



HAL
open science

Jet électromagnétique 3D : détection, imagerie et contrôle non destructif dans des structures opaques

Hishem Hyani

► **To cite this version:**

Hishem Hyani. Jet électromagnétique 3D : détection, imagerie et contrôle non destructif dans des structures opaques. Physique [physics]. Université de Lyon, 2021. Français. NNT : 2021LYSES016 . tel-03714989

HAL Id: tel-03714989

<https://theses.hal.science/tel-03714989>

Submitted on 6 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2021LYSES016

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
L'université Jean Monnet

Ecole Doctorale N° 488
Sciences Ingénierie Santé

Spécialité de doctorat : Photonique

Soutenue publiquement le 09/03/2021, par:
Hishem HYANI

**Jet électromagnétique 3D : détection,
imagerie et contrôle non destructif dans
des structures opaques**

Devant le jury composé de :

VIGNERAS Valérie	Professeure	IMS UMR 5218, ENSCBP-Bordeaux INP, France (Présidente CNU N°63)	Examinatrice
LECLER Sylvain	Professeur	ICUBE UMR 7357, INSA Strasbourg, France	Rapporteur
PRÉMEL Denis	Ingénieur expert	CEA Tech Institut LIST, Saclay, France	Rapporteur
SAUVIAC Bruno	Professeur	LHC UMR 5516, TELECOM Saint-Étienne, France	Directeur de thèse
EDEE Kofi	MCF	Institut Pascal UMR 6602, Clérmont-Ferrand, France	Co-directeur de thèse
Robert Stéphane	MCF	LHC UMR 5516, TELECOM Saint-Étienne, France	Encadrant de thèse
GRANET Gérard	Professeur	Institut Pascal UMR 6602, Clérmont-Ferrand, France	Invité
MONTOY Aurélien	Ingénieur expert	Michelin, Clérmont-Ferrand, France	Invité

Table des matières

Résumé	6
Introduction générale	10
1 Étude bibliographique relative au jet photonique	16
1.1 Modélisation	18
1.2 Structures étudiées	21
1.2.1 Configuration en espace libre	22
1.2.2 Structures guidées	24
1.3 Applications et utilisations des jets photoniques	25
1.3.1 Nanofabrication	25
1.3.2 Stockage optique	27
1.3.3 Nanoscopie	29
1.3.4 Détection et caractérisation	32
1.4 Conclusion	34
2 Résolution numérique des équations de Maxwell : Méthodes modales	35
2.1 Introduction	35
2.2 Cas général des méthodes modales : équations de Maxwell et équations aux valeurs propres	36

2.2.1	Équations de Maxwell et relations constitutives	36
2.2.2	Équations modales dans le cas général d'un problème en dimension 3	37
2.2.3	Équation aux valeurs propres dans le cas où les tenseurs de milieu sont isotropes et ne dépendent que d'une variable : polarisations TE et TM	40
2.2.4	Équation modale dans le cas d'un système de coordonnées non or- thogonal : système de coordonnées curvilignes et méthode "C"	41
2.2.5	Changement de coordonnées complexes : Couches PMLs (perfectly matched layers)	43
2.3	Méthode des résidus pondérés	44
2.3.1	Généralités de la méthode des résidus pondérés	45
2.3.2	Choix des fonctions tests	47
2.3.2.1	Méthode de collocation	47
2.3.2.2	Méthode par subdivision de domaine	47
2.3.2.3	Méthode des moindres carrés	47
2.3.2.4	Méthode des moments	48
2.3.2.5	Méthode de Galerkin	48
2.4	Méthode modale de Fourier	48
2.5	Méthode modale polynomiale (PMM)	51
2.5.1	Polynômes modifiés	52
2.5.1.1	Généralité des polynômes orthogonaux sur un sous-intervalle	53
2.5.1.2	Construction des polynômes modifiés	53
2.5.2	Équation de propagation et opérateurs	55
2.6	Conditions aux limites longitudinales : matrices S de "scattering"	57
2.6.1	Conditions aux limites : Interface plane	57

2.6.2	Plusieurs interfaces : empilement des couches	59
2.7	Conclusion	61
3	Adaptation des méthodes modales au guide d'onde planaire profilé et validation expérimentale	62
3.1	Positionnement du problème	63
3.2	Traitement numérique relatif à la forme de l'embout	64
3.2.1	Coordonnées curvilignes	64
3.2.2	Coordonnées cartésiennes	65
3.3	Domaine de validité et première stratégie d'optimisation	66
3.3.1	Guide métallique	67
3.3.2	Embout continu	68
3.3.2.1	Embout court $b = 0.2\lambda$	69
3.3.2.2	Embout elliptique optimisé	71
3.3.3	Embout discret : Tronçon rectangulaire	74
3.4	Prototype expérimental et validation de l'embout rectangulaire	78
3.4.1	Prototype	78
3.4.2	Impact de l'excitation via une onde plane	80
3.5	Étude approfondie de l'embout rectangulaire	82
3.5.1	Étude modale relative à l'embout rectangulaire	83
3.5.2	Couplage des caractéristiques du jet pour l'embout rectangulaire	84
3.5.3	Étude de l'impact d'un cache métallique en amont	85
3.6	Embout à deux sections rectangulaires	87
3.6.1	Étude paramétrique	88
3.6.2	Validation expérimentale	90

3.6.3	Cas de la détection d'une tige métallique	91
3.6.4	Étude modale justifiant l'amélioration des caractéristiques du jet . .	93
3.7	Embout à trois tronçons rectangulaires	94
3.8	Embout multi-tronçons rectangulaire	96
3.8.1	Optimisation locale	97
3.8.2	Optimisation de structures multi-tronçons via un algorithme géné- tique	97
3.9	Conclusion	100
4	Études numériques, élaborations et validations expérimentales du pro- totype 3D	102
4.1	Modélisation et validation expérimentale de l'antenne cornet chargée de Téflon et prolongée par un cylindre	103
4.1.1	Modélisation HFSS	103
4.1.2	Confrontation expérimentale des résultats numériques	106
4.2	Application à la détection	109
4.2.1	Tiges derrière surface optiquement opaque	109
4.2.2	Cartons ondulés	111
4.2.3	Tiges dans du polystyrène	114
4.3	Optimisation d'un embout à plusieurs tronçons	121
4.4	Conclusion	123
	Conclusion	125
	Bibliographie	128

Remerciements

Je souhaite remercier l'ensemble des personnes qui m'ont permis de produire le travail présenté ici. En particulier, je souhaite remercier mon directeur de thèse Bruno SAUVIAC pour le temps qu'il m'a consacré et pour la qualité de l'aide apportée. Je souhaite remercier le co-directeur de ma thèse Kofi EDEE pour m'avoir initié à la méthode modale polynomiale. Je remercie aussi Stéphane Robert pour avoir encadré ma thèse et m'avoir permis de découvrir l'optimisation. J'exprime ma gratitude envers Gerard Granet pour ces précieuses remarques.

Merci à l'ensemble des collègues du laboratoire Hubert Curien et de l'Institut Pascal. En particulier à Farid, Moustapha, Basma, Boukhari, Djedo, Fatima, les deux Eric, JJR, David, Bernard et Stéphane.

Je tiens aussi à remercier Frédéric Arnould, technicien du laboratoire Hubert Curien, pour avoir usiné l'ensemble des pièces utilisées durant le doctorat.

J'en profite aussi pour remercier Richard Dusséaux professeur à l'UVSQ pour m'avoir fait découvrir et transmis l'intérêt de la modélisation de phénomènes électromagnétiques.

Pour finir, je souhaite remercier Benoît Dillemann professeur de sciences physiques au collège Le Village à Trappes pour avoir été la première cause de mon intérêt pour la physique.

J'ai pris un grand plaisir à apprendre et à travailler avec vous tous, merci.

Résumé

Le présent mémoire de thèse, dont l'objectif est centré sur l'étude de la focalisation électromagnétique tridimensionnelle en champ proche, est le fruit d'une double collaboration entre les chercheurs de l'équipe Micro & Nano structuring du laboratoire Hubert Curien¹ et ceux de l'équipe Nanophotonique & nanostructures de l'institut Pascal².

Avant de spécifier les enjeux et motivations propres à cette thèse, il semble opportun de rappeler quelques éléments et de définir certaines notions essentielles pour situer nos travaux. Cette thématique de recherche émerge dans les années 2000 par des études expérimentales, relevant l'intérêt d'utiliser des objets diélectriques pour améliorer les performances des systèmes développés [1, 2, 3]. Ce n'est qu'à partir de 2004 [4] que la notion de jet photonique est introduite. Cette dénomination traduit l'observation de quelques caractéristiques remarquables, dont le fait d'avoir une largeur à mi-hauteur sub-longueur d'onde; ce qui bouscule certaines convictions établies. Ainsi, en dépassant la limite de diffraction, un tel faisceau très faiblement divergent offre une multitude d'applications dans des domaines extrêmement variés (gravure, stockage, détection, imagerie, ...).

Initialement, les jets photoniques ont été produits dans le domaine du visible, par l'interaction d'une onde plane électromagnétique avec un cylindre ou une sphère diélectrique. L'extension aux structures guidées dont l'une des extrémités a la particularité d'être pro-

1. Université Jean Monnet à Saint Étienne
2. Université Clermont Auvergne

filée, a permis de faire émerger deux thématiques à fort potentiel applicatif, à savoir la gravure et la détection sub-longueur d'onde. L'intérêt de cette approche guidée permet de réaliser des dispositifs déplaçable.

En se positionnant dans ce contexte particulier, le travail exposé dans ce mémoire propose d'approfondir la seconde thématique susmentionnée. En choisissant de travailler dans le domaine des micro-ondes, le fil conducteur de nos travaux concerne l'utilisation des jets photoniques pour la détection et l'imagerie à travers des surfaces optiquement opaques. La démarche entreprise pour réaliser cette tâche est marquée par deux phases majeures, dont la première consiste à améliorer une structure 2D existante, à savoir un guide bi-plaque profilé. La seconde phase consiste à généraliser ces résultats en 3D afin d'obtenir une structure encore plus flexible en terme d'utilisation.

La forte corrélation qui relie la géométrie du profil aux caractéristiques du jet nous amène, via des modélisations, à développer une stratégie pour optimiser la forme de l'embout. Ainsi, la modélisation du guide d'onde à plaques parallèles est réalisée via des méthodes modales particulièrement adaptées aux structures guidées. Pour ces méthodes, la dépendance analytique suivant la direction de propagation permet de traduire les équations de Maxwell en un problème aux valeurs propres que l'on peut résoudre en appliquant la méthode des résidus pondérés. Parmi les différentes approches existantes, nous avons choisi d'appliquer deux formulations basées sur une configuration Galerkin-Fourier dans un système de coordonnées curvilignes ou cartésiennes. L'utilisation de ce formalisme fait ressortir l'intérêt d'un embout de forme rectangulaire. Cependant, l'utilisation d'une base de Fourier pour décrire un profil à fortes discontinuités introduit des instabilités numériques (phénomène de Gibbs). Pour pallier ce problème, nous utilisons la méthode modale polynomiale basée sur le développement en série sur une base polynomiale.

L'utilisation des codes ainsi développés facilite la mise en place d'une optimisation

paramétrique, qui consiste à optimiser un critère prédéfini par la recherche d'une combinaison optimale associée à la géométrie de la structure. Cette investigation fait émerger une architecture composée de plusieurs tronçons rectangulaires. Malgré la rapidité d'exécution des codes développés, l'étude itérative reste limitée à une structure composée de trois tronçons. Afin de déterminer la géométrie optimale pour un nombre de tronçons supérieur à trois, on s'oriente dans un premier temps vers des méthodes d'optimisation locales. Les résultats obtenus par l'optimisation locale diffèrent des résultats issus de l'optimisation itérative pris comme référence. Ceci met donc en évidence l'existence de nombreux maxima. Il est donc nécessaire de choisir une méthode d'optimisation adaptée à cette situation. Parmi les nombreuses méthodes d'optimisation globales, nous nous orientons vers l'algorithme génétique réputé robuste.

Bien qu'il soit possible de valider expérimentalement les profils à section rectangulaire, la détection sub-longueur d'onde est toutefois limitée aux objets métalliques. Ceci peut s'expliquer par les conditions d'excitation de la structure guidée, réalisées en espace libre. Afin de pallier cette limitation et dans l'objectif d'améliorer le prototype, il semble opportun de s'intéresser à un dispositif 3D entièrement guidée.

Les résultats obtenus lors de l'étude du guide à plaques parallèles nous amène à développer une structure 3D analogue, composée de plusieurs tronçons cylindriques. Nous utilisons un logiciel commercial (HFSS) basé sur la méthode des éléments finis pour modéliser une antenne cornet chargée d'une structure profilée en Téflon. Un temps de calcul conséquent limite malheureusement l'optimisation paramétrique à une seule excroissance cylindrique. Les résultats expérimentaux réalisés à 30GHz en accord avec la simulation confirment la possibilité de générer une focalisation en champ proche avec une telle structure. Par ailleurs, en réduisant les pertes par rayonnement inhérentes à l'excitation en espace libre du prototype 2D, la structure 3D permet d'étendre l'intérêt des jets pour

la détection d'éléments non métalliques dont la taille est 10 fois inférieure à la longueur d'onde. De plus, comme pour la structure 2D, on montre que l'ajout d'une seconde section cylindrique améliore les caractéristiques du jet ce qui permet d'augmenter significativement les performances de détection.

Introduction générale

Depuis la nuit des temps, le besoin, qu'il soit matériel ou non, façonne l'humanité et invite l'être humain à sonder les mystères du monde et à en contempler sa beauté. Bien que la maîtrise de cet environnement puisse aboutir à une réponse, ne serait-ce que partielle et bien évidemment relative, l'insatiabilité de l'Homme l'incite constamment à perfectionner son savoir et le pousse à développer de nouvelles problématiques. C'est ainsi qu'au cours de l'histoire de l'humanité, l'art et la science émergent pour tenter de satisfaire les deux polarités de l'esprit humain. Initialement associée à une nécessité pratique, cette quête du Beau et du Vrai fait naître une pluralité de démarches qui pousse les acteurs à cheminer vers la Réalité. Parmi les disciplines construites au fil du temps, certaines proposent une méthodologie basée sur l'expérience, tandis que d'autres mettent davantage l'accent sur une investigation théorique, quitte à se détacher progressivement du monde sensible et devenir exclusivement formelles. Dans cette symphonie, la physique, carrefour multidisciplinaire, permet à l'expérience de côtoyer des formalismes mathématiques les plus élaborés. Et le besoin d'améliorer la perception du monde, amène à introduire des modèles mathématiques de plus en plus complexes.

De nos jours, science et technologie forment un complexe interdépendant qui impacte divers secteurs politique, sociologique et économique de façon considérable. Outre l'apport conséquent développé pour répondre à des enjeux majeurs propres à différents domaines (santé, industrie, militaire, civil, ...), cette cohésion amène les physiciens à introduire de

nouveaux concepts qui parfois viennent ébranler les convictions les plus intuitives.

Parmi les nombreuses révolutions, le bouleversement introduit par l'électromagnétisme a profondément impacté le quotidien. Cette discipline émerge au début du XIX^{ème}, avec l'expérience d'Orsted qui, de façon hasardeuse, relie deux pans de la physique à savoir l'électricité et le magnétisme. Dans cette odyssée marquée par un grand nombre d'inventions, la formulation établie par Maxwell en se basant principalement sur les travaux de Faraday et d'Ampère, restera un des évènements majeurs. En synthétisant sous forme mathématique les relations du champ électromagnétique ainsi que l'interaction avec la matière, Maxwell ouvre un grand nombre de perspectives dans la prédiction de phénomènes électromagnétiques.

Malheureusement, en dehors d'un nombre limité de situations, la complexité du modèle mathématique, introduit ipso facto des difficultés de prédictions, qui sont en partie dues à l'absence de solutions analytiques. Afin de contourner cette difficulté mathématique, les chercheurs se sont penchés sur des solutions approchées et ont développé des méthodes numériques plus ou moins performantes. La modélisation électromagnétique offre désormais de nouvelles perspectives pour approcher le monde et permet d'optimiser les investigations empiriques. Ceci a en particulier été possible grâce à l'augmentation des performances technologiques.

Les travaux réalisés durant ce doctorat, et retranscrits dans ce mémoire, se sont intéressés à la détection et à l'imagerie. Il est connu que l'augmentation du pouvoir séparateur, intrinsèquement liée à l'aspect ondulatoire, est généralement obtenue en diminuant, entres autres, la longueur d'onde de travail, ce qui nécessite des moyens technologiques évolués, plus précis et de plus en plus coûteux. Le principal défi consiste alors à contourner la limite de diffraction en vue d'extraire des informations sub-longueur d'onde. Sur des considérations théoriques, E.H. Synge [5] évoque dès 1928 la possibilité d'obtenir des

informations au-delà de la limite de diffraction et propose d'aller sonder optiquement le champ proche en utilisant une plaque métallique percée d'une ouverture nanométrique. Il aura fallu attendre un demi-siècle pour obtenir, dans le domaine des micro-ondes, une première validation expérimentale [6]. À la suite de cela, l'invention du microscope à effet tunnel en 1981 [7], du microscope optique à champ proche en 1983 [8] et du microscope à force atomique en 1985 [9] propulsent l'utilisation de la microscopie à sonde locale fondée sur des principes totalement novateurs, ce qui en fait des outils incontournables pour la caractérisation. La possibilité de dépasser la limite de diffraction en champ lointain est elle aussi envisageable. Nous pouvons citer la microscopie STED (stimulated emission depletion) élaborée par S. W. Hell et al. [10] dont le principe consiste à inhiber le processus de fluorescence dans les régions externes à l'excitation.

Plus récemment, les travaux de Chen et al. [4] évoquent la possibilité de générer une focalisation sub-longueur d'onde en champ proche. Mise en évidence dans le domaine optique, cette focalisation initialement nommée "jet photonique" est obtenue lors de l'interaction entre la lumière et une bille diélectrique de quelques micromètres. L'engouement initié suite à cette découverte se justifie par la possibilité de dépasser la limite de diffraction, ce qui offre indubitablement un grand nombre de perspectives et permet entre autres de réduire le coût associé à la technique employée.

Comme nous le verrons plus en détail dans le premier chapitre dédié aux jets photoniques, la configuration majoritairement utilisée fait intervenir une excitation par une onde plane en espace libre. Ceci constitue une problématique majeure en particulier si l'on souhaite réaliser un dispositif pouvant être mis en mouvement. Pour contourner ce problème certains travaux [11, 12] évoquent la possibilité d'obtenir de telle focalisation en utilisant des structures guidées. La première application à bénéficier d'une telle configuration concerne la gravure sub-longueur d'onde qui s'est développée en utilisant des

fibres optiques convenablement profilées [13]. L'intérêt d'utiliser des structures guidées a, de plus, été mis en évidence pour la détection et l'imagerie.

Les premiers travaux réalisés dans le domaine des micro-ondes [14], qui se trouvent être le point de départ de notre problématique, utilisent une structure guidée bidimensionnelle, mais dont la phase d'excitation est réalisée en espace libre. Ce projet de thèse se situe donc dans ce contexte particulier, et propose d'approfondir ces travaux avec l'ambition de développer une structure tridimensionnelle entièrement guidée. Ainsi en produisant une plus forte concentration électromagnétique et en limitant les pertes dues à la phase d'excitation, les performances du prototype seront nécessairement améliorées.

Par souci pédagogique, l'organisation de ce document suit une logique de complexification croissante, qui reflète en partie la chronologie de notre démarche d'investigation. Le premier chapitre consacré à l'état des connaissances actuelles relatives aux jets photoniques sera l'occasion de contextualiser nos travaux. Après avoir répertorié les méthodes numériques utilisées pour modéliser des situations faisant intervenir ce phénomène, nous évoquerons les différentes configurations conçues pour générer de telles focalisations. On évoquera certaines stratégies expérimentales développées pour confirmer les résultats numériques. La dernière section de ce chapitre se veut davantage pragmatique et propose de recenser les différentes applications mettant à profit les jets photoniques. En plus de retracer l'évolution propre aux jets photoniques, cette vue d'ensemble permet de mettre en évidence la pertinence de l'étude réalisée durant ce doctorat. La conclusion de ce chapitre sera l'occasion de situer nos travaux et d'explicitier la direction choisie pour répondre au mieux à la problématique de la thèse.

A la suite de ce premier chapitre, une étude numérique puis expérimentale relative aux structures guidées bidimensionnelles sera exposée. Le principal objectif applicatif de la thèse, à savoir la détection d'objet sub-longueur d'onde à travers des surfaces opti-

quement opaques, sera alors partiellement évoquée. Ce chapitre débute par l'introduction puis la description des formulations numériques utilisées pour ces travaux. On y explicite notamment l'intérêt des méthodes modales pour modéliser la structure produisant le jet photonique. Nous avons choisi de nous limiter à l'étude de trois méthodes :

- la méthode de résolution des équations de Maxwell en coordonnées curvilignes ou plus communément nommée la méthode-C.
- la méthode modale de Fourier (FMM) qui propose une démarche plus simple affranchie de fortes complexités mathématiques. Cette accessibilité, ainsi que sa polyvalence, font d'elle une méthode incontournable pour l'étude de la diffraction par des réseaux périodiques et ce malgré certaines limitations dues à la base utilisée.
- la méthode modale polynomiale (PMM), à la fois nouvelle et prometteuse, qui utilise comme base des polynômes orthogonaux.

Le chapitre 3 adaptera ces méthodes numériques (Méthode-C, FMM et PMM) au cas concret de structures guidées profilées générant des focalisations sub-longueur d'onde. La finalité de cette partie consiste à sélectionner une méthode numérique robuste, performante et la plus adaptée à notre problématique. Ainsi, une étude comparative des méthodes numériques utilisées permet de définir leur domaine de prévalence. Les modèles numériques ont ensuite été couplés à des méthodes d'optimisation en vue d'améliorer les caractéristiques du jet en recherchant la structure la plus adaptée.

Cette phase nous permet de mettre au point une nouvelle géométrie composée de plusieurs tronçons rectangulaires caractérisés par des dimensions spécifiques. La comparaison avec le profil elliptique, actuellement admis comme étant optimal, nous permettra d'apprécier les intérêts de cette nouvelle structure. Une réflexion concernant la procédure d'optimisation sera en outre évoquée. Enfin, ce chapitre, consacré au guide bi-plaque profilé, sera l'occasion de présenter le prototype d'étude et de valider expérimentalement

certaines résultats numériques. Cette partie sera enrichie par des considérations applicatives, à savoir l'utilisation d'une telle structure pour la détection.

L'objectif principal de cette étude étant de généraliser ces résultats à la dimension supérieure, le chapitre 4 est dédié à l'étude d'une structure entièrement guidée, dont le profil est directement inspiré des précédents travaux. Dans un premier temps, l'étude numérique réalisée avec un logiciel commercial nous permettront d'apprécier l'intérêt d'utiliser une antenne cornet chargée de Téflon spécifiée par une extension cylindrique. La validation expérimentale et son utilisation dans le cadre de la détection font ressortir le potentiel d'une telle structure, en particulier le fait de pouvoir détecter des objets non métalliques de taille dix fois inférieure à la longueur d'onde. Ainsi, nous présenterons les résultats concernant la détection de tiges sub-longueur d'onde insérées dans un bloc de polystyrène. Enfin, à l'instar du cas 2D, nous étudierons l'impact sur les performances du jet de l'ajout d'un tronçon supplémentaire.

Chapitre 1

Étude bibliographique relative au jet photonique

Après avoir simulé dans le domaine optique l'interaction entre un cylindre diélectrique infini de diamètre micrométrique et une onde plane incidente, Chen et al. [4] montrent la possibilité d'obtenir une focalisation en champ proche caractérisée entre autres par une largeur à mi-hauteur inférieure à une demi-longueur d'onde.

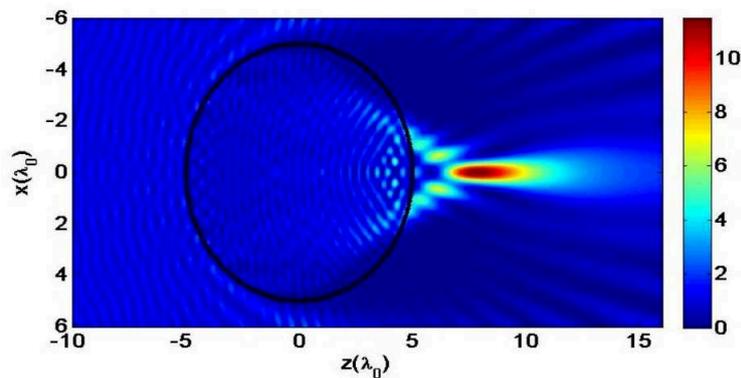


FIGURE 1.1 – Distribution du jet photonique généré par un cylindre diélectrique

($n=1,3$) [14]

C'est dans ce contexte qu'émerge, pour la première fois la notion de "jet photonique" illustrée à la figure 1.1. Bien que la mise en évidence, d'une telle focalisation soit établie en

2004 [4], on retrouve dès 2001, des travaux expérimentaux qui montrent l'intérêt d'utiliser des billes pour améliorer, par exemple, les performances lors de la gravure [2, 3]. Néanmoins ce n'est qu'à partir des travaux de 2004 qu'un grand nombre d'études émergent en vue d'utiliser les caractéristiques surprenantes des jets photoniques dans diverses applications. Les efforts réalisés en vue d'améliorer les caractéristiques de cette focalisation, sont principalement motivés par le besoin :

- d'augmenter le facteur d'amélioration (F_a) défini à partir de l'amplitude maximale de la focalisation.
- de réduire la largeur à mi-hauteur (FWHM).
- de maîtriser la position du jet (z_{max}).

Des travaux récents montrent par exemple la possibilité d'obtenir une largeur à mi-hauteur sept fois inférieure à la longueur d'onde [15].

Afin de situer nos travaux dans le contexte actuel, l'inventaire des différents procédés générant une focalisation sub-longueur d'onde en champ proche sera synthétisé dans ce premier chapitre. Bien que l'ordre puisse parfois être différent, une recherche théorique, une validation expérimentale et le développement d'applications, constituent le schéma classique utilisé lorsque l'on souhaite approfondir l'étude d'un phénomène physique. En suivant ce scénario constitué de ces trois phases, ce chapitre expose l'état de l'art actuel propre à l'étude des jets photoniques. Dans un premier temps, l'accent sera mis sur les moyens numériques permettant de simuler de telles focalisations. Ensuite nous évoquerons les différentes études numériques menées, conduisant à l'amélioration des caractéristiques du jet, notamment l'exploration des différentes géométries possibles. Par ailleurs, les configurations d'excitation seront également évoquées. On distinguera l'interaction réalisée en espace libre de celle provoquée dans des structures guidées. La dernière section du chapitre, sera quant à elle focalisée sur les exploitations variées des jets photoniques. À la fin

de ce panorama relatif aux jets photoniques, nous expliciterons nos choix qui ont fixé le cap spécifique de cette thèse.

1.1 Modélisation

La simulation électromagnétique d'un problème passe par la résolution des équations de Maxwell en tenant compte des conditions aux limites propres à la configuration étudiée. La complexité des structures, et le besoin de minimiser les erreurs, ont incité différents acteurs à développer des outils et modèles avec plus ou moins d'approximations.

Toute modélisation électromagnétique débute par la formulation du problème, ce qui revient à choisir la forme d'expression la plus adaptée des équations de Maxwell. On rappelle que le domaine de solutions choisi pour la formulation, caractérise la méthode qui sera soit temporelle soit fréquentielle (spectrale) [16]. Ce dernier cas est plus adapté pour étudier les milieux dispersifs et l'obtention simplifiée de certains paramètres physiques tels que l'impédance ou les coefficients de réflexion. Les problèmes non linéaires, non stationnaires ou à large bande sont difficiles à mettre en œuvre dans le domaine fréquentiel, ce qui n'est pas le cas pour les méthodes temporelles.

Parmi les techniques utilisées pour étudier la capacité de certaines structures à générer des jets photoniques, on remarque la prépondérance de certaines méthodes numériques. Les publications scientifiques disponibles sur le sujet, font essentiellement ressortir trois méthodes numériques.

Que ce soit à partir de codes développés en propre [4, 17] ou en s'appuyant sur des logiciels commerciaux tel que Lumerical [18], la méthode des différences finies en domaine temporel (FDTD), en fait partie. La FDTD [19, 16, 20], est une méthode temporelle élaborée en 1966 par K. Yee [19]. Elle consiste à discrétiser les équations décrivant le

phénomène que l'on souhaite étudier, en l'occurrence les équations de Maxwell. La FDTD approche les équations aux dérivées partielles par des différences finies et introduit un maillage spatio-temporel qui a l'avantage d'être relativement simple à mettre en œuvre et permet de décrire des situations très variées. La contrainte du système de coordonnées sur la discrétisation rend cette méthode difficilement appréciable pour des géométries à fortes distorsions. En outre, étant basée sur une étude en volume, l'utilisation d'outil de calcul puissant est souvent nécessaire pour simuler convenablement le phénomène [16, 20].

On trouve également l'utilisation significative de logiciels basés sur les éléments finis (FEM) tel que Comsol [21] ou CST [22, 23]. La FEM [24, 25, 16, 20], dont la formulation est développée dans le domaine fréquentiel, consiste dans un premier temps à discrétiser l'espace d'étude en sous-domaines, que l'on nomme éléments ou mailles, dont les frontières sont deux à deux communes. Un certain nombre de points, nommés noeuds, sont définis sur les frontières de chaque élément. On obtient dans chacune des mailles un ensemble de systèmes d'équations linéaires dont les inconnues correspondent aux champs que l'on souhaite déterminer. L'absence d'informations au niveau de chaque frontière de l'élément ne permet pas de résoudre localement le système d'équations. On réalise donc un assemblage matriciel des systèmes d'équations linéaires propres à chaque élément, que l'on complète avec les conditions aux limites globales. Du fait d'introduire un maillage indépendant du système de coordonnées, la FEM s'adapte à différentes géométries plus ou moins complexes, mais que l'approche volumique de la méthode introduise des temps de calcul longs voire prohibitifs pour des situations complexes.

Enfin, l'interaction d'une onde plane éclairant un objet cylindrique ou sphérique, mise en évidence dans les premiers travaux, oriente certains acteurs vers l'utilisation de la théorie de MIE [26, 27] et son extension développée par L. Y. Xu [28] connue sous l'appellation Generalized Multiparticle Mie (GMM) [17, 29]. En 1908 G. Mie [30] établit, dans le vi-

sible, une solution analytique de la diffusion de particules d'or de forme sphériques. En effet, la séparation des variables dans un système de coordonnées sphériques, permet de transformer l'équation aux dérivées partielles en trois équations différentielles ordinaires. Ainsi, après un certain nombre de développements mathématiques complexes [31, 32], il devient possible d'exprimer le champ électromagnétique issu de l'interaction entre l'onde et la particule sphérique dans chacun des milieux. Ce champ est obtenu à partir d'un développement en série d'harmoniques sphériques pondérées par des coefficients [31, 32]. En appliquant les conditions de continuité des champs tangentiels sur la frontière de la sphère, il est possible de mettre en relation les différents coefficients de diffusion et donc de déterminer leurs expressions. Bien que l'on puisse considérer que les particules soient de forme sphérique, ces dernières ont tendance à former des agrégats, structures non prises en compte dans le formalisme développé par Mie. C'est pour répondre à cette difficulté que Xu [28, 33] développe une généralisation de la théorie de Mie pour un ensemble de sphères qu'il nomme Generalized Multiparticle Mie (GMM). En appliquant la GMM, Chen et al. [29] étudient l'effet de la présence d'une particule placée dans un jet photonique généré par une première sphère. Une des limitations de la théorie de Mie et de la GMM concerne la forme des objets, qui doit être sphérique ou ellipsoïdale.

Cependant, le besoin de s'affranchir des limitations géométriques propres à la théorie de Mie, amène d'autres auteurs [34] à s'orienter vers des méthodes utilisant une discrétisation volumique à l'instar de l'approximation dipolaire discrète (DDA) élaborée par Purcell en 1973 [35]. En étudiant l'interaction entre une onde lumineuse et des agrégats moléculaires, H. DeVoe introduit les prémices de la DDA [36]. Son étude limitée à des objets ayant des dimensions faibles devant la longueur d'onde a été étendue et généralisée à des objets de plus grandes tailles par Purcell en 1973 [35]. Cette méthode approche l'objet que l'on souhaite étudier par un ensemble discret de dipôles, dont la distance les séparant

les uns des autres est inférieure à la longueur d'onde. Le champ total rayonné correspond à la somme des rayonnements élémentaires produits par chaque dipôle [37, 38].

Enfin, bien qu'elle soit peu utilisée pour modéliser la génération de jets photoniques, il semble opportun de signaler les travaux basés sur une approche intégrale [39, 14]. En utilisant une formulation intégrale des équations de Maxwell, il est possible, via la seconde identité de Green, d'exprimer le champ à l'intérieur d'un domaine à partir des informations en surface [40]. La discrétisation de cette dernière, via la méthode des éléments de frontière, permet de résoudre le problème numériquement. En réduisant d'une dimension la discrétisation, le temps de calcul est fortement réduit, ce qui a permis, dans le cadre des jets photoniques, de rendre possible l'optimisation de la géométrie de l'extrémité d'un guide d'onde profilé [39, 41]. Bien qu'elle soit robuste et rigoureuse, cette méthode est dépendante de la géométrie et nécessite la connaissance de notions mathématiques avancées.

1.2 Structures étudiées

Lorsqu'on répertorie l'ensemble des travaux réalisés dans ce domaine, il est évident que la majorité des études concerne l'interaction entre une onde et un objet. Néanmoins d'autres travaux, encore peu nombreux [11, 12, 13, 39], proposent de ne plus travailler en espace libre, et se focalisent sur la génération de jets photoniques via des structures guidées. Ils s'intéressent principalement à l'effet de la source (type d'onde excitatrice), mais également aux propriétés physiques de l'objet (diélectrique, métallique, homogénéité, ...) ainsi qu'à sa géométrie (structure guidante, profil de l'embout). Toutes ces caractéristiques sont autant de degrés de liberté qui peuvent être mis à profit pour optimiser et adapter la qualité requise du jet photonique pour une application précise. Cette section sera donc

subdivisée en deux sous-parties. Après avoir exposé les résultats obtenus en espace libre, nous évoquerons donc les quelques travaux consacrés aux structures guidées.

1.2.1 Configuration en espace libre

Réalisés à l'aide de la FDTD en deux dimensions, les travaux de Chen et al. [4] amorcent cette thématique en utilisant un cylindre de longueur infinie (1.2).

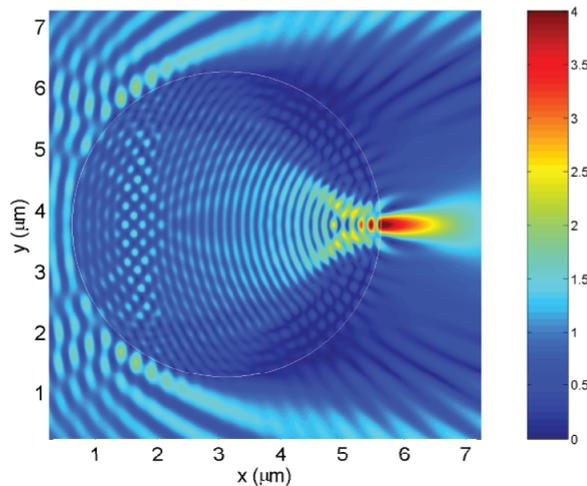


FIGURE 1.2 – Simulation FDTD du jet photonique généré par un cylindre infini d'indice $n=1,7$ de diamètre $d = 5\mu m$ éclairé par une onde plane avec $\lambda = 500nm$ [4].

Dès l'année suivante il est proposé d'utiliser la méthode de Mie pour étudier rigoureusement l'interaction avec une sphère diélectrique [26, 27]. La rapidité de cet algorithme permet d'étudier le comportement du jet photonique en fonction de plusieurs paramètres dont la longueur d'onde, le rayon et l'indice de réfraction. Il en ressort entre autres, la possibilité de générer des focalisations aussi bien pour des billes à faible rayon ($R \approx \lambda$) ou bien plus large ($R \geq 20\lambda$). Néanmoins, il est nécessaire d'adapter alors l'indice optique de la bille qui évolue de $n=1,6$ à $n=2$. D'autres travaux [29], utilisent la GMM et montrent l'amélioration de la rétro-diffusion d'une bille nanométrique placée au niveau du jet photonique, lui même généré par un diélectrique sphérique d'indice $n = 1,73$ et

de rayon $r = 3$. Ces résultats, obtenus pour une longueur d'onde de travail $\lambda = 300nm$, montrent une amélioration supérieure à 7 ordres de grandeurs, par comparaison avec la rétro-diffusion de Rayleigh. En vue de paralléliser l'utilisation des jets sur une surface plus étendue, un assemblage planaire de billes diélectriques est proposé [42].

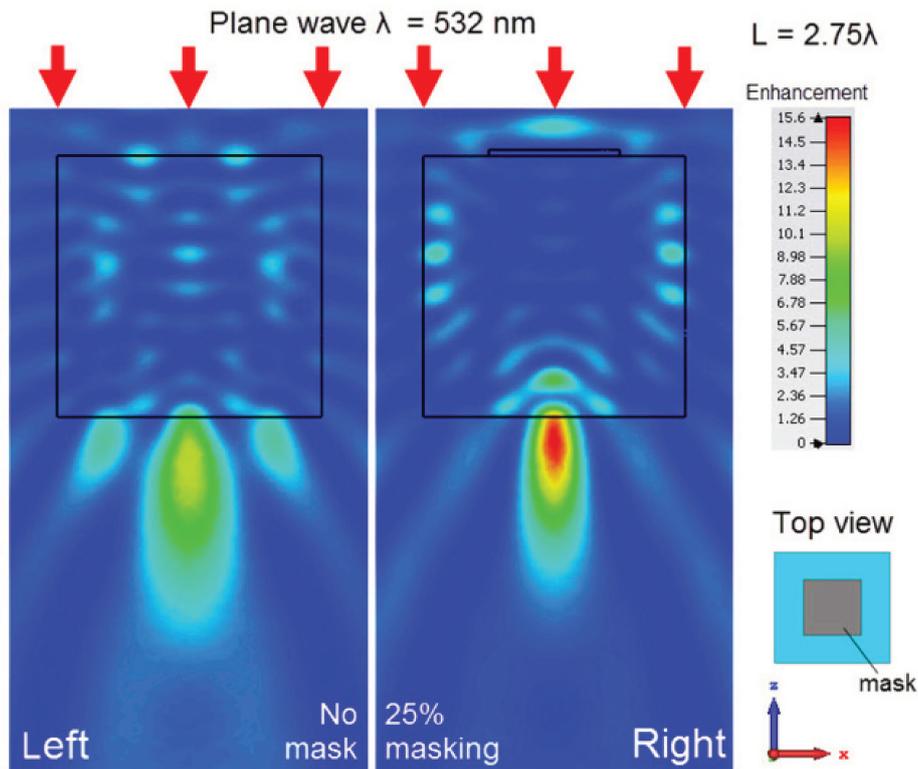


FIGURE 1.3 – Étude de l'effet sur la distribution de l'intensité du champ électrique, d'un masque de 25% disposé sur la face éclairé d'un cuboïde de côté $L = 2,75\lambda$. [43].

En 2009, Kong et al. [44] s'intéresse à l'influence d'une variation d'indice à l'intérieur de la sphère. Par comparaison avec une sphère homogène, les résultats obtenus via la FDTD montrent une amélioration significative de la longueur utile du jet photonique (de 1 à près de 20 fois la longueur d'onde). Ceci permet donc de sonder sur une plus grande profondeur. En dehors du cas sphérique ou cylindrique, d'autres formes utilisées peuvent générer des jets photoniques, dont des ellipsoïdes [45], des objets de formes cubiques

[22, 46] ou encore coniques [47].

En outre, comme illustrée à la figure 1.3 certains résultats pertinents mettent en évidence l'amélioration des caractéristiques du jet par l'ajout d'un cache métallique centré en amont d'un cube diélectrique [43]. Les performances optimisés pour le cube recouvert en entrée d'une pupille recouvrant 25% de la face éclairée, montrent une amélioration de 20% sur la FWHM. L'intensité du champ électrique est accréditée d'une amplification avoisinant 49%.

L'ensemble des travaux cités sont réalisés aussi bien en hyperfréquence qu'en optique. Toutefois, il est intéressant de noter que ce phénomène est également mis en évidence dans le domaine acoustique en utilisant aussi bien des structures sphériques [48] que cubiques [49].

1.2.2 Structures guidées

Comme nous venons de le voir, la grande majorité des travaux disponibles sur les jets photoniques aborde l'interaction en espace libre entre une onde plane et un objet de forme quelconque. L'un des inconvénients majeurs de telles configurations réside dans la manipulation de l'objet et limite fortement le champ d'application. Pour répondre à la problématique de manipulation, certains auteurs [50] proposent d'utiliser le piégeage optique pour déplacer l'objet ce qui permet une utilisation dynamique.

Une autre alternative, dont un exemple est illustré à la figure 1.4, consiste à utiliser une structure guidée pour générer les jets photoniques [11, 12, 13, 39]. Bien que ces travaux soient peu nombreux, ils offrent un grand nombre de perspectives liées entre autres à la possibilité de réaliser des dispositifs mobiles.

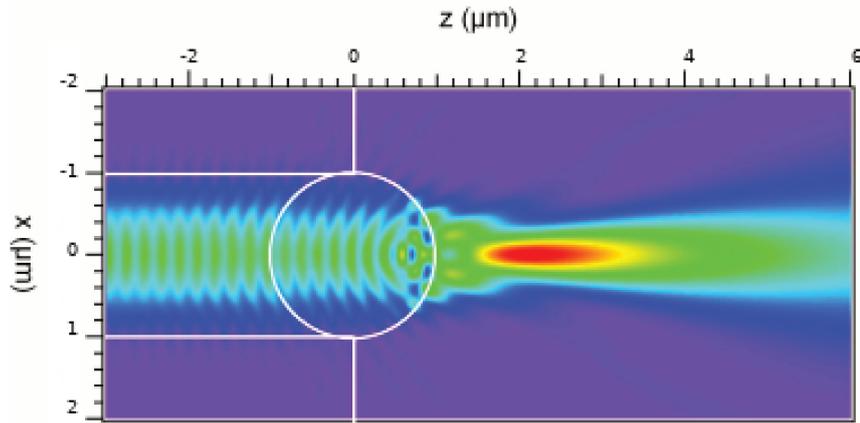


FIGURE 1.4 – Modélisation FDTD à $\lambda = 633nm$ de la distribution du champ électrique dans l'eau produit par un fibre optique GeSiO₂-FSiO₂ ($n_{coeur} = 1,49$, $n_{gaine} = 1,43$) terminée par une sphère en polystyrène ($n_{poly} = 1,59$) de diamètre $2\mu m$. [11].

1.3 Applications et utilisations des jets photoniques

Après avoir recensé les différentes méthodes numériques et les structures pertinentes à l'origine de jets photoniques, nous allons désormais mentionner les opportunités applicatives évoquées dans la littérature. L'intérêt relatif aux jets photoniques, de plus en plus manifeste, fait émerger des applications extrêmement variées (inspection, détection, gravure,...), qui affectent positivement un partie non négligeable du domaine scientifique (biologie, médical, industrie, recherche fondamentale...). L'intérêt ne peut que grandir dans la mesure où des travaux récents montrent la possibilité d'obtenir une FWHM d'environ $\frac{\lambda}{7}$ [15].

1.3.1 Nanofabrication

L'évolution des techniques de gravure utilisant les jets photoniques est particulièrement intéressante, en particulier du point de vue du procédé utilisé pour générer la dite focalisation via des microsphères diélectriques (figure 1.5). Ainsi, en utilisant un faisceau

laser ($\lambda = 1064nm$) excitateur de $70\mu m$ de diamètre, il est possible de réaliser une gravure sur du silicium et d'obtenir un faisceau de taille latérale proche de $1,3\mu m$ et ainsi réduire d'un facteur 40 la résolution de gravure [51].

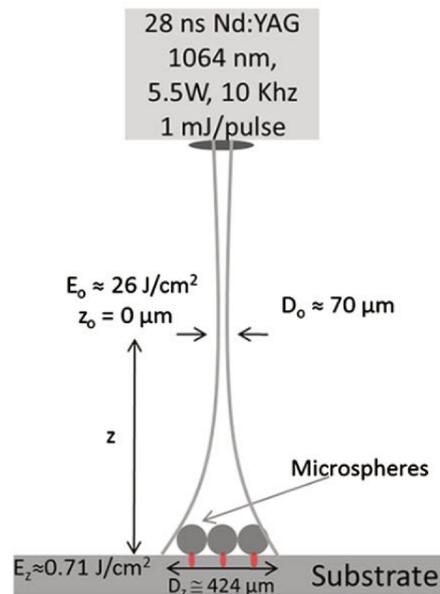


FIGURE 1.5 – Schéma de principe relatif à la gravure laser utilisant des microsphères permettant de réduire d'un facteur 40 la résolution latérale de gravure. [51].

L'une des motivations majeures concernant cette thématique est le souhait, entre autres, de développer un dispositif flexible. Pour répondre à cet enjeu, certains auteurs [52, 13] utilisent une fibre optique multimode, dont l'une des extrémités est profilée. Les dimensions des gravures obtenues sont inférieures à la demi-longueur d'onde, ce qui ouvre des perspectives industrielles prometteuses.

Une autre application de la nanofabrication souhaitant mettre à profit les caractéristiques des jets photoniques est la photolithographie. Cette technique consiste à déposer une résine photosensible sur un substrat, puis, après insolation, de s'en servir comme masque pour pouvoir procéder à la gravure proprement dite du motif désiré. L'intérêt d'utiliser les jets photoniques est similaire à la gravure en général, et correspond au souhait d'obtenir une meilleure résolution. Cependant, l'insolation de la résine sur toute

son épaisseur nécessite d'obtenir des jets photoniques ayant une longueur suffisamment grande. La focalisation peut ainsi être utilisée pour réaliser des trous isolés, des motifs périodiques à l'aide de réseaux de sphères ou des motifs arbitraires en faisant varier l'angle de la source par rapport au plan défini par la résine sur laquelle est déposée la micro-sphère. En plus de l'augmentation de la complexité des motifs, l'intérêt des lobes secondaires du jet photonique permet de réaliser une nanolithographie tridimensionnelle en une seule étape [53, 54].

D'un point de vue général, une des contraintes souvent évoquée, dans le cadre de la nanofabrication, est le besoin de déplacer les objets pour réaliser les formes souhaitées. Parmi les options utilisées, nous avons déjà cité le développement de structures guidées. Une alternative serait d'utiliser des pinces optiques [50]. L'utilisation des jets photoniques permet par exemple de piéger des objets inférieurs à 100 nm avec une source optique adéquate [55]. En outre, les travaux de Y. Li et al. [56], élargissent cette performance en utilisant plusieurs billes à l'extrémité d'une fibre optique. Ceci permet de piéger un ensemble de nanoparticules, mais aussi des cellules biologiques. Outre l'intérêt pour le piégeage optique, ces travaux traitent de la détection, application qui sera exposée dans un prochain paragraphe.

1.3.2 Stockage optique

Les développements de diverses stratégies, en particulier technologiques ont produit des moyens de stockage de plus en plus élaborés. L'objectif est de pouvoir stocker d'avantages d'information, dans des dispositifs de plus en plus compacts. Parmi les différents procédés de stockage analogique (bandes magnétiques, ..) ou numérique (flash,..) nous allons nous intéresser aux stockages optiques. Le fonctionnement est basé sur l'utilisation d'un codage numérique limité par la diffraction. L'augmentation de la quantité de

stockage a pu être effective en diminuant la valeur de la longueur d’onde de travail (CD ($\lambda = 780nm$), DVD ($\lambda = 650nm$), le Blu Ray ($\lambda = 405nm$)). On comprend donc assez aisément la pertinence de vouloir utiliser les jets photoniques pour le stockage. C’est ainsi qu’en 2008, cette éventualité a été numériquement (FDTD) et expérimentalement réalisée dans le domaine des micro-ondes (figure 1.6), par Kong et al. [57, 58].

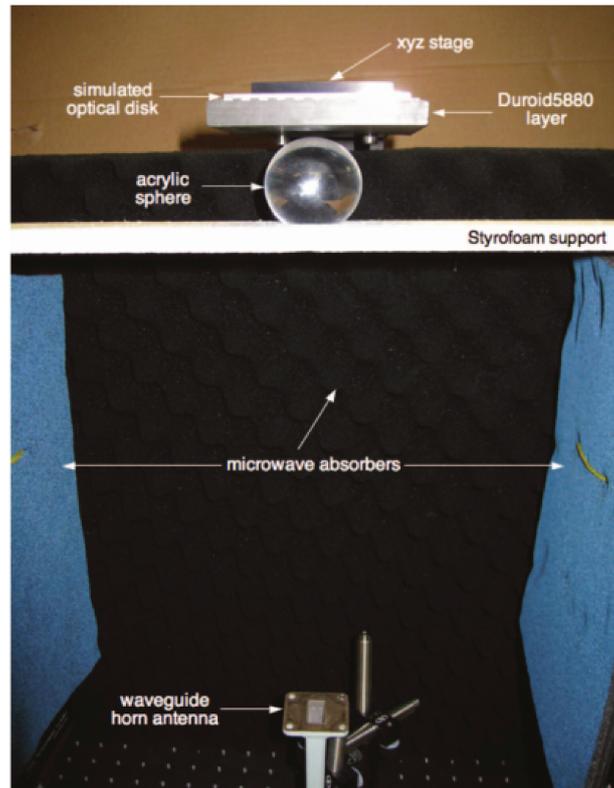


FIGURE 1.6 – Photographie du banc de mesure expérimental relative [58].

Il en ressort la possibilité de détecter des alvéoles de surface avoisine $0,025\lambda^2$, soit près de 10 fois inférieure au dispositif Blu Ray. Les résultats obtenus offrent un meilleur contraste entre le creux et le plat en comparaison avec les dispositifs à lentilles [57]. Comparés à l’état actuel, ces travaux mettent l’accent sur la potentialité d’augmenter significativement la capacité de stockage de données. Cependant la position du jet en champ proche, nécessite d’utiliser un mécanisme de rétroaction très précis. De plus, pour rivaliser avec le stockage 3D, il est nécessaire de développer des jets photoniques plus

longs, ce qui, comme nous le verrons, dans la suite de notre travail, élargit la FWMH.

1.3.3 Nanoscopie

Principal organe nous permettant de sonder notre environnement, l'oeil est assez rapidement confronté à ses limites. L'envie d'observer au-delà de notre vision amène différents acteurs à développer des outils variés de plus en plus sophistiqués. Parmi ces nombreuses propositions, soulignons notamment la contribution non négligeable des microscopes qui débute avec le microscope photonique (ou optique) conventionnel. Les différentes évolutions introduites pour perfectionner le microscope se heurtent à une limite intrinsèquement liée à l'aspect ondulatoire des sources utilisées : à savoir une radiation électromagnétique issue du spectre visible. E. Abbe établi en 1873 [59] une formule qui prédit une résolution maximale de l'ordre d'une demi-longueur d'onde. Les considérations théoriques de Louis De Broglie [60] relatives à l'aspect ondulatoire d'électrons en mouvement et la confirmation expérimentale par Davisson et Germer en 1927 [61] ouvrent de nouvelles perspectives d'étude. À travers cette dualité onde-corpuscule, Knoll et Ruska proposent une approche novatrice qui consiste à utiliser des faisceaux de radiations corpusculaires comme source, la longueur d'onde définie par De Broglie est associée à l'impulsion des électrons, et permet d'atteindre actuellement des résolutions nanométriques.

Indépendamment du microscope électronique, les efforts fournis, en vue d'accroître la résolution des microscopes photoniques, parviennent à proposer des approches variées. Pour répondre à certaines problématiques associées aux propriétés de milieux biologiques, le microscope optique par fluorescence ou l'utilisation de lentille à immersion solide [62] offrent des améliorations. En outre, parmi les microscopes à haute résolution qui proposent de contourner la limite de diffraction, on peut citer le microscope optique en champ proche (SNOM) qui utilise la détection des ondes évanescentes confinées au voisinage de

l'observation [8]. L'utilisation d'objets solides pour augmenter la résolution en imagerie est une alternative évoquée dès 1990 [62] avec la microscopie SIL (Solid Immersion Lens). Par analogie avec les lentilles optiques, il est possible de considérer que la focalisation des jets photoniques correspond à un foyer, mais dont les focales sont relativement courtes. Mais contrairement au cas classique, en plus d'être liée à la réfraction, l'origine du foyer est aussi liée à la diffraction [63]. En comparaison avec la microscopie SIL, l'intérêt des jets photoniques est multiple, en plus d'obtenir une meilleure résolution et un grossissement plus élevé, la distance de travail est plus longue [64, 65]. Dans le domaine du visible, l'imagerie assistée par jet photonique (figure 1.7) a permis d'obtenir une résolution latérale de 50 nm [66] soit d'environ $\frac{\lambda}{7}$. Dans ce cadre, il existe un grand nombre de travaux et de subtilités propres à cette thématique qui dépasse l'objectif des travaux de cette thèse.

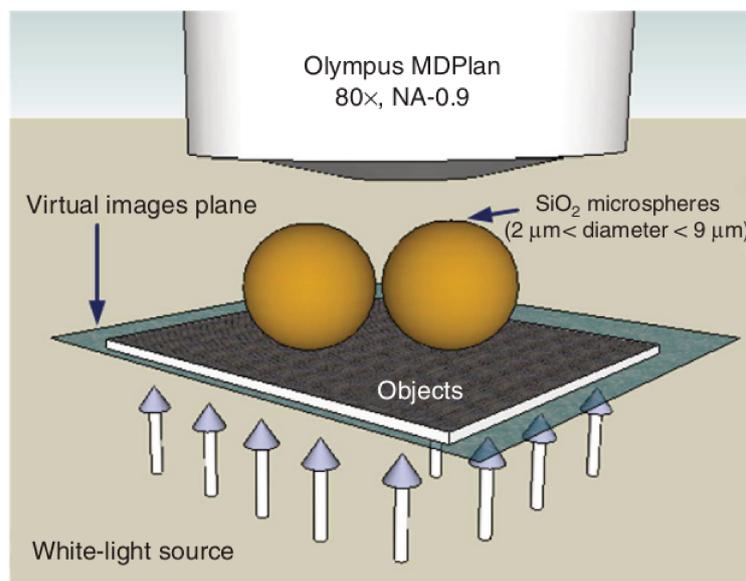


FIGURE 1.7 – Schéma de principe du nanoscope à lumière blanche, fonctionnant en transmission [66].

Parmi les alternatives de super-résolution, certaines sont basées sur la fluorescence, telle que le microscope STED (pour stimulated emission depletion) [10] ou le microscope PALM (pour photoactivated localization microscopy) [67]. Des travaux relatifs à la fluo-

rescence, réalisées par Lecler et al. [68], montrent l'intérêt des jets photoniques sur la fluorescence par excitation à deux photons. Bien que le phénomène soit non linéaire, les résultats montrent une amélioration significative (gain dépassant 30%) en particulier pour une solution de rhodamine B. Par la suite, D.Gérard et al. [69] confirment l'influence des jets photoniques lors de la détection par fluorescence de molécule unique. En comparaison avec la microscopie confocale, le gain est multiplié par 5. Ces travaux ont d'ailleurs abouti au développement d'un système de détection faible coût [70] et hautement performant pour la détection de molécule unique via la spectroscopie de corrélation par fluorescence. Ceci a été possible en combinant une microsphère de latex avec une lentille à faible ouverture numérique (Figure 1.8). Afin de pouvoir être appliquée à des solutions faiblement concentrées, ce principe a été parallélisé en disposant non plus une microsphère, mais un assemblage bidimensionnel de microsphères [71].

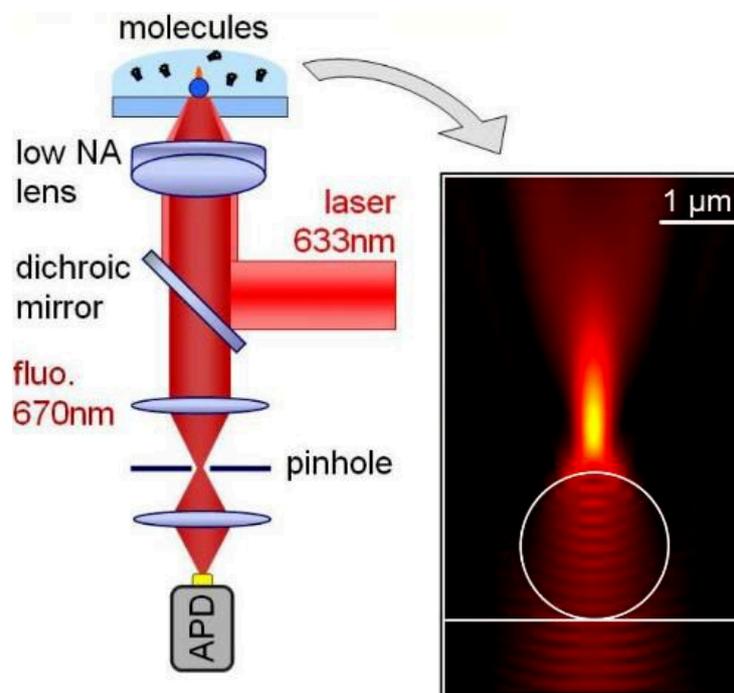


FIGURE 1.8 – Schéma de principe de la détection de molécule unique améliorée par une microsphère [69].

Citons également la spectroscopie Raman qui étudie non seulement la vibration et la

rotation de molécules présentes dans un matériau, mais permet également de caractériser la composition chimique et de quantifier ses composants. En disposant des billes de silice sur un substrat de silicium, K.J. Yi et al. [72], observent l'amélioration de la diffusion Raman associée au silicium, et justifie cela par la présence d'un champ proche localisé ayant des caractéristiques dépassant la limite de diffraction. Le jet photonique produit par une matrice de billes micrométriques de silice contribue donc à l'amélioration des techniques actuelles de caractérisation de surface. Une des limites de la diffusion Raman concerne cependant l'étude de molécule unique ou faiblement concentrée. Différentes approches sont mises en œuvre pour contourner cette contrainte : on peut en particulier citer la diffusion Raman exaltée de surface (SERS). Cette procédure utilise des surfaces métalliques nanostructurées pour amplifier la signature Raman décrivant la réponse vibrationnelle du milieu faiblement concentré. Cette amélioration électromagnétique est attribuée aux résonances de plasmon de surface localisées sur les nanostructures métalliques. Toutefois, le réchauffement métallique peut malheureusement endommager les molécules à analyser [73]. Pour contourner cette difficulté, certains chercheurs utilisent des structures diélectriques, et montrent qu'en présence de jet photonique, la signature est améliorée avec un rapport signal sur bruit très élevé [73, 74].

1.3.4 Détection et caractérisation

La détection concernera la dernière application exposée dans ce chapitre. C'est la première à être mise en évidence dans les travaux de Chen [4]. Réalisés dans le domaine du visible, ces travaux indiquent entre autres qu'en présence du jet photonique, la rétrodiffusion des particules nanométriques est améliorée. L'augmentation d'un facteur 5×10^4 de la rétrodiffusion des particules de diamètre avoisinant les $5nm$ montre que le jet photonique révèle la présence d'objets de tailles 60 fois inférieure à la longueur d'onde [4, 17, 29]. Afin

de valider les résultats numériques, Heifetz et al. [75] mettent au point une expérience dans le domaine des micro-ondes (30 GHz, $\lambda = 1\text{cm}$). Ces travaux montrent la capacité de détecter des particules métalliques sphériques de l'ordre d'un millimètre, soit $\frac{\lambda}{10}$. En outre, les résultats obtenus expérimentalement sont quantitativement comparables à la simulation.

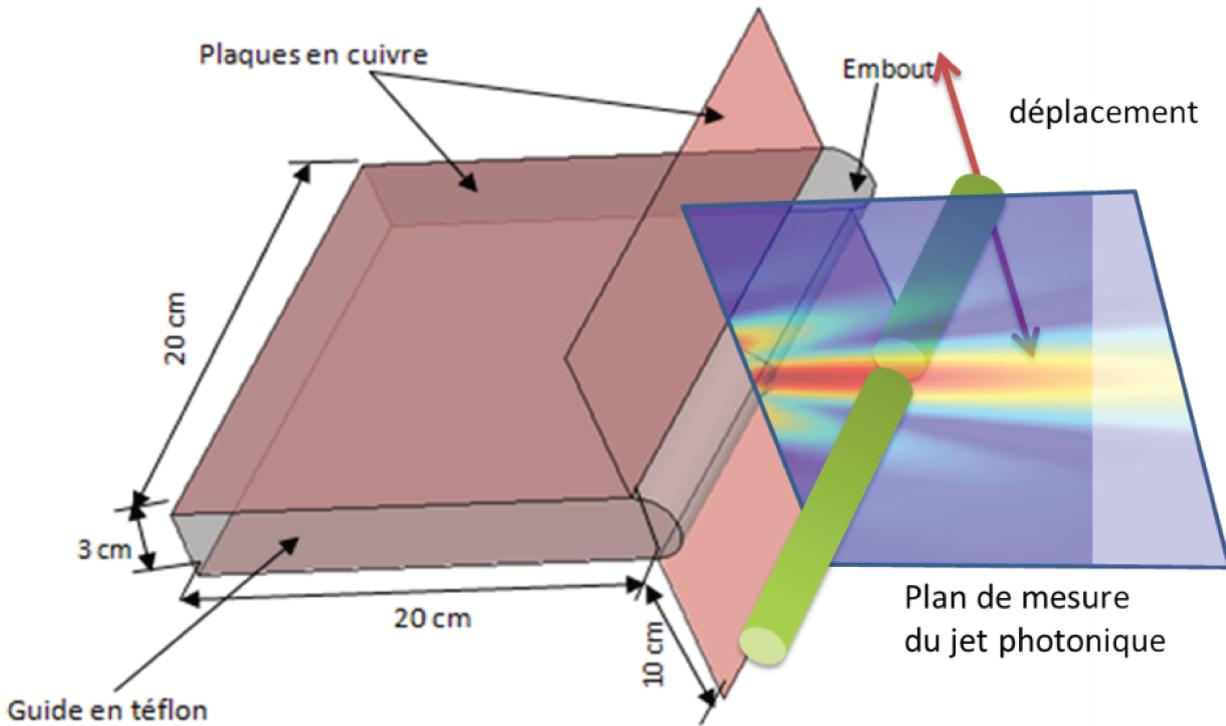


FIGURE 1.9 – Illustration d'une structure générant un jet photonique et détectant un objet en interaction avec le jet [14]

L'extension du phénomène aux structures guidées, pour toutes les gammes de fréquences [11, 12], permet d'asseoir de nouvelles orientations, en particulier la réalisation d'un dispositif dédié à l'imagerie et à la détection [14]. Il a ainsi été possible de détecter des tiges métalliques 100 fois plus petites que la longueur d'onde [14]. L'intérêt d'une telle structure pour la détection, illustrée à la figure 1.9, amène ces acteurs à approfondir cette thématique.

1.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de poser les bases relatives aux jets photoniques et de faire un tour d’horizon des travaux réalisés dans ce domaine. L’objectif est de nous situer par rapport aux recherches et orientations actuelles. Afin de faire la transition avec la suite de notre manuscrit, nous allons expliciter le cap choisi pour répondre à la problématique liée à cette thèse. Nous avons choisi de suivre le schéma classique évoqué précédemment, ce qui nous amène à devoir définir la méthode numérique ainsi que la configuration de la structure choisie, sa validation expérimentale et les finalités applicatives qui mettent à profit la taille du faisceau dépassant la limite de diffraction.

Comme mentionné dans le sujet de thèse, l’aspect pratique des jets photoniques obtenus est essentiellement lié à la détection et l’imagerie d’objet sub-longueur d’onde. L’accent sera en particulier mis sur la détection à travers des surfaces optiquement opaques. Pour réaliser ce projet et afin de développer un dispositif facilement transportable, nous avons choisi d’étudier une structure guidée profilée. L’étude sera dans un premier temps menée en deux dimensions afin d’établir une base solide pour concevoir ensuite un dispositif 3D. Parmi les différentes approches numériques possibles, nous avons choisi d’utiliser des méthodes modales. Ce choix est motivé par le souhait de réduire les temps de calcul, ce qui sera largement mis à profit dans la recherche des formes géométriques optimisées. Afin de valider les résultats numériques, nous avons utilisé les éléments et dispositifs disponibles dans le laboratoire. Les mesures sont donc réalisées dans le domaine des micro-ondes et se basent sur le banc de mesure réalisé par B. Ounnas [14].

Chapitre 2

Résolution numérique des équations de Maxwell : Méthodes modales

2.1 Introduction

La recherche de la réponse électromagnétique d'une structure simple ou complexe passe par la résolution des équations de Maxwell. Dans certains cas simples, les solutions à ces équations sont analytiques mais en général une résolution numérique s'impose. Nous nous sommes intéressés aux méthodes dites modales particulièrement adaptées pour décrire le comportement du champ électromagnétique à travers des structures périodiques ou non. Dans ce chapitre on se place selon le point de vue du physicien pour exposer les ingrédients mathématiques nécessaires à la compréhension de cette méthode. Il n'est pas question ici de revenir avec la rigueur que serait celle d'un mathématicien sur les fondements théoriques, et les cadres de convergence des schémas numériques dont il sera question. Nous nous autorisons donc une souplesse dans notre exposé afin de permettre aux lecteurs de reproduire nos résultats numériques avec une certaine aisance.

2.2 Cas général des méthodes modales : équations de Maxwell et équations aux valeurs propres

Dans ce paragraphe, nous présentons le formalisme général, permettant de passer des équations de Maxwell à un système aux valeurs propres. Les équations modales ne peuvent pas être obtenues dans tous les cas, ainsi dans ce paragraphe, nous mettons en avant les hypothèses ou conditions permettant d'établir ces équations modales.

2.2.1 Équations de Maxwell et relations constitutives

Nous démarrons par les équations de Maxwell sous forme covariante, car sous cette forme, les équations ne dépendent pas du système de coordonnées. Ainsi ce formalisme permettra d'introduire assez aisément, d'autres outils comme les couches parfaitement absorbantes (perfectly matched layers (PMLs)) à travers les coordonnées complexes.

Considérons que notre espace à trois dimensions est muni d'une base $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$. Les équations de Maxwell sous forme covariante en tout point de coordonnées (x^1, x^2, x^3) , en régime harmonique s'écrivent :

$$\xi^{ijk} \partial_j H_k = i\omega D^i, \quad (2.1a)$$

$$\xi^{ijk} \partial_j E_k = -i\omega B^i \quad (2.1b)$$

où l'on suppose que la dépendance temporelle s'exprime par le facteur $e^{i\omega t}$, ω désignant la fréquence angulaire, $i, j, k = 1, 2, 3$, et $\partial_j = \partial/\partial x^j$. Le paramètre ξ^{ijk} est le tenseur de Levi-Civita. E_k désigne une quelconque composante covariante du champ électrique, H_k une quelconque composante covariante du champ magnétique, D^i et B^i sont respectivement les composantes contravariantes des vecteurs densité de flux électrique et magnétique. Les équations de Maxwell (2.1), sont accompagnées des relations dites constitutives du milieu

qui s'écrivent :

$$D^i = \varepsilon^{ij} E_j, \quad B^i = \mu^{ij} H_j, \quad (2.2)$$

ε^{ij} et μ^{ij} , désignent les tenseurs contravariants de permittivité et de perméabilité du milieu. La permittivité relative ε_r^{ij} et la perméabilité relative μ_r^{ij} sont définies par :

$$\varepsilon_r^{ij} = \frac{\varepsilon^{ij}}{\varepsilon_0}, \quad \mu_r^{ij} = \frac{\mu^{ij}}{\mu_0}, \quad (2.3)$$

où ε_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité et la perméabilité du vide. Mais dans la suite de ce document et pour des raisons de fluidité, les paramètres ε_0 et μ_0 seront par moment omis. Ainsi, ε^{ij} et μ^{ij} désigneront les paramètres relatifs du milieu en question :

$$\varepsilon^{ij} := \varepsilon_r^{ij}, \quad \mu^{ij} := \mu_r^{ij}, \quad (2.4)$$

2.2.2 Équations modales dans le cas général d'un problème en dimension 3

L'objectif dans ce paragraphe est d'établir à partir des équations de Maxwell, les équations aux valeurs propres dans le cas général d'un problème dans lequel les fonctions décrivant les composantes des tenseurs permittivité et perméabilité dépendent des trois variables d'espace :

$$[\varepsilon^{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon^{11}(x^1, x^2, x^3) & \varepsilon^{12}(x^1, x^2, x^3) & \varepsilon^{13}(x^1, x^2, x^3) \\ \varepsilon^{21}(x^1, x^2, x^3) & \varepsilon^{22}(x^1, x^2, x^3) & \varepsilon^{23}(x^1, x^2, x^3) \\ \varepsilon^{31}(x^1, x^2, x^3) & \varepsilon^{32}(x^1, x^2, x^3) & \varepsilon^{33}(x^1, x^2, x^3) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

et

$$[\mu^{ij}] = \begin{bmatrix} \mu^{11}(x^1, x^2, x^3) & \mu^{12}(x^1, x^2, x^3) & \mu^{13}(x^1, x^2, x^3) \\ \mu^{21}(x^1, x^2, x^3) & \mu^{22}(x^1, x^2, x^3) & \mu^{23}(x^1, x^2, x^3) \\ \mu^{31}(x^1, x^2, x^3) & \mu^{32}(x^1, x^2, x^3) & \mu^{33}(x^1, x^2, x^3) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Pour des raisons de commodité, nous introduisons des grandeurs normalisées F_j et G_j définies comme suit :

$$F_j = E_j, \quad G_j = iZH_j, \quad (i^2 = -1) \quad (2.7)$$

avec $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ l'impédance du vide. Dans ce cas, les équations de Maxwell deviennent alors parfaitement symétriques :

$$\xi^{ijk} \partial_j F_k = -k_0 \mu^{ij} G_j, \quad (2.8a)$$

$$\xi^{ijk} \partial_j G_k = -k_0 \varepsilon^{ij} F_j. \quad (2.8b)$$

où $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. En explicitant les relations de l'Eq. (2.8), on obtient :

$$\partial_2 F_3 - \partial_3 F_2 = -k_0 [\mu^{11} G_1 + \mu^{12} G_2 + \mu^{13} G_3], \quad (2.9a)$$

$$\partial_3 F_1 - \partial_1 F_3 = -k_0 [\mu^{21} G_1 + \mu^{22} G_2 + \mu^{23} G_3], \quad (2.9b)$$

$$\partial_1 F_2 - \partial_2 F_1 = -k_0 [\mu^{31} G_1 + \mu^{32} G_2 + \mu^{33} G_3] \quad (2.9c)$$

ou encore

$$\partial_2 G_3 - \partial_3 G_2 = -k_0 [\varepsilon^{11} F_1 + \varepsilon^{12} F_2 + \varepsilon^{13} F_3], \quad (2.10a)$$

$$\partial_3 G_1 - \partial_1 G_3 = -k_0 [\varepsilon^{21} F_1 + \varepsilon^{22} F_2 + \varepsilon^{23} F_3], \quad (2.10b)$$

$$\partial_1 G_2 - \partial_2 G_1 = -k_0 [\varepsilon^{31} F_1 + \varepsilon^{32} F_2 + \varepsilon^{33} F_3] \quad (2.10c)$$

En éliminant les composantes F_3 et G_3 , nous obtenons des relations ne faisant intervenir que les composantes $F_{1,2}$ et $G_{1,2}$:

$$\partial_3 \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \mathcal{L}(x^1, x^2, x^3) \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

où $\mathcal{L}(x^1, x^2, x^3)$ est une matrice d'opérateurs définie comme suit :

$-\partial_1 (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{31}$ $-\mu^{23} (\mu^{33})^{-1} \partial_2$	$-\partial_1 (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{32}$ $+\mu^{23} (\mu^{33})^{-1} \partial_1$	$-k_0 \mu^{21}$ $+\frac{1}{k_0} \partial_1 (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_2$ $+k_0 \mu^{23} (\mu^{33})^{-1} \mu^{31}$	$-k_0 \mu^{22}$ $-\frac{1}{k_0} \partial_1 (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_1$ $+k_0 \mu^{23} (\mu^{33})^{-1} \mu^{32}$
$-\partial_2 (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{31}$ $+\mu^{13} (\mu^{33})^{-1} \partial_2$	$-\partial_2 (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{32}$ $-\mu^{13} (\mu^{33})^{-1} \partial_1$	$+k_0 \mu^{11}$ $+\frac{1}{k_0} \partial_2 (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_2$ $-k_0 \mu^{13} (\mu^{33})^{-1} \mu^{31}$	$+k \mu^{12}$ $-\frac{1}{k_0} \partial_2 (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_1$ $-k_0 \mu^{13} (\mu^{33})^{-1} \mu^{32}$
$-k_0 \varepsilon^{21}$ $+\frac{1}{k_0} \partial_1 (\mu^{33})^{-1} \partial_2$ $+k_0 \varepsilon^{23} (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{31}$	$-k_0 \varepsilon^{22}$ $-\frac{1}{k_0} \partial_1 (\mu^{33})^{-1} \partial_1$ $+k_0 \varepsilon^{23} (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{32}$	$-\partial_1 (\mu^{33})^{-1} \mu^{31}$ $-\varepsilon^{23} (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_2$	$-\partial_1 (\mu^{33})^{-1} \mu^{32}$ $+\varepsilon^{23} (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_1$
$+k_0 \varepsilon^{11}$ $+\frac{1}{k_0} \partial_2 (\mu^{33})^{-1} \partial_2$ $-k_0 \varepsilon^{13} (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{31}$	$+k_0 \varepsilon^{12}$ $-\frac{1}{k_0} \partial_2 (\mu^{33})^{-1} \partial_1$ $-k_0 \varepsilon^{13} (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{32}$	$-\partial_2 (\mu^{33})^{-1} \mu^{31}$ $+\varepsilon^{13} (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_2$	$-\partial_2 (\mu^{33})^{-1} \mu^{32}$ $-\varepsilon^{13} (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_1$

(2.12)

Dans le cas d'un problème où les milieux présentent une invariance suivant la direction (O, x^3) , les fonctions décrivant les composantes des tenseurs permittivité électrique et perméabilité magnétique ne dépendent que des variables x^1 et x^2 :

$$[\varepsilon^{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon^{11}(x^1, x^2) & \varepsilon^{12}(x^1, x^2) & \varepsilon^{13}(x^1, x^2) \\ \varepsilon^{21}(x^1, x^2) & \varepsilon^{22}(x^1, x^2) & \varepsilon^{23}(x^1, x^2) \\ \varepsilon^{31}(x^1, x^2) & \varepsilon^{32}(x^1, x^2) & \varepsilon^{33}(x^1, x^2) \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

$$[\mu^{ij}] = \begin{bmatrix} \mu^{11}(x^1, x^2) & \mu^{12}(x^1, x^2) & \mu^{13}(x^1, x^2) \\ \mu^{21}(x^1, x^2) & \mu^{22}(x^1, x^2) & \mu^{23}(x^1, x^2) \\ \mu^{31}(x^1, x^2) & \mu^{32}(x^1, x^2) & \mu^{33}(x^1, x^2) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

On peut alors montrer par la méthode de séparation des variables que le comportement du champ électromagnétique suivant x^3 est de la forme $e^{-i\gamma x^3}$ (i.e. $\partial_3 \rightarrow -i\gamma$), où γ est

une constante et $i^2 = -1$. L'Eq. (2.11) devient ainsi une équation aux valeurs propres :

$$-i\gamma \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \mathcal{L}(x^1, x^2) \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

2.2.3 Équation aux valeurs propres dans le cas où les tenseurs de milieu sont isotropes et ne dépendent que d'une variable : polarisations TE et TM

On s'intéresse désormais à un problème dans lequel les fonctions décrivant les composantes du champ électromagnétique ne dépendent que de deux variables : x^1 et x^3 dans notre cas d'étude. Ceci suppose que $\partial_2 = 0$ (rappelons de plus que $\partial_3 = -i\gamma$). Considérons en plus que les milieux sont isotropes, c'est-à-dire que les tenseurs de milieu peuvent être décrits par des tenseurs diagonaux dans un système de coordonnées bien choisi :

$$[\varepsilon^{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon^{11}(x^1) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{22}(x^1) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{33}(x^1) \end{bmatrix} \text{ et } [\mu^{ij}] = \begin{bmatrix} \mu^{11}(x^1) & 0 & 0 \\ 0 & \mu^{22}(x^1) & 0 \\ 0 & 0 & \mu^{33}(x^1) \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Remarquons que nous faisons l'hypothèse que les composantes des tenseurs ne dépendent que d'une variable x^1 , même si les composantes du champ électromagnétique dépendent quant à eux des deux variables x^1 et x^3 . Dans un tel milieu, les équations de Maxwell (2.8) peuvent être regroupées en deux sous-systèmes indépendants :

$$\begin{cases} \partial_3 F_2 = k_0 \mu^{11}(x^1) G_1, \\ \partial_1 F_2 = -k_0 \mu^{33}(x^1) G_3, \\ \partial_1 G_3 - \partial_3 G_1 = k_0 \varepsilon^{22}(x^1) F_2, \end{cases} \quad (2.17)$$

et

$$\begin{cases} \partial_3 G_2 = k_0 \varepsilon^{11}(x^1) F_1, \\ \partial_1 G_2 = -k_0 \varepsilon^{33}(x^1) F_3, \\ \partial_1 F_3 - \partial_3 F_1 = k_0 \mu^{22}(x^1) G_2. \end{cases} \quad (2.18)$$

Dans le premier sous-système d'équations, les seules composantes non-nulles du champ électromagnétique sont G_1 , F_2 , et G_3 . Dans ce cas, le champ électrique est transversal par rapport à la direction de propagation (O, x^3) , raison pour laquelle ce champ est qualifié de polarisation transversale électrique (TE). Pour les mêmes raisons, le deuxième groupe d'équations, qui fait intervenir les composantes F_1 , G_2 , et F_3 , caractérise la polarisation transversale magnétique (TM). Il est à souligner que dans les deux cas de polarisation, toutes les composantes du champ peuvent s'écrire en fonctions des seules composantes F_2 dans le cas TE et G_2 dans le cas TM. On montre à partir de Eq. (2.17) et Eq. (2.18) que ces composantes vérifient les équations aux valeurs propres suivantes :

$$\gamma^2 \Phi = \mathcal{L}(x^1) \Phi \quad (2.19)$$

où Φ désigne F_2 ou G_2 et

$$\mathcal{L}(x^1) = \begin{cases} \text{TE} : [\mu^{11} \partial_1 (\mu^{33})^{-1} \partial_1 + k_0^2 \mu^{11} \varepsilon^{22}] \\ \text{TM} : [\varepsilon^{11} \partial_1 (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_1 + k_0^2 \varepsilon^{11} \mu^{22}]. \end{cases} \quad (2.20)$$

2.2.4 Équation modale dans le cas d'un système de coordonnées non orthogonal : système de coordonnées curvilignes et méthode "C"

La méthode de résolution des équations de Maxwell en coordonnées curvilignes émerge dans les années 80. En voulant résoudre rigoureusement un problème de diffraction par

des surfaces périodiques, J. Chandezon et al. [76] proposent d'effectuer un changement de coordonnées, de manière à faciliter l'écriture des conditions aux limites sur la surface du réseau. Dès lors, un certain nombre de travaux utilisent ce formalisme pour résoudre des problèmes liés aux réseaux. On peut citer entre autres, les travaux concernant les structures multicouches avec des interfaces non parallèles [77, 78, 79, 80]. Elle a de plus été utilisée avec succès pour l'étude de la diffusion des ondes électromagnétiques par des surfaces aléatoires 2D [81, 82].

Considérons une interface quelconque séparant deux milieux semi-infinis. Supposons qu'une telle interface soit décrite, dans le repère Cartésien par une fonction $z = a(x)$. Afin de prendre en compte aisément les conditions de continuité du champ électromagnétique sur l'interface de séparation des deux milieux, on effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} x^1 = x \\ x^2 = y \\ x^3 = z - a(x) \end{cases} \quad (2.21)$$

C'est le principe de base de la méthode des coordonnées curvilignes ou méthode "C". Le formalisme covariant des équations de Maxwell établi dans le paragraphe 2.2 permet de prendre en compte efficacement ce changement de coordonnées car, rappelons-le, la forme des équations de Maxwell dans le formalisme covariant est indépendant du système de coordonnées. Un tel changement de coordonnées conduit aux composantes covariantes du tenseur métrique comme suit :

$$[g_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 + \dot{a}\dot{a} & 0 & \dot{a} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 + \dot{a}\dot{a} & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Nous en déduisons les composantes contravariantes du tenseur métrique, nécessaire pour

expliciter les équations Eqs. (2.1)

$$[g^{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\dot{a} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\dot{a} & 0 & 1 + \dot{a}\dot{a} \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

En suivant la démarche exposée au paragraphe 2.2, on peut montrer que la résolution des équations de Maxwell, dans le système de coordonnées défini à Eq. (2.21), conduit à la résolution de l'équation aux valeurs propres suivante :

$$-i\gamma\Phi = \mathcal{L}(x^1)\Phi \quad (2.24)$$

où Φ désigne $[F_2, G_1]^t$ ou $[G_2, F_1]^t$ et

$$\mathcal{L}(x^1) = \begin{cases} \text{TE : } \begin{bmatrix} -\mu^{13} (\mu^{33})^{-1} \partial_1 & k_0[\mu^{13} (\mu^{33})^{-1} \mu^{31} - \mu^{11}] \\ k_0[\varepsilon^{22} + \partial_1 \frac{(\mu^{33})^{-1}}{k_0^2} \partial_1] & -\partial_1 (\mu^{33})^{-1} \mu^{13} \end{bmatrix} \\ \text{TM : } \begin{bmatrix} -\varepsilon^{13} (\varepsilon^{33})^{-1} \partial_1 & k_0[\varepsilon^{13} (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{31} - \varepsilon^{11}] \\ k_0[\mu^{22} + \partial_1 \frac{(\varepsilon^{33})^{-1}}{k_0^2} \partial_1] & -\partial_1 (\varepsilon^{33})^{-1} \varepsilon^{31} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.25)$$

2.2.5 Changement de coordonnées complexes : Couches PMLs (perfectly matched layers)

Afin de pouvoir étudier une structure non périodique il est nécessaire d'adjointre au modèle numérique des conditions de rayonnement à l'infini. Ceci est communément fait, en introduisant des couches parfaitement absorbantes (PMLs) aux bords du domaine de calcul. Initialement introduit dans la méthode de différences finies (FDTD) par Bérenger [83], d'autres formulations ont émergé. Teixeira et al. [84] proposent par exemple d'utiliser des formes différentielles. Une adaptation des PMLs dans le cas de guides d'ondes planaires a été introduites par Silberstein et al. [85]. En ce qui concerne son utilisation dans le cadre de la méthode C, Plumey et al. [86] et Edee et al. [87] introduisent les PMLs dans

la formulation covariante des équations de Maxwell. Ainsi, le formalisme utilisé introduit un changement de coordonnées complexes pour isoler un motif [88], [89]. Un exemple de changement de coordonnées complexes est donnée par :

$$x^1 = \int_0^x s(x') dx' \text{ avec } \begin{cases} s(x) = 1 - \eta i, & x \in D_{PML} \\ s(x) = 1 & , \quad x \notin D_{PML} \end{cases} \quad (2.26)$$

où $D_{PML} = [0, \frac{l_{pml}}{2}] \cup [d - \frac{l_{pml}}{2}, d]$ avec d la période du motif et l_{pml} qui correspond à l'épaisseur de la PML et $\eta \in [0, 1]$.

2.3 Méthode des résidus pondérés

Afin de résoudre l'équation aux valeurs propre explicité dans la section précédente, on utilise la méthode des résidus pondérés. Indépendamment l'un de l'autre, le physicien Walter Ritz [90] et le mathématicien et ingénieur Boris Grigorievitch Galerkin [91] publient en 1908 et respectivement en 1915, une méthode de résolution numérique d'équations dans un espace fonctionnel, c'est à dire dans un espace vectoriel dans lequel les vecteurs, inconnus des équations, sont des fonctions. Á la différence de la première formulation, Galerkin propose de résoudre l'équation différentielle sans recourir à un principe variationnel. Les mathématiciens montrent que cette approche n'est qu'un cas particulier d'un ensemble de procédures qui font partie de la méthode des résidus pondérés que l'on nomme par abus de langage la méthode des moments. Cette méthode a initialement été introduite en électromagnétisme par Harrington en résolvant des problèmes d'antennes [92]. Dans la méthode des résidus pondérés, une fonctionnelle (une équation différentielle dans notre cas) est transformée en un système d'équations linéaire. Un grand nombre de procédures numériques dont les éléments finis, ou même les différences finies, peuvent être formulés en termes de méthode des résidus pondérés.

2.3.1 Généralités de la méthode des résidus pondérés

La méthode des résidus pondérés s'applique à n'importe quel type d'équations mais nous choisissons dans notre exposé de l'illustrer dans le cadre de la résolution numérique d'un problème aux valeurs propres :

$$\mathcal{L}f = \lambda \mathcal{M}f. \quad (2.27)$$

Dans l'équation aux valeurs propres Eq. (2.27), \mathcal{L} et \mathcal{M} sont des opérateurs linéaires qui agissent sur la fonction, inconnue du problème f . λ désigne la valeur propre associée à f . La méthode consiste en deux étapes :

1. La première consiste à exprimer la solution approchée f sous la forme d'un développement en série sur des fonctions dites fonctions de base B_n : En utilisant la notation bra-ket, ceci se traduit par :

$$|\tilde{f}\rangle = \sum_n^{\infty} f_n |B_n\rangle. \quad (2.28)$$

Les coefficients f_n deviennent ainsi les nouvelles inconnues du problème.

2. l'approximation ci-dessus (Eq. (2.28)), génère une erreur résiduelle $\mathcal{R} =$

$$|\mathcal{R}\rangle = \sum_n^{\infty} \mathcal{L}f_n |B_n\rangle - \lambda \sum_n^{\infty} \mathcal{M}f_n |B_n\rangle. \quad (2.29)$$

La seconde étape consiste à minimiser cette erreur résiduelle.

Soit un ensemble de fonctions \mathcal{W}_m , appelées fonctions tests ou fonctions poids dont les propriétés vont être définies dans la suites. En supposant pour le problème donnée par Eq. (2.27), qu'un produit scalaire approprié a été défini sur un domaine de calcul Ω , minimiser l'erreur résiduelle revient à la rendre orthogonale à l'ensemble des fonctions tests définies dans l'espace dual. Ceci se traduit par :

$$\langle \mathcal{W}_m, \mathcal{R} \rangle = \int_{\Omega} \mathcal{W}_m^* \mathcal{R} d\Omega = 0 \quad (2.30)$$

où \mathcal{W}_m^* désigne le complexe conjugué de \mathcal{W}_m . Les coefficients de pondération f_n , sont donc solutions du système suivant :

$$\sum_n^{\infty} \langle \mathcal{W}_m, \mathcal{L}\mathcal{B}_n \rangle f_n = \langle \mathcal{W}_m, \lambda \mathcal{M}\mathcal{B}_n \rangle f_n, \quad (2.31)$$

qui peut s'écrire :

$$\{[\mathbf{L}] - \lambda[\mathbf{M}]\}[f] = 0. \quad (2.32)$$

Si les bases \mathcal{W}_m et \mathcal{B}_n forment des bases complètes, alors la solution est exacte [16].

Dans le cas général, en utilisant des solutions pseudo-inverse, le nombre de fonctions de bases et de fonctions tests peut être différent. Cependant, la procédure évoquée dans ce mémoire impose un nombre identique, ce qui se traduit par le fait que toutes les matrices intervenant dans l'Eq. (2.32) sont carrées. Ainsi, l'Eq. (2.32) admet des solutions non triviales uniquement si :

$$\det\{[\mathbf{L}] - \lambda[\mathbf{M}]\} = 0. \quad (2.33)$$

La résolution numérique du problème nécessite que l'on tronque la série définie à l'Eq. (2.28). On considère alors un même nombre fini N de fonctions de bases et de fonctions tests. Dans ces conditions, l'Eq. (2.33) admet N valeurs propres λ_q associées à N vecteurs propres $|f_q\rangle$ tels que :

$$|f_q\rangle = \sum_{n=1}^N f_{nq} |\mathcal{B}_n\rangle, \quad (2.34)$$

où f_{nq} correspondent aux composantes du vecteur propre $|f_q\rangle$ sur la base $|\mathcal{B}_n\rangle$. Le choix des fonctions de base mais surtout celui des fonctions tests est déterminant dans la convergence du schéma numérique. Ce choix dépend étroitement du problème à résoudre et plus précisément des conditions aux limites du problème. Nous revenons brièvement dans le paragraphe suivant sur les configurations les plus couramment utilisées lors de la pondération de l'erreur par les fonctions tests.

2.3.2 Choix des fonctions tests

2.3.2.1 Méthode de collocation

La technique de collocation consiste à utiliser une distribution de Dirac $\delta(\mathbf{r})$ comme fonction de poids. Ceci se traduit par :

$$\mathcal{W}_m = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m) = \begin{cases} 1 & \text{si } r = r_m \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.35)$$

La minimisation de l'erreur résiduelle conduit à

$$\langle \mathcal{W}_m, \mathcal{R} \rangle = \mathcal{R}(\mathbf{r}_m). \quad (2.36)$$

2.3.2.2 Méthode par subdivision de domaine

Il est aussi possible, de choisir des fonctions tests de telle sorte que l'erreur résiduelle soit nulle non plus en certains points du domaine, mais sur des sous-domaines Ω_m en entier. Les fonctions tests sont donc dans ce cas définis par morceaux :

$$\mathcal{W}_m = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{r} \in \Omega_m \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}. \quad (2.37)$$

Ainsi,

$$\langle \mathcal{W}_m, \mathcal{R} \rangle = \int_{\Omega_m} \mathcal{R} d\Omega = 0 \quad (2.38)$$

2.3.2.3 Méthode des moindres carrés

Une autre procédure consiste à minimiser le carré de la norme L^2 du résidu définie par :

$$\mathcal{S}_R = \langle \mathcal{R}, \mathcal{R} \rangle = \int_{\Omega} |\mathcal{R}|^2 d\Omega. \quad (2.39)$$

Minimiser (2.39) revient à écrire :

$$\frac{\partial \mathcal{S}_R}{\partial f_m} = \int_{\Omega} \mathcal{R} \frac{\partial \mathcal{R}^*}{\partial f_m} d\Omega + \int_{\Omega} \mathcal{R}^* \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial f_m} d\Omega = 0 \quad (2.40)$$

En injectant l'Eq. (2.29) dans l'Eq. (2.40) et par analogie avec l'Eq. (2.30) on montre que :

$$\mathcal{W}_m = \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial f_m} = (\mathcal{L} - \lambda \mathcal{M}) \mathcal{B}_m \quad (2.41)$$

2.3.2.4 Méthode des moments

On clôturera cette liste en évoquant la méthode des moments [93], qui utilise, comme fonctions tests, un ensemble de monômes x^m , $m \in [1, N]$, de sorte que la condition de minimisation se traduit par le fait de rendre nul le moment d'ordre m du résidu :

$$\langle \mathcal{W}_m, \mathcal{R} \rangle = \int_{\Omega} x^m \mathcal{R} d\Omega = 0. \quad (2.42)$$

Comme nous venons de le voir, en plus d'être assez générale, la procédure associée à la méthode des résidus pondérés est relativement simple à mettre en œuvre. La principale difficulté vient essentiellement du calcul des éléments de la matrice des opérateurs.

2.3.2.5 Méthode de Galerkin

En ce qui concerne la méthode Galerkin, l'obtention des fonctions tests est analogue à la méthode des moindres carrés. Cependant au lieu de dériver l'erreur résiduelle, on dérive la solution préalablement développée en série sur les fonctions de base. Ce qui conduit :

$$\mathcal{W}_m = \frac{\partial \tilde{f}}{\partial f_m} = \mathcal{B}_m. \quad (2.43)$$

2.4 Méthode modale de Fourier

Lorsque, dans une logique de méthode des résidus pondérés, la résolution numérique des équations aux valeurs propres ou équations de propagation, établies dans le paragraphe 2.2 se fait en s'aidant d'une base de fonctions de Fourier, on parle de méthode

modale de Fourier ou FMM (Fourier Modal Method). La FMM est souvent, et naturellement, utilisée dans le cas de structures périodiques. Dans cette méthode, les fonctions permittivité ε et perméabilité μ sont développées sur une base classique de Fourier, tandis que les composantes du champ électromagnétique sont quant à elles approchées par une combinaison linéaire de fonctions pseudo-périodiques justifiée par le théorème de Floquet-Bloch, c'est-à-dire une base de Fourier généralisée :

$$\mathcal{B}_l(x^1) = e^{-i\alpha_l x^1}, \quad \mathcal{B}_q(x^2) = e^{-i\beta_q x^2}. \quad (2.44)$$

Dans l'expression ci-dessus, $\alpha_l = \frac{2\pi\alpha_0}{\lambda} + \frac{2\pi l}{d_1}$, $\beta_q = \frac{2\pi\beta_0}{\lambda} + \frac{2\pi q}{d_2}$ et d_1 (resp. d_2) désigne la période suivant l'axe (O, x^1) (resp. (O, x^2)). Dans un schéma de type Galerkin, les équations obtenues sont projetées sur la même base de fonctions de Fourier :

$$\mathcal{W}_k(x^1) = \mathcal{B}_k(x^1) = e^{-i\alpha_k x^1}, \quad \mathcal{B}_p(x^2) = \mathcal{W}_p(x^2) = e^{-i\beta_p x^2}. \quad (2.45)$$

Dans ce cas particulier où les fonctions de base de Fourier sont orthogonales, on obtient :

$$\langle \mathcal{W}_k, \mathcal{B}_l \rangle = \delta_{kl}, \quad \langle \mathcal{W}_p, \mathcal{B}_q \rangle = \delta_{pq}. \quad (2.46)$$

Et pour les opérateurs de dérivation :

$$\langle \mathcal{W}_k, \partial_1 \mathcal{B}_l \rangle = -i\alpha_l \delta_{kl}, \quad \langle \mathcal{W}_p, \partial_2 \mathcal{B}_q \rangle = -i\beta_q \delta_{pq}. \quad (2.47)$$

ainsi, en utilisant le produit tensoriel $\partial_1 \rightarrow \boldsymbol{\partial}_1 = \mathbf{D}_1 \bullet \mathbf{I}_2$, $\partial_2 \rightarrow \boldsymbol{\partial}_2 = \mathbf{I}_1 \bullet \mathbf{D}_2$ avec \mathbf{D}_1 (resp. \mathbf{D}_2) une matrice diagonale dont les éléments sont $-i\alpha_l$ (resp. $-i\beta_q$). \mathbf{I}_1 (resp. \mathbf{I}_2) désigne la matrice identité. Dans le cas où les propriétés physiques et géométriques ne dépendent que d'une variable, x^1 par exemple, $\partial_1 \rightarrow \mathbf{D}_1$ et $\partial_2 = 0$. On posera par la suite, dans ce cas $d = d_1$.

Nous allons illustrer la FMM sur une structure périodique à savoir : un réseau de guides d'onde plans diélectrique de permittivité ε_1 avec des parois métalliques de permittivité ε_2 . Nous nous autorisons une périodicité dans la géométrie du motif et à cause de

cette périodicité, la base de Fourier sera naturellement préférée. La figure 2.1 illustre la structure. Nous partons des Eqs. (2.20) en coordonnées cartésiennes $(x^1, x^2, x^3) = (x, y, z)$

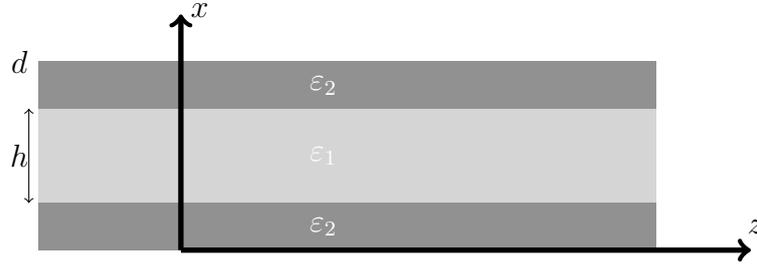


FIGURE 2.1 – Schéma d'une période d du réseau de guide d'onde

pour un milieu non magnétique ($\mu_r = 1$). Nous nous limitons ici au cas de polarisation TE :

$$\left[k_0^2 \varepsilon(x) + \partial_x^2 \right] E_y(x, z) = -\partial_z^2 E_y(x, z). \quad (2.48)$$

Dans cette équation, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, où λ désigne la longueur d'onde de l'onde électromagnétique dans le vide. ∂_x (resp. ∂_z) correspond à la dérivée spatiale suivant la composante x (resp. z). La fonction permittivité $\varepsilon(x)$ du système est décrite, sur une période d par :

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_1, & \text{si } x \in \bigcup_{l \in \mathbb{Z}} \left[\frac{d-h}{2} + ld, \frac{d+h}{2} + ld \right] \\ \varepsilon_2, & \text{sinon} \end{cases}$$

L'invariance de la structure suivant l'axe (O, z) suggère de rechercher des solutions à l'équation TE du système d'Eqs. (2.20) par la méthode de séparation des variables, ainsi : $E_2(x^1, x^3) = E_y(x, z) = \Phi(x)\Psi(z)$. Ce qui nous conduit donc à :

$$\frac{1}{\Phi(x)} \left[k_0^2 \varepsilon(x) + \partial_x^2 \right] \Phi(x) + \frac{1}{\Psi(z)} \partial_z^2 \Psi(z) = 0 \quad (2.49)$$

D'où $\Psi(z) = e^{-i\gamma z}$ avec γ la constante de propagation. Ainsi, pour le cas TE l'Eq. (2.48) devient :

$$\left[k_0^2 \varepsilon(x) + \partial_x^2 \right] \Phi(x) = \gamma^2 \Phi(x) \quad (2.50)$$

À ce stade, nous appliquons la méthode des résidus pondérés de type Galerkin avec :

$$\mathcal{B}_m(x) = e^{-i\alpha_m x} \quad \text{avec} \quad \alpha_m = \frac{2\pi m}{d} \quad \text{où} \quad m \in \mathbb{Z}, \quad (2.51)$$

ce qui conduit à l'équation aux valeurs propres suivante :

$$\mathbf{L}_{TE} F_y = \gamma^2 F_y \quad \text{avec} \quad \mathbf{L}_{TE} = k_0^2 \|\varepsilon\| - [\alpha][\alpha]. \quad (2.52)$$

Dans cette équation, $[\alpha]$ est une matrice diagonale dont les éléments sont $\alpha_m = \frac{2\pi m}{d}$, ($m \in \mathbb{Z}$). $\|\varepsilon\|$ est une matrice Toeplitz construite à partir des coefficients de Fourier du profil de permittivité $\varepsilon(x)$. Ainsi résoudre le problème illustré à la figure 2.1 revient à chercher les solutions (valeurs propres et vecteurs propres) de la matrice \mathbf{L}_{TE} de l'Eq. (2.52). En théorie, le système est de dimension infinie, et toute implémentation numérique nous contraint à utiliser un nombre fini de fonctions tests, ce qui par la même occasion, définit la dimension de la matrice \mathbf{L}_{TE} .

2.5 Méthode modale polynomiale (PMM)

Il est connu que l'utilisation d'une base de Fourier est inadaptée quand il s'agit de décrire des fonctions discontinues. Cette faiblesse de la base Fourier est liée au fait que celles-ci sont définies sur tout le support de calcul et ont ainsi beaucoup de peine à prendre en compte des discontinuités localisées. Le phénomène de Gibbs [94] illustre pleinement ce fait. Une solution à ce problème consiste à choisir des fonctions de base à support localisé, comme des B-splines [95] ou des fonctions beaucoup plus élaborées telles que des polynômes orthogonaux [96, 97]. La méthode modale polynomiale (PMM) a été appliquée avec succès à des problèmes de diffraction par des réseaux périodiques lamellaires [96]. Une adaptation, aux structures non périodiques, a également été développée et validée [98, 99].

En outre, une étude en coordonnées cylindriques permet d'obtenir les valeurs propres d'un guide d'onde cylindrique dont la section transversale est arbitraire [100, 101]. La formulation proposée initialement, consiste à partitionner la structure en sous-intervalle homogène selon la direction de périodicité [96, 98]. La résolution des équations de Maxwell, ainsi que la description des conditions aux limites selon l'axe transversal, permettent d'obtenir un problème matriciel bien dimensionné. En revanche, l'étude de structures possédant des discontinuités selon la direction de propagation reste très technique et nécessite un processus assez fastidieux. Une autre formulation [97, 102] a été mise en place pour faciliter l'étude de telles structures. Ce procédé consiste à définir un ensemble de bases constituées de polynômes dits modifiés et construits à partir d'un ensemble de polynômes orthogonaux définis sur chaque sous-intervalle. La nouvelle base permet de tenir compte des conditions aux limites transversales. Parmi les deux formulations, et au regard des bons résultats [102], nous avons choisi la formulation faisant intervenir les polynômes modifiés. À l'instar de la FMM, l'étude est réalisée dans le système Cartésien.

2.5.1 Polynômes modifiés

Suivant l'axe transverse qui correspond à la direction de périodicité, on considère une structure composée de m milieux homogènes. La figure 2.2 illustre la structure pour le cas où $m = 3$.

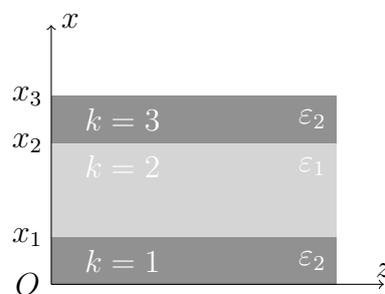


FIGURE 2.2 – Visualisation des sous-domaines transverses définis pour la méthode PMM.

2.5.1.1 Généralité des polynômes orthogonaux sur un sous-intervalle

Les polynômes modifiés étant construits à partir de polynômes orthogonaux, nous commencerons par définir certaines propriétés spécifiques aux polynômes orthogonaux classiques à coefficients réels définis sur un intervalle $[-1, 1]$ que l'on notera $p_i(\zeta)$. Le produit scalaire entre deux éléments de la base est donné par :

$$\langle p_i, p_j \rangle = \int_{-1}^{+1} w(\zeta) p_i(\zeta) p_j(\zeta) d\zeta = \delta_{ij} h_j, \quad (2.53)$$

où $w(\zeta)$ correspond à la fonction poids, δ_{ij} au symbole de Kronecker. Le terme de normalisation donné par h_j dépend des polynômes utilisés. Le changement de variable suivant :

$$\zeta(x) = \frac{2}{x_k - x_{k-1}} x - \frac{x_k + x_{k-1}}{x_k - x_{k-1}}$$

définit une correspondance biunivoque entre l'intervalle $[-1, 1]$ et un intervalle quelconque $\Delta_k = [x_{k-1}, x_k]$ de la fig. 2.2. Tenant compte de ce changement de variable, le calcul des divers produits scalaires conduit à :

$$\langle p_i^{(k)}(x), p_j^{(k)}(x) \rangle = \frac{x_k - x_{k-1}}{2} \langle p_i(\zeta), p_j(\zeta) \rangle \quad (2.54)$$

$$\langle p_i^{(k)}(x), \partial_x p_j^{(k)}(x) \rangle = \langle p_i(\zeta), \partial_\zeta p_j(\zeta) \rangle = d_{ij} \quad (2.55)$$

2.5.1.2 Construction des polynômes modifiés

L'idée de base consiste à obtenir à partir des polynômes orthogonaux, définis par morceaux sur des sous-intervalles $\Delta_k = [x_{k-1}, x_k]$, des fonctions continues sur tout le domaine d'étude $[0, d] = \bigcup_k \Delta_k$. Pour ce faire, sur chaque sous-intervalle Δ_k , on définit un ensemble, formé de $n_p(k) + 2$ polynômes, $p_i^{(k)}(x)$ avec $i \in \{0, \dots, n_p(k) + 1\}$. En introduisant $N(k) = \sum_{l=1}^k [n_p(l) + 1] - n_p(k) - 1$, il est possible de re-indexer les polynômes issus de l'ensemble des sous-intervalles de manière à obtenir un ensemble de fonctions définies sur

$\cup_k \{\Delta_k, k = \{1, \dots, m\}\}$:

$$P_i(x) = \begin{cases} p_{i-N(k)-(k-1)}^{(k)} & \text{si } x \in \Delta_k \\ 0 & \text{si } x \notin \Delta_k, \end{cases} \quad (2.56)$$

où $i \in \{N(k) + (k - 1), \dots, N(k) + (k - 1) + n_p(k) + 1\}$. Bien que définies sur l'intervalle global, ces fonctions présentent des discontinuités à certains noeuds x_k . Il en découle qu'utiliser ces fonctions telles quelles, serait problématique pour décrire des grandeurs électromagnétiques continues à l'interface. Pour contourner ce problème, Edee [98] propose de définir une nouvelle base construite via une combinaison linéaire des polynômes orthogonaux, définis sur chaque sous-intervalle Δ_k . On obtient ainsi les polynômes dits modifiés :

$$\tilde{P}_i(x) = \begin{cases} p_{i-N(k)}^{(k)} + a_i^{N(k)+n(k)+1+k-1} p_{n(k)+1}^{(k)} & \text{si } x \in \Delta_k \\ a_i^{N(j)+n(j)+1+j-1} p_{n(j)+1}^{(j)} & \text{si } x \in \Delta_j, j \neq k, \end{cases} \quad (2.57)$$

avec $k \in \{1, \dots, m\}$, $j \in \{1, \dots, m\}$ et $i \in \{N(k), \dots, N(k) + n_p(k)\}$.

Sous une forme plus explicite, l'Eq. (2.57) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_0 \\ \vdots \\ \tilde{P}_{n_p(1)} \\ 0 \\ \tilde{P}_{n_p(1)+1} \\ \vdots \\ \tilde{P}_{m+\sum_{l=1}^m n_p(l)} \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{A} \begin{bmatrix} p_0^{(1)} \\ \vdots \\ p_{n_p(1)}^{(1)} \\ p_{n_p(1)+1}^{(1)} \\ p_0^{(2)} \\ \vdots \\ p_{n_p(m)}^{(m)} \\ p_{n_p(m)+1}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Les coefficients de pondération a_i^k , éléments de la matrice \tilde{A} , sont alors déterminés en imposant deux contraintes :

— La continuité en chaque nœud intermédiaire :

$$\tilde{P}_i(x_k^+) = \tilde{P}_i(x_k^-), k = \{1, \dots, m-1\} \quad (2.59)$$

— La périodicité au bord du domaine

$$\tilde{P}_i(x_m^+) = \tilde{P}_i(x_0^-). \quad (2.60)$$

avec $x_k^- \in [x_{k-1}, x_k]$ et $x_k^+ \in [x_k, x_{k+1}]$.

Dans la suite, nous allons nous servir de cette nouvelle base pour décrire les matrices intervenant dans le problème aux valeurs propres en question.

2.5.2 Équation de propagation et opérateurs

Les équations aux valeurs propres en coordonnées cartésiennes, correspondant à une invariance suivant la direction $(O, x^2) = (O, y)$ et à une propagation suivant la direction $(O, x^3) = (O, z)$, s'écrivent :

$$\begin{cases} [\partial_x]^2 E_y + k_0^2 [\varepsilon] E_y = \gamma^2 E_y & \text{en TE} \\ [\varepsilon] [\partial_x] \frac{1}{[\varepsilon]} [\partial_x] H_y + k_0^2 [\varepsilon] H_y = \gamma^2 H_y & \text{en TM,} \end{cases} \quad (2.61)$$

qui peuvent se résumer comme suit :

$$\mathbf{L}\Phi_y = \gamma^2 \Phi_y, \quad (2.62)$$

où le champ Φ_y désigne E_y dans le cas de la polarisation TE et H_y en polarisation TM.

On montre, que la matrice associée à l'opérateur permittivité est une matrice diagonale par blocs :

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 I_{n_p(1)+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 I_{n_p(2)+1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_m I_{n_p(m)+1} \end{pmatrix}$$

avec ε_k la permittivité associée au milieu homogène k et I_M matrice unité de dimension M . L'opérateur dérivé $[\partial_x]$ fait, quant à lui, intervenir plusieurs matrices :

$$[\partial_x] = \frac{1}{H} [A_a^t D A_a]$$

avec

- A_a une sous-matrice de \tilde{A} définie à l'Eq. (2.58) que l'on construit en retirant les lignes nulles.
- H la matrice de normalisation dont les éléments sont construits par blocs :

$$H = \begin{pmatrix} \frac{L_1}{2} [h_{n_p(1)+1}] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{L_2}{2} [h_{n_p(2)+1}] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{L_m}{2} [h_{n_p(m)+1}] \end{pmatrix}$$

avec $L_k = x_k - x_{k-1}$ et $[h_{n_p(k)+1}]$ une matrice carrée de dimension $n_p(k) + 1$ dont les éléments sont obtenus en utilisant le produit scalaire (2.53).

- D une matrice diagonale par blocs :

$$D = \begin{pmatrix} [d_{n_p(1)+1}] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [d_{n_p(2)+1}] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & [d_{n_p(m)+1}] \end{pmatrix}$$

avec $[d_{n_p(k)+1}]$ une matrice carrée de dimension $n_p(k) + 1$ dont les éléments sont déduits à partir du produit scalaire (2.55)

2.6 Conditions aux limites longitudinales : matrices S de "scattering"

La méthode modale consiste à rechercher des solutions approchées Φ à un problème comme combinaison linéaire des fonctions propres ϕ_p^\pm :

$$\Phi(x, z) = \sum_p C_p^+ \phi_p^+(x) e^{-i\gamma_p z} + \sum_p C_p^- \phi_p^-(x) e^{i\gamma_p z} \quad (2.63)$$

où les fonctions propres ϕ_p^\pm sont, dans le schéma de la méthode des résidus pondérés, développées sur des fonctions de base B_m :

$$\phi_p^\pm(x) = \sum_m \phi_{mp}^\pm B_m(x). \quad (2.64)$$

Les quantités $C_p^+ \phi_p^+(x) e^{-i\gamma_p z}$ sont associées à des ondes se propageant dans le sens des z croissants tandis que les $C_p^- \phi_p^-(x) e^{i\gamma_p z}$ sont associées à des ondes se propageant dans le sens des z décroissants. Les coefficients C_p^\pm , sont déterminés en imposant des conditions aux limites suivant la direction (O, z) . La procédure que nous avons choisie est basée sur le formalisme de la matrice S [103, 104] que nous présentons dans le paragraphe suivant.

2.6.1 Conditions aux limites : Interface plane

Considérons, dans un premier temps le cas simple d'une seule interface illustré sur la figure 2.3. Dans ce premier cas simple, les conditions aux limites se réduisent à la continuité des composantes transversales, lors de la traversée de l'interface $z = 0$ qui s'expriment en coordonnées cartésiennes par :

$$\begin{cases} \Phi_y^1(x, 0) = \Phi_y^2(x, 0) \\ \Psi_x^1(x, 0) = \Psi_x^2(x, 0) \end{cases} \quad (2.65)$$

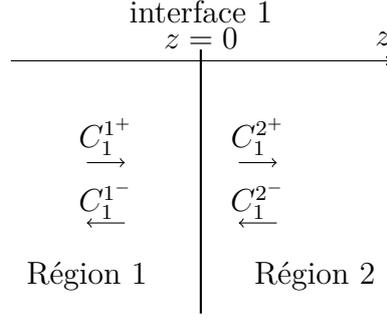


FIGURE 2.3 – Schéma illustrant les amplitudes C pour chaque région (explicité par l'exposant). L'indice se réfère à l'interface, unique dans ce cas présent. Le signe $+$ (resp. le signe $-$), associe les amplitudes à la propagation des ondes vers les z croissants (resp. les z décroissants).

où $\Phi_y^j(x, 0)$ et $\Psi_x^j(x, 0)$ désignent les composantes transversales des champs électromagnétiques dans la région $j = \{1, 2\}$, exprimées comme combinaison linéaire de fonctions propres :

$$\begin{cases} \Phi_y^j(x, z) = \sum_{m,p}^{Dim} (C_{1p}^{j+} e^{-i\gamma_p^j z} + C_{1p}^{j-} e^{i\gamma_p^j z}) \phi_{m,p}^j B_m(x) \\ \Psi_x^j(x, z) = \sum_{m,p}^{Dim} (C_{1p}^{j+} e^{-i\gamma_p^j z} + C_{1p}^{j-} e^{i\gamma_p^j z}) \psi_{m,p}^j B_m(x). \end{cases} \quad (2.66)$$

La matrice *scattering* ou matrice S relie les ondes se propageant vers l'interface au ondes se propageant en s'éloignant de celle-ci. En combinant les Eq. (2.65) et Eq. (2.66), la matrice S d'interface est définie par :

$$\begin{bmatrix} C_1^{1-} \\ C_2^{1+} \end{bmatrix} = S_1 \begin{bmatrix} C_1^{1+} \\ C_2^{1-} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

avec

$$S_1 = \begin{pmatrix} \phi^1 & -\phi^2 \\ \psi^1 & -\psi^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\phi^1 & \phi^2 \\ -\psi^1 & \psi^2 \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

où ϕ^j et ψ^j sont des matrices carrées de dimension $Dim \times Dim$.

2.6.2 Plusieurs interfaces : empilement des couches

Nous allons généraliser la procédure au cas de $N + 1$ couches intercalées entre N interfaces.

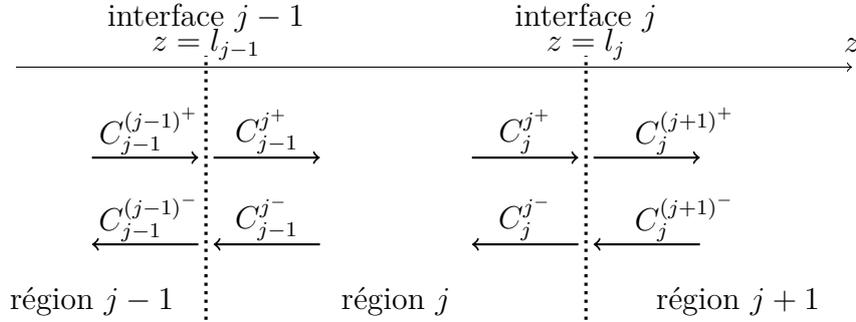


FIGURE 2.4 – Schéma illustrant les amplitudes C pour chaque région (explicité par l'exposant). L'indice se réfère à l'interface. Le signe $+$ (resp. le signe $-$) associe les amplitudes à la propagation des ondes vers les z croissants (resp. les z décroissants).

En se référant à l'Eq. (2.68), la matrice d'interface diffusion pour une interface quelconque j s'écrit :

$$S_j = \begin{pmatrix} \phi^j & -\phi^{j+1} \\ \psi^j & -\psi^{j+1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\phi^j & \phi^{j+1} \\ -\psi^j & \psi^{j+1} \end{pmatrix}. \quad (2.69)$$

Dans une couche d'épaisseur $e_j = l_j - l_{j-1}$ intercalées entre les interfaces $j - 1$ et j , les coefficients de champ doivent vérifier la relation d'atténuation des ondes :

$$\begin{cases} C_j^{j+} = e^{+i\gamma_p e_j} C_{j-1}^{j+} \\ C_j^{j-} = e^{-i\gamma_p e_j} C_{j-1}^{j-} \end{cases}. \quad (2.70)$$

ce qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} C_{j-1}^{j-} \\ C_j^{j+} \end{bmatrix} = D^j \begin{bmatrix} C_{j-1}^{j+} \\ C_j^{j-} \end{bmatrix} \text{ avec } D^j = \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\gamma_p^j e_j} \\ e^{-i\gamma_p^j e_j} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.71)$$

Pour déterminer l'ensemble des amplitudes des $N + 1$ milieux, il est nécessaire d'établir un algorithme en commençant par la dernière interface N . Cet algorithme est réalisé en trois étapes. La première consiste à calculer l'ensemble des matrices D^j et S_j

$$S_j = \begin{pmatrix} S_j^{11} & S_j^{12} \\ S_j^{21} & S_j^{22} \end{pmatrix}.$$

Pour les $N - 1$ milieux délimités par deux interfaces, on choisit de déterminer les amplitudes C_j^{j-} et $C_{(j-1)}^{j+}$ avec $j = [2, N]$. Pour ce faire on définit les matrices M^{j-} et M^{j+} telles que :

$$\begin{cases} M^{j-} &= S_j^{11} \Gamma^j, & j = N \\ M^{(j+1)+} &= (I - S_j^{22} \Gamma^{j+1} M^{(j+1)-})^{-1} S_j^{21} \Gamma^j, & j \in [2, N - 1] \\ M^{j-} &= S_j^{11} \Gamma^j + S_j^{12} \Gamma^{j+1} M^{(j+1)-} M^{(j+1)+}, & j \in [2, N - 1] \\ M^{(j+1)+} &= (I - S_j^{22} \Gamma^{j+1} M^{(j+1)-})^{-1} S_j^{21}, & j = 1 \end{cases} \quad (2.72)$$

Avec $\Gamma^j = e^{-i\gamma_p^j e_j}$. En ce qui concerne l'amplitude C_1^{1+} du premier milieu, elle est imposée par les conditions d'excitation. Le dernier milieu ($N + 1$) supposé semi-infini, nous permet d'imposer une amplitude $C_N^{(N+1)-} = O$ pour tous les modes propres. Les amplitudes associées aux $N - 1$ milieux intermédiaires $j \in [2; N]$ sont données par :

$$\begin{cases} C_{j-1}^{j+} &= M^{j+} C_{j-1}^{(j-1)+} \\ C_j^{j-} &= M^{j-} C_{j-1}^{j+} \end{cases} \quad (2.73)$$

Enfin les amplitudes des champs situés dans le premier et le dernier milieu sont données par :

$$\begin{cases} C_N^{(N+1)+} &= S_N^{21} \Gamma^N C_{N-1}^{N+} \\ C_1^{1-} &= S_1^{11} C_1^{1+} + S_1^{12} \Gamma^2 C_2^{2-} \end{cases} \quad (2.74)$$

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit quelques notions relatives aux méthodes modales qui transforment les équations de Maxwell en un problème aux valeurs propres. Ensuite, nous avons explicité la méthode des résidus pondérés qui est utilisée pour obtenir un système d'équations linéaire. En utilisant la méthode de Galerkin, nous avons ainsi pu expliciter les opérateurs matriciels propres à la méthode modale de Fourier, ainsi que ceux de la méthode modale polynomiale. Enfin, nous avons évoqué le formalisme de la matrice S utilisé pour la prise en compte des conditions aux limites.

En résumé, la modélisation d'une structure est constituée par les quatre étapes suivante :

- En utilisant une approximation par marche d'escalier ou en adaptant le système de coordonnées, la structure à étudier correspond à un ensemble de régions séparées par des interfaces planes.
- En utilisant la méthode des résidus pondérés (la méthode Galerkin dans notre cas) le problème aux valeurs propres est résolu dans chaque région. A ce stade, les amplitudes sont les inconnues du problème.
- Selon les conditions d'excitation imposées, le formalisme des matrices S permet d'obtenir l'ensemble des amplitudes.
- La dernière étape consiste à reconstruire le champ électromagnétique en utilisant les combinaisons linéaires explicitées à l'Eq. (2.66)

Chapitre 3

Adaptation des méthodes modales au guide d'onde planaire profilé et validation expérimentale

Dans le chapitre précédent nous avons pris connaissance de certaines généralités propres aux méthodes numériques modales. Nous allons désormais appliquer cette approche pour modéliser le guide d'onde planaire profilé en bout. En plus de détailler le domaine de validité propre à chacune des méthodes modales introduites dans le précédent chapitre, la prise en compte de l'interface Téflon-Air à l'extrémité de l'embout sera explicitée. La comparaison avec un profil continu, nous incite rapidement à limiter la recherche et l'analyse aux embouts discrets. Une étude paramétrique sera menée afin d'optimiser l'embout selon ce modèle de profil. Ainsi, après avoir exposé les résultats numériques pour l'embout rectangulaire et celui composée de deux tronçons, le prototype expérimental sera ensuite présenté et les résultats numériques et expérimentaux comparés. Certains résultats numériques, obtenus vers la fin du travail de thèse, n'ont malheureusement pas pu être comparés à cause de la crise sanitaire pendant laquelle les moyens matériels n'étaient

pas accessibles. Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre étant déjà significatifs, les efforts expérimentaux ont été concentrés sur la réalisation d'une structure 3D exposés dans le chapitre suivant.

Après avoir validé les résultats théoriques, nous proposons de poursuivre l'exploration numérique du profil discret. Ainsi, l'étude paramétrique initialement réalisée atteignant assez rapidement ses limites, une procédure d'optimisation plus élaborée est introduite. Après avoir exposé les détails de cette méthode, elle sera utilisée efficacement pour faire ressortir la géométrie optimale correspondant à un embout composé de plusieurs tronçons. Enfin, nous nous sommes intéressés en guise d'application, à l'utilisation des jets photoniques en détection d'objets dont la dimension caractéristique est inférieure à la longueur d'onde de travail.

3.1 Positionnement du problème

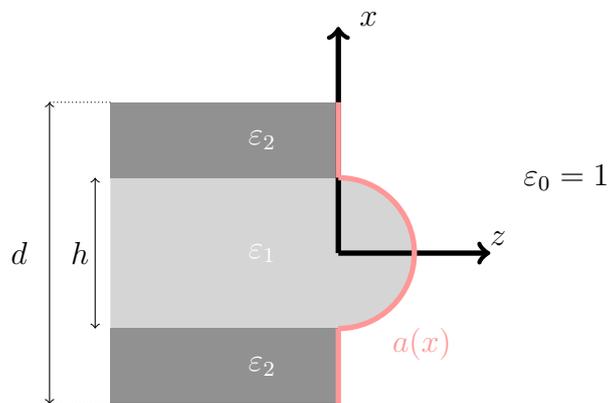


FIGURE 3.1 – Schéma en coordonnées cartésiennes du guide d'onde (à plaques parallèles de permittivité ε_2 chargé d'un diélectrique de permittivité ε_1 profilé par $a(x)$)

Comme présenté à la Fig.3.1, la structure que l'on souhaite modéliser est un guide d'onde diélectrique de permittivité ε_1 à plaques parallèles métalliques de permittivité ε_2 , invariante le long de l'axe Oy dont l'une des extrémités est particularisée par un profil

défini dans le plan (xOz) par la fonction $z = a(x)$. La phase d'excitation de la partie guidée impose le choix de la polarisation. On peut ainsi distinguer la polarisation TE (les seules composantes non nulles du champ sont E_y , H_x et H_z) d'une polarisation TM (les seules composantes du champ non nulles sont H_y , E_x et E_z).

Pour adapter les procédures numériques introduites précédemment (les méthodes Galerkin-Fourier et la méthode Galerkin-Polynomiale), il est nécessaire d'expliciter la prise en compte de l'embout réalisée plus ou moins simplement, selon qu'on se place dans un repère curviligne judicieusement choisi ou que l'on soit en coordonnées cartésiennes. Par ailleurs, la structure d'étude est non périodique, ce qui nous amène à utiliser les couches parfaitement absorbantes (PMLs) introduites dans le chapitre précédent.

3.2 Traitement numérique relatif à la forme de l'embout

En ce qui concerne la façon de prendre en compte l'embout, c'est-à-dire des conditions de continuité à l'interface extérieure de ce dernier, nous allons exposer la procédure en fonction du système de coordonnées choisi.

3.2.1 Coordonnées curvilignes

Comme défini dans le chapitre précédent, le système curviligne est intrinsèquement lié à la méthode-C. On rappelle que cette méthode introduit un changement de coordonnées spécifique. Ce changement de coordonnées illustré à la figure 3.2, consiste à faire coïncider le profil de l'embout avec une surface plane de coordonnées donnée ici par $x^3 = 0$. Cette transformation facilite grandement la prise en compte des conditions aux limites sur l'interface profilée. Il suffit donc d'utiliser le formalisme de la matrice S sur une seule

interface plane.

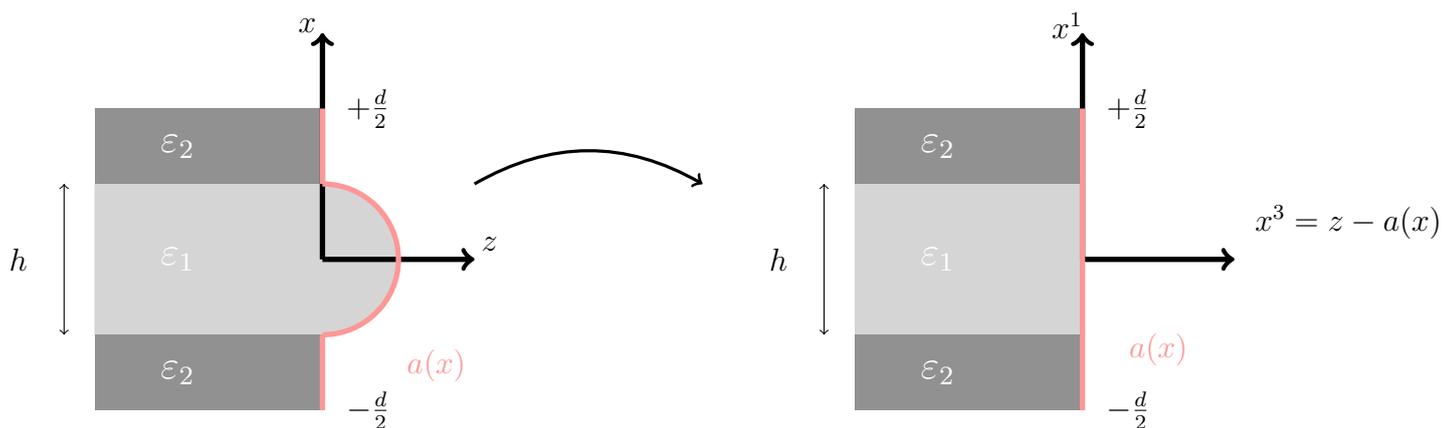


FIGURE 3.2 – Visualisation graphique de la prise en compte de l’embout via les nouvelles coordonnées curvilignes adaptées à la géométrie.

3.2.2 Coordonnées cartésiennes

Pour le cas plus classique en coordonnées cartésiennes, le profil est approché par une découpe en marches d’escalier (Figure 3.3).

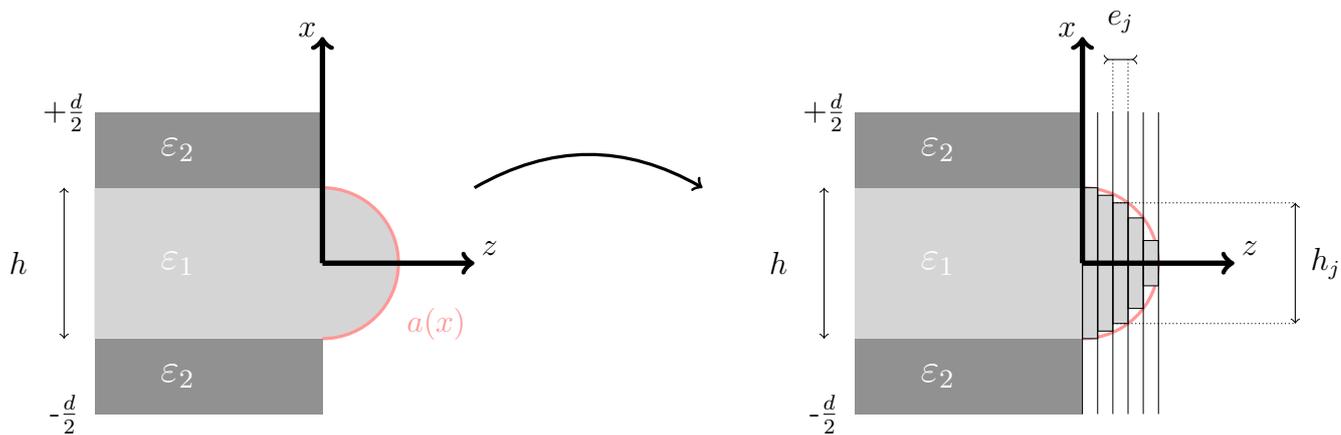


FIGURE 3.3 – Visualisation graphique de la prise en compte de l’embout via l’approximation utilisée en coordonnées cartésiennes (discretisation en couches d’épaisseur e_j)

Cette approximation nous amène à exprimer la permittivité ε_j dans chaque tronçon d’épaisseur e_j , ce qui se traduit par le fait que dans la zone modulée ($z > 0$), la permittivité

varie uniquement suivant la variable x tel que :

$$\varepsilon_j(x) = \begin{cases} \varepsilon_1, & \text{si } x \in \left[-\frac{h_j}{2}, +\frac{h_j}{2}\right] \\ \varepsilon_0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.1)$$

Cette approximation aboutit à une structure multicouche, dont la solution globale est obtenue en appliquant l'algorithme de mise en cascade des matrices S détaillé dans le chapitre 2. De toute évidence, augmenter le nombre de tronçons pour décrire un profil continu réduit l'erreur introduite par l'approximation. En contrepartie, le temps de calcul est augmenté. Il est donc nécessaire de définir un seuil de convergence où l'erreur commise et le temps de calcul restent acceptables.

3.3 Domaine de validité et première stratégie d'optimisation

Le principal critère que l'on utilise pour comparer les trois méthodes numériques développées, est basé sur l'étude de la convergence, ou plus particulièrement du temps nécessaire pour obtenir un résultat jugé acceptable avec une erreur prédéfinie. Nous allons ainsi définir, pour différentes configurations, leurs domaines de validité. Cette partie présente dans un premier temps le guide d'onde métallique, puis deux configurations définies par la forme de l'embout seront évoquées : les embouts à profil continu et ceux dont l'interface présente des discontinuités. Selon le cas étudié, la méthode la plus adaptée sera ensuite utilisée pour optimiser la forme de l'embout.

3.3.1 Guide métallique

La première étude concerne le guide d'onde métallique schématisé à la figure 3.4. L'intérêt porté à cette structure s'explique par le fait qu'elle est l'élément commun à toutes les structures que l'on souhaite modéliser.

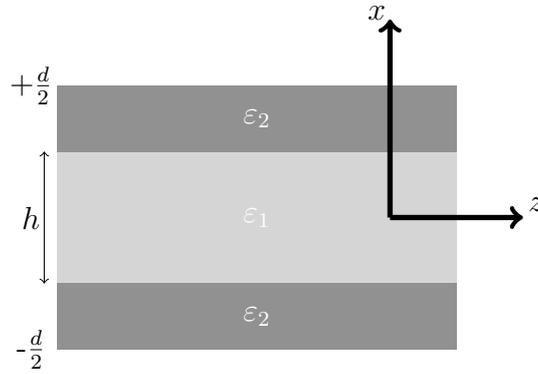
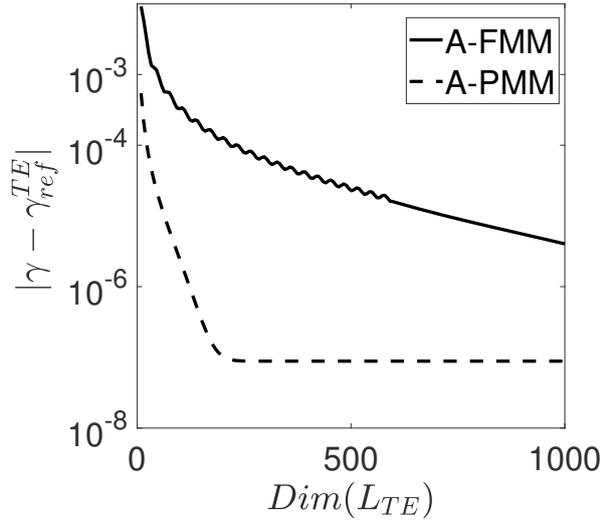


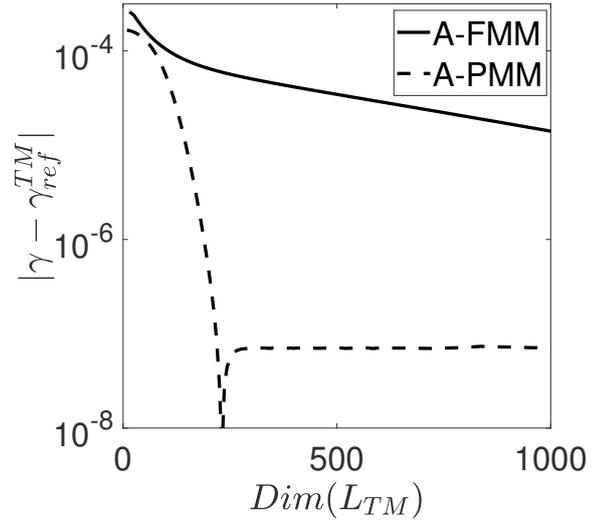
FIGURE 3.4 – Schéma du guide d'onde métallique bi-plaque simple.

Cette étude sera en outre l'occasion d'évoquer la pertinence des méthodes numériques utilisées et d'introduire un premier critère de validation. La structure aperiodique n'étant pas constituée d'embout, on limitera la comparaison entre la méthode Modale de Fourier (A-FMM) et la méthode basée sur un développement en série de fonctions polynomiales (A-PMM). Le caractère "A" indiquant la prise en compte des PMLs sera parfois omis.

Pour mener à bien cette comparaison, il est nécessaire d'étudier la convergence d'une grandeur physique pertinente. La structure étant un guide, nous sommes amenés à nous intéresser à la convergence numérique de la constante de propagation des modes TE_1 et TM_0 . Pour visualiser la convergence la figure 3.5 retranscrit l'erreur numérique en fonction de la dimension de l'opérateur matriciel associé à la structure d'étude (voir chapitre 2). Comme on pouvait s'y attendre, en s'affranchissant du phénomène de Gibbs, propre à la base de Fourier, on constate bien qu'utiliser une base polynomiale améliore la convergence. On observe un plateau correspondant à une erreur inférieure à 10^{-7} ce qui confirme bien



(a) TE_1 avec $\gamma_{ref}^{TE} = 1,4043629$



(b) TM_0 avec $\gamma_{ref}^{TM} = 1,4143812$

FIGURE 3.5 – Convergence des modes TE_1 et TM_0 obtenue par A-FMM et A-PMM en fonction de la dimension de l'opérateur pour un guide bi-plaque simple défini par $h = 3\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5i$

le fait qu'utiliser une base polynomiale améliore significativement la convergence.

3.3.2 Embout continu

Nous allons désormais comparer la convergence pour le guide d'onde métallique sus-mentionné terminé par un embout à profil continu (Fig. 3.6).

On s'intéresse plus particulièrement au profil elliptique décrit dans le plan xOz par :

$$a(x) = \begin{cases} b \times \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{h}\right)^2} & \text{si } x \in \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.2)$$

Actuellement, le fait que l'A-PMM utilise une base définie par morceaux pour chacune des tranches verticales, associée à la nécessité de faire correspondre chaque noeud,

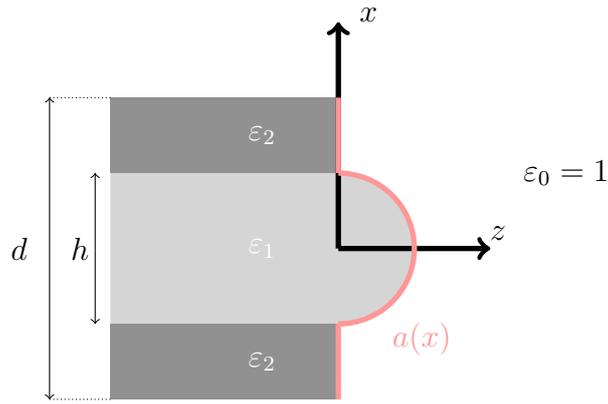


FIGURE 3.6 – Schéma en coordonnées cartésiennes du guide d’onde (à plaques parallèles de permittivité ε_2 chargé d’un diélectrique de permittivité ε_1 profilé par $a(x)$)

ne permet pas d’étudier les profils continus. En effet, à la différence des fonctions de bases continues et dérivables telles que les fonctions de Fourier, l’utilisation d’une base polynômiale continue par morceaux couplées à la discrétisation de l’embout génère un nombre conséquent de noeuds, et donc de sous-domaines, aboutissant inéluctablement à une forte augmentation de la dimension de l’opérateur. L’utilisation d’une base continue par morceaux est donc actuellement limitée aux embouts discrets. Parmi les alternatives possibles citons l’utilisation d’un système de coordonnées curvilignes adapté. La comparaison des performances numériques pour modéliser le profil elliptique sera donc limitée aux méthodes utilisant la base de Fourier. Cette étude comparative sera néanmoins complétée par les résultats obtenus via la méthode des équations intégrales de frontière (MEIF) [14]. Ceci nous permet de valider nos propres codes par comparaisons numériques. On distingue dans la suite différentes configurations selon la profondeur b de l’embout.

3.3.2.1 Embout court $b = 0.2\lambda$

Comme évoquée au chapitre 2, l’implémentation numérique du développement sur une base nécessite de tronquer la série. Le nombre dit de troncature que l’on note M indique que la série est composée de $2 \times M + 1$ termes. En ce qui concerne la méthode

C, une étude de la convergence montre que la solution est satisfaisante pour $M=30$. Pour étudier la convergence via la méthode modale de Fourier développée dans le système de coordonnées cartésiennes, il est nécessaire d'introduire un second critère de convergence, que l'on notera N . Ce critère est associé au nombre de tronçons utilisés pour décrire l'embout via l'approximation en marche d'escalier.

	N=25	N=50	N=100
M=10	7,8 %	6,9 %	7,7 %
M=30	1,13 %	0,38 %	0,5 %
M=50	1,11 %	0,41 %	0,15 %
M=60	1,10 %	0,40 %	0,10 %
M=80	1,08 %	0,39 %	0,05 %
M=100	1,06 %	0,37 %	Référence

TABLE 3.1 – Pourcentage d'erreur maximale sur le facteur d'amélioration F_a calculé pour un guide bi-plaque chargé d'un embout elliptique défini par $h = 3\lambda$, $b = 0,2\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5 i$ en polarisation TE.

Pour quantifier la convergence en fonction des deux critères, nous rapportons dans le tableau. 3.1 l'évolution du pourcentage d'erreur maximale sur le facteur d'amélioration noté F_a . La grandeur F_a correspond à la norme au carré du champ électrique obtenue avec l'embout, normalisée par la norme maximale obtenue sans l'embout. Ce facteur permet ainsi de quantifier l'amélioration de la focalisation en présence de l'embout. Pour observer facilement l'évolution de l'erreur, les résultats du Tab. 3.1 sont normalisés par ceux obtenus pour le couple ($M=100$, $N=100$). On constate qu'à partir de ($M=30$, $N=25$), le pourcentage d'erreur obtenu devient inférieur à 2% : ce qui est satisfaisant pour l'étude comparative. La figure 3.7 superpose les résultats disponibles issus des autres méthodes

numériques étudiées. La forte corrélation des résultats nous permet donc de valider les codes établis.

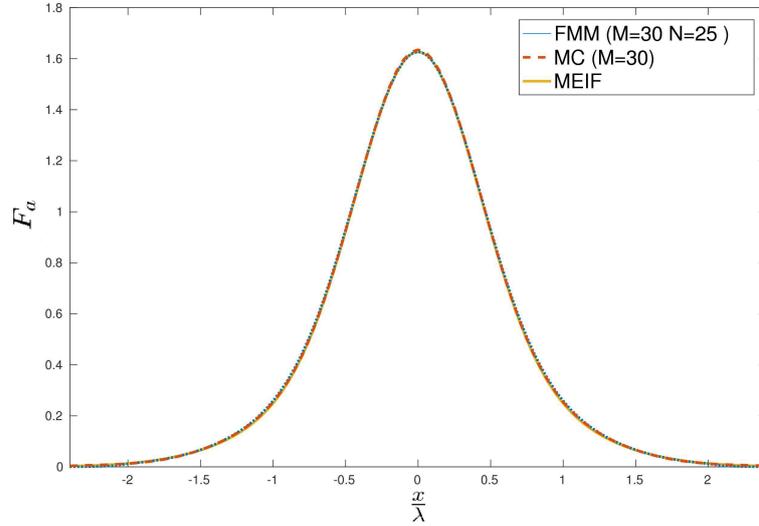


FIGURE 3.7 – Comparaison des coupes transverses au maximum d’intensité ($\frac{z}{\lambda} = 1, 7cm$) obtenues pour un profil faiblement elliptique $h = 3\lambda$, $b = 0, 2\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5i$ excité par le mode TE_{01} .

En ce qui concerne le temps de calcul numérique, l’avantage est cependant donné à la méthode C. Ceci s’explique par la prise en compte d’une seule interface, tandis que la A-FMM enclenche plusieurs fois la routine numérique pour plusieurs tronçons. Cependant, on peut montrer que la méthode C n’est malheureusement pas adaptée pour des embouts allongés (au-delà de $\frac{\lambda}{3}$). La cause principale de cette limitation provient de la dérivée numérique du profil nécessaire lors de l’implémentation de cette méthode, ce qui génère des instabilités numériques.

3.3.2.2 Embout elliptique optimisé

Nous allons désormais introduire l’optimisation itérative mise en œuvre pour déterminer la forme optimale de l’embout à forme elliptique. Afin de ne pas être limité aux embouts de faible profondeur, la méthode modale de Fourier est favorisée. On souhaite

déterminer une structure qui maximise le facteur d'amélioration F_a et minimise la FWHM du jet. Pour éviter une convergence prématurée, on choisit d'augmenter au fur et à mesure le paramètre N associée à la découpe de l'embout en automatisant l'arrêt de l'algorithme suivant le critère précédemment établi. La rapidité du code de calcul ainsi développé offre la possibilité de réaliser une étude paramétrique sur une dimension. Cette procédure d'investigation que l'on nomme "Scanning Algorithme (Sc. A)" est réalisée en deux étapes. La première consiste à sauvegarder les grandeurs pertinentes associées au jet photonique, c'est-à-dire le facteur d'amélioration F_a , la position de l'intensité maximale z_{max} et la largeur à mi-hauteur F_{WHM} , en fonction du demi-axe de l'ellipse b . L'intervalle choisi est tel que $\frac{b}{\lambda} \in [0; 6]$ avec un pas de 0,1. La seconde étape consiste à étudier la fonction coût proposée par :

$$O_{pt} = \alpha_1 \widetilde{F}_a + \alpha_2 (1 - \widetilde{z}_{max}) + \alpha_3 (1 - \widetilde{F}_{WHM}) \quad (3.3)$$

Ici les grandeurs normalisées sont données par $\widetilde{F}_a = \frac{F_a}{\max(F_a)}$, $\widetilde{z}_{max} = \frac{z_{max}}{\max(z_{max})}$, $\widetilde{F}_{WHM} = \frac{F_{WHM}}{\max(F_{WHM})}$. Afin de pondérer différemment l'impact de chaque caractéristique du jet on introduit un coefficient $\alpha_i \in [0, 1]$. Dans le cas présent on choisit $\alpha_i = 1 \forall i = 1, 2, 3$ ce qui revient à donner le même poids à chacune des grandeurs de la focalisation.

Une correction manuelle est réalisée lorsque $\widetilde{z}_{max} \leq 0$ c'est-à-dire lorsque le jet se situe à l'intérieur de la structure. Cette configuration n'est pas pertinente lorsque l'on souhaite utiliser les jets photoniques pour la détection. Pour s'affranchir de cette solution, on impose à la fonction coût d'être nulle lorsque cette condition est vérifiée. Ainsi, lorsqu'on observe l'évolution de la fonction coût normalisée en fonction du paramètre b , illustrée la figure 3.8, on montre que l'embout elliptique optimisé est obtenu lorsque $b = 4\lambda$. Au delà de cette valeur, le jet se trouve à l'intérieur de l'embout ce qui se traduit par une fonction coût nulle.

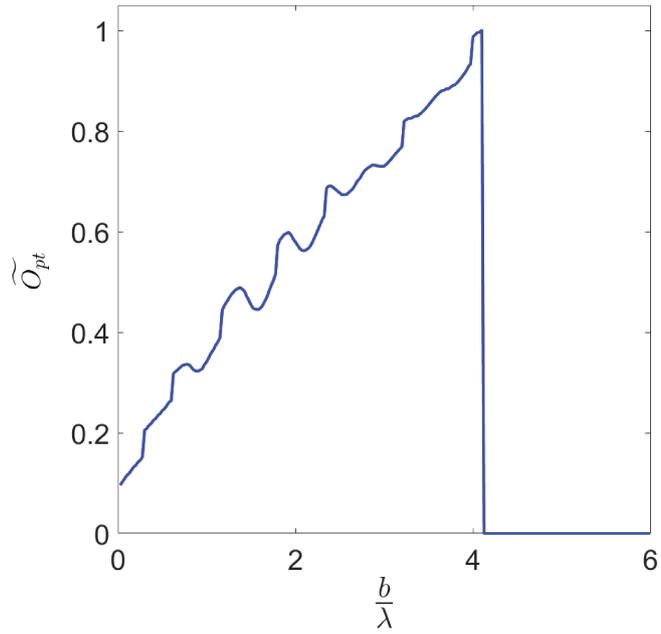


FIGURE 3.8 – Évolution de la fonction coût normalisée \widetilde{O}_{pt} en fonction de la longueur du profil elliptique b (ramenée à la longueur d’onde) lorsque le guide principal est excité par le mode TE_{01} .

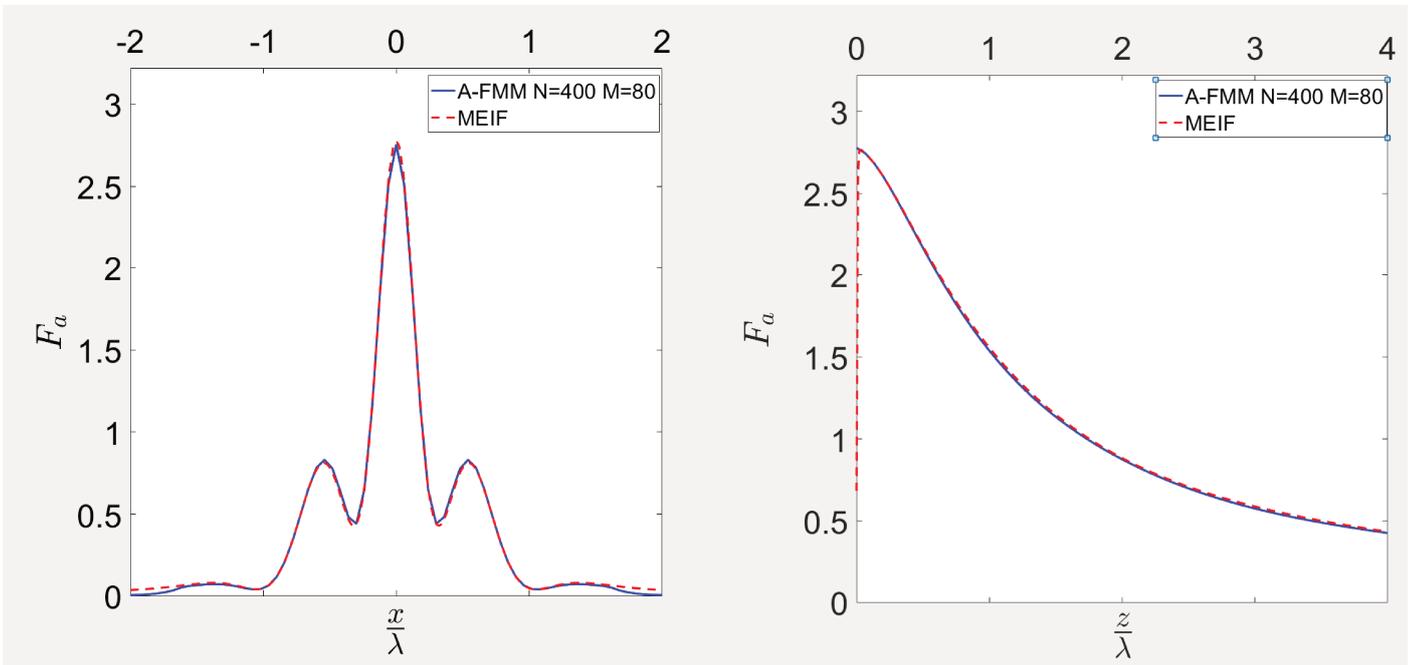


FIGURE 3.9 – Superposition des coupes transverses à gauche ($z = 0.1\lambda$) et des coupes longitudinales à droite ($x = 0\text{cm}$) du facteur d’amélioration F_a obtenu pour un guide elliptique défini par $b=4\lambda$ excité par le mode TE_{01}

La solution obtenue par l'A-FMM est comparée avec celle obtenue via la MEIF (Fig. 3.9) en superposant les coupes transverses et longitudinales du facteur d'amélioration.

3.3.3 Embout discret : Tronçon rectangulaire

On s'intéresse dorénavant aux embouts à profils discrets. Pour des raisons similaires aux embouts continus de fortes profondeurs exposés plus haut, la méthode C n'est pas adaptée pour étudier de tels profils. La comparaison concernera donc uniquement les solutions générées par l'A-FMM et l'A-PMM.

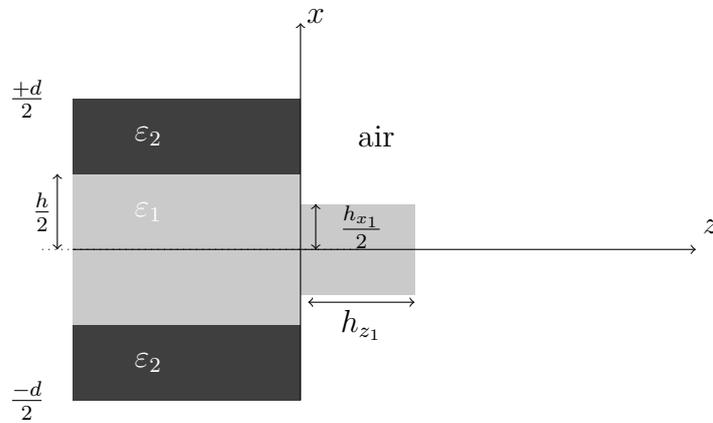


FIGURE 3.10 – Schéma de l'embout rectangulaire

La géométrie discrète la plus élémentaire concerne le profil rectangulaire (Fig. 3.10). Comme nous le verrons plus en détails, outre le fait d'avoir une forme simple pour l'usinage, cette géométrie réduit considérablement le temps de calcul numérique et améliore le facteur F_a . Avant d'explicitier nos propos, une comparaison des performances produites par l'A-FMM et l'A-PMM est présentée. Pour cela on choisit le temps d'exécution nécessaire pour atteindre le seuil de précision souhaité, comme critère de comparaison principal. Ces résultats sont fortement liés à la dimension de l'opérateur (Dim). Dans le cas présenté ici, on s'intéresse à la convergence du facteur F_a .

Les résultats exposés dans le tableau 3.2 montrent l'avantage d'utiliser l'A-PMM pour

Précision	10^{-1}		10^{-2}		10^{-3}	
	Dim	Temps	Dim	Temps	Dim	Temps
A-FMM	70	0,25 s	290	1,3 s	1050	21 s
A-PMM	35	0,04 s	70	0,08 s	145	0,11 s

TABLE 3.2 – Comparaison du temps d'exécution selon la précision recherchée lors de l'étude d'un guide plan ($h = 3\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5 i$) excité par le mode TE_{01} et terminé par un embout rectangulaire ($h_x = 0.75\lambda$, $h_z = 0.5\lambda$).

réduire considérablement le temps de calcul. Ainsi, si l'on souhaite atteindre une précision de 10^{-3} l'A-PMM est 190 fois plus rapide que l'A-FMM. Les efforts réalisés pour réduire le temps de calcul sont toujours motivés par le souhait d'utiliser efficacement la procédure d'optimisation paramétrique Sc.A introduite précédemment et faisant cette fois ci intervenir deux paramètres.

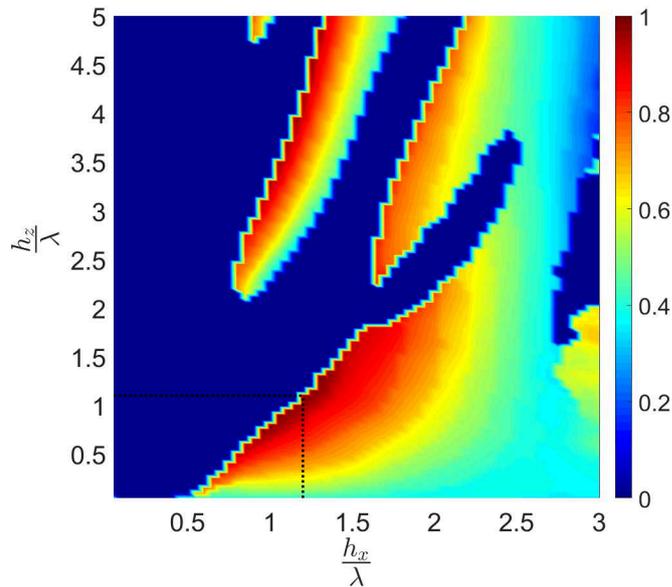


FIGURE 3.11 – Cartographie de l'évolution de la fonction coût normalisée en fonction de la géométrie de l'embout rectangulaire (h_x et h_z) ramenée à la longueur d'onde dans le cas d'un guide d'onde défini par $h = 3\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5 i$ et excité par le mode TE_{01}

La figure 3.11 expose l'évolution de la fonction coût normalisée \widetilde{O}_{pt} , définie par Eq.(3.3), en fonction de la longueur des deux côtés de l'embout rectangulaire h_x et h_z normalisées par la longueur d'onde. Les domaines d'étude sont limités à $\frac{h_x}{\lambda} \in [0, 3]$ et $\frac{h_z}{\lambda} \in [0, 5]$ avec un pas de 0,1. Une pénalisation est appliquée sur la fonction coût pour toute solution telle que $z_{max} \leq 0,07\lambda$.

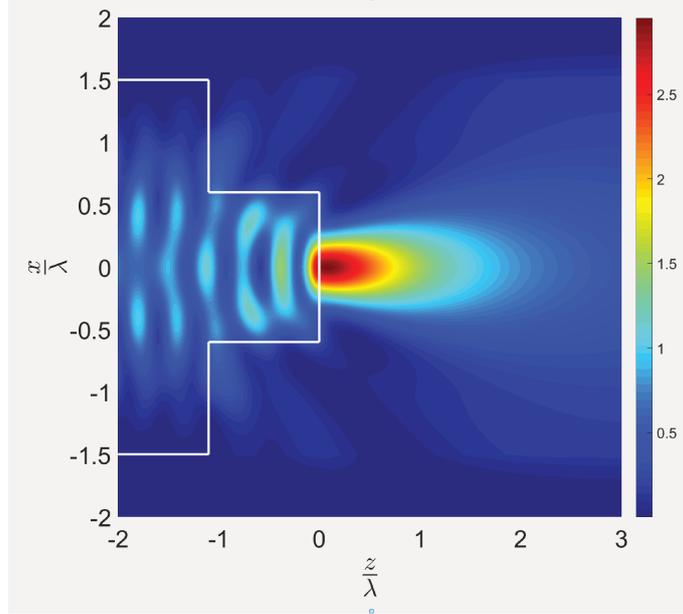


FIGURE 3.12 – Distribution du facteur d'amélioration F_a pour l'embout rectangulaire optimisé ($h_{x_1} = 1,2\lambda$, $h_{z_1} = 1,1\lambda$) dans le cas d'un guide d'onde défini par $h = 3\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5 i$ et excité par le mode TE_{01}

Le profil optimisé obtenu pour l'embout rectangulaire correspondant à la géométrie définie par $h_{x_1} = 1,2\lambda$ et $h_{z_1} = 1,1\lambda$ est illustré à la figure 3.12. L'échelle de couleur indique désormais la valeurs du facteur d'amélioration F_a .

Cette section nous a permis de comparer les performances des trois méthodes développées et d'en définir les limites. En ce qui concerne la méthode C, l'étude du profil continu étant réduite à une simple interface, le temps de calcul est minimisé. Cependant, cette méthode reste limitée aux profils continus qui varient faiblement. Dans le cas où les variations seraient conséquentes (profils longs ou discontinus), la méthode devient instable

et fournit des résultats erronés. La FMM devient alors préférable pour les embouts continus inadaptés à la méthode-C. En outre, si l'on souhaite étudier un profil discret, nous avons montré que l'utilisation d'une base polynomiale produit des résultats remarquables. De plus, nous avons profité de cette section pour introduire la démarche d'optimisation paramétrique. Le tableau 3.3 affiche les caractéristiques des différents types d'embouts optimisés via la procédure mise en place. On observe, entre autres, que l'embout rectangulaire augmente le facteur d'amélioration de 8% et réduit le temps de calcul d'un facteur 100 lorsqu'on utilise l'A-PMM en comparaison du profil continu modélisé via l'A-FMM.

Profil	Méthode adaptée	Embouts optimisés	Max(F_a)	Temps (s)	FWHM
CONTINU	A-FMM	Elliptique			
		($b = 4\lambda$)	2,67	10,3	0,28 λ
DISCRET	A-PMM	Rectangulaire			
		($h_{x_1} = 1, 2\lambda, h_{z_1} = 1, 1\lambda$)	2,96	0,11	0,42 λ

TABLE 3.3 – Comparaison des caractéristiques du jet pour différentes formes d'embout en polarisation TE

En plus d'augmenter F_a et de réduire le temps de calcul, une telle géométrie à l'avantage d'être facilement usinée sans avoir recours à l'utilisation de machines à commande numérique par exemple. À contrario, la largeur à mi-hauteur, bien qu'elle soit inférieure à la limite de diffraction, est légèrement dégradée.

3.4 Prototype expérimental et validation de l'embout rectangulaire

3.4.1 Prototype

Le prototype expérimental, que l'on a illustré à la figure 3.13, se compose de trois éléments principaux : la source, la structure générant le jet et une sonde.

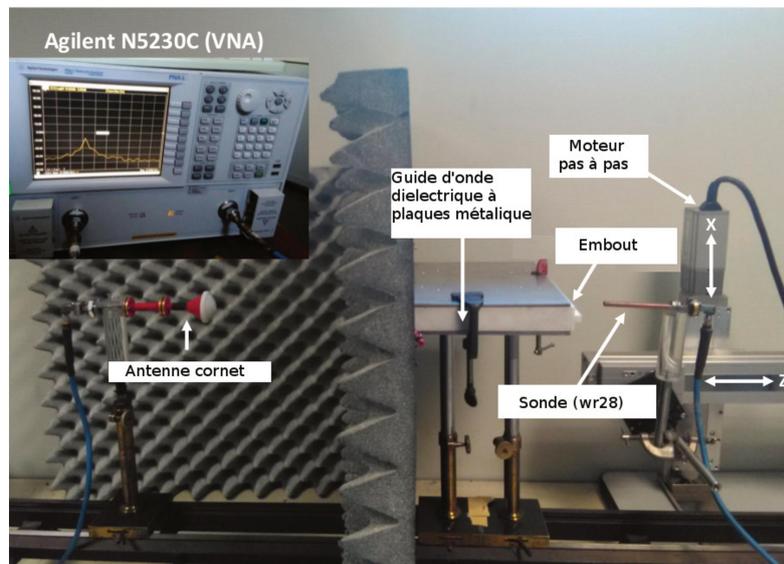


FIGURE 3.13 – Photographie du banc expérimental illustrant la procédure de cartographie réalisée en utilisant une sonde wr28

Par analogie avec les travaux précédent, on utilise des ondes planes obtenues via une antenne cornet terminée par une lentille de Fresnel. L'antenne est excitée par le VNA (Vector Network Analyzer) via un câble coaxial couplé à un guide d'onde rectangulaire monomode. De ce fait, il est possible d'imposer une polarisation spécifique pour l'onde source. On distingue alors la polarisation rectiligne TE, pour laquelle le champ électrique appartient au plan horizontal d'une polarisation rectiligne TM, où le champ dans le plan horizontal est désormais le champ magnétique. La structure guidée est constituée de deux plaques métalliques parallèlement disposées sur un bloc de Téflon à base carrée de côté

$L=20$ cm et de hauteur $h=3$ cm. On choisit une dimension latérale grande devant la longueur d'onde (1 cm pour 30 GHz) afin de pouvoir négliger les effets de bords et supposer une invariance suivant l'axe de la polarisation. Le déplacement automatisé d'une sonde rectangulaire wr28 nous permet de cartographier la distribution spatiale du champ électrique. En effet, comme le montre le schéma de principe ci-dessous (fig. 3.14), l'ensemble source-détecteur est relié au VNA (Vector Network Analyzer) et permet de relever le paramètre S_{21} proportionnel à l'amplitude du champ électrique.

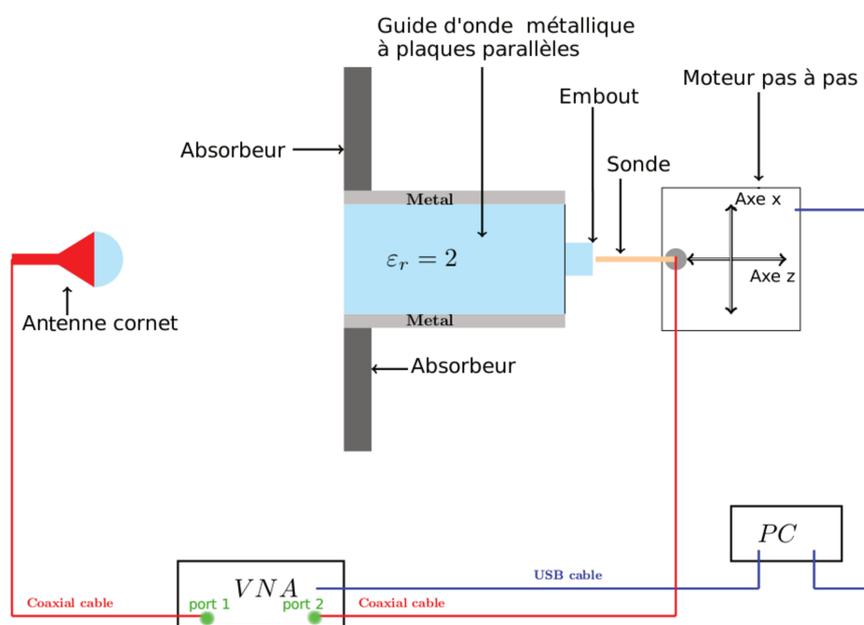


FIGURE 3.14 – Schéma de principe de l'expérience permettant d'obtenir le coefficient S_{21} .

Afin de minimiser les pertes et les erreurs produites par l'enchaînement d'éléments entre la sortie et l'entrée du VNA un calibrage est nécessaire. L'étude étant réalisée en espace libre, nous avons opté pour une correction post-mesure dans des conditions expérimentales faisant office de référence.

Pour réaliser cette correction on utilise les standards *Thru* (transmission totale), *Reflect* en réalisant une mesure du coefficient S_{11} en court-circuit par une plaque mé-

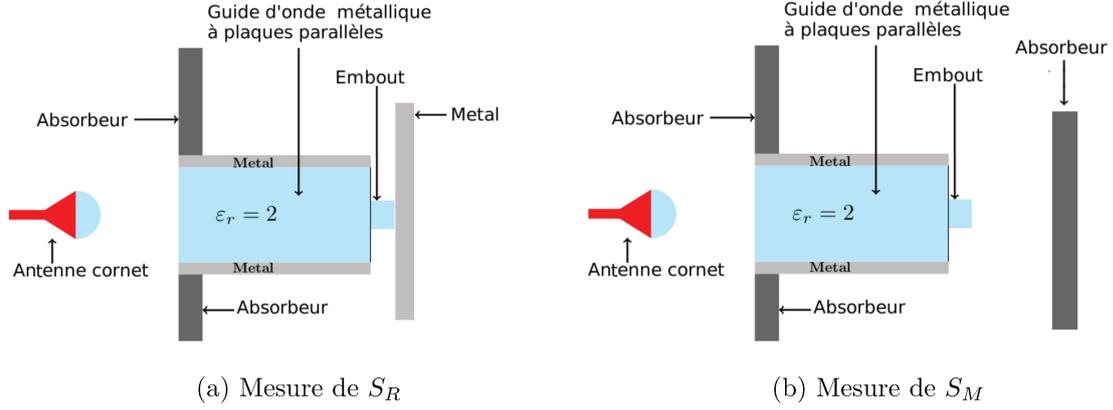


FIGURE 3.15 – Schéma explicitant l’obtention des paramètres de correction pour les standards *Reflect* et *Match*.

tallique (fig. 3.15a) et *Match* via la mesure du paramètre de réflexion en présence d’une mousse absorbante (fig. 3.15b) [105, 106]. Pour éviter de surcharger l’écriture par des notions, une lettre en indice lie la mesure au standard utilisé (T pour *Thru*, R pour *Reflect* et M pour *Match*). En ce qui concerne la mesure associée au standard T notée S_T , nous avons choisi de mesurer le coefficient S_{21} au niveau de la focalisation maximale du jet. Ceci permet d’obtenir des valeurs normalisées. Les paramètres corrigés en transmission $S_{21_{cor}}$ et en réflexion $S_{11_{cor}}$ sont donc obtenues par :

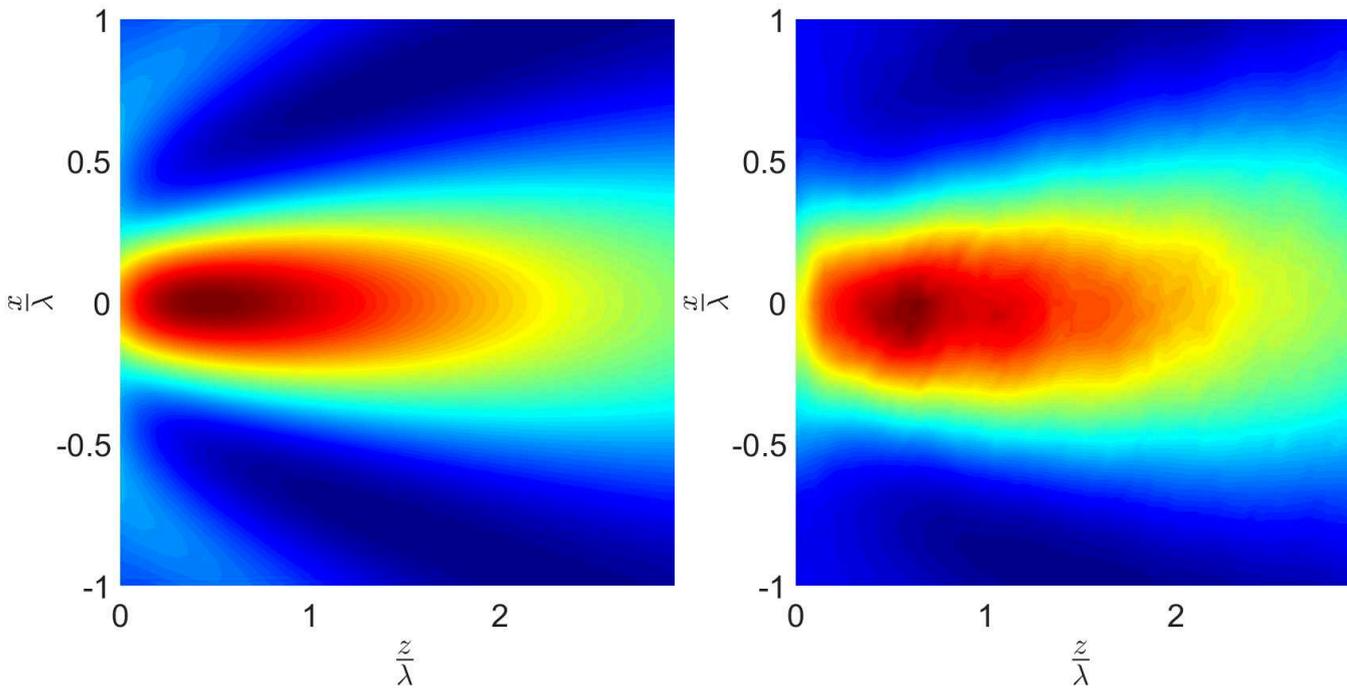
$$S_{21_{cor}} = \frac{S_{21_{mes}} - S_R}{S_T - S_R} \quad (3.4)$$

$$S_{11_{cor}} = \frac{S_{11_{mes}} - S_M}{S_M - S_R} \quad (3.5)$$

3.4.2 Impact de l’excitation via une onde plane

On rappelle que la procédure expérimentale d’excitation de la structure guidée est réalisée en espace libre. La distribution spatiale de la norme au carrée du champ électrique normalisé mesuré à la sortie de l’embout rectangulaire ($\frac{h_x}{\lambda} = 1$ et $\frac{h_z}{\lambda} = 0,75$) en polarisation TM est représentée à la Figure 3.16. Les coupes transverses et longitudinales

du facteur d'amélioration normalisé \widetilde{Fa} sont également représentées sur les figures 3.17.



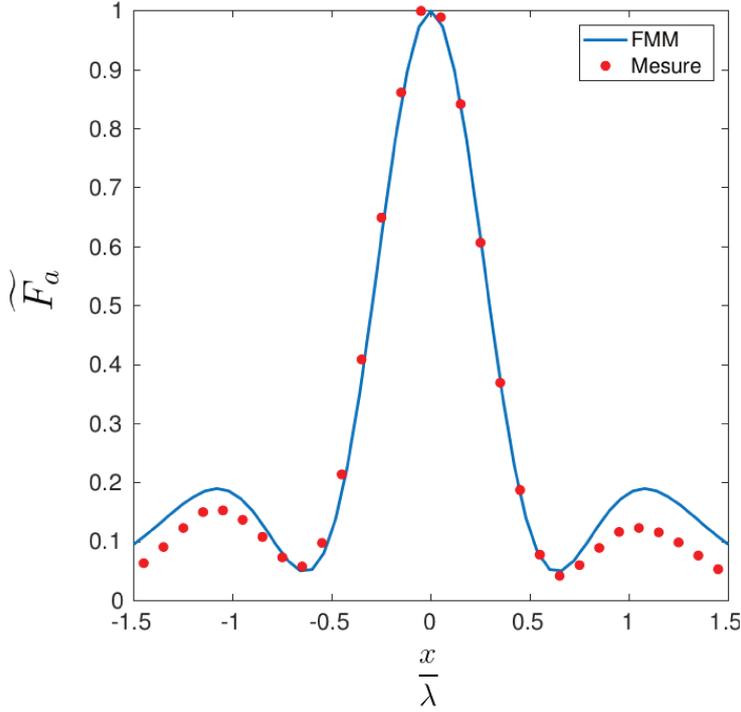
(a) SIMULATION FMM : Excitation mode TM_0

(b) MESURE : Excitation onde plane

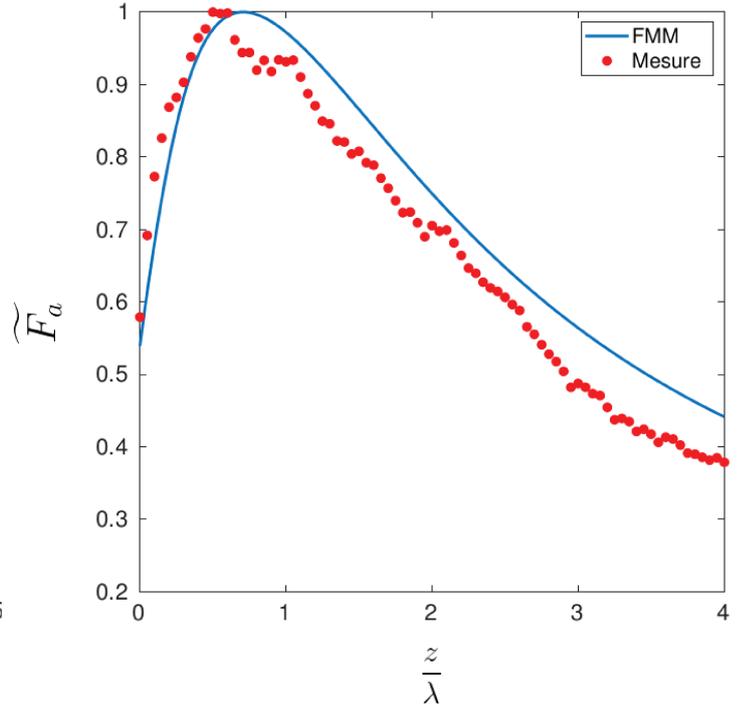
FIGURE 3.16 – Cartographie de la norme au carré du électrique normalisé à la sortie de l'embout rectangulaire excité en polarisation TM ($\frac{h_x}{\lambda} = 1$; $\frac{h_z}{\lambda} = 0,75$).

On constate une forte corrélation aussi bien sur la cartographie 2D (Fig. 3.16) que sur les coupes (Fig. 3.17) entre les résultats numériques et expérimentaux. Ces résultats confirment expérimentalement le fait qu'une excitation de la structure guidée via une onde plane permet de coupler le mode fondamental TM_0 en polarisation TM.

En revanche comme on pouvait s'y attendre, l'expérience similaire réalisée en polarisation TE, dont les résultats sont observables à la figure 3.18, montre une différence notable entre le résultat expérimental obtenu en espace libre et la simulation monomode (TE_{01}). En se plaçant dans les mêmes conditions que l'expérience (excitation via une onde plane), il est néanmoins possible d'obtenir des résultats numériques comparables. L'objectif initial motivé par une excitation monomode de la structure via une onde plane n'est pas possible en polarisation TE. On montre qu'une excitation en espace libre produit, par couplage, la



(a) Coupe transverse : $\frac{z}{\lambda} = 0,5$



(b) Coupe longitudinale : $\frac{x}{\lambda} = 0$

FIGURE 3.17 – Coupe transverse (a) et longitudinale (b) du facteur d'amélioration normalisé \widetilde{F}_a à la sortie de l'embout rectangulaire ($\frac{h_x}{\lambda} = 1, \frac{h_z}{\lambda} = 0,75$) excité en polarisation TM

propagation de modes d'ordre supérieur (fig 3.18). En dépit d'une excitation multimode ces résultats valident tout de même l'intérêt du profil rectangulaire pour la production de focalisation en champ proche.

3.5 Étude approfondie de l'embout rectangulaire

Après avoir montré l'intérêt d'un embout rectangulaire pour générer des jets photoniques, nous allons désormais approfondir l'étude numérique des embouts rectangulaires afin de mettre en évidence certains comportements remarquables et utiles pour la suite de nos travaux.

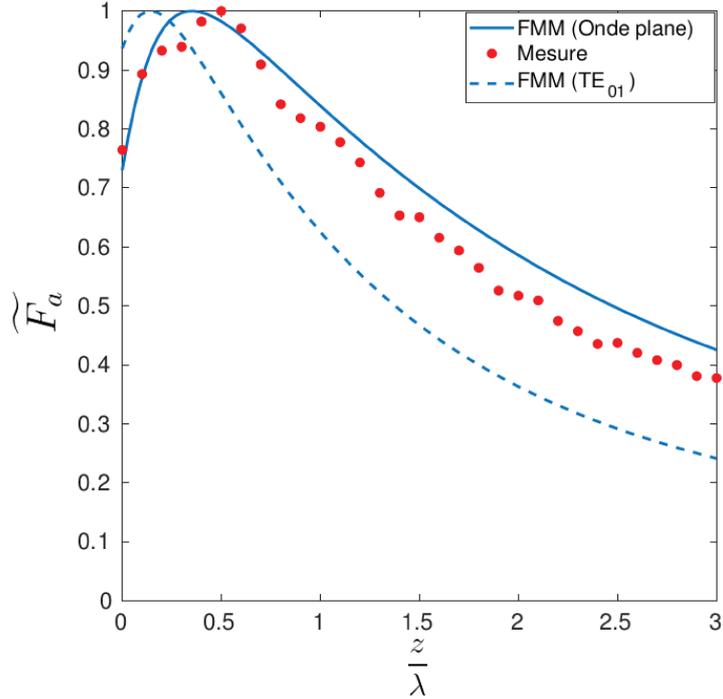


FIGURE 3.18 – Coupe longitudinale du facteur d’amélioration normalisé \widetilde{F}_a du champ électrique traverse à la sortie de l’embout rectangulaire ($\frac{h_x}{\lambda} = 1, \frac{h_z}{\lambda} = 0,75$) excité par une polarisation TE.

3.5.1 Étude modale relative à l’embout rectangulaire

Les résultats précédents nous amènent à nous questionner sur les raisons physiques à l’origine de la focalisation lorsqu’on utilise l’embout rectangulaire. Pour répondre à cette question, nous allons mettre à profit une spécificité des méthodes modales utilisées, à savoir la possibilité de sélectionner et d’observer l’effet de certaines modes sur la focalisation ou plus particulièrement dans le cas présent sur le facteur F_a . La désadaptation d’impédance introduite par l’embout est assimilable à une transition entre un guide d’onde métallique chargée de Téflon et un SLAB correspondant au guide d’onde à plaque diélectrique Air-Téflon-Air. Nous allons dans un premier temps expliciter le couplage entre le mode fondamental du guide principal et certains modes dans l’embout rectangulaire. On observe que le mode TE_{01} dans le guide principal se couple uniquement avec les modes

guidés impairs du SLAB. De même, pour la polarisation TM, seuls les modes guidés pairs dans l'embout sont excités. Ensuite, on s'intéresse au facteur d'amélioration et on observe son évolution en fonction des modes sélectionnés dans le SLAB. Les résultats sont disponibles dans le tableau 3.4.

Modes sélectionnés	Tous	Non Guidés	TE_1	TE_3	$\{TE_1, TE_3\}$
Ratio F_a	100%	2%	50%	15%	96%

TABLE 3.4 – Impact des modes sur la valeur numérique du facteur F_a pour un embout rectangulaire ($h_{x_1} = 1, 2\lambda$, $h_{z_1} = 1, 1\lambda$) lorsque le guide principal est excité par le mode fondamental en polarisation TE.

L'impact des différents modes excités dans le SLAB représenté par l'embout (qu'ils soient guidés ou non) sur le facteur d'amélioration F_a reporté au tableau 3.4, montre que l'influence des modes évanescents est insignifiante et ne participe pas à la formation du jet. En effet le jet photonique est principalement produit par le couplage et l'interférence des deux premiers modes impairs TE_1 et TE_3 . En outre on montre l'existence d'une pseudo-périodicité en fonction de la profondeur de l'embout (figure 3.19) qui trouve son explication dans le fait que la focalisation générée par le profil rectangulaire est principalement obtenue par le couplage de mode propagatifs.

3.5.2 Couplage des caractéristiques du jet pour l'embout rectangulaire

On s'intéresse désormais à l'évolution des caractéristiques du jet photonique (le facteur d'amélioration F_a , la largeur à mi-hauteur $FWHM$ et la position $\frac{z_{max}}{\lambda}$) en fonction de la profondeur h_z (figure 3.19).

Cette étude permet de mettre en évidence l'existence réelle d'une corrélation entre ces caractéristiques. Ainsi, comme on peut le constater, augmenter F_a se traduit par une diminution de la FWHM et par un déplacement de la focalisation vers l'embout.

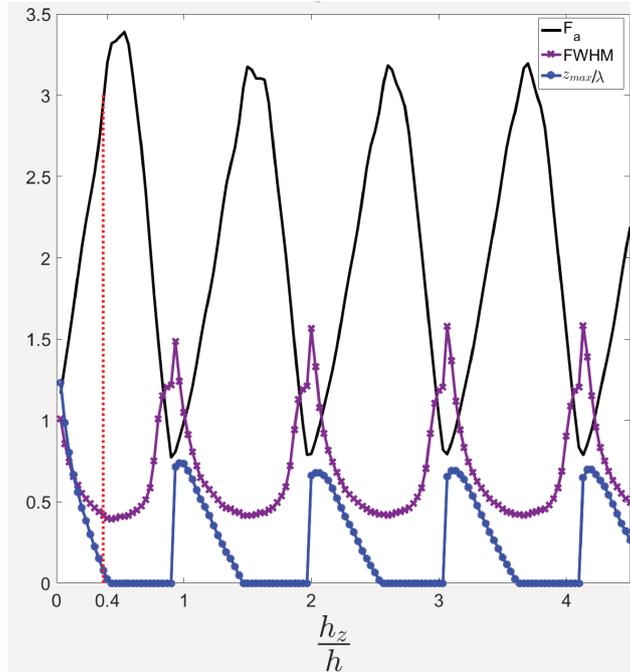


FIGURE 3.19 – Évolution des caractéristiques du jet (facteur d'amélioration F_a , largeur à mi-hauteur FWHM et la position de la focalisation normalisées par λ) en fonction de la profondeur du guide h_z pour $h_x = 1, 2\lambda$. Ces résultats sont donnés en polarisation TE pour un guide défini par $h = 3\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5 i$.

3.5.3 Étude de l'impact d'un cache métallique en amont

Le paragraphe précédent a mis en évidence le point faible de la structure guidante avec embout rectangulaire : la dégradation de la FWHM. On se propose donc de s'inspirer des travaux réalisés par Yue et al. [43] dans lesquels ils montrent une amélioration significative des caractéristiques du jet par l'ajout d'un cache métallique disposé entre la source et l'objet. La configuration expérimentale de la figure 3.20 s'inspire de ces travaux en espace libre, pour proposer une extension à des structures guidées.

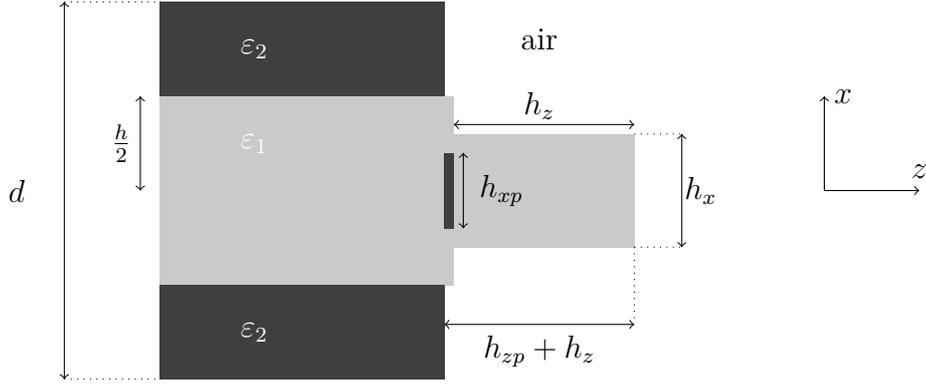


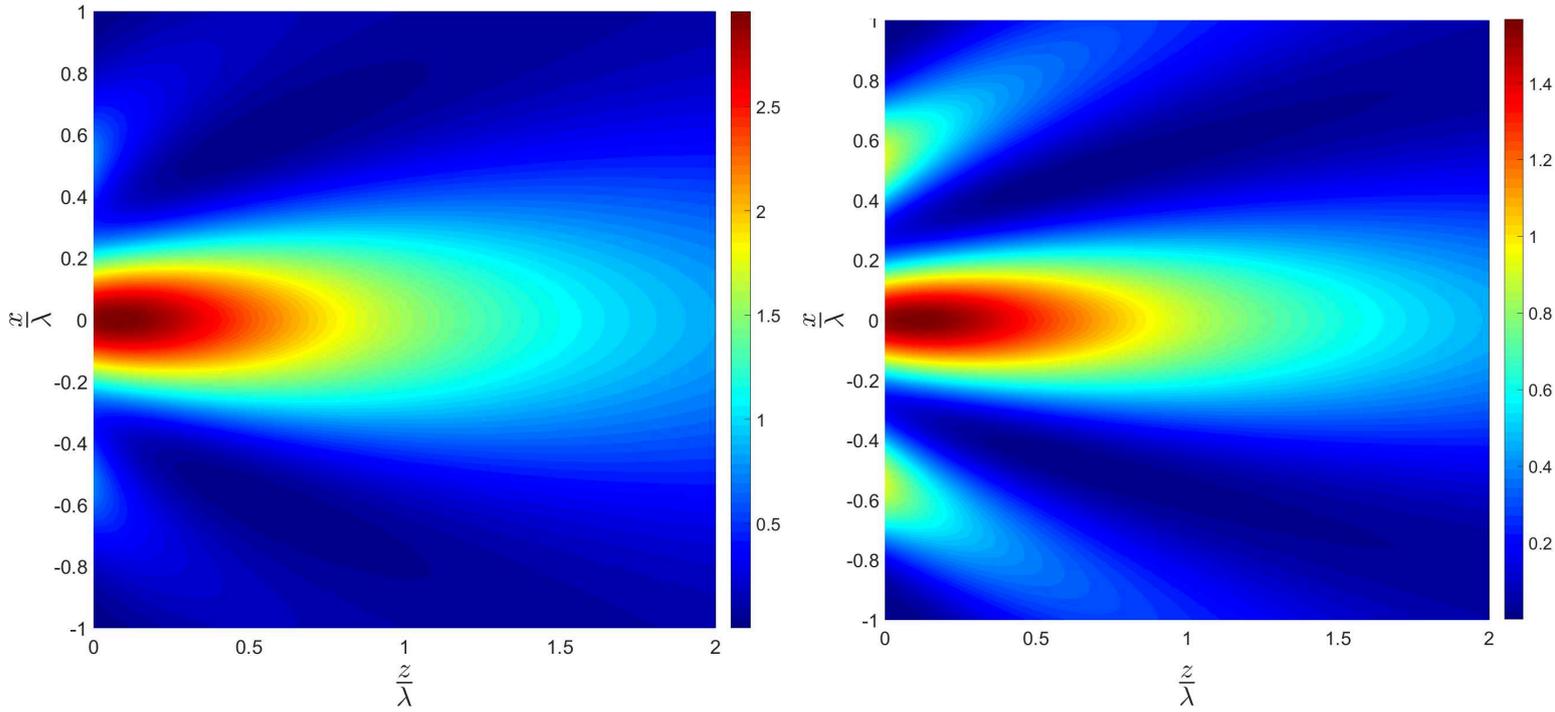
FIGURE 3.20 – Schéma du guide métallique bi-plaque chargé de Téflon terminé par un embout rectangulaire précédé d'un cache métallique rectangulaire.

La géométrie optimisée est déterminée via une étude paramétrique sur les quatre grandeurs $(h_{xp}, h_{zp}, h_x, h_z)$. Une étude sur la corrélation montre que la présence de la plaque métallique découple les paramètres du jet.

Embout	$(\frac{h_{xp}}{\lambda}, \frac{h_{zp}}{\lambda}, \frac{h_x}{\lambda}, \frac{h_z}{\lambda})$	α_1	α_2	α_3	Max(F_a)	FWHM
Rectangulaire	(0 ; 0 ; 1,2 ; 1,1)	1	1	1	2,96	0,42 λ
Rectangulaire avec plaque (RP_1)	(0,05 ; 0,05 ; 1,2 ; 1,2)	1	0	0	2,91	0,38 λ
Rectangulaire avec plaque (RP_2)	(0,55 ; 0,05 ; 1,5 ; 1)	0	1	0	1,55	0,32 λ

TABLE 3.5 – Comparaison des caractéristiques du jet pour différentes formes d'embout en polarisation TE.

On réalise une optimisation de la fonction coût définie à l'Eq. (3.3) pour deux configurations de poids distinctes. En optimisant soit F_a , soit la FWHM, les résultats disponibles au tableau 3.5 montrent qu'ajouter le cache permet surtout de réduire la FWHM, mais ne permet pas d'améliorer la F_a . En outre, lorsqu'on étudie les modes excités on montre que les modes non-guidés participent davantage à la formation du jet, ce qui se traduit par la présence de lobes secondaires. (Fig. 3.21)



(a) Configuration RP_1 : (0,05 ; 0,05 ; 1,2 ; 1,2)

(b) Configuration RP_2 : (0,55 ; 0,05 ; 1,5 ; 1)

FIGURE 3.21 – Distribution de l'intensité du champ électrique dans l'air pour l'embout rectangulaire précédé d'un cache métallique (a) RP_1 associée à une optimisation de F_a et (b) RP_2 associée à une optimisation de $FWHM$ pour un guide défini par $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5 i$ excité en polarisation TE.

Cette étude sur la corrélation montre que la présence de la plaque métallique découple les paramètres du jet. La qualité de couplage avec les modes non-guidés améliorent la $FWHM$, tandis que les modes guidés impactent davantage le facteur F_a . La dégradation du facteur F_a observée lorsqu'on augmente la hauteur h_{xp} du cache s'explique par un couplage moins effectif avec les modes guidés.

3.6 Embout à deux sections rectangulaires

Les résultats précédents nous orientent vers la recherche d'une structure qui génère des modes radiatifs sans détériorer le couplage des modes guidés. On choisit d'étudier une

structure composée de deux tronçons illustrée à la figure 3.22.

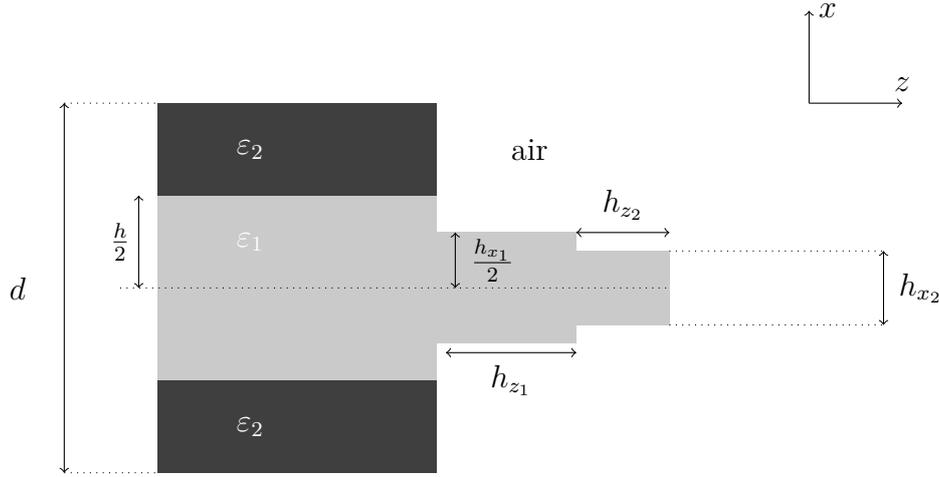


FIGURE 3.22 – Schéma du guide métallique bi-plaque, chargé de Téflon et terminé par un embout à deux sections rectangulaires

3.6.1 Étude paramétrique

À l'instar des études précédentes, on débute par une procédure d'optimisation paramétrique afin de déterminer les formes d'embouts optimisés. Ces résultats sont issus d'une optimisation paramétrique sur un ensemble de variables $(h_{x1}, h_{z1}, h_{x2}, h_{z2})$ tel que $\frac{h_{x1}}{\lambda} \in [0, 1; 2, 9]$, $\frac{h_{z1}}{\lambda} \in [0, 1; 2, 5]$, $\frac{h_{x2}}{\lambda} \in [0, 1; 2, 9]$ et $\frac{h_{z2}}{\lambda} \in [0, 1; 2, 5]$ avec un pas égal à 0,1. On impose de plus les contraintes suivantes par pénalisation de la fonction coût : $h_{x1} > h_{x2}$ et $z_{max} > 0,07\lambda$.

Nous avons vu que, contrairement au cas rectangulaire, la présence d'une plaque permet d'optimiser une caractéristique du jet au détriment d'une autre (Tableau 3.5). Concernant le cas à deux tronçons, bien qu'il existe une configuration qui déroge à la règle (Tableau 3.6), l'étude montre que les paramètres du jet sont liés, à une exception près. En effet, il est possible de minimiser $FWHM$ sans pour autant maximiser la valeur de F_a . Par ailleurs, cette étude montre qu'ajouter une section rectangulaire améliore les

Polarisation	TE	TM
Paramètre optimisé $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$	(1,0,0)	
Temps pour Sc.A	3 heures	
Résultat $(\frac{h_{x1}}{\lambda}, \frac{h_{z1}}{\lambda}, \frac{h_{x2}}{\lambda}, \frac{h_{z2}}{\lambda})$.	(1, 8; 0, 8; 1, 1; 0, 7)	(2, 9; 2, 1; 1, 5; 1, 5)
F_a	3,29	2,97
FWHM	0,38 λ	0,42 λ
Paramètre optimisé $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$	(0,1,0)	
Temps pour Sc.A	1 jour	
Résultat $(\frac{h_{x1}}{\lambda}, \frac{h_{z1}}{\lambda}, \frac{h_{x2}}{\lambda}, \frac{h_{z2}}{\lambda})$	(1, 8; 0, 8; 0, 9; 0, 5)	(1, 7; 0, 9; 0, 5; 0, 6)
F_a	3,17	2,05
FWHM	0,35 λ	0,32 λ

TABLE 3.6 – Tableau regroupant les résultats de l’optimisation paramétrique lors de l’étude d’embout à deux sections rectangulaires.

caractéristiques du jet (tableaux 3.5 et 3.6). En effet, si on s’intéresse aux résultats où l’on maximise F_a , l’ajout d’une section permet d’améliorer F_a de 10% et de réduire la FWHM d’environ 9%. On remarque que les temps d’optimisations deviennent de plus en plus importants lorsqu’on augmente la complexité de la structure par l’ajout d’un tronçon supplémentaire. De plus, on constate des temps d’optimisations différents en fonctions du paramètre optimisé. Ceci s’explique par le fait qu’obtenir la largeur à mi hauteur nécessite un pas de discrétisation transverse suffisamment fin.

3.6.2 Validation expérimentale

Afin de réaliser la validation expérimentale des résultats numériques du profil à deux sections rectangulaires, nous utilisons le banc de mesure précédemment présenté (Fig. 3.14). Nous avons observé qu'une excitation via une onde plane en polarisation TE introduit des couplages avec les modes d'ordre supérieur. Il est bien évident que ces remarques restent valables pour le cas présent. De plus, il est connu que le challenge numérique de cette méthode concerne le cas TM. Nous allons donc nous intéresser au cas TM réputé le plus délicat.

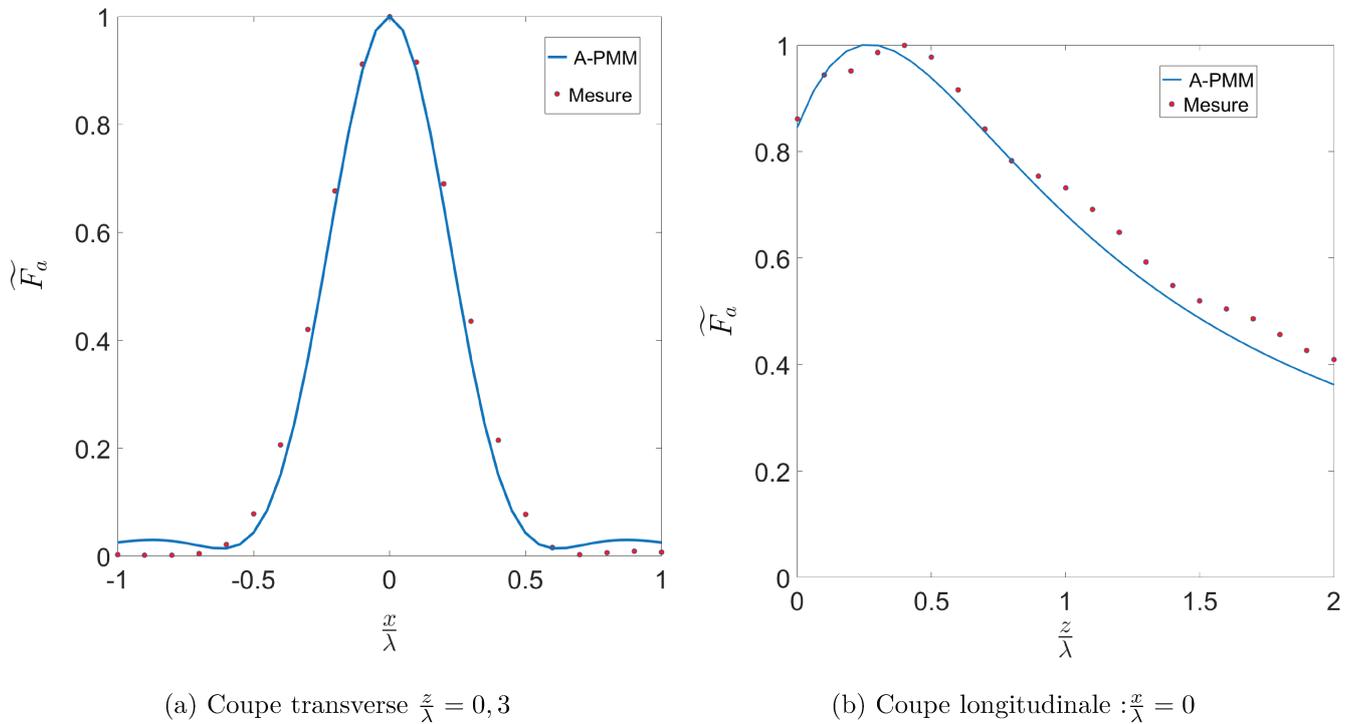


FIGURE 3.23 – Coupe transverse (a) et longitudinale (b) du facteur d'amélioration normalisé F_a théorique et mesuré à la sortie de l'embout rectangulaire à deux tronçons défini par ($h_{x_1} = 2,5\lambda$, $h_{z_1} = 2\lambda$, $h_{x_2} = 1,5\lambda$, $h_{z_2} = \lambda$, $h = 3\lambda$) excité en polarisation TM .

Les résultats exposés à la figure 3.23 montrent une forte correspondance entre l'étude numérique et l'expérience, ce qui conforte l'intérêt d'utiliser une structure composée de deux tronçons.

3.6.3 Cas de la détection d'une tige métallique

La focalisation produite par la structure à deux tronçons peut être utilisée expérimentalement pour détecter la présence de tiges métallique cylindrique ayant un diamètre inférieur à la longueur d'onde de travail.

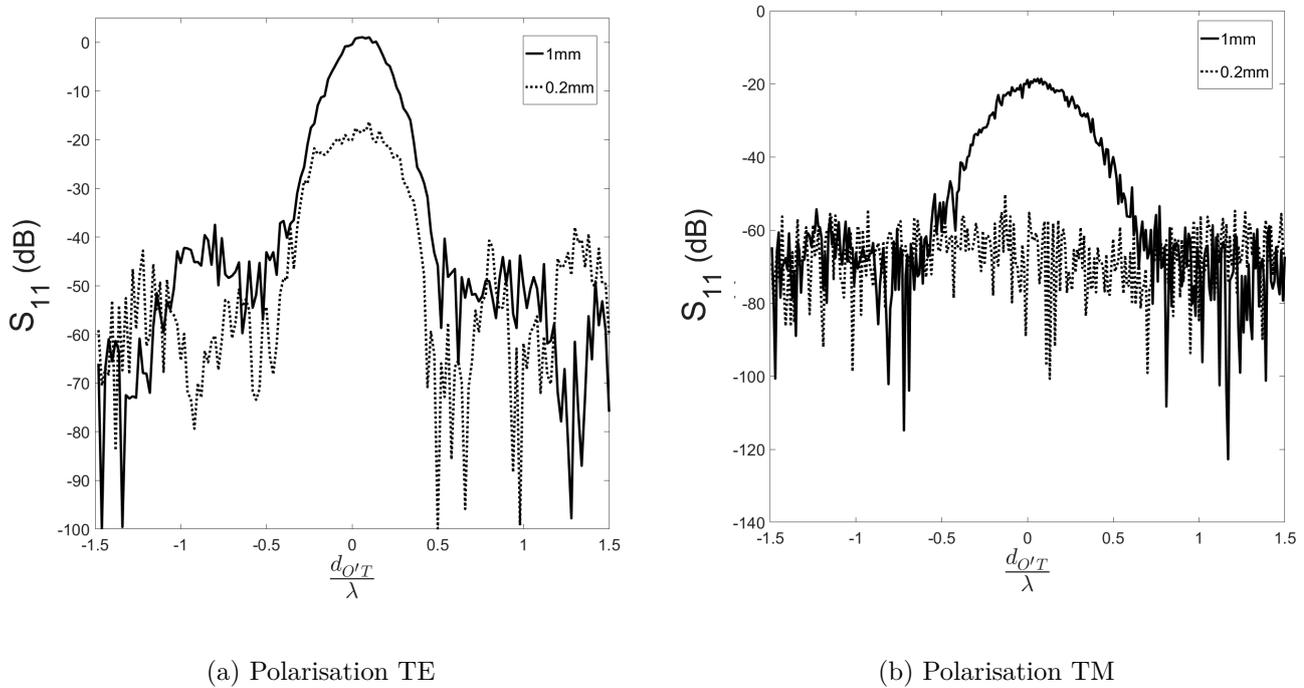


FIGURE 3.24 – Mesure de S_{11} lors du déplacement vertical (suivant l'axe x pour $z = 0, 5\lambda$) de tiges métalliques cylindriques de différents diamètres ($\frac{\lambda}{10} = 1$ mm et $\frac{\lambda}{50} = 0,2$ mm), pour différentes polarisations avec $d_{O'T} = x_T - x_{O'}$ la position de la tige (x_T) par rapport au jet ($x_{O'}$).

L'expérience consiste à déplacer verticalement la tige dans le plan orthogonal à l'axe de révolution de l'antenne passant par le jet photonique en O' dont les coordonnées sont $(x_{O'}, z_{O'})$. La position de la tige est associée au point T (x_T, z_T) . La figure 3.24 expose l'évolution du coefficient de réflexion S_{11} en dB en fonction de la position de la tige normalisée par la longueur d'onde $\frac{d_{O'T}}{\lambda}$ avec $d_{O'T} = x_T - x_{O'}$. En polarisation TE (champ électrique suivant la direction de la tige), il est possible de révéler des tiges métalliques

dont le diamètre est 50 fois inférieur à la longueur d'onde. En polarisation TM (champ électrique orthogonal à la tige), malgré un couplage moindre, il est possible de révéler des tiges métalliques 10 fois inférieure à la longueur d'onde.

On montre cependant que ce prototype ne permet pas de mettre en évidence la présence de tiges non métalliques dont le rayon est inférieur à la longueur d'onde. Ceci peut s'expliquer entre autre, par l'excitation du guide réalisée en espace libre qui génère des pertes.

Nous avons vu précédemment qu'il est possible d'optimiser une caractéristique précise du jet au détriment d'une autre (Tab. 3.6). Il est donc judicieux de se questionner au sujet de la caractéristique la plus pertinente pour la détection d'objet. Pour ce faire nous avons sélectionné quatre géométries d'embouts, afin de former deux lots caractérisés soit par le même facteur F_a mais des FWHM différentes, soit une même FWHM avec une différence sur le facteur F_a . Les calculs du paramètre de réflexion S_{11} dans le cadre de ces différentes configurations sont regroupés dans le tableau 3.7 dans le cas où une tige métallique de dimension $\frac{\lambda}{100}$ est présentée à la sortie du guide.

$(\frac{h_{x1}}{\lambda}, \frac{h_{z1}}{\lambda}, \frac{h_{x2}}{\lambda}, \frac{h_{z2}}{\lambda})$	F_a	FWHM	S_{11}
(1,8 ; 0,8 ; 1,1 ; 0,7)	3,28	0,38 λ	0,11
(1,6 ; 0,1 ; 1 ; 0,8)	3	0,38 λ	0,06
(1,8 ; 0,8 ; 0,9 ; 0,5)	3,17	0,35 λ	0,09
(1,9 ; 0,9 ; 1,2 ; 0,9)	3,17	0,39 λ	0,08

TABLE 3.7 – Étude du coefficient de réflexion lors de la détection d'une tige métallique de section carrée de coté $\frac{\lambda}{100}$ en polarisation TE pour différentes configurations d'embout.

Lorsqu'on s'intéresse à la configuration où la FWHM est similaire (Tableau 3.7), on remarque qu'une baisse de 8 % sur le facteur F_a divise par deux le coefficient S_{11} . En

revanche, si on dégrade cette fois si la FWHM de 10% on observe très peu d'impact sur la détection. Ces résultats combinés à l'augmentation du temps numérique évoqué dans le tableau 3.6 nous amènent à considérer le facteur F_a comme étant le plus pertinent pour une situation de détection.

3.6.4 Étude modale justifiant l'amélioration des caractéristiques du jet

Comme évoqué pour le cas rectangulaire, chaque tronçon de l'embout est assimilable à un SLAB (Air-Teflon-Air). L'impossibilité de résoudre analytiquement le couplage des modes issus des différentes parties de l'embout nous amènent à observer, numériquement, l'effet des modes sur le jet. Pour l'embout rectangulaire, nous avons déjà explicité l'origine de la focalisation du jet, à savoir qu'elle est principalement générée, dans le cas TE, par les deux premiers modes guidés impairs (tableau 3.4). Une étude modale similaire (Tableau 3.8), mais cette fois-ci appliquée à une structure à deux tronçons, montre l'apport des modes non-guidés dans la génération du jet, particulièrement pour la polarisation TE.

Modes sélectionnés	Tous	Non Guidés	Guidés	Fondamental & Non Guidés
F_a	100%	12%	68%	84%

TABLE 3.8 – Contribution des modes dans le dernier tronçon sur le facteur F_a pour une structure à deux tronçons rectangulaires lorsque le guide principal est excité par le mode fondamental en polarisation TE.

L'amélioration des performances du jet (FWHM et F_a) s'explique donc par le couplage de plus en plus significatif des modes non guidés dans le dernier tronçon. La suite logique dans cette investigation consiste à augmenter le nombre de tronçons.

3.7 Embout à trois tronçons rectangulaires

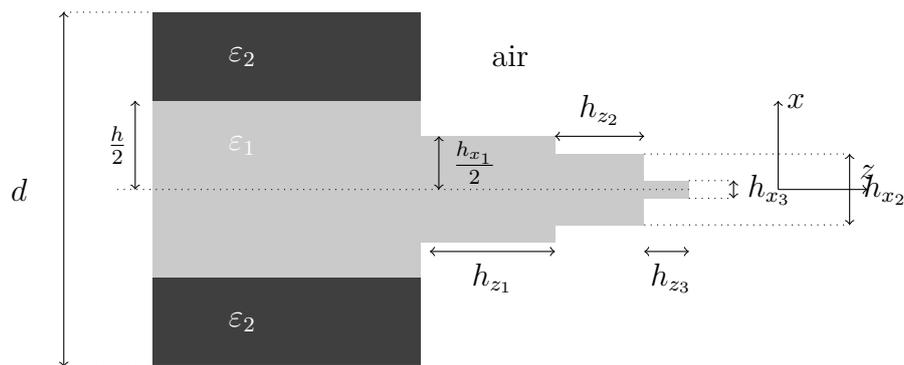


FIGURE 3.25 – Schéma du guide métallique bi-plaque, chargé de Téflon et terminé par un embout à trois sections rectangulaires

Les conclusions émises lors de l'étude de l'embout à deux sections dans le cadre précis d'une détection, nous amènent à choisir le facteur d'amélioration comme paramètre prépondérant dans l'expression de la fonction coût. Par ailleurs, les contraintes en temps, liées à la procédure d'optimisation, nous orientent vers la réduction du domaine d'étude. Ainsi, en s'appuyant sur les résultats pour la structure rectangulaire avec un cache métallique et l'embout à deux tronçons qui montrent que l'apport concerne la contribution des modes non-guidés, il est donc possible de réduire l'intervalle d'étude relatif à la profondeur des deux derniers tronçons. On choisit donc de définir $\frac{h_{z_j}}{\lambda} \in [0, 1, 1]$ pour $j = \{2, 3\}$. Le pas de discrétisation est quant à lui toujours égal à $\frac{\lambda}{10}$. On précise que la fonction coût est définie de sorte d'imposer une distance entre la focalisation maximale du jet et l'embout supérieure à $0,07\lambda$. Les résultats issus de l'optimisation paramétrique sur la structure composée de trois sections rapportés dans le tableau 3.9, montrent que l'ajout d'une section supplémentaire améliore encore le facteur F_a pour la polarisation TM et les caractéristiques (F_a , FWHM) pour la polarisation TE.

Toutefois, malgré un domaine de paramétrisation réduit, le temps d'exécution d'environ 8 jours nous indique qu'utiliser cette procédure d'optimisation pour une structure

Polarisation	TE	TM
Résultat	(1, 8; 0, 7; 1, 3; 0, 3; 1; 0, 4)	(2, 9; 2, 2; 0, 9; 1, 4; 0, 9)
Temps	8 jours	
F_a	3,36	3,05
FWHM	0,36 λ	0,42 λ

TABLE 3.9 – Tableau regroupant les résultats pour l’embout optimisé à trois sections rectangulaires. La solution est sous le format : $(\frac{h_{x1}}{\lambda}, \frac{h_{z1}}{\lambda}, \frac{h_{x2}}{\lambda}, \frac{h_{z2}}{\lambda}, \frac{h_{x3}}{\lambda}, \frac{h_{z3}}{\lambda})$.

à quatre sections n’est pas raisonnable. Nous devons donc utiliser une nouvelle stratégie d’optimisation, qui sera détaillée dans la prochaine section. Cependant, avant d’aborder cette question, et à l’instar du cas rectangulaire, nous souhaitons réaliser une étude modale pour comprendre l’évolution de cette amélioration.

Modes sélectionnés	Tous	Non Guidés	Guidés	Fondamental et Non Guidés
F_a (trois tronçons)	100%	16%	65%	85%

TABLE 3.10 – Contribution des modes dans le dernier tronçon sur le facteur F_a pour une structure à trois tronçons rectangulaires lorsque le guide principal est excité par le mode fondamental en polarisation TE.

Les résultats de cette étude réalisée dans les mêmes conditions que précédemment sont exposés dans le tableau 3.10. Ils confirment et justifient le choix de réduire le domaine de paramétrisation. En effet, tout comme pour l’embout à deux tronçons, cette étude réalisée pour la polarisation TE montre la contribution des modes évanescents dans l’amélioration des caractéristiques du jet. Pour la polarisation TM, l’influence des modes non-guidés n’est pas vraiment significative. On montre en effet que le couplage des modes guidés suffit pour atteindre 90% de la valeur associée au facteur F_a . L’explication donnée semble être limitée

au cas TE. En outre comme précisé précédemment, les résultats explicités dans le tableau 3.9 montrent que l'amélioration de la FWHM n'est significative que pour la polarisation TE. Ainsi, en croisant ces différentes informations, on peut en première approximation supposer que les modes non-guidés jouent un rôle important dans l'amélioration de la largeur à mi-hauteur.

3.8 Embout multi-tronçons rectangulaire

Le tableau 3.11 résume les résultats précédemment établis pour les profils d'embouts étudiés. On constate qu'un embout composé de trois sections rectangulaires optimisées est plus compact, peut être réalisé en utilisant un usinage simple et produit une focalisation plus intense qu'un embout semi-elliptique. Bien que la structure rectangulaire dégrade légèrement la FWHM, l'amélioration constatée lorsque l'on augmente le nombre de tronçons nous incite à continuer à étudier l'embout à sections rectangulaires.

	Elliptique	Rectangulaire	Rectangulaire à 2 tronçons	Rectangulaire à 3 tronçons
FWHM ($\% \lambda$)	28	42	38	36
F_a	2,67	2,96	3,29	3,36
Profondeur totale	4λ	$1, 1\lambda$	$1, 5\lambda$	$1, 4\lambda$
Conception mécanique	Complexe	Simple	Simple	Simple

TABLE 3.11 – Comparaison entre les différentes formes d'embout utilisés pour produire des jets photoniques en polarisation TE.

Afin d'améliorer les caractéristiques du jet on se propose toujours d'augmenter le nombre de tronçons. Cependant, malgré la rapidité du code de calcul pour une confi-

guration fixe, la réalisation d'une recherche paramétrique énumérative au-delà de trois tronçons n'est plus raisonnable en terme de temps. Nous nous sommes donc orientés vers des stratégies d'optimisation plus rapide pour contourner cette contrainte.

3.8.1 Optimisation locale

Dans un premier temps, les algorithmes de minimisation classiques fournis par le logiciel Matlab sont utilisés. Parmi les différentes fonctions proposées nous avons sélectionné *fmincon* en spécifiant l'algorithme SQP et *lsqnonlin* en utilisant cette fois-ci l'algorithme de Levenberg-Marquardt. À la différence des résultats imposés par la discrétisation lors de l'utilisation de Sc.A, les solutions fournies par ces fonctions appartiennent à un intervalle continu. Dans l'objectif de pouvoir comparer les résultats et donc de valider la stratégie d'optimisation, on implémente une routine qui sélectionne uniquement les valeurs appartenant à un intervalle prédéfini identique à celui utilisé par l'optimisation paramétrique (Sc.A). Quoiqu'il en soit, les résultats fournis (avec ou sans la routine) dépendent fortement des conditions initiales et ne convergent pas vers la valeur optimale. Ceci nous permet donc de confirmer l'existence de plusieurs minima locaux, comme le laissait penser la figure 3.11. De ce fait, il est nécessaire de choisir des méthodes d'optimisation adaptées, c'est à dire permettant de trouver une solution globale.

3.8.2 Optimisation de structures multi-tronçons via un algorithme génétique

Parmi les méthodes d'optimisation globale, nous avons opté pour l'algorithme génétique (G.A). Cette méthode nous a permis de discrétiser l'espace de recherche dans les mêmes conditions que l'algorithme Sc.A, ce qui nous permet de comparer les résultats

sans introduire de routine particulière. Les résultats obtenus via l'algorithme génétique en optimisant le facteur F_a sont reportés dans le tableau 3.12. Ils sont obtenus en utilisant la configuration par défaut proposée par la fonction Ga de Matlab : à savoir une configuration décimale pour une population constante composée de 200 individus, un facteur d'enjambement (crossing-over) égal à 0,85 et un nombre de génération égale à $200N_t$, avec N_t le nombre de tronçon.

	Sc.A	G. A
Résultat (Un tronçon)	(1, 2; 1, 1)	
Temps	20 secondes	1 minute
Résultat (Deux tronçons)	(1, 8; 0, 8; 1, 1; 0, 7)	
Temps	3 heures	8 minutes
Résultat (Trois tronçons)	(1, 8; 0, 7; 1, 3; 0, 3; 1; 0, 4)	(2, 5; 0, 2; 1, 4; 0, 7; 1; 0, 4)
Temps	8 jours	25 minutes
F_a	3,36	3,31
FWHM (% λ)	36	37

TABLE 3.12 – Tableau comparatif des solutions optimisées obtenues en utilisant Sc.A ou G.A en polarisation TE.

On constate qu'à partir de deux tronçons, utiliser l'algorithme génétique réduit notablement le temps d'exécution. En revanche, bien qu'intéressant, le résultat fourni pour une structure à trois sections ne correspond pas au maximum global trouvé via l'investigation paramétrique. En vue de réduire l'erreur observée entre les deux démarches nous avons mis au point un algorithme que l'on présente ci-dessous (Alg. 1).

En utilisant un certain nombre d'itérations cet algorithme revient à réduire progres-

Data: Interval initial : I_0

Result: Solution finale avec Ga : x_{fin}

```
for  $n \leftarrow 0$  to  $a$  do
   $x_n = Ga(I_n)$ 
   $\mu(n) = a - n$ ;
  while  $\mu(n) > 0$  do
    |  $I_{n+1} = [x_n - \mu(n), x_n + \mu(n)]$ 
  end
end
```

Algorithm 1: Algorithme itératif couplé à la méthode d'optimisation globale en vue d'améliorer les résultats.

sivement l'intervalle d'étude. Dans notre étude, nous avons choisi $a = 15$. Bien que la solution proposée pour les premières itérations ne corresponde pas à la valeur optimale connue, il suffit de quelques itérations supplémentaires pour obtenir à chaque fois la solution optimale. On montre donc qu'il est désormais possible d'obtenir cette solution en 4 heures au lieu de 8 jours. Bien que la procédure ne soit pas optimisée, cet algorithme couplé à la G.A réduit d'un facteur 48 le temps de convergence. Le principal objectif étant de pouvoir augmenter le nombre de tronçons et d'obtenir des résultats pertinents en un temps convenable. Les performances du jet obtenues pour un profil discontinu optimisé composé de plusieurs sections sont présentés dans le tableau. 3.13. Comme pour les précédents résultats on choisit d'optimiser le facteur F_a tout en imposant, par pénalisation de la fonction coût, une distance minimale entre la focalisation et l'embout de $0,07\lambda$.

On constate que l'augmentation du nombre de tronçons améliore le facteur F_a . L'évolution est néanmoins amortie et semble tendre vers un seuil assez rapidement. En effet on peut admettre qu'à partir de quatre tronçons l'amélioration n'est plus vraiment signifi-

Nombre de tronçon N_t	Résultat $(\frac{h_{x_1}}{\lambda}, \frac{h_{z_1}}{\lambda}, \frac{h_{x_2}}{\lambda}, \frac{h_{z_2}}{\lambda}, \frac{h_{x_3}}{\lambda}, \dots)$	F_a	FWHM (% λ)
1	(1,2 ; 1,1)	2,96	42
2	(1,8 ; 0,8 ; 1,1 ; 0,7)	3,28	38
3	(1,8 ; 0,7 ; 1,3 ; 0,3 ; 1 ; 0,4)	3,36	36
4	(2,4 ; 0,8 ; 1,8 ; 0,7 ; 1,4 ; 0,3 ; 1 ; 0,4)	3,39	36
5	(2,5 ; 1 ; 2,2 ; 0,4 ; 1,6 ; 0,4 ; 1,4 ; 0,3 ; 1 ; 0,4)	3,41	36

TABLE 3.13 – Tableau synthétique des performances du jet photonique pour des embouts multi-rectangulaire en polarisation TE pour un guide d’onde défini par $h = 3\lambda$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1 - 10^5 i$. Les solutions normalisées par la longueur d’onde λ sont décrites sous le format $(\frac{h_{x_1}}{\lambda}, \frac{h_{z_1}}{\lambda}, \frac{h_{x_2}}{\lambda}, \frac{h_{z_2}}{\lambda}, \frac{h_{x_3}}{\lambda}, \dots)$

tive. En ce qui concerne la FWHM, le seuil est assez rapidement atteint.

3.9 Conclusion

Ce chapitre dédié aux structures 2D nous a permis de poser les bases nécessaires pour aborder et répondre au mieux à la problématique imposée par le sujet de thèse, à savoir développer un dispositif 3D générant des jets photoniques, en vue d’augmenter la sensibilité relative à la détection d’objet dont la dimension est inférieure à la longueur d’onde. Après avoir sélectionné, de par ses performances, la méthode modale polynomiale, nous avons dans un second temps mis en évidence l’intérêt d’utiliser un embout rectangulaire. Nous avons mis en évidence que l’ajout d’une section supplémentaire en bout de la structure conduit à une amélioration des performances du jet. Ainsi, la possibilité d’optimiser une seule caractéristique du jet nous a amené à définir la grandeur pertinente pour la détection. Nous avons montré que cette grandeur concerne le facteur d’amélioration F_a . Après

avoir validé les résultats numériques via un prototype pour une structure à deux tronçons nous avons étudié la possibilité de détecter des tiges métalliques ayant une section 50 fois plus petite que la longueur d'onde d'excitation. Nous avons ensuite exposé l'intérêt d'un profil discret composé de plusieurs tronçons. Bien qu'il soit possible d'améliorer les performances du jet en augmentant le nombre de tronçons cette évolution tend vers un seuil. Cependant, en comparant les résultats obtenus pour un embout à cinq tronçons avec le profil elliptique on constate une amélioration d'environ 27% sur le facteur F_a .

Chapitre 4

Études numériques, élaborations et validations expérimentales du prototype 3D

Dans ce chapitre, la problématique consiste à faire émerger une structure guidée 3D capable de générer des jets photoniques, en vue d'augmenter la sensibilité de la détection et d'élargir le champ d'application vers des objets non métalliques. Pour atteindre cet objectif, on se propose de généraliser les résultats issus de la première partie consacrée aux structures 2D. Parmi les résultats précédemment exposés, on se focalisera sur la structure composée de plusieurs tronçons mis bout à bout. Le jet photonique produit par cette structure est remarquable car il améliore significativement la concentration de la puissance. De plus, à la différence du profil elliptique, l'usinage de l'embout est facilité par le fait d'utiliser une simple machine-outil. En outre, par cette nouvelle configuration on souhaite réduire les pertes inhérentes à l'excitation en espace libre observées sur les dispositifs précédemment introduits. Nous proposons donc de développer une structure tridimensionnelle entièrement guidée. Les éléments disponibles dans le laboratoire nous

amènent à proposer un système composé d'une antenne cornet chargée de Téflon associée à une extension profilée. Après avoir étudié la structure composée d'un simple tronçon, ce chapitre évoquera quelques pistes en vue d'augmenter le nombre de tronçons, qui comme nous l'avons vu permet d'améliorer significativement les performances du jet photonique.

4.1 Modélisation et validation expérimentale de l'antenne cornet chargée de Téflon et prolongée par un cylindre

Nous débutons notre investigation avec une antenne cornet chargée de Téflon prolongée par un cylindre comme illustré à la figure 4.1.

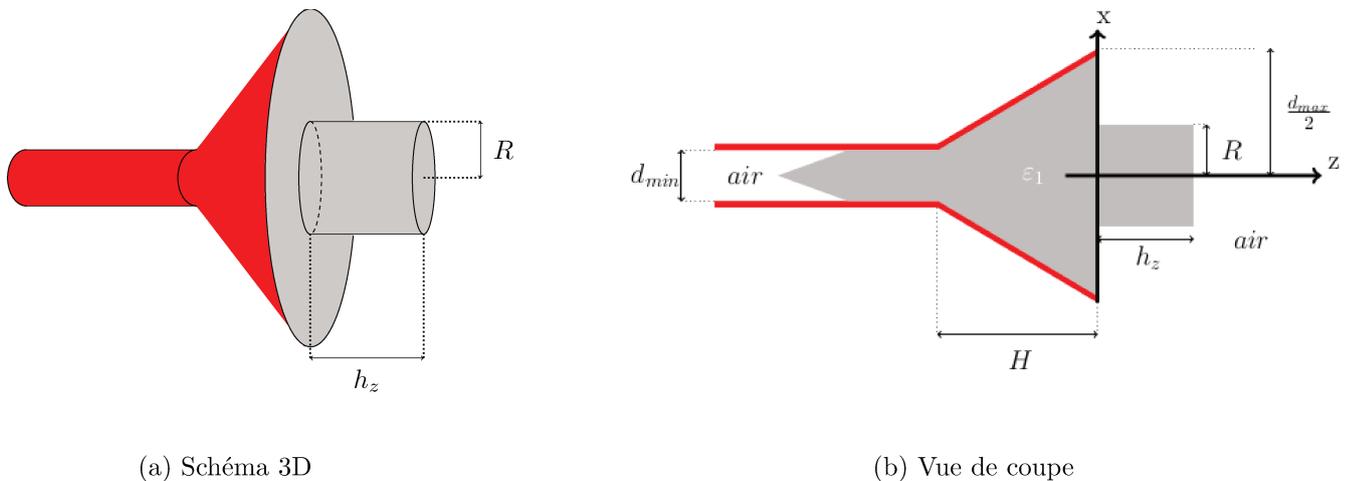


FIGURE 4.1 – Schéma 3D (a) et vue en coupe (b) d'une antenne métallique cornet chargée de Téflon (de permittivité $\epsilon_1 = 2$) et prolongée par un cylindre.

4.1.1 Modélisation HFSS

Pour réaliser la modélisation de la structure susmentionnée, on utilise le logiciel commercial Ansoft HFSS. La fréquence de travail reste la même (30 GHz), la géométrie du

cône est donnée par sa hauteur $H = 2,8$ cm, son petit diamètre $d_{min} = 0,82$ cm et le grand diamètre $d_{max} = 4$ cm (Fig. 4.1b). Ce cône est donc chargé de Téflon et possède une extension cylindrique comme illustré à la figure 4.1. La partie guidée à l'entrée du cône assure un guidage mono-mode. En utilisant une excitation de type Waveport, on impose une polarisation linéaire suivant l'axe Y choisi arbitrairement selon la verticale. En ce qui concerne les bords extérieurs du domaine de discrétisation, on choisit d'imposer des conditions d'impédances.

A partir de ce modèle nous souhaitons optimiser la géométrie de l'extension cylindrique. On réalise donc une paramétrisation de l'extension cylindrique tel que $\frac{R}{\lambda} \in [0, 2; 1, 9]$ et $\frac{h_z}{\lambda} \in [0, 1; 3]$. Par analogie avec le cas 2D, on considère que les caractéristiques du jet sont fortement corrélés. Ceci nous permet de limiter la fonction à une caractéristique. On choisit donc de s'intéresser au facteur d'amélioration F_a défini comme la norme au carré du champ électrique en présence de l'embout (l'extension cylindrique) normalisée par la valeur maximale de cette même grandeur sans l'extension cylindrique. Ainsi, en posant $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (1, 0, 0)$, la fonction coût est donc définie par :

$$O_{pt} = \widetilde{F}_a \quad (4.1)$$

Où la grandeur $\widetilde{F}_a = \frac{F_a}{\max(F_a)}$ correspond au facteur d'amélioration normalisé.

Afin d'obtenir la couple (R, h_z) optimal, on réalise une optimisation paramétrique en sauvegardant la position longitudinale associée au maximum d'intensité, que l'on note z_{max} et le facteur d'amélioration F_a . De plus, pour s'affranchir des focalisations situées à l'intérieur de la structure, on pénalise la fonction coût lorsque $z_{max} \leq 0$ par une valeur nulle. La figure 4.2a nous informe sur l'évolution des performances du jet en fonction de la géométrie de l'extension cylindrique (R, h_z) par l'algorithme d'optimisation énumérative Sc.A. L'amplitude, associée à l'échelle de couleur, correspond à la fonction coût normalisée

définie à l'Eq.(4.1). Cette étude paramétrique fait ressortir une extension cylindrique optimale associée au couple $(R=0,9 \lambda, h_z = 2,4\lambda)$ pour laquelle le jet, dont le maximum est situé à $z_{max} = 0,15\lambda$, est caractérisé par un facteur d'amélioration $F_a = 7,9$ et une largeur à mi-hauteur proche de $0,6\lambda$. La figure 4.2b rapporte l'évolution du facteur F_a dans le plan xOz associé à la composante horizontale du champ électrique défini par la direction de polarisation (suivant l'axe Oy).

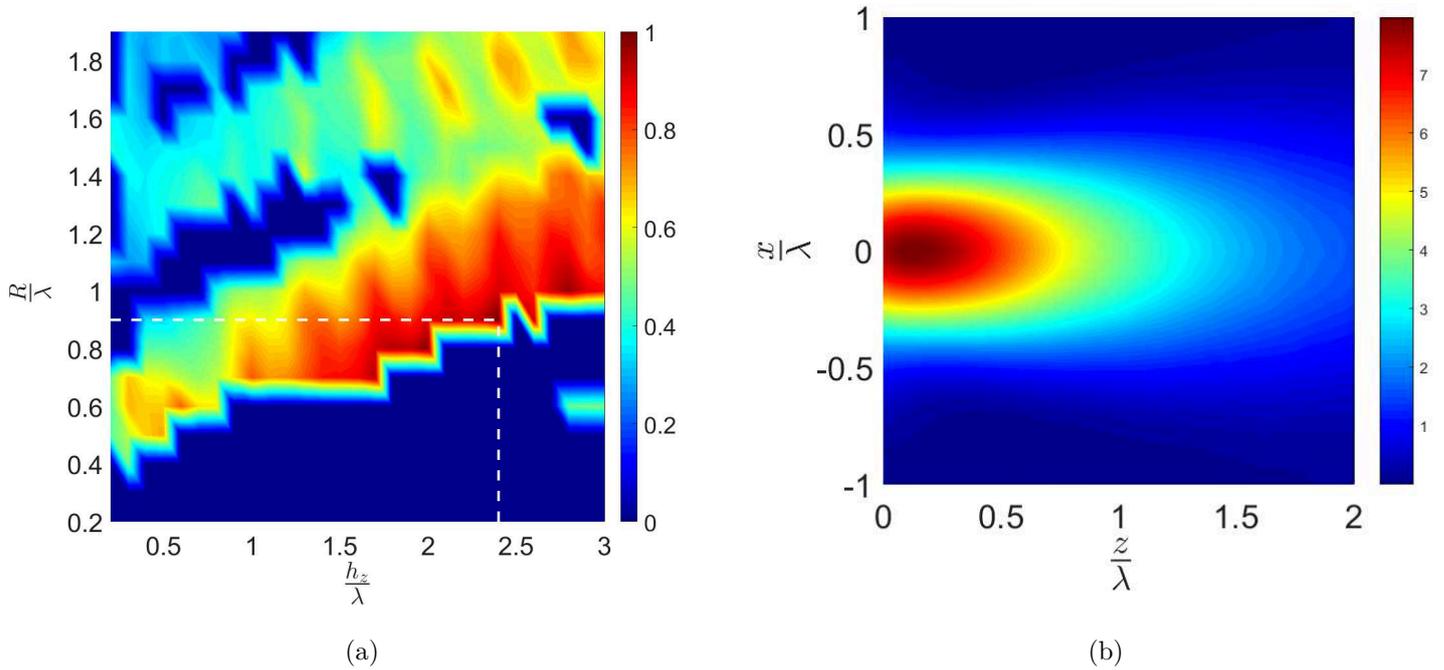


FIGURE 4.2 – (a) Évolution de la fonction coût O_{pt} en fonction des paramètres géométriques de l'extension cylindrique (R, h_z) et (b) distribution spatiale dans le plan xOz , du facteur d'amélioration F_a associé à la composante du champ électrique suivant la direction de polarisation (suivant l'axe Oy) dans le cas d'une antenne cornet chargée de Téflon défini par $d_{min} = 0,82\lambda$, $d_{max} = 4\lambda$ et $H = 2,8\lambda$ et prolongée par une extension cylindrique ($R=0,9 \text{ cm}$, $h_z=2,4 \text{ cm}$).

Le temps nécessaire pour réaliser cette étude d'optimisation paramétrique avoisine 3 jours. En se rapportant au résultats 2D du Chapitre 3, on devine assez aisément qu'il n'est pas raisonnable de procéder de la sorte pour étudier une structure composée de plu-

sieurs tronçons. Avant d'envisager l'étude d'une structure composée de plusieurs tronçons, examinons les résultats expérimentaux produits par une structure mono-cylindrique.

4.1.2 Confrontation expérimentale des résultats numériques

Les simulations précédentes mettent en évidence la possibilité d'obtenir des jets photoniques via une antenne cornet chargée de Téflon à extension cylindrique. La configuration optimale de l'extension cylindrique correspond à une géométrie définie par le couple ($R=0,9 \lambda$, $h_z = 2,4\lambda$). Afin d'utiliser ce dispositif en détection à travers des matériaux optiquement opaques, il est nécessaire d'obtenir une focalisation suffisamment éloignée de l'embout ; ce qui n'est pas le cas pour la forme optimisée ci-dessus. La recherche d'une configuration pertinente au voisinage de l'optimum nous amène à choisir la géométrie avec $R = 1\lambda$ et $h_z = 2,2\lambda$ pour laquelle $F_a = 5,4$ et la largeur à mi-hauteur est égale à $0,66\lambda$ pour la même longueur d'onde de travail. La figure 4.3 montre l'antenne cornet et sa partie en téflon.

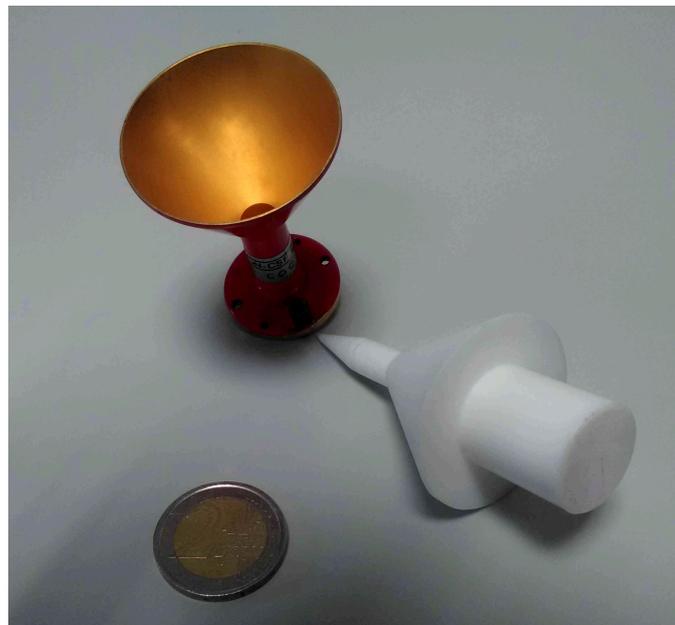


FIGURE 4.3 – Photo antenne cornet chargée de Téflon profilé

Tout comme pour la structure 2D, une pièce en téflon conique avec des sections droites

cylindriques peut être usinée facilement avec une machine-outil classique. L'usinage de la pièce en Téflon a donc pu être réalisée en interne par Frédéric Arnould technicien de Recherche et de Formation du laboratoire Hubert-Curien. Le résultat obtenu est illustré par une photo à la figure 4.3. Afin de valider expérimentalement les modélisations numériques, nous mesurons le paramètre S_{21} via la procédure de cartographie schématisée à la figure 4.4.

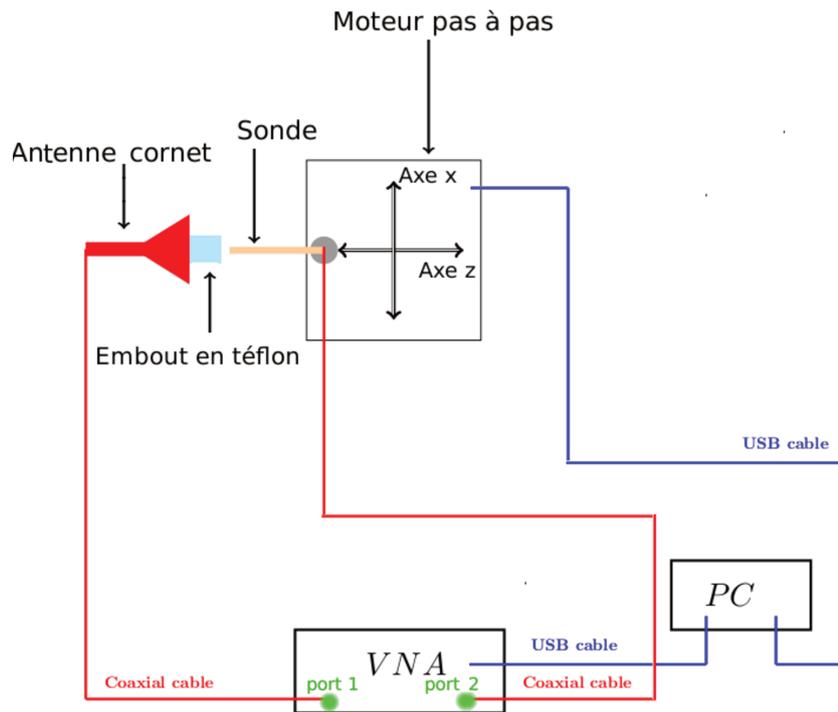


FIGURE 4.4 – Schéma de principe relatif à la mesure du paramètre S_{21} .

Ce paramètre est obtenue par le VNA composé de deux ports dont le port 1 excite le mode fondamental de la source via un câble coaxial. Le port 2 récupère le signal mesuré par une sonde mono-mode rectangulaire WR-28 dont le déplacement est régi par un moteur pas à pas. L'ensemble, relié au PC, permet d'automatiser la procédure de cartographie. On choisit une calibration TRM en espace libre analogue à celle utilisée dans le chapitre 3. Ainsi en disposant après l'embout une plaque métallique ou une mousse absorbante on obtient respectivement les paramètres S_R et S_M . On rappelle que cette calibration

consiste à réaliser une correction des paramètres bruts S_{mes} mesurés via le VNA de la façon suivante :

$$S_{21_{cor}} = \frac{S_{21_{mes}} - S_R}{S_T - S_R} \quad (4.2)$$

$$S_{11_{cor}} = \frac{S_{11_{mes}} - S_M}{S_M - S_R} \quad (4.3)$$

On rappelle que le paramètre $S_{21_{cor}}$ est proportionnel au champ électrique, ce qui nous permet d'avoir accès à F_a . Ainsi, la comparaison, sur deux coupes transversale et longitudinale, de ce facteur normalisée disponible à la figure 4.5 montre l'adéquation entre le modèle numérique utilisé et la mesure extraite du banc expérimental.

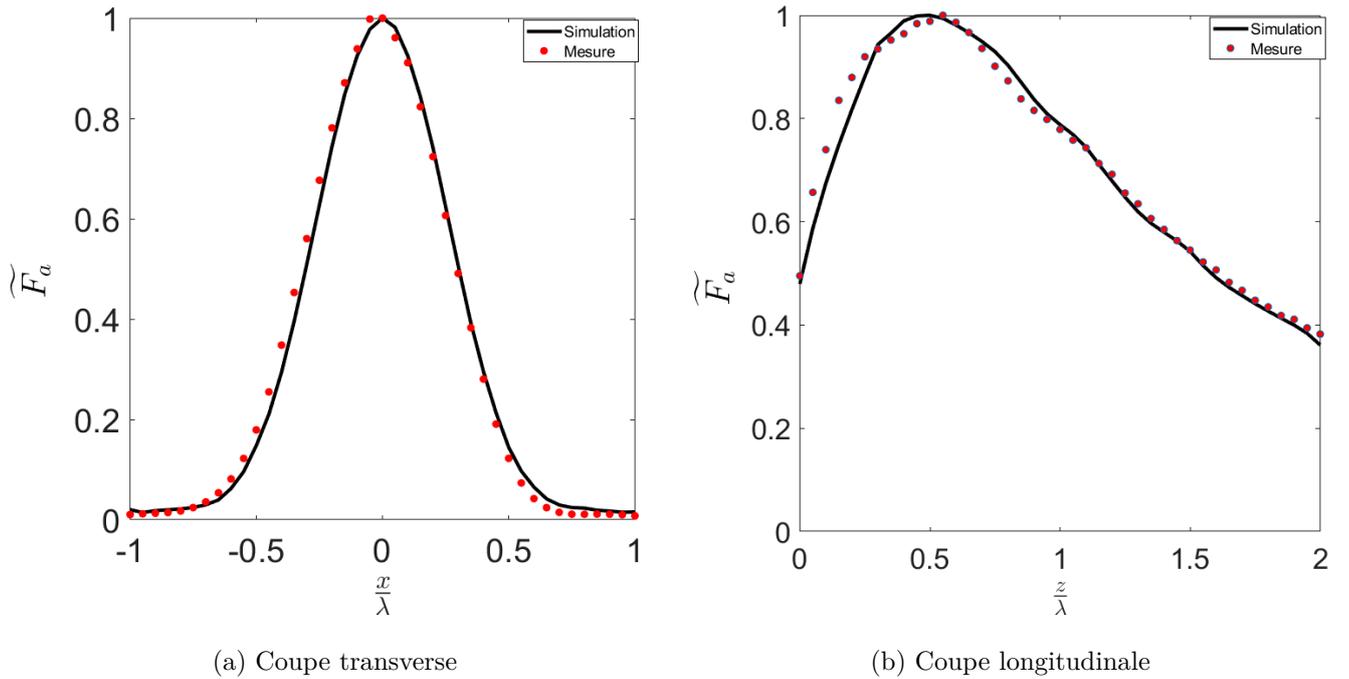


FIGURE 4.5 – Comparaison du facteur d'amélioration normalisé \widetilde{F}_a associé à la composante du champ électrique définie par la polarisation d'excitation horizontale (selon l'axe Oy) pour une antenne cornet chargée de Téflon et prolongée par une extension cylindrique ($R=1$ cm, $h_z=2,2$ cm). Superposition (a) des coupes transverses au point de focalisation maximal $\frac{z}{\lambda} = 0,5$ et (b) des coupes longitudinales pour $\frac{x}{\lambda} = 0$

4.2 Application à la détection

Le dispositif 3D étudié précédemment peut à présent être mis à profit pour détecter des objets de dimension sub-longueur d'onde en générant une focalisation en champ proche dont la FWHM est inférieure à la longueur d'onde. Après avoir étudié la détection d'objets derrière un carton, nous exploiterons les résultats obtenus pour sonder une plaque en carton ondulée et des tiges insérées à différentes profondeurs dans un bloc de polystyrène.

4.2.1 Tiges derrière surface optiquement opaque

Comme illustré à la figure 4.6, on se propose de détecter des tiges (métalliques ou non) placées horizontalement (suivant l'axe Oy) sur la face arrière d'un carton plan homogène dont l'épaisseur est égale à 0,2 mm.

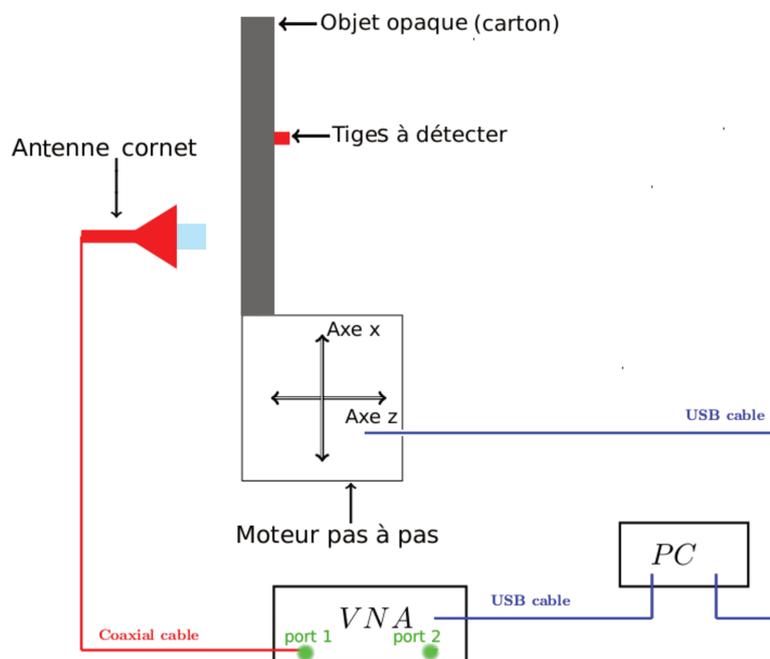


FIGURE 4.6 – Schéma de principe relatif à la mesure du paramètre S_{11} en fonction du déplacement de la tige à détecter.

La procédure consiste à déplacer verticalement l'ensemble à l'aide du moteur pas à pas,

en s'assurant d'avoir positionné l'objet dans le plan orthogonal à l'axe optique et passant par la focalisation confondue avec le point O' de coordonnée $(x_{O'}, z_{O'}) = (0, z_{max})$, avec $z_{max} = 0,5\lambda$. Le point T tel que $(x_T, z_T) = (x_T, z_{max})$ indique la position de la tige. On s'intéressera au cas où la direction du champ électrique est suivant l'axe Oy (polarisation horizontale) soit parallèle à la direction de la tige. Dans cette configuration, le couplage entre le champ électrique et l'objet est de fait maximisé.

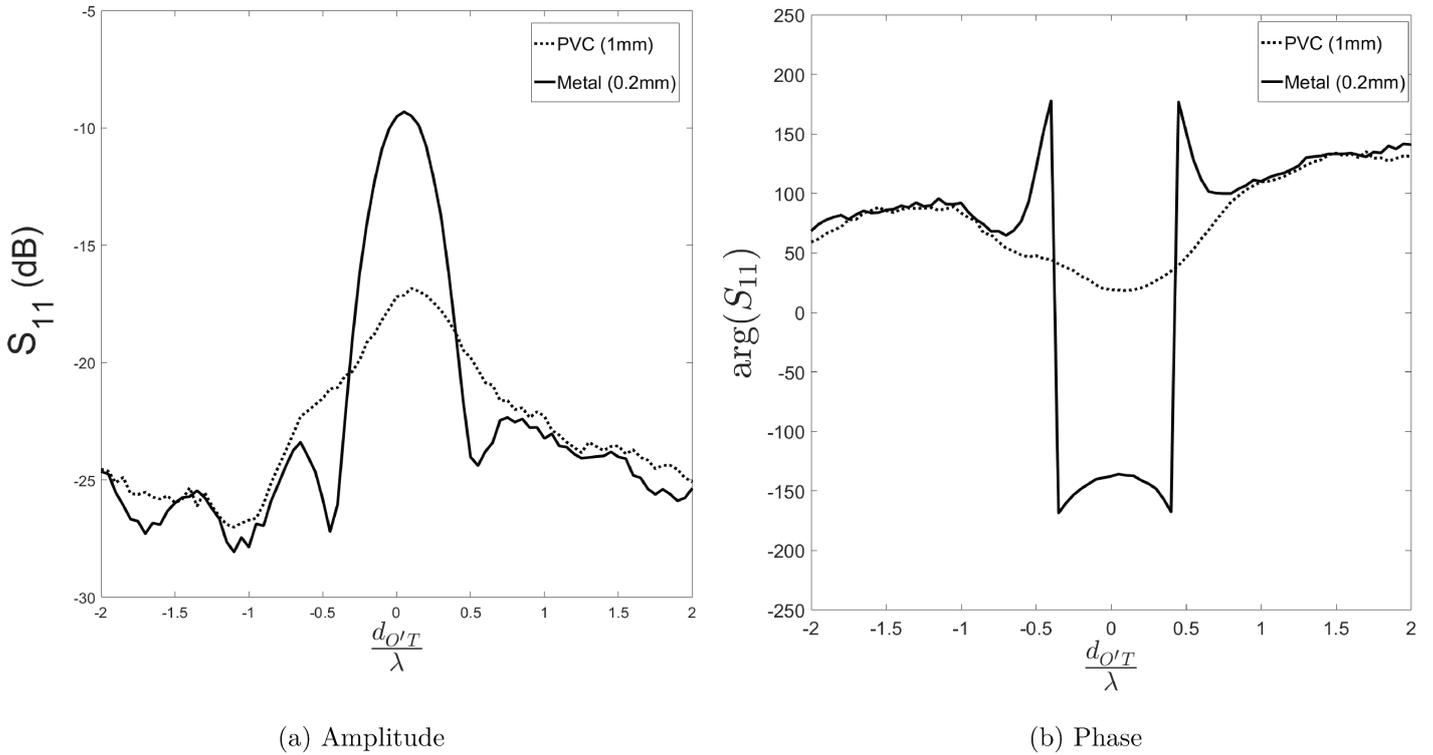


FIGURE 4.7 – Évolution de la mesure du paramètre S_{11} dans le cas d'une antenne chargée de Téflon excitée en polarisation horizontale et prolongée par une extension cylindrique ($R=1$ cm, $h_z = 2,2$ cm) en fonction de la position verticale d'une tige (métallique de diamètre $\frac{\lambda}{50}$ ou en PVC $\frac{\lambda}{10}$) se déplaçant dans le plan $z = 0,5\lambda$.

La détection de l'objet est obtenue via la mesure du paramètre S_{11} . On s'intéresse à l'évolution de ce paramètre en fonction de la position transverse de la tige. Tout comme pour le cas 2D, il est possible de mettre en évidence des tiges métalliques sub-longueur

d'onde. Cependant, l'apport principal obtenu par ce prototype 3D concerne la détection d'objet non métallique. En effet, comme le montre la figure 4.7, il est désormais possible de localiser des tiges en PVC dont le diamètre avoisine $\frac{\lambda}{10}$.

4.2.2 Cartons ondulés

La sensibilité du dispositif pour de faibles écarts en permittivité nous amène à approfondir cette thématique liée à la détection d'objets non métalliques. Pour cela reprenons le montage précédent mais avec une plaque de carton ondulé faisant office d'objet (Fig. 4.8a).

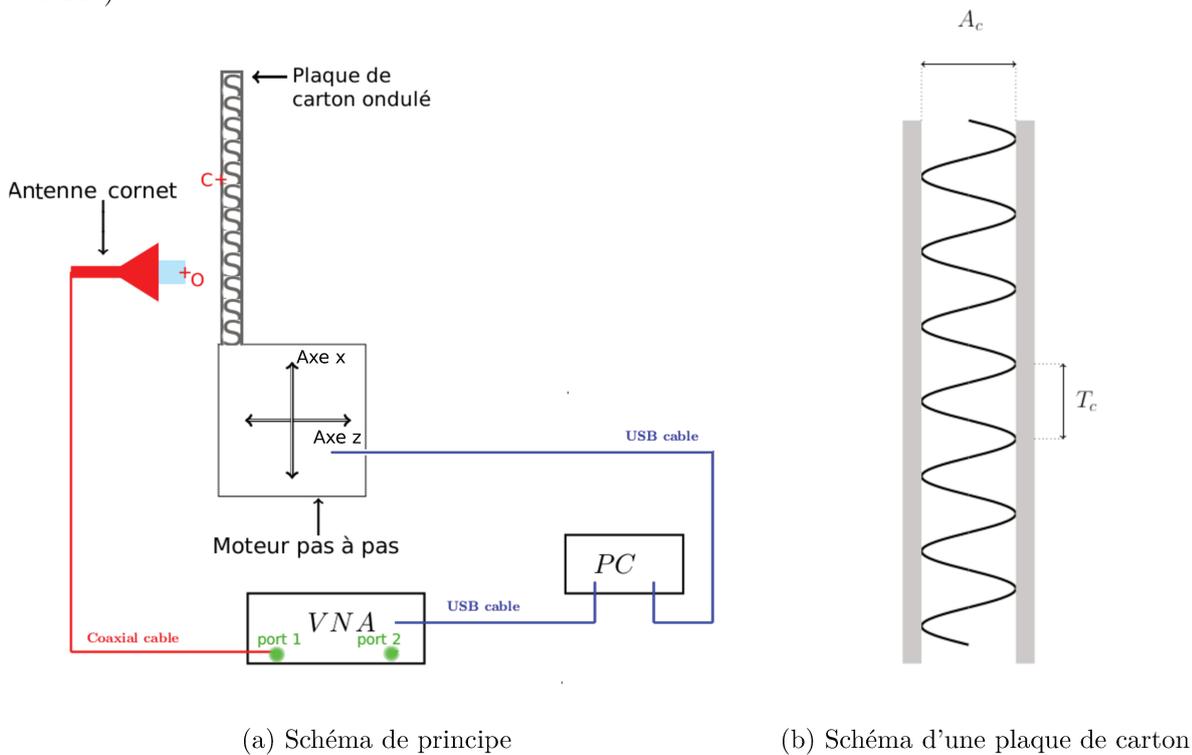


FIGURE 4.8 – (a) Schéma de principe relatif à la mesure du paramètre S_{11} en fonction du déplacement de la (b) plaque de carton ondulé à simple cannelure défini par ($A_c = 0,45$ cm, $T_c = 0,8$ cm).

La plaque de carton ondulé à simple cannelure que l'on souhaite sonder est schématisée à la figure 4.8b. Cette structure est constituée d'un papier cannelé disposé entre 2 faces en carton d'épaisseur $e = 0,1$ cm. Le motif du papier cannelé est assimilable à une sinusoïdale d'amplitude $A_c = 0,45$ cm et de période $T_c = 0,8$ cm.

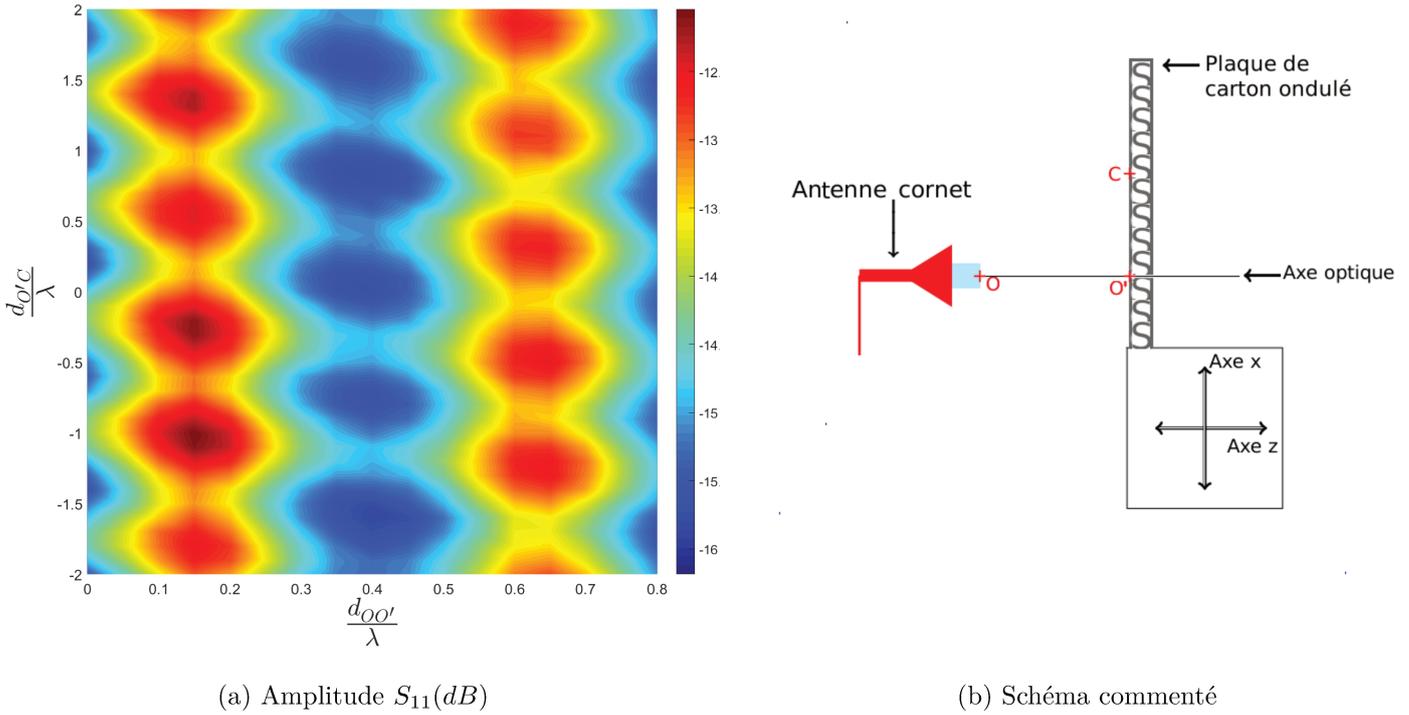


FIGURE 4.9 – Étude de la signature d'une plaque en carton ondulé au voisinage d'un jet photonique généré par une antenne cornet chargé de Téflon et prolongée par une extension cylindrique. (a) Cartographie du paramètre S_{11} en fonction du déplacement de la plaque de carton dans le plan (xOz) indiquée par (b) le point C fixe sur la face éclairé du carton. Le point O' correspond à la projection du point C sur l'axe optique tel que $d_{O'C} = x_C - x_{O'}$ et $d_{OO'} = z_{O'} - z_O \equiv z_C - z_O$

Dans un premier temps, la cartographie du paramètre S_{11} représentée sur la figure 4.9b permet de distinguer qualitativement les deux couches de carton séparées par une couche d'air. De plus, on observe, au niveau de chaque couche en carton, des oscillations

que l'on peut attribuer à la partie ondulée, qui modifie l'épaisseur de chaque couche de carton. Dans l'objectif de comparer quantitativement les résultats issues de la mesure de S_{11} avec les mesures réelles réalisées sur la plaque de carton, on s'intéresse, dans un premier temps, à l'évolution longitudinale du paramètre S_{11} lorsque $\frac{d_{O'C}}{\lambda} = -0,4$ (Fig. 4.10).

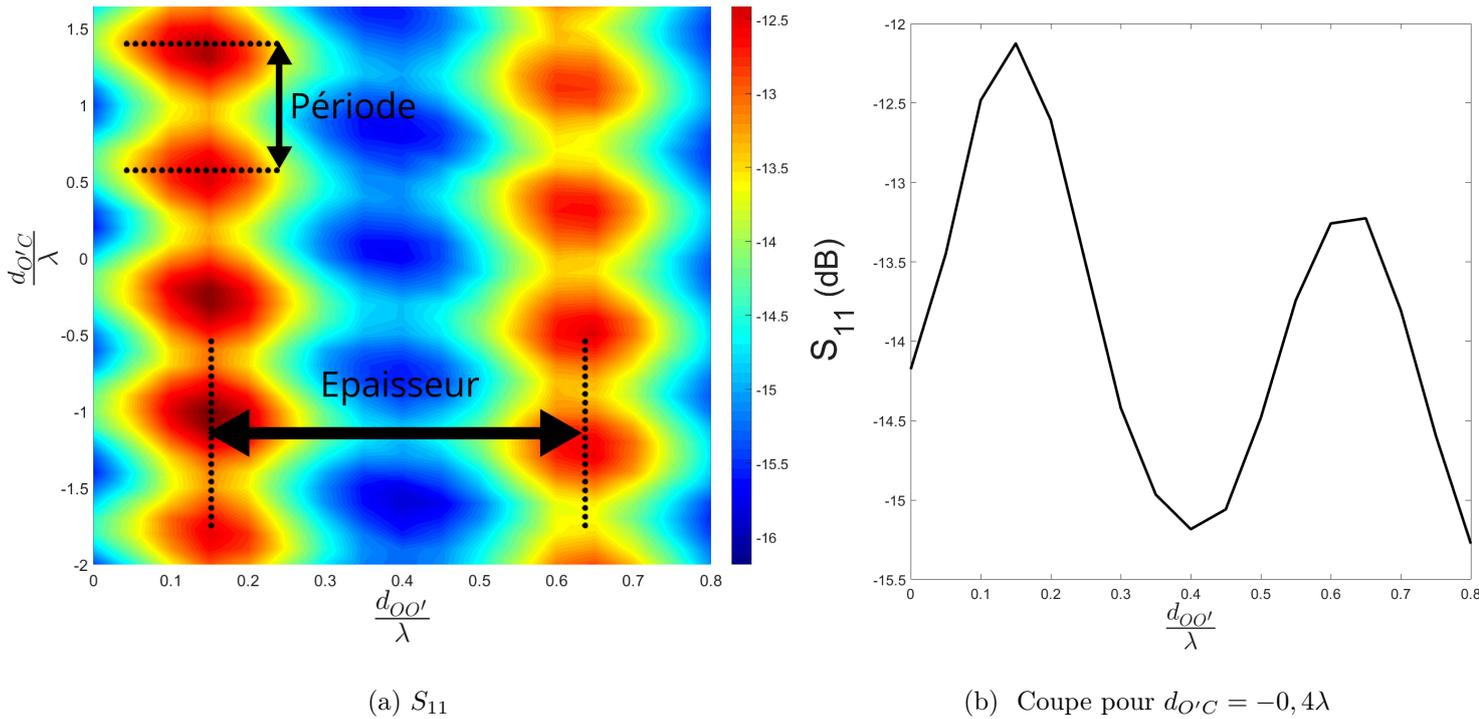
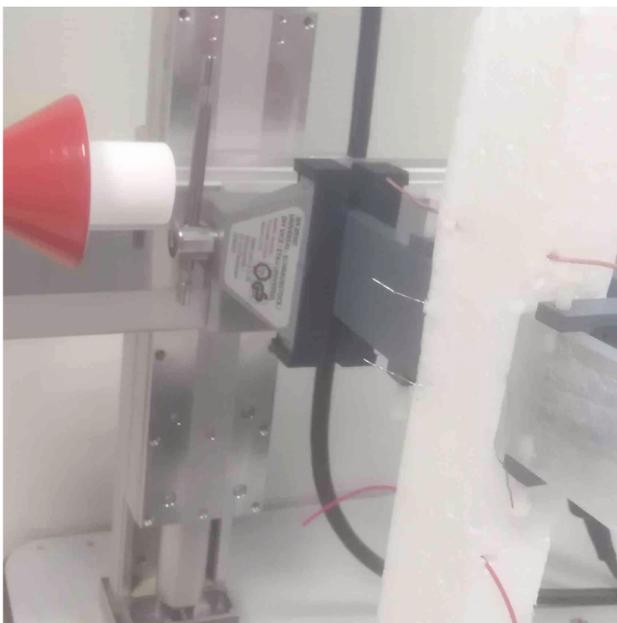


FIGURE 4.10 – Évolution de la mesure du paramètre S_{11} (a) dans le cas d'une antenne chargée en Téflon excitée en polarisation horizontale (b) en fonction du déplacement longitudinal du carton suivant l'axe z pour $d_{O'C} = -0,4\lambda$.

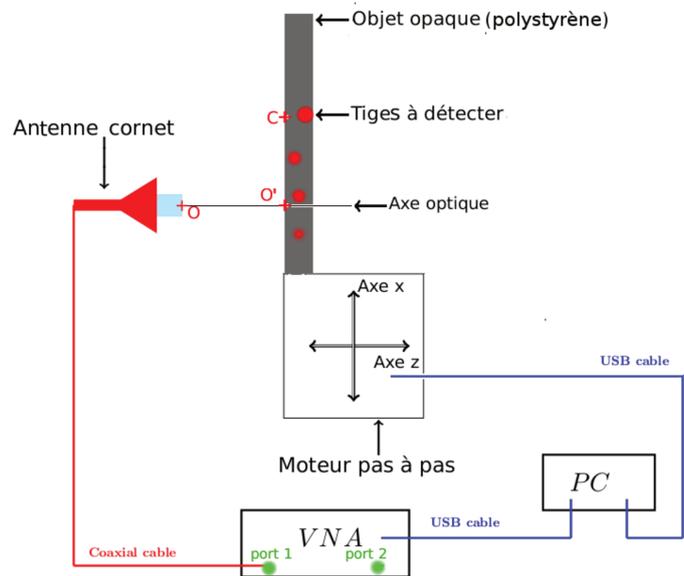
En plus de pouvoir distinguer qualitativement les deux faces de la plaque de carton (Fig. 4.9), une étude sur la courbe (Fig. 4.10) fournit une valeur numérique égale à $0,48$ cm, soit une différence avec la valeur réelle inférieure à $\frac{\lambda}{10}$. Une étude similaire réalisée cette fois-ci sur une coupe transverse de la réponse expérimentale (Fig. 4.9) lorsque $\frac{d_{OO'}}{\lambda} = 0,15$, permet de retrouver la période T_c avec une erreur relative d'environ 5%.

4.2.3 Tiges dans du polystyrène

On s'intéresse désormais à la détection d'objet sub-longueur d'onde, dans un bloc de polystyrène ($4\text{cm} \times 4\text{cm} \times 25\text{cm}$). Les objets que l'on souhaite détecter, observables sur la photographie (Fig. 4.11a), sont une tige en PVC avec un diamètre proche de $\frac{\lambda}{10}$ à 0,6 cm de profondeur, deux tiges métalliques de diamètre $\frac{\lambda}{50}$ à 0,55 cm et 0,65 cm de profondeur, et une tige métallique, de diamètre égal à $\frac{\lambda}{10}$, placée à 1,1 cm de profondeur. En plus de vouloir distinguer les différentes tiges présentes dans le bloc de polystyrène, on souhaite pouvoir déterminer leurs positions.



(a) Photographie



(b) Schéma de principe

FIGURE 4.11 – Photographie (a) et schéma de principe (b) associée à la détection de tiges dans un bloc de polystyrène ($4\text{cm} \times 4\text{cm} \times 25\text{cm}$)

La procédure associée à la mesure, similaire à l'étude de la plaque de carton ondulé, et illustrée à la figure 4.11b, consiste à déterminer le paramètre S_{11} en fonction du déplacement du bloc en polystyrène dans le plan (xOz) . Ce déplacement est indiqué par l'évolution du point C défini arbitrairement sur la face éclairée du milieu. On s'intéressera

donc à la distance entre l'embout et la face du milieu notée $\Delta_z \equiv d_{OO'}$ avec O' la projection du point C sur l'axe optique. Le déplacement transverse sera indiqué par la distance $d_{O'C}$. Avant de fournir les résultats bruts issus de la mesure, il semble opportun d'étudier la perturbation du bloc de polystyrène homogène sur la focalisation. La cartographie du champ électrique dans le milieu, obtenue numériquement à partir du logiciel HFSS est illustré sur la figure 4.12a. Elle représente la focalisation générée lors d'un contact direct entre l'embout et le milieu.

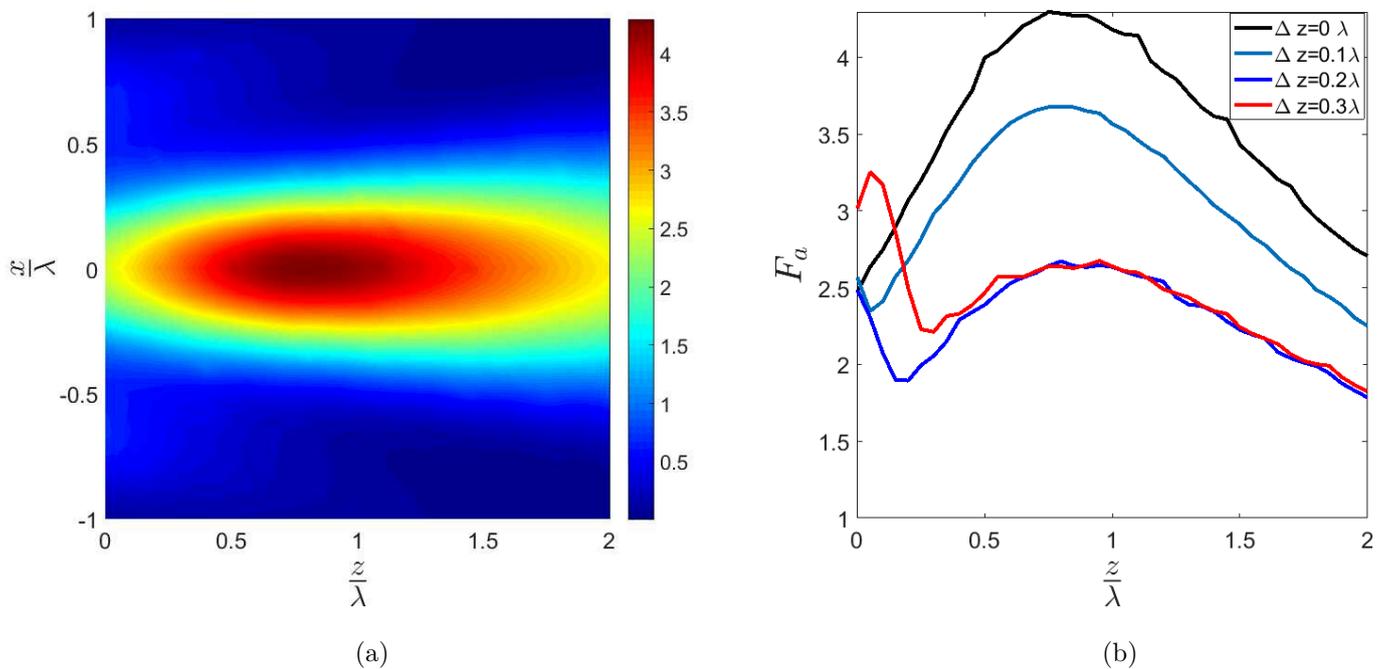


FIGURE 4.12 – Simulation de l'évolution du facteur d'amélioration F_a associée à la composante du champ électrique imposée par la polarisation linéaire de l'excitation issu d'une antenne chargée de Téflon et prolongée par un cylindre défini par ($R=1$ cm, $h_z = 2,2$ cm) excitée en polarisation horizontale. (a) Cartographie dans le plan xOz lors d'un contact direct entre l'embout et le polystyrène ($\Delta_z = 0\lambda$). (b) Superposition des coupes longitudinales ($\frac{x}{\lambda} = 0$) pour différentes valeurs Δ_z .

La première information que l'on peut tirer de la simulation concerne la position du

jet. A la différence de la focalisation dans l'air située à $0,5\lambda$, le maximum d'intensité est désormais située à $0,8\lambda$. La figure 4.12b indique l'évolution des coupes longitudinales en fonction de la distance (Δz) séparant l'embout et le bloc de polystyrène. Cette figure montre une modification de la distribution du champ lors du déplacement longitudinal.

Δz (cm)	z_{max}^{global} (en cm)	z_{max}^{milieu} (en cm)	$FWHM^{milieu}$ ($\% \lambda$)	F_a^{milieu}
0	0,8	0,8	57	4,29
0,1	0,8	0,7	57	3,67
0,2	0,8	0,6	57	2,65
0,3	0,05	0,5	60	2,65
0,4	0,15	0,4	60	3,39
0,5	0,2	0,3	64	3,62
0,6	0,3	0	68	2,9
0,7	0,4	0	70	2,34

TABLE 4.1 – Tableau comparatif des caractéristiques du jet en fonction de la position longitudinale du bloc de polystyrène Δz dans le cadre d'une antenne chargée de Téflon et prolongée d'un cylindre caractérisé par ($R = 1$ cm, $h_z = 2,2$ cm) lors d'une excitation polarisé horizontalement. z_{max}^{global} correspond à la position du maximum par rapport à l'embout tandis que z_{max}^{milieu} nous donne la position du maximum dans le bloc de polystyrène.

Pour quantifier cette influence, le tableau 4.1 rapporte l'évolution des caractéristiques du jet en fonction de Δz . On s'intéresse à la position maximale de la focalisation (z_{max}) et aux caractéristiques du jet situées dans le milieu : à savoir la position maximale du champ dans le milieu (z_{max}^{milieu}), le facteur d'amélioration (F_a^{milieu}) et sa largeur à mi-hauteur ($FWHM^{milieu}$). On remarque que la valeur maximale de la focalisation dans le milieu

(Tant que $\Delta z \leq 0,5\lambda$) est toujours située à $\Delta z + z_{max}^{milieu} = 0,8\lambda$ de l'embout. Au-delà ($\Delta z > 0,5\lambda$), comme l'indique la valeur $z_{max}^{milieu} = 0$ cm, la position maximale de la focalisation dans le milieu se situe à l'interface. Ceci réduit donc les performances de détection dans le milieu, d'autant plus qu'on note une dégradation des autres caractéristiques du jet (F_a^{milieu} et $FWHM^{milieu}$). Ces remarques seront utiles pour analyser les résultats issus de la mesure du paramètre S_{11} dont l'évolution de l'amplitude et de la phase, en fonction de la position du point C, sont exposées à la figure 4.13.

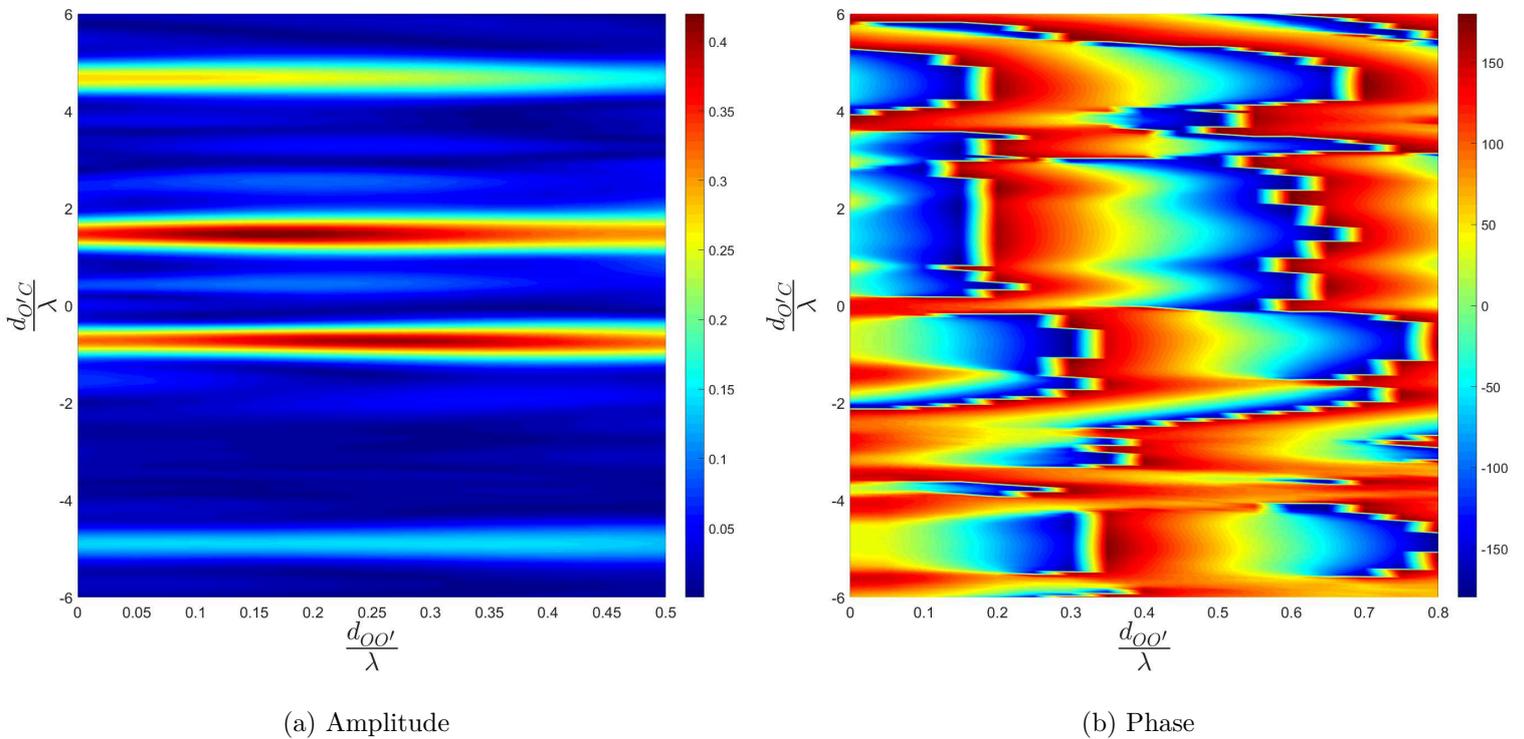


FIGURE 4.13 – Mesure de l'évolution de (a) l'amplitude et de (b) la phase du paramètre S_{11} indiquant le couplage entre la focalisation issue du champ électrique polarisation horizontalement issu d'une antenne chargée de Téflon et prolongée par un cylindre défini par ($R=1$ cm, $h_z = 2,2$ cm)

La cartographie du signal d'amplitude (fig. 4.13a) montre une réponse significative associée à la présence des différentes tiges introduites dans le milieu. On remarque néanmoins une réponse longitudinalement étalée. Deux hypothèses peuvent en expliquer l'origine. La

première concerne la longueur à mi-hauteur du jet supérieure à sa largeur. Ceci se traduit donc par une interaction sur une plus grande distance. La seconde raison se rapporte à la variation des caractéristiques du jet lors du déplacement longitudinal du bloc de polystyrène. Outre cette particularité, la mesure du paramètre S_{11} permet dans un premier temps de distinguer successivement les quatre tiges. Les deux tiges positionnées au centre, dont la réponse maximale est voisine, correspondent aux tiges métalliques de dimension $\frac{\lambda}{50}$. La tige en PVC, située à $\frac{d_{O'C}}{\lambda} = -4,9$ est elle aussi visible et identifiable, avec un coefficient de réflexion égal à 0,15. En ce qui concerne la tige de métallique ayant le plus grand diamètre $\frac{\lambda}{10}$ est transversalement située à $\frac{d_{O'C}}{\lambda} = 4,7$. La faible réflexion (0,25) s'explique par la profondeur de la tige située à 1,1 cm, soit au-delà du point focal (0,8 cm). Le signal provient donc du couplage avec une partie du jet moins focalisée. Par ailleurs, le maximum de réflexion relatif à cette tige situé sur l'axe des ordonnées confirme ces propos.

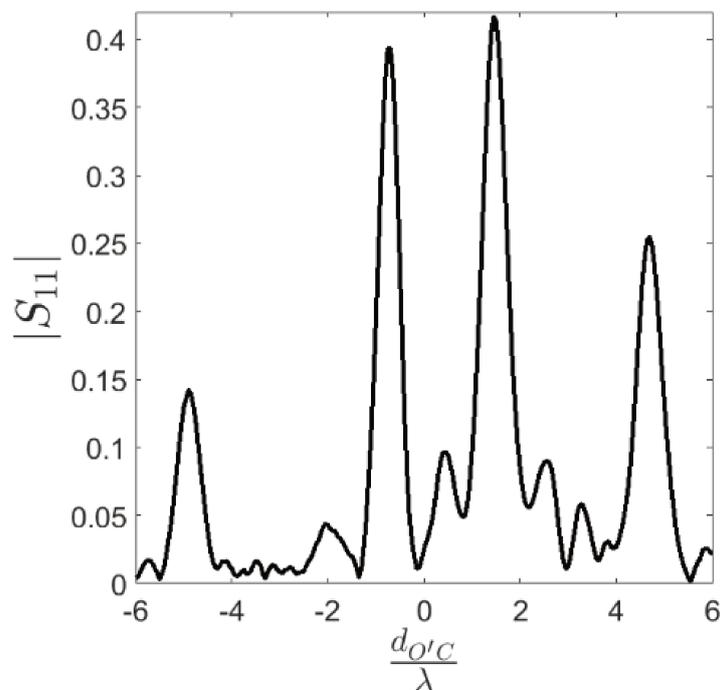


FIGURE 4.14 – Évolution de l'amplitude du paramètre S_{11} en fonction du déplacement transverse du bloc de polystyrène dans le plan $\frac{d_{OO'}}{\lambda} = 0,17$

On souhaite désormais obtenir des informations quantitatives sur la position des tiges. La figure 4.14 illustre l'évolution de l'amplitude du paramètre S_{11} en fonction du déplacement transverse du bloc de polystyrène dans le plan $\frac{d_{O'O'}}{\lambda} = 0,17$. Les positions transverses de chacune des tiges correspondent à un pic. Afin de pouvoir comparer ces résultats avec les mesures réelles, on s'intéresse à l'écart relatif transverse des tiges par rapport à la tige métallique située à $\frac{d_{O'C}}{\lambda} = 4,7$. Les résultats résumés dans le tableau 4.2 montrent un bon accord avec les distances mesurées. On note que l'erreur relative maximale reste inférieure à 4%.

Tiges	Metal ($\frac{\lambda}{50}$)	Metal ($\frac{\lambda}{50}$)	PVC ($\frac{\lambda}{10}$)
Distance transverse réelle (cm)	3,2	5,5	9,9
Distance déterminée par l'expérience (cm)	3,2	5,4	9,6

TABLE 4.2 – Tableau comparatif des positions relatives transverses entre la tige métallique de plus grande dimension ($\frac{\lambda}{50}$) avec les autres tiges dans le bloc de polystyrène.

La seconde information, plus délicate, que l'on souhaite déterminer, se rapporte à la profondeur des tiges dans le bloc de polystyrène. Le couplage optimal associée à une valeur maximale du paramètre S_{11} , correspond au fait que la tige se situe au niveau de la focalisation. Nous avons donc besoin de connaître la position du jet dans le milieu. Comme sus-mentionnée, la distribution du champ électrique est modifiée lors du déplacement longitudinal du milieu. Toutefois, en utilisant les informations détaillées dans le tableau 4.1, on note que la valeur maximale du champ dans le milieu est située à $0,8\lambda$ (tant que $\Delta_z \leq 0,5$). Dès lors, la profondeur des tiges dans le bloc peut être déterminée à partir de la réponse maximale du paramètre S_{11} . Si on s'intéresse par exemple à la tige située transversalement à $\frac{d_{O'C}}{\lambda} = 1,5$ la coupe longitudinale de l'amplitude du paramètre S_{11} (Fig. 4.15) fournit la position normalisée du maximum, qui correspond à $\frac{d_{O'O}}{\lambda} \equiv \frac{\Delta z}{\lambda} =$

0,17.

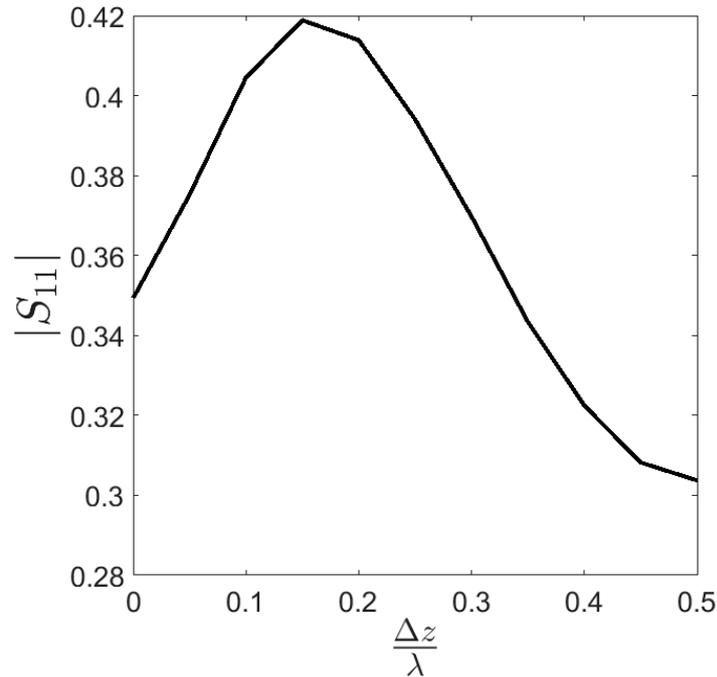


FIGURE 4.15 – Évolution du paramètre S_{11} en fonction de la position longitudinale normalisée $\frac{\Delta z}{\lambda}$ pour une position relative transverse $\frac{d_{O'C}}{\lambda} = 1,5$.

En utilisant le fait que la position du maximum dans le milieu reste invariante et égale à $0,8\text{cm}$ pour $\Delta z = 0,17\text{cm}$, on obtient la position de la tige telle que $z_{Tige} = 0,8 - 0,17 = 0,63\text{ cm}$. Expérimentalement, cette profondeur de la tige peut être estimée avec une précision de l'ordre de $\frac{\lambda}{50}$. Ceci revient à introduire une erreur relative de positionnement inférieure à 3%. En suivant cet exemple, la profondeur de chaque tige dans le milieu est établie et reportée dans le tableau 4.3.

Bien qu'il soit possible de détecter la présence des tiges dans le milieu et de quantifier leurs positions avec une bonne précision, la perturbation introduite par le déplacement relatif entre l'embout et la structure nécessite plusieurs informations numériques pour déterminer leurs profondeurs. De plus, comme nous l'avons observé pour la tige métallique placée à $1,1\text{ cm}$, la profondeur exploitable pour déterminer la profondeur des tiges est limitée par la position longitudinale de la focalisation. Toutefois, comme nous l'avons évo-

Tige	Coordonnée transversale ($\frac{d_{O'C}}{\lambda}$)	Profondeur réelle (cm)	Profondeur déterminée par l'expérience (cm)
Metal ($\frac{\lambda}{10}$)	4,7	1,1	0,8
Metal ($\frac{\lambda}{50}$)	1,5	0,65	0,63
Metal ($\frac{\lambda}{50}$)	-0,7	0,55	0,54
PVC ($\frac{\lambda}{10}$)	-4,9	0,6	0,59

TABLE 4.3 – Tableau comparatif de la position longitudinale mesurée et réelle des tiges dans le bloc de polystyrène.

qué dans l'analyse qualitative, bien qu'il ne soit pas possible de déterminer la profondeur de la tige située au-delà de la focalisation, la mesure du paramètre S_{11} peut aussi nous informer d'un objet situé plus loin.

4.3 Optimisation d'un embout à plusieurs tronçons

On s'intéresse désormais à la structure schématisée à la figure 4.16 présentant un embout à plusieurs tronçons. On souhaite montrer l'intérêt d'une telle démarche pour améliorer les caractéristiques du jet. Comme exposé précédemment, il n'est pas raisonnable d'utiliser une recherche paramétrique énumérative pour optimiser une structure conique terminée par deux extensions cylindriques. L'ajout d'un tronçon augmente fortement le temps d'optimisation. Il est donc nécessaire de contourner ce problème. Une possibilité serait d'utiliser une méthode d'optimisation globale. Cependant le temps disponible ne nous a pas permis de mettre en œuvre une méthode d'optimisation adéquate. Nous nous sommes donc inspirés des résultats relatifs à la structure 2D détaillé dans le chapitre 3. Ceci nous permet de réduire considérablement le domaine d'étude. En particulier, on émet

l'hypothèse sur le second tronçon de la géométrie optimale, qui devrait avoir une faible valeur (h_{z2}). On suppose de plus que le diamètre du premier tronçon pour la géométrie optimale serait supérieur à λ .

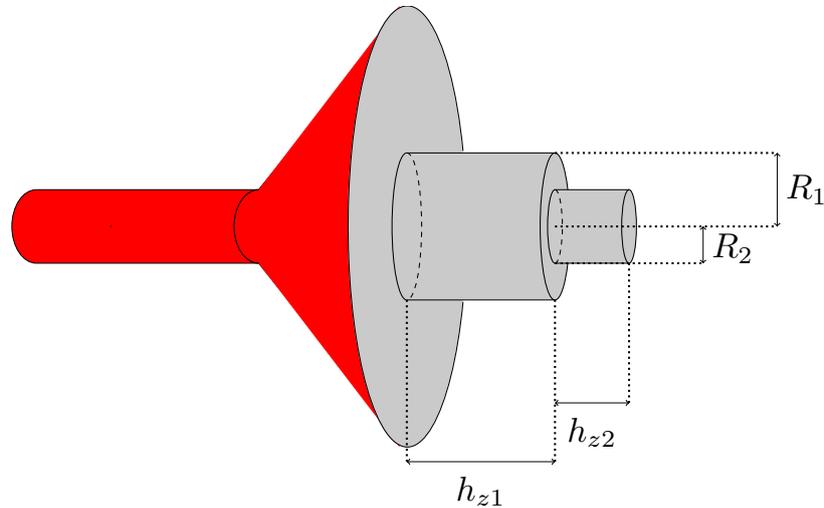
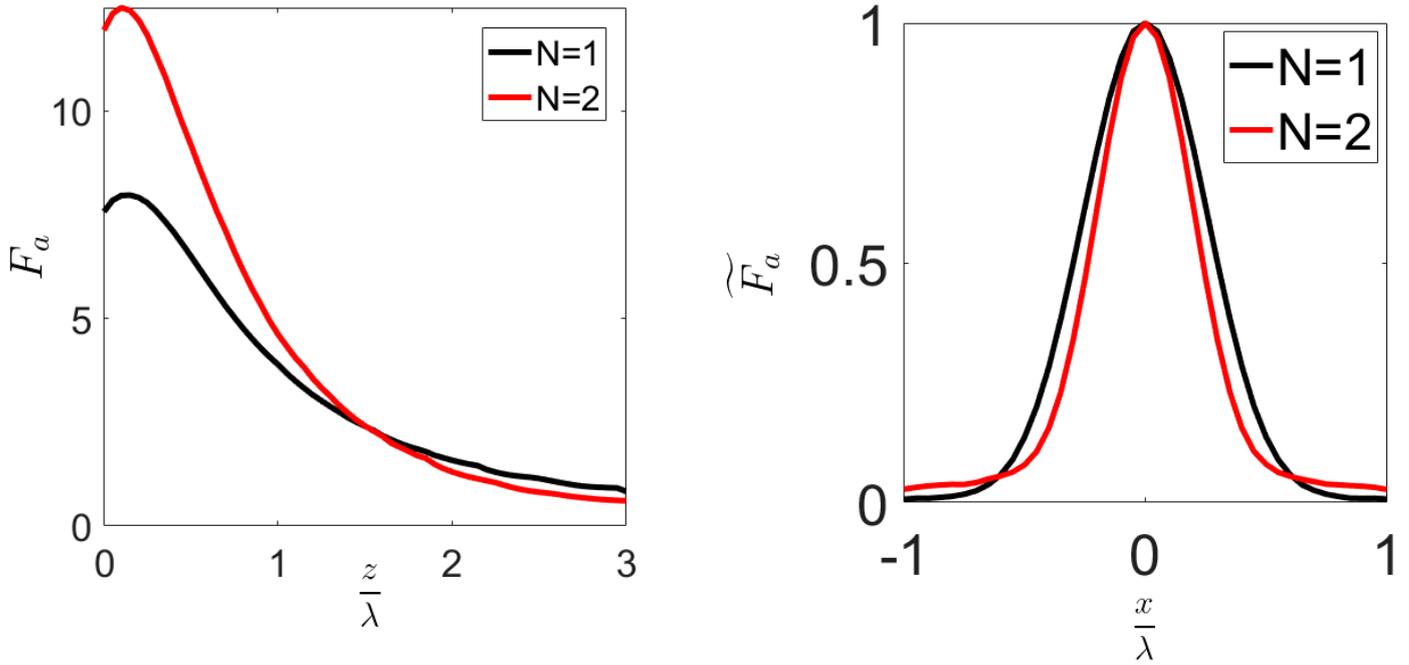


FIGURE 4.16 – Schéma d'une antenne métallique cornet chargée de Téflon et prolongée par un embout à deux tronçons cylindriques

Ainsi, en utilisant un domaine réduit, nous avons déterminé par tâtonnements une géométrie qui améliore significativement les caractéristiques du jet photonique. Cette structure est définie par les paramètres $R_1 = 1,3$ cm, $h_{z1} = 3$ cm, $R_2 = 0,8$ cm, $h_{z2} = 0,4$ cm. A l'instar du cas 2D, les résultats obtenus montrent qu'en ajoutant une section il est possible d'améliorer le facteur F_a (Figure 4.17a) et la FWHM (Figure 4.17b). Quantitativement le facteur F_a est amplifié de 56% et on obtient une FWHM égale à $0,48\lambda$ au lieu de $0,6\lambda$ pour un embout mono-cylindrique, soit une amélioration de 20%. En comparaison avec le cas 2D, on constate que l'amélioration est beaucoup plus significative dans le cas présent.



(a) Coupe longitudinale du facteur d'amélioration F_a

(b) Coupe transverse du facteur d'amélioration normalisé \widetilde{F}_a

FIGURE 4.17 – Comparaison du facteur d'amélioration F_a généré par une antenne cornet chargée de Téflon et prolongée par un embout composé d'un tronçon optimisé ($N=1$) ou de deux tronçons ($N=2$), définis respectivement par ($R_1 = 0,9$ cm ; $h_{z1} = 2,4$ cm) et ($R_1 = 1,3$ cm ; $h_{z1} = 3$ cm ; $R_2 = 0,8$ cm ; $h_{z2} = 0,4$ cm).

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre consacré à la génération des jets photoniques 3D, nous avons commencé par montrer qu'une antenne cornet chargée de Téflon et prolongée par un cylindre peut être utilisée pour générer une focalisation en champ proche. Après avoir validé expérimentalement ces résultats numériques, nous avons utilisé le jet photonique en détection. A la différence du cas 2D, ce prototype permet alors de mettre en évidence des tiges en PVC de diamètre dix fois inférieur à la longueur d'onde. Par la suite, nous avons montré la possibilité d'obtenir des informations sub-longueur d'onde (à 5% près) associées à la topologie d'une plaque de carton à simple cannelure. Enfin, après avoir montré la pos-

sibilité de détecter des tiges (métalliques ou en PVC) dont la section est inférieure à la longueur d'onde dans un bloc de polystyrène, nous avons réussi à déterminer leur position avec une très bonne précision. Les informations transverses sont facilement exploitables. En revanche, pour déterminer la profondeur des tiges dans le milieu hôte, la position longitudinale de la focalisation doit être numériquement connue. Dans le cas étudié, tant que l'écart (Δz) entre l'embout et le bloc de polystyrène à sonder est inférieur à 0,5 cm, on observe que la focalisation dans le milieu est toujours positionnée à 0,8 cm de l'embout. Cette position correspond à la profondeur maximale pour laquelle on peut situer précisément la tige. C'est ce que nous avons pu vérifier avec la tige métallique insérée à 1,1 cm dans le bloc : il est toutefois possible de mettre en évidence sa présence mais pas de déterminer sa profondeur. En s'inspirant des travaux réalisés en 2D, nous avons réussi à améliorer les caractéristiques du jet en ajoutant une seconde section cylindrique. Ceci permet de doubler le facteur F_a issue d'une structure monocylindrique optimisé et de réduire la FWHM de 20%.

Conclusion

Que ce soit au niveau de la modélisation, de la structure choisie ou même de son utilisation, les travaux réalisés durant le doctorat et résumés dans ce mémoire de thèse, apportent des éléments novateurs relatifs à l'étude des jets photoniques.

Après avoir réalisé une bibliographie concernant la thématique d'étude, nous avons explicité l'orientation choisie. Nous nous sommes donc intéressés à la génération de jet photonique via des structures guidées. L'intérêt de la simulation numérique pour décrire des phénomènes électromagnétiques, nous amène à choisir un modèle numérique robuste, performant et adapté à la situation. Au vue des compétences locales, nous nous sommes donc orientés vers les méthodes modales. Comme détaillé dans le Chapitre 2, cette méthode transforme les équations de Maxwell en un problème aux valeurs propres résolu numériquement via la méthode des résidus pondérés. Il ressort de ce chapitre les éléments nécessaires pour appréhender les méthodes utilisées. Parmi les différentes possibilités, nous avons choisi d'utiliser la méthode de résolution des équations de Maxwell en coordonnées curvilignes (Méthode-C), la méthode modale de Fourier (FMM) ainsi que la méthode modale polynomiale (PMM).

Le chapitre 3, consacré à l'étude des guides d'ondes planaire chargés de Téflon dont une des extrémités est profilée, commence par l'étude du profil elliptique. La modélisation et la comparaison des résultats numériques avec la méthode intégrale aux frontières valide les codes développés (FMM et Méthode-C). En utilisant la FMM, nous avons rapidement

mis en évidence l'intérêt d'utiliser un embout à section rectangulaire. Dans l'optique d'étudier des profils à forte discontinuité, le besoin de réduire le temps de calcul en vue d'une optimisation, nous a amené à utiliser la méthode modale basée sur des polynômes orthogonaux. Grâce à l'utilisation de différentes méthodes d'optimisation, les caractéristiques du jet obtenus pour un embout rectangulaire ont pu être augmentées par l'ajout de plusieurs sections rectangulaires. Une validation expérimentale a pu être menée dans le cas d'un embout rectangulaire monobloc et d'un embout constitué de deux tronçons. Nous avons montré la possibilité d'utiliser le prototype pour sonder des objets dont les dimensions sont inférieures à la longueur d'onde. Ainsi, des tiges métalliques de diamètre proche de $\frac{\lambda}{50}$ ont pu être détectées. Néanmoins, les pertes inhérentes à la procédure d'excitation réalisée en espace libre ne permet pas de révéler des tiges non métalliques de taille inférieure à la longueur d'onde. A ce stade et afin de développer un banc de mesure plus performant, nous avons envisagé de réaliser un prototype 3D guidé, affranchi de la phase d'excitation en espace libre.

Ainsi, en utilisant le matériel disponible dans le laboratoire et en s'inspirant des résultats 2D, nous avons décidé d'étudier le comportement d'une antenne cornet chargée de Téflon prolongée par une extension cylindrique. La modélisation de cette structure ainsi que l'optimisation paramétrique ont été réalisées en utilisant un logiciel commercial basé sur les éléments finis (Ansoft HFSS). Après avoir validée expérimentalement la géométrie déterminée numériquement, nous avons mis à profit les propriétés de cette structure dans le cadre de la détection à travers des structures optiquement opaques. Il a ainsi été possible de détecter une tige en PVC, placée derrière un carton et dont le diamètre est environs 10 fois plus petit que la longueur d'onde utilisée ($\lambda = 1$ cm). La sensibilité développée par ce capteur permet de retrouver les caractéristiques d'une plaque de carton ondulé. Nous avons aussi montré l'efficacité de la focalisation ainsi générée pour détecter et dé-

terminer précisément la position des tiges insérées dans un bloc en polystyrène. L'erreur commise est inférieure 4%. Nous avons ensuite montré qu'ajouter un tronçon cylindrique supplémentaire produit le même effet que pour le cas 2D : à savoir l'amélioration des caractéristiques du jet. Néanmoins, l'utilisation d'HFSS, limitée par des temps de calcul beaucoup trop longs, ne nous permet pas de déterminer la configuration optimisée dans le cadre d'une étude sur plusieurs tronçons.

A ce stade, plusieurs perspectives d'étude peuvent être évoquées. En ce qui concerne la structure 3D, en vue de pouvoir optimiser un embout multi-tronçons, développer un code numérique 3D basé sur la méthode modale serait une solution efficace. Toutefois, la prise en compte de la partie conique définie par l'antenne serait difficile à traiter. Certaines pistes sont envisageable, on pense en particulier à l'utilisation de coordonnées curvilignes adaptées à la géométrie ou d'une approximation modale du champ en amont de l'extension cylindrique. En ce qui concerne l'aspect pratique, lié à la détection et le contrôle non destructif dans les milieux potentiellement opaques, nous pouvons évoquer une nouvelle approche. La démarche consisterait à sonder le milieu en déplaçant la focalisation ce qui aurait l'avantage de s'affranchir du déplacement mécanique longitudinal de la pièce à sonder comme cela a été le cas dans ce travail de thèse. Dans ce contexte, utiliser différentes fréquences pour moduler la position du jet serait une possibilité. Par ailleurs, bien qu'il soit déjà possible de détecter précisément la position de la tige dans le milieu, réduire la longueur à mi-hauteur du jet est un enjeu notable pour augmenter la résolution en profondeur. Enfin, le développement d'un code numérique 3D performant et rapide, sera l'occasion d'utiliser le prototype non plus dans le cadre de la détection, mais d'élargir l'étude à la caractérisation des propriétés physiques via la résolution de problème inverse.

Bibliographie

- [1] Y. Lu, L. Zhang, Wentu Song, YW Zheng, and Boris Luk'yanchuk. Laser writing of a subwavelength structure on silicon (100) surfaces with particle-enhanced optical irradiation. *JETP Letters*, 72 :457–459, 11 2000.
- [2] Mario Mosbacher, Hans-Joachim Münzer, Jörg Zimmermann, J. Solis, Johannes Boneberg, and Paul Leiderer. Optical field enhancement effects in laser-assisted particle removal. *First publ. in : Applied Physics / A, Materials Science and Processing*, 72 (2001), 1, pp. 41-44, 72, 01 2001.
- [3] Hans-Joachim Münzer, Mario Mosbacher, Micha Bertsch, Jörg Zimmermann, Paul Leiderer, and Johannes Boneberg. Local field enhancement effects for nanostructuring of surfaces. *First publ. in : Journal of Microscopy 202 (2001), 1, pp. 129-135*, 202, 12 2001.
- [4] Zhigang Chen, Allen Taflove, and Vadim Backman. Photonic nanojet enhancement of backscattering of light by nanoparticles : a potential novel visible-light ultramicroscopy technique. *Opt. Express*, 12(7) :1214–1220, Apr 2004.
- [5] E.H. Synge. Xxxviii. a suggested method for extending microscopic resolution into the ultra-microscopic region. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 6(35) :356–362, 1928.

- [6] EA Ash and G. Nicholls. Super-resolution aperture scanning microscope. *Nature*, 237(5357) :510–512, 1972.
- [7] G. Binnig, H. Rohrer, Ch. Gerber, and E. Weibel. Tunneling through a controllable vacuum gap. *Applied Physics Letters*, 40(2) :178–180, 1982.
- [8] D. W. Pohl, W. Denk, and M. Lanz. Optical stethoscopy : Image recording with resolution $\lambda/20$. *Applied Physics Letters*, 44(7) :651–653, 1984.
- [9] G. Binnig, C. F. Quate, and Ch. Gerber. Atomic force microscope. *Phys. Rev. Lett.*, 56 :930–933, Mar 1986.
- [10] Stefan W. Hell and Jan Wichmann. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission : stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy. *Opt. Lett.*, 19(11) :780–782, Jun 1994.
- [11] Heykel Aouani, Frédérique Deiss, Jérôme Wenger, Patrick Ferrand, Neso Sojic, and Hervé Rigneault. Optical-fiber-microsphere for remote fluorescence correlation spectroscopy. *Opt. Express*, 17(21) :19085–19092, Oct 2009.
- [12] S. Lecler, H. Halaq, Y. Takakura, P. Gérard, B. Bayard, S. Robert, and B. Sauviac. Jet photonique en sortie d’un guide d’onde : De nouvelles perspectives. *Conf JNOG*, juillet 2011.
- [13] Julien Zelgowski, Andri Abdurrochman, Frederic Mermet, Pierre Pfeiffer, Joël Fontaine, and Sylvain Lecler. Photonic jet subwavelength etching using a shaped optical fiber tip. *Opt. Lett.*, 41(9) :2073–2076, May 2016.
- [14] Badreddine Ounnas. *Étude et optimisations de jets photoniques pour des applications non conventionnelles dans les domaines optique et hyperfréquences*. PhD thesis, 08 2015.

- [15] Zhishen Zhen, Yin Huang, Yuanhua Feng, Yuecheng Shen, and Zhaohui Li. An ultranarrow photonic nanojet formed by an engineered two-layer microcylinder of high refractive-index materials. *27(6)* :9178–9188, Mar 2019.
- [16] Michel NEY. Simulation électromagnétique - outils de conception. 2013.
- [17] Zhigang Chen, Xu Li, Allen Taflove, and Vadim Backman. Backscattering enhancement of light by nanoparticles positioned in localized optical intensity peaks. *Applied optics*, 45 :633–8, 03 2006.
- [18] Mengxue Wu, Rui Chen, Jiahao Soh, Yue Shen, Lishi Jiao, Jianfeng Wu, Xudong Chen, Rong Ji, and Minghui Hong. Super-focusing of center-covered engineered microsphere. *Scientific Reports*, 6 :31637, 08 2016.
- [19] Kane Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14(3) :302–307, 1966.
- [20] Michel NEY. Structures de guidage hf - modélisations et calculs. 2016.
- [21] F. Valdivia-Valero and Manuel Nieto-Vesperinas. Enhanced transmission through subwavelength apertures by excitation of particle localized plasmons and nanojets. *Optics express*, 19 :11545–57, 06 2011.
- [22] V. Pacheco-Peña, Miguel Beruete, Igor Minin, and Oleg Minin. Terajets produced by 3d dielectric cuboids. *Applied Physics Letters*, 105, 08 2014.
- [23] Minglei Guo, Yong-Hong Ye, Jinglei Hou, and Binta Du. Experimental far-field imaging properties of high refractive index microsphere lens. *Photonics Research*, 3 :339, 12 2015.
- [24] Paul RAPIN. Méthode des éléments finis. 1993.

- [25] J. L. Volakis and L. C. Kempel. Electromagnetics : computational methods and considerations. *IEEE Computational Science and Engineering*, 2(1) :42–57, 1995.
- [26] A. V. Itagi and W. A. Challener. Optics of photonic nanojets. *J. Opt. Soc. Am. A*, 22(12) :2847–2858, Dec 2005.
- [27] Sylvain Lecler, Yoshitane Takakura, and Patrick Meyrueis. Properties of a three-dimensional photonic jet. *Opt. Lett.*, 30(19) :2641–2643, Oct 2005.
- [28] Yu-Lin Xu. Electromagnetic scattering by an aggregate of spheres. *Applied optics*, 34 :4573–88, 07 1995.
- [29] Zhigang Chen, Allen Taflove, Xu Li, and Vadim Backman. Superenhanced backscattering of light by nanoparticles. *Opt. Lett.*, 31(2) :196–198, Jan 2006.
- [30] Gustav Mie. Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen. *Annalen der Physik*, 330(3) :377–445, 1908.
- [31] Huffman Bohren. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. 1998.
- [32] Matthias Sentis. *Modélisations et inversions des diagrammes de diffusion particulière enregistrés par un photodétecteur organique conformable*. PhD thesis, 2014. Thèse de doctorat dirigée par Onofri, Fabrice Energétique Aix-Marseille 2014.
- [33] Yu-Lin Xu and Bo Gustafson. A generalized multiparticle mie-solution : Further experimental verification. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer - J QUANT SPECTROSC RADIAT*, 70 :395–419, 08 2001.
- [34] Yuri Geints, A Zemlyanov, and Ekaterina Panina. 'photonic jets' from dielectric microaxicons. *Quantum Electronics*, 45 :743–747, 08 2015.
- [35] Edward Purcell and Carlton Pennypacker. Scattering and absorption of light by nonspherical dielectric grains. *Astrophysical Journal - ASTROPHYS J*, 186 :705–714, 12 1973.

- [36] Howard DeVoe. Optical properties of molecular aggregates. i. classical model of electronic absorption and refraction. *The Journal of Chemical Physics*, 41(2) :393–400, 1964.
- [37] Bruce T. Draine. The discrete-dipole approximation and its application to interstellar graphite grains. *Astrophysical Journal*, 333 :848–872, Oct 1988.
- [38] Thomas Wriedt. Light scattering theories and computer codes. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 110(11) :833 – 843, 2009. Light Scattering : Mie and More Commemorating 100 years of Mie’s 1908 publication.
- [39] Yoshitake Takakura, Hanan Halaq, Sylvain Lecler, Stéphane Robert, and Bruno Sauviac. Single and dual photonic jets with tipped waveguides : An integral approach. *IEEE Photonics Technology Letters*, 24, 09 2012.
- [40] Laurent Krähenbühl. *La méthode des équations intégrales de frontière pour la résolution des problèmes de potentiel en électrotechnique, et sa formulation axisymétrique*. PhD thesis, 1993.
- [41] Yoshitake Takakura, Sylvain Lecler, Badreddine Ounnas, Stéphane Robert, and Bruno Sauviac. Boundary impedance operator to study tipped parallel plate waveguides. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 62 :5599–5609, 11 2014.
- [42] Wei Wu, Alex Katsnelson, Omer G Memis, and Hooman Mohseni. A deep sub-wavelength process for the formation of highly uniform arrays of nanoholes and nanopillars. *Nanotechnology*, 18(48) :485302, oct 2007.
- [43] Liyang Yue, Bing Yan, James N Monks, Zengbo Wang, Nguyen Thanh Tung, Vu Dinh Lam, Oleg Minin, and Igor Minin. Production of photonic nanojets by

- using pupil-masked 3d dielectric cuboid. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 50(17) :175102, mar 2017.
- [44] Soon-Cheol Kong, Allen Taflove, and Vadim Backman. Quasi one-dimensional light beam generated by a graded-index microsphere. *Opt. Express*, 17(5) :3722–3731, Mar 2010.
- [45] Manuel J. Mendes, Ignacio Tobías, Antonio Martí, and Antonio Luque. Light concentration in the near-field of dielectric spheroidal particles with mesoscopic sizes. *Opt. Express*, 19(17) :16207–16222, Aug 2011.
- [46] Cheng-Yang Liu. Photonic jets produced by dielectric micro cuboids. *Appl. Opt.*, 54(29) :8694–8699, Oct 2015.
- [47] Chittaranjan Nayak, Saswata Mukherjee, and Ardhendu Saha. Process engineering study of photonic nanojet from highly intense to higher propagation using fdtd method. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, 127, 06 2016.
- [48] J. H. Lopes, M. A. B. Andrade, J. P. Leão Neto, J. C. Adamowski, I. V. Minin, and G. T. Silva. Focusing acoustic beams with a ball-shaped lens beyond the diffraction limit. *Phys. Rev. Applied*, 8 :024013, Aug 2017.
- [49] Constanza Rubio, Daniel Tarrazó-Serrano, Oleg V. Minin, Antonio Uris, and Igor V. Minin. Wavelength-scale gas-filled cuboid acoustic lens with diffraction limited focusing. *Results in Physics*, 12 :1905 – 1908, 2019.
- [50] Euan Mcleod and Craig Arnold. Subwavelength direct-write nanopatterning using optically trapped microspheres. *Nature nanotechnology*, 3 :413–7, 07 2008.
- [51] Andri Abdurrochman, Sylvain Lecler, Frédéric Mermet, Bernard Y. Tumbelaka, Bruno Serio, and Joël Fontaine. Photonic jet breakthrough for direct laser microet-

- ching using nanosecond near-infrared laser. *Appl. Opt.*, 53(31) :7202–7207, Nov 2014.
- [52] A Abdurrochman, S Lecler, J Zelgowski, F Mermet, J Fontaine, and B Y Tumbelaka. Photonic jet -etching : from static to dynamic process. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*, 196 :012043, may 2017.
- [53] Xu Zhang, Jonathan Elek, and Chih-Hao Chang. Three-dimensional nanolithography using light scattering from colloidal particles. *ACS nano*, 7, 06 2013.
- [54] Xu Zhang, Bin Dai, Zhiyuan Xu, and Chih-Hao Chang. 3d nanostructures : Sculpting asymmetric, hollow-core, three-dimensional nanostructures using colloidal particles (small 11/2015). *Small*, 11, 12 2014.
- [55] Yuchao Li, Hong-Bao Xin, Hong-Xiang Lei, Lin-Lin Liu, Yan-Ze Li, Yao Zhang, and Baojun Li. Manipulation and detection of single nanoparticles and biomolecules by a photonic nanojet. *Light : Science Applications*, 5 :e16176, 06 2016.
- [56] Yuchao Li, Hongbao Xin, Xiaoshuai Liu, Yao Zhang, Hongxiang Lei, and Baojun Li. Trapping and detection of nanoparticles and cells using a parallel photonic nanojet array. *ACS nano*, 10, 05 2016.
- [57] Soon-Cheol Kong, Alan Sahakian, Allen Taflove, and Vadim Backman. Photonic nanojet-enabled optical data storage. *Opt. Express*, 16(18) :13713–13719, Sep 2008.
- [58] Soon-Cheol Kong, Alan V. Sahakian, Alexander Heifetz, Allen Taflove, and Vadim Backman. Robust detection of deeply subwavelength pits in simulated optical data-storage disks using photonic jets. *Applied Physics Letters*, 92(21) :211102, 2008.
- [59] E. Abbe. Beiträge zur theorie des mikroskops und der mikroskopischen wahrnehmung. *Archiv für Mikroskopische Anatomie*, 9(1) :413–468, Dec 1873.

- [60] De Broglie, Louis. Recherches sur la théorie des quanta. *Ann. Phys.*, 10(3) :22–128, 1925.
- [61] C. Davisson and L. H. Germer. Diffraction of electrons by a crystal of nickel. *Phys. Rev.*, 30 :705–740, Dec 1927.
- [62] S. M. Mansfield and G. S. Kino. Solid immersion microscope. *Applied Physics Letters*, 57(24) :2615–2616, 1990.
- [63] Sylvain Lecler, Stéphane Perrin, Audrey Leong-Hoi, and Paul Montgomery. Photonic jet lens. *Scientific Reports*, 9 :4725, 03 2019.
- [64] Arash Darafsheh, Nicholaos I. Limberopoulos, John S. Derov, Dennis E. Walker, and Vasily N. Astratov. Advantages of microsphere-assisted super-resolution imaging technique over solid immersion lens and confocal microscopies. *Applied Physics Letters*, 104(6) :061117, 2014.
- [65] Arash Darafsheh. Influence of the background medium on imaging performance of microsphere-assisted super-resolution microscopy. *Opt. Lett.*, 42(4) :735–738, Feb 2017.
- [66] Zengbo Wang, Lin Li, Boris Luk'yanchuk, Ashfaq Khan, Zhu Liu, Zaichun Chen, and Minghui Hong. Optical virtual imaging at 50 nm lateral resolution with a white-light nanoscope. *Nature communications*, 2 :218, 03 2011.
- [67] Eric Betzig, George H. Patterson, Rachid Sougrat, O. Wolf Lindwasser, Scott Olenych, Juan S. Bonifacino, Michael W. Davidson, Jennifer Lippincott-Schwartz, and Harald F. Hess. Imaging intracellular fluorescent proteins at nanometer resolution. *Science*, 313(5793) :1642–1645, 2006.
- [68] Sylvain Lecler, S. Haacke, N. Cong, Olivier Cregut, Jean-Luc Rehspringer, and Charles Hirlimann. Enhancement of two-photon excited fluorescence by sub-micron

- photonic jets. *Ultrafast Phenomena XV*, pages 181–, 01 2007.
- [69] Davy Gérard, Jérôme Wenger, Alexis Devilez, David Gachet, Brian Stout, Nicolas Bonod, Evgeny Popov, and Hervé Rigneault. Strong electromagnetic confinement near dielectric microspheres to enhance single-molecule fluorescence. *Opt. Express*, 16(19) :15297–15303, Sep 2008.
- [70] Jérôme Wenger, Gérard Davy, Heykel Aouani, and Hervé Rigneault. Disposable microscope objective lenses for fluorescence correlation spectroscopy using latex microspheres. *Anal. Chem.*, (Vol.80, issue 17, pp.6800-6804), Sep 2008.
- [71] Petru Ghenuche, Juan de Torres, Patrick Ferrand, and Jérôme Wenger. Multi-focus parallel detection of fluorescent molecules at picomolar concentration with photonic nanojets arrays. *Applied Physics Letters*, 105(13) :131102, 2014.
- [72] K. J. Yi, H. Wang, Y. F. Lu, and Z. Y. Yang. Enhanced raman scattering by self-assembled silica spherical microparticles. *Journal of Applied Physics*, 101(6) :063528, 2007.
- [73] Ivano Alessandri and John Lombardi. Enhanced raman scattering with dielectrics. *Chemical Reviews*, 116, 10 2016.
- [74] Gour Das, Ranjit Laha, and Venkata Dantham. Photonic nanojet-mediated sers technique for enhancing the raman scattering of a few molecules. *Journal of Raman Spectroscopy*, 47, 08 2016.
- [75] Alexander Heifetz, Kevin Huang, Alan V. Sahakian, Xu Li, Allen Taflove, and Vadim Backman. Experimental confirmation of backscattering enhancement induced by a photonic jet. *Applied Physics Letters*, (Vol.89, issue 22) :221118, 2006.
- [76] J Chandezon, G Raoult, and D Maystre. A new theoretical method for diffraction gratings and its numerical application. *Journal of Optics*, 11(4) :235–241, jul 1980.

- [77] J. Chandezon, M. T. Dupuis, G. Cornet, and D. Maystre. Multicoated gratings : a differential formalism applicable in the entire optical region. *J. Opt. Soc. Am.*, 72(7) :839–846, Jul 1982.
- [78] Lifeng Li. Multilayer-coated diffraction gratings : differential method of chandezon et al. revisited. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11(11) :2816–2828, Nov 1994.
- [79] Lifeng Li, G Granet, J P Plumey, and Jean Chandezon. Some topics in extending the c method to multilayer gratings of different profiles. *Pure and Applied Optics : Journal of the European Optical Society Part A*, 5 :141, 01 1999.
- [80] G Granet, J P Plumey, and J Chandezon. Scattering by a periodically corrugated dielectric layer with non-identical faces. *Pure and Applied Optics : Journal of the European Optical Society Part A*, 4(1) :1–5, jan 1995.
- [81] R. Dusséaux, C. Faure, J. Chandezon, and F. Molinet. New perturbation theory of diffraction gratings and its application to the study of ghosts. *J. Opt. Soc. Am. A*, 12(6) :1271–1282, Jun 1995.
- [82] R. Dusséaux, K. Aät Braham, and G. Granet. Implementation and validation of the curvilinear coordinate method for the scattering of electromagnetic waves from two-dimensional dielectric random rough surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 18(4) :551–570, 2008.
- [83] Jean-Pierre Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114(2) :185 – 200, 1994.
- [84] F.L. Teixeira and W.C. Chew. Differential forms, metrics, and the reflectionless absorption of electromagnetic waves. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 13(5) :665–686, 1999.

- [85] Eric Silberstein, Philippe Lalanne, Jean-Paul Hugonin, and Qing Cao. Use of grating theories in integrated optics. *J. Opt. Soc. Am. A*, 18(11) :2865–2875, Nov 2001.
- [86] J P. Plumey, Kofi Edee, and G Granet. Modal expansion for the 2d green’s function in a non-orthogonal coordinates system. *Progress In Electromagnetics Research*, 01 2006.
- [87] Kofi Edee, Gérard Granet, and Jean-Pierre Plumey. Complex coordinate implementation in the curvilinear coordinate method : application to plane-wave diffraction by nonperiodic rough surfaces. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(4) :1097–1102, Apr 2007.
- [88] Weng Cho Chew and William H. Weedon. A 3d perfectly matched medium from modified maxwell’s equations with stretched coordinates. *Microwave and Optical Technology Letters*, 7(13) :599–604, 1994.
- [89] W. C. Chew, J. M. Jin, and E. Michielssen. Complex coordinate stretching as a generalized absorbing boundary condition. *Microwave and Optical Technology Letters*, 15(6) :363–369, 1997.
- [90] W. Ritz. Ueber eine neue methode zur lösung gewisser randwertaufgaben. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1908 :236–248, 1908.
- [91] Boris .G Galerkin. Rods and plates series occuring in some problems of elastic equilibrium of rods and plates. *Vestnik inzhenerov*, 19 :897–908, 1915.
- [92] D. S. Jones. Field Computation by Moment Methods. *The Computer Journal*, 12(1) :37–37, 02 1969.
- [93] R. Harrington. Origin and development of the method of moments for field computation. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 32(3) :31–35, 1990.
- [94] J. WILLARD GIBBS. Fourier’s series. *Nature*, 59 :200, dec 1898.

- [95] Ana Maria Armeanu, Kofi Edee, G Granet, and Patrick Schiavone. Modal method based on spline expansion for the electromagnetic analysis of the lamellar grating. *Progress In Electromagnetics Research*, 01 2010.
- [96] Kofi Edee. Modal method based on subsectional gegenbauer polynomial expansion for lamellar gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 28(10) :2006–2013, Oct 2011.
- [97] K. Edee and J. P. Plumey. Numerical scheme for the modal method based on subsectional gegenbauer polynomial expansion : application to biperiodic binary grating. *J. Opt. Soc. Am. A*, 32(3) :402–410, Mar 2015.
- [98] Kofi Edee and Brahim Guizal. Modal method based on subsectional gegenbauer polynomial expansion for nonperiodic structures : complex coordinates implementation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 30(4) :631–639, Apr 2013.
- [99] Kofi Edee. Polynomial modal method for analysis of the coupling between a gap plasmon waveguide and a square ring resonator. *Journal of Applied Physics*, 122 :153102, 10 2017.
- [100] Kofi Edee, Mira Abboud, Gérard Granet, Jean Francois Cornet, and Nikolay A. Gippius. Mode solver based on gegenbauer polynomial expansion for cylindrical structures with arbitrary cross sections. *J. Opt. Soc. Am. A*, 31(4) :667–676, Apr 2014.
- [101] Kofi Edee, Mira Abboud, Gérard Granet, Jean Francois Cornet, and Jérémie Dautchet. Reformulation of the modal method based on gegenbauer polynomial expansion for cylindrical structures with arbitrary cross sections. *J. Opt. Soc. Am. A*, 31(10) :2174–2178, Oct 2014.
- [102] K. Edee, J.-P. Plumey, and B. Guizal. Chapter two - unified numerical formalism of modal methods in computational electromagnetics and the latest advances : Ap-

- plications in plasmonics. volume 197 of *Advances in Imaging and Electron Physics*, pages 45 – 103. Elsevier, 2016.
- [103] N. P. K. Cotter, T. W. Preist, and J. R. Sambles. Scattering-matrix approach to multilayer diffraction. *J. Opt. Soc. Am. A*, 12(5) :1097–1103, May 1995.
- [104] Gérard Granet. Coordinate Transformation Methods. In ed. E. Popov, editor, *Gratings : Theory and Numeric Applications*, pages 8.1–8.30. AMU (PUP), December 2012.
- [105] Badreddine Ounnas, Bruno Sauviac, Yoshitake Takakura, Sylvain Lecler, Bernard Bayard, and Stéphane Robert. Single and dual photonic jets and corresponding backscattering enhancement with tipped waveguides : Direct observation at microwave frequencies. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 63 :5612–5618, 12 2015.
- [106] Hishem Hyani, Bruno Sauviac, Kofi Edee, G Granet, and Stéphane Robert. Numerical study of a photonic jet with aperiodic fourier modal method and experimental validation. 01 2018.