} - \underline{l}'\underline{\Omega}^{-1}(\underline{\mu} - r_l) \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

$$\bar{w}_{1,C} = \begin{pmatrix} \underline{\Omega}^{-1} \bar{w}_l \\ l - l' \underline{\Omega}^{-1} \bar{w}_l \end{pmatrix} \quad l = 1 \dots L + 1 \quad (1.34)$$

Nous constatons, à l'équilibre, qu'un théorème de séparation à deux fonds peut être avancé et par la suite chaque investisseur choisit parmi deux fonds :

- Le premier est représenté par le portefeuille logarithmique, et il est identique pour tous les investisseurs avec le poids α ;
- Le deuxième est représenté par un portefeuille spécifique à chaque investisseur. Ce portefeuille constitue la meilleure protection contre le risque de l'inflation. Le poids de ce portefeuille est donné par la pondération $(1 - \alpha)$.

En outre, l'analyse présentée par [Adler et Dumas \(1983\)](#) permet d'aboutir à la relation caractérisant le modèle d'évaluation des actifs financiers à l'international. Ainsi, l'espérance du rendement nominal est donnée par la relation (1.30) qui se réécrit sous la forme suivante après quelques modifications :

$$\mu_i - r = \frac{1}{\alpha_m} \sum_{k=1}^N \omega_{k,m} \sigma_{i,k} + \sum_{J=1}^L \frac{1}{\alpha_J} \sigma_{i,\pi_J} \quad i = 1, 2 \dots N \quad (1.35)$$

Cette relation caractérisant le MEDAF d'[Adler et Dumas \(1983\)](#) montre que le rendement nominal, espéré sur un actif donné en excès par rapport au taux sans risque exprimé dans la monnaie de référence du pays $(L+1)$, dépend linéairement de sa covariance avec le rendement du portefeuille du marché mondial et ses covariances avec l'inflation de chacun des L autres pays, exprimée dans la monnaie de référence. Cette relation constitue une base de travail pour notre modèle du chapitre 3.

1.3.1.5 Les critiques du modèle de Sercu (1980)

Dans le modèle de [Solnik \(1974a\)](#), le MEDAFI, les investisseurs sont supposés être différents non seulement à l'égard de l'aversion au risque, mais aussi dans la composition de leur panier de consommation. Ainsi, bien que les investisseurs soient supposés avoir des attentes homogènes en ce qui concerne les rendements nominaux, ils ont des attentes hétérogènes concernant le rendement réel qui est dû aux différences dans les paniers de consommation. Cela implique que le taux sans risque n'est pas le même pour l'ensemble des investisseurs. En outre, [Solnik \(1974a\)](#) suppose que les préférences des investisseurs

sont les mêmes pour tous les résidents d'un même pays, et que les banques centrales parviennent à stabiliser les prix en monnaie nationale de leurs paniers de consommation. Cette considération stipule que le taux d'inflation dans la devise locale est non aléatoire.

En effet, cette caractérisation du monde économique implique que les taux de change sont l'équivalent des prix en monnaie de référence des paniers de consommation étrangers, et il n'y a pas d'inflation dans le pays de référence. Par la suite, toutes les variations des taux de change représentent les écarts de parité du pouvoir d'achat (PPA). Ce cas sera évoqué dans cette thèse et en particulier dans le chapitre 3, pour le cas particulier de Solnik-Sercu.

La considération de [Solnik \(1974a\)](#) selon laquelle les rendements sur le marché obligataire ne sont pas corrélés avec les prix des actions constitue une hypothèse forte. Celle-ci était critiquée par l'auteur lui-même en 1977. Ainsi, il considère que cette erreur est attribuée à l'interprétation du block-diagonal de l'hypothèse d'indépendance entre les deux marchés.

En prolongement des critiques évoquées ci-dessus, [Sercu \(1980\)](#) a essayé de rendre plus réalistes certaines hypothèses formulées par Solnik au sujet de la structure de covariance des rendements d'actifs (actions et obligations). Les résultats obtenus par [Sercu \(1980\)](#) peuvent être résumés comme suit : Le théorème à trois fonds de Solnik est, essentiellement, un théorème à deux fonds. Toutefois, un autre théorème à deux fonds plus général est obtenu, sans avoir à imposer de restriction sur la matrice variance-covariance.

L'hypothèse d'indépendance entre les prix des actifs de [Solnik \(1974a\)](#) sert sommairement à donner une simple décomposition des fonds. Des actions de couverture et, une obligation pure. Certes, une décomposition plus générale peut être faite sans avoir à imposer des restrictions concernant la structure de la matrice de variance-covariance. Ainsi, l'analyse avancée par Sercu montre que le rendement espéré des actifs est constitué de deux composantes : le taux sans risque dans la monnaie de référence et une prime de risque proportionnelle au risque de marché international.

En conclusion, le MEDAF international présenté par [Solnik \(1974b\)](#) constitue une réelle contribution à la finance internationale. Ce modèle repose sur certaines hypothèses critiquées, mais demeure une référence dans la matière 40 ans plus tard. Ce modèle a permis l'élaboration d'autres modèles d'évaluation et d'études empiriques sur l'analyse de la prime de risque et la gestion d'actifs. Ainsi, nous pourrions considérer que l'absence

d'intégration des facteurs de segmentation dans la modélisation et la valorisation des actifs à l'international constitue une limite majeure à l'égard des modèles présentés par Solnik, Adler et Dumas et Sercu.

Ainsi, le positionnement actuel de la gestion d'actifs consiste à apporter des solutions pratiques et des modèles opérationnels permettant d'aider à la décision en matière d'allocation de richesse. A ce stade, nous pourrions poser deux questions majeures dans le cadre de la théorie de portefeuille à l'international :

- La première : dans quelle mesure les tests empiriques des modèles d'évaluation à l'international permettent de mettre en évidence le principe de la diversification internationale, et comment celle-ci domine la diversification domestique ? Répondre à cette question nous amène à analyser son actualité dans un cadre caractérisé par la baisse significative des barrières à l'investissement international, et le développement de nouvelles techniques en termes de gestion d'actifs justifié par la forte interconnexion des marchés internationaux. A ce stade, nous pourrions également nous interroger sur les gains procurés par la diversification internationale et comment sont-ils mesurés ?
- La deuxième question : en se fondant sur le constat que la diversification internationale est bénéfique pour un gérant, dans quelle mesure les frictions et les imperfections observées encore sur les marchés internationaux constituent une explication de la sous-diversification ? Ainsi, proposer des modèles de valorisation intégrant ces formes de frictions, apporte une amélioration à la gestion d'actifs à l'international en termes d'évaluation, d'allocation et de diversification.

Dans la suite nous présentons les avantages de la diversification internationale et sa contribution à l'amélioration de la performance des portefeuilles. Plusieurs explications seront avancées à l'égard du comportement des investisseurs prouvant une forte préférence pour les titres domestiques et montrant une sous-diversification de leur portefeuille.

L'explication de cette sous-diversification sera fondée sur les modèles d'évaluation d'actifs financiers en présence de frictions sur les marchés. Nous retenons les modèles caractérisés par la présence de restrictions sur les investissements, la propriété de certains actifs, l'asymétrie d'information, le risque de change, les coûts de transaction, la taxation, les contraintes institutionnelles et informationnelles et d'autres facteurs.

1.4 La diversification internationale

La diversification internationale est motivée par deux avantages primordiaux. Le premier est lié à la possibilité de réaliser des rendements plus importants en plaçant une partie de sa richesse dans des actifs étrangers. Cela implique une certaine aptitude de l'investisseur à prévoir le comportement des différents indices boursiers en termes de rendement et de risque en fonction de la disponibilité de l'information. Le deuxième avantage est lié à une minimisation plus importante du risque spécifique d'un portefeuille internationalement diversifié par rapport à celui composé du même nombre de titres domestiques. Cette minimisation est attribuée à la nature et l'évolution de la corrélation entre les titres et les indices des marchés internationaux.

A ce niveau, il faut noter que le risque d'un portefeuille international se compose d'un risque systématique lié au marché mondial, d'un risque spécifique lié aux variations des cours des titres, donc diversifiable et d'un risque de change.

En tenant compte de ces considérations, [Grubel \(1968\)](#), [Levy et Sarnat \(1970\)](#), [Lessard \(1973\)](#) et [Solnik \(1974b\)](#) ont été les premiers à étudier les bénéfices de la diversification internationale. La majorité de ces études a été faite sur la base des données historiques et des taux de change fixes, concluant à la supériorité de la diversification internationale par rapport à une diversification nationale au sens de la moyenne-variance. Cette efficacité est attribuée à la faible corrélation entre les actifs cotés sur plusieurs marchés.

[Grubel \(1968\)](#) a examiné empiriquement les bénéfices de la diversification internationale du point de vue de l'investisseur américain en ayant recours à un modèle macroéconomique simple dans lequel des bons de trésor sont échangés entre deux pays. Il a utilisé à cette fin les indices boursiers du marché américain et de dix pays industrialisés³ en fréquence mensuelle sur la période allant du mois de janvier 1959 au mois de décembre 1966. L'auteur montre la présence d'un gain important de diversification. Il explique la présence de ce gain par la faible corrélation entre le marché américain et les autres marchés.

Dans le prolongement de ces travaux, [Levy et Sarnat \(1970\)](#) ont analysé la structure des corrélations entre trente-huit marchés développés et émergents pendant la période allant de 1951 à 1967 en utilisant des indices boursiers en fréquence annuelle. Ils ont montré l'existence des gains significatifs de diversification internationale, en particulier

3. Ces pays industrialisés sont : les États-Unis, l'Allemagne, l'Australie, la Belgique, le Canada, la France, l'Italie, le Japon, les Pays-Bas et le Royaume-Uni.

pour les investisseurs américains.

Agmon (1972) a critiqué l'approche de Grubel (1968) en montrant que les indices boursiers des marchés financiers sont des mesures inadéquates des bénéfices potentiels de la diversification internationale. Ceci est expliqué par le fait que sur chaque marché financier il y a plusieurs actifs cotés et que l'indice de marché ne capte pas toutes les possibilités d'investissement offertes pour la diversification sur le marché national. Agmon (1972) a indiqué que même si deux indices boursiers sont faiblement corrélés entre eux, cela n'implique pas nécessairement la supériorité de la diversification internationale par rapport à la diversification domestique. De plus, il a ajouté que l'étude de Grubel (1968) se base uniquement dans son observation, sur la frontière efficiente de Markowitz (1952) et a conclu que les avantages de la diversification internationale restent relativement importants.

Lessard (1973, 1976) a appliqué l'analyse statistique multivariée sur un ensemble de marchés de capitaux de l'Amérique Latine afin d'exploiter les opportunités d'investissement dans cette zone. Il a confirmé les conclusions de Grubel (1968), en ce qui concerne la présence des gains potentiels significatifs de diversification internationale, en particulier sur les marchés émergents. L'auteur a montré l'existence de faibles corrélations entre les marchés latino-américains. Ces faibles corrélations constituent la variable fondamentale derrière la réduction significative du risque total du portefeuille international.

Dans le même sens, Harvey (1995) montre que les corrélations sont souvent faibles avec les marchés émergents et que la diversification internationale sur ces marchés émergents permet une baisse significative de la volatilité du portefeuille. Cette baisse est plus importante pour un portefeuille intégrant des titres cotés sur les marchés émergents que sur les marchés développés.

Solnik (1974b) critique les travaux pionniers de Grubel (1968) et Levy et Sarnat (1970) sur les bénéfices de la diversification internationale. En effet, l'auteur souligne que les indices boursiers des marchés étudiés ne sont pas souvent représentatifs de la réalité économique du marché. En outre, la taille relativement faible des échantillons analysés constitue une deuxième limite. Par ailleurs, en examinant l'intérêt de la diversification internationale à partir de neuf marchés européens, du marché américain et du marché japonais, et en utilisant des données hebdomadaires durant la période allant de mars 1966

à avril 1971, [Solnik \(1974a\)](#) conclut à l'existence des gains potentiels de diversification internationale. Les résultats obtenus par l'auteur sont valables pour les investisseurs américains sur les marchés européens. [Solnik \(1974a\)](#) montre que la réduction du risque systématique devient significative à partir de l'inclusion de trente titres étrangers dans un portefeuille. En outre, l'auteur conclut que la diversification internationale réduit le risque total d'un portefeuille composé uniquement de titres cotés sur le marché domestique de 27 %. Alors que le risque d'un portefeuille internationalement diversifié baisse de 38,7 % pour le même nombre d'actifs.

Dans ce même ordre d'idées, [Bergström \(1975\)](#) conclut que la diversification internationale réduit de 40 % la volatilité d'un portefeuille internationalement diversifié sans réduire ses rendements.

En se plaçant dans le prolongement de ces travaux, [Eiteman et al. \(1998\)](#) ont estimé les gains résultant de la diversification internationale sous la contrainte de la vente à découvert. Les auteurs montrent que ce gain en présence de cette contrainte varie entre 4 % et 13,9 %. En revanche, il devient plus important et oscille entre 17,9 % et 30,2 % lorsque la contrainte sur les ventes à découvert est levée pour les investisseurs internationaux.

En restant dans cette même logique [Wan et Beil \(2014\)](#) examinent l'impact des contraintes institutionnelles et celui lié aux ventes à découvert sur les bénéfices de la diversification internationale. Pour mesurer ces gains, les auteurs utilisent un échantillon très large composé de rendements boursiers mensuels de 21 pays développés et 13 pays émergents sur une période allant de janvier 1988 à décembre 2005. La présence de ces contraintes diminue la volatilité des rendements dans les portefeuilles et réduit la variation, dans le temps, des gains de la diversification.

Dans un autre esprit d'analyse, [Errunza et al. \(1999\)](#) cherchent à montrer que les gains de la diversification internationale sont possibles à partir d'un ensemble d'actifs cotés sur le marché boursier américain "NYSE" du point de vue d'un investisseur du même marché. En exploitant ces opportunités, les auteurs montrent que ce marché offre les mêmes gains que ceux qui sont procurés par une diversification internationale. Ainsi, l'utilisation d'une certaine catégorie d'actifs cotés sur le "NYSE", comme les American Depositary Receipt⁴ "ADR" et les actions des firmes multinationales, permet la réalisation d'un gain sur ce

4. Les American Depositary Receipts constituent les titres des entreprises non américaines échangés sur le marché américain. Cela permet aux sociétés étrangères d'avoir une cotation en dollar pour surmonter la barrière du risque de change pour les investisseurs américains.

marché supérieur à celui obtenu sur le marché international. Nous mentionnons à ce stade que cette diversification est spécifique au marché américain et non internationale. En outre, cette réplique de la diversification internationale sur le marché américain demeure spécifique à ce marché, vu le niveau important de sa capitalisation boursière par rapport au marché mondial et la cotation de plusieurs entreprises étrangères sur ce marché.

Plus récemment, [Arouri et al. \(2015\)](#) montrent l'intérêt de la diversification sur le marché chinois et de l'or. Sur la base d'un modèle GARCH, ils concluent que l'utilisation de l'or comme actif compense la perte observée sur l'indice de marché chinois. Également, on note que les auteurs donnent une estimation du poids de chacun de ces deux actifs au sein du portefeuille. Ce poids permet une minimisation du risque total du portefeuille.

Dans ce même esprit et en se fondant sur une technique économétrique plus avancée, [Walid et al. \(2011\)](#) ont mené une étude sur quatre marchés émergents : Hong-Kong, Singapour, Malaisie et Mexique pour vérifier la présence d'un gain de diversification. Les auteurs implémentent un modèle EGARCH Markov-Switching afin d'étudier la relation dynamique entre la volatilité des cours des actions et les changements observés sur les taux de change pour la période 1994-2009. Ils distinguent le régime de la moyenne conditionnelle de celui de la variance conditionnelle des rendements boursiers. Ils montrent la présence d'une forme de dépendance entre les marchés boursiers et les marchés de change. [Walid et al. \(2011\)](#) révèlent, ainsi, que la volatilité des cours des actions répond asymétriquement aux événements sur les marchés de change. Cette réponse des marchés des actions est d'une faible amplitude par rapport aux chocs observés sur les cours de change, et par la suite les gains d'une diversification demeurent potentiels.

En outre, [Arouri et al. \(2013\)](#) étudient le degré d'intégration et son effet sur la variation de la prime de risque entre plusieurs marchés appartenant à différentes régions économiques. Les auteurs développent, d'abord, un modèle d'évaluation des actifs en présence d'effets de segmentation, donné par l'expression suivante :

$$E(R) - r_{\underline{1}} = \beta(E(R_w) - r) + \lambda V^e \quad (1.36)$$

Avec :

- $E(R_w)$: est le rendement de l'actif sur le marché mondial ;

- λ : est le prix mondial du risque de marché ;
- V^ϵ : est la part du risque régional non-diversifiable.

Ensuite, [Arouri et al. \(2013\)](#) étudient le niveau d'intégration régionale entre les marchés. Les auteurs testent le modèle sur huit pays : quatre développés et quatre émergents sur une période allant de janvier 1988 à septembre 2012. Ils concluent que le degré de segmentation entre les marchés pour la majorité des pays étudiés varie dans le temps et que ces marchés deviennent de moins en moins segmentés.

La comparaison entre les primes de risque des différents pays montre que celles des pays émergents sont élevées et la volatilité des actifs est dominée par des facteurs de risque régionaux. Ce constat permet de mettre en évidence un effet de diversification régionale.

La dernière décennie a été marquée par les interrogations sur la supériorité de la diversification à l'international par rapport à une diversification nationale en termes de gain. Ce questionnement est lié à l'internationalisation des marchés d'une part, et l'émergence de plusieurs nouveaux produits financiers permettant d'aboutir à des gains importants en termes de diversification, sans pour autant être présent sur plusieurs marchés.

Dans cet esprit, [Miyajima et al. \(2015\)](#) et [You et Daigler \(2010\)](#) considèrent que les mesures de gain de diversification à l'international en présence d'une corrélation constante sur les marchés constituent une hypothèse naïve aujourd'hui. Ainsi, les auteurs réexaminent les gains obtenus de cette diversification sur les marchés internationaux en présence d'une corrélation conditionnelle, et intègrent les moments d'ordre trois et quatre dans la mesure de ces gains. Ces auteurs montrent que les études faites en présence d'une corrélation constante pourraient induire en erreur les gérants, et que la méthode proposée montre que ces gains varient dans le temps et dans l'espace. [Miyajima et al. \(2015\)](#) et [You et Daigler \(2010\)](#) considèrent que cette diversification pourrait être affectée par d'autres variables financières et économiques liées à la maturité des marchés.

Plus récemment, [Davies \(2018\)](#) détermine les gains de diversification internationale du point de vue d'un investisseur américain. La méthode proposée par l'auteur cherche à ajuster les gains de cette diversification par la volatilité du portefeuille. L'auteur teste son modèle théorique sur les données couvrant la période allant de 1988 à 2014. Il conclut que les gains attribués à la diversification internationale ont baissé durant cette période, et que cette baisse ne remet pas en cause les bienfaits de celle-ci.

En conclusion, nous constatons que les différentes études précitées prouvent la supériorité de la diversification internationale et son avantage par rapport à une diversification nationale. Cette diversification reste toujours d'actualité sur les marchés émergents et ceci malgré la présence du risque de change et un accroissement de la volatilité sur ces marchés.

L'efficacité de la gestion d'actifs à l'international reste dépendante de la capacité du gérant à prévoir, d'une part, les coefficients de corrélation entre les différents actifs et, d'autre part, la volatilité des taux de change pour les devises concernées.

En outre, nous observons que malgré la présence d'un bénéfice significatif de la diversification internationale, les investisseurs montrent une forte préférence pour les actifs domestiques. Ce biais domestique justifie la présence d'une sous-diversification des portefeuilles à l'international. Cette préférence en faveur des actifs domestiques, qualifiée dans la littérature par le "Home Bias" est expliquée par la présence de plusieurs formes et frictions sur les marchés. Les facteurs de ces frictions sont attribués à des barrières directes et indirectes, au comportement des investisseurs, à l'asymétrie d'information et autres formes d'imperfections.

La section suivante tente d'apporter un éclairage sur un ensemble de facteurs de friction, et cherche à expliquer leurs effets sur la prime de risque, la corrélation, la volatilité et la composition optimale des portefeuilles des investisseurs internationaux donc sur les gains de la diversification nationale et/ou internationale.

1.5 La sous-diversification : explication par les frictions dans le cadre du MEDAF

Dans la section précédente (1.4) nous avons présenté les travaux mettant en valeur les avantages de la diversification internationale en termes de gain. Les recherches sur cet aspect s'accordent sur le fait que la diversification internationale, en tant que technique de gestion d'actifs à l'international, améliore la performance des portefeuilles et réduit leur volatilité. L'efficacité de cette stratégie demeure tributaire du niveau d'intégration des marchés, et de la valeur prise par la corrélation statique ou dynamique entre les actifs ou les indices boursiers.

Ainsi, dans la suite nous montrons que malgré les avantages de cette diversification

internationale présentés dans la section précédente (1.4), certains investisseurs adoptent un comportement qui va à l'encontre de l'enseignement de celle-ci. En effet, l'observation réelle de la composition des portefeuilles internationaux montre un biais significatif en faveur des actifs cotés sur le marché local et aussi vers une certaine catégorie d'actifs du même marché. Dans cette section nous avançons les différents facteurs explicatifs de ce biais.

L'analyse du biais domestique nous permet de structurer notre thèse autour de trois axes. Le premier concerne la mesure de gain de la diversification internationale qui sera avancée en se fondant sur des outils économétriques approfondis et récents. Notre mesure permet de confirmer la présence d'un gain à l'international, ou pas. En outre, les deux autres axes s'articulent autour de la construction de deux modèles d'évaluation dans le cadre d'un marché imparfait, permettant de donner une explication des problèmes de la prime de risque en présence de sources de frottement telles que les effets d'asymétrie d'information, de l'hétérogénéité des visions des investisseurs, de la contrainte institutionnelle, et du risque de change.

Nos modèles auront le mérite d'expliquer l'effet de l'asymétrie d'information et du risque de change sur la valeur des actifs d'une part, et l'impact des coûts d'information et de ventes à découvert sur les prix des actifs d'autre part.

1.5.1 Le risque de change

Le MEDAF international se démarque du MEDAF classique par un facteur additionnel relatif au risque de change, et par la suite une lourdeur dans les tests empiriques. Cette lourdeur est justifiée par la présence de plusieurs primes de risques liées aux différentes devises, et à l'indice de marché international. Ce problème pratique peut être abordé, d'après [Ross et Walsh \(1983\)](#), par la construction d'un indice de devise englobant différentes monnaies et leur variation par rapport à une devise de référence. Cette approche nécessite le développement d'un MEDAF international à deux facteurs. Le premier facteur est le portefeuille du marché mondial et le second sera l'indice de devise. Les pondérations de l'indice de devise en théorie sont généralement inobservables et dépendent du degré d'aversion au risque et du niveau de richesse nationale des pays. Cependant, le modèle peut être appliqué par les praticiens en considérant un proxy observable pour l'indice de devise tout comme celui pour le portefeuille du marché qui est utilisé dans la pratique

avec le MEDAF.

L'émergence de cette nouvelle composante de volatilité, attribuée au risque de change, constitue une explication partielle du biais en faveur des actifs domestiques. Une explication partielle expliquée par le fait que le risque de change peut être couvert à travers l'utilisation des produits dérivés. C'est dans ce sens que l'explication du biais domestique est attribuée à la variation des devises sur le marché international et les déviations de la parité du pouvoir d'achat qui affectent les rendements de portefeuille en temps réel.

L'analyse de [Cooper et Kaplanis \(1994a\)](#) montre que l'effet de l'inflation à l'international décourage, dans certains cas, la détention des titres étrangers dont le rendement est libellé dans une autre devise. Ces auteurs proposent, également, une extension du modèle [Adler et Dumas \(1983\)](#). L'introduction des coûts de transaction dans l'analyse d'[Adler et Dumas \(1983\)](#) permet de montrer leur effet sur la composition du portefeuille et sur les prix. Les tests empiriques révèlent que les coûts morts (taxes et coûts de transaction) supportés par les gérants sur le marché international sont plus explicatifs du biais domestique que l'effet de l'inflation.

[Fidora et al. \(2007\)](#) montrent que le biais domestique est expliqué par la variation des taux de change réels. Cette volatilité des taux réels affecte d'une manière plus significative les obligations que les actions. En outre, les auteurs concluent que le risque de change réel explique le biais domestique en faveur des obligations domestiques et non la préférence pour les actions.

En conclusion, nous pourrions dire que la variation du risque de change dans le temps constitue une composante explicative du biais domestique et par la suite de la sous-diversification observée dans les portefeuilles des investisseurs internationaux.

Dans la suite, nous essayerons de mettre en avant les facteurs explicatifs liés à la présence de restrictions sur les investisseurs, et d'autres facteurs explicatifs dans le cadre d'un marché imparfait.

Notre présentation permet de cerner un aspect important, à savoir l'effet de divers coûts (informationnel, de transaction, de restriction, de ventes à découvert, etc. . .) sur la valeur de la prime du risque, et leur impact sur les gains de la diversification nationale et internationale.

1.5.2 Explication de la sous diversification par les modèles d'évaluation en présence de frictions de marché

Les travaux présentés par [Mehra et Prescott \(1985\)](#) portant sur l'énigme de la prime de risque concluent que la variation de celle-ci et la modification de son expression ne pourraient pas être attribuées uniquement à l'aversion au risque. Par conséquent, ils estiment que sa variation dans le temps et dans l'espace sur la base de données historiques est expliquée par les imperfections observées sur les marchés. Les auteurs concluent que la baisse de ces formes d'imperfection contribue à la stabilité des marchés et encourage par la suite les placements internationaux. Partant de cette analyse, nous essayons dans la suite de présenter une littérature assez exhaustive sur les problèmes liés aux imperfections des marchés et leurs effets sur la gestion d'actifs.

1.5.2.1 La contrainte sur la propriété des actifs

[Errunza et Losq \(1985\)](#) partent de la définition de la segmentation adoptée par [Solnik \(1977\)](#) "La façon la plus efficace pour tester la segmentation consiste à spécifier le type d'imperfection qui peut la créer et étudier son impact spécifique sur le choix optimal de portefeuilles et l'évaluation des actifs financiers". L'imperfection est traduite par l'incapacité d'un groupe d'investisseurs d'échanger certains actifs financiers en raison de restrictions maintenues sur les flux de capitaux imposées par certains gouvernements, et toutes autres formes de frictions affectant la valeur et le choix des actifs.

De ce fait, [Errunza et Losq \(1985\)](#) considèrent une économie mondiale composée de deux pays avec deux catégories d'actifs et deux types d'investisseurs. Un premier pays dont les investisseurs sont soumis à des restrictions et effectuent uniquement les transactions sur un sous-ensemble de titres. Ensuite, un second pays composé des investisseurs non soumis à ces restrictions et qui ont donc accès à tous les titres. Les titres sont, ainsi, décomposés en deux catégories à leur tour : les titres contraints, par la suite accessibles uniquement aux investisseurs du premier pays et qu'on qualifie de "ineligible securities" et les titres non-contraints accessibles à tous les investisseurs "eligible securities". Plus précisément, les restrictions imposées sur les titres par le gouvernement du second pays empêchent les investisseurs du premier pays de détenir certains titres afin de préserver le contrôle des entreprises. Selon [Errunza et Losq \(1985\)](#), la présence de ce type de contrainte

caractérise une telle structure de marché sous forme d'une segmentation modérée ou "mild segmentation".

Pour présenter leur modèle, [Errunza et Losq \(1985\)](#) considèrent un marché de capitaux international fondé sur les hypothèses suivantes :

- H_0 : le marché financier est parfait et par la suite sans frictions dans le sens où aucune taxe, aucun coût de transaction, et d'asymétrie d'information ne sont observés ;
- H_1 : le raisonnement s'effectue dans le cadre de la moyenne-variance et l'utilité espérée de chaque investisseur peut être représentée comme une fonction d'espérance et variance des rendements réels de leur portefeuille ;
- H_2 : les opérations de prêt et d'emprunt pour chaque investisseur s'effectuent au taux sans risque.

En se fondant sur ces hypothèses, les auteurs montrent qu'à l'équilibre les actifs contraints et non contraints ne sont pas évalués suivant la même relation.

Les titres non contraints "eligible securities" sont évalués comme si les marchés étaient intégrés :

$$E(\tilde{R}_e - R_f) = (AM)COV[\tilde{R}_e, \tilde{R}_M] \quad (1.37)$$

Avec :

- \tilde{R}_e : est le rendement de l'actif non restreint ;
- A : est l'aversion agrégée au risque ;
- M : est la valeur du marché mondial.

L'évaluation des titres contraints "ineligible securities" est donnée par la relation suivante :

$$E(\tilde{R}_i - R_f) - (AM)COV[\tilde{R}_i, \tilde{R}_M] = (A_u - A)M_I COV[\tilde{R}_i, R_I | \tilde{R}_e] \quad (1.38)$$

Avec : $(A_u - A)M_I > 0$

Où :

- \tilde{R}_i : est le rendement des actifs restreints ;
- R_I : est le rendement de portefeuille de marché des actifs contraints ;
- A_u : est l'aversion agrégée au risque des investisseurs non contraints ;

- M_I : est la valeur de marché des actifs contraints ;
- $Cov[\tilde{R}_i, R_I | \tilde{R}_e]$: est la covariance entre le rendement de l'actif contraint et celui du portefeuille de marché des actifs contraints, conditionnée par le rendement de l'actif non restreint (\tilde{R}_e).

Selon [Errunza et Losq \(1985, 1989\)](#), les actifs contraints sont évalués dans un marché financier international marqué par une légère segmentation qui donne naissance à une super-prime de risque proportionnelle au différentiel de l'aversion au risque et du risque de marché. Cette super-prime de risque pour les actifs contraints correspond au terme $(A_u - A)M_I Cov[\tilde{R}_i, R_I | \tilde{R}_e]$. Celle-ci est équivalente aux coûts de vente des actifs sur les marchés imposant des restrictions sur la négociation de certains actifs financiers. Ainsi, les auteurs cherchent à montrer que les restrictions imposées sur les investisseurs justifient la préférence pour certaines catégories d'actifs, et en particulier le biais domestique et la sous diversification.

D'autres travaux expliquent le biais domestique par les restrictions sur la propriété de certains actifs. [Eun et Janakiramanan \(1986\)](#) présentent un modèle en présence d'une restriction sur la proportion d'actifs détenus par les investisseurs étrangers. Ce type de contrainte existe encore aujourd'hui sur les marchés émergents. Ainsi, certains gouvernements imposent cette contrainte afin de préserver le contrôle des entreprises domestiques entre les mains des investisseurs locaux. La présence de cette contrainte donne une valorisation différente à l'équilibre du même titre. En effet, les investisseurs étrangers sont prêts à payer une prime par rapport au prix fixé à l'équilibre, et les investisseurs locaux demandent un "discount" ou un déport sur le même actif. La présence de cette prime est justifiée par l'intérêt porté par les investisseurs étrangers à l'actif jugeant, ainsi, de sa contribution à l'amélioration de la performance de leur portefeuille. Il faut noter que le modèle Eun et Janakirmanan montre la présence d'une contrainte sur la propriété des titres sur un seul marché.

Dans ce même esprit, [Booth et al. \(1994\)](#) montrent que sur le marché finlandais les actions non assujetties à une contrainte gouvernementale sont moins volatiles et procurent une rentabilité supérieure à la moyenne par rapport aux actions contraintes (détenues uniquement par les finlandais). Cette analyse confirme les résultats du modèle de [Hietala \(1989\)](#).

Bellalah (2002) propose une extension du modèle de Eun et Janakiramanan (1986). L'analyse de l'auteur montre une double contrainte sur les investisseurs étrangers et domestiques. Il montre que la présence de cette contrainte et la valeur prise par celle-ci font varier la valeur de la prime et du déport. Bellalah (2002) montre à travers les simulations qu'un assouplissement de la contrainte fait tendre les marchés vers une situation d'intégration, et une négociation des mêmes actifs aux mêmes prix par les investisseurs domestiques et internationaux. En revanche, il montre que la présence de cette contrainte constitue un facteur décourageant les investisseurs en termes de diversification.

Dans la suite nous présentons l'impact du coût de transaction comme facteur explicatif du biais domestique. L'effet du coût de transaction affecte la valeur de la prime de risque et le prix des actifs.

1.5.2.2 Les coûts de transaction

Les effets de coûts de transaction sur les gains de la diversification et sur la détention des titres au niveau du marché domestique et/ou à l'étranger ont fait l'objet de plusieurs travaux. Les recherches avancées sur les plans théoriques et empiriques cherchent à expliquer dans quelle mesure ces coûts affectent les proportions de titres détenus par les investisseurs et dans quelle mesure ils remettent en cause les gains de diversification à l'international. C'est dans cet esprit que French et Poterba (1993) indiquent que les coûts de transaction constituent un facteur explicatif de la sous diversification observée sur le marché international. Ainsi, les auteurs constatent que les marchés les plus liquides attirent les investisseurs internationaux car les coûts sont très faibles. En revanche, ils montrent que les marchés émergents sont caractérisés par un fort intérêt en termes de diversification, mais les coûts de transaction sont relativement élevés à cause d'un manque de liquidité, ce qui n'attire pas les investisseurs internationaux.

Dans le même esprit, Tesar et Werner (1995) essayent de présenter l'impact des coûts de transaction comme étant une variable entravant la mobilité des capitaux et par la suite limitant le processus de diversification internationale. Ces auteurs ont présenté un résultat empirique à partir de la composition des portefeuilles de cinq investisseurs appartenant aux pays suivants : Canada, Allemagne, Japon, Grande Bretagne, et les États-Unis durant la période 1970-1990. Les auteurs montrent que les gains de diversification cumulés sur

ces marchés sont inférieurs aux coûts de transaction supportés par les investisseurs. Il faut noter que les résultats de cette étude pourraient être remis en cause aujourd'hui.

Nous constatons que la problématique d'explication du biais domestique sur la base des coûts de transaction a toujours été une préoccupation pour les investisseurs et les gérants de fonds. En effet, on constate dans la théorie financière que la plupart des modèles d'équilibre des marchés financiers ont été élaborés en absence de toutes formes de taxation ou d'imposition, et des coûts de transaction.

Black (1974) est le premier à avoir proposé un modèle d'équilibre en se basant sur l'hypothèse de l'existence de barrières explicites sur les actifs financiers en dehors des frontières nationales. Il suppose que les barrières à l'investissement prennent la forme de taxes sur la valeur des actifs détenus par un investisseur sur un marché étranger. La taxe peut différer d'un actif à un autre et d'un pays à un autre. Black suppose, également, que les positions courtes sont illimitées et ces positions subventionnent les positions longues. Cependant, cette hypothèse est considérée comme peu réaliste. Black considère qu'il existe deux pays C et C^* . La taxe est exprimée comme une fraction de la valeur d'un actif. Elle est mesurée dans la même unité monétaire que le taux d'intérêt ou le rendement espéré d'un actif. Ainsi, nous pouvons écrire le problème de Black pour l'investisseur k comme suit :

$$\text{Min} \sum_{ij} X_{ki} X_{kj} \text{Cov}[\tilde{R}_i, \tilde{R}_j]$$

Sous contrainte :

$$\text{Min} \sum_i X_{ki} [E(\tilde{R}_i) - \tau_i] - \left(\sum_i X_{ki} - 1 \right) R = E(\tilde{R}_k) \quad k \in C$$

et

$$\text{Min} \sum_i X_{ki} [E(\tilde{R}_i) - \tau_i^*] - \left(\sum_i X_{ki} - 1 \right) R^* = E(\tilde{R}_k) \quad k \in C^*$$

Notons que :

- \tilde{R}_i : est le rendement du titre i ;
- \tilde{R}_k : est le rendement du portefeuille de l'individu k ;
- X_{ki} : la fraction du titre i dans le portefeuille k ($\sum X_{ki} \neq 1$ car l'individu peut prêter et emprunter) ;

- R : est le taux d'intérêt à court terme du pays C ;
- R^* : est le taux d'intérêt du pays C^* ;
- $\bar{\tau}_i$: est le taux de la taxe du titre i pour les résidents du pays C ;
- τ_i^* : est le taux de la taxe du titre i pour les résidents du pays C^* .

La résolution de ce programme d'optimisation permet d'avancer la relation du modèle d'évaluation des actifs financiers à l'international sous la forme suivante :

$$E(\tilde{R}_i) = \bar{R} + \bar{\tau}_i + \beta_i[E(\tilde{R}_m) - \bar{R} - \tau_m] \quad (1.39)$$

Avec :

- $E(\tilde{R}_i)$: est le rendement espéré de l'actif (i) à l'équilibre ;
- $E(\tilde{R}_m)$: est le rendement espéré du portefeuille mondial ;
- \bar{R} : est la moyenne pondérée du taux sans risque entre les deux pays ;
- τ_i : est la moyenne pondérée des taux de taxes appliqués sur les détentions de l'actif i par les résidents de deux pays ;
- τ_m : est la taxe moyenne pour tous les actifs du marché.

[Black \(1974\)](#) a précisé que les taxes sur l'investissement international engendrent des changements dans l'évaluation des actifs. La présence de cette taxation fait que le rendement espéré d'un actif peut varier en fonction de l'identité de l'investisseur (domestique ou étranger). Dans le prolongement de [Black \(1974\)](#), et sur la base d'hypothèses plus réalistes, [Lewis \(1999\)](#) montre dans le cadre d'une analyse moyenne-variance que le coût de transaction affecte la proportion d'investissement allouée à un titre étranger. Ce coût de transaction affecte la proportion d'investissement à travers une baisse de la rentabilité espérée sur le titre. La relation suivante montre explicitement cet effet :

$$X_t^f = \frac{(E_t r_{t+1}^f - \tau - E_t r_{t+1}^h)/\gamma}{Var(r_h - r_f)} + \frac{\sigma_h^2 - \sigma_{hf}}{Var(r_h - r_f)} \quad (1.40)$$

Avec :

- $E_t r_{t+1}^f$: représente le taux de rendement espéré sur les capitaux propres étrangers.

1.5.2.3 L'asymétrie d'information et les contraintes sur les ventes à découvert

L'observation de la composition optimale des portefeuilles des investisseurs montre un biais en faveur de certains actifs. Cette préférence domestique est justifiée essentiellement par les effets de l'asymétrie d'information. En outre, la performance des portefeuilles en termes de diversification est justifiée par l'absence de contrainte sur les ventes à découvert. Cette absence permet aux investisseurs internationaux de mettre en place des stratégies de gestion en matière de vente et d'achat d'actifs sur les marchés afin de réaliser un gain de diversification, et d'améliorer le rendement de leur portefeuille. Une amélioration possible sans, pour autant, supporter des risques additionnels en dehors de la volatilité des titres et des taux de change.

Dans la suite, nous essayerons d'une part de mettre en avant le rôle joué par l'asymétrie d'information dans la gestion d'actifs et l'explication du biais domestique, et d'autre part de montrer que les contraintes sur les ventes à découvert impliquent un coût dissuasif pour les investisseurs internationaux. Ce coût entraîne la baisse du rendement des stratégies de ces investisseurs et, aussi, de leur gain de diversification. En effet, cette baisse de gain de diversification internationale pousse les opérateurs financiers à chercher les marchés attrayants en termes de disponibilité d'information et en termes de contrôle réduit sur les ventes à découvert.

1.5.2.3.1 Les effets informationnels

L'asymétrie d'information joue un rôle déterminant dans la mise en place de stratégies d'allocation d'actifs et de processus d'ingénierie financière. C'est dans ce sens que le biais domestique constaté dans la composition des portefeuilles internationaux est attribué aux effets informationnels.

Ainsi, [Merton \(1987\)](#) considère que la compréhension des règles comptables et juridiques nécessite des dépenses pour se familiariser et comprendre les mécanismes de négociation sur certains marchés. A ce titre, il considère que le coût d'information se décompose en trois parties. La première est attribuée à la collecte de l'information, la deuxième au traitement de celle-ci et la troisième à sa diffusion auprès des opérateurs et intervenants sur les marchés de capitaux.

Dans l'esprit de l'analyse de [Merton \(1987\)](#), [Kang et Stulz \(1997\)](#) testent la présence de barrières implicites à la gestion d'actifs à l'international. En effet, les auteurs

montrent que la présence d'une asymétrie d'information entre les investisseurs et sur les différentes entreprises demeure une barrière importante. Cette variable pourrait expliquer la surpondération des portefeuilles par les actions des entreprises connues ou les titres cotés sur le marché domestique. En se plaçant dans cette logique, les auteurs montrent que l'information diffusée par rapport à l'endettement, la taille et le chiffre d'affaires de certaines entreprises sur le marché influence le choix des investisseurs en termes d'allocation d'actifs. Ainsi, [Kang et Stulz \(1997\)](#) soutiennent l'hypothèse que les investisseurs étrangers sont moins informés sur les marchés des autres pays et, par la suite, leur investissement sur ces marchés devient plus faible. Ce manque d'information entraîne une forte variation de la volatilité et de l'incertitude relative à la distribution de probabilités qu'ils associent aux résultats espérés.

La conclusion avancée par les auteurs est justifiée empiriquement. En effet, [Kang et Stulz \(1997\)](#) montrent que l'effet relatif à la dimension de l'entreprise en termes de taille influence le poids des investissements. Ainsi, les auteurs montrent que sur la période allant de 1975 à 1991 les investisseurs étrangers surpondèrent leurs portefeuilles par les actions des entreprises ayant un fort taux d'exportation et de rotation du chiffre d'affaires. Ce biais est prononcé vers les entreprises industrielles. Les auteurs concluent que les investisseurs jugent que les firmes industrielles sont mieux connues et constituent une source de diversification. Les résultats empiriques confirment bien la thèse de [Merton \(1987\)](#)⁵. Également, on note que l'accroissement du nombre d'investisseurs ou d'actionnaires pour un titre est lié à la disponibilité de l'information sur celui-ci. Le constat est mis par [Merton \(1987\)](#) à travers le MEDAF en particulier sur la base du coût d'information.

En allant dans ce sens et sur la base de l'analyse de Merton, [Zhou \(1998\)](#) développe un modèle dynamique d'équilibre général en présence d'une information asymétrique entre les investisseurs. Ainsi, la distribution inégale de celle-ci montre que les investisseurs ont une forte préférence pour les actifs sur lesquels ils disposent un avantage informationnel.

[Merton \(1987\)](#) développe un modèle d'évaluation des actifs financiers en présence d'une asymétrie d'information sur les actifs financiers. Merton définit le coût d'information comme une dépense nécessaire pour l'acquisition de l'information et la mise en place d'une stratégie d'allocation. Le modèle de [Merton \(1987\)](#) reprend les hypothèses standards du MEDAF dans le cadre d'un marché parfait à savoir : l'absence de taxes, l'absence de coûts

5. Le modèle de Merton fera l'objet d'une présentation détaillée dans cette section, et constitue un élément de base dans la réalisation de cette thèse (Chapitres 3 et 4).

de transaction, la possibilité de prêt et d'emprunt. Certes, il renonce à l'hypothèse relative à l'asymétrie d'information. Ainsi, cette dernière au sens de l'auteur constitue un facteur de segmentation et de décision dans le cadre de la valorisation des titres, des entreprises et de choix de portefeuille. A ce niveau, Merton montre la présence de plusieurs sources de coûts dans l'acheminement de l'information de l'entreprise vers les investisseurs. Celle-ci doit sensibiliser les investisseurs sur le marché. Pour cette raison, l'information ne doit pas être limitée à un signal envoyé aux investisseurs, mais il faut que ce signal soit reçu et traité par eux.

L'incomplétude informationnelle se produit dans le cas où chaque investisseur possède de l'information sur une partie seulement des actifs disponibles sur le marché. En effet, un investisseur informé doit connaître l'espérance et la variance des rendements de l'actif. Chaque titre est supposé connu par au moins un intervenant sur le marché. Dans le cas contraire, l'actif n'est plus suivi par les analystes et risque de ne plus faire l'objet d'une cotation. En résumé, les intervenants sur le marché disposent de l'information sur un certain nombre de titres et non sur la totalité des actifs, ce qui signifie un accès coûteux à l'information.

Le modèle d'évaluation des actifs financiers à l'équilibre compte tenu d'information incomplète de [Merton \(1987\)](#) est donné par l'équation suivante :

$$E(R_i) = R_f + \lambda_i + \beta_i(E(R_m) - R_f - \lambda_m)$$

ce qui donne :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f) + \lambda_i - \beta_i\lambda_m \quad (1.41)$$

Avec :

- $E(R_i)$: est le taux de rendement exigé par l'investisseur sur le titre i ;
- R_f : est le taux sans risque ; β_i : est le risque systématique du titre i par rapport au marché ;
- $E(R_m)$: est le taux de rendement espéré du marché ;
- λ_i : est le coût d'information sur le titre i ;
- λ_m : est le coût d'information sur le marché.

La relation (1.41) montre que le rendement espéré d'un actif est égal au taux sans risque augmenté du coût d'information. En outre, on constate également que l'expression

de la prime de risque est modifiée. Cette relation est cruciale dans le sens où elle montre que le risque spécifique n'est pas complètement diversifiable, et par la suite une élimination totale de cette variable n'est pas possible.

En allant dans le même sens de [Merton \(1987\)](#), [Bellalah et Aboura \(2003\)](#) proposent une extension du modèle dans un cadre caractérisé par la présence simultanée des coûts de transaction et d'information. La présence de ces coûts montre qu'à l'équilibre le portefeuille de marché n'est pas efficient. Les auteurs confirment que la présence de ces coûts sur le marché justifie le biais en faveur de certains actifs. Ainsi, l'analyse empirique montre que le biais domestique est fortement présent pour les grandes entreprises ayant une capitalisation importante en termes de volume. Le modèle de [Bellalah et Aboura \(2003\)](#) est donné par :

$$\overline{R}_k = R + \tau_k + \lambda_k + \beta_k(\overline{R}_m - R - \lambda_M - \tau_M) \quad (1.42)$$

Avec :

- \overline{R}_k : est le rendement espéré du titre k ;
- R : est le taux sans risque ;
- β_k : est le bêta de l'actif k ;
- \overline{R}_m : est le rendement espéré du portefeuille de marché ;
- λ_k : est le coût d'information sur l'actif k ;
- λ_M : est le coût d'information du marché ;
- τ_k : est le coût de transaction sur l'actif k ;
- τ_M : est le coût de transaction moyen pour tous les actifs sur le marché.

En outre, l'analyse empirique proposée par [Bellalah et Aboura \(2003\)](#) montre que les coûts d'information sont négativement corrélés avec les rendements espérés des entreprises à faible capitalisation boursière et que ces coûts ont une évolution asymétrique dans le temps par rapport aux coûts de transaction. Cette évolution asymétrique des deux coûts est expliquée par le fait que la présence d'information sur les actifs augmente leur liquidité et entraîne une baisse des coûts de transaction par la suite.

En exploitant cette asymétrie, le modèle de [Merton \(1987\)](#) et son analyse ont inspiré plusieurs auteurs dans l'interprétation de leurs résultats empiriques.

Ainsi, et afin de cerner l'effet d'asymétrie d'information, [Coval et Moskowitz \(1999, 2001\)](#) ont montré que les gestionnaires de fonds Américains font preuve d'une forte préférence pour les compagnies proches de leur résidence géographique. Ils considèrent que cette préférence locale pour certains fonds et titres est justifiée par la disponibilité de l'information.

Récemment, [Hirshleifer et al. \(2016\)](#) présentent un modèle d'évaluation d'actifs en présence d'asymétrie d'information. L'analyse de ces auteurs constitue une extension du modèle de [Merton \(1987\)](#) dans un cadre d'analyse plus général. Leur travail est fondé sur la théorie des anticipations rationnelles. Le modèle de [Hirshleifer et al. \(2016\)](#) montre que les investisseurs sont largement influencés dans leur décision d'investissement sur les marchés par la qualité du signal. A l'équilibre, les auteurs montrent que certains titres ne sont pas négociés par les gérants et opérateurs à cause du manque de transparence sur eux. Ainsi, les auteurs montrent qu'à l'équilibre, les investisseurs pourront choisir parmi trois fonds :

- Un fonds dont les investisseurs disposent d'une information complète (le marché) ;
- Un fonds dont les investisseurs ne disposent que d'une information partielle ou asymétrique ;
- L'actif sans risque.

Certes, le modèle de [Hirshleifer et al. \(2016\)](#) constitue une analyse critique à l'égard de [Merton \(1987\)](#), mais la présence des trois fonds est expliquée par l'investissement dans des titres partiellement connus en terme informationnel. A ce stade, nous pourrions dire que l'avantage de l'analyse de [Merton \(1987\)](#) réside dans l'effet du coût d'information à l'équilibre sur le prix des actifs. Cet effet est explicite sur la valorisation des actifs alors qu'il n'est qu'implicite dans le modèle proposé par [Hirshleifer et al. \(2016\)](#).

En plus, l'émergence d'un troisième fonds par rapport au modèle de [Black \(1972\)](#) et au MEDAF classique est attribuée à l'allocation d'une proportion de richesse aux titres caractérisés par une information imparfaite. Nous pouvons conclure que ce choix est particulièrement cohérent dans le sens où le risque pris par l'opérateur est significatif en présence d'une connaissance partielle sur l'actif. Cette information incomplète sur certains titres détenus pourrait accroître la volatilité d'un portefeuille.

En exploitant cette asymétrie, [Chan et al. \(2008\)](#) proposent une étude empirique sur le marché chinois. Les auteurs montrent que les investisseurs ont tendance à investir dans une

certaine catégorie d'actifs considérés connus et dont l'asymétrie d'information est faible. En effet, cette catégorie de titres est détenue par les investisseurs étrangers et domestiques simultanément. Ainsi, les auteurs montrent que les actifs, détenus uniquement par les investisseurs chinois, sont moins attrayant en termes de diversification. En revanche, [Chan et al. \(2008\)](#) montrent que les investisseurs étrangers ont globalement moins d'information sur le marché chinois par rapport aux investisseurs domestiques. Les auteurs concluent que cette divergence entre les investisseurs au niveau informationnel justifie le manque de diversification internationale sur ce marché et ceci malgré les gains potentiels qu'il offre.

Récemment, [Chung et al. \(2015\)](#) mettent en évidence l'impact de l'asymétrie d'information sur la rentabilité et les prix des actifs financiers. En effet, leur étude montre que les marchés caractérisés par la présence d'une forte asymétrie d'information sur les entreprises affectent négativement la rentabilité et la liquidité des actifs. Les auteurs concluent que la transparence des marchés, notamment pour certains pays asiatiques, encourage les gestionnaires de fonds et procure un gain de diversification.

1.5.2.3.2 Les contraintes sur les ventes à découvert et les visions des investisseurs

Le principe de vente à découvert consiste à vendre un actif et à le racheter, par la suite, afin de réaliser un profit. Ce mécanisme financier pourrait, dans certains cas et sur certains marchés, engendrer une manipulation implicite des cours boursiers et affecter, aussi, le prix des actifs, la rentabilité et la valeur des portefeuilles. C'est à la lumière de la mise en place de certaines stratégies sur les marchés financiers que les autorités de certains pays émergents et/ou développés ont décidé d'instaurer des contraintes sur ces ventes et d'imposer le paiement d'un coût sur ces opérations.

En effet, les travaux récents relatifs à la présence ou l'absence de contraintes sur les ventes à découvert montrent que l'absence de celles-ci augmente le rendement des actifs et justifie les rendements anormaux. Aussi, la présence d'une telle contrainte induit une baisse. Cette baisse du rendement est justifiée par le coût lié à la mise en place de la vente à découvert. Dans cette section, nous essayons de présenter quelques résultats relatifs à la mise en place des ventes à découvert sur le marché et comment cette stratégie implique un accroissement ou une baisse du gain de diversification dans un cadre domestique ou international.

En outre, la mise en place d'une stratégie de diversification internationale dépend

largement des visions émises par les opérateurs sur les marchés. Ainsi, les divergences dans les opinions et les anticipations font que certains actifs seront achetés et d'autres vendus ou vendus à découvert. L'analyse proposée dans le cadre du MEDAF est fondée sur des croyances homogènes. Or, la réalité montre que ce constat est loin d'être vérifié sur les marchés. Ainsi, les divergences dans les anticipations et les visions des investisseurs sur les marchés font que les stratégies de vente à découvert varient en fonction du comportement des opérateurs.

Les travaux de [Bris et al. \(2007\)](#) montrent que sur 46 pays développés et émergents, 21 pays imposent une restriction sur les ventes à découvert en imposant un coût élevé pour ce type de stratégie. Cette contrainte permet de préserver un certain équilibre sur le marché et d'éviter des opérations financières à rentabilité anormale.

C'est dans cet esprit que [Ross \(1977\)](#) propose une extension du MEDAF à un cadre d'analyse intégrant les contraintes sur les ventes à découvert afin de connaître son impact sur la valorisation des actifs et l'efficience du marché. L'analyse de l'auteur montre que certains actifs ne feront plus partie du portefeuille du marché et que la frontière efficiente sera, alors, modifiée. La réflexion de [Ross \(1977\)](#) a ouvert plusieurs pistes pour la modélisation des effets de la contrainte liée aux ventes à découvert et en particulier, l'effet du coût lié à ces opérations sur les prix des actifs. Dans la littérature, les résultats avancés sur cette friction sont d'ordre empirique.

Ainsi, en se fondant sur ces résultats empiriques, [Jarrow \(1980\)](#) a proposé un modèle montrant l'effet de la présence d'une contrainte sur les ventes à découvert dans le cadre de l'analyse moyenne-variance. L'auteur montre qu'en présence d'une anticipation hétérogène sur les marchés, la contrainte sur les ventes à découvert engendre une augmentation ou une baisse du prix des titres sur le marché. En revanche, dans le cas d'une anticipation homogène, la contrainte entraîne uniquement une augmentation des prix des actions.

L'explication avancée par l'auteur sur l'accroissement ou la baisse des prix en présence d'une contrainte sur les ventes à découvert est liée à la structure de la matrice de covariance qui sera affectée par les anticipations hétérogènes ou homogènes des investisseurs.

En exploitant les résultats avancés dans l'article de [Jarrow \(1980\)](#) et suite à la crise de 2008, [Kolasinski et al. \(2013\)](#) ont étudié les effets de la nouvelle réglementation imposée sur le NYSE par rapport à la vente à découvert. Les auteurs trouvent que l'augmentation du coût lié à cette opération permet de tirer un avantage informationnel sur le marché par

rapport à certains actifs. Les résultats empiriques montrent que les restrictions imposées sur les ventes à découvert contribuent à l'amélioration de la qualité informationnelle sur le marché. Ainsi, l'accroissement des coûts sur les ventes à découvert préserve la baisse importante des prix.

Le travail présenté par [Kolasinski et al. \(2013\)](#) sur les effets de restriction sur la vente à découvert prouve que celle-ci a un effet sur la liquidité et les opérations boursières en termes de contenu informationnel. Les tests empiriques montrent que cette contrainte entraîne, sur la période étudiée, une baisse significative de la liquidité sur le marché. En outre, les résultats suggèrent que la contrainte sur les ventes à découvert conduit à une réduction significative de la liquidité des actions et des options. Les auteurs montrent que la modélisation du coût lié à la vente à découvert permet un calcul plus précis du coût du capital. Il faut noter, également, que les résultats avancés corroborent les travaux de [Diamond et Verrecchia \(1987\)](#).

En revanche, la suggestion faite par [Kolasinski et al. \(2013\)](#), relative à la modélisation du coût lié à la vente à découvert, sera reprise afin d'avancer dans les chapitres 3 et 4 et proposer une extension du MEDAF en temps continu d'une part et discret d'autre part. Cette modélisation permet de mettre en évidence l'effet explicite de ce coût sur les prix des actifs et l'allocation des richesses.

Nos chapitres 3 et 4 seront fondés en partie sur l'analyse de [Wu et al. \(1996\)](#). Ces auteurs constatent que les restrictions sur les ventes à découvert augmentent l'inefficience du portefeuille de marché à cause des attitudes divergentes des investisseurs. Ce constat provient du fait que les ventes à découvert peuvent faire baisser les coûts liés à l'asymétrie d'information. Dans leur modèle d'évaluation des actifs financiers, [Wu et al. \(1996\)](#) ne prennent pas en compte la variation du rendement résiduel et la taille de l'entreprise dans le risque spécifique de chaque portefeuille. En effet, les auteurs intègrent ces facteurs dans le risque systématique. Alors, ce dernier est affecté par la sensibilité du portefeuille et/ou du titre par rapport au marché, par l'évolution du rendement résiduel ainsi que la taille de l'entreprise.

Le modèle de [Wu et al. \(1996\)](#) rejoint celui de [Merton \(1987\)](#) avec plus de détails sur les frictions des marchés nationaux et/ou internationaux. Ainsi, ils suggèrent la présence de deux coûts sur le marché à savoir λ_k et γ_k : le premier coût est associé à l'asymétrie informationnelle sur les titres et le second est lié aux ventes à découvert dans certains cas.

Nous concluons, ainsi, que la présence de contrainte sur les ventes à découvert observée sur le marché domestique ou international constitue une explication du biais observé en faveur de certains actifs, fonds et marchés. A ce niveau, nous notons que l'hétérogénéité des anticipations pourrait provenir de plusieurs sources. Ces anticipations hétérogènes ont été analysées à titre d'exemple par [Black \(1989\)](#) et [Black et Litterman \(1990\)](#) dans un cadre spécifique lié aux différentes visions émises par les investisseurs sur certains actifs. Ces visions conditionnent les positions prises sur le marché. En effet, ces visions montrent que dans certains cas l'ajustement de leur position par les investisseurs aboutit à une meilleure performance que celle de l'analyse moyenne-variance standard. Ces visions justifient le biais observé en faveur de certains actifs et la préférence des investisseurs pour certains marchés. Ainsi, la modélisation de ce comportement psychologique des investisseurs explique la préférence pour certains produits financiers, et la sous-diversification observée dans le cadre de la gestion d'actifs à l'international. Les travaux pionniers sur l'intégration de ces visions dans le cadre du choix de portefeuille sont attribués à [Black et Litterman \(1992\)](#).

L'approche de [Black et Litterman \(1992\)](#) propose une intégration des visions émises par les investisseurs et les analystes financiers dans le cadre du choix des actifs et l'allocation de richesse. La modélisation proposée par les auteurs est fondée sur l'extension de l'analyse moyenne-variance tout en intégrant les visions des investisseurs sur les actifs. Ainsi, les opérateurs sur les marchés ont des anticipations hétérogènes à travers leur vision reflétant, ainsi, leur pessimisme ou optimisme par rapport à l'évolution des prix et la performance de certains titres. C'est dans ce sens que l'investisseur modifie son problème d'optimisation et intègre une composante aléatoire affectant l'évolution de la variance du portefeuille, et une composante modifiant l'espérance de rendement des titres en cas d'une vision. A titre d'exemple, les auteurs considèrent qu'un investisseur prévoit que le titre A procurant une performance plus élevée qu'un titre B de 100 points de base doit ajuster sa position à travers les poids alloués au titre A. Cet ajustement affecte l'espérance et le risque de son portefeuille. Le modèle proposé par [Black et Litterman \(1992\)](#), par la suite, permet une meilleure allocation et performance des portefeuilles. Il faut noter que les simulations avancées par les auteurs sont fondées sur l'approche bayésienne.

[Yanou \(2010\)](#) propose une extension du modèle de [Black et Litterman \(1992\)](#). L'auteur considère que leur analyse est valable pour une vision positive (optimiste) et non

pessimiste. Ensuite, une perte potentielle pourrait être observée en termes de rendement. Pour pallier cette limite, Yanou (2010) propose une extension afin de réduire la perte en cas d'une mauvaise appréciation de l'évolution du marché. L'auteur montre que dans certains cas il est préférable de raisonner dans le cadre moyenne-variance que de se fonder sur une vision erronée et par la suite perdre en performance. A notre avis, le modèle proposé par Black et Litterman (1992) est valable pour les deux cas. Cette validation est justifiée par l'effet observé dans leur modèle à travers le choc constaté sur la moyenne de l'actif, et la variance de son rendement.

Dans notre modèle du chapitre 4, nous gardons le même raisonnement de Black et Litterman (1992) et nous incluons les effets de la contrainte sur les ventes à découvert en présence d'une information incomplète sur les titres. Ce raisonnement permet de valoriser les actifs en partant d'un ensemble de variables, conditionnant les positions des gérants des portefeuilles. Notre analyse est justifiée par l'hétérogénéité aboutissant à une divergence dans les visions des investisseurs, qui optent pour différentes positions sur le marché en fonction de l'information, de la vision et du coût lié à la vente à découvert.

Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté les principes de la gestion d'actifs dans un cadre national et international. Ce chapitre montre que la diversification internationale domine la diversification nationale au sens de moyenne-variance. Ce travail montre également que la gestion d'actifs à l'international contient une composante spécifique à savoir le risque de change. Cette dimension montre qu'à l'équilibre la valeur d'un actif doit avoir une double rémunération, la première est attribuée au marché international et la deuxième au risque de change et sa variation. La présentation faite dans ce chapitre nous permet de mettre en avant l'avantage de la diversification internationale.

Cependant, malgré cette supériorité relative aux gains de la diversification internationale, les investisseurs montrent une forte préférence pour les actifs domestiques. En finance internationale, cette sous-diversification est connue sous le nom de biais domestique.

Ainsi, nous avons tenté d'apporter plusieurs éléments explicatifs à cette sous-diversification. Les facteurs retenus modifient, d'une part, l'expression et la valeur de

la prime de risque et, d'autre part, la composition optimale des portefeuilles en présence des facteurs de segmentation tels que : le risque de change, l'asymétrie d'information, les coûts de transaction, les visions, et les contraintes imposées par certains gouvernements sur les investisseurs internationaux. L'ensemble de ces facteurs est présenté dans ce premier chapitre. Ces formes de friction affectent le comportement des investisseurs sur les marchés et les proportions allouées à chaque actif.

En conclusion ce premier chapitre propose une littérature relative aux différents points qui seront traités dans cette thèse. Cette littérature facilite la compréhension de notre problématique et la contribution de la thèse.

Dans le chapitre suivant, nous proposerons une étude empirique sur l'intégration des marchés. Nous montrerons, aussi, que les marchés émergents et d'autres catégories d'actifs représentent une source potentielle de gain de diversification à l'international. Les gains seront mesurés sur la base d'une approche dynamique.

Chapitre 2

Diversification Internationale de Portefeuille : Évidence à partir de la Procédure de Johansen, des Corrélations Dynamiques Conditionnelles et des Copules

Résumé

Ce chapitre propose plusieurs tests empiriques pour montrer, étudier et mesurer les gains de la diversification internationale. Cette mesure est entreprise sur la base d'une corrélation dynamique. Ainsi, les tests économétriques proposés montrent que malgré l'instabilité de la corrélation entre les différents marchés en question, les stratégies de la diversification internationale sur les marchés émergents, l'Art et l'Immobilier prouvent un gain significatif même en période de crise telle que celle de 2007.

2.1 Introduction

L'étude de la question de la diversification internationale remonte aux années 1970, traduisant ainsi l'importance de la mondialisation et de l'investissement à l'international. Les travaux pionniers traitant l'intérêt de cette technique de gestion d'actifs sont attribués à [Levy et Sarnat \(1970\)](#), [Solnik \(1974b\)](#) et [Solnik et Noetzelin \(1982\)](#), [Black et Litterman \(1992\)](#) et [Jankus \(1998\)](#). Ces auteurs examinent le niveau des corrélations de Pearson afin de déterminer les avantages attribués à cette diversification. [Levy et Sarnat \(1970\)](#) montrent comment les corrélations entre les marchés boursiers des pays développés et des pays émergents minimisent les risques, tandis que [Solnik \(1974b\)](#) constate qu'un portefeuille composé de titres américains et européens génère un risque moindre qu'un portefeuille composé uniquement par des actions américaines. Des études plus récentes montrent une diminution de l'avantage de la diversification due à l'augmentation des corrélations entre les marchés boursiers internationaux. Ces études sont attribués à [Longin et Solnik \(1995\)](#), [Errunza et al. \(1999\)](#), [Driessen et Laeven \(2007\)](#). Ces auteurs justifient cette faible réduction de gains par la forte corrélation observée sur les périodes d'étude.

Plus récemment, les recherches empiriques de [Mensah et Alagidede \(2017\)](#), de [Mimouni et al. \(2016\)](#), de [Benito-Osorio et al. \(2016\)](#), de [Mishra \(2015\)](#), de [Miralles-Marcelo et al. \(2015\)](#), de [Chollete et al. \(2011\)](#), d'[Ibragimov \(2009\)](#), de [You et Daigler \(2010\)](#) et de [Chiou et al. \(2009\)](#) ont montré que le gain espéré de la diversification internationale a connu, certes, une baisse de sa moyenne par rapport aux années précédentes. Cependant, ce gain reste toujours avec un niveau significatif qui attire les investisseurs étrangers malgré l'augmentation de l'intégration entre les marchés financiers internationaux.

Jusqu'à la fin des années 90, la théorie des marchés financiers s'appuyait sur l'idée de la normalité de la distribution des rendements. Or, depuis les travaux de [Mandelbrot \(1963\)](#), [Fama \(1965\)](#) et de [Levy \(1969\)](#), cette hypothèse n'est plus d'actualité. La variance, comme mesure de risque, apparaît donc insuffisante pour expliquer les rendements du fait qu'elle ne permette pas de tenir compte des caractéristiques de leur distribution.

Dès lors, plusieurs travaux considèrent les moments d'ordre supérieur comme le Kurtosis (coefficient d'aplatissement) et le Skewness (coefficient d'asymétrie) de la distribution. Ces deux statistiques permettent de remettre en cause la normalité des rendements et leur positionnement au centre. Les crises financières et les booms financiers

constituent des évènements financiers qui remettent, aussi, en cause la normalité des rendements.

L'ensemble de ces conclusions a remis en cause l'utilisation du coefficient de corrélation de Pearson comme outil d'optimisation des portefeuilles d'action. En effet, l'existence de l'effet ARCH¹ dans les séries des rendements des actifs a montré le biais que représente le coefficient de Pearson comme outil de mesure de la corrélation entre deux actifs financiers ou deux indices.

Désormais, les études précédentes nous amènent à considérer d'autres techniques de mesure des coefficients de corrélation en termes de variances et de covariances conditionnelles. Aussi, l'utilisation de ces techniques nous permet de vérifier la continuité ou pas des gains de la diversification internationale.

Ainsi, dans ce chapitre nous présentons certaines études antérieures fondées sur les corrélations dynamiques conditionnelles permettant de pallier aux limites que présente la corrélation classique de Pearson. Celle-ci possède deux limites. La première est liée à la non normalité des rendements alors que la deuxième est relative à la non prise en compte de l'alternance des paquets de volatilités d'intensités différentes, donc le signe de l'effet ARCH.

L'utilisation des corrélations dynamiques permet de mieux appréhender son effet sur le risque d'un portefeuille et sur sa performance. En outre, les travaux proposés par plusieurs auteurs n'intègrent pas les moments d'ordre supérieur à deux qui captent les effets d'asymétrie, et les valeurs extrêmes. En effet, jusqu'à la fin des années 90, il faut noter que les corrélations dynamiques sont obtenues à partir des modèles BEKK² de [Baba et al. \(1989\)](#) et celui d'[Engle \(2002\)](#) connu sous le nom de DCC-MGARCH. Partant du fait que la contagion financière n'est pas linéaire en temps de crise et en temps d'euphorie, la technique des copules est utilisée dans la majorité des travaux empiriques récents pour estimer les corrélations conditionnelles dynamiques non linéaires au niveau du centre et des extrêmes des distributions de probabilités des rendements.

En se fondant sur les éléments précédents, ce deuxième chapitre est organisé comme suit : dans la première section nous discutons d'une manière sommaire certains résultats

1. ARCH (Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity) ce sont les modèles utilisés pour tester les variances conditionnelles dans le temps des séries temporelles des indices financiers. Ces modèles sont fondés par [Engle \(2002\)](#).

2. Baba, Engle, Kraft et Kroner en 1990 ont développé le modèle BEKK pour estimer les comouvements possibles entre les séries temporelles des indices financiers.

empiriques liés à la diversification internationale. La deuxième section s'intéresse à l'estimation des corrélations dynamiques conditionnelles en utilisant la procédure de Johansen, les modèles BEKK, DCC-MGARCG et la technique des copules. Ces quatre techniques feront l'objet d'une présentation théorique sommaire permettant d'expliquer au lecteur comment celles-ci sont appliquées pour déterminer le degré d'intégration et de dépendance financière entre deux marchés boursiers. Ces taux de dépendances linéaires et non linéaires servent comme un outil d'estimation des gains potentiels de la diversification internationale des portefeuilles d'actions permettant ainsi de rationaliser la décision des investisseurs. Les gains escomptés de la diversification font l'objet de la section 3 de ce chapitre en présentant une analyse aussi bien théorique qu'empirique.

2.2 La Diversification internationale : revue de littérature empirique

La littérature empirique sur la diversification internationale du portefeuille d'actions et les bénéfices qui en découlent est très abondante, les résultats de ces études restent en partie mitigés quant à l'ampleur des effets positifs de l'investissement sur les différents marchés financiers internationaux. Les outils utilisés dans ce sens sont des régressions économétriques des modèles MGARCH avec leurs différentes formes : VEC-MGARCH, BEKK, DCC, ADCC jusqu'à la technique des copules. Ces dernières techniques sont le plus souvent utilisées puisqu'elles permettent d'estimer des corrélations dynamiques conditionnelles et même constantes permettant aux investisseurs d'obtenir des indications sur le niveau d'intégration financière des marchés boursiers et d'allouer par la suite d'une façon optimale leur richesse.

En effet, l'examen de la littérature montre que, outre la corrélation, l'écart-type et le rendement, il existe d'autres facteurs affectant les gains de la diversification internationale des portefeuilles. Comme le coefficient d'asymétrie et d'aplatissement des rendements. [Rubinstein \(1973\)](#) montre que ces deux facteurs ne peuvent pas être ignorés, sauf si les rendements sont normalement distribués et/ou la fonction d'utilité de l'investisseur est quadratique.

Ce constat est soutenu par des études plus récentes telles que celles de [Zakamouline et Koekebakker \(2009\)](#), [Nguyen et Puri \(2009\)](#), [Dittmar \(2002\)](#) et [Kat et Brooks \(2001\)](#) qui

montrent que l'asymétrie et l'aplatissement sont des caractéristiques importantes affectant la performance du portefeuille. Ils concluent que l'introduction de ces coefficients dans la mesure de performances réduit celle-ci en termes du rendement moyen.

Dans le même sens, [Simkowitz et Beedles \(1978\)](#) montrent que plus le portefeuille est diversifié plus l'asymétrie est faible. [DeFusco et al. \(1996\)](#) constatent que l'asymétrie existe seulement pour des actions individuelles et non pour un portefeuille d'actions. [Sun et Yan \(2003\)](#) montrent que l'asymétrie (skewness) persiste dans les portefeuilles et suggèrent la nécessité de considérer la variance conditionnelle pour tenir compte de la non normalité en particulier le caractère leptokurtique des distributions des rendements.

Récemment, le comportement des indices boursiers a été analysé en s'appuyant sur les corrélations dynamiques conditionnelles. Le modèle le plus utilisé fut le DCC d'[Engle \(2002\)](#). Ce modèle permet d'examiner la structure dynamique de la corrélation entre deux marchés boursiers. Une analyse similaire de [Chiang et al. \(2007\)](#) examine les marchés asiatiques pendant la crise asiatique de 1997. Les résultats empiriques montrent un effet de contagion dû à la corrélation dynamique entre ces marchés.

Un résultat similaire est avancé par [Antoniou et al. \(2007\)](#) constatant aussi une augmentation de la corrélation conditionnelle par rapport aux valeurs données par la corrélation statique entre les marchés ce qui présente un accroissement de leur intégration et une baisse des gains de la diversification internationale. A partir de ces résultats, certains auteurs ont essayé d'étudier l'effet des facteurs de segmentation sur les gains liés à la diversification internationale.

[Bellalah et al. \(2016\)](#) considèrent que l'intégration des marchés financiers rend la diversification internationale moins efficace suite à l'augmentation de la corrélation entre ces marchés. Les auteurs ajoutent que l'intégration des marchés financiers ne peut en aucun cas supprimer les bénéfices dégagés de la diversification, mais elle contribue à leur réduction. Ainsi, [Bellalah et al. \(2016\)](#) préfèrent parler d'une intégration partielle.

Dans le même esprit et en utilisant des modèles dynamiques, [Heimonen \(2002\)](#) ont recouru à l'approche de [Johansen et Juselius \(1990, 1988\)](#) pour tester le degré d'intégration entre les marchés européens et américain. L'existence d'une relation de long terme entre les indices financiers indique la présence d'une intégration des marchés. L'analyse graphique de l'évolution à long terme de leurs indices montre une tendance commune qui sera vérifiée par l'utilisation des tests de la trace et de la valeur propre maximale. Ces deux

tests permettent à Oyefeso et Heimonen de conclure à leur intégration. A ce stade, nous pourrions nous interroger sur la robustesse de leurs résultats car le test de Johansen perd de sa puissance pour les données à haute fréquence.

Pour pallier à cette limite, [Kearney et Lucey \(2004\)](#) ont estimé des coefficients de corrélations dynamiques conditionnelles. L'intensité des taux de dépendance leur permet de conclure à l'intégration des marchés financiers de certains pays développés et à une tendance à la baisse du gain espéré de la diversification internationale.

Un deuxième courant de la littérature s'est fondé sur les tests du MEDAF en se fondant sur plusieurs approches économétriques. Ce courant focalise son analyse sur l'interaction entre l'évaluation de la prime de risque et du degré d'intégration ou de corrélation entre les indices. Ainsi, la méthode des moments généralisés (GMM) a été à la base des recherches empiriques de [Dumas et Solnik \(1995\)](#). Ces auteurs ont testé une version multifactorielle du MEDAFI. Ce test confirme l'intégration entre les marchés boursiers à savoir les États-Unis, le Japon, l'Allemagne et le Royaume-Uni. Cependant, le travail empirique de [Dumas et Solnik \(1995\)](#) n'a pas permis de déterminer le degré d'intégration entre ces marchés et la stratégie de couverture la plus optimale qui permet la minimisation du risque financier.

L'étude de [Santis et Gerard \(1997\)](#) vient pour pallier aux insuffisances empiriques de l'analyse de Dumas et Solnik. En effet, ces auteurs ont utilisé les modèles MGARCH pour vérifier l'intégration des marchés boursiers des pays développés suivants : Canada, Japon, France, Allemagne, Italie, Suisse, Royaume-Uni et États-Unis. L'estimation d'un coefficient de corrélation, suivant la méthode BEKK, a permis aux auteurs de déterminer le niveau d'intégration de ces huit marchés, d'une part, et de calculer les gains de la diversification internationale pour un investisseur américain d'autre part. Le gain estimé par [Santis et Gerard \(1997\)](#) oscille autour de 2,11% par an, et ce gain est indépendant de l'intégration de ces marchés.

Pour tester l'éventuelle intégration entre les marchés, [Mensah et Alagidede \(2017\)](#) proposent un test fondé sur la théorie des copules pour 4 marchés africains, les États-Unis et le Royaume Uni. Les pays africains retenus sont l'Afrique du sud, l'Égypte, le Nigeria et le Kenya. Nous constatons, à ce stade, que ces quatre pays appartiennent à quatre régions de l'Afrique. Les tests conduits par ces auteurs donnent plusieurs résultats. Premièrement, la dépendance entre ces marchés est variable au cours du temps mais elle

reste globalement faible pour tous les marchés boursiers africains à l'exception de l'Afrique du Sud. Deuxièmement, [Mensah et Alagidede \(2017\)](#) ont trouvé que cette dépendance est asymétrique. Autrement dit, son ampleur n'est pas la même en période de crise et en période d'euphorie financière. Ainsi, les auteurs ont estimé grâce à la technique des copules des taux de dépendance au niveau des extrêmes et au niveau du centre des distributions des rendements des indices considérés.

En continuant l'analyse fondée sur la technique des copules, [Chollete et al. \(2011\)](#) abordent la diversification en utilisant deux mesures de dépendance. Ces auteurs estiment la dépendance entre les marchés au niveau des extrêmes (crise et euphorie financières) pour évaluer le risque systémique de la diversification internationale. Ils affirment que celle-ci n'est pas optimale lorsque les rendements des actions possèdent des queues épaisses, puisque celles-ci augmentent la dépendance entre les indices et affectent la corrélation. Les auteurs affirment que le lien entre la diversification et la dépendance reste mitigé dans la mesure où une faible dépendance entre les indices n'entraîne pas systématiquement une diversification opportune et vice-versa. Les tests proposés par [Chollete et al. \(2011\)](#) portent sur des données journalières et pour trois périodes (1990-2006, 1990-2001, 2001-2006). Ils estiment les coefficients de corrélation de Pearson et ceux de rang entre les pays du G5, de l'Est de l'Asie et de l'Amérique latine. En estimant les taux de dépendance non linéaire à partir des copules normales de Gumbel et de Rotated Gumbel, les auteurs concluent que la dépendance est forte au niveau régional pour les différents pays et que celle-ci pourrait limiter les gains de diversification internationale.

En allant dans le même sens, [Miralles-Marcelo et al. \(2015\)](#) cherchent à spécifier le lien d'indépendance des marchés et les gains de diversification. Pour cerner cette relation, ils utilisent le modèle VAR-DCC. Ce modèle estime la structure de corrélation dynamique conditionnelle entre les rendements des indices des États-Unis (SP500), du Japon (MSCI³ pour le Japon) et de la Grande Bretagne (MSCI pour la Grande Bretagne). Les auteurs confirment la présence d'une forte interdépendance entre ces indices car les coefficients de corrélation sont proches de 0,8. Ces résultats empiriques rendent, selon ces auteurs, la diversification internationale "naïve". [Miralles-Marcelo et al. \(2015\)](#) concluent que l'efficacité de la diversification internationale passe par une meilleure prévision de la volatilité des rendements et d'un examen de la nature de la corrélation entre les marchés.

3. MSCI : Morgan Stanley Capital International.

Mimouni et al. (2016) ont montré l'existence d'un gain suite à la diversification en incluant dans leur échantillon les pays du Golfe GCC⁴. En utilisant plusieurs approches économétriques fondées sur la variance et la corrélation conditionnelle, les auteurs montrent que les marchés européens ont une faible corrélation avec ceux des pays du GCC ce qui rend les gains plus importants en terme de diversification internationale. L'approche de Mimouni et al. (2016) présente un intérêt majeur dans la mesure où elle utilise une nouvelle méthode pour calculer les bénéfices espérés de la diversification. Les auteurs ont estimé les gains à partir des pays développés et émergents en question, ainsi que pour les pays du Golfe. L'observation de la dynamique des gains à travers l'évolution de leur courbe montre une moyenne du gain de diversification de 0,8 de 2004 à 2006. Cette moyenne a atteint des niveaux plus faibles durant la crise des subprimes (autour de 0,6).

Les auteurs concluent que la diversification internationale reste efficace sur certains marchés et ceci même en période de crise.

En cherchant à montrer la sous-diversification, Mishra (2015) développe une mesure du biais domestique pour 42 pays émergents et développés durant la période 2001-2011 en utilisant plusieurs modèles : Le MEDAFI, le modèle classique de moyenne-variance, le modèle à variance minimale, le modèle de Bayes-Stein. L'auteur trouve que pour un nombre limité de pays, le biais domestique ne change pas significativement en changeant le modèle. Dans le cadre d'un modèle dynamique sur des données de panels, Mishra (2015) a essayé d'identifier les variables explicatives du biais domestique. Il a spécifié un modèle théorique avec les variables explicatives suivantes : le commerce international, le Béta, le risque, l'inflation, les ressources naturelles, la qualité des institutions et les crises financières globales.

Kroencke et al. (2013) ont analysé les bénéfices de la diversification d'un portefeuille contenant les biens immobiliers internationaux titrisés dans un contexte d'actifs mixtes. Ils ont trouvé que le fait d'ajouter à un portefeuille déjà diversifié les biens immobiliers internationaux entraîne une augmentation significative du rapport rendement-risque. En plus, ils ont ajouté que l'introduction d'actifs immobiliers non couverts pourrait conduire à des allocations biaisées des actifs ce qui remet en cause les avantages de la diversification des actifs financiers internationaux.

4. GCC est le conseil de coopération du Golfe composé de l'Arabie Saoudite, de Bahreïn, de Oman (Muscat), ainsi que du Qatar, des Émirats arabes unis et du Koweït.

2.3 Diversification internationale : Évidence à partir de la technique de cointégration, des corrélations conditionnelles dynamiques et des copules

L'étude de la diversification internationale utilise généralement la technique de cointégration et les techniques d'estimation des coefficients de corrélation dynamiques conditionnelles linéaires et non linéaires. Ces techniques permettent la prise de décision optimale dans le cadre de gestion d'actifs. Ainsi, l'estimation des coefficients de corrélation dynamiques dépasse le coefficient de Pearson qui détermine un taux de corrélation qui n'intègre pas les deux effets stylisés suivants à savoir l'effet ARCH dans les rendements et la non linéarité observée dans la distribution des rendements des actifs financiers.

En plus, les taux de corrélation de Pearson sont statiques et ne permettent pas en conséquence d'étudier la structure de dépendance entre les rendements en question. Pour dépasser ces limites, les études empiriques récentes se basent sur des techniques économétriques avancées telles que le modèle BEKK (1990), le modèle DCC-MGARCH⁵ d'Engle (2002) et la technique des copules afin d'estimer la structure dynamique des coefficients de corrélation entre deux rendements de deux actifs financiers en tenant compte des deux effets mentionnés ci-dessus. Il faut signaler à ce niveau que les deux premières techniques estiment des coefficients de corrélation linéaires entre les rendements en question alors que la troisième estime des taux de dépendance non linéaires.

Dans ce chapitre, nous nous demanderons si les investisseurs de certains pays du G7 (USA, France, Allemagne, Grande Bretagne et le Japon) ont intérêt à diversifier leurs portefeuilles en direction des pays émergents suivants : la Malaisie, Hong-Kong, la Chine, Taiwan, Singapour et la Corée du Sud. Cette diversification pourrait, aussi, se diriger vers une nouvelle classe d'actifs, à savoir : le Pétrole, l'Art, l'Immobilier et l'indice Islamique.

La littérature empirique nous a montré l'existence de plusieurs indicateurs ou indices d'intégration financière. La technique des corrélations conditionnelles dynamiques reste la plus utilisée vu qu'elle permet de déterminer la structure de dépendance d'une façon dynamique durant la période d'étude. Ainsi, nous estimons les coefficients de corrélation

5. DCC-MGARCH (Dynamic Conditional Corrélation with Multivariate Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity) se sont des modèles utilisés pour étudier la contagion entre les marchés financiers à travers les relations de transfert de volatilité. Ces modèles sont établis par Engle (2002).

dynamique conditionnelle entre chacun des rendements des indices financiers de ces cinq pays du G7 et ceux des pays émergents et la nouvelle classe d'actifs en question. Les modèles BEKK et DCC MGARCH d'Engle (2002) implémentés dans le cadre de nos tests permettent d'estimer les corrélations dynamiques conditionnelles linéaires (hypothèse de linéarité de la contagion financière) entre les rendements.

Étant donnée la non linéarité systématique entre les séries de rendement nous utilisons, dans la suite, la technique des copules pour déterminer le degré d'interdépendance entre les indices. Procéder, de la sorte, nous permet d'éviter la notion de linéarité systématique évoquée dans la littérature entre les marchés. La technique des copules permet de vérifier que la volatilité des rendements des actifs financiers n'est pas la même en période de crise et d'euphorie financière.

La section suivante donne une présentation de la méthodologie économétrique utilisée dans la détermination d'une éventuelle segmentation ou intégration entre les marchés composant notre échantillon. Notre étude couvre la période allant du 01 janvier 2000 au 31 juillet 2017 sur des données journalières collectées à partir de DATASTREEM. Nous débutons notre analyse empirique par l'approche de cointégration de Johansen qui permet de tester la présence de relation de long terme entre les marchés ce qui nous permet de nous prononcer sur leur intégration ou leur segmentation.

2.3.1 Méthodologie économétrique de la diversification internationale

Comme nous l'avons déjà mentionné ci-dessus, nous traitons le problème de la diversification internationale des investisseurs des cinq pays du G7 précités d'une part les six pays émergents d'autre part. A cet effet, nous utilisons successivement la procédure de la cointégration de Johansen, les modèles BEKK, DCC-MGARCH et la technique des copules.

Afin de procéder à la réalisation de nos tests empiriques, nous donnons une présentation sommaire sur les techniques utilisées. La présentation faite permet aux lecteurs de se familiariser avec la nature de ces modèles économétriques et faciliter par la suite la compréhension de nos résultats.

2.3.1.1 Méthodologie de Johansen-Juselius comme outil de la diversification internationale

La procédure de Johansen se propose de tester si un ensemble de N variables économiques et/ou financières aurait la même tendance à très long terme. Cette technique permet de vérifier si deux variables par exemple auraient la même dynamique à très long terme de telle façon que l'écart entre les deux soit stationnaire. Cette logique peut être généralisée pour un ensemble de N variables. Ainsi, la cointégration entre ces N variables implique l'existence d'une tendance commune entre elles. En effet, l'écart entre ces variables reste presque stable durant toute la période en question. Le schéma ci-dessous permet de visualiser empiriquement, par rapport à nos données, l'existence d'une tendance commune dans l'évolution des quatre indices suivants : CAC40, le FTSE100, le DAX30 et le SP500.

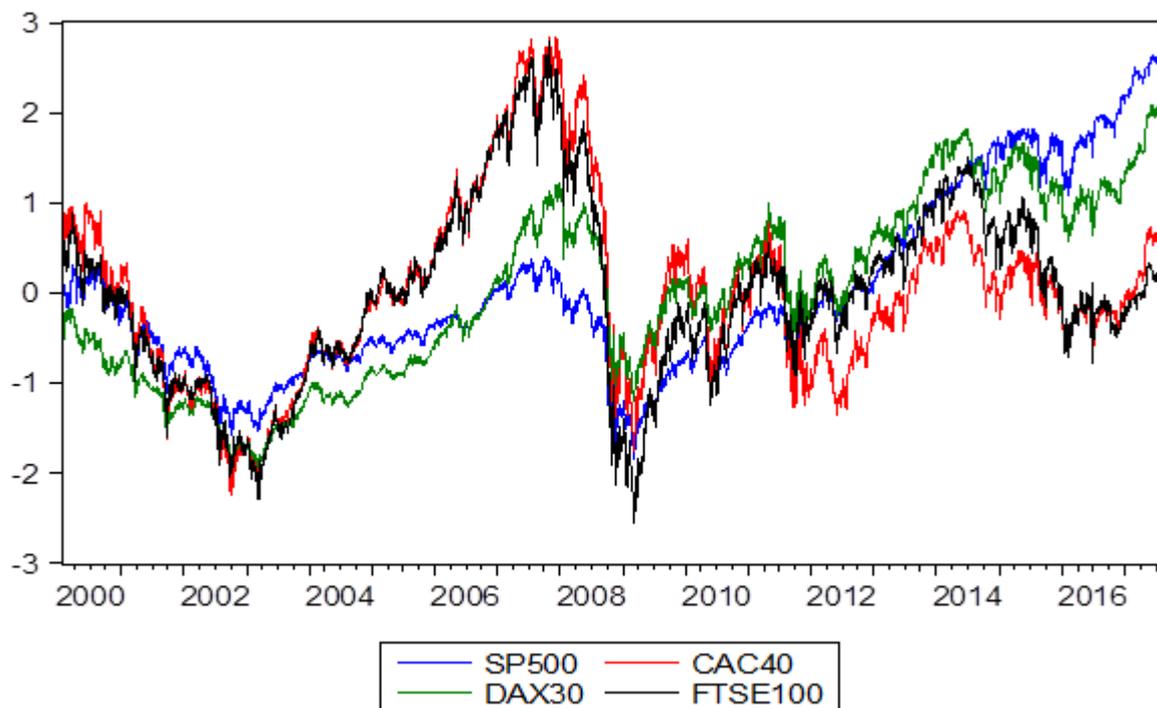


FIGURE 2.1 – Évolution des indices CAC40, SP500, DAX30 et du FTSE100

Le graphique ci-dessus (Fig.2.1) montre que les quatre indices évoluent dans une tendance commune et par la suite l'écart entre ces variables demeure stationnaire durant la période d'étude. Ceci nous permet de conclure que ces indices pourraient avoir une relation de long terme. Une tendance qui pourrait confirmer la présence d'une relation d'intégration entre eux. La confirmation éventuelle de notre analyse graphique se fait par

la méthode de Johansen. Celle-ci suppose que tout système Y_t de N variables aléatoires est généré par un processus vectoriel autorégressif d'ordre p , par la suite VAR(p). Ce processus s'écrit d'une façon formalisée selon [Johansen et Juselius \(1988, 1990\)](#) comme suit :

$$Y_t = \prod_1 Y_{t-1} + \prod_2 Y_{t-2} + \prod_3 Y_{t-3} + \dots + \prod_p Y_{t-p} + \epsilon_t \quad (2.1)$$

[Johansen et Juselius \(1988, 1990\)](#) supposent que les innovations vectorielles ϵ_t suivent la loi normale multidimensionnelle : $\epsilon_t \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, \Gamma)$. En plus, les auteurs admettent que les différentes composantes de Y_t sont toutes des variables intégrées d'ordre 1. En effet, la transformation première des composantes de Y_t est stationnaire. Le passage à un VAR stationnaire exige la paramétrisation de (2.1) comme suit :

$$\Delta Y_t = \overset{\sim}{\prod}_1 \Delta Y_{t-1} + \overset{\sim}{\prod}_2 \Delta Y_{t-2} + \overset{\sim}{\prod}_3 \Delta Y_{t-3} + \dots + \overset{\sim}{\prod}_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} + \overset{\sim}{\prod} Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (2.2)$$

Où :

$$\overset{\sim}{\prod}_i = - \sum_{j=i+1}^p \prod_j \quad /i = 1 \rightarrow p - 1$$

$$\overset{\sim}{\prod} = \prod_1 + \prod_2 + \dots + \prod_p - I$$

L'équation (2.2) montre, a priori, qu'il existe un "désordre" au niveau de l'ordre d'intégration entre les variables de l'équation, qui est observable en particulier dans la quantité $\overset{\sim}{\prod} Y_{t-1}$. Or, nous rappelons que le produit entre la matrice $\overset{\sim}{\prod}$ et le vecteur Y_{t-1} peut donner un vecteur stable dans le cas où il existe au moins une relation de long terme entre les composantes de Y_{t-1} . Cette relation permet d'aboutir à un équilibre dans l'ordre d'intégration entre les différentes composantes du VAR ci-dessus. Ce nombre de relation de long terme ne peut en aucun cas dépasser la valeur $N - 1$. Ceci peut être démontré puisque la matrice $\overset{\sim}{\prod}$ est non inversible et, ainsi, son rang constitue le nombre de relation de long terme qui est strictement inférieur à N ⁶.

Il faut préciser que la matrice $\overset{\sim}{\prod}$ s'écrit comme le produit de deux matrices qu'[Engle et](#)

6. La non inversion de la matrice $\overset{\sim}{\prod}$ peut être démontrée par l'absurde. On pose $\overset{\sim}{\prod} Y_{t-1} = v_t$, puisque les composantes du vecteur v_t sont stationnaires ainsi que le produit $\overset{\sim}{\prod}^{-1} v_t$ l'est aussi qui est égale à Y_{t-1} . Cette égalité n'est pas possible puisque les composantes de Y_{t-1} sont non stationnaires et intégrées d'ordre 1 par hypothèse dans la procédure de Johansen (les composantes de Y_{t-1} sont intégrées d'ordre 1). Ainsi, une telle égalité est factice puisque d'une part on a une variable stationnaire et d'autre part une autre non stationnaire. Donc la matrice $\overset{\sim}{\prod}$ n'est pas inversible et ainsi son rang est totalement inférieur à N noté r dans la procédure de Johansen et qui exprime le nombre de vecteurs de cointégration.

Granger (1987) notent α et β . D'après ces auteurs, ces matrices sont connues comme des matrices des coefficients d'ajustement et des coefficients de cointégration de rang (N, r) . En remplaçant $\tilde{\Pi}$ par son expression démontrée par Engle et Granger dans l'équation (2.2), nous obtenons l'expression suivante :

$$\Delta Y_t = \tilde{\Pi}_1 \Delta Y_{t-1} + \tilde{\Pi}_2 \Delta Y_{t-2} + \tilde{\Pi}_3 \Delta Y_{t-3} + \dots + \tilde{\Pi}_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} + \alpha \beta' Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (2.3)$$

La détermination de la valeur de r sera suite à l'utilisation de deux tests connus comme le test de la Trace et celui de la valeur propre maximale.

2.3.1.1.1 Test de la trace

Il s'agit d'un test séquentiel qui permet progressivement de déterminer le nombre de vecteurs de cointégration entre les N variables en question. A cette fin, Johansen et Juselius (1988, 1990) formulent les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : rg(\tilde{\Pi}_p) \leq r \\ H_1 : rg(\tilde{\Pi}_p) \geq r + 1 \end{cases}$$

Pour tester l'hypothèse de base, Johansen et Juselius (1988, 1990) utilisent la statistique du rapport de vraisemblance LR définie comme suit :

$LR = -T \sum_{i=r+1}^N \log(1 - \hat{\lambda}_i) \rightsquigarrow$ Loi Non Standard exprimée en termes de mouvement de Wiener dont les valeurs théoriques ont été tabulées par Johansen et Juselius, où $\hat{\lambda}_i$ sont les valeurs propres estimées sous H_0 de la matrice $\tilde{\Pi}_p$

2.3.1.1.2 Test de la valeur propre maximale

Il s'agit d'un test de cointégration complémentaire au premier sans pouvoir le remplacer. A cette fin, Johansen et Juselius formulent les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : rg(\tilde{\Pi}_p) = r \\ H_1 : rg(\tilde{\Pi}_p) = r + 1 \end{cases}$$

Pour tester les hypothèses de base, les auteurs utilisent la statistique suivante : $LR = -T \log(1 - \lambda_{r+1}) \rightsquigarrow$ Loi Non Standard différente de celle utilisée plus haut.

Dans la technique de cointégration, toutes les variables en question sont, a priori, endogènes. Si le test de la trace ou celui de la valeur propre maximale permettait de dégager au moins un vecteur de cointégration, il existerait, selon [Engle et Granger \(1987\)](#), au moins une variable qui subit un processus d'ajustement. Ainsi, d'après ces auteurs, dans une relation de long terme entre deux variables X et Y , il existe au moins une relation de causalité. Ce théorème peut être généralisé pour le cas de N variables.

Dans ce sens, [Johansen \(1992\)](#) développe un test d'exogénéité faible pour mettre en exergue les variables faiblement exogènes, celles qui "causent" et corrigent "l'endogène" ou contribuent à son ajustement. Ceci nous amène à présenter le test d'exogénéité faible de [Johansen \(1992\)](#).

2.3.1.1.3 Test d'exogénéité faible de Johansen 1992

[Johansen \(1992\)](#) développe un test dit "test d'exogénéité faible" qui permet dans une relation de long terme de dégager les variables faiblement exogènes. Ces dernières contribuent à la correction ou à l'ajustement des variables non faiblement exogènes (variables ajustées vers leur niveau d'équilibre). Celles-ci subissent un processus d'ajustement vers leur niveau d'équilibre. A cette fin, il suffit de procéder à un test de nullité des paramètres de la matrice des coefficients d'ajustement α_{ij} . Pour développer ce test nous considérons le VECM (modèle vectoriel à correction d'erreur) d'ordre 1 donné par la relation(2.4), ci-après, et en supposant des vecteurs constitués de trois composantes. Nous rappelons que dans un système à trois variables il existe au plus deux vecteurs de cointégration entre lesquels il existe au moins une relation de causalité ([Engle et Granger \(1987\)](#)). Nous analysons le test d'exogénéité faible de Johansen en utilisant un VECM d'ordre 3 comme suit :

$$\Delta Y_t = \prod_1 \Delta Y_{t-1} + \prod_2 \Delta Y_{t-2} + \alpha \beta' Y_{t-1} \quad (2.4)$$

Où :

$$\Delta Y_t = \Delta(Y_{1t}, Y_{2t}, Y_{3t})', \alpha = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \\ \beta_{31} & \beta_{32} \end{pmatrix}$$

Le VECM précédent s'écrit comme suit :

$$\Delta Y_t = \overset{\sim}{\prod}_1 \Delta Y_{t-1} + \overset{\sim}{\prod}_2 \Delta Y_{t-2} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \\ \beta_{31} & \beta_{32} \end{pmatrix}' Y_{t-1}$$

En considérant la différence première de la première variable ΔY_{1t} , on peut écrire, d'après le VECM précédent, la relation suivante :

$$\begin{aligned} \Delta Y_{1t} = & \sum_{j=1}^{p-1} \Delta Y_{1t-j} + \alpha_{11}(\beta_{11}Y_{1t-1} + \beta_{21}Y_{2t-1} \\ & + \beta_{31}Y_{3t-1}) + \alpha_{12}(\beta_{12}Y_{1t-1} + \beta_{22}Y_{2t-1} + \beta_{32}Y_{3t-1}) + \epsilon_{1t} \end{aligned}$$

Ainsi, la variable Y_{1t} est non faiblement exogène si le coefficient d'ajustement α_{11} est statistiquement non nul et vice-versa. Donc, il suffit de procéder à un test de significativité de Student pour déterminer le(s) variable(s) non faiblement exogène(s).

Pour la variable Y_{2t} , l'équation permettant de tester si elle subit ou non un processus d'ajustement est la suivante :

$$\begin{aligned} \Delta Y_{2t} = & \sum_{j=1}^{p-1} \Delta Y_{2t-j} + \alpha_{11}(\beta_{11}Y_{1t-1} + \beta_{21}Y_{2t-1} \\ & + \beta_{31}Y_{3t-1}) + \alpha_{12}(\beta_{12}Y_{1t-1} + \beta_{22}Y_{2t-1} + \beta_{32}Y_{3t-1}) + \epsilon_{2t} \end{aligned}$$

Tester la significativité statistique de α_{22} revient à tester si la variable Y_{2t} subit un processus d'ajustement. Autrement dit, ce test permet de déterminer si Y_{2t} est faiblement exogène ou non. Dans le cas où α_{22} est statistiquement nulle, Y_{2t} est non faiblement exogène. Dans la pratique, la recherche d'éventuelles relations de long terme doit être précédée d'un test de spécification du VECM. Au faite, il s'agit de tester si le VECM contient un vecteur constant ou non. Donc, ce test revient à savoir si les variables en question contiennent des tendances déterministes ou non. Ce test sera présenté ci-dessous.

2.3.1.1.4 Test sur la nature de la spécification du VECM

Avant de procéder au test de cointégration entre N variables intégrées d'ordre un, il

faut procéder à des tests a priori pour savoir s'il faut ou non introduire un vecteur constant dans le VECM (dans ce cas les variables en question possèdent une tendance déterministe), ou un terme constant associé à la variable temps (t) (dans ce cas, les variables en question possèdent une tendance quadratique). L'erreur de spécification conduit à un test de Johansen factice.

Dans une première étape, on présente le test qui permet de tester si les N variables possèdent une tendance déterministe. A cette fin, on formule les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : \text{les variables } Y_{it} \text{ possèdent des tendances déterministes.} \\ H_a : \text{les variables } Y_{it} \text{ ne possèdent pas des tendances déterministes.} \end{cases}$$

Pour tester l'hypothèse nulle, Johansen considère la statistique LR⁷ suivante :

$$LR = -T \sum_{i=r+1}^N \log \left(\frac{1 - \hat{\lambda}_i}{1 - \lambda_i} \right) \rightsquigarrow \chi_{N-r}^2$$

Où :

— $\hat{\lambda}_i$: sont les valeurs propres estimées de $\overset{\sim}{\prod}_p$ sous H_0 ;

Alors que :

— λ_i : sont celles estimées sous H_a .

Dans une seconde étape, nous présentons le test qui permet de tester si les variables en question possèdent une tendance quadratique.

$$\begin{cases} H_0 : \text{les variables } Y_{it} \text{ possèdent des tendances quadratiques.} \\ H_a : \text{les variables } Y_{it} \text{ ne possèdent pas des tendances quadratique.} \end{cases}$$

Pour tester l'hypothèse de base, nous utilisons la statistique suivante :

$$LR = -T \sum_{i=r+1}^N \log \left(\frac{1 - \hat{\lambda}_i}{1 - \lambda_i} \right) \rightsquigarrow \chi_{N-r}^2$$

Où :

— $\hat{\lambda}_i$: sont les valeurs propres estimées de $\overset{\sim}{\prod}_p$ sous H_0 ;

7. LR : Likelihood Ratio ou rapport de vraisemblance. En fonction du seuil choisi, cette statistique de Johansen et Juselius (1988), confirme la relation de cointégration entre les variables ou indices étudiés.

Alors que :

- λ_i : sont celles estimées sous H_a .

2.3.1.2 Les modèles MGARCH : les modèles BEKK et DCC-MGARCH

Les modèles ARCH ont été introduits en 1982 par Engle dans le but de modéliser la volatilité conditionnelle des rendements des actifs financiers. Ce modèle dépasse les limites présentées par les modèles ARMA⁸ puisqu'il suppose la non normalité de la distribution des rendements et la non constante de la variance conditionnelle des rendements. Seulement les modèles ARCH univariés présentent une limite dans la mesure où la volatilité des rendements est "expliquée" seulement par des chocs internes au marché financier en question. Une telle hypothèse est trop restrictive, vue la mondialisation des marchés financiers. Ceci a amené les chercheurs à concevoir des modèles ARCH multivariés pour tenir compte des chocs externes sur la volatilité conditionnelle des rendements.

Avant de présenter les deux modèles BEKK et DCC-MGARCH, nous résumons le modèle ARCH multivarié appelé modèle GARCH Vectoriel. En effet, dans le cas où on considère les rendements de N actifs financiers, on leur associe ainsi des chocs ou des innovations qu'ils contiennent souvent des effets ARCH. Autrement dit, dans l'observation graphique des rendements de ces actifs, on observe des paquets de volatilités qui alternent en termes d'intensité. D'une façon formelle, on considère ainsi les vecteurs suivants :

- $(R_{1t}, R_{2t} \dots, R_{Nt})'$: est le vecteur des rendements ;
- ϵ_t noté $\epsilon_t = (\epsilon_{1,t}, \epsilon_{2,t} \dots, \epsilon_{N,t})'$: est un choc multivarié ;
- H_t des chocs $\{\epsilon_t\}_{(t \in N)}$ à la date t de terme général $h_{(ij,t)}$: est la matrice de variance-covariance conditionnelles.

Avec :

$$H_t = E_{t-1}(\epsilon\epsilon'_t)$$

Dans le cas bivarié la matrice H_t se présente comme suit :

$$r_{1,t} = \mu_{1,t} + \epsilon_{1,t}$$

$$r_{2,t} = \mu_{2,t} + \epsilon_{2,t}$$

8. ARMA (Auto Regressive Moving Average), modèles utilisés, entre autres, pour étudier la stationnarité des séries temporelles des indices financiers en moyenne (MA) et en variance (AR).

En posant $\epsilon = (\epsilon_{1,t}\epsilon'_{2,t})'$, on obtient :

$$E_{t-1}(\epsilon_t\epsilon'_t) = E_{t-1} \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t}^2 & \epsilon_{1,t}\epsilon_{2,t} \\ \epsilon_{2,t}\epsilon_{1,t} & \epsilon_{2,t}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{pmatrix} = H_t$$

Ce qui est important à noter, à ce niveau, est que l'estimation des coefficients de corrélations conditionnelles est fondée sur l'estimation des variances et des covariances conditionnelles $h_{ii,t}$ et $h_{ij,t}$ dont les équations diffèrent d'un modèle ARCH à un autre.

Dans les modèles GARCH multivariés, on exprime cette matrice de covariance conditionnelle en fonction du passé du processus $\{\epsilon_t\}_{(t \in N)}$ et des propres valeurs passées de H_t :

$$\begin{cases} \epsilon_t & = H_t^{1/2}\eta_t \\ g(H_t) & = f(H_{t-1}, \dots, H_{t-p}, \epsilon_{t-1}, \dots, \epsilon_{t-q}) \end{cases}$$

Avec :

- $H_t^{1/2}$: est une matrice telle que $H_t^{1/2}H_t^{1/2} = H_t$.
- $\{\eta_t\}_{(t \in N)}$: est un processus de dimension N tel que pour tout $(t \in N)$ on a : $E(\eta_t) = 0$ et $E(\eta_t\eta'_t) = \Gamma$;
- Γ : est une matrice carrée de dimension $N * N$.

Notons, enfin, que f est une transformation de I_{t-1} mesurable et g est une transformation de I_t mesurable. On voit que la notion de GARCH fort n'a de sens que si $H_t^{1/2}$ existe et donc que H_t est définie positive. Ainsi, f est une transformation qui doit assurer la définie positivité de la matrice H_t . Aussi, dans cette section nous présentons les fondements des modèles GARCH multivariés, ce qui permet de présenter les différentes méthodes de calcul de l'hétéroscédasticité conditionnelle des séries financières et de la covariance conditionnelle entre les rendements. Nous précisons que certaines restrictions doivent être imposées pour identifier le modèle qui assure la définie positivité de la matrice H_t .

Dans la suite, nous présentons d'une manière sommaire, successivement, le modèle MGARCH vectoriel, le modèle vectoriel diagonal, le modèle BEKK et le modèle DCC-MGARCH.

2.3.1.2.1 Modèles GARCH vectoriels

Engle et Kroner (1995) ont introduit le modèle GARCH multivarié qui permet d'estimer les variances et les covariances conditionnelles où la spécification statistique est donnée par :

$$Y_t = C + \epsilon_t$$

$$h_t = C_0 + \sum_{i=1}^q A_i e_{t-i} + \sum_{j=1}^p B_j h_{t-j} \quad (2.5)$$

Où

- $e_t = \text{vec}(\epsilon_t, \epsilon_t')$;
- $h_t = \text{vec}(H_t)$, A_i, B_j : sont des matrices symétriques de dimension $N * N$;
- C_0 : est un vecteur de dimension N .

L'opérateur vec appliqué à une matrice consiste à mettre en une seule colonne les colonnes d'une matrice. En effet, la matrice H_t est symétrique or certaines équations du modèle précédent sont redondantes. Il est donc préférable d'utiliser l'opérateur vec dans la relation (2.5) qui met en une seule colonne la partie triangulaire supérieure d'une matrice. Ainsi, les dimensions des matrices A_i et B_j sont de $(n(n+1))/2 * (n(n+1))/2$, et C_0 est un vecteur de dimension $(n(n+1))/2$, le nombre de paramètres est ainsi considérablement réduit.

Afin d'illustrer le modèle vectoriel, considérons le modèle GARCH (1,1) avec deux équations ($n = 2$) en utilisant l'opérateur $\text{vech}(t)$

$$h_t = C_0 + A e_{t-1} + B h_{t-1} \quad (2.6)$$

$$h_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t-1}^2 \\ \epsilon_{1,t-1} \epsilon_{2,t-1} \\ \epsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{pmatrix}$$

La spécification ci-dessus montre clairement que les variances et les covariances conditionnelles des rendements dépendent des chocs internes et externes, ce qui dépasse les limites des modèles GARCH univariés. Dans le cas trivarié, on est amené à estimer 15 paramètres (6+6+3).

Pour estimer l'impact de la volatilité de l'actif 2 sur celle de l'actif 1 et vice-versa on estime les équations suivantes :

$$h_{11,t} = c_1 + a_{11}\epsilon_{1,t-1}^2 + a_{12}\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + a_{13}\epsilon_{2,t-1}^2 + b_{11}h_{11,t-1} + b_{12}h_{12,t-1} + b_{13}h_{22,t-1}$$

$$h_{22,t} = c_3 + a_{31}\epsilon_{1,t-1}^2 + a_{32}\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + a_{33}\epsilon_{2,t-1}^2 + b_{31}h_{11,t-1} + b_{32}h_{12,t-1} + b_{33}h_{22,t-1}$$

$$h_{21,t} = c_2 + a_{21}\epsilon_{1,t-1}^2 + a_{22}\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + a_{23}\epsilon_{2,t-1}^2 + b_{21}h_{11,t-1} + b_{22}h_{12,t-1} + b_{23}h_{22,t-1}$$

Les variances et les covariances conditionnelles estimées seront utilisées pour estimer les coefficients de corrélations dynamiques conditionnelles.

2.3.1.2.2 Modèle Diagonal

Dans ce modèle les matrices sont diagonales, ce qui réduit considérablement le nombre de paramètres. Dans le cas de l'exemple précédent on obtient :

$$h_t = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t-1}^2 \\ \epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} \\ \epsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{pmatrix}$$

$$h_{11,t} = c_1 + a_{11}\epsilon_{1,t-1}^2 + b_{11}h_{11,t-1}$$

$$h_{21,t} = c_2 + a_{22}\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + b_{22}h_{12,t-1}$$

$$h_{22,t} = c_3 + a_{33}\epsilon_{2,t-1}^2 + b_{33}h_{22,t-1}$$

Cette technique permet de contourner le problème du nombre de paramètres élevé à estimer que nous avons soulevé auparavant. De plus, la condition que la matrice de variance-covariance soit définie positive n'est pas garantie et encore cette modélisation n'est pas stable selon la composition de portefeuille. Cependant, le principe dans les modèles GARCH multivariés est de faire apparaître tous les termes $\epsilon_{r,t-i}$, $\epsilon_{s,t-i}$ et $h_{rs,t-i}$ dans les équations de variances et de covariances conditionnelles des rendements. Les modèles BEKK et DCC-MGARCH viennent pour combler ces limites.

2.3.1.2.3 Le modèle BEKK

Engle et Kroner (1995) ont introduit le modèle BEKK pour imposer la restriction de la définie positive de la matrice H_t et surtout pour faire apparaître les variances et les covariances conditionnelles des rendements en fonction des chocs internes et externes.

L'expression de la matrice H_t à chaque instant t dans le modèle BEKK est donnée par la spécification suivante :

$$H_t = C'C + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q A'_{ik} \epsilon_{t-i} \epsilon'_{t-i} A_{ik} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q B'_{jk} H_{t-j} B_{jk} \quad (2.7)$$

Où :

- $A_{ik}, B_{jk}, k \in \{1, \dots, K\}$: sont des matrices de dimension $n * n$;
- C : est une matrice constante de dimension $n * n$.

En effet, l'introduction de la somme sur l'entier k est motivée par un problème de généralité du modèle que nous aborderons plus loin. Si on considère un BEKK (1,1), l'expression du modèle est la suivante :

$$H_t = C'C + A' \epsilon_{t-1} \epsilon'_{t-1} A + B' H_{t-1} B \quad (2.8)$$

Dans le cas où $n = 2$, la relation précédente (2.8) devient :

$$\begin{aligned} h_t = C'C + & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t-1}^2 & \epsilon_{1,t-1} \epsilon_{2,t-1} \\ \epsilon_{2,t-1} \epsilon_{1,t-1} & \epsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Avec :

$$h_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{pmatrix}$$

et

$$C'C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$

On peut conclure que ce modèle BEKK nécessite plus de paramètres que le modèle GARCH (1,1) proposé en exemple pour le modèle vectoriel. Cependant, le nombre de paramètres croit quadratiquement avec N. Ainsi, il est préférable de réduire ce nombre, tout en imposant des restrictions pour assurer l'identification et la positivité de la matrice de variance-covariance H_t . Le développement du modèle ci-dessus nous donne les expressions analytiques suivantes :

$$h_{11,t} = c_{11}^2 + c_{21}^2 + a_{11}^2 \epsilon_{1,t-1}^2 + 2a_{11}a_{21}\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + a_{21}^2 \epsilon_{2,t-1}^2 + b_{11}^2 h_{11,t-1} + 2b_{11}b_{21}h_{21,t-1} + b_{21}^2 h_{22,t-1}$$

$$h_{22,t} = c_{22}^2 + a_{12}^2 \epsilon_{1,t-1}^2 + 2a_{12}a_{22}\epsilon_{2,t-1}\epsilon_{1,t-1} + a_{22}^2 \epsilon_{2,t-1}^2 + b_{12}^2 h_{11,t-1} + 2b_{12}b_{22}h_{21,t-1} + b_{22}^2 h_{22,t-1}$$

$$h_{12,t} = c_{21}c_{22} + a_{11}a_{12}\epsilon_{1,t-1}^2 + (a_{12}a_{21} + a_{11}a_{22})\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + a_{21}a_{22}\epsilon_{2,t-1}^2 + b_{11}b_{12}h_{11,t-1} + (b_{12}b_{21} + b_{11}b_{22})h_{21,t-1} + b_{22}b_{12}h_{22,t-1}$$

$h_{12,t}$ est identique à $h_{21,t}$ puisque la matrice de variance-covariance est symétrique.

La spécification diagonale symétrique du modèle oblige l'observation des contraintes suivantes : $a_{12} = a_{21} = b_{12} = b_{21} = 0$ et par conséquent on aura :

$$h_{11,t} = c_{11}^2 + c_{21}^2 + a_{11}^2 \epsilon_{1,t-1}^2 + b_{11}^2 h_{11,t-1}$$

$$h_{12,t} = c_{21}c_{22} + a_{11}a_{22}\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + b_{11}b_{22}h_{21,t-1}$$

$$h_{22,t} = c_{22}^2 + a_{22}^2 \epsilon_{2,t-1}^2 + b_{22}^2 h_{22,t-1}$$

L'estimation de ces équations permet, d'une part, d'évaluer l'interdépendance entre les volatilités des actifs 1 et 2 et d'estimer les coefficients de corrélations conditionnelles

dynamiques entre l'actif 1 et 2 comme suit :

$$\rho_{12,t} = \frac{h_{12,t}}{(h_{22,t}h_{11,t})^{0.5}} \quad (2.9)$$

2.3.1.2.4 Le modèle DCC-MGARCH

Dans la présente section, nous présentons le modèle à deux étapes des corrélations conditionnelles dynamiques proposées par Engle (2002). A cette fin, nous supposons un vecteur $Y_t = (Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{Nt})'$ où chaque composante, Y_{it} , est fonction de son passé d'ordre 1 et d'une constante. Ainsi, nous pouvons écrire Y_t comme un VAR d'ordre 1 :

$$Y_t = \prod Y_{t-1} + C + \epsilon_t \quad / \epsilon_t \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, H_t)$$

Où :

ϵ_t : est un vecteur des résidus contenant un effet ARCH par hypothèse.

La matrice H_t est une matrice de variance-covariance conditionnelles des résidus ϵ_t de terme général $h_{ij,t}$. Si $i = j$ il s'agit de la variance conditionnelle du résidu $\epsilon_{i,t}$ et dans le cas où $i \neq j$ il s'agit plutôt de la covariance conditionnelle entre les termes résiduels $\epsilon_{i,t}$ et $\epsilon_{j,t}$.

Le modèle DCC-MGARCH suppose que la matrice H_t s'écrit comme suit :

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (2.10)$$

Avec :

- $D_t = \sqrt{(h_{ii,t})}$: est une matrice diagonale des écarts-types des variances conditionnelles des résidus $\epsilon_{i,t}$ tel que $t = 1 \rightarrow T$;
- $R_t = \{\rho_{ij,t}\}$: est la matrice des corrélations conditionnelles.

Sur un plan pratique, nous estimons dans une première étape la matrice des variances et des covariances du vecteur résiduel ϵ_t en utilisant le processus GARCH (p,q) univarié et dans un deuxième temps nous estimons la matrice des corrélations conditionnelles.

La corrélation entre deux séries des rendements $\epsilon_{i,t}$ et $\epsilon_{j,t}$ s'écrit comme suit :

$$\rho_{ij,t} = \frac{E_{t-1}(\epsilon_{i,t}, \epsilon_{j,t})}{\sqrt{E_{t-1}(\epsilon_{i,t})E_{t-1}(\epsilon_{j,t})}} \quad (2.11)$$

Engle (2002) adopte une structure de type GARCH dans sa modélisation de la dynamique des corrélations en supposant un processus DCC d'ordre (1,1) qui s'écrit comme suit :

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)\bar{Q} + \alpha U_t U_t' + \beta Q_{t-1} \quad (2.12)$$

Avec :

$$U_t = \frac{\epsilon_t}{\sigma_t}$$

A partir de l'équation (2.12), Engle (2002) définit l'estimation dynamique des coefficients de corrélations conditionnelles exigeant seulement l'estimation de deux paramètres α et β contrairement aux modèles BEKK qui exigent l'estimation de 11 paramètres. Ainsi, la formule du coefficient de corrélation qui se dégage de l'équation d'Engle est la suivante :

$$\rho_{ij,t} = \frac{(1 - \alpha - \beta)\bar{q} + \alpha U_{i,t-1} U_{j,t-1} + \beta q_{ij,t-1}}{\left[\left((1 - \alpha - \beta)\bar{q} + \alpha \epsilon_{i,t-1}^2 + \beta q_{i,t-1} \right) \left((1 - \alpha - \beta)\bar{q} + \alpha \epsilon_{j,t-1}^2 + \beta q_{j,t-1} \right) \right]^{0.5}} \quad (2.13)$$

2.3.1.3 Technique des copules

Dans cette section, nous présentons la fonction copule qui sera utilisée pour explorer l'interdépendance entre deux ou N variables aléatoires, ceci à travers l'estimation des coefficients de corrélation dynamique non linéaires. Ce qui constitue un apport méthodologique par rapport à la méthode basée sur les modèles MGARCH.

Quand on parle de dépendance entre les variables, on pense immédiatement à la corrélation. Le coefficient de corrélation de Pearson $\rho(X, Y)$ mesure le degré d'association linéaire entre deux variables aléatoires X et Y :

$$\rho_{X,Y} = cor(X, Y) = \frac{cov(X, Y)}{[VAR(X)VAR(Y)]^{0.5}} \quad (2.14)$$

2.3.1.3.1 Les corrélations des rangs : Coefficients de Kendall et de Spearman

Le coefficient de corrélation de Pearson mesure le degré de dépendance linéaire entre deux variables. Dans le cas où nous estimons que ce degré est non linéaire entre deux variables, nous pouvons travailler sur les rangs dans l'échantillon. Les deux mesures

de concordance les plus utilisées en statistique, sont le "tau de Kendall" et le "rho de Spearman".

Elles donnent une mesure de la corrélation entre les rangs des observations. Alors que le coefficient de corrélation linéaire juge la concordance entre les valeurs des observations. Ainsi, ces deux mesures offrent l'avantage de pouvoir s'exprimer en fonction de la copule associée aux variables aléatoires.

L'idée est de calculer la corrélation entre les rangs des observations pour deux variables X et Y . Dans ce qui suit, nous nous intéressons à définir le tau de Kendall et le rho de Spearman.

— **Le tau de kendall**

Considérons deux couples de variables aléatoires (X_1, Y_1) et (X_2, Y_2) de même loi que celle du couple étudié (X, Y) et soient $\tau^+(X, Y)$ et $\tau^-(X, Y)$ qui mesurent respectivement la concordance et la discordance du couple (X, Y) , alors :

$$\tau^+(X, Y) = Pr\{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0\}$$

$$\tau^-(X, Y) = Pr\{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0\}$$

Le tau de Kendall ([Kendall \(1938\)](#)) s'écrit comme la différence entre la probabilité de concordance et la probabilité de discordance :

$$\tau(X, Y) = \tau^+(X, Y) - \tau^-(X, Y) \tag{2.15}$$

Le tau de Kendall peut être exprimé en termes de copule de la façon suivante :

$$\tau(X, Y) = 4 \iint_{[0,1]^2} C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1 \tag{2.16}$$

Avec :

$C(u_1, u_2)$ représente la loi de répartition conjointe aux lois marginales univariées.

Il faut noter les propriétés du tau de Kendall :

- Le tau de Kendall est symétrique c'est-à-dire $\tau(X_1, X_2) = \tau(X_2, X_1)$ et on a :
 $-1 < \tau < 1$
- Si X et Y sont comonotones alors $\tau = 1$, la concordance est la plus solide.

- Si X et Y sont antimonotones alors $\tau = -1$, la discordance est la plus solide.
- Si X et Y sont indépendantes alors $\tau = 0$. Alors que lorsque $\tau = 0$, X et Y ne sont pas forcément indépendantes.

Le tau de Kendall est invariant à toute transformation strictement croissante. Il peut tenir compte de la dépendance non linéaire qui ne peut pas être mesurée par la corrélation linéaire.

— **Le rho de Spearman**

Le rho de Spearman a été développé par Charles [Spearman \(1904\)](#). Pour définir cette mesure, considérons une distribution bivariée continue F de marginales F_1 et F_2 et un vecteur aléatoire (X_1, X_2) de distribution F . Le rho de Spearman est défini par le coefficient de corrélation linéaire entre les distributions marginales des variables X_1 et X_2 .

$$\rho = cor(F_1(X_1), F_2(X_2)) \quad (2.17)$$

Le rho de Spearman peut être exprimé en termes de copule de la façon suivante :

$$\rho_s(X, Y) = 12 \iint_{[0,1]^2} u_1 u_2 dC(u_1, u_2) - 3 \quad (2.18)$$

Le rho de Spearman et le tau de Kendall possèdent les propriétés suivantes :

$$\rho_s(X, Y) = \rho_s(Y, X), \tau(X, Y) = \tau(Y, X)$$

Si X et Y sont indépendants alors $\rho_s(X, Y) = \tau(X, Y) = 0$

$$-1 \leq \rho_s(X, Y), \tau(X, Y) \leq 1$$

$\rho_s(X, Y) = \tau(X, Y) = 1$ si et seulement si il existe une fonction ϕ croissante de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telle que $Y = \phi(X)$.

Contrairement au tau de Kendall et au rho de Spearman qui mesurent la dépendance sur l'ensemble de la distribution, le concept de dépendance de queue s'intéresse plutôt à la dépendance au niveau de distribution des queues.

2.3.1.3.2 La dépendance au niveau des queues

Pour mesurer la dépendance au niveau des extrêmes qui survient dans deux marchés différents, nous allons définir le concept de la dépendance au niveau des queues. Soient X

et Y deux variables aléatoires continues ayant pour fonction de répartition respective F_1 et F_2 et de copule C .

Le coefficient de dépendance de queue inférieur ou "lowertail dependence coefficient" de X et Y est défini par :

$$\lambda_L(X, Y) = \lim_{u \rightarrow 0^+} Pr[Y \leq F_2^{-1}(u) \mid X \leq F_1^{-1}(u)] = \lim_{u \rightarrow 0^+} \frac{C(u, u)}{u} \quad (2.19)$$

Pour cela :

- Si $\lambda_L = 0$, il n'existe pas de dépendance de queue à gauche entre X et Y ;
- Si $\lambda_L \in]0, 1[$, cela signifie que X et Y sont asymptotiquement dépendants au niveau inférieur de la queue de distribution.

Le coefficient de dépendance de queue supérieur ou "uppertail dependence coefficient" de X et Y est défini par :

$$\lambda_U(X, Y) = \lim_{u \rightarrow 1^-} Pr[Y \geq F_2^{-1}(u) \mid X \geq F_1^{-1}(u)] = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{1 - 2u + c(u, u)}{1 - u} = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{\bar{C}(u, u)}{1 - u} \quad (2.20)$$

Où :

\bar{C} : est la copule de survie⁹.

- Si $\lambda_U \in]0, 1[$, on dit que X et Y sont asymptotiquement dépendants au niveau supérieur de queue de la distribution. Autrement dit, si $\lambda_U > 0$ et sachant qu'un événement extrême est survenu dans un marché, il existe une probabilité non nulle qu'un événement extrême d'une intensité comparable survienne simultanément dans un autre marché.
- Si $\lambda_U = 0$, on dit que X et Y sont asymptotiquement indépendants au niveau supérieur de la queue.

Après avoir présenté les différentes méthodes empirique qui seront déployées dans nos tests, la section suivante présente nos résultats empiriques relatifs à la diversification internationale des portefeuilles.

9. On appelle \bar{F} la fonction de survie associée à la fonction F . Avec $\forall x \in \mathbb{R}$; $\bar{F}(x) = P(X > x) = 1 - F(x)$. De cette manière, on peut associer à la distribution conjointe H d'une copule de variable aléatoire (X_1, X_2) une distribution de survie; $\bar{H} = Pr(X_1 > x_1, X_2 > x_2)$. On peut vérifier que la copule de survie de la copule C est donnée par $\bar{C}(u_1, u_2) = 1 - u_1 - u_2 + C(u_1, u_2)$.

2.3.2 Diversification internationale : Évidence empirique à partir des marchés financiers

Dans la présente section, nous nous intéressons à estimer la dynamique de la dépendance entre chacun des indices financiers de cinq pays du G7¹⁰ (USA, France, Allemagne, Grande Bretagne et Japon) avec ceux des pays émergents sélectionnés (Hong-Kong, Singapour, Taiwan, Corée du Sud, Malaisie et Chine), d'une part, et d'une nouvelle classe d'actifs (Immobilier mondial, Art mondial, Pétrole mondial et Indice Islamique mondial), d'autre part. La fréquence des données est journalière et couvre la période allant du 01 janvier 2000 au 31 juillet 2017. Le choix de cet échantillon est motivé par deux raisons :

- Les marchés asiatiques montrent une certaine forme d'intégration avec l'Europe et les États-Unis. Ce qui nous pousse à vérifier encore la continuité de la supériorité de la diversification internationale par rapport à la diversification nationale à partir de ces marchés ;
- Le choix d'autres indices liés à une activité réelle tels que l'Immobilier, le Pétrole et l'Art nous permet de voir si cette classe d'actifs procure un gain de diversification ou pas. Ce choix est original car une mesure de gains à partir de ces actifs n'est pas présentée dans la littérature. De plus, les méthodes économétriques utilisées sont robustes pour vérifier ces gains.

Ainsi, la mise en exergue des structures dynamiques des coefficients de corrélation conditionnelles nous permet de proposer en conséquence une stratégie de diversification à l'international pour un investisseur des cinq pays développés étudiés. Une telle méthode permet une immunisation contre le risque du portefeuille et une amélioration de sa performance. A côté de la technique de cointégration de [Johansen et Juselius \(1988, 1990\)](#) et des modèles MGARCH présentés et les coefficients de corrélations dynamiques linéaires qui en découlent et qui seront appliqués à nos données, nous utilisons dans ce chapitre également la technique des copules. En effet, cette dernière tient compte de la non linéarité de la contagion financière. Nous estimons, ainsi, des coefficients de corrélation non linéaire conditionnelle entre les indices financiers des pays développés et des pays émergents. Nous pourrions comparer, par la suite, les résultats empiriques trouvés à partir

10. Les sept pays les plus industrialisés (G7) : États-Unis, Canada, Grande-Bretagne, Allemagne, France, Italie et Japon.

des trois techniques utilisées à savoir la méthode de cointégration, les modèles M-GARCH et la technique des copules.

Il faut noter que la considération de la non normalité de la distribution des rendements, la non linéarité de la contagion entre les marchés financiers, la persistance de la volatilité en particulier en période de crise, l'absence de corrélation entre les rendements alors qu'elle existe entre les carrés des rendements, nous permettent de nous demander si la technique des copules est bien l'outil le plus approprié pour mettre en avant l'interdépendance entre les indices composant notre échantillon.

2.3.2.1 Résultats empiriques à partir de la technique de Johansen et Juselius (1988,1990)

Dans une première étape, nous présentons les résultats empiriques trouvés sur la période allant du 01 janvier 2000 au 31 juillet 2017 en données journalières à partir de la procédure de Johansen en procédant à des tests de cointégration entre chaque indice des cinq pays développés et chaque indice des six pays émergents, ainsi que la nouvelle classe d'actifs en question.

Les résultats empiriques, mentionnés dans le tableau (2.1), montrent l'absence de relation de long terme entre chacun des indices financiers des cinq pays du G7 avec ceux des pays émergents d'une part, et aussi avec la nouvelle classe d'actif (Art, Pétrole, Immobilier et Indice Islamique).

Tableau 2.1 – Test de cointégration entre les indices boursiers des cinq pays développés les indices boursiers des pays émergents et les nouvelles classes d’actifs pour la période : janvier 2000 - juillet 2017

	Test de la Trace			Test de λ_{max}	
	Valeurs propres	Statistique de la Trace	Valeur théorique	Statistique de la valeur propre max	Valeur théorique
CAC40 / ART	0.001567	11.47789	15.49471	7.046524	14.26460
CAC40 / CHINA	0.001412	11.25313	15.49471	6.361705	14.26460
CAC40 / HONG KONG	0.001063	6.223753	15.49471	4.800345	14.26460
CAC40 / IMMOB	0.001827	12.74074	15.49471	8.219791	14.26460
CAC40 / COREA	0.001140	7.361718	15.49471	5.124815	14.26460
CAC40 / MALAISIE	0.001085	6.471998	15.49471	4.876842	14.26460
CAC40 / PETROLE	0.001676	11.59840	15.49471	7.519964	14.26460
CAC40 /SINGAPORE	0.000879	5.794341	15.49471	3.960445	14.26460
CAC40 / TAIWAN	0.001415	9.636587	15.49471	6.384467	14.26460
DAX30 / ART	0.001476	7.056902	15.49471	6.628264	14.26460
DAX30 / CHINA	0.001975	9.045682	15.49471	8.900296	14.26460
DAX30 / HONG KONG	0.002431	11.16567	15.49471	10.92348	14.26460
DAX30 / IMMOB	0.001571	8.463586	15.49471	7.062217	14.26460
DAX30 / COREA	0.001821	9.562229	15.49471	8.183817	14.26460
DAX30 / MALAISIE	0.001192	7.022442	15.49471	5.368243	14.26460
DAX30 / PETROLE	0.001165	5.255466	15.49471	5.233286	14.26460
DAX30 / SINGAPORE	0.001325	7.207810	15.49471	5.977286	14.26460
DAX30 / TAIWAN	0.006203	14.21329	15.49471	13.00177	14.26460
FTSE100 / ART	0.001638	12.30967	15.49471	7.342998	14.26460
FTSE100 / CHINA	0.001453	11.93712	15.49471	6.532920	14.26460
FTSE100 / HONG KONG	0.003060	15.55230	15.49471	13.83099	14.26460
FTSE100 / IMMOB	0.001969	11.26875	15.49471	8.880198	14.26460
FTSE100 / COREA	0.001160	6.261678	15.49471	5.227184	14.26460
FTSE100 / MALAISIE	0.001065	6.456658	15.49471	4.794466	14.26460
FTSE100 / PETROLE	0.002078	13.06923	15.49471	9.325609	14.26460
FTSE100 / SINGAPORE	0.001407	7.591318	15.49471	6.286139	14.26460
FTSE100 / TAIWAN	0.001078	6.923537	15.49471	4.851345	14.26460
NIKKEI225 / ART	0.001307	8.162075	15.49471	5.868784	14.26460
NIKKEI225 / CHINA	0.001967	11.09323	15.49471	8.804966	14.26460
NIKKEI225 / HONG KONG	0.003060	15.55230	15.49471	13.83099	14.26460
NIKKEI225 / IMMOB	0.006069	28.55859	15.49471	27.37398	14.26460
NIKKEI225 / COREA	0.003197	15.65923	15.49471	14.36808	14.26460
NIKKEI225 / MALAISIE	0.002465	14.57766	15.49471	11.11824	14.26460
NIKKEI225 / PETROLE	0.003323	14.55441	15.49471	13.00573	14.26460
NIKKEI225 /SINGAPORE	0.001892	10.44324	15.49471	8.499914	14.26460
NIKKEI225 / TAIWAN	0.001845	10.86404	15.49471	8.299603	14.26460
SP500 / ART	0.001840	8.834928	15.49471	8.272479	14.26460
SP500 / CHINA	0.001581	7.925792	15.49471	7.145064	14.26460
SP500 / HONG KONG	0.001256	6.527607	15.49471	5.671302	14.26460
SP500 / IMMOB	0.001713	8.090136	15.49471	7.705506	14.26460
SP500 / COREA	0.002257	10.20659	15.49471	10.19172	14.26460
SP500 / MALAISIE	0.003089	15.43400	15.49471	13.93285	14.26460
SP500 / PETROLE	0.002153	10.27564	15.49471	9.695638	14.26460
SP500 / SINGAPORE	0.002541	11.45101	15.49471	11.44742	14.26460
SP500 / TAIWAN	0.003530	16.75211	15.49471	15.90592	14.26460

Ainsi, sur le plan empirique, l'absence de relation de long terme entre les indices étudiés montre que les différents marchés développés et les marchés boursiers des pays émergents en question ne sont pas cointégrés. Cette absence prouve que ces différents marchés, développés et émergents, et aussi les autres actifs de notre échantillon ne réagissent pas de la même manière aux variables affectant leurs prix. Ainsi, l'absence de ces interactions à long terme est synonyme d'une forme de segmentation. Cette forme de segmentation augmente l'intérêt de ces pays émergents et les nouvelles classes d'actifs en termes de diversification internationale et de bénéfice espéré qui en découle.

Dans le but de vérifier ces derniers résultats empiriques, nous avons estimé des modèles VECM¹¹ pour chaque couple d'indices, le premier est celui d'un des cinq pays du G7 alors que le deuxième est celui d'un pays émergent ou nouvelle classe d'actifs. Les résultats empiriques de l'estimation des VECM, présentés dans le (2.1), montrent dans tous les cas que les forces de rappel ou les coefficients d'ajustement estimés dans les équations à correction d'erreurs en question sont tantôt positifs tantôt négatifs mais toujours statistiquement non significatifs puisque nos résultats empiriques ci-dessus montrent l'absence de relation de long terme entre les indices boursiers en question pris deux à deux.

En effet, ce résultat empirique nous permet de conclure à l'absence d'un processus d'ajustement entre les indices financiers des cinq pays du G7 et ceux des bourses émergentes. Ainsi, l'analyse empirique ci-dessus nous permet de constater que la dynamique des indices financiers des cinq du G7 est soumise à une logique financière totalement différente de celle des indices financiers des pays émergents en question. D'une part, nous avons un bloc de pays (les cinq pays du G7) économiquement puissant dont les marchés boursiers réalisent une capitalisation financière qui avoisine les 80 % de la capitalisation mondiale, et où la bourse New-yorkaise influence en très grande partie les autres bourses. D'autre part, nous avons des marchés émergents où l'évolution des indices financiers est régie en grande partie par les politiques financières et dépendent des variables économiques nationales et de la structure financière des entreprises des pays émergents en question.

En ce sens que les crises financières qu'ont connues ces pays émergents durant les années 97-98 consolident notre analyse financière. Ainsi, une gestion d'actifs à

11. VECM : Vector Error Correction Model.

l'international fondée sur l'allocation et l'investissement sur les marchés émergents et/ou dans les nouvelles classes d'actif a un grand intérêt financier en termes de réduction de risque. Cette réduction entraîne un accroissement de gain par unité de risque prise par l'investisseur sur ces marchés.

Cependant, les résultats auxquels nous sommes parvenus doivent être pris avec beaucoup de précaution vu que l'on démontre que la puissance du test de Johansen est faible lorsque les tests de cointégration sont effectués sur des données journalières, hebdomadaires et même mensuelles. Ceci est le cas dans notre travail de recherche puisque la période d'estimation s'étale entre 2000 à 2017 sur des données journalières. Ceci nous amène à utiliser d'autres outils plus précis pour ce genre de problème économétrique qui pourrait affecter nos résultats. C'est ainsi que nous utilisons le modèle MGARCH qui nous permet d'estimer des coefficients de corrélations dynamiques entre les indices en question.

2.3.2.2 Résultats empiriques à partir des modèles MGARCH

Les matrices de corrélations conditionnelles dynamiques entre les rendements des indices financiers constituent un outil d'une importance capitale pour l'analyse du comportement des marchés composant notre échantillon. Ainsi, nous pourrions nous interroger sur leur segmentation ou intégration. Ce questionnement permet de choisir les marchés les plus attrayants en termes de diversification.

C'est dans cet esprit que les investisseurs ont tendance à éviter l'investissement sur les marchés corrélés et à procéder à une diversification internationale suite à l'analyse des corrélations conditionnelles des rendements. Pour cela, nous nous intéressons dans cette section à l'estimation des matrices de corrélations conditionnelles dynamiques entre chaque indice des cinq pays du G7 avec les indices des six pays émergents. Ces corrélations seront estimées sur la période 2000-2017 sur la base de données journalières. Ces estimations permettent d'analyser la structure de la dynamique journalière des coefficients de corrélation conditionnelle et de dégager en conséquence les changements significatifs des niveaux de dépendance entre les indices financiers en question avant et après les crises financières de 2007-2008 et de celle de la bulle de l'internet (2001). Les résultats trouvés seront comparés à ceux trouvés par la méthode de [Johansen et Juselius \(1988, 1990\)](#).

Nous utilisons ainsi le modèle BEKK bivarié ainsi que le modèle DCC-MGARCH (1,1)

pour explorer la dynamique de la corrélation conditionnelle entre les paires d'indices en question. Dans les deux techniques précédentes, nous avons supposé le modèle MGARCH pour le calcul des variances et des covariances conditionnelles. Ce modèle permet de tenir compte de certains faits stylisés constatés dans les rendements des indices tels que la non normalité de la distribution, la persistance des chocs et l'alternance de l'intensité des paquets de volatilité (clustering effect).

Le tableau (2.2), ci-dessous, nous confirme à travers la statistique de "Jarque et Bera" les queues épaisses (forte valeur de le Kurtosis) des distributions des rendements, ce qui nous permet de tenir compte des phénomènes extrêmes et qui pourraient être attribués sur la période de notre étude à des crises financières et à des booms financiers. Également, les statistiques LM (du Multiplicateur de Lagrange) montrent aussi que les rendements en questions contiennent amplement l'effet ARCH. Ceci justifie l'utilisation des modèles MGARCH pour l'estimation de la corrélation dynamique conditionnelle et la présentation graphique de son évolution sur notre période. Les valeurs négatives des statistiques du Skewness des différents rendements montrent une distribution symétrique vers la gauche.

Ce résultat montre que les indices étudiés ont tendance à réagir plus à des événements négatifs (crise financière) qu'à des événements positifs (euphorie financière).

Tableau 2.2 – Statistiques descriptives des rendements de certains indices financiers : cas de cinq pays du G7, six pays émergents et de quatre nouvelles classes d'actifs pour la période de janvier 2000- juillet 2017 (4559 observations journalières)

	Mean	Median	Maximum	Minimum	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bera	ARCH TEST LM STATISTIC ¹²
RSP500	0.000123	0.000188	0.109572	-0.094695	0.012047	-0.197748	11.90097	15079.58***	1168.5***
RDAX30	0.000161	0.000491	0.123697	-0.096010	0.016318	-0.093751	7.785506	4356.926***	798.8***
RFTSE100	-1.93E-05	0.000269	0.122189	-0.115089	0.013832	-0.230071	12.11245	15813.73***	981.2***
RNIKKEY225	-2.20E-06	0.000120	0.116442	-0.111856	0.014851	-0.256403	7.540206	3965.654***	4495.5***
RCAC40	1.08E-05	0.000371	0.12143	4 -0.117370	0.016106	-0.047772	9.127552	7134.079***	721.8***
RCHINA	0.000211	4.81E-06	0.094025	-0.091149	0.015600	-0.363217	8.291347	5418.763***	351.6***
RTAIWAN	2.64E-05	0.000000	0.082571	-0.105709	0.014512	-0.222739	6.431013	2273.859***	487.14***
RKOREA	0.000209	0.000000	0.246400	-0.204794	0.019119	-0.354329	16.16139	33000.37***	730.8***
RMALAISIE	0.000107	0.000000	0.052186	-0.110144	0.009514	-0.561669	10.79171	11772.20***	241.5***
RHONGKONG	0.000121	2.30E-05	0.134043	-0.135888	0.014585	-0.058234	11.58957	14017.83***	1002.2***
RSINGAPOUR	0.000127	0.000205	0.091684	-0.086727	0.012422	-0.243847	8.408953	5602.748***	914.5***
RPETROLE	0.000112	0.000394	0.133235	-0.129629	0.014144	-0.443848	11.91005	15230.29***	1440.7***
RART	-7.12E-06	-0.002314	1.064091	-0.305382	0.048473	4.082707	69.38856	849895.4***	281.7***
RIMMOBILIER	0.000139	0.000480	0.075836	-0.082566	0.010712	-0.418432	11.52455	13936.91***	1242.6***
RISLAMIC	7.66E-05	0.000489	0.09753	-0.0081855	0.010340	-0.317604	10.43301	10571.76***	1325.2***

1. *, ** et *** signifient que la statistique est significative respectivement à 10 %, 5 % et 1 %.

12. LM : test de Multiplicateur de Lagrange qui identifie l'effet ARCH. Ce dernier réside dans l'alternance des paquets de volatilités d'intensité différente.

En utilisant les modèles BEKK et DCC-MGAARCH nous avons estimé les corrélations dynamiques conditionnelles en question portées dans l'annexe 2.A et qui montrent la structure de la dynamique de ces coefficients de corrélations entre chacun des rendements des indices des cinq pays du G7 et des pays émergents. En plus, nous avons jugé utile d'estimer les coefficients de corrélation dynamique entre les rendements des cinq marchés du G7 et les rendements des nouvelles classes d'actifs telles que l'immobilier, l'art, l'indice Islamique et le pétrole.

D'une façon générale, nous constatons que les corrélations conditionnelles dynamiques estimées à partir du modèle DCC-MGARCH sont conformes aux phénomènes financiers et économiques observés réellement sur les marchés. Ce résultat n'est pas confirmé par le modèle BEKK. En effet, les corrélations estimées par les modèles DCC-MGARCH sont toujours supérieures à celles obtenues par le modèle BEKK. Cette différence nous permet de dire a priori que ce dernier modèle sous-estime le niveau d'interdépendance entre les rendements des indices en question. En plus, les estimations par les modèle DCC-MGARCH permettent d'analyser la dynamique des coefficients de corrélation conditionnelle linéaire suite à la crise financière de 2001 liée à l'éclatement de la bulle spéculative de l'internet, la crise des subprimes en 2007-2008, suivie par la dette souveraine en 2009-2010, le mini crash financier de 2011 et la crise financière en Chine en 2015.

Ce qui attire notre attention dans la dynamique des courbes de corrélation pour les différents couples de rendement des pays développés et émergents est qu'elle est presque la même pour tous ces pays. Ceci nous permet d'affirmer, a priori, que les stratégies de diversification internationale par les différents investisseurs des pays du G7 seraient globalement les mêmes sur les différents marchés boursiers émergents. En effet, nous constatons qu'avant la crise des subprimes, les coefficients de corrélations sont stables et varient, selon le couple en question, entre 0,2 – 0,3¹³. Ces valeurs ont connu une augmentation durant les années 2007-2009, et oscillent en moyenne entre 0,7 et 0,8. En outre, nous observons qu'au-delà de cette période ces même coefficients retrouvent leur niveau d'avant crise pour varier entre 0,2 et 0,3. Ce résultat est cohérent avec les résultats empiriques d'[Antoniou et al. \(2007\)](#) qui affirment que les corrélations conditionnelles

13. Nos résultats en termes de valeurs sont très proches de celles données par [Bertoneche \(1979\)](#) en utilisant des corrélations constantes alors que [Odier et Solnik \(1993\)](#) trouvent des corrélations autour de 0,5 par le biais des modèles CCC. De même, [You et Daigler \(2010\)](#) affirment avoir trouvé de larges corrélations entre marchés boursiers des économies avancées durant la période où le marché est baissier, confirmant ainsi les travaux empiriques existants.

augmentent lorsque le marché est baissier (bear market) et deviennent plus faibles durant les périodes de croissance, et d'euphorie financière (bull market).

Ce résultat trouvé peut remettre en cause l'efficacité de la diversification internationale en période de crise, car le niveau de corrélation entre les pays émergents et développés atteint des niveaux relativement élevés. Cette hausse de coefficients de corrélation dynamique atteste de la présence d'une forme d'intégration entre les marchés composant notre échantillon durant les périodes de crise. Nos résultats montrent, également, qu'avec la crise de la dette souveraine, les coefficients de corrélation conditionnelle ont augmenté légèrement mais restent plus faibles par rapport à ceux observés durant la crise des subprimes en 2007 comme le prouvent les courbes de corrélation de l'annexe (2.A).

En outre, nous observons que durant le déclenchement du mini crash financier en 2011 les coefficients de corrélation ont connu, une nouvelle fois, une augmentation. Cette hausse reste, cependant, moindre que celle observée durant la crise des subprimes, mais plus importante que celle induite par la crise de la dette souveraine. En effet, l'analyse des différentes courbes de corrélations conditionnelles entre les indices pris deux à deux, montre que la crise des subprimes a été plus explicative de l'augmentation de corrélation.

En effet, les valeurs de celle-ci passent d'une valeur de 0,2 pour atteindre 0,6 voire même 0,8 dans certains cas. En plus, nous observons une forme de persistance de la volatilité durant quelques années. Ce résultat n'est pas observable durant les autres crises, notamment durant celle de la dette souveraine, où les coefficients augmentent certes mais à un niveau relativement moindre avec une légère persistance non significative.

Les augmentations des corrélations observées durant le mini crash de 2011 sont révélatrices des chocs transitoires subis par les coefficients de dépendance entre les indices en question, contrairement aux chocs relativement permanents observés durant la crise de 2007-2008. Pour la période 2012-2017, les coefficients de corrélation dynamiques ont été caractérisés par une certaine baisse vue la stabilité des marchés financiers internationaux.

Dans ce qui suit, nous présentons quelques courbes des coefficients de corrélations dynamiques pertinentes, d'une part, entre les rendements du CAC40 et certains rendements des indices boursiers des pays émergents en question. D'autre part, les autres courbes de corrélations dynamiques conditionnelles pour le cas des indices SP500, DAX30, FSTSE100 et NIKKEEY225 se trouvent dans l'annexe (2.A).

Comme nous pouvons le voir, les coefficients de corrélation dynamique qui ont été présentés ci-dessous proviennent seulement des modèles bivariés DCC-MGARCH. Ceci s'explique, comme nous l'avons déjà mentionné, par le fait que les coefficients de corrélations estimés à partir du modèle BEKK ne reflètent pas réellement certains faits observés sur les marchés boursiers.

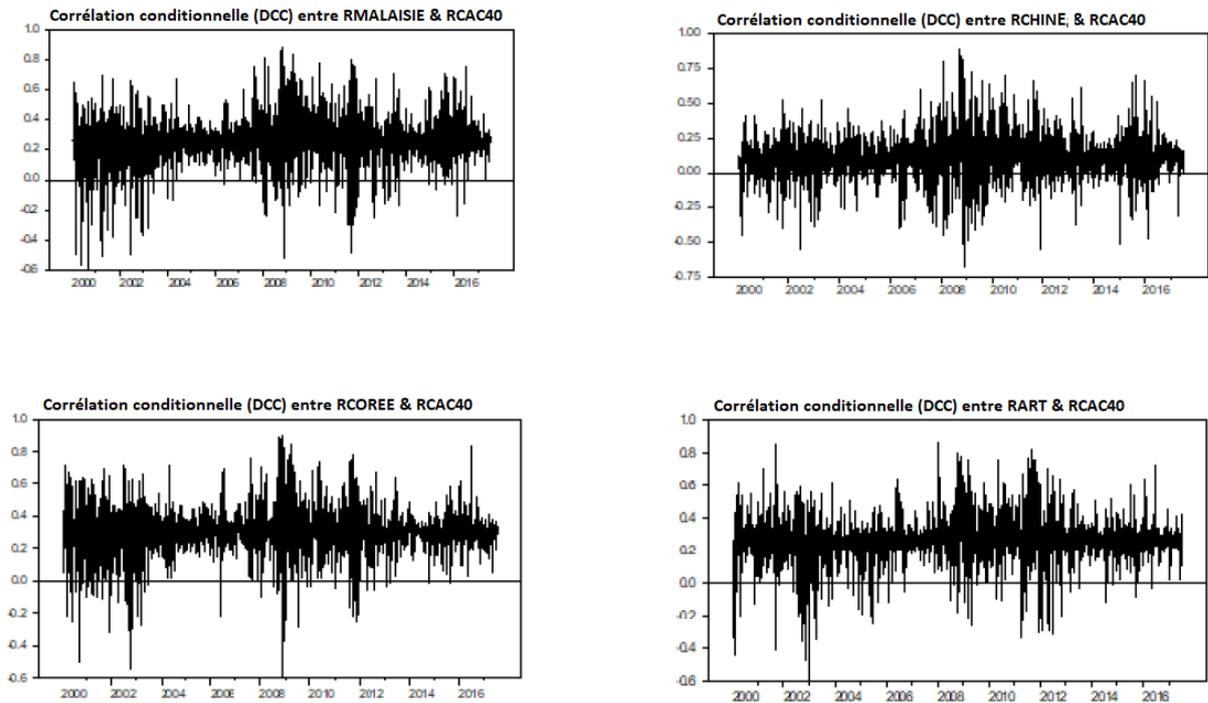


FIGURE 2.2 – Courbes de corrélation dynamique obtenues entre le CAC40 et quatre indices à partir de DCC

L'examen de la courbe de corrélation dynamique conditionnelle entre le CAC40 et l'indice de l'Immobilier mondial d'une part, et celui du Pétrole d'autre part, nous constatons que les marchés pris deux à deux (RCAC40, RIMMOBILIER) et (RCAC40, RPETROLE) sont fortement intégrés même en période de stabilité des marchés financiers internationaux. Cette intégration est importante durant les crises puisque les corrélations augmentent significativement et se trouvent à un niveau proche de 0,9. Ce qui nous permet de conclure que la diversification en direction du marché de l'immobilier et du pétrole ne pourrait pas augmenter les bénéfices escomptés d'une diversification à l'international et que ces deux marchés sont étroitement liés et sensibles aux variations affectant les indices des pays du G7.

Nous observons, également, que les corrélations des indices avec l'Art sont faibles prenant des valeurs de l'ordre de 0,25. Même si ces corrélations augmentent durant les

périodes de crise pour atteindre une moyenne de 0,5 durant la crise de l'Internet, à plus de 0,6 durant la crise des subprimes et celle de la dette souveraine. Les œuvres d'art et en particulier l'indice en question permet un gain potentiel de la diversification internationale

2.3.2.3 Résultats empiriques à partir de la technique des copules

[Forbes et Rigobon \(2002\)](#) proposent une analyse de la corrélation afin de capter sa non linéarité durant les crises et par la suite l'effet possible de contagion. En effet, les auteurs considèrent que la dynamique des rendements durant une crise financière est totalement différente que celle d'une période ordinaire "sans crise". Ainsi, ils constatent que durant la crise les rendements deviennent plus volatiles et plus persistants que ceux observés pendant une euphorie financière. [Forbes et Rigobon \(2002\)](#) concluent que la dynamique des coefficients de corrélation entre les rendements diffère entre les périodes de crise et d'accalmie, et par la suite l'analyse d'une corrélation linéaire induit les gestionnaires en erreur en termes d'appréciation du risque. En outre, ils constatent que la corrélation sera plus affectée par les chocs négatifs (mauvaise information), que par les chocs positifs (bonnes informations communiquées par les analystes).

Ainsi, nous concluons sur la base de ce constat, dressé par [Forbes et Rigobon \(2002\)](#), que la formule linéaire classique pour la mesure de coefficients de corrélations conditionnelles entre les rendements en période de crise et en période d'accalmie comme une méthode incorporant une limite. Pour surmonter cette limite dans la linéarité, nous aurons recours à la technique de copule qui considère des taux de dépendance non linéaire de rang tels que celui de Kendall ou de Spearman entre deux variables. Cette méthode nous permet d'estimer des courbes de corrélations plus proches de la réalité financière, et de comparer les résultats trouvés à ceux donnés par les modèles MGARCH.

L'estimation des coefficients dynamiques du tau de Kendall et du Rho de Spearman sur notre échantillon doit être précédée par la détermination des copules théoriques qui ajustent correctement les copules empiriques. Celles-ci sont estimées à partir des distributions marginales des différents rendements des indices financiers. Le recours à la théorie des valeurs extrêmes a été capital pour estimer les distributions marginales.

L'estimation de nos coefficients de dépendance dynamique entre les indices financiers a été faite, d'une part, sur la totalité de la période, et au niveau des queues caractérisant la dépendance entre les actifs en période de crise et d'euphorie, d'autre part.

Nous précisons, à ce niveau, que l'estimation des corrélations dynamiques a été faite d'une façon itérative avec une "fenêtre" égale à 1000 observations. A titre d'exemple, nous montrons ci-dessous les corrélations dynamiques conditionnelles obtenues entre les rendements de l'indice CAC40 et les différents indices boursiers des six pays émergents en appliquant la technique des copules. Les graphiques ci-dessous concernent la Malaisie et le Singapour. Nous constatons que les structures dynamiques des coefficients de corrélation entre eux sont différentes de celles obtenues par les modèles MGARCH. A cette différence de la dynamique de corrélations conditionnelles, s'ajoute une différence significative au niveau des valeurs.

En effet, la période 2000-2002 montre une augmentation significative des taux de dépendance de Kendall et celui de Spearman entre les rendements. Cette augmentation en termes de valeurs montre que ces indicateurs reflètent mieux la réalité du comportement des indices entre eux. Cette période a été suivie par une relative accalmie des taux de dépendance en question. Ces taux étaient affectés, par la suite, par la crise des subprimes.

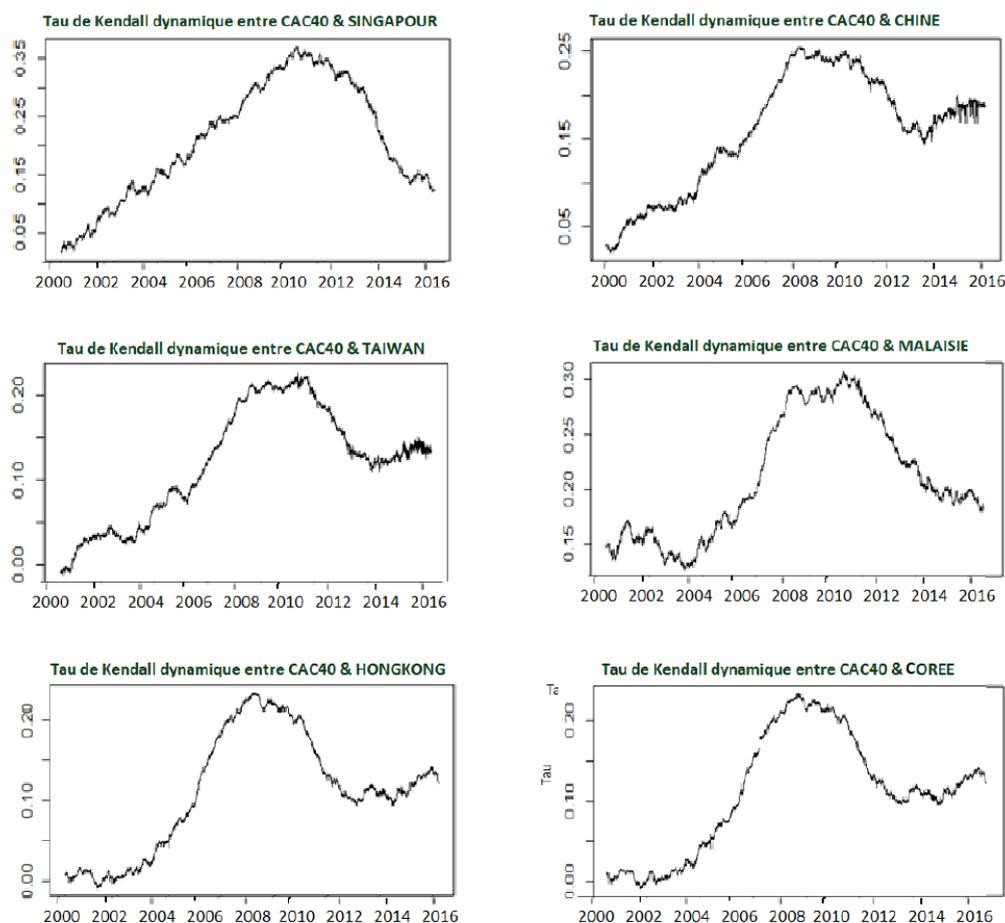


FIGURE 2.3 – Courbes de corrélation dynamique entre le CAC40 et six indices obtenues à partir des copules

Les courbes de taux de dépendance non linéaires dynamiques des coefficients de Kendall et de Spearman pour les indices CAC40/TAIWAN, d'une part et CAC40/CHINE d'autre part, montrent une augmentation de leurs niveaux dans la mesure où ils sont passés de 0,15 à 0,25 pour connaître de nouvelles augmentations nettement plus significatives durant la crise de la dette souveraine, le mini-crash de l'été 2011 et la crise financière en Chine de 2015 (voir annexe (2.B)). Nos tests montrent en particulier que les coefficients de corrélation estimés par Kendal et Spearman ont augmenté d'une manière plus significative, passant en moyenne à des valeurs oscillant entre 0,25 et 0,45. En outre, on observe une persistance pendant un certain nombre d'années de 2007 à 2009. Ainsi, grâce à l'intervention des gouvernements et l'injection de la liquidité, les marchés financiers ont pu retrouver une baisse de volatilité et par la suite une réduction des taux de dépendance conditionnelle dynamique entre leurs indices entre les pays émergents et développés. Les valeurs varient entre 0,15 et 0,2.

Ainsi, la technique des copules montre des résultats empiriques ayant une originalité relative à la politique de diversification internationale du portefeuille par rapport aux travaux existants. Cette originalité est double. Sur le plan technique d'une part, mais également en termes de précision relative des valeurs de la corrélation, d'autre part. Cette précision permet de procéder à une diversification internationale en fonction de la nature de corrélation. Autrement dit, Ce qui attire notre attention ce sont les niveaux de corrélations conditionnelles non linéaires relativement "bas" par rapport aux estimations données. Ainsi, la diversification internationale sera différente en termes de choix d'actifs par rapport à celle proposée sur la base des DCC. Ainsi, dans le cas de cette corrélation non linéaire, les marchés boursiers des cinq pays du G7 montrent une forme de segmentation à l'égard de la crise et dans leur réaction par rapport aux pays émergents.

Les investisseurs de ces pays ont intérêt à allouer leurs richesses sur les marchés émergents. Les nouvelles classes d'actifs présentent, aussi, un avantage de diversification. En effet, durant la période de crise financière, les résultats empiriques basés sur les techniques de copules montrent que les bénéfices de la diversification demeurent possibles car les corrélations conditionnelles estimées sont relativement faibles. Ce constat sera confirmé, dans la suite, par la mesure des gains sur les différents marchés émergents et les autres classes d'actifs, tels que l'Art, le Pétrole, l'Immobilier et l'Indice Islamique.

C'est dans ce sens que nous constatons que les investisseurs n'auront pas intérêt à

se désengager massivement des marchés émergents même en période de crise car les taux de dépendance ne sont pas linéaires. En outre, cette diversification doit prendre en considération la différence de rendements des actifs financiers sur les marchés boursiers des pays développés par rapport à ceux des pays émergents.

En outre, le tableau (2.2) montre qu'en moyenne le rendement des indices des cinq pays du G7 est de 0.25 % alors qu'il est de 0.035 % sur les marchés émergents. Ce tableau montre aussi un résultat fort intéressant. En effet, le rapport de la moyenne des rendements par rapport à leur écart-type moyen dépasse la valeur 2, ce qui montre une diversité des rendements à gauche et à droite de la moyenne, signe des événements extrêmes comme le montre les valeurs de la Kurtosis des différents rendements des indices en question. Ces résultats empiriques relatifs à la différence des rendements entre les marchés boursiers des cinq pays du G7 et émergents peuvent semer un doute quant au gain possible d'une diversification internationale des investisseurs des pays développés en direction des marchés émergents ou les nouvelles classes d'actifs.

L'annexe (2.A) montre la dynamique des coefficients de corrélation des autres indices financiers SP500, FTSE100, DAX30 et NIKKEY225 avec les 5 indices boursiers des pays émergents en question. En analysant les courbes de corrélation, nous constatons les mêmes résultats trouvés pour le CAC40 : des coefficients de corrélation relativement faibles même en période de crise ce qui confirme l'analyse faite dans le cas du CAC40 et qui consiste à dire que les investisseurs étrangers n'ont pas intérêt à limiter leur stratégie de diversification sur les places financières des pays émergents en cas de crise.

Dans la section suivante, nous apportons une confirmation à la présence des gains de la diversification internationale et ceci malgré les fluctuations et l'évolution des coefficients de corrélations estimés par les méthodes avancées dans ce chapitre. Notre analyse montre, ainsi, la supériorité de la diversification internationale par rapport à la diversification nationale.

2.4 Bénéfices de la diversification internationale des portefeuilles : résultats empiriques à partir des modèles DCC-MGARCH

Dans cette section, nous nous intéressons à estimer les bénéfices attendus de la diversification internationale. Pour cela, nous considérons le même échantillon et la même période d'analyse. En outre, on considère quatre nouvelles classes d'actifs à savoir le Pétrole, l'Art, l'Immobilier et l'indice Islamique.

2.4.1 Méthodologie

Pour l'estimation du gain espéré d'un portefeuille internationalement diversifié, nous considérons deux portefeuilles présentant le même risque où le premier est diversifié à l'échelle internationale alors que le deuxième est diversifié localement. En utilisant le MEDAFI, nous pouvons calculer la rentabilité espérée de chaque portefeuille. Ainsi, la différence entre ces deux rendements est interprétée comme le gain escompté de la diversification internationale qui peut être formalisé comme suit :

$$E(R_{I,t} - R_{i,t}) \quad (2.21)$$

Où :

- $R_{I,t}$: est le rendement du portefeuille diversifié à l'international ;
- $R_{i,t}$: est le rendement du portefeuille domestique.

En utilisant le MEDAFI, [Solnik \(1974b\)](#) démontre sous certaines hypothèses au sens de Markowitz et d'autres hypothèses relatives au théorème de séparation de [Black \(1972\)](#) que les rentabilités espérées des deux portefeuilles s'écrivent comme suit :

$$E(R_{I,t}/\Omega_{t-1}) = \delta_{t-1}\theta_{t-1}Var(R_{Wt}/\Omega_{t-1}) \quad (2.22)$$

$$E(R_{I,t}/\Omega_{t-1}) = \delta_{t-1}COV(R_{it}, R_{Wt}/\Omega_{t-1}) \quad (2.23)$$

Avec :

- $\delta_{t-1} = \frac{E(R_{Wt}/\Omega_{t-1}) - R_{ft}}{V(R_{Wt}/\Omega_{t-1})}$: désigne le prix du risque ;

— θ_{t-1} : est un coefficient qui dépend de l'aversion au risque d'un investisseur représentatif.

D'après les équations (2.22) et (2.23), le gain espéré de la diversification internationale pour un investisseur domestique est donné par l'expression suivante :

$$E(R_{I,t} - R_{it}/\Omega_{t-1}) = \delta_{t-1} \left[\theta_{t-1} \text{Var}(R_{Wt}/\Omega_{t-1}) - \text{COV}(R_{it}, R_{Wt}/\Omega_{t-1}) \right] \quad (2.24)$$

En supposant que les deux portefeuilles ont le même risque, le gain de la diversification internationale s'écrit comme suit :

$$E(R_{I,t} - R_{it}/\Omega_{t-1}) = \delta_{t-1} \left[\text{Var}(R_{Wt}/\Omega_{t-1}) - \text{COV}(R_{it}, R_{Wt}/\Omega_{t-1}) \right] \quad (2.25)$$

Prenant le coefficient de corrélation conditionnelle entre le portefeuille domestique et le portefeuille international pour $\rho_{iW,t}$, l'équation (2.25) peut s'écrire comme suit :

$$E(R_{I,t} - R_{it}/\Omega_{t-1}) = \delta_{t-1} \left[(1 - \rho_{iW,t}) \text{Var}(R_{Wt}/\Omega_{t-1}) \right] \quad (2.26)$$

Avec :

$$\rho_{iW,t} = \frac{\text{COV}(R_{it}, R_{Wt}/\Omega_{t-1})}{\sqrt{\text{Var}(R_{it}/\Omega_{t-1}) \text{Var}(R_{Wt}/\Omega_{t-1})}}$$

Ainsi, le gain de la diversification internationale est décroissant et tend même vers zéro lorsque la corrélation conditionnelle est parfaite entre les deux portefeuilles. Ce gain est à son maximum lorsque la corrélation entre les deux portefeuilles est statistiquement nulle.

Dans ce qui suit, nous analysons empiriquement l'évolution dynamique du gain suite à une diversification internationale des investissements vers les six pays émergents en question et vers certains nouveaux actifs. En vue de comparer le gain estimé des marchés boursiers émergents, nous analysons aussi le gain escompté suite à une diversification vers les cinq marchés boursiers des cinq pays du G7 en question (USA, Grande Bretagne, Allemagne, Japon et France).

2.4.2 Résultats empiriques

L'estimation du gain dynamique de la diversification durant la période 2000-2017 sur des données journalières est reportée dans les courbes ci-dessous et dans l'annexe (2.D).

Les modèles MGARCH multivariés de type DCC ont été à la base de cette estimation.

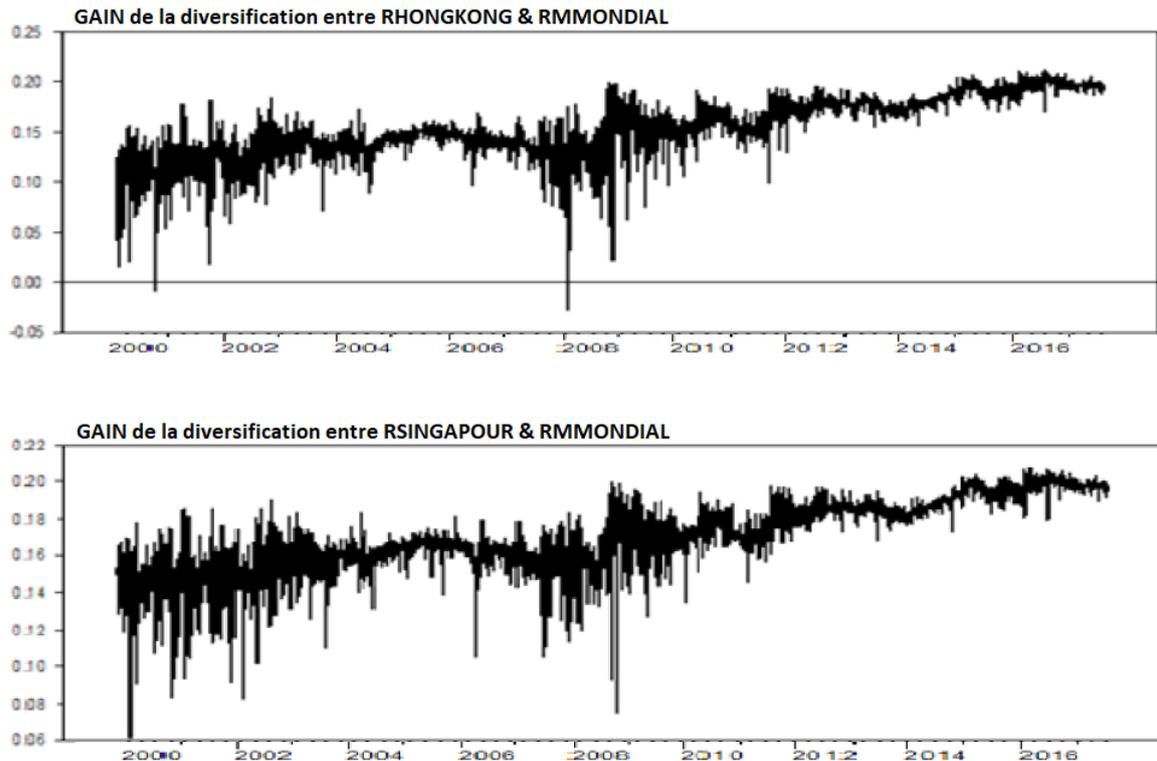


FIGURE 2.4 – Gains escomptés de la diversification internationale (1)

Nous constatons que ce gain possède une pente positive surtout dans le cas des six pays émergents et une évolution structurelle dynamique avec les différents phénomènes financiers qui ont touché l'économie mondiale. Durant la crise de la bulle de l'internet (2001-2002), ce gain atteint un niveau autour de 0,17 (pour Hong-Kong, Singapour, Malaisie et Taiwan) et de 0,1 (pour la Chine et la Corée), en connaissant même des baisses significatives. Pour les cinq pays du G7 en question, le gain de la diversification est nettement faible par rapport à celui observé sur les marchés émergents puisqu'il varie durant la même période (2000-2002) autour de 0,03 (voir annexe (2.D) pour les autres indices).

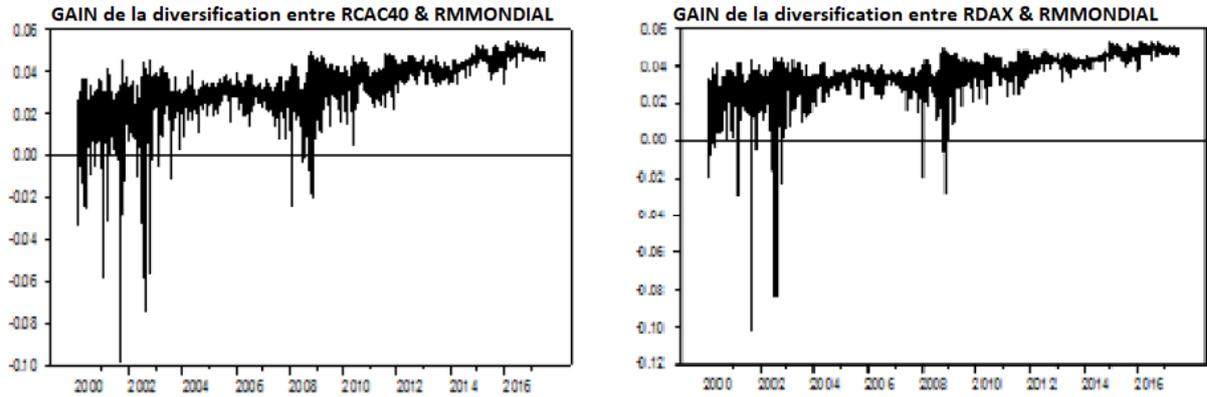


FIGURE 2.5 – Gains escomptés de la diversification internationale (2)

La période 2003-2006 a connu une stabilité du gain dynamique escompté de la diversification à partir de tous les marchés boursiers étudiés mais avec des niveaux différents. Il se situe autour de 0,15 pour les marchés émergents, autour de 0,03 pour les cinq marchés développés et à des niveaux allant de 0,3 à 1 pour les nouvelles classes d'actifs (voir graphiques ci-dessous). Avec le déclenchement de la crise des subprimes en 2007-2008 et jusqu'à la fin du mini-crash financier en 2011, la dynamique du gain de la diversification a connu de nouveau une modification tout en gardant, cependant, son niveau positif.

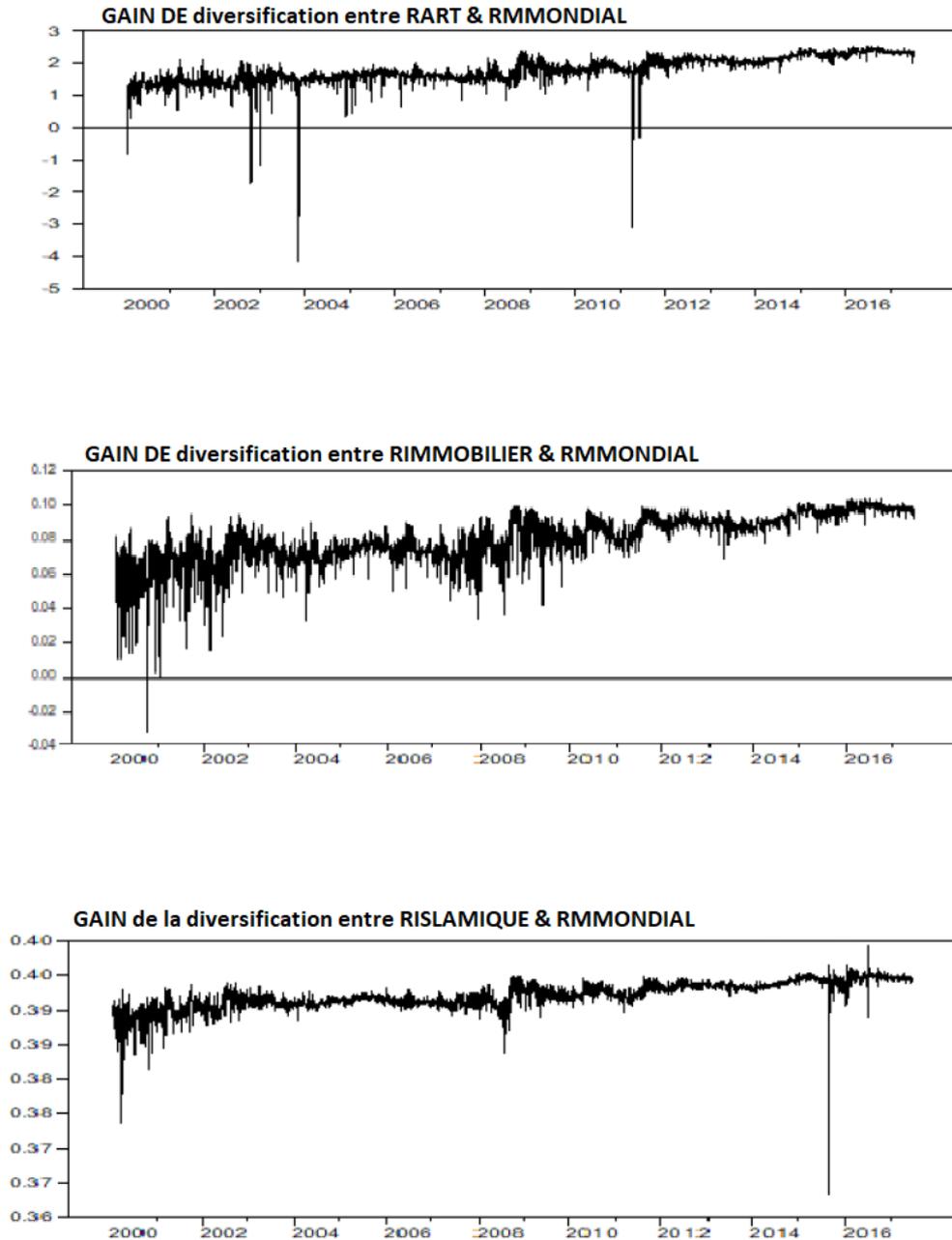


FIGURE 2.6 – Gains escomptés de la diversification internationale (3)

Plus encore, sur les marchés boursiers émergents, les courbes des gains montrent cependant une légère augmentation au niveau de leurs pentes, dans la mesure où le niveau dynamique du gain a fait un faible "saut" en se situant à un niveau proche de 0,2. Durant le reste de la période (2012-2017), le gain espéré de la diversification en direction des marchés émergents avoisine la valeur de 0,2 et un peu plus malgré les deux crises qu'ont connues les places financières à la fin de 2014 (antichoc pétrolier) et la crise financière de 2015-2016.

Pour la nouvelle classe d'actifs (Art, Pétrole, Immobilier et Islamique), le gain de la diversification a gardé un niveau faible autour de 0,1 pour le pétrole et pour l'immobilier alors qu'il se situe à un niveau assez élevé autour de 1,5 pour l'Art. Les courbes ci-dessus et l'annexe (2.D), le gain espéré de la diversification vers les marchés boursiers développés a gardé son niveau faible fluctuant autour de 0,05.

Nous pouvons ajouter que le gain a varié certainement dans le temps et dans l'espace avec des niveaux moyens jugés statistiquement significatifs d'après le test de Student. Le tableau 2.3 résume ces niveaux moyens et montre un gain significatif de la diversification internationale à partir des marchés émergents et d'un seul nouveau actif, l'Art. En revanche nous constatons que les pays développés offrent une opportunité de diversification moins importante en terme de gain. En outre les marchés du Pétrole, de l'Immobilier et l'indice Islamique offrent un gain moins important que celui des pays émergents.

Le degré de corrélation dynamique conditionnelle entre l'indice mondial et les différents indices des marchés boursiers en question (voir annexe (2.A)) explique les résultats empiriques que nous venons de dégager.

TABLE 2.3 – Gains moyens anticipés de la diversification internationale des marchés et du portefeuille mondial (en pourcentage)

Pays et N.C.A	Période : 24/01/2000 à 14/07/2017
Hong-Kong	0.1537*** (353.5)
Singapour	0.1703*** (606.26)
Malaisie	0.1803*** (956.29)
Corée du Sud	0.172*** (145.59)
Chine	0.133*** (221.76)
Taiwan	0.1650*** (424.06)
États-Unis	0.0446*** (879.6)
Grande Bretagne	0.0346*** (219.6)
France	0.0334*** (192.0)
Japon	0.0161*** (21.6)
Pétrole	0.0634*** (144.12)
Immobilier	0.0806*** (395.12)
DOWJONES ISLAMIQUE	0.397*** (1384.3)
Art	1.791*** (298.06)

*, ** et *** signifient que la statistique est significative respectivement à 10%, 5% et 1%.

2.5 Conclusion

Ce chapitre traite la question de la diversification internationale du portefeuille et des gains potentiels que les investisseurs peuvent en tirer.

Les travaux de [Levy et Sarnat \(1970\)](#), de [Solnik \(1974a\)](#) et de [Solnik et Noetzlin \(1982\)](#), entre autres, démontrent que l'internationalisation des portefeuilles évite le biais domestique et permet aux agents économiques de minimiser le risque et d'augmenter le rendement de leur portefeuille. Seulement, les recherches empiriques de [Mensah et Alagidede \(2017\)](#), de [Mimouni et al. \(2016\)](#), de [Benito-Osorio et al. \(2016\)](#), de [Kroencke et al. \(2013\)](#), de [Mishra \(2015\)](#), de [Miralles-Marcelo et al. \(2015\)](#), de [Chollete et al. \(2011\)](#), d'[Ibragimov \(2009\)](#), de [You et Daigler \(2010\)](#) et de [Chiou et al. \(2009\)](#) ont montré que le gain espéré de la diversification internationale a connu, certes, une baisse significative mais garde toujours un niveau positif.

Dans une première section du chapitre 2, nous avons présenté certains travaux empiriques antérieurs traitant de l'estimation des coefficients de corrélations conditionnelles dynamiques linéaires et non linéaires entre les rendements des indices de certaines bourses des pays développés et des pays émergents. Ces corrélations permettent d'estimer les gains escomptés de la diversification internationale. En utilisant les modèles GARCH multivariés (BEKK, DCC-MGARCH) et la technique des copules, ces travaux montrent que les résultats auxquels ils sont parvenus sont mitigés quant à l'ampleur du gain trouvé. Ce gain reste positif mais caractérisé par une tendance baissière suite à l'intégration de plus en plus importante entre les marchés boursiers internationaux. Ceci s'explique par la baisse continue du gain dégagé par la diversification internationale des actions qui composent les portefeuilles des investisseurs.

Dans une deuxième section de ce chapitre, nous avons estimé sur la base des données hebdomadaires allant de janvier 2000 à juillet 2017 la structure de la corrélation conditionnelle dynamique entre les rendements des indices financiers de cinq pays du G7 (les USA, l'Allemagne, la Grande Bretagne, le Japon et la France) et les rendements des indices financiers de six pays émergents (la Chine, la Malaisie, la Singapour, le Taiwan et la Corée du Sud) en utilisant la technique de [Johansen et Juselius \(1988, 1990\)](#), deux modèles MGARCH (linéarité de la contagion) et la technique des copules (non linéarité de la contagion).

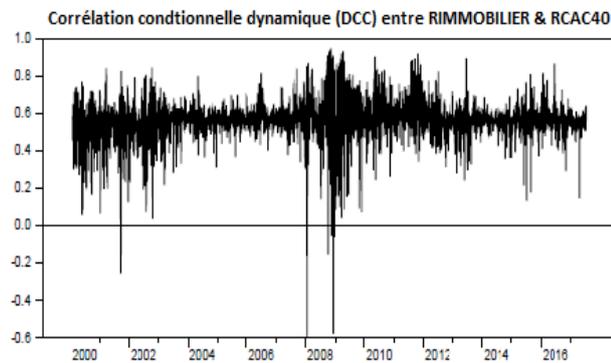
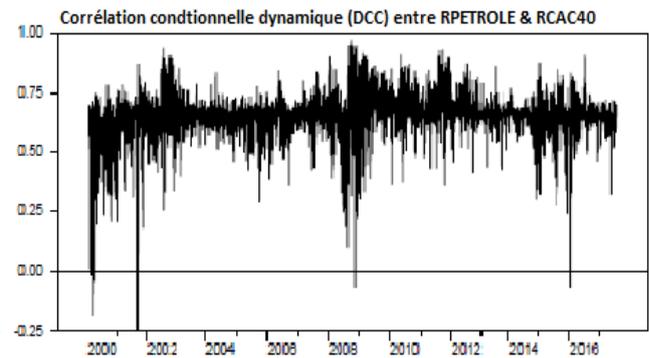
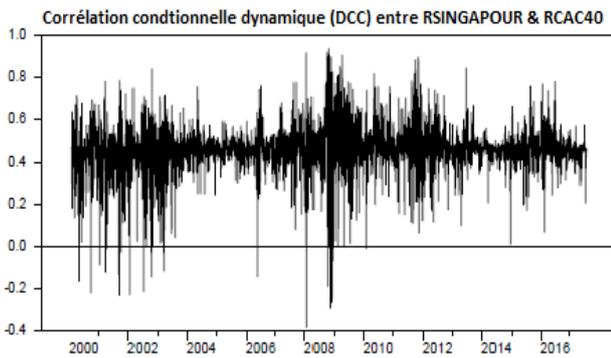
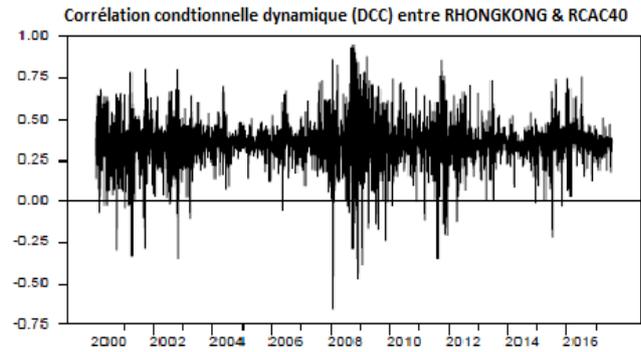
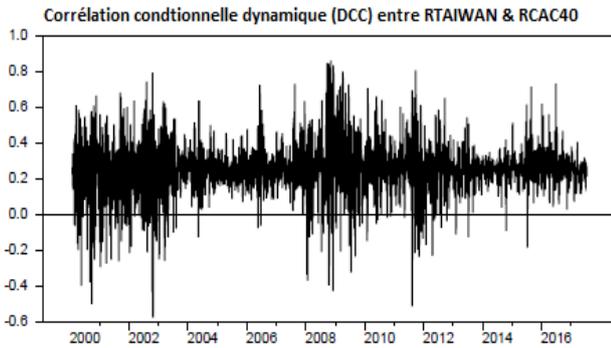
Nos résultats empiriques sont conformes à ceux trouvés par les travaux antérieurs surtout dans le cas où les corrélations conditionnelles sont estimées par le modèle BEKK ou DCC : une faible corrélation conditionnelle (entre 0,3 et 0,4) lorsque les marchés financiers internationaux sont calmes et une forte corrélation (entre 0,6 et 0,8) suite aux différentes crises financières (celle de l'internet en 2000, celle des subprimes en 2007-2008, celle de la dette souveraine en 2009-2010 et celle des marchés boursiers européens en 2011). La technique de cointégration de Johansen a montré l'absence des relations de long terme entre les indices financiers des pays développés et ceux des pays émergents, autrement dit, les marchés financiers développés et émergents sont segmentés, ce qui montre empiriquement l'intérêt de la diversification internationale en matière de gestion de portefeuille. La technique des copules a dégagé des coefficients de corrélation faibles par rapport à ceux trouvés par les études antérieures : des coefficients de corrélation très faibles lors de la stabilité financière (entre 0,1 et 0,2) et une augmentation de ces corrélations en période de crises financières, mais de façon non significative (entre 0,3 et 0,4).

Le calcul de ces corrélations conditionnelles dynamiques nous a permis de calculer les gains escomptés de la diversification internationale de chacun des cinq pays du G7 en question et des quatre nouvelles classes d'actifs (pétrole, art, immobilier, Islamique). Nos résultats empiriques montrent que ces gains sont importants en période de stabilité boursière alors qu'ils connaissent une baisse significative en période de crise. Nos résultats montrent aussi que la diversification envers les quatre nouvelles classes d'actifs, et surtout vers l'Art, dégagent les gains les plus importants.

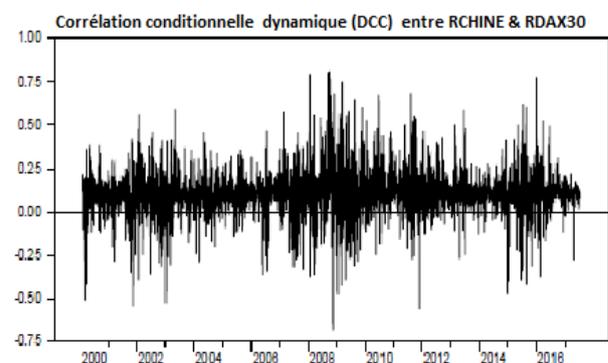
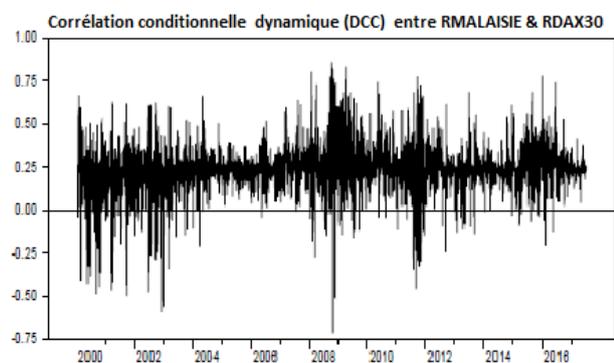
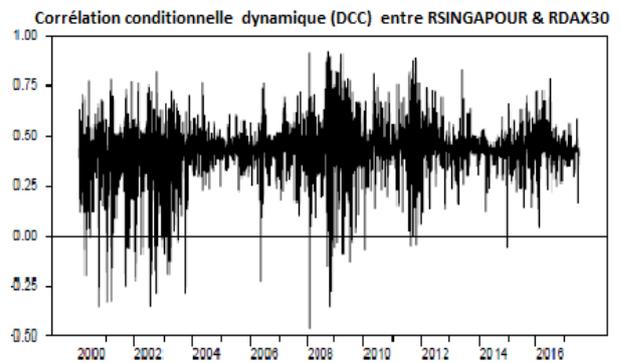
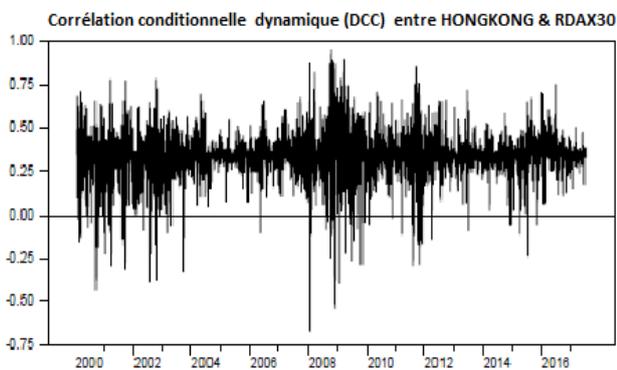
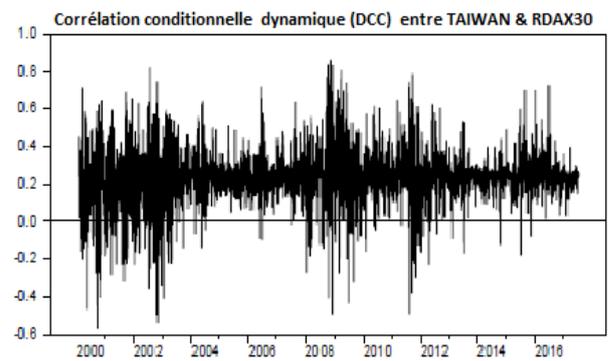
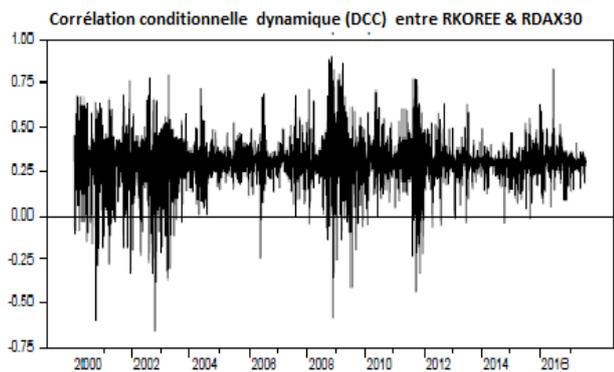
Annexes

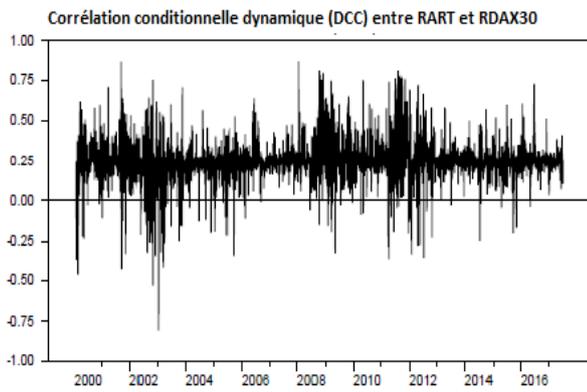
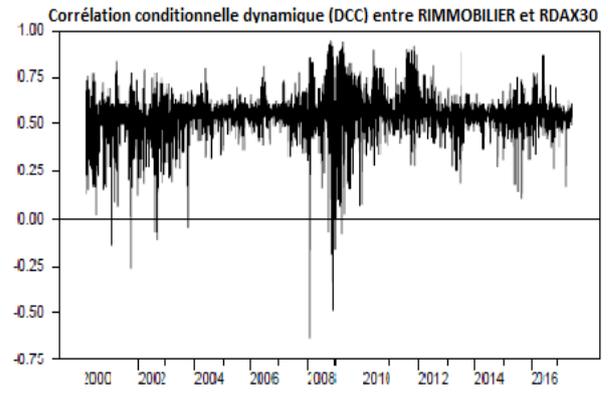
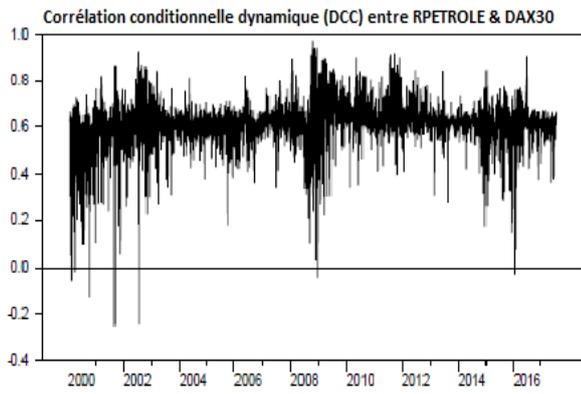
2.A Les courbes des coefficients de Corrélation Dynamique Conditionnelle (DCC et BEKK) entre les indices boursiers des marchés développés, émergents et quatre nouvelles classes d'actifs pour la période : janvier 2000 - juillet 2017

2.A.1 Les courbes des coefficients de Corrélation Dynamique Conditionnelle (DCC) entre CAC40 et les indices boursiers des marchés émergents et les nouvelles classes d'actifs



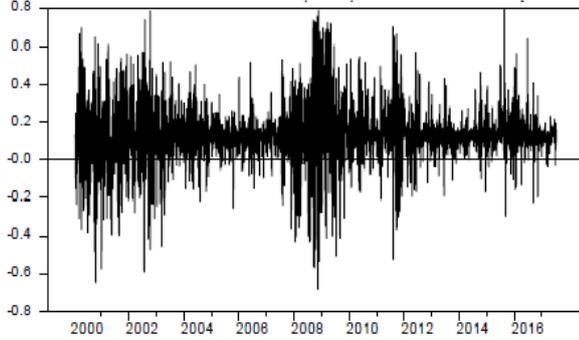
2.A.2 Les courbes des coefficients de Corrélation Dynamique Conditionnelle (DCC) entre DAX30 et les indices boursiers des marchés émergents et les nouvelles classes d'actifs



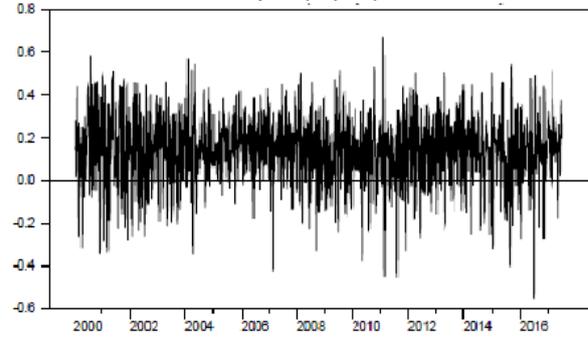


2.A.3 Les courbes des coefficients de Corrélation Dynamique Conditionnelle (DCC et BEKK) entre SP500 et les indices boursiers des marchés émergents et les nouvelles classes d'actifs

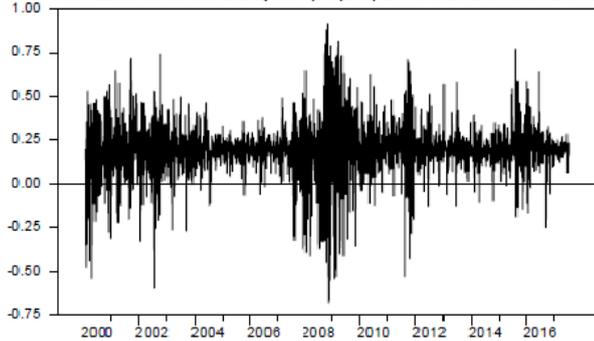
Corrélation conditionnelle dynamique (DCC) entre RTAIWAN & RSP500



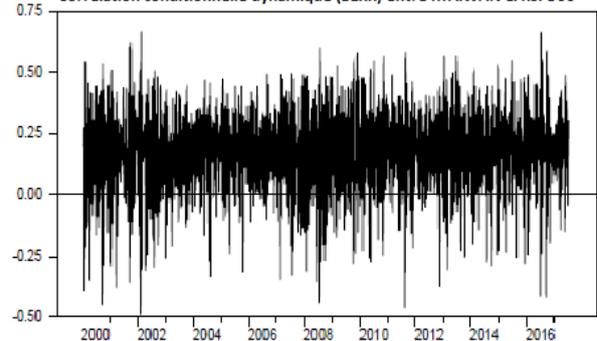
Corrélation conditionnelle dynamique (BEKK) entre RTAIWAN & RSP500



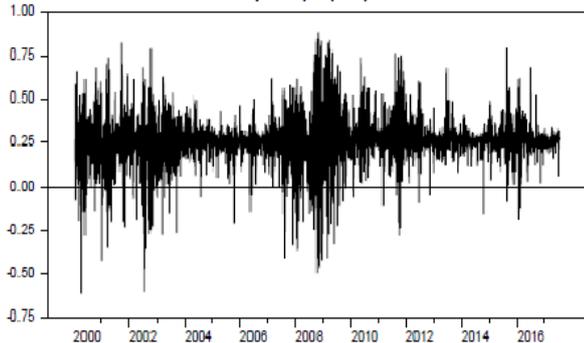
Corrélation conditionnelle dynamique (DCC) entre RHONGKONG & RSP500



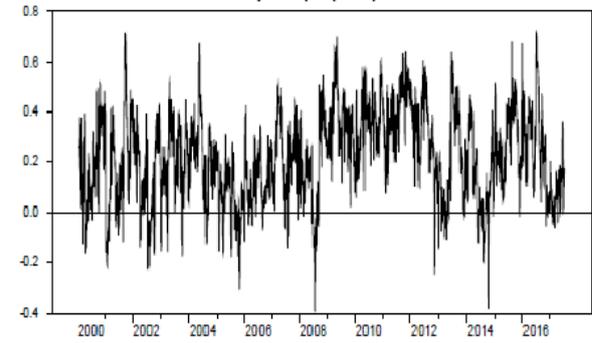
Corrélation conditionnelle dynamique (BEKK) entre RTAIWAN & RSP500

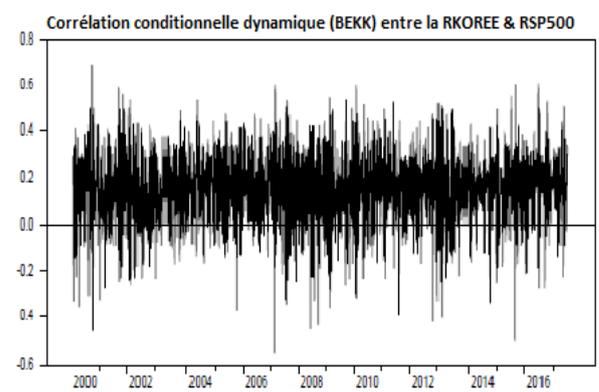
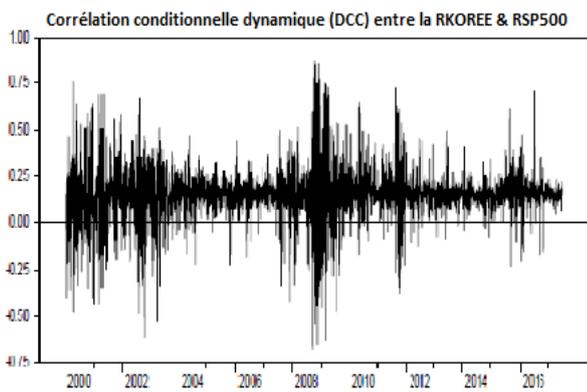
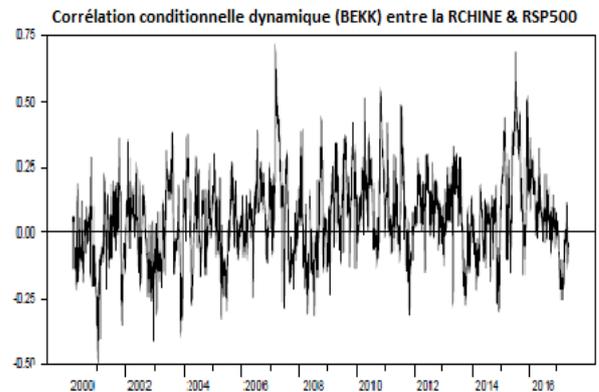
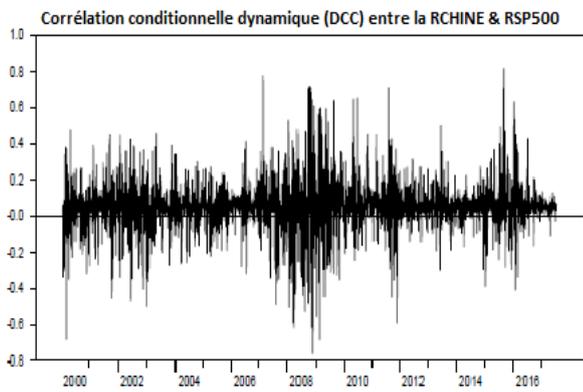
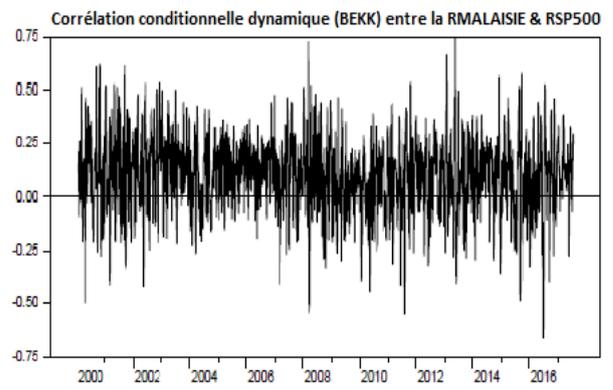
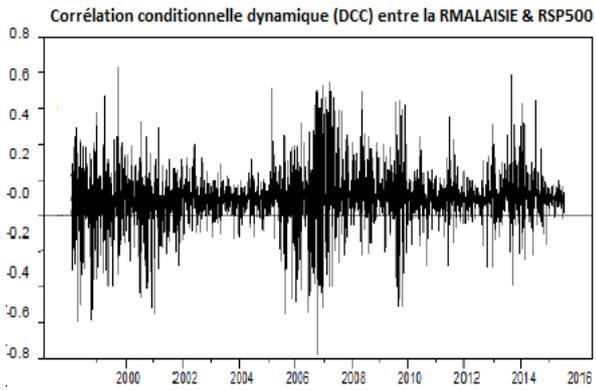


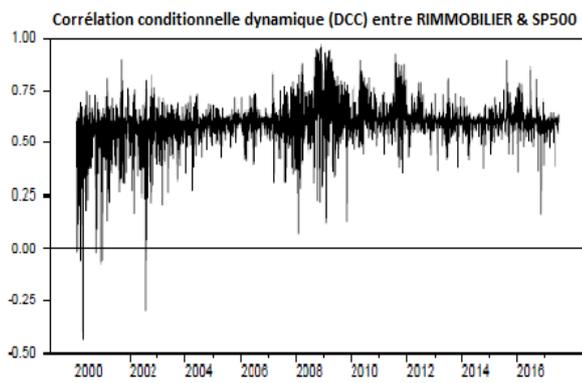
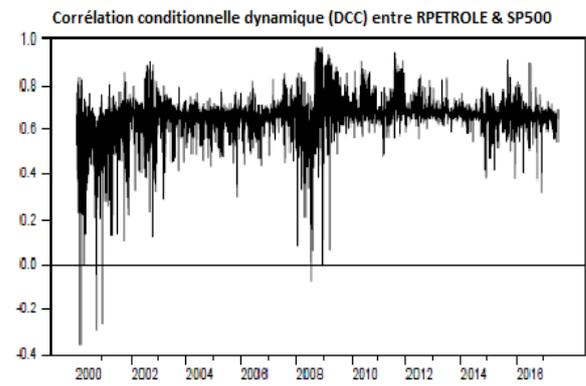
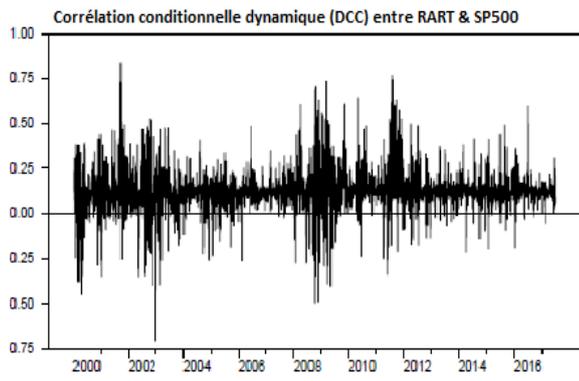
Corrélation conditionnelle dynamique (DCC) entre RSINGAPOUR & RSP500



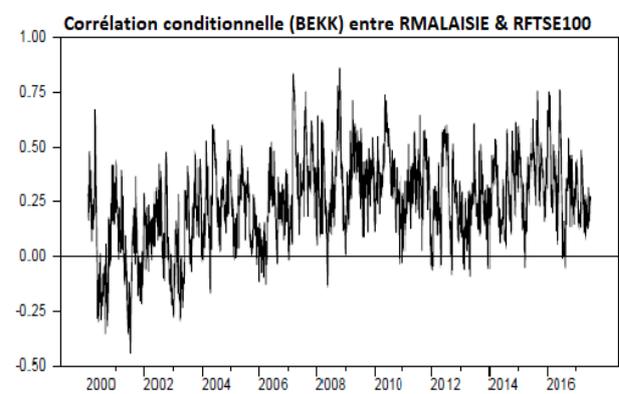
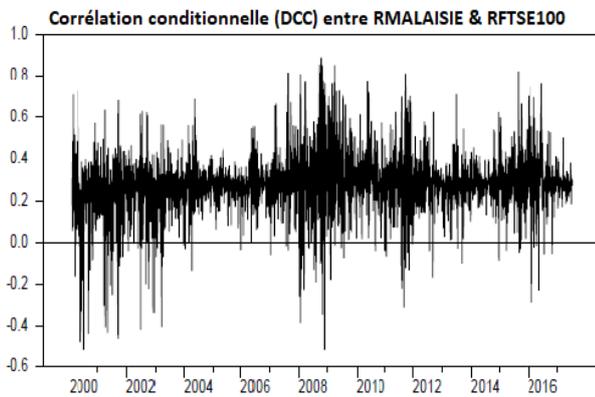
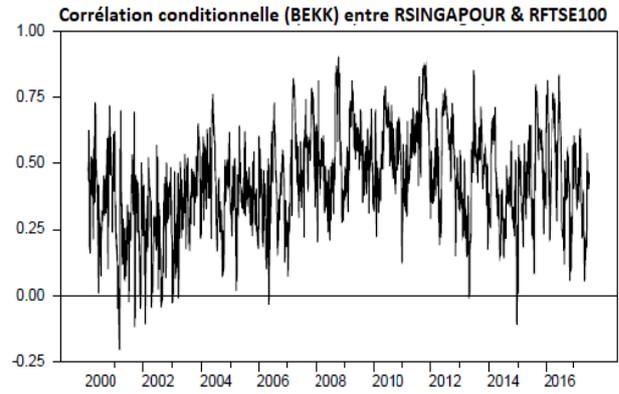
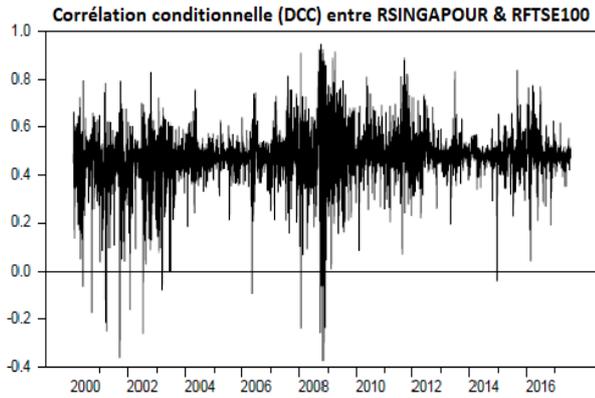
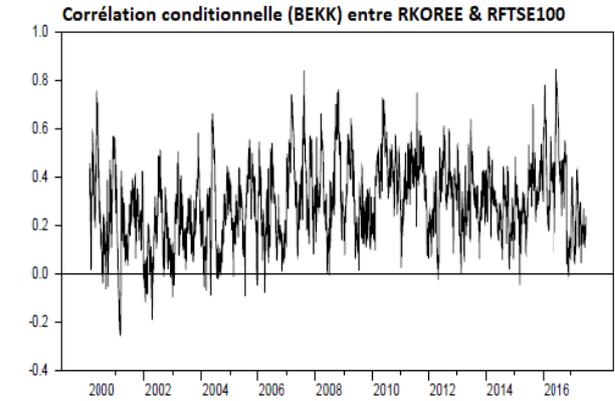
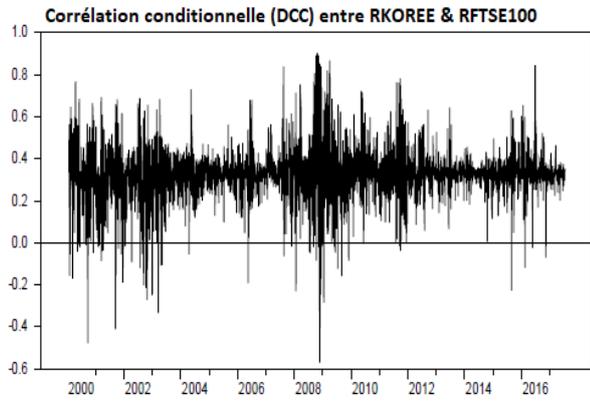
Corrélation conditionnelle dynamique (BEKK) entre RSINGAPOUR & RSP500

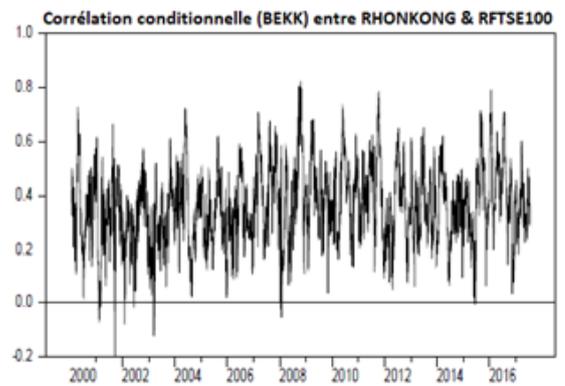
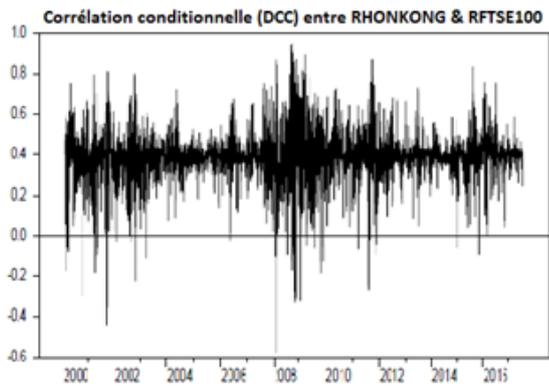
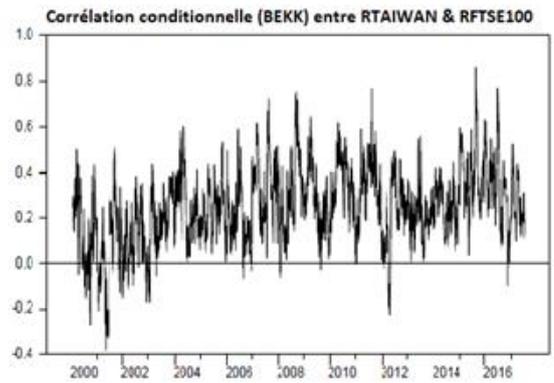
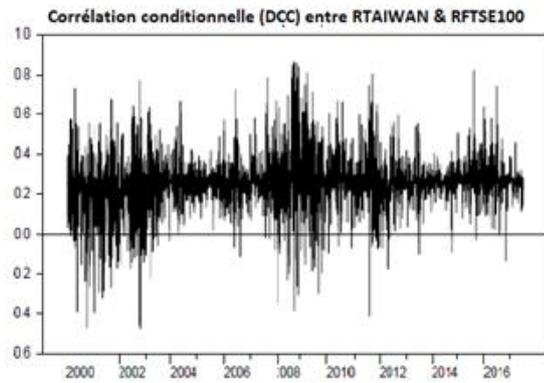
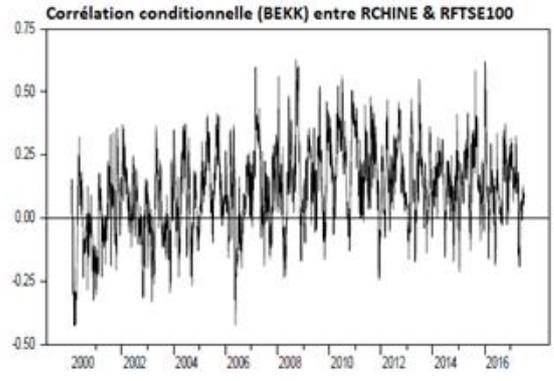
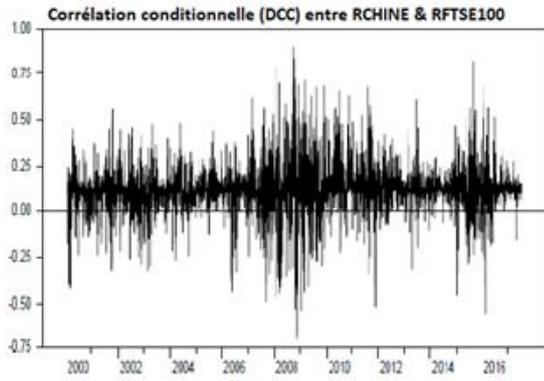


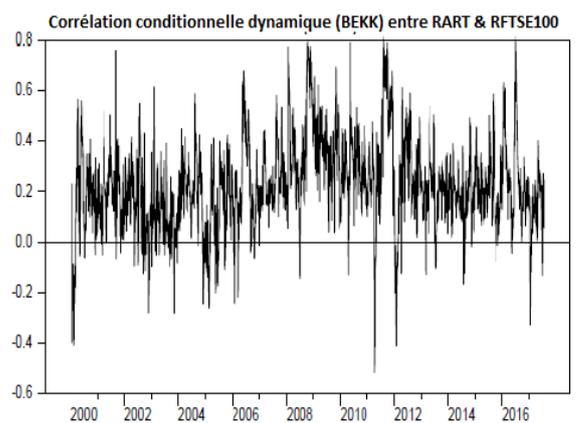
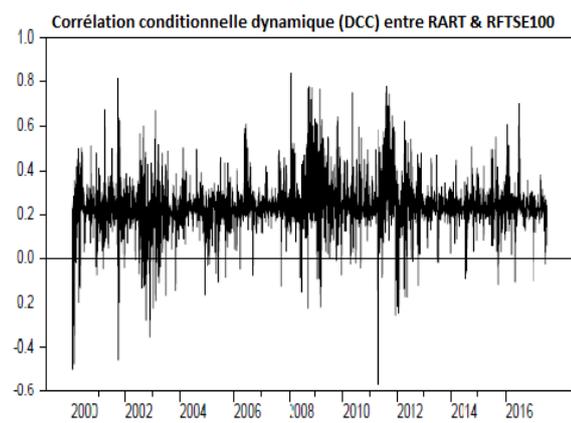
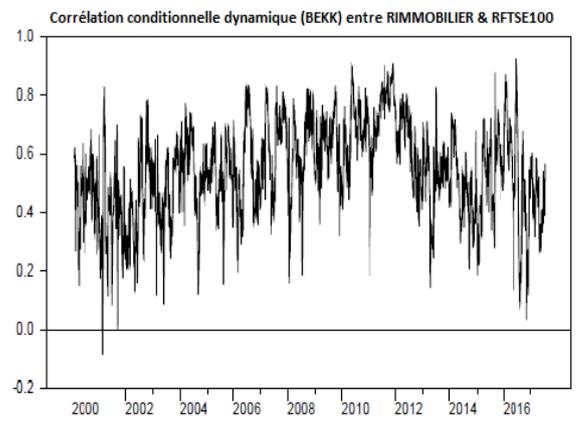
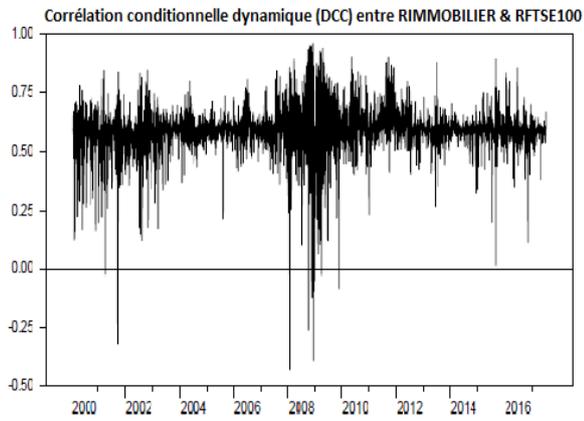
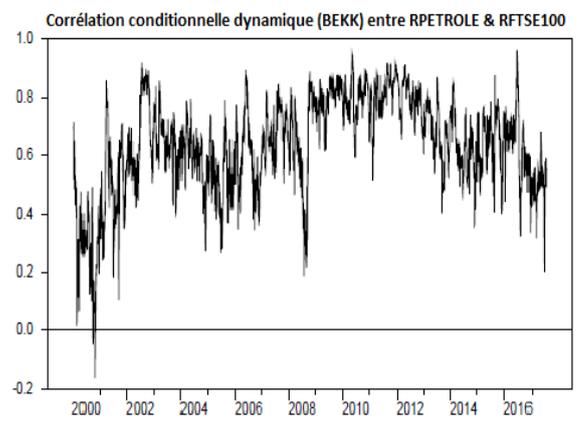
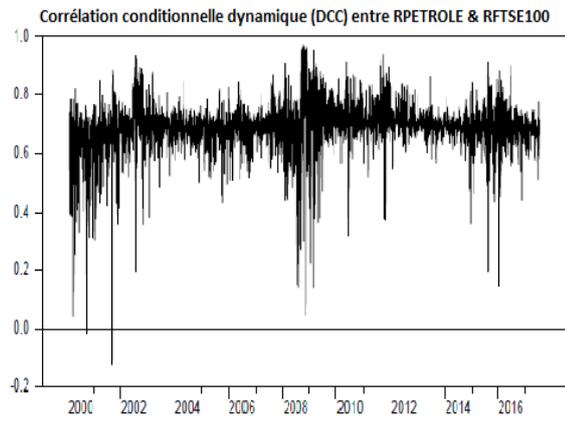




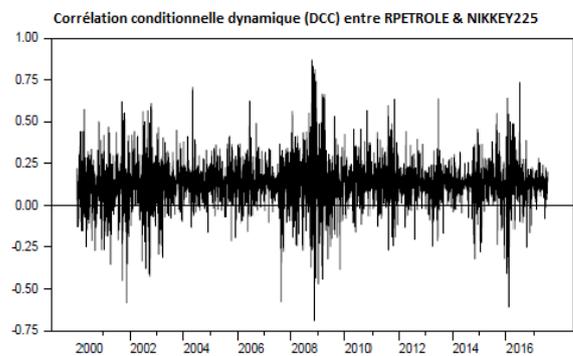
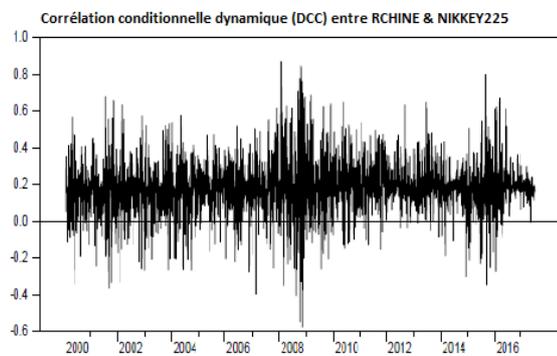
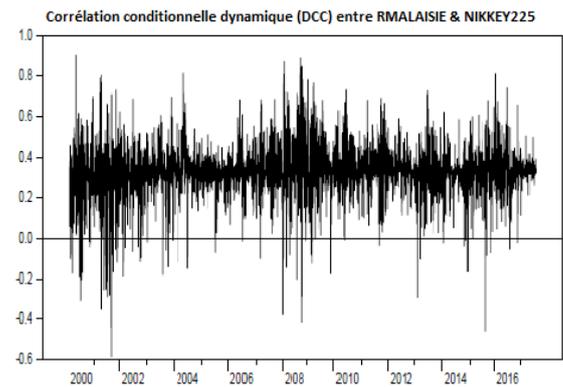
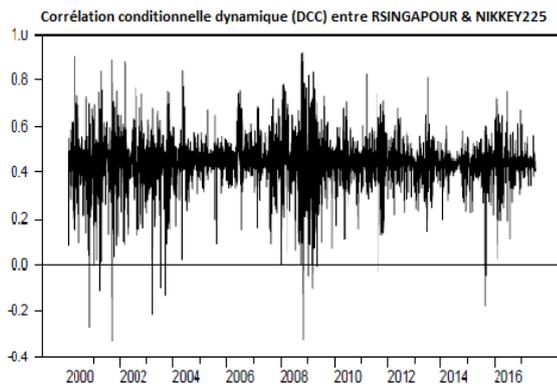
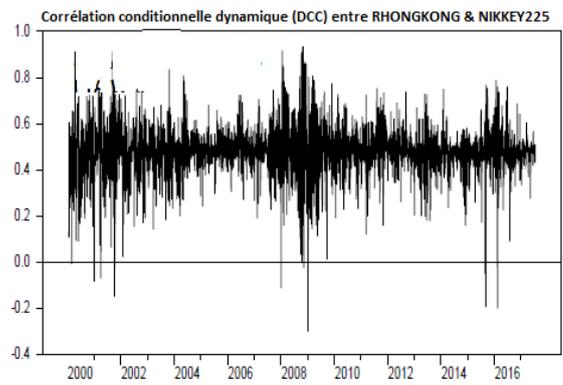
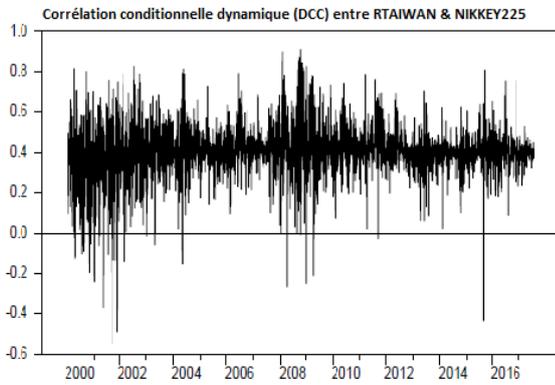
2.A.4 Les courbes des coefficients de Corrélation Dynamique Conditionnelle (DCC et BEKK) entre FTSE100 et les indices boursiers des marchés émergents et les nouvelles classes d'actifs

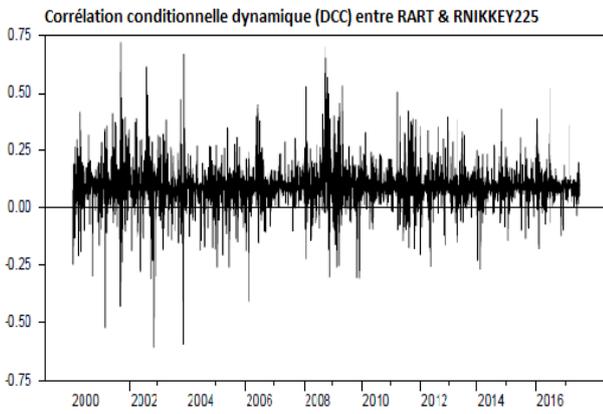
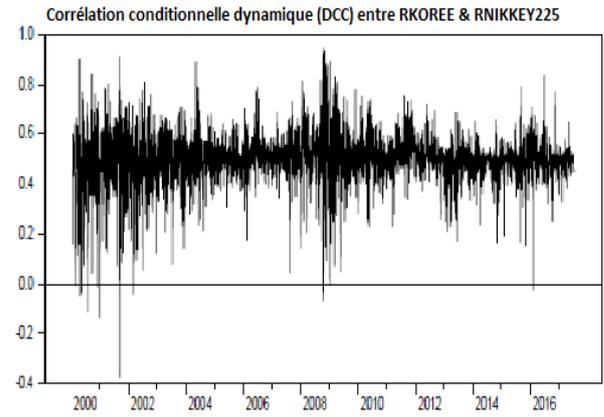
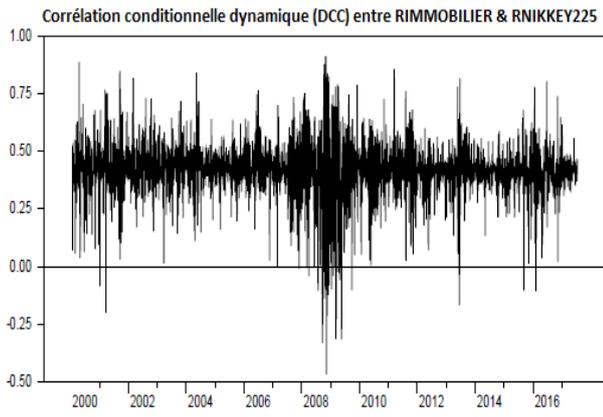






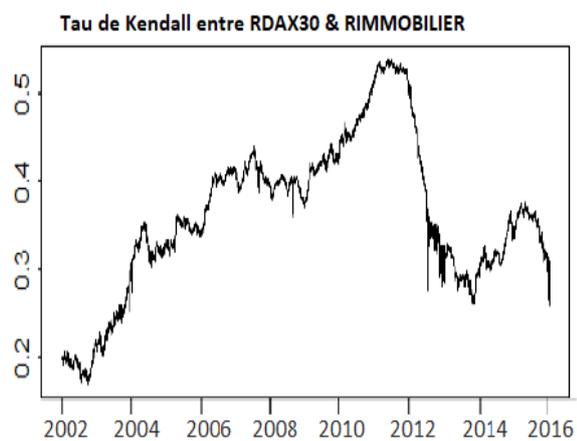
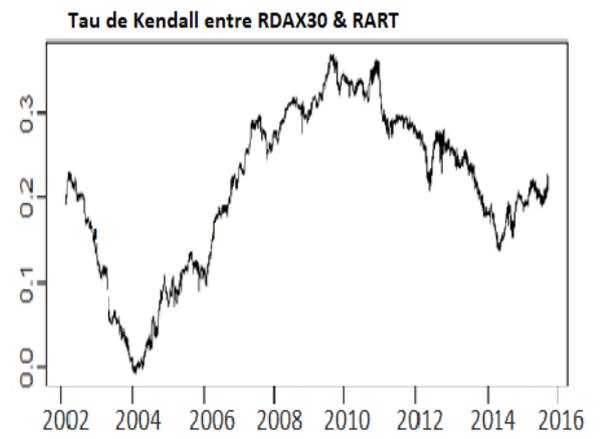
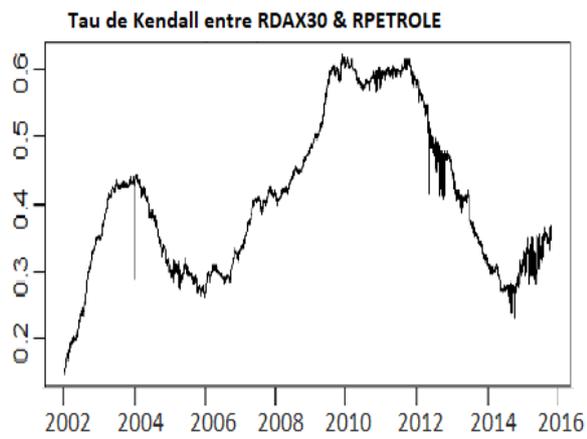
2.A.5 Les courbes des coefficients de Corrélation Dynamique Conditionnelle (DCC et BEKK) entre FTSE100 et les indices boursiers des marchés émergents et les nouvelles classes d'actifs



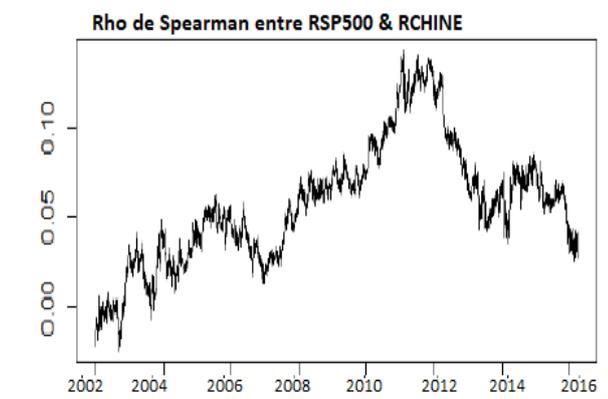
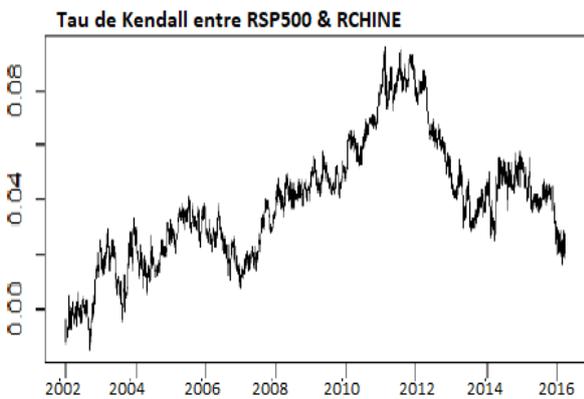
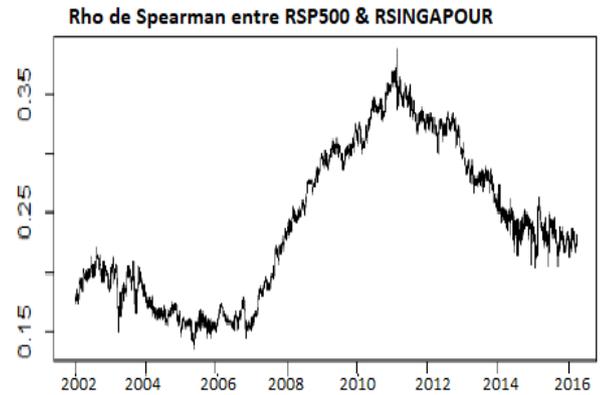
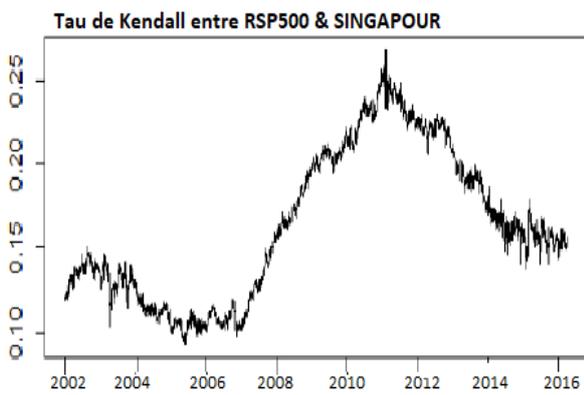
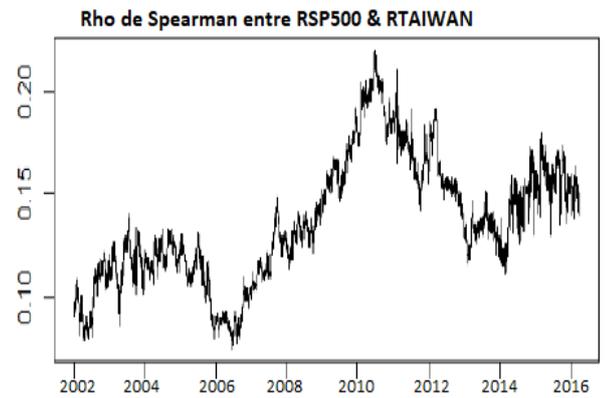
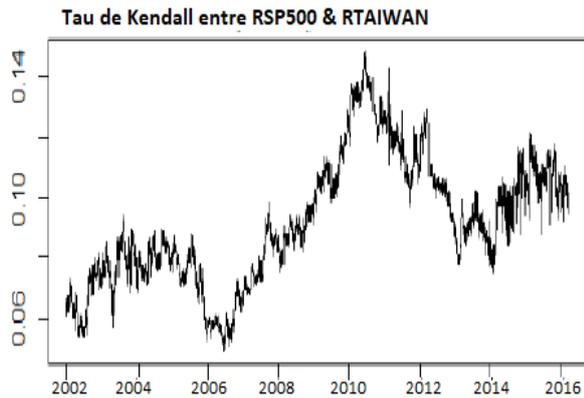


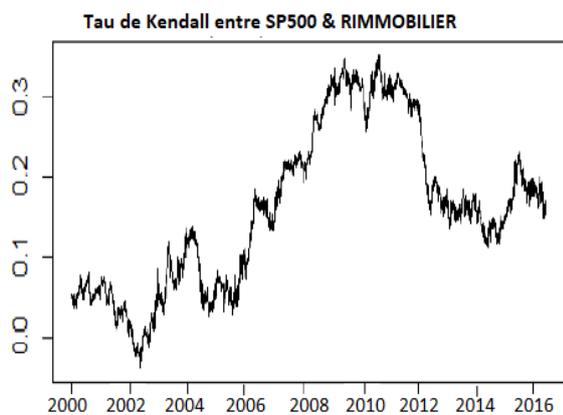
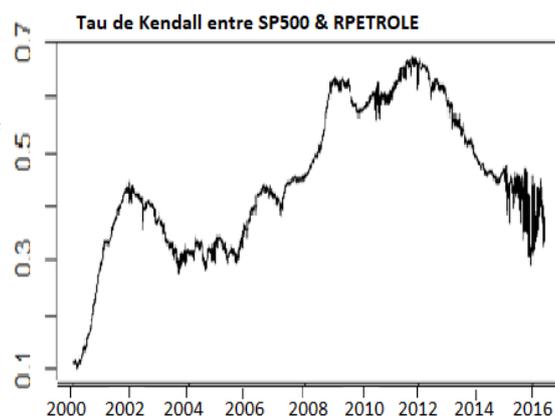
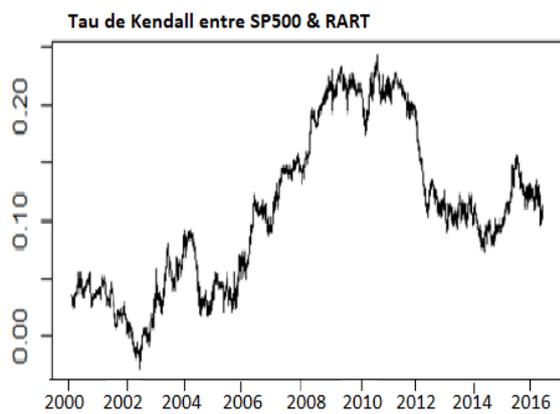
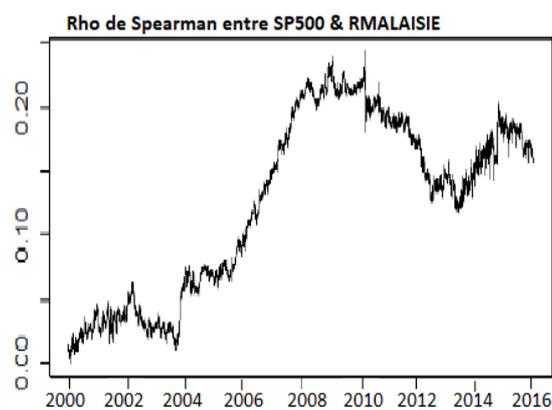
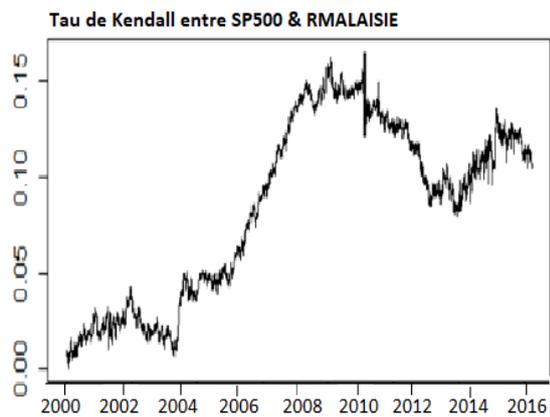
2.B Taux de Kendall et de Spearman dynamiques entre les cinq pays développés et certains pays émergents et une nouvelle classe d'actifs pour la période : janvier 2000-juillet 2017

2.B.1 Tau de Kendall dynamique entre DAX30 et les nouvelles classes d'actifs

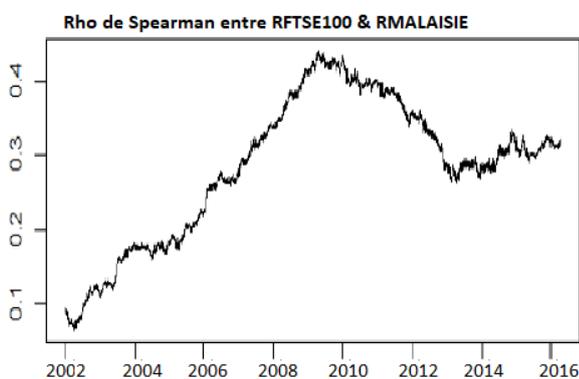
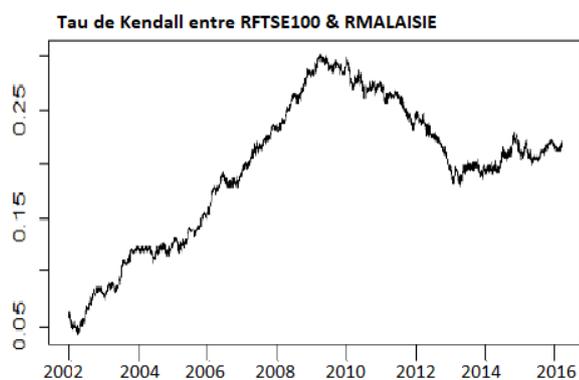
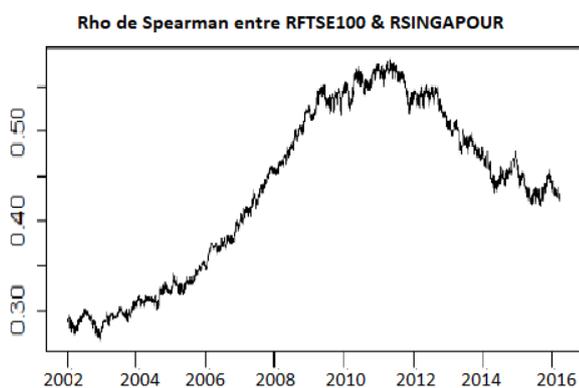
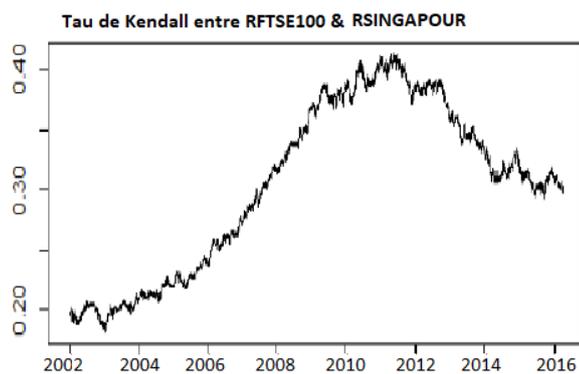
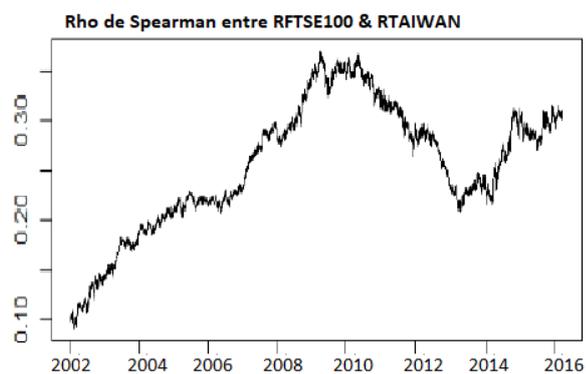
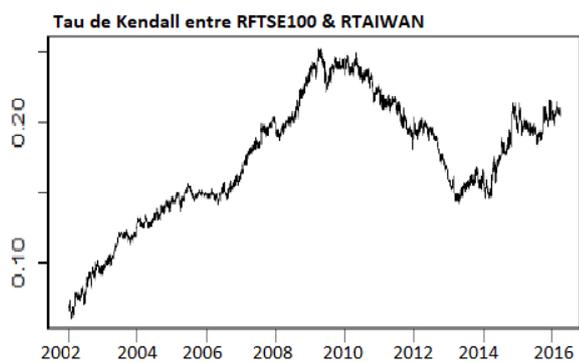


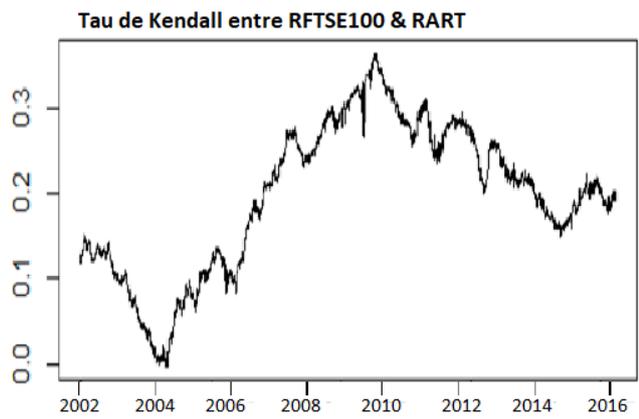
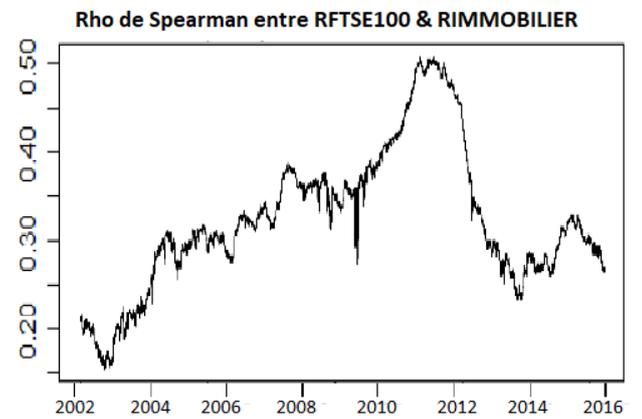
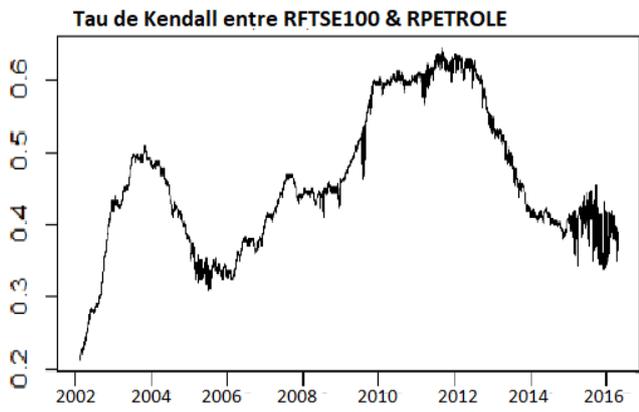
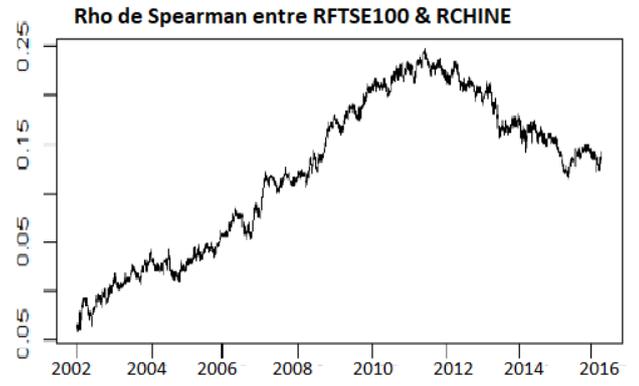
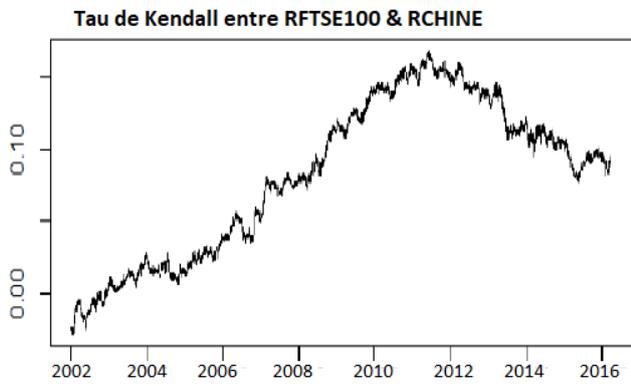
2.B.2 Tau de Kendall et Rho de Spearman dynamiques entre SP500 & les pays émergents et SP500 & les nouvelles classes d'actifs



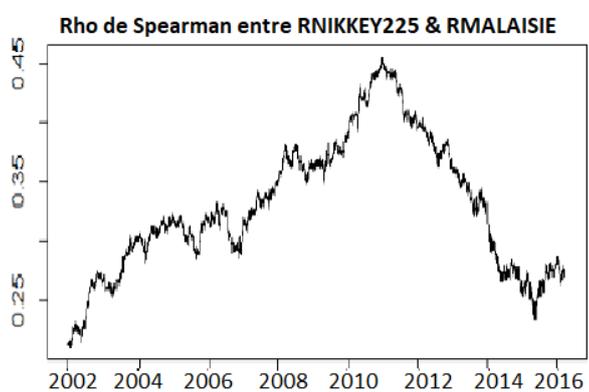
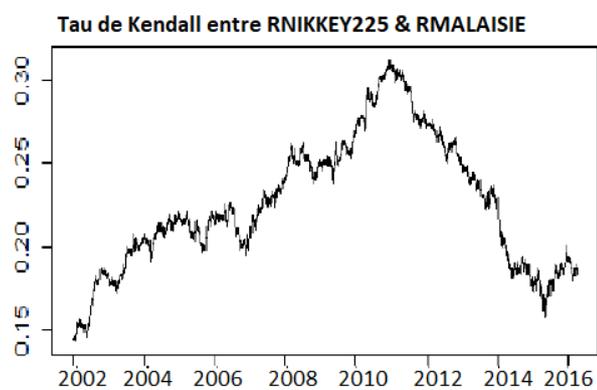
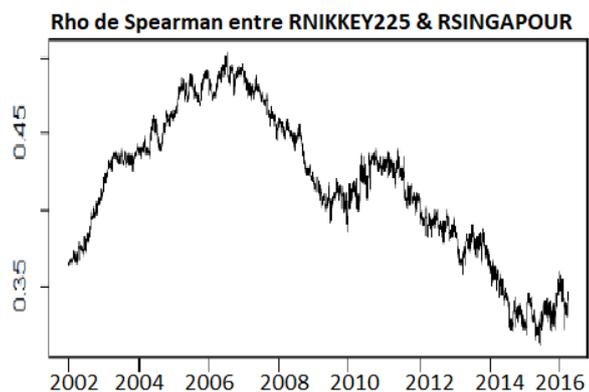
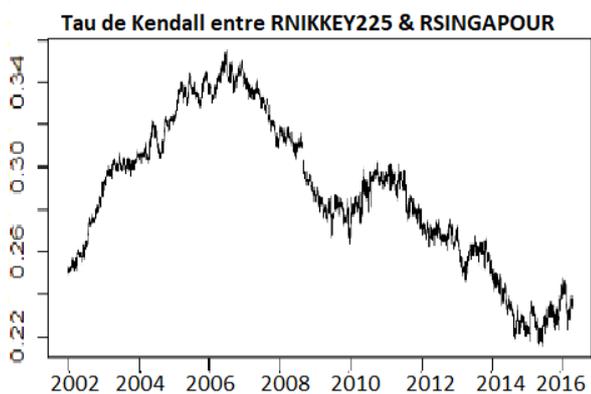
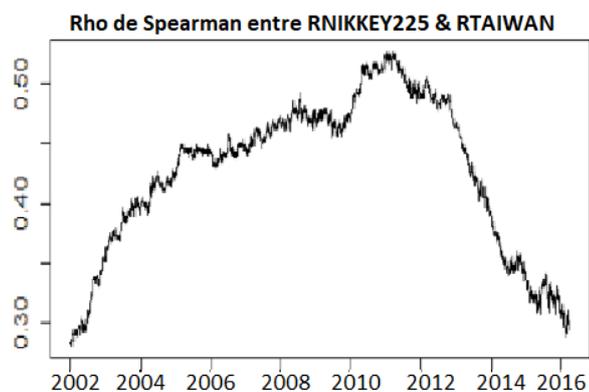
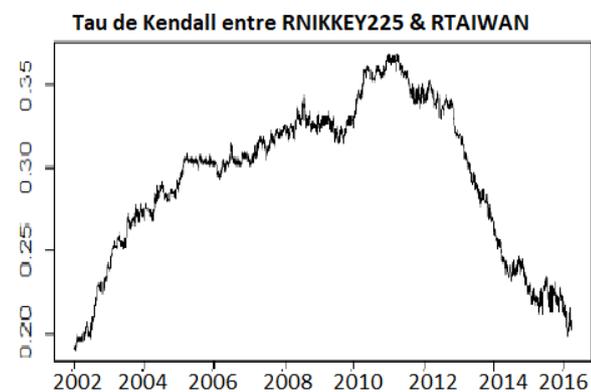


2.B.3 Tau de Kendall et Rho de Spearman dynamiques entre FTSE100 & les pays émergents et FTSE00 & les nouvelles classes d'actifs

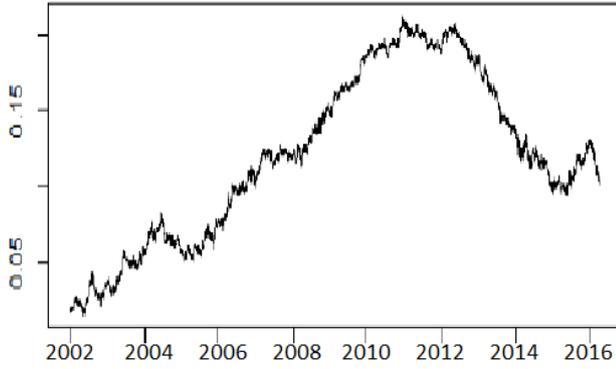




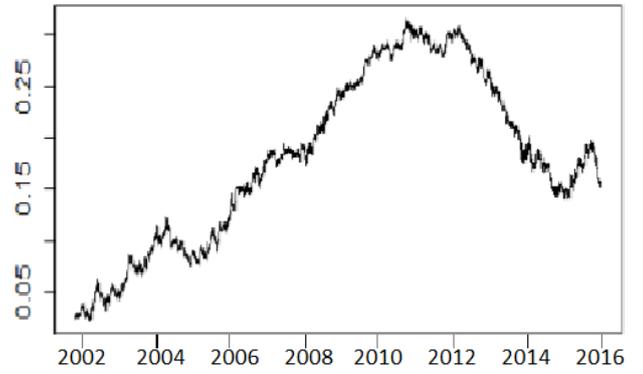
2.B.4 Tau de Kendall et Rho de Spearman dynamiques entre NIKKEY225 & les pays émergents et NIKKEY225 & les nouvelles classes d'actifs



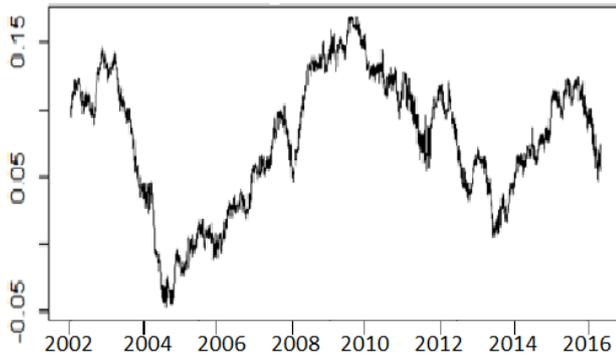
Tau de Kendall entre RNIKKEY225 & RCHINA



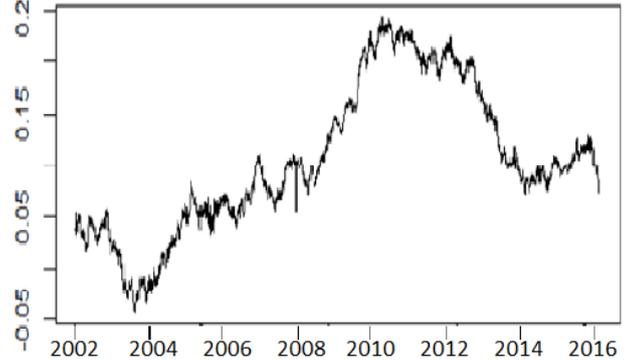
Rho de Spearman entre RNIKKEY225 & RCHINA



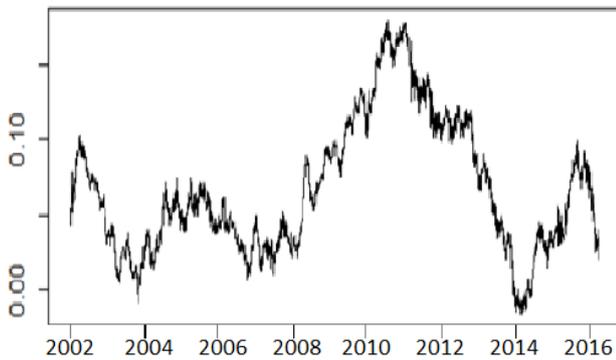
Tau de Kendall entre RNIKKEY225 & RIMMOBILIER



Tau de Kendall entre RNIKKEY225 & RPETROLE

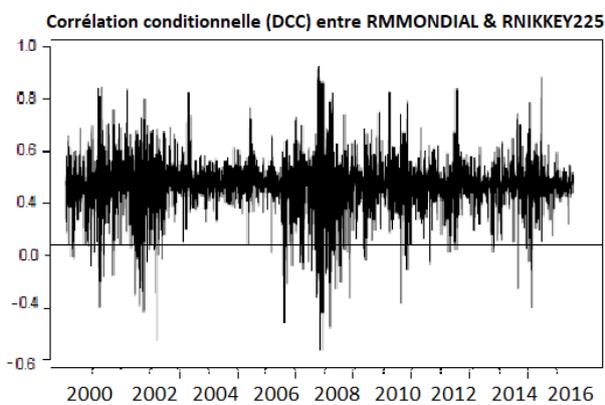
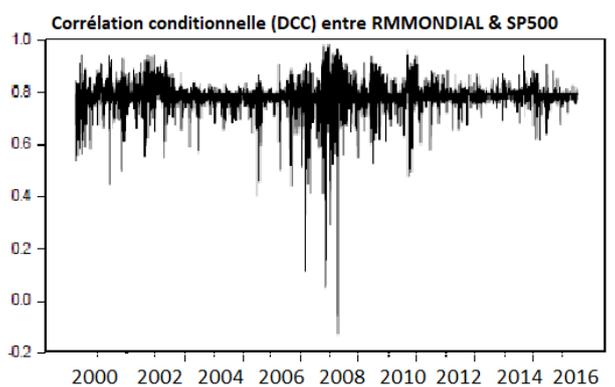
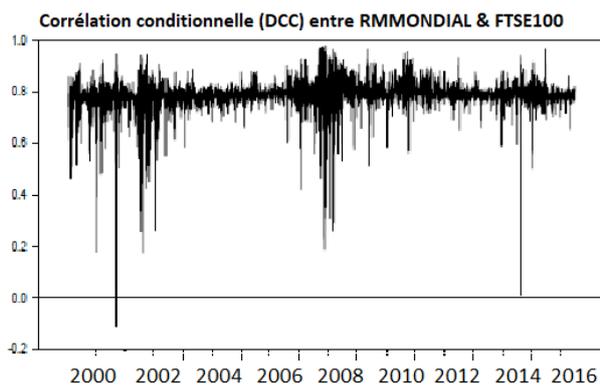
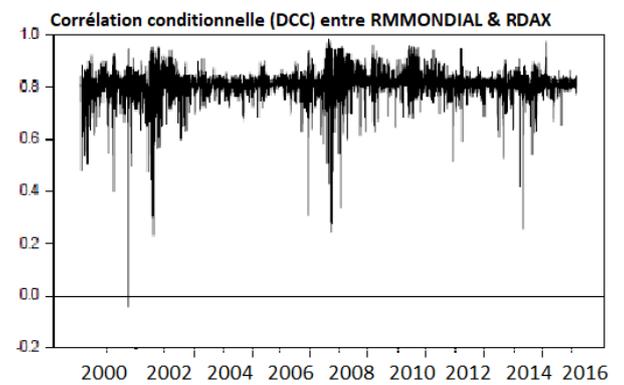
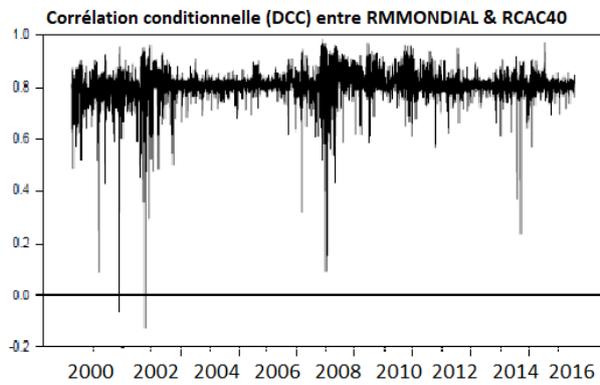


Tau de Kendall entre RNIKKEY225 & RART

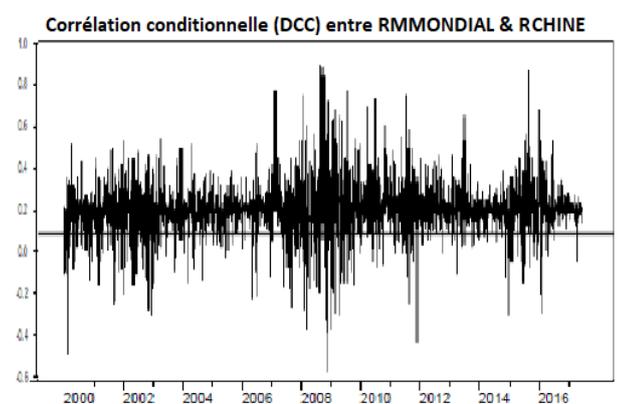
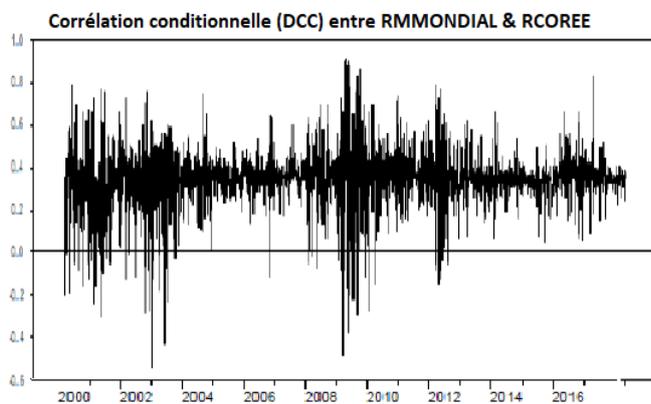
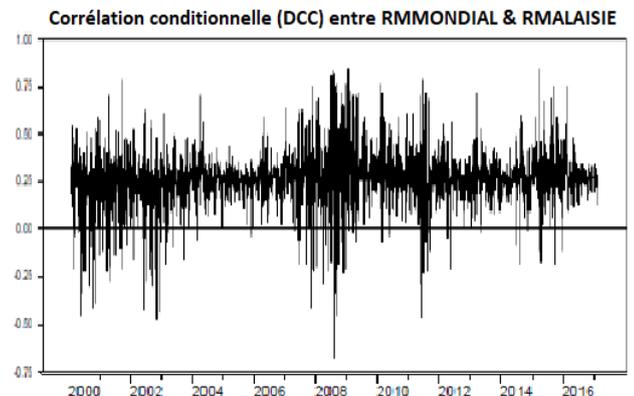
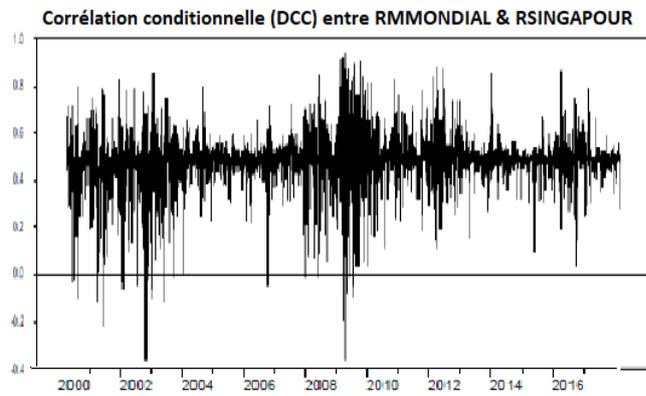
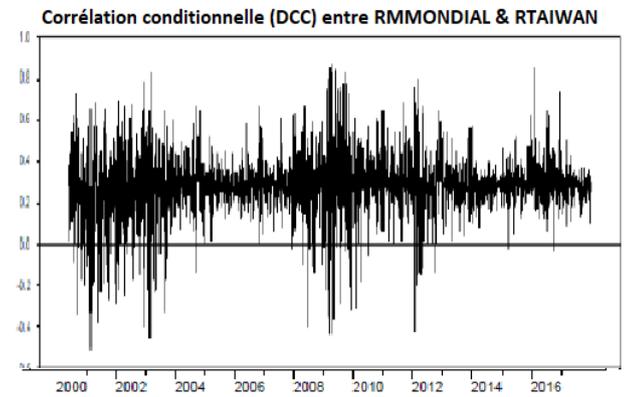
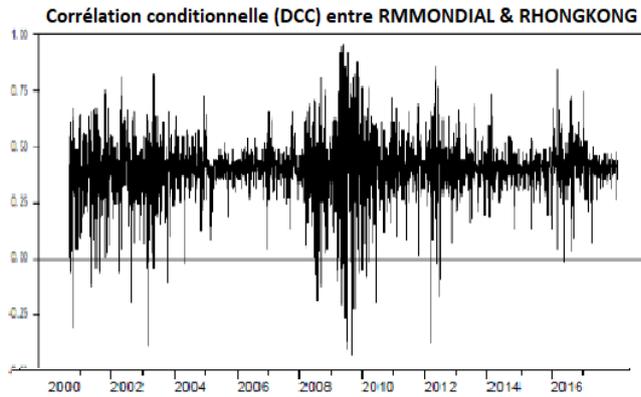


2.C Corrélations dynamiques entre le marché mondial
et différents indices boursiers pour la période
janvier 2000-juillet 2017

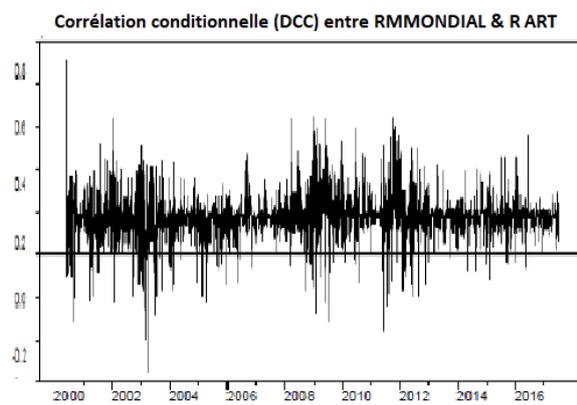
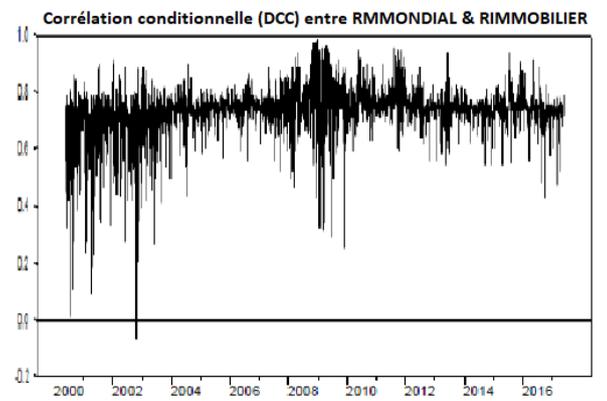
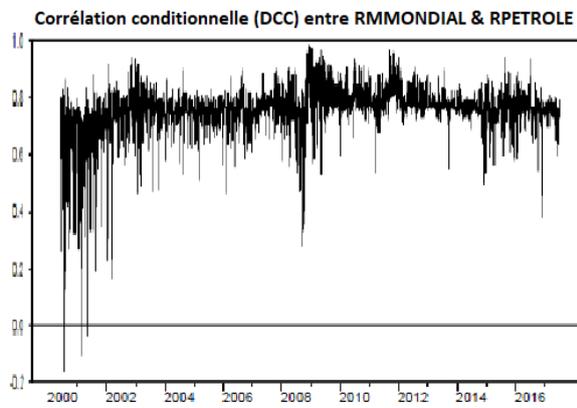
2.C.1 Les courbes de Corrélation Conditionnelle Dynamique (DCC) entre le Portefeuille Mondial et les cinq indices des pays développés de notre échantillon



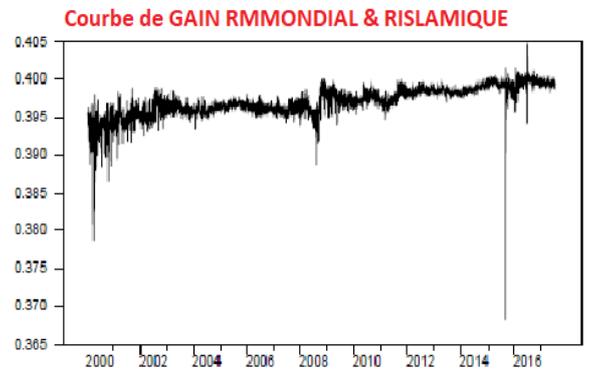
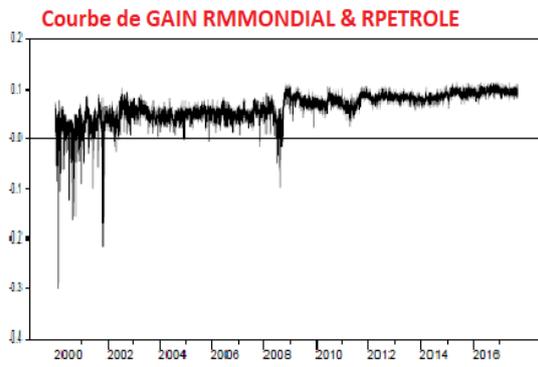
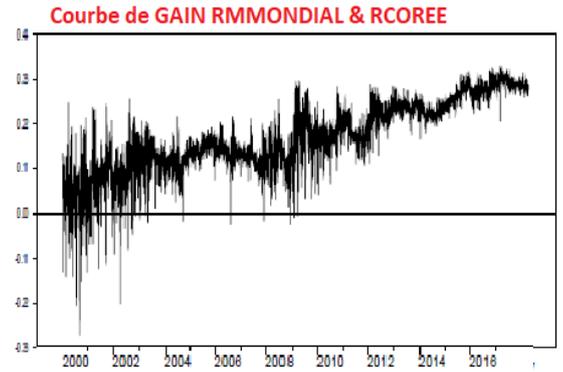
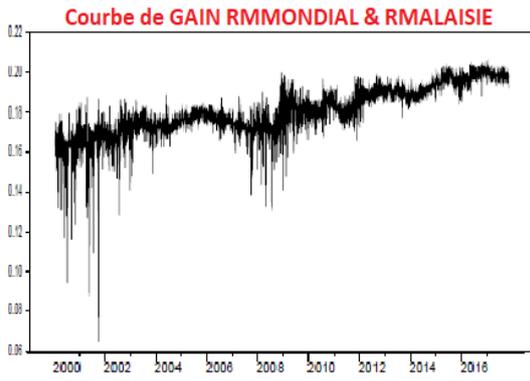
2.C.2 Les courbes de Corrélation Conditionnelle Dynamique (DCC) entre le Portefeuille Mondial et les six marchés des pays émergents de notre échantillon

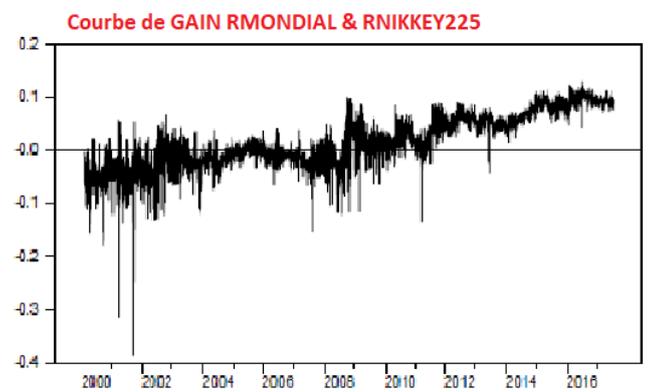
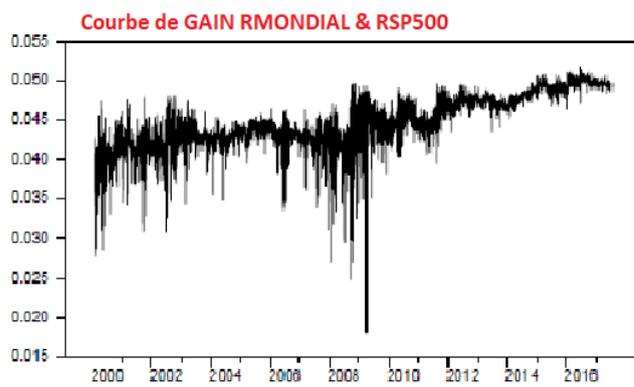
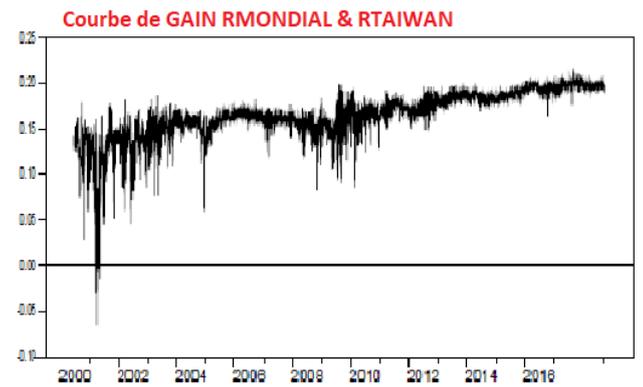
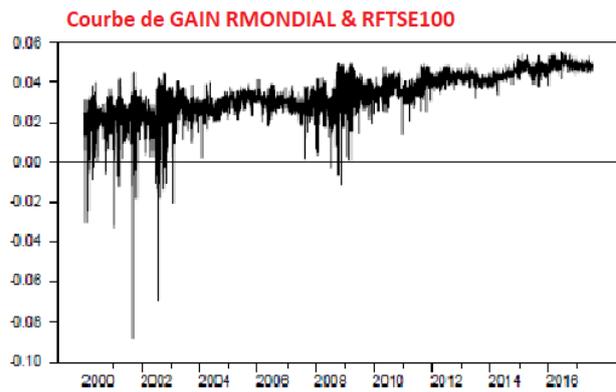


2.C.3 Les courbes de Corrélation Conditionnelle Dynamique (DCC) entre le Portefeuille Mondial et les nouvelles classes d'actifs de notre échantillon



2.D Courbes des gains de diversification internationale
entre le marché mondial et les différents indices
pour la période janvier 2000-juillet 2017





Chapitre 3

L'Effet de Coûts d'Information et de Vente à Découvert sur l'Évaluation des Actifs à l'International

Résumé

Dans ce chapitre nous développons un modèle d'évaluation des actifs financiers dans un cadre international en présence de coûts d'information et d'une contrainte sur les ventes à découvert. Le modèle proposé constitue une extension de l'analyse d'[Adler et Dumas \(1983\)](#) à un cadre caractérisé par la présence de deux coûts. Le premier est lié à l'asymétrie d'information et le deuxième à la vente à découvert. Notre analyse est inspirée des travaux de [Merton \(1987\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#).

A l'équilibre, notre modèle montre que le prix d'un actif est affecté simultanément par ces coûts, et la présence simultanée de deux primes de risques systématiques. La première est attribuée au risque de marché international, et la deuxième au risque de change.

3.1 Introduction

La gestion d'actifs montre que la diversification internationale domine la diversification nationale au sens de la moyenne-variance. C'est dans ce sens que les gains de la diversification internationale¹ ont été présentés par plusieurs auteurs, notamment [Solnik \(1974b\)](#), [Santis et Gerard \(1997\)](#) et plus récemment [Thang et al. \(2015\)](#). Ainsi, malgré les gains de celle-ci, la majorité des investisseurs internationaux allouent une grande partie de leurs richesses aux actifs domestiques. Ce phénomène est connu dans le cadre de la finance internationale sous l'appellation du biais domestique, ou la sous diversification.

Cette anomalie a fait l'objet de plusieurs travaux. Ceux-ci ont tenté d'expliquer ce biais par certaines frictions observées sur le marché, comme les coûts de transaction, les taxes, les restrictions imposées sur les investisseurs étrangers, l'asymétrie d'information, la contrainte sur les ventes à découvert et le risque de change.

A ce titre, [Black \(1974\)](#), [Stulz \(1981\)](#), [Cooper et Kaplanis \(2000\)](#), [Arouri et al. \(2013\)](#) et plus récemment [Syarif et al. \(2017\)](#) présentent un modèle d'évaluation d'actifs à l'international en présence d'une segmentation du marché. Ces auteurs montrent que les coûts constituent une forme de segmentation et que la restriction imposée sur la propriété d'actifs décourage les investisseurs étrangers, et affecte leur choix de portefeuille.

Dans le même raisonnement, [Cooper et Kaplanis \(1994a\)](#) prolongent le modèle d'[Adler et Dumas \(1983\)](#) pour montrer que les coûts de transaction impactent la valeur des actifs, et montrent empiriquement que le risque d'inflation n'explique pas la préférence pour les actifs domestiques. De la même façon, [Lewis \(1999\)](#), [Bellalah et Aboura \(2003\)](#) utilisent une taxation imposée sur certains actifs étrangers. Cette taxe est similaire à celle proposée par [Black \(1974\)](#) pour expliquer le biais domestique. Ces auteurs montrent que cette forme d'impôt pourrait justifier la préférence des investisseurs pour une certaine classe d'actifs au niveau national et international.

Dans le même ordre d'idée, [Errunza et Losq \(1985\)](#) présentent un modèle à deux pays pour caractériser la segmentation. Ainsi, ils considèrent que les investisseurs étrangers pourront négocier une seule catégorie d'actifs éligibles (non contraints), alors que les investisseurs domestiques négocient les deux catégories d'actifs contraints et non contraints. Ces auteurs montrent que les actifs non contraints bénéficient d'une super

1. Le chapitre 2 a proposé une mesure des gains de la diversification internationale sur la base d'une corrélation dynamique.

prime de risque et offrent un gain potentiel de diversification internationale. Les auteurs concluent que la restriction décourage les investisseurs.

Dans le prolongement de ces travaux, [Arouri et al. \(2013\)](#) développent une extension du modèle [Errunza et Losq \(1985\)](#) et [Errunza et Losq \(1989\)](#). En effet, les auteurs précisent que la segmentation du marché est justifiée par des restrictions sur certains actifs et que le degré d'intégration des marchés varie dans le temps. [Arouri et al. \(2013\)](#) montrent également que certains titres ne sont pas détenus par les investisseurs à cause des barrières directes et/ou indirectes. En outre, ces auteurs confirment que le portefeuille du marché mondial n'est pas efficient et que le modèle d'évaluation des actifs financiers à l'international (MEDAFI) traditionnel doit intégrer un nouveau facteur de segmentation lié à cette contrainte. Ce dernier facteur capte le risque local non diversifiable (spécifique) dans un cadre international.

Dans des études récentes, plusieurs travaux empiriques et théoriques indiquent que l'asymétrie d'information explique la sous diversification internationale et la préférence observée pour certains actifs. Dans ce contexte, l'extension des modèles d'évaluation des actifs financiers à un cadre intégrant les effets informationnels et leurs effets sur la valorisation des titres permet d'expliquer cette forme de préférence. En effet, l'acquisition d'information et sa diffusion à d'autres utilisateurs constituent un élément central dans l'explication des écarts obtenus entre les versions théoriques et empiriques du MEDAF. Ainsi, un modèle conçu dans le cadre d'un marché parfait fournit une bonne description du système financier à long terme. Certes, il échoue à représenter plusieurs anomalies en raison des facteurs omis comme les coûts d'informations et les contraintes sur les ventes à découvert à titre d'exemple.

C'est dans cet esprit que [Merton \(1987\)](#) montre que les modèles élaborés dans un cadre caractérisé par l'absence de cette composante informationnelle ne tiennent pas compte de la réalité, de la complexité des marchés financiers, et par la suite nous pouvons remettre en cause certains résultats donnés par le MEDAF. Selon [Merton \(1987\)](#), *"It does, however suggest that researchers be cognizant of the insensitivity of this model to institutional complexities and I believe that even a modest recognition of institutional structures and information costs can go a long way toward explaining financial behavior that is otherwise seen anomalous to the standard friction-less-market model"*. (page 486)

En se positionnant dans cette analyse [Wu et al. \(1996\)](#) prolongent le modèle de [Merton](#)

(1987)). Ces auteurs proposent un MEDAF caractérisé par une information incomplète, des anticipations hétérogènes, et une restriction sur les ventes à découvert. Leur modèle montre que le coût d'information est positivement corrélé avec la divergence des opinions des opérateurs sur les marchés. Ces auteurs montrent que la contrainte sur les ventes à découvert augmente l'inefficience du portefeuille de marché en raison des anticipations divergentes des investisseurs.

Plus récemment, [Hirshleifer et al. \(2016\)](#) présentent un modèle d'évaluation d'actifs en présence d'asymétrie d'information. Les auteurs montrent qu'à l'équilibre les investisseurs choisissent à partir de trois fonds :

- un fonds pour lequel les investisseurs disposent d'une information complète ;
- un fonds pour lequel les investisseurs ne disposent que d'une information partielle ou asymétrique ;
- l'actif sans risque.

En se plaçant dans le prolongement de cette littérature, la section suivante de ce chapitre présente notre modèle d'évaluation d'actifs financiers à l'international en présence de coûts d'information et de restriction sur les ventes à découvert. Ce modèle constitue une analyse simultanée à l'international de [Merton \(1987\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#) fondée sur le raisonnement avancé par [Adler et Dumas \(1983\)](#). Notre modèle montre l'effet simultané de deux primes de risques sur la valeur de l'actif. La première est liée au marché international et la deuxième est attribuée au risque de change.

La troisième section présente la cohérence théorique de notre modèle avec les résultats empiriques de la littérature. Finalement, pour conclure, nous présentons quelques remarques sur des éventuelles extensions.

3.2 Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers à l'International (MEDAFI) en présence de coûts d'information, et de ventes à découvert

Notre analyse est fondée sur le développement d'[Adler et Dumas \(1983\)](#). Ainsi nous proposons une extension de leur modèle à un cadre intégrant simultanément deux coûts. Le premier est lié à la collecte d'information et le deuxième à la vente à découvert.

Ce raisonnement est motivé par l'analyse de [Merton \(1987\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#). Pour développer notre modèle d'évaluation, nous considérons des hypothèses additionnelles relatives au risque de change et de la parité du pouvoir d'achat.

3.2.1 Les hypothèses

- H_1 : les marchés sont parfaits et caractérisés par l'absence de coût de transaction et de restrictions sur la propriété des actifs. Les investisseurs sont rationnels ;
- H_2 : les ventes à découvert sont autorisées en présence d'un coût similaire à celui de [Wu et al. \(1996\)](#) ;
- H_3 : chaque pays dispose d'un marché obligataire et la présence d'un taux sans risque permettant les opérations de prêt et d'emprunt ;
- H_4 : les transactions sur les titres financiers et les devises se réalisent en temps continu ;
- H_5 : l'inflation est aléatoire dans la monnaie de référence ;
- H_6 : la présence d'une asymétrie d'information est similaire à [Merton \(1987\)](#). Les investisseurs échangent dans un monde où l'information est coûteuse. Cette hypothèse se traduit par la présence d'un coût payé à l'avance pour accéder à cette information sur les titres et sur les marchés ;
- H_7 : on considère une économie comprenant n marchés ou pays, n monnaies et N investisseurs. Chaque pays est représenté par un investisseur et par une devise. Cette hypothèse n'affecte pas le résultat essentiel de notre modèle. Elle est souvent admise dans le cadre de la finance internationale ;
- H_8 : le marché international est constitué de $(2n)$ titres. Les n premiers sont des actifs risqués (actions ou indices). Les n derniers sont des obligations sujettes au risque de change, à l'exception de l'actif $(2n)$ qui est sans risque en terme nominal car il est exprimé dans la monnaie de référence du pays n .

Le coût d'information supporté par l'investisseur k pour s'informer sur le titre i sur une période dt est donné par $\lambda_i^k dt$. Le coût payé par l'investisseur k suite à une vente à découvert de l'actif i durant la période dt est $\gamma_i^k dt$. Ainsi, l'intégration de ces deux coûts affecte la dynamique du prix de l'actif.

La dynamique du prix du $i^{\text{ème}}$ titre ou actif dans le cadre d'un marché parfait est donnée par :

$$\frac{dY_i}{Y_i} = \mu_i dt + \sigma_i dz_i \quad i = 1, 2 \dots 2n - 1 \quad (3.1)$$

Avec :

- μ_i : est le taux de rendement instantané de l'actif risqué i exprimé dans la monnaie de référence du pays n . Cette dynamique est similaire à [Adler et Dumas \(1983\)](#) ;
- σ_i : est l'écart-type du rendement de l'actif i ;
- dz_i : est l'incrément d'un mouvement Brownien.

Avec la présence des coûts d'information et de la contrainte sur les ventes à découvert et sur la base des hypothèses (2) et (6), la relation (3.1) devient :

$$\frac{dY_i}{Y_i} = (\mu_i - \lambda_i^k + \gamma_i^k) dt + \sigma_i dz_i \quad i = 1, 2 \dots 2n - 1 \quad (3.2)$$

La relation (3.2) est similaire en partie à celle de [Cooper et Kaplanis \(1994b\)](#). Ces auteurs ont étendu le modèle [Adler et Dumas \(1983\)](#) à un cadre intégrant un coût de transaction. L'introduction de ce coût est opérée au niveau de la dynamique des prix pour capter l'effet de cette imperfection sur le choix de l'investisseur. Le modèle avancé par [Cooper et Kaplanis \(1994b\)](#) explique le biais domestique à travers les coûts de transaction liés à la diversification internationale. Ces auteurs estiment que ces coûts constituent une barrière pour l'investissement à l'international d'où la préférence pour les actifs domestiques. Par ailleurs, ils montrent que l'inflation n'a qu'un faible effet sur le choix des actifs internationaux.

[Bellalah \(2016\)](#) étudie et évalue le coût du capital en prenant en compte les coûts liés à l'information incomplète et la vente à découvert. Le coût de l'information est le résultat d'un marché imparfait. En effet, les anticipations hétérogènes des investisseurs justifient la présence d'une information incomplète sur les titres entre les opérateurs.

Le raisonnement adopté dans ce chapitre est fondé sur la non gratuité de l'information sur les titres et les marchés. Les coûts d'information sont souvent impliqués dans les processus de l'ingénierie financière. A ce titre, la compréhension des règles et des procédures comptables sur certains marchés implique des coûts dans le cadre d'un investissement international. Ces coûts d'information sont composés de trois parties. La première est liée à la collecte de cette information à partir des bases de données et des

rapports annuels. La deuxième est attribuée au traitement de ces données. Alors que la troisième est liée à la diffusion de l'information auprès des investisseurs individuels, institutionnels, analystes financiers et autres opérateurs sur les marchés.

C'est dans ce sens que [Merton \(1987\)](#) montre que les titres non suivis par les gérants et non détenus par les investisseurs disparaissent au cours du temps du marché et ne feront plus l'objet d'une cotation boursière. En outre, l'analyse de [Wu et al. \(1996\)](#) montre que le coût lié à la vente à découvert est supporté par l'investisseur et payé par l'opérateur suite à cette vente.

L'introduction du coût sur la vente à découvert est inspiré de [Wu et al. \(1996\)](#). Ce coût conditionne la position prise par l'investisseur sur le titre car le rachat de l'actif suite à la vente à découvert est motivé par une opération spéculative impliquant une rentabilité. Sur la base de ce raisonnement, nous pouvons dire que le coût d'information et le coût de vente à découvert sont de signes opposés. Le coût d'information est payé au départ du processus du choix de portefeuille, mais considéré comme récupérable et exigé par l'investisseur sur la rentabilité de l'actif. En revanche, le coût lié à la vente à découvert est un coût mort lié à l'opération et perdu dans une certaine mesure au moment du rachat de l'actif.

L'hypothèse (5) considère l'inflation comme aléatoire et par la suite, l'évolution de l'indice de prix dans la devise de référence est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{dP^k}{P^k} = \pi^k dt + \sigma_{\pi^k} dz_{\pi^k} \quad k = 1, 2 \dots n \quad (3.3)$$

Soit :

- $\frac{dP^k}{P^k}$: est la dynamique de l'indice de prix du pays k dans la devise de référence (n) ;
- π^k : est le taux d'inflation instantané ;
- σ_{π^k} : est le taux d'inflation instantané ;
- dz_{π^k} : est l'incrément d'un mouvement Brownien.

La résolution du programme d'optimisation s'inscrit dans la ligne d'[Adler et Dumas \(1983\)](#). Ce programme cherche à maximiser la fonction d'utilité de l'investisseur k sous contrainte.

La résolution de ce programme nous donne les équations du modèle d'évaluation des actifs dans un cadre international en présence de deux coûts : le premier dépensé pour

s'informer sur les titres et le deuxième subit suite à la vente à découvert.

En outre, notre analyse permet sous certaines conditions additionnelles proposées par O'Brien et Dolde (2000) de mettre une mesure explicite de l'effet du risque de marché et de change sur les prix des actifs.

Le problème d'optimisation de l'investisseur se présente de la manière suivante :

$$Max E_t \left\{ \int_t^T U^k(c^k(s), s) ds \right\} \quad (3.4)$$

Avec :

- $E_t \left\{ \int_t^T U^k(c^k(s), s) ds \right\}$: est l'espérance conditionnelle de l'utilité de l'investisseur relative à l'information disponible à la date t ;
- $c^k(s)$ le vecteur des flux de consommation réelle pour les biens disponibles à la date t.

L'évolution de la richesse totale W^k de l'investisseur k est donnée par l'équation suivante :

$$dW^k = \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i^k W^k \frac{dY_i}{Y_i} + (1 - \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i^k) r W^k dt - C^k dt \quad (3.5)$$

Avec :

- dW^k : est la dynamique de la richesse de l'investisseur k ;
- $c^k(s)$: est le vecteur des flux de consommation réelle pour les biens disponibles à la date s ;
- \bar{w}_i^k : est la proportion allouée à l'actif i par l'investisseur k.

On considère que $\sum_{i=1}^{2n} \bar{w}_i^k = 1$

La substitution de l'équation (3.2) dans la relation (3.4) donne :

$$dW^k = \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i^k (\mu_i - \lambda_i^k + \gamma_i^k - r) W^k dt - C^k dt + \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i^k W^k \sigma_i dz_i \quad (3.6)$$

Ainsi, la dynamique de richesse W^k de l'investisseur k est caractérisée par la relation (3.6). Cette relation montre un arbitrage de l'investisseur entre la consommation et l'investissement dans un univers risqué.

3.2.2 La détermination de la stratégie de l'investisseur

Un investisseur rationnel opte toujours pour la maximisation de son utilité espérée sous sa contrainte budgétaire et la dynamique des prix (le processus de l'indice de prix). Ainsi, pour résoudre ce problème d'optimisation et par souci de simplification nous omettons l'indice k correspondant à l'investisseur. Cet indice apparaîtra de nouveau dans la condition d'optimalité du premier ordre.

Afin de résoudre notre problème d'optimisation, nous adoptons la même méthode implémentée par [Adler et Dumas \(1983\)](#). En effet, ces derniers ont essayé de maximiser la fonction d'utilité indirecte instantanée $V[C(s), P(s), s]$ qui présente l'utilité acquise par l'investisseur k .

La fonction d'utilité dépend de trois paramètres : la consommation, le prix et le temps. En suivant la technique d'[Adler et Dumas \(1983\)](#), la résolution revient à l'optimisation de la fonction représentant l'espérance d'utilité dans le temps, $E_t\{\int_t^T U^k[c^k(s), s] ds\}$, et par la suite l'optimisation de $E_t\{\int_t^T V^k[c^k(s), P(s), s] ds\}$.

Ce passage est possible car la fonction d'utilité indirecte $V[C(s), P(s), s]$ représente le maximum de la fonction d'utilité $U[C(s), s]$ avec $c.P = C$. Cette transformation, opérée par [Adler et Dumas \(1983\)](#), ramène notre problème d'optimisation à la résolution du programme donné par la relation (3.7).

A cette fin, le problème d'optimisation peut être expliqué à travers la fonction d'utilité indirecte instantanée de la manière suivante :

$$\max E_t\left\{\int_t^T V(C, P, S) ds\right\} \quad (3.7)$$

En prenant en compte les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dP^k}{P^k} &= \pi^k dt + \sigma_{\pi^k} dz_{\pi^k} \\ dW^k &= \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i^k (\mu_i - \lambda_i^k + \gamma_i^k - r) + r) W^k dt - C^k dt + \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i^k W^k \sigma_i dz_i \end{aligned} \quad (3.8)$$

La résolution de ce problème d'optimisation fait appel à la méthode de Hamilton-Jacobi-Bellman² appliquée par [Merton \(1987\)](#) et [Adler et Dumas \(1983\)](#). Notre

2. Cette méthode est utilisée par [Merton \(1971\)](#) afin de résoudre en temps continu le problème de sélection de portefeuille d'actifs financiers. Cette méthode est considérée comme standard.

démarche dans la résolution de ce problème d'optimisation est largement inspirée et fondée sur les travaux d'Adler et Dumas (1983).

D'autres techniques de résolution ne permettent pas d'aboutir à une solution explicite et une version du MEDAF international en présence ou pas de coût d'une manière générale.

L'article d'Adler et Dumas constitue une référence dans la littérature de la finance internationale. Cette méthode présente une approche courante en temps continue pour résoudre les problèmes du choix de portefeuille.

La résolution fondée sur la méthode de Hamilton-Jacobi-Bellman donne :

$$\begin{aligned} \max_{c, \bar{W}} [V(C, P, t) + J_t + J_W((\bar{w}_i((\mu_i - \lambda_i^k + \gamma_i^k - r) + r)W - C)J_P P \pi \\ + \frac{1}{2}J_{W,W} \sum_{i=1}^{2n-1} \sum_{j=1}^{2n-1} \bar{w}_i \bar{w}_j \sigma_{ij} W^2 + \frac{1}{2}J_{PP} \sigma_\pi^2 P^2 + J_{WP} \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i \sigma_{i\pi} WP)] \equiv 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Avec :

- $J(W, P, t)$ représente la valeur maximale de figurant dans l'équation (3.7).
- Les indices t, W, P : désignent les dérivées partielles de la fonction J par rapport au temps, à la richesse et à l'indice de prix.

En se basant sur l'homogénéité de degré zéro de la fonction $V(C, P, s)$ impliquant que $J(W, P, t)$ et $C(W, P, t)$ (figurant dans l'équation (3.9)) doivent être homogènes de degré zéro en P et W .

D'après le théorème d'Euler on a :

$$J_P = -\frac{W}{P} J_W \quad (3.10)$$

La différentiation de l'équation (3.10) par rapport à W et par la suite par rapport à P nous donne :

$$J_{WP} = -\frac{1}{P} J_W + \frac{W}{P} J_{WW} \quad (3.11)$$

$$J_{PP} = -\frac{W}{P} J_{WP} + \frac{W}{P^2} J_W \quad (3.12)$$

Avec la substitution de la relation (3.11) dans (3.12), on aura :

$$J_{PP} = 2\frac{W}{P^2} J_W + \left(\frac{W}{P}\right)^2 J_{WW} \quad (3.13)$$

Ensuite, la permutation de (3.10), (3.11) et (3.13) dans (3.9) et après réaménagement, on a :

$$\begin{aligned} \max_{c,W} [V(C, P, t) + J_t + J_w((\bar{w}_i(\mu_i - \lambda_i^k + \gamma_i^k - r) + r - \pi + \sigma_P^2 + \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i \sigma_{iP})W - C \\ + \frac{1}{2} J_{WW} \sum_{i=1}^{2n-1} \sum_{j=1}^{2n-1} \bar{w}_i \bar{w}_j \sigma_{ij} - 2 \sum_{i=1}^{2n-1} \bar{w}_i \sigma_{iP} + \sigma_P^2] W^2 \equiv 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

La dérivation de la relation (3.14) par rapport à C donne :

$$V_c - J_W = 0$$

La différentiation de la relation (3.14) par rapport à \bar{w}_i donne :

$$J_W(\mu_i - \lambda_i^k + \gamma_i^k - r) + J_{WW} \sum_{i=1}^{2n-1} (\bar{w}_i \sigma_{ij} - \sigma_{iP}) W = 0 \quad (3.15)$$

En faisant réapparaître l'indice k, on a l'équation (3.15) :

$$\mu_i = r + \lambda_i^k - \gamma_i^k + (1 - \frac{1}{\alpha^k}) \sigma_{ip^k} + \frac{1}{\alpha^k} \sum_{j=1}^{2n-1} \bar{w}_j^k \sigma_{ij} \quad (3.16)$$

- $\alpha^k = \frac{-J_W}{J_{WW}}$: est l'inverse du coefficient d'aversion au risque représentant le niveau de tolérance au risque de l'investisseur k noté par θ^k ;
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{dt} cov(\frac{dY_i}{Y_i}, \frac{dY_j}{Y_j})$: est la covariance instantanée des rendements des titre i et j ;
- $\sigma_{ip^k} = \frac{1}{dt} cov(\frac{dY_i}{Y_i}, \frac{dP^k}{P^k})$: est la covariation instantanée du rendement de l'actif i par rapport à l'indice des prix du pays k.

En réarrangeant l'équation (3.16), il vient :

$$\mu_i = r + \lambda_i^k - \gamma_i^k + (1 - \theta^k) \sigma_{ip^k} + \theta^k \sum_{j=1}^{2n-1} x_j^k \sigma_{ij} \quad (3.17)$$

L'équation (3.17) est similaire à l'équation (8) d'Adler et Dumas (1983). A la différence de leur modèle, notre relation (3.17) montre l'effet conjugué et simultané des coûts d'information et de vente à découvert sur le rendement de l'actif.

Notre analyse se concentre sur l'effet du coût d'information (λ_i^k) sur le prix des actifs

et comment les contraintes sur les ventes à découvert (γ_i^k) peuvent l'influencer.

3.2.3 Le modèle d'évaluation en présence de coûts d'information et de vente à découvert

Dans ce qui suit, nous développons notre analyse pour aboutir à la relation d'équilibre de notre modèle d'évaluation des actifs financiers en présence de coût d'information, de vente à découvert, et du risque de change. Pour aboutir à une version explicite du MEDAFI en présence de ces deux coûts, nous reprenons la relation (3.17). Ainsi, l'écriture de celle-ci peut être faite sous la forme suivante :

$$E(R_i) = r + \lambda_i^k - \gamma_i^k + \frac{W^k}{W^k} \left(\frac{1}{\theta^k} - 1 \right) \text{cov}(R_i, \pi^k) + \frac{W^k}{W^k} \sum_{j=1}^{2n-1} \bar{w}_j^k \text{cov}(R_i, R_j) \quad (3.18)$$

Avec :

- $\pi^k = \frac{P_{t+1}^k - P_t^k}{P_t^k}$: représente le taux d'inflation ;
- \bar{w}_j^m : est le poids du titre j dans le portefeuille mondial, tel que :

$$\bar{w}_j^m = \frac{\sum_k W^k \bar{w}_j^k}{\sum_k W^k} \quad (3.19)$$

En agréant sur l'ensemble des investisseurs et en prenant en considération l'équation (3.19), il vient :

$$E(R_i) = r + \sum_{k=1}^N \lambda_i^k - \sum_{k=1}^N \gamma_i^k + \frac{\sum_{k=1}^N W^k}{\sum_{k=1}^N W^k} \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\theta^k} - 1 \right) \text{cov}(R_i, \pi^k) \frac{W^k}{\sum_{k=1}^N W^k} + \frac{\sum_{k=1}^N W^k}{\sum_{k=1}^N W^k} \text{cov} \left(\frac{\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^{2n-1} W^k \bar{w}_j^k R_j}{\sum_{k=1}^N W^k}, R_i \right) \quad (3.20)$$

Après arrangement, (3.20) devient :

$$E(R_i) = r + \lambda_i - \gamma_i + \frac{\sum_{k=1}^N W^k}{\sum_{k=1}^N W^k} \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\theta^k} - 1 \right) \text{cov}(R_i, \pi^k) \frac{W^k}{\sum_{k=1}^N W^k} + \frac{\sum_{k=1}^N W^k}{\sum_{k=1}^N W^k} \text{cov} \left(\sum_{j=1}^{2n-1} \bar{w}_j^m R_j, R_i \right) \quad (3.21)$$

En agréant l'équation (3.21) sur l'ensemble des investisseurs, on aura la relation

suivante :

$$E(R_i) = r + \lambda_i - \gamma_i + \theta \text{cov}(R_M, R_i) + \theta \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\theta^k} - 1 \right) \text{cov}(R_i, \pi^k) \frac{W^k}{\bar{W}} \quad (3.22)$$

Avec :

- $\theta = \frac{\sum_{k=1}^N W^k}{\sum_{k=1}^N \frac{W^k}{\theta^k}}$: est l'aversion moyenne au risque des investisseurs ;
- $\lambda_i = \sum_{k=1}^N \lambda_i^k$: est le coût global d'information payé par l'ensemble des investisseurs sur l'actif i ;
- $\gamma_i = \sum_{k=1}^N \gamma_i^k$: est le coût supporté par les investisseurs désirant vendre à découvert l'actif i ;
- $\bar{W} = \sum_{k=1}^N w^k$: est la richesse globale de l'ensemble des investisseurs, c'est-à-dire la richesse totale de l'ensemble des investisseurs sur le marché international ;
- $R_M = \sum_{j=1}^{2n-1} \bar{w}_j^m R^j$: est le rendement moyen du portefeuille du marché mondial.

L'équation (3.22) montre que le rendement espéré sur le titre i dépend du coût d'information, de la contrainte sur les ventes à découvert, et de la covariance entre le rendement de l'actif i et du taux d'inflation du pays de référence, d'une part, et du rendement du portefeuille de marché international d'autre part.

Dans notre modèle, la relation (3.22), nous avons considéré une inflation aléatoire. Ainsi, ce modèle d'évaluation comprend $(n+1)$ primes de risque. La première est attribuée au portefeuille de marché international, la seconde à l'inflation exprimée dans la devise de référence et les $(n-1)$ primes de risques supplémentaires reflètent la variation de l'inflation des autres pays avec le rendement R_i .

A ce stade, il faut noter que la variation du taux d'inflation libellée dans la devise de référence comporte deux composantes. La première reflète l'inflation dans la monnaie étrangère. La seconde montre les variations du taux de change entre la devise étrangère et la devise de référence n .

Pour obtenir une version explicite et opérationnelle de notre modèle, nous supposons dans le prolongement de [Solnik \(1974a\)](#) et [Sercu \(1980\)](#) que le taux d'inflation dans chaque pays est non aléatoire lorsqu'il est mesuré dans la devise locale. Ce cas particulier, de Solnik-Sercu, nous permet de dériver une version du MEDAF montrant l'effet de deux primes de risque systématique, et intégrant l'effet du coût d'information et de vente à découvert. En se fondant sur l'hypothèse de [Solnik \(1974a\)](#) et [Sercu \(1980\)](#), postulant que

les covariances entre le taux de rendement du titre i avec les taux de change reflètent un risque de change normal, nous obtenons $(n - 1)$ primes de risque de change nominal. Ces $(n - 1)$ primes peuvent être agrégées et forment un indice de devise.

Ainsi, sur la base de cette hypothèse avancée par [Solnik \(1974a\)](#), et [Sercu \(1980\)](#), l'équation (3.22) devient :

$$E(R_i) = r + \lambda_i - \gamma_i + \theta \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\theta^k} - 1 \right) cov(R_i, e_k) \frac{W^k}{\bar{W}} + \theta cov(R_M, R_i) \quad (3.23)$$

Où :

e_k : constitue le taux de variation de la monnaie k par rapport à la devise n (devise de référence).

L'examen de la relation (3.23) montre que la somme des coefficients de covariance entre le rendement nominal du titre i , (R_i), avec le rendement de l'indice de marché, d'une part, et sa variation avec le taux de change par rapport à n d'autre part est égale à 1. Ce résultat montre que le choix de la devise de référence n'affecte pas la valorisation de l'actif et son prix est indépendant de la devise de référence choisie. Ce résultat est cohérent avec [Sercu \(1980\)](#) et [O'Brien et Dolde \(2000\)](#). Ils montrent que le fonds commun est indépendant du choix de la devise de référence. La relation (3.23) montre aussi la présence de $(n - 1)$ primes de risque de change ($\sum_{k=1}^N (\frac{1}{\theta^k} - 1) cov(R_i, e_k)$).

3.2.4 MEDAF en présence de deux risques systématiques

Pour montrer l'effet conjugué du coût d'information, de vente à découvert et l'effet simultané des deux primes de risque à savoir celle du marché international et de l'indice de devise, nous nous fondons sur deux hypothèses additionnelles.

Nous supposons, premièrement, dans le prolongement de [Cooper et Kaplanis \(1994a\)](#) et [O'Brien et Dolde \(2000\)](#), que l'ensemble des investisseurs ont la même aversion au risque, ce qui signifie que $\theta^k = \theta$. Cette hypothèse est proposée dans le même contexte par [French et Poterba \(1993\)](#) afin d'analyser empiriquement la préférence des investisseurs pour les actifs domestiques.

Deuxièmement, nous considérons que les $(n - 1)$ primes de risque de change forment un indice de devise. Le poids exact de chaque monnaie est inobservable comme les suggèrent [Adler et Dumas \(1983\)](#) et [O'Brien et Dolde \(2000\)](#). Sur un plan opérationnel, les

intervenants sur les marchés de change pourront déterminer le poids de chaque devise dans cet indice en fonction de son offre et de sa demande sur le marché. On note que sur le plan opérationnel également la construction de cet indice proxy pourrait être faite de plusieurs manières.

En tenant compte de ces deux hypothèses supplémentaires, la relation (3.23) devient :

$$E(R_i) = r + \lambda_i - \gamma_i + (1 - \theta)cov(R_i, \bar{e}) + \theta cov(R_M, R_i) \quad (3.24)$$

Où :

$\bar{e} = \sum_{k=1}^N \frac{W^k e^k}{W}$: est l'indice de devise international pondéré par la richesse totale.

Pour aboutir à notre MEDAFI en présence des coûts d'information et de la vente à découvert, nous appliquons, comme [O'Brien et Dolde \(2000\)](#), la relation (3.24) à R_M (l'indice du marché international) et à R_e (indice de devise)³. Ainsi, il vient :

$$E(R_M) = r + \lambda_M - \gamma_M + (1 - \theta)cov(R_M, R_e) + \theta var(R_M) \quad (3.25)$$

Où :

- λ_M : représente le coût d'information sur le marché.
- γ_M : représente le coût de la vente à découvert sur le marché.

Et :

$$E(R_e) = r + (1 - \theta)var(R_e) + \theta cov(R_M, R_e) \quad (3.26)$$

Où :

- R_e : exprime les variations de e_k suite aux fluctuations de devises par rapport à une monnaie de référence.
- $E(R_e)$: représente le rendement espéré sur l'indice de devise \bar{e} .

L'examen de la relation (3.26), montre que celle-ci n'intègre pas les coûts liés à la collecte d'information et de vente à découvert sur le marché de "change". Réellement, cette hypothèse n'affecte pas notre raisonnement et elle pourrait être intégrée pour aboutir à une autre forme du modèle. C'est dans ce sens que notre analyse se focalise sur l'impact

3. Dans cette analyse R_e constitue un indice de devise reflétant la variation de la valeur \bar{e} suite à une variation de e_k entre les devises composant notre marché.

de ces deux formes de frictions sur le prix des actifs et non sur les devises.

Dans notre modèle, ces coûts sont payés par l'investisseur international dans le cadre de la gestion d'actifs à l'international. Le rôle joué par ces coûts est primordial dans l'explication de la préférence pour certaines classes d'actifs et/ou certaines places financières. Dans cet esprit, nous pourrions dire que les coûts d'information améliorent la qualité de gestion et du choix d'actifs dans la gestion des portefeuilles à l'international. En outre, la modélisation que nous proposons dans ce chapitre permet de montrer l'impact des coûts sur le prix des actifs et l'effet sur la réduction des gains liés à la diversification internationale.

Au final notre modèle est présenté comme suit ⁴ :

$$E(R_i) = r + \lambda_i - \gamma_i + \beta_{iM}[E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M] + \beta_{ie}[E(R_e) - r] \quad (3.27)$$

Avec :

$$\beta_{iM} = \frac{\text{var}(R_e)\text{cov}(R_i, R_M) - \text{cov}(R_M, R_e)\text{cov}(R_i, R_e)}{\text{var}(R_M)\text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2}$$

$$\beta_{ie} = \frac{\text{var}(R_M)\text{cov}(R_i, R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)\text{cov}(R_i, R_M)}{\text{var}(R_M)\text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2}$$

La relation (3.27) caractérise notre modèle d'évaluation des actifs financiers à l'international (MEDAFI) en présence d'imperfections. Ce modèle d'équilibre montre l'effet d'une présence d'asymétrie d'information et de contrainte sur les ventes à découvert. A l'inverse des modèles d'évaluation des actifs financiers classiques élaborés dans le cadre d'un marché parfait, nous constatons que les sensibilités de l'actif i aux marchés international β_{iM} et au marché de change β_{ie} sont des régressions bivariées et non des bêtas classiques. La conséquence la plus importante de notre modèle est que le portefeuille du marché mondial n'est pas efficient et qu'une diversification internationale complète permettant de supprimer le risque spécifique n'est pas atteignable en présence de coûts d'information et de vente à découvert.

La présence d'une asymétrie d'information ne permet pas la connaissance et le suivi de l'ensemble de titres cotés sur le marché international. Ces coûts montrent que les marchés

4. La démonstration est fournie dans l'annexe (3.A).

internationaux ne sont pas totalement intégrés à cause de l'asymétrie informationnelle. La relation (3.27) peut être considérée comme une version internationale du modèle de [Merton \(1987\)](#) en présence du risque de change et de la contrainte sur les ventes à découvert. Notre MEDAFI montre que les restrictions sur les ventes à découvert atténuent l'efficacité du portefeuille de marché en raison de l'asymétrie informationnelle. On note également que la relation (3.27) montre que le risque systématique est affecté non seulement par les bêtas, mais aussi par la variance du rendement résiduel de l'actif due à l'absence de connaissance de l'ensemble des titres cotés.

Notre modèle (3.27) met en avant les effets liés aux risques de change, à l'asymétrie d'information entre les investisseurs nationaux et étrangers et au coût lié à la vente à découvert. Notre analyse rejoint les travaux empiriques de [Kang et Stulz \(1997\)](#), et [Dahlquist et Robertsson \(2001\)](#) et plus récemment [Nezafat et al. \(2015\)](#). Ces auteurs ont montré que l'asymétrie d'information sur les titres et certaines frictions observées sur le marché international expliquent la préférence pour les actifs domestiques.

La section suivante montre que notre modèle théorique est cohérent avec plusieurs travaux empiriques relatifs à l'asymétrie d'information, au risque de change et aux contraintes sur les ventes à découvert sur les marchés internationaux.

Aussi, la section suivante propose une simulation de notre modèle. La simulation de la relation (3.27) permet de mettre en évidence l'impact des coûts étudiés sur le prix des actifs. Il faut noter que notre choix pour les simulations est justifié par l'absence de l'identification d'une variable proxy du coût d'information d'une part et de l'estimation des coûts sur les ventes à découvert.

3.3 Simulations et contribution du modèle aux études empiriques sur le biais domestique

Plusieurs travaux ont montré que malgré la supériorité de la diversification internationale, la présence d'une forte préférence pour les actifs domestiques ou nationaux est toujours significative. Cette préférence est expliquée par la présence d'une asymétrie d'information impliquant des coûts importants. Le graphique suivant montre de ces coûts d'information sur l'espérance du rendement des actifs. Pour procéder à notre simulation nous avons considéré des valeurs pour les coûts d'information sur le marché et sur l'actif

oscillant entre 0 % et 2 %.

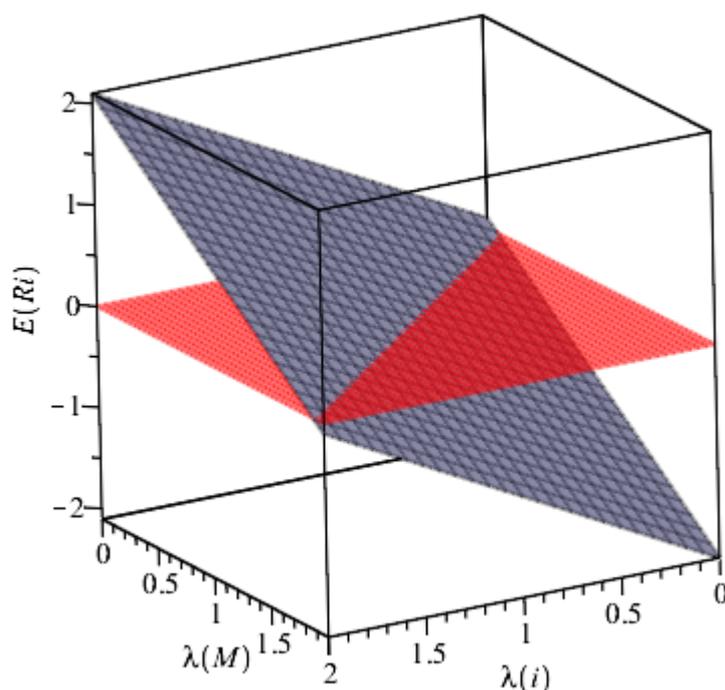


FIGURE 3.1 – Effet des coûts d'information sur le rendement de l'actif

Le graphique précédent montre l'effet direct des coûts d'informations sur le rendement espéré. Nous constatons que l'accroissement de ces coûts entraîne une augmentation du rendement espéré de l'actif. Ainsi, nous concluons que les investisseurs exigent une rémunération additionnelle par rapport au taux sans risque, suite aux dépenses effectuées pour le suivi et l'analyse de l'évolution des actifs sur les marchés. A ce stade, il est intéressant de signaler que l'accès à l'information et par la suite la valeur des coûts dépensés n'est pas la même pour les investisseurs institutionnels et individuels.

Notre simulation corrobore les résultats avancés par [Van Nieuwerburgh et Veldkamp \(2009\)](#). En effet, ces auteurs attribuent la préférence pour les actifs domestiques à la supériorité informationnelle détenue par les investisseurs domestiques par rapport aux étrangers. Ainsi, ils suggèrent que le manque d'information pour ces derniers pourrait être compensé par l'acquisition de l'information moyennant le paiement d'un coût. Ce coût est lié à l'achat de base de données et d'autres sources informationnelles. Cette acquisition coûteuse permet de réduire l'incertitude, le risque et aussi le biais domestique. Notre simulation constitue une confirmation à leur analyse.

Dans un autre contexte, [Kadlec et McConnell \(1994\)](#) proposent une étude empirique sur l'impact de l'asymétrie d'information sur les cours boursiers des actifs cotés sur la Bourse de New-York. Ces auteurs montrent que la disponibilité de l'information entraîne une appréciation du cours boursier et augmente sa liquidité. Ce constat pousse les investisseurs à la diversification nationale et internationale de leur portefeuille.

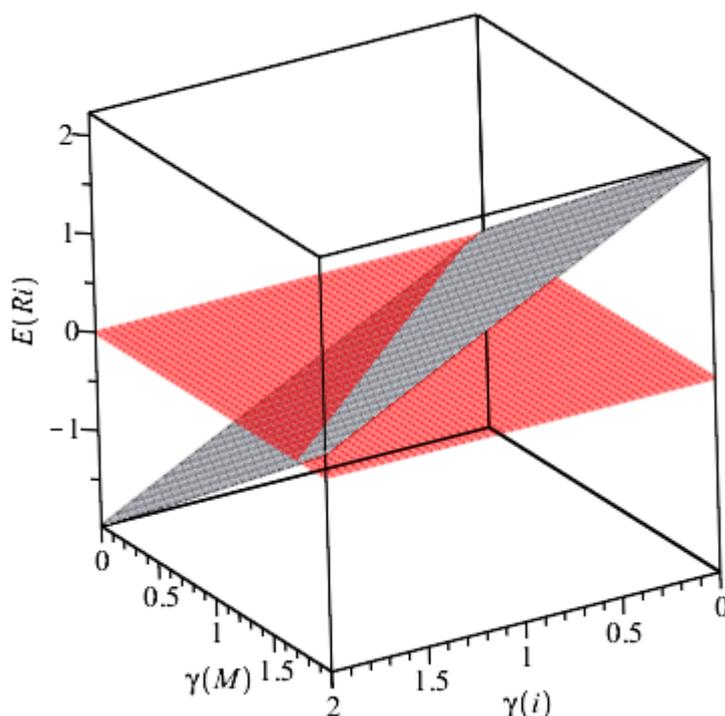


FIGURE 3.2 – Effets du coût lié aux ventes à découvert sur le rendement de l'actif

Le graphique précédent montre que les coûts lié à la vente à découvert de l'actif i entraîne une baisse du rendement espéré de l'actif. Cette observation est justifiée par le coût payé au moment de son rachat.

En comparaison de ce résultat avec celui de la figure (3.1), nous constatons un effet opposé des coûts d'information et des coûts de vente à découvert. Ainsi, nous pourrions conclure que l'acquisition d'information donne une meilleure visibilité sur les actifs ce qui entraîne leur achat. En revanche l'absence de l'information incite les investisseurs à la vente à découvert. Une vente qui est justifiée par une anticipation baissière, et un rachat de l'actif en cas de baisse. Ce rachat est affecté par un coût entraînant une baisse de son rendement.

Afin de mieux cerner l'effet conjugué de ces coûts sur le rendement espéré de

l'actif, nous avançons procédé à une simulation pour plusieurs valeurs de ces coûts. Le tableau (3.1) montre l'évolution du rendement espéré en fonction de l'ensemble des coûts (informationnels, vente à découvert) liés à la valorisation des actifs.

Tableau 3.1 – Effets des coûts d'information et de la contrainte sur les ventes à découvert sur le rendement de l'actif

$\lambda_m = \gamma_i = \gamma_m = 0$		$\lambda_i = \gamma_i = \gamma_m = 0$		$\lambda_i = \lambda_m = \gamma_m = 0$		$\lambda_i = \gamma_i = \lambda_m = 0$	
λ_i	$E(R_i)$	λ_m	$E(R_i)$	γ_i	$E(R_i)$	γ_m	$E(R_i)$
0	0,03807	0	0,03807	0	0,03807	0	0,03807
0,2	0,23807	0,2	-0,18227	0,2	-0,16193	0,2	0,25841
0,4	0,43807	0,4	-0,40261	0,4	-0,36193	0,4	0,47875
0,6	0,63807	0,6	-0,62295	0,6	-0,56193	0,6	0,69909
0,8	0,83807	0,8	-0,84329	0,8	-0,76193	0,8	0,91943
1	1,03807	1	-1,06363	1	-0,96193	1	1,13977
1,2	1,23807	1,2	-1,28397	1,2	-1,16193	1,2	1,36011
1,4	1,43807	1,4	-1,50431	1,4	-1,36193	1,4	1,58045
1,6	1,63807	1,6	-1,72465	1,6	-1,56193	1,6	1,80079
1,8	1,83807	1,8	-1,94499	1,8	-1,76193	1,8	2,02113
2	2,03807	2	-2,16533	2	-1,96193	2	2,24147

Le tableau (3.1) montre que les coûts d'information augmentent la valeur du titre. L'augmentation observée est justifiée par une forme de rendement additionnel exigé par l'investisseur sur l'actif. Un effet opposé est constaté sur le rendement à travers l'effet du coût de vente à découvert.

Nous concluons ainsi, que les différents coûts supportés par les investisseurs sur les marchés internationaux, constituent un facteur entravant le processus de diversification internationale. Cette entrave pousse les investisseurs à raisonner en termes de gain et de coût.

En plus, notre modèle d'évaluation des actifs à l'international représente un outil d'aide

à la décision. En effet, ce modèle permet aux investisseurs de prendre des positions courtes et/ou longues sur les actifs internationaux en fonction de la qualité informationnelle. Ainsi, l'acquisition et le traitement de l'information influencent la décision d'investissement ou de vente à découvert des actifs. Par conséquent, les investisseurs, particulièrement informés, seront capables de prendre des positions longues et/ou courtes sur les marchés et de déterminer le prix d'actif en présence de coûts sur la base du modèle donné par la relation (3.27).

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé un modèle d'évaluation des actifs à l'international en présence de deux formes de friction à savoir les coûts d'information et les coûts liés aux ventes à découvert. Ce modèle montre qu'à l'équilibre les investisseurs exigent le taux sans risque, une prime de risque systématique sur le marché, une prime de risque de change, et les coûts d'information sur les actifs. Notre modèle constitue une extension des travaux de [Merton \(1987\)](#) à un cadre international en se fondant simultanément sur les travaux d'[Adler et Dumas \(1983\)](#) d'une part et [Wu et al. \(1996\)](#) d'autre part. Notre modèle introduit une première composante λ_i représentant un coût d'information en raison de la connaissance imparfaite sur les titres et le marché. La deuxième composante γ_i représente le coût supplémentaire induit par la contrainte sur les ventes à découvert justifiant la présence des anticipations hétérogènes des investisseurs.

Notre modèle, caractérisé par l'équation (3.27), montre l'importance des coûts d'information et ceux des ventes à découvert dans le cadre de la gestion d'actifs, en particulier en termes de diversification internationale. L'émergence de ces coûts pousse les investisseurs à raisonner en termes de gain et de coûts liés à la diversification internationale ou domestique. Nous concluons que ce modèle a le mérite d'expliquer le biais domestique sur la base de deux formes de frictions et en présence de deux primes de risques systématiques.

Ainsi, proposer un test à ce modèle demeure une future piste dépendante de la disponibilité des données. En outre, ce modèle peut être étendu à un cadre d'analyse intégrant une contrainte sur les ventes à découvert et des coûts d'information sur le marché de change.

Annexes

3.A Démonstration du développement du MEDAFI en présence des coûts d'information et de contrainte sur les ventes à découvert

La résolution simultanée des équations (3.25) et (3.26) en θ et $(1 - \theta)$ et en calculant le quotient $\frac{(3.25)}{(3.26)}$ nous permet :

$$\frac{(3.25)}{(3.26)} = \frac{E(R_M) - r + \lambda_M + \gamma_M - \theta \text{var}(R_M)}{E(R_e) - r - \theta \text{cov}(R_M, R_e)} = \frac{(1 - \theta) \text{cov}(R_M, R_e)}{(1 - \theta) \text{var}(R_e)} \quad (3.A.1)$$

Alors :

$$E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M - \theta \text{var}(R_M) = (E(R_e) - r) \frac{\text{cov}(R_M, R_e)}{\text{var}(R_e)} - \theta \frac{\text{cov}(R_M, R_e)^2}{\text{var}(R_e)} \quad (3.A.2)$$

En réajustant (3.A.2), on aura :

$$\frac{(E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M) \theta \text{var}(R_e) - (E(R_e) - r) \text{cov}(R_M, R_e)}{\text{var}(R_e)} = \theta \frac{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2}{\text{var}(R_e)} \quad (3.A.3)$$

Ensuite :

$$\theta = \frac{(E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M) \text{var}(R_e) - (E(R_e) - r) \text{cov}(R_M, R_e)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2} \quad (3.A.4)$$

D'après la relation (3.A.4) :

$$1 - \theta = \frac{1}{\text{var}(R_e)} \left\{ E(R_e) - r - \frac{(E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M) \text{var}(R_e) - (E(R_e) - r) \text{cov}(R_M, R_e)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2} \right\} \quad (3.A.5)$$

L'équation (3.A.5) peut être exposée de la manière suivante :

$$1 - \theta = \frac{(E(R_e) - r) \text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e)^2 - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{var}(R_e)} - \frac{(E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M) \text{var}(R_e) \text{cov}(R_M, R_e) - (E(R_e) - r) \text{cov}(R_M, R_e)^2}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e)^2 - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{var}(R_e)} \quad (3.A.6)$$

En remplaçant (3.A.6) et (3.A.4) dans la relation (3.24), on obtient :

$$\begin{aligned}
E(R_i) = & r + \lambda_i - \gamma_i + \left(\frac{(E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M) \text{var}(R_e) - (E(R_e) - r) \text{cov}(R_M, R_e)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2} \right) \text{cov}(R_i, R_M) \\
& + \left(\frac{(E(R_e) - r) \text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e)^2 - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{var}(R_e)} \right) \\
& - \left(\frac{(E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M) \text{var}(R_e) \text{cov}(R_M, R_e) - (E(R_e) - r) \text{cov}(R_M, R_e)^2}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e)^2 - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{var}(R_e)} \right) \text{cov}(R_i, R_e)
\end{aligned} \tag{3.A.7}$$

On peut écrire la relation (3.A.7) comme :

$$\begin{aligned}
E(R_i) = & r + \lambda_i - \gamma_i + (E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M) \left\{ \frac{\text{var}(R_e) \text{cov}(R_i, R_M)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2} \right. \\
& \left. - \frac{\text{var}(R_e) \text{cov}(R_M, R_e) \text{cov}(R_i, R_e)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e)^2 - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{var}(R_e)} \right\} + (E(R_e) - r) \\
& \left\{ \frac{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) \text{cov}(R_i, R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{cov}(R_i, R_e)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e)^2 - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{var}(R_e)} \right. \\
& \left. - \frac{\text{cov}(R_M, R_e) \text{cov}(R_i, R_M)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2} \right. \\
& \left. + \frac{\text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{cov}(R_i, R_e)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e)^2 - \text{cov}(R_M, R_e)^2 \text{var}(R_e)} \right\}
\end{aligned} \tag{3.A.8}$$

Pour finir, nous simplifions l'équation (3.A.8) en :

$$\begin{aligned}
E(R_i) = & r + \lambda_i - \gamma_i + \frac{\text{var}(R_e) \text{cov}(R_i, R_M) - \text{cov}(R_M, R_e) \text{cov}(R_i, R_e)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2} [E(R_M) - r - \lambda_M + \gamma_M] \\
& + \frac{\text{var}(R_M) \text{cov}(R_i, R_e) - \text{cov}(R_M, R_e) \text{cov}(R_i, R_M)}{\text{var}(R_M) \text{var}(R_e) - \text{cov}(R_M, R_e)^2} [E(R_e) - r]
\end{aligned} \tag{3.A.9}$$

Chapitre 4

Évaluation des Actifs Financiers en Présence d'une Asymétrie d'Information et de Vision sur les Titres

Résumé

Dans ce chapitre nous proposons un modèle d'évaluation des actifs financiers en présence de visions optimistes et pessimistes sur l'évaluation des prix des actifs. Notre analyse s'inscrit dans le cadre des travaux présentés par [Merton \(1987\)](#), [Black et Litterman \(1992\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#).

Le modèle présenté dans ce chapitre, représente une version généralisée du MEDAF classique. Cette nouvelle forme montre l'effet conjugué et simultané des coûts d'information, de vente à découvert et de visions sur le rendement des actifs.

Nous concluons que les coûts d'information ont un effet inverse sur le prix de l'actif par rapport aux coûts liés à la vente à découvert. En outre, le modèle montre qu'une bonne vision augmente le rendement de l'actif et que sa baisse pourrait être attribuée à une mauvaise anticipation et une vision erronée des investisseurs sur les prix des actifs.

4.1 Introduction

La sélection des portefeuilles se réfère aux travaux de [Markowitz \(1952\)](#), considérés comme les piliers de la théorie moderne de portefeuille.

Les limites de cette théorie sont abrégées dans ses principales hypothèses restrictives. Ces hypothèses conduisent à son extension à un cadre caractérisé par la présence de plusieurs formes de frictions induisant l'inefficience de marché. Ainsi, l'acquisition, le traitement, et la diffusion de l'information sur le marché constituent un processus primordial dans tous les domaines de l'ingénierie financière.

C'est dans ce sens que la conception d'un modèle dans le cadre d'un marché parfait ne permet pas une bonne description du système financier sur le court et le long terme. Certes, les modèles d'évaluation des actifs conçus dans le cadre d'un marché parfait permettent une bonne description de leur fonctionnement et de la valorisation des titres. En revanche, l'analyse empirique des modèles conçus dans le cadre d'un marché parfait montre un écart attribué aux frictions. Ainsi, la présence des facteurs tels que l'asymétrie d'information, les coûts liés à l'autorisation des ventes à découvert, le risque de change et l'hétérogénéité des anticipations des investisseurs pourrait justifier les biais observés en faveur de certains titres à l'échelle nationale et internationale.

Ainsi, l'examen de la littérature montre que l'intégration des effets informationnels permet une description proche de la réalité du comportement des investisseurs. [Merton \(1987\)](#) considère que même en présence d'une connaissance des structures institutionnelles et des coûts d'information, le comportement des investisseurs reste toujours complexe à modéliser, et par la suite il pourrait affecter les prix et les rendements des titres.

En outre, le modèle classique d'évaluation des actifs financiers suppose que les investisseurs ont des anticipations homogènes. Une hypothèse forte exclue par [Wu et al. \(1996\)](#) en étendant le modèle de [Merton \(1987\)](#) à un cadre d'analyse intégrant des anticipations hétérogènes et des restrictions sur les ventes à découvert. Ainsi, [Wu et al. \(1996\)](#) montrent qu'à l'équilibre les rendements des actifs sont affectés par les coûts liés à la vente à découvert et des anticipations divergentes des investisseurs.

Le modèle de [Wu et al. \(1996\)](#) montre que les anticipations varient dans le temps et dans l'espace et que, par la suite, les coûts d'information augmentent, ce qui amplifie l'inefficience du marché. Par conséquent, les investisseurs expriment des points de vue et

des attentes différents sur la valeur future des actifs financiers. Ces divergences d'opinions et effets informationnels sur les titres constituent des variables affectant leurs rendements et expliquent la manière dont les décisions financières sont prises.

A ce stade, nous pourrions considérer que le comportement hétérogène des investisseurs et la présence d'une asymétrie d'information poussent ceux-ci à émettre différentes visions sur les prix des actifs, ce qui donne une allocation différente en matière de gestion de portefeuille. Nous pouvons, ainsi, considérer la notion de vision en finance par l'appréciation de l'investisseur de l'évaluation des cours boursiers en fonction de son analyse, ses sentiments et son information. Aussi, nous considérons que l'anticipation personnelle ou le jugement particulier et l'incertitude émis par un investisseur sur le prix futur affectent son choix dans la gestion de son portefeuille.

C'est dans cet esprit que [Black et Litterman \(1990\)](#) ont été les premiers à développer un modèle d'allocation d'actifs en introduisant les visions des investisseurs à l'équilibre du marché. Cette approche comporte plusieurs particularités. La plus importante est l'utilisation d'un modèle d'équilibre à l'international comme outil de prévision et de valorisation des actifs. L'originalité du modèle de [Black et Litterman \(1990\)](#) est double car elle permet de mettre l'accent sur deux aspects pratiques :

- Le premier réside dans la diversité des points de vue émis par les investisseurs pour certains rendements attendus sur les actifs ;
- Le deuxième provient de l'utilisation des modèles d'allocation d'actifs standards (moyenne-variance). Or, la sélection des portefeuilles doit intégrer une variable reflétant l'appréciation de l'évolution future de l'actif.

Dans ce qui suit, nous donnons un bref rappel sur la littérature relative à notre modèle notamment l'analyse de [Black et Litterman \(1992\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#). Ensuite, la section 4.3 expose notre modèle d'évaluation des actifs en intégrant des coûts liés aux visions des investisseurs et d'autres liés aux contraintes sur les ventes à découvert. Enfin, la section 4.4 présente une conclusion de ce chapitre sous forme de remarques.

4.2 Positionnement de notre analyse

L'analyse présentée dans ce chapitre cherche à montrer que les visions modélisées par [Black et Litterman \(1992\)](#) sont à l'origine des divergences observées dans les anticipations

des investisseurs. Cette divergence crée une hétérogénéité dans les investisseurs et par la suite la mise en place de stratégies différentes en matière de gestion d'actifs.

C'est dans cet esprit et en se basant sur l'analyse [Black et Litterman \(1992\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#), que nous présentons un modèle intégrant les aspects liés à l'hétérogénéité et la présence d'un coût lié à la vente à découvert.

En outre, l'asymétrie d'information et sa modélisation nous poussent à intégrer cette dimension. Ainsi, ce chapitre aura pour objet de construire un modèle d'évaluation des actifs intégrant les visions, et les coûts liés à l'asymétrie d'information et de vente à découvert.

Tout au long de ce chapitre, nous avons développé un modèle incluant des coûts dans un environnement où chaque investisseur connaît un sous-ensemble de titres disponibles et avec des visions particulières sur le rendement des actifs. Le modèle développé est une extension du modèle de [Merton \(1987\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#) dans lequel nous incluons les points de vue et les perspectives des investisseurs en termes d'anticipation.

Nous avons considéré que les investisseurs acquièrent uniquement les actifs qu'ils connaissent et expriment des opinions personnelles sur les rendements futurs. Ces opinions s'inscrivent dans le prolongement de l'idée présentée par Black et [Black et Litterman \(1992\)](#). Leur modèle permet aux investisseurs d'exprimer des points de vue optimistes ou pessimistes sur les titres. Ainsi, l'investisseur peut contrôler ses positions en les ajustant en fonction de l'importance de ses opinions, ce qui influence le poids de chaque actif dans la pondération de son portefeuille. Dans leur approche, les investisseurs peuvent exprimer des points de vue sur la performance relative des actifs ainsi que leur performance absolue.

4.3 Le modèle

4.3.1 Hypothèses

Le modèle présenté dans cette section constitue une extension des travaux de [Merton \(1987\)](#), [Black et Litterman \(1992\)](#) et ceux de [Wu et al. \(1996\)](#). Dans notre analyse nous supposons que les investisseurs disposent de l'information sur un ensemble de titres cotés sur le marché. Cette information crée une hétérogénéité dans l'anticipation et par la suite les investisseurs tentent d'intégrer une contrainte additionnelle dans la gestion de leur portefeuille. La présence d'une information imparfaite permet l'émergence de croyances

hétérogènes chez les investisseurs, et la mise en place d'une stratégie de vente à découvert de certains actifs. Des ventes à découvert impliquent un coût au moment du rachat de l'actif.

Les hypothèses de notre modèle sont celles du MEDAF classique à l'exception de la présence d'une asymétrie d'information, de contraintes sur les ventes à découvert et d'anticipations hétérogènes.

4.3.2 Choix de portefeuille de l'investisseur

On considère une économie composée de n actifs risqués et N investisseurs. J_j constitue l'ensemble des actifs connus par l'investisseur, dans le cas où ce dernier connaît l'actif, k ($k = 1 \dots n, j = 1 \dots N$) et J_j^c caractérisé par les actifs non connus en terme d'information.

N_k représente le nombre d'investisseurs informés sur l'actif k . Ces investisseurs négocient les actifs qui feront partie des titres achetés, donc connus.

Ainsi, $(N - N_k)$ représentent les investisseurs qui ne sont pas informés sur l'actif k , et par la suite ne négocient pas le titre k . Par ailleurs, d'autres investisseurs disposent d'une information sur ces titres et pourront les négocier.

Dans notre modèle on considère que le rendement aléatoire des actifs k est donné par :

$$\tilde{R}_k^j = \bar{R}_k^j + b_k^j \tilde{Y} + \sigma_k \tilde{\epsilon}_k \quad k \in J_j \quad (4.1)$$

Avec :

- \tilde{R}_k^j : est le rendement aléatoire du titre k pour l'investisseur j ;
- b_k^j : est la sensibilité de l'actif k aux variations du facteur \tilde{Y} ;
- σ_k : est le risque spécifique lié à l'actif k ;
- $\tilde{\epsilon}_k$: est la variable aléatoire qui caractérise le rendement du titre k ;

On donne également les caractéristiques suivantes :

$$E(\tilde{Y}) = 0 ; \quad \text{et} \quad E(\tilde{Y}^2) = 1$$

$$E(\tilde{\epsilon}_k \mid \epsilon_1 \dots \epsilon_{k-1}, \epsilon_{k+1}, \dots, \epsilon_n, Y) = 0 ; \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$E(\tilde{\epsilon}_k, \mid Y, \epsilon_i, \forall i, \text{et } i \neq k) = 0$$

Et :

$$E(\tilde{\epsilon}_k^2 | Y, \epsilon_i \forall i, \text{ et } i \neq k) = 1.$$

La structure des rendements donnée par l'équation (4.1) est similaire au modèle diagonal de [Sharpe \(1964\)](#) de la version unifactorielle, du modèle de [Ross \(1977\)](#) et celle de [Merton \(1987\)](#). En outre, on considère que cette économie comporte deux autres actifs. Le premier est sans risque avec un rendement certain R , et un titre synthétique qui constitue une combinaison de l'actif sans risque et d'un contrat à terme sur le facteur risqué observé sur le marché.

Le taux de rendement de l'actif synthétique s'écrit comme suit ¹ :

$$\tilde{R}_{n+1} = \bar{R}_{n+1} + \tilde{Y} \quad (4.2)$$

Comme dans le modèle de [Merton \(1987\)](#), l'actif synthétique et l'actif sans risque font l'objet d'une négociation sur les marchés au même titre que les autres actifs financiers et considérés comme connus. Nous aurons la contrainte suivante sur la richesse initiale de l'investisseur :

$$\sum_{k=1}^n w_k^j + w_{n+1}^j + w_{n+2}^j = 1 \quad (4.3)$$

Avec :

- w_k^j : représente la fraction de la richesse allouée à l'actif risqué k par l'investisseur j ;
- w_{n+1}^j et w_{n+2}^j : représentent respectivement les proportions de la richesse allouées au titre synthétique et l'actif sans risque.

1. l'achat d'un contrat à terme (au prix F) dont le rendement final est donné sous la forme suivante :

$$\tilde{Y} - F$$

En assemblant le rendement de l'actif sans risque et le rendement du "Future", on aura :

$$R + \tilde{Y} - F$$

On aura alors notre relation (4.2) :

$$\tilde{Y} + (R - F) = \bar{R}_{n+1} + \tilde{Y}$$

En outre, on considère que les investisseurs sont averses aux risques et raisonnent dans le cadre de moyenne-variance de [Markowitz \(1959\)](#) et [Tobin \(1958\)](#) appliqué à la richesse finale.

Ainsi le rendement du portefeuille de l'investisseur j est donné par :

$$\begin{aligned}\tilde{R}^j &= \sum_{k=1}^n w_k^j (\tilde{R}_k^j - (\tilde{Q}_k^j + \tilde{\tau}_k^j)) + w_{n+1}^j \tilde{R}_{n+1} + w_{n+2}^j R \\ &= \sum_{k=1}^n w_k^j (\bar{R}_k^j + b_k \tilde{Y} + \sigma_k \tilde{\epsilon}_k - (\tilde{Q}_k^j + \tilde{\tau}_k^j)) + w_{n+1}^j \tilde{R}_{n+1} + w_{n+2}^j R\end{aligned}$$

Dans notre modèle et dans l'expression du rendement du portefeuille de l'investisseur j on a :

- Q_j^k : représente un point de vue particulier ou une vision émise par l'investisseur j sur l'actif k .
- $\tilde{\tau}_k$: représente une variable non observable suivant la loi normale avec $E(\tilde{\tau}_k) = \bar{\tau}_k$ et $var(\tau_k) = \sigma_{\tau_k}^2$. Cette variable est propre à chaque investisseur et reflète le niveau de confiance sur les opinions.

Un individu peut anticiper que la valeur du titre k augmentera (ou diminuera) de 100 points de base par exemple. Lorsque l'investisseur est optimiste (ou pessimiste), Q est positif (ou négatif). L'intégration de la contrainte sur les visions exprimées par les investisseurs s'inscrit dans le prolongement des travaux de [Black et Litterman \(1992\)](#). La valeur attribuée par un investisseur à Q reflète son optimisme ou pessimisme sur le titre.

Dans une économie parfaite, les rendements des titres sont une fonction de l'actif sans risque, de la prime du risque et du bêta. Si nous ajoutons ces opinions émises par les investisseurs, les rendements s'écartent de leur valeur fondamentale. Les opinions sont donc considérées comme une contrainte dans le modèle.

Ainsi, l'investisseur pourrait considérer qu'un titre A fera mieux en termes de rendement qu'un titre B. C'est dans ce sens que l'introduction de cette vision dans le programme d'optimisation a un double effet. Le premier sur le rendement moyen de son portefeuille matérialisé par Q_k et un effet simultané sur la variance du rendement à travers le $\tilde{\tau}_k$.

Dans le modèle de [Black et Litterman \(1992\)](#), les divergences et les opinions des

investisseurs peuvent converger ou diverger ce qui implique un effet sur le rendement et sur la volatilité du portefeuille.

Dans le cadre de notre analyse, nous réfutons l'hypothèse d'homogénéité. Les investisseurs sont hétérogènes en termes de caractère, personnalité et expérience. De ce fait, ils peuvent s'exprimer différemment en fonction de leurs jugements, de leurs perceptions et de leurs croyances sur les marchés et les actifs financiers. Par conséquent, les investisseurs pourront exprimer leurs visions dans le cadre de la gestion de portefeuille et choisir les titres en fonction de leurs opinions, des informations dont-ils disposent et les coûts payés en cas de vente à découvert.

Ainsi, l'absence d'information pour les investisseurs sur certains titres fait que ceux-ci ne font pas partie du groupe J_j titres connus, et par la suite la proportion allouée aux titres sera nulle, donc $w_k^j = 0$.

Le rendement et la variance du portefeuille pour l'individu j sont donnés par :

$$\tilde{R}^j = \sum_{k=1}^n w_k^j (\bar{R}_k^j + b_k \tilde{Y} + \sigma_k \tilde{\epsilon}_k - (Q_k^j + \tilde{\tau}_k^j)) + w_{n+1}^j (\bar{R}_{n+1} + \tilde{Y}) + w_{n+2}^j R \quad (4.4)$$

$$\tilde{R}^j = \sum_{k=1}^n w_k^j (\bar{R}_k^j - (Q_k^j + \tilde{\tau}_k^j)) + (\sum_{k=1}^n w_k^j b_k^j + w_{n+1}^j) \tilde{Y} + \sum_{k=1}^n w_k^j \sigma_k \tilde{\epsilon}_k + w_{n+1}^j \bar{R}_{n+1} + w_{n+2}^j R \quad (4.5)$$

Où :

$$\sum_{k=1}^n w_k^j b_k^j + w_{n+1}^j = b^j \quad (4.6)$$

Et :

$$\sum_{k=1}^{n+2} w_k^j = 1 \quad (4.7)$$

En se fondant sur les équations (4.5), (4.6) et (4.7), le rendement espéré du portefeuille de l'investisseur j s'écrit comme suit :

$$\bar{R}^j = R + b^j (\bar{R}_{n+1} - R) + \sum_{k=1}^n w_k^j (\Delta_k^j) \quad (4.8)$$

Avec :

$$\Delta_k^j = \bar{R}_k^j - R - Q_k^j + \tilde{\tau}_k^j - b_k^j (\bar{R}_{n+1} - R) = \Delta_k a^j \quad (4.9)$$

Avec :

a^j : est un paramètre caractérisant les anticipations hétérogènes des investisseurs.

$$a^j = \frac{\bar{R}_k^j - R - Q_k^j + \bar{\tau}_k^j - b_k^j(\bar{R}_{n+1} - R)}{\bar{R}_k - R - Q_k - \bar{\tau}_k - b_k(\bar{R}_{n+1} - R)}$$

Et :

$$\Delta_k = \bar{R}_k - R - Q_k - \bar{\tau}_k - b_k(\bar{R}_{n+1} - R) \quad (4.10)$$

L'examen de la relation précédente, Δ_k , montre les paramètres caractéristiques à la vision de l'investisseur sur le titre k, à savoir Q_k et $\bar{\tau}_k$ sont dus à une information incomplète et des points de vue différents des investisseurs. L'émergence de l'expression Δ_k est attribuée, également, à la présence d'une asymétrie d'information sur les actifs. Cette dimension sera explicite au nouveau programme d'optimisation. C'est dans ce sens qu'un investisseur est considéré comme informé lorsqu'il connaît l'espérance et la variance de l'actif. Cette considération justifie les dépenses effectuées par les analystes financiers et les gérants de portefeuille pour s'informer sur les marchés, les titres à travers l'acquisition de base de données et de l'analyse de l'information contenue dans celle-ci.

En outre, la présence de a^j dans la relation traduit l'hétérogénéité dans les anticipations des investisseurs.

En plus, la présence du terme Q_k^j dans la relation montre la vision et l'anticipation émises par l'investisseur sur le titre k.

Ainsi, les termes \bar{R}_k , b_k , Q_k et $\bar{\tau}_k$ représentent respectivement la moyenne globale de \bar{R}_k^j , b_k^j , Q_k^j et $\bar{\tau}_k^j$.

La variance du portefeuille pour l'investisseur j s'écrit, ainsi :

$$Var(\tilde{R}^j) = b^j{}^2 + \sum_{k=1}^n (w_k^j)^2 \sigma_k^2 + \sum_{k=1}^n (w_k^j)^2 \sigma_{\tau_k}^2 \quad (4.11)$$

L'équation (4.11) montre trois sources de risque affectant le portefeuille de l'investisseur j. La première est attribuée au facteur du marché. La deuxième est le risque lié à chaque actif k. Alors que la troisième, est la volatilité liée à la divergence dans les visions émises par les investisseurs $\sigma_{\tau_k}^2$.

Dans notre analyse nous considérons que la covariance entre les rendements des actifs et les visions des investisseurs sont nulles. Ainsi, la variance du portefeuille de l'investisseur est affectée par les variances des titres, des visions et du marché.

En outre, l'apparition du terme $\sum_{k=1}^n w_k^j \sigma_{tk}^2$ montre l'impact de la dispersion dans les visions sur le risque du portefeuille. Nous pourrions considérer que sa volatilité n'est pas dépendante de cette dispersion, et dans ce cas notre expression de la variance, $Var(R_j)$, est réduite à celle de [Merton \(1987\)](#).

Ainsi, nous constatons que la volatilité du titre est affectée par plusieurs sources d'incertitudes.

En raisonnant dans le cadre moyenne-variance, la préférence de l'investisseur k est donnée par la relation suivante :

$$U^j = E(\tilde{R}^j W^j) - \frac{\delta^j}{2W^j} Var(\tilde{R}^j W^j) \quad (4.12)$$

Avec :

δ^j : la mesure de l'aversion au risque de l'investisseur.

Le choix du portefeuille optimal pour l'investisseur peut être exprimé sous contrainte par le problème de maximisation suivant :

$$Max_{b^j, w_k^j} \left[R + b^j (\bar{R}_{n+1} - R) + \sum_{k=1}^n w_k^j \Delta_k a^j - \frac{\delta^j}{2} \left[b^{j2} + \sum_{k=1}^n (w_k^j)^2 \sigma_k^2 + \sum_{k=1}^n (w_k^j)^2 \sigma_{\tau_k}^2 \right] \right] \quad (4.13)$$

Sous contraintes :

$$w_k^j = 0, \text{ si } k \in J_j^C \quad (4.13a)$$

$$w_k^j \geq 0, \text{ si } k \in J_j^C \quad (4.13b)$$

Le Lagrangien associé à (4.13) s'écrit, ainsi :

$$L = R + b^j (\bar{R}_{n+1} - R) + \sum_{k=1}^n w_k^j \Delta_k a^j - \frac{\delta^j}{2} \left[b^{j2} + \sum_{k=1}^n (w_k^j)^2 \sigma_k^2 + \sum_{k=1}^n (w_k^j)^2 \sigma_{\tau_k}^2 \right] + \sum_{k=1}^n \xi_k^j (w_k^j - s_k^j) - \sum_{k=1}^n w_k^j \lambda_k^j \quad (4.14)$$

La relation (4.14) montre la présence de deux variables. La première λ_k^j est liée à la contrainte relative à l'asymétrie d'information et ξ_k^j à la contrainte sur les ventes à découvert. La variable s_k^j est positive avec $s_k^j \xi_k^j = 0$.

La recherche des conditions de premier ordre à partir de l'équation (4.14) donne :

$$\bar{R}_{n+1} - R - \delta^j b^j = 0 \quad (4.14a)$$

$$w_k^j \xi_k^j = 0, \xi_k^j \geq 0, w_k^j \geq 0 \quad (4.14b)$$

--> Condition de Kuhn-Tucker liée à la contrainte sur la vente à découvert.

$$\Delta_k a^j + \xi_k^j - \lambda_k^j - \delta^j w_k^j \sigma_k^2 - \delta^j w_k^j \sigma_{\tau_k}^2 ; w_k^j \lambda_k^j = 0 \text{ pour } k = 1, 2, \dots, n \quad (4.14c)$$

--> Condition de Kuhn-Tucker liée à l'actif.

L'équation (4.14a) implique que le portefeuille optimal de chaque investisseur présente un risque systémique (b^j) inversement proportionnel à son aversion au risque. Dans le cas où les investisseurs disposent de la même aversion au risque $\delta_j = \delta$, alors le risque du facteur commun sera le même pour l'ensemble des investisseurs.

Donc, nous pouvons réécrire la relation (4.14a) sous la forme suivante :

$$b^j = \frac{R_{n+1} - R}{\delta^j}$$

En outre, la relation (4.14c) donne la condition Kuhn-Tucker relative à l'information incomplète. Ainsi, si $k \in J_j$ et $w_k^j \geq 0$, et qu'aucune contrainte n'est imposée sur les ventes à découvert, dans ce cas le coût lié à celle-ci sera nul ($\xi_k^j = 0$).

Il est possible, également, que la demande optimale pour l'actif k en absence de contrainte sur les ventes à découvert soit nulle et, dans ce cas, le coût lié à celle-ci soit nul aussi. En revanche la présence de cette contrainte fait que ($\xi_k^j > 0$) et $w_k^j = 0$ pour $k \in J_j$.

Il faut noter à ce stade que si $k \in J_j^C$, c'est-à-dire l'actif n'est pas connu par les investisseurs, la présence de la variable ξ_k^j garantit que l'investisseur ne vend pas un titre sur lequel il dispose d'une information à découvert.

En outre, il faut noter que le coût caché lié à l'information incomplète est supérieur à zéro si $k \in J_j^C$ et $\lambda_k^j \neq 0$.

À partir de (4.14c), nous obtenons :

$$w_k^j = \frac{(\Delta a^j + \xi_k^j)}{\delta^j (\sigma_k^2 + \sigma_{\tau_k}^2)} = \frac{\Delta a^j}{\delta^j (\sigma_k^2 + \sigma_{\tau_k}^2)} + \frac{\xi_k^j}{\delta^j (\sigma_k^2 + \sigma_{\tau_k}^2)}, k \in J_j \quad (4.15)$$

L'équation (4.15) donne la proportion optimale allouée par l'investisseur j au titre k . Cette proportion se décompose en deux parties. La première représente l'investissement sans restriction sur les ventes à découvert. Cette partie se compose des coûts liés aux effets d'asymétrie d'information entre les investisseurs Δ_k et le deuxième est relatif à l'hétérogénéité dans les anticipations des investisseurs a^j . On constate à ce stade que Δ_k à la différence de Merton (1987) intègre les visions émises par les investisseurs sur le titre à travers la variable Q_k . L'émergence de cette nouvelle variable est spécifique à notre modèle. Elle montre que l'appréciation de l'évolution future du rendement de l'actif peut être affectée par l'optimisme ou la présence de l'investissement et le risque lié aux erreurs d'anticipation.

Ainsi, l'effet de ces visions est capté à travers les termes Q_k et $\bar{\tau}_k$. En outre, le premier terme de la relation (4.15), montre que le poids d'un actif dépend de l'aversion au risque et de deux risques spécifiques. Le premier, σ_k^2 , est lié à l'actif donc à la volatilité de ce dernier, et le deuxième, $\sigma_{\tau_k}^2$, reflète le risque lié aux visions erronées émises par les opérateurs et à leur mauvaise appréciation de l'évolution future du rendement ou du prix de l'actif².

La deuxième partie de la relation (4.15) est attribuée principalement à la présence d'une restriction sur les ventes à découvert.

C'est dans ce sens qu'en l'absence d'une contrainte sur les ventes à découvert et en présence des anticipations homogènes sur le marché, la relation (4.15) est réduite à celle de Merton (1987), $w_k^j = \frac{\Delta_k}{\delta^j \sigma_k^2}$ et Bellalah et Aboura (2003).

En se fondant sur la relation (4.15) nous pourrions constater que dans le cas où $w_k^j = 0$ si $k \in J_j^C$, nous obtenons à ce compte là, les coûts cachés liés aux conditions de Kuhn-Tucker à savoir :

$$\lambda_k^j = \Delta_k a^j + \xi_k^j \quad (4.16)$$

Les coûts cachés ou fantômes donnés par la relation (4.16), comprennent deux composantes. La première est liée à l'asymétrie d'information et les anticipations hétérogènes des investisseurs, intégrant, aussi, les visions émises par eux. Le deuxième terme, ξ_k^j , est lié à un coût induit par la présence d'une contrainte sur les ventes à découvert.

2. Dans le cas d'une certitude et exactitude de visions des investisseurs, ce terme $\sigma_{\tau_k}^2$ pourrait prendre la valeur zéro.

4.3.3 Procédure d'agrégation sur les investisseurs

Pour obtenir notre relation d'équilibre du modèle d'évaluation, nous agrégeons les demandes optimales individuelles de chacun des investisseurs. On a :

- W^j : est la richesse initiale de l'investisseur j ;
- D_k : est La demande globale de l'actif k , avec $D_k = \sum_{j=1}^n w_k^j W^j$

Ainsi, à partir de la relation (4.15) il vient :

$$D_k = \sum_{j \in \{N_k\}} \frac{W^j (\Delta_k a^j + \xi_k^j)}{\sigma_k^2 + \sigma_{\tau_k}^2} \quad (4.17)$$

Nous définissons α_j , comme :

$$\alpha_j = \frac{W^j}{N\bar{W}}$$

Avec :

\bar{W} : représente la richesse moyenne de tous les investisseurs composant notre économie.

Ainsi la relation (4.17) s'écrit sous la forme suivante :

$$D_k = N\bar{W} \sum_{j \in \{N_k\}} \frac{\alpha_j (\Delta_k a^j + \xi_k^j)}{\sigma_k^2 + \sigma_{\tau_k}^2} \quad (4.18)$$

la demande de l'actif k , par la suite, sera donnée par $D_k \equiv x_k N\bar{W}$.

Avec :

x_k : représente la fonction du portefeuille de marché allouée à l'actif k connu par les N_k investisseurs informés par rapport aux N titres composant l'économie.

$$x_k = \sum_{j \in \{N_k\}} \frac{\alpha_j (\Delta_k a^j + \xi_k^j)}{\sigma_k^2 + \sigma_{\tau_k}^2} = \sum_{j \in \{N_k\}} \alpha_j w_k^j \quad (4.19)$$

En outre, étant donné que l'actif sans risque et l'actif synthétique sont considérés comme connus par l'ensemble des investisseurs et, par la suite, ne feront pas partie de la composition du portefeuille du marché on a :

$$x_n + 1 = 0, x_{n+1} = 0$$

Et à l'équilibre la richesse nationale est donnée par :

$$M = \sum_k D_k = N\bar{W}$$

4.4 Relation d'équilibre et modèle d'évaluation

Jusqu'à présent, nous avons résolu le problème individuel. Nous essayons dans la suite d'aboutir à notre modèle d'équilibre. Ainsi, nous déterminons le rendement du portefeuille de marché et le risque systémique. Le rendement du portefeuille de marché s'écrit comme suit :

$$\tilde{R}_M = \sum_{k=1}^n x_k \tilde{R}_k \quad (4.20)$$

Avec :

\tilde{R}_k représente la moyenne pondérée de \tilde{R}_k^J sur l'ensemble de tous les investisseurs.

$$\tilde{R}_k = \frac{\sum_{j \in \{N_k\}} w_k \alpha^j \tilde{R}_k^j}{\sum_{j \in \{N_k\}} w_k^j \alpha^j} \quad (4.21)$$

En remplaçant l'équation (4.21) dans l'équation (4.20) et en utilisant la relation (4.19), nous obtenons :

$$\tilde{R}_M = \sum_{k=1}^n \sum_{J \in \{N_k\}} w_k^J \alpha^J \tilde{R}_k^J$$

D'où :

$$\tilde{R}_M = \sum_{j=1}^N \sum_{k \in J_j} w_k^J \alpha^J \tilde{R}_k^J \quad (4.22)$$

Rappelons à ce stade que la variance du portefeuille du marché est donné par :

$$Var(\tilde{R}_M) = \bar{b}^2 + \sum_{k=1}^n x_k^2 \sigma_k^2 + \sum_{k=1}^n x_k^2 \sigma_{\tau_k}^2$$

Cette variance nous permet de définir le Bêta de l'actif k.

β_k : est définie comme la moyenne pondérée du bêta de l'actif k spécifique à chaque individu β_k^j .

Comme :

$$\beta_k = \frac{\sum_{j \in \{N_k\}} w_k^j \alpha^j \beta_k^j}{\sum_{j \in \{N_k\}} w_k^j \alpha^j}$$

On a alors :

$$\beta_k^j = \frac{cov(\tilde{R}_k^j, \tilde{R}_M)}{Var(\tilde{R}_M)}$$

Ce qui donne :

$$\beta_k^J = \frac{b_k^J \bar{b} + x_k \sigma_k^2 + x_k \sigma_{\tau_k}^2}{Var(\tilde{R}_M)} \quad (4.23)$$

Le risque systémique bêta présenté dans l'équation (4.23) contient un terme de variance résiduelle σ_k^2 et $\sigma_{\tau_k}^2$ ³. Dans un marché caractérisé par une information incomplète et différentes visions, les investisseurs ne détiennent pas des portefeuilles identiques incluant tous les titres disponibles. Ainsi, chaque investisseur ne possède qu'un sous-ensemble des titres disponibles sur le marché sur lesquels il possède de l'information. De ce fait, une diversification totale n'est pas réalisable. Dès lors, le risque résiduel est toujours maintenu. A ce risque s'ajoute l'effet de l'incertitude de la vision.

A partir des relations (4.8) et (4.23), nous obtenons :

$$\bar{R}_k^j = R + Q_k + \bar{\tau}_k + \left[\beta_k^j Var(\tilde{R}_M) - x_k \sigma_k^2 - x_k \sigma_{\tau_k}^2 \right] \frac{\bar{R}_{n+1} - R}{\bar{b}} + \Delta_k \alpha^j \quad (4.24)$$

D'après les équations (4.24) et (4.21), nous notons :

$$\bar{R}_k^j = R + Q_k + \bar{\tau}_k + \left[\beta_k Var(\tilde{R}_M) - x_k \sigma_k^2 - x_k \sigma_{\tau_k}^2 \right] \frac{\bar{R}_{n+1} - R}{\bar{b}} + \Delta_k \quad (4.25)$$

Où :

$$\Delta_k = \frac{\sum_{j \in \{N_k\}} w_k^j \alpha^j \Delta_k^j}{\sum_{j \in \{N_k\}} w_k^j \alpha^j}$$

D'après l'équation (4.20) nous agrégeons :

$$\bar{R}_M = \sum_{k=1}^n x_k \bar{R}_k$$

Alors :

$$\begin{aligned} \bar{R}_M = R + \sum_{k=1}^n x_k Q_k + \sum_{k=1}^n x_k \bar{\tau}_k + \\ \left[Var(\tilde{R}_M) - \sum_{k=1}^n x_k^2 \sigma_k^2 - \sum_{k=1}^n x_k^2 \sigma_{\tau_k}^2 \right] \frac{\bar{R}_{n+1} - R}{\bar{b}} + \sum_{k=1}^n x_k \Delta_k \end{aligned} \quad (4.26)$$

3. Nous pouvons constater que dans le cas où les visions n'affectent pas la structure de la variance du portefeuille, le terme $\sigma_{\tau_k}^2$ sera égal à 0 et l'expression sera réduite à [Merton \(1987\)](#).

A partir des équations (4.25) et (4.26), nous présentons notre modèle d'évaluation des actifs financiers MEDAF. Ce dernier tient compte d'une variété de frictions, qu'on trouve sur les marchés financiers. Notre modèle est un MEDAF généralisé puisqu'il prend en considération les coûts liés à l'asymétrie informationnelle, les contraintes sur les ventes à découvert et la divergence des visions des intervenants sur les marchés boursiers. Ces divergences sont captées dans le terme Q .

L'aménagement de la relation (4.26) permet d'aboutir à notre relation d'équilibre caractérisant le MEDAF :

$$\bar{R}_k = R + Q_k + \bar{\tau}_k + \beta_k \left[\bar{R}_M - R - Q_M - \bar{\tau}_M - \sum_{k=1}^n x_k \Delta_k + \sum_{k=1}^n x_k^2 \sigma_k^2 \frac{\bar{R}_{n+1} - R}{\bar{b}} \right] + \Delta_k - x_k \sigma_k^2 \frac{\bar{R}_{n+1} - R}{\bar{b}} \quad (4.27)$$

L'équation (4.27) s'écrit comme suit :

$$\bar{R}_k = R + Q_k + \bar{\tau}_k + \beta_k \left[\bar{R}_M - R - Q_M - \bar{\tau}_M \right] + \phi_k + \beta_k \phi_M \quad (4.28)$$

Sachant que :

$$\phi_k = \Delta_k - x_k \sigma_k^2 \frac{\bar{R}_{n+1} - R}{\bar{b}} \quad (4.28a)$$

$$\phi_M = \sum_{k=1}^n x_k \phi_k$$

D'où :

$$\phi_M = \sum_{k=1}^n x_k \Delta_k - \sum_{k=1}^n x_k^2 \sigma_k^2 \frac{\bar{R}_{n+1} - R}{\bar{b}} \quad (4.28b)$$

Notre modèle, donné par la relation (4.28), présente le taux de rendement exigé par les investisseurs en fonction de leur opinion. L'effet de cette opinion est capté dans la valeur qui reflète le sentiment des investisseurs. Ce résultat est cohérent avec celui de [Black et Litterman \(1992\)](#). En outre ce modèle fait apparaître le coût d'information et le coût de la vente à découvert. Les deux derniers coûts sont abrégés dans l'expression ϕ_k donnée

par la relation (4.28a).

Dans notre modèle, la prime de risque d'équilibre présentée dans l'équation (4.28) pour le titre k diffère de celle du modèle traditionnel d'évaluation des actifs financiers. La distinction est présentée par : $v_k = \phi_k - \beta_k \phi_M - \beta_k(\phi_m + \bar{\tau}_M)$. C'est dans ce sens que l'information incomplète présentée par [Merton \(1987\)](#) montre que l'expression de ϕ_K et ϕ_M est étroitement liée au coût fantôme relatif à l'information incomplète. En revanche, dans notre analyse, ϕ_K et ϕ_M de l'équation (4.28) sont liés à la fois aux coûts d'information, aux opinions divergentes et aux ventes à découvert.

Plus récemment, en finance comportementale, [Seetharaman et al. \(2017\)](#) et [Rachev et al. \(2017\)](#) montrent que la psychologie des investisseurs affecte leurs choix et par la suite ils pourront commettre systématiquement des erreurs dans les anticipations sur le rendement des actifs.

Ainsi, notre modèle d'évaluation montre que les attentes et les opinions des investisseurs sont modélisées et captées dans la valeur $Q_k + \bar{\tau}$ et, aussi la valeur de Bêta. De même, nous pouvons constater à partir de l'équation (4.16), que le coût de l'information et la restriction sur les ventes à découvert affectent en équilibre les prix des actifs, la liquidité des titres et le portefeuille du marché. Ce portefeuille qui devient inefficent.

En outre, à travers notre analyse nous expliquons certaines anomalies observées sur les marchés financiers. À ce niveau, le paradigme traditionnel de la finance de marché est fondé sur l'absence de toutes formes de friction. Cela ne permet pas de donner une présentation adéquate de la réalité des marchés. En fait, les sous-évaluations de certains actifs observées sur les marchés des capitaux ne peuvent s'expliquer par le simple cadre du MEDAF. De nombreux auteurs critiquent les composantes du MEDAF, à savoir le portefeuille de marché, l'actif sans risque et le Bêta (risque systémique) comme mesure de risque. Dans notre modèle, nous avons montré que le Bêta peut intégrer plusieurs risques liés à l'incertitude sur la volatilité des actifs et des visions. Ainsi, notre modèle démontre que les marchés financiers ne sont pas efficaces dans certaines situations liées aux différentes formes de frictions.

4.5 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons présenté un modèle d'évaluation des actifs financiers dans un environnement où chaque investisseur connaît un sous-ensemble de titres disponibles et des investisseurs ayant des opinions particulières sur les rendements des actifs. L'analyse proposée est élaborée dans le cadre d'une restriction sur les ventes à découvert.

Notre modèle est une extension de l'analyse de [Merton \(1987\)](#) et de [Wu et al. \(1996\)](#) dans lequel nous incluons les opinions des investisseurs. Nous montrons que les agents économiques investissent dans des actifs qu'ils connaissent et sur lesquels ils peuvent exprimer leurs opinions au sujet des rendements futurs.

Notre modélisation montre que le taux de rendement espéré est la fonction du taux sans risque, de l'opinion des investisseurs, des coûts cachés liés à l'information incomplète, les contraintes imposées sur les ventes à découvert et de la prime de risque.

Notre analyse révèle qu'un investisseur n'intervient que sur des actifs qu'il connaît et par la suite peut intégrer ses opinions personnelles sur les rendements futurs.

Dans ce modèle nous avons essayé d'attribuer la divergence et l'hétérogénéité observées dans les anticipations des investisseurs à leurs visions et l'appréciation de l'information qu'ils détiennent.

Ainsi, les visions et l'information sur les actifs constituent une source primordiale affectant le choix du portefeuille et par la suite la performance.

Proposer des tests empiriques à ce modèle reste une future piste de recherche dépendante des données et de l'identification d'un estimateur pour les coûts d'information.

Conclusion Générale

La gestion d'actifs à l'international constitue un outil efficace dans l'amélioration de la performance des portefeuilles à travers une diversification des risques à l'international. Ainsi, l'examen de la littérature montre que la diversification internationale domine la diversification nationale au sens de la moyenne-variance. Or, l'observation réelle de la composition optimale des portefeuilles des investisseurs montre une forte préférence pour les actifs domestiques. Un comportement qui va à l'encontre des enseignements théoriques et empiriques de la gestion d'actif à l'international. Ce phénomène est connu sous le nom du "biais domestique" dans la littérature de la finance internationale.

En se fondant sur cette observation, nous avons cherché dans le cadre de cette thèse d'apporter des réponses à plusieurs objets de recherche :

Peut-on considérer encore la supériorité d'une diversification internationale par rapport à une diversification nationale ?

Dans la mesure où cette supériorité est vérifiée, comment peut-on expliquer la préférence pour les actifs domestiques et par la suite la sous-diversification ?

Ainsi, nous avons essayé de présenter deux modèles d'évaluation des actifs financiers à l'international en présence de plusieurs formes de frictions afin de justifier la sous-diversification et l'effet de ces coûts sur les gains espérés.

Pour répondre à ces deux interrogations, nous avons élaboré quatre chapitres.

Le premier chapitre présente une littérature relative aux fondements de la théorie de portefeuille, telle que l'analyse moyenne-variance, les modèles d'évaluation des actifs financiers, la diversification des risques et les problèmes liés aux différentes formes de frictions observées sur les marchés. Ces formes de frottements sont présentées dans le cadre des modèles d'évaluation, et leurs impacts sur la valeur des actifs et les choix des investisseurs sont étudiés. Ainsi, nos conclusions de ce premier chapitre portent sur les avantages de la diversification internationale susceptibles d'être compromis à travers

la présence d'une asymétrie d'information sur les titres et sur les pays, les coûts de transaction, le risque de change, les contraintes sur les ventes à découvert et la détention de certains actifs sur certains marchés.

Le deuxième chapitre présente une étude empirique impliquant les techniques de co-intégration basées sur les travaux de [Johansen et Juselius \(1990, 1988\)](#), les modèles BEKK d'[Engle et Kroner \(1995\)](#), DCC-MGARCH d'[Engle \(2002\)](#) et la technique des copules. Les outils implémentés montrent l'impact de la corrélation dynamique et de la volatilité sur les gains de diversification. Ce chapitre a le mérite d'avancer une mesure de gain de diversification dans un contexte dynamique sur la base du MEDAF international.

A l'aide de différents tests robustes, relatifs à l'étude de la segmentation et l'intégration des marchés, nous concluons que les marchés émergents composant notre échantillon offrent des gains significatifs en matière de diversification aux investisseurs internationaux. Notre analyse empirique montre que les nouvelles classes d'actifs, tels que l'Art, les indices de l'Immobilier et l'indice Islamique constituent des valeurs refuges et offrent un important gain en termes de diversification internationale.

Après notre vérification empirique de la continuité des gains de la diversification internationale, et en se fondant sur la littérature, nous avons essayé de construire deux modèles de valorisation d'actifs intégrant plusieurs formes de frottement. Cette modélisation permet de comprendre le biais en faveur des actifs domestiques, et de montrer leurs effets sur le choix de la proportion d'investissement. Ainsi, le chapitre 3 présente un modèle d'évaluation des actifs financiers à l'international en présence de coûts d'information et d'un coût lié à la vente à découvert. Ce modèle montre également l'effet simulé de deux primes de risque sur le prix des actifs. Le quatrième chapitre avance un modèle de choix d'actifs en présence d'une vision sur les actifs, de contrainte sur les ventes à découvert et d'une asymétrie d'information.

En effet, dans le troisième chapitre, nous avons préservé les hypothèses du MEDAF, mais nous avons exclu celles relatives à l'information parfaite sur les marchés, et l'absence de contrainte sur les ventes à découvert. Notre modélisation prend comme point de départ l'analyse d'[Adler et Dumas \(1983\)](#), et constitue par la suite une extension des modèles de [Merton \(1987\)](#) et [Wu et al. \(1996\)](#). Ainsi, notre relation d'équilibre montre que la valeur des actifs est impactée par les effets conjugués et simultanés du coût d'information et du coût lié aux ventes à découvert. En outre, notre modèle montre la présence de deux

primes de risque systématique. La première est liée au risque du marché international et la seconde au risque de change. Ce modèle a le mérite de modéliser deux facteurs de segmentation simultanément et en présence du risque de change. Les simulations effectuées confirment notre apport théorique, et montrent que les prix des actifs dépendent de la valeur prise par le coût d'information. Ce modèle pourrait faire l'objet d'une extension pour intégrer les coûts informationnels sur le marché de change, et d'un test empirique. Ces tests empiriques restent tributaires de la disponibilité des données et en particulier de la construction d'une série de données comme variable proxy du coût d'information.

Dans le quatrième chapitre nous avons présenté un modèle d'évaluation des actifs financiers intégrant les visions émises par un investisseur sur la valeur future d'un actif. Cette vision est formulée sur la base des anticipations de l'investisseur et de l'information dont il dispose sur les titres. Ainsi, en se fondant sur ce raisonnement, sur la base des hypothèses du MEDAF et de la présence d'une contrainte sur les ventes à découvert matérialisée par le paiement d'un coût, nous avons avancé une version généralisée du MEDAF. L'obtention de la relation d'équilibre montre l'effet des coûts d'information, des visions des investisseurs et de vente à découvert sur les proportions d'investissement. Ce modèle montre également qu'en présence de ces différentes formes de coûts l'efficience des marchés est remise en cause. En outre, l'accroissement de ces coûts sur les marchés constitue un facteur de segmentation et justifie la préférence pour les titres côtés sur le marché domestique, donc de la sous diversification.

Tester notre modèle demeure une future piste de recherche, qui dépend de l'identification d'une variable proxy pour le coût d'information et du coût lié à la vente à découvert.

Bibliographie

- Adler, M. et B. Dumas. 1983, «International portfolio choice and corporation finance : A synthesis», *The Journal of Finance*, vol. 38, n° 3, p. 925–984.
- Agmon, T. 1972, «The Relations among equity markets : A Study of Share Price Co-Movements in the United States, United Kingdom, Germany and Japan», *The Journal of Finance*, vol. 27, n° 4, p. 839–855.
- Antoniou, A., G. M. Pescetto et I. Stevens. 2007, «Market-wide and sectoral integration : Evidence from the UK, USA and Europe», *Managerial Finance*, vol. 33, n° 3, p. 173–194.
- Arouri, M., F. Teulon et C. Rault. 2013, «Equity risk premium and regional integration», *International Review of Financial Analysis*, vol. 28, p. 79–85.
- Arouri, M. E. H. 2005, «Intégration financière et diversification internationale des portefeuilles», *Economie & Prévision*, , n° 2, p. 115–132.
- Arouri, M. E. H., A. Lahiani et D. K. Nguyen. 2015, «World gold prices and stock returns in China : insights for hedging and diversification strategies», *Economic Modelling*, vol. 44, p. 273–282.
- Baba, Y., R. Engle, D. Kraft et K. Kroner. 1989, «Multivariate simultaneous generalized ARCH», cahier de recherche, UCSD Economics Working Paper Series 89-57r, Department of Economics, University of California At San Diego.
- Bellalah, M. 2002, *Les Frictions dans les Modèles d'Évaluation des Actifs Financiers à l'Internationale*, thèse de doctorat, Paris 9.
- Bellalah, M. 2016, «Issues in real options with shadow costs of incomplete information and short sales», *The Journal of Economic Asymmetries*, vol. 13, p. 45–56.

- Bellalah, M. et S. Aboura. 2003, «The Effect of Asymmetric Information and Transaction Costs on Asset Pricing : Theory and Test», doi :<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.391682>.
URL <https://ssrn.com/abstract=391682>.
- Bellalah, M., M. Bradford et D. Zhang. 2016, «A general theory of corporate international investment under incomplete information, short sales and taxes», *Economic Modelling*, vol. 58, p. 615–626.
- Benito-Osorio, D., A. Colino, L. Á. Guerras-Martín et J. Á. Zúñiga-Vicente. 2016, «The international diversification-performance link in Spain : Does firm size really matter ?», *International Business Review*, vol. 25, n° 2, p. 548–558.
- Bergström, J. 1975, «Percutaneous needle biopsy of skeletal muscle in physiological and clinical research», *Scandinavian Journal of Clinical and Laboratory Investigation*, vol. 35, n° 7, p. 609–616.
- Bertoneche, M. L. 1979, «Spectral analysis of stock market prices», *Journal of Banking & Finance*, vol. 3, n° 2, p. 201–208.
- Black, F. 1972, «Capital market equilibrium with restricted borrowing», *The Journal of Business*, vol. 45, n° 3, p. 444–455.
- Black, F. 1974, «International capital market equilibrium with investment barriers», *Journal of Financial Economics*, vol. 1, n° 4, p. 337–352.
- Black, F. 1989, «Universal hedging : Optimizing currency risk and reward in international equity portfolios», *Financial Analysts Journal*, vol. 45, n° 4, p. 16–22.
- Black, F. et R. Litterman. 1990, «Asset allocation : combining investor views with market equilibrium», cahier de recherche, Discussion paper, Goldman, Sachs & Co., Fixed Income Research, September 1990.
- Black, F. et R. Litterman. 1992, «Global portfolio optimization», *Financial Analysts Journal*, vol. 48, n° 5, p. 28–43.
- Booth, G. G., M. Chowdhury et T. Martikainen. 1994, «The effect of foreign ownership restrictions on stock price dynamics», *Weltwirtschaftliches Archiv*, vol. 130, n° 4, p. 730–746.

- Bris, A., W. N. Goetzmann et N. Zhu. 2007, «Efficiency and the bear : Short sales and markets around the world», *The Journal of Finance*, vol. 62, n° 3, p. 1029–1079.
- Chan, K., A. J. Menkveld et Z. Yang. 2008, «Information asymmetry and asset prices : Evidence from the China foreign share discount», *The Journal of Finance*, vol. 63, n° 1, p. 159–196.
- Chiang, T. C., B. N. Jeon et H. Li. 2007, «Dynamic correlation analysis of financial contagion : Evidence from Asian markets», *Journal of International Money and Finance*, vol. 26, n° 7, p. 1206–1228.
- Chiou, W.-J. P., A. C. Lee et C.-C. A. Chang. 2009, «Do investors still benefit from international diversification with investment constraints?», *The Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 49, n° 2, p. 448–483.
- Chollete, L., V. De la Pena et C.-C. Lu. 2011, «International diversification : A copula approach», *Journal of Banking & Finance*, vol. 35, n° 2, p. 403–417.
- Chung, K. H., J.-C. Kim, Y. S. Kim et H. Zhang. 2015, «Information asymmetry and corporate cash holdings», *Journal of Business Finance & Accounting*, vol. 42, n° 9-10, p. 1341–1377.
- Cooper, I. et E. Kaplanis. 1994a, «Home bias in equity portfolios, inflation hedging, and international capital market equilibrium», *The Review of Financial Studies*, vol. 7, n° 1, p. 45–60.
- Cooper, I. et E. Kaplanis. 1994b, «The implications of the home bias in equity portfolios», *London Business School Review*, vol. 5, n° 2, p. 41–53.
- Cooper, I. A. et E. Kaplanis. 2000, «Partially segmented international capital markets and international capital budgeting», *Journal of International Money and Finance*, vol. 19, n° 3, p. 309–329.
- Coval, J. D. et T. J. Moskowitz. 1999, «Home bias at home : Local equity preference in domestic portfolios», *The Journal of Finance*, vol. 54, n° 6, p. 2045–2073.
- Coval, J. D. et T. J. Moskowitz. 2001, «The geography of investment : Informed trading and asset prices», *Journal of Political Economy*, vol. 109, n° 4, p. 811–841.

- Dahlquist, M. et G. Robertsson. 2001, «Direct foreign ownership, institutional investors, and firm characteristics», *Journal of Financial Economics*, vol. 59, n° 3, p. 413–440.
- Davies, S. 2018, «Speculation sentiment», URL <https://ssrn.com/abstract=3063551> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3063551>.
- DeFusco, R. A., G. V. Karels et K. Muralidhar. 1996, «Skewness persistence in US common stock returns : Results from bootstrapping tests», *Journal of Business Finance & Accounting*, vol. 23, n° 8, p. 1183–1195.
- Diamond, D. W. et R. E. Verrecchia. 1987, «Constraints on short-selling and asset price adjustment to private information», *Journal of Financial Economics*, vol. 18, n° 2, p. 277–311.
- Dittmar, R. F. 2002, «Nonlinear pricing kernels, kurtosis preference, and evidence from the cross section of equity returns», *The Journal of Finance*, vol. 57, n° 1, p. 369–403.
- Driessen, J. et L. Laeven. 2007, «International portfolio diversification benefits : Cross-country evidence from a local perspective», *Journal of Banking & Finance*, vol. 31, n° 6, p. 1693–1712.
- Dumas, B. et B. Solnik. 1995, «The world price of foreign exchange risk», *The Journal of Finance*, vol. 50, n° 2, p. 445–479.
- Eiteman, D., A. Stonehill et M. Moffett. 1998, *Multinational Business Finance*, ISBN 10 : 0201325527 /13 : 9780201325522.
- Engle, R. 2002, «Dynamic conditional correlation : A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models», *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 20, n° 3, p. 339–350.
- Engle, R. et K. F. Kroner. 1995, «Multivariate Simultaneous Generalized ARCH», *Econometric Theory*, vol. 11, n° 01, p. 122–150. URL https://EconPapers.repec.org/RePEc:cup:etheor:v:11:y:1995:i:01:p:122-150_00.
- Engle, R. F. et C. W. Granger. 1987, «Co-integration and error correction : representation, estimation, and testing», *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, p. 251–276.

- Errunza, V., K. Hogan et M.-W. Hung. 1999, «Can the gains from international diversification be achieved without trading abroad?», *The Journal of Finance*, vol. 54, n° 6, p. 2075–2107.
- Errunza, V. et E. Losq. 1985, «International asset pricing under mild segmentation : Theory and test», *The Journal of Finance*, vol. 40, n° 1, p. 105–124.
- Errunza, V. et E. Losq. 1989, «Capital flow controls, international asset pricing, and investors' welfare : A multi-country framework», *The Journal of Finance*, vol. 44, n° 4, p. 1025–1037.
- Eun, C. S. et S. Janakiramanan. 1986, «A model of international asset pricing with a constraint on the foreign equity ownership», *The Journal of Finance*, vol. 41, n° 4, p. 897–914.
- Fama, E. F. 1965, «The behavior of stock-market prices», *The Journal of Business*, vol. 38, n° 1, p. 34–105.
- Fama, E. F. et K. R. French. 1993, «Common risk factors in the returns on stocks and bonds», *Journal of Financial Economics*, vol. 33, n° 1, p. 3–56.
- Fama, E. F. et K. R. French. 2015, «A five-factor asset pricing model», *Journal of Financial Economics*, vol. 116, n° 1, doi :<https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2014.10.010>, p. 1 – 22, ISSN 0304-405X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X14002323>.
- Fama, E. F. et K. R. French. 2017, «International tests of a five-factor asset pricing model», *Journal of Financial Economics*, vol. 123, n° 3, p. 441–463.
- Fidora, M., M. Fratzscher et C. Thimann. 2007, «Home bias in global bond and equity markets : the role of real exchange rate volatility», *Journal of International Money and Finance*, vol. 26, n° 4, p. 631–655.
- Forbes, K. J. et R. Rigobon. 2002, «No contagion, only interdependence : measuring stock market comovements», *The Journal of Finance*, vol. 57, n° 5, p. 2223–2261.
- French, K. R. et J. M. Poterba. 1993, «Investor Diversification and International Equity Markets», *Advances in Behavioral Finance*, vol. 1, p. 383.

- Grubel, H. G. 1968, «Internationally diversified portfolios : welfare gains and capital flows», *The American Economic Review*, vol. 58, n° 5, p. 1299–1314.
- Harvey, C. R. 1995, «Predictable risk and returns in emerging markets», *The Review of Financial Studies*, vol. 8, n° 3, p. 773–816.
- Heimonen, K. 2002, «Stock market integration : evidence on price integration and return convergence», *Applied Financial Economics*, vol. 12, n° 6, p. 415–429.
- Hietala, P. T. 1989, «Asset pricing in partially segmented markets : Evidence from the Finnish market», *The Journal of Finance*, vol. 44, n° 3, p. 697–718.
- Hirshleifer, D. A., C. Huang et S. H. Teoh. 2016, «Information Asymmetry, Market Participation, and Asset Prices», doi :<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2763722>. URL <https://ssrn.com/abstract=2763722>.
- Ibragimov, R. 2009, «Portfolio diversification and value at risk under thick-tailedness», *Quantitative Finance*, vol. 9, n° 5, doi :10.1080/14697680802629384, p. 565–580. URL <https://doi.org/10.1080/14697680802629384>.
- Jankus, J. C. 1998, «The recent history of international diversification», *The Journal of Investing*, vol. 7, n° 2, p. 67–76.
- Jarrow, R. 1980, «Heterogeneous expectations, restrictions on short sales, and equilibrium asset prices», *The Journal of Finance*, vol. 35, n° 5, p. 1105–1113.
- Jensen, M. C., F. Black et M. S. Scholes. 2006, «The capital asset pricing model : Some empirical tests», URL <https://ssrn.com/abstract=908569>.
- Johansen, S. 1992, «Cointegration in partial systems and the efficiency of single-equation analysis», *Journal of Econometrics*, vol. 52, n° 3, p. 389–402.
- Johansen, S. et K. Juselius. 1988, «Hypothesis Testing for Cointegration Vectors : with Application to the Demand for Money in Denmark and Finland», Discussion Papers 88-05, University of Copenhagen. Department of Economics. URL <https://EconPapers.repec.org/RePEc:kud:kuiedp:8805>.

- Johansen, S. et K. Juselius. 1990, «Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand for money», *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 52, n° 2, p. 169–210.
- Kadlec, G. B. et J. J. McConnell. 1994, «The effect of market segmentation and illiquidity on asset prices : Evidence from exchange listings», *The Journal of Finance*, vol. 49, n° 2, p. 611–636.
- Kang, J.-K. et R. Stulz. 1997, «Why is there a home bias ? An analysis of foreign portfolio equity ownership in Japan», *Journal of Financial Economics*, vol. 46, n° 1, doi :[https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(97\)00023-8](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(97)00023-8), p. 3 – 28, ISSN 0304-405X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X97000238>.
- Kat, H. M. et C. Brooks. 2001, «The statistical properties of hedge fund index returns and their implications for investors», doi :<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.289299>. URL <https://ssrn.com/abstract=289299>.
- Kearney, C. et B. M. Lucey. 2004, «International equity market integration : Theory, evidence and implications», *International Review of Financial Analysis*, vol. 13, n° 5, p. 571–583.
- Kendall, M. G. 1938, «A new measure of rank correlation», *Biometrika*, vol. 30, n° 1/2, p. 81–93.
- Kolasinski, A. C., A. Reed et J. R. Thornock. 2013, «Can short restrictions actually increase informed short selling?», *Financial Management*, vol. 42, n° 1, p. 155–181.
- Kroencke, T. A., F. Schindler et A. Schrimpf. 2013, «International diversification benefits with foreign exchange investment styles», *Review of Finance*, vol. 18, n° 5, p. 1847–1883.
- Lessard, D. R. 1973, «International portfolio diversification : a multivariate analysis for a group of Latin American countries», *The Journal of Finance*, vol. 28, n° 3, p. 619–633.
- Lessard, D. R. 1976, «World, country, and industry relationships in equity returns : implications for risk reduction through international diversification», *Financial Analysts Journal*, vol. 32, n° 1, p. 32–38.

- Levy, H. 1969, «A utility function depending on the first three moments», *The Journal of Finance*, vol. 24, n° 4, p. 715–719.
- Levy, H. et M. Sarnat. 1970, «International diversification of investment portfolios», *The American Economic Review*, vol. 60, n° 4, p. 668–675.
- Lewis, K. K. 1999, «Trying to explain home bias in equities and consumption», *Journal of Economic Literature*, vol. 37, n° 2, p. 571–608.
- Lintner, J. 1965, «Security prices, risk, and maximal gains from diversification», *The Journal of Finance*, vol. 20, n° 4, p. 587–615.
- Longin, F. et B. Solnik. 1995, «Is the correlation in international equity returns constant : 1960–1990?», *Journal of International Money and Finance*, vol. 14, n° 1, p. 3–26.
- Mandelbrot, B. 1963, «The Variation of Certain Speculative Prices», *The Journal of Business*, vol. 36. URL <https://EconPapers.repec.org/RePEc:ucp:jnlbus:v:36:y:1963:p:394>.
- Markowitz, H. 1952, «Portfolio selection», *The Journal of Finance*, vol. 7, n° 1, p. 77–91.
- Markowitz, H. 1959, «Portfolio selection : efficient diversification of investments», *New York : John Wiley & Sons*.
- Mehra, R. et E. C. Prescott. 1985, «The equity premium : A puzzle», *Journal of Monetary Economics*, vol. 15, n° 2, p. 145–161.
- Mensah, J. O. et P. Alagidede. 2017, «How are Africa’s emerging stock markets related to advanced markets? Evidence from copulas», *Economic Modelling*, vol. 60, p. 1–10.
- Merton, R. C. 1971, «Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model», *Journal of Economic Theory*, vol. 3, n° 4, doi :[https://doi.org/10.1016/0022-0531\(71\)90038-X](https://doi.org/10.1016/0022-0531(71)90038-X), p. 373 – 413, ISSN 0022-0531. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002205317190038X>.
- Merton, R. C. 1987, «A simple model of capital market equilibrium with incomplete information», *The Journal of Finance*, vol. 42, n° 3, p. 483–510.

- Mimouni, K., L. Charfeddine et al.. 2016, «Do oil producing countries offer international diversification benefits? Evidence from GCC countries», *Economic Modelling*, vol. 57, p. 263–280.
- Miralles-Marcelo, J. L., M. del Mar Miralles-Quirós et J. L. Miralles-Quirós. 2015, «Improving international diversification benefits for US investors», *The North American Journal of Economics and Finance*, vol. 32, p. 64–76.
- Mishra, A. V. 2015, «Measures of equity home bias puzzle», *Journal of Empirical Finance*, vol. 34, p. 293–312.
- Miyajima, K., M. S. Mohanty et T. Chan. 2015, «Emerging market local currency bonds : diversification and stability», *Emerging Markets Review*, vol. 22, p. 126–139.
- Nezafat, P., M. Schroder et Q. Wang. 2015, «Information acquisition and asset prices with short-sale constraints», URL <http://ssrn.com/abstract=2257093orhttp://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2257093>.
- Nguyen, D. et T. N. Puri. 2009, «Higher-Order Systematic Comoments and Asset Pricing : New Evidence», *Financial Review*, vol. 44, n° 3, p. 345–369.
- O'Brien, T. J. et W. Dolde. 2000, «A currency index global capital asset pricing model», *European Financial Management*, vol. 6, n° 1, p. 7–18.
- Odier, P. et B. Solnik. 1993, «Lessons for international asset allocation», *Financial Analysts Journal*, vol. 49, n° 2, p. 63–77.
- Rachev, S., S. Stoyanov, S. Mittnik et F. J. Fabozzi. 2017, «Behavioral Finance–Asset Prices Predictability, Equity Premium Puzzle, Volatility Puzzle : The Rational Finance Approach», *arXiv preprint arXiv :1710.03211*.
- Roll, R. 1977, «A critique of the asset pricing theory's tests Part I : On past and potential testability of the theory», *Journal of Financial Economics*, vol. 4, n° 2, p. 129–176.
- Ross, S. A. 1977, «The determination of financial structure : the incentive-signalling approach», *The Bell Journal of Economics*, p. 23–40.

- Ross, S. A. et M. M. Walsh. 1983, «A simple approach to the pricing of risky assets with uncertain exchange rates», *Research in International Business and Finance*, vol. 3, p. 39–54.
- Rubinstein, M. E. 1973, «The fundamental theorem of parameter-preference security valuation», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 8, n° 1, p. 61–69.
- Santis, G. et B. Gerard. 1997, «International asset pricing and portfolio diversification with time-varying risk», *The Journal of Finance*, vol. 52, n° 5, p. 1881–1912.
- Seetharaman, A., I. Niranjan, N. Patwa et A. Kejriwal. 2017, «A Study of the Factors Affecting the Choice of Investment Portfolio by Individual Investors in Singapore», *Accounting and Finance Research*, vol. 6, n° 3, p. 153.
- Sercu, P. 1980, «A generalisation of the international asset pricing model», *Revue de l'Association Française de Finance 1(1)*, p. 91–315.
- Sharpe, W. F. 1964, «Capital asset prices : A theory of market equilibrium under conditions of risk», *The Journal of Finance*, vol. 19, n° 3, p. 425–442.
- Simkowitz, M. A. et W. L. Beedles. 1978, «Diversification in a three-moment world», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 13, n° 5, p. 927–941.
- Solnik, B. 1974a, «Why Not Diversify Internationally Rather than Domestically?», *Financial Analysts Journal*, vol. 30, n° 4, p. 48–52+54.
- Solnik, B. et B. Noetzlin. 1982, «Optimal international asset allocation», *The Journal of Portfolio Management*, vol. 9, n° 1, p. 11–21.
- Solnik, B. H. 1974b, «An equilibrium model of the international capital market», *Journal of Economic Theory*, vol. 8, n° 4, p. 500–524.
- Solnik, B. H. 1977, «Testing international asset pricing : Some pessimistic views», *The Journal of Finance*, vol. 32, n° 2, p. 503–512.
- Spearman, C. 1904, «"General Intelligence" objectively determined and measured», *The American Journal of Psychology*, vol. 15, n° 2, p. 201–292.

- Stulz, R. M. 1981, «On the effects of barriers to international investment», *The Journal of Finance*, vol. 36, n° 4, p. 923–934.
- Sun, Q. et Y. Yan. 2003, «Skewness persistence with optimal portfolio selection», *Journal of Banking & Finance*, vol. 27, n° 6, p. 1111–1121.
- Syarif, D. H., S. Wahyudi, H. Muharam et al.. 2017, «Applying an International CAPM to Herding Behaviour Model for Integrated Stock Markets», *Journal of International Studies*, vol. 10, n° 4, p. 47–62.
- Tesar, L. L. et I. M. Werner. 1995, «Home bias and high turnover», *Journal of International Money and Finance*, vol. 14, n° 4, p. 467–492.
- Thang, D. C., N. T. Tam, N. Q. V. Hung et K. Aberer. 2015, «An evaluation of diversification techniques», dans *International Conference on Database and Expert Systems Applications*, Springer, p. 215–231.
- Tobin, J. 1958, «Liquidity preference as behavior towards risk», *The Review of Economic Studies*, vol. 25, n° 2, p. 65–86.
- Van Nieuwerburgh, S. et L. Veldkamp. 2009, «Information immobility and the home bias puzzle», *The Journal of Finance*, vol. 64, n° 3, p. 1187–1215.
- Walid, C., A. Chaker, O. Masood et J. Fry. 2011, «Stock market volatility and exchange rates in emerging countries : A Markov-state switching approach», *Emerging Markets Review*, vol. 12, n° 3, p. 272–292.
- Wan, Z. et D. R. Beil. 2014, «Bid-Taker Power and Supply Base Diversification», *Manufacturing & Service Operations Management*, vol. 16, n° 2, doi :10.1287/msom.2014.0477, p. 300–314. URL <https://doi.org/10.1287/msom.2014.0477>.
- Wu, C., Q. Li et K. J. Wei. 1996, «Incomplete-information capital market equilibrium with heterogeneous expectations and short sale restrictions», *Review of Quantitative Finance and Accounting*, vol. 7, n° 2, p. 119–136.
- Yanou, G. 2010, «Mean-Variance Framework and Diversification Objective : Theoretical and Empirical Implications», *Working Paper*. URL ssrn.com/abstract=1722285.

- You, L. et R. T. Daigler. 2010, «Is international diversification really beneficial?», *Journal of Banking & Finance*, vol. 34, n° 1, p. 163–173.
- Zakamouline, V. et S. Koekebakker. 2009, «Portfolio performance evaluation with generalized Sharpe ratios : Beyond the mean and variance», *Journal of Banking & Finance*, vol. 33, n° 7, p. 1242–1254.
- Zhou, C. 1998, «Dynamic portfolio choice and asset pricing with differential information», *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 22, n° 7, p. 1027–1051.