



**HAL**  
open science

# Modélisation et identification pour mini-drones aériens convertibles

Alexandre Letalenet

► **To cite this version:**

Alexandre Letalenet. Modélisation et identification pour mini-drones aériens convertibles. Automatique / Robotique. Sorbonne Université, 2022. Français. NNT : 2022SORUS046 . tel-03709086

**HAL Id: tel-03709086**

**<https://theses.hal.science/tel-03709086>**

Submitted on 29 Jun 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

Thèse en vue de l'obtention du titre de Docteur  
délivré par Sorbonne Université

# Modélisation et Identification pour Mini-Drones Aériens Convertibles

par Alexandre Letalenet

réalisée sous la direction de

Pr. Pascal Morin

Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique (UMR CNRS 7222)

## JURY:

M. Jean-Baptiste Mouret	Rapporteur
M. Pedro Castillo-García	Rapporteur
M. Nazih Mechbal	Examineur
M. Mokrane Boudaoud	Examineur
M. Henry de Plinval	Examineur
M. Faïz Ben Amar	Examineur
M. Pascal Morin	Directeur de thèse





---

**Remerciements** Je souhaite témoigner mon immense gratitude envers mon encadrant, Pascal Morin, que je remercie infiniment pour sa patience pendant ces quatre années, ses conseils et sa confiance. Malgré les nombreuses responsabilités lui incombant, il a toujours répondu présent lorsque j'avais besoin de son encadrement et de ses conseils toujours avisés. Merci enfin d'avoir fait en sorte que la thèse se déroule toujours dans les meilleures conditions possibles, malgré le Covid, le distanciel, et tous les aléas que l'on a pu rencontrer.

Merci également à Christophe Bertholet pour sa disponibilité sur les aspects expérimentaux, son ouverture d'esprit et surtout de m'avoir fait profiter de sa culture encyclopédique sur à peu tout ce qui peut voler.

J'adresse également mes remerciements chaleureux aux membres du jury de thèse ayant évalué ce travail de thèse: merci à Pedro Castillo-Garcia et Jean-Baptiste Mouret d'avoir accepté de relire ce (plutôt long) manuscrit. Merci à Nazih Mechbal, pour son suivi au long cours de la thèse et la présidence du jury. Merci à Mokrane Boudaoud, Henry de Plinval et Faïz Ben Amar d'avoir bien voulu examiner mon travail.

Merci à toutes celles et ceux ayant de près ou de loin contribué à ce travail durant ces quatre années : Lais Fray Ribeiro, Wang Ze, Gautier Heimendinger, et bien entendu Alexis Devillard et Mehdi Alliche.

Merci à tous les enseignants qui m'ont particulièrement inspiré tout au long de mon parcours, Christophe Lafitte, Frédéric Vallenet, Florence Gazzino, Karine Fournier, Odile Letki, Vincent Padois, Frédéric Plumet, Nicolas Obin et Kevin Bailly, et, encore une fois, Nazih Mechbal et Pascal Morin.

Enfin, chaleureux remerciements à ma famille: mes parents pour leur soutien pendant la thèse, et surtout Octavie et Arnaud, sources de motivation inextinguible.



# Sommaire

<b>1. Contexte</b>	<b>1</b>
<b>2. Modélisation</b>	<b>7</b>
2.1. Architecture et hypothèses de la modélisation . . . . .	8
2.2. Modélisation des hélices . . . . .	16
2.3. Modélisation des ailes . . . . .	31
2.4. Modélisation de l'azimut . . . . .	40
2.5. Conclusion sur la modélisation du système . . . . .	50
<b>3. Méthodes d'identification, partie I : Hélices</b>	<b>53</b>
3.1. Objectif et contexte . . . . .	54
3.2. Méthodes d'identification du modèle des hélices . . . . .	57
3.3. Identification du modèle des hélices: mise en œuvre et résultats . . . . .	68
<b>4. Méthodes d'identification, partie II : Ailes</b>	<b>95</b>
4.1. Méthode . . . . .	96
4.2. Génération de courbes aérodynamiques par simulation CFD . . . . .	98
4.3. Identification du modèle analytique depuis la CFD . . . . .	107
4.4. Identification avec les données de vol: méthodes et simulations . . . . .	115
4.5. Identification sur les données réelles: mise en œuvre et résultats . . . . .	133
4.6. Conclusion et perspectives . . . . .	152
<b>5. Aspects expérimentaux</b>	<b>159</b>
5.1. Architectures utilisées . . . . .	160
5.2. Contrôleur et allocation d'efforts . . . . .	164
5.3. Estimation . . . . .	176
5.4. Conclusion et synthèse . . . . .	196
<b>6. Conclusion</b>	<b>199</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>205</b>
<b>A. Annexe : Calcul des relations intégrales de la Blade Element Theory</b>	<b>215</b>
A.1. Calcul des efforts et intégration du modèle de la BET . . . . .	215
<b>B. Annexe : Effets non modélisés du modèle des ailes</b>	<b>223</b>
B.1. Dépendance en le nombre de Reynolds . . . . .	223

B.2. Effets instationnaires . . . . .	223
<b>C. Annexe : Sur la modélisation d'état</b>	<b>227</b>
C.1. Modèle d'état . . . . .	227
C.2. Algorithmes de minimisation . . . . .	234
<b>D. Annexe : Identification du modèle des hélices</b>	<b>237</b>
D.1. Optimisation par descente de l'erreur de prédiction de la vitesse sur des mini-batches . . . . .	237
<b>E. Annexe : Identification du modèle des ailes</b>	<b>241</b>
E.1. Comparaison aux petits angles: exploration des bases de données de $C_D$ et $C_L$ . . . . .	241
E.2. Tracé 3D du $C_D$ et $C_L$ en fonction de $\alpha$ et $\delta$ . . . . .	241
E.3. Identification globale du modèle avion à partir des données de vol . .	244
<b>F. Annexe : Allocation d'efforts pour des géométries classiques</b>	<b>251</b>
F.1. Allocation: principes . . . . .	251
<b>G. Annexe : Estimation</b>	<b>259</b>
G.1. Rappels sur le filtrage de Kalman . . . . .	259
G.2. Estimateur non linéaire d'attitude en présence de biais de mesure . .	265

# 1. Contexte



## Contexte

Le travail de thèse, réalisé entre janvier 2018 et décembre 2021, s’inscrit dans le cadre du projet DACAR.

**Le projet DACAR** Le projet DACAR (Design of Autopilot for Convertible Aerial Robots) est un projet de recherche tripartite financé par l’Agence Nationale de la Recherche française ayant cours à partir de 2018 pour une durée de 48 mois. Les parties prenantes du projet regroupent deux partenaires académiques et un partenaire industriel:

- Institut des Systèmes Intelligents et Robotiques (ISIR), Sorbonne Université, 75005 Paris
- Laboratoire d’Informatique, Signaux et Systèmes de Sophia-Antipolis, Université Aix-Marseille, 06900 Sophia Antipolis
- SA Alcore Technologies, 95310 Saint-Ouen-l’Aumône

Le projet est coordonné par le Pr. Pascal Morin, enseignant chercheur au Laboratoire des Systèmes Intelligents et de Robotique.

Le projet a une visée à la fois scientifique et d’ingénierie. Ces deux dimensions peuvent être introduites de la façon suivante:

**Problématique technico-commerciale** Du point de vue de la proposition de valeur industrielle, l’utilisation des drones pour des tâches de prise d’image (cinéma, surveillance, inspection...) a connu une forte croissance depuis plusieurs années. Parmi les missions pouvant être effectuées avec des drones, certaines requièrent uniquement le vol stationnaire, ou en environnement confiné. Ces missions sont adaptées pour les drones à voilure tournante, comme les -très répandus- multicoptères. D’autres missions nécessitent de couvrir de longues distances, ou de rester dans l’air de façon prolongée, et font appel aux drones de type avion.

Certaines conditions opérationnelles peuvent exiger une solution capable d’agilité dans un vol quasi stationnaire de type coptère, et une endurance propre aux prototypes avions. C’est par exemple le cas lorsque la zone de décollage ou d’atterrissage est étroite (bateau, hélicoptère...) ou lorsque plusieurs tâches d’inspection sont à réaliser sur des points d’intérêt éloignés (pylônes électriques, rails...). Sur le plan industriel et commercial, les architectures de drones capables de combiner ces deux typologies de vol sont donc une solution d’ingénierie permettant d’adresser un plus grand nombre de besoins.

La conception et la fabrication de telles architectures, capables de tirer avantageusement parti de la redondance des surfaces portantes (voilures fixes et voilure tournante) représente une problématique d’ingénierie non triviale.

**Problématique scientifique** Sur le plan scientifique, le contrôle, l'estimation et la modélisation de ces drones lors des phases de conversion, c'est à dire des phases de passage d'un mode de vol à l'autre, représentent également un défi majeur: les mini-drones convertibles sont sujets à des variations de vitesse rapides et d'amplitude importante, en raison de la présence d'ailes.

La modélisation et le contrôle de la transition entre vol stationnaire et vol de croisière, des bourrasques, ou des manœuvres de vol agressives requièrent des solutions algorithmiques adaptées afin de s'assurer de pouvoir soutenir une large enveloppe de vol, élément nécessaire à la sécurité du système. En outre, les modèles dynamiques de vol valides pour l'intégralité des phases de vol sont difficiles à obtenir, en raison du bas nombre de Reynolds, des grands angles d'attaque, de la modélisation du décrochage aérodynamique, ou encore des interactions aérodynamiques entre les hélices et les ailes.

À ces problématiques scientifiques et techniques, le projet DACAR a ainsi pour but de proposer des solutions au moyen de la réalisation d'un tel prototype de drone convertible:

- disposant de capacités de vol de type coptère, pour le décollage / atterrissage et le vol stationnaire
- disposant de capacités de vol de type avion, pour le décollage / atterrissage et le vol de croisière
- pouvant faire la transition d'un type de vol à l'autre pendant le vol

**Prototype du projet** Une analyse multicritère réalisée au lancement du projet a permis de définir les spécifications et le cahier des charges du prototype de drone à réaliser. Le modèle envisagé correspond à une itération de l'Azimut Mk 3 d'Alcore TECHNOLOGIES (voir figure (1.1)) [1].

Ses caractéristiques sont les suivantes:

Architecture	Capacités VTOL avec 4 rotors basculants.
Propulsion	4×500 W moteurs électriques brushless
Alimentation	LiPo 6S
Envergure	2,9 m
Longueur	1,82 m
Hauteur	0,3 m
Charge utile	1 kg max
Poids opérationnel	8 kg max

**Table 1.1.:** Spécification du prototype de l'Azimut MK 3 développé dans le cadre du projet DACAR

La répartition des rôles par équipe au sein du projet est effectuée comme renseigné table (1.2):



**Figure 1.1.:** Test en vol de l’Azimut Mk 3 [2]

Tâche(s)	Partenaire
Prototypage et Instrumentation	Alcore Technologies
Conception et développement de lois de commande	I3S
Modélisation et Estimation	ISIR

**Table 1.2.:** Répartitions des tâches du projet DACAR

La fabrication de ce prototype et l’intégration incombe au bureau d’étude et la production d’Alcore TECHNOLOGIES.

L’équipe de l’I3S est en charge du développement des algorithmes de contrôle commande à intégrer au prototype, pour le mode de vol avion, le mode coptère et la transition. La contribution au contrôle repose sur des algorithmes non linéaires globaux, permettant le contrôle sur chaque phase (décollage, transition, atterrissage) et l’optimisation énergétique du vol.

Enfin, l’équipe de l’ISIR est chargée du développement des algorithmes d’estimation et de produire et d’identifier un modèle physique du système. À ce titre, c’est l’équipe qui est en charge de l’exploitation des données de vol.

**Résumé du sujet et problématiques de la thèse** Le travail de thèse s’inscrit dans le projet au titre de la participation à la tâche de modélisation et d’identification. Le sujet “Modélisation et Identification pour Mini-Drones Aériens Convertibles” porte ainsi sur l’étude de modèles rendant compte des efforts lors des différentes phases de vol. On pourra le reformuler au sein de la problématique suivante:

***“Quels modèles utiliser dans la boucle de contrôle et d’estimation d’état pour des drones hybrides multirotors / avions ?”***

L’objectif étant de pouvoir fournir des algorithmes embarqués, on devra s’attacher à garder des modèles simples sur le plan de la complexité calculatoire et informatique. Cela implique un compromis entre précision et simplicité. La contrainte temps réel exclut notamment de baser le modèle sur une résolution de type volumes / éléments finis. En raison de la large enveloppe de vols, les modèles devront être valides pour de larges domaines d’angles d’attaque.

Corollairement à la modélisation, dans la perspective de l’implémentation de lois de contrôle-commande basées sur un modèle du prototype, l’identification des paramètres des modèles représente une part importante du travail réalisé. Cette identification est réalisée à partir de données issues d’essais en vol du prototype, ce qui requiert une implication dans les aspects expérimentaux pour la contribution aux essais. On devra notamment se pencher sur les aspects opérationnels de la commande et de l’estimation d’état du système afin de pouvoir nourrir les algorithmes d’identification des modèles.

## Plan du document

Le plan des chapitres du document est le suivant:

- **Modélisation** : Cette partie regroupe les aspects relatifs au développement de modèles dynamiques, basés sur des synthèses de l'état de l'art. Quelques rappels sur la modélisation des corps rigides sont proposés à des fins de contexte. Y figurent un rappel bref sur la littérature concernant la modélisation des hélices, avec la théorie de Froude et la théorie de l'élément de pale (Blade Element Theory). Suit un modèle original développé lors de la thèse, basé sur la synthèse des deux modèles. Est également détaillée dans ce chapitre la modélisation des efforts des ailes, avec la proposition d'un modèle incluant le décrochage aérodynamique ainsi qu'une très large gamme d'angles d'attaque. Un modèle dynamique complet des efforts est finalement proposé.
- **Méthodes d'identification** : On s'intéresse dans cette partie à la présentation des méthodes d'identifications usuelles de la littérature. Une approche algorithmique personnalisée modèle par modèle pour les cas d'usage du projet DACAR est ensuite proposée.
- **Aspects expérimentaux et validations** : La dernière partie regroupe les aspects du travail de thèse issus de la nécessité de fournir des données de vol en entrée des algorithmes d'identification. Certains aspects expérimentaux liés au contrôle sont abordés ici, ainsi que quelques développements sur la partie estimation.

## Contributions

Les contributions principales du travail de thèse sur lesquelles le lecteur est invité à se focaliser sont :

- le modèle des efforts sur les hélices présenté dans la partie modélisation, ainsi que la démarche d'identification associée dans les parties "Modélisation", "Méthodes d'identification". Ces éléments ont fait l'objet d'une communication en 2020 à l'International Conference on Robotics and Automation (ICRA).
- le modèle des efforts sur les ailes avec la prise en compte des angles des ailerons (flaps) ainsi que la démarche d'identification associée, dans les parties "Modélisation", "Méthodes d'identification"
- l'estimateur conjoint d'attitude - biais capteurs, avec l'analyse des conditions de convergence, dans la partie "Aspects expérimentaux". Ces travaux sont en cours de soumission.
- les aspects expérimentaux de contrôle, notamment sur le contrôle du lacet par tilt des rotors, dans la partie "Aspects expérimentaux"

## 2. Modélisation

## 2.1. Architecture et hypothèses de la modélisation

### 2.1.1. Objectif de la modélisation

Il existe une grande variété de types de modèles pouvant être utilisés pour décrire les systèmes physiques. Trois types de modèles seront utilisés dans ce document :

- Les modèles analytiques élaborés à partir de l'étude (et de la modélisation) des phénomènes physiques régissant le système.
- Les modèles numériques qui permettent d'obtenir des solutions approchées pour les problèmes physiques ne disposant pas de solutions analytiques (par exemple le calcul précis de l'inertie de systèmes à la géométrie complexe, ou les problèmes d'écoulement de fluides faisant intervenir les équations de Navier-Stokes).
- Les modèles d'apprentissage supervisés, entraînés sur les données pour parvenir à une modélisation statistique des phénomènes ayant produit ces données.

L'intérêt de la modélisation dans le projet DACAR qui motive la production de ces modèles est de deux ordres :

- le développement de lois de commande, lesquelles peuvent être basées sur les modèles, par exemple dans la synthèse de contrôleurs prédictifs, dans lesquels le modèle sert à anticiper le comportement du système pour adapter la commande.
- l'estimation d'état, laquelle peut également se baser sur un modèle. Un grand nombre d'estimateurs reposent sur un schéma prédiction-correction, le modèle pouvant être utilisé dans l'étape de prédiction. Outre la nécessité de l'estimation dans le contrôle commande de l'appareil, l'estimation basée sur le modèle peut également être utilisée dans la détection de défaillances, ou le suivi des conditions de vol (détection de bourrasque, déclenchement du retour au point de décollage / atterrissage d'urgence en cas de vent trop important...).

Notamment en raison de l'objectif d'intégration du modèle dans une loi de commande, le travail de thèse se focalise principalement sur des modèles analytiques. La modélisation numérique sera utilisée principalement à des fins de générations de données, et l'utilisation de modèles d'apprentissage sera limitée aux sections sur les perspectives, à des fins de comparaison des performances prédictives des modèles.

### 2.1.2. Architecture et réduction du problème

On se bornera dans cette section à décrire plus précisément la typologie de drone qu'on abordera dans le chapitre. On détaille ici la chaîne des efforts et les hypothèses de modélisation inhérentes aux véhicules tilt-rotors.

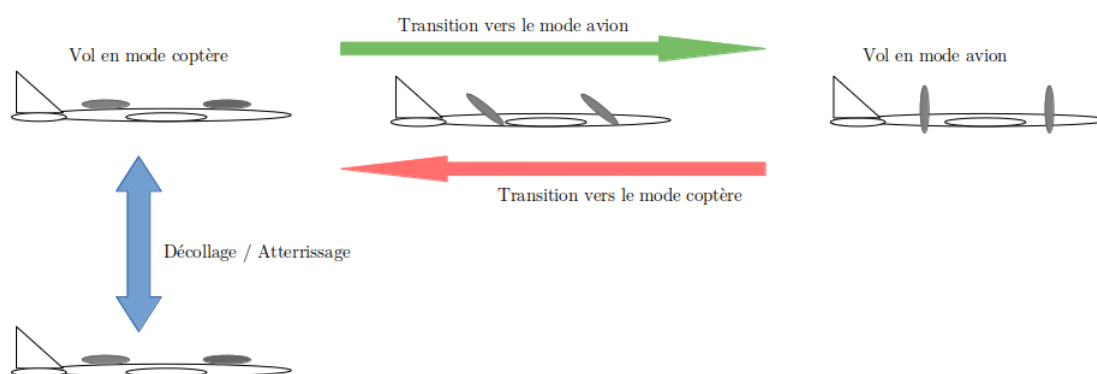
Le principe de fonctionnement général d'un avion peut être résumé comme :

- les moteurs engendrent une poussée.
- les surfaces portantes (voilure fixes) engendrent une trainée et une portance. En vol dit “de croisière” la trainée est compensée par la poussée des moteurs, ce qui permet la constance de la vitesse horizontale.
- les parties mobiles des surfaces portantes permettent le contrôle de l’attitude de l’avion (roulis, tangage, lacet).

Les véhicules de type tilt-rotors reprennent cette typologie architecturale, en ajoutant un élément qui transforme l’avion en un appareil convertible: l’orientation d’une partie ou de la totalité des moteurs est pilotable à l’aide d’autres actionneurs (souvent des servomoteurs).

Les drones tilt-rotors font partie de la catégorie d’engins dite VTOL (Vertical Take Off and Landing), ayant la capacité de décoller avec les moteurs en configuration “multicoptère” -tous les rotors sont orientés de façon à s’opposer à la gravité et permettre un décollage vertical. Des manœuvres s’apparentant à des mouvements de multiroteurs sont alors permises. Lors de la transition vers le mode avion, les rotors s’inclinent et s’alignent avec le fuselage du drone pour passer dans une configuration similaire à un avion. Le principe de la transition pour les tilt rotors est illustrée figure (2.1).

Sur le plan technologique, le principe des VTOL n’est pas nouveau dans le champ aéronautique. Plusieurs architectures existent depuis déjà de nombreuses années, un recensement non-exhaustif des architectures drones étant proposé dans [3] et illustré figure (2.2). Hors du champ des drones, de nombreux projets d’appareil à décollage vertical ont vu le jour au milieu du XXe siècle, souvent dans le cadre de programmes de recherche à visée militaire (on peut donner l’exemple des vols d’essais du Convair XFY en 1954, ou du Ryan X-13 Vertijet en 1957 illustrés figure (2.3)).



**Figure 2.1.:** Principe de la transition des modes de vol pour un drone VTOL



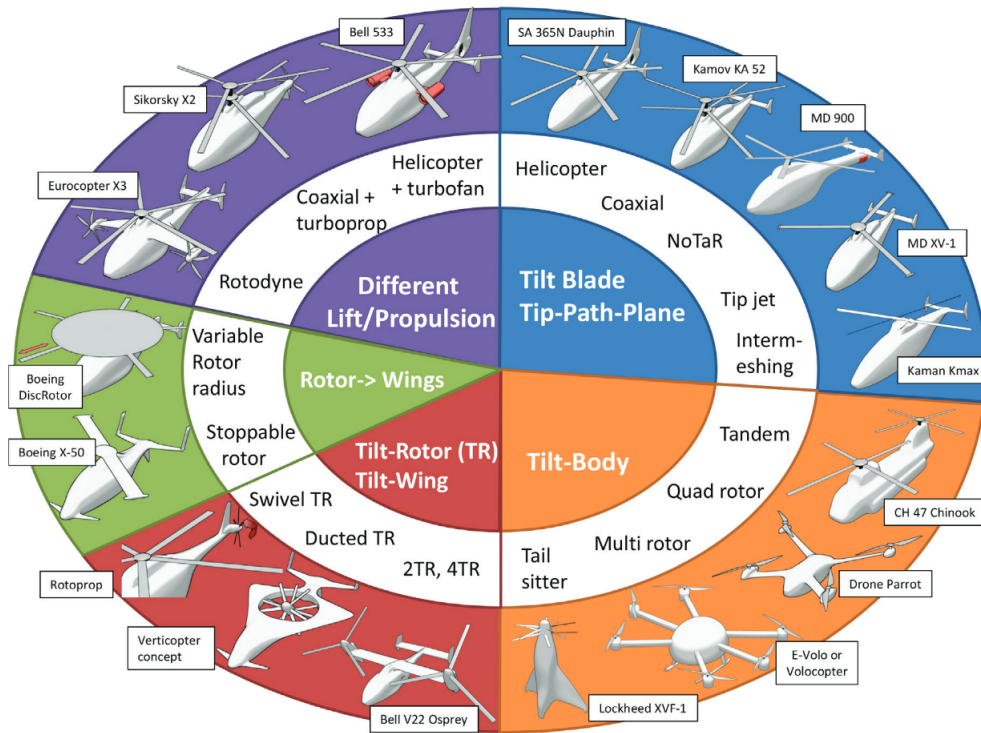


Figure 2.2.: Recensement de différents types d'architectures VTOL [3]

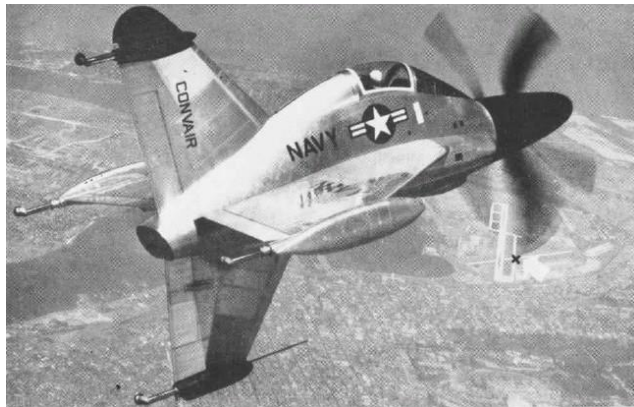
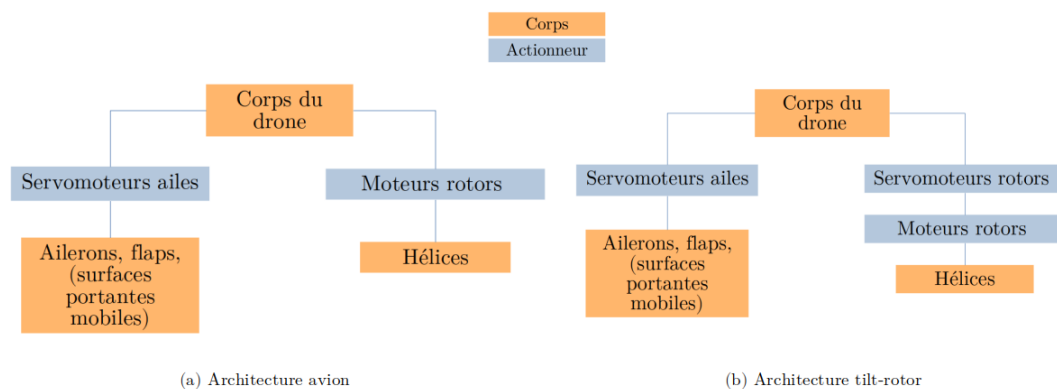


Figure 2.3.: Vols d'essai des prototypes convertibles Convair XFY-1 Pogo et Ryan X-13 Vertijet

Dans la suite du document, conformément aux choix d'architectures retenus au lancement du projet DACAR, il sera spécifiquement question des VTOL avec une architecture de tiltrotor.



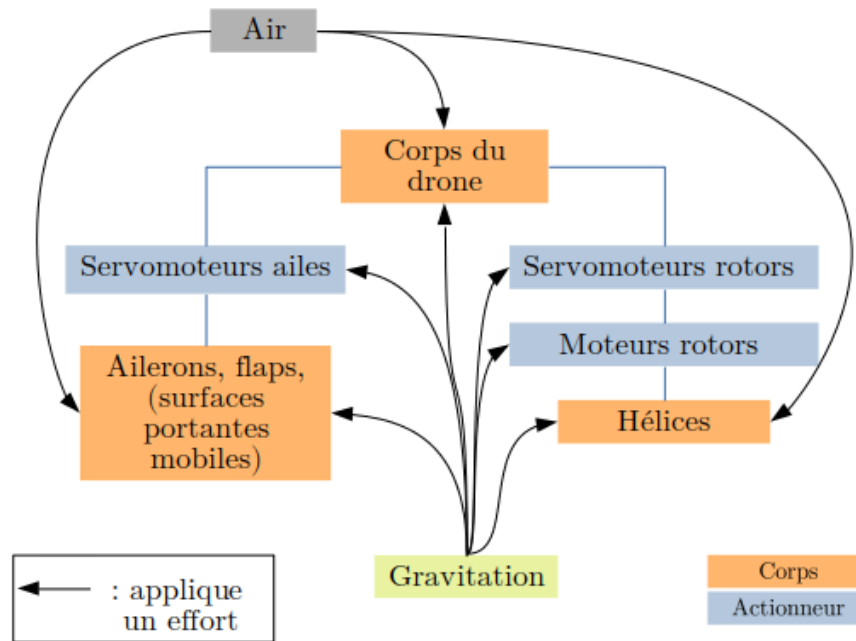
**Figure 2.4.:** Comparaison architecture avion / tilt-rotor

Dans la suite du document, on fera les hypothèses de modélisation suivantes:

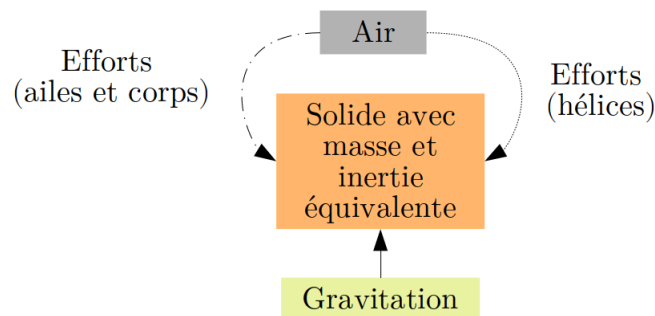
- On conservera uniquement dans le modèle les phénomènes mécaniques, gravitationnels et aérodynamiques (par ex. les considérations thermodynamiques, chimiques, électroniques ne seront pas abordées au sein du modèle).
- Les liaisons des moteurs sont parfaites, on ne tiendra pas compte des frottements des pièces mobiles entre elles.
- L'assemblage est considéré comme parfaitement rigide, sans jeu. On ne tiendra pas compte de l'élasticité des liaisons.
- On considère, sauf mention explicite, toutes les pièces comme indéformables.
- Les servomoteurs qui opèrent l'actionnement et le contrôle en position respectivement des surfaces portantes mobiles (flaps, ailerons) ainsi que des rotors sont considérés comme "parfaitement asservis".
- Les servomoteurs et les moteurs transmettent tous les efforts et couples entre les corps principaux et les effecteurs.
- On négligera dans la modélisation la masse et l'inertie des pièces mises en mouvement (hélices, flaps, ailerons...). L'inertie du drone est constante quelles que soient leurs positions. Leurs mises en mouvement n'implique pas l'apparition d'efforts ni de couples internes causés par leurs masses et inerties respectives.
- On ne modélisera pas le contact du drone avec le sol.
- Seules les surfaces portantes fixes et mobiles ainsi que les hélices sont considérées comme interagissant avec l'air.

Le bilan des forces se résume donc au schéma (2.5): on ne considère que le poids des pièces et l'interaction des surfaces portantes avec l'air, qui vont faire l'objet de modèles développés dans ce chapitre.

Comme les effets inertiels du mouvement relatif des pièces sont supposés nuls, on ramène le problème à une masse et une inertie équivalentes, exprimées au centre d'inertie du drone, selon le schéma figure (2.6).



**Figure 2.5.:** Efforts sur les différentes composantes du drone pour le bilan des forces



**Figure 2.6.:** Schéma de modélisation final

Le gros du travail de modélisation sera la production de modèles pour prendre en compte les efforts et les couples appliqués par l'air sur les ailes et les hélices. Même si d'un point de vue matériel, les ailerons et la partie fixe des ailes sont des corps solides séparés, les modèles aérodynamiques utilisés proposeront un modèle

d'efforts s'appliquant pour une unique surface équivalente. In fine, le problème revient à la modélisation d'un corps rigide unique, dans laquelle on sépare les efforts aérodynamiques appliqués aux ailes et aux hélices.

### 2.1.3. Notations générales

Cette section a pour objet le rappel de quelques éléments d'introduction à la modélisation des corps rigides.

On notera les vecteurs de l'espace Euclidien en caractère gras. Les coordonnées de ces vecteurs exprimés dans un repère seront écrites avec la typographie standard. On utilisera les notations suivantes:

- $|\cdot|$  désigne la norme des vecteurs
- $\{O, \mathbf{i}_0, \mathbf{j}_0, \mathbf{k}_0\}$  désigne le repère NED (pour North-East-Down).
- $\{G, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$  désigne le repère du drone (i.e., le repère attaché au corps du drone au centre de masse  $G$  avec  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0$  quand le drone est en vol stationnaire, en l'absence de vent).
- $\mathbf{v}$  désigne la vitesse de  $G$  dans le référentiel NED.
- $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$  est l'accélération de  $G$  par rapport au repère NED.
- $\mathbf{v}_w$  désigne la vitesse du vent par rapport au repère NED.
- $\mathbf{v}_a := \mathbf{v} - \mathbf{v}_w$  désigne la vitesse air du drone.
- Pour tout vecteur  $\boldsymbol{\xi}$  et pour  $\star \in \{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$  on note  $\xi_\star := \boldsymbol{\xi} \cdot \star$  la composante de  $\boldsymbol{\xi}$  selon le vecteur  $\star$ , et donc  $(\xi_i, \xi_j, \xi_k)^T$  est le vecteur des coordonnées de  $\boldsymbol{\xi}$  exprimé dans le repère corps. Par exemple  $v_{a,i} := \mathbf{v}_a \cdot \mathbf{i}$ ;
- $\mathbf{g}$  est le vecteur gravité;

### 2.1.4. Équations de Newton Euler

La base de l'analyse du mouvement pour les drones est les équations de Newton-Euler. Dans le cas d'un corps de masse fixe, d'inertie constante, elles s'écrivent au centre de gravité du corps:

$$\begin{aligned} m\dot{\mathbf{v}} &= m\mathbf{g} + \sum \mathbf{F}_{ext} \\ J \dot{\boldsymbol{\Omega}} &= -\boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\Omega} + \sum \boldsymbol{\Gamma}_{ext} \end{aligned} \tag{2.1}$$

On retrouve dedans:

- la masse  $m$ , ici, la masse équivalente du système, considérée constante.

- l'accélération  $\dot{\mathbf{v}}$  du centre de gravité du corps (ici le corps équivalent) dans un repère inertiel. Si on utilise les équations dans le repère corps, et que  $v$  désigne la vitesse du centre de gravité dans le repère corps, il faut alors projeter les forces dans le repère corps, et remplacer  $\dot{\mathbf{v}}$  par  $\dot{v} + \omega \times v$ .
- la gravité  $g$ , généralement considérée constante.
- la somme des efforts extérieurs. Dans notre cas, il s'agit de

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps}$$

avec  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices}$  la somme des efforts appliqués par l'air aux hélices,  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes}$  la somme des efforts appliqués par l'air aux ailes et  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps}$  la somme des efforts appliqués par l'air au corps principal. On utilisera pour  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps}$  un modèle issu de [4] c'est à dire:

$$\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} = -\rho A |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u}$$

Ce modèle se résume à un modèle de trainée pure lorsque  $d_i = d_j = d_k$ , car alors  $\mathbf{F}_{air \rightarrow corps}$  est parallèle à  $\mathbf{v}_a$ . Dans le cas contraire,  $\mathbf{F}_{air \rightarrow corps}$  contient une composante orthogonale à  $\mathbf{v}_a$  qui engendre des effets de portance.

- l'inertie  $J$ . Son expression pour un solide  $S$  quelconque est

$$J(G) = \begin{bmatrix} \int_{(x,y,z) \in S} (y^2 + z^2) dm & - \int_{(x,y,z) \in S} xy dm & - \int_{(x,y,z) \in S} xz dm \\ - \int_{(x,y,z) \in S} xy dm & \int_{(x,y,z) \in S} (x^2 + z^2) dm & - \int_{(x,y,z) \in S} yz dm \\ - \int_{(x,y,z) \in S} xz dm & - \int_{(x,y,z) \in S} yz dm & \int_{(x,y,z) \in S} (x^2 + y^2) dm \end{bmatrix}$$

Cette matrice est symétrique par construction. Ainsi, il existe une base orthonormée directe dans laquelle cette matrice est diagonale, dite base principale. Certaines propriétés lient ces axes principaux aux axes et aux plans correspondant à des symétries pour la distribution de masse. De façon pratique, les logiciels de conception moderne tels que CATIA ou Solidworks permettent le calcul à priori de cette matrice d'inertie à partir des plans d'un appareil.

- Le vecteur vitesse de rotation instantanée exprimé dans le repère corps,  $\Omega$ . Ne s'agissant pas d'un vecteur intrinsèque mais d'un vecteur exprimé dans un repère (en l'occurrence le repère corps), il n'est pas exprimé en gras. Le lien entre la vitesse angulaire et l'orientation relative du corps peut être formalisé différemment selon le paramétrage des rotations que l'on se donne, voir section suivante.
- La somme des couples extérieurs, dans notre cas

$$\sum \mathbf{\Gamma}_{ext} = \sum \mathbf{\Gamma}_{air \rightarrow hélices} + \sum \mathbf{\Gamma}_{air \rightarrow ailes} + \sum \mathbf{\Gamma}_{air \rightarrow corps}$$

Dans la suite on considérera  $\sum \mathbf{\Gamma}_{air \rightarrow corps} = 0$

### 2.1.5. Paramétrisation angulaire des rotations

Il existe une grande variété de façons de décrire mathématiquement la rotation relative de deux corps.

Si l'on paramétrise la rotation du corps avec une matrice de rotation  $R \in SO(3)$ ,

$$R = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}_0 & \mathbf{j} \cdot \mathbf{i}_0 & \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}_0 \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{j}_0 & \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}_0 & \mathbf{k} \cdot \mathbf{j}_0 \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{k}_0 & \mathbf{j} \cdot \mathbf{k}_0 & \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_0 \end{bmatrix}, \text{ et la dérivée temporelle de la matrice de rotation est}$$

$$\dot{R} = RS(\boldsymbol{\Omega}) \text{ avec}$$

$$S(\boldsymbol{\Omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Si l'on paramétrise la rotation du corps avec un quaternion unitaire  $q$ , la dérivée temporelle du quaternion est  $\dot{q} = \frac{1}{2}q_\Omega * q$  où  $q_\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix}$  et  $*$  désigne la multiplication des quaternions.

On peut également l'écrire en décomposant la partie scalaire et la partie vectorielle du quaternion  $q = \begin{bmatrix} q_s \\ \mathbf{q}_v \end{bmatrix}$  avec  $q_s \in R$  et  $\mathbf{q}_v \in R^3$ , et on a

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\mathbf{q}_v \cdot \boldsymbol{\Omega} \\ q_s \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{q}_v \times \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix}$$

En représentation axe-angle, la rotation s'écrit comme une rotation d'un angle  $\theta$  autour d'un axe de vecteur directeur normé  $\mathbf{u}$ . Le quaternion s'écrit:

$$q = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\theta}{2}) \\ \sin(\frac{\theta}{2})\mathbf{u} \end{bmatrix}$$

La matrice de rotation peut être reconstruite à partir de la formule d'Euler-Rodrigues:

$$R = I_3 + \sin(\theta)S(\mathbf{u}) + (1 - \cos(\theta))S(\mathbf{u})^2$$

Il existe un très grand nombre de paramétrisations pour les angles d'Euler, on se contentera de fournir le lien entre  $\boldsymbol{\Omega}$  et les angles d'Euler dans la configuration  $(z, y, x)$ . Si on note les angles  $(\gamma, \theta, \phi) \in R^3$  (où  $\gamma$  s'appelle le lacet, ou yaw, ou  $\theta$  s'appelle le tangage ou pitch et  $\phi$  s'appelle le roulis ou roll), on a :

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 1 & \tan(\theta) \sin(\phi) & \tan(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}$$

## 2.2. Modélisation des hélices

### 2.2.1. Objectif

Dans la section précédente, il a été vu que les équations de Newton-Euler permettaient la modélisation de la dynamique du drone. Ces équations faisaient notamment intervenir la somme des efforts extérieurs, notée  $\Sigma \mathbf{F}_{ext}$ , dont l'expression était décomposée comme:

$$\Sigma \mathbf{F}_{ext} = \Sigma \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \Sigma \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} + \Sigma \mathbf{F}_{air \rightarrow corps}$$

La section présente a pour objet d'investiguer le terme  $\Sigma \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices}$  de cette expression. L'objectif de cette partie est de parvenir à formuler les efforts générés par un rotor, en fonction de paramètres que l'on identifiera et d'entrées du problème supposées connues. Une fois l'expression des efforts pour un moteur individuel obtenue, elle pourra alors être utilisée pour chaque moteur, pour parvenir à évaluer  $\Sigma \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices}$  dans le modèle dynamique du système.

La formulation du modèle repose sur l'emploi de deux modèles analytiques de référence: le modèle de la théorie de Froude et celui obtenu par la théorie de l'élément de pale. Ces deux modèles permettent chacun d'obtenir une expression de la poussée en fonction de plusieurs termes. Prises indépendamment, les deux expressions font notamment appel à une variable commune inconnue, à savoir la vitesse du flux d'air dans le rotor. Prises ensemble, elles permettent l'élimination de cette inconnue sous certaines hypothèses détaillées dans la suite.

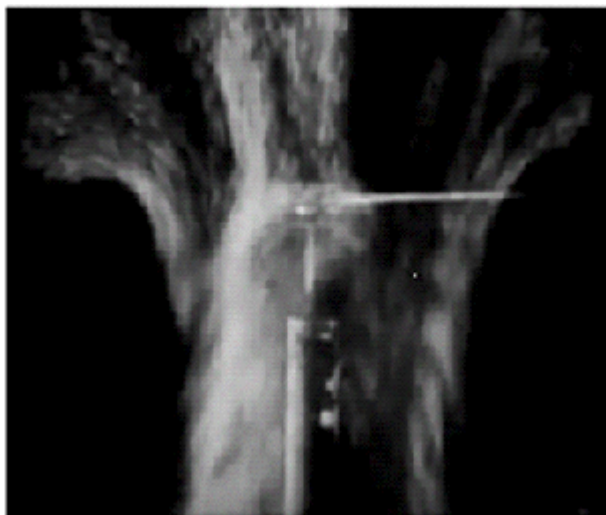
La contribution principale de cette section consiste en la méthode utilisée pour éliminer cette variable inconnue, ce qui permet d'obtenir une expression analytique de la poussée.

### 2.2.2. Cadre du modèle

Le problème de la modélisation des efforts de l'air sur une hélice en rotation est un cas complexe d'interaction fluide-structure. D'un point de vue physique, la rotation de la pale provoque un flux d'air dont la variation de quantité de mouvement permet la sustentation de l'hélice (figure (2.7)). L'hélice "visse" l'air.

Les lois régissant ces phénomènes peinent à être modélisées analytiquement, notamment en raison de la non-solvabilité analytique des équations de Navier-Stokes dans le cas général. De nombreux outils d'analyses numériques ont été développés pour parvenir à des solutions modélisées en simulations, tels par exemple les moteurs ANSYS Fluent ou OPENFOAM (voir figure (2.8)). Pour le cas des hélices, l'utilisation de ces méthodes numériques ne fait pas partie du travail présenté dans ce document.

Sur le plan analytique, la modélisation de la poussée d'un rotor repose principalement sur deux théories, toutes deux largement exploitées par la littérature sur les hélicoptères :



**Figure 2.7.:** Flux entrant dans un rotor [5]

1. la théorie de Froude (Momentum Theory, ou MT)
2. la théorie de l'élément de pale (Blade Element Theory, ou BET)

Ces théories ayant été très fréquemment reprises dans la littérature, on se limitera à une synthèse des principaux résultats qui seront utilisés.

Dans cette partie, les vecteurs  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  désignent le plan de l'hélice, pas le plan du drone. Il est nécessaire de préciser que ce modèle a été conçu et identifié pour des quadricoptères. Pour ces engins, les axes de ces repères sont confondus, mais dans le cas général de rotors tiltables, ce n'est pas forcément le cas. La théorie reste toutefois applicable dans le cas de rotors tiltables, il est alors simplement nécessaire de projeter la vitesse du drone dans le plan de l'hélice au moment du calcul de la poussée.

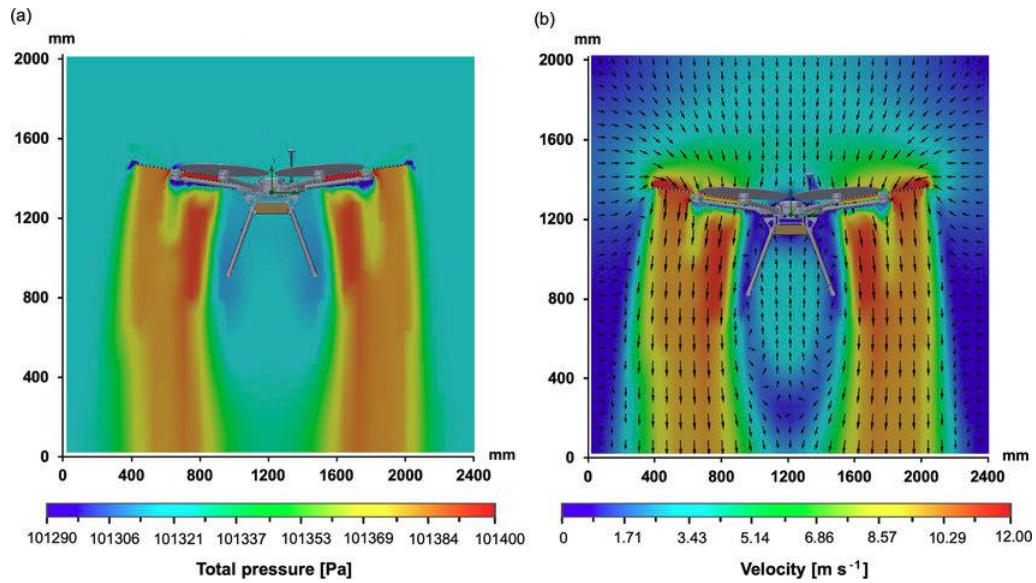
Les modèles MT et BET proposent de décomposer orthogonalement les efforts  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices}$ . Pour une hélice dans le plan  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$  tournant autour de l'axe  $\mathbf{k}$ , on décompose orthogonalement les efforts selon l'axe de rotation et le plan de l'hélice:

$$\mathbf{F}_{air \rightarrow hélice} = \mathbf{T} + \mathbf{H} = -T\mathbf{k} - H(\mathbf{v}_a - (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{k})\mathbf{k})$$

$T$  est donc la composante de l'effort de l'air selon l'axe du rotor,  $H$  est dans le plan orthogonal à l'axe du rotor.  $T$  est la poussée et  $H$  est appelée "trainée du rotor" ou encore H-force.

Chacun de ces termes dépend de la vitesse du flux d'air mis en mouvement par le rotor. Cet écoulement d'air résulte de trois phénomènes se cumulant: la rotation de l'hélice, la vitesse de l'appareil, et le vent. Le flux est décomposé entre le flux causé par la vitesse air de l'appareil (vitesse par rapport au sol + vent) et par la rotation de l'hélice, qui visse l'air. L'hélice lui induit une vitesse, appelée vitesse





**Figure 2.8.:** Illustration de méthodes d'analyses numériques appliquées au flux d'air des hélices [6]

induite, notée  $\eta$ . La vitesse induite correspond à la vitesse supplémentaire du flux provoquée par la rotation des pales. Cette vitesse induite est au cœur du problème de modélisation des rotors, car difficilement mesurable sans banc de test approprié. Dans la suite, la vitesse induite est considérée comme une variable inconnue.

### 2.2.3. Théorie de Froude et théorie de l'élément de pale

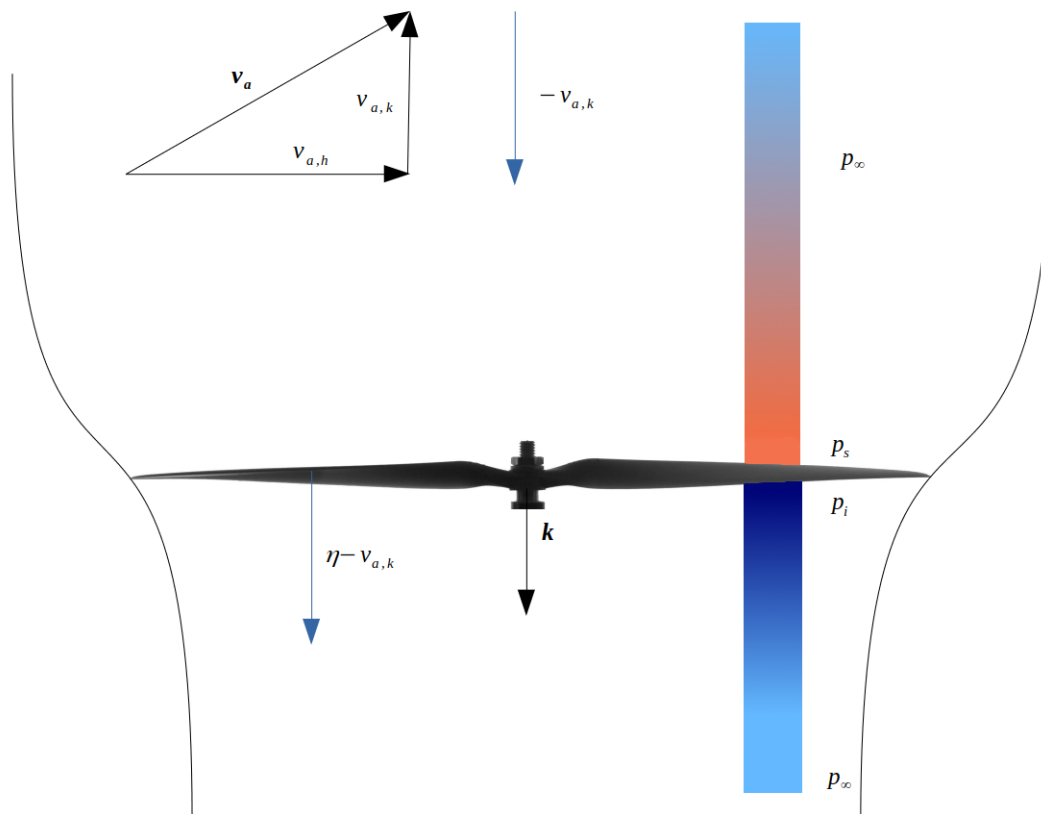
Cette section sur la théorie de Froude et la théorie de l'élément de pale est basée sur les éléments de [7], [8] et [9].

#### 2.2.3.1. Théorie de Froude

La théorie de Froude est une théorie de dynamique des fluides développée à la fin du XIXe siècle par Froude et Rankine. Bien qu'on s'y intéresse dans le contexte des drones, elle est élaborée pour tout type d'hélices, y compris sous-marines.

Elle propose de modéliser l'hélice comme un disque de discontinuité en pression dans un écoulement d'air, cette discontinuité en pression étant liée à la vitesse induite. Les notations utilisées, et l'illustration de la discontinuité en pression sont représentées figure (2.9).

La théorie de Froude base son analyse sur l'application des équations de Bernoulli dans l'écoulement en amont du disque, à l'endroit du disque, et en aval. Elle repose sur un certain nombre d'hypothèses, à savoir:



**Figure 2.9.:** Schéma du modèle de l'hélice dans la théorie de Froude

- L'écoulement de l'air est irrotationnel, l'air étant considéré comme un fluide parfait incompressible
- La pression est constante sur la surface du disque
- La vitesse du flux d'air à travers le disque est constante sur toute la surface du disque
- Le flux est unidirectionnel

Sur le plan analytique, la théorie de Froude traite notamment le cas de vols axiaux et se divise en différents cas de figures, correspondant aux états du flux d'air:

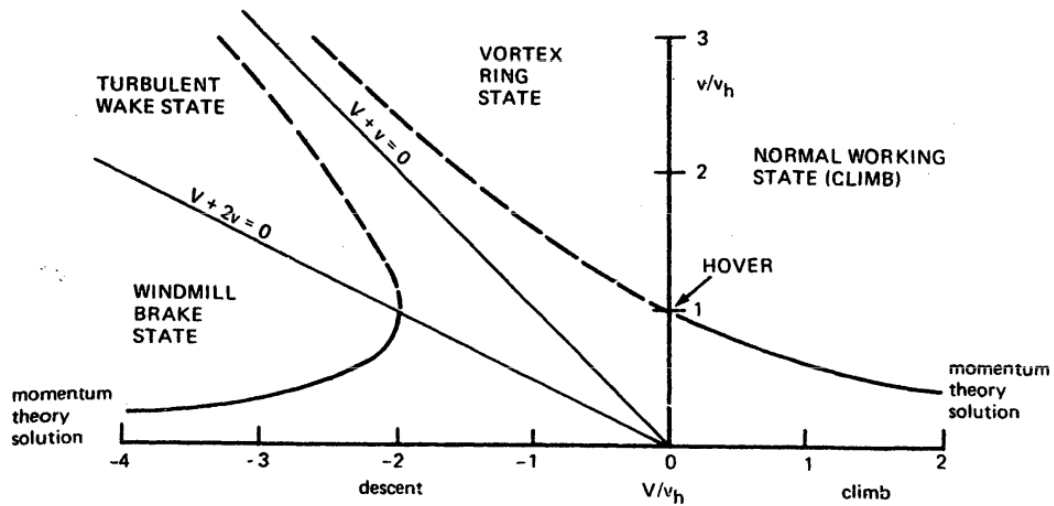
1. vol stationnaire ou ascendant
2. vol descendant "rapide"
3. vol descendant "lent"

Plus formellement, les cas 1 et 2 correspondent à des cas dans lesquels la vitesse induite est dirigée dans le même sens que l'écoulement de l'air. Le cas 3 désigne le cas où la vitesse induite est dans le sens inverse de l'écoulement de l'air.

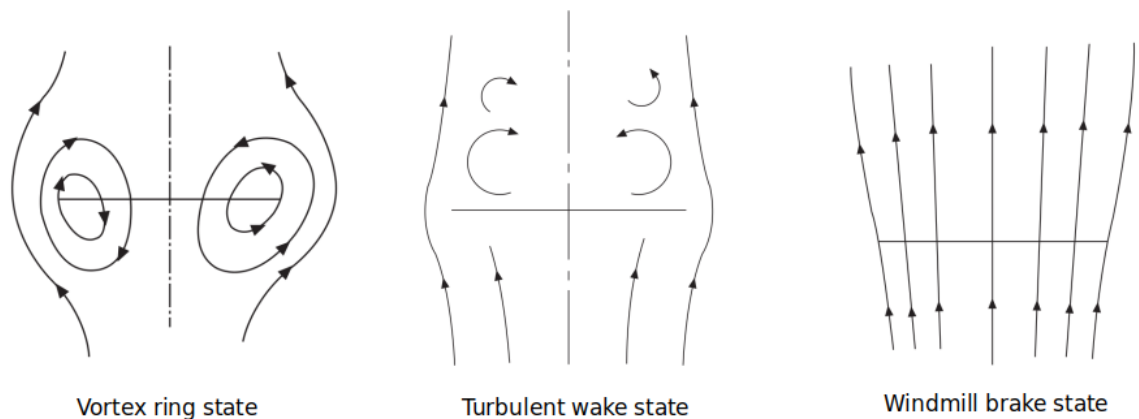
Pour les deux premiers de ces cas, la formule de Bernoulli est appliquée, ce qui permet d'obtenir une relation liant la vitesse induite à la poussée et à d'autres grandeurs

physiques du problème (air du rotor, vitesse de l'appareil, masse volumique du fluide) connues ou faciles à connaître.

On peut retrouver une description de ces cas dans [7] et [8] :



**Figure 2.10.:** Solutions de la théorie de Froude, en fonction du rapport de la vitesse axiale divisée par la vitesse induite en vol stationnaire [7]



**Figure 2.11.:** Schéma des différents états du flux selon le domaine de la solution à la théorie de Froude [8]

Pour le troisième cas, les formules de Bernoulli ne permettent pas de rendre compte du comportement du fluide, et leur solution analytique est invalide: cette zone correspond à un “angle mort” de la théorie de Froude, dont les équations sont invalides dans ce domaine.

L’approche de la théorie de Froude a fait l’objet de plusieurs validations expérimentales (voir par exemple [10]). Celles-ci ont notamment permis de confirmer une

formule générique proposée par Glauert permettant de prendre en compte un écoulement non colinéaire avec l'axe du disque, dont nous nous servirons dans la suite de ce document pour l'élaboration du modèle. Cette formule est particulièrement accommodante car, hormis la vitesse induite, elle ne fait pas intervenir de quantité difficile à mesurer ni à estimer. Elle s'écrit :

$$T = 2\rho A\eta\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2}$$

avec  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $A$  l'aire du disque rotor,  $\eta$  la vitesse induite,  $v_{a,h}$  la norme de la vitesse dans le plan horizontal du rotor. Une version alternative de cette formule a également été proposée par Glauert pour décrire le profil de la vitesse induite sur le disque en fonction notamment de la position radiale. D'autres méthodes pour calculer la vitesse induite en tout point du disque ont été proposées, par exemple par Mangler et Squire dans [11], mais leur approche dépasse le cadre de notre utilisation.

### 2.2.3.2. Théorie de l'élément de pale

La théorie de l'élément de pale (ou Blade Element Theory, parfois abrégée BET) consiste en une analyse des efforts sur la pale de l'hélice de façon locale, en utilisant la formulation des efforts aérodynamiques sur un profil. Si la géométrie des pales n'est pas prise en compte dans la théorie de Froude, la théorie de l'élément de pale descend à une échelle plus locale pour proposer un modèle d'efforts et de couples élémentaires.

Ces efforts et couples élémentaires sont exprimés en fonction de la vitesse locale de l'écoulement, qui est à la fois fonction de la distance au centre de l'hélice, de la vitesse de rotation de l'hélice et de son orientation par rapport au vent apparent.

Cette théorie a l'avantage sur la théorie de Froude de pouvoir modéliser le couple généré par le mouvement de l'hélice. En outre, la théorie de Froude exclut implicitement un grand nombre de paramètres de modélisation du problème, par exemple le pas de l'hélice ou le profil de pales. Par ailleurs, la théorie de Froude ne permet pas de prendre en compte le différentiel de vitesse rencontré par la pale lors d'une rotation complète. Ce phénomène peut notamment engendrer un moment de flexion sur la pale, et engendrer des efforts dans le plan de l'hélice si le vent apparent ne lui est pas orthogonal. Ces éléments de modélisation sont également présents dans [7], [8] et [9].

Enfin, la théorie de l'élément de pale permet de prendre en compte les éléments hors plan du bilan des forces, et fournit ainsi une explication analytique au phénomène dit de trainée des rotors, ou H-force.

Les résultats de la BET repris dans [12] permettent d'exprimer la poussée et la trainée du rotor comme :

$$\begin{aligned}\mathbf{T} &= -T\mathbf{k} \\ \mathbf{H} &= -H(\mathbf{v}_a - (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{k})\mathbf{k})\end{aligned}$$

avec

$$\begin{cases} T = \rho AR\varpi(c_{T,1}r\varpi - c_{T,2}(\eta - v_{a,k}) + c_{T,3}v_{a,h}^2) \\ H = \rho A(c_{H,1}r\varpi + c_{H,2}(\eta - v_{a,k})) \end{cases} \quad (2.2)$$

où  $c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}$  sont des coefficients réels dont la valeur est liée à la géométrie des pales.  $r$  est le rayon du rotor, et  $\varpi$  est la vitesse de rotation des pales.

Le calcul permettant d'aboutir aux équations (2.2) est relativement long, et est disponible en annexe.

Cette formulation des efforts dépend, à l'instar de la théorie de Froude, de la vitesse induite  $\eta$ . En plus de cela, elle introduit des coefficients dépendants de la géométrie des pales, là où la formule de Glauert ne faisait intervenir que des paramètres physiques tels que la densité de l'air ou l'aire du rotor disque. Contrairement aux coefficients de la MT, qui étaient connus, les coefficients de la BET sont inconnus et sont donc les coefficients à identifier du modèle. On s'intéresse dans la suite à comment produire un modèle dépendant des paramètres de la BET et de la vitesse induite.

#### 2.2.4. Modèle Mixte

Comme présenté dans les deux sections précédentes, modéliser la poussée requiert de connaître les paramètres constants  $c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}$  et la vitesse induite. Les paramètres feront l'objet de la démarche d'identification. En revanche, la vitesse induite est variable et inconnue. La mesurer supposerait de parvenir à instrumenter le plan de rotation de l'hélice, ce qui est exclu. Le modèle dit "mixte" développé dans cette section a pour objectif de fournir une formule pour la vitesse induite, pour arriver à une expression des efforts des rotors uniquement en fonction de la vitesse air du drone  $\mathbf{v}_a$ , de la vitesse de rotation de l'hélice  $\varpi$ , et des paramètres du modèle BET. La démarche de modélisation permettant d'aboutir au modèle final de cette section a été publiée dans [13].

Pour isoler la vitesse induite, on repart de l'expression de la poussée issue de la théorie de l'élément de pôle ( $T_{BET}$ ) et de la formule de Glauert ( $T_{MT}$ ):

$$\begin{cases} T_{MT} = 2\rho A\eta\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2} \\ T_{BET} = \rho Ar\varpi(c_{T,1}r\varpi - c_{T,2}(\eta - v_{a,k}) + c_{T,3}v_{a,h}^2) \end{cases}$$

L'objectif est de trouver une solution pour  $\eta$  dans les équations en résolvant l'équation  $T_{MT} = T_{BET}$ . En raison de la présence du terme  $\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2}$  dans l'expression de  $T_{MT}$ , une piste de résolution résiderait dans le fait de résoudre  $T_{MT}^2 = T_{BET}^2$  ce qui donne:

$$\underbrace{\eta^2(v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2)}_{\text{degré 4}} = (r\varpi)^2(c_{T,1}r\varpi - c_{T,2}(\eta - v_{a,k}) + c_{T,3}v_{a,h}^2)^2$$

Résoudre cette équation dans le cas général reviendrait donc à résoudre un polynôme de degré 4 en  $\eta$ . Si cela n'est pas a priori impossible, cela risquerait de rendre l'expression de la poussée trop complexe. Le choix effectué est donc plutôt de faire des hypothèses pour ramener l'équation  $T_{MT} = T_{BET}$  à un polynôme de degré 2. Pour poursuivre l'analyse, les cas suivants sont distingués:

- vol stationnaire
- vol axial
- vol frontal

#### 2.2.4.1. Vol stationnaire

En vol stationnaire,

$$\begin{cases} T_{MT,0} = 2\rho A\eta_0^2 & = \frac{mg}{N_p} \\ T_{BET,0} = \rho Ar\varpi_0(c_{T,1}r\varpi_0 - c_{T,2}\eta_0) & = \frac{mg}{N_p} \end{cases}$$

avec  $N_p$  le nombre de rotors. On notera  $A_N = AN_p$ . On résout :

$$\begin{cases} \eta_0 = \sqrt{\frac{mg}{2\rho A_N}} \\ \rho A_N r\varpi_0(c_{T,1}r\varpi_0 - c_{T,2}\eta_0) = mg \end{cases}$$

Cette équation donne donc une équation liant les coefficients  $c_{T,1}$  et  $c_{T,2}$ :

$$c_{T,2} = r\varpi_0 \sqrt{\frac{2\rho A_N}{mg}} c_{T,1} - \frac{1}{r\varpi_0} \sqrt{\frac{2mg}{\rho A_N}}$$

ou

$$\begin{cases} c_{T,2} = b_1 c_{T,1} - \frac{2}{b_1} \\ b_1 := r\varpi_0 \sqrt{\frac{2\rho A_N}{mg}} \end{cases} \quad (2.3)$$

On peut remarquer que  $b_1 = \frac{r\varpi_0}{\eta_0}$ . Ce terme correspond au ratio entre la vitesse du bout des pales des hélices et la vitesse induite en vol stationnaire.

Le calcul permettant d'aboutir à (2.3) implique que si la théorie de l'élément de pale intégrée est conforme à la théorie de Froude, dont on sait la formule valide pour le vol stationnaire, alors les coefficients du modèle BET vérifient nécessairement (2.3). Cette relation a l'avantage de diminuer la complexité du problème d'identification en diminuant le nombre de paramètres à identifier. En effet, le paramètre  $b_1 = r\varpi_0 \sqrt{\frac{2\rho A_N}{mg}}$  dépend de :

- rayon de l'hélice, facilement mesurable
- vitesse de rotation de l'hélice à l'équilibre, déductible du PWM envoyé par le contrôleur lors d'un vol stationnaire
- masse volumique de l'air, peu variable
- aire de l'hélice, dont le calcul est immédiat lorsqu'on connaît son rayon
- masse du drone, que l'on peut obtenir par pesée
- constante gravitationnelle, connue

ce qui signifie que calculer  $b_1$  est simple et qu'une fois  $b_1$  connu, identifier  $c_{T,1}$  donne immédiatement  $c_{T,2}$  (et réciproquement).

#### 2.2.4.2. Vol axial

Dans le cas du vol axial, c'est-à-dire parallèle à l'axe de rotation des hélices, le bilan des efforts verticaux est:

$$\begin{aligned} ma_k &= mg - T - \rho A_N d_k |v_{a,k}| v_{a,k} \\ T &= m(g - a_k) - \rho A_N d_k |v_{a,k}| v_{a,k} \end{aligned}$$

Les expressions de  $T_{MT}$  et  $T_{BET}$  deviennent alors

$$\begin{cases} T_{MT} = 2\rho A\eta \sqrt{(\eta - v_{a,k})^2} \\ T_{BET} = \rho A r \varpi (c_{T,1} r \varpi - c_{T,2} (\eta - v_{a,k})) \end{cases}$$

Si l'on suppose que l'on est en vol axial ascendant, ou en vol axial descendant à basse vitesse, on peut alors supposer  $\eta > v_{a,k}$  et donc  $\sqrt{(\eta - v_{a,k})^2} = |\eta - v_{a,k}| = \eta - v_{a,k}$ . Il vient:

$$\begin{cases} T_{MT} = 2\rho A\eta(\eta - v_{a,k}) \\ T_{BET} = \rho A r \varpi (c_{T,1} r \varpi - c_{T,2} (\eta - v_{a,k})) \end{cases}$$

Pour alléger, posons

$$\begin{cases} \alpha := \frac{1}{2}c_{T,1}r^2\varpi^2 \\ \beta := -\frac{r\varpi}{2}c_{T,2} \\ u := \eta - v_{a,k} \end{cases} \quad (2.4)$$

L'équation  $T_{MT} - T_{BET} = 0$  devient alors un polynôme de degré 2 en  $\eta$ :

$$\begin{aligned} T_{MT} - T_{BET} &= 0 \\ \Rightarrow (u + v_{a,k})u - \alpha - \beta u &= 0 \\ \Rightarrow u^2 + (v_{a,k} - \beta)u - \alpha &= 0 \end{aligned}$$

On en calcule le discriminant :

$$\begin{aligned} \Delta &= (v_{a,k} - \beta)^2 + 4\alpha \\ &= \underbrace{(v_{a,k} - \beta)^2}_{>0} + \underbrace{2c_{T,1}r^2\varpi^2}_{>0} \end{aligned}$$

Il existe donc deux racines réelles à cette équation.

$$2u = 2(\eta - v_{a,k}) = -(v_{a,k} - \beta) \pm \sqrt{(v_{a,k} - \beta)^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2}$$

Puisqu'on a supposé qu'on était en vol axial ascendant, ou en vol axial descendant à lente vitesse, on doit prendre la solution qui respecte l'hypothèse  $\eta > v_{a,k}$  (i.e  $2(\eta - v_{a,k}) > 0$ ):

$$\begin{aligned} 2(\eta - v_{a,k}) &= -v_{a,k} + \beta + \sqrt{(v_{a,k} - \beta)^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2} \\ \eta &= \frac{v_{a,k}}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(v_{a,k} - \beta)^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2} \\ \eta &= \frac{v_{a,k}}{2} - \frac{r\varpi c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{(v_{a,k} + \frac{r\varpi}{2}c_{T,2})^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2} \end{aligned}$$

Il suffit alors de réinjecter cette solution dans l'expression de  $T_{BET}$  ou celle de  $T_{MT}$  pour obtenir une expression de la poussée en fonction de  $\rho, v_{a,k}, A, r, \varpi, c_{T,1}, c_{T,2}$  pour le vol axial.

La dynamique en translation est alors:

$$\begin{aligned} ma_k &= mg \\ &- \rho A_N d_k |v_{a,k}| v_{a,k} \\ &- \rho A_N r \varpi (c_{T,1} r \varpi + c_{T,2} (\frac{r\varpi c_{T,2}}{4} + \frac{v_{a,k}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(v_{a,k} + \frac{r\varpi}{2}c_{T,2})^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2})) \end{aligned}$$



### 2.2.4.3. Validité de la solution vol axial pour le vol stationnaire

On peut essayer de vérifier si la solution de  $\eta$  pour le vol axial est prolongeable pour  $v_{a,k} \rightarrow 0$ . Si on fait tendre  $v_{a,k} \rightarrow 0$  on a alors:

$$\eta = -\frac{r\varpi c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{r\varpi}{2}c_{T,2}\right)^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2}$$

On inverse la relation :

$$\begin{aligned} c_{T,2} &= b_1 c_{T,1} - \frac{2}{b_1} \\ \Rightarrow \frac{c_{T,2}}{b_1} + \frac{2}{b_1^2} &= c_{T,1} \end{aligned}$$

Pour que la solution soit consistante y compris pour le vol stationnaire il faut : :

$$\eta_0 = -\frac{r\varpi_0 c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{r\varpi_0}{2}c_{T,2}\right)^2 + 2\left(\frac{c_{T,2}}{b_1} + \frac{2}{b_1^2}\right)r^2\varpi_0^2}$$

On pose  $\alpha = \frac{r\varpi_0}{2} \rightarrow r^2\varpi_0^2 = 4\alpha^2$

$$\begin{aligned} 2\eta_0 &= -\alpha c_{T,2} + \sqrt{\alpha^2 c_{T,2}^2 + 8\alpha^2 \frac{c_{T,2}}{b_1} + 16 \frac{\alpha^2}{b_1^2}} \\ 2\eta_0 &= -\alpha c_{T,2} + |\alpha| \sqrt{c_{T,2}^2 + 8 \frac{c_{T,2}}{b_1} + \frac{16}{b_1^2}} \end{aligned}$$

Comme  $\alpha > 0$ ,  $|\alpha| = \alpha$ .

$$c_{T,2} + 2\frac{\eta_0}{\alpha} = \sqrt{c_{T,2}^2 + 8 \frac{c_{T,2}}{b_1} + \frac{16}{b_1^2}}$$

On remarque  $\frac{\eta_0}{\alpha} = 2\frac{\eta_0}{r\varpi_0} = \frac{2}{b_1}$

$$\begin{aligned} c_{T,2} + \frac{4}{b_1} &= \sqrt{c_{T,2}^2 + 8 \frac{c_{T,2}}{b_1} + \frac{16}{b_1^2}} \\ c_{T,2} + \frac{4}{b_1} &= \sqrt{\left(c_{T,2} + \frac{4}{b_1}\right)^2} \end{aligned}$$

ce qui est toujours vrai, et la solution pour le vol axial est donc également valable pour le vol stationnaire.

#### 2.2.4.4. Vol frontal

Le vol frontal désigne tout autre type de vol que le vol stationnaire et le vol axial à attitude constante. C'est le cas lorsque le drone se déplace horizontalement, mais cette situation peut également survenir dans le cas d'un vol axial avec rotation en lacet, dans lequel la rotation du corps peut engendrer des vitesses localement non axiales aux centres des rotors par composition des vitesses.

Dans cas du vol frontal, la résolution de  $T_{BET} = T_{MT}$  reprend la forme

$$\rho A r \varpi (c_{T,1} r \varpi - c_{T,2} (\eta - v_{a,k}) + c_{T,3} v_{a,h}^2) = 2 \rho A \eta \sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2}$$

dont on rappelle qu'il s'agit d'une équation polynomiale de degré 4. Par ailleurs, en vol frontal, l'hypothèse primordiale des sections précédentes selon laquelle chaque moteur tourne à la même vitesse n'est plus vérifiée.

On fait alors une hypothèse supplémentaire, en supposant que  $\eta - v_{a,k} \gg |v_{a,h}|$ . Cela qui permet de simplifier:  $\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2} = (\eta - v_{a,k})$ . On appelle cette approximation "l'approximation du vol axial", dans la mesure où elle permet de se ramener à un quasi vol axial. Cette approximation est celle initialement proposée dans [13].

Sous ces hypothèses, la résolution de  $T_{BET} = T_{MT}$  devient :

$$2 \rho A \eta (\eta - v_{a,k}) = \rho A r \varpi (c_{T,1} r \varpi - c_{T,2} (\eta - v_{a,k}) + c_{T,3} v_{a,h}^2)$$

La solution à cette équation est alors très similaire à celle vue pour le vol axial:

$$\eta = \frac{v_{a,k}}{2} - \frac{r \varpi c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,k} + \frac{r \varpi}{2} c_{T,2})^2 + 2 c_{T,1} r^2 \varpi^2 + 2 c_{T,3} v_{a,h}^2} \quad (2.5)$$

On vérifie immédiatement que cette solution est continue avec la solution du vol axial quand  $v_{a,h} \rightarrow 0$ .

Il sera proposé dans la suite de la section une approximation un peu plus précise du terme  $\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2}$ . Toutefois, cette amélioration de l'approximation n'a été réalisée qu'après la publication du modèle et des résultats d'identification dans [13]. Ainsi, afin de suivre la même démarche que dans [13], c'est la solution (2.5) pour la vitesse induite qui est retenue pour la prédiction de la poussée et qui sera utilisée pour l'identification dans la suite du document.

#### 2.2.4.5. Amélioration de l'approximation de la racine carrée

On a vu que trouver un  $\eta$  qui satisfasse  $T_{BET} = T_M$  i.e:

$$c_{T,1}\varpi^2 - c_{T,2}(\eta - v_{a,k}) = 2\rho A\eta\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2}$$

est à priori difficile en raison de la présence du terme  $\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2}$ . Pour trouver une expression de  $\eta$ , il a donc été choisi de faire appel à l'approximation du vol axial qui permet de simplifier  $\sqrt{v_{a,h}^2 + (\eta - v_{a,k})^2} = (\eta - v_{a,k})$ .

Il est possible de rechercher une approximation plus juste de la fonction

$$f : (x, y) \mapsto \sqrt{x^2 + y^2}$$

(où  $x$  désigne  $(\eta - v_{a,k})$  et  $y$  désigne  $|v_{a,h}|$ ). Comme l'inconnue est  $x$ , une approximation de la forme

$$g(x, y) = \alpha(y)x + \beta(y)$$

est recherchée. La raison à cette forme souhaitée est qu'elle permet que l'équation  $T_M = T_{BET}$  devienne

$$c_{T,1}\varpi^2 - c_{T,2}(\eta - v_{a,k}) = 2\rho A\eta(\alpha(|v_{a,h}|)(\eta - v_{a,k}) + \beta(|v_{a,h}|))$$

qui est une équation polynomiale de degré 2 en  $\eta$ , qui peut être résolue avec les méthodes connues. Il peut être noté que l'approximation du vol axial est une approximation de cette forme, où  $\alpha(y) = 1$  et  $\beta = 0$ . L'objectif est donc de déterminer les fonctions  $\alpha$  et  $\beta$  qui constitueront la meilleure approximation de  $f$  sur un domaine donné.

Soit  $a$  un nombre réel strictement positif,  $f$  appartient à l'ensemble des fonctions dont le carré est intégrable sur  $[0, a]$  (autrement dit  $E = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / \exists b \in \mathbb{R} / b = \frac{1}{a} \int_0^a f(x)^2 dx\}$ ). Cet espace vectoriel n'est pas de dimension finie. En notant  $f$  et  $g$  deux éléments de  $E$ , l'application

$$\phi : \begin{cases} E \times E \rightarrow \mathbb{R} \\ (f, g) \mapsto \frac{1}{a} \int_0^a f(x)g(x)dx \end{cases}$$

est bilinéaire, symétrique définie positive, est donc un produit scalaire sur  $E$ . Dans la suite, c'est le produit scalaire qui sera considéré pour toutes les normes et relations d'orthogonalité. Il sera noté  $\phi(f, g) = f \cdot g = \langle f, g \rangle$ .

Considérons les fonctions  $u : x \in R \rightarrow 1$  et  $v : x \in R \rightarrow x$ . Ces deux vecteurs sont clairement non-colinéaire, puisqu'il n'existe aucun réel  $\lambda$  tel que  $\lambda u + v$  soit la fonction nulle sur  $[0, a]$ . Ces deux vecteurs sont donc une famille libre de  $E$ , on note  $F$  le sous espace vectoriel engendré par elle.

On va utiliser l'orthonormalisation de Gram-Schmidt pour déduire une base orthogonale de  $F$ , puis projeter orthogonalement  $f_y : (x) \mapsto \sqrt{x^2 + y^2}$  sur chaque vecteur de cette base.

Il est immédiat de vérifier que  $u$  est de norme unitaire. On définit alors  $v' = v - (v \cdot u)u$  et  $v'' = \frac{1}{\sqrt{v' \cdot v'}}v'$ . Le théorème de Gram-Schmidt garantit alors que  $u$  et  $v''$  sont orthogonaux et de norme unitaire. L'expression de  $v''$  est :

$$v''(x) = \frac{2\sqrt{3}}{a}(-a/2 + x)$$

Il est alors possible de calculer:

$$\begin{cases} \lambda(y) = f_y \cdot u &= \frac{\sqrt{a^2+y^2}}{2} + \frac{y^2 \operatorname{argsh}(\frac{a}{y})}{2a} \\ \gamma(y) = f_y \cdot v &= \frac{\sqrt{3}\sqrt{a^2+y^2}}{6} - \frac{\sqrt{3}y^2 \operatorname{argsh}(\frac{a}{y})}{2a} - \frac{2\sqrt{3}y^3}{3a^2} + \frac{2\sqrt{3}y^2\sqrt{a^2+y^2}}{3a^2} \end{cases} \quad (2.6)$$

avec  $\operatorname{argsh}$  la fonction inverse de la fonction sinus hyperbolique. En utilisant les expressions (2.6),  $g$  s'écrit alors:

$$g : (x, y) \mapsto \gamma(y) \frac{2\sqrt{3}}{a}(-a/2 + x) + \lambda(y) \quad (2.7)$$

qui peut être utilisée pour approximer  $\sqrt{x^2 + y^2}$  et qui satisfait la forme  $\alpha(y)x + \beta(y)$ .

Il faut alors se donner une valeur pour  $a$ . Si l'on considère qu'il est rare qu'un multicoptère subisse une vitesse axiale  $20m/s$ ,  $a = 20$  peut être choisi pour une première évaluation de la précision de l'approximation.

Ainsi, pour  $a = 20$ ,  $x \in [0, 10]$ ,  $y \in [0, 20]$ , on compare dans la table (2.1) les erreurs pour l'approximation utilisant (2.7) avec les approximations utilisant  $\sqrt{x^2 + y^2} \approx x$  et  $\sqrt{x^2 + y^2} \approx x + y$ .

	$\alpha(y)x + \beta(y)$	$x + y$	$x$
Erreur moyenne relative	1.8%	29.8%	50.5%
Erreur relative maximale	8.1%	41.4%	95.0%

**Table 2.1.:** Erreurs relatives comparées pour l'approximation de la solution de  $\eta$

Cette amélioration de l'approximation permet ainsi une erreur moindre dans la solution  $\eta$  trouvée à l'équation  $T_{BET} = T_M$ , ce qui augmente la précision de modélisation des efforts des hélices.

Comme mentionné à la sous-section précédente, cette amélioration de l'approximation n'a été réalisée qu'après la publication du modèle et des résultats d'identification dans [13]. Elle n'a donc pas été implémentée dans la méthode d'identification et ses performances n'ont pas été testées plus avant. L'identification du modèle faisant appel à cette nouvelle approximation améliorée reste donc une perspective ouverte à la date de rédaction de ce document.

### 2.2.4.6. Synthèse sur la modélisation des rotors

On appelle les “entrées” du problème :

- la vitesse air du drone  $v_a$
- la consigne en vitesse de rotation angulaire de l’hélice  $\varpi$
- les paramètres connus  $\rho, R, A, N_p, r$
- les paramètres du modèle  $c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}$ , qui sont ceux qui feront l’objet de la phase d’identification

Il a été vu qu’il était possible, en connaissant ces entrées, de calculer une expression de la vitesse induite dans n’importe quelle configuration de vol. Cela est réalisé en résolvant l’équation  $T_{MT} = T_{BET}$ . Pour ce faire, on a fait appel à des hypothèses, notamment l’hypothèse de vol axial, qui permet de simplifier la formule de Glauert.

La résolution de cette équation permet de calculer, pour chaque rotor du système:

$$\eta = \frac{v_{a,k}}{2} - \frac{r\varpi c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,k} + \frac{r\varpi}{2} c_{T,2})^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2 + 2c_{T,3}v_{a,h}^2}$$

que l’on peut injecter dans

$$\begin{cases} T = \rho A r \varpi (c_{T,1} r \varpi - c_{T,2} (\eta - v_{a,k}) + c_{T,3} v_{a,h}^2) \\ H = \rho A (c_{H,1} r \varpi + c_{H,2} (\eta - v_{a,k})) \end{cases}$$

ce qui signifie qu’il est alors possible de calculer pour chaque rotor  $\mathbf{T}$  et  $\mathbf{H}$ , et donc de faire une prédiction des efforts.

Remarquons que l’on utilise ici l’expression de  $T_{BET}$ , mais que cela est équivalent à utiliser l’expression de  $T_{MT}$  avec l’hypothèse de vol axial, puisque l’expression de  $\eta$  injectée garantit justement  $T_{MT} = T_{BET}$ .

Cette formulation des efforts individuels, appliquée à tous les rotors du système, permet de calculer les efforts produits par chaque rotor. Cela signifie que, pour un modèle de multicoptère, il sera possible de prédire les efforts des hélices, donc l’accélération et la vitesse. C’est justement la comparaison de ces prédictions avec leurs estimées fournies par l’estimateur embarqué qui sera utilisée dans le chapitre sur l’identification du modèle multicoptère.

## 2.3. Modélisation des ailes

### 2.3.1. Objectif, contexte

La section précédente a permis de développer un modèle d'effort des hélices. Dans le cas de la modélisation des drones convertibles, ce modèle seul ne suffit pas à prédire tous les efforts subis par le système. Dans la section première de ce chapitre, les efforts étaient

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} \quad (2.8)$$

Afin de prédire la dynamique du drone, il est donc nécessaire de pouvoir prédire également  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes}$ . Cela signifie donc qu'il est nécessaire de proposer un modèle des efforts des ailes.

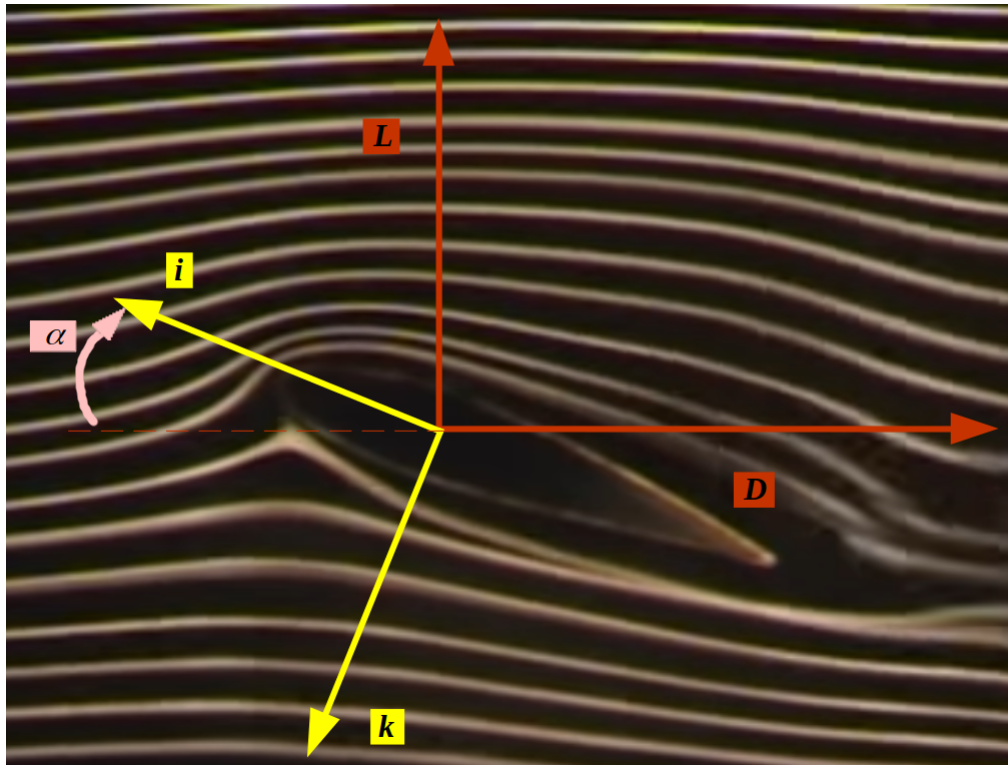
Les ailes d'avion sont un élément central de l'étude de la mécanique du vol depuis déjà des décennies, et les efforts subis par les ailes des avions sont un sujet abordé par un très grand nombre de travaux de par la littérature aéronautique. Dans le cas des avions, la grande majorité des vols est réalisée à faible angle d'attaque, la vitesse air étant orientée vers le nez de l'avion: ces conditions de vol sont les plus abordées dans l'état de l'art.

Dans le cas de drones convertibles, le système sort de ces conditions de vol. Au moment du décollage en mode coptère, l'angle d'attaque est de  $90^\circ$ , et dans le cas du vol stationnaire, une bourrasque venant par l'arrière du drone peut engendrer un angle d'attaque allant jusqu'à  $\pm 180^\circ$ . Il est donc nécessaire de proposer un modèle des efforts permettant de rendre compte le plus fidèlement possible des phénomènes physiques dans toute cette enveloppe de vol. En intégrant ce modèle au bilan des forces, le modèle du drone sera alors complet et pourra être utilisé pour la prédiction de la dynamique et le contrôle.

### 2.3.2. Modèles 2D

Lorsque le véhicule se met en mouvement, la forme des ailes modèle l'écoulement de l'air, comme illustré figure (2.12), et fait apparaître un différentiel de pression entre l'intrados et l'extrados. Cela génère une force dont la projection dans la direction orthogonale à l'écoulement est non nulle. Cette force permet le vol.

Dans le cas du vol à vitesse de croisière d'un avion, le dimensionnement de l'engin est réalisé de façon à ce que la partie verticale de cette force (la portance) compense la gravité, et les propulseurs sont réglés pour compenser la partie horizontale de la force (la traînée) et maintenir une vitesse de vol constante.



**Figure 2.12.:** Visualisation du flux d'air sur une aile et définition du plan  $(\mathbf{i}, \mathbf{k})$ , adapté de [14]

Les efforts aérodynamiques qui s'appliquent sur un corps dans un écoulement d'air, en particulier une aile, peuvent être décomposés (voir par exemple dans [15]) en la somme de deux termes:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} = \mathbf{L} + \mathbf{D} \\ \mathbf{L} = \frac{1}{2} \rho S |\mathbf{v}_a| C_L \mathbf{v}_a^\perp \\ \mathbf{D} = -\frac{1}{2} \rho S |\mathbf{v}_a| C_D \mathbf{v}_a \end{cases} \quad (2.9)$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique de l'air et  $S$  la surface de l'aile.  $\mathbf{L}$  et  $\mathbf{D}$  sont respectivement la composante de portance et de trainée.  $\mathbf{v}_a^\perp$  est un vecteur orthogonal à  $\mathbf{v}_a$ , de norme égale. Les fonctions  $C_D$  et  $C_L$  sont appelées caractéristiques aérodynamiques, et leur expression est au cœur de la modélisation des efforts ayant lieu sur une aile. C'est l'objet des futures sections de cette partie.

Cette section se focalise sur les modèles 2D, dans le plan défini par  $(\mathbf{i}, \mathbf{k})$  (voir figure (2.12)). Il est supposé que les translations et rotations du drone sont contraintes à ce plan. La rotation possible dans ce plan est effectuée sur le pitch; dans le repère de l'aile (et donc par rapport au corps), la vitesse s'exprime donc comme:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_a &= |\mathbf{v}_a| (\cos(\alpha) \mathbf{i} + \sin(\alpha) \mathbf{k}) \\ \mathbf{v}_a^\perp &= |\mathbf{v}_a| (\sin(\alpha) \mathbf{i} - \cos(\alpha) \mathbf{k}) \end{cases} \quad (2.10)$$

Cela permet de réécrire (2.9) comme

$$\mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} = -\frac{1}{2}\rho S |\mathbf{v}_a|^2 (C_D \cos(\alpha) - C_L \sin(\alpha)) \mathbf{i} + (C_D \sin(\alpha) + C_L \cos(\alpha)) \mathbf{k}$$

Cette expression peut être factorisée en

$$\mathbf{F}_{air \rightarrow aile} = -\frac{1}{2}\rho S |\mathbf{v}_a|^2 (\cos(\alpha) A_i \mathbf{i} + \sin(\alpha) A_k \mathbf{k})$$

avec

$$\begin{cases} A_i = C_D - C_L \tan(\alpha) \\ A_k = C_D + C_L \frac{1}{\tan(\alpha)} \end{cases} \quad (2.11)$$

### 2.3.3. Coefficients aérodynamiques

#### 2.3.3.1. Modèles "Flat-Plate"

La théorie aérodynamique dite "Flat-Plate" fournit l'approximation suivante des caractéristiques de portance et de traînée:

$$\begin{aligned} C_L &= \sin(2\alpha) \\ C_D &= 2 \sin^2(\alpha) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ce modèle ne fournit pas une bonne approximation des caractéristiques aérodynamiques des profils d'aile communs pour  $\alpha$  proche de zéro (et  $\alpha$  proche de  $\pi$ ), c'est-à-dire avant le décrochage, mais il fournit généralement une bonne approximation de ces caractéristiques en dehors de cette zone (voir, par exemple, [16, 17]). Dans la suite, nous appellerons le modèle "Flat-Plate" (FP) la généralisation de (2.12) donnée par:

$$\begin{aligned} C_L(\alpha) &= \frac{1}{2} C_{D,1} \sin(2\alpha) \\ C_D(\alpha) &= C_{D,0} + C_{D,1} \sin^2(\alpha) \end{aligned} \quad (2.13)$$

avec

$$\begin{aligned} C_{D,max} &:= C_{D,0} + C_{D,1} \\ C'_L(0) &= C_{D,1} \end{aligned}$$

Le paramètre  $C_{D,1}$  permet de prendre en compte la dépendance de la traînée en l'aspect ratio, avec la valeur  $C_{D,1} \approx 2$  correspondant à la traînée maximale des plaques planes bidimensionnelles (c'est-à-dire à portée infinie) et  $C_{D,1} \approx 1,2$  la



traînée maximale pour les plaques carrées tridimensionnelles [18]. Ces valeurs sont également corroborées par [17] sur une voilure NACA. Il est notable que le même coefficient  $C_{D,1}$  est utilisé pour les caractéristiques de portance et de traînée. Ceci est cohérent avec la conclusion (validée par des mesures en soufflerie sur divers profils aérodynamiques) de [17], et coïncide avec ceux du modèle “Flat Plate” classique (2.12).

L’angle  $\alpha^*$  qui maximise le rapport portance / traînée pour le modèle FP est donné par

$$\tan^2(\alpha^*) = \frac{C_{D,0}}{C_{D,0} + C_{D,1}}$$

Une propriété importante, qui a été exploitée pour la synthèse de contrôleur dans [19] est la suivante:

Pour le modèle flat plate,  $A_i$  et  $A_k$  définis par (2.11) sont constants, c’est-à-dire

$$\begin{aligned} \forall \alpha \\ A_i(\alpha) &= C_{D,0} \\ A_k(\alpha) &= C_{D,0} + C_{D,1} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dans la suite,  $C_L$  et  $C_D$  donnés par (2.13) seront respectivement désignés par  $C_L^{fp}$  et  $C_D^{fp}$ .

### 2.3.3.2. Modèles aux petits angles d’attaque

Pour un profil aérodynamique symétrique, les caractéristiques de portance et de traînée à faible angle d’attaque peuvent être définies comme suit:

$$C_L(\alpha) = \frac{1}{2}C_{L,1} \sin(2\alpha) \quad (2.15)$$

$$C_D(\alpha) = C_{D,0} + C_{D,1} \sin^2(\alpha) \quad (2.16)$$

Ce modèle est similaire à (2.13) mais le paramètre supplémentaire  $C_{L,1} = C'_L(0)$  associé à la pente de la courbe de portance fournit un moyen de découpler les caractéristiques de portance et de traînée. Il est à noter que lorsque  $C_{L,1} \neq C_{D,1}$ , les  $A_i$  et  $A_k$  ne sont plus constants.

Dans le cas d’un profil aérodynamique asymétrique, l’expression (2.15) peut être utilisée après décalage de l’angle d’attaque associé à une portance nulle  $\alpha_0$ , c’est-à-dire:

$$C_L(\alpha) = \frac{1}{2}C_{L,1} \sin(2(\alpha - \alpha_0)) \quad (2.17)$$

$$C_D(\alpha) = C_{D,0} + C_{D,1} \sin^2(\alpha - \alpha_0) \quad (2.18)$$

Dans la suite,  $C_L$  et  $C_D$  donnés par (2.17) seront notés respectivement  $C_L^{sa}$  et  $C_D^{sa}$ . Pour éviter toute confusion, les caractéristiques aérodynamiques et les coefficients associés au modèle flat plate seront indexés  $fp$ , et ceux associés au modèle des petits angles seront indexés par  $sa$  (pour small angles).

### 2.3.4. Fusion des modèles et $\sigma_0$ , dépendance en le Reynolds, autres effets

#### 2.3.4.1. Décrochage et fusion des modèles

Le décrochage correspond au décollement de la couche limite de l'extrados, qui provoque des phénomènes tourbillonnaires chaotiques dans l'écoulement faisant chuter la portance. Une illustration du phénomène est proposée figure (2.13).



**Figure 2.13.:** Illustration du phénomène de décrochage [20]

Dans le modèle proposé, l'apparition de ce phénomène constitue le point de passage entre le modèle petits angles et les modèles flat plate.

Comme réalisé dans [19], le modèle retenu fusionne le modèle à faible angle d'attaque avec le modèle flat plate. On pose alors:

$$\begin{cases} C_L(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha))C_L^{fp}(\alpha) + \sigma(\alpha)C_L^{sa}(\alpha) \\ C_D(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha))C_D^{fp}(\alpha) + \sigma(\alpha)C_D^{sa}(\alpha) \end{cases} \quad (2.19)$$

La fonction  $\sigma$  sert à faire la fusion entre les deux modèles: elle doit être environ égale à 1 lorsque l'on souhaite que le modèle petits angles soit dominant, égale à 0 lorsqu'on souhaite que le modèle flat plate soit dominant.

D'après les travaux de Groman-Khrabov [21], cette fonction peut s'interpréter comme le rapport entre la distance du point de séparation du flux et le bord d'attaque, exprimée en pourcentage de la corde.

Le décrochage est un phénomène physique complexe. Toutefois, notre cas d'usage requiert un modèle analytique simple, ce qui pousse au choix d'une fonction simple pour la fonction  $\sigma$ . La fonction  $\sigma$  proposée est:

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \alpha \in [\alpha_{s-}, \alpha_{s+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s+}}{\Delta_{s+}}\pi)) & \alpha \in [\alpha_{s+}, \alpha_{s+} + \Delta_{s+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s-}}{\Delta_{s-}}\pi)) & \alpha \in [\alpha_{s-} - \Delta_{s-}, \alpha_{s-}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les paramètres  $\alpha_{s+}$ ,  $\alpha_{s-}$  définissent le milieu des zones de décrochage pour les  $\alpha$  positifs et négatifs, et les paramètres  $\Delta_{s+}$ ,  $\Delta_{s-}$  définissent la largeur de ces zones.

Le modèle de l'équation (2.19) dépend ainsi de 11 paramètres:

- les coefficients de trainée à portance minimale :  $C_{D,0}^{fp}$ ,  $C_{D,0}^{sa}$
- les coefficients de trainée induite à bas et grands angles d'attaque:  $C_{D,1}^{sa}$ ,  $C_{D,1}^{fp}$
- la pente de la courbe de portance à bas et grands angles d'attaque:  $C_{L,1}^{sa}$ ,  $C_{L,1}^{fp}$
- l'incidence qui annule la portance (on parle de zero-lift angle) :  $\alpha_0$
- les paramètres  $\alpha_{s+}$ ,  $\alpha_{s-}$  qui définissent le milieu de la zone de décrochage pour les  $\alpha$  positifs et négatifs
- les paramètres  $\Delta_{s+}$ ,  $\Delta_{s-}$  qui définissent la largeur de cette zone de stall pour les  $\alpha$  positifs et négatifs

### 2.3.5. Effets des surfaces mobiles

Le modèle des efforts sur l'aile présenté jusqu'ici permet la prise en compte d'une très large bande d'angles d'attaque tout en garantissant la  $2\pi$  périodicité des coefficients aérodynamiques en l'angle d'attaque. En revanche, il ne peut pas être appliqué tel quel pour la modélisation, car il ne fait intervenir aucune variable de contrôle qui permette le pilotage du drone.

Pour un appareil en vol en mode avion, le contrôle de l'attitude est opéré par la génération d'un couple à l'aide des surfaces mobiles des ailes (ailerons, gouverne de profondeur...). La littérature abordant l'impact de l'angle des flaps sur les coefficients aérodynamiques est abondante, avec plusieurs études selon la géométrie de l'aile et le mode d'actionnement des flaps.

#### 2.3.5.1. Portance

Pour de la littérature concernant les drones, dans laquelle les aspects de contrôle sont généralement abordés, il est fréquemment utilisé (voir par exemple [22, 23, 24])

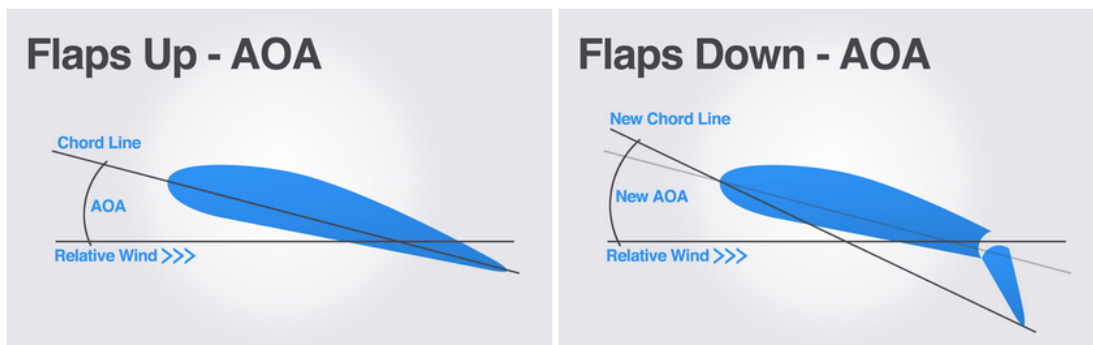
un modèle dans lequel le supplément de portance apporté est linéaire en l'angle réalisé par le volet mobile de l'aile. L'intérêt de ces modèles simples pour les drones réside dans la possibilité de les utiliser dans des contrôleurs disposant de preuves de stabilité, les modèles plus compliqués rendant la production de ces preuves plus difficile.

### 2.3.5.2. Trainée

Dans certains travaux de la littérature drone, la trainée induite par le volet est également prise en compte, par exemple [25, 26, 27], où un modèle linéaire en l'angle est utilisé.

Dans la littérature aéronautique, la prise en compte de l'angle de flap a fait l'objet de très nombreuses études empiriques ou en simulation (voir par exemple [28, 29, 30, 31, 32]), et est un champ d'étude extrêmement vaste de la recherche sur les performances des ailes d'avion.

Dans la communauté des aéromodélistes, les ressources en ligne font état de lois empiriques selon lesquelles la commande des flaps équivaut à une modification de la cambrure du profil. La corde correspondant à la nouvelle cambrure définit alors le nouvel angle d'attaque effectif. Ce phénomène est illustré figure (2.14).



**Figure 2.14.:** Illustration de l'effet de la cambrure du flap sur l'angle d'attaque [33]

Il a été vu un modèle pour  $C_d$  et  $C_l$  en fonction de  $\alpha$  pour  $\delta = 0$ . Considérant ceci, on propose comme modèle:

$$\begin{aligned} C_d(\alpha, \delta) &= C_d(\alpha + \chi_d \delta, 0) \\ C_l(\alpha, \delta) &= C_l(\alpha + \chi_l \delta, 0) + \chi_{lg} \sin(\delta) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Quelques points sont à noter sur ce modèle :

- Il produit un angle d'attaque équivalent  $\alpha + \chi_d \delta$  pour la trainée (respectivement  $\alpha + \chi_l \delta$  pour la portance) qui sert d'argument au modèle présenté dans la section précédente.
- La portance est modifiée par le terme  $\chi_{lg} \sin(\delta)$ , qui augmente la portance en augmentant la courbure de l'aile pour  $\chi_{lg} > 0$ . Il est à noter qu'aux petits angles, on a  $\sin(\delta) \approx \delta$  : on retrouve donc l'approximation des petits angles utilisée dans la littérature drone, où la relation entre l'angle de la surface mobile et la force produite par la surface est linéaire. Aux grands angles, utiliser la fonction sinus garantit à la fois l'homogénéité de la formule ainsi que la  $2\pi$  périodicité du modèle en  $\delta$  (quoiqu'en pratique, l'angle  $\delta$  n'atteigne jamais de telles valeurs en raison des contraintes mécaniques de conception de la liaison).

Sur le plan fonctionnel, ce modèle des effets des flaps requiert d'avoir une expression analytique de  $C_d(\alpha, 0)$  et  $C_l(\alpha, 0)$ , mais peut être utilisé avec d'autres modèles que (2.19).

### 2.3.6. Modélisation 3D

En synthétisant les éléments des sections précédentes, il est proposé un modèle 3D d'une aile planaire sous l'hypothèse que l'angle d'attaque et la vitesse air ne varient pas le long de l'envergure de l'aile. Le modèle combine ainsi:

- un modèle pour les petits angles d'attaque
- un modèle pour les angles d'attaque
- la prise en compte de l'effet des flaps

Le modèle est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_a = \frac{1}{2} \rho S |\pi(\mathbf{v}_a)| (C_L \mathbf{v}_a^\perp - C_D \mathbf{v}_a) \\ C_L(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha)) C_L^{fp}(\alpha) + \sigma(\alpha) C_L^{sa}(\alpha) + \chi_{lg} \sin(\delta) \\ C_D(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha)) C_D^{fp}(\alpha) + \sigma(\alpha) C_D^{sa}(\alpha) \\ C_L^{fp}(\alpha) = \frac{1}{2} C_{L,1}^{fp} \sin(2(\alpha + \chi_l \delta)) \\ C_L^{sa}(\alpha) = \frac{1}{2} C_{L,1}^{sa} \sin(2(\alpha + \chi_l \delta - \alpha_0)) \\ C_D^{fp}(\alpha) = C_{D,0}^{fp} + C_{D,1}^{fp} \sin(\alpha + \chi_d \delta)^2 \\ C_D^{sa}(\alpha) = C_{D,0}^{fp} + C_{D,1}^{sa} \sin(\alpha + \chi_d \delta - \alpha_0)^2 \end{array} \right.$$

en notant  $\pi(\mathbf{v}_a)$  la projection de  $\mathbf{v}_a$  sur le plan  $(G, \mathbf{i}, \mathbf{k})$ . La définition des coefficients est quasi identique à celle qui avait été proposée avec la fusion des modèles par la

fonction  $\sigma$ , dont on rappelle la définition:

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \alpha \in [\alpha_{s-}, \alpha_{s+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s+}}{\Delta_{s+}}\pi)) & \alpha \in [\alpha_{s+}, \alpha_{s+} + \Delta_{s+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s-}}{\Delta_{s-}}\pi)) & \alpha \in [\alpha_{s-} - \Delta_{s-}, \alpha_{s-}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La prise en compte de l'angle des flaps a été réalisée comme spécifié dans (2.20). En 3D, certains modèles prennent en compte la dépendance des coefficients en l'angle de sideslip entre la vitesse air et son projeté orthogonal sur le plan  $(\mathbf{i}, \mathbf{k})$ , mais ce ne sera pas le cas dans ce document pour éviter de complexifier davantage le modèle.

Il peut être noté que lorsque  $\delta = 0$ , et  $\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{j} = 0$ , le modèle devient

$$\begin{cases} \mathbf{F}_a & = \frac{1}{2}\rho S \mathbf{v}_a |C_L \mathbf{v}_a^\perp - C_D \mathbf{v}_a| \\ C_L(\alpha) & = (1 - \sigma(\alpha))C_L^{fp}(\alpha) + \sigma(\alpha)C_L^{sa}(\alpha) \\ C_D(\alpha) & = (1 - \sigma(\alpha))C_D^{fp}(\alpha) + \sigma(\alpha)C_D^{sa}(\alpha) \\ C_L^{fp}(\alpha) & = \frac{1}{2}C_{L,1}^{fp} \sin(2\alpha) \\ C_L^{sa}(\alpha) & = \frac{1}{2}C_{L,1}^{sa} \sin(2(\alpha - \alpha_0)) \\ C_D^{fp}(\alpha) & = C_{D,0}^{fp} + C_{D,1}^{fp} \sin(\alpha)^2 \\ C_D^{sa}(\alpha) & = C_{D,0}^{sa} + C_{D,1}^{sa} \sin(\alpha - \alpha_0)^2 \end{cases}$$

D'autres grandeurs et phénomènes pourraient être pris en compte pour affiner la modélisation. Parmi eux peuvent être cités le nombre de Reynolds, et les effets instationnaires lors des variations d'angle d'attaque. Le modèle fait déjà appel à un nombre jugé suffisant de paramètres, ces phénomènes ne sont donc pas inclus dans le modèle final qui sera utilisé pour modéliser l'Azimut. Toutefois, ces éléments sont présentés dans les annexes à titre informatif.

Disposant à présent d'un modèle des efforts des ailes, il devient possible de proposer un modèle global des efforts sur le drone. Ce modèle global sera développé dans la section suivante.

## 2.4. Modélisation de l'azimut

Les deux sections précédentes ont permis de produire:

- un modèle des efforts permettant de calculer les efforts subis par un rotor en fonction de la vitesse air et de la consigne en vitesse de rotation des moteurs.
- un modèle des efforts permettant de calculer les efforts subis par une aile en fonction de la vitesse air, de l'attitude du drone et de l'angle des flaps

Le bilan des forces de la première section s'écrivait:

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} \quad (2.21)$$

Ces deux modèles vont permettre l'expression des termes  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices}$  et  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes}$ , d'où l'on pourra tirer un modèle du prototype Azimut du projet ANR. Il est rappelé que :

- $\mathbf{v}_a$  désigne la vitesse air du drone, c'est à dire la vitesse absolue du drone dans le repère inertiel à laquelle est retranchée la vitesse du vent.
- $\boldsymbol{\Omega}$  désigne la vitesse de rotation instantanée du repère corps par rapport au repère inertiel
- $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  désigne les axes du repère corps, l'axe  $\mathbf{k}$  étant colinéaire à la gravité quand le drone est horizontal.

### 2.4.1. Description

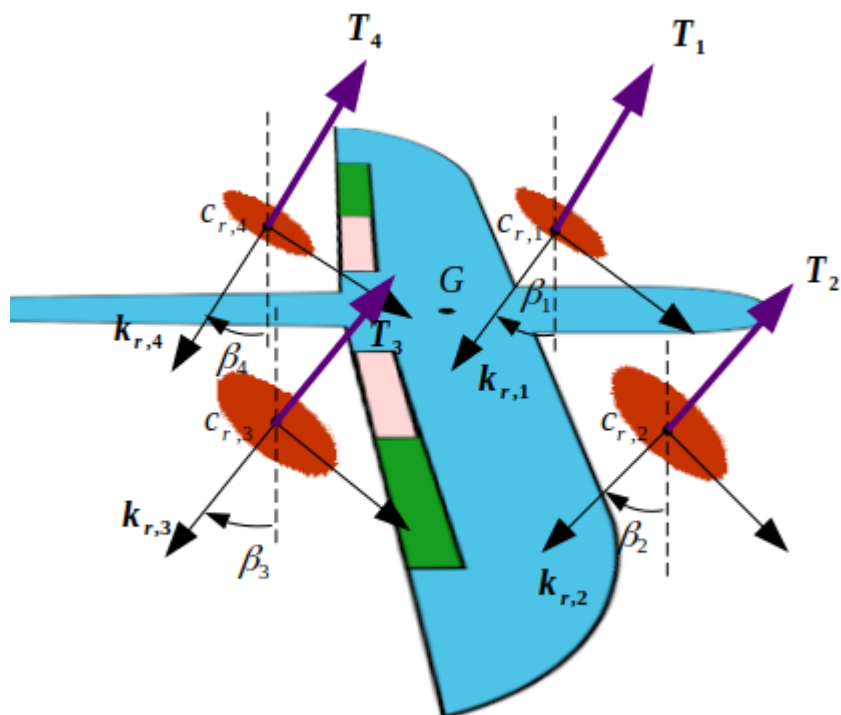
Les schémas illustré figures (2.15) et (2.16) présentent la configuration de l'Azimut. L'architecture du prototype est la suivante:

- quatre hélices, en configuration en  $X$ . Pour une hélice  $n$  avec  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ , on désigne par  $\mathbf{k}_{r,n}$  l'axe de rotation de l'hélice  $n$ ,  $\mathbf{c}_{r,n}$  le vecteur désignant la position relative du centre de l'hélice par rapport au corps,  $\varpi_n$  sa vitesse de rotation angulaire, et  $\mathbf{v}_{a,r,n}$  la vitesse air au centre de l'hélice. Les hélices font toutes la même aire notée  $A_r$ .  $\mathbf{v}_{a,r,n}$  peut être exprimée en fonction de la vitesse air du centre d'inertie du drone:

$$\mathbf{v}_{a,r,n} = \mathbf{v}_a - \mathbf{c}_{r,n} \times \boldsymbol{\Omega}$$

- deux servomoteurs, qui pilotent l'orientation relative par rapport au corps du prototype des moteurs respectivement pour le côté gauche et le côté droit. Les servomoteurs tournent autour de l'axe  $\mathbf{j}$  du repère du corps du drone. Pour  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$  on repère par l'angle  $\beta_n$  l'angle entre  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{k}_{r,n}$ . On a ainsi:

$$\mathbf{k}_{r,n} = \cos(\beta_n)\mathbf{k} + \sin(\beta_n)\mathbf{i}$$



**Figure 2.15.:** Schéma des rotations relatives des moteurs tiltables par rapport au corps du drone

- Les voilures fixes sont:
  - deux ailerons pour le pilotage du roulis (désignés 1 et 2) sur (2.16).
  - les deux surfaces de l’empennage arrière en configuration “V-tail” pour le contrôle du lacet et de la profondeur (désignés 3 et 4).
  - deux flaps utilisés pour la configuration aérofreins (“butterfly”) (désignés 5 et 6).
- Pour chaque aile, désignée par  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , on repère par  $\mathbf{c}_{p,n}$  le centre de poussée de la surface  $n$ . Comme pour les hélices, la rotation du drone engendre une vitesse air localement différente en le centre de poussée de l’aile qu’au centre d’inertie, on désigne  $\mathbf{v}_{a,w,n}$  cette vitesse air, que l’on peut calculer par composition des vitesses:

$$\mathbf{v}_{a,w,n} = \mathbf{v}_a - \mathbf{c}_{p,n} \times \boldsymbol{\Omega}$$

Pour chaque aile, on introduit le repère orthonormal  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}_{w,n}, \mathbf{k}_{w,n})$ . On désigne par  $\mathbf{k}_{w,n}$  la normale à l’aile, colinéaire aux efforts de portance dans le cas d’une vitesse air correspondant à un vol frontal sans vent dans le sens de  $\mathbf{i}$ . Pour  $n \in \{1, 2, 5, 6\}$ , ces vecteurs  $\mathbf{k}_{w,n}$  sont colinéaires à  $\mathbf{k}$ , puisque seul l’empennage



en V embarque des ailes inclinées. Contrairement aux hélices, les ailes ont des surfaces différentes: on note  $A_{w,n}$  la surface de l'aile  $n$ .

- Pour chaque aile pilotable, i.e pour  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , on désigne par  $\delta_n$  l'angle de contrôle de l'aileron, qui interviendra sur les coefficients aérodynamiques.

Le schéma (2.16) illustre la disposition des actionneurs du prototype vue de dessus. Au total, les entrées de commande du système sont

$$U = (\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3, \varpi_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6)$$

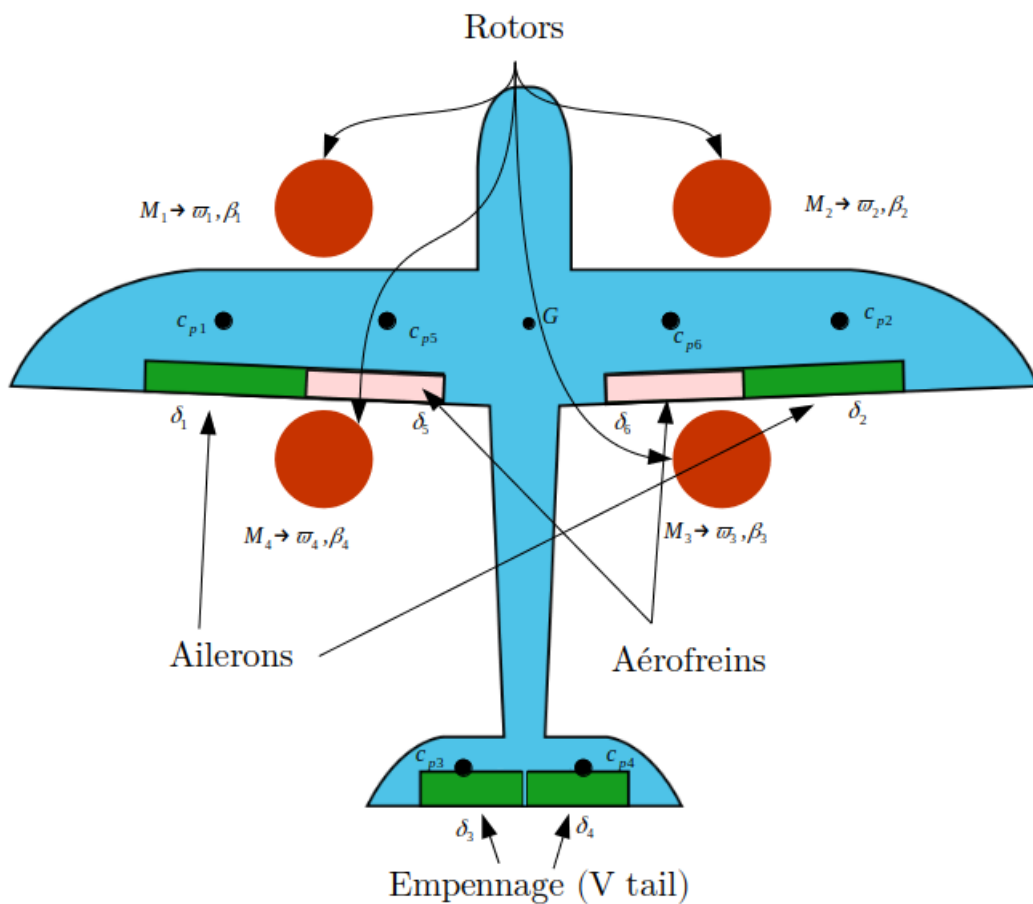


Figure 2.16.: Emplacement des moteurs et des flaps pour le prototype Azimut

### 2.4.2. Équations du modèle de l'azimut, modèle développé complet

On avait exprimé dans la partie sur modélisation des corps rigides les équations de la dynamique à l'aide des équations de Newton-Euler appliquées au centre d'inertie

du drone:

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g} + \sum \mathbf{F}_{ext} \quad (2.22)$$

$$J\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\Omega} + \sum \boldsymbol{\Gamma}_{ext}$$

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} \quad (2.23)$$

$$\sum \boldsymbol{\Gamma}_{ext} = \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow hélices} + \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow ailes} + \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow corps} \quad (2.24)$$

### 2.4.2.1. Hélices

Pour un rotor indexé  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $\mathbf{T}_n$  et  $\mathbf{H}_n$  sont respectivement la poussée et la H-force du rotor  $n$ . Avec les notations introduites, et en reprenant la section sur la modélisation des efforts des hélices, elles s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T}_n = -T_n \mathbf{k}_{r,n} \\ \mathbf{H}_n = -H_n (\mathbf{v}_{a,r,n} - (\mathbf{v}_{a,r,n} \cdot \mathbf{k}_{r,n}) \mathbf{k}_{r,n}) \\ T_n = 2\rho A_r \eta_n \sqrt{v_{a,r,n,h}^2 + (\eta_n - v_{a,r,n,k})^2} \\ H_n = \rho A_r (c_{H,1} R \varpi_n + c_{H,2} (\eta_n - v_{a,r,n,k})) \\ \eta_n = \frac{v_{a,r,n,k}}{2} - \frac{R \varpi_n c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,r,n,k} + \frac{R \varpi_n c_{T,2}}{2})^2 + 2c_{T,1} R^2 \varpi_n^2} \\ \mathbf{v}_{a,r,n} = \mathbf{v}_a - \mathbf{c}_{r,n} \times \boldsymbol{\Omega} \\ \mathbf{k}_{r,n} = \cos(\beta_n) \mathbf{k} + \sin(\beta_n) \mathbf{i} \end{array} \right. \quad (2.25)$$

Les moteurs peuvent être modélisés comme un système d'ordre 1, avec une consigne  $\varpi_{n,c}$  et une dynamique du type système d'ordre 1 où  $\varpi_n$  est la solution de l'équation différentielle:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varpi}_n = k_{T,n} (\varpi_{n,c} - \varpi_n) \\ \varpi_n(0) = \varpi_{n,c}(0) \end{array} \right.$$

Le modèle de couple engendré par un rotor peut être repris de [34], dans lequel le couple engendré par la rotation d'une hélice a une norme proportionnelle à la poussée, et est colinéaire à cette dernière. La direction du couple est inverse au sens de rotation des hélices. Il existe  $\mu$  un réel positif tel que le couple engendré s'exprime au centre du rotor comme:

$$\boldsymbol{\Gamma}_n = -\text{sign}(\varpi_n) \mu \mathbf{T}_n$$

En outre, le transport des efforts au centre d'inertie du drone depuis le centre du rotor repéré par  $\mathbf{c}_{r,n}$  engendre un couple supplémentaire. Finalement il vient donc:

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} &= \sum_{n=1}^4 (\mathbf{T}_n + \mathbf{H}_n) \\ \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow hélices} &= \sum_{n=1}^4 \mathbf{c}_{r,n} \times (\mathbf{T}_n + \mathbf{H}_n) - \text{sign}(\varpi_n) \mu \mathbf{T}_n \end{aligned} \quad (2.26)$$

où  $\mathbf{T}_n$  et  $\mathbf{H}_n$  sont donnés par (2.25).

### 2.4.2.2. Ailes

Il a été vu dans la section consacrée que pour une aile  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $\mathbf{L}_n$  et  $\mathbf{D}_n$  sont respectivement les efforts de portance et de traînée subis par l'aile  $n$ . Avec les notations introduites, elles s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{L}_n \\ \mathbf{D}_n \\ \mathbf{v}_{a,w,n} \\ \mathbf{v}_{a,w,n} \\ \pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n}) \\ \mathbf{v}_{a,w,n}^\perp \\ \alpha_n \\ \alpha_{d,n} \\ \alpha_{l,n} \\ C_{L,n} \\ C_{D,n} \\ C_L^{fp}(\alpha_{l,n}) \\ C_L^{sa}(\alpha) \\ C_D^{fp}(\alpha) \\ C_D^{sa}(\alpha) \end{array} \right. = \begin{array}{l} \frac{1}{2}\rho A_{w,n} |\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{L,n} \mathbf{v}_{a,w,n}^\perp \\ -\frac{1}{2}\rho A_{w,n} |\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{D,n} \mathbf{v}_{a,w,n} \\ \mathbf{v}_a - \mathbf{c}_{p,n} \times \boldsymbol{\Omega} \\ (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{i})\mathbf{i} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{j}_{w,n})\mathbf{j}_{w,n} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{k}_{w,n})\mathbf{k}_{w,n} \\ (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{i})\mathbf{i} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{k}_{w,n})\mathbf{k}_{w,n} \\ (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{i})\mathbf{i} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{j}_{w,n})\mathbf{j}_{w,n} - (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{k}_{w,n})\mathbf{k}_{w,n} \\ (\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n}), \mathbf{i}) \\ \alpha_n + \chi_{d,n} \delta_n \\ \alpha_n + \chi_{l,n} \delta_n \\ (1 - \sigma(\alpha_{l,n}))C_L^{fp}(\alpha_{l,n}) + \sigma(\alpha_{l,n})C_L^{sa}(\alpha_{l,n}) + \chi_{lg,n} \sin(\delta_n) \\ (1 - \sigma(\alpha_{d,n}))C_D^{fp}(\alpha_{d,n}) + \sigma(\alpha_{d,n})C_D^{sa}(\alpha_{d,n}) \\ \frac{1}{2}C_{L,1,n}^{fp} \sin(2\alpha_{l,n}) \\ \frac{1}{2}C_{L,1,n}^{sa} \sin(2(\alpha_{l,n} - \alpha_{0,n})) \\ C_{D,0,n}^{fp} + C_{D,1,n}^{fp} \sin(\alpha_{d,n})^2 \\ C_{D,0,n}^{sa} + C_{D,1,n}^{sa} \sin(\alpha_{d,n} - \alpha_{0,n})^2 \end{array} \quad (2.27)$$

où  $\sigma$  est donné par

$$\sigma(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha \in [\alpha_{s,n-}, \alpha_{s,n+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s,n+}}{\Delta_{s,n+}} \pi)) & \alpha \in [\alpha_{s+}, \alpha_{s,n+} + \Delta_{s,n+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s,n-}}{\Delta_{s,n-}} \pi)) & \alpha \in [\alpha_{s,n-} - \Delta_{s,n-}, \alpha_{s,n-}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.28)$$

Certains modèles, par exemple [25, 27], expriment le couple subi par l'aile dans le flux d'air, mais ces éléments n'ont pas été pris en compte dans le modèle dans la partie consacrée, et sont exclus du modèle global.

Le transport des efforts au centre d'inertie du drone depuis le centre de poussée de l'aile engendre un couple  $\mathbf{c}_{p,n} \times (\mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n)$ .

En exprimant  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes}$  et  $\sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow ailes}$  il vient alors :

$$\begin{aligned}
 \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} &= \sum_{n=1}^4 \mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n \\
 \sum \mathbf{\Gamma}_{air \rightarrow ailes} &= \sum_{n=1}^4 \mathbf{c}_{p,n} \times (\mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n)
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

### 2.4.2.3. Corps

Il est rappelé que pour le terme  $\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps}$ , un modèle quadratique en la vitesse issu de [4] est utilisé:

$$\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} = -\rho A_N |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u}$$

où  $A_N = A_r N_{rotors}$

Ce modèle d'efforts sur le corps, exprimé en le centre d'inertie du drone, n'engendre pas de couple.

### 2.4.2.4. Modèle total

Les trois paragraphes précédents permettent alors l'expression des équations de Newton-Euler pour tout le drone Azimut:

$$\begin{aligned}
 m\dot{\mathbf{v}} &= m\mathbf{g} - \rho A_N |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} + \sum_{n=1}^4 (\mathbf{T}_n + \mathbf{H}_n) + \sum_{n=1}^6 (\mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n) \tag{2.30} \\
 J\dot{\mathbf{\Omega}} + \mathbf{\Omega} \times J\mathbf{\Omega} &= \sum_{n=1}^4 (-\text{sign}(\varpi_n) \mu \mathbf{T}_n + \mathbf{c}_{r,n} \times (\mathbf{T}_n + \mathbf{H}_n)) + \sum_{n=1}^6 \mathbf{c}_{r,n} \times (\mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n)
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

D'un point de vue fonctionnel, on peut écrire  $\dot{\mathbf{v}}$  et  $\dot{\mathbf{\Omega}}$  comme des fonctions dépendantes:

- de l'état du drone, en particulier  $\mathbf{v}_a$  et  $\mathbf{\Omega}$ . Il doit être noté que  $\mathbf{v}_a$  est la vitesse air du drone: cet état est donc dépendant du vent, ce qui pose problème car il s'agit d'une perturbation extérieure au système et imprévisible.
- des commandes du système: les  $\varpi_{i,c}$  qui commandent la vitesse de rotation des hélices, les  $\beta_i$  qui pilotent le tilt des rotors, les  $\delta_i$  qui interviennent dans les commandes de type avion. Similairement, il aurait été possible de modéliser la dynamique des servomoteurs qui commandent  $\beta_i$  et  $\delta_i$ , mais ce ne sera pas le cas dans la suite de ce document.

- des paramètres constants connus ou facilement mesurables: il s'agit de  $m$ ,  $\rho$ ,  $A_R$ ,  $R$ , les  $\mathbf{c}_{r,n}$ , les  $A_{w,n}$ , les  $\mathbf{c}_{p,n}$ .
- des paramètres constants inconnus: il s'agit des paramètres inconnus du modèle BET des hélices ( $c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}, \mu$ ) -on a supposé ici les quatre hélices similaires- et des paramètres inconnus du modèle des ailes. Parmi ces derniers, on distingue ceux en lien avec la portance ( $C_{L,1,n}^{fp}, C_{L,1,n}^{sa}$ ), ceux en lien avec la trainée minimale et la trainée induite ( $C_{D,0,n}^{fp}, C_{D,1,n}^{fp}, C_{D,0,n}^{sa}, C_{D,1,n}^{sa}$ ), ceux dûs au caractère non-symétrique des profils et à l'impact des parties mobiles ( $\alpha_{0,n}, \chi_{d,n}, \chi_{l,n}, \chi_{lg,n}$ ), et finalement les paramètres modélisant le stall ( $\alpha_{s,n+}, \alpha_{s,n-}, \Delta_{s,n+}, \Delta_{s,n-}$ ). Ces mêmes coefficients peuvent varier d'une aile à l'autre, notamment entre l'aile principale et l'empennage. Ces paramètres constants inconnus sont ceux qui faisant l'objet des chapitres sur l'identification.
- des entrées exogènes inconnues, notamment le vent, mais potentiellement aussi les pannes.

Le modèle des hélices est dépendant de 6 coefficients (7 en ajoutant la dynamique des moteurs).

Si l'on suppose que les profils de chaque surface sont similaires, les coefficients sont identiques, avec l'exception des deux ailes arrières qui sont symétriques pour lesquelles  $\alpha_{0,n} = 0$ . En outre, on peut faire l'hypothèse que le décrochage se produit symétriquement dans le domaine négatif et positif, et donc  $\alpha_{s,n+} = \alpha_{s,n-} = \alpha_s$  et  $\Delta_{s,n+} = \Delta_{s,n-} = \Delta_s$ . Ainsi, le modèle des ailes introduit 12 coefficients. Au total, le modèle suppose l'identification de 18 coefficients inconnus.

#### 2.4.2.5. Modélisation des couples

Pour chaque modèle, les développements se sont principalement concentrés sur les efforts. Dans le modèle (2.30) de l'Azimut, les couples pris en compte sont principalement issus du transport des efforts au centre d'inertie. La modélisation plus fine de ces couples, qui constitue une piste d'amélioration de ce modèle, peut amener les réflexions suivantes:

- Pour le cas des moments engendrés par la rotation des hélices, la BET permet d'extraire un modèle plus complet (voir par exemple [12] ou [8]) que celui issu de [34] que l'on a utilisé dans (2.30). De façon usuelle, dans la littérature, le couple de commande sur l'axe de lacet est généré par le différentiel de vitesse de rotation des hélices. La modélisation du couple résistant inverse à la rotation des hélices est donc justifiée par le fait que ce phénomène rende le système commandable en lacet. Dans le cas du projet DACAR, une stratégie différente est utilisée pour le contrôle du lacet pendant le vol coptère: cette stratégie repose sur le tilt antagoniste des moteurs de gauche et de droite. Ce faisant, la poussée totale des rotors de droite et de gauche produisent des poussées dont la résultante est non nulle selon  $\mathbf{i}$ , ce qui permet la génération d'un couple par

effet de levier (ce principe sera illustré et étudié plus avant dans le chapitre sur les aspects expérimentaux). Ainsi :

- l'argument selon lequel le lacet n'est pas commandable sans le modèle de couple résistif devient faux;
- les vitesses de rotation n'étant plus pilotées pour tirer parti de ce phénomène, elles tournent en moyenne toutes à la même vitesse, ce qui rend l'amplitude de la somme des couples résistifs négligeable.

Cela implique que le modèle des couples de la BET n'est pas strictement nécessaire pour fournir un modèle pour une synthèse de contrôleur. En revanche, il serait possible d'inclure d'autres termes de modélisation du couple, tels que le moment gyroscopique qui est engendré par la modification de l'axe de rotation d'une hélice en mouvement. Ces moments sont parfois pris en compte dans la modélisation, par exemple dans [35], et leur impact pourrait être non négligeable notamment en raison des tilts des moteurs. L'ajout de ces termes au modèle constitue une piste d'amélioration potentielle.

- Pour le cas du moment engendré par les ailes, la commandabilité de l'attitude du mode avion est déjà assurée par le transport des efforts (notamment engendrés par les flaps contrôlés) depuis les centres de poussée vers le centre d'inertie, ce qui signifie que la prise en compte des couples engendrés sur les ailes par l'écoulement n'est pas nécessaire pour fournir un modèle au contrôleur. En outre, un des inconvénients de la modélisation des couples sur les ailes est le fait de devoir rajouter des coefficients. La plus grande partie des coefficients déjà introduits concernent déjà le modèle des ailes, l'insertion de coefficients supplémentaires affectant la dynamique en rotation risquerait de rendre le modèle trop complexe à identifier. Pour ces raisons, la modélisation des autres couples engendrés par les ailes est exclue dans ce modèle.

### 2.4.3. Du modèle total aux architectures non-convertibles

Le modèle total décrit par les équations (2.30) a été conçu de façon à pouvoir être décliné en un modèle coptère et un modèle avion. Ces modèles peuvent être obtenus en considérant des cas particuliers des équations (2.30).

#### 2.4.3.1. Modèle coptère

Le cas des modèles coptères standards, dépourvus d'ailes, peut être retrouvé depuis (2.30) en supprimant les termes de trainée et de portance des ailes. Il vient

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F}_{ext} &= \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} \\ m\dot{\mathbf{v}} &= m\mathbf{g} + \sum_{n=1}^4 (\mathbf{T}_n + \mathbf{H}_n) - \rho A_N |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \end{aligned}$$

en outre, dans ce modèle, tous les vecteurs directeurs des rotors  $\mathbf{k}_{r,n}$  sont fixes et colinéaires à  $\mathbf{k}$ . Il vient donc

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g} - \left( \sum_{n=1}^4 T_n \right) \mathbf{k} - \left( \sum_{n=1}^4 (\mathbf{v}_{a,r,n} - (\mathbf{v}_{a,r,n} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}) H_n - \rho A_N |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \right)$$

En faisant l'hypothèse que  $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{0}$ , il est possible d'écrire  $\mathbf{v}_{a,r,n} = \mathbf{v}_a$ , et

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g} - \left( \sum_{n=1}^4 T_n \right) \mathbf{k} - \left( \sum_{n=1}^4 H_n \right) (\mathbf{v}_a - (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}) \quad (2.32)$$

$$- \rho A_N |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \quad (2.33)$$

Ce cas particulier de (2.30) constitue la base du modèle coptère qui sera utilisé dans le chapitre abordant la méthode d'identification des paramètres du modèle des efforts des hélices.

### 2.4.3.2. Modèle avion

De manière analogue, il est possible d'évaluer le modèle pour le cas particulier des modèles avions. Cela permet notamment de modéliser le prototype d'avion utilisé pour la génération de données qui permettront l'identification du modèle des ailes. Dans le cas du modèle avion, les deux rotors arrières sont absents, et les deux rotors avant sont inclinés de telle façon que les  $\mathbf{k}_{r,n}$  sont colinéaires au nez de l'appareil, et orientés selon  $-\mathbf{i}$  (il est rappelé que la poussée est orientée selon  $-\mathbf{k}_{r,n}$ ).

Les équations sont alors

$$\begin{aligned} m\dot{\mathbf{v}} &= m\mathbf{g} + \left( \sum_{n=1}^4 T_n \right) \mathbf{i} + \left( \sum_{n=1}^4 (\mathbf{v}_{a,r,n} - (\mathbf{v}_{a,r,n} \cdot \mathbf{i}) \mathbf{i}) H_n + \sum_{n=1}^6 \mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n \right) \\ &\quad - \rho A_N |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Quelques hypothèses supplémentaires peuvent être formulées pour simplifier (2.34):

- en vol en mode avion, la vitesse air des rotors est essentiellement selon l'axe des rotors. En outre, la H-force, qui est orthogonale à  $\mathbf{k}_{r,n}$  donc à  $\mathbf{i}$  donc limitée au plan  $(\mathbf{j}, \mathbf{k})$  a une amplitude négligeable devant la gravité et la portance. La H-force peut donc être négligée.
- les efforts de portance / trainée sur les ailes et les efforts de l'air sur le corps deviennent redondants. Seuls les termes de portance et de trainée seront donc conservés.

Cela permet de simplifier (2.34) en

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g} + \left(\sum_{n=1}^4 T_n\right)\mathbf{i} + \sum_{n=1}^6 \mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n \quad (2.35)$$

Ce modèle sera notamment utilisé dans la section à venir sur l'identification des paramètres du modèle des ailes.



## 2.5. Conclusion sur la modélisation du système

### 2.5.1. Conclusion

Le chapitre sur la modélisation aura permis d'explorer différents aspects de la modélisation des drones convertibles. Les deux principaux aspects abordés sont la modélisation des hélices et la modélisation des ailes.

Le modèle des hélices aura permis, à l'aide de deux modèles de référence de la littérature, d'extraire une formule approchée de la vitesse induite par la rotation de l'hélice. Cela permet l'évaluation des efforts subis par le rotor et il devient possible de prédire sa poussée. Ce modèle peut alors être appliqué à chaque rotor du système pour fournir un modèle complet des efforts produits par un système de type multicoptère.

Pour les ailes, le modèle développé a été construit avec le souci de permettre une modélisation sur une large enveloppe de vol, grâce au mélange d'un modèle petits angles et d'un modèle grands angles. Il propose notamment la modélisation du stall, qui est, sur le plan analytique, la zone de transition d'un modèle à l'autre. Il permet également de modéliser l'effet des surfaces mobiles à l'aide d'un modèle non linéaire. Cela permet la prise en compte de l'angle de flap, qui est l'entrée assurant le contrôle de l'attitude du drone en mode avion. Comme avec les hélices, le modèle des ailes peut être appliqué à chaque aile du drone pour fournir le modèle total.

En raison de l'absence de données de vol du prototype Azimut dans sa configuration VTOL, le modèle total de l'Azimut formulé dans (2.30) ne sera pas utilisé pour l'identification.

En revanche, il peut être décliné en les deux cas particuliers qui vont être utilisés dans la suite du document: le modèle multicoptère et le modèle avion, respectivement utilisés pour l'identification des paramètres du modèle des hélices et du modèle des ailes.

Il est à noter qu'une difficulté majeure de cet exercice réside dans le fait de devoir se positionner entre deux types de travaux :

- la littérature "drone", issue de contributions orientées sur l'automatique, le contrôle commande, la robotique. Ces travaux présentent souvent des modèles simples utilisés dans le cadre du déploiement d'algorithmes de contrôle ou d'estimation. Dès lors, l'objectif final impose l'utilisation de ces modèles simples, préférentiellement linéaires.
- la littérature aéronautique, dans laquelle un plus grand nombre de phénomènes physiques sont décrits, sur une grande variété de profils, et documentés dans des rapports exhaustifs. Dans bien des cas, les travaux font appel à une approche empirique, dans laquelle un profil est caractérisé dans une configuration particulière (présence ou non de flaps, essai avec phase transitoire ou non...). Le problème est alors inverse, puisqu'il est nécessaire de choisir quoi retenir

pour la modélisation du système, qui doit être faite de façon fidèle sans faire exploser la complexité du modèle.

Il est rappelé que dans le cadre de DACAR, le modèle est conçu dans un but de contrôle et d'estimation, conformément au propos introductif de ce chapitre. Afin de proposer une contribution scientifique, il est souhaitable que le modèle apporte une plus-value par rapport aux modèles de la littérature drone, notamment sur la fidélité de la prédiction de la mécanique du vol. Néanmoins, rendre le modèle plus fidèle par la prise en compte de davantage de phénomènes a pour effet de dégrader sa simplicité d'utilisation dans un contrôleur ou un observateur. C'est avec le souci de ce compromis entre fidélité et ré-utilisabilité que le modèle a été conçu.

### 2.5.2. Perspectives

Les perspectives d'amélioration du modèle des hélices sont :

- Modèle des hélices: le phénomène de blade flapping correspond à une oscillation de la pale du rotor causée par la différence de vitesse air perçue sur un tour complet. La pale étant soumise à un effort variable sur un tour complet, un phénomène périodique d'oscillation survient, notamment causé par les déformations. À l'échelle du système, cela se traduit par un phénomène assimilable à une trainée, phénomène déjà décrit dans la littérature notamment par [34, 36, 37]. Sa prise en compte pourrait améliorer le modèle des hélices.
- Modèle des hélices: l'approximation du vol axial pour la résolution de  $T_M = T_{BET}$  pourrait être revisitée afin de permettre une meilleure précision de la solution retenue pour la vitesse induite commune utilisée dans la formule de Glauert et la BET.
- Modèle des hélices: comme dans le modèle proposé dans [35], il serait possible de prendre en compte le couple gyroscopique produit au moment de l'actionnement des servomoteurs permettant l'orientation de l'axe des rotors. Cela n'ajouterait aucun coefficient au modèle des hélices, mais imposerait de disposer de données pour la phase de transition, où les  $\beta_i$  sont non-nuls.

Les pistes pour l'amélioration du modèle des ailes sont plus compliquées à fournir dans la mesure où il est difficile de le rendre plus fidèle physiquement sans ajouter de coefficients. Si l'on accepte d'ajouter des coefficients, les principales pistes proposées sont:

- L'ajout au modèle de la prise en compte de l'angle de glissement (sideslip).
- La prise en compte du nombre de Reynolds, ainsi que la prise en compte du coefficient de moment de tangage,  $C_m$ , qui relie le couple sur l'axe longitudinal (autrement dit, orthogonal à une section de l'aile) à la vitesse par la relation  $\Gamma_{tangage} = \frac{1}{2}\rho S|\mathbf{v}_a|C_m(\alpha)$ .
- D'inclure l'interaction entre le flux d'air soufflé par les moteurs et les ailes en fonction de l'orientation des rotors.

Les aspects de modélisation physique du système étant traités, les chapitres suivants traitent l'identification des modèles développés, ainsi que les procédés expérimentaux permettant la production des données nécessaires à l'identification. L'identification des modèles est divisée en deux parties distinctes: l'identification du modèle des hélices dans un premier temps et des ailes dans un second temps.

### **3. Méthodes d'identification, partie I : Hélices**

## 3.1. Objectif et contexte

### 3.1.1. Objectif

Le chapitre précédent a permis de développer un modèle en temps continu de la dynamique du drone dans lequel on utilise des modèles des efforts appliqués aux hélices, aux ailes, et au corps du drone. Ces modèles font intervenir des paramètres constants, dont on doit fournir la valeur au modèle pour lui permettre d'effectuer une prédiction de la dynamique du système.

Ce chapitre et le suivant se focalisent sur les méthodes algorithmiques utilisées pour l'obtention des valeurs de ces paramètres.

Dans ce chapitre, on fait l'hypothèse que l'on dispose de données sur l'attitude du drone par rapport au repère inertiel ainsi que sa vitesse angulaire. On suppose également disposer de la position du drone, de sa vitesse et son accélération. Les consignes envoyées au drone sont connues.

Dans le cadre de données produites en simulations, toutes ces hypothèses sont strictement vérifiées, la simulation donnant accès à la vérité terrain. En pratique, ces données sont fournies par des algorithmes d'estimation de l'état du drone, et produites lors d'essais en vol. L'estimation de l'état du drone en conditions réelles sera traitée dans le chapitre sur les aspects expérimentaux.

Chronologiquement, la méthode et son implémentation ont d'abord été développées pour le modèle des hélices, puis adaptées au modèle des ailes.

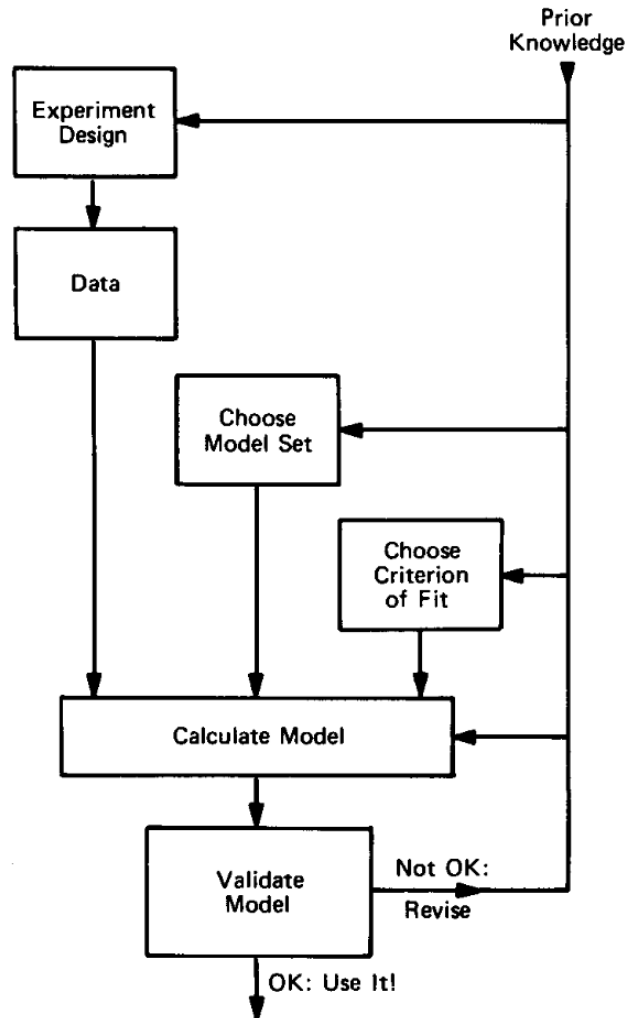
### 3.1.2. Contexte méthodologique

"Identification is the determination, on the basis of input and output, of a system within a specified class of systems, to which the system under test is equivalent." L. A. ZADEH: From circuit theory to system theory. Proc. I R E 50, 856-865 (1962)

L'identification des systèmes est un champ des mathématiques appliquées dont le but est le développement de techniques et méthodes qui permettent :

- la production de modèles extraits à partir des données. C'est par exemple le cas des modèles autorégressifs type ARMA, ARIMA, ARMAX ou encore des modèles issus de techniques d'apprentissage non-supervisées
- la déduction à partir des données des paramètres d'un modèle conçu à priori, par exemple basé sur une analyse physique du système ce qui correspond à notre cas de figure

Du point de vue de la méthodologie générale, Ljung propose dans [38] la démarche illustrée figure (3.1):



**Figure 3.1.:** Méthodologie pour l'identification proposée par Ljung dans [38]

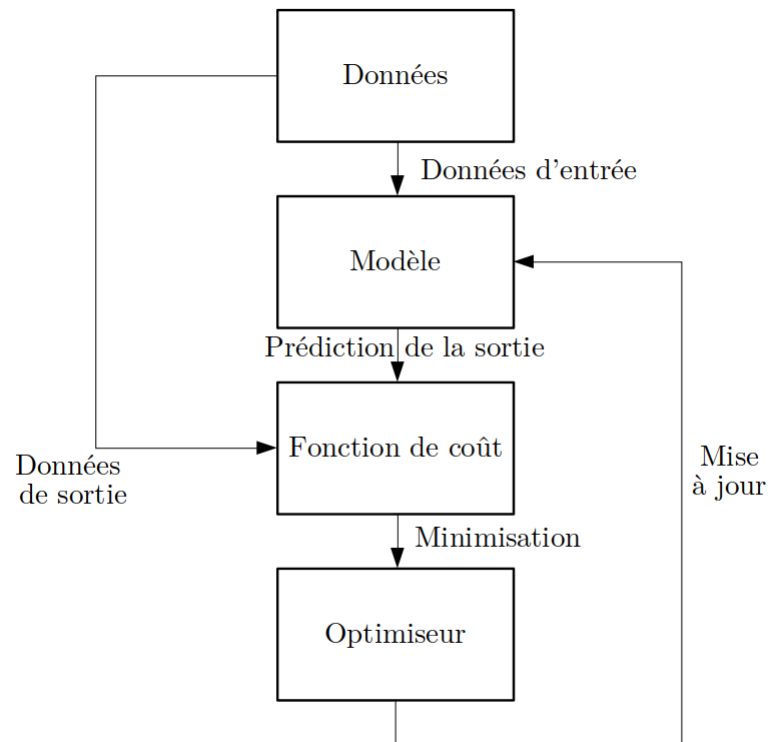
En se référant à cette démarche :

- le bloc de choix du modèle (“Chose model”), basé sur la connaissance à priori du système, correspond au chapitre précédent
- les blocs de protocole expérimentaux (Experiment Design) et de validation du modèle (Validate Model) correspondent à la partie essais en vol et exploitation des données et seront détaillés dans ce chapitre et le suivant.

Ce chapitre et le suivant se focalisent sur l'aspect calcul du modèle (Calculate model) et choix du critère de validation (Choose Criterion of fit). La méthodologie générale adaptée de (3.1) est proposée figure (3.2), et correspond aux étapes suivantes:

1. à partir des données d'entrée (connues), un modèle donné génère une prédiction des données de sortie

2. une fonction de coût permet d'évaluer à quel point cette prédiction est vraisemblable
3. la fonction de coût est minimisée par un optimiseur, qui met à jour le modèle (en l'occurrence, les paramètres du modèle)
4. retour à l'étape 1. et itération jusqu'à convergence



**Figure 3.2.:** Méthode d'identification générale adoptée pour l'identification des modèles développés

## 3.2. Méthodes d'identification du modèle des hélices

### 3.2.1. Cadre

Cette section décline la méthodologie d'identification présentée à la section précédente pour le modèle d'effort des hélices.

L'identification est basée sur les données issues de plusieurs vols d'un drone hexacoptère. On appliquera la démarche exposée à la section précédente, les sorties prédites par le modèle étant

$$\begin{cases} X &= \mathbf{v} \\ \dot{X} &= \mathbf{a} \end{cases}$$

où  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{a}$  sont respectivement la vitesse et l'accélération du drone. La rotation et la dynamique en rotation sont une entrée du problème et ne sont pas utilisées en tant que sorties pour l'identification.

Dans la littérature abordant l'identification des modèles d'efforts des multicoptères, les vols sont souvent réalisés en intérieur afin de pouvoir obtenir une estimation très précise des mouvements du drone à l'aide d'outils de capture de mouvement (Vicon, Optitrack... voir par exemple [36, 39]). Ces dispositifs sont onéreux, et bien souvent, ce coût prohibitif empêche d'équiper de grands espaces. Cela implique que le drone suivi par la capture de mouvements ne puisse pas atteindre des vitesses importantes.

Afin de pouvoir atteindre des vitesses significatives, et en l'absence d'accès à un endroit suffisamment vaste équipé de capteurs de mouvements, les vols d'essais ont été réalisés en extérieur. Ce choix implique des contraintes de mise en œuvre de la démarche d'identification, notamment en ce qui concerne les données récoltées. Il est fait usage de l'état estimé par l'algorithme de fusion de données du contrôleur de vol, dont l'estimée est beaucoup moins précise que celle fournie lorsqu'un outil de capture de mouvement est à disposition. Par ailleurs, le fait de voler en extérieur implique la présence de vent, qui constitue une perturbation imprévisible extérieure au système. Les données ne disposent d'aucune mesure du vent sur le terrain. Cette inconnue sera prise en compte dans le modèle en utilisant des hypothèses exprimées ci-après. Ces deux aspects représentent un défi majeur pour l'identification, en comparaison de vols en intérieur en milieu instrumenté.

### 3.2.2. Modèle réduit

Afin de conserver le caractère général de la méthode, les équations considèrent un prototype de multicoptère équipé de  $N$  rotors ( $N = 6$  pour un hexacoptère). Le



modèle utilisé est identique à la formulation proposée à la fin du chapitre sur la modélisation.

En raison des contraintes de mises en oeuvre liées au vol en extérieur, on formule les hypothèses suivantes:

- Les vols d'essais ont été réalisés en présence d'un vent faible, mesuré à environ  $3m/s$  avec un anémomètre numérique de poche au début du vol. Toutefois, il serait inexact de supposer le vent nul. Ainsi, le vent  $\mathbf{v}_w$  est modélisé comme un vecteur constant, supposé horizontal dans le repère inertiel. Ainsi  $\mathbf{v}_w = v_{w,i}\mathbf{i}_0 + v_{w,j}\mathbf{j}_0$  avec  $v_{w,i}$  et  $v_{w,j}$  deux constantes à identifier, incluses dans  $\theta_{id}$ .
- on modélise également les efforts de l'air sur le corps du drone, avec un modèle légèrement modifié:

$$\mathbf{F}_a = \rho A_N |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u}$$

où  $A$  est l'aire de chaque disque rotor ( $A = \pi r^2$ ). Le drone est supposé symétrique selon les axes  $\mathbf{i}$  et  $\mathbf{j}$  ce qui signifie qu'il est possible de faire l'hypothèse que  $d_i = d_j$ .

Le modèle de la poussée et de la H-force d'un rotor de rayon  $r$ , d'aire  $A$ , tournant à la vitesse angulaire  $\varpi$ , subissant la vitesse air  $\mathbf{v}_a = v_{a,i}\mathbf{i} + v_{a,j}\mathbf{j} + v_{a,k}\mathbf{k}$  était donné par:

$$\begin{cases} \mathbf{T} &= -T\mathbf{k} \\ \mathbf{H} &= -H(\mathbf{v}_a - (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}) \\ T &= \rho A (r\varpi(c_{T,1}r\varpi - c_{T,2}(\eta - v_{a,k})) + c_{T,3}v_{a,h}^2) = 2\rho A\eta\sqrt{(\eta - v_{a,k})^2 + v_{a,h}^2} \\ H &= \rho A (c_{H,1}r\varpi + c_{H,2}(\eta - v_{a,k})) \\ \eta &= \frac{v_{a,k}}{2} - \frac{r\varpi c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{(v_{a,k} + \frac{r\varpi}{2}c_{T,2})^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2 + 2c_{T,3}v_{a,h}^2} \\ v_{a,h}^2 &= v_{a,i}^2 + v_{a,j}^2 \end{cases}$$

A priori, chaque rotor tourne à une vitesse différente. En outre, il a été vu que la composition des vitesses due à la vitesse de rotation angulaire du corps donnait à chaque rotor une vitesse air différente. Ce modèle peut être formulé comme :

$$\mathbf{a} = f_0(\varpi_1, \dots, \varpi_N, \mathbf{v}_{a,1}, \dots, \mathbf{v}_{a,N}, \theta_c, \theta_{id})$$

où les  $\varpi_1, \dots, \varpi_N$  sont les vitesses angulaires des moteurs,  $\mathbf{v}_{a,1}, \dots, \mathbf{v}_{a,N}$  sont les vitesses air en le centre des rotors.  $\theta_c$  sont les paramètres supposés connus et identifiés (masse, rayon des rotors, masse volumique de l'air...), et  $\theta_{id}$  les paramètres à identifier. À des fins de simplification, on ne prend pas la vitesse de rotation du corps en compte dans le calcul de la vitesse air subie par les hélices, ce qui simplifie le modèle en

$$\mathbf{a} = f_1(\varpi_1, \dots, \varpi_N, \mathbf{v}_a, \theta_c, \theta_{id}) \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{v}_a$  est la vitesse du corps du drone.

On rappelle l'existence de la relation de structure qui permet le vol stationnaire:

$$\begin{cases} c_{T,2} = b_1 c_{T,1} - \frac{2}{b_1} \\ b_1 := r \varpi_0 \sqrt{\frac{2\rho AN}{mg}} \end{cases}$$

Ainsi, le vecteur  $\theta_{id}$  peut varier selon:

- l'utilisation ou pas de la relation de structure
- le choix de supposer le vent nul ou pas
- la modélisation ou pas de la dynamique des moteurs

On va voir comment passer de (3.1), qui est un modèle continu, à un modèle discret, utilisable pour la prédiction sa basant sur les données.

### 3.2.3. Passage au modèle discret

#### 3.2.3.1. Sans dynamique des moteurs

On considère dans cette sous-section que les moteurs suivent parfaitement la consigne:

$$\varpi_{c,p} = \varpi_p \quad p = 1, 2, \dots, N$$

Ces hypothèses permettent l'expression des efforts du modèle à l'aide des équations de Newton-Euler :

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} + \frac{1}{m} \mathbf{T} + \frac{1}{m} \mathbf{H} + \frac{1}{m} \mathbf{F}_a$$

La dynamique du système est :

$$\begin{cases} \mathbf{a} &= \mathbf{g} + \frac{1}{m} \mathbf{T} + \frac{1}{m} \mathbf{H} + \frac{1}{m} \mathbf{F}_a \\ \dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{a} \end{cases}$$

Les équations sont discrétisées par un schéma d'Euler explicite. On note pour un pas de temps  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{cases} \mathbf{a}^{n+1} &= \mathbf{g}^n + \frac{1}{m} \mathbf{T}^n + \frac{1}{m} \mathbf{H}^n + \frac{1}{m} \mathbf{F}_a^n \\ \mathbf{v}^{n+1} &= \mathbf{v}^n + \Delta_t^n \mathbf{a}^n \end{cases}$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{v}_a^n = \mathbf{v}^n - \mathbf{v}_{wind}^n \\ \eta_p^n = \frac{v_{a,k}^n}{2} - \frac{r\varpi_p^n c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,k}^n + \frac{r\varpi_p^n}{2} c_{T,2})^2 + 2c_{T,1} r^2 (\varpi_p^n)^2 + 2c_{T,3} (v_{a,h}^n)^2} \\ \mathbf{T}^n = -2\rho A \sum_{p=1}^N \eta_p^n \sqrt{(v_{a,k}^n - \eta_p^n)^2 + (v_{a,h}^n)^2} \mathbf{k}^n \\ \mathbf{H}^n = - \sum_{p=1}^N H_p^n (v_{a,i}^n \mathbf{i}^n + v_{a,j}^n \mathbf{j}^n) \\ H_p^n = \rho A (c_{H,1} r \varpi_p^n + c_{T,2} (\eta_p^n - v_{a,k}^n)) \\ \mathbf{F}_a^n = \rho A |\mathbf{v}_a^n| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a^n \cdot \mathbf{u}^n) \mathbf{u}^n \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Le vecteur des paramètres à identifier est ici :

$$\theta = (c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}, d_i, d_j, d_k, v_{w,i}, v_{w,j})$$

Une version alternative est d'identifier :

$$\theta = (c_{T,1}, b_1, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}, d_i, d_j, d_k, v_{w,i}, v_{w,j})$$

### 3.2.3.2. Avec dynamique des moteurs

Les moteurs subissent l'inertie des rotors (et des hélices) et les frottements. Comme proposé à la fin du chapitre sur la modélisation, il est possible de prendre ces phénomènes en compte avec un modèle à l'ordre 1 pour modéliser leur impact sur le temps de réponse à la consigne en vitesse de rotation  $\varpi_c$ . On suppose le paramètre  $k_T \in \mathbb{R}^+$  commun pour tous les moteurs. La vitesse de rotation  $\varpi$  d'un moteur est modélisée est la solution de l'équation différentielle suivante:

$$\begin{cases} \dot{\varpi} & = k_T (\varpi_c - \varpi) \\ \varpi(t=0) & = \varpi_{c,p}(t=0) \end{cases}$$

La dynamique discrétisée est alors :

$$\begin{cases} \mathbf{a}^{n+1} & = \mathbf{g}^n + \frac{1}{m} \mathbf{T}^n + \frac{1}{m} \mathbf{H}^n + \frac{1}{m} \mathbf{F}_a^n \\ \mathbf{v}^{n+1} & = \mathbf{v}^n + \Delta_t^n \mathbf{a}^n \\ \varpi_p^{n+1} & = \varpi_p^n + \Delta_t^n k_T (\varpi_{p,c}^n - \varpi_p^n) \quad p = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

Les expressions de  $\eta_p^n$ ,  $\mathbf{T}^n$ ,  $\mathbf{H}^n$  restent identiques. Le vecteur des paramètres à identifier devient :

$$\theta = (c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}, d_i, d_j, d_k, v_{w,i}, v_{w,j}, k_T)$$

Les vitesses de rotation des moteurs sont alors un état caché du système, puisqu'on n'a pas accès à la mesure de ces vitesses de rotation en plein vol .

### 3.2.3.3. Projection dans le repère corps

Une façon de simplifier le problème est de passer les équations du repère inertiel au repère corps pour la prédiction de l'accélération.

Dans ce repère, le modèle des hélices a la propriété de découpler naturellement les efforts. Dans le repère  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  les efforts développés par les hélices ont la forme

$$F_{air \rightarrow helice} = \begin{pmatrix} -v_{a,i}H \\ -v_{a,j}H \\ T \end{pmatrix}$$

Dans ce même repère, les efforts sur le corps sont:

$$F_{air \rightarrow corps} = -\rho A_N |\mathbf{v}_a| \begin{pmatrix} d_i & & \\ & d_j & \\ & & d_k \end{pmatrix} \mathbf{v}_a$$

Ainsi, en travaillant dans le repère corps, les équations sont moins couplées qu'en repère inertiel.

Axe	Paramètres / états
$\mathbf{i}$	$k_T, d_i, c_{H,1}, c_{H,2}, \eta, \varpi, \mathbf{v}_a$
$\mathbf{j}$	$k_T, d_j, c_{H,1}, c_{H,2}, \eta, \varpi, \mathbf{v}_a$
$\mathbf{k}$	$k_T, d_k, c_{T,1}, c_{T,2}/b_1, c_{T,3}, \eta, \varpi, \mathbf{v}_a$

**Table 3.1.:** Dépendance en les paramètres du modèle hélice par axe

Dans le modèle,  $\eta$  est une fonction des paramètres de la poussée et de la vitesse air. Cela signifie que les paramètres de la poussée interviennent dans la prédiction de l'accélération latérale. La réciproque n'est pas vraie; les coefficients de modélisation de la H-force n'apparaissent ni dans  $\eta$  ni dans l'accélération sur l'axe  $\mathbf{k}$ .

La vitesse air, exprimée dans le repère corps, s'exprime comme:

$$\begin{pmatrix} v_{a,i} \\ v_{a,j} \\ v_{a,k} \end{pmatrix} = R^T \left( \underbrace{\begin{pmatrix} v_{a,i0} \\ v_{a,j0} \\ v_{a,k0} \end{pmatrix}}_{vent} - \underbrace{\begin{pmatrix} v_{wi} \\ v_{wj} \\ 0 \end{pmatrix}}_{vent} \right)$$

En raison de la multiplication par  $R^T$ , les coefficients  $v_{w,i}$  et  $v_{w,j}$  peuvent intervenir dans la prédiction de l'accélération sur chaque axe du repère corps.

### 3.2.4. Identification préliminaire

Les résultats des algorithmes itératifs basés sur la descente du gradient de l'erreur sont dépendants de la valeur d'initialisation. Il est nécessaire de leur fournir des valeurs initiales qui permettront notamment l'évitement de minimums locaux.

En se basant sur les simplifications issues de la projection dans le repère corps, on commencera donc par une première passe d'identification, sur un nombre réduit de coefficients, qui permettra de fournir des coefficients de départ.

Dans la régression préliminaire, on suppose  $v_{w,i} = v_{w,j} = 0$ . Si l'on souhaite que le découplage soit total, en considérant l'expression:

$$\eta_p^n = \frac{v_{a,k}^n}{2} - \frac{r\varpi_p^n c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,k}^n + \frac{r\varpi_p^n}{2} c_{T,2})^2 + 2c_{T,1} r^2 (\varpi_p^n)^2 + 2c_{T,3} (v_{a,h}^n)^2}$$

on constate que la vitesse induite est liée à la vitesse horizontale par le coefficient  $c_{T,3}$ . Pour obtenir un découplage total des équations, on suppose que  $c_{T,3} = 0$ . En outre, pour simplifier le problème, on considérera que les moteurs suivent parfaitement la consigne, i.e  $\varpi_p^n = \varpi_c^n, \quad \forall n \in \{1, 2, \dots, 6\}$

Les coefficients de poussées sont nécessaires pour calculer la vitesse air  $\eta$  ; ce sont donc les coefficients que l'on identifiera en premier. Les paragraphes suivants présentent les simplifications dans les équations qui correspondent à chaque cas particulier de la passe d'identification préliminaire. Leurs mises en œuvre et leurs résultats seront proposées dans un second temps, après la section portant sur l'exploration des données de travail.

#### 3.2.4.1. Identification préliminaire des coefficients de poussée

**3.2.4.1.1. Vol stationnaire** Le vol stationnaire permet l'identification de

$$b_1 = R\varpi_0 \sqrt{\frac{2\rho A_N}{mg}}$$

Il est possible d'utiliser dans cette formule la valeur moyenne de  $\varpi_0$  sur les  $n_s$  échantillons temporels des logs du vol stationnaire :

$$\varpi_0 = \frac{1}{N_p n_s} \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{k=1}^{n_s} \varpi_{p,c}^k$$

et donc

$$b_1 = \frac{R}{N_p n_s} \sqrt{\frac{2\rho A_N}{mg}} \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{k=1}^{n_s} \varpi_{p,c}^k$$

**3.2.4.1.2. Vol axial** Le cas du vol vertical réduit le mouvement à un degré de liberté, selon  $\mathbf{k}(= \mathbf{k}_0)$ . Cette phase permet l'identification de  $c_{T,1}$  et  $d_k$ . On a ici plusieurs choix:

- on peut utiliser la relation entre  $c_{T,1}, b_1$  avec la valeur identifiée à la phase précédente, auquel cas on identifie uniquement  $c_{T,1}$
- on peut utiliser la relation et réidentifier  $b_1$
- on peut ne pas utiliser la relation et identifier  $c_{T,1}$  et  $c_{T,2}$

Cela permet l'identification de  $c_{T,1}$  (et  $c_{T,2}$ , si l'on choisit de ne pas utiliser la relation de structure faisant intervenir  $b_1$ ).

On suppose dans cette phase que la vitesse est uniaxiale selon  $\mathbf{k}$ . Cela simplifie  $F_{air \rightarrow corps}$ :

$$\begin{aligned} F_{air \rightarrow corps} &= -\rho A_N |\mathbf{v}_a| \begin{pmatrix} d_i & & \\ & d_j & \\ & & d_k \end{pmatrix} \mathbf{v}_a \\ &= -\rho A_N d_k v_{a,k}^2 \end{aligned}$$

On travaille avec un état restreint :

$$\begin{cases} X &= v_{a,k} \\ \dot{X} &= a_k \end{cases}$$

Comme on a fait l'hypothèse de vent nul pendant l'identification préliminaire, on a  $\mathbf{v}_a = \mathbf{v}$ . Sous les hypothèses présentées, le coût est formulé comme:

$$C(c_{T,1}, c_{T,2}, d_k) = \frac{1}{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} (a_{k,log}^n - a_{k,pred}^n)^2$$

avec

$$\begin{aligned} a_{k,pred}^n &= m\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}^n \\ &\quad - \rho A_N d_k (v_{a,k}^n)^2 - T^n \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} T^n &= -\rho A_N r \sum_{p=1}^6 \varpi_{c,p}^n (c_{T,1} R \varpi_{c,p}^n \\ &\quad + c_{T,2} (\frac{r \varpi_{c,p}^n c_{T,2}}{4} + \frac{v_{a,k}^n}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,k}^n + \frac{r \varpi_{c,p}^n c_{T,2}}{2} c_{T,2})^2 + 2c_{T,1} r^2 (\varpi_{c,p}^n)^2})) \end{aligned}$$

La minimisation de ce coût va permettre de trouver un premier jeu de valeurs pour  $c_{T,1}, c_{T,2}, d_k$ . Ce jeu de valeurs préliminaires permet le calcul de  $\eta$ , ce qui est nécessaire pour la prédiction de l'accélération latérale.

### 3.2.4.2. Identification préliminaire des coefficients latéraux

Les coefficients latéraux peuvent être identifiés axe par axe ou simultanément. En réduisant le cas du vol horizontal à un vol sur un axe (ici l'axe  $\mathbf{i}$ , le raisonnement étant similaire pour  $\mathbf{j}$ ).

$$\begin{cases} ma_i &= \mathbf{T} \cdot \mathbf{i}_0 + \mathbf{H} \cdot \mathbf{i}_0 + \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{i}_0 \\ 0 &= mg + \mathbf{T} \cdot \mathbf{k}_0 + \mathbf{H} \cdot \mathbf{k}_0 + \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{k}_0 \\ \eta &= \frac{v_{a,k}}{2} - \frac{r\varpi c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,k} + \frac{r\varpi}{2} c_{T,2})^2 + 2c_{T,1}r^2\varpi^2 + 2c_{T,3}v_{a,h}^2} \end{cases}$$

Ce cas de figure est théorique: il est difficile de maintenir une altitude parfaitement constante en même temps qu'une vitesse horizontale importante. Contrairement au vol vertical où leur rôle est marginal et la prédiction dépend peu de leur valeur, rendre la vitesse horizontale prépondérante implique que  $c_{H,1}, c_{H,2}, d_i, d_j$  jouent un rôle particulièrement important -et leur identification s'en trouve facilitée.

**3.2.4.2.1. Axe par axe** L'identification préliminaire des coefficients de la H-force est d'abord réalisée axe par axe. Arbitrairement, l'axe  $\mathbf{i}$  sera considéré, la procédure avec l'axe  $\mathbf{j}$  étant la même. Une fois deux jeux de paramètres préliminaires obtenus (un issu de l'optimisation sur l'axe  $\mathbf{i}$ , un issu de l'optimisation sur l'axe  $\mathbf{j}$ ), il est possible de prendre la moyenne des deux comme jeu de paramètre de départ pour l'optimisation tous axes confondus.

Le jeu de paramètres préliminaires du modèle de poussée permet le calcul de  $\eta$ : on peut calculer pour chaque pas de temps

$$\eta_p^n = \frac{v_{a,k}^n}{2} - \frac{r\varpi_p^n c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{(v_{a,k}^n + \frac{r\varpi_p^n}{2} c_{T,2})^2 + 2c_{T,1}r^2(\varpi_p^n)^2 + 2c_{T,3}(v_{a,h}^n)^2}$$

et ainsi calculer

$$\begin{aligned} a_{i,pred}^n &= m\mathbf{g} \cdot \mathbf{i} \\ &\quad - \rho A N d_i (v_{a,i}^n)^2 - v_{a,i}^n \sum_{p=1}^6 H_p^n \end{aligned} \quad (3.3)$$

avec

$$H_p^n = \rho A (c_{H,1} r \varpi_p^n + c_{T,2} (\eta_p^n - v_{a,k}^n))$$

$$C(c_{H,1}, c_{H,2}, d_i) = \frac{1}{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} (a_{i,log}^n - a_{i,pred}^n)^2$$

En minimisant ce coût, on obtient  $c_{H,1}, c_{H,2}, d_i$ . Similairement, on peut obtenir  $c_{H,1}, c_{H,2}, d_j$  en travaillant sur l'axe  $\mathbf{j}$ . Disposant alors d'une paire de valeurs pour  $c_{H,1}$ ,  $c_{H,2}$  et  $d_i$  (en principe égal à  $d_j$ ), la moyenne arithmétique des deux peut être retenue comme valeur initiale.

**3.2.4.2.2. Deux axes simultanés** Il est également possible de traiter les deux axes simultanément. L'état est:

$$\begin{cases} X &= \begin{pmatrix} v_{a,i} \\ v_{a,j} \end{pmatrix} \\ \dot{X} &= \begin{pmatrix} a_i \\ a_j \end{pmatrix} \end{cases}$$

Les formules pour  $a_{i,pred}^n$  et  $a_{j,pred}^n$  sont les mêmes que (3.3), à l'exception du coût, qui devient:

$$C(c_{H,1}, c_{H,2}, d_i, d_j) = \frac{1}{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} \left( \frac{a_{i,log}^n - a_{i,pred}^n}{\max(|a_{i,log}|)} \right)^2 + \left( \frac{a_{j,log}^n - a_{j,pred}^n}{\max(|a_{j,log}|)} \right)^2$$

La division par les max des valeurs absolues de  $a_{i,log}$  et  $a_{j,log}$  a pour objectif de ne pas favoriser un axe par rapport à l'autre. Dans le cas de l'optimisation sur plusieurs axes, comme la vitesse est plus importante sur les axes horizontaux, l'optimal peut amoindrir la performance sur un axe pour améliorer les autres, ce qui peut résulter en l'apparition de biais (cela survient notamment lors de la minimisation de l'erreur sur la prédiction en vitesse qui sera réalisée dans la section suivante, voir figure (3.15)).

**3.2.4.3. Identification préliminaire des paramètres du modèle constant du vent**

Une fois les valeurs préliminaires des coefficients  $c_{T,1}, c_{T,2}, c_{H,1}, c_{H,2}, d_i = d_j$  identifiées, il est possible d'identifier la valeur (constante) du vent. L'hypothèse de  $v_{w,i} = v_{w,j} = 0$  n'est donc plus utilisée.

$$C(v_{w,i}, v_{w,j}) = \frac{1}{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} \|\mathbf{a}_{log}^n - \mathbf{a}_{pred}^n\|^2$$

où les équations utilisées pour  $\mathbf{a}_{pred}^n$  sont les équations (3.2).



Cette identification permet d'obtenir la valeur de  $v_{w,i}$  et  $v_{w,j}$  qui correspondent aux valeurs qui minimisent le coût en fonction du jeu de paramètres préliminaire. Ce premier jeu ayant été identifié sans prendre en compte le vent, le jeu de paramètre obtenu par l'identification préliminaire est donc vraisemblablement suboptimal.

### 3.2.5. Identification globale

En se basant sur le jeu de paramètres préliminaire pour initialiser la minimisation du coût, il est possible d'initialiser le problème de la minimisation du coût en faisant intervenir tous les paramètres.

L'identification globale est d'abord effectuée en minimisant l'écart entre  $\mathbf{a}_{pred}$  et  $\mathbf{a}_{log}$ . Cette identification donne les paramètres qui permettent la meilleure prédiction de l'accélération. Les paramètres sont initialisés aux valeurs obtenues après l'identification préliminaire du vent, et les variables d'optimisation sont

$$\theta_{id} = (c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}, c_{H,2}, d_i, d_j, d_k, v_{w,i}, v_{w,j}, k_t)$$

Une méthode pour l'initialisation de  $k_T$  est présentée dans la section suivante.

Il est également possible de procéder à l'identification des paramètres qui permettent la meilleure prédiction de vitesse (l'utilisation du modèle d'état pour la prédiction de séquence est expliquée en annexe) sur la séquence des logs. Le principe réside en la prédiction sur toute une séquence de vol de la vitesse au pas  $k+1$  en se basant sur la vitesse prédite au pas  $k$ . Dans ce cas de figure, on cherche à minimiser l'erreur entre  $\mathbf{v}_{log}$  et  $\mathbf{v}_{pred}$ . Les résultats de cette approche par optimisation de la vitesse prédite correspondent aux travaux publiés dans [13].

Dans la phase d'identification globale, il est possible de tester l'impact des différentes hypothèses du modèle:

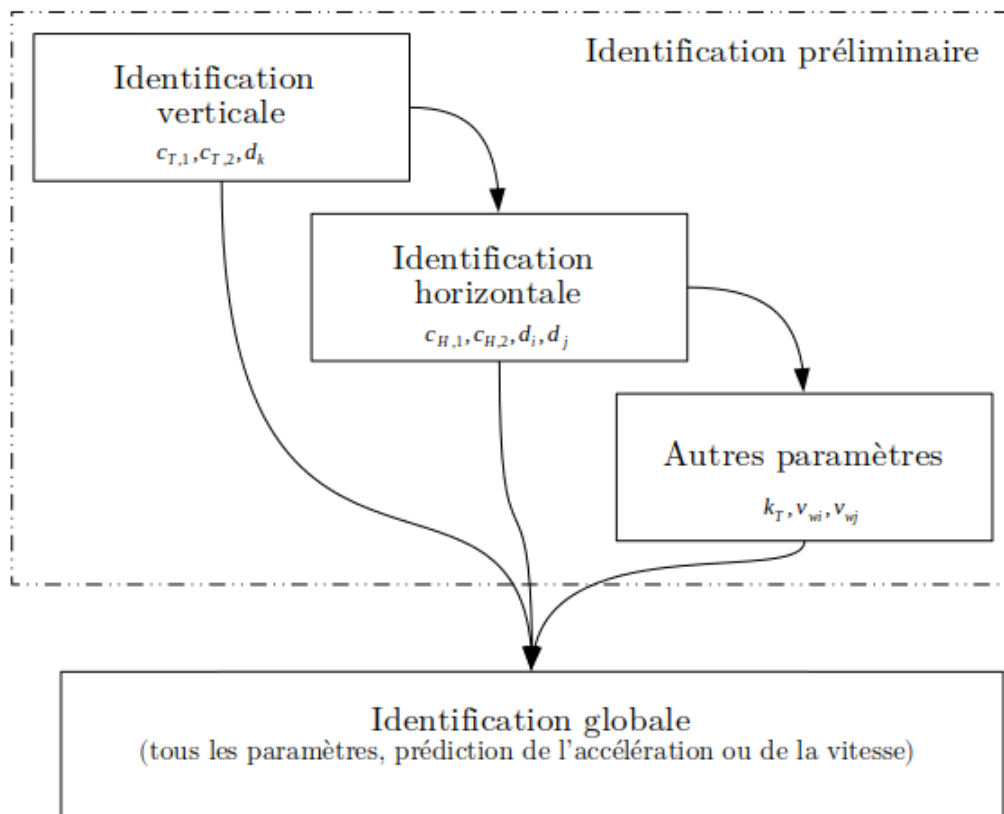
- avec/sans  $c_{T,3}$
- avec/sans prise en compte de la dynamique des moteurs
- avec/sans contraindre la relation entre  $c_{T,1}$ ,  $b_1$  et  $c_{T,2}$

Il sera également possible de faire appel à plusieurs algorithmes différents pour la minimisation du coût: le test de l'utilisation d'une méthode alternative de minimisation (algorithme de descente du gradient sur des mini-batches) est notamment proposé en annexe.

### 3.2.6. Synthèse

La méthode, présentée de façon synthétique est récapitulée par le schéma (3.3):

1. identification des coefficients de poussée, sur l'axe  $\mathbf{k}$  du repère corps



**Figure 3.3.:** Synthèse de la méthode d'identification pour le modèle des hélices

2. identification des coefficients latéraux, sur les axes  $i$  et  $j$  du repère corps
3. identification du reste des coefficients: vent et constante de temps
4. identification globale: tous les coefficients, initialisés aux valeurs de sortie des étapes précédentes, dans le repère NED. La minimisation peut être réalisée sur l'accélération ou la vitesse.

### 3.3. Identification du modèle des hélices: mise en œuvre et résultats

Cette section se focalise sur l'exploration des données de vol de l'hexacoptère et les résultats des méthodes d'identification dont les équations ont été développées à la section précédente.

#### 3.3.1. Matériel et génération des données

##### 3.3.1.1. Matériel, données

Le prototype d'hexacoptère (présenté plus avant dans le chapitre sur les moyens expérimentaux) est utilisé pour générer les données alimentant les méthodes décrites ci-dessus.



**Figure 3.4.:**

Plusieurs batteries de logs de vols d'essais sont à disposition:

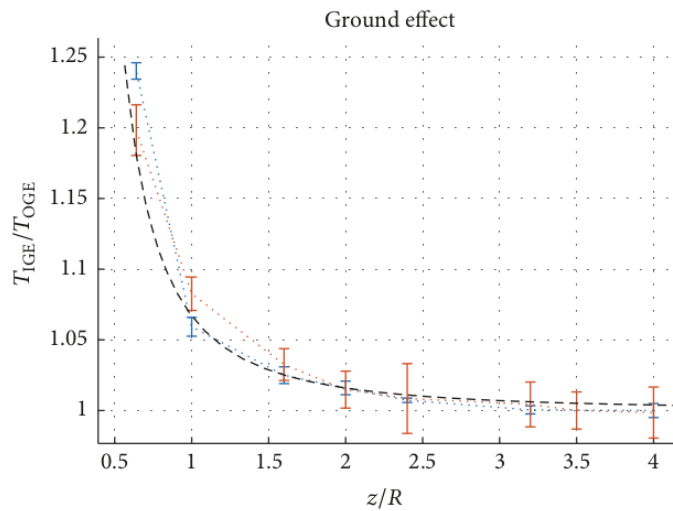
- plusieurs vols stationnaires, en intérieur, dans une volière
- plusieurs vols verticaux, en intérieur, à vitesse modérée
- plusieurs vols en extérieur, réalisés à grande vitesse

Les vols stationnaires en intérieur peuvent servir à identifier partiellement le modèle de poussée. Ils ont l'avantage de fournir l'assurance des conditions expérimentales sans vent. En revanche, les performances du GPS embarqué sont mauvaises en intérieur, et (hormis pour l'identification des coefficients liés au vol stationnaire) il est préférable de les écarter des données de travail pour se focaliser sur les vols en extérieur.

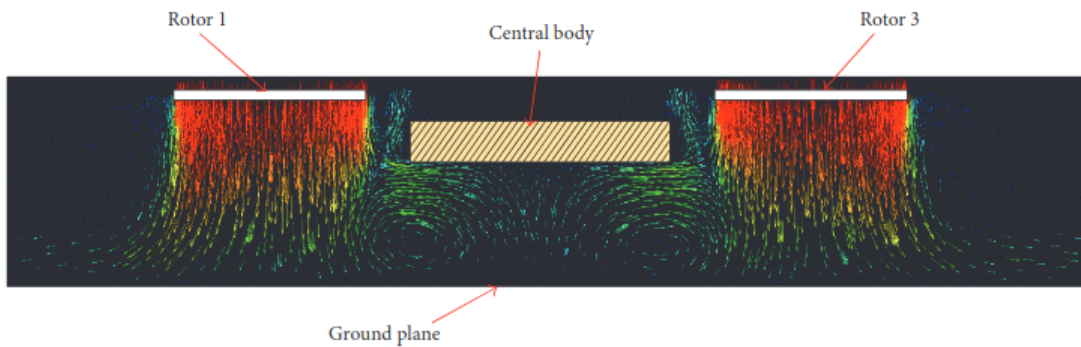
Outre l'exclusion des données des vols en intérieur, il est également nécessaire de filtrer les données susceptibles d'inclure des effets non pris en compte par le modèle.

C'est notamment le cas de l'effet de sol, phénomène d'interaction du flux d'air des rotors avec le sol (illustré pour un cas 2D figure (3.6)) qui engendre un excédent de poussée lorsque le drone est proche du sol.

Pour pallier à cet effet, les seules données retenues sont celles où la hauteur de vol du drone est supérieure à  $1m$ , ce qui est suffisant pour garantir un effet de sol négligeable selon l'abaque fourni dans [40] et présenté dans la figure (3.5).



**Figure 3.5.:** Abaque du rapport entre poussée nominale et poussée réelle en fonction du ratio de la distance au sol par le rayon du rotor [40]



**Figure 3.6.:** Modélisation de l'effet sol pour un quadrotor [40]

#### 3.3.1.2. Vols en extérieur et génération des données par phase

Les essais en vol extérieur reposent sur deux vols, effectués le 26 juillet 2019.

Lors de ces vols, des vitesses pouvant être considérées comme élevées pour des multicoptères sont recherchées ( $> 10m/s$ ). Les vols ont été réalisés alors que la vitesse

du vent était faible: des mesures réalisées à l'anémomètre numérique avant le vol indiquaient une vitesse du vent avoisinant  $3m/s$ .

Les caractéristiques de ces vols sont synthétisées dans le tableau (3.2)

Caractéristique	Vol #1	Vol #2
Heure début	26-07-2019 10:38	26-07-2019 10:46
Version Firmware	PX4_FMU_V3 (V30)	PX4_FMU_V3 (V30)
Version logiciel	v1.9.0	v1.9.0
Estimateur	EKF	EKF
Logging Duration	4 min 37	2 min 34
Dropouts	64	35
Altitude max	15 m	21 m
Vitesse moyenne	8.3 km/h	12.2 km/h
Vitesse max horizontale	44.8 km/h	51.7 km/h
Vitesse max ascendante	10.6 km/h	21.1 km/h
Vitesse max descendante	6.0 km/h	4.1 km/h

**Table 3.2.:** Synthèse des données expérimentales / conditions de vol pour les vols d'essai multicoptère

Chaque vol est réalisé en plusieurs phases, dans lesquelles on cherche à ce que des paramètres deviennent successivement prépondérants. Cette façon de procéder permet de favoriser le découplage des équations du modèle au sein des données. La réalisation de ces phases est illustrée dans la figure (3.7), dans laquelle les phases successives peuvent être observées.

Il doit être noté qu'aucune phase n'est parfaitement verticale, ni parfaitement horizontale, notamment en raison du vent (pour la montée / descente) et de la difficulté à maintenir une altitude constante (vol horizontal à grande vitesse).



**Figure 3.7.:** Illustration du chemin réalisé lors d'un vol d'essai en phases distinctes pour permettre le découplage des équations

Les phases de vol sont pensées pour s'inscrire dans la démarche présentée dans la section précédente, avec:

- Vol stationnaire, pour l'identification de  $b_1$ .
- Vol vertical pour l'identification de  $c_{T,1}$ ,  $c_{T,2}$ ,  $b_1$ .
- Vol horizontal, pour  $c_{T,3}$ ,  $c_{H,1}$ ,  $c_{H,2}$ ,  $d_i$  et  $d_j$ . Le vol horizontal n'a pas nécessairement besoin d'être parfaitement horizontal, mais la vitesse horizontale doit être prépondérante.

Dans l'article [13] dans lequel ces travaux ont été publiés, les phases distinctes étaient isolées, afin de réaliser sur ces panels de données restreints l'identification axe par axe présentée précédemment. L'identification était alors un problème de minimisation de l'erreur de prédiction de l'accélération en repère NED.

La projection dans le repère corps constitue une amélioration de cette démarche, en raison du découplage naturel des équations de poussée et de H-force qu'elle permet. Dans la suite, c'est donc l'intégralité du dataset qui est utilisée dans l'identification préliminaire axe par axe.

#### 3.3.1.3. Prétraitement des données

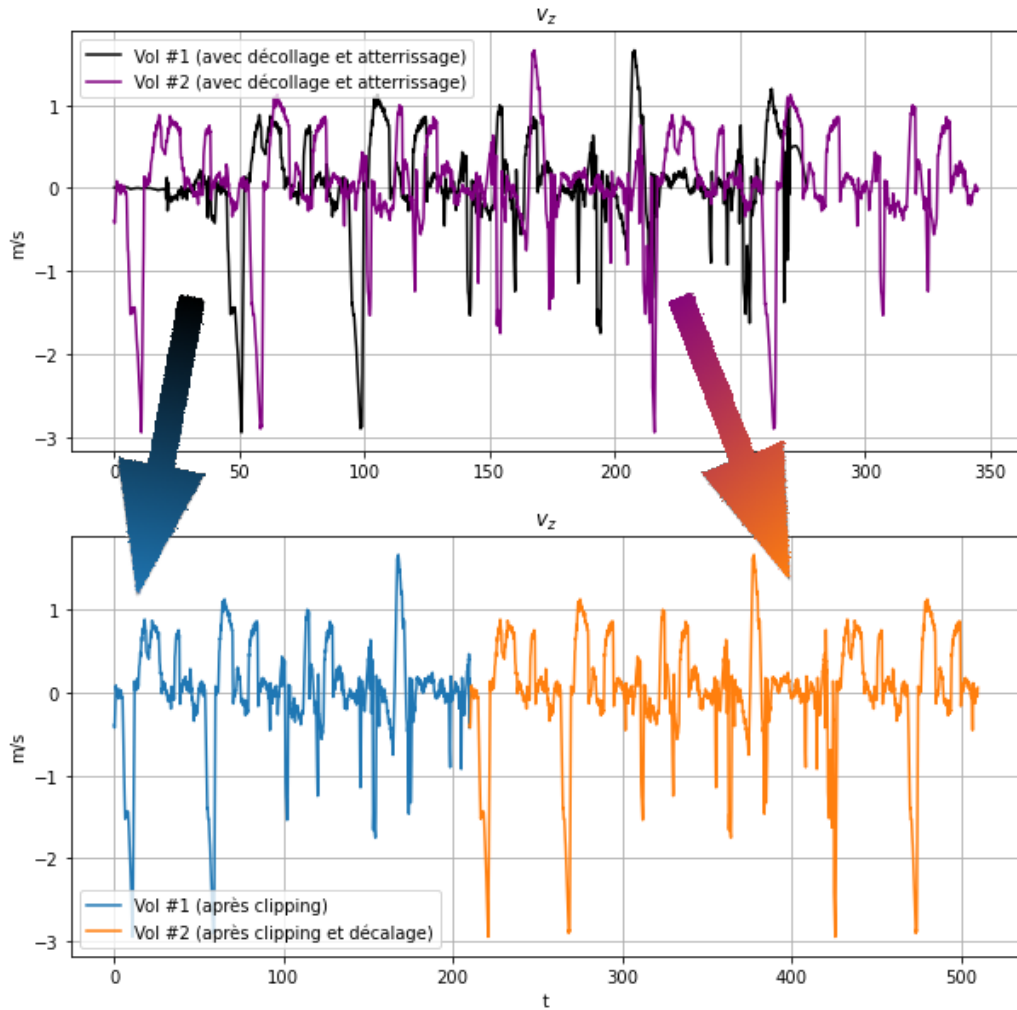
Dans l'identification préliminaire, les données utilisées pour la minimisation sont la concaténation des données des deux vols. La concaténation est opérée de la façon suivante (et illustrée figure (3.8)):

- pour chaque jeu de données, les données du début du vol qui correspondent au décollage sont retirées, car ni les interactions de contact entre le sol et le drone ni l'effet de sol ne sont modélisés.
- on repère à quel moment la fin du signal du vol #1 est concaténable au début du signal fin du signal du vol #2. L'objectif est de pouvoir concaténer sans rendre  $\mathbf{v}$  trop discontinu, il est nécessaire pour cela d'observer quand la variation de vitesse est faible entre la fin du signal #1 et le début de #2, le plus simple étant de raccorder des phases de vol stationnaire.

Dans les phases d'identification préliminaires, la régression est réalisée sur le signal de l'accélération, qui se trouve être bruité. Cela est dû au fait que l'EKF qui permet l'estimation de l'état utilise l'accélération comme une entrée, et non comme un état. L'accélération estimée par l'EKF est issue de la mesure de l'accéléromètre à laquelle par l'estimée du biais est soustraite. Un rappel sur le filtrage de Kalman, et sur les spécificités du filtre utilisé par le contrôleur de vol est proposé en annexe.

Pour l'identification, le signal d'accélération utilisé est donc fabriqué en utilisant la différence finie du signal de l'estimée de vitesse. Cela permet d'améliorer le rapport signal/bruit du signal, voir figure (3.9).

L'accélération reste néanmoins légèrement bruitée. Il est possible de caractériser ce bruit en utilisant un filtre de Kalman pour estimer la moyenne et la covariance du signal.

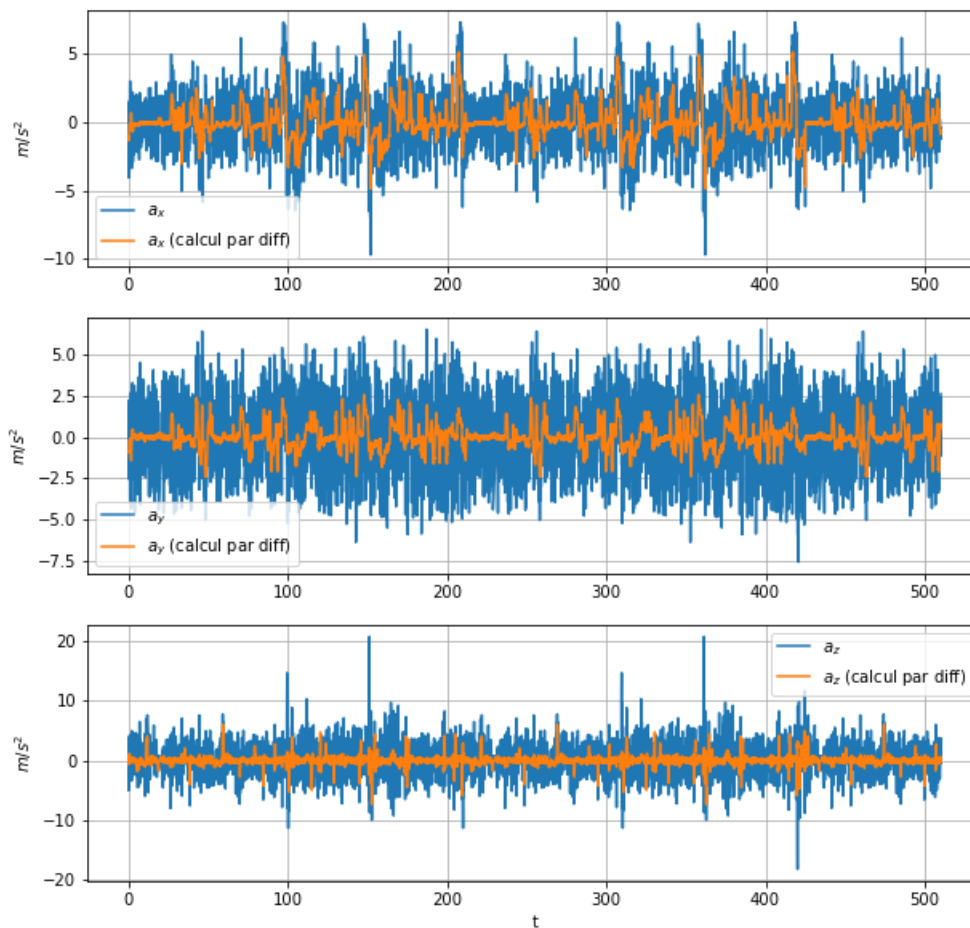


**Figure 3.8.:** Concaténation des données

Pour ce faire, on utilise un modèle constant pour l'accélération, le filtre de Kalman est défini dans l'équation (3.4) :

$$\begin{cases} X &= \mathbf{a} \\ X_{k+1} &= X_k \\ Y &= X_{k+1} \\ P_{k=0} &= 0_{3 \times 3} \\ Q &= 10^{-5} I_3 \\ R &= 5 \cdot 10^{-2} I_3 \end{cases} \quad (3.4)$$

La sortie du filtre permet d'estimer la moyenne lissée de l'état, comme illustré figure (3.10), ainsi que la covariance (et donc l'écart type) pour chaque axe, dont les valeurs sont dans le tableau (3.3).



**Figure 3.9.:** Accélération non filtrée et accélération par différence finie de l'estimation de vitesse dans les données utilisées

Axe	Ecart type
$x$	$0.3416 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
$y$	$0.4452 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
$z$	$0.6898 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

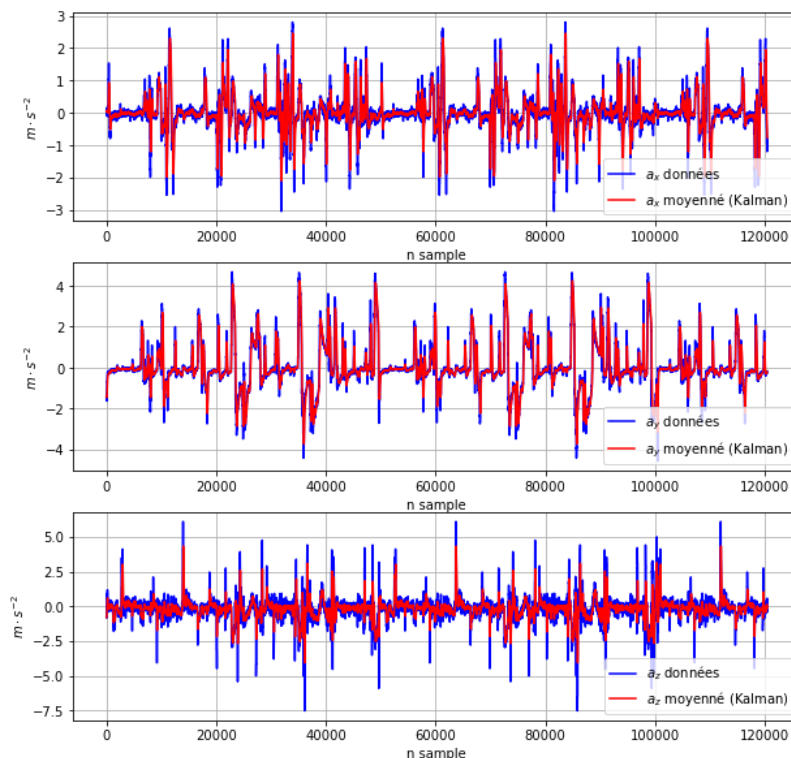
**Table 3.3.:** Ecart type axe par axe dans les données d'accélération

### 3.3.2. Identification préliminaire

Le prétraitement des données ayant été effectué, la section suivante détaille les procédures d'identifications préliminaires. Celles-ci permettent l'obtention d'ordres de grandeur et la discussion en amont de l'identification globale sur les points saillants émergeant des résultats des modèles.

Comme expliqué à la section précédente, il est nécessaire de démarrer par les co-





**Figure 3.10.:** Lissage de l'accélération des données avec un filtre de Kalman pour l'estimation de la variance

efficents de poussée, étant donné que la vitesse induite des rotors du drone est dépendante de ces coefficients (et pas de ceux de la H-force).

### 3.3.2.1. Modèle de poussée

Afin d'évaluer la pertinence de l'utilisation du modèle de poussée proposé, la comparaison de l'erreur de prédiction peut être réalisée avec un modèle simple. On utilisera pour ceci le modèle dit "vanilla", correspondant à une poussée proportionnelle au carré de la vitesse de rotation des hélices. Dans ce modèle vanilla, la H-force n'est pas prise en compte. Les équations du modèle vanilla sont:

$$\begin{cases} \mathbf{T}^n &= -c_{T,1} \left( \sum_{p=1}^N \varpi_p^2 \right) \mathbf{k} \\ H_p^n &= 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

Ce modèle de poussée, du fait de sa simplicité, est fréquemment utilisé dans la littérature abordant le contrôle des multicoptères (voir pour exemples [41, 34, 42], et également l'introduction de [43] qui énumère un certain nombre de travaux utilisant ce modèle). Par opposition au modèle vanilla, le modèle développé dans le chapitre modélisation à partir de la MT et de la BET est appelé modèle complet.

Quatre identifications sont réalisées:

- Modèle vanilla
- Modèle complet sans trainée
- Modèle vanilla augmenté avec le terme de trainée  $\mathbf{F}_a^n = \rho A |\mathbf{v}_a^n| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a^n \cdot \mathbf{u}^n) \mathbf{u}^n$ .
- Modèle complet avec trainée

**3.3.2.1.1. Comparaison avec le modèle vanilla** La première identification est celle des coefficients du modèle de poussée. La prédiction de l'accélération avec chaque modèle est disponible figure (3.11).

Les remarques suivantes émergent du résultat de l'optimisation:

- Ces résultats permettent de vérifier la relation de structure. En laissant libre  $c_{T,1}$  et  $c_{T,2}$  dans l'optimisation, on obtient :

$$(c_{T,1}, c_{T,2}) = (0.0192, 0.112)$$

En se basant sur la valeur de

$$b_1 := r\varpi_0 \sqrt{\frac{2\rho AN}{mg}} = 14.44$$

et la valeur identifiée de  $c_{T,1}$ , il est également possible d'obtenir  $c_{T,2}$  par la formule de la relation de structure

$$c_{T,2} = b_1 c_{T,1} - \frac{2}{b_1} = 0.138$$

L'ordre de grandeur de la valeur identifiée de  $c_{T,2}$  et de la valeur calculée par la formule ont des ordres de grandeurs similaires. Il est également possible de proposer une valeur corrigée de  $b_1$  à partir de ces valeurs identifiées. En inversant la relation de structure pour obtenir un polynôme en  $b_1$  il vient:

$$\begin{aligned} b_1^2 - \frac{c_{T,2}}{c_{T,1}} b_1 - \frac{2}{c_{T,1}} &= 0 \\ \Delta &= \left(\frac{c_{T,2}}{c_{T,1}}\right)^2 + \frac{8}{c_{T,1}} > 0 \\ \Rightarrow b_1 &\in \left(\frac{c_{T,2}}{2c_{T,1}} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c_{T,2}}{c_{T,1}}\right)^2 + \frac{8}{c_{T,1}}}, \frac{c_{T,2}}{2c_{T,1}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c_{T,2}}{c_{T,1}}\right)^2 + \frac{8}{c_{T,1}}}\right) \\ &\Rightarrow b_1 = \frac{c_{T,2}}{2c_{T,1}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c_{T,2}}{c_{T,1}}\right)^2 + \frac{8}{c_{T,1}}} \\ &b_1 = 13.53 \end{aligned}$$

- L'accélération est modélisée plus précisément avec le modèle complet

$$T^n = -\rho A r \sum_{p=1}^6 \varpi_{c,p}^n (c_{T,1} r \varpi_{c,p}^n + c_{T,2} \left( \frac{r \varpi_{c,p}^n c_{T,2}}{4} + \frac{v_k^n}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\left( v_k^n + \frac{r \varpi_{c,p}^n}{2} c_{T,2} \right)^2 + 2 c_{T,1} r^2 (\varpi_{c,p}^n)^2} \right))$$

qu'avec le modèle vanilla

$$T = \rho A r^2 c_{T,1} \sum_{p=1}^6 (\varpi_{c,p}^n)^2$$

Leurs résultats peuvent être comparés dans la table (3.4).

	Erreur RMS de prédiction sur $a_z$
Modèle vanilla	1.03 $m \cdot s^{-2}$
Modèle complet	0.78 $m \cdot s^{-2}$

**Table 3.4.:** Résultat de la régression sur l'accélération verticale pour le modèle vanilla et le modèle customisé

- Cela permet également de vérifier que la solution utilisée pour  $\eta$  permet bien d'obtenir des valeurs égales pour les deux modèles (autrement dit que  $\eta$  est bien solution de

$$2\rho A \eta \sqrt{(v_{a,k} - \eta)^2 + v_{a,h}^2} = \rho A N r \varpi_{c,p}^n (c_{T,1} r \varpi_{c,p}^n + c_{T,2} (v_{a,k} - \eta)) + c_{T,3} v_{a,h}^2$$

Pour cela, on peut calculer l'accélération avec la formule utilisée pour  $\eta$ :

$$\eta_p^n = \frac{v_{a,k}^n}{2} - \frac{r \varpi_p^n c_{T,2}}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{\left( v_{a,k}^n + \frac{r \varpi_p^n}{2} c_{T,2} \right)^2 + 2 c_{T,1} r^2 (\varpi_p^n)^2 + 2 c_{T,3} (v_{a,h}^n)^2}$$

et ensuite réinjecter la valeur de  $\eta$  dans l'une ou l'autre expression afin de calculer l'accélération avec l'une ou l'autre des formules (formule de Glauert ou formule de la BET). En faisant ceci, la valeur RMS de la différence entre les accélérations prédites avec chaque modèle est de l'ordre de  $10^{-15}$ , ce qui confirme que l'expression proposée pour  $\eta$  est bien solution de l'équation  $T_{MT} = T_{BET}$ .

**3.3.2.1.2. Comparaison au modèle vanilla avec trainée verticale** Il est possible de compléter le modèle en ajoutant la trainée verticale  $d_k$ . Pour le modèle vanilla et le modèle complexe, l'identification est réalisée en rajoutant à la dynamique selon l'axe  $\mathbf{k}$  le terme des efforts aérodynamiques

$$\mathbf{F}_a \cdot \mathbf{k} = -\rho A_N v_{a,k} d_k |v_{a,k}|$$

Les résultats sont synthétisés dans le tableau (3.5) :

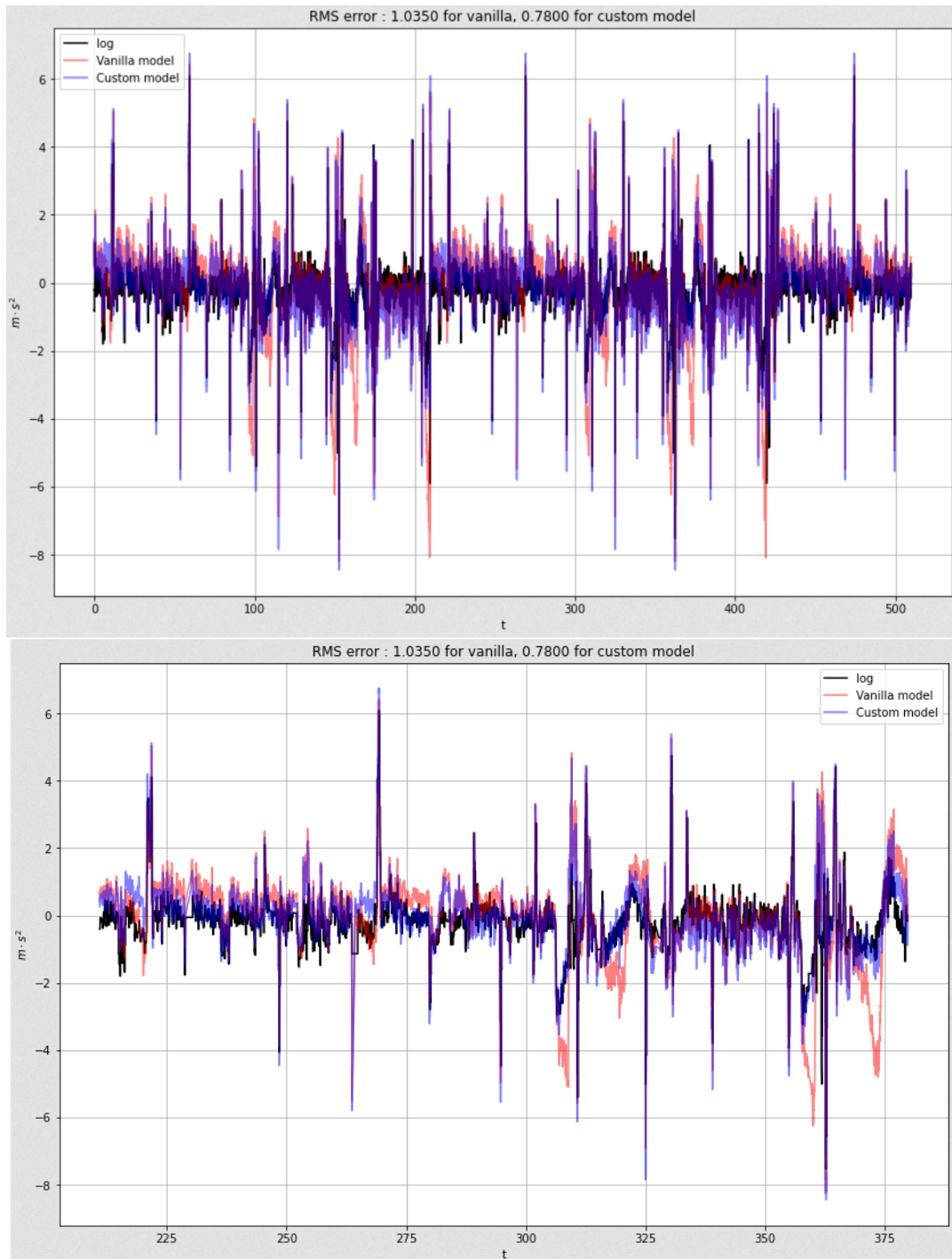
Modèle	$c_{T,1}$	$c_{T,2}$	$d_k$	Erreur RMS sur $a_z$
Modèle vanilla	0.01069	N/A	N/A	1.035048
Modèle complet	0.01916	0.1115	N/A	0.780003
Modèle vanilla avec trainée	0.0109	N/A	0.9874	0.772745
Modèle complet avec trainée	0.01379	0.0387	0.6018	0.766034

**Table 3.5.:** Résultat de la régression sur l'accélération verticale pour le modèle vanilla et le modèle customisé en présence de trainée verticale

Cette identification permet de mettre en évidence:

- que la prise en compte de la vitesse axiale permet d'améliorer significativement la prédiction. Le seul modèle sans prise en compte de la vitesse axiale, le modèle vanilla, affiche des performances nettement inférieures aux trois autres, dans lesquels la vitesse axiale est prise en compte (notamment par le coefficient  $c_{T,2}$  pour le modèle complet, ou par le coefficient  $d_k$  pour le modèle vanilla "augmenté").
- que les trois autres modèles ont des performances comparables. Dans l'ordre, le modèle complet augmenté est le meilleur, suivi de très près par le modèle vanilla augmenté, et enfin le modèle complet sans trainée. Les performances de ces trois modèles restent extrêmement proches.
- que le terme  $d_k$  varie sensiblement dans sa valeur identifiée entre son utilisation avec le modèle vanilla et son utilisation avec le modèle augmenté. Il est possible d'attribuer cette différence importante au rôle de ce terme dans le schéma numérique et l'équation différentielle qu'il modélise: le terme en  $\mathbf{F}_a \cdot \mathbf{k} = -\rho A_N v_{a,k} d_k |v_{a,k}|$  joue le rôle d'amortisseur dans le système, et permet la prise en compte des phénomènes provoqués par la vitesse axiale y compris en l'absence de  $c_{T,2}$ . Quand  $c_{T,2}$  est présent, l'erreur de prédiction est compensée par deux coefficients, contre un seul en l'absence de  $c_{T,2}$ .

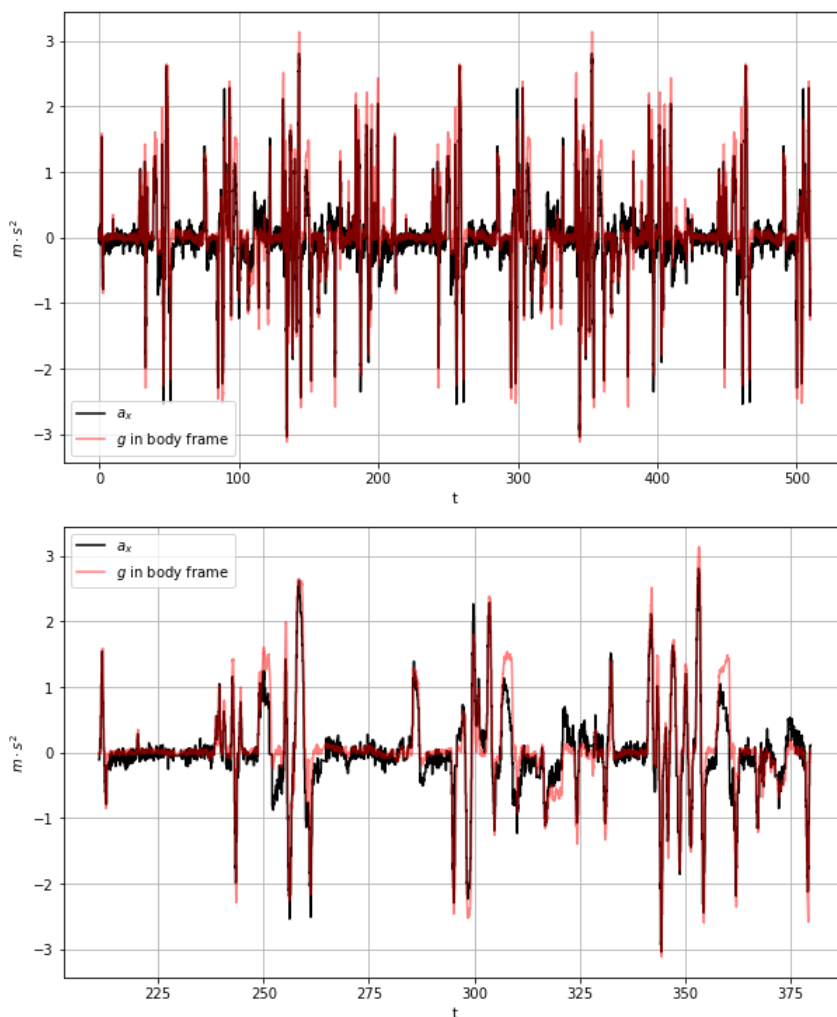
Cet aspect pose la question de la fiabilité du résultat de cette identification, dans la mesure où ce phénomène de compensation de l'erreur pourrait se reproduire dans les identifications faisant intervenir le modèle complet. Cela est susceptible de se produire avec  $d_i$  et  $d_j$  et dans les identifications globales basées sur la prédiction d'une séquence de vitesse, dans lequel le rôle amortissant des coefficients de trainée  $d_k$  serait décuplé en raison du phénomène d'accumulation de l'erreur.



**Figure 3.11.:** Prédiction de l'accélération selon l'axe  $k_0$  avec comparaison du modèle simple et du modèle customisé, sur toutes les données et sur une portion restreinte

### 3.3.2.2. Coefficients latéraux

Une fois les coefficients de poussée identifiés, le modèle dispose des paramètres permettant le calcul de la vitesse induite, ce qui permet le calcul des efforts latéraux. La comparaison des performances avec le modèle vanilla et le modèle vanilla augmenté est proposée. Outre les phénomènes aérodynamiques modélisés, il doit être noté que la seule projection de la gravité dans le repère corps (l'axe  $i$  est donné en exemple, avec la figure 3.12) porte une part significative du signal mesuré par les accéléromètres.



**Figure 3.12.:** Projection de la gravité dans le repère corps et lien avec l'accélération latérale

**3.3.2.2.1. Axe par axe** Les identifications axe par axe permettent d'obtenir les résultats disponibles dans la table (3.6). Sont testés les cas:

- sans modèle
- avec le modèle de trainée uniquement
- avec la H-force uniquement
- avec la H-force et la trainée

	$c_{H,1}$	$c_{H,2}$	$d_i$	Erreur RMS sur $a_x$
$g$ uniquement	N/A	N/A	N/A	0.29067
Seulement $d_i$	N/A	N/A	0.997309	0.199704
Seulement $H$	0.011198	0.142605	N/A	0.189771
Avec $H, d_i$	0.006559	0.128179	0.292451	0.188091
	$c_{H,1}$	$c_{H,2}$	$d_j$	Erreur RMS sur $a_y$
$g$ uniquement	N/A	N/A	N/A	0.831874
Seulement $d_j$	N/A	N/A	0.192553	0.426799
Seulement $H$	0.003234	-0.204343	N/A	0.331753
Avec $H, d_j$	0.001762	0.196537	0.022857	0.330151

**Table 3.6.:** Résultat de la régression sur l'accélération horizontale axe par axe sans modèle, avec la trainée uniquement, le modèle complet sans trainée et le modèle complet avec trainée

Comme c'était le cas pour la poussée, la prise en compte de la vitesse air améliore significativement la prédiction du modèle des efforts latéraux. Pour chaque axe, les performances du modèle de trainée seul sont légèrement moins bonnes que celles du modèle complet des forces (avec ou sans trainée). L'ajout de la trainée au modèle complet des forces n'améliore que peu la performance, mais entraîne une diminution de la valeur absolue des paramètres  $c_{H,1}$  et  $c_{H,2}$  (dans le cas de la poussée,  $c_{T,1}$  et  $c_{T,2}$ ).

Il peut être observé que similairement au coefficient  $d_k$  qui était identifié sur l'axe  $\mathbf{k}$ , le coefficient de trainée horizontale identifié varie de façon importante selon l'utilisation ou pas du modèle complet.

En raison de la quasi symétrie par révolution du système, les coefficients  $d_i$  et  $d_j$  sont censés avoir des valeurs proches. Il peut cependant être observé que les valeurs entre les deux varient d'un rapport 15 (dans le cas des identifications avec la H-force en présence de trainée). Cela peut s'expliquer par la redondance (notamment due à la géométrie du drone) des coefficients  $d_i$  et  $d_j$ , et  $c_{H,1}$  et  $c_{H,2}$ , qui jouent tous le rôle de trainée dynamique, amortissant le système. Ainsi, le fait de laisser trop de degrés de liberté à l'optimiseur peut conduire à des coefficients inexacts mais "optimaux" au sens de la minimisation de l'erreur.

Cela conduit à considérer l'identification de  $d_i$ ,  $d_j$  et  $d_k$  avec la trainée seule (et le modèle vanilla pour  $d_k$ ) comme manquant de fiabilité dans l'identification axe par axe. Pour pallier à cela, une identification sur les deux axes en simultané, en contraignant  $d_i = d_j$  sera réalisée.

Les coefficients  $c_{H,1}$  identifiés varient également trop d'une identification à l'autre pour pouvoir être considérés comme fiables. A l'inverse, les  $c_{H,2}$  se situent dans une gamme de valeur stable.

**3.3.2.2.2. Deux axes simultanés** L'identification avec les axes en simultané est réalisée à la suite l'identification axe par axe. Les optimisations axe par axe étant conduites indépendamment l'une de l'autre, chaque jeu de paramètre identifié est celui minimisant l'erreur de prédiction sur chaque axe. Identifier les coefficients sur les deux axes en simultanée permet d'obtenir des coefficients unifiés pour  $c_{H,1}$ ,  $c_{H,2}$  et  $d_i$  et  $d_j$ . En outre, il est alors possible d'imposer la condition  $d_i = d_j$ .

Trois identifications sont réalisées:

- une identification avec seulement la H-force
- une identification avec la H-force et les coefficients de trainée, sans imposer  $d_i = d_j$
- une identification avec la H-force et les coefficients de trainée, en imposant  $d_i = d_j$

	$c_{H,1}$	$c_{H,2}$	$d_i$	$d_j$	Erreur
Seulement $H$	0.004177	0.195678	N/A	N/A	0.383348
$d_i \neq d_j$	0.001944	0.193720	0.269348	0.023407	0.380042
$d_i = d_j$	0.003609	0.190106	0.011741	0.011741	0.3829

**Table 3.7.:** Résultat de la régression sur l'accélération horizontale, deux axes simultanés

Les résultats permettent d'observer que le coefficient unique de trainée imposé  $d_i (= d_j)$  confirme son ordre de grandeur de  $10^{-2}$  obtenu précédemment sur l'axe  $i$  tandis que le coefficient  $c_{H,2}$  confirme sa valeur aux alentours de  $2 \cdot 10^{-1}$ .

Comme précédemment, en l'absence de trainée, le coefficient  $c_{H,1}$  augmente: cela est valable pour le jeu de paramètres identifié sans trainée, mais également pour celui où  $d_i = d_j$  était imposé. Dans ce dernier jeu identifié, les coefficients de trainée sont faibles au regard des valeurs identifiées jusqu'alors, et la corrélation entre la vitesse horizontale et l'accélération est alors assurée par le paramètre  $c_{H,1}$ , qui augmente par rapport au cas  $d_i \neq d_j$ .

**3.3.2.2.3. Vent** Les coefficients identifiés jusqu'alors l'ont été sous l'hypothèse de vent nul. Les coefficients retenus pour  $c_{T,1}$ ,  $c_{T,2}$  et  $d_k$  sont ceux de l'identification sur l'axe  $k$ . Les coefficients retenus pour  $c_{H,1}$ ,  $c_{H,2}$ ,  $d_i = d_j$  sont ceux correspondant à l'identification sur les deux axes simultanés avec  $d_i = d_j$ .

Les deux variables d'identification sont  $v_{w,i}$  et  $v_{w,j}$ . La solution optimale est:



$$(v_{wi}, v_{wj}) = (-0.726936, -0.031342)$$

Ces ordres de grandeurs sont cohérents avec les observations de terrain. Deux points sont à noter:

- Elles sont obtenues grâce à la minimisation de l'erreur de prédiction, prédiction que l'on réalise à partir d'un jeu de paramètres préliminaire.
- Il s'agit de la valeur garantissant l'erreur minimale pour le problème formulé avec un modèle de vent constant. En pratique, ce n'est pas le cas, et il sera proposé en fin de chapitre une perspective permettant de s'affranchir de l'hypothèse de vent constant.

### 3.3.2.3. Constante de temps de la dynamique des moteurs

Deux façons différentes pour l'obtention d'un ordre de grandeur de la constante de temps sont proposées:

1. Une approche basée sur l'identification de paramètres, similaire à l'approche développée dans les sous-sections précédentes, où l'on minimise l'erreur de prédiction en fonction du paramètre à identifier.
2. Une approche basée sur l'analyse de la réponse acoustique des moteurs.

**3.3.2.3.1. Approche par identification** Cette approche consiste en la minimisation de l'erreur de prédiction sur l'accélération verticale (la poussée est prédite) selon l'axe  $k$ . Ce cas est quasi identique à l'identification des coefficients de poussée, à la différence près que l'on n'utilisera plus le signal de consigne  $\varpi_c$  pour la vitesse angulaire des rotors mais  $\varpi$  solution de l'équation différentielle

$$\begin{cases} \dot{\varpi} & = k_T(\varpi_c - \varpi) \\ \varpi(t=0) & = \varpi_{c,p}(t=0) \end{cases}$$

Le schéma pour la prédiction fonctionne en deux temps: d'abord, l'équation différentielle sur  $\varpi$  est intégrée, puis l'accélération est prédite. Une telle optimisation permet d'obtenir les résultats de la seconde ligne de la table (3.8):

Modèle	$c_{T,1}$	$d_k$	$k_T$	Erreur RMS sur $a_z$
Vanilla, sans $k_T$	0.01092	0.521487	N/A	0.772745
Vanilla, avec $k_T$	0.01101	0.548308	6.93	0.663017

**Table 3.8.:** Résultat de l'identification de  $k_T$  à partir du modèle vanilla

La prise en compte de la dynamique des moteurs via  $k_T$  améliore légèrement les performances du modèle. L'ordre de grandeur du  $k_T$  est cohérent avec d'autres valeurs de la littérature.

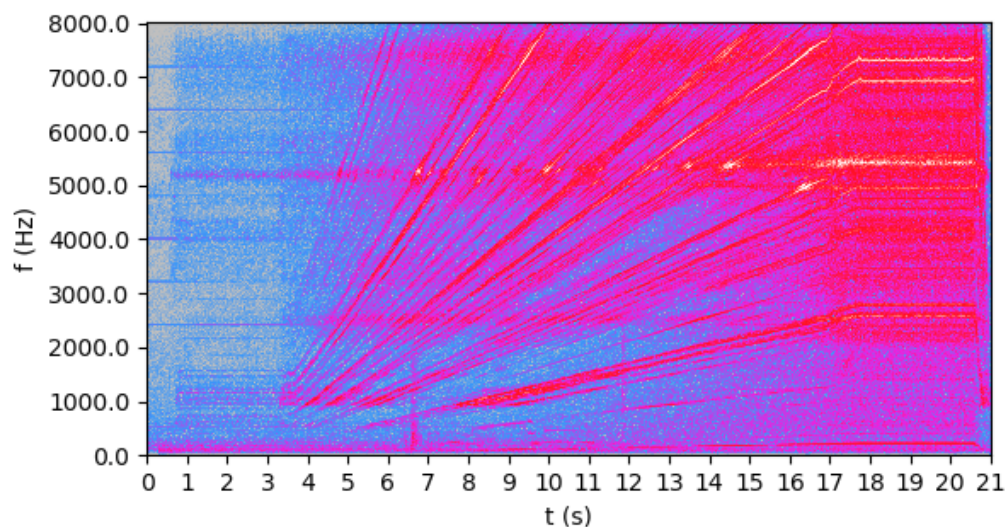
**3.3.2.3.2. Approche par analyse de la réponse acoustique** La seconde façon de procéder à l'identification préliminaire de  $k_T$  repose sur l'analyse du signal sonore émis par les moteurs. Un moteur en fonctionnement émet un son différent selon la vitesse de rotation du rotor. Ainsi le lien entre la décomposition de Fourier du signal et la vitesse de rotation peut être exploité pour avoir un ordre de grandeur de la vitesse de la réponse indicielle du moteur. Cet élément a déjà été exploité dans des travaux tels que [44]. Pour le prototype d'hexacoptère, deux types de consignes sont utilisées:

1. consigne en rampe, pour vérifier la linéarité de la relation entre signal acoustique et vitesse de rotation, voir figure (3.13).
2. consigne en créneau, pour obtenir un ordre de grandeur approximatif de la valeur de  $k_T$ , voir figure (3.14). Cela peut être réalisé en mesurant le temps de réponse à 63% pour les raies de fréquences lors de la montée et de la descente.

En observant la réponse en rampe, il semble que les raies soient linéaires en fonction de la vitesse de rotation. La fonction de transfert correspondant à cette réponse est, dans le domaine fréquentiel:

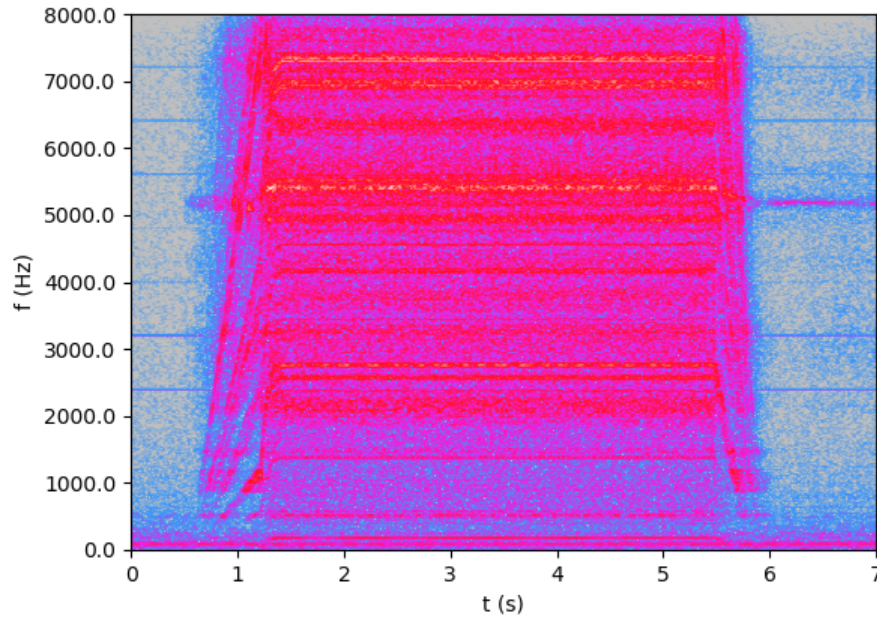
$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

avec  $p$  la variable de Laplace.



**Figure 3.13.:** Spectrogramme de la réponse acoustique à une rampe de consigne en rotation pour moteurs DJI E2312

La réponse d'un tel système du premier ordre atteint 63% ( $\approx 2/3$ ) de sa valeur finale pour  $t = \tau = \frac{1}{k_T}$ . En observant la réponse fréquentielle pour le créneau, on obtient un ordre de grandeur de  $\tau \approx 0.2s$  d'où  $k_T \approx 5s^{-1}$ . Cet ordre de grandeur est cohérent avec le résultat de la méthode précédente.



**Figure 3.14.:** Spectrogramme de la réponse acoustique à un créneau de consigne en rotation pour moteurs DJI E2312

### 3.3.3. Vers l'identification globale

L'identification dite globale, dans laquelle tous les coefficients sont introduits est réalisée à partir de l'erreur de prédiction sur les trois axes. Comme présenté dans le paragraphe introductif de la section, elle peut être effectuée de deux façons:

1. identification sur l'accélération
2. identification sur la vitesse

Pour chaque façon, plusieurs hypothèses permettent de faire varier le modèle:

- utilisation ou pas du modèle vanilla
- utilisation ou pas de la dynamique des moteurs
- utilisation ou pas d'un modèle pour le vent (hypothèse de vent nul)
- ajout ou non de la variable d'optimisation  $c_{T,3}$
- imposer ou non  $d_i = d_j$

Les combinaisons entre chacun de ces paramètres donnent un total de 24 optimisations à faire ( $2^5$  moins les combinaisons correspondant à  $c_{T,3}$  activé en l'utilisation du modèle vanilla, puisque  $c_{T,3}$  est absent du modèle vanilla).

#### 3.3.3.1. Accélération

L'implémentation de l'identification globale sur l'accélération est réalisée de façon similaire aux identifications préliminaires. Du point de vue de l'implémentation, ces

optimisations sont réalisables dans un temps “raisonnable”, en raison des gains de performances permis par la vectorisation des bibliothèques de calcul numérique Python. Ses résultats sont fournis dans le tableau (3.9).

Le tableau est ordonné par score d’erreur RMS croissant (le “meilleur” jeu de paramètres est en haut du tableau). Les quatre premières colonnes désignent les booléens qui permettent la variation du modèle, par exemple, la première ligne correspond à la régression avec modélisation de la dynamique des moteurs (Dyn=1), en utilisant le modèle complet (Vanilla=0), avec prise en compte du paramètre de couplage  $c_{T,3}$  ( $c_{T,3} = 1.0$ ), sans imposer la relation  $d_i = d_j$  ( $d_{ij} = 0.0$ ), en identifiant le vent (vent=1.0).

Il peut être tiré les conclusions suivantes de cette batterie de jeux identifiés:

- les optimisations voient des valeurs manifestement aberrantes apparaître sur les  $d_i$  et  $d_j$ , dont la valeur optimale est parfois identifiée comme inférieure à zéro. Ces valeurs sont physiquement impossibles. Les imprécisions du modèle, les erreurs d’estimation, le bruit, et les hypothèses fortes (vent constant) peuvent faire apparaître des minimums mathématiques de la fonction d’erreur dans des domaines absurdes physiquement. Ce problème peut être résolu par l’utilisation d’algorithmes à même de prendre en compte des limites imposées.
- le “meilleur” jeu de paramètres est celui qui utilise le plus grand nombre de paramètres. Il n’est cependant pas retenu en raison du  $d_i$  négatif.
- les optimisations basées sur les modèles vanillas sont principalement regroupées en bas du tableau, ce qui confirme la meilleure performance du modèle complet.
- exception faite des  $d_i$ ,  $d_j$  et  $d_k$ , les paramètres du modèle complet connaissent peu de variation d’amplitude, ce qui renforce la vraisemblance des résultats.
- les modèles incluant le vent sont regroupés dans le haut du tableau; la prise en compte du vent améliore manifestement les performances du modèle. En outre, les paramètres obtenus restent cohérents entre eux, et corroborent les observations réalisées sur le terrain.

Pour conclure de façon globale: le modèle complet proposé fournit de meilleures performances que le modèle vanilla. Sur le plan des performances pures, celui-ci est donc à privilégier par rapport au modèle vanilla.

Toutefois, les performances des deux modèles restent du même ordre de grandeur (l’erreur du modèle complet n’est pas dix fois inférieure à celle du modèle vanilla). En outre, le modèle vanilla dispose de moins de coefficients, et est donc plus simple à identifier.

Ainsi, dans le cas de l’utilisation du modèle dans un autre algorithme (ex: synthèse de contrôleur basé modèle), l’un ou l’autre pourront être utilisés, selon le compromis recherché entre précision et simplicité d’utilisation.

Dyn	Vanilla	$c_3$	$d_{ij}$	vent	ct1	ct2	ch1	ch2	di	dj	dk	ct3	kt	vwi	vwj	RMS
1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0139	0.0405	0.0064	0.1624	0.0334	-0.0019	0.4032	0.1093	6.5472	-1.0434	-0.1999	0.7364
1.0	0.0	1.0	1.0	1.0	0.0139	0.0404	0.0066	0.1629	-0.002	-	0.404	0.1094	6.5444	-1.0442	-0.1767	0.7369
1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0146	0.0479	0.0065	0.1549	0.0439	0.0085	0.2594	0.0	6.1872	-1.0582	-0.2041	0.7471
1.0	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0146	0.0479	0.0067	0.1552	0.0084	-	0.2599	0.0	6.1837	-1.0592	-0.18	0.7474
1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0132	0.031	0.005	0.1901	0.015	-0.0108	0.4981	0.1135	6.587	0.0	0.0	0.7753
1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0132	0.031	0.0053	0.1905	-0.0114	-	0.4981	0.1135	6.5835	0.0	0.0	0.7755
0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0129	0.0283	0.0064	0.1596	0.0367	0.001	0.4249	0.1035	-	-1.0432	-0.1951	0.7836
0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	0.0129	0.0282	0.0066	0.1601	0.001	-	0.4258	0.1036	-	-1.0446	-0.1712	0.784
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0145	0.0464	0.005	0.1844	0.0268	0.0009	0.2985	0.0	6.1881	0.0	0.0	0.7897
1.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0145	0.0465	0.0053	0.1847	0.0003	-	0.2985	0.0	6.1844	0.0	0.0	0.7899
0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0135	0.0345	0.0065	0.1504	0.0478	0.0119	0.2848	0.0	-	-1.0613	-0.2014	0.7906
0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0135	0.0345	0.0068	0.1507	0.012	-	0.2854	0.0	-	-1.063	-0.1764	0.7909
1.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.011	-	-	-	0.1773	-	0.4629	0.0	6.4687	-1.4663	0.4939	0.7993
1.0	1.0	0.0	0.0	1.0	0.011	-	-	-	0.2307	0.1765	0.4671	0.0	6.4859	-1.294	0.1399	0.7999
0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0121	0.0176	0.0051	0.1858	0.0192	-0.0074	0.53	0.1079	-	0.0	0.0	0.8177
0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0121	0.0176	0.0053	0.1861	-0.008	-	0.53	0.1079	-	0.0	0.0	0.8179
1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.011	-	-	-	0.2575	0.1819	0.5147	0.0	6.5402	0.0	0.0	0.8228
1.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.011	-	-	-	0.1867	-	0.5147	0.0	6.5402	0.0	0.0	0.8234
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0132	0.0306	0.0053	0.1772	0.0317	0.0048	0.3359	0.0	-	0.0	0.0	0.828
0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0132	0.0306	0.0055	0.1774	0.0043	-	0.336	0.0	-	0.0	0.0	0.8282
0.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0109	-	-	-	0.1775	-	0.4353	0.0	-	-1.4602	0.4787	0.8356
0.0	1.0	0.0	0.0	1.0	0.0109	-	-	-	0.2321	0.1765	0.4394	0.0	-	-1.2871	0.1284	0.8361
0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0109	-	-	-	0.2575	0.1819	0.4855	0.0	-	0.0	0.0	0.8571
0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0109	-	-	-	0.1867	-	0.4855	0.0	-	0.0	0.0	0.8576

**Table 3.9.:** Résultats de l'identification globale sur tous les paramètres, tous les axes, avec toutes les variations possibles du modèle

### 3.3.3.2. Vitesse

**3.3.3.2.1. Implémentation** Le problème de l'identification basée sur la prédiction de vitesse est d'une autre nature que la régression de l'accélération. Cette procédure requiert d'intégrer la dynamique du système au sein de l'algorithme de minimisation à chaque itération du solveur, y compris dans le calcul de la jacobienne / de la hessienne (une partie consacrée aux rappels sur les algorithmes de minimisation est disponible en annexe).

Dans le cas du calcul numérique de ces matrices, l'intégration est donc réalisée au minimum  $\dim(\theta_{id}) + 1$  fois par pas du solveur. Dans le cas de l'utilisation du solveur  $L - BFGS - B$  utilisé, une fois la direction de descente déterminée, une recherche linéaire est effectuée dans cette direction, ce qui augmente encore le nombre d'appels à l'intégration de la dynamique (à chaque fois que la recherche linéaire teste un point sur la droite directrice). La convergence de l'optimisation s'en trouve donc extrêmement ralentie.

En outre, en raison du phénomène d'accumulation de l'erreur, l'identification est bien plus compliquée dans la mesure où une légère erreur sur les paramètres suffit à faire exploser la fonction d'erreur, ce qui peut empêcher la descente de gradient de reconverger vers le minimum recherché.

**3.3.3.2.2. Séquence choisie** La prédiction de la séquence peut se faire sur une plage de temps plus ou moins longue, selon la méthodologie adoptée.

Il est possible d'optimiser sur un dataset entier, de façon analogue à la descente de gradient classique. En raison de la taille du dataset, procéder ainsi est vorace en temps de calcul, et l'itération jusqu'à obtention du jeu de paramètre optimal peut prendre plusieurs jours. Cette considération amène à proposer une seconde méthode complémentaire pour l'identification globale basée sur la prédiction de la vitesse.

Il est possible de choisir des sections du dataset, de réaliser l'identification dessus, et de tester le jeu de paramètres obtenus sur le dataset complet, dans une démarche analogue à la descente de gradient sur des mini batches. Bien que cette stratégie ne garantisse pas d'atteindre le minimum global de la fonction d'erreur, elle permet de produire beaucoup plus rapidement un grand nombre de jeux de paramètres "satisfaisants", qui pourront ensuite être testés en validation sur l'ensemble du dataset. Cette démarche est présentée en annexe.

Ces considérations reviennent au choix de la stratégie d'entraînement dans les problèmes de modélisation des séries temporelles d'apprentissage automatique, et il existe potentiellement une infinité de façons d'entraîner le modèle.

**3.3.3.2.3. Optimisation sur le dataset entier** L'approche par optimisation sur le dataset entier avait été choisie pour les travaux publiés dans [13]. En raison des temps de calcul requis par cette optimisation, seul le cas en présence de  $c_{T,3}$ , avec

dynamique des moteurs, et en forçant  $d_i = d_j$  en présence de vent a été étudié dans cet article.

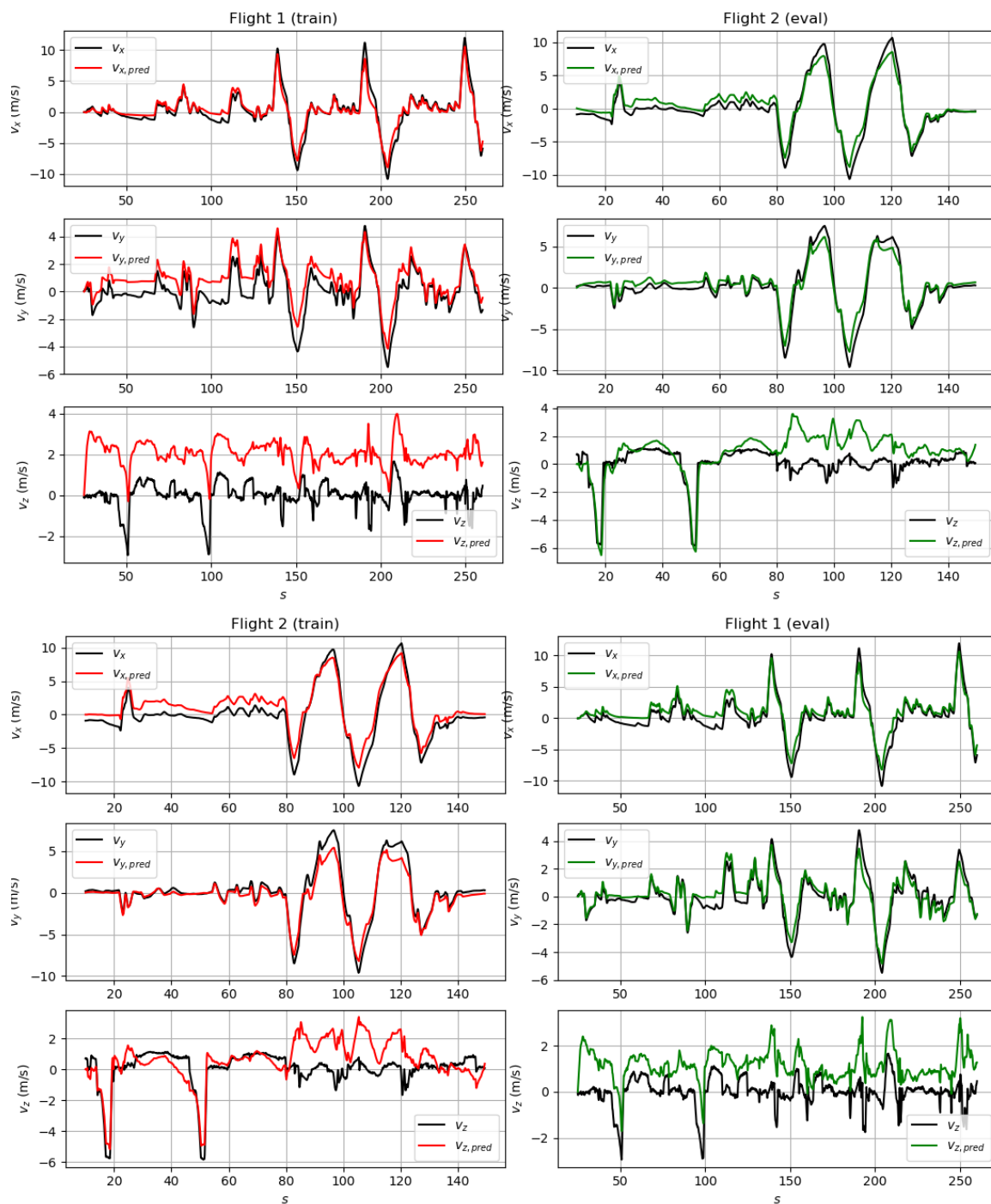
Le problème de prédiction de la vitesse avait alors été posé en attribuant tour à tour le rôle de dataset d'entraînement et de dataset de validation aux données issues respectivement des vols 1 et 2. Un premier jeu de paramètres était extrait de l'identification sur le premier vol avant d'être validé sur le second, puis inversement. Ces prédictions de vitesse avaient été réalisées à l'aide d'un jeu de paramètres minimisant la norme de l'erreur sans réaliser la division par le maximum de la valeur des logs (l'écart absolu était minimisé, et pas l'écart relatif). L'optimiseur, en minimisant l'erreur sur les axes horizontaux, a produit un jeu de paramètres produisant une prédiction légèrement biaisée, notamment sur l'axe vertical, comme cela peut être observé sur la figure (3.15).

Les paramètres et erreurs obtenus sont présentés table (3.10):

	$c_{T,1}$	$c_{T,2}$	$c_{T,3}$	$d_k$	$k_T$
Vol 1	0.0175	0.0475	5.08e-3	0.296	5.64
Vol 2	0.0151	0.0164	1.44e-3	0.352	5.73
	$c_{H,1}$	$c_{H,2}$	$d_i = d_j$	$v_{w,i}$	$v_{w,j}$
Vol 1	0.0219	0.0351	0.0099	-1.31	5.5e-1
Vol 2	0.024	0.0357	0.0148	-0.58	-0.09
	Training	Eval		Training	Eval
RMS	Flight 1	Flight 2	RMS	Flight 2	Flight 1
$a_x$	2.278e-1	2.662e-1	$a_x$	2.471e-1	2.209e-1
$a_y$	1.606e-1	2.555e-1	$a_y$	2.378e-1	1.571e-1
$a_z$	6.027e-01	7.536e-1	$a_z$	7.192e-1	5.663e-1
$v_x$	7.316e-1	8.686e-1	$v_x$	6.368e-1	7.460e-1
$v_y$	4.727e-1	7.974e-1	$v_y$	5.214e-1	8.214e-1
$v_z$	9.996e-1	1.490e0	$v_z$	1.242e0	1.052e0
Totale $v$	1.32	1.90		1.48	1.52

**Table 3.10.:** Résultats de l'identification par validation croisée vol par vol [13]

L'identification sur le dataset entier fournit des résultats consistants d'une identification à l'autre. Les valeurs des coefficients de trainée sont plus importantes qu'avec l'identification sur l'accélération. La raison à ceci est numérique: ces coefficients permettent d'empêcher la divergence de l'erreur et de corriger la propagation des incertitudes liées à l'erreur d'identification et/ou de modélisation. En surestimant la trainée, même un jeu de paramètres présentant une erreur importante peut fournir une prédiction correcte. Ces optimisations démontrent que le modèle peut prédire la vitesse sur un large spectre de valeurs avec une erreur inférieure à 1m/s sur chaque axe simplement à partir des commandes et de l'attitude.



**Figure 3.15.:** Prédiction de vitesse par intégration du modèle d'efforts après entraînement sur les données d'un vol en validation croisée [13]



### 3.3.4. Conclusion

La méthode d'identification des paramètres des hélices a été présentée. Il est nécessaire de souligner qu'étant produites à partir de méthodes d'optimisation, la valeur trouvée est celle correspondant à la solution d'un problème de minimisation d'erreur de prédiction. Cela peut entraîner des aberrations ou des valeurs non-physiques.

Les solutions développées auront pu proposer de tester l'importance de presque toutes les hypothèses. Une hypothèse majeure constituant une limite du modèle est notamment issue de la modélisation du vent comme une constante.

Il ressort des optimisations réalisées axe par axe et tous axes confondus que le modèle complet développé surclasse le modèle vanilla dans la prédiction de la dynamique du drone. La poussée prédite est plus précise, et permet de proposer une dépendance en la vitesse de l'air (notamment axiale) basée sur des configurations physiques, et pas sur l'ajout d'un terme de trainée surévalué.

La modélisation de la H-force permet aussi de rendre compte d'effets amortisseurs liés à la vitesse du drone, de façon plus fine que ne le permet le terme de trainée quadratique, dont le rôle amortisseur est analogue.

Il a été constaté que la modélisation de la dynamique du moteur permet d'améliorer légèrement les performances du modèle, mais que cet aspect ne jouait pas un rôle primordial. De même, le  $c_{T,3}$  ne joue pas un rôle primordial dans la dynamique du système ni dans la précision de la prédiction.

La trainée est probablement le phénomène physique dont les coefficients identifiés sont les moins fiables, en raison du rôle de ces derniers dans l'empêchement de la divergence de l'erreur de prédiction, puisqu'un modèle aux coefficients faux pourra de toute façon être "retenu" par la trainée. En l'absence de meilleur modèle ou de mesures du vent, on retiendra la probabilité de surévaluation des coefficients de trainée du corps du drone par la méthode d'identification. Ces risques sont par ailleurs accrus en raison de la géométrie très plate du drone utilisé, qui rend la H-force particulièrement redondante avec la trainée du corps du drone.

Considérant ceci, il serait probablement possible, pour l'utilisation du modèle analytique proposé comme prédicteur d'accélération pour des prototypes plats, de forcer  $d_i = d_j = 0$ . Il a été vu lors des identifications axe par axe sur l'accélération que la présence ou l'absence de  $d_i$  et  $d_j$  n'avait pas un effet trop critique sur la prédiction.

En conclusion, le modèle à retenir dépend du but et des données disponibles. Si l'on cherche à prédire la vitesse, le modèle mixte sera préconisé, en incluant la trainée pour éviter au modèle de diverger (tout en gardant à l'esprit que ses coefficients seront probablement surestimés). Pour la prédiction de l'accélération, le modèle mixte sans trainée suffit à garantir des prédictions satisfaisantes (l'ajout de la trainée n'apportant pas de bénéfice considérable). Sur des vols à basse vitesse comportant peu de manoeuvres agressives, les effets de la vitesse sur la poussée et la trainée des rotors sont moins accentués: dans ces conditions, le modèle vanilla augmenté avec les

coefficients de trainée pourra alors être favorisé, pour sa simplicité d'identification et ses performances satisfaisantes à ces vitesses.

#### 3.3.5. Perspectives

Une solution potentielle au problème de modélisation du vent pourrait résider dans les techniques d'identifications présentes dans la littérature qui utilisent des observateurs pour l'estimation de paramètres non-constants. Ceux-ci ont l'avantage de pouvoir prendre en compte une vitesse de vent variable. En revanche, l'exploitation des résultats de ces algorithmes est plus périlleuse dans la mesure où l'on obtient, pour des coefficients réellement constants ( $c_{T,1}, d_k$ , etc...) , une estimation qui varie au cours du temps. Le choix du jeu de paramètres retenu est alors non-trivial. En outre, la non-linéarité du modèle en ses paramètres peut rendre difficile la production de preuves formelles de convergence d'un tel estimateur, si le choix est fait de produire un estimateur déterministe.

Dans le cas d'un observateur bayésien type Kalman, seul le filtre de Kalman classique dispose de telles preuves et son cadre d'utilisation se limite aux systèmes linéaires. Les EKF / UKF / filtres particuliers, à même d'être utilisés avec un système non-linéaire, ne disposent pas de garanties de convergence.

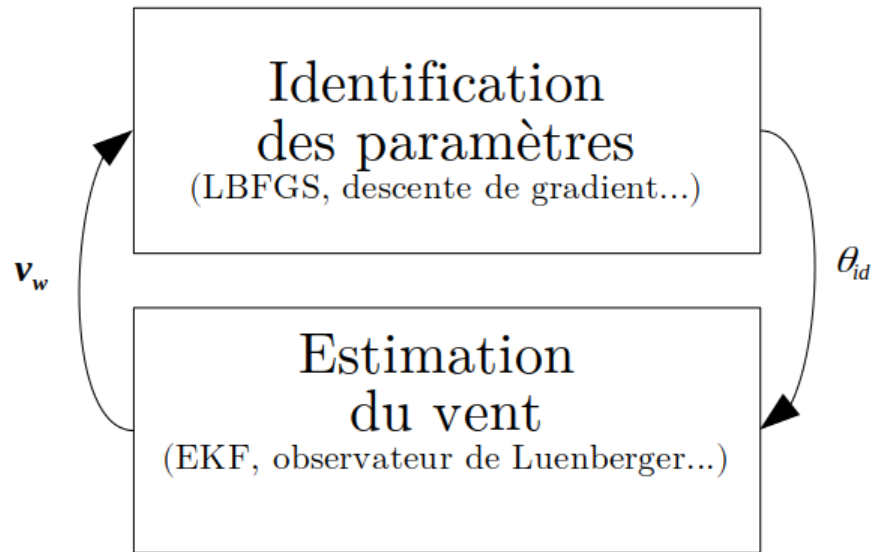
##### 3.3.5.1. Perspectives: estimation hybride

Une piste de solution pourrait être la conception d'une procédure d'identification hybride en deux temps selon le schéma proposé figure (3.16) :

1. en se donnant une fonction  $\hat{v}_w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ , servant à modéliser le vent (et pouvant être initialisée avec la fonction nulle) qui sert à réaliser l'identification des paramètres constants  $\theta_{id} = (c_{T,1}, c_{T,2}, c_{T,3}, c_{H,1}c_{H,2}, d_i, d_j, d_k, k_t)$ , comme cela a pu être fait dans la section sur la méthode d'identification globale.
2. en utilisant les paramètres identifiés, produire un modèle d'observation qui permet l'estimation dans le temps du vent (par exemple avec un filtre de Kalman). Cette nouvelle estimation devient  $\hat{v}_w$ .
3. avec la nouvelle fonction  $\hat{v}_w$ , reprendre l'étape 1 , et itérer.

##### 3.3.5.2. Perspectives: dynamique en rotation

Une perspective pour compléter la démarche d'identification serait d'inclure la dynamique en rotation à la modélisation. À partir du modèle des efforts réalisé, et de l'information de la géométrie du drone, il est possible de calculer le bras de levier et le couple développé par chaque moteur. Cela permet, à partir de l'information de l'inertie, de calculer l'accélération angulaire, qui peut être intégrée pour donner la vitesse angulaire et la position angulaire.



**Figure 3.16.:** Piste d'amélioration de la méthode d'identification par un algorithme hybride

Ainsi, il serait en théorie possible de rajouter la vitesse angulaire à l'état prédit, ce qui permettrait d'avoir davantage de données par vol pour l'identification (en rajoutant les données de la cinématique de rotation à la cinématique de translation déjà utilisée). En pratique, pour les drones multicoptères, et particulièrement les modèles bas de gamme peu rigides, les mesures du gyroscope sont extrêmement bruitées, notamment en raison des vibrations causées par les rotors. Cela représente une limite à l'extension du problème à la rotation, car l'estimation d'accélération angulaire peut se révéler imprécise en raison de ce bruit.

### 3.3.5.3. Perspectives: modélisation par des techniques d'apprentissage automatique

Pour clore le chapitre, une dernière perspective d'amélioration est proposée. Elle consiste en le remplacement du modèle dynamique actuel, basé sur la synthèse d'équations issues de deux modèles physiques de la littérature, par un modèle d'apprentissage automatique du comportement du système se basant sur les données d'entraînement. Plusieurs algorithmes de cette nature existent, et les travaux récents font états de leurs applications, non seulement pour des tâches de contrôle [45, 46], mais également pour la modélisation [47, 48].

Cette perspective a été élaborée à titre expérimental, et n'a pas fait l'objet de tests poussés pour optimiser le modèle, l'idée étant de réutiliser les données dont le prétraitement avait été fait pour tester rapidement les performances possibles d'un modèle d'apprentissage.

Du point de vue fonctionnel, le problème de la prédiction de la vitesse est celui de l'estimation d'une fonction  $f$  telle que :

$$\mathbf{a} = f(\mathbf{v}, \varpi_1, \dots, \varpi_P)$$

La fonction  $f$  peut être modélisée comme un réseau de neurones. Le prétraitement et l'implémentation sont inspirés de méthodes issues de [49]. À titre d'exemple, on utilise le réseau de neurones défini par la table (4.4).

Couche	Dimension sortie	Param #	Activation
Dense	13	182	relu
Dense	13	182	relu
Dense	13	182	tanh
Dense	7	98	tanh
Dense	3	24	linéaire
Nombre de paramètres: 668			

**Table 3.11.:** Réseau de neurones pour le test de la prédiction de l'accélération

L'entrée du réseau de neurones est pour chaque pas de temps  $n$  disponible dans les données d'entraînement un vecteur de dimension 13 :

$$X^n = (q_0^n, q_1^n, q_2^n, q_3^n, \frac{v_{i,0}^n}{25}, \frac{v_{j,0}^n}{25}, \frac{v_{k,0}^n}{25}, \frac{\varpi_{1,c}^n}{1000}, \frac{\varpi_{2,c}^n}{1000}, \frac{\varpi_{3,c}^n}{1000}, \frac{\varpi_{3,c}^n}{1000}, \frac{\varpi_{4,c}^n}{1000}, \frac{\varpi_{5,c}^n}{1000}, \frac{\varpi_{6,c}^n}{1000})$$

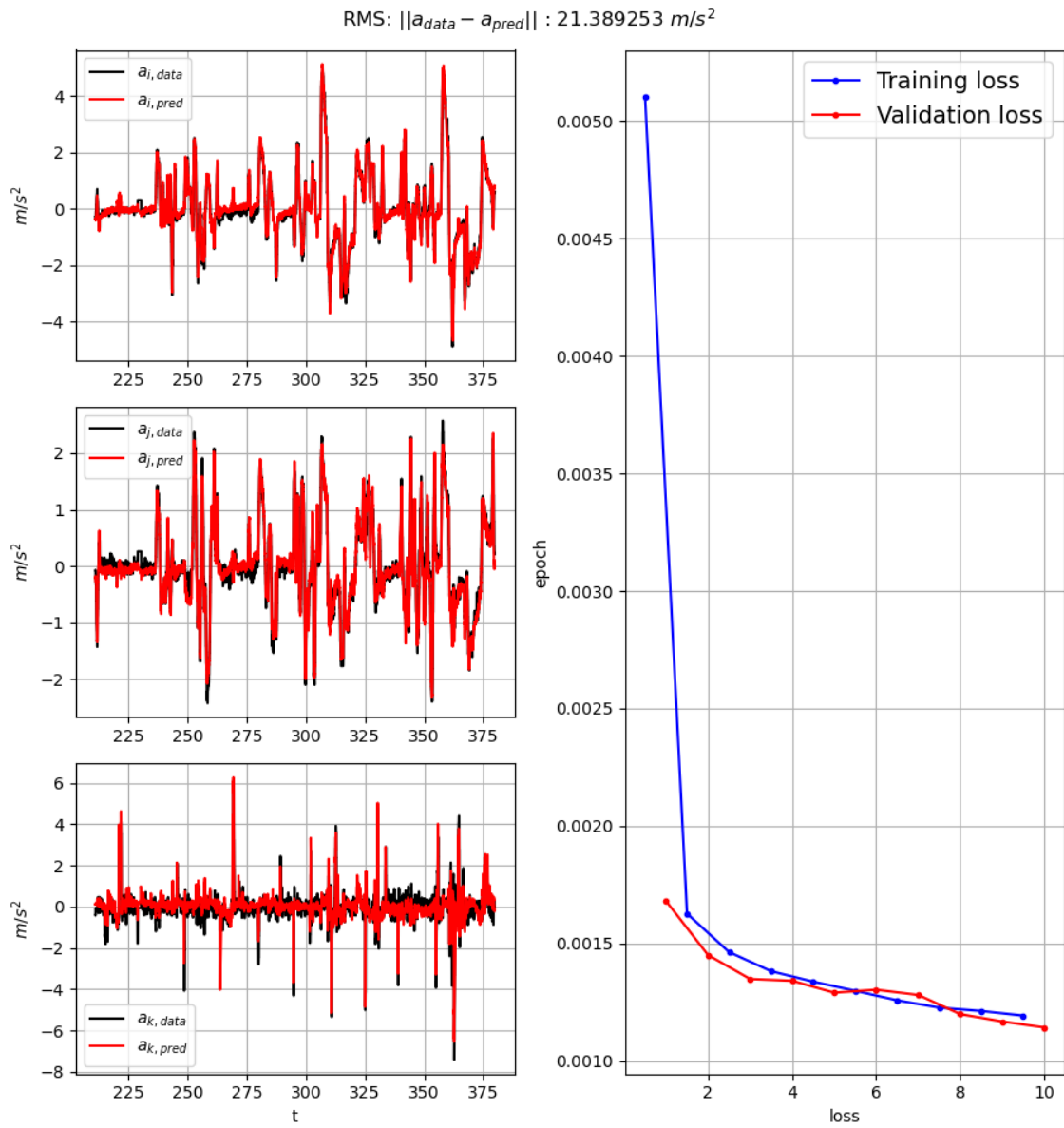
Il s'agit de la concaténation du quaternion repérant l'orientation, de la vitesse NED estimée divisée par un facteur suffisamment grand pour assurer que chaque composante de  $X^n$  soit inférieure à 1, et les consignes aux actionneurs. La sortie est un vecteur de dimension 3.

Le coût imposé pour l'optimisation est l'erreur quadratique moyenne entre la sortie prédite et l'accélération des données, i.e

$$C = \frac{1}{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} \|\mathbf{a}_{log}^n - \mathbf{a}_{pred}^n\|^2$$

Un tiers du jeu de données est réservé à la validation, deux tiers pour l'entraînement. L'algorithme de minimisation est l'optimiseur Adam, réglé avec un learning rate (taux d'apprentissage) de  $10^{-3}$ . L'entraînement et l'accélération prédite par le réseau sont illustrés figure (3.17)

Il apparait sur la figure (3.17) que le réseau de neurones arrive à fournir une prédiction satisfaisante sur l'accélération. Sur le jeu de données utilisé, le réseau de neurones parvient à prédire l'accélération du drone avec une erreur RMS inférieure à celle obtenue sur les modèles analytiques.



**Figure 3.17.:** Résultat de l'entraînement du réseau de neurones artificiel défini au tableau (4.4) et modélisation de l'accélération sur une fraction des données

## **4. Méthodes d'identification, partie II : Ailes**

## 4.1. Méthode

Cette section se focalise sur l'identification du modèle des efforts exercé par l'air sur les ailes pour les prototypes en étant équipés. Le modèle défini dans le chapitre consacré à la modélisation avait pour expression:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \mathbf{L}_n \\
 \mathbf{D}_n \\
 \mathbf{v}_{a,w,n} \\
 \mathbf{v}_{a,w,n} \\
 \pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n}) \\
 \mathbf{v}_{a,w,n}^\perp \\
 \alpha_n \\
 \alpha_{d,n} \\
 \alpha_{l,n} \\
 C_{L,n} \\
 C_{D,n} \\
 C_L^{fp}(\alpha_{l,n}) \\
 C_L^{sa}(\alpha) \\
 C_D^{fp}(\alpha) \\
 C_D^{sa}(\alpha)
 \end{array} \right. = \begin{array}{l}
 \frac{1}{2}\rho A_{w,n} |\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{L,n} \mathbf{v}_{a,w,n}^\perp \\
 -\frac{1}{2}\rho A_{w,n} |\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{D,n} \mathbf{v}_{a,w,n} \\
 \mathbf{v}_a - \mathbf{c}_{p,n} \times \boldsymbol{\Omega} \\
 (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{i})\mathbf{i} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{j}_{w,n})\mathbf{j}_{w,n} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{k}_{w,n})\mathbf{k}_{w,n} \\
 (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{i})\mathbf{i} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{k}_{w,n})\mathbf{k}_{w,n} \\
 (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{i})\mathbf{i} + (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{j}_{w,n})\mathbf{j}_{w,n} - (\mathbf{v}_{a,w,n} \cdot \mathbf{k}_{w,n})\mathbf{k}_{w,n} \\
 (\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n}), \mathbf{i}) \\
 \alpha_n + \chi_{d,n} \delta_n \\
 \alpha_n + \chi_{l,n} \delta_n \\
 (1 - \sigma(\alpha_{l,n}))C_L^{fp}(\alpha_{l,n}) + \sigma(\alpha_{l,n})C_L^{sa}(\alpha_{l,n}) + \chi_{lg,n} \sin(\delta_n) \\
 (1 - \sigma(\alpha_{d,n}))C_D^{fp}(\alpha_{d,n}) + \sigma(\alpha_{d,n})C_D^{sa}(\alpha_{d,n}) \\
 \frac{1}{2}C_{L,1,n}^{fp} \sin(2\alpha_{l,n}) \\
 \frac{1}{2}C_{L,1,n}^{sa} \sin(2(\alpha_{l,n} - \alpha_{0,n})) \\
 C_{D,0,n}^{fp} + C_{D,1,n}^{fp} \sin(\alpha_{d,n})^2 \\
 C_{D,0,n}^{sa} + C_{D,1,n}^{sa} \sin(\alpha_{d,n} - \alpha_{0,n})^2
 \end{array} \quad (4.1)$$

Il était obtenu à partir de la fusion de deux modèles, fusion réalisée par la fonction  $\sigma$  qui permet la transition lissée du modèle petits angles au modèle grands angles.  $\sigma$  modélise ainsi le décrochage aérodynamique des surfaces. Son expression est

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \alpha \in [\alpha_{s-}, \alpha_{s+}] \\
 \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s+}}{\Delta_{s+}} \pi)) & \alpha \in [\alpha_{s+}, \alpha_{s+} + \Delta_{s+}] \\
 \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s-}}{\Delta_{s-}} \pi)) & \alpha \in [\alpha_{s-} - \Delta_{s-}, \alpha_{s-}] \\
 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dans sa forme générale, le modèle analytique dépend de quatorze coefficients:

$$\theta = (C_{L,1,n}^{sa}, C_{D,0,n}^{sa}, C_{D,1,n}^{sa}, \alpha_{0,n}, \alpha_{s+}, \alpha_{s-}, \Delta_{s+}, \Delta_{s-}, \chi_{d,n}, \chi_{l,n}, \chi_{lg,n}, C_{L,1,n}^{fp}, C_{D,0,n}^{fp}, C_{D,1,n}^{fp})$$

La section suivante est consacrée à l'identification de ces paramètres, dont certains seront abandonnés pour simplifier le modèle au besoin.

L'identification est réalisée en plusieurs étapes consécutives:

1. Identification paramétrique à partir de courbes de portance et de traînée générées en simulation par un modèle CFD (Computer Fluid Dynamics) pour une unique surface. La simulation permet de fournir des valeurs de la résultante des efforts issus de la modélisation de la mécanique des fluides. Il est possible d'en déduire des valeurs de  $C_L$  et de  $C_D$  en fonction de l'angle d'attaque et de l'angle de flap. Les paramètres du modèle sont optimisés pour permettre aux caractéristiques aérodynamiques calculées par le modèle analytique de correspondre aux caractéristiques aérodynamiques simulées. Cela permet de vérifier la compatibilité du modèle analytique avec la simulation de l'écoulement d'air autour d'une aile.
2. Identification paramétrique sur des données générées sur un simulateur de vol. Ces identifications ont pour objectif de tester pour le modèle avion la méthode d'identification par minimisation de l'erreur de prédiction de l'accélération qui a été employée à la section précédente.
3. Identification paramétrique sur des données issues de vols réels. La dernière étape consiste en l'application de la méthode d'identification par minimisation de l'erreur de prédiction pour identifier des paramètres d'une version avion de l'Azimut. Elle est réalisée à partir de données recueillies lors de vols d'essais de ce prototype avion.

Il est primordial de noter qu'aucune donnée n'a pu être recueillie sur les phases de transition du prototype Azimut VTOL. Les données utilisées dans cette section proviennent d'un prototype Azimut avion non-convertible. Ces points sont rappelés au moment de l'exploration des données dans ce chapitre, et dans le chapitre consacré aux aspects expérimentaux.



## 4.2. Génération de courbes aérodynamiques par simulation CFD

L'objectif de cette section est de générer à l'aide d'outils de simulation des courbes de  $C_D$  et  $C_L$  sur une large plage de valeurs d'angles d'attaque. Cela est réalisé pour plusieurs valeurs d'inclinaison des gouvernes. Le recours aux outils de simulations est employé en raison de l'absence des moyens expérimentaux nécessaires à cette caractérisation. De façon générale, les caractérisations expérimentales permettant d'obtenir ces courbes sont réalisées avec un tunnel de soufflerie. L'objet à caractériser (en l'occurrence, une aile) y est placé, immobilisé et instrumenté de capteurs de force. Le tunnel génère un flux d'air, lequel engendre une trainée et une portance, dont on peut déduire les coefficients aérodynamiques. La surface est inclinée incrémentalement, afin de permettre de reconstituer les courbes aérodynamiques pour toutes les valeurs d'angle d'attaque désirées.

En l'absence d'accès à un tunnel de soufflerie, la modélisation computationnelle des fluides dynamiques utilisée a pour but de répliquer ce principe expérimental. Son objectif n'est pas d'atteindre l'état de l'art en termes de précision des résultats de simulations obtenus: cela nécessiterait l'utilisation des modèles de turbulences et des schémas numériques les plus sophistiqués de la littérature. Le but est de fournir des données de travail vraisemblables permettant de vérifier la capacité du modèle analytique à réaliser une bonne approximation des  $C_L$  et  $C_D$  sur l'ensemble des  $\alpha$  et  $\delta$  testés.

Le principe général de fonctionnement de ces méthodes est la discrétisation des équations de Navier-Stokes, en prenant en compte les hypothèses, les géométries et les conditions limites définies par l'utilisateur. Elles permettent de calculer le champ de pression et de vitesse de l'air autour de l'aile, et de calculer la résultante des efforts sur le profil en sommant les efforts élémentaires sur chaque facette du maillage de la géométrie de l'objet. La résultante des efforts, projetée sur la direction de l'écoulement et son orthogonal vertical, donne accès à la trainée et la portance.

La modélisation est réalisée grâce au logiciel OPENFOAM, et s'inspire de [50], qui propose une modélisation CFD basée sur des ressources en libre accès du centre de recherche de Langley de la NASA [51]. Ce modèle fait notamment appel à des résultats de [52, 53, 54, 55].

### 4.2.1. Géométrie de base

Le profil de base utilisé pour la simulation CFD sera le NACA0012, en raison de l'existence d'un grand nombre de ressources sur ce modèle, et pour pouvoir confronter les résultats avec les bases de données existantes, et notamment celle de [56].

Les caractéristiques géométriques de ce profil sont:

- Maximum d'épaisseur de 12% à 30% de la corde en partant du bord d'attaque.
- Aucune cambrure

Si l'on souhaite balayer  $P$  valeurs de l'angle de flap  $\delta$ , pour  $N$  valeurs angles d'attaque  $\alpha$ , on doit réaliser  $N \times P$  simulation. Au total, pour  $\delta \in [-15, 15]$  avec un pas de 5 et  $\alpha \in [-90, 90]$  avec un pas de 10, il y a donc  $7 \times 19 = 133$  simulations indépendantes. En pratique, un pas plus fin aura été réalisé aux petits angles, afin de pouvoir effectuer une comparaison plus fine avec les données de la littérature. Au total, plus de 190 simulations sont réalisées.

La génération des données consiste en la répétition, pour chaque angle d'attaque, pour chaque angle de flap, de la procédure de simulation présentée ci-dessous.

### 4.2.2. Constantes physiques

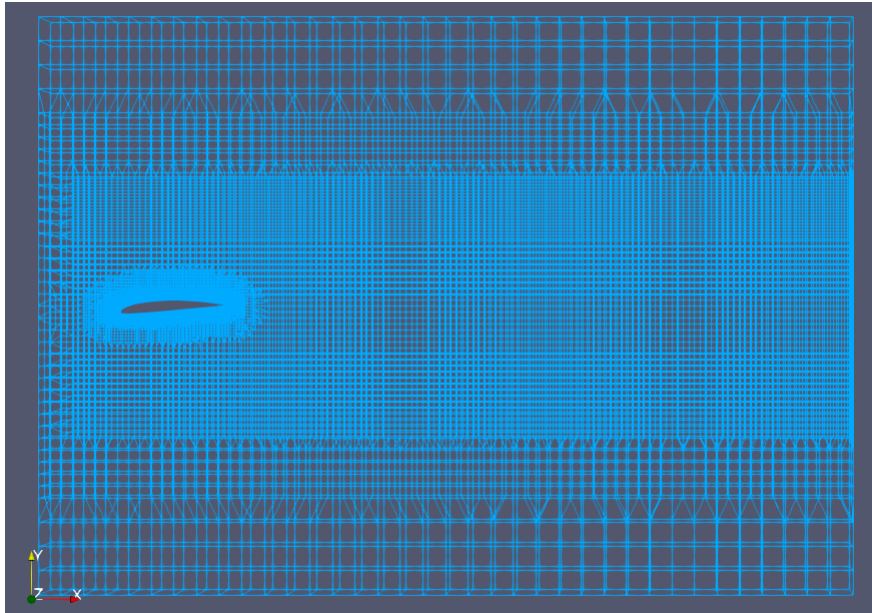
L'aire modélisée est un rectangle de  $10m \times 7m$ . Le flux d'air arrive par le bord en  $x = 0$ , à une vitesse de  $20m/s$ .

L'écoulement est supposé plan et laminaire, le fluide (l'air) est Newtonien. Les valeurs numériques des constantes sont:

- $\rho = 1.21kg \cdot m^{-3}$  pour la masse volumique
- $\nu = 1.51e - 5m^2 \cdot s^{-1}$  pour la viscosité cinématique
- $R_e = \frac{lv}{\nu} \approx 1.5 \times 10^6$  pour le nombre de Reynolds
- $M_a = 0.06$  pour le nombre de Mach

### 4.2.3. Dimensions et discrétisation

Les dimensions sont en "pseudo 2D", le volume modélisé fait  $10m \times 7m \times 1m$ , puisque le solveur utilisé requiert au moins une maille de profondeur. La taille du domaine est considérablement plus petite que le standard proposé dans le cas originel de [50], ce qui pourra entraîner entre autres des imprécisions sur les champs de pression et de vitesse du fluide. Cela pourra se traduire par des coefficients inexacts, qui peuvent différer des bases de données et tests expérimentaux. Ce choix est fait en raison de la puissance de calcul requise pour la réalisation des  $N \times P$  simulations, le fait de devoir effectuer un grand nombre de simulations en un temps raisonnable impose des contraintes sur la consommation du moteur en ressources CPU/RAM. Cela ne pose pas de problème vis à vis de l'objectif d'identification du modèle analytique tant que ces erreurs restent petites. Une vérification sera réalisée avec des simulateurs de référence (en l'occurrence Xfoil et JavaFoil) pour vérifier que les coefficients restent vraisemblables au moins aux petits angles. Le maillage est affiché figure (4.1). Les paramètres spécifiques au mailleur sont référencés dans le tableau (4.1).



**Figure 4.1.:** Modélisation du domaine numérique pour la simulation du flux de l'air autour d'une aile NACA 0012 sous OPENFOAM

Mailleur	Blockmesh
Nombre de cellules par axe	10 longueur, 10 hauteur
Raffinage	SnappyHexmesh
Niveau de raffinement	6

**Table 4.1.:** Paramètres du maillage du domaine numérique

Il est à noter que malgré que le domaine choisi soit de dimension inférieure à [50], et aux cas de l'état de l'art en général, le nombre de mailles par mètre modélisé est supérieur. Le maillage autour du profil requiert un algorithme spécifique afin de prendre en compte la spécificité de la géométrie locale, et pour permettre de raffiner le maillage, qui doit être beaucoup plus fin à proximité de l'aile pour donner de bons résultats. Cette double opération est permise par le raffineur snappyHexmesh, qui, réglé avec un paramètre de raffinement de 6, divisera par deux la taille du maillage de base (à une maille par mètre) pour descendre jusqu'à une taille de maille de  $\frac{1}{2}$  m.

Les conditions limites utilisées aux frontières du domaine sont les mêmes que [50], voir table (4.2).

#### 4.2.4. Génération des surfaces

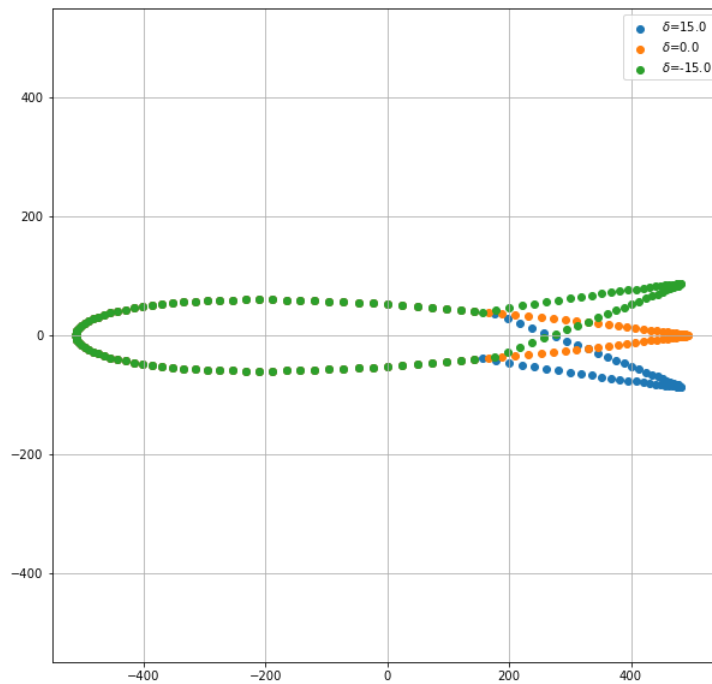
La configuration présentée ci-dessus détaille les conditions et paramètres de base des  $N \times P$  simulations. Ce paragraphe détaille la façon dont la géométrie à caractériser

Limite	Vitesse	Pression cinématique
$x = 0m$	20m/s	0
$x = 10m$	20m/s	0
$y = -3.5m$	-	-
$y = 3.5m$	-	-
Aile	Gradient orthogonal à la normale de la surface	-

**Table 4.2.:** Conditions limites pour la résolution du schéma numérique

est générée et insérée avant le raffinement du maillage. La génération de surfaces passe par le processus suivant :

1. génération des points 2D
2. duplication des points pour la génération d'un nuage de points 3D
3. génération d'un fichier STL à partir du nuage de points par l'algorithme de Poisson.



**Figure 4.2.:** Définition angle  $\delta$

En reprenant [51], le profil de l'aile NACA 0012 est défini par l'équation (4.2)

$$y = \pm 0.6(0.2969 * \sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4) \quad (4.2)$$

Cette équation est échantillonnée pour générer des points en 2D, qui fournissent la base du profil.

L'intégration de géométries complexes dans l'espace simulé peut être réalisée par l'intégration d'un fichier de mesh, générable à partir d'une forme facettisée de la géométrie.

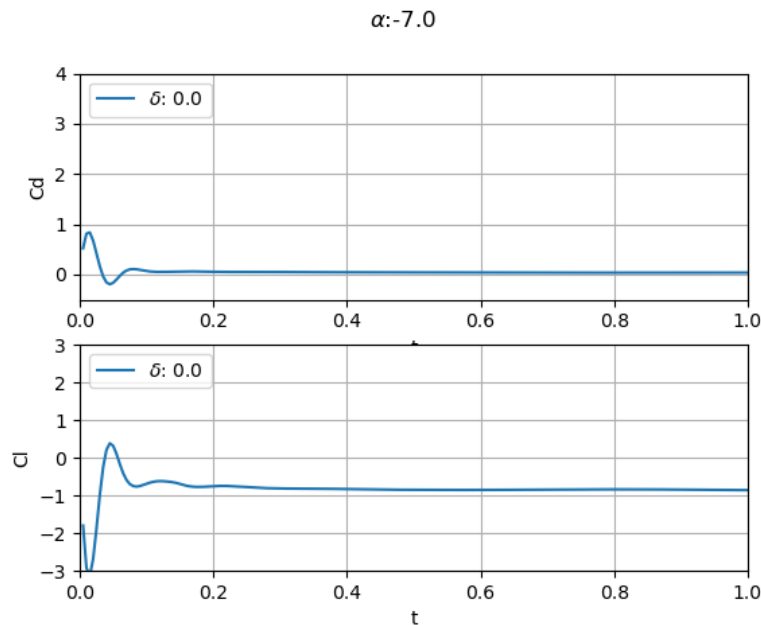
Pour prendre en compte l'angle d'attaque  $\alpha$ , l'ensemble des points subissent une rotation de centre  $(0, 0)$  et de valeur  $\alpha$ .

Pour prendre en compte la mobilité du flap, la queue de l'aile fait l'objet d'une rotation dans le plan 2D. Le centre de rotation est situé aux  $2/3$  de la corde en partant du bord d'attaque. On génère ainsi  $P$  géométries, correspondant à autant d'angles  $\delta$ .

Ainsi, pour chaque valeur de  $\delta$  souhaitée, pour chaque valeur de  $\alpha$  souhaitée, un fichier .STL est créé, et inséré pour être maillé, puis le calcul peut être lancé. Le solveur est configuré pour calculer numériquement les champs de pression et de vitesse pendant 1 seconde.

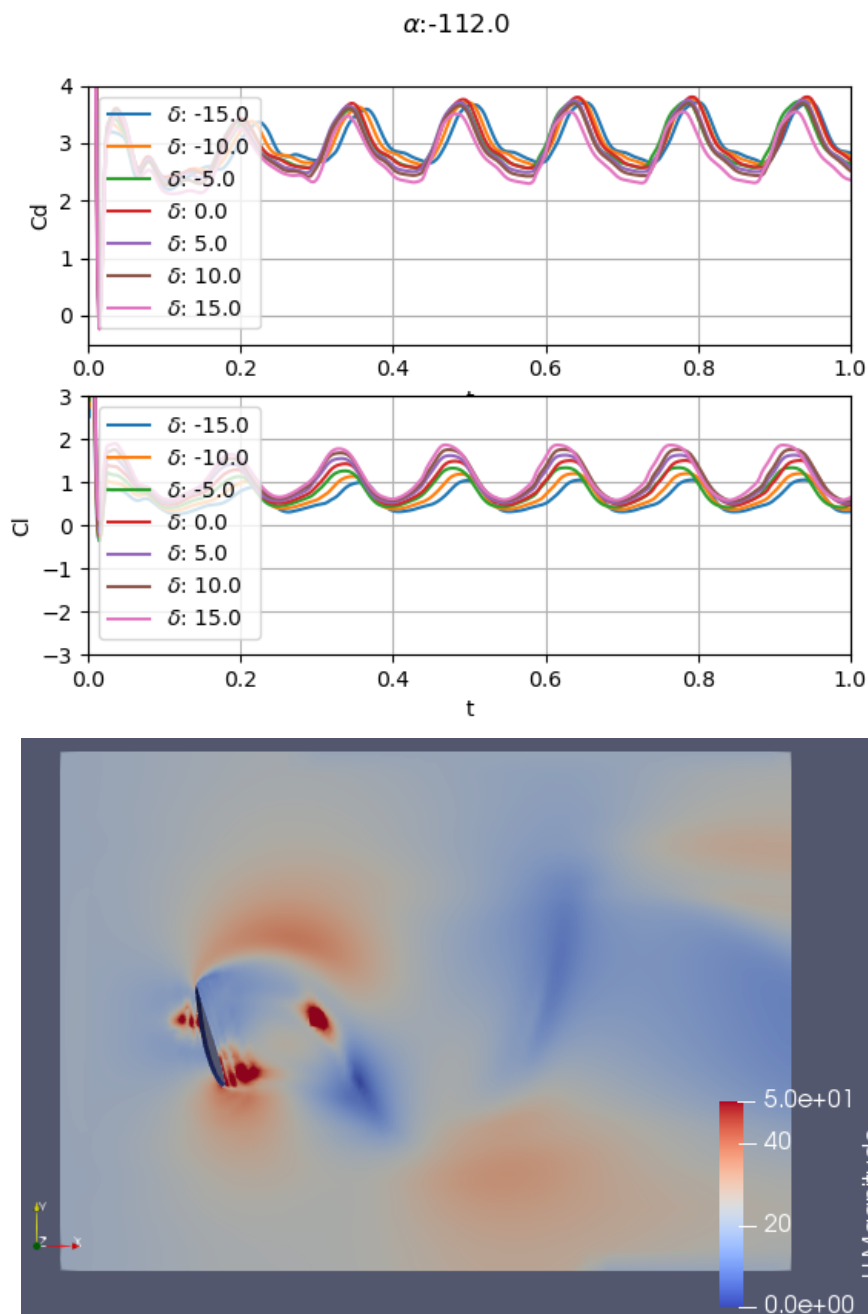
#### 4.2.5. Prétraitement, résultats, commentaires

Pour de faibles angles d'attaque, l'écoulement converge vers une solution constante et permet de déduire directement la valeur des coefficients aérodynamiques, comme il est possible de le voir figure (4.3).



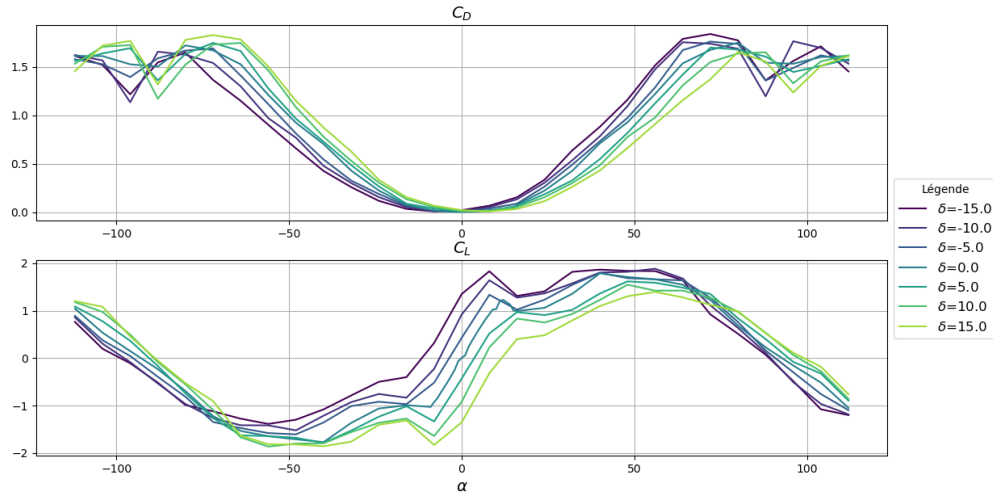
**Figure 4.3.:** Convergence des coefficients calculés pour un faible angle d'attaque

Quand l'angle d'attaque augmente trop, il se produit un phénomène de décrochage de l'écoulement sur le bord de fuite. Cela se traduit par l'apparition d'un phénomène oscillatoire périodique dans les coefficients, voir figure (4.4). Ce phénomène instationnaire est dû à des turbulences dans la trainée de l'aile, et a déjà été décrit dans plusieurs travaux de la littérature, tels que [57, 55].



**Figure 4.4.:** Phénomène instationnaire post stall de la simulation CFD du profil NACA 0012 pour un angle d'attaque de  $112^\circ$

En présence de ces oscillations, des coefficients moyens peuvent être obtenus en réalisant un filtrage passe bas pour extraire la composante constante de la force, ce qui permet d'obtenir des courbes avec les valeurs moyennées de  $C_d$  et  $C_L$ , tracées figure (4.5).



**Figure 4.5.:** Courbes  $C_D$  et  $C_L$  issues de la simulation CFD pour le profil NACA 0012

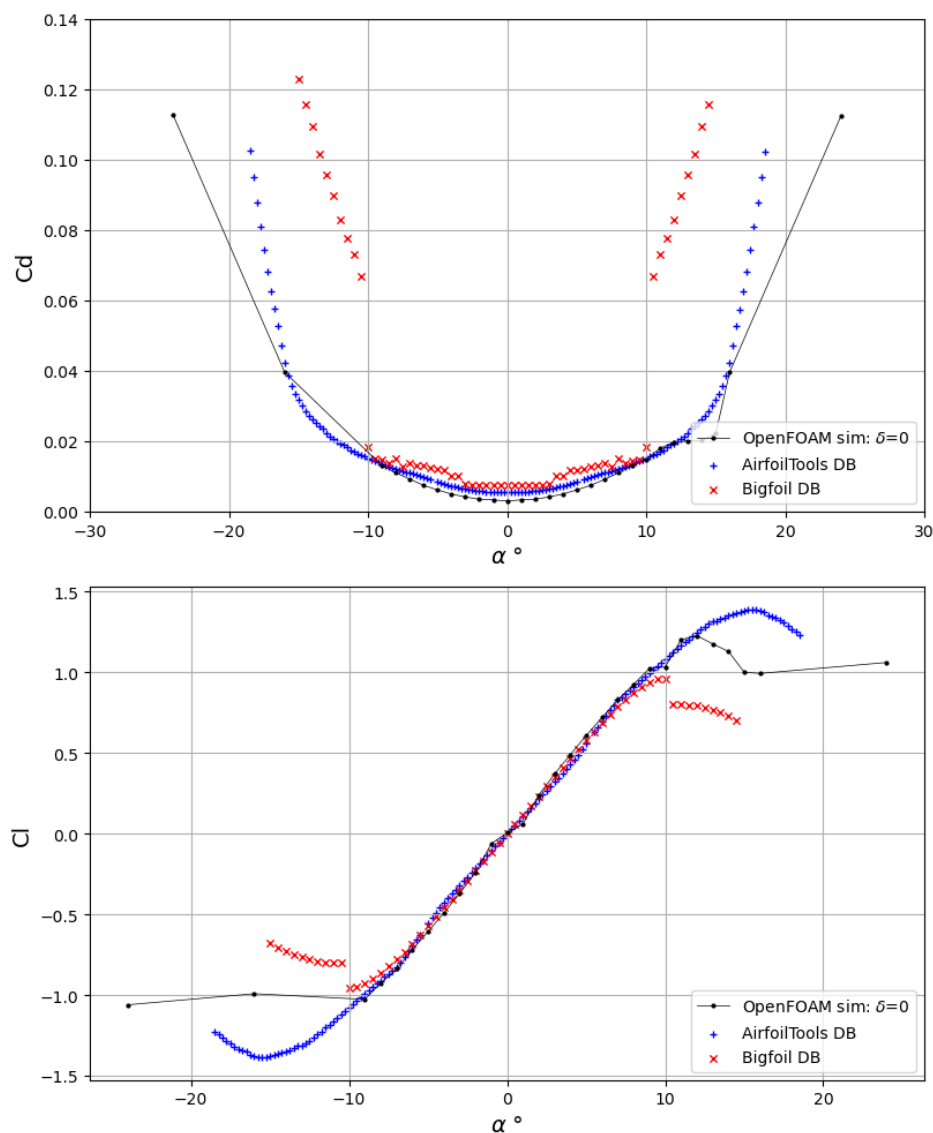
Aux petits angles, le modèle propose des coefficients (tracés sur la figure (4.6)) proches des résultats de deux simulateurs de référence

- le simulateur Xfoil [58], dont les résultats pour ce profil pour un nombre de Reynolds de  $1e6$  sont disponibles sur la base de donnée Airfoilttools [56]
- le simulateur JavaFoil [59], dont les résultats pour ce profil pour un nombre de Reynolds de  $1e6$  sont disponibles sur la base de donnée BigFoil [29]

Les résultats de la comparaison sur la figure (4.6) peuvent être commentés de la façon suivante:

- La courbe de portance est quasiment identique aux données des bases de données sur la plage de valeurs  $\alpha \in [-10^\circ, 10^\circ]$ . Pour des valeurs hors de cette plage, le  $C_L$  décroche successivement pour les données issues de JavaFoil (voir [29]), puis pour la simulation réalisée sous OpenFoam, et enfin pour Xfoil (voir [56]). Les valeurs maximales précédant le décrochage sont atteintes pour respectivement  $10^\circ$ ,  $12^\circ$  et  $16^\circ$ .
- La courbe de traînée reste dans une plage de valeurs vraisemblables pour  $\alpha \in [-10^\circ, 10^\circ]$ . Elle est toutefois légèrement inférieure en moyenne sur cette plage aux données de [29, 56]. Quand  $\alpha$  dépasse les  $10^\circ$  en valeur absolue, la comparaison est plus difficile à faire dans la mesure où le  $C_D$  augmente brutalement pour les données issues de [29]. Il est à noter que c'était également

pour  $|\alpha| = 10^\circ$  que la portance décroche dans les résultats de [29]. Similairement, la courbe simulée sous OpenFoam réalise un petit écart avec sa tendance parabolique pour  $\alpha = 12^\circ$ .



**Figure 4.6.:** Comparaison aux petits angles des résultats de la simulation pour  $\delta = 0^\circ$  avec la base de donnée AirfoilTools

Les principaux écarts des simulations réalisées par rapport aux données de référence peuvent être expliqués par le fait que le nombre de Reynolds du modèle réalisé sous OpenFoam est légèrement supérieur à celui utilisé pour produire les données de [29, 56] ( $Re = 1.3 \cdot 10^6$  sur la simulation réalisée, contre  $10^6$  pour les bases de données).



Or, il apparaît, en observant chacune de ces bases de données (les courbes sont disponibles en annexe), que la courbe des coefficients de trainée affiche une sensibilité au Reynolds. Dans [29, 56], le  $C_D$  tend à diminuer lorsque le Reynolds augmente. Cela peut expliquer la moyenne inférieure aux petits angles observée sur les simulations sous Openfoam pour  $\alpha \in [-10^\circ, 10^\circ]$ .

La courbe de portance, pour les données de simulations disponibles sur ces bases de données, est peu sensible au Reynolds sur la partie linéaire de la courbe (c'est-à-dire pour  $\alpha \in [-10^\circ, 10^\circ]$ ). En revanche, il apparaît dans [29, 56] que la position du maximum de portance précédant le décrochage du  $C_L$  est modifiée par le Reynolds: plus le Reynolds est petit, plus la courbe décroche "tôt".

Si la comparaison des résultats était effectuée uniquement avec les données de [29], cela pourrait expliquer la valeur supérieure du  $\alpha$  auquel le décrochage est observé pour Openfoam ( $12^\circ$  vs  $10^\circ$  pour [29]). Cependant, le  $C_L$  décroche à  $16^\circ$  dans [56]. Il n'est donc pas possible de conclure que le Reynolds suffit seul à expliquer la différence sur le décrochage. Toutefois, la modélisation du décrochage requiert des schémas numériques sophistiqués, possiblement non-implémentés dans le simulateur X foil [58] (lequel date de 1989, les deux autres étant postérieurs à 2010). En conclusion, les résultats obtenus par la modélisation sous OpenFoam peuvent être jugés satisfaisants pour la portance au moins pour  $\alpha \in [-10^\circ, 10^\circ]$ , avant le décrochage.

Les données étant générées et validées aux petits angles, les coefficients du modèle analytique (4.1) peuvent alors être identifiés sur les données issues de la CFD.

## 4.3. Identification du modèle analytique depuis la CFD

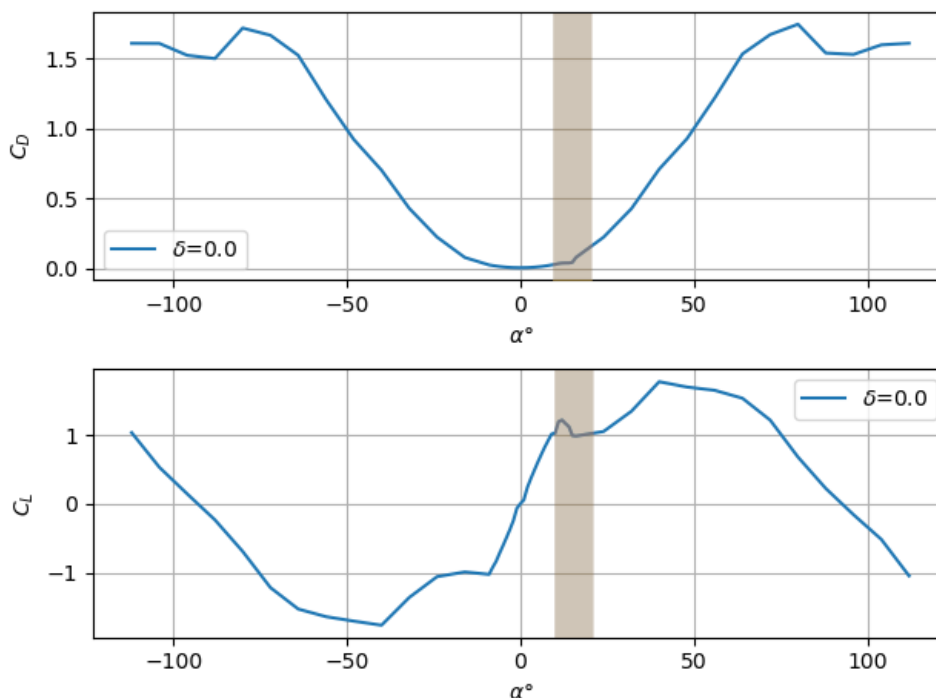
### 4.3.1. Identification du modèle analytique pour $\delta = 0$

Ce paragraphe développe la méthode pour l'obtention des valeurs des paramètres

$$\theta = (C_{L,1}^{sa}, C_{D,0}^{sa}, C_{D,1}^{sa}, \alpha_0, \alpha_{s+}, \alpha_{s-}, \Delta_{s+}, \Delta_{s-}, C_{L,1}^{fp}, C_{D,0}^{fp}, C_{D,1}^{fp})$$

Les paramètres liant la dépendance du  $C_d$  et du  $C_L$  en l'angle  $\delta$  du flap seront identifiés dans un second temps.

L'identification des paramètres  $C_{L,1}$ ,  $C_{D,0}$ ,  $C_{D,1}$  et  $\alpha_0$ ,  $\alpha_s$  peut être effectuée sur les données aux petits angles sur les données générées par le modèle CFD. La zone de stall est grisée sur la figure (4.7)



**Figure 4.7.:** Tracé des courbes aérodynamiques de simulation sur le profil NACA0012 pour  $\delta = 0^\circ$ ,  $\alpha \in [-115^\circ, 115^\circ]$  (zone de stall grisée)

**4.3.1.0.1. Petits angles** On désigne par petits angles l'intervalle  $\alpha \in [-10^\circ, 10]$ . A ces valeurs, le modèle se simplifie en:

$$\begin{cases} C_D = \frac{1}{2} C_{L1}^{sa} \sin(2(\alpha - \alpha_0)) & \approx C_{L1}^{sa} \alpha \\ C_L = C_{D0}^{sa} + C_{D1}^{sa} \sin(\alpha - \alpha_0)^2 & \approx C_{D0}^{sa} + C_{D1}^{sa} (\alpha - \alpha_0)^2 \end{cases}$$

Le profil NACA 0012 est symétrique, le coefficient  $\alpha_0$  est nul. Sur les polaires de profils asymétriques, le  $\alpha_0$  peut être déduit de la valeur de  $\alpha$  telle que  $C_L(\alpha) = 0$ . Les coefficients permettant la régression polynomiale aux petits angles, affichée figure (4.8) sont:

$$\begin{aligned} C_{L1}^{sa} &= 6.4481 \\ C_{D0}^{sa} &= 0.00897 \\ C_{D1}^{sa} &= 1.0371 \end{aligned}$$

**4.3.1.0.2. Grands angles** On désigne par grands angles les valeurs de  $\alpha$  telles que  $|\alpha| > 30^\circ$ . L'identification des coefficients grands angles peut être faite en utilisant la méthode des moindres carrés non-linéaires sur le modèle flat plate suivant:

$$\begin{cases} C_D = \frac{1}{2} C_{L1}^{fp} \sin(2\alpha) \\ C_L = C_{D0}^{fp} + C_{D1}^{fp} \sin(\alpha)^2 \end{cases}$$

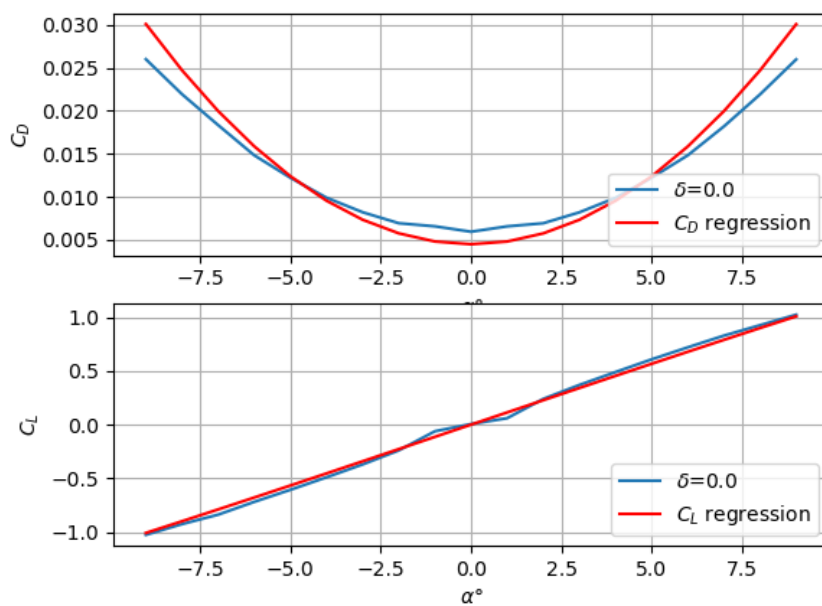
Les coefficients grands angles identifiés sont :

$$\begin{aligned} C_{L1}^{fp} &= 3.65 \\ C_{D0}^{fp} &= -0.166 \\ C_{D1}^{fp} &= 2.04 \end{aligned}$$

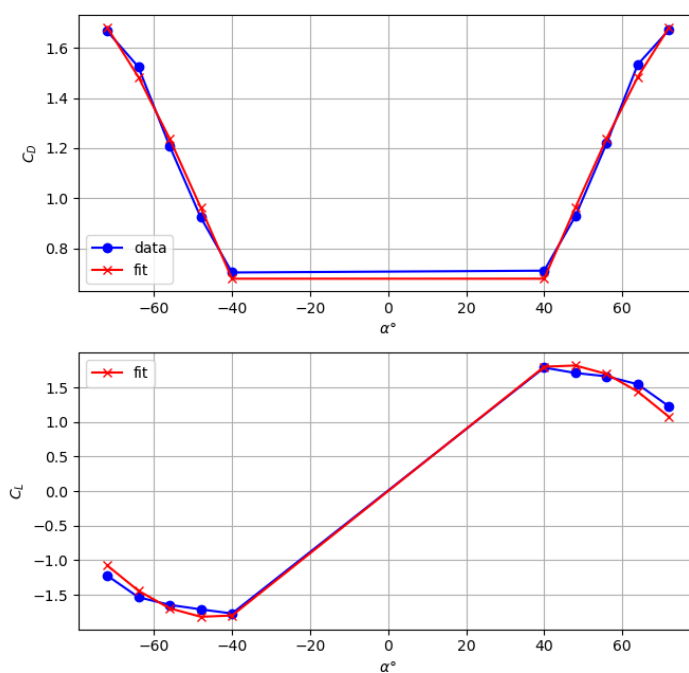
La régression des coefficients du modèle aérodynamique pour les grands angles est tracée figure (4.9):

Le  $C_{D1}^{fo}$  est acceptable au regard des données de la littérature, mais le coefficient  $C_{D0}^{fp}$  est manifestement non-physique. Cela ne revêt pas une importance trop grave dans la mesure où le coefficient  $C_{D0}^{fp}$  n'intervient que peu dans les vols réels, réalisés principalement aux petits angles. Pour que ce coefficient devienne prépondérant dans le  $C_D$ , il est nécessaire que  $\sin^2(\alpha - \alpha_0)$  soit petit, ce qui suppose que  $\alpha - \alpha_0$  soit petit, or dans ce cas, c'est le modèle aux petits angles qui est utilisé, et non le modèle flat plate.

Le manque de consistance des données avec la littérature et la négativité de  $C_{D0}^{fp}$  peuvent s'expliquer par le faible volume simulé et l'utilisation de solveurs simplifiés pour les turbulences au lieu des modèles les plus sophistiqués. Néanmoins, ces données permettent de vérifier que le modèle grands angles permet une bonne régression des données, ce qui était l'objectif.



**Figure 4.8.:** Régression des coefficients simulés pour le modèle NACA aux petits angles



**Figure 4.9.:** Régression des coefficients simulés pour le modèle NACA aux grands angles

La détermination de l'amplitude de la zone de stall peut alors être effectuée comme présenté au paragraphe suivant à partir des coefficients déjà identifiés, en réalisant la minimisation de l'erreur sur  $C_D$  et  $C_L$ . Les coefficients utilisés pour cela sont:

$$\begin{cases} \alpha_0 & = 0 \\ C_{L1}^{sa} & = 12.896 \\ C_{D0}^{sa} & = 0.00897 \\ C_{D1}^{sa} & = 1.0371 \\ C_{L1}^{fp} & = 3.65391032 \\ C_{D0}^{sa} & = -0.16583341 \\ C_{D1}^{sa} & = 2.04300752 \end{cases} \quad (4.3)$$

**4.3.1.0.3. Identification du modèle de décrochage** Les paragraphes précédents détaillaient la façon dont les coefficients du profil pouvaient être identifiés sur des bandes séparées d'angles d'attaque. La jonction entre les deux modèles est permise par la fonction  $\sigma$ , dont les coefficients modélisent l'effet de stall. Leur identification est réalisée en dernier, à partir des coefficients identifiés précédemment.

La fonction  $\sigma$  définie comme

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \alpha \in [\alpha_{s-}, \alpha_{s+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s+}}{\Delta_{s+}} \pi)) & \alpha \in [\alpha_{s+}, \alpha_{s+} + \Delta_{s+}] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_{s-}}{\Delta_{s-}} \pi)) & \alpha \in [\alpha_{s-} - \Delta_{s-}, \alpha_{s-}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

fait intervenir 4 paramètres. Le profil NACA étant symétrique, il est possible de réduire le nombre de paramètres en posant  $\alpha_{s+} = \alpha_{s-} = \alpha_s$  et  $\Delta_{s-} = \Delta_{s+} = \Delta_s$ . À l'aide des paramètres déjà identifiés, l'erreur de prédiction est minimisée par les moindres carrés non-linéaires en fonction des paramètres  $\Delta_s$  et  $\alpha_s$ . Les coefficients recherchés sont ceux vérifiant:

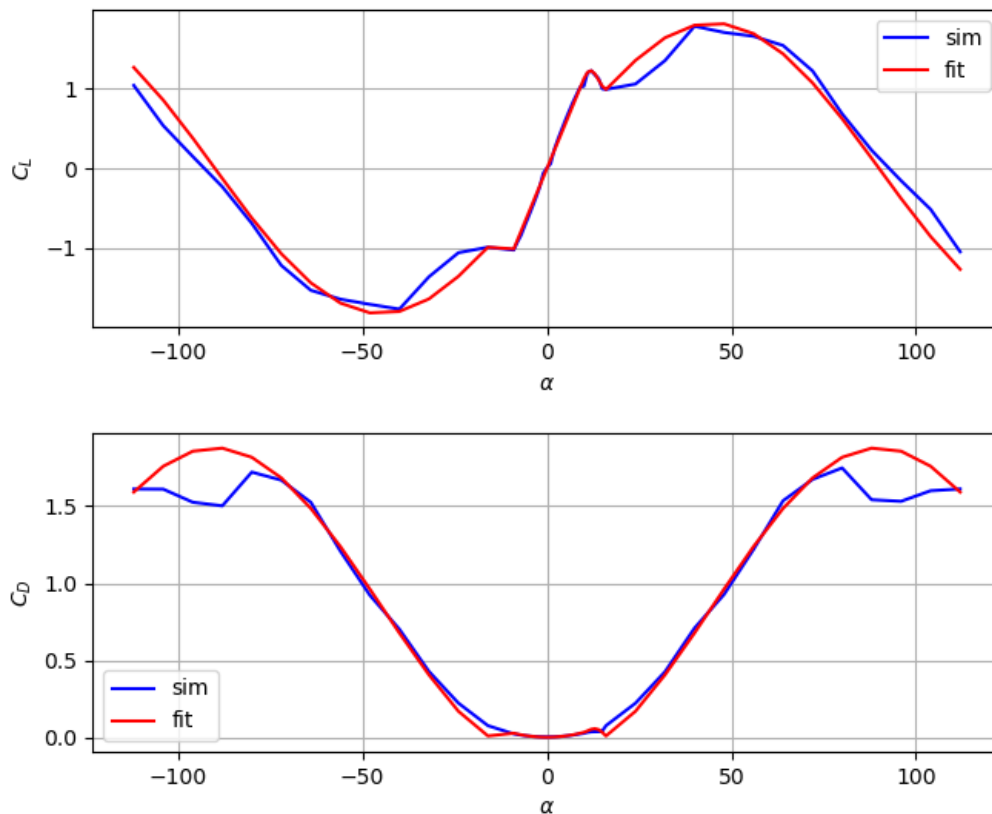
$$\alpha_s, \Delta_s = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \left( \sum \frac{|C_d^{fp} + \sigma(\alpha_s, \Delta_s)(C_d^{sa} - C_d^{fp}) - C_{d,sim}|}{\max(|C_{d,sim}|)} + \frac{|C_l^{fp} + \sigma(\alpha_s, \Delta_s)(C_l^{sa} - C_l^{fp}) - C_{l,sim}|}{\max(|C_{l,sim}|)} \right)$$

Avec l'utilisation des coefficients identifiés précédemment, ce problème de minimisation a pour solution:

$$\alpha_s = 9.74^\circ \quad \Delta_s = 6,30^\circ \quad (4.4)$$

Les valeurs (4.4) semblent correspondre à l'apparition du décrochage sur le tracé de la figure (4.6), sur lequel il peut être observé que le  $C_L$  décroche pour une valeur de  $\alpha = 12^\circ$ , c'est-à-dire approximativement  $\alpha_s + \frac{\Delta_s}{2}$ .

L'ensemble des valeurs identifiées (4.3) et (4.4) permettent la régression proposée figure (4.10), qui peut être considéré comme satisfaisante.



**Figure 4.10.:** Courbes aérodynamiques du modèle simulé et modèle analytique identifié pour le profil NACA0012

Ainsi, la méthode proposée permet l'identification des coefficients du modèle pour une bande de  $\alpha \in [-90^\circ, 90^\circ]$ , avec un angle de flap  $\delta$  nul.

### 4.3.2. Identification du modèle analytique pour $\delta \neq 0$

Une fois les coefficients aérodynamiques du profil identifiés avec  $\delta = 0$ , comme cela a été fait à la section précédente, la présente section propose une méthode pour l'identification des coefficients modélisant l'effet du flap sur la portance et la trainée. La section consacrée à la modélisation proposait d'exprimer  $C_l(\alpha, \delta)$  et  $C_d(\alpha, \delta)$  en fonction de  $C_l(\alpha, 0)$  et  $C_d(\alpha, 0)$  à partir des relations (4.5):

$$\begin{aligned} C_l(\alpha, \delta) &= C_l(\alpha + \chi_l \delta, 0) + \chi_{lg} \sin(\delta) \\ C_d(\alpha, \delta) &= C_d(\alpha + \chi_d \delta, 0) \end{aligned} \quad (4.5)$$

L'identification de l'effet des flaps revient donc à l'identification de  $\chi_d$ ,  $\chi_l$  et  $\chi_{lg}$ . La méthode proposée se base sur une interpolation linéaire des coefficients issus des simulations pour  $\alpha = 0$ , sur laquelle est appliquée les coefficients. Cette approche permet de réutiliser la même méthode avec d'autres expressions analytiques de  $C_D$  et  $C_L$ . La méthode présentée ci-après se focalise sur  $C_L$  mais est identique pour le  $C_D$ .

Les coefficients calculés à partir de la CFD, notés  $C_L^{sim}$  sont à disposition pour  $\alpha \in [-112^\circ, 112^\circ]$  et  $\delta \in [-15^\circ, 15^\circ]$ . Les coefficients correspondant à  $\delta = 0$  sont interpolés linéairement. Cette interpolation linéaire, notée  $\iota(C_l)$ , est donc une fonction de  $[-112^\circ, 112^\circ] \rightarrow \mathbb{R}$  correspondant à l'interpolation de la fonction partielle  $C_L^{sim}(\alpha, 0)$ .

$$\iota(C_l) : \begin{cases} [-112^\circ, 112^\circ] & \rightarrow \mathbb{R} \\ \alpha & \rightarrow C_L^{sim}(\alpha, 0) \end{cases}$$

En utilisant (4.5), il est alors possible de procéder à une prédiction de  $C_L(\alpha, \delta)$  en remplaçant  $C_L^{sim}(\alpha, 0)$  par  $\iota(C_l)$  dans (4.5). Pour un  $\delta$  donné, la prédiction de  $C_L$  à partir de  $\iota(C_l)$  est:

$$C_L^{pred}(\alpha, \delta) = \iota(C_l)(\alpha + \chi_l \delta) + \chi_{lg} \sin(\delta) \quad (4.6)$$

En utilisant (4.6) il est alors possible de construire les fonctions de coût pour  $C_L$  et  $C_D$  comme la somme des erreurs relatives en fonction de  $\chi_d$ ,  $\chi_l$  et  $\chi_{lg}$ . La valeur de l'erreur relative cumulée est calculée en faisant la somme sur  $\alpha$  et sur  $\delta$ .

La somme est calculée pour  $\alpha \in [-90^\circ, 90^\circ]$ , et non pas sur  $\alpha \in [-112^\circ, 112^\circ]$ , car l'argument  $\alpha_i + \chi_{l,n} \delta_i$  de  $\iota(C_l)$ , doit rester dans la plage de valeurs de  $\alpha$  sur lesquelles  $C_L^{sim}(\alpha, 0)$  et  $C_D^{sim}(\alpha, 0)$  ont été interpolées. En effet, en dehors de la plage  $\alpha \in [-90^\circ, 90^\circ]$ , la fonction  $\iota(C_l)$  n'est pas définie. La formule du coût est donc:

$$C(\chi_d) = \sum_{\alpha_i=-90^\circ}^{90^\circ} \sum_{\delta_i=-15^\circ}^{15^\circ} \frac{|\iota(C_D)(\alpha_i + \chi_d \delta_i) - C_D^{sim}(\alpha_i, \delta_i)|}{|C_D^{sim}(\alpha_i, \delta_i)| + \epsilon}$$

pour le  $C_D$  et

$$C(\chi_l, \chi_{lg}) = \sum_{\alpha_i=-90^\circ}^{90^\circ} \sum_{\delta_i=-15^\circ}^{15^\circ} \frac{|\iota(C_L)(\alpha_i + \chi_l \delta_i) + \chi_{lg} \sin(\delta_i) - C_L^{sim}(\alpha_i, \delta_i)|}{|C_L^{sim}(\alpha_i, \delta_i)| + \epsilon}$$

Le terme  $\epsilon$  est ajouté pour se prémunir contre une division par zéro dans la fraction, typiquement choisi petit. Pour l'implémentation permettant d'obtenir (4.7), on utilise  $\epsilon = 10^{-6}$ .

Cette erreur est minimisée, et permet l'obtention des coefficients  $\chi_{l,n}$ ,  $\chi_{lg,n}$  et  $\chi_{d,n}$ . L'erreur relative moyenne minimale obtenue est de 11.3% sur le  $C_D$  et 7.9% sur le  $C_L$ , avec les valeurs

$$(\chi_{d,n}, \chi_{l,n}, \chi_{lg,n}) = (-3.588, -8.600, -6.709) \quad (4.7)$$

Ces valeurs permettent de faire la régression tracée figure (4.11).

Étant donné qu'une interpolation des données (et pas une formule analytique) est utilisée, cette méthode peut fonctionner avec un grand nombre de modèles analytiques pour  $C_L$  et  $C_D$ . Elle permet de se concentrer sur la régression pour  $\delta = 0$ , avant "d'étendre" le résultat pour  $\delta \neq 0$ .

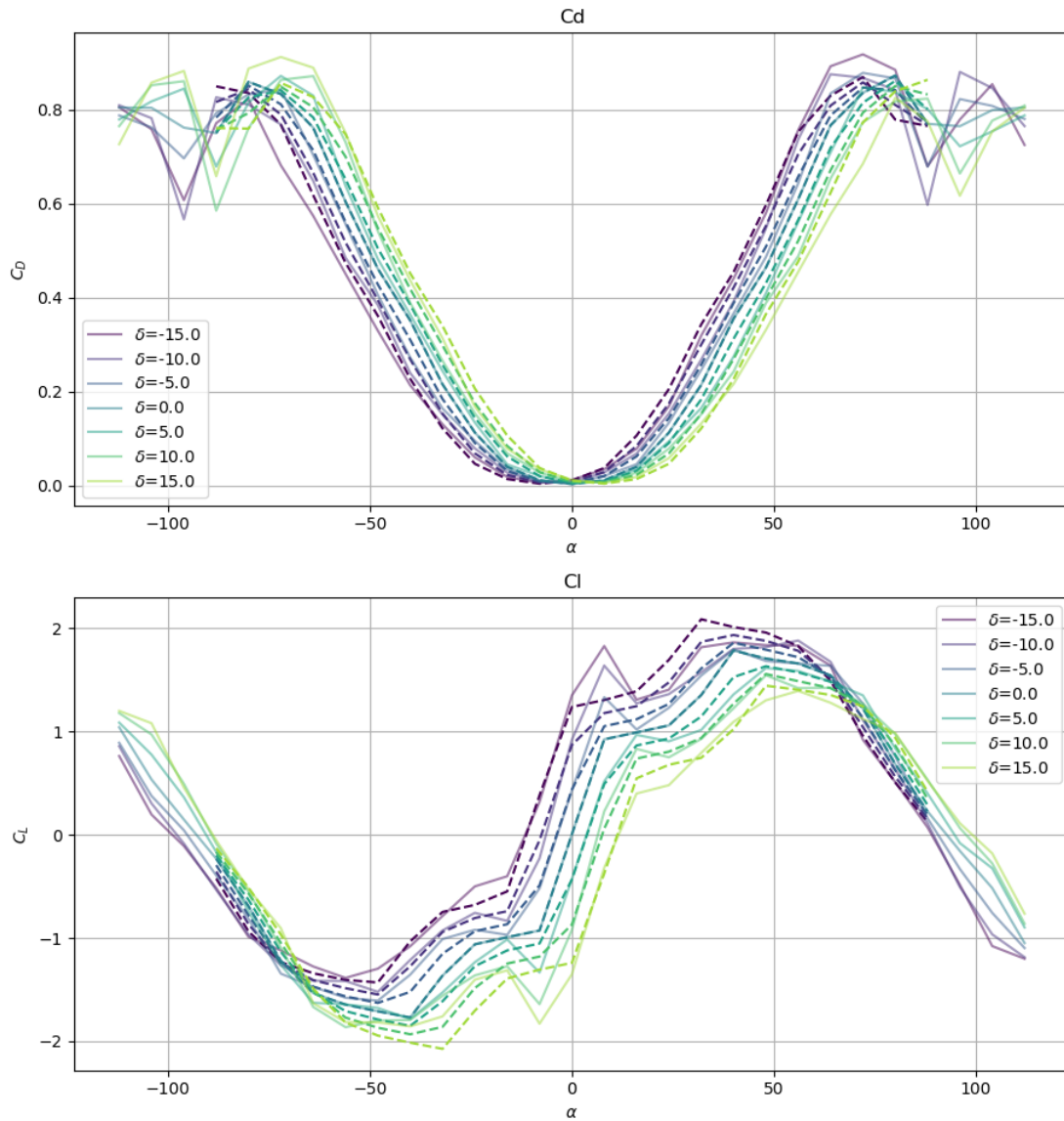
#### 4.3.2.1. Conclusion

Une méthode pour l'identification du modèle analytique complet à été proposée. Elle suppose de disposer de courbes complètes de  $C_D$  et  $C_L$  pour plusieurs valeurs d'angle d'attaque et de flaps. Il est possible de faire plusieurs commentaires sur la réalisation de cette procédure.

- Le modèle de simulation utilisé permet la mise en évidence des principaux phénomènes physiques aux petits et aux grands angles: linéarité du  $C_L$  à petits angles, chute du  $C_L$  à l'endroit du stall, phénomènes instationnaires turbulents après le stall, courbe parabolique pour le  $C_D$ , strictement positif et centré autour de  $\alpha_0$ . Toutefois, si les ordres de grandeurs restent cohérents, ils ne sont pas au niveau de précision permis par les modèles de simulations les plus récents et les plus voraces en ressources. Il est rappelé que le choix du modèle de simulation, du volume et de la finesse du maillage doit prendre en compte le nombre important de simulations réalisées, ce qui impose des contraintes pour obtenir un temps de calcul raisonnable. L'objectif étant de tester la capacité du modèle analytique à rendre compte de ces phénomènes physiques simulés, ce manque de précision du simulateur reste cependant tolérable.
- Le modèle analytique permet, pour  $\alpha = 0$ , de réaliser une régression satisfaisante des courbes aérodynamiques. Pour  $\delta \neq 0$ , le modèle arrive à prendre en compte l'angle de flap à l'aide d'une transformation simple, assurant une erreur moyenne de 10%. S'il est probablement possible d'améliorer ces performances en ajoutant des coefficients pour mieux prendre en compte certains phénomènes, cette perspective doit faire l'objet d'un arbitrage entre la fidélité du modèle et sa complexité en termes de nombres de coefficients. En effet, plus les coefficients sont nombreux, plus leur identification devient difficile. Outre l'identification, la simplicité est également nécessaire en raison de l'objectif de fournir un modèle pour la commande de l'appareil.

Après avoir travaillé sur les données de simulation, qui permettent un accès direct au  $C_L$  et au  $C_D$ , la suite de la section détaille l'identification du modèle analytique à partir des données de vol.





**Figure 4.11.:** Régression des coefficients liant  $\delta$  aux courbes aérodynamiques: résultats de la prédiction par translation de l'interpolation pour  $\delta = 0$  avec les coefficients identifiés

*Remarque:* Les traits pleins sont  $C_L^{sim}(\alpha_i, \delta_i)$  et  $C_D^{sim}(\alpha_i, \delta_i)$  et les tirets sont les  $\iota(C_L)(\alpha_i + \chi_l \delta_i) + \chi_{l\delta} \sin(\delta_i)$  et  $\iota(C_D)(\alpha_i + \chi_d \delta_i)$ .

## 4.4. Identification avec les données de vol: méthodes et simulations

### 4.4.1. De l'identification des courbes aérodynamiques à l'identification par les données de vol

En pratique, les coefficients  $C_D$  et  $C_L$  ne peuvent pas être directement reconstitués. En effet, reprenant les équations de vol:

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g} + \sum \mathbf{F}_{ext} \quad (4.8)$$

$$J\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\Omega} + \sum \boldsymbol{\Gamma}_{ext}$$

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow ailes} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} \quad (4.9)$$

$$\sum \boldsymbol{\Gamma}_{ext} = \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow hélices} + \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow ailes} + \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow corps} \quad (4.10)$$

Les efforts et les couples de l'air sur le corps sont modélisés par la trainée et la portance, le terme

$$\sum \mathbf{F}_{air \rightarrow corps} = -\rho A |\mathbf{v}_a| \sum_{u \in \{i,j,k\}} d_u (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u}$$

utilisé dans la section sur les modèles coptères sera négligé.

Les équations deviennent, en regroupant à gauche les grandeurs connues (c'est-à-dire les grandeurs à disposition dans les logs de vols) et à droite les grandeurs inconnues:

$$\begin{aligned} m\dot{\mathbf{v}} - m\mathbf{g} - \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} &= \sum_{n=1}^6 \mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n \\ J\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\Omega} - \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow hélices} &= \sum_{n=1}^6 \mathbf{c}_{p,n} \times (\mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Pour une surface  $n$ , il est possible, si l'on a connaissance de  $\boldsymbol{\Omega}$ ,  $\mathbf{v}_a$  et de la position du centre de poussée  $\mathbf{c}_{p,n}$ , de calculer les vecteurs directeurs de  $\mathbf{L}_n$  et  $\mathbf{D}_n$ , que l'on note  $\mathbf{l}_n$  et  $\mathbf{d}_n$ . Comme les angles d'attaque et les angles des flaps de chaque surface peuvent être différents, les coefficients aérodynamiques  $C_L$  et  $C_D$  sont eux aussi à priori différents, et notés  $C_{L,n}$  et  $C_{D,n}$  pour la surface  $n$ .  $\mathbf{L}_n$  et  $\mathbf{D}_n$  s'écrivent fonction des vecteurs  $\mathbf{l}_n$  et  $\mathbf{d}_n$  de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_n &= \frac{1}{2} \rho A_{w,n} |\pi_{j,w,n}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{L,n} \mathbf{v}_{a,w,n}^\perp \\ &= C_{L,n} \mathbf{l}_n \end{aligned} \quad (4.12)$$

et

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n &= -\frac{1}{2}\rho A_{w,n} |\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{D,n} \mathbf{v}_{a,w,n} \\ &= C_{D,n} \mathbf{d}_n \end{aligned} \quad (4.13)$$

Les équations peuvent être réécrites:

$$\begin{aligned} m\dot{\mathbf{v}} - m\mathbf{g} - \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} &= \sum_{n=1}^6 C_{L,n} \mathbf{l}_n + \sum_{n=1}^6 C_{D,n} \mathbf{d}_n \\ J\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\Omega} - \sum \boldsymbol{\Gamma}_{air \rightarrow hélices} &= \sum_{n=1}^6 C_{L,n} \mathbf{c}_{p,n} \times \mathbf{l}_n + \sum_{n=1}^6 C_{D,n} \mathbf{c}_{p,n} \times \mathbf{d}_n \end{aligned} \quad (4.14)$$

Il y a, pour chacune des cinq surfaces, une paire de coefficients  $C_{L,n}$  et  $C_{D,n}$ . D'après les équations (4.14), on dispose donc de six équations pour douze inconnues. Il est alors impossible d'inverser le système d'équations pour remonter à chacun des  $C_{L,n}$  et  $C_{D,n}$  à chaque instant, et donc, impossible de remonter à  $C_{D,n}(\alpha_n, \delta_n)$  et  $C_{L,n}(\alpha_n, \delta_n)$ . Or, la méthode développée sur les simulations CFD requiert, pour identifier les coefficients d'une surface  $n$ , de disposer de  $C_{D,n}(\alpha_n, \delta_n)$  et  $C_{L,n}(\alpha_n, \delta_n)$ . Il n'est donc pas possible de se servir des équations (4.14) pour reconstruire les coefficients puis d'employer la méthode développée pour chaque surface. Il est donc nécessaire de mettre au point une méthode différente de celle utilisée sur les données de la CFD qui permettra l'identification des paramètres à partir de ces données de vol.

Il est proposé une identification en trois temps:

- Construction du modèle en simulation et identification pour tester l'algorithme en ayant la comparaison avec la "vérité terrain": les données sont générées à l'aide d'un modèle connu, et on s'assure que l'algorithme converge vers les valeurs des paramètres avec lesquels les données ont été générées. Sur un plan organisationnel, la construction du simulateur est d'autant plus justifiée qu'il est nécessaire de pouvoir réaliser des tests et générer des données rapidement et sans les inconvénients inhérents aux vols d'essais réels. Sur le plan logistique et expérimental, la préparation et la réalisation de vols d'essais sont autrement plus complexes -et risquées, notamment pour le prototype- que le développement d'un simulateur. Aussi, le simulateur permet une itération rapide pour tester les variations du modèle et de l'algorithme d'identification.
- Identification du modèle à partir des données de vols réels. Cette étape a pour but de fournir les paramètres du modèle de l'Azimut et de tester sa capacité à prédire l'accélération de façon précise. Le travail sur les données réelles est effectué de deux façons:

- une optimisation globale, analogue à celle réalisée sur le modèle coptère, où l’erreur de prédiction de l’accélération du modèle est minimisée. Cette méthode avait permis d’obtenir des résultats pour le modèle des hélices à partir des données réelles, mais ses résultats sont plus compliqués à exploiter pour le modèle avion. C’est pour pallier à ceci que la deuxième approche sur les données est proposée.
- une régression des coefficients à partir d’un modèle simplifié, qui permet d’obtenir des coefficients sur ce modèle.

Les données réelles ne comportent pas de phase de transition. Le prototype utilisé pour les vols était un prototype avion, correspondant à une version non-convertible de l’Azimut. Ainsi, en l’absence de phases de décollage vertical et de vol stationnaire, la quasi totalité des vols réels est réalisée à faible angles d’attaque. Le reste du chapitre se focalise donc sur l’identification des coefficients à faible angle d’attaque.

### 4.4.2. Identification avec les données de vol: données de simulations de vols

Les sections suivantes détaillent les équations du modèle et les hypothèses utilisées pour l’identification. Dans toute cette section sur le simulateur, chaque paramètre est connu. Le modèle implémenté dans le simulateur et dans l’optimiseur global repose sur les éléments et les hypothèses suivants.

#### 4.4.2.1. Hypothèses

1. Les deux aérofreins ne sont pas utilisés: cela signifie que le système passe de six surfaces portantes à cinq, dont une non-pilotable. Les dimensions des surfaces et la position de leurs centres de poussée sont connues.
2. Comme dans l’identification du modèle des hélices, le vent est considéré nul. Il est à noter que cette hypothèse est moins forte pour un vol avion que pour un vol coptère, en raison des vitesses plus importantes atteintes par le prototype avion.
3. On suppose que les servomoteurs qui pilotent les positions angulaires des gouvernes ont des temps de réponse nuls, et que leurs sorties sont égales à leurs consignes angulaires.
4. La poussée est connue, identifiée. Le modèle simplifié, détaillé au paragraphe suivant, est utilisé.
5. Le modèle des efforts pour la trainée et la portance peut inclure plusieurs hypothèses. Une hypothèse est l’utilisation ou pas de coefficients  $\chi_l$  et  $\chi_{l,g}$ , en accord avec le problème du surnombre d’inconnues par rapport aux équations décrit dans en début de section. Une autre est l’hypothèse selon laquelle les coefficients de l’empennage et ceux des ailes principales sont identiques.

6. Une hypothèse concerne la fonction  $\sigma$  qui permet la fusion des modèles: dans le cas de l'optimisation faisant appel à une descente de gradient, réalisée sur le simulateur de vol, elle sera modifiée pour être dérivable uniformément.

#### 4.4.2.2. Poussée

À des fins simplificatrices, le modèle utilisé pour l'implémentation en simulation est le modèle vanilla. Cela peut être justifié par le fait qu'en mode avion, les efforts des ailes sont prépondérants, et les axes de rotation des hélices sont quasiment toujours orientés dans la direction de  $\mathbf{v}_a$ . La H-force ne sera donc pas modélisée. Ainsi,

$$T_n = \underbrace{\rho A_r c_{T,1}}_{c_T} \varpi_n^2$$

$$H = 0$$

Le choix de ne pas inclure de terme en  $v_{a,i}$  pour prendre en compte l'impact de la vitesse axiale sur la poussée est discuté ci-après, dans la section sur l'identification de la poussée au sol. Comme les actionneurs angulaires sont supposés parfaits, la même hypothèse est utilisée pour les moteurs des rotors, et il vient  $\varpi_n = \varpi_{c,n}$  où  $\varpi_{c,n}$  est la consigne en vitesse de rotation.

#### 4.4.2.3. Trainée, portance

Les expressions de  $\mathbf{L}_n$  et  $\mathbf{D}_n$  utilisées sont celles vues au chapitre consacré à la modélisation. Leurs expressions sont rappelées au début de la section consacrée à la modélisation CFD, à l'équation (4.1).

Les coefficients du modèle d'une unique surface portante sont donc:

$$\theta_{id,n} = (\alpha_{0,n}, C_{L,1,n}^{sa}, C_{L,1,n}^{fp}, C_{D,0,n}^{sa}, C_{D,1,n}^{sa}, C_{D,0,n}^{fp}, C_{D,0,n}^{fp}, C_{D,1,n}^{fp})$$

pour la partie coefficients aérodynamiques de chaque modèle, en plus des paramètres de  $\sigma$  à identifier:

$$\theta_{\sigma,n} = (\alpha_{s+}, \alpha_{s-}, \Delta_{s+}, \Delta_{s-})$$

Lors de l'identification se basant sur le modèle CFD, la symétrie du profil avait permis de faire l'hypothèse que  $\alpha_0 = 0$ ,  $\alpha_{s+} = \alpha_{s-}$  et  $\Delta_{s+} = \Delta_{s-}$ . Afin de diminuer le nombre de paramètres de modélisation du stall, il sera possible de supposer que le stall se produit à la même valeur absolue de  $\alpha$  pour  $\alpha > 0$  et  $\alpha < 0$ , et que la largeur de cette gamme d'angle est la même. Cela signifie que  $\Delta_{s+} = \Delta_{s-} = \Delta_s$  et  $\alpha_{s+} = \alpha_{s-} = \alpha_s$ .

Dans le cas général, les profils aérodynamiques des surfaces portantes des ailes et de l'empennage arrière sont différents. Cela amène un total de

$$2 \times (\dim(\theta_{\sigma,n}) + \dim(\theta_{id,n})) = 24$$

paramètres à identifier.

Une autre hypothèse possible permettant la réduction du nombre de paramètres à identifier est que le profil des ailes et de l'empennage arrière sont identiques à l'exception du coefficient  $\alpha_0$ , lequel peut être supposé nul pour l'empennage.

#### 4.4.2.4. Modification de la fonction de fusion de modèles

La fusion des modèles est réalisée par la fonction  $\sigma$ , construite pour valoir 0 aux grands angles, 1 aux petits angles, et entre 0 et 1 dans la gamme d'angles correspondant au stall. Sous l'hypothèse du stall symétrique, elle s'écrit

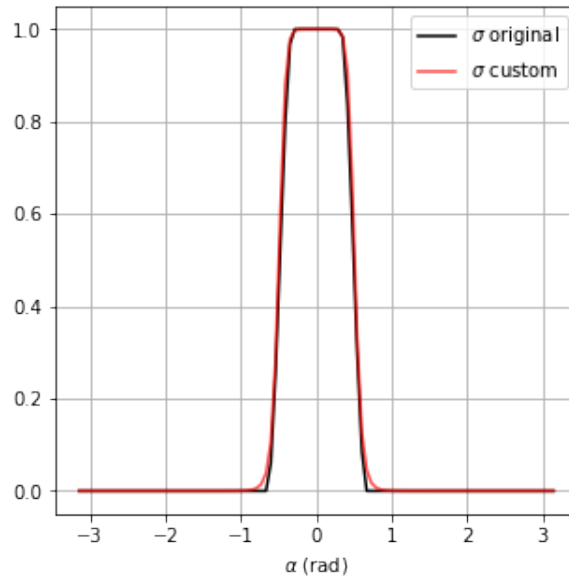
$$\sigma(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha \in [\alpha_s, \alpha_s] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha - \alpha_s}{\Delta_s} \pi)) & \alpha \in [\alpha_s, \alpha_s + \Delta_s] \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\frac{\alpha + \alpha_s}{\Delta_s} \pi)) & \alpha \in [\alpha_s - \Delta_s, \alpha_s] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dans cette section, pour permettre le calcul d'un gradient défini uniformément pour tout  $\alpha \in [-180^\circ, 180^\circ]$ , la fonction  $\sigma$  utilisée est modifiée pour l'expression suivante:

$$\sigma_{simp}(\alpha) = 1 - \frac{(\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_s})^{2P_0}}{(\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_s})^{2P_0} + A_\sigma + B_\sigma \Delta_s}$$

La comparaison entre les deux fonctions est tracée figure (4.12), avec les valeurs :

$$\begin{cases} P^0 = 5.5 & \alpha_0 = 3^\circ \\ A_\sigma = 100 & \alpha_s = 18^\circ \\ B_\sigma = 200 & \Delta_s = 20^\circ \end{cases} \quad (4.15)$$



**Figure 4.12.:** Comparaison  $\sigma$  original et  $\sigma$  modifié

Remarque : les courbes ont été tracées avec les valeurs (4.15).

Cette forme simplifiée constitue une approximation qui permet de simplifier la dérivation du modèle par rapport à ses paramètres, rendant plus simple l'implémentation de la descente du gradient.

Cette fonction de fusion des modèles est uniquement utilisée dans le simulateur.

#### 4.4.2.5. Implémentation, schéma récapitulatif

Il a été vu que les équations du modèle étaient:

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g} + \sum \mathbf{F}_{air \rightarrow hélices} + \sum_{n=1}^5 \mathbf{L}_n + \sum_{n=1}^5 \mathbf{D}_n \quad (4.16)$$

$$J\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\boldsymbol{\Omega} \times J\boldsymbol{\Omega} + \sum_{n=1}^5 \mathbf{c}_{p,n} \times (\mathbf{L}_n + \mathbf{D}_n)$$

Le passage au modèle discret est opéré de la même façon que pour l'identification des hélices.

Les équations de la dynamique sont discrétisées à l'aide d'un schéma d'Euler explicite, on note pour un pas de temps  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{cases} \mathbf{a}^{n+1} &= \mathbf{g} + \frac{1}{m}\mathbf{T}^n + \frac{1}{m}\mathbf{L}^n + \frac{1}{m}\mathbf{D}^n \\ \mathbf{v}^{n+1} &= \mathbf{v}^n + \Delta_t^n \mathbf{a}^n \\ \mathbf{p}^{n+1} &= \mathbf{p}^n + \Delta_t^n \mathbf{v}^n \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}^{n+1} &= -J^{-1}(\boldsymbol{\Omega}^n \times J\boldsymbol{\Omega}^n) + J^{-1} \sum_{i=1}^5 \mathbf{c}_{p,i} \times (\mathbf{L}_i + \mathbf{D}_i) \\ \boldsymbol{\Omega}^{n+1} &= \boldsymbol{\Omega}^n + \Delta_t^n \dot{\boldsymbol{\Omega}}^n \\ q^{n+1} &= q^n + \frac{1}{2}\Delta_t^n \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\Omega}^n \cdot q_v^n \\ q_s^n \boldsymbol{\Omega}^n + q_v^n \times \boldsymbol{\Omega}^n \end{pmatrix} \end{cases}$$

avec  $q^n = \begin{pmatrix} q_s^n \\ q_v^n \end{pmatrix}$ ,  $q_s^n \in \mathbb{R}$  et  $q_v^n \in \mathbb{R}^3$ .

En pratique, dans l'implémentation, le quaternion est converti en matrice de rotation, laquelle est orthonormalisée, puis reconvertie en quaternion. Cela permet d'éviter l'accumulation dans  $R$  (ou  $q$ ) de l'erreur causée par l'approximation de la dérivée par une différence finie dans le schéma d'Euler. Sans cette étape cruciale, l'accumulation de l'erreur finit par rendre le quaternion non unitaire, et la matrice de rotation  $R$  devient non-orthogonale.

Le simulateur développé repose sur deux éléments distincts:

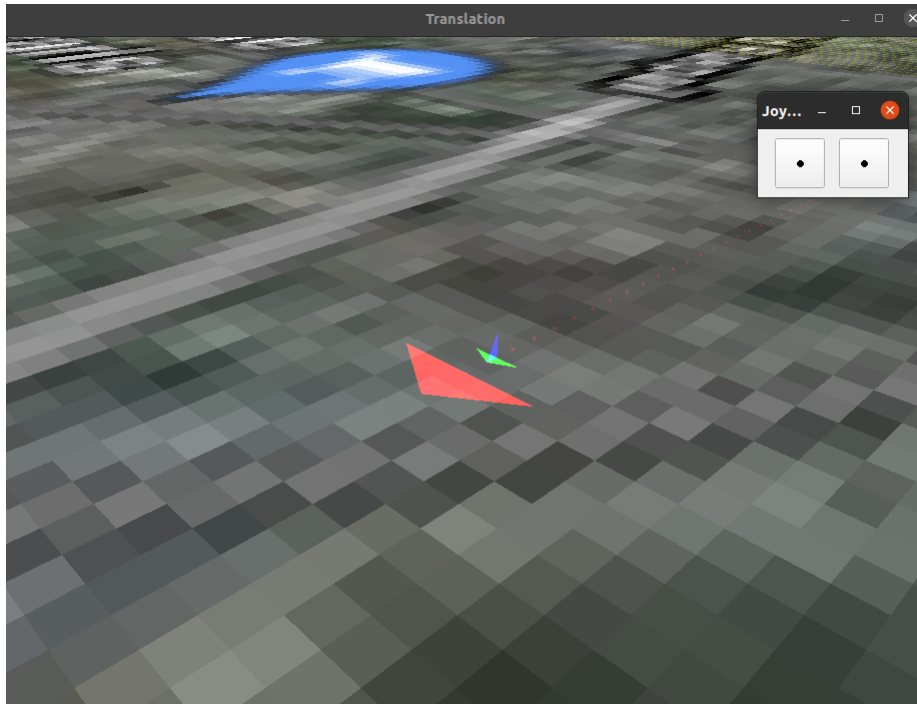
- Le moteur physique, dans lequel les équations de la dynamique sont implémentées.
- L'interface (cf figure (4.13)), qui gère l'affichage, les logs, la récupération des consignes. Le pilotage est effectué au moyen d'une manette Dualshock, les consignes sont passées au joystick. Aucun algorithme de contrôle n'est utilisé, les joysticks pilotent directement la valeur angulaire des flaps et la vitesse de rotation du moteur. Le schéma d'Euler, permettant l'intégration, est appelé itérativement à chaque passage dans la callback de l'interface.

Afin de garantir des performances permettant le contrôle en temps réel du drone, les équations de la dynamique sont précalculées symboliquement. Ce calcul est réalisé en amont des simulations, avant de pouvoir utiliser le simulateur. Les équations en résultant permettent le calcul à la volée de la dynamique au sein du moteur physique à la réception des consignes par l'interface. L'ensemble est résumé par le schéma (4.14).

### 4.4.3. Identification avec simulateur de vol: mise en oeuvre et résultats

Le modèle avion est plus complexe à identifier que le modèle hélicoptère en raison de son plus grand nombre de paramètres. Les coefficients grands angles et le coefficient





**Figure 4.13.:** Interface et rendu du simulateur

$c_T$  du modèle de poussée seront considérés parfaitement connus pour l'identification des données générées par le simulateur.

Une fois des logs de vols générés avec le simulateur, la méthode d'identification peut être employée. Les coefficients aérodynamiques ayant servi à générer les données sont considérés comme les “vrais” coefficients, et on cherche à les identifier en initialisant l'algorithme de descente de l'erreur avec un jeu de paramètres généré aléatoirement.

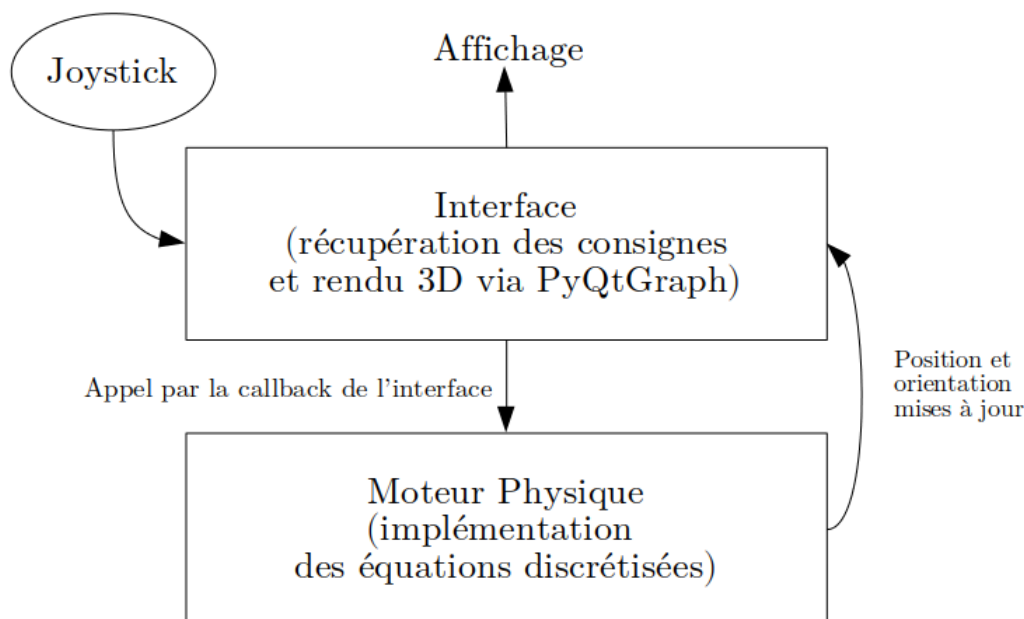
Contrairement à l'identification du modèle des hélices, où seule l'accélération était présente dans le vecteur d'état, l'identification à partir des données du simulateur est réalisée sur la translation et la rotation. La méthode est analogue à la méthode d'identification des hélices: elle consiste en la minimisation de l'erreur en fonction des paramètres. L'erreur s'écrit

$$C(\theta_{id,n}) = \frac{1}{n_s \max(|\mathbf{a}_{log}|)} \sum_{n=1}^{n_s} \|\mathbf{a}_{log}^n - \mathbf{a}_{pred}^n\|^2 + \frac{1}{n_s \max(|\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{log}|)} \sum_{n=1}^{n_s} \|\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{log}^n - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{pred}^n\|^2$$

où  $\mathbf{a}_{pred}^n$  et  $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{pred}^n$  sont les valeurs d'accélération et d'accélération angulaires prédites.

L'algorithme utilisé est la descente du gradient stochastique. L'algorithme fonctionne de la façon suivante:

- en amont de l'utilisation du simulateur, au moment du précalcul symbolique des équations de la dynamique, la jacobienne symbolique de l'accélération par



**Figure 4.14.:** Schéma récapitulatif du simulateur de vol

rapport aux coefficients est calculée:

$$Jac(\mathbf{a}_{pred}^n) = \left( \frac{\partial \mathbf{a}_{pred,i}^n}{\partial \theta_{id,j}} \right)_{(i,j) \in \{1,2,3\} \times dim(\theta_{id,j})}$$

- pour un ensemble d'observations  $n_s$ , le calcul du gradient de l'erreur est :

$$\begin{aligned} \nabla C(\theta_{id,n}) &= \nabla \frac{1}{n_s \max(|\mathbf{a}_{log}|)} \sum_{n=1}^{n_s} \|\mathbf{a}_{log}^n - \mathbf{a}_{pred}^n\|^2 & (4.17) \\ &= - \frac{2(\mathbf{a}_{log}^n - \mathbf{a}_{pred}^n)^T}{n_s \max(|\mathbf{a}_{log}|)} \sum_{n=1}^{n_s} Jac(\mathbf{a}_{pred}^n) \end{aligned}$$

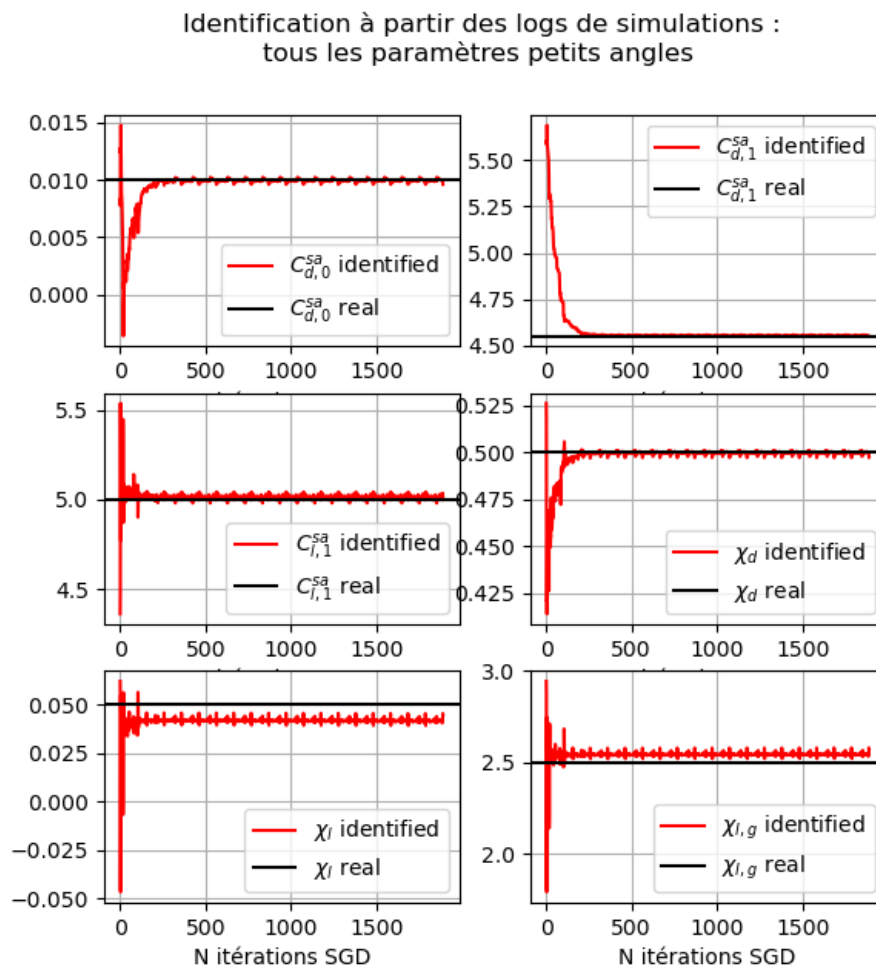
- Les logs sont découpés en batches (la taille des ces minibatches est un méta-paramètre réglé à l'avance), qui permettent l'application de la formule (4.17) pour réaliser la mise à jour des paramètres de batch en batch. Le batch  $n$  permet la mise à jour des paramètres, qui seront utilisées pour évaluer le gradient de l'erreur sur le batch  $n + 1$ , etc... La mise à jour des coefficients entre deux batches est réalisée par la formule:

$$\theta_{id,n+1} = \theta_{id,n} - \lambda \nabla C(\theta_{id,n})$$

avec  $\lambda \in R$  le taux d'apprentissage, qui est une constante réglable par l'utilisateur. Cette opération est réalisée jusqu'à la convergence.

En utilisant la descente du gradient stochastique sur plusieurs datasets générés en simulation, l'algorithme parvient systématiquement à fournir des paramètres permettant une prédiction parfaite de l'accélération et de l'accélération angulaire.

En revanche, malgré la prédiction parfaite de l'accélération, le principal résultat mis en évidence par les identifications réalisées sur ces données est que les coefficients peinent à être tous identifiés parfaitement. En effet, lorsque tous les coefficients du modèle petits angles sont employés, la descente de gradient finit par converger vers un minimum local, souvent très proche de zéro, mais rarement parfaitement nul. Cette convergence imparfaite est illustrée figure (4.15), et concerne les deux paramètres  $\chi_l$  et  $\chi_{l,g}$ .



**Figure 4.15.:** Convergence de l'algorithme de descente et minimums locaux sur les données de simulations

Analytiquement, il est possible d'expliquer ce problème de convergence par le fait que les coefficients se retrouvent couplés aux petits angles. En observant la formule de  $C_L$  aux petits angles :

$$\begin{aligned}
 C_L^{sa}(\alpha) &= \frac{1}{2} C_{L,1}^{sa} \sin(2(\alpha + \chi_l \delta - \alpha_0)) + \chi_{lg} \sin(\delta) \\
 &\approx C_{L,1}^{sa} (\alpha + \chi_l \delta - \alpha_0) + \chi_{lg} \delta \\
 &\approx C_{L,1}^{sa} (\alpha - \alpha_0) + (C_{L,1}^{sa} \chi_l + \chi_{lg}) \delta
 \end{aligned}$$

Ainsi, aux petits angles, si  $C_{L,1}^{sa}$  a été parfaitement identifié, mais pas  $\chi_l$  ni  $\chi_{lg}$ , il est possible de noter :

$$\chi_{lg}^{\text{identifié}} = \chi_{lg}^{\text{réel}} + \Delta \chi_{lg}$$

et

$$\chi_l^{\text{identifié}} = \chi_l^{\text{réel}} + \Delta \chi_l$$

Il suffit alors que  $\Delta \chi_l = -\frac{\Delta \chi_{lg}}{C_{L,1}^{sa,réel}}$  pour que

$$\begin{aligned}
 C_L^{sa}(\alpha) &\approx C_{L,1}^{sa,réel} (\alpha - \alpha_0^{\text{réel}}) + (C_{L,1}^{sa,réel} \chi_l^{\text{réel}} + \chi_{lg}^{\text{réel}}) \delta \\
 C_L^{sa}(\alpha) &\approx C_{L,1}^{sa,réel} (\alpha - \alpha_0^{\text{réel}}) + (C_{L,1}^{sa,réel} \chi_l^{\text{identifié}} + \chi_{lg}^{\text{identifié}}) \delta
 \end{aligned}$$

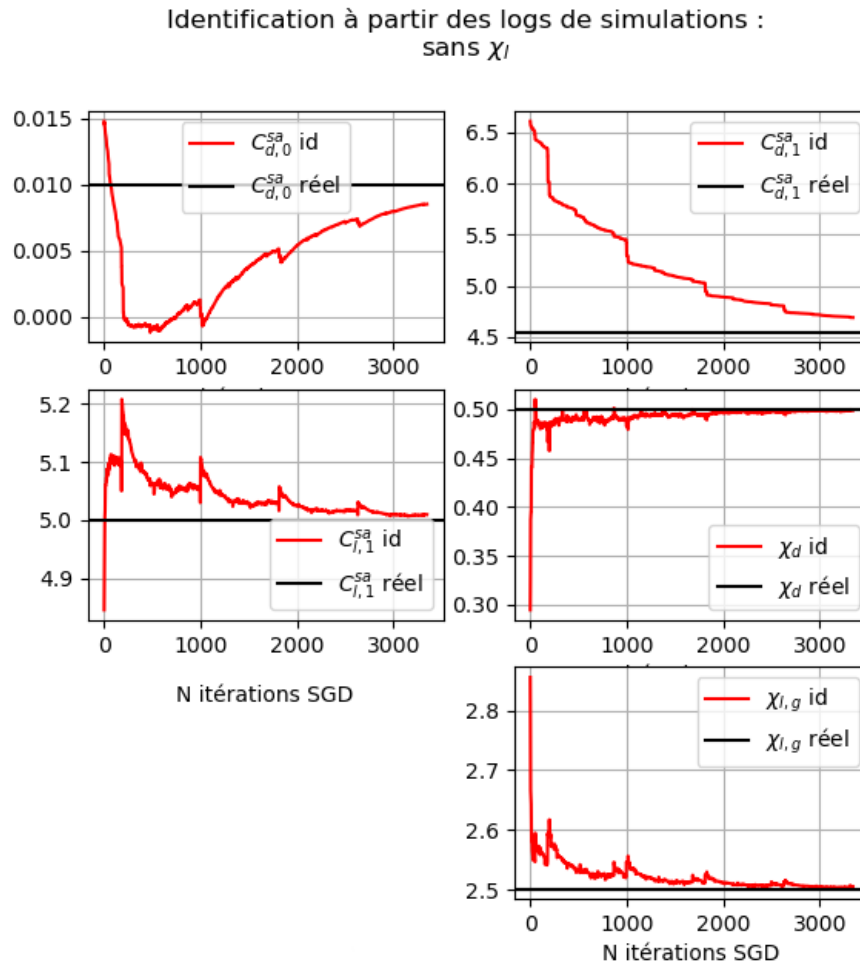
Cela implique que, malgré le fait que les valeurs identifiées des paramètres soient inexactes, cela n'a pas d'effet sur le  $C_L$  et donc sur la dynamique et donc sur l'erreur. En théorie, ce problème d'observabilité des paramètres survient uniquement aux petits angles, puisque pour des angles plus élevés la fonction sinus ne vérifie plus  $\sin x \approx x$ , mais dans le cas des données réelles, cette approximation est souvent valable.

Les simulations permettent également de mettre en évidence que lorsque le coefficient  $\chi_l$  est retiré du modèle (sa valeur est alors fixée à 0), l'algorithme converge vers les bonnes valeurs, voir figure (4.16).

Le fait de retirer  $\chi_{lg}$  du modèle permet également la convergence de tous les coefficients.

Il est à retenir qu'il y a des risques d'inconsistance des coefficients identifiés sur les données réelles pour la même raison: il sera judicieux de tester l'impact de la présence ou de l'absence des deux paramètres  $\chi_l$  et  $\chi_{l,g}$  dans le modèle identifié afin d'évaluer la pertinence des jeux de paramètres identifiés. Cet état de fait soulève la nécessité d'être particulièrement précautionneux pour l'identification du modèle basée sur les données réelles.

La démarche d'identification ayant été testée en simulation, et les problèmes liés à  $\chi_{lg}$  et  $\chi_l$  ayant été mis en évidence, la section ci-après développe les méthodes d'identification basées sur les données réelles.

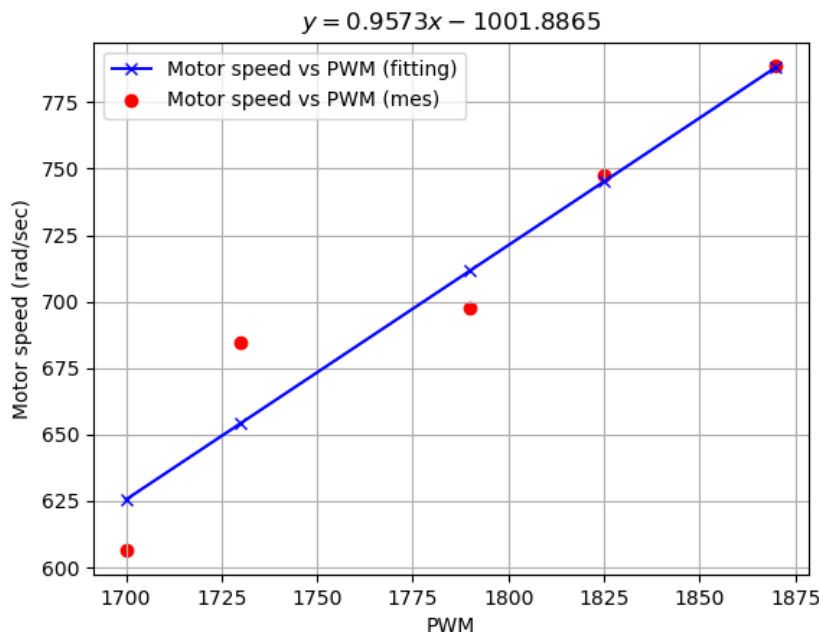


**Figure 4.16.:** Convergence de l'algorithme de descente sans minimums locaux sur les données de simulations

#### 4.4.4. Identification avec les données réelles: identification de poussée, au sol

Contrairement au prototype de multicoptère, sur le prototype avion, l'énergie est embarquée dans deux accumulateurs LiPo en 6S, et une batterie de secours pour l'autopilote. La relation entre la vitesse de rotation du rotor et le signal PWM ne suit alors pas la même loi que celle utilisée précédemment. La régression de la vitesse de rotation des moteurs en fonction du signal PWM de consigne est tracée figure (4.17).

La poussée est identifiée avant le vol, lors de tests au sol. Les mesures ont été réalisées par les équipes d'Alcore Technologies en posant le drone sur une balance: la variation de masse mesurée correspond à la poussée développée par les moteurs, dont la vitesse de rotation est mesurée au tachymètre laser. La courbe de poussée



**Figure 4.17.:** Identification de la vitesse de rotation des moteurs en fonction du signal PWM émis par le contrôleur pour le prototype avion

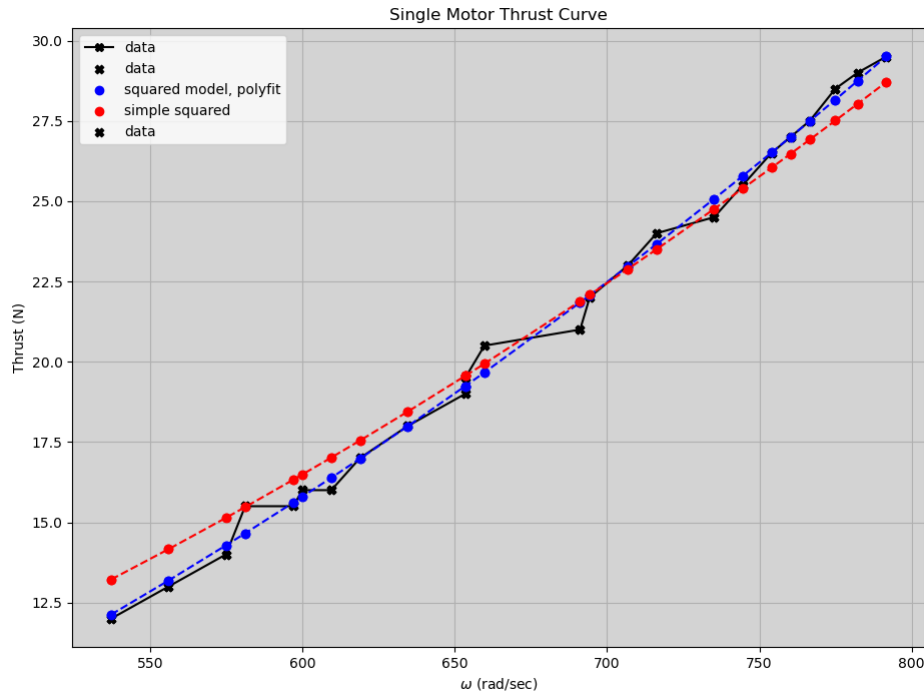
présentée figure (4.18) est identifiée par une régression à l'aide d'un modèle de polynôme du second ordre. Le modèle identifié est :

$$\begin{aligned}
 T &= 5.741 \cdot 10^{-5} \varpi^2 - 6.492e \cdot 10^{-3} \varpi - 1.159 \\
 &\approx 5.741 \cdot 10^{-5} \varpi^2 \\
 c_T &= 5.741 \cdot 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Il a été vu dans les chapitres sur la modélisation sur les hélices que la poussée prédite avec ce modèle n'est pas parfaitement précise pendant le vol, notamment en raison de l'effet de la vitesse axiale. La question de la réutilisation du modèle des hélices développé lors des sections éponymes est donc posée.

Une façon de palier au problème du manque de précision du modèle polynomial de la poussée serait d'inclure les coefficients de poussée dans le vecteur des paramètres à identifier, et de les réidentifier pendant le vol. Toutefois, cette solution n'est pas retenue pour les raisons suivantes:

1. Il est rappelé que le modèle complet des hélices, avec  $c_{T,1}$ ,  $c_{T,2}$  et  $c_{T,3}$ , prenant en compte la vitesse air subie par les pales, repose entre autres hypothèses sur la grande vitesse des pales de l'hélice par rapport à l'écoulement. Ces hypothèses permettent l'approximation nécessaire à l'intégration des équations



**Figure 4.18.:** Identification de la poussée en fonction de la vitesse de rotation d'un moteur du prototype avion

de la BET. Ainsi, sans grande vitesse des pales, les formules de la BET intégrée sont invalides, et le modèle ne peut donc pas être utilisé pour modéliser le cas du vol plané, dans lequel les moteurs sont à l'arrêt. Or, les données réelles comportent des phases de vol plané, dans lesquelles le moteur est à l'arrêt. C'est par exemple (mais pas seulement) le cas des phases d'approche précédant l'atterrissage à chaque vol. Cette difficulté n'est cependant pas rédhibitoire, puisqu'elle pourrait être contournée en filtrant les données pour avoir uniquement les phases où le vol n'est pas plané.

2. Il a été vu qu'il existait une redondance entre la perte de poussée et les efforts de traînée dans l'axe de la poussée du rotor. Ainsi, la présence du coefficient  $c_{T,2}$  (et dans une moindre mesure de  $c_{T,3}$ , qui relie l'intensité de la poussée à la vitesse dans le plan orthogonal à la poussée) risque de fournir à la fois de fausses valeurs pour  $c_{T,1}$  et  $c_{T,2}$  mais également pour les coefficients de traînée. À contrario, en excluant ce coefficient  $c_{T,2}$ , l'effet sera limité à une légère surestimation des coefficients de traînée, ce qui est préférable. Par ailleurs, étant donné que le problème d'identification de  $c_{T,2}$  et  $c_{T,3}$  a déjà été traité, les inclure dans le problème présent ne présente pas d'intérêt méthodologique supplémentaire, dans la mesure où l'on dispose déjà d'une méthode pour les identifier à partir de données coptères si on en a besoin.

Au regard de ces éléments, le choix retenu est d'utiliser le modèle vanilla de poussée

des rotors,  $T = c_T \varpi^2$ . Au besoin, le coefficient  $c_T$  sera réidentifié pendant le vol, afin de diminuer son impact numérique sur l'existence de minima locaux pour des valeurs de paramètres aérodynamiques des ailes trop différents de leurs valeurs réelles.

#### 4.4.5. Identification avec les données de vol: données réelles

Les données réelles utilisées pour l'optimisation ont été produites lors de vols d'essais. Une première série de vols a pu être effectuée en décembre 2020. Les logs de vols en étant issus n'étaient pas immédiatement exploitables, pour les raisons liées aux perturbations magnétiques détaillées dans la section du chapitre sur les moyens expérimentaux. Une seconde batterie de vols a été effectuée en juillet 2021. Ce sont les données de cette seconde session de vols qui seront utilisées.

Caractéristique	Vol #1	Vol #2
Heure début	10:54	10:46
Log Durée	0:03:57	00:02:34
Dropouts	350	35
Altitude max	150 m	139 m
Vitesse moyenne	52.3 km/h	69.7 km/h
Vitesse max horizontale	103.5 km/h	107.8 km/h
Vitesse max ascendante	39.9 km/h	48.0 km/h
Vitesse max descendante	31.4 km/h	29.5 km/h

**Table 4.3.:** Synthèse des données expérimentales / conditions de vol pour les vols d'essai avion

Le chemin suivi (illustré figure (4.19)) consiste pour chaque vol en une série de boucles autour de la piste d'atterrissage.

Les phases de décollage et (particulièrement) d'atterrissage sont les phases connaissant les plus importantes sollicitations dynamiques, le prototype y étant soumis à des accélérations importantes. Elles sont donc retirées des données de travail.

##### 4.4.5.1. Données réelles: exploration des données et amélioration du temps de calcul

La phase précédant l'identification est la phase d'exploration des données.

Comme pour les données de vols coptères, les données des vols avion sont concaténées et préfiltrées (l'accélération est notamment recalculée par différence finie de la vitesse), pour fournir un unique dataset. L'ensemble des données consiste en un fichier .csv de 50 MB, contenant 72 000 lignes  $\times$  13 colonnes (temps, 3 composantes pour la vitesse NED, 4 composantes du quaternion, 5 signaux PWM des





**Figure 4.19.:** Chemin suivi lors des vols d'essai en mode avion

actionneurs). Outre la réapplication du pré-traitement des données coptères, le plus de grandeurs possibles sont précalculées afin d'alléger au maximum le nombre d'opérations réalisées en une passe d'identification.

Vu la "grande" quantité de données récoltées, ce point de précalcul est crucial pour l'identification: plusieurs variations du modèle et de la méthode d'identification sont testées (ex: modèle avec / sans  $\chi_l$ , avec / sans  $\chi_{l,g}$ , optimisation avec/ sans contraintes pour l'algorithme de minimisation, etc...), ce qui implique que le nombre total d'optimisation lancées est  $2^n$  variations. Ainsi, la durée d'une minimisation doit être la plus courte possible. Le précalcul du maximum de grandeurs permet la vectorisation des calculs dans l'optimiseur ce qui diminue considérablement la durée de l'identification d'un jeu de paramètres.

Il a été vu que la trainée et la portance pouvaient être écrites:

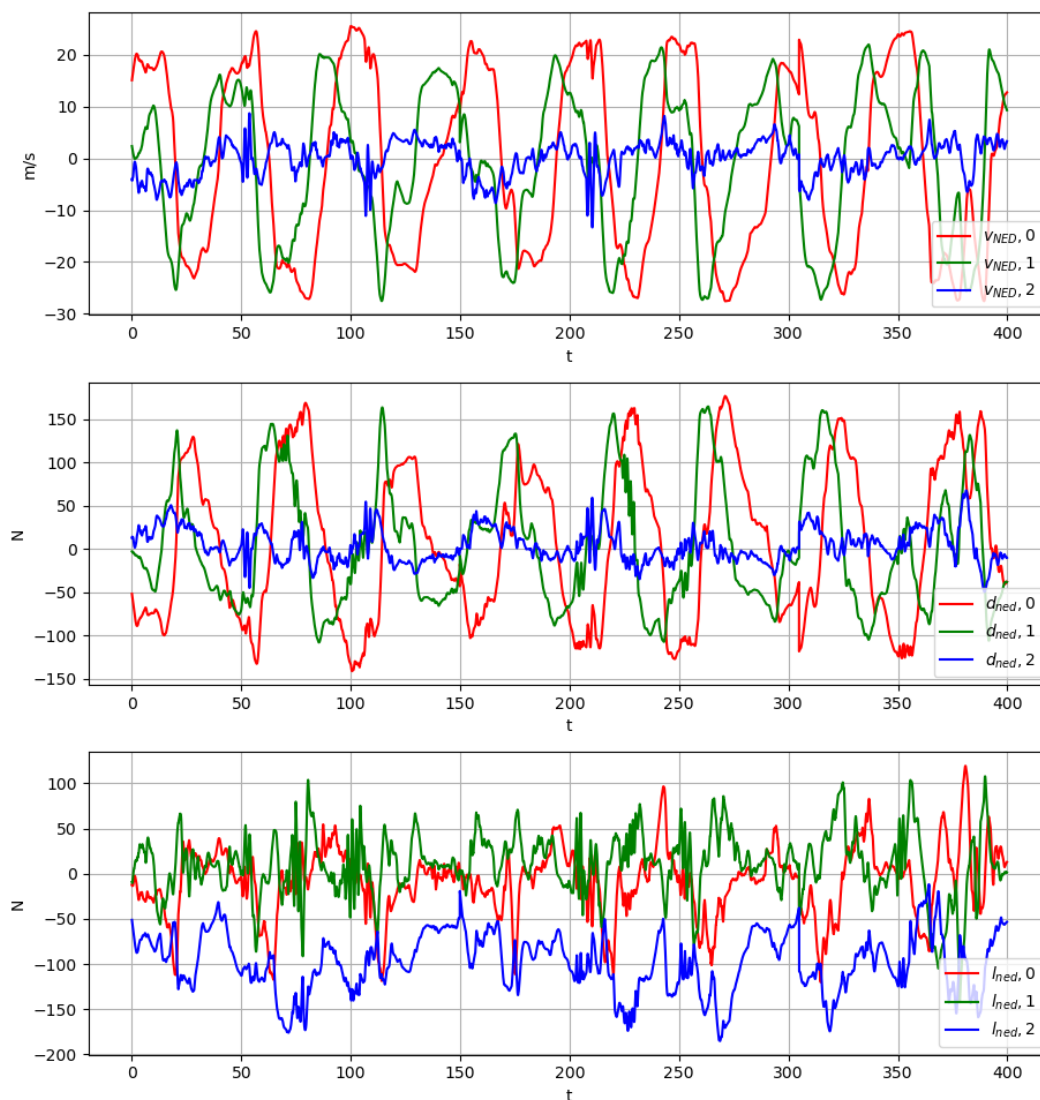
$$\begin{aligned} \mathbf{L}_n &= \frac{1}{2} \rho A_{w,n} |\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{L,n} \mathbf{v}_{a,w,n}^\perp \\ &= C_{L,n} \mathbf{l}_n \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n &= -\frac{1}{2} \rho A_{w,n} |\pi_{j_{w,n}}(\mathbf{v}_{a,w,n})| C_{D,n} \mathbf{v}_{a,w,n} \\ &= C_{D,n} \mathbf{d}_n \end{aligned}$$

Dans ces expressions, les  $\mathbf{l}_n$  et les  $\mathbf{d}_n$  sont homogènes à  $\rho S \|\mathbf{v}\|^2$ . Ces vecteurs  $\mathbf{l}_n$  et  $\mathbf{d}_n$  peuvent, pour chaque surface, être calculés pour chaque pas de temps, en amont de la procédure d'identification. Chaque angle d'attaque  $\alpha_n$  peut également être précalculé.

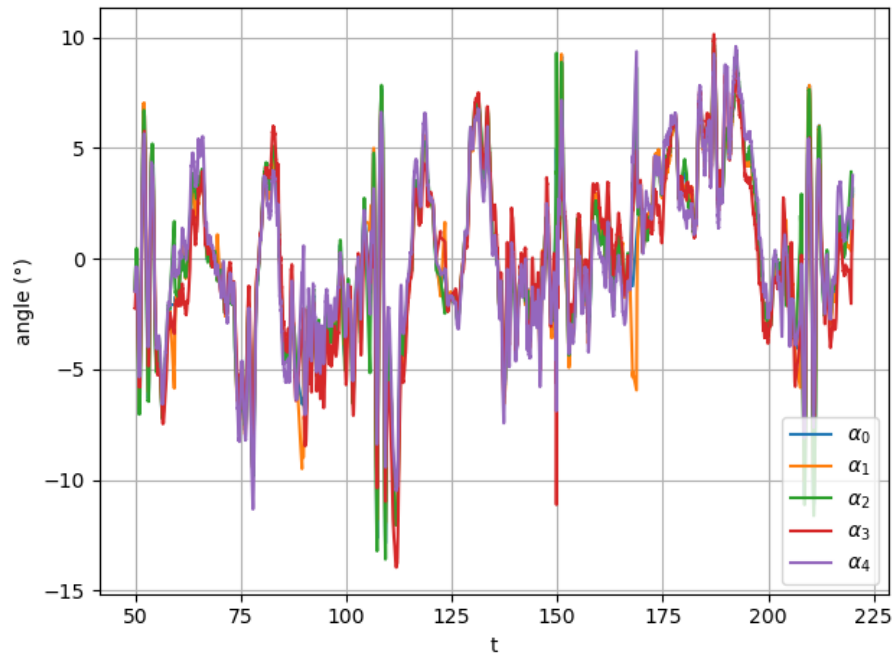
Le tracé de la vitesse NED et des vecteurs  $\mathbf{l}$  et  $\mathbf{d}$  pour l'aile principale sont proposés dans la figure (4.20).



**Figure 4.20.:** Tracé de la vitesse NED et des vecteurs  $\mathbf{l}$  et  $\mathbf{d}$  de l'aile principale pour les données de vol avion

Le vecteur directeur de la trainée pour cette surface est bien orienté de façon opposée à la vitesse NED. La portance projetée sur l'axe vertical est bien négative, puisqu'elle s'oppose à la gravité dont la projection est positive selon cet axe en repère NED.

Pour chaque surface portante, l'angle d'attaque est précalculé à partir de l'angle orienté entre la projection de la vitesse sur le plan portance/trainée (exprimé dans le repère corps) et le vecteur  $\mathbf{i}$  en repère corps. Les angles d'attaque calculés sont tracés (sur une plage de temps réduite) sur la figure (4.21).



**Figure 4.21.:** Tracé des angles d'attaques  $\alpha_n$  pour chaque surface portance considérée pour une fraction des données

Les angles d'attaque des cinq surfaces  $\alpha_i$ ,  $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  ne sont pas tous parfaitement égaux notamment en raison du fait que le plan de trainée-portance est différent pour les trois ailes et pour les deux ailerons de l'empennage.

Il peut être remarqué que la valeur moyenne pour ces angles est négative, ce qui peut sembler peu intuitif sur le plan de la physique du vol. Cela peut faire l'objet de deux considérations:

- Sur le principe, il n'est pas impossible que l'angle d'attaque moyen soit négatif. Certains profils asymétriques d'ailes peuvent, par le  $\alpha_0 < 0$ , générer une portance même à angle d'attaque négatif (c'est notamment le cas du profil à partir duquel les ailes du prototype Azimut ont été conçues).
- Cette valeur moyenne négative peut également être causée par la rotation relative entre le boîtier du contrôleur PixHawk et le corps du drone.

En temps normal, l'angle  $\alpha_0$  est l'angle tel que la portance engendrée pour un angle d'attaque de  $\alpha = \alpha_0$  soit nulle, l'angle d'attaque étant calculé comme l'angle orienté entre la vitesse et le nez de l'avion. Ici, en raison de cet angle relatif entre le contrôleur et le corps du drone, l'angle d'attaque à portance nulle à identifier sera la somme de  $\alpha_0$  et de l'angle relatif de calage.

Dans la suite du document, afin de se prémunir contre cet angle parasite, la valeur utilisée pour l'angle d'attaque sera  $\alpha - \bar{\alpha}$  où  $\bar{\alpha}$  est la moyenne temporelle de  $\alpha$ .

#### 4.4.5.2. Méthodes pour les données réelles

Comme annoncé, deux méthodes sont proposées pour l'identification sur les données réelles.

La première repose sur la minimisation d'une fonction d'erreur entre la dynamique prédite et les données par un algorithme d'optimisation, de façon analogue à celle utilisée sur les données du simulateur de vol. Cette méthode est également semblable à celle utilisée dans le chapitre consacré à l'identification des coefficients du modèle des hélices. Ses résultats sont toutefois plus mitigés sur les données du vol avion, comme il va être présenté ci-après. Les résultats principaux sont présentés dans le corps du document, et des résultats complémentaires sont disponibles en annexe.

La seconde méthode consiste en la linéarisation et la simplification du modèle, afin d'arriver à une forme avec moins de paramètres plus facile à identifier. Cette forme simplifiée, sous certaines hypothèses, peut permettre d'estimer un  $C_D$  et un  $C_L$  moyen sur toutes les surfaces, dont les paramètres peuvent être obtenus par des régressions polynomiales.

Il est important de noter que les deux méthodes n'ont pas été développées de façon séquentielle, mais en parallèle, les résultats de l'une alimentant l'autre et réciproquement.

### 4.5. Identification sur les données réelles: mise en œuvre et résultats

#### 4.5.1. Identification globale du modèle

En raison des incertitudes sur la matrice d'inertie du drone, ainsi que du bruit de mesure sur le signal du gyroscope, le calcul de l'accélération angulaire n'est pas exploitable pour l'identification. Pour cette raison, contrairement aux données du simulateur, l'accélération angulaire est retirée de l'optimisation. Le coût à minimiser est alors

$$C(\theta_{id,n}) = \frac{1}{n_s \max(|\mathbf{a}_{log}|)} \sum_{n=1}^{n_s} \|\mathbf{a}_{log}^n - \mathbf{a}_{pred}^n\|^2 \quad (4.18)$$

La minimisation est réalisée par l'algorithme L-BFGS, proposé dans l'implémentation de la librairie Python SciPy. [60]

En théorie, le profil des ailes et le profil de l'empennage sont différents. Considérer ces deux profils comme différents double le nombre de coefficients à identifier, rendant l'optimisation davantage sujette aux minimas locaux. Deux cas peuvent être distingués:

- Le premier correspond au modèle dit “simple”, dans lequel le modèle est le même que pour le cas simple (à l'exception des empenrages qui sont supposés symétriques), mais sans hypothèses sur les conditions du vol. Il sera utilisé pour une identification globale sur le coût défini par la formule (4.18).
- Le second correspond au modèle dit “complet”, dans lequel le profil des ailes et de l'empenrage sont différents.

Les variations suivantes du modèle seront testées:

- il a été vu que l'identification conjointe des coefficients  $\chi_l$  et  $\chi_{lg}$  pouvait poser des soucis de convergence et d'optimalité. Chaque modèle sera testé avec les deux coefficients, puis avec seulement l'un, puis seulement l'autre.
- le coefficient  $c_T$  pourra être intégré aux variables d'identification comme discuté
- la masse pourra être une variable d'identification
- le paramètre  $\alpha_0$  pourra être fixé, ou laissé libre pour l'identification, initialisé à la valeur déterminée par l'identification sur le modèle linéarisé.

Les résultats, pour chaque modèle, pour chaque variation du modèle, représentent un tableau de plus de 150 jeux de paramètres (150 jeux  $\times$  30 colonnes, en incluant les booléens de contrôle). Par soucis de lisibilité, l'ensemble du tableau ne sera pas inclus dans ce document.

**Une analyse détaillée pour chaque coefficient est proposée en annexe.**

Les principaux résultats sont résumés ci-après:

- Le jeu de paramètres le plus optimal, i.e celui minimisant le mieux le coût, permet une prédiction de l'accélération dont la moyenne de la norme de l'erreur est de  $4.17m \cdot s^{-2}$  (ce qui correspond à une erreur en force équivalente au poids de 420 grammes, soit moins de 5% du poids du prototype). De manière générale, tous les jeux de paramètres parviennent à fournir une prédiction dont la moyenne de la norme de l'erreur est inférieure à  $8m \cdot s^{-2}$  (<9% du poids du prototype).
- En l'absence de contraintes sur le coefficient  $\alpha_0$ , celui-ci est optimisé pour atteindre des valeurs manifestement aberrantes, entre  $-0.6$  et  $-0.8 \text{ rad}$  ( $\approx -45^\circ$ ). En présence de limite sur le vecteur de paramètres optimisé (la limite est fixée à  $\pm 0.2 \text{ rad}$  pour le  $\alpha_0$ ), les valeurs sont saturées, ce qui permet de supposer l'existence d'un large bassin d'attraction autour de cet optimum non-physique (cet aspect sera revu au moment de l'identification du modèle linéarisé). Sur les optimisations, les coefficients  $C_{L,1}^{sa}, C_{D,1}^{sa}, C_{D,0}^{sa}$  sont également affectés, ce qui est largement expliqué par l'intrication de leur rôle avec celui du  $\alpha_0$  dans le calcul du  $C_L$  et du  $C_D$ .
- Les coefficients  $C_{L,1}^{sa}$  identifiés semblent inférieurs à l'ordre de grandeur attendu. Les coefficients identifiés sont extrêmement dépendants du  $\alpha_0$  identifié.

En outre, lorsque la masse est laissée libre, les coefficients atteignent également des valeurs aberrantes.

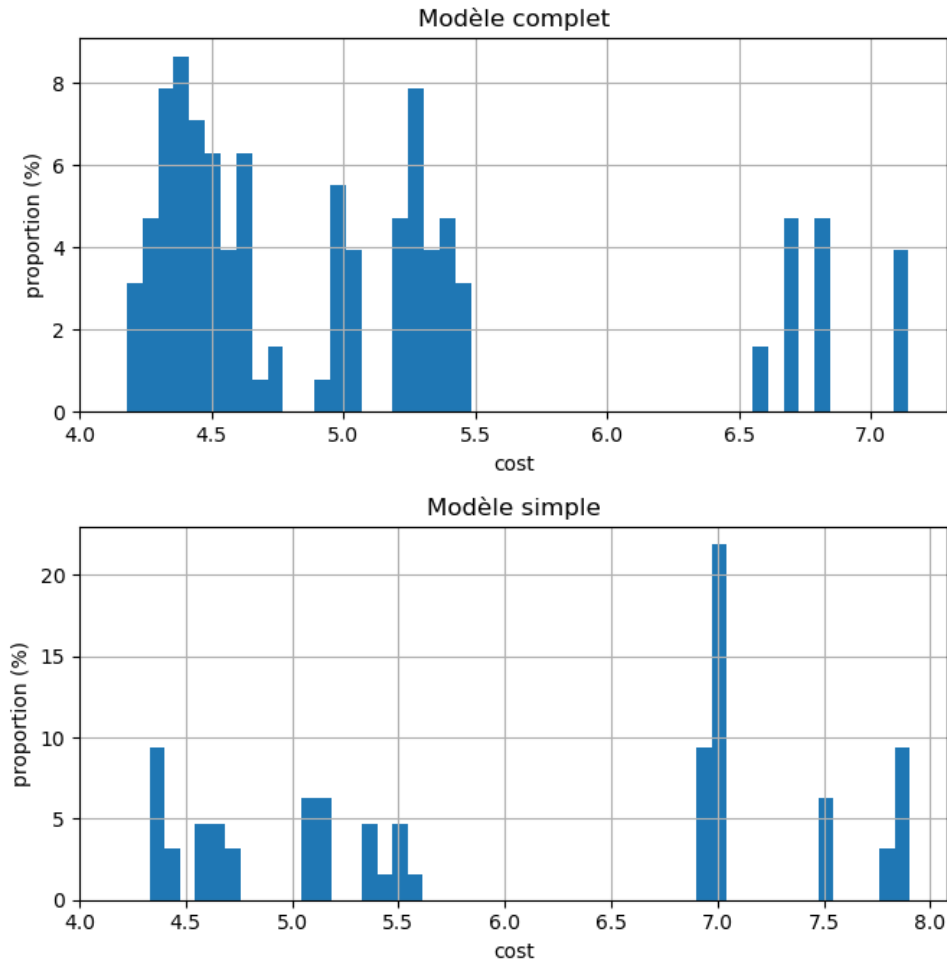
- Lorsque le coefficient de poussée est laissé libre, sa valeur varie grandement; la valeur identifiée est systématiquement inférieure à la valeur obtenue lors de l'identification au sol avec les mesures de la section précédente. Cela montre les limites de l'utilisation du modèle quadratique; les hélices développent une poussée moindre lors du vol en raison de la vitesse axiale, et le coefficient identifié au sol (immobile) surestime donc la poussée développée en vol. Dans le modèle linéarisé, le  $c_T$  sera adapté en conséquence.
- Les coefficients  $C_{D,1}^{sa}$  et  $C_{D,0}^{sa}$  identifiés sont impactés par le coefficient de poussée identifié. Pour certains jeux, en l'absence de limites imposées aux jeux de paramètres, leur valeur optimale est déterminée par l'optimiseur comme étant négative (typiquement pour les  $c_T$  identifiés les plus faibles, l'erreur axiale engendrée par la moindre poussée étant "compensée" par une traînée négative).

La comparaison entre le modèle simple et le modèle complet montre que le modèle complet permet l'obtention de coefficients permettant une moindre erreur dans la prédiction de l'accélération, comme cela peut être observé sur la figure (4.22).

Toutefois, l'analyse révèle que les coefficients de l'empennage identifiés sont trop dispersés pour être exploitables, avec de nombreuses valeurs aberrantes (davantage que pour les coefficients des ailes principales). Cela peut être imputé à la plus faible aire des surfaces de l'empennage, à laquelle l'erreur totale est moins sensible. En outre, en doublant le nombre de paramètres aérodynamiques à identifier, le modèle est davantage sujet au risque de surapprentissage. Cela se manifeste par des coefficients optimaux au sens des moindres carrés, mais invraisemblables sur le plan technique et physique.

Le bilan de la méthode d'identification avec tous les coefficients en simultané est mitigé: elle permet d'obtenir des coefficients qui assurent une erreur de prédiction acceptable ( $4.17m/s^2$ ), mais la pertinence de ceux-ci du point de vue de la modélisation des phénomènes physiques n'est pas bonne, notamment en raison de leurs ordres de grandeurs parfois incorrects. S'il est possible, en menant une analyse fouillée des résultats, de reconstituer les intervalles contenant les solutions au problème d'optimisation, il est probable que le modèle dispose de trop de coefficients pour arriver à identifier les paramètres physiques exacts.

Afin de palier à ce manque, une démarche d'identification complémentaire basée sur la linéarisation du système, est proposée avec pour objectif de fournir des coefficients plus exacts sur le plan physique.



**Figure 4.22.:** Histogramme comparatif entre les résultats du modèle simple et du modèle complet

## 4.5.2. Identification du modèle linéarisé

### 4.5.2.1. Du modèle simple au modèle linéarisé

A partir des données agrégées, une identification basée sur des régressions linéaires peut-être envisagée. Il sera supposé dans cette partie que les coefficients  $\chi_l$  et  $\chi_d$ , qui “décalent” les courbes de trainée / portance de gauche à droite avec  $\delta$ , n'interviennent pas. Il a été vu que le  $\chi_l$  et le  $\chi_{l,g}$  jouaient des rôles redondants aux petits angles, on pourra retrouver le  $\chi_l$  à partir du  $\chi_{l,g}$  si besoin. Le choix de  $\chi_{lg}$  au lieu de  $\chi_l$  est donc totalement arbitraire.

En repère corps, il est possible de faire l'hypothèse que le vol est parfaitement rectiligne. En faisant l'hypothèse  $\Omega = 0$ , il est possible de réaliser l'approximation:

$$\begin{cases} m\mathbf{a} \cdot \mathbf{i} - T - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{i} &= \sum_{n=1}^5 C_{L,n} \mathbf{l}_n \cdot \mathbf{i} + \sum_{n=1}^5 C_{D,n} \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{i} \\ m\mathbf{a} \cdot \mathbf{k} - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{k} &= \sum_{n=1}^5 C_{L,n} \mathbf{l}_n \cdot \mathbf{k} + \sum_{n=1}^5 C_{D,n} \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{k} \end{cases}$$

En faisant l'hypothèse que le drone vole en vol rectiligne, la portance est orientée vers "le haut" dans le repère corps, c'est-à-dire opposée à  $\mathbf{k}$ , et la traînée horizontale, dans le sens opposé au nez de l'appareil. Il en découle

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^5 C_{L,n} \mathbf{l}_n \cdot \mathbf{i} &\approx 0 \\ \sum_{n=1}^5 C_{D,n} \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{k} &\approx 0 \end{aligned}$$

Sous les hypothèses de vol rectiligne, chaque surface portante subit la même vitesse air. On fait en plus l'hypothèse que tous les  $\alpha_n$ , les  $C_{L,n}$  et les  $C_{D,n}$  sont identiques pour tout  $n \in \{1, 2, \dots, 5\}$ .

$$\begin{cases} m\mathbf{a} \cdot \mathbf{i} - T - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{i} &= C_D \sum_{n=1}^5 \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{i} \\ m\mathbf{a} \cdot \mathbf{k} - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{k} &= C_L \sum_{n=1}^5 \mathbf{l}_n \cdot \mathbf{k} \end{cases}$$

Ce qui permet d'isoler les coefficients aérodynamiques:

$$\begin{aligned} C_D &= \frac{m\mathbf{a} \cdot \mathbf{i} - T - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{i}}{\sum_{n=1}^5 \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{i}} \\ C_L &= \frac{m\mathbf{a} \cdot \mathbf{k} - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}}{\sum_{n=1}^5 \mathbf{l}_n \cdot \mathbf{k}} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Au vu des résultats du paragraphe précédent sur l'identification sur le modèle simple et le modèle complet, le  $c_T$  utilisé pour le calcul de la poussée doit être revu à la baisse pour prendre en compte la chute d'intensité de la poussée dans les conditions de vol. La nouvelle valeur retenue pour le  $c_T$  est  $c_T = 3.27 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot (\text{rad} \cdot \text{sec}^{-1})^{-2}$ . Cette valeur correspond à l'ordre de grandeur vers laquelle les optimisations globales convergeaient lorsque le coefficient  $c_T$  était ajouté aux paramètres identifiés.

La section sur l'identification du modèle à partir des données simulations concluait sur l'impossibilité de reconstituer  $C_D$  et  $C_L$  dans le cas général, mais grâce aux hypothèses supplémentaires prises pour la régression préliminaire, il est possible de reconstruire  $C_L$  et  $C_D$ .



En appliquant cette formule, il est possible de reconstruire les nuages de points proposés dans les figures (4.23) et (4.24). Afin de se prémunir contre la présence de l'angle relatif de rotation entre le corps et le contrôleur, les données de travail seront considérées avec l'angle d'attaque moyen des cinq surfaces auquel sa moyenne temporelle  $\bar{\alpha} = -0.0997rad$  est soustraite.

Afin d'approfondir l'exploration des données, il est possible de tracer les mêmes nuages de points en ajoutant un facteur de transparence à l'affichage, ce qui permet un "filtrage passe bas" graphique en mettant en évidence les plus grandes concentrations dans la distribution des points. Ce faisant les figures (4.25) sont obtenues.

#### 4.5.2.2. Linéarisation, tracé et régression du $C_D$

La distribution des points  $(\alpha - \bar{\alpha}, C_d)$  sur cette figure avec transparence ne présente pas de différence fondamentale avec le tracé sans transparence, les points les plus aberrants étant filtrés.

Aux petits angles, sans supposer  $\alpha_0 = 0$ , le  $C_D$  devient:

$$\begin{aligned} C_D &= C_{D,0}^{sa} + C_{D,1}^{sa} \sin(\alpha - \alpha_0)^2 \\ &\approx C_{D,0}^{sa} + C_{D,1}^{sa} \alpha_0^2 - 2C_{D,1}^{sa} \alpha_0 \alpha + C_{D,1}^{sa} \alpha^2 \end{aligned}$$

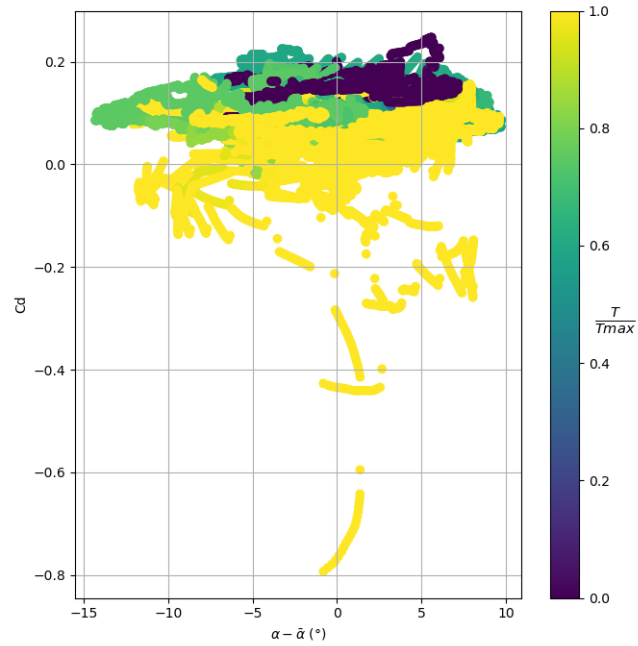
Une régression polynomiale de degré 2 avec

$$Y = \frac{m\mathbf{a} \cdot \mathbf{i} - T - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{i}}{\sum_{n=1}^5 \mathbf{d}_n \cdot \mathbf{i}}$$

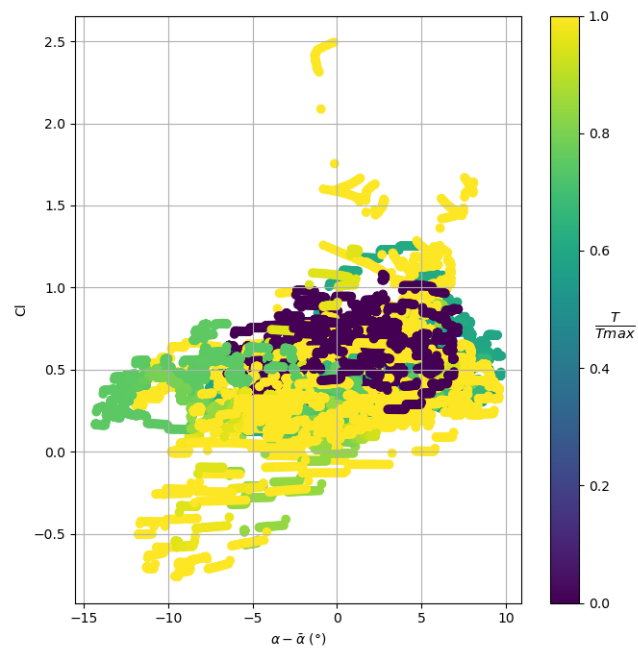
et  $X = \alpha$  permet d'obtenir  $C_{D,0}^{sa} + C_{D,1}^{sa} \alpha_0^2$ ,  $2C_{D,1}^{sa} \alpha_0$  et  $C_{D,1}^{sa}$ .

L'application numérique donne:

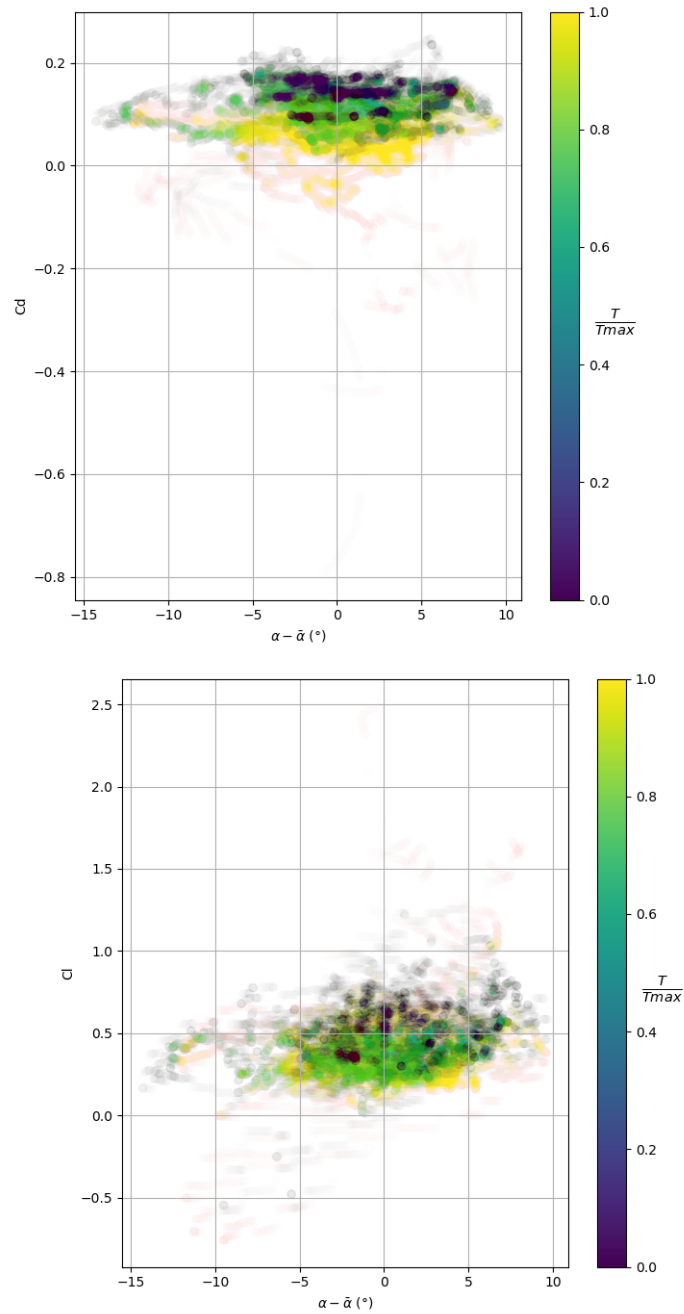
$$\begin{cases} C_{D,1}^{sa} &= 0.052561 \\ -2C_{D,1}^{sa} \alpha_0 &= 0.008125 \rightarrow \alpha_0 = -0.07729 \quad rad \approx -4^\circ \\ C_{D,0}^{sa} + C_{D,1}^{sa} \alpha_0^2 &= 0.09409 \rightarrow C_{D,0}^{sa} = 0.09377 \end{cases}$$



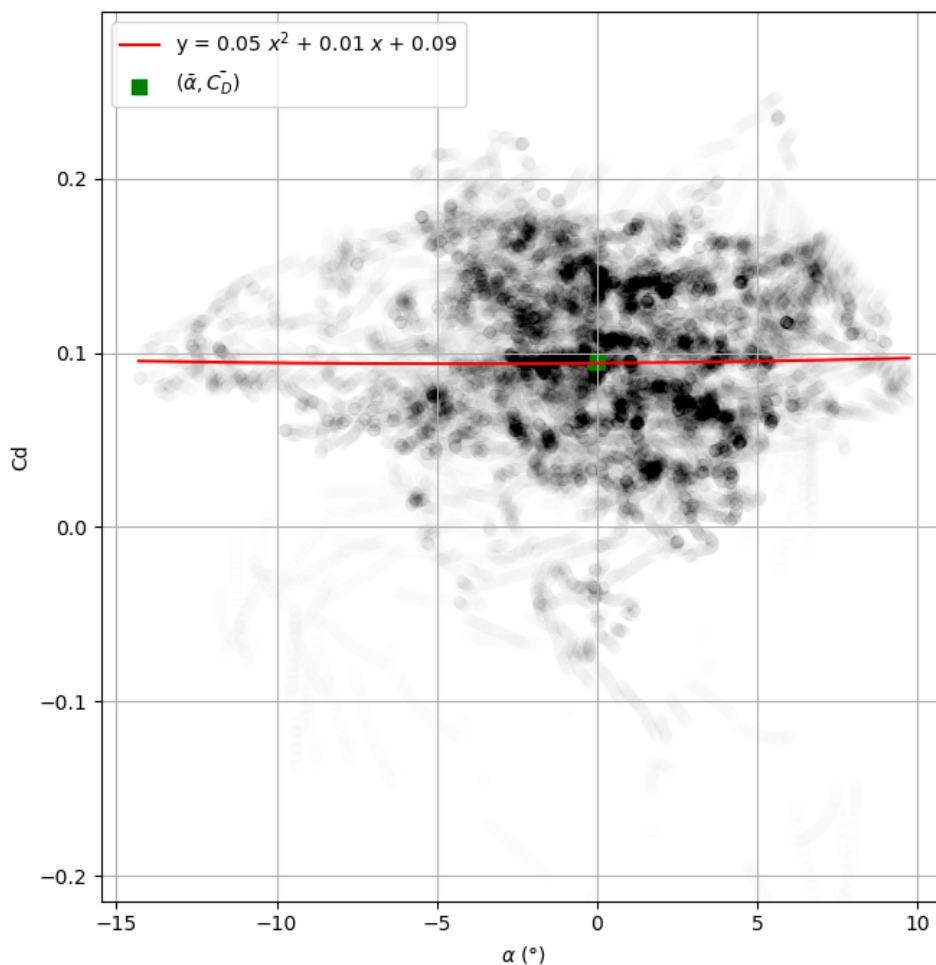
**Figure 4.23.:**  $C_D$  calculé à partir de la formule du modèle simple, données brutes des vols réels avec le prototype avion



**Figure 4.24.:**  $C_L$  calculé à partir de la formule du modèle simple, données brutes des vols réels avec le prototype avion



**Figure 4.25.:**  $C_D$  et  $C_L$  calculés à partir de la formule du modèle simple, données des vols réels avec le prototype avion, transparence à 95%



**Figure 4.26.:** Régression préliminaire du  $C_D$  sous hypothèse de vol rectiligne sans rotation

Le profil des ailes est soumis à la confidentialité de son fabricant Alcore Technologies [1]: le profil de référence et les détails de conception et de réglage des ailes du prototype ne seront donc pas renseignés dans le manuscrit.

Les considérations suivantes peuvent émerger de cette régression:

- La valeur identifiée de l'angle  $\alpha_0$  correspond à l'ordre de grandeur attendu. L'angle  $\alpha_0$  est l'angle d'attaque du profil, pour lequel la portance s'annule, or ici, l'angle d'attaque est calculé à partir de l'attitude estimée du drone. Ainsi, la valeur estimée de  $\alpha_0$  est la somme du  $\alpha_0$  du profil et de l'angle de calage choisi par le concepteur.  
L'obtention d'un  $\alpha_0$  correct à partir de la seule trainée du modèle linéarisé est un élément pouvant laisser penser que l'erreur sur le  $\alpha_0$  est issue du couplage des coefficients  $C_{L,1}^{sa}$  et du  $\alpha_0$  au moment de l'optimisation globale.
- Le  $C_{D,0}^{sa}$  proposé est parfaitement cohérent, vu les valeurs minimales de trainée

du profil de base à partir desquelles les ailes de l'Azimut ont été conçues, le nombre de Reynolds de l'écoulement, et les modifications apportées par le concepteur à ce profil.

- Le  $C_{D,1}^{sa}$  permet une bonne régression du nuage de points; sa valeur reste faible au regard des coefficients de référence de la littérature. Cette valeur peut être expliquée notamment par l'aspect plat de la distribution des  $C_D$  sur la figure (4.26).

Le  $C_D$  étant considéré comme identifié, la section suivante propose des méthodes de régression du  $C_L$ .

#### 4.5.2.3. Linéarisation et tracé du $C_L$

Le  $C_L$  est donné par

$$C_L = \frac{m\mathbf{a} \cdot \mathbf{k} - m\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}}{\sum_{n=1}^5 \mathbf{l}_n \cdot \mathbf{k}} \quad (4.20)$$

La régression sur le  $C_L$  est réalisée à partir du coefficient linéarisé :

$$\begin{aligned} C_L &= \frac{1}{2} C_{L,1}^{sa} \sin(2(\alpha - \alpha_0)) + \chi_{lg} \sin(\delta) \\ &\approx C_{L,1}^{sa} (\alpha - \alpha_0) + \chi_{lg} \delta \end{aligned}$$

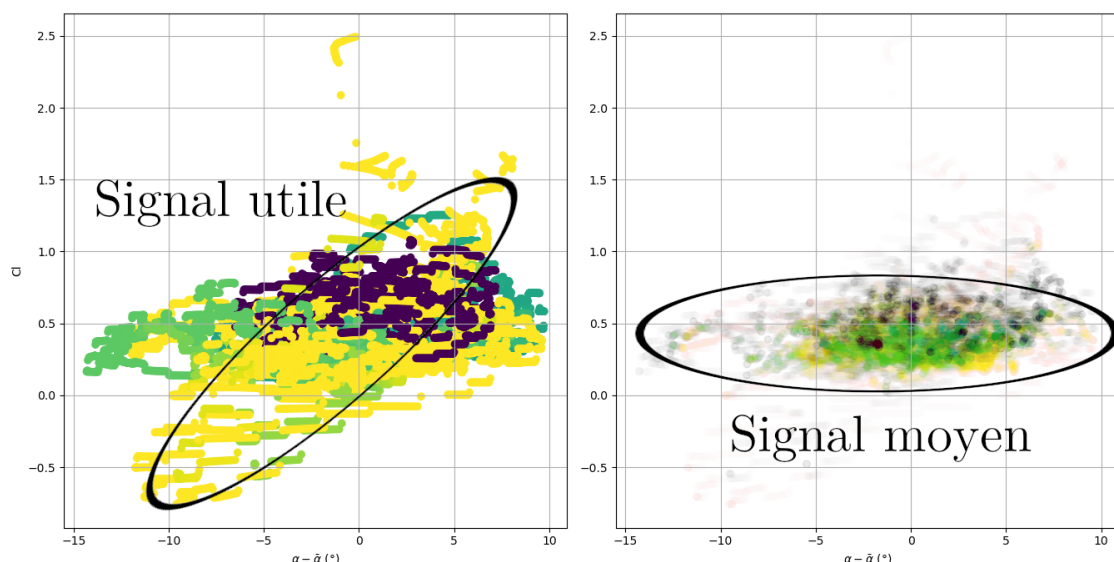
Le coefficient  $C_L$  est ainsi, aux petits angles une fonction affine de  $\alpha$  et  $\delta$ . Typiquement, aux petits angles, un  $C_{L,1}^{sa}$  a une valeur comprise entre 4 et 7 (donné en  $rad^{-1}$  dans le cas du modèle linéaire).

#### 4.5.2.4. Régression linéaire "naïve" optimale et discussion sur les sources d'erreur

La méthode la plus simple pour obtenir les coefficients est de réaliser une régression linéaire via un polynôme du premier ordre. Malheureusement, cette régression "naïve", optimale au sens des moindres carrés, résulte en la production de coefficients physiquement aberrants; les coefficients obtenus sont :

$$\begin{aligned} C_{L1}^{sa} &= 0.719 \\ y_0 = -C_{L,1}^{sa} \alpha_0 &= 0.413 \rightarrow \alpha_0 = -0.57 \quad rad = -32^\circ \end{aligned} \quad (4.21)$$

Ces coefficients sont manifestement non-physiques, et sont le résultat de la minimisation de l'erreur quadratique entre une fonction affine de  $\alpha$  et le  $C_L$  calculé. Il est à noter que leurs valeurs sont cohérentes avec les plages de valeurs obtenues avec la méthode précédente par minimisation de l'erreur de prédiction de l'accélération.



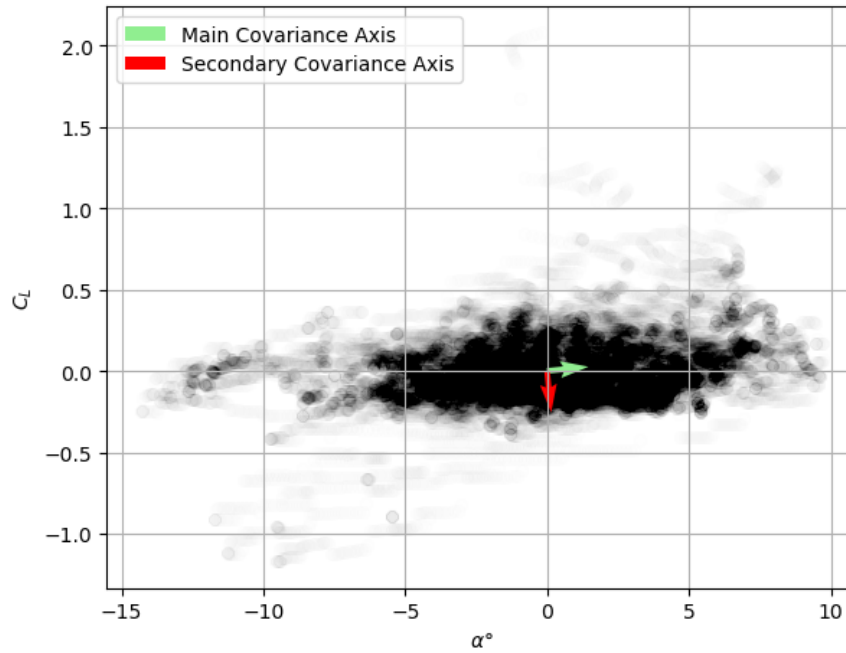
**Figure 4.27.:** Comparaison des distributions du  $C_L$  calculé avec le modèle simple pour les données réelles avion, avec et sans transparence, avec mise en évidence du signal utile vs. le signal moyen

En observant la distribution tracée sans transparence, il est possible de repérer la portion de signal utile (voir figure (4.27)) qui correspond au bon ordre de grandeur de  $C_{L,1}^{sa}$ . La comparaison avec / sans transparence est réalisée figure (4.27). Il peut être remarqué que la transparence met en évidence un élément susceptible de poser problème dans le  $C_L$  calculé. Cette distribution avec transparence, qui affiche la distribution moyennée, ne correspond pas aux courbes de portance typiques des profils aérodynamiques. Cela qui signifie la présence de points parasites ( $\alpha, C_L$ ) dans les données.

Ce bruit peut être attribué à deux éléments:

1. Les hypothèses du modèle simplifié sont très fortes, notamment l'hypothèse de vol rectiligne, puisqu'il a été vu dans l'exploration des données que le chemin suivi pour chaque vol correspondait à une suite de boucles.
2. Les erreurs d'estimation. Il est rappelé que le calcul de  $C_L$  est réalisé à partir des données issues de l'estimation d'état. Celle-ci peut souffrir d'imprécisions, notamment sur l'estimation d'attitude, qui peut par exemple être perturbée par les moteurs comme il est détaillé dans le chapitre consacré aux aspects expérimentaux et à l'estimation. Cela signifie que le vecteur  $\mathbf{k}$  peut être mal estimé, et ainsi introduire une erreur sur tous les produits scalaires de (4.20). Une autre source d'erreur potentielle est l'estimation de vitesse, à partir de laquelle l'angle d'attaque est calculé.

En moyenne, les points de la distribution sont localisés sur une droite quasi horizontale, ce qui permet de comprendre que le polynôme du premier ordre optimal au sens des moindres carrés soit effectivement défini par (4.21). La droite support de



**Figure 4.28.:** Analyse en composantes principales de la distribution des  $C_L$  calculés

la régression est tracée en violet sur la figure (4.30), et est conforme à l'analyse des composantes principales de la distribution proposée figure (4.28). Graphiquement, cette droite passe effectivement par le centroïde du nuage de points filtrés.

Cette solution optimale non-physique issue des données bruitées a toutes les chances d'exister également pour les modèles simples et complexes. Ainsi, il est probable que le modèle polynomial utilisé ait retrouvé le bassin d'attraction du problème de l'identification globale mentionné dans la sous-section précédente. Cela peut expliquer les résultats optimaux aberrants physiquement du problème d'optimisation de l'erreur de prédiction. Les résultats mitigés de la méthode d'identification globale pour  $\alpha_0$  et  $C_{L,1}^{sa}$  peuvent donc être à la fois attribués au couplage de ces coefficients mais également au bruit des données.

Il peut donc être conclu que si l'accélération prédite grâce aux modèles identifiés dans la sous-section précédente réalise une erreur acceptable par rapport aux données, c'est en parvenant à reproduire ce bruit dans les données, et non en proposant une description fidèle de la physique du système, comme en attestent les coefficients identifiés par la régression polynomiale "naïve".

Si cet élément permet d'expliquer les résultats précédents, il ne permet toutefois pas de proposer des valeurs correctes pour les coefficients; les deux paragraphes suivants proposent deux méthodes alternatives pour la production de coefficients plus vraisemblables physiquement.

La première solution est basée sur une régression graphique du signal utile, la seconde sur une interpolation en utilisant une valeur de  $\alpha_0$  identifiée au préalable.

#### 4.5.2.5. Régression graphique

En utilisant le nuage de données brutes, sur la portion “utile” du signal, une régression à vue peut être déduite pour  $C_L$ , voir figure (4.29).

En encadrant le signal bruité contenant le signal de  $C_L$  en fonction de  $\alpha - \bar{\alpha}$ , cette première régression peut être construite graphiquement. Les valeurs retenues pour la construction de la droite sont :

$$C_{L,1}^{sa} = 5.17$$

$$y_0 = -C_{L,1}^{sa}\alpha_0 = 0.28 \rightarrow \alpha_0 = -0.054 \text{ rad} = -3.09^\circ$$

Ces coefficients sont proches de l'ordre de grandeur attendu pour le profil, le  $C_{L,1}^{sa}$  du profil de base des ailes de l'Azimut étant  $C_{L1}^{sa} = 5.729$ .

#### 4.5.2.6. Identification du $C_{L,1}^{sa}$ par interpolation

La seconde façon de réaliser l'identification du  $C_{L,1}^{sa}$ , est de reconstruire la droite en se basant sur une identification déjà réalisée de  $\alpha_0$ . Le  $\alpha_0$  ayant été identifié à partir du  $C_D$ , la valeur retenue pour ce coefficient est  $\alpha_0 = -0.077 \text{ rad}$ , mais une autre valeur pourrait également être utilisée si le  $\alpha_0$  avait été identifié autrement.

Le coefficient  $C_{L,1}^{sa}$  est obtenu par la reconstruction de la droite passant par les points  $(\alpha_0, 0)$ . et  $(\bar{\alpha}, \bar{C}_L)$  avec  $\bar{C}_L$  la valeur moyenne du  $C_L$  sur tous les points. Par définition  $C_L = 0$  pour  $\alpha = \alpha_0$ . Ce faisant, par unicité des termes du polynôme, le coefficient directeur de la droite obtenue est  $C_{L,1}^{sa}$ .

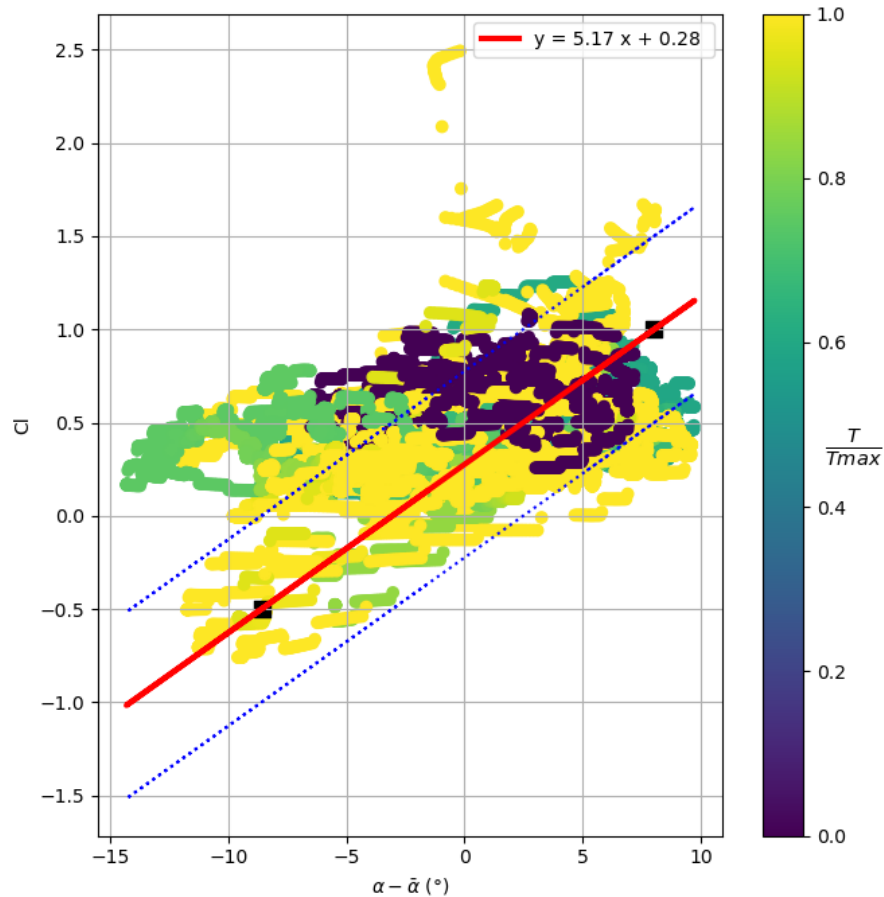
En utilisant ces relations, l'équation de la droite est

$$y(\alpha) = \frac{\bar{C}_L - C_L(\alpha_0)}{\bar{\alpha} - \alpha_0}(\alpha - \alpha_0) + C_L(\alpha_0)$$

Cette formule permet d'obtenir une relation du type  $C_L = A\alpha + B$ , et dans cette relation linéarisée, par identification des termes,  $A$  est  $C_{L,1}^{sa}$ . On vérifie bien par ailleurs que  $\frac{\bar{C}_L - C_L(\alpha_0)}{\bar{\alpha} - \alpha_0}$  est bien homogène à  $C_{L1}^{sa}$  avec une unité en  $rad^{-1}$ .

Le coefficient obtenu en utilisant cette méthode est  $C_{L,1}^{sa} = 5.34$ , la droite associée est tracée en rouge avec les points mis en évidence figure (4.30). Le résultat obtenu est du même ordre de grandeur que la valeur obtenue par la régression graphique du signal utile. La dispersion des données est compensée en imposant le passage





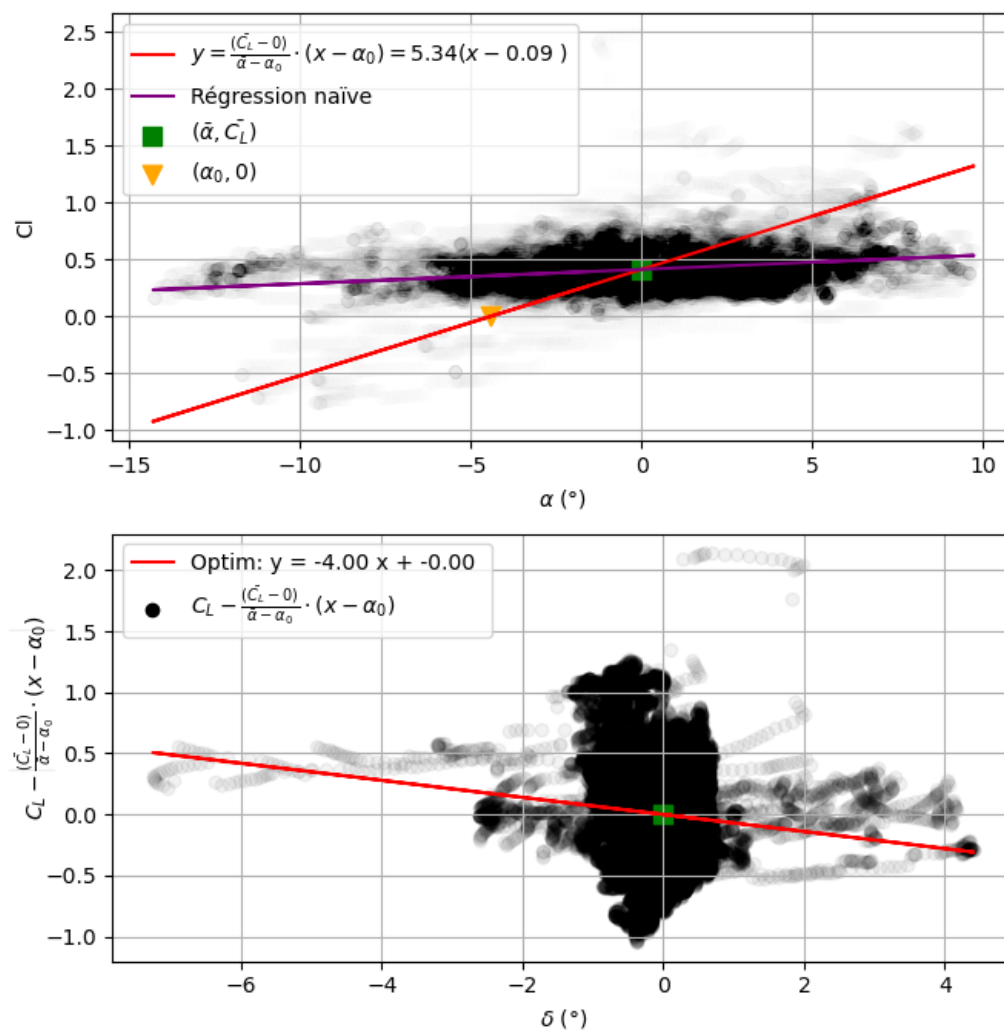
**Figure 4.29.:** Régression linéaire graphique sur le  $C_L$  à partir des données brutes du vol avion

*Remarque:* pour une lecture facilitée, les angles sont donnés en degrés dans l'abscisse; par soucis d'homogénéité dans les formules, les coefficients de la droite sont donnés en radians.

de la droite par le point  $(\alpha_0, 0)$ , ce qui évite les valeurs aberrantes pour  $C_{L,1}^{sa}$ . Les résultats de cette méthode sont proposés sur la figure (4.30).

Cette figure est construite de la façon suivante: sur le graphique du dessus sont tracés les  $C_L$  en fonction de  $\alpha$ , en noir. Deux droites sont tracées: l'une correspond à la construction de  $y(\alpha) = \frac{\bar{C}_L - C_L(\alpha_0)}{\bar{\alpha} - \alpha_0}(\alpha - \alpha_0) + C_L(\alpha_0)$  avec la valeur de  $\alpha_0$  identifiée par la régression polynomiale sur le  $C_D$ . Les points  $(\alpha_0, 0)$  et  $(\bar{\alpha}, \bar{C}_L)$ , à partir desquels la droite est construite, sont affichés dans une couleur différente du reste des points. Pour la comparaison, la régression linéaire dite "naïve" de  $C_L$  en fonction de  $\alpha$  est également tracée, il s'agit de la droite violette.

Sur le graphique du dessous sont tracés les points  $C_L - y(\alpha)$  (ce qui permet d'éliminer la dépendance en  $\alpha$  du nuage de points), en fonction de  $\delta$ . La régression linéaire  $C_L - y(\alpha)$  est affichée en rouge.



**Figure 4.30.:** Régression préliminaire du  $C_L$  sous hypothèse de vol rectiligne sans rotation

#### 4.5.2.7. Identification du $\chi_{l,g}$

La dernière régression proposée sur la figure (4.30) est la régression de  $C_L$  en fonction de  $\delta$ . Les données sont principalement agrégées autour du point  $(0, 0)$ . Pour mieux mettre en évidence les (plus rares points) pour lesquels les angles  $\delta$  sont significatifs, la transparence a été diminuée sur le graphique. Il peut être remarqué que ces points plus éloignés du centre orientent la droite de support du modèle de régression.

Le coefficient obtenu est  $\chi_{l,g} = -4.00$  (lors des optimisations réalisées dans la section précédente, la plage de valeurs dans laquelle les “meilleurs”  $\chi_{l,g}$  étaient localisés étaient  $\chi_{l,g} \in [-3, -11]$ ). Ce coefficient correspond à un  $\chi_l$  équivalent d’une valeur

de

$$\chi_l = \frac{\chi_{l,g}}{C_{L,1}^{sa}} = -0.699$$

Pour ces valeurs, un angle de flap de  $5^\circ$  engendre (pour  $\alpha = 0$ ) un gain en portance de  $\Delta C_L = 0.35$ .

S'il est rare que les auteurs fournissent explicitement une valeur pour ce coefficient, cette valeur peut être approximativement recalculée à partir des figures des travaux des auteurs de la littérature aéronautique. Des bases de données permettent également de confronter cette valeur de  $\chi_{l,g}$  avec les ressources disponibles [61, 28, 29, 62, 56].

Afin de respecter la confidentialité du profil des ailes, mais afin de prouver que cet ordre de grandeur est consistant, un exemple de calcul graphique du  $\chi_l$  est donné sur un profil différent du profil de base figure (4.31). On peut mesurer  $\Delta C_L \approx 0.9$  pour  $\delta = 20^\circ$  pour  $\alpha \approx 0$ , pour un profil NACA0015, soit  $\Delta C_L \approx 0.225$  pour  $\delta = 20^\circ$ . Cette valeur a un ordre de grandeur cohérent avec la valeur présentée ci-dessus.

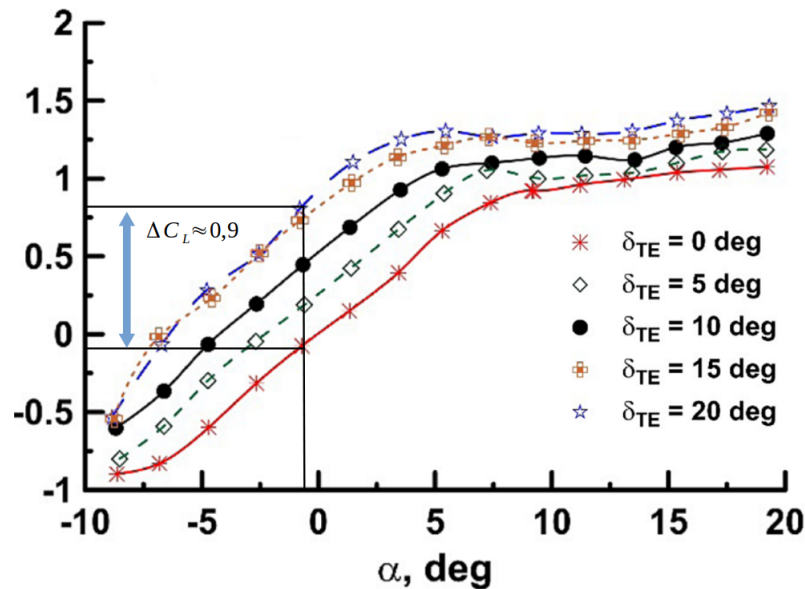


Figure 4.31.: Calcul graphique de  $\Delta C_L$  depuis [61]

Après comparaison avec les données du profil des ailes de l'Azimut disponibles sur [29], ce coefficient peut être considéré comme correct.

#### 4.5.2.8. Synthèse

In fine, les coefficients retenus pour le modèle linéarisé sont:

$$\begin{cases} \alpha_0 & = -0.07 \\ C_{D,0}^{sa} & = 0.09377 \\ C_{D,1}^{sa} & = 0.052561 \\ C_{L,1}^{sa} & = 5.729 \\ \chi_l & = -0.699 \end{cases}$$

L'accélération prédite sur les axes  $(\mathbf{i}, \mathbf{k})$  à partir de ces coefficients peut être comparée à l'accélération des données (en repère corps). Deux points principaux sont à noter:

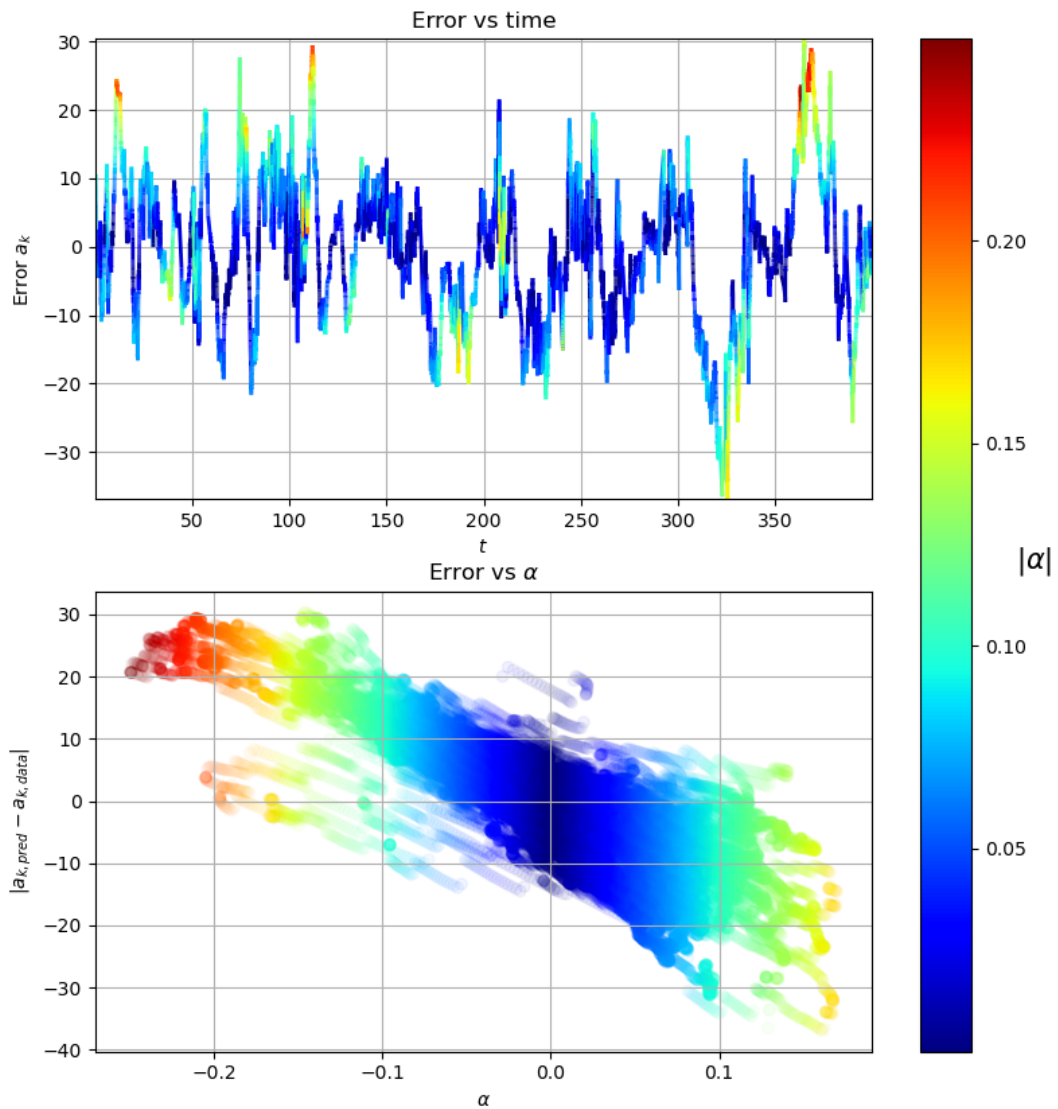
- La norme moyenne de l'erreur dans le plan  $(\mathbf{i}, \mathbf{k})$ , i.e le plan vertical dans le repère drone, est de  $8.272 \text{ m/s}^2$ . Rapportée au poids du prototype ( $8.8kg$ ), cette erreur en accélération réalisée par le modèle linéarisé équivaut à une prédiction des efforts d'une erreur inférieure à 10% du poids de l'avion.
- L'erreur reste principalement due aux imprécisions sur l'axe  $\mathbf{k}$ , vraisemblablement causée par l'impact du  $C_{L,1}^{sa}$  et du  $\alpha$  déterminés avec le modèle linéarisé. La modélisation selon l'axe  $\mathbf{k}$  affiche une prédiction en moyenne peu biaisée. Il a été vu que celle-ci correspondait pourtant mieux aux valeurs de la littérature pour d'autres ailes de référence (il n'existe pas de valeurs de la littérature pour l'Azimut), et était donc vraisemblablement plus précise du point de vue de la modélisation des phénomènes physiques. Toutefois, il a également été vu que l'angle d'attaque était bruité. Ce bruit amplifié par le coefficient  $C_{L,1}^{sa}$  engendre une erreur plus importante. Cette corrélation nette entre le  $\alpha$  et l'erreur est observable sur la figure (4.32). Ainsi, si ce modèle est vraisemblable sur le plan physique, il est fortement impacté par les imprécisions sur  $\alpha$  et montre une plus grande sensibilité au bruit. Ses performances pour la prédiction sont moins bonnes que celles d'un modèle optimisé par les moindres carrés qui ne prendrait en compte la vraisemblance physique des coefficients identifiés. L'accélération prédite et les données sont tracées figure (4.33).

Les coefficients retenus permettent de tracer les courbes aérodynamiques illustrées figure (4.34), dont l'aspect est absolument conforme à la littérature, à l'exception de la dernière, pour laquelle la forme de cloche caractéristique des courbes  $C_L/C_D$  n'est pas reproduite.

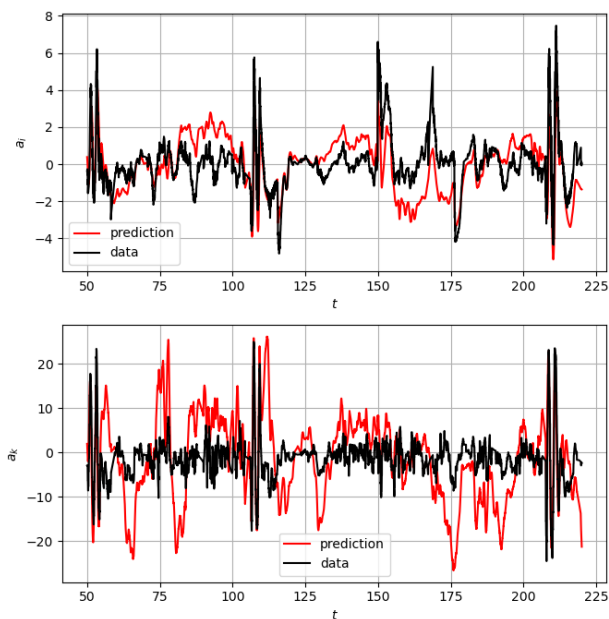
Cela est dû à la faible valeur du  $C_{D,1}^{sa}$ , dont on a vu que la distribution donnait une valeur identifiée faible, la parabole du  $C_D$  étant quasiment plate. Ainsi, le  $C_L$  augmente quasi linéairement selon  $C_{L,1}^{sa}$  avec  $\alpha$  tandis que la valeur relative de  $C_D$  reste plus ou moins constante.

Cette faible valeur du  $C_{D,1}^{sa}$  peut amener à s'interroger sur l'éventualité de la mauvaise estimation de la poussée réelle développée en vol qui se répercute sur les coefficients de trainée en provoquant leur sous-estimation. Une perspective d'amélioration pourrait reposer sur le fait d'inclure, dans le modèle linéarisé, le modèle mixte des hélices avec le coefficient  $c_{T,2}$  qui permettrait de prendre en compte la perte de poussée.

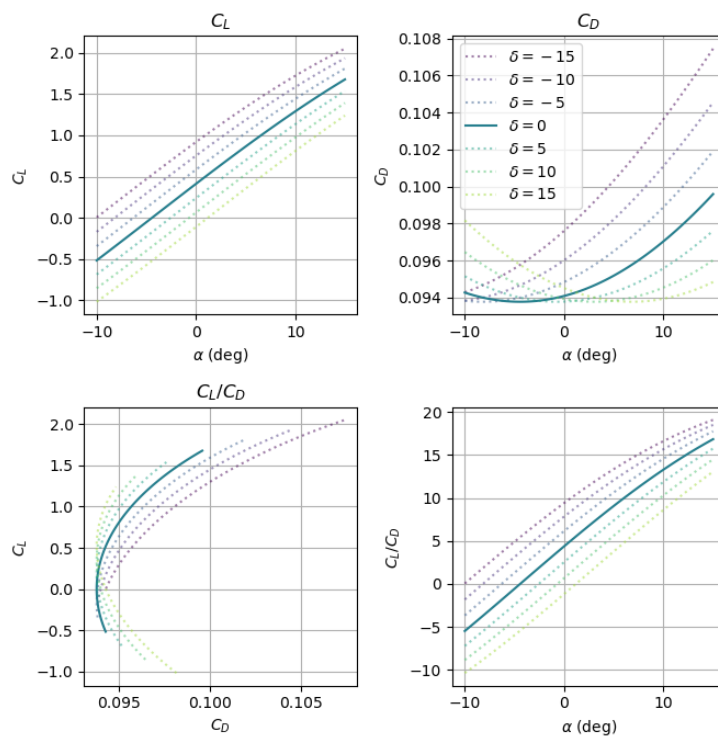
Les méthodes complémentaires de la méthode par minimisation de l'erreur prédite ont pu être présentées, et un jeu de paramètres restreint aux petits angles a pu être identifié, ce qui clôt la section concernant l'identification du modèle des ailes à l'aide des données de vol.



**Figure 4.32.:** Analyse de l'erreur de prédiction de l'accélération sur l'axe  $k$  en corrélation avec l'angle d'attaque bruité



**Figure 4.33.:** Accélération prédite en repère corps avec les coefficients obtenus par l'identification du modèle linéarisé (tracé pour une fraction des données)



**Figure 4.34.:** Polaires prédites aux petits angles avec les coefficients obtenus par l'identification du modèle linéarisé

## 4.6. Conclusion et perspectives

### 4.6.1. Conclusion

Les conclusions suite à la présentation de la démarche d'identification du modèle des ailes sont de deux ordres: concernant le modèle et concernant son identification.

Dans le cas où l'identification des paramètres peut être faite directement sur les caractéristiques aérodynamiques  $C_D$  et  $C_L$ , comme avec les données générées avec la CFD, le modèle analytique a prouvé sa capacité à fournir une prédiction satisfaisante. Ces performances sont d'autant plus intéressantes que le modèle est "relativement simple" au regard d'autres expressions analytiques plus complexes de la littérature.

Il est à noter que cette simplicité a été recherchée, avec pour but l'identification du modèle à partir des données de vol et également pour pouvoir l'utiliser dans des algorithmes de contrôle et d'estimation, pour lesquels les modèles complexes sont proscrits. Avec relativement peu de coefficients, le modèle parvient à modéliser les petits angles, le décrochage, et les grands angles, couvrant ainsi une large partie des enveloppes de vol rencontrées par les drones VTOL.

En outre, l'ajout des coefficients de prise en compte des angles des flaps permet une souplesse quant au modèle analytique utilisé pour le cas  $\delta = 0$ ; si un autre modèle était mis au point pour  $\delta = 0$ , l'impact des flaps sur les coefficients de trainée et de portance pourrait être modélisé de façon identique avec  $C_L(\alpha, \delta) = C_L(\alpha + \chi_l \delta, 0)$  et  $C_D(\alpha, \delta) = C_D(\alpha + \chi_d \delta, 0)$ . Enfin, le modèle a pu être testé comme prédicteur sur les données réelles de vol, et permet des prédictions d'une précision acceptable des efforts (de l'ordre de 5 % du poids du drone pour les meilleurs coefficients sur l'identification globale du modèle complet).

Il a été vu que l'identification de ce modèle pour une unique surface, dont on peut caractériser complètement les courbes aérodynamiques pour plusieurs valeurs de  $\alpha$  et  $\delta$  (y compris aux grands angles d'attaque) est possible. L'identification de ce modèle à partir des données de vol représente en revanche une problématique toute autre. Il a été vu qu'en pratique, sortir de la zone petits angles est peu habituel lors de vols d'essais en mode avion, ce qui rend d'emblée une partie du modèle inaccessible à partir des données réelles.

Ce modèle aux grands angles avait été initialement conçu pour être utilisé dans les modes de vol convertibles, pour lesquels les plages d'angles d'attaque sont beaucoup plus importantes; malheureusement aucun log de vol n'a pu être récupéré pour ces phases.

Cela est notamment dû à la dimension critique du décrochage, qui représente un risque majeur pour le prototype. Ce risque est acceptable dans le cas de petits prototypes peu onéreux; dans le cadre de l'identification d'un modèle de plus grande échelle au coût plus élevé, il est tout à fait exclu de mettre le prototype en péril pour

obtenir des données post décrochage. Dans le cadre de projets de cette envergure, il est probable que la caractérisation des surfaces une par une représente un risque moindre sur le plan financier.

Par ailleurs, il a été vu que l'identification à partir des données de vol, et notamment dans la zone petits angles, posait d'autres problèmes; en particulier ceux liés à l'identifiabilité et à la redondance des paramètres. Ainsi, les paramètres  $\chi_l$  et  $\chi_{l,g}$  sont interdépendants, tout comme les paramètres  $\alpha_0$  et  $C_{L,1}^{sa}$ , et enfin  $c_T$  et les paramètres de trainée. Il a pu être vu qu'en simulation, avec des données parfaites, et même en connaissant parfaitement certains paramètres (la masse, le coefficient de poussée), tout le système n'était pas identifiable (notamment  $\chi_l$  et  $\chi_{l,g}$ , en tout cas pas simultanément en restant aux petits angles).

Cette observation est confirmée lors du passage aux données réelles, dont le bruit et les incertitudes sur certains paramètres ( $\alpha_0$  étant impacté par l'angle de calage, le modèle de poussée reposant sur  $c_T$  devenant insuffisant pour la prédiction de la poussée) peuvent mettre en échec l'approche de type moindre carrés qui avait été utilisée sur le modèle des hélices, où tous les coefficients sont identifiés simultanément par un minimiseur. Cette démarche permet de produire des gammes de valeurs plausibles pour certains paramètres, mais échoue à fournir des coefficients précis sur le plan physique pour le modèle complet.

En revanche, cette approche permet l'obtention de jeux de paramètres optimisés pour la prédiction du comportement du système. Ainsi, si l'objectif n'est pas la description des phénomènes physiques auxquels le système est soumis, mais simplement la prédiction de l'accélération (par exemple dans le cas d'un contrôleur basé sur un modèle prédictif), l'optimisation par les moindres carrés fournit des jeux de paramètres utilisables.

Dans l'optique de fournir un travail de description des phénomènes de la mécanique du vol, il est alors nécessaire d'abandonner une autre partie du modèle, en l'occurrence la prise en compte de profils différents pour l'empennage et les ailes, pour utiliser un modèle linéarisé simple qui permet la décomposition de l'accélération axe par axe et le découplage des coefficients du système. Avec cette méthode, et sous les hypothèses supplémentaires requises, les coefficients principaux, à savoir le coefficient de portance aux petits angles, la trainée aux petits angles, l'angle d'attaque à portance nulle, et le facteur de gain en portance engendré par le flap peuvent alors être identifiés. Toutefois, si les valeurs identifiées par ce moyen sont plus plausibles physiquement, ses performances pour la prédiction de l'accélération se trouvent dégradées, notamment en raison des imprécisions d'estimation de  $\alpha$ .

Ce besoin de simplifier fortement le modèle pour parvenir à l'identifier est une limite claire de l'approche de l'identification par les données de vol.

Néanmoins, en l'absence de tunnel de vent, celles-ci permettent à la fois d'identifier le modèle linéarisé, aux performances prédictives modérées, mais la dimension physique fidèle, ou le modèle complet, à la physique moins exacte, mais plus performant pour la prédiction de l'accélération.



La méthode d'identification à utiliser devra donc être sélectionnée au regard de l'usage prévu pour le modèle: si seule la performance prédictive importe, la formulation de l'accélération complète en repère NED et l'optimisation par les moindres carrés est possible, tandis que pour obtenir une modélisation physique des phénomènes, l'approche par le système linéarisé pourra être préférée.

## 4.6.2. Perspectives

### 4.6.2.1. Perspectives: amélioration de la génération de données

Il a pu être constaté le rôle critique de la qualité des données pour l'identification du modèle. Qu'il s'agisse de l'obtention de polaires à partir de CFD, ou de données de vol, la méthode de production de ces données peut faire l'objet de pistes d'amélioration:

- Obtenir les courbes plus précises avec  $C_D$  et  $C_L$  dans un environnement de simulation CFD est possible: cela nécessiterait un simulateur plus perfectionné, et de plus grandes ressources en puissance de calcul. Cela permettrait l'implémentation de modèles plus précis pour l'écoulement, notamment en ce qui concerne la modélisation des turbulences, pour lesquelles le modèle le plus simple a été utilisé pour générer les données. En outre, cela permettrait l'augmentation du domaine de simulation, pour se rapprocher des dimensions utilisées dans les simulations numériques de l'état de l'art.
- Obtenir ces courbes pourrait également passer par l'utilisation d'une soufflerie. Expérimenter au moyen d'une soufflerie permettrait en effet de reconstituer les courbes de traînée et de portance comme cela a pu être fait à partir des données de CFD, tout en supprimant la médiation de la simulation numérique, laquelle doit souvent faire l'objet de recalages et ne parvient pas nécessairement à obtenir une précision comparable aux tests physiques. Il s'agirait là d'un moyen probablement efficace pour caractériser les ailes du prototype. Les algorithmes d'identification des coefficients petits angles et grands angles utilisés sur les données CFD ont justement été développés pour être transposables à ce cas de figure.
- Pour l'identification sur les données de vol, le point critique réside notamment dans la qualité de l'estimation de  $\mathbf{v}_a$  et de l'attitude du drone en vol. En effet, une erreur d'estimation de  $1^\circ$  (valeur pouvant être considérée petite pour une application de contrôle-commande), constitue un bruit important au regard des ordres de grandeurs de l'angle d'attaque. Améliorer cette estimation est en principe possible en utilisant une IMU de meilleure qualité que celle embarquée dans le contrôleur PixHawk natif. En outre, l'ajout de capteurs tiers, tels que des tubes de Pitot (qui permettent de mesurer la vitesse air du drone, qui est une partie de l'état indispensable au modèle), des capteurs de flux optiques... permettrait de fusionner l'information de plusieurs sorties pour

affiner l'estimation de l'état du drone, et diminuer l'impact du bruit dont on a vu qu'il pouvait mettre en échec les approches d'identification basées sur les moindres carrés en engendrant des optimas locaux absurdes physiquement. Outre l'amélioration des mesures, l'emploi d'estimateurs d'angles d'attaque (de tels estimateurs existent dans la littérature, voir par exemple [63]) pourrait également améliorer les résultats.

#### 4.6.2.2. Perspectives: modélisation par des techniques d'apprentissage automatique

Il a été répété que les performances du modèle analytique développé pour la prédiction n'étaient pas nécessairement liées à sa capacité à être fidèle à la physique du système. Ainsi, les meilleurs prédicteurs obtenus dans l'identification globale tendent à simplement être ceux qui disposent du plus de paramètres, et utilisent des jeux de coefficients pouvant être considérés comme aberrants physiquement, ce qui ne les empêche pas d'être plus optimaux au sens des moindres carrés.

Dans l'optique de fournir le meilleur prédicteur en faisant fi de l'explicabilité et de la fidélité du système à la mécanique du vol, une piste pour l'amélioration de la prédiction de la dynamique du système serait le recours à des modèles statistiques d'apprentissage, non explicables, mais très adaptés à la résolution de problèmes de moindres carrés.

Comme pour le modèle coptère, le problème de l'estimation de la fonction  $f$  permettant la prédiction de l'accélération à partir des entrées sous la forme

$$\mathbf{a} = f(\mathbf{v}, \boldsymbol{\Omega}, \varpi_1, \dots, \varpi_P, \delta_1, \dots, \delta_N)$$

peut être formulé comme un problème d'apprentissage automatique. Comme exemple, on utilise le réseau de neurones défini par le tableau (4.4)

Couche	Dimension sortie	Param #	Activation
Dense	13	182	relu
Dense	13	182	relu
Dense	13	182	tanh
Dense	7	98	tanh
Dense	3	24	linéaire
Nombre de paramètres: 668			

**Table 4.4.:** Réseau de neurones pour le test de la prédiction de l'accélération

Ce réseau de neurones est identique à celui utilisé dans les perspectives présentées sur l'identification des modèles multicoptères.

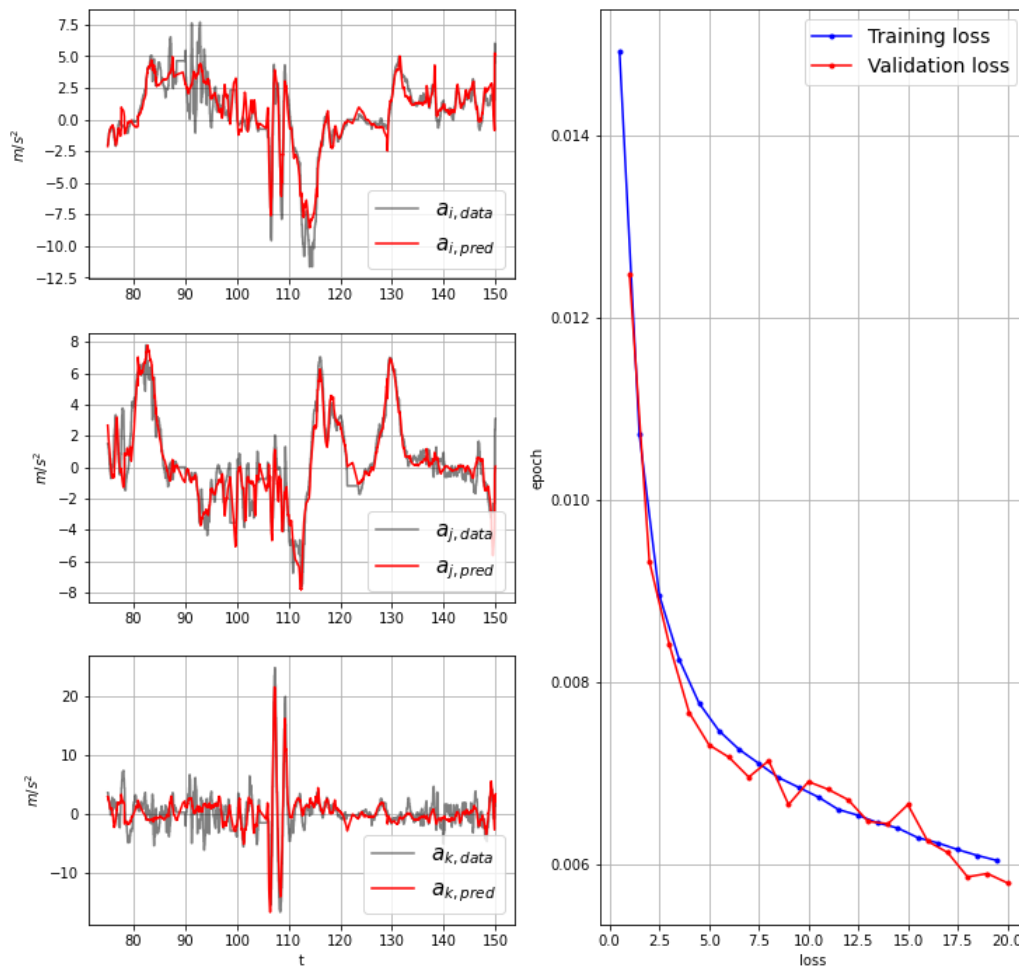
En réutilisant la couche de pré traitement mise au point pour l'identification du modèle avion, et une fois le fichier .csv des données obtenu, la mise en place de ce

problème via la librairie Keras est extrêmement rapide (en comparaison au temps requis pour coder le modèle). L'entrée du réseau de neurones est , pour chaque pas de temps  $n$  disponible dans les données d'entraînement:

$$X^n = (q_0^n, q_1^n, q_2^n, q_3^n, \frac{v_{i,0}^n}{50}, \frac{v_{j,0}^n}{50}, \frac{v_{k,0}^n}{50}, \frac{\varpi^n}{1000}, \delta_1^n, \delta_2^n, \delta_3^n, \delta_4^n)$$

Le coût à minimiser, l'optimiseur, et la méthodologie sont identiques à ceux utilisés avec le réseau de neurones de la partie multicoptère.

L'entraînement du réseau de neurones sur 20 epochs produit les résultats tracés dans la figure (4.35):



**Figure 4.35.:** Entraînement du réseau de neurones (4.4) pour la prédiction de l'accélération du prototype avion

L'entraînement converge sans problème, et aucun cas de surapprentissage (overfitting) ne se manifeste dans la courbe de validation.

Bien que souffrant d'un manque d'explicabilité sur le plan physique, la prédiction réalisée par ce réseau de neurones surpasse en précision le meilleur modèle identifié par les moindres carrés. Outre les meilleures performances en prédiction, l'attrait pour ce type d'outil est également dû à la simplicité de mise en œuvre de ces solutions pour la création de modèles prédictifs efficaces: les bibliothèques modernes de machine learning permettant de créer et d'entraîner un modèle en quelques heures, quand plusieurs mois de travail sont nécessaires pour mettre au point, tester et identifier un modèle physique.



## 5. Aspects expérimentaux

Ce chapitre se focalise sur les aspects expérimentaux du travail de thèse. Seront abordés:

- le calendrier et la stratégie expérimentale, les prototypes utilisés. La description des prototypes vise à donner une idée plus concrète des prototypes mis en œuvre dans le cadre du travail de thèse. Les éléments calendaires et contextuels sont restitués car ils permettent de restituer le cadre de travail, et de mettre ainsi en perspective l'avancée des aspects scientifiques avec le déroulement du projet DACAR.
- les aspects expérimentaux relatifs au contrôle et à l'allocation d'efforts pour les prototypes. Bien que les aspects de contrôle des VTOL ne soient pas le cœur du travail de thèse, la préparation des prototypes pour les vols d'essais a requis un travail d'ingénierie conséquent faisant appel à ces notions. Bien que le contrôleur de vol utilisé soit supporté par de nombreuses architectures en quasi plug-and-play, les prototypes de l'Azimut en mode avion et en mode VTOL n'en font pas partie. En a résulté un travail d'intégration pour faire fonctionner le contrôleur sur les prototypes du projet DACAR. En outre, l'importante inertie du prototype VTOL posait un problème vis à vis du contrôle en lacet et une solution d'allocation ad hoc basée sur un modèle d'efforts a été proposée.
- les aspects expérimentaux relatifs à l'estimation d'état. Comme pour les aspects de contrôle, il ne s'agit pas directement de l'objectif scientifique du travail de thèse, mais le besoin de maîtriser ces dimensions techniques et scientifiques est issu de la nécessité d'assurer la bonne maîtrise du software utilisé lors des essais en vol. Comme le contrôle, l'estimation joue un rôle clef dans l'asservissement des systèmes robotiques. L'estimation a été davantage explorée que le contrôle dans le travail de thèse en raison de son plus grand lien avec l'identification, les données utilisées pour l'identification du modèle étant issues du module d'estimation.

## 5.1. Architectures utilisées

Les essais en vol ont été réalisés sur plusieurs architectures:

- un modèle d'hexacoptère (utilisation de mi 2018 à mi 2019)
- un modèle d'avion (utilisation de fin 2020 à mi 2021)
- un modèle expérimental, prototype de VTOL à moteurs tiltables (utilisation de début 2019 à mi 2020)

**Stratégie** L'utilisation de ces multiples plateformes est due à la stratégie choisie pour l'identification des différents sous-modèles (modèle d'efforts des hélices, modèle d'efforts des ailes) d'un prototype VTOL complet.

L'utilisation du modèle hexacoptère permet d'identifier le modèle développé pour les hélices. Une fois le modèle pour les hélices développé, et sa procédure d'identification validée, on se concentre sur l'identification du modèle avion, qui fait intervenir le modèle des hélices et les modèles des surfaces fixes.

Dans cette deuxième phase, on n'identifie plus le modèle des hélices, on utilise simplement celui-ci comme une entrée du problème. Les essais en vol suivent donc un découpage basé sur les systèmes à identifier.

Le modèle expérimental de VTOL a également été utilisé dans le cadre de vols d'essais. Ces vols n'avaient pas pour objectif de récolter des données, leur objectif était la validation des étapes (réglage des PID, tests sur la solution) de la preuve de concept du projet DACAR.

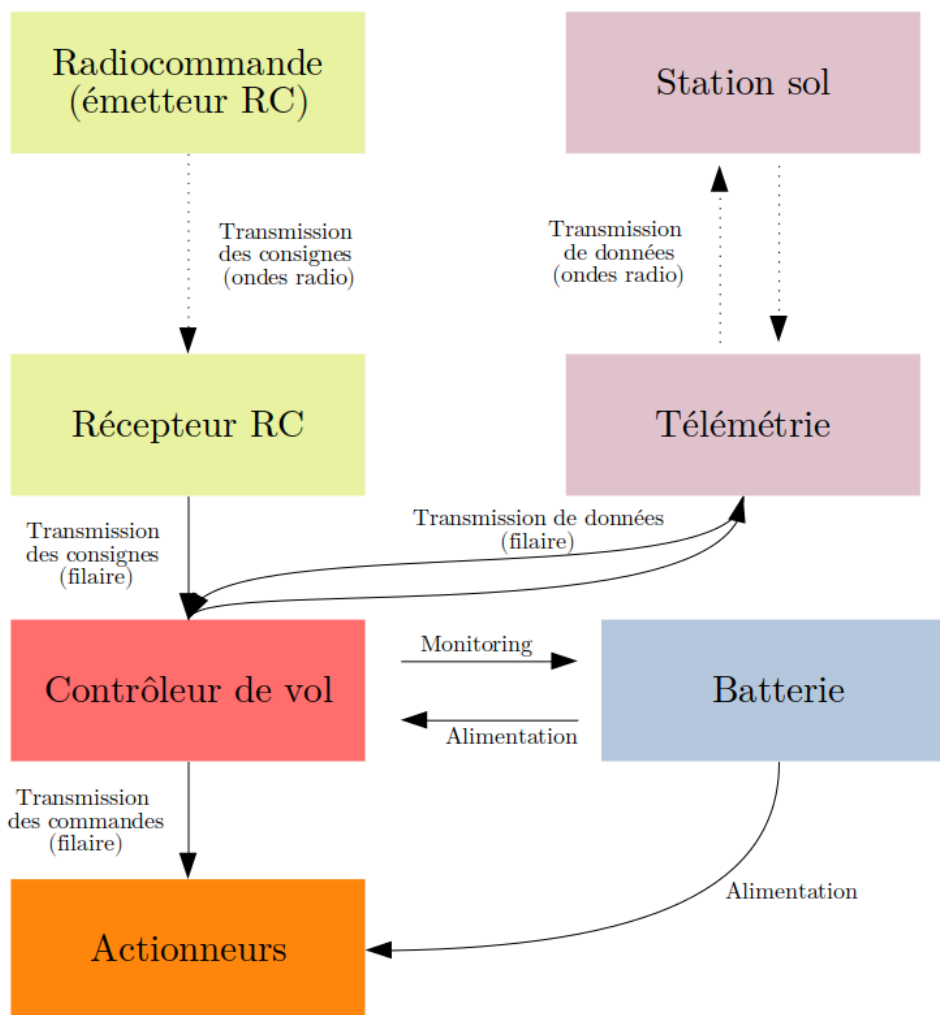
### 5.1.1. Éléments communs d'architecture

Du point de vue de l'architecture matérielle, le montage utilisé lors des essais est schématisé dans la figure (5.1).

Le contrôleur de vol utilisé est un Pixhawk 2.1 (également appelé PixHawk Cube). Cet élément matériel prend en charge la gestion des signaux physiques d'entrée-sortie. Parmi ceux-ci figurent notamment les consignes reçues par le récepteur radio jumelé à la radiocommande, les données reçues et émises par la télémétrie reliée à la station sol, et les commandes envoyées aux variateurs de vitesse électronique (ESC pour Electronic Speed Controller). Les spécifications matérielles complètes sont disponibles en ligne dans la documentation Ardupilot et la documentation du software PX4 [64].

Le choix de ce contrôleur a été fait en raison de la possibilité d'utiliser le software PX4 à la fois pour le contrôle des avions, des coptères, et des VTOL.

Les capteurs intégrés aux appareils, en incluant ceux embarqués dans le contrôleur PixHawk sont :



**Figure 5.1.:** Schéma de commande des prototypes lors des essais

- GPS (vitesse et position)
- Magnétomètre
- Accéléromètre
- Gyroscope
- Baromètre

### 5.1.2. Modèle hexaoptère

Une photo de l'hexaoptère est disponible figure (5.2).

Les composants utilisés sont les suivants:





**Figure 5.2.:** Hexacoptère utilisé pour les vols d'essais

Désignation	Composant
Châssis	DJI FlameWheel F550
Contrôleur	PixHawk Cube Black
Batterie	Graupner LiPo 6s
Hélices	DJI E310
Moteurs	DJI E2312

**Table 5.1.:** Composants du prototype d'hexacoptère

### 5.1.3. Modèles avion / VTOL

Le prototype avion correspond à la seconde itération du modèle Azimut (Azimut Mk 2) de la société ALCORE TECHNOLOGIES [1]. L'envergure de ce drone est de l'ordre de 2.90 mètres, sa longueur de 1.82m, et son poids de 8kg à 9kg - le modèle est conçu pour embarquer jusqu'à 1kg de charge utile. Les spécifications précises, ainsi que les gammes de fabrication et de montage sont soumises à la confidentialité industrielle.

Des photographies du prototype avion prises avant un vol d'essai sont disponibles figure (5.3). Une photo du prototype dans sa version convertible est proposée dans l'introduction (chapitre premier de ce document).

Ce prototype dispose pour l'actionnement des rotors de deux moteurs brushless, de part et d'autre du fuselage central, devant les ailes. Le fuselage et les ailes sont identiques à ceux du prototype VTOL, dans lequel les deux supports des rotors contiennent deux servomoteurs tête-bêche qui permettent l'orientation des rotors. Contrairement au VTOL, qui est équipé de quatre rotors, le modèle avion ne dispose que des deux moteurs avant. Un schéma des surfaces portantes est proposé dans la section consacrée à la modélisation de l'avion. Le prototype avion et le prototype VTOL disposent de six gouvernes pilotables en position par des servomoteurs:



**Figure 5.3.:** Photos prototype modèle avion (ALCORE Azimut Mk II )

quatre localisés sur l'aile principale (les gouvernes extérieures servant au pilotage en roulis tandis que les deux gouvernes intérieures sont utilisées uniquement lors du passage dans la configuration aérofreins). Enfin, les deux gouvernes arrières permettent le pilotage en profondeur et en lacet. Les surfaces de la queue de l'appareil sont disposées en configuration V-tail, l'empennage formant un "V" et non un "⊥".

Les aspects généraux des prototypes ayant été présentés, la suite du chapitre se focalise sur les aspects de contrôle et d'estimation.

## 5.2. Contrôleur et allocation d'efforts

### 5.2.1. Schéma de commande

Cette sous-section reprend et explicite des éléments de [65], afin de fournir une perspective détaillée du contrôleur et des moyens expérimentaux utilisés.

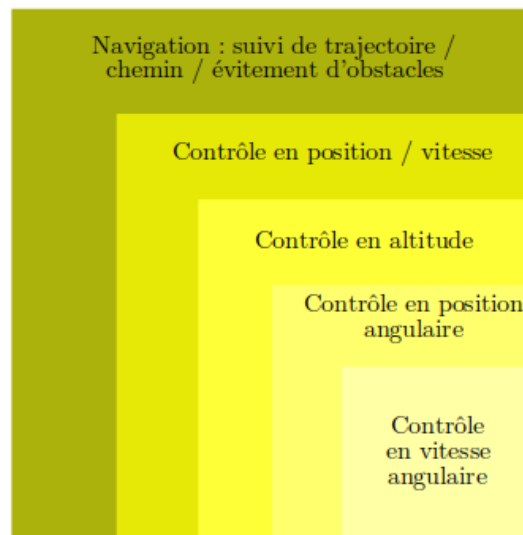
Le schéma de contrôle du contrôleur PX4 repose sur une correction PID en cascade. Les contrôleurs PID en cascade permettent l'asservissement du drone selon plusieurs modes différents. Les différents niveaux d'asservissement sont hiérarchisés, selon l'ordre suivant, du plus bas au plus haut niveau d'asservissement. A chaque niveau supplémentaire, les niveaux d'asservissement inférieurs sont également actifs.

- asservissement en vitesse angulaire: dans ce mode d'asservissement, la consigne en vitesse angulaire est passée par le joystick ou par la couche supérieure d'asservissement en position angulaire.
- asservissement en position angulaire: dans ce mode d'asservissement, le contrôle en vitesse en angulaire est actif, et la consigne en position angulaire est passée par le joystick ou par la couche d'asservissement en altitude.
- asservissement en altitude: dans ce mode d'asservissement, l'asservissement en position en angulaire est actif, et la consigne en altitude et en position angulaire est passée par le joystick ou par le contrôleur en position.
- asservissement dit "en position": l'asservissement en altitude est actif et la consigne en vitesse dans le repère corps du drone est passée par le joystick, ou déduite par un gain proportionnel de l'erreur entre la position actuelle et le point de passage fourni par le module de navigation.
- navigation "haut niveau" : la consigne peut venir d'un module de mission (points de passage à visiter, renseignés avant / pendant le vol par l'utilisateur) ou d'un ordinateur compagnon, par exemple pour la gestion d'algorithmes d'évitement d'obstacles.

La figure (5.4) schématise ce fonctionnement par boucles de contrôle imbriquées. Le choix de cette architecture modulaire de commande permet de garantir l'adaptabilité entre les modèles avions et les modèles coptères. En pratique, il existe deux implémentations de contrôleurs PID en cascade: l'un pour les drones de type coptères, l'autre pour les drones de type avions.

L'adaptabilité pour chaque type d'architecture est réalisée grâce à une série de mixeurs interchangeables, qui servent d'étage intermédiaire entre la sortie des contrôleurs (consigne en poussée et en couple) et les sorties physiques du signal de commande des actionneurs, comme schématisé figure 5.5.

Cette architecture de commande permet de régler indépendamment les gains des contrôleurs en cascade et du mixeur. La spécificité de chaque architecture est prise en compte au sein du mixeur dédié à cette architecture: c'est à cet étage



**Figure 5.4.:** Principe de fonctionnement du contrôleur en boucle en cascades

qu'interviennent les inerties, le nombre d'actionneurs, les positions des actionneurs... L'ensemble des mixeurs constitue ainsi le catalogue des architectures de drones supportées par le contrôleur PX4 "out of the box".

**Un résumé du fonctionnement natif du mixage implémenté dans le contrôleur PX4 est proposé en annexe.**

Les sections suivantes se focalisent plus spécifiquement sur l'allocation d'efforts pour le prototype Azimut.

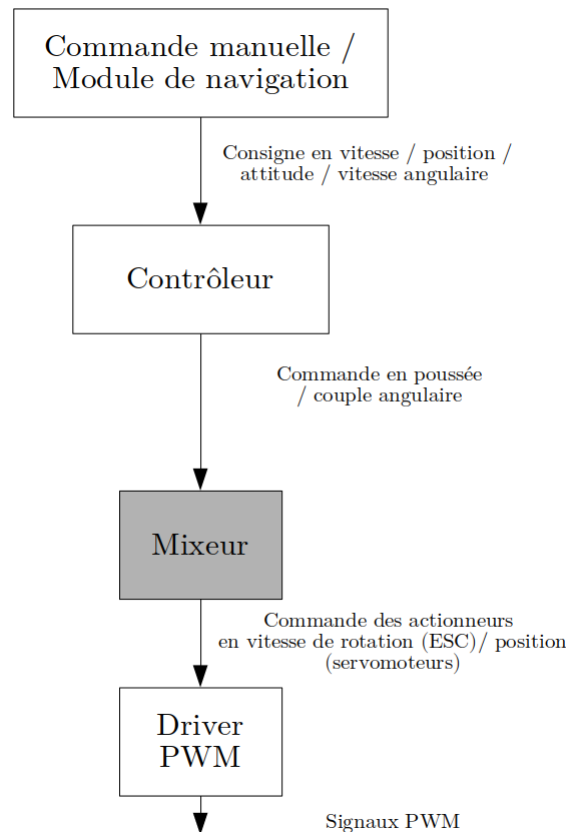
### 5.2.2. Contrôle et allocation pour le prototype convertible Azimut

#### 5.2.2.1. Contrôle et allocation standard

Le contrôle des véhicules convertibles est un cas que le contrôleur PX4 gère de façon particulière. Lorsqu'utilisé avec une architecture VTOL, le contrôleur avion et le contrôleur coptère sont lancés en parallèle. Dans le cas des VTOL, il existe quatre modes de vol différents :

1. mode coptère
2. mode avion
3. mode transition coptère → avion
4. mode transition avion → coptère

Dans le cas du vol en mode coptère, le contrôleur de position, altitude, attitude... utilisé est celui correspondant aux coptères.



**Figure 5.5.:** Principe de fonctionnement du mixeur dans le schéma de commande du contrôleur PX4

Dans le cas du vol en mode avion, le contrôleur avion est utilisé. Dans ces deux cas, l'allocation est alors réalisée comme présentée en annexe.

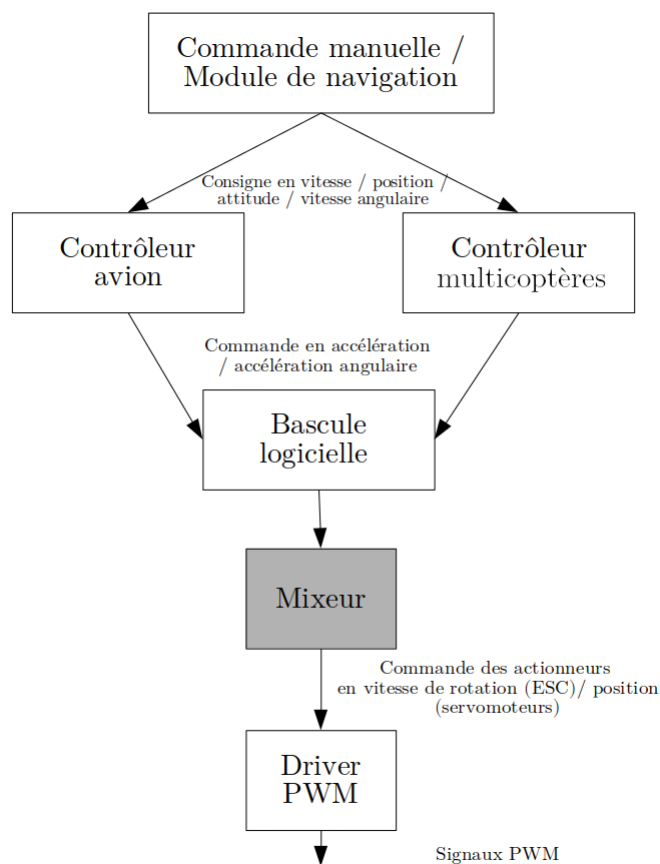
Dans le cas des deux modes de vol de transition, la commande en poussée / couple et la commande des servomoteurs sont gérées par un interrupteur logiciel, qui fournit une combinaison linéaire de la sortie des deux contrôleurs.

On notera dans la suite:

- la consigne en poussée, notée  $T_d$
- la consigne en couple, notée  $\Gamma_d = (\Gamma_{d,1}, \Gamma_{d,2}, \Gamma_{d,3})^T$

Il est primordial de noter que les modes de vols constituent une couche de contrôle différente des niveaux d'asservissement du PID en cascade présentés ci-dessus. Les deux se superposent: le drone peut par exemple être asservi en vitesse angulaire pendant la transition coptère  $\rightarrow$  avion, être asservi en altitude pendant le vol en mode coptère, etc.

Nativement, les servomoteurs permettant d'orienter les rotors sont uniquement utilisés lors du mode de transition, leur contrôle est assuré par la bascule logique. Ils



**Figure 5.6.:** Mise en parallèle des contrôleurs pour les drones VTOL

sont commandés de façon progressive au moment de la transition, en étant d'abord légèrement inclinés pour accumuler la vitesse nécessaire à l'utilisation de la voilure fixe. Il est important de souligner que ce mode de transition n'a jamais été utilisé dans le cadre d'essais en vol, dans la mesure où la transition n'a pas pu être expérimentée durant le travail de thèse.

### 5.2.2.2. Contrôle progressif avec optimisation de la puissance développée

Les travaux du projet DACAR incluent la contribution du laboratoire Informatique Signaux et Systèmes (I3S) de Sophia-Antipolis, en charge du développement des algorithmes de contrôle du drone. Plusieurs nouveaux modes de contrôle ont ainsi pu être développés dans le cadre du projet.

Ceux-ci permettent l'optimisation de la puissance consommée en minimisant la poussée développée par les rotors dans un scénario de contrôle en vitesse. La vitesse désirée et l'estimation de la vitesse réelle permet de déduire l'accélération désirée. Cette accélération désirée calculée permet de calculer l'angle d'attaque optimal et donc l'attitude optimale permettant la minimisation de la poussée.

Le calcul de l'angle d'attaque optimal repose ainsi sur un modèle des efforts aérodynamiques sur la voilure fixe du drone. Les modalités de calcul et d'implémentation sont présentées dans [24].

Ce mode de vol présente deux avantages notables pour le projet DACAR par rapport à l'implémentation native du PX4 des contrôleurs pour VTOL :

- il permet d'assurer une meilleure endurance au drone, en optimisant la consommation de l'énergie embarquée. Ce point est particulièrement crucial dans la mesure où la meilleure endurance est un des arguments motivant l'emploi des VTOL plutôt que des multicoptères.
- il permet un contrôle qu'on qualifiera de "continu" par opposition à la bascule logicielle implémentée dans la couche de vol PX4. Celle ci gère la transition par le passage entre le contrôleur conçu pour les multicoptères et le contrôleur conçu pour les avions, tandis que la solution proposée par l'I3S repose sur un contrôleur unique à même de gérer les deux situations, sans bascule d'état discrète.

Ces modes de vol n'ont pas pu être testés (ni leurs données utilisées) dans le cadre de ce travail de thèse, car ils sont encore en cours de validation.

### 5.2.2.3. Allocation améliorée pour le contrôle du lacet du prototype VTOL

L'objectif de ce paragraphe est de présenter la méthode d'allocation originale développée et utilisée pour contrôle du lacet du prototype VTOL. Cette allocation est basée sur un modèle des efforts du drone, qui permet le calcul des commandes nécessaires à envoyer aux servomoteurs orientant les rotors.

Dans le mode de fonctionnement classique des multicoptères (présenté en annexe), le lacet est contrôlé par le différentiel de vitesse de rotation des moteurs. Ce choix est notamment motivé par le fait que, dans le cadre du modèle (F.5) , il s'agit de la seule façon de générer un couple selon l'axe  $k$ .

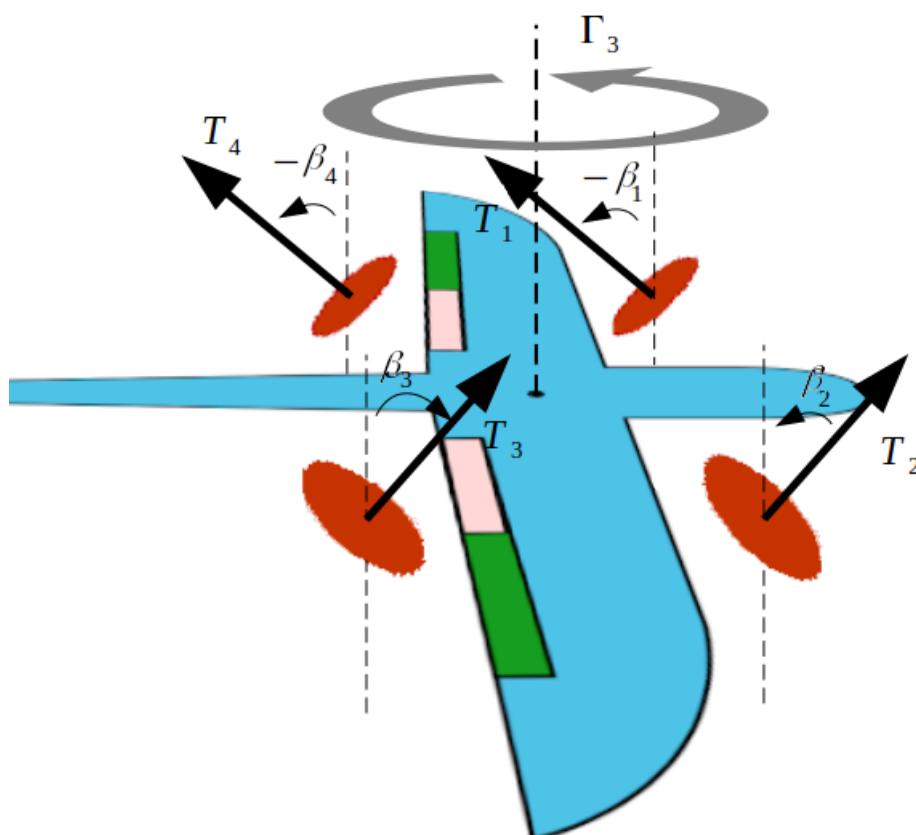
Cette technique de génération d'un couple sur le lacet est principalement limitée aux petits engins (d'une masse inférieure à 5kg), dans la mesure où le différentiel de vitesses de rotations ne permet pas de générer des couples importants. Dans le cas de prototypes plus imposants, ayant une inertie plus grande, et dont la prise au vent est plus importante, davantage de couple peut être requis pour conserver l'autorité en lacet.

Dans le cas d'un VTOL de type tilt rotor, la présence de moteurs permettant de contrôler l'orientation de l'axe du moteur ouvre de nouvelles possibilités sur le choix de la méthode d'allocation. Les paragraphes suivants se focalisent sur la façon dont il est possible de tirer parti avantageusement de ces degrés de liberté supplémentaires dans le contrôle du lacet.

On propose dans la section suivante une méthode d'allocation originale faisant appel à l'inclinaison des rotors pour la génération du couple en lacet, ainsi qu'une

analyse des ordres de grandeurs afin d'en démontrer la pertinence dans le cas du développement du prototype du projet DACAR.

La génération du couple repose sur l'inclinaison antagoniste des moteurs droits et gauche. Dans la suite, on suppose que le drone est en vol en mode coptère en vol stationnaire. Pour tourner **dans le sens négatif** autour de l'axe  $\mathbf{k}$ , confondu dans le cas du vol coptère stationnaire avec  $\mathbf{k}_0$  (orienté vers le bas), on incline **vers l'arrière du drone** les rotors de gauche, et on incline **vers l'avant du drone** les rotors de droite. Le schéma correspondant à ce mode d'actionnement du lacet est fourni figure (5.7).



**Figure 5.7.:** Schéma de principe du contrôle du lacet par l'inclinaison des rotors

On rappelle les notations utilisées dans le chapitre sur la modélisation du modèle complet. On a quatre hélices en configuration en X.

- Pour  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$  on désigne par  $\mathbf{k}_{r,n}$  l'axe de rotation de l'hélice  $n$ ,

$$\mathbf{c}_{r,n} = m_{n,x}\mathbf{i} + m_{n,y}\mathbf{j}$$



le vecteur désignant la position relative du centre de l'hélice par rapport au corps,  $\varpi_n$  sa vitesse de rotation angulaire, et  $\mathbf{v}_{a,r,n}$  la vitesse air au centre de l'hélice. Les hélices font toutes la même aire notée  $A_r$ .

- L'orientation des rotors est contrôlée par deux servomoteurs, qui pilotent l'orientation relative par rapport au corps du prototype des moteurs respectivement pour le côté gauche et le côté droit. Les servomoteurs orientant les rotors de gauche et de droite sont pilotés de façon antagoniste. Les servomoteurs tournent autour de l'axe  $\mathbf{j}$  du repère du corps du drone. Pour  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$  on repère par l'angle  $\beta_n$  l'angle entre  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{k}_{r,n}$ . On a ainsi

$$\mathbf{k}_{r,n} = \cos(\beta_n)\mathbf{k} + \sin(\beta_n)\mathbf{i}$$

Le pilotage antagoniste de l'inclinaison des servomoteurs implique par ailleurs  $\beta_1 = -\beta_2 = -\beta_3 = \beta_4 = \beta$ .

- On considère que le rotor développe les efforts à l'endroit de la liaison de pivot, il n'y a pas de bras de levier entre l'articulation et le centre de poussée de l'hélice.

Ainsi, en utilisant le modèle d'efforts (F.5), un rotor  $n$  développe la force et le couple:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_n = \begin{pmatrix} c_T \omega_n^2 \sin(\beta_n) \\ 0 \\ c_T \omega_n^2 \cos(\beta) \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \\ \mathbf{\Gamma}_n = \begin{pmatrix} \text{sign}(\omega_n) \mu \omega_n^2 \sin(\beta_n) + m_{n,y} c_T \omega_n^2 \cos(\beta_n) \\ -m_{n,x} c_T \omega_n^2 \cos(\beta_n) \\ -\text{sign}(\omega_n) \mu \omega_n^2 \cos(\beta_n) + m_{n,y} c_T \omega_n^2 \sin(\beta_n) \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \end{array} \right.$$

En linéarisant aux petits angles pour  $\beta \approx 0$ , il vient

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_n \approx \begin{pmatrix} c_T \omega_n^2 \beta \\ 0 \\ c_T \omega_n^2 \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \\ \mathbf{\Gamma}_n \approx \begin{pmatrix} \text{sign}(\omega_n) \mu \omega_n^2 \beta + m_{n,y} c_T \omega_n^2 \\ -m_{n,x} c_T \omega_n^2 \\ -\text{sign}(\omega_n) \mu \omega_n^2 + m_{n,y} c_T \omega_n^2 \beta \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \end{array} \right.$$

Si  $\beta = 0$ , cette formule correspond au cas standard:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_n \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_T \omega_n^2 \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \\ \mathbf{\Gamma}_n \approx \begin{pmatrix} m_{n,y} c_T \omega_n^2 \\ -m_{n,x} c_T \omega_n^2 \\ -\text{sign}(\omega_n) \mu \omega_n^2 + \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \end{array} \right.$$

Dans le cas de la configuration en X, on a  $m_{1,x} = -m_{2,x} = m_{3,x} = -m_{4,x} = \bar{m}_x$  et  $m_{1,y} = -m_{2,y} = -m_{3,y} = m_{4,y} = \bar{m}_y$ . Cela est résumé dans le tableau (5.2).

	$\omega$	$m_x$	$m_y$
Moteur 1	-	+	+
Moteur 2	-	-	-
Moteur 3	+	+	-
Moteur 3	+	-	+

**Table 5.2.:** Signe des coordonnées des centres de poussée moteurs dans le plan horizontal du drone Azimut

On souhaite piloter le drone en vol stationnaire, en rotation pure en lacet, i.e

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \\ \mathbf{\Gamma}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Gamma_3 \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T}_d = \sum_{n=1}^4 \mathbf{F}_n = c_T \sum_{n=1}^4 \begin{pmatrix} \omega_n^2 \beta_n \\ 0 \\ \omega_n^2 \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \\ \mathbf{\Gamma}_d = \sum_{n=1}^4 \mathbf{\Gamma}_i = \sum_{i=1}^4 \begin{pmatrix} \text{sign}(\omega_n) \mu \omega_n^2 \beta + m_{n,y} c_T \omega_n^2 \\ -m_{n,x} c_T \omega_n^2 \\ -\text{sign}(\omega_n) \mu \omega_n^2 + m_{n,y} c_T \omega_n^2 \beta \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \end{array} \right.$$

**5.2.2.3.1. Sans tilt** En l'absence de tilt, cela fixe  $\beta_i = 0 \quad \forall i \in [1, 4]$ :

Le problème consiste en deux équations pour quatre inconnues: on fixe dans la suite  $\omega_1^2 = \omega_2^2$  et  $\omega_3^2 = \omega_4^2$ , ce qui correspond à la stratégie standard d'allocation des

quadrotors. Cela permet de simplifier les termes  $m_{n,y}c_T\omega_n^2$  et  $-m_{n,x}c_T\omega_n^2$  dans les sommes, et on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^4 \mathbf{F}_n = c_T \sum_{n=1}^4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_n^2 \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \\ \sum_{n=1}^4 \mathbf{\Gamma}_i = \sum_{n=1}^4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\text{sign}(\omega_n)\mu\omega_n^2 \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{mg}{k_\Omega} = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \\ \frac{\Gamma_3}{\mu} = \omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2 \\ \omega_1^2 = \omega_2^2 \\ \omega_3^2 = \omega_4^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{mg}{k_\Omega} = 2\omega_1^2 + 2\omega_3^2 \quad \rightarrow \omega_1^2 = \frac{mg}{4k_\Omega} + \frac{\Gamma_3}{4\mu} \\ \frac{\Gamma_3}{\mu} = 2\omega_1^2 - 2\omega_3^2 \quad \rightarrow \omega_3^2 = \omega_1^2 - \frac{\Gamma_3}{2\mu} \\ \omega_1^2 = \omega_2^2 \\ \omega_3^2 = \omega_4^2 \end{array} \right.$$

Ce calcul permet d'obtenir une expression pour les  $\omega_i$ , qui doivent satisfaire  $\omega_i^2 = \frac{mg}{4c_T} \pm \frac{\Gamma_3}{4\mu}$ .

**5.2.2.3.2. Avec tilt** Avec le tilt, le problème dispose de six inconnues pour deux équations. On fixe alors  $\omega_i = \sqrt{\frac{mg}{4c_T}} \quad \forall i \in [1, 4]$ . Les  $\omega_i$  étant tous égaux, il vient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^4 \mathbf{F}_n = 0 \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \\ \sum_{n=1}^4 \mathbf{\Gamma}_i = \sum_{n=1}^4 \begin{pmatrix} -\text{sign}(\omega_i)\mu\omega_i^2\beta_i \\ 0 \\ m_{y,i}c_T\omega_i^2\beta_i \end{pmatrix}_{(i,j,k)} \end{array} \right.$$

où  $\sum_{n=1}^4 \mathbf{\Gamma}_i$  se simplifie finalement en :

$$\sum_{n=1}^4 \mathbf{\Gamma}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg\beta\bar{m}_y \end{pmatrix}$$

De façon physique, le principe de l'actionnement du lacet par le contrôle du tilt des moteurs peut être synthétisé de la façon suivante :

- chaque rotor développe un quart de poussée totale, égale au poids, ce qui garantit la stationnarité du vol
- l'inclinaison antagoniste des moteurs droits et gauches engendre une résultante nulle, mais un couple non-nul.

**5.2.2.3.3. Ordres de grandeurs** Il est possible de produire un ordre de grandeur de la valeur de  $\mu$ , en se basant sur les dimensions du prototype de multicoptère, et les données du tableau (5.3).

Masse	2kg
Ampérage	$22A \cdot h$
Volts	16.8 V
Énergie embarquée	325W
Temps de vol	5 min (300s)
$\omega$ stationnaire	650 rad/s ( $\approx 6200$ tr/min)
$N_{rotors}$	6

**Table 5.3.:** Caractéristiques énergétiques d'un multicoptère pour l'analyse dimensionnelle

En vol stationnaire, la seule dissipation d'énergie du système est due au travail fourni par chaque couple résistant  $\Gamma_3 = \mu\omega^2$

$$P_{dissip} = N_{rotors}\mu\omega^3$$

Il vient donc

$$\mu \approx 2.24 \times 10^{-7} N \cdot m \cdot rad^{-1} \cdot s$$

Avec ces mêmes valeurs:

$$c_T \approx 7.74 \times 10^{-6} N \cdot rad^{-1} \cdot s$$

En se référant à [66] , ces valeurs procurent des ordres de grandeur réalistes.

Le ratio des deux donne

$$\kappa_T = \frac{c_T}{\mu} = 2.9 \times 10^{-2} N \cdot m \cdot N^{-1}$$

contre  $1.69 \times 10^{-2} N \cdot m \cdot N^{-1}$  dans [66] .

Il est possible de comparer des ordres de grandeur les couples maximaux à partir des formules:

$$\begin{cases} \omega_i^2 = \frac{mg}{4c_T} \pm \frac{\Gamma_3}{4\mu} \\ \beta = \frac{\Gamma_3}{mg\bar{m}_y} \end{cases}$$

La condition limite  $\omega_i^2 \geq 0$  impose une valeur maximale au couple égale à

$$\frac{mg\mu}{c_T} = \Gamma_{3,max}$$

*Ce cas est théorique, puisqu'il revient à fixer deux moteurs à vitesse de rotation nulle. Le système est alors hors du domaine de validité des modèles des efforts utilisés. En outre, on ne dispose alors plus de marge de manœuvre pour le pilotage du roulis et du tangage, cette configuration est en principe évitée lors de la programmation du contrôleur. Cette formule fournit néanmoins une base de comparaison.*

Cela correspond, pour un hexacoptère de 2kg à :

$$\Gamma_{3,max} \approx 0.56 \quad N.m$$

Cette valeur est intrinsèquement dépendante du coefficient de trainée inhérent au profil des pales des hélices de l'appareil. Augmenter ce coefficient de trainée pour obtenir une plus grande gamme de couples différentiels atteignables aurait ainsi un impact dommageable sur l'autonomie de l'appareil, en augmentant d'autant la puissance requise pour le vol stationnaire.

Il est possible de calculer l'angle de tilt permettant de générer un couple équivalent, noté  $\beta_{max}$ .

En supposant  $\bar{m}_y = 0.1 \quad m$ , il vient :

$$\beta_{max} = \left| \frac{\Gamma_{3,max}}{mg\bar{m}_y} \right| \approx 16.35^\circ$$

Il est à noter que cette valeur ne fait pas sortir de la plage de validité de l'approximation des petits angles puisque

$$\sin\left(\frac{16.35 \times \pi}{180}\right) \approx 0.2815 \quad \text{et} \quad \frac{16.35 \times \pi}{180} \approx 0.2854$$

Ainsi, avec un tilt de  $16^\circ$ , ce qui peut être considéré comme un **angle faible**, on peut atteindre la valeur maximale du couple atteignable **sans tilt**. Ce mode d'allocation est donc à privilégier dans le développement de l'étage de mixage pour le mode coptère du prototype de VTOL, considérant qu'il permet une meilleure maîtrise du lacet en développant davantage de puissance tout en conservant une meilleure autorité sur les deux autres axes du drone.

### 5.2.3. Conclusion et implémentation

La section précédente montre qu'il est possible de transformer une consigne en poussée et couples, i.e  $\begin{pmatrix} T_d \\ \Gamma_d \end{pmatrix}$  en consignes en vitesse de rotation et position angulaire des axes des rotors  $\begin{pmatrix} \omega \\ \beta \end{pmatrix}$ . Cette transformation correspond à l'étage d'allocation ayant été implémenté sur le prototype de VTOL du projet DACAR. Ce mixeur a été testé et validé sur le prototype de VTOL de l'Azimut d'Alcore Technologies en mode quadcoptère.

Du point de vue de l'implémentation, cette allocation impose le traitement par un mixeur unique. Dans le cas de la gestion par le contrôleur PX4 natif, l'implémentation est réalisée de façon décentralisée: les commandes des servomoteurs sont strictement indépendantes des commandes en vitesse de rotation des rotors.

- Dans l'implémentation native, ces deux types d'actionneurs sont gérés par deux modules de contrôles indépendants, respectivement:
  - le mixeur natif multicoptère prend ses consignes en poussée et en couple du contrôleur PID en cascade multicoptère pour générer la commande en vitesse de rotation des rotors
  - la bascule logicielle de transition entre mode coptère et mode avion pilote directement les servomoteurs selon un schéma de transition prédéterminé, sans mixage
- Dans l'implémentation modifiée correspondant à l'allocation avec le contrôle du lacet par tilt antagoniste, un mixeur unique doit être conçu, pour piloter de concert servomoteurs et rotors en fonction de la consigne en poussée et couples.

Cette section introduisait les aspects expérimentaux de contrôle dont la maîtrise aura permis la récolte des données nécessaires à l'identification des modèles proposés. Ces aspects de contrôle, nécessaires à la réalisation des vols, ont représenté un investissement de temps considérable sur la durée des travaux de thèse, notamment:

- du fait de devoir préparer plusieurs prototypes
- du fait de devoir s'assurer la pleine compréhension des couches logicielles utilisées lors du vol afin de ne pas risquer de détruire un prototype, fait très susceptible d'advenir vu la criticité des appareils volants
- du fait du développement et l'intégration de solutions d'allocation customisées dans des couches bas niveau du contrôleur (le mixeur étant, par comparaison aux autres modules, un étage bas niveau)

Les aspects principaux du contrôle du drone ayant été abordés, la partie suivante se focalise sur la seconde moitié de la boucle de contrôle-commande: l'estimation d'état.

## 5.3. Estimation

### 5.3.1. Instrumentation

L'ensemble des prototypes utilisés embarque le contrôleur PixHawk Cube, qui dispose [67] comme capteurs intégrés de:

- trois IMUs (gyroscope, accéléromètre, magnétomètre) redondantes dont deux isolés mécaniquement des vibrations
- deux baromètres

En outre, on équipe le contrôleur avec un RTK GNSS (GPS) externe connecté par le bus SPI disposant d'un compas (magnétomètre). On considérera dans la suite que le GPS est confondu avec le contrôleur, et parfaitement aligné avec ce dernier.

L'ensemble de ces capteurs donne accès à la mesure du champ magnétique, de l'accélération spécifique, de la rotation angulaire, la position, la vitesse et l'altitude du drone.

### 5.3.2. Contexte

L'estimation d'état revêt un rôle majeur dans le contrôle-commande des drones, et plus généralement des robots. Si le contrôleur régit les commandes envoyées au système, il n'a, en pratique, jamais accès à la valeur réelle des variables d'état qu'il doit asservir. Le contrôleur travaille à partir d'une estimée de l'état, construite algorithmiquement à partir des sorties du système, et plus particulièrement les mesures (toutes les sorties n'étant pas nécessairement mesurées). Cette étape de production d'une estimée de l'état est particulièrement cruciale à deux titres:

- Le module d'estimation est une composante nécessaire du système embarqué, dans la mesure où sa sortie fournit l'entrée du contrôleur pour permettre le bon déroulement du vol. Un estimateur en dysfonctionnement peut ainsi compromettre la sécurité du vol.
- Il s'agit par ailleurs de l'étape qui fournit les logs de vols sur lesquels les méthodes d'identification présentées précédemment sont basées. Il est donc nécessaire de s'assurer de la maîtrise de ce bloc dans le pipeline de données.

Dans cette section, on écrira la représentation d'état du système suivante:

$$\begin{cases} \dot{X} &= f(X, U) \\ Y &= g(X) \end{cases}$$

où :

- $f$  désigne le modèle de la dynamique de l'état  $X$  et de commandes  $U$ .

- $g$  désigne le modèle d'observation de la sortie  $Y$ , en fonction des mêmes arguments.

L'estimation consiste en la production de l'estimée du vecteur d'état  $X$ , usuellement notée  $\hat{X}$ . Cela peut être réalisé de diverses façons, notamment dépendantes des propriétés de la fonction  $g$ .

Le problème de l'estimation d'état pour les systèmes mobiles aériens a fait l'objet d'un grand nombre de travaux disponibles dans la littérature [68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79]. Une part significative d'entre eux concernent notamment les multicoptères, et pour une bonne partie, les algorithmes sont adaptables à des cas de drones convertibles.

Cette section propose dans un premier temps de se focaliser sur les limites de la solution d'estimation utilisée lors des essais en vol: le filtre de Kalman étendu.

Ensuite, une revue synthétique de quelques algorithmes déterministes disponibles dans la littérature sera effectuée, avant de proposer un estimateur original afin d'adresser des problèmes spécifiquement rencontrés lors des essais en vol du projet DACAR.

### 5.3.3. Limites de l'EKF face aux perturbations magnétiques

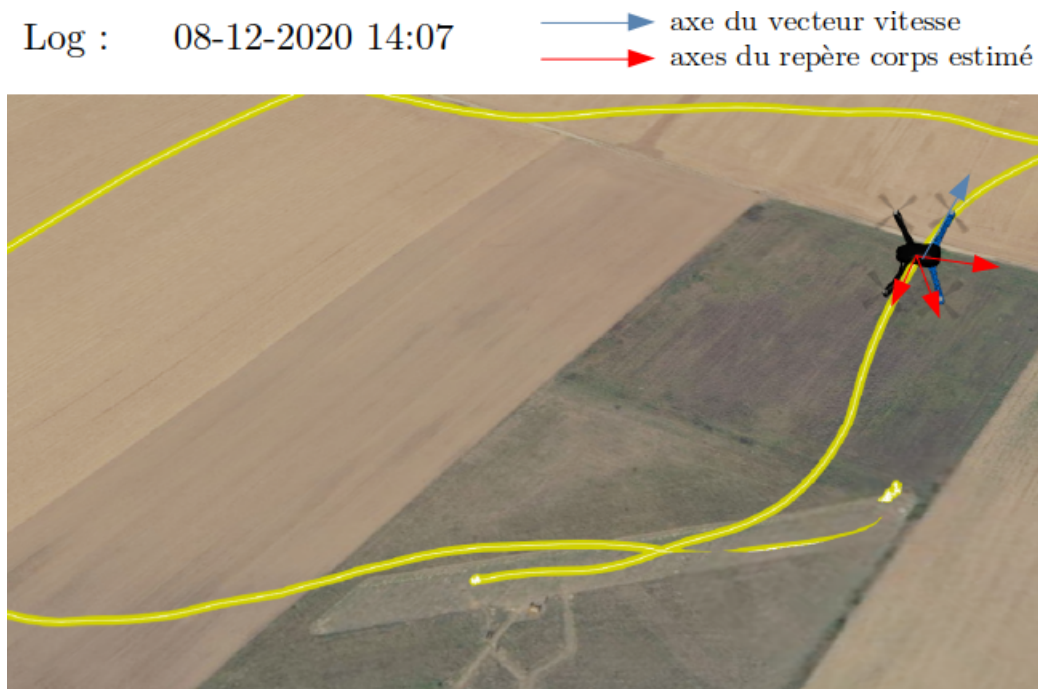
#### 5.3.3.1. Limites issues du retour d'expériences des essais en vol

Cette section se focalise sur les mesures fournies par le magnétomètre, et revient sur les performances de l'EKF embarqué dans le contrôleur de vol PixHawk (voir [80] pour le code source et la documentation) pour l'estimation en présence de perturbations magnétiques. Cet EKF inclut dans l'état estimé un terme modélisé comme constant, supposé modéliser la perturbation magnétique comme une constante dans le repère du corps. Dans la littérature, la prise en compte de cette perturbation dans la conception d'algorithmes d'estimation basés sur un EKF a été proposée dans certains travaux, par exemple [81].

L'analyse de logs d'essais en vol permet de mettre en évidence les limites de cette modélisation et du rejet de cette perturbation par l'estimateur pour la production de l'estimée d'attitude. Sur plusieurs sessions d'essais en vol réalisées, l'attitude du drone était estimée de façon inexacte par rapport au comportement du système sur le terrain.

Ex post, cette inexactitude peut être mise en évidence par l'analyse de la trajectoire proposée figure (5.8) dans laquelle l'analyse de l'orientation montre de façon répétée un désalignement manifeste de l'orientation estimée du nez de l'appareil avec la trajectoire, parcourant la trajectoire "en crabe", chose irréalisable pour un appareil de type avion.





**Figure 5.8.:** Analyse de la trajectoire 3D du prototype Azimut et mise en évidence du défaut d'estimation d'attitude

*Remarque: L'appareil est représenté par une image de quadricoptère car le logiciel d'analyse de logs [82] détecte un Firmware de type VTOL.*

Ces données correspondent aux premiers essais du prototype Azimut en mode avion. Le contrôleur de vol PixHawk n'ayant jamais été utilisé jusqu'alors dans ce mode, il était embarqué en mode compagnon: les actionneurs étaient directement reliés à la sortie du récepteur RC, pour permettre un pilotage manuel. Le mixage était préconfiguré dans l'émetteur de la radiocommande, et ce pour diminuer au maximum le risque de crash. Cette configuration temporaire avait pour objectif la récolte de données, et non la validation d'algorithmes de contrôles conçus au sein du projet, ce qui supprimait le besoin d'un contrôleur PixHawk dans la boucle de contrôle. Elle permettait de se prémunir contre les risques issus du fait que le PixHawk n'ait, à cette date, jamais été testé ni validé pour le mode avion sur le prototype Azimut.

Sur le vol d'essai illustré dans la figure (5.8), il est probable que la mauvaise estimation de l'attitude aurait pu conduire à un crash si le PixHawk avait été en charge du contrôle-commande de l'appareil.

### 5.3.3.2. Perturbations magnétiques

En pratique, il est recommandé par le concepteur du contrôleur de vol de monter l'autopilote loin des moteurs. La raison de cette recommandation est le champ

magnétique émis par les moteurs, qui peut venir perturber les mesures des magnétomètres, et ainsi fausser de façon critique l'estimée d'attitude.

S'il est possible de respecter cette recommandation de principe sur les drones multicoptères de moyenne et grande envergure, éloigner les compas des moteurs devient impossible dans le cas d'utilisation de drones de petite taille.

Outre le cas des multicoptères, le suivi de cette recommandation peut poser des difficultés dans le cas de modèles avions, en raison de la nécessité d'avoir un système le plus intégré possible. Dans le cas du projet DACAR, sur le modèle Azimut, l'électronique embarquée est disposée dans le fuselage central, pour permettre un accès rapide au contrôleur avant / après le vol. La câblerie court le long du contrôleur, lequel se retrouve à quelques centimètres de plusieurs composants de l'électronique de puissance.

Dans le contrôleur de vol, l'équation de mesure complète est

$$\mathbf{m}_{mes} = R_0^T R_n^T \mathbf{m}_n^{NED} + \mathbf{m}_{b,n}$$

La matrice de rotation  $R_0^T$  correspond à la rotation relative du capteur par rapport au corps. Cette distinction entre le repère capteur et repère corps peut se retrouver dans plusieurs travaux de la littérature aéronautique tels que [83].

En pratique, elle fait l'objet d'une procédure de calibration préalable au vol, et est automatiquement compensée par l'estimateur embarqué, ce qui permet l'utilisation de l'équation simplifiée

$$\mathbf{m}_{mes} = R_n^T \mathbf{m}_n^{NED} + \mathbf{m}_{b,n}$$

par l'EKF. Celui-ci permet en théorie la prise en compte d'éventuelles perturbations magnétiques constantes dans le repère du drone en incluant le champ perturbateur  $\mathbf{m}_{b,n}$  au vecteur d'état. Celui-ci est modélisé dans les équations comme une constante. C'est cette équation simplifiée que l'on utilisera comme base de discussion dans la suite.

L'analyse du champ magnétique lors du même vol révèle que la norme du champ magnétique mesuré par la fusion des mesures magnétomètre varie.



**Figure 5.9.:** Analyse de la norme du champ magnétique pendant un vol d'essai  
*Remarque: L'appareil est représenté par une image de quadricoptère car le logiciel d'analyse de logs [82] détecte un Firmware de type VTOL.*

En l'absence de perturbation (et en omettant le bruit de mesure), l'équation simplifiée devient

$$\mathbf{m}_{mes} = R_n^T \mathbf{m}_n^{NED}$$

ce qui implique que la norme du champ magnétique mesuré soit constante (la multiplication par une matrice orthogonale ne changeant pas la norme d'un vecteur).

Ainsi, la variation de la norme visible dans la figure (5.9) est attribuable à deux phénomènes, que l'observation de la seule norme ne permet pas de discriminer:

- la rotation de l'appareil: la somme d'un champ constant en repère corps et d'un champ constant en repère inertiel n'est pas de norme constante  
 À titre d'exemple, si

$$\mathbf{m}_n^{NED} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{NED}, \quad \mathbf{m}_{b,n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{body}, \quad R = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ce qui correspond à une unique rotation en lacet de  $\psi = 180^\circ$ , on a alors

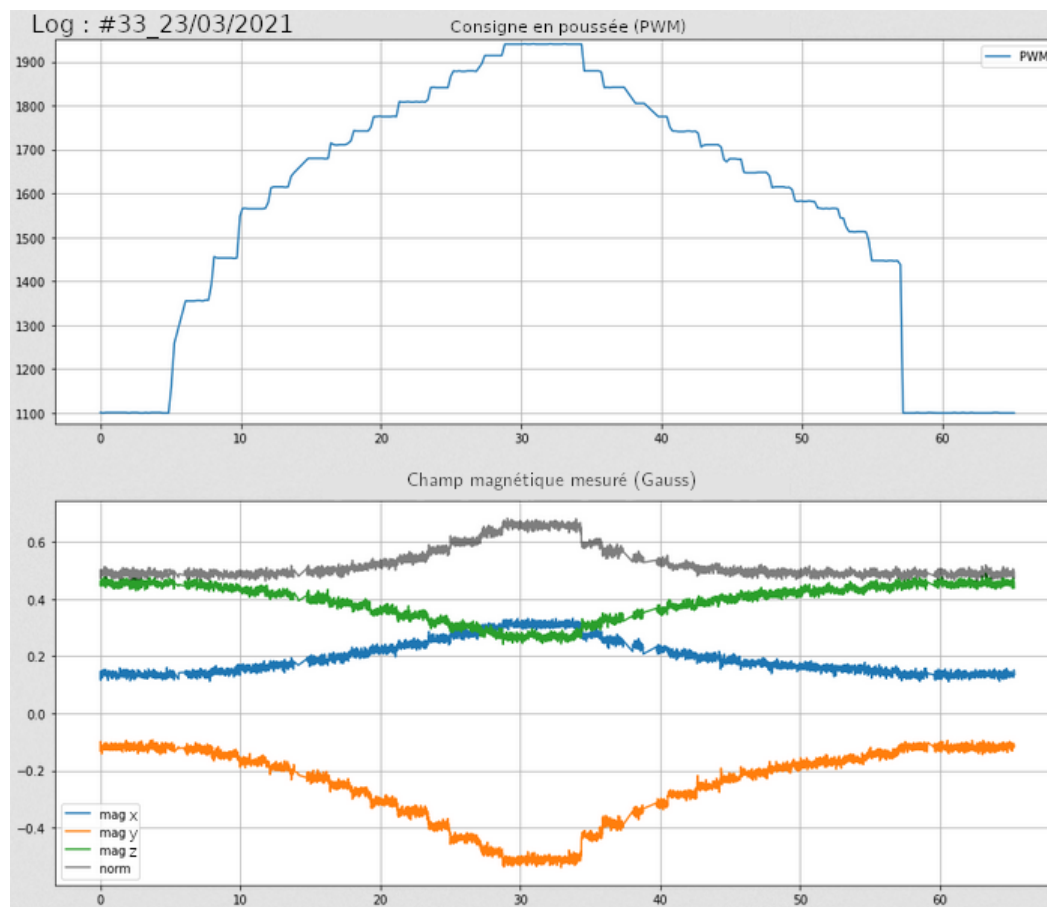
$$\|\mathbf{m}_{mes}\| = 0$$

- la variation du terme de perturbation  $\mathbf{m}_{b,n}$ .

### 5.3.3.3. Régression et prédiction de la partie variable de la perturbation

Afin de quantifier l'effet de la perturbation induite par les moteurs, des essais au sol ont été effectués sur le prototype Azimut avion. Le protocole consiste à maintenir

l'avion immobilisé au sol tout en envoyant une rampe de consigne en poussée et d'enregistrer les mesures du magnétomètre.



**Figure 5.10.:** Mesure magnétomètre lors d'une rampe de consigne en poussée

Il est à noter sur ces mesures que la valeur de la norme du champ magnétique avant le début de la rampe de consigne (sur la figure (5.10)) diffère de celle précédant le décollage du terrain, tracée figure (5.9). Cela peut être expliqué par le fait que l'appareil a été ouvert, et le contrôleur sorti pour la récolte de données puis reposé dans la nacelle ensuite, ce qui a pu modifier l'agencement interne, modifiant la distance entre le contrôleur et la câblerie. Une des conclusions des multiples essais réalisés est que la position relative de la câblerie permettant l'alimentation des rotors par rapport à l'autopilote joue un rôle prépondérant dans l'apparition et l'amplitude de la perturbation.

C'est à cette perturbation électromagnétique issue des moteurs que la mauvaise estimation de (5.8) peut être attribuée. Bien qu'il soit possible de limiter le problème en éloignant la câblerie du contrôleur, comme ce fut fait dans les expériences suivantes, la suite de cette section propose une méthode afin de quantifier et d'éliminer cette perturbation.

Dans la suite, il est supposé que la perturbation est la somme de deux termes:

$$\mathbf{m}_{b,n} = \bar{\mathbf{m}}_{b,n} + \Delta\mathbf{m}_{b,n}$$

où  $\bar{\mathbf{m}}_{b,n}$  est la partie constante de la perturbation, incluant ainsi également le biais du capteur, et  $\Delta\mathbf{m}_{b,n}$  est la partie variable de la perturbation, causée par l'actionnement des moteurs à divers niveaux de puissance pendant le vol. Quand les moteurs sont immobiles, cette hypothèse garantit  $\Delta\mathbf{m}_{b,n} = 0$ .

La partie variable de la perturbation est accessible à partir d'une série de mesure en soustrayant les mesures initiales (avant le début de la rampe) à la mesure pendant la rampe. On pose:

$$\mathbf{m}_{mes}(T_d = 0) = R_n^T \mathbf{m}_n^{NED} + \bar{\mathbf{m}}_{b,n}$$

Les expériences montrent que la partie variable de la perturbation peut être modélisée à l'aide d'un polynôme du deuxième ordre. On travaille ensuite sur la pseudo-mesure de la partie variable :

$$\mathbf{m}_{mes}(T_d) - \mathbf{m}_{mes}(T_d = 0) = \Delta\mathbf{m}_{b,n}(T_d)$$

Un modèle de polynôme du second ordre permet une régression correcte pour un jeu de données, comme le montrent les figures (5.11) et (5.12):

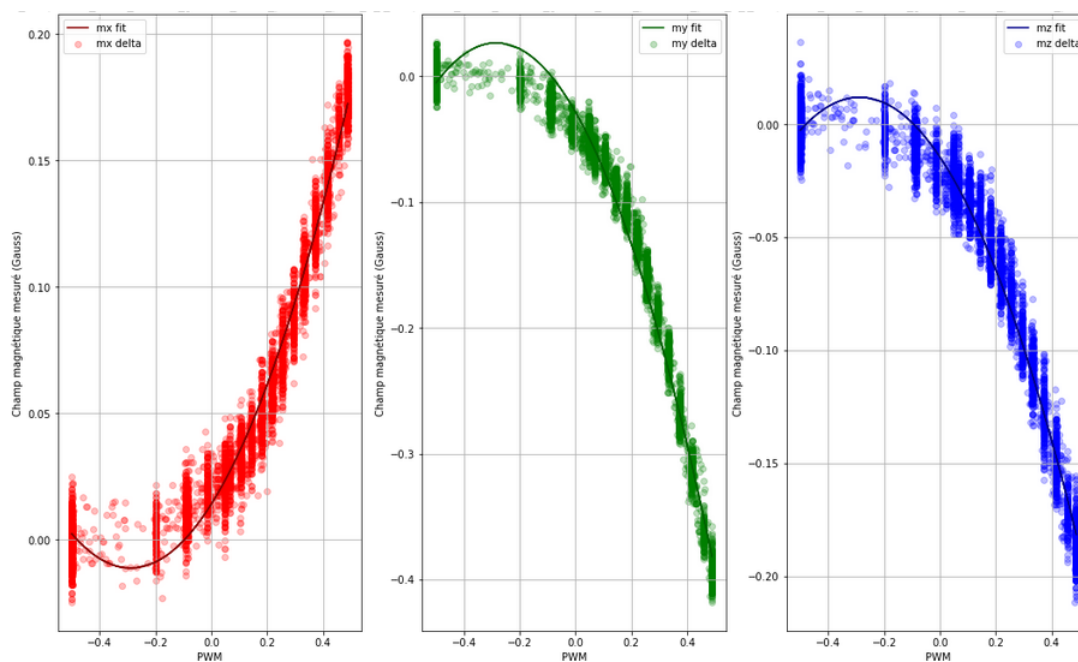
Il est donc possible de modéliser le biais magnétique par trois polynômes d'ordre deux (un sur chaque axe de mesure).

Une limite à cette régression à partir des données expérimentales est la mauvaise répétabilité entre deux expériences: il ressort de l'ensemble des données collectées que les coefficients polynomiaux obtenus varient entre le démontage et le remontage. Cela peut s'expliquer par le fait que démonter et remonter le prototype déplace les composants, ce qui change les conditions dans lesquelles les champs magnétiques parasites influent sur l'autopilote.

Du point de vue de la conception d'un drone manufacturé, où la câblerie et les composants sont fixés, une telle régression peut avoir un intérêt dans la mesure où prédire la perturbation magnétique permettrait de la retrancher à la mesure, améliorant ainsi l'estimation de l'attitude.

Dans le cas du projet DACAR, les prototypes subissent souvent des manipulations pour recueillir des données ou des démontages-remontages, ce qui modifie à chaque fois cet agencement interne. S'il est possible de refaire la régression à chaque fois, une piste de résolution de ce problème est l'utilisation de la phase de décollage de l'appareil comme source de données pour la régression.

Par définition, avant le début du décollage, après l'armement des moteurs, les appareils avion et multicoptère subissent généralement une rampe de consigne en



**Figure 5.11.:** Régression polynomiale sur la partie variable de la perturbation magnétique

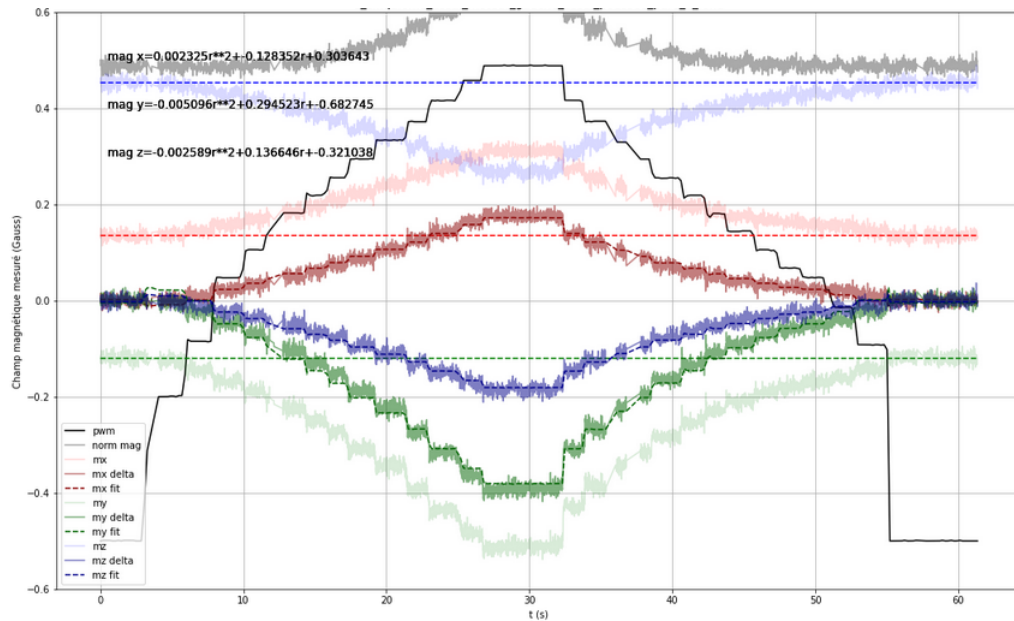
poussée. Ainsi, le début des données de vols peut être utilisé afin de réaliser la régression. Cette méthode n'a pas été implémentée sur le drone et reste une piste. La prédiction de la partie variable de la perturbation magnétique n'a pas non été implémentée dans un contexte d'estimation embarquée, son utilisation se cantonnant aux tests sur les algorithmes hors-ligne.

Dans la suite de cette section, on considérera le problème de la prédiction du champ variable réglé. On travaillera à partir de mesures uniquement parasitées par un biais et le champ constant (et le bruit de mesure).

#### 5.3.4. Estimateurs déterministes

Malgré les pistes présentées au paragraphe précédent, l'échec de l'EKF à garantir une bonne estimation de l'attitude sur les premiers vols a motivé l'approfondissement du travail de recherche sur la synthèse d'observateurs disposant de preuves de convergence. De cette façon, en l'absence de nouvelles données, les anciennes pourraient être exploitées avec un autre observateur disposant de garanties mathématiques de stabilité. La section suivante se focalise sur la synthèse d'un observateur à même de garantir la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation de l'attitude en présence de mesures biaisées.

Si les observateurs bayésiens hérités de Kalman sont très répandus, un large pan de la communauté roboticienne s'est focalisé sur la production d'observateurs détermin-



**Figure 5.12.:** Régression polynomiale sur la partie variable de la perturbation magnétique

istes. Ceux-ci sont très répandus dans la littérature et permettent, contrairement à ceux basés sur des EKF ou des UKF, de fournir des preuves formelles de stabilité, notamment par la théorie de Lyapunov.

En outre, ils ont généralement l'avantage d'être d'une complexité moindre et donc implémentables sur des contrôleurs équipés de microprocesseurs moins puissants et moins onéreux.

Structurellement, presque tous les estimateurs se basent sur une résolution du problème de la navigation inertielle [84] en prenant plus ou moins en compte les défauts des capteurs des centrales inertielles -certains travaux incluent le biais du gyroscope, d'autres le biais de l'accéléromètre, d'autres un facteur d'échelle... Ceux-ci reprennent largement le cadre théorique développé par Luenberger [85] après l'apparition du filtre de Kalman-Bucy.

D'un point de vue physique, la très vaste majorité d'entre eux repose sur au moins l'une des trois hypothèses suivantes:

- l'accélération du drone est faible devant la gravité. Cette hypothèse permet d'utiliser les accéléromètres comme des inclinomètres.
- la vitesse du drone est faible, donc les efforts aérodynamiques sont faibles ou linéaires en l'état.
- l'assiette du drone est faible, permettant une linéarisation des cosinus et des sinus.

Par souci de concision, il ne sera proposé que quelques exemples de tels estima-

teurs tirés de la littérature, la réalisation d'un inventaire exhaustif des estimateurs disponibles dépassant le cadre de ce manuscrit.

Le principe général [86] consiste en une copie de la dynamique du système et la correction en fonction de l'innovation et une matrice de gain (possiblement variable).

Pour le système

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X, U) \\ Y = g(X) \end{cases}$$

on aura un estimateur  $\hat{X}$  dont la dynamique aura typiquement la forme

$$\dot{\hat{X}} = f(\hat{X}, U) + L(Y - g(\hat{X}))$$

**Observateur d'attitude à faible accélération:** Un bon nombre d'observateurs déterministes sont non-linéaires, car conçus pour respecter la structure de groupe des rotations, voir [87, 88, 89].

C'est par exemple le cas de l'observateur d'attitude présenté dans un article faisant référence, [70, 69] basé sur un filtrage complémentaire explicite avec correction du biais, qui prend la forme:

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} = \hat{R}(S(\boldsymbol{\Omega}_y - \hat{\mathbf{b}}) + k_p S(\boldsymbol{\omega}_{mes})) & k_p > 0 \\ \dot{\hat{\mathbf{b}}} = -k_I \boldsymbol{\omega}_{mes} & k_I > 0 \\ \boldsymbol{\omega}_{mes} := k_a \mathbf{a}_{mes} \times \hat{R}^T \mathbf{g} + k_m \mathbf{m}_{mes} \times \hat{R}^T \mathbf{m}_0 \end{cases}$$

les capteurs utilisés étant l'accéléromètre (bruité), le magnétomètre (bruité) et le gyroscope (biaisé et bruité), avec comme modèle de mesure:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{mes} = R^T \mathbf{g} + \boldsymbol{\omega}_a \\ \mathbf{m}_{mes} = R^T \mathbf{m}_0 + \boldsymbol{\omega}_m \\ \boldsymbol{\Omega}_y = \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{b} + \boldsymbol{\omega}_\Omega \end{cases}$$

Cet estimateur est stable et converge asymptotiquement vers la trajectoire réelle pour toute valeur de départ (à l'exception des valeurs de départ correspondant aux configurations de *gimbal-lock*).

Ces travaux de Robert Mahony, Tarek Hamel & al. ont fait l'objet d'une suite de publications étant aujourd'hui des références importantes de l'estimation non linéaire sur  $SO_3$ . Considérant le caractère fondateur de ces travaux, il sera fait référence dans la suite à cet estimateur par "le filtre complémentaire". Dans la synthèse de ce filtre, les biais des capteurs sont absents du modèle de mesure de l'accéléromètre et du magnétomètre.



D'autres travaux sont disponibles pour la compensation des biais des capteurs, par exemple [78], dans lequel, sous l'hypothèse de faible accélération, le biais d'un capteur peut être compensé. Ainsi, il est notamment possible de compenser le biais de l'accéléromètre comme dans:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{a}}} = (\mathbf{a}_{mes} - \hat{\mathbf{b}}_a) \times (\boldsymbol{\Omega}_y - \hat{\mathbf{b}}) - k_a(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}_{mes}) \\ \dot{\hat{\mathbf{m}}} = \hat{\mathbf{m}} \times (\boldsymbol{\Omega}_y - \hat{\mathbf{b}}) - k_m(\hat{\mathbf{m}} - \mathbf{m}_{mes}) \\ \dot{\hat{\mathbf{b}}} = k_b \hat{\mathbf{m}} \times \mathbf{m}_{mes} \\ \dot{\hat{\mathbf{b}}}_a = k_c (\boldsymbol{\Omega}_y - \hat{\mathbf{b}}) \times (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}_{mes}) \\ \hat{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{a}}{\|\mathbf{a}_0\|} & \frac{\mathbf{a}_0 \times \mathbf{m}_0}{\|\mathbf{a}_0 \times \mathbf{m}_0\|} & \frac{\mathbf{a}_0 \times (\mathbf{a}_0 \times \mathbf{m}_0)}{\|\mathbf{a}_0 \times (\mathbf{a}_0 \times \mathbf{m}_0)\|} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}} & \hat{\mathbf{a}} \times \hat{\mathbf{m}} & \hat{\mathbf{a}} \times (\hat{\mathbf{a}} \times \hat{\mathbf{m}}) \end{pmatrix}^T \end{cases}$$

L'hypothèse de faible accélération (qui revient à faire de l'accéléromètre un inclinomètre) est fréquemment utilisée dans la mesure où elle permet de simplifier considérablement les preuves de convergence, en permettant la reconstruction de la matrice de rotation.

Cette hypothèse n'est néanmoins pas toujours nécessaire: en utilisant les mesures d'un GNSS, [90, 91, 92] proposent des preuves de convergence sur des estimateurs non linéaires en présence de biais. Outre la compensation des biais des capteurs, d'autres observateurs tels que ceux proposés dans [86] permettent également de compenser d'autres sources d'erreurs ou d'incertitudes sur les mesures, tels que les effets liés au facteur d'échelle dans la mesure de l'accéléromètre ou du magnétomètre.

La littérature sur le sujet de la synthèse d'observateurs est ainsi très conséquemment fournie étant donné le grand nombre de combinaisons possibles d'hypothèses. Les auteurs peuvent choisir d'inclure ou pas:

- les biais du gyroscope/de l'accéléromètre/du magnétomètre/de l'accéléromètre
- de potentielles sources d'erreurs (mauvais alignement de l'IMU, facteur d'échelle sur les mesures)
- les hypothèses des petits angles / petites accélérations
- des mesures autres que celles de l'IMU (GPS, Flux Optique)
- des modèles des efforts du drone

La sous-section précédente ayant proposé une méthode de prédiction et de compensation de la partie variable du champ magnétique, la suite de cette section sera consacrée à la synthèse d'un observateur à même de rejeter les biais de l'accéléromètre et du magnétomètre. L'hypothèse de faibles accélérations et faibles angles ne sera pas utilisée, mais on suppose connaître l'accélération grâce à un GPS.

### 5.3.5. Estimation non-linéaire de l'attitude et des biais des capteurs

#### 5.3.5.1. Contexte

Cet estimateur et l'analyse associée ont été développés dans le contexte de la pandémie de Covid 19, en 2020, alors que de premiers vols avaient été réalisés en mode avion et que le défaut d'estimation lié au biais magnétique avait été détecté. En l'absence de certitudes sur la possibilité de refaire des vols d'essais avec le contrôleur éloigné de la câblerie, une réponse devait être apportée afin de pouvoir utiliser les données disponibles alors pour l'identification. Cela supposait d'avoir une estimation d'état précise, ce que l'EKF échouait manifestement à fournir. C'est avec cet objectif que le nouvel estimateur a été conçu.

Le but final est d'obtenir une estimation de la vitesse et de l'attitude du drone en configuration avion.

#### 5.3.5.2. Notations

Par souci de légèreté, la notation en gras des vecteurs de  $R^3$  ne sera pas utilisée dans les développements suivants.

Les notations suivantes seront utilisées :

- Pour une grandeur  $u$ , on note son estimée  $\hat{u}$  et sa dérivée temporelle  $\dot{u}$ .
- $(x_0, y_0, z_0)$  les vecteur du repère NED,  $(x, y, z)$  les vecteur du repère corps. Le produit vectoriel est noté  $\times$ .
- $v$  la vitesse du drone,
- $q, R$  le quaternion et la matrice orthogonale qui représentent l'orientation du drone par rapport au repère inertiel.
- $\omega$  le vecteur vitesse de rotation angulaire du repère corps par rapport au repère NED
- $\omega_{gyro}$  la mesure du gyroscope,  $\omega_b$  le biais de mesure constant du gyroscope,  $\delta_{gyro}$  le bruit de mesure de moyenne nulle
- $g$  le vecteur gravité exprimé en repère NED
- $m_0$  le champ magnétique terrestre supposé constant.
- $a$  la mesure de l'accéléromètre,  $a_b$  le biais de mesure constant de l'accéléromètre,  $\delta_{acc}$  le bruit de mesure de moyenne nulle
- $m$  la mesure du magnétomètre,  $m_{bi}$  la somme du biais de mesure constant du magnétomètre et de la partie constante de la perturbation magnétique engendrée par les moteurs,  $\delta_{mag}$  le bruit de mesure de moyenne nulle

- $v_{gps}$  la mesure du GPS,  $\delta_{gps}$  le bruit de mesure de moyenne nulle
- Pour tout vecteur  $X \in R^3$ , il sera noté indifféremment  $S(X)$  ou  $X_x$  la matrice de préproduit vectoriel de  $X$ . Cela signifie que pour  $X = (X_1, X_2, X_3)^T$

$$S(X) = \begin{pmatrix} 0 & -X_3 & X_2 \\ X_3 & 0 & -X_1 \\ -X_2 & X_1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Pour toute matrice antisymétrique  $M \in R^{3 \times 3}$  on note  $Vect(M)$  le vecteur dont cette matrice est la matrice de préproduit vectoriel. Cela signifie que

$$\begin{cases} X = Vect(S(X)) \\ M = S(Vect(M)) \end{cases}$$

### 5.3.5.3. Modèle de la dynamique et modèle de mesure

Le modèle de mesure est:

$$\begin{cases} \omega_{gyro} = \omega + \omega_b + \delta_{gyro} \\ a = R^T(\dot{v} - g) + a_b + \delta_{acc} \\ m = R^T m_0 + m_{bi} + m_p + \delta_{mag} \\ v_{gps} = v + \delta_{gps} \end{cases}$$

Le problème d'estimation de la vitesse peut être séparé de l'estimation d'attitude. L'estimateur

$$\begin{cases} \hat{v}(t=0) = 0 \\ \dot{\hat{v}} = k_{GPS}(v_{gps} - \hat{v}) \quad k_{GPS} > 0 \end{cases}$$

permet l'estimation de  $v$ . Dans la suite  $v$  et  $\dot{v}$  sont donc considérés comme connus. Cela signifie que  $a$  est une mesure vectorielle. On suppose par ailleurs que  $\|\dot{v}(t) - g\| \neq 0$  pour tout  $t$ .

Il a été vu que les mesures du magnétomètre étaient la somme du champ magnétique terrestre dans le repère corps, de la perturbation magnétique engendrée par les moteurs et du biais du capteur. Étant donné ce qui a été vu à la section précédente, il est supposé que la perturbation magnétique engendrée par les moteurs est déjà caractérisée, et retranchée à la mesure. On a ainsi

$$m = R^T m_0 + m_b$$

ce qui signifie que  $m$  est une mesure vectorielle. En outre, on suppose que  $m_0$  et  $\dot{v}(t) - g$  ne sont jamais colinéaires. En pratique,  $m_0$  est dans le plan Nord-Est, tandis que  $g$  est vertical. À faible accélération, ces deux vecteurs sont non-colinéaires. En présence d'accélération non négligeable, la colinéarité entre ces deux

vecteurs supposerait qu'il existe  $\lambda$  réel tel que  $\dot{v}(t) - g = \lambda m_0$  ce qui signifierait, vu l'orthogonalité de  $m_0$  et  $g$  que  $\|\dot{v}(t)\| = \|g\| + |\lambda| \|m_0\| > 9.81$ . Cet ordre de grandeur est nettement au delà des valeurs habituelles d'accélération des multicoptères. Enfin, pour les drones avion, il est très peu probable que cette configuration soit maintenue dans le temps. Elle est donc écartée dans la suite des développements.

Le biais du gyroscope  $\omega_b$  est estimé une fois pour toutes à l'arrêt, avant le décollage. Il est possible d'en obtenir une estimation en réalisant un filtrage passe-bas sur les mesures du gyroscope en gardant le drone immobile. Contrairement aux mesures vectorielles, lesquelles sont sujettes à l'ambiguïté biais-rotation lorsque le drone est immobile, la mesure du gyroscope ne dépend pas de l'orientation du drone dans ce modèle. Ainsi, avec le drone immobile, l'observateur

$$\begin{cases} \hat{\omega}_b(t=0) = 0 \\ \dot{\hat{\omega}}_b = k_{gyro}(\omega_{gyro} - \hat{\omega}_b) \quad k_{gyro} > 0 \end{cases}$$

permet l'estimation du biais gyro. Ainsi, dans la suite du problème, on suppose le vecteur vitesse de rotation angulaire connu. On notera cette vitesse angulaire  $\omega$ .

### 5.3.5.4. Formulation de l'observateur

**5.3.5.4.1. Cadre et objectif** Sera appelée "mesure vectorielle" toute sortie  $y_0 \in R^3$  du système mesurée en repère corps telle que :

$$y_0 = R^T \eta_0 + b$$

avec  $\eta_0 \in R^3$  non-nul connu à chaque instant.

Afin de se placer dans le cas général, on suppose disposer de  $N$  mesures vectorielles notées:

$$y_i = R^T \eta_i + b_i, \quad i = 1, \dots, N$$

En pratique, un cas d'usage classique est lorsque  $N = 2$  et les mesures  $y_1$  et  $y_2$  correspondent aux mesures accélérométriques et aux mesures magnétométriques. Cependant, l'observateur proposé s'applique aussi au cas d'un nombre plus important de mesures.

L'objectif est d'estimer la matrice  $R$  et les biais  $b_i$  à partir des mesures disponibles  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . La dynamique du système et les équations de mesures peuvent donc être résumées par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{R} = R\omega_\times \\ \dot{b}_i = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$y_i = R^T \eta_i + b_i \quad (5.2)$$

et il s'agit d'estimer l'état du système.

### 5.3.5.5. Résultat principal

Cette section propose un observateur d'attitude et de biais de mesures pour le système (5.1). On considère l'observateur suivant:

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} &= \hat{R}(\omega + \alpha_R)_\times, & \alpha_R &= -\sum_{j=1}^N k_{R,j}(\hat{R}^T \eta_j) \times (y_j - \hat{b}_j) \\ \dot{\hat{b}}_i &= \alpha_i, & \alpha_i &= -k_{b,i}(\hat{b}_i + \hat{R}^T \eta_i - y_i), \quad \forall i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.3)$$

où  $\alpha_R$  et les  $\alpha_i$  sont les *termes d'innovation* de l'observateur et,  $\forall i = 1, \dots, N$ ,  $k_{R,i}$  et  $k_{b,i}$  sont des gains strictement positifs. On définit les erreurs d'estimation comme suit:

$$\tilde{R} = \hat{R}R^T, \quad \tilde{b}_i = \hat{b}_i - b_i$$

On rappelle une propriété sur le groupe des rotations: si  $R_a(t)$  et  $R_b(t)$  sont des matrices de rotation et  $\omega_a, \omega_b$  désignent les vitesses de rotation associées, i.e.,  $\dot{R}_a = R_a(\omega_a)_\times$  et  $\dot{R}_b = R_b(\omega_b)_\times$ , alors

$$\frac{d}{dt}(R_a R_b^T) = R_a R_b^T (R_b(\omega_a - \omega_b))_\times$$

En utilisant cette propriété, on déduit de (5.1) et (5.3) l'expression de la dynamique de l'erreur d'estimation:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{R}} &= \tilde{R}(-\hat{R}\alpha_R)_\times \\ \dot{\tilde{b}}_i &= \alpha_i, \quad \forall i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.4)$$

On peut maintenant énoncer le résultat principal.

**Proposition 1** *On considère l'observateur (5.3) avec  $k_{R,i}, k_{b,i} > 0$ ,  $\forall i$ , et la dynamique d'erreur d'estimation associée (5.4). On suppose de plus que:*

1.  $\omega(t)$  et  $\dot{\omega}(t)$  sont bornées sur  $[0, +\infty)$  et il existe des constantes  $\delta, T > 0$  telles que

$$\forall t \geq 0, \quad \int_t^{t+T} \|\omega(s) \times \dot{\omega}(s)\| ds > \delta \quad (5.5)$$

2.  $N \geq 2$  et les vecteurs de direction  $\eta_1, \dots, \eta_N$  ne sont pas tous parallèles.

Alors, l'équilibre  $(\tilde{R}, \tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_N) = (I_3, 0, \dots, 0)$  du système (5.4) est localement exponentiellement stable.

**Remarques:** Quelques remarques sur ce résultat s'imposent:

1. Le résultat repose principalement sur la condition (5.5), qui correspond à une condition de type "excitation persistante". Essentiellement, elle impose que la dynamique de rotation ne se réduise pas à une rotation autour d'un axe fixe. Si elle n'est pas vérifiée, les biais de mesures ne peuvent pas tous être estimés, ce qui se traduit par des erreurs d'estimation de la matrice de rotation.

2. La deuxième condition indique qu'il est nécessaire d'avoir au moins deux mesures non-colinéaires, ce qui correspond au cas classique de mesures accélérométriques et magnétométriques. Dans le cas d'une seule mesure, il n'est pas possible d'estimer la matrice de rotation complète. Par exemple, les seules mesures accélérométriques ne permettent pas de remonter à l'information de cap.
3. Bien que les résultats de simulation suggèrent un large domaine de stabilité des erreurs d'estimation, on ne dispose à l'heure actuelle que d'une preuve de stabilité exponentielle locale. Toutefois que l'observateur est défini sans singularité sur tout l'espace d'état.

**Début de la preuve de la Proposition 1:** On commence par réécrire la dynamique des erreurs d'estimation. On déduit de (5.1), (5.3), et (5.4) que

$$\begin{aligned}
 \hat{R}\alpha_R &= \hat{R} \left( - \sum_{j=1}^N k_{R,j} (\hat{R}^T \eta_j) \times (y_j - \hat{b}_j) \right) \\
 &= - \sum_{j=1}^N k_{R,j} (\hat{R} (\hat{R}^T \eta_j)) \times \hat{R} (y_j - \hat{b}_j) \\
 &= - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times \hat{R} (R^T \eta_j - \tilde{b}_j) \\
 &= - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times (\tilde{R} \eta_j - \hat{R} \tilde{b}_j)
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

et que, pour tout  $i = 1, \dots, N$ ,

$$\begin{aligned}
 \alpha_i &= -k_{b,i} (\hat{b}_i + \hat{R}^T \eta_i - y_i) \\
 &= -k_{b,i} (\hat{b}_i + \hat{R}^T \eta_i - (R^T \eta_i + b_i)) \\
 &= -k_{b,i} (\tilde{b}_i + (\hat{R}^T - R^T) \eta_i) \\
 &= -k_{b,i} (\tilde{b}_i + R^T (\tilde{R}^T - I) \eta_i)
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Afin de simplifier l'étude de stabilité, on utilisera les variables d'erreur  $(\tilde{R}, \bar{b}_1, \dots, \bar{b}_N)$  au lieu des variables d'erreur  $(\hat{R}, \tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_N)$ , avec  $\bar{b}_i = \hat{R} \tilde{b}_i$ . L'équilibre dans ces nouvelles variables est toujours  $(I_3, 0, \dots, 0)$ , et puisque  $\|\bar{b}_i\| = \|\tilde{b}_i\|$ , la stabilité exponentielle peut être démontrée de façon équivalente dans l'un ou l'autre système de coordonnées. L'expression (5.6) devient alors:

$$\hat{R}\alpha_R = - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times (\tilde{R} \eta_j - \bar{b}_j) \tag{5.8}$$

et l'on déduit de (5.4) et (5.8) que:

$$\dot{\hat{R}} = \tilde{R} \left( - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times (\tilde{R} \eta_j - \bar{b}_j) \right)_{\times}$$

Par ailleurs, on déduit de (5.3), (5.4) et (5.7) que:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{b}}_i &= \hat{R}\tilde{b}_i + \hat{R}\dot{\tilde{b}}_i \\
 &= \hat{R}(\omega + \alpha_R)_{\times} \tilde{b}_i - k_{b,i} \hat{R}(\tilde{b}_i + R^T(\tilde{R}^T - I)\eta_i) \\
 &= \hat{R}(\omega + \alpha_R)_{\times} \hat{R}^T \hat{R}\tilde{b}_i - k_{b,i}(\tilde{b}_i + \tilde{R}(\tilde{R}^T - I)\eta_i) \\
 &= (\hat{R}\omega + \hat{R}\alpha_R)_{\times} \tilde{b}_i - k_{b,i}(\tilde{b}_i + (I - \tilde{R})\eta_i) \\
 &= (\tilde{R}R\omega + \hat{R}\alpha_R)_{\times} \tilde{b}_i - k_{b,i}(\tilde{b}_i + (I - \tilde{R})\eta_i)
 \end{aligned}$$

On obtient donc finalement la dynamique des erreurs d'estimation suivante:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{R}} &= \tilde{R} \left( -\sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times (\tilde{R}\eta_j - \bar{b}_j) \right) \\ \dot{\tilde{b}}_i &= (\tilde{R}R\omega + \hat{R}\alpha_R)_{\times} \tilde{b}_i - k_{b,i}(\tilde{b}_i + (I - \tilde{R})\eta_i), \quad \forall i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.9)$$

Le terme  $\hat{R}\alpha_R$  qui intervient dans l'expression des  $\dot{\tilde{b}}_i$  peut, d'après (5.8) être exprimé en fonction de  $\tilde{R}$  et  $\tilde{b}_i$ , mais on laisse ici ce terme tel quel pour simplifier l'écriture. Afin de démontrer la stabilité exponentielle locale de l'équilibre  $(\tilde{R}, \bar{b}_1, \dots, \bar{b}_N) = (I_3, 0, \dots, 0)$ , on utilise dans un premier temps le Théorème 2 qui permet, après paramétrisation de  $\tilde{R}$  par un système de coordonnées dans  $\mathbb{R}^3$  de se ramener à l'étude du linéarisé tangent autour du point d'équilibre. Les hypothèses du théorème sur la fonction  $f$  sont ici satisfaites car les fonctions du temps  $R(t)$  et  $\omega(t)$ , qui interviennent dans la dynamique du système (5.9) sont bornées ( $R(t)$  car c'est une matrice de rotation, et  $\omega(t)$  d'après les hypothèses de notre proposition). Toutes les paramétrisations minimales (i.e., à trois coordonnées) du groupe des matrices de rotation sont équivalentes, et l'on peut choisir n'importe laquelle pour le calcul du linéarisé tangent. On choisit comme paramétrisation autour de  $\tilde{R} = I$ ,  $\tilde{\Theta} = 2\tilde{q}_v$  avec  $\tilde{q}_v$  la partie vectorielle du quaternion unitaire

$$\tilde{q} = \begin{pmatrix} \tilde{q}_s \\ \tilde{q}_v \end{pmatrix} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$$

correspondant à  $\tilde{R}$ . Rappelons qu'il y a deux quaternions correspondant à une matrice de rotation, mais si l'on fixe le signe de la partie scalaire  $\tilde{q}_s$ , le quaternion est alors unique. On supposera donc ici que  $\tilde{q}_s > 0$  avec  $(\tilde{q}_s, \tilde{q}_v) \approx (1, 0)$  lorsque  $\tilde{R} \approx I$  puisque le quaternion est unitaire. Le système (5.9) s'écrit en variable de quaternion:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{q}}_s &= -\frac{1}{2}\tilde{q}_v^T \left( -\sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times (\tilde{R}(\tilde{q})\eta_j - \bar{b}_j) \right) \\ \dot{\tilde{q}}_v &= \frac{1}{2}(\tilde{q}_s + (\tilde{q}_v)_{\times}) \left( -\sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times (\tilde{R}(\tilde{q})\eta_j - \bar{b}_j) \right) \\ \dot{\tilde{b}}_i &= (\tilde{R}(\tilde{q})R\omega + \hat{R}\alpha_R)_{\times} \tilde{b}_i - k_{b,i}(\tilde{b}_i + (I - \tilde{R})\eta_i), \quad \forall i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.10)$$

avec  $\tilde{R}(\tilde{q})$  l'expression de  $\tilde{R}$  en fonction du quaternion, donnée par la formule de Rodrigues:

$$\tilde{R}(\tilde{q}) = I + 2\tilde{q}_s(\tilde{q}_v)_\times + 2((\tilde{q}_v)_\times)^2$$

Il est à noter que la dynamique (5.10) est exacte, i.e., non-linéarisée. La linéarisation de ce système autour du point d'équilibre  $(\tilde{q}_s, \tilde{q}_v, \bar{b}_1, \dots, \bar{b}_N) = (1, 0, 0, \dots, 0)$ , avec la variable  $\tilde{\Theta}$ , est obtenue en utilisant l'approximation suivante de  $\tilde{R}(\tilde{q})$  qui découle de la formule de Rodrigues ci-dessus:

$$\tilde{R}(\tilde{q}) \approx I + (\tilde{\Theta})_\times$$

ce qui donne:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\Theta}} &= -\sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times (\tilde{\Theta} \times \eta_j - \bar{b}_j) \\ &= \sum_{j=1}^N k_{R,j} ((\eta_j)_\times)^2 \tilde{\Theta} + \sum_{j=1}^N k_{R,j} (\eta_j)_\times \bar{b}_j \\ \dot{\bar{b}}_i &= (R\omega)_\times \bar{b}_i - k_{b,i} (\bar{b}_i - \tilde{\Theta} \times \eta_i) \\ &= -k_{b,i} \eta_i \times \tilde{\Theta} - (k_{b,i} I - (R\omega)_\times) \bar{b}_i, \quad \forall i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.11)$$

On obtient donc un système LTV  $\dot{\tilde{x}} = A(t)\tilde{x}$  avec

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} \tilde{\Theta} \\ \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \\ \vdots \\ \bar{b}_N \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

et

$$A(t) = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^N k_{R,j} ((\eta_j)_\times)^2 & k_{R,1} (\eta_1)_\times & k_{R,2} (\eta_2)_\times & \dots & k_{R,N} (\eta_N)_\times \\ -k_{b,1} (\eta_1)_\times & -(k_{b,1} I - (R\omega)_\times) & 0 & \dots & 0 \\ -k_{b,2} (\eta_2)_\times & 0 & -(k_{b,2} I - (R\omega)_\times) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -k_{b,N} (\eta_N)_\times & 0 & \dots & 0 & -(k_{b,N} I - (R\omega)_\times) \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

La structure particulière de la matrice  $A(t)$  permet de mettre en évidence une fonction de Lyapounov (non stricte) pour ce système. Plus précisément, soit

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \|\tilde{\Theta}\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \frac{k_{R,j}}{k_{b,j}} \|\bar{b}_j\|^2$$



On a :

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\tilde{x}) &= \tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}} + \sum_{j=1}^N \frac{k_{R,j}}{k_{b,j}} \bar{b}_j^T \dot{\tilde{b}}_j \\
&= \tilde{\Theta}^T \left( \sum_{j=1}^N k_{R,j} ((\eta_j)_\times)^2 \tilde{\Theta} + \sum_{j=1}^N k_{R,j} \eta_j \times \bar{b}_j \right) \\
&\quad + \sum_{j=1}^N \frac{k_{R,j}}{k_{b,j}} \bar{b}_j^T \left( -k_{b,j} \eta_j \times \tilde{\Theta} - (k_{b,j} I - (R\omega)_\times) \bar{b}_j \right) \\
&= \sum_{j=1}^N k_{R,j} \tilde{\Theta}^T ((\eta_j)_\times)^2 \tilde{\Theta} + \sum_{j=1}^N k_{R,j} \tilde{\Theta}^T (\eta_j \times \bar{b}_j) \\
&\quad - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \bar{b}_j^T (\eta_j \times \tilde{\Theta}) - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \|\bar{b}_j\|^2 \\
&= \sum_{j=1}^N k_{R,j} \tilde{\Theta}^T ((\eta_j)_\times)^2 \tilde{\Theta} - 2 \sum_{j=1}^N k_{R,j} \bar{b}_j^T (\eta_j \times \tilde{\Theta}) - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \|\bar{b}_j\|^2 \\
&= - \sum_{j=1}^N k_{R,j} \|\eta_j \times \tilde{\Theta} + \bar{b}_j\|^2 \\
&\leq 0
\end{aligned}$$

ce qui implique que  $V$  est une fonction de Lyapounov pour le système. La relation précédente peut s'écrire

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\|E\tilde{x}\|^2$$

avec  $E$  la matrice constante définie par

$$E = \begin{pmatrix} \sqrt{k_{R,1}} I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{k_{R,2}} I & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sqrt{k_{R,N}} I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\eta_1)_\times & I & 0 & \cdots & 0 \\ (\eta_2)_\times & 0 & I & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ (\eta_N)_\times & 0 & \cdots & 0 & I \end{pmatrix}$$

Notons que notre état est de dimension  $3(N+1)$  et que la matrice  $E$  est une matrice  $3N \times 3(N+1)$  dont on vérifie aisément qu'elle est de rang  $3N$ . La fonction de Lyapounov  $V$  n'est donc pas une fonction de Lyapounov au sens strict.

**Le reste de la preuve repose sur une définition de l'observabilité pour les systèmes linéaires temps variant, et de plusieurs théorèmes et propriétés propres à ces systèmes. Il est fourni en annexe, et est en cours de soumission pour publication éventuelle des résultats.**

Le résultat principal est rappelé ci-après. Si on suppose que :

1.  $\omega(t)$  et  $\dot{\omega}(t)$  sont bornées sur  $[0, +\infty[$  et qu'il existe des constantes  $\delta, T > 0$  telles que

$$\forall t \geq 0, \int_t^{t+T} \|\omega(s) \times \dot{\omega}(s)\| ds > \delta \quad (5.14)$$

2. Et, pour  $N \geq 2$  les vecteurs de direction  $\eta_1, \dots, \eta_N$  ne sont pas tous parallèles

alors l'observateur défini par

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} &= \hat{R}(\omega + \alpha_R)_{\times}, & \alpha_R &= -\sum_{j=1}^N k_{R,j}(\hat{R}^T \eta_j) \times (y_j - \hat{b}_j) \\ \dot{\hat{b}}_i &= \alpha_i, & \alpha_i &= -k_{b,i}(\hat{b}_i + \hat{R}^T \eta_i - y_i), \quad \forall i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.15)$$

admet  $(R, b_1, \dots, b_n)$  comme un point d'équilibre localement stable.

### 5.3.5.6. Test en simulation et conclusion

Les performances de cet estimateur peuvent être testées en simulation, ce qui est réalisé avec un exemple tracé figure (5.13).

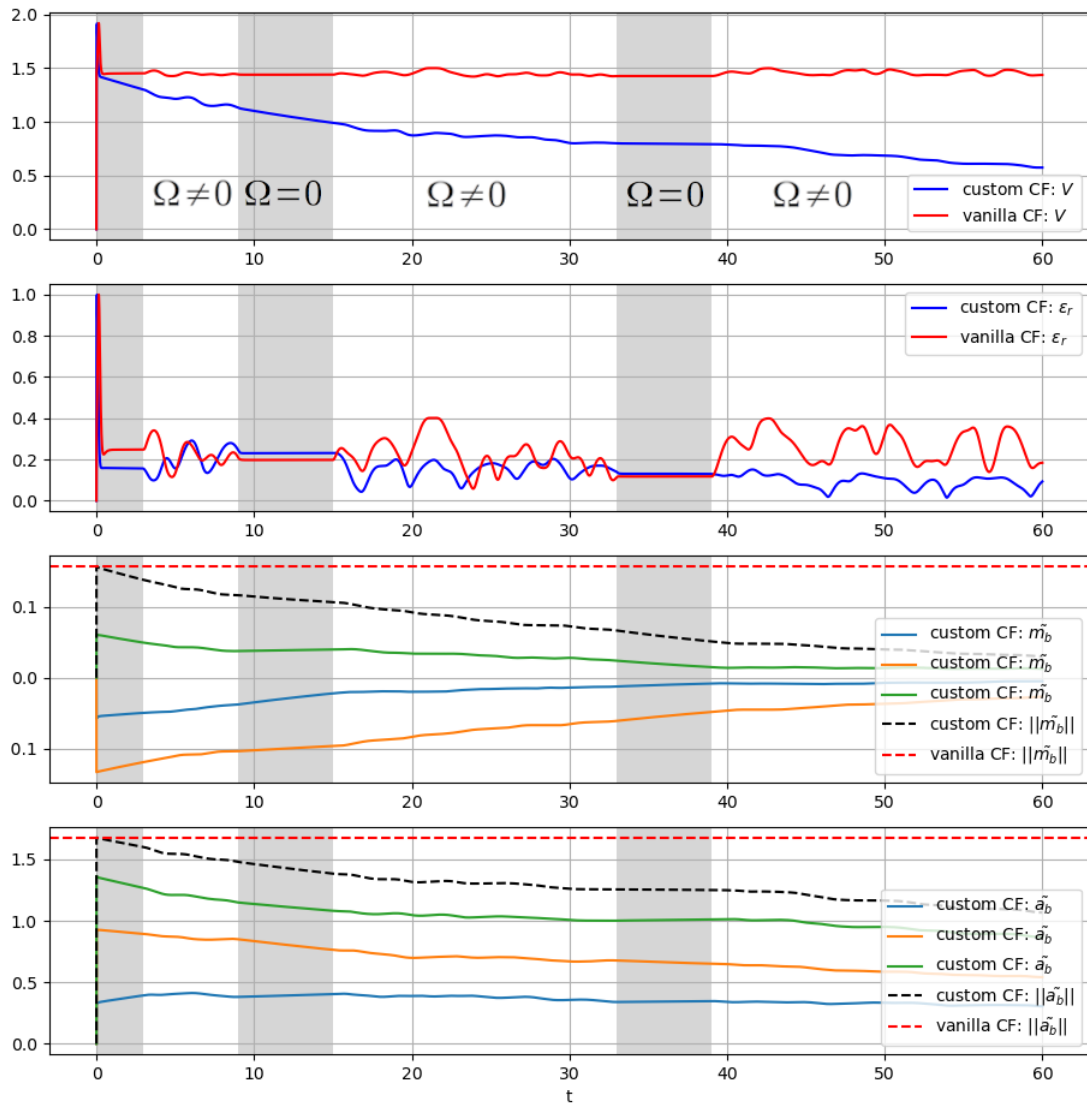
Du point de vue de l'implémentation, il sera judicieux d'intégrer la prise en compte de la valeur du vecteur  $\Omega$  afin de désactiver l'estimation du biais et repasser sur un fonctionnement de filtre complémentaire standard à l'approche des conditions d'annulation de la dynamique. Les performances de l'observateur sont comparées avec un filtre complémentaire standard (désigné "vanilla"). Ce filtre correspond à (5.3) sans compensation des biais des capteurs (autrement dit, avec  $k_{b,a} = 0$  et  $k_{b,m} = 0$ ). La figure (5.13) propose la restitution de ces résultats. À des fins d'illustration, l'entrée du système réalise une alternance entre les phases d'excitation et les phases sans excitation.

L'interprétation des résultats propose les points d'analyse suivants:

- Avec la fonction de Lyapunov proposée, le filtre complémentaire converge vers une valeur constante. Cela est dû à son incapacité à converger vers 0, en raison de la non prise en compte du biais. Avec le filtre customisé, la fonction décroît lentement.
- Pour chaque biais capteur, le filtre complémentaire garde une erreur constante, et l'erreur du filtre customisé décroît.

Les simulations répétées montrent le besoin d'être précautionneux dans le choix des gains. Dans le cas du filtre complémentaire, l'erreur due à l'innovation est intégralement reportée sur la correction d'attitude. Dans le cas du filtre customisé, l'erreur alimente à la fois la correction de l'attitude et la correction du biais.

Il est nécessaire de prendre garde à ce que la dynamique de la correction du biais soit moins rapide que celle de la correction d'attitude, pour que l'estimation au fil du temps du biais ne se fasse pas au détriment de l'estimation d'attitude.



**Figure 5.13.:** Comparaison en simulation du filtre complémentaire avec prise en compte des biais (custom CF) vs filtre complémentaire standard (vanilla CF)

Remarque : valeur des gains sur ce test:  $\left( \begin{matrix} k_{R,a} = \frac{10}{\|g\|^2} & k_{R,m} = \frac{10}{\|m_0\|^2} \\ k_{b,a} = \frac{0.2}{\|g\|} & k_{b,m} = \frac{0.02}{\|m_0\|} \end{matrix} \right)$

## 5.4. Conclusion et synthèse

Le chapitre concernant les aspects expérimentaux du travail de recherche aura abordé les principaux éléments relatifs à l'allocation d'effort et l'estimation d'état du système. Ces deux éléments constituent un point clef pour la réalisation de l'objectif du projet DACAR.

La problématique de l'allocation d'effort permet de mettre en évidence l'intérêt de

l'utilisation de modèles pour mettre au point des modes de contrôle plus performants. Du point de vue du projet, les aspects relatifs au contrôle incombent aux partenaires de l'I3S, et une perspective réside dans l'implémentation sur l'Azimut du mode de contrôle continu développé dans [24]. Du reste, le développement de modes de contrôles alternatifs pour la transition reste une piste de développement à considérer.

L'estimation d'état, dont le rôle est crucial dans la production des données utilisées dans les méthodes d'identification, a également pu être abordée dans ce chapitre, avec la conception d'un estimateur non linéaire disposant d'une preuve locale de stabilité. Sur le plan théorique, cet estimateur peut constituer une solution au problème constaté de la perturbation magnétique engendrée par les moteurs.

Des perspectives pour cet estimateur restent à envisager, notamment:

- avec l'utilisation de coefficients sur le biais dépendants de la norme de la vitesse de rotation, pour cesser l'estimation du biais en l'absence de rotation,
- avec l'utilisation d'autres mesures, ou pseudo mesures, telle que celle obtenue en faisant l'hypothèse d'un vol type avion en moyenne colinéaire à l'axe du nez de l'avion

Sur le plan expérimental, il n'a pas été implémenté dans le contrôleur embarqué, la fin des confinements ayant permis de faire de nouvelles mesures avec une configuration des composants revisitée, ce qui a permis l'utilisation de l'EKF embarqué pour l'estimation d'état.



## **6. Conclusion**

Le travail de thèse, réalisé entre janvier 2018 et décembre 2021, aura permis l'étude des drones convertibles par le prisme de la problématique énoncée dans l'introduction de ce document, à savoir :

***“Quels modèles utiliser dans la boucle de contrôle et d'estimation d'état pour des drones hybrides multirotors / avions ?”***

Le premier chapitre aura permis, en croisant des éléments de littérature issue de travaux sur les drones, et de littérature aéronautique traditionnelle, de fournir un modèle pour le prototype de drone convertible du projet ANR DACAR. Il a été vu que croiser ces deux littératures représentait en soi un défi, les modèles de la littérature drone étant mieux adaptés aux applications constituant l'objectif du projet DACAR, mais souvent trop simples pour rendre compte de la variété des phénomènes rapportés dans la littérature aéronautique. En outre, les drones convertibles constituent un cas d'usage particulier en raison des enveloppes de vol atypiques, ce qui impose notamment des contraintes sur le domaine de validité du modèle. La démarche suivie est de séparer le problème de la modélisation en deux sous modèles, un modèle des hélices et un modèle des ailes.

Les difficultés rencontrées pour la synthèse de ce modèle sont de plusieurs ordres: les modèles des efforts des hélices, tout comme les modèles des efforts sur les ailes, ont été très largement couverts par la littérature aéronautique. En extraire le substrat et réaliser l'arbitrage entre fidélité et simplicité du modèle est donc une tâche particulièrement périlleuse, qui suppose de parvenir à hiérarchiser les phénomènes et les modèles retenus de l'état de l'art selon le besoin, et ce pour plusieurs champs de la littérature (les travaux sur les hélices constituent une branche à part, tout comme la modélisation numérique ou l'étude de l'impact de l'angle de flaps sont également des branches distinctes de la littérature).

Il a également été abordé les aspects expérimentaux, qui ont permis les vols d'essais d'où sont issues les données permettant de valider le modèle. L'aspect crucial de la préparation de ces vols a été détaillé. Ces préparations, et la maîtrise (sur le plan matériel et logiciel) des composants des prototypes ont revêtu une importance de premier plan dans les travaux réalisés. Chaque vol représente plusieurs jours de préparation, et le crash du prototype étant redouté, les itérations (réglage des PID pour le contrôleur d'attitude, test décollage mode coptère, puis test du contrôle en lacet pour le mode coptère, ...) représentent des phases expérimentales particulièrement longues, mais cruciales. Il est capital de rappeler que les restrictions de circulations liées à la pandémie de Covid19 ont constitué un frein à ces développements expérimentaux, notamment pour la production de données sur le modèle Azimut complet à même d'opérer une transition: seules ont pu être testées une configuration coptère et une configuration avion.

En outre, la nécessité de maîtriser l'ensemble de la boucle de contrôle commande et du pipeline de production de données a requis de sortir du domaine de la pure modélisation. C'est pour maîtriser ce premier aspect qu'a été abordé le problème

d'allocation lié aux spécificités de l'architecture du drone. Sur la partie estimation de cette boucle, la mise en défaut de l'algorithme natif du contrôleur sélectionné a été une difficulté majeure (renforcée par la perspective éventuelle de ne pas pouvoir faire d'autres vols en raison de l'agenda et de l'évolution de la situation sanitaire), dont la solution constitue une proposition originale d'estimation non-linéaire.

Pour obtenir les paramètres du modèle à partir des données récoltées, une méthode d'identification originale a été développée. Cette méthode consiste en la minimisation d'une fonction d'erreur dépendante des paramètres, dont les "bons" paramètres représentent théoriquement un minimum global - sous réserve que le modèle soit parfaitement fidèle. L'ISIR disposant d'un prototype de multicoptère disponible dès le début du projet, les vols d'essais étaient plus facilement accessibles, et c'est sur ces premières données de vol que l'approche d'identification a été initialement employée. Les résultats de cette méthode ont permis l'identification de jeux de paramètres aux valeurs vraisemblables, qui permettent une prédiction satisfaisante de l'accélération et de la vitesse.

Toutefois, la méthode converge vers des résultats légèrement différents lorsqu'utilisée sur les données de vitesse et d'accélération, notamment en ce qui concerne les coefficients de traînée. Cela peut être expliqué par le rôle de ces coefficients dans la dynamique, qui empêchent la divergence de l'erreur lorsque le reste des paramètres n'est pas parfaitement identifié.

Pour le cas de l'identification du modèle des ailes, celle-ci est réalisée en plusieurs temps; le modèle des ailes est d'abord identifié pour une unique surface, à partir de données générées par plusieurs simulations d'écoulement reconstituant une batterie de tests en soufflerie. En termes de précision, cette simulation produit des résultats en deçà de l'état de l'art des simulations numériques; cependant, en raison de la contrainte sur le temps de calcul engendrée par le grand nombre de simulations à réaliser pour balayer un nombre satisfaisant d'angles d'attaque et d'angles de flaps, l'amélioration de ces résultats jusqu'à l'état de l'art nécessiterait de plus importantes ressources, notamment en ce qui concerne la puissance de calcul. Les données en étant issues sont donc acceptées comme base de travail au moins pour la preuve de concept de l'identifiabilité du modèle à partir de résultats simulés de soufflerie.

La même démarche d'identification que pour les multicoptères est utilisée pour le modèle d'avion, à partir de données issues du prototype avion du projet DACAR. Les résultats de ces optimisations sont plus mitigés que pour le modèle coptère, et on constate que les résultats pour le modèle complet sont peu consistants, plusieurs jeux de paramètres présentant de nettes différences pouvant fournir des scores acceptables pour la prédiction d'accélération. In fine, on constate qu'il est nécessaire d'abandonner quelques éléments du modèle pour parvenir à une identification consistante sur le plan physique des paramètres restants.

Cela met en avant la nécessité de statuer sur l'objectif du modèle dans les applications robotiques:

Le modèle est-il développé pour rendre compte de la physique, ou bien est-il conçu



pour prédire une quantité tierce (l'accélération ou la vitesse en l'occurrence)? Comment gérer le cas où un jeu de paramètres donne de meilleures performances prédictives qu'un autre, mais que les coefficients du "moins bon" modèle sont plus vraisemblables physiquement?

Le phénomène physique engendre la dynamique, qui fournit des données de travail; ces données constituent une observation indirecte du phénomène physique modélisé. Au sein de DACAR, l'objectif à terme du modèle est de permettre la prédiction de la dynamique, ce qui justifie la "médiation" que constitue le passage par cette dynamique pour remonter à la physique du système. Ainsi, les remarques suivantes sont proposées pour conclure ce travail de thèse:

Lors d'utilisation de mesures indirectes d'un phénomène physique, comme lorsqu'on utilise les données de vol, il est nécessaire d'avoir un modèle simple pour que l'identification de ses paramètres donne des résultats consistants physiquement. Comme permet de l'observer l'identification du modèle complet des ailes sur les simulations: plus les mesures du phénomène observé sont directes (les simulations donnent directement  $C_D$  et  $C_L$  là où l'accélération donne peu ou prou leur somme), plus le modèle peut être sophistiqué et rester identifiable. En outre, comme l'a prouvé la comparaison du modèle vanilla axe par axe et du modèle complet pour la modélisation des coptères, un modèle simple, malgré des coefficients peu physiques (notamment des coefficients de trainée probablement surévalués) peut offrir des performances légèrement moins précises mais restant comparables aux prédictions des modèles les plus compliqués.

Ces considérations posent la question de la qualité des données à disposition et de la quantité des données récoltées. Identifier des phénomènes complexes requiert des données représentatives de l'ensemble des phénomènes dont le modèle à identifier rend compte. La qualité des mesures est un aspect fondamental (en lien avec l'estimation): il a été vu, notamment dans le cas du modèle avion, qu'il était nécessaire de travailler avec des angles d'attaque estimés au degré près (une différence de  $1^\circ$  étant significative). Ainsi, l'utilisation de centrales inertielles plus précises (mais plus onéreuses) que les MEMS permettrait certainement d'améliorer les résultats. En plus la diversité des données, leur quantité est également un facteur crucial dans la procédure d'identification. Il a été vu qu'à la fois le modèle des hélices et le modèle des ailes dépendaient de la vitesse air du drone: un observateur de vitesse air alimenté par des mesures supplémentaires de vitesse air -par exemple par des tubes de Pitot- serait à considérer.

En conclusion, il est à noter que la modélisation physique est utilisée comme outil permettant d'établir la causalité de la dynamique en fonction des grandeurs du problème. La mise au point de ces modèles requiert un travail important de synthèse de l'état de l'art et d'implémentation du modèle. Il a pu être abordé brièvement l'utilisation possible de techniques d'apprentissage automatique dans la section "Perspectives" des chapitres consacrés à l'identification. Si l'explicabilité de leurs paramètres est faible, leurs performances prédictives égalent, voire surpassent, celles

des modèles physiques. Ces modèles d'apprentissage peuvent, du point de vue opérationnel, être considérés comme l'aboutissement de l'arbitrage qui considérerait que la physique importe peu et que seule compte la faculté du modèle à prédire.

Au vu des résultats obtenus par ces méthodes, il semble possible que l'avenir de la modélisation des systèmes pour lesquels on dispose d'un accès facilité aux données repose de façon croissante sur ces méthodes, et notamment dans l'industrie afin d'optimiser les ressources en temps ingénieur.



# Bibliographie

- [1] Alcore Technologies, “Alcore Technologies, AZIMUT 3.” <https://www.alcoretech.com/inventory/azimut-3/>. [Online; Accessed 20-October-2021].
- [2] J. Bloquet, “Alcore technologies présente son drone azimut.” <https://www.apps-drones.com/article/alcore-technologies-prsente-son-drone-azimut-384>. [Online; Accessed 20-October-2021].
- [3] P.-M. Basset, A. Tremolet, and T. Lefebvre, “Rotary Wing UAV pre-sizing: Past and Present Methodological Approaches at ONERA,” in *Aerospace Lab*, 2014.
- [4] J.-M. Kai, *Contrôle automatique de véhicules aériens à voilure fixe*. PhD thesis, 2018. Thèse de doctorat dirigée par Samson, Claude et Hamel, Tarek Automatique, traitement du signal et des images Université Côte d’Azur (ComUE) 2018.
- [5] F. J. Ruiz-Sanchez, “Model of effective thrust induced by propellers in hover mode for simulation and control of miniature quadrotors,” in *2016 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*, pp. 1–6, Nov 2016.
- [6] K. McKinney, D. Wang, J. Ye, J.-B. de Fouchier, P. Guimarães, C. Batista, R. Souza, E. Alves, D. Gu, A. Guenther, and S. Martin, “A sampler for atmospheric volatile organic compounds by copter unmanned aerial vehicles,” in *Atmospheric Measurement Techniques*, vol. 12, pp. 3123–3135, 06 2019.
- [7] W. Johnson, *Helicopter Theory*. New York: Courier Dover Publications, 1994.
- [8] A. R. S. Bramwell, G. T. S. Done, and D. Balmford, *Bramwell’s helicopter dynamics*. Reston, VA : Jordan Hill, Oxford, UK: American Institute of Aeronautics and Astronautics ; Butterworth-Heinemann, 2nd ed ed., 2001.
- [9] J. Seddon and S. Newman, *Basic helicopter aerodynamics*. Oxford: Blackwell Science, 2001. OCLC: 46693407.
- [10] H. B. Squire, R. A. Fail, and R. C. W. Eyre, “Wind-tunnel tests on a 12-ft diameter helicopter rotor,” Tech. Rep. ARC/R&M-2695, Aeronautical Research Council Reports & Memoranda, 1949.

- [11] K. Mangler and H. B. Squire, “The induced velocity field of a rotor,” Tech. Rep. ARC/R&M-2642, Aeronautical Research Council Reports & Memoranda, 1950.
- [12] D. K. Phung, *Conception, modeling, and control of a convertible mini-drone*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Jan. 2015.
- [13] A. Letalenet and P. Morin, “Identification and evaluation of a force model for multirotor uavs,” in *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 4280–4286, 2020.
- [14] H. Babinsky, “How wings really work.” <https://www.cam.ac.uk/research/news/how-wings-really-work>. [Online; Accessed 8-May-2019].
- [15] J. D. Anderson, *Fundamentals of aerodynamics*. McGraw-Hill series in aeronautical and aerospace engineering, New York: McGraw-Hill, 2nd ed ed., 1991.
- [16] R. E. Sheldahl and P. C. Klimas, “Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines,” 3 1981.
- [17] W. Timmer, “Aerodynamic characteristics of wind turbine blade airfoils at high angles-of-attack,” *European Wind Energy Association*, 01 2010.
- [18] S. Hoerner, *Fluid dynamic drag*. Bakersfield, CA 93390: Self Published, 1965.
- [19] D. Pucci, T. Hamel, P. Morin, and C. Samson, “Nonlinear control of aerial vehicles subjected to aerodynamic forces,” in *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, (Firenze, Italy), Dec. 2013.
- [20] Wikipedia contributors, “Stall (fluid dynamics) — Wikipedia, the free encyclopedia.” [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stall\\_\(fluid\\_dynamics\)&oldid=1051324280](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stall_(fluid_dynamics)&oldid=1051324280). [Online; accessed 04-September-2021].
- [21] M. Goman and A. Khrabrov, “State-space representation of aerodynamic characteristics of an aircraft at high angles of attack,” in *Journal of Aircraft*, vol. 31, pp. 1109–1115, 1994.
- [22] J. M. Kai, T. Hamel, and C. Samson, “A unified approach to fixed-wing aircraft path following guidance and control,” 2018.
- [23] J. Lesprier, J.-M. Biannic, and C. Roos, “Modeling and robust nonlinear control of a fixed-wing uav,” pp. 1334–1339, 09 2015.
- [24] A. Anglade, J.-M. Kai, T. Hamel, and C. Samson, “Automatic control of convertible fixed-wing drones with vectorized thrust,” in *2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 5880–5887, 2019.
- [25] J. Escareno, S. Salazar, and R. Lozano, “Modelling and control of a convertible vtol aircraft,” in *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 69–74, 2006.

- [26] H. C. Ferreira, R. S. Baptista, J. Y. Ishihara, and G. A. Borges, “Disturbance rejection in a fixed wing uav using nonlinear hinfinity state feedback,” in *2011 9th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*, pp. 386–391, 2011.
- [27] B. Yuksek, A. Vuruskan, and U. Ozdemir, “Transition Flight Modeling of a Fixed-Wing VTOL UAV,” in *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2016.
- [28] J. Stasiak, “Effect of flap deflection on the lift coefficient of wings operating in a biplane configuration,” Tech. Rep. NASA Technical Memorandum NASA-TM-75059, NASA Headquarters Washington, DC, 1977.
- [29] ’-Mike’, “Bigfoil.com, a database of shapes, data, and other information pertinent to 2D airfoil sections.,” 2021.
- [30] X. He, J. Wang, M. Yang, D. Ma, C. Yan, and P. Liu, “Numerical simulation of Gurney flap on SFYT15thick airfoil,” in *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, vol. 6, pp. 286–292, 2016.
- [31] T. Ahmed, M. T. Amin, S. Islam, and S. Ahmed, “Computational study of flow around a naca 0012 wing flapped at different flap angles with varying mach numbers,” in *Global Journal of Researches in Engineering*, vol. 13, 01 2013.
- [32] J. John D. Anderson, *Introduction to flight*. University of Maryland: McGraw-Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering, 1976.
- [33] C. Cutler, “How does lowering flaps affect an airplane’s angle of attack (aoa)?” <https://www.boldmethod.com/blog/2013/10/how-does-lowering-flaps-affect-angle-of-attack/>. [Online; accessed 17-September-2021].
- [34] R. Mahony, V. Kumar, and P. Corke, “Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor,” in *IEEE Robotics Automation Magazine*, vol. 19, pp. 20–32, 2012.
- [35] P. Martin and E. Salaün, “The true role of accelerometer feedback in quadrotor control,” in *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1623–1629, 2010.
- [36] D. Sartori, D. Zou, L. Pei, and W. Yu, “A revisited approach to lateral acceleration modeling for quadrotor uavs state estimation,” in *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 5711–5718, 2018.
- [37] M. Bangura, M. Melega, R. Naldi, and R. E. Mahony, “Aerodynamics of rotor blades for quadrotors,” in *arXiv: Fluid Dynamics*, 2016.
- [38] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*. USA: Prentice-Hall, Inc., 1986.

- [39] D. Sartori and W. Yu, “Experimental characterization of a propulsion system for multi-rotor uavs,” in *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 96, 12 2019.
- [40] P. Sanchez-Cuevas, G. Heredia, and A. Ollero, “Characterization of the aerodynamic ground effect and its influence in multirotor control,” in *International Journal of Aerospace Engineering*, vol. vol. 2017, 2017.
- [41] J.-M. Kai, G. Allibert, M.-D. Hua, and T. Hamel, “Nonlinear feedback control of Quadrotors exploiting First-Order Drag Effects,” in *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, pp. 8189–8195, July 2017.
- [42] D. Mellinger, N. Michael, and V. Kumar, “Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors,” in *The International Journal of Robotics Research*, vol. 31, pp. 664–674, 2012.
- [43] R. Gill and R. D’Andrea, “Propeller thrust and drag in forward flight,” in *2017 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, (Mauna Lani Resort, HI, USA), pp. 73–79, IEEE, Aug. 2017.
- [44] J. Feight, S. Whyte, J. Jacob, and R. Gaeta, “Acoustic characterization of a multi-rotor uas as a first step towards noise reduction,” 01 2017.
- [45] W. Koch, R. Mancuso, R. West, and A. Bestavros, “Reinforcement learning for uav attitude control,” vol. 3, (New York, NY, USA), Association for Computing Machinery, Feb. 2019.
- [46] M. O. Efe, “Neural network assisted computationally simple  $pi^{\lambda}d^{\mu}$  control of a quadrotor uav,” in *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 7, pp. 354–361, 2011.
- [47] G. Isik, S. Ekici, and G. Sahin, “A neural network model for uav propulsion system,” vol. ahead-of-print, 07 2020.
- [48] R. San Martin, A. Barrientos, P. Gutiérrez, and J. Cerro, “Unmanned aerial vehicle (uav) modelling based on supervised neural networks.,” pp. 2497–2502, 01 2006.
- [49] A. Géron, *Hands-on machine learning with Scikit-Learn and TensorFlow : concepts, tools, and techniques to build intelligent systems*. Sebastopol, CA: O’Reilly Media, 2017.
- [50] OpenFOAM Wiki, “Turbulent flow over naca0012 airfoil (2d) — open-foam wiki,” <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/verification-validation-naca0012-airfoil-2d.html>. [Online; accessed 6-November-2021].
- [51] The Langley Research Center Turbulence Modeling Resource., “2DN00: 2D NACA 0012 Airfoil Validation Case.” [https://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012\\_val.html](https://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012_val.html). [Online; Accessed 3-January-2019].

- [52] S. Biedron R.T. Krist and C. Rumsey, “Cfl3d user’s manual (version 5.0),” Tech. Rep. Manual TM-1998-208444, NASA Langley Research Center, Hampton, VA, United States, 1997.
- [53] P. Spalart and S. Allmaras, “A one-equation turbulence model for aerodynamic flows,” in *AIAA*, vol. 439, 01 1992.
- [54] C. Ladson, “Effects of independent variation of mach and reynolds numbers on the low-speed aerodynamic characteristics of the naca 0012 airfoil section,” Tech. Rep. NASA Technical Memorandum NASA-TM-4074, NASA Langley Research Center, Hampton, VA, United States, 1988.
- [55] W. McCroskey, “A critical assessment of wind tunnel results for the naca 0012 airfoil,” Tech. Rep. NASA Technical Memorandum NASA-TM-100019, NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA, United States, 1987.
- [56] AirfoilTools, “Naca 0012 airfoils (n0012-il).” <https://http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il>. [Online; Accessed 8-May-2019].
- [57] D. Liu and T. Nishino, “Unsteady rans simulations of strong and weak 3d stall cells on a 2D pitching aerofoil,” in *Fluids*, vol. 4, 2019.
- [58] M. Drela, “XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils,” in *Low Reynolds Number Aerodynamics* (T. J. Mueller, ed.), (Berlin, Heidelberg), pp. 1–12, Springer Berlin Heidelberg, 1989.
- [59] Martin Hepperle, “Javafoil -analysis of airfoils.” <https://www.mh-aerotoools.de/airfoils/javafoil.htm>. [Online; accessed 21-November-2021].
- [60] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser, J. Bright, S. J. van der Walt, M. Brett, J. Wilson, K. J. Millman, N. Mayorov, A. R. J. Nelson, E. Jones, R. Kern, E. Larson, C. J. Carey, Í. Polat, Y. Feng, E. W. Moore, J. VanderPlas, D. Laxalde, J. Perktold, R. Cimrman, I. Henriksen, E. A. Quintero, C. R. Harris, A. M. Archibald, A. H. Ribeiro, F. Pedregosa, P. van Mulbregt, and SciPy 1.0 Contributors, “SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python,” in *Nature Methods*, vol. 17, pp. 261–272, 2020.
- [61] L. Traub and C. Coffman, “Efficient low-reynolds-number airfoils,” in *Journal of Aircraft*, vol. 56, pp. 1–17, 07 2019.
- [62] UIUC Airfoil Coordinates Database, “Coordinates database.” [https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord\\_database.html](https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html). [Online; Accessed 10-November-2019].
- [63] T. A. Johansen, A. Cristofaro, K. Sørensen, J. M. Hansen, and T. I. Fossen, “On estimation of wind velocity, angle-of-attack and sideslip angle of small uavs using standard sensors,” in *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pp. 510–519, 2015.
- [64] L. Meier, D. Agar, B. KÄEng, J. Oes, T. Gubler, A. Babushkin, px4dev, R. Bapst, M. Charlebois, M. Grob, A. D. Antener, J. Goppert, A. Tridgell,



- P. Riseborough, N. Marques, D. Mannhart, D. Sidrane, M. Bresciani, M. Whitehorn, K. Mohammed, S. Wilks, S. Smeets, P. Kirienko, M. Rivizzigno, M. Sauder, P. B. Bot, JohanJansen, J. Lecoeur, D. Gagne, and D. Pettenuzzo, “Px4/firmware: Stable release v1.11.1,” Oct. 2020.
- [65] PX4 User Guide, “Controller architecture , controller diagrams.” [https://docs.px4.io/master/en/flight\\_stack/controller\\_diagrams.html#controller-diagrams](https://docs.px4.io/master/en/flight_stack/controller_diagrams.html#controller-diagrams). [Online; accessed 6-November-2021].
- [66] M. W. Mueller and R. D’Andrea, “Stability and control of a quadcopter despite the complete loss of one, two, or three propellers,” in *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 45–52, 2014.
- [67] “The cube overview.” <https://ardupilot.org/copter/docs/common-thecube-overview.html>. [Online; Accessed 8-May-2019].
- [68] G. Allibert, D. Abeywardena, M. Bangura, and R. Mahony, “Estimating body-fixed frame velocity and attitude from inertial measurements for a quadrotor vehicle,” in *2014 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, (Juan Les Antibes, France), pp. 978–983, IEEE, Oct. 2014.
- [69] R. Mahony, V. Kumar, and P. Corke, “Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor,” in *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 19, pp. 20–32, Sept. 2012.
- [70] R. Mahony, T. Hamel, and J.-M. Pfimlin, “Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group,” vol. 53, pp. 1203–1218, 2008.
- [71] M.-D. Hua, G. Ducard, T. Hamel, R. Mahony, and K. Rudin, “Implementation of a nonlinear attitude estimator for aerial robotic vehicles,” vol. 22, pp. 201–213, 2014.
- [72] S. Bonnabel, P. Martin, and P. Rouchon, “Non-linear Symmetry-preserving Observer on Lie Groups,” vol. 54, pp. 1709–1713, July 2009. arXiv: 0707.2286.
- [73] S. Berkane and A. Tayebi, “Attitude observer using synchronous intermittent vector measurements,” in *Decision and Control (CDC), 2017 IEEE 56th Annual Conference on*, pp. 3027–3032, IEEE, 2017.
- [74] A. Barrau and S. Bonnabel, “Stochastic observers on Lie groups: a tutorial,” p. 7.
- [75] M. Wang and A. Tayebi, “A Globally Exponentially Stable Nonlinear Hybrid Observer for 3d Inertial Navigation,” p. 6.
- [76] D. E. Zlotnik, “Lie Group Observer Design for Robotic Systems: Extensions, Synthesis, and Higher-Order Filtering,” p. 174.
- [77] P. Martin and I. Sarras, “Partial Attitude Estimation from a Single Measurement Vector,” p. 7.

- [78] P. Martin and I. Sarras, “Nonlinear attitude estimation from biased vector and gyro measurements,” p. 7.
- [79] R. Mahony and T. Hamel, “A geometric nonlinear observer for simultaneous localisation and mapping,” in *Decision and Control (CDC), 2017 IEEE 56th Annual Conference on*, pp. 2408–2415, IEEE, 2017.
- [80] P. Riseborough, “PX4-ECL.” <https://github.com/PX4/PX4-ECL>. [Online; Accessed 8-May-2019].
- [81] C.-I. Chesneau, M. Hillion, and C. Prieur, “Motion estimation of a rigid body with an EKF using magneto-inertial measurements,” in *7th Conf. on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN’16)*, (Madrid, Spain), pp. 1–6, Oct. 2016.
- [82] PX4 Team, “Flight review.” <http://logs.px4.io>. [Online; Accessed 20-October-2021].
- [83] O. J. Woodman, “An introduction to inertial navigation,” 2007.
- [84] O. J. Woodman, “An introduction to inertial navigation,” 2007.
- [85] M. Zeitz, “The extended Luenberger observer for nonlinear systems,” in *Systems & Control Letters*, vol. 9, pp. 149–156, Aug. 1987.
- [86] P. Martin and E. Salaün, “Estimation d’état pour les drones aériens,” 2010.
- [87] S. Bonnabel, P. Martin, and P. Rouchon, “Non-linear Symmetry-preserving Observer on Lie Groups,” in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54, pp. 1709–1713, July 2009. arXiv: 0707.2286.
- [88] H. A. Hashim, L. J. Brown, and K. McIsaac, “Nonlinear Stochastic Attitude Filters on the Special Orthogonal Group 3: Ito and Stratonovich,” in *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, pp. 1–13, 2018.
- [89] A. Saccon, J. Trumpf, R. Mahony, and A. P. Aguiar, “Second-Order-Optimal Minimum-Energy Filters on Lie Groups,” vol. 61, pp. 2906–2919, Oct. 2016.
- [90] I. Ahmad, A. El Hadri, L. Benziane, and A. Benallegue, “Globally asymptotic attitude estimation for accelerated aerial vehicles,” in *Aerospace Science and Technology*, June 2018.
- [91] M.-D. Hua, P. Martin, and T. Hamel, “Stability analysis of velocity-aided attitude observers for accelerated vehicles,” in *Automatica*, vol. 63, pp. 11–15, Jan. 2016.
- [92] P. Martin and E. Salaün, “The True Role of Accelerometer Feedback in Quadrotor Control,” in <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00422423>, Sept. 2009.
- [93] E. N. Jacobs and A. Sherman, “Airfoil section characteristics as affected by variations of the reynolds number,” Tech. Rep. Report SAND80-2114, SANDIA Laboratories, 1981.

- [94] S. Worasinchai, G. Ingram, and R. Dominy, “A low-reynolds-number, high-angle-of-attack investigation of wind turbine aerofoils,” in *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, vol. 225, pp. 748–763, 09 2011.
- [95] J. M. Brandon, “Dynamic stall effects and applications to high performance aircraft,” 1991.
- [96] S. Brunton, C. Rowley, J. Collins, and D. Williams, “Unsteady aerodynamic forces on small-scale wings: Experiments, simulations, and models,” 01 2008.
- [97] D. R. Williams, X. An, S. Iliev, R. King, and F. Reißner, “Dynamic hysteresis control of lift on a pitching wing,” in *Experiments in Fluids*, vol. 56, p. 112, May 2015.
- [98] F. Niel, *Modélisation et contrôle d’une aile en présence d’oscillations aéroélastiques de grande amplitude et à faible nombre de Reynolds*. PhD thesis, 2018. Thèse de doctorat dirigée par Zaccarian, Luca et Seuret, Alexandre Automatique Toulouse, ISAE 2018.
- [99] B.-G. Mi, H. Zhan, and S.-s. Lu, “An extended unsteady aerodynamic model at high angles of attack,” in *Aerospace Science and Technology*, vol. 77, pp. 788–801, 2018.
- [100] PX4 User Guide, “Mixing and actuators.” <https://docs.px4.io/master/en/concept/mixing.html>. [Online; accessed 6-November-2021].
- [101] PX4 User Guide, “Airframe reference.” [https://docs.px4.io/master/en/airframes/airframe\\_reference.html#standard-plane](https://docs.px4.io/master/en/airframes/airframe_reference.html#standard-plane). [Online; accessed 6-November-2021].
- [102] C.-I. Chesneau, M. Hillion, and C. Prieur, “Motion estimation of a rigid body with an EKF using magneto-inertial measurements,” in *7th Conf. on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN’16)*, (Madrid, Spain), pp. 1 – 6, Oct. 2016.
- [103] E. A. Wan and R. Van Der Merwe, “The unscented Kalman filter for nonlinear estimation,” in *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*, pp. 153–158, Ieee, 2000.
- [104] S. Bonnabel, P. Martin, and E. Salaün, “Invariant Extended Kalman Filter: theory and application to a velocity-aided attitude estimation problem,” in *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, (Shanghai), pp. 1297–1304, IEEE, Dec. 2009.
- [105] X. Jing, J. Cui, H. He, B. Zhang, D. Ding, and Y. Yang, “Attitude estimation for UAV using extended Kalman filter,” in *2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, (Chongqing, China), pp. 3307–3312, IEEE, May 2017.

- [106] A. G. Kallapur and S. G. Anavatti, “UAV linear and nonlinear estimation using extended Kalman filter,” in *Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, 2006 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International Conference on*, pp. 250–250, IEEE, 2006.
- [107] B. F. L. Scala, R. R. Bitmead, and M. R. James, “Conditions for stability of the extended kalman filter and their application to the frequency tracking problem,” in *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 8, pp. 1–26, 1995.
- [108] T. D. Powell, “Automated tuning of an extended kalman filter using the downhill simplex algorithm,” in *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, pp. 901–908, 2002.
- [109] M. Nowicki, J. Wietrzykowski, and P. Skrzypczynski, “Simplicity or flexibility? complementary filter vs. ekf for orientation estimation on mobile devices,” in *Cybernetics (CYBCONF), 2015 IEEE*, pp. 166–171, 2015.
- [110] P. Morin, A. Eudes, and G. Scandaroli, “Uniform observability of linear time-varying systems and application to robotics problems,” in *International Conference on Geometric Science of Information*, pp. 336–344, Springer, 2017.
- [111] C.-T. Chen, *Linear system theory and design*. Oxford University Press, 1984.
- [112] B. Anderson and J. Moore, “New results in linear system stability,” in *SIAM Journal on Control*, vol. 7, pp. 398–414, 1969.
- [113] H. Khalil, *Nonlinear systems*. Prentice Hall, third ed., 2002.
- [114] G. Scandaroli, *Fusion de données visuo-inertielles pour l’estimation de pose et l’autocalibrage*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2013.



# A. Annexe : Calcul des relations intégrales de la Blade Element Theory

Ce calcul n'est en aucun cas une contribution personnelle à l'état de l'art. La preuve ci-dessous est fournie à titre informatif car ses résultats sont fortement exploités dans le modèle développé dans le corps du document. Ce calcul est une reformulation des travaux réalisés dans [12], d'où la forme intégrée de la BET qui permet d'écrire (2.2) a été reprise.

Pour cette raison, et en raison de la nature très calculatoire de la preuve, le lecteur pourra admettre les équations (2.2) en première lecture.

## A.1. Calcul des efforts et intégration du modèle de la BET

L'objectif de cette section est de prouver que les efforts peuvent être mis sous la forme (2.2)

Le calcul consiste en la modélisation des efforts locaux puis leur intégration dans une intégrale double dont la résolution est permise par plusieurs hypothèses successives.

Certaines formulations prennent en compte le phénomène de “blade-flapping”, qui consiste en une oscillation de la pale, qui réalise alors un angle  $\beta$  avec plan  $(j, k)$ . La prise en compte de ce phénomène complexifiant grandement les équations, il sera exclu dans la suite. Les figures de passage pour les rotations sont alors:

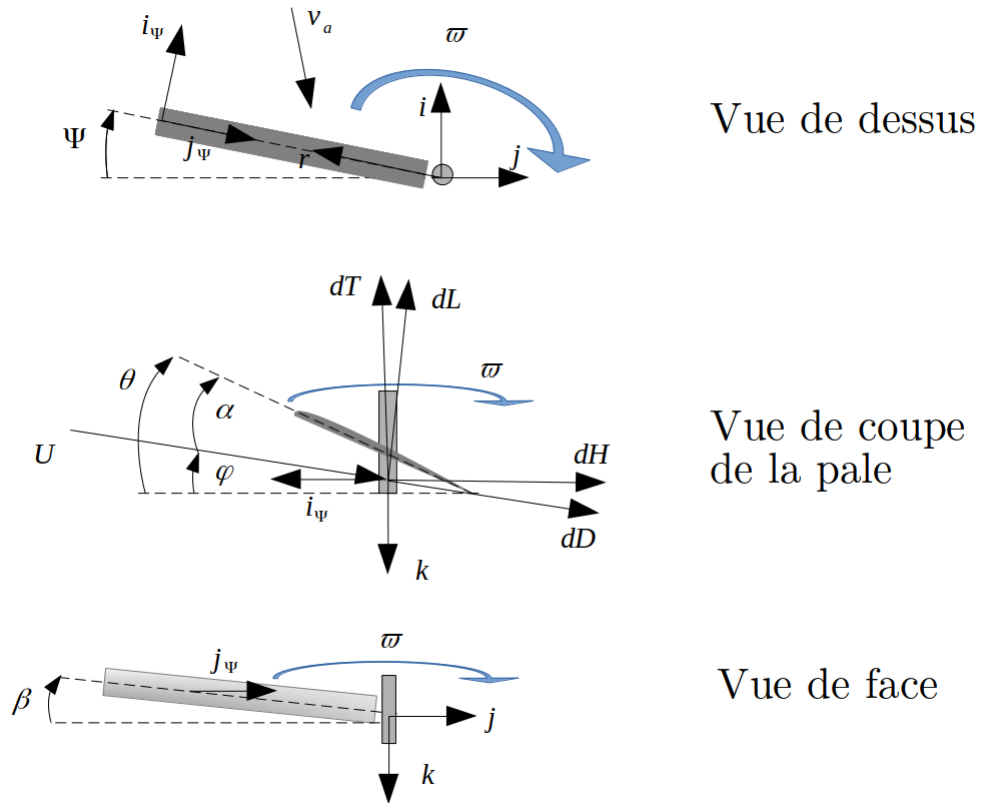


Figure A.1.: Schéma des efforts de la théorie de l'élément de pale

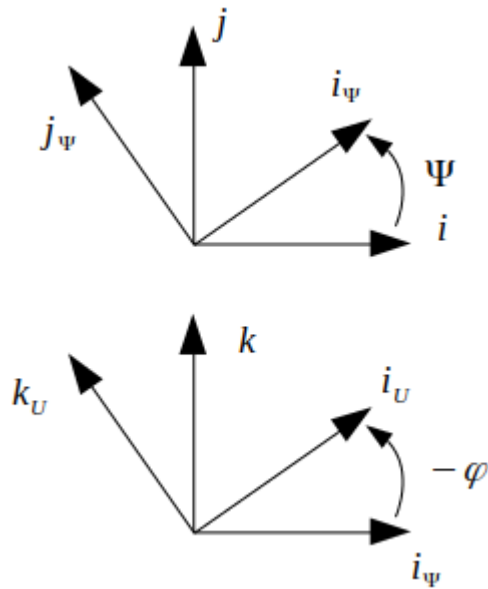


Figure A.2.: Figures de passage

### A.1.1. Repères

Pour la présentation du calcul permettant l'obtention de la forme simplifiée intégrale de la BET, trois repères sont définis.

- Sur le schéma (A.1), les axes  $\mathbf{i}$  et  $\mathbf{j}$  sont définis de façon quelconque. Pour simplifier les calculs, il est possible de définir les axes  $\mathbf{i}$  et  $\mathbf{j}$  tels que  $\mathbf{v}_a = v_a \cdot \mathbf{k} // \mathbf{i}$ , et  $\mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{i}$ . Dans ce nouveau repère, il est possible d'écrire  $\mathbf{v}_a = v_{a,h} \mathbf{i}$  où  $v_{a,h} = \sqrt{v_{a,i}^2 + v_{a,j}^2}$ . Le premier repère est donc  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$ .
- Un second repère attaché au rotor, en rotation plane autour de  $\mathbf{k}$  est défini, on note  $(\mathbf{i}_\Psi, \mathbf{j}_\Psi)$ .
- Le troisième repère est en rotation plane autour de  $\mathbf{j}_\Psi$ , il permet le passage du repère de la pale en rotation au repère dans lequel la trainée et la portance sont colinéaires aux axes du repère. Il est noté  $(\mathbf{i}_U, \mathbf{k}_U)$ .

### A.1.2. Vitesse et efforts, expression des efforts élémentaires

$\mathbf{U}$  est la vitesse locale de l'air projetée sur le plan  $(\mathbf{i}_\Psi, \mathbf{k}_\Psi)$  en  $r$  en supposant la vitesse induite  $\eta$  constante le long de la pôle, s'écrit alors

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(r, \Psi) &= -v_{a,h} \mathbf{i} + \eta \mathbf{k} + r\varpi \mathbf{i}_\Psi \\ &= (r\varpi - v_{a,h} \cos(\Psi)) \mathbf{i}_\Psi + (\eta - v_{a,k}) \mathbf{k} \end{aligned}$$

avec  $r$  la position le long de la pale et  $\varpi$  la vitesse de rotation de l'hélice.

Il est possible d'exprimer les efforts de trainée et de portance élémentaires sur une section de pale située à distance  $r$  du centre du rotor comme:

$$\begin{cases} d\mathbf{L}(r, \Psi) = -\frac{1}{2} \rho c C_L(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 dr \mathbf{k}_U(r, \Psi) \\ d\mathbf{D}(r, \Psi) = -\frac{1}{2} \rho c C_D(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 dr \mathbf{i}_U(r, \Psi) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Les termes  $C_L$  et  $C_D$  sont les coefficients du profil. Plusieurs termes doivent être retravaillés dans (A.1).

La norme de la vitesse locale de l'air dans le plan peut être approximée :

$$\begin{aligned} |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 &= (r\varpi - v_{a,h} \cos(\Psi))^2 + (\eta - v_{a,k})^2 \\ &\approx (r\varpi - v_{a,h} \cos(\Psi))^2 \end{aligned}$$

Une section complète du chapitre présent est consacrée à l'étude de ces coefficients; pour le modèle simplifié de la BET, il est nécessaire que leur expression soit simple; on choisit un modèle tel que:



$$\begin{cases} C_L := \bar{C}_{L0} + C_{L1}\alpha \\ C_D := \bar{C}_{D0} + C_{D,1}\alpha \end{cases}$$

L'angle  $\alpha$  peut être écrit  $\alpha = \theta - \varphi$  avec  $\theta$  constant ( $\theta$  est l'angle de pas de l'hélice, considéré constant et indépendant de  $r$ ).

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan\left(\frac{\eta - v_{a,k}}{r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi)}\right) \\ &\approx \frac{\eta - v_{a,k}}{r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi)} \end{aligned}$$

Il est possible de réécrire

$$\begin{cases} C_L := C_{L0} - C_{L1}\varphi & , C_{L0} = \bar{C}_{L0} + C_{L1}\theta \\ C_D := C_{D0} - C_{D,1}\varphi & , C_{D0} = \bar{C}_{D0} + C_{D1}\theta \end{cases}$$

Ainsi,

$$\begin{cases} C_L = C_{L0} - C_{L1}\frac{\eta - v_{a,k}}{r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi)} \\ C_D = C_{D0} - C_{D1}\frac{\eta - v_{a,k}}{r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi)} \end{cases}$$

Et

$$\begin{aligned} C_L(r, \Psi)|\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 &= C_{L0} - C_{L1}\frac{\eta - v_{a,k}}{r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi)} \\ C_L(r, \Psi)|\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 &= C_{L0}(r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi))^2 - (\eta - v_{a,k})(r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi))C_{L1} \end{aligned}$$

$C_D$  prend la même forme.

### A.1.3. Projection et simplification

Comme  $\varphi$  est petit il est possible d'écrire:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_U &\approx \mathbf{i}_\Psi - \varphi\mathbf{k} \\ &\approx \cos(\Psi)\mathbf{i} + \sin(\Psi)\mathbf{j} - \varphi\mathbf{k} \\ \mathbf{k}_U &\approx \mathbf{k} + \varphi\mathbf{i}_\Psi \\ &\approx \mathbf{k} + \varphi\cos(\Psi)\mathbf{i} + \varphi\sin(\Psi)\mathbf{j} \end{aligned}$$

Il est à noter que  $\Psi$  représente la rotation de la pale autour du rotor, et n'est donc pas un petit angle.

La poussée et la H-force s'expriment comme la somme :

$$\mathbf{T} + \mathbf{H} = \mathbf{L} + \mathbf{D}$$

Comme  $\varphi$  est petit, il est possible d'écrire:

$$\begin{cases} \mathbf{T} & \approx \mathbf{L} \\ \mathbf{H} & \approx \mathbf{D} \end{cases}$$

Ainsi, il est seulement nécessaire de conserver la portion de  $\mathbf{L}$  selon  $\mathbf{k}$  et la portion de  $\mathbf{D}$  orthogonale à  $\mathbf{k}$ . Il vient donc :

$$\begin{cases} d\mathbf{L}(r, \Psi) \approx -\frac{1}{2}\rho c C_L(r, \alpha) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 dr \mathbf{k} \\ d\mathbf{D}(r, \Psi) \approx -\frac{1}{2}\rho c C_D(r, \alpha) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 dr (\cos(\Psi)\mathbf{i} + \sin(\Psi)\mathbf{j}) \end{cases}$$

#### A.1.4. Forme intégrale

Comme on cherche la valeur moyenne sur un tour, les quantités à calculer sont:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} \approx \mathbf{L} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R d\mathbf{L}(r, \Psi) \\ &= -\frac{\rho c}{4\pi} \left( \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R C_L(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 d\Psi dr \right) \mathbf{k} \\ \mathbf{H} \approx \mathbf{D} &= -\frac{\rho c}{4\pi} \left( \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R C_D(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 \cos(\Psi) d\Psi dr \right) \mathbf{i} \\ &\quad - \frac{\rho c}{4\pi} \left( \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R C_D(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 \sin(\Psi) d\Psi dr \right) \mathbf{j} \end{aligned}$$

Les variables  $r$  et  $\Psi$  sont indépendantes dans le calcul, il est possible d'intégrer dans l'ordre que l'on souhaite.

Cette propriété va être utilisée pour faire disparaître les termes en  $\cos(\Psi)$  et  $\sin(\Psi)$ , dont l'intégrale est nulle entre 0 et  $2\pi$ . En revanche, les termes en  $\cos(\Psi)^2$  ne disparaissent pas. Afin de conserver de la lisibilité dans les calculs, une analyse des termes est nécessaire.

### A.1.5. Intégration de la poussée

En conservant les seuls termes dont l'intégrale pour  $\Psi$  allant de 0 à  $2\pi$  est non nulle, il vient:

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R C_L(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 d\Psi dr \\
 &= \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R C_{L0}(r\varpi)^2 + C_{L0}(v_{a,h}\cos(\Psi))^2 - C_{L1}r\varpi(\eta - v_{a,k}) d\Psi dr \\
 &= (C_{L0} \underbrace{\int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R r^2 d\Psi dr}_{\frac{2\pi R^3}{3}}) \varpi^2 \\
 &+ (C_{L0} \underbrace{\int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R \cos(\Psi)^2 d\Psi dr}_{R\pi}) v_{a,h}^2 \\
 &- (C_{L1} \underbrace{\int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R r d\Psi dr}_{\pi R^2}) (\eta - v_{a,k}) \varpi \\
 &= C_{L0} \frac{2\pi R^3}{3} \varpi^2 - C_{L1} \pi R^2 (\eta - v_{a,k}) \varpi + C_{L0} R \pi v_{a,h}^2
 \end{aligned}$$

Il existe donc  $c_{T,1}, c_{T,2}$  et  $c_{T,3}$  tels que  $\mathbf{T} = -T\mathbf{k}$  avec:

$$T = \rho A (c_{T,1}(R\varpi)^2 - c_{T,2}R\varpi(\eta - v_{a,k}) + c_{T,3}v_{a,h})$$

### A.1.6. Intégration de la traînée du rotor

Pour la traînée du rotor, la même méthode est appliquée. On voit presque immédiatement que  $(\int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R C_D(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 \sin(\Psi) d\Psi dr) \mathbf{j}$  est nul car

$$\begin{aligned}
 & C_D(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 \sin(\Psi) \\
 &= (C_{L0}(r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi))^2 - (\eta - v_{a,k})(r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi)) C_{L1}) \times \sin(\Psi)
 \end{aligned}$$

ce qui engendre uniquement des termes en  $\sin(\Psi)$ ,  $\sin(\Psi)\cos(\Psi)$  et en  $\sin(\Psi)\cos(\Psi)^2$ .

L'intégrale de tous ces termes est nulle, donc  $\mathbf{D}$  est seulement selon  $\mathbf{i}$ . Il convient alors d'analyser:

$$\begin{aligned}
 & C_D(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 \cos(\Psi) \\
 &= (C_{L0}(r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi))^2 - (\eta - v_{a,k})(r\varpi - v_{a,h}\cos(\Psi)) C_{L1}) \times \cos(\Psi)
 \end{aligned}$$

En retenant uniquement les termes en  $\cos(\Psi)^2$ ,

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R C_D(r, \Psi) |\mathbf{U}(r, \Psi)|^2 \cos(\Psi) d\Psi dr \mathbf{i} \\
 = & \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R (-2r\varpi v_{a,h} \cos(\Psi) + (\eta - v_{a,k}) v_{a,h} C_{L1} \cos(\Psi)) \cos(\Psi) d\Psi dr \mathbf{i} \\
 & = \underbrace{(-2v_{a,h}\varpi \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R r \cos(\Psi)^2 d\Psi dr)}_{\pi \frac{R^2}{2}} \mathbf{i} \\
 & + \underbrace{((\eta - v_{a,k}) v_{a,h} C_{L1} \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R \cos(\Psi)^2 d\Psi dr)}_{\pi R} \mathbf{i} \\
 & = (-2\varpi\pi \frac{R^2}{2} + (\eta - v_{a,k})\pi R C_{L1}) v_{a,h} \mathbf{i}
 \end{aligned}$$

D'où l'existence de  $c_{H,1}$  et  $c_{H,2}$  tels que:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H} &= -H(\mathbf{v}_a - (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}) \\
 H &= \rho A(\varpi c_{H,1} + (\eta - v_{a,k})c_{H,2})
 \end{aligned}$$

On est in fine à même d'obtenir une solution dépendante de paramètres réduits:

$$\begin{cases} T = \rho A R \varpi (c_{T,1} R \varpi - c_{T,2} (\eta - v_{a,k}) + c_{T,3} v_{a,h}^2) \\ H = \rho A (c_{H,1} R \varpi + c_{H,2} (\eta - v_{a,k})) \end{cases}$$



# B. Annexe : Effets non modélisés du modèle des ailes

## B.1. Dépendance en le nombre de Reynolds

Le cas des drones convertibles implique de traverser des enveloppes de vol variées, ce qui implique une évolution significative du nombre de Reynolds. Le nombre de Reynolds est un nombre adimensionné qui caractérise l'écoulement. On le calcule par la formule

$$Re = \frac{VL}{\nu}$$

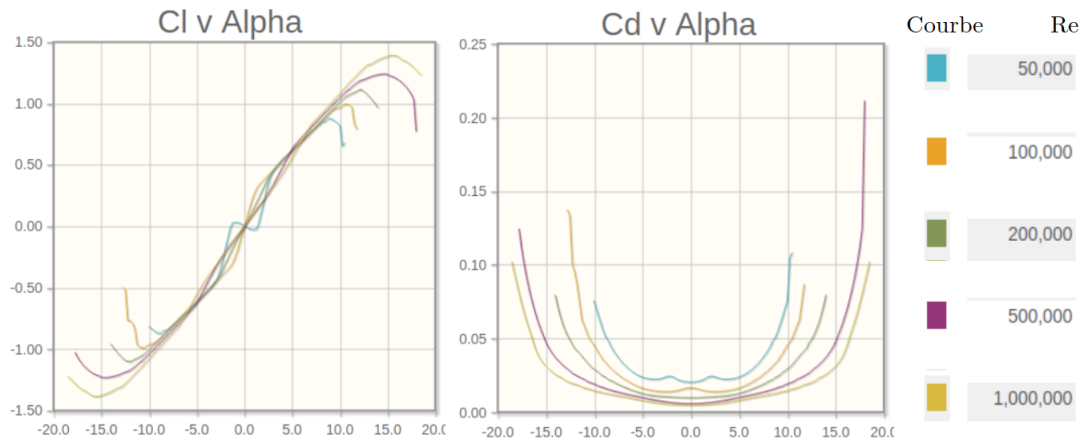
où  $V$  est la vitesse caractéristique de l'écoulement,  $L$  la longueur caractéristique du problème, et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Dans le cas d'un drone, il est usuel de choisir comme longueur caractéristique du problème la longueur de la corde de l'aile. Le modèle de drone convertible est considéré comme ayant une vitesse maximale de  $35m/s$  ce qui signifie une gamme de  $Re \in [10^5, 10^6]$ . Le Reynolds a un impact crucial sur les coefficients aérodynamiques des ailes. La base de donnée en ligne [airfoiltools.com](http://airfoiltools.com) propose des résultats de simulations réalisées sur le simulateur X-foil [58] disponibles pour plusieurs nombres de Reynolds, qui permettent d'obtenir :

Le  $Re$  a un impact

- significatif sur les caractéristiques de la traînée aérodynamique pour les petits angles d'attaque. [93]
- négligeable sur l'angle de portance nulle  $\alpha_0$ . [93]
- important sur la portance, particulièrement dans la zone post décrochage. [94]
- modéré sur le coefficient traînée aérodynamique post-décrochage  $C_{D1}^{fp}$ . [16]

## B.2. Effets instationnaires

La traînée, la portance et les moments sont affectés non seulement par  $\alpha$  mais par sa vitesse de variation. Ces effets instationnaires sont généralement pris en compte en ajoutant des termes additionnels dans les expressions de  $C_L$  et  $C_D$ . La modélisation



**Figure B.1.:** Dépendance des coefficients du profil NACA 0012 en le nombre Reynolds (résultats de simulation par X-foil disponible sur [airfoiltools.com](http://airfoiltools.com) [56] )

aérodynamique classique prend en compte ces effets pour les petits angles d'attaque. Il existe par ailleurs une littérature abondante sur l'impact des effets instationnaires à grands angles d'attaque et au-delà de la zone de décrochage. Une étude sur ces aspects peut être trouvée dans [95]. Cette étude démontre l'important effet de vitesse de tangage sur le  $C_L$  avec un accroissement de la valeur maximale de  $C_L$  de l'ordre de 50%.

Les vingt dernières années ont vu paraître des études sur la modélisation des effets instationnaires dans la zone de décrochage [96, 97, 98]. Une importante contribution étant le modèle de Goman-Khrabov [21] qui propose une modélisation compacte de ces effets basée sur une interprétation physique de la position normalisée  $\sigma$  dans le point de séparation entre l'écoulement laminaire et turbulent.

Ce modèle propose le couplage suivant:

$$\begin{cases} C_L(\alpha, \gamma) = \frac{\pi}{2}(1 + \sqrt{\gamma})^2 \sin(\alpha) \\ \tau_1 \dot{\gamma} + \gamma = \sigma(\alpha - \tau_2 \dot{\alpha}) \end{cases}$$

Il est fréquent de préférer identifier le terme adimensionné  $\frac{U_\infty \tau_i}{c} = \bar{\tau}_i$  avec  $i \in \{1, 2\}$ .

$\gamma$  est alors la solution d'une équation différentielle à coefficients constants et second membre non constant. Les coefficients  $\bar{\tau}_1$  et  $\bar{\tau}_2$  sont positifs. Cette approche a permis l'émergence de plusieurs adaptations et/ou extensions (par exemple les récentes contributions de [97, 99]). L'évaluation de ces paramètres de modélisation n'est pas aisée: des résultats d'identification pour une NACA0015 actionnée avec des rampes en pitch variables en vitesse sont données dans [21]. D'autres résultats d'identification sont proposés dans [97] pour une NACA0009 à bas Reynolds avec un mouvement oscillatoire. Les résultats d'identification de  $\bar{\tau}_1$  mènent à des valeurs

plus variables. Comme le montre [21] ces valeurs fournissent un bon modèle pour la modélisation du coefficient de portance pour plusieurs fréquences de tangage.

D'autres tests pour valider le modèle de Goman-Khrakhov ont été réalisés dans [96], qui pointent vers des conclusions différentes de [97], les valeurs de  $\bar{\tau}_1$  et  $\bar{\tau}_2$  devant alors être adaptées en fonction de la fréquence pour un signal sinusoïdal. Pour une rampe en revanche, les mêmes valeurs donnaient des résultats similaires reproductibles. Il semblerait ainsi que  $\bar{\tau}_2$  soit faiblement dépendant de la nature du mouvement, contrairement à  $\bar{\tau}_1$ .

Ainsi, le modèle GK s'adapte au modèle 360° comme suit:

$$\begin{cases} C_L(\alpha) = & (1 - \gamma(\alpha))C_L^{fp}(\alpha) + \gamma(\alpha)C_L^{sa}(\alpha) \\ C_D(\alpha) = & (1 - \gamma(\alpha))C_D^{fp}(\alpha) + \gamma(\alpha)C_D^{sa}(\alpha) \\ \tau_1\dot{\gamma} + \gamma = & \sigma(\alpha - \tau_2\dot{\alpha}) \end{cases}$$





# C. Annexe : Sur la modélisation d'état

## C.1. Modèle d'état

Il est usuel de distinguer les problèmes selon le type de système dont on cherche les paramètres:

- mono entrée/mono sortie (SISO) vs plusieurs entrées/plusieurs sorties (MIMO)
- linéaire vs non-linéaire
- statique vs dynamique
- paramètres invariants vs paramètres dépendants du temps

Le modèle dynamique précédent nous place dans la catégorie des systèmes dynamiques non-linéaires à paramètres invariants. Par ailleurs, on travaille sur des systèmes continus dans le temps, dont on peut fournir la représentation d'état du modèle :

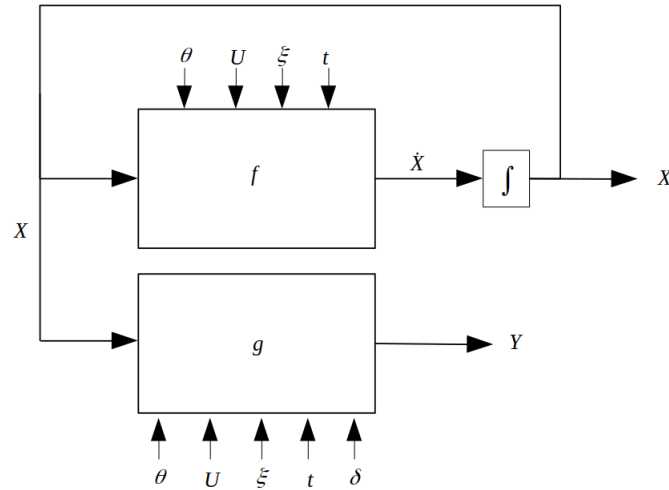
$$\begin{cases} \dot{X} &= f(X, \theta, U, \xi) \\ Y &= g(X, \theta, U, \xi, \delta) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

où :

- $f$  désigne le modèle de la dynamique de l'état  $X$ , en fonction de paramètres constants  $\theta$ , de commandes  $U$ , de perturbations aléatoires/imprévisibles/non-observables  $\xi$  (par exemple le vent).
- $g$  désigne le modèle d'observation de la sortie  $Y$ , en fonction des mêmes arguments ainsi que du bruit de mesure  $\delta$ .

Ce formalisme d'état correspond à une majorité de cas rencontrés dans la littérature sur les drones. On a jusqu'ici formalisé un modèle des efforts et des couples appliqués au drone, qui permet d'écrire la vitesse et la vitesse angulaire sous cette représentation d'état.

Schématiquement le modèle (C.1) peut être représenté comme (C.1):



**Figure C.1.:** Schéma général du modèle d'état générique formulé dans (C.1)

Dans le cas présent, on a supposé qu'on connaissait l'état du drone et ses dérivées, on peut donc retirer la fonction d'observation du problème, et le problème d'identification devient celui de  $\theta$  dans la fonction

$$\dot{X} = f(X, \theta, U, \xi, t)$$

Dans la suite, on inclura  $\xi$  dans  $\theta$ . En temps continu, on peut écrire:

$$X(t) - X(0) = \int_0^t f(X, \theta, U, T) dT$$

En pratique, on ne dispose pas de primitive de  $f$  connue; en outre, on travaille sur des données discrétisées. La prédiction de la valeur de  $X$  est donc réalisée à l'aide d'une méthode d'Euler qui approxime la dérivée comme une différence finie. En notant  $X_k = X(t_k)$  :

$$\begin{aligned} \dot{X}_k = f(X_k, \theta, U_k, t_k) &\approx \frac{X_{k+1} - X_k}{\underbrace{t_{k+1} - t_k}_{\Delta t_k}} \\ \implies X_{k+1} &\approx X_k + \Delta t_k f(X_k, \theta, U_k, t_k) \end{aligned}$$

L'approximation de la dérivée par la différence finie est une source d'erreur sur la prédiction; plus  $\Delta t_k$  est petit, moins l'erreur est grande.

Dans la suite, on fait les hypothèses suivantes:

- le modèle décrit parfaitement la réalité physique du système, et il existe donc un "vrai" jeu de paramètres  $\theta_{reel}$ , qui est celui que l'on cherche à identifier, et qui est le jeu de paramètres qui assure

$$\dot{X}_{log} = f(X_{log}, \theta_{reel}, U, t)$$

- l'estimation de l'état est parfaite, ce qui veut dire que pour  $k \in \mathbb{N}^*$ ,  $X_{k,log} = X(t_k)$
- la fréquence d'échantillonnage est élevée, ce qui permet d'écrire l'égalité (au lieu de l'approximation)

$$X_{k+1,log} = X_k + \Delta t_k f(X_k, \theta_{reel}, U_k, t_k)$$

On notera  $\theta_{id}$  le jeu de paramètres courant, qui est celui que l'on se donne pour réaliser la prédiction. On utilise dans la suite l'indice *pred* pour désigner les prédictions du modèle et l'indice *log* pour désigner les valeurs enregistrées dans les données.

**Remarque** La prédiction de la rotation est réalisée avec un schéma numérique modifié pour permettre le respect des structures algébriques des différentes paramétrisations possibles des rotations.

## C.1.1. Données, phénomènes exogènes et états cachés

### C.1.1.1. Données

L'approche d'identification est basée sur les données de vol. À ce titre, de façon générale, on suppose disposer de:

- la position, la vitesse et l'accélération du drone dans le repère inertiel  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{a}$
- l'attitude (position angulaire) du drone, paramétrisée par la matrice de rotation du repère inertiel au repère corps  $R$ , le pseudo-vecteur vitesse angulaire  $\mathbf{\Omega}$ , et l'accélération angulaire  $\dot{\mathbf{\Omega}}$
- la consigne en vitesse de rotation pour chaque moteur  $\varpi_c$
- les informations issues du contrôleur: niveau de batterie, température de l'air

Il s'agit ici du cadre général des données à disposition, les données utilisées pour l'identification font l'objet d'explorations plus approfondies dans les sections du corps du manuscrit.

### C.1.1.2. Phénomènes exogènes

Un point crucial commun à la fois au modèle des hélices et au modèle des ailes est leur dépendance en la vitesse de l'air. Si la vitesse inertielle du drone est supposée connue, la vitesse air, égale à:

$$\mathbf{v}_a = \underbrace{\mathbf{v}}_{inertiel} - \underbrace{\mathbf{v}_w}_{vent}$$

Cet aspect du modèle est particulièrement problématique, car on ne peut pas prédire la vitesse du vent. Celle-ci est une fonction:

- du temps: en un point donné, le vent varie dans le temps
- de la position: à un instant donné, le vent à 50m d'altitude n'est pas nécessairement le même qu'à la hauteur du sol

Étant donné qu'on ne peut ni la prédire ni la mesurer, on l'inclut dans les paramètres à identifier.

Étant donné que l'on dispose de  $n_s$  échantillons, le fait d'ajouter la valeur du vent, inconnue selon les trois axes du repère inertiel, rajoute  $3 \times n_s$  paramètres à identifier, ce qui augmente énormément la taille de  $\theta_{id}$ , et qui fait exploser la complexité du problème. Une solution pour remédier à ce problème est de faire des hypothèses sur la valeur du vent.

Ainsi, on considère que le vent est horizontal, donc nul selon  $\mathbf{k}_0$ . En outre, on considère qu'il est constant pendant la durée du vol: in fine, cette hypothèse permet de ne rajouter que deux paramètres à  $\theta_{id}$ .

### C.1.1.3. États cachés

Le vent n'est pas la seule grandeur nécessaire au modèle indisponible parmi les données. Chaque modèle dépend d'actionneurs, respectivement la vitesse angulaire des moteurs pour le modèle hélice et la position angulaire des surfaces mobiles pour le modèle avion.

Si l'on dispose des consignes envoyées à ces actionneurs, on ne dispose pas nécessairement de mesures ou d'estimation de la position angulaire réelle. Il est alors possible de procéder de deux façons :

- Considérer que les moteurs reproduisent parfaitement la consigne.
- Modéliser le comportement des moteurs par une loi entrée-sortie. La modélisation courante pour le comportement des moteurs en réponse à une consigne est la modélisation par un système d'ordre 1. Les paramètres du / des modèles des actionneurs sont alors ajoutés à  $\theta_{id}$  et identifiés avec les autres paramètres. Lors de l'identification, la prédiction sur les valeurs des positions / vitesses angulaires des actionneurs est effectuée conjointement avec la prédiction sur l'état.

Les aspects méthodologiques généraux de la démarche d'identification étant présentés, on détaillera dans la section suivante son application pratique pour l'identification respectivement des paramètres du modèle d'effort des hélices et du modèle des efforts des ailes.

### C.1.2. Prédiction d'une valeur, prédiction d'une séquence

Une fois que l'on s'est donné un jeu de paramètres  $\theta_{id}$  pour le modèle, il est possible d'utiliser le modèle pour la prédiction. Pour  $k \in \mathbb{N}^*$ , prédire la valeur  $X_{k+1,pred}$  à partir des données et de la valeur prédite à l'instant précédent  $X_{k,pred}$  peut se faire de plusieurs façons:

1. on peut utiliser la valeur des données pour le calcul de la dynamique et la prédiction :

$$X_{k+1,pred} = X_{k,log} + \Delta t_k f(X_{k,log}, \theta_{id}, U_k, t_k)$$

2. on peut utiliser la valeur prédite de l'état pour le calcul de la dynamique et la prédiction :

$$X_{k+1,pred} = X_{k,pred} + \Delta t_k f(X_{k,pred}, \theta_{id}, U_k, t_k)$$

3. on peut utiliser la valeur de l'état présente dans les données pour le calcul de la dynamique et réaliser la prédiction à partir de l'état prédit à l'instant précédent:

$$X_{k+1,pred} = X_{k,pred} + \Delta t_k f(X_{k,log}, \theta_{id}, U_k, t_k)$$

4. on peut utiliser l'état prédit à l'instant précédent pour le calcul de la dynamique et réaliser la prédiction à partir de la valeur de l'état présente dans les données:

$$X_{k+1,pred} = X_{k,log} + \Delta t_k f(X_{k,pred}, \theta_{id}, U_k, t_k)$$

Le fait de réaliser la prédiction et le calcul de la dynamique sur deux valeurs différentes (cas 3 et 4) ne respecte pas la nature physique du système dont l'état  $X$  est la représentation et doit être la solution de l'équation différentielle  $\dot{X}_{log} = f(X_{log}, \theta_{reel}, U, t)$ . On ne considérera donc que les deux premiers usages.

### C.1.3. Analyse de l'erreur

Cette section a pour but d'analyser l'erreur de prédiction, afin de proposer la construction de fonctions de coût que l'on cherchera à minimiser au moment de déployer la méthode d'optimisation. On note

$$\Delta X_k = X_{k,log} - X_{k,pred}$$

On fait l'hypothèse que la fréquence d'échantillonnage est élevée, ce qui permet d'écrire

$$X_{k+1,log} = X_{k,log} + \Delta t_k f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k)$$

### C.1.4. Prédiction d'une valeur

Si l'on se place dans l'utilisation de la valeur des données pour le calcul de la dynamique et la prédiction :

$$X_{k+1,pred} = X_{k,log} + \Delta t_k f(X_{k,log}, \theta_{id}, U_k, t_k)$$

et donc

$$\begin{aligned} \Delta X_{k+1} &= X_{k+1,log} - X_{k+1,pred} \\ &= X_{k,log} + \Delta t_k f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k) - (X_{k,log} + \Delta t_k f(X_{k,log}, \theta_{id}, U_k, t_k)) \\ \frac{\Delta X_{k+1}}{\Delta t_k} &= f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k) - f(X_{k,log}, \theta_{id}, U_k, t_k) \end{aligned}$$

Ainsi, l'erreur à l'instant  $k$  entre  $X_{k+1,pred}$  et  $X_{k+1,log}$  est uniquement due à  $\theta_{id}$ . Par ailleurs, si l'on utilise la valeur des données pour le calcul de la dynamique et la prédiction

$$\begin{aligned} \frac{\Delta X_{k+1}}{\Delta t_k} &= f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k) - f(X_{k,log}, \theta_{id}, U_k, t_k) \\ &= \dot{X}_{k,log} - \dot{X}_{k,pred} \end{aligned}$$

Ainsi, l'analyse de l'erreur de prédiction, dans le cas où celle-ci est basée uniquement sur les données, revient uniquement à l'analyse de l'erreur de la prédiction de la dérivée, c'est à dire la régression de  $f$ .

### C.1.5. Prédiction d'une séquence

Si l'on se place dans l'utilisation de la valeur prédite de l'état pour le calcul de la dynamique et la prédiction, la prédiction est itérative, et basée sur la valeur prédite à l'instant précédent.:

$$X_{k+1,pred} = X_{k,pred} + \Delta t_k f(X_{k,pred}, \theta_{id}, U_k, t_k)$$

Il vient :

$$\begin{aligned} \Delta X_{k+1} &= X_{k+1,log} - X_{k+1,pred} \\ &= X_{k,log} + \Delta t_k f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k) - (X_{k,pred} + \Delta t_k f(X_{k,pred}, \theta_{id}, U_k, t_k)) \\ &= X_{k,log} - X_{k,pred} + \Delta t_k (f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k) - f(X_{k,pred}, \theta_{id}, U_k, t_k)) \\ &= \Delta X_k + \Delta t_k (f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k) - f(X_{k,pred}, \theta_{id}, U_k, t_k)) \end{aligned}$$

Contrairement au cas de la prédiction d'une valeur, l'erreur de prédiction  $\Delta X_k$  s'accumule à chaque pas de temps, avec l'ajout d'un terme  $\Delta t_k(f(X_{k,log}, \theta_{reel}, U_k, t_k) - f(X_{k,pred}, \theta_{id}, U_k, t_k))$ .

L'erreur entre  $X_{k+1,pred}$  et  $X_{k+1,log}$  sera non seulement due à l'erreur sur l'identification de  $\theta_{reel}$ , qui introduit une erreur dans la dynamique mais également à l'erreur sur la prédiction précédente, entre  $X_{k,pred}$  et  $X_{k,log}$ .

Si l'on initialise la prédiction avec la valeur des données, c'est à dire  $X_{0,pred} = X_{0,log}$ , l'erreur à l'instant 1 est :

$$\begin{aligned}\Delta X_1 &= X_{1,log} - X_{1,pred} \\ &= X_{0,log} + \Delta t_0 f(X_{0,log}, \theta_{reel}, U_0, t_0) - (X_{0,pred} + \Delta t_0 f(X_{0,pred}, \theta_{id}, U_0, t_0)) \\ \Delta X_1 &= \Delta t_0 (f(X_{0,log}, \theta_{reel}, U_0, t_0) - f(X_{0,log}, \theta_{id}, U_0, t_0))\end{aligned}$$

On voit alors que  $\Delta X_1$  n'est fonction que de l'erreur d'identification de  $\theta_{reel}$ .

Or pour tout  $k + 1$ , l'erreur de prédiction n'est due qu'à l'erreur d'identification de  $\theta_{reel}$  et à l'erreur à  $k$ .

Par récurrence, si l'on initialise la prédiction de la séquence telle que  $X_{0,pred} = X_{0,log}$ , alors l'erreur à  $k$  ne sera due qu'à l'erreur d'identification de  $\theta_{reel}$ , qui se propage dans le temps depuis l'instant initial  $k = 0$ .

### C.1.6. Fonction de coût

La construction de la fonction de coût est basée sur l'erreur entre l'état prédit et les données. Il s'agit d'une fonction de  $\mathbb{R}^{dim(\theta_{reel})} \rightarrow \mathbb{R}$  strictement positive.

Pour les vecteurs de  $\mathbb{R}^3$ , qui permettent de représenter l'accélération, la vitesse, l'accélération angulaire et la vitesse angulaire, on peut prendre la moyenne du carré de la norme de l'erreur de prédiction sur la durée de la mesure, i.e pour  $t \in [0, T]$  :

$$C(\theta_{id}) = \frac{1}{T} \int_0^T \|X_{log}(t) - X_{pred}(\theta_{id}, U, t)\|^2 dt$$

En travaillant avec les valeurs discrètes, si l'on dispose de  $n_s$  échantillons :

$$C(\theta_{id}) = \frac{1}{n_s} \sum_{k=0}^{n_s-1} \|\Delta X_k(\theta_{id})\|^2$$

On vérifie immédiatement que  $C$  est strictement positive

Identifier  $\theta_{reel}$  correspond donc à trouver  $\theta_{id}$  tel que  $C(\theta_{id}) = 0$ . En pratique, ni l'estimation de  $X$  ni le modèle ne sont parfaits, et il est possible que  $C$  ne s'annule



jamais. On reformule donc le problème de recherche de racines comme un problème de minimisation:

$$\theta_{reel} = \underset{\theta \in \mathbb{R}^{\dim(\theta_{reel})}}{\operatorname{argmin}} (C(\theta))$$

Une grande variété de solutions existe pour la résolution de ce problème. On pense notamment aux méthodes type descente du gradient, descente par batch, descente stochastique, ainsi que les méthodes de Newton et notamment la méthode L-BFGS, que l'on utilisera par la suite pour la production des résultats présentés dans la partie résultats. Dans le cadre qui est le nôtre, ces algorithmes sont utilisés comme des outils et ne sont pas l'objet du travail de recherche, et l'on ne cherche pas à faire de contribution à l'état de l'art de ces méthodes.

## C.2. Algorithmes de minimisation

### C.2.1. Descente du gradient "naïve"

Un choix possible d'algorithme pour la minimisation du coût est la descente du gradient. La paternité de cette méthode est attribuée à Augustin Cauchy. Il repose sur le calcul du gradient de la fonction de coût, calculé selon les paramètres. Ce principe est à la base d'un grand nombre d'algorithmes de minimisation; on décrira ici sa version la moins sophistiquée. On itère en modifiant le jeu de paramètres de façon itérative. Entre deux itérations  $n$  et  $n + 1$  de l'algorithme :

$$\theta_{id,n+1} = \theta_{id,n} - \lambda \nabla C_{\theta_{id,n}}$$

$\lambda$  est un paramètre réel qui règle la vitesse de convergence de l'algorithme. Un  $\lambda$  trop élevé augmente la vitesse de convergence, mais peut rendre celle-ci instable, un  $\lambda$  trop faible peut rendre la convergence beaucoup trop lente, ce qui peut rendre l'algorithme inutilisable en conditions réelles.

Le nombre d'itérations  $n_{epochs}$  est soit choisi au moment de lancer la minimisation soit déterminé par un critère de convergence fixé préalablement (ex:  $C < 1e - 3$ ). La minimisation consiste donc en deux boucles imbriquées: une boucle qui itère sur les paramètres pour modifier la valeur des paramètres et une boucle qui itère sur les données pour réaliser le calcul du coût.

Deux cas de figures existent concernant le calcul du gradient: si l'on dispose d'une formule analytique pour le calcul du gradient, on évalue cette formule en  $\theta$ .

Si l'on n'en dispose pas, on doit alors procéder au calcul numérique du gradient. Cela est réalisé par différences finies: on se donne une valeur  $\epsilon$ , choisie petite devant

les ordres de grandeurs des paramètres, et on calcule alors le gradient composante par composante:

$$(\nabla C_{\theta_{id,n}})_i \approx \frac{C(\theta_{id,n} + \underbrace{(0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \epsilon \ 0 \ \dots \ 0)^T}_i) - C(\theta_{id,n})}{\epsilon}$$

Alternativement, pour des raisons numériques, il peut être préférable de calculer la moyenne de la dérivée en  $\theta_{id,n}^+$  et en  $\theta_{id,n}^-$ :

$$\begin{aligned} (\nabla C_{\theta_{id,n}})_i \approx & \frac{1}{2} \left( \frac{C(\theta_{id,n} + \underbrace{(0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \epsilon \ 0 \ \dots \ 0)^T}_i) - C(\theta_{id,n})}{\epsilon} \right. \\ & \left. + \frac{C(\theta_{id,n} - \underbrace{(0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \epsilon \ 0 \ \dots \ 0)^T}_i) - C(\theta_{id,n})}{\epsilon} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Cela évite par exemple des cas de figures tels que l'obtention d'un gradient non-nul en 0 pour les fonctions symétriques. Par exemple, pour  $f : x \rightarrow x^2$ , la première méthode renvoie  $\nabla f|_{x=0} = \epsilon^2$ , tandis que la seconde renvoie  $\nabla f|_{x=0} = 0$ , or le gradient de  $f$  est nul pour  $x = 0$ .

Cette méthode de calcul numérique du gradient présente plusieurs inconvénients: le principal inconvénient est la voracité en termes de temps de calcul.

- Si l'on dispose d'une fonction analytique pour le gradient, le temps de calcul correspond au temps d'évaluation de cette fonction.
- Si l'on n'en dispose pas, on doit évaluer le coût  $\dim(\theta + 1)$  fois pour calculer le gradient (ou  $2 \times \dim(\theta)$  fois si l'on utilise la formule C.2). Dans le cas où le coût est calculé sur l'ensemble du jeu de données, cela peut rendre l'optimisation extrêmement lente. En outre, il s'agira d'un gradient approximé et pas du gradient exact.

### C.2.2. Descente du gradient stochastique, mini-batches

Deux variantes fréquemment utilisées de la descente du gradient sont la descente du gradient stochastique et la descente du gradient par mini-batches. La différence fondamentale avec la descente du gradient réside dans le fait que si l'on dispose de  $n_s$  observations, on ne calcule pas le gradient du coût sur l'ensemble des observations mais sur  $n_{batch}$  observations, avec  $n_{batch} < n_s$  avant d'itérer sur les paramètres. En pratique, cela est réalisé en mélangeant le jeu de données à chaque fois qu'on l'a parcouru entièrement.

Un avantage majeur de ce fonctionnement est qu'il permet d'obtenir un plus grand nombre d'itérations en un temps réduit, puisqu'en parcourant entièrement le jeu de

données, on réalise  $n_s/n_{batch}$  itérations sur les paramètres, là où la version naïve ne réalise qu'une itération.

- Dans le cas où  $n_{batch} = 1$ , on travaille sur le plus petit sous-ensemble possible des observations, et le gradient sera propagé à chaque observation: il s'agit de la descente du gradient stochastique.
- Dans le cas où  $1 < n_{batch} < n_s$ , il s'agit de la descente du gradient par mini-batches.

### C.2.3. Algorithmes de Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno

L'algorithme de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, souvent abrégé BFGS, est un autre type d'algorithme de descente. Il repose également sur le calcul d'une direction de descente, qui est déterminée par la résolution de l'équation :

$$H(C)|_{\theta_{id,n}} d_n = -\nabla C_{\theta_{id,n}}$$

où  $H(C)|_{\theta_{id,n}}$  est la matrice Hessienne de  $C$  évaluée en  $\theta_{id,n}$ ,  $d_n$  est la direction de la descente,  $\nabla C_{\theta_{id,n}}$  est la direction du gradient. Une fois la direction  $d_n$  déterminée, une recherche linéaire permet de déterminer  $s_p = \underset{s \in \mathbb{R}}{\operatorname{argmin}}(C(\theta_{id,n} + s d_n))$ , et d'obtenir la nouvelle valeur:

$$\theta_{id,n+1} = \theta_{id,n} + s_p d_n$$

L'algorithme itère alors, recalculant la Hessienne et la nouvelle direction de descente, effectuant la recherche linéaire... jusqu'à l'obtention d'une valeur de coût inférieure au seuil de convergence ou arrêt précoce de l'optimisation.

Comme pour la descente du gradient, le calcul du coût revêt une dimension critique dans la vitesse d'exécution de l'algorithme. Par ailleurs, en raison du calcul de la Hessienne, la complexité augmente de façon quadratique avec le nombre de paramètres, pouvant causer des problèmes de mémoire lors d'optimisations faisant intervenir un grand nombre de paramètres.

A titre d'exemple, si l'on souhaite identifier la valeur du vent à chaque instant d'un vol de 120 sec en échantillonnant les données à 250 Hz, on dispose de 10 000 échantillons, et autant d'inconnues pour le vent. Cela implique que la dimension de la Hessienne sera  $1e4 \times 1e4$ , soit environ 8Go de RAM (pour un array Python), ce qui peut poser des problèmes en termes de complexité au moment de l'inversion de la Hessienne.

Une version moins gloutonne de l'algorithme existe, appelée Low-Memory BFGS. La Hessienne y est approximée pour réduire le coût en mémoire et en temps processeur pour l'inversion.

# D. Annexe : Identification du modèle des hélices

## D.1. Optimisation par descente de l'erreur de prédiction de la vitesse sur des mini-batches

Comme pour l'optimisation globale, les variations des hypothèses de modélisation sont réalisées:

- utilisation ou pas du modèle vanilla
- utilisation ou pas de la dynamique des moteurs
- utilisation ou pas d'un modèle pour le vent (hypothèse de vent nul)
- ajout ou non de la variable d'optimisation  $c_{T,3}$
- imposer ou non  $d_i = d_j$
- Un cinquième paramètre est également testé, correspondant à la durée  $n_s$  de la séquence prédite. Une fois cette durée fixée, le jeu de données est découpé en mini batches correspondant à des séquences de durées  $n_s$  (sans recouvrement entre les séquences, un dataset de 100s est découpé en 10 batches uniques de 10 secondes sans données communes). Le modèle est ensuite optimisé sur chaque mini-batch, et le jeu de paramètres résultant est testé.

Cette méthode suboptimale permet de trouver des paramètres permettant une prédiction jugée correcte, cependant les paramètres identifiés ne sont pas nécessairement aussi pertinents pour la modélisation de la physique du système que les résultats obtenus sur le dataset entier.

Elle nécessite ainsi de discriminer les jeux de paramètres absurdes, et ceux pouvant fournir une réponse crédible au problème d'identification. Ce tri peut être fait sur la base des valeurs numériques attendues des paramètres se basant sur les optimisations globales sur l'accélération.

Ainsi, en fixant les limites selon le tableau D.1 les meilleurs jeux retenus sont référencés table (D.2).

Il peut être remarqué que les coefficients obtenus par l'optimisation avec les mini batch diffèrent en moyenne légèrement de ceux obtenus par l'optimisation globale de l'accélération, et sont surtout nettement plus dispersés, par comparaison

Paramètre	min	max
$c_{T,1}$	0.01	0.02
$k_T$	-	15
$d_i, d_j$	0	1
$d_k$	0	1.5
$c_{H,1}$	0	0.1
$c_{H,2}$	0	-

**Table D.1.:** Conditions posées pour l'élimination des jeux de paramètres

avec l'optimisation sur l'accélération qui fournissait des jeux de paramètres dont les valeurs variaient peu entre elles.

En raison de la plus petite quantité de données utilisée, les itérations de l'algorithme sont beaucoup plus rapides. Cette méthode peut donc permettre de trouver des paramètres plus rapidement, alors que l'optimisation sur le dataset entier peut prendre quelques jours. Elle nécessite néanmoins d'avoir déjà une idée des ordres de grandeurs souhaités pour permettre de discriminer les mauvais paramètres. En outre, les paramètres sont suboptimaux car optimisés sur des fractions partielles des données.

Il est à noter que, avant comme après avoir discriminé les jeux de paramètres, aucun modèle vanilla ne figure parmi le haut du classement. En outre, tous les modèles du haut du classement utilisent le vent, et incluent le coefficient  $c_{T3}$ .

N	ct1	ct2	ch1	ch2	di	dj	dk	ct3	kt	vwi	vwj
1	0.0178	0.087	0.0001	0.273	0.197	0.047	0.584	0.058	6.81	-1.39	-0.22
2	0.017	0.079	0.0173	0.122	0.0	0.023	0.652	0.480	6.91	-0.70	-0.31
3	0.0175	0.086	0.0154	0.088	0.252	0.036	0.602	0.0	6.94	-1.61	-0.41
4	0.0146	0.046	0.015	0.071	0.251	0.036	0.602	0.0	6.92	-1.64	-0.38
5	0.0195	0.118	0.0009	0.286	-	0.346	0.370	0.251	6.92	-0.19	-0.57
6	0.0134	0.026	0.0112	0.193	-	0.023	0.608	0.0	6.92	-0.86	-0.39
7	0.0191	0.108	0.0094	0.192	0.270	0.023	0.604	0.0	6.92	-0.65	-0.43
8	0.0191	0.108	0.0094	0.192	0.270	0.023	0.604	-0.002	6.92	-0.65	-0.43
9	0.0156	0.060	0.0063	0.239	0.215	0.146	0.670	0.0	6.92	-1.10	-0.53
10	0.0157	0.061	0.009	0.233	0.236	0.106	0.657	0.0	6.92	-1.08	-0.58
N°	RMS totale	RMS $v_x$	RMS $v_y$	RMS $v_z$	nsecs	nbatch					
1	1.0477	1.0543	0.6988	0.8993	2.0	131.0					
2	1.0511	1.0007	0.735	0.9531	10.0	45.0					
3	1.0707	1.1075	0.6989	0.9106	0.5	68.0					
4	1.0733	1.0704	0.6845	0.98	0.5	489.0					
5	1.0842	1.1101	0.7253	0.8525	30.0	10.0					
6	1.0946	0.9979	0.7498	1.1252	10.0	46.0					
7	1.0947	1.2202	0.8893	0.8761	2.0	253.0					
8	1.0948	1.2203	0.8893	0.8765	2.0	253.0					
9	1.0976	1.1662	0.8497	0.9385	30.0	2.0					
10	1.0999	1.1635	0.8489	0.9393	30.0	9.0					

**Table D.2.:** Meilleurs jeux retenus après discrimination



# E. Annexe : Identification du modèle des ailes

## E.1. Comparaison aux petits angles: exploration des bases de données de $C_D$ et $C_L$

Une analyse des données des bases de données utilisées pour la comparaison des résultats du simulateur OpenFoam peut être réalisée à partir des figures (E.2) et (E.3). Il peut y être observé que le  $C_D$  tend à diminuer avec l'augmentation de  $Re$ . En outre, le décrochage du  $C_L$  survient pour des angles  $\alpha$  plus élevés en valeur absolue lorsque le  $Re$  augmente.

## E.2. Tracé 3D du $C_D$ et $C_L$ en fonction de $\alpha$ et $\delta$

Les tracés en nuage de points figure E.1 fournissent une visualisation laissant deviner l'effet des flaps sur les coefficients:

- la courbe de  $C_D(\alpha, \delta)$  correspond à peu près à la courbe de  $C_D(\alpha, 0)$  répétée avec un offset de  $\alpha$  quand  $\delta$  augmente.
- la courbe de  $C_L(\alpha, \delta)$  est décalée de façon analogue, et un facteur de gain accompagne l'augmentation de valeur de  $\delta$ .

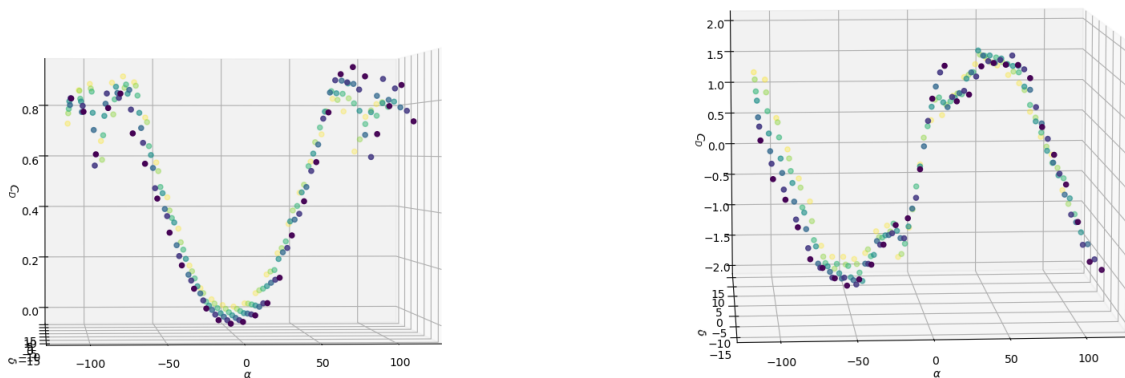
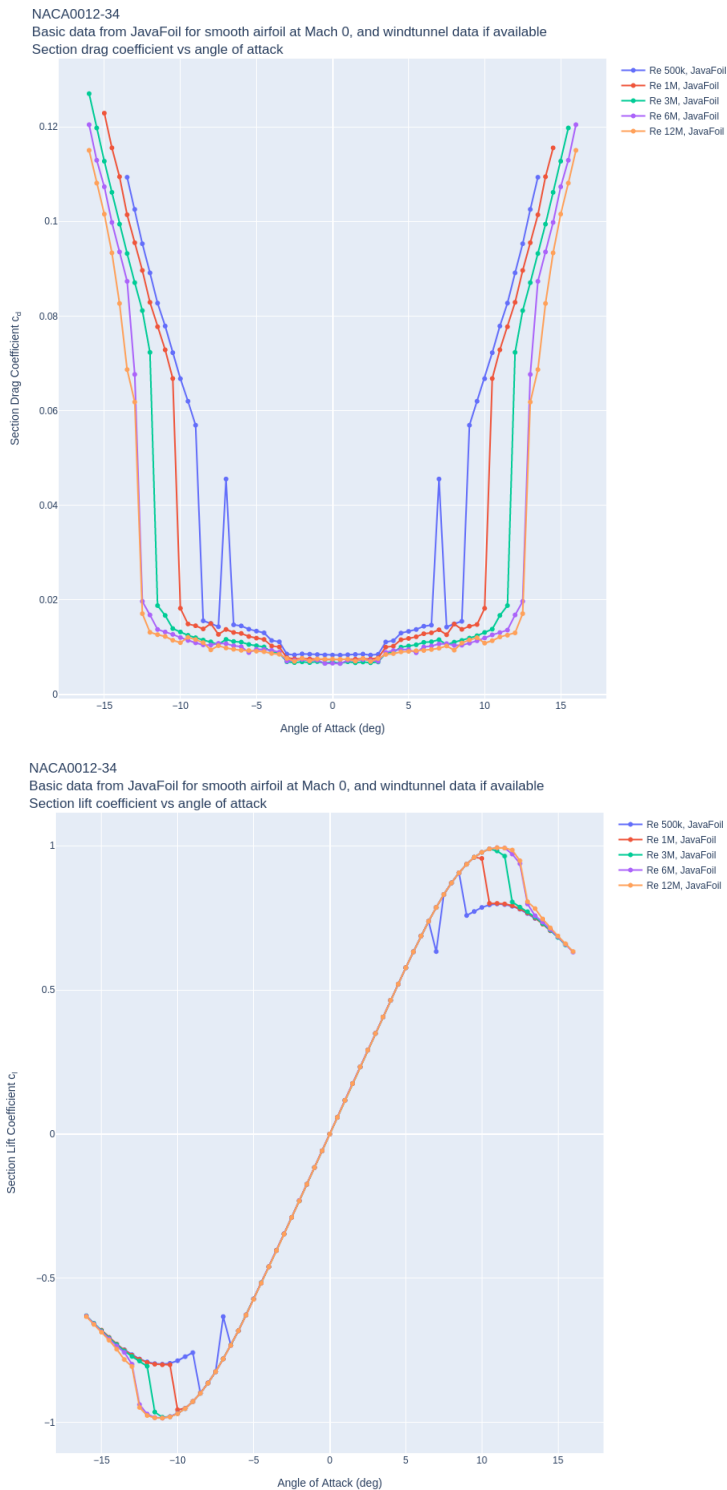
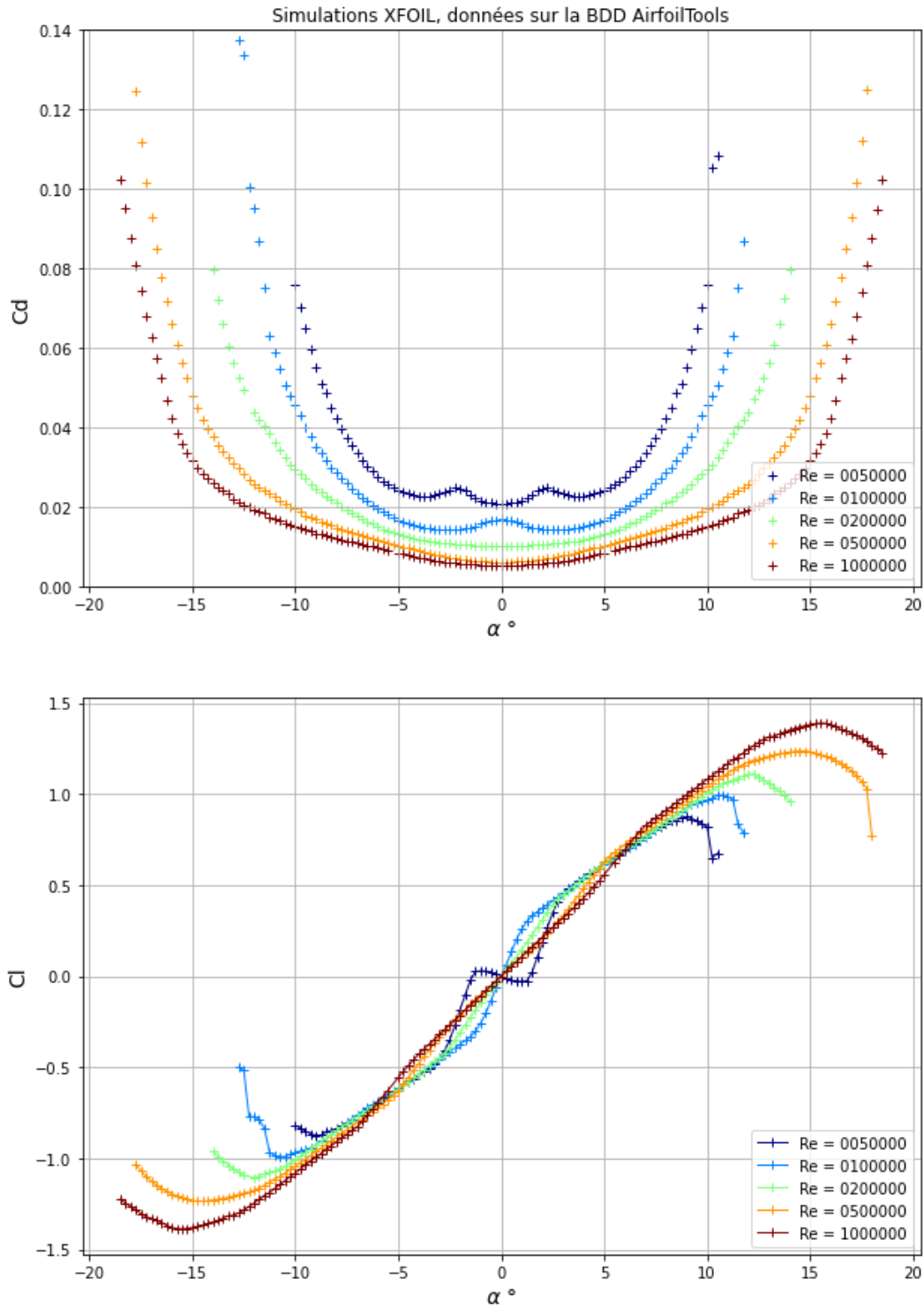


Figure E.1.: Tracé 3D des  $C_D$  et  $C_L$  résultant de la simulation CFD





**Figure E.2.:** Tracés du  $C_D$  et du  $C_L$  pour de multiples valeurs de nombre de Reynolds pour un profil NACA 0012 pour la base de donnée BigFoil (simulateur JavaFoil)



**Figure E.3.:** Tracés du  $C_D$  et du  $C_L$  pour de multiples valeurs de nombre de Reynolds pour un profil NACA 0012 pour la base de données AirfoilTools (simulateur Xfoil)

### E.3. Identification globale du modèle avion à partir des données de vol

Les commentaires suivants portent sur les coefficients des ailes principaux.

Les figures suivantes illustrent les distributions des coefficients obtenus en utilisant l'optimiseur L-BFGS sur toutes les données, en utilisant les différentes combinaisons d'hypothèses présentées dans la section sur l'optimisation globale pour l'identification du modèle des ailes à partir des données réelles.

Les distributions sont coloriées par coût croissant: les meilleurs coefficients sont les plus sombres. Il est à noter que le même coefficient peut apparaître dans deux jeux de paramètres différents, pour lesquels deux valeurs de la fonction de coût différentes sont obtenues. Ainsi, le même point peut apparaître deux fois, de deux couleurs différentes. Ainsi, bien que la visualisation des distributions de coefficients ne permette pas de localiser précisément le meilleur jeu, elle permet de mettre en évidence les meilleurs groupements de valeurs pour les paramètres et donne ainsi une idée des zones dans lesquelles l'ordre de grandeur du coefficient optimal est localisé.

La figure (E.4) illustre la distribution des  $\alpha$  et des  $C_{L,1}^{sa}$ . Plusieurs points décrits ci-dessus apparaissent sur cette figure:

- la distribution de gauche met en évidence le point d'attraction localisé aux environs de  $-0.7 \text{ rad}$  pour le  $\alpha_0$ . Il peut notamment être remarqué une accumulation verticale en  $\alpha_0 = -0.2$ , ce qui correspond à valeur limite inférieure pour les optimisations réalisées
- similairement, la distribution centrale met en évidence que les valeurs optimales de  $C_{L,1}^{sa}$  sont localisées aux alentours de  $C_{L,1}^{sa} = 1$ , en deçà de la valeur de référence du profil des ailes de l'Azimut, pour lesquelles il est attendu  $C_{L,1}^{sa} \in [5, 6]$ .
- la distribution de droite met en évidence le lien entre le  $\alpha_0$  et le  $C_{L,1}^{sa}$ . Il est possible d'y observer que, lorsque le  $\alpha_0$  est laissé libre, la tendance du  $C_{L,1}^{sa}$  est de diminuer au fur et à mesure que  $\alpha_0$  diminue (augmentant en valeur absolue). La raison à ce couplage est que la somme des efforts de portance doit, en moyenne, compenser le poids. Aux petits angles, le  $C_L$  peut être linéarisé en

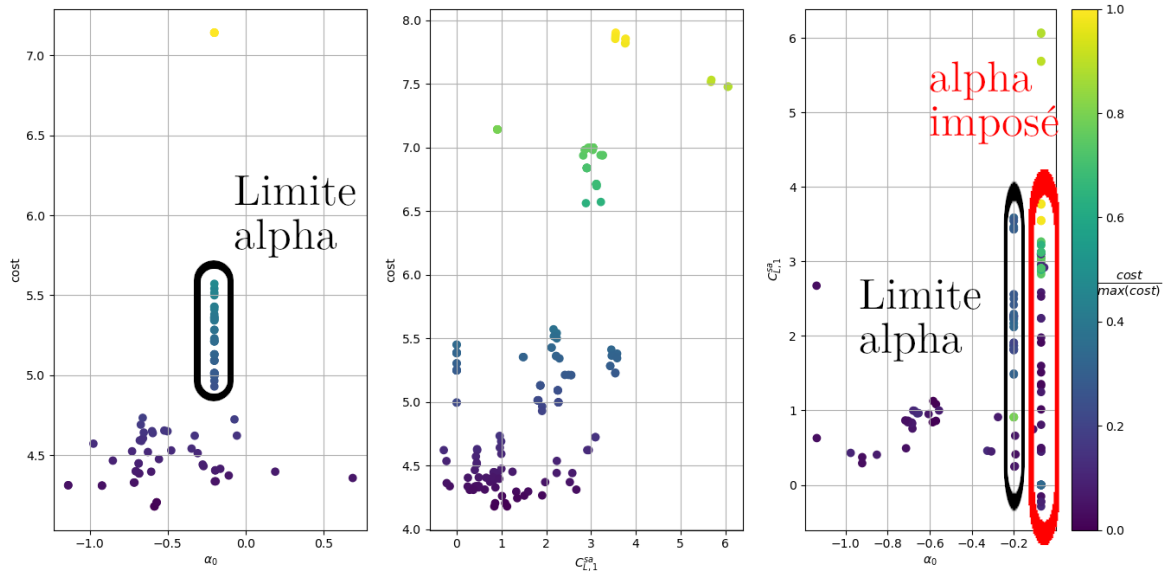
$$C_L = C_{L,1}^{sa}\alpha - C_{L,1}^{sa}\alpha_0$$

et moyenné  $\bar{C}_L = -C_{L,1}^{sa}\alpha_0$ . Comme  $\bar{C}_L$  doit, en moyenne sur un vol, compenser le poids  $mg$  pour minimiser l'erreur sur l'axe vertical, il est naturel que l'augmentation de  $\alpha_0$  valeur absolue, entraîne la diminution de  $C_{L,1}^{sa}$

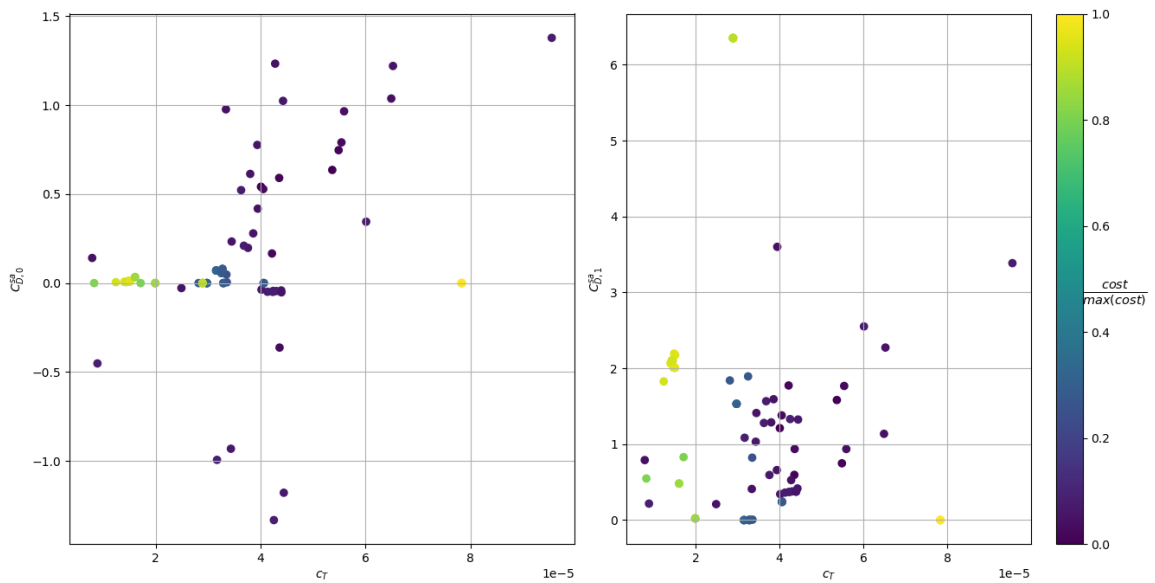
La figure (E.5) illustre la distribution des  $C_{D,1}^{sa}$  et des  $C_{D,0}^{sa}$ . Les distributions sont tracées en fonction du  $c_T$ .

L'augmentation de la valeur des coefficients de trainée avec l'augmentation de la valeur de  $c_T$  peut être observée. L'ordre de grandeur attendu du coefficient  $C_{D,0}^{sa}$

est entre 0.01 et 0.1. Une certaine portion des coefficients  $C_{D,0}^{sa}$  identifiés est dans cette plage, ce qui indique que les jeux de paramètres associés sont à considérer tout particulièrement pour estimer quel sera le jeu de paramètres final retenu.



**Figure E.4.:** Distribution des  $C_{L1}^{sa}$  et  $\alpha_0$  optimaux: coût en fonction de  $\alpha_0$ , coût en fonction de  $C_{L1}^{sa}$ ,  $C_{L1}^{sa}$  en fonction de  $\alpha_0$



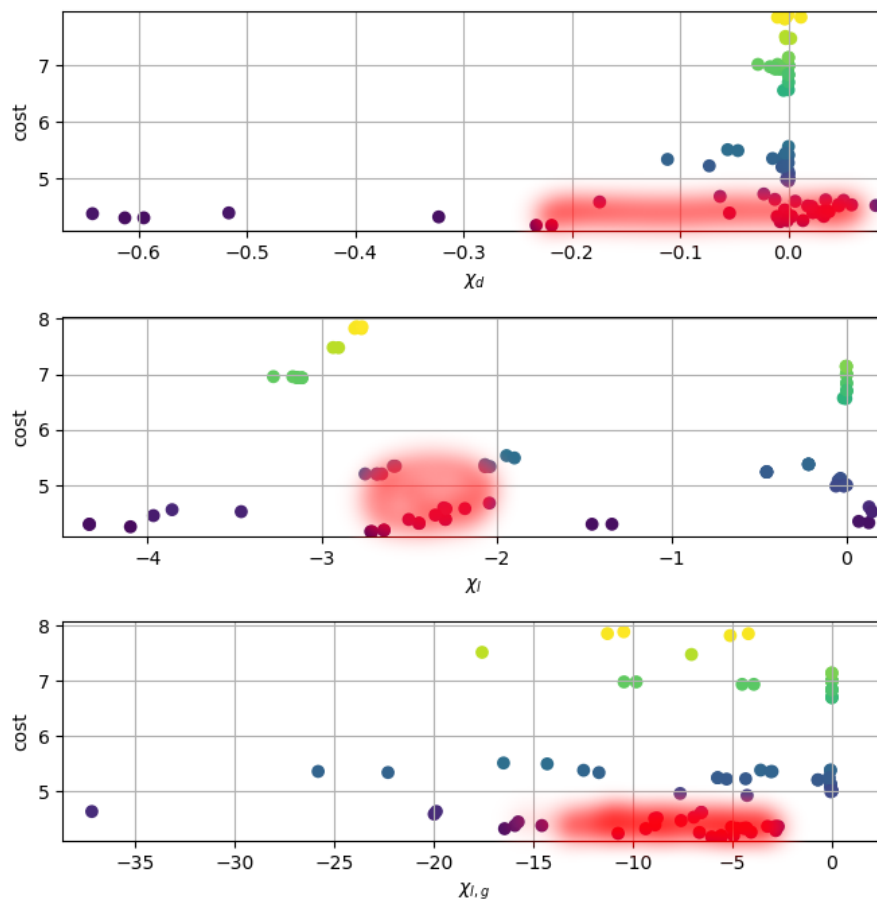
**Figure E.5.:** Distribution des  $C_{D1}^{sa}$  et  $C_{D0}^{sa}$  optimaux en fonction du  $c_T$  identifié

Il peut être remarqué que les  $c_T$  optimaux se regroupent dans une zone légèrement inférieure à la valeur initialement identifiée de  $c_T$  (qui était  $c_{T,1} = 5.741 \cdot 10^{-5}$ ).

Les coefficients distributions des  $\chi_d$ ,  $\chi_l$  et  $\chi_{lg}$  (qui modélisent respectivement le décalage des courbes de trainée, de portance, et le gain en portance engendré par

$\delta$ ) montrent également des groupements dans des zones aux ordres de grandeur plausibles.

Ces distributions et les zones d'intérêt sont illustrées sur la figure (E.6).



**Figure E.6.:** Distribution des  $\chi_d$ ,  $\chi_l$ ,  $\chi_{lg}$  optimisées, avec mise en évidence des zones d'intérêt

La distribution du  $\chi_d$  ne permet pas de proposer une valeur identifiée fiable pour ce coefficient. Cet état de fait peut être attribué aux problèmes mentionnés relatifs à l'identification des coefficients de traînée. Dans la suite, l'identification de ce coefficient est donc abandonnée.

Les coefficients afférents à la portance,  $\chi_l$  et  $\chi_{lg}$ , disposent de plage de valeurs plus nettes, avec  $\chi_l \in [-2, -3]$  et  $\chi_{lg} \in [-3, -11]$ . L'analyse de la cohérence intrinsèque au modèle de ces plages de valeurs peut être effectuée sur le modèle linéarisé.

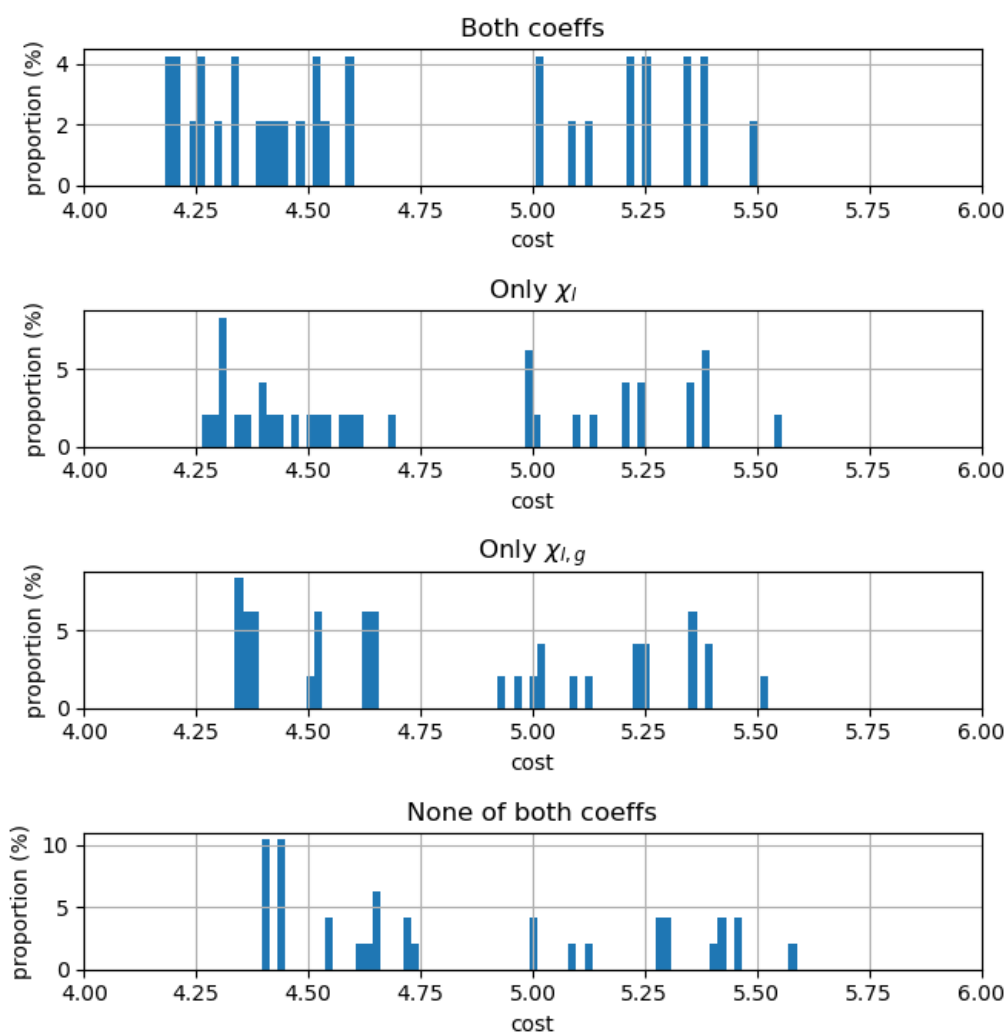
Aux petits angles, il a été vu que l'approximation du  $C_L$  donnait:

$$\begin{aligned} C_L &= C_{L,1}^{sa}(\alpha - \alpha_0 + \chi_l \delta) + \chi_{lg} \delta \\ &= C_{L,1}^{sa}(\alpha - \alpha_0) + (C_{L,1}^{sa} \chi_l + \chi_{lg}) \delta \end{aligned}$$

ce qui justifiait la redondance des coefficients en  $\chi_l$  et  $\chi_{lg}$ . Il a pu être constaté dans la figure (E.4) que le zone de convergence du  $C_{L,1}^{sa}$  était située dans l'intervalle  $[0.5, 3]$ .

Ainsi, si  $C_{L,1}^{sa} \in [0.5, 3]$  et  $\chi_l \in [-2, -3]$ , alors  $C_{L,1}^{sa}\chi_l \in [-1, -9]$ . Le coefficient  $\chi_{lg}$  était identifié dans l'intervalle  $[-3, -11]$ : les deux intervalles sont cohérents en termes d'ordres de grandeurs, celui sur  $\chi_{lg}$  étant plus précis. Le débatement des plages de valeurs peut donc être identifié à la présence de jeux de paramètres parasites, dans lesquels l'optimiseur ne parvient pas à fournir de bonnes valeurs pour les deux coefficients simultanément.

Afin de savoir quel paramètre garder, il convient de se fier à l'histogramme des identifications réalisées, disponible figure:(E.7)



**Figure E.7.:** Histogrammes comparatifs de l'impact relatif de  $\chi_{l,g}$  et  $\chi_l$  sur la performance de la prédiction

La présence des deux coefficients fournit manifestement la meilleure optimisation, tandis que l'absence des deux coefficients fournit les moins bons résultats; il apparaît que la présence du  $\chi_l$  seul soit plus profitable au modèle que la présence du  $\chi_{l,g}$  seul. Ainsi, dans la suite, dans le cas de la prédiction avec le modèle non-linéaire, c'est le coefficient  $\chi_l$  qui sera conservé. Toutefois, il est à noter que son identification pour le modèle linéarisé est équivalente à celle de  $\chi_{l,g}$ , puisque le passage de l'un à l'autre peut s'effectuer par une multiplication par  $C_{L,1}^{sa}$ .





# F. Annexe : Allocation d'efforts pour des géométries classiques

## F.1. Allocation: principes

On se propose d'illustrer, avec des exemples, pour chaque type d'architecture, la façon dont chaque mixeur assure la génération de la consigne. On va d'abord détailler quelques aspects d'implémentation spécifiques au mixage du contrôleur de vol PX4. Il est impératif de noter que ces consignes ne sont pas issues des mêmes contrôleurs: le contrôleur dispose de deux schémas de PIDs en cascade distincts pour générer ces consignes, selon si le prototype est de type coptère ou avion.

### F.1.1. Du contrôleur au moteur

Le mixage opère en traduisant la consigne en position angulaire des servomoteurs / vitesse de rotation des rotors en valeur PWM (pour Pulse Width Modulation, ou Modulation de Largeur d'Impulsion en français). Ce signal PWM, usuellement compris entre  $1000ms$  et  $2000ms$  définit un rapport cyclique compris entre 0 et 1 noté  $\alpha$  tel que:

$$\alpha = \frac{PWM - PWM_{min}}{PWM_{max} - PWM_{min}} \quad (F.1)$$

#### F.1.1.1. Moteurs brushless

Pour les moteurs brushless des rotors des hélices, la vitesse de rotation  $\omega$  produite est donc (en considérant l'asservissement réalisé par le variateur électronique de vitesse comme parfait) :

$\omega = k_v \alpha U_{batt}$  où:

- $k_v$  est la constante du moteur, généralement fournie par le fabricant du moteur, et exprimée en  $tr/min/V$ .
- $U_{batt}$  est la tension d'alimentation du moteur en volts, égale dans la suite à la tension de la batterie.

- $\alpha$  le rapport cyclique définit en (F.1)

La vitesse de rotation maximale de l'hélice correspond donc à la tension maximale admissible par le régulateur électronique de vitesse multipliée par la constante du moteur, avec un rapport cyclique unitaire.

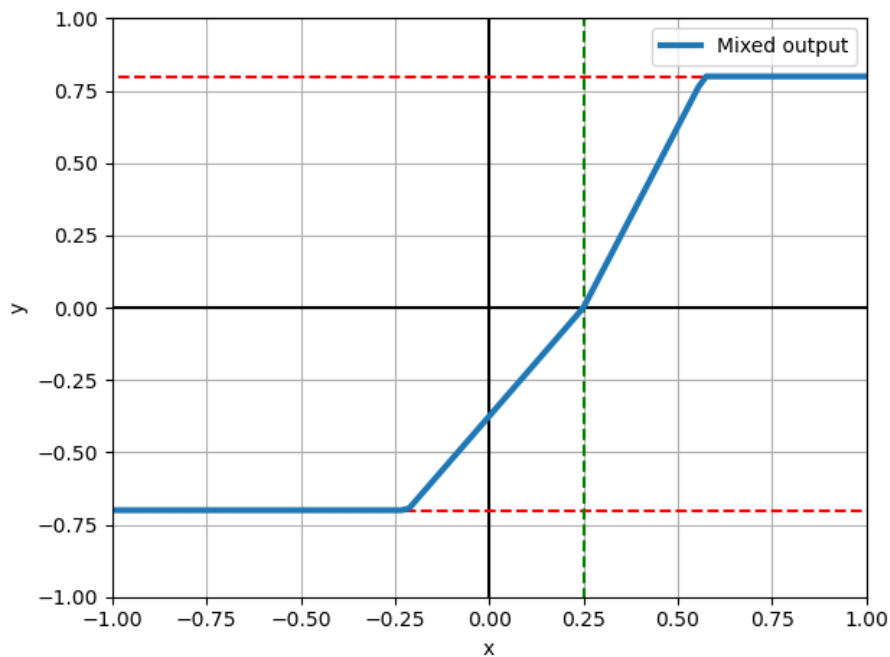
### F.1.1.2. Servomoteurs

Les servomoteurs permettent la commande en position angulaire, notée  $\delta$  dans le modèle complet de la section modélisation, des effecteurs. La loi entrée-sortie peut être écrite :

$$\delta = \alpha\delta_{max} + (1 - \alpha)\delta_{min}$$

où  $\delta_{max}$  et  $\delta_{min}$  sont respectivement l'angle maximal et minimal de la course du servomoteur.

### F.1.1.3. Non linéarité et saturation



**Figure F.1.:** Illustration de la fonction de mixage du contrôleur PX4

Dans l'implémentation du mixeur [100] du contrôleur PX4, pour une entrée de consigne  $x$  dont la valeur est comprise entre  $-1$  et  $1$ , le mixeur produit une sortie  $y$  issue du passage dans une fonction non-linéaire  $f$  telle que  $y = f(x)$ , avec

$$\begin{aligned}
 y_1 &= x + b \\
 y_2 &= \begin{cases} a_1 y_1 & \text{si } y_1 > 0 \\ a_2 y_1 & \text{si } y_1 < 0 \end{cases} \\
 y_3 &= \max(M_1, y_2) \\
 y_4 &= \max(M_2, y_3) \\
 y &= y_4
 \end{aligned} \tag{F.2}$$

Dans cette transformation,  $b, a_1, a_2, M_1, M_2$  sont des constantes paramétrables.

- $b$  est un biais, qui peut servir par exemple à compenser un problème d'alignement au montage pour les flaps
- $a_1, a_2$  sont des gains, généralement égaux.
- $M_1, M_2$  sont les valeurs de saturation de la sortie: cela permet de garantir qu'on reste dans les plages nominales de fonctionnement du driver / des régulateurs de vitesse . Un exemple de fonction de mixage est tracé figure F.1 avec  $(M_1, M_2, a_1, a_2, b) = (-0.7, 0.8, 1.5, 2, -0.25)$

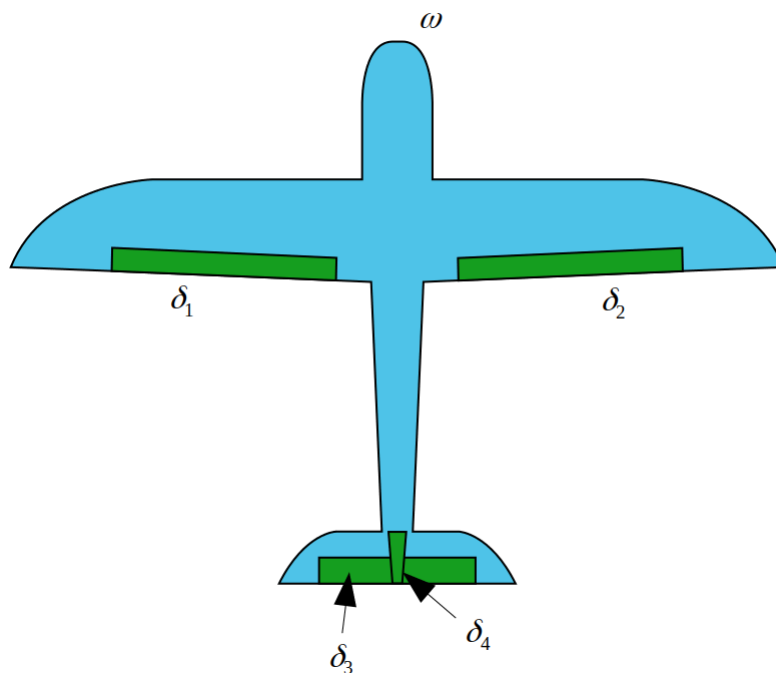
## F.1.2. Exemples de mixage

### F.1.2.1. Architectures avion

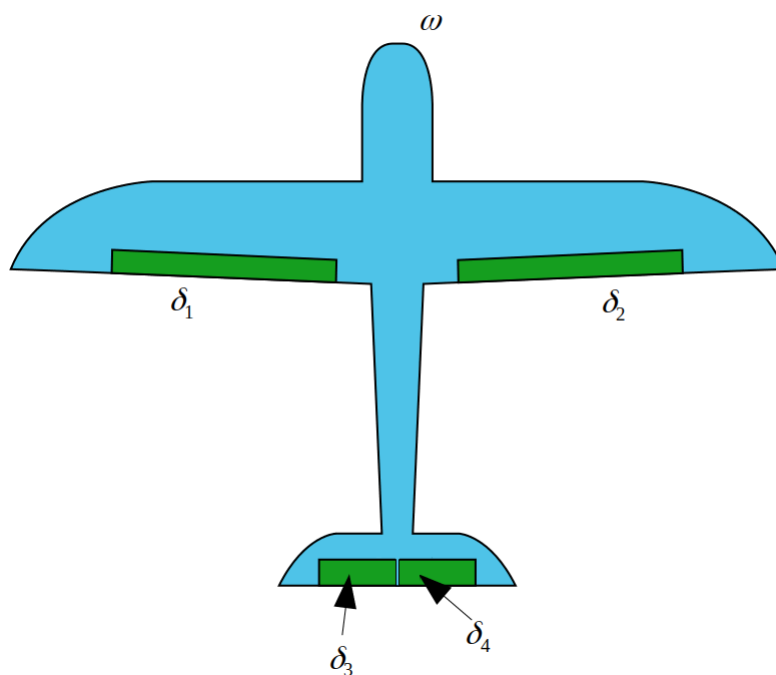
Le mixeur “standard plane” (avion standard) peut servir de base d'illustration pour le mixage des avions. Dans cette configuration standard, l'empennage réalise un T (ou plus exactement un  $\perp$ ), voir illustration figure (F.2) . Ces mixeurs regroupent les architectures à voilure fixe, dont les rotors génèrent une poussée vers l'avant (axe  $\mathbf{i}$  du repère corps).

Le réglage du mixeur repose sur le réglage de gains  $k_0, k_1, k_2, k_3, k_4$  qui permettent le passage de la poussée désirée / du couple désiré  $(T_d, \Gamma_{d,1}, \Gamma_{d,2}, \Gamma_{d,3})$  aux consignes des actionneurs  $(\varpi, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$  , par la relation suivante:

$$\begin{cases} \omega &= k_0 \sqrt{T_d} \\ \delta_1 &= k_1 \Gamma_{d,1} \\ \delta_2 &= k_2 \Gamma_{d,1} \\ \delta_3 &= k_3 \Gamma_{d,2} \\ \delta_4 &= k_4 \Gamma_{d,3} \end{cases} \tag{F.3}$$



**Figure F.2.:** Schéma des surfaces portantes pour le prototype de référence dit “Standard Plane” avec empennage en T [101]



**Figure F.3.:** Schéma des surfaces portantes pour le prototype de référence Azimut avec empennage V-tail, adapté de [101]

Ainsi, l'empennage vertical contrôle le couple sur le lacet avec  $\delta_4$ . Le couple de tangage est contrôlé par  $\delta_3$ , qui commande la gouverne de profondeur. Le couple en roulis est généré par les deux ailes principales droite et gauche, avec  $\delta_1$  et  $\delta_2$  (en pratique, on a toujours  $k_1 = k_2$ ). L'actionnement des volets de l'empennage en T est basé sur le principe "un couple par volet" (l'empennage horizontal engendre un couple de tangage, l'empennage vertical engendre un couple de lacet).

En théorie, physiquement, les  $k_0, k_1, k_2, k_3, k_4$  ne sont pas censés être constants, pour s'adapter à la vitesse air: plus celle-ci augmente, plus le couple généré à  $\delta$  égal est important. Autrement dit, pour produire un couple désiré  $\Gamma_d$ ,  $\delta$  doit diminuer quand  $v_a$  augmente.

Ainsi, en considérant l'architecture "V-tail plane", où l'empennage n'est plus en T mais en V (voir figure (F.3)) il apparaît que le même mixeur n'est pas utilisable, puisque l'actionnement d'un des deux versants du V engendre un couple sur plusieurs axes.

Le mixeur est alors transformé en le réglage de  $k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, \bar{k}_3, \bar{k}_4$  où:

$$\begin{cases} \omega &= k_0 \sqrt{T_d} \\ \delta_1 &= k_1 \Gamma_{d,1} \\ \delta_2 &= k_2 \Gamma_{d,1} \\ \delta_3 &= k_3 \Gamma_{d,2} + \bar{k}_3 \Gamma_{d,3} \\ \delta_4 &= k_4 \Gamma_{d,2} + \bar{k}_4 \Gamma_{d,3} \end{cases} \quad (\text{F.4})$$

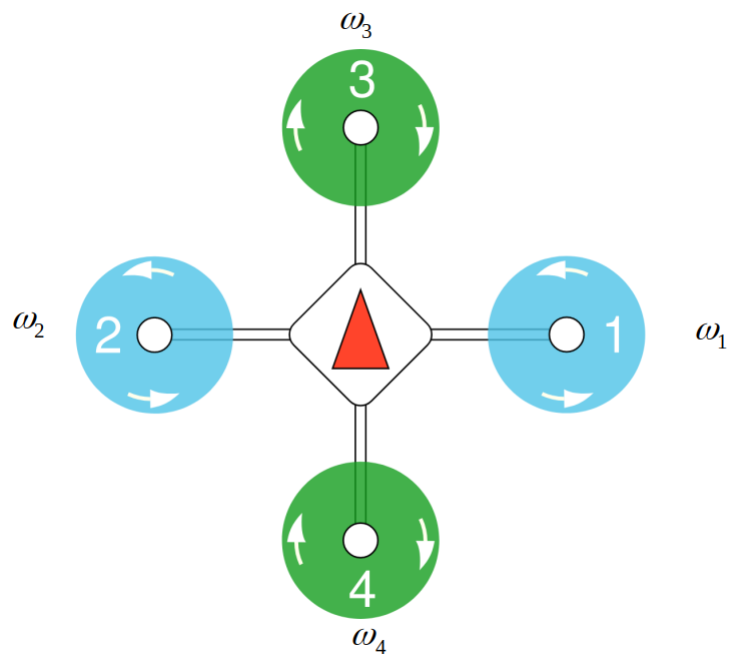
Il est ainsi possible de réutiliser un contrôleur d'attitude (générant les  $(T_d, \Gamma_{d,1}, \Gamma_{d,2}, \Gamma_{d,3})$  en fonction de la consigne en attitude/vitesse angulaire) strictement identique pour piloter ces deux types de prototypes d'avion: adapter le mixage suffit.

### F.1.2.2. Architectures coptères

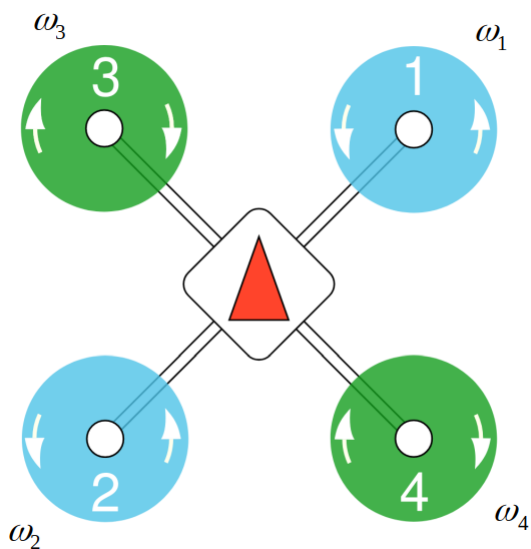
Les architectures coptères regroupent les drones dotés de plusieurs rotors colinéaires dirigés vers le haut dans le repère drone (axe  $\mathbf{k}$ ). La poussée totale est générée par la somme des poussées individuelles, les couples en roulis et tangage sont générés par des différences de poussée. Le couple de lacet est généré par le différentiel de vitesses de rotation. L'allocation repose sur l'inversion du modèle simplifié des efforts donnant les efforts  $T_i$  et le couple développé par un rotor  $\Gamma_i$  :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_i &= k_\Omega \omega_i^2 \mathbf{k}_{r,n} \\ \mathbf{\Gamma}_i &= -\text{sign}(\omega_i) \mu \omega_i^2 \mathbf{k}_{r,n} \end{cases} \quad (\text{F.5})$$

ou  $\mathbf{k}_{r,n} = \mathbf{k}$  avec  $\mathbf{k}$  le troisième vecteur du repère corps, colinéaire à la gravité quand l'assiette du drone est nulle.



**Figure F.4.:** Schéma de mixage pour un quadrotor en configuration + (adapté de [101])



**Figure F.5.:** Schéma de mixage pour un quadrotor en X (adapté de [101])

L'allocation est réalisée de la façon suivante:

$$\begin{cases} \omega_1 &= \sqrt{k_0 T_d + k_1 \Gamma_{d,1} + k_3 \Gamma_{d,3}} \\ \omega_2 &= \sqrt{k_0 T_d - k_1 \Gamma_{d,1} - k_3 \Gamma_{d,3}} \\ \omega_3 &= \sqrt{k_0 T_d + k_2 \Gamma_{d,2} + k_3 \Gamma_{d,3}} \\ \omega_4 &= \sqrt{k_0 T_d + k_2 \Gamma_{d,2} - k_3 \Gamma_{d,3}} \end{cases} \quad (\text{F.6})$$

Ce mixeur est adaptable à la configuration dite en X par la transformation :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{d,1} \\ \Gamma_{d,2} \\ \Gamma_{d,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(45^\circ) & -\sin(45^\circ) & 0 \\ \sin(45^\circ) & \cos(45^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_{d,1} \\ \Gamma_{d,2} \\ \Gamma_{d,3} \end{pmatrix}$$

et en utilisant l'allocation (F.6) avec  $(\Gamma_{d,1} \ \Gamma_{d,2} \ \Gamma_{d,3})$  au lieu de  $(\Gamma_{d,1} \ \Gamma_{d,2} \ \Gamma_{d,3})$ .





# G. Annexe : Estimation

## G.1. Rappels sur le filtrage de Kalman

### G.1.1. Filtres de Kalman

Les observateurs utilisant des filtres de Kalman étendus sont particulièrement présents dans la littérature, par exemple [102, 103, 104, 105, 106]. C'est notamment cette solution qui est utilisée dans les deux contrôleurs de vols open source les plus répandus du marché (Ardupilot et PX4), dont le fonctionnement est décrit ci-dessous.

Le filtre de Kalman standard s'emploie dans le cas de systèmes linéaires avec un bruit gaussien de moyenne nulle. Dans ces conditions, l'estimée du filtre de Kalman est optimale au sens des moindres carrés.

Le filtre de Kalman étendu a été mis au point à partir du filtre de Kalman pour gérer le cas de systèmes présentant des non-linéarités. Son principe de fonctionnement et ses équations sont analogues au filtre de Kalman "simple". En revanche, contrairement au filtre de Kalman, le filtre de Kalman étendu ne dispose pas de résultats sur la stabilité et l'optimalité dans le cas général. Il est cependant à noter que sous certaines hypothèses supplémentaires, quelques résultats peuvent être obtenus sur la stabilité. [107]

#### G.1.1.1. Equations du filtre de Kalman Etendu

À titre informatif, les équations régissant le fonctionnement du filtre de Kalman sont rappelées ci-dessous.

Le filtre de Kalman étendu fonctionne en temps discret, on note  $X_n = X(t_n)$ ,  $n \in N$ . Le filtre de Kalman étendu permet l'estimation simultanée de l'état et de la covariance de l'état, notée  $P$ . Bien qu'il agisse d'une estimation, dans la suite, cette covariance sera notée  $P$  et non  $\hat{P}$  par souci de légèreté.

**G.1.1.1.1. Prédiction** La première étape est la prédiction de l'état et de la covariance.

Pour un système continu ayant pour dynamique  $\dot{X} = f(X, U, t)$ , il est possible de réaliser une prédiction faisant appel à la différence finie, avec la formule:

$$X_{n+1} = X_n + \Delta t_n f(X_n, U_n, t_n)$$

Néanmoins, utiliser cette formule par différence finie ne permet pas de respecter les contraintes des structures algébriques inhérentes aux variables présentes dans l'état à estimer. On peut ainsi prendre l'exemple des quaternions, dont la norme doit être unitaire, et dont l'approximation de la dynamique par la différence finie est fautive (la loi de composition interne pour les quaternions est la multiplication).

On note donc la fonction permettant la prédiction à l'état discret  $f_d$  (pour  $f$  discrétisé). La prédiction est alors :

$$\hat{X}_{n+1|n} = f_d(\hat{X}_{n|n}, U_n)$$

On note  $F_n = \frac{\partial f_d}{\partial X} |_{\hat{X}_{n|n}, U_n}$  la jacobienne de la fonction de transition, la covariance en présence d'un bruit de process additif  $Q$  est prédite par la formule :

$$P_{n+1|n} = F_n P_{n|n} F_n^T + Q \quad (\text{G.1})$$

Ce bruit de process sert à rendre compte de l'incertitude en le modèle utilisé pour faire la prédiction.

**G.1.1.1.2. Correction** L'étape de correction réalise ensuite la prédiction de l'erreur de l'innovation  $S$ , en passant la prédiction de la covariance de l'état par la jacobienne de la fonction de mesure:

$$S = H_n P_{n+1|n} H_n^T + R$$

où  $H_n = \frac{\partial g}{\partial X} |_{\hat{X}_{n|n}, U_n}$  et  $R$  est la covariance du bruit de mesure.

La covariance prédite de l'estimée et la covariance prédite de l'innovation permettent le calcul du gain dit de Kalman:

$$K = P_{n+1|n} H_n^T S^{-1}$$

Le gain de Kalman est ensuite utilisé pour la mise à jour finale de l'état prédit, et pour la prédiction de la covariance de l'estimation :

$$\begin{aligned} \hat{X}_{n+1|n+1} &= \hat{X}_{n+1|n} + K(Y_{n+1} - g(\hat{X}_{n+1|n}, U_n)) \\ P_{n+1|n+1} &= P_{n+1|n} - K H_n P_{n+1|n} \end{aligned}$$

Ces équations décrivent la base du fonctionnement du filtre de Kalman étendu. Des variantes existent, notamment dans la prise en compte des bruits (qui ne sont pas forcément additifs, auquel cas l'équation de prédiction de l'estimée de l'état

est légèrement modifiée), ou encore dans certains cas où des auteurs choisissent de linéariser les jacobiniennes en  $X_{n+1|n}$  au lieu de  $X_{n|n}$ .

Du point de vue opérationnel, une fois le modèle discret de la transition de l'état transition produit, la difficulté réside dans le choix des matrices  $Q$  et  $R$ . Certaines formulations utilisent des matrices  $R$  et  $Q$  dépendantes du temps. Cette étape est la plus critique dans le réglage du filtre, et a fait l'objet de travaux disponibles dans la littérature, dans laquelle on peut trouver des techniques de réglage automatiques [108].

Les principes généraux du filtre de Kalman étendus ayant été rappelés, la partie suivante aborde son utilisation dans l'estimation d'état pour les drones dans le cadre de son implémentation dans le software de vol utilisé pour les essais.

### G.1.1.2. Application à la navigation des drones: les équations de l'ecl-EKF

L'ecl EKF [80] désigne l'implémentation du filtre de Kalman étendu telle que réalisée dans la librairie d'estimation et de contrôle qui constitue le module d'estimation du logiciel de vol utilisé pour les essais. L'implémentation varie légèrement par rapport au canon des équations présenté dans les paragraphes précédents.

Le principe de la formulation du problème de la navigation inertielle au sein de l'ecl EKF est d'utiliser les mesures de la centrale inertielle - à l'exception des mesures magnéto- comme des entrées du problème ( $U$ ). Ainsi, aucun modèle physique de l'appareil n'est nécessaire, ce qui permet à l'implémentation réalisée par P. Riseborough de l'EKF d'être modulaire et garantit l'interopérabilité du même algorithme sur plusieurs prototypes.

Les mesures disponibles ont été présentées dans le paragraphe introductif. Les développements ci-dessous sont en partie tirés de la documentation de la librairie de l'ecl EKF [80].

Comme spécifié, l'ecl EKF utilise le signal de l'accéléromètre  $\mathbf{a}_{mes}$  et le gyroscope  $\Omega_{\mathbf{y}}$  comme des entrées, et non-comme des mesures. Le vecteur d'état discret au temps  $t_n, n \in \mathbb{N}$  inclut:

- la rotation représentée par un quaternion  $q_n$
- la vitesse  $v_n$  dans le repère inertiel
- la position  $p_n$  dans le repère inertiel
- le biais du gyroscope  $\Omega_{b,n}$
- le biais de l'accéléromètre  $a_{b,n}$
- le champ magnétique terrestre  $\mathbf{m}_n^{NED}$
- le champ magnétique  $\mathbf{m}_{b,n}$  parasite généré par le drone
- la vitesse du vent  $\mathbf{v}_{w,n}$  dans le plan Nord-Est.

**G.1.1.2.1. Modèle de transition** La prédiction est réalisée en intégrant le gyroscope et l'accéléromètre après les avoir débiaisés pour prédire la rotation et la vitesse:

$$\begin{aligned} q_{n+1} &= q_n * \left( \frac{1}{2} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \Omega_y - \Omega_{b,n} dt \right) \\ v_{n+1} &= v_n + g\Delta t + R_n \int_{t_n}^{t_{n+1}} a_{mes} - a_{b,n} dt \\ p_{n+1} &= p_n + v_n \Delta t_n \end{aligned}$$

Le reste de l'état est modélisé comme étant des constantes.

**G.1.1.2.2. Dérivation du bruit de process** Contrairement au cas de l'EKF, qui utilise pour la prédiction de la covariance l'équation (G.1), l'ecl EKF utilise une formule différente pour la prédiction de la covariance au moment de la transition, pour prendre en compte le caractère bruité des entrées, qui proviennent des mesures de l'IMU. En notant  $U_n = \begin{pmatrix} a_{mesn} \\ \Omega_{y_n} \end{pmatrix}$ , la prédiction de la covariance est :

$$P_{n+1|n} = F_n P_{n|n} F_n^T + G_n Q_n G_n^T$$

où

$$G_n = \frac{\partial f_d}{\partial U} \Big|_n$$

et  $Q_n = \begin{pmatrix} Q_a & \\ & Q_m \end{pmatrix}$  contient les covariances des entrées.

**G.1.1.2.3. Équations de mesure** L'EKF gère la fusion de plusieurs capteurs, avec au minimum l'IMU et le baromètre.

- Parmi les signaux de l'IMU, seuls les signaux du magnétomètre  $m_{mes}$  sont considérés comme des mesures (les autres ayant été utilisés dans l'étape de prédiction). La mesure du magnétomètre est :

$$m_{mes} = R_n^T m_n^{NED} + m_{b,n}$$

- L'équation de mesure du **baromètre** donne directement l'altitude.
- Si le **GPS** est présent, l'équation de mesure donne directement la vitesse et la position.

Les équations de mesures présentées ci-dessus sont celles correspondant à l'instrumentation équipée sur les prototypes utilisés dans les essais en vol. À titre informatif, les équations des deux autres types de capteurs supportés, non utilisés dans le cadre du travail de recherche, sont :

- Si l'on fusionne un capteur de vitesse air (**tube de Pitot**), l'équation de mesure donne accès à la mesure notée  $v_{as}$  avec:

$$v_{as} = \|R_n^T(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_{w,n})\|$$

- Si l'on dispose d'un **capteur de flux optique**, celui-ci est fusionné également. En faisant l'hypothèse de l'observation d'une scène à distance  $D$  de l'appareil, l'équation de mesure liant la mesure du capteur  $(O_x, O_y)$  à l'état est :

$$\begin{pmatrix} O_x \\ O_y \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} R_n^T \mathbf{v}_n$$

### G.1.1.3. Implémentation de l'ecl EKF

Les équations du filtre étendu de Kalman, telles que présentées dans la sous-section précédente, reposent sur deux hypothèses sous-jacentes :

1. elles supposent que la fonction de mesure ne varie pas. Par exemple, elles ne prévoient pas que, lors du passage sous un tunnel, le signal GPS puisse être perdu, ou qu'un connecteur se brise, rendant un capteur indisponible au cours du vol. De façon résumée, les équations de l'EKF sont conçues à priori, à partir d'une liste de mesure pré établie et non modifiable.
2. elles supposent que la totalité des entrées et des sorties du système soient synchrones. En pratique, chaque capteur dispose d'une fréquence d'échantillonnage différente (typiquement, l'IMU embarquée échantillonne le signal à 250 Hz quand le GPS ne dépasse pas quelques dizaines de Hz), et cette hypothèse n'est donc pas respectée, et les mesures sont asynchrones.

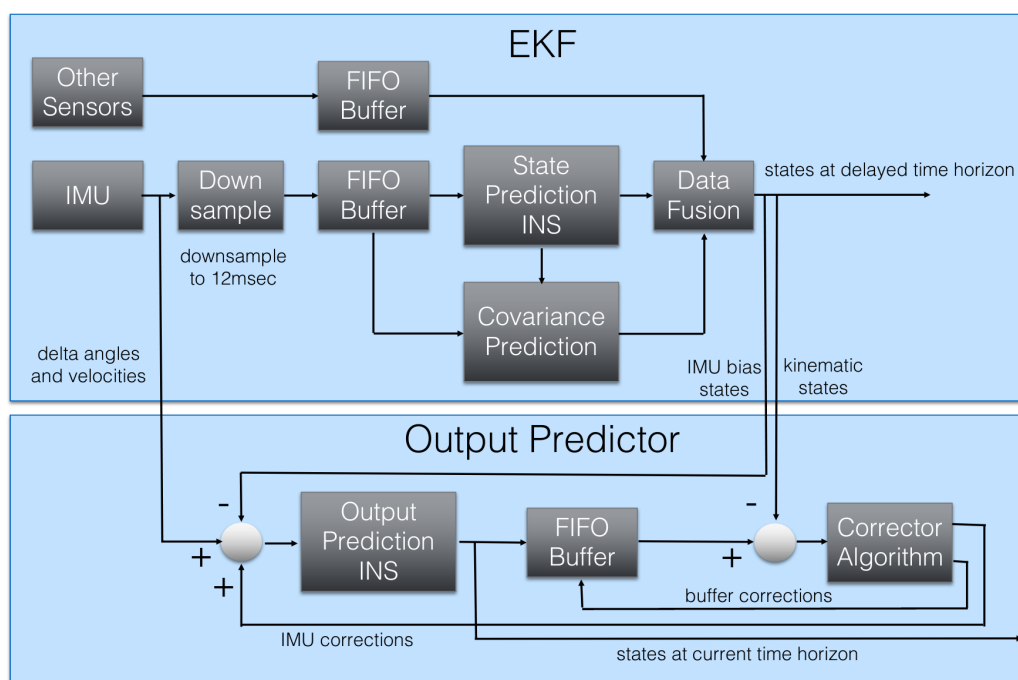
**G.1.1.3.1. Implémentation pour la fusion de capteurs** La première hypothèse est problématique dans la mesure où la liste des capteurs peut varier. Plutôt que de prévoir toutes les combinaisons possibles de capteur pour gérer le problème, dans l'implémentation telle que codée dans le logiciel de vol, chaque équation de mesure est dérivée individuellement pour fournir une jacobienne d'observation indépendante des autres. Étant donné que toutes les entrées proviennent de l'IMU, cette dérivation "signal par signal" de la fonction de transition d'état n'est pas requise. Cette façon d'implémenter la fusion de données permet ainsi la modularité du code et assure le bon fonctionnement du plug and play.

**G.1.1.3.2. Implémentation pour la gestion de mesures asynchrones** La dérivation des mesures une par une dans la structure de l'implémentation joue également un rôle dans la capacité à fusionner les mesures de capteurs fournissant des mesures à différentes fréquences. Outre la possibilité de traiter les mesures "à la volée", le module d'estimation utilise les sorties de l'EKF comme entrée d'un algorithme

embarqué INS basé sur [khosravian\_recursive\_2015] qui permet de compenser le retard relatif des différentes mesures, et de toujours disposer de l'estimée au temps courant pour la boucle de contrôle.

Cet algorithme embarqué est notamment basé sur un filtre complémentaire assurant la correction des biais de l'IMU. Le schéma G.1 synthétise le fonctionnement de l'ensemble de l'estimateur:

## Output Predictor – Relationship to EKF



63

**Figure G.1.:** Schéma de l'algorithme strapdown embarqué dans le PixHawk [80]

**G.1.1.3.3. Précalcul symbolique et performances computationnelles** Un des défauts des filtres de Kalman étendus est leur besoin relativement plus élevé que d'autres algorithmes en ressources de calcul.[109]. Cela est notamment causé par les calculs des Jacobiennes et à l'inversion de la matrice de covariance de l'innovation.

Une spécificité de l'implémentation proposée par l'équipe de Paul Riseborough est de précalculer symboliquement les jacobiennes et les inverses à l'aide d'outils de calculs symboliques avant de réaliser l'implémentation en C++. Les expressions apparaissant plusieurs fois sont également regroupées et déclarées comme des variables pour améliorer les performances. Cette façon de procéder allège le besoin en ressource du processeur, mais requiert davantage de mémoire embarquée.

Afin d'améliorer la qualité de l'estimation, l'implémentation est réalisée avec un certain nombre de sécurités logicielles, notamment :

- la vérification du conditionnement des matrices de covariance (notamment le fait que les coefficients diagonaux ne peuvent en aucun cas être négatifs). Les covariances sont saturées, et leur symétrie est imposée.
- le rejet des artefacts de mesure: ceux-ci peuvent advenir lors d'une perte de signal (il est fréquent de constater des "dropout" dans les logs, en cas de surcharge CPU, de chute brutale de la tension...) ou lorsque l'innovation est trop importante, ce qui peut révéler des problèmes externes (crash, mauvais point GPS...)

Ces sécurités ont pour objectif d'empêcher la divergence de l'EKF.

Comme écrit précédemment, cet estimateur est l'estimateur principal utilisé lors des vols d'essais, et revêt ainsi une importance déterminante dans la production des données et le bon déroulé des vols. Les sections suivantes reviennent sur son utilisation, et la mise en évidence de certaines limites apparues pendant les expériences, qui ont motivé la réflexion autour de la production d'une solution d'estimation mieux adaptée aux besoins expérimentaux.

## G.2. Estimateur non linéaire d'attitude en présence de biais de mesure

### G.2.1. Rappels sur les systèmes linéaires temps-variants

Les analyses de stabilité qui vont suivre reposent sur des résultats d'observabilité et de stabilité exponentielle uniforme pour les systèmes linéaires temps-variants. Dans cette section nous rappelons ces résultats. La présentation de cette section reprend des éléments de [110].

Considérons un système linéaire temps-variant (dénnoté par la suite LTV pour "linear time-varying" en Anglais):

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u \\ y = C(t)x \end{cases} \quad (\text{G.2})$$

Il existe plusieurs définitions d'observabilité pour un tel système (voir, e.g. [111, Ch. 5] pour plus de détails). Dans ce travail, nous nous concentrons sur la notion d'observabilité uniforme, en raison de son lien très fort avec la synthèse d'observateurs exponentiellement stables. Commençons par une hypothèse.

**Hypothèse 1** *Les fonctions à valeurs matricielles  $A, B$ , et  $C$  du système LTV (G.2) sont continues et bornées sur  $[0, +\infty)$ .*



**Definition 1** *Un système LTV (G.2) qui satisfait l'hypothèse 1 est dit uniformément observable s'il existe  $\tau, \delta > 0$  tels que*

$$\forall t \geq 0, \quad 0 < \delta I \leq W(t, t + \tau) \triangleq \int_t^{t+\tau} \Psi(s, t)^T C^T(s) C(s) \Psi(s, t) ds \quad (\text{G.3})$$

avec  $\Psi(s, t)$  la matrice de transition du système  $\dot{x} = A(t)x$  et  $I$  la matrice identité. La matrice  $W$  est appelée Grammien d'observabilité du système (G.2).

On voit que cette définition ne fait pas intervenir la matrice  $B$ . Par conséquent, on dira sans distinction que le système (G.2) ou que la paire  $(A, C)$  est uniformément observable. Notons par ailleurs, en conséquence de l'hypothèse 1, que  $W(t, t + \tau)$  est majorée par une matrice  $\delta I$  pour tout  $t \geq 0$ , avec  $\delta$  un scalaire constant.

Vérifier l'observabilité uniforme d'un système LTV peut être difficile car le calcul du Grammien d'observabilité nécessite d'intégrer l'équation différentielle  $\dot{x} = A(t)x$ . Cependant, il est connu que les propriétés d'observabilité d'un système LTV sont liées aux propriétés de l'espace d'observabilité  $\mathcal{O}(t)$  défini par ([111, Ch. 5]):

$$\mathcal{O}(t) \triangleq \begin{pmatrix} N_0(t) \\ N_1(t) \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad N_0 \triangleq C, \quad N_{k+1} \triangleq N_k A + \dot{N}_k \quad \text{for } k = 1, \dots \quad (\text{G.4})$$

Par exemple, l'observabilité instantanée au temps  $t$  est garantie si  $\text{Rank}(\mathcal{O}_{n-1}(t)) = n$ . Cependant, pour des systèmes LTV généraux, l'observabilité uniforme ne peut être caractérisée uniquement en termes de conditions de rang de matrices. Pour pallier à cette difficulté, un résultat a été démontré dans [110]:

**Proposition 2 ([110])** *On suppose que le système LTV (G.2) satisfait l'hypothèse 1. On suppose également qu'il existe un entier positif  $K$  tel que:*

1. *La dérivée à l'ordre  $k$ -th de  $A$  (resp.  $C$ ) est bien définie et bornée sur  $[0, +\infty)$  jusqu'à l'ordre  $k = K$  (resp. jusqu'à l'ordre  $k = K + 1$ ).*
2. *Il existe une matrice  $n \times n$ ,  $M$ , composée de combinaisons linéaires à coefficients bornés de vecteurs lignes de  $N_0, \dots, N_K$ , et deux constantes  $\bar{\delta}, \bar{\tau} > 0$  telles que*

$$\forall t \geq 0, \quad 0 < \bar{\delta} \leq \int_t^{t+\bar{\tau}} |\det(M(s))| ds \quad (\text{G.5})$$

avec  $\det(M)$  le déterminant de  $M$ .

Alors, le système LTV (G.2) est uniformément observable.

Notons que la preuve est donnée dans [110] pour le cas où  $M$  est constituée de vecteurs lignes de  $N_0, \dots, N_K$ , mais elle fonctionne de la même façon si  $M$  est composée de combinaisons linéaires à coefficients bornés de vecteurs lignes de  $N_0, \dots, N_K$ .

Enfin, nous rappelons un autre résultat important [112, Th. 5]:

**Proposition 3 ([112])** Soit  $A : t \mapsto A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  une fonction continue de  $t$ . On suppose qu'il existe une fonction différentiable  $P : t \mapsto P(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  avec  $P(t)$  symétrique pour tout  $t$ , et une fonction continue  $E : t \mapsto E(t) \in \mathbb{R}^{q \times n}$ , telles que:

1.  $\exists \beta_m, \beta_M > 0$  tels que

$$\forall t \geq 0, \quad \beta_m I_n \leq P(t) \leq \beta_M I_n$$

2.  $P$  satisfait l'équation de Lyapounov suivante:

$$\dot{P}(t) + P(t)A(t) + A(t)^T P(t) = -E(t)^T E(t) \quad (\text{G.6})$$

3. La paire  $(A, E)$  est uniformément observable.

Alors, le système  $\dot{x} = A(t)x$  est exponentiellement stable.

Remarquons que les points 1 et 2 ci-dessus impliquent que  $V(x, t) = x^T P(t)x$  est une fonction de Lyapounov pour le système  $\dot{x} = A(t)x$ , i.e.,

$$\dot{V}(x(t), t) \triangleq \frac{d}{dt} V(x(t), t) = -x(t)^T E(t)^T E(t)x(t) = -\|E(t)x(t)\|^2 \leq 0$$

mais cette fonction n'est pas nécessairement une fonction de Lyapounov au sens strict. Notamment, si  $q < n$ ,  $\dot{V}(x(t), t)$  s'annule en des points autres que  $x(t) = 0$  puisque le noyau de  $E(t)$  n'est pas réduit à  $\{0\}$ . Dans ce cas, c'est le point 3 qui fournit l'argument essentiel pour aboutir à la conclusion de stabilité exponentielle (uniforme) du système. Nous verrons plus loin que ce résultat joue un rôle déterminant dans la preuve de stabilité de l'observateur proposé.

Le théorème suivant rappelle une propriété des systèmes uniformément observables. Cette propriété est une conséquence de [112, Lemma 3] et du principe de dualité (voir, e.g. [111, Th. 5-10]).

**Theorem 1** Pour un système LTV (G.2) satisfaisant l'hypothèse 1, la paire  $(A, C)$  est uniformément observable si et seulement si la paire  $(A-LC, C)$  est uniformément observable, où  $L : t \mapsto L(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$  désigne n'importe quelle fonction régulière et bornée.

Enfin, nous rappelons un résultat relatif à la stabilité exponentielle locale de systèmes non-linéaires temps variant (voir [113, Th. 4.13] pour la preuve):

**Theorem 2** On considère un système non-linéaire

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (\text{G.7})$$

avec  $f : D \times [0, +\infty)$  une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  et  $D \subset \mathbb{R}^n$  un voisinage borné de 0. On suppose que  $f(0, t) = 0, \forall t$  et que la matrice Jacobienne  $\frac{\partial f}{\partial x}$  est bornée et Lipschitz sur  $D$ , uniformément par rapport à  $t$ . Soit

$$A(t) = \frac{\partial f}{\partial x}(0, t)$$

Alors, si le système  $\dot{x} = A(t)x$  est exponentiellement stable,  $x = 0$  est un équilibre localement exponentiellement stable du système non-linéaire (G.7).

## G.2.2. Preuve de convergence de l'estimateur

Afin de finaliser la preuve, nous faisons appel à la Proposition 3. D'après ce résultat, pour montrer la stabilité exponentielle du système linéarisé tangent, il suffit de montrer que la paire  $(A, E)$  est uniformément observable, avec  $A$  la fonction définie par (5.13). Le résultat est synthétisé dans le Lemme suivant, démontré en Annexe.

**Lemma 1** *Si les hypothèses de la Proposition 1 sont satisfaites, alors la paire  $(A, E)$  est uniformément observable.*

◁

**Preuve du Lemme 1:** Nous appliquons d'abord le Théorème 1 avec  $C = E$  et  $L$  la matrice définie par

$$L = \begin{pmatrix} \sqrt{k_{R,1}}(\eta_1)_\times & \sqrt{k_{R,2}}(\eta_2)_\times & \cdots & \sqrt{k_{R,N}}(\eta_N)_\times \\ \frac{k_{b,1}}{\sqrt{k_{R,1}}}I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{k_{b,2}}{\sqrt{k_{R,2}}}I & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{k_{b,N}}{\sqrt{k_{R,N}}}I \end{pmatrix}$$

On vérifie que

$$\bar{A} := A - LC = A - LE = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (R\omega)_\times & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (R\omega)_\times \end{pmatrix}$$

Par application du théorème, il suffit donc de montrer que la paire  $(\bar{A}, E)$  est uniformément observable. Nous allons maintenant faire appel à la Proposition 2. D'après ce résultat, pour montrer l'observabilité uniforme du système, il faut trouver une matrice  $M$  composée de vecteurs lignes de l'espace d'observabilité (G.4), telle que la condition (G.5) soit satisfaite. D'après (G.4), puisque  $E$  est une matrice constante, les trois premiers éléments de cet espace sont

$$N_0 = E, N_1 = E\bar{A}, N_2 = E(\bar{A}^2 + \dot{\bar{A}})$$

Nous posons

$$M = \begin{pmatrix} \bar{I}N_0 \\ \bar{N}_2 \end{pmatrix}$$

avec

$$\bar{I} = ((\eta_1)_\times \quad \cdots \quad (\eta_N)_\times)$$

et  $\bar{N}_2$  la matrice constituée des lignes  $4, \dots, 3(N+1)$  de  $N_2$ . Notons que  $\bar{I}$  est formée de combinaisons linéaires de lignes de  $N_0$ , et donc  $M$  est bien une matrice candidate pour l'application de la Proposition 2. On remarque que

$$\bar{A}^2 + \dot{\bar{A}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & Q \end{pmatrix}$$

avec

$$Q = ((R\omega)_\times)^2 + (\dot{R}\omega)_\times = R((\omega_\times)^2 + \dot{\omega}_\times)R^T \quad (\text{G.8})$$

On en déduit que

$$M = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N \sqrt{k_{R,i}}((\eta_i)_\times)^2 & \sqrt{k_{R,1}}(\eta_1)_\times & \cdots & \sqrt{k_{R,N}}(\eta_N)_\times \\ 0 & \sqrt{k_{R,1}}Q & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sqrt{k_{R,N}}Q \end{pmatrix}$$

La matrice  $M$  étant bloc-triangulaire, son déterminant est donné par:

$$\det(M) = \det\left(\sum_{i=1}^N \sqrt{k_{R,i}}((\eta_i)_\times)^2\right) \prod_{i=1}^n \sqrt{k_{R,i}} \det(Q)^N \quad (\text{G.9})$$

On a

$$c := \det\left(\sum_{i=1}^N \sqrt{k_{R,i}}((\eta_i)_\times)^2\right) \neq 0$$

En effet, chaque terme  $\sqrt{k_{R,i}}((\eta_i)_\times)^2$  est une matrice symétrique négative dont le noyau est de dimension un et engendré par  $\eta_i$ . La somme sur  $i$  de ces termes est donc une matrice symétrique définie négative puisque, par hypothèse, les vecteurs  $\eta_i$  ne sont pas tous parallèles. Par ailleurs, puisque  $R$  est une matrice de rotation, on déduit de (G.8) que

$$\det(Q) = \det((\omega_\times)^2 + \dot{\omega}_\times) = \|\omega \times \dot{\omega}\|^2$$

où la dernière égalité de cette relation est montrée, par exemple, dans [114, Annexe A.2.2]. On obtient donc finalement:

$$\det(M) = c \prod_{i=1}^n \sqrt{k_{R,i}} \|\omega \times \dot{\omega}\|^{2N} \quad (\text{G.10})$$

On rappelle l'inégalité de Hölder pour des fonctions intégrables  $f$  et  $g$ :

$$\int |f(s)g(s)| ds \leq \left(\int |f(s)|^p ds\right)^{\frac{1}{p}} \left(\int |g(s)|^q ds\right)^{\frac{1}{q}}$$

avec  $p, q > 1$  et  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ . En appliquant cette inégalité avec  $f \equiv 1, g = \|\omega \times \dot{\omega}\|$ ,  $p = \frac{2N}{2N-1}$  et  $q = 2N$ , il vient:

$$\forall t \geq 0, \quad \int_t^{t+T} \|\omega(s) \times \dot{\omega}(s)\| ds \leq T^{\frac{2N-1}{2N}} \left( \int_t^{t+T} \|\omega(s) \times \dot{\omega}(s)\|^{2N} ds \right)^{\frac{1}{2N}}$$

et donc, d'après (5.5),

$$\forall t \geq 0, \quad \int_t^{t+T} \|\omega(s) \times \dot{\omega}(s)\|^{2N} ds \geq \frac{\delta^{2N}}{T^{2N-1}}$$

Il découle de cette inégalité et de (G.10) que la condition (G.5) de la Proposition 2 est satisfaite, ce qui implique que la paire  $(A, E)$  est uniformément observable.  $\triangleleft$

# Liste des figures

1.1. Test en vol de l'Azimut Mk 3 [2]	4
2.1. Principe de la transition des modes de vol pour un drone VTOL	9
2.2. Recensement de différents types d'architectures VTOL [3]	10
2.3. Vols d'essai des prototypes convertibles Convair XFY-1 Pogo et Ryan X-13 Vertijet	10
2.4. Comparaison architecture avion / tilt-rotor	11
2.5. Efforts sur les différentes composantes du drone pour le bilan des forces	12
2.6. Schéma de modélisation final	12
2.7. Flux entrant dans un rotor [5]	17
2.8. Illustration de méthodes d'analyses numériques appliquées au flux d'air des hélices [6]	18
2.9. Schéma du modèle de l'hélice dans la théorie de Froude	19
2.10. Solutions de la théorie de Froude, en fonction du rapport de la vitesse axiale divisée par la vitesse induite en vol stationnaire [7]	20
2.11. Schéma des différents états du flux selon le domaine de la solution à la théorie de Froude [8]	20
2.12. Visualisation du flux d'air sur une aile et définition du plan $(i, k)$ , adapté de [14]	32
2.13. Illustration du phénomène de décrochage [20]	35
2.14. Illustration de l'effet de la cambrure du flap sur l'angle d'attaque [33]	37
2.15. Schéma des rotations relatives des moteurs tiltables par rapport au corps du drone	41
2.16. Emplacement des moteurs et des flaps pour le prototype Azimut	42
3.1. Méthodologie pour l'identification proposée par Ljung dans [38]	55
3.2. Méthode d'identification générale adoptée pour l'identification des modèles développés	56
3.3. Synthèse de la méthode d'identification pour le modèle des hélices	67
3.4.	68
3.5. Abaque du rapport entre poussée nominale et poussée réelle en fonction du ratio de la distance au sol par le rayon du rotor [40]	69
3.6. Modélisation de l'effet sol pour un quadrotor [40]	69
3.7. Illustration du chemin réalisé lors d'un vol d'essai en phases distinctes pour permettre le découplage des équations	70
3.8. Concaténation des données	72

3.9.	Accélération non filtrée et accélération par différence finie de l'estimation de vitesse dans les données utilisées . . . . .	73
3.10.	Lissage de l'accélération des données avec un filtre de Kalman pour l'estimation de la variance . . . . .	74
3.11.	Prédiction de l'accélération selon l'axe $\mathbf{k}_0$ avec comparaison du modèle simple et du modèle customisé, sur toutes les données et sur une portion restreinte . . . . .	78
3.12.	Projection de la gravité dans le repère corps et lien avec l'accélération latérale . . . . .	79
3.13.	Spectrogramme de la réponse acoustique à une rampe de consigne en rotation pour moteurs DJI E2312 . . . . .	83
3.14.	Spectrogramme de la réponse acoustique à un créneau de consigne en rotation pour moteurs DJI E2312 . . . . .	84
3.15.	Prédiction de vitesse par intégration du modèle d'efforts après entraînement sur les données d'un vol en validation croisée [13] . . . .	89
3.16.	Piste d'amélioration de la méthode d'identification par un algorithme hybride . . . . .	92
3.17.	Résultat de l'entraînement du réseau de neurones artificiel défini au tableau (4.4) et modélisation de l'accélération sur une fraction des données . . . . .	94
4.1.	Modélisation du domaine numérique pour la simulation du flux de l'air autour d'une aile NACA 0012 sous OPENFOAM . . . . .	100
4.2.	Définition angle $\delta$ . . . . .	101
4.3.	Convergence des coefficients calculés pour un faible angle d'attaque .	102
4.4.	Phénomène instationnaire post stall de la simulation CFD du profil NACA 0012 pour un angle d'attaque de $112^\circ$ . . . . .	103
4.5.	Courbes $C_D$ et $C_L$ issues de la simulation CFD pour le profil NACA 0012 . . . . .	104
4.6.	Comparaison aux petits angles des résultats de la simulation pour $\delta = 0^\circ$ avec la base de donnée AirfoilTools . . . . .	105
4.7.	Tracé des courbes aérodynamiques de simulation sur le profil NACA0012 pour $\delta = 0^\circ$ , $\alpha \in [-115^\circ, 115^\circ]$ (zone de stall grisée) . . . . .	107
4.8.	Régression des coefficients simulés pour le modèle NACA aux petits angles . . . . .	109
4.9.	Régression des coefficients simulés pour le modèle NACA aux grands angles . . . . .	109
4.10.	Courbes aérodynamiques du modèle simulé et modèle analytique identifié pour le profil NACA0012 . . . . .	111
4.11.	Régression des coefficients liant $\delta$ aux courbes aérodynamiques: résultats de la prédiction par translation de l'interpolation pour $\delta = 0$ avec les coefficients identifiés . . . . .	114
4.12.	Comparaison $\sigma$ original et $\sigma$ modifié . . . . .	120
4.13.	Interface et rendu du simulateur . . . . .	122

4.14. Schéma récapitulatif du simulateur de vol . . . . .	123
4.15. Convergence de l'algorithme de descente et minimums locaux sur les données de simulations . . . . .	124
4.16. Convergence de l'algorithme de descente sans minimums locaux sur les données de simulations . . . . .	126
4.17. Identification de la vitesse de rotation des moteurs en fonction du signal PWM émis par le contrôleur pour le prototype avion . . . . .	127
4.18. Identification de la poussée en fonction de la vitesse de rotation d'un moteur du prototype avion . . . . .	128
4.19. Chemin suivi lors des vols d'essai en mode avion . . . . .	130
4.20. Tracé de la vitesse NED et des vecteurs $\mathbf{l}$ et $\mathbf{d}$ de l'aile principale pour les données de vol avion . . . . .	131
4.21. Tracé des angles d'attaques $\alpha_n$ pour chaque surface portance considérée pour une fraction des données . . . . .	132
4.22. Histogramme comparatif entre les résultats du modèle simple et du modèle complet . . . . .	136
4.23. $C_D$ calculé à partir de la formule du modèle simple, données brutes des vols réels avec le prototype avion . . . . .	139
4.24. $C_L$ calculé à partir de la formule du modèle simple, données brutes des vols réels avec le prototype avion . . . . .	139
4.25. $C_D$ et $C_L$ calculés à partir de la formule du modèle simple, données des vols réels avec le prototype avion, transparence à 95% . . . . .	140
4.26. Régression préliminaire du $C_D$ sous hypothèse de vol rectiligne sans rotation . . . . .	141
4.27. Comparaison des distributions du $C_L$ calculé avec le modèle simple pour les données réelles avion, avec et sans transparence, avec mise en évidence du signal utile vs. le signal moyen . . . . .	143
4.28. Analyse en composantes principales de la distribution des $C_L$ calculés	144
4.29. Régression linéaire graphique sur le $C_L$ à partir des données brutes du vol avion . . . . .	146
4.30. Régression préliminaire du $C_L$ sous hypothèse de vol rectiligne sans rotation . . . . .	147
4.31. Calcul graphique de $\Delta C_L$ depuis [61] . . . . .	148
4.32. Analyse de l'erreur de prédiction de l'accélération sur l'axe $\mathbf{k}$ en corrélation avec l'angle d'attaque bruité . . . . .	150
4.33. Accélération prédite en repère corps avec les coefficients obtenus par l'identification du modèle linéarisé (tracé pour une fraction des données) . . . . .	151
4.34. Polaires prédites aux petits angles avec les coefficients obtenus par l'identification du modèle linéarisé . . . . .	151
4.35. Entraînement du réseau de neurones (4.4) pour la prédiction de l'accélération du prototype avion . . . . .	156
5.1. Schéma de commande des prototypes lors des essais . . . . .	161



5.2.	Hexacoptère utilisé pour les vols d'essais . . . . .	162
5.3.	Photos prototype modèle avion (ALCORE Azimut Mk II ) . . . . .	163
5.4.	Principe de fonctionnement du contrôleur en boucle en cascades . . . . .	165
5.5.	Principe de fonctionnement du mixeur dans le schéma de commande du contrôleur PX4 . . . . .	166
5.6.	Mise en parallèle des contrôleurs pour les drones VTOL . . . . .	167
5.7.	Schéma de principe du contrôle du lacet par l'inclinaison des rotors . . . . .	169
5.8.	Analyse de la trajectoire 3D du prototype Azimut et mise en évidence du défaut d'estimation d'attitude . . . . .	178
5.9.	Analyse de la norme du champ magnétique pendant un vol d'essai . . . . .	180
5.10.	Mesure magnétomètre lors d'une rampe de consigne en poussée . . . . .	181
5.11.	Régression polynomiale sur la partie variable de la perturbation mag- nétique . . . . .	183
5.12.	Régression polynomiale sur la partie variable de la perturbation mag- nétique . . . . .	184
5.13.	Comparaison en simulation du filtre complémentaire avec prise en compte des biais (custom CF) vs filtre complémentaire standard (vanilla CF) . . . . .	196
A.1.	Schéma des efforts de la théorie de l'élément de pale . . . . .	216
A.2.	Figures de passage . . . . .	216
B.1.	Dépendance des coefficients du profil NACA 0012 en le nombre Reynolds (résultats de simulation par X-foil disponible sur <a href="http://airfoiltools.com">airfoiltools.com</a> [56] ) . . . . .	224
C.1.	Schéma général du modèle d'état générique formulé dans (C.1) . . . . .	228
E.1.	Tracé 3D des $C_D$ et $C_L$ résultant de la simulation CFD . . . . .	241
E.2.	Tracés du $C_D$ et du $C_L$ pour de multiples valeurs de nombre de Reynolds pour un profil NACA 0012 pour la base de donnée BigFoil (simulateur JavaFoil) . . . . .	242
E.3.	Tracés du $C_D$ et du $C_L$ pour de multiples valeurs de nombre de Reynolds pour un profil NACA 0012 pour la base de données Air- foilTools (simulateur Xfoil) . . . . .	243
E.4.	Distribution des $C_{L1}^{sa}$ et $\alpha_0$ optimaux: coût en fonction de $\alpha_0$ , coût en fonction de $C_{L1}^{sa}$ , $C_{L1}^{sa}$ en fonction de $\alpha_0$ . . . . .	246
E.5.	Distribution des $C_{D1}^{sa}$ et $C_{D,0}^{sa}$ optimaux en fonction du $c_T$ identifié . . . . .	246
E.6.	Distribution des $\chi_d$ , $\chi_l$ , $\chi_{lg}$ optimisées, avec mise en évidence des zones d'intérêt . . . . .	247
E.7.	Histogrammes comparatifs de l'impact relatif de $\chi_{l,g}$ et $\chi_l$ sur la per- formance de la prédiction . . . . .	248
F.1.	Illustration de la fonction de mixage du contrôleur PX4 . . . . .	252

F.2. Schéma des surfaces portantes pour le prototype de référence dit “Standard Plane” avec empennage en T [101] . . . . .	254
F.3. Schéma des surfaces portantes pour le prototype de référence Azimut avec empennage V-tail, adapté de [101] . . . . .	254
F.4. Schéma de mixage pour un quadrotor en configuration + (adapté de [101]) . . . . .	256
F.5. Schéma de mixage pour un quadrotor en X (adapté de [101]) . . . . .	256
G.1. Schéma de l’algorithme strapdown embarqué dans le PixHawk [80] . . . . .	264



# Liste des tableaux

1.1. Spécification du prototype de l’Azimut MK 3 développé dans le cadre du projet DACAR . . . . .	3
1.2. Répartitions des tâches du projet DACAR . . . . .	4
2.1. Erreurs relatives comparées pour l’approximation de la solution de $\eta$	29
3.1. Dépendance en les paramètres du modèle hélice par axe . . . . .	61
3.2. Synthèse des données expérimentales / conditions de vol pour les vols d’essai multicoptère . . . . .	70
3.3. Ecart type axe par axe dans les données d’accélération . . . . .	73
3.4. Résultat de la régression sur l’accélération verticale pour le modèle vanilla et le modèle customisé . . . . .	76
3.5. Résultat de la régression sur l’accélération verticale pour le modèle vanilla et le modèle customisé en présence de trainée verticale . . . . .	77
3.6. Résultat de la régression sur l’accélération horizontale axe par axe sans modèle, avec la trainée uniquement, le modèle complet sans trainée et le modèle complet avec trainée . . . . .	80
3.7. Résultat de la régression sur l’accélération horizontale, deux axes simultanés . . . . .	81
3.8. Résultat de l’identification de $k_T$ à partir du modèle vanilla . . . . .	82
3.9. Résultats de l’identification globale sur tous les paramètres, tous les axes, avec toutes les variations possibles du modèle . . . . .	86
3.10. Résultats de l’identification par validation croisée vol par vol [13] . . . . .	88
3.11. Réseau de neurones pour le test de la prédiction de l’accélération . . . . .	93
4.1. Paramètres du maillage du domaine numérique . . . . .	100
4.2. Conditions limites pour la résolution du schéma numérique . . . . .	101
4.3. Synthèse des données expérimentales / conditions de vol pour les vols d’essai avion . . . . .	129
4.4. Réseau de neurones pour le test de la prédiction de l’accélération . . . . .	155
5.1. Composants du prototype d’hexacoptère . . . . .	162
5.2. Signe des coordonnées des centres de poussée moteurs dans le plan horizontal du drone Azimut . . . . .	171
5.3. Caractéristiques énergétiques d’un multicoptère pour l’analyse dimensionnelle . . . . .	173
D.1. Conditions posées pour l’élimination des jeux de paramètres . . . . .	238

D.2. Meilleurs jeux retenus après discrimination . . . . .	239
--	-----