



**HAL**  
open science

## Téléalimentation acoustique pariétale

Olivier Freychet

► **To cite this version:**

Olivier Freychet. Téléalimentation acoustique pariétale. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2022. Français. NNT : 2022GRALT024 . tel-03710360

**HAL Id: tel-03710360**

**<https://theses.hal.science/tel-03710360v1>**

Submitted on 30 Jun 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : SIGNAL IMAGE PAROLE TELECOMS

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

**Olivier FREYCHET**

Thèse dirigée par **Ghislain DESPESSE** et  
co-encadrée par **François FRASSATI** et  
**Sébastien BOISSEAU**

préparée au sein du **Laboratoire CEA/LETI**  
dans **l'École Doctorale Electronique, Electrotechnique,**  
**Automatique, Traitement du Signal (EEATS)**

### Téléalimentation acoustique pariétale

### Through-the-wall power transfer

Thèse soutenue publiquement le **25 mars 2022**,  
devant le jury composé de :

**Monsieur Skandar BASROUR**

Professeur, Université Grenoble Alpes, Président

**Monsieur Samuel CALLÉ**

Maître de conférences HDR, Université de Tours, Rapporteur

**Monsieur Vincent TOURNAT**

Directeur de recherche, CNRS Bretagne et Pays de la Loire, Rapporteur

**Monsieur François COSTA**

Professeur, Université Paris 12 - Val de Marne, Examineur

**Monsieur François COLEMARD**

Ingénieur, DGA EM site Gironde, Membre invité

**Monsieur Ghislain DESPESSE**

Ingénieur HDR, CEA centre de Grenoble, Directeur de thèse



## Remerciements

Cher lecteur/lectrice, je voudrais tout d'abord vous remercier, vous, d'avoir ouvert ce manuscrit de thèse. Si lors de cette lecture vous allez au-delà de la partie remerciement, moment de la lecture des thèses où l'ambition d'en faire une lecture complète et approfondie est généralement entière, bravo ! Pour toute question ou remarque concernant le travail décrit dans ce document, n'hésitez pas à me contacter par mail à mon adresse personnelle : olivier.freychet@gmail.com. Je me ferais un plaisir de vous répondre.

Je remercie très sincèrement les membres de mon jury : François Costa, Skandar Basrour, Vincent Tournat et Samuel Callé. Vous avez accepté de faire partie de mon jury ce qui est tout de même très chronophage, que ce soit en tant qu'examinateur ou rapporteur. Vous avez aussi tous fait le choix de venir en présentiel à ma soutenance ce que j'ai vraiment apprécié. Les questions et remarques que vous avez faites sur mon travail m'ont permis de prendre du recul supplémentaire et d'ouvrir de nouvelles perspectives.

En plus de la soutenance, chaque année, le travail de thèse est présenté à des membres externes au laboratoire, c'est le comité de suivi individualisé (CSI). Je remercie pour leur participation à chacun de mes CSI Adrien Badel et Skandar Basrour.

Ce travail de thèse sur la téléalimentation acoustique pariétale a été possible grâce au financement conjoint du CEA et de la DGA. J'ai dans ce cadre passé mes 3 années de thèse dans les locaux du CEA à Grenoble. Mon encadrement s'est partagé entre un suivi au quotidien par mes encadrants et directeur de thèse, tous du CEA, et un suivi plus ponctuel de la DGA réalisé par Rose-Marie Sauvage. Merci Rose-Marie pour ta disponibilité et pour ce suivi technique, humain et personnalisé. A Rose-Marie s'est associé sur la fin de la thèse François Colemar, membre invité du jury, qui nous a apporté son regard d'expert de la thématique. Merci à vous deux.

Mon encadrement au quotidien a été réalisé par Sébastien Boisseau (du LAIC), François Frassati (du LAPCI) et Ghislain Despesse qui est aussi mon directeur de thèse (du L2EP). Prenez trois chercheurs, chacun avec leurs motivations et expériences propres, tous les trois de laboratoires différents mais réunis dans un même bâtiment et vous obtenez un génial encadrement. Un énorme merci pour votre présence, votre patience, votre soutien et évidemment vos recommandations, conseils, idées et actions qu'ils soient d'ordre administratif, technique, ou scientifique. Nous n'aurons pas toujours tous été d'accord sur tout, il m'est arrivé parfois de me décourager ou de traîner les pieds sur certains aspects, mais nous avons tout au long de ces trois années (avec quelques mois bonus) formé une belle équipe ! A cette équipe, nous pouvons ajouter Vincent Josselin qui a réalisé la partie électronique préalable à mon sujet de thèse et avec qui nous avons réalisé un démonstrateur de focalisation des ondes acoustiques à travers les parois métalliques en fin de thèse. Merci Vincent.

Durant ces trois années, j'ai été membre du laboratoire LAIC (Laboratoire autonomie et intégration de capteurs : CEA/DRT/LETI/DSYS/SSCE). Ce laboratoire est un écosystème où il fait bon travailler, discuter, débattre, faire du sport, de la musique, ... J'y ai profité des conseils avisés et autres soutiens de tout le monde. Vous m'avez permis de m'orienter sur le bon matériel à utiliser, à m'aider dans le choix d'achats de composants électroniques, à la réalisation de différents éléments comprenant par exemple un système de fixation à vide, à programmer une carte STM32, à utiliser un quartz externe,

## *Remerciements*

et tout plein d'autres choses. J'ai aussi eu le grand plaisir d'être convié aux réflexions et aux avancées sur la mise en pratique industrielle de la téléalimentation acoustique pariétale.

A tous les membres du LAIC (actuels ou que j'ai croisé durant les trois dernières années), merci !

Je n'oublie pas les autres membres du CEA hors LAIC qui m'ont permis d'effectuer de grands pas dans la compréhension des quadripôles électriques (Clément Jany), de la récupération d'énergie vibratoire (Adrien Morel), des lignes de propagations (Houssein Elmi Dawale) ou pour prendre un café (Mustapha Touhami).

Je voudrais adresser des remerciements particuliers aux doctorants et anciens doctorants du laboratoire avec qui j'ai partagé ces trois années (plus ou moins) et le même bureau : David Gibus, Ernesto Quisbert-Trujillo, Gallien Delattre, Adrien Ameye, Nicolas Decroix et Nathis Côte. Que ce soit pour débattre sérieusement de choses en lien ou non avec nos sujets de recherche respectifs ou pour faire des conneries, prendre la direction du travail et du bureau C231 aura toujours été un plaisir. Un immense merci à vous ainsi qu'aux parents des thésards, Pierre Gasnier et Nicolas Garraud, pour leurs encouragements, commentaires et conseils (quel qu'en soit le sujet).

Je remercie Gang Feng et Steeve Zozor, mes intermédiaires avec l'école doctorale EEATS, pour leur suivi administratif sans faille de l'avant thèse à l'après thèse et pour l'opportunité offerte si nécessaire, de parler des difficultés survenant durant la thèse.

Cette thèse, comme toute autre activité depuis début 2020, a été touchée par la Covid, avec pour conséquence une mise en télétravail sur de plus ou moins longues périodes. Cela nous a permis de passer du temps un peu partout et de profiter de patates barbecue avec Annie et Tanguy, de tartiflette avec Baptiste, Clément et Benjamin, de spaghettis Roquefort avec Grégoire, de truffade avec Agathe et Manu, de frites maison avec Nanou, Annaëlle et Rémi, de kebabs avec Eliette, de burgers avec Sozic et Micheal, de poivrons farcis avec mes parents et de découvrir le rôti sauce vin rouge avec Alain.

Merci de nous avoir hébergés et merci à mes amis et à ma famille avec qui j'ai partagé avec joie mes semaines de congés.

Enfin, merci Roxanne, ma chérie.

## Résumé

Cette thèse s'intéresse à l'utilisation d'ondes acoustiques, pour transmettre de l'énergie, sans fil, d'un émetteur vers un récepteur, par exemple pour alimenter et communiquer avec des capteurs enfouis. Cette technique est particulièrement intéressante lorsque les ondes électromagnétiques, largement déployées jusqu'ici, ne sont pas utilisables. Ce travail s'est concentré sur la transmission de puissance électrique d'un côté à l'autre de parois métalliques, qui absorbent les ondes radios et rendent les techniques électromagnétiques conventionnelles inutilisables.

Le système est généralement constitué de deux transducteurs piézoélectriques, collés alignés de part et d'autre d'une paroi. Une excitation électrique appliquée sur le premier transducteur piézoélectrique se traduit par son extension et sa contraction et par conséquent, par l'émission d'ondes acoustiques dans la paroi. Ces ondes se propagent et atteignent le second transducteur piézoélectrique qui convertit cette excitation mécanique en électricité qui peut être utilisée pour alimenter des dispositifs électroniques.

L'intérêt et la faisabilité de cette technologie ont déjà été prouvés à plusieurs reprises. Dans ce travail, nous nous sommes donc intéressés à améliorer et à faciliter l'utilisation de la transmission de puissance acoustique. La proposition d'une nouvelle méthode de résolution du modèle analytique généralement utilisé, a permis la prise en compte d'empilements de transducteurs. Plusieurs nouvelles stratégies ont été étudiées et validées expérimentalement. Notons par exemple, l'étude de l'utilisation de plusieurs émetteurs pour focaliser les ondes acoustiques en différentes zones via un contrôle électronique. Cette solution permet une augmentation très significative de la puissance transmise pour l'alimentation de transducteurs éparpillés et ouvre de nouvelles perspectives pour la transmission de puissance et la communication acoustique.

## Abstract

This thesis focuses on the use of acoustic waves to transmit energy wirelessly from a transmitter to a receiver, for example to power and communicate with remote sensors. This technique is particularly interesting when electromagnetic waves, widely deployed until now, are not usable. This work focused on the transmission of electrical power from one side to the other of metallic walls, which absorb electromagnetic waves and make conventional electromagnetic techniques unusable.

The system is generally composed of two piezoelectric transducers which are glued aligned on both sides of a metallic wall. An AC electrical excitation applied on the first piezoelectric transducer results in its expansion and contraction and consequently, in the emission of acoustic waves in the wall. These waves propagate in the wall and reach the second piezoelectric transducer which converts this mechanical excitation into electricity that can be used to power electronic devices.

The interest and feasibility of this technology has already been proven on several occasions. In this work, we studied how to improve or facilitate the use of existing systems. This has been done through new modeling, allowing for example to model transducer stacks. New strategies have been studied and experimentally validated to improve or facilitate the use of acoustic power transfer through metal wall. Let us note for example the study of the use of several transmitters to focus the acoustic waves in different areas via electronic control. This solution allows a very significant increase of the transmitted power for the supply of scattered transducers. It hence opens new perspectives for acoustic power transfer and communication.

## Table des matières

REMERCIEMENTS .....	2
RESUME.....	4
ABSTRACT .....	4
TABLE DES MATIÈRES .....	5
INTRODUCTION .....	7
CHAPITRE 1 - ETAT DE L'ART.....	8
• 1.I. Objectifs et principes de la communication et transmission de puissance acoustique.....	8
• 1.II. Contraintes de la CTPA .....	10
1.II.1. Contraintes pour la transmission dans les tissus biologiques .....	10
1.II.2. Contraintes pour la transmission dans l'air.....	10
1.II.3. Contraintes pour la transmission dans les parois.....	11
• 1.III. Positionnement de la thèse.....	11
• 1.IV. Etat de l'art .....	12
1.IV.1. Les différents laboratoires .....	12
1.IV.2. Modélisation de la TPA.....	14
1.IV.3. Réalisations expérimentales et dispositifs originaux .....	20
• 1.V. Conclusion du chapitre .....	29
CHAPITRE 2 - MODELISATION.....	30
• 2.I. Modélisation analytique .....	31
2.I.1. Couches mécaniques sans diffraction (parois fines, colle) : MASD .....	32
2.I.2. Couches mécaniques avec diffraction (parois épaisses) : MAAD.....	39
2.I.3. Éléments piézoélectriques .....	48
2.I.4. Comportement des empilements de couches .....	57
• 2.II. Modélisation par éléments finis .....	60
2.II.1. Résolutions des équations différentielles partielles .....	60
2.II.2. Application des éléments finis à la transmission de puissance acoustique .....	64
• 2.III. Validation des modèles .....	66
2.III.1. Validation des modèles, paroi fine.....	67
2.III.2. Validation du MAAD, paroi épaisse.....	68
2.III.3. Différences entre le MAAD et le MEF .....	69
2.III.4. Les limites du MAAD .....	70
• 2.IV. Conclusion du chapitre .....	71
CHAPITRE 3 - CARACTERISATION DES SYSTEMES DE TPA ET OPTIMISATION ELECTRIQUE .....	72
• 3.I. Evaluation des performances .....	72
3.I.1. Performances .....	73
3.I.2. Maximisation des performances.....	83
• 3.II. Caractérisation expérimentale des systèmes.....	88
3.II.1. Mesure de la matrice d'impédance.....	88
3.II.2. Exemple de résultats .....	92
3.II.3. Méthode alternative pour déterminer la matrice d'impédance .....	96
3.II.4. Fixation sans colle .....	97
• 3.III. Conclusion du chapitre .....	104
CHAPITRE 4 - OPTIMISATION MECANIQUE.....	105
• 4.I. Borne supérieure du rendement de la paroi.....	106
• 4.II. Impact de la colle .....	112
• 4.III. Optimisation des transducteurs piézoélectriques.....	113
4.III.1. Charge électrique appliquée au récepteur.....	113
4.III.2. Choix des dimensions des transducteurs .....	114
4.III.3. Choix du matériau piézoélectrique .....	121

•	<b>4.IV. Bornes supérieures des performances.....</b>	<b>128</b>
4.IV.1.	Bornes supérieures globales des systèmes de TPA.....	128
4.IV.2.	Performances individuelles de chaque couche.....	130
•	<b>4.V. Stratégies pour augmenter la puissance normalisée .....</b>	<b>132</b>
4.V.1.	Couche intermédiaire.....	132
4.V.2.	Empilements de transducteurs .....	141
4.V.3.	Contre-masses.....	150
•	<b>4.VI. Conclusion du chapitre .....</b>	<b>155</b>
CHAPITRE 5 - SYSTEMES MULTI-EMETTEURS .....		156
•	<b>5.I. Maximisation des performances .....</b>	<b>158</b>
5.I.1.	Maximisation du rendement.....	159
5.I.2.	Maximisation de la puissance normalisée.....	164
•	<b>5.II. Validation expérimentale .....</b>	<b>167</b>
5.II.1.	Dispositif expérimental .....	167
5.II.2.	Méthode de mesure et de caractérisation.....	169
5.II.3.	Résultats expérimentaux.....	173
•	<b>5.III. Empilement de transducteur vu comme un système MISO .....</b>	<b>179</b>
•	<b>5.IV. Conclusion du chapitre .....</b>	<b>182</b>
CONCLUSION DE LA THESE ET PERSPECTIVES .....		183
•	<b>Synthèse des travaux réalisés .....</b>	<b>183</b>
•	<b>Perspectives .....</b>	<b>185</b>
BIBLIOGRAPHIE.....		187
ANNEXES .....		195
•	<b>Annexe - 1.Détail de calcul 1.....</b>	<b>195</b>
•	<b>Annexe - 2.Raideur et mouvement de corps rigide .....</b>	<b>198</b>
•	<b>Annexe - 3.Facteur de qualité d'un matériau .....</b>	<b>200</b>
•	<b>Annexe - 4.Lenteur complexe .....</b>	<b>202</b>
•	<b>Annexe - 5.Inversion des termes.....</b>	<b>203</b>
•	<b>Annexe - 6.Gain en tension sur <i>ZLoad</i>.....</b>	<b>204</b>
•	<b>Annexe - 7.Formule du rendement .....</b>	<b>205</b>
•	<b>Annexe - 8.Théorème de transfert de puissance maximum (ou Loi de Jacobi) .....</b>	<b>207</b>
•	<b>Annexe - 9.Impédances d'entrée et de sortie d'un réseau d'adaptation d'impédance.....</b>	<b>210</b>
•	<b>Annexe - 10.Charge complexe maximisant le rendement .....</b>	<b>211</b>
•	<b>Annexe - 11.Borne du rendement de la paroi pour plusieurs valeurs de facteur de qualité .....</b>	<b>213</b>
•	<b>Annexe - 12.Condition pour que la colle soit négligeable.....</b>	<b>215</b>
•	<b>Annexe - 13.Rendement de TPA pour différentes valeurs de <math>\gamma</math>.....</b>	<b>217</b>
•	<b>Annexe - 14.Détermination du champ électrique dans le transducteur .....</b>	<b>219</b>
•	<b>Annexe - 15.Datasheet des matériaux PI .....</b>	<b>221</b>
•	<b>Annexe - 16.Matrice du quadripôle émetteur.....</b>	<b>223</b>
•	<b>Annexe - 17.Impédance mécanique des transducteurs piézoélectriques sans pertes.....</b>	<b>225</b>
•	<b>Annexe - 18.Rendement maximal en fonction du port d'excitation .....</b>	<b>229</b>
•	<b>Annexe - 19.Maximisation du rendement des systèmes MIMO .....</b>	<b>232</b>
LISTE DES PUBLICATIONS.....		233
•	<b>Revue internationale .....</b>	<b>233</b>
•	<b>Conférences internationales avec acte .....</b>	<b>233</b>
•	<b>Conférences nationales .....</b>	<b>233</b>
•	<b>Brevets .....</b>	<b>233</b>

## Introduction

Cette thèse s'intéresse à la transmission de puissance acoustique afin de permettre l'alimentation et la communication sans fils de dispositifs électroniques. Ce procédé permet de conserver l'intégrité mécanique de structures fermées, en évitant leur perçage pour alimenter et communiquer avec des dispositifs placés de l'autre côté. Dans ce manuscrit, nous étudions la transmission de puissance acoustique à travers des parois métalliques, un cas d'application très intéressant pour lequel les technologies électromagnétiques ne peuvent être utilisées.

La transmission de puissance acoustique à travers les parois consiste à utiliser des transducteurs électromécaniques placés de part et d'autre de celle-ci. Un premier transducteur émetteur, convertit une excitation électrique en excitation mécanique. Les forces et mouvements générés se propagent alors dans la paroi avant d'atteindre un deuxième transducteur récepteur, qui va convertir cette excitation mécanique en électricité. Ces deux transducteurs et la paroi forment, ce que nous appelons, un canal électro-acoustique qui permet la transmission d'énergie électrique d'un côté à l'autre de la paroi via l'utilisation d'ondes acoustiques. Ce procédé a déjà été validé à la fois en modélisation et expérimentalement. Ainsi, dans cette thèse, nous n'avons pas cherché à prouver l'intérêt des ondes acoustiques pour fournir de la puissance électrique à des dispositifs isolés mais plutôt à faciliter leur alimentation. Le premier chapitre de ce manuscrit présente les différents travaux déjà réalisés et permet d'identifier les axes d'amélioration de la transmission de puissance acoustique :

- Augmenter le rendement et la puissance transmise :
  - Optimisation électrique des canaux acoustiques
  - Optimisation des dimensions et des matériaux des éléments composant le canal électro-acoustique
  - Proposition de solutions originales
- Faciliter la mise en place du système
- Déterminer la meilleure fréquence de fonctionnement

Afin de répondre à ces objectifs, plusieurs solutions ont été proposées et validées expérimentalement. Celles-ci ont été préalablement étudiées à partir de modèles analytiques et par éléments finis qui sont décrits dans le chapitre 2. Dans le chapitre 3, nous montrons pourquoi le rendement et la puissance transmise dépendent de la charge électrique connectée sur le récepteur et détaillons l'optimisation électrique à réaliser afin de les maximiser. Dans ce même chapitre, nous utilisons cette méthode d'optimisation afin de caractériser des systèmes expérimentaux et étudions notamment l'utilisation de transducteurs non-collés à la paroi facilitant l'installation d'un système de transmission de puissance acoustique. Cette optimisation étant réalisée, le rendement et la puissance transmise peuvent être encore améliorés en optimisant le canal électro-acoustique. Ce sujet est traité dans le chapitre 4. Plusieurs solutions originales y sont étudiées et validées expérimentalement.

Dans le dernier chapitre, nous montrons, pour la première fois dans le domaine de la transmission de puissance acoustique au travers de paroi, comment l'utilisation de plusieurs émetteurs permet de focaliser les ondes acoustiques sur des récepteurs positionnés en différents endroits. Cette étude ouvre de nouvelles perspectives permettant l'alimentation de plusieurs récepteurs, non alignés avec les émetteurs.



## Chapitre 1 - Etat de l'art

Dans ce chapitre, les objectifs et les contraintes de la communication et transmission de puissance acoustique (CTPA) ainsi que notre positionnement par rapport à cette thématique sont détaillés. Nous présentons un état de l'art des modèles et des dispositifs expérimentaux.

### 1.1. Objectifs et principes de la communication et transmission de puissance acoustique.

La CTPA consiste à établir une communication et à transmettre de la puissance électrique entre deux éléments via l'utilisation d'ondes acoustiques. Ce type de systèmes est intéressant partout où le passage de câbles électriques est à éviter et où l'utilisation de techniques électromagnétiques est inadaptée.

La CTPA est donc intéressante, entre autres, pour alimenter des dispositifs électroniques placés (i) de part et d'autre de parois, et notamment de parois métalliques, (ii) dans des milieux perturbés électromagnétiquement, (iii) dans le corps humain ou dans des liquides et (iv) dans l'air.

Le principe de la CTPA consiste à générer des ondes acoustiques à partir d'un signal électrique appliqué à un transducteur, l'émetteur. L'émetteur étant en contact avec le milieu à traverser (e.g. air, liquide, paroi), les ondes acoustiques s'y propagent jusqu'à atteindre un second transducteur, le récepteur, qui va convertir ces déformations mécaniques en signal électrique. Ainsi, un signal électrique appliqué sur l'émetteur se traduit par un signal électrique sur le récepteur. Il est donc possible de transmettre de la puissance et des données à travers ou le long de milieux. La Figure 1 présente un schéma de principe de la CTPA à travers les parois.

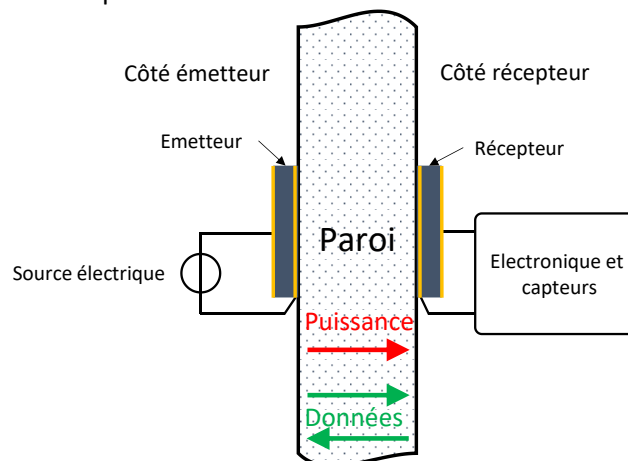


Figure 1 : Schéma de principe de la CTPA à travers les parois.

Eviter le passage de câbles électriques à travers les parois est avantageux car les fonctions structurales et l'étanchéité (mécanique ou électromagnétique) des parois sont affectées par les trous nécessaires pour le passage des câbles électriques.

Les solutions électromagnétiques ne sont pas adaptées pour l'alimentation et la communication de dispositifs à travers des parois conductrices, ces dernières font cage de Faraday et absorbent les ondes électromagnétiques lorsque l'épaisseur de la paroi est supérieure à une distance caractéristique nommée épaisseur de peau de la paroi ( $\delta_{peau}$ ) :

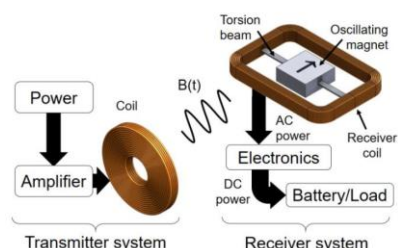
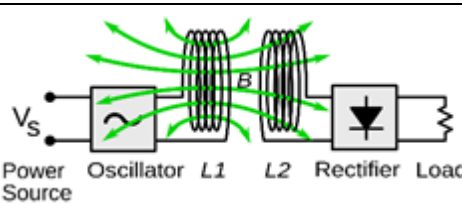
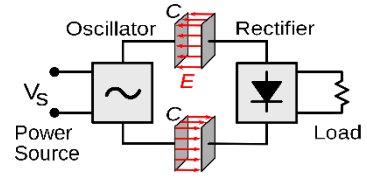
$$\delta_{\text{peau}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0\mu_r\sigma f}} \quad 1-1$$

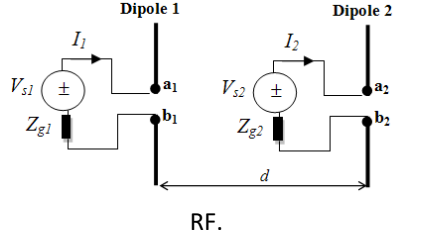
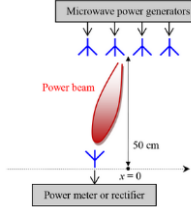

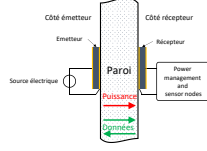
Avec  $f$  la fréquence du signal électromagnétique (en Hz),  $\mu_0$  (en H/m) la perméabilité magnétique du vide,  $\mu_r$  la perméabilité relative du milieu et  $\sigma$  la conductivité du milieu (S/m). Ainsi pour une paroi en acier ferritique de conductivité  $6 \cdot 10^6$  S/m et de perméabilité magnétique 1000 l'épaisseur de peau à 10 kHz est de  $24\mu\text{m}$ . Cela est également vrai pour communiquer à travers des milieux liquides conducteurs tel que l'eau salée. L'absorption des champs RF peut être réduite en utilisant de très basses fréquences. Sur ce principe, des systèmes magnétodynamiques, fonctionnant à très basse fréquence permettent de traverser des parois conductrices : à environ 100Hz l'épaisseur de peau augmente à  $240\mu\text{m}$  et permet d'envisager la traversée de parois de l'ordre du mm [1]. Cependant, la très faible fréquence de fonctionnement ne permettrait d'obtenir que de très faibles débits de communication.

A l'inverse des ondes électromagnétiques, les ondes acoustiques se propagent très bien dans les matériaux conducteurs, même à des fréquences de l'ordre du mégahertz et permettent donc la transmission de puissance et la communication de données avec de bons débits.

Le Tableau 1 permet de comparer les différentes technologies de transmission de puissance sans fils.

Tableau 1 : Comparaison des différentes technologies de transmission de puissance sans fil.

Technologie de transmission de puissance	Caractéristiques
 <p>Magnéto-dynamique, figure extraite de [1]</p>	<p>Fonctionnement très basse-fréquence permettant de traverser de fines parois métalliques. Capacités de communication très réduites.</p>
 <p>Inductive, « Wireless power system - inductive coupling », CC, par Chetvorno.</p>	<p>Fonctionnement de proximité (distance &lt; à la taille de l'inductance). Ne fonctionne pas à travers les matériaux conducteurs.</p>
 <p>Capacitive, « Wireless power system - capacitive bipolar », CC, par Chetvorno</p>	<p>Fonctionnement de proximité (distance &lt; à la taille de l'électrode). Ne fonctionne pas à travers les matériaux conducteurs.</p>

 <p style="text-align: center;">RF.</p>	<p>Peu directif et antennes de grandes dimensions. Ne fonctionne pas à travers les matériaux conducteurs.</p>
 <p style="text-align: center;">Micro-ondes, figure extraite de [2].</p>	<p>Orientation du faisceau possible mais gourmand en énergie et coûteux. Ne fonctionne pas à travers les matériaux conducteurs.</p>
 <p style="text-align: center;">Lumière/Laser</p>	<p>Ne fonctionne que pour les milieux transparents et le rendement est limité.</p>
 <p style="text-align: center;">Acoustique, figure extraite de [3]</p>	<p>Longueur d'ondes courtes pour des fréquences bien plus basses que les ondes radios =&gt; facile à gérer et possibilité d'avoir un faisceau directif et éventuellement orientable avec une électronique simple et peu coûteuse.</p>

L'utilisation d'ondes acoustiques pour transmettre de la puissance et communiquer est donc la technologie la plus appropriée pour beaucoup d'applications de CTPA et particulièrement pour les milieux conducteurs absorbant le champ électromagnétique. Cependant, les performances de la CTPA sont très dépendantes du milieu de propagation. Nous présentons les contraintes associées dans la partie suivante à la transmission dans les tissus biologiques, l'air et les parois solides.

## 1.II. Contraintes de la CTPA

### 1.II.1. Contraintes pour la transmission dans les tissus biologiques

Comme pour les champs électromagnétiques, l'intensité des ondes acoustiques acceptables dans les tissus biologiques est limitée [4]. Les puissances acceptables sont néanmoins plus grandes avec les ondes acoustiques qu'avec les ondes radio [5]. Afin de garantir que de fortes puissances acoustiques ne sont pas atteintes dans le milieu il est important d'éviter de trop concentrer le faisceau acoustique comme cela est fait dans [4] et d'éviter les ondes stationnaires pour lesquelles de fortes amplitudes sont atteintes localement au niveau des ventres d'amplitude [6]. Cette dernière condition peut être réalisée en limitant les réflexions à l'interface tissu/récepteur [6] ou en utilisant des trains de sinusoïdes plutôt que des ondes continues [7]. Par ailleurs, des problématiques d'orientation et de positionnement émetteur/récepteur sont présentes de par les mouvements possibles des tissus [4].

### 1.II.2. Contraintes pour la transmission dans l'air

L'impédance acoustique caractéristique de l'air est très faible. Ainsi, un transducteur alimenté et en contact avec l'air ne ressent pratiquement aucune résistance mécanique de la part de l'air et n'y

transfère donc que très peu de puissance. Afin d'éviter ce problème et de transmettre davantage de puissance dans l'air il est nécessaire d'utiliser des systèmes permettant d'augmenter l'impact mécanique de l'air sur le transducteur. Cela correspond à une adaptation d'impédance mécanique et peut être réalisé via l'utilisation de différents dispositifs tels que les pavillons, utilisés dans les gramophones afin d'augmenter le niveau sonore (voir Figure 2). Roes et al. [8] ont étudié l'intérêt des pavillons pour augmenter la puissance transmise de manière acoustique dans l'air. Les rendements et niveaux de puissance obtenus pour la transmission de puissance acoustique (TPA) à travers l'air restent assez faibles.



Figure 2 : Gramophone et son pavillon permettant d'augmenter la puissance acoustique transmise.

### 1.II.3. Contraintes pour la transmission dans les parois

A travers les parois, les contraintes de l'utilisation des ondes acoustiques sont moindres. En effet, les niveaux de puissances ne sont pas limités comme dans les tissus biologiques et les transducteurs étant fixés à la paroi les problèmes d'alignement et d'orientation sont moins présents. Aussi, l'impédance caractéristique des parois étant bien plus élevée que celle de l'air, il est assez aisé d'y envoyer de la puissance. Les niveaux de puissance transmis restent néanmoins assez limités et dans cette thèse nous étudions et proposons plusieurs manières pour l'augmenter.

Par ailleurs, les multiples réflexions des ondes sur les parois rendent le canal électro-acoustique très sélectif en fréquence : parfois l'onde générée par l'émetteur est en phase avec l'onde de retour (grandes amplitudes) et parfois l'onde générée par l'émetteur est déphasée avec l'onde de retour (faibles amplitudes). La fréquence de TPA doit donc être déterminée précisément [9] et des stratégies spécifiques de communications de type OFDM doivent être employées pour atteindre de hauts débits de communication. Des débits allant jusqu'à 17 Mbps avec un émetteur et un récepteur [10] et 700 Mbps avec 7 émetteurs et 7 récepteurs [11] peuvent alors être atteints.

Comme dans l'air et à travers les tissus biologiques, la TPA à travers les parois ne fonctionne que pour des signaux alternatifs et des dispositifs de conversion AC/DC sont nécessaires pour l'alimentation en tension continue de dispositifs électroniques. Des topologies particulières de convertisseurs permettent de limiter les pertes de cette conversion électrique [12].

### 1.III. Positionnement de la thèse

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la transmission de puissance à travers les parois et particulièrement les parois métalliques. Les résultats obtenus sont aussi valables pour les parois isolantes et les milieux liquides, tel que l'eau ou les tissus biologiques.

La TPA étant déjà fonctionnelle avant le début de la thèse, y compris au sein de notre laboratoire où un dispositif de CTPA robuste était opérationnel, nous avons essayé d'améliorer les systèmes existants.

Cela passe par l'augmentation du rendement, des puissances transmises et la facilité d'utilisation. Nous proposons ainsi plusieurs stratégies permettant d'augmenter le rendement et la puissance transmise pour des récepteurs alignés ou non alignés avec l'émetteur. Pour faciliter l'utilisation des dispositifs de transmission de puissance acoustique, nous avons étudié quelques stratégies consistant à éviter le collage des transducteurs à la paroi et ainsi facilitant l'installation, le déplacement et la réutilisation des transducteurs sur d'autres parois ultérieurement.

Afin d'obtenir des systèmes de dimensions raisonnables (centimétriques) tout en étant assez directif (longueur d'ondes millimétriques), des fréquences de fonctionnement de l'ordre du mégahertz sont nécessaires. Les transducteurs utilisés et étudiés dans cette thèse sont des transducteurs piézoélectriques qui, contrairement aux transducteurs électromagnétiques, permettent l'émission de fortes puissances avec de bons rendements même au mégahertz. Tous les travaux de l'état de l'art utilisent des transducteurs piézoélectriques à l'exception d'un travail utilisant des transducteurs électromagnétiques sans contact [13]. Ces transducteurs, appelés EMAT (de l'anglais, electromagnetic acoustic transducer) entraînent, à partir de champs magnétiques générés par l'EMAT, des ondes acoustiques dans un matériau placé à proximité. Le contact entre le matériau et le transducteur n'est pas nécessaire car les champs magnétiques se traduisent par des efforts via la force de Lorentz pour les matériaux conducteurs et via la magnétostriction pour les matériaux ferromagnétiques. Ces transducteurs ont cependant un très mauvais rendement et n'ont été utilisés que pour la communication et pas pour la transmission de puissance.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés exclusivement à améliorer la transmission de puissance à travers les parois. L'aspect génération du signal électrique AC de puissance appliqué sur l'émetteur et sa conversion en DC au niveau du récepteur ainsi que l'aspect communication n'ont pas été traités dans cette thèse. Aussi, l'état de l'art présenté dans la partie suivante se concentre sur la TPA. Les débits de communication et les performances de redressement AC/DC sont indiqués à titre informatif.

## 1.IV. Etat de l'art

Dans cette section nous réalisons un état de l'art de la TPA à travers les parois. Dans une première partie sont listés tous les laboratoires ayant publié sur la TPA. Dans une deuxième partie, nous faisons un retour sur la modélisation analytique de la TPA et sur les modèles par éléments finis (MEF). Dans une troisième partie nous présentons les résultats expérimentaux en scindant la transmission à travers les parois et la transmission le long de paroi ou à partir de plusieurs émetteurs.

### 1.IV.1. Les différents laboratoires

La TPA à travers les parois a été étudiée depuis le début des années 2000 avec une augmentation importante ces dernières années du nombre de laboratoires publiant sur le sujet (voir Tableau 2).

Tableau 2 : Liste des différents laboratoires ayant publié sur la TPA à travers les parois.

Lettre	Laboratoire	Pays	Nombre de publications en TPA	1 <sup>ère</sup> publication en TPA	Dernière publication en TPA
A	University of Nebraska, Lincoln	USA	8	2001	2008
B	Jet propulsion laboratory	USA	5	2005	2008
C	Rensselaer Polytechnic Institute	USA	18	2007	2018
D	Drexel University	USA	Communication acoustique	2007	2014
E	Defense science and technology organization	Australie	3	2008	2010
F	EADS Innovation Works	Allemagne	2	2008	2008
G	University of Auckland	Nouvelle-Zélande	5	2014	2018
H	Imperial College London	UK	2	2015	2017
I	Chinese Academy of Sciences	Chine	3	2016	2019
J	School of Automation, Chongqing University	Chine	1	2016	2016
K	National University of Defense Technology	Chine	5	2016	2020
L	IMTEK-University of Freiburg	Allemagne	6	2016	2020
M	Air force research laboratory	USA	1	2018	2018
N	US Army Research Laboratory	USA	5	2018	2021
O	Case Western Reserve University, Cleveland	USA	2	2018	2020
P	University of Houston	USA	1	2019	2019
Q	Shanghai Jiao Tong University	Chine	1	2020	2020
R	Georgia Institute of Technology	USA	3	2020	2021
S	Virginia Tech	USA	3	2020	2020
T	Dalian University of Technology	Chine	1	2020	2020
U	Loughborough University	UK	1	2021	2021
V	StateKey Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University	Chine	1	2021	2021

Le nombre de laboratoires traitant de la TPA à travers les parois reste assez restreint pour que nous puissions en compiler toutes les publications. Tous les articles traitants, à notre connaissance, de la TPA à travers les parois sont recensés, regroupés par catégorie et présentés ici. Quelques éléments clé de certains articles ont été sélectionnés et sont présentés plus en détails.

Parmi les différents laboratoires, voici les trois laboratoires que nous considérons comme pionniers sur la thématique de la TPA :

- L'Université du Nebraska a été le premier laboratoire à étudier et à proposer un modèle analytique de la TPA
- Le Jet Propulsion Laboratory a été le premier laboratoire à obtenir des résultats expérimentaux de TPA et à transmettre de fortes puissances (jusqu'à 1 kW [14,15])
- L'Institut Polytechnique de Rensselaer est le laboratoire qui a le plus publié sur le sujet et s'est attaqué à l'aspect TPA et communication en modélisation et expérimentalement. Leur modèle analytique incluant la diffraction [16] est le modèle analytique des systèmes de TPA le plus abouti proposé dans l'état de l'art. Ils ont également proposé une méthode permettant de maximiser le rendement des systèmes de TPA [17], transmis de très forts débits de données (700 Mbps) [11], réalisé des systèmes de communication et de TPA simultanément à fortes puissances et haut-débits (20 W DC et 17 Mbps) [18] et des systèmes à débits plus faibles mais à consommations réduites [9]. Ils ont également transmis de la puissance et communiqué à 5 m de distance le long d'un tuyau [19].

La lettre (1<sup>ère</sup> colonne du Tableau 2) associée aux laboratoires permet d'identifier pour chaque publication le laboratoire l'ayant publié

## 1.IV.2. Modélisation de la TPA

### 1.IV.2.a. Modèles analytiques

Le premier article ayant traité la TPA [20] est rédigé par Hu et al. en 2001 et détaille la modélisation des systèmes de TPA à trois couches, composés de deux disques piézoélectriques placés de part et d'autre d'une paroi (voir Figure 3). Ce modèle est décrit plus en détail par les mêmes auteurs dans [21].

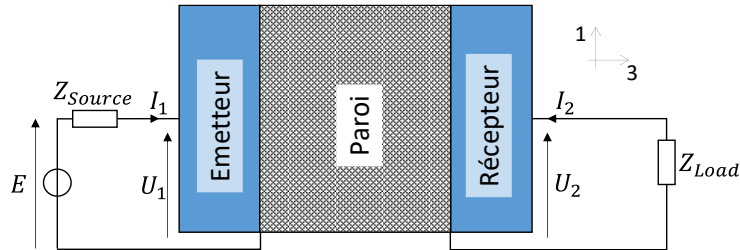


Figure 3 : Système de TPA modélisé par Hu et al dans [21].

Le modèle de Hu et al. considère que les déplacements sont uniquement dirigés dans l'épaisseur des éléments (i.e. suivant l'axe 3 sur la Figure 3) et que tous les éléments d'une section bougent en phase. Ainsi, seules les ondes longitudinales sont prises en compte et ce modèle ne considère pas la diffraction. Dans cette thèse, nous appelons ce modèle le modèle analytique sans diffraction (MASD). Ses hypothèses et ses conditions d'utilisation sont détaillées dans le chapitre 2. Ce modèle est le modèle analytique le plus utilisé en TPA et les résultats présentés dans [21] servent généralement de référence pour valider les différentes implémentations possibles du MASD [16,22].

Les déplacements latéraux n'étant pas inclus dans le MASD, les modes radiaux des transducteurs ne sont pas pris en compte. Par contre, tous les modes en épaisseur sont considérés, contrairement à certains modèles proposés plus récemment en TPA, plus restrictifs et ne prenant en compte que le premier mode de résonance des transducteurs [23,24].

La méthodologie suivie par Hu et al. consiste à résoudre analytiquement les équations de propagation pour le système sans colle présenté sur la Figure 3. Ainsi, cette implémentation du MASD ne permet pas la prise en compte d'éléments supplémentaires, telles que les couches de colles entre les transducteurs et la paroi. En 2005, Sherrit et al. [25] pallient ce problème en utilisant la modélisation électrique équivalente de Mason pour les transducteurs piézoélectriques et la paroi (voir Figure 4).

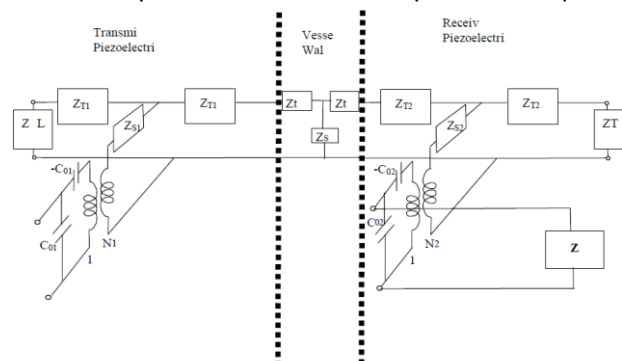


Figure 2. Schematic of the network equivalent circuit for the physical system shown in Figure 1. The delivered power is consumed in the impedance Z. ZTL and ZTR are the terminating mechanical impedances associated with the front and tail mass.

Figure 4 : Modélisation de TPA à partir d'équivalents électriques et du modèle de Mason. Figure extraite de [25].

Cette implémentation du MASD à base de composants électriques peut être implémentée sous un logiciel de calcul de circuits électroniques de type SPICE et permet facilement l'ajout de couches supplémentaires. Ces couches peuvent être placées entre les deux transducteurs (e.g. couches de

colle) ou à l'extérieur des transducteurs pour la modélisation de contre-masses comme illustré sur la Figure 5.

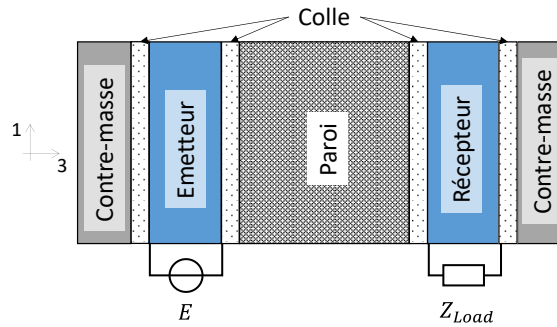


Figure 5 : TPA avec des contre-masses.

En 2009, Moss et al., proposent un autre type d'implémentation à partir d'équivalents électriques du MASD. Les couches mécaniques sont modélisées à partir de lignes de transmissions [26] (voir Figure 6).

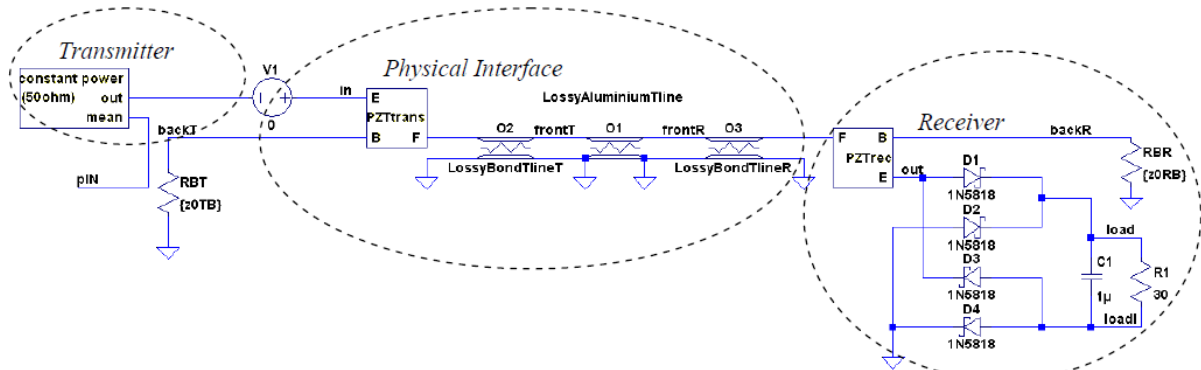


Figure 2. LTSpice schematic of a PZT/Aluminium/PZT AEF system with a constant 1 W apparent input power and diode bridge RC load. The three main sub-components of an AEF arrangement are encircled: the transmitter, the physical interface and the receiver.

Figure 6 : Modélisation à partir de lignes de transmission électrique, implémenté par Moss et al. La figure est tirée de leur article [26].

Les modèles proposés par Sherrit et Moss présentent l'intérêt de prendre facilement en compte des couches supplémentaires et d'être implémentés sous des logiciels de calcul de circuits électroniques. Il est donc possible de simuler l'électronique non-linéaire autour du système de TPA (e.g. le redressement côté récepteur [26]) et de réaliser des simulations temporelles.

En 2012, Lawry et al. [27] proposent une méthode modélisant chaque couche du système (e.g. transducteurs, paroi, colle) de manière indépendante à partir des forces/vitesses aux extrémités de chaque couche en incluant la diffraction de la paroi. Cette méthode permet la modélisation de systèmes de TPA quel que soit le nombre de couches mécaniques et leur ordonnancement tant qu'elles sont placées entre l'émetteur et le récepteur. Il ne permet donc pas la modélisation d'empilement de transducteurs (Figure 7) et des calculs analytiques supplémentaires sont nécessaires pour prendre en compte des couches placées à gauche de l'émetteur ou à droite du récepteur (e.g. les contre-masses et des couches de colles sur la Figure 5). Ce modèle ne fait pas appel à des équivalents électriques et ne peut être implémenté dans un logiciel de circuit électronique.



### Etat de l'art

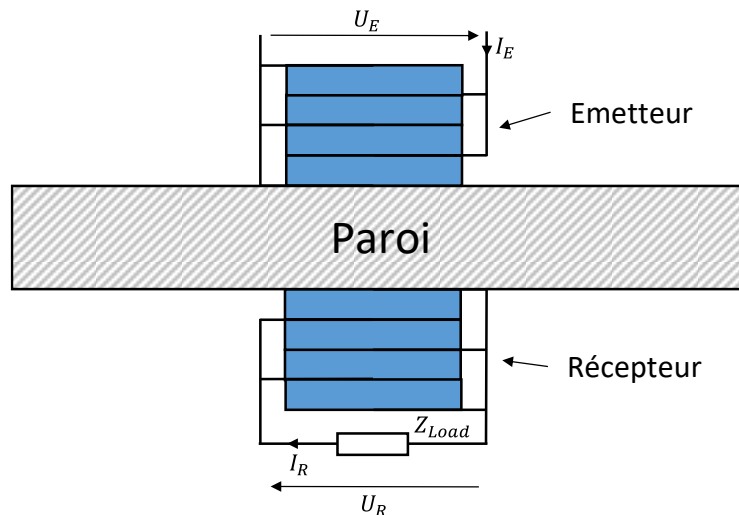


Figure 7 : Système de TPA avec des empilements de transducteurs.

En 2015, Wilt et al. présentent un travail permettant une prise en compte plus rigoureuse de la diffraction dans la paroi [16]. Comme dans le travail présenté dans [27], le modèle de Wilt et al. permet facilement l'ajout de couches mécaniques entre l'émetteur et le récepteur mais ne permet pas la modélisation d'empilement de transducteurs.

Dans cette thèse, nous proposons une méthode de résolution reprenant la modélisation de la diffraction proposée par Wilt et al. mais permettant la modélisation d'empilements de transducteurs et la prise en compte de contre-masses sans calculs analytiques supplémentaires. Ce travail est décrit dans le chapitre 2. La résolution que nous utilisons permet par ailleurs, contrairement aux équivalents électriques, de déterminer le comportement non seulement aux extrémités des couches mais aussi dans leur épaisseur. Cela est utilisé dans l'Annexe - 14 pour déterminer le champ électrique dans l'épaisseur des transducteurs.

Le Tableau 3 compile les différents articles ayant été publiés sur l'utilisation ou la proposition de modèles analytiques.

*Etat de l'art*

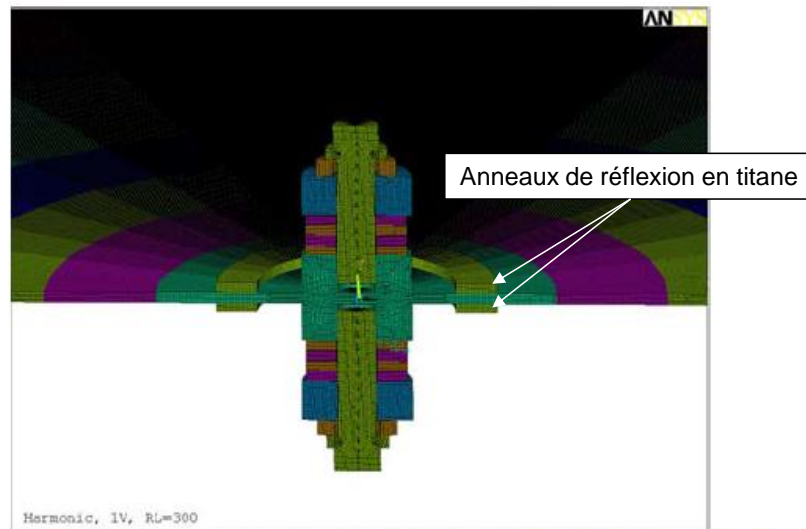
*Tableau 3 : Les différents articles proposant et utilisant des modèles analytiques en TPA.*

Réf	Lab	Année	Objectif	Charge optimale	Diffraction	Type de modèle
[20]	A	2001	Modélisation de la TPA, correspond au MASD	Non	Non	100% analytique
[21]	A	2003	Détaillent davantage les calculs de [20]	Non	Non	100% analytique
[28]	B	2005	Modélise à partir d'équivalents électriques le système de TPA. Prise en compte possible de pertes linéaires mécaniques, piézoélectriques et diélectriques. Possibilité les conte-masses.	Non	Non	100% analytique
[29]	A	2008	Utilisation de SSHI pour conversion AC/DC. La paroi n'est pas incluse, ce qui correspond à une paroi très fines	Oui, via la SSHI	Non	100% analytique
[30]	A	2009	Utilisation de SSHI pour conversion AC/DC. Paroi incluse.	Oui, via la SSHI	Non	100% analytique
[31]	A	2008	Ajout de termes non-linéaires dans la modélisation.	Non	Non	100% analytique
[32]	A	2008	Modélisation de transducteurs cylindriques de part et d'autre de tubes, polarisés pour être excités en shear mode, prise en compte de la finitude des transducteurs par rapport au tube, lui étant infini	Non	Oui	100% analytique
[33]	A	2008	Comme [32], mais cette fois les transducteurs sont des portions de cylindres. Etudient la localisation des ondes et leur étalement.	Non	Oui	100% analytique
[34]	A	2008	Synthétise les articles [31–33]	Non	Oui/Non	100% analytique
[26]	E	2008	Modélisation à partir de ligne de transmission électrique.	Non	Non	100% analytique
[35]	C	2009	Modélisation à partir de lignes de propagation électriques.	Non	Non	100% analytique
[36]	D	2010	Identifie à partir de la mesure des fonctions de transfert permettant de modéliser le canal	Non	Oui	Analytique basé sur des mesures.
[27]	C	2012	Chaque couche est modélisée indépendamment, mise ensemble via l'utilisation des matrices ABCD. La diffraction est modélisée en adaptant les pertes de propagation (augmentation du facteur de qualité), dont la valeur dépend de la fréquence.	Oui	Oui	100% analytique
[37]	C	2013	Comme [27], mais modélisé à partir d'éléments électriques équivalents	Oui	Oui	100% analytique
[38]	C	2014	Emission le long de paroi avec l'utilisation de cales acoustiques.	Oui	Oui	100% éléments finis
[16]	C	2015	Modélisation des diffractions plus correcte que celle utilisée dans [27,37]. La diffraction n'est pas prise en compte en augmentant artificiellement le facteur de qualité. Basée sur les ondes de pressions.	Oui	Oui	100% analytique
[39]	C	2015	Utilisation de fibres acoustiques.	Oui	Oui	100% éléments finis
[23]	G	2015	Modélise les transducteurs (de Langevin), comme des résonateurs à 1ddl et la paroi comme un transformateur dont le gain (choisi comme indépendant de la fréquence) est déterminé à partir de la toolbox Matlab open-source k-wave	Non	Non	Analytique via la toolbox k-wave.
[40]	G, J	2016	Détermination de la charge résistive optimale, pour leur modèle particulier (les transducteurs sont des résonateurs piézoélectriques à 1 ddl).	Charge résistive optimale	Non	100% analytique
[41]	K	2016	Compèrent les résultats du MASD avec la mesure	Non	Non	100% analytique
[42]	L	2016	Etudient les charges optimales, calculées pour le MASD dans deux conditions : minimisation de l'onde de retour dans le milieu (e.g. paroi) ou maximisation de la puissance transmise au récepteur.	Trop peu détaillé	Non	100% analytique
[43]	L	2017	Détaillent les résultats de [42]. Obtention analytique des charges complexes pour le MASD, implémenté sous la forme de KLM model afin de maximiser la puissance transmise ou de minimiser les réflexions à l'interface du récepteur.	Oui.	Non	100% analytique
[24]	G	2018	Modèle mixte, dont les paramètres sont basés sur des mesures	Charge résistive optimale	Non ?	analytique + mesures
[44]	K	2019	Article de review sur les différents modèles de la TPA. Ils ne citent pas le modèle de Wilt et al incluant la diffraction.		Non	
[22]	P	2019	Analyse paramétrique à partir du MASD. Etudient l'impact des contre-masses. La charge optimale n'étant pas appliquée sur les dispositifs comparés, les résultats sont remis en cause.	Non	Non	100% analytique
[45]	R	2019	Comparaison de plusieurs modèles analytiques des transducteurs piézoélectriques en fonction du facteur de forme du transducteur			100% analytique
[46]	S	2020	Modélisent les couches intermédiaires (e.g. 2 couches pour prendre en compte la colle) avec le MASD. Dimensionnement afin de minimiser les réflexions à l'interface milieu de propagation (e.g. paroi) et l'empilement couches intermédiaires + transducteurs. Considèrent le transducteur comme un milieu semi-infini dans ce calcul.	?	Non	100% analytique
[47]	T	2020	Ajoutent des pertes aux MASD. Ils citent [28] comme n'incluant pas les pertes, or c'est le cas .	Non	Non	100% analytique
[48,49]	S	2020	Modélisation de systèmes de TPA utilisant en émetteur un transducteur focalisant. Prise en compte de la non-linéarité des milieux dans lesquels se propagent les ondes.	Non	Oui	Modèle mixte analytique/MEF.

## 1.IV.2.a. Modèles par éléments finis

Plusieurs articles présentent des résultats obtenus à partir de la méthode des éléments finis. Les éléments finis permettent la prise en compte de tous les phénomènes linéaires et permettent une modélisation plus complète qu'à partir des modèles analytiques. Ils ont été utilisés à plusieurs reprises dans l'état de l'art afin d'étudier les systèmes de TPA.

En 2007, Chang et al. étudient à partir d'un modèle par éléments finis (MEF) les pertes liées aux ondes partant latéralement dans la paroi [50] et proposent en 2008 une solution consistant à souder un anneau sur la paroi (Figure 8), permettant la réflexion de ces ondes partant latéralement et de limiter les pertes [15].



**Figure 7.** The FE model including the prototype piezoelectric device, 4.76-mm Titanium wall, reflector rings and a load resistor of 300  $\Omega$ .

*Figure 8 : Modèle géométrique implémenté dans un MEF pour déterminer les performances d'anneaux de réflexions en titane afin de limiter les pertes latérales dans la paroi. Figure extraite de [15].*

Dans ces deux articles, le diamètre des transducteurs est de 45 mm et la fréquence de fonctionnement est de 24.5 kHz ( $\lambda = 25$  cm) se traduisant par un faisceau beaucoup moins directif que ce que nous avons en fonctionnant à plus hautes fréquences (à 1 MHz,  $\lambda = 6$  mm) en utilisant des transducteurs du même diamètre. Nous n'avons donc pas poussé plus en détail la méthode des anneaux de réflexions car les pertes latérales sont bien moindres à nos fréquences de fonctionnement. Notons qu'en 2021, Sugino et al. dans un article purement expérimental ont proposé une autre méthode permettant de limiter les ondes partant latéralement et consistant à graver des rainures dans la paroi (Figure 9). L'objectif n'est pas d'améliorer les performances de TPA mais de faciliter la communication de données lorsque deux couples de transducteurs sont utilisés : un couple pour la transmission de puissance et un couple pour la communication. En gravant entre les deux canaux des rainures dans la paroi l'effet du canal dédié à la TPA sur le canal dédié à la communication est réduit. Ce problème peut être contourné en utilisant des fréquences différentes pour la TPA et la communication et en n'utilisant pas les bandes de fréquences perturbées par les harmoniques de la TPA pour communiquer comme Lawry et al. l'ont montré [18].

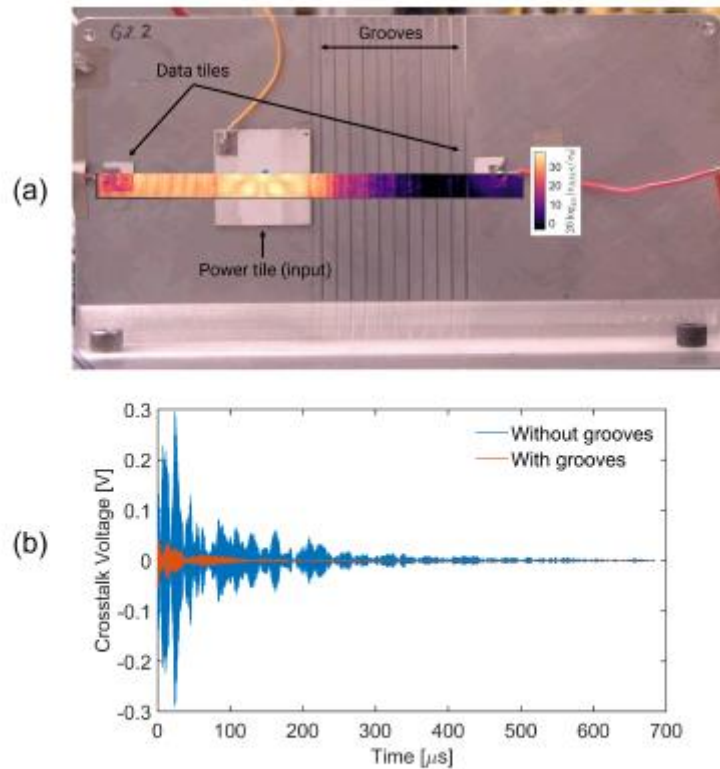


Fig. 2. (a) Image of the barrier with power and data transfer piezoelectric transducers. The right data transfer tile is protected from the power transfer tile by the periodic grooves. The inset heatmap shows the RMS surface velocity measured by the SLDV. (b) Comparison of the crosstalk voltage received by the two data transfer tiles.

Figure 9 : Utilisation de rainures gravées dans la paroi afin de limiter l'impact du couple de transducteur utilisé pour la transmission de puissance sur le couple de transducteurs utilisés pour la communication. Figure extraite de [51].

En 2010, Wilt et al. réalisent à partir d'un MEF une analyse paramétrique pour comprendre l'impact des différents éléments du système de TPA. Ils montrent par exemple l'impact de l'épaisseur de la paroi pour des transducteurs de différents diamètres (voir Figure 10).

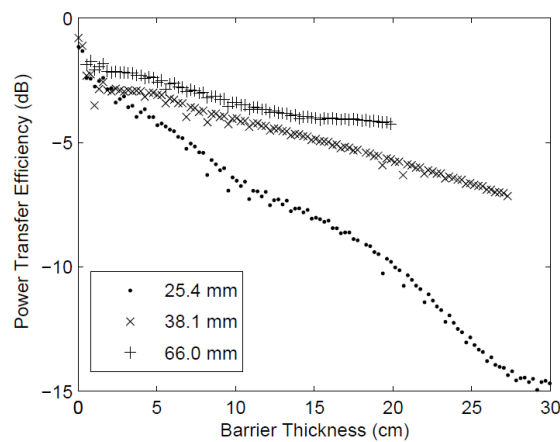


FIGURE 6. MAXIMUM POWER AVAILABLE AT EXTENDED BARRIER THICKNESSES AND VARIOUS TRANSDUCER DIAMETERS.

Figure 10 : Rendement de puissance en fonction de l'épaisseur de la paroi et pour différents diamètres de transducteurs, obtenu avec un MEF. Figure extraite de [52].

Litman et al. étudient, grâce aux éléments finis, des structures originales. Ils s'intéressent à la propagation des ondes le long de paroi fines [38] et dans des fibres acoustiques [39].

Les résultats présentés dans l'état de l'art et obtenus à partir de MEF sont compilés dans le Tableau 4.

Tableau 4 : Les différents articles utilisant les modèles par éléments finis.

Réf	Lab	Année	Objectif	Charge optimale	Diffraction	Type de modèle
[50]	B	2007	Détermination des pertes dans les ondes de Lamb partant latéralement dans la paroi.	Non	Oui	100% MEF
[14,15]	B	2008	Montrent l'intérêt d'utiliser un anneau soudé à la paroi pour limiter les ondes de Lamb.	Non	Oui	100% MEF
[53]	C	2009	Utilisation de la FEM pour simuler la TPA	Non	Oui	100% MEF
[52]	C	2010	Etude de plusieurs paramètres du système sur la TPA	Oui	Oui	100% MEF
[38]	C	2014	Emission le long de paroi avec l'utilisation de cales acoustiques.	Oui	Oui	100% MEF
[39]	C	2015	Modélisation et étude de fibres acoustiques.	Oui	Oui	100% MEF
[54]	Q	2020	Proposent un critère, la valeur moyenne de la pression dans la paroi à la distance désirée de la source. Moins sûr qu'en incluant les transducteurs.	Non	Oui	MEF n'incluant pas le récepteur.
[48,49]	S	2020	Modélisation de systèmes de TPA utilisant en émetteur un transducteur focalisant. Prise en compte de la non-linéarité des milieux dans lesquels se propagent les ondes.	Non	Oui	Modèle mixte analytique/MEF

### 1.IV.3. Réalisations expérimentales et dispositifs originaux

Dans cette partie, nous présentons certains résultats expérimentaux de TPA. Dans un premier temps à travers les parois puis le long de parois.

#### 1.IV.3.a. TPA à travers les parois

Le premier dispositif expérimental de TPA date de 2006 et est le travail du Jet Propulsion Laboratory [55]. Ils ont transmis 1 W de puissance avec un rendement de 53% à travers une paroi en titane épaisse de 2.5 mm. L'année d'après, ils publient sur un nouveau système qui leur a permis de transmettre 110 W de puissance avec un rendement de 88% à travers une paroi en titane de 3.4 mm d'épaisseur [56]. Ils augmentent encore leur niveau de puissance transmise et dépassent 1 kW en utilisant un empilement de transducteurs [14,15] (voir Figure 11). L'échauffement très rapide du système limite la durée de transmission de puissance.

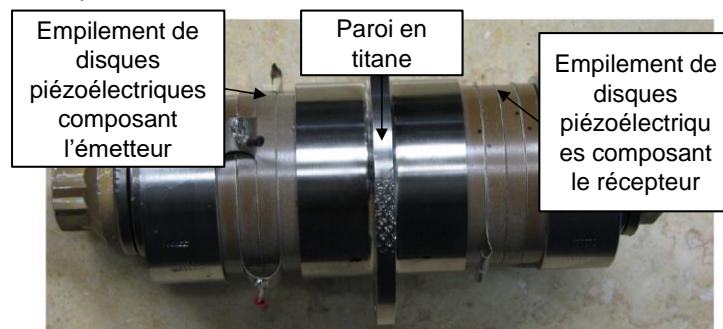


Figure 4. Breadboard device for acoustic power transmission with a pair of piezoelectric stacks. Each stack is comprised of 4 rings.

Figure 11 : Dispositif de TPA de [14,15] ayant permis de transmettre 1 kW de puissance.

L'utilisation d'empilement a également été étudiée en 2018 afin d'améliorer les performances de la TPA [57]. Pour ces systèmes, l'étude de la conception de l'empilement des disques piézoélectriques n'a pas été justifiée et plus particulièrement la polarisation des différents disques. Dans le chapitre 4, nous étudions de manière rigoureuse l'utilisation des empilements de transducteurs.

La transmission de fortes puissances a également été réalisée par l'Institut Polytechnique de Rensselaer [17] en 2010 où une puissance de 81 W est transmise. La linéarité de leur système se traduit par une puissance transmise proportionnelle à la puissance en entrée. Par ailleurs, dans cet article, la charge maximisant le rendement de puissance est déterminée par calcul à partir de la mesure des paramètres S du système.

En 2012, le même laboratoire publie sur la tenue dans le temps de la transmission de fortes puissances. Ils arrivent à transmettre de fortes puissances pendant 20 minutes à partir du système habituel : deux transducteurs collés de part et d'autre d'une paroi (Figure 12). La puissance appliquée sur l'émetteur est augmentée progressivement jusqu'à transmettre 140 W au récepteur (courbe en tirets bleus). La puissance transmise a été limitée non pas par le canal électro-acoustique de TPA mais parce que le générateur était déjà exploité à son maximum. Pourtant, dans cet article deux amplificateurs de puissance sont utilisés afin d'augmenter la tension de sortie. Transmettre davantage de puissance pour des niveaux de tension inférieurs permettrait de limiter les contraintes sur l'électronique d'émission de la TPA.



FIGURE 1. PHOTO OF APC840 TEST CHANNEL.

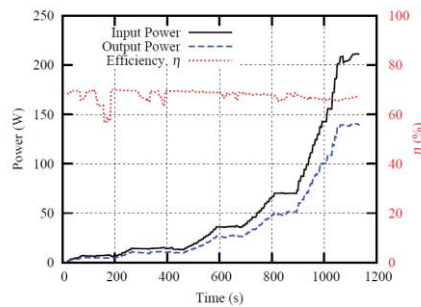


FIGURE 6. APC840 CHANNEL POWER RAMP-UP AND  $\eta$  VERSUS TIME.

Figure 12 : a) Dispositif de TPA et b) puissance transmise et rendement obtenus en fonction du temps avec ce dispositif. Figures extraites de [58].

Nous proposons dans cette thèse différents moyens permettant d'augmenter la puissance sans nécessiter de fortes tensions : dans le chapitre 3 nous déterminons la charge électrique maximisant la puissance normalisée (Watts par Volts au carré), dans le chapitre 4 nous montrons plusieurs techniques de conception permettant d'augmenter la puissance normalisée et dans le chapitre 5, nous étudions l'utilisation de plusieurs émetteurs permettant d'augmenter la puissance transmise à des récepteurs non alignés.

Dans la plupart des articles sur la TPA, les transducteurs sont collés à la paroi. Les transducteurs ne peuvent donc pas être déplacés sur la paroi pour déterminer la meilleure position de fonctionnement ni être décollés sans dommage pour être réutilisés. Afin de permettre cela, différentes solutions ont été proposées dans l'état de l'art. Dans tous les cas, la colle est remplacée par un couplant acoustique. Moss et al. en 2010 utilisent un aimant collé aux transducteurs afin d'obtenir un auto-alignement des transducteurs et les plaquant à la paroi tout en conservant un système démontable [59]. En 2017, Rezaie et al. proposent une autre méthode sans colle. Une pince « spider » (voir Figure 13) est utilisée pour plaquer les transducteurs à la paroi [60].

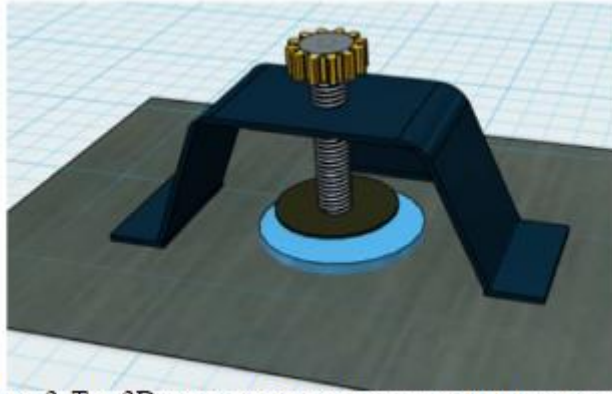


FIGURE 3. THE 3D MODEL OF PROPOSED ATTACHMENT METHOD

Figure 13 : La pince « spider » permettant de plaquer le transducteur, n'utilisant pas de colle à la paroi. Figure extraite de [60].

Malgré la démonstration de la transmission de puissance, la limite en puissance pour ces systèmes sans colle n'a pas été étudiée dans l'état de l'art. Nous nous y sommes intéressés dans cette thèse et présentons les résultats obtenus dans le chapitre 3.

Très récemment, en 2021, Allam et al. ont proposé une méthode sans collage et utilisant un couplant acoustique sec constitué d'un matériau élastique (Aqualink fourni par Innovation Polymers inc.). Ils transmettent grâce à cette solution jusqu'à 2.7 W [61]. Cette solution nous semble très prometteuse et mériterait d'être approfondie. Une photo de leur dispositif est présentée en Figure 14.

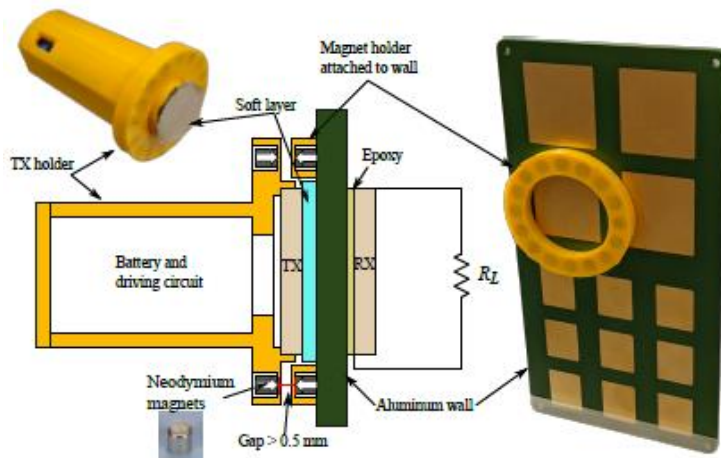


Fig. 1. The developed detachable setup for realizing dry coupled ultrasonic power transfer through a metallic enclosure.

Figure 14 : Utilisation d'une couche de matériau élastique jouant le rôle de couplant acoustique. Figure extraite de [61].

Par ailleurs, la plupart des articles de l'état de l'art mentionnent la très forte dépendance en fréquence des systèmes de TPA. Cela apparaît clairement sur la Figure 15, extraite de [9] où de grandes variations de tensions de sorties sont visibles pour de très légères variations de fréquence. En conservant une fréquence de TPA constante, les performances peuvent très rapidement s'écrouler si la température du système évolue et qu'un pic de transmission se transforme en creux de transmission.

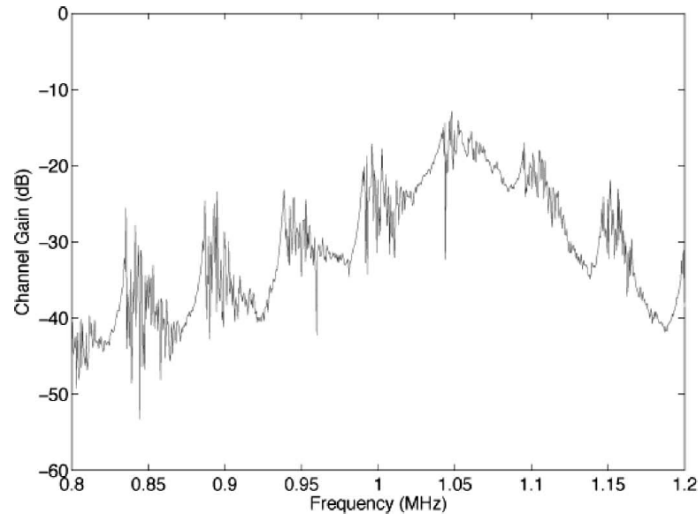


Fig. 2. Voltage transfer function of acoustic-electric channel having 57.15 mm length with a pair of coaxially aligned 1-MHz transducers having 25.4 mm diameter.

Figure 15 : Module de la transmittance ( $|U_2|/|U_1|$ ) en fonction de la fréquence. Une multitude de pics sont présents pour de très faibles variations de fréquence, rendant le risque d'être à une mauvaise fréquence très présent. Figure extraite de [9].

Afin de s'assurer que la fréquence d'alimentation corresponde à une fréquence de bon fonctionnement, différentes stratégies ont été proposées dans l'état de l'art [9,58,62]. Cette recherche des bonnes fréquences doit être réalisée en continu et à chaque démarrage du système afin d'assurer le bon fonctionnement du système. Les procédés proposés pour déterminer automatiquement les meilleures fréquences de fonctionnement nécessitent une communication entre émetteur et récepteur et nécessitent donc que suffisamment de puissance ait préalablement été transférée au récepteur pour établir cette communication. Or, pour pouvoir transmettre de la puissance, il faut connaître les bonnes fréquences ...

Afin de répondre à cette problématique, dans cette thèse, nous avons proposé deux techniques permettant de déterminer, sans communication entre émetteur et récepteur, la meilleure fréquence de fonctionnement uniquement depuis l'émetteur.

Les performances publiées des dispositifs expérimentaux de TPA sont données dans le Tableau 5. Nous affichons pour chaque dispositif (lorsque les valeurs sont données dans les articles) le rendement, la puissance transmise ainsi que la puissance normalisée. La puissance normalisée permet de comparer la faculté des dispositifs à transmettre de la puissance pour une même tension d'alimentation, cette dernière variant en fonction des travaux. La puissance normalisée est définie plus en détail dans le chapitre 3.

Nous affichons également, lorsqu'un convertisseur AC/DC est utilisé, la tension redressée, la puissance DC transmise et le rendement de la conversion AC/DC. Certains des travaux présentés ici établissent une communication en même temps qu'ils transmettent de la puissance. Dans ce cas, le débit de communication est affiché. Le sujet principal de chaque article est résumé en une phrase et afin de limiter la dimension du tableau, ce résumé est placé dans la ligne (grisée) sous celle avec le numéro de la référence.



Etat de l'art

Tableau 5 : Les différents articles ayant traité expérimentalement la TPA.

Réf	Lab	Année	Epaisseur paroi/matériau	Diamètre transducteurs	Fréquence	Charge optimale	rendement	Puissance	Puissance normalisée	Tension DC Puissance Rendement conversion AC/DC	Débit de communication
[55]	B	2006	2.5 mm/Titane	?	?	Non	53%	1 W	?		
Comparent plusieurs manières de connecter les transducteurs à la paroi : tentative de soudures avec des alliages basse-températures, vissés avec une contre-masse, plaqués avec une pince en utilisant du couplant acoustique, collés avec de l'époxy conductrice											
[56]	B	2007	3.4 mm/Titane	38 mm	755 kHz	Non	88%	110 W	2.8 mW/V <sup>2</sup>		
Démontrent la possibilité de transmettre des puissances importantes en TPA. Observent des problèmes de montée en température.											
[63]	C	2007	57 mm/Acier	25.4 mm	1 MHz	Non	?	275 mW	0.7 mW/V <sup>2</sup>	?	56 kbps
Alimentation de la carte placée du côté récepteur et communication entre les deux côtés.											
[14,15]	B	2008	5 mm/Titane	50 mm empilement	24.5 kHz	Non	84%	1083 W	1 mW/V <sup>2</sup>		
Utilisation d'empilement de transducteurs pour transmettre de fortes puissances. Problème de température, ne peut fonctionner longtemps. Utilisent un anneau afin de limiter les pertes via les ondes de Lamb.											
[26]	E	2008	1.6 mm/Aluminium	38 mm	1.1 MHz	Non	39.7%	397 mW	6.2 mW/V <sup>2</sup>	3 V	115 kbps (pourraient être atteints)
Dispositif complet de transmission de puissance et de communication.											
[64]	F	2008	7 mm/aluminium	8 mm	740 kHz	Non	?	?	?	30 mW	1 kbps
TPA et communication simultanée. Pour un système miniature (électronique de réception de 225 mm <sup>2</sup> , dimensions obtenues à partir de [65]).											
[65]	F	2008	7 mm/aluminium	16 mm	750 MHz	Non	?	?	?	30 mW	1 kbps
Evaluation de la durée de vie d'un système de TPA et de communication. Estimée à 90 000 heures à température ambiante.											
[59,66]	E	2010	1.6 mm/Aluminium	10 mm	4.2 MHz	Non	34%	100 mW	?	4 V/150 mW	
Utilisation d'aimant permettant d'auto-aligner les transducteurs de part et d'autre de parois en aluminium fines.											
[17]	C	2010	54.9 mm/Acier	66.7 mm	1 MHz	Oui	55%	81 W	?		
Introduction d'une méthode de caractérisation des dispositifs de TPA sans prise en compte de la charge électrique. Détermination de la charge électrique maximisant le rendement.											
[67]	C	2011	16 mm/	?	1 MHz	Non	-2.1dB	1 W	?	5 V	50 kbps
Système fonctionnant à haute température. Transmission de puissance et d'information jusqu'à 260°C.											
[10]	C	2011	63.5 mm Acier	66.7 mm	1 MHz	Oui	40.9%	32.4 W	?	32 V/20.5 W/63%	12.4 Mbps
Thèse de Lawry. Transmission de fortes puissances, détermination de la charge optimale, communication à haut-débit en OFDM. Sont affichées les performances d'un des dispositifs de la thèse, pour lequel il y a deux canaux différents (i.e. 2 émetteurs/2 récepteurs), un pour la TPA et un pour la communication.											
[58]	C	2012	57.2 mm/Acier	25.4 mm	1 MHz	Oui	70%	141 W	?		
Transmission de puissances importante pendant 20 minutes.											
[9]	C	2013	57.2 mm/305 mm Acier	25.4 mm	1 MHz	Non	?	?	?	1.8/3.3/5 V ~100mW	35.2 kbps
Transmission de puissance et communication simultanée, avec une électronique de réception petite (32 mm <sup>2</sup> , mais probablement plutôt 1000 mm <sup>2</sup> au vu de la figure 7) et robuste. Algorithme de détection d'une fréquence permettant le bon fonctionnement de la TPA et de la communication.											
[68]	C	2013	16 mm/acier + 88 mm/eau + 11 mm/acier	25.4 mm	1 MHz	Oui	30%	?	?		9 Mbps (estimation)

*Etat de l'art*

Evaluation du rendement de transmission de puissance et des débits de communication atteignables lorsque la milieu de propagation inclue le passage d'une couche d'eau.											
[18]	C	2013	63.5 mm/Acier	66.7 mm	1 MHz	Oui	51%	50 W	?	31 V/19.2 W/38%	17.4 Mbps
Transmission de fortes puissances et communication haut-débits simultanément.											
[69]	G	2014	70 mm/Aluminium	45 mm	28 kHz	Non	74%	62 W	0.6 mW/V <sup>2</sup>	200 V/6 W	
Utilisation de transducteurs de Langevin. Génération de 330 V à partir d'une tension DC de 20 V.											
[70]	K	2015									
Review sur la communication et transmission de puissance à travers les parois.											
[23]	G	2015	5 mm/Aluminium	45 mm	28 kHz	Non	60%	2 W	1.3 mW/V <sup>2</sup>		
Proposition d'un modèle de TPA (avec des transducteurs de Langevin).											
[40]	G	2016	5 mm/Aluminium	45 mm	25.3 kHz	Oui (mais charge purement résistive)	?	21 W	2.1mW/V <sup>2</sup>		
Obtention de la charge résistive maximisant la puissance (pour leur modèle). Utilisation de transducteurs de Langevin.											
[60]	G	2017	1 mm/acier	28 mm	1 MHz	Non précisé	38%	1 W	3.9 mW/V <sup>2</sup>		
Réalisation d'un système réutilisable à partir de couplant acoustique. Utilisation d'une « spider clamp » afin de presser le transducteur contre la paroi.											
[71]	L	2017	135 mm/eau	16 mm 1-3 composite	900 kHz	Oui, pour leurs critères mais obtenues de manières analytiques donc ne prennent pas en compte les écarts entre modèle et mesure.	48%	?	?		
Validation expérimentale du choix des charges optimales proposé dans [43] pour une maximisation de la puissance transmise ou une minimisation des ondes se réfléchissant sur le transducteur. Utilisation de transducteurs à base de composite, ayant une fréquence de résonance en épaisseur non perturbé par les modes radiaux.											
[57]	G	2018	1 mm/Acier	28 mm	1 MHz	Non précisé	64%	2.3 W	10 mW/V <sup>2</sup>		
Réalisation d'empilement de transducteurs afin d'améliorer le rendement et la puissance transmise.											
[12]	I	2018	40 mm/acier	80 mm	944 kHz	Oui	35.7%	20.1 W	2.8 mW/V <sup>2</sup>	5 V/15.6 W/78%	
Utilisation d'un convertisseur AC/DC à bon rendement.											
[72]	L	2018	eau	16 mm/ 60% composite	800 kHz	Oui, mais purement résistive.	67% Puissance en sortie sur puissance acoustique en entrée	?	?		
Comparent les performances de TPA pour des transducteurs composites avec différentes fractions de matériaux piézoélectriques, changeant leur impédance acoustique caractéristique, les rapprochant de celle de l'eau.											
[73]	L	2018	eau	16 mm/ 60% composite	800 kHz	Oui, mais purement résistive.	67% Puissance en sortie sur puissance acoustique en entrée				
Optimisent le récepteur piézoélectrique, en considérant que le récepteur n'a pas d'effet sur l'émetteur via l'utilisation de burst de tension. Reprend les résultats de [72]											
[74]	N	2018	6.3 mm/Alliage de fusible	~20 mm	440 kHz	Oui, mais purement résistive.	33%	?	?	4 V/25 mW/20% en incluant les pertes dans la paroi.	?
TPA et communication avec un module complètement intégré dans du métal (volume du récepteur avec son électronique de 20 cm <sup>3</sup> ).											
[54]	Q	2020	20 mm/Aluminium		1 MHz	Non	>20.3%	>2.6 W	>6.5 mW/V <sup>2</sup>	5 V/2.6 W	38.4 kbps
Communication et TPA à partir de composants électroniques peu chers.											
[7]	L	2020	40 mm/POM	16 mm/ 1-3 composite	800 kHz	Oui, mais purement résistive.		1 mW			
Transmission de puissance à travers du plastique POM. Utilisation de burst de tension pour éviter les ondes stationnaires, ce qui n'a pas vraiment d'intérêt à travers une paroi où la puissance acoustique n'est pas limitée comme dans les tissus biologiques.											
[75]	U	2021	6 mm/aluminium	25 mm	43 kHz	Oui, mais purement resistive.	19.7%	1.73 mW	7.6μW/V <sup>2</sup>		

*Etat de l'art*

TPA.											
[61]	R	2021	3 mm/aluminium	30 mm	1 MHz	Non	DC to DC : 50%	2.7 W	27 mW/V <sup>2</sup>	12 V/2.7 W	
Utilisation d'un couplant solide permettant d'obtenir un système non collé et n'utilisant pas de fluides.											
[51]	R	2021	3 mm/aluminium		2.1 MHz						
Utilisation de rainures afin de limiter l'impact du canal de puissance sur le canal de communication. Montrent l'efficacité de ce procédé sans transmettre de puissance ni ommuniquer.											

1.IV.3.b. TPA le long de plaques ou de tuyaux et utilisation de plusieurs émetteurs/récepteur

Des travaux ont également été réalisés afin de transmettre de la puissance le long de parois ou de tuyaux. En 2015, les chercheurs de l'Institut Polytechnique du Ressenlaer transmettent 5 mW et communiquent jusqu'à 100 bps le long d'un tuyau long de 5 m (Figure 16).



Fig. 4. Experimental setup for analyzing the response of a cylindrical pipe immersed in water.

Figure 16 : Tuyau de 5 m, le long duquel une communication de 100 bps est établie. Figure extraite de [19].

Des travaux récents s'intéressent à la focalisation d'ondes le long de plaques grâce à l'utilisation de plusieurs émetteurs [62]. A la CTPA sont associées la détection et la localisation de fissures [76] (Figure 17).

Ces travaux sur la focalisation des ondes dans les plaques sont basés sur des déphasages calculés à partir des équations de propagation des ondes sans considérer les réflexions aux extrémités des plaques. A travers les parois, les réflexions dans l'épaisseur sont inhérentes au fonctionnement du système et ne peuvent être négligées. Les mêmes méthodes de calcul des phases ne sont donc pas appropriées. Nous nous sommes attaqués à cette problématique et le chapitre 5 de cette thèse est dédié à l'utilisation de plusieurs émetteurs pour focaliser les ondes sur des récepteurs placés de l'autre côté de la paroi.

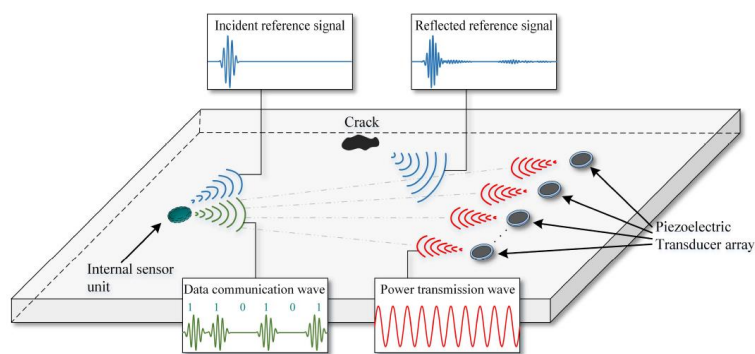


Fig. 2. Conceptual schematic of Lamb-wave-based ultrasonic system for simultaneous data communication, power transmission, and defect inspection.

Figure 17 : CTPA et détection de fissure le long d'une plaque. Figure extraite de [76].

Les différents travaux de l'état de l'art traitant de la TPA le long de plaques ou de tuyaux sont recensés dans le Tableau 6.

*Etat de l'art*

*Tableau 6 : TPA le long de plaques ou de tuyaux.*

Réf	Lab	Année	Epaisseur paroi/matériau	Diamètre transducteurs	Fréquence	Charge optimale	rendement	Puissance	Puissance normalisée	Tension DC Puissance Rendement de conversion AC/DC	Débit de communication
[19]	C	2015	4800 mm/acier	15 mm	1 MHz	Non	?	5 mW	?	?	100 bps
TPA et communication le long d'un tuyau en acier de 5 m											
[77]	H	2015	1000 mm/fonte	48 mm	48.5 kHz	Oui (mais charge purement résistive)	?	0.33 mW	15 nW/V <sup>2</sup>		
Transmission de puissance le long d'un tuyau de grand diamètre.											
[78]	H	2017	1000 mm/fonte	48 mm	47.5 kHz	Oui (mais charge purement résistive)	0.1%	18 mW	800 nW/V <sup>2</sup>		
Approfondissement du travail mené précédemment [77] pour transmettre de la puissance le long d'un tuyau d'un grand diamètre.											
[79]	N	2020	200 mm/ Aluminium	85x14 mm Patches piézoélectriques	24.4 kHz	Non	56%	0.47 W	?		
Transmission le long de plaques à partir de modes de résonances basses-fréquences et via l'utilisation de patches piézoélectriques.											
[80]	N	2021	~150/300 mm le long d'un tuyau de grand diamètre en acier.	Patches piézoélectriques.	18/28 kHz	Non	31%/33%	?	?		
Reprend le travail de [79], mais alimentation sélective de récepteurs positionnés en différentes positions à partir de différentes fréquences d'excitations.											
[81]	O	2018	250/500 mm, le long d'une paroi en aluminium épaisse de 1.1 mm	?	250 kHz	Oui, mais purement résistive.	?	434/225 μW	?	?	80 bps
Alimentation à partir de plusieurs émetteurs de récepteurs positionnés en différents endroits et placés le long d'une paroi fine. Transmission via les ondes guidées de la paroi.											
[62]	O	2020	250/500 mm, le long d'une paroi en aluminium épaisse de 1.1 mm.	Emetteurs : 5 mm Récepteurs : 10 mm	250 kHz	Oui, mais purement résistive.	?	225/181 μW	?	?	2 Mbps
Reprise du travail réalisé précédemment [81] avec la détection de la meilleure fréquence de fonctionnement et une augmentation du débit de communication.											
[76]	V	2021	400 mm, le long d'une paroi en aluminium épaisse de 1.6 mm.	?	150 kHz	Oui pour maximiser la puissance transmise ?		3.81 mW	1.5 μW/V <sup>2</sup>	?	100 kbps
TPA, communication et détection (et positionnement) de fissures à partir d'ondes de Lamb le long d'une plaque fine.											

## 1.V. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons identifié les objectifs de la communication et transmission de puissance acoustique (CTPA). Nous avons également mentionné certains contextes où la CTPA peut être intéressante ainsi que les contraintes associées à chacun de ces milieux.

Un état de l'art sur les aspects modélisation et résultats expérimentaux de la transmission de puissance acoustique (TPA) a été réalisé. Cet état de l'art recense l'ensemble des articles portant sur la thématique de la TPA et a permis de montrer la maturité expérimentale des systèmes de CTPA à travers les parois : de hauts niveaux de puissance et de hauts débits de communication peuvent être atteints.

Dans cette thèse, nous avons décidé de ne considérer que la TPA. Les aspects communication et redressement AC/DC n'ont donc pas été creusés.

A partir de l'état de l'art, nous nous proposons au travers de cette thèse, d'étudier les points suivants :

- Augmenter la puissance normalisée des systèmes de TPA, par exemple via l'utilisation d'empilement de transducteurs
- Permettre la modélisation analytique d'empilement de transducteurs
- Etudier les systèmes sans colle permettant une mise en place aisée, le déplacement et la réutilisation des transducteurs
- Réussir à détecter la meilleure fréquence de fonctionnement de TPA du côté de l'émetteur
- Etudier les systèmes à plusieurs émetteurs permettant l'alimentation de plusieurs récepteurs positionnés en différents points d'une structure, ainsi qu'une augmentation de la puissance transmise et du rendement

Dans le chapitre 2, nous proposons un modèle analytique, reprenant le modèle de Wilt et al. [16] mais permettant la modélisation d'empilements de transducteurs. Dans le chapitre 3, nous discutons de l'optimisation de la charge électrique afin de maximiser la puissance transmise ou la puissance normalisée. Dans ce même chapitre, nous nous intéressons aux dispositifs sans colle et nous en identifions certaines limites par rapport aux dispositifs collés. Dans le chapitre 4, nous optimisons les différents éléments composant le canal électro-acoustique (e.g. dimensions des transducteurs) et étudions deux procédés permettant d'augmenter la puissance normalisée des systèmes de TPA. Dans le chapitre 5, nous nous intéressons à l'utilisation de plusieurs émetteurs afin d'augmenter le rendement et la puissance pour alimenter des récepteurs alignés et non alignés.

Ces travaux ont donc pour objectif d'ouvrir de nouvelles perspectives à la TPA, notamment via l'alimentation de transducteurs non alignés, de faciliter la mise en œuvre de la TPA notamment en réduisant les tensions d'alimentation et plus globalement d'améliorer les performances des systèmes de TPA (puissances et rendements).

## Chapitre 2 - Modélisation

Nous cherchons dans cette thèse à optimiser et à faciliter la transmission de puissance électrique d'un côté à l'autre d'une paroi. Pour cela, il est nécessaire de modéliser le système. En effet, une fois le système correctement modélisé, il nous est possible d'étudier l'impact des différents paramètres (e.g. dimensions des transducteurs, matériaux, ...) sur le fonctionnement global et de mieux comprendre les mécanismes et phénomènes en jeu.

Il existe un compromis dans le choix du modèle. Un modèle analytique (MA) permet de tester un grand nombre de configurations différentes rapidement et d'inclure ou non différents phénomènes dans la modélisation (e.g. la diffraction des ondes dans la paroi). Cela permet de complexifier progressivement la modélisation et de comprendre l'impact des différents phénomènes physiques.

Le système étudié faisant intervenir de nombreux phénomènes complexes (e.g. la propagation d'ondes de compression et de cisaillement en 3D et à travers différents matériaux), un MA ne permet pas d'inclure tous les phénomènes présents et ne peut être qu'une image incomplète du réel. Les limites du modèle doivent donc être clairement identifiées.

A l'inverse, un modèle par éléments finis (MEF) demandera beaucoup plus de temps de résolution mais englobera la quasi-totalité (dans la limite de leur linéarité) des phénomènes physiques. Ainsi, les prédictions obtenues avec ce type de modèle sont extrêmement fidèles aux mesures, à condition bien sûr que les paramètres (dimensions et propriétés des matériaux) soient connus avec précision. Il est cependant difficile de tirer des conclusions générales d'un MEF, car chaque simulation n'est finalement qu'un cas particulier. A l'inverse, des règles générales peuvent être identifiées à partir des équations d'un MA.

Pour réaliser l'optimisation de systèmes de transmission de puissance acoustique (TPA), nous avons fait le choix d'utiliser en parallèle un MA et un MEF. Ce dernier permet de valider le MA utilisé mais également d'étudier l'impact des phénomènes non-inclus dans le MA.

Dans ce chapitre, nous développons les modèles en prenant en exemple le système généralement utilisé pour la TPA : deux transducteurs piézoélectriques (un émetteur et un récepteur) collés de part et d'autre d'une paroi (Figure 18).

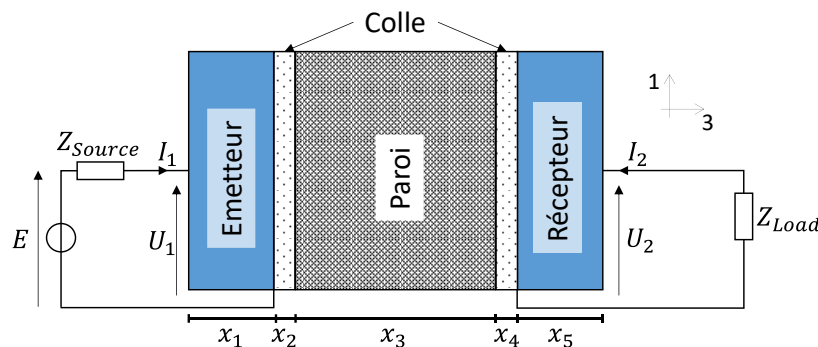


Figure 18 : Système de transmission de puissance acoustique servant d'exemple dans ce chapitre.

Le dispositif ainsi formé est un quadripôle électrique linéaire, dont le comportement électrique est totalement décrit par sa matrice d'impédance, une matrice de 4 coefficients complexes liant les tensions aux courants des deux ports du quadripôle :

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad 2-1$$

Le système étant réciproque (linéaire, passif et bilatéral), nous avons  $Z_{12} = Z_{21}$ . Si le système de TPA est symétrique, nous avons également  $Z_{11} = Z_{22}$ .

Une fois cette matrice établie par simulation ou par mesure, il est possible de calculer les performances du système (i.e. le rendement et la puissance transmise) en fonction de la charge électrique connectée sur le récepteur. Ce sujet est traité dans le chapitre 3.

Dans ce chapitre traitant de la modélisation des systèmes de TPA, l'objectif est de modéliser les systèmes de TPA afin de pouvoir en déterminer les performances de transmission de puissance électrique. Pour ce faire, nous cherchons, avec le MEF ou le MA, à obtenir la matrice d'impédance du quadripôle électrique formé.

Dans un premier temps, cette matrice d'impédance est obtenue avec le MA. Les couches mécaniques sont modélisées via des expressions matricielles liant les forces aux vitesses. Pour les éléments piézoélectriques, l'effet des courants et des tensions y sont inclus. La matrice d'impédance du système global est obtenue dans la partie 2.1.4 à partir d'une méthode de résolution proposée dans cette thèse et publiée en 2020 [3]. Dans un deuxième temps, les équations utilisées dans le MEF sont établies, puis nous décrivons comment obtenir la matrice d'impédance à partir du MEF. Le chapitre se termine par la validation des modèles et la mise en évidence de leurs limites.

## 2.1. Modélisation analytique

Le MA que nous avons choisi d'utiliser est basé sur la propagation des ondes et se décline en deux variantes. Le modèle analytique avec diffraction (MAAD) permet de prendre en compte la diffraction dans la paroi alors que le modèle analytique sans diffraction (MASD) ne la considère pas. Ces deux variantes font appel à des couches élémentaires : les couches mécaniques (avec ou sans diffraction) et les couches piézoélectriques (i.e. les transducteurs).

Le MASD a été proposé, implémenté de différentes manières et utilisé à de nombreuses reprises dans la littérature comme cela est décrit dans la partie 1.IV.2.a du chapitre 1.

Contrairement aux modèles précédemment proposés dans l'état de l'art, le modèle décrit ici permet à la fois la prise en compte de la diffraction dans la paroi et l'ajout de couches piézoélectriques et mécaniques. Grâce à ce dernier point, la méthode de résolution proposée permet la modélisation d'empilements de transducteurs sans hypothèses sur les tensions d'alimentation des différentes couches piézoélectriques. Par exemple, un dispositif composé de 4 émetteurs alimentés par des tensions indépendantes peut être modélisé avec l'implémentation du MA proposé (Figure 19).



## Modélisation

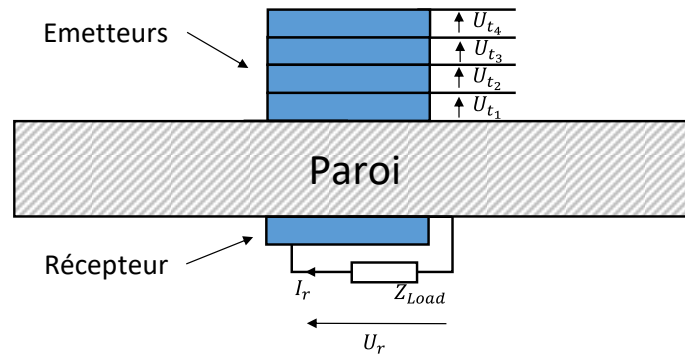


Figure 19 : Système de 4 émetteurs et un récepteur.

Nous allons décrire ici la modélisation analytique des systèmes de TPA utilisés durant cette thèse. La modélisation des différentes couches est établie avec, dans l'ordre, les couches mécaniques sans diffraction, les couches mécaniques avec diffraction et les transducteurs piézoélectriques. La modélisation complète du système composé par l'empilement des différentes couches est alors décrite. L'objectif est d'obtenir la matrice d'impédance globale reliant les tensions et courants sur l(es) émetteur(s) et le(s) récepteur(s) (équation 2-1).

### 2.1.1. Couches mécaniques sans diffraction (parois fines, colle) : MASD

#### 2.1.1.a. Modélisation des couches mécaniques

L'objectif de cette thèse est de transférer de la puissance de part et d'autre d'une paroi. La paroi est donc l'élément incontournable du système. Nous allons dans cette partie établir son comportement et déduire la relation exprimant les forces en fonction des vitesses à ses extrémités.

#### Hypothèses du MASD :

Les résultats obtenus avec le MASD sont valables lorsque :

- Toutes les couches ont un comportement linéaire.
- Les ondes se propagent comme des ondes planes dans l'épaisseur et sans déformations latérales, c'est-à-dire lorsque :
  - Il n'y a des déplacements que dans une seule direction (i.e. la direction de propagation des ondes), normale aux interfaces entre les éléments (axe 3 sur la Figure 18).
  - Tous les éléments d'une section bougent en phases. Ainsi, à chaque instant les éléments d'une section ont la même position suivant l'axe 3.

La linéarité a été vérifiée par Lawry et al. pour des puissances transmises allant jusqu'à 81 W [17]. L'hypothèse des ondes planes sans déplacement latéraux est vérifiée lorsque les couches mécaniques modélisées sont suffisamment fines devant le rapport rayon des transducteurs sur la longueur d'onde dans la couche ( $h \ll a/\lambda$ , avec  $h$  l'épaisseur de la paroi,  $a$  le rayon des transducteurs et  $\lambda$  la longueur d'onde dans la couche). Les limites quantitatives du MASD sont présentées dans la partie 2.1.2.d.

L'objectif de cette partie est d'obtenir le comportement des couches mécaniques répondant aux hypothèses faites ci-dessus. Nous avons choisi d'utiliser comme variables du problème, les forces et vitesses aux interfaces mécaniques. Dans cette partie, nous cherchons donc à exprimer les forces appliquées en fonction des vitesses aux interfaces.

Les solides élastiques linéaires sont décrits par la loi de Hooke, ici en notation matricielle de Voigt, liant les contraintes aux déformations :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} \quad 2-2$$

$(T_1, T_2, T_3)$  et  $(S_1, S_2, S_3)$  décrivent respectivement les contraintes et les déformations de traction-compression suivant les directions 1, 2 et 3.  $(T_4, T_5, T_6)$  et  $(S_4, S_5, S_6)$  décrivent respectivement les contraintes et les déformations de cisaillement.

Le MASD fait l'hypothèse de déplacements suivant une seule direction (la direction 3 sur la Figure 18). Ainsi, les 5 autres déformations sont considérées nulles. En ne regardant les contraintes que dans la direction 3, la loi de Hooke peut alors être réduite à :

$$T_3 = c_{33}S_3 \quad 2-3$$

En partant de la formule de la vitesse des ondes longitudinales dans les matériaux isotropes, le coefficient  $c_{33}$  d'un matériau donné peut être obtenu à partir de son module de Young,  $E$ , et de son coefficient de poisson,  $\nu$  :

$$c_{33} = E \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad 2-4$$

Pour établir le comportement de la couche mécanique sans diffraction, nous allons tout d'abord appliquer la seconde loi de Newton sur une section d'épaisseur infinitésimale. Nous avons :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} \quad 2-5$$

Le poids est un effort constant, qui n'a pas d'effet sur le comportement dynamique des couches ; nous ne le considérons donc pas. Ainsi, les seules forces extérieures s'appliquant sur une section d'épaisseur infinitésimales sont les forces sur chacune des sections. Le MASD faisant l'hypothèse que tous les points d'une section bougent en phase, la déformation et donc la contrainte sont constantes sur l'ensemble de la section. Pour un élément d'épaisseur infinitésimal  $dz$  nous avons donc :

$$\rho S dz \frac{\partial^2 \xi_3(z, t)}{\partial t^2} = S \left( T_3 \left( z + \frac{dz}{2}, t \right) - T_3 \left( z - \frac{dz}{2}, t \right) \right) \quad 2-6$$

Avec  $\xi_3(z, t)$  à l'instant  $t$ , la position relative par rapport à la position au repos  $z$ , telle que définie sur la Figure 20.  $\rho$  est la masse volumique du matériau et  $S$  la surface de la section étudiée.

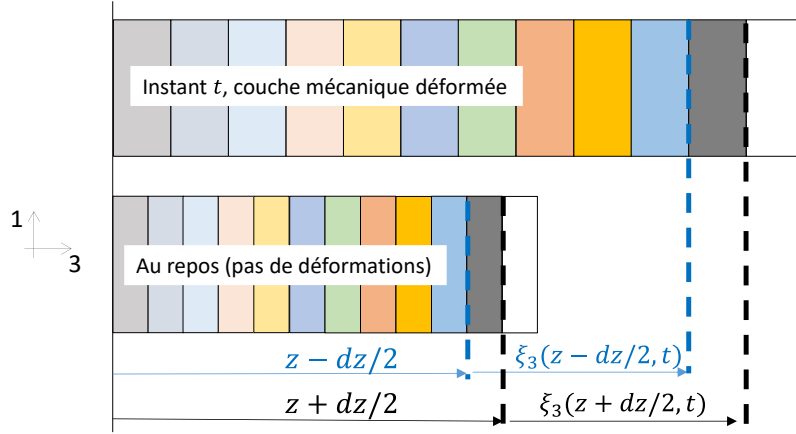


Figure 20 : définition du déplacement relatif,  $\xi_3(z, t)$ .

Notons que l'accélération d'un élément d'épaisseur infinitésimale n'est pas proportionnelle à la contrainte, mais à la variation spatiale de la contrainte. En effet, pour qu'il y ait un mouvement, ce qui compte est qu'il y ait une force différente sur chacune des deux faces, donc que la contrainte varie dans l'espace. Il vient de l'équation précédente :

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3(z, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial T_3(z, t)}{\partial z} \quad 2-7$$

En remplaçant l'expression de  $T_3$  de l'équation 2-3, nous obtenons :

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3(z, t)}{\partial t^2} = c_{33} \frac{\partial S_3(z, t)}{\partial z} \quad 2-8$$

Nous avons par ailleurs :

$$S_3(z, t) = \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial z} \quad 2-9$$

Pour aider le lecteur dans sa compréhension, nous justifions ici l'équation précédente. Prenons un élément de longueur  $l$  avec son extrémité gauche positionnée initialement en  $z = z_0$  et regardons la déformation moyenne de cet élément au temps  $t$  quelconque. Nous avons :

$$S_{moy} = \frac{l_{allongé} - l}{l} = \frac{(\xi_3(z_0 + l, t) - \xi_3(z_0, t) + l) - l}{l} \quad 2-10$$

$$\Rightarrow S_{moy} = \frac{\xi_3(z_0 + l, t) - \xi_3(z_0, t)}{l} \quad 2-11$$

En prenant la limite de cette dernière expression quand  $l$  tend vers 0, nous passons de la déformation moyenne à la déformation localisée  $S_3$  et par définition de la dérivée partielle nous retrouvons le résultat de l'équation 2-9.

En remplaçant l'expression de  $S_3$  de l'équation 2-9 dans l'équation 2-8, nous obtenons finalement :

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3(z, t)}{\partial t^2} = c_{33} \frac{\partial^2 \xi_3(z, t)}{\partial z^2} \quad 2-12$$

Nous reconnaissons l'équation de d'Alembert dont les ondes à une dimension sont solutions. Cette équation régit la position relative  $\xi_3$  en tout point de la couche  $z$  et à tout instant  $t$ . La solution générale de cette équation est [82] :

$$\xi_3(z, t) = f^+ \left( t - \frac{z}{c} \right) + f^- \left( t + \frac{z}{c} \right), \text{ avec } c = \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}} \quad 2-13$$

Et avec  $f^+$  et  $f^-$  les ondes se propageant dans le sens croissant et décroissant, respectivement.  $c$  est la vitesse de propagation de ces ondes.

L'équation 2-13 signifie que les déplacements générés aux extrémités de la couche se propagent sans modification de forme dans les deux sens à la vitesse  $c$ , comme illustré sur la Figure 21.

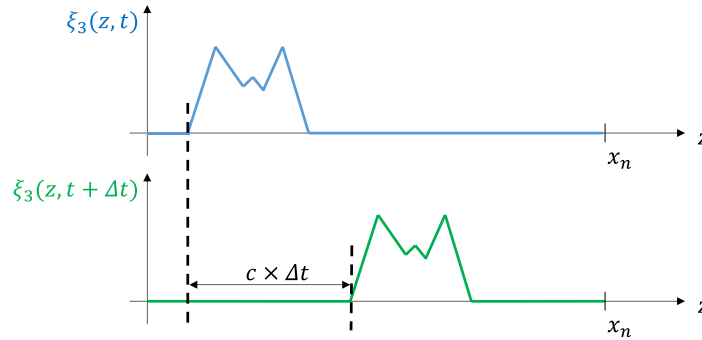


Figure 21 : Propagation des ondes à la vitesse  $c$ .

En appliquant aux extrémités de la couche des excitations sinusoïdales de périodes  $T$ , les solutions de l'équation 2-13 sont alors à la fois  $T$  périodiques et  $\lambda$  périodiques (périodiques dans le temps et l'espace). Nous avons donc :

$$\xi_3(z, t) = a \times \cos \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi_a \right) + b \times \cos \left( \frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi_b \right) \quad 2-14$$

Où  $\varphi_a$  et  $\varphi_b$  sont des constantes et dépendent des phases des excitations appliquées aux extrémités de la couche, et  $a$  et  $b$  sont les amplitudes des ondes se propageant dans le sens positif et négatif respectivement. Sachant que :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ et } c = \lambda f \quad 2-15$$

Il vient :

$$\xi_3(z, t) = a \times \cos \left( \omega t - \frac{\omega z}{c} + \varphi_a \right) + b \times \cos \left( \omega t + \frac{\omega z}{c} + \varphi_b \right) \quad 2-16$$

$$\Rightarrow \xi_3(z, t) = \Re \left( A e^{j(\omega t - \frac{\omega z}{c})} + B e^{j(\omega t + \frac{\omega z}{c})} \right) \quad 2-17$$

Avec  $A = a e^{j\varphi_a}$  et  $B = b e^{j\varphi_b}$ . Nous continuons maintenant la démonstration avec les grandeurs complexes, en gardant à l'esprit que c'est la partie réelle de ces grandeurs qui décrit le comportement de la couche mécanique.

Nous connaissons le comportement de toutes les sections dans la couche mécanique en fonction des ondes s'y propageant. Mais quelles sont les caractéristiques de ces ondes ? Ne pouvant être générées dans la couche mécanique, ces ondes dépendent forcément de ce qui se passe aux extrémités de la couche. En considérant les conditions limites nous allons obtenir les caractéristiques de ces ondes, c'est-à-dire en régime sinusoïdal établi, obtenir les valeurs de  $A$  et  $B$ . Cela nous permettra d'obtenir, comme attendu, la relation matricielle liant les forces et vitesses appliquées aux extrémités de la couche. Les conventions sur les forces et vitesses appliquées aux extrémités des couches sont définies sur la Figure 22.

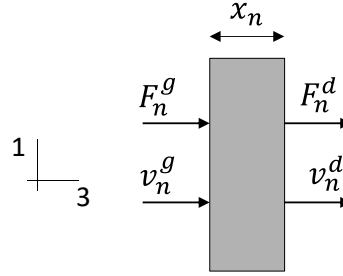


Figure 22 : Conventions des forces appliquées sur la  $n^{\text{ème}}$  couche et des vitesses à ses interfaces.

En respectant les conventions des forces et vitesses définies sur la Figure 22 nous avons :

$$\begin{cases} v_n^g = \frac{\partial \xi_3(0, t)}{\partial t} \\ v_n^d = \frac{\partial \xi_3(x_n, t)}{\partial t} \end{cases} \quad 2-18$$

Une contrainte positive signifie qu'un effort de traction est imposé. Nous avons ainsi :

$$\begin{cases} F_n^g = -ST_3(0, t) \\ F_n^d = ST_3(x_n, t) \end{cases} \quad 2-19$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = -Sc_{33}S_3(0, t) \\ F_n^d = Sc_{33}S_3(x_n, t) \end{cases} \quad 2-20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = -Sc_{33} \frac{\partial \xi_3(0, t)}{\partial z} \\ F_n^d = Sc_{33} \frac{\partial \xi_3(x_n, t)}{\partial z} \end{cases} \quad 2-21$$

En remplaçant l'expression complexe de  $\xi_3(z, t)$  dans les équations 2-18 et 2-21, nous obtenons le lien entre les forces et les vitesses aux extrémités de la paroi. Les calculs sont détaillés en Annexe - 1 et amènent à :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = -j \frac{Sc_{33}}{c} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) & \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \\ -1 & 1 \\ \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) & \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad 2-22$$

Pour alléger les expressions à venir dans la partie 2.1.4, nous définissons la matrice de la  $n^{\text{ème}}$  couche, si elle est non piézoélectrique par :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11}^n & X_{12}^n \\ X_{12}^n & X_{11}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad 2-23$$

Nous avons donc établi une relation liant les forces aux vitesses des extrémités de la paroi.

La propagation des ondes dans les solides est rarement visible dans la vie de tous les jours contrairement à l'élasticité ou aux mouvements de corps rigides. La relation matricielle obtenue avec le MASD peut paraître obscure, mais comme cela est montré dans l'Annexe - 2, elle inclut également les comportements plus communs (mouvement de corps rigide :  $ma = \sum F_{ext}$ , et raideur :  $F = kx$ ).

### 2.1.1.b. Modélisation des pertes mécaniques

Jusqu'ici, la paroi était considérée sans pertes. Afin d'inclure celles-ci en régime sinusoïdal, une partie imaginaire est ajoutée à la rigidité :

$$\widetilde{c}_{33} = c_{33} \left( 1 + \frac{j}{Q} \right) \quad 2-24$$

Avec  $Q$  le facteur de qualité du matériau dont la définition est détaillée en Annexe - 3. En injectant la rigidité complexe dans la loi de Hooke, nous obtenons :

$$T_3 = c_{33} \left( 1 + \frac{j}{Q} \right) S_3 \quad 2-25$$

$$\Rightarrow T_3 = c_{33} S_3 + \frac{c_{33}}{Q\omega} \frac{\partial S_3}{\partial t} \quad 2-26$$

La contrainte se décompose ainsi en deux termes. Un terme de raideur s'opposant à l'allongement (en rouge) et un terme de dissipation s'opposant à la vitesse d'allongement (en bleu).

Notons qu'avec une rigidité complexe, la vitesse de propagation devient elle aussi complexe :

$$\tilde{c} = \sqrt{\frac{\widetilde{c}_{33}}{\rho}} \quad 2-27$$

Cela se traduit par une atténuation avec la distance parcourue par l'onde. En effet, en ne regardant qu'une onde se propageant dans le sens positif nous avons :

$$\xi_3(z, t) = Ae^{j(\omega t - \frac{\omega z}{\tilde{c}})} = Ae^{\Im(\frac{\omega}{\tilde{c}})z} e^{j(\omega t - \Re(\frac{\omega}{\tilde{c}})z)} \quad 2-28$$

Nous avons donc :

$$\frac{|\xi_3(z)|}{|\xi_3(0)|} = \left| e^{\Im(\frac{\omega}{\tilde{c}})z} \right| \quad 2-29$$

Nous avons par ailleurs (voir l'Annexe - 4) :

$$\frac{1}{\tilde{c}} = \frac{1 - \frac{j}{2Q}}{c} \quad 2-30$$

Il vient alors :

$$\frac{|\xi_3(z)|}{|\xi_3(0)|} = e^{\frac{-\pi fz}{Qc}} = e^{\frac{-\pi N}{Q}} \quad 2-31$$

Avec  $N = \frac{z}{\lambda} = \frac{fz}{c}$  le nombre de longueurs d'onde dans une couche d'épaisseur  $z$ . Il apparaît que l'amplitude de l'onde dépend uniquement du facteur de qualité et du nombre de longueurs d'onde.

A fréquence fixée, l'amplitude de l'onde diminue exponentiellement au fur et à mesure qu'elle avance (i.e. quand  $z$  augmente). Ainsi, à fréquence fixée, pour minimiser les pertes dans la paroi, modélisée avec le MASD, il faut minimiser la distance parcourue par les ondes. La partie suivante présente la condition nécessaire pour que le trajet des ondes dans la paroi soit minimisé, c'est-à-dire pour que les ondes entrant dans la paroi soient totalement transmises au milieu adjacent sans se réfléchir à l'interface.

#### 2.1.1.c. Impédance mécanique caractéristique

Si dans une couche mécanique se propage uniquement une onde allant dans le sens des  $z$  croissants, nous avons (à partir des équations 2-21 et 2-28) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial t} = j\omega A e^{j(\omega t - \frac{\omega z}{\tilde{c}})} \\ F(z, t) = -ST_3(z, t) = -S\tilde{c}_{33} \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial z} = \frac{j\omega S\tilde{c}_{33}}{\tilde{c}} A e^{j(\omega t - \frac{\omega z}{\tilde{c}})} \end{array} \right. \quad 2-32$$

$$\Rightarrow F(z, t) = \tilde{Z}_m \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial t} \quad 2-33$$

Avec  $\tilde{Z}_m = \frac{S\tilde{c}_{33}}{\tilde{c}}$ . L'impédance mécanique est par ailleurs définie comme le lien entre force et vitesse sur une interface :

$$F(z, t) = Z \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial t} \quad 2-34$$

Par identification, le terme  $\tilde{Z}_m = \frac{S\tilde{c}_{33}}{\tilde{c}}$  est donc une impédance et s'appelle l'impédance mécanique caractéristique du matériau.  $\tilde{Z}_m$  est l'impédance mécanique vue par chaque section du matériau lorsqu'il n'y a qu'une seule onde s'y propageant.

Ne pas avoir d'onde de retour peut donc être fait de plusieurs manières :

- La couche est infinie et l'onde allant de la gauche vers la droite ne se réfléchira jamais (il n'y a pas d'extrémité où se réfléchir).
- La couche n'est pas infinie mais suffisamment grande pour que l'onde, s'atténuant avec la distance parcourue, soit nulle avant d'atteindre l'extrémité.
- La couche n'est pas infinie mais est terminée par une impédance mécanique d'impédance  $Z = \widetilde{Z}_m$ . Si tel est le cas tout se passe comme si la couche continuait à l'infinie. L'onde mécanique arrivant à l'interface est alors totalement transmise à l'impédance mécanique connectée sans se réfléchir.

Si l'impédance mécanique connectée à l'extrémité de la paroi est égale à l'impédance mécanique caractéristique de celle-ci, il n'y a pas d'onde de retour et les pertes dans la paroi sont donc minimisées. En effet, l'onde incidente générée par l'émetteur n'effectue alors qu'un seul passage dans la paroi.

Comme nous le verrons dans la partie 4.IV.1.a du chapitre 4, il est possible d'ajuster l'impédance mécanique des transducteurs piézoélectriques en changeant la charge électrique qui y est connectée. Ainsi, en jouant sur cette charge électrique, il est possible de minimiser les pertes dans la paroi.

Nous avons modélisé le comportement des couches mécaniques n'incluant pas la diffraction. Nous allons maintenant détailler la modélisation des couches mécaniques incluant la diffraction, comme cela est nécessaire pour les parois épaisses.

### 2.1.2. Couches mécaniques avec diffraction (parois épaisses) : MAAD

L'équipe du Rensselaer Polytechnic Institute a proposé deux méthodes différentes permettant d'inclure la diffraction de la paroi dans leur modèle analytique. En 2012, Lawry et al. ont publié un premier modèle [27] qui fut ensuite repris de façon plus rigoureuse en 2015 par Wilt et al [83]. Wilt et al. utilisent le MASD pour modéliser tous les éléments du système de TPA à l'exception de la paroi, pour laquelle un modèle légèrement différent est utilisé. Ce modèle, le modèle de Wilt ou MAAD, permet d'inclure la diffraction des ondes. Nous détaillons ici ce modèle de paroi que nous utilisons dans cette thèse. Comme le MASD, le MAAD considère des transducteurs de forme circulaire, de même diamètre et alignés de part et d'autre de la paroi.

Dans une première partie nous allons établir le modèle de Wilt. Celui-ci utilisant les ondes de pression nous verrons dans une deuxième partie comment les convertir en variables forces et vitesses aux interfaces de la paroi. Cela nous permettra d'obtenir un modèle de la paroi avec diffraction équivalent au modèle établi pour les couches sans diffraction (équation 2-23) et pouvant être intégré dans notre modèle complet de TPA.

#### 2.1.2.a. Modèle de Wilt

Le principe du modèle consiste à déterminer le lien entre la pression sur les surfaces des matériaux placés aux deux interfaces de la paroi. Ces interfaces sont définies sur la Figure 23, **l'interface de gauche** correspond à la surface de contact entre la colle et la limite gauche de la paroi, centrée en  $O$  et de la même manière, **l'interface de droite** est la surface de contact entre la colle et la limite droite de la paroi.



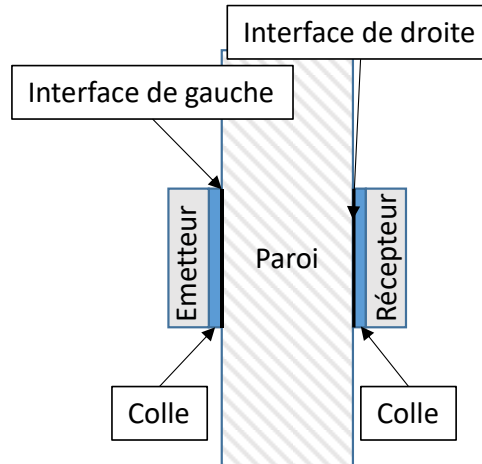


Figure 23 : Interfaces de droite et de gauche de la paroi.

Pour déterminer le lien entre les ondes de pressions partant de l'interface de gauche et arrivant sur l'interface de droite et inversement, la paroi est considérée comme un fluide, les ondes de cisaillements sont donc ignorées.

Les mouvements générés par le transducteur émetteur se propagent dans la couche de colle. Cela se traduit par un mouvement au niveau de l'interface de gauche. En déterminant la contribution de chaque élément de surface infinitésimal à cette interface, nous pouvons en sommant leurs contributions, déterminer la pression à l'autre extrémité de la paroi (principe de superposition).

Une surface infinitésimale en mouvement à la surface d'un fluide (i.e. une source ponctuelle) génère dans ce fluide un champ de pression donné par l'équation suivante [84] :

$$p(M) = \frac{j\rho\tilde{c}v_0}{\lambda} \frac{e^{-j\tilde{\beta}r'}}{r'} \quad 2-35$$

Avec  $M$  un point quelconque dans le fluide,  $r'$  la distance entre la source infinitésimale et le point  $M$ ,  $v_0$  la vitesse de la surface infinitésimale,  $\lambda$  la longueur d'onde dans le fluide et  $\tilde{\beta}$  le nombre d'onde dans le fluide défini par  $\tilde{\beta} = \omega/\tilde{c}$ .

Les éléments adjacents à la paroi (e.g. couches de colle sur la Figure 23) sont modélisés avec le MASD. Ainsi, par continuité des vitesses, les vitesses en chaque point de l'interface de gauche sont identiques et valent  $v_0$ .

En sommant la contribution de chacune des surfaces infinitésimales de l'interface de gauche, le champ de pression généré dans le fluide (i.e. la paroi) au point  $M$  est donné par :

$$p(M) = \frac{j\rho\tilde{c}v_0}{\lambda} \int_{S_1} \frac{1}{r'} e^{-j\tilde{\beta}r'} dS_1 \quad 2-36$$

Avec  $r$  la distance du centre de l'interface de gauche ( $O$ ) au point  $M$  (i.e.  $r = \|\overline{OM}\|$ ),  $\theta$  tel que défini sur la Figure 24 est l'angle formé par le vecteur  $\overline{OM}$  et l'axe de révolution des transducteurs et  $S_1$  est la surface de l'interface.

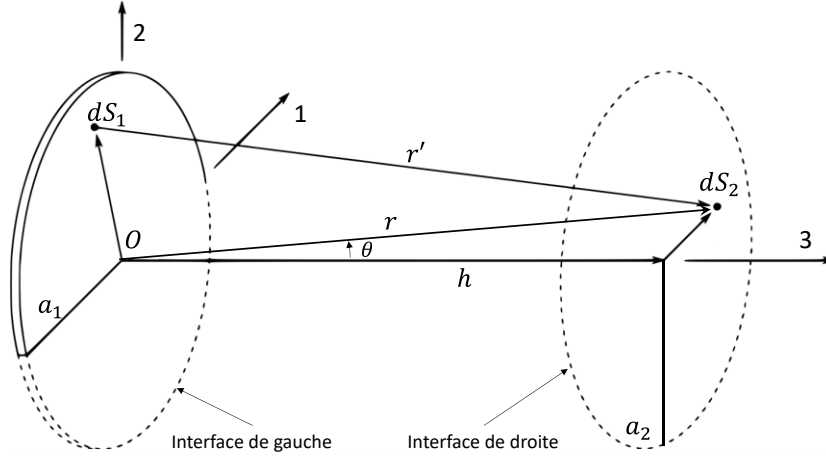


Figure 24 : Définition des grandeurs utilisées pour le MAAD. Figure extraite de [83].

La pression générée dans la paroi n'est pas homogène sur l'interface de droite. Pourtant, la couche adjacente (i.e. la colle) est modélisée avec le MASD, pour lequel la pression est uniforme sur la section. Il est donc nécessaire de se ramener à une seule valeur de pression. Pour ce faire, la pression sur l'interface de droite est considérée homogène et égale à la valeur moyenne de la pression sur l'interface. Ainsi, malgré cette approximation la force sur l'interface est conservée :

$$p_{moy} = \frac{1}{\pi a_2^2} \int_{S_2} p(M) dS_2 = \frac{j\rho\tilde{c}v_0}{\lambda\pi a_2^2} \int_{S_2} \int_{S_1} \frac{1}{r'} e^{-j\tilde{\beta}r'} dS_1 dS_2 \quad 2-37$$

Avec  $a_2$  le rayon de l'interface de droite et  $S_2$  sa surface.

Pour le MAAD,  $p_{moy}$  correspond à la valeur de l'onde de pression à l'interface de droite générée par une vitesse  $v_0$  à l'interface de gauche. Nous notons cette onde  $p_d^+$ , le  $d$  en indice indique l'interface de droite et le  $+$  en exposant indique que l'onde se propage dans le sens des  $z$  croissants (i.e. de la gauche vers la droite). Nous avons donc :

$$p_d^+ = p_{moy} \quad 2-38$$

Pour modéliser la paroi, nous voulons exprimer  $p_d^+$  en fonction de l'onde à l'interface de gauche allant dans le sens positif,  $p_g^+$ . Pour cela, nous voulons faire apparaître  $p_g^+$  dans l'expression de  $p_{moy}$ .

En divisant l'équation 2-33 par la surface et en faisant l'hypothèse d'un front d'onde plan à l'interface de gauche, la pression à l'interface peut être calculée :

$$p_g^+ = \tilde{Z}_{paroi} v_0 = \rho\tilde{c}v_0 \quad 2-39$$

Avec  $\tilde{Z}_{paroi}$  l'impédance acoustique caractéristique de la paroi définie par :

$$\tilde{Z}_{paroi} = \frac{\tilde{Z}_m}{S} = \frac{\tilde{c}_{33}}{\tilde{c}} = \frac{\rho\tilde{c}^2}{\tilde{c}} = \rho\tilde{c} \quad 2-40$$

Nous avons donc :

$$p_g^+ = \rho \tilde{c} v_0 \quad 2-41$$

En remplaçant cette expression dans l'équation 2-37, il vient :

$$p_{moy} = \left( \frac{j}{\lambda \pi a^2} \int_{S_2} \int_{S_1} \frac{1}{r'} e^{-j\tilde{\beta} r'} dS_1 dS_2 \right) p_g^+ = \hat{p}_{MAAD} \times p_g^+ \quad 2-42$$

$$\Rightarrow p_d^+ = \hat{p}_{MAAD} \times p_g^+ \quad 2-43$$

Avec  $\hat{p}_{MAAD}$  le ratio des ondes de pression se propageant dans le sens croissant, aux interfaces gauche et droite de la paroi.

Lorsque l'émetteur et le récepteur ont le même diamètre  $a$  et donc la même surface  $S$ , sont parallèles et sont alignés face à face à une distance  $h$  ( $h$  étant l'épaisseur de la paroi),  $\hat{p}_{MAAD}$  peut être obtenu analytiquement comme décrit dans [85]. Nous avons alors :

$$\hat{p}_{MAAD} = e^{-j\tilde{\beta}h} - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j\tilde{\beta}\sqrt{h^2+4a^2\cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta \quad 2-44$$

Sur la Figure 25 nous affichons  $|\hat{p}_{MAAD}|$  en fonction de l'épaisseur de la paroi,  $h$ . Il apparaît que l'amplitude de l'onde de pression diminue avec l'épaisseur de la paroi.

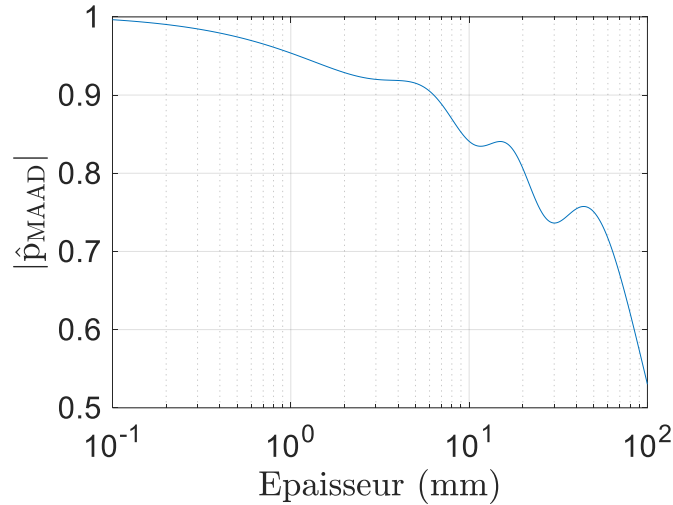


Figure 25 :  $|\hat{p}_{MAAD}|$  en fonction de l'épaisseur de la paroi. Le diamètre des interfaces est de 45 mm et la paroi est en aluminium ( $c=6200$  m/s).

Le système étant symétrique, nous avons par ailleurs :

$$p_g^- = \hat{p}_{MAAD} \times p_d^- \quad 2-45$$

Avec  $p_g^-$  l'onde de pression allant dans le sens décroissant à l'interface de gauche et  $p_d^-$  l'onde de pression allant dans le sens décroissant à l'interface de droite. A partir des équations 2-43 et 2-45, nous pouvons donc exprimer les ondes de pressions à l'interface de gauche en fonction des ondes de pression à l'interface de droite :

$$\begin{pmatrix} p_g^+ \\ p_g^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{p}_{MAAD}^{-1} & 0 \\ 0 & \hat{p}_{MAAD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_d^+ \\ p_d^- \end{pmatrix} \quad 2-46$$

Cette équation modélise le comportement de la paroi en prenant en compte la diffraction. Pour l'intégrer à notre implémentation du modèle, il reste à convertir les ondes de pression en forces et vitesses aux interfaces de la paroi. Nous détaillons cette conversion dans la partie suivante.

### 2.1.2.b. Conversion des ondes de pression en forces et vitesses

Nous voulons une expression matricielle du comportement de la paroi liant les forces aux vitesses aux interfaces de gauche et de droite de la paroi, telle que donnée pour le MASD en équation 2-23, et rappelée ici :

$$\begin{pmatrix} F_g \\ F_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11}^n & X_{12}^n \\ X_{12}^n & X_{11}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_g \\ v_d \end{pmatrix} \quad 2-47$$

La force est égale à la pression multipliée par la surface, au signe près de façon à respecter la convention donnée en Figure 22. Par ailleurs, la pression en un point est la somme des ondes de pression en ce point. Il vient ainsi :

$$\begin{cases} F_g = S_1(p_g^+ + p_g^-) \\ F_d = -S_2(p_d^+ + p_d^-) \end{cases} \quad 2-48$$

La vitesse en un point est la somme des ondes de vitesse en ce point. Nous avons alors :

$$\begin{cases} v_g = v_g^+ + v_g^- \\ v_d = v_d^+ + v_d^- \end{cases} \quad 2-49$$

En utilisant le lien entre force et vitesse des ondes (équation 2-39), il vient :

$$\begin{cases} v_g = \frac{(p_g^+ - p_g^-)}{\tilde{Z}_{paroi}} \\ v_d = \frac{(p_d^+ - p_d^-)}{\tilde{Z}_{paroi}} \end{cases} \quad 2-50$$

En combinant ces résultats, il vient alors :

$$\begin{pmatrix} F_g \\ v_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S & S \\ \frac{1}{\tilde{Z}_{paroi}} & -\frac{1}{\tilde{Z}_{paroi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_g^+ \\ p_g^- \end{pmatrix} \quad 2-51$$

Et après quelques lignes de calcul à partir des secondes équations des systèmes 2-48 et 2-50 nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} p_d^+ \\ p_d^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2S} & \frac{\tilde{Z}_{paroi}}{2} \\ \frac{1}{2S} & -\frac{\tilde{Z}_{paroi}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_d \\ v_d \end{pmatrix} \quad 2-52$$

En combinant ces résultats avec l'équation 2-46, il vient :

$$\begin{pmatrix} F_g \\ v_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{S}{1} & \frac{S}{1} \\ \frac{1}{\tilde{Z}_{paroi}} & -\frac{1}{\tilde{Z}_{paroi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_{MAAD}^{-1} & 0 \\ 0 & \hat{p}_{MAAD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2S} & \frac{\tilde{Z}_{paroi}}{2} \\ -\frac{1}{2S} & -\frac{\tilde{Z}_{paroi}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_d \\ v_d \end{pmatrix} \quad 2-53$$

Il vient alors assez aisément, comme détaillé dans l'annexe Annexe - 5 que :

$$\begin{pmatrix} F_g \\ F_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_{11}}{m_{21}} & \frac{m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22}}{m_{21}} \\ 1 & \frac{m_{22}}{m_{21}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_g \\ v_d \end{pmatrix} \quad 2-54$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{S}{1} & \frac{S}{1} \\ \frac{1}{\tilde{Z}_{paroi}} & -\frac{1}{\tilde{Z}_{paroi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_{MAAD}^{-1} & 0 \\ 0 & \hat{p}_{MAAD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2S} & \frac{\tilde{Z}_{paroi}}{2} \\ -\frac{1}{2S} & -\frac{\tilde{Z}_{paroi}}{2} \end{pmatrix} \quad 2-55$$

La matrice ainsi obtenue est donc équivalente à celle obtenue en équation 2-23, pour les couches mécaniques sans diffraction et pourra être intégrée au modèle du système de TPA implémenté dans cette thèse.

### 2.1.2.c. MAAD pour des transducteurs de diamètres différents

Il est mentionné dans l'article de Wilt et al. présentant le MAAD [83] que ce modèle est également valide pour des transducteurs alignés mais de rayons différents. Nous expliquons ici pourquoi nous pensons que le MAAD ne peut pas modéliser correctement des systèmes composés d'un émetteur et d'un récepteur de diamètres différents et confirmons cela dans la partie 2.III.4.b en comparant les résultats du MAAD avec le MEF.

Lorsque l'émetteur et le récepteur ont le même diamètre, les ondes se réfléchissant à l'interface paroi/air et étant négligées dans le MAAD, ne reviennent jamais sur les transducteurs. Seules les ondes se réfléchissant sur les transducteurs continuent de les atteindre (voir Figure 26). Dans ce cas, ce qui se passe au niveau des interfaces paroi/air n'a pas d'effet et peut ne pas être considéré sans affecter les résultats.

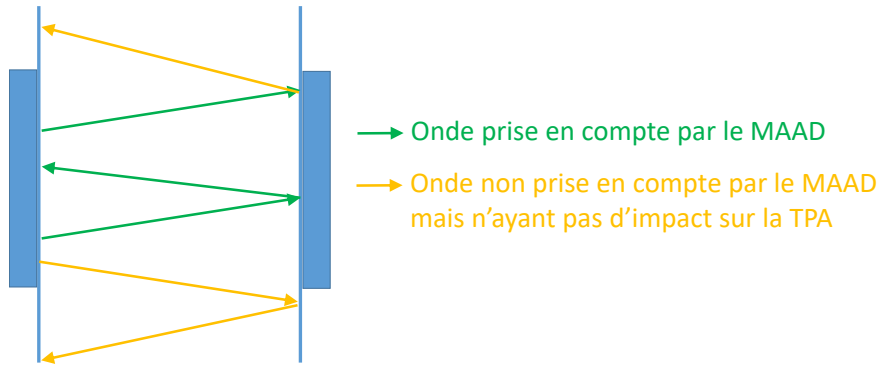


Figure 26 : Les ondes non prises en compte avec le MAAD n'ont pas d'impact sur la TPA lorsque les transducteurs ont même diamètre.

Cela n'est plus vrai lorsque les transducteurs ont des diamètres différents, comme cela apparaît clairement avec les rayons en rouges sur la Figure 27 : certaines ondes ne sont pas prises en compte avec le MAAD mais ont un impact sur le système de TPA. Le MAAD est donc inadapté pour modéliser des systèmes de TPA ayant des transducteurs de rayons différents.

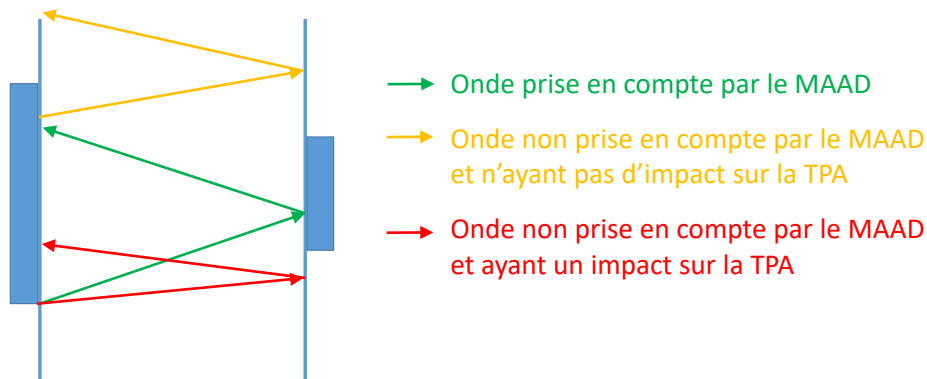


Figure 27 : Certaines ondes non prises en compte avec le MAAD ont un impact sur la TPA lorsque les transducteurs ont des diamètres différents.

Dans la partie suivante nous allons étudier les limites de validité du MASD en le comparant au MAAD lorsque les transducteurs ont même diamètre et sont alignés.

#### 2.1.2.d. Limite de validité du MASD

Comme nous l'avons dit, le MASD permet la modélisation des couches fines tandis que le MAAD, en prenant en compte la diffraction permet aussi la modélisation des couches plus épaisses. Nous allons dans cette partie obtenir quantitativement les limites de validité du MASD. Pour cela, nous allons dans un premier temps chercher le lien entre  $p_g^+$  et  $p_d^+$  dans une couche modélisée avec le MASD. Nous chercherons alors les valeurs pour lesquelles les résultats du MASD s'écartent trop du MAAD (+/- 5% d'écart).

L'équation 2-28 nous donne le déplacement en fonction du temps et de la position quand uniquement une onde sinusoïdale se propage dans le sens des  $z$  croissants. Cette relation est rappelée ici :

$$\xi_3(z, t) = Ae^{j(\omega t - \frac{\omega z}{c})} \quad 2-56$$

$$\Rightarrow v^+(z, t) = j\omega Ae^{j(\omega t - \frac{\omega z}{c})} \quad 2-57$$

En sachant que  $\tilde{\beta} = \omega/\tilde{c}$ , nous avons :

$$v^+(z, t) = j\omega A e^{j(\omega t - \tilde{\beta}z)} \quad 2-58$$

En prenant l'interface gauche de la paroi en  $z = 0$  et l'extrémité droite en  $z = h$  pour une paroi d'épaisseur  $h$ , nous avons :

$$v_g^+ = v^+(0, t) = j\omega A e^{j\omega t} \quad 2-59$$

Et :

$$v_d^+ = v^+(h, t) = j\omega A e^{j\omega t} e^{-j\tilde{\beta}h} \quad 2-60$$

Nous avons alors :

$$v_d^+ = e^{-j\tilde{\beta}h} \times v_g^+ \quad 2-61$$

En multipliant par  $\tilde{Z}_{paroi}$  des deux côtés de l'équation, nous avons alors :

$$p_d^+ = e^{-j\tilde{\beta}h} \times p_g^+ = \hat{p}_{MASD} \times p_g^+ \quad 2-62$$

En intégrant ce résultat dans l'équation 2-44, donnant le lien entre  $p_g^+$  et  $p_d^+$  avec le MAAD, il apparaît que :

$$\hat{p}_{MAAD} = \hat{p}_{MASD} \left( 1 - \frac{4e^{j\tilde{\beta}h}}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j\tilde{\beta}\sqrt{h^2+4a^2\cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta \right) = \hat{p}_{MASD} \times k \quad 2-63$$

Nous considérons que le MASD n'est plus valide lorsque l'écart entre  $|\hat{p}_{MAAD}|$  et  $|\hat{p}_{MASD}|$  est supérieur à 5%, c'est-à-dire lorsque le module du terme **en rouge** de l'équation précédente sort de l'intervalle [0.95 ;1.05].

La Figure 28 présente  $|k| = |\hat{p}_{MAAD}|/|\hat{p}_{MASD}|$  en fonction de l'épaisseur de la paroi lorsque le diamètre des transducteurs est de 45 mm, la paroi est en aluminium ( $c = 6200 \text{ m/s}$ ) et la fréquence est de 1 MHz.

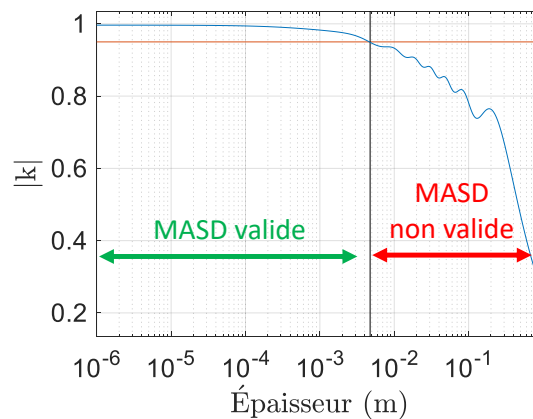


Figure 28 : Ecart entre le MASD et le MAAD en fonction de l'épaisseur de la paroi. Celle-ci est en aluminium ( $c=6200 \text{ m/s}$ ), le diamètre des transducteurs est de 45 mm et la fréquence de 1 MHz.

En considérant que le MASD est valide quand  $|k| \in [0.95; 1.05]$  (au-dessus de la ligne rouge sur la Figure 28), il apparaît que le MASD est valide lorsque l'épaisseur de la paroi est inférieure à 4.8 mm. Cela confirme que modéliser les couches fines, telles que les couches de colles ou les parois fines avec le MASD est approprié. Cela confirme aussi l'équation 2-39 où nous faisons l'hypothèse d'ondes planes à l'interface de la paroi côté émetteur.

La Figure 28 nous indique dans un cas particulier (diamètre de transducteurs de 45 mm et paroi en aluminium) la limite du MASD. Nous allons ici obtenir un résultat plus général nous permettant de déterminer par lecture graphique la validité ou la non-validité du MASD quels que soient l'épaisseur et le matériau de la paroi ainsi que le diamètre des transducteurs. Pour cela, nous effectuons des changements de variables afin de faire disparaître les grandeurs particulières (épaisseur, rayon, vitesse de propagation et fréquence).

Nous définissons  $Y$  comme le ratio entre le rayon des transducteurs et l'épaisseur de la paroi :

$$Y = \frac{a}{h} \quad 2-64$$

Pour faire disparaître la vitesse de propagation des ondes dans la paroi, le nombre de longueurs d'onde dans la paroi,  $N$ , est introduit :

$$N = \frac{h}{\lambda} = \frac{fh}{c} \quad 2-65$$

Et à partir de la valeur de  $1/\tilde{c}$  détaillé en Annexe - 4 nous obtenons une expression de  $\tilde{\beta}h$ , avec  $\tilde{\beta}$  le nombre d'ondes :

$$\tilde{\beta}h = \frac{\omega h}{\tilde{c}} = 2\pi \frac{fh}{c} \left(1 - \frac{j}{2Q}\right) = 2\pi \frac{h}{\lambda} \left(1 - \frac{j}{2Q}\right) = 2\pi N \left(1 - \frac{j}{2Q}\right) \quad 2-66$$

Nous obtenons alors :

$$\hat{p}_{MASD} = e^{-j2\pi N \left(1 - \frac{j}{2Q}\right)} \quad 2-67$$

Et l'équation 2-63 se réécrit :

$$\hat{p}_{MAAD} = \hat{p}_{MASD} \times \left(1 - e^{j2\pi N \left(1 - \frac{j}{2Q}\right)} \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j\beta \sqrt{h^2 + 4Y^2 h^2 \cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta\right) \quad 2-68$$

$$\Rightarrow \hat{p}_{MAAD} = \hat{p}_{MASD} \times \left(1 - e^{j2\pi N \left(1 - \frac{j}{2Q}\right)} \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j\beta h \sqrt{1 + 4Y^2 \cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta\right) \quad 2-69$$

$$\Rightarrow \hat{p}_{MAAD} = \hat{p}_{MASD} \times \left(1 - e^{j2\pi N \left(1 - \frac{j}{2Q}\right)} \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j2\pi N \left(1 - \frac{j}{2Q}\right) \sqrt{1 + 4Y^2 \cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta\right) \quad 2-70$$

$$\Rightarrow \hat{p}_{MAAD} = \hat{p}_{MASD} \times k \quad 2-71$$

Avec :



$$k = 1 - e^{j2\pi N(1-\frac{j}{2Q})} \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j2\pi N(1-\frac{j}{2Q})\sqrt{1+4Y^2 \cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta \quad 2-72$$

Ainsi,  $k$  peut s'exprimer uniquement en fonction de  $N$ ,  $Y$  et  $Q$ . Afin de déterminer les limites du MASD, nous cherchons, en fonction de  $N$ , la valeur de  $Y$  minimum à partir de laquelle le MASD est valide. C'est-à-dire lorsque  $|k| \in [0.95; 1.05]$ . Les résultats obtenus sont affichés sur la Figure 29 pour  $Q = 1000$  mais peuvent être considérés comme indépendants de  $Q$  car ils en sont très peu dépendants.

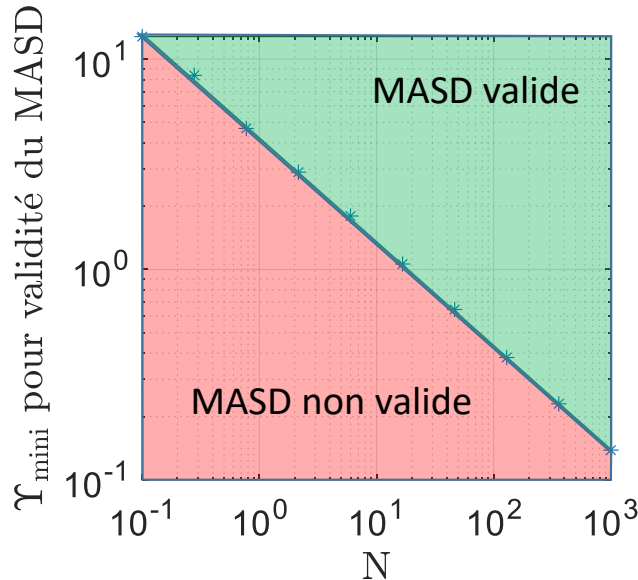


Figure 29 : Limite de validité du MASD ( $|k| \in [0.95; 1.05]$ ), avec  $Q = 1000$ .

En fonction des caractéristiques du dispositif de TPA étudié ( $N$  et  $Y$ ), il est possible de déterminer par lecture graphique de la Figure 29 si le MASD peut être utilisé ou non pour modéliser la paroi.

### 2.1.3. Eléments piézoélectriques

L'objectif de cette partie est d'établir le modèle sous forme matricielle des couches piézoélectriques liant les forces, vitesses, courant et tension. Cette modélisation des couches piézoélectriques sera alors utilisée dans le modèle complet du système tel que décrit dans la partie 2.1.4.

Nous allons dans un premier temps voir quelles sont les principales caractéristiques physiques des matériaux piézoélectriques et leurs causes, puis la modélisation des disques piézoélectriques sera détaillée.

#### 2.1.3.a. Le principe des transducteurs piézoélectriques

Un transducteur piézoélectrique est composé d'une couche en matériau piézoélectrique aux extrémités duquel sont placées des électrodes conductrices, comme illustré sur la Figure 30.



Figure 30 : Principe d'un transducteur piézoélectrique.

Les matériaux piézoélectriques sont des matériaux diélectriques. Les charges électriques ne sont donc pas libres de s'y déplacer comme c'est le cas dans les matériaux conducteurs mais sont liées aux molécules du matériau. Lorsque les matériaux diélectriques sont soumis à un champ électrique, les charges des molécules vont subir des forces, dont la direction dépend du signe de la charge. Ainsi, le barycentre des charges électriques positives et le barycentre des charges négatives, généralement confondus en l'absence de champ électrique (Figure 31a) vont s'écartier (Figure 31b).

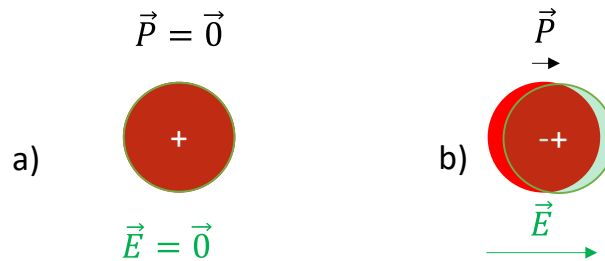


Figure 31 : Barycentre des charges positives et barycentre des charges négatives a) en l'absence et b) en présence, d'un champ électrique  $\vec{E}$ .

Cet écart entre les barycentres des charges électriques s'appelle la polarisation dont la direction va du barycentre des charges négatives au barycentre des charges positives. Lorsque le barycentre des charges positives et le barycentre des charges négatives ne sont pas confondus, les charges positives peuvent ne pas compenser totalement les charges négatives, et des charges nettes (positives et négatives) sont présentes dans le matériau. Lorsque la polarisation est uniforme dans le matériau, cet écart entre les barycentres des charges d'une molécule est compensé par l'écart entre les barycentres des charges des molécules adjacentes et il n'y a pas, dans le matériau, de charges électriques nettes. Cela est vrai à l'exception des interfaces où il n'y a pas de molécules adjacentes pour compenser ce déplacement des barycentres des charges. Dans le cas de la Figure 31b, à l'extrémité droite, les charges positives ne sont pas complètement compensées et une quantité de charges positives est présente sur cette extrémité (et inversement avec les charges négatives sur l'extrémité gauche).

Ainsi, lorsqu'un champ électrique est appliqué à un matériau diélectrique, via l'application de charges libres nettes dans l'électrode conductrice (charges **en noir** sur la Figure 32), des charges liées apparaissent aux interfaces du matériau diélectrique. Ces charges liées sont représentées **en rouge** sur la Figure 32, pour signifier qu'elles sont liées aux molécules du matériau et ne peuvent se déplacer librement.

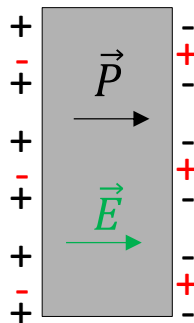


Figure 32 : Charges électriques aux extrémités d'une couche de matériau diélectrique soumis à un champ électrique.

Les matériaux piézoélectriques sont des matériaux diélectriques avec une propriété particulière. Lorsqu'ils sont déformés, une polarisation (ou une variation de la polarisation existante) apparaît au

sein des molécules du matériau, se traduisant, comme pour les matériaux diélectriques soumis à un champ  $\vec{E}$ , par l'apparition de charges liées à ses extrémités. C'est cet effet, appelé effet piézoélectrique direct, que nous utilisons au niveau du récepteur : l'onde mécanique déforme le récepteur ce qui entraîne l'apparition de charges liées à ses bornes.

Pour qu'un matériau soit piézoélectrique, il faut que les molécules le composant incluent des liaisons ioniques et ne soient pas symétriques, comme cela est illustré sur la Figure 33. En bleu, les molécules sont non déformées et en rouge, les molécules sont déformées par l'application des forces  $\vec{F}$ . La déformation de la molécule symétrique, en Figure 33a, n'entraîne pas sa polarisation. Cette molécule est donc non piézoélectrique, contrairement à la molécule non symétrique sur la Figure 33b.

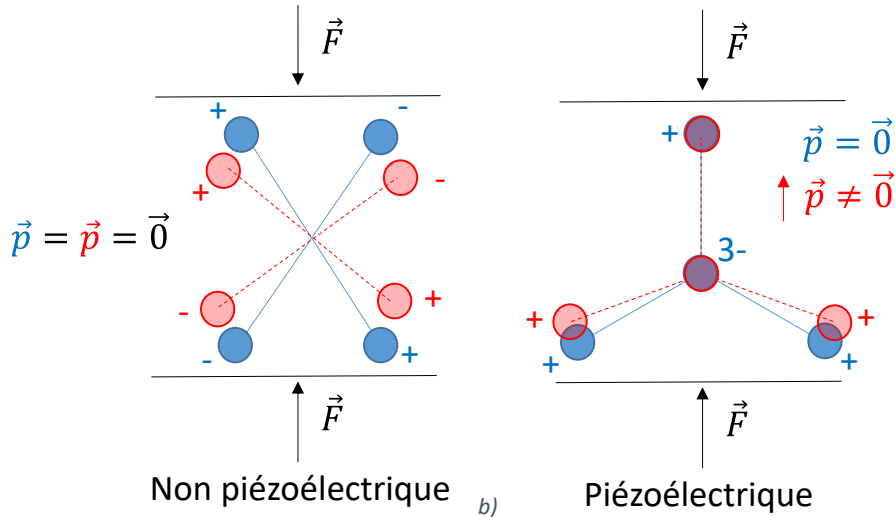


Figure 33 : Molécules a) non-piézoélectrique et b) piézoélectrique, non déformées (en bleu) et déformées (en rouge).

Parmi les matériaux piézoélectriques, il est possible de distinguer deux catégories : les matériaux avec une polarisation nulle au repos et les matériaux avec une polarisation non-nulle au repos. Cette seconde catégorie s'appelle les matériaux pyroélectriques, car leur polarisation varie également avec la température. Comme nous pouvons le voir sur la Figure 34a), une augmentation des distances interatomiques liées à la dilation thermique ne fait pas varier la polarisation, ce qui est le cas pour les matériaux piézoélectriques pyroélectriques Figure 34b).

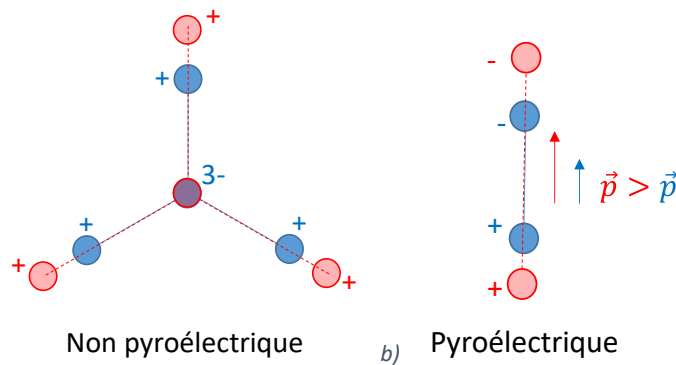


Figure 34 : Exemple de molécules a) non pyroélectriques et b) pyroélectriques.

Les matériaux que nous utilisons, les céramiques PZT (titano-zirconates de plomb), sont des matériaux pyroélectriques. Il est possible de s'en rendre douloureusement compte en touchant les électrodes d'un disque en PZT après son refroidissement suite à un passage au four.

Le PZT étant un matériau pyroélectrique, les charges électriques liées à ses interfaces sont présentes même lorsque le matériau n'est soumis à aucune contrainte et à aucun champ électrique. Elles sont représentées **en rouge** sur la Figure 35a). Les charges libres sur les électrodes sont représentées **en noir**. Au repos, le champ électrique dans le matériau piézoélectrique est cependant nul car des charges libres, par exemple lors de la fabrication, sont venues (ou sont parties) sur les électrodes car attirées (ou repoussées) par les charges liées sur les interfaces (Figure 35a).

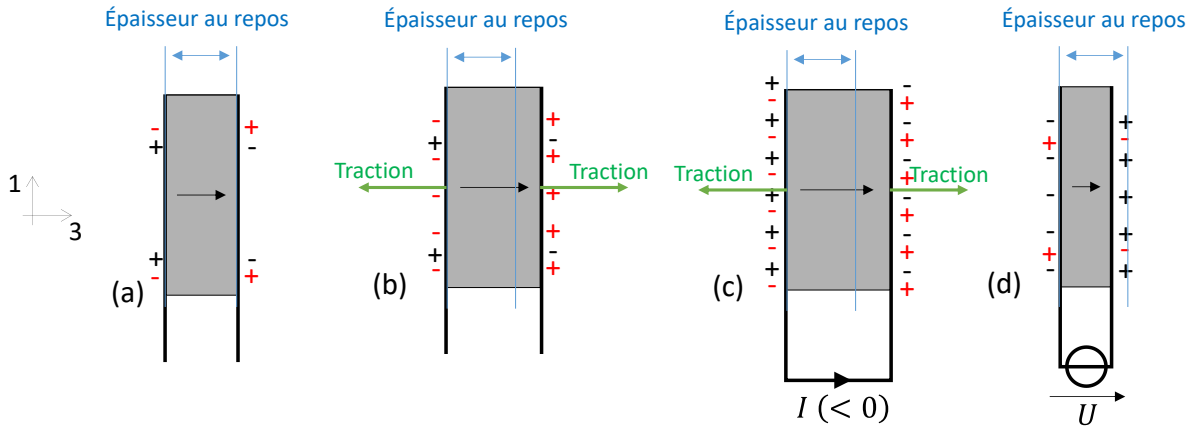


Figure 35 : Illustration du comportement des matériaux piézoélectriques avec quelques exemples typiques : a) Matériau au repos, b) Effort de traction avec les électrodes en circuit-ouvert, c) Application d'une tension et pas d'effort mécanique, d) Effort de traction, avec les électrodes court-circuitées. La flèche noire représente la polarisation du matériau.

Comme nous l'avons décrit, lorsqu'une contrainte est imposée et que le matériau piézoélectrique s'allonge, les ions des molécules se déplacent. La distance entre les barycentres des charges va changer se traduisant par l'apparition d'autres charges électriques liées aux extrémités du matériau (voir Figure 35b). Lorsque les électrodes du transducteur sont court-circuitées, les charges liées sont compensées par des charges libres (Figure 35c).

Les matériaux piézoélectriques ont une seconde particularité : ils se déforment proportionnellement au champ électrique qui leur est appliqué. Cette faculté est causée par les efforts en sens inverse subit par les ions des molécules soumis au champ électrique, comme cela est illustré sur la Figure 36. Cet effet, appelé effet piézoélectrique inverse, nous permet de générer des ondes acoustiques à partir d'une tension électrique d'excitation.

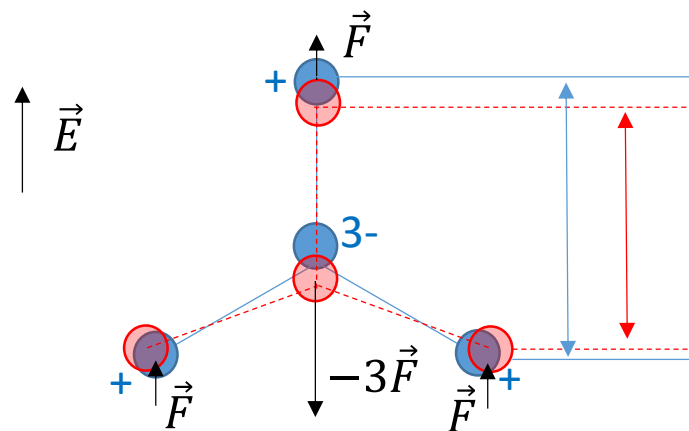


Figure 36 : Molécule piézoélectrique se déformant sous l'effet d'un champ électrique (effet piézoélectrique inverse).

Ainsi, si une tension est appliquée aux surfaces d'un tel matériau (via l'application de charges libres sur les électrodes), les ions des molécules du matériau vont subir des forces de sens inverse. Ces forces vont avoir tendance à allonger (ou à contracter en fonction de la polarisation et du signe de la tension appliquée) chaque molécule, ce qui se répercutera sur les dimensions du transducteur piézoélectrique (Figure 35d).

Notons qu'en se déformant, la polarisation des molécules du matériau change ce qui se traduit par l'apparition de charges liées sur les électrodes. Pour maintenir un certain niveau de tension, davantage de charges libres doivent être amenées sur les électrodes. Ainsi, si le transducteur piézoélectrique ne peut s'allonger, la quantité de charges libres sur les électrodes sera plus faible pour une même tension, expliquant la plus faible permittivité diélectrique des matériaux piézoélectriques si ceux-ci ne sont pas libres de se déformer.

Notons également que la tension créée sur un transducteur en circuit ouvert (Figure 35b) par les charges liées apparaissant aux interfaces lorsqu'un tel matériau est déformé, entraîne une force sur les ions des molécules s'opposant à leur déplacement et augmentant la raideur du matériau. Si cette tension est supprimée en court-circuitant le transducteur, la raideur est alors diminuée (Figure 35d).

Maintenant que nous avons décrit quelques caractéristiques des matériaux piézoélectriques ainsi que leurs causes, nous allons détailler la modélisation utilisée dans cette thèse pour les couches piézoélectriques.

### 2.1.3.b. Modélisation des couches piézoélectriques

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, les matériaux piézoélectriques font intervenir des grandeurs à la fois électriques et mécaniques. Les relations entre toutes ces grandeurs peuvent être exprimées de différentes façons. Pour le MASD, il est avantageux de choisir une expression donnant les contraintes en fonction des déformations. En effet, conformément aux hypothèses du MASD, l'expression se simplifie sans calcul en sachant que toutes les composantes des déformations sont considérées nulles sauf celles suivant la direction 3 (définie sur la Figure 35).

Les matériaux piézoélectriques tels que ceux que nous utilisons, sont considérés comme isotropes transverses, avec l'axe de symétrie correspondant à la polarisation piézoélectrique, choisi ici suivant la direction 3 sur la Figure 35. Nous avons alors :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11}^D & c_{12}^D & c_{13}^D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{31} \\ c_{12}^D & c_{11}^D & c_{13}^D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{31} \\ c_{13}^D & c_{13}^D & c_{33}^D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^D & 0 & 0 & 0 & -h_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^D & 0 & -h_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}^D - c_{12}^D}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{15} & 0 & \frac{1}{\epsilon_{11}^S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\epsilon_{11}^S} & 0 \\ -h_{13} & -h_{13} & -h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\epsilon_{33}^S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} \quad 2-73$$

L'exposant  $D$  indique que les coefficients sont obtenus à déplacement électrique constant, l'exposant  $S$  indique que les permittivités sont obtenues à déformations constantes.  $D_i$  est la composante du déplacement électrique dans la direction  $i$ ,  $E_i$  est la composante du champ électrique dans la direction  $i$ , les termes  $h_{ij}$  sont les coefficients piézoélectriques en V/m et  $\epsilon_{ii}^S$  est la permittivité électrique dans la direction  $i$  obtenue à déformation constante.

A partir de l'équation 2-73 et en appliquant les hypothèses du MASD données dans la partie 2.I.1.a, il apparaît que le champ électrique dans les directions 1 et 2 ne dépend pas de  $S_3$  et ne peut donc pas être généré par les déformations (les déformations autres que  $S_3$  étant considérées nulles). Ainsi, le champ électrique dans les directions 1 et 2 se comporte comme pour un matériau diélectrique standard. Par ailleurs, le diamètre des disques piézoélectriques étudiés étant grand devant leur épaisseur et les électrodes étant placées sur les deux faces de normale 3, nous pouvons faire l'hypothèse utilisée pour les condensateurs plan en considérant que :

$$E_1 = E_2 = 0 \quad 2-74$$

Par ailleurs, nous avons [86] :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad 2-75$$

Avec  $\vec{P}$  la polarisation électrique et  $\epsilon_0$  la permittivité du vide. Sachant que le champ électrique ainsi que la polarisation (les déformations de cisaillements étant nulles par hypothèses du MASD) ne sont dirigés que dans la direction 3, il vient :

$$D_1 = D_2 = 0 \quad 2-76$$

Ainsi, le comportement de la couche piézoélectrique peut être ramené à :

$$\begin{cases} T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3 \\ E_3 = -h_{33} S_3 + \frac{D_3}{\epsilon_{33}^S} \end{cases} \quad 2-77$$

Les signes moins, **en rouge**, dépendent du sens de la polarisation. Si le sens de la polarisation est inversé, ces signes le sont également.

Lorsqu'un seul émetteur et un seul récepteur sont utilisés, il n'est pas nécessaire de se questionner sur la polarisation des couches piézoélectriques, les résultats n'en dépendent pas. Cela devient cependant essentiel lorsque nous modélisons des empilements de couches piézoélectriques, comme dans la partie 4.V.2 du chapitre 4.

Nous allons maintenant obtenir la matrice recherchée pour la modélisation des couches piézoélectrique, liant les forces, vitesses, tension et courant. Nous reprenons la procédure détaillée pour les couches mécaniques sans diffraction (partie 2.I.1.a). L'équation 2-12 devient :

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3(z, t)}{\partial t^2} = c_{33}^D \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial z^2} - h_{33} \frac{\partial D_3}{\partial z} \quad 2-78$$

Nous avons par ailleurs [86] :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{libre} \quad 2-79$$

avec  $\rho_{libre}$  la densité volumique de charge libre et  $\vec{\nabla}$  l'opérateur nabra et  $\vec{\nabla} \cdot \vec{D}$  le gradient du vecteur déplacement électrique. Sachant que  $\vec{D}$  est non-nul seulement dans la direction 3, il vient :

$$\frac{\partial D_3}{\partial z} = \rho_{libre} \quad 2-80$$

Le matériau piézoélectrique étant diélectrique, il ne contient pas de charges libres, ainsi  $D_3$  y est indépendant de la position. L'équation 2-78 devient donc :

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3(z, t)}{\partial t^2} = c_{33}^D \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial z^2} \quad 2-81$$

Nous retrouvons l'équation de propagation des ondes obtenues pour les matériaux mécaniques sans diffraction dont la solution en régime sinusoïdal est :

$$\xi_3(z, t) = A e^{j(\omega t - \frac{\omega z}{c})} + B e^{j(\omega t + \frac{\omega z}{c})} \quad 2-82$$

Comme pour les couches mécaniques sans diffraction, il s'agit d'obtenir les valeurs de  $A$  et  $B$  en prenant en compte les conditions limites de la couche de matériau. Du point de vue mécanique, nous avons encore :

$$\begin{cases} v_n^g = \frac{\partial \xi_3(0, t)}{\partial t} \\ v_n^d = \frac{\partial \xi_3(x_n, t)}{\partial t} \end{cases} \quad 2-83$$

et :

$$\begin{cases} F_n^g = -S T_3(0, t) \\ F_n^d = S T_3(x_n, t) \end{cases} \quad 2-84$$

En remplaçant  $T_3$  par la relation donnée en équation 2-77, il vient :

$$\begin{cases} F_n^g = -S \left( c_{33}^D \frac{\partial \xi_3(0, t)}{\partial z} - h_{33} D_3(0, t) \right) \\ F_n^d = S \left( c_{33}^D \frac{\partial \xi_3(x_n, t)}{\partial z} - h_{33} D_3(x_n, t) \right) \end{cases} \quad 2-85$$

Les conditions limites électriques étant le courant et la tension, nous devons maintenant exprimer  $D_3$  en fonction de ces grandeurs.

Nous savons que le déplacement électrique est indépendant de la position dans la couche de matériau. Par ailleurs, l'électrode déposée aux interfaces de la couche piézoélectrique étant conductrice, le champ électrique et la polarisation y sont nuls. Ainsi, conformément à l'équation 2-75,  $D_3$  y est

également nul. Il vient donc à partir de l'équation 2-80 en se plaçant de part et d'autre de l'interface électrode/couche piézoélectrique que :

$$\frac{\Delta D_3}{\Delta z} = \rho_{libre}^{moyen} \quad 2-86$$

Avec  $\rho_{libre}^{moyen}$  la densité volumique de charge moyenne contenue dans l'épaisseur  $\Delta z$ .

$$\Rightarrow SD_3 = \rho_{libre}^{moyen} S \Delta z \quad 2-87$$

Nous avons donc :

$$SD_3 = Q \quad 2-88$$

Avec  $Q$ , le nombre de charges libres en excès sur l'électrode de gauche de la couche piézoélectrique. Le même raisonnement peut être effectué pour l'électrode de droite, celle-ci supporte une charge  $-Q$ . Sachant que le courant est la dérivée de la charge électrique par rapport au temps, en régime sinusoïdal nous avons :

$$D_3 = -\frac{I}{j\omega S} \quad 2-89$$

Avec  $I$ , le courant défini tel que sur la Figure 35d. Si le courant est défini dans l'autre sens, le signe moins, **en rouge** dans l'équation 2-89, doit être inversé.

Nous avons ainsi :

$$\begin{cases} F_n^g = -S \left( c_{33}^D \frac{\partial \xi_3(0, t)}{\partial z} + \frac{h_{33} I(t)}{j\omega S} \right) \\ F_n^d = S \left( c_{33}^D \frac{\partial \xi_3(x_n, t)}{\partial z} + \frac{h_{33} I(t)}{j\omega S} \right) \end{cases} \quad 2-90$$

Le même développement que celui réalisé en Annexe - 1 pour les couches non piézoélectriques permet d'obtenir les valeurs de  $A$  et  $B$  sans modification. La seule différence étant l'ajout des termes proportionnels au courant qui n'interviennent pas dans leur détermination. Il vient alors en régime sinusoïdal établi :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = -j \begin{pmatrix} \frac{Sc_{33}}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{-Sc_{33}}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & -\frac{h_{33}}{\omega} \\ \frac{-Sc_{33}}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{Sc_{33}}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{h_{33}}{\omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \\ I \end{pmatrix} \quad 2-91$$

Nous avons donc l'expression des forces aux interfaces du disque piézoélectrique en fonction des vitesses et du courant. Il nous reste à déterminer la valeur de la tension. Nous savons que :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad 2-92$$



Avec  $V$ , le potentiel électrique. Sachant que  $\vec{E}$  est nul sauf suivant la direction 3, il vient :

$$U = V(x_n) - V(0) = [V]_0^{x_n} = - \int_0^{x_n} E_3 dz \quad 2-93$$

Avec  $U$ , la tension définie tel que sur la Figure 35d. Si la tension est définie dans l'autre sens, les signes moins **en rouge** sur l'équation 2-93, doivent être enlevés.

En remplaçant  $E_3$  par l'expression donnée dans l'équation 2-77, il vient :

$$U = h_{33} \int_0^{x_n} \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial z} dz - \frac{D_3}{\epsilon_{33}^S} [D_3]_0^{x_n} \quad 2-94$$

$$\Rightarrow U = h_{33} [\xi_3(z, t)]_0^{x_n} - \frac{D_3 x_n}{\epsilon_{33}^S} \quad 2-95$$

$$\Rightarrow U = \frac{h_{33}}{j\omega} (v_n^d - v_n^g) + \frac{I x_n}{j\epsilon_{33}^S S \omega} \quad 2-96$$

La relation matricielle faisant le lien entre les variables mécaniques et électriques d'une couche piézoélectrique est donc :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \\ U \end{pmatrix} = -j \begin{pmatrix} \frac{Sc_{33}}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{-Sc_{33}}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & -(\chi\sigma) \frac{h_{33}}{\omega} \\ \frac{-Sc_{33}}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{Sc_{33}}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & (\chi\sigma) \frac{h_{33}}{\omega} \\ -(\chi v) \frac{h_{33}}{\omega} & (\chi v) \frac{h_{33}}{\omega} & (\sigma v) \frac{x_n}{\epsilon_{33}^S S \omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \\ I \end{pmatrix} \quad 2-97$$

Les termes en rouge dans l'équation précédente valent  $\pm 1$  et dépendent du sens de la polarisation et des conventions électriques choisies. Leurs valeurs sont définies sur la Figure 37.

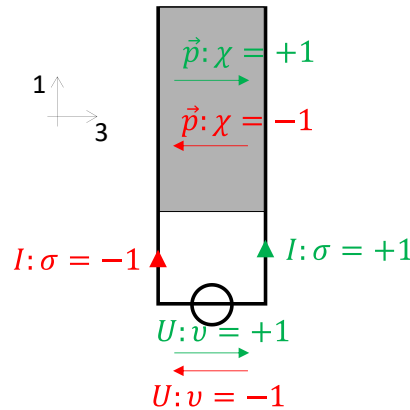


Figure 37 : Valeur des coefficients en fonction du sens de la polarisation et de la définition du courant et de la tension.

La matrice décrivant le comportement des matériaux piézoélectriques sans pertes étant établie, nous allons maintenant voir comment les pertes dans les couches piézoélectriques ont été prises en compte dans cette thèse.

2.1.3.c. Modélisation des pertes dans les couches piézoélectriques

Comme pour les couches mécaniques, les dissipations pour les couches piézoélectriques sont prises en compte en ajoutant une partie imaginaire aux coefficients du matériau :

$$\begin{cases} \widetilde{c}_{33}^D = c_{33}^D(1 + j\tan\phi) \\ \widetilde{h}_{33} = h_{33}(1 + j\tan\theta) \\ \widetilde{\epsilon}_{33}^S = \epsilon_{33}^S(1 - j\tan\delta) \end{cases} \quad 2-98$$

Les parties imaginaires de  $\widetilde{c}_{33}^D$ ,  $\widetilde{h}_{33}$  et  $\widetilde{\epsilon}_{33}^S$  modélisent les pertes mécaniques, piézoélectriques et diélectriques, respectivement. Celles-ci peuvent être obtenues à partir des données constructeur grâce au système d'équations suivant [87] :

$$\begin{cases} \tan\phi = \frac{1}{1 - k_t^2} \left( k_t^2 \tan\delta' + \frac{1}{Q} - 2k_t^2 \tan\theta' \right) \\ \tan\theta = \frac{1}{1 - k_t^2} \left( \tan\delta' + \frac{1}{Q} - (1 + k_t^2) \tan\theta' \right) \\ \tan\delta = \frac{1}{1 - k_t^2} \left( \tan\delta' + \frac{k_t^2}{Q} - 2k_t^2 \tan\theta' \right) \end{cases} \quad 2-99$$

avec  $k_t^2 = \frac{h_{33}^2 \epsilon_{33}^S}{c_{33}^D}$  le coefficient de couplage électromécanique sans pertes,  $\tan\delta'$  le facteur de pertes diélectriques à contraintes constantes et  $Q$  le facteur de qualité mécanique.  $\tan\theta'$  est le facteur de pertes piézoélectriques supposé faible et n'est généralement pas fourni dans les datasheets des matériaux. Nous le considérons nul, comme dans [83].

Pour alléger les expressions à venir dans la partie 2.1.4, nous définissons la matrice de la couche  $n$  si piézoélectrique par :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \\ U_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11}^n & X_{12}^n & X_{13}^n \\ X_{12}^n & X_{11}^n & X_{13}^n \\ X_{13}^n & X_{13}^n & X_{33}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \\ I_i \end{pmatrix} \quad 2-10$$

Nous avons donc les matrices décrivant le comportement des couches piézoélectriques et mécaniques. Il s'agit maintenant d'établir le modèle du système complet, c'est à dire d'obtenir les relations entre les grandeurs électriques de l'émetteur et du récepteur lorsque les couches sont empilées. Cela nous permettra, grâce aux formules établies dans le chapitre 3, de déterminer les performances (i.e. rendement et puissance transmise) des systèmes modélisés.

2.1.4. Comportement des empilements de couches

Dans cette partie, nous décrivons comment passer des relations individuelles de chaque couche (équations 2-23, 2-54 et 2-100) aux grandeurs électriques qui nous intéressent pour déterminer le rendement et la puissance transmise. En effet, l'objectif de la TPA est de transmettre de l'électricité d'un côté à l'autre d'une paroi. Les ondes acoustiques, ne sont qu'un moyen pour transporter l'énergie. Les grandeurs qui permettent de quantifier le rendement et la puissance transmise sont bien les

grandeurs électriques. Les relations entre les grandeurs électriques dépendent néanmoins du comportement de chaque couche du système dans lesquelles se propagent les ondes acoustiques.

Les équations 2-23, 2-54 et 2-100 font le lien entre les forces, vitesses et grandeurs électriques des interfaces des couches piézoélectriques et mécaniques. Dans les systèmes de TPA, les différentes couches sont empilées les unes sur les autres, permettant aux ondes acoustiques de se propager à travers les différents matériaux. Les interfaces étant toujours en contact, nous avons à tout instant :

$$v_n^d = v_{n+1}^g \quad 2-10$$

Par ailleurs, le principe d'action-réaction impose :

$$F_n^d = -F_{n+1}^g \quad 2-10$$

Les exposants  $d$  et  $g$  étant redondants, ils sont abandonnés en considérant que  $v_n$  est la vitesse à la  $n^{\text{ème}}$  interface ( $v_n = v_n^d$ ).  $F_n$  correspond à la force à la  $n^{\text{ème}}$  interface agissant sur la couche  $n$  ( $F_n = F_n^d$ ).

En guise d'exemple, nous résolvons le cas décrit sur la Figure 18. Pour plus de clarté, nous utilisons dans les équations une couleur par couche de matériau, tel qu'illustré sur la Figure 38.

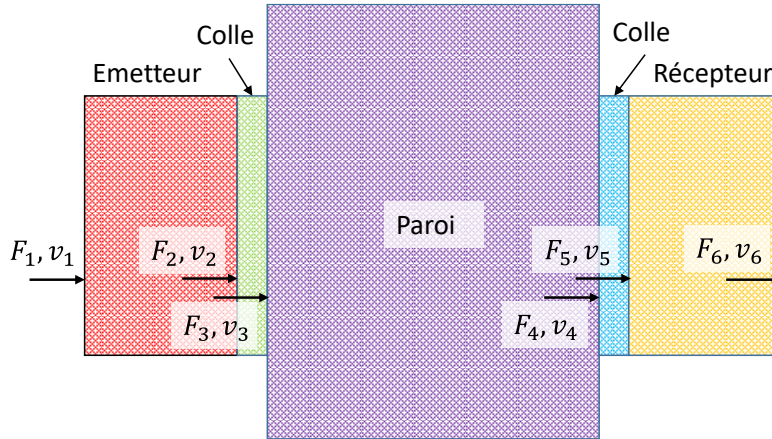


Figure 38 : Code couleur des différentes couches de matériaux utilisé dans la résolution du modèle.

En concaténant les équations de toutes les couches du système (i.e. émetteur, colle, paroi, colle, récepteur), il vient :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ -F_2 \\ U_1 \\ F_2 \\ -F_3 \\ F_3 \\ -F_4 \\ F_4 \\ -F_5 \\ F_5 \\ -F_6 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11}^1 & X_{12}^1 & X_{13}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{12}^1 & X_{11}^1 & X_{13}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{13}^1 & X_{13}^1 & X_{33}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_{11}^2 & 0 & X_{12}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_{12}^2 & 0 & X_{11}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{11}^3 & X_{12}^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{12}^3 & X_{11}^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{11}^4 & X_{12}^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{12}^4 & X_{11}^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{11}^5 & X_{12}^5 & X_{13}^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{12}^5 & X_{11}^5 & X_{13}^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{13}^5 & X_{13}^5 & X_{33}^5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ I_1 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad 2-103$$

En additionnant les lignes faisant apparaître la même force et en fixant  $F_1 = F_6 = 0$ , ces interfaces étant libre de bouger, l'air opposant une force négligeable, nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11}^1 & X_{12}^1 & X_{13}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{12}^1 & X_{11}^1 + X_{11}^2 & X_{13}^1 & X_{12}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{13}^1 & X_{13}^1 & X_{33}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_{12}^2 & 0 & X_{11}^2 + X_{11}^3 & X_{12}^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{12}^3 & X_{11}^3 + X_{11}^4 & X_{12}^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{12}^4 & X_{11}^4 + X_{11}^5 & X_{12}^5 & X_{13}^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{12}^5 & X_{11}^5 & X_{13}^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{13}^5 & X_{13}^5 & X_{33}^5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ I_1 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad 2-104$$

Cette matrice peut être réarrangée si son déterminant n'est pas nul via la méthode de Cramer :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \Delta_{31} & -\Delta_{81} \\ -\Delta_{32} & \Delta_{82} \\ \Delta_{33} & -\Delta_{83} \\ -\Delta_{34} & \Delta_{84} \\ \Delta_{35} & -\Delta_{85} \\ -\Delta_{36} & \Delta_{86} \\ \Delta_{37} & -\Delta_{87} \\ -\Delta_{38} & \Delta_{88} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad 2-105$$

Avec  $\Delta_{ij}$  les mineurs de la  $i^{\text{ème}}$  ligne et  $j^{\text{ème}}$  colonne et  $\Delta$  le déterminant de la matrice de l'équation 2-104, respectivement. La matrice d'admittance du quadripôle, liant les courants de l'émetteur et du récepteur à leurs tensions peut être directement obtenue à partir de l'équation précédente :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \Delta_{33} & -\Delta_{83} \\ -\Delta_{38} & \Delta_{88} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad 2-106$$

Comme attendu, nous obtenons le lien entre les grandeurs électriques du système. Ce lien va nous permettre d'évaluer le rendement et la puissance transmise des systèmes de TPA comme nous le verrons dans le chapitre 3. Le lien entre ces grandeurs peut être exprimé de différentes manières. Nous utiliserons pour la suite la matrice d'impédance exprimant les tensions en fonction des courants :

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad 2-107$$

Cette méthode de résolution, proposée durant cette thèse, peut être adaptée quel que soit le nombre de couches et leur nature (i.e. piézoélectrique ou non piézoélectrique) en appliquant toujours le même protocole :

- Etablir la matrice de comportement des différentes couches (équations 2-23, 2-54 et 2-100). ;
- Concaténer les couches (équations 2-104),
- Ne conserver que les grandeurs électriques (équation 2-106).

Cette méthode pouvant être automatisée, permet de modéliser facilement tous les arrangements possibles du MA, et ce, indépendamment du nombre de couches mécaniques, du nombre de couches piézoélectriques et de leurs positions.

Il est ainsi possible de changer les conditions limites appliquées aux extrémités de l'empilement, en ajoutant par exemple des contre-masses, sans modification du protocole de résolution.

Il est également possible de modéliser des systèmes d'empilements de transducteurs quelles que soient les tensions d'alimentations (amplitudes et phases), ce qui n'était jusqu'alors pas possible sans passer par les modèles équivalents électriques et ne permettait pas d'inclure la diffraction dans la paroi.

Nous avons, dans cette partie sur le MA, établi le comportement de chaque couche individuelle, combiné les couches en une seule matrice puis extrait uniquement les variables d'intérêt pour l'évaluation des performances électriques. Nous allons dans la partie suivante faire un travail similaire pour le MEF.

## 2.II. Modélisation par éléments finis

La modélisation par éléments finis permet la résolution des équations décrivant le comportement des éléments piézoélectriques et non piézoélectriques, sans faire d'autres hypothèses que leur linéarité et l'homogénéité de leur comportement dans le volume des matériaux. Ces hypothèses sont très bien vérifiées pour la transmission de puissance acoustique.

Les différences entre mesure et MEF sont ainsi dominées par les erreurs sur les coefficients des matériaux utilisés dans le modèle. D'excellentes corrélations entre le MEF et les mesures sont obtenues lorsque des procédures d'identification de ces coefficients matériaux sont utilisées, comme à partir de l'impédance de disques piézoélectriques [88].

Dans cette thèse, les résultats obtenus avec le MEF sont donc considérés comme représentatifs de la réalité.

Cette partie sur l'utilisation du MEF pour la modélisation des systèmes de TPA se décompose en deux sections : dans un premier temps les équations décrivant les matériaux et résolues par la MEF sont considérées. Dans un second temps nous nous intéressons à la mise en pratique de ce type de modèle pour la TPA avec le logiciel Comsol Multiphysics.

### 2.II.1. Résolutions des équations différentielles partielles

Comme nous le montrons dans cette partie, les équations décrivant le comportement de matériaux piézoélectriques et non piézoélectriques sont des équations aux dérivées partielles. La MEF est une méthode de modélisation permettant de résoudre ce type d'équations en discrétisant géométriquement le système modélisé en une multitude d'éléments, les éléments finis.

#### 2.II.1.a. Modélisation des éléments mécaniques

Comme pour le MA, la seconde loi de Newton permet d'établir le comportement des matériaux en fonction du temps. Pour chaque élément de volume infinitésimal, nous savons que :

$$m \frac{\partial^2 \vec{x}}{\partial t^2} = \sum \vec{F}_{ext} \quad 2-108$$

Avec  $\vec{x}(t)$  le vecteur position à l'instant  $t$  de l'élément infinitésimal dont la position initiale est  $\vec{X}$  et  $m$  la masse de cet élément infinitésimal. Nous définissons le déplacement  $\vec{u}$  par :

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{u} \quad 2-109$$

Il vient :

$$\rho dx_1 dx_2 dx_3 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \sum \vec{F}_{ext} \quad 2-110$$

$$\Rightarrow \rho dx_1 dx_2 dx_3 \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{pmatrix} \quad 2-111$$

En guise d'exemple, nous nous concentrons sur le terme  $dF_1$ , la force nette dirigée suivant la direction 1 s'appliquant sur l'élément de volume. Le raisonnement avec les termes  $dF_2$  et  $dF_3$  est équivalent.

Il existe trois efforts entraînant une force suivant la direction 1. Les contraintes de traction-compression dirigées suivant cette direction,  $T_{11}$ , les contraintes de cisaillements appliquées sur la face de normale colinéaire à la direction 2 et dirigées suivant la direction 1,  $T_{12}$  et les contraintes de cisaillements appliquées sur la face de normale colinéaire à la direction 3 et dirigées suivant la direction 1,  $T_{13}$ . Ces contraintes apparaissent sur la Figure 39.

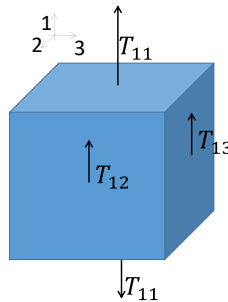


Figure 39 : Contraintes sur un élément de volume infinitésimal, pouvant se traduire par une force nette dans la direction 1,  $dF_1$ .

La contrainte  $T_{11}$  se traduit par une force nette sur l'élément de volume si  $T_{11}$  varie avec la position suivant la direction 1. En effet, comme pour le MASD, si  $T_{11}$  ne varie pas avec la position, l'élément de volume subira une élévation/contraction mais ne se déplacera pas. De la même manière, les contraintes  $T_{12}$  et  $T_{13}$  se traduisent par une force nette sur l'élément de volume dans la direction 1 seulement si elles varient suivant les directions 2 et 3, respectivement.

Ainsi, comme pour le MASD, si les contraintes ne varient pas avec la position (et qu'il n'y a pas d'efforts agissant sur le volume tel que le poids) alors  $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$  et l'accélération de l'élément infinitésimal est nulle.

La contrainte étant la force par unité de surface, il vient :

$$dF_1 = \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} dx_1 dx_2 dx_3 + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} dx_2 dx_1 dx_3 + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} dx_3 dx_1 dx_2 \quad 2-112$$

Les termes en vert dans l'équation précédente traduisent les forces nettes par unité de surface subies par l'élément de volume. Les termes en rouge permettent de passer des forces par unité de surface aux forces. L'équation 2-111, devient donc :

$$\rho \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \\ \frac{\partial T_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{23}}{\partial x_3} \\ \frac{\partial T_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} \end{pmatrix} \quad 2-113$$

Cette équation est l'équation fondamentale de l'élastodynamique des milieux solides continus [89]. Cette équation peut être notée différemment à partir de la divergence du tenseur des contraintes  $T$ ,  $\nabla \cdot T$  :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot T \quad 2-114$$

Le tenseur des contraintes est symétrique comme cela est démontré dans [89] :

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{12} & T_{22} & T_{23} \\ T_{13} & T_{23} & T_{33} \end{pmatrix} \quad 2-115$$

Lorsque les déformations sont petites, le comportement des matériaux est correctement décrit par la relation linéaire liant les contraintes aux déformations, la loi de Hooke :

$$T = C \cdot S \quad 2-116$$

Avec  $S$  le tenseur des déformations et  $C$  le tenseur des rigidités, qui dans le cas des matériaux isotropes dépend de deux coefficients, le module de Young et le coefficient de Poisson.

Le tenseur des déformations établit les déformations en chaque point du matériau. Comme cela est démontré dans [89], pour des rotations restant petites (ce qui est vrai avec l'hypothèse des petites déformations) ce tenseur peut être exprimé en fonction du déplacement par :

$$S = \frac{1}{2} ((\nabla \vec{u})^t + \nabla \vec{u}) \quad 2-117$$

Avec  $\nabla \vec{u}$  le Jacobien de  $\vec{u}$  :

$$\nabla \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \quad 2-118$$

En remplaçant ces résultats dans l'équation 2-113, il vient l'équation aux dérivées partielles résolues grâce à la MEF :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \nabla \cdot (C \cdot ((\nabla \vec{u})^t + \nabla \vec{u})) \quad 2-119$$

Aux interfaces d'un matériau, les conditions limites s'appliquent. Nous considérons que les surfaces au contact avec l'air sont libres de bouger et qu'aucune contrainte n'y est appliquée :

$$T = 0 \quad 2-120$$

$$\Rightarrow S = 0 \quad 2-121$$

$$\Rightarrow (\nabla \vec{u})^t + \nabla \vec{u} = 0 \quad 2-122$$

Pour les surfaces au contact avec un autre matériau, nous considérons que la liaison se fait sans glissement, auquel cas il y a continuité des déformations.

Voyons maintenant les équations résolues par le logiciel de MEF pour les éléments piézoélectriques.

### 2.II.1.b. Modélisation des éléments piézoélectriques

L'équation 2-113 reste valable pour les matériaux piézoélectriques. La contrainte dépend cependant des déformations mais aussi du champ électrique. Nous avons :

$$T = C^E \cdot S - \vec{E} e \quad 2-123$$

Avec  $C^E$  le tenseur des rigidités obtenu à champ électrique constant,  $\vec{E}$  le champ électrique et  $e$  le tenseur des coefficients piézoélectriques.

Nous avons par ailleurs :

$$\vec{D} = eS + \epsilon_r^S \vec{E} \quad 2-124$$

Avec  $\vec{D}$  le champ de déplacement électrique et  $\epsilon_r^S$  la permittivité relative du matériau piézoélectrique à déformation constante. En remplaçant l'expression de  $\vec{E}$  de l'équation précédente dans l'équation 2-123, il vient :

$$T = C^E \cdot S - \frac{e^2}{\epsilon_r^S} S + \frac{\vec{D}}{\epsilon_r^S} \quad 2-125$$

Par ailleurs, les matériaux piézoélectriques n'étant pas conducteurs, nous avons dans le matériau :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad 2-126$$

En remplaçant l'expression de  $T$  de l'équation 2-125 et  $S$  de l'équation 2-117 dans l'équation 2-113, il vient :



$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \nabla \cdot \left( \left( C^E - \frac{e^2}{\epsilon_r^S} \right) \cdot ((\nabla \vec{u})^t + \nabla \vec{u}) \right) \quad 2-127$$

Les conditions limites mécaniques (sur les déformations) sont identiques aux conditions limites des matériaux non piézoélectriques. Les conditions limites électriques changent en fonction de si la surface de l'élément piézoélectrique est terminée ou non par une électrode. Si la face est terminée par une électrode, le potentiel électrique est le même sur toute la surface et des charges libres peuvent y être appliquées. Nous avons :

$$\begin{cases} \vec{E} = \text{constante} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{\text{libre}} \end{cases} \quad 2-128$$

Si la face n'est pas terminée par une électrode, il n'y a pas de charges libres sur ces surfaces, entraînant :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad 2-129$$

La résolution de ces équations aux dérivées partielles permet d'obtenir en tout point  $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$ ,  $S$  et  $T$ . Cette résolution est réalisée grâce à une discrétisation du système en éléments finis à l'aide d'un logiciel approprié tel que COMSOL Multiphysics. L'implémentation réalisée avec ce logiciel est décrite dans la partie suivante.

### 2.II.2. Application des éléments finis à la transmission de puissance acoustique

Que ce soit en mesure, avec le MEF ou avec le MA, le comportement électrique des systèmes de TPA linéaires est complètement décrit par leur matrice d'impédance. Afin d'évaluer les rendements et puissances transmises par EF, nous n'avons donc pas besoin d'autres informations que cette matrice. Nous allons, dans cette partie, décrire la procédure pour l'obtenir. Cette procédure se décompose en trois étapes :

- La réalisation du modèle
- L'application des conditions limites électriques et mécaniques
- L'obtention de la matrice d'impédance

#### 2.II.2.a. Réalisation du modèle

La création du modèle consiste à définir la géométrie du système (i.e. dimensions de chaque élément). Afin d'obtenir de bons résultats, la discrétisation de cette géométrie en élément finis doit être suffisamment fine. Ici, des phénomènes de propagation des ondes étant présents, il est nécessaire d'utiliser au minimum 6 éléments quadratiques par longueur d'onde (12 degrés de liberté) [90]. Ainsi, plus la fréquence de fonctionnement est élevée plus le maillage doit être fin.

Pour des parois épaisses, le nombre de mailles trop important rend très difficile toute simulation en trois dimensions. Pour cette raison, les systèmes sont réduits à des problèmes axisymétriques (Figure 40). Cela n'entraîne pas d'erreur sur les disques piézoélectriques mais ne permet pas la modélisation de transducteurs non circulaires, la modélisation d'émetteur/récepteur non placés face-à-face (non alignés) et des parois non circulaires.

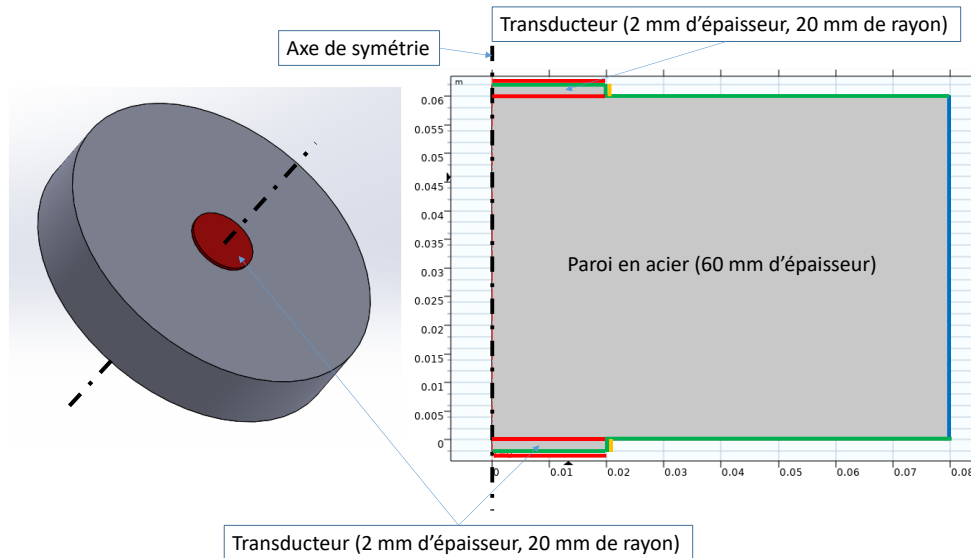


Figure 40 : modèle géométrique axisymétrique, simulé avec le MEF.

A chaque élément composant le système est associé un matériau. Sur la Figure 40, la paroi est en acier et les disques piézoélectriques en PIC181, le matériau de PI Ceramic adapté aux applications ultrasonores de puissance [91]. Les pertes piézoélectriques, mécaniques et diélectriques peuvent être ajoutées. Plusieurs types de pertes mécaniques sont possibles. Afin que celles-ci correspondent aux pertes choisies dans le MA nous utilisons un facteur de perte isotrope égal à  $1/Q$ .

### 2.II.2.b. Conditions limites mécaniques et électriques

Les surfaces extérieures des éléments (en vert sur la Figure 40) sont, en pratique, au contact avec l'air. Celui-ci ayant une masse et une compressibilité très grande devant celles des matériaux utilisés (céramiques piézoélectriques, acier, ...) nous considérons que l'air n'entraîne aucun effort sur les surfaces du système de TPA avec lesquelles il est en contact. Les surfaces extérieures sont donc dans le modèle, laissées libres de se déplacer (i.e. aucun effort n'y est appliqué).

La limite latérale de la paroi (en bleu sur la Figure 40) peut être laissée libre, représentant une paroi circulaire de dimension finie. Il est également possible d'y appliquer la condition (« frontière faiblement réfléchissante ») absorbant les ondes incidentes. Avec cette condition, la paroi est modélisée comme une paroi de dimension latérale infinie sans pour autant alourdir la simulation par une paroi très large.

Du point de vue électrique, lorsque la face est au contact avec une électrode (en rouge sur la Figure 40), le potentiel électrique est considéré homogène sur cette surface. En effet, le champ électrique est nul partout dans les conducteurs lorsque la propagation des ondes électromagnétiques est négligée. L'épaisseur de métal constituant l'électrode n'est pas incluse dans la modélisation car les effets mécaniques de l'électrode sont négligeables étant donné sa très petite épaisseur devant la longueur d'onde.

Le choix de conserver les électrodes électriquement flottantes ou de les référencer à la masse n'a, en simulation, pas d'effet car le comportement électrique de la paroi (i.e. celle-ci étant diélectrique ou conductrice) n'est pas inclus dans la simulation. Cependant, afin d'utiliser les mêmes pratiques qu'en mesure (voir partie 3.II.1 du chapitre 3), les électrodes placées côté paroi sont connectées à la masse.

### 2.II.2.c. Obtention de la matrice d'impédance

Comme nous le verrons dans le chapitre 3, il est possible de déterminer les performances des systèmes de TPA à partir de leur matrice d'impédance. Les simulations effectuées sous Comsol nous permettent d'obtenir cette matrice afin d'établir les performances électriques (i.e. rendement et transmission de puissance) du système.

Pour des raisons de facilité d'implémentation sous Comsol, nous obtenons dans un premier temps la matrice d'admittance avec le MEF et déterminons ensuite, par inversion, la matrice d'impédance. Nous avons :

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 \\ I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 \end{cases} \quad 2-130$$

Le système étant linéaire, le principe de superposition s'applique. Ainsi le terme  $Y_{11}$  est égal au courant  $I_1$  et  $Y_{12}$  est égal au courant  $I_2$  lorsque  $U_1 = 1 V$  et  $U_2 = 0 V$ . Une tension de 1 V correspond à une tension sinusoïdale de 1 V d'amplitude et de phase nulle. Pour obtenir les termes  $Y_{21}$  et  $Y_{22}$  la même procédure est réalisée en imposant cette fois-ci  $U_1 = 0 V$  et  $U_2 = 1 V$ . Ainsi pour obtenir la matrice d'admittance, deux simulations successives en changeant les potentiels électriques appliqués aux électrodes sont nécessaires. Notons que le système étant réciproque (i.e. composé uniquement de composants linéaires, passifs et bilatéraux), nous avons  $Y_{12} = Y_{21}$ . Par ailleurs, si le système est symétrique (i.e. émetteur et récepteur identiques et paroi symétrique) nous avons également  $Y_{11} = Y_{22}$ . Ainsi, pour les systèmes symétriques, une seule simulation en fréquence suffit pour déterminer la matrice d'admittance et caractériser le système.

La matrice d'impédance est ensuite calculée en inversant la matrice d'admittance obtenue et les performances de la TPA peuvent être déterminées en appliquant les formules détaillées dans le chapitre 3.

Le MEF et le MA ayant été établi, nous allons dans la partie suivante valider les modèles et identifier les limites de validité du MA.

## 2.III. Validation des modèles

Afin de valider les résultats obtenus avec le MA et le MEF et d'identifier les limites des MA, différents résultats sont présentés dans cette partie.

Dans une première section, le MASD, le MAAD et le MEF sont validés pour un dispositif dont les caractéristiques font qu'il est presque correctement modélisé avec le MASD (le rapport entre le MASD et le MAAD étant tout juste inférieure à 95%, voir partie 2.I.2.d). Dans une deuxième section, le MEF sert de référence pour valider les résultats du MAAD dans un cas où négliger la diffraction dans la paroi avec le MASD n'est plus approprié. Dans une troisième partie, les différences entre le MAAD et le MEF sont brièvement discutées. Dans une quatrième partie, les limites du MAAD sont identifiées et confirmées en simulation.

En tout, quatre configurations différentes de TPA sont simulées et/ou mesurées. Leurs caractéristiques dimensionnelles sont données dans le Tableau 7.

Tableau 7 : Configurations simulées.

	Configuration I	Configuration II	Configuration III	Configuration IV
Matériau des transducteurs	PIC181	PIC181	PIC181	PIC181
Diamètre émetteur (mm)	45	10	3	40
Diamètre récepteur (mm)	45	10	3	20
Epaisseur transducteurs (mm)	2	2	2	2
Matériau de la paroi	Aluminium	Acier	Aluminium	Aluminium
Epaisseur paroi (mm)	6	60	6	6

Les caractéristiques des matériaux sont données dans le Tableau 8. La colle n'a pas été considérée dans les simulations car son impact sur le comportement du système est négligeable pour des transducteurs épais de 2 mm comme cela est montré dans la partie 4.II du chapitre 4.

Tableau 8 : Coefficients matériaux utilisés dans le MA.

	$E$ (GPa)	$\nu$	$c_{33}^D$ (N/m <sup>2</sup> )	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$Q$	$h_{33}$ (N/C)	$\epsilon_{33}^S$ (relatif)	$\tan(\delta)$
Aluminium	69	0.33	$1.04 \times 10^{11}$	2700	1000			
Acier	205	0.28	$2.62 \times 10^{11}$	7850	1000			
PIC181	108	0.35	$1.73 \times 10^{11}$	7850	2000	$2.66 \times 10^9$	624	$3 \times 10^{-3}$

Le facteur de qualité de l'aluminium et de l'acier ont été fixés à 1000. Dans [46], une valeur de 880 est donnée pour l'aluminium (calculée à partir de l'atténuation en Np/m) validant l'ordre de grandeur du facteur de qualité choisi.

Le comportement des dispositifs de TPA est complètement décrit par leurs matrices d'impédance. Cette dernière est composée de 6 coefficients dépendant de la fréquence (i.e. l'amplitude et la phase de  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  et  $Z_{22}$ ). Pour faciliter la visualisation, la validation des différents modèles n'est pas faite en comparant pour chaque fréquence ces 6 valeurs, mais en affichant le gain en tension sur une résistance de charge de 20  $\Omega$  connectée sur la sortie. Ce gain en tension dépend néanmoins directement des valeurs de  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  et  $Z_{22}$ . Comme détaillé en Annexe - 6, nous avons :

$$\frac{|U_2|}{|U_1|} = \left| \frac{Z_{12}Z_{Load}}{Z_{11}(Z_{Load} + Z_{22}) - Z_{12}^2} \right| \quad 2-131$$

### 2.III.1. Validation des modèles, paroi fine

Afin de confronter les modèles à la mesure, un dispositif expérimental, la configuration I du Tableau 7, a été réalisée. Ce dispositif est composé de deux disques piézoélectriques identiques, en PIC181 de 2 mm d'épaisseur (i.e. une fréquence de résonance libre-libre en épaisseur d'environ 1 MHz) et de 45 mm de diamètre collés avec de l'époxy conductrice CW2400 (de la marque CircuitWorks) de part et d'autre d'une paroi d'aluminium de 6 mm d'épaisseur (voir la Figure 41a).

Au regard de la Figure 29, la non prise en compte de la diffraction avec le MASD donnera des résultats qui diffèrent un peu avec le MAAD mais restent assez correct (écart de 6% avec le MAAD) pour modéliser une paroi en aluminium épaisse de 6 mm, à 1 MHz et pour des transducteurs de 45 mm de rayon.

Le gain en tension  $|U_2|/|U_1|$  a été mesuré pour ce dispositif sur une charge de 20  $\Omega$  connectée sur la sortie (en bleu sur la Figure 41). Ce même gain en tension a été calculé avec le MASD, le MAAD et le

MEF à partir de la détermination en simulation de la matrice d'impédance et en appliquant l'équation 2-131 avec  $Z_{Load} = 20 \Omega$ , respectivement en violet, en orange et en rouge sur la Figure 41.

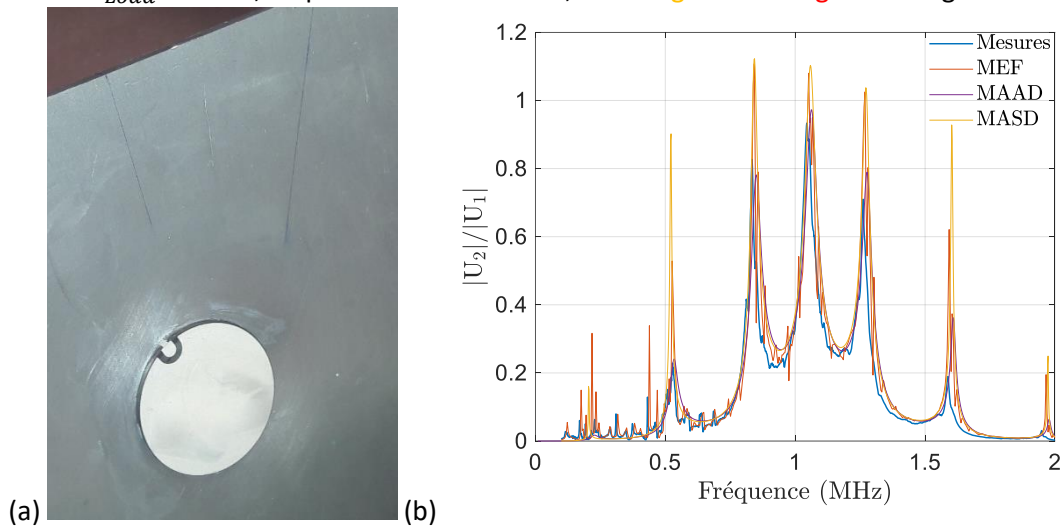


Figure 41 : (a) dispositif expérimental et (b) comparaison du gain en tension obtenu en mesures, avec le modèle par EF et le MASD.

Il apparaît sur la Figure 41 qu'il existe une bonne corrélation entre toutes les modélisations et que les grandes tendances (les cinq principaux pics) se retrouvent sur toutes les courbes. Les écarts entre les mesures et le MEF sont imputés aux valeurs des coefficients matériaux utilisés dans le MEF. En effet, dans la simulation les coefficients utilisés sont les valeurs fournies par les fournisseurs et n'ont pas été réajustés expérimentalement.

La Figure 41, montre que le MASD et le MAAD intègrent les principaux phénomènes de la TPA malgré les différentes hypothèses réalisées. Les différences d'allure entre les MA et la mesure et le MEF vers 300 kHz (les MA sont moins dentelés que le MEF et la mesure) sont liés aux modes radiaux des transducteurs. Les modes radiaux ne sont pas pris en compte dans le MA.

Les modèles étant validés pour une paroi « fine », dans la section suivante nous regardons les résultats obtenus lorsque la prise en compte de la diffraction est primordiale.

### 2.III.2. Validation du MAAD, paroi épaisse

Dans cette section, les MA sont comparés au MEF, ce dernier servant de référence. Le dispositif simulé (la configuration II du Tableau 7) est composé de deux transducteurs en PIC181, épais de 2 mm et ayant un diamètre de 10 mm, placés sur une paroi en acier épaisse de 60 mm. Pour ce dispositif,  $\gamma = 0.083$  cela se traduit à 1 MHz par un nombre de longueur d'ondes  $N = 10.4$ . Par lecture sur la Figure 29, nous pouvons lire que le MASD est inapproprié pour modéliser la paroi.

Les résultats du gain de tension pour une charge de  $20 \Omega$  connectée sur la sortie sont affichés sur la Figure 42. Comme attendu, les résultats obtenus avec le MASD s'écartent de la référence, le MEF, confirmant que la diffraction doit être considérée pour ce dispositif. Les résultats obtenus avec le MAAD sont eux proches de ceux obtenus avec le MEF, validant le MAAD et la manière dont la diffraction est prise en compte.

Notons par ailleurs que les résultats obtenus avec le MASD présentent une multitude de pics non présents sur les résultats obtenus avec le MAAD. L'absence de ces pics avec le MAAD s'explique par

l'atténuation importante des ondes causées par la diffraction, limitant le nombre d'échos dans la paroi et dans le même temps les phénomènes de résonance.

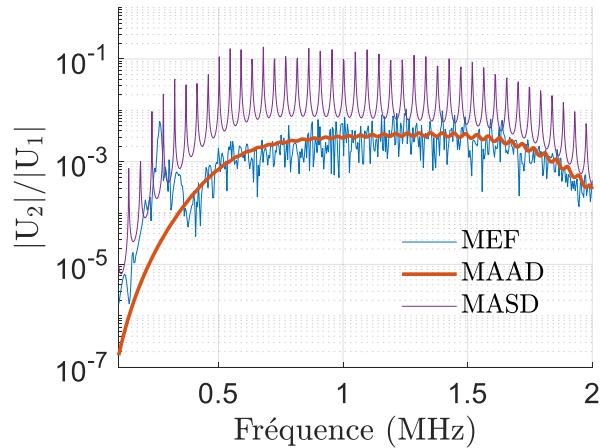


Figure 42 : Comparaison du gain en tension calculés avec le MEF, le MAAD et le MASD sur une charge de 20 Ohms, pour la configuration II.

Le pic à 252 kHz avec le MEF sur la Figure 42 est lié aux modes radiaux des transducteurs, non inclus dans le MAAD. Les autres différences d'allure entre le MAAD et le MEF, l'aspect bruité de la courbe obtenue avec le MEF ne sont pas liés aux modes radiaux des transducteurs. Ces différences sont discutées dans la partie suivante.

### 2.III.3. Différences entre le MAAD et le MEF

En dehors du pic à 252 kHz sur la Figure 42, les différences d'allures entre le MAAD et le MEF ne sont pas liées aux modes radiaux. Pour confirmer cela, nous avons réalisé une simulation avec le MEF en bloquant les déplacements latéraux des transducteurs, supprimant ainsi leurs modes radiaux. Les différences d'allures entre MAAD et MEF étaient encore présentes.

Lorsque la paroi est limitée latéralement à la même largeur que les transducteurs et que les déplacements latéraux sont bloqués dans la paroi et les transducteurs, les résultats obtenus coïncident avec le MASD. Cependant, les différences d'allures sont à nouveau présentes lorsque la paroi est plus large que les transducteurs. Une piste pour expliquer la différence d'allure entre le MAAD et la mesure et le MEF est donc la non prise en compte pour les MA des ondes transverses se propageant latéralement (i.e. ondes se propageant dans les directions 1 et 2 via les déplacements suivant l'axe 3).

Le MAAD consistant à déterminer le rapport des pressions entre  $p_g^+$  et  $p_d^+$  dans un fluide, dans lequel les contraintes de cisaillement (en dehors de la viscosité) sont nulles, nous avons alors remplacé la paroi en acier par un fluide ayant la même densité et la même vitesse de propagation des ondes longitudinales. Les ondes transverses ne sont alors pas considérées mais des différences d'allures importantes étaient encore présentes.

Une multitude d'autres simulations (ajouter une condition d'absorption des ondes ici ou là, déplacements latéraux bloqués, ...) ont été réalisées mais sans succès pour expliquer les différences d'allure entre le MAAD et le MEF. Celles-ci restent à ce jour inexpliquées.

Dans la partie suivante sont décrites, en dehors de ces différences d'allures inexpliquées, les limites du MAAD.

### 2.III.4. Les limites du MAAD

#### 2.III.4.a. Rayon du même ordre de grandeur que l'épaisseur

Le MAAD comme le MASD font l'hypothèse que les transducteurs ont un rapport de forme, diamètre sur épaisseur, important. Lorsque le diamètre des transducteurs est réduit, à épaisseur constante, cette hypothèse n'est plus vérifiée : les fréquences de résonances radiales des transducteurs sont proches de celle en épaisseur ce qui modifie grandement le comportement des transducteurs. Les résultats obtenus diffèrent alors fortement de la réalité.

Sur la Figure 43, sont affichés les gains en tension calculés avec le MAAD et avec le MEF pour la configuration III (voir Tableau 7), où le diamètre des transducteurs est seulement 1.5 fois plus élevé que leur épaisseur. Il apparaît que le MAAD est alors inapproprié pour modéliser les systèmes de TPA.

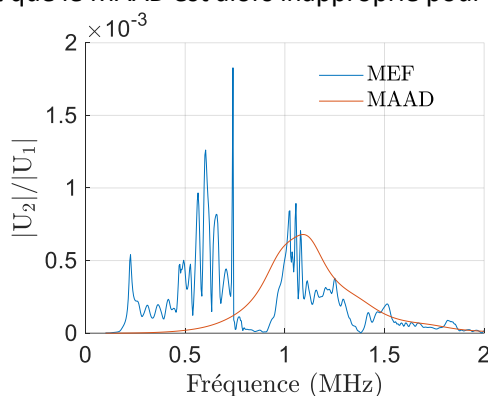


Figure 43 : Gain en tension sur une charge de 20 Ohms pour la configuration III.

#### 2.III.4.b. Transducteurs de diamètres différents avec le MAAD

Comme nous l'avons mentionné dans la partie 2.I.2.c, le MAAD ne prend pas en compte les ondes se réfléchissant aux interfaces paroi/air. Ne pas considérer ces ondes n'a pas d'impact lorsque les transducteurs ont le même diamètre mais ce n'est pas le cas lorsque leur diamètre est différent. La Figure 44 (configuration IV, émetteur de 40 mm de diamètre et récepteur de 20 mm de diamètre) confirme que les résultats obtenus avec le MAAD lorsque les transducteurs ont des diamètres différents sont mauvais.

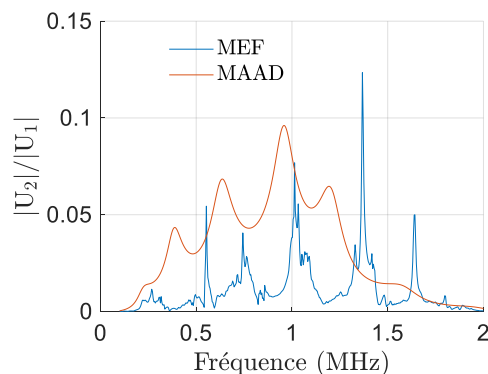


Figure 44 : Gain en tension sur une charge de 20 Ohms pour la configuration IV.

Dans cette partie, nous avons montré la validité et les limites des MA.

## 2.IV. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, dont l'objet est la modélisation des systèmes de TPA, nous avons établi les modèles (MA et MEF) permettant de simuler le comportement de transmission de puissance électrique à travers des parois grâce aux ondes acoustiques.

Le MA consiste à modéliser chaque couche du système individuellement, en fonction de son type (i.e. mécanique ou piézoélectrique) et avec une prise en compte, ou non, de la diffraction. Le système complet de TPA est constitué de l'empilement de ces différentes couches. Durant cette thèse, nous avons proposé une nouvelle méthode de résolution qui offre de nouvelles possibilités de modélisation, telle que la modélisation d'empilements de disques piézoélectriques sans hypothèses sur les tensions d'excitations. Cela nous a permis, par exemple, d'étudier l'effet d'appliquer des déphasages sur les émetteurs empilés pour améliorer la puissance transmise (partie 5.III du chapitre 5).

Les modèles ont été validés expérimentalement et leurs limites identifiées. Le MASD a été confronté au MAAD et une lecture graphique permet de répondre très rapidement à la question : faut-il considérer la diffraction des ondes dans la paroi pour la modélisation ?

Les MA et le MEF ont en commun l'hypothèse de linéarité qui comme l'ont observé Lawry et al [17] reste bien vérifiée même pour des puissances dépassant 80 W. Le MEF, dont les équations ont été décrites ici, sert de référence et a été utilisé afin de confronter les résultats obtenus avec le MA. Le MAAD donne des résultats quantitatifs en accord sur les grandes tendances du MEF mais qui diffèrent par leur allure. Cette différence d'allure reste inexplicée.

Nous avons vu dans ce chapitre comment obtenir la matrice d'impédance des systèmes de TPA. A partir de cette matrice, il est possible de calculer les rendements et niveaux de puissance électrique transmis. Dans le chapitre suivant sont établies les formules qui permettent de réaliser l'optimisation électrique, consistant à choisir la bonne valeur pour  $Z_{Load}$  afin de maximiser le rendement ou la puissance transmise.



## Chapitre 3 - Caractérisation des systèmes de TPA et optimisation électrique

Dans le chapitre précédent, les modélisations analytiques et par éléments finis des systèmes de TPA ont été détaillées. Ces modélisations permettent de modéliser ces systèmes, sans prendre en compte la charge électrique qui y est connectée. Cela est réalisé en déterminant la matrice d'impédance des systèmes de TPA, à partir de laquelle les performances peuvent être déterminées.

Dans ce chapitre, nous détaillons les intérêts de ne pas inclure la charge électrique dans la modélisation et justifions le choix des deux critères de performance utilisés dans cette thèse : le rendement et la puissance normalisée. Ces deux critères permettent d'évaluer le rendement et la « facilité » avec laquelle il est possible de transmettre de la puissance électrique de part et d'autre de la paroi. Il est alors possible de trouver le bon compromis entre ces deux critères pour faciliter la TPA. Les formules établies sont ensuite appliquées pour caractériser des dispositifs expérimentaux.

Le rendement et la puissance normalisée, comme nous le verrons dans ce chapitre, dépendent :

- Du système de TPA (i.e. le canal électro-acoustique)
- De la charge électrique connectée au récepteur

Afin d'améliorer les performances de TPA, il convient donc de s'intéresser à ces deux sujets. L'optimisation de la charge électrique est réalisée dans ce chapitre. Nous établissons les formules permettant de déterminer de manière analytique, à partir de la connaissance de la matrice d'impédance, les charges maximisant le rendement ou la puissance normalisée. Ces formules sont valables que la matrice d'impédance soit obtenue à partir de simulations ou à partir de mesures.

Cette optimisation de la charge électrique, appelée ici optimisation électrique des systèmes de TPA est nécessaire pour comparer sur un pied d'égalité les différents systèmes et réaliser une optimisation du canal électro-acoustique du système de TPA. En effet, pour que la comparaison entre différents systèmes soit « juste », il est important que chaque système soit exploité à son maximum, c'est-à-dire que la charge électrique maximisant le rendement ou la puissance normalisée soit connectée au récepteur. L'optimisation du canal électro-acoustique est faite dans le chapitre 4.

La première partie de ce chapitre établit les expressions du rendement et de la puissance normalisée ainsi que leur maximisation. Dans la seconde partie, nous appliquons les formules établies à des dispositifs expérimentaux et étudions des méthodes de fixation des transducteurs à la paroi sans colle et rendant ces derniers déplaçables et réutilisables.

Le travail détaillé dans ce chapitre présente des nouveautés par rapport à l'état de l'art sur deux aspects. Tout d'abord, via l'introduction d'un second critère d'évaluation des performances : au rendement, nous ajoutons la puissance normalisée [3]. Par ailleurs, l'utilisation d'aimants et de couplant acoustique pour réaliser des transducteurs réutilisables et déplaçables, proposé par Moss et al. [59] a été repris et approfondi via l'étude de la tenue en puissance de ces systèmes.

### 3.1. Evaluation des performances

Dans cette partie, après avoir justifié l'intérêt d'utiliser la matrice d'impédance des systèmes et déterminé le rendement et la puissance normalisée à partir de cette dernière, nous établissons de

manière analytique, les valeurs des charges électriques permettant de maximiser soit le rendement, soit la puissance normalisée. Ces deux charges électriques optimales étant différentes, nous discutons finalement du compromis nécessaire entre rendement et puissance normalisée dans le choix de la charge à connecter au récepteur.

### 3.1.1. Performances

#### 3.1.1.a. Utilisation de la matrice d'impédance

Les systèmes de TPA tels qu'étudiés dans cette thèse sont composés d'une entrée électrique, connectée aux électrodes du disque piézoélectrique émetteur et d'une sortie électrique connectée aux électrodes du disque piézoélectrique récepteur. Un système de TPA est donc un quadripôle électrique (voir Figure 45). Sur la sortie est connectée la charge électrique  $Z_{Load}$ .

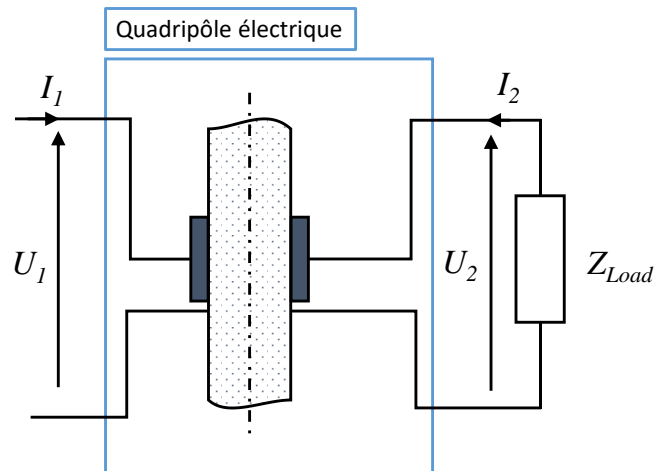


Figure 45 : Les systèmes de TPA étudiés sont des quadripôles électriques.

L'objectif de la TPA est d'alimenter en énergie électrique différents systèmes placés du côté inaccessible de la paroi. Ces systèmes à alimenter nécessitent généralement une tension continue (typiquement 3V-DC). Or, une tension continue ne peut être générée directement sur le récepteur. En effet, l'hypothèse de linéarité étant bien vérifiée pour les systèmes de TPA, pour obtenir une tension continue en sortie du quadripôle, une tension continue doit être appliquée sur l'émetteur ce qui, une fois le régime établi atteint, se traduit par un allongement statique de l'émetteur et il n'y a alors aucune puissance mécanique transmise au récepteur.

Pour alimenter des systèmes nécessitant une tension continue, il est donc nécessaire d'alimenter avec une tension alternative et d'utiliser des dispositifs permettant de convertir la tension AC de sortie en tension continue. Cela peut être réalisé à partir d'un pont de diode ou tout autre type de convertisseur AC/DC.

Les montages redresseurs engendrent généralement des non-linéarités électriques qui déforment la tension et le courant qui ne sont alors plus parfaitement sinusoïdaux. Il est néanmoins possible de faire une approximation linéaire en utilisant une approximation de type du premier harmonique [92]. Ainsi, l'association du convertisseur AC/DC et des systèmes électriques à alimenter peut être considérée comme une impédance équivalente connectée sur le récepteur. Cela est schématisé sur la Figure 46. En négligeant les pertes dans le convertisseur AC/DC, la puissance transmise aux systèmes électriques à alimenter correspond donc à la puissance électrique dissipée dans cette impédance équivalente.

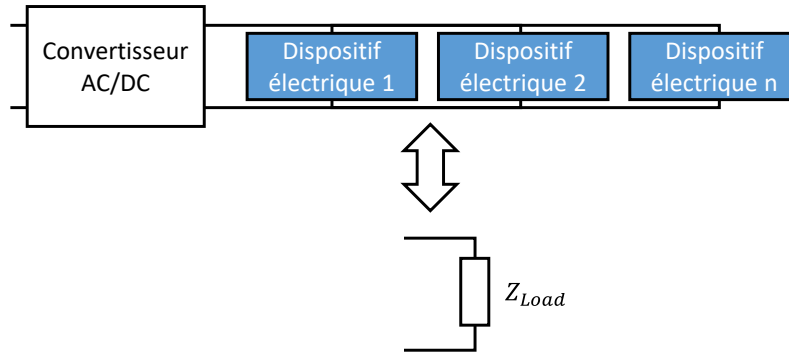


Figure 46 : Les composants électroniques connectés sur le récepteur sont vus comme une impédance électrique.

La puissance électrique sortant du quadripôle électrique dépend de la charge électrique qui y est connectée. Pour comprendre cela, prenons une charge purement résistive connectée sur la sortie. Les deux charges extrêmes : une résistance nulle et une résistance infinie ne dissipent aucune puissance puisque pour chacun de ces cas la tension ou le courant sont nuls. Pour une valeur intermédiaire de charge résistive la puissance dissipée n'est pas nulle. Ainsi les performances de transmission de puissance sont fortement dépendantes de la charge connectée.

Pour comparer les systèmes de TPA, il est donc important de les exploiter à leur maximum, c'est-à-dire de déterminer leurs performances lorsque la charge maximisant le rendement ou la puissance normalisée est connectée sur le récepteur.

En pratique, l'impédance électrique équivalente des systèmes à alimenter est quelconque et peut tout à fait différer de l'impédance optimale. Cependant, il est possible de fixer l'impédance équivalente à la valeur de notre choix lors de la conception du système. Cela est fait en utilisant un circuit d'adaptation d'impédance (en rouge sur la Figure 47) et/ou en réglant le convertisseur AC/DC par exemple si ce dernier est actif (ex. un circuit PFC : Power Factor Correction). Il est ainsi possible d'adapter l'impédance vue par le récepteur piézoélectrique afin de lui appliquer l'impédance optimale.

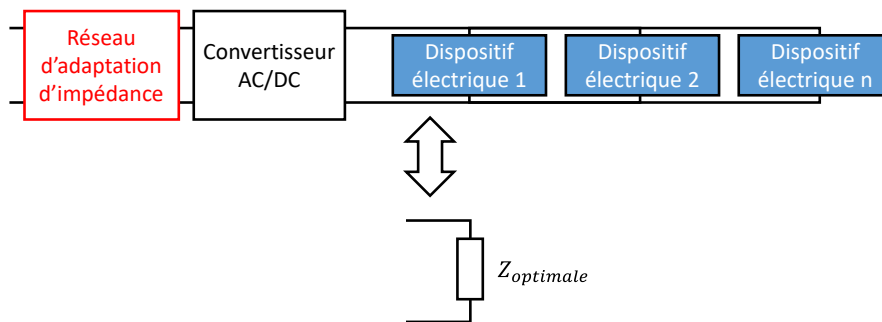


Figure 47 : L'utilisation du réseau d'adaptation d'impédance permet d'ajuster, lors de la conception, la valeur de l'impédance vue par le récepteur à la valeur souhaitée.

Dans ce chapitre et dans cette thèse en général, nous ne nous intéressons pas à la conversion AC/DC ni à l'adaptation d'impédance électrique de la charge, éléments néanmoins essentiels des dispositifs de TPA. Nous considérons que la charge  $Z_{Load}$  connectée sur le récepteur peut prendre la valeur désirée via l'utilisation de ces éléments.

Les performances des systèmes de TPA peuvent être déterminées de plusieurs manières. La manière la plus directe consiste à simuler ou mesurer la puissance sur la charge lorsque celle-ci est incluse dans la modélisation ou la mesure, comme cela est généralement fait [7,15,57,59,78]. Cette méthode

présente un gros désavantage. En effet, les performances dépendant de la charge connectée, pour trouver la/les charges optimales, il est nécessaire de refaire les simulations ou mesures pour chaque valeur de charge testée ce qui demande beaucoup de temps et de matériel. Par ailleurs, la charge étant composée d'une partie résistive et d'une partie réactive, la quantité de simulations ou mesures à réaliser est très importante.

Une autre manière de caractériser les systèmes de TPA est de ne pas prendre en compte la charge électrique connectée et de caractériser uniquement le quadripôle de TPA. En connaissant les caractéristiques du quadripôle, il est ensuite possible de déterminer par calcul le rendement et la puissance normalisée quelle que soit la charge électrique connectée.

Lawry et al. [17] introduisent en 2010 une méthode basée sur cette idée et consistant à mesurer les paramètres S du quadripôle de TPA. Dans cette thèse, nous utilisons une méthode très similaire mais utilisant la matrice d'impédance qui décrit totalement, comme les paramètres S, le comportement électrique des quadripôles linéaires tels que ceux que nous étudions. Comme nous le verrons dans les parties suivantes, il est possible, uniquement à partir de la connaissance de la matrice d'impédance du système de TPA, de déterminer rendement et puissance quelle que soit la charge électrique connectée au récepteur. Cela permet donc de réduire considérablement les simulations et mesures requises : une simulation/mesure par système de TPA et non une simulation/mesure par charge connectée.

La matrice d'impédance fait le lien entre les tensions et les courants aux bornes des quadripôles électriques :

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad 3-1$$

Lorsque la sortie du quadripôle est en circuit-ouvert (i.e.  $I_2 = 0$ ), nous avons :

$$U_1 = Z_{11}I_1 \quad 3-2$$

$Z_{11}$  est donc l'impédance d'entrée du quadripôle lorsque la sortie est en circuit ouvert. A l'inverse,  $Z_{22}$  est l'impédance de sortie du quadripôle lorsque l'entrée est en circuit-ouvert. Lorsque le système est symétrique, nous avons  $Z_{11} = Z_{22}$ .

Afin d'illustrer les grandes tendances de la matrice d'impédance des systèmes de TPA, nous prenons en exemple un système constitué d'une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur sur laquelle sont disposés des disques piézoélectriques en PIC181 (matériau de PI Ceramic) de 2.12 mm d'épaisseur et 45 mm de diamètre. Les paramètres de ces matériaux sont donnés dans le Tableau 9. Les termes de la matrice d'impédance sont obtenus avec le MAAD et incluent donc la diffraction dans la paroi en aluminium.

Tableau 9 : Coefficients matériaux utilisés dans le modèle analytique.

	$E$ (GPa)	$\nu$	$c_{33}^D$ (N/m <sup>2</sup> )	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$Q$	$\tan(\delta)$	$c_{33}^D$ (N/C)	$\epsilon_{33}^S$ (permittivité relative)
Aluminium	69	0.33	$1.04 \times 10^{11}$	2700	1000			
PIC181	108	0.35	$1.73 \times 10^{11}$	7850	2000	$3 \times 10^{-3}$	$2.7 \times 10^9$	624

Sur la Figure 48 sont affichés en rouge le module et la phase de  $Z_{11}$  pour ce système. En guise de comparaison est affichée l'impédance électrique du disque piézoélectrique émetteur lorsque toutes ses faces sont libres de se déplacer.

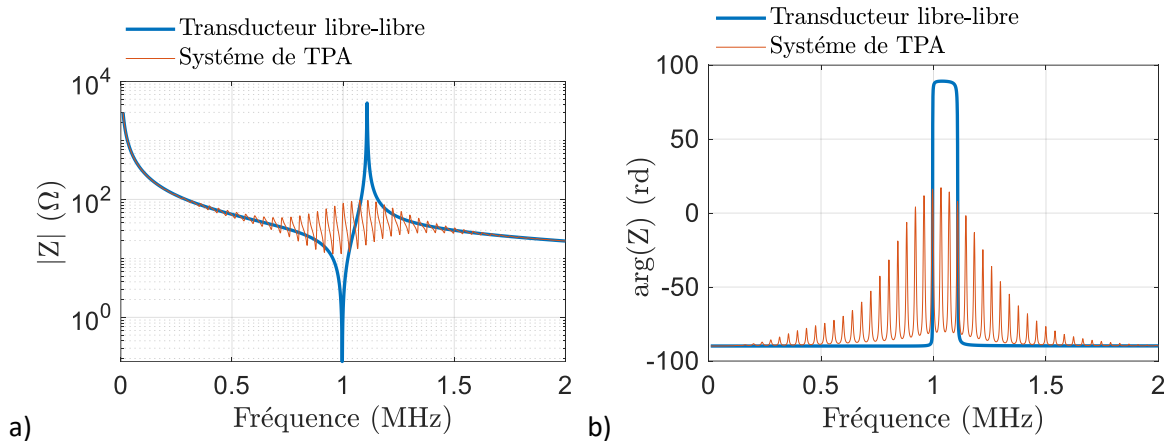


Figure 48 : a) Module et b) phase de l'impédance du système décrit plus tôt (en rouge) et d'un des disques piézoélectriques lorsque toutes ses surfaces sont libres de se déplacer (disque libre-libre).

La courbe bleue présente le comportement habituel des résonateurs piézoélectriques. Nous reconnaissons le comportement capacitif hors résonance et inductif entre la fréquence de résonance et d'antirésonance. En rouge est affichée l'impédance lorsque ce transducteur est collé à une paroi en aluminium de 73 mm avec de l'autre côté de la paroi un autre transducteur identique en circuit-ouvert. Le comportement capacitif hors résonance du transducteur est globalement retrouvé, avec cependant une multitude de pics. Ces pics sont dus aux résonances de la paroi en aluminium (multiples de 42.5 kHz) excitées par le transducteur. Ces résonances ont comme nous pouvons l'observer un impact sur le comportement électrique du transducteur piézoélectrique.

Le terme  $Z_{12}$  de la matrice d'impédance ( $Z_{12} = Z_{21}$  comme le système est réciproque) est le lien entre le courant de sortie (respectivement sur l'entrée) et la tension d'entrée (respectivement de sortie). Ainsi, plus  $|Z_{12}|$  est grand, plus un courant donné sur un des ports se traduit par une tension de grande amplitude sur l'autre port. Sur la Figure 49 est affiché  $|Z_{12}|$  en fonction de la fréquence.

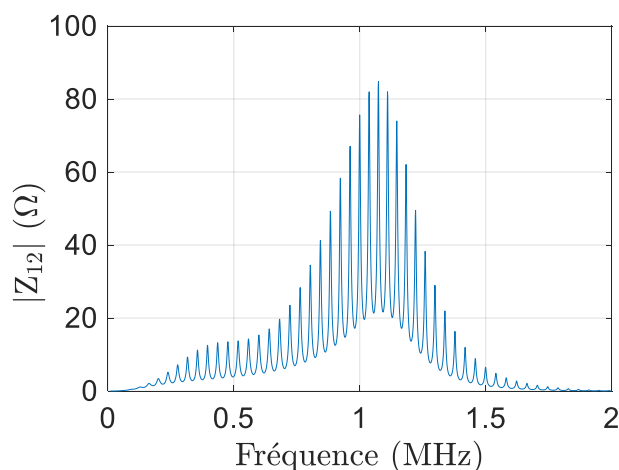


Figure 49 :  $|Z_{12}|$  obtenu avec le MAAD pour le système décrit plus haut.

Il apparaît que  $Z_{12}$  comme  $Z_{11}$  présente une multitude de pics liés aux résonances mécaniques de la paroi. Par ailleurs, il apparaît qu'une excitation basse-fréquence sur l'émetteur n'entraîne pas de tension sur le récepteur (Figure 49).

Dans les parties suivantes, nous définissons le rendement et la puissance normalisée. Nous justifions leur intérêt pour caractériser et comparer les systèmes de TPA et établissons leurs valeurs en fonction des termes de la matrice d'impédance et de la charge électrique connectée sur le récepteur.

### 3.1.1.b. Rendement

Le rendement,  $\eta$ , est le critère de performance le plus utilisé pour évaluer les performances des systèmes de TPA. Le rendement correspond à la fraction de la puissance entrante dans le système qui est effectivement transmise à la charge. Nous avons donc :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad 3-3$$

Avec  $P_{in}$  la puissance électrique entrant dans le quadripôle et  $P_{out}$  la puissance électrique dissipée sur la charge  $Z_{Load}$ , image de la puissance consommée par les systèmes électriques à alimenter.

Le rendement est un indicateur très important puisqu'il permet notamment d'évaluer les pertes, ainsi que l'échauffement qui limite la puissance transmissible et la durée de vie.

Les conventions utilisées pour le quadripôle électrique formé par tous les éléments du système sont définies sur la Figure 45. Les puissances actives entrant et sortant du quadripôle sont données par :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \Re(U_1 I_1^*) \quad 3-4$$

et :

$$P_{out} = -\frac{1}{2} \Re(U_2 I_2^*) \quad 3-5$$

Avec  $U_i$  et  $I_i$  les tensions et courants complexes. Les modules de  $U_i$  et de  $I_i$  correspondent à leur amplitude crête. Le courant et la tension sur le récepteur sont reliés par la charge qui y est connectée :

$$U_2 = -Z_{Load} I_2 \quad 3-6$$

Comme cela est détaillé en Annexe - 7, en remplaçant l'expression de la tension de l'équation 3-6 dans l'équation 2-1, il est possible de reformuler la puissance d'entrée et la puissance transmise. Nous obtenons :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \Re(Z_{in}) |I_1|^2 \quad 3-7$$

Avec :

$$Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_{Load}} \quad 3-8$$

Comme cela est détaillé dans l'Annexe - 7, la puissance de sortie s'exprime :

$$P_{out} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \left| \frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} \right|^2 |I_1|^2 \quad 3-9$$

En divisant l'équation 3-9 par l'équation 3-7, l'expression du rendement en fonction de la matrice d'impédance et de la charge connectée est obtenue.

$$\eta = \frac{\Re(Z_{Load})}{\Re(Z_{in})} \left| \frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} \right|^2 \quad 3-10$$

L'équation 3-10 permet, à partir de la connaissance de la matrice d'impédance qui peut être obtenue en une seule simulation ou mesure, de déterminer le rendement quelle que soit la charge  $Z_{Load}$  connectée. Cela présente un gain de temps très important par rapport à réaliser une multitude de mesures/simulations pour chaque valeur de charge  $Z_{Load}$  testée.

### 3.1.1.c. Puissance normalisée

Le rendement est un critère essentiel pour caractériser et comparer les différents systèmes de TPA. Cependant, ce critère ne donne pas une image de la puissance transmise. Il est par exemple tout à fait possible d'avoir un bon rendement mais une puissance transmise très insuffisante.

La puissance transmise est donnée en équation 3-9. A partir de cette équation, il vient :

$$P_{out} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \left| \frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} \right|^2 \frac{|U_1|^2}{|Z_{in}|^2} \quad 3-11$$

$$\Rightarrow P_{out} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \left| \frac{Z_{12}}{Z_{in}(Z_{Load} + Z_{22})} \right|^2 |U_1|^2 \quad 3-12$$

$$\Rightarrow P_{out} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \left| \frac{Z_{12}}{Z_{11}(Z_{Load} + Z_{22}) - Z_{12}^2} \right|^2 |U_1|^2 \quad 3-13$$

Il apparaît que la puissance transmise dépend de trois choses :

- Les paramètres du système de TPA ( $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  et  $Z_{22}$ )
- De  $Z_{Load}$ , la charge connectée sur le récepteur
- De  $|U_1|$  ( $P_{out} \propto |U_1|^2$ )

Ainsi, pour augmenter la puissance transmise, il est possible d'optimiser le système de TPA (i.e. changer la matrice d'impédance), d'optimiser la charge électrique connectée au récepteur (i.e.  $Z_{Load}$ ) et d'augmenter la tension d'excitation (i.e.  $|U_1|$ ). Cette dernière méthode permet d'augmenter, théoriquement, la puissance à l'infini et a été utilisée à plusieurs reprises dans l'état de l'art pour transmettre des puissances très élevées. Wilt et al, dans [93], montrent que plus de 100 W peuvent être transmis à la charge mais pour une tension  $U_1$  de 244 V, nécessitant deux amplificateurs de puissance en série. Ces niveaux de tensions très élevés à des fréquences relativement élevée, du mégahertz, rendent l'électronique d'alimentation complexe, chère et volumineuse. Transmettre des puissances importantes pour des tensions d'excitations plus faibles permettrait de simplifier

l'électronique d'alimentation, notamment si l'on souhaite utiliser un dispositif alimenté sur une batterie basse tension.

C'est pourquoi nous introduisons la puissance normalisée, notée  $\bar{p}$ , qui permet de comparer la puissance transmise des systèmes indépendamment de l'amplitude de tension appliquée. La puissance normalisée est définie par :

$$\bar{p} = \frac{P_{out}}{|U_1|^2} \quad 3-14$$

$$\Rightarrow \bar{p} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \left| \frac{Z_{12}}{Z_{11}(Z_{Load} + Z_{22}) - Z_{12}^2} \right|^2 \quad 3-15$$

La puissance normalisée est indépendante de la tension d'excitation. Cette grandeur nous permet donc de comparer la capacité à transmettre de la puissance des différents systèmes de TPA sans être biaisé par la tension d'excitation.

#### 3.1.1.d. Dépendance en fréquence et en charge électrique des performances

Dans cette partie, nous nous intéressons à la dépendance en fréquence et en charge électrique du rendement et de la puissance normalisée. Cette partie a pour objectif de donner une vision plus « physique » du comportement du système afin d'apporter une certaine compréhension des phénomènes en jeu.

Pour cela, des résultats de simulations fréquentielles et temporelles sont présentés. Les simulations temporelles sont réalisées avec le logiciel d'électronique PSPICE qui permet, à partir de la connaissance de la matrice d'impédance, de passer du domaine fréquentiel au domaine temporel. Ces courbes sont présentées dans un but explicatif et nous ne détaillons pas davantage la méthode de simulation.

Le système simulé est identique à celui utilisé pour illustrer les termes de la matrice d'impédance (partie 3.1.1.a). Sur la Figure 50, sont affichés le rendement et la puissance normalisée en fonction de la fréquence lorsque la charge connectée  $Z_{Load}$  est de  $20 \Omega$ . Le rendement est calculé à partir de l'équation 3-10, et la puissance normalisée à partir de l'équation 3-15. Les termes de la matrice d'impédance sont obtenus comme décrit dans la partie 2.1.4 du chapitre 2.

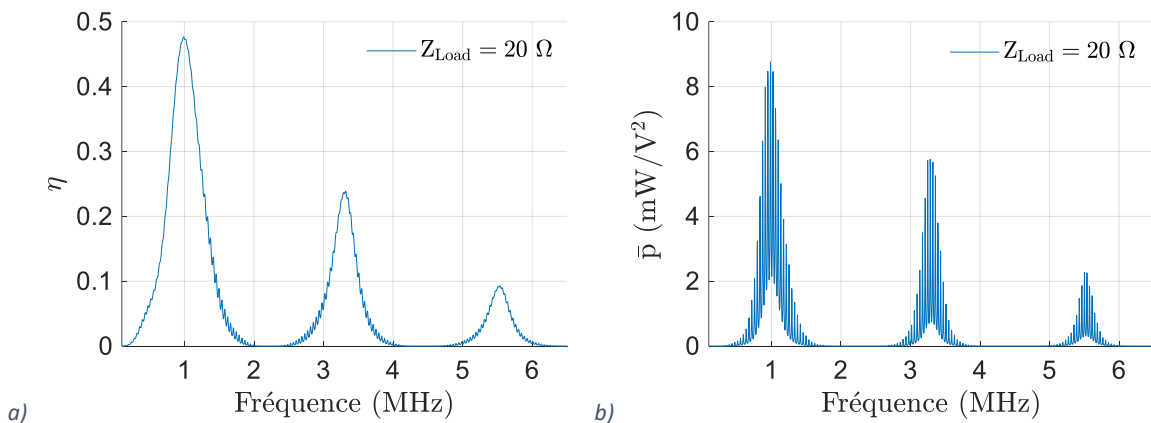


Figure 50 : a) Rendement et b) puissance normalisée en fonction de la fréquence, pour une charge connectée de  $20 \Omega$ .



Il apparaît sur ces figures plusieurs points remarquables auxquels nous allons nous intéresser :

- Il existe certaines fréquences où le rendement et la puissance sont nuls
- La puissance normalisée varie beaucoup avec la fréquence

Nous appelons les fréquences où le rendement et la puissance normalisée sont nulles les fréquences interdites. Ces fréquences interdites sont causées par le comportement mécanique des transducteurs piézoélectriques et correspondent au cas où la longueur d'onde dans les transducteurs est un multiple de l'épaisseur. Comme nous allons le voir ici, à ces fréquences, le comportement mécanique de la couche piézoélectrique ne peut entraîner de tension à ses bornes.

L'équation 2-14 donne le déplacement en un point  $z$  d'une couche comme la somme d'une onde se propageant dans le sens des  $z$  croissants et une onde se propageant dans le sens des  $z$  décroissants :

$$\xi_3(z, t) = a \times \cos\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi_a\right) + b \times \cos\left(\omega t + \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi_b\right) \quad 3-16$$

En dérivant cette expression par rapport au temps, nous obtenons la vitesse :

$$v(z, t) = a\omega \times \sin\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi_a\right) + b\omega \times \sin\left(\omega t + \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi_b\right) \quad 3-17$$

Lorsque l'épaisseur du transducteur est un multiple de la longueur d'onde, nous avons :

$$x_n = M\lambda, M \in \mathbb{N}^+ \quad 3-18$$

En remplaçant  $\lambda$  dans l'équation précédente, il vient :

$$v(z, t) = a\omega \times \sin\left(\omega t - M2\pi \frac{z}{x_n} + \varphi_a\right) + b\omega \times \sin\left(\omega t + M2\pi \frac{z}{x_n} + \varphi_b\right) \quad 3-19$$

La fonction sinus étant  $2\pi$  périodique, la vitesse aux extrémités de la couche (i.e. en  $z = 0$  et  $z = x_n$ ) est donc :

$$\begin{cases} v_n^g = v(0, t) = a\omega \times \sin(\omega t + \varphi_a) + b\omega \times \sin(\omega t + \varphi_b) \\ v_n^d = v(x_n, t) = a\omega \times \sin(\omega t + \varphi_a) + b\omega \times \sin(\omega t + \varphi_b) \end{cases} \quad 3-20$$

Ainsi, lorsque l'épaisseur du transducteur est un multiple de la longueur d'onde, les vitesses aux deux extrémités de la couche sont identiques (i.e. pas d'allongement global). En prenant  $v_n^d = v_n^g$  dans l'équation 2-97, il apparaît clairement qu'il ne peut y avoir de tension générée par le comportement mécanique de la couche piézoélectrique lorsque son épaisseur est un multiple de la longueur d'onde. Sachant que  $f = \frac{c_n}{\lambda}$ , les fréquences interdites sont donc définies par :

$$f_{interdite} = \frac{c_n M}{x_n} \quad 3-21$$

Pour les transducteurs utilisés ici, les deux premières fréquences interdites sont de 2.2 et 4.4 MHz, correspondant aux valeurs nulles des rendements et puissances normalisées sur la Figure 50. Notons

par ailleurs sur la Figure 50, que les performances sont bonnes entre les fréquences interdites, c'est-à-dire aux alentours des fréquences de résonance libre-libre des transducteurs :

$$f_{rés} = \frac{c_n(2M - 1)}{2x_n} \quad 3-22$$

Les fréquences interdites étant expliquées, intéressons-nous maintenant à la variation fréquentielle de la puissance normalisée. Pour cela, sur la Figure 51 sont affichées les tensions  $U_1$  et  $U_2$  en fonction du temps lorsqu'une tension sinusoïdale est appliquée à l'émetteur et que la charge connectée au récepteur est de  $20 \Omega$ .

Sur la Figure 51a), la fréquence est de 0.9866 MHz, correspondant à un pic de puissance transmise et sur la Figure 51b), la fréquence est de 1.005 MHz, correspondant à un creux de puissance transmise (voir Figure 52, pour un agrandissement de la Figure 50b montrant la dépendance en fréquence de la puissance normalisée). Notons que  $U_2$  n'est pas complètement nulle juste après l'application de la tension d'excitation sur l'émetteur. Cela est dû à des d'erreurs dans la conversion des domaines fréquentiel à temporel.  $U_2$  devrait en effet être parfaitement nulle pendant le temps du trajet de l'onde mécanique à travers la paroi.

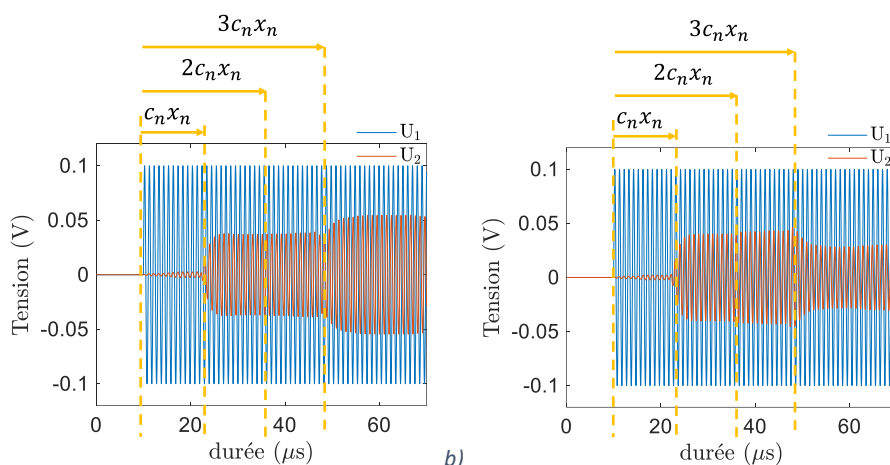


Figure 51 : Tensions en fonction du temps pour des excitations sinusoïdales appliquées sur l'émetteur à a) 0.9866 MHz et b) 1.005 MHz, avec  $Z_{Load} = 20 \Omega$ .

Ces courbes temporelles nous permettent d'expliquer quantitativement le comportement du système de TPA et sa dépendance fréquentielle. Ces courbes sont très similaires jusqu'à  $3c_n x_n$  : lorsqu'une tension sinusoïdale est appliquée à l'émetteur, ce dernier va se contracter et se dilater en émettant une onde mécanique dans la paroi. Cette onde se propage dans la paroi pendant la durée  $c_n x_n$  (i.e. vitesse des ondes fois l'épaisseur de la paroi) avant d'atteindre le récepteur entraînant une tension à ses bornes. L'onde se réfléchit sur ce dernier et fait le trajet retour jusqu'à l'émetteur. L'onde de retour atteint le récepteur au bout du temps  $2c_n x_n$ .

Il y a ensuite deux cas possibles :

- A 0.9866 MHz, l'onde de retour arrive sur l'émetteur et s'y réfléchit en phase avec l'onde générée par l'émetteur.
- A 1.005 MHz, l'onde de retour arrive sur l'émetteur et s'y réfléchit en opposition de phase avec l'onde générée par l'émetteur.

Dans le premier cas, l'onde mécanique repart vers le récepteur avec son amplitude augmentée alors que dans le second cas, l'onde mécanique repart avec une amplitude réduite. Dans les deux cas, cette onde arrivera après le temps  $3c_n x_n$  au récepteur.

Dans le cas où l'onde de retour et l'onde générée par l'émetteur s'ajoutent, le phénomène continue : l'onde arrivant au récepteur est plus grande, entraînant une onde repartant à l'émetteur plus grande que lors de la première réflexion. L'amplitude de  $U_2$  continue ainsi à augmenter jusqu'à atteindre le régime établi. A l'inverse, dans le cas où les ondes sont en opposition de phase, le phénomène se stabilisera avec une amplitude de  $U_2$  réduite.

Ces comportements expliquent les pics et les creux de la puissance normalisée. Notons que si la charge électrique est changée, la phase de l'onde de retour est modifiée pouvant amener la fréquence d'un creux à être la fréquence d'un pic et inversement (voir Figure 52).

Notons également que lorsque la puissance transmise est faible (i.e. à 1.005 MHz avec  $Z_{Load} = 20 \Omega$ ), l'onde de retour s'oppose à l'onde générée par l'émetteur et cela a un effet sur le comportement mécanique de l'émetteur. La puissance électrique active entrant dans le système est ainsi réduite, expliquant pourquoi le rendement est moins dépendant en fréquence que la puissance normalisée.

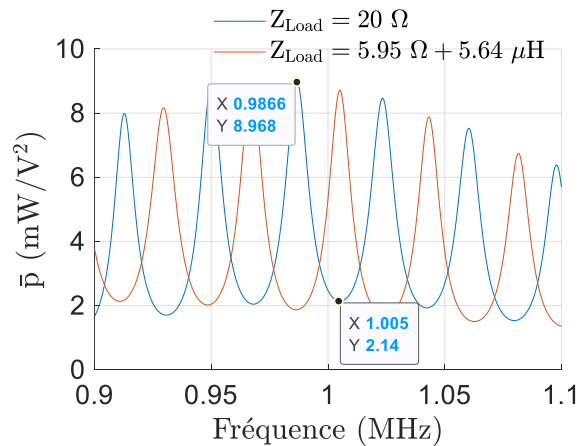


Figure 52 : Puissance normalisée en fonction de la fréquence pour différentes charges électriques connectées sur le récepteur.

Après avoir expliqué les grandes tendances de la dépendance en fréquence des systèmes de TPA, nous nous intéressons maintenant à leurs dépendances en charge électrique connectée.

Les équations 3-10 et 3-15 mettent en évidence que le rendement et la puissance normalisée dépendent de la charge connectée. Pour illustrer cela, et à partir de la matrice d'impédance du système calculée à la fréquence de 1 MHz (donnée en équation 3-23), les performances sont affichées sur la Figure 53 en fonction de la résistance et de la réactance de la charge électrique à la fréquence de 1 MHz.

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 76.4 - j \times 37.1 & 74.0 - j \times 11.4 \\ 74.0 - j \times 11.4 & 76.4 - j \times 37.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad 3-23$$

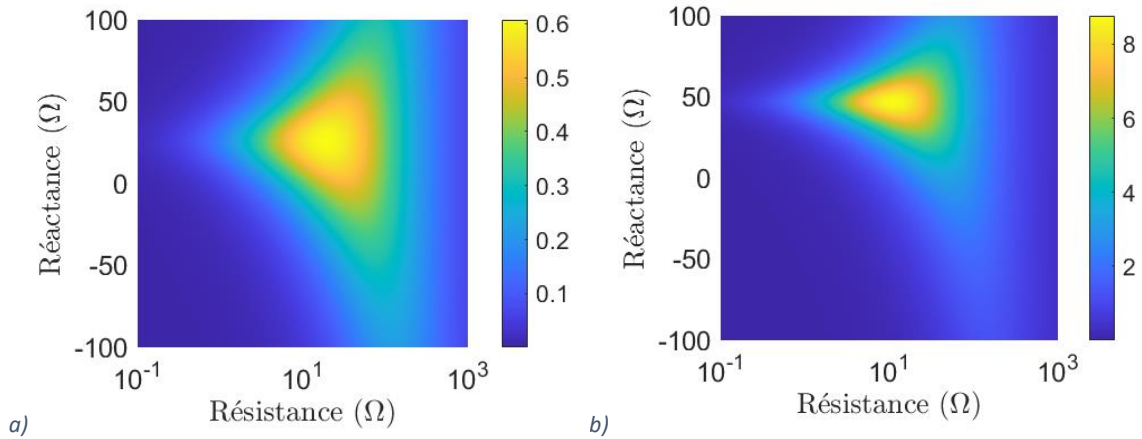


Figure 53 : a) Rendement et b) puissance normalisée (mW/V<sup>2</sup>) en fonction de la charge connectée.

Il apparaît sur ces courbes que le choix de la charge électrique est déterminant pour maximiser le rendement ou la puissance normalisée.

### 3.1.2. Maximisation des performances

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, le rendement et la puissance normalisée dépendent fortement de la fréquence et de la charge électrique connectée. Dans cette section, nous établissons les formules analytiques de la charge électrique maximisant le rendement,  $Z_\eta$ , et de la charge électrique maximisant la puissance normalisée,  $Z_{\bar{p}}$ . Ces formules évitent d'avoir à calculer numériquement le rendement et la puissance normalisée pour une multitude de valeurs de réactances et de résistances afin d'identifier la meilleure valeur (i.e. comme affiché pour  $f=1$  MHz sur la Figure 53). Les performances maximales des systèmes sont ainsi obtenues directement en remplaçant  $Z_{Load}$  par  $Z_\eta$  dans l'équation 3-10 pour la maximisation du rendement et  $Z_{Load}$  par  $Z_{\bar{p}}$  dans l'équation 3-15 pour la maximisation de la puissance normalisée.

#### 3.1.2.a. Maximisation du rendement

Le rendement est défini par :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad 3-24$$

Une manière de déterminer la charge électrique maximisant le rendement,  $Z_\eta$ , consiste à chercher pour quelle valeur de  $Z_{Load}$  la dérivée du rendement par rapport à  $Z_{Load}$  s'annule. Nous allons cependant utiliser une autre méthode qui permet de faciliter grandement les calculs.

Pour la démonstration, nous considérons un générateur ne pouvant délivrer une puissance supérieure à sa puissance limite,  $P_{source}^{max}$ . Cela signifie que le générateur a une impédance de sortie non nulle. Notons à partir de l'équation 3-10 que la valeur de rendement et de  $Z_\eta$  obtenues ici sont indépendantes du générateur et sont donc aussi valables pour un générateur avec une impédance de sortie nulle. Prendre une impédance de sortie non nulle n'est qu'un artefact permettant de faciliter l'obtention de  $Z_\eta$ .

Pour la démonstration, nous utilisons donc un générateur avec une impédance de sortie non nulle associé à un circuit d'adaptation d'impédance placé entre le générateur et la paroi (voir Figure 54). Ce circuit d'adaptation d'impédance adapte l'impédance électrique connectée au générateur pour en extraire son maximum de puissance. Ce réseau d'adaptation d'impédance étant sans perte, nous avons alors :

$$P_{in} = P_{source}^{max} \quad 3-25$$

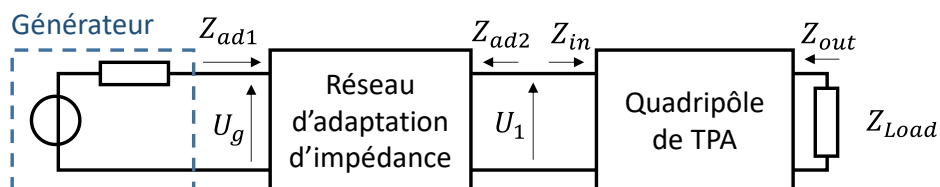


Figure 54 : Définition des différentes impédances dans le système avec adaptation d'impédance du générateur pour la démonstration de maximisation du rendement.

Lorsque le générateur délivre son maximum de puissance,  $P_{in}$  est fixé et le rendement ne dépend plus que de  $P_{out}$  :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{source}^{max}} \quad 3-26$$

Ainsi, le rendement est maximisé quand  $Z_{Load}$  est choisi pour maximiser  $P_{out}$ .

Ainsi, lorsque le générateur délivre son maximum de puissance, le rendement est maximal lorsque  $P_{out}$  est maximal, c'est-à-dire à partir du théorème de transfert de puissance maximale démontré en Annexe - 8, lorsque :

$$Z_{Load} = Z_{out}^* \quad 3-27$$

Avec  $Z_{out}$  l'impédance de sortie au niveau du récepteur telle que définie sur la Figure 54.

Pour extraire le maximum de puissance du générateur,  $P_{source}^{max}$ , il faut que l'impédance électrique connectée sur le générateur soit le complexe conjugué de l'impédance du générateur. Cela signifie que l'impédance d'entrée du circuit d'adaptation d'impédance vaut :

$$Z_{ad1} = Z_{source}^* \quad 3-28$$

Avec  $Z_{ad1}$  l'impédance d'entrée du circuit d'adaptation d'impédance illustré sur la Figure 54. Comme cela est démontré en Annexe - 9, un circuit d'adaptation d'impédance sans perte n'est adapté sur son entrée que s'il l'est également sur sa sortie. Lorsque le générateur délivre son maximum de puissance, nous avons donc également :

$$Z_{ad2} = Z_{in}^* \quad 3-29$$

Avec  $Z_{ad2}$ , l'impédance de sortie du circuit d'adaptation d'impédance connectée au générateur (voir Figure 54). Si les deux conditions suivantes sont réunies, le rendement est donc maximisé :

$$\begin{cases} Z_{ad2} = Z_{in}^* \\ Z_{Load} = Z_{out}^* \end{cases} \quad 3-30$$

Les équations de ce système sont vérifiées pour un couple de valeurs  $(Z_{ad2}, Z_{Load})$ . Ce couple de valeurs permet :

- L'extraction du maximum de puissance du générateur.
- La maximisation du rendement.

La valeur  $Z_{Load}$  du couple  $(Z_{ad2}, Z_{Load})$  solution du système 3-30, correspond à la charge électrique maximisant le rendement de TPA,  $Z_\eta$ . Les calculs pour obtenir  $Z_\eta$  sont détaillés en Annexe - 10 et nous amènent à :

$$Z_\eta = \frac{\alpha \pm \sqrt{\Delta}}{2\Re(Z_{11})} \quad 3-31$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha = j \left( \Im(Z_{12}^2) - 2\Re(Z_{11})\Im(Z_{22}) \right) \\ \Delta = \left( 2\Re(Z_{11})\Re(Z_{22}) - \Re(Z_{12}^2) \right)^2 - |Z_{12}|^4 \end{cases} \quad 3-32$$

Le signe plus ou moins dans l'équation 3-31 est choisi pour que la partie réelle de  $Z_\eta$  soit positive.

Notons que comme les termes de la matrice d'impédance du système de TPA dépendent de la fréquence, la charge  $Z_\eta$  dépend également de la fréquence.

Les deux conditions du système 3-30 correspondent à l'adaptation d'impédance simultanée de l'entrée et de la sortie et est connue depuis longtemps [94]. En 2010, Lawry et al. introduisent cette méthodologie dans la communauté de TPA permettant d'obtenir de manière analytique la charge électrique maximisant le rendement [17]. Leur travail reprend la démonstration de  $Z_\eta$  réalisée par Rahola [95].

A partir des valeurs numériques de la matrice d'impédance donnée en équation 3-23, nous obtenons :

$$Z_\eta = 19.2 + j \times 26.1 \quad 3-33$$

Ce qui correspond bien à la valeur d'impédance maximisant le rendement obtenue en testant un grand nombre de charges électriques (réactance et résistance) tel qu'affiché sur la Figure 53.

En remplaçant  $Z_{Load}$  par  $Z_\eta$  dans l'équation 3-10, nous obtenons :

$$\eta = 0.61 \quad 3-34$$

### 3.1.2.b. Maximisation de la puissance normalisée

Dans cette partie, nous déterminons la charge électrique maximisant la puissance normalisée.

A partir de l'équation 2-1, il vient :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U_1 - Z_{12}I_2}{Z_{11}} \\ U_2 = Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad 3-35$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{U_1 - Z_{12}I_2}{Z_{11}} \\ U_2 = \frac{Z_{12}}{Z_{11}}U_1 + Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11}}I_2 \end{cases} \quad 3-36$$

Nous avons par ailleurs :

$$\Rightarrow U_1 = Z_{in}I_1 \quad 3-37$$

Le quadripôle de TPA peut ainsi être mis sous la forme du circuit électrique suivant :

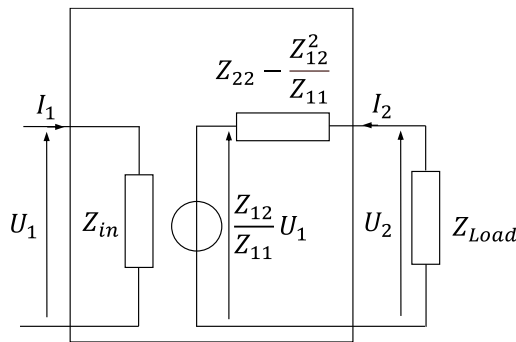


Figure 55 : Circuit électrique équivalent du quadripôle de TPA.

Ainsi, pour maximiser la puissance normalisée, il convient d'appliquer, conformément au théorème de puissance de transfert maximum (Annexe - 8), la charge électrique :

$$Z_{\bar{p}} = \left( Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11}} \right)^* \quad 3-38$$

A partir des valeurs de la matrice d'impédance données en équation 3-23, nous retrouvons bien à partir de l'équation 3-38 le résultat obtenu en testant un grand nombre de charges électriques (réactance et résistance) tel qu'affiché sur la Figure 53 :

$$Z_{\bar{p}} = 11.1 + j \times 46.7 \quad 3-39$$

En remplaçant  $Z_{Load}$  par  $Z_{\bar{p}}$  dans l'équation 3-15, nous obtenons :

$$\bar{p} = 8.8 \text{ mW/V}^2 \quad 3-40$$

### 3.1.2.c. Compromis entre rendement et puissance transmise

Comme cela apparaît sur les équations 3-33 et 3-39, la charge électrique maximisant le rendement diffère de la charge maximisant la puissance normalisée. Ainsi, une décision doit être prise au cas par

cas en fonction des besoins : choisir la charge électrique en privilégiant la puissance transmise ou en privilégiant le rendement.

Afin de faciliter ce choix, il est possible d’obtenir pour chaque valeur de rendement la valeur de charge maximisant la puissance normalisée. Ce problème d’optimisation peut se formaliser de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & \underset{(R_{Load}, X_{Load})}{\text{Maximiser}} : \bar{p}(R_{Load}, X_{Load}) \\ & \text{avec } \eta(R_{Load}, X_{Load}) = y, y \in ]0, \eta(Z_\eta)] \\ & \text{et } R_{Load} > 0 \end{aligned} \quad 3-41$$

Ce problème d’optimisation est résolu numériquement sous Matlab grâce à la fonction d’optimisation sous contrainte fmincon et permet d’obtenir la Figure 56. Les résultats sont obtenus à partir de la matrice d’impédance du système à la fréquence de 1 MHz donnée en équation 3-23. La maximisation de  $\bar{p}$  pour les valeurs de  $\eta$  inférieures à 44% n’a pas été réalisée puisque nous savons que la puissance normalisée ne peut alors être supérieure à celle obtenue lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$ .

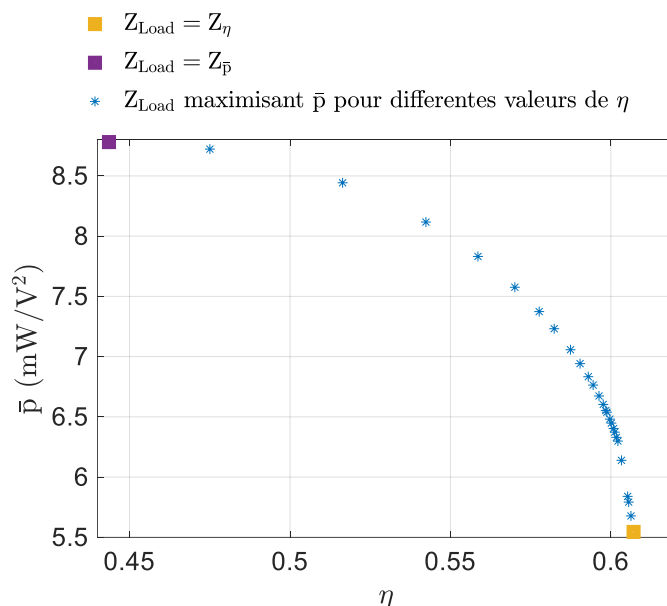


Figure 56 : Compromis entre rendement et puissance normalisée. Pour chaque valeur de rendement,  $Z_{Load}$  est optimisé afin de maximiser la puissance normalisée.

Comme attendu,  $Z_{\bar{p}}$  fixe la valeur maximale de la puissance normalisée tandis que  $Z_{\eta}$  fixe la valeur maximale de rendement. A partir de la courbe reliant ces deux extrêmes, il est possible de choisir la charge répondant le mieux au besoin.

### 3.1.2.d. Générateur avec une impédance de sortie non négligeable

Il est intéressant de noter que nous avons exclu la source électrique de nos critères de rendement et de puissance. Par rendement, nous entendons le rapport entre la puissance sortant et entrant du système de TPA sans tenir compte des pertes survenues en amont pour générer cette puissance entrante. La puissance normalisée est la puissance transmise divisée par le carré de la tension appliquée à l’émetteur et ne tient pas compte de la potentielle chute de tension causée par l’impédance de sortie de la source.



Lorsque l'impédance de sortie de la source est négligeable devant l'impédance d'entrée du quadripôle de TPA ( $Z_{in}$ ), la puissance  $P_{in}$  est délivrée avec peu de pertes dans le générateur et la chute de tension pour appliquer  $U_1$  reste faible. Ce n'est plus le cas lorsque l'impédance de sortie du générateur n'est pas négligeable devant  $Z_{in}$ . Dans ce cas-là, la charge  $Z_{Load}$  maximisant le rendement global (i.e. incluant les pertes dans le générateur), diffère de  $Z_{\eta}$ . Parallèlement, la charge maximisant la puissance transmise diffère de  $Z_{\bar{p}}$  mais peut être obtenue à partir de la connaissance de l'impédance de sortie au récepteur lorsque le générateur est connecté sur l'émetteur. A partir du théorème de transfert de puissance maximal, la puissance transmise à la charge est maximale lorsque  $Z_{Load} = Z_{out}^* \cdot Z_{out}$  étant affecté par l'impédance de sortie de la source :

$$Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{Source} + Z_{11}} \quad 3-42$$

### 3.II. Caractérisation expérimentale des systèmes

Dans la section 3.I, nous avons établi les formules permettant de calculer le rendement, la puissance normalisée et les charges électriques les maximisant. Ces formules sont applicables pour tout quadripôle électrique linéaire à partir de la connaissance de sa matrice d'impédance et ce, quelle que soit l'origine de cette matrice d'impédance (i.e. obtenue en mesures ou en simulations).

Nous nous intéressons ici à la caractérisation de dispositifs expérimentaux. Dans une première partie, la méthode de mesure de la matrice d'impédance est détaillée et la méthode de caractérisation sans inclure la charge dans la mesure est validée expérimentalement. Dans une deuxième partie la caractérisation de quelques dispositifs expérimentaux est présentée. Dans une dernière partie nous présentons une implémentation facile à mettre en place et permettant de tester la TPA sur n'importe quelle paroi très rapidement, et ce, sans coller les transducteurs piézoélectriques. Il est alors possible de déplacer les transducteurs lors de la caractérisation pour trouver un positionnement optimal et les transducteurs peuvent être réutilisés ultérieurement sur d'autres systèmes.

#### 3.II.1. Mesure de la matrice d'impédance

Caractériser les quadripôles électriques linéaires à partir de leur matrice d'impédance présente un intérêt majeur en mesures, car tester un grand nombre de résistances et de réactances de charge connectée demande beaucoup de temps et de matériel.

La caractérisation sans inclure la charge électrique nécessite de connaître le comportement du système de TPA, par exemple en connaissant sa matrice d'impédance. Cette dernière peut être mesurée de manière indirecte grâce à un analyseur de réseau ou VNA (en anglais vector network analyzer) tel que le Keysight E5061B utilisé durant cette thèse (Figure 57). Cet appareil est constitué de deux ports électriques lui permettant d'être connecté à l'entrée et à la sortie du quadripôle électrique de TPA.



Figure 57 : VNA Keysight E5061B utilisé durant cette thèse.

Le VNA mesure en fonction de la fréquence la matrice des paramètres S des quadripôles qui lui sont connectés. La matrice d'impédance en est déduite à partir de la relation suivante :

$$Z = 50(I - S)^{-1}(I + S) \quad 3-43$$

Avec  $S$  la matrice des paramètres S mesurée par le VNA et  $I$  la matrice identité. Le VNA Keysight E5061B fait directement la conversion et nous permet d'obtenir directement la matrice d'impédance.

Afin que les résultats obtenus ne soient pas biaisés, il est important de faire attention à quelques points de mesure.

### 3.II.1.a. Précaution dans l'utilisation du VNA

Tout d'abord, notons que dans le VNA, les deux ports électriques ne sont pas totalement indépendants : leurs masses sont communes. Ainsi, il est important, lors des connexions que la masse des câbles reliant les transducteurs au VNA soient sur l'électrode côté paroi. Si tel n'est pas le cas, comme nous pouvons le voir sur la Figure 58, la paroi étant conductrice nous avons  $U_2 = U_1$ . La puissance n'est alors pas transmise de manière acoustique : un courant traverse directement la paroi conductrice.

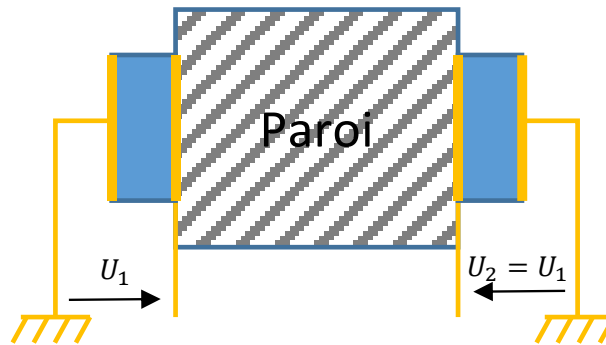


Figure 58 : Exemple de mauvais branchement des masses sur les transducteurs.

Il est également important de réaliser la calibration du VNA en incluant les câbles se connectant aux transducteurs. En effet, sans cela, plusieurs phénomènes peuvent affecter les mesures :

- La propagation des ondes électriques dans les câbles coaxiaux, problématique à haute fréquence et pour les longs câbles.
- Le phénomène de résonance entre l'inductance des câbles coaxiaux (proportionnelle à leur longueur) et la capacité des transducteurs.

Nous détaillons ici, à partir de mesures, ce second phénomène. Sur la Figure 59 sont affichées l'impédance d'entrée du même dispositif lorsque le récepteur est en circuit ouvert (i.e.  $Z_{11}$ ) et l'impédance de sortie lorsque l'émetteur est en circuit-ouvert (i.e.  $Z_{22}$ ). Conformément au comportement capacitif des transducteurs piézoélectriques, l'amplitude de ces impédances devrait globalement décroître et la phase devrait être globalement autour de  $-90^\circ$ , avec des comportements autres aux multiples impairs de la fréquence de résonance du transducteur. Nous retrouvons bien ce comportement pour la mesure de  $Z_{22}$ . Ce n'est pas le cas pour  $Z_{11}$  dont l'amplitude décroît davantage pour croître et dont la phase passe rapidement à  $+90^\circ$  et s'annule à la fréquence où l'amplitude se met à croître.

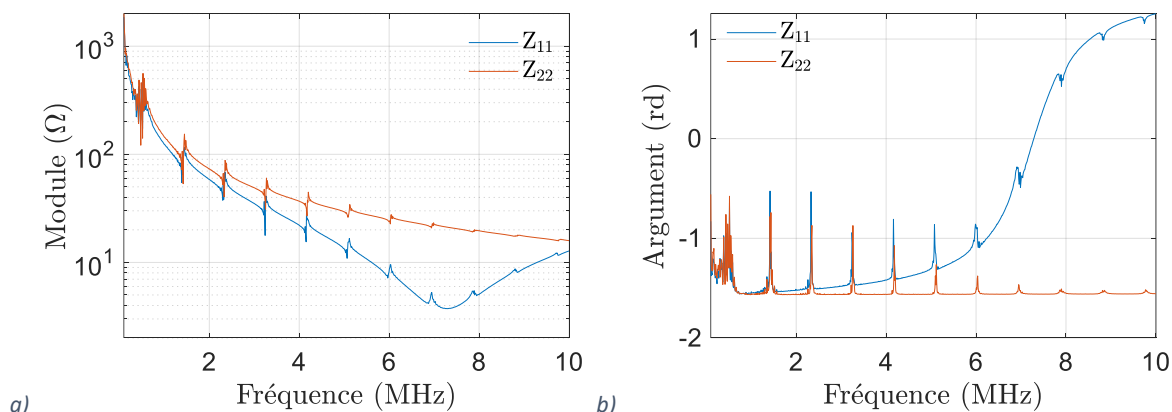


Figure 59 : a) Module et b) phase de  $Z_{11}$  et de  $Z_{22}$  du dispositif composé d'une paroi en acier de 55 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés des transducteurs piézoélectriques de 5 mm d'épaisseur et avec un diamètre de 40 mm.

Ce comportement est typique des résonateurs LC résonants à la fréquence de  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . C'est ce que nous avons ici, le transducteur se comporte globalement comme une capacité qui résonne avec l'inductance du câble coaxial de connexion. L'inductance du câble augmentant avec la longueur de celui-ci, ce comportement n'est pas observé sur le récepteur car le câble est plus court entraînant une résonance électrique à une fréquence plus élevée.

Notons que plus le diamètre des transducteurs piézoélectriques est grand plus leur capacité est grande, abaissant la fréquence de ce phénomène parasite. Par ailleurs, plus les transducteurs sont fins et plus leur fréquence de résonance en épaisseur est grande. Il faut donc être particulièrement vigilant à cette résonance LC lorsque :

- La fréquence de résonance des transducteurs est grande
- Leur diamètre est grand
- Les câbles de connexions sont grands

Pour conclure, pour que la mesure ne soit pas perturbée, il est important de minimiser les phénomènes parasites. La masse doit être placée côté paroi et il faut s'assurer qu'il n'y a pas de résonances de type LC ou liées à la propagation des ondes dans les câbles. Notons que la calibration permet de prendre ces phénomènes résonants en compte mais ne permettra pas d'obtenir des résultats précis si les phénomènes parasites sont dominants par rapport au comportement acoustique (i.e. le signal d'intérêt est noyé dans les signaux des phénomènes parasites).

### 3.II.1.b. Collage des transducteurs et boucle de masse

Dans les dispositifs expérimentaux réalisés, les transducteurs sont généralement fixés de part et d'autre de la paroi à l'aide de colle. Celle-ci peut être conductrice ou non. Une colle conductrice permet d'avoir accès à l'électrode en se connectant sur la paroi, ce qui n'est pas nécessaire lorsque les transducteurs utilisés ont une électrode déportée (voir Figure 60).



Figure 60 : Transducteur avec une électrode déportée. Les deux électrodes sont accessibles depuis un même côté rendant les connexions électriques plus faciles à réaliser.

Par ailleurs, afin de ne pas faire de boucle de masse, comme illustré sur la Figure 61, pouvant se traduire par un signal de communication perturbé, il est parfois nécessaire d'isoler électriquement les électrodes de l'émetteur de la paroi.

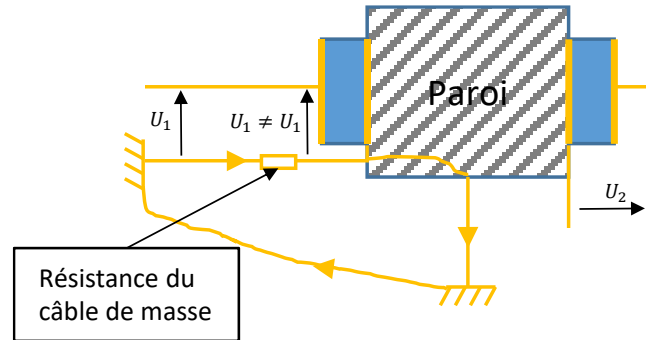


Figure 61 : Boucle de masse dans laquelle passe du courant causé par les perturbations électromagnétiques environnantes et entraînant une erreur sur la tension appliquée sur l'émetteur.

L'utilisation d'une colle non-conductrice n'est pas forcément suffisante pour éviter ce phénomène, car son épaisseur étant très fine, le comportement capacitif entre l'électrode et la paroi se traduit par une impédance faible aux fréquences de fonctionnement rendant l'isolation électrique non fonctionnelle. Il est dans ce cas préférable d'éloigner le transducteur de la paroi en incluant entre eux un élément isolant, éloignant l'électrode et la paroi et réduisant la valeur de cette capacité.

### 3.II.1.c. Validation de la méthode de caractérisation

Le VNA nous permet d'obtenir la matrice d'impédance de dispositifs expérimentaux de TPA. Par ailleurs, les fonctions de calcul qui y sont intégrées nous permettent, en appliquant les formules établies dans la section 3.I, de calculer lors de la mesure, les valeurs maximales de rendement et de puissance normalisée. Il nous reste cependant à montrer que ces grandeurs calculées sans inclure la charge électrique sont correctes.

Le dispositif utilisé pour valider la mesure sans inclure la charge est constitué d'une paroi en acier de 55 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés des transducteurs piézoélectriques de 40 mm de diamètre et épais de 5 mm (Figure 62).

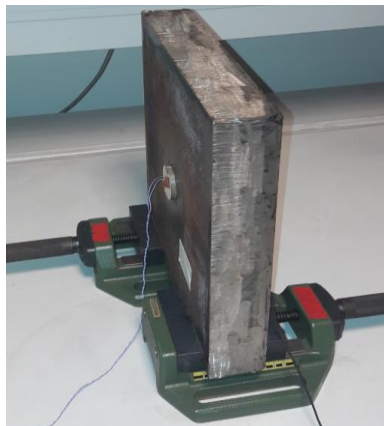


Figure 62 : Paroi en acier épaisse de 55 mm d'épaisseur, transducteurs de 40 mm de diamètre et épais de 5 mm.

Les deux transducteurs sont connectés au VNA avec des câbles coaxiaux. Une fois la matrice d'impédance mesurée, la puissance normalisée est déterminée en prenant  $Z_{Load} = 500 \Omega$  dans l'équation 3-15. La puissance normalisée ainsi déterminée est affichée sur la Figure 63 en bleu. La

valeur de l'impédance de charge de  $500 \Omega$  est arbitraire et ne sert qu'à valider la méthode de mesure sans inclure la charge.

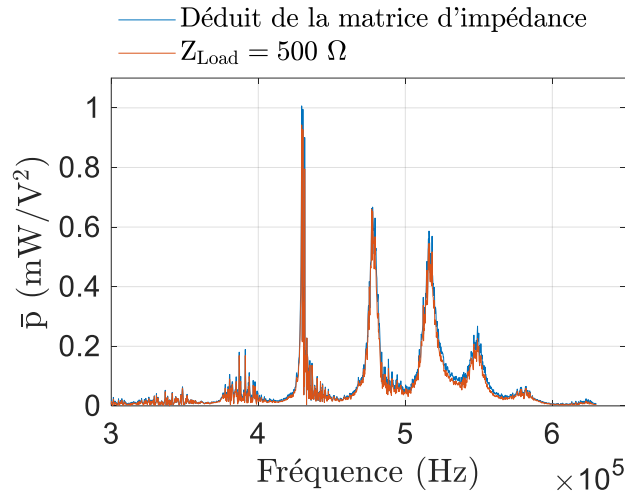


Figure 63 : Comparaison de la puissance normalisée en fonction de la fréquence lorsque la puissance est calculée à partir de la mesure de la matrice d'impédance (en bleu) et, lorsque la charge électrique est incluse dans la mesure (en rouge).

Afin de valider la méthode de caractérisation n'incluant pas la charge, une seconde mesure est réalisée. Pour cette seconde mesure, une résistance de  $500 \Omega$  est connectée au récepteur. Une tension  $U_1$  est appliquée à l'émetteur et les tensions  $U_1$  et  $U_2$  sont mesurées. Ces mesures sont réalisées pour une multitude de fréquence et permettent de déterminer la puissance normalisée en fonction de la fréquence pour  $Z_{Load} = 500 \Omega$ . La puissance normalisée est déterminée à partir de la mesure de la tension sur l'émetteur et sur le récepteur :

$$\bar{p} = \frac{P_{out}}{|U_1|^2} = \frac{1}{2} \Re \left( \frac{1}{Z_{Load}} \right) \frac{|U_2|^2}{|U_1|^2} \quad 3-44$$

La puissance normalisée ainsi déterminée en incluant la charge électrique est affichée en rouge sur la Figure 63. Il apparaît que les puissances mesurées en utilisant la matrice d'impédance ou en utilisant une charge sont identiques (écarts dus aux bruits de mesure). Cela valide la méthode de caractérisation des systèmes de TPA à partir de la mesure de leur matrice d'impédance.

### 3.II.2. Exemple de résultats

Dans cette partie, nous présentons les performances de TPA pour différents dispositifs obtenus à partir de la mesure de leur matrice d'impédance.

La paroi en aluminium de 6 mm utilisée dans le chapitre 2 pour valider les modèles est réutilisée ici. Le dispositif de TPA est constitué de deux disques piézoélectriques en PIC181 de 2 mm d'épaisseur et de 45 mm de diamètre collés alignés de part et d'autre de cette paroi (voir Figure 64).



Figure 64 : Dispositif expérimental constitué de deux disques piézoélectriques en PIC181 de 2 mm d'épaisseur et de 45 mm de diamètre collés de part et d'autre d'une paroi en aluminium de 6 mm d'épaisseur.

Le rendement lorsque  $Z_{Load} = Z_{\eta}$  et la puissance normalisée lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$  de ce dispositif sont affichés sur la Figure 65. Notons que ces impédances de charges varient avec la fréquence.

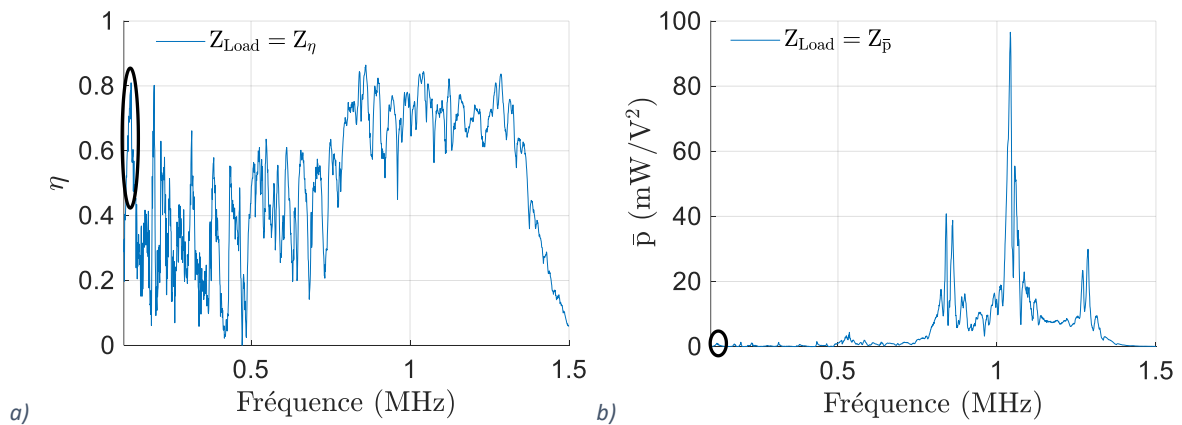


Figure 65 : a) Rendement et b) puissance normalisée pour le dispositif composé d'une paroi en aluminium de 6 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés deux disques piézoélectriques en PIC181 de 2 mm d'épaisseur et de 45 mm de diamètre.

Il apparaît sur la Figure 65 que des rendements importants, de l'ordre de 80% sont atteignables, ainsi que des puissances normalisées allant jusqu'à 96 mW/V<sup>2</sup>. Avec une telle puissance normalisée, il est possible de transmettre 1 W avec une tension d'alimentation de seulement 3.2 V. Cette tension est calculée en utilisant l'équation 3-14 :

$$|U_1| = \sqrt{\frac{P_{out}}{\bar{p}}} \quad 3-45$$

La fréquence de résonance radiale du transducteur est aux alentours de 120 kHz. A cette fréquence, l'épaisseur du transducteur varie peu alors que son diamètre subit de grandes oscillations, générant des ondes de cisaillement dans la paroi. Le rendement dans ce mode de fonctionnement (i.e. vers 120 kHz) est important et atteint 80%. La puissance normalisée correspondante est cependant de seulement 1 mW/V<sup>2</sup>. Une tension de 31 V est alors nécessaire pour transmettre 1 W, ce qui est plus complexe à mettre en œuvre qu'une tension de 3.2 V en se plaçant vers 1 MHz, à la fréquence de

résonance en mode épaisseur du transducteur. Ce résultat met en évidence l'intérêt du critère de puissance normalisée.

Un deuxième dispositif, constitué de deux buzzers piézoélectriques collés alignés de part et d'autre d'une paroi en aluminium de 10 mm d'épaisseur (voir Figure 66), vient confirmer l'intérêt de la puissance normalisée.

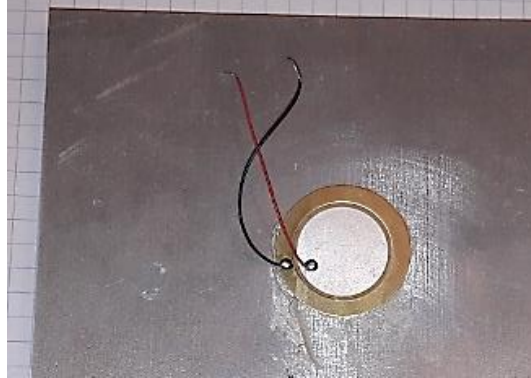


Figure 66 : Dispositif expérimental constitué de deux buzzers piézoélectriques collés de part et d'autre d'une paroi en aluminium de 10 mm d'épaisseur.

Le rendement lorsque  $Z_{Load} = Z_{\eta}$  et la puissance normalisée lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$  de ce dispositif sont affichés sur la Figure 67. La bande de fréquence a été restreinte à la bande de fréquence de meilleur fonctionnement. Il apparaît qu'un rendement de 14% est atteignable alors que la puissance normalisée est au maximum de  $35 \mu\text{W}/\text{V}^2$ . Ainsi, même si le rendement est acceptable, la puissance normalisée étant très faible, l'utilisation de ce système est difficile. Par exemple pour atteindre 1 W de puissance transmise, une tension de 169 V doit être appliquée sur l'émetteur.

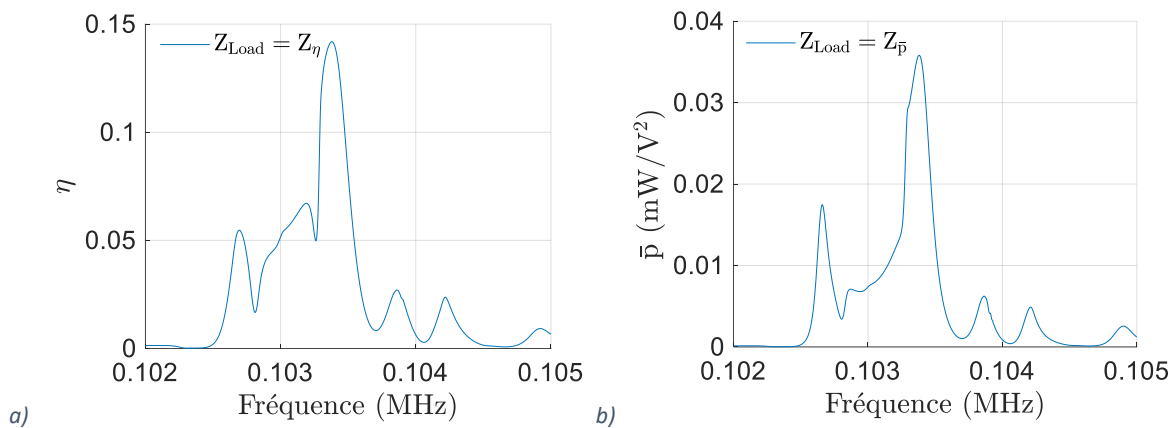


Figure 67 : a) Rendement et b) puissance normalisée pour le dispositif composé d'une paroi en aluminium de 10 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés deux buzzers piézoélectriques.

Dans la section 3.1.1.d, nous avons mis en évidence les fréquences interdites (Figure 50) et justifié leurs causes. Ces fréquences où les performances sont nulles correspondent aux fréquences interdites pour lesquelles les transducteurs piézoélectriques ne peuvent convertir de l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement. Afin de mettre en évidence expérimentalement ces fréquences interdites, les performances atteintes avec la paroi en acier de 55 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés des transducteurs épais de 5 mm et de diamètre 40 mm (voir Figure 68), sont mesurées sur une large bande de fréquences incluant la deuxième et la troisième fréquence de résonance en épaisseur des transducteurs.

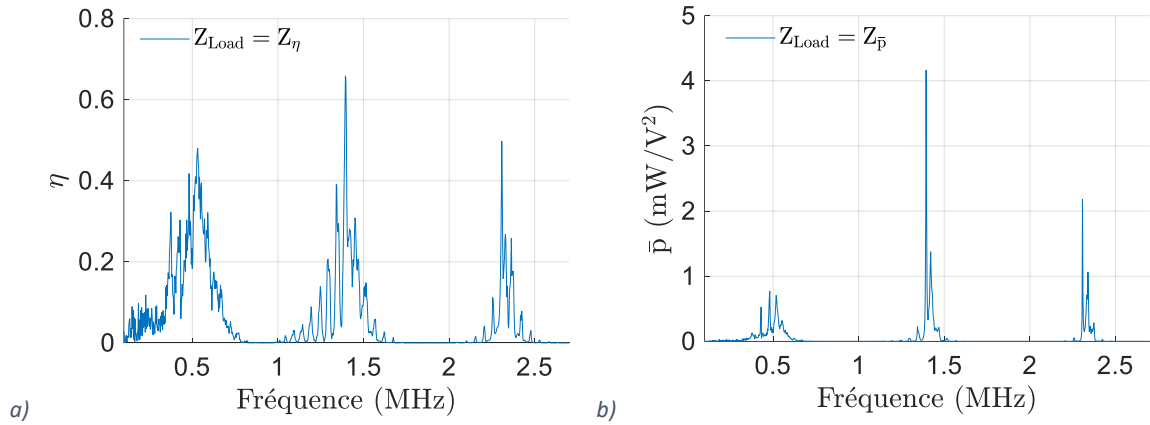


Figure 68 : a) Rendement et b) puissance normalisée pour le dispositif composé d'une paroi en acier de 55 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés des transducteurs piézoélectriques de 5 mm d'épaisseur et avec un diamètre de 40 mm.

Les fréquences interdites apparaissent clairement sur la Figure 68 avec les performances qui croient puis s'annulent à certaines fréquences, périodiquement.

Un autre dispositif est caractérisé. Il est constitué d'une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés deux transducteurs en PIC181 épais de 2.12 mm et de 45 mm de diamètre (voir Figure 69).



Figure 69 : Dispositif constitué de deux transducteurs piézoélectriques en PIC181 de 2.12 mm d'épaisseur et 45 mm de diamètre, collés alignés de part et d'autre d'une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur.

Le rendement et la puissance normalisée obtenus pour ce dispositif sont affichés sur la Figure 70. Les performances calculées à partir du modèle analytique avec la diffraction (MAAD) et avec le modèle par éléments finis (MEF) sont également présentés.

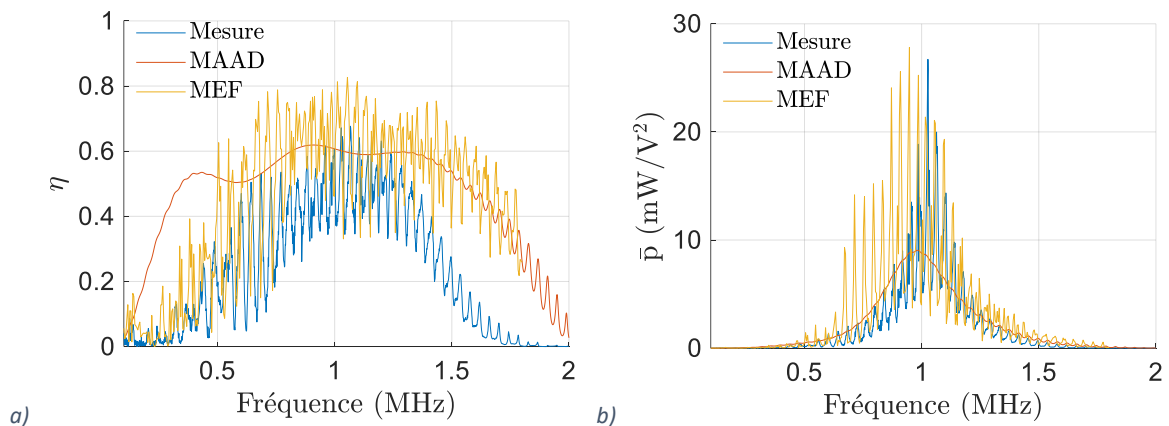


Figure 70 : a) Rendement et b) puissance normalisée, mesurées ou calculées avec le MAAD ou le MEF pour le dispositif constitué de deux transducteurs piézoélectriques en PIC181 de 2.12 mm d'épaisseurs et 45 mm de diamètre, collés alignés de part et d'autre d'une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur.



Il apparaît sur la Figure 70 que le MEF donne des résultats qualitativement comparables à la mesure. Les écarts entre mesure et MEF, comme précisés dans le chapitre précédent, s’expliquent par les écarts de paramètres matériaux en simulation et en mesure. Les différences d’allures inexplicables entre le modèle analytique et le MEF et la mesure, comme discuté dans la partie 2.III.3, sont particulièrement visibles ici.

### 3.II.3. Méthode alternative pour déterminer la matrice d’impédance

Comme nous l’avons montré dans la partie précédente, la caractérisation des systèmes de TPA à partir de leur matrice d’impédance est facile et rapide à mettre en œuvre et donne des résultats précis et complets. Un problème est cependant parfois présent.

En effet, pour mesurer la matrice d’impédance avec le VNA, il est nécessaire d’avoir un accès filaire à l’émetteur et au récepteur. Or, cet accès n’est pas présent in fine, puisque la TPA a pour objectif de le supprimer. Ainsi, pour des mesures in situ où l’accès filaire à l’émetteur et au récepteur n’est pas possible, la caractérisation au VNA est impossible.

Nous avons proposé et breveté une méthode alternative permettant la mesure de la matrice d’impédance sans avoir un accès physique à l’émetteur et au récepteur.

L’idée brevetée consiste à mesurer l’impédance d’entrée du système, car cette mesure ne nécessite qu’un accès à l’émetteur.  $Z_{in}$  est mesurée pour plusieurs charges  $Z_{Load}$  connues, connectées successivement sur le récepteur comme cela est illustré sur la Figure 71.

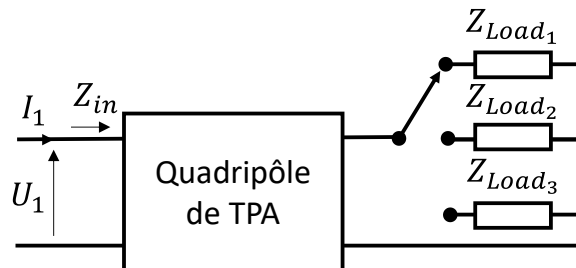


Figure 71 : Mesure de la matrice d’impédance du quadripôle de TPA, à partir de la mesure de l’impédance d’entrée pour trois charges électriques connectées successivement au récepteur.

Nous avons alors :

$$\begin{cases} Z_{in_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{Load_1} + Z_{22}} \\ Z_{in_2} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{Load_2} + Z_{22}} \\ Z_{in_3} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{Load_3} + Z_{22}} \end{cases} \quad 3-46$$

Nous avons ainsi un système à trois équations et trois inconnues ( $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  et  $Z_{22}$ ) qui peut être résolu mathématiquement. Les termes de la matrice d’impédance peuvent ainsi être déterminés.

Cette méthode de mesure alternative, ne nécessitant qu’un accès à l’émetteur présente un intérêt également pour le démarrage à froid des systèmes (pas d’énergie électrique stockée au niveau du

récepteur), puisque la connaissance de la matrice d'impédance permet d'obtenir sans communication entre l'émetteur et le récepteur, la meilleure fréquence de fonctionnement.

#### 3.II.4. Fixation sans colle

Pour les caractérisations réalisées avec le VNA dans la partie 3.II.2, les transducteurs sont collés à la paroi et ne peuvent être déplacés ou réutilisés ultérieurement. Ils sont ainsi potentiellement collés pour une seule mesure qui dure moins de cinq minutes.

Dans cette partie, nous présentons comment réaliser des dispositifs de TPA sans coller les transducteurs à la paroi. Cela permet à la fois de réutiliser les transducteurs pour les utiliser sur d'autres parois mais également d'analyser l'impact de leur positionnement sur la paroi.

Dans un premier temps, nous présentons la caractérisation de plusieurs systèmes mettant en évidence la possibilité de transmettre de la puissance à travers des parois sans coller les transducteurs. Dans un second temps, nous détaillons les désavantages par rapport au collage des transducteurs et présentons une solution intermédiaire : les transducteurs sont collés à la paroi mais peuvent néanmoins être réutilisés ultérieurement.

Différents systèmes déplaçables ont été présentés dans l'état de l'art. Moss et al. [59] proposent l'utilisation d'aimants, sur lesquels sont collés les transducteurs piézoélectriques (nous avons procédé de manière similaire, voir Figure 72) pour pouvoir installer périodiquement le système de TPA sur un avion. La paroi qu'ils étudient étant fines et non-ferromagnétiques, les aimants s'auto-alignent même s'ils sont positionnés de part et d'autre de la paroi. Rezaie et al. [60] utilisent un système de fixation différent (voir la Figure 72 du chapitre 1) afin de plaquer le transducteur à la paroi.

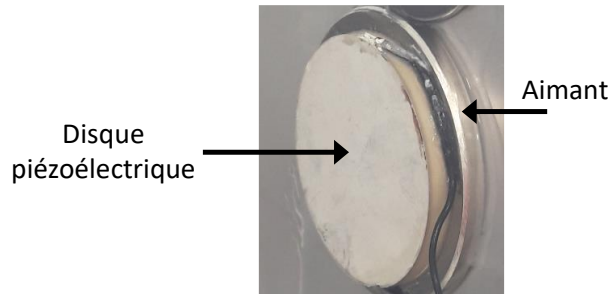


Figure 72 : Disque piézoélectrique collé à un aimant afin de réaliser un dispositif réutilisable de TPA.

Pour ces deux solutions, du couplant acoustique est utilisé. Le couplant acoustique est un fluide ou un gel qui permet d'éviter la présence d'air entre le transducteur et la paroi. L'air ayant une impédance caractéristique de plusieurs ordres de grandeurs inférieure à celle des transducteurs et de la paroi, il réduit de manière drastique la transmission des ondes d'un milieu à l'autre. C'est d'ailleurs pourquoi des couplants acoustiques sont utilisés pour beaucoup d'applications acoustiques telles que les échographes ou les sondes acoustiques pour le contrôle non destructif.

L'intérêt d'utiliser un couplant acoustique est mis en évidence sur la Figure 73a) et b), comparant le rendement et la puissance normalisée obtenus lorsque des transducteurs avec aimant (voir Figure 72) sont placés alignés de part et d'autre d'une paroi en acier épaisse de 1.2 mm (voir Figure 73c)) avec ou sans couplant acoustique.

Avec du couplant acoustique, des rendements de 80% pouvant être obtenus. L'ajout d'une épaisseur de matériau (l'aimant) entre le transducteur et la paroi n'entraîne donc pas de chute trop importante des performances.

Malgré la force importante de l'aimant sur la paroi, la gravité combinée à la lubrification apportée par le couplant acoustique entraîne un glissement du dispositif. Afin d'éviter ce glissement et pour maintenir en positions les transducteurs, un autre aimant, placé sur la paroi sans couplant a été utilisé (en bas sur la Figure 73c).

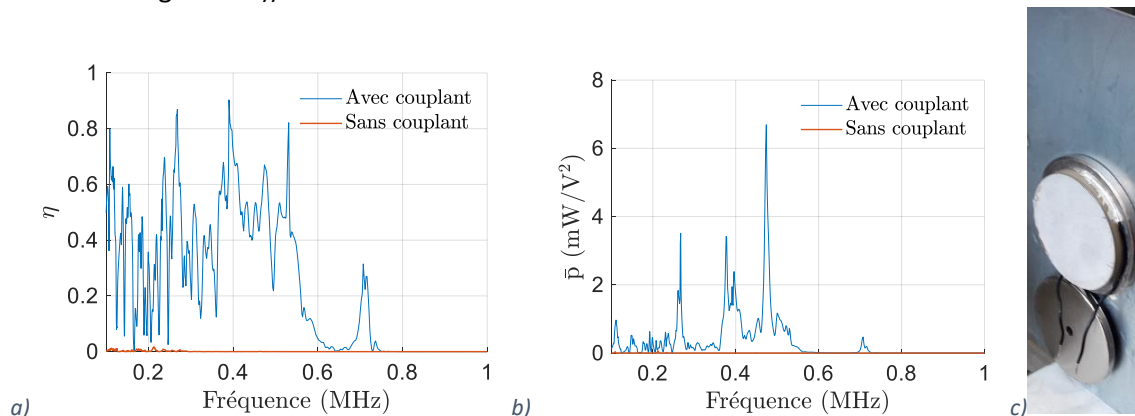


Figure 73 : a) Rendement et b) puissance normalisée avec et sans couplant acoustique, lorsque les transducteurs avec aimants sont placés de part et d'autre d'une paroi en acier de 1.2 mm d'épaisseur présentée en c).

Différentes substances ont été utilisées comme couplants acoustiques. Certaines sont des couplants acoustiques vendus comme tel, d'autres sont des produits qui ont été déviés de leur fonction première (Figure 74). La graisse silicone a été sélectionnée car elle permet d'obtenir des performances équivalentes aux couplants acoustiques du commerce et car contrairement à ces couplants, elle n'est pas à base d'eau ce qui permet même après plusieurs jours un déplacement des aimants sans « grippages » sur la paroi.



Figure 74 : Produit du commerce, dérivé de sa fonction première pour servir de couplant acoustique. Cette substance est peu chère, dédiée à l'acier et donne des performances comparables aux couplants acoustiques du commerce.

L'utilisation du système avec l'aimant a été préalablement étudié car nous pensions qu'une force appuyant les transducteurs contre la paroi était nécessaire pour transmettre de la puissance. Nous avons néanmoins testé une solution alternative sans maintien d'une force d'appui.

Dans un premier temps, les transducteurs sont plaqués contre la paroi à l'aide d'un serre-joint. Celui-ci est ensuite retirés et les transducteurs sont maintenus contre la paroi par un effet de succion causé par le couplant acoustique. Cependant, comme avec les aimants, il faut maintenir en position les transducteurs afin d'éviter leur glissement. Cela est fait ici avec des cales (les pièces rouges sur la Figure 75).

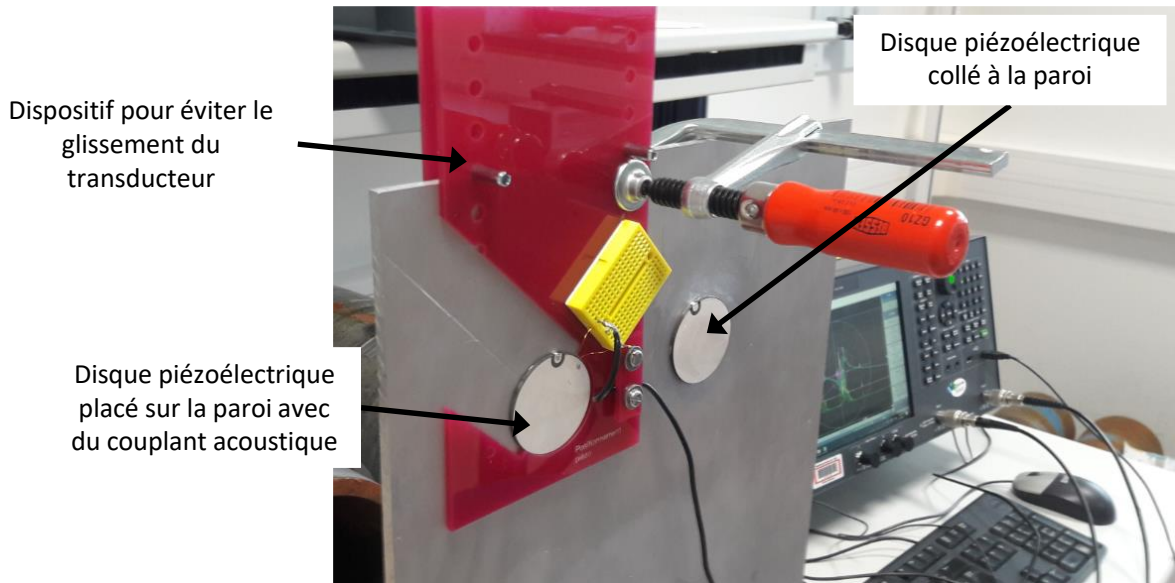


Figure 75 : Paroi en aluminium épaisse de 6 mm, sur laquelle sont positionnés deux dispositifs de TPA. A gauche avec du couplant acoustique et à droite avec de la colle. Les transducteurs sont en PIC181, épais de 2 mm et de 45 mm de diamètre.

Le rendement et la puissance normalisée obtenus pour le dispositif présenté en Figure 75 sont tracés sur la Figure 76. Les performances obtenues ne sont pas aussi bonnes que celles obtenues lorsque les transducteurs sont collés à la paroi mais restent néanmoins comparables pour les meilleures fréquences de fonctionnement.

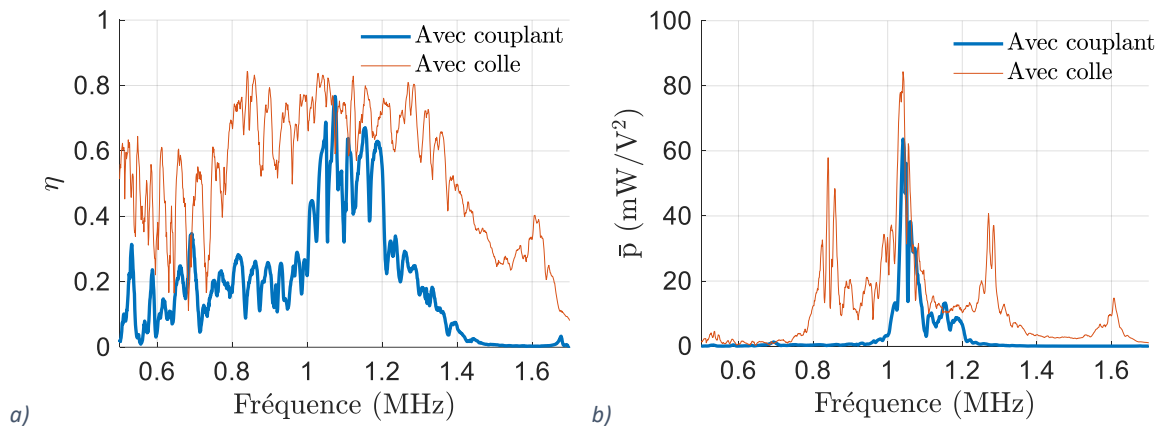


Figure 76 : a) Rendement lorsque  $Z_{Load} = Z_{\eta}$  et b) puissance normalisée lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$  lorsque les transducteurs sont placés de part et d'autre d'une paroi en aluminium de 6 mm d'épaisseur, avec entre les transducteurs et la paroi du couplant acoustique ou de la colle.

Comme cela apparaît sur la Figure 73 et la Figure 76, il est possible de transmettre de la puissance sans coller les transducteurs à la paroi, avec ou sans force d'appui. Cette technique est rapide à mettre en œuvre et a par exemple été utilisée pour obtenir rapidement des premiers ordres de grandeurs de rendements de TPA à travers un pare-brise de voiture pour les différentes configurations présentées sur la Figure 77.



Figure 77 : Différentes configurations testées sans collage, pour évaluer les performances de TPA à travers un pare-brise.

Les performances mesurées pour ces différentes configurations sont données en Figure 78. Il apparaît que l'utilisation de transducteurs alignés permet de transmettre de la puissance, ce qui n'est pas possible lorsque les transducteurs sont éloignés.

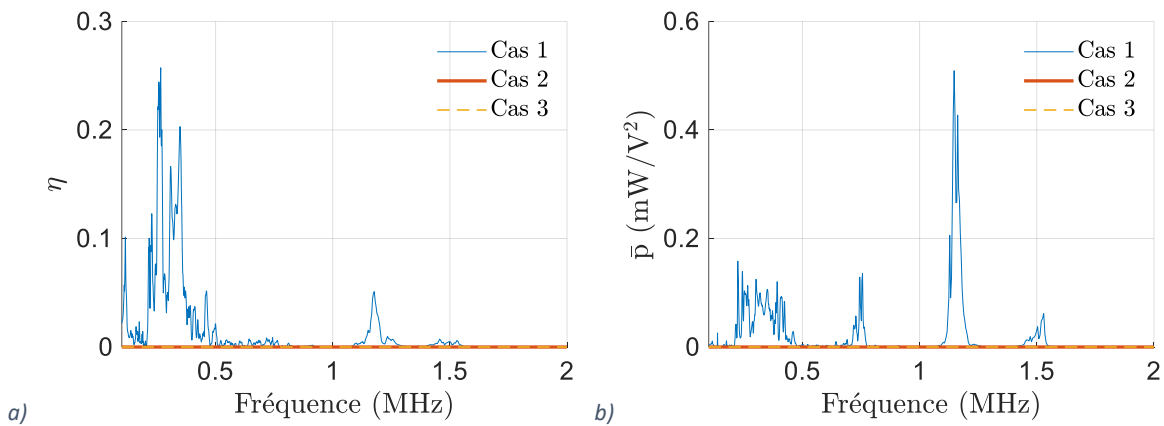


Figure 78 : a) Rendement lorsque  $Z_{Load} = Z_{\eta}$  et b) puissance normalisée lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$  pour les trois cas présentés sur la Figure 77.

La transmission de faible puissance avec des systèmes non-collés a été établie dans l'état de l'art et nous sommes arrivés à la même conclusion. Lorsque les transducteurs sont collés à la paroi, de fortes puissances peuvent être transmises en augmentant seulement la tension d'entrée. Wilt et al. transmettent ainsi plus de 100 W [93]. La transmission de fortes puissances n'ayant pas été traitée pour les transducteurs non collés, nous nous y sommes intéressés.

Pour cela, nous avons mesuré la puissance transmise avec les disques collés aux aimants et positionnés de part et d'autre d'une paroi en acier de 1.2 mm d'épaisseur. Ces mesures sont réalisées en fonction du temps et pour plusieurs niveaux de puissances d'entrée. Pour générer de fortes puissances, nous avons utilisé l'amplificateur de puissance ENI 3200L (Figure 79).



Figure 79 : Amplificateur de puissance RF ENI 3200L.

Les résultats obtenus sont affichés sur la Figure 80.

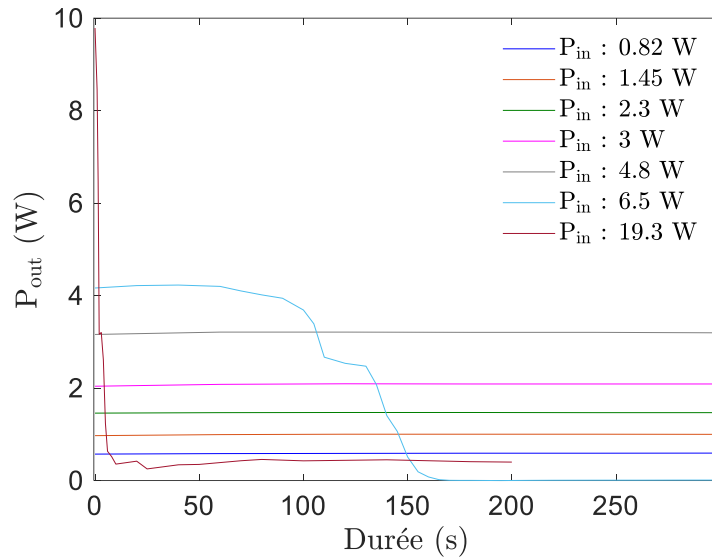


Figure 80 : Puissance transmise en fonction du temps pour différentes valeurs de puissances entrant dans le système.

Sur la Figure 80, il apparaît que lorsque la puissance d'entrée reste assez faible, la puissance transmise n'évolue pas avec le temps. Cependant, au-delà d'un certain niveau de puissance entrant dans le système, la puissance transmise chute rapidement. Lors de ces tests, après quelques secondes d'arrêt, il était possible de transmettre à nouveau une puissance importante avant qu'elle ne chute rapidement à nouveau.

Deux principales causes à cette chute de puissance ont été proposées :

- L'augmentation en température de certains composants
- Une non-linéarité présente à forte amplitude

Afin de tester l'hypothèse de l'augmentation de température, nous avons placé le système de TPA dans une enceinte climatique et caractérisé ses performances en fonction de la température de l'enceinte. La Figure 81a) présente le rendement obtenu pour différentes températures. Il apparaît clairement que la température fait varier la puissance transmise, même en petit signal.

Après avoir remplacé le couplant acoustique par de la colle, les mêmes mesures en températures ont été réalisées (Figure 81b)). Il apparaît clairement que dans ce cas l'impact de la température sur le rendement est bien moins marqué.

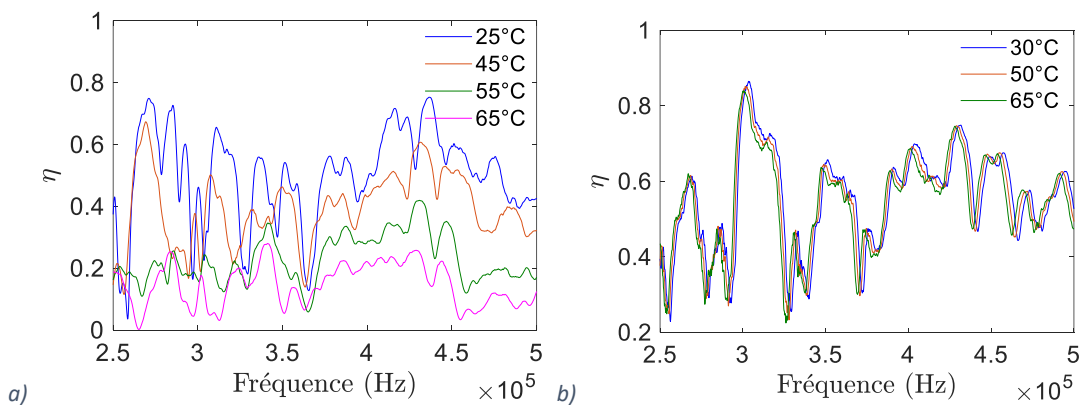


Figure 81 : Rendement mesuré pour différentes températures avec a) du couplant acoustique et b) de la colle.

Des mesures ultérieures à fortes puissances avec les transducteurs collés ont été réalisées. Dans ce cas, les chutes de puissances de la Figure 80 n'ont pas été observées ce qui confirme que la chute en puissance est bien causée par l'augmentation rapide en température du couplant acoustique.

Un autre défaut à ne pas coller les transducteurs est mis à jour lorsque l'on s'intéresse aux termes  $Z_{11}$  ou  $Z_{22}$  de la matrice d'impédance. La Figure 82, compare trois cas, l'impédance  $Z_{11}$  mesurée sur la paroi en acier de 55 mm (Figure 83) :

- Lorsque le montage disque piézoélectrique + aimant n'est pas placé sur la paroi (i.e. il est en l'air)
- Lorsque le montage disque piézoélectrique + aimant est placé sur la paroi avec du couplant acoustique
- Lorsque le montage disque piézoélectrique + aimant est collé sur la paroi

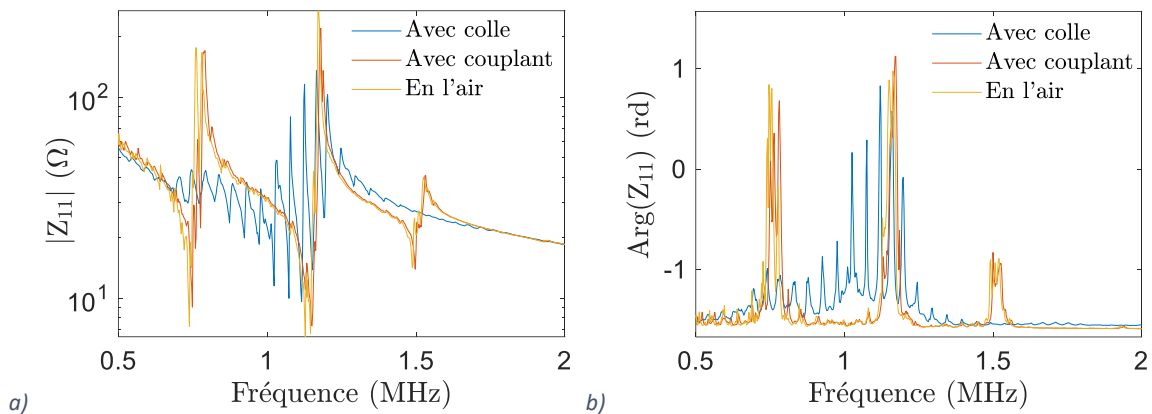


Figure 82 : a) Module et b) phase de  $Z_{11}$  mesurés lorsque le transducteur est collé à la paroi, collé sur un aimant placé sur la paroi avec du couplant acoustique, collé sur un aimant le tout en contact avec rien (i.e. l'air). La paroi est en acier et est épaisse de 55 mm.

Il apparaît sur la Figure 82 que les résonances de la paroi (espacées de 45 kHz environ) sont visibles sur la mesure d'impédance lorsque le transducteur est collé à la paroi mais pas du tout quand du couplant acoustique est utilisé. Par ailleurs les mesures d'impédance lorsque le transducteur est positionné avec du couplant sur la paroi ou non sur la paroi (i.e. en l'air) sont quasiment identiques. Ces mesures montrent que l'utilisation de couplant acoustique, même avec une force d'appui importante, ici générée par l'aimant, ne permet pas un bon couplage entre transducteurs et paroi.

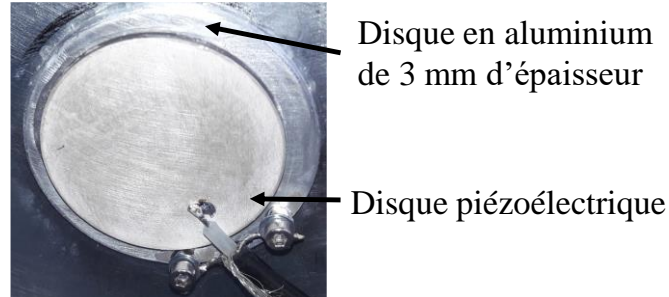


Figure 83 : Disque piézoélectrique de 45 mm de diamètre et épais de 2 mm en PIC18, collé sur un aimant placé avec du couplant acoustique sur une paroi ferromagnétique en acier épaisse de 55 mm.

Ainsi, l'utilisation d'un couplant acoustique permet de transmettre de la puissance à travers des parois mais ne permet pas la transmission de fortes puissances à cause de la hausse rapide en température

du couplant acoustique. L'utilisation d'un couplant acoustique ne permet pas non plus d'avoir un aussi bon couplage entre transducteurs et paroi qu'en utilisant de la colle.

Une solution alternative, étudiée brièvement, consiste à coller les transducteurs sur un disque en métal intermédiaire (voir Figure 84). Cette structure peut alors être collée à une paroi et en être décollée sans endommager le transducteur, en appliquant un coup sec sur le disque en métal. Cette solution permet d'avoir un bon couplage entre transducteurs et paroi, de transmettre des niveaux de puissance importants et la réutilisation des transducteurs sur plusieurs parois.



*Figure 84 : Système collable/décollable et réutilisable composé d'un disque piézoélectrique collé sur un disque en aluminium de plus grand diamètre.*

Ce travail sur l'étude de solution sans couplage a été présenté à la conférence internationale Power MEMS 2019 [96].

Une solution avec un couplant acoustique sec a été très récemment publiée [61]. L'étude réalisée ici pour les couplant acoustiques de type gel mériterait d'être étendue pour les couplants acoustiques secs afin d'identifier si la puissance transmise et le couplage à la paroi sont aussi limités.



### 3.III. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux critères de mérite permettant de comparer les dispositifs de TPA. Le rendement est un critère couramment utilisé en TPA mais ne permet pas d'établir le niveau de puissance transmise et est donc insuffisant. C'est pourquoi nous avons introduit la puissance normalisée. Ces deux critères dépendent de la fréquence et de la charge électrique connectée sur le récepteur.

La méthode de caractérisation des dispositifs des systèmes de TPA présentée ici est basée sur leur matrice d'impédance. Il est possible, à partir de cette matrice, de déterminer en une seule mesure ou simulation, le rendement et la puissance normalisée quelle que soit la charge électrique connectée sur le récepteur. Cela limite grandement le nombre de simulations/mesures nécessaires pour caractériser et comparer les différents dispositifs. Par ailleurs, des formules analytiques ont été établies et permettent de déterminer directement les valeurs d'impédances maximisant le rendement  $Z_{\eta}$  ou la puissance normalisée  $Z_{\bar{p}}$ .

Cette méthode, valable pour tout quadripôle électrique linéaire a été validée en mesure. Plusieurs dispositifs expérimentaux ont ainsi pu être caractérisés mettant en évidence plusieurs points, comme par exemple, les fréquences interdites auxquelles il n'est pas possible de transmettre de la puissance.

Enfin, une méthode consistant à remplacer la colle par du couplant acoustique a été étudiée. Cette méthode permet de déplacer les transducteurs piézoélectriques sur la paroi et de les réutiliser. Nous avons montré que le couplant acoustique limite la puissance qui peut être transmise par rapport à de la colle, à cause notamment, de sa rapide montée en température. Une méthode alternative, consistant à coller les transducteurs sur un disque métallique intermédiaire avant de les coller à la paroi a finalement été proposée. Cette méthode alternative permet de redécoller, via un choc mécanique, le dispositif de la paroi sans endommager le disque piézoélectrique.

L'optimisation électrique ayant été réalisée dans ce chapitre, l'optimisation du canal électro-acoustique des systèmes de TPA peut être réalisée sans être biaisée par un choix non-optimal de la charge électrique. Ce travail est l'objet du chapitre 4.

## Chapitre 4 - Optimisation mécanique

L'objectif de ce chapitre est de réaliser l'optimisation du canal électro-acoustique afin d'améliorer les performances de transmission de puissance électrique (i.e. le rendement et la puissance normalisée) à travers les parois. Pour cela, le modèle analytique détaillé dans le chapitre 2 est utilisé pour modéliser le système. L'optimisation électrique, telle que détaillée dans le chapitre 3 permet alors d'évaluer le maximum de rendement et de puissance normalisée de chaque système.

Dans ce chapitre, nous allons étudier le rendement maximal imposé par la paroi ainsi que l'impact des dimensions des transducteurs et de leur matériau sur le rendement et la puissance normalisée pour la configuration habituelle (i.e. deux transducteurs collés directement sur une paroi, voir Figure 85a)).

Trois techniques : (i) l'utilisation d'une couche intermédiaire (Figure 85b)), (ii) l'empilement de transducteurs (Figure 85c)) et (iii) l'utilisation de contre-masses (Figure 85d)) identifiées dans l'état de l'art comme pouvant améliorer la TPA, vont également être étudiées en détail. Ces trois techniques, utilisées dans d'autres domaines de l'acoustique, n'ont pas été traitées de manière exhaustive pour la TPA. Nous proposons ici une analyse approfondie de chacune de ces configurations afin de conclure sur leurs utilités pour la TPA.

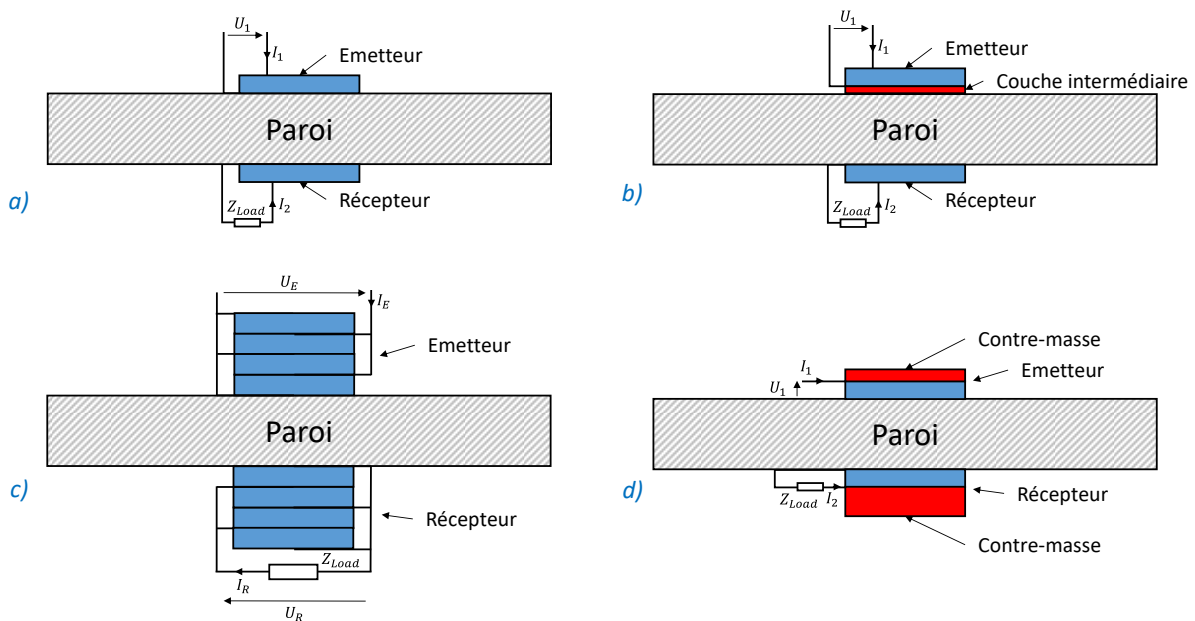


Figure 85 : Les différents systèmes de TPA étudiés dans ce chapitre. a) Système standard, les disques piézoélectriques sont collés directement sur la paroi. b) Couche intermédiaire. c) Empilement de disques piézoélectriques. d) Utilisation de contre-masses.

L'élément de base de la TPA est la paroi. Celle-ci est étudiée dans la première partie de ce chapitre. La deuxième partie donne les conditions pour lesquelles l'épaisseur de la colle peut être négligée. La troisième partie se concentre sur l'impact des dimensions des transducteurs piézoélectriques et sur la comparaison des différents matériaux piézoélectriques. Dans la quatrième partie, nous montrons que la puissance transmise dans la configuration habituelle (i.e. deux transducteurs collés de part et d'autre d'une paroi) pourrait être grandement améliorée. L'analyse de l'utilisation d'une couche intermédiaire, d'empilements de disques piézoélectrique et de contre-masses sont détaillées dans la cinquième partie.

Dans ce chapitre, les éléments nouveaux proposés durant cette thèse par rapport à l'état de l'art sont :

- La borne supérieure du rendement de la paroi et des transducteurs
- Deux critères de comparaison des matériaux piézoélectriques pour la TPA
- Une méthode de dimensionnement des transducteurs simplifiée
- L'étude approfondie :
  - o De l'utilisation d'une couche intermédiaire
  - o Des empilements de transducteurs
  - o De contre-masses

#### 4.1. Borne supérieure du rendement de la paroi

La TPA étudiée dans cette thèse consiste à transmettre de la puissance électrique à travers une paroi. La paroi constitue donc l'élément de base, celui autour duquel est construit le système de TPA. Ainsi, les pertes qui ont lieu dans la paroi, même si elles peuvent être minimisées comme nous le verrons par la suite, ne peuvent être totalement évitées et fixent une limite au rendement du système de TPA.

Dans cette section nous allons calculer la borne supérieure du rendement de la paroi, c'est-à-dire obtenir à chaque fréquence la valeur maximale que pourrait atteindre mais ne peut dépasser le rendement de la paroi. L'objectif est d'obtenir rapidement des informations clés, telles que :

- La bande de fréquence préférentielle à laquelle il faut travailler.
- Le diamètre minimal des transducteurs.

Ces informations permettent ainsi de savoir de manière catégorique quelles dimensions et quelles fréquences ne répondront pas au cahier des charges en termes de rendement.

Dans un premier temps, nous montrons pourquoi le rendement de la paroi fixe une limite maximale au rendement global du système de TPA puis nous détaillerons comment calculer la borne supérieure du rendement de la paroi.

Le canal électro-acoustique tel que modélisé analytiquement dans cette thèse, peut être vu comme un enchaînement de quadripôles (Figure 86). En effet, le comportement de chaque élément du système est modélisé de façon à établir les liens entre les quatre variables d'intérêts. Il y en a deux par port et elles dépendent de la nature du port :

- Si le port est électrique : courant et tension
- Si le port est mécanique : force et vitesse

Certains des quadripôles composant le système sont mixtes électrique/mécanique, comme c'est le cas pour l'émetteur et le récepteur. D'autres quadripôles sont purement mécaniques, comme c'est le cas pour la paroi. L'enchaînement de ces quadripôles forme un quadripôle électrique, le canal électro-acoustique.

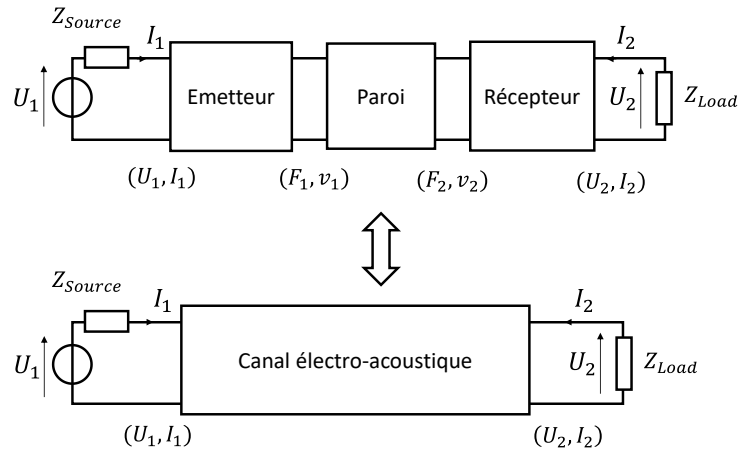


Figure 86: Système de TPA, vu comme un enchainement de quadripôle.

La puissance passe à travers chaque quadripôle et nous pouvons exprimer le rendement global de transmission de puissance en fonction du rendement de chaque couche composant le canal électro-acoustique :

$$\eta = \eta_{\text{émetteur}} \times \eta_{\text{paroi}} \times \eta_{\text{récepteur}} \quad 4-1$$

Le rendement de chaque couche étant limité à 1, le rendement de la paroi fixe une limite au rendement global du système :

$$\eta \leq \eta_{\text{paroi}} \quad 4-2$$

Ainsi, connaître la borne supérieure du rendement de la paroi,  $\eta_{\text{paroi}}^{\text{sup}}$ , fixe une limite supérieure au rendement du système de TPA puisque :

$$\eta \leq \eta_{\text{paroi}} \leq \eta_{\text{paroi}}^{\text{sup}} \quad 4-3$$

$\eta_{\text{paroi}}^{\text{sup}}$  peut être calculé de deux manières différentes :

- En utilisant la formule du rendement (équation 3-10) et de détermination de la charge le maximisant (équation 3-31) établies pour les quadripôles électriques et ne nécessitant que la matrice d'impédance du quadripôle. Ces formules sont tout à fait applicables aux quadripôles mécaniques, comme la paroi. La matrice d'impédance lie alors les forces sur les deux ports aux vitesses sur les deux ports et l'impédance de charge correspond à une impédance mécanique.
- En développant les équations du modèle analytique.

La première méthode présente l'avantage d'être très générale mais ne permet pas, comme c'est le cas pour la seconde méthode, de réaliser des normalisations dans les paramètres. Nous allons donc ici établir  $\eta_{\text{paroi}}^{\text{sup}}$  en développant les équations du modèle analytique.

$\eta_{\text{paroi}} = \eta_{\text{paroi}}^{\text{sup}}$  lorsque les pertes mécaniques dans la paroi sont minimales, c'est-à-dire lorsque le nombre d'allers et de retours effectués par l'onde dans la paroi est minimal. En effet, à cause de la diffraction et des pertes, modélisées par le facteur de qualité, l'onde s'atténue au fur et à mesure qu'elle progresse dans un milieu.

Le nombre d'allers dans la paroi est minimum quand il est égal à 1. C'est à dire quand l'onde est totalement transmise au récepteur en une seule fois, ce qui correspond à un aller simple. Il n'y a alors pas de réflexion à l'interface paroi/récepteur. S'il n'y a pas de réflexion, il n'y a dans la paroi qu'une onde progressive, allant de l'émetteur vers le récepteur. Nous avons alors conformément à l'équation 2-33 :

$$F(z, t) = \widetilde{Z}_m \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial t} \quad 4-4$$

En remplaçant la force par la pression multipliée par la surface (au signe près en fonction de la convention des forces, Figure 22), nous obtenons aux extrémités de la paroi :

$$\begin{cases} F_g^+ = p_g^+ S = \widetilde{Z}_m v_g^+ \\ F_d^+ = -p_d^+ S = -\widetilde{Z}_m v_d^+ \end{cases} \quad 4-5$$

Nous savons par ailleurs que la puissance mécanique active entrant dans la paroi est donnée par :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \Re(F_g v_g^*) \quad 4-6$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{1}{2} \Re(\widetilde{Z}_m) |v_g^+|^2 \quad 4-7$$

Nous avons la puissance sortant à l'autre extrémité de la paroi donnée par :

$$P_{out} = \frac{1}{2} \Re(F_d v_d^*) \quad 4-8$$

$$\Rightarrow P_{out} = \frac{1}{2} \Re(\widetilde{Z}_m) |v_d^+|^2 \quad 4-9$$

Il vient ainsi :

$$\eta_{paroi}^{sup} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \left| \frac{v_d^+}{v_g^+} \right|^2 \quad 4-10$$

Lorsque la paroi est modélisée avec le MASD et que la diffraction n'est pas prise en compte. Le ratio des vitesses est égal au ratio des positions donné en équation 2-29 pour le MASD (numérateur et dénominateur multipliés par  $j\omega$ ). Nous avons donc :

$$\eta_{paroi_{MASD}}^{sup} = \left| e^{\mathfrak{J}(\frac{\omega}{c})h} \right|^2 \quad 4-11$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur de l'équation 4-10 par  $\widetilde{Z}_m/S$ , il vient :

$$\eta_{paroi}^{sup} = \left| \frac{p_d^+}{p_g^+} \right|^2 \quad 4-12$$

Lorsque la paroi est modélisée avec le MAAD et prend en compte la diffraction, nous avons alors :

$$\eta_{paroi_{MAAD}}^{sup} = |\hat{p}_{MAAD}|^2 \quad 4-13$$

Avec  $\hat{p}$  qui est calculé à partir de l'équation 2-44. Pour rappel, nous avons :

$$\hat{p}_{MAAD} = e^{-j\tilde{\beta}h} \left( 1 - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j\tilde{\beta}\sqrt{h^2+4a^2\cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta \right) \quad 4-14$$

Avec  $h$  l'épaisseur de la paroi,  $a$  le rayon des transducteurs et  $\tilde{\beta}$  le nombre d'onde.

Sur la Figure 87, nous affichons  $\eta_{paroi_{MASD}}^{sup}$  et  $\eta_{paroi_{MAAD}}^{sup}$  pour différents diamètres d'excitation pour une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur avec un facteur de qualité de 1000. Le diamètre des transducteurs est pris en compte (i.e. diamètre d'excitation) mais pas les transducteurs eux-mêmes :  $\eta_{paroi}^{sup}$  est calculé pour un diamètre de transducteur, et fixe la limite du rendement quelles que soient les autres caractéristiques des transducteurs.

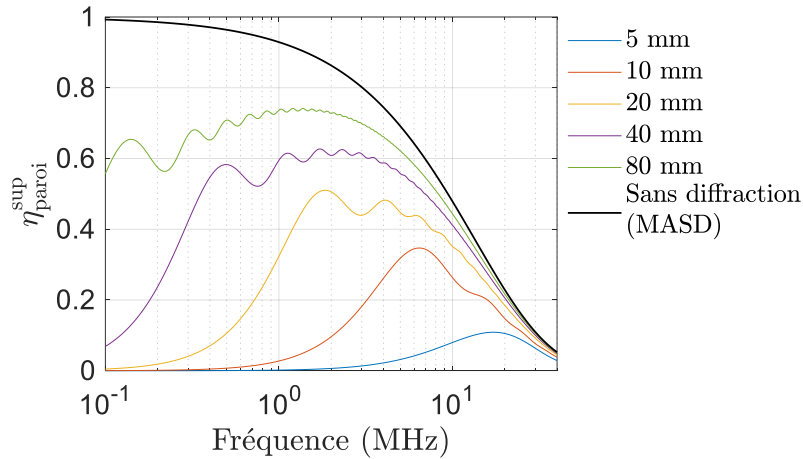


Figure 87: Borne supérieure du rendement de la paroi en aluminium de 73 mm d'épais et de facteur de qualité de 1000, en fonction de la fréquence et pour différents diamètres de transducteurs.

Il apparaît sur la Figure 87, que lorsque la diffraction est prise en compte, quel que soit le diamètre des transducteurs, l'allure des courbes est assez semblable. Le rendement maximal dans la paroi augmente avec la fréquence dans un premier temps avant de diminuer. L'augmentation initiale du rendement s'explique par la diffraction. En effet, plus la fréquence augmente, plus la longueur d'onde diminue et plus le faisceau d'onde généré est directif, limitant ainsi l'énergie qui n'arrive jamais au récepteur. Par ailleurs, à fréquence fixée, augmenter le diamètre des transducteurs permet également d'augmenter la directivité. C'est pourquoi le rendement augmente avec le diamètre des transducteurs.

A la diffraction s'ajoutent les pertes par dissipation dans le matériau. Celles-ci entraînent un comportement inverse, une diminution du rendement avec la fréquence. Il apparaît clairement avec la courbe en noire, décrivant le comportement d'une couche modélisée sans diffraction, que la diffraction n'est pas responsable de cette diminution mais bien les pertes introduites avec le facteur de qualité.

Notons que  $\eta_{paroi} = \eta_{paroi}^{sup}$  uniquement si l'impédance mécanique vue par la paroi à son interface côté récepteur correspond à l'impédance mécanique maximisant le rendement. Ainsi,  $\eta_{paroi}$  est nécessairement inférieur ou égal aux valeurs de  $\eta_{paroi}^{sup}$  tracées ici.

Les résultats présentés sur la Figure 87 donnent des indications quantitatives pour une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur. Nous allons maintenant étendre ces résultats de façon à ce qu'il soit possible de tirer les mêmes conclusions sans avoir à refaire de simulations, et ce, quels que soient les paramètres de la paroi (i.e. matériau et épaisseur). Pour cela, il est nécessaire de faire disparaître les paramètres propres à chaque paroi : l'épaisseur de la paroi, la vitesse de propagation des ondes dans la paroi et le diamètre des transducteurs. Les changements de variable réalisés dans la partie 2.1.2.d du chapitre 2 sont repris. En remplaçant l'expression de  $\hat{p}_{MASD}$  donnée en équation 2-67 dans l'équation 4-12, il vient :

$$\eta_{paroi_{MASD}}^{sup} = e^{-\frac{2N}{Q}} \quad 4-15$$

La borne supérieure du rendement avec le MASD ne dépend que de  $N$  et de  $Q$ .

En remplaçant l'expression de  $\hat{p}_{MAAD}$  de l'équation 2-70 dans l'équation 4-12, il vient :

$$\hat{p}_{MAAD} = e^{-j2\pi N(1-\frac{j}{2Q})} \left( 1 - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-j2\pi N(1-\frac{j}{2Q})\sqrt{1+4Y^2 \cos^2(\theta)}} \sin^2(\theta) d\theta \right) \quad 4-16$$

En utilisant cette expression de  $\hat{p}_{MAAD}$  en fonction de  $N$ ,  $Y$  et  $Q$  dans l'équation 4-13, l'expression de  $\eta_{paroi_{MAAD}}^{sup}$  est obtenue. La Figure 88 présente  $\eta_{paroi}^{sup}$  en fonction de  $N$ , pour  $Q = 1000$  et pour différentes valeurs de  $Y$ .

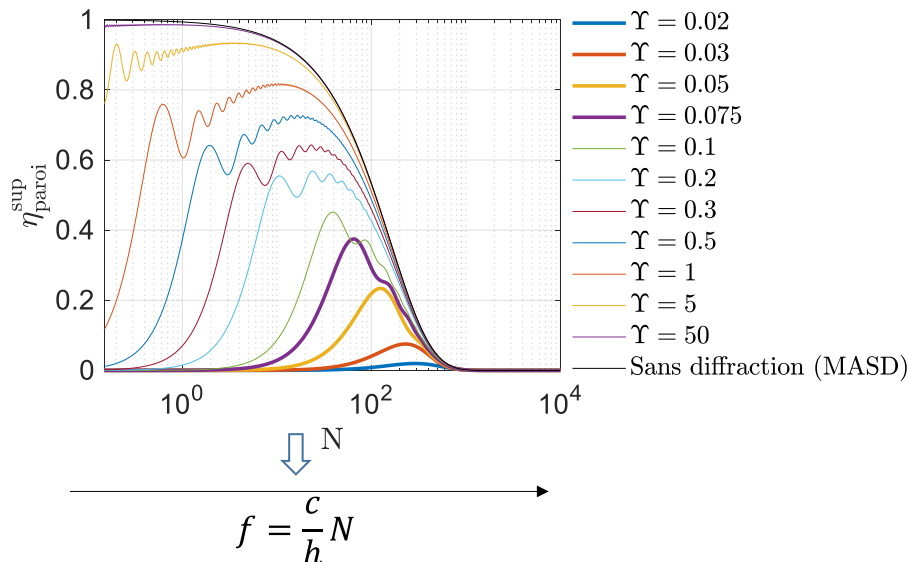


Figure 88: Borne du rendement de paroi en fonction du nombre de longueurs d'onde dans l'épaisseur ( $N$ ) et pour différentes valeurs du ratio rayon sur épaisseur ( $Y$ ). Le facteur de qualité ( $Q$ ) est de 1000.

Pour obtenir  $\eta_{paroi}^{sup}$  d'une paroi particulière et avec un diamètre de transducteur donné à partir de la Figure 88, il s'agit de déterminer la valeur de  $Y$  associée aux dimensions et de convertir l'axe des abscisses pour passer du nombre de longueurs d'onde à la fréquence.

Cette figure nous indique le nombre de longueurs d'onde dans l'épaisseur maximal. Par exemple, plus de 100 longueurs d'onde ne permettront pas d'avoir un rendement supérieur à 50% lorsque le facteur de qualité est de 1000. Elle nous indique également la borne du rendement en fonction de  $Y$ , et cela indépendamment des paramètres matériau de la paroi. Nous pouvons voir, par exemple, que si  $Y = 0.05$ , le rendement ne pourra pas dépasser 23%. Il apparaît également que le nombre de longueurs d'onde doit être compris entre 90 et 165 pour que le rendement puisse dépasser 90% de ces 23% (i.e. 20.7%). Ces informations sont très intéressantes lorsqu'il est nécessaire de minimiser le diamètre des transducteurs. C'est pourquoi le Tableau 10 recense le rendement maximal atteignable pour un grand nombre de  $Y$  ainsi que la bande de longueurs d'onde permettant d'atteindre 90% de cette valeur de rendement.

Tableau 10 : Rendement maximal et nombre de longueurs d'onde permettant d'atteindre plus de 90% du rendement maximal, pour différentes valeurs du ratio rayon des transducteurs sur épaisseur de la paroi. Le facteur de qualité est fixé ici à 1000.

$Y = a/h$	Maximum de rendement (%)	Limite basse de $N$ pour être à 90% du rendement maximum	Limite haute de $N$ pour être à 90% du rendement maximum
0.01	0.13	222	433
0.02	0.2	217	377
0.03	7.5	167	303
0.04	15.5	126	218
0.05	23.3	90	165
0.06	30	71	121
0.08	40	45	73
0.1	45	30	52
0.15	52	13	67
0.25	61	12	60
0.5	72	4	47
1	82	2	39
5	93	0.15	25
50	98.5	<0.1	20

Pour que le rendement puisse potentiellement atteindre 45%, il faut que le ratio rayon sur épaisseur de paroi ( $Y$ ) soit supérieur à 0.1. Ainsi, pour la paroi d'aluminium de 73 mm d'épaisseur, le rayon des transducteurs doit être supérieur à 7.3 mm. Avec des transducteurs d'un tel diamètre, et sachant que la vitesse des ondes longitudinales ( $c$ ) dans l'aluminium est de 6200 m/s, la fréquence doit être comprise entre  $6200 \cdot 30 / 0.073 = 2.5$  MHz et  $6200 \cdot 52 / 0.073 = 4.4$  MHz pour espérer dépasser 90% des 45% (i.e. 40.5%) de rendement maximum.

En Annexe - 11, sont donnés les tableaux et les courbes pour d'autres valeurs de facteur de qualité de la paroi ( $Q=100, 500$  et  $2000$ ).

Dans cette partie, nous avons vu comment la paroi limite le rendement global du système et déterminé la borne supérieure du rendement imposée par la paroi. Nous allons maintenant étudier l'impact des couches de colle.



## 4.II. Impact de la colle

La colle, placée entre les transducteurs et la paroi correspond à une couche intermédiaire telle qu'illustrée sur la Figure 85a). Comme nous le verrons dans la partie 4.V.1, de telles couches peuvent avoir un impact très important sur le comportement du système. Cependant, sous certaines conditions, ces couches peuvent aussi n'avoir qu'un très faible impact et être négligées. C'est le cas lorsque leur épaisseur est suffisamment fine au regard de la longueur d'onde. Ce résultat est démontré dans l'Annexe - 12.

Pour avoir une idée de l'épaisseur de la colle utilisée (i.e. de l'époxy conductrice CW2400), nous avons collé ensemble deux pièces planes en polyoxyméthylène, POMc. Ce matériau est réputé très difficile à coller et en effet, après collage les plaques se sont décollées facilement. La colle est alors restée collée, par zones, sur l'une ou l'autre des plaques (Figure 89). La mesure au micromètre de la différence de hauteur entre les zones avec et sans colle a permis d'estimer l'épaisseur de colle à moins de 20  $\mu\text{m}$ .

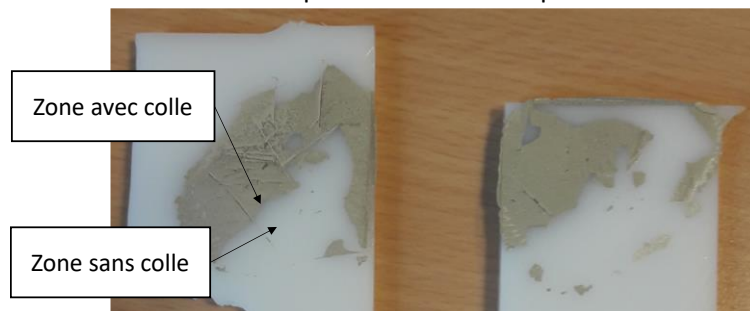


Figure 89 : Plaques en POMc utilisées pour estimer l'épaisseur d'époxy conductrice utilisée (CW2400).

Afin de montrer que de telles épaisseurs de colles sont négligeables aux fréquences de fonctionnement utilisées durant cette thèse, nous présentons sur la Figure 90 les performances pour plusieurs épaisseurs de colles. La configuration simulée est constituée de la paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur sur laquelle sont collés des transducteurs en PIC181 de 2.12 mm d'épaisseur et de 45 mm de diamètre. Les paramètres matériaux des éléments utilisés dans la modélisation sont indiqués dans le Tableau 9. Les paramètres de la colle sont tirés de [26].

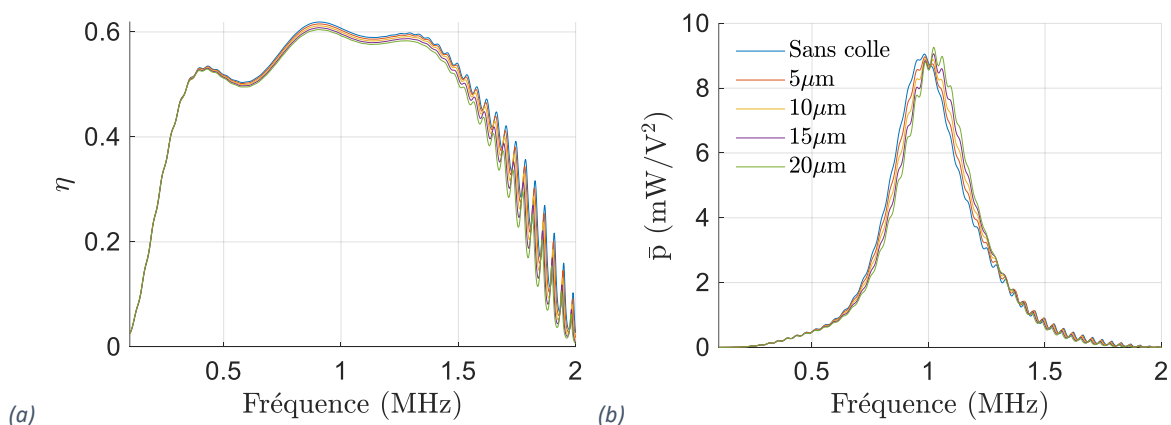


Figure 90: (a) Rendement et (b) puissance normalisée en fonction de la fréquence et pour différentes épaisseurs de colle.

Il apparaît que le rendement et la puissance normalisée sont très peu impactés aux fréquences d'intérêt de cette thèse par des épaisseurs de colle inférieures à 20  $\mu\text{m}$  (à 1 MHz, la longueur d'onde dans la colle est de 1.5 mm). Ainsi, la colle est négligée par la suite. Par ailleurs, ne pas considérer la colle dans les simulations permet d'obtenir des résultats plus généraux que de fixer une épaisseur de colle arbitraire.

Tableau 11 : coefficients des matériaux utilisés dans le modèle analytique.

	$E$ (GPa)	$\nu$	$c_{33}^D$ (N/m <sup>2</sup> )	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$Q$	$\tan(\delta)$	$c_{33}^D$ (N/C)	$\epsilon_{33}^S$ (permittivité relative)
Aluminium	69	0.33	$1.04 \times 10^{11}$	2700	1000			
PIC181	108	0.35	$1.73 \times 10^{11}$	7850	2000	$3 \times 10^{-3}$	$2.7 \times 10^9$	624
Epoxy conductrice			$7.28 \times 10^9$	3890	23.4			

#### 4.III. Optimisation des transducteurs piézoélectriques

Les matériaux et les dimensions des transducteurs ont un impact important sur le fonctionnement et les performances des systèmes de TPA. Par exemple, l'épaisseur des transducteurs détermine leur fréquence de résonance et dans le même temps la meilleure fréquence de fonctionnement de TPA. Dans cette section, nous nous intéressons au choix du matériau et des dimensions des transducteurs piézoélectriques.

Afin de comparer l'influence des différents paramètres du canal électro-acoustique sur un pied d'égalité, la charge électrique maximisant le rendement est appliquée au récepteur pour comparer leur rendement et la charge maximisant la puissance normalisée est appliquée au récepteur pour comparer leur puissance normalisée. Dans une première partie nous rappelons les formules établies dans le chapitre 3 permettant d'obtenir ces charges optimales à partir de la matrice d'impédance. Dans une deuxième partie nous étudions le choix des dimensions des transducteurs et nous proposons une méthode permettant d'obtenir, quasiment sans calcul, les meilleures dimensions des transducteurs. Dans une troisième partie, nous nous intéressons au choix des matériaux des transducteurs et proposons deux critères permettant de comparer les différents matériaux piézoélectriques.

##### 4.III.1. Charge électrique appliquée au récepteur

Le rendement et la puissance normalisée du système de TPA dépendent de la matrice d'impédance et de la charge électrique connectée sur le récepteur. La matrice d'impédance du système est fixée par le quadripôle acoustique et pour un système donné, il est possible de déterminer la charge électrique  $Z_\eta$  maximisant le rendement et la charge électrique  $Z_{\bar{p}}$  maximisant la puissance normalisée. A partir de ces charges optimales, le rendement maximal et la puissance normalisée maximale peuvent alors être calculés et permettent de comparer, sans être biaisé par un choix arbitraire de  $Z_{Load}$ , l'influence des différents paramètres du canal électro-acoustique.

Nous rappelons ici les formules établies dans le chapitre 3. Le rendement est donné par l'équation 3-10 :

$$\eta = \frac{\Re(Z_{Load})}{\Re(Z_{in})} \left| \frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} \right|^2 \quad 4-17$$

Et le rendement est maximal lorsque  $Z_{Load} = Z_\eta$ , avec :

$$Z_\eta = \frac{\alpha \pm \sqrt{\Delta}}{2\Re(Z_{11})} \quad 4-18$$

Et :

$$\begin{cases} \alpha = j \left( \Im(Z_{12}^2) - 2\Re(Z_{11})\Im(Z_{22}) \right) \\ \Delta = \left( 2\Re(Z_{11})\Re(Z_{22}) - \Re(Z_{12}^2) \right)^2 - |Z_{12}|^4 \end{cases} \quad 4-19$$

Le signe plus ou moins dans l'équation 4-18 est choisi pour que la partie réelle de  $Z_\eta$  soit positive.

La puissance normalisée est donnée en équation 3-15 :

$$\bar{p} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \left| \frac{Z_{12}}{Z_{11}(Z_{Load} + Z_{22}) - Z_{12}^2} \right|^2 \quad 4-20$$

La puissance normalisée est maximisée lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$  avec :

$$Z_{\bar{p}} = \left( Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11}} \right)^* \quad 4-21$$

Dans ce chapitre, afin de comparer les systèmes sur un pied d'égalité, la charge  $Z_\eta$  est appliquée aux systèmes pour comparer leur rendement et la charge  $Z_{\bar{p}}$  est appliquée afin de comparer leur puissance normalisée.

#### 4.III.2. Choix des dimensions des transducteurs

Dans cette partie, nous nous intéressons au choix des dimensions des transducteurs. Nous allons tout d'abord étudier le cas où la fréquence d'excitation est égale à la 1<sup>ère</sup> fréquence de résonance des transducteurs et lorsque l'émetteur et le récepteur ont la même épaisseur. Nous étudierons dans un second temps le cas où la fréquence d'excitation est quelconque et lorsque les épaisseurs de l'émetteur et du récepteur sont différentes. Par ailleurs, le modèle analytique ne permet pas la prise en compte de transducteurs de différents diamètres et non alignés. C'est pourquoi dans ce chapitre, basé sur l'étude du modèle analytique, nous considérons que l'émetteur et le récepteur ont le même diamètre et sont alignés de part et d'autre de la paroi. L'alimentation d'un récepteur de plus faible diamètre et de transducteurs non alignés est étudiée expérimentalement dans le chapitre 5.

##### 4.III.2.a. Transducteurs de même épaisseur excités à leur fréquence de résonance

Dans cette sous-partie, nous étudions l'impact du diamètre et de l'épaisseur des transducteurs lorsque l'émetteur et le récepteur ont les mêmes dimensions et qu'ils sont excités à leur première fréquence de résonance. Ainsi, à chaque fréquence correspond une épaisseur de transducteurs  $x$ , déterminée à partir de la formule suivante :

$$x = \frac{c}{2f} \Leftrightarrow f = \frac{c}{2x} \quad 4-22$$

Avec  $c = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}$  la vitesse de propagation des ondes dans le transducteur.

Sur la Figure 91, est affiché  $\eta_{paroi}^{sup}$  (en noir) ainsi que le rendement de TPA lorsque les transducteurs sont inclus et que l'émetteur et le récepteur ont la même épaisseur et qu'ils sont excités à leur 1<sup>ère</sup> fréquence de résonance.

Lorsque les transducteurs sont inclus dans la modélisation, le rendement est calculé pour différentes valeurs d'impédances caractéristiques de la paroi. Ce changement d'impédance caractéristique n'affecte pas  $\eta_{paroi}^{sup}$ . La borne supérieure du rendement de la paroi étant un majorant du rendement de la TPA, la courbe noire est à chaque fréquence supérieure aux autres courbes. Cependant l'écart reste minime lorsque  $Z_{paroi} \in [\frac{Z_{piézo}}{10}; Z_{piézo} \times 2]$  (courbes jaunes). Avec  $Z_{piézo}$  l'impédance acoustique caractéristique des transducteurs piézoélectriques. En Annexe - 13, nous montrons que l'écart entre la borne supérieure du rendement de la paroi et le rendement avec les transducteurs reste faible pour plusieurs valeurs de  $\gamma$ .

Ainsi, lorsque  $Z_{paroi} \in [\frac{Z_{piézo}}{10}; Z_{piézo} \times 2] = [3.7; 74] MRayl$ , ce qui est vrai pour la plupart des matériaux, il est possible de dimensionner l'émetteur et le récepteur pour atteindre un certain rendement par lecture graphique de la Figure 88. La méthodologie de dimensionnement consiste à :

- Choisir une valeur de fréquence (obtenue à partir du nombre d'onde) et de  $\gamma$  afin d'atteindre la valeur de rendement souhaitée
- L'épaisseur des transducteurs est déterminée à partir de l'équation 4-22 en fonction de la fréquence désirée
- Le diamètre des transducteurs est calculé à partir de la valeur de  $\gamma$  choisie

Cette méthode n'est pas possible lorsque  $Z_{paroi} \notin [\frac{Z_{piézo}}{10}; Z_{piézo} \times 2]$  car l'écart entre  $\eta_{paroi}^{sup}$  et le rendement incluant les transducteurs devient plus important (comparaison entre la courbe noire et les courbes rouges et bleue).

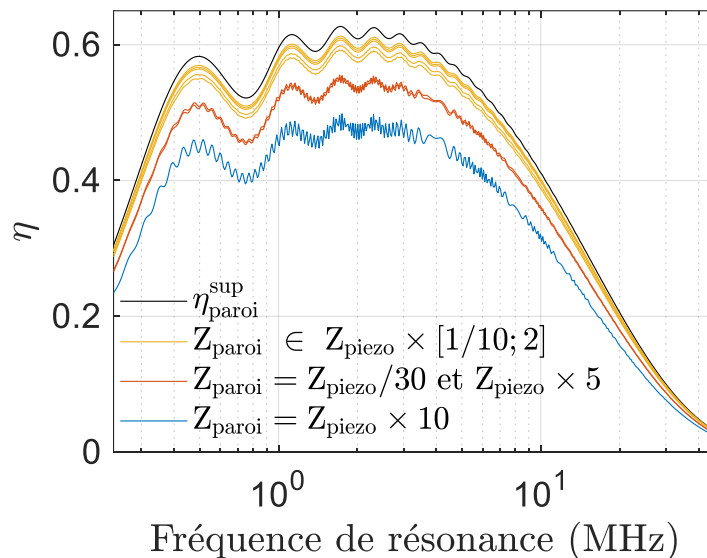


Figure 91 : Rendement de TPA en fonction de l'épaisseur des transducteurs, alimentés à leur fréquence de résonance. L'abscisse est en fréquence de résonance et non en épaisseur des transducteurs, calculée à partir de l'équation 4-22. Le rendement est calculé pour différentes impédances caractéristiques de la paroi  $Z_a$ . La paroi a la vitesse de propagation de l'aluminium ( $c = 6200 \text{ m/s}$ ) et une épaisseur de 73 mm avec des transducteurs de diamètre 40 mm ( $\gamma = 0.27$ ).

Quelle que soit l'impédance caractéristique de la paroi, le rendement obtenu en incluant les transducteurs suit l'allure de  $\eta_{paroi}^{sup}$ . Ainsi l'impact du diamètre et de la fréquence (c'est-à-dire également de l'épaisseur) sur le rendement sont identiques à leur impacts sur  $\eta_{paroi}^{sup}$  :

- Le rendement augmente dans un premier temps avec la fréquence de résonance car le faisceau d'onde dans la paroi est plus directif ce qui limite les pertes par diffraction
- Au-delà d'une certaine fréquence le rendement diminue à cause de l'augmentation des pertes liées au facteur de qualité dans la paroi
- Parallèlement, plus le diamètre est élevé plus le faisceau est directif limitant les pertes par diffraction

Sur la Figure 92 est affichée la puissance normalisée en fonction de la fréquence d'excitation. Comme pour la Figure 91, l'émetteur et le récepteur sont alignés, ont la même épaisseur, le même diamètre et sont excités à leur 1<sup>ère</sup> fréquence de résonance. La puissance normalisée est affichée pour une paroi épaisse de 73 mm ayant une vitesse de propagation  $c = 6200\text{m/s}$  mais ayant des impédances caractéristiques différentes.

Il apparaît que quelle que soit l'impédance caractéristique de la paroi, la puissance normalisée augmente avec la fréquence, puis diminue. La fréquence à partir de laquelle la puissance normalisée diminue est bien supérieure à la fréquence du maximum de rendement (Figure 91) et cette fréquence est indépendante de l'impédance caractéristique de la paroi.

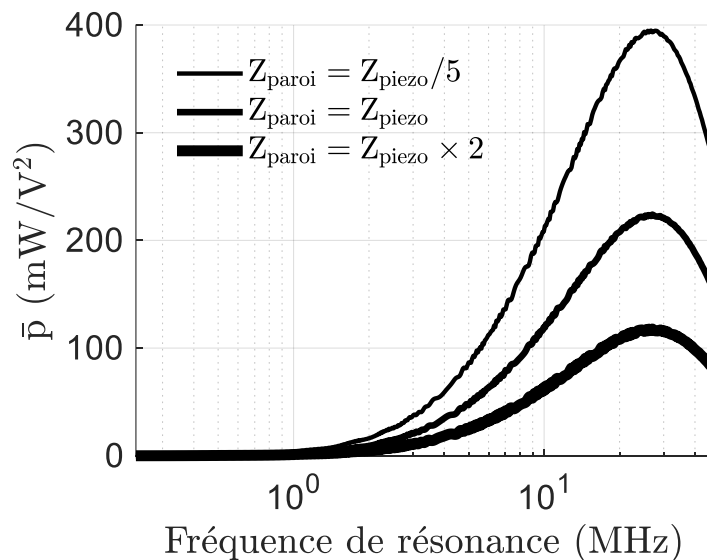


Figure 92 : Puissance normalisée en fonction de l'épaisseur des transducteurs, alimentés à leur fréquence de résonance. L'abscisse est en fréquence de résonance pour plus de clarté et peut être convertie en épaisseur à l'aide de la formule 4-22. Le rendement est calculé pour différentes impédances caractéristiques de la paroi  $Z_a$ . La paroi a la vitesse de propagation de l'aluminium ( $c = 6200\text{ m/s}$ ) et une épaisseur de 73 mm. Les transducteurs ont un diamètre de 40 mm ( $\gamma = 0.27$ ).

Nous proposons ici une explication qualitative et approximative de l'allure des courbes de la Figure 92. La force générée par l'émetteur sur la paroi est donnée par :

$$F = m \times a_{cm} \tag{4-23}$$

Avec  $m$  la masse du transducteur et  $a_{cm}$  l'accélération de son centre de masse. La masse est proportionnelle à l'épaisseur de l'émetteur ( $m \propto x$ ). Par ailleurs, nous avons :

$$a_{cm} = \omega^2 d_{cm} \tag{4-24}$$

Avec  $d_{cm}$  le déplacement du centre de masse. En considérant  $d_{cm}$  indépendant de l'épaisseur des transducteurs et en nous plaçant à la pulsation de résonance qui est inversement proportionnelle au carré de l'épaisseur des transducteurs, nous avons  $a_{cm} \propto 1/x^2$ . La puissance émise dans la paroi étant proportionnelle au carré de la force appliquée nous avons finalement :

$$P_{émise} \propto (m \times a_{cm})^2 \propto \frac{1}{x^2} \quad 4-25$$

La puissance émise est donc inversement proportionnelle au carré de l'épaisseur ce qui explique l'augmentation de la puissance normalisée avec la fréquence de résonance des transducteurs sur la Figure 92. La diminution de la puissance normalisée à partir d'une certaine fréquence s'explique par la diminution exponentielle du rendement avec la fréquence (équation 4-11) qui domine au-delà d'une certaine fréquence l'augmentation quadratique de la puissance mécanique émise par l'émetteur.

Les grandes tendances liées à une réduction de l'épaisseur sur le rendement et la puissance normalisée sont résumées dans le Tableau 12. Ces tendances s'expliquent de la façon suivante :

- Lorsque l'épaisseur des transducteurs diminue, leur fréquence de résonance augmente
- La croissance initiale du rendement s'explique par un faisceau acoustique de plus en plus directif et donc moins de pertes liées à la diffraction
- La décroissance du rendement ensuite s'explique par les pertes augmentant avec la fréquence (liées au facteur de qualité de la paroi, équation 4-11)
- Comme nous l'avons expliqué, diminuer l'épaisseur des transducteurs se traduit par une plus grande puissance mécanique générée dans la paroi et par conséquent par plus de puissance transmise ( $\bar{p} \propto 1/x^2$ )
- La décroissance exponentielle du rendement dans la paroi, entraînée par le facteur de qualité de la paroi (équation 4-11) explique la décroissance de la puissance normalisée au-delà d'une certaine minceur des transducteurs

Tableau 12 : Evolution des performances, de la fréquence et de la puissance d'entrée en fonction de l'épaisseur des transducteurs.

épaisseur des transducteurs	
fréquence	
$\eta$	
$\bar{p}$	

Notons qu'une plus grande puissance normalisée ne veut pas forcément dire une puissance transmise maximale plus élevée. En effet, le champ électrique est plus élevé dans un transducteur plus fin se traduisant par une tension maximale admissible avant dépolarisation plus faible. La puissance transmise maximale est définie par :

$$P_{max} = \bar{p} U_{max}^2 \quad 4-26$$

Avec  $U_{max}$ , la tension maximale admissible par l'émetteur, correspondant à la valeur de tension minimale entraînant dans le transducteur un champ électrique égal au champ de dépolarisation  $E_{dépól}$ . En Annexe - 14, le champ électrique en fonction de la position spatiale dans le transducteur est

détaillée. On note  $\max(E_3(z)|U_1 = U_0)$  le champ électrique au point spatial qui présente le champ électrique le plus élevé. Cette valeur est ensuite évaluée pour une tension d'excitation  $U_1 = U_0$ . La tension maximale admissible est alors obtenue avec la formule suivante :

$$U_{max} = \frac{E_{dépôt}}{\max(E_3(z)|U_1 = U_0)} \times U_0 \quad 4-27$$

La Figure 93 présente la puissance normalisée en fonction de la fréquence en bleu et la puissance maximale transmissible en rouge. Pour transmettre de fortes puissances, il peut être avantageux de choisir des transducteurs d'épaisseur un peu plus importante et se traduisant par une puissance normalisée plus faible mais acceptant des tensions d'alimentation plus élevées. Cependant, au vu des niveaux de puissances maximales (i.e. 1kW), il est fort probable que l'augmentation de température ou la rupture mécanique soient problématiques avant que le champ électrique n'endommage le transducteur, comme cela a pu être observé par Wilt et al [58].

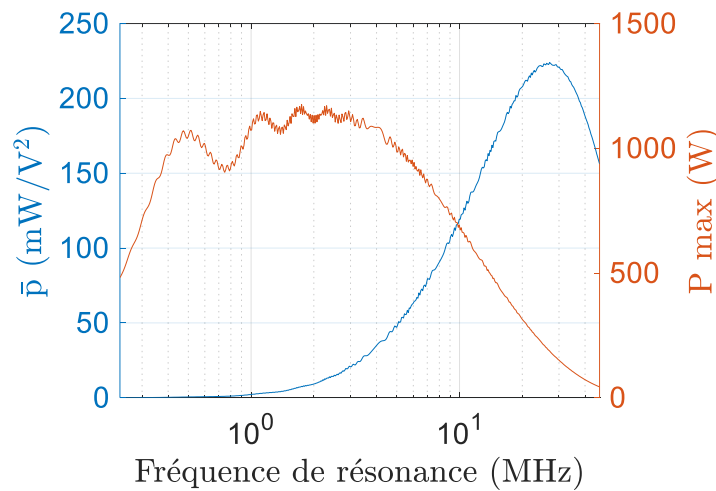


Figure 93 : Puissance normalisée (en bleu) et puissance maximale (en rouge), pour des transducteurs alimentés à leur fréquence de résonance. La paroi est en aluminium avec une épaisseur de 73 mm. Les transducteurs ont un diamètre de 40 mm ( $\gamma = 0.27$ ).

Voyons maintenant l'impact du diamètre sur le rendement et sur la puissance normalisée. Il apparaît très clairement sur la Figure 87, qu'augmenter le diamètre des transducteurs (à épaisseur de paroi fixée), se traduit par une augmentation du rendement. Néanmoins, avec l'augmentation du diamètre, le rendement va tendre vers et ne pourra pas dépasser le rendement calculé avec le MASD (équation 4-11). Ainsi, à partir d'un certain diamètre, augmenter le diamètre des transducteurs finit par ne plus avoir d'effets sur le rendement.

La Figure 94 permet d'étudier l'impact du diamètre sur la puissance normalisée.

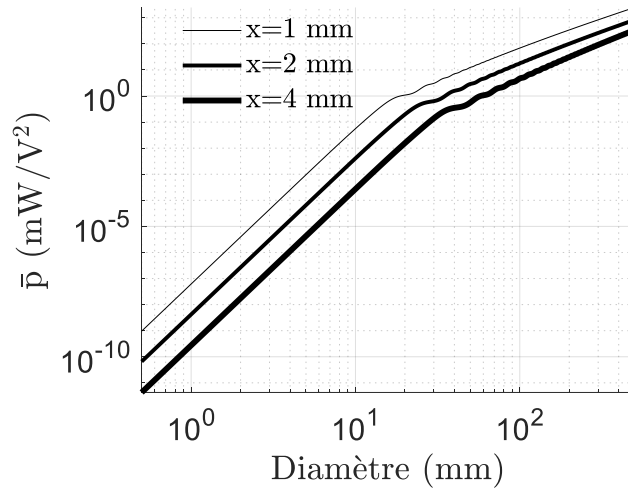


Figure 94 : Puissance normalisée de TPA en fonction du diamètre des transducteurs et pour trois épaisseurs de transducteurs, alimentés à leur fréquence de résonance. La paroi est en aluminium de 73 mm ( $\gamma \in [0.003 ; 3.5]$ ).

Il apparaît qu’augmenter le diamètre des transducteurs augmente la puissance normalisée. Cela se comprend assez bien en reprenant l’équation 4-25 pour prendre en compte la variation de l’impédance mécanique vue par l’émetteur.

$$P_{\text{émise}} \propto \frac{F^2}{Z_{\text{méca}}} \quad 4-28$$

Avec  $Z_{\text{méca}}$  l’impédance mécanique vue par l’émetteur (i.e. la paroi). Nous avons :  $Z_{\text{méca}} \propto S$ , avec  $S$  la surface de l’émetteur. A partir de l’équation 4-28, nous avons donc :

$$P_{\text{émise}} \propto a^2 \quad 4-29$$

Avec  $a$  le rayon des transducteurs. La puissance émise et le rendement sont donc croissants avec le diamètre des transducteurs, expliquant la croissance de la puissance normalisée avec le diamètre des transducteurs observée sur la Figure 94. Le point d’inflexion sur cette figure est causé par la saturation du rendement avec l’augmentation du diamètre.

Les dépendances du rendement et de la puissance normalisée avec le diamètre sont résumées dans le Tableau 13.

Tableau 13 : Evolution des performances et de la puissance d’entrée avec le diamètre des transducteurs.

diamètre	
$\eta$	
$\bar{p}$	

Ainsi, augmenter le diamètre permet de :

- Diminuer l’impact de la diffraction aux fréquences « basses », ce qui améliore le rendement et la puissance normalisée
- Augmenter la puissance normalisée à toutes fréquences



4.III.2.b. Transducteurs d'épaisseurs différentes et fréquence d'excitation quelconque

Dans la partie précédente, nous avons établi l'impact des dimensions des transducteurs sur les performances lorsque les transducteurs sont excités à leur fréquence de résonance et lorsque l'émetteur et le récepteur ont la même épaisseur. Nous allons ici étudier l'impact de transducteurs d'épaisseurs différentes sans se limiter à leur 1<sup>ère</sup> fréquence de résonance.

Pour cela, nous simulons différentes épaisseurs de transducteurs, de 0.1 mm à 10 mm, lorsqu'ils sont disposés sur une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur. Pour chaque couple d'épaisseurs {émetteur ; récepteur}, les maximums fréquentiels de rendement et de puissance normalisée sont affichés sur la Figure 95a) et la Figure 95b) respectivement.

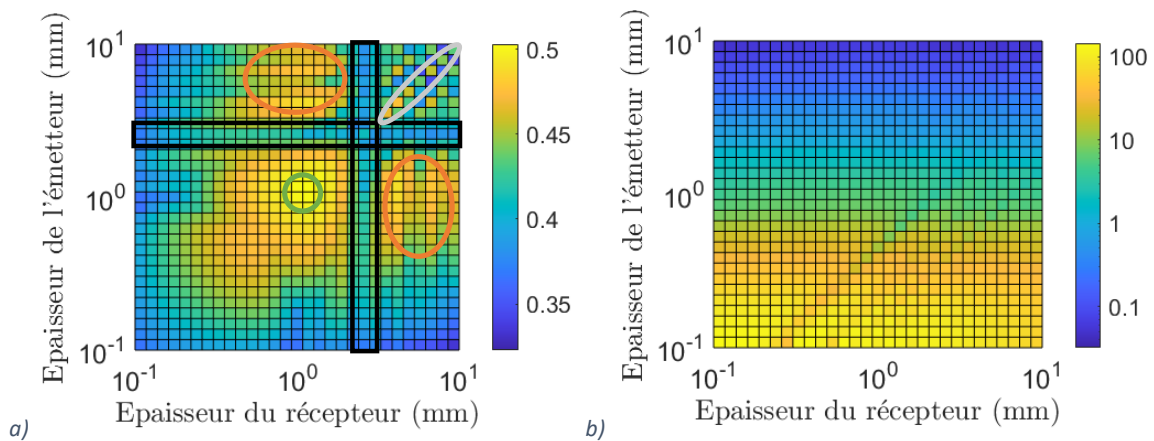


Figure 95 : Maximum fréquentiel a) du rendement et b) de la puissance normalisée ( $mW/V^2$ ) en fonction de l'épaisseur des transducteurs. La paroi simulée est une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur, avec des transducteurs de 20 mm de diamètre.

Nous pouvons faire plusieurs remarques sur la Figure 95. Tout d'abord, nous voyons que le rendement est symétrique. Cela s'explique, comme cela est démontré en Annexe - 18, par le fait que le rendement quand la charge électrique maximise ce dernier (i.e. quand  $Z_{Load} = Z_{\eta}$ ) est indépendant du port du quadripôle servant d'émetteur. Ainsi le rendement pour une épaisseur d'émetteur de 10 mm et un récepteur de 0.1 mm est égal au rendement pour un émetteur de 0.1 mm et un récepteur de 10 mm.

A l'inverse, il apparaît que la puissance normalisée n'est pas symétrique. Nous remarquons que celle-ci dépend très majoritairement de l'épaisseur de l'émetteur et très peu de l'épaisseur du récepteur. Cela s'explique assez bien en sachant que plus l'émetteur est fin plus la puissance entrant dans le système est élevée tandis que le récepteur a assez peu d'influence sur la puissance entrant dans le système.

Nous allons à présent expliquer les valeurs de rendement obtenues pour les combinaisons d'épaisseurs entourées sur la Figure 95a).

Le rendement obtenu pour un émetteur et un récepteur de 10 mm d'épaisseurs est de 42%. Cette valeur, ainsi que les autres dans l'ovale gris paraissent étonnantes lorsqu'elles sont comparées à la borne supérieure du rendement de la paroi,  $\eta_{paroi}^{sup}$  valant 2.5% à la fréquence de résonance de transducteurs de 10 mm d'épais (i.e. à 235 kHz, soit la valeur d'abscisse la plus faible de la courbe en bleu représentant  $\eta_{paroi}^{sup}$  sur la Figure 96). Cet écart s'explique en regardant la valeur du rendement pour des transducteurs de 10 mm d'épaisseur lorsque la fréquence n'est plus limitée à la fréquence de

résonance (en rouge sur la Figure 96). Il apparaît en effet que pour des fréquences plus élevées, le rendement s’améliore nettement car il est beaucoup moins limité par la diffraction dans la paroi. Cependant, à cause du nombre de longueurs d’onde plus important dans le transducteur, la conversion électrique-mécanique pour l’émetteur et mécanique-électrique pour le récepteur se font avec un rendement moins bon que si la fréquence de résonance correspondait à cette nouvelle fréquence d’excitation. C’est pourquoi le rendement obtenu pour un émetteur de 1 mm et un récepteur de 10 mm est supérieur à celui obtenu pour deux transducteurs de 10 mm d’épaisseur (ovales orange de la Figure 95a). Cela apparaît également sur la courbe rouge de la Figure 96, représentant le rendement en fonction de la fréquence pour un émetteur de 1 mm d’épaisseur et un récepteur de 10 mm d’épaisseur.

Le mieux reste néanmoins d’avoir deux transducteurs de même épaisseur, avec l’épaisseur choisie pour que la 1<sup>ère</sup> fréquence de résonance coïncide avec la fréquence du maximum de la borne supérieure du rendement de la paroi. C’est pourquoi, le rendement est meilleur avec deux transducteurs de 1 mm (en vert sur la Figure 96), ce qui explique également les valeurs élevées atteintes dans le cercle vert sur la Figure 95a).

Les rectangles noirs sur la Figure 95a) encadrent des épaisseurs pour lesquelles le rendement est moins bon. Ce comportement est lié à la première fréquence interdite des transducteurs pour des épaisseurs qui correspondent aux fréquences de meilleur rendement de la paroi. Cela apparaît sur la courbe noire de la Figure 96. Ainsi, pour des transducteurs de 2.5 mm d’épaisseur, il n’est pas possible de convertir d’énergie à la fréquence où celle-ci est transportée avec le moins de perte dans la paroi, la fréquence doit donc être décalée et le rendement est nécessairement plus faible (les fréquences interdites sont expliquées dans la partie 3.I.1.d).

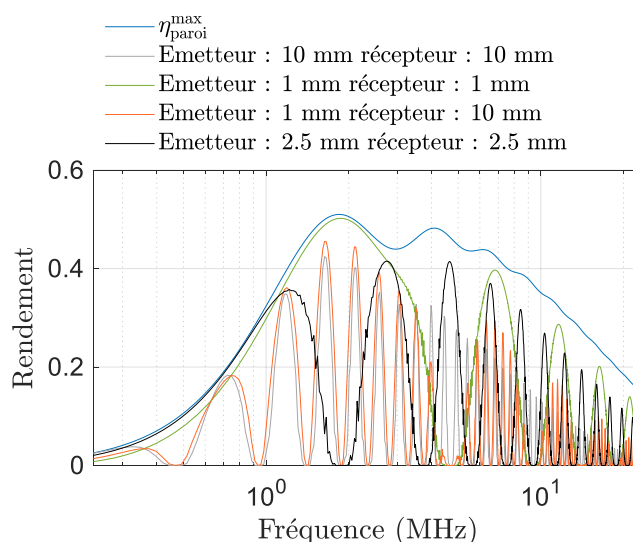


Figure 96 : Quelques cas particuliers pour expliquer la Figure 95a). La paroi est en aluminium de 73 mm d’épaisseur et les transducteurs sont de 20 mm de diamètre.

#### 4.III.3. Choix du matériau piézoélectrique

L’influence des dimensions des transducteurs sur le rendement et la puissance normalisée ayant été discutée, nous nous intéressons maintenant au matériau constituant les transducteurs. Dans un premier temps, nous comparons les performances obtenues pour différents matériaux piézoélectriques en fonction des caractéristiques de la paroi. Dans un second temps, nous établissons

les bornes supérieures des performances des transducteurs. Cela va nous permettre d'établir deux critères de comparaison des performances, indépendants des caractéristiques de la paroi. Ces critères sont utilisés dans une troisième partie pour étudier l'impact des différents coefficients des matériaux piézoélectriques sur leur performance en TPA.

#### 4.III.3.a. Comparer les matériaux piézoélectriques

Afin de comparer les matériaux piézoélectriques, il est intéressant d'avoir un critère permettant d'indiquer lequel des matériaux piézoélectriques est le plus approprié pour la TPA. Cela n'est pas directement possible, car, en fonction des caractéristiques de la paroi, un matériau peut parfois être meilleur et parfois moins bon qu'un autre. Cela est mis en évidence sur la Figure 97. Sur la Figure 97a), le meilleur matériau en termes de rendement change avec l'impédance caractéristique de la paroi. Sur la Figure 97b), le meilleur matériau en termes de puissance normalisée change avec l'impédance caractéristique de la paroi et sur la Figure 97c) avec l'épaisseur de la paroi.

Il n'est donc pas possible d'avoir un critère garantissant qu'un tel matériau donnera les meilleures performances quelle que soit la paroi. Afin de pouvoir néanmoins comparer les matériaux et par la suite, étudier l'impact des différents coefficients, nous proposons un critère : les bornes supérieures des performances des matériaux, c'est-à-dire comme pour la borne supérieure du rendement de la paroi, les valeurs maximales de rendement et de puissance normalisée que pourraient atteindre les transducteurs.

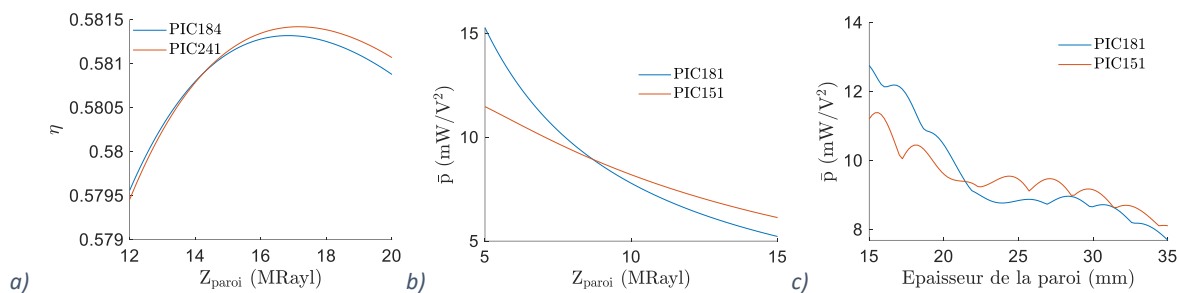


Figure 97 : Maximum du a) rendement en fonction de  $Z_{\text{paroi}}$ , b) de la puissance normalisée en fonction de  $Z_{\text{paroi}}$  et c) de la puissance normalisée en fonction de l'épaisseur de la paroi. Pour ces trois graphiques, le diamètre des transducteurs est de 40 mm et leur épaisseur est choisie pour que leur fréquence de résonance libre-libre soit de 1 MHz. Pour a) et b), la paroi a la vitesse de propagation de l'aluminium et est de 73 mm d'épaisseur. Pour c), la paroi est en aluminium. Les coefficients matériaux sont obtenus à partir de la datasheet PI, donnée en annexe Annexe - 15.

#### 4.III.3.b. Bornes supérieures des performances des transducteurs piézoélectriques

Dans cette partie, nous allons établir la borne supérieure du rendement et la borne supérieure de la puissance normalisée des différents matériaux de PI Ceramic. Ces bornes supérieures correspondent aux valeurs maximales des performances qui peuvent être atteintes à partir des transducteurs.

Comme représenté sur la Figure 86, l'émetteur est un quadripôle électrique-mécanique et le récepteur un quadripôle mécanique-électrique. Par ailleurs, les formules développées dans le chapitre 3 pour les quadripôles électriques restent tout à fait valables quel que soit le type de quadripôle ; Les puissances électriques sont remplacées par des puissances mécaniques. Ainsi, pour déterminer la borne supérieure du rendement de l'émetteur,  $\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  et de la puissance normalisée,  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$ , nous avons besoin de la matrice liant la tension et la force sur l'interface côté paroi au courant et à la vitesse de l'interface côté paroi.

Pour cela, nous partons de l'équation 2-97 qui donne la modélisation des transducteurs piézoélectriques et qui est rappelée ici :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \\ U \end{pmatrix} = -j \begin{pmatrix} \frac{Sc_{33}^D}{\tilde{c} \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{-Sc_{33}^D}{\tilde{c} \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{\tilde{h}_{33}}{\omega} \\ \frac{-Sc_{33}^D}{\tilde{c} \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{Sc_{33}^D}{\tilde{c} \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{\tilde{h}_{33}}{\omega} \\ \frac{\tilde{h}_{33}}{\omega} & \frac{\tilde{h}_{33}}{\omega} & \frac{x_n}{\tilde{\epsilon}_{33}^S S \omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \\ I \end{pmatrix} \quad 4-30$$

Cette matrice  $3 \times 3$  peut être réduite à une matrice  $2 \times 2$  en posant  $F_n^g = 0$  comme c'est le cas pour l'émetteur, la face de gauche étant libre de se déplacer. Nous obtenons alors la matrice de l'émetteur (voir l'Annexe - 16 pour les détails du calcul) :

$$\begin{pmatrix} U \\ F_n^d \end{pmatrix} = -j \begin{pmatrix} \frac{1}{S\omega} \left( \frac{x_n}{\tilde{\epsilon}_{33}^S} - \frac{\tilde{h}_{33}^2 \tilde{c}}{\omega c_{33}^D} \tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \right) & \frac{\tilde{h}_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \right) \\ \frac{\tilde{h}_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \right) & -\frac{Sc_{33}^D}{\tilde{c}} \tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad 4-31$$

$\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  est calculé en déterminant d'abord la charge mécanique maximisant le rendement,  $Z_{\text{Load}} = Z_\eta$  à partir de l'équation 4-18 puis en remplaçant cette valeur dans l'équation du rendement 4-17.

$\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  correspond donc à chaque fréquence à la valeur maximale du rendement de conversion entre la puissance électrique entrant dans l'émetteur et la puissance mécanique générée par l'émetteur. La charge mécanique connectée à l'émetteur est l'impédance mécanique d'entrée de la paroi (i.e. rapport entre force et vitesse). L'impédance mécanique d'entrée de la paroi dépend de l'impédance mécanique qui lui est connectée, c'est-à-dire du récepteur et de la charge électrique connectée sur le récepteur.

De la même manière,  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  est calculé en déterminant la charge mécanique connectée à l'émetteur maximisant la puissance normalisée,  $Z_{\text{Load}} = Z_{\bar{p}}$  à partir de l'équation 3-38, puis en remplaçant cette valeur dans l'équation de la puissance normalisée 3-15.

Les systèmes de TPA tels qu'étudiés ici sont composés d'un émetteur, d'un récepteur et d'une paroi (la colle n'étant pas considérée). Le rendement global de transmission de puissance se décompose, comme détaillé dans la partie 4.1, par les rendements individuels de chaque couche :

$$\eta = \eta_{\text{émetteur}} \times \eta_{\text{paroi}} \times \eta_{\text{récepteur}} \quad 4-32$$

$\eta_{\text{paroi}}$  étant inférieur ou égal à 1, nous avons à chaque fréquence :

$$\eta \leq \eta_{\text{émetteur}} \times \eta_{\text{récepteur}} \leq \eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} \times \eta_{\text{récepteur}}^{\text{sup}} \quad 4-33$$

Si le récepteur est identique à l'émetteur, la valeur du rendement de conversion mécanique-électrique du récepteur,  $\eta_{récepteur}^{sup}$  est égal à  $\eta_{émetteur}^{sup}$ . Nous avons cela car, comme montré en Annexe - 18, le rendement ne dépend pas du port du quadripôle utilisé comme entrée lorsque la charge appliquée maximise le rendement. Ainsi, lorsque l'émetteur est identique au récepteur nous avons :

$$\eta \leq (\eta_{émetteur}^{sup})^2 \quad 4-34$$

La puissance normalisée peut également être décomposée en différents termes :

$$\bar{p} = \bar{p}_{émetteur} \times \eta_{paroi} \times \eta_{récepteur} \quad 4-35$$

En effet, la puissance normalisée est bien la puissance mécanique générée par l'émetteur pour une tension de 1 V qui ensuite subit des pertes à travers chaque quadripôle : quand elle traverse la paroi puis quand elle est convertie en électricité par le récepteur.

$\eta_{paroi}$  étant inférieur ou égal à 1, nous avons pour deux transducteurs identiques :

$$\bar{p} \leq \bar{p}_{émetteur} \times \eta_{récepteur} \leq \bar{p}_{émetteur}^{sup} \times \eta_{émetteur}^{sup} \quad 4-36$$

Sur la Figure 98a) et b) sont respectivement tracés  $(\eta_{émetteur}^{sup})^2$  et  $\bar{p}_{émetteur}^{sup} \times \eta_{émetteur}^{sup}$  en fonction de la fréquence pour des transducteurs de 2 mm d'épaisseur et 40 mm de diamètre en différents matériaux de PI Ceramic. En Annexe - 15 est donnée la datasheet des matériaux piézoélectriques étudiés. Les courbes en gras correspondent aux matériaux soft-piézoélectriques, un peu moins raide, ce qui explique leurs valeurs de fréquences interdites plus faibles.

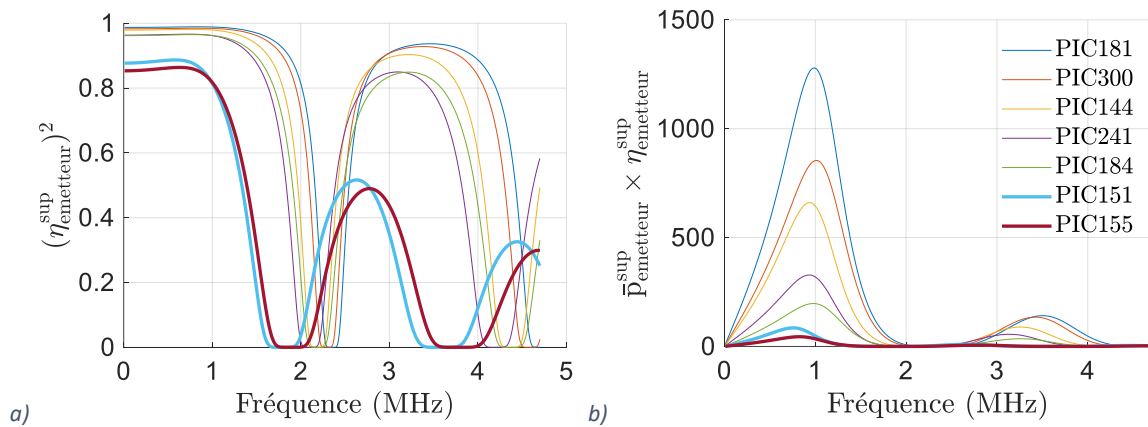


Figure 98 : a)  $(\eta_{émetteur}^{sup})^2$  et b)  $\bar{p}_{émetteur}^{sup} \times \eta_{émetteur}^{sup}$ , en fonction de la fréquence et pour différents matériaux de PI Ceramic. Les transducteurs ont une épaisseur de 2 mm et un diamètre de 40 mm.

Ces courbes qui représentent les bornes supérieures du rendement et de la puissance normalisée des transducteurs nous donnent des informations très intéressantes. En prenant leur maximum en fonction de la fréquence, nous savons quel rendement et quelle puissance normalisée nous ne pourrions dépasser.

Par exemple, pour ces dimensions et avec des transducteurs en PIC181, le rendement ne pourra pas dépasser 98.9% et la puissance normalisée 1279 mW/V<sup>2</sup>.

Notons que, comme pour le quadripôle électrique, il y a un compromis dans le choix de la charge connectée (voir partie 3.1.2.c du chapitre 3). En effet, la charge maximisant le rendement ne correspond pas à la charge maximisant la puissance normalisée, ce qui signifie que la borne supérieure du rendement ne peut pas être obtenue simultanément avec la borne supérieure de la puissance normalisée. Pour illustrer cela, sur la Figure 99a) sont affichés  $\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} = \eta_{\text{émetteur}}(Z_{\eta})$  et  $\eta_{\text{émetteur}}(Z_{\bar{p}})$ , avec  $Z_{\eta}$  et  $Z_{\bar{p}}$  les charges mécaniques maximisant respectivement le rendement et la puissance normalisée de l'émetteur. Sur la Figure 99b) sont affichés  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} = \bar{p}_{\text{émetteur}}(Z_{\bar{p}})$  et  $\bar{p}_{\text{émetteur}}(Z_{\eta})$ .

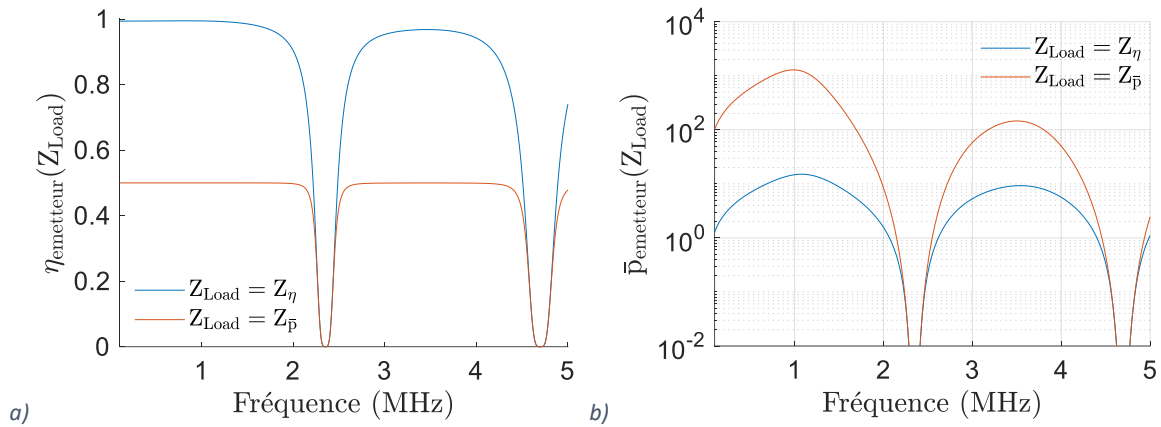


Figure 99 : a)  $\eta_{\text{émetteur}}$  et b)  $\bar{p}_{\text{émetteur}}$ , pour deux valeurs d'impédance mécanique connectée :  $Z_{\text{Load}} = Z_{\eta}$  et  $Z_{\text{Load}} = Z_{\bar{p}}$ . Les transducteurs sont en PIC181, ont un diamètre de 40 mm et sont épais de 2 mm.

Il apparaît sur la Figure 99, que si l'impédance mécanique vue par l'émetteur maximise la puissance normalisée de ce dernier, le rendement du système global ne pourra alors dépasser 50%. Par ailleurs, si l'impédance mécanique vue par l'émetteur maximise le rendement de ce dernier, la puissance normalisée du système global ne pourra dépasser  $15 \text{ mW/V}^2$ , valeur très inférieure à  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} = 1279 \text{ mW/V}^2$ .

Même si la borne sur le rendement et celle sur la puissance normalisée ne peuvent être atteintes simultanément, elles fixent néanmoins des limites aux performances des systèmes de TPA.

Sur la Figure 100a) est tracé  $(\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}})^2$  et sur la Figure 100b)  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} \times \eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} \times \frac{x^2}{S}$  pour différents diamètres et épaisseurs de transducteurs en PIC181.  $x$  est l'épaisseur de l'émetteur et  $S$  leur surface.

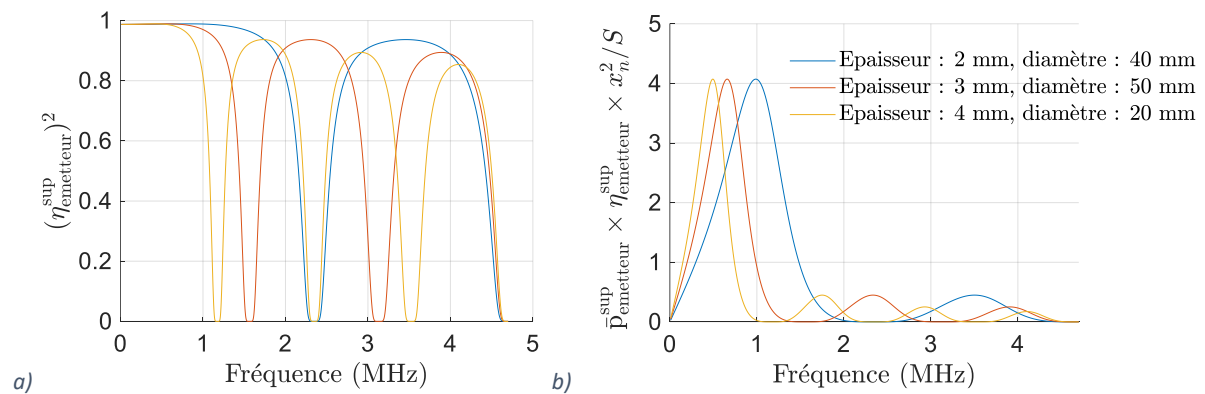


Figure 100 : a)  $(\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}})^2$  et b)  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} \times \eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}} \times \frac{x^2}{S}$ , en fonction de la fréquence et pour différentes dimensions de transducteurs. Le matériau piézoélectrique est en PIC181.

Il apparaît sur la Figure 100 que le maximum des courbes est indépendant des dimensions des transducteurs. La paroi n'étant pas incluse, ces courbes permettent donc d'avoir deux critères, ne dépendant que du matériau piézoélectrique. Un pour le rendement  $\eta_{mat}$  et un pour la puissance normalisée  $\bar{P}_{mat}$ , établissant les performances maximales que l'on peut espérer obtenir en TPA à partir d'un couple de transducteurs.

$$\begin{cases} \eta_{mat} = \max_f \left( (\eta_{\text{émetteur}}^{sup})^2 \right) \\ \bar{P}_{mat} = \max_f \left( \bar{p}_{\text{émetteur}}^{sup} \times \eta_{\text{émetteur}}^{sup} \times \frac{x^2}{S} \right) \end{cases} \quad 4-37$$

La valeur maximale de la puissance normalisée pour un émetteur et un récepteur identique dans un matériau de  $\bar{P}_{mat}$  connu est obtenue de la manière suivante :

$$\bar{p}_{max} = \bar{P}_{mat} \times \frac{S}{x_n^2} \quad 4-38$$

$\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$  pour les matériaux de PI Ceramic sont donnés dans le Tableau 14.

Tableau 14 :  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$  pour les différents matériaux de PI Ceramic.

Matériau	$\eta_{mat}$ (%)	$\bar{P}_{mat}$ (mW/V <sup>2</sup> )
PIC181	98.9	4.1
PIC300	98.5	2.7
PIC144	98.1	2.1
PIC241	96.6	1.0
PIC184	96.5	0.63
PIC151	88.7	0.27
PIC155	86.4	0.14

Le matériau PIC181 apparaît comme étant le plus prometteur pour le rendement et également pour la puissance normalisée. Nous avons donc sélectionné ce matériau pour les expérimentations. Par ailleurs, ce matériau est recommandé sur le site de PI Ceramic pour les applications de fortes puissances acoustiques.

#### 4.III.3.c. Impact des coefficients des matériaux piézoélectriques sur leur potentiel en TPA

Les deux critères,  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$ , établis dans la partie précédente indiquent les performances maximales qui peuvent être obtenues en fonction des caractéristiques des matériaux piézoélectriques. Dans cette partie nous utilisons ces deux critères pour étudier l'impact des différents coefficients des matériaux piézoélectriques sur leur potentiel pour la TPA.

Pour cela, nous faisons varier les paramètres matériaux un par un tout en conservant les autres constants. Les paramètres étudiés sont la vitesse de propagation des ondes dans le matériau,  $c = \sqrt{c_{33}^D / \rho}$ , l'impédance caractéristique du matériau,  $Z_p = \sqrt{\rho c_{33}^D}$ , la permittivité bloquée  $\epsilon_{33}^S$  et le coefficient de couplage,  $k_t^2 = \frac{h_{33}^2 \times \epsilon_{33}^S}{c_{33}^D}$ . Ce dernier coefficient est une grandeur souvent utilisée pour les matériaux piézoélectriques et établit le couplage entre énergie électrique et énergie mécanique.

Pour faire varier  $c$  tout en conservant les trois autres coefficients constants, nous :

- Faisons varier  $\rho$
- Adaptons  $c_{33}^D$  de façon à garder  $Z_p$  inchangé
- Adaptons  $h_{33}$  de façon à conserver  $k_t^2$  inchangé

Pour faire varier  $Z_p$  tout en conservant les trois autres coefficients constants, nous :

- Faisons varier  $\rho$
- Adaptons  $c_{33}^D$  de façon à garder  $c$  inchangé
- Adaptons  $h_{33}$  de façon à conserver  $k_t^2$  inchangé

Pour faire varier  $\epsilon_{33}^S$  tout en conservant les trois autres coefficients constants, nous :

- Faisons varier  $\epsilon_{33}^S$
- Adaptons  $h_{33}$  de façon à conserver  $k_t^2$  inchangé

Pour faire varier  $k_t^2$  tout en conservant les trois autres coefficients constants, nous :

- Faisons varier  $h_{33}$

L'impact de la variation de ces quatre paramètres sur  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$  sont affichés sur la Figure 101. Il apparaît que :

- $\eta_{mat}$  est indépendant de  $c$ ,  $Z_p$  et de  $\epsilon_{33}^S$
- $\eta_{mat}$  croît avec  $k_t^2$
- $\bar{P}_{mat}$  est indépendant de  $Z_p$
- $\bar{P}_{mat}$  est proportionnel à  $c$  et  $\epsilon_{33}^S$
- $\bar{P}_{mat}$  croît davantage avec  $k_t^2$

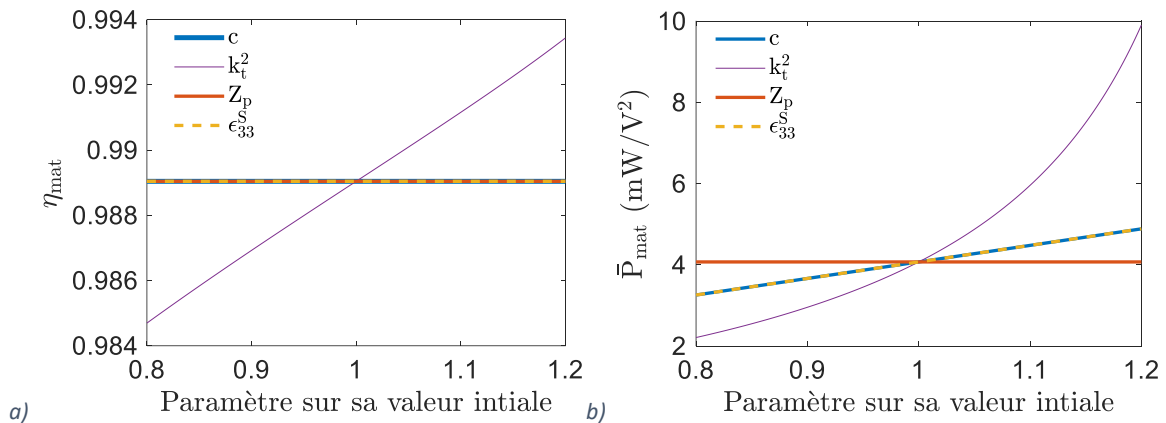


Figure 101 : Influence de différents paramètres sur les critères  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$ . Le matériau utilisé est le PIC181.

Sur la Figure 102 sont tracés l'impact des pertes ( $Q$  et  $\tan(\delta)$ ) sur  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$ . Comme attendu, minimiser les pertes (i.e. augmenter  $Q$  et diminuer  $\tan(\delta)$ ) permet d'augmenter  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$ .



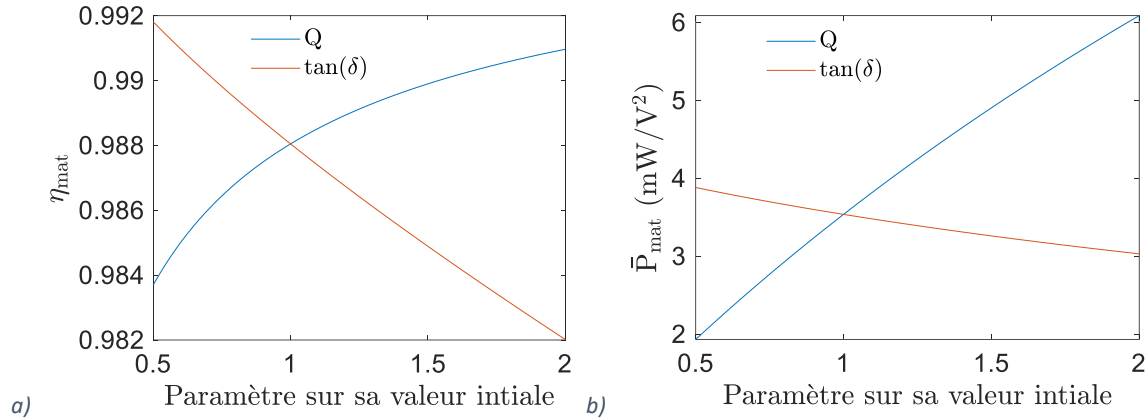


Figure 102 : Influence des pertes ( $Q$  et  $\tan(\delta)$ ) sur les critères  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$ . Le matériau utilisé est le PIC181.

Dans cette partie, nous avons donc établi deux critères,  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$  permettant de comparer les matériaux piézoélectriques, d'évaluer quel matériau a le plus de potentiel pour la TPA et d'établir quels paramètres permettent d'augmenter  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$ .

#### 4.IV. Bornes supérieures des performances

Après avoir établi la borne supérieure du rendement pour la paroi, et la borne supérieure du rendement et de la puissance normalisée pour les transducteurs, nous allons nous intéresser à la borne supérieure des performances du système complet.

##### 4.IV.1. Bornes supérieures globales des systèmes de TPA

A chaque fréquence, la borne supérieure du rendement du système complet correspond au produit de la borne supérieure du rendement de chaque couche. En effet, à chaque fréquence, la puissance ne peut être transmise à un meilleur rendement que lorsque chaque couche convertit ou transporte la puissance à son meilleur rendement. Nous avons donc :

$$\eta^{sup} = \eta_{\text{émetteur}}^{sup} \times \eta_{\text{paroi}}^{sup} \times \eta_{\text{récepteur}}^{sup} \quad 4-39$$

La borne supérieure de la puissance normalisée est quant à elle atteinte à chaque fréquence quand l'émetteur émet le plus de puissance mécanique par volt au carré possible puis que cette puissance est transportée et convertie par les autres couches (i.e. paroi et récepteur) avec leur meilleur rendement. Nous avons alors :

$$\bar{p}^{sup} = \bar{p}_{\text{émetteur}}^{sup} \times \eta_{\text{paroi}}^{sup} \times \eta_{\text{récepteur}}^{sup} \quad 4-40$$

##### 4.IV.1.a. Transducteurs sans pertes

Nous nous intéressons dans un premier temps aux transducteurs sans pertes. Sur la Figure 103 est affiché en rouge pointillé  $\eta^{sup}$  en fonction de la fréquence pour une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur et des transducteurs en PIC181 de 45 mm de diamètre et de 2.12 mm d'épaisseur ne présentant ni pertes mécaniques ni pertes diélectriques.

$\eta^{sup}$  est comparé au rendement effectivement atteint  $\eta$  avec les transducteurs sans pertes (en bleu). La puissance normalisée  $\bar{p}$ , avec des transducteurs sans pertes, est affichée sur la Figure 103b).  $\bar{p}^{sup}$  n'est pas tracée car avec des transducteurs sans pertes sa valeur tend vers l'infini.

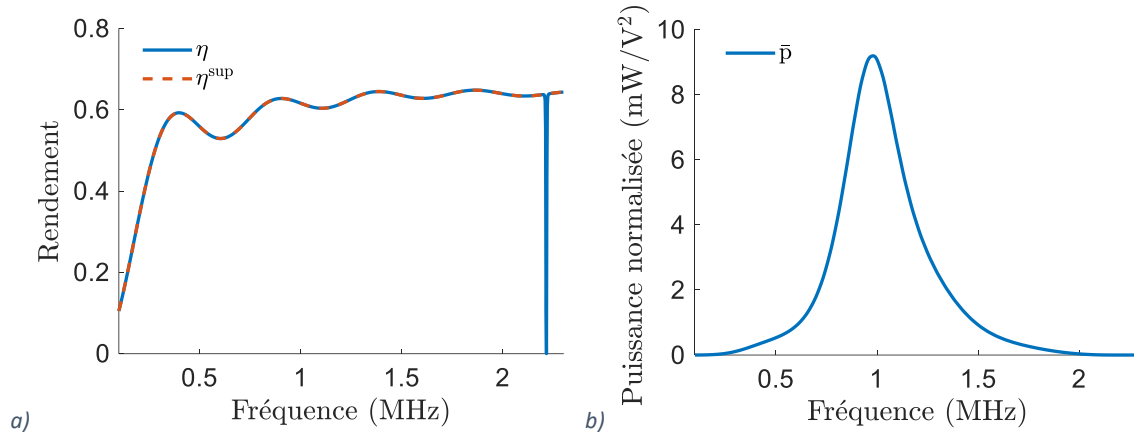


Figure 103 : Bornes supérieure des performances atteintes pour une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur et des transducteurs en PIC181 sans pertes, épais de 2.12 mm et avec un diamètre de 45 mm. La valeur maximale de  $\bar{p}$  est de 9.2 mW/V<sup>2</sup>.

Nous pouvons noter plusieurs points intéressants sur la Figure 103. Tout d'abord, la puissance normalisée atteinte n'est pas infinie et est donc bien loin de la valeur qui pourrait potentiellement être atteinte (l'infini). Nous voyons également qu'en dehors de la fréquence interdite des transducteurs (à 2.3 MHz), le rendement  $\eta$  est égal à la borne supérieure du rendement  $\eta^{sup}$  du système complet. Nous allons expliquer ici pourquoi.

Les transducteurs étant sans pertes, ils ne peuvent dissiper de puissance. Nous avons donc :

$$\eta_{\text{émetteur}} = \eta_{\text{récepteur}} = 1 \quad 4-41$$

$$\Rightarrow \eta = \eta_{\text{paroi}} \quad 4-42$$

Or, comme cela apparaît sur la Figure 103a) lorsque la fréquence n'est pas égale à la fréquence interdite nous avons également :

$$\eta = \eta^{sup} = \eta_{\text{paroi}}^{sup} \quad 4-43$$

Ainsi, à chaque fréquence nous avons :

$$\eta_{\text{paroi}} = \eta_{\text{paroi}}^{sup} \quad 4-44$$

Nous pouvons donc en déduire qu'à chaque fréquence, l'impédance mécanique d'entrée du récepteur est égale à l'impédance mécanique maximisant le rendement de la paroi et permet à l'onde qui se propage dans celle-ci de ne pas se réfléchir sur l'interface paroi-récepteur.

Comme nous le montrons dans l'Annexe - 17, l'impédance électrique connectée à un récepteur sans perte permet d'adapter l'impédance mécanique du transducteur à n'importe quelle valeur. Cela permet donc au récepteur de prendre la valeur d'impédance mécanique maximisant le rendement de la paroi. Un transducteur piézoélectrique sans perte est donc une impédance mécanique contrôlable (sans limite sur les valeurs), contrôlée par l'impédance électrique qui lui est connectée.

4.IV.1.b. Transducteurs avec pertes

A l'inverse des transducteurs sans pertes, un transducteur avec pertes ne permet pas d'atteindre n'importe quelle valeur d'impédance mécanique. Par ailleurs, même s'il est possible pour un transducteur d'atteindre la valeur d'impédance mécanique maximisant le rendement de la paroi, ce n'est pas forcément le meilleur choix du point de vue du rendement global. En effet, avec des transducteurs avec pertes, il ne convient pas de maximiser  $\eta_{paroi}$  mais bien de maximiser  $\eta = \eta_{\text{émetteur}} \times \eta_{paroi} \times \eta_{\text{récepteur}}$ .

Cette maximisation est réalisée en déterminant la charge électrique maximisant le rendement (formule 4-18) du système de TPA complet, c'est-à-dire un quadripôle électrique englobant toutes les couches. Ce faisant, le meilleur compromis entre les pertes dans la paroi et les pertes dans les transducteurs est réalisé.

Sur la Figure 104, les valeurs de  $\eta^{sup}$  et de  $\bar{p}^{sup}$  sont affichées en rouge, et peuvent être comparées aux valeurs effectivement atteintes avec des transducteurs avec pertes (en bleu).

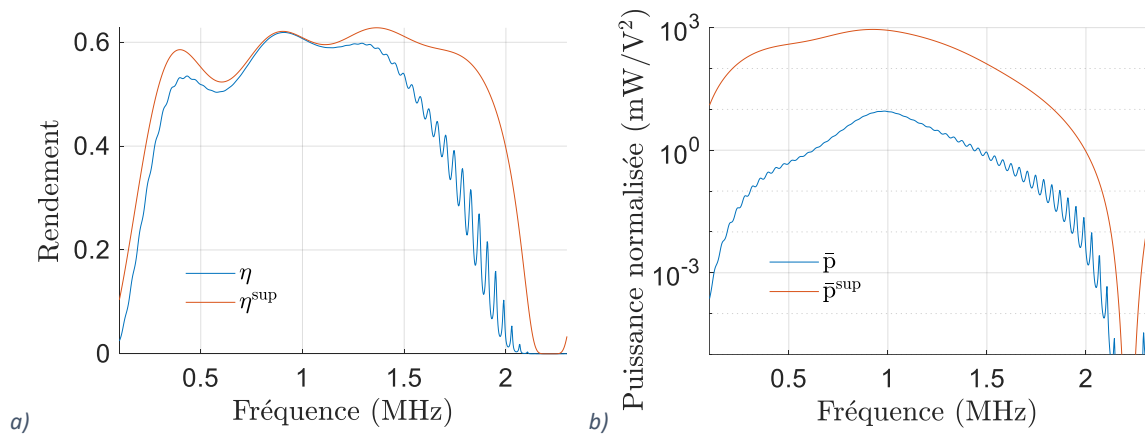


Figure 104 : Bornes des performances et performances atteintes pour une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur et des transducteurs en PIC181 épais de 2.12 mm et avec un diamètre de 45 mm. La valeur maximale de  $\bar{p}$  est de 9.1 mW/V<sup>2</sup>.

Il apparaît sur la Figure 104a) qu'aux alentours de la fréquence de résonance du transducteur (1.1 MHz), le rendement atteint est presque égal au maximum de la borne supérieure du rendement. Pour ces transducteurs et la paroi, rien ne peut donc être fait pour augmenter le rendement de TPA.

Cela n'est cependant pas le cas pour la puissance normalisée. En effet, la puissance atteinte, 9.1 mW/V<sup>2</sup>, est 99 fois plus faible que la valeur qui pourrait être atteinte si chaque couche composant le système était exploitée à son maximum ( $\max_f(\bar{p}^{sup}) = 903 \text{ mW/V}^2$ ).

Notons par ailleurs que la puissance atteinte avec les transducteurs avec pertes (9.1 mW/V<sup>2</sup>) est très proche de la valeur atteinte sans pertes (9.2 mW/V<sup>2</sup>). Ainsi, pour le PIC181 et dans la configuration standard (i.e. transducteurs collés directement sur la paroi), diminuer les pertes des transducteurs ne permet pas d'augmenter sensiblement la puissance normalisée.

4.IV.2. Performances individuelles de chaque couche

Dans la partie précédente, nous avons montré que la puissance normalisée est très loin de la valeur qui pourrait être atteinte si chaque élément composant le système (i.e. deux transducteurs en PIC181

et une paroi en aluminium de 73 mm - Figure 104b) était exploité à son maximum. Dans cette partie, nous allons déterminer les performances de chaque couche individuellement afin d'identifier la cause du grand écart entre la puissance normalisée  $\bar{p}$  et la borne supérieure de la puissance normalisée  $\bar{p}^{sup}$ . Le rendement de la couche  $n$  est égal à la puissance de sortie divisée par la puissance y entrant :

$$\eta_n = \frac{P_{out_n}}{P_{in_n}} \quad 4-45$$

Les puissances électriques entrant dans l'émetteur et sortant du récepteur sont données dans les équations 3-4 et 3-5 respectivement. La puissance mécanique entrant dans la couche  $n$  est donnée par :

$$P_{in_n} = \Re \left( \frac{F_n V_n^*}{2} \right) \quad 4-46$$

La puissance mécanique sortant de la couche  $n$  est donnée par :

$$P_{out_n} = \Re \left( \frac{F_{n+1} V_{n+1}^*}{2} \right) \quad 4-47$$

La puissance normalisée de l'émetteur est calculée en divisant la puissance mécanique en sortant par le carré de la tension qui y est appliquée.

A partir de ces formules, il est possible de déterminer  $\bar{p}_{émetteur}$ ,  $\eta_{paroi}$  et  $\eta_{récepteur}$  et de comparer leurs valeurs à  $\bar{p}_{émetteur}^{sup}$ ,  $\eta_{paroi}^{sup}$  et  $\eta_{récepteur}^{sup}$ . Sur la Figure 105,  $\bar{p}_{émetteur}^{sup}$ ,  $\eta_{paroi}^{sup}$  et  $\eta_{récepteur}^{sup}$  en rouge sont comparés à  $\bar{p}_{émetteur}$ ,  $\eta_{paroi}$  et  $\eta_{récepteur}$  (en bleu) déterminés lorsque  $Z_{Load} = Z_\eta$ .

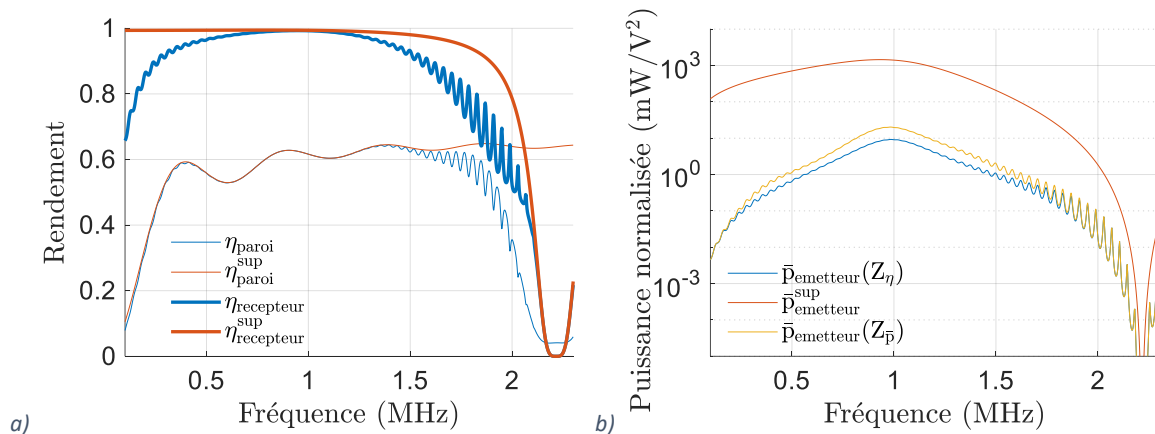


Figure 105 : a)  $\eta_{paroi}$ ,  $\eta_{récepteur}$ ,  $\eta_{paroi}^{max}$  et  $\eta_{récepteur}^{max}$  et b)  $\bar{p}_{émetteur}$  et  $\bar{p}_{émetteur}^{max}$  en fonction de la fréquence.  $\bar{p}_{émetteur}$ ,  $\eta_{paroi}$  et  $\eta_{récepteur}$  sont obtenus ici avec l'impédance de charge électrique,  $Z_{Load} = Z_\eta$ . La paroi est en aluminium de 73 mm d'épaisseur et les transducteurs en PIC181 épais de 2.12 mm avec un diamètre de 45 mm.

Sur la Figure 105, il apparaît que le rendement de la paroi et du récepteur sont très proches de leur borne supérieure respective. Ce qui n'est absolument pas le cas pour la puissance normalisée de l'émetteur. La puissance normalisée d'un quadripôle ne dépendant que de ce quadripôle et de la charge connectée, cela signifie que l'impédance mécanique vue par l'émetteur ne permet pas à ce dernier de générer beaucoup de puissance mécanique pour une tension unitaire. Ainsi, pour augmenter la puissance normalisée, il convient de modifier l'impédance mécanique vue par l'émetteur.

Un transducteur piézoélectrique étant une impédance mécanique contrôlable électriquement (voir partie 4.IV.1.a), l'impédance mécanique vue par l'émetteur peut être modifiée, dans une certaine mesure, en jouant sur la charge électrique connectée au récepteur.  $\bar{p}$  lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$  est affichée en jaune sur la Figure 105b). Bien que la charge électrique ait été choisie pour maximiser la puissance normalisée, cette dernière reste très faible devant la borne supérieure de la puissance normalisée. Une autre manière de changer l'impédance mécanique vue par l'émetteur consiste à insérer une couche de matériau entre l'émetteur et la paroi. Cette stratégie, ainsi que deux autres stratégies sont étudiées dans la partie suivante.

#### 4.V. Stratégies pour augmenter la puissance normalisée

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à trois stratégies proposées dans l'état de l'art pour augmenter le rendement et la puissance transmise. Bien que citées dans l'état de l'art, ces stratégies n'ont jamais été traitées rigoureusement pour la TPA.

Nous nous intéressons dans un premier temps à l'utilisation d'une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et la paroi (Figure 106b). Cette couche intermédiaire permet de changer l'impédance mécanique vue par l'émetteur. L'impédance mécanique vue par l'émetteur a été identifiée dans la partie précédente comme l'élément principal limitant la puissance normalisée. Ainsi, l'utilisation d'une couche intermédiaire devrait permettre de l'augmenter. Dans un deuxième temps, nous étudions les empilements de transducteurs (Figure 106c) puis dans un troisième temps l'utilisation de contre-masses placées sur les faces libres des transducteurs (Figure 106d).

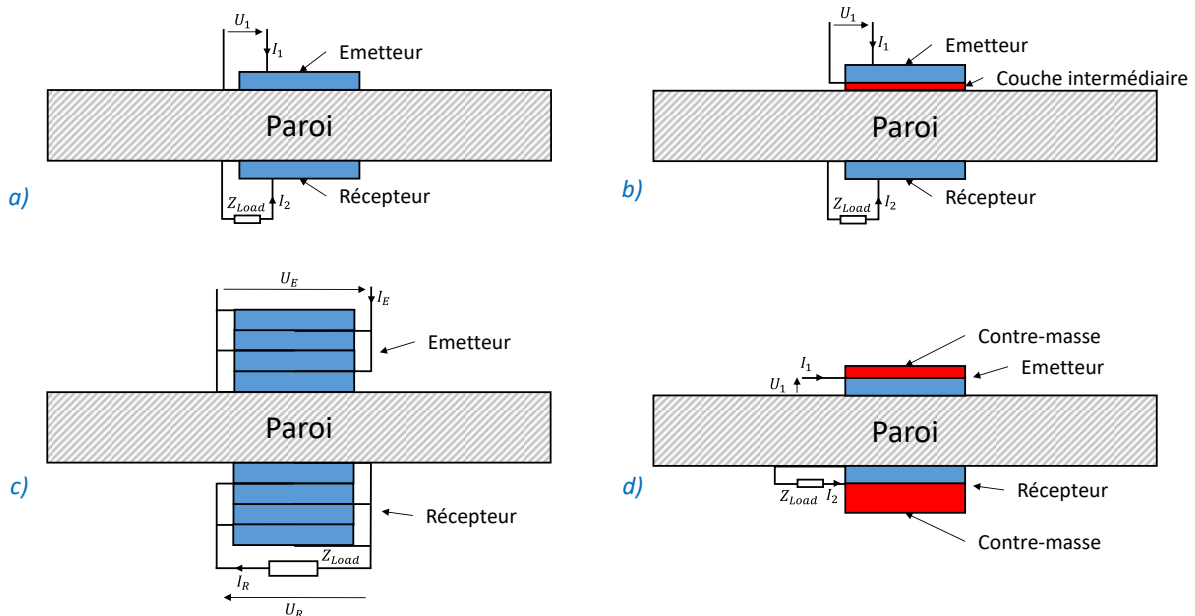


Figure 106 : Les différents systèmes de TPA étudiés dans ce chapitre. a) Système standard, les disques piézoélectriques sont collés directement sur la paroi. b) Couche intermédiaire. c) Empilement de disques piézoélectriques. d) Utilisation de contre-masses.

##### 4.V.1. Couche intermédiaire

Dans cette partie, nous étudions l'impact et le dimensionnement d'une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et la paroi pour augmenter la puissance normalisée et s'approcher de  $\bar{p}^{sup}$ . Sur la Figure 107 est donnée une représentation schématique d'un système de TPA avec une couche intermédiaire.

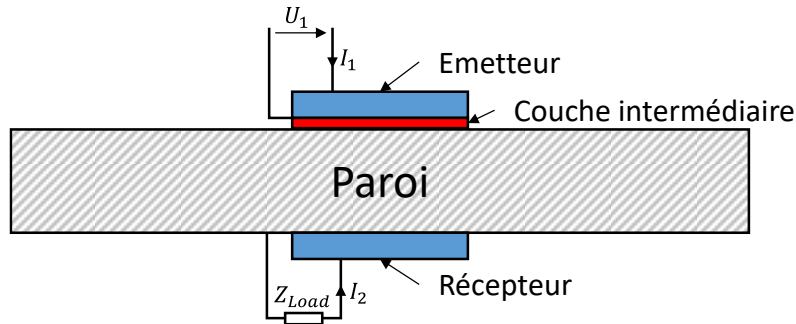


Figure 107 : Système de TPA avec une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et la paroi.

Ajouter une couche de matériau entre l'émetteur et la paroi revient à ajouter un quadripôle mécanique dans le système (Figure 108).

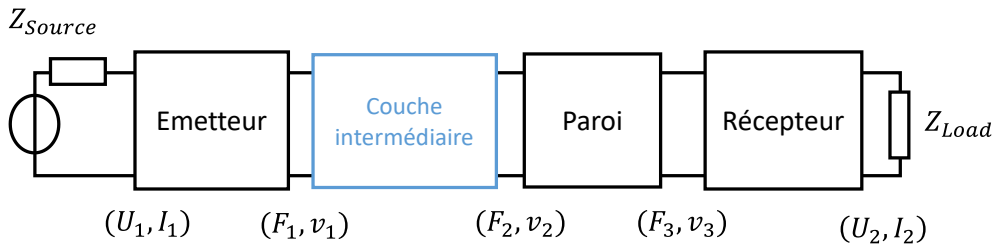


Figure 108 : Système de TPA vu comme un enchainement de quadripôles, avec une couche intermédiaire.

Afin d'optimiser cette couche intermédiaire, il convient de choisir le matériau et l'épaisseur de la couche.

#### 4.V.1.a. Couche intermédiaire en ¼ d'onde

La méthode généralement utilisée pour adapter deux matériaux consiste à utiliser une lame ¼ d'onde supprimant complètement les réflexions ayant lieu à l'interface entre deux matériaux semi-infinis. Cette technique est étudiée dans [46] pour la TPA. Nous allons montrer ici que cette méthode n'est pas adaptée pour la TPA telle qu'utilisée dans cette thèse. Nous proposerons ensuite une méthode plus appropriée et permettant de déterminer sans hypothèses le meilleur matériau et la meilleure épaisseur pour la couche intermédiaire.

Avec l'adaptation ¼ d'onde, l'épaisseur de la couche intermédiaire doit être d'un quart de longueur d'onde à la fréquence choisie :

$$e_{couche}^{1/4} = \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} = 1.3 \text{ mm} \quad 4-48$$

Avec une vitesse de propagation de la couche arbitrairement choisie à  $c = 5000 \text{ m/s}$ .

L'impédance caractéristique du matériau de la couche dépend des impédances caractéristiques des matériaux à adapter ( $Z_{piézo}$  et  $Z_{paroi}$ ) et est obtenue à partir de l'équation suivante [46] :

$$Z_{couche}^{1/4} = \sqrt{Z_{piézo} Z_{paroi}} = 24.8 \text{ MRayl} \quad 4-49$$

Sur la Figure 109 sont donnés le rendement et la puissance normalisée obtenus avec et sans la couche intermédiaire d'adaptation  $\frac{1}{4}$  d'onde lorsque celle-ci est dimensionnée pour la fréquence de 1 MHz. La couche intermédiaire est modélisée avec le MASD.

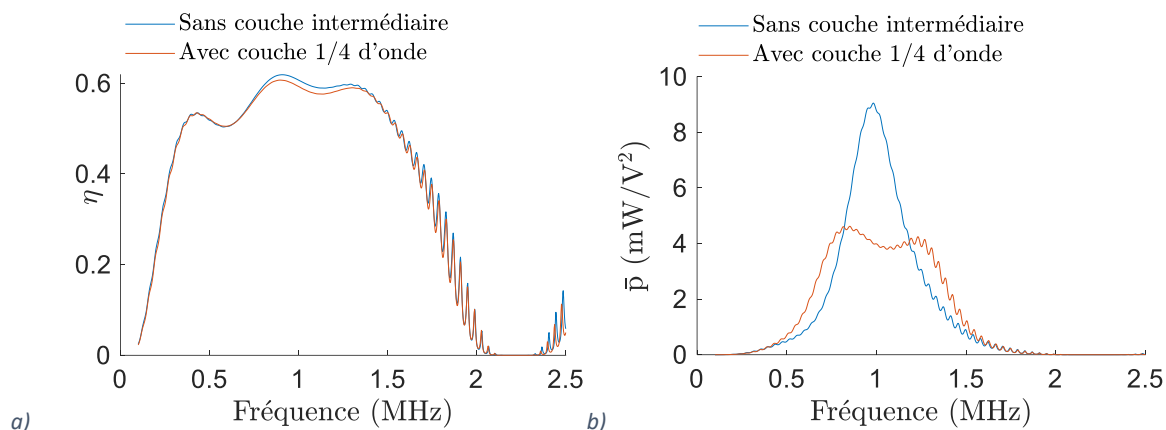


Figure 109 : a) Rendement et b) puissance normalisée, obtenus avec ou sans couche intermédiaire dimensionnée comme une lame d'adaptation  $\frac{1}{4}$  d'onde pour la fréquence de 1 MHz. La paroi est de 73 mm d'épaisseur et les transducteurs en PIC181 de 40 mm de diamètre et épais de 2.12 mm.

Il apparaît sur la Figure 109, que ni le rendement, ni la puissance normalisée ne sont améliorés avec cette couche intermédiaire dimensionnée comme une lame  $\frac{1}{4}$  d'onde. Nous allons ici expliquer pourquoi.

L'utilisation d'une lame  $\frac{1}{4}$  d'onde permet de supprimer les réflexions entre deux matériaux semi-infinis. Cela revient à faire en sorte qu'à l'interface des deux matériaux, chacun voit une impédance égale à son impédance mécanique caractéristique, se traduisant en effet par l'absence de réflexion comme cela est expliqué dans la partie 2.1.1.c du chapitre 2. Cependant, même dans le cas extrême où il n'y a naturellement pas de réflexions aux interfaces entre les matériaux (i.e. l'impédance caractéristique des transducteurs est égale à celle de la paroi) les performances ne sont pas maximisées pour autant. Cela apparaît clairement sur la Figure 110.

La Figure 110a) donne la valeur maximale sur toutes les fréquences du rendement en fonction de l'impédance de la paroi et la Figure 110b) donne la valeur maximale sur toutes les fréquences de la puissance normalisée en fonction de l'impédance de la paroi.

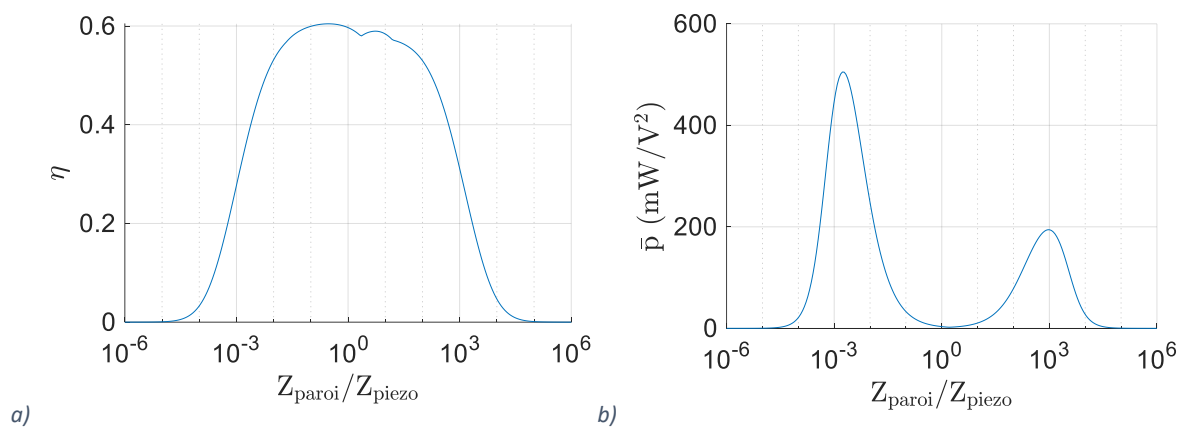


Figure 110 : Valeurs maximales sur toutes les fréquences et en fonction de l'impédance caractéristique de la paroi du a) rendement et b) de la puissance normalisée. Avec une vitesse de propagation d'une paroi en aluminium ( $c = 6200 \text{ m/s}$ ) et une épaisseur de 73 mm avec des transducteurs de diamètre 40 mm ( $\gamma = 0.27$ ) et épais de 2 mm.

Il y a plusieurs raisons pour lesquelles utiliser une lame  $\frac{1}{4}$  d'onde ou avoir  $Z_{piézo} = Z_{paroi}$  ne permet pas de maximiser les performances :

- Le transducteur piézoélectrique n'est pas seulement un matériau mécanique traversé par une onde mécanique ; il en est le générateur et son impédance mécanique caractéristique ne correspond ni à l'impédance mécanique maximisant le rendement ni à celle maximisant la puissance normalisée. Par exemple, dans le cas de la Figure 98 et pour le matériau PIC181, l'impédance mécanique caractéristique de l'émetteur est  $|Z_p|_S = 46.3 \text{ kN.s/m}$  alors que l'impédance mécanique maximisant le rendement de l'émetteur est  $|Z_\eta| = 20.3 \text{ kN.s/m}$  et que l'impédance mécanique maximisant la puissance normalisée de l'émetteur est  $|Z_{\bar{p}}| = 9.2 \text{ kN.s/m}$ .
- Le système est de dimension finie et égaliser les impédances caractéristiques ne signifie pas qu'il n'y a pas de réflexions sur la dernière interface du système (i.e. la face libre du récepteur). Ainsi, même si l'onde ne se réfléchit pas à l'interface paroi-récepteur, elle se réfléchira sur la dernière interface (i.e. récepteur-air). Si elle n'est pas totalement absorbée par le récepteur (i.e. atténuée par les pertes et la conversion mécanique-électrique) elle repartira dans la paroi.

Ainsi, la règle parfois citée [46,60,64,72], consistant à chercher à adapter les impédances caractéristiques de la paroi et des transducteurs (i.e. via l'utilisation d'une lame  $\frac{1}{4}$  d'onde ou en choisissant des transducteurs de même impédance caractéristique que la paroi) ne permet pas de maximiser les performances de TPA.

Dans la partie suivante, nous allons déterminer de manière plus exhaustive la couche intermédiaire (i.e. matériau et épaisseur) qui maximise la puissance normalisée.

#### 4.V.1.b. Optimisation de la couche intermédiaire

La couche intermédiaire est une couche de matériau non-piézoélectrique. Conformément au MASD établi dans le chapitre 2 elle est modélisée par l'équation 2-22, rappelée ici :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = -jS\tilde{Z}_{couche} \begin{pmatrix} \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{-1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \\ -1 & 1 \\ \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & \tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad 4-50$$

Avec :

$$\tilde{Z}_{couche} = \sqrt{\rho\tilde{c}_{33}} = \rho\tilde{c} = \tilde{c}_{33}/\tilde{c} \quad 4-51$$

La couche intermédiaire dépend donc de trois paramètres :  $Z_{couche}$ ,  $c$  et  $x_n$  auxquels s'ajoutent les pertes modélisées avec le facteur de qualité  $Q$ . Nous fixons  $Q = 100$  pour la couche intermédiaire dans ce travail d'optimisation. En remplaçant  $x_n$  par  $N\lambda$  ( $N$  étant le nombre de longueur d'onde dans l'épaisseur de la couche) et  $1/\tilde{c}$  par la valeur obtenue dans l'Annexe - 4 lorsque  $Q \gg 1$ , nous obtenons :

$$\frac{\omega x_n}{\tilde{c}} = \frac{2\pi f N \lambda}{c} \left(1 - \frac{j}{2Q}\right) = 2\pi N q \quad 4-52$$



Avec  $q = 1 - \frac{j}{2Q}$ . L'équation 4-50, devient donc :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = -jSZ_{couche}\bar{q} \begin{pmatrix} \frac{1}{\tan(2\pi Nq)} & \frac{-1}{\sin(2\pi Nq)} \\ -1 & 1 \\ \frac{\sin(2\pi Nq)}{\tan(2\pi Nq)} & \frac{1}{\tan(2\pi Nq)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad 4-53$$

Avec  $\bar{q}$  le complexe conjugué de  $q$ . Le facteur de qualité étant fixé, la couche de matériau ne dépend maintenant plus que de deux paramètres,  $Z_{couche}$  et  $N$ . Une étude paramétrique sur ces deux paramètres nous permet d'identifier la couche intermédiaire la plus appropriée. Notons que cette réduction de trois à deux paramètres est possible car tous les paramètres matériaux ne sont pas fixés. En effet, deux matériaux peuvent avoir la même impédance caractéristique tout en ayant des vitesses de propagation différentes.

Pour réaliser cette étude paramétrique, nous faisons varier  $Z_{couche}$  et  $N$ . Faire cela signifie tester toutes les possibilités de couches intermédiaires (i.e. matériau et épaisseur). Pour chaque combinaison de valeurs, nous faisons varier la fréquence et déterminons la puissance normalisée et le rendement obtenu lorsque la charge électrique optimale est appliquée, respectivement  $Z_{\bar{p}}$  et  $Z_{\eta}$ . Pour chaque combinaison, la valeur du maximum en fonction de la fréquence de la puissance normalisée et du rendement sont retenues. Sur la Figure 111a) et la Figure 111b) sont affichés le rendement et la puissance normalisée, respectivement, obtenus de cette manière.

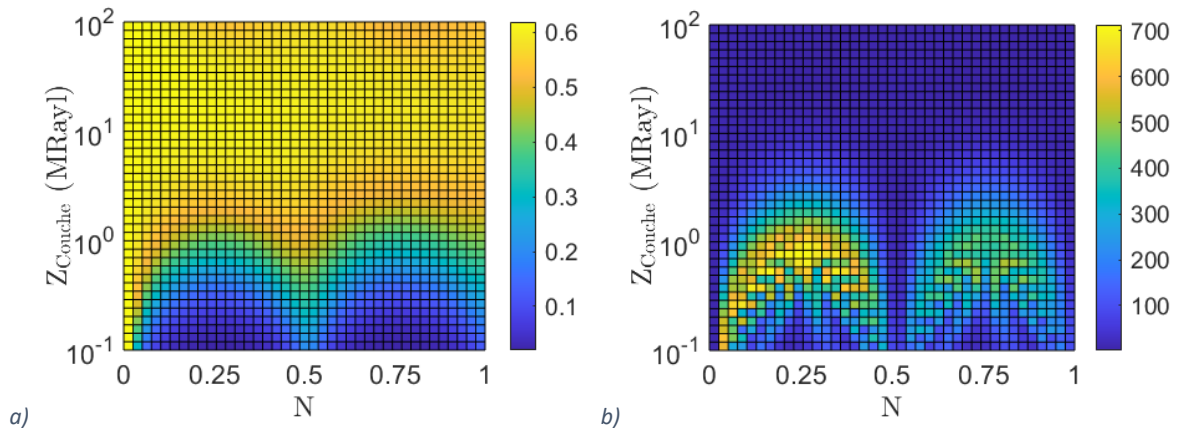


Figure 111 : Valeur maximale du a) rendement et b) de la puissance normalisée ( $mW/V^2$ ) en fonction des caractéristiques de la couche intermédiaire. La paroi est de 73 mm d'épaisseur et les transducteurs en PIC181 de 40 mm de diamètre et épais de 2.12 mm.

$N = 0$  signifie zéro longueur d'onde dans l'épaisseur de la couche intermédiaire, c'est-à-dire, une couche intermédiaire d'épaisseur nulle. La ligne de  $N = 0$  permet donc de faire la comparaison entre avec et sans couche intermédiaire.

Sur la Figure 111a), il apparaît que l'utilisation d'une couche intermédiaire n'entraîne pas d'amélioration du rendement. Cela est compréhensible puisque le rendement sans couche intermédiaire est déjà très proche de la borne supérieure du rendement (voir Figure 104).

Sur la Figure 111b), il apparaît que l'utilisation d'une couche intermédiaire permet d'augmenter sensiblement la valeur de puissance normalisée, celle-ci passant de 9.1  $mW/V^2$  à 714  $mW/V^2$ , soit une augmentation d'un facteur 78. La borne supérieure de la puissance normalisée (903  $mW/V^2$  sur la Figure 104) n'est donc pas atteinte mais l'augmentation reste néanmoins très importante.

Notons qu'il apparaît sur la Figure 111 que lorsque la puissance normalisée subit une augmentation importante, le rendement s'en trouve dégradé. Cela est cohérent avec la remarque faite dans la partie 4.III.3.b, mentionnant le compromis forcément nécessaire entre rendement et puissance normalisée.

Par lecture graphique de la Figure 111, la valeur de  $Z_{couche}$  et de  $N$  répondant au mieux au besoin de rendement et de puissance normalisée peut être déterminée. L'épaisseur de la couche intermédiaire peut ensuite être calculé en connaissant la fréquence du maximum de la puissance normalisée (Figure 112a)) et la vitesse de propagation des ondes dans le matériau choisi pour la couche. L'équation suivante est utilisée :

$$e_{couche} = N\lambda = \frac{Nc}{f} \quad 4-54$$

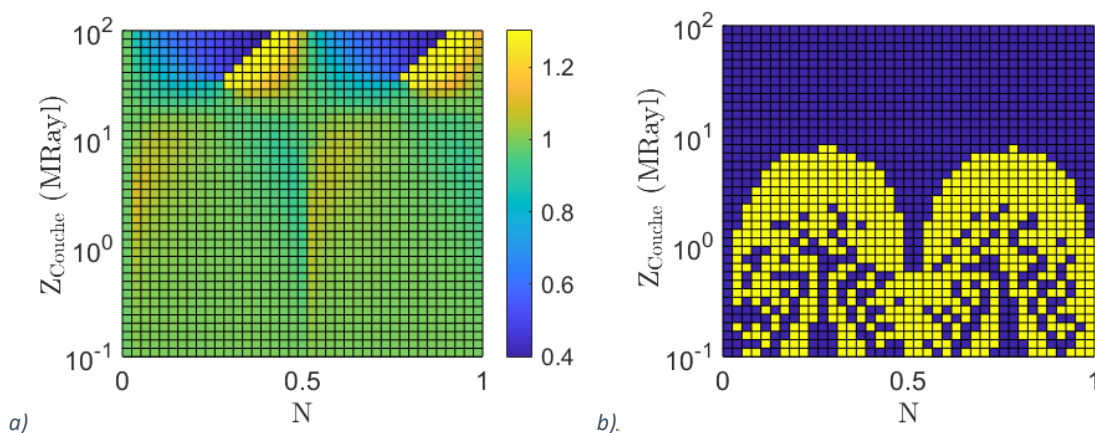


Figure 112 : a) Fréquence en MHz à laquelle le maximum de puissance normalisée (Figure 111b)) est atteint. b) Les zones en jaune correspondent aux caractéristiques de la couche intermédiaires pour lesquelles la fréquence où la phase de l'impédance électrique d'entrée est nulle permet d'obtenir 90% du maximum de la puissance normalisée.

Augmenter la puissance normalisée du système n'est pas le seul avantage de l'utilisation d'une couche intermédiaire. En effet, elle permet également de résoudre un des problèmes importants de la TPA : l'identification de la meilleure fréquence de fonctionnement.

Cela apparaît sur la Figure 112b) qui indique si oui (en jaune) ou non (en bleu), la puissance obtenue lorsque la fréquence est choisie de façon à ce que la phase de l'impédance d'entrée du système soit nulle vaut au moins 90% de la valeur maximale de la puissance normalisée. Ainsi, la couche intermédiaire présente aussi l'avantage de ne pas avoir de puissance réactive ce qui évite l'utilisation de capacité ou d'inductance pour la compenser.

#### 4.V.1.c. Validation expérimentale de l'utilisation d'une couche intermédiaire

Un dispositif expérimental a été réalisé afin de confirmer les avantages mis en évidence avec le modèle analytique d'utiliser une couche intermédiaire.

Pour réaliser ce dispositif, il est nécessaire de choisir un matériau pour la couche intermédiaire. Un matériau avec une impédance comprise entre 0.3 et 1.7 MRayl devrait théoriquement permettre d'obtenir une puissance normalisée supérieure à 400 mW/V<sup>2</sup> (Figure 111b)). L'eau, par exemple, a une impédance caractéristique de 1.5 MRayl mais étant liquide, un dispositif particulier serait nécessaire pour l'utiliser. Les matériaux solides ayant une impédance caractéristique dans l'intervalle de 0.3 à

1.7 MRayl sont rares. Il y a par exemple la paraffine se liquéfiant vers 50°C et dont le facteur de qualité est très faible. Les matériaux plastiques sont des matériaux dont l'impédance caractéristique est relativement faible (i.e. aux alentours de 3 MRayl) et pour lesquels le facteur de qualité peut être assez élevé. Nous avons donc choisi d'utiliser un matériau plastique.

Parmi les plastiques, nous avons utilisé du polycarbonate car c'est un matériau qui peut être coupé avec un graveur laser. Son impédance caractéristique est de 3.2 MRayl. Sa densité est de 1190 kg/m<sup>3</sup> et les ondes longitudinales s'y propagent à la vitesse de 2700 m/s.

A partir de la Figure 111b) il apparaît qu'un nombre de longueurs d'onde compris entre 0.2 et 0.3 permet d'atteindre une puissance supérieure à 160 mW/V<sup>2</sup> avec ce matériau (le maximum étant de 176 mW/V<sup>2</sup>). Pour  $N \in [0.2; 0.3]$ , la Figure 112a), indique que la fréquence du maximum de puissance normalisée est de 1 MHz (à 0.1% près). En appliquant la formule 4-54 nous déterminons que la couche intermédiaire doit avoir une épaisseur comprise entre 540 et 810 µm. La couche de polycarbonate utilisée expérimentalement a une épaisseur de 550 µm.

Cette couche a été collée à une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur. Deux transducteurs en PIC181 de 2.12 mm d'épaisseur et de 45 mm de diamètre ont ensuite été collés, un sur la couche intermédiaire en polycarbonate, l'autre aligné mais placé de l'autre côté de la paroi et directement sur celle-ci (sans couche intermédiaire). L'époxy CW 2400 a été utilisée pour ces collages. Une photo du dispositif (côté émetteur) est donnée en Figure 113. La couche intermédiaire étant très fine par rapport aux autres dimensions, celle-ci est difficilement identifiable sur l'image.

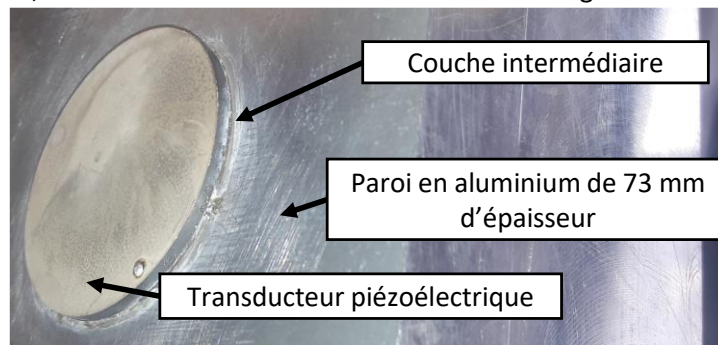


Figure 113 : Emetteur avec la couche intermédiaire collés sur une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur.

Afin de pouvoir faire la comparaison avec/sans couche intermédiaire, deux autres transducteurs identiques ont été collés alignés de part et d'autre de la paroi, sans couche intermédiaire.

La méthode de mesure utilisée pour caractériser ces deux dispositifs expérimentaux est détaillée dans la partie 3.II du chapitre 3. Cette méthode consiste à déterminer les performances, comme pour les modèles analytiques et par éléments finis, à partir de la matrice d'impédance électrique du système. Celle-ci est mesurée pour une multitude de fréquences avec un VNA (Vector Network Analyzer).

Sur la Figure 114 sont affichés les rendements et puissances normalisées obtenus avec les dispositifs expérimentaux ; Les performances obtenues avec le modèle analytique, pour un facteur de qualité de 100 pour la couche intermédiaire, sont également affichées.

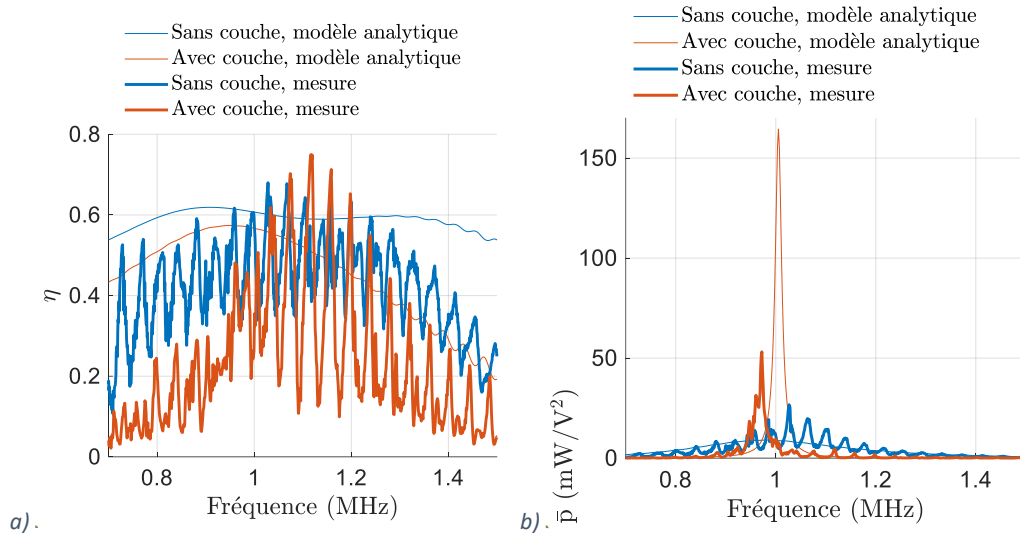


Figure 114 : a) Rendement et b) puissance normalisée, avec et sans couche intermédiaire. Les courbes en gras correspondent aux résultats de mesures et en traits fins du modèle analytique.

Plusieurs points ressortent de la Figure 114. Tout d’abord, la couche intermédiaire permet bien expérimentalement une augmentation de la puissance normalisée. Celle-ci est multipliée par deux et passe de 26 à 53  $\text{mW}/\text{V}^2$ . Cette augmentation est néanmoins bien moins importante que celle calculée avec le modèle analytique (i.e. gain de 18 de 9.1 à 165  $\text{mW}/\text{V}^2$ ).

A la fréquence du maximum de puissance normalisée mesurée, le rendement est de 34%. Sans la couche intermédiaire, le rendement à la fréquence du maximum de puissance normalisée est de 65%. Ainsi, comme prévu avec le modèle analytique, la couche intermédiaire permet d’augmenter la puissance normalisée mais dégrade le rendement.

Comme cela a déjà été mentionné dans la partie 2.III.3 du chapitre 2, la mesure présente une multitude de pics non visibles sur le modèle analytique. Ces pics entraînent une oscillation autour des résultats calculés avec le modèle analytique et des écarts entre les maximums des performances (par exemple, 9.1  $\text{mW}/\text{V}^2$  avec le modèle analytique sans couche intermédiaire et 26.7  $\text{mW}/\text{V}^2$  pour la mesure sans couche intermédiaire).

Nous allons ici essayer de comprendre pourquoi le gain de puissance normalisée obtenue en mesure avec la couche intermédiaire est plus faible qu’avec le modèle analytique. Pour cela, nous réalisons plusieurs simulations par éléments finis :

- Système sans couche intermédiaire
- Système avec la couche intermédiaire
- Système avec la couche intermédiaire et incluant les épaisseurs de colle et leur faible facteur de qualité
- Système avec la couche intermédiaire (sans la colle) et pour un facteur de qualité de la couche intermédiaire réduit

Les puissances normalisées obtenues pour ces différentes simulations sont affichées sur la Figure 115.

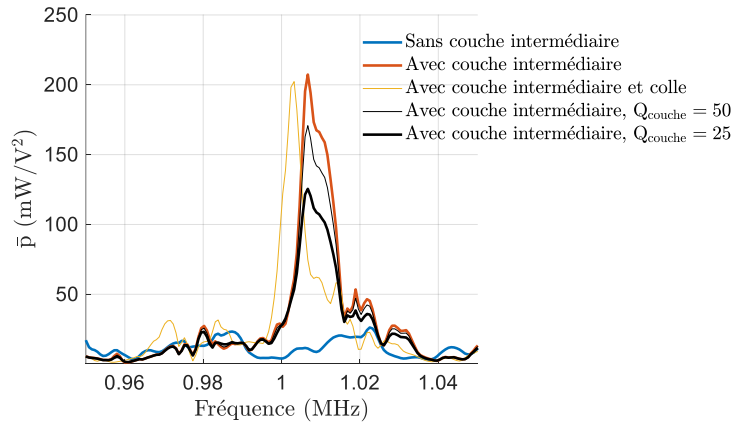


Figure 115 : Puissance normalisée obtenue par éléments finis pour différentes configurations, afin de comprendre pourquoi le gain avec la couche intermédiaire en mesure n'est pas supérieur à 2.

La comparaison entre sans et avec couche intermédiaire (courbes bleues et rouge) montre que même si le modèle analytique ne prend pas en compte tous les phénomènes, le dimensionnement de la couche intermédiaire permet une augmentation supérieure à deux de la puissance normalisée (i.e. ici le gain est de 8).

La comparaison entre avec ou sans la prise en compte des épaisseurs de colles (courbes rouges et jaune) montre que ce n'est pas le fait de négliger les épaisseurs de colle qui explique le gain de deux de la puissance normalisée.

La comparaison entre les différents facteurs de qualité de la couche intermédiaire (courbes rouge et noire), montre que le faible facteur de qualité de la couche de polycarbonate, probablement bien inférieur à 100 explique le gain limité à deux de la puissance normalisée avec ou sans la couche intermédiaire.

Nous avons montré dans la partie précédente que l'utilisation d'une couche intermédiaire permet d'identifier la fréquence du maximum de puissance normalisée. Afin de confirmer cela expérimentalement, sur la Figure 116, est affichée la phase de l'impédance d'entrée avec et sans couche intermédiaire du dispositif expérimental. Il apparaît que la phase ne s'annule jamais sans la couche intermédiaire alors que c'est le cas avec la couche intermédiaire. De plus, la fréquence où la phase de l'impédance d'entrée s'annule avec la couche intermédiaire (lorsque la phase croît avec la fréquence), correspond à la fréquence du maximum de puissance normalisée (Figure 114b)) ce qui confirme que la couche intermédiaire permet d'identifier la fréquence de fonctionnement où la puissance transmise est la plus élevée.

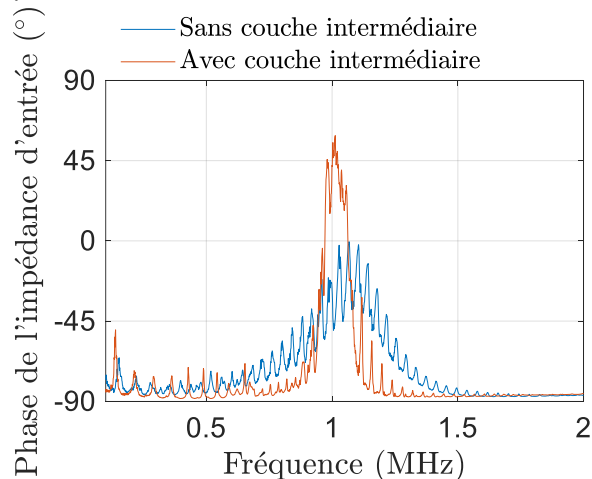


Figure 116 : Phase mesurée de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence, avec ou sans couche intermédiaire.

Sur la Figure 117 sont affichées la mesure de la puissance normalisée et de la phase de l'impédance d'entrée pour différentes températures. Il apparaît que la fréquence où la phase de l'impédance d'entrée s'annule permet de se maintenir à la meilleure fréquence de fonctionnement.

Nous pouvons noter par ailleurs que la puissance maximale varie fortement avec la température. Nous expliquons cela par une diminution importante du facteur de qualité de la couche intermédiaire en polycarbonate avec une augmentation de la température. Utiliser une couche intermédiaire avec un meilleur facteur de qualité devrait permettre de profiter pleinement des avantages de l'utilisation d'une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et le récepteur.

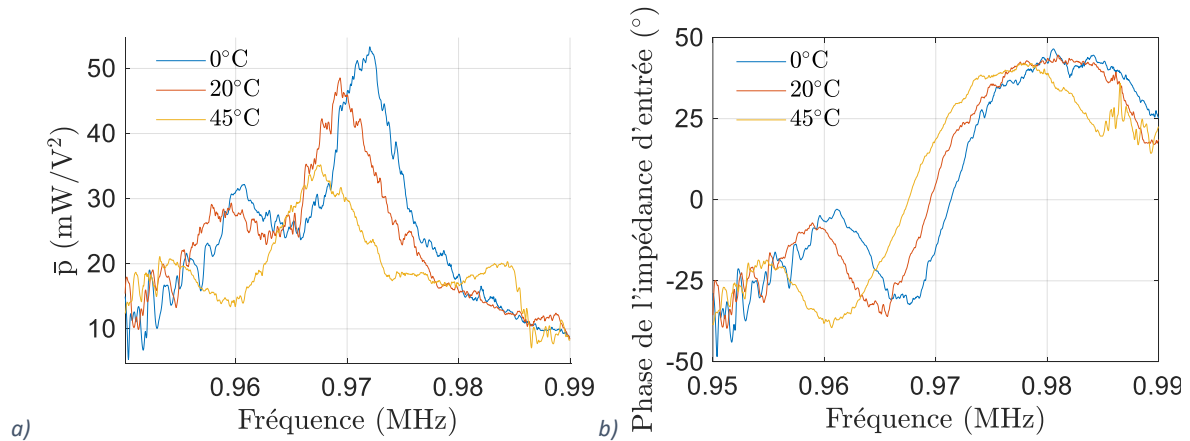


Figure 117 : a) Puissance normalisée et b) phase de l'impédance d'entrée, pour le dispositif avec la couche intermédiaire à différentes températures.

Dans cette partie, nous avons dimensionné une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et la paroi afin d'augmenter la puissance normalisée et confirmé expérimentalement son intérêt. Par ailleurs, nous avons montré que l'utilisation d'une couche intermédiaire permet d'identifier la fréquence du maximum de puissance normalisée à partir de la mesure de la phase de l'impédance d'entrée électrique (Figure 112b et Figure 117). A cette fréquence la puissance réactive est donc nulle ce qui réduit les pertes du côté du générateur. Ce travail sur l'utilisation d'une couche intermédiaire a été présenté récemment à la conférence internationale Power MEMS 2021 [97].

#### 4.V.2. Empilements de transducteurs

Après avoir montré les intérêts de l'utilisation d'une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et la paroi, nous nous intéressons maintenant aux empilements de transducteurs comme une deuxième alternative pour augmenter la puissance normalisée.

Un empilement de transducteur est constitué de disques piézoélectriques empilés. Afin d'alimenter ces disques à partir d'une seule source de tension, il y a une alternance des potentiels électriques appliqués aux disques (Figure 118a). Cela se traduit par chaque disque voyant la même tension, au signe près. Les déformations de chaque disque peuvent alors être choisies pour s'allonger ou se contracter en fonction de la direction de la polarisation choisie. Nous étudions ici deux dispositions des polarisations des disques piézoélectriques. Ces dispositions se traduisent par des allongements qui sont soit en phases (Figure 118a) soit en opposition de phase (Figure 118b). Une tension appliquée sur la configuration avec allongements en phase se traduit par un grand allongement de l'empilement. Inversement, une tension appliquée sur la configuration avec allongements en opposition de phase se traduit par l'absence d'allongement de l'empilement.

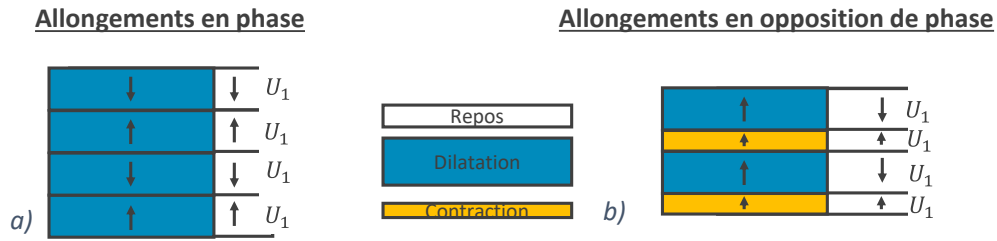


Figure 118 : Les différents arrangements de polarisation des disques piézoélectriques composant un stack possible et leur allongement pour une tension  $U_1$  appliquée. a) Configuration pour des allongements en phase et b) configuration pour des allongements en opposition de phase.

L'état de l'art présente deux travaux s'intéressant aux empilements de transducteurs pour la TPA. Dans [15], le système a été réalisé sans justifier les différents choix de conception, et notamment la configuration de polarisation des empilements de transducteurs qui a été fixée pour avoir des allongements en phase (Figure 118a). Une puissance supérieure à 1000 W a été transférée mais pour une tension d'excitation de 900 V. Malgré le fort niveau de puissance transmise, la puissance normalisée du système est en fait très faible ( $1 \text{ mW/V}^2$ ). Dans [57], les empilements ont été étudiés, mais également uniquement pour la configuration de polarisation avec allongements en phases. Les performances en termes de puissance normalisée pour ces deux travaux n'ont pas été améliorées par l'utilisation d'empilements.

Afin d'étudier rigoureusement les empilements de transducteurs, nous faisons varier en simulation le nombre de transducteurs à l'émetteur et au récepteur pour les deux configurations de polarisation présentées (Figure 118).

#### 4.V.2.a. Modélisation des empilements de transducteurs

L'implémentation du modèle analytique reste inchangée pour modéliser les empilements de transducteurs : les matrices de toutes les couches sont concaténées en une seule matrice de manière équivalente à ce qui est fait pour le système standard avec la colle dans la partie 2.1.4 du chapitre 2. La matrice des disques piézoélectriques doit être adaptée, conformément à l'équation 2-97, en fonction du sens de la polarisation et des conventions sur la tension et le courant.

Nous pouvons obtenir une équation équivalente à l'équation 2-104, nous permettant de connaître toutes les variables du problème en fonction de toutes les tensions. Cela nous permet d'en déduire une matrice d'admittance de dimensions  $T \times R$ , avec  $T$  le nombre de disques piézoélectriques composant l'empilement de l'émetteur et  $R$  le nombre de disques piézoélectriques composant l'empilement du récepteur :

$$\begin{pmatrix} I_{t_1} \\ I_{t_2} \\ \dots \\ I_{t_T} \\ \hline I_{r_1} \\ I_{r_2} \\ \dots \\ I_{r_R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{t_1 t_1} & Y_{t_1 t_2} & Y_{t_1 \dots} & Y_{t_1 t_T} & Y_{t_1 r_1} & Y_{t_1 r_2} & Y_{t_1 \dots} & Y_{t_1 r_R} \\ Y_{t_2 t_1} & Y_{t_2 t_2} & Y_{t_2 \dots} & Y_{t_2 t_T} & Y_{t_2 r_1} & Y_{t_2 r_2} & Y_{t_2 \dots} & Y_{t_2 r_R} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{t_T r_1} & Y_{t_T r_2} & Y_{t_T \dots} & Y_{t_T t_T} & Y_{t_T r_1} & Y_{t_T r_2} & Y_{t_T \dots} & Y_{t_T r_R} \\ \hline Y_{r_1 t_1} & Y_{r_1 t_2} & Y_{r_1 \dots} & Y_{r_1 t_T} & Y_{r_1 r_1} & Y_{r_1 r_2} & Y_{r_1 \dots} & Y_{r_1 r_R} \\ Y_{r_2 t_1} & Y_{r_2 t_2} & Y_{r_2 \dots} & Y_{r_2 t_T} & Y_{r_2 r_1} & Y_{r_2 r_2} & Y_{r_2 \dots} & Y_{r_2 r_R} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{r_R t_1} & Y_{r_R t_2} & Y_{r_R \dots} & Y_{r_R t_T} & Y_{r_R r_1} & Y_{r_R r_2} & Y_{r_R \dots} & Y_{r_R r_R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{t_1} \\ U_{t_2} \\ \dots \\ U_{t_T} \\ \hline U_{r_1} \\ U_{r_2} \\ \dots \\ U_{r_R} \end{pmatrix} \quad 4-55$$

Avec l'indice  $t_i$  pour référer à l'émetteur  $i$  et l'indice  $r_i$  pour référer au récepteur  $i$ . Cette matrice peut être ramenée à une matrice  $2 \times 2$  en appliquant les conditions électriques supplémentaires. Conformément à la Figure 106c nous avons :

$$\begin{cases} U_{t_i} = U_E, \forall i \in \llbracket 1;T \rrbracket \\ U_{r_i} = U_R, \forall i \in \llbracket 1;R \rrbracket \end{cases} \quad 4-56$$

Avec  $U_E$  la tension appliquée à l'empilement de l'émetteur et  $U_R$  la tension appliquée à l'empilement du récepteur, tel que définis sur la Figure 106c. En combinant l'équation 4-55 et l'équation 4-56 nous obtenons :

$$\Rightarrow I_i = U_E \sum_{j=1}^T Y_{i,t_j} + U_R \sum_{j=1}^R Y_{i,r_j} \quad 4-57$$

Nous avons par ailleurs :

$$\begin{cases} I_E = \sum_{i=1}^T I_{t_i} \\ I_R = \sum_{i=1}^R I_{r_i} \end{cases} \quad 4-58$$

En combinant l'équation 4-57 et l'équation 4-58, nous obtenons la matrice d'impédance du système avec les empilements :

$$\begin{cases} I_E = Y_{EE}U_E + Y_{ER}U_R \\ I_R = Y_{RE}U_E + Y_{RR}U_R \end{cases} \quad 4-59$$

Avec :

$$\begin{cases} Y_{EE} = \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^T Y_{t_i t_j} \\ Y_{ER} = Y_{RE} = \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^R Y_{t_i r_j} \\ Y_{RR} = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R Y_{r_i r_j} \end{cases} \quad 4-60$$

#### 4.V.2.b. Optimisation des empilements de transducteurs

Afin d'étudier l'intérêt des empilements de transducteurs, le rendement et la puissance normalisée sont calculés pour les deux types de configurations de polarisation (Figure 118) en faisant varier le nombre de transducteurs dans les empilements de l'émetteur et du récepteur.



Sur la Figure 119 est affiché le rendement et la puissance normalisée en fonction de la fréquence et pour différents nombres de disques composant l'émetteur et le récepteur lorsque la polarisation est choisie pour avoir des allongements en phase (Figure 118a).

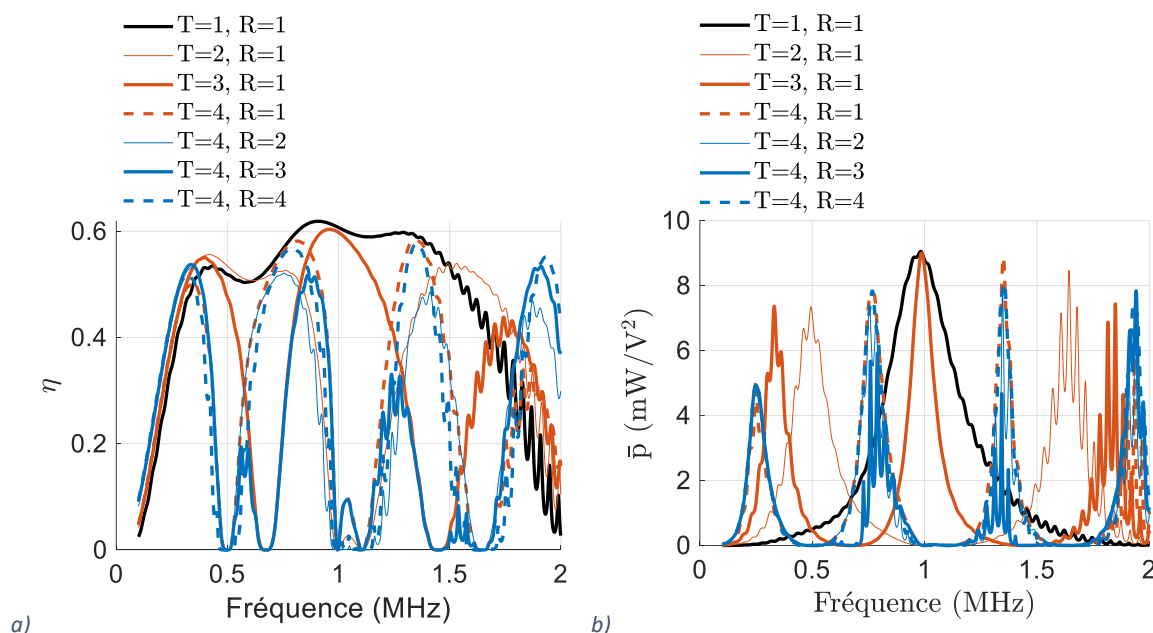


Figure 119 : a) rendement et b) puissance normalisée en fonction de la fréquence et pour différents nombres de disques piézoélectriques composant l'émetteur et le récepteur, avec la polarisation choisie pour obtenir des **allongements en phase**. La paroi est en aluminium est épaisse de 73 mm. Les transducteurs sont en PIC181, épais de 2.12 mm et de 45 mm de diamètre.

Il apparaît que la puissance normalisée n'est pas améliorée par l'utilisation d'empilement de transducteurs à l'émetteur comme au récepteur. Il apparaît par ailleurs que la 1<sup>ère</sup> fréquence de résonance diminue avec le nombre de disques composant l'émetteur. Ces résultats mettent en évidence les faibles valeurs de puissance normalisée obtenues dans les articles de l'état de l'art ayant étudié les empilements de transducteurs en se limitant à des empilement avec allongements en phase.

Sur la Figure 120 est affiché le rendement et la puissance normalisée en fonction de la fréquence et pour différents nombres de disques composant l'émetteur et le récepteur lorsque la polarisation est choisie pour avoir des allongements en opposition de phase (Figure 118b). Il apparaît qu'augmenter le nombre de disques composant l'émetteur permet d'augmenter de manière importante la puissance normalisée, sans que le rendement ne soit affecté. Augmenter le nombre de disques composant le récepteur n'a pas d'effet sur la puissance normalisée. Ainsi, afin de minimiser le nombre de disques piézoélectriques, il est intéressant de n'utiliser qu'un seul disque piézoélectrique pour le récepteur.

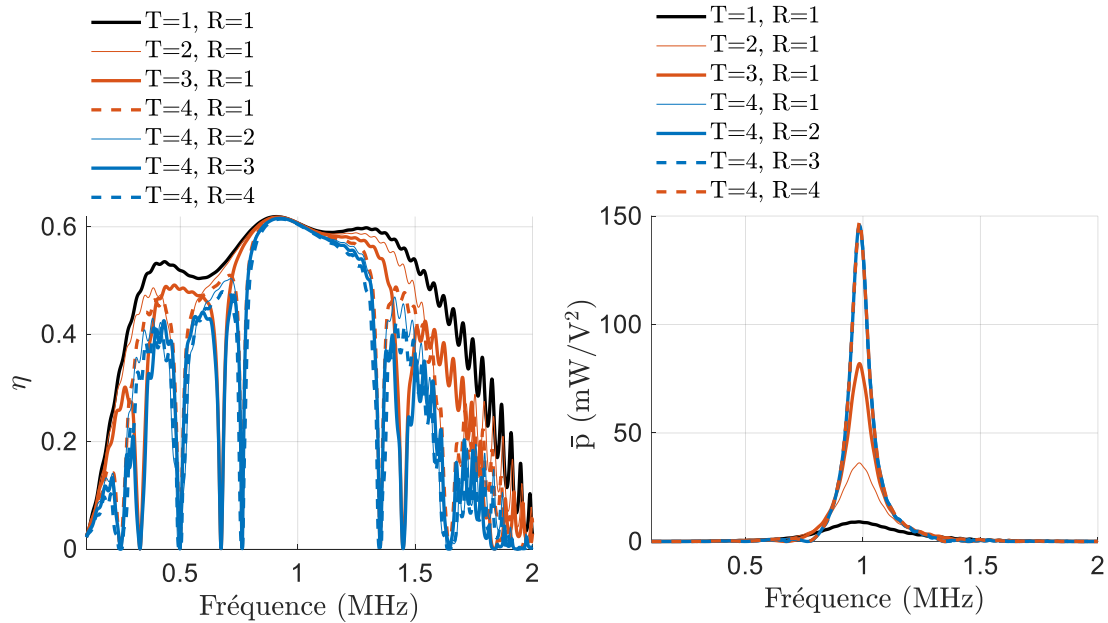


Figure 120 : a) rendement et b) puissance normalisée en fonction de la fréquence et pour différents nombres de disques piézoélectriques composant l'émetteur et le récepteur, avec la polarisation choisie pour obtenir **des allongements en opposition de phase**. La paroi en aluminium est épaisse de 73 mm. Les transducteurs sont en PIC181, épais de 2.12 mm et de 45 mm de diamètre.

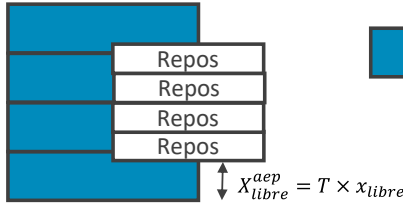
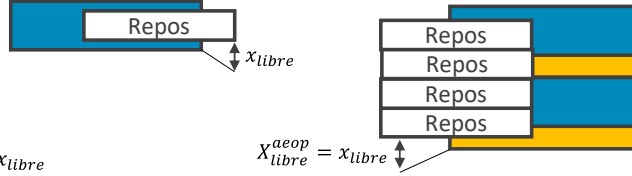
Ces résultats sont assez contre-intuitifs puisque l'empilement résultant en de grands allongements n'améliore pas la puissance transmise alors que l'empilement n'entraînant pas d'augmentation d'allongement permet d'augmenter de manière importante la puissance normalisée. Afin d'expliquer ces comportements nous allons étudier la puissance mécanique émise dans la paroi par les empilements de transducteurs en négligeant les composantes réactives qui sont par ailleurs nulles à la 1<sup>ère</sup> fréquence de résonance correspondant à la fréquence où les allongements sont par ailleurs les plus grands. Cette analyse n'est qu'approximative mais explique très bien de manière qualitative les résultats de la Figure 119 et de la Figure 120.

Les empilements de transducteurs sont décrits par des équations linéaires. Ainsi, les empilements peuvent être décrits par un générateur de force, équivalent à un générateur électrique de Thévenin, dont la borne supérieure de la puissance émise dans la paroi est égale à :

$$p^{sup} = \frac{V_{libre}}{2} \times \frac{F_{bloqué}}{2} \quad 4-61$$

Avec  $V_{libre}$  la vitesse de l'interface côté paroi lorsqu'aucune force n'y est appliquée et  $F_{bloqué}$  la force appliquée à la paroi lorsque l'interface ne se déplace pas. Déterminer  $V_{libre}$  et  $F_{bloqué}$  nous permet donc de déterminer la borne supérieure de la puissance mécanique que peuvent générer les empilements de transducteurs en fonction du nombre de disques les composants.

A partir de la Figure 121 nous identifions  $X_{libre}$  le déplacement de l'interface côté paroi de l'empilement lorsque cette interface est laissée libre.  $X_{libre}$  est exprimé en fonction de  $x_{libre}$  le déplacement de l'interface côté paroi pour un disque seul.

Allongements en phase

Allongements en opposition de phase

 Figure 121 :  $X_{libre}$  en fonction de l'orientation de polarisation des disques piézoélectriques composant l'empilement.

Nous avons donc :

$$\begin{cases} X_{libre}^{aep} = T \times x_{libre} \\ X_{libre}^{aeop} = x_{libre} \end{cases} \quad 4-62$$

Avec l'exposant  $aep$  pour allongement en phase et l'exposant  $aeop$  pour allongement en opposition de phase. Nous avons donc :

$$\begin{cases} V_{libre}^{aep} = T \times x_{libre} \times \Omega^{aep} \\ V_{libre}^{aeop} = x_{libre} \times \Omega^{aeop} \end{cases} \quad 4-63$$

Par ailleurs, la force appliquée à la paroi lorsque l'interface est bloquée est donnée par :

$$\begin{cases} F_{bloqué}^{aep} = m^{aep} \times a_{cm}^{aep} \\ F_{bloqué}^{aeop} = m^{aeop} \times a_{cm}^{aeop} \end{cases} \quad 4-64$$

En considérant que le centre de masse est au centre du transducteur, son mouvement est égal à  $X_{libre}$ . Par ailleurs la masse est proportionnelle au nombre de disques composant l'émetteur. Nous avons donc :

$$\begin{cases} F_{bloqué}^{aep} = m \times T \times T \times x_{libre} \times \Omega^{aep2} \\ F_{bloqué}^{aeop} = m \times T \times x_{libre} \times \Omega^{aeop2} \end{cases} \quad 4-65$$

En remplaçant  $V_{libre}$  et  $F_{bloqué}$  dans l'équation 4-61, nous obtenons la borne supérieure de la puissance mécanique générée par les deux types d'empilements :

$$\begin{cases} P_{aep}^{sup} = \frac{1}{4} m \times T^3 \times x_{libre}^2 \times \Omega^{aep3} \\ P_{aeop}^{sup} = \frac{1}{4} m \times T \times x_{libre}^2 \times \Omega^{aeop3} \end{cases} \quad 4-66$$

Pour la configuration avec allongement en phase, tous les disques subissent la même déformation lorsqu'une tension leur est appliquée. Une tension appliquée va donc exciter le mode épaisseur de tout l'empilement. Conformément à l'équation 4-22, la fréquence de résonance est donc inversement proportionnelle à  $T$  :

$$\Omega^{aep} = \frac{\omega_{rés}}{T} \quad 4-67$$

Avec  $\omega_{rés}$  la pulsation de résonance d'un disque seul. A l'inverse, les allongements des disques de l'empilement en opposition de phase étant inversés, le mouvement des interfaces des disques sont identiques. Lorsqu'aucune force extérieure n'est appliquée à l'empilement, les efforts aux interfaces des disques sont alors nuls et la fréquence de résonance de l'empilement est donc identique à la fréquence d'un disque seul :

$$\Omega^{aeop} = \omega_{rés} \quad 4-68$$

Nous avons donc finalement :

$$\begin{cases} P_{aep}^{sup} = \frac{1}{4} m \times x_{libre}^2 \times \omega_{rés}^3 \\ P_{aeop}^{sup} = \frac{1}{4} m \times T \times x_{libre}^2 \times \omega_{rés}^3 \end{cases} \quad 4-69$$

Ce résultat permet de comprendre pourquoi la puissance normalisée n'augmente pas avec le nombre de disques composant l'émetteur (Figure 119) avec des allongements en phase et pourquoi la puissance normalisée augmente avec le nombre de disques composant l'émetteur avec des allongements en opposition de phase (Figure 120).

Pour la configuration avec allongement en opposition de phase, la puissance transmise augmente avec le nombre de disques composant l'émetteur. Qu'en est-il de la densité volumique de puissance ?

La Figure 122 montre que la densité volumique de puissance normalisée augmente avec le nombre de disques composant l'émetteur. La densité volumique de puissance normalisée est définie en prenant en compte le volume de matériau piézoélectrique de l'émetteur et du récepteur :

$$\bar{p}_v = \frac{\bar{p}}{V_{émetteur} + V_{récepteur}} \quad 4-70$$

Avec  $V_{émetteur}$  et  $V_{récepteur}$  le volume de l'émetteur et du récepteur.

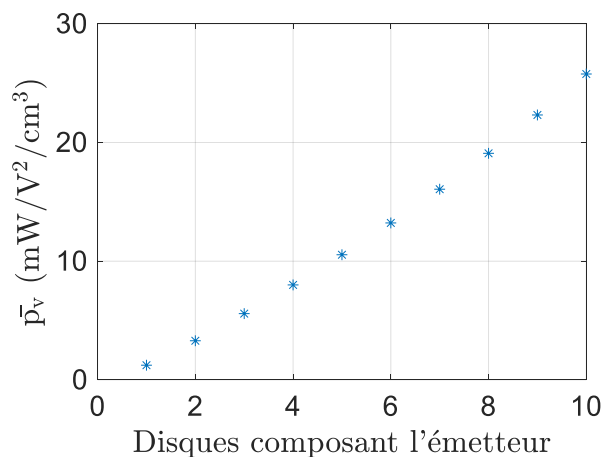


Figure 122 : Densité volumique de puissance normalisée en fonction du nombre de disques piézoélectriques composant l'émetteur. Le récepteur est composé d'un seul disque.

4.V.2.c. Validation expérimentale de l'intérêt des empilements de transducteurs

Un dispositif expérimental a été réalisé afin de vérifier qu'utiliser un empilement de transducteurs permet d'augmenter la puissance normalisée. Ce dispositif expérimental est constitué d'un émetteur composé de quatre disques piézoélectriques dont le sens des polarisations a été choisi pour obtenir des allongement en opposition de phase. La Figure 123 présente les disques piézoélectriques composant l'émetteur.

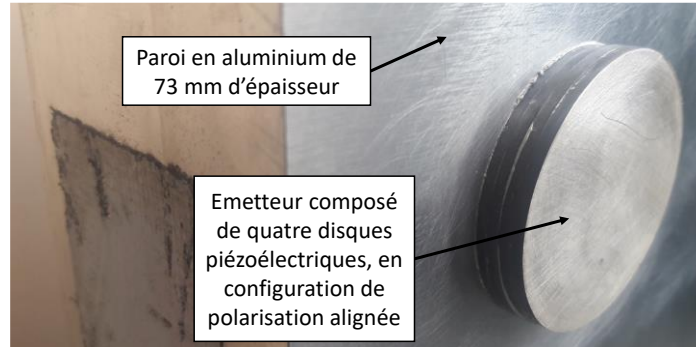


Figure 123 : Emetteur composé de 4 disques piézoélectriques, collés sur une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur. Les transducteurs sont en PIC181, épais de 2.12 mm et d'un diamètre de 45 mm.

Un second canal électro-acoustique, constitué de disques piézoélectriques identiques, mais sans empilement est utilisé comme référence pour évaluer l'impact de l'empilement sur les performances. Ces deux systèmes de TPA ont été caractérisés, comme pour la couche intermédiaire, à l'aide d'un VNA, mesurant leur matrice d'impédance électrique. Sur la Figure 124 sont données les performances mesurées avec et sans empilement de transducteurs.

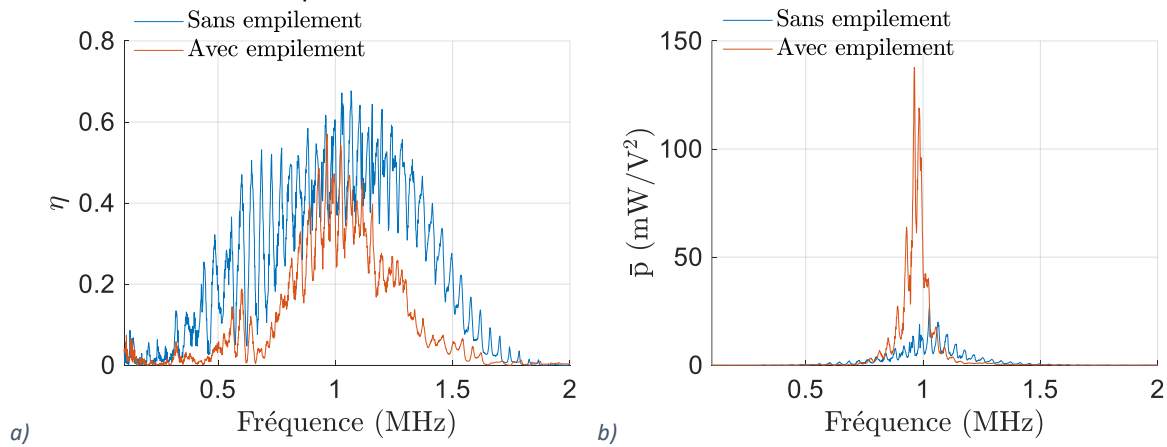


Figure 124 : a) Rendement et b) puissance normalisée, mesurées avec et sans empilement de disques piézoélectriques. Dans le cas de l'empilement, l'émetteur est constitué de quatre disques en polarisation alignée et le récepteur d'un seul disque.

La Figure 124b), montre que la puissance normalisée est fortement augmentée en utilisant un empilement de disques piézoélectriques comme émetteur. Celle-ci passe de 27 mW/V<sup>2</sup> à 138 mW/V<sup>2</sup>, soit une augmentation d'un facteur 5.1 sans grand impact sur la fréquence de maximum de puissance. Ce facteur 5.1 réduit par plus de deux la tension d'excitation nécessaire pour atteindre une puissance transmise fixée ( $\sqrt{5.1} = 2.3$ ). La surface occupée par les transducteurs restant inchangée, la densité surfacique de puissance voit aussi une augmentation de 5.1 et atteint la valeur de 8.6 mW/V<sup>2</sup>/cm<sup>2</sup>. La densité de puissance volumique augmente aussi, et passe de 4 mW/V<sup>2</sup>/cm<sup>3</sup> à 8.2 mW/V<sup>2</sup>/cm<sup>3</sup> ( $\times 2$ ).

L'augmentation de densité surfacique de puissance indique que l'utilisation des empilements permet, sans changer la fréquence de fonctionnement (ou très peu), d'augmenter la puissance normalisée tout en conservant inchangée la surface occupée sur la paroi.

L'augmentation de densité volumique de puissance indique que même si la surface occupée sur la paroi n'est pas limitée, utiliser un empilement permet, à volume de disques piézoélectriques fixé, de transmettre plus de puissance que d'utiliser en parallèle plusieurs systèmes de TPA (leurs puissances s'additionnant). Ce travail sur l'utilisation d'empilements de transducteurs a été présenté récemment à la conférence internationale Power MEMS 2021 [98].

#### 4.V.2.d. Note additionnelle

Cette partie « Note additionnelle » est ajoutée après la finalisation du manuscrit et la soutenance de la thèse afin de ne pas écarter le cas des allongements des disques piézoélectriques en phase.. Sur la Figure 119, nous montrons que l'utilisation d'empilements avec le sens des polarisations choisi en phase ne permet pas d'augmenter la puissance normalisée. C'est effectivement le cas lorsque nous empilons des disques piézoélectriques d'épaisseur constante quelle que soit le nombre de disques composant l'émetteur. Le résultat est très différent si c'est l'épaisseur de l'empilement qui est conservée constante. Dans ce cas, la fréquence de résonance ne change pas (le premier mode de résonance de toute l'épaisseur de l'empilement est excité) et le champ électrique dans chaque couche piézoélectrique de l'empilement augmente fortement (même tension pour des épaisseurs réduites). Cela se traduit par une augmentation de la puissance normalisée avec le nombre de disques composant l'émetteur comme nous pouvons l'observer sur la Figure 125.

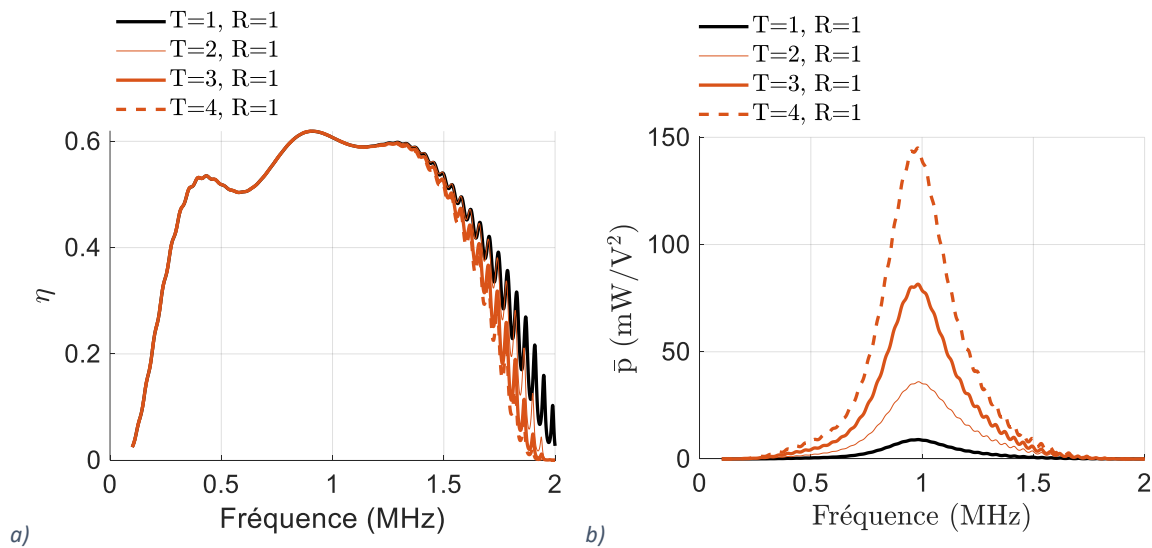


Figure 125 : a) rendement et b) puissance normalisée en fonction de la fréquence et pour différents nombres de disques piézoélectriques composant l'émetteur et le récepteur, avec la polarisation choisie pour obtenir des **allongements en phase**. L'épaisseur des disques piézoélectrique est choisie de façon à conserver l'épaisseur totale de l'empilement à 2.12 mm. Les transducteurs sont en PIC181 et ont un diamètre de 45 mm. La paroi est en aluminium est épaisse de 73 mm.

Ce résultat s'explique en reprenant l'équation 4-63 et 4-65 et en considérant l'épaisseur de l'empilement comme fixée quel que soit  $T$ , nous obtenons :

$$\begin{cases} V_{libre}^{aep} = T \times x_{libre} \times \Omega^{aep} \\ F_{bloqué}^{aep} = m \times T \times x_{libre} \times \Omega^{aep2} \end{cases} \quad 4-71$$

Avec  $\Omega^{aep} = \omega_{rés}$  comme l'épaisseur de l'empilement reste inchangée et que le premier mode de résonance de l'empilement correspond au premier mode d'un disque seul de l'épaisseur de l'empilement.

$$\Rightarrow P_{aep}^{sup} = \frac{1}{4} m \times T \times x_{libre}^2 \times \omega_{rés}^3 \quad 4-72$$

Il apparaît donc, à épaisseur et fréquence de fonctionnement sensiblement constante, que la puissance augmente avec le nombre de disques composants l'empilement. Comme le volume de matériau est constant, la densité volumique de puissance augmente.

En pratique cela signifie que pour une fréquence d'excitation choisie correspondant à une épaisseur de disque piézoélectrique (Figure 126 a) il est avantageux de décomposer cette épaisseur en sous-couches polarisées afin d'obtenir des allongements en phases (Figure 126 b). Cependant, les sous-couches ne peuvent pas être infiniment fines, en effet, les couches de colle finiront par ne plus être négligeable devant l'épaisseur des transducteurs, par ailleurs, des sous-couches trop fines sont mécaniquement trop fragiles et le champ électrique ne peut dépasser la spécification du constructeur au risque de dépolariiser le matériau. Ainsi, une fois choisie l'épaisseur minimale acceptable pour la sous-couche, ces sous-couches sont empilées pour atteindre l'épaisseur qui conduit à une fréquence de résonance proche de la fréquence de fonctionnement souhaitée. Si ce premier ensemble ne permet pas de transmettre la puissance souhaitée, il est alors possible d'augmenter la puissance normalisée en empilant plusieurs ensembles mécaniquement en série et en prenant soin d'obtenir des allongements en opposition de phase pour chaque « sous-empilement » (Figure 126 c).

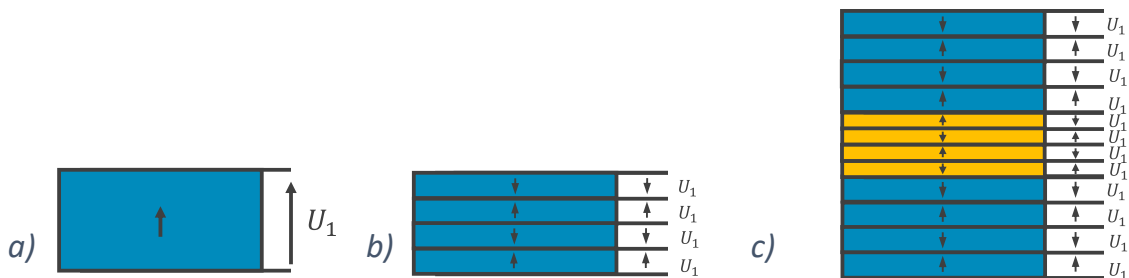


Figure 126 : a) disque seul résonant à la fréquence choisie, b) allongement en phase, c) empilement avec allongement en opposition de phase d'empilements avec allongement en phase

#### 4.V.3. Contre-masses

L'utilisation d'une contre-masse est mentionnée à deux reprises dans l'état de l'art pour améliorer les performances des systèmes de TPA. Sherrit et al. [28] proposent un modèle permettant la prise en compte de contre-masses, mais n'en analyse pas les effets. Cela a été fait récemment par Wang et al. [22] qui concluent que les contre-masses n'améliorent pas les performances. Cependant, dans cet article, l'effet d'une contre-masse est étudié pour une charge électrique fixée, ce qui ne permet pas de conclure comme les systèmes sont comparés pour un choix arbitraire de charge électrique. Par ailleurs, le choix du matériau de la contre-masse et ses dimensions n'ont pas été optimisés. Dans cette partie, nous reprenons plus rigoureusement cette analyse des contre-masses.

Comme pour le dimensionnement de la couche intermédiaire, toutes les possibilités de matériau et d'épaisseur de contre-masses sont testées en faisant varier son impédance caractéristique  $Z_{CM}$  et le nombre de longueurs d'onde dans son épaisseur  $N$ . Afin de ne pas se demander si les mauvais résultats

obtenus sont liés aux pertes dans la contre-masse, son facteur de qualité est fixé à une valeur élevée de  $Q = 1000$ .

4.V.3.a. Bornes supérieures des performances des transducteurs avec une contre-masse

Notons que lorsqu'une contre-masse est ajoutée sur un disque piézoélectrique, la condition sur la face libre de l'émetteur change et son quadripôle électrique-mécanique change également (Figure 127). Il est donc possible que la borne supérieure du rendement  $\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  et que la borne supérieure de la puissance normalisée  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  changent avec l'utilisation d'une contre-masse.

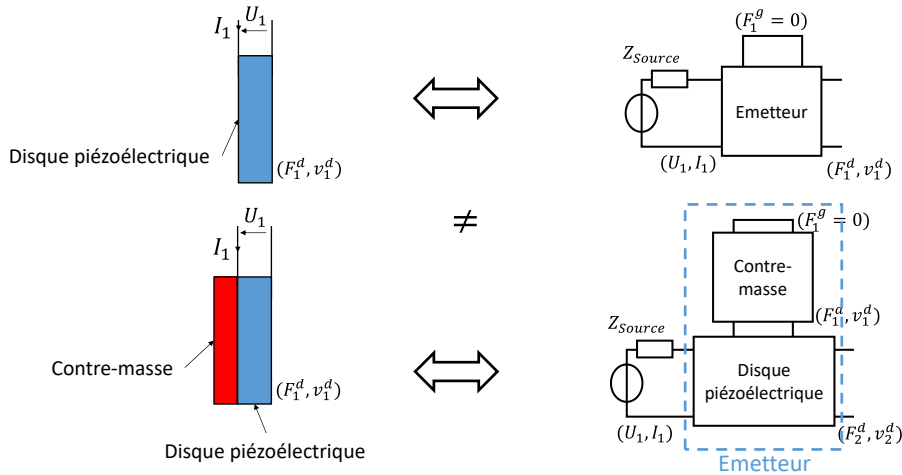


Figure 127 : Quadripôle de l'émetteur, avec et sans contre-masse.

Nous étudions l'impact d'une contre-masse sur  $\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  et  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  avec le matériau PIC155, car avec le PIC181,  $\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  sans contre-masse est déjà très proche de 1 (0.989) et l'impact de la contre-masse ne pourrait donc entraîner qu'une augmentation très limitée du rendement.

Sur la Figure 128, sont affichés le maximum fréquentiel de la  $\eta_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  et de  $\bar{p}_{\text{émetteur}}^{\text{sup}}$  pour une multitude de valeurs de  $Z_{\text{CM}\text{émetteur}}$  (l'impédance caractéristique de la contre-masse placée sur l'émetteur) et de  $N_{\text{émetteur}}$  (le nombre de longueur d'onde dans la contre-masse de l'émetteur). L'émetteur est composé d'un disque piézoélectrique en PIC155 et d'une contre-masse (Figure 127).

Il apparaît sur la Figure 128 que ni la borne supérieure du rendement ni la borne supérieure de la puissance normalisée ne sont augmentées avec l'utilisation d'une contre-masse (la valeur de  $N = 0$  correspondant à ne pas avoir de contre-masse).

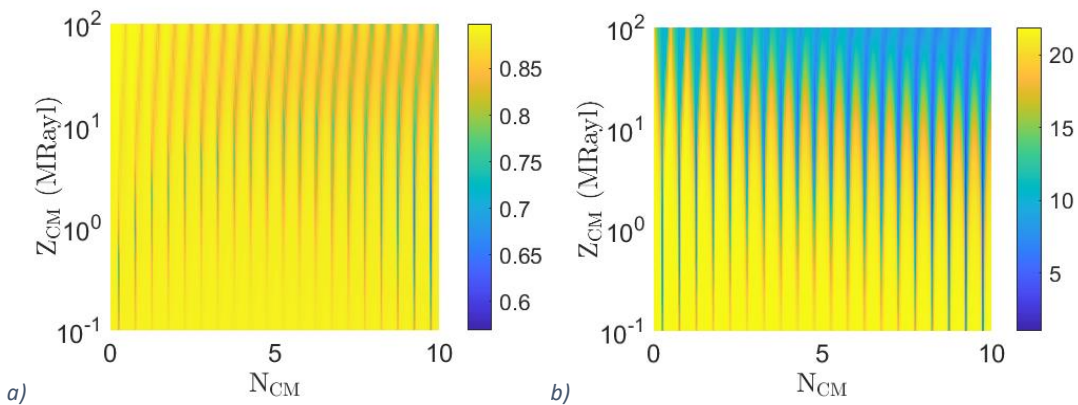


Figure 128 : Valeur maximale de la borne supérieure des performances d'un disque piézoélectrique en PIC155 de 40 mm de diamètre et épais de 2 mm lorsqu'une contre-masse est appliquée sur sa face libre. a) Rendement et b) Puissance normalisée (mW/V<sup>2</sup>) en fonction des caractéristiques de la contre-masse.



4.V.3.b. Paroi + contre-masse seulement sur l'émetteur

Nous avons donc vu que la contre-masse n'améliore ni la borne supérieure du rendement et ni la borne supérieure de la puissance normalisée de l'émetteur. Une contre-masse pourrait néanmoins tout à fait permettre d'obtenir davantage de performances en permettant de s'approcher de ces bornes supérieures (comme cela est fait avec la couche intermédiaire pour la puissance normalisée).

Afin d'étudier l'effet de contre-masses sur le système complet (i.e. incluant la paroi), nous étudions l'effet d'une seule contre-masse dans le système, placée sur l'émetteur, comme cela est schématisé sur la Figure 129.

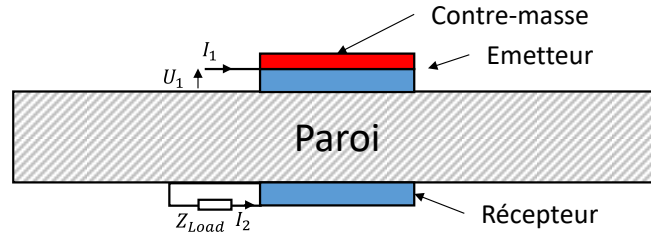


Figure 129 : Système de TPA avec une contre-masse placée sur l'émetteur.

En guise d'exemple, sur la Figure 130 est affiché le rendement et la puissance normalisée en fonction de la fréquence avec une contre-masse sur l'émetteur de dimension et matériau choisi arbitrairement. Il apparaît que l'ajout de masse sur l'émetteur réduit sa première fréquence de résonance. Les performances ne sont cependant pas améliorées par l'utilisation de cette contre-masse.

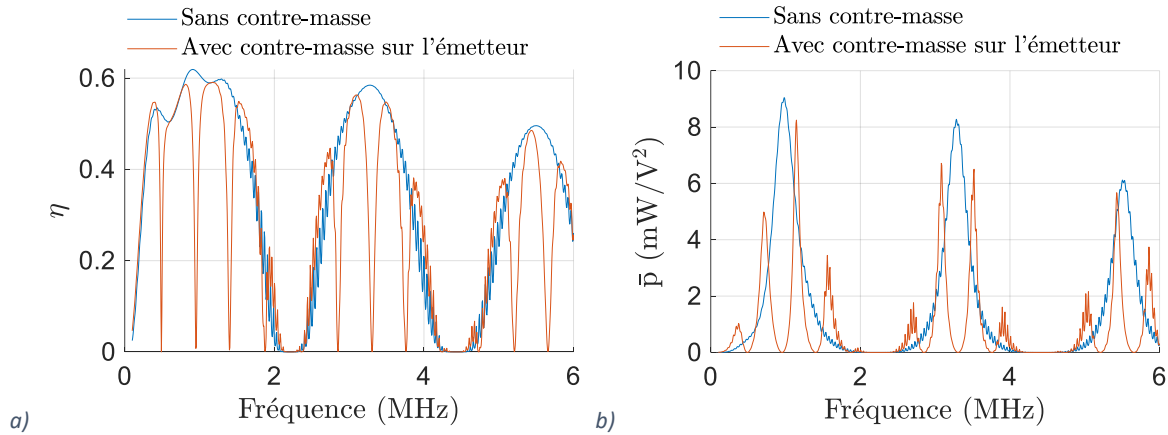


Figure 130 : a) rendement et b) puissance normalisée en fonction de la fréquence pour deux systèmes : avec et sans contre-masses. Les transducteurs utilisés sont en PIC181, épais de 2.12 mm et de 45 mm de diamètre. La paroi est épaisse de 73 mm et est en aluminium. La contre-masse est également en acier et épaisse de 5 mm.

Afin de tester toutes les contre-masses possibles, le rendement et la puissance normalisée sont déterminées pour une multitude de valeurs de  $Z_{CM_{\text{émetteur}}}$  (l'impédance caractéristique de la contre-masse placée sur l'émetteur) et de  $N_{\text{émetteur}}$  (le nombre de longueur d'onde dans la contre-masse). Sur la Figure 131 sont affichés le maximum fréquentiel du rendement et de la puissance normalisée en fonction de  $Z_{CM_{\text{émetteur}}}$  et de  $N_{\text{émetteur}}$ .

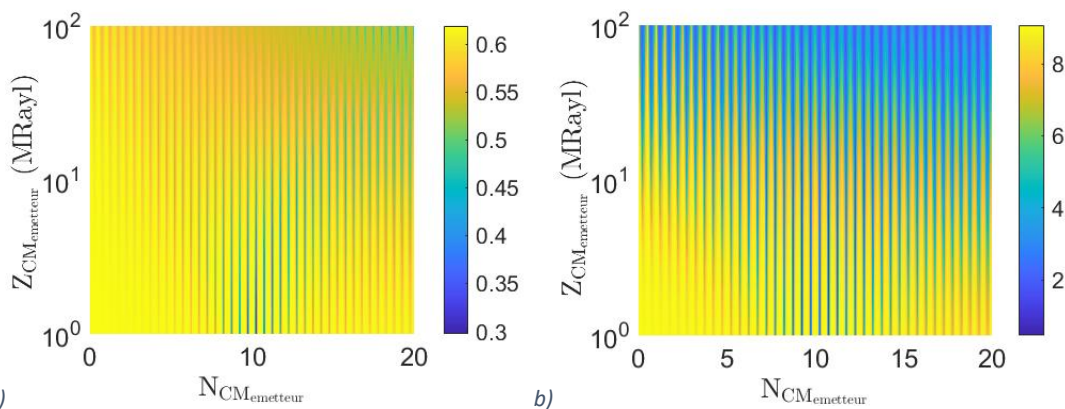


Figure 131 : Valeur maximale du a) rendement et b) de la puissance normalisée ( $mW/V^2$ ) en fonction des caractéristiques de la contre-masse placée sur l'émetteur. La paroi est de 73 mm d'épaisseur et les transducteurs en PIC181 de 45 mm de diamètre et épais de 2.12 mm.

La valeur du maximum des performances étant atteinte pour  $N = 0$  (c'est-à-dire pas de contre-masse), il apparaît que ni le rendement ni la puissance normalisée ne sont améliorés avec une contre-masse placée sur l'émetteur.

#### 4.V.3.c. Paroi + contre-masse sur l'émetteur et sur le récepteur

Nous nous intéressons ici au cas où le système est composé d'une contre-masse sur l'émetteur et d'une contre-masse sur le récepteur (Figure 132).

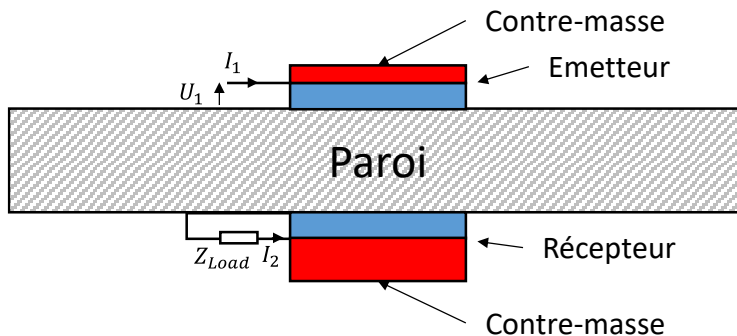


Figure 132 : Système de TPA avec deux contre-masses, placées sur l'émetteur et le récepteur.

Les performances obtenues lorsque les deux contre-masses sont identiques sont affichées sur la Figure 133.

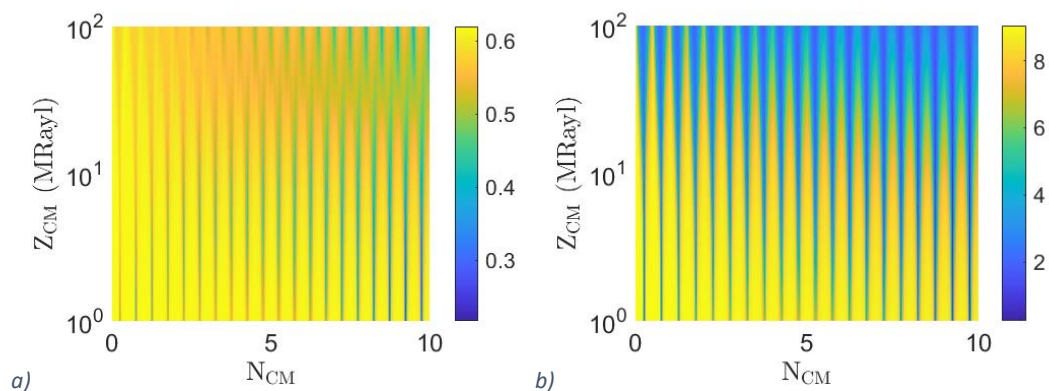


Figure 133 : Valeur maximale du a) rendement et b) de la puissance normalisée ( $mW/V^2$ ) en fonction des caractéristiques des contre-masses placées sur l'émetteur et le récepteur ; les deux contre-masses étant identiques. La paroi est de 73 mm d'épaisseur et les transducteurs en PIC181 de 45 mm de diamètre et épais de 2.12 mm.

Il apparaît encore que les performances ne sont pas améliorées par rapport à ne pas utiliser de contre-masse. Il est néanmoins tout à fait possible d’avoir des contre-masses de matériau et d’épaisseur différentes. Afin de chercher la meilleure combinaison sans avoir à simuler tous les cas, pour chaque valeur de  $Z_{CM_{\text{émetteur}}}$  et de  $N_{\text{émetteur}}$ , une optimisation est réalisée sur les deux autres paramètres ( $Z_{CM_{\text{récepteur}}}$  et  $N_{\text{récepteur}}$ ) à l’aide de la fonction fmincon du logiciel de calcul Matlab. Les résultats obtenus sont affichés sur la Figure 134.

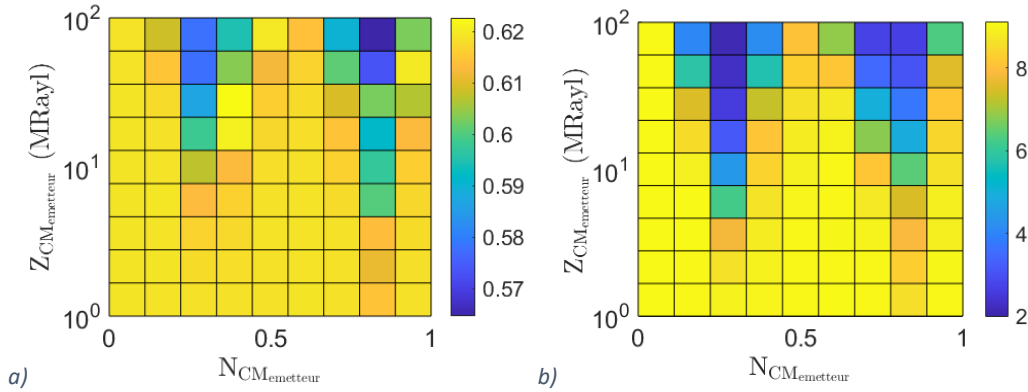


Figure 134 : Valeur maximale du a) rendement et b) de la puissance normalisée ( $mW/V^2$ ) en fonction des caractéristiques des contre-masses placées sur l’émetteur et le récepteur. Pour chaque valeur de  $Z_{CM_{\text{émetteur}}}$  et de  $N_{\text{émetteur}}$ , une optimisation est réalisée sur  $Z_{CM_{\text{récepteur}}}$  et de  $N_{\text{récepteur}}$ . La paroi est de 73 mm d’épaisseur et les transducteurs en PIC181 de 45 mm de diamètre et épais de 2.12 mm.

Les résultats affichés sur la Figure 134, montrent que même lorsque les deux contre-masses sont dimensionnées pour maximiser les performances, les résultats ne sont guère meilleurs que sans contre-masse. La valeur la plus élevée de puissance normalisée est atteinte lorsqu’il n’y a pas de contre-masses, alors que le rendement n’est augmenté que de 0.1%.

Nous avons montré dans cette partie que l’utilisation de contre-masses ne permettait pas d’améliorer les performances pour le système composé d’une paroi en aluminium de 73 mm d’épaisseur et de transducteurs en PIC181 de 45 mm de diamètre et épais de 2.12 mm. Afin de généraliser ces résultats, le même travail a été réalisé pour une paroi en aluminium fine, une paroi en acier fine et une paroi en acier épaisse. Les conclusions restent inchangées : les contre-masses n’entraînent pas d’améliorations sensibles, ni du rendement ni de la puissance normalisée.

#### 4.VI. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude et à l'optimisation des différents éléments composant le canal électro-acoustique : la paroi et les transducteurs.

Pour cela, nous nous sommes appuyés sur la borne supérieure du rendement et la borne supérieure de la puissance normalisée de chacune des couches prises isolément. Ces bornes supérieures des performances fixent à chaque fréquence la limite atteignable mais non-dépassable des performances.

Ces limites nous ont permis de déterminer la borne supérieure du rendement de la paroi en fonction du nombre de longueur d'ondes et du ratio rayon des transducteurs sur épaisseur de paroi. Nous avons montré que ces résultats permettent de choisir rapidement et sans calcul les dimensions des transducteurs pour atteindre un rendement de transmission de puissance désiré. Nous avons par ailleurs établi les grandes tendances des dimensions des transducteurs sur les performances.

Nous nous sommes ensuite intéressés au choix du matériau des transducteurs. Nous avons montré qu'il n'était pas possible de dire de façon catégorique quel matériau maximiserait les performances. Cependant, à partir de la borne supérieure des performances des transducteurs, nous avons montré qu'il était possible de déterminer pour chaque matériau, deux critères,  $\eta_{mat}$  et  $\bar{P}_{mat}$  qui permettent de conclure quel matériau **pourrait** permettre de maximiser les performances.

Nous avons ensuite mis en évidence que l'écart entre la borne supérieure de la puissance normalisée et la puissance normalisée effective est causé par l'impédance mécanique vue par l'émetteur. Nous avons alors étudié l'utilisation d'une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et la paroi. Nous avons validé expérimentalement que cette couche intermédiaire permet d'augmenter la puissance normalisée, mais également de déterminer, uniquement depuis le port électrique d'entrée du quadripôle de TPA, la fréquence maximisant la puissance normalisée. Ceci est un point important car la détermination de la fréquence optimale de fonctionnement est un point difficile pour la TPA.

Nous nous sommes également intéressés à deux autres stratégies, proposées dans l'état de l'art mais jamais étudiées en détail pour améliorer les performances : les empilements de transducteurs et les contre-masses. Nous avons montré et validé expérimentalement que l'utilisation d'empilement de transducteurs, si la polarisation des disques piézoélectriques est correctement orientée, permet d'augmenter de façon importante la puissance normalisée, la densité surfacique de puissance normalisée et la densité volumique de puissance normalisée, et cela, sans affecter de manière importante la meilleure fréquence de fonctionnement. Nous avons finalement montré que l'utilisation de contre-masses n'était pas intéressante pour augmenter la puissance normalisée et le rendement en TPA à travers les parois.

Dans ce chapitre nous avons donc étudié et optimisé les systèmes composés d'un émetteur et d'un transducteur de même diamètre et positionnés alignés de part et d'autre d'une paroi. Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons à la TPA pour transmettre de la puissance avec des transducteurs de différents diamètre et/ou non alignés. Afin d'améliorer le rendement et la puissance normalisée de tels systèmes nous étudions l'utilisation de plusieurs émetteurs.

## Chapitre 5 - Systèmes multi-émetteurs

Dans les chapitres précédents nous avons étudié les systèmes de TPA composés d'un émetteur et d'un récepteur. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'utilisation de plusieurs émetteurs afin d'augmenter le rendement et la puissance normalisée dans deux situations : (i) la transmission de puissance à un récepteur de faible diamètre et (ii) la transmission de puissance à des récepteurs non alignés avec l'émetteur.

Utiliser plusieurs émetteurs amène des degrés de liberté supplémentaires au système (le contrôle individuel des amplitudes et phases des tensions d'excitations des différents émetteurs). L'optimisation de ces dernières pour maximiser le rendement et la puissance normalisée est traité dans la première partie. Dans une deuxième partie nous présentons deux dispositifs expérimentaux, la méthode de caractérisation utilisée ainsi que les améliorations obtenues grâce à l'utilisation de plusieurs émetteurs. Dans une troisième partie nous reprenons l'étude des empilements de transducteurs réalisée dans la partie 4.V.2 du chapitre 4 en appliquant le formalisme mathématique établi dans ce chapitre pour les systèmes multi-émetteurs.

Ce chapitre est basé sur le travail de Aoki et al. [99] qui ont proposé en 2018 une méthode de maximisation du rendement des systèmes MIMO linéaires (MIMO de l'anglais multiple-input multiple-output). L'utilisation de cette méthode pour la TPA ainsi que la maximisation de la puissance normalisée pour les systèmes multi-émetteurs ont été proposés durant cette thèse. Les parties 5.I et 5.II ont été publiées récemment [100].

Utiliser un récepteur de faible diamètre est primordial pour certaines applications, par exemple pour transférer de la puissance à l'intérieur de tuyaux épais (e.g. 20 mm d'épaisseur) où l'impact du récepteur sur la circulation du fluide dans le tuyau doit être minimal. Comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent, utiliser un émetteur et un récepteur de faible diamètre ne permet ni d'obtenir des rendements importants (voir Figure 87) ni des puissances normalisées élevées (voir Figure 94). Utiliser un émetteur de grand diamètre n'est pas non plus adéquat car le rendement est réduit de par la portion importante d'énergie qui n'arrive pas sur le récepteur (celui-ci n'occupant qu'une petite zone de l'espace soumis aux vibrations). Par ailleurs, le récepteur étant potentiellement dans le champ proche de l'émetteur (la longueur d'onde est de 3 mm à 2 MHz dans l'acier), les ondes transmises au centre et sur les bords de l'émetteur arrivent avec un délai différent sur le récepteur, entraînant des interférences destructives et de mauvaises performances de transmission de puissance.

Dans ce chapitre, nous prenons en cas d'étude un émetteur de grand diamètre et un récepteur de petit diamètre, tel que schématisé sur la Figure 135.

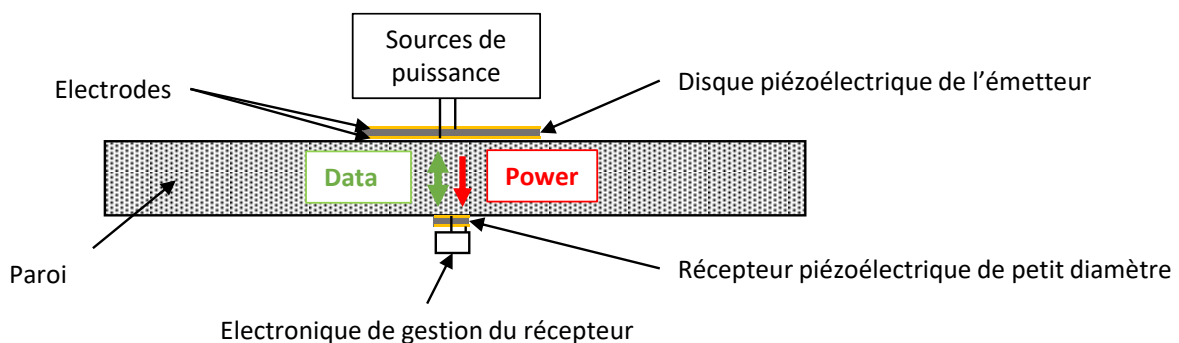


Figure 135 : TPA à travers une paroi avec un petit récepteur.

La seconde problématique adressée dans ce chapitre est l'alimentation de récepteurs non alignés avec l'émetteur et la sélectivité des récepteurs alimentés. Alimenter plusieurs récepteurs, positionnés en différentes zones et non alignés avec l'émetteur serait très intéressant en contrôle de santé intégré aux structures. L'état de l'art présente des nœuds de capteurs acoustiques avec leur électronique, placés directement dans le métal [74] qu'il serait intéressant de pouvoir alimenter les uns après les autres s'ils sont répartis en différentes zones d'une structure.

La sélectivité sur le récepteur à alimenter a été étudiée récemment [80]. Dans cet article, les auteurs montrent qu'il est possible de choisir quel récepteur reçoit de l'énergie. Le principe de fonctionnement est cependant très différent de celui utilisé dans ce chapitre car il consiste à positionner les récepteurs dans des zones particulières qui seront ou ne seront pas en mouvement en fonction des modes de résonances de la structure excités. Ainsi, un certain mode vibrant à une certaine fréquence alimentera un premier récepteur et un second mode, vibrant à une seconde fréquence alimentera un second récepteur. La méthode que nous proposons est très différente puisqu'elle consiste à concentrer l'énergie envoyée sur une zone spatiale choisie pour alimenter le capteur situé dans cette zone et ce sans changer de fréquence.

Que ce soit pour alimenter des récepteurs de petits diamètres ou des récepteurs non alignés, l'utilisation de plusieurs émetteurs permet de focaliser les ondes acoustiques sur le récepteur sélectionné. La focalisation des ondes acoustiques a été étudiée récemment pour envoyer de la puissance à travers des tissus vivants [48,49], pour focaliser des ondes de Lamb le long de fines parois en métal [62,81] et pour focaliser les ondes dans l'air [101]. Ces travaux considèrent la propagation des ondes sans prendre en compte les possibles réflexions aux interfaces (interfaces latérales dans le cas des ondes de Lamb dans les fines parois). En TPA à travers des parois, de par le milieu confiné (l'épaisseur de la paroi), la réflexion des ondes est essentielle au fonctionnement et ne peut être négligée.

Dans un milieu de propagation libre, la focalisation des ondes est réalisée en appliquant un déphasage temporel entre chaque émetteur qui peut être calculé analytiquement. A cause des multiples réflexions et des autres phénomènes de propagation dans la TPA à travers les parois, trouver les phases et amplitudes optimales à appliquer sur chaque émetteur pour maximiser le rendement ou la puissance normalisée ne peut être fait de manière analytique et est difficilement réalisable avec les éléments finis à cause de la complexité du système à modéliser, de sa dépendance à l'environnement et par les variations importantes de comportement pour de légères variations de fréquences (paramètres physiques à connaître précisément et dépendant de la température, ...).

Dans ce chapitre, la méthode est basée sur une mesure initiale du système à partir de laquelle les meilleures amplitudes et phases à appliquer aux émetteurs peuvent être déterminées. C'est un avantage important de cette méthode, puisque les excitations électriques et les charges électriques optimales, déterminées à partir de mesures, prennent en compte toute la complexité physique du système.

Dans la partie suivante, nous établissons la méthode de détermination des excitations électriques et des charges optimales pour un dispositif avec de multiples émetteurs.

### 5.1. Maximisation des performances

Nous avons montré dans le chapitre 3 que le rendement et la puissance normalisée des systèmes à une entrée et une sortie (SISO en anglais pour single input single output) ne dépendent que du système de TPA (i.e. sa matrice d'impédance) et de la charge électrique  $Z_{Load}$  connectée sur le récepteur. Pour les systèmes MIMO et les systèmes à entrées multiples et sortie unique (MISO pour multiple-input single-output), les performances de transmission de puissance dépendent aussi de la phase et des amplitudes appliquées sur les différents émetteurs.

L'optimisation de tous ces paramètres (i.e. excitations électriques et charges électriques) pour les systèmes MIMO et MISO étudiés dans ce chapitre est réalisée à partir de leur matrice d'impédance et de leur matrice d'admittance. Ces matrices font le lien entre les tensions et les courants de tous les ports électriques. Nous avons sous forme de matrices par bloc :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_t \\ \mathbf{U}_r \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{tt} & Z_{tr} \\ Z_{rt} & Z_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{pmatrix} \quad 5-1$$

Les termes **en gras** sont des vecteurs. Cette expression matricielle est équivalente au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{U}_t = Z_{tt}\mathbf{I}_t + Z_{tr}\mathbf{I}_r \\ \mathbf{U}_r = Z_{rt}\mathbf{I}_t + Z_{rr}\mathbf{I}_r \end{cases} \quad 5-2$$

Et :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_t \\ \mathbf{U}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{tt} & Y_{tr} \\ Y_{rt} & Y_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_t \\ \mathbf{U}_r \end{pmatrix} \quad 5-3$$

C'est-à-dire :

$$\begin{cases} \mathbf{I}_t = Y_{tt}\mathbf{U}_t + Y_{tr}\mathbf{U}_r \\ \mathbf{I}_r = Y_{rt}\mathbf{U}_t + Y_{rr}\mathbf{U}_r \end{cases} \quad 5-4$$

$\mathbf{U}_t$  et  $\mathbf{I}_t$  sont les vecteurs composés des tensions et des courants, respectivement, de tous les émetteurs, tels que définis sur la Figure 136. Ce sont des vecteurs de dimension  $T$ , avec  $T$  le nombre d'émetteurs.  $\mathbf{U}_r$  et  $\mathbf{I}_r$  sont respectivement les vecteurs composés des tensions et des courants, de tous les récepteurs. Ce sont des vecteurs de dimension  $R$ , avec  $R$  le nombre de récepteurs.

$\mathbf{Z}$  et  $\mathbf{Y}$ , les matrices d'impédance et d'admittance, respectivement, sont de dimensions  $(N \times N)$  avec  $N = T + R$ , le nombre de ports électriques.

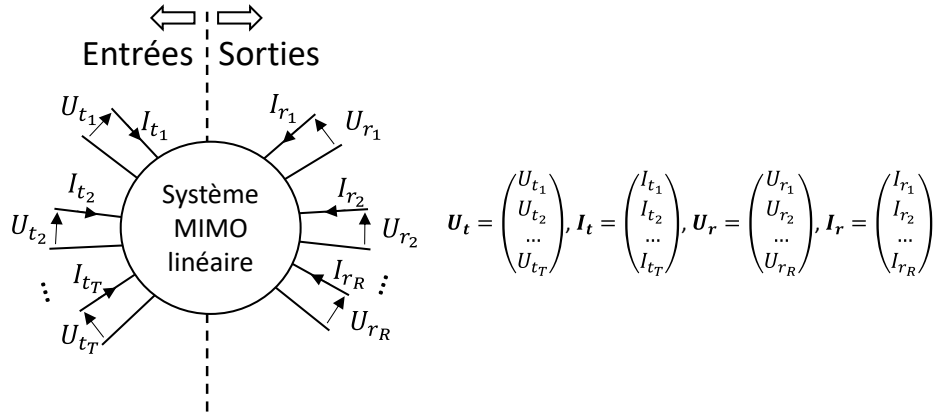


Figure 136 : Définition des tensions et des courants des systèmes MIMO.

$Z_{tt}$  et  $Y_{tt}$  sont de dimensions  $(T \times T)$  et sont respectivement les matrices d'admittance et d'impédance qui font le lien entre les tensions et les courants de tous les émetteurs.  $Z_{rr}$  et  $Y_{rr}$  sont de dimensions  $(R \times R)$  et sont respectivement les matrices d'admittance et d'impédance qui font le lien entre les tensions et les courants de tous les récepteurs.  $Z_{tr}$  et  $Y_{tr}$  sont de dimensions  $(T \times R)$  et sont respectivement les matrices d'admittance et d'impédance qui font le lien entre les tensions des émetteurs (respectivement les courants) et les courants des récepteurs (respectivement les tensions).  $Z_{rt}$  et  $Y_{rt}$  sont de dimensions  $(R \times T)$  et sont respectivement les matrices d'admittance et d'impédance qui font le lien entre les tensions des récepteurs (respectivement les courants) et les courants des émetteurs (respectivement les tensions). Les systèmes de TPA étudiés étant réciproques, nous avons  $Z_{tr} = Z_{rt}'$  et  $Y_{tr} = Y_{rt}'$  (avec  $( )'$  signifiant la transposée de matrice). Toutes ces matrices et ces vecteurs sont composés de nombres complexes, contenant une amplitude et une phase qui varient avec la fréquence.

En guise d'exemple, l'équation 5-2 est détaillée dans le cas où  $T = 3$  et  $R = 1$ , c'est-à-dire pour trois émetteurs et un récepteur :

$$\begin{cases} U_{t_1} = Z_{t_1 t_1} I_{t_1} + Z_{t_1 t_2} I_{t_2} + Z_{t_1 t_3} I_{t_3} + Z_{t_1 r_1} I_{r_1} \\ U_{t_2} = Z_{t_2 t_1} I_{t_1} + Z_{t_2 t_2} I_{t_2} + Z_{t_2 t_3} I_{t_3} + Z_{t_2 r_1} I_{r_1} \\ U_{t_3} = Z_{t_3 t_1} I_{t_1} + Z_{t_3 t_2} I_{t_2} + Z_{t_3 t_3} I_{t_3} + Z_{t_3 r_1} I_{r_1} \\ U_{r_1} = Z_{r_1 t_1} I_{t_1} + Z_{r_1 t_2} I_{t_2} + Z_{r_1 t_3} I_{t_3} + Z_{r_1 r_1} I_{r_1} \end{cases} \quad 5-5$$

Les excitations électriques et les charges optimales dépendent du critère (i.e. rendement ou puissance normalisée) que l'on veut maximiser. Dans la partie suivante, nous détaillons la méthode de maximisation du rendement pour les systèmes MISO et MIMO. Dans un deuxième temps, nous détaillons la méthode de maximisation de la puissance normalisée. Celle-ci n'est valable que pour les systèmes MISO.

### 5.1.1. Maximisation du rendement

La méthode de maximisation du rendement est basée sur le travail de Duong et al. [102] sur la transmission de puissance inductive MIMO et de Aoki et al. sur la transmission de puissance des systèmes MIMO linéaires [99]. La méthode mathématique développée en 2018 a pour l'instant été utilisée exclusivement en transmission de puissance inductive [103,104].



Les formules de Aoki et al. permettent d'obtenir les excitations électriques (amplitudes et phases) maximisant le rendement à appliquer aux émetteurs quand les charges électriques optimales sont appliquées aux récepteurs. En pratique, afin que l'impédance d'entrée des circuits électroniques connectés aux récepteurs soient changées dynamiquement pour être égales aux charges optimales, un convertisseur DC-DC doit être utilisé. Cependant, quand les dimensions ou la complexité des circuits électroniques connectés aux récepteurs sont contraintes, ces convertisseurs DC-DC ne peuvent être utilisés et les impédances connectées aux récepteurs sont fixées lors de l'installation du système de TPA et ne peuvent être modifiées. Ainsi, il est essentiel d'étendre la méthode de Aoki et al. afin de déterminer les tensions d'excitations maximisant le rendement quelles que soient les charges électriques connectées sur les récepteurs.

Dans la partie suivante, nous détaillons la méthode proposée par Aoki et al. puis nous l'étendons dans la partie 5.1.1.b au cas où les charges sur les récepteurs sont quelconques.

### 5.1.1.a. Maximisation du rendement avec les charges électriques optimales

Le rendement de puissance  $\eta$  est défini comme le ratio de la puissance de sortie  $P_{out}$  sur la puissance d'entrée  $P_{in}$  :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad 5-6$$

La puissance d'entrée est la somme des puissances entrant sur tous les émetteurs :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T \Re(U_{t_i} I_{t_i}^*) \quad 5-7$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{1}{2} \Re(\mathbf{I}_t^H \mathbf{U}_t) \quad 5-8$$

Avec  $( )^H$  signifiant le conjugué transposé,  $( )'$  le transposé et  $( )^*$  le complexe conjugué des matrices et des vecteurs. En remplaçant  $U_t$  de l'équation 5-1 dans l'équation 5-8, il vient :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \Re(\mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tt} \mathbf{I}_t) + \frac{1}{2} \Re(\mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{I}_r) \quad 5-9$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{1}{4} (\mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tt} \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t' \mathbf{Z}_{tt}^* \mathbf{I}_t^* + \mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_t' \mathbf{Z}_{tr}^* \mathbf{I}_r^*) \quad 5-10$$

Le transposé d'un scalaire étant lui-même, la puissance d'entrée peut être réarrangée :

$$P_{in} = \frac{1}{4} (\mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tt} \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tt}^H \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_t' \mathbf{Z}_{tr}^* \mathbf{I}_r^*) \quad 5-11$$

Par ailleurs, le système étant réciproque, nous avons :

$$\begin{cases} Z_{tt} = Z'_{tt} \\ Z_{rr} = Z'_{rr} \\ Z_{rt} = Z'_{rt} = Z_{tr} = Z'_{tr} \end{cases} \quad 5-12$$

L'équation 5-11 devient alors :

$$P_{in} = \frac{1}{4} (\mathbf{I}_t^H Z_{tt} \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t^H Z_{tt}^* \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t^H Z_{tr} \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_t^H Z_{tr}^* \mathbf{I}_r) \quad 5-13$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{1}{4} (\mathbf{I}_t^H (Z_{tt} + Z_{tt}^*) \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t^H Z_{tr} \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_t^H Z_{tr}^* \mathbf{I}_r) \quad 5-14$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{1}{4} (2\mathbf{I}_t^H \Re(Z_{tt}) \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t^H Z_{tr} \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_t^H Z_{tr}^* \mathbf{I}_r) \quad 5-15$$

La puissance de sortie est donnée par la somme des puissances de tous les récepteurs :

$$P_{out} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \Re(U_{r_i} \mathbf{I}_{r_i}^*) \quad 5-16$$

En suivant la même procédure que pour la puissance d'entrée, nous obtenons :

$$P_{out} = -\frac{1}{4} [2\mathbf{I}_r^H \Re(Z_{rr}) \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_r^H Z_{rt} \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_r^H Z_{rt}^* \mathbf{I}_t] \quad 5-17$$

En combinant les équation 5-15 et 5-17 dans l'équation 5-6, nous obtenons :

$$\eta = -\frac{2\mathbf{I}_r^H \Re(Z_{rr}) \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_r^H Z_{rt} \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_r^H Z_{rt}^* \mathbf{I}_t}{2\mathbf{I}_t^H \Re(Z_{tt}) \mathbf{I}_t + \mathbf{I}_t^H Z_{tr} \mathbf{I}_r + \mathbf{I}_t^H Z_{tr}^* \mathbf{I}_r} \quad 5-18$$

Il apparaît que le rendement ne dépend que du système (i.e. la matrice d'impédance du système ou ses sous-matrices) et des courants sur les entrées et les sorties. Le système de TPA étant fixé, chercher un extremum du rendement revient donc à chercher les courants pour lesquels la dérivée du rendement par rapport aux courants s'annule. Nous cherchons donc les courants pour lesquels :

$$\begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_t} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_r} = \mathbf{0} \end{cases} \quad 5-19$$

Avec les dérivées définies comme des dérivées de Wirtinger [105] et la dérivée d'un scalaire par rapport à un vecteur étant définie par:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_t} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \eta}{\partial I_{t_1}} \\ \dots \\ \frac{\partial \eta}{\partial I_{t_T}} \end{pmatrix} \quad 5-20$$

La résolution de ce système d'équations, détaillée en Annexe - 19, permet de conclure que les courants pour lesquels le rendement est extremum sont les vecteurs propres de l'équation aux valeurs propres suivante (équation (8) de [99]) :

$$-\begin{pmatrix} 0 & Z_{tr}^* \\ Z_{rt} & 2\Re(Z_{rr}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} 2\Re(Z_{tt}) & Z_{tr} \\ Z_{rt}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{pmatrix} \quad 5-21$$

Les valeurs propres de l'équation 5-21 nous donnent les valeurs extremum du rendement alors que les vecteurs propres nous donnent les courants pour atteindre ces extremums de rendement. La valeur réaliste la plus élevée des valeurs propres (satisfaisant  $\eta \in [0; 1]$ ) est la valeur de rendement la plus élevée qui peut être atteinte avec le système de TPA étudié. Cette maximisation du rendement des systèmes MIMO inclus les systèmes SISO. Les résultats obtenus avec cette méthode pour les systèmes SISO sont identiques à ceux obtenus avec les formules établies dans la partie 3.1.2.a du chapitre 3.

Comme les tensions sont liées aux courants par la matrice d'impédance (équation 5-1) et que les courants maximisant le rendement sont connus grâce au problème aux valeurs propres (équation 5-21), il est possible de déterminer les tensions à appliquer aux émetteurs qui maximisent le rendement :

$$\hat{\mathbf{U}}_t = Z_{tt}\hat{\mathbf{I}}_t + Z_{tr}\hat{\mathbf{I}}_r \quad 5-22$$

Avec  $\hat{\mathbf{U}}_t$ ,  $\hat{\mathbf{I}}_t$  et  $\hat{\mathbf{I}}_r$  les tensions sur les émetteurs et les courants maximisant le rendement. A partir de l'équation 5-1, nous pouvons également calculer les tensions sur les récepteurs :

$$\hat{\mathbf{U}}_r = Z_{rt}\hat{\mathbf{I}}_t + Z_{rr}\hat{\mathbf{I}}_r \quad 5-23$$

La connaissance de  $\hat{\mathbf{U}}_r$  et de  $\hat{\mathbf{I}}_r$  nous permet alors de déterminer les charges maximisant le rendement à appliquer sur chaque récepteur :

$$Z_{\eta_i} = -\frac{\hat{U}_{r_i}}{\hat{I}_{r_i}}, \text{ with } i \in \llbracket 1; R \rrbracket \quad 5-24$$

Ainsi, en résolvant le problème aux valeurs propres donné en équation 5-21, il est possible de déterminer les tensions à appliquer sur les émetteurs et les charges à connecter aux récepteurs pour maximiser le rendement. Cependant, comme nous l'avons expliqué précédemment, les charges électriques connectées sur les récepteurs ne sont pas toujours contrôlables lorsque la complexité de l'électronique ou ses dimensions sont contraintes. Pour un dispositif alimenté directement sans recourir à un convertisseur ou circuit d'adaptation, l'impédance de charge est alors subie et non choisie. Ainsi, les amplitudes et phases des tensions d'excitations, calculées avec cette méthode ne maximisent pas, la plupart du temps, le rendement.

Dans la partie suivante, les tensions d'excitations maximisant le rendement sont déterminées pour des charges électriques quelconques. Cette résolution a été proposée durant cette thèse et est une extension de la méthode proposée par Duong et al [99].

5.1.1.b. Maximisation du rendement avec des charges électriques fixées a priori

Lorsque les charges aux récepteurs sont fixées, les courants sur les récepteurs ne sont plus indépendants. Nous avons :

$$\mathbf{U}_r = -Z_L \mathbf{I}_r \quad 5-25$$

Avec  $Z_L$  une matrice carré diagonale de dimension  $(R \times R)$ . La valeur de l'impédance connectée sur le  $r^{\text{ème}}$  récepteur est située sur la  $r^{\text{ème}}$  ligne et la  $r^{\text{ème}}$  colonne de la matrice  $Z_L$ .

En remplaçant cette expression de  $\mathbf{U}_r$  dans l'équation 5-1, il vient :

$$-Z_L \mathbf{I}_r = Z_{rt} \mathbf{I}_t + Z_{rr} \mathbf{I}_r \quad 5-26$$

$$\Rightarrow -(Z_{rr} + Z_L) \mathbf{I}_r = Z_{rt} \mathbf{I}_t \quad 5-27$$

$$\Rightarrow \mathbf{I}_r = \mathbf{A} \mathbf{I}_t \quad 5-28$$

Avec :

$$\mathbf{A} = -(Z_{rr} + Z_L)^{-1} Z_{rt} \quad 5-29$$

En remplaçant l'expression de  $\mathbf{I}_r$  de l'équation 5-28 dans l'équation 5-15, il vient :

$$P_{in} = \mathbf{I}_t^H \mathbf{Q} \mathbf{I}_t \quad 5-30$$

Avec :

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{2} \Re(Z_{tt}) + \frac{1}{4} (Z_{tr} \mathbf{A} + \mathbf{A}^H Z_{rt}^*) \quad 5-31$$

En remplaçant l'expression de  $\mathbf{I}_r$  de l'équation 5-28 dans l'équation 5-17, il vient :

$$P_{out} = \mathbf{I}_t^H \mathbf{O} \mathbf{I}_t \quad 5-32$$

Avec :

$$\mathbf{O} = -\frac{1}{2} \mathbf{A}^H \Re(Z_{rr}) \mathbf{A} + \frac{1}{4} (\mathbf{A}^H Z_{rt} + Z_{tr}^* \mathbf{A}) \quad 5-33$$

$P_{out}$  et  $P_{in}$  ne dépendent que de  $\mathbf{I}_t$ , le rendement aussi ne dépend que des courants sur les émetteurs. Le rendement est donc maximisé lorsque sa dérivée par rapport à  $\mathbf{I}_t$  s'annule.  $\eta$  est donc extremum lorsque :

$$\frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_t} = \mathbf{0} \quad 5-34$$

$$\Rightarrow \frac{1}{P_{in}^2} \left( \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_t} P_{in} - \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_t} P_{out} \right) = \mathbf{0} \quad 5-35$$

$$\Rightarrow \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_t} = \eta \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_t} \quad 5-36$$

Nous avons :

$$\frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_t} = \mathbf{I}_t^H \mathbf{O} \quad 5-37$$

Et :

$$\frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_t} = \mathbf{I}_t^H \mathbf{Q} \quad 5-38$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation 5-36 et en prenant le conjugué transposé des deux côtés de l'équation, il vient le problème aux valeurs propres :

$$(\mathbf{Q}^H)^{-1} \mathbf{O}^H \mathbf{I}_t = \eta \mathbf{I}_t \quad 5-39$$

Les valeurs propres de ce problème correspondent aux valeurs extremums de rendement. La valeur réaliste la plus élevée des valeurs propres ( $\eta \in [0; 1]$ ) est la valeur de rendement la plus élevée qui peut être atteinte pour les charges électriques connectées sur les récepteurs. Le vecteur propre associé à cette valeur propre correspond aux courants électriques à appliquer sur les émetteurs pour obtenir cette valeur de rendement. En remplaçant  $\mathbf{I}_r$  par son expression donnée en équation 5-28 dans l'équation 5-1, il vient les tensions à appliquer aux émetteurs :

$$\hat{\mathbf{U}}_t = (\mathbf{Z}_{tt} + \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{A}) \hat{\mathbf{I}}_t \quad 5-40$$

Le rendement obtenu est inférieur au rendement obtenu lorsque les charges électriques sur les récepteurs peuvent être ajustées à leur valeur optimale  $Z_{\eta_i}$ . Il s'agit néanmoins de la valeur la plus élevée de rendement atteignable pour des charges électriques prédéfinies aux récepteurs.

### 5.1.2. Maximisation de la puissance normalisée

Dans la partie précédente, nous avons établi la méthode de calcul permettant de déterminer les tensions d'excitations (amplitudes et phases) à appliquer aux émetteurs pour maximiser le rendement de transmission de puissances des systèmes MIMO linéaires. Dans cette partie, nous allons obtenir les excitations électriques maximisant la puissance normalisée des systèmes MISO.

La puissance transmise de systèmes linéaires MISO peut être obtenue en appliquant le théorème de Thévenin (Figure 137).

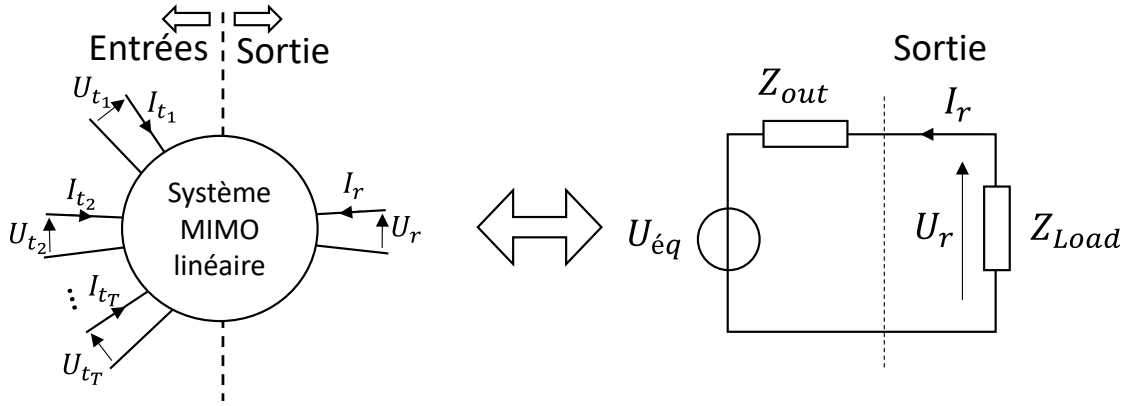


Figure 137 : Circuit équivalent de Thévenin des systèmes MISO.

L'indice  $r$  faisant référence aux  $R$  récepteurs des systèmes MIMO fait ici référence à l'unique récepteur des systèmes MISO. Ainsi  $U_r$  et  $I_r$  sont des scalaires et n'apparaissent plus en gras.

L'ensemble des entrées sont combinées en une tension équivalente  $U_{\acute{e}q}$  vue de la sortie. La puissance transmise est maximisée quand  $|U_{\acute{e}q}|$  est maximisée et quand  $Z_{Load} = Z_{out}^*$  (ou quand  $Z_{Load} = |Z_{out}|$  si la charge est purement résistive) d'après le théorème de transfert de puissance maximal démontré en Annexe - 8.

A partir du circuit équivalent de la Figure 137, il apparaît que  $U_{\acute{e}q}$  est la tension sur le récepteur quand ce port est en circuit-ouvert, c'est-à-dire quand  $I_r = 0$ . A partir de l'équation 5-3, il vient :

$$U_{\acute{e}q} = -\frac{Y_{rt} \mathbf{U}_t}{Y_{rr}} = -\frac{1}{Y_{rr}} \sum_{i=1}^T Y_{rt_i} U_{t_i} \Rightarrow |U_{\acute{e}q}| = \frac{1}{|Y_{rr}|} \left| \sum_{i=1}^T Y_{rt_i} U_{t_i} \right| \quad 5-41$$

$Y_{rr}$  étant fixé,  $|U_{\acute{e}q}|$  est maximisé quand  $|\sum_{i=1}^T Y_{rt_i} U_{t_i}|$  est maximisé. C'est-à-dire, quand  $Y_{rt_i} U_{t_i}$  a la même phase pour tous les émetteurs. En fixant  $\arg(Y_{rt_i} U_{t_i}) = 0$  pour tout  $i$ , nous pouvons déterminer la phase à appliquer à chacun des  $T$  émetteurs :

$$\arg(U_{t_i}) = -\arg(Y_{rt_i}) \quad 5-42$$

Pour illustrer ce point, nous détaillons le cas de trois émetteurs. L'équation 5-41 devient :

$$|U_{eq}| = \frac{1}{|Y_{rr}|} |Y_{rt_1} U_{t_1} + Y_{rt_2} U_{t_2} + Y_{rt_3} U_{t_3}| \quad 5-43$$

En Figure 138, un diagramme de Fresnel montre que choisir les phases des tensions d'excitations afin de respecter l'équation 5-42 permet d'augmenter  $|U_{eq}|$ . Il apparaît également que tous les émetteurs n'ont pas le même impact sur la tension de sortie (ici, l'émetteur #2 a plus d'impact que les émetteurs #1 et #3).

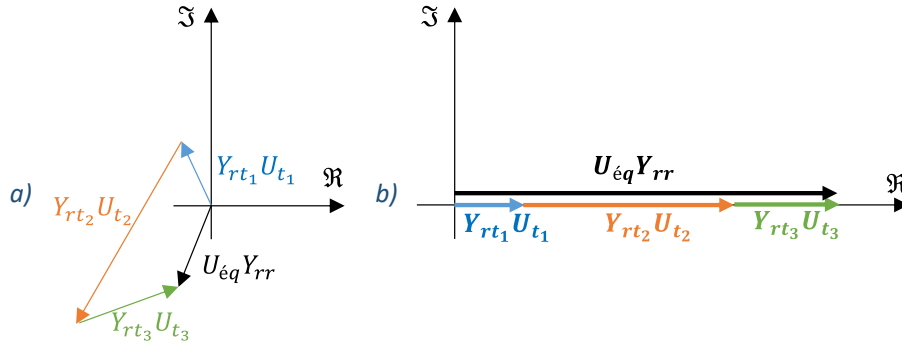


Figure 138 : Diagramme de Fresnel des contributions des entrées sur la tension aux bornes du récepteur. Tous les émetteurs sont excités par une tension de même amplitude mais en a) les tensions d'excitations sont toutes en phases et en b) les tensions d'excitations sont choisies afin de maximiser la puissance normalisée (équation 5-42).

La puissance normalisée  $\bar{p}$ , est la normalisation de la puissance transmise par l'amplitude de la tension d'excitation au carré. Pour les systèmes MISO, comme il y a plusieurs tensions d'excitations, il est nécessaire de définir par rapport à quelle tension normaliser la puissance. En pratique, ce qui importe c'est la tension la plus élevée à partir de laquelle les tensions plus faibles peuvent être générées facilement. Nous définissons donc la puissance normalisée pour les systèmes MISO par :

$$\bar{p} = \frac{P_{out}}{\max_t (|U_t|)^2} \quad 5-44$$

Si la condition de l'équation 5-42 est réalisée, augmenter la tension de n'importe quel émetteur augmentera la tension de sortie. Pour maximiser  $\bar{p}$ , il est donc nécessaire d'appliquer la tension la plus élevée à tous les émetteurs, c'est-à-dire appliquer la même amplitude de tension à tous les émetteurs.

Voyons maintenant quelle est la charge électrique à connecter au récepteur afin de maximiser la puissance normalisée. A partir du circuit équivalent de la Figure 137 et en fixant  $U_{éq} = 0$ , ce qui correspond à avoir  $U_t = 0$  dans l'équation 5-3, il vient :

$$Z_{out} = \frac{1}{Y_{rr}} \quad 5-45$$

Le théorème de puissance maximale nous indique alors la charge électrique maximisant la puissance normalisée :

$$Z_{\bar{p}} = \left( \frac{1}{Y_{rr}} \right)^* \quad 5-46$$

Si la charge appliquée est purement résistive, la puissance est maximisée si :

$$Z_{\bar{p}} = \left| \frac{1}{Y_{rr}} \right| \quad 5-47$$

La puissance transmise est donnée par :

$$P_{out} = -\frac{\Re(U_r I_r^*)}{2} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \frac{|U_{eq}|^2}{|Z_{out} + Z_{Load}|^2} \quad 5-48$$

Si les conditions sur les phases (équation 5-42) et sur les amplitudes (i.e. tous les émetteurs sont excités par une tension de même amplitude) sont respectées, la puissance normalisée est :

$$\bar{p} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) \frac{|Z_{out}|^2 (\sum_i |Y_{rt_i}|)^2}{|Z_{out} + Z_{Load}|^2} \quad 5-49$$

Si en plus des tensions maximisant la puissance normalisée, la charge électrique maximisant  $\bar{p}$  est appliquée, la puissance normalisée est maximisée. Celle-ci vaut :

$$\bar{p} = \frac{|Z_{out}|^2 (\sum_i |Y_{rt_i}|)^2}{8 \Re(Z_{out})} \quad 5-50$$

Notons que les tensions (amplitudes et phases) qui maximisent la puissance normalisée ne dépendent pas de la charge connectée au récepteur contrairement aux tensions maximisant le rendement.

## 5.II. Validation expérimentale

Nous allons dans cette partie présenter les résultats obtenus sur deux dispositifs expérimentaux en appliquant les formules établies dans la partie 5.I.

Les deux dispositifs et leurs fabrications sont décrits dans une première partie et la méthode de mesure et de caractérisation est détaillée dans une deuxième partie. Dans la troisième section, nous présentons les résultats obtenus avec les deux dispositifs expérimentaux.

### 5.II.1. Dispositif expérimental

Utiliser plusieurs transducteurs piézoélectriques indépendants est possible, mais ce n'est ni très compact ni très pratique pour des applications réelles. En effet, la mise en place (nombre de collage, positionnement relatif et reproductibilité) est plus complexe qu'en n'utilisant un seul transducteur. Le coût est par ailleurs également impacté et augmente avec le nombre de transducteurs utilisés.

Nous avons donc choisi, afin de démontrer l'intérêt d'utiliser plusieurs émetteurs en TPA à travers les parois, d'utiliser un seul disque piézoélectrique de grand diamètre et de diviser une de ses électrodes en plusieurs zones, électriquement indépendantes, et pouvant être excitées par différents signaux électriques.

Cette méthode a été utilisée dans [4] pour appliquer des signaux en phase mais d'amplitudes différentes à plusieurs zones d'un disque piézoélectrique, afin de générer un champ acoustique approprié à la TPA à travers les corps biologiques. Dans cet article, le découpage des électrodes a été réalisé à l'aide d'un tour mécanique. Nous avons préféré utiliser un graveur laser (Trotec Laser Speedy 400), disponible au Fablab du CEA. Cette méthode permet de contrôler précisément la largeur entre les électrodes, de très fin (<100  $\mu\text{m}$ ) à la largeur souhaitée. De plus, n'importe quelle forme peut être gravée très facilement, précisément et rapidement. Les deux émetteurs réalisés sont présentés sur la Figure 139.





Figure 139 : a) Emetteurs gravés avec les motifs carrés à gauche et avec les motifs circulaires à droite. b) Zoom sur l'émetteur au motif carré.

Des fils de très petit diamètre sont soudés aux électrodes pour appliquer les tensions. Cela permet de limiter les contraintes mécaniques sur l'électrode et évite les arrachements de celle-ci lors des manipulations.

Afin de vérifier que la gravure laser n'a pas d'effet sur les transducteurs, l'impédance électrique du transducteur avec le motif circulaire a été mesurée avant et après la gravure. Pour la mesure après la gravure, toutes les électrodes sont connectées ensemble afin de se ramener au cas à une seule électrode. Les résultats obtenus (Figure 140) montrent que la gravure ne modifie pas ou très peu le comportement des transducteurs.

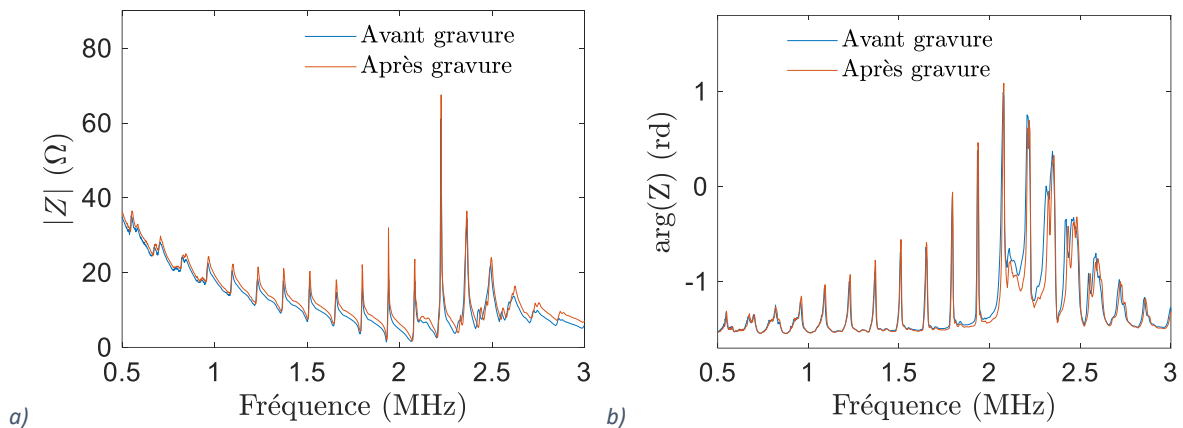


Figure 140 : Comparaison de a) l'amplitude et b) la phase de l'impédance de l'émetteur aux motifs circulaires et collé à la paroi en acier de 20 mm d'épaisseur, avant et après la gravure laser. Après la gravure laser, les différentes électrodes sont connectées ensemble.

L'épaisseur de ces deux transducteurs est de 1 mm leur donnant une fréquence de résonance libre-libre d'environ 2 MHz. Ils sont faits du matériau PIC181 de PI Ceramic. Le diamètre du transducteur avec les motifs carrés est de 35 mm alors que le diamètre du transducteur avec les motifs circulaires est de 40 mm. Ces deux transducteurs sont collés sur une paroi en acier de 20 mm d'épaisseur avec de l'époxy conductrice Chemtronics CW2400 (Figure 141 gauche).

Trois récepteurs en PIC181 avec des électrodes déportées (1 mm d'épaisseur et 10 mm de diamètre) sont collés en différentes positions sur la paroi (Figure 141 droite). Les cercles blancs sur l'image représentent les récepteurs placés de l'autre côté de la paroi.

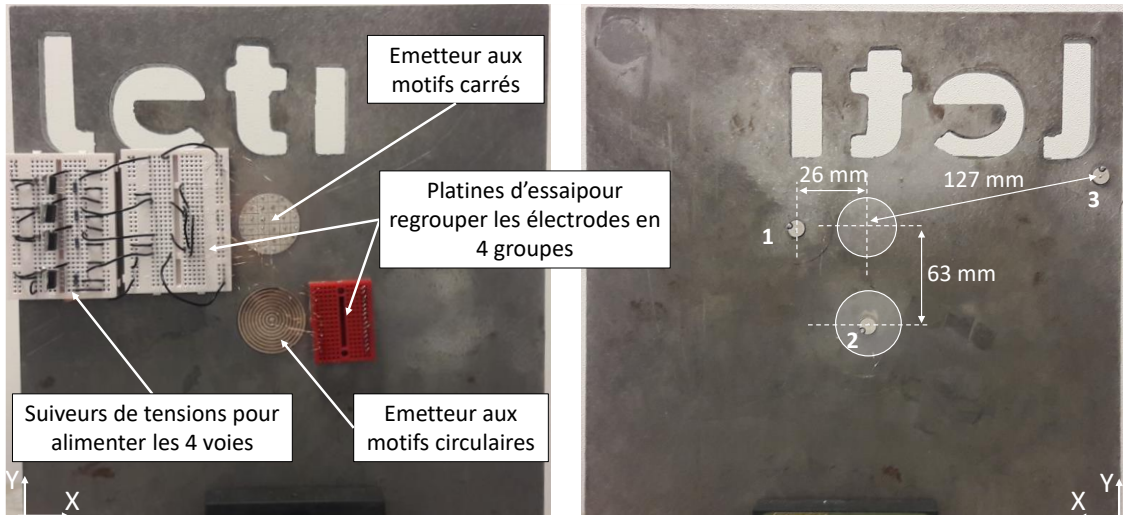


Figure 141 : Paroi en acier de 20 mm avec, à gauche : la face côté émetteur et à droite : la face côté récepteur (les cercles blancs représentent la position des émetteurs collés de l'autre côté de la paroi).

Les positions des transducteurs et du logo « LETI » sur la paroi sont données dans le Tableau 15.

Tableau 15 : Position des transducteurs et du logo « LETI » sur la paroi en acier de dimension 300x300x20 mm. Les valeurs numériques du tableau sont données en millimètres.

	Position sur X	Position sur Y	Diamètre	Epaisseur	Côté
Emetteur aux motifs circulaires	140	120	40	1	Côté émetteur
Emetteur aux motifs carrés	140	183	35	1	Côté émetteur
Récepteur #1	176	183	10	1	Côté récepteur
Récepteur #2	140	120	10	1	Côté récepteur
Récepteur #3	205	11	10	1	Côté récepteur
“LETI” logo	[15;190]	[215;285]			

Le trou dans la paroi du logo « LETI », modifie le chemin acoustique entre les transducteurs. Cependant, et c'est une des forces de la méthode utilisée, les tensions optimales sont déterminées à partir de mesures, sans hypothèses sur le système. Cela signifie que tous les phénomènes et les « obstacles » rencontrés par les ondes mécaniques sont pris en compte dans le choix des amplitudes et phases à appliquer.

Ces deux dispositifs expérimentaux sont utilisés afin de démontrer les améliorations des performances qui peuvent être obtenues en utilisant plusieurs émetteurs pour deux cas :

- Un récepteur de faible diamètre aligné avec l'émetteur (partagent le même axe de symétrie)
- Des récepteurs non alignés avec l'émetteur

L'émetteur avec les motifs circulaires et le récepteur #2 étant alignés, ils permettent de montrer l'effet du MISO sur un récepteur de diamètre inférieur à celui de l'émetteur (10 mm contre 40 mm respectivement). L'émetteur avec les motifs carrés permet de montrer les améliorations par le MISO dans le cas de récepteurs non alignés avec l'émetteur.

### 5.II.2. Méthode de mesure et de caractérisation

Afin de comparer sur un pied d'égalité les performances offertes par le MISO par rapport aux configurations SISO, il est nécessaire de déterminer les performances lorsque les paramètres optimaux

(i.e. : charge électrique, phases et amplitudes des tensions d'excitation et fréquence de fonctionnement) sont appliqués aux systèmes.

*5.II.2.a. Caractérisation des systèmes SISO*

Les systèmes SISO sont composés d'un seul émetteur et d'un seul récepteur. Pour obtenir un seul émetteur à partir des configurations MISO, toutes les électrodes de chaque émetteur (i.e. avec les motifs circulaires ou carrés) sont connectées ensemble. Le système ainsi formé est caractérisé, comme détaillé dans la partie 3.II du chapitre 3, à partir de la matrice d'impédance du système mesurée sur une certaine plage de fréquence avec un VNA.

Le rendement et la puissance normalisée maximums peuvent alors être déterminés en fixant  $T = R = 1$  dans les formules de ce chapitre, ce qui est totalement équivalent à utiliser les formules dédiées aux SISO et établies dans le chapitre 3.

*5.II.2.b. Caractérisation des systèmes MISO*

La caractérisation des systèmes MISO est également basée sur la mesure de la matrice d'impédance du système. Cette mesure est cependant plus compliquée à réaliser comme le nombre de ports à mesurer est supérieur au nombre de ports du VNA. Nous avons donc utilisé la méthode couramment utilisée pour caractériser les systèmes MIMO et MISO.

Les ports sont mesurés deux par deux avec un VNA standard mesurant les paramètres S. Les ports qui ne sont pas en cours de mesures (i.e. non connectés au VNA) sont connectés à des charges électriques de  $50 \Omega$ , conformément à l'impédance d'entrée du VNA utilisé. A partir de toutes ces mesures successives, la matrice des paramètres S du système complet est déterminée. Les matrices d'impédance et d'admittance peuvent alors en être déduites [106] :

$$Z = 50(I - S)^{-1}(I + S) \tag{5-51}$$

Et :

$$Y = Z^{-1} = \frac{1}{50}(I + S)^{-1}(I - S) \tag{5-52}$$

Avec  $S$ , la matrice des paramètres S de dimension  $(N \times N)$  du système et  $I$  la matrice identité de dimension  $(N \times N)$ .

Dès lors que les matrices d'admittance et d'impédance sont connues, les performances peuvent être évaluées à partir des formules établies dans ce chapitre.

Notons que pour l'émetteur avec les motifs circulaires, il y a 11 ports (10 émetteurs et 1 récepteur) ce qui fait 55 mesures successives au VNA ( $N(N - 1)/2$  mesures). Dans le cas de l'émetteur aux motifs carrés, il y a 33 ports (32 émetteurs et 1 récepteur) ce qui fait 528 mesures successives au VNA, rendant cette caractérisation extrêmement longue, et pouvant contenir des erreurs, notamment car le temps de mesure est assez long pour que les paramètres du système changent, par exemple avec la température.

Pour simplifier ces mesures, les électrodes de l'émetteur sont regroupées en quatre groupes avec la méthode détaillée dans la partie suivante. Cela se traduit par un système à 5 ports (4 émetteurs et 1 récepteur) caractérisé en 10 mesures successives avec le VNA.

### 5.11.2.c. Regrouper les $T$ électrodes en quatre groupes

Regrouper les  $T$  électrodes de l'émetteur en quatre groupes se traduit par une réduction des performances puisque toutes les électrodes d'un même groupe sont alors excitées par la même tension et plus par leurs alimentations individuelles optimales, généralement différentes. Ainsi, les résultats présentés ici auraient pu être encore plus élevés si le système avait été caractérisé et alimenté par autant de sources de tensions qu'il n'y a d'électrodes.

Nous avons cependant validé par des simulations par éléments finis, que la réduction du nombre d'émetteurs (les électrodes étant regroupées en quatre groupes correctement choisis) a un impact limité sur la puissance normalisée. Cela est compréhensible car les groupements en 4 groupes mettent ensemble des signaux dont l'écart relatif est de maximum  $90^\circ$ . Or, la somme de signaux sinusoïdaux est assez peu affectée par des variations relatives de phases de  $\pm 45^\circ$  (voir Figure 142 pour la somme de deux signaux sinusoïdaux).

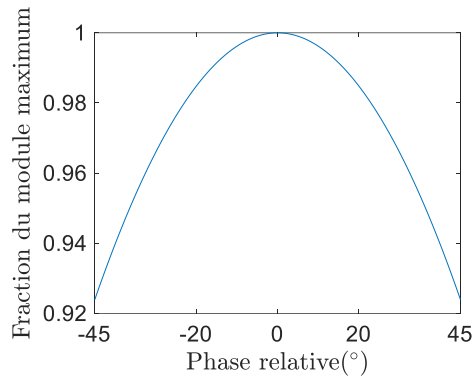


Figure 142 : Amplitude normalisée de la somme de deux signaux sinusoïdaux de même amplitude en fonction de leur phase relative.

Pour former les quatre groupes d'électrodes, il est important de connecter ensemble les électrodes dont les phases optimales sont proches entre elles. Comme les phases optimales dépendent de la fréquence, il est nécessaire de fixer une fréquence de fonctionnement pour former les groupes. Les regroupements ainsi effectués sont donc optimisés à cette fréquence, mais pas forcément aux autres.

Les phases optimales sont déterminées en mesurant les phases de  $Y_{rt}$  (équation 5-42) sans passer par le VNA (puisque nous cherchons à réduire à 4 le nombre de ports électriques pour faciliter la mesure au VNA). Cela est réalisé en appliquant successivement une tension de 1 V à chaque émetteur (les autres émetteurs étant court-circuités) et en mesurant la tension en circuit-ouvert sur le récepteur ( $I_r = 0$ ). En effet, à partir de l'équation 5-3 et en appliquant ces conditions il vient :

$$\frac{Y_{rt_i}}{Y_{rr}} = -\frac{U_r}{U_{t_i}}, \forall i \in \llbracket 1; T \rrbracket \quad 5-53$$

$$\Rightarrow \arg(Y_{rt_i}) = -\arg(U_r) + \arg(U_{t_i}) + \arg(Y_{rr}), \forall i \in \llbracket 1; T \rrbracket \quad 5-54$$

$\arg(Y_{rr})$ , étant indépendant de  $i$ , ce terme disparaît comme nous nous intéressons aux différences des phases.

A titre d'exemple,  $\arg(Y_{rt_i})$  des 32 électrodes de la configuration MISO avec l'émetteur aux motifs carrés et le récepteur #1 est donnée sur la Figure 143a), conformément à la méthode mentionnée précédemment. Le regroupement des électrodes réalisé en conséquence de ces mesures est affiché sur la Figure 143b).

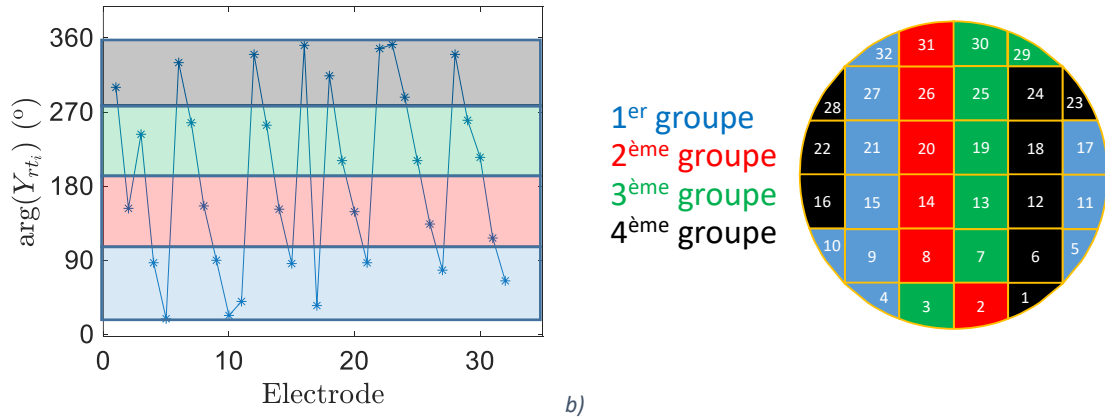


Figure 143 : a) Phase de  $Y_{rt_i}$  en fonction de l'électrode de l'émetteur aux motifs carrés à la fréquence de 2.091 MHz, avec le récepteur #1 et b) répartition des électrodes de l'émetteur en quatre groupes pour maximiser  $\bar{p}$  sur le récepteur #1.

#### 5.II.2.d. Mesure et validation des performances

Afin de confirmer que les performances déterminées à partir de la matrice d'impédance mesurée au VNA sont vraiment atteignables, des mesures de puissance transmise sont réalisées, nous les appelons mesures directes.

Pour cela, les tensions (amplitudes et phases) optimales, déterminées grâce à la mesure préalable des matrices d'impédances des systèmes, sont appliquées sur les quatre groupes d'électrodes des émetteurs. Pour cela, un générateur basse-fréquence (GBF) quatre voies (TGA1244 de Thurlby Thandar Instruments) est utilisé. Comme l'impédance de sortie des voies du GBF est de  $50 \Omega$ , la tension appliquée aux électrodes ne correspond pas à la valeur demandée si du courant est débité. Chaque émetteur ayant une influence sur les autres émetteurs, il est alors très difficile de changer la phase d'une des voies sans affecter la tension sur toutes les autres voies. Pour éviter cela, les électrodes sont alimentées par quatre circuits suiveurs de tension (visibles sur la Figure 141), réalisés à partir d'amplificateur opérationnels de puissance (LT1210 de Analog Devices) qui permettent d'abaisser l'impédance de sortie des sources électriques et de garantir les valeurs de tension appliquées sur les électrodes.

Toutes les tensions sont mesurées simultanément grâce à deux oscilloscopes. Des sondes de tensions Lecroy PP009 sont utilisées. Les courants sont mesurés successivement sur chaque port grâce à une sonde de courant (Tektronix TCPA300). Les puissances actives d'entrée et de sortie sont alors calculées en connaissant les tensions, les courants et leurs phases relatives sur toutes les voies. Un délai temporel est présent sur la sonde de courant entraînant un décalage de phase dépendant de la fréquence. Pour annuler cet effet, celui-ci a été déterminé en fonction de la fréquence et a été pris en compte dans le calcul des puissances mesurées.

La Figure 144 présente les points de mesure des tensions et courants. La sonde de courant, positionnée sur le récepteur, permet de mesurer la puissance de sortie.

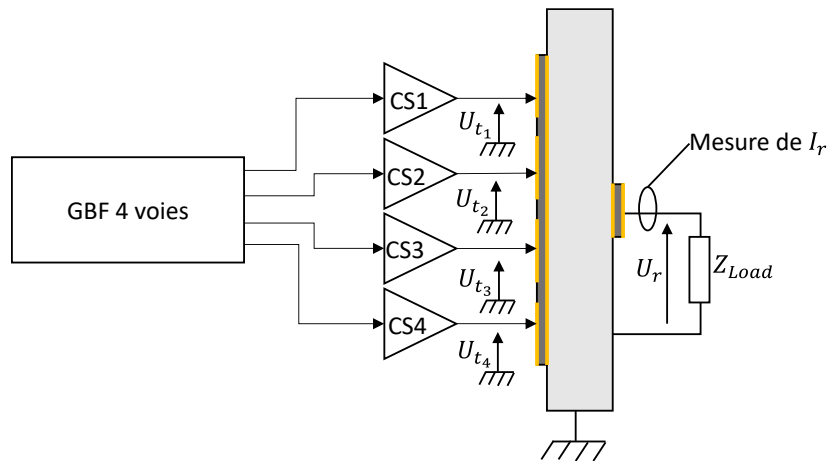


Figure 144 : Circuits schématiques des mesures des tensions et du courant, à partir desquelles les puissances sont calculées. CS signifie circuit suiveur.

### 5.II.3. Résultats expérimentaux

Dans cette partie, nous allons présenter, dans l'ordre, les mesures obtenues avec les deux dispositifs expérimentaux suivants :

- Le récepteur de petit diamètre aligné avec l'émetteur aux motifs circulaires
- Les récepteurs non alignés avec l'émetteur aux motifs carrés

#### 5.II.3.a. Récepteur et émetteur alignés – émetteur aux motifs circulaires

Le système de TPA constitué de l'émetteur aux motifs circulaires et du récepteur #2 a dans un premier temps été caractérisé avec le VNA dans sa configuration SISO (i.e. toutes les électrodes de l'émetteur étant connectées entre elles).

Cette caractérisation a permis de montrer que, pour cette configuration SISO, la fréquence maximisant le rendement est de 2.078 MHz, et que pour ce système, 2.078 MHz est aussi la fréquence qui maximise la puissance normalisée.

Par ailleurs, à cette fréquence, nous avons  $Z_{\eta}(2.078 \times 10^6) = Z_{\bar{p}}(2.078 \times 10^6) = 67 + j104$ , pouvant être réalisé à partir d'une résistance de  $67 \Omega$  et d'une inductance de  $8 \mu H$  en série. Le rendement et la puissance normalisée calculés à partir de la matrice d'impédance mesurée au VNA et pour cette charge électrique fixée (une résistance de  $67 \Omega$  et d'une inductance de  $8 \mu H$  en série) sont affichés sur la Figure 147 en fonction de la fréquence (courbe jaune continue).

Ces prédictions ont été validées par des mesures directes en mesurant les puissances d'entrée et de sortie à plusieurs fréquences (étoiles jaunes). Comme nous avons déjà pu le montrer dans le chapitre 3, la corrélation entre les mesures directes et les prédictions calculées à partir de la mesure de la matrice d'impédance au VNA sont très bonnes.

Pour mesurer les performances atteignables avec la configuration MISO, la méthode décrite dans la partie 5.II.2 est utilisée :

- Une fréquence est choisie afin de déterminer la distribution des électrodes en quatre groupes. Cette fréquence est choisie comme la fréquence où le SISO maximise ses performances (i.e. 2.078 MHz).

- Les quatre groupes d'électrodes sont réalisés (voir Figure 145)
- La matrice d'impédance du système formé et constitué de cinq ports électriques est mesurée avec le VNA en dix mesures successives
- A partir de la matrice d'impédance, les performances (i.e. rendement et puissance normalisée) sont calculées, ainsi que les charges électriques et les tensions d'excitation associées
- Ces performances prédites avec la matrice d'impédance sont ensuite comparées avec les mesures directes des puissances, en appliquant les tensions électriques déterminées lors de l'étape précédente

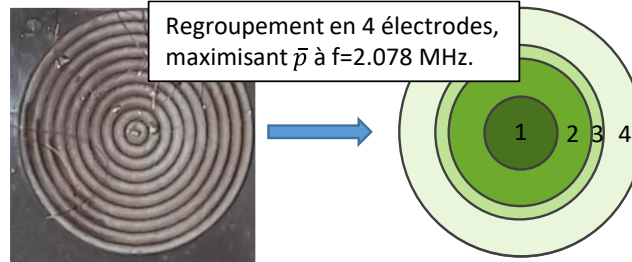


Figure 145 : Choix des quatre groupes d'électrodes (numérotés de 1 à 4) de l'émetteur aux motifs circulaires pour maximiser  $\bar{p}$  à la fréquence de 2.078 MHz.

En guise d'exemple d'application, nous donnons ici la mesure de la matrice d'impédance à la fréquence de 2.08 MHz. Les performances, tensions et charges optimales pourront ensuite en être déduites.

A 2.08 MHz, les composantes de la matrice d'impédance sont les suivantes :

$$Z_{tt} = \begin{pmatrix} 19.6 - j18.6 & 12.0 + j28.4 & 10.9 + j18.7 & 7.0 + j9.0 \\ 12.0 + j28.4 & 15.2 + j8.6 & 11.0 + j21.5 & 8.7 + j13.6 \\ 10.9 + j18.7 & 11.0 + j21.5 & 18.2 - j14.5 & 9.1 + j13.1 \\ 7.0 + j9.0 & 9.7 + j13.6 & 9.1 + j13.1 & 11.1 + j3.6 \end{pmatrix}, Z_{tr} = \begin{pmatrix} -14.3 - j58.3 \\ -11.8 - j29.1 \\ -9.6 - j18.2 \\ -6.5 - j8.1 \end{pmatrix}, Z_{rr} = 26.5 - j91.0 \quad 5-55$$

A partir de ces éléments, la valeur la plus élevée de rendement, les tensions électriques et la charge électrique correspondantes sont calculées à partir des équations 5-21, 5-22 et 5-24, respectivement. La valeur maximale du module de la tension est fixée à 5 V ; les autres tensions sont calculées en conséquence. Nous avons alors :

$$\mathbf{U}_t = \begin{pmatrix} 5 \\ 2.14e^{j1.40} \\ 1.72e^{j1.84} \\ 0.63e^{j2.16} \end{pmatrix}, Z_\eta = 57 + j131 \text{ entraînant } \eta = 0.59 \text{ et } \bar{p} = 4.6 \text{ mW/V}^2 \quad 5-56$$

La même chose est réalisée pour la puissance normalisée. A partir des équations 5-50, 5-42 et 5-46, nous calculons la valeur maximale de la puissance normalisée ainsi que les tensions et la charge électrique associées :

$$\mathbf{U}_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 1e^{j1.00} \\ 1e^{j2.00} \\ 1e^{j2.99} \end{pmatrix}, Z_{\bar{p}} = 74 + j110 \text{ entraînant } \eta = 0.45 \text{ et } \bar{P} = 37 \text{ mW/V}^2 \quad 5-57$$

Les tensions électriques optimales données dans les équations 5-56 et 5-57 sont tracées en fonction du temps sur la Figure 146. Tous les émetteurs n'ayant pas le même impact sur le récepteur, il peut être intéressant pour maximiser le rendement de ne pas appliquer la même tension à tous les émetteurs (Figure 146a). En effet, dans le cas extrême où un émetteur est isolé et n'a pas d'effet ni sur

le récepteur ni sur les autres émetteurs, il n'est pas intéressant de l'alimenter. L'alimenter se traduirait par une augmentation de  $P_{in}$  sans changer  $P_{out}$  et abaisserait le rendement. A l'inverse, la puissance normalisée étant  $P_{out}$  normalisée par la plus haute tension appliquée au carré, pour maximiser la puissance normalisée il est intéressant d'appliquer une tension de même amplitude à tous les émetteurs. En effet, même si l'impact de certains émetteurs est minime (ou nul) sur le récepteur, les phases sont convenablement choisies et la puissance normalisée ne peut qu'être augmentée à tous les alimenter avec la même amplitude de tension.

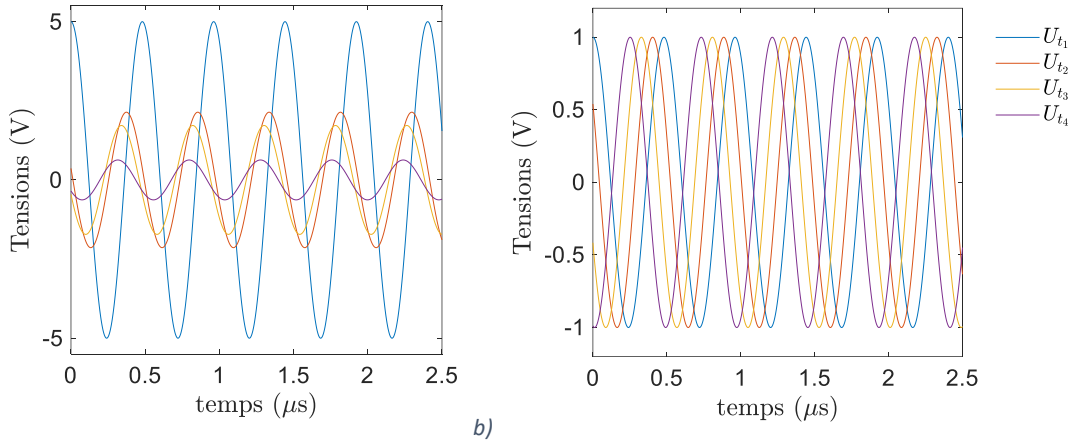


Figure 146 : Tensions électriques en fonction du temps maximisant a) le rendement et b) la puissance normalisée, à la fréquence de 2.08 MHz.

Le rendement et la puissance normalisée sont maximisés pour des charges électriques différentes. Nous avons choisi d'utiliser la charge électrique maximisant le rendement à 2.08 MHz (i.e. une résistance de  $57 \Omega$  en série avec une inductance de  $10 \mu H$ ) car avec cette charge, si les alimentations électriques sont calculées de façon à maximiser  $\bar{p}$ , la puissance normalisée est faiblement affectée. Elle passe de 37 à 36 mW/V<sup>2</sup>.

La charge électrique étant fixée, les tensions maximisant le rendement sont calculées à toutes les autres fréquences à partir de l'équation 5-39. Les phases des tensions maximisant la puissance normalisée sont indépendantes de la charge électrique connectée et sont calculées à partir de l'équation 5-42 (les amplitudes étant égales pour toutes les entrées).

Sur la Figure 147 sont comparés les rendements (à gauche) et les puissances normalisées (à droite) en fonction des excitations électriques appliquées au système MISO. En bleu nous avons le système MISO quand les excitations électriques sont choisies pour maximiser le rendement et en rouge quand elles sont choisies pour maximiser la puissance normalisée. La charge électrique connectée est inchangée pour toutes les mesures MISO.

Afin de comparer le MISO au SISO, les performances obtenues avec le système SISO sont affichées en jaune.

Il apparaît clairement sur la Figure 147, que les performances sont fortement améliorées grâce au MISO. Le rendement est multiplié par plus de deux et passe de 28% à 58%. La puissance normalisée est presque multipliée par deux et passe de 23 à 41 mW/V<sup>2</sup>.



Cependant, et comme cela apparaît sur les équations 5-56 et 5-57, les tensions maximisant le rendement et la puissance normalisée sont différentes. Ainsi, les valeurs maximales de  $\eta$  et de  $\bar{p}$  ne peuvent être atteintes simultanément.

Par exemple, quand le rendement est maximisé, la puissance normalisée est souvent plus faible que dans la configuration SISO. Cependant, en appliquant les tensions maximisant la puissance normalisée, le rendement atteint tout de même 51% pour une valeur de puissance de 41 mW/V<sup>2</sup>. Cela reste donc une amélioration importante en comparaison avec le système SISO, pour lequel le rendement est de seulement 28% et la puissance normalisée de seulement 23 mW/V<sup>2</sup>. Nous pouvons également noter que la bande de fréquence de bon fonctionnement est nettement élargie avec la configuration MISO.

Ces prédictions, calculées à partir de la mesure au VNA de la matrice d'impédance du système sont comparées avec les mesures directes des puissances d'entrée et de sortie quand les phases optimales sont appliquées aux quatre groupes d'électrodes (cercles et carrés sur la Figure 147). La très bonne corrélation entre les mesures directes et les prédictions du VNA confirme que la méthode présentée ici pour caractériser et optimiser les systèmes, que ce soient MISO ou SISO, est adaptée aux systèmes de TPA.

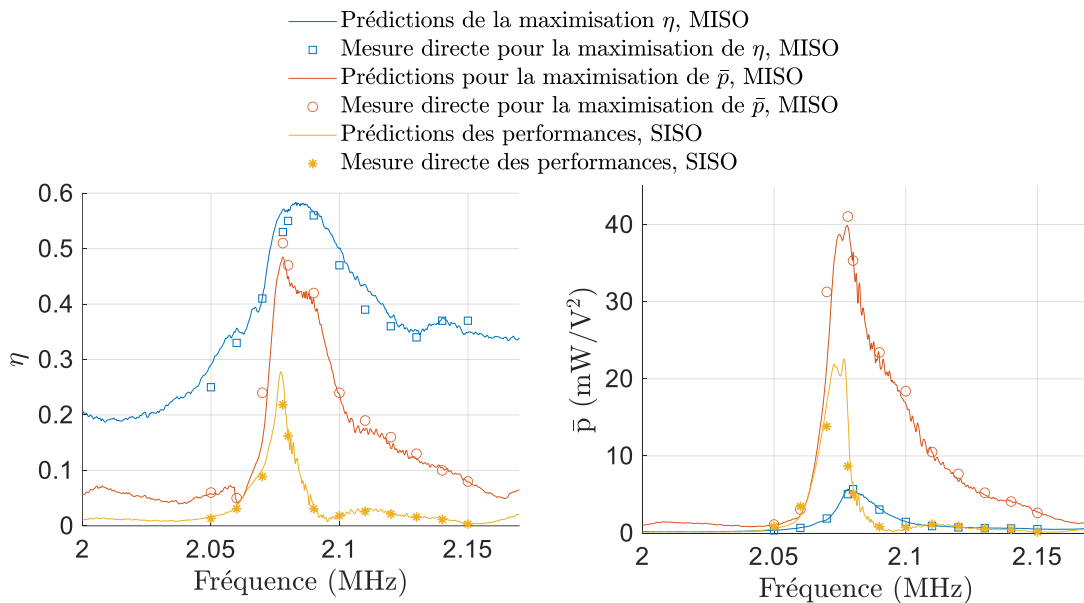


Figure 147 : a) Rendement et b) puissance normalisée, mesurés pour les configurations SISO et MISO, pour le récepteur de petit diamètre aligné avec l'émetteur aux motifs circulaires.

Nous avons donc montré que les performances sont fortement améliorées (multipliées par presque deux) pour un petit récepteur comparé à l'émetteur (10 mm contre 40 mm de diamètre) en divisant l'électrode de l'émetteur en différentes zones alimentées par différentes tensions.

Les électrodes de l'émetteur aux motifs circulaires sont symétriques ce qui n'est pas adéquat pour alimenter des récepteurs non alignés ; L'émetteur aux motifs carrés est plus approprié pour cela. Dans la partie suivante, nous présentons les résultats obtenus avec ce dernier pour alimenter des récepteurs non alignés.

### 5.II.3.b. Récepteurs et émetteur non alignés – émetteur aux motifs carrés

Les centres des récepteurs sont désalignés, l'axe centrale est décalé de 26, 43 et 127 mm (respectivement récepteur #1, #2 et #3) du centre de l'émetteur aux motifs carrés (voir Figure 141).

L'électrode de l'émetteur aux motifs carrés a été divisée en 32 électrodes indépendantes. Leur regroupement en quatre groupes a été réalisé afin de maximiser  $\bar{p}$  à la fréquence de 2.091 MHz, entraînant trois regroupements d'électrodes différents en fonction du récepteur visé (Figure 148).

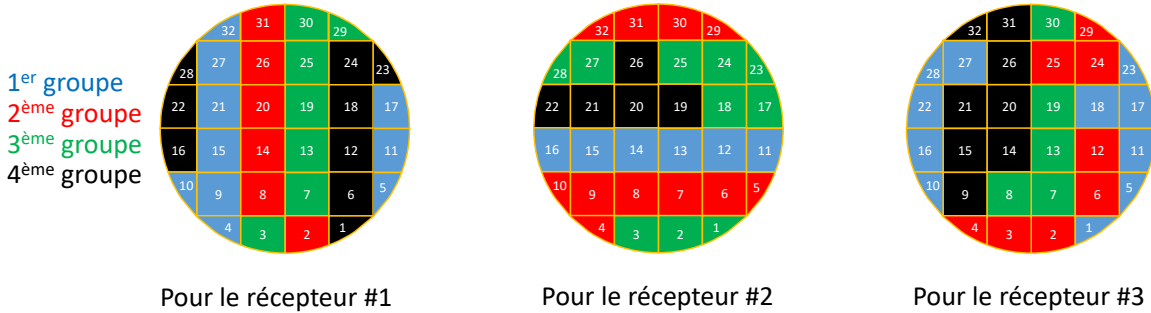


Figure 148 : Groupes d'électrodes maximisant la puissance normalisée à la fréquence de 2.091 MHz pour les récepteurs #1, #2 et #3, respectivement.

Même si les réflexions sont essentielles dans la TPA à travers les parois, il apparaît sur la Figure 148 pour les récepteurs #1 et #2, que les électrodes sont organisées en zones à peu près équidistantes du récepteur visé, ce qui correspond à l'agencement attendu dans un milieu de propagation libre. Ainsi, l'agencement des électrodes est vertical pour alimenter le récepteur #1 et est horizontal pour alimenter le récepteur #2.

Ces trois configurations ont été testées successivement par mesure directe à la fréquence de 2.091 MHz en mesurant la puissance de sortie de chaque récepteur. Les puissances obtenues sont comparées avec celles obtenues dans les configurations SISO, c'est-à-dire quand les 32 électrodes de l'émetteur sont toutes excitées par une tension de même amplitude et phase. Pour garder le dispositif aussi simple que possible, plutôt que d'appliquer les charges optimales, des résistances de 50  $\Omega$  sont connectées aux trois récepteurs. Comme il apparaît dans l'équation 5-48, le gain de puissance entre SISO et MISO est indépendant de la charge connectée. Ainsi, ce choix de fixer les charges à 50  $\Omega$  est sans conséquences pour observer les améliorations apportées par le MISO en termes de puissance normalisée. Les résultats obtenus sont affichés dans le Tableau 16.

Pour les trois récepteurs et à la fréquence de 2.091 MHz, les gains en puissance sont extrêmement élevés. Les puissances sont multipliées par : 450, 65 et 14 pour les récepteurs #1, #2 et #3 respectivement. Ces améliorations s'expliquent par les interférences destructives des ondes sur le récepteur si les 32 électrodes de l'émetteur sont excitées en phases.

Il apparaît également que lorsque les phases optimales sont appliquées sur l'émetteur pour alimenter un récepteur choisi, la puissance sur les autres récepteurs est bien plus faible. Cela permet l'alimentation sélective des récepteurs et est la conséquence de la focalisation des ondes.

Tableau 16 : Puissance normalisée en fonction du récepteur et des phases des tensions électriques appliquées aux 32 électrodes de l'émetteur aux motifs carrés.

	Fréquence (MHz)	Récepteur #1	Récepteur #2	Récepteur #3
SISO	2.091	2.56 $\mu\text{W}/\text{V}^2$	12.3 $\mu\text{W}/\text{V}^2$	1.5 $\mu\text{W}/\text{V}^2$
MISO, optimisé pour le récepteur #1	2.091	<b>1156 <math>\mu\text{W}/\text{V}^2</math></b>	10 $\mu\text{W}/\text{V}^2$	2 $\mu\text{W}/\text{V}^2$
MISO, optimisé pour le récepteur #2	2.091	3 $\mu\text{W}/\text{V}^2$	<b>801 <math>\mu\text{W}/\text{V}^2</math></b>	4 $\mu\text{W}/\text{V}^2$
MISO, optimisé pour le récepteur #3	2.091	5 $\mu\text{W}/\text{V}^2$	16 $\mu\text{W}/\text{V}^2$	<b>21 <math>\mu\text{W}/\text{V}^2</math></b>
Gain avec le MISO	2.091	$\times 450$	$\times 65$	$\times 14$
Gain avec le MISO	$f \in [2; 2.2]$	$\times 45$	$\times 29$	$\times 2.6$

Pour déterminer précisément les améliorations apportées par le MISO et ne pas être biaisé par le fait de se limiter à une seule fréquence (2.091 MHz), la puissance normalisée est mesurée sur la bande de fréquence  $f \in [2 \text{ MHz}; 2.2 \text{ MHz}]$ , correspondant à la bande de fréquence de bon fonctionnement du système. La puissance normalisée dans le cas SISO est comparée au cas MISO sur cette bande de fréquence. Le gain en puissance entre MISO et SISO est moins important que lorsque la fréquence est limitée à 2.091 MHz mais reste très élevé. Le gain en puissance passe à  $\times 45$ ,  $\times 29$  et  $\times 2.6$  pour les récepteurs #1, #2 and #3 respectivement (voir Tableau 16). En guise d'exemple, les puissances normalisées pour le récepteur #1 dans les cas SISO et MISO pour  $f \in [2 \text{ MHz}; 2.2 \text{ MHz}]$  sont affichées en Figure 149.

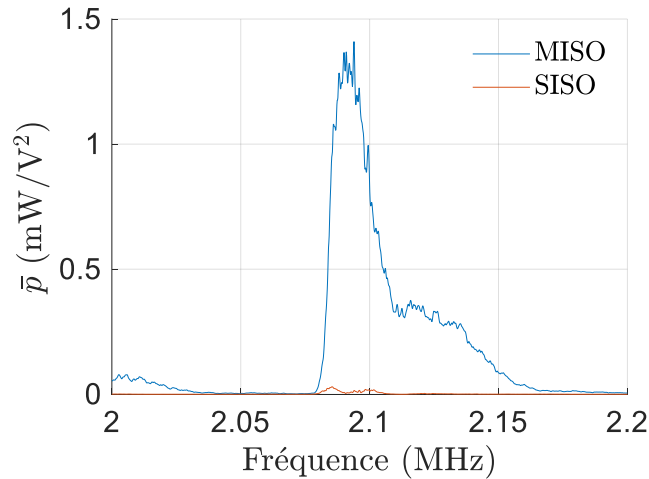


Figure 149 : Puissance normalisée en fonction de la fréquence avec émetteur au motif carré et le récepteur #1 dans le cas SISO et MISO.

Ces résultats sur les récepteurs non alignés montrent que l'utilisation de plusieurs émetteurs permet d'augmenter fortement la puissance reçue par des récepteurs non alignés. Ainsi, des capteurs positionnés en différents points d'une structure pourraient être alimentés les uns après les autres avec des niveaux de puissance bien plus importants qu'avec l'utilisation d'un seul émetteur. Cela ouvre de nouvelles opportunités pour le contrôle de l'état de santé des structures par des capteurs intégrés.

Il apparaît également que diviser l'électrode de l'émetteur permet de rendre le système beaucoup moins sensible aux erreurs d'alignements.

### 5.II.3.c. Démonstrateur multi-émetteurs

Afin de présenter l'intérêt de l'utilisation de plusieurs émetteurs pour focaliser les ondes sur des récepteurs non alignés, un démonstrateur a été réalisé. Ce dernier est décrit très rapidement dans cette partie. Le système est constitué de 3 disques piézoélectriques en PIC181 et épais de 1 mm. L'émetteur est un disque de 40 mm de diamètre dont l'électrode a été divisée en 7 sections indépendantes verticales. Les récepteurs sont des disques avec un diamètre de 10 mm. Sur les récepteurs sont connectés un doubleur de tension alimentant une capacité et une diode. Lorsque la tension sur les récepteurs est suffisante, leur diode s'allume.

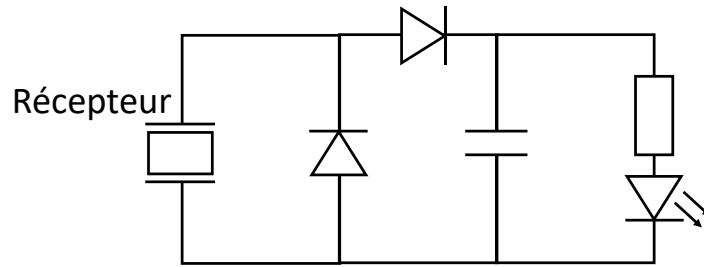


Figure 150 : Circuit doubleur de tension connecté sur le récepteur et alimentant une LED.

Les 7 électrodes de l'émetteur sont alimentées par des signaux presque sinusoïdaux d'une fréquence de 2 MHz afin de focaliser les ondes sur l'un ou l'autre des récepteurs. Ces signaux sont obtenus à partir d'une carte de développement STM32 qui génère des signaux carrés déphasés qui sont ensuite filtrés et amplifiés par la carte de puissance (Figure 151).

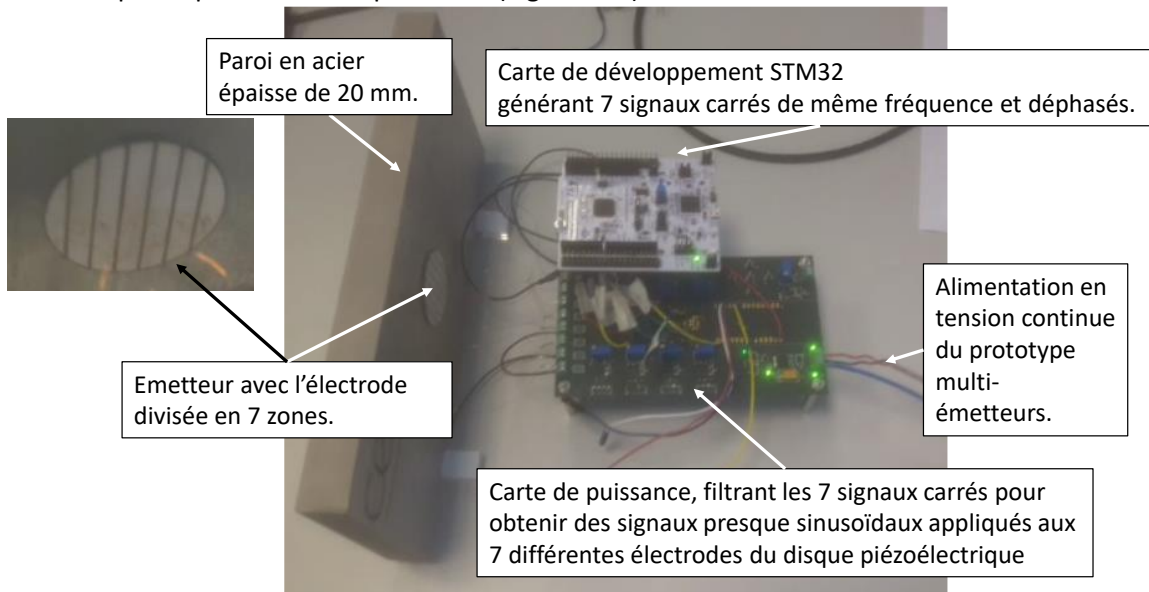


Figure 151 : Prototype multi-émetteurs pour transmettre de la puissance sur l'un ou l'autre des récepteurs.

Lorsque toutes les excitations sont en phase, aucune des deux diodes ne s'allume (Figure 152a). Lorsque les phases sont choisies pour focaliser les ondes sur le récepteur de gauche, la diode associée s'éclaire (Figure 152b). Inversement, la diode de droite s'éclaire lorsque les phases sont choisies pour alimenter le récepteur de droite (Figure 152c).



Figure 152 : Côté récepteur du démonstrateur lorsque les tensions sur les 7 électrodes de l'émetteur sont a) toutes en phases, b) optimisées pour focaliser les ondes mécaniques sur le récepteur de gauche, c) optimisées pour focaliser les ondes mécaniques sur le récepteur de droite.

### 5.III. Empilement de transducteur vu comme un système MISO

Dans la partie 4.V.2 du chapitre 4, nous avons étudié les empilements de transducteurs. Pour chaque empilement, les électrodes étaient reliées ensemble, comme à gauche sur la Figure 153, de façon à se ramener à un système SISO. En faisant cela, il est possible que le dispositif ne soit pas exploité au

mieux. En effet, il est tout à fait envisageable que les performances puissent être augmentées en alimentant de façon indépendante chaque disque piézoélectrique composant l'empilement de l'émetteur, comme illustré sur la partie droite de la Figure 153.

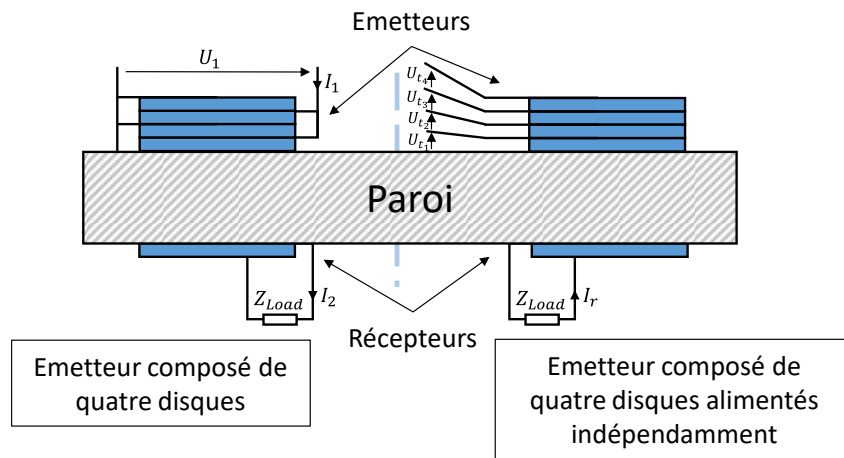


Figure 153 : Systèmes SISO à gauche et MISO à droite, constitués d'un empilement de disques piézoélectriques pour l'émetteur.

Le formalisme développé dans ce chapitre pour les systèmes MISO ne fait aucune hypothèse sur le système (hormis sa linéarité et sa réciprocité) et peut donc être appliqué au système MISO présenté sur la Figure 153 (à droite). Les performances lorsque les tensions optimales sont appliquées sur chacun des transducteurs composant l'émetteur peuvent donc être déterminées. Cela permettra de déterminer si les performances d'un empilement de disque piézoélectrique sont améliorées en alimentant ces derniers de façon indépendante.

Le système étudié est composé des mêmes éléments que dans la partie 4.V.2 du chapitre 4; c'est-à-dire, d'un émetteur constitué de quatre disques piézoélectriques en configuration de polarisation alignée (voir Figure 153) collé sur une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur. Le récepteur est composé d'un seul disque piézoélectrique. Tous les disques piézoélectriques sont en PIC181, épais de 2.12 mm et ont un diamètre de 45 mm.

Pour la configuration SISO, la matrice d'impédance est obtenue à partir de l'équation 4-59 :

- Le rendement est obtenu lorsque  $Z_{Load} = Z_{\eta}$  (équation 3-31)
- La puissance normalisée lorsque  $Z_{Load} = Z_{\bar{p}}$  (équation 3-38)

Pour appliquer le formalisme MISO à un empilement de disques piézoélectriques, nous partons de la matrice d'admittance du système avec l'empilement (équation 4-55) que nous inversons afin d'obtenir la matrice d'impédance. Nous pouvons ensuite en déduire le rendement et la puissance normalisée :

- Le rendement est obtenu lorsque la charge et les tensions d'excitations (amplitudes et phases) sont choisies pour maximiser le rendement (équations 5-24 et 5-22 respectivement)
- La puissance normalisée est obtenue lorsque la charge et les tensions d'excitations (amplitudes et phases) sont choisies pour maximiser la puissance normalisée (équation 5-46 et 5-42 respectivement)

Les performances obtenues pour les deux configurations de la Figure 153 sont affichées sur la Figure 154.

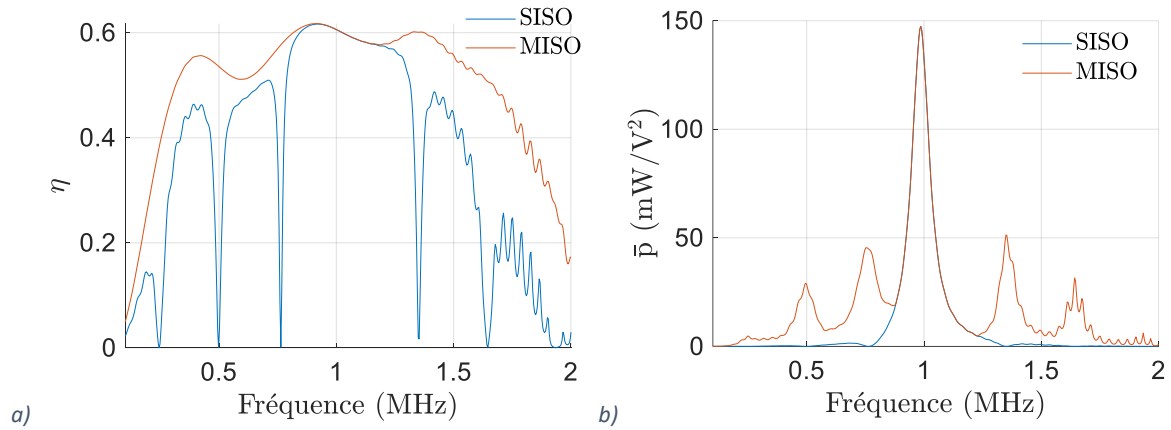


Figure 154 : a) Rendement et b) puissance normalisée, obtenus pour un émetteur constitué d'un empilement de 4 disques piézoélectriques et d'un récepteur constitué d'un disque piézoélectrique, collés sur une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur. Tous les disques piézoélectriques utilisés dans cette simulation sont épais de 2.12 mm et ont un diamètre 45 mm. MISO = chaque disque est alimenté par une tension indépendante en amplitude et en phase ; SISO = les tensions électriques sont identiques ou déphasées de  $180^\circ$ , tel que définies sur la Figure 153 gauche.

Les performances en MISO sont, à chaque fréquence, supérieures ou égales aux performances obtenues en SISO. Il ne pouvait en être autrement puisque le cas SISO est inclus dans le cas MISO (toutes les tensions étant alors de même amplitude et en phase ou déphasés de  $180^\circ$ ).

A certaines fréquences, l'alimentation de l'empilement en SISO entraîne des fréquences de non-fonctionnement (rendement et puissance normalisée nuls). Nous n'avons pas d'explications quant à la répartition fréquentielle de ces fréquences interdites. A ces fréquences, l'alimentation en MISO permet de transmettre de la puissance. Il apparaît également qu'aux fréquences où les performances SISO et MISO sont les plus élevées, le rendement et la puissance normalisée sont identiques quelle que soit l'alimentation des disques piézoélectriques (SISO ou MISO). Cela va dans le sens d'une facilité de l'usage de empilements des disques piézoélectriques, puisqu'une alimentation à partir d'une seule source de tension permet de profiter au maximum de l'augmentation des performances permises grâce à l'empilement de disques piézoélectriques.

## 5.IV. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux systèmes constitués d'un récepteur et de plusieurs émetteurs. L'utilisation de plusieurs émetteurs permet d'obtenir des interférences constructives sur le récepteur, entraînant une augmentation des performances de transmission de puissance.

En TPA à travers les parois, le canal électro-acoustique est complexe, notamment du fait de toutes les réflexions possibles et des obstacles rencontrés. Nous avons utilisé dans ce chapitre une méthode d'optimisation basée sur une mesure préalable du canal électro-acoustique via un VNA, ce qui permet de déterminer les tensions d'excitations optimales (amplitudes et phases) à appliquer aux émetteurs quelle que soit la complexité du canal électro-acoustique. Nous sommes partis d'une méthode de résolution récemment proposée et l'avons étendue au cas où les charges électriques connectées sur les récepteurs sont quelconques.

Nous avons approfondi l'étude de l'utilisation d'empilement de disques piézoélectriques réalisée dans le chapitre 4. Cette étude a permis de conclure qu'une alimentation en SISO permettait d'exploiter au mieux l'utilisation d'un empilement de disques piézoélectriques, facilitant l'utilisation de tels empilements.

Le principe et la méthode d'optimisation des multiples tensions d'excitations a été validé expérimentalement sur d'autres systèmes. Plutôt que d'utiliser plusieurs éléments piézoélectriques indépendants, l'électrode d'un seul disque piézoélectrique a été divisée en plusieurs zones électriquement indépendantes et pouvant être alimentées par des tensions différentes.

Nous avons pris deux cas d'étude différents :

- Le cas d'un récepteur de petit diamètre aligné avec l'émetteur, adapté quand les dimensions du récepteur doivent être minimisées, par exemple pour alimenter un nœud de capteur miniature placé dans un tuyau de petit diamètre
- Le cas de récepteurs non alignés avec l'émetteur et pouvant ouvrir de nouvelles applications notamment en contrôle de santé intégrée des structures

Pour le récepteur aligné avec l'émetteur, le rendement et la puissance normalisée sont multipliés par presque deux. Pour les récepteurs non alignés, la puissance transmise est augmentée jusqu'à un facteur 45 par rapport à la configuration à un seul émetteur.

L'amélioration significative des performances pour les systèmes avec récepteur aligné ou non, rend l'utilisation de plusieurs émetteurs particulièrement bien adaptée aux applications industrielles, où la transmission de puissances suffisantes et la robustesse sont essentielles. L'alimentation de récepteurs non alignés offre de nouvelles opportunités à la TPA, comme l'alimentation de nœuds de capteurs positionnés en différents points pour le contrôle de l'état de santé de structures par un réseau de capteurs.

## Conclusion de la thèse et perspectives

### Synthèse des travaux réalisés

Au cours de cette thèse, nous avons étudié plusieurs aspects de la transmission de puissance acoustique (TPA) à travers les parois. L'état de l'art réalisé dans le premier chapitre a permis d'identifier plusieurs axes afin d'améliorer et faciliter cette transmission de puissance :

- Augmenter et optimiser la puissance normalisée des systèmes de TPA, par exemple via l'utilisation d'empilements de transducteurs
- Permettre la modélisation analytique d'empilement de transducteurs
- Etudier les systèmes sans colle permettant une mise en place aisée, le déplacement et la réutilisation des transducteurs
- Réussir à détecter la meilleure fréquence de fonctionnement de TPA du côté de l'émetteur
- Etudier les systèmes à plusieurs émetteurs permettant l'alimentation de plusieurs récepteurs positionnés en différents points d'une structure, ainsi qu'une augmentation de la puissance transmise et du rendement

Dans le chapitre 2, a été établi le modèle analytique utilisé pour étudier les systèmes de TPA. Deux variantes, en fonction de la prise en compte ou non de la diffraction dans la paroi ont été décrites. Nous avons établi une méthode par lecture graphique qui permet de déterminer, la nécessité d'inclure, ou non, la diffraction dans la modélisation afin d'obtenir des résultats corrects. Une nouvelle méthode de résolution du modèle basée sur la modélisation couche par couche a été proposée. Cette méthode permet notamment la modélisation d'empilements de disques piézoélectriques. Les modèles analytiques ont été validés par comparaison avec la mesure et les résultats de modélisations par éléments finis. Les limites des modèles analytiques ont été identifiées même si certains écarts avec le comportement réel des systèmes de TPA restent à expliquer.

Les modèles analytiques et par éléments finis permettent d'obtenir la matrice d'impédance des systèmes de TPA. A partir de cette matrice, décrivant complètement le comportement électrique des systèmes linéaires, il est possible de déterminer le rendement et la puissance transmise. Dans le chapitre 3, nous avons montré que le rendement dépend grandement de la charge électrique. Une formule donnant la charge électrique maximisant le rendement en fonction de la matrice d'impédance a été obtenue. Cette formule permet de déterminer très rapidement le meilleur rendement possible des systèmes. Nous avons également montré que la puissance transmise est proportionnelle à la tension d'excitation au carré. Un critère de puissance transmise indépendant de la tension d'excitation, la puissance normalisée, a été proposé. Maximiser ce critère permet de transmettre davantage de puissance à partir d'une tension d'excitation d'amplitude donnée. La formule analytique maximisant la puissance normalisée en fonction de la matrice d'impédance des systèmes de TPA a été établie. Le meilleur rendement et la meilleure puissance normalisée pouvant être déterminés, il est alors possible de caractériser et de comparer les différents systèmes de TPA à partir de leur matrice d'impédance. C'est ce que nous avons fait sur des systèmes expérimentaux, leur matrice d'impédance étant mesurée par un VNA. Cette caractérisation est à la fois rapide, précise et complète. Nous l'avons alors associée à un système de fixation sans colle des transducteurs à la paroi. Cette fixation sans colle a été étudiée, et les limites à cette technique ont été identifiées (puissance transmissible réduite, mauvais couplage des transducteurs à la paroi).

En sachant déterminer le meilleur rendement et la meilleure puissance normalisée des systèmes, il est possible de comparer les systèmes et de les optimiser. Cette optimisation est le sujet du chapitre 4.



Nous avons pu montrer l'influence du diamètre et de l'épaisseur des disques piézoélectriques sur le rendement et la puissance normalisée. Diminuer l'épaisseur permet d'augmenter la fréquence de fonctionnement, de réduire la longueur d'onde et d'augmenter la directivité des transducteurs ainsi que la puissance mécanique transmise. Ainsi, diminuer l'épaisseur permet d'augmenter le rendement et la puissance normalisée. Jusqu'à un certain point cependant car, avec la réduction de l'épaisseur la fréquence de fonctionnement augmente ce qui entraîne une augmentation des pertes causées par le facteur de qualité constant avec la fréquence. Augmenter le diamètre permet aussi d'augmenter la directivité du faisceau acoustique dans la paroi et la puissance mécanique transmise. Ainsi, augmenter le diamètre permet d'augmenter à la fois le rendement et la puissance transmise.

Dans ce travail d'optimisation, nous nous sommes intéressés et avons établi la borne supérieure du rendement et la borne supérieure de la puissance normalisée de chacun des éléments composant le système (i.e. l'émetteur, la paroi et le récepteur). Ces bornes supérieures permettent d'obtenir beaucoup d'informations sur la TPA. La borne supérieure du rendement de la paroi permet d'obtenir, sans calcul, une estimation des dimensions des disques piézoélectriques à utiliser et de la fréquence de fonctionnement à choisir. Les bornes supérieures du rendement et de la puissance normalisée des transducteurs ont permis d'établir des critères de comparaison du potentiel des matériaux piézoélectriques pour la TPA. En plus de permettre un classement des matériaux piézoélectriques pour la TPA, ces critères ont également permis d'identifier l'impact des différents coefficients matériaux sur la borne supérieure de la puissance normalisée et du rendement.

A partir de la connaissance des bornes supérieures individuelles des différents éléments composant le canal électro-acoustique, les bornes supérieures du système complet ont été établies. La comparaison de la borne supérieure de la puissance normalisée avec la puissance normalisée effectivement obtenue a permis de mettre au jour un potentiel d'augmentation très important de la puissance normalisée tout en ne nécessitant pas l'utilisation de transducteurs dans un matériau piézoélectrique plus performant. La cause de cet écart a été expliquée : l'impédance mécanique vue par l'émetteur ne permet pas à l'émetteur d'être exploité à son maximum.

Ce problème identifié, nous avons alors étudié l'utilisation d'une couche intermédiaire placée entre l'émetteur et la paroi afin d'augmenter la puissance mécanique envoyée dans la paroi par l'émetteur. Dans cette étude, nous avons dimensionné la couche intermédiaire en testant tous les choix possibles. Cette résolution nous a permis d'identifier le matériau et l'épaisseur optimale de la couche intermédiaire et de montrer que la méthode d'adaptation  $\frac{1}{4}$  d'onde usuelle est inadaptée ici. L'utilisation de la couche intermédiaire pour augmenter la puissance normalisée a été validée expérimentalement et nous avons pu montrer son intérêt pour déterminer la meilleure fréquence de fonctionnement uniquement par l'observation/la mesure de l'impédance d'entrée électrique de l'émetteur. Et cela même quand les caractéristiques du système évoluent, par exemple lorsque la température ambiante change.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'utilisation d'empilements de transducteurs pour augmenter la puissance normalisée. Le choix de l'orientation de la polarisation des disques piézoélectriques a été identifié comme primordial. Nous avons montré qu'augmenter le nombre de disques composant l'émetteur permet d'augmenter la puissance normalisée et la densité de puissance sans affecter ni la meilleure fréquence de fonctionnement ni le rendement. A l'inverse, le nombre de disques composant le récepteur doit être minimisé et est donc réduit à un. Expérimentalement, la puissance transmise a été multipliée par cinq en utilisant un émetteur constitué de quatre disques piézoélectriques empilés.

Nous avons alors étudié l'utilisation de contre-masses placées sur la face habituellement laissée libre des transducteurs. Nous avons montré que cette méthode, mentionnée à plusieurs reprises dans l'état de l'art comme une potentielle technique pour améliorer les performances de la TPA n'en améliorerait pas les performances.

Dans le dernier chapitre de cette thèse nous avons étudié l'utilisation de plusieurs émetteurs afin de focaliser les ondes acoustiques sur un récepteur pour améliorer les performances de TPA. La première partie du chapitre a été dédiée à l'optimisation nécessaire des excitations électriques à appliquer aux différents émetteurs. Les méthodes d'optimisation établies, nous les avons alors appliquées à deux systèmes dédiés à deux cas différents :

- L'alimentation d'un récepteur de petit diamètre
- L'alimentation de récepteurs placés en différents endroits

La puissance transmise et le rendement ont été multipliés par deux pour le récepteur de petit diamètre aligné avec l'émetteur. Les améliorations sont encore plus importantes pour les récepteurs placés en différents endroits. La puissance transmise a été multipliée jusqu'à 45 fois en comparaison avec la méthode d'alimentation avec un seul émetteur. Ces résultats expérimentaux ouvrent de nouvelles perspectives pour la communication et la transmission de puissance acoustique. En effet, des récepteurs placés en différentes positions sur des structures de formes complexes pourraient être alimentés grâce à un système multi-émetteurs.

Pour conclure, nous pouvons dire que durant cette thèse plusieurs idées originales ont été proposées et validées, de la modélisation à l'expérimentation, afin d'améliorer et de faciliter l'alimentation de dispositifs électroniques via l'utilisation d'ondes acoustiques.

## Perspectives

De nombreuses thématiques restent à approfondir ou à traiter concernant la communication et la transmission de puissance acoustique (CTPA).

La méthode sans collage et utilisant une couche de matériau élastique entre l'émetteur et la paroi et jouant le rôle de couplant acoustique sec, proposée en 2021 [61], paraît très prometteuse pour des systèmes déplaçables. Il serait très intéressant de tester ce type de système et éventuellement d'utiliser cette couche élastique à la fois comme couplant acoustique sec et comme couche intermédiaire afin d'améliorer la puissance normalisée.

Par ailleurs, ce travail de thèse s'est contenté de l'étude de transmission de puissance électrique sans se préoccuper de la conversion DC/AC avant l'émetteur et AC/DC après le récepteur. Voici une liste de travaux possibles sur ce sujet :

- Transmettre des niveaux de puissances acceptables (quelques watts) à partir d'une électronique de puissance simple et sans élévateurs de tensions en profitant de la forte puissance normalisée grâce à l'utilisation d'empilement des disques piézoélectriques et de la couche intermédiaire (les deux pouvant être combinés)
- Réaliser un système robuste car asservi en fréquence à partir de la mesure de l'impédance d'entrée de l'émetteur lorsqu'une couche intermédiaire est utilisée
- Réaliser un système de conversion AC/DC sur le récepteur permettant d'exploiter au mieux le canal électro-acoustique. Par exemple via la réalisation d'une conversion AC/DC avec une impédance d'entrée contrôlable pour par exemple maximiser le rendement de TPA

- Réaliser une électronique d'émission multi-émetteur afin de focaliser la puissance électrique sur des récepteurs non alignés
- Proposer une méthode de détermination des tensions à appliquer aux multiples émetteurs lorsque l'accès aux récepteurs n'est pas possible (sans mesure préalable avec un accès aux émetteur et récepteurs)

L'aspect communication est un point essentiel de la CTPA. Cette thématique doit aussi être traitée. L'état de l'art sur la communication acoustique est déjà assez étoffé mais il reste certainement des choses à faire sur ce sujet. Par exemple, plutôt que d'utiliser deux canaux acoustiques séparés sur la paroi pour la communication et la TPA, il serait possible d'empiler deux disques piézoélectriques avec des épaisseurs différentes. Ils auraient donc des fréquences de résonances différentes ce qui permettrait peut-être de transmettre simultanément de fortes puissances et de hauts débits de communication tout en occupant une surface limitée sur la paroi. La communication successive avec des récepteurs non alignés semble également un point intéressant à étudier.

## Bibliographie

- [1] Garraud N, Alessandri B, Gasnier P, Arnold D and Boisseau S 2019 Optimization of a Magnetodynamic Receiver for Versatile Low-Frequency Wireless Power Transfer *2019 19th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS) 2019 19th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS)* pp 1–6
- [2] Wang X and Lu M 2016 *Microwave Power Transmission Based on Retro-reflective Beamforming* (IntechOpen)
- [3] Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Garraud N, Gasnier P and Despesse G 2020 Analytical optimization of piezoelectric acoustic power transfer systems *Eng. Res. Express* **2** 045022
- [4] Ozeri S, Shmilovitz D, Singer S and Wang C-C 2010 Ultrasonic transcutaneous energy transfer using a continuous wave 650 kHz Gaussian shaded transmitter *Ultrasonics* **50** 666–74
- [5] Basaeri H, Christensen D B and Roundy S 2016 A review of acoustic power transfer for bio-medical implants *Smart Mater. Struct.* **25** 123001
- [6] Ozeri S and Shmilovitz D 2010 Ultrasonic transcutaneous energy transfer for powering implanted devices *Ultrasonics* **50** 556–66
- [7] Kar B and Wallrabe U 2020 Performance enhancement of an ultrasonic power transfer system through a tightly coupled solid media using a KLM model *Micromachines* **11**
- [8] Roes M G L, Duarte J L and Hendrix M A M 2013 Design of stepped exponential horns for acoustic energy transfer systems *2013 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS) 2013 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)* pp 306–9
- [9] Ashdown J D, Wilt K R, Lawry T J, Saulnier G J, Shoudy D A, Scarton H A and Gavens A J 2013 A full-duplex ultrasonic through-wall communication and power delivery system *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **60** 587–95
- [10] Lawry T J A High Performance System for Wireless Transmission of Power and Data Through Solid Metal Enclosures 185
- [11] Ashdown J D, Liu L, Saulnier G J and Wilt K R 2018 High-rate ultrasonic through-wall communications using MIMO-OFDM *IEEE Trans. Commun.* **66** 3381–93
- [12] Yang H, Wu M, Yu Z and Yang J 2018 An ultrasonic through-metal-wall power transfer system with regulated DC output *Appl. Sci. Switz.* **8**
- [13] Graham D J, Neasham J A and Sharif B S 2011 Investigation of Methods for Data Communication and Power Delivery Through Metals *IEEE Trans. Ind. Electron.* **58** 4972–80
- [14] Sherrit S, Bao X, Badescu M, Aldrich J, Bar-Cohen Y, Biederman W and Chang Z 2012 1 kW Power Transmission Using Wireless Acoustic-Electric Feedthrough (WAEF) 1–10

- [15] Bao X, Biederman W, Sherrit S, Badescu M, Bar-Cohen Y, Jones C, Aldrich J and Chang Z 2008 High-power piezoelectric acoustic-electric power feedthru for metal walls Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering vol 6930
- [16] Wilt K R, Lawry T J, Scarton H A and Saulnier G J 2015 One-dimensional pressure transfer models for acoustic–electric transmission channels *J. Sound Vib.* **352** 158–73
- [17] Lawry T J, Wilt K R, Roa-Prada S, Ashdown J D, Saulnier G J, Scarton H A, Das P K and Pinezich J D 2010 Electrical optimization of power delivery through thick steel barriers using piezoelectric transducers *Energy Harvesting and Storage: Materials, Devices, and Applications* Energy Harvesting and Storage: Materials, Devices, and Applications vol 7683 (International Society for Optics and Photonics) p 768314
- [18] Lawry T J, Wilt K R, Ashdown J D, Scarton H A and Saulnier G J 2013 A high-performance ultrasonic system for the simultaneous transmission of data and power through solid metal barriers *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **60** 194–203
- [19] Chakraborty S, Saulnier G J, Wilt K W, Curt E, Scarton H A and Litman R B 2015 Low-power, low-rate ultrasonic communications system transmitting axially along a cylindrical pipe using transverse waves *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **62** 1788–96
- [20] Yuntai Hu, Xuesong Zhang, Jiashi Yang, and Qing Jiang 2001 Transmission of electric energy through an elastic wall 2001 *IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings. An International Symposium (Cat. No.01CH37263)* 2001 IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings. An International Symposium (Cat. No.01CH37263) vol 1 pp 567–70 vol.1
- [21] Hu Y, Zhang X, Yang J and Jiang Q 2003 Transmitting Electric Energy Through a Metal Wall by Acoustic Waves Using Piezoelectric Transducers *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **50** 773–81
- [22] Wang X, Shi Z and Song G 2019 Analytical study of influence of boundary conditions on acoustic power transfer through an elastic barrier *Smart Mater. Struct.* **28**
- [23] Ho Fai Leung and Hu A P 2015 Theoretical modeling and analysis of a wireless Ultrasonic Power Transfer system 2015 *IEEE PELS Workshop on Emerging Technologies: Wireless Power (2015 WoW)* 2015 IEEE PELS Workshop on Emerging Technologies: Wireless Power (2015 WoW) pp 1–6
- [24] Leung H F and Hu A P 2018 Modeling the Contact Interface of Ultrasonic Power Transfer System Based on Mechanical and Electrical Equivalence *IEEE J. Emerg. Sel. Top. Power Electron.* **6** 800–11
- [25] Sherrit S, Badescu M, Bao X, Bar-Cohen Y and Chang Z 2005 Efficient electromechanical network model for wireless acoustic-electric feed-throughs *Smart Structures and Materials 2005: Smart Sensor Technology and Measurement Systems* vol 5758 (International Society for Optics and Photonics) pp 362–73
- [26] Moss S, Phoumsavanh C, Konak M, Tsoi K, Rajic N, Galea S, Powlesland I and McMahon P 2008 Design of the Acoustic Electric Feedthrough demonstrator Mk II *Mater. Forum* **33** 187–200
- [27] Lawry T J, Wilt K R, Scarton H A and Saulnier G J 2012 Analytical modeling of a sandwiched plate piezoelectric transformer-based acoustic-electric transmission channel *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **59** 2476–86

- [28] Sherrit S, Badescu M, Bao X, Bar-Cohen Y and Chang Z 2005 Efficient electromechanical network model for wireless acoustic-electric feed-throughs *Smart Structures and Materials 2005: Smart Sensor Technology and Measurement Systems* Smart Structures and Materials 2005: Smart Sensor Technology and Measurement Systems vol 5758 (International Society for Optics and Photonics) pp 362–72
- [29] Hu H, Hu Y, Chen C and Wang J 2008 A system of two piezoelectric transducers and a storage circuit for wireless energy transmission through a thin metal wall *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **55** 2312–9
- [30] Hu H, Xue H, Hu Y and Chen X 2009 Wireless energy transmission through a sealed wall using the acoustic-electric interaction of piezoelectric ceramics *Second International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering* Second International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering vol 7493 (International Society for Optics and Photonics) p 74936N
- [31] Yang Z, Yang J and Hu Y 2008 Nonlinear behavior of electric power transmission through an elastic wall by acoustic waves and piezoelectric transducers *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **55** 2527–31
- [32] Yang Z, Guo S and Yang J 2008 Transmitting electric energy through a closed elastic wall by acoustic waves and piezoelectric transducers *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **55** 1380–6
- [33] Yang Z, Yang J and Hu Y 2008 Energy trapping in power transmission through an elastic plate by finite piezoelectric transducers *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **55** 2493–501
- [34] Yang Z, Guo S, Hu Y and Yang J 2008 Modeling of power transmission through an elastic wall by piezoelectric transducers and acoustic waves *2008 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications* 2008 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications pp 93–7
- [35] Roa-Prada S, Scarton H A, Saulnier G J, Shoudy D A, Ashdown J D, Das P K and Gavens A J 2009 Modeling of an Ultrasonic Communication System ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (American Society of Mechanical Engineers Digital Collection) pp 133–46
- [36] Primerano R A High bit-rate digital communication through metal channels 148
- [37] Roa-Prada S, Scarton H A, Saulnier G J, Shoudy D A, Ashdown J D, Das P K and Gavens A J 2013 An Ultrasonic Through-Wall Communication (UTWC) System Model *J. Vib. Acoust.* **135**
- [38] Litman R B, Wilt K R, Scarton H A and Saulnier G J 2015 Shear and Longitudinal Acoustic Communication and Power Transfer Through Plates Using Acoustic Wedges ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (American Society of Mechanical Engineers Digital Collection)
- [39] Litman R B, Scarton H A, Wilt K R and Saulnier G J 2016 ‘Acoustic Fiber’ Aluminum-Clad Copper Cable for Communication and Power Transmission ASME 2015 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (American Society of Mechanical Engineers Digital Collection)

- [40] Dai X, Li L, Li Y, Hou G, Leung H F and Hu A P 2016 Determining the maximum power transfer condition for Ultrasonic Power Transfer system 2016 IEEE 2nd Annual Southern Power Electronics Conference, SPEC 2016
- [41] Sun Y-Z, Yang D-X, Hu Z, Hu H-F and Hou B-J 2016 Study on energy transmission through metal wall based on piezoelectric material MATEC Web of Conferences vol 61
- [42] Gorostiaga M, Wapler M C and Wallrabe U 2016 Optimal electric load prediction from the KLM model for ultrasound energy receivers IEEE International Ultrasonics Symposium, IUS vol 2016-November
- [43] Gorostiaga M, Wapler M C and Wallrabe U 2017 Analytic model for ultrasound energy receivers and their optimal electric loads *Smart Mater. Struct.* **26** 085003
- [44] Yang D, Hou B and Tian D 2019 The Modeling Framework for Through-Metal-Wall Ultrasonic Power Transmission Channels Based on Piezoelectric Transducers *Math. Probl. Eng.* **2019**
- [45] Allam A, Sabra K G and Erturk A 2020 Aspect Ratio-Dependent Dynamics of Piezoelectric Transducers in Wireless Acoustic Power Transfer *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **67** 984–96
- [46] Bakhtiari-Nejad M, Hajj M R and Shahab S 2020 Dynamics of acoustic impedance matching layers in contactless ultrasonic power transfer systems *Smart Mater. Struct.* **29** 035037
- [47] Wu M, Chen X, Qi C and Mu X 2020 Considering Losses to Enhance Circuit Model Accuracy of Ultrasonic Wireless Power Transfer System *IEEE Trans. Ind. Electron.* **67** 8788–98
- [48] Bhargava A and Shahab S 2020 Acoustic-electroelastic modeling of piezoelectric disks in high-intensity focused ultrasound power transfer systems *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*
- [49] Bhargava A, Meesala V C, Hajj M R and Shahab S 2020 Nonlinear effects in high-intensity focused ultrasound power transfer systems *Appl. Phys. Lett.* **117**
- [50] Chang Z, Bao X, Doty B J, Sherit S, Bar-Cohen Y, Badescu M and Aldrich J 2007 Power loss consideration in wireless piezoelectric acoustic-electric power feedthru The 14th International Symposium on: Smart Structures and Materials & Nondestructive Evaluation and Health Monitoring ed M Tomizuka, C-B Yun and V Giurgiutiu (San Diego, California) p 652942
- [51] Sugino C, Oxandale S, Allam A, Arrington C, John C St, Baca E, Steinfeldt J, Swift S H, Reinke C, Erturk A and El-Kady I 2021 Experimental Validation of Crosstalk Minimization in Metallic Barriers with Simultaneous Ultrasonic Power and Data Transfer *2021 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS) 2021 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)* pp 1–3
- [52] Wilt K R, Lawry T J, Scarton H A, Roa-Prada S, Saulnier G J, Ashdown J D, Das P K and Pinezich J D 2012 Mechanical Design Implications on Power Transfer Through Thick Metallic Barriers Using Piezoelectric Transducers ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (American Society of Mechanical Engineers Digital Collection) pp 173–82
- [53] Wilt K R, Scarton H A, Roa-Prada S, Saulnier G J, Ashdown J D, Lawry T J, Das P K and Gavens A J 2010 Finite Element Modeling and Simulation of a Two-Transducer Through-Wall Ultrasonic Communication System ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (American Society of Mechanical Engineers Digital Collection) pp 579–89

- [54] Ding L, Chen K, Huang F, Yang F and Qian L 2020 Modeling and evaluation of piezoelectric transducer (PZT)-based through-metal energy and data transfer *Sens. Switz.* **20** 1–16
- [55] Sherrit S, Doty B, Badescu M, Bao X, Bar-Cohen Y, Aldrich J and Chang Z 2006 Studies of acoustic-electric feed-throughs for power transmission through structures *Smart Structures and Materials* ed E V White (San Diego, CA) p 617102
- [56] Bao X, Doty B J, Sherrit S, Badescu M, Bar-Cohen Y, Aldrich J and Chang Z 2007 Wireless piezoelectric acoustic-electric power feedthru *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2007* *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2007* vol 6529 (International Society for Optics and Photonics) p 652940
- [57] Rezaie H, Hu A P, Tang L and Cordell R 2018 Improving Detachable Ultrasonic Power Transfer System Using Piezoelectric Stack *Proceedings of the 2018 IEEE 7th Asia-Pacific Conference on Antennas and Propagation, APCAP 2018* pp 57–61
- [58] Wilt K R, Scarton H A, Saulnier G J, Lawry T J and Ashdown J D 2012 High-power operation of acoustic-electric power feedthroughs through thick metallic barriers *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE)* vol 12 pp 475–82
- [59] Moss S, Skippen J, Konak M, Powlesland I and Galea S 2010 Detachable acoustic electric feedthrough *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* vol 7647
- [60] Rezaie H, Hu A P, Leung H F and Cordell R 2017 New attachment method to increase the performance of ultrasonic wireless power transfer system 2017 IEEE PELS Workshop on Emerging Technologies: Wireless Power Transfer, WoW 2017 pp 25–9
- [61] Allam A, Patel H, Sugino C, Arrington C, John C St, Steinfeldt J, Erturk A and Elkady I 2021 Detachable Dry-Coupled Ultrasonic Power Transfer Through Metallic Enclosures *2021 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS) 2021 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)* pp 1–3
- [62] Shaik S M, Tang X and Mandal S 2020 Self-Optimizing Wireless Networks on Structures *IEEE Trans. Circuits Syst. II Express Briefs* **67** 911–5
- [63] Shoudy D A, Saulnier G J, Scarton H A, Das P K, Roa-Prada S, Ashdown J D and Gavens A J 2007 An ultrasonic through-wall communication system with power harvesting *Proceedings - IEEE Ultrasonics Symposium* pp 1848–53
- [64] Kluge M, Becker T, Schalk J and Otterpohl T 2008 Remote acoustic powering and data transmission for sensors inside of conductive envelopes *Proceedings of IEEE Sensors* pp 41–4
- [65] van Ngo L, Kluge M, Sabater J, Schalk J, Seidel H and Schmid U 2008 Long-term performance of ultrasonic transducers used for energy and data transmission *Smart Systems Integration 2008 - 2nd European Conference and Exhibition on Integration Issues of Miniaturized Systems: MEMS, MOEMS, ICs and Electronic Components, SSI 2008*
- [66] Moss S, Skippen J, Konak M and Powlesland I 2010 Footprint Reduction for the Acoustic Electric Feedthrough Technique *undefined*
- [67] Lawry T J, Wilt K R, Roa-Prada S, Ashdown J D, Saulnier G J, Scarton H A, Das P K and Gavens A J 2011 A high-temperature acoustic-electric system for power delivery and data communication



- through thick metallic barriers SPIE Defense, Security, and Sensing ed N K Dhar, P S Wijewarnasuriya and A K Dutta (Orlando, Florida, United States) p 80351D
- [68] Chakraborty S, Wilt K R, Saulnier G J, Scarton H A and Das P K 2013 Estimating channel capacity and power transfer efficiency of a multi-layer acoustic-electric channel Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering vol 8753
- [69] Leung H F, Willis B J and Hu A P 2014 Wireless electric power transfer based on Acoustic Energy through conductive media Proceedings of the 2014 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA 2014 pp 1555–60
- [70] Yang D-X, Hu Z, Zhao H, Hu H-F, Sun Y-Z and Hou B-J 2015 Through-metal-wall power delivery and data transmission for enclosed sensors: A review *Sens. Switz.* **15** 31581–605
- [71] Gorostiaga M, Wapler M C and Wallrabe U 2017 Analytic model for ultrasound energy receivers and their optimal electric loads II: Experimental validation *Smart Mater. Struct.* **26**
- [72] Gorostiaga M, Wapler M C and Wallrabe U 2018 Less gives more: On the optimal filling fraction of piezoelectric acoustic power receivers Journal of Physics: Conference Series vol 1052
- [73] Gorostiaga M, Wapler M C and Wallrabe U 2018 Optimizing piezoelectric receivers for acoustic power transfer applications *Smart Mater. Struct.* **27**
- [74] Tseng V F-G, Bedair S S and Lazarus N 2018 Acoustic Power Transfer and Communication with a Wireless Sensor Embedded Within Metal *IEEE Sens. J.* **18** 5550–8
- [75] Fu H, Rao J, Harb M S and Theodossiades S 2021 Ultrasonic wireless power links for battery-free condition monitoring in metallic enclosures *Ultrasonics* **114**
- [76] Sun Y, Xu Y, Li W, Li Q, Ding X and Huang W 2021 A Lamb Waves Based Ultrasonic System for the Simultaneous Data Communication, Defect Inspection, and Power Transmission *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **68** 3192–203
- [77] Kiziroglou M E, Boyle D E, Wright S W and Yeatman E M 2015 Acoustic energy transmission in cast iron pipelines Journal of Physics: Conference Series vol 660
- [78] Kiziroglou M E, Boyle D E, Wright S W and Yeatman E M 2017 Acoustic power delivery to pipeline monitoring wireless sensors *Ultrasonics* **77** 54–60
- [79] Tseng V F-G, Bedair S S, Radice J J, Drummond T E and Lazarus N 2020 Ultrasonic Lamb Waves for Wireless Power Transfer *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **67** 664–70
- [80] Tseng V F-G, Diamond D, Goodrich S, Radice J J, Lazarus N and Bedair S S 2021 Selective Receiver Charging using Acoustic Vibration Modes 2021 IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC) 2021 IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC) pp 1–4
- [81] Tang X, Sameer M and Mandal S 2018 Acoustic Wireless Power and Data Telemetry for Structural Health Monitoring Proceedings of IEEE Sensors vol 2018-October
- [82] Feynman R Chapitre 47 : Le son; L'équation d'onde *Le cours de physique de Feynman, Mécanique 2.*

- [83] Wilt K R, Lawry T J, Scarton H A and Saulnier G J 2015 One-dimensional pressure transfer models for acoustic-electric transmission channels *J. Sound Vib.* **352** 158–73
- [84] Rossing T D and Fletcher N H 2004 Sound Radiation *Principles of Vibration and Sound* ed T D Rossing and N H Fletcher (New York, NY: Springer) pp 157–74
- [85] Jr A O W 2005 The Piston Source at High Frequencies *J. Acoust. Soc. Am.* **23** 1
- [86] Feynman R Chapitre 10 : Les diélectriques *Le cours de physique de Feynman, électromagnétisme 1*
- [87] Uchirio K and Hirose S 2001 Loss mechanisms in piezoelectrics: How to measure different losses separately *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **48** 307–21
- [88] Kiyono C Y, Pérez N and Silva E C N 2016 Determination of full piezoelectric complex parameters using gradient-based optimization algorithm *Smart Mater. Struct.* **25**
- [89] Royer D and Dieulesaint E Elasticité et piézoélectricité *Ondes élastiques dans les solides, tome 1*
- [90] Anon Mesh Refinement for Wave Problems *COMSOL*
- [91] GmbH P C Piezoceramic Materials
- [92] Duerbaum T 1998 First harmonic approximation including design constraints *INTELEC - Twentieth International Telecommunications Energy Conference (Cat. No.98CH36263)* INTELEC - Twentieth International Telecommunications Energy Conference (Cat. No.98CH36263) pp 321–8
- [93] Wilt K R, Scarton H A, Saulnier G J, Lawry T J and Ashdown J D 2013 High-Power Operation of Acoustic-Electric Power Feedthroughs Through Thick Metallic Barriers *ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress and Exposition* (American Society of Mechanical Engineers Digital Collection) pp 475–82
- [94] S. Roberts 1946 Conjugate-Image Impedances *Proc. IRE* **34** 198p–204p
- [95] Rahola J 2008 Power Waves and Conjugate Matching *IEEE Trans. Circuits Syst. II Express Briefs* **55** 92–6
- [96] Freychet O, Boisseau S, Frassati F, Josselin V, Gasnier P, Garraud N, Gohier R, Gibus D, Brulais S and Despesse G 2019 A Versatile Through-Metal-Wall Acoustic Power and Data Transfer Solution *2019 19th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS)* 2019 19th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS) pp 1–6
- [97] Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Garraud N, Gasnier P and Despesse G 2021 Intermediate layer to improve the performances and the frequency control of acoustic power transfer systems *2021 IEEE 20th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS)* 2021 IEEE 20th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS) pp 208–11
- [98] Freychet O, Boisseau S, Frassati F, Garraud N, Gasnier P and Despesse G 2021 Piezoelectric stacks to increase the transmitted power of acoustic power transfer through metal walls *2021 IEEE 20th*

- International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS) 2021 IEEE 20th International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS)* pp 48–51
- [99] Aoki T, Yuan Q, Quang-Thang D, Okada M and Hsu H-M 2019 Maximum Transfer Efficiency of MIMO-WPT System 2018 IEEE Wireless Power Transfer Conference, WPTC 2018
- [100] Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Brulais S and Despesse G 2021 Multiple input single output configurations to improve performances and robustness of acoustic power transfer *Ultrasonics* **116** 106524
- [101] Tseng V F-G, Bedair S S and Lazarus N 2018 Phased Array Focusing for Acoustic Wireless Power Transfer *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **65** 39–49
- [102] Duong Q-T and Okada M 2018 Maximum Efficiency Formulation for Multiple-Input Multiple-Output Inductive Power Transfer Systems *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **66** 3463–77
- [103] Arakawa T, Goguri S, Krogmeier J V, Kruger A, Love D J, Mudumbai R and Swabey M A 2018 Optimizing Wireless Power Transfer from Multiple Transmit Coils *IEEE Access* **6** 23828–38
- [104] Monti G, Mongiardo M, Minnaert B, Costanzo A and Tarricone L 2020 Optimal terminations for a single-input multiple-output resonant inductive WPT link *Energies* **13**
- [105] Remmert R 1991 *Theory of Complex Functions* (Springer Science & Business Media)
- [106] Russer P 2003 *Electromagnetics, Microwave Circuit and Antenna Design for Communications Engineering* (Artech House)
- [107] Freychet O, Boisseau S, Frassati F, Morel A, Gasnier P, Gibus D, Badel A and Despesse G 2019 Efficient optimal load and maximum output power determination for linear vibration energy harvesters with a two-measurement characterization method *Smart Mater. Struct.* **29** 015003
- [108] San Emeterio J L and Ramos A 2008 Models for Piezoelectric Transducers Used in Broadband Ultrasonic Applications *Piezoelectric Transducers and Applications* ed A A Vives (Berlin, Heidelberg: Springer) pp 97–116

## Annexes

## Annexe - 1. Détail de calcul 1

Nous avons :

$$\xi_3(z, t) = Ae^{j(\omega t - \frac{\omega z}{c})} + Be^{j(\omega t + \frac{\omega z}{c})} \quad A-1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial t} = j\omega Ae^{j(\omega t - \frac{\omega z}{c})} + j\omega Be^{j(\omega t + \frac{\omega z}{c})} \\ \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial z} = -j\frac{\omega}{c} Ae^{j(\omega t - \frac{\omega z}{c})} + j\frac{\omega}{c} Be^{j(\omega t + \frac{\omega z}{c})} \end{cases} \quad A-2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial t} = \bar{A}e^{-j\frac{\omega z}{c}} + \bar{B}e^{j\frac{\omega z}{c}} \\ \frac{\partial \xi_3(z, t)}{\partial z} = -\frac{\bar{A}}{c}e^{-j\frac{\omega z}{c}} + \frac{\bar{B}}{c}e^{j\frac{\omega z}{c}} \end{cases} \quad A-3$$

Avec :

$$\begin{cases} \bar{A} = j\omega Ae^{j\omega t} \\ \bar{B} = j\omega Be^{j\omega t} \end{cases} \quad A-4$$

Ainsi que :

$$\begin{cases} v_n^g = \frac{\partial \xi_3(0, t)}{\partial t} \\ v_n^d = \frac{\partial \xi_3(x_n, t)}{\partial t} \\ F_n^g = -Sc_{33} \frac{\partial \xi_3(0, t)}{\partial z} \\ F_n^d = Sc_{33} \frac{\partial \xi_3(x_n, t)}{\partial z} \end{cases} \quad A-5$$

Il vient donc :

$$\begin{cases} v_n^g = \bar{A} + \bar{B} \\ v_n^d = \bar{A}e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} + \bar{B}e^{j\frac{\omega x_n}{c}} \\ F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c}(\bar{A} - \bar{B}) \\ F_n^d = \frac{Sc_{33}}{c}(-\bar{A}e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} + \bar{B}e^{j\frac{\omega x_n}{c}}) \end{cases} \quad A-6$$

Pour obtenir un lien entre les forces et les vitesses, nous commençons par rechercher les expressions de  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  en fonction de  $v_n^g$  et  $v_n^d$  que nous pourrons ensuite remplacer dans les expressions de  $F_n^g$  et de  $F_n^d$ .

$$\begin{cases} v_n^g = \bar{A} + \bar{B} \\ v_n^d = \bar{A}e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} + \bar{B}e^{j\frac{\omega x_n}{c}} \end{cases} \quad A-7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{A} = v_n^g - \bar{B} \\ \bar{B}e^{j\frac{\omega x_n}{c}} = -\bar{A}e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} + v_n^d \end{cases} \quad A-8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{A} = v_n^g - \bar{B} \\ \bar{B} = -\bar{A}e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}} + v_n^d e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} \end{cases} \quad A-9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{A} = v_n^g - \bar{B} \\ \bar{B} = -v_n^g e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}} + \bar{B}e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}} + v_n^d e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} \end{cases} \quad A-10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{A} = v_n^g - \bar{B} \\ \bar{B}(1 - e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}}) = -v_n^g e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}} + v_n^d e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} \end{cases} \quad A-11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{A} = v_n^g - \bar{B} \\ \bar{B} = -v_n^g \frac{e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}}}{1 - e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}}} + v_n^d \frac{e^{-j\frac{\omega x_n}{c}}}{1 - e^{-2j\frac{\omega x_n}{c}}} \end{cases} \quad A-12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{A} = v_n^g - \bar{B} \\ \bar{B} = \frac{1}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} (-v_n^g + v_n^d e^{j\frac{\omega x_n}{c}}) \end{cases} \quad A-13$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{A} = \frac{1}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} (v_n^g e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - v_n^d e^{j\frac{\omega x_n}{c}}) \\ \bar{B} = \frac{1}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} (-v_n^g + v_n^d e^{j\frac{\omega x_n}{c}}) \end{cases} \quad A-14$$

Nous remplaçons les valeurs de  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  en fonction de  $v_n^g$  et de  $v_n^d$  dans les expressions de  $F_n^g$  et de  $F_n^d$  :

$$\begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} \times \frac{v_n^g e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - v_n^d e^{j\frac{\omega x_n}{c}} + v_n^g - v_n^d e^{j\frac{\omega x_n}{c}}}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} \\ F_n^d = \frac{Sc_{33}}{c} \times \frac{(-v_n^g e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} + v_n^d e^{j\frac{\omega x_n}{c}}) e^{-j\frac{\omega x_n}{c}} + (-v_n^g + v_n^d e^{j\frac{\omega x_n}{c}}) e^{j\frac{\omega x_n}{c}}}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} \end{cases} \quad A-15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} \left( v_n^g \frac{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} + 1}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} - v_n^d \frac{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} + e^{j\frac{\omega x_n}{c}}}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} \right) \\ F_n^d = \frac{Sc_{33}}{c} \left( -v_n^g \frac{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} + e^{j\frac{\omega x_n}{c}}}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} + v_n^d \frac{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} + 1}{e^{2j\frac{\omega x_n}{c}} - 1} \right) \end{cases} \quad A-16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} \left( v_n^g \frac{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} + e^{-j\frac{\omega x_n}{c}}}{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} - e^{-j\frac{\omega x_n}{c}}} - v_n^d \frac{2}{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} - e^{-j\frac{\omega x_n}{c}}} \right) \\ F_n^d = \frac{Sc_{33}}{c} \left( -v_n^g \frac{2}{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} - e^{-j\frac{\omega x_n}{c}}} + v_n^d \frac{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} + e^{-j\frac{\omega x_n}{c}}}{e^{j\frac{\omega x_n}{c}} - e^{-j\frac{\omega x_n}{c}}} \right) \end{cases} \quad A-17$$

Par ailleurs, les formules d'Euler nous donnent les liens entre les fonctions trigonométriques et l'exponentiel complexe :

$$\begin{cases} \sin(\theta) = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} \\ \tan(\theta) = -j \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{e^{j\theta} + e^{-j\theta}} \end{cases} \quad A-18$$

En identifiant ces fonctions dans l'équation A-17, nous obtenons :

$$\begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} \left( v_n^g \frac{-j}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} + v_n^d \frac{j}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) \\ F_n^d = \frac{Sc_{33}}{c} \left( v_n^g \frac{j}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} + v_n^d \frac{-j}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) \end{cases} \quad A-19$$

Cette dernière équation peut être écrite sous forme matricielle, nous donnant les forces aux extrémités de la paroi en fonction des vitesses à ses extrémités :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = -j \frac{Sc_{33}}{c} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) & \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \\ -1 & 1 \\ \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) & \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad A-20$$

## Annexe - 2. Raideur et mouvement de corps rigide

Dans la plupart des études mécaniques, nous ne considérons pas la propagation des ondes dans les éléments. Ceux-ci sont alors considérés :

- Comme rigide, pouvant servir de masse
- Comme déformables, pouvant servir d'élément de raideur

La prise en compte de la propagation des ondes doit également inclure ces comportements. Nous allons montrer ici que tout n'est qu'une question de fréquence. En effet, nous retrouvons bien les comportements habituels avec le MASD à condition que la fréquence d'excitation soit négligeable devant  $\frac{x_n}{c}$ .

Le comportement des surfaces de la paroi est décrit par la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = -j \frac{Sc_{33}}{c} \begin{pmatrix} \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{-1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \\ -1 & \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad A-21$$

Retrouvons tout d'abord la relation force égal raideur fois allongement. Pour cela, appliquons sur la face gauche une force tout en bloquant le déplacement de la face de droite ( $v_n^d = 0$ ). La couche devrait alors se déformer. Nous avons dans ce cas :

$$\begin{cases} F_n^g = -j \frac{Sc_{33}}{c} \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} v_n^g \\ F_n^d = j \frac{Sc_{33}}{c} \frac{1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} v_n^g \end{cases} \quad A-22$$

La fréquence étant négligeable devant  $\frac{x_n}{c}$  il vient :

$$\begin{cases} F_n^g = -\frac{jSc_{33}}{\omega x_n} v_n^g \\ F_n^d = v_n^g \frac{jSc_{33}}{\omega x_n} \end{cases} \quad A-23$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{x_n} d_n^g \\ F_n^d = -F_n^g \end{cases} \quad A-24$$

Avec  $d_n^g$  le déplacement de la face de gauche de la paroi. Nous retrouvons bien que les forces appliquées de chaque côté d'un élément de raideur sont égales et opposées. Par ailleurs, la raideur obtenue (en vert) correspond bien à la raideur d'un élément de longueur  $x_n$  et de section  $S$ .

Afin de retrouver le comportement de corps-rigide, nous appliquons une force sur la face gauche de la paroi en laissant l'autre face libre de se mouvoir. Nous avons donc :

$$\begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} \left( v_n^g \frac{-j}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} + v_n^d \frac{j}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) \\ \frac{v_n^d}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} = \frac{v_n^g}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \end{cases} \quad A-25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} \left( v_n^g \frac{-j}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} + v_n^d \frac{j}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) \\ v_n^d = \frac{v_n^g}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \end{cases} \quad A-26$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} \left( v_n^g \frac{-j}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} + v_n^g \frac{j}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) \\ v_n^d = \frac{v_n^g}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \end{cases} \quad A-27$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_n^g = j \frac{Sc_{33}}{c} v_n^g \frac{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \\ v_n^d = \frac{v_n^g}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \end{cases} \quad A-28$$

La pulsation étant négligeable devant  $\frac{x_n}{c}$ , nous obtenons :

$$\begin{cases} F_n^g = j \frac{Sc_{33}\omega x_n}{c^2} v_n^g = Sx_n \rho a_n^g \\ v_n^d = v_n^g \end{cases} \quad A-29$$

Avec  $a_n^g$  l'accélération de la face de gauche. Nous retrouvons donc bien que la force est égale à la masse fois l'accélération.



### Annexe - 3. Facteur de qualité d'un matériau

Les pertes sont généralement modélisées en ajoutant une partie imaginaire aux coefficients matériaux. Cela permet d'inclure des dissipations tout en conservant un comportement linéaire. Pour les pertes mécaniques, une partie imaginaire est ajoutée à la rigidité, dont la valeur est exprimée à partir du facteur de qualité :

$$T_3 = \widetilde{c}_{33} S_3 = c_{33} \left(1 + \frac{j}{Q}\right) S_3 \quad A-30$$

Plus le facteur de qualité est grand, plus la partie imaginaire de  $\widetilde{c}_{33}$  est petite et moins il n'y a de pertes.

Par définition, le facteur de qualité lie l'énergie maximale stockée (ici élastiquement) lors d'une période à l'énergie dissipée par période :

$$\frac{e_{dissipée}}{e_{stockée}} = \frac{2\pi}{Q} \quad A-31$$

En modélisant les pertes avec un facteur de qualité indépendant de la fréquence, nous considérons des pertes visqueuses se traduisant par un ratio d'énergie dissipée sur l'énergie stockée par cycle constant.

Dans cette annexe, nous montrons que définir le facteur de qualité tel que défini dans l'équation A-31, correspond bien à ajouter une partie imaginaire égale à la partie réelle divisée par  $Q$ .

Nous avons la densité d'énergie élastique stockée (en J/m<sup>3</sup>) :

$$e_{stockée} = \frac{1}{2} T_3 S_3 \quad A-32$$

Celle-ci ne dépendant que de la déformation et non de la vitesse de déformation, la partie imaginaire de  $\widetilde{c}_{33}$  n'est pas considérée. Conformément à l'équation 2-3, il vient :

$$e_{stockée} = \frac{c_{33} S_3^2}{2} \quad A-33$$

Nous avons par ailleurs la densité d'énergie dissipée par période :

$$e_{dissipée} = p_{moy} T \quad A-34$$

$$\Rightarrow e_{dissipée} = \frac{1}{2f} \Re \left( T_3 \frac{\partial S_3^*}{\partial t} \right) \quad A-35$$

$$\Rightarrow e_{dissipée} = \frac{1}{2f} \Re \left( c_{33} \left(1 + \frac{j}{Q}\right) S_3 \frac{\partial S_3^*}{\partial t} \right) \quad A-36$$

$$\Rightarrow e_{dissipée} = \frac{1}{2f} \Re \left( c_{33} \left(1 + \frac{j}{Q}\right) S_3 \times (-)j\omega S_3 \right) \quad A-37$$

$$\Rightarrow e_{dissipée} = \frac{1}{2f} \Re \left( \left( -j\omega c_{33} + \frac{\omega c_{33}}{Q} \right) S_3^2 \right) \quad A-38$$

$$\Rightarrow e_{dissipée} = \frac{2\pi c_{33} S_3^2}{2Q} \quad A-39$$

Nous retrouvons donc bien :

$$\frac{e_{dissipée}}{e_{stockée}} = \frac{2\pi}{Q} \quad A-40$$

## Annexe - 4. Lenteur complexe

Dans cette annexe, nous montrons que :

$$\frac{1}{\tilde{c}} \cong \frac{1}{c} \left(1 - \frac{j}{2Q}\right) \quad \text{A-41}$$

Où  $c$  désigne la vitesse de propagation des ondes longitudinales et  $Q$  le facteur de qualité mécanique du matériau.

Nous avons :

$$\frac{1}{\tilde{c}} = \sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}} \quad \text{A-42}$$

Avec  $\rho$  la densité du matériau et avec :

$$\tilde{c}_{33} = c_{33} \left(1 + \frac{j}{Q}\right) \quad \text{A-43}$$

$c_{33}$  étant la raideur du matériau. Nous avons donc :

$$\frac{1}{\tilde{c}} = \sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}} \left(1 + \frac{j}{Q}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{A-44}$$

Comme  $Q \gg 1$ , il vient :

$$\frac{1}{\tilde{c}} \cong \frac{1}{c} \left(1 - \frac{j}{2Q}\right) \quad \text{A-45}$$

## Annexe - 5. Inversion des termes

Nous allons dans cette partie détailler les calculs pour passer de l'équation 2-53, à l'équation 2-54.

Afin de généraliser, nous changeons le nom des grandeurs. Nous avons initialement :

$$\begin{pmatrix} D \\ F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} \quad A-46$$

Et nous voulons connaître les termes de la matrice  $P$ , tel que :

$$\begin{pmatrix} D \\ G \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} F \\ H \end{pmatrix} \quad A-47$$

Nous avons :

$$\begin{cases} D = m_{11}G + m_{12}H \\ F = m_{21}G + m_{22}H \end{cases} \quad A-48$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D = m_{11}G + m_{12}H \\ G = \frac{1}{m_{21}}F - \frac{m_{22}}{m_{21}}H \end{cases} \quad A-49$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D = \frac{m_{11}}{m_{21}}F + \frac{m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22}}{m_{21}}H \\ G = \frac{1}{m_{21}}F - \frac{m_{22}}{m_{21}}H \end{cases} \quad A-50$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} D \\ G \end{pmatrix} = \frac{1}{m_{21}} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22} \\ 1 & -m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ H \end{pmatrix} \quad A-51$$

Nous avons donc obtenu les termes de la matrice  $P$  :

$$P = \frac{1}{m_{21}} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22} \\ 1 & -m_{22} \end{pmatrix} \quad A-52$$

Annexe - 6. Gain en tension sur  $Z_{Load}$

Dans cette annexe, nous calculons le gain en tension pour une charge électrique  $Z_{Load}$  connectée sur la sortie du quadripôle décrivant le TPA. Nous avons :

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 = Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad A-53$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{1}{Z_{11}}U_1 - \frac{Z_{12}}{Z_{11}}I_2 \\ U_2 = Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad A-54$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{1}{Z_{11}}U_1 - \frac{Z_{12}}{Z_{11}}I_2 \\ U_2 = \frac{Z_{12}}{Z_{11}}U_1 + \left(Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11}}\right)I_2 \end{cases} \quad A-55$$

Nous avons par ailleurs :

$$U_2 = -Z_{Load}I_2 \quad A-56$$

Ainsi :

$$U_2 = \frac{Z_{12}}{Z_{11}}U_1 - \frac{1}{Z_{Load}}\left(Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11}}\right)U_2 \quad A-57$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{Z_{11}Z_{Load}}(Z_{11}Z_{Load} - Z_{12}^2 + Z_{11}Z_{22}) = \frac{Z_{12}}{Z_{11}}U_1 \quad A-58$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_{12}Z_{Load}}{Z_{11}(Z_{Load} + Z_{22}) - Z_{12}^2} \quad A-59$$

$$\Rightarrow \frac{|U_2|}{|U_1|} = \left| \frac{Z_{12}Z_{Load}}{Z_{11}(Z_{Load} + Z_{22}) - Z_{12}^2} \right| \quad A-60$$

## Annexe - 7. Formule du rendement

Dans cette annexe, nous obtenons la formule du rendement en fonction des termes de la matrice d'impédance et de la charge électrique connectée sur le récepteur.

Le rendement est défini comme le ratio de la puissance transférée au récepteur sur la puissance émise par l'émetteur :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad A-61$$

La puissance d'entrée est donnée par :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \Re(U_1 I_1^*) \quad A-62$$

Et la puissance transmise par :

$$P_{out} = -\frac{1}{2} \Re(U_2 I_2^*) \quad A-63$$

Les courants et tension sont par ailleurs reliés par les termes de la matrice d'impédance (équation 2-1) :

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 = Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad A-64$$

Nous avons par ailleurs :

$$U_2 = -Z_{Load}I_2 \quad A-65$$

Il vient ainsi :

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ -Z_{Load}I_2 = Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad A-66$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ -I_2(Z_{Load} + Z_{22}) = Z_{12}I_1 \end{cases} \quad A-67$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ I_2 = -\frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}}I_1 \end{cases} \quad A-68$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1 = \left( Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{Load} + Z_{22}} \right) I_1 \\ I_2 = -\frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} I_1 \end{cases} \quad A-69$$

L'impédance d'entrée,  $Z_{in}$ , définie comme le ratio entre la tension et le courant d'entrée est donc obtenue :

$$Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{Load} + Z_{22}} \quad A-70$$

Sachant que  $P_{in}$  est donnée par :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \Re(U_1 I_1^*) \quad A-71$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{1}{2} \Re(Z_{in}) \Re(I_1 I_1^*) \quad A-72$$

La puissance d'entrée est donc :

$$P_{in} = \frac{1}{2} \Re(Z_{in}) |I_1|^2 \quad A-73$$

De la même manière, la puissance transmise s'exprime :

$$P_{out} = \frac{1}{2} \Re(Z_{Load}) |I_2|^2 \quad A-74$$

A partir de l'équation A-69, nous avons :

$$|I_2| = \left| \frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} \right| |I_1| \quad A-75$$

Le rendement est donc :

$$\eta = \frac{\Re(Z_{Load})}{\Re(Z_{in})} \left| \frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} \right|^2 \quad A-76$$

## Annexe - 8. Théorème de transfert de puissance maximum (ou Loi de Jacobi)

Dans cette annexe, nous redémontrons le théorème de transfert de puissance maximum, établissant la charge électrique maximisant la puissance fournie par un générateur électrique linéaire.

La puissance générée par une source de tension parfaite (i.e. une source générant la même tension quel que soit le courant délivré) peut développer une puissance infinie. En effet, nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \Re(U I^*) \quad A-77$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \Re\left(\frac{1}{Z_{Load}}\right) |U|^2 \quad A-78$$

Ainsi, si l'impédance de charge tend vers zéro, la puissance délivrée par la source tend vers l'infini. En pratique la tension délivrée par une source diminue avec le courant délivré. Pour les systèmes linéaires, ce phénomène peut être modélisé sans approximation par une impédance en série avec le générateur (i.e. modèle de Thévenin) :

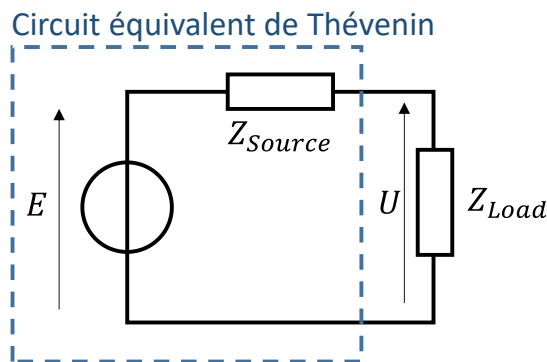


Figure 155 : Toute source électrique linéaire est équivalente à une source de tension en série avec une impédance, appelé circuit équivalent de Thévenin.

Regardons maintenant la puissance délivrée par un tel générateur. Si la charge a une impédance nulle, le courant sera très grand entraînant une chute de tension dans  $Z_{source}$  et une tension nulle sur la charge, donc une puissance également nulle. A l'inverse, une charge infinie empêche le passage du courant et la puissance délivrée et là aussi nulle. Entre ces deux extrêmes, de la puissance est fournie à la charge et il existe donc une valeur d'impédance de charge maximisant la puissance fournie par le générateur. Le théorème de transfert de puissance maximum indique que la charge maximisant la puissance fournie par la source à la charge est le complexe conjugué de l'impédance de source. Nous allons ici retrouver ce résultat.

Nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \Re(U I^*) \quad A-79$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \Re\left(\frac{1}{Z_{Load}}\right) |U|^2 \quad A-80$$

En remplaçant la norme de  $U$  en fonction de la norme de  $E$  (pont diviseur de tension), il vient :



$$P = \frac{1}{2} \Re \left( \frac{1}{Z_{Load}} \right) \left| \frac{Z_{Load}}{Z_{Load} + Z_{Source}} \right|^2 |E|^2 \quad A-81$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \frac{\Re(Z_{Load})}{|Z_{Load} + Z_{Source}|^2} |E|^2 \quad A-82$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \frac{R_{Load}}{(R_{Load} + R_{Source})^2 + (X_{Load} + X_{Source})^2} |E|^2 \quad A-83$$

Avec :

$$\begin{cases} Z_{Load} = R_{Load} + jX_{Load} \\ Z_{Source} = R_{Source} + jX_{Source} \end{cases} \quad A-84$$

Pour maximiser la puissance, il faut minimiser le dénominateur de la fraction. Cela est fait tout d'abord en annulant les parties réactives. Il vient ainsi la première condition du théorème de transfert de puissance maximum :

$$X_{Load} = -X_{Source} \quad A-85$$

Annuler la puissance réactive permet au circuit de devenir résonant. Nous avons alors :

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \frac{R_{Load}}{(R_{Load} + R_{Source})^2} |E|^2 \quad A-86$$

La puissance partant de 0 et retournant à 0 lorsque la résistance de charge va de 0 à l'infini, chercher la charge maximisant la puissance revient à chercher le maximum de cette fonction, atteint nécessairement lorsque la dérivée de la puissance en fonction de  $R_{Load}$  s'annule. Nous avons :

$$\frac{dP}{dR_{Load}} = \frac{1}{2} \frac{(R_{Load} + R_{Source})^2 - 2R_{Load}(R_{Load} + R_{Source})}{(R_{Load} + R_{Source})^4} |E|^2 \quad A-87$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dR_{Load}} = \frac{1}{2} \frac{(R_{Load} + R_{Source}) - 2R_{Load}}{(R_{Load} + R_{Source})^3} |E|^2 \quad A-88$$

Nous cherchons :

$$\frac{dP}{dR_{Load}} = 0 \quad A-89$$

$$\Rightarrow R_{Load} + R_{Source} - 2R_{Load} = 0 \quad A-90$$

$$\Rightarrow R_{Load} = R_{Source} \quad A-91$$

Ainsi, la charge électrique maximisant la puissance fournie par le générateur remplit les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} R_{Load} = R_{Source} \\ X_{Load} = -X_{Source} \end{cases} \quad A-92$$

$$\Leftrightarrow Z_{Load} = Z_{Source}^* \quad A-93$$

La charge électrique qui maximise la puissance fournie par le générateur est donc le complexe conjugué de l'impédance de source.

Si la charge électrique est purement résistive, le résultat est différent. Nous avons alors :

$$P = \frac{1}{2} \frac{R_{Load}}{(R_{Load} + R_{Source})^2 + X_S^2} |E|^2 \quad A-94$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dR_{Load}} = \frac{1}{2} \frac{(R_{Load} + R_{Source})^2 + X_{Source}^2 - 2R_{Load}(R_{Load} + R_{Source})}{((R_{Load} + R_{Source})^2 + X_{Source}^2)^2} |E|^2 \quad A-95$$

Nous cherchons ici aussi la valeur de  $R_{Load}$  pour laquelle la dérivée de la puissance est nulle. Il vient :

$$(R_{Load} + R_{Source})^2 + X_{Source}^2 - 2R_{Load}(R_{Load} + R_{Source}) = 0 \quad A-96$$

$$\Rightarrow R_{Load}^2 + R_{Source}^2 + 2R_{Load}R_{Source} + X_{Source}^2 - 2R_{Load}^2 - 2R_{Load}R_{Source} = 0 \quad A-97$$

$$\Rightarrow R_{Load}^2 = R_{Source}^2 + X_{Source}^2 \quad A-98$$

$$\Rightarrow R_{Load} = |Z_{Source}| \quad A-99$$

Ainsi, lorsque la charge électrique ne peut être que purement résistive, la charge maximisant la puissance transmise est le module de l'impédance de source.

Ce résultat peut être utilisé pour tous système correctement modélisé par un générateur équivalent de Thévenin, comme c'est le cas pour les récupérateur d'énergie vibratoire linéaire [107].

## Annexe - 9. Impédances d'entrée et de sortie d'un réseau d'adaptation d'impédance.

Dans cette annexe, nous montrons que lorsqu'un réseau d'adaptation d'impédance sans pertes est adapté sur son entrée, il l'est également sur sa sortie et inversement, c'est-à-dire que :

$$Z_{source} = Z_{ad1}^* \Leftrightarrow Z_{ad2} = Z_{in}^* \quad A-100$$

Les impédances d'entrée et de sortie d'un quadripôle en fonction des impédances connectées à ses ports sont données par :

$$\begin{cases} Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_{Load}} \\ Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11} + Z_{Source}} \end{cases} \quad A-101$$

La démonstration de  $Z_{in}$  est réalisée dans l'annexe Annexe - 7.  $Z_{out}$  peut être obtenu de manière similaire.

Les impédances d'entrée et de sortie d'un réseau d'adaptation d'impédance sans pertes (i.e. les termes de sa matrice d'impédance sont purement réactifs) sont donc données par :

$$\begin{cases} Z_{ad1} = jX_{11}^{ad} + \frac{(X_{12}^{ad})^2}{jX_{22}^{ad} + Z_{in}} \\ Z_{ad2} = jX_{22}^{ad} + \frac{(X_{12}^{ad})^2}{jX_{11}^{ad} + Z_{Source}} \end{cases} \quad A-102$$

Si le réseau d'adaptation d'impédance est adapté au générateur, nous avons :

$$Z_{source} = Z_{ad1}^* \quad A-103$$

$$\Leftrightarrow Z_{ad2} = jX_{22}^{ad} + \frac{(X_{12}^{ad})^2}{jX_{11}^{ad} - jX_{11}^{ad} + \frac{(X_{12}^{ad})^2}{-jX_{22}^{ad} + Z_{in}^*}} \quad A-104$$

$$\Leftrightarrow Z_{ad2} = jX_{22}^{ad} - jX_{22}^{ad} + Z_{in}^* \quad A-105$$

$$\Leftrightarrow Z_{ad2} = Z_{in}^* \quad A-106$$

Ainsi, un réseau d'adaptation d'impédance adapté sur son entrée l'est nécessairement sur sa sortie (et inversement).

## Annexe - 10. Charge complexe maximisant le rendement

Nous allons dans cette annexe refaire les étapes de calculs permettant d'obtenir la charge maximisant le rendement,  $Z_\eta$ . Ce résultat est présenté dans [95] mais les étapes calculatoires n'y sont pas détaillées.

Comme nous l'avons expliqué dans la partie 3.1.2.a, le rendement est maximisé lorsque :

$$\begin{cases} Z_{ad2} = Z_{in}^* \\ Z_{Load} = Z_\eta = Z_{out}^* \end{cases} \quad A-107$$

Avec :

$$\begin{cases} Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{Load} + Z_{22}} \\ Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{ad2} + Z_{11}} \end{cases} \quad A-108$$

Ce qui nous amène à :

$$\begin{cases} Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_{out}^*} \\ Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11} + Z_{in}^*} \end{cases} \quad A-109$$

$$\Rightarrow Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11} + Z_{in}^* - \frac{Z_{12}^{2*}}{Z_{22} + Z_{out}}} \quad A-110$$

$$\Rightarrow Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12}^2(Z_{22} + Z_{out})}{2R_{11}(Z_{22} + Z_{out}) - Z_{12}^{2*}} \quad A-111$$

En remplaçant les termes  $Z_{mn}$  par  $R_{mn} + jX_{mn}$ , il vient :

$$Z_{out}(2R_{11}(Z_{22}^* + Z_{out}) - Z_{12}^{2*}) = Z_{22}(2R_{11}(Z_{22}^* + Z_{out}) - Z_{12}^{2*}) - Z_{12}^2(Z_{22}^* + Z_{out}) \quad A-112$$

$$\Rightarrow 2R_{11}Z_{out}^2 + (2R_{11}Z_{22}^* - Z_{12}^{2*} - 2R_{11}Z_{22} + Z_{12}^2)Z_{out} = 2R_{11}|Z_{22}|^2 - Z_{22}Z_{12}^{2*} - Z_{22}^*Z_{12}^2 \quad A-113$$

$$\Rightarrow 2R_{11}Z_{out}^2 + j(-4R_{11}X_{22} + 2\Im(Z_{12}^2))Z_{out} = 2R_{11}|Z_{22}|^2 - 2\Re(Z_{22}Z_{12}^{2*}) \quad A-114$$

$$\Rightarrow R_{11}Z_{out}^2 + j(-2R_{11}X_{22} + \Im(Z_{12}^2))Z_{out} - R_{11}|Z_{22}|^2 + \Re(Z_{22}Z_{12}^{2*}) = 0 \quad A-115$$

Nous cherchons donc les valeurs de  $Z_{out}$  racines du polynôme ci-dessus. Le discriminant est :

$$\Delta = -4R_{11}^2X_{22}^2 - \Im(Z_{12}^2)^2 + 4R_{11}X_{22}\Im(Z_{12}^2) + 4R_{11}^2|Z_{22}|^2 - 4R_{11}\Re(Z_{22}Z_{12}^{2*}) \quad A-116$$

$$\Rightarrow \Delta = 4R_{11}^2 R_{22}^2 - \Im(Z_{12}^2)^2 + 4R_{11} X_{22} \Im(Z_{12}^2) - 4R_{11} R_{22} \Re(Z_{12}^2) - 4R_{11} X_{22} \Im(Z_{12}^2) \quad \text{A-117}$$

$$\Rightarrow \Delta = 4R_{11}^2 R_{22}^2 - \Im(Z_{12}^2)^2 - 4R_{11} R_{22} \Re(Z_{12}^2) \quad \text{A-118}$$

$$\Rightarrow \Delta = 4R_{11}^2 R_{22}^2 + \Re(Z_{12}^2) - 4R_{11} R_{22} \Re(Z_{12}^2) - \Im(Z_{12}^2)^2 - \Re(Z_{12}^2) \quad \text{A-119}$$

$$\Rightarrow \Delta = \left(2\Re(Z_{11})\Re(Z_{22}) - \Re(Z_{12}^2)\right)^2 - |Z_{12}^2|^2 \quad \text{A-120}$$

$$\Rightarrow Z_{out} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\Delta}}{2\Re(Z_{11})} \quad \text{A-121}$$

Avec :

$$\alpha = j \left( \Im(Z_{12}^2) - 2\Re(Z_{11})\Re(Z_{22}) \right) \quad \text{A-122}$$

En sachant que :

$$Z_{\eta} = Z_{out}^* \quad \text{A-123}$$

Nous retrouvons bien le résultat donné dans [95] pour la charge maximisant le rendement :

$$Z_{\eta} = \frac{\alpha \pm \sqrt{\Delta}}{2\Re(Z_{11})} \quad \text{A-124}$$

Avec le signe devant la racine carrée choisi de façon à ce que  $\Re(Z_{\eta})$  soit supérieure à zéro.

## Annexe - 11. Borne du rendement de la paroi pour plusieurs valeurs de facteur de qualité

Dans cette annexe, nous donnons l'équivalent du Tableau 10, pour d'autres valeurs du facteur de qualité de la paroi ( $Q=100, 500$  et  $2000$ ). Ces tableaux permettent notamment d'avoir des informations sur le diamètre minimum des transducteurs afin de pouvoir dépasser certains niveaux de rendement. Ils indiquent également la bande de fréquence nécessaire pour que le rendement puisse s'approcher de ces valeurs.

Pour une épaisseur de paroi donnée,  $h$ , la première colonne des tableaux ( $\gamma$ ) peut être convertie en rayon des transducteurs avec la formule suivante :

$$a = \gamma h \quad \text{A-125}$$

Le nombre de longueur d'onde peut être convertie en fréquence en connaissant également la vitesse de propagation des ondes longitudinales dans la paroi :

$$f = \frac{c}{h} N \quad \text{A-126}$$

Tableau 17 : Rendement maximal et nombre de longueurs d'onde permettant d'atteindre plus de 90% du rendement maximal, pour différentes valeurs du ratio rayon des transducteurs sur épaisseur de la paroi. Le facteur de qualité est fixé ici à **100**.

$\gamma = a/h$	Maximum de rendement (%)	Limite basse de $N$ pour être à 90% du rendement maximum	Limite haute de $N$ pour être à 90% du rendement maximum
0.01	0.001	22	43
0.02	0.02	22	43
0.03	0.1	22	43
0.04	0.3	22	42
0.05	0.8	22	41
0.06	1.6	21	39
0.08	4.4	19	34
0.1	8.6	16	29
0.15	21.3	10	17
0.25	39	4	8
0.5	57	1.5	4.5
1	73	0.5	2.5
5	87	<0.1	3
50	97.5	<0.1	2

Tableau 18 : Rendement maximal et nombre de longueurs d'onde permettant d'atteindre plus de 90% du rendement maximal, pour différentes valeurs du ratio rayon des transducteurs sur épaisseur de la paroi. Le facteur de qualité est fixé ici à **500**.

$\gamma = a/h$	Maximum de rendement (%)	Limite basse de $N$ pour être à 90% du rendement maximum	Limite haute de $N$ pour être à 90% du rendement maximum
0.01	0.03	113	215
0.02	0.5	110	210
0.03	2.4	102	189
0.04	6.3	88	158

*Annexes*

0.05	11.7	73	127
0.06	17.5	59	101
0.08	28	39	67
0.1	36	27	47
0.15	47	13	23
0.25	55	5	27
0.5	67	1.5	26
1	78	1.5	20
5	92	<0.1	13
50	98.6	<0.1	9

*Tableau 19 : Rendement maximal et nombre de longueurs d'onde permettant d'atteindre plus de 90% du rendement maximal, pour différentes valeurs du ratio rayon des transducteurs sur épaisseur de la paroi. Le facteur de qualité est fixé ici à 2000.*

$\gamma = a/h$	Maximum de rendement (%)	Limite basse de $N$ pour être à 90% du rendement maximum	Limite haute de $N$ pour être à 90% du rendement maximum
0.01	0.5	442	838
0.02	6.3	354	633
0.03	17.5	236	405
0.04	28	156	266
0.05	36	109	186
0.06	41	79	137
0.08	48	47	83
0.1	51	31	108
0.15	58	15	119
0.25	67	14	104
0.5	77	6.4	83
1	85	2.5	67
5	94.5	<0.1	47
50	98.9	<0.1	37

Annexe - 12. Condition pour que la colle soit négligeable

Dans cette annexe, nous allons montrer que lorsqu'une couche de colle (ou de tout autre matériau) a une épaisseur négligeable devant la longueur d'onde, celle-ci peut ne pas être considérée.

Une couche mécanique sans diffraction est modélisée par l'équation 2-22 rappelée ici :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \end{pmatrix} = -j \frac{S \tilde{c}_{33}}{\tilde{c}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{-1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \\ \frac{-1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-127}$$

Nous allons convertir cette expression de façon à obtenir la formulation en matrice ABCD, c'est-à-dire, l'expression de la force et de la vitesse à gauche de la couche en fonction de la force et de la vitesse à droite. Pour cela, nous utilisons la formule de conversion établie dans l'Annexe - 5 .

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ v_n^g \end{pmatrix} = \frac{1}{m_{21}} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22} \\ 1 & -m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_n^d \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-128}$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = -j \frac{S c_{33}}{c} \begin{pmatrix} \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{-1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \\ \frac{-1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} & \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \end{pmatrix} \quad \text{A-129}$$

Il vient alors :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ v_n^g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & -j \frac{S c_{33}}{c} \left( \frac{-1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} - \frac{-\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \tan\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \right) \\ -\frac{j c}{S c_{33}} \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & \cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_n^d \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-130}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} F_n^g \\ v_n^g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & j \frac{S c_{33}}{c} \left( \frac{1 - \cos^2\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \right) \\ -\frac{j c}{S c_{33}} \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & \cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_n^d \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-131}$$



$$\Rightarrow \begin{pmatrix} F_n^g \\ v_n^g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & j \frac{Sc_{33}}{c} \left( \frac{\sin^2\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right)} \right) \\ -\frac{jc}{Sc_{33}} \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & \cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_n^d \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-132}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} F_n^g \\ v_n^g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & j \frac{Sc_{33}}{c} \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \\ -\frac{jc}{Sc_{33}} \sin\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) & \cos\left(\frac{\omega x_n}{\tilde{c}}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_n^d \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-133}$$

Ainsi, si  $x_n$  est suffisamment petit devant la longueur d'onde, l'équation A-130, devient alors :

$$\begin{cases} F_n^g = -F_n^d \\ v_n^g = v_n^d \end{cases} \quad \text{A-134}$$

Ainsi les forces et vitesses sont identiques (au signe lié aux convention près) de part et d'autre de la colle d'épaisseur suffisamment fine devant la longueur d'onde. Pour les deux couches adjacentes, tout se passe donc, comme si la colle n'était pas présente. Ainsi, lorsque la colle est suffisamment fine, celle-ci devient négligeable.

Annexe - 13. Rendement de TPA pour différentes valeurs de  $\Upsilon$

La Figure 91, donne le rendement des systèmes formés par une paroi en aluminium de 73 mm d'épaisseur lorsque les transducteurs, de diamètre 40 mm ( $\Upsilon = 0.27$ ), sont excités à leur fréquence de résonance. Il apparaît que  $\eta_{paroi}^{sup}$  peut presque être atteint lorsque l'impédance de la paroi est comprise dans l'intervalle suivant :  $Z_{paroi} \in Z_{piezo} \times [\frac{1}{10}; 2]$ . Nous allons montrer que cela reste vrai pour d'autres valeurs de  $\Upsilon$ , ce qui nous permet d'obtenir un résultat général, indépendant des dimensions de la paroi et du diamètre des transducteurs.

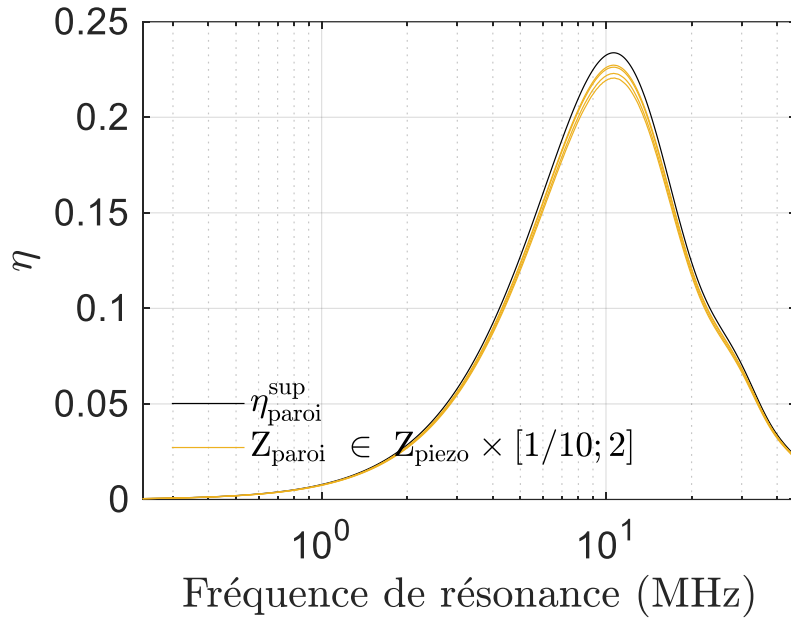


Figure 156 : Rendement de TPA pour différentes épaisseurs de transducteurs, alimentés à leur fréquence de résonance et pour différentes impédances caractéristiques de la paroi  $Z_a$ . La paroi a la vitesse de propagation de l'aluminium ( $c = 6200$  m/s) et une épaisseur de 73 mm avec des transducteurs de diamètre 7.28 mm ( $\Upsilon = 0.05$ ).

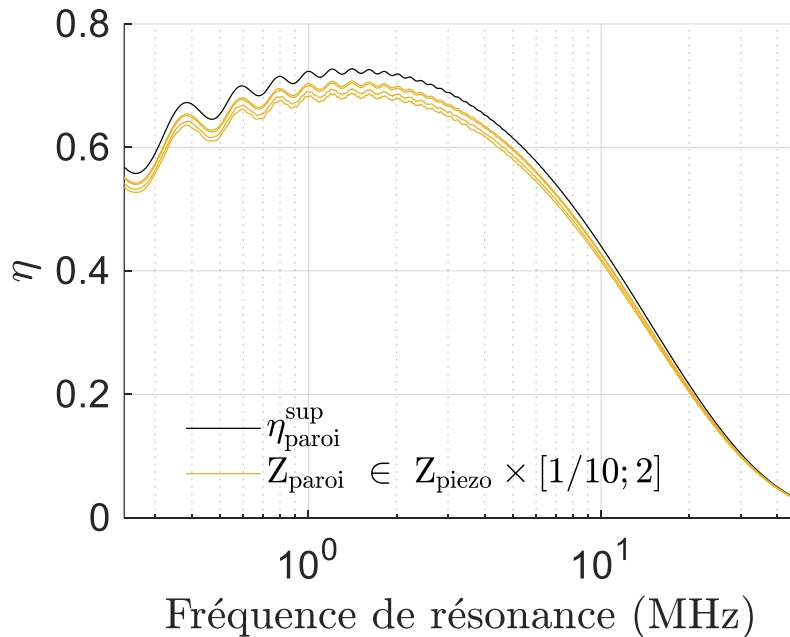


Figure 157 : Rendement de TPA pour différentes épaisseurs de transducteurs, alimentés à leur fréquence de résonance et pour différentes impédances caractéristiques de la paroi  $Z_a$ . La paroi a la vitesse de propagation de l'aluminium ( $c = 6200$  m/s) et une épaisseur de 73 mm avec des transducteurs de diamètre 73 mm ( $\Upsilon = 0.5$ ).

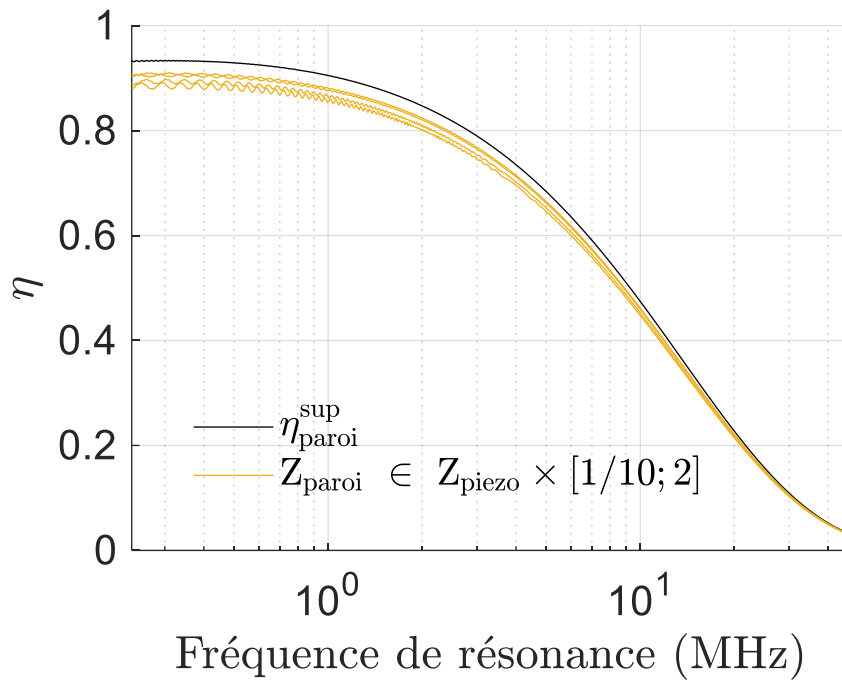


Figure 158 : Rendement de TPA pour différentes épaisseurs de transducteurs, alimentés à leur fréquence de résonance et pour différentes impédances caractéristiques de la paroi  $Z_a$ . La paroi est en aluminium de 73 mm avec des transducteurs de diamètre 727.5 mm ( $\gamma = 5$ ).

## Annexe - 14. Détermination du champ électrique dans le transducteur

Dans cette annexe nous montrons comment obtenir la valeur du champ électrique dans l'épaisseur de l'émetteur. Cela permet de déterminer à partir de quelle tension le champ électrique dépasse le champ de polarisation et dégrade le transducteur. La connaissance de cette tension maximale admissible  $U_{max}$  permet alors de déterminer la puissance maximale transmissible  $P_{max}$ .

Le champ électrique est donné par l'équation 2-77, implicitement vraie en chaque section du transducteur  $z$  :

$$E_3(z) = h_{33}S_3(z) + \frac{D_3(z)}{\epsilon_{33}^S} \quad A-135$$

Avec le déplacement électrique  $D_3$  indépendant de la position.

Ainsi, pour déterminer le champ électrique, il est nécessaire de connaître  $S_3$  et  $D_3$ .  $D_3$  est obtenue à partir de la connaissance du courant grâce à l'équation 2-89 :

$$D_3 = -\frac{I_1}{j\omega S} \quad A-136$$

L'équation A-3 donne  $S_3$  en fonction des ondes se propageant vers la droite et vers la gauche, respectivement  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  :

$$S_3(z) = -\frac{\bar{A}}{c} e^{-j\frac{\omega z}{c}} + \frac{\bar{B}}{c} e^{j\frac{\omega z}{c}} \quad A-137$$

Il s'agit donc de déterminer les valeurs de  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  pour déterminer, quel que soit  $z$ , la valeur de la déformation mécanique. Voici comment procéder. La formule A-6, donne la force à l'interface gauche pour un matériau non piézoélectrique. En y ajoutant le terme propre aux matériaux piézoélectriques (équation 2-77), nous avons :

$$F_n^g = \frac{Sc_{33}}{c} (\bar{A} - \bar{B}) + Sh_{33}D_3 \quad A-138$$

L'interface gauche du transducteur étant libre, la force qui y est appliquée est nulle, entraînant :

$$\bar{A} - \bar{B} = -\frac{c}{c_{33}^D} h_{33}D_3 = -\frac{h_{33}D_3}{Z_p} \quad A-139$$

L'équation A-6 nous donne également :

$$v_n^g = \bar{A} + \bar{B} \quad A-140$$

$$\Rightarrow \bar{B} = v_n^g - \bar{A} \quad A-141$$

$$\Rightarrow 2\bar{A} - v_n^g = -\frac{h_{33}D_3}{Z_p} \quad \text{A-142}$$

$$\Rightarrow \bar{A} = \frac{1}{2} \times \left( -\frac{h_{33}D_3}{Z_p} + v_n^g \right) \quad \text{A-143}$$

Ainsi, la connaissance de  $v_n^g$  est nécessaire pour déterminer  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$ . Comme cela apparaît sur l'équation 2-105,  $v_n^g$  notée  $V_1$  dans le cas de l'équation 2-105 intégrant toutes les couches de matériau, est obtenue avec la connaissance de  $U_1$  et  $U_2$  :

$$v_n^g = \frac{1}{\Delta} \times (\Delta_{31}U_1 - \Delta_{81}U_2) \quad \text{A-144}$$

Les mineurs de la matrice ( $\Delta_{ij}$ ) doivent être adaptés en fonction du nombre de couche (prise en compte ou non de la colle) et de l'ordonnement des variables dans la matrice concaténant le comportement de toutes les couches (équation 2-104).

$U_1$  et  $U_2$  étant connu (i.e.  $U_1$  est choisi de manière arbitraire avec une amplitude  $U_0$  et  $U_2$  est calculé en connaissant la matrice d'impédance et la charge électrique connectée  $Z_{Load}$ ), nous pouvons déterminer  $v_n^g$ , en déduire la valeur de  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$ , donc calculer  $S_3(z)$  pour finalement obtenir  $E_3(z)$ .

La tension minimale entraînant une dégradation du comportement du transducteur correspond à la tension entraînant dans l'épaisseur du transducteur un champ électrique égal au champ de dépolarisation. Nous nous intéressons donc à la valeur maximale de  $E_3$  en fonction de l'épaisseur,  $\max(E_3(z)|U_1 = U_0)$ .

Le système étant linéaire, la tension maximale admissible est alors obtenue grâce à l'équation suivante :

$$U_{max} = \frac{E_{dépôt}}{\max(E_3(z)|U_1 = U_0)} \times U_0 \quad \text{A-145}$$

Avec  $E_{dépôt}$  le champ électrique maximal que peut supporter le transducteur et étant fixé à 394 V/mm. Cette valeur provient des données constructeur du fournisseur APC (le champ électrique maximal n'étant pas donné par le fournisseur PI).

La connaissance de cette tension maximale permet de calculer la puissance maximale transmissible :

$$P_{max} = \bar{p}U_{max}^2 \quad \text{A-146}$$

### Material Data

SPECIFIC PARAMETERS OF THE STANDARD MATERIALS

	Unit	Soft PZT materials					Hard PZT materials					Lead-free materials		
		PIC151	PIC255/ PIC252*	PIC155	PIC153	PIC152	PIC181	PIC184*	PIC144*	PIC241	PIC300	PIC110	PIC700*	
<b>Physical and dielectric properties</b>														
Density	$\rho$	g/cm <sup>3</sup>	7.80	7.80	7.80	7.60	7.70	7.80	7.75	7.95	7.80	7.80	5.50	5.6
Curie temperature	$T_c$	°C	250	350	345	185	340	330	295	320	270	370	150	200*
Relative permittivity	in the polarization direction		$\epsilon_{33}^E/\epsilon_p$	2400	1750	1450	4200	1350	1200	1015	1250	1650	1050	950
	⊥ to polarity		$\epsilon_{11}^E/\epsilon_p$	1180	1650	1490		1500	1500	1500	1500	1550	950	700
Dielectric loss factor	tan $\delta$			20	20	20	30	15	3	5	4	5	3	15
<b>Electromechanical properties</b>														
Coupling factor	$k_p$		0.62	0.62	0.62	0.62	0.48	0.56	0.55	0.60	0.50	0.48	0.30	0.15
	$k_t$		0.53	0.47	0.48			0.46	0.44	0.48	0.46	0.43	0.42	0.40
	$k_{r1}$		0.38	0.35	0.35			0.32	0.30	0.30	0.32	0.25	0.18	
	$k_{r2}$		0.69	0.69	0.69		0.58	0.66	0.62	0.66	0.64	0.46		
	$k_{r3}$		0.66					0.63	0.65		0.63	0.32		
Piezoelectric charge coefficient	$d_{31}$		-210	-180	-165			-120	-100	-110	-130	-80	-50	
	$d_{32}$	10 <sup>-4</sup> C/N	500	400	360	600	300	265	219	265	290	155	120	120
	$d_{33}$		550					475	418		265	155		
Piezoelectric voltage coefficient	$g_{31}$	10 <sup>4</sup> Vm/N	-11.5	-11.3	-12.9	16	25	-11.2	-11.1	-10.1	-9.8	-9.5		
	$g_{32}$		22	25	27	16	25	25	24.4	25	21	16	-11.9	
<b>Acousto-mechanical properties</b>														
Frequency coefficients	$N_p$		1950	2000	1960	1960	2250	2270	2195	2180	2190	2350	3150	
	$N_r$		1500	1420	1500			1640	1590	1590	1590	1700	2300	
	$N_s$	Hz · m	1750	1780	1780			2010	1930		1550	1700	2500	
	$N_t$		1950	2000	1990	1960	1920	2110	2035	2020	2140	2100		
Elastic compliance coefficient	$S_{11}^E$	10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N	15.0	16.1	15.6			11.8	12.7	12.4	12.6	11.1		
	$S_{12}^E$		19.0	20.7	19.7			14.2	14.0	15.5	14.3	11.8		
Elastic stiffness coefficient	$C_{33}^E$	10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>	10.0		11.1			16.6	14.8	15.2	13.8	16.4		
Mechanical quality factor	$Q_m$		100	80	80	50	100	2000	400	1000	400	1400	250	
<b>Temperature stability</b>														
Temperature coefficient of $\epsilon_{33}^E$	$TK \epsilon_{33}$	10 <sup>-3</sup> /K	6	4	6	5	2	3	5			2		
(in the range -20 °C to +125 °C)														
Time stability (relative change of the parameter per decade of time in %)														
Relative permittivity	$c_{\epsilon}$			-1.0	-2.0				-4.0				-5.0	
Coupling factor	$c_k$			-1.0	-2.0				-2.0				-3.0	

Recommended operating temperature: 50 % of Curie temperature.

1) Material for the Multilayer tape technology. Matrix of coefficients on request  
 2) Preliminary data, subject to change  
 3) Maximum operating temperature

The following values are valid approximations for all PZT materials from PI Ceramic:

Specific heat capacity: WK – approx. 350 J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>

Specific thermal conductivity: WL – approx. 1.1 W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>

Poisson's ratio (lateral contraction):  $\nu$  – approx. 0.34

Coefficient of thermal expansion:  $\alpha_p$  – approx. -4 to -6 · 10<sup>-6</sup> K<sup>-1</sup> (in the polarization direction, shorted)  
 $\alpha_{\perp}$  – approx. 4 to 8 · 10<sup>-6</sup> K<sup>-1</sup> (perpendicular to the polarization direction, shorted)

Static compressive strength: > 600 MPa

The data was determined using test pieces with the geometric dimensions laid down in EN 50324-2 standard and are typical values.

All data provided was determined 24 h to 48 h after the time of polarization at an ambient temperature of 23 ± 2 °C.

A complete coefficient matrix of the individual materials is available on request. If you have any questions about the interpretation of the material characteristics please contact PI Ceramic (info@piceramic.com).

© Physik-Instrumente (PI) GmbH & Co. KG 2015. Subject to change without notice. Latest release available at www.piceramic.com - 1502/010-01

WWW.PICERAMIC.COM

Figure 159 : Coefficients matériels des différents matériaux de PI Ceramic.

Les paramètres utilisés dans le modèle sont :  $c_{33}^D$ ,  $\rho$ ,  $h_{33}$ ,  $\epsilon_{33}^S$ ,  $Q$  et  $\tan(\delta)$ .  $\epsilon_{33}^S$  et  $h_{33}$  n'étant pas donnés dans la datasheet, ils sont obtenus à partir de la connaissance d'autres paramètres.

Nous avons les équations piézoélectriques en d et s :

$$\begin{cases} S_3 = s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3 \\ D_3 = d_{33} T_3 + \epsilon_{33}^T E_3 \end{cases} \quad \text{A-147}$$

Nous cherchons à obtenir  $\epsilon_{33}^S$ , c'est-à-dire quand l'allongement est constant, par exemple nul. En prenant  $S_3 = 0$ , nous obtenons :

$$T_3 = -\frac{d_{33}}{s_{33}^E} E_3 \quad \text{A-148}$$

En remplaçant cette expression dans la deuxième équation du système A-147. Nous avons alors :

$$D_3 = \left( \epsilon_{33}^T - \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E} \right) E_3 \quad \text{A-149}$$

Avec  $S_3 = 0$ . Par identification, nous avons donc :

$$\epsilon_{33}^S = \epsilon_{33}^T - \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E} \quad \text{A-150}$$

Pour déterminer la valeur de  $h_{33}$ , nous passons par le coefficient de couplage qui est donné dans la datasheet. Nous avons :

$$k_t^2 = \frac{h_{33}^2 \epsilon_{33}^S}{c_{33}^D} \tag{A-151}$$

$$\Rightarrow h_{33} = \sqrt{\frac{k_t^2 c_{33}^D}{\epsilon_{33}^S}} \tag{A-152}$$

Pour le matériau PIC181, une datasheet plus complète donnant les valeurs de  $c_{33}^D$ ,  $\rho$ ,  $h_{33}$ ,  $\epsilon_{33}^S$ ,  $Q$  et  $\tan(\delta)$  directement est utilisée :

Material coefficients PIC181					
Coefficient	Unit	Value	Coefficient	Unit	Value
Density	kg/m³	7850	N1	Hzm	1646
Qm		2200	N3*	Hzm	2004
Tc	°C	330	N5*	Hzm	1222
tan δ		3.0E-3	Np	Hzm	2265
			Nt*	Hzm	2302
ε 11Tr		1224			
ε 33Tr		1135	d31	m/V	-1.080E-10
ε 11Sr		740	d33	m/V	2.530E-10
ε 33Sr		624	d15	m/V	3.890E-10
β 11T	Vm/As	9.232E+07	g31	Vm/N	-1.080E-02
β 33T	Vm/As	9.955E+07	g33	Vm/N	2.520E-02
β 11S	Vm/As	1.527E+08	g15	Vm/N	3.590E-02
β 33S	Vm/As	1.811E+08			
k31		0.32	e31	N/Vm	-4.500E+00
k33		0.66	e33	N/Vm	1.470E+01
k15		0.63	e15	N/Vm	1.100E+01
kp		0.55	h31	N/As	-8.149E+08
kt		0.46	h33	N/As	2.662E+09
			h15	N/As	1.680E+09
Poisson (σ)		0.35			
s11E	m²/N	1.175E-11	c11E	N/m²	1.523E+11
s33E	m²/N	1.411E-11	c33E	N/m²	1.341E+11
s55E	m²/N	3.533E-11	c55E	N/m²	2.830E+10
s12E	m²/N	-4.070E-12	c12E	N/m²	8.909E+10
s13E	m²/N	-4.996E-12	c13E	N/m²	8.547E+10
s44E	m²/N	3.533E-11	c44E	N/m²	2.830E+10
s66E	m²/N	3.164E-11	c66E	N/m²	3.161E+10
s11D	m²/N	1.058E-11	c11D	N/m²	1.550E+11
s33D	m²/N	7.930E-12	c33D	N/m²	1.664E+11
s55D	m²/N	2.134E-11	c55D	N/m²	4.686E+10
s12D	m²/N	-5.235E-12	c12D	N/m²	9.182E+10
s13D	m²/N	-2.268E-12	c13D	N/m²	7.061E+10
s44D	m²/N	2.134E-11	c44D	N/m²	4.686E+10
s66D	m²/N	3.164E-11	c66D	N/m²	3.161E+10

v2.0 / 16.09.2008

The table contains consistent numerical data for simulation purposes.

Values are no specifications.

\* N3, N5 and Nt are defined as fp\*length and fp\*thickness, according to DIN EN 50324

Figure 160 : Datasheet du PIC181. Un facteur de qualité de  $Q = 2000$  a été utilisé, conformément à la datasheet donnée en Figure 159.

## Annexe - 16. Matrice du quadripôle émetteur

Afin de déterminer les performances maximales que l'on peut obtenir d'un transducteur piézoélectrique, nous avons besoin de sa matrice de comportement faisant le lien entre les différentes grandeurs électriques et mécaniques ( $U, I, F_n^d, v_n^d$ ).

Le point de départ est la matrice décrivant les transducteurs piézoélectriques (équation 2-97) :

$$\begin{pmatrix} F_n^g \\ F_n^d \\ U \end{pmatrix} = -j \begin{pmatrix} \frac{Sc_{33}^D}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{-Sc_{33}^D}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & -\frac{h_{33}}{\omega} \\ \frac{-Sc_{33}^D}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{Sc_{33}^D}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} & \frac{h_{33}}{\omega} \\ -\frac{h_{33}}{\omega} & \frac{h_{33}}{\omega} & \frac{x_n}{\epsilon_{33}^S S \omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_n^g \\ v_n^d \\ I \end{pmatrix} \quad \text{A-153}$$

L'objectif est d'obtenir une matrice  $M$  telle que :

$$\begin{pmatrix} U \\ F_n^d \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} I \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-154}$$

La face gauche de l'émetteur étant libre de bouger, nous avons :

$$F_n^g = 0 \quad \text{A-155}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{Sc_{33}^D}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} v_n^g - \frac{Sc_{33}^D}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} v_n^d - \frac{h_{33}}{\omega} I \quad \text{A-156}$$

$$\Rightarrow \frac{Sc_{33}^D}{c \times \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} v_n^g = \frac{Sc_{33}^D}{c \times \sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} v_n^d + \frac{h_{33}}{\omega} I \quad \text{A-157}$$

$$\Rightarrow v_n^g = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} v_n^d + \frac{h_{33}c}{\omega Sc_{33}^D} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) I \quad \text{A-158}$$

Nous pouvons alors exprimer  $U$  et  $F_n^d$  en fonction de  $I$  et de  $v_n^d$  seulement, en remplaçant l'expression de  $v_n^g$  de l'équation A-158 dans l'équation A-153. Nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} U = -\frac{j}{S\omega} \left( \frac{x_n}{\epsilon_{33}^S} - \frac{h_{33}^2 c}{\omega c_{33}^D} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \right) I - j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) v_n^d \\ F_n^d = -j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) I - \frac{j Sc_{33}^D}{c} \left( -\frac{1}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} + \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) v_n^d \end{array} \right. \quad \text{A-159}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} U = -\frac{j}{S\omega} \left( \frac{x_n}{\epsilon_{33}^S} - \frac{h_{33}^2 c}{\omega c_{33}^D} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \right) I - j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) v_n^d \\ F_n^d = -j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) I - \frac{j S c_{33}^D}{c} \left( \frac{-1 + \cos^2\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) v_n^d \end{cases} \quad \text{A-160}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U = -\frac{j}{S\omega} \left( \frac{x_n}{\epsilon_{33}^S} - \frac{h_{33}^2 c}{\omega c_{33}^D} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \right) I - j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) v_n^d \\ F_n^d = -j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) I - \frac{j S c_{33}^D}{c} \left( \frac{-\sin^2\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)}{\sin\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) v_n^d \end{cases} \quad \text{A-161}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U = -\frac{j}{S\omega} \left( \frac{x_n}{\epsilon_{33}^S} - \frac{h_{33}^2 c}{\omega c_{33}^D} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \right) I - j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) v_n^d \\ F_n^d = -j \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) I + \frac{j S c_{33}^D}{c} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) v_n^d \end{cases} \quad \text{A-162}$$

Nous avons donc le résultat désiré. En le mettant sous forme matricielle, cela donne :

$$\begin{pmatrix} U \\ F_n^d \end{pmatrix} = -j \begin{pmatrix} \frac{1}{S\omega} \left( \frac{x_n}{\epsilon_{33}^S} - \frac{h_{33}^2 c}{\omega c_{33}^D} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \right) & \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) \\ \frac{h_{33}}{\omega} \left( 1 - \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega x_n}{c}\right)} \right) & -\frac{S c_{33}^D}{c} \tan\left(\frac{\omega x_n}{c}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ v_n^d \end{pmatrix} \quad \text{A-163}$$

Annexe - 17. Impédance mécanique des transducteurs piézoélectriques sans pertes

Dans cette annexe, nous montrons que l'impédance mécanique d'un récepteur piézoélectrique sans pertes peut prendre n'importe quelle valeur en adaptant la charge électrique qui lui est connectée (à condition que la fréquence soit différente de sa fréquence interdite).

Nous montrons donc qu'un transducteur piézoélectrique sans pertes est une impédance mécanique contrôlable, sans limite sur les impédances atteignables, et contrôlée à partir de la charge électrique connectée.

Pour montrer cela, nous passons par le KLM modèle, modélisant les transducteurs piézoélectriques à partir de lignes de transmission et d'un transformateur, comme cela est défini dans [108] :

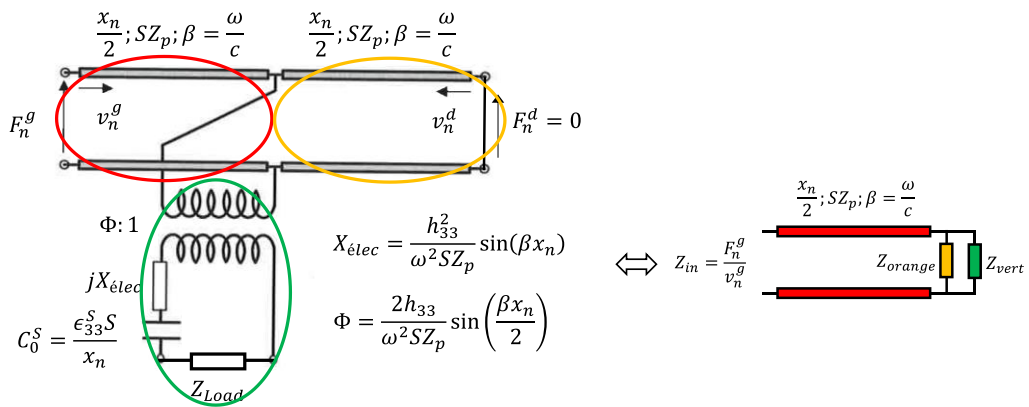


Fig. 4.5. KLM equivalent circuit of a thickness extensional piezoelectric transducer

a) b)

Figure 161 : a) Circuit KLM équivalent du récepteur piézoélectrique. Figure extraite de [108], avec quelques modifications pour correspondre au récepteur piézoélectrique de TPA. Le nom des variables a été modifié pour correspondre aux notations utilisées dans cette thèse. b) Schéma équivalent au a).

Avec  $Z_p$  l'impédance mécanique caractéristique du matériau piézoélectrique.

Sur la Figure 161,  $F_n^d = 0$  car aucune force n'est appliquée sur la face de droite du récepteur. Nous nous intéressons ici à l'impédance mécanique d'entrée du transducteur piézoélectrique, c'est-à-dire à :

$$Z_{in} = \frac{F_n^g}{v_n^g} \tag{A-164}$$

Nous appelons  $Z_{orange}$  l'impédance ramenée du court-circuit introduit par  $F_n^d = 0$  au point de jonction entre les deux lignes de transmission et  $Z_{vert}$  l'impédance d'entrée du transformateur au point de jonction avec les deux lignes de transmissions.

Ainsi, déterminer l'impédance mécanique d'entrée du récepteur  $Z_{in}$  revient à calculer l'impédance ramenée à gauche de la ligne de transmission encadrée en rouge et terminée par  $Z_{orange}$  et  $Z_{vert}$  en parallèles.

Nous avons  $Z_{orange}$  (à partir de la formule de l'impédance ramenée d'un court-circuit) :

$$Z_{orange} = jSZ_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \quad A-165$$

Nous avons l'impédance connectée sur le transformateur ramenée au primaire,  $Z_{vert}$  donnée par :

$$Z_{vert} = \frac{R_{Load} + j\left(X_{Load} + X_{elec} - \frac{1}{C_0\omega}\right)}{\Phi^2} \quad A-166$$

Avec  $Z_{Load} = R_{Load} + jX_{Load}$ . Nous nous plaçons hors fréquences interdites, donc nous avons  $\sin\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \neq 0 \Rightarrow \Phi \neq 0$ . Avec cette condition,  $Z_{vert}$  peut donc prendre n'importe quelle valeur en choisissant convenablement les valeurs de  $R_{Load}$  et de  $X_{Load}$ . Nous notons ainsi :

$$Z_{vert} = R + jX \quad A-167$$

Avec  $R$  qui peut prendre toutes les valeurs positives et  $X$  toutes les valeurs réelles.

Nous pouvons alors calculer l'impédance d'entrée mécanique du récepteur, c'est-à-dire l'impédance ramenée de  $Z_{orange}$  et de  $Z_{vert}$  en parallèle :

$$Z_{in} = Z_p \frac{\frac{1}{Y_{\acute{e}q}} + jZ_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)}{Z_p + j\frac{1}{Y_{\acute{e}q}} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} \quad A-168$$

Avec  $Y_{\acute{e}q}$  l'admittance de  $Z_{orange}$  et de  $Z_{vert}$  en parallèles :

$$Y_{\acute{e}q} = -\frac{j}{SZ_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} + \frac{1}{R + jX} \quad A-169$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} = -\frac{j}{SZ_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} + \frac{R - jX}{R^2 + X^2} \quad A-170$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\left(\frac{1}{SZ_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} + \frac{X}{R^2 + X^2}\right) \quad A-171$$

Ainsi, sachant que  $R \in \mathbb{R}^+$  et  $X \in \mathbb{R}$  et peuvent prendre n'importe quelle valeur de ces intervalles en adaptant  $Z_{Load}$ , nous avons :

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} = G_{\acute{e}q} + jB_{\acute{e}q} \quad A-172$$

Avec  $G_{\acute{e}q}$  qui peut prendre toutes les valeurs positives et  $B_{\acute{e}q}$  toutes les valeurs réelles en adaptant la charge électrique connectée sur le récepteur  $Z_{Load}$ . Nous avons donc :

$$Z_{in} = Z_p \frac{\frac{1}{Y_{\acute{e}q}} + jZ_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)}{Z_p + j\frac{1}{Y_{\acute{e}q}} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} \quad \text{A-173}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = Z_p \frac{1 + jZ_p Y_{\acute{e}q} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)}{Z_p Y_{\acute{e}q} + j \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} \quad \text{A-174}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_{in}}{Z_p} \left( Z_p Y_{\acute{e}q} + j \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right) = 1 + jZ_p Y_{\acute{e}q} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \quad \text{A-175}$$

$$\Rightarrow Z_p Y_{\acute{e}q} + j \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) = \frac{Z_p}{Z_{in}} + j \frac{Z_p^2}{Z_{in}} Y_{\acute{e}q} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \quad \text{A-176}$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} \left( Z_p - j \frac{Z_p^2}{Z_{in}} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right) = \frac{Z_p}{Z_{in}} - j \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \quad \text{A-177}$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} = \frac{\frac{Z_p}{Z_{in}} - j \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)}{Z_p - j \frac{Z_p^2}{Z_{in}} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} \quad \text{A-178}$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} = \frac{Z_p - j Z_{in} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)}{Z_p \left( Z_{in} - j Z_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right)} \quad \text{A-179}$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} Z_p = \frac{Z_p - j (R_{in} + jX_{in}) \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)}{R_{in} + jX_{in} - jZ_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)} \quad \text{A-180}$$

Avec  $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ ,  $R_{in} \in \mathbb{R}^+$  et  $X_{in} \in \mathbb{R}$ .  $R_{in}$  ne peut être négatif puisque le récepteur terminé par une charge électrique passive ne pourra créer de l'énergie. En développant l'équation précédente nous obtenons :

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} Z_p = \frac{Z_p + X_{in} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) - jR_{in} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right)}{R_{in} + j \left( X_{in} - Z_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right)} \quad \text{A-181}$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} Z_p = \frac{Z_p R_{in} + Z_p R_{in} \tan^2\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) - j \left( R_{in}^2 \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) + \left( Z_p + X_{in} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right) \left( X_{in} - Z_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right) \right)}{R_{in}^2 + \left( X_{in} - Z_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right)^2} \quad \text{A-182}$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} = \frac{Z_p R_{in} + Z_p R_{in} \tan^2\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) - j \left( R_{in}^2 \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) + \left( Z_p + X_{in} \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right) \left( X_{in} - Z_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right) \right)}{Z_p R_{in}^2 + Z_p \left( X_{in} - Z_p \tan\left(\frac{\beta x_n}{2}\right) \right)^2} \quad \text{A-183}$$

$$\Rightarrow Y_{\acute{e}q} = G_{\acute{e}q} + jB_{\acute{e}q} \quad \text{A-184}$$

Avec  $G_{\acute{e}q} \in \mathbb{R}^+$  et  $B_{\acute{e}q} \in \mathbb{R}$ . Nous avons montré en équation A-171, qu'en adaptant l'impédance électrique connectée sur le transducteur  $Z_{Load}$ ,  $G_{\acute{e}q}$  et  $B_{\acute{e}q}$  peuvent prendre toutes les valeurs de ces intervalles.

Ainsi, en adaptant  $Z_{Load}$ , il est possible de réaliser n'importe quelle valeur d'impédance d'entrée mécanique  $Z_{in}$ .

Un transducteur piézoélectrique **sans pertes** est donc une impédance mécanique contrôlable et pouvant prendre n'importe quelle valeur. Sa valeur est contrôlée par l'impédance électrique  $Z_{Load}$  qui lui est connectée.

## Annexe - 18. Rendement maximal en fonction du port d'excitation

Dans cette annexe, nous montrons que le rendement maximal de transfert de puissance (i.e. quand la charge connectée maximise le rendement) est identique quel que soit le port du quadripôle sur lequel est connectée la source (et la charge).

Le rendement tel que défini dans cette thèse est le ratio de la puissance sortant du port 2 sur la puissance entrant dans le port 1. Afin de faciliter la lecture de cette annexe, nous notons ce rendement  $\eta_{1 \rightarrow 2}$ . Par analogie, le rendement du port 2 au port 1 (i.e. le rendement quand la source est appliquée au port 2 et que la puissance est transmise au port 1) est noté  $\eta_{2 \rightarrow 1}$ .

Nous avons montré dans la partie 3.1.2.a du chapitre 3 que le système d'équation suivant est une condition suffisante pour que  $\eta_{1 \rightarrow 2}$  soit maximisé :

$$\begin{cases} Z_{Source} = Z_{in}^* \\ Z_{Load} = Z_{out}^* \end{cases} \quad \text{A-185}$$

Avec les impédances telle que définies sur la Figure 162.

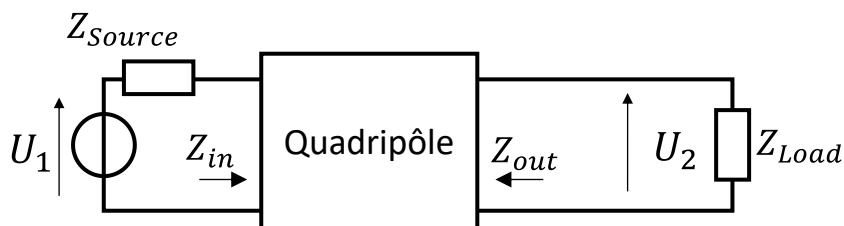


Figure 162 : Définition des impédances du quadripôle. La puissance entrant dans le port 1 et sortant par le port 2.

Nous avons montré en Annexe - 10, que la charge  $Z_{Load}$  solution de ce système d'équation est :

$$Z_{\eta_{1 \rightarrow 2}} = \frac{\alpha_{1 \rightarrow 2} \pm \sqrt{\Delta_{1 \rightarrow 2}}}{2\Re(Z_{11})} \quad \text{A-186}$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha_{1 \rightarrow 2} = j(\Im(Z_{12}^2) - 2\Re(Z_{11})\Im(Z_{22})) \\ \Delta_{1 \rightarrow 2} = (2\Re(Z_{11})\Re(Z_{22}) - \Re(Z_{12}^2))^2 - |Z_{12}|^4 \end{cases} \quad \text{A-187}$$

Si nous mettons la source électrique sur la sortie (Figure 163), le rendement  $\eta_{2 \rightarrow 1}$  est aussi maximisé par le système d'équation A-185.

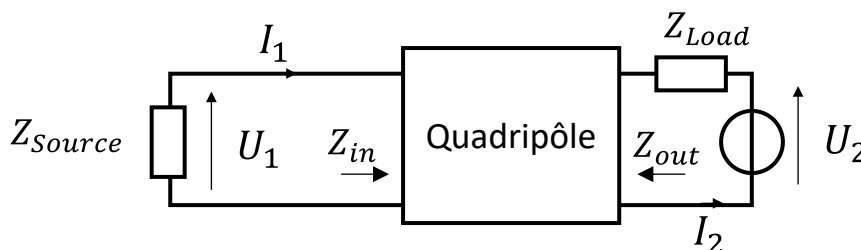


Figure 163 : Définition des impédances du quadripôle. La puissance entrant dans le port 2 et sortant par le port 1.

La charge électrique connectée sur le port 1,  $Z_{Source}$  maximisant  $\eta_{2 \rightarrow 1}$  peut être obtenu en remplaçant  $Z_{11}$  par  $Z_{22}$  et inversement dans l'équation 3-31 :

$$Z_{\eta_{2 \rightarrow 1}} = \frac{\alpha_{2 \rightarrow 1} \pm \sqrt{\Delta_{2 \rightarrow 1}}}{2\Re(Z_{22})} \quad \text{A-188}$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha_{2 \rightarrow 1} = j \left( \Im(Z_{12}^2) - 2\Re(Z_{22})\Im(Z_{11}) \right) \\ \Delta_{2 \rightarrow 1} = \left( 2\Re(Z_{22})\Re(Z_{11}) - \Re(Z_{12}^2) \right)^2 - |Z_{12}|^4 = \Delta_{1 \rightarrow 2} \end{cases} \quad \text{A-189}$$

Le rendement  $\eta_{1 \rightarrow 2}$  est donné par l'équation 4-17 rappelée ici :

$$\eta_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Re(Z_{Load})}{\Re(Z_{in})} \left| \frac{Z_{12}}{Z_{Load} + Z_{22}} \right|^2 \quad \text{A-190}$$

Lorsque le système A-185 est vérifié, nous avons alors :

$$\eta_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Re(Z_{\eta_{1 \rightarrow 2}})}{\Re(Z_{\eta_{2 \rightarrow 1}})} \left| \frac{Z_{12}}{Z_{\eta_{1 \rightarrow 2}} + Z_{22}} \right|^2 \quad \text{A-191}$$

De la même manière, nous avons :

$$\eta_{2 \rightarrow 1} = \frac{\Re(Z_{\eta_{2 \rightarrow 1}})}{\Re(Z_{\eta_{1 \rightarrow 2}})} \left| \frac{Z_{12}}{Z_{\eta_{2 \rightarrow 1}} + Z_{11}} \right|^2 \quad \text{A-192}$$

Sachant que :

$$\Re(Z_{\eta_{1 \rightarrow 2}}) = \frac{\sqrt{\Delta_{1 \rightarrow 2}}}{2\Re(Z_{11})} \quad \text{A-193}$$

Et,

$$\Re(Z_{\eta_{2 \rightarrow 1}}) = \frac{\sqrt{\Delta_{2 \rightarrow 1}}}{2\Re(Z_{22})} = \frac{\sqrt{\Delta_{1 \rightarrow 2}}}{2\Re(Z_{22})} \quad \text{A-194}$$

Il vient :

$$\frac{\eta_{1 \rightarrow 2}}{\eta_{2 \rightarrow 1}} = \frac{\Re(Z_{22})^2}{\Re(Z_{11})^2} \left| \frac{Z_{\eta_{2 \rightarrow 1}} + Z_{11}}{Z_{\eta_{1 \rightarrow 2}} + Z_{22}} \right|^2 \quad \text{A-195}$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_{1 \rightarrow 2}}{\eta_{2 \rightarrow 1}} = \frac{\Re(Z_{22})^2}{\Re(Z_{11})^2} \times \frac{\left( \frac{\sqrt{\Delta_{1 \rightarrow 2}}}{2\Re(Z_{22})} + \Re(Z_{11}) \right)^2 \left( \frac{\alpha_{2 \rightarrow 1}}{2\Re(Z_{22})} + \Im(Z_{11}) \right)^2}{\left( \frac{\sqrt{\Delta_{1 \rightarrow 2}}}{2\Re(Z_{11})} + \Re(Z_{22}) \right)^2 \left( \frac{\alpha_{1 \rightarrow 2}}{2\Re(Z_{11})} + \Im(Z_{22}) \right)^2} \quad \text{A-196}$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_{1 \rightarrow 2}}{\eta_{2 \rightarrow 1}} = \frac{\left( \frac{\sqrt{\Delta_{1 \rightarrow 2}}}{2} + \Re(Z_{11})\Re(Z_{22}) \right)^2 \left( \frac{\Im(Z_{12}^2)}{2} - \Re(Z_{22})\Im(Z_{11}) + \Im(Z_{11})\Re(Z_{22}) \right)^2}{\left( \frac{\sqrt{\Delta_{1 \rightarrow 2}}}{2} + \Re(Z_{22})\Re(Z_{11}) \right)^2 \left( \frac{\Im(Z_{12}^2)}{2} - \Re(Z_{11})\Im(Z_{22}) + \Im(Z_{22})\Re(Z_{11}) \right)^2} \quad \text{A-197}$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_{1 \rightarrow 2}}{\eta_{2 \rightarrow 1}} = 1 \quad \text{A-198}$$

$$\Rightarrow \eta_{1 \rightarrow 2} = \eta_{2 \rightarrow 1} \quad \text{A-199}$$

Nous avons donc montré que le rendement de transfert de puissance, lorsque la charge est choisie pour maximiser le rendement, est indépendant du port d'entrée et du port de sortie du quadripôle.



## Annexe - 19. Maximisation du rendement des systèmes MIMO

Dans cette annexe, nous allons détailler les étapes permettant d'obtenir le problème aux valeurs propres données en équation 5-21, et correspondant au problème à résoudre pour obtenir les extremums de rendement et les courant correspondants.

Le rendement est extremum lorsque :

$$\begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_t} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_r} = \mathbf{0} \end{cases} \quad \text{A-200}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_t} = \frac{1}{P_{in}^2} \left( \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_t} P_{in} - \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_t} P_{out} \right) = \mathbf{0} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{I}_r} = \frac{1}{P_{in}^2} \left( \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_r} P_{in} - \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_r} P_{out} \right) = \mathbf{0} \end{cases} \quad \text{A-201}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_t} - \eta \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_t} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_r} - \eta \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_r} = \mathbf{0} \end{cases} \quad \text{A-202}$$

Par ailleurs, nous avons en dérivant les équations 5-15 et 5-17 :

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_t} = \frac{1}{2} \mathbf{I}_t^H \mathbf{R}_{tt} + \frac{1}{4} \mathbf{I}_r^H \mathbf{Z}_{rt}^* \\ \frac{\partial P_{in}}{\partial \mathbf{I}_r} = \frac{1}{4} \mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tr} \\ \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_t} = -\frac{1}{4} \mathbf{I}_r^H \mathbf{Z}_{rt} \\ \frac{\partial P_{out}}{\partial \mathbf{I}_r} = -\frac{1}{2} \mathbf{I}_r^H \mathbf{R}_{rr} - \frac{1}{4} \mathbf{I}_t^H \mathbf{Z}_{tr}^* \end{cases} \quad \text{A-203}$$

Les expressions de l'équation A-203 peuvent être remplacées dans l'équation A-202, donnant :

$$\begin{cases} -\mathbf{Z}_{tr}^* \mathbf{I}_r = \eta 2\mathbf{R}_{tt} \mathbf{I}_t + \eta \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{I}_r \\ -2\mathbf{R}_{rr} \mathbf{I}_r - \mathbf{Z}_{rt} \mathbf{I}_t = \eta \mathbf{Z}_{rt}^* \mathbf{I}_t \end{cases} \quad \text{A-204}$$

$$\Rightarrow - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{Z}_{tr}^* \\ \mathbf{Z}_{rt} & 2\mathbf{R}_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} 2\mathbf{R}_{tt} & \mathbf{Z}_{tr} \\ \mathbf{Z}_{rt}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{pmatrix} \quad \text{A-205}$$

Nous avons donc retrouvé le problème aux valeurs propres donné en équation 5-21 et correspondant à l'équation (8) de [99].

## Liste des publications

### Revue internationale

- Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Brulais S, Despesse G, 2021 Multiple input single output configurations to improve performances and robustness of acoustic power transfer, Ultrasonics 116 106524
- Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Garraud N, Gasnier P, Despesse G, 2020 Analytical optimization of piezoelectric acoustic power transfer systems, Eng. Res. Express 2 045022
- Freychet O, Boisseau S, Frassati F, Morel A, Gasnier P, Gibus D, Badel A, Despesse F, 2020 Efficient optimal load and maximum output power determination for linear vibration energy harvesters with a two-measurement characterization method, Smart Mater. Struct. 29 015003

### Conférences internationales avec acte

- Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Garraud N, Gasnier P, Despesse G, 2021 Intermediate layer to improve the performances and the frequency control of acoustic power transfer systems, 20<sup>th</sup> International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS), Poster
- Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Garraud N, Gasnier P, Despesse G, 2021 Piezoelectric stacks to increase the transmitted power of acoustic power transfer through metal walls, 20<sup>th</sup> International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS), Présentation orale
- Freychet O, Boisseau S, Frassati F, Josselin V, Gasnier P, Garraud N, Gohier R, Gibus D, Brulais S, Despesse G, 2019 A Versatile Through-Metal-Wall Acoustic Power and Data Transfer Solution, 19<sup>th</sup> International Conference on Micro and Nanotechnology for Power Generation and Energy Conversion Applications (PowerMEMS), 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/PowerMEMS49317.2019.92321100357, Présentation orale

### Conférences nationales

- Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Despesse G, 2021 Multiple emitters single receiver configurations to enhance the performances of size-constrained Acoustic Power Transfer systems, 10<sup>th</sup> National Days on Energy Harvesting and Storage (JNRSE 2021), Présentation orale
- Freychet O, Frassati F, Boisseau S, Despesse G, 2019 Acoustic power transfer through metal walls : an efficient characterization method based on impedance matrix determination, 9<sup>th</sup> National Days on Energy Harvesting and Storage (JNRSE 2019), Poster

### Brevets

- Despesse G, Freychet O, Garraud N, Marianne J, Boisseau S, Caroff T, Procédé et système de détermination de l'état d'un capteur à travers un support. 2021.
- Freychet O, Boisseau S, Frassati F, Despesse G, Procédé de fonctionnement d'un système de transmission acoustique permettant d'optimiser la puissance transmise, FR2102961, déposé le 24/03/2021
- Gibus D, Gasnier P, Freychet O and Badel A, Dispositif de conversion d'énergie mécanique en énergie électrique fonctionnant sur une gamme de fréquence de vibration élargie, FR1910240, déposé le 17/09/2019