



**HAL**  
open science

# Etude expérimentale de la sédimentation de particules inertielles en turbulence

Benjamin Laplace

► **To cite this version:**

Benjamin Laplace. Etude expérimentale de la sédimentation de particules inertielles en turbulence. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2022. Français. NNT : 2022LYSEN006 . tel-03735610

**HAL Id: tel-03735610**

**<https://theses.hal.science/tel-03735610v1>**

Submitted on 21 Jul 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Numéro National de Thèse : 2022LYSEN006

## **THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON**

opérée par

**l'École Normale Supérieure de Lyon**

**École Doctorale N° 52  
École Doctorale de Physique et Astrophysique de Lyon**

**Discipline : Physique**

Soutenue publiquement le 05/04/2022 par :

**Benjamin LAPLACE**

---

# **Étude expérimentale de la sédimentation de particules inertielles en turbulence**

---

Devant le jury composé de :

NASO Aurore	CR	LMFA, École Centrale de Lyon	Rapporteuse
MONCHAUX Romain	PR	ENSTA-ParisTech, Paris	Rapporteur
ROIG Véronique	PR	IMFT, Toulouse	Examinatrice
OBLIGADO Martin	MCF	LEGI, Université Grenoble Alpes	Examineur
VOLK Romain	MCF	Laboratoire de Physique, ENS de Lyon	Directeur de thèse
BOURGOIN Mickaël	DR	Laboratoire de Physique, ENS de Lyon	Co-encadrant de thèse



## Résumé

Bien que la turbulence soit connue pour sa capacité à disperser efficacement la matière, des particules inertielles transportées par un écoulement turbulent n'explorent pas toutes ses régions de manière homogène. Au cours de cette thèse, deux études expérimentales ont ainsi permis d'aborder le problème de l'exploration préférentielle de particules plus denses que le fluide porteur.

Dans un premier dispositif expérimental, la distribution spatiale de billes en polyamide ou en polyacétal de tailles comparables à l'échelle intégrale de la turbulence, transportées par un écoulement tourbillonnaire fermé à grands nombres de Reynolds, a été étudiée. Ces particules étant plus denses que le fluide porteur, leur dynamique est pilotée par la compétition entre l'agitation turbulente et l'effet de la gravité. Lorsque la fréquence de rotation du disque qui engendre l'écoulement est faible, la sédimentation des billes domine leur resuspension par la turbulence de telle sorte qu'elles restent confinées en bas de la cuve. À partir d'une certaine fréquence de rotation, les fluctuations turbulentes surpassent l'effet de la gravité et les particules explorent l'entièreté de la boîte. Cependant, deux comportements extrêmement différents apparaissent en fonction de la taille des billes. Alors que les plus petites sont distribuées de façon presque homogène, les plus grosses se trouvent préférentiellement dans la partie supérieure, comme si la gravité avait été inversée. Ce piégeage trouve son origine dans le fait que ces dernières sont trop grosses pour atteindre les zones descendantes de l'écoulement situées dans les coins et ne retombent donc que très rarement vers le bas.

Un second dispositif expérimental a été construit dans lequel un écoulement turbulent est généré dans une tour par un réseau de jets orientés vers le haut, s'allumant et s'éteignant de façon aléatoire. Un tel forçage permet de minimiser l'existence d'un écoulement moyen tout en garantissant d'importantes fluctuations de vitesse, mais une décroissance spatiale de la turbulence est observée en s'éloignant des jets. Cet écoulement a permis l'étude de l'altération de la vitesse de sédimentation de particules en verre de tailles légèrement supérieures à l'échelle dissipative par la turbulence. En s'appuyant sur une mesure simultanée des propriétés de l'écoulement et des trajectoires des particules inertielles au cours de leur chute, il a été possible de mettre directement en évidence que les billes explorent préférentiellement les régions descendantes de la turbulence. Il en résulte que leur vitesse de sédimentation est accrue d'autant plus fortement que l'intensité de la turbulence est grande et que la taille de la particule est petite.

## Abstract

Although turbulence is known for its ability to efficiently disperse matter, inertial particles carried by a turbulent flow do not explore all its regions homogeneously. In this thesis, two experimental studies have thus addressed the problem of preferential exploration of particles denser than the working fluid.

In a first experimental device, the spatial distribution of polyamide or polyacetal beads whose sizes are of the order of the integral length scale of the flow, suspended in a turbulent swirling flow at high Reynolds number, was studied. As these particles are denser than the carrier fluid, their dynamics is driven by the competition between turbulent agitation and gravitational effect. When the rotation frequency of the disc that generates the flow is low, the settling of the beads dominates their resuspension by the turbulence so that they remain confined at the bottom of the tank. Above a certain rotation frequency, turbulent fluctuations overcome the effect of gravity and the particles start to explore the entire vessel. However, two extremely different behaviours emerge depending on the size of the beads. While the smaller ones are almost homogeneously distributed, the larger ones are preferentially found in the upper part, as if gravity was reversed. This trapping is related to the topology of the mean flow and the fact that large particles cannot reach the downward regions of the flow located in the corners due to their size and therefore only rarely fall back down.

A second experimental device was constructed in which a turbulent flow is generated by an array of randomly actuated, firing upwards, jets. This kind of forcing shows large velocity fluctuations while having a weak mean secondary flow, but a spatial decay of turbulence is observed with increasing distance from the jets. This flow allows us to study the modification of the settling velocity of glass particles slightly larger than the dissipative scale by turbulence as compared to the case in a quiescent fluid. By simultaneously measuring the flow properties and the trajectories of the inertial particles as they fall, it was possible to directly show that the beads preferentially sample the streaming zones with downward fluid velocity. As a result, their settling velocity is increased and this effect is all the more pronounced the greater the turbulence intensity and the smaller the particle size.

# Table des matières

	<b>Page</b>
<b>I Particules en zone de turbulence</b>	<b>1</b>
I.1 Contexte . . . . .	1
I.2 Notions de turbulence . . . . .	3
I. 2.1 L'équation de Navier-Stokes . . . . .	3
I. 2.2 Phénoménologie de la turbulence . . . . .	5
I.3 Mouvements de particules dans un fluide . . . . .	8
I. 3.1 Une équation du mouvement pour décrire des particules inertielles . . . . .	9
I. 3.2 Concentration préférentielle . . . . .	11
I. 3.3 Filtrage de la turbulence . . . . .	13
I.4 Structure du manuscrit . . . . .	15
<b>II L'art de la mesure</b>	<b>17</b>
II.1 De l'obtention de la vitesse d'un écoulement . . . . .	17
II. 1.1 Du Suivi Lagrangien de Particules . . . . .	17
II. 1.2 Du traitement des trajectoires . . . . .	25
II.2 De la mesure simultanée de deux phases . . . . .	28
II. 2.1 De la détermination des traceurs... . . . .	29
II. 2.2 ... à celle des billes . . . . .	36
II. 2.3 D'une expérience deux phases . . . . .	41
<b>III Resuspension de particules dans un écoulement tourbillonnaire</b>	<b>43</b>
III.1 L'écoulement de von Kármán à l'épreuve du temps . . . . .	43
III.2 VKGB : une expérience de grosses billes . . . . .	45
III. 2.1 Objectifs . . . . .	45
III. 2.2 Un écoulement de von Kármán vertical à un seul disque . . . . .	45
III. 2.3 Particules de grandes tailles . . . . .	47
III.3 Considérations globales . . . . .	49
III. 3.1 Obtention des champs de vitesse et des distributions de positions . . . . .	49
III. 3.2 Morphologie de l'écoulement moyen . . . . .	51

III. 3.3	Amplitudes des vitesses des différentes billes . . . . .	56
III.4	Distributions des particules dans la cuve . . . . .	57
III. 4.1	Exploration de la boîte par les billes . . . . .	57
III. 4.2	Effet de taille dans le champ de vitesse . . . . .	64
III.5	Piégeage des grosses particules . . . . .	70
III. 5.1	Une exploration « inversée » de la boîte . . . . .	70
III. 5.2	Réduction du problème à une dimension . . . . .	78
III.6	Conclusion . . . . .	86
<b>IV</b>	<b>Vers un écoulement plus fondamental</b>	<b>89</b>
IV.1	Les aventuriers de la turbulence homogène et isotrope perdue . . . . .	89
IV.2	Description du dispositif expérimental . . . . .	91
IV. 2.1	Grande tour, petite section . . . . .	91
IV. 2.2	Méthodologie pour la caractérisation de l'écoulement . . . . .	94
IV.3	Influence des paramètres de forçage sur l'écoulement généré . . . . .	96
IV. 3.1	Écoulement moyen . . . . .	96
IV. 3.2	Isotropie . . . . .	97
IV. 3.3	Homogénéité . . . . .	100
IV. 3.4	Bilan . . . . .	102
IV.4	Détails de l'écoulement pour les paramètres expérimentaux . . . . .	102
IV. 4.1	Champs de vitesse moyens . . . . .	103
IV. 4.2	Grandeurs caractéristiques . . . . .	107
IV. 4.3	Corrélations grandes échelles . . . . .	110
IV. 4.4	Accélération . . . . .	115
IV.5	Conclusion . . . . .	119
<b>V</b>	<b>Neige de verre</b>	<b>121</b>
V.1	Une question pourtant banale . . . . .	121
V.2	Cadre préliminaire . . . . .	123
V. 2.1	Protocole expérimental . . . . .	123
V. 2.2	Caractéristiques des particules et de l'écoulement . . . . .	127
V. 2.3	Influence des particules sur le fluide . . . . .	130
V.3	Sédimentation de particules inertielles en turbulence . . . . .	137
V. 3.1	Vitesse de sédimentation moyenne . . . . .	139
V. 3.2	Distributions des vitesses . . . . .	142

V.4 Conclusion . . . . .	145
<b>VI Conclusion générale</b>	<b>147</b>



# Chapitre I

## *Particules en zone de turbulence*

---

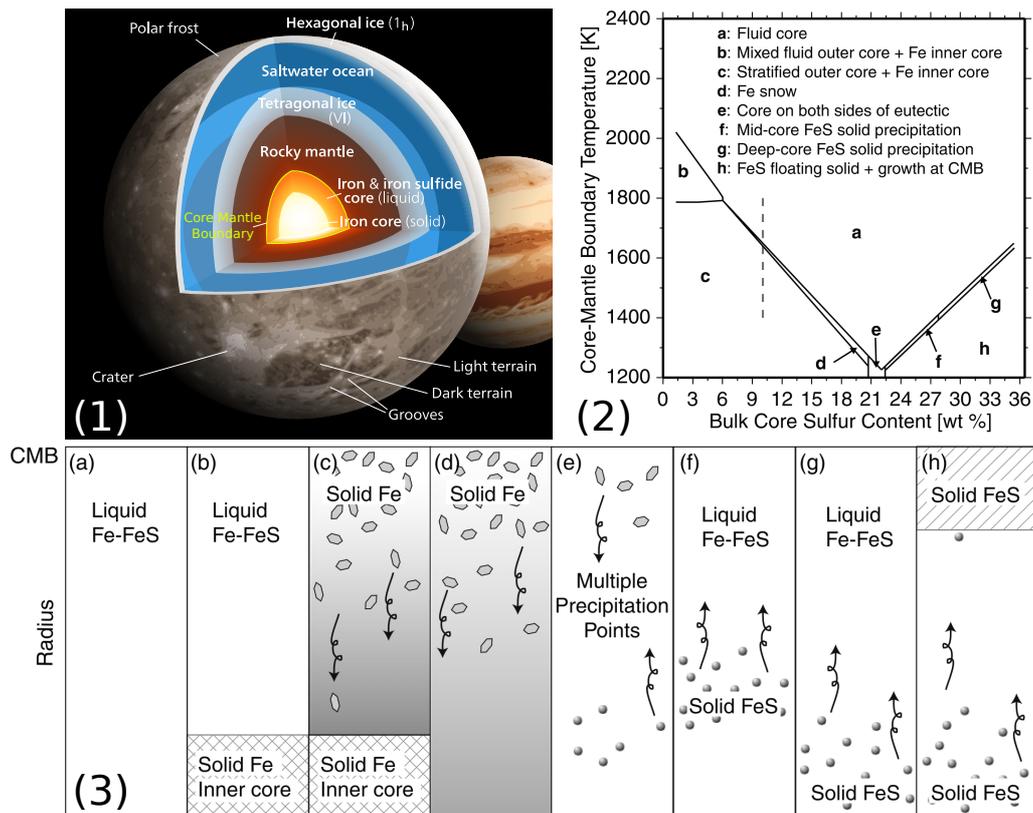
---

### I.1 Contexte

La tomographie sismique a permis au cours du XX<sup>e</sup> siècle de cartographier la structure interne de la Terre. Successivement des discontinuités dans le profil de vitesse des ondes sismiques ont mis en évidence une première interface entre la croûte et le manteau, appelée Moho, puis une seconde interface entre le manteau et le noyau. Une déflexion des ondes sismiques a permis d'établir que le noyau est constitué d'une graine solide (noyau interne) entourée d'une enveloppe liquide (noyau externe). La partie fluide serait composée principalement de fer (environ 80%), de nickel et d'éléments légers tels que le soufre, le silicium ou l'oxygène, alors que le domaine solide serait constitué d'un alliage de fer et de nickel. Depuis fin novembre 2018, l'atterrisseur *InSight* à la surface de Mars a pour objectif l'étude de la structure interne de la planète, et notamment la composition et l'état de son noyau. D'après les premières études publiées (Stähler et al. [127]), le noyau liquide de fer et de nickel est très large, occupant un peu plus de la moitié du rayon de l'astre, mais est relativement peu dense, ce qui suggère la présence de nombreux éléments légers en son sein. En dehors de la Terre et de Mars, la connaissance de la structure des noyaux des corps telluriques du système solaire repose sur des déductions faites à partir de moyens détournés, tels que la densité moyenne du corps ou la présence d'un champ magnétique. Le recours à des modélisations est donc une part essentielle du travail réalisé pour l'étude de petits astres comme Mercure, les lunes de Saturne ou bien celles de Jupiter.

En particulier, dans l'optique de comprendre la structure interne de Ganymède, Hauck et al. [56] se sont intéressés à l'impact de la quantité de soufre sur les évolutions possibles de son noyau. La présence de soufre dans un noyau métallique a pour principale conséquence la réduction de la densité du milieu (celle du fer pur vaut environ 7.0 contre 5.3 pour le sulfure de fer, dans les conditions de pression-température envisagées pour l'intérieur de Ganymède) et l'abaissement du point de fusion. Huit états du noyau sont à priori envisageables en fonction de la température à la frontière noyau-manteau (Core-Mantle Boundary « CMB ») et de la proportion en soufre. Ils sont répertoriés sur le diagramme (2) en figure I.1 et schématiquement représentés en (3) (a)-(h). Lorsque la température est suffisamment grande, l'alliage de fer et de soufre reste entièrement à l'état liquide (a), seuls des mouvements de convection thermique sont alors possibles. Pour des faibles quantités de soufre (< 6%), la température de fusion de l'alliage augmente avec la profondeur de telle sorte qu'une graine de fer solide va se former au centre (b). Cet état est similaire à celui de la Terre, avec un noyau interne en fer solide et un noyau externe de fer et de sulfure de fer liquide. À la frontière interne entre les noyaux, le relargage de soufre (qui ne se solidifie pas) entraîne une convection

## I.1 Contexte



**Figure I.1** – Vue d'artiste de la structure interne de Ganymède (1). Crédits : Kelvin Ma [commons.wikimedia.org/wiki/User:Kelvin13](https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Kelvin13). Diagramme de phase du noyau de Ganymède en fonction de la température de la CMB et de la proportion en soufre (2); représentations schématiques des huit états potentiels du noyau de Fe-FeS de Ganymède (3); issus de l'article de Hauck et al. [56].

solutale qui s'ajoute à la convection thermique. Si la température de la CMB est plus faible, le noyau interne sera plus gros et le relargage en soufre d'autant plus important, à tel point que la température de fusion dans l'enveloppe externe va décroître avec la profondeur. Il peut alors exister un rayon pour lequel la température du noyau est égale à la température de fusion. Entre cette profondeur et le manteau, une cristallisation du fer va se produire, qui, par gravité, va sédimenter en direction du noyau interne et rajouter un nouveau forçage du fluide (c). Juste en dessous de la couche où se produit cette neige, le fer solide va fondre de nouveau et former une zone où le fluide est enrichi en fer. Celui-ci est plus dense que le mélange Fe-FeS liquide en dessous, et donne lieu à une situation gravitationnellement instable. Cet arrangement pourrait être le point de départ d'une convection solutale à grande échelle, potentiellement suffisante pour engendrer un champ magnétique par effet dynamo (T. Rückriemen et al. [117]). Alternativement si la proportion en soufre dépasse 6%, la neige de fer peut exister sans qu'une graine solide ne soit nécessaire (d). Le fer, plus dense, va cette fois s'enfoncer plus profondément puis fusionner de nouveau suite à l'augmentation de la température avec la profondeur pour donner un noyau liquide interne riche en fer. À terme, le refroidissement de l'astre conduira à la solidification du noyau et donc à la situation (c). En repartant de l'état (a) où les deux composés Fe et FeS sont liquides, mais pour des fractions en soufre importantes ( $> 22.5\%$ ), une diminution de la température provoquera une dynamique opposée. En fonction de la quantité en soufre, inférieure ou supérieure à environ 28%, la solidification de sulfure de fer pourra avoir lieu soit à moyenne profondeur (f), soit très profondément (g). En raison de sa densité inférieure à celle du milieu, le sulfure de fer flotte et remonte vers le manteau

où il redevient liquide. Pour des températures encore plus faibles, l'accumulation de soufre proche de la CMB en raison des remontées de FeS augmente la température de fusion du liquide de telle sorte qu'une couche solide de sulfure de fer peut se former à la frontière avec le manteau (h).

Si l'existence d'un écoulement chargé en particules dans les noyaux planétaires est possible d'un point de vue thermodynamique, les implications hydrodynamiques restent encore à explorer. Il s'agit dans ce cas de comprendre la sédimentation de particules légèrement plus lourdes que le fluide qui les transporte (neige de fer), et notamment de déterminer leur vitesse de chute dans un écoulement turbulent dans la mesure où cela influe directement sur le flux de particules et donc potentiellement sur les échelles de temps en jeu dans l'évolution des cœurs de certaines planètes et de certaines lunes. Cette thèse ne peut avoir la prétention de répondre à de tels questionnements, toutefois, apporter une contribution pour démêler les mécanismes en jeu dans la dynamique de particules en turbulence reste un objectif louable tant ces écoulements diphasiques particuliers nous entourent. Rien qu'à la surface de la Terre, ils interviennent dans de nombreux procédés naturels : nucléation des gouttelettes de pluie dans les nuages, dispersion des cendres volcaniques ou des pollens, formation des dunes de sables, transport de sédiments dans les fleuves ou de la neige marine dans les océans. Les exemples sont multiples et les feuilles mortes tourbillonnant à l'automne ne manqueront pas de nous rappeler qu'ils font partie de notre quotidien. Les pollutions humaines sont également concernées et représentent un défi majeur pour les décennies à venir car presque rien n'a été fait pour les limiter jusqu'à maintenant, que ce soit concernant l'impact du rejet de particules fines sur la santé des êtres vivants terrestres ou le problème des plastiques dérivant dans l'océan sur celle des animaux marins. Et ce ne sont que deux cas parmi tant d'autres. Malheureusement l'ampleur de ces problèmes dépasse déjà probablement l'espèce humaine dans sa condition actuelle...

## I.2 Notions de turbulence

Avant d'aborder la dynamique de particules plongées dans un fluide, il faut s'attarder sur celle de l'écoulement qui les transporte. Cette partie vise à rappeler brièvement quelques propriétés fondamentales de la turbulence qui seront utiles pour la suite. Une version beaucoup plus détaillée pourra par exemple être trouvée dans le livre de Patrick Chassaing : *Turbulence en mécanique des fluides : analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur* [22].

### I. 2.1 Équation de Navier-Stokes et transition à la turbulence

L'application du principe fondamental de la dynamique à un volume de fluide infinitésimal permet l'obtention de l'équation de Navier-Stokes, nommée ainsi en l'honneur de l'ingénieur Henri Navier et du physicien George Stokes, et qui décrit l'évolution spatiale  $\vec{x}$  et temporel  $t$  du champ de vitesse  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g} + \vec{F}_e \quad (\text{I.1})$$

où  $p$  est le champ de pression dans le fluide,  $\rho$  la masse volumique du fluide, et  $\nu$  sa viscosité cinématique ;  $\vec{F}_e$  correspond aux éventuelles forces volumiques s'ajoutant au problème, en plus du champ de gravité  $\vec{g}$ . Seule, cette équation ne suffit pas, il faut également spécifier les conditions aux limites, ainsi que la conservation de la masse, qui s'exprime par le fait que le champ de vitesse est à divergence nulle pour un écoulement incompressible :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{I.2})$$

L'équation de Navier-Stokes fait notamment intervenir un terme de diffusion de la quantité de mouvement par agitation moléculaire (au sens de la mécanique des milieux continus)  $\nu \nabla^2 \vec{u}$ , et un terme quadratique d'advection du fluide par lui-même  $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}$ . C'est dans ce dernier terme que réside toute la complexité de la mécanique des fluides car il n'existe bien souvent aucune expression analytique pour le champ de vitesse  $\vec{u}(\vec{x}, t)$ . De la compétition entre ces deux termes dépendra la nature de l'écoulement, ce qui conduit à définir le nombre de Reynolds  $Re$  qui compare les effets d'inertie aux effets visqueux :

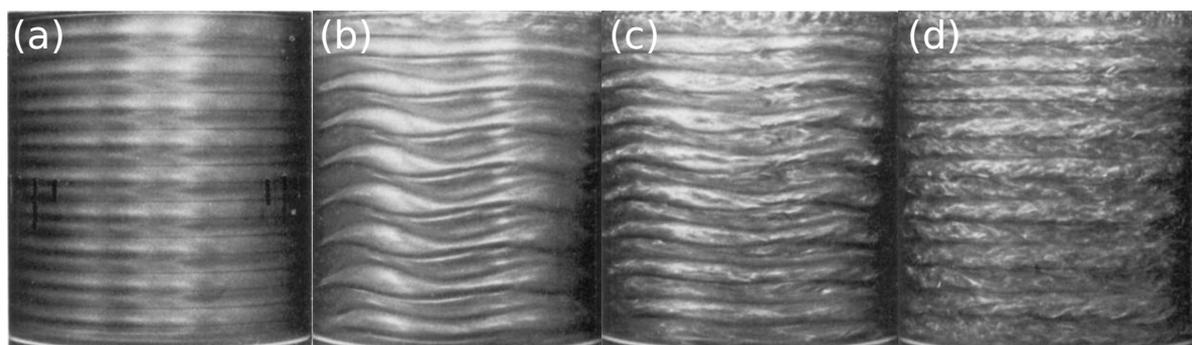
$$Re = \frac{\mathcal{O}((\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u})}{\mathcal{O}(\nu \nabla^2 \vec{u})} = \frac{UL}{\nu} \quad (\text{I.3})$$

où  $U$  et  $L$  représentent une vitesse et une longueur caractéristique de l'écoulement, typiquement la vitesse du fluide autour d'un corps de taille  $L$ . Lorsque  $Re \ll 1$ , le terme visqueux domine, de telle sorte que toute petite perturbation sera rapidement atténuée, forçant le fluide à s'écouler selon des lames glissant les unes sur les autres et qui ne se mélangent pas : l'écoulement est dit « laminaire ». À l'inverse, pour  $Re \gg 1$ , les nombreuses perturbations dans l'écoulement vont casser les lames de fluide en une multitude de tourbillons (mouvements secondaires), l'écoulement sera dit « turbulent » †. D'un point de vue pratique, cela se traduit par de fortes variations dans le champ de vitesse (et celui de pression, de température etc.) caractéristiques de l'agitation turbulente. Cela mènera par exemple à une augmentation du mélange au sein de l'écoulement, responsable d'une réduction des inhomogénéités de température ou de salinité, ou encore à une augmentation de la traînée des véhicules. Dans la mesure où le nombre de Reynolds grandit avec  $L$ , il est intéressant de noter que les écoulements à grandes échelles seront (presque) toujours turbulents, c'est typiquement le cas des écoulements géophysiques.

Entre le régime laminaire  $Re \ll 1$  et le régime pleinement turbulent  $Re \gg 1$ , un écoulement passe en général par une série d'instabilités qui le perturbent progressivement. Le seuil d'apparitions de ces instabilités se situe à partir d'un Reynolds critique  $Re_c$  qui dépend de la nature de l'écoulement. Prenons en exemple le cas de l'écoulement de Taylor-Couette dans lequel un fluide est confiné entre deux cylindres : un cylindre extérieur de rayon  $r_o$  au repos, et un cylindre intérieur de rayon  $r_i$  tournant à une certaine fréquence  $\Omega$ . Le nombre de Reynolds est alors défini par  $Re = r_i \Omega (r_o - r_i) / \nu$ . Ce système a été largement étudié, et en particulier en 1979 par Fenstermacher et al. [45] qui ont fourni des images des différentes instabilités qu'ils ont observées en ensemençant l'écoulement de paillettes de Kalliroscope ; photographies rapportées en figure I.2. Lorsque la fréquence de rotation est faible  $Re < Re_c = 119.1$ , l'écoulement est entièrement azimutal et aucune vitesse radiale ni verticale n'est mesurable. Une première transition est notée pour  $Re/Re_c = 1.1$ , avec l'apparition de rouleaux de Taylor stationnaires superposés verticalement : l'invariance par translation verticale du système est donc perdue (figure I.2 (a)). Pour  $Re/Re_c = 6.0$ , les rouleaux deviennent instationnaires, adoptant une conformation ondulée à une unique fréquence bien déterminée d'environ  $0.44\Omega$  (figure I.2 (b)). Avec l'augmentation de la fréquence de rotation et le passage à  $Re/Re_c = 16.0$ , des zones turbulentes apparaissent, ajoutant de nouvelles fréquences au spectre de l'écoulement (figure I.2 (c)). Enfin en arrivant à  $Re/Re_c = 23.5$ , les rouleaux disparaissent complètement, le spectre en fréquence devient continu et les fluctuations de vitesse s'intensifient : la turbulence est pleinement développée (figure I.2 (d)). À mesure que le nombre de Reynolds augmente, des structures de plus en plus petites apparaissent dans l'écoulement. La transition à la turbulence se fait donc à travers une brisure progressive des invariances et des régularités de l'écoulement, pour aboutir à un comportement aléatoire, à une perte de déterminisme à l'échelle

---

†. Par nature, un fluide n'est ni laminaire ni turbulent, c'est son mode de mouvement qui l'est.



**Figure I.2** – Transition à la turbulence dans un écoulement de Taylor-Couette ; (a)  $Re/Re_c = 1.1$  : première instabilité avec la formation de rouleaux superposés verticalement, (b)  $Re/Re_c = 6.0$  : apparition de vagues, (c)  $Re/Re_c = 16.0$  : émergence de spots turbulents, (d)  $Re/Re_c = 23.5$  : disparition des vagues et développement de la turbulence. Photos issues de l'article de Fenstermacher et al. [45].

macroscopique, et à un désordre multi-échelles caractérisé par des structures tridimensionnelles fluctuant dans l'espace et dans le temps.

Ce qui est frappant avec la turbulence c'est l'opposition entre son évidence d'une part, et la difficulté de son appréhension d'autre part. En effet, presque tous les écoulements qui nous entourent sont dans un régime turbulent. Un simple mouvement du bras suffit pour engendrer une agitation turbulente chaotique, alors que l'augmentation de turbidité d'un écoulement issu de l'ouverture progressive d'un robinet constitue un exemple de la vie courante de transition à la turbulence. Et pourtant la théorie moderne de la turbulence est plus jeune que la genèse de la mécanique quantique ou que celle de la relativité générale...

## I. 2.2 Phénoménologie de la turbulence

Une première étape décisive a été franchie en 1895 par Osborne Reynolds [114] lorsqu'il a décrit les fluctuations de vitesse par la différence entre la valeur réelle et sa moyenne, ce qui lui a permis d'aboutir aux équations régissant d'une part la dynamique du mouvement moyen et de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen et d'autre part de la moyenne de l'énergie cinétique des fluctuations. La notion de moyenne a joué un rôle capital (paradoxalement peut-être parfois inhibiteur) dans la compréhension de la turbulence<sup>†</sup>. Aujourd'hui encore, la décomposition entre vitesse moyenne d'ensemble  $\langle u \rangle(\vec{x})$  et vitesse fluctuante  $\vec{u}'(\vec{x}, t)$  est appelée « décomposition de Reynolds » et se justifie dans le cadre d'une moyenne ne variant quasiment pas dans le temps :

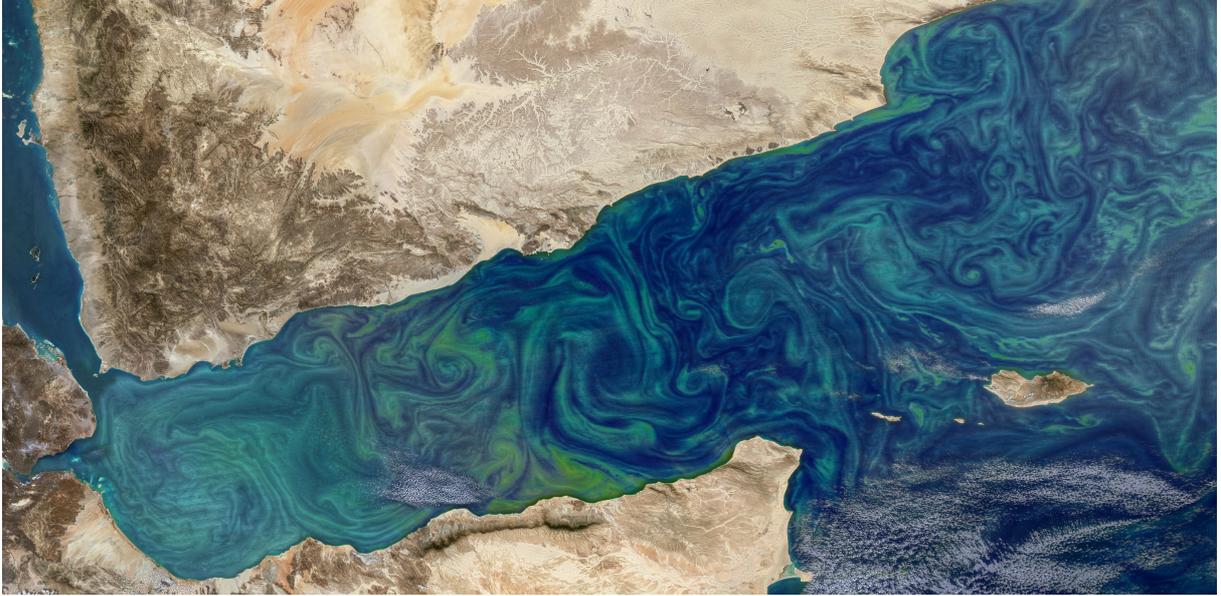
$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \langle u \rangle(\vec{x}) + \vec{u}'(\vec{x}, t) \quad (\text{I.4})$$

La vitesse fluctuante caractéristique s'écrit alors  $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$  et correspond à l'écart typique des valeurs de vitesse à leur moyenne. Cette décomposition binaire permet de formaliser trois types de mouvements : advection par l'écoulement moyen, agitation par les fluctuations (diffusion turbulente), et diffusion moléculaire.

Néanmoins le concept qui a indéniablement abouti à la vision moderne de la turbulence a été introduit en 1922 par Lewis Fry Richardson [115]. Connu sous le nom de « cascade d'énergie », il repose sur l'idée que dans un écoulement tridimensionnel turbulent pleinement développé, l'énergie

<sup>†</sup>. Un lecteur souhaitant en apprendre plus pourra se référer à la revue de Patrick Chassaing sur le sujet [23].

cinétique est transférée sans perte des plus grandes échelles, où a lieu l'injection de puissance par un forçage extérieur, vers les plus petites où elle finira par être dissipée sous forme de chaleur par la viscosité. Ce transfert fait intervenir des tourbillons qui « se fragmentent » en de plus petits tourbillons, se brisant à leur tour en de plus petits et ainsi de suite jusqu'à ce que la viscosité stoppe le processus. Cette phénoménologie fait ainsi de la turbulence un phénomène multi-échelles à travers des tourbillons de différentes tailles et différentes durée de vie, illustré par la photographie I.3.



**Figure I.3** – Photographie du 12 février 2018 par l'instrument MODIS, embarqué sur le satellite Aqua de la Nasa, d'une quantité abondante de phytoplanctons dans le Golfe d'Aden (mer d'Arabie). Les différences de couleurs ont été intensifiées par traitement d'image et illustrent à merveille les différentes échelles spatiales d'un écoulement turbulent.

En 1941, Andreï Kolmogorov [73] a traduit cette idée dans un langage plus mathématique pour les grands nombres de Reynolds (théorie K41). L'échelle d'injection de l'énergie est appelée échelle intégrale  $L$ , et correspond à la longueur de corrélation des fluctuations de vitesse  $u'$ . Les plus gros tourbillons ont donc environ une taille  $L$  et un temps de retournement typique  $T_E = L/\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ . Le nombre de Reynolds est défini à cette échelle par  $Re = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}L/\nu$ . En régime stationnaire, la puissance moyenne injectée par unité de masse à l'échelle  $L$ , est égale au taux moyen de transfert d'énergie entre les échelles, et aussi au taux moyen d'énergie dissipée par viscosité  $\langle \epsilon \rangle$ . En partant de l'hypothèse d'une isotropie locale, impliquant que les structures à petites échelles sont indépendantes des mécanismes qui les génèrent, et en particulier que les anisotropies à grandes échelles ne s'étendent pas aux plus petites échelles, Kolmogorov a établi les expressions pour la longueur, le temps et la vitesse caractéristique en dessous desquels les effets visqueux dominent (échelle des plus petits tourbillons de l'écoulement). Cette hypothèse, connue sous le nom de « première hypothèse de similarité » implique que les statistiques à l'échelle de dissipation dépendent uniquement des quantités  $\nu$  et  $\langle \epsilon \rangle$ . Il a ainsi déterminé ces trois grandeurs par analyse dimensionnelle :

$$\eta = (\nu^3/\langle \epsilon \rangle)^{1/4} \quad (\text{I.5})$$

$$\tau_\eta = \sqrt{\nu/\langle \epsilon \rangle} \quad (\text{I.6})$$

$$u_\eta = (\langle \epsilon \rangle \nu)^{1/4} \quad (\text{I.7})$$

Elles sont aujourd'hui appelées longueur, temps et vitesse de Kolmogorov. Ces quantités sont prises égales aux échelles de la dissipation, bien qu'il existe en principe un facteur de proportionnalité entre elles. De par leurs définitions, le nombre de Reynolds à cette échelle vaut  $Re_\eta = 1$ , c'est-à-dire qu'il correspond au moment où le terme inertiel  $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}$  est équilibré par le terme visqueux  $\nu \nabla^2 \vec{u}$ . Entre les plus grandes échelles  $L, T_E$  et les plus petites  $\eta, \tau_\eta$  se situent les échelles inertielles  $\eta \ll r \ll L, \tau_\eta \ll t_r \ll T_E$ , gamme dans laquelle ont lieu les transferts d'énergie. La « seconde hypothèse de similarité » de Kolmogorov stipule que les grandeurs statistiques à ces échelles sont uniquement déterminées par le taux de dissipation  $\langle \epsilon \rangle$  et sont indépendantes de  $\nu$ . La vitesse  $u'_r$  et le temps de retournement typiques  $t_r$  des tourbillons dans la gamme  $\eta \ll r \ll L$  s'écrivent alors :

$$u'_r = (\langle \epsilon \rangle r)^{1/3} \quad (\text{I.8})$$

$$t_r = (r^2 / \langle \epsilon \rangle)^{1/3} \quad (\text{I.9})$$

Dans la limite où  $r \rightarrow L$ , les fluctuations de vitesse prennent la forme  $\sqrt{\langle u'^2 \rangle} \propto (\langle \epsilon \rangle L)^{1/3}$ . Autrement dit, on peut exprimer le nombre de Reynolds comme  $Re \propto \frac{\langle \epsilon \rangle^{1/3} L^{4/3}}{\nu}$ . L'échelle intégrale est alors reliée à l'échelle de Kolmogorov par les relations :

$$\eta/L \propto Re^{-3/4} \quad (\text{I.10})$$

$$\tau_\eta/T_E \propto Re^{-1/2} \quad (\text{I.11})$$

En conséquence, les échelles seront d'autant plus séparées que le nombre de Reynolds est élevé. Les implications de la théorie K41 ne se limitent pas aux quelques notions présentées ici qui donnent seulement un cadre pour la turbulence en vue de comprendre la dynamique de particules dans des écoulements de cette nature. Au besoin on introduira d'autres éléments de la théorie au moment opportun.

Une dernière notion, qui a été esquissée succinctement juste avant, doit néanmoins être abordée maintenant : celle de « turbulence homogène et isotrope ». Presque l'ensemble des résultats de la turbulence ont été acquis à travers ce paradigme, il convient donc d'en donner une définition. En reprenant celle donnée par Patrick Chassaing dans son livre [22], la turbulence homogène se définit *dans un domaine infini de l'espace dans lequel les propriétés statistiques de la turbulence sont indépendantes de la position du point dans le domaine*. L'ajout du qualificatif isotrope mène au fait *qu'à tout instant, les propriétés statistiques du champ d'agitation turbulente sont invariantes par rotation et symétrie plane en tout point du champ*. Préciser turbulence homogène **ET** isotrope est donc une redondance, puisque par définition un champ isotrope est homogène. On conservera tout de même cette dénomination parce qu'elle est plutôt évocatrice. On notera également qu'il existe plusieurs définitions de l'homogénéité plus ou moins larges (au sens de Taylor, de Craya, de Lesieur...), qu'on ne détaillera pas ici. Expérimentalement, il n'existe pas de turbulence homogène et isotrope, on peut seulement espérer l'approcher.

Dans ce cas spécifique d'une turbulence homogène et isotrope, le taux moyen de dissipation d'énergie, qui s'écrit  $\langle \epsilon \rangle = \frac{\nu}{2} \left\langle \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle$ , peut s'exprimer à travers une échelle intermédiaire, notée  $\lambda^\dagger$ , située entre la longueur de Kolmogorov et la longueur intégrale ( $\eta < \lambda < L$ ) :

---

†. Cette longueur, appelée échelle de Taylor est mathématiquement reliée à la fonction d'autocorrélation spatiale de la vitesse fluctuante, mais n'a pas de signification physique particulière.

$$\langle \epsilon \rangle = 15\nu \frac{\langle u'^2 \rangle}{\lambda^2} \quad (\text{I.12})$$

Cette échelle permet de définir un autre nombre de Reynolds,  $Re_\lambda = \sqrt{\langle u'^2 \rangle} \lambda / \nu$ , très utile lorsqu'il n'est pas possible d'accéder à l'échelle intégrale  $L$  et donc d'obtenir une valeur pour  $Re$ . Ces deux nombres de Reynolds sont néanmoins liés par la relation :  $Re \propto Re_\lambda^2$ .

### I.3 Mouvements de particules dans un fluide

Puisque les équations de Navier-Stokes permettent de décrire fidèlement un écoulement turbulent, il est possible de les résoudre numériquement sans avoir à recourir à un modèle et donc d'accéder à l'ensemble des échelles spatiales et temporelles de la turbulence : on parle de DNS (« Direct Numerical Simulation »). En revanche, il n'existe à ce jour aucune équation permettant de faire de même pour le mouvement de particules quelconques dans un fluide. Pour des cas bien spécifiques, notamment pour des particules sphériques (qui sera notre unique cadre d'interprétation), il y a néanmoins des équations qui peuvent nous guider pour comprendre la dynamique de particules en turbulence. Mais avant de poursuivre, il convient de distinguer deux classes de particules :

- **Les traceurs** : Des particules de diamètre inférieur à l'échelle de Kolmogorov ( $d_p < \eta$ ), et de densité très proche de celle du fluide ( $\rho_p \simeq \rho$ ), vont se comporter comme des particules fluides, c'est-à-dire que leur vitesse et leur accélération seront une très bonne approximation de celles de l'écoulement à leur position. Autrement dit, leur dynamique est régie par l'équation de Navier-Stokes :

$$\vec{a}_f = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (\text{I.13})$$

Le terme visqueux  $\nu \nabla^2 \vec{u}$  a en général une contribution faible devant le terme gradient de pression  $-\frac{\vec{\nabla} p}{\rho}$ , et d'autant plus négligeable que le nombre de Reynolds est grand. En l'occurrence, dans leur DNS, Vedula & Yeung [139] ont obtenu des ratios  $\nu \nabla^2 \vec{u} / -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho}$  valant  $\sim 0.08$  pour  $Re_\lambda = 21$  et  $\sim 0.016$  pour  $Re_\lambda = 235$ . En fait la contribution visqueuse ne variait que faiblement comparativement à celle du gradient de pression. À haut nombre de Reynolds l'accélération du fluide correspond donc essentiellement à ce dernier terme :  $\frac{D\vec{u}}{Dt} \simeq -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho}$ . Pour les expérimentateurs, ce type de particules constitue un moyen d'obtenir les caractéristiques de l'écoulement en les suivant grâce à des techniques optiques ou acoustiques par exemples.

- **Les particules inertielles** : À l'inverse des particules ayant une taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov ( $d_p > \eta$ ) et/ou une densité différente de celle du fluide ( $\rho_p \neq \rho$ ) seront qualifiées d'inertielles. En conséquence, ces particules auront un temps de réponse  $\tau_p$  différent de celle d'une particule fluide, et ne suivront pas exactement l'écoulement. En fonction de leur taille, un effet de filtrage spatial des échelles inférieures à leur diamètre se produira de telle sorte que la variance de leur accélération  $\langle a_p^2 \rangle$  sera réduite par rapport à celle de l'écoulement. En soufflerie, pour des bulles de savon de tailles  $d_p/\eta < 25$ , Qureshi et al. [112] ont obtenu un bon accord avec la loi  $\langle a_p^2 \rangle \propto \langle \epsilon \rangle^{4/3} d_p^{-2/3}$ . Sur Terre, nous sommes principalement entourés de deux fluides : l'air (de densité  $\rho_{air} \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$  au niveau de la mer) et l'eau ( $\rho_{eau} \approx 1.0$  à 4°C) de telle sorte que les rapports de densité seront plutôt proche de 1000 dans l'atmosphère (typiquement des gouttelettes d'eau), alors qu'ils tendront vers 1 dans l'océan (le phytoplancton entre autres).

### I. 3.1 Une équation du mouvement pour décrire des particules inertielles

Le point de départ pour une équation du mouvement d'une particule sphérique dans un champ turbulent remonte aux travaux de Basset, Boussinesq et Oseen pour une particule inertielle sédimentant dans un fluide au repos, repris par la suite en 1983 par Maxey & Riley [88] d'une part et Gatignol [49] d'autre part, pour aboutir à l'équation suivante :

$$m_p \frac{d\vec{v}}{dt} = -3\pi d_p \rho \nu (\vec{v} - \vec{u}) + m_f \frac{D\vec{u}}{Dt} - \frac{1}{2} m_f \left( \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{u}}{dt} \right) - \frac{3}{2} \pi d_p^2 \rho \nu \int_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \nu (t - \tau)}} \frac{d(\vec{v} - \vec{u})}{d\tau} + (m_p - m_f) \vec{g} \quad (\text{I.14})$$

où  $\vec{v}$  correspond à la vitesse de la particule,  $\vec{u}$  à celle du fluide,  $m_p = \rho_p \pi d_p^3 / 6$  la masse de la particule et  $m_f = \rho \pi d_p^3 / 6$  la masse de fluide déplacé par la particule. Remarquons que  $d \cdot / dt$  et  $D \cdot / Dt$  correspondent respectivement aux dérivées totales en suivant la particule inertielle et un traceur à la position de la particule. L'obtention de cette équation nécessite de faire l'hypothèse que la particule a un diamètre petit devant l'échelle de Kolmogorov  $d_p < \eta$ , et que sa vitesse reste toujours proche de celle du fluide  $\vec{v} \simeq \vec{u}$ , ce qui est équivalent à dire que le nombre de Reynolds particulaire vérifie  $Re_p = \frac{d_p |\vec{u} - \vec{v}|}{\nu} \ll 1$ . Sous ces deux conditions, il vient que  $d \cdot / dt \simeq D \cdot / Dt$ . De gauche à droite, les termes apparaissant du côté droit de l'équation sont :

— La force de traînée de Stokes qui provient de la vitesse relative entre la particule et le fluide et qui est due aux contraintes visqueuses.

— Le terme d'accélération du fluide, provenant de la contribution des gradients de pression si on se réfère à la discussion précédente :  $\frac{D\vec{u}}{Dt} \simeq -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho}$

— Le terme de masse ajoutée provenant du fait qu'une accélération de la particule entraîne une accélération d'une masse de fluide autour d'elle. Elle tend donc à s'opposer aux accélérations et décélérations de la particule.

— La force d'histoire qui représente la mémoire de la particule, l'histoire de ses accélérations passées. Elle est donc reliée à l'interaction de la particule avec son propre sillage.

— La force de flottabilité, correspond à la résultant du poids et de la poussée d'Archimède.

Écrite ainsi, cette équation est difficilement manipulable, en particulier à cause du terme d'histoire qui demande une intégration sur tous les pas de temps précédents (d'un point de vue numérique). En s'appuyant sur une étude numérique de Elghobashi & Truesdell [42], son influence a été considérée comme négligeable pour des particules très denses, bien que des études plus récentes, comme celles de Calzavarini et al. [18] ont suggéré un impact réel du terme d'histoire pour des particules isodenses de tailles  $d_p > 8\eta$ . La dynamique est cependant déjà suffisamment riche sans ce terme pour considérer avec intérêt des modèles simplifiés ne le prenant pas en compte. L'un des plus utiles, connu sous le nom de modèle « beta-Stokes » s'écrit :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \beta \frac{D\vec{u}}{Dt} + \frac{1}{\tau_p} (\vec{u} - \vec{v}) + (1 - \beta) \vec{g} \quad (\text{I.15})$$

pour lequel on a besoin de poser  $d \cdot / dt \simeq D \cdot / Dt$ , c'est-à-dire que les trajectoires des particules inertielles ne s'écartent pas trop de celles des particules fluides. Un nouveau paramètre apparaît :  $\beta = \frac{3\rho}{2\rho_p + \rho}$ , appelé facteur de densité (ou facteur de masse) qui prend en compte à la fois les gradients de pression et la force de masse ajoutée. Pour des particules très lourdes telles que des gouttes d'eau dans l'atmosphère ( $\rho_p \gg \rho$ ),  $\beta \ll 1$ , et le terme  $\beta \frac{D\vec{u}}{Dt}$  est négligeable. Au contraire, il

### I.3 Mouvements de particules dans un fluide

devient important pour des particules légères :  $\beta \simeq 3$ , comme pour des bulles d'air dans l'eau. Le temps de réponse de la particule se définit par  $\tau_p = \frac{d_p^2}{12\beta\nu}$ .

Originellement, l'équation I.14 avait été écrite en considérant les corrections de Faxén qui remplacent le champ de vitesse  $\vec{u}$  par  $\vec{u} + \frac{1}{40}d_p^2\nabla^2\vec{u}$ , de façon à prendre en compte la non uniformité du champ de vitesse vue par une particule à cause de sa taille finie. Des simulations numériques de Homann & Bec [58] ont montré que ces corrections sont pertinentes jusqu'à  $d_p/\eta \leq 4$ . Une autre correction plus utile consiste à remplacer la force de traînée linéaire par une forme non linéaire. Au lieu de prendre le coefficient de traînée de Stokes,  $C_D = \frac{24}{Re_p}$ , on conserve une forme plus générique  $C_D = f(Re_p)$  qui a été déterminée de façon empirique et dépend de la gamme de nombre de Reynolds  $Re_p$  considérée. Différentes fonctions ont été proposées, on pourra par exemple se référer à l'article de Cheng [26] pour en avoir un aperçu. Le temps de réponse de la particule s'écrira alors  $\tau_p = \frac{2d_p}{\beta C_D(Re)|\vec{u}-\vec{v}|}$ .

La dynamique d'une particule inertielle dans un écoulement turbulent peut essentiellement se résumer à travers trois nombres sans dimension :

— La comparaison des fluctuations de vitesse de l'écoulement  $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ , avec la vitesse de sédimentation de la particule dans un fluide au repos  $v_s = (1 - \beta)\tau_{p,0}g$  (où  $\tau_{p,0}$  est le temps de réponse de la particule en l'absence d'écoulement initial) permet de définir le nombre de Rouse :

$$Ro = \frac{v_s}{\sqrt{\langle u'^2 \rangle}} \quad (\text{I.16})$$

Il quantifie l'importance relative entre l'effet de la gravité et celui des fluctuations turbulentes. Lorsque  $Ro \rightarrow 0$ , la vitesse de sédimentation a un impact négligeable dans la dynamique de la particule, à l'inverse pour  $Ro \rightarrow \infty$ , la particule tombe sans être affectée, a priori, par l'écoulement.

— Alternativement, si on souhaite comparer les petites échelles, on va plutôt utiliser le nombre de Froude qui se définit comme le rapport entre l'accélération fluctuante typique  $\sqrt{\langle a'^2 \rangle}$  de l'écoulement et l'accélération de la pesanteur  $g$  :

$$Fr = \frac{\sqrt{\langle a'^2 \rangle}}{(1 - \beta)g} \quad (\text{I.17})$$

— Enfin pour quantifier la capacité de la particule à répondre à la turbulence, on compare usuellement le temps de réponse de la particule  $\tau_p$ , à un temps typique de l'écoulement  $\tau_f$ . Ce dernier est en général choisi comme le temps de Kolmogorov  $\tau_f = \tau_\eta$ , qui correspond donc au plus petit temps de la turbulence, ce qui permet de définir le nombre de Stokes (basé sur l'échelle de Kolmogorov) :

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_\eta} \quad (\text{I.18})$$

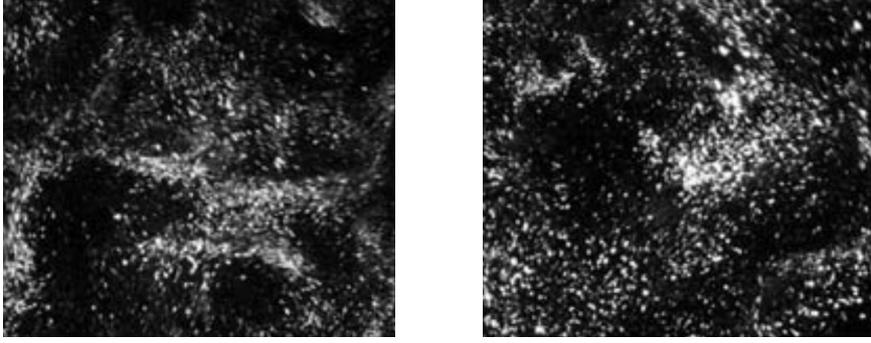
Il combine à la fois l'effet de la taille et de la densité sur l'inertie de la particule en réponse aux fluctuations de la turbulence.

En plus de ces trois nombres, il faut également considérer le facteur de densité  $\beta = \frac{3\rho}{2\rho_p + \rho}$  (ou le rapport de densité  $\Gamma = \rho_p/\rho$ ) et le ratio de taille  $d_p/\eta$ , ainsi que le nombre de Reynolds  $Re = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}L/\nu$  (ou  $Re_\lambda$ ) de l'écoulement qui caractérise la turbulence. Une des grandes difficultés de l'étude expérimentale de la dynamique des particules inertielles en turbulence vient du fait que tous ces nombres sans dimension varient en même temps et sont interdépendants, ce qui rend quasiment impossible d'isoler leurs effets. Et notamment, la question du rôle de la gravité ( $Ro$ ) comparée à celle de l'inertie ( $St$ ) dans le cas de la chute de particules inertielles dans un environ-

nement turbulent est encore ouverte et difficilement tranchable sur Terre, où les deux effets sont en compétition.

### I. 3.2 Concentration préférentielle

L'un des phénomènes singuliers caractérisant le mouvement de particules inertielles en turbulence est leur capacité à explorer préférentiellement certaines régions de l'écoulement, ce qui conduit par exemple à des clusters de particules, comme dépeints sur les photos I.4.



**Figure I.4** – Concentration préférentielle de particules en cuivre ( $d_p \approx 12 \mu\text{m}$ ,  $St \approx 0.36$ ) (gauche) et de particules en verre ( $d_p \approx 40 \mu\text{m}$ ,  $St \approx 1.0$ ) (droite); issues des expériences de Yang & Shy [148].

Un des mécanismes en jeu pour comprendre un tel comportement a été décrit par Maxey [86] pour des particules très lourdes, mais peut être étendu également pour des particules légères (voir par exemple Sumbekova [128]). Dans la limite où  $St \ll 1$ , l'accélération d'une particule est approximativement celle du fluide  $d\vec{v}/dt \simeq D\vec{u}/Dt$ , ce qui permet d'exprimer la vitesse d'une particule à partir de l'équation I.15 comme :

$$\vec{v} \simeq \vec{u} + \vec{v}_s - (1 - \beta)\tau_p \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} \right) \quad (\text{I.19})$$

En prenant la divergence de cette expression, on obtient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = -\tau_p(1 - \beta)(S^2 - \Omega^2) \quad (\text{I.20})$$

où  $\vec{S}$  est le tenseur des contraintes (symétrique) et  $\vec{\Omega}$  le tenseur de rotation (antisymétrique). Des particules plus denses que le fluide ( $\beta < 1$ ) tendent à s'accumuler ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} < 0$ ) dans les régions de fortes contraintes ( $S^2 > \Omega^2$ ) (entre les tourbillons). Inversement des particules moins denses ( $1 < \beta < 3$ ) vont s'accumuler ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} < 0$ ) dans les régions où la vorticité domine ( $\Omega^2 > S^2$ ). Une telle séparation est mise en évidence dans les simulations numériques de Calzavarini et al. [17] de bulles ( $\beta = 3$ ) et de particules lourdes ( $\beta = 0$ ) simultanément. L'effet de clustering est alors maximum pour  $St \approx 0.6$ ; pour un nombre de Stokes plus petit,  $St \approx 0.1$ , les particules suivent trop correctement les fluctuations d'accélération, alors que pour  $St \approx 4$  elles ont tendance à trop les moyennées, réduisant le phénomène d'accumulation. Pour des particules lourdes, Squires & Eaton [126] ont obtenu des pics de concentration jusqu'à 25 fois supérieurs à la moyenne dans les zones de faible vorticité pour  $\tau_p/T_E = 0.15$ , diminuant à  $\sim 10$  pour  $\tau_p/T_E = 0.075$  et  $\tau_p/T_E = 0.52$ . Expérimentalement aussi ce phénomène a été rencontré, par exemple par Yang & Shy [148] pour des particules en cuivre, en

verre et en plomb de diamètres respectifs  $d_p \approx 12,40$  et  $24 \mu\text{m}$  ( $0.2 < St < 2$ ,  $0.1 < Ro < 1.5$ ) : les deux photographies en figure I.4 sont assez éloquentes dans la capacité de la turbulence à « démêler » la phase inertielle.

Ce mécanisme de centrifugation des particules lourdes par les tourbillons de la turbulence est suspecté de jouer un rôle majeur dans leur vitesse de sédimentation. En effet, Wang & Maxey [145] ont proposé qu'en se faisant éjecter, les particules se retrouvent à suivre temporairement les lignes de champs de l'écoulement en périphérie des vortex. Comme les particules approchent les tourbillons par le dessus, elles auront plus tendance à naviguer d'un vortex à l'autre en passant par les zones descendantes, c'est pourquoi ce mécanisme a été nommé « preferential sweeping » (balayage préférentiel). En voyant préférentiellement un écoulement orienté vers le bas, elles auront donc tendance à tomber plus rapidement. Ainsi pour des particules très denses,  $\rho_p/\rho \approx 1000$  et des nombres de Stokes et de Rouse  $St \approx 0.2 - 3.2$ ,  $Ro \approx 0.2 - 0.4$ , ils ont obtenu que de la vitesse de chute était entre 1.2 et 1.5 fois plus grande en turbulence que dans un fluide au repos, le maximum se produisant pour  $St \approx 0.8$ . Bec et al. [6] ont également montré que l'accélération turbulente jouait un rôle prépondérant dans l'intensité de ce phénomène. Pour des nombres de Froude ( $Fr = \langle \epsilon \rangle^{3/4} / g\nu^{1/4}$ ) supérieurs à 1, une augmentation de la vitesse de sédimentation était encore présente pour  $St > 6$ , alors qu'il n'y avait plus aucun effet dès  $St \approx 1$  pour  $Fr \leq 0.05$ . De plus la vitesse de chute était quasiment doublée pour  $Fr = 2$ ,  $St \approx 1.1$ , alors qu'elle n'augmentait que de 50% (ce qui reste néanmoins important) pour  $Fr = 0.3$ ,  $St \approx 0.7$ . Il existe à ce jour de nombreuses confirmations expérimentales de ce mécanisme de balayage préférentiel. Yang & Shy [148], déjà mentionné auparavant l'ont bien observé pour leurs particules, avec à nouveau un effet maximum autour de  $St \approx 1$  (pour  $Re_\lambda = 120$ ). On peut également citer les expériences en soufflerie de Aliseda et al. [1] sur des gouttelettes d'eau de diamètres compris entre 3 et  $40 \mu\text{m}$ . En se plaçant à différentes distances dans la soufflerie, ils ont fait varier le nombre de Stokes entre 0.1 et 5, et constaté des vitesses accrues sur toute cette gamme. En changeant la fraction volumique en gouttelettes de  $\Phi_{p,v} = 1,5 \cdot 10^{-5}$  à  $\Phi_{p,v} = 7 \cdot 10^{-5}$ , ils ont obtenu un accroissement maximum encore plus important de la vitesse de sédimentation, passant d'approximativement +25% ( $St \approx 1.4$ ,  $\Phi_{p,v} = 1,5 \cdot 10^{-5}$ ), à +38% ( $St \approx 0.9$ ,  $\Phi_{p,v} = 6 \cdot 10^{-5}$ ), puis +46% ( $St \approx 0.9$ ,  $\Phi_{p,v} = 7 \cdot 10^{-5}$ ). Cet effet a été attribué à un comportement collectif des particules à cause de leur accumulation dans certaines régions spécifiques. En effet, pour des gouttelettes de diamètre moyen  $\bar{d}_p \approx 32 \mu\text{m}$ , en fraction volumique  $\Phi_{p,v} \approx 4,5 \cdot 10^{-5}$ , Huck et al [60] ont pu conditionner la vitesse de chute à la concentration locale en particules, montrant ainsi que les clusters peuvent se comporter comme des macro-particules et tomber plus rapidement. Il s'agissait bien ici d'un couplage entre particules et non le fait qu'elles s'accumulaient dans les zones les plus descendantes.

Cependant un mécanisme s'opposant à la sédimentation a été décrit par Nielsen [98] pour des particules qui tombent rapidement en comparaison des vitesses fluctuantes de l'écoulement : le « loitering effect », littéralement cela signifie que les particules « flânent » entre les tourbillons. Ces particules tombent trop rapidement pour être guidées en périphérie des vortex et ne sont pas suffisamment déviées pour naviguer entre, de sorte qu'elles vont rester plus longtemps dans les zones où l'écoulement est montant, résultant en une réduction de leur vitesse de chute. En turbulence de grille oscillante et pour des particules de 2 et 6.1 mm de diamètre, il mesure une diminution de 10 à 20% de leur vitesse de sédimentation dans la gamme  $0.26 < Ro < 1.23$ , et une augmentation pour  $Ro < 0.28$ . De même pour Zhou & Cheng [151] pour des grains en polystyrène ( $\rho_p = 1.05$ ) de tailles 6.32 et 7.94 mm ( $Ro \approx 4 - 20$ ) qui tombaient à une vitesse comprise entre 87 et 98% de leur vitesse de chute en l'absence d'écoulement. Il est fort probable que la taille  $d_p \gg \eta$  joue un rôle déterminant dans cette réduction de la vitesse. En ce qui concerne des particules plus petites, une des rares expériences ayant observé une diminution dans la vitesse est celle de Good et al. [51] avec des gouttes d'eau dans une chambre turbulente d'air ( $d_p < \eta \approx 220 - 360 \mu\text{m}$ ) pour des nombres de Rouse  $Ro > 0.8$ , alors qu'ils obtiennent une augmentation de la vitesse pour

$Ro < 0.8$ . À l'aide de simulations numériques, ils appuient ces résultats en explicitant que cette réduction apparaît lorsque la force de traînée devient non linéaire à grands nombres de Rouse. Néanmoins, Rosa et al. [116] sont entrés en désaccord avec cet argument et n'ont trouvé aucune diminution pour de très larges plages de nombres de Stokes et de Rouse, et ce, même en incluant un coefficient de traînée non linéaire dans leurs simulations numériques. Il n'existe donc à ce jour aucun consensus quant à la diminution ou à l'augmentation de la vitesse de sédimentation dès lors que les particules sont de tailles comparables ou inférieures à l'échelle de Kolmogorov et que leur vitesse de chute dans un fluide au repos est similaire ou supérieure aux fluctuations turbulentes.

Si le mécanisme de centrifugation semble rentrer en résonance lorsque le temps de réponse de la particule  $\tau_p$  correspond au temps de retournement des plus petites tourbillons  $\tau_\eta$  ( $St \approx 1$ ), Chen et al. [24] ont suggéré que l'existence de clusters de particules pour  $St > 1$  pourrait être reliée à leur accumulation dans les zones d'accélération nulle ( $D\vec{u}/Dt = \vec{0}$ ). En prenant la dérivée totale  $d \cdot /dt$  de modèle beta-Stokes I.15 en l'absence de gravité, on peut écrire :

$$\frac{d^2\vec{v}}{dt^2} = \beta \frac{d}{dt} \left( \frac{D\vec{u}}{Dt} \right) + \frac{1}{\tau_p} \left( \frac{d\vec{u}}{dt} - \frac{d\vec{v}}{dt} \right) \quad (\text{I.21})$$

et si,  $|d^2\vec{v}/dt^2| \ll 1$  et  $d\vec{u}/dt = \vec{0}$  (point d'accélération nulle), alors  $d\vec{v}/dt = \vec{0}$  et la vitesse de la particule correspond à celle du fluide  $\vec{v} \simeq \vec{u}$ , sans restriction sur la valeur du nombre de Stokes  $St$ . Ces zones où l'accélération est nulle sont donc « collantes » pour la particule ( $\vec{v} \simeq \vec{u}$ ) et sont advectées par l'écoulement, d'où le nom de « sweep-stick » donné à ce mécanisme. Si ces points ont une durée de vie suffisamment longue, et qu'ils sont nombreux, comme cela a pu être montré par Coleman & Vassilicos [31], alors ils sont un bon candidat pour expliquer l'effet de clustering de particules lourdes dont le temps de réponse est compris entre  $\tau_\eta$  et  $T_E$ . D'après Falkinhoff et al. [44], même en présence de gravité, l'échantillonnage préférentiel de ces régions de faible accélération est toujours valide avec néanmoins une légère déviation en fonction du nombre de Froude ( $Fr = \langle \epsilon \rangle^{3/4} / g\nu^{1/4}$ ) : pour  $Fr > 1$ , les particules tendent à rester dans les zones où l'accélération est légèrement négative, et inversement pour  $Fr < 1$ .

### I. 3.3 Filtrage de la turbulence

À cause de leur taille finie et de leur inertie, les particules inertielles filtrent spatialement et temporellement la turbulence. En repartant du modèle beta-Stokes I.15 en l'absence de gravité, valide pour des particules plus petites que l'échelle de Kolmogorov, il est possible de relier la variance des fluctuations de vitesse des particules  $\langle v'^2 \rangle$  à celles du fluide  $\langle u'^2 \rangle$  en suivant l'approche de Tchen [129] et Hinze [57] qui suppose que les propriétés de l'écoulement le long de trajectoires des particules sont celles des traceurs. D'abord, la variance  $\langle u'^2 \rangle$  peut être reliée au spectre Lagrangien des vitesses fluctuantes du fluide :

$$E_f(\omega) = \frac{\langle u'^2 \rangle}{2\pi} \int_0^\infty R_{uu}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{I.22})$$

où  $R_{uu}(\tau) = \frac{\langle u'(t)u'(t+\tau) \rangle}{\langle u'^2 \rangle}$  est la fonction Lagrangienne d'autocorrélation de la vitesse fluctuante, qui sera supposée de forme exponentielle  $R_{uu}(\tau) = e^{-\tau/T_L}$  ;  $T_L$  étant appelé temps intégral lagrangien. À partir d'une transformée de Fourier du modèle beta-Stokes, on peut obtenir une relation entre le spectre Lagrangien des vitesses fluctuantes des particules  $E_p(\omega)$  et celui du fluide  $E_f(\omega)$  :

$$E_p(\omega) = \frac{\omega^2 \beta^2 + (1/\tau_p)^2}{\omega^2 + (1/\tau_p)^2} E_f(\omega) \quad (\text{I.23})$$

Ce qui s'interprète en disant que les particules voient une turbulence filtrée à travers la fonction de transfert  $H(i\omega) = \frac{i\omega\beta + 1/\tau_p}{i\omega + 1/\tau_p}$ . Pour  $\beta = 0$ ,  $H(i\omega) = 1/(1 + i\omega\tau_p)$  qui correspond à un filtre passe-bas du premier ordre de pulsation de coupure (à  $-3$  dB)  $\omega_c = 1/\tau_p$ . Puisque  $\langle v'^2 \rangle = \int_0^\infty E_p(\omega) d\omega$  et  $\langle u'^2 \rangle = \int_0^\infty E_f(\omega) d\omega$ , on trouve la relation suivante :

$$\langle v'^2 \rangle = \frac{\beta^2 + T_L/\tau_p}{1 + T_L/\tau_p} \langle u'^2 \rangle \quad (\text{I.24})$$

qui se réduit à  $\langle v'^2 \rangle = \frac{1}{1 + \tau_p/T_L} \langle u'^2 \rangle$  lorsque  $\beta = 0$ . Cette relation prédit bien que les fluctuations de vitesse des particules seront plus faibles que de celles du fluide lorsque leur inertie augmente. De même on comprend bien que de particules dont la densité se rapproche de celle du fluide ressentent plus les fluctuations ( $\beta \geq 0$ ). Cependant, la section précédente nous a appris que les particules inertielles n'exploraient pas de façon homogène les structures de la turbulence, il n'y a donc aucune raison pour que la variance des fluctuations de vitesse du fluide échantillonné par ces particules, notée  $\langle u_e'^2 \rangle$ , soit la même que celle du fluide (non conditionné)  $\langle u'^2 \rangle$  ( $\langle u_e'^2 \rangle \neq \langle u'^2 \rangle$ ).

En particulier, lorsque la gravité commence à avoir un rôle moteur et qu'il existe un glissement entre les particules et la phase fluide, l'effet de « croisement des trajectoires » devient essentiel à prendre en compte. Celui-ci résulte du fait que les particules inertielles s'écartent rapidement des trajectoires des particules fluides. Il a été décrit en 1963 par Csanady [32] dans le cadre de la dispersion de particules lourdes dans l'atmosphère. Il montre notamment que le temps de corrélation lagrangien du fluide échantillonné par les particules  $T_{L,e}$  tend à être réduit par rapport au temps intégral du fluide  $T_L$  :

$$T_{L,e} = T_L \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha(T_L/T_E)^2 Ro^2}} \quad (\text{I.25})$$

avec  $\alpha = 1$  dans la direction du glissement et  $\alpha = 4$  dans la direction perpendiculaire à celui-ci. Cela signifie que la diffusion des particules est réduite à cause de l'effet de croisement des trajectoires, et qu'une réduction supplémentaire par un facteur 2 apparaît selon la direction horizontale par « effet de continuité ». Deutsch [37] a montré que cette réduction du temps lagrangien pouvait se répercuter dans le modèle de Tchen-Hinze :

$$\langle v_i'^2 \rangle = \frac{\beta^2 + T_{L,e}/\tau_p}{1 + T_{L,e}/\tau_p} \langle u_{i,e}'^2 \rangle \quad (\text{I.26})$$

Dans le cadre de cette extension, la diminution de la variance dans la direction perpendiculaire est donc plus grande que dans la direction du glissement.

Récemment, Berk & Coletti [10] ont proposé un modèle qui va encore plus loin pour des particules très lourdes ( $\beta = 0$ ) afin de prendre en considération l'impact des petites échelles (accélération). Au lieu de choisir une fonction d'autocorrélation de la vitesse du fluide exponentielle, ils utilisent une forme en double exponentielle proposé par Sawford [119] :

$$R_{uu}(\tau) = \frac{T_L e^{-\tau/T_L} - T_2 e^{-\tau/T_2}}{T_L - T_2} \quad (\text{I.27})$$

où  $T_2$  est un temps petite échelle :  $T_2 = \frac{C_0 \tau_\eta}{2a_0}$ , avec  $C_0$  la constante de Kolmogorov de la fonction de structure d'ordre 2 lagrangienne et  $a_0$  une constante associée à l'amplitude des fluctuations de l'accélération. En prenant également en compte l'effet de croisement des trajectoires (ils remplacent  $T_L$  par  $T_{L,e}$  et  $T_2$  par  $T_{2,e}$  qui dépend des statistiques d'accélération du fluide échantillonné par les particules), ils aboutissent finalement à la relation :

$$\langle v_i'^2 \rangle = \langle u_{i,e}'^2 \rangle \left[ 1 - \frac{St^2}{(T_{L,e}/\tau_\eta + St)(T_{2,e}/\tau_\eta + St)} \right] \quad (\text{I.28})$$

Les couches successives de complexité apportées au modèle initial par Tchen et Hinze de filtrage de la turbulence restent cependant toujours intrinsèquement limitées par les hypothèses de base du modèle beta-Stokes. En particulier, ces modèles ne concernent que le filtrage temporel de la turbulence. De plus, d'un point de vue expérimental, la notion de « temps de corrélation lagrangien du fluide échantillonné » est potentiellement inaccessible et les études qui présentent à la fois des mesures de l'écoulement et des particules inertielles en simultané sont encore rares.

## I.4 Structure du manuscrit

Cette thèse vise modestement à apporter quelques contributions dans ce domaine qu'est le couplage entre un écoulement turbulent et des particules inertielles. En s'intéressant plus particulièrement au rôle que joue la turbulence dans le transport de particules, et son influence sur leur sédimentation. L'idée est de se concentrer sur des particules ayant une densité proche de celle du fluide (de l'eau), en l'occurrence des billes en polyamide et polyacétal, ainsi que des particules en verre, avec des fractions massiques faibles, de sorte que ces particules n'influencent pas la turbulence. Un des objectifs réside notamment dans la mise en place d'une méthode optique permettant d'obtenir des informations à la fois sur l'écoulement turbulent et sur les particules inertielles de façon simultanée.

La suite du manuscrit est structurée en quatre chapitres :

- **Le chapitre 2** vise à rappeler les éléments essentiels du suivi lagrangien de particules à l'aide de caméras rapides, qui sera l'unique méthode employée pour obtenir des informations sur l'écoulement du fluide et les particules inertielles. Après un rappel des étapes de base pour accéder aux trajectoires de traceurs ou de particules inertielles, une méthode ayant pour but de mesurer simultanément l'écoulement turbulent (à l'aide de traceurs fluorescents) et des particules lourdes qui sédimentent, sera présentée.

- **Le chapitre 3** traite de la resuspension de grosses particules légèrement plus denses que le fluide porteur dans un écoulement tourbillonnaire engendré par un disque tournant. En s'intéressant à la façon dont sont transportées et distribuées ces particules dans la cuve, des mécanismes d'exploration préférentielle différents de ceux connus pour des particules inertielles de petites tailles sont mis en évidence.

- **Le chapitre 4** présente un nouveau dispositif dont l'objectif est de produire un écoulement qui se rapproche le plus possible d'une turbulence homogène et isotrope canonique, en vue de simplifier les études sur la sédimentation de particules inertielles dans un tel environnement. L'écoulement

est généré par un réseau de seize pompes qui s'allument et s'éteignent de manière aléatoire dans le but de minimiser l'écoulement moyen, tout en garantissant un niveau de turbulence important. L'écoulement est caractérisé en détails et montre notamment que le déclin de la turbulence quand on s'éloigne de la zone de forçage est en partie contrebalancé par les transferts turbulents associés au moment d'ordre trois des fluctuations.

• **Le chapitre 5** aborde finalement le mécanisme d'échantillonnage préférentiel à travers des résultats préliminaires sur la sédimentation de particules en verre dans un gradient spatial de turbulence, généré par le dispositif précédent. À l'aide de la méthode décrite au chapitre 2, des mesures simultanées des trajectoires de traceurs et de particules inertielles permettent de mettre en évidence que ces dernières explorent préférentiellement les zones descendantes de l'écoulement. L'effet de filtrage de la turbulence par ces particules est également exposé.

## Chapitre II

# *L'Art de la mesure*

---

---

### II.1 De l'obtention de la vitesse d'un écoulement

En 1894, C. F. Amery [2] rapporte avec un certain émerveillement les mesures réalisées par Samuel Pierpont Langley de la vitesse horizontale du vent grâce à un anémomètre à coupelles de faible inertie mécanique. Il explique que ce dernier a mesuré qu'un vent soufflant à environ 35 km/h va continuellement varier entre 16 km/h et 48 km/h, à intervalle de 20 s, atteignant parfois même 56 km/h. Il s'agit probablement de l'une des premières mesures de fluctuations de vitesse du vent atmosphérique à l'aide d'un instrument<sup>†</sup>. Depuis, l'inventivité humaine a permis l'émergence d'une pléthore de méthodes pour mesurer la vitesse d'un écoulement : anémomètres à coupelles, à fil chaud, Doppler acoustique, Doppler laser, sonde Vives, tube de Pitot, sonde acoustique, etc.. Celles qui nous intéressent particulièrement sont les méthodes de visualisation directe d'un écoulement à l'aide de traceurs qui suivent les lignes de courants. En enregistrant les déplacements de ces traceurs avec des caméras, on peut remonter aux caractéristiques de l'écoulement. La technique la plus connue est la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV : « Particle Image Velocimetry ») qui se base sur des corrélations entre images successives afin de connaître le déplacement d'un ensemble de particules dans des fenêtres d'interrogation de tailles variables. Cependant on s'appuiera plutôt sur le Suivi Lagrangien de Particules (LPT : « Lagrangian Particle Tracking », aussi appelé PTV : « Particle Tracking Velocimetry ») pour obtenir l'ensemble de nos résultats.

#### II. 1.1 Du Suivi Lagrangien de Particules

À l'instar de la PIV, le Suivi Lagrangien de Particules est une méthode optique permettant d'obtenir la vitesse et l'accélération d'un écoulement. Mais contrairement à la PIV qui propose un cadre eulérien, la PTV repose sur la détermination des trajectoires individuelles des particules et propose donc un cadre Lagrangien. Si la PIV a besoin d'un ensemencement important pour être opérationnelle, la PTV peut se pratiquer avec un nombre très variable de particules, principalement limitée par la capacité des algorithmes utilisés à différencier les trajectoires entre les images successives. Une troisième technique, la Vélocimétrie par Imagerie de trajectoires Particulaires (PSV : « Particle Streak Velocimetry ») se rapproche de la PTV, à la différence qu'au lieu d'utiliser des caméras rapides pour obtenir les positions des particules image après image, on utilise des longs temps de pause de manière à ce que la trajectoire d'une particule se forme directement sur une image.

---

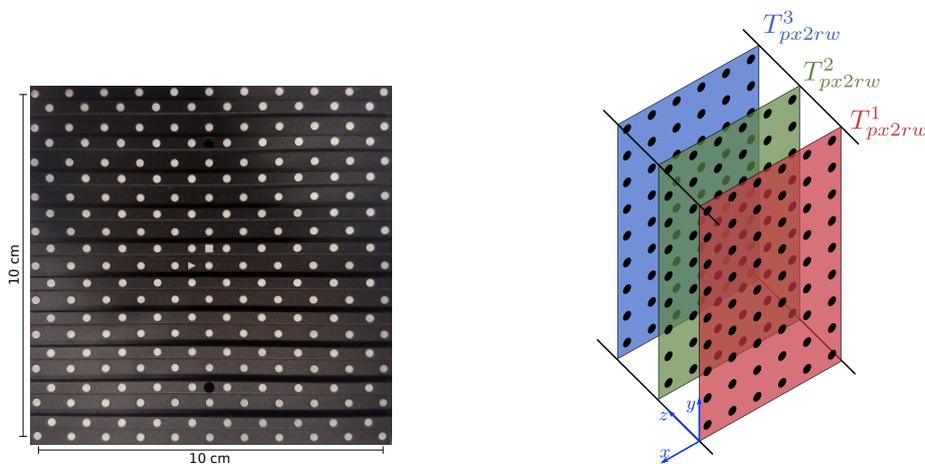
<sup>†</sup>. La suite de l'article est en revanche moins tendre avec les conclusions tirées par Langley sur les implications d'un tel phénomène...

Évidemment la PSV ne peut se pratiquer qu'avec des densités faibles en particules. Notons que la PSV ou la PTV permettent de suivre soit des traceurs, soit des particules inertielles.

Lorsque l'on met en place un système de PTV, on utilise en général plusieurs caméras qui permettent d'obtenir une vision stéréoscopique des particules de façon à pouvoir reconstruire leurs trajectoires en trois dimensions. Plus on aura de caméras, et plus la redondance d'informations sur les trajectoires sera importante, ce qui autorisera à suivre le mouvement de beaucoup plus de particules en même temps, augmentant de ce fait la résolution. Avant d'aboutir à l'obtention de ces trajectoires, plusieurs étapes sont nécessaires : le placement des caméras et leur calibration, la détection des particules, le matching et enfin le tracking. Celles-ci sont explicitées dans les paragraphes qui suivent.

• **Première étape : placement des caméras et calibration**

En premier lieu, il convient de choisir comment les caméras seront disposées les unes par rapport aux autres. En général, soit elles sont positionnées selon des axes perpendiculaires et dans ce cas, une seule dimension est redondante, ou bien elles pointent toutes dans la même direction et deux dimensions sont redondantes. Plus l'angle se rapproche de 90° entre deux caméras, et plus la mesure stéréoscopique est aisée, méthode privilégiée pour déterminer une position dans l'espace 3D réel. Bien qu'il soit aussi possible de le faire avec une seule caméra, en s'appuyant la taille apparente de la particule, en utilisant une lentille qui en déforme l'apparence en fonction de sa profondeur (Zhou et al. [153]) ou encore par holographie (Katz & Sheng [68]). Une fois les caméras positionnées adéquatement, une calibration, qui fera le lien entre l'espace en pixels ( $x_p, y_p$ ) ( $p$  en indice pour « pixels ») des capteurs des caméras et le monde réel ( $x_{rw}, y_{rw}, z_{rw}$ ) ( $rw$  en indice pour « real world »), est nécessaire. Habituellement, il est fait usage du modèle des caméras ponctuelles de Tsai [133], dans lequel il va être nécessaire de modéliser le chemin optique entre la zone de mesure et les capteurs des caméras à l'aide d'un nombre variable de paramètres en fonction de la complexité du trajet de la lumière. Ici on va plutôt s'appuyer sur une méthode proposée par Machicoane et al. [78], qui ne nécessite aucune modélisation du système optique mais repose sur une transformation qui connecte chaque point du capteur d'une caméra avec un rayon lumineux traversant le volume de mesure. Autrement dit, à chaque doublet ( $x_p, y_p$ ) dans l'espace en pixels, on peut associer une droite ( $\Delta$ ) définie par un point  $\vec{F}_\Delta = (p_{x_{rw}}, p_{y_{rw}}, p_{z_{rw}})$  et un vecteur unitaire  $\vec{V}_\Delta = (v_{x_{rw}}, v_{y_{rw}}, v_{z_{rw}})$  à travers une transformation  $T_{px2rw}$  ( $px2rw$  pour décrire une transforma-



**Figure II.1** – Mire de calibration crénelée permettant d’avoir deux plans séparés par une distance connue (gauche). Schéma de la méthode de calibration avec trois transformations (droite).

tion qui va de l'univers en pixels des caméras vers les coordonnées dans le monde réel). Elle est obtenue à partir de  $N_z$  transformations plan par plan  $T_{px2rw}^k$  où  $k \in [1, N_z]$  (schéma II.1 (droite) : dans cette convention, la mire est déplacée dans la direction  $z$ ). Chacune de ces transformations relie les  $N_k$  doublets de pixels  $(x_{p_i}^k, y_{p_i}^k)_{i \in [1, N_k]}$  aux  $N_k$  triplets réels  $(x_{rw_i}^k, y_{rw_i}^k, z_{rw}^k)_{i \in [1, N_k]}$  du plan  $k$ . Les plans étant translatés dans la direction  $z$ , l'ensemble des  $N_k$  triplets du plan  $k$  possède le même  $z_{rw}^k$ . En général, ces plans sont obtenus à l'aide d'une mire de calibration, telle que celle en figure II.1(gauche), composée de ronds séparés par la même distance connue. Cependant lorsque les angles de vue des caméras sont de plus de  $90^\circ$ , il n'est plus possible pour les caméras de voir simultanément la même face de la mire. La calibration peut alors se faire caméra par caméra, en prenant le risque de ne pas définir de la même manière l'espace réel, ou bien en utilisant une mire à double face. La solution qu'on a préférée employer lors de l'expérience dans l'écoulement de von Kármán a consisté en l'utilisation d'une sphère déplacée dans l'espace 3D à l'aide de trois moteurs pas à pas. En positionnant correctement la sphère on peut reconstruire point par point les  $N_z$  plans. De cette façon on s'assure que l'ensemble de points de l'espace réel est le même pour toutes les caméras. Pour les expériences dans la tour, les caméras étaient toutes orientées dans la même direction et ce problème ne s'est pas posé.

### • Deuxième étape : détecter les particules

L'étape de détection des particules est celle qui diffère le plus en fonction de l'éclairage et de l'optique utilisés. Pour les expériences trois types de particules ont été utilisées : des microsphères en polystyrène ou en polyéthylène qui auront, compte tenu du grossissement utilisé, une taille entre 3 et 7 pixels sur les capteurs, des billes en verre de 10 à 30 pixels et des grosses sphères en polyamide ou polyacétal de 10 à 90 pixels. On laisse pour l'instant de côté les billes en verre qui nécessitent des étapes supplémentaires qui seront abordées plus loin. Les microsphères sont éclairées par une nappe laser et apparaissent donc comme des tâches lumineuses sur les capteurs, à l'inverse des grosses sphères éclairées en retro-éclairage et formant des ombres.

La première étape consiste toujours à supprimer le fond des images en appliquant un seuillage, un filtre médian ou en soustrayant une image sans aucune particule. Dans le cas des microsphères, l'objectif est d'obtenir des points brillants sur un fond noir. Un champ complet d'une caméra est montré en figure II.2. Une façon efficace et peu coûteuse en ressources informatiques pour déterminer les positions des particules, consiste à en détecter les maximums d'intensité associés. Dans un monde idéal, on souhaite donc ne jamais saturer les capteurs (c'est-à-dire atteindre une intensité de 255 en 8 bits) de façon à ce que les particules possèdent chacune un unique maximum d'intensité. Dans la pratique, l'utilisation de plusieurs caméras qui peuvent avoir des sensibilités différentes, munies de filtres ou non, la diffusion imparfaite des particules ou un éclairage inhomogène le rendent impossible. C'est pourquoi un léger filtre passe-bas peut être employé si nécessaire afin de lisser l'image. Ensuite les maximums locaux sont détectés en définissant une intensité seuil, et si deux maximums sont trop proches, ils sont fusionnés.

À ce stade, les positions sont spécifiées au pixel près, une « résolution sous-pixel » peut être atteinte en ajustant une gaussienne aux emplacements trouvés. Pour cela on commence par appliquer un filtre gaussien plus important que le précédent de manière à ce que les particules apparaissent véritablement comme des gaussiennes. Cette étape est très importante, autrement il peut arriver que certains maximums se retrouvent décalés de plusieurs dizaines de pixels de leur position originelle (le mieux est de fixer un décalage maximum au delà duquel, soit on ne compte pas la particule, soit on garde la résolution au pixel près). L'intérêt principal d'avoir des positions sous-pixel est d'éviter le phénomène de « peak locking » (aussi appelé « pixel locking ») qui correspond à une quantification du déplacement des particules. Il pourra toujours subsister mais sera moindre. Cette interpolation gaussienne peut être réalisée soit en supposant deux gaussiennes 1D, ou alors une gaussienne 2D. Le premier cas est le plus simple à mettre en place, en notant  $I_{x,y}$  l'intensité du

## II.1 De l'obtention de la vitesse d'un écoulement

pic, en utilisant 2x3 points, c'est-à-dire par un ajustement 1D sur 3 points dans chacune des deux directions, le décalage  $(\Delta x, \Delta y)$  à appliquer à la position définie au pixel entier  $(x, y)$  est donné par (Willert & Gharib [146]) :

$$\Delta x = \frac{\ln(I_{x-1,y}) - \ln(I_{x+1,y})}{2 [\ln(I_{x+1,y}) - 2\ln(I_{x,y}) + \ln(I_{x-1,y})]} \quad (\text{II.1})$$

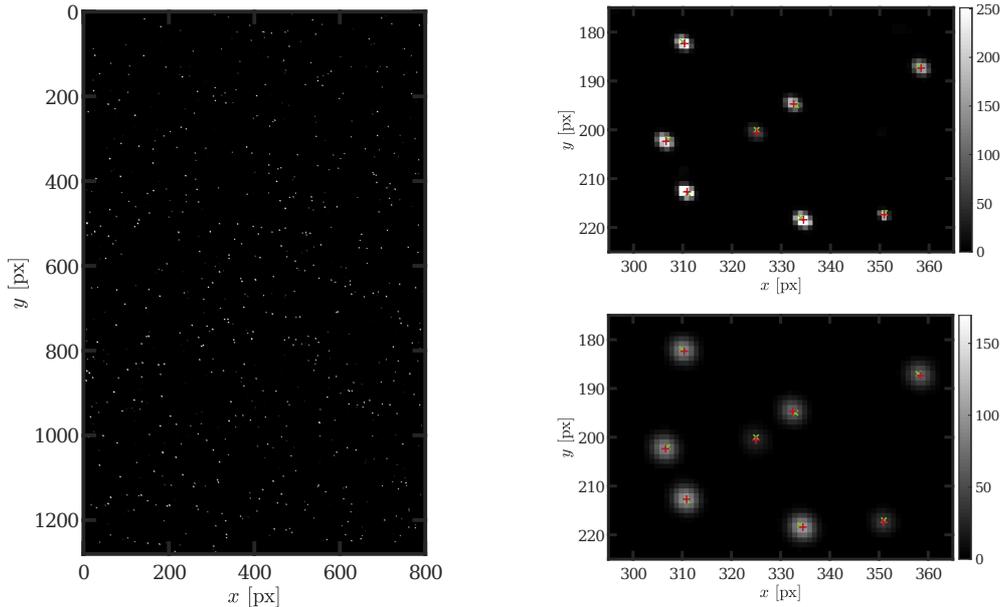
$$\Delta y = \frac{\ln(I_{x,y-1}) - \ln(I_{x,y+1})}{2 [\ln(I_{x,y+1}) - 2\ln(I_{x,y}) + \ln(I_{x,y-1})]} \quad (\text{II.2})$$

Le second cas peut être préférable lorsque les particules ont des formes plus elliptiques, on utilise alors 3x3 points, c'est-à-dire une gaussienne en 2D (Nobach & Honkanen [99]) :

$$\Delta x = \frac{c_{11}c_{01} - 2c_{10}c_{02}}{4c_{20}c_{02} - c_{11}^2} \quad (\text{II.3})$$

$$\Delta y = \frac{c_{11}c_{10} - 2c_{01}c_{20}}{4c_{20}c_{02} - c_{11}^2} \quad (\text{II.4})$$

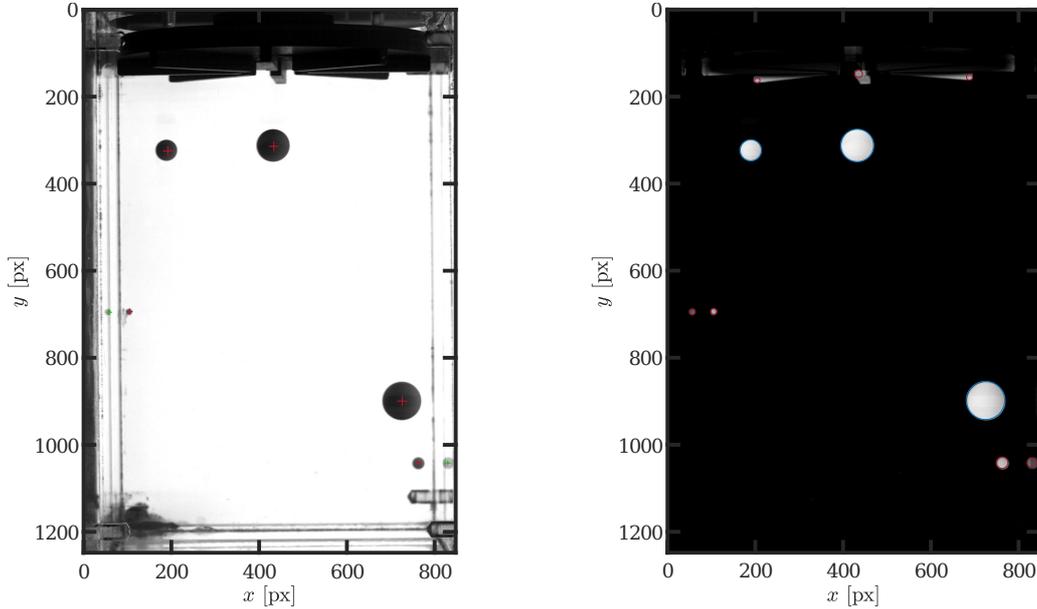
où  $c_{10} = \frac{1}{6} \sum_{i,j=-1}^1 i \ln(I_{x+i,y+j})$ ,  $c_{01} = \frac{1}{6} \sum_{i,j=-1}^1 j \ln(I_{x+i,y+j})$ ,  $c_{11} = \frac{1}{4} \sum_{i,j=-1}^1 ij \ln(I_{x+i,y+j})$ ,  $c_{20} = \frac{1}{6} \sum_{i,j=-1}^1 (3i^2 - 2) \ln(I_{x+i,y+j})$  et  $c_{02} = \frac{1}{6} \sum_{i,j=-1}^1 (3j^2 - 2) \ln(I_{x+i,y+j})$ . Mais rien ne garantit que cette seconde option sera meilleure que la première : il faut faire des tests pour déterminer le nombre d'aberrations obtenues (typiquement les déplacements  $\Delta x$  ou  $\Delta y$  supérieurs à  $\sim 1$  pixel). La figure II.2 (droite) montre le résultat sur quelques microsphères de la détection des maximums d'intensité locaux en croix (×) vertes et de l'estimation par interpolation gaussienne (2D) en plus (+) rouges. La détection a été faite sur l'image filtrée du bas et reportée sur l'image originelle en haut.



**Figure II.2** – Champ total (environ  $10 \times 6.25 \text{ cm}^2$ ) avec des microsphères en polyéthylène (gauche). Zoom sur quelques particules, image originelle (haut-droite), image filtrée (bas-droite). Les croix (×) vertes indiquent la détection des maximums d'intensité locaux et les plus (+) rouges les interpolations gaussiennes de la position des particules.

Pour de grosses particules sphériques, l'emploi d'une transformée de Hough adaptée à la détec-

tion des cercles (Olson [100]) est une très bonne option. La figure II.3 (droite) montre un exemple d'une telle détection. Cette image a été obtenue par la soustraction d'une image moyennant l'entière d'un film par l'image de gauche (c'est la raison pour laquelle les couleurs sont inversées). Comme il y a très peu de particules, l'image moyenne les fait presque entièrement disparaître et cela permet notamment d'éliminer les parois et le disque. La transformée de Hough circulaire peut être très sensible, d'où les détections sur les pâles du disque et des reflets sur les parois (marqués d'un plus (+) vert). Elles pourront être éliminées en ne conservant que les points situés entre les bornes :  $x_{p_{min}} < x_p < x_{p_{max}}$  et  $y_{p_{min}} < y_p < y_{p_{max}}$ . L'avantage est aussi de pouvoir faire une détection par taille, ici en bleu les plus grosses et en rouge les plus petites.



**Figure II.3** – Champ total (environ  $25 \times 16 \text{ cm}^2$ ) avec des grosses sphères en polyamide. L'image de droite correspond à la soustraction de la moyenne de l'ensemble d'un film par l'image de gauche. Les centres des particules sont marquées par un plus (+) rouge et les objets détectés par transformée de Hough circulaire par des cercles.

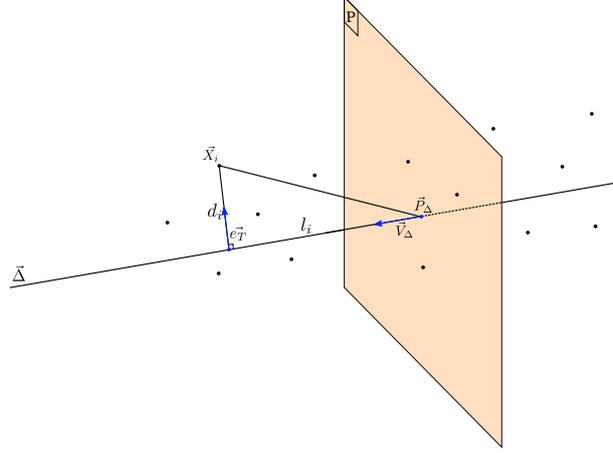
### • Troisième étape : le « matching »

Quand plusieurs caméras sont utilisées, il est nécessaire de faire correspondre les points détectés sur chacune des caméras entre eux : c'est l'étape du « matching ». Grâce à la calibration, on peut associer à chaque doublet  $(x_p, y_p)$  de chaque caméra, un rayon lumineux  $(\Delta) = \vec{V}_\Delta t + \vec{P}_\Delta$ . Afin de construire  $(\Delta)$ , on commence par projeter  $(x_p, y_p)$  sur chaque plan  $k$  par la transformation  $T_{px2rw}^k$ , donnant les triplets  $(X_{rw}^k, Y_{rw}^k, Z_{rw}^k)$ , qu'on peut ré-écrire sous forme matricielle :

$$M_{XYZ} = \begin{pmatrix} X_{rw}^1 & Y_{rw}^1 & Z_{rw}^1 \\ X_{rw}^2 & Y_{rw}^2 & Z_{rw}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{rw}^{N_z} & Y_{rw}^{N_z} & Z_{rw}^{N_z} \end{pmatrix}$$

Il faut ensuite obtenir la droite 3D qui ajuste le mieux l'ensemble de ces triplets au sens des moindres carrés. Soit  $\vec{X}_i = (X_{rw}^i, Y_{rw}^i, Z_{rw}^i)^T$ , un des  $N_z$  triplet, on peut l'écrire comme :  $\vec{X}_i = \vec{P}_\Delta + l_i \vec{V}_\Delta + d_i \vec{e}_T$  où  $\vec{e}_T$  est un vecteur unitaire orthogonal à  $(\Delta)$  (schéma II.4). On cherche donc à minimiser :

$$\sum_{i=1}^{N_z} d_i^2 = \sum_{i=1}^{N_z} (|\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta|^2 - l_i^2) \quad (\text{II.5})$$



**Figure II.4** – Schéma de l'ajustement aux moindres carrés de la droite ( $\Delta$ ).

Puisque  $l_i$  est la projection de  $(\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta)$  sur  $\vec{V}_\Delta$ , il s'écrit :  $l_i = \vec{V}_\Delta \cdot (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) = \vec{V}_\Delta^T (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) = (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta)^T \vec{V}_\Delta$ , donc  $l_i^2 = \left( \vec{V}_\Delta^T (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) \right)^T \vec{V}_\Delta^T (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) = (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta)^T \vec{V}_\Delta \vec{V}_\Delta^T (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta)$ . D'où finalement :

$$\sum_{i=1}^{N_z} d_i^2 = \sum_{i=1}^{N_z} (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta)^T (I - \vec{V}_\Delta \vec{V}_\Delta^T) (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) \quad (\text{II.6})$$

En cherchant où s'annule la dérivée partielle par rapport à  $\vec{P}_\Delta$  de l'équation II.6, on tombe sur l'expression :  $-2(I - \vec{V}_\Delta \vec{V}_\Delta^T) \sum_{i=1}^{N_z} (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) = 0$ , c'est à dire  $\vec{P}_\Delta = \frac{1}{N_z} \sum_{i=1}^{N_z} \vec{X}_i$ , soit la moyenne de tous les points. Connaissant  $\vec{P}_\Delta$  dans l'équation II.5, minimiser  $\sum_{i=1}^{N_z} d_i^2$  revient à maximiser  $\sum_{i=1}^{N_z} l_i^2$ . Le problème est donc de chercher l'orientation du plan  $P$  passant par  $\vec{P}_\Delta$ , dont le vecteur normal est  $\vec{V}_\Delta$ , et qui maximise la distance aux  $\vec{X}_i$ . Or  $\sum_{i=1}^{N_z} l_i^2 = \sum_{i=1}^{N_z} \vec{V}_\Delta^T (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta)^T \vec{V}_\Delta = \vec{V}_\Delta^T \left[ \sum_{i=1}^{N_z} (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta) (\vec{X}_i - \vec{P}_\Delta)^T \right] \vec{V}_\Delta$ . En introduisant la matrice  $M_{C_{XYZ}}$  des coordonnées centrées :

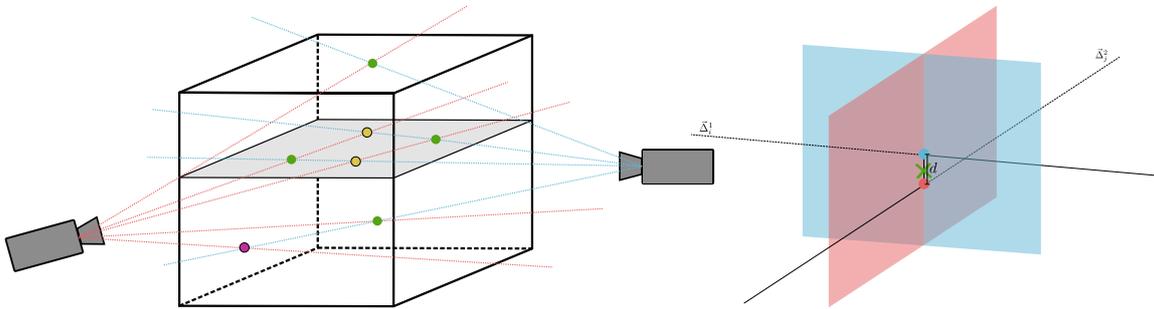
$$M_{C_{XYZ}} = \begin{pmatrix} X_{rw}^1 - p_{x_{rw}} & Y_{rw}^1 - p_{y_{rw}} & Z_{rw}^1 - p_{z_{rw}} \\ X_{rw}^2 - p_{x_{rw}} & Y_{rw}^2 - p_{y_{rw}} & Z_{rw}^2 - p_{z_{rw}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{rw}^{N_z} - p_{x_{rw}} & Y_{rw}^{N_z} - p_{y_{rw}} & Z_{rw}^{N_z} - p_{z_{rw}} \end{pmatrix}$$

on se réduit au problème aux valeurs propres :  $\vec{V}_\Delta^T (M_{C_{XYZ}}^T M_{C_{XYZ}}) \vec{V}_\Delta$ . Ce quotient de Rayleigh est maximum pour sa plus grande valeur propre. De plus chercher les valeurs et vecteurs propres de  $(M_{C_{XYZ}}^T M_{C_{XYZ}})$  est similaire à chercher les valeurs singulières et vecteurs singuliers de  $M_{C_{XYZ}}$ . À l'aide un solveur numérique, il suffit de calculer la SVD (« Singular Value Decomposition ») de  $M_{C_{XYZ}} = USV^T$  et de choisir le vecteur singulier dans  $V^T$  associé à la plus grande valeur singulière dans  $S$  pour obtenir  $\vec{V}_\Delta$ .

Une fois que l'ensemble des  $N_{c_1}$  doublets de la caméra  $c_1 \{(x_p, y_p)_i^{c_1}\}_{i \in [1, N_{c_1}]}$  sont munis de leur

rayon lumineux  $\{\vec{\Delta}_i^{c_1}\}_{i \in [1, N_{c_1}]}$ , il faut les faire correspondre aux rayons lumineux issus des autres caméras  $c_k : \{\vec{\Delta}_j^{c_k}\}_{j \in [1, N_{c_k}]}$ . Idéalement, deux rayons  $\vec{\Delta}_i^1$  et  $\vec{\Delta}_j^2$  de deux caméras différentes correspondent à la même particule s'ils s'intersectent en un point  $(x, y, z)$ , position 3D de la particule. Une situation plus réaliste est représentée sur le schéma en figure II.5 (droite), dans laquelle les deux rayons ne se croisent pas en un point précis, mais sont séparés par une distance minimale  $d$  qui détermine la qualité du match. La position de la particule est alors approchée par le barycentre entre les deux points de chaque droite les plus proche de l'autre droite. En général  $d$  dépend principalement de la qualité de la calibration et de la détection des centres, et une distance maximale  $d_{max}$  est fixée afin de déterminer si oui ou non deux rayons peuvent correspondre à la même particule.

Cependant il est parfois possible que deux rayons se croisent de manière fortuite, comme c'est le cas pour les particules jaunes sur le schéma de la figure II.5 (gauche). Sur cette illustration simplifiée, les points verts correspondent à de vraies particules dont les rayons associés sont représentés par les lignes bleues et rouges en pointillées. Si deux particules sont dans le même plan, il peut arriver que leurs rayons sur l'une et l'autre caméra se croisent à un endroit (points jaunes) où il n'y a en fait pas de particules : on parle alors de « particules fantômes ». À cause de ce type de situation, il peut être intéressant de laisser les rayons d'une caméra s'associer avec plusieurs autres rayons de la seconde caméra. En effet, rien ne garanti que le match des particules fantômes soient moins bon que celui des vraies particules. Il est aussi possible qu'une particule soit masquée par une autre (point magenta) et dans ce cas son rayon est en fait presque le même que celui de la particule qui la masque. En laissant un rayon s'associer deux fois, elle pourra être détectée. Lorsqu'il y a un grand nombre de particules, il est quasiment certain que des rayons qui ne correspondent pas à la même particule se croiseront par pur hasard. L'ajout d'une troisième caméra pour lever les ambiguïtés est alors une solution pertinente. Néanmoins, s'il est simple analytiquement de calculer la distance entre deux droites, il est nécessaire de résoudre un système d'équations lorsque l'on cherche le croisement de trois rayons. Cela entraînera donc des temps de calcul plus longs. D'une façon assez logique, plus il y aura de caméras et plus la redondance améliorera la qualité de matching, mais plus la demande en ressources informatiques en sera agrandie. La question de l'optimisation de la recherche des paires de rayons est alors primordiale. En effet dès lors que le nombre de particules devient grand ( $N > 100$ ), il peut s'avérer pénalisant de calculer les  $\sim N^2/2$  couples de rayons pour correctement les associer. Il faut donc chercher des astuces pour réduire l'espace de matching



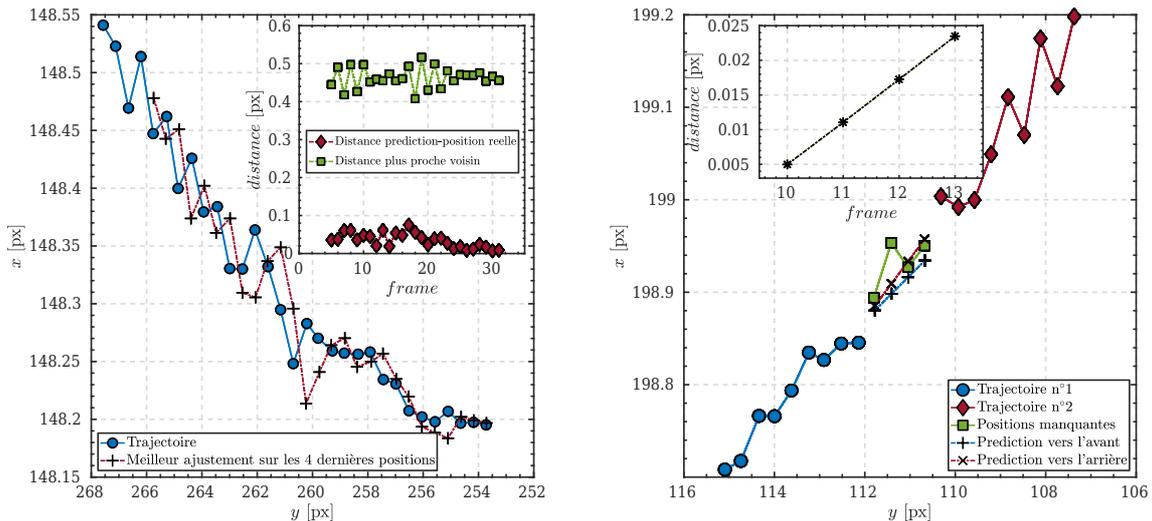
**Figure II.5** – Schéma des différentes possibilités lors du matching (gauche). En vert les particules réelles, en jaune les particules dites « fantômes » et en magenta une particule détectée par seulement une caméra. Droite : exemple de deux rayons  $\vec{\Delta}_i^1$  et  $\vec{\Delta}_j^2$  se « croisant » dans l'espace 3D. Le rond bleu (rouge) est le point de  $\vec{\Delta}_i^1$  ( $\vec{\Delta}_j^2$ ) le plus proche de  $\vec{\Delta}_j^2$  ( $\vec{\Delta}_i^1$ ). Ils sont séparés de la distance  $d$ , qui correspond donc à la qualité du match et leur barycentre sera pris comme la position 3D de la particule (croix (x) verte).

des rayons. Une idée simple consiste à utiliser le placement des caméras à notre avantage, par exemple pour deux caméras disposées perpendiculairement comme sur la figure II.5 (gauche), on peut s'attendre à ce que les coordonnées verticales en pixels d'une particule soient peu différentes sur les deux capteurs. On peut donc se contenter de chercher les rayons dans des tranches horizontales au lieu de le faire dans l'ensemble de la boîte. Sander G. Huisman & Mickaël Bourgoïn [13] ont également proposé une méthode élégante baptisée « Space-Traversal-Matching » et basée sur la reconstruction du passage des rayons dans une série de voxels.

#### • Quatrième étape : le « tracking »

Les positions 3D des particules acquises, il ne reste qu'à fabriquer leurs trajectoires au cours du temps : c'est le « tracking ». C'est une étape qui a reçue beaucoup d'attention de la part de la communauté, il existe donc une multitude de façons de la faire ; du plus simple algorithme par plus proche voisin, aux schémas les plus complexes de prédiction-détection comme « Shake-The-Box »<sup>†</sup>, à priori capable de très bonnes performances même à très hautes fractions volumiques (Schanz et al. [121]). Lorsque l'on travaille à fraction volumique faible ou modérée, les codes « maisons » font un travail tout à fait remarquable rapportée à leur simplicité. Un aperçu des différentes stratégies de tracking peut être trouvé dans l'article de Nicholas T. Ouellette, Haitao Xu & Eberhard Bodenschatz [101] par exemple.

Pour nos expériences on s'appuiera d'abord sur un algorithme de recherche par plus proche voisin, qui choisira simplement d'associer la particule de l'image  $fr + 1$  à la particule de l'image  $fr$  la plus proche (d'où son nom). Si une particule se déplace de moins de la taille de son rayon (soit environ 1.0 pixel pour des traceurs de diamètre 3 pixels) et que la distance typique entre deux particules différentes est beaucoup plus grande que le déplacement moyen, l'association sera généralement correcte. Les difficultés interviennent pour des déplacements plus importants, mais



**Figure II.6 – Gauche** : trajectoire d'une particule (• bleus), et prédiction de sa futur position (+ rouges) par l'utilisation des quatre derniers points. En insert, distance entre les positions successives (■ verts) et entre la prédiction et la position réelle (◆ rouges). **Droite** : reconnexion de deux trajectoires (• bleus) et (◆ rouges) à l'aide d'une prédiction vers l'avant et vers l'arrière en utilisant les 8 dernières positions. En insert, distance entre les prédictions aux temps communs.

<sup>†</sup>. Malheureusement tombé dans le domaine privé, mais qui sera probablement aisément surpasser par l'utilisation future d'algorithmes par apprentissage profond...

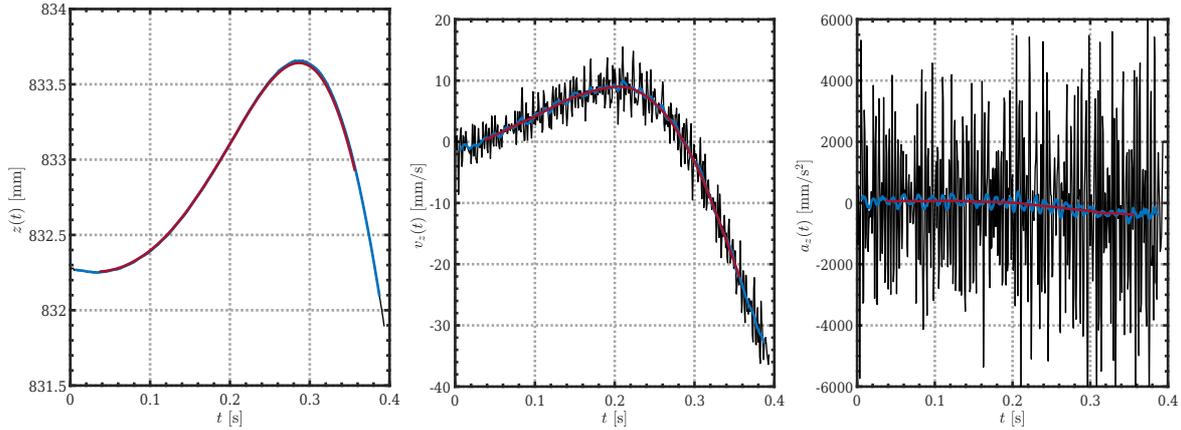
également au moment où la particule quitte le volume de mesure (que ce soit parce qu'elle n'est plus dans le champ de vision de la caméra ou parce que son intensité passe sous la valeur seuil de détection), la trajectoire pourrait alors sauter vers une particule différente mais suffisamment proche. En effet, avec ce type d'approche, la distance maximale que peut parcourir une particule d'une image sur l'autre  $d_{max}$  est fixée à l'avance et est donc le seul critère intervenant dans le choix. Si deux positions à l'image  $fr+1$  satisfont cette condition, c'est celle la plus proche qui sera choisie. Cela signifie qu'en plus du problème de la particule quittant le volume de mesure, il y a un souci avec celles qui entrent dedans et pourraient de ce fait se retrouver plus proche. Afin d'améliorer le tracking, on peut donc effectuer une prédiction de la position ultérieure d'une particule par un ajustement polynomial de ses positions précédentes (en général en utilisant entre 3 et 5 points). Un exemple en deux dimensions est proposé sur la figure II.6 (gauche) : en cercles (o) bleus on trouve les positions réelles de la particule au cours du temps et en plus (+) rouges les prédictions réalisées en utilisant à chaque fois les 4 positions antérieures. Grâce à la figure en insert, on constate aisément que la distance entre la prédiction et la position future est significativement plus faible que la distance séparant deux positions réelles consécutives. En effectuant la recherche par plus proche voisin à partir de cette prédiction, on peut espérer améliorer la qualité du tracking. Évidemment, ce stratagème n'est possible que si la trajectoire a été préalablement initialisée (en faisant du plus proche voisin classique le plus souvent). Mentionnons le fait qu'il semble naturel d'effectuer la prédiction dans le sens du temps, mais rien n'empêche de le faire dans le sens opposé, voire de faire les deux †.

À l'issue de l'étape de tracking, il peut arriver que certaines trajectoires soient coupées en plusieurs morceaux, en cas d'indétermination dans le choix d'une future position, ou si la particule a momentanément disparue par exemple. Une étape, non essentielle mais pertinente, est alors celle du « stitching » littéralement celle qui consiste à « recoudre » ensemble ces morceaux de trajectoires. Pour ce faire, et comme montré sur la figure II.6 (droite), on va rechercher les trajectoires proches spatialement et temporellement (mais qui ne s'intersectent pas), et prédire les positions dans le futur pour la première trajectoire et dans le passé pour la seconde. Si ces positions prédites sont assez proches, on pourra éventuellement considérer que ces deux trajectoires ne forment en fait qu'une seule et même entité. L'ajout d'une vitesse de même signe et amplitude, voire d'une intensité lumineuse similaire sont également des facteurs à prendre en compte.

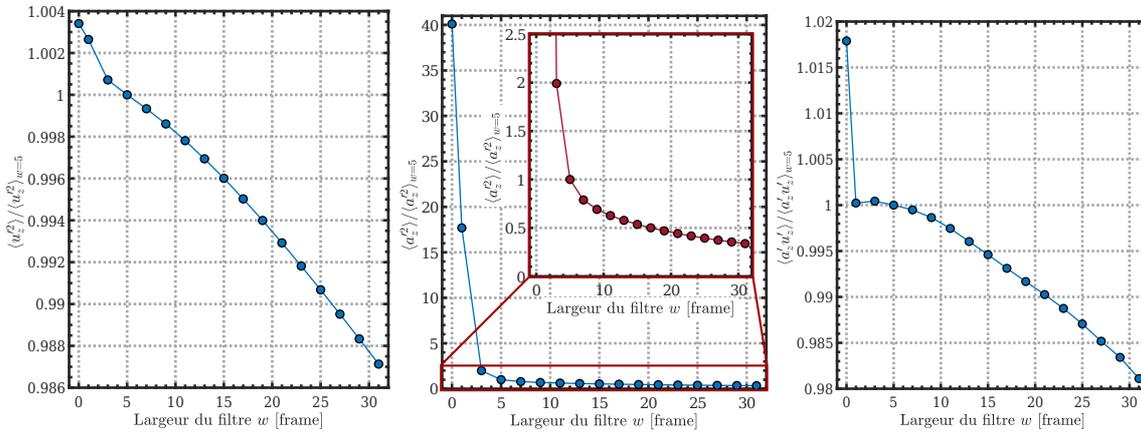
## II. 1.2 Du traitement des trajectoires

L'obtention de grandeurs statistiques moyennées sera nécessairement polluée par un bruit plus ou moins faiblement corrélé résultant d'une détection imparfaite des centres des particules. Afin de se débarrasser de ce bruit, la stratégie dominante consiste à filtrer les trajectoires en les convoluant avec une gaussienne tronquée de largeur  $w$  (en nombre de pas de temps) et de fenêtre  $k$ . On prendra ici  $k \geq 3w$ . L'effet de l'application d'un tel filtre sur la position, la vitesse et l'accélération d'une particule est mis en avant en figure II.7. Cette trajectoire est issue d'un jeu de données enregistré à 1200 images par seconde et pour lequel,  $\tau_\eta$ , le temps de Kolmogorov, correspond à environ 40 images. En noir on retrouve le signal non filtré, la vitesse et l'accélération sont alors données par simple différence finie de la position brute, et en bleu et rouge les signaux filtrés (différence finie de la position filtrée) respectivement par une gaussienne de largeur  $w = 5$  et  $w = 15$ . L'impact est d'autant plus important que l'on s'intéresse à une quantité petite échelle. Le choix du filtre est donc crucial puisqu'on souhaite retirer le bruit en altérant le moins possible l'information physique. Par ailleurs, plus la fenêtre du filtre sera grande et plus les trajectoires seront raccourcies (sauf si on interpole la position de la particule au delà des limites de la trajectoire afin de pouvoir appliquer le filtre même sur ses bords, ce qui n'est envisageable que pour de petites tailles de filtre

†. Il se peut quelque fois que des différences apparaissent, liées à l'initialisation des trajectoires par plus proche voisin.



**Figure II.7** – Évolution de la position verticale  $z$  (gauche), vitesse verticale  $v_z$  (milieu) et de l'accélération verticale  $a_z$  (droite) en fonction du temps pour une trajectoire. En noir, l'estimation faite sans filtrer, en bleu avec filtre gaussien de largeur  $w = 5$ , et en rouge avec filtre gaussien de largeur  $w = 15$ , pour  $k = 3w$ .



**Figure II.8** – Évolution en fonction de la largeur du filtre  $w$  de la variance de la vitesse verticale  $\langle u_z'^2 \rangle$  (gauche), de la variance l'accélération verticale  $\langle a_z'^2 \rangle$  (milieu) (l'insert correspond à un zoom) et de la variation temporelle de la moitié de la variance de la vitesse verticale  $\langle a_z' v_z' \rangle = \frac{1}{2} \langle \frac{dv_z'^2}{dt} \rangle$  (droite), normalisés par ces mêmes quantités pour un filtre gaussien de largeur  $w = 5$ .

éventuellement). L'effet de la taille du filtre sur trois quantités :  $\langle u_z'^2 \rangle$ ,  $\langle a_z'^2 \rangle$  et  $\langle a_z' v_z' \rangle$  est présenté sur la figure II.8. À chaque fois, on s'est réduit aux parties communes des trajectoires pour tous les filtres, donc déterminées par la plus grande taille de filtre,  $w = 31$ . Plus le filtre est grand et plus les quantités regardées diminuent. Néanmoins la magnitude n'est pas la même, si la variance de la vitesse  $\langle u_z'^2 \rangle$  ne varie que de quelques pourcents, celle de l'accélération  $\langle a_z'^2 \rangle$  s'effondre complètement. Cette décroissance correspond dans un premier temps à la contribution du bruit, puis à partir d'une certaine largeur  $w$ , l'information physique est filtrée temporellement. C'est pourquoi en général, la largeur du filtre est fixée à partir de la courbe de la variance de l'accélération qui exhibe une décroissance très rapide pour les petits filtres, puis une diminution plus modérée, ici à partir de  $w = 5$ . On se place alors typiquement un peu après la transition, donc entre  $w = 5$  et  $w = 15$  pour ces trajectoires. Cependant on voit qu'il existe quand même un facteur deux entre ces deux filtres, cela rend toujours la détermination de la variance de l'accélération par cette méthode

biaisée par le choix fait. On notera néanmoins que la quantité  $\langle a'_z v'_z \rangle$  n'est que peu influencée par la largeur du filtre et donc par le bruit. Il s'agit d'un fait plutôt intéressant dans la mesure où elle est directement reliée à l'évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente :  $\langle a'_i v'_i \rangle = \frac{1}{2} \frac{dv'_i v'_i}{dt}$  et peut donc servir à déterminer le taux de dissipation  $\langle \epsilon \rangle$  (Huck [62]). On peut comprendre pourquoi en repartant de la détection des centres des particules. La position mesurée  $x$  peut s'écrire comme la position réelle  $\hat{x}$  accompagné d'un bruit  $b$  :  $x = \hat{x} + b$ . En dérivant pour passer à la vitesse et à l'accélération, on obtient  $v = \hat{v} + \frac{db}{dt}$  et  $a = \hat{a} + \frac{d^2b}{dt^2}$ . On va donc écrire la quantité  $\langle av \rangle$  comme  $\langle (\hat{v} + \frac{db}{dt})(\hat{a} + \frac{d^2b}{dt^2}) \rangle$ . Si on suppose que la vitesse et l'accélération ne sont pas corrélées avec le bruit, il reste :

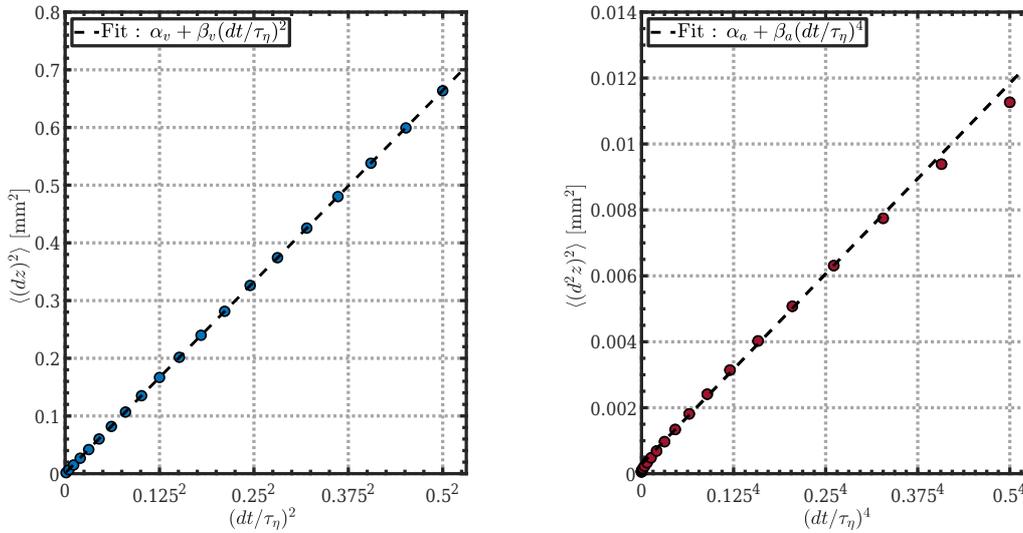
$$\langle av \rangle = \langle \hat{a} \hat{v} \rangle + \left\langle \frac{db}{dt} \frac{d^2b}{dt^2} \right\rangle \quad (\text{II.7})$$

Le deuxième terme de droite vaut en fait  $\langle \frac{db}{dt} \frac{d^2b}{dt^2} \rangle = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle (\frac{db}{dt})^2 \rangle$  et correspond finalement à l'évolution temporelle de la variance du bruit de la vitesse qui devrait être proche de 0. Un même raisonnement pour la variance de la vitesse et de l'accélération conduit à écrire :  $\langle v^2 \rangle = \langle \hat{v}^2 \rangle + \langle (\frac{db}{dt})^2 \rangle$  et  $\langle a^2 \rangle = \langle \hat{a}^2 \rangle + \langle (\frac{d^2b}{dt^2})^2 \rangle$ . Pour un bruit blanc, on a  $\langle (db)^2 \rangle = 2\langle b^2 \rangle$  et  $\langle (d^2b)^2 \rangle = 6\langle b^2 \rangle$ . On comprend alors aisément pourquoi le bruit sur l'accélération est si important lorsqu'on divise par  $dt^4$ .

En fait, Machicoane et al. [79] ont construit une méthode, basée sur cette décomposition entre position réelle et position mesurée afin de calculer les différents moments et fonctions de corrélation en s'affranchissant de l'utilisation de filtres sur les signaux : elle a été nommée « méthode des dt ». Pour la variance de la vitesse et de l'accélération, l'idée est d'écrire que  $\langle v^2 dt^2 \rangle = \langle \hat{v}^2 \rangle dt^2 + \langle (db)^2 \rangle$  et  $\langle a^2 dt^4 \rangle = \langle \hat{a}^2 \rangle dt^4 + \langle (d^2b)^2 \rangle$ . En introduisant le développement en série de Taylor au premier ordre :  $dx = x(t+dt) - x(t) \simeq v dt$  et  $d^2x = (x(t+dt) - x(t)) - (x(t) - x(t-dt)) \simeq (v(t) - v(t-dt))dt \simeq a dt^2$ , on obtient alors :

$$\langle (dx)^2 \rangle \simeq \langle (db)^2 \rangle + \langle \hat{v}^2 \rangle dt^2 \quad (\text{II.8})$$

$$\langle (d^2x)^2 \rangle \simeq \langle (d^2b)^2 \rangle + \langle \hat{a}^2 \rangle dt^4 \quad (\text{II.9})$$



**Figure II.9** – Évolution de  $\langle (dz)^2 \rangle$  en fonction de  $(dt/\tau_\eta)^2$  (gauche) et de  $\langle (d^2z)^2 \rangle$  en fonction de  $(dt/\tau_\eta)^4$  (droite). Les lignes tiretées correspondent à des ajustements polynomiaux  $\alpha_v + \beta_v(dt/\tau_\eta)^2$  pour la vitesse et  $\alpha_a + \beta_a(dt/\tau_\eta)^4$  pour l'accélération sur l'intervalle  $0.2 \leq dt/\tau_\eta \leq 0.4$ .

Si le bruit n'est corrélé que sur des instants courts (terme en  $dt$ ), il sera possible d'extraire  $\langle \hat{v}^2 \rangle$  par un ajustement polynomial d'ordre 1 en  $dt^2$  :  $\alpha_v + \beta_v(dt/\tau_\eta)^2$  et  $\langle \hat{a}^2 \rangle$  par un ajustement polynomial d'ordre 1 en  $dt^4$  :  $\alpha_a + \beta_a(dt/\tau_\eta)^4$ . On peut voir sur la figure II.9 qu'il y a un très bon accord pour la variance de la vitesse, même au delà de  $dt/\tau_\eta > 0.5$ , et  $\beta_v$  ne dépend pas du choix de l'intervalle utilisé pour l'ajustement. En ce qui concerne la variance de l'accélération, l'accord est très correct dans l'intervalle  $0.2 \leq dt/\tau_\eta \leq 0.4$ . Pour  $dt/\tau_\eta < 0.2$  le bruit haute fréquence s'avère corrélé et ne suit pas l'ajustement en  $(dt/\tau_\eta)^4$ , de même pour les points après  $dt/\tau_\eta > 0.4$  qui pourraient être capturés à l'aide d'un ajustement à l'ordre 6. Contrairement à  $\beta_v$ , le coefficient  $\beta_a$  change d'environ 10 – 20% en fonction de l'intervalle choisi et se rapproche de la valeur trouvée pour un filtre de largeur  $w = 9$  :  $\beta_a/\langle a_z'^2 \rangle_{w=9} \approx 1.03$  (accélération moyenne nulle). Cette seconde méthode sera surtout très avantageuse à utiliser lorsque l'on possède des trajectoires courtes, de l'ordre de  $\tau_\eta$ .

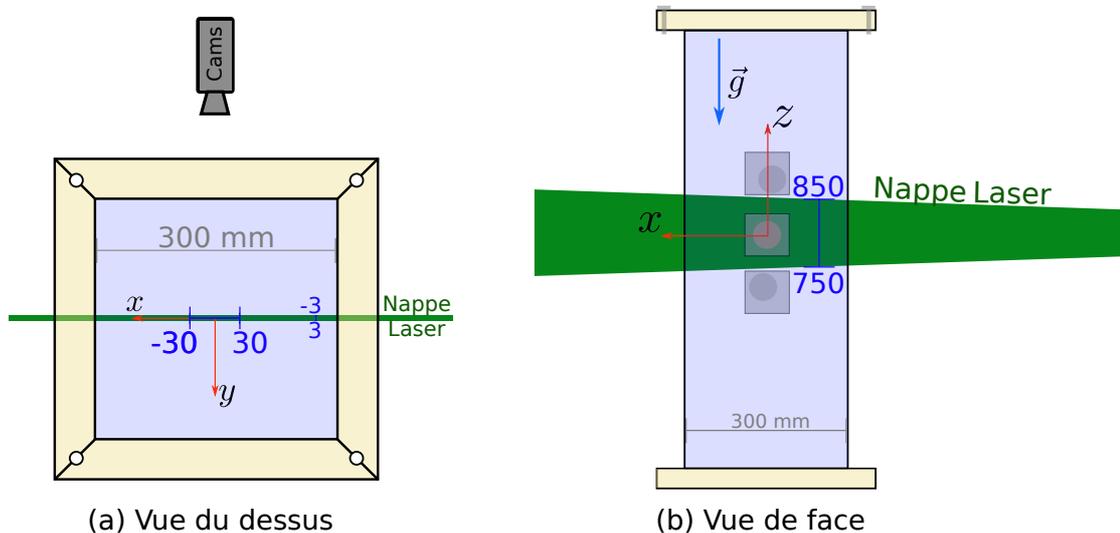
## II.2 De la mesure simultanée de deux phases

Les incitations à bâtir des expériences dans lesquelles la phase fluide et la phase inertielle sont mesurées simultanément se font de plus en plus pressantes pour essayer de répondre le plus correctement possible à des questions relatives à l'exploration préférentielle, la vitesse de sédimentation ou le clustering de particules inertielles en turbulence. Il s'agissait d'un objectif, si ce n'est l'objectif principal de cette thèse. C'est pourquoi une méthode, basée sur l'utilisation de trois caméras rapides, a été mise en place et constitue l'objet de cette section. Elle présente encore de nombreux défauts, et ne peut être considérée comme entièrement aboutie. Il s'agit d'un prototype, une version « 0.9 » qui doit encore être améliorée. C'est néanmoins grâce à elle que des résultats préliminaires prometteurs et qui seront présentés au cours du chapitre 5 ont été obtenus. Cette partie vise à décrire le plus fidèlement possible son fonctionnement.

L'idée de mesurer deux phases en simultanée n'est pas spécialement récente. Dès 1992, Hassan et al. [55] ont effectué de la PIV avec une caméra, à la fois sur des traceurs en plastique de 70  $\mu\text{m}$  et des bulles d'air de quelques millimètres dans de l'huile. De même pour Chen & Fan [25] qui ont mesuré trois phases : des bulles d'air d'en moyenne 5.8 mm, des billes en verre de 120 ou 720  $\mu\text{m}$  en moyenne et des particules naturellement présentes dans l'eau (probablement quelques microns) en tant que traceurs. À chaque fois, il existait au moins un ordre de grandeur de différence de taille entre les populations de particules ce qui permettait de les distinguer sur les images. Pour améliorer la détection dans le cas de gouttelettes de glycérine de 1  $\mu\text{m}$  et de billes en verre de 25  $\mu\text{m}$ , Khalitov & Longmire [70] ont choisi d'utiliser en plus l'intensité apparente des particules, plus importante pour les billes dans leur cas. Afin de supprimer les traceurs sur leurs images, Kiger & Pan [72] ont opté pour l'utilisation d'un filtre médian local d'une taille entre 3 et 9 pixels. L'information physique peut aussi s'avérer pertinente puisque Delnoij et al. [36] ont réussi à distinguer les traceurs des bulles par leur différence de vitesse. L'autre grande technique consiste en l'utilisation de particules fluorescentes lorsqu'elles sont illuminées par un laser. Philip et al. [106] ont par exemple utilisé des filtres bloquant la lumière verte du laser réfléchi par des bulles tout en laissant passer la lumière rouge émise par des traceurs fluorescents. Ils ont ainsi pu isoler l'écoulement autour des bulles sur l'une de leur deux caméras. Towers et al. [132] ont réalisé un travail similaire mais en utilisant une seule caméra couleur.

La plupart de ces études se concentrent dans des plans, alors que notre cas se déroule dans une nappe laser épaisse ( $\sim 6$  mm, voir schéma II.10), cela implique de différencier les deux populations en 3D. Dans la mesure où l'on s'intéresse à la dynamique de billes en verre de taille [300 – 800]  $\mu\text{m}$ , avec des traceurs fluorescents rouges de diamètre [100 – 125]  $\mu\text{m}$ , on pourra donc utiliser à la fois la couleur, la taille et leur différence de vitesse comme critères pour les séparer. Pour ce faire on va s'appuyer sur trois caméras rapides (Phantom V12) visualisant un champ de 6 cm horizontal par 10

cm vertical. Avec des capteurs en niveau de gris, trois caméras sont au minimum nécessaire pour pouvoir suivre en même temps des billes et des traceurs en 3D. En effet, une des caméras ne verra que les traceurs fluorescents grâce à un filtre et servira de témoin, pendant que les deux autres verront à la fois les traceurs et les billes. L'intérêt de se placer dans une nappe laser épaisse plutôt que dans un volume plus élargi est d'avoir de nombreux traceurs autour des billes de manière à pouvoir déterminer les régions de l'écoulement qu'elles visitent préférentiellement. L'utilisation d'une nappe laser épaisse ( $\sim 6$  mm), plutôt que d'une fine ( $\sim 1$  mm), permet de limiter la fraction volumique en particules (pour un même nombre de billes par image) et d'aider à la détection des plus gros objets ( $> 600$   $\mu\text{m}$ ).

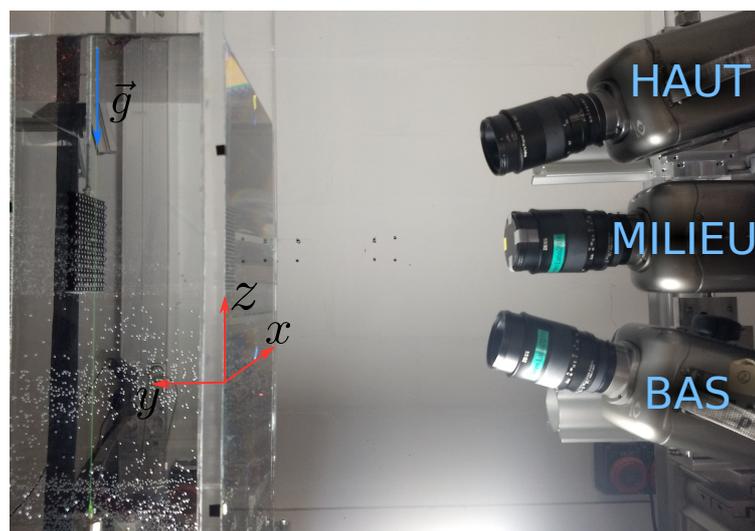


**Figure II.10** – Schémas de la cuve supérieure de la tour, vue du dessus (a) et vue de face (b) ; la nappe laser épaisse ( $\sim 6$  mm) traverse la cuve par son milieu ; le volume de mesure correspond au centre de la tour ( $x \in [-3, 3]$  cm), à une distance des pompes de  $z \approx 75 - 85$  cm. Cette disposition sera la même au chapitre 5.

## II. 2.1 De la détermination des traceurs...

### • Étape n°0 : Calibration

Les trois caméras, équipées d'objectifs Zeiss Milvus 2/100M, sont disposées les unes au dessus des autres (voir photo II.11), on les nommera donc assez naturellement caméra H (HAUT), M (MILIEU) et B (BAS) dans la suite. La caméra M est munie d'un filtre qui bloque notamment la longueur d'onde 532 nm du laser et ne voit donc que les traceurs, les deux autres caméras voient les deux populations de particules. Dans un premier temps, la nappe laser est ajustée pour traverser la cuve en plein milieu et la mire crénelée de la figure II.1 (gauche) est placée dedans. On va régler celle-ci conjointement avec la caméra M. En effet on choisit que le capteur de cette dernière soit parallèle au plan de la nappe et à la paroi. La perpendicularité de la caméra est fixée à l'aide d'un niveau à bulle pendant que la verticalité est assurée par la suspension d'un fil à plomb. L'angle le plus difficile à régler est celui-ci entre le capteur et la paroi (idéalement  $0^\circ$ ) à cause de la faible profondeur de champ (on va travailler dans une nappe de 6 mm et la cuve fait 30 cm de large). Une fois la caméra positionnée, la mire peut être placée, elle aussi, en s'assurant que les lignes verticales de points soient toutes alignées avec la direction verticale du capteur de la caméra, et que les lignes horizontales de points soient elles alignées avec la direction horizontale. De cette façon on s'assure que la mire et le capteur de la caméra M sont bien face à face. On vérifie ensuite la netteté de l'image et que la mire est toujours bien dans la nappe laser. Il reste enfin les deux caméras H et B à



**Figure II.11** – Photographie du positionnement des caméras : celle du milieu est équipée d'un filtre de couleur filtrant notamment la lumière verte. La verticale est réglée grâce à un fil à plomb suspendu au moment de la calibration. Les trois caméras seront notées H (HAUT), M (MILIEU) et B (BAS) par la suite.

positionner avec un angle d'environ  $20 - 30^\circ$  (bon compromis entre la vision stéréoscopique (grand angle) et le champ de vision (petit angle)) avec la caméra M pour avoir une vision stéréoscopique du volume de mesure. À cause de cet angle, les lignes verticales de points de la mire fuient et n'apparaissent donc plus verticalement, seule la ligne au milieu l'est encore (et le fil à plomb s'il passe par le centre). En revanche les lignes horizontales de points sont toujours censées être bien horizontales sur les capteurs, il faut donc ajuster les caméras pour que ce soit le cas. Il ne reste plus qu'à prendre des images de la mire pour finaliser la calibration. On se contentera des deux plans de la mire (séparés de 2 mm) pour celle-ci. En effet les micro-mouvements angulaires de la mire lors de son déplacement pour former plus de plans se sont avérés être un facteur trop dégradant pour la qualité du matching.

### • Étape n°1 : Détecter les traceurs

L'étape de détection est basiquement celle décrite précédemment. Cependant du fait de leur angle avec la nappe laser, les caméras H et B doivent avoir une profondeur de champ plus grande et il a donc été nécessaire de fermer un peu plus leur diaphragme. Il est possible de compenser la lumière perdue par un temps d'exposition plus long, mais elles voient en général quand même légèrement moins de particules que la caméra M. Ce qui n'est pas totalement un problème puisque cette dernière sert essentiellement de témoin pour différencier les traceurs des billes en verre. Ainsi, si la réponse en intensité sera similaire pour les caméras H et B, elle sera différente avec la dernière caméra. Dans la mesure où les caméras H et B voient également les billes en verre (comme on le verra avec la figure II.18 (gauche)), une étape intermédiaire peut consister à s'en débarrasser à l'aide d'opérations morphologiques : une érosion avec un noyau de taille suffisante, suivie d'une reconstruction permet d'isoler les plus gros objets dans l'image. Pour en apprendre plus sur les opérations morphologiques, le lecteur pourra se référer aux articles de Vincent [141] et de Haralick et al. [53] par exemple. En multipliant l'image brute par le complémentaire de cette image binarisée, on peut alors les retirer. Néanmoins toutes les billes n'apparaissent pas comme de gros points lumineux, et certains traceurs peuvent apparaître suffisamment grands pour être éjectés par la manœuvre. Dans tous les cas, il restera encore au moins quelques particules qui ne sont pas des traceurs et qui seront probablement détectées. Il faudra donc les éliminer dans

les étapes suivantes. En plus des positions 2D en pixels, il est possible d'enregistrer l'intensité moyenne de chaque particule.

### • Étape n°2 : Tracking et Stitching en deux dimensions

Du fait de la géométrie en nappe épaisse, plutôt que de matcher directement les positions 3D des particules, on va d'abord réaliser le tracking des trajectoires en 2D dans l'espace en pixels de chacune des caméras. Ce type de renversement dans l'ordre des procédures a déjà été fait avec succès par Huck et al. [61]. En effet, dans notre cas, le volume de mesure est peu profond, limitant de ce fait les ambiguïtés résultant de particules qui pourraient se masquer. De plus quasiment l'ensemble de particules visibles seront tracker sur plusieurs caméras en même temps et donneront donc lieu à des trajectoires utiles en 3D par la suite. Le tracking est très proche de ce qui est montré sur la figure II.6 (gauche). Lorsqu'une trajectoire possède moins de trois points, on réalise la recherche par plus proche voisin. Dès qu'elle atteint au moins trois points, une prédiction de la future position est appliquée en utilisant jusqu'au 5 derniers points.

L'écoulement dans lequel se déroule les mesures est néanmoins assez spécial (voir le chapitre 4, fluctuations très grandes devant la vitesse moyenne), et à 1200 fps, un traceur pourra se déplacer jusqu'à 6 pixels de sa position précédente, mais dans 85% des cas, son déplacement sera inférieur à 1.5 pixel (distance souhaitable). Il n'était pas pertinent de changer le cadencage des caméras sous peine de devoir faire le double de films<sup>†</sup>. L'idée a été d'ajuster le déplacement maximal autorisé à chaque instant en réalisant préalablement une recherche du plus proche voisin de toutes les particules. La distance maximale  $d_{max}$  est alors fixée comme une fonction de la distribution des distances entre plus proches voisins, typiquement en prenant la moyenne (ou la médiane) +  $n$  fois l'écart type (avec comme choix jugé optimal ici :  $n = 7$  pour une recherche par plus proche voisin, et  $n = 5$  si une prédiction de la position a été faite préalablement). Il aurait aussi été possible d'utiliser les quantiles de la distribution des distances. Ensuite, si pour une trajectoire, il existe deux positions ou plus qui satisfont le critère de distance  $d_{max}$  à l'instant suivant, alors on choisit les deux points les plus proches et on va utiliser leurs intensités respectives pour tenter de les différencier. Dans le cas où l'une des positions est au moins deux fois plus proche de la prédiction que l'autre alors on va la choisir en priorité, sinon on prendra celle qui a l'intensité la plus proche de celle prédite (on peut prévoir l'intensité de la même manière qu'on peut prédire la future position). Si les deux intensités sont similaires (à 20% près, car l'intensité n'est pas le critère le plus fiable d'une image sur l'autre), alors on se rabattra sur la position la plus proche pour continuer la trajectoire.

Une fois l'ensemble des trajectoires déterminé, un stitching, lui aussi en 2D est exécuté. Tracker en 2D comporte des risques puisqu'on perd une dimension pour discriminer les trajectoires et qu'il faut réaliser le travail autant de fois que l'on a de caméras (demandant d'autant plus de ressources informatiques). Néanmoins on va voir par la suite que cela simplifie l'étape de création des trajectoires en 3D, en réduisant notamment de manière notable le risque de créer des particules fantômes.

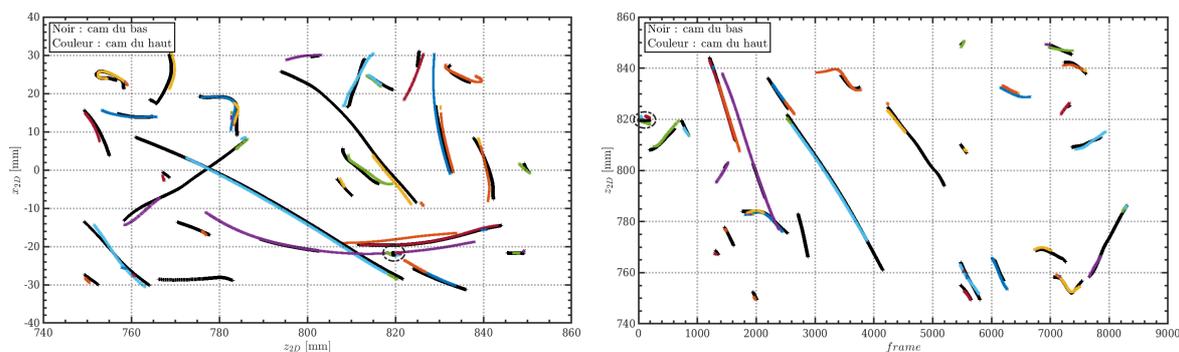
### • Étape n°3 : Association des trajectoires 2D

Au lieu de devoir matcher des points, on se retrouve à devoir matcher des trajectoires. Cependant pour des raisons de temps de calcul, on ne va pas tester toutes les paires de trajectoires entre elles. Pour ce faire, on va exploiter le fait que le volume de mesure est une nappe laser pour projeter l'ensemble des trajectoires 2D en pixels de toutes les caméras dans un univers « quasi-2D » ( $x_{2D}, z_{2D}$ ) réel. Celui-ci est fabriqué en combinant les deux plans de calibration (comme on n'a que deux plans, on prend l'ensemble des points et on ignore la distance entre les plans, autrement il est possible de n'utiliser qu'un seul plan) en une seule transformation  $T_{px2rw}^{quasi-2D}$  qui relie les univers des caméras, à un monde 2D où l'ensemble des 6 mm de nappe est réduit à 0. Ainsi des trajectoires

<sup>†</sup>. Beaucoup ont déjà dû être faits pour espérer converger la valeur moyenne de la vitesse...

quasi-2D proche correspondront aussi à des trajectoires 3D proche, et d'autant plus proche que la nappe laser est fine. Ultiment pour une nappe laser réellement 2D, les trajectoires devraient se superposer.

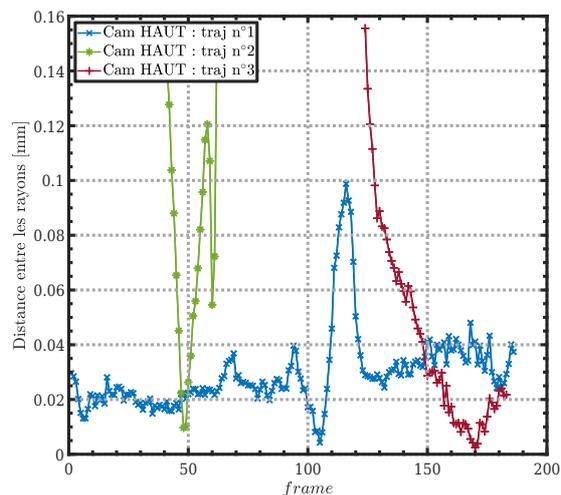
Puisqu'on utilise trois caméras (Milieu, Haut, Bas), il y a 3 paires de caméras : MH, MB et BH. À chaque fois, on va associer par rapprochement dans cet espace quasi-2D, une trajectoire de la caméra X (M,M,B), avec aucune, une ou plusieurs trajectoires de la caméra Y (H,B,H), et ce, afin de former les trois couples MH, MB et BH. Ces rapprochements se font en comparant les distances entre les premières et les dernières positions des instants communs des différentes trajectoires. On peut être assez large pour l'écart de distance acceptable car il s'agit ici surtout de réduire l'espace de matching de chacune des trajectoires et non de trouver les bonnes paires. Il faudra d'ailleurs être d'autant plus large que la nappe est épaisse. En figure II.12 se trouve un exemple de quelques trajectoires de la caméra B (+ noir) associées avec des trajectoires de la caméra H (× couleur). On y voit les différentes possibilités, à savoir, certaines trajectoires de la caméra B qui ne sont associées à aucune autre de la caméra H, d'autres accompagnées d'une seule trajectoire de la caméra H qui peut être plus longue ou plus courte. Parfois une trajectoire est reliée à plusieurs autres, soit ce sont des trajectoires disjointes, soit il s'agit en fait d'une seule trajectoire qui a été coupée en plusieurs morceaux pendant la phase de tracking. On peut vérifier que ces différents morceaux ne s'intersectent pas dans le temps avec la figure II.12 (droite). Il s'agit clairement ici de l'une des forces du matching de trajectoires, on peut agrandir encore un peu plus certaines trajectoires en recollant des morceaux parfois trop éloignés pour l'être lors de l'étape de stitching. Et plus on aura de caméras, plus on pourra combler de trous. En général une trajectoire d'une caméra ne sera jamais associée à plus de dix trajectoires d'une autre caméra, et cela simplifiera et accélèrera la procédure de matching par rapport à s'il avait fallu tester toutes les paires.



**Figure II.12** – Exemples de trajectoires vues par la caméra B (+ noir), chacune associée avec une ou plusieurs trajectoires provenant de la caméra H (× couleur) dans l'espace quasi-2D ( $x_{2D}, z_{2D}$ ) (gauche) et dans le temps (droite). Les trajectoires entourées seront prises en tant qu'exemple pour les prochaines étapes.

### • Étape n°4 : Matching des trajectoires 2D

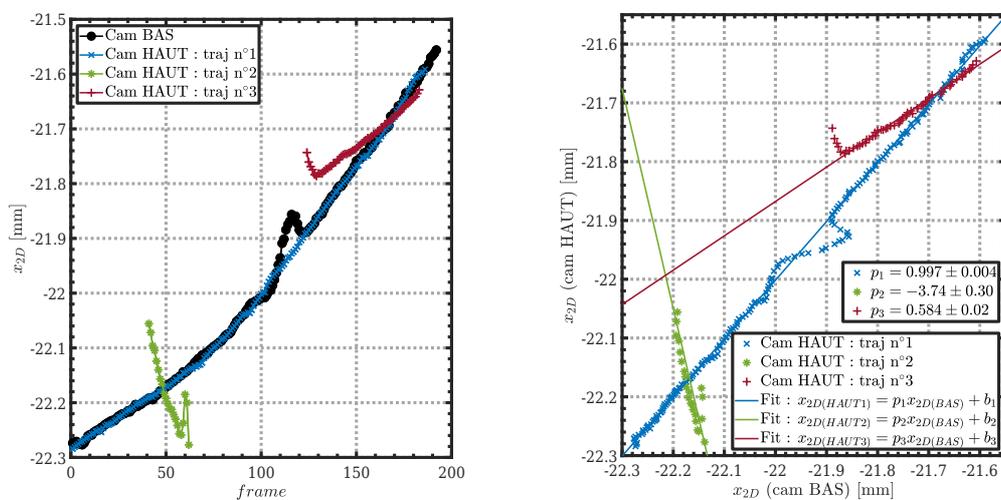
Afin d'illustrer le fonctionnement du matching, on va prendre comme exemple les trajectoires entourées sur la figure II.12. Il s'agit d'une trajectoire de la caméra B, avec 3 trajectoires de la caméra H. Dans cet exemple, la trajectoire en croix (×) bleues correspond au bon match. Diverses possibilités s'offrent à nous pour associer la bonne paire de trajectoires. Premièrement, en figure II.13, on peut regarder la distance entre les rayons lumineux de la trajectoire de la caméra B et des trois autres trajectoires de la caméra H. C'était (presque) la seule façon de matcher des points uniques, mais ici on a l'avantage d'avoir l'évolution de ces distances au cours des instants communs. Cela



**Figure II.13** – Distances en mm en fonction du temps entre les rayons d’une trajectoire de la caméra B et de trois trajectoires de la caméra H.

nous permet, non seulement d’utiliser la distance moyenne, mais aussi son gradient moyen ou son écart type. Normalement la distance est censée rester à peu près constante et petite (gradient moyen et écart type faibles), même si des problèmes dans la détection peuvent quand même parfois produire des anomalies de distance (trajectoire en croix (×) bleues autour de l’image 120, figure II.13). De même il arrive que les rayons de deux trajectoires qui ne correspondent pas à la même particule se croisent plus près que ceux qui lui appartiennent (trajectoire en plus (+) rouges après l’image 150). C’est typiquement dans ce genre de situation que le gradient peut aider. Sans les trajectoires, les points auraient probablement été matchés ensemble.

De plus, grâce au placement particulier des caméras les unes au dessus des autres, la composante horizontale de l’espace quasi-2D  $x_{2D}$  est souvent très similaire entre deux trajectoires

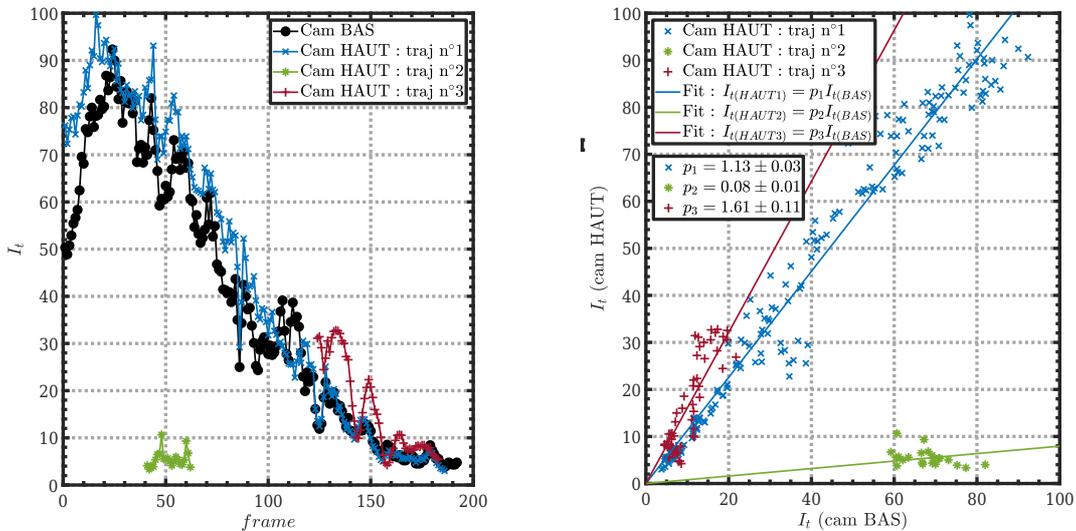


**Figure II.14** – Position horizontale  $x_{2D}$  d’une trajectoire de la caméra B (● noir) et de trois trajectoires de la caméra H en fonction du temps (gauche). Ajustement polynomial d’ordre 1 des positions horizontales de ces trois trajectoires en fonction de celles de la caméra B (droite).

## II.2 De la mesure simultanée de deux phases

appartenant à la même particule. La figure II.14 (gauche) le met bien en valeur si on compare  $x_{2D}$  pour la trajectoire de la caméra B, et celle en croix (×) bleues de la caméra H. Il est alors envisageable de comparer les trajectoires selon leur ajustement polynomial d'ordre 1 de l'une en fonction de l'autre :  $x_{2D}^H = p_x \cdot x_{2D}^B + b$  (figure II.14 (droite)). On s'attend en effet à un coefficient  $p_x$  proche de 1 pour la bonne paire de trajectoires.

Enfin, similairement à ce qui peut être fait pour  $x_{2D}$ , l'intensité  $I_t$  pourra être utile si les deux caméras possèdent les mêmes réglages ou que l'on connaît la relation qui existe entre l'intensité sur une caméra vis-à-vis d'une autre. Comme les caméras B et H sont réglées de la même façon, on peut directement comparer l'intensité des trajectoires au cours du temps via la figure II.15 (gauche). La rapide décroissance de l'intensité sur les deux caméras indique qu'il s'agit d'une particule qui a un mouvement transverse et quitte donc la nappe laser. S'il est compliqué de comparer l'intensité à un instant donné, des courbes de formes similaires sont un bon indicateur qu'elles correspondent à la même particule. L'ajustement linéaire de l'intensité sur une des caméras (H) en fonction de l'intensité sur l'autre (B),  $I_t^H = p_{I_t} \cdot I_t^B$ , devra donc avoir un coefficient directeur  $p_{I_t}$  le plus proche de 1 également. À travers la figure II.15 (droite), on peut constater que l'intensité de la trajectoire en croix (×) bleues corrèle mieux avec celle la trajectoire de la caméra B que les deux autres trajectoires de la caméra H.



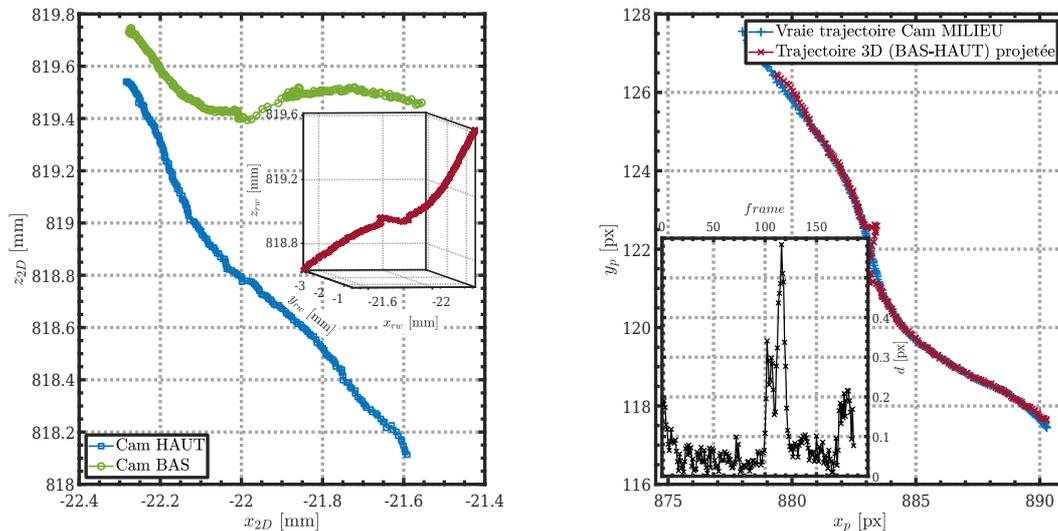
**Figure II.15** – Intensité  $I_t$  d'une trajectoire de la caméra B (● noir) et de trois trajectoires de la caméra H en fonction du temps (gauche). Ajustement linéaire des intensités de ces trois trajectoires en fonction de celle de la caméra B (droite).

Le matching de trajectoires offre donc plus de flexibilité. Ainsi lorsqu'un ou plusieurs critères échouent, par exemple la distance entre les rayons lumineux et l'intensité pour séparer la trajectoire en plus (+) rouges de celle en croix (×) bleues, d'autres prennent le relais, à savoir ici le gradient moyen de l'évolution de la distance entre les rayons et la position horizontale quasi-2D. En plus de servir à choisir la bonne trajectoire, il est possible de fixer des limites à ces critères pour éviter d'associer des trajectoires qui ont une intensité trop différente ou pour lesquelles la distance entre les rayons est trop importante ou varie beaucoup. Les caméras sont d'abord appariées deux à deux : MB, MH et BH, puis combinées ensemble MHB pour former les triplets de trajectoires 2D. Cependant certaines trajectoires n'auront pas été associées, et des conflits n'auront pas pu être résolus (impossibilité de choisir entre deux trajectoires par exemple), ce qui entraînera la formation d'un sous groupe de trajectoires seules.

### • Étape n°5 : Construction des trajectoires en 3D des traceurs

Plutôt que de procéder dès maintenant à la fabrication des trajectoires 3D, on va d'abord essayer de récupérer des trajectoires 2D qui n'ont pas été associées au préalable. Une idée est d'interpoler entre les morceaux de trajectoires 2D de chaque caméra afin de voir si on peut trouver à cet endroit une trajectoire qui n'a pas déjà été attribuée. Mais le plus efficace consiste en la création d'interpolants qui vont permettre de projeter une trajectoire 3D construite à partir de deux caméras (MH, MB ou BH) dans l'espace en pixels de la troisième caméra (B, H ou M). Ces projecteurs peuvent être élaborés en utilisant des triplets MHB de trajectoires longues (afin de s'assurer qu'il s'agit de bonnes associations, alternativement on peut le faire en régime très dilué).

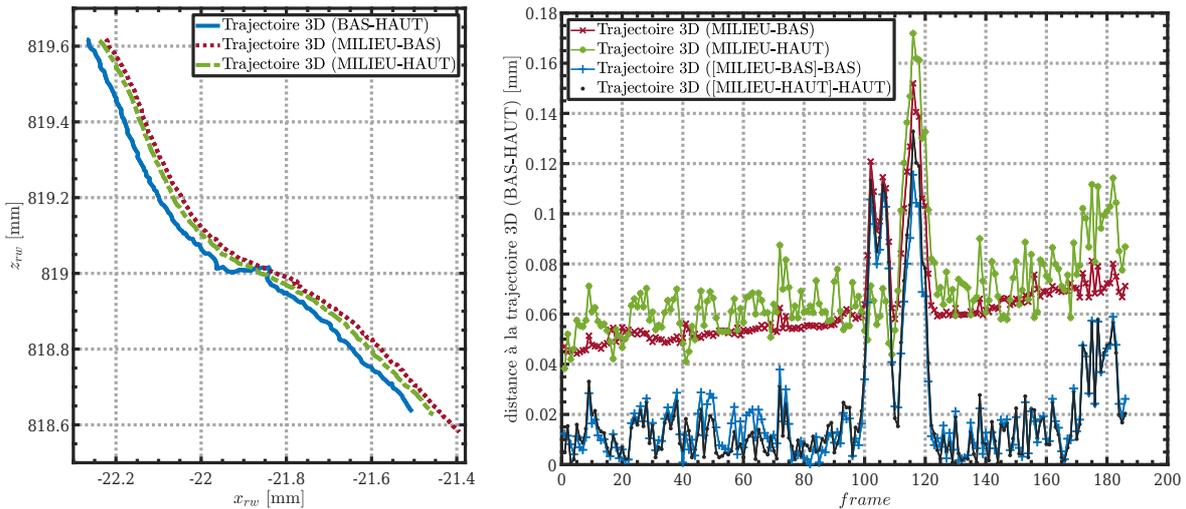
La trajectoire 3D en croix (×) rouges dans l'espace réel de la figure II.16 (gauche), fabriquée à partir de trajectoires des caméras B et H, est ensuite projetée sur le capteur de la caméra M en figure II.16 (droite). En la comparant par rapport à la vraie trajectoire vue par cette caméra, on s'aperçoit que la distance entre les deux reste inférieure à 0.3 pixels (sous couvert d'utiliser un bon interpolant) sauf lors d'anomalies de détection qui se répercutent directement sur la projection. Dès lors que l'on possède deux trajectoires, il devient donc possible d'aller traquer sur la dernière caméra s'il n'existe pas une trajectoire abandonnée qui n'aurait pas été attribuée. Cela peut s'avérer particulièrement important si une particule n'a été détectée que sur les caméras B et H, parce qu'il peut s'agir d'une bille mais aussi d'un traceur. En recherchant s'il existe ou non une trajectoire correspondante sur la caméra M, on peut s'assurer de la nature de la particule. En effet, puisque cette caméra ne voit que les traceurs, la présence d'une trajectoire associée indiquera que la particule en question est un traceur, et inversement s'il n'y a pas de trajectoire.



**Figure II.16** – Trajectoire vue par la caméra B (○ vert) et par la caméra H (□ bleu) dans l'espace quasi-2D ( $x_{2D}$ ,  $z_{2D}$ ). Combinées, elles forment la trajectoire 3D (× rouge) en insert. Projection de cette trajectoire 3D dans l'espace en pixels de la caméra M (× rouge) et trajectoire réellement vue (+ bleu) par cette caméra. En insert, la distance  $d$  en pixels entre la projection et la vraie trajectoire.

À partir de là, le matching des trajectoires 3D peut débuter. Cependant, la figure II.17 (gauche) montre qu'il existe des différences légères en fonction des paires de caméras utilisées pour la reconstruction 3D de la trajectoire, probablement dues à la calibration avec seulement deux plans qui n'est pas des plus parfaites. Or si les traceurs sont vus par les trois caméras, les billes en verre ne le sont que par les caméras B et H et on souhaiterait au maximum que les deux populations vivent

dans le même espace. C'est pourquoi il a été décidé que toutes les trajectoires 3D seraient déterminées uniquement par les caméras B et H, la caméra M ne servant donc plus qu'à différencier traceurs et billes. Pourtant il va arriver que certains traceurs ne soient repérés que par la caméra M et seulement une des deux autres (parce que le tracking a échoué ou qu'il n'a pas été possible de choisir entre deux trajectoires et qu'elles ont donc été exclues toutes les deux par exemple), ce qui entraîne de surcroît une impossibilité de matching entre les caméras B et H. Au lieu de prendre la caméra M pour construire la trajectoire 3D, on va utiliser les interpolants précédents pour former une trajectoire 2D sur la caméra manquante (soit [MB] → H, soit [MH] → B). On pourra donc mimer une trajectoire 3D BH, à partir de trajectoires 3D [MH]H ou B[MB]. Ce procédé n'est valide que si [MH]H et B[MB] sont plus proche de BH que MB et MH. Dans la plupart des situations ce sera le cas, et on peut le vérifier pour une trajectoire sur la figure II.17 (droite). En revanche il est possible que la trajectoire résultante soit un peu plus bruitée. Il est évidemment essentiel que la particule soit détectée suffisamment longtemps sur la caméra M (au moins 90% de la trajectoire, d'où l'intérêt d'avoir une meilleure sensibilité sur cette caméra) pour qu'on puisse la considérer comme un traceur.



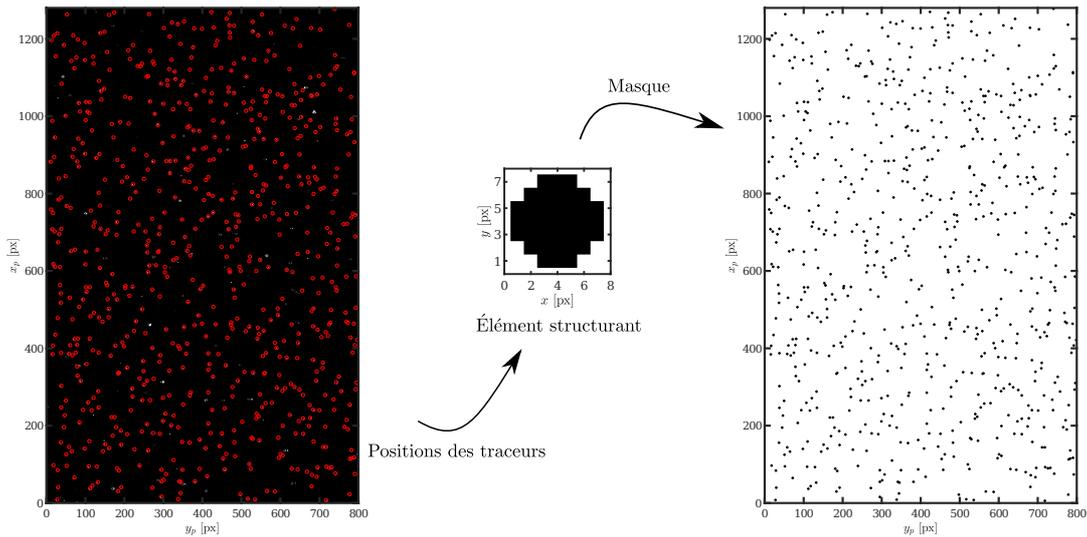
**Figure II.17 – Gauche** : reconstruction d'une trajectoire 3D à partir des trajectoires 2D vues par différentes paires de caméras : BH (bleu), MB (rouge) et MH (vert). **Droite** : distance en mm entre la trajectoire 3D BH et les autres trajectoires 3D (MB et MH). Les deux trajectoires supplémentaires ([MB]B) et ([MH]H) ont été fabriquées comme s'il s'agissait de trajectoires BH mais en utilisant des projections. Par exemple, la notation [MB] signifie que la trajectoire de la caméra H est en fait issue de la projection de la trajectoire 3D MB sur le capteur de la caméra H. De cette façon, l'ensemble des trajectoires 3D proviendront forcément du match entre une trajectoire 2D vue par la caméra B et une trajectoire 2D vue par la caméra H, et ce, même dans le cas où l'une ou l'autre de ces trajectoires serait manquante.

### II. 2.2 ... à celle des billes

#### • Étape n°6 : Élaboration de masques à la position des traceurs

Maintenant que l'on a les trajectoires en 3D des traceurs, il faut déterminer celles des billes en verre. Le premier acte consiste à créer un masque sur chaque image de chaque caméra à la position des traceurs déjà détectés et ce, de manière à obtenir des images libérées du plus de traceurs possible. Cette méthode a été employée avec succès par De Souza et al. [34] en deux dimensions, avec une caméra qui ne voyait que les traceurs et servait à les masquer sur la seconde

caméra qui observait, elle, deux populations de particules. Ils travaillaient en duo, PIV sur les traceurs et PTV sur les particules inertielles, ce qui les amenait à devoir beaucoup ensemercer. Puisqu'ici on travaille en double PTV, il y aura moins de traceurs à l'image et les caractéristiques du masque seront moins critiques. Faire cette opération en 3D change surtout le fait qu'on ne peut plus superposer les images pour connaître la position des traceurs, mais le principe reste équivalent. Pour chaque trajectoire 3D de traceur, on retourne à sa position spatio-temporelle sur les trois caméras (si on ne possède pas sa position sur une des caméras, on peut, comme précédemment, utiliser une interpolation). Plus précisément, on va construire une image remplie de 0, sauf aux pixels entiers les plus proche de ceux des traceurs (position déterminée de façon sous-pixel) qui vaudront 1. Une dilatation à l'aide d'un élément structurant va permettre d'agrandir les zones que l'on veut masquer en leur donnant approximativement la taille des traceurs sur l'image. Il suffit ensuite de prendre le complémentaire de l'image ainsi formée pour obtenir le masque. Un exemple sur une image avec environ 750 traceurs est proposé sur la figure II.18.



**Figure II.18** – Création d'un masque à la position des traceurs à partir d'un élément structurant. Image brute avec les traceurs détectés, marqués par les cercles rouges (gauche), et masque résultant (droite).

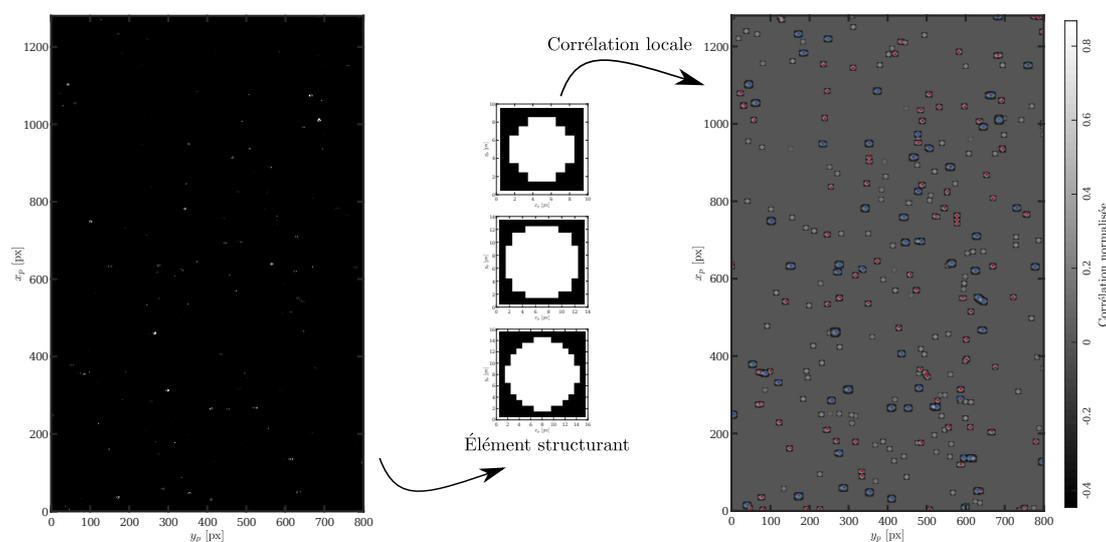
### • Étape n°7 : Détecter les billes en verre

En plus du fait que les images soient remplies de traceurs, la grande difficulté dans la détection des billes en verre réside dans le fait qu'elles diffusent très mal (ou plutôt très aléatoirement d'un point de vue d'une caméra) la lumière. Contrairement aux traceurs, elles ne sont pas faites pour ça, et comme elles sont en verre, laissent passer une bonne partie de la lumière incidente (autrement elles masqueraient les particules derrière elles). Les plus grosses billes (au delà de 500  $\mu\text{m}$ ) n'apparaissent souvent pas entièrement, parfois coupées en deux, parfois à moitié visibles et d'autre fois pas du tout<sup>†</sup>. Elles peuvent être très brillantes en plein milieu de la nappe (saturation complète des capteurs sur 15 pixels de diamètre) et presque invisibles quelques millimètres plus loin. Pire encore, leurs réflexions parasites limitent le nombre de particules que l'on peut mettre à la fois (on restera donc à des fractions volumiques faibles, avec un maximum de 50 billes de [500 – 600]  $\mu\text{m}$  et de 20 de [710 – 800]  $\mu\text{m}$  par image), autrement les images deviennent très bruitées.

Le résultat de l'application du masque précédent sur l'image originelle est trouvable en figure

<sup>†</sup>. Un lecteur motivé pourra zoomer sur la figure II.18 de gauche.

**II.19 (gauche).** Beaucoup de traceurs ont été éliminés, mais on voit qu'il en reste encore, ce qui signifie qu'ils n'ont pas été détectés à la phase précédente. Il arrive aussi que des morceaux de billes soient malencontreusement confondus avec des traceurs et se retrouvent effacés. À partir de la nouvelle image créée, on va appliquer un filtre d'ordre local (extension du filtre médian à d'autre quantile). Cela aura pour effet de lisser, et réparer les billes coupées en deux (c'est du moins ce qu'on espère). Ensuite, on va fabriquer une image des corrélations locales avec un élément structurant dont la taille dépend du diamètre des billes à détecter (voir figure **II.19 (droite)**). En repérant les maximums locaux de corrélation, on peut trouver la position des billes. En fixant un seuil assez bas (typiquement 0.25), on peut espérer détecter des billes même si elles sont peu visibles. En principe, une bille qui traverse la nappe laser verra sa corrélation changer au cours du temps et passer par une valeur suffisamment haute pour qu'on puisse s'assurer qu'il s'agit bien d'une bille. En effet, cette technique va aussi détecter les traceurs restant sur l'image, mais on s'attend à ce que leur corrélation reste plus faible que celle des billes tout le long de leur trajectoire dans la mesure leur taille est inférieure. Une fois que l'on connaît les positions des particules, on va pouvoir aller chercher leurs diamètres, formes et intensités et achever ainsi l'étape de détection qui est bien évidemment faite sur les caméras B et H, mais aussi sur la caméra M (en appliquant également un masque pour détecter de nouveau les traceurs non attribués précédemment).



**Figure II.19** – Détection des billes en verre d'une taille  $[500 - 600]$   $\mu\text{m}$  à partir d'une corrélation locale entre l'image sur laquelle le masque précédent a été appliqué et un élément structurant. La forme de cet élément (au milieu) est choisie en fonction de la taille des billes à détecter : de haut en bas,  $[300 - 400]$   $\mu\text{m}$ ,  $[500 - 600]$   $\mu\text{m}$  et  $[710 - 800]$   $\mu\text{m}$ . Les croix ( $\times$ ) rouges sur l'image de droite marquent les corrélations locales d'au moins 0.25 et les cercles ( $\circ$ ) bleus celles valant au moins 0.5.

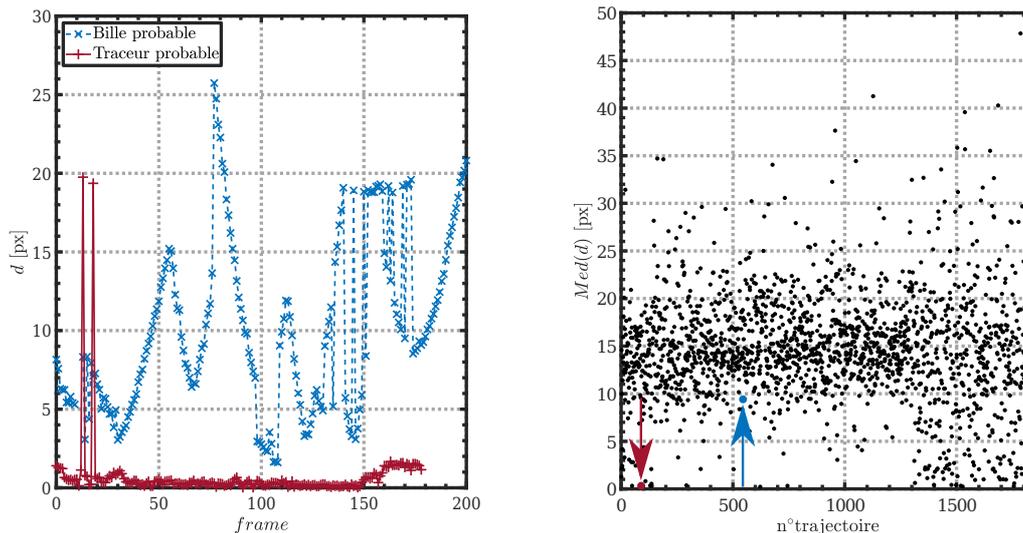
### • Étape n°8 : Tracking, Stitching et Matching des trajectoires 2D des billes en verre

S'en suivent le tracking et le stitching des trajectoires en deux dimensions qui se déroulent exactement de la même manière que pour les traceurs. L'étape est plus facile dans la mesure où la population de particules est moins nombreuse. Les seuils de déplacements autorisés peuvent alors être augmentés car la détection de gros objets est souvent plus bruitée. Une attention particulière sera prise pour le matching et on ne gardera que les cas à trois caméras MHB, et à deux caméras BH qui pourraient être des nouveaux traceurs dans la première situation et les billes pour la deuxième. Par ailleurs, l'utilisation des interpolants pour projeter une trajectoire 3D BH sur la caméra M sera cruciale pour s'assurer qu'il s'agit bien d'une bille (si c'est le cas, alors on ne devrait pas trouver de

trajectoire correspondante sur la caméra M).

• **Étape n°9 : Séparer traceurs et billes**

Le nouveau jeu de trajectoires 3D mélangera nécessairement des traceurs et des billes en verre et on va tenter de les séparer au mieux. Une première séparation est faite en fonction du temps qu'elles sont détectées sur la caméra M. Toutes les trajectoires dont les particules sont trouvées au moins 90% du temps sur la caméra M sont considérées comme des traceurs, celles repérées moins de 35% du temps sont mises dans la catégorie billes pour l'instant, et toutes les autres qui ne satisfont aucun des deux critères sont tout simplement jetées. Pour toutes les trajectoires jugées comme des billes, on va ensuite examiner la moyenne du ratio de leur intensité sur leur surface. Plus une particule est grosse et plus ce ratio diminuera. À cela on peut ajouter un critère sur la corrélation maximale que doit au moins atteindre la trajectoire. Le choix des valeurs de ces critères dépendent de la taille des billes en verre étudiées, et fonctionneront mieux sur les particules de  $[710 - 800] \mu\text{m}$  que celles de  $[300 - 400] \mu\text{m}$ , mais permettront dans tous les cas de sélectionner à nouveau certaines trajectoires et d'en rejeter d'autres. Enfin on peut de nouveau projeter chaque trajectoire 3D sur la caméra M, mais cette fois, au lieu de rechercher des trajectoires, on va directement comparer les projections aux positions détectées sur cette caméra lors de l'étape n°1. Pour chaque trajectoire, on va regarder, au cours du temps, la distance entre sa projection sur la caméra M et le traceur détecté le plus proche sur cette même caméra (qu'il appartienne ou non à une trajectoire). La figure II.20 (gauche) présente un exemple en croix (×) bleues du résultat pour une bille et en plus (+) rouges pour un traceur qui avait été jusqu'à maintenant catégorisé comme une bille. On s'attend à ce qu'une bille soit toujours suffisamment éloignée du traceur le plus proche, avec une distance qui varie au cours du temps et inversement s'il s'agit d'un traceur. On peut condenser ces résultats temporels à travers l'écart type ou la médiane (figure II.20 (droite)) de cette distance pour chaque trajectoire et fixer un seuil ; typiquement 3 ou 5 pixels ; pour la médiane. Seules les trajectoires avec

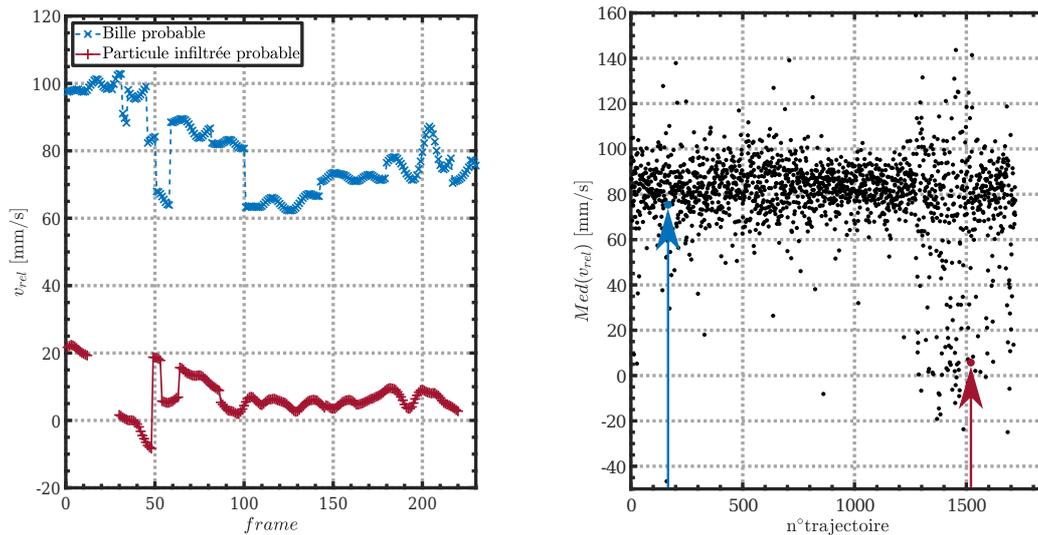


**Figure II.20** – Distance  $d$  en pixels entre la projection d'une trajectoire 3D sur la caméra M et le traceur le plus proche détecté à chaque instant sur celle-ci. En croix (×) bleues, une trajectoire correspondant très certainement à une bille, alors que celle en plus (+) rouges est plus probablement celle d'un traceur infiltré dans les données des billes (gauche). Médiane de cette distance sur la longueur de la trajectoire pour l'entièreté des trajectoires d'un film (droite). Les médianes pour les deux trajectoires de gauche correspondent aux ronds bleu et rouge et sont indiquées par des flèches de la même couleur.

une médiane au dessus de ce seuil seront gardées. La figure II.20 (droite) indique par ailleurs que la médiane moyenne entre une bille et le traceur le plus proche semble se situer autour de 15 pixels, soit environ 1.2 mm. À noter qu'on peut réaliser le travail inverse pour les données de trajectoire de traceurs : on va les projeter sur la caméra M et ne garder que ceux qui restent suffisamment proche d'une détection tout au long de leur trajectoire.

### • Étape n°10 : Nettoyage des trajectoires

À la différence de l'étape précédente qui ne reposait que sur des considérations de détection, cette ultime étape va faire usage de la physique du problème pour continuer de balayer les potentiels traceurs (ou poussières) glissés dans les trajectoires de billes. Tout comme Delnoij et al. [36], on va s'appuyer sur la différence de vitesse verticale qu'il doit exister entre les billes en verre de densité  $\rho_p \approx 2.5$  et les traceurs. Ainsi, pour chaque particule, on calcule sa vitesse relative  $v_{rel} = v_{traceur} - v_{particule}$  par rapport au traceur le plus proche (plus exactement au traceur le plus proche au delà de 1.5 mm pour éviter l'influence du sillage de la particule qui pourrait l'entraîner, et distance maximum est fixé à 6 mm). Puisque les billes en verre ont tendance à tomber plus rapidement que le fluide, on s'attend à obtenir une vitesse relative positive d'autant plus grande que l'est la taille de la particule. Un exemple typique d'évolution de  $v_{rel}$  au cours du temps pour une bille (croix (×) bleues) et une autre particule (plus (+) rouges) est montré en figure II.21 (gauche). On va alors pouvoir fixer un seuil en fonction de la médiane de cette vitesse II.21 (droite). La plupart des particules ont une vitesse relative médiane comprise entre 60 et 100 mm/s. Ce qui est assez logique pour des billes en verre de taille [500 – 600]  $\mu\text{m}$ , dont la vitesse de sédimentation dans de l'eau au repos vaut environ 80 mm/s. Il existe une population de particule dont la vitesse relative médiane est inférieure à 20 mm/s et qui ne correspondent donc probablement pas à des billes. Pour tout le reste, il est difficile de se prononcer, il pourrait par exemple s'agir d'erreur dans le tracking qui ont amené une trajectoire de bille à se transformer en trajectoire de traceur. Cette vitesse rela-



**Figure II.21** – Vitesse relative  $v_{rel}$  entre la particule et le traceur le plus proche (pris à au moins 1.5 mm pour s'affranchir de l'influence du sillage de la bille). En croix (×) bleus, il s'agit vraisemblablement d'une trajectoire de bille, contrairement aux plus (+) rouges qui correspondent plus probablement à un autre type de particule (traceur ou poussière) (gauche). Médiane de cette vitesse relative sur la longueur de la trajectoire, pour l'entièreté des trajectoires d'un film (droite). Les médianes pour les deux particules de gauche correspondent aux ronds bleu et rouge et sont indiquées par des flèches de la même couleur.

tive va aussi dépendre de la distance au plus proche traceur. Le choix du seuil en dessous duquel on décide qu'il ne s'agit plus de billes en verre n'est pas anodin car il va directement biaiser les résultats. Dans l'idéal on préférerait pouvoir se passer de cette dernière étape. Néanmoins comme on le verra au cours du chapitre 5, on n'a pas eu le choix et ce seuil a été fixé à 20 mm/s pour les billes de [500 – 600]  $\mu\text{m}$  et [710 – 800]  $\mu\text{m}$  et à 10 mm/s pour celles de [300 – 400]  $\mu\text{m}$ .

## **II. 2.3 D'une expérience deux phases**

En résumé, une méthode pour distinguer des billes en verre de traceurs dans une nappe laser épaisse d'environ 6 mm a été développée. Elle repose sur l'utilisation de traceurs qui fluorescent en rouge lorsqu'ils sont exposés à une lumière verte intense, créée par un laser par exemple. Trois caméras permettent une reconstruction stéréoscopique en 3D des trajectoires des deux populations de particules. L'une de ces caméras est équipée d'un filtre de couleur et sert de témoin pour discriminer les traceurs et les particules inertielles par la création de masques qui sont ensuite appliquées sur les images des deux autres caméras. La méthode n'est pas tout à fait achevée et fonctionne pour l'instant mieux lorsque les particules inertielles sont plus grosses que les traceurs. Elle constituera néanmoins la source des résultats présentées au chapitre 5.



## Chapitre III

# *Resuspension de particules dans un écoulement tourbillonnaire*

---

---

### III.1 L'écoulement de von Kármán à l'épreuve du temps

L'écoulement de von Kármán, ou plutôt, la classe des écoulements dits de « von Kármán », regroupe l'ensemble des écoulements forcés par la rotation d'un seul disque ou de deux disques coaxiaux. Nommés ainsi en référence à l'ingénieur hongrois Theodore von Kármán qui, en 1921 [143], pose le problème de la mise en mouvement d'un fluide au repos par la rotation d'un disque lisse de rayon infini : « Laminare Reibung an einer rotierenden Scheibe ». Le problème lorsque le fluide est confiné entre deux disques coaxiaux sera introduit 30 ans plus tard, en 1951, par G.K. Batchelor [5]. La définition du problème a principalement amené les théoriciens et numériques à s'y intéresser, laissant le volet expérimental plus en retrait. On retrouve quand même les traces de quelques expériences, à commencer par Schultz-Grunow en 1935 [123] qui s'est intéressé aux frottements de l'air s'exerçant sur un disque en aluminium tournant dans un espace confiné. À l'aide de tubes de Pitot il a notamment pu estimer le champ de vitesse dans l'enceinte et constater sa symétrie de révolution par rapport à l'axe de rotation du disque. Un peu plus de 20 ans après, en 1958, Picha & Eckert [107] auraient comparé les écoulements avec deux disques dans une configuration ouverte ou fermée et mis en évidence un coeur en rotation solide dans le premier cas. Puis 12 ans plus tard, en 1970, Bien & Penner [11] ont mesuré, par vélocimétrie laser-doppler, le profil de vitesse azimutale en fonction de la distance axiale au disque tournant, montrant qu'il décroît linéairement en régime laminaire alors qu'il est presque constant pour un nombre de Reynolds plus élevé. De leur côté, Dijkstra & Van Heijst [38] observent qu'entre deux disques en contra-rotation dans une cuve cylindrique se forme un point de stagnation proche du disque tournant le moins vite et séparant l'écoulement en deux cellules dans le plan méridien.

Mais surtout à partir des années 1990, l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán trouve un écho dans la communauté scientifique française. Partout en France des expériences vont être menées de manière à en apprendre plus sur la physique de l'écoulement. En voici une liste non exhaustive qui montre la diversité des expérimentations mis en oeuvre. Premièrement en 1991 à Paris où Douady et al. [40] utilisent des bulles de taille sous-millimétrique dans un écoulement engendré par deux disques lisses en contrarotation pour visualiser les zones de très basses pression, ce qui leur a permis d'observer l'apparition de filaments de vorticité. Dans de l'hélium gazeux à 5 K, Zocchi et al. [156] explorent sur une large plage de nombre de Reynolds (presque trois

décades) comment évolue le taux de dissipation. Cadot et al. [16] comparent l'injection et la dissipation d'énergie dans un écoulement engendré par des disques lisses et des disques munis de pâles. Pour un forçage visqueux (disques lisses) ces deux quantités sont fonction du nombre de Reynolds dû au fait que la dissipation domine dans les couches limites. Pour un forçage inertiel (disques avec pâles), l'injection et la dissipation sont bien plus importantes et surtout indépendantes du nombre de Reynolds. À Lyon cette fois, dans un écoulement en corotation d'air non confiné, Labbé et al. [77] exposent la présence d'un vortex précessant entre les deux disques. Des mesures à vitesse de rotation constante mettent en évidence des fluctuations de puissances injectées non gaussiennes et biaisées vers les faibles valeurs, de même pour les fluctuations de pression [76]. En positionnant des capteurs de pression sur le bord avant d'une pôle et sur le bord arrière de la pôle suivante, Aumaître et al. [3] montrent l'existence de corrélations à grande échelle dans le champ de pression au niveau de la zone de forçage. Mais également au Havre où Titon & Cadot [131] se posent la question de l'influence du forçage, à vitesse constante ou à couple constant, sur les fluctuations de puissance injectée. Il s'avère qu'elles sont presque deux fois plus importantes lorsque la vitesse est fixée dans la mesure où le contrôle s'ajuste en temps réel aux fluctuations turbulentes. Parallèlement à Marseille et à Orsay, Schouveiler et al. [122] et Gauthier et al. [50] se placent dans un rapport d'aspect très étroit et s'intéressent aux instabilités qui apparaissent entre un disque au repos et un disque tournant. Ils observent alors un régime d'ondes circulaires et des réseaux de spirales se formant successivement très proche du disque fixe et qu'ils interprètent comme résultants d'instabilités de couche limite. Toujours dans un très faible rapport d'aspect, mais cette fois avec deux disques en contrarotation, Moisy et al. [92] voient apparaître un nouveau motif lié à une instabilité de cisaillement : un réseau polygonal de tourbillons entourés de bras spiraux. Cette intensive utilisation de l'écoulement de von Kármán un peu partout en France (principalement dans sa version avec deux disques), lui a même valu le nom de « machine à laver française » †.

L'ensemble des travaux présentés jusqu'ici est purement hydrodynamique, c'est-à-dire qu'ils s'attachaient avant tout sur l'écoulement en lui-même, ou alors sur les propriétés de la turbulence. Pour autant l'écoulement de von Kármán a aussi été utilisé pour d'autres types d'expériences. L'expérience VKS (« Von Kármán Sodium ») a pu montrer la possibilité pour un écoulement turbulent de sodium liquide de générer un champ magnétique par effet dynamo (Monchaux et al. [93]) et que ce champ magnétique, lorsque les deux disques sont pilotés à des fréquences différentes, peut subir des renversements aléatoires (Berhanu et al. [9]), d'où le parallèle fait avec l'inversion des pôles magnétiques sur Terre au cours de son histoire. Et évidemment, dans un domaine plus proche des études proposées dans ce manuscrit, ont débuté des mesures lagrangiennes, à commencer par Mordant et al. [95] en 2001 qui ont développé un suivi de particules par ultrasons ou encore La Porta et al. [75] qui, en utilisant des trajectographes au silicium similaires à ceux utilisés dans des collisionneurs électron-positron, ont pu mesurer des distributions d'accélération. Plus récemment des dispositifs inspirés du von Kármán ont vu le jour. On peut par exemple citer le LEM (« The Lagrangian Exploration Module ») [155], un icosaèdre équipé de douze turbines propulsées par des moteurs de 120W, permettant d'obtenir une turbulence presque homogène et isotrope avec un écoulement moyen minimal dans la zone centrale, et qui, comme son nom le laisse supposer, a été mis sur pièces dans le but d'étudier le comportement de particules dans un tel environnement. On peut également parler du dispositif utilisé par Pereira et al. [104], composé d'un canal annulaire rempli de Galinstan et surmonté de part et d'autre par deux disques rotatifs équipés de 16 aimants au néodyme espacés régulièrement et disposés de telle manière que deux aimants adjacents soient orientés avec une polarité opposée. La mise en rotation des disques génère un champ magnétique périodique se déplaçant à la même vitesse que ces derniers et entraînant par force de Lorentz (et donc sans aucun contact direct) le métal liquide. C'est ainsi que le von Kármán est encore et toujours utilisé, se recyclant jour après jour dans de nouvelles expériences et sous de nouvelles formes.

---

†. A-t-il seulement déjà servi dans cette optique ?

---

Même après plus de **100 ans** de service (1921-), il ne semble pas prêt à prendre sa retraite.

Cette courte revue historique de certaines des avancées expérimentales ne se veut pas exhaustive et peut être complétée par celle de P.J. Zandbergen & D. Dijkstra [150] portant le nom assez explicite de « von Kármán swirling flows » et reprenant beaucoup d'articles pré-1987, et par les études bibliographiques de Louis Marié et Florent Ravelet dans leurs thèses respectives [85] [113].

## III.2 VKGB : une expérience de grosses billes

### III. 2.1 Objectifs

Les expériences qui ont été menées au cours de cette thèse s'inscrivent dans une forme de suite de l'ensemble des travaux précédemment cités mais surtout de ceux réalisés par Jérémy Vessaire [140] sur la suspension de fractions volumiques importantes de particules en verre de tailles inférieures au millimètre et de densité 2.5 dans un écoulement de von Kármán vertical à un seul disque. Il s'agit en effet de voir comment des billes encore plus légères, en polyamide ( $\rho_p \approx 1.14$ ) et en polyacétal ( $\rho_p \approx 1.41$ ), mais dont le diamètre dépasse plusieurs millimètres, évoluent dans ce même environnement †. Ces billes avaient déjà fait l'objet d'études précédentes par Robert Zimmermann [154] et Nathanaël Machicoane [80] sur des effets d'exploration préférentielle dans un écoulement de von Kármán à deux disques orienté horizontalement. En effet les plus grosses billes avaient une probabilité plus importante de se trouver près d'un des disques, mais pouvaient quand même sauter d'un disque à l'autre. Une modélisation par des particules ponctuelles piégées dans un double puits de potentiel et soumises à un bruit exponentiellement corrélé avait été proposée. En plaçant le dispositif verticalement et en enlevant un disque, on met en compétition la gravité et le piégeage par le disque. L'objectif est donc de s'intéresser à la façon dont des billes modérément plus denses que l'eau explorent cet écoulement engendré par un unique disque. En revanche il n'y a pas vocation à s'attarder sur les statistiques lagrangiennes, déjà traitées dans la configuration à deux disques.

### III. 2.2 Un écoulement de von Kármán vertical à un seul disque

Le montage expérimental déployé au cours de cette thèse fait donc partie de la longue liste des écoulements de von Kármán. Mis en mouvement par la rotation d'un seul disque piloté à vitesse constante, le fluide (de l'eau en l'occurrence) est contenu dans une boîte parallélépipédique en polyméthacrylate de méthyle de hauteur 24 cm et de section carrée 15 cm (rapport d'aspect  $L_c/H_c = 0.625$ ). Le disque est situé au sommet de la cuve, il n'est pas exactement collé au bord supérieur de telle manière que la distance entre bas de la boîte et le disque est d'environ  $H = 22$  cm. De même le rayon du disque étant de  $R = 7.12$  cm, il y a un espacement supplémentaire entre le bord du disque et la cuve, qui offre notamment la désagréable possibilité à des particules d'un diamètre de 10 mm de s'y bloquer. Enfin le disque est équipé de 8 pâles droites d'une hauteur de 0.7 cm, d'une épaisseur de 0.5 cm et d'une longueur de 5.6 cm (photo III.1 (b)). Ces pâles assurent un forçage inertiel, bien plus efficace pour brasser le fluide. Le tableau III.1 ci-dessous reprend  $\eta$  l'échelle de Kolmogorov,  $L$  l'échelle intégrale,  $\tau_\eta$  le temps de Kolmogorov,  $T_L$  le temps intégral,  $\langle \epsilon \rangle$  le taux de dissipation moyen d'énergie par unité de masse et  $Re$  le nombre de Reynolds défini par l'expression  $Re = 2\pi\Omega R^2/\nu$ , pour des fréquences de rotation  $\Omega$  utilisées. Aucune mesure fluide n'ayant été réalisée, ces données sont issues de la thèse de Jérémy Vessaire [140] qui a utilisé le même dispositif. Une autre définition du nombre de Reynolds aurait pu être  $Re = 2\pi\Omega N_b h_b R/\nu$  où  $N_b$  correspond au nombre de pâles et  $h_b$  leur hauteur. L'avantage de cette définition est qu'elle met bien en avant le fait que le forçage est dû aux mouvements des pâles qui poussent le fluide. Dans

---

†. Puisque ces expériences mettent en scène des grosses billes dans un écoulement de von Kármán, elle a été nommée « VKGB » pour « Von Kármán Grosses Billes »

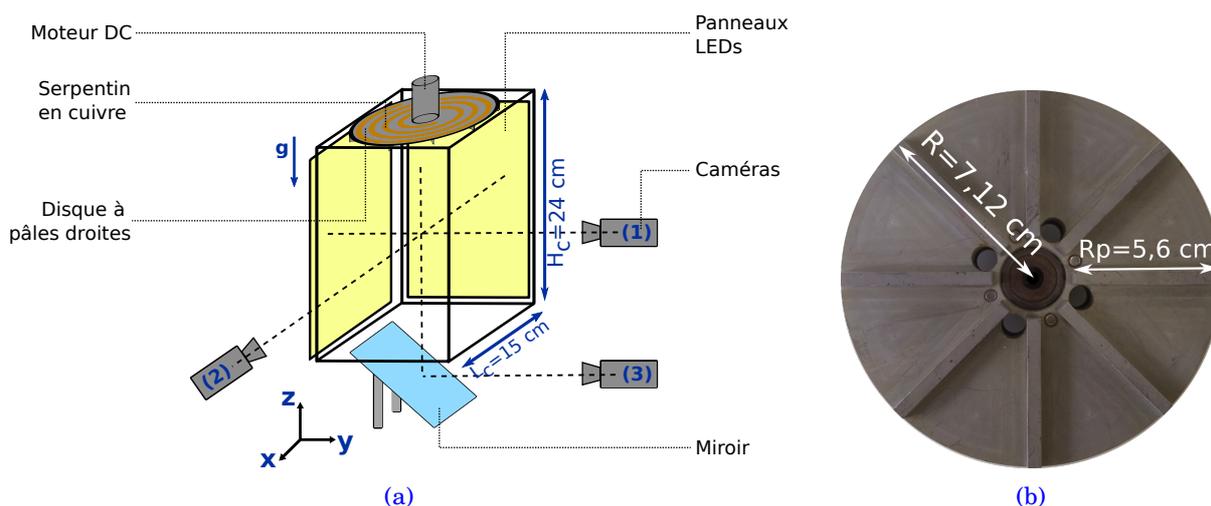
### III.2 VKGB : une expérience de grosses billes

notre cas,  $N_b h_b = 5.6 \approx 0.79R$ , ce qui revient quasiment au même. On se contentera donc de la première définition.

$\Omega$ [Hz]	$\bar{u}'$ [cm/s]	$\bar{u}_z$ [cm/s]	$\eta$ [ $\mu\text{m}$ ]	$L$ [cm]	$\tau_\eta$ [ms]	$T_L$ [s]	$Re$	$\langle \epsilon \rangle$ [ $\text{m}^2/\text{s}^3$ ]
2	8.6	10	56	0.64	3.1	0.50	$0.7 \cdot 10^5$	0.1
4	14.4	21	36	0.50	1.3	0.25	$1.3 \cdot 10^5$	0.6
6	21.9	32	27	0.53	0.7	0.17	$2.0 \cdot 10^5$	2.0

**Tableau III.1** – Caractéristiques de l'écoulement d'eau dans la gamme employée, issues de [140] et mesurée par vélocimétrie laser-doppler à mi-hauteur;  $\bar{u}'$  et  $\bar{u}_z$  sont les valeurs typiques des fluctuations de vitesse et de la vitesse verticale;  $L = \bar{u}'^3 / \langle \epsilon \rangle$  est l'échelle intégrale;  $T_L = 1/\Omega$ , le temps intégral;  $\tau_\eta = \sqrt{\nu / \langle \epsilon \rangle}$ , le temps de Kolmogorov et  $\langle \epsilon \rangle$  le taux d'injection d'énergie (égal au taux de dissipation en régime stationnaire) déterminé à partir de la consommation électrique du moteur.

Le dispositif est complété par une culasse qui maintient le moteur DC du disque, elle-même composée d'un serpentin en cuivre couvrant le sommet de la cuve dans lequel de l'eau ou du liquide de refroidissement peut circuler pour la maintenir à une température fixée de 20°C pendant les expériences. Bien qu'aucune mesure ne soit effectuée en temps réel, des expériences précédentes ont pu montrer que la forte turbulence du système homogénéise correctement la température dans l'ensemble de la boîte. Il ne s'agit de toute façon pas d'un paramètre critique ici. L'autre utilité de ce serpentin est de pouvoir faire monter la température (typiquement à 40°C) de façon à être en mesure d'éliminer les bulles de gaz présent dans l'eau. C'est pour cette raison qu'une pompe, un filtre et un vase d'expansion ont été ajoutés.



**Figure III.1** – (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Photo du disque assurant un forçage inertiel.

Afin de capturer les déplacements des particules, des caméras rapides ont été positionnées orthogonalement les unes par rapport aux autres. Deux ensembles de caméras ont été utilisés. Dans le premier, trois Phantom V12 sont disposés selon les trois axes de la cuve tel décrit par la figure III.1 (a). Dans le second, ce sont deux Phantom V10 qui sont mises à contribution (la caméra

visualisant le plan  $(x, y)$  est supprimée). Sur les deux dernières faces libres, on installe deux panneaux de LEDs de façon à ce que les billes apparaissent comme des ombres sur les capteurs des caméras. Les particules étant des grosses billes sphériques, leurs ombres peuvent être détectées à l'aide d'une transformée de Hough circulaire. Une calibration basée sur la méthode décrite au chapitre précédent permet ensuite de convertir les positions en pixels en position dans le référentiel du laboratoire, puis un matching des rayons issus des différentes caméras donne les positions des particules dans le monde réel. Une des particularités de ce montage est de pouvoir suivre les particules dans l'ensemble de la boîte, à l'exception de la zone au dessus du disque que seules les plus petites particules pourront visiter. De plus, les reflets des billes dans les parois rendent le matching proche des bords plus compliqué.

### III. 2.3 Particules de grandes tailles

L'étude s'articule autour de trois expériences mises en place avec des particules de deux densités différentes, à des fréquences de rotation du disque croissantes et en variant le nombre de billes. La première expérience est réalisée avec des particules en polyamide (abrégée PM par la suite) de densité  $\rho_{PM} \approx 1.14$  : quinze billes de diamètre  $d_p = 3$  mm, six de 6 mm, cinq de 10 mm, deux de 15 mm et une de 18 mm, à des fréquences de rotation de [1.5, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0] Hz. La seconde est menée avec des particules en polyacétal (PC par la suite) de densité  $\rho_{PC} \approx 1.41$  : vingt billes de diamètres  $d_p = 2$  mm, six de 6 mm, six de 10 mm et deux de 18 mm, à des fréquences de rotation de [2.5, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0] Hz. Pour ces deux premières expériences, ce sont les trois Phantom V12 cadencées à 1, 500 et 3500 fps (« frame per second ») pour prendre respectivement 1 (8300 images), 20 et 20 films, qui ont été utilisées. À l'origine les films faits à 3500 fps devaient servir à extraire l'accélération mais le trop faible nombre de billes ne permettait pas d'obtenir suffisamment de données. Ils ont donc simplement été utilisés, avec les films à 500 fps, afin d'extraire la vitesse. Les films à 1 fps ont eux servi pour acquérir des informations de positions pour en savoir plus sur l'exploration des billes dans la boîte à partir d'un grand nombre d'images décorréelées. Cependant, après analyse des données, un plus grand nombre de films aurait été bénéfique afin d'affiner certains résultats, notamment à cause du fait que les particules n'explorent pas la boîte de manière homogène et donc que certaines zones sont fortement délaissées. Enfin la troisième et dernière expérience reprend une particule en polyamide de chaque taille, [3, 6, 10, 15, 18] mm, à des fréquences de rotation du disque de [3.3, 3.7, 4.3, 4.7, 6.0] Hz et dont le but était d'une part, de compléter les distributions de positions et d'autre part, de s'intéresser à la dynamique temporelle des billes. Et pour cela, 30 films de 5600 images à 50 fps pour chaque fréquence de rotation ont été acquis grâce aux deux Phantom V10 (deux caméras étaient suffisantes cette fois puisque uniquement 5 particules étaient présentes dans la boîte en même temps). Bien qu'à 50 fps, les positions des particules ne sont pas décorréelées d'une image sur l'autre, le nombre et la longueur des trajectoires permet de supposer qu'on obtient des distributions de position représentatives de l'exploration de la boîte par les billes.

La taille de ces particules et les fréquences de rotation en jeu les placent en dehors de la gamme d'échelle inertielle pour les plus grosses :  $\eta \ll r \ll L < d_p$  (cf. tableau III.2 ci-dessous). Seules les plus petites ont un diamètre inférieur à l'échelle intégrale, on s'attend donc à une réponse à la turbulence différente en comparaison des particules de taille  $d_p < 50\eta$  plus classiquement utilisées dans les études des couplages entre particules inertielles et turbulence. De même pour leur temps de réponse  $\tau_p = \frac{2}{\beta} \frac{d_p}{C_d|u-v|}$ , défini ici à partir du coefficient de traînée calculée par l'approximation de Brown & Lawler [14] :  $C_{dBL} = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.150Re_p^{0.681}) + \frac{0.407}{1+8710Re_p^{-1}}$  où  $Re_p = \frac{|u-v|d_p}{\nu}$ . Cette approximation est valide pour  $Re_p < 2.10^5$ , mais le nombre de Reynolds particulaire  $Re_p$  est difficile à déterminer dans la mesure où l'on n'a pas accès à la vitesse de glissement  $|u - v|$ . Pour simplifier on prendra cette dernière égale à la vitesse de sédimentation  $v_s$  (glissement vertical dans un fluide au repos) afin d'obtenir quand même une idée du temps de réponse  $\tau_p$  des billes. Cela donne

### III.2 VKGB : une expérience de grosses billes

donc finalement des temps  $\tau_p$  compris entre 0.06 et 0.44 s. Ce qui signifie qu'ils sont du même ordre de grandeur (voire supérieurs) au temps intégral  $T_L$ . Autrement dit, les billes n'ont jamais vraiment le temps de relaxer vers la dynamique de l'écoulement, même aux plus grandes échelles. Ces particules peuvent donc en l'occurrence aisément traverser les structures de la turbulence. Voire, au delà d'une certaine fréquence de rotation du disque, elles peineront de plus en plus à suivre l'écoulement moyen et seront projetées contre les parois de la cuve.

Type	$d_p$ [mm]	$d_p/\eta$	$d_p/L$	$St_L = \tau_p/T_L$	$v_s$ [cm/s]	$Re_p$	$v_s$ [cm/s]	$v_s$ [cm/s]
					Mesurée		Brown & Lawler	Cheng
PM	3	50 – 110	0.47	0.21 – 0.62	9	270	8.89	9.00
PM	6	100 – 230	0.94	0.39 – 1.16	14	840	14.41	15.40
PM	10	180 – 380	1.56	0.65 – 1.95	16	1600	19.59	20.93
PM	15	270 – 560	2.34	0.84 – 2.51	20	3000	24.57	25.81
PM	18	320 – 670	2.81	0.88 – 2.64	23	4140	27.12	28.20
PC	2	40 – 80	0.31	0.12 – 0.35	12	240	12.26	12.34
PC	6	100 – 230	0.94	0.30 – 0.89	24	1440	25.64	27.50
PC	10	180 – 380	1.56	0.43 – 1.30	30	3000	34.25	36.07
PC	18	320 – 670	2.81	0.64 – 1.93	36	6480	46.82	47.77

**Tableau III.2** – Échelles caractéristiques et vitesses de sédimentation des particules. Le nombre de Reynolds particulaire a été défini à partir de la vitesse de chute  $v_s$  mesurée :  $Re_p = v_s d_p / \nu$ .

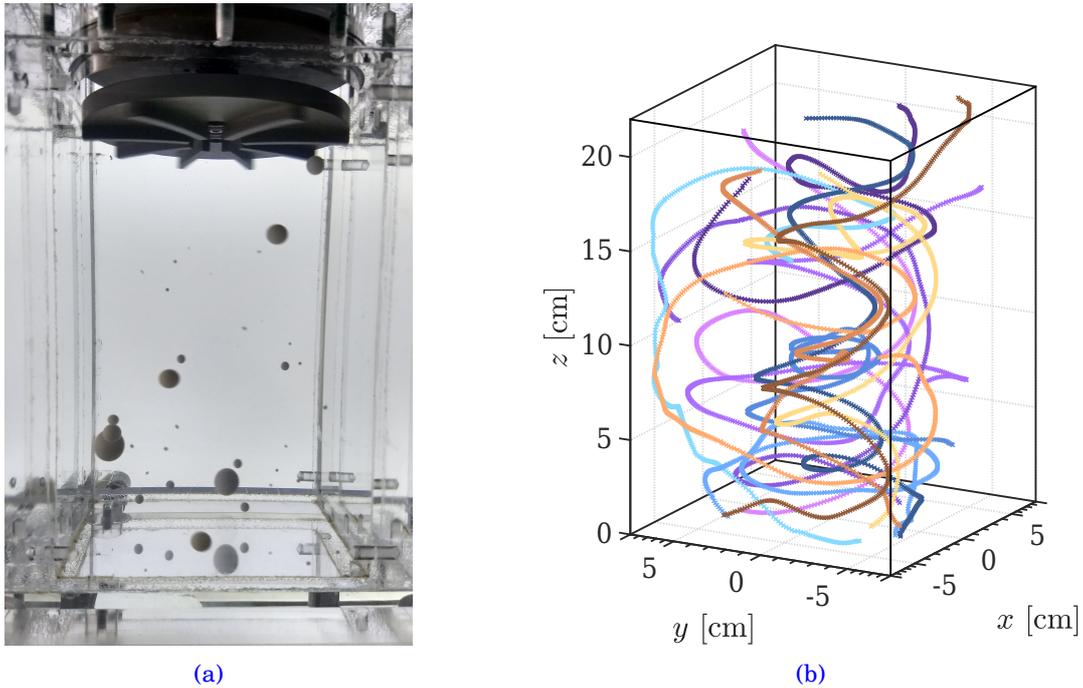
Le tableau III.2 présente également les vitesses moyennes terminales de sédimentation des particules dans de l'eau au repos. Elles ont été mesurées à l'aide d'un protocole très simple : on laisse tomber successivement une trentaine de billes sur une hauteur de 50 cm (dans une cuve de surface 30x30 cm<sup>2</sup>) et on mesure le temps moyen pour qu'elles atteignent le fond. Aucun dispositif optique n'a été utilisé ici, ce ne sont pas des mesures très précises, mais plutôt des valeurs indicatives. Les vitesses sont néanmoins correctement ordonnées, notamment le fait qu'une particule en polyacétal de 6 mm de diamètre tombe légèrement plus vite qu'une particule de 18 mm en polyamide. Ces résultats sont comparés à ceux issus de deux formules empiriques trouvables dans la littérature. La première de Brown & Lawler [14], valable pour  $Re_p < 2.10^5$  :

$$v_s = \left( \frac{(\rho_p - \rho)}{\rho} g \nu \right)^{1/3} \left[ \left( \frac{18}{d_*^2} \right)^{0.898 \left( \frac{0.936 d_* + 1}{d_* + 1} \right)} + \left( \frac{0.317}{d_*} \right)^{0.449} \right]^{-1.114} \quad (\text{III.1})$$

Et la seconde de Cheng [26], valable quelque soit le  $Re_p$  dans la région sous-critique :

$$v_s = \left( \frac{(\rho_p - \rho)}{\rho} g \nu \right)^{1/3} \sqrt{\frac{4d_*}{3}} \left[ \frac{432}{d_*^3} (1 + 0.022d_*^3)^{0.54} + 0.47 (1 - e^{-0.15d_*^{0.45}}) \right]^{-1/2} \quad (\text{III.2})$$

où  $d_* = \left( \frac{\rho_p - \rho}{\rho} \frac{g}{\nu^2} \right)^{1/3} d_p$  est le diamètre adimensionné. On constate alors que les valeurs se situent à moins de 10% pour les deux plus petits diamètres de chaque type de particules. L'écart s'accroît et passe à environ 20% pour les tailles 10 et 15 mm. Seule la bille de 18 mm en polyacétal montre une différence importante :  $v_{s,mesurée} \approx 36$  cm/s, contre  $v_{s,BL} = 46.82$  cm/s. À chaque fois la valeur mesurée est inférieure à celle prédite, et l'écart s'empire lorsque la vitesse de chute augmente. Au moins deux explications peuvent être avancées. D'abord, on peut noter que les temps de réponse des billes sont relativement longs, de sorte que, par exemple, la bille de 18 mm parcourt une distance  $\tau_p \cdot v_s \approx 12$  cm avant d'atteindre sa vitesse terminale. Les mesures faites sont donc biaisées vers des valeurs plus faibles. Ensuite, toutes ces particules possèdent un nombre de Galilée  $Ga = v_g d_p / \nu$ , avec  $v_g = (|\rho_p / \rho_f - 1| g d_p)^{1/2}$ , très grand :  $Ga \sim 0.65 - 0.75 Re_p$  pour ces billes. Pour cette gamme de nombre de Galilée ( $Ga > 250$ ), la chute des particules devient chaotique (voir par exemple Uhlmann & Doychev [135]). Expérimentalement, il arrivait donc que les plus grosses particules s'approchent des parois, ralentissant probablement légèrement leur chute. Il est donc finalement peu étonnant de mesurer des valeurs inférieures à celles réelles. À noter cependant qu'aucune des deux formules ne prédit que les billes de 18 mm en polyamide tombent plus lentement que celles de 6 mm en polyacétal.



**Figure III.2** – (a) Billes en polyacétal de différentes tailles dans un écoulement de von Kármán vertical à un disque. Les particules les plus claires en bas correspondent en fait à des reflets sur les parois. (b) Quelques trajectoires de billes en polyamide de diamètre 3 mm dans l'écoulement à une fréquence de rotation  $\Omega = 5.0$  Hz.

### III.3 Considérations globales

#### III. 3.1 Obtention des champs de vitesse et des distributions de positions

##### • Champs de vitesse

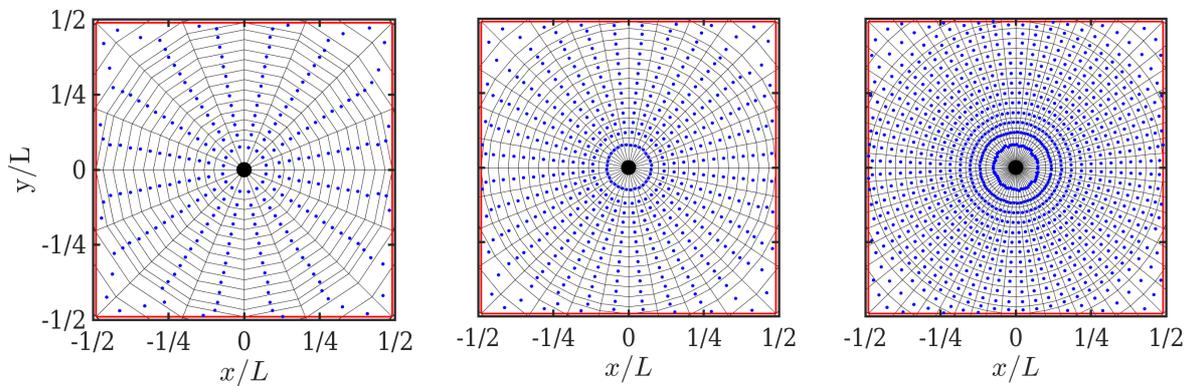
À l'issue du suivi lagrangien de particules (LPT : « Lagrangian Particle Tracking »), on obtient des trajectoires plus ou moins longues de billes, c'est-à-dire des séries de points dans l'espace 3D

### III.3 Considérations globales

décrivant l'évolution de leurs positions  $\vec{X}_p(t)$  en fonction du temps. Certaines de ces trajectoires ont été représentées en figure III.2 (b). Afin d'obtenir des quantités eulériennes moyennées, on découpe l'espace en petites boîtes, la vitesse dans une de ces boîtes à un instant  $t$  est alors donnée par la vitesse de la ou des particules la traversant à cet instant (conditionnée au type de particule). Si de plus on oublie les non stationnarités, l'obtention de la vitesse moyenne se fait en moyennant les vitesses de toutes les particules traversant la maille à tous les instants, ce qui revient à faire une moyenne d'ensemble. Le forçage ayant une symétrie de rotation statistique, on fait le choix de se placer dans le système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  avec pour référence  $(r = 0, z = 0)$ , le centre bas de la cuve. Pour améliorer la statistique, on va exploiter les symétries du système : à priori, une symétrie C4 est robustement imposée par la forme carrée de la cuve, l'invariance par rotation du forçage nous invite à considérer une axisymétrie loin des parois. En pratique on sera forcé d'intégrer selon la composante azimutale  $\theta$  à cause du faible nombre de trajectoires en partie dû aux inhomogénéités d'exploration des billes. Mais on réserve cette discussion pour la section suivante. La cuve est donc morcelée en mailles (ou « bins ») cylindriques de taille  $\Delta r * \Delta \theta * \Delta z$  ou axisymétriques  $\Delta r * 2\pi * \Delta z$ . Comme les billes sont de tailles millimétriques, le volume effectif qu'elles occupent n'est pas le volume disponible :  $V_{ol,eff} = (L_c - d_p)^2 \cdot (H_c - d_p)$  et dépend donc de la taille de la particule considérée. Pour la verticale, on prendra  $z_{min} = 3$  mm,  $z_{max} = 213$  mm et un espacement entre les bins  $\Delta z = 7$  mm. Pour la coordonnée azimutale, trois écarts  $\Delta \theta$  seront utilisés en fonction du nombre de mailles voulues : 16 ( $\Delta \theta = \pi/16$  rad), 32 ( $\Delta \theta = \pi/32$  rad) ou 64 ( $\Delta \theta = \pi/64$  rad). Enfin radialement, l'écart  $\Delta r$  ne sera pas maintenu constant car les billes explorent mal le centre et que, en fonction de sa taille, une bille peut plus ou moins s'approcher des parois. Les bords des bins sont donc les suivantes en fonction de la taille des particules :

- $r_{bin} = [0, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 74, 80, 90, 104.5]$  mm pour  $d_p 2$
- $r_{bin} = [0, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 73.5, 80, 90, 104]$  mm pour  $d_p 3$
- $r_{bin} = [0, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 72, 80, 90, 102]$  mm pour  $d_p 6$
- $r_{bin} = [0, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 77, 87, 99]$  mm pour  $d_p 10$
- $r_{bin} = [0, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 67, 74, 84, 95.5]$  mm pour  $d_p 15$
- $r_{bin} = [0, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 64, 71, 80, 93.5]$  mm pour  $d_p 18$

Différents maillages dans le plan  $(x, y)$  sont représentés en figure III.3, ce qui permet de se rendre compte que toutes les mailles n'ont pas la même taille (en général elles grossissent quand  $r$  augmente).



**Figure III.3** – Trois maillages dans le plan  $(x, y)$  ; de gauche à droite : 16, 32, 64 bins dans la direction azimutale. Le cadre noir correspond aux parois de la boîte tandis que celui en rouge délimite la surface accessible par le centre d'une bille de 3 mm. En bleus figurent les moyennes selon la verticale des centres des trajectoires traversants les bins. Outre les variations locales, on constate que dans les coins, la coordonnée azimutale réelle du centre des bins est changée.

À présent, il convient de savoir comment la moyenne dans chaque bin doit être calculée. La vitesse moyenne d'une particule  $\overline{\vec{V}}_p(\Delta t)$  dans une maille est déterminée par un ajustement linéaire aux moindres carrés des positions successives de celle-ci :  $\Delta \overline{X}_p(t) = \overline{\vec{V}}_p(t) \Delta t$ . Le faible nombre de billes aurait pu laisser penser que la vitesse moyenne dans une bin aurait été correctement donnée par  $\langle \vec{u} \rangle(r, \theta, z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overline{\vec{V}}_{pi}$ , c'est-à-dire une simple moyenne des vitesses moyennes des trajectoires. Mais un problème similaire à ce qu'on trouve en vélocimétrie laser-doppler apparaît lorsqu'on utilise cette formule avec les mailles axisymétriques : on se retrouve à surestimer (en valeur absolue) la vitesse dû au fait que pour un même temps, il passe plus de particules rapides que de particules lentes. Afin de corriger ce problème, on applique une pondération par le temps  $\Delta t_i$  que reste une particule dans la bin, ce qui donne finalement :

$$\langle \vec{u} \rangle(r, \theta, z) = \frac{\sum_{i=1}^N \overline{\vec{V}}_{pi} \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i} \quad (\text{III.3})$$

### • Distributions des positions

Le processus d'obtention des distributions de positions est très similaire si ce n'est qu'on se contentera d'une vision axisymétrique parce qu'on n'a pas suffisamment de points pour s'intéresser au problème en trois dimensions mais aussi pour simplifier l'analyse. Le choix de la taille des mailles est moins critique ici puisqu'on n'a plus à se soucier de devoir résoudre les structures de l'écoulement moyen. Il est important de noter que la validité des distributions repose sur l'hypothèse que la détection des particules est similaire dans tout le volume, c'est-à-dire que des billes ne sont pas plus masquées à certains endroits qu'à d'autres. Par exemple, cela n'est pas vérifié dans les 5 premiers millimètres en bas de la cuve où les reflets ont demandé un traitement plus strict de l'information. Afin de quantifier la répartition des billes dans la boîte, on s'appuie sur les fonctions de densité de probabilité définies par :

$$\int_0^{\sqrt{2}L/2} \int_0^{2\pi} \int_0^H \Pi(r, \theta, z) r dr d\theta dz = 1 \quad (\text{III.4})$$

où  $\Pi(r, \theta, z) r dr d\theta dz$  représente la probabilité de trouver une particule dans un volume  $r dr d\theta dz$  à la position  $(r, \theta, z)$ . En intégrant par axisymétrie sur la coordonnée azimutale  $\theta$ , cela revient à calculer en 2D :

$$\langle \Pi \rangle_\theta(r, z) = \frac{\langle n \rangle_\theta(r, z)}{V_{bin} N_{tot}} \quad (\text{III.5})$$

avec  $\langle n \rangle_\theta(r, z)$  le nombre de points trouvés dans la maille axisymétrique  $m(r, z)$ ,  $N_{tot}$  le nombre total de points, et  $V_{bin}$  le volume de la maille. Lorsqu'on ne se situe pas dans les coins, la maille est un anneau de volume  $V_{bin} = 2\pi r \Delta r \Delta z$ , dans les coins, la maille est constituée de quatre morceaux d'anneau dont le volume est approximé à l'aide d'une méthode de Monte-Carlo.

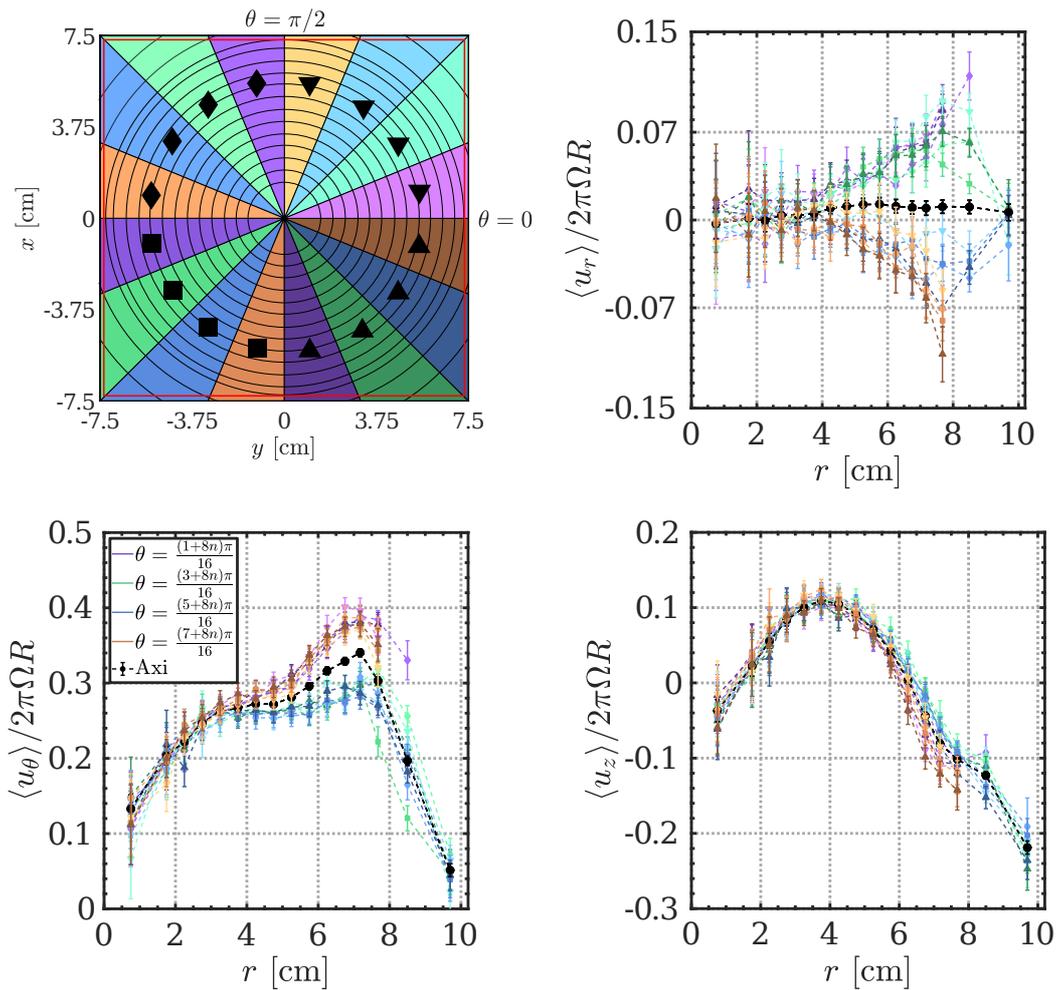
## III. 3.2 Morphologie de l'écoulement moyen

Puisqu'aucun traceur n'a été placé dans l'écoulement, on utilisera les statistiques conditionnées aux particules de 3 mm en polyamide pour connaître la morphologie de l'écoulement moyen. Machicoane et al. [83] ont constaté que des billes isodenses de diamètres compris en 6 et 24 mm possédaient toute la même vitesse moyenne, ce qui suggère qu'elles peuvent permettre d'obtenir l'écoulement moyen. Certes ici elles sont plus denses que l'eau ( $\rho_{PM} \approx 1.14$ ), mais on peut espérer qu'elles seront suffisantes pour déterminer correctement la morphologie de l'écoulement moyen. La

différence la plus importante va apparaître pour la composante verticale  $u_z$  à cause de la vitesse de sédimentation non nulle, on se placera donc logiquement à la fréquence de rotation la plus grande  $\Omega = 5 \text{ Hz}$  pour minimiser cet effet :  $\sqrt{\overline{u}^2 + \overline{u}_z^2} \approx 3.5v_s(d_p3)$ .

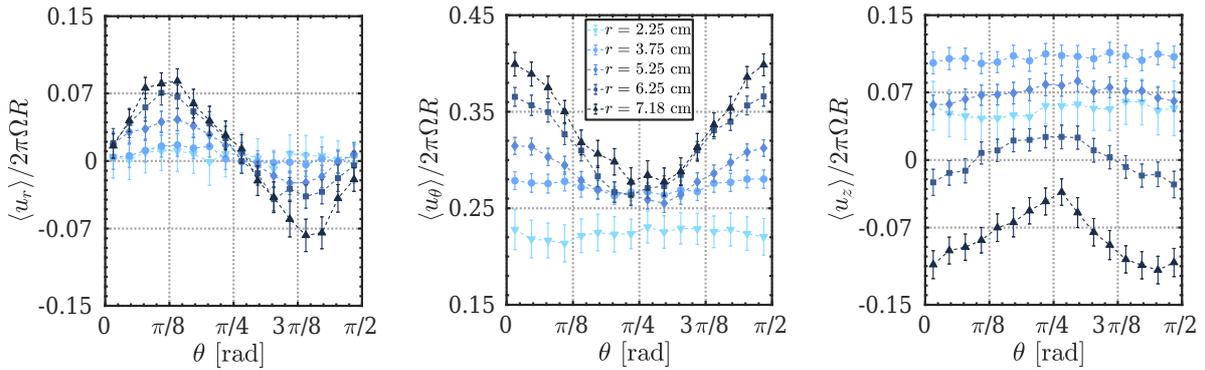
#### • Symétries de l'écoulement

Comme dit précédemment, on s'attend à un écoulement à symétrie C4. C'est pourquoi sur la figure III.4 qui montre les trois composantes de la vitesse à mi-hauteur, on a représenté les angles séparés de  $\pi/2$  de la même couleur. Pour plus de clarté, le maillage avec le code couleur et les symboles a également été ajouté. En divisant le cercle en 16 parties égales, cela donne quatre couleurs : le violet pour les angles du premier quart de chaque quart de cuve ( $[0 - \pi/8]$ ,  $[4\pi/8 - 5\pi/8]$ ,  $[\pi - 9\pi/8]$ ,  $[12\pi/8 - 13\pi/8]$ ), le vert pour ceux du second quart ( $[\pi/8 - 2\pi/8]$ ,  $[5\pi/8 - 6\pi/8]$ ,  $[9\pi/8 - 10\pi/8]$ ,  $[13\pi/8 - 14\pi/8]$ ), le bleu pour ceux du troisième quart ( $[2\pi/8 - 3\pi/8]$ ,  $[6\pi/8 - 7\pi/8]$ ,  $[10\pi/8 - 11\pi/8]$ ,



**Figure III.4** – Vitesses moyennes radiale  $\langle u_r \rangle$ , azimuthale  $\langle u_\theta \rangle$  et verticale  $\langle u_z \rangle$ , à mi-hauteur ( $z/H \approx 0.5$ ), normalisées par la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$  pour 16 angles différents en fonction de la distance au centre de la cuve  $r$ ; en violet :  $\theta = \frac{(1+8n)\pi}{16}$ , en vert :  $\theta = \frac{(3+8n)\pi}{16}$ , en bleu :  $\theta = \frac{(5+8n)\pi}{16}$  et en marron :  $\theta = \frac{(7+8n)\pi}{16}$  pour  $n = 0$  : triangle vers le bas ( $\blacktriangledown$ ),  $n = 1$  : losange ( $\blacklozenge$ ),  $n = 2$  : carré ( $\blacksquare$ ),  $n = 3$  : triangle vers le haut ( $\blacktriangle$ ). La mesure axisymétrique est ajoutée en rond noir ( $\bullet$ ). Les barres verticales sur chacun des points représentent l'incertitude à 90% en supposant des distributions gaussiennes de vitesse. Le schéma en (haut-gauche) reprend le code couleur des angles et des marqueurs pour plus de clarté.

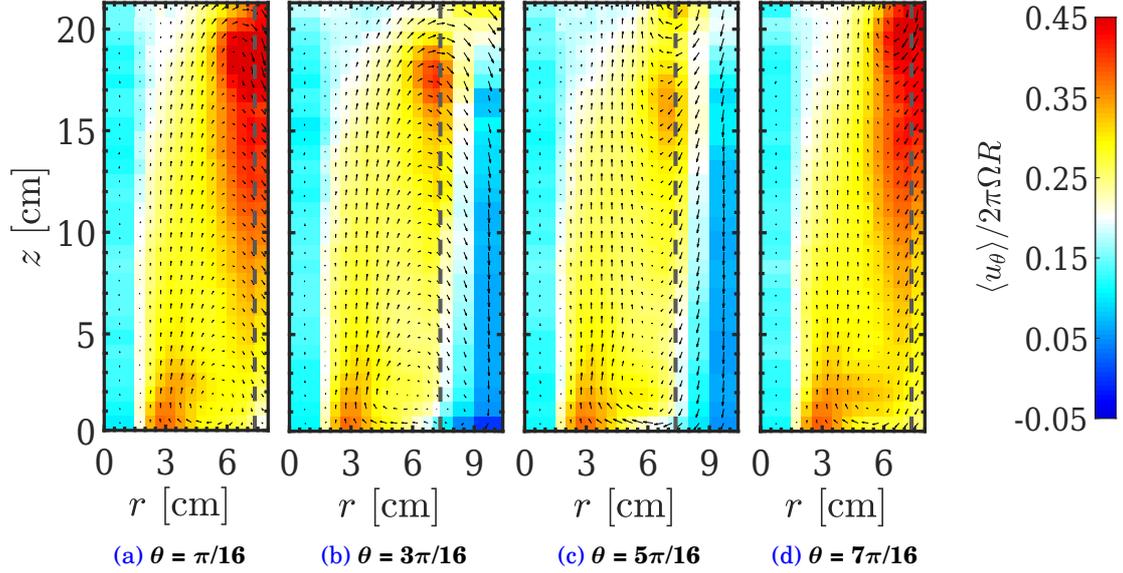
$[14\pi/8 - 15\pi/8]$ ) et le marron pour ceux du dernier quart ( $[3\pi/8 - 4\pi/8]$ ,  $[7\pi/8 - \pi]$ ,  $[11\pi/8 - 12\pi/8]$ ,  $[15\pi/8 - 2\pi]$ ). De cette façon, si l'écoulement est bien à symétrie C4 alors les courbes d'une même couleur doivent se superposer. Si l'écoulement est en plus axisymétrique, l'ensemble des courbes seront superposées. Il apparaît aisément que cette dernière symétrie n'est valable que très proche du centre de la cuve. En revanche rien ne laisse entrevoir de manière significative une déviation à la symétrie C4. Dévier de cette symétrie est en fait plus un reflet de l'inexactitude des mesures plutôt que d'une véritable différence entre les quatre quarts de la cuve. Cela se remarque notamment pour les valeurs au delà de  $r = 8$  cm qui correspondent aux coins là où les billes passent moins souvent. On distingue par ailleurs aisément la zone interne et les coins sur la mesure de la vitesse azimuthale qui chute brutalement dans les trois dernières mailles. En ce qui concerne l'axisymétrie, les trois composantes de la vitesse se comportent assez différemment. La composante verticale est celle qui dépend le moins de l'angle  $\theta$ . Sur la figure III.5 représentant l'évolution de la vitesse dans un quart de la cuve pour différents rayons,  $\langle u_z \rangle$  (droite) est quasiment constante jusqu'à  $r = 5.25$  cm. On notera cependant que pour  $r = 6.25$  cm, le fluide descend proche de parois ( $\theta < \pi/8$  et  $\theta > 3\pi/8$ ) alors qu'il monte dans la diagonale. Un effet similaire apparaît pour  $\langle u_\theta \rangle$  (milieu) qui est plus grand proche paroi. Si ces deux premières composantes sont symétriques par rapport à la diagonale ( $\theta = \pi/4$ ), la vitesse radiale  $\langle u_r \rangle$  (gauche) est elle antisymétrique, conséquence logique du forçage qui pousse le fluide dans les coins, le faisant en quelque sorte « sortir » du cercle intérieur. Le fait que la mesure axisymétrique présente un léger biais vers les valeurs positives pourrait être lié à l'inertie des particules de 3 mm ou au fait que le plan  $z/H \approx 0.5$  n'est pas le plan médian de l'écoulement radial. On retiendra surtout que la vision axisymétrique est une très bonne approximation pour la vitesse azimuthale, qu'en dépit de l'élargissement de la zone montante dans les diagonales, elle reste une bonne approximation pour la vitesse verticale, mais qu'elle masque en revanche complètement la dynamique radiale de l'écoulement.



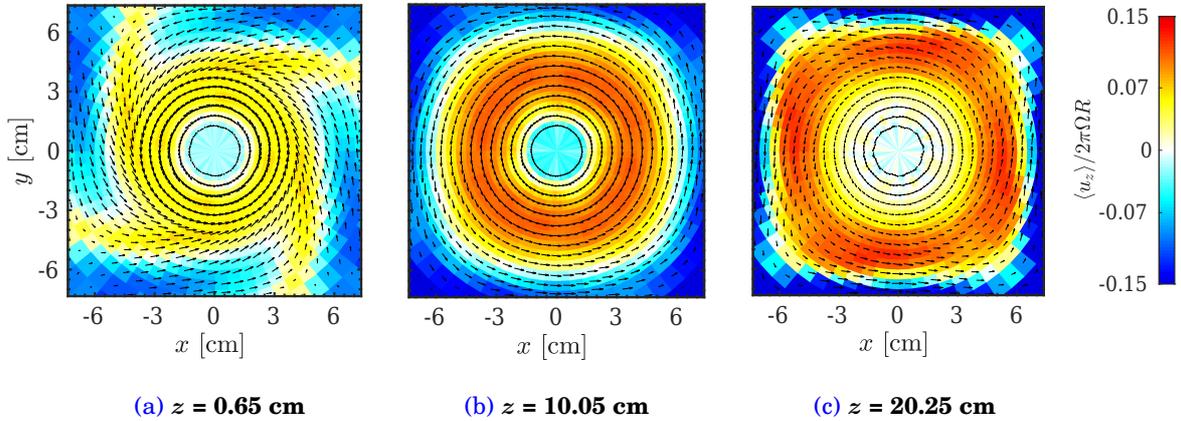
**Figure III.5** – Vitesses moyenne radiale  $\langle u_r \rangle$ , azimuthale  $\langle u_\theta \rangle$  et verticale  $\langle u_z \rangle$ , à mi-hauteur ( $z/H \approx 0.5$ ), normalisées par la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$ , en fonction de l'angle  $\theta$ , pour 5 rayons différents :  $r = 2.25$  cm : triangle vers le bas ( $\blacktriangledown$ ),  $r = 3.75$  cm : losange ( $\blacklozenge$ ),  $r = 5.25$  cm : rond ( $\bullet$ ),  $r = 6.25$  cm : carré ( $\blacksquare$ ) et  $r = 7.18$  cm : triangle vers le haut ( $\blacktriangle$ ).

### • Topologie de l'écoulement

Afin de comprendre l'organisation de l'écoulement moyen en fonction de la hauteur (c'est-à-dire de la distance au disque situé en  $z = 22$  cm), trois coupes dans le plan  $(x, y)$  en bas (a), au milieu (b) et en haut (c) de la cuve sont proposées en figure III.7. En forme de couronne, un pompage vertical ramène le fluide vers le disque, alors que les bords, notamment les coins, ainsi que le centre complète la circulation verticale via un écoulement descendant. À noter la différence avec le cas d'un écoulement à deux disques dont l'un est au repos, qui présente lui un pompage central et non sous forme de couronne. La sous-figure du milieu ( $z = 10.05$  cm) met bien en avant



**Figure III.6** – Vitesses azimutales  $\langle u_\theta \rangle$  normalisées par la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$ , dans le plan  $(r, z)$  pour quatre angles différents : (a)  $\theta = \pi/16$  rad, (b)  $\theta = 3\pi/16$  rad, (c)  $\theta = 5\pi/16$  rad et (d)  $\theta = 7\pi/16$  rad. Les flèches noires représentent les composantes radiale et verticale. La barre tirée en  $r = 7.5$  cm marque la limite entre l'intérieur et les coins de la cuve ( $r = L_c/2$ ).



**Figure III.7** – Vitesses verticales  $\langle u_z \rangle$  normalisées par la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$ , dans le plan  $(x, y)$  pour trois hauteurs différentes : (a)  $z = 0.65$  cm, (b)  $z = 10.05$  cm et (c)  $z = 20.25$  cm. Les flèches noires représentent les composantes radiale et azimutale.

le fait que l'écoulement descendant se concentre essentiellement dans les quatre coins. Si le fluide s'écoule globalement de manière circulaire au centre de la cuve, on voit nettement l'influence du disque en  $z = 20.25$  cm qui le pousse radialement, il ne tourne alors plus rond, mais plutôt en « carré ». À l'inverse, le fluide se dirige vers l'intérieur proche du bas de la cuve ( $z \leq 1$  cm), ce qui se voit très nettement sur les coupes à différents angles de la figure III.6. Figure sur laquelle on peut distinguer que l'écoulement s'organise sous la forme d'une « tornade ». En effet en haut de la cuve, la rotation est maximale sur le bord du disque, en  $r \approx 7$  cm, et d'autant plus grande que l'on est proche des parois ( $\theta = \pi/16$  et  $\theta = 7\pi/16$ ), alors qu'en bas, la rotation atteint son maximum en  $r \approx 3$  cm. Il existe alors une zone entre  $z = 15$  et  $z = 22$  cm ( $r < 5$  cm), où la rotation est moins rapide au-dessus qu'en dessous. Ce qui est notamment cohérent avec le profil qui avait été mesuré par Bien & Penner [11]. Cette topologie s'avèrera d'une extrême importance dans notre problème dans

la mesure où elle participe à l'élargissement de la zone où le fluide monte, visible en comparant les coupes horizontales en  $z = 10.05$  cm et  $z = 20.25$  cm. Enfin on peut mentionner la morphologie particulière, sous la forme d'une spirale à quatre bras, de la vitesse verticale montante au niveau de la paroi inférieure en  $z = 0.65$  cm. Elle est probablement le résultat de l'interaction entre le vortex central et les recirculations tournant en sens opposé dans les coins en bas (visible sur la figure III.6 (b) en  $r \approx 9$  cm,  $\langle u_\theta \rangle < 0$ ). Comme le fluide se dirige en plus vers le centre, alors on peut imaginer que cela provoque la rencontre de deux écoulements en sens opposés, d'où cette forme étonnante.

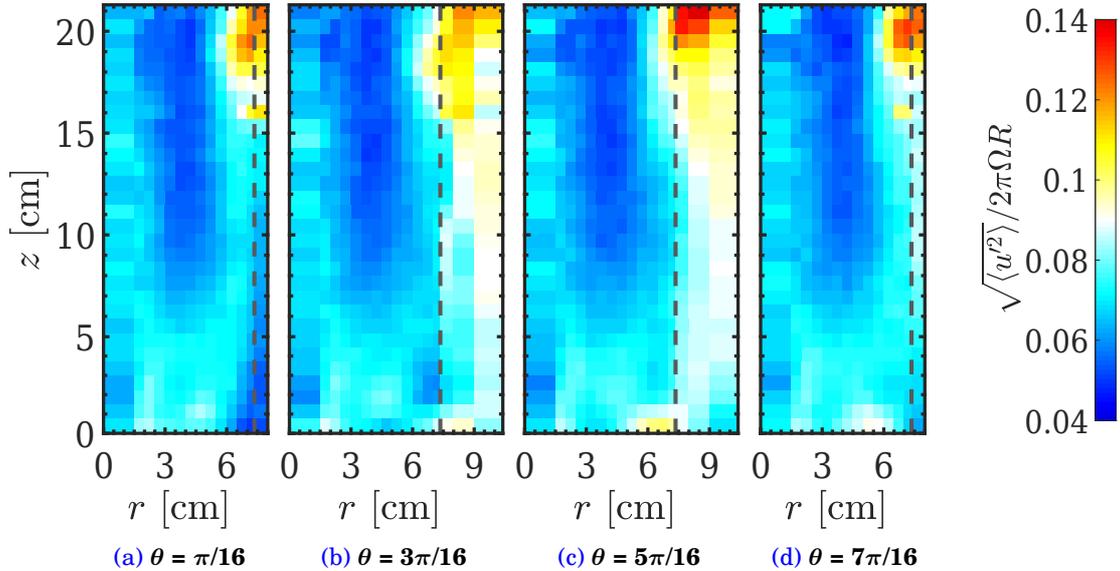
L'écoulement de von Kármán à un disque est donc dominé par une rotation globale dont l'intensité peut quasiment atteindre la moitié de la vitesse de rotation du disque. Du fait de sa section carrée, un écoulement radiale est inévitable, en plus de celui issu de la projection du fluide par le disque. Cependant, tout comme la composante verticale, la composante radiale ne dépasse jamais un cinquième de la vitesse du disque, elles sont donc en moyenne bien inférieures à la composante azimutale.

#### • Fluctuations de vitesse

Terminons ce tour d'horizon de l'écoulement en discutant des fluctuations de vitesses. Pour cela, la figure III.8 présente leur norme  $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$  définie par :

$$\sqrt{\langle u'^2 \rangle}(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{\langle u_r'^2 \rangle(r, \theta, z) + \langle u_\theta'^2 \rangle(r, \theta, z) + \langle u_z'^2 \rangle(r, \theta, z)}{3}} \quad (\text{III.6})$$

Le champ de vitesse fluctuante est relativement inhomogène. Les plus fortes fluctuations apparaissent en haut, proche du bout du disque, là où les vitesses moyennes étaient déjà les plus grandes. Les coins semblent aussi des zones plus fluctuantes, bien qu'il soit difficile de savoir s'il s'agit ici de fluctuations du fluide ou plutôt liées à l'inertie des billes de 3 mm qui seraient projetées rapidement. En revanche il existe une zone entre  $r \approx 2.5$  cm et  $r \approx 5.8$  cm, partant du disque ( $z = 22$  cm) jusqu'à environ  $z = 6$  cm où les fluctuations sont sensiblement plus faibles,

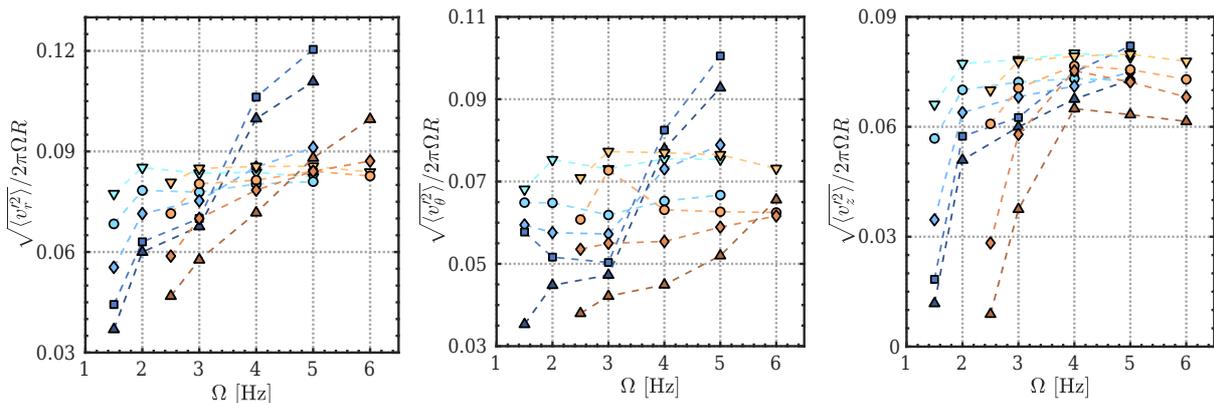


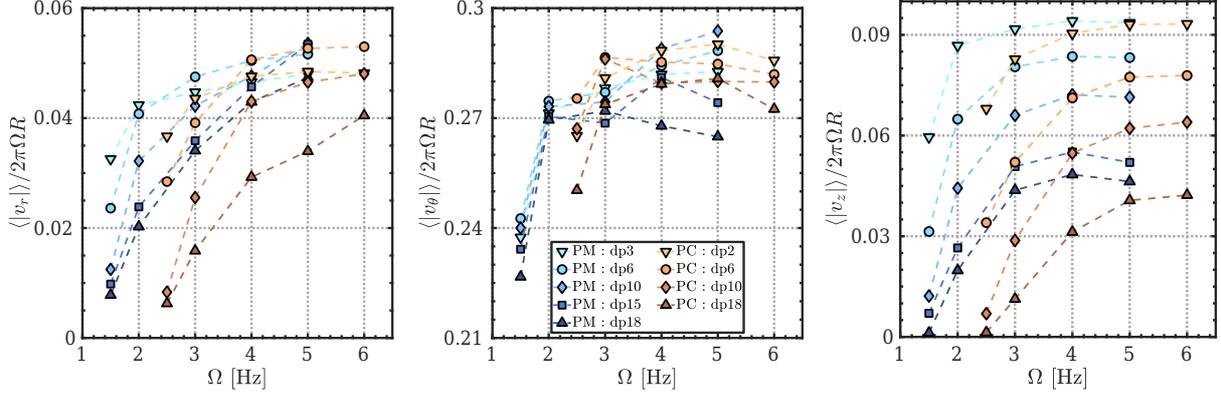
**Figure III.8** – Fluctuations de vitesse  $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$  normalisées par la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$ , dans le plan  $(r, z)$  pour quatre angles différentes : (a)  $\theta = \pi/16$  rad, (b)  $\theta = 3\pi/16$  rad, (c)  $\theta = 5\pi/16$  rad et (d)  $\theta = 7\pi/16$  rad. La barre tiretée en  $r = 7.5$  cm marque la limite entre l'intérieur et les coins de la cuve.

qui correspond en partie à la région où le fluide monte. Plus vers le bas de la cuve et au centre, les fluctuations prennent une valeur intermédiaire. Dans l'ensemble le champ de fluctuations est plus axisymétrique que ne le sont les champs de vitesses moyennes. Le taux de turbulence que l'on définit comme la valeur absolue du rapport des fluctuations sur la vitesse moyenne sera nécessairement très important au centre (proche de 1) là où l'écoulement moyen  $y$  est très faible ainsi que dans les coins (plutôt autour de 0.5), alors qu'il restera faible partout ailleurs ( $\sim 0.25$ ) dans la mesure où les zones de fortes vitesses fluctuantes sont aussi les zones de plus grandes vitesses moyennes.

### III. 3.3 Amplitudes des vitesses des différentes billes

Dans un écoulement de von Kármán à deux disques et sans l'influence de la gravité, Robert Zimmermann [154] a montré que des particules de grandes tailles avaient une vitesse fluctuante et une accélération fluctuante respectivement proportionnelles à la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$  et à l'accélération centrifuge  $4\pi^2\Omega^2 R$ . Une décroissance linéaire en fonction de la taille  $d_p$  de la particule a été observée pour la vitesse, alors que l'accélération décroissait selon une loi  $d_p^{-0.53}$ , ce qui est par exemple en contraste avec la prédiction de Voth et al. [144] d'une loi en  $d_p^{-1/3}$ . Bien que cela n'ait rien de surprenant puisque cette prédiction concerne des particules de tailles finies certes, mais très petites ( $25\eta$ ), et sur une turbulence localement homogène et isotrope. Là où Volk et al. [142] avaient plutôt obtenu  $d_p^{-0.40}$  pour des particules allant jusqu'à 50 fois l'échelle de Kolmogorov. Aucune mesure de l'accélération n'a été réalisée ici, donc seules les fluctuations de vitesses et les valeurs absolues des vitesses moyennes normalisées par  $2\pi\Omega R$  sont présentées en figure III.9. En exceptant les fréquences les plus basses, c'est-à-dire  $\Omega = 1.5$  Hz pour les billes en polyamide et  $\Omega = 2.5$  Hz pour celles en polyacétal, pour lesquelles les particules ne sont pas correctement toutes resuspendues, on a globalement des fluctuations de vitesses proportionnelles à  $\Omega$  pour les billes  $d_p = 2, 3$  et 6 mm, comme attendu pour des traceurs en turbulence pleinement développée ( $\bar{u}'/\Omega R \approx \text{constante}$ ). Les plus grosses tailles,  $d_p = 10, 15$ , et 18 mm, présentent le comportement anormal de voir leurs fluctuations normalisées  $\sqrt{\langle v_r'^2 \rangle}/2\pi R\Omega$  et  $\sqrt{\langle v_\theta'^2 \rangle}/2\pi R\Omega$  qui continuent d'augmenter à partir de  $\Omega = 3$  Hz. Selon la direction axiale, seules les billes en polyamide de 15 et 18 mm ont ce même comportement. Si on exclut cette anomalie, on retrouve globalement une diminution de la vitesse fluctuante lorsque le diamètre augmente. Il est en revanche plus difficile de dire si l'augmentation de la densité affecte réellement les fluctuations. Si cela semble vrai pour les billes de diamètres  $d_p = 10$  et  $d_p = 18$  mm, on ne peut pas en dire autant pour celles de 6 mm. Un effet de filtrage de la turbulence lié à la taille et à l'inertie des particules semble donc perceptible, mais, comme on le verra par la suite, celui-ci se retrouve en compétition avec des mécanismes d'exploration préférentielle pouvant engendrer des effets opposés (en l'occurrence une augmentation des fluctuations de vitesse). Enfin mentionnons le fait que les fluctuations dans les trois directions ont des magnitudes très proches.





**Figure III.9** – Fluctuations des vitesses  $\sqrt{\langle v_i'^2 \rangle}$  (haut) et vitesses moyennes absolues  $\langle |v_i| \rangle$  (bas), normalisées par la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$ , en fonction de la fréquence de rotation  $\Omega$ , pour les particules dans la boîte. En bleu les billes en polyamide : 3 mm : triangle vers le bas ( $\blacktriangledown$ ), 6 mm : rond ( $\bullet$ ), 10 mm : losange ( $\blacklozenge$ ), 15 mm : carré ( $\blacksquare$ ) et 18 mm : triangle vers le haut ( $\blacktriangle$ ). En marron celles en polyacétal : 2 mm : triangle vers le bas ( $\blacktriangledown$ ), 6 mm : rond ( $\bullet$ ), 10 mm : losange ( $\blacklozenge$ ) et 18 mm : triangle vers le haut ( $\blacktriangle$ ).

Afin de comparer ces fluctuations avec l'intensité de l'écoulement moyen, les vitesses moyennes en valeurs absolues des trois composantes sont exposées également sur la figure III.9. Selon  $r$  et  $z$ , on a plutôt  $\sqrt{\langle v_r'^2 \rangle} > \langle |v_r| \rangle$  et  $\sqrt{\langle v_z'^2 \rangle} / \langle |v_z| \rangle \approx 1$  pour les petites billes, ainsi que  $\sqrt{\langle v_z'^2 \rangle} > \langle |v_z| \rangle$  pour les plus grosses. À contrario, selon  $\theta$ ,  $\sqrt{\langle v_\theta'^2 \rangle} \ll \langle |v_\theta| \rangle$  indique qu'il est fortement improbable de voir des billes aller contre le sens de rotation, alors qu'il est possible qu'elles naviguent contre l'écoulement moyen dans les deux autres directions, et en particulier radialement. Au delà de  $\Omega = 3$  Hz, l'intensité de l'écoulement verticale  $\langle |v_z| \rangle$  est organisée en une fonction décroissante de la taille des billes, et pour un même diamètre, en une fonction décroissante de la densité. La taille est donc un critère plus déterminant que la vitesse de sédimentation  $v_s$ . La rotation est suffisamment forte pour forcer toutes les populations de particules à tourner à la vitesse  $\langle v_\theta \rangle \approx 0.26 - 0.29 \cdot 2\pi\Omega R$ .

## III.4 Distributions des particules dans la cuve

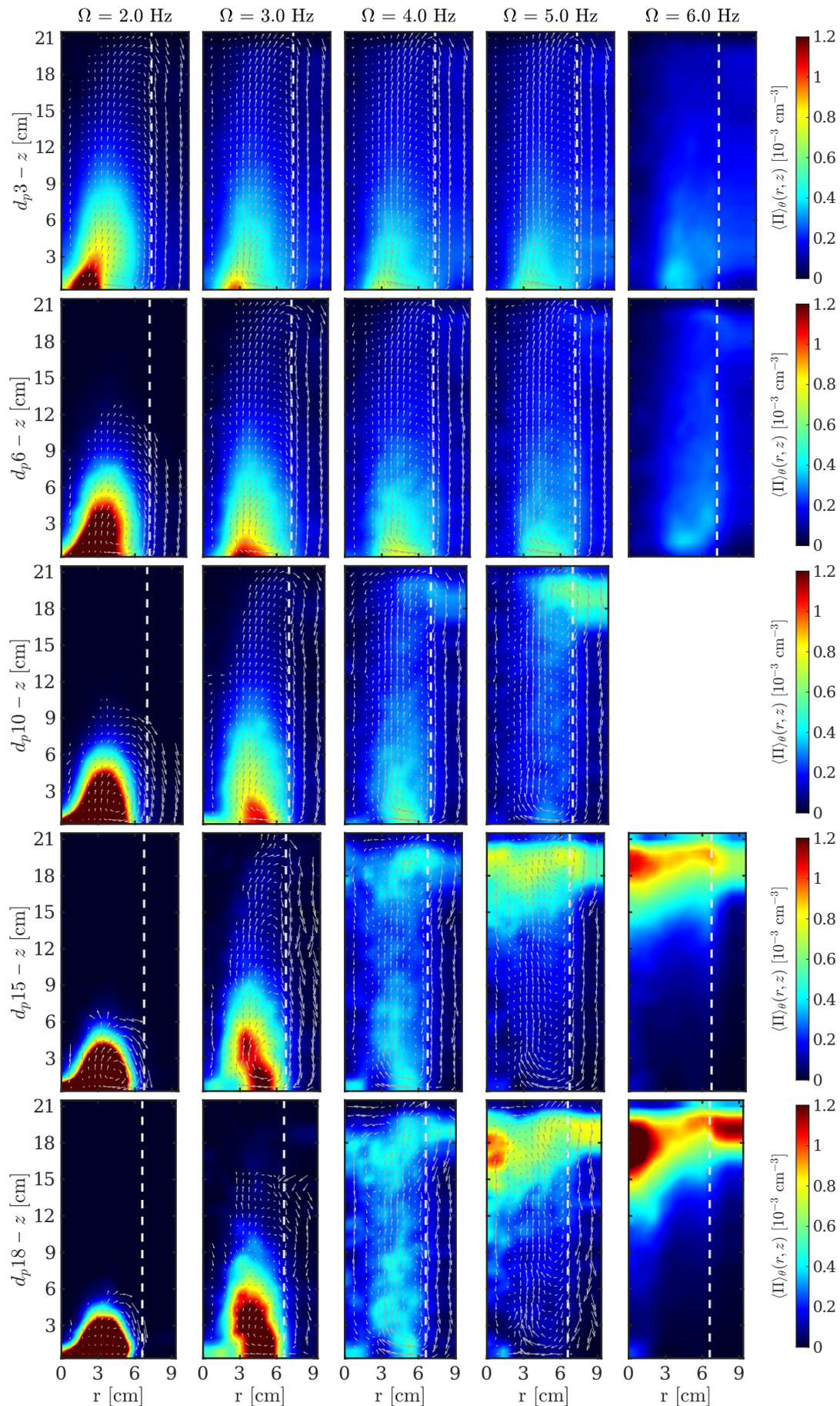
### III. 4.1 Exploration de la boîte par les billes

L'écoulement ne transporte pas les particules de la même manière et de nombreux paramètres rentrent en jeu : la fréquence de rotation du disque  $\Omega$  qui modifie l'intensité de cet écoulement, la viscosité du fluide  $\nu$  qui influence les fluctuations, la taille et la forme du disque ainsi que celles de la cuve qui changent la topologie de l'écoulement et évidemment l'ensemble des caractéristiques des particules, notamment leur diamètre  $d_p$  et leur densité  $\rho_p$ . En travaillant à géométrie fixée et dans de l'eau à 20°C, seuls  $\Omega$ ,  $d_p$  et  $\rho_p$  ont été modifiables.

#### • Cartes 2D axisymétriques des distributions de position des billes en polyamide

La figure III.10 présente l'évolution des PDF 2D axisymétriques des positions des particules en polyamide ( $\rho_{PM} \approx 1.14$ ) en fonction de la fréquence de rotation  $\Omega$ . Le centre de la cuve correspond à  $r = 0$  et les barres tiretées blanches délimitent les coins de l'intérieur. L'écoulement propre des billes dans le plan  $(r, z)$  a également été superposé à travers les flèches grises. Pour  $\Omega = 2.0$  Hz, toutes les billes ont le même comportement, aucune n'atteint le haut de la cuve très longtemps et les distributions présentent un maximum en bas entre  $r = 2$  cm et  $r = 3$  cm accompagné d'une queue dirigée vers l'extérieur et qui se fixe en  $r = 4$  cm. On comprend qualitativement cette forme grâce à la figure III.11 qui montre les vitesses verticales normalisées par la vitesse de sédimentation dans

### III.4 Distributions des particules dans la cuve



**Figure III.10** – Cartes axisymétriques des densités de présence pour les particules en polyamide ; de haut en bas, diamètres  $d_p = 3, 6, 10, 15$  et  $18$  mm ; de gauche à droite, fréquence de rotation  $\Omega = 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$  et  $6.0$  Hz. Il n’y a pas de carte pour le couple  $(d_p, \Omega) = (10, 6.0)$  parce que la bille s’était bloquée entre le disque et le bord de la cuve. Les lignes blanches tiretées délimitent, pour chacune des billes, la zone interne et les coins de la cuve, elle est donc située en  $r = L_c/2 - d_p/2$ . Les flèches grises indiquent l’écoulement poloidal.

de l’eau au repos :  $\langle v_z(r) \rangle_{\theta,z}/v_s$ . En effet on constate alors que les queues s’orientent simplement là où le pompage verticale est maximum :  $\langle v_z \rangle$  sera le **premier** ingrédient pour comprendre la dynamique des particules.

En passant à  $\Omega = 3.0$  Hz, on retrouve toujours les queues au niveau du maximum de pompage, mais elles s’orientent plutôt vers l’intérieur de la cuve pour les billes de diamètres supérieurs ou égales à  $10$  mm. En fait plus une bille est grosse et plus son maximum de densité se décale vers l’extérieur, passant successivement de  $r \approx 3.0$  cm ( $d_p 3$ ) à  $r \approx 3.8$  cm ( $d_p 6$ ),  $r \approx 4.2$  cm ( $d_p 10$ ),  $r \approx 4.5$  cm ( $d_p 15$ ), et enfin  $r \approx 4.8$  cm ( $d_p 18$ ). Il s’agit d’un effet d’inertie à cause de la rotation globale qui induit un effet centrifuge d’autant plus fort que la masse de la particule l’est. On peut qualitativement comprendre ce phénomène en repartant de l’équation du mouvement pour une particule ponctuelle :

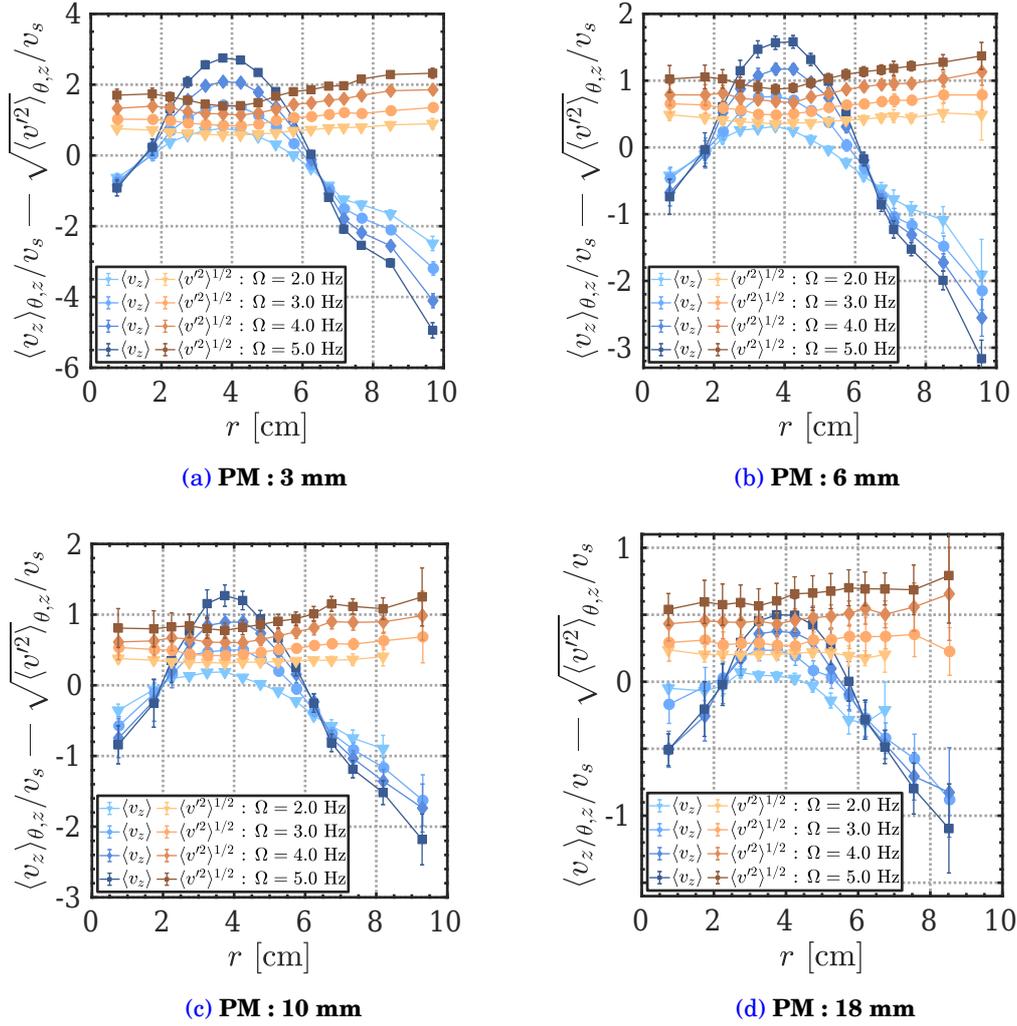
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \beta \frac{D\vec{u}}{Dt} + \frac{1}{\tau_p} (\vec{u} - \vec{v}) + (1 - \beta)\vec{g} \quad (\text{III.7})$$

où  $\beta = \frac{3\rho}{2\rho_p + \rho} < 1$ . Selon la direction radiale, on peut plus simplement écrire l’approximation :

$$\frac{v_\theta^2}{r} = \beta \frac{u_\theta^2}{r} + \frac{1}{\tau_p} (u_r - v_r) \quad (\text{III.8})$$

En prenant la moyenne, on obtient  $\bar{r} = \left\langle \frac{v_\theta^2 - \beta u_\theta^2}{u_r - v_r} \right\rangle \tau_p \propto R\Omega\tau_p$ . Dans ce modèle simpliste et dans le cas où  $\beta < 1$ , plus le temps de réponse  $\tau_p$  d’une particule augmente (à cause de sa taille notamment) et plus elle aura tendance à être déportée vers l’extérieur. Néanmoins on verra dans la suite que la position radiale moyenne  $\bar{r}$  est en fait plutôt contrainte par la géométrie et la capacité de l’écoulement à transporter ou non les billes. L’inertie reste cependant un ingrédient clé : le **second**. L’absence d’orientation de la queue de la distribution des billes de  $6$  mm à  $3.0$  Hz semble d’ailleurs indiquer que l’effet centrifuge est en parfaite synergie avec la zone de pompage. À cette fréquence, les diamètres  $3$  et  $6$  mm explorent déjà entièrement la cuve, là où celles de  $15$  et  $18$  mm ne font que quelques rares incursions en haut.

Jusqu’à maintenant les courbes en figure III.11 expliquent plutôt bien les distributions dans le sens où une augmentation du ratio  $\langle v_z \rangle_{\theta,z}(r)/v_s$  s’accompagne d’une homogénéisation de l’exploration de l’écoulement. Cette homogénéisation est renforcée par le **troisième** ingrédient : la diffusivité turbulente qui s’exprime à travers les fluctuations de vitesse :  $D \propto \langle v'^2 \rangle T_L$ , où  $T_L \propto \frac{1}{\Omega}$  est le temps lagrangien des particules. Cette diffusion favorise l’étalement des distributions. Le rapport de la norme de la vitesse fluctuante sur la vitesse de sédimentation  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}/v_s$  est aussi présent sur la figure III.11. Ce ratio tend naturellement à augmenter avec la fréquence de rotation  $\Omega$ . Pour les billes dont le diamètre est inférieur ou égal à  $10$  mm, la vitesse verticale est en générale supérieure



**Figure III.11** – Vitesses verticales et fluctuations de vitesse normalisées par la vitesse de sédimentation  $v_s$  de la particule dans de l'eau au repos, moyennées selon les directions  $\theta$  et  $z$ , à des fréquences de rotation du disque  $\Omega = 2.0, 3.0, 4.0$  et  $5.0$  Hz pour des billes en polyamide de diamètres  $d_p = 3$  mm (a),  $d_p = 6$  mm (b),  $d_p = 10$  mm (c) et  $d_p = 18$  mm (d).

aux fluctuations, et inversement pour les autres.

À partir de  $\Omega = 4.0$  Hz, un changement majeur de comportement pour les plus grosses billes intervient. En effet leur concentration ne s'étale plus à partir d'un point unique de densité maximale, mais apparaît comme séparer en deux : une zone en bas et une zone en haut (proche du disque). Ces deux zones sont très étalées et se rejoignent presque à mi-hauteur, ce qui donne l'impression que les billes explorent l'écoulement de manière homogène, si l'on excepte les quatres coins et le centre de la cuve. De leur côté les deux plus petits diamètres se comportent comme attendu : la dispersion dans la boîte est d'autant plus forte à mesure que la fréquence  $\Omega$  augmente et donc que le pompage vertical et les fluctuations s'intensifient. Moins la contribution de la gravité a d'impact et plus les billes se comportent comme des traceurs. Seul le centre est délaissé en vertu de l'effet centrifuge déjà mentionné. Le point de densité maximale, toujours situé en bas, continue d'ailleurs de se décaler vers l'extérieur pour atteindre  $r \approx 4$  cm à la fréquence  $\Omega = 6.0$  Hz. Fréquence à laquelle les cartes pour les billes  $d_p = 3$  mm et  $d_p = 6$  mm sont presque indiscernables. Il y a donc à priori un comportement contre-intuitif qui apparaît au delà d'une certaine fréquence de rotation où l'on suspend plus facilement les particules les plus lourdes.

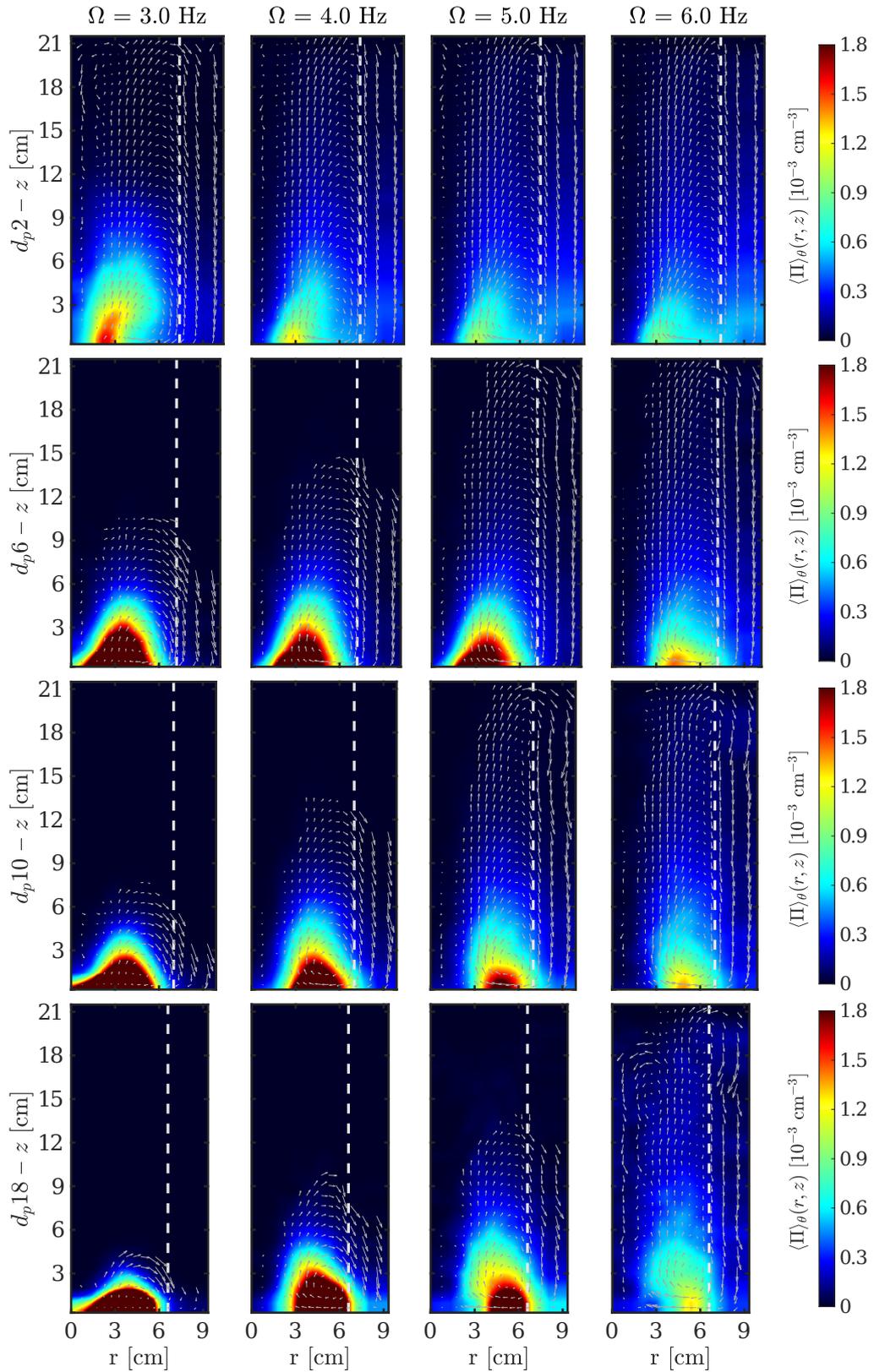
Ce comportement rappelle celui qui avait déjà été observé par Machicoane et al. [83] dans un écoulement de von Kármán à deux disques, où seules des particules de grandes tailles subissaient un piégeage proche du disque. En augmentant la fréquence à  $\Omega = 5.0$  et  $\Omega = 6.0$  Hz, le piégeage devient vraiment marqué. Cette fois on retrouve un point de densité maximale en haut à partir duquel s'étalent les distributions. Un mécanisme supplémentaire, agissant contre l'effet centrifuge, ramène les billes vers l'intérieur de la cuve. Elles ne redescendent quasiment plus en bas, sauf au centre de la cuve qui est aussi une zone où la vitesse verticale est négative. La fréquence de rotation  $\Omega = 4.0$  Hz semble donc être la limite à partir de laquelle le changement de comportement apparaît. Les billes de diamètre  $d_p = 10$  mm subissent elles aussi un piégeage, mais sans être réexpulsées vers l'intérieur. Afin d'expliquer cette concentration préférentielle, Machicoane [80] avait introduit l'effet d'un gradient de pression induit par l'écoulement moyen sous la forme d'une force par unité de masse :  $f_{trap} = \beta \partial_z \langle u_\theta \rangle^2 \approx 0.4\beta(4\pi^2\Omega^2 R)$ . Cette force massique était ensuite comparée aux fluctuations turbulentes à travers les vitesses et accélérations fluctuantes. Comme les plus grosses billes avaient tendance à davantage explorer les zones où les fluctuations de vitesse étaient plus faibles, il en résultait un rapport proche de 0.94 pour des billes de 6 mm explorant l'écoulement de manière homogène et de 0.38 pour celles de 24 mm subissant le piégeage. Autrement dit, elles semblaient coincées dans un puits de potentiel parce que le bruit était en moyenne insuffisant pour les en faire sortir. On proposera dans la suite (en section 5) un mécanisme différent pour expliquer cet effet, essentiellement basé sur l'encombrement des particules vis-à-vis de la taille des zones de recirculation verticales de l'écoulement.

#### • Cartes 2D axisymétriques des distributions de position des billes en polyacétal

Similairement à ce qui a été proposé pour les particules en polyamide, la figure III.12 présente les cartes 2D axisymétriques de densité de présence pour les billes en polyacétal ( $\rho_{PC} \approx 1.41$ ) en fonction de la fréquence de rotation  $\Omega$ . Les mêmes arguments que précédemment permettent d'expliquer ces PDF. Dûe à l'influence plus significative de la gravité, les billes sont en général moins dispersées dans la cuve. De même que leur masse plus importante les prive de l'exploration du centre et les pousse vers l'extérieur. Les billes de 2 mm ont d'ailleurs une grande probabilité (comparativement aux particules en polyamide) de se trouver dans les coins. Même à  $\Omega = 6.0$  Hz, elles peinent à atteindre le haut de la cuve. On n'observe pas non plus de piégeage de particules proche du disque. Néanmoins il est clair que les billes de diamètres  $d_p = 10$  mm et  $d_p = 18$  mm sont anormalement dispersées pour  $\Omega = 6.0$  Hz. C'est donc quasiment certain que le mécanisme qui piège les billes en polyamide agit également sur celles en polyacétal, mais parce que la gravité est trop impactante, elles peuvent plus aisément s'échapper. Peut-être que des fréquences supérieures auraient permis de voir un changement s'opérer, cependant au delà de 6.0 Hz, ces billes commencent à s'écraser contre les parois et le disque. Il n'a donc pas été possible de continuer à augmenter la fréquence de rotation du disque sous peine d'endommager le matériel.

#### • Positions moyennes

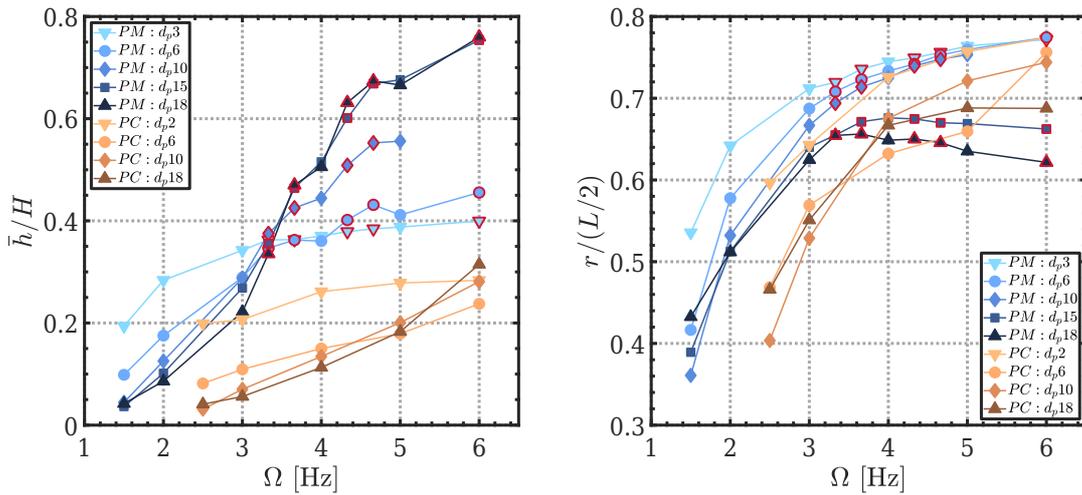
L'ensemble des observations précédentes peut se résumer à travers les hauteurs moyennes  $\bar{h}$ , ainsi que les positions radiales moyennes  $\bar{r}$  présentées en figure III.13. Les points entourés de rouge correspondent à la troisième expérience avec des conditions légèrement différentes qui pourraient expliquer pourquoi ils semblent faiblement décalés. Tout d'abord l'influence de la densité ( $\rho_{PC} \approx 1.41$  contre  $\rho_{PM} \approx 1.14$ ) se ressent dans les hauteurs moyennes puisque les billes en polyacétal sont systématiquement en dessous de celles en polyamide. Avant  $\Omega = 3.0$  Hz, les particules sont ordonnées en une fonction décroissante de la taille et de la densité. On sait donc déjà que la vitesse de sédimentation  $v_s$  seule ne suffira pas pour expliquer la resuspension. À l'inverse à  $\Omega = 6.0$  Hz, les billes s'ordonnent selon une fonction croissante de leur diamètre. La transition se produit à environ 3.4 Hz pour le polyamide et probablement légèrement au delà de 6.0 Hz pour le polyacétal. Ce changement apparaît comme un phénomène continu. Pour les particules en po-



**Figure III.12** – Cartes axisymétriques des densités de présence pour les particules en polyacétal ; de haut en bas, diamètres  $d_p = 2, 6, 10$  et  $18$  mm ; de gauche à droite, fréquence de rotation  $\Omega = 3.0, 4.0, 5.0$  et  $6.0$  Hz. Les lignes blanches tiretées délimitent, pour chacune des billes, la zone interne et les coins de la cuve, elle est donc située en  $r = L_c/2 - d_p/2$ . Les flèches grises indiquent l'écoulement poloïdal.

lyamide, les diamètres 10, 15 et 18 mm finissent par avoir une hauteur moyenne dans la partie supérieure de la cuve, ce n'est pas observé pour les 6 mm pour lesquelles il n'est pas évident de faire une prédiction pour des fréquences  $\Omega > 6.0$  Hz. En revanche les billes de 3 mm semblent tendre vers une hauteur moyenne  $\bar{h} < H/2$  (probablement  $\sim 0.45H$ ). Il en est de même pour les billes de 2 mm en polyacétal dont la hauteur moyenne maximum paraît être en dessous de  $\sim 0.3H$ . Si cela s'avère exact, jamais elles n'atteindront  $\bar{h} = H/2$  (comportement attendu pour des traceurs à n'importe quelle fréquence de rotation) même pour de très grandes fréquences  $\Omega$ , et ce, en dépit du fait que leur vitesse de sédimentation deviendrait négligeable devant le pompage. Il existe donc à priori deux phénomènes bien distincts que sont le piégeage des grosses particules et la saturation en hauteur des petites. Même si les données ne le montrent pas, il semble raisonnable d'anticiper que les billes de plus de 10 mm de diamètre en polyacétal dépasseront une hauteur moyenne de  $H/2$  à partir d'une certaine fréquence et que la séparation des deux phénomènes dépend uniquement de la taille des particules.

La position radiale moyenne augmente comme prévu avec  $\Omega$ , mais contrairement au maximum de densité, elle s'ordonne plutôt de manière décroissante en fonction du rayon. On ne peut pas simplement l'expliquer à cause de l'inertie des billes, il faut aussi prendre en compte leur transport par l'écoulement. Ce dernier finit par dominer la dynamique et leur permet de visiter les zones les plus excentrées lorsqu'elles sont resuspendues et retombent dans les zones descendantes (donc proche des parois) de l'écoulement. Presque toutes les particules finissent d'ailleurs avec une position moyenne  $\bar{r} \approx 0.77(L_c/2)$  c'est-à-dire la position qu'auraient des traceurs. Cela signifie que les particules sont plus excentrées que le seraient des traceurs dans leur surface accessible de  $(L_c - d_p)^2 : 0.765(L_c - d_p)/2$ . Ce qui est moins surprenant dans la mesure où le centre  $r = 0$  est fortement dépeuplé (ce qui décale la position radiale moyenne vers l'extérieur). Les billes de 15 et 18 mm font de nouveau exception et sont repoussées vers l'intérieur comme en témoignent leurs positions radiales moyennes  $\bar{r}$  plus faibles.



**Figure III.13** – Positions verticales normalisées  $\bar{h}/H$  (gauche) et radiales normalisées  $\bar{r}/(L_c/2)$  (droite) moyennes en fonction de la fréquence de rotation  $\Omega$ , pour les particules dans la boîte ; en bleu les billes en polyamide : 3 mm : ( $\blacktriangledown$ ), 6 mm : ( $\bullet$ ), 10 mm : ( $\blacklozenge$ ), 15 mm : ( $\blacksquare$ ) et 18 mm : ( $\blacktriangle$ ) ; en marron celles en polyacétal : 2 mm : ( $\blacktriangledown$ ), 6 mm : ( $\bullet$ ), 10 mm : ( $\blacklozenge$ ) et 18 mm : ( $\blacktriangle$ ). Les points entourés en rouge correspondent à la troisième expérience, lorsqu'il n'y avait qu'une seule bille par taille. On rappelle que le disque se situe en  $H = 22$  cm et que la cuve à une demi-largeur qui vaut  $L_c/2 = 7.5$  cm.

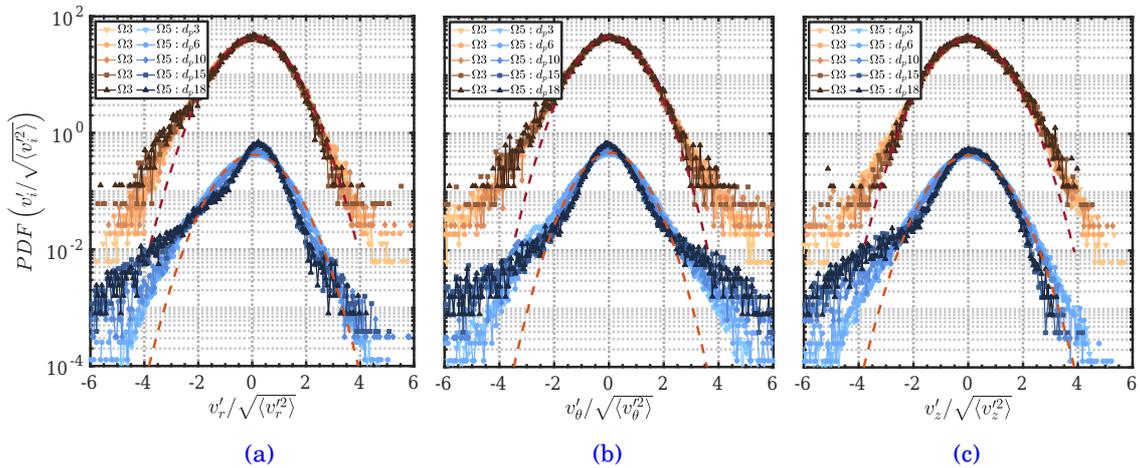
### III. 4.2 Effet de taille dans le champ de vitesse

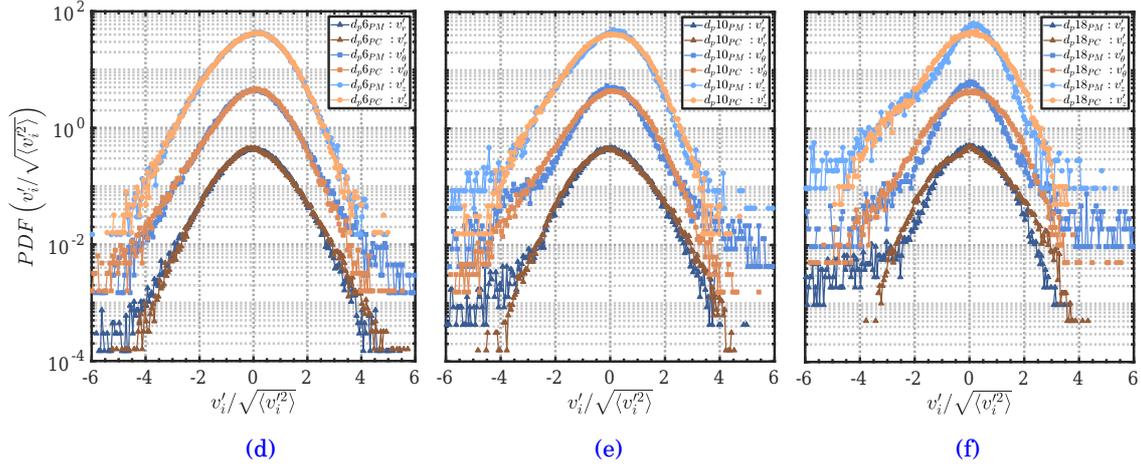
De manière évidente il existe un lien très fort entre les cartes de probabilité de présence des particules et leur champ de vitesse propre qui n'est pas égal à celui du fluide. Ce dernier va être altéré par leur taille et leur vitesse de sédimentation non nulle, et en même temps les caractéristiques de la vitesse changeront en fonction des endroits préférentiellement explorés.

#### • Distributions des vitesses

C'est en particulier le cas des PDF de vitesse qui changent en fonction de la taille et de la densité des particules quand on se place à  $\Omega$  fixé. Au centre d'un écoulement de von Kármán à deux disques, des mesures de Mordant et al. [96] de Voth et al. [144] ont montré que la vitesse de traceurs était distribuée selon une gaussienne. Pour des particules isodenses de taille  $d_p/\eta = [1.6 - 41.2]$ , Volk et al. [142] ont cette fois trouvé des distributions sous-gaussiennes. De ce point de vue, les PDF en figure III.14 qui exhibent elles une forme super-gaussienne peuvent apparaître en contradiction avec cette dernière mesure. Cependant elles correspondent à des vitesses obtenues dans l'ensemble de la cuve, et donc prenant en compte les inhomogénéités et anisotropies grandes échelles. Elles ont de plus été calculées en supposant un écoulement axisymétrique, ce qui signifie qu'une partie des fluctuations provient en fait de la vitesse moyenne dans les coins. Il faut ainsi garder à l'esprit que ces PDF permettent seulement de comparer les billes entre elles dans cette situation particulière. Pour  $\Omega = 3.0$  Hz, toutes les particules en polyamide ont les mêmes PDF : un coeur gaussien jusqu'à environ  $v'_i/\sqrt{\langle v_i'^2 \rangle} \pm 2$ , contenant donc 95% des valeurs et des ailes s'écartant qui correspondent d'une part aux « fluctuations » dans les coins, mais aussi à celles proche du disque. Une légère asymétrie biaisée vers les vitesses négatives apparaît pour les composantes radiale et azimutale. La comparaison avec  $\Omega = 5.0$  Hz montre des ailes plus proéminentes pour les grands diamètres, en accord avec le fait qu'elles se trouvent préférentiellement proche du disque à cette fréquence. Il est assez clair que la zone de forçage présente naturellement les vitesses les plus importantes et qu'il est possible que les billes heurtent le disque et soient propulsées à contre courant d'autant plus longtemps que leur temps de réponse  $\tau_p$  est grand. Les trajectoires qui traversent une zone donnée peuvent alors présenter des vitesses très différentes de la moyenne. Cela explique pourquoi on avait précédemment observé une anomalie dans le comportement des fluctuations des billes de 15 et 18 mm lorsqu'on s'était intéressé aux amplitudes de vitesses des différentes particules. Ce type de PDF avec des queues très épaisses avait par ailleurs déjà été observé dans l'écoulement à deux disques de Machicoane [80].

La figure III.14 (bas) permet ensuite de comparer, à une taille donnée et pour la même fréquence ( $\Omega = 4.0$  Hz), l'influence de la densité ( $\rho_{PM} \approx 1.14$ ,  $\rho_{PC} \approx 1.41$ ) sur la forme des PDF. Pour





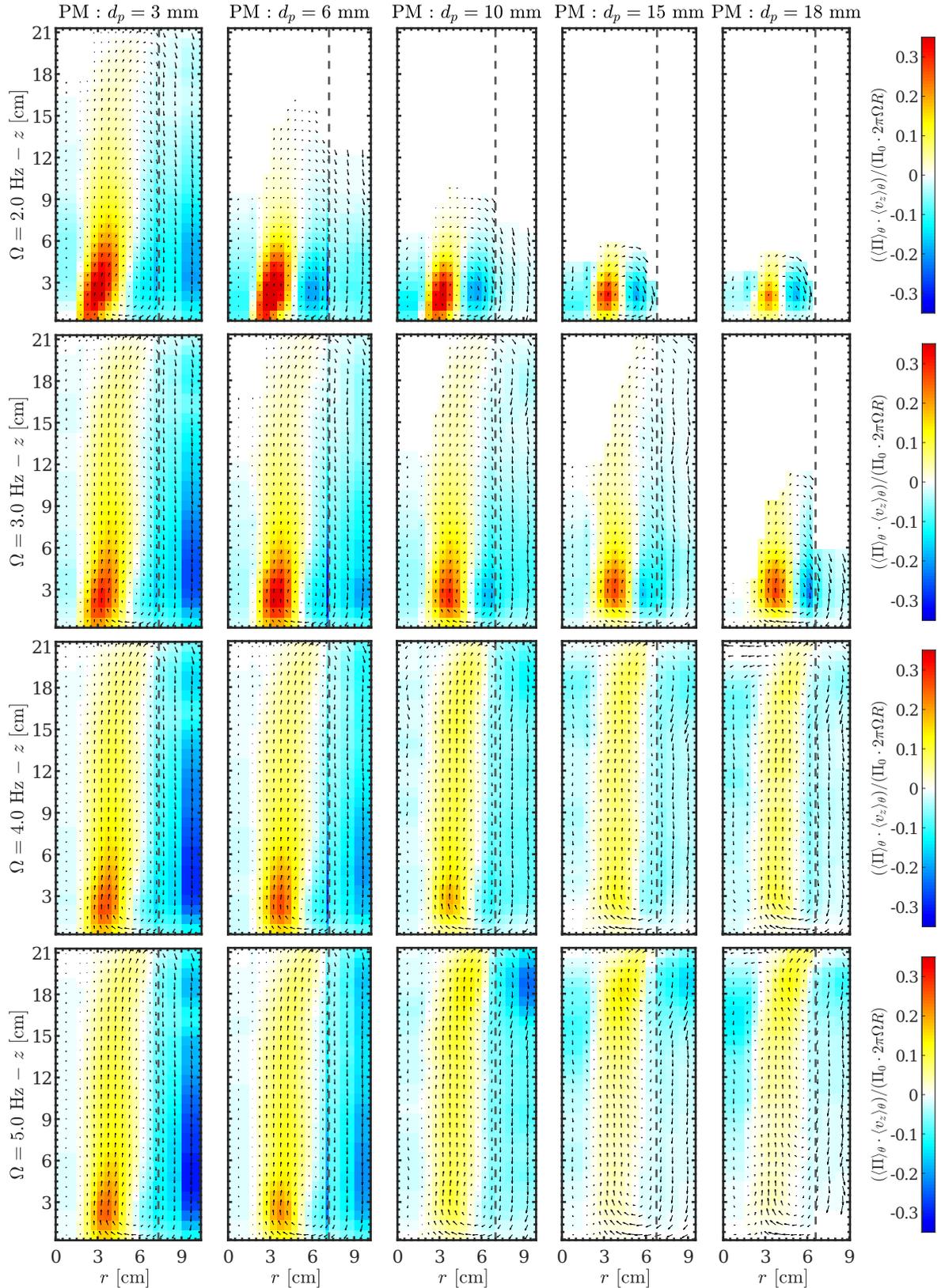
**Figure III.14** – PDF des vitesses fluctuantes normalisées  $v'_i / \sqrt{\langle v_i'^2 \rangle}$  dans l'ensemble de la boîte. **Haut** : pour les 5 particules en polyamide aux fréquences  $\Omega = 3.0$  (marron) et  $\Omega = 5.0$  (bleu) Hz, selon (a)  $r$ , (b)  $\theta$  et (c)  $z$ . **Bas** : à  $\Omega = 4.0$  Hz, selon les trois directions et pour une particule en polyamide et une en polyacétal de même taille (d) 6 mm, (e) 10 mm et (f) 18 mm. Les lignes en pointillées représentent des ajustements par une gaussienne centrée réduite. Pour plus de lisibilité, les PDF ont été décalées.

$d_p = 6$  mm, il n'y a pratiquement aucune différence, sauf éventuellement selon  $r$  où les fluctuations positives semblent favorisées pour la particule en polyacétal et celles négatives pour celle en polyamide. À cette fréquence les deux types de billes explorent majoritairement le bas de la cuve, même si celles en polyamide atteignent déjà le sommet. L'exploration des mêmes zones ne montrent donc pas de différence significative dans les PDF en dépit du changement de densité. En revanche les diamètres 10 et 18 mm présentent des différences, vraisemblablement dû au fait que les particules en polyamide commencent déjà à subir le piégeage. Les PDF des billes en polyacétal sont alors systématiquement plus larges pour toutes les composantes, mais les valeurs les plus extrêmes de vitesses sont plus probables pour les billes en polyamide.

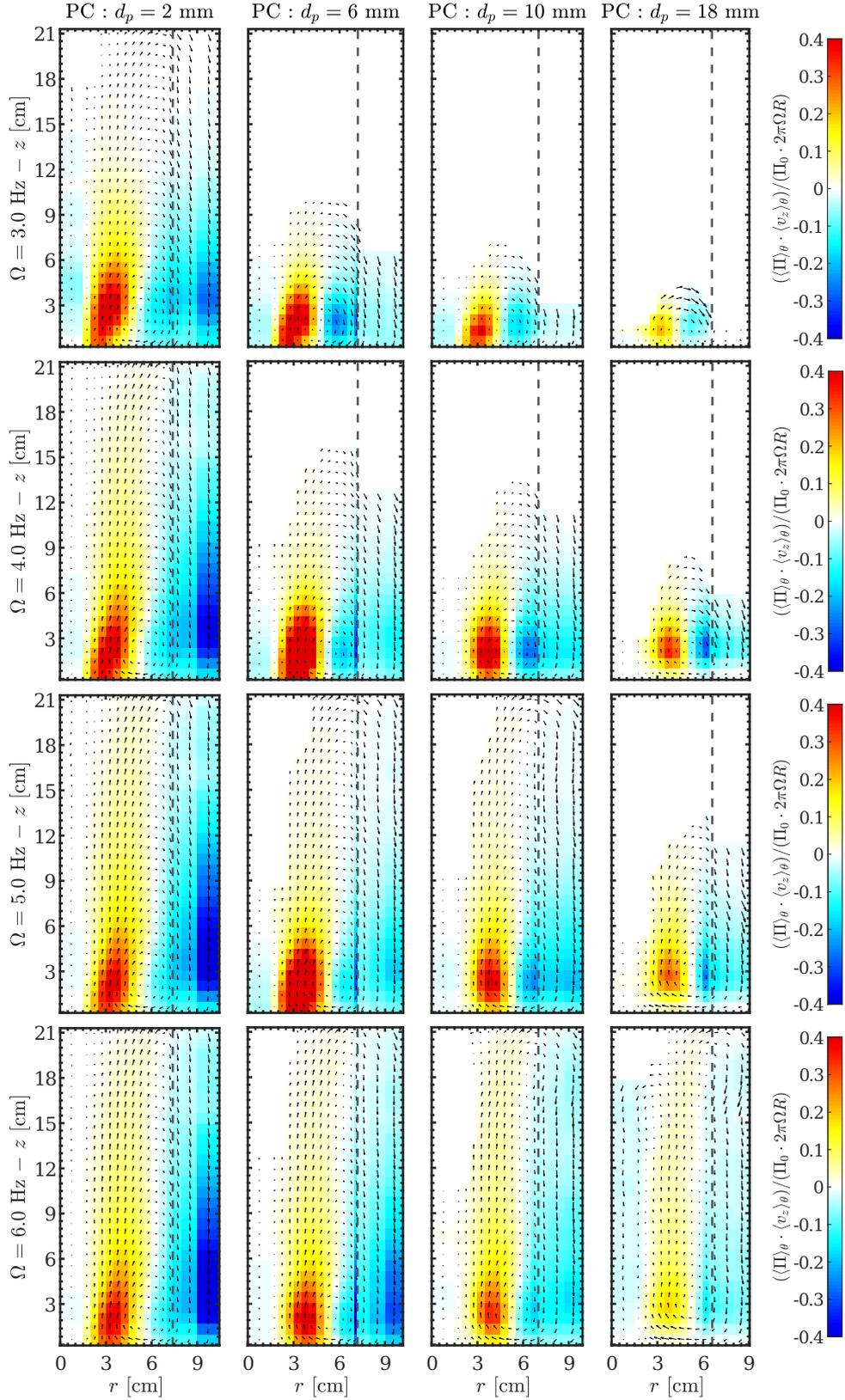
#### • Écoulement moyen des particules

Les PDF précédentes représentaient une mesure globale des fluctuations de vitesses des particules, largement conditionnées par les régions préférentiellement explorées. Les figures III.15 et III.16 montrent les cartes de flux axisymétriques locaux  $\langle \Pi \rangle_\theta \cdot \langle v_z \rangle_\theta$ . On reviendra plus tard sur leurs interprétations, pour l'instant on se contente de les utiliser pour visualiser qualitativement le champ de vitesse dans le plan  $(r, z)$  représenté par les flèches noires. Ce champ n'est évidemment défini que lorsque des particules sont présentes, ce qui signifie que tant que les particules n'atteignent pas le haut de la cuve, il existe une hauteur à laquelle leur vitesse verticale s'annule. Par exemple pour les billes en polyamide à  $\Omega = 2.0$  Hz, seules celles de 3 mm atteignent le sommet, ainsi celles de 6, 10, 15 et 18 mm ont des hauteurs limites respectives de  $\sim 15$ ,  $\sim 10$ ,  $\sim 5$  et  $\sim 4$  cm. De même, les billes en polyacétal de 6, 10, et 18 mm à  $\Omega = 3.0$ ,  $\Omega = 4.0$  et  $\Omega = 5.0$  Hz (figure III.16) ont des hauteurs d'arrêt en  $z \approx 10$  cm et  $z \approx 15$  cm pour  $d_p = 6$  mm, en  $z \approx 7$  cm et  $z \approx 13$  cm pour  $d_p = 10$  mm et en  $z \approx 4$  cm,  $z \approx 8$  cm et  $z \approx 12$  cm pour  $d_p = 18$  mm. À ces hauteurs particulières, la vitesse moyenne des particules n'est donc plus tangente à la vitesse moyenne du fluide. Pour la dernière bille, il est par exemple assez clair que le vecteur vitesse en  $(r \approx 4$  cm,  $z \approx 5$  cm), passe de presque entièrement horizontal à quasiment vertical entre  $\Omega = 3.0$  et  $\Omega = 6.0$  Hz. L'impact de la gravité s'étend donc aussi, bien que marginalement, à la composante radiale du champ de vitesse. Néanmoins c'est bien la taille qui va le plus compter dans la modification de la morphologie du champ de vitesse. En effet lorsque les particules de 15 et 18 mm atteignent le haut de la cuve

### III.4 Distributions des particules dans la cuve



**Figure III.15** – Flux axisymétriques locaux  $\langle \Pi \rangle_\theta \cdot \langle v_z \rangle_\theta$  normalisés par la concentration moyenne  $\Pi_0$  fois la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$  pour les particules en polyamide ; de gauche à droite, diamètres  $d_p = 3, 6, 10, 15$  et  $18$  mm ; de haut en bas, fréquence de rotation  $\Omega = 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$  et  $6.0$  Hz. Les lignes verticales grises tiretées marquent la séparation en  $r = L_c/2 - d_p/2$  entre l'intérieur et les coins de la cuve pour chacune des billes. Les flèches noires indiquent l'écoulement poloidal propre aux particules.

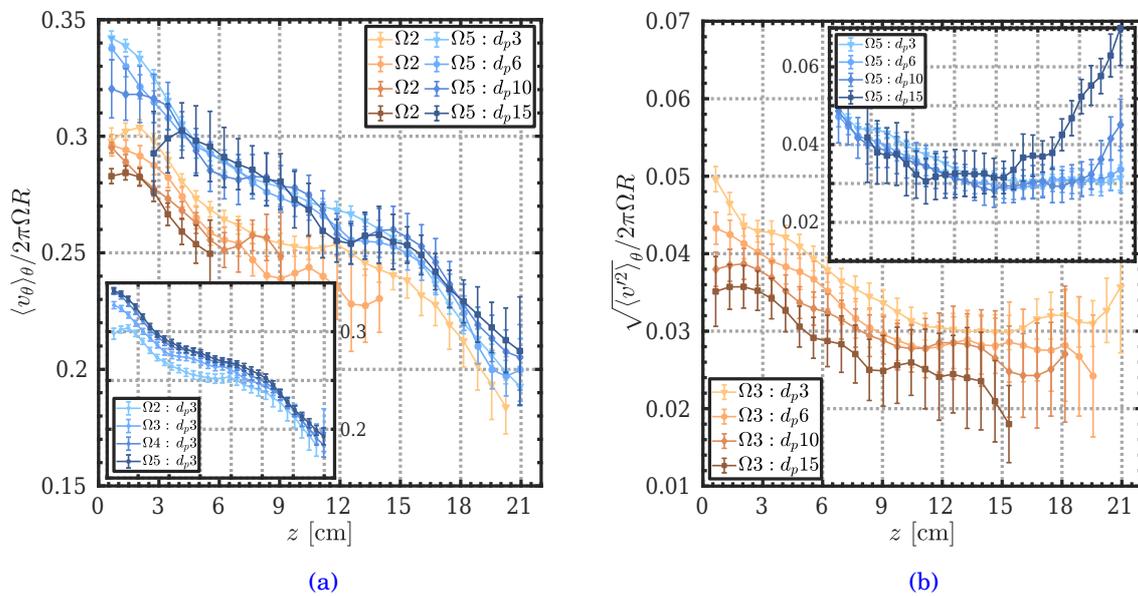


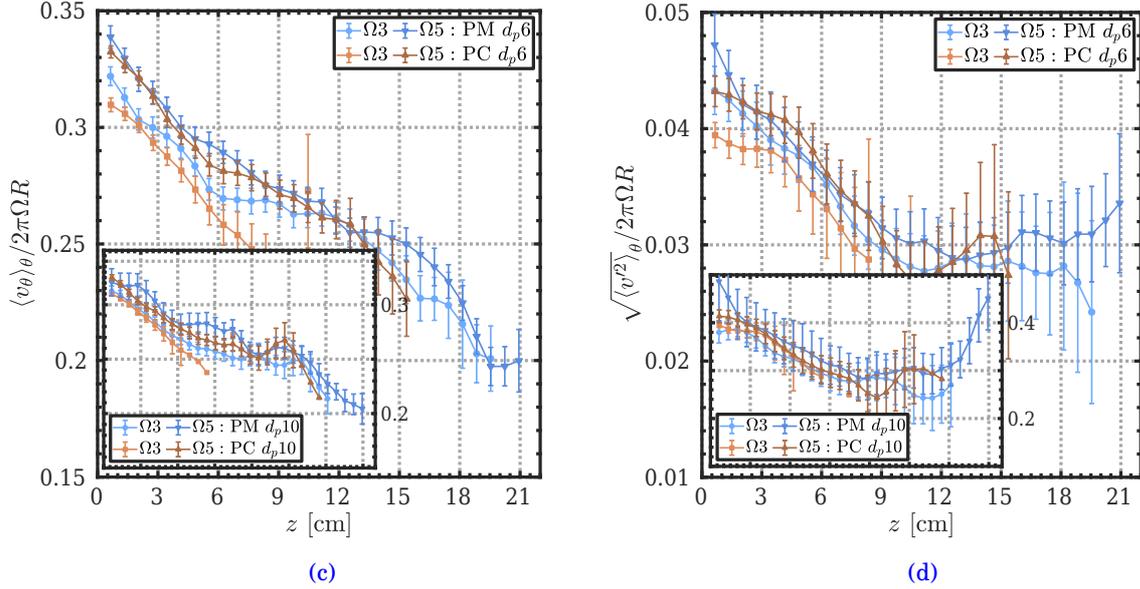
**Figure III.16** – Flux axisymétriques locaux  $\langle \Pi \rangle_\theta \cdot \langle v_z \rangle_\theta$  normalisés par la concentration moyenne  $\Pi_0$  fois la vitesse du disque  $2\pi\Omega R$  pour les particules en polyacétal ; de gauche à droite, diamètres  $d_p = 2, 6, 10$  et  $18$  mm ; de haut en bas, fréquence de rotation  $\Omega = 3.0, 4.0, 5.0$  et  $6.0$  Hz. Les lignes verticales grises tiretées marquent la séparation en  $r = L_c/2 - d_p/2$  entre l'intérieur et les coins de la cuve pour chacune des billes. Les flèches noires indiquent l'écoulement poloidal propre aux particules.

(figure III.15,  $\Omega = 5.0$  Hz), elles possèdent, comparées aux billes de 3 et 6 mm, un « surplus » de vitesse radiale négative en ( $r \approx 7$  cm,  $z \approx 16$  cm) et en ( $r \approx [2, 4]$  cm,  $z \approx 20$  cm), et un « surplus » de vitesse radiale positive en ( $r \approx 2$  cm,  $z \approx 14$  cm). Dans le plan ( $r, z$ ) cela se traduit par une forme en « double rouleaux ». Elles ont donc tendance à être repoussées des bords vers l'intérieur de la cuve lorsqu'elles sont au dessus de  $z = 16$  cm et vers le centre ( $r = 0$ ) si elles sont très proche du disque, ce qui est bien cohérent avec leurs distributions de position (figure III.10). L'écoulement pour les particules de diamètre 10 mm semble se situer entre celui d'une bille de 6 mm et celui d'une bille de 15 mm, d'où le fait qu'elles ne soient pas expulsées vers l'intérieur de la cuve. Enfin d'une manière intéressante, lorsque la gravité domine ( $\Omega = 3.0$  Hz,  $d_p = 15 - 18$  mm), les grosses billes ont un écoulement radiale axisymétrique orienté vers l'extérieur en  $r \approx 7$  cm, et vers l'intérieur lorsque le transport par le fluide domine ( $\Omega = 5.0$  Hz,  $d_p = 15 - 18$  mm).

Du fait de leur densité supérieure, les particules ont une vitesse verticale différente de celle du fluide. On a aussi vu que les vitesses radiales (faibles en moyenne axisymétrique) n'étaient pas non plus les mêmes, il reste donc à savoir si comme pour Machicoane [80] on retrouve quand même des vitesses azimutales proches. La figure III.17 (a) montre les profils de  $\langle v_\theta \rangle_\theta$  en  $r \approx 4$  cm en fonction de la hauteur  $z$  pour les particules en polyamide de 3, 6, 10 et 15 mm à deux fréquences de rotation. Ces profils sont similaires, et à l'incertitude près, on ne peut les différencier pour  $\Omega = 5.0$  Hz. Cependant, pour  $\Omega = 2.0$  Hz, les vitesses semblent se ranger de façon décroissante avec le diamètre. La différence ne serait que de quelques pourcents ( $\sim 5\%$  entre  $d_p = 3$  et  $d_p = 15$  mm) et pourrait être attribuée au fait que ces billes (non ponctuelles) moyennent d'autant plus le gradient de vitesse  $\partial \langle v_\theta \rangle_\theta / \partial r$  qu'elles sont grosses. Il est aussi possible que les billes n'aient pas le temps d'être suffisamment accélérées pour atteindre leur vitesse limite à cause de la gravité qui les fait retomber trop rapidement. En plus de cela, il apparaît une dépendance de la vitesse en fonction de  $\Omega$ , qui est confirmée par la figure en insert montrant quatre profils de  $\langle v_\theta \rangle_\theta$  de la particule de 3 mm pour  $\Omega = 2.0$ ,  $\Omega = 3.0$ ,  $\Omega = 4.0$  et  $\Omega = 5.0$  Hz. En effet les profils ne sont superposés qu'à partir de  $\Omega = 4.0$  Hz, avant cela la particule dispose d'une vitesse normalisée moindre. Comme la vitesse du fluide n'a pas été mesurée, on ne peut pas vraiment savoir s'il s'agit d'un effet de taille finie ou bien que l'écoulement est légèrement différent.

La recherche d'un effet de la densité sur ces profils n'est pas très concluante. La figure III.17 (c) présente, pour les billes de 6 mm (10 mm en insert), la vitesse azimutale aux fréquences  $\Omega = 3.0$





**Figure III.17** – En  $r \approx 4$  cm, (a) : vitesse azimutale  $\langle v_\theta \rangle_\theta$  des billes en polyamide à  $\Omega = 2.0$  (marron) et  $\Omega = 5.0$  Hz (bleu). Les courbes en insert montrent l'évolution de  $\langle v_\theta \rangle_\theta$  entre  $\Omega = 2.0$  et  $\Omega = 5.0$  Hz pour une particule de 3 mm ; (b) : fluctuations de vitesse  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}_\theta$  pour les mêmes billes à  $\Omega = 3.0$  Hz (en insert :  $\Omega = 5.0$  Hz) ; (c) : vitesse azimutale  $\langle v_\theta \rangle_\theta$  des deux types de billes (PM : bleu, PC : marron) de 6 mm (10 mm en insert) à  $\Omega = 3.0$  et  $\Omega = 5.0$  Hz ; (d) : fluctuations de vitesse  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}_\theta$  pour ces mêmes billes.

et  $\Omega = 5.0$  Hz. Si modification il y a, alors ces données ne permettent pas de le mettre en évidence. Les écarts les plus grands n'apparaissent que lorsque les particules en polyacétal atteignent leur limite de resuspension.

Enfin la figure III.17 (b) montre les profils des fluctuations de vitesse  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}_\theta$ , toujours en  $r \approx 4$  cm, en fonction de  $z$  pour les particules en polyamide de 3, 6, 10 et 15 mm. Pour  $\Omega = 3.0$  Hz, les profils présentent une forme similaire, avec le plus de fluctuations en bas de la cuve, une décroissance de celles-ci jusqu'à environ  $z \approx 15$  cm, avant d'augmenter en se rapprochant du disque ( $z = 22$  cm). Cette fois, il est assez clair qu'une augmentation du diamètre cause une diminution des fluctuations  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}_\theta$  : une différence de 5 – 8% apparaît entre  $d_p = 3$  et  $d_p = 6$  mm, de 11 – 15% entre  $d_p = 3$  et  $d_p = 10$  mm et de 20 – 25% entre  $d_p = 3$  et  $d_p = 15$  mm et se maintient avec  $z$ .

Le passage à  $\Omega = 5.0$  Hz change radicalement la dynamique puisqu'au delà de  $z = 8$  cm, la particule de 15 mm subit d'énormes fluctuations, de même pour celle de 10 mm à partir de  $z = 18$  cm. Ces fluctuations n'ont évidemment pas pour origine la turbulence, mais proviennent plutôt du mécanisme de piégeage des particules et masquent donc l'effet de filtrage par taille finie. De même que pour la vitesse azimutale, il est assez difficile de déterminer si l'augmentation de la densité affecte l'intensité des fluctuations. En effet d'après la figure III.17 (d), pour une même taille, la vitesse fluctuante des particules en polyacétal semble légèrement plus faible à  $\Omega = 3.0$  Hz pour  $d_p = 6$  mm et à  $\Omega = 5.0$  Hz pour  $d_p = 10$  mm, mais un tout petit peu supérieure à  $\Omega = 3.0$  Hz pour  $d_p = 10$  mm.

#### • Flux de particules

Dans la mesure où les particules explorent préférentiellement certaines régions de la cuve, elles ne possèdent pas, contrairement à l'écoulement du fluide, un écoulement propre incompressible :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \neq 0$ . En revanche, l'équation de conservation de la masse indique que  $\vec{\nabla} \cdot (\Pi \vec{v}) = 0$ , c'est-à-dire que le flux de particules à travers une surface fermée est nulle. Cette relation impose qu'à une altitude  $z$  donnée, on peut écrire  $\int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \Pi v_z dx dy = 0$ . En combinant les distributions

de position avec le champ de vitesse vertical, on peut fabriquer les cartes de flux axisymétriques locaux  $\langle \Pi \rangle_\theta \cdot \langle v_z \rangle_\theta$  (figure III.15 et III.16) afin de comprendre comment s'effectue la recirculation des particules dans la cuve. Puisque le volume effectif accessible par les billes (par leurs centres) diminue avec leur taille, la concentration moyenne  $\Pi_0$  augmentera légèrement avec le diamètre.

On remarque alors aisément que les billes de 3 et 6 mm en polyamide et celles de 2, 6 et 10 mm en polyacétal retombent principalement dans les coins. L'augmentation du flux normalisé négatif dans les coins pour les petites particules lorsque la fréquence augmente indique clairement qu'elles y sont de plus en plus présentes. À l'inverse les billes de 15 et 18 mm ne recirculent que légèrement dans les coins et avec des flux beaucoup plus faibles, mais surtout on trouve un flux négatif vers le centre ( $r = 0$ ) qui n'existe pas pour les autres particules. Ces flux de plus faible intensité rendent compte d'une dynamique bien plus lente pour les grosses billes, alors que les particules de 3 mm sont facilement transportées de haut en bas par l'écoulement.

## III.5 Piégeage des grosses particules

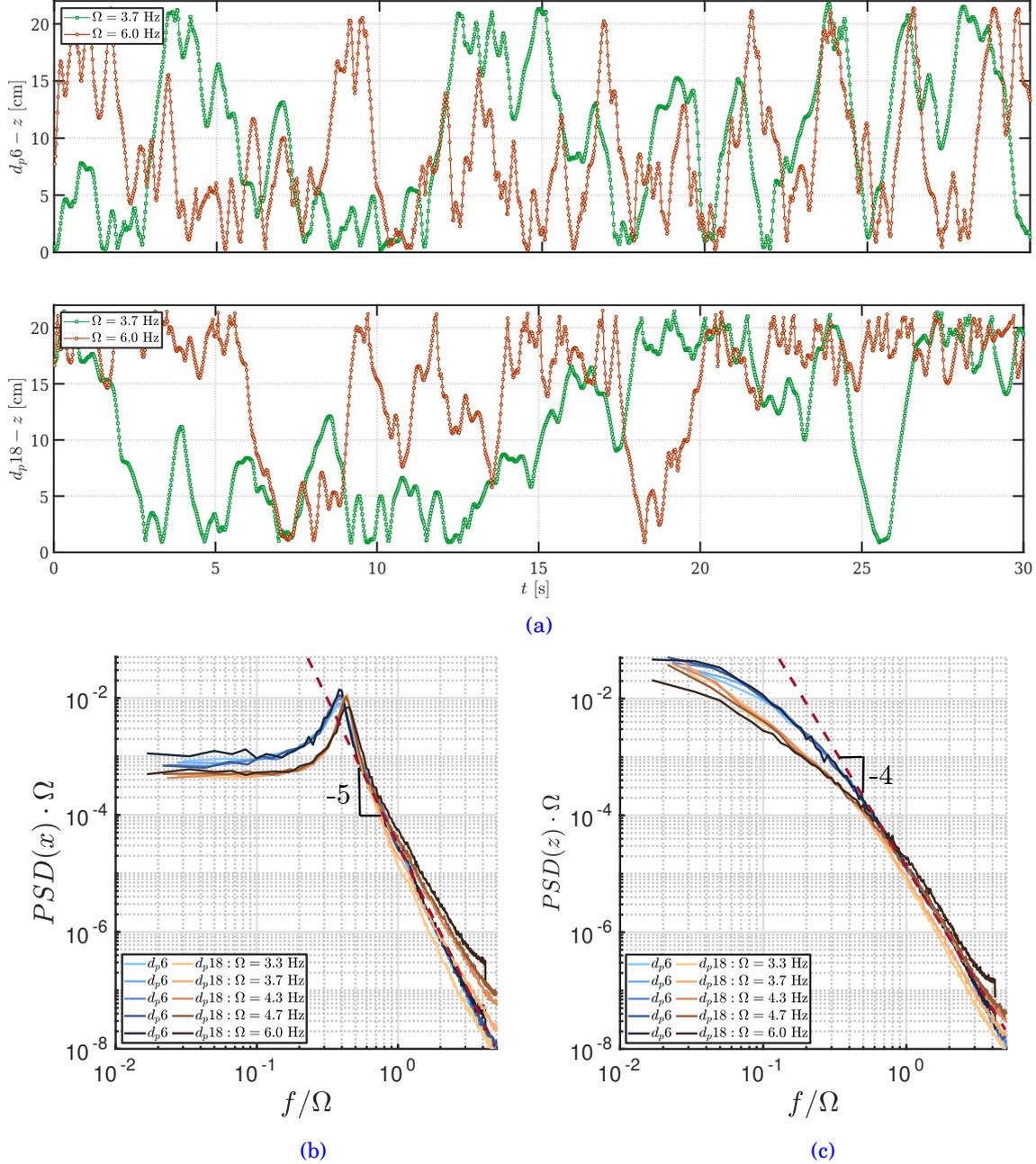
### III. 5.1 Une exploration « inversée » de la boîte

Ainsi toutes les populations de particules ne répondent pas de la même manière à l'écoulement, elles ne se dispersent pas de façon homogène dans la cuve et en particulier le comportement des grosses et des petites billes diffère grandement lorsque la fréquence de rotation devient suffisante pour leur permettre d'atteindre des zones proches du disque. En effet, les particules en polyamide de diamètres supérieurs ou égal à 10 mm explorent de manière « inversée » la boîte lorsque  $\Omega$  dépasse 4 Hz. Alors qu'on s'attendrait à ce que la gravité les force à explorer préférentiellement le bas, elles sont majoritairement situées proche du disque. Afin d'étudier leur dynamique temporelle, cette section s'appuie sur les données issues de la troisième campagne de mesure où il n'y avait qu'une seule particule en polyamide de chaque taille dans la cuve de manière à pouvoir la suivre aisément au cours du temps pendant les presque deux minutes d'acquisition que dure un film (5650 images prises à 50 Hz).

#### • Dynamique temporelle

À titre d'exemples, des signaux temporels de l'évolution de la position verticale  $z(t)$  pendant 30 secondes pour une bille de 6 mm et une autre de 18 mm à des fréquences  $\Omega = 3.7$  et  $\Omega = 6.0$  Hz sont présentés en figure III.18 (a). La particule de 6 mm expérimente de rapides oscillations entre le bas et le haut, même si elle reste parfois un peu plus longtemps dans certaines zones. Sa dynamique est évidemment plus rapide à  $\Omega = 6.0$  Hz sans pour autant qu'elle paraisse différente. La bille de 18 mm propose une dynamique verticale bien plus lente. Déjà à  $\Omega = 3.7$  Hz, elle semble visiter plus longtemps le bas ou le haut de la cuve. On ne trouve plus les aller-retours rapides qu'avait la plus petite particule, bien qu'elle puisse descendre puis rapidement remonter de façon isolée. À  $\Omega = 6.0$  Hz, la bille connaît de très rapides oscillations entre 15 et 20 cm et lorsqu'elle descend, remonte aussitôt. Elle présente de nombreuses excursions avortées dans la partie inférieure. Grâce à ce type de signaux temporels, il est possible de construire les densités spectrales de puissance de la position horizontale  $PSD(x)$  (ou  $PSD(y)$ ) et verticale  $PSD(z)$  sur des gammes de fréquences allant de  $f/\Omega = 2.10^{-2}$  à  $f/\Omega = 4$ . Pour 5 fréquences de rotation du disque (de  $\Omega = 3.3$  à  $\Omega = 6.0$  Hz), les spectres pour la bille de 6 mm et celle de 18 mm sont superposés en figure III.18 (b) (c). On constate alors que la forme des spectres pour  $d_p = 6$  mm évolue peu avec la fréquence de rotation, que ce soit selon  $x$  ou selon  $z$ , alors qu'il y a des changements pour  $d_p = 18$  mm, signe que sa dynamique est bien fortement dépendante de  $\Omega$ . La rotation est ultra dominante dans cet écoulement à un seul disque, d'où le fait que les spectres de position horizontale soient marqués par un pic bien

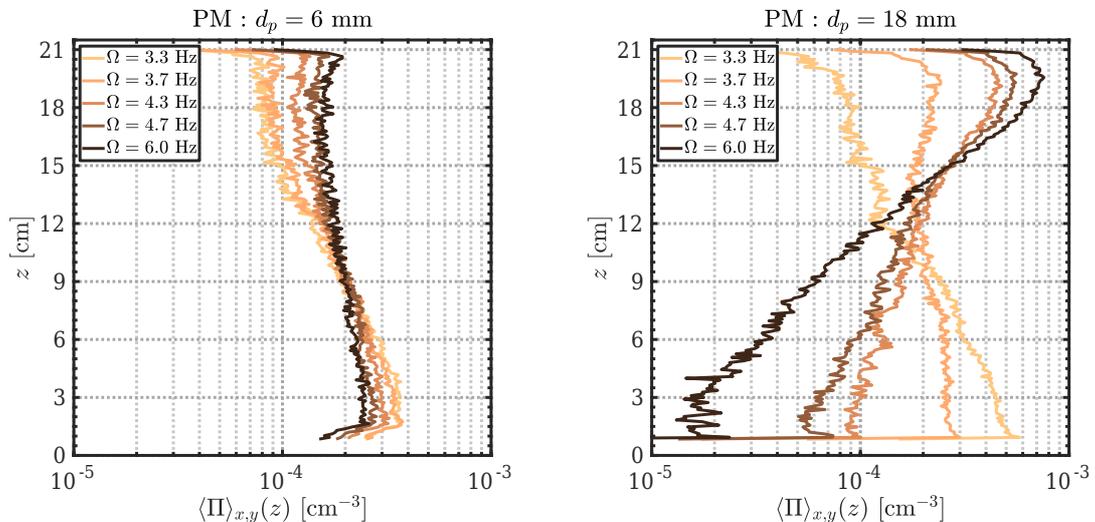
distinct. Celui-ci nous permet de définir le temps de retournement moyen  $T_\Omega$ , temps typique que met une particule pour faire un tour dans le plan horizontal. Il est proportionnel  $1/\Omega$ , mais change légèrement en fonction de la taille :  $T_\Omega \simeq 1/(0.38\Omega)$  pour  $d_p = 3$  et  $d_p = 6$  mm,  $T_\Omega \simeq 1/(0.40\Omega)$  pour  $d_p = 10$  mm,  $T_\Omega \simeq 1/(0.41\Omega)$  pour  $d_p = 15$  mm et enfin  $T_\Omega \simeq 1/(0.43\Omega)$  pour  $d_p = 18$  mm. Cette diminution est vraisemblablement à mettre sur le compte de la difficulté d'accès aux coins pour les plus grosses particules qui sont donc plus contraintes à tourner. L'existence d'un plateau à basses



**Figure III.18** – (a) Évolution au cours du temps de la position verticale  $z(t)$  à une fréquence de rotation de disque de 3,7 Hz : carrés ( $\square$ ) verts et de 6,0 Hz : cercles ( $\circ$ ) rouges, pour une bille de diamètre 6 mm (haut) et une bille de diamètre 18 mm (bas). Densités spectrales de puissance de la position horizontale  $x$  (b), et verticale  $z$  (c), pour les mêmes particules (bleu : 6 mm, marron : 18 mm) pour des fréquences de rotation du disque allant de  $\Omega = 3.3$  à  $\Omega = 6.0$  Hz.

fréquences provient du confinement des particules dans la cuve. Il est d'ailleurs plus bas pour les particules de 18 mm puisque la valeur RMS de leur position est aussi plus faible (volume effectif plus restreint). À hautes fréquences, il est possible d'ajuster une loi de puissance d'exposant proche de  $-5$  selon  $x$  et d'exposant  $-4$  selon  $z$ . Pour cette dernière composante, les spectres à  $\Omega = 4.3$  et  $\Omega = 4.7$  Hz de la plus grosse bille sont presque superposés à ceux de la plus petite, ce qui n'est pas complètement inattendu dans la mesure où il s'agit des fréquences où elle explore de façon le plus homogène la boîte. En principe, en turbulence homogène et isotrope, les spectres de puissance de la vitesse pour des traceurs présentent une loi en  $(f/\Omega)^{-2}$ , donc en  $(f/\Omega)^{-4}$  pour la position. Cela a par exemple été observé expérimentalement par Mordant et al. [95]. Ici, en dépit de l'utilisation de particules inertielles, on retrouve un très bon accord pour la composante verticale, moins pour la composante horizontale. Dans un écoulement à deux disques, Machicoane [80] avait lui trouvé des exposants d'environ  $-4.5$ .

Pour comprendre comment s'effectue la transition entre des billes majoritairement en bas et majoritairement en haut, on peut regarder en figure III.19 (droite) la façon dont les PDF de position verticale  $\langle \Pi \rangle_{x,y}(z)$  évoluent en changeant la fréquence de rotation  $\Omega$ . On note alors que cette transition est continue comme s'il s'agissait d'un changement de phase du deuxième ordre. De manière progressive les billes se trouvent de plus en plus à explorer le haut de la cuve, le basculement ayant lieu entre  $\Omega = 3.7$  Hz et  $\Omega = 4.3$  Hz, comme on avait pu l'observer à travers la hauteur moyenne  $\bar{h}$ . Cependant on ne trouve aucune distribution uniforme (il n'y a pas de PDF complètement verticale). En effet vers  $z \approx 12$  cm, il existe une cassure dans les distributions qui est particulièrement notable à 3.7 Hz. Ainsi à cette fréquence, si l'on excepte le haut et le bas de la cuve, la concentration est minimale au centre. Cela est cohérent avec l'observation précédente sur les signaux temporels : même avant la transition une bille de 18 mm est capable de rester un long moment (comparativement à une particule de 6 mm) dans la partie supérieure de la cuve, d'où une probabilité de présence plus importante en haut par rapport au milieu. L'inversion est complète au delà de 4.3 Hz, la densité est à présent la plus faible en bas. Ceci tranche avec les PDF pour une bille de 6 mm (figure III.19 (gauche)) qui conservent une densité maximale dans la partie inférieure quelque soit la fréquence. Ceci dit, on peut remarquer que chacune des distributions se trouve courbée de telle sorte que la probabilité de présence ré-augmente légèrement proche du



**Figure III.19** – PDF de la position verticale  $z$  pour 5 fréquences de rotation du disque, de  $\Omega = 3,3$  Hz (jaune) à  $\Omega = 6,0$  Hz (marron foncé), pour une bille de 6 mm (gauche) et une bille de 18 mm (droite).

disque ( $z > 17$  cm). À ce stade, cela nous amène à penser que le mécanisme qui piège les grosses particules en haut de la boîte agit aussi d'une manière plus modérée sur les plus petites billes, ce qui expliquerait comment les particules de 6 mm peuvent avoir une hauteur moyenne supérieure à leur comparse de 3 mm ( $\bar{h}_{dp6} > \bar{h}_{dp3}$ ) pour une fréquence de rotation  $\Omega$  d'au moins 4.3 Hz.

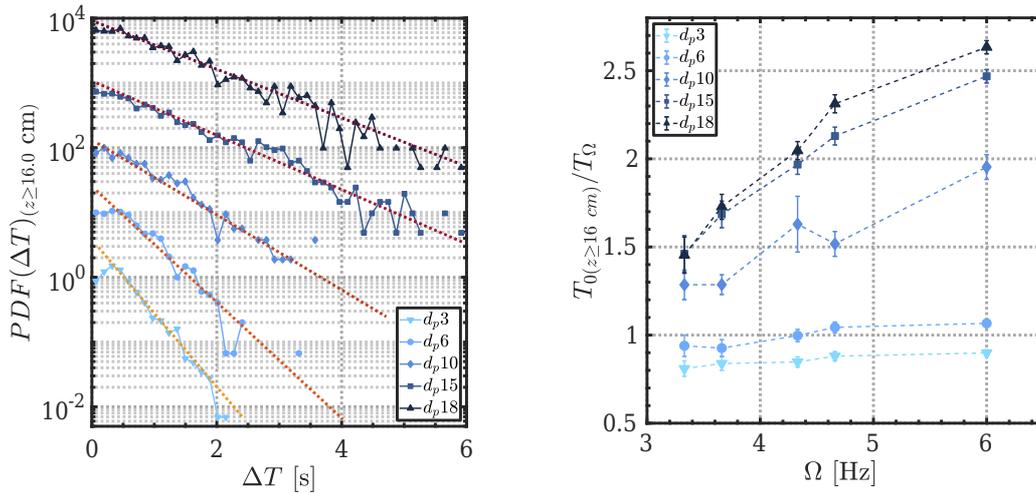
### • Temps de résidence

Le tracé des temps de résidence  $\Delta T$  au-dessus d'une certaine hauteur  $z$  va nous permettre d'affiner cette conjecture. En effet si cette dernière est valide, alors plus une particule sera grosse et plus elle devrait rester longtemps proche du disque. La figure III.20 (gauche) montre les distributions des temps de résidence au dessus de  $z = 16.0$  cm pour les 5 tailles de particule à une fréquence de rotation de  $\Omega = 4.7$  Hz. Pour plus de lisibilité elles ont été décalées d'une décade chacune. De manière peu surprenante il s'agit presque d'exponentielles décroissantes :

$$PDF(\Delta T) = \frac{1}{T_0} e^{-\Delta T/T_0} \quad (\text{III.9})$$

où  $T_0$  correspond à la moyenne des temps d'attente. En effet une exponentielle indique que la probabilité pour une bille de sortir de la zone est constante au cours du temps. Puisqu'on est dans une situation stationnaire et dans une zone restreinte, il n'y a aucune raison pour qu'une particule voit sa probabilité de la quitter se renforcer ou au contraire s'affaiblir en fonction du temps qu'elle y passe. Une déviation à l'exponentielle apparaît pour les très faibles temps, probablement due à l'inertie du mouvement qui empêche les particules de rentrer et sortir sur un temps très court. Cette forme exponentielle n'est pas spécifique à  $\Omega = 4.7$  Hz et est présente à toutes les autres fréquences.

Lorsqu'on s'attarde sur les temps moyen de résidence  $T_0$  normalisés par le temps de retournement  $T_\Omega$  (figure III.20 (droite)), on s'aperçoit qu'ils sont clairement ordonnés par taille et ce,



**Figure III.20** – Distributions des temps de résidence au dessus d'une altitude  $z = 16.0$  cm à une fréquence  $\Omega = 4.7$  Hz (gauche), et temps moyen de résidence  $T_0$  normalisés par le temps de retournement  $T_\Omega$  (droite) pour des particules en polyamide de 3 mm : ( $\blacktriangledown$ ), 6 mm : ( $\bullet$ ), 10 mm : ( $\blacklozenge$ ), 15 mm : ( $\blacksquare$ ) et 18 mm : ( $\blacktriangle$ ). Les barres verticales représentent à l'incertitude à 90% en supposant des distributions de forme exponentielle. Les tracés en pointillés sur la figure de gauche correspondent à des ajustement exponentiels.

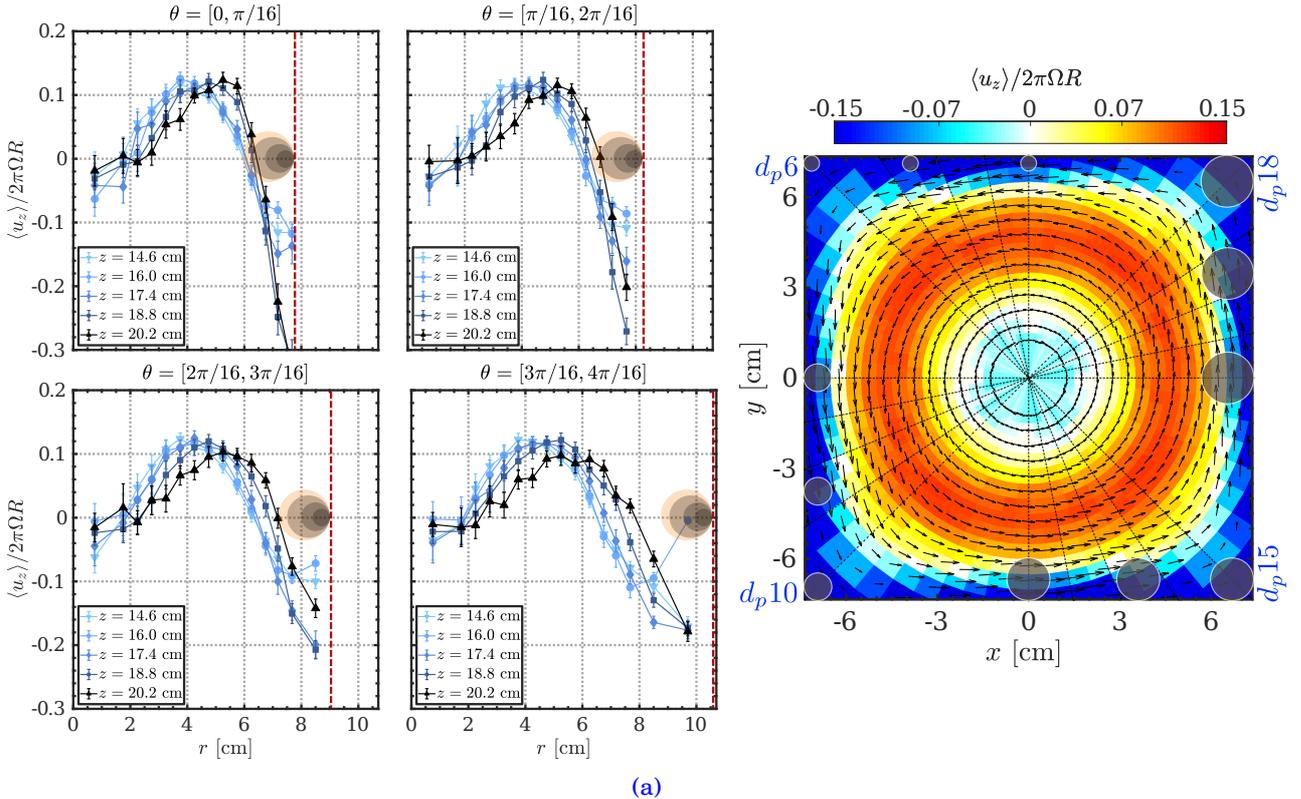
### III.5 Piégeage des grosses particules

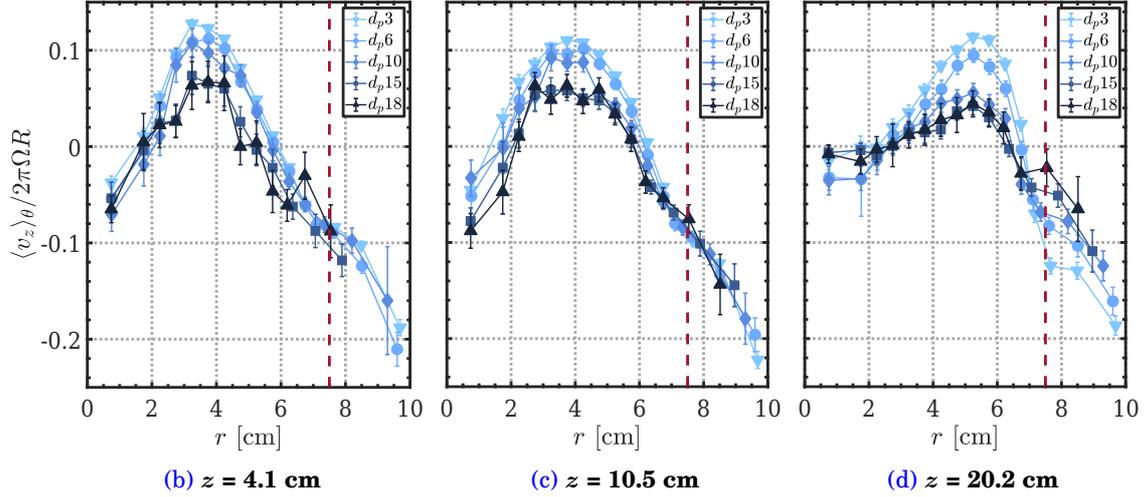
quelque soit la fréquence de rotation. Le rapport  $T_0/T_\Omega$  a tendance à augmenter avec la fréquence, ce qui signifie qu'elles font en moyenne plus de tours avant de redescendre. Cela est cohérent avec un mécanisme de piégeage qui s'intensifie.

Les particules semblent se diviser en deux groupes :  $d_p < 10$  mm qui voient le rapport augmenter modérément et  $d_p \geq 10$  mm pour lesquelles l'augmentation est plus forte ( $\sim +75\%$  entre  $\Omega = 3.3$  et  $\Omega = 6.0$  Hz pour les deux plus gros diamètres). Le comportement du temps de résidence est d'ailleurs différent pour ces deux groupes. Alors qu'il est à peu près constant pour  $d_p = 10$  mm ( $T_0 \approx 0.81 - 0.95$  s),  $d_p = 15$  mm ( $T_0 \approx 1.03 - 1.15$  s) et  $d_p = 18$  mm ( $T_0 \approx 1.01 - 1.16$  s), il diminue pour  $d_p = 6$  mm ( $T_{0\Omega=3.3\text{Hz}} \approx 0.76$  s,  $T_{0\Omega=6.0\text{Hz}} \approx 0.50$  s) et  $d_p = 3$  mm ( $T_{0\Omega=3.3\text{Hz}} \approx 0.68$  s,  $T_{0\Omega=6.0\text{Hz}} \approx 0.45$  s). Cependant il est quand même très intéressant de noter que le rapport  $T_0/T_\Omega$  augmente à la fois pour  $d_p = 6$  mm et pour  $d_p = 3$  mm, or on a vu précédemment que les billes de 6 mm subissaient bien l'influence du piégeage ce qui pourrait être un indice qu'il en est de même pour celles de 3 mm (bien que cela ne soit pas visible sur les PDF de position verticale comme on le verra par la suite). Pour autant en l'absence des temps de résidence pour des traceurs (logiquement proportionnel à  $1/\Omega$ ), on ne peut pas conclure.

#### • Piégeage géométrique

Il est clair que les particules dont le diamètre vaut au moins 6 mm subissent l'influence d'un mécanisme qui les retient plus ou moins fortement en haut. Le piste privilégiée ici est celle d'un piégeage d'origine géométrique. En effet on a vu précédemment que l'écoulement descendant était plutôt situé en périphérie, et que, proche du disque, le pompage vertical est repoussé vers l'extérieur. Sur la figure III.21 (a-gauche) on voit nettement le maximum de la vitesse verticale et le rayon  $r$  pour lequel elle s'annule pour les profils en  $z = 18.8$  et  $z = 20.2$  cm se décaler radialement





**Figure III.21** – À la fréquence  $\Omega = 5.0$  Hz, (a-gauche) vitesses verticales  $\langle u_z \rangle$  des billes de 3 mm, à 5 altitudes :  $z = 14.6$  cm ( $\blacktriangledown$ ),  $z = 16.0$  cm ( $\bullet$ ),  $z = 17.4$  cm ( $\blacklozenge$ ),  $z = 18.8$  cm ( $\blacksquare$ ) et  $z = 20.2$  cm ( $\blacktriangle$ ), pour quatre valeurs d’angles dans le premier huitième de la cuve :  $\theta = [0, \pi/16]$ ,  $[\pi/16, 2\pi/16]$ ,  $[2\pi/16, 3\pi/16]$  et  $[3\pi/16, 4\pi/16]$ . Les différentes billes de  $d_p = 6$  à  $d_p = 18$  mm sont représentées à l’échelle en marron. Figure (a-droite) : champ de vitesse verticale dans le plan  $(x, y)$  en  $z = 18.8$  cm ; les tailles des différentes particules ont été représentées à l’échelle proche des parois de façon à les comparer avec la taille de la zone où l’écoulement descend.

Vitesses verticales axisymétriques  $\langle v_z \rangle_\theta$  pour les billes en polyamide de diamètre :  $d_p = 3$  mm ( $\blacktriangledown$ ),  $d_p = 6$  mm ( $\bullet$ ),  $d_p = 10$  mm ( $\blacklozenge$ ),  $d_p = 15$  mm ( $\blacksquare$ ) et  $d_p = 18$  mm ( $\blacktriangle$ ), pour trois hauteurs :  $z = 4.1$  cm (b),  $z = 10.5$  cm (c) et  $z = 20.2$  cm (d). Les lignes verticales rouges correspondent à la position de la paroi pour chacun des angles (tiretée pour  $\theta = 0$ ).

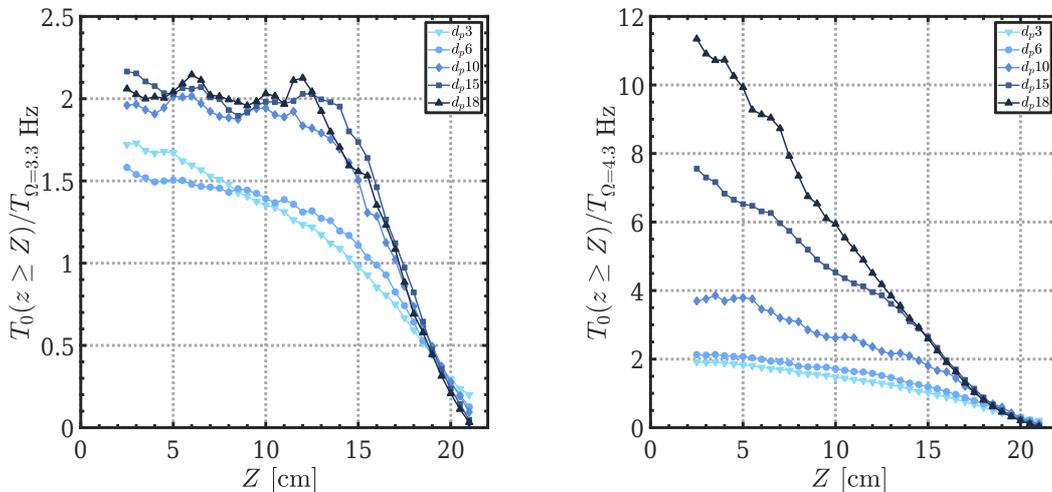
de plusieurs millimètres. Dans les coins, pour  $\theta = ([2\pi/16, 3\pi/16]$  et  $\theta = [3\pi/16, 4\pi/16]$ ), le décalage est global pour tous les profils mais toujours plus prononcé pour les hauteurs  $z$  les plus grandes. La figure montre également la position de la paroi en rouge ainsi que, à l’échelle, les billes de 6, 10, 15 et 18 mm en marron. Cela permet de se rendre compte que suivant sa taille, une particule, même collée à la paroi, ne voit pas un écoulement vertical dans une seule direction. Par exemple en  $\theta = 0$  (paroi en  $r = 7.5$  cm), le pompage ascendant s’annule en  $r \approx 6.5$  cm pour  $z = 18.8$  et  $z = 20.2$  cm (probablement légèrement plus dans la mesure où il s’agit de la vitesse verticale d’une bille de 3 mm), donc une particule de  $d_p = 10$  mm doit être littéralement collée à la paroi pour ne subir qu’un écoulement descendant. Pour celles de 15 et 18 mm, le constat est que même à une altitude de  $z = 14.6$  cm, elles subissent toujours l’effet du pompage vertical. En  $\theta = \pi/8$ , il faudra qu’elles soient en dessous de  $z = 18$  cm pour pouvoir être complètement dans un écoulement descendant. C’est seulement au delà de  $\theta = \pi/8$  que toutes les particules verront forcément une vitesse verticale négative en étant collées à la paroi. Or les angles entre  $\theta = \pi/8$  et  $\theta = \pi/4$  correspondent des coins, là où les particules les plus grosses auront plus de mal à accéder. L’écoulement étant dominé par la rotation, les billes seront systématiquement soumises à du fluide montant lorsqu’elles sont dans le quart supérieure de la cuve. La figure III.21 (a-droite) propose une représentation plus visuelle pour comparer les diamètres des billes avec les tailles des zones de recirculation verticale, afin de bien prendre conscience que les plus grosses billes ne subissent pas uniquement un écoulement orienté vers le bas même lorsqu’elles longent les parois.

Il en résultera un impact sur la vitesse verticale axisymétrique  $\langle v_z \rangle_\theta$ , visible dans la partie basse de la figure III.21 (b) (c) (d). On retrouve le fait que la vitesse verticale montante est d’autant plus faible que la vitesse de sédimentation  $v_s$  est grande, et que la zone de pompage est de ce fait réduite lorsque la taille augmente. Logiquement on s’attendrait à ce que la vitesse verticale

### III.5 Piégeage des grosses particules

descendante suit le chemin opposé : « l'addition » (pas au sens d'une simple superposition) de la vitesse du fluide et de la vitesse de chute de la particule devrait donner des vitesses négatives encore plus importantes. C'est ce qu'on peut observer en  $z = 4.1$  cm (figure III.21 (b)). Cependant dès  $z = 10.5$  cm (figure III.21 (c)), la vitesse descendante semble presque indépendante du diamètre de la particule au delà de  $r = 7$  cm (entre  $r = 6$  et  $r = 7$  cm, on a l'arrangement attendu). Enfin à  $z = 20.2$  cm (figure III.21 (d)), si la vitesse reste en moyenne négative proche des parois, l'ordre est lui complètement inversé avec la bille de 18 mm qui tombe le moins vite et celle de 3 mm qui chute le plus rapidement. Il y a donc une double pénalité pour les grosses particules, elles sont moins présentes proches des parois et en plus, elles ont une vitesse plus faible, d'où ces flux verticaux nettement amoindris (figure III.15 et III.16).

Par ailleurs, regarder les temps moyens de résidence au dessus d'une certaine altitude (figure III.22) pour une fréquence avant ( $\Omega = 3.3$  Hz) et après le piégeage ( $\Omega = 4.3$  Hz) peut nous permettre de se convaincre qu'un effet géométrique serait bien à l'origine des observations. En effet, pour  $\Omega = 3.3$  Hz, on retrouve une séparation  $d_p < 10$  mm et  $d_p \geq 10$  mm intervenant autour de  $z \approx 18.5$  cm. Les trois plus gros diamètres ont exactement le même comportement, avec un rapport  $T_0/T_\Omega$  qui augmente jusqu'à  $z \approx 13$  cm et se stabilise à  $T_0/T_\Omega \approx 2$ . Le fait qu'il soit constant indique que les billes restent peu de temps dans la zone  $3 \text{ cm} \leq z \leq 12$  cm. Soit l'écoulement est suffisamment intense pour les transporter jusqu'en haut de la cuve et elles y sont légèrement piégées, soit l'écoulement est trop faible et elles retombent rapidement en bas. Il y a donc de nombreuses excursions avortées au centre à cause de leur vitesse de sédimentation trop élevée. Un tel comportement n'est pas observé pour  $d_p = 3$  mm et  $d_p = 6$  mm qui sont plus aisément transportés par l'écoulement et font donc des aller-retours fréquents entre le haut et le bas. L'inversion en  $z \approx 8$  cm des rapports :  $\frac{T_0}{T_\Omega}(d_p 3) > \frac{T_0}{T_\Omega}(d_p 6)$  pourrait aussi suggérer que les billes de 6 mm ont plus de mal à être resuspendues par l'écoulement lorsqu'elles sont proche de la paroi inférieure. Inversion qui n'est plus observée lorsque l'écoulement devient plus vigoureux à  $\Omega = 4.3$  Hz. À cette fréquence, les temps de résidence des plus grosses particules se dissocient à différentes altitudes :  $\frac{T_0}{T_\Omega}(d_p 10)$  se sépare de  $\frac{T_0}{T_\Omega}(d_p 15)$  et  $\frac{T_0}{T_\Omega}(d_p 18)$  en  $z \approx 17.5$  cm, puis  $\frac{T_0}{T_\Omega}(d_p 15)$  se sépare de  $\frac{T_0}{T_\Omega}(d_p 18)$  en  $z \approx 14.0$  cm. Ces deux hauteurs sont relativement cohérentes avec un piégeage géométrique. En effet si on se

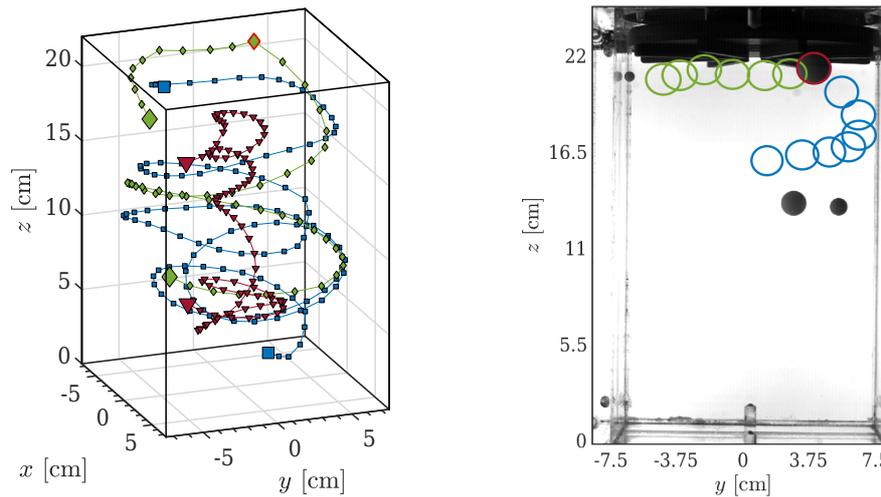


**Figure III.22** – Temps moyens de résidence  $T_0(z \geq Z)$  au dessus d'une certaine hauteur  $Z$  normalisés par le temps de retournement  $T_\Omega$  à une fréquence de rotation  $\Omega = 3.3$  Hz (gauche) et  $\Omega = 4.3$  Hz (droite) pour des particules en polyamide de 3 mm : ( $\blacktriangledown$ ), 6 mm : ( $\bullet$ ), 10 mm : ( $\blacklozenge$ ), 15 mm : ( $\blacksquare$ ) et 18 mm : ( $\blacktriangle$ ). On rappelle que le disque est situé en  $Z = 22$  cm.

réfère à la figure précédente III.21 (a), lors de leurs passages en  $\theta = 0, \pi/2, \pi$  et  $3\pi/2$ , les billes de 15 et 18 mm verront toujours du fluide montant, alors que la bille de 10 mm n'en verra surtout qu'au dessus de  $z = 18.8$  cm. De même en  $\theta = \pi/8, 5\pi/8, 9\pi/8$  et  $13\pi/8$ , une particule de 18 mm aura toujours du fluide montant au delà de  $z = 14.6$  cm, alors qu'il faudra que celle de 15 mm soit au moins en  $z = 18.8$  cm. Enfin contrairement à  $\Omega = 3.3$  Hz, le rapport  $T_0/T_\Omega$  ne sature pas en dessous d'une certaine hauteur, ce qui indique que les billes sont très facilement resuspendues même si elles retombent plus bas dans la cuve. Par exemple, une particule de 18 mm fera en moyenne 10 tours avant de redescendre en dessous de  $z = 5.0$  cm, soit  $T_0(z \geq 5 \text{ cm}) \approx 6$  s. C'est donc probablement bien le fait que la vitesse de sédimentation devienne de plus en plus négligeable devant le pompage ( $v_s/u_z$  décroît en  $1/\Omega$ ) et que les billes n'aient plus accès aux zones d'écoulement descendant qui induit une exploration préférentielle proche du disque.

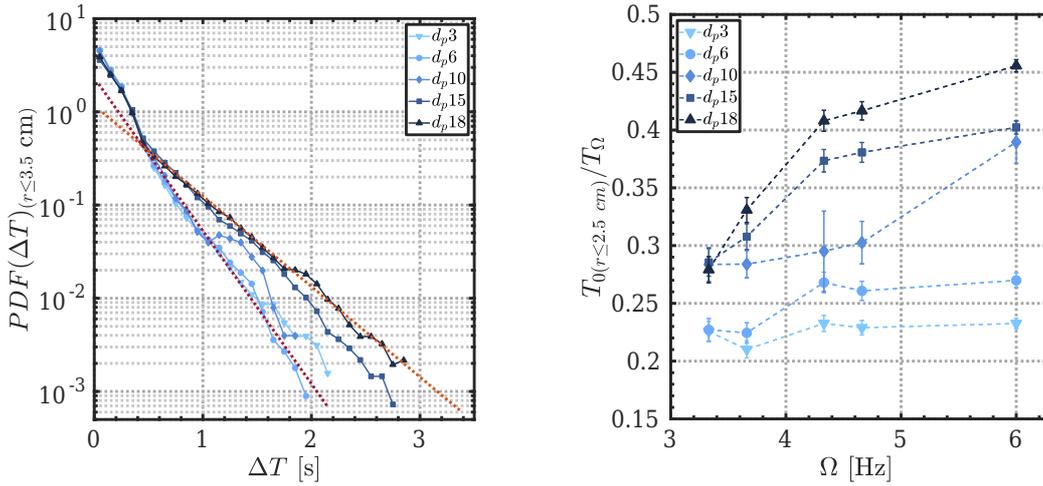
### • Mécanisme d'échappement

Bien que le piégeage s'intensifie lorsque la fréquence de rotation  $\Omega$  augmente, il n'est pas pour autant irrémédiable. Plusieurs trajectoires en figure III.23 montrent comment une bille de 18 mm peut réussir à s'y soustraire. Si les fluctuations turbulentes sont suffisantes, la particule peut s'extraire par les zones descendantes sur les bords (trajectoire en carrés bleus). Notamment, il avait été mis en évidence que dans le cas d'un écoulement à deux disques, le temps de piégeage (à fréquence de rotation constante) diminuait lorsque le nombre de Reynolds  $Re$  augmentait (Machicoane & Volk [82]). Il arrive également parfois que la bille heurte le disque comme sur la trajectoire de la figure III.23 (droite). En tapant dans les pâles, la particule peut acquérir une vitesse suffisante pour traverser les structures de la turbulence et de l'écoulement moyen. Plus une bille est grosse et plus sa probabilité de heurter le disque augmente dans la mesure où elle ne voit pas la couche limite proche du disque dans laquelle la vitesse verticale s'annule. Et plus elle est grosse, plus son temps de réponse  $\tau_p$  est grand, la faisant partir d'autant plus loin du disque.



**Figure III.23** – Trois trajectoires typiques d'échappement de son piégeage proche du disque d'une bille de 18 mm (gauche). Sur la trajectoire en triangles (▼) rouges, elle tombe lentement autour du cœur central. Celle en carrés (■) bleus montre que les fluctuations de vitesse peuvent lui permettre de quitter la zone. Et enfin celle en losanges (◆) verts correspond à un évènement où la particule heurte le disque (losange entouré de rouge) lui faisant traverser les structures de l'écoulement. Un morceau de cette dernière trajectoire est montrée sur la photo de droite prise au moment où la bille touche le disque : les cercles verts correspondent à sa position avant le choc, et ceux en bleus après celui-ci.

Enfin il arrive souvent que la bille soit « attrapée » par le coeur central. L'intensité de l'écoulement étant très faible dans cette zone, la bille peut lentement descendre comme illustrée par la trajectoire en triangles rouges (figure III.23 (gauche)). La plupart du temps, la bille est éjectée du centre avant d'atteindre le bas. Les distributions des temps de résidence dans ce coeur sont montrées sur la figure III.24 (gauche) pour les 5 tailles de particules. Tout comme les temps de résidences proche du disque, ceux dans le coeur sont quasiment de la forme d'une exponentielle décroissante. En revanche ici les très faibles temps sont sur-représentés et ont la même probabilité quelque soit la bille. Il s'agit vraisemblablement des événements de traversées du coeur par des trajectoires balistiques. La différence intervient pour des temps  $\Delta T \geq 0.5$  s à partir desquels plus une bille est grosse et plus sa probabilité de rester dans le coeur grandit. La figure III.24 (droite) qui représente le temps moyen de résidence normalisé par le temps de retournement  $T_\Omega$  dans un cylindre de rayon  $r = 2.5$  cm, montre clairement que les grosses billes y restent en moyenne plus longtemps. Par exemple, à  $\Omega = 4.7$  Hz, on a  $T_0(d_p 18) \approx 0.2$  s, et comme  $v_s(d_p 18) \approx 23$  cm/s, une bille de 18 mm peut tomber d'environ 4 ou 5 cm sous l'action de son propre poids si elle reste proche du centre, suffisant pour l'extraire de la zone de piégeage proche du disque.



**Figure III.24** – Distributions des temps de résidence dans un cylindre de rayon  $r = 3.5$  cm à une fréquence  $\Omega = 4.7$  Hz (gauche), et temps moyen de résidence  $T_0$  normalisés par le temps de retournement  $T_\Omega$  dans un cylindre de rayon  $r = 2.5$  cm (droite) pour des particules en polyamide de 3 mm : (▼), 6 mm : (●), 10 mm : (◆), 15 mm : (■) et 18 mm : (▲). Les tracés en pointillés sur la figure de gauche correspondent à des ajustements exponentiels.

### III. 5.2 Réduction du problème à une dimension

Une compréhension fine de la dynamique des billes nécessiterait une cartographie en trois dimensions complète de toutes les interactions entre elles et l'écoulement. Mais on a vu précédemment qu'une vision axisymétrique en deux dimensions permettait déjà d'en tirer quelques ingrédients clés : la vitesse verticale, les fluctuations turbulentes et la force centrifuge. Puisque la dynamique principale du système est verticale, il est naturel de tenter de la réduire à cette unique dimension.

#### • Distributions de position verticale

Dans un premier temps uniquement les particules qui ne sont à priori pas piégées sont considérées, c'est-à-dire l'ensemble des billes en polyacétal ( $\rho_{PC} \approx 1.41$ ) et celles de 3 et 6 mm en polyamide ( $\rho_{PM} \approx 1.14$ ). Les distributions verticales  $\langle \Pi \rangle_{x,y}(z)$  sont représentées sur la figure III.25

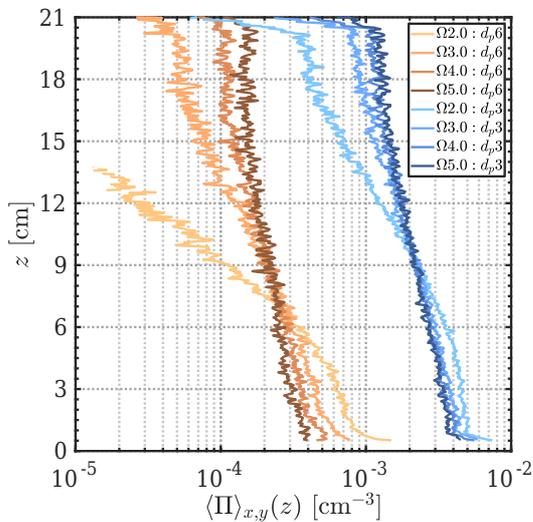
(a) (polyamide), (c) (polyacétal). Ces PDF sont orientées de telle manière qu'une droite entièrement verticale correspond à une répartition homogène, ce qui permet de voir aisément que la probabilité de trouver une particule décroît quasiment toujours avec la hauteur. En représentation semi-logarithmique, les distributions sont pratiquement entièrement décrites par des droites. Autrement dit, il s'agit presque d'exponentielles décroissantes :

$$\langle \Pi \rangle_{x,y}(z) = \Pi_0 e^{-z/z^*} \quad (\text{III.10})$$

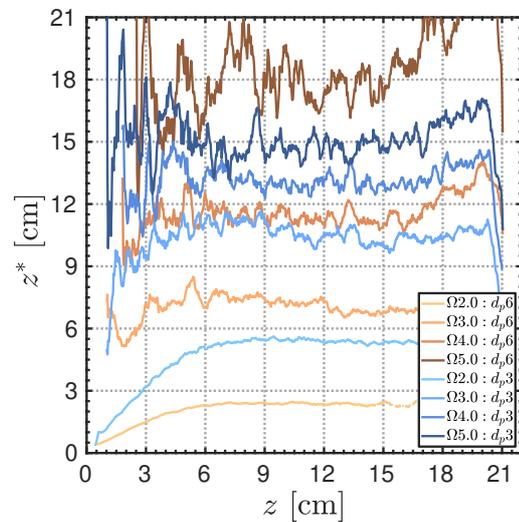
où  $z^*$  est une longueur caractéristique, censée être égale à la moyenne dans le cas d'une véritable distribution exponentielle. Seules les plus basses fréquences ( $\Omega = 2.0$  Hz pour les billes en polyamide,  $\Omega = 3.0$  Hz pour celles en polyacétal) semblent plutôt présenter deux régimes, avec beaucoup de particules en dessous de  $z = 6$  cm, cohérent avec le fait que les billes soient peu resuspendues. On peut caractériser plus finement « l'exponentialité » des distributions en extrayant la longueur caractéristique  $z^*$  en fonction de l'altitude :

$$z^*(z) = \frac{-z}{\ln(\langle \Pi \rangle_{x,y}(z)/\Pi_0)} \quad (\text{III.11})$$

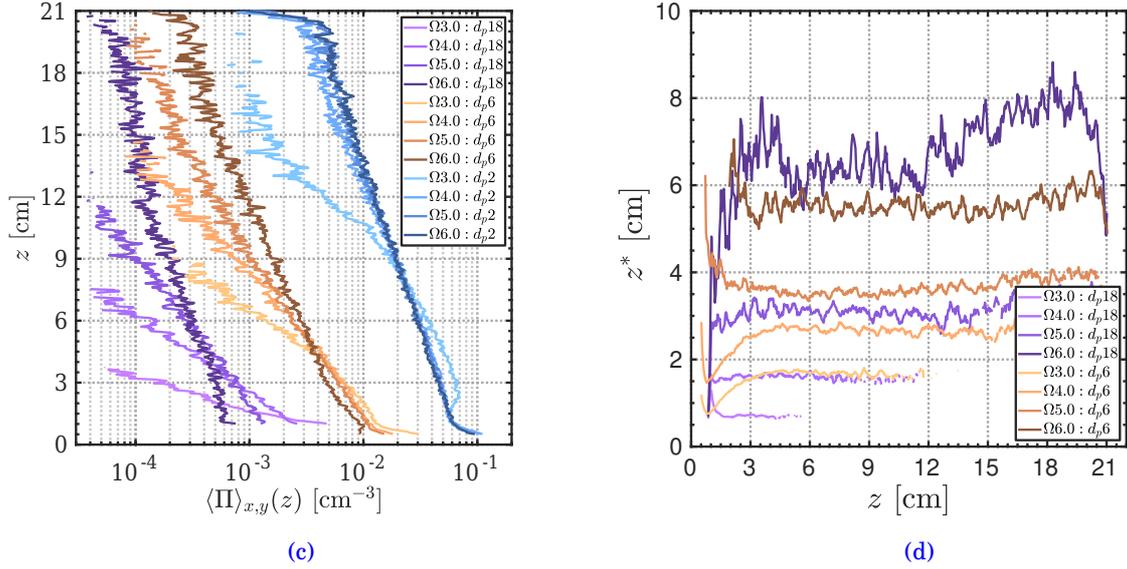
Ainsi plus  $z^*$  se rapprochera d'une constante et plus la distribution aura effectivement une allure exponentielle. Pour les particules en polyacétal (figure III.25 (d))  $z^*$  varie d'environ 15% autour de la valeur moyenne pour  $3 \leq z \leq 19$  cm, et ce, quelque soit la bille où la fréquence. La particule de 10 mm n'est pas montrée mais suit les mêmes tendances. Seule  $d_p = 18$  mm à  $\Omega = 6.0$  Hz montre des variations plus importantes et un changement de régime au delà de  $z = 12$  cm, vraisemblablement témoin de l'influence (faible mais perceptible) du mécanisme de piégeage. Les longueurs caractéristiques  $z^*$  associées aux billes en polyamide (figure III.25 (b)) possèdent des variations plus grandes, de l'ordre de 20 – 25%. Des déviations plus larges apparaissent aussi en dessous de  $z = 4$  cm, et pour la fréquence  $\Omega = 5.0$  Hz. La courbure pour  $z \geq 15$  cm des PDF de  $d_p = 6$  mm à  $\Omega = 4.0$  et  $\Omega = 5.0$  Hz se retrouve également dans l'augmentation de  $z^*$ . Il n'est pas clair qu'une telle augmentation existe pour les billes de 3 mm, même s'il se pourrait



(a)



(b)



**Figure III.25** – Distributions de la position verticale  $z$  des particules en polyamide de 3 et 6 mm (a) et des particules en polyacétal de 2, 6 et 18 mm (c). Pour plus de clarté les PDF ont été décalées d'une décade entre chaque taille. Échelle caractéristique  $z^*$  en fonction de l'altitude  $z$  pour ces mêmes particules définie à partir du meilleur ajustement exponentiel des PDF verticale (b) (d). Pour des raisons de lisibilité, les premières valeurs (très bruitées pour  $z < 1$  cm) ont été retirées.

qu'elle soit présente pour  $z \geq 18$  cm (insignifiante à l'échelle du bruit). En tout état de cause, approximer ces distributions verticales comme étant des exponentielles au premier ordre s'avère plutôt raisonnable, bien que surprenant tant l'écoulement est riche de sa dynamique 3D.

La comparaison des longueurs caractéristiques moyennes  $\bar{z}^*$  (déterminées par le meilleur ajustement exponentiel des PDF) avec les hauteurs moyennes  $\bar{h}$  dans le tableau III.3 rend compte de l'existence de deux comportements distincts. En effet, il existe un régime où on a globalement  $\bar{z}^* \leq \bar{h}$  (ou  $\bar{z}^* \sim \bar{h}$ ). C'est le cas pour toutes les particules en polyacétal et pour la particule de 3 mm en polyamide à  $\Omega = 2.0$  Hz et celle de 6 mm à  $\Omega = 2.0$  et  $\Omega = 3.0$  Hz. Dans cette situation, on a toujours  $\bar{z}^* \leq H/2$ . L'autre comportement survient pour la bille de 3 mm pour  $\Omega \geq 3.0$  Hz, et la bille de 6 mm à  $\Omega \geq 4.0$  Hz (très légèrement pour la bille de 2 mm en polyacétal à  $\Omega = 6.0$  Hz), on a alors  $\bar{z}^* > \bar{h}$ , et  $\bar{z}^* \geq H/2$ . Cela traduit vraisemblablement une exploration de la cuve bien plus prononcée, l'écoulement moyen devenant capable de transporter efficacement les particules en dépit de leur vitesse de sédimentation. Cependant comme l'écoulement est fermé, cela ne peut se voir à travers la hauteur moyenne  $\bar{h}$ .

Type	$d_p$ [mm]	$\Omega = 2.0$ Hz		$\Omega = 3.0$ Hz		$\Omega = 4.0$ Hz		$\Omega = 5.0$ Hz		$\Omega = 6.0$ Hz	
		$\bar{z}^*$	$\bar{h}$								
PM	3	53	62	103	75	130	81	147	85	–	–
PM	6	23	39	66	63	112	79	186	90	–	–
PC	2	–	–	31	45	59	57	67	61	71	62
PC	6	–	–	16	24	27	33	38	39	54	52
PC	10	–	–	10	15	22	30	40	44	61	62
PC	18	–	–	7	12	16	24	31	40	63	69

**Tableau III.3** – Résumé des hauteurs moyennes  $\bar{h}$  et des longueurs caractéristiques moyennes  $\bar{z}^*$  [en mm] associées aux ajustements exponentiels des distributions de position verticale pour les billes de 3 et 6 mm en polyamide et les billes de 2, 6, 10 et 18 mm en polyacétal.

### • Modélisation exponentielle en 1D

Ce type de distribution exponentielle rappelle les expériences de Jean Perrin sur de très petits grains de gomme-gutte et de mastic de quelques microns sédimentant dans un fluide au repos [105]. Un équilibre entre le champ de pesanteur et l'agitation moléculaire dessine des concentrations qui décroissent exponentiellement avec l'altitude. Ce qui l'avait amené à affirmer en 1910 : « *Les lois des gaz parfaits, déjà étendues par Van't Hoff aux solutions étendues, s'étendent donc aux émulsions uniformes, et la théorie moléculaire du mouvement brownien peut être regardée comme solidement établie ; du même coup, il devient assez difficile de nier la réalité objective des molécules.* »<sup>†</sup>. Une version plus moderne, et surtout plus proche de notre problème est à regarder du côté de mélanges industriels. En laboratoire, il s'agit souvent de réservoirs cylindriques (parfois équipés de chicanes) de rapport d'aspect élevé et agités par une ou plusieurs turbines Rushton à pales inclinées. Afin d'expliquer leurs profils de concentration  $C(z)$  de particules en verre ou en plastique de tailles généralement inférieures au millimètre, cette communauté fait souvent appeler au modèle de sédimentation-dispersion 1D suivant (Magelli et al. [84]) :

$$\frac{\partial C(z)}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 C(z)}{\partial z^2} - (u - v_{st}) \frac{\partial C(z)}{\partial z} \quad (\text{III.12})$$

où  $D_T$  est le coefficient de diffusion turbulente des particules (considéré indépendant de  $z$ ),  $u$  la vitesse du fluide, et  $v_{st}$  la vitesse de sédimentation des particules en milieu turbulent. Cette dernière est issue d'une loi empirique spécifique à ce type de mélangeur qui stipule une réduction de la vitesse de chute par rapport au cas où le fluide est au repos (Pinelli et al. [108]) :

$$v_{st} = v_s [0.6 + 0.4 \cdot \tanh(16\eta/d_p - 1)] \quad (\text{III.13})$$

Bien que ce ne soit pas complètement clair, cette réduction est probablement un effet combiné du transport par l'écoulement moyen et de l'interaction avec la turbulence. À titre d'exemple, ce genre de formule appliquée pour nos particules donne  $v_{st} \approx 0.3v_s$  (elles sont toutes dans le cas  $d_p \gg \eta$ ). En régime stationnaire la solution à l'équation III.12 s'écrit :

$$C(z) = C_0 \frac{F \cdot Pe}{1 - e^{-F \cdot Pe}} e^{-F \cdot Pe \cdot z/H} \quad (\text{III.14})$$

avec  $F$  le « facteur d'écoulement » défini comme  $1 - u/v_{st}$ ,  $Pe = v_{st}H/D_T$  le nombre de Péclet ( $v_{st}$  est pris positif pour  $\rho_p > \rho_f$ ), et  $C_0$  la concentration moyenne. Pour  $F \cdot Pe > 0$  la distribution a bien la forme d'une exponentielle décroissante. Cependant cela pose la question du signe de  $F = 1 - u/v_{st}$ , et de ce que représente  $u$ . En général pour ce genre de système, l'écoulement moyen est plus grand

<sup>†</sup>. Parce que les choses si évidentes aujourd'hui ne l'étaient pas forcément hier, il en sera probablement de même pour les écrits de ce manuscrit.

ou du même ordre que les fluctuations de vitesse, et donc une resuspension efficace des particules intervient presque toujours pour  $|u| > v_{st}$ . L'artifice pour s'en sortir consisterait donc à prendre  $u$  comme étant la moyenne de la vitesse verticale 2D, c'est-à-dire  $u = 0$  (et donc  $u \ll v_{st}$  et  $F \approx 1$ ) par incompressibilité dans un écoulement fermé. On peut dans ce cas légitimement se demander quel rôle joue l'écoulement moyen dans la resuspension des particules. Lorsque  $Pe \ll 1$ , les particules sont resuspendues verticalement de manière homogène dans la cuve et  $\bar{h} \approx H/2$ , que ce soit par transport moyen ou par transport turbulent. Cette précision est importante, parce que ce modèle ne fera pas la distinction entre le cas  $|u| \gg v_{st} \gg u'$  pour lequel les particules sont transportées passivement par l'écoulement puisque leur vitesse de sédimentation est négligeable, et ce, en dépit de faibles fluctuations. À l'inverse le cas  $u' \gg v_{st} \gg |u|$  correspondra à un vrai cas de mélange turbulent. En pratique pour des mixeurs industriels de tels cas extrêmes ne se présentent pas et on est toujours dans une situation où on ne sait distinguer l'effet de l'écoulement moyen et celui des fluctuations indépendamment. La forme du champ de vitesse est d'ailleurs connue pour avoir un impact sur le profil de concentration (Bakker et al. [4]). La modélisation peut donc prédire correctement la distribution des particules sans pour autant en révéler les secrets. Il s'agit là d'un modèle très pratique, mais peu satisfaisant pour l'esprit.

Le rôle du facteur d'écoulement  $F = 1 - u/v_{st}$  dans le cas des grosses particules dans l'écoulement de von Kármán est néanmoins pertinent à mentionner. Plutôt que de l'écrire avec les vitesses  $u$  et  $v_{st}$ , on peut l'exprimer à travers le flux de l'écoulement moyen vu par une particule  $\Phi_u$  et le « flux de sédimentation »  $\Phi_{st}$  :

$$F = 1 - \Phi_u/\Phi_{st} \quad (\text{III.15})$$

En introduisant  $S_p$  la surface sur laquelle l'écoulement est montant (avec  $u_p$  pour vitesse caractéristique) et  $S_n = L_c^2 - S_p$  la surface sur laquelle il est descendant ( $u_n$  comme vitesse caractéristique), le flux de l'écoulement devient  $\Phi_u \approx u_p S_p - u_n S_n$ . Bien évidemment, il vaut 0 pour une particule fluide dans un écoulement incompressible fermé. Le flux de sédimentation sera lui  $\Phi_{st} = v_{st}(L_c - d_p)^2 \approx 0.3v_s(L_c - d_p)^2$  où  $L_c - d_p$  représente la surface accessible par le centre de masse de la particule. Si de plus les billes n'échantillonnent pas de la même façon les zones montantes et les zones descendantes de l'écoulement, ou si elles ne peuvent pas y accéder, il faut alors corriger les surfaces  $S_p$  et  $S_n$ , et dans ce cas, le flux  $\Phi_u$  peut ne pas être nul. Dans notre cas, c'est la surface  $S_n$  qui doit être modifiée pour prendre en compte le diamètre  $d_p$  de la bille :  $S_n^* = S_n - (L^2 - (L - d_p)^2) = S_n + 2Ld_p - d_p^2$ . Il vient alors :

$$\Phi_u \approx u_p S_p - u_n S_n^* = u_n(2Ld_p - d_p^2) = u_p \frac{S_p}{L^2 - S_p} (2Ld_p - d_p^2) > 0 \quad (\text{III.16})$$

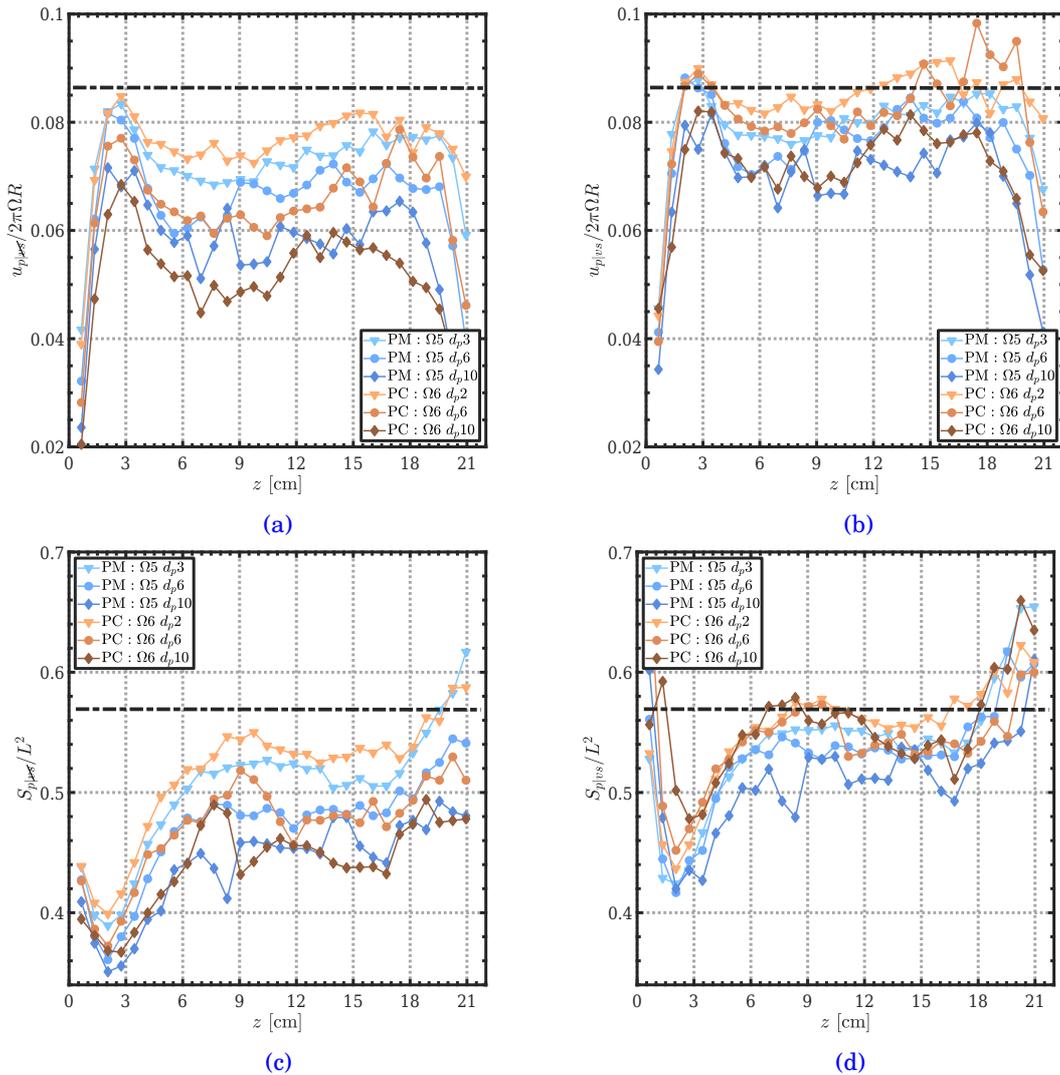
en utilisant le fait que  $u_p S_p = u_n S_n$ . Ce qui revient finalement à exprimer le facteur d'écoulement comme :

$$F \approx 1 - \frac{u_p S_p (2Ld_p - d_p^2)}{0.3v_s (L^2 - S_p) (L - d_p)^2} \quad (\text{III.17})$$

On note alors que  $F$  peut dépendre de l'altitude  $z$  dans la mesure où  $u_p$  et  $S_p$  le peuvent aussi. De plus, comme  $u_p \propto \Omega R$ , il existe une fréquence critique  $\Omega_c$  à partir de laquelle  $F < 0$  (donc  $F \cdot Pe < 0$ ), autrement dit, à partir de laquelle il y aura plus de particules dans la partie supérieure de la cuve (exponentielle croissante). En l'absence de mesure fluide, il n'est pas facile de déterminer

$u_p$  et  $S_p$  (et donc  $\Omega_c$ ), mais on peut s'appuyer sur les vitesses verticales des particules, en posant naïvement  $\langle u_z \rangle_\theta \approx \langle v_z \rangle_\theta + 0.3v_s$  comme approximation pour obtenir une valeur approchée. La validité de cette approximation est mesurable en comparant les valeurs caractéristiques de vitesse  $u_p = 2\pi \int_{r_{min}}^{r_{max}} \langle u_z \rangle_\theta r dr / S_p$  (avec  $r_{min}$  et  $r_{max}$  les rayons où s'annulent  $\langle u_z \rangle_\theta$  et  $S_p = \pi(r_{max}^2 - r_{min}^2)$ ) pour l'ensemble des particules.

Les résultats pour  $u_p$  et  $S_p$  en prenant en compte la correction liée à la vitesse de sédimentation ( $u_{p|vs}$ ,  $S_{p|vs}$ ) et sans la prendre en compte ( $u_{p|v\neq}$ ,  $S_{p|v\neq}$ ) sont présentés en figure III.26. On constate aisément que la correction n'est pas suffisante pour superposer l'ensemble des courbes, mais une nette amélioration est perceptible en comparaison des valeurs de  $u_{p|v\neq}$  qui s'étalent de  $0.05 \cdot 2\pi\Omega R$  à  $0.08 \cdot 2\pi\Omega R$  et sont logiquement ordonnées par taille. Exceptées les billes de 10 mm, les vitesses corrigées  $u_{p|vs}$  sont regroupées autour de  $0.08 \cdot 2\pi\Omega R$ . La valeur la plus élevée de  $u_{p|vs}$  a été retenue pour définir  $u_p \approx 0.087 \cdot 2\pi\Omega R$ . Similairement, on choisit de prendre  $S_p \approx 0.57L_c$ . On retrouve assez nettement l'impact du disque sur  $S_p$  qui augmente de plus de 50% entre le bas et le



**Figure III.26** – Vitesse caractéristique ascendante calculée sans prendre en compte la correction de la vitesse de sédimentation  $u_{p|v\neq}$  (a) et en la prenant en compte  $u_{p|vs}$  (b). Même chose pour la surface sur laquelle l'écoulement monte  $S_{p|v\neq}$  (c), et  $S_{p|vs}$  (d). Les lignes horizontales noires correspondent aux valeurs retenues pour  $u_p$  et  $S_p$ .

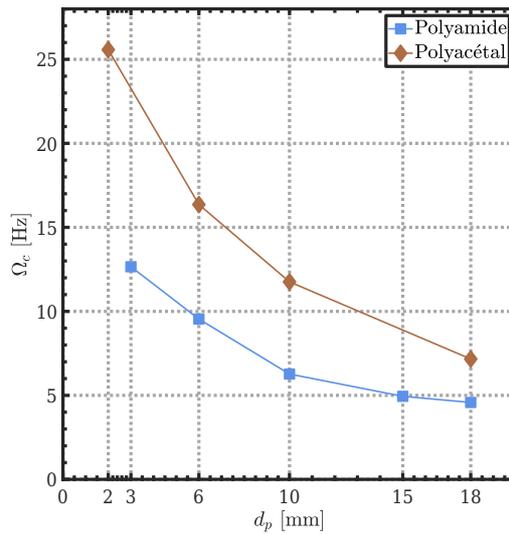
### III.5 Piégeage des grosses particules

haut de la cuve, avec une zone entre  $z \geq 6$  cm et  $z \leq 18$  cm où elle reste à peu près constante.

La fréquence critique au-delà de laquelle les billes explorent préférentiellement le partie supérieure de la cuve peut donc finalement s'écrire sous la forme suivante :

$$\Omega_c \approx \frac{0.3v_s \cdot 0.43 \cdot (L_c - d_p)^2}{0.087 \cdot 2\pi R \cdot 0.57 \cdot (2L_c d_p - d_p^2)} \quad (\text{III.18})$$

Elle est représentée pour les neuf billes en figure III.27. D'une manière générale les valeurs de la fréquence de rotation critique sont toutes surévaluées :  $\Omega_{c_{PM}}(d_p 18) \approx 4.6$  Hz,  $\Omega_{c_{PM}}(d_p 15) \approx 5.0$  Hz et  $\Omega_{c_{PM}}(d_p 10) \approx 6.3$  Hz, alors que toutes les particules sont déjà majoritairement dans la partie supérieure dès  $\Omega = 4.0$  Hz dans l'expérience. Ce n'est pas totalement surprenant dans la mesure où il est fort probable que la valeur de  $u_n = u_p S_p / S_n$  soit sous évaluée. De plus on considère ici que  $u_n$  possède la même valeur sur l'ensemble de la surface  $S_n$ , alors qu'elle est plus forte dans les coins, zones les moins accessibles pour les grosses particules. Enfin, d'après la figure III.26 (d),  $S_p$  augmente proche du disque, donc  $u_n$  aussi, signifiant que  $\Omega_c$  décroît avec l'altitude. D'après ce modèle simpliste, toute particule, à partir du moment où elle est de taille finie, finira fatalement piégée si la rotation devient suffisante. Il s'agit d'une limite évidente, puisque déjà les billes de 3 mm en polyamide ( $\Omega_{c_{PM}}(d_p 3) \approx 13$  Hz) et 2 mm en polyacétal ( $\Omega_{c_{PC}}(d_p 2) \approx 26$  Hz), ont plutôt l'air d'avoir une hauteur moyenne limite (III.13). Mais en gardant à l'esprit qu'elles n'explorent pas homogènement les directions horizontales, elles peuvent compenser ce déficit de flux négatif en passant davantage de temps dans les zones descendantes. Pour toutes les autres billes, la figure III.27 fournit une estimation qu'il pourrait être intéressante à tester. On retiendra que l'utilisation de l'approximation  $v_{st} \approx 0.3v_s$  est surprenamment efficace, et que le modèle est en accord avec le fait que dans ce problème, la taille est plus significative que la vitesse de sédimentation : les valeurs de  $\Omega_c$  sont systématiquement rangées par taille décroissante à densité fixée.



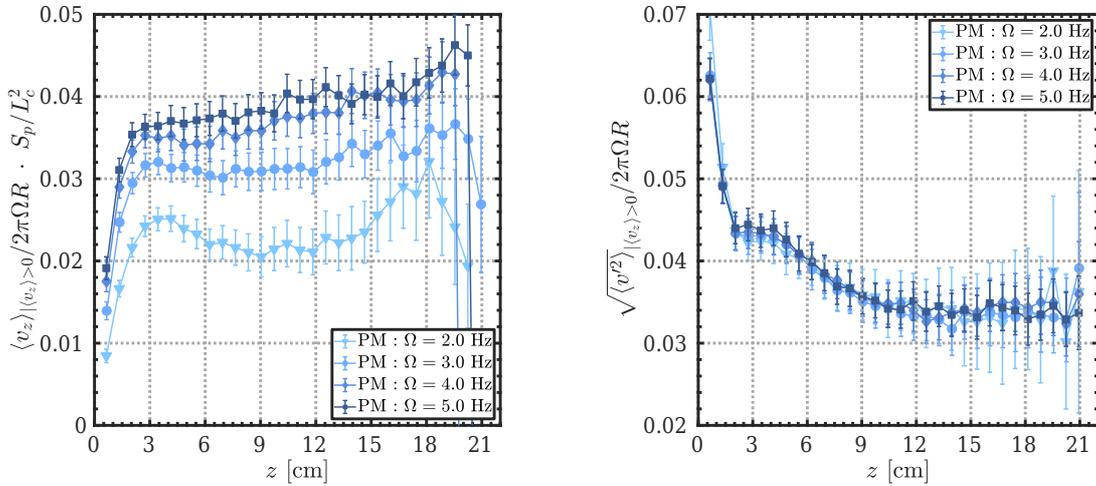
**Figure III.27** – Fréquence de rotation critique  $\Omega_c$  calculée en égalisant les flux  $\Phi_u$  et  $\Phi_{st}$  pour les billes en polyamide (■) et en polyacétal (◆).

#### • Vers l'exponentielle expérimentale

Une chose n'a pas encore été explicitée : pour obtenir une distribution exponentielle des positions verticales, il faut qu'à partir d'une certaine quantité  $N_b(z = 0)$  de billes démarrant en bas,

la même proportion  $p < 1$  continue son ascension pendant que la proportion  $(1 - p)$  retombe, et ce, quelque soit la hauteur considérée. Autrement dit, la probabilité pour une particule de monter ou d'être éjectée dans la zone descendante doit être constante avec la hauteur. Construire explicitement  $p$  à partir des deux éléments clés, à savoir  $\langle v_z \rangle$  et  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}$ , est une tâche ardue, mais si on est capable de montrer que leur influence ne dépend que faiblement de l'altitude considérée alors on aura réussi à connecter les distributions de positions avec les vitesses.

Pour cela on va s'intéresser aux flux moyens de vitesse verticale dans la zone montante :  $\langle v_z \rangle_{\langle v_z \rangle > 0}(z) \cdot S_p(z)$  (où  $S_p$  correspond à surface sur laquelle le fluide monte), ainsi qu'aux fluctuations de vitesse dans la zone montante :  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}_{\langle v_z \rangle > 0}(z)$ . Lorsque la fréquence de rotation  $\Omega$  augmente, le flux moyen de vitesse verticale normalisé (figure III.28 (gauche)) augmente dans la mesure où la vitesse de sédimentation  $v_s$  a de moins en moins d'influence sur  $\langle v_z \rangle$ . Cependant, on remarque que pour une même fréquence, le flux est relativement constant avec l'altitude  $z$  (une légère augmentation est quand même visible). En ce qui concerne les fluctuations moyennes de vitesse normalisées par  $2\pi\Omega R$  (figure III.28 (droite)), on peut voir qu'elles ne varient pas avec la fréquence de rotation, mais présentent une légère décroissance pour  $z \leq 12$  cm, avant de prendre une valeur constante. Cela signifie que le coefficient de diffusion turbulente dans la zone montante  $D_{\langle v_z \rangle > 0} \propto \langle v'^2 \rangle_{\langle v_z \rangle > 0} T_{\mathcal{L}}$ , où  $T_{\mathcal{L}} \propto \frac{1}{\Omega}$  est le temps lagrangien des particules, suivra une tendance similaire.

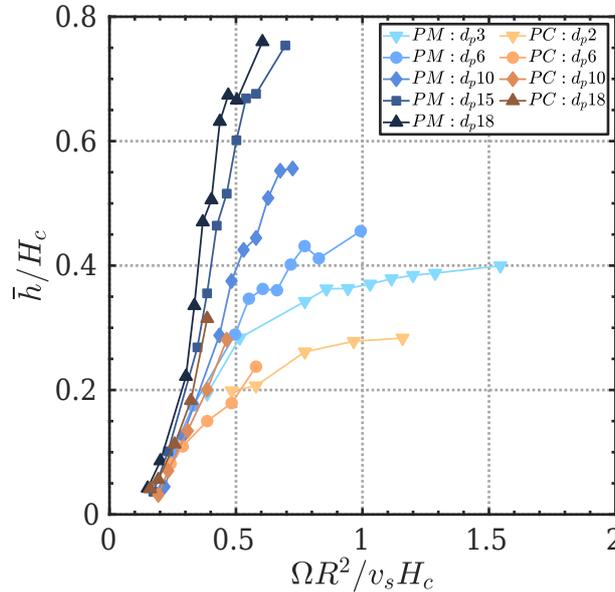


**Figure III.28** – Flux moyens de vitesse verticale dans la zone montante  $\langle v_z \rangle_{\langle v_z \rangle > 0} \cdot S_p$ , normalisés par  $2\pi\Omega R \cdot L_c^2$  (gauche). Vitesse fluctuante moyenne dans la zone montante,  $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}_{\langle v_z \rangle > 0}$  renormalisée par  $2\pi\Omega R$  (droite).

Ainsi, le fait que les ingrédients clés de la dynamique des particules soient presque constants (gradients faibles), indépendants de la hauteur  $z$  donc, est cohérent avec le fait d'obtenir des distributions de positions verticales de formes exponentielles. En effet cela signifie qu'une particule, quelque soit sa hauteur dans la cuve, subira un écoulement très similaire et aura donc la même probabilité, soit de monter, soit de se faire éjecter vers la zone descendante. À partir de ce prisme il est raisonnable d'estimer que le nombre de Péclet qui régit la dynamique des particules  $Pe = \frac{v_s H_c}{D_{\langle v_z \rangle > 0}}$ , avec  $D_{\langle v_z \rangle > 0} \propto \Omega R^2$ , est lui aussi constant avec la hauteur. On propose donc de tracer la hauteur moyenne  $\bar{h}$  des billes dans la cuve (figure III.13 (gauche)) en fonction de  $1/Pe \propto \Omega R^2 / v_s H_c$  : figure III.29. Il apparaît alors que les courbes se superposent de manière correcte aux petites fréquences de rotation, donc lorsque les particules n'atteignent pas encore toutes le haut de la cuve.

### III.6 Conclusion

Au-delà, l'influence du mécanisme de piégeage modifie directement les distributions et les courbes s'organisent en fonction de la taille des particules. De plus pour les plus petites particules, c'est-à-dire celles de 3 mm en polyamide et celles de 2 mm en polyacétal, il semble qu'un autre mécanisme provoque une saturation de la hauteur moyenne. Il pourrait être lié au fait que la force centrifuge tend à pousser ces particules sur les bords de la cuve, là où l'écoulement est descendant. Les plus grosses particules sont bien soumises à cet effet, mais leur taille trop importante les empêche d'y rester, c'est pourquoi seules les plus petites billes ont cette saturation.



**Figure III.29** – Hauteur moyenne normalisée  $\bar{h}/H_c$  en fonction de l'inverse du nombre de Péclet :  $1/Pe = \Omega R^2/v_s H_c$ .

### III.6 Conclusion

L'ensemble des interprétations proposées au cours de ce chapitre ont été faites dans le cadre de l'approximation « one-way coupling », c'est-à-dire en considérant que seul le fluide agit sur les particules et que ces dernières n'ont aucun impact sur l'écoulement ou la turbulence et qu'elles n'interagissent pas non plus entre elles. Elghobashi [41] avait fixé la limite de validité cette approximation à des fractions volumiques en particule  $\Phi_{p,v} \leq 10^{-6}$ . En dépit qu'elles soient peu nombreuses, les particules qu'on a utilisées sont volumineuses et représentent des fractions volumiques  $\Phi_{p,v} \approx 10^{-2}$  pour les deux premières expériences et  $\Phi_{p,v} \approx 0,5 \cdot 10^{-2}$  dans l'expérience avec une seule bille par taille. Ces fractions excèdent de très loin la limite  $10^{-6}$ , et les placeraient plutôt dans la catégorie « suspension dense » ( $\Phi_{p,v} > 10^{-3}$ ) pour laquelle il faudrait prendre en compte les interactions entre particules et les modifications apportées sur la turbulence engendrées par leur présence. Cependant, Elghobashi avait raisonné dans le cas de particules lourdes ( $\rho_p/\rho \approx 10^3$ ) mono-disperse, donc pour des fractions massiques 1000 fois plus importantes que dans notre cas. Il est donc probable que l'influence des billes sur la turbulence reste modérée mais elles pourraient toujours éventuellement interagir entre elles à cause de leur tailles imposantes. Sur la figure III.13 représentant les hauteurs moyennes  $\bar{h}$ , on avait noté que les points mesurés au cours de la troisième expérience (avec une fraction volumique de moitié donc) semblaient décalés vers le haut de quelques millimètres. Cela ne modifiait en rien la tendance générale, mais il pourrait s'agir ici d'un effet lié à la fraction volumique. Bien qu'il ne soit pas totalement inenvisageable qu'il s'agisse seulement de légères mo-

difications dans les autres paramètres expérimentaux ou dans la détection des particules <sup>†</sup>. Dans sa thèse, Jérémy Vessaire [140] a pu montrer que dans un écoulement de von Kármán du même type que celui utilisé ici, pour des fractions volumiques  $\Phi_{p,v} > 10^{-1}$ , la puissance par unité de masse nécessaire pour mettre en mouvement une suspension de particules en verre ( $\rho_p = 2.5$ ) de diamètres  $125 < d_p < 500 \mu\text{m}$  était plus grande que dans un cas sans particule, alors qu'elle était plus faible pour des particules  $600 < d_p < 1100 \mu\text{m}$ . Toujours dans un von Kármán, mais à deux disques, Cisse et al. [28] ont vu que des particules isodenses de 10 mm de diamètre provoquaient une diminution des fluctuations de vitesse selon la loi :  $u'^2(\Phi_{p,v}) \approx u'^2(0)(1 - 3.75\Phi_{p,v}^{2/3})$ . Pourtant dans un « pipe » d'air orienté verticalement et chargé de particules en plastique, Tsuji & Morikawa [134] ont constaté que des particules de 3,4 mm avaient tendance à faire croître les fluctuations de vitesse, au contraire de celles de 0,2 mm qui les atténuaient. Dans les deux cas une modification de l'écoulement moyen induite par une distribution non homogène des particules qui exploraient davantage le bas en raison de leur densité plus grande avait été pointée. Les effets sur les paramètres grandes échelles ne sont donc pas triviaux, mais on peut affirmer avec certitude que les billes ont bien eu un impact sur l'écoulement au cours des expériences menées. Au moins localement, Burton & Eaton [15] et Naso & Prosperetti [97] ont montré numériquement, en résolvant l'écoulement proche d'une particule fixe, que le taux de dissipation augmentait très fortement en son voisinage à cause de la condition de non glissement à la surface de la particule qui impose de forts gradients, alors que les fluctuations de vitesse se réduisaient. Ils définissent alors une région d'influence qui s'étend entre 2 et 3 fois le diamètre autour de la particule, ce qui correspondrait à au moins 3 cm dans le voisinage de la bille de 18 mm (bien que les simulations numériques concernaient une particule de nombre Reynolds particulière  $Re_p \approx 18$ , très inférieur à ceux de nos billes, la comparaison n'est donc pas évidente). Une valeur non négligeable à l'échelle d'une cuve de demi-largeur  $L_c/2 = 7.5 \text{ cm}$ .

L'influence de ces fractions volumiques reste cependant négligeable au regard des phénomènes mis en évidence au cours de cette étude. Tout comme dans le von Kármán à deux disques de Machicoane [83], des particules de grandes tailles ( $d_p \geq 10 \text{ cm}$ ) explorent préférentiellement la zone proche du disque. La gravité retarde le seuil d'apparition de ce phénomène puisque dans nos expériences, seules les billes en polyamide ( $\rho_{PM} \approx 1.14$ ) l'ont subit, même si des indices tendent à montrer que les particules en polyacétal ( $\rho_{PM} \approx 1.41$ ) connaîtront le même sort pour des fréquences de rotation plus grandes ( $\Omega > 6.0 \text{ Hz}$ ). Ce piégeage semble différent de celui-ci qui a pu être observé dans des conduites à section carrée (voir par exemple Chun & Ladd [27]). Son origine est probablement géométrique, avec des particules trop grosses pour rester dans les zones descendantes de l'écoulement, ce qui conduit à modifier leur écoulement propre. Leur vitesse moyenne n'est plus tangente à celle du fluide, et leurs fluctuations s'amplifient. Avant le déclenchement de ce piégeage, les particules, contraintes par la gravité, explorent davantage le bas de la cuve, et des distributions verticales de forme quasi-exponentielle ont été mises à jour. Bien que surprenantes au premier abord, on peut les attribuer au fait que les gradients de vitesse verticale et de fluctuations selon la hauteur sont modérés, les billes explorent alors un écoulement peu différent en fonction de l'altitude à laquelle elles se trouvent.

De nombreuses autres expériences pourraient être menées pour approfondir le sujet, beaucoup ont déjà été réalisées dans le von Kármán à deux disques. L'intensité des fluctuations pourrait être diminuée en changeant la viscosité du fluide porteur afin de réellement cerner le rôle de la turbulence par rapport à celui de l'écoulement moyen pour cet écoulement à un disque. Agrandir la hauteur de la cuve, ou prendre un disque plus petit permettraient de modifier la morphologie de l'écoulement afin régler la taille de la zone descendante qui est un élément clé dans la dynamique du système. En plaçant une grille devant le disque il serait possible d'empêcher les billes de le heurter, ou en modifiant la nature des parois pour éviter leurs rebonds sur celles-ci et ce, afin d'explorer des fréquences de rotation encore plus élevées. Enfin la nature des particules (forme,

---

<sup>†</sup>. En dépit de très nombreuses vérifications.

### III.6 Conclusion

---

taille, densité...) joue un rôle prépondérant et pourrait être l'objet d'autres analyses.

## Chapitre IV

# *Vers un écoulement plus fondamental*

---

---

### IV.1 Les aventuriers de la turbulence homogène et isotrope perdue

Lorsque vient le moment de s'intéresser à la sédimentation de particules inertielles en turbulence, les écoulements fermés tels que le von Kármán précédent montrent leurs limites. Pas uniquement pour la difficulté d'injecter des particules, mais aussi parce qu'ils possèdent souvent un écoulement moyen important, voire des fluctuations de vitesse inhomogène et anisotrope. Les souffleries proposent en ce sens un écoulement canonique : turbulence homogène, isotrope, et vitesse moyenne constante orientée perpendiculairement à la verticale. Du moins, plan par plan, car un léger déclin de la turbulence se produit le long de la soufflerie. Cependant, l'air est surtout adapté à l'étude de rapports de densité très élevés entre le fluide porteur et la phase inertielle, typiquement de l'ordre de 1000. Pour agiter un fluide beaucoup plus visqueux et dense comme de l'eau, les écoulements générés par l'oscillation de grilles ont longtemps fait office de référence dans l'objectif de minimiser l'existence d'un écoulement moyen. À titre d'exemples, le dispositif de McDougall [90] montrait un ratio de vitesse moyenne horizontale (perpendiculaire à la direction d'oscillation) sur fluctuations  $\langle u_x \rangle / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} \approx 0.42$ , pendant que celui de Thompson & Turner [130] affichait entre 0.3 et 0.6, avec une tendance à la diminution (mais non monotone) avec l'éloignement à la grille. Selon la direction d'oscillation (verticale), les performances s'avèrent plus contrastées d'après les données de McKenna & McGillis [91], avec un ratio  $\langle u_z \rangle / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  pouvant atteindre 1. Une importante variabilité entre différentes sessions (après mise à l'arrêt puis redémarrage), de l'ordre de 25% pour la vitesse verticale et de 15% pour les fluctuations, avait mis en évidence une sensibilité significative aux conditions initiales. Fernando & De Silva [46] ont suggéré que le gradient de tenseur des contraintes pouvait conduire au développement de cet écoulement moyen et ont donc proposé de le minimiser le plus possible en adoptant des grilles respectant la condition de symétrie réflexive par rapport aux parois. Ils sont ainsi passé d'un ratio  $\langle u_x \rangle / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} \approx 0.77$  à  $\langle u_x \rangle / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} \approx 0.10$ . Plus récemment, McCorquodale & Munro [89] ont montré qu'inclure une sous-boîte ouverte positionnée juste en dessous de la grille dans une plus grande cuve permettait de réduire drastiquement l'écoulement moyen vertical, même proche de la grille :  $\langle u_z \rangle / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} \approx 3.5$  contre  $\langle u_z \rangle / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} \approx 0.6$ . En utilisant deux grilles face à face, plutôt qu'une seule, Shy et al. [125] ont obtenu de meilleurs résultats lorsqu'ils ont mesuré la vitesse pile au centre, avec des rapports inférieurs à 0.2 dans les deux directions. Ainsi la turbulence de grille oscillante montre en général une bonne isotropie des fluctuations, mais souffre de l'existence d'un écoulement moyen secondaire pouvant être très important, et qui dépend surtout de l'endroit où il est mesuré. En effet, il peut changer de signe selon que l'on regarde en face d'un nœud ou en face d'un trou de la grille.

Pour palier ces défauts, une nouvelle catégorie de dispositifs a vu le jour dans lesquels l'écoulement est généré par un forçage le plus symétrique possible. Par exemple, Birouk et al. [12] ont placé des ventilateurs dans les huit coins d'un cube de  $40 \times 40 \times 40 \text{ cm}^3$  et obtinrent une turbulence quasiment homogène et isotrope ( $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} \in [0.95, 1.05]$ , PDF gaussiennes des vitesses fluctuantes) avec un écoulement moyen inférieur à 10% des fluctuations. En remplaçant les ventilateurs par des haut-parleurs basses fréquences créant des jets dirigés vers le centre, Hwang & Eaton [64] ont rapporté des performances très similaires mais ont pu atteindre des nombres de Reynolds plus grands. Une version plus massive, nommée « soccer ball » en raison de sa forme, avec cette fois 32 haut-parleurs a été mise au point par Chang et al. [21]. Les dispositifs précédents engendraient des écoulements d'air, mais on peut mentionner à nouveau ici le LEM (Zimmermann et al. [155]) comme exemple de forçage symétrique dans de l'eau. Avec ses douze turbines pilotées indépendamment, il est capable de fournir un écoulement s'approchant de la turbulence homogène et isotrope sur une plage de Reynolds variable, en changeant la fréquence de rotation des moteurs, tout en gardant une vitesse moyenne faible ( $\langle u \rangle / \sqrt{\langle u'^2 \rangle} < 0.1$ ). Cependant tous ces appareils n'offrent des conditions idéales que dans une zone centrale réduite par rapport à la taille de la cuve. Pour le cube de Birouk et al. [12], seule une région d'un diamètre de 4 cm possédait les caractéristiques décrites. Le LEM propose une région un peu plus grande, de 8 cm de diamètre. D'une part, ces écoulements sont fermés, ce qui rend plus difficile l'injection de particules inertielles dans tout le volume, et d'autre part, on ne sait pas quelles histoires auront ces particules avant d'atteindre la région centrale de mesure (impact direct du mécanisme de forçage) et quelle influence cela pourrait avoir sur leur dynamique.

Des limitations précédentes est venue l'idée à Variano, Bodenschatz & Cowen [136] de construire un dispositif dans lequel l'écoulement est généré par un réseau planaire de jets orientés verticalement et pilotés de façon aléatoire. Un tel dispositif, nommé « Randomly Actuated Synthetic Jet Array » (RASJA), avait d'abord été imaginé avec seize jets, avant qu'une version plus grande avec 64 jets dans une cuve de section 80 cm ne voit le jour [137]. Les jets sont produits par des pompes de cales qui aspirent l'eau par leur base et la décharge par une buse orientée verticalement, de cette façon le débit massique est nul (« jet synthétique »). L'allumage et l'extinction aléatoires des pompes diminue le risque de production d'un écoulement moyen. En aval de ce réseau de pompes, les jets se mélangent à l'écoulement, générant une turbulence qui décline verticalement (avec la distance aux pompes). À 60 cm des buses, des vitesses moyennes  $\langle u_x \rangle = 2.6 \text{ mm/s}$  et  $\langle u_z \rangle = 1.0 \text{ mm/s}$ , ainsi que des vitesses fluctuantes  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} = 39.1 \text{ mm/s}$  et  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} = 49.8 \text{ mm/s}$  ont été rapportées, d'où des ratios  $\langle u_x \rangle / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} = 0.07$  et  $\langle u_z \rangle / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} = 0.02$ . Une légère anisotropie semble néanmoins persister :  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} = 1.27$ . L'effet de l'algorithme de pilotage des jets a été regardé en détails par Pérez-Alvarado et al. [111]. Dans un premier cas les pompes étaient simplement allumées et éteintes de manière aléatoire et indépendamment les unes des autres. Dans une seconde option, la moitié des jets était en marche pendant que l'autre moitié était à l'arrêt, le tout organisé selon un damier (noir/blanc). Enfin dans une dernière possibilité, le réseau était divisé en quatre cadrants. Le cadrant maître était piloté de manière aléatoire pendant que les trois autres cadrants esclaves le suivaient de façon à rendre le forçage symétrique par rapport au centre. En plus, quelques variantes de ces trois algorithmes ont été testées, mais en conclusion ils ont trouvé que l'option la plus simple, à savoir des jets indépendants et allumés aléatoirement, était la meilleure pour minimiser l'écoulement moyen et maximiser l'énergie cinétique turbulente. En revanche ce type d'algorithme n'impose pas un forçage à puissance constante (le nombre de pompes allumées au même moment peut varier), c'est pourquoi Variano & Cowen [137] ont tenté de forcer l'écoulement en gardant en fonctionnement toujours un même nombre de jets (8 sur 64), mais ils n'ont constaté aucune différence significative (l'écoulement moyen étant même plus grand).

Afin de résoudre le problème de décroissance de la turbulence Bellani & Variano [8] ont proposé un dispositif dans lequel deux réseaux de pompes se faisaient face afin de symétriser le forçage, et

---

une version dans l'air avec deux réseaux de 128 jets a même été développée par Carter et al. [19]. Le RASJA s'est donc peu à peu immiscé dans l'arsenal des écoulements à disposition pour étudier la turbulence. En voici quelques exemples ; Khorsandi et al. [71] l'ont utilisé pour comprendre comment se mélangeait un jet axisymétrique à un environnement turbulent, Carter & Coletti [20] pour analyser l'évolution de l'anisotropie échelle par échelle, ou encore Esteban et al. [43] pour étudier le déclin temporel de la turbulence. Le RASJA s'avère également un bon outil pour des études multiphasiques. Par exemples, Johnson & Cowen [66] ont regardé comment la turbulence générée par un réseau de jets modifiait la morphologie d'un lit de sédiments, Bellani et al. [7] se sont intéressés à la modulation de la turbulence par des ellipsoïdes isodenses de plusieurs millimètres. On peut également citer l'étude de Harding et al. [54] sur l'impact de la turbulence sur de jeunes saumons royaux en vue de comprendre les contraintes encourues par ces derniers lorsqu'ils traversent une centrale hydroélectrique. Pour tous ces dispositifs, l'écoulement engendré dépend de la taille de la cuve, du nombre de jets, de leur espacement, du protocole utilisé etc.. Le RASJA constitue un forçage bien adaptable, mais nécessite toujours une phase d'étude préliminaire pour appréhender les caractéristiques de la turbulence créée. Il en est de même pour celui fabriqué au cours de cette thèse, et ce chapitre lui est dédié.

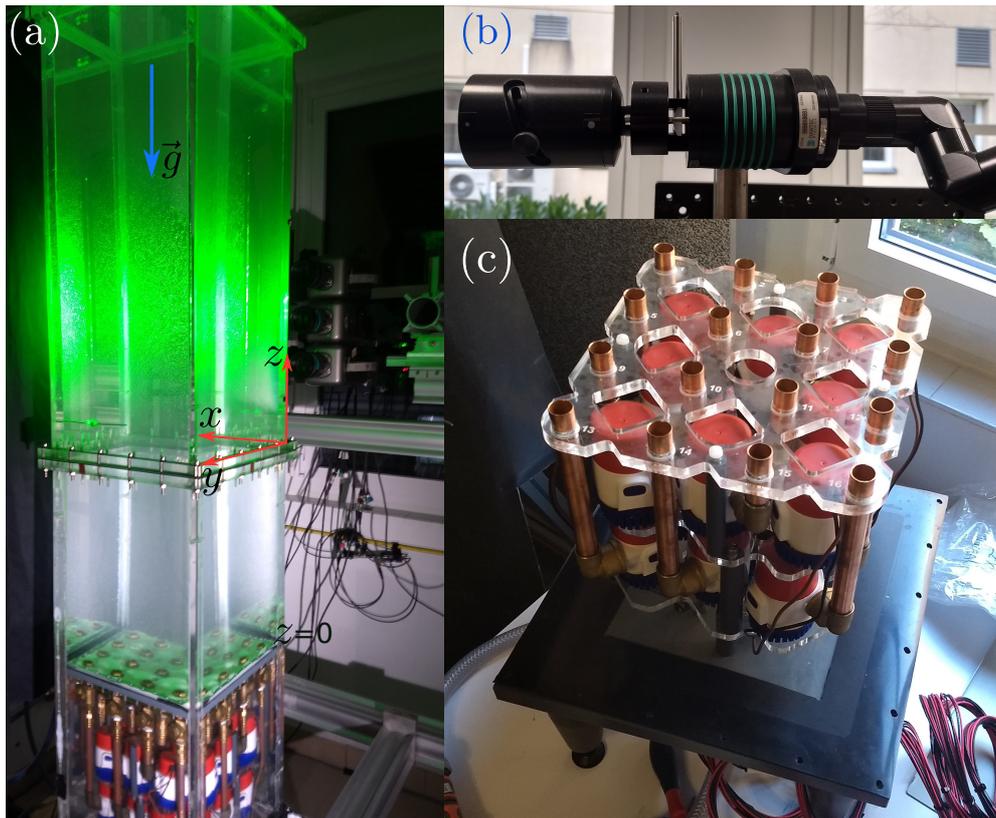
## IV.2 Description du dispositif expérimental

### IV.2.1 Grande tour, petite section

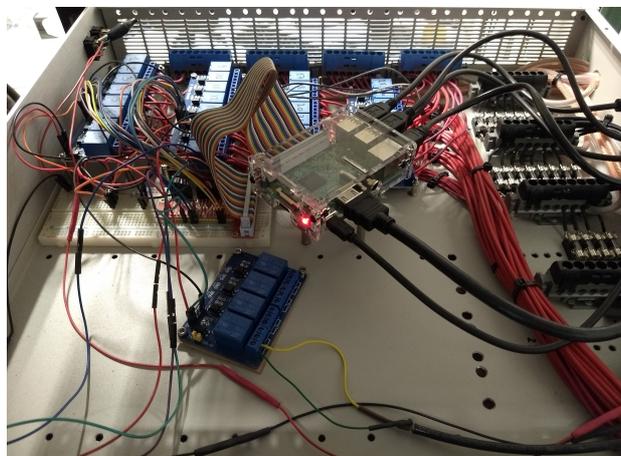
La spécificité de notre RASJA réside dans la volonté de créer un dispositif dans lequel il est possible d'injecter des particules lourdes de la façon la plus homogène possible dans l'écoulement. C'est pourquoi la section a été réduite à un carré de 30 cm de côté, mais la hauteur n'est elle pas limitée et sera de 180 cm. En injectant les particules par le haut elles pourront peupler l'ensemble de la tour au cours de leur chute. L'écoulement est généré par un réseau de seize pompes, disposées sur deux étages telles que sur la photo figure IV.1 (c), situé en bas de la cuve. À la sortie d'une pompe, le fluide est projeté sous forme d'un jet qui vient ajouter de la quantité de mouvement à l'écoulement déjà existant. Les buses sont séparées par une distance 7.5 cm entre elles, et celles sur les bords sont situées à 3.75 cm des parois, et ce, afin de respecter le critère de symétrie réflexive par rapport aux parois. Ces pompes sont en fait des pompes de cale immergeables de modèle « RULE 500 25DA », 12V, 2A, qui aspirent directement le fluide par le dessous. En ce sens, elles peuvent être qualifiées de « jets synthétiques » car elles ne nécessitent pas l'apport de fluide depuis un autre réservoir, le flux massique est donc nul. Elles ne sont pas excessivement robustes dans la mesure où, à une tension de 12V, elles consomment entre 1.8 et 2.2A (à peu près fixe pour une pompe), et n'ont donc pas exactement le même débit. De plus, le raccord de sortie plus long des pompes du premier étage modifiera légèrement la vitesse du fluide en sortie par rapport à celle du deuxième étage. Afin d'empêcher les particules en verre de pénétrer dans les pompes par le haut, elles ont chacune été munies d'un clapet anti-retour, visibles sur la photo IV.1 (a). Elles se sont avérées peu fiables sur la durée, beaucoup finiront par ne plus fonctionner correctement de façon complètement hasardeuse, ce qui demandera à chaque fois un démontage complet du dispositif, rendant son entretien particulièrement pénible. Une photographie, trouvable à la toute fin du chapitre (figure IV.24 (gauche)) expose un lot de pompes tombées à la tâche. Les particules en polystyrène de 250  $\mu\text{m}$ , utilisées comme traceurs, avaient été accusées de ces nombreuses défaillances (parce qu'elles n'avaient été reportées nulle part ailleurs), ce qui avait conduit à l'installation d'une grille pour les empêcher au maximum de pénétrer dans les pompes. Cette grille restera pendant toute la phase de calibration de l'écoulement, mais sera finalement retirée au moment des expériences avec les particules inertielles. Il est donc possible que certaines différences légères dans l'écoulement existent entre la version avec, et celle sans cette grille. D'une manière générale, on ne

## IV.2 Description du dispositif expérimental

peut pas considérer que les seize pompes fonctionnent toute de la même façon, et on ne peut pas garantir que le remplacement d'une n'ait aucun impact, même s'il restera mineur.



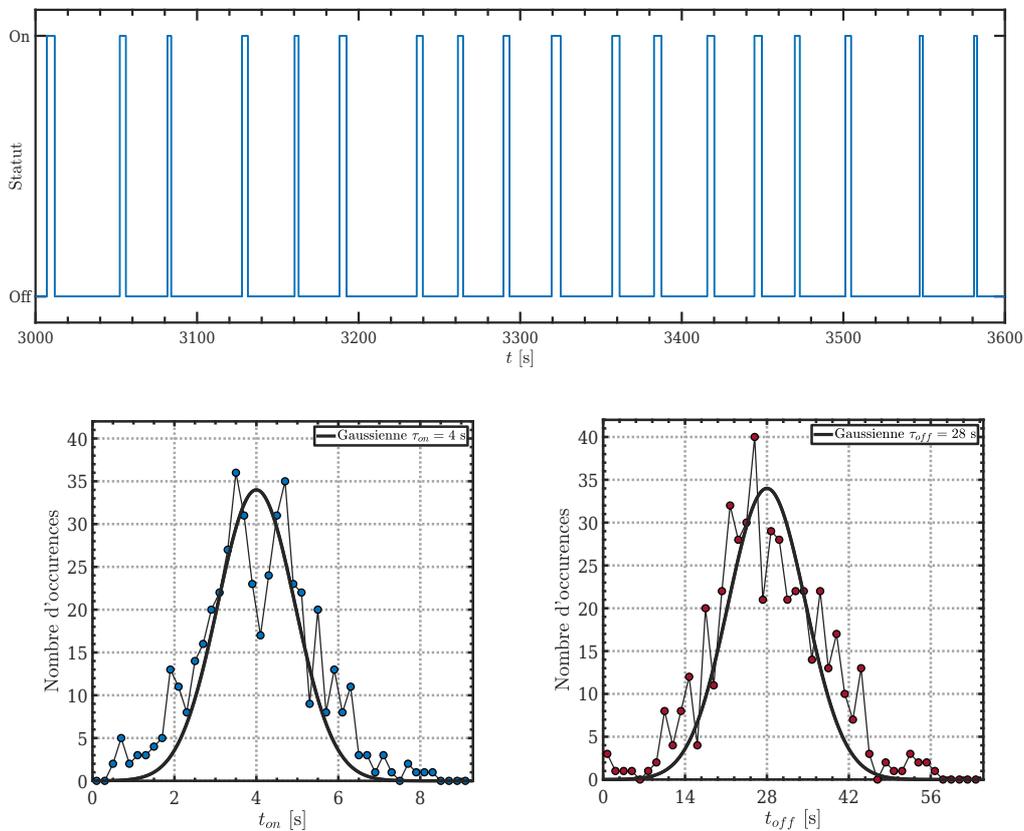
**Figure IV.1** – Dispositif expérimental, en bas le réseau de seize jets pilotés aléatoirement génère un écoulement turbulent dans une tour de 180 cm de hauteur et de surface  $30 \times 30 \text{ cm}^2$  (a). Le rayon laser est converti en une nappe par une lentille avant de traverser un ajusteur de largeur de faisceau pour en faire varier son épaisseur (b). Les jets sont engendrés par des pompes organisées sur deux étages qui aspirent le fluide par leur base et le rejette au niveau des buses. La distance entre le centre de deux buses plus proche voisine est de 7.5 cm (c).



**Figure IV.2** – Boîtier de contrôle du dispositif expérimental. Maître des opérations, la Raspberry Pi 3B+, située au centre de la photo, pilote les deux modules relais de 8 canaux chacun pour l'allumage et l'extinction des seize pompes, ainsi que le relai de déclenchement des caméras.

La tour, entièrement en polyméthacrylate de méthyle, offre un accès optique complet et toutes les mesures seront réalisées dans une nappe laser où les mouvements des particules seront capturés par trois caméras rapides de type Phantom V12 (visibles dans le fond de la photo IV.1 (a)). Le laser vert utilisé, un « opus 532 » de Laser Quantum d’une puissance maximale de 5 W, génère un faisceau de longueur d’onde 532 nm qui est redirigé vers la cuve par un bras composé de six miroirs fabriqué par Dantec Dynamics. À la sortie du bras, photo IV.1 (b), une lentille convertit le rayon lumineux en une nappe laser qui traverse ensuite un ajusteur de largeur de faisceau afin de pouvoir créer une nappe d’épaisseur variable : de moins de 1 mm, à plus de 1 cm. Puisque les particules inertielles seront injectées dans la tour par son sommet, il n’y a pas de paroi supérieure mais une surface libre eau-air.

Afin de piloter l’ensemble du dispositif, une Raspberry Pi de modèle 3B+ est utilisée pour contrôler les 16 relais associés à chacune des pompes (figure IV.2). Chaque canal est relié à un pin de la Raspberry Pi et peut donc être fermé et ouvert à la demande par un simple algorithme en Python, ce qui entrainera l’allumage ou l’extinction d’une unique pompe. Le choix du processus de forçage, c’est-à-dire pour indiquer quelle pompe est en marche où à l’arrêt à un instant présent, est crucial pour l’écoulement résultant. Variano & Cowen [137] et Pérez-Alvarado et al. [111] ont tous deux déterminé que le dénommé « sunbathing algorithm » était le processus de forçage optimal pour ce type d’écoulement. Pour cet algorithme, à chaque fois qu’une pompe est allumée, elle choisit une du-



**Figure IV.3** – Exemple d’une séquence de 10 minutes d’allumages et d’extinctions d’une pompe au cours d’une expérience (haut). Histogrammes des temps d’allumage  $t_{on}$  (bas-gauche), et des temps d’extinction  $t_{off}$  (bas-droite) d’une pompe lors d’une session d’un peu plus de 4h pour le couple  $(\tau_{on}, \tau_{off}) = (4, 28)$ . Chaque pompe suivra ce type de séquence indépendamment des autres pompes.

rée  $t_{on}$  sur une distribution gaussienne centrée sur un temps moyen  $\tau_{on}$  et de variance  $\sigma_{on}^2$  pendant laquelle elle restera en marche. Une fois ce temps écoulé, elle choisit une durée  $t_{off}$  sur une autre distribution gaussienne centrée sur un temps moyen  $\tau_{off}$  et de variance  $\sigma_{off}^2$  pendant laquelle elle sera éteinte. Après quoi, un nouveau cycle ( $t_{on}, t_{off}$ ) recommencera et ainsi de suite. Chaque pompe est pilotée individuellement et ignore le comportement des autres pompes. Cela signifie notamment que la puissance injectée (le nombre de pompes en marche) n'est pas constante au cours du temps. Pour tous les RASJA déjà en fonctionnement,  $\tau_{off}$  est pris significativement plus grand que  $\tau_{on}$ , et l'écoulement résultant s'avère peu sensible aux choix des variances qui seront donc fixées de la même manière que Variano & Cowen [137], c'est-à-dire en prenant  $\sigma_{on} = \tau_{on}/3$  et  $\sigma_{off} = \tau_{off}/3$ . On peut se figurer à quoi ressemble une séquence d'allumage et d'extinction d'une pompe à l'aide de la figure IV.3 qui montre le statut en marche (« on ») ou à l'arrêt (« off ») d'un jet en fonction du temps pour un temps d'allumage moyen  $\tau_{on} = 4$  s ( $\sigma_{on} \approx 1.33$  s) et un temps d'extinction moyen  $\tau_{off} = 28$  s ( $\sigma_{off} \approx 9.33$  s). Les distributions des temps  $t_{on}$  et  $t_{off}$  pour ce jet sont également présentées. Enfin la Raspberry Pi aura aussi pour rôle de déclencher simultanément les caméras par la fermeture-ouverture rapide d'un dernier relai, ce qui permet en principe de connaître le statut (marche/arrêt) des pompes au moment des films.

### IV. 2.2 Méthodologie pour la caractérisation de l'écoulement

Une fois que l'on a défini l'algorithme de pilotage des pompes, il ne reste que le choix des temps moyen de marche  $\tau_{on}$  et d'arrêt  $\tau_{off}$  des pompes et de la tension d'alimentation pour influencer sur les caractéristiques de l'écoulement. Compte tenu des nombreuses défaillances survenues sur les pompes et des avertissements de Variano & Cowen [137], la tension d'alimentation restera la tension nominale de 12 V, et seule l'influence des temps  $\tau_{on}$  et  $\tau_{off}$  sera testée. On part du couple ( $\tau_{on} = 3$  s,  $\tau_{off} = 21$  s) jugé optimal pour la configuration avec 64 pompes espacées de 10 cm de Variano & Cowen, et on varie légèrement les deux temps pour en comprendre l'impact. Notre disposition avec seulement 16 jets séparés de 7.5 cm étant différente, on ne peut pas supposer que les temps optimaux seront les mêmes. Visuellement il est aisé de constater que choisir un temps moyen d'allumage  $\tau_{on} > 9$  s conduit fréquemment à des événements où un unique jet provoque un violent écoulement dirigé vers le haut. Il est donc inutile d'explorer des temps au delà de 9 s. Par ailleurs, lorsque trop de pompes sont allumées en même temps, les fortes interactions entre les jets tendent à rendre l'écoulement très intense proche des buses mais très faible dès 40 cm au dessus. On n'explorera donc pas ce type de configurations en se restreignant à  $\tau_{off} \gg \tau_{on}$ . On utilisera trois critères pour déterminer la « qualité » d'un écoulement : la vitesse moyenne doit rester petite devant les fluctuations, la turbulence doit être la plus isotrope et la plus homogène possible. Si deux couples ( $\tau_{on}, \tau_{off}$ ) offrent une même qualité, on privilégiera celui qui a le plus petit cycle  $\tau_{on} + \tau_{off}$  afin que l'écoulement soit le moins possible influencé par des événements où un seul jet contribue à sa création.

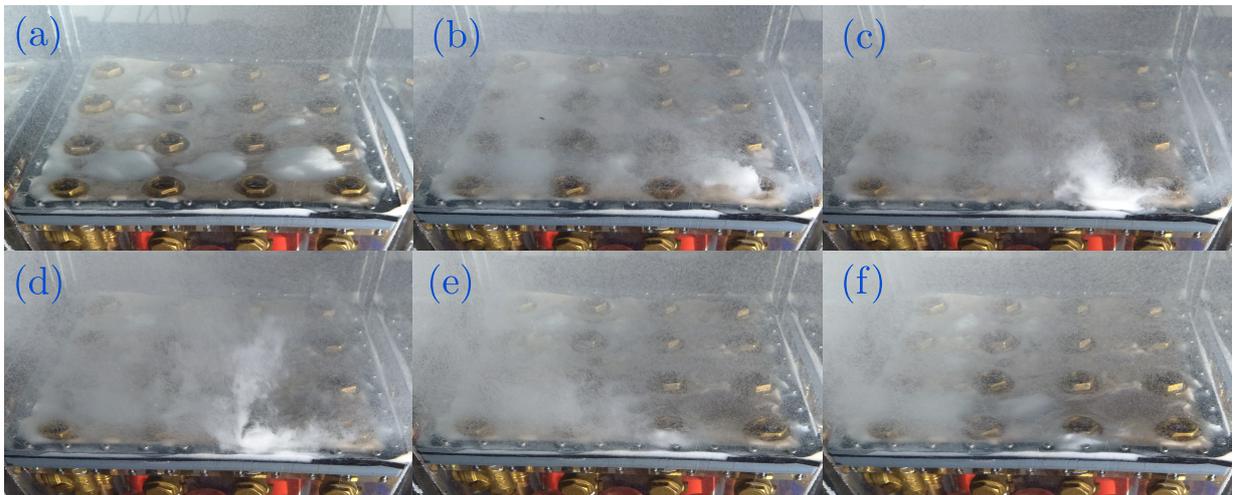
Le pilotage aléatoire des jets rend le forçage instationnaire provoquant, parfois des événements de vitesse intense, parfois une turbulence en déclin. Les zones de cisaillement changent en permanence et les vitesses peuvent brutalement se modifier d'un instant à un autre ou bien rester similaires pendant quelques secondes. Ceci conduit à voir l'écoulement comme une succession de configurations très différentes. Pour le caractériser, on a choisi de travailler dans une nappe laser d'environ 2 mm d'épaisseur traversant la cuve en son centre ( $y = 0$ ). En réalisant de la PTV (« Particle Tracking Velocimetry ») à deux composantes, dans le plan  $(x, z)$ , on peut accéder à la vitesse verticale  $u_z$ , et à une des composantes horizontales  $u_x$ . Par symétrie du forçage, il est assez naturel de considérer que les statistiques moyennées selon l'autre composante horizontale ( $y$ ) seront très proches. Une PTV 2D-2C (2 dimensions, 2 composantes) ne nécessite qu'une seule caméra. Mais afin d'obtenir les caractéristiques sur le champ le plus grand possible, les trois caméras rapides

ont été superposées (figure IV.1 (a)) pour créer un champ global de 8 cm horizontalement par 37 cm verticalement, couvrant alors la gamme de distance aux buses des pompes  $52.5 \text{ cm} \leq z \leq 89.5 \text{ cm}$ . Des particules en polystyrène d'une taille d'environ  $250 \mu\text{m}$  joueront le rôle de traceurs † et seront traquées sur des films très courts de 35 images pris à 1200 fps et séparés de 12 s chacun. L'intérêt de cette méthode est de sonder le plus de configurations possibles de l'écoulement en s'affranchissant des corrélations temporelles. Chaque film pourra être vu comme une réalisation particulière de l'écoulement, indépendante des autres. Autrement dit, l'idée est de photographier un instantané de l'écoulement à un moment précis et de répéter ce processus de nombreuses fois (nombre de films). Comme cela a été précisé auparavant, une grille avait été installée lors de ces expériences pour empêcher les particules de pénétrer dans les pompes. Un des problèmes résultant était l'accumulation de particules sur cette grille (causée par l'aspiration des pompes) comme en témoigne la photo en figure IV.4 (a). Il arrivait cependant que des événements resuspendent ces particules dans la cuve : voir successivement les photos (b), (c), (d), (e) et (f). Néanmoins, d'une manière générale, le nombre de traceurs diminuait au cours du temps. Les films étaient donc réalisés par session de 250 ou 500, soit des cycles marche/arrêt de 1h ou 2h pour les pompes. L'écoulement était généré durant 12 minutes avant le premier film de chaque session.

Pour prendre en compte le nombre inégal de traceurs entre les films, les quantités  $Q$  seront moyennées de telle sorte à ce que chaque film compte pour une réalisation :

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{N_{films}} \sum_{j=1}^{N_{films}} \langle Q_{fj} \rangle \quad (\text{IV.1})$$

où  $\langle Q_{fj} \rangle$  est la quantité moyenne sur un film,  $Q$  pouvant représenter n'importe quelle quantité : vitesse, accélération, fonction de structure, corrélation etc.. Dans les graphiques qui vont suivre, l'origine  $z = 0$  correspond à l'altitude des buses des pompes, en effet c'est toujours la distance par rapport à la sortie des jets qui nous intéresse.



**Figure IV.4** – Évènement de resuspension des particules en polystyrène qui s'accumulent sur la grille à cause de l'écoulement vers le bas engendré par l'aspiration des pompes.

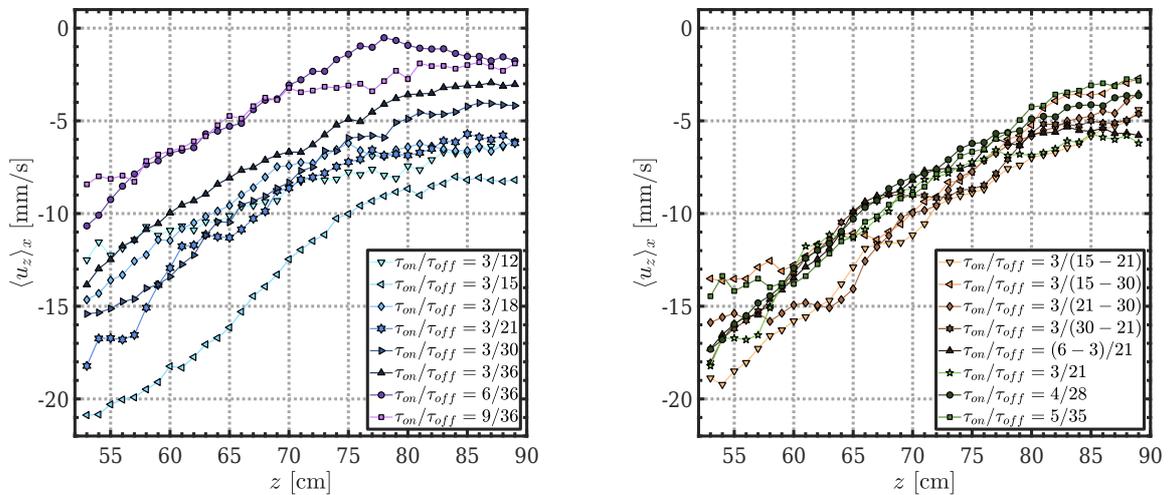
†. Ces particules ont une densité  $\rho_p \approx 1.06$ , ainsi, lorsque les pompes sont toutes éteintes, elles retombent lentement vers le bas à une vitesse comprise entre 1 et 2 mm/s, sous forme d'une neige blanche. C'est pourquoi l'expérience a été nommée « Tour à Neige (Marine) » : « TAN ».

### IV.3 Influence des paramètres de forçage sur l'écoulement généré

Un total de 15 couples  $(\tau_{on}, \tau_{off})$  a pu être testé, avec  $\tau_{on}$  variant de 3 à 9 s et  $\tau_{off}$  compris entre 12 et 36 s. Un résumé des caractéristiques de l'écoulement généré dans les différents cas est disponible dans le tableau IV.1 et offre un bon aperçu des diverses options à disposition. Il concerne la zone  $75 \text{ cm} \leq z \leq 85 \text{ cm}$  qui correspond à la distance à laquelle seront effectuées les expériences de sédimentation de particules inertielles. Afin de simplifier l'analyse lors de cette section, on se contentera de regarder des quantités moyennées dans la direction horizontale  $\langle Q \rangle_x$ , ce qui, comme on le verra par la suite, est pleinement justifié par la faible dépendance horizontale des statistiques de l'écoulement dans la zone  $x \in [-4, 4] \text{ cm}$ .

#### IV.3.1 Écoulement moyen

Le premier critère que l'on cherche à optimiser est l'écoulement moyen qui doit être minimisé au maximum. Seule la vitesse verticale  $\langle u_z \rangle_x$  est considérée en figure IV.5 dans la mesure où la vitesse horizontale  $\langle u_x \rangle_x$  restera faible par symétrie du forçage. Toutes les configurations présentent un gradient  $\partial \langle u_z \rangle_x / \partial z$  non nul, avec une vitesse verticale  $\langle u_z \rangle_x$  toujours négative, comprise entre  $-21$  et  $-1 \text{ mm/s}$ . Ainsi plus on se situe proche des pompes, et plus cette vitesse sera importante. Cependant les performances varient légèrement en fonction des temps moyens d'allumage  $\tau_{on}$  et d'extinction  $\tau_{off}$ . D'après la figure IV.5 (gauche), le couple  $(\tau_{on}, \tau_{off}) = (3, 15)$  exhibe la vitesse la plus grande, et le couple  $(6, 36)$  la plus faible. Pour  $\tau_{on} = 3 \text{ s}$  fixé, une augmentation de  $\tau_{off}$  semble bénéfique. En effet on passe de  $\langle u_z \rangle_x \in [-21, -8] \text{ mm/s}$  pour la paire  $(3, 15)$ , à  $\langle u_z \rangle_x \in [-18, -6] \text{ mm/s}$   $(3, 21)$ , puis  $\langle u_z \rangle_x \in [-14, -3] \text{ mm/s}$   $(3, 36)$ . Un forçage plus lent (cycle  $\tau_{on} + \tau_{off}$  plus grand) paraît donc à privilégier. On ne peut cependant pas généraliser trop facilement ce raisonnement pour d'autres  $\tau_{on}$ , d'autant plus que les deux couples  $(3, 12)$  et  $(3, 18)$  ne s'insèrent pas tout à fait dans cette logique en performant globalement mieux que  $(3, 15)$  et  $(3, 21)$  notamment. L'augmentation de  $\tau_{on}$  à  $6 \text{ s}$   $(6, 36)$  et  $9 \text{ s}$   $(9, 36)$  s'accompagne d'une nette réduction de la valeur de la vitesse moyenne comprise maintenant entre  $-10$  et  $-1 \text{ mm/s}$ . La non monotonie apparente pour le couple  $(6, 36)$  n'est probablement qu'un reflet des incertitudes de mesures supérieures à  $1 \text{ mm/s}$ . Cette vitesse



**Figure IV.5** – Vitesse verticale moyenne  $\langle u_z \rangle_x$  en fonction de la distance  $z$  aux buses des pompes pour l'ensemble des couples  $(\tau_{on}, \tau_{off})$ . Lorsqu'il y a deux valeurs pour  $\tau_{on}$  ou  $\tau_{off}$ , la première correspond à celle des 4 pompes internes, et la seconde aux 12 pompes externes.

plus faible pourrait être liée à des jets (apportant plus de quantité de mouvement dû à un temps d'allumage plus long) qui ne sont pas complètement mélangés à la turbulence et influent de manière directe sur l'écoulement moyen dans la zone considérée. La région où la signature individuelle de chaque jet est encore perceptible avait été nommée « jet merging region » par Variano & Cowen et elle est assez logiquement plus étendue lorsque  $\tau_{on}$  augmente.

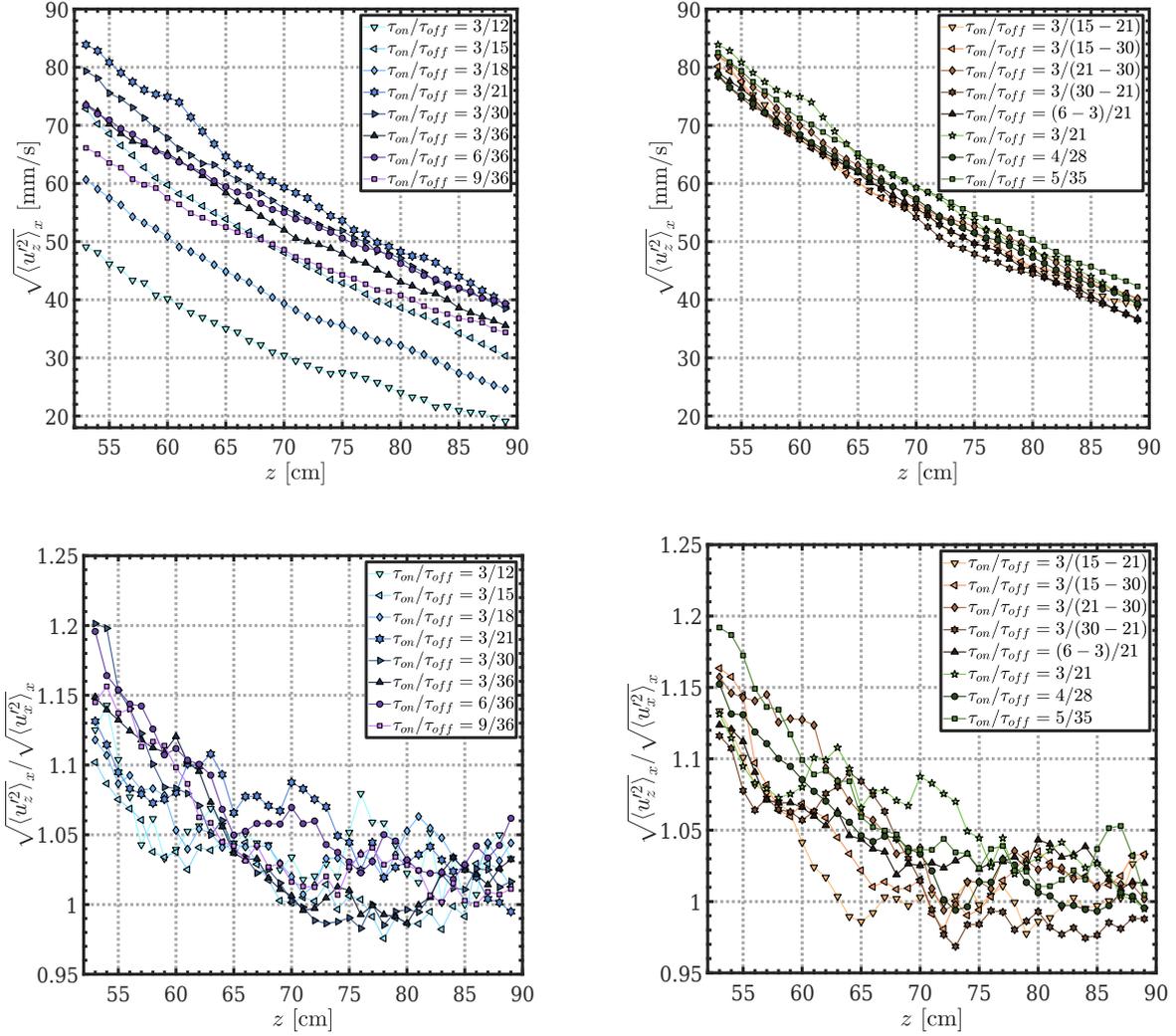
L'existence d'une vitesse verticale moyenne négative nous a invité à considérer des temps moyens d'extinction (ou d'allumage) différents entre les 4 pompes internes, et les 12 pompes externes (celles proche des parois). En effet le champ de vision des caméras s'étend de  $x = -4$  cm à  $x = 4$  cm pour une cuve de largeur 30 cm. La nappe laser traversant la tour en  $y = 0$ , c'est donc la zone centrale qui est sondée. Comme les jets sont organisés selon un réseau carré, il y en a seulement 4 au centre pour 12 qui sont juste à côté des parois. À chaque fois qu'un de ces jets tire, il va pousser le fluide vers le haut proche de la paroi, et ainsi logiquement engendrer une recirculation descendante plutôt au niveau du centre de la cuve. À 12 contre 4, une vitesse verticale négative centrale n'est donc pas totalement inattendue. Si les pompes centrales sont allumées plus souvent ( $\tau_{on,int} > \tau_{on,ext}$  ou  $\tau_{off,int} < \tau_{off,ext}$ ), on peut éventuellement espérer une amélioration. La figure IV.5 (droite) expose les quatre options ( $\tau_{on,int} - \tau_{on,ext}, \tau_{off,int} - \tau_{off,ext}$ ) retenues : (3 – 3, 15 – 21), (3 – 3, 15 – 30), (3 – 3, 21 – 30) et (6 – 3, 21 – 21). Malheureusement toutes ces configurations proposent des performances très similaires entre elles (à quelques mm/s près), et également très ressemblantes aux cas où les temps entre toutes les pompes sont identiques. La vitesse  $\langle u_z \rangle_x$  semble simplement contrainte par le temps d'extinction  $\tau_{off}$  le plus grand. Un test où les pompes internes tirent moins souvent,  $\tau_{off,int} = 30$  s,  $\tau_{off,ext} = 21$  s, a même été effectué et aucune différence notable n'a été constatée.

À l'issu de ce premier critère, on en conclue qu'il existe un écoulement moyen vertical orienté vers le bas dans la zone observée et qu'il apparait complexe de s'en débarrasser. De façon intéressante ce type de recirculation centrale avait aussi été mise en évidence dans le dispositif à grille oscillante de McKenna & McGillis [91]. Bien que l'on ait sondé une région restreinte des paramètres, cet écoulement moyen est plutôt robuste aux changements de  $\tau_{on}$  et de  $\tau_{off}$  puisque toutes les configurations le possèdent.

## IV. 3.2 Isotropie

La valeur de la vitesse moyenne ne signifie pas grand chose en elle-même, il faut la comparer à l'intensité des fluctuations de vitesse, et comparer les fluctuations entre les différentes directions. La figure IV.6 (haut) met en évidence que les fluctuations de vitesse verticale  $\sqrt{\langle u_z^2 \rangle_x}$  décroissent en s'éloignant de la zone de forçage. La façon dont cette décroissance s'opère est directement liée à l'homogénéité de la turbulence et sera traitée dans la section suivante. Contrairement à l'écoulement moyen  $\langle u_z \rangle_x$ , les fluctuations  $\sqrt{\langle u_z^2 \rangle_x}$  sont bien plus dépendantes des temps moyens  $\tau_{on}$  et  $\tau_{off}$ . Il y a à priori deux situations limites. En se plaçant à  $\tau_{on}$  fixé, la première situation apparaît lorsque le rapport  $\tau_{on}/\tau_{off}$  est trop petit : (3, 12), (3, 15), (3, 18) ou (9, 36). Dans ce cas, il y a souvent beaucoup de pompes allumées aux mêmes instants, leurs jets interagissent trop fortement entre eux, le mélange est important proche des buses mais s'atténue trop rapidement pour nourrir efficacement la turbulence plus haut dans la tour. Il en résulte des fluctuations plus faibles pour ces couples. À l'inverse, la seconde situation se produit si le rapport  $\tau_{on}/\tau_{off}$  est trop grand : (3, 30) et (3, 36). Les jets peuvent facilement se développer dans la tour, mais ils ne sont pas assez abondants pour entretenir proprement les fluctuations. On constate alors de nombreux moments où la turbulence est en déclin sans aucun apport de quantité de mouvement pour l'alimenter, conduisant à un affaiblissement des valeurs moyennes des fluctuations de vitesse. Les couples dont les ratios  $\tau_{on}/\tau_{off}$  sont intermédiaires semblent alors plus intéressants dans la recherche de la minimisation

### IV.3 Influence des paramètres de forçage sur l'écoulement...



**Figure IV.6** – Fluctuations verticales de vitesse  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  en fonction de la distance  $z$  aux buses (**haut**). Rapport entre les fluctuations verticales et horizontales  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x} / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  qui mesure une partie de l'isotropie à grande échelle des configurations (**bas**).

du rapport entre l'intensité de l'écoulement moyen et de la vitesse fluctuante,  $M_x = \langle u_x \rangle_x / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  et  $M_z = \langle u_z \rangle_x / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  : (3, 21) (le couple jugé optimal pour le dispositif de Variano & Cowen [137]), (4, 28), (5, 35) ou encore (6, 36). Les valeurs moyennes de  $M_x$  et  $M_z$  dans la région  $z \in [75, 85]$  cm sont listées dans le tableau IV.1 pour toutes les configurations testées. La vitesse horizontale  $\langle u_x \rangle_x$  restant très faible, il en sera de même pour  $M_x$ . En dehors des paires (3, 12), (3, 15) et (3, 18),  $M_z$  est systématiquement inférieur à 0.2, et notamment pour le couple (6, 36) qui affiche  $M_z \approx 0.02$ . Les valeurs  $M_x \approx 0.07$  et  $M_z \approx 0.02$  obtenues par Variano & Cowen [137] étaient nettement meilleures, et s'expliquent probablement par une influence moindre des parois dans une cuve de section 80 cm. Néanmoins nos valeurs restent convenables si on les compare à d'autres RASJA existant. Avec 60 jets espacés de 15 cm, celui de Khorsandi et al. [71] affiche  $M_x \approx 0.27$ ,  $M_z \approx 0.11$  à 82.5 cm des buses, ainsi que  $M_x \approx 0.07$ ,  $M_z \approx 0.15$  à 109.5 cm, alors que celui de Pérez-Alvarado et al. [111] donne  $M_x \approx 0.08$ ,  $M_z \approx 0.01$  à 82.5 cm et  $M_x \approx 0.19$ ,  $M_z \approx 0.20$  à 139.5 cm.

L'isotropie des fluctuations de vitesse est caractérisée par le ratio des vitesses fluctuantes verticale et horizontale :  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x} / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  (on suppose par symétrie que  $\langle u_x'^2 \rangle_x \approx \langle u_y'^2 \rangle_x$ ), présenté en

figure IV.6 (bas). Celui-ci est toujours inférieur à 1.2, et tombe sous 1.05 pour la plupart des couples (sauf (3, 21) et (6, 36)) dès une distance aux buses  $z \geq 65$  cm. En dehors de (3 – 3, 30 – 21) qui atteint 0.98 à partir de  $z > 70$  cm, les fluctuations verticales sont en général plus grande que celles horizontales. On notera la bonne performance de (3 – 3, 15 – 21) qui oscille autour de 1 dès  $z \approx 63$  cm. Il est assez clair que toutes les configurations peuvent être jugées satisfaisantes au delà de  $z \geq 75$  cm. En comparaison, Variano & Cowen [137] avaient obtenu  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle} \approx 1.27$  ( $z = 60$  cm), Khorsandi et al. [71],  $\sim 1.23$  ( $z = 82.5$  cm) et  $\sim 1.36$  ( $z = 109.5$  cm) et enfin Pérez-Alvarado et al. [111],  $\sim 1.61$  ( $z = 82.5$  cm) et  $\sim 1.30$  ( $z = 139.5$  cm).

Pendant l'isotropie concerne aussi les fluctuations au sein d'une même direction qui doivent être symétriques pour qu'on puisse considérer la turbulence comme isotrope. Dans la plupart des écoulements, les PDF de vitesse sont des gaussiennes, donc les fluctuations sont symétriques. On verra que ce n'est pas le cas pour cet écoulement, en particulier si les distributions de vitesses horizontales sont bien symétriques, ce n'est plus le cas pour celles verticales. L'asymétrie des PDF est caractérisée par les coefficients d'asymétrie  $\gamma_{1,x} = \langle u_x'^3 \rangle_x / \langle u_x'^2 \rangle_x^{3/2}$  et  $\gamma_{1,z} = \langle u_z'^3 \rangle_x / \langle u_z'^2 \rangle_x^{3/2}$  répertoriés eux aussi dans le tableau IV.1 pour la région  $z \in [75, 85]$  cm. Bien que légèrement négatif en général, le coefficient d'asymétrie  $\gamma_{1,x}$  des fluctuations de vitesse horizontale reste faible ( $|\gamma_{1,x}| < 0.1$ ), comparé à  $\gamma_{1,z}$  qui varie entre 0.80 et 1.42. Un coefficient  $\gamma_{1,z} > 0$  indique que les vitesses verticales positives extrêmes sont plus probables que les vitesses verticales négatives extrêmes. La médiane de  $u_z'$  est en conséquence négative : il y a plus souvent des fluctuations descendantes. Cette asymétrie est en fait caractéristique d'une turbulence qui décline spatialement et ne peut donc être corrigée qu'en symétrisant le forçage.

# f	$\tau_{on}$ [s]	$\tau_{off}$ [s]	$\langle u_x \rangle$ [mm/s]	$\langle u_z \rangle$ [mm/s]	$\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle}$ [mm/s]	$\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$ [mm/s]	$\frac{\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}}{\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle}}$	$\gamma_{1,x}$	$\gamma_{1,z}$	$M_x$	$M_z$	$L_d$ [cm]
1500	3	12	-0.2	-7.4	23.7	24.7	1.04	-0.03	1.42	0.01	0.30	20.1
2000	3	15	0.3	-8.8	39.4	39.0	0.99	0.03	1.03	0.01	0.23	25.7
2353	3	18	-0.3	-6.5	31.1	32.2	1.04	-0.10	1.17	0.01	0.20	20.0
1250	3	21	0.9	-6.5	47.4	48.9	1.03	-0.11	0.92	0.02	0.13	28.0
2000	3	30	0.6	-5.1	47.3	47.1	1.00	-0.08	0.90	0.01	0.11	21.1
2500	3	36	1.6	-3.8	43.8	43.8	1.00	-0.03	0.90	0.04	0.09	22.4
2500	6	36	1.7	-0.9	45.3	46.7	1.03	-0.03	0.94	0.04	0.02	27.0
2500	9	36	0.6	-2.5	39.9	40.9	1.03	0.02	0.96	0.02	0.06	30.5
2000	3	15/21	1.8	-7.2	46.2	45.9	0.99	-0.10	0.80	0.04	0.16	28.3
1000	3	15/30	1.1	-5.3	46.0	46.8	1.02	-0.05	0.85	0.02	0.11	25.0
2000	3	21/30	2.6	-5.9	47.8	48.9	1.02	0.01	0.82	0.05	0.12	24.3
1900	3	30/21	-0.1	-6.4	45.2	44.5	0.98	-0.11	0.88	0.00	0.14	31.4
1750	6/3	21	0.9	-5.9	44.3	45.6	1.03	-0.06	0.97	0.02	0.13	23.8
4500	4	28	1.5	-5.1	47.1	47.6	1.01	-0.01	0.82	0.03	0.11	28.4
1750	5	35	2.1	-4.8	49.6	50.7	1.02	-0.07	0.80	0.04	0.09	27.6

**Tableau IV.1** – Récapitulatif des caractéristiques dans la région  $z \in [75, 85]$  cm des écoulements générés en fonction des temps moyens d'allumage  $\tau_{on}$  et d'extinction  $\tau_{off}$ ; # f donne le nombre de films de 35 images utilisés pour obtenir ces statistiques. L'isotropie est caractérisée par le rapport  $\sqrt{\langle u_z^2 \rangle_x} / \sqrt{\langle u_x^2 \rangle_x}$  des fluctuations verticale et horizontale, et par les coefficients d'asymétrie des vitesses fluctuantes  $\gamma_{1,x} = \langle u_x^3 \rangle_x / \langle u_x^2 \rangle_x^{3/2}$  et  $\gamma_{1,z} = \langle u_z^3 \rangle_x / \langle u_z^2 \rangle_x^{3/2}$ . L'impact de l'écoulement moyen est mesuré par les valeurs de  $M_x = \langle u_x \rangle_x / \sqrt{\langle u_x^2 \rangle_x}$  et  $M_z = \langle u_z \rangle_x / \sqrt{\langle u_z^2 \rangle_x}$  qui quantifient l'intensité de l'écoulement moyen par rapport aux fluctuations. L'homogénéité est évaluée par la longueur de décroissance  $L_d = |\langle k \rangle / (\partial \langle k \rangle / \partial z)|$  de l'énergie cinétique turbulente.

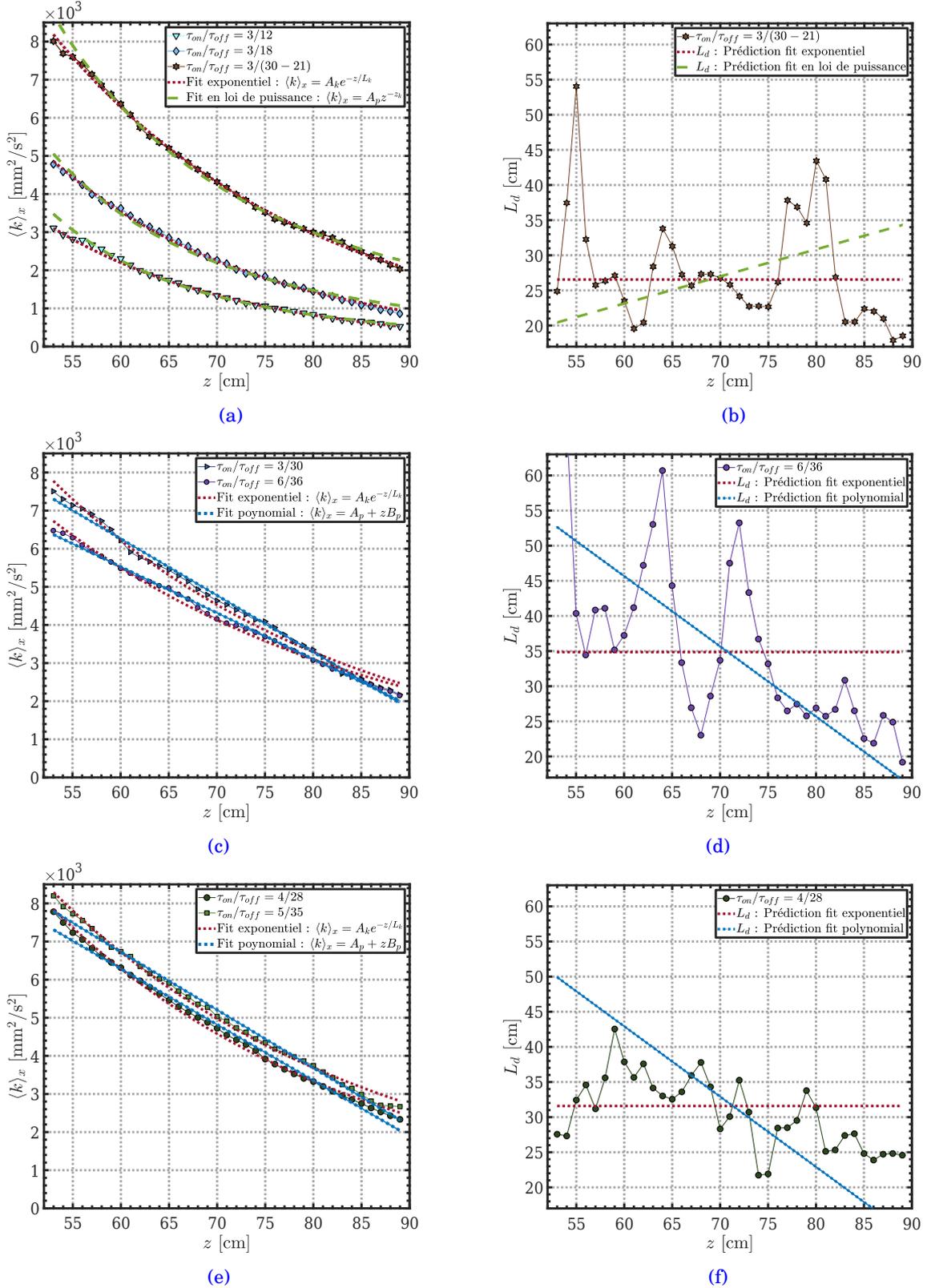
Retour au début de la section : page 96.

### IV.3.3 Homogénéité

Les fluctuations de vitesse décroissent à mesure que l'on s'éloigne des pompes avec des valeurs allant de  $\sqrt{\langle u_z^2 \rangle_x} \approx 50$  mm/s en  $z \approx 53$  cm, à  $\sqrt{\langle u_z^2 \rangle_x} \approx 20$  mm/s en  $z \approx 89$  cm pour le couple (3, 12), et de  $\sim 85$  mm/s à  $\sim 40$  mm/s pour le couple (3, 21) par exemple. Plutôt que les vitesses, on va s'intéresser à la décroissance de la moyenne de l'énergie cinétique turbulente :  $\langle k \rangle_x = \frac{1}{2}(\langle u_x^2 \rangle_x + \langle u_y^2 \rangle_x + \langle u_z^2 \rangle_x) \approx \frac{1}{2}(2\langle u_x^2 \rangle_x + \langle u_z^2 \rangle_x)$ . Celle-ci est présentée sur la figure IV.7 (gauche) et séparée en trois cas en fonction de son évolution avec la distance  $z$ . Pour certains couples ( $\tau_{on}, \tau_{off}$ ), par exemple (3, 12), (3, 18) ou (3 – 3, 30 – 21),  $\langle k \rangle_x$  semble décliner selon une loi de puissance  $\langle k \rangle_x \propto z^{-z_k}$  ou comme une exponentielle  $\langle k \rangle_x \propto e^{-z/L_k}$  (figure IV.7 (a)). La gamme réduite de distances  $z \in [52.5, 89.5]$  cm ne permet pas de les différencier significativement. Par analogie avec la turbulence de grille oscillante, qui, d'après Hopfinger & Toly [59], présente une décroissance en  $\langle k \rangle \propto z^{-2}$  loin de la grille agitant le fluide, Variano & Cowen [137] avaient trouvé une loi de puissance en  $z^{-2.30}$ . En suivant cette même logique, on obtient diverses valeurs pour  $z_k$  :  $\sim 3.5$  (3, 12),  $\sim 3.0$  (3, 18) et  $\sim 2.6$  (3 – 3, 30 – 21).

Le taux de décroissance de l'énergie cinétique turbulente est directement fonction de la forme de  $\langle k \rangle_x(z)$ . Pour le quantifier Maxey [87] a introduit la longueur de décroissance  $L_d = |\langle k \rangle / (\partial \langle k \rangle / \partial z)|$  qui permet de justifier qu'une turbulence est homogène dans le cas où  $L/L_d \ll 1$ , avec  $L$  l'échelle intégrale. Autrement dit, la longueur  $L_d$  doit être très grande devant toutes les échelles de l'écoulement, c'est-à-dire qu'il faut un déclin graduel de la turbulence. C'est notamment, en général, le cas dans les souffleries grâce à l'importante advection de la turbulence par le vent moyen. Cela signifie que le choix  $\langle k \rangle_x \propto z^{-z_k}$  ou  $\langle k \rangle_x \propto e^{-z/L_k}$  impactera le caractère prédit du déclin. En effet dans le premier cas,  $L_d$  croîtra linéairement avec  $z$ , alors qu'elle sera constante égale à  $L_k$  dans le second. Si l'échelle intégrale  $L$  ne varie pas avec  $z$  (en accord avec la mesure de Variano & Cowen [137]), alors soit la turbulence s'homogénéise avec la distance aux pompes ( $L/L_d \propto 1/z$ ), soit elle ne change pas ( $L/L_d = cste$ ). Le tracé de la longueur de décroissance  $L_d$  pour la paire (3 – 3, 30 – 21) est proposé en figure IV.7 (b) et ne montre pas une tendance très marquée et suggère donc plutôt que  $L_d$  reste constante, c'est-à-dire que l'énergie cinétique turbulente évoluerait selon une exponentielle décroissante. Ceci se trouve ainsi être en contradiction avec la mesure de Variano & Cowen [137]. C'est un point essentiel à mentionner car il devient futile de vouloir se placer à une plus grande distance des pompes pour obtenir une turbulence plus homogène.

La contradiction est d'autant plus flagrante que certains couples ( $\tau_{on}, \tau_{off}$ ) tels que (3, 36) ou (6, 36) montrent une décroissance de l'énergie cinétique turbulente qui ne suit même plus une exponentielle mais semble linéaire (figure IV.7 (c)). En résulte, une longueur de décroissance  $L_d$  qui diminue avec la distance  $z$  aux buses comme en atteste la figure IV.7 (d). Enfin une dernière catégorie de couples comme (4, 28) ou (5, 35) paraît avoir un comportement de décroissance entre l'exponentielle et le polynôme d'ordre 1 dans la mesure où aucun des deux ajustements ne capture



**Figure IV.7** – Évolution de l'énergie cinétique turbulente  $\langle k \rangle_x$  (gauche) et de la longueur de décroissance  $L_d = |\langle k \rangle / (\partial \langle k \rangle / \partial z)|$  (droite) en fonction de la distance  $z$  aux buses pour différents scénarios de déclin de la turbulence.

le déclin de  $\langle k \rangle_x(z)$  (figure IV.7 (e)). Cela signifie néanmoins que  $L_d$  diminuera avec l'éloignement aux pompes (figure IV.7 (f)) et donc que la turbulence est probablement de plus en plus inhomogène (si l'échelle intégrale  $L$  est bien constante).

L'ensemble de ces observations suggère qu'un déclin de la turbulence sous forme d'une loi de puissance comme dans les souffleries ou dans les dispositifs à grille oscillante ne correspond pas à la réalité de notre écoulement. Les mécanismes à l'origine des trois scénarios de décroissance de  $\langle k \rangle_x$  constatés n'ont pas été identifiés. On notera néanmoins que ceux qui donnent lieu à une forme exponentielle sont associés à un forçage avec un temps moyen d'extinction  $\tau_{off}$  plus court que les autres. Toutes les longueurs moyennes de décroissance  $L_d$  dans la zone  $z \in [75, 85]$  cm sont listées dans le tableau récapitulatif IV.1. Celle-ci varie d'environ 20 cm (3, 12) à environ 31 cm (3 – 3, 30 – 21). Pour quantifier correctement l'homogénéité il faudrait comparer  $L_d$  à l'échelle intégrale  $L$ , mais on peut raisonnablement penser que  $L$  est peu modifiée par la configuration  $(\tau_{on}, \tau_{off})$  et que la turbulence sera d'autant plus homogène que  $L_d$  est grand. On verra que pour le couple  $(\tau_{on}, \tau_{off})$  choisi,  $L \approx 6.6$  cm, on s'attend donc à avoir des rapports  $L/L_d$  compris entre 0.22 et 0.33, ce qui n'est pas suffisamment petit pour qu'on puisse considérer la turbulence comme véritablement homogène.

### IV.3.4 Bilan

À partir de ces trois critères : écoulement moyen, isotropie et homogénéité, on peut isoler les couples  $(\tau_{on}, \tau_{off})$  qui apparaissent les plus pertinents. Premièrement on va exclure les paires qui n'ont pas les mêmes temps moyens d'allumage ou d'extinction pour les pompes internes et externes, c'est-à-dire (3 – 3, 15 – 21), (3 – 3, 15 – 30), (3 – 3, 21 – 30), (3 – 3, 30 – 21) et (6 – 3, 21 – 21). Les faibles différences observées ne justifient en effet pas une modification de l'algorithme originel. Cependant ces tests ont montré la robustesse de l'écoulement aux changements de paramètres. Il s'agit à la fois d'une bonne et d'une mauvaise nouvelle. Une bonne car toutes les pompes ne fonctionnent pas exactement de la même manière, et cela ne devrait donc pas avoir d'impact majeur sur les statistiques de l'écoulement même si certaines d'entre elles se dégradent avec le temps. Mais une mauvaise nouvelle car cela signifie qu'il est très difficile de supprimer les attributs négatifs, et notamment cet écoulement grande échelle qui se caractérise par une vitesse moyenne verticale négative.

Ensuite, on exclue les trois configurations (3, 12), (3, 15) et (3, 18) qui présentent un rapport entre vitesse moyenne et fluctuations trop important :  $M_z \geq 0.2$ . De même pour les couples (3, 30) et (3, 36) qui fournissent des vitesses fluctuantes inférieures à (3, 21) et des longueurs de décroissance plus petites. Il ne reste donc que (3, 21), (4, 28), (5, 35), (6, 36) et (9, 36). Puisque (9, 36) est moins bon que (6, 36), on ne va pas non plus le considérer. Les quatre derniers choix proposent des performances assez similaires, en particulier (6, 36) dont la vitesse verticale  $\langle u_z \rangle_x$  est proche de 0 pour  $z > 75$  cm. Cependant un doute subsistait sur l'influence individuel des jets avec un temps moyen d'allumage  $\tau_{on}$  de 6 s et il a donc été écarté, tout comme (5, 35). Parmi les deux couples restants, c'est finalement (4, 28) qui a été choisi car il semblait légèrement meilleur que (3, 21) †.

## IV.4 Détails de l'écoulement pour les paramètres expérimentaux

La décision ayant été prise de retenir le couple  $(\tau_{on}, \tau_{off}) = (4, 28)$  pour la suite des opérations, cette section va maintenant présenter plus en détails l'écoulement engendré par ce réseau de pompes pilotées aléatoirement. Dans un premier temps, les statistiques de vitesse en 2D puis en

---

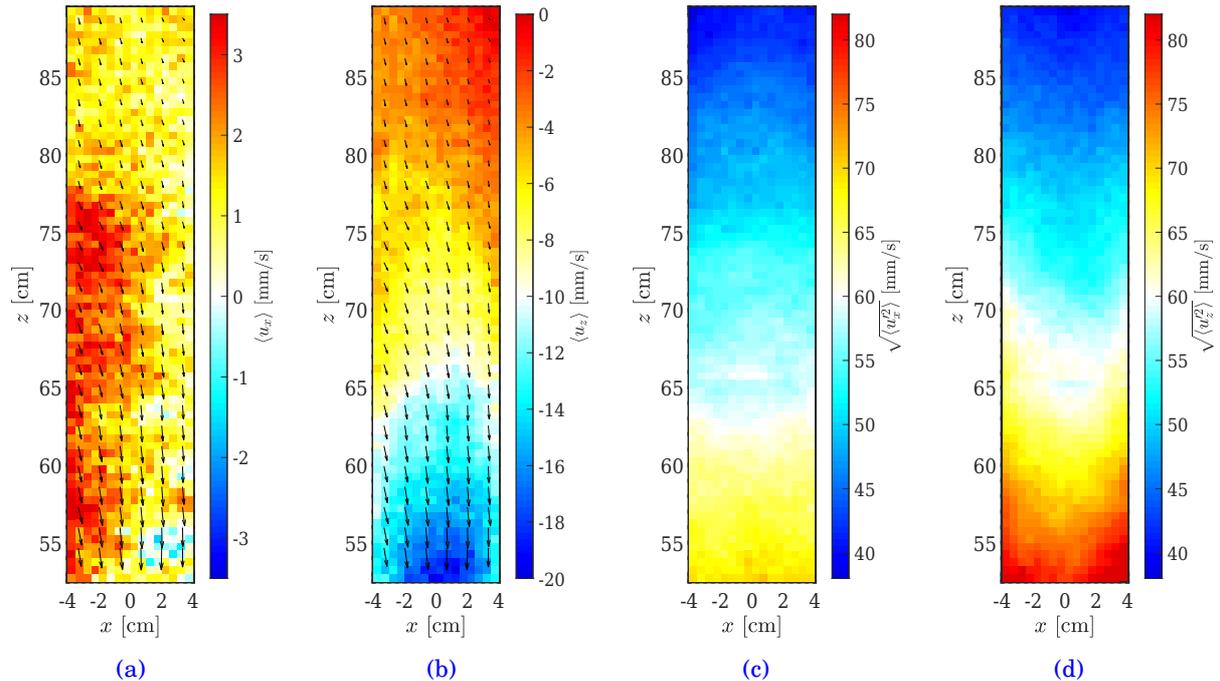
†. Cette décision finale n'était peut-être pas la meilleure, mais c'est celle qui a été prise dans cet univers, et je laisse aux futurs utilisateurs du dispositif faire le choix qu'ils souhaitent entre les diverses configurations étudiées et bien plus encore.

1D (moyennées selon la direction horizontale) seront abordées en examinant les vitesses moyennes et fluctuantes. Ensuite, l'accès aux grandeurs pertinentes pour qualifier un écoulement turbulent, à savoir, l'échelle de Kolmogorov  $\eta$ , le temps de Kolmogorov  $\tau_\eta$  et le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $Re_\lambda = u'\lambda/\nu$ , sera permis par la détermination du taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique  $\langle \epsilon \rangle$ . Les grandes échelles de l'écoulement seront obtenues à travers un calcul des fonctions d'autocorrélation spatiales et temporelles de la vitesse fluctuante. Enfin les petites échelles seront traitées en regardant les statistiques d'accélération.

#### IV. 4.1 Champs de vitesse moyens

##### • Vitesses moyennes et fluctuantes

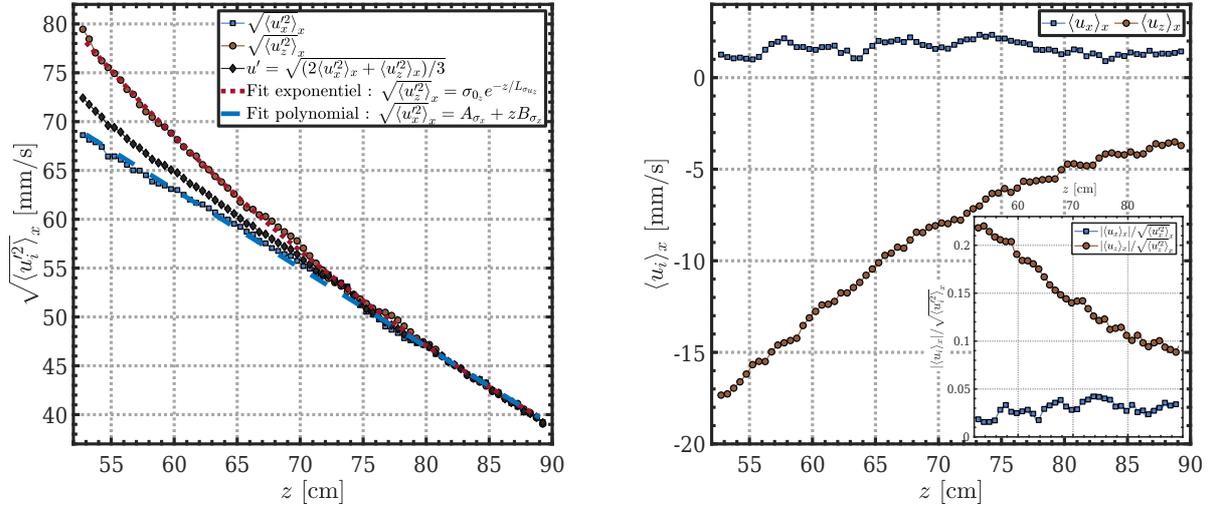
La figure IV.8 montre les champs de vitesse moyens et fluctuants dans la région  $x \in [-4, 4]$  cm,  $y = 0$ ,  $z \in [52.5, 89.5]$  cm. En dépit d'un forçage symétrique, une vitesse moyenne horizontale  $\langle u_x \rangle$  non nulle positive est mesurable (figure IV.8 (a)), notamment dans la zone  $x \leq 0$ ,  $z \leq 78$  cm. Il n'est pas impossible que les pompes de gauche et de droite fonctionnent légèrement différemment, ce qui expliquerait cette différence. Néanmoins  $\langle u_x \rangle$  reste faible (inférieur à 3 mm/s en valeur absolue) en comparaison de la vitesse verticale  $\langle u_z \rangle$  (figure IV.8 (b)) comprise entre  $-20$  et  $-2$  mm/s. Elle, non plus, n'est pas tout à fait indépendante de  $x$ , puisque l'écoulement en  $x = 0$  est plus grand en valeur absolue et est approximativement symétrique ( $\langle u_z \rangle(x, z) \approx \langle u_z \rangle(-x, z)$ ). On retrouve cette symétrie pour les fluctuations de la vitesse verticale  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  (figure IV.8 (d)) qui sont donc impactées par l'écoulement moyen qui ramène les fluctuations de plus faibles amplitudes vers le bas, donnant un aspect courbé aux « iso-fluctuations ». Cet effet reste cependant modéré et est presque imperceptible au delà de  $z \geq 70$  cm. Un tel phénomène n'est pas présent pour les fluctuations horizontales  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle}$  (figure IV.8 (c)) qu'on peut alors considérer indépendantes de  $x$ . Ces quatre cartes 2D justifient raisonnablement le fait de ne s'intéresser qu'aux quantités moyennées selon la direction horizontale  $x$  pour la suite.



**Figure IV.8** – Cartes 2D en  $y = 0$  dans le plan  $(x, z)$ , des vitesses horizontale  $\langle u_x \rangle$  (a) et verticale  $\langle u_z \rangle$  (b), ainsi que les fluctuations de vitesse pour ces mêmes directions  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle}$  (c) et  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  (d).

À partir des quantités moyennées en  $x$  sur la figure IV.9 (gauche), il est aisé de constater que les fluctuations  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  et  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  ne déclinent pas de la même manière. Alors que les fluctuations verticales semblent décroître de façon exponentielle, celles horizontales ont une décroissance plus linéaire. C'est pourquoi l'énergie cinétique turbulente  $\langle k \rangle_x = \frac{1}{2}(2\langle u_x'^2 \rangle_x + \langle u_z'^2 \rangle_x)$  avait une évolution entre l'exponentielle et le polynôme en fonction de  $z$  (figure IV.7 (e)). Cependant il est peu vraisemblable que ces tendances se poursuivent au delà de  $z > 90$  cm, autrement cela signifierait que l'isotropie survenant à partir de  $z \approx 72$  cm s'arrête pour des distances hors du champ de vision des caméras. En fait il est possible que les vitesses fluctuantes dans les deux directions déclinent linéairement une fois qu'elles ont atteint la même valeur. La valeur typique des fluctuations pour cet écoulement sera définie comme  $u' = \sqrt{(2\langle u_x'^2 \rangle_x + \langle u_z'^2 \rangle_x)/3}$  dans la suite, en supposant que  $\langle u_y'^2 \rangle_x = \langle u_x'^2 \rangle_x$ .

Moyennée dans direction horizontale  $x$  (figure IV.9 (droite)), on retrouve une vitesse horizontale  $\langle u_x \rangle_x$  légèrement positive, de l'ordre de 1.5 mm/s. Le gradient de vitesse verticale  $\partial \langle u_z \rangle_x / \partial z$  diminue avec la hauteur  $z$ , faisant passer  $\langle u_z \rangle_x$  d'environ  $-17.5$  mm/s en  $z = 53$  cm, à  $-3.5$  mm/s en  $z = 89$  cm. Les fluctuations sont toujours dominantes en comparaison de l'écoulement moyen, la valeur de  $M_x = |\langle u_x \rangle_x| / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  est toujours inférieure à 0.05, alors que  $M_z = |\langle u_z \rangle_x| / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  prend des valeurs entre  $\sim 0.22$  et  $\sim 0.09$ .



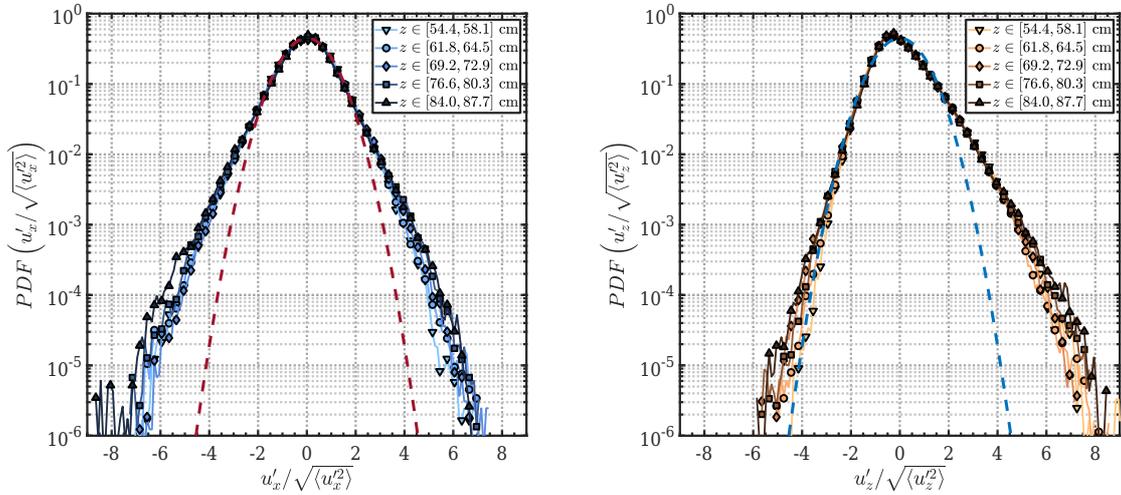
**Figure IV.9 – Gauche** : fluctuations de vitesse horizontale  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  (■ bleus) et verticale  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  (● marrons) moyennées selon la direction horizontale  $x$ . La vitesse fluctuante typique  $u'$  est définie comme  $u' = \sqrt{(2\langle u_x'^2 \rangle_x + \langle u_z'^2 \rangle_x)/3}$  (◆ noirs) en supposant  $\langle u_y'^2 \rangle_x = \langle u_x'^2 \rangle_x$ . Les pointillés rouges montrent un ajustement exponentiel pour  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$ , et les tirets bleus un ajustement polynomial d'ordre 1 pour  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$ . **Droite** : vitesse moyenne horizontale  $\langle u_x \rangle_x$  (■ bleus) et verticale  $\langle u_z \rangle_x$  (● marrons). En insert, les ratios  $M_x = |\langle u_x \rangle_x| / \sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  et  $M_z = |\langle u_z \rangle_x| / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  qui comparent l'intensité de l'écoulement moyen vis-à-vis des fluctuations.

#### • PDF des fluctuations de vitesse

Les fluctuations de vitesse sont notamment caractérisées par des distributions aux allures différentes selon la direction considérée. À travers la figure IV.10 qui présente des PDF pour la vitesse horizontale  $u'_x$  et verticale  $u'_z$  à 5 intervalles de distances aux pompes :  $z \in [54.4, 58.1]$ ,  $z \in [61.8, 64.5]$ ,  $z \in [69.2, 72.9]$ ,  $z \in [76.6, 80.3]$  et  $z \in [84.0, 87.7]$  cm, il est aisé de constater que les vitesses verticales sont distribuées de manière asymétrique. En revanche, les PDF réduites évoluent peu avec la distance  $z$ . Selon  $x$ , les distributions ont un cœur gaussien jusqu'à environ  $\pm 2\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$ , puis des ailes qui

se détachent. L'épaisseur des queues de ces PDF semblent grossir lorsque l'on s'éloigne des pompes, ce qui est confirmé par l'augmentation de l'aplatissement caractérisé par le moment d'ordre 4 normalisé :  $\langle u_x'^4 \rangle / \langle u_x'^2 \rangle^2$  sur la figure IV.11 (droite), qui passe d'un peu moins de 4 en  $z \approx 53$  cm, à presque 5 en  $z \approx 89$  cm (il vaut 3 dans le cas d'une gaussienne). Mentionnons que des distributions super-gaussiennes ont été rapportées sur l'ensemble des RASJA, ce n'est donc pas une spécificité de celui-là. En particulier, Khorsandi et al. [71] rapportent  $\langle u_x'^4 \rangle / \langle u_x'^2 \rangle^2 \approx 5.42$  ( $z = 82.5$  cm), et  $\sim 4.51$  ( $z = 109.5$  cm), ainsi que  $\langle u_z'^4 \rangle / \langle u_z'^2 \rangle^2 \approx 4.60$  ( $z = 82.5$  cm), et  $\sim 5.73$  ( $z = 109.5$  cm). De leur côté Pérez-Alvarado et al. [111] ont trouvé  $\langle u_x'^4 \rangle / \langle u_x'^2 \rangle^2 \approx 4.61$  ( $z = 82.5$  cm), et  $\sim 5.02$  ( $z = 139.5$  cm), et  $\langle u_z'^4 \rangle / \langle u_z'^2 \rangle^2 \approx 4.60$  ( $z = 82.5$  cm), et  $\sim 6.72$  ( $z = 109.5$  cm). Il y a donc en effet, un penchant à l'augmentation de l'aplatissement avec la distance.

Une tendance similaire se dessine pour le ratio vertical  $\langle u_z'^4 \rangle / \langle u_z'^2 \rangle^2$ , à l'exception de la région  $53 \text{ cm} \leq z \leq 65 \text{ cm}$  qui voit le coefficient d'aplatissement diminuer, il a toujours une valeur légèrement supérieure à  $\langle u_x'^4 \rangle / \langle u_x'^2 \rangle^2$ . La fiabilité de la diminution constatée pour  $z \in [53, 65]$  cm n'est pas totalement claire, mais elle pourrait être le reflet d'une influence directe de jets individuels conduisant à des vitesses verticales plus extrêmes. On notera aussi qu'il s'agit de la région où les valeurs des fluctuations de vitesse  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  et  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  sont les plus différentes. Cette tendance à l'épaississement des queues pour ces PDF signifie que l'écoulement n'est pas une reproduction de lui-même avec la hauteur (ses caractéristiques normalisées changent) mais semble indiquer qu'au moins au delà de  $z \geq 65$  cm la turbulence n'est plus directement impactée par le forçage (aucune signature des jets dans les distributions) ou par la structure moyenne de l'écoulement.

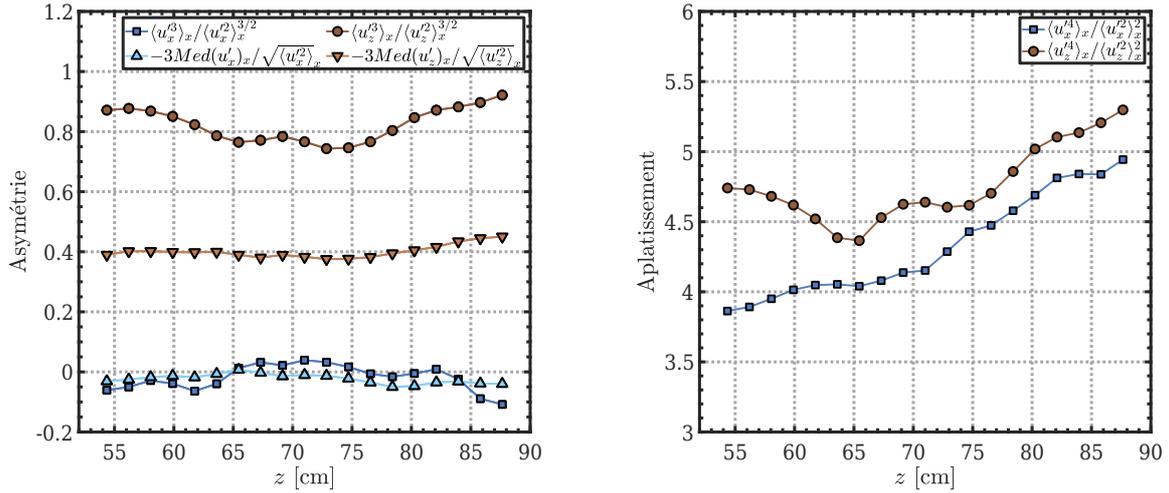


**Figure IV.10** – PDF réduites des vitesses fluctuantes horizontales (gauche) et verticales (droite) pour 5 intervalles de distances :  $z \in [54.4, 58.1]$ ,  $z \in [61.8, 64.5]$ ,  $z \in [69.2, 72.9]$ ,  $z \in [76.6, 80.3]$  et  $z \in [84.0, 87.7]$  cm. Les lignes en tirets rouges et bleus représentent une distribution gaussienne centrée réduite.

L'asymétrie des distributions, et notamment celle de  $u'_z$  peut se mesurer avec le moment d'ordre 3 normalisé :  $\langle u_z'^3 \rangle_x / \langle u_z'^2 \rangle_x^{3/2}$ , mais aussi à travers une multitude d'autres méthodes et en particulier par l'utilisation de la médiane  $Med(u'_z)_x$  :  $3 \frac{\langle u_z' \rangle_x - Med(u'_z)_x}{\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}}$ ,  $\langle u_z' \rangle_x = 0$  (Doane & Seward [39]). Ce dernier coefficient, parfois nommé « second coefficient d'asymétrie de Pearson » est compris entre  $-3$  et  $3$ <sup>†</sup>. Ces deux mesures de l'asymétrie sont bien évidemment compatibles (elles donnent une informa-

<sup>†</sup>. En accord avec le fait que pour une distribution à variance finie, la distance entre la médiane et la moyenne est bornée par une fois l'écart type.

tion similaire mais pas identique), mais leurs valeurs ne peuvent pas être comparées. La deuxième mesure a pour avantage d'être moins dépendante des valeurs de queue de distribution. Le calcul de ces deux coefficients est montré en figure IV.11 (gauche). Assez logiquement, on trouve que la distribution de  $u'_x$  est symétrique, alors qu'une asymétrie positive pour  $u'_z$  indique qu'il est plus probable d'avoir des vitesses descendantes (médiane négative), mais des valeurs extrêmes de vitesses positives plus fréquentes. Tout comme le paramètre d'aplatissement, le coefficient  $\langle u_z^3 \rangle_x / \langle u_z^2 \rangle_x^{3/2}$  commence par légèrement diminuer dans la plage  $53 \text{ cm} \leq z \leq 65 \text{ cm}$ , peut-être pour la même raison (influence directe de jets individuels), avant de remonter, passant de  $\sim 0.75$  à  $\sim 0.95$ . Une augmentation avec la distance a aussi été constatée par Khorsandi et al. [71] et Pérez-Alvarado et al. [111]. L'autre coefficient,  $-3\text{Med}(u'_z)_x / \sqrt{\langle u_z^2 \rangle_x}$ , garde une valeur très proche de 0.4 avec l'augmentation de la distance aux pompes, ce qui suggère que les variations observées pour le premier coefficient sont dues aux valeurs les plus extrêmes de la vitesse.



**Figure IV.11** – Mesure de l'asymétrie des distributions de vitesses horizontales et verticales à travers le moment d'ordre 3 normalisée :  $\langle u_i^3 \rangle_x / \langle u_i^2 \rangle_x^{3/2}$  et l'écart à la médiane  $\text{Med}(u'_i)_x : 3 \frac{\langle u'_i \rangle_x - \text{Med}(u'_i)_x}{\sqrt{\langle u_i^2 \rangle_x}}$  (gauche). Mesure de l'aplatissement des distributions à travers le moment d'ordre 4 normalisé :  $\langle u_i^4 \rangle_x / \langle u_i^2 \rangle_x^2$  (droite).

Afin de comprendre cette asymétrie, il faut s'intéresser à l'équation bilan de l'énergie cinétique turbulente  $k = \frac{1}{2} u'_i u'_i$  en régime stationnaire (Pope [109]) :

$$\frac{1}{2} \langle u_j \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_i \rangle = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_j u'_i u'_i \rangle + \mathcal{P} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle p' u'_j \rangle + \frac{1}{2} \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \langle u'_i u'_i \rangle - \langle \epsilon \rangle \quad (\text{IV.2})$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)                      (5)                      (6)

où les six termes sont : (1) advection par l'écoulement moyen, (2) diffusion par agitation turbulente, (3) couplage avec le mouvement moyen  $\mathcal{P} = -\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i \rangle$ , lorsque  $\mathcal{P} > 0$ , il y a transfert d'énergie de l'écoulement moyen vers le mouvement d'agitation turbulente (« production » d'énergie turbulente), (4) puissance des forces de pression dans le mouvement d'agitation turbulente, (5) diffusion par agitation moléculaire, (6) pseudo-dissipation  $\langle \epsilon \rangle = \nu \langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \rangle$ . En turbulence pleinement développée le terme de diffusion moléculaire  $\frac{1}{2} \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \langle u'_i u'_i \rangle$  est négligeable et la pseudo-dissipation se confond bien avec la dissipation totale  $\langle \epsilon \rangle$ .

L'existence d'un flux vertical d'énergie cinétique orienté vers le haut en l'absence d'écoulement moyen  $\langle u_i \rangle \simeq 0$  implique que le terme  $-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \langle u'_z u'_i u'_i \rangle$  est positif et donc que la corrélation triple  $\langle u'_z u'_i u'_i \rangle = \langle u'_z u_x'^2 \rangle + \langle u'_z u_y'^2 \rangle + \langle u_z'^3 \rangle$  est non nulle, possible uniquement si la distribution des vitesses verticales est asymétrique. De plus, comme on a  $\partial \langle u_z'^3 \rangle / \partial z \approx \Delta \langle u_z'^3 \rangle / \Delta z < 0$ , c'est-à-dire  $\Delta \langle u_z'^3 \rangle < 0$ . La décroissance de l'énergie cinétique turbulente avec la distance  $z$  impose  $|\langle u_z'^3 \rangle(z + \Delta z)| < |\langle u_z'^3 \rangle(z)|$ , d'où finalement  $\langle u_z'^3 \rangle > 0$ , en cohérence avec le résultat sur le coefficient d'asymétrie  $\langle u_z'^3 \rangle_x / \langle u_z'^2 \rangle_x^{3/2}$  en figure IV.11 (gauche). Ainsi l'anisotropie des fluctuations de vitesses verticales est directement reliée à la nature de l'écoulement, et au déclin spatial de la turbulence. La seule façon d'y remédier est de symétriser le forçage, mais cela rend alors beaucoup plus compliquée l'injection de particules inertielles de manière homogène dans l'écoulement.

## IV. 4.2 Grandeurs caractéristiques

### • Taux de dissipation

Dans la théorie K41, le taux de dissipation d'énergie cinétique moyen  $\langle \epsilon \rangle = \frac{\nu}{2} \langle \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \rangle$  est l'unique ingrédient nécessaire pour décrire les statistiques turbulentes dans le domaine inertiel  $\eta \ll r \ll L$ , où  $\eta$  est l'échelle de Kolmogorov et  $L$  la longueur intégrale. Expérimentalement, cette quantité est très difficilement directement accessible, dans la mesure où elle nécessite le calcul des gradients locaux de vitesse<sup>†</sup> et donc un ensemencement très important en particules. On peut néanmoins la déterminer indirectement à travers les relations qui la lie aux fonctions de structure longitudinales dans la gamme inertielle, en particulier celles d'ordre 2 et 3 :

$$D_{LL}(r) = C_2 (\langle \epsilon \rangle r)^{2/3} \quad (\text{IV.3})$$

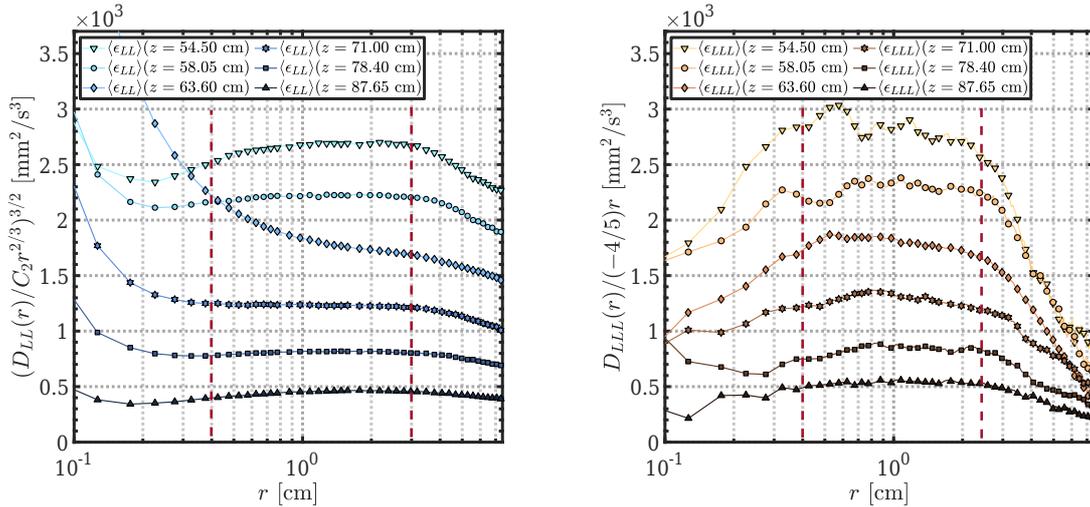
$$D_{LLL}(r) = -\frac{4}{5} \langle \epsilon \rangle r \quad (\text{IV.4})$$

où  $D_{LL}(r) = \langle (\Delta u_{||}'(r))^2 \rangle$  et  $D_{LLL}(r) = \langle (\Delta u_{||}'(r))^3 \rangle$  sont définies à partir des incréments de vitesse fluctuante longitudinaux  $\Delta u_{||}'(r) = [\vec{u}'(\vec{x} + \vec{r}) - \vec{u}'(\vec{x})] \cdot \frac{\vec{r}}{r} = [u_L'(\vec{x} + \vec{r}) - u_L'(\vec{x})]$ . La constante  $C_2$  qui apparaît dans la fonction de structure d'ordre 2 est à priori universelle et sa valeur empirique acceptée est de  $2.0 \pm 0.1$  (Saddoughi & Veeravalli [118]). Ces relations ont été obtenues pour une turbulence homogène et isotrope, ce qui ne peut être considéré comme le cas pour notre écoulement. S'il n'est pas possible de corriger l'anisotropie résultante des distributions asymétriques de vitesse verticale, l'inhomogénéité doit être prise en compte en regardant l'évolution de  $\langle \epsilon \rangle$  en fonction de la distance  $z$  aux buses des pompes. On calculera donc  $\langle \epsilon \rangle$  dans 19 tranches horizontales de hauteur  $\Delta z = 37$  mm, avec un recouvrement de 18.5 mm entre deux tranches successives par des calculs locaux de  $D_{LL}(r)$  et  $D_{LLL}(r)$ .

Plusieurs fonctions de structure compensées d'ordre 2,  $(D_{LL}/C_2 r^{2/3})^{3/2}$  en figure IV.12 (gauche), et d'ordre 3,  $(D_{LLL}/(-4/5)r)$  en figure IV.12 (droite) ont été représentées pour différentes distances aux pompes  $z$ . La présence d'un plateau dans la gamme  $4 \text{ mm} \leq r \leq 30 \text{ mm}$  pour  $(D_{LL}/C_2 r^{2/3})^{3/2}$  et dans la gamme  $4 \text{ mm} \leq r \leq 25 \text{ mm}$  pour  $(D_{LLL}/(-4/5)r)$  met en évidence l'existence d'un régime inertiel à partir duquel on peut extraire le taux de dissipation  $\langle \epsilon \rangle$ , qu'on notera  $\langle \epsilon_{LL} \rangle$  ou de  $\langle \epsilon_{LLL} \rangle$ , en fonction de s'il est issu de  $D_{LL}(r)$  ou  $D_{LLL}(r)$ . Au sein d'un plateau la valeur de  $\langle \epsilon_{LL} \rangle$  ou  $\langle \epsilon_{LLL} \rangle$  varie en général de moins de 10%. Elle est déterminée par un ajustement polynomial de degré 1 en  $r^{2/3}$  pour  $D_{LL}(r)$  et en  $r$  pour  $D_{LLL}(r)$  dans les gammes de séparations spatiales indiquées précédemment.

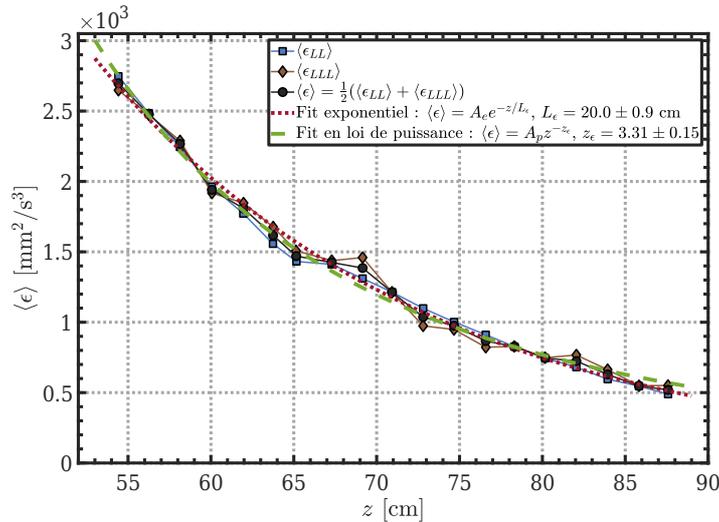
Cela nous conduit à la figure IV.13 qui montre l'évolution des taux de dissipation  $\langle \epsilon_{LL} \rangle$  et  $\langle \epsilon_{LLL} \rangle$  en fonction de la distance aux pompes. La bonne adéquation entre les valeurs déterminées à partir de  $D_{LL}(r)$  et de  $D_{LLL}(r)$  nous invite à plus simplement définir le taux de dissipation d'énergie

†. Gradients ensuite élevés au carré, la mesure est donc très sensible au bruit.



**Figure IV.12** – Fonctions de structure compensées d'ordre 2 :  $(D_{LL}/C_2 r^{2/3})^{3/2}$  (gauche) et d'ordre 3 :  $(D_{LLL}/(-4/5)r)$  (droite) à six altitudes moyennes différentes :  $z = 54.50$ ,  $z = 58.05$ ,  $z = 63.60$ ,  $z = 71.00$ ,  $z = 78.40$  et  $z = 87.65$  cm.

cinétique comme leur moyenne  $\langle \epsilon \rangle = \frac{1}{2}(\langle \epsilon_{LL} \rangle + \langle \epsilon_{LLL} \rangle)$ . Il passe ainsi d'environ  $2,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^2/\text{s}^3$  en  $z \approx 54$  cm, à environ  $0,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^2/\text{s}^3$  en  $z \approx 88$  cm, soit une réduction d'un facteur 5. À l'instar de l'énergie cinétique turbulente  $\langle k \rangle(z)$ , celui-ci semble suivre soit une décroissance exponentielle  $\langle \epsilon \rangle = A_e e^{-z/L_\epsilon}$ , avec  $L_\epsilon \approx 20$  cm, soit un déclin sous forme d'une loi de puissance  $\langle \epsilon \rangle = A_p z^{-z_\epsilon}$ , où  $z_\epsilon \approx 3.3$ . Mais la trop faible amplitude en distances ne permet pas de conclure proprement à nouveau, il serait donc périlleux d'extrapoler les valeurs de  $\langle \epsilon \rangle$  en dehors du champ de vision des caméras.



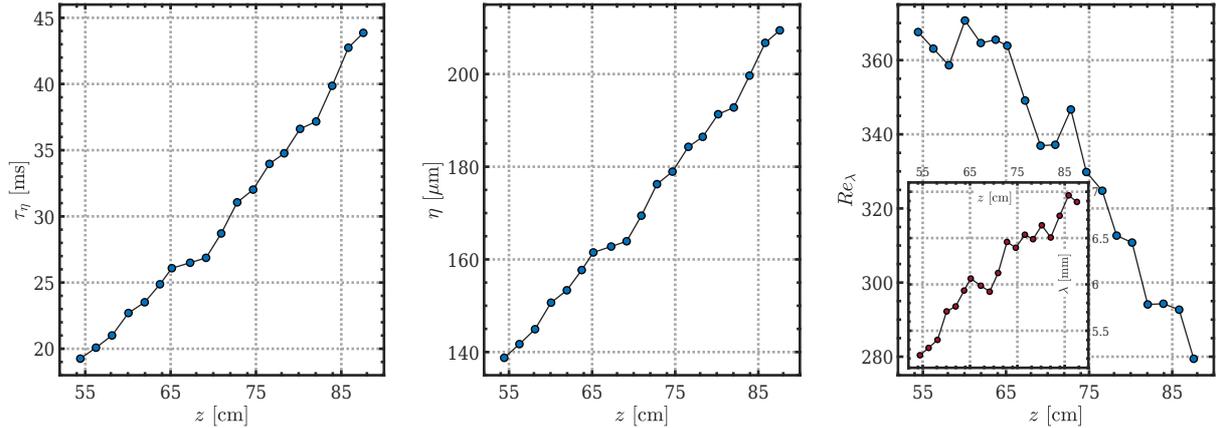
**Figure IV.13** – Évolution du taux de dissipation  $\langle \epsilon \rangle$  en fonction de la distance  $z$  aux buses des pompes.  $\langle \epsilon \rangle$  est pris comme la moyenne des taux de dissipation calculés à partir des fonctions de structure d'ordre 2 :  $\langle \epsilon_{LL} \rangle$  et d'ordre 3 :  $\langle \epsilon_{LLL} \rangle$ . Les pointillés rouges correspondent à un ajustement de forme exponentiel  $\langle \epsilon \rangle = A_e e^{-z/L_\epsilon}$ , et la ligne tiretée verte à un ajustement en loi de puissance  $\langle \epsilon \rangle = A_p z^{-z_\epsilon}$ .

### • Grandeurs caractéristiques de la turbulence

L'évolution du temps de Kolmogorov  $\tau_\eta = \sqrt{\nu/\langle\epsilon\rangle}$  (figure IV.14 (gauche)) et de l'échelle de Kolmogorov  $\eta = (\nu^3/\langle\epsilon\rangle)^{1/4}$  (figure IV.14 (milieu)) dépendront de la forme de  $\langle\epsilon\rangle$ . Ils croîtront soit de manière exponentielle :  $\tau_\eta \propto e^{z/2L\epsilon}$ ,  $\eta \propto e^{z/4L\epsilon}$ , soit selon une loi de puissance :  $\tau_\eta \propto z^{2z\epsilon}$ ,  $\eta \propto z^{4z\epsilon}$ . Dans tous les cas, cela mène à un doublement de  $\tau_\eta$  entre  $z \approx 54$  cm ( $\tau_\eta \approx 20$  ms), et  $z \approx 88$  cm ( $\tau_\eta \approx 40$  ms), alors que  $\eta$  augmentera de 50%, passant de  $\sim 140$   $\mu\text{m}$  à  $\sim 210$   $\mu\text{m}$ . Ces valeurs sont relativement grandes lorsqu'on les compare à celles obtenues dans un écoulement de von Kármán à deux disques :  $\tau_\eta = 1.44$  ms,  $\eta = 38$   $\mu\text{m}$  à  $Re_\lambda = 350$  (Machicoane & Volk [81]), où  $Re_\lambda = u'\lambda/\nu$  est le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $\lambda$ . Plus précisément sur l'échelle de Taylor transverse  $\lambda_N = \lambda$ , définie à partir de celle longitudinale  $\lambda_L$  comme :

$$\lambda^2 = \frac{\lambda_L^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{2u'^2}{\left\langle \left( \frac{\partial u'_L}{\partial r} \right)^2 \right\rangle} \quad (\text{IV.5})$$

Or en turbulence homogène et isotrope, le taux de dissipation peut s'écrire plus simplement  $\langle\epsilon\rangle = 15\nu\left\langle \left( \frac{\partial u'_L}{\partial r} \right)^2 \right\rangle$ , le liant directement à l'échelle de Taylor :  $\langle\epsilon\rangle = 15\nu\frac{u'^2}{\lambda^2}$ . Ainsi  $\lambda$  s'exprime comme une fonction de  $u'$  et  $\langle\epsilon\rangle$ , et son évolution est présentée en insert de la figure IV.14 (droite), ce qui permet par la suite de voir que le nombre de Reynolds  $Re_\lambda$  a tendance à diminuer d'un peu plus 20% entre  $z \approx 54$  cm ( $Re_\lambda \approx 365$ ) et  $z \approx 88$  cm ( $Re_\lambda \approx 280$ ). On n'est donc pas dans une situation d'autosimilarité comme dans un jet où la diminution des fluctuations de vitesse est compensée par l'augmentation des échelles de l'écoulement.



**Figure IV.14** – Évolution du temps de Kolmogorov  $\tau_\eta = \sqrt{\nu/\langle\epsilon\rangle}$  (gauche), de l'échelle de Kolmogorov  $\eta = (\nu^3/\langle\epsilon\rangle)^{1/4}$  (milieu) et du nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $Re_\lambda = u'\lambda/\nu$  (droite) en fonction de la distance aux buses des pompes  $z$ . La variation de l'échelle de Taylor  $\lambda = u'\sqrt{15\nu/\langle\epsilon\rangle}$  est montrée en insert de la dernière figure.

### • Retour rapide sur l'isotropie de la turbulence

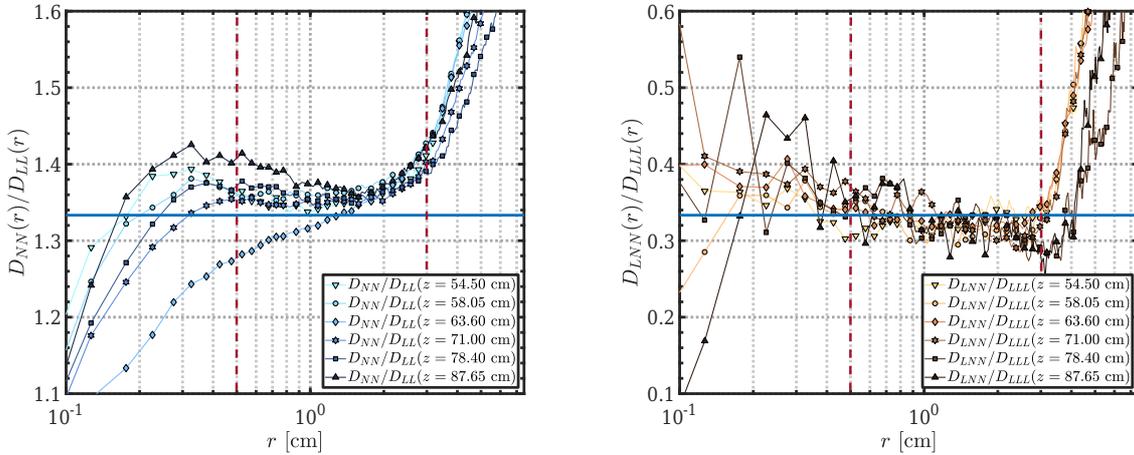
En turbulence homogène et isotrope, il existe des relations entre les incréments de vitesse fluctuante longitudinaux  $\Delta u'_\parallel(r) = [u'_L(\vec{x} + \vec{r}) - u'_L(\vec{x})]$  et transverses  $\Delta u'_\perp(r) = [u'_N(\vec{x} + \vec{r}) - u'_N(\vec{x})]$  à travers les fonctions de structure d'ordre 2,  $D_{LL}(r) = \langle(\Delta u'_\parallel(r))^2\rangle$  et  $D_{NN}(r) = \langle(\Delta u'_\perp(r))^2\rangle$  et celles

d'ordre 3,  $D_{LLL}(r) = \langle (\Delta u'_{\parallel}(r))^3 \rangle$  et  $D_{LNN}(r) = \langle (\Delta u'_{\parallel}(r))(\Delta u'_{\perp}(r))^2 \rangle$  (Monin & Yaglom [94]) :

$$D_{NN}(r) = D_{LL}(r) + \frac{r}{2} \frac{\partial D_{LL}(r)}{\partial r} \quad (\text{IV.6})$$

$$D_{LNN}(r) = \frac{1}{6} \left[ D_{LLL}(r) + r \frac{\partial D_{LLL}(r)}{\partial r} \right] \quad (\text{IV.7})$$

Ce qui se traduit dans la région inertielle  $\eta \ll r \ll L$  par  $D_{NN}/D_{LL} = \frac{4}{3}$  et  $D_{LNN}/D_{LLL} = \frac{1}{3}$ . Ces deux ratios sont présentés sur la figure IV.15 pour les 6 mêmes distances aux pompes précédemment utilisées. On constate alors que pour cet écoulement,  $4/3 \leq D_{NN}/D_{LL} \leq 1.4$ , et  $0.3 \leq D_{LNN}/D_{LLL} \leq 0.35$ . À titre de comparaison, Saddoughi & Verravalli [118] avaient trouvé en soufflerie, dans une couche limite turbulente, une valeur de  $D_{NN}/D_{LL}$  très proche de  $4/3$  pour  $Re_{\lambda} \approx 600$ , et légèrement supérieure pour  $Re_{\lambda} \approx 1450$ . Pour nos deux relations, les valeurs obtenues dans la gamme  $4 \text{ mm} \leq r \leq 30 \text{ mm}$  correspondent aux prédictions théoriques à 10% près, ce qui tend à confirmer l'existence d'un régime inertiel dans cette plage. Bien que l'écoulement ne puisse pas être considéré comme une turbulence homogène et isotrope, ses caractéristiques semblent tout de même s'en approcher.



**Figure IV.15** – Rapport entre les fonctions de structure d'ordre 2 :  $D_{NN}/D_{LL}$  (gauche) et d'ordre 3 :  $D_{LNN}/D_{LLL}$  (droite) à six altitudes moyennes différentes :  $z = 54.50$ ,  $z = 58.05$ ,  $z = 63.60$ ,  $z = 71.00$ ,  $z = 78.40$  et  $z = 87.65$  cm. Les droites horizontales bleues indiquent les valeurs théoriques en turbulence homogène et isotrope dans la gamme inertielle :  $D_{NN}/D_{LL} = 4/3$ ,  $D_{LNN}/D_{LLL} = 1/3$ .

### IV. 4.3 Corrélations grandes échelles

#### • Corrélations spatiales

L'un des points forts d'avoir un champ vertical de 37 cm est de pouvoir calculer les fonctions d'autocorrélation spatiales longitudinale  $a_{LL}(r)$  et transverse  $a_{NN}(r)$  du champ turbulent dans un écoulement où il n'est pas possible d'invoquer l'hypothèse de la turbulence gelée de Taylor pour « convertir » les signaux temporels en signaux spatiaux, comme c'est le cas dans les souffleries par exemple et ainsi être capable d'obtenir les échelles de corrélations de la vitesse. Cependant leurs calculs ne sont réalisables que dans une turbulence en déclin dans la mesure où il faut des

séparations  $r$  d'au moins 3 à 5 fois les longueurs de corrélation pour espérer les voir tendre vers 0. Les corrélations  $a_{LL}(r)$  et  $a_{NN}(r)$  seront ainsi déterminées comme suit :

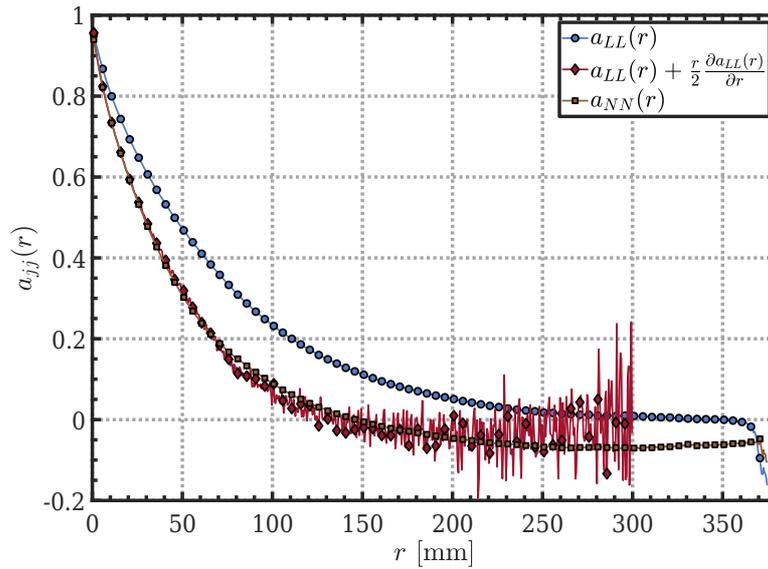
$$a_{LL}(r) = \frac{\langle u'_L(\vec{x})u'_L(\vec{x} + \vec{r}) \rangle}{\sqrt{\langle u'_L(\vec{x})^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_L(\vec{x} + \vec{r})^2 \rangle}} \quad (\text{IV.8})$$

$$a_{NN}(r) = \frac{\langle u'_N(\vec{x})u'_N(\vec{x} + \vec{r}) \rangle}{\sqrt{\langle u'_N(\vec{x})^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_N(\vec{x} + \vec{r})^2 \rangle}} \quad (\text{IV.9})$$

où la normalisation par  $\sqrt{\langle u'_L(\vec{x})^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_L(\vec{x} + \vec{r})^2 \rangle}$  et  $\sqrt{\langle u'_N(\vec{x})^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_N(\vec{x} + \vec{r})^2 \rangle}$  a pour but de prendre en compte le déclin de la turbulence. On peut d'ailleurs constater que leurs valeurs décroissent lorsque  $r$  augmente. En effet puisqu'on travaille dans un champ rectangulaire de  $8 \times 37 \text{ cm}^2$ , les séparations  $r > 8 \text{ cm}$  correspondent nécessairement à des vitesses situées à des distances différentes des pompes. On doit donc s'attendre à obtenir une valeur pour l'échelle intégrale biaisée par le déclin des fluctuations de vitesse. Également, à cause de l'épaisseur de la nappe laser ( $\sim 2 \text{ mm}$ ), les valeurs de  $a_{LL}$  et  $a_{NN}$  ne tendent pas exactement vers 1 en  $r = 0$ , parce qu'une séparation de 0 en 2D pourrait en fait correspondre à un écart de 2 mm en 3D.

Les deux fonctions  $a_{LL}(r)$  et  $a_{NN}(r)$  sont présentées en figure IV.16, ainsi que la valeur de  $a_{NN}(r)$  calculée à partir de celle de  $a_{LL}(r)$  en supposant une turbulence homogène et isotrope. En effet, similairement aux fonctions de structure d'ordre 2 transverse et longitudinale, les fonctions d'autocorrélation sont reliées dans ce cas particulier<sup>†</sup> :

$$a_{NN}(r) = a_{LL}(r) + \frac{r}{2} \frac{\partial a_{LL}(r)}{\partial r} \quad (\text{IV.10})$$



**Figure IV.16** – Fonctions de corrélation de la vitesse fluctuante longitudinale  $a_{LL}(r)$  (● bleus), et transverse  $a_{NN}(r)$  (■ marrons). Les losanges (◆) rouges montrent la prédiction de  $a_{NN}(r)$  à partir de  $a_{LL}(r)$  pour une turbulence homogène et isotrope.

<sup>†</sup>. Par définition, on a  $a_{LL}(r) = 2 - D_{LL}(r)/2u'^2$ .

#### IV.4 Détails de l'écoulement pour les paramètres...

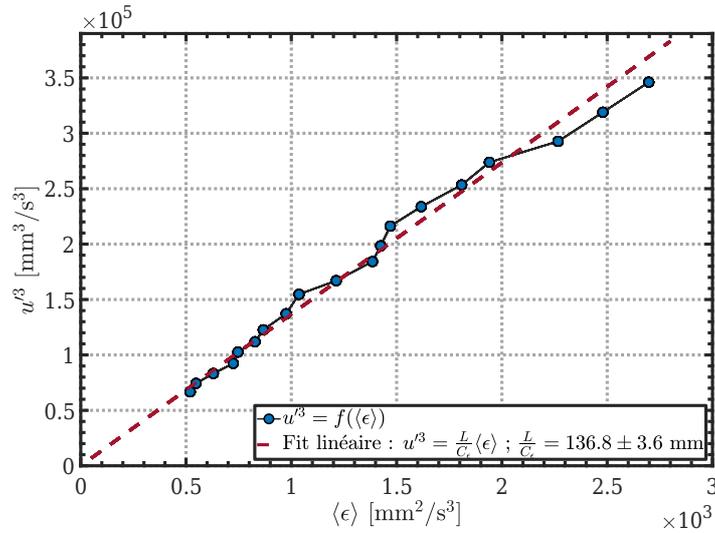
Il existe une bonne adéquation entre  $a_{LL}(r) + \frac{r}{2} \frac{\partial a_{LL}(r)}{\partial r}$  et  $a_{NN}(r)$  pour des séparations  $r \leq 70$  mm. Au-delà les divergences sont vraisemblablement causées par l'inhomogénéité de la turbulence. Les longueurs de corrélation longitudinale  $L_L$  et transverse  $L_T$  sont données par l'aire entre la courbe et 0 :

$$L_L = \int_{r=0}^{r=r_{max}} a_{LL}(r) dr \quad (IV.11)$$

$$L_T = \int_{r=0}^{r=r_{max}} a_{NN}(r) dr \quad (IV.12)$$

En prenant  $r_{max} = 350$  mm, on obtient  $L_L \approx 66$  mm et  $L_T \approx 28$  mm. Cependant si  $a_{LL}$  s'annule bien à partir de  $r \approx 300$  mm,  $a_{NN}$  ne s'annule pas dans l'intervalle de mesure, ce qui conduit à une surestimation de la valeur de  $L_T$ . On obtient donc  $L_L/L_T \approx 2.3$ , ce qui n'est pas très loin de la prédiction  $L_L/L_T = 2$  pour une turbulence homogène et isotrope. Variano & Cowen [137] avaient obtenu  $L_L/L_T = 1.19$  (avec  $L_L = 75.7$  mm et  $L_T = 63.6$  mm), mais  $L_L^*/L_T^* = 2.14$  en prenant des séparations verticales, ce qui correspond en fait beaucoup plus au calcul qu'on a réalisé ici, ainsi qu'aux mesures qui peuvent être faites en souffleries. L'échelle intégrale correspond à la longueur de corrélation de la vitesse longitudinale :  $L = L_L$ . Ainsi le ratio entre l'échelle intégrale et la longueur de décroissance (figure IV.7 (f)) vaut  $L/L_d \approx [0.20, 0.25]$ , ce qui est assez éloigné du critère de Maxey  $L/L_d \ll 1$  pour considérer la turbulence comme homogène selon la direction verticale.

L'échelle de vitesse dans la gamme inertielle  $\eta \ll r \ll L$  peut s'écrire  $u'_r = (\langle \epsilon \rangle r)^{1/3}$ . Dans la limite  $r \rightarrow L$ , cela conduit à définir une relation entre le taux de dissipation, les fluctuations de vitesse et l'échelle intégrale :  $\langle \epsilon \rangle = C_\epsilon \frac{u'^3}{L}$ , où  $C_\epsilon$  est une constante de l'ordre de l'unité. Les DNS réalisées par Goto & Vassilicos [52] en turbulence homogène et isotrope tendent à montrer que  $C_\epsilon$  décroît de façon monotone avec le nombre de Reynolds, et tombe vers une valeur comprise en 0.48 et 0.53 pour  $Re_\lambda = 170$ . Pour des écoulements cisailés, Pearson et al. [103] arrivent à une conclusion similaire et décrètent que  $C_\epsilon \approx 0.5$  semble être une valeur asymptotique universelle acceptable



**Figure IV.17** – Évolution du cube des fluctuations de vitesse  $u'^3$  en fonction du taux de dissipation  $\langle \epsilon \rangle$ . Le fit linéaire en tirets rouges suggère la possibilité de définir une constante  $C_\epsilon$  unique sur l'ensemble de la hauteur et que l'échelle intégrale  $L$  reste constante.

pour ce type d'écoulement dès que  $Re_\lambda > 300$ . Plus récemment, Vassilicos [138] a fait une revue et met en avant le fait que  $C_\epsilon$  semble dépendre de la nature de l'écoulement et n'est donc clairement pas une constante universelle. Dans notre cas, la fonction  $u'^3 \propto \langle \epsilon \rangle$  semble très bien approximée par une droite de coefficient directeur  $\sim 136.8$  mm. Cela suggère donc que le rapport  $L/C_\epsilon$  est constant (variations indiscernables aux incertitudes de mesure près) avec la distance aux pompes. En considérant que  $C_\epsilon$  ne varie pas (car l'écoulement conserve la même nature avec la hauteur), on en conclue que  $L$  est aussi une constante et que  $C_\epsilon \approx 0.48$ . Finalement, connaissant  $L$  et  $u'$  en fonction de  $z$ , on peut définir le nombre de Reynolds basé sur l'échelle intégrale  $Re_L = \frac{u'L}{\nu} \approx 2600 - 4600$ . On notera cependant que la façon dont évolue l'échelle intégrale  $L$  n'est pas complètement tranchée. Khorsandi et al. [71] l'ont vu passer de  $L = 7$  cm à  $L = 11$  cm entre la distance  $z = 82.5$  cm et la distance  $z = 109.5$  cm. Pérez-Alvarado et al. [111] ont constaté de manière similaire une augmentation avec  $L$  passant de  $\sim 7.5$  cm ( $z = 82.5$  cm) à  $\sim 11.5$  cm ( $z = 100.5$  cm), après quoi ils mesurent de nouveau  $L = 11.6$  cm en  $z = 139.5$  cm. Il semble raisonnable de penser qu'au delà d'une certaine distance aux pompes, l'échelle intégrale reste constante.

### • Corrélations temporelles

D'une façon analogue, on peut calculer les fonctions d'autocorrélation Lagrangiennes pour les vitesses fluctuantes horizontale  $R_{xx}(\tau)$  et verticale  $R_{zz}(\tau)$ . Pour cela, on va considérer les trajectoires des traceurs et on notera leur vitesse horizontale  $u_x(t)$  et celle verticale  $u_z(t)$ . Il n'est évidemment pas possible de le faire avec des films de 35 images uniquement, c'est pourquoi on va s'appuyer sur les mesures effectuées pendant les expériences de sédimentation de particules en verre de  $[710 - 800]$   $\mu\text{m}$  lors desquelles on déterminait également les trajectoires de traceurs dans une nappe épaisse de  $\sim 6$  mm, dans la région  $z \in [75, 85]$  cm,  $x \in [-3.0, 3.0]$  cm. Comme on est dans un volume restreint ( $6.0 \times 0.6 \times 10$  cm<sup>3</sup>), les particules qui restent longtemps dans ce volume de mesure sont nécessairement biaisées vers des valeurs de vitesse plus faibles, et notamment le champ restreint selon  $y$  impose que les trajectoires longues ont forcément une vitesse faible selon cette direction. C'est pourquoi de manière similaire aux fonctions d'autocorrélation spatiale, on renormalisera par  $\sqrt{\langle u'_x(t)^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_x(t+\tau)^2 \rangle}$  et  $\sqrt{\langle u'_z(t)^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_z(t+\tau)^2 \rangle}$  pour prendre en compte cet effet :

$$R_{xx}(\tau) = \frac{\langle u'_x(t)u'_x(t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle u'_x(t)^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_x(t+\tau)^2 \rangle}} \quad (\text{IV.13})$$

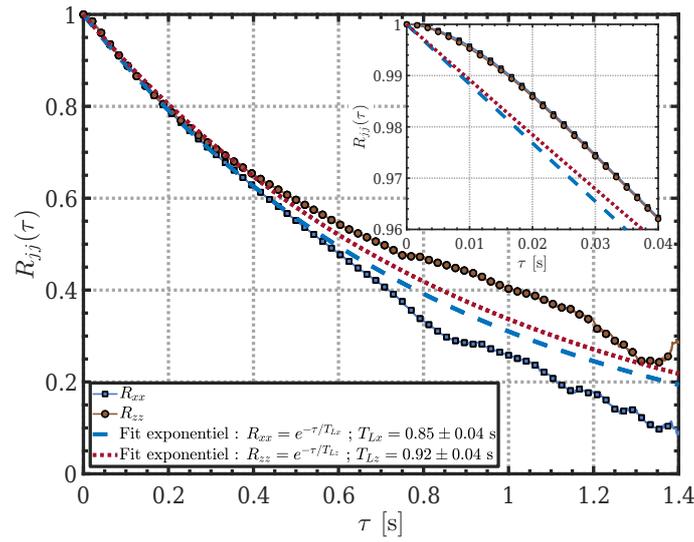
$$R_{zz}(\tau) = \frac{\langle u'_z(t)u'_z(t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle u'_z(t)^2 \rangle} \sqrt{\langle u'_z(t+\tau)^2 \rangle}} \quad (\text{IV.14})$$

Ces deux fonctions sont représentées sur la figure IV.18. Il est clair qu'il n'y a pas suffisamment de trajectoires longues pour voir la corrélation atteindre zéro afin d'estimer le temps de corrélation  $T_{L_i} = \int_0^\infty R_{ii}(\tau) d\tau$ ; il faut donc passer par un modèle pour  $R_{xx}(\tau)$  et  $R_{zz}(\tau)$ . La modélisation la plus simple, à la Langevin (Sawford [119]), conduit à des fonctions d'autocorrélation de la vitesse de forme exponentielle :  $R_{xx}(\tau) = e^{-\tau/T_{L_x}}$ ,  $R_{zz}(\tau) = e^{-\tau/T_{L_z}}$ . Un ajustement entre  $0 \leq \tau \leq 0.5$  s, fournit les valeurs  $T_{L_x} \approx 0.85$  s et  $T_{L_z} \approx 0.92$  s. La différence observable entre  $R_{xx}$  et  $R_{zz}$  pourrait en partie s'expliquer par un champ plus grand selon la direction verticale  $z$  ( $\sim 10$  cm) comparé à celui selon la direction horizontale  $x$  ( $\sim 6.0$  cm), qui permet donc d'avoir des particules plus rapides pendant un plus long moment selon  $z$ . En effet, avec des fluctuations  $u' \approx 50$  mm/s, les particules dont la vitesse est d'approximativement  $3u'$  parcourent à peu près 7.5 cm en un temps  $\Delta t = 0.5$  s, elles sortent donc nécessairement du champ horizontal mais pas forcément du champ vertical. Il est ainsi vraisemblable de penser qu'on mesure une borne inférieure pour  $T_{L_x}$  et  $T_{L_z}$ . Afin de définir le temps intégral lagrangien, on prendra  $T_L = \frac{1}{2}(T_{L_x} + T_{L_z}) \approx 0.89$  s.

Grâce à l'insert de la figure IV.18 il apparaît évident qu'une exponentielle simple ne suffit pas pour capturer le comportement aux petites séparations temporelles  $\tau$ . C'est pourquoi Sawford a introduit une fonction d'autocorrélation à partir d'un modèle stochastique à deux temps [119] :

$$R_{uu}(\tau) = \frac{T_L e^{-\tau/T_L} - T_2 e^{-\tau/T_2}}{T_L - T_2} \quad (\text{IV.15})$$

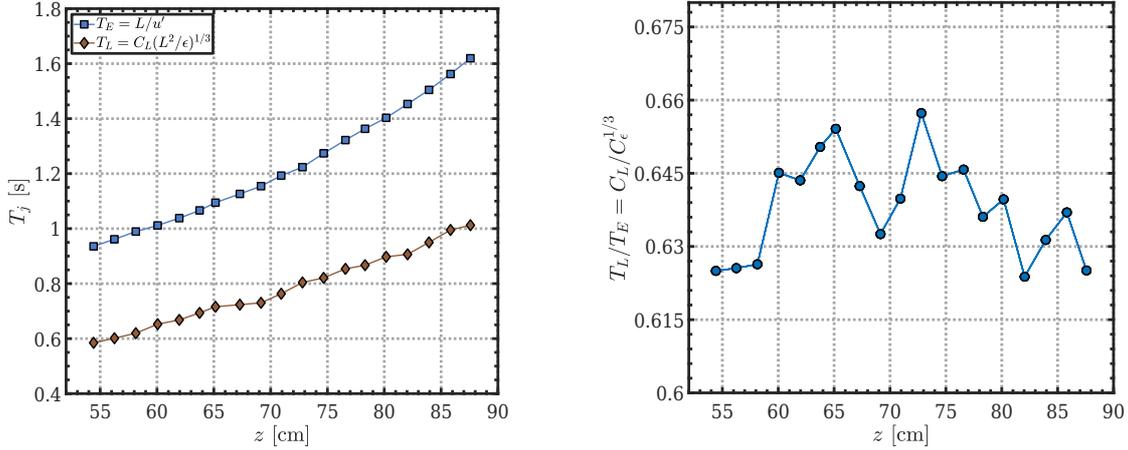
où  $T_2$  est un temps petite échelle :  $T_2 = \frac{C_0 \tau_\eta}{2a_0}$ , avec  $C_0$  la constante de Kolmogorov de la fonction de structure d'ordre 2 lagrangienne et  $a_0$  une constante associée à l'amplitude des fluctuations de l'accélération. Cependant une telle précision n'est pas requise pour déterminer le temps intégral  $T_L$ , c'est la raison pour laquelle on s'est contenté de modéliser la fonction d'autocorrélation temporelle avec une exponentielle simple.



**Figure IV.18** – Fonctions d'autocorrélation des fluctuations de vitesse horizontale  $R_{xx}(\tau)$  (■ bleus) et verticale  $R_{zz}(\tau)$  (● marrons) dans la zone  $z \in [75, 85]$  cm. Les temps de corrélation  $T_{L_x}$  et  $T_{L_z}$  sont extrapolés à partir d'un ajustement exponentiel de  $R_{xx}(\tau)$  (tirets bleus) et de  $R_{zz}(\tau)$  (pointillés rouges) pour  $\tau \leq 0.5$  s. Le temps intégral  $T_L$  est pris comme la moyenne de ces deux temps et vaut environ 0.89 s. L'insert présente un agrandissement des fonctions d'autocorrélation aux petits décalages temporels.

On ne possède des données temporelles que dans la région  $z \in [75, 85]$  cm, le temps intégral calculé sera en conséquence associé à la hauteur  $z = 80$  cm. Néanmoins, tout comme la relation pour l'échelle intégrale  $L = C_\epsilon \frac{u'^3}{\langle \epsilon \rangle}$ , on peut définir la relation  $T_L = C_L (\frac{L^2}{\langle \epsilon \rangle})^{1/3}$  pour le temps lagrangien. En  $z = 80$  cm, on trouve  $C_L \approx 0.5$ , et si on considère par la suite que  $C_L = cste(z) = 0.5$  (comme l'est  $C_\epsilon \approx 0.48$ ), on peut estimer la valeur de  $T_L$  pour la région  $z \in [52.5, 89.5]$  cm à l'aide de la relation précédente. Ce résultat est présenté en figure IV.19 (gauche), accompagné du temps de retournement eulérien  $T_E = L/u'$ . Ce dernier augmente de  $\sim 0.9$  s à  $\sim 1.6$  s, alors que  $T_L$  reste inférieur, passant de  $\sim 0.6$  s à  $\sim 1.0$  s. La dynamique lagrangienne se décorrèle donc plus rapidement que celle eulérienne, en accord avec l'argument de Kraichnan [74]. Le ratio  $T_L/T_E$ , figure IV.19 (droite), reste constant égal à  $\sim 0.64$  avec la hauteur. On notera cependant que  $T_L/T_E = C_L/C_\epsilon^{1/3}$ , et que, dans la mesure où l'on a considéré  $C_L = cste(z) = 0.5$ , le ratio  $T_L/T_E$  n'est qu'une mesure indirecte de  $C_\epsilon$  qui ne varie quasiment pas avec  $z$ . Dans le modèle à deux temps de Sawford [119],

$T_L/T_E = 2/C_0 \approx 0.31$ , soit une valeur deux fois inférieure à celle trouvée<sup>†</sup>. D'après ses simulations numériques, Yeung [149] a proposé  $T_L/T_E = 5/C_0$ , ce qui donnerait  $\sim 0.79$  dans notre cas, une valeur cette fois trop élevée.



**Figure IV.19** – Évolution avec la distance  $z$  aux buses des pompes du temps de retournement eulérien  $T_E = L/u'$  et du temps intégral lagrangien  $T_L = C_L(L^2/\langle\epsilon\rangle)^{1/3}$  (gauche). Rapport de ces deux temps  $T_L/T_E$ , qui correspond en fait à la valeur de  $C_L(z)/C_\epsilon^{1/3}(z)$ , où on a pris  $C_L = 0.5$ , constante de  $z$  (droite).

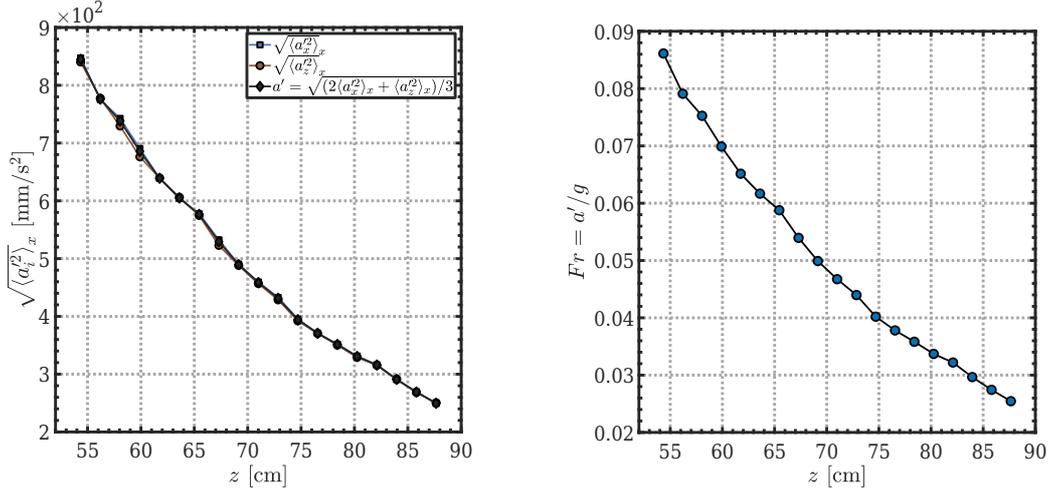
#### IV. 4.4 Accélération

##### • Fluctuations d'accélération

La dynamique des petites échelles peut être caractérisée par les statistiques d'accélération lagrangiennes. Les trajectoires acquises, de 35 pas de temps maximum, ne sont pas optimales pour l'obtention de telles statistiques, c'est pourquoi on ne présentera que succinctement la variance, ainsi que les PDF de l'accélération. À cela vient s'ajouter une autre difficulté : tous les films ont été pris à 1200 images par seconde, or le temps de Kolmogorov  $\tau_\eta$  varie du simple au double entre le bas de la zone de mesure et le haut, ce qui signifie qu'on aura environ 24 images par  $\tau_\eta$  en  $z \approx 54$  cm, pour un peu plus de 50 en  $z \approx 88$  cm. Ce déséquilibre nous a poussé à utiliser la « méthode des dt » (Machicoane et al. [79]), présentée lors du chapitre 2, dans le seul intervalle  $(dt/\tau_\eta)$  commun à presque toutes les hauteurs, à savoir  $0.2 \leq dt/\tau_\eta \leq 0.4$  (seuls les ajustements  $\langle(d^2x)^2\rangle = \alpha_a + \beta_a(dt/\tau_\eta)^4$  pour les altitudes  $z \geq 80$  cm ne pourront pas atteindre  $dt/\tau_\eta = 0.4$ ).

Les fluctuations d'accélération horizontale  $\sqrt{\langle a_x'^2 \rangle_x}$  et verticale  $\sqrt{\langle a_z'^2 \rangle_x}$  ainsi obtenues sont présentées en figure IV.20 (gauche), accompagnées de l'accélération fluctuante typique  $a'$ , définie en supposant que  $\langle a_y'^2 \rangle_x = \langle a_x'^2 \rangle_x : a' = \sqrt{(2\langle a_x'^2 \rangle_x + \langle a_z'^2 \rangle_x)/3}$ . Contrairement aux fluctuations de vitesses, celles d'accélération prennent une valeur très proche dans les deux directions quelque soit la distance aux pompes, mais décroissent plus violemment, passant d'environ  $870 \text{ mm/s}^2$  en  $z \approx 54$  cm, à  $\sim 250 \text{ mm/s}^2$  en  $z \approx 88$  cm, soit une réduction d'un facteur quasiment 3.5. Cette proximité entre les fluctuations horizontale et verticale tend à montrer une « isotropisation » de l'écoulement aux petites échelles telle que l'avait imaginée Kolmogorov. Enfin il apparaît clairement sur la figure IV.20 (droite) que le nombre de Froude, défini ici comme le rapport entre l'accélération fluctuante typique de l'écoulement et l'accélération de la pesanteur :  $Fr = a'/g$ , reste très faible, inférieur à 0.1. Il en est de même pour le rapport entre la moyenne et les fluctuations de l'accélération, valant toujours moins de 0.05, voire inférieur à 0.02 pour des altitudes  $z \geq 70$  cm (non montré).

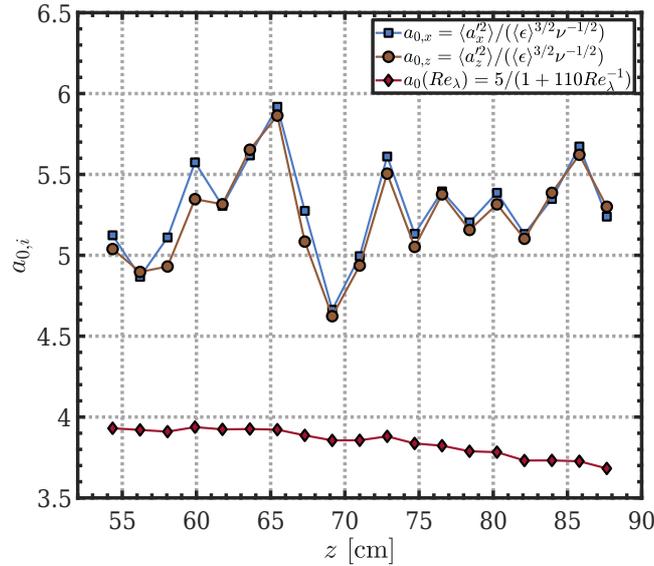
<sup>†</sup>. Dans notre cas, le calcul à partir des fonctions de structure lagrangiennes d'ordre 2 pour  $u'_x$  et  $u'_z$  donne une estimation de  $C_0 \approx 6.3$ , très proche de la valeur asymptotique  $C_0 = 6.5$ .



**Figure IV.20 – Gauche** : fluctuations de l'accélération horizontale  $\sqrt{\langle a_x'^2 \rangle_x}$  (■ bleus) et verticale  $\sqrt{\langle a_z'^2 \rangle_x}$  (● marrons) moyennées selon la direction horizontale  $x$ . L'accélération fluctuante typique  $a'$  est définie comme  $a' = \sqrt{(2\langle a_x'^2 \rangle_x + \langle a_z'^2 \rangle_x)/3}$  (◆ noirs) en supposant  $\langle a_y'^2 \rangle_x = \langle a_x'^2 \rangle_x$ . **Droite** : évolution du nombre de Froude,  $Fr = a'/g$ , ( $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>) en fonction de la distance aux pompes  $z$ .

Classiquement, la variance de l'accélération  $\langle a_i'^2 \rangle$  est caractérisée à travers la constante  $a_{0,i}$  de la relation de Heisenberg-Yaglom (Monin & Yaglom [94]) :

$$\langle a_i'^2 \rangle = a_{0,i} \langle \epsilon \rangle^{3/2} \nu^{-1/2} \quad (\text{IV.16})$$

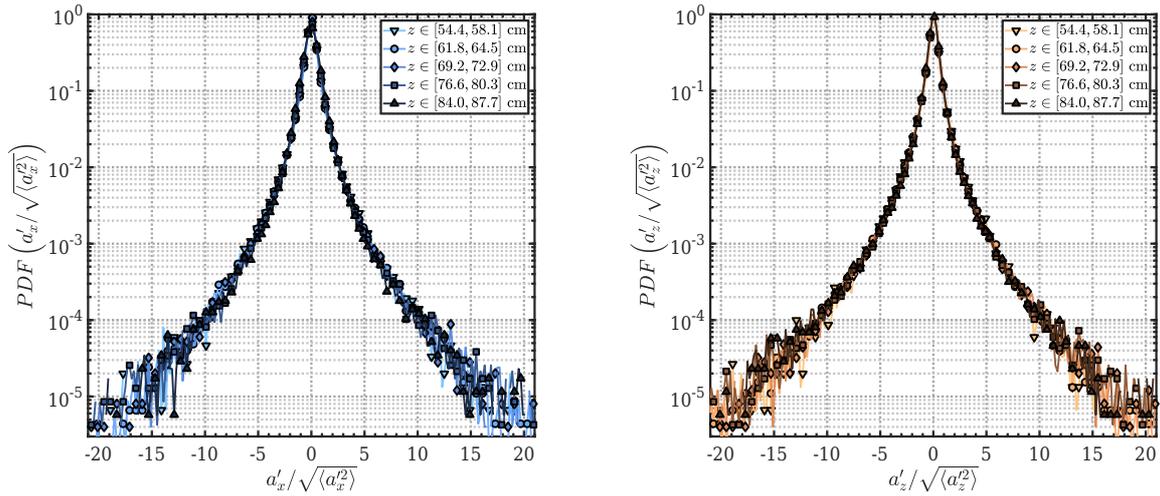


**Figure IV.21** – Évolution de la constante  $a_0$  de la relation de Heisenberg-Yaglom dans les directions horizontale  $a_{0,x}$  (■ bleus) et verticale  $a_{0,z}$  (● marrons) en fonction de la distance aux pompes  $z$ . Les losanges ◆ rouges montrent la valeur attendue de  $a_0$  pour les nombres de Reynolds  $Re_\lambda$  précédemment déterminés

En utilisant les mesures précédentes de  $\langle a_i'^2 \rangle$  et de  $\langle \epsilon \rangle$ , on obtient des valeurs de  $a_{0,x}$  et de  $a_{0,z}$  comprises entre 4.5 et 6 (figure IV.21). L'incertitude sur la mesure reste importante (elle dépend à la fois du choix dans l'ajustement au moment de l'utilisation de la méthode des dt et de la qualité de la détermination du taux de dissipation) mais aucune tendance ne semble se dessiner en fonction de la distance aux pompes. La comparaison aux valeurs attendues pour les nombres de Reynolds  $Re_\lambda$  trouvés précédemment, estimées à partir de la formule  $a_0 = 5/(1 + 110Re_\lambda^{-1})$ , issue d'une revue de Sawford & Pinton [120] et provenant d'un ajustement sur des valeurs de DNS, montre une surestimation de la valeur de  $a_0$  par presque 50%. Il n'est pas exclu que le choix de l'intervalle  $0.2 \leq dt/\tau_\eta \leq 0.4$  pour la détermination de la variance de l'accélération soit la raison de cette surestimation. Néanmoins, compte tenu de la nature très courte des trajectoires (35 images maximum), il est remarquable de réussir à obtenir un résultat relativement cohérent avec ce qui est attendu.

#### • PDF des accélérations

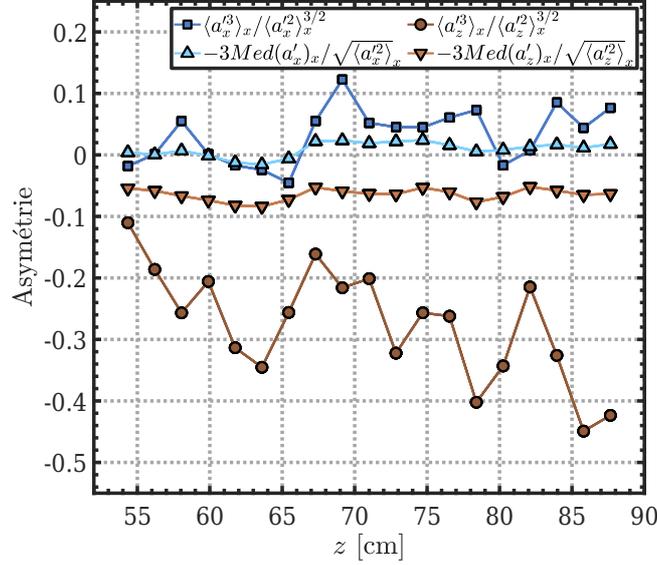
La détermination correcte des distributions de l'accélération est encore plus compliquée que celle de la variance et pour cela on s'est appuyé sur un filtre de largeur  $w = 11$  et de fenêtre  $k = 33$ . Seules les trajectoires de 33 à 35 points ont donc contribué, soit environ quatre millions de particules sur l'ensemble de domaine de mesure. Notons que cela implique que le rapport  $w/\tau_\eta$  n'est pas le même sur toute la hauteur. Les PDF centrées réduites de l'accélération horizontale (figure IV.22 (gauche)) et verticale (figure IV.22 (droite)) à différentes distances des pompes semblent se superposer, ce qui suggère que leur aplatissement  $\langle a_i'^4 \rangle / \langle a_i'^2 \rangle^2$  pourrait rester constant. D'après les DNS de Ishihara et al. [65],  $\langle a_i'^4 \rangle / \langle a_i'^2 \rangle^2 \approx 77$  pour  $Re_\lambda = 360$ , et  $\langle a_i'^4 \rangle / \langle a_i'^2 \rangle^2 \approx 58$  pour  $Re_\lambda = 280$ , on aurait donc dû observer un changement dans la PDF. Les distributions étant mal résolues pour les queues  $|a_i' / \sqrt{\langle a_i'^2 \rangle}| > 14$  (correspondant à une valeur d'accélération sur 5000), on ne peut pas fournir d'estimation expérimentale pour l'aplatissement.



**Figure IV.22** – PDF réduites des accélérations fluctuantes horizontales (gauche) et verticales (droite) pour 5 intervalles de distances :  $z \in [54.4, 58.1]$ ,  $z \in [61.8, 64.5]$ ,  $z \in [69.2, 72.9]$ ,  $z \in [76.6, 80.3]$  et  $z \in [84.0, 87.7]$  cm.

Visuellement les accélérations verticales  $a'_z$  sont réparties plus symétriquement que ne l'étaient les vitesses verticales  $u'_z$ , ce qui rejoint l'idée que la turbulence à petites échelles est plus isotrope. L'asymétrie est fortement dépendante des queues des distributions, mais on peut avoir une idée de son signe en se restreignant à la PDF tronquée à  $\pm 14a'_i / \sqrt{\langle a_i'^2 \rangle}$ . Les coefficients d'asymétrie

de ces distributions tronquées,  $\langle a_i^3 \rangle_x / \langle a_i^2 \rangle_x^{3/2}$  et  $-3 \frac{Med(a_i)_x}{\sqrt{\langle a_i^2 \rangle_x}}$  sont présentés sur la figure IV.23. De façon peu surprenante ils valent approximativement 0 pour la direction horizontale. En revanche ils prennent une valeur négative dans la direction verticale :  $-0.5 < \langle a_z^3 \rangle_x / \langle a_z^2 \rangle_x^{3/2} < -0.1$  et  $-3Med(a'_z)_x / \sqrt{\langle a_z^2 \rangle_x} \approx -0.06$ . Le fait que la moyenne et la médiane soient si proche indique que l'asymétrie est plutôt originaire des accélérations extrêmes. Cette asymétrie est clairement moins prononcée que celle de la vitesse, mais elle est surtout de signe opposée.



**Figure IV.23** – Mesure de l'asymétrie des distributions d'accélérations horizontales et verticales à travers le moment d'ordre 3 normalisée :  $\langle a_i^3 \rangle_x / \langle a_i^2 \rangle_x^{3/2}$  et l'écart à la médiane  $Med(a'_i)_x$  :  $3 \frac{\langle a'_i \rangle_x - Med(a'_i)_x}{\sqrt{\langle a_i^2 \rangle_x}}$ .

Afin de comprendre le sens de ce dernier résultat, on peut de nouveau utiliser l'équation bilan de l'énergie cinétique turbulente, en remarquant qu'elle peut se ré-écrire en faisant apparaître le terme corrélation accélération-vitesse  $\langle a'_j u'_j \rangle$  :

$$\langle a'_j u'_j \rangle = \frac{1}{2} \langle u_j \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_i \rangle + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_j u'_i u'_i \rangle - \mathcal{P} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle p' u'_j \rangle + \frac{1}{2} \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \langle u'_i u'_i \rangle - \langle \varepsilon \rangle \quad (\text{IV.17})$$

Dans sa thèse, Peter Huck [62] a montré que le terme  $\langle a'_j u'_j \rangle$  donnait une bonne estimation du terme de dissipation  $\langle \varepsilon \rangle$  à 20 – 30% près, en fonction de la valeur du terme de corrélation pression-vitesse  $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle p' u'_j \rangle$ , difficilement déterminable. Intuitivement la dissipation d'énergie se produit lorsqu'une particule est ralentie, c'est-à-dire lorsque  $\langle a'_j u'_j \rangle < 0$ . Dans notre turbulence en déclin spatialement, des particules avec des vitesses positives importantes (asymétrie de  $u'_z$ ) passent des régions de plus grandes fluctuations vers des zones de plus basses fluctuations et sont donc ralenties en moyenne. Inversement des particules qui descendent se trouvent accélérées par le milieu vers lequel elle se dirige. Ces deux événements participent au transport d'énergie cinétique vers le haut, soit par un apport direct d'une particule montante, soit parce que les zones de plus fortes fluctuations transfèrent leur énergie à des particules descendantes. Dans les deux cas, on a  $a'_z u'_z < 0$ . En fait, dans une turbulence en déclin, la direction privilégiée de la dissipation,  $-\langle a'_z u'_z \rangle > -\langle a'_x u'_x \rangle$ ,

semble donc impliquer d'avoir  $\langle u_z^3 \rangle > 0$  et  $\langle a_z^3 \rangle < 0$ . Avoir des distributions de vitesses biaisées négativement et des distributions d'accélération biaisées positivement maximise la probabilité d'avoir  $a'_z u'_z < 0$ . Encore une fois, c'est la nature même de l'écoulement qui impose cette asymétrie et donc l'anisotropie. Ce résultat s'inscrit dans la lignée d'expériences qui ont montré la propagation de l'anisotropie à grandes échelles vers les petites échelles (Ouellette et al. [102], Pumir & Shraiman [110]).

## IV.5 Conclusion

Le nouveau dispositif qui a été mis sur pièces dans le but d'étudier la sédimentation de particules inertielles dans une turbulence homogène et isotrope est directement inspiré de celui imaginé par Variano & Cowen [137]. Dans cette version plus compacte, seulement seize jets espacés de 7.5 cm génèrent un écoulement turbulent d'eau par leur allumage et leur extinction de façon aléatoire. Le choix des temps moyens d'allumage  $\tau_{on}$  et d'extinction  $\tau_{off}$  a bien un impact sur l'écoulement engendré, mais reste modéré si les changements sont mineurs, de sorte que l'écoulement est plutôt robuste et ne sera que peu influencé par les différences intrinsèques de fonctionnement des pompes. Le choix jugé optimal, à savoir  $\tau_{off} = 4$  s et  $\tau_{on} = 28$  s, montre un écoulement horizontal quasiment nul dans la plage de distance aux buses des jets  $53 \text{ cm} \leq z \leq 90 \text{ cm}$ , au centre de la cuve, mais un gradient de vitesse verticale non nulle et donc l'existence d'une recirculation globale vers le bas. Cette vitesse verticale négative est cependant largement inférieure aux fluctuations de vitesse, ne représentant au maximum que 20% de celle-ci, et tombant à moins de 10% lorsque l'on s'éloigne davantage. Ceci place notre dispositif parmi ce qui peut se faire de mieux. À partir d'une distance  $z > 70$  cm, les vitesses fluctuantes horizontale et verticale prennent la même valeur. Si la turbulence s'avère bien homogène horizontalement, il y a un clair déclin selon la direction verticale, résultant en une asymétrie positive des distributions de vitesses et une asymétrie négative des accélérations selon cette direction. La question de savoir si le forçage aléatoire a une signature visible dans les fluctuations de vitesse n'a pas été adressée ici. Variano & Cowen [137] avaient cependant montré qu'en dessous de  $\tau_{on} < 10$  s, les spectres eulériens en fréquence ne montraient pas de pic énergétique aux basses fréquences, caractéristique de l'impact individuel de jets. Par ailleurs, l'augmentation de l'aplatissement observée pour les distributions de vitesse dans notre cas tend à confirmer que l'ensemble des fluctuations observées sont bien uniquement reliées à la turbulence.

L'écoulement généré possède un nombre de Reynolds  $Re_\lambda$  relativement important, compris entre 280 et 360 et caractérisé par des grandes échelles plutôt que de grandes vitesses. Ainsi le temps de Kolmogorov  $\tau_\eta$  se situe entre 20 et 45 ms, et l'échelle de Kolmogorov  $\eta$  entre 140 et 210  $\mu\text{m}$ . La longueur intégrale est de l'ordre de la distance entre les buses des pompes, et vaut environ 66 mm. La fonction d'autocorrélation spatiale requiert d'ailleurs quasiment 30 cm pour atteindre zéro, c'est-à-dire la taille de la largeur de la cuve. Il est donc clair que les parois influencent de manière non négligeable l'écoulement. L'existence d'une gamme inertielle entre  $r > 4$  mm et  $r < 30$  mm a pu être mise en évidence grâce aux fonctions de structure d'ordre 2 et d'ordre 3. Néanmoins à cause des mesures réalisées dans une nappe laser d'une épaisseur d'environ 2 mm, tous les calculs inférieurs à 5 mm étaient biaisés et ne permettaient pas de résoudre les fonctions de structure et de corrélation aux plus petites échelles.

Finalement, il est clair que l'écoulement ne respecte pas vraiment le cahier des charges de fournir une turbulence homogène et isotrope, c'est-à-dire un écoulement plus « fondamental ». Bien que les fluctuations d'accélération possèdent la même valeur dans les directions horizontale et verticale entre  $z > 53$  cm et  $z < 90$  cm, et donc que la turbulence est plus isotrope aux petites échelles qu'elle ne l'est aux grandes échelles, la nature de l'écoulement impose une asymétrie dans la distribution des accélérations verticales et ainsi une forme d'anisotropie même aux petites échelles. Cependant,

## IV.5 Conclusion

---

on pourra profiter de l'inhomogénéité spatiale afin de faire varier les caractéristiques de l'écoulement en vue de l'étude de la sédimentation de particules inertielles pour différents rapports entre la vitesse de chute  $v_s$  et les fluctuations turbulentes  $u'$ , ou entre leur temps de réponse  $\tau_p$  et celui-ci des petites échelles  $\tau_\eta$ , et ce, sans changer de matériel, juste en changeant de hauteur.



**Figure IV.24** – Cadavres des pompes défailantes (*gauche*) ; la neige de particules en polystyrène après l'extinction de toutes les pompes a donné son nom au dispositif : « Tour à Neige (Marine) » (*droite*).

*Retour au début du chapitre : page 91.*

## Chapitre V

# Neige de verre

---

---

### V.1 Une question pourtant banale

La question de savoir à quelle vitesse tombe un objet unique apparaît plutôt simple en apparence. Depuis l'expérience de pensée de Galilée, on a compris que tout corps dans le vide, plongé dans un champ de pesanteur constant  $\vec{g}$  et lâché sans vitesse initiale tombera à la vitesse  $\vec{g}t$ , proportionnelle à son temps de chute, et ce, quelque soit sa masse<sup>†</sup>. Dans un fluide visqueux, l'expérience commune nous rappelle telle une évidence qu'un corps plus lourd tombera aussi plus rapidement... Enfin cela dépend avant tout de ses propriétés aérodynamiques, son profil, sa géométrie etc. Mais même en se restreignant uniquement à des particules sphériques, la dynamique de sédimentation peut s'avérer bien plus complexe qu'une simple chute verticale à vitesse terminale  $v_s$  constante résultant de l'équilibre entre la gravité et la traînée visqueuse. Deux paramètres adimensionnés dictent cette dynamique : le nombre de Galilée  $Ga = \sqrt{\frac{|\rho_p/\rho - 1|gd_p^3}{\nu}}$  (alternativement le nombre de Reynolds particulaire  $Re_p = \frac{v_s d_p}{\nu}$ ), et le ratio des densités  $\Gamma = \rho_p/\rho$ . Zhou & Dušek [152] dresse un panorama assez complet de la gamme de trajectoires possibles dans l'espace des paramètres  $(\Gamma, Ga)$ , pour  $\Gamma \leq 10$  et  $Ga \leq 500$ . Au delà de  $Ga > 155$ , les particules commencent à tomber de manière oblique avec un angle constant, puis se mettent à osciller à haute ou basse fréquence le long de leur trajectoire avec l'augmentation du nombre de Galilée. Pour  $\Gamma < 1$ , un régime en zigzag a été mis en évidence, alors que des particules lourdes ( $\Gamma > 1$ ) vont possiblement avoir un mouvement giratoire. Pour des nombres de Galilée encore plus grands, une transition vers des trajectoires chaotiques est finalement observée. La vitesse de sédimentation en sera directement impactée puisque dès l'apparition du régime d'oscillations, elle commencera à diminuer (par rapport au cas hypothétique où elle tomberait en ligne droite). Ces différents régimes proviennent d'une déstabilisation progressive du sillage de la particule. Johnson & Patel [67] ont montré numériquement pour une particule fixe, que le sillage axisymétrique stationnaire à faible  $Re_p$ , perdait sa symétrie au delà de  $Re_p \geq 211$ , puis sa stationnarité pour  $Re_p \geq 270$ , exhibant un lâcher tourbillonnaire périodique. L'interaction d'une particule avec son propre sillage est essentielle pour connaître sa vitesse de chute. Cependant, il n'existe aucune prédiction théorique à ce sujet, il faut donc se référer à des études empiriques comme celles de Brown & Lawler [14] pour anticiper le coefficient de traînée et la vitesse d'une particule tombant dans un fluide au repos.

---

<sup>†</sup>. Sur la Lune, qui a une atmosphère insignifiante par rapport à celle de la Terre, l'astronaute David Scott, de la mission Apollo 15, a pu vérifier qu'une plume et un marteau lâchés à la même hauteur et au même moment atteignaient le sol lunaire simultanément.

Pour l’instant, on a décrit la chute d’un unique corps, mais il est légitime de se demander comment une suspension avec de nombreuses particules se comporte. Déjà le cas avec deux particules offre son lot de complexités supplémentaires. En étudiant la sédimentation de deux sphères en plastique, Fortes et al. [48] ont caractérisé le phénomène dit de « drafting, kissing and tumbling ». Si les deux corps ne sont pas trop éloignés (cinq ou six fois leur diamètre), une des deux particules va se faire attraper dans le sillage de sa voisine, elles vont alors s’aligner l’une derrière l’autre verticalement. La particule la plus haute commence par être accélérée doucement, puis plus rapidement en direction de celle devant elle, jusqu’à la rattraper et éventuellement la toucher. La chute de deux sphères en contact étant très instable, elles vont aussitôt se séparer et s’éloigner. Ce scénario peut par la suite se répéter plusieurs fois au cours de leur chute. Pour des fractions volumiques de l’ordre de  $\Phi_{p,v} \approx 5.10^{-4}$  et des nombres de Galilée  $Ga \in [110, 310]$ , Huisman et al. [63] ont observé l’existence de clusters et de trains de particules, alignés préférentiellement selon la verticale. Il en résultait des vitesses de sédimentation moyennes d’environ 10% supérieures à celles de particules isolées. Plus encore, de l’ordre de 40%, pour les régions les plus densément peuplées. Cependant l’augmentation de la vitesse de sédimentation semblait décroître pour un nombre de Galilée  $Ga = 310$  et pourrait être lié aux sillages plus chaotiques des particules. Pour certaines particules isolées, une vitesse inférieure à la vitesse terminale a été constatée, probablement causée par une recirculation montante de fluide, conséquence de l’entraînement vers le bas du liquide par les clusters de billes. Des mesures simultanées du fluide et des particules par David de Souza [33] confirment un entraînement du fluide dans les trains de particules, responsable d’une augmentation de la vitesse de sédimentation. Néanmoins, le calcul du glissement moyen local montre que celui-ci est inférieur à la vitesse de sédimentation dans un fluide au repos  $v_s$ , de telle sorte que la vitesse de chute des particules  $\langle v_z \rangle$  n’est pas égale à la somme de la vitesse du fluide échantillonnée (autour des particules)  $\langle u_{e,z} \rangle$  et de la vitesse de sédimentation  $v_s$  :  $|\langle v_z \rangle| < |\langle u_{e,z} \rangle| + v_s$ . Autrement dit, la vitesse de sédimentation par rapport au fluide échantillonnée est réduite  $|\langle v_z \rangle - \langle u_{e,z} \rangle| < v_s$ , tout en gardant  $|\langle v_z \rangle| > v_s$ . Cette réduction avait déjà été notée dans les simulations numériques de Uhlmann & Doychev [135]. Lorsque la fraction volumique en particule dépasse 1%, il semblerait, d’après les études numériques de Seyed-Ahmadi & Wachs [124] qu’une réduction pure et dure de la vitesse de sédimentation soit observée.

Naïvement, on pourrait penser que l’ajout de la turbulence dans l’équation complexifie encore le problème. Mais ce problème est en fait différent, tant les mécanismes en jeu le sont (au moins pour des fractions volumiques modérées). En effet, presque toute la dynamique dans un fluide initialement au repos, repose sur le sillage des particules, or le premier impact de la turbulence est de réduire sa portée d’influence. À titre d’exemple, la simulation numérique pour des particules tombant environ 3.4 fois plus vite que la vitesse fluctuante typique ( $Ro = 3.4$ ,  $Re_p = 188$ ,  $Re_\lambda = 90$ ) de Fornari et al. [47], montre une réduction par deux de l’influence du sillage derrière le particule, passant d’approximativement 6 fois son diamètre à seulement 3. La possibilité qu’une particule en attrape une autre dans son sillage est donc drastiquement réduite. Les deux mécanismes principaux en compétition pour déterminer la vitesse de chute d’une sphère en turbulence ont été décrits au cours de l’introduction : le « preferential sweeping » de Wang & Maxey [145] et le « loitering effect » de Nielsen [98]. La plupart des études expérimentales et numériques se sont focalisées sur des nombres de Stokes  $St < 15$  et de Rouse  $Ro < 5$  et s’accordent le plus souvent sur le fait que la turbulence participe à l’augmentation de la vitesse de chute de particules inertielles tant qu’il n’y a pas d’effets collectifs. Dans sa thèse, Sholpan Sumbekova [128] offre un aperçu des études clés qui ont été réalisées. Peu de ces études décrivent une diminution de la vitesse de chute pour des particules de petites tailles. Parmi elles, celle de Kawanisi & Shiozaki [69] traite de sédiments de différents diamètres et densités dans les plages  $Ro \approx 0.05 - 5$  et  $\rho_p/\rho \approx 1 - 3$ . Lorsque  $Ro < 0.2$ ; ils obtiennent une augmentation de la vitesse quelque soit les caractéristiques de la particule, en revanche, dans la gamme  $0.2 < Ro < 5$ , la seule connaissance du nombre de Rouse ne suffit pas pour

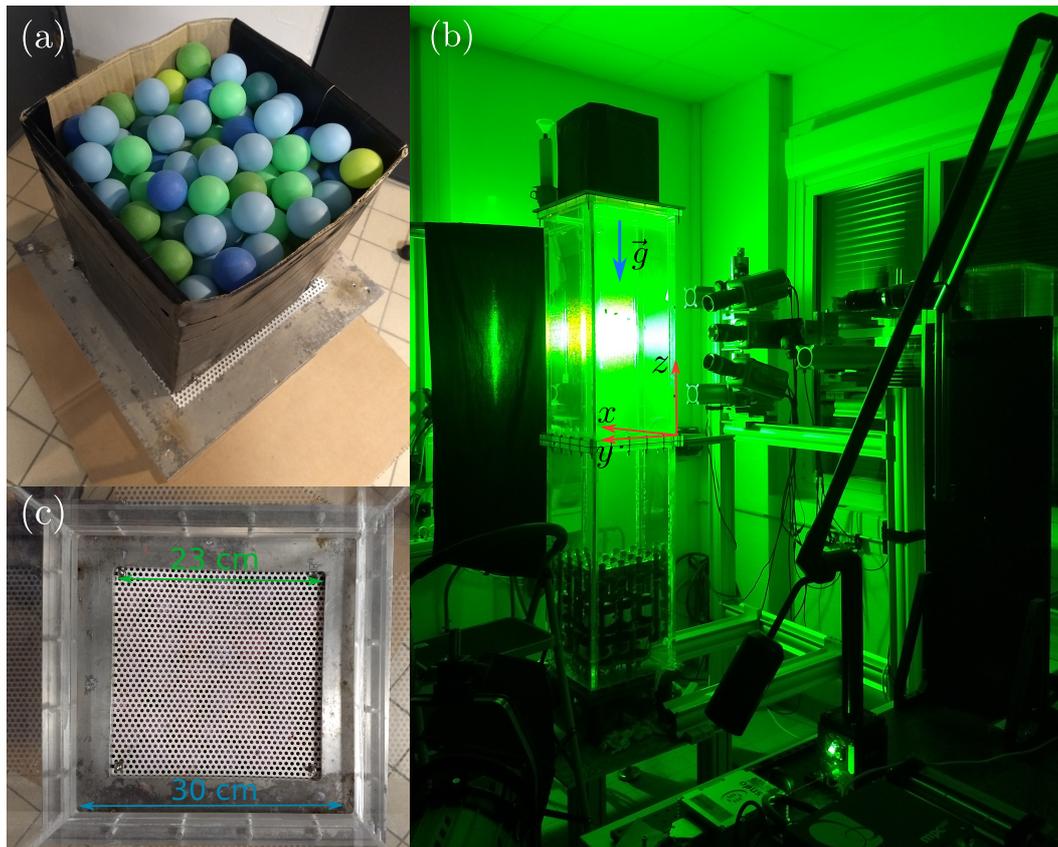
savoir si la particule tombe plus (x1.5) ou moins (x0.6) vite. Ils interprètent cette différence de part le nombre de Stokes plus grand  $St \approx 2.1 \cdot 10^{-2} - 6.1 \cdot 10^{-2}$  de celles qui voient leur vitesse augmenter, en comparaison des autres dont le Stokes vaut  $St \approx 6.4 \cdot 10^{-4} - 2.0 \cdot 10^{-3}$ . Cependant ce temps de réponse plus grand était le résultat d'un diamètre bien supérieur  $d_p = 0.21 - 0.5$  mm contre  $d_p \leq 0.09$  mm. À elle seule, cette expérience illustre parfaitement toute la difficulté du problème de la chute de particules inertielles en turbulence car toutes les grandeurs essentielles ( $Ro$ ,  $St$ ,  $d_p/\eta$ ,  $Re_\lambda$ ) varient simultanément, rendant l'interprétation des résultats délicats. Afin d'explorer l'espace des paramètres, il faut donc multiplier les expériences avec différentes classes de particules et d'écoulements. Le dispositif expérimental mis au point au cours de cette thèse s'inscrit ainsi dans cette logique et participe à cet effort collectif.

## V.2 Cadre préliminaire

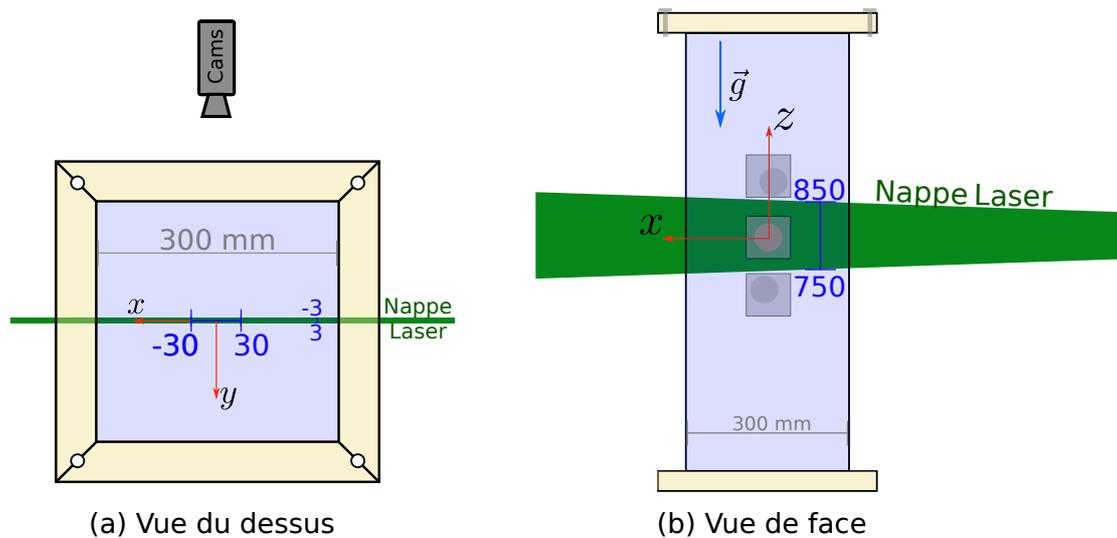
À ce jour, il n'existe encore que peu de travaux expérimentaux disponibles sur la sédimentation de particules inertielles en turbulence pour lesquels le fluide et les trajectoires des particules ont été mesurées simultanément. Récemment, en 2021, Berk & Coletti [10] ont traité de petites particules en verre dans un écoulement d'air ( $\rho_p/\rho \approx 2000$ ), de tailles inférieures à l'échelle de Kolmogorov ( $d_p < \eta$ ), dans des gammes de nombres de Stokes  $St = \tau_p/\tau_\eta \approx 1 - 13$  et de Rouse  $Ro = v_s/u' \approx 0.1 - 0.8$ , en mesurant en 2D l'écoulement par PIV et en suivant les particules inertielles par PTV. On propose pour notre étude des régimes de paramètres complètement différents avec des billes en verre dans un écoulement d'eau ( $\rho_p/\rho \approx 2.5$ ), plus grosses que l'échelle de Kolmogorov ( $d_p/\eta > 1$ ), avec une vitesse de sédimentation plutôt supérieure aux fluctuations typiques  $Ro \approx 0.5 - 2.5$  mais des temps de réponses petits devant le temps de Kolmogorov  $St \approx 0.2 - 0.8$ .

### V.2.1 Protocole expérimental

Les expériences se déroulent dans l'écoulement présenté au cours du chapitre précédent. Toute la hauteur de la tour est optiquement disponible, mais on se restreindra à une distance aux pompes  $z \in [75, 85]$  cm qui présente un écoulement moyen vertical ( $\langle u_z \rangle \in [-8, -4]$  mm/s) faible devant les fluctuations de vitesse ( $u' \in [43, 53]$  mm/s). La zone de mesure est repérable sur la photo V.1 (b) par la marque brillante formée par la nappe laser (longueur d'onde de 532 nm). Celle-ci a une épaisseur d'environ 6 mm, il en résultera alors un champ de vision de  $60 \times 6 \times 100$  mm<sup>3</sup>. Les schémas V.2 permettent de situer le volume de mesure dans la tour. L'intérêt d'une nappe laser si épaisse est quadruple : elle permet l'accès aux trois composantes de la vitesse (ou de l'accélération), les trajectoires des particules seront plus longues, la fraction volumique  $\Phi_{p,v}$  sera plus faible pour un même nombre de billes par image, et enfin dans le cas d'une mesure des deux phases en simultanée, on aura des traceurs dans les trois dimensions autour des billes pour calculer le champ de vitesse échantillonné par ces dernières. En l'occurrence ces traceurs, sont des microsphères fluorescentes rouges en polyéthylène et seront présentes en permanence dans la cuve ( $\sim 800 - 900$  par image), alors que les particules en verre devront être injectées à chaque expérience et finiront par s'accumuler au fond de la tour. L'injection est réalisée par un saupoudrage à la main par le dessus, les billes tombent ensuite dans une piscine à boules d'environ 30 cm de haut qui a pour but d'homogénéiser la distribution de particules en sortie (photo V.1 (a)). Cette homogénéisateur est inspiré des planches de Galton en deux dimensions qui produisent des distributions gaussiennes à partir d'un point d'injection unique. En saupoudrant sur toute la surface, on peut espérer que les billes tapent aléatoirement les boules pour former la distribution la plus homogène possible à l'entrée de la cuve. La piscine à boules repose sur une plaque métallique qui a une ouverture de  $23 \times 23$  cm<sup>2</sup>, alors que la cuve a une section de 30 cm (photo V.1 (c)). Cela signifie que l'injection ne se fait pas



**Figure V.1** – Dispositif expérimental dans une configuration de mesure simultanée des trois composantes de la vitesse du fluide et des particules inertielles dans une nappe laser épaisse (b); piscine à boules servant à homogénéiser l’injection des particules inertielles en entrée de la tour (a). Celle-ci repose sur une plaque métallique de surface  $23 \times 23 \text{ cm}^2$  qui ne permet pas une injection des particules sur les bords (c).



**Figure V.2** – Schémas de la cuve supérieure de la tour, vue du dessus (a) et vue de face (b); la nappe laser épaisse ( $\sim 6 \text{ mm}$ ) traverse la cuve par son milieu; le volume de mesure correspond au centre de la tour ( $x \in [-3, 3] \text{ cm}$ ), à une distance des pompes de  $z \approx 75 - 85 \text{ cm}$ .

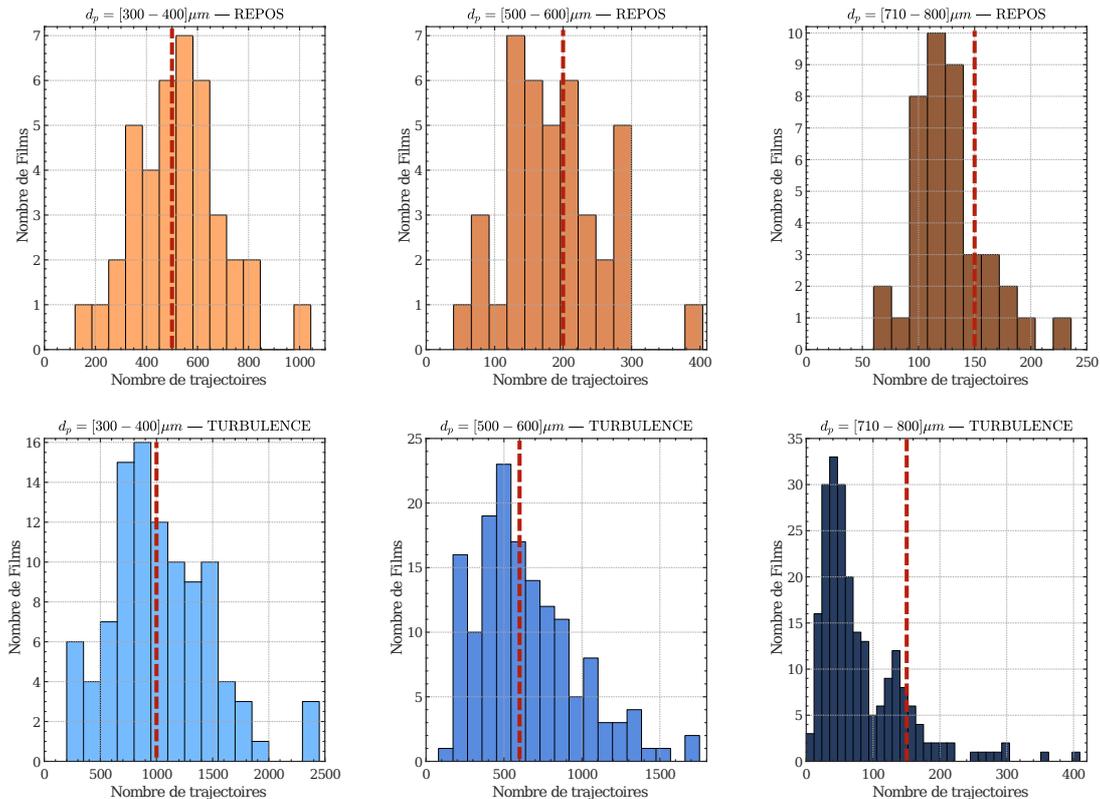
sur les bords de la tour, ce qui aura finalement des conséquences sur l'homogénéité de la distribution. Avant d'arriver dans le volume de mesure, les billes tombent dans le fluide sur environ 40 cm, cela leur laisse donc largement le temps d'atteindre leur vitesse terminale et de perdre la mémoire des effets de l'injection (vitesse initiale, rotation etc.). De plus, comme la turbulence décline avec la hauteur, les billes passeront des zones de faibles fluctuations vers les régions de fortes fluctuations, prévenant tout impact du forçage sur l'histoire des particules.

Deux types de mesures ont été réalisées avec les pompes en fonctionnement et dans un fluide initialement au repos. À chaque fois, trois catégories des particules en verre de tailles croissantes ont été utilisées :  $d_p = [300 - 400] \mu\text{m}$ ,  $d_p = [500 - 600] \mu\text{m}$  et  $d_p = [710 - 800] \mu\text{m}$ . Pour les sessions en turbulence, il a y eu respectivement 100, 150 et 225 films (1200 fps,  $\sim 6.8$  s/film) réalisés en fonction du type de billes, et 40 films (600 fps,  $\sim 12.7$  s/film) pour les trois diamètres lorsque le fluide est initialement au repos. Chaque film est séparé de 3 minutes du précédent, les billes sont injectées 20 secondes avant le début d'un film dans le cas turbulent et 40 secondes auparavant pour le cas au repos. Trois minutes sont largement suffisantes pour que la quasi-totalité des billes aient atteints le fond de la tour avant le début d'un nouveau film. Néanmoins on notera qu'un écoulement résiduel, généré par le passage des billes, sera toujours présent dans le cas sans turbulence même après trois minutes ce qui signifie que les films ne peuvent donc pas être considérés comme des événements indépendants pour cette situation.

De plus, comme le saupoudrage des particules inertielles se fait à la main, le nombre de trajectoires  $N_f$  pourra varier d'un film à l'autre. Les distributions sont trouvables en figure V.3 et mettent en avant les disparités existantes dans le nombre de trajectoires : pour les particules de  $[300 - 400] \mu\text{m}$ , il y aura  $N_f \approx 200 - 800$  sans turbulence et  $N_f \approx 300 - 2000$  avec écoulement (figure V.3 (gauche)). Pour celles de  $[500 - 600] \mu\text{m}$ , on sera plutôt autour de  $N_f \approx 100 - 300$  pour un fluide au repos, et  $N_f \approx 200 - 1500$  lorsqu'il est agité (figure V.3 (milieu)). Et enfin pour les plus grosses de  $[710 - 800] \mu\text{m}$ , on fera encore moins de trajectoires par films en restant entre  $N_f \approx 50 - 200$  en l'absence d'écoulement et entre  $N_f \approx 20 - 200$  lorsque les pompes sont allumées (figure V.3 (droite)). De manière générale plus les particules sont grosses et moins il y a de trajectoires par film, et ce, afin de garder une fraction volumique en particules faible. S'il y a en a parfois plus en turbulence, cela vient de la possibilité qu'un écoulement transverse à la nappe (selon  $y$ ) engendre de nombreuses trajectoires très courtes.

Il est d'ailleurs pertinent de s'intéresser à la durée moyenne des trajectoires qu'on notera  $\langle \Delta t_T \rangle$ . En l'absence de turbulence, celle-ci a naturellement tendance à baisser quand la taille augmente en raison de l'augmentation de la vitesse de sédimentation, et passera de  $\langle \Delta t_T \rangle|_{[300-400]\mu\text{m}} \approx 0.58$  s, à  $\langle \Delta t_T \rangle|_{[500-600]\mu\text{m}} \approx 0.48$  s, puis  $\langle \Delta t_T \rangle|_{[710-800]\mu\text{m}} \approx 0.33$  s. Dans ce cas  $\langle \Delta t_T \rangle$  dépend essentiellement de la taille du champ de vision vertical (10 cm). À l'inverse, en turbulence, les particules plus grosses auront des trajectoires légèrement plus longues que les petites car cette fois, ce sont les importantes fluctuations de vitesse qui vont faire sortir les billes du volume de mesure qui pilotent la durée. On aura alors  $\langle \Delta t_T \rangle|_{[300-400]\mu\text{m}} \approx 0.13$  s,  $\langle \Delta t_T \rangle|_{[500-600]\mu\text{m}} \approx 0.14$  s, et  $\langle \Delta t_T \rangle|_{[710-800]\mu\text{m}} \approx 0.16$  s. À partir de ces durées, on peut estimer la fraction volumique typique  $\bar{\Phi}_{p,v}$  en particules dans la tour. Pour cela on définit d'abord le nombre typique de billes par images  $\bar{N}_i = \bar{N}_f \frac{\langle \Delta t_T \rangle}{\Delta_{t, \text{film}}}$ , où  $\Delta_{t, \text{film}}$  est la durée d'un film (6.8 ou 12.7 s). On choisira plutôt  $\bar{N}_i$  dans la queue des distributions en figure V.3, c'est-à-dire  $\bar{N}_i = 800$  et 2000 pour les particules de  $[300 - 400] \mu\text{m}$ ,  $\bar{N}_i = 300$  et 1500 pour celles de  $[500 - 600] \mu\text{m}$ , et enfin  $\bar{N}_i = 200$  et 180 pour  $[710 - 800] \mu\text{m}$ , de manière à ce que  $\bar{\Phi}_{p,v}$  soit plutôt une borne supérieure de la fraction volumique. On trouve alors  $\bar{N}_i \approx 3 - 70$  en fonction de la taille des billes, en l'occurrence 3 pour les plus grosses en turbulence et 70 pour les plus petites dans le fluide au repos. Des valeurs qui sont cohérentes avec ce qu'on peut observer sur les images. Il y a en volontairement très peu car on maîtrise très partiellement le nombre de billes injectées mais il fallait rester dans des gammes telles que la modulation de la turbulence

## V.2 Cadre préliminaire



**Figure V.3** – Distributions du nombre de trajectoires de billes détectées pour les six expériences menées, sans turbulence (haut), et avec turbulence (bas). Il en résulte une fraction volumique en particules de  $10^{-6} < \Phi_{p,v} < 10^{-4}$ . La ligne verticale en tirets rouges correspond au nombre maximum de trajectoires utilisées par film pour le calcul des statistiques de vitesse.

par les particules soit négligeable. Pour déterminer la fraction volumique, on a besoin du volume des billes, pour cela on se placera dans le cas extrême où elles ont toutes le diamètre maximal, c'est-à-dire 400, 600 et 800  $\mu\text{m}$  et on prendra pour volume de mesure  $60 \times 6 \times 100 \text{ mm}^3$ . Finalement on trouve des fractions volumiques typiques avec/sans turbulence de :  $\bar{\Phi}_{p,v}|_{[300-400]\mu\text{m}} \approx 1.5 \cdot 10^{-5} / 6.3 \cdot 10^{-5}$ ,  $\bar{\Phi}_{p,v}|_{[500-600]\mu\text{m}} \approx 5.2 \cdot 10^{-5} / 6.6 \cdot 10^{-5}$  et  $\bar{\Phi}_{p,v}|_{[710-800]\mu\text{m}} \approx 1.7 \cdot 10^{-5} / 7.2 \cdot 10^{-5}$ . Évidemment, il existe une variabilité entre les films (parfois volontaire), et toutes les particules ne seront pas forcément détectées, mais il semble raisonnable de borner la fraction volumique  $\Phi_{p,v}$  entre  $10^{-6}$  et  $10^{-4}$ . Puisqu'on est en faible rapport de densité ( $\rho_p/\rho \approx 2.5$ ), il est raisonnable de considérer l'influence des billes sur la turbulence comme négligeable (Elghobashi [41]).

On vient de voir que le nombre de trajectoires par films peut grandement varier en raison des inégalités d'injection, afin d'éviter de sur-représenter les films où il y a plus de trajectoires lors du calcul des statistiques de vitesse, on choisit de fixer un nombre maximum  $N_T$  de trajectoires (lignes verticales rouges tiretées sur les distributions de la figure V.3) qui seront utilisées parmi les  $N_f$  trajectoires que compte le film. Ainsi, pour tous les films avec moins de  $N_T$  trajectoires ( $N_f < N_T$ ), l'ensemble des particules détectées seront prises en compte, alors que l'on en choisira aléatoirement  $N_T$  parmi les  $N_f$  dans l'autre cas ( $N_f \geq N_T$ ). De manière similaire, on prendra un nombre de trajectoires de traceurs proportionnel à celui-ci des billes pour obtenir les statistiques de l'écoulement. Au maximum on utilisera 75% des traceurs (si  $N_f \geq N_T$ ). Ce pourcentage sera pondéré par le rapport  $N_f/N_T$  si  $N_f < N_T$ , de sorte à faire peser plus ou moins les films en fonction du nombre de billes, tout en gardant une limite par les  $N_T$  trajectoires maximum de billes utilisées. Autrement dit, le taux de traceurs pris en compte par film sera de  $0.75 \cdot \min(N_f, N_T)/N_T$ . Le choix du facteur

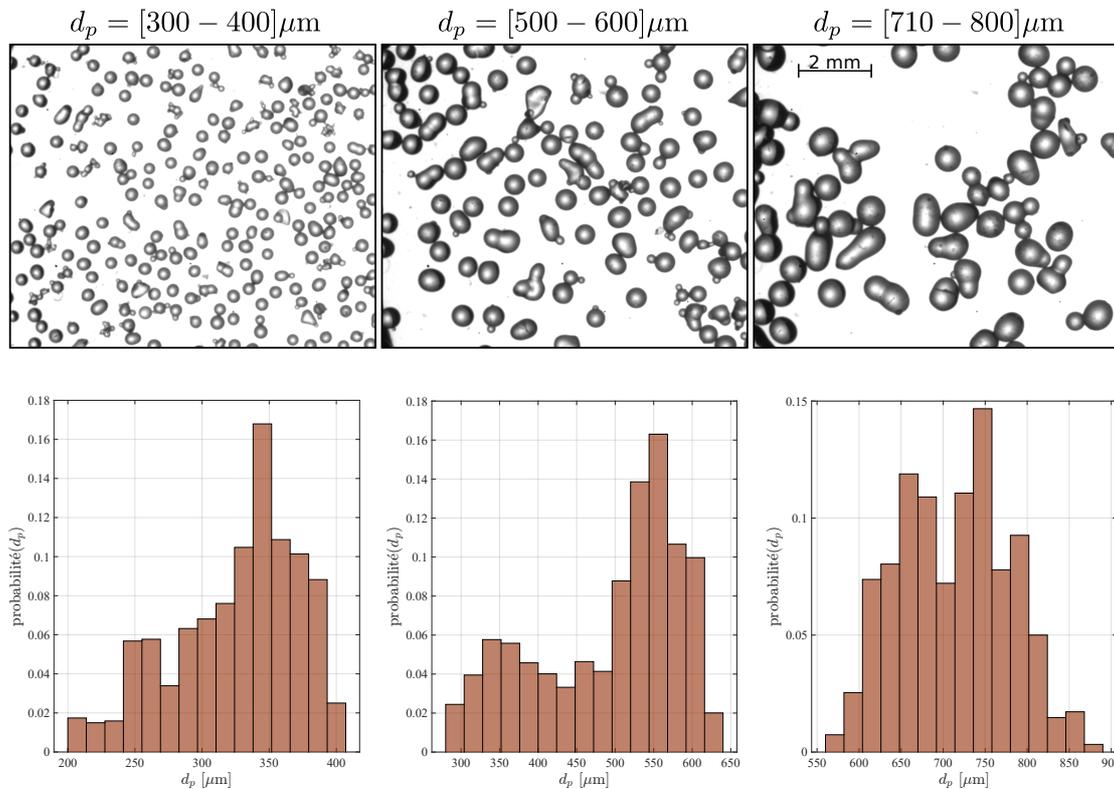
0.75 est complètement arbitraire, mais assure d'avoir beaucoup de trajectoires pour converger les champs. Au total, les statistiques de vitesse des particules inertielles seront déterminées avec approximativement les nombres de trajectoires (sans turbulence / avec turbulence) suivant : 17000 / 84000 pour les billes de  $[300 - 400] \mu\text{m}$ , 6000 / 74000 pour celles de  $[500 - 600] \mu\text{m}$  et enfin 4800 / 16000 pour les  $[710 - 800] \mu\text{m}$ .

## V. 2.2 Caractéristiques des particules et de l'écoulement

Jusqu'à maintenant, le terme de « bille » a été employé pour désigner les particules inertielles et leurs trajectoires décrites précédemment, on souhaite à présent apporter plus de précisions sur leurs propriétés, ainsi que rappeler quelques caractéristiques de l'écoulement dans lequel elles évoluent.

### • Les particules en détails

Afin d'avoir une idée de ce qui est injecté dans la tour, les particules en verre des trois catégories ont été observées au microscope ; un échantillon typique de chaque est montré sur la figure V.4 (haut). Il est assez clair que leur sphéricité se dégrade fortement avec l'augmentation de leur taille. Ainsi, de nombreuses formes élongées apparaissent pour les catégories  $d_p = [500 - 600] \mu\text{m}$  et  $d_p = [710 - 800] \mu\text{m}$ , il s'agit souvent de billes qui sont soudées entre elles lors du processus de fabrication. On remarque également une abondante quantité de particules de petites tailles dont il est difficile de se séparer à cause des interactions électrostatiques. En fait ces particules sont obtenues



**Figure V.4** – Échantillons des trois catégories de particules en verre observées au microscope (haut) et distributions des diamètres associées en supposant que les particules sont sphériques (bas) (distributions déterminées sur un échantillon d'environ 1500 billes de chaque).

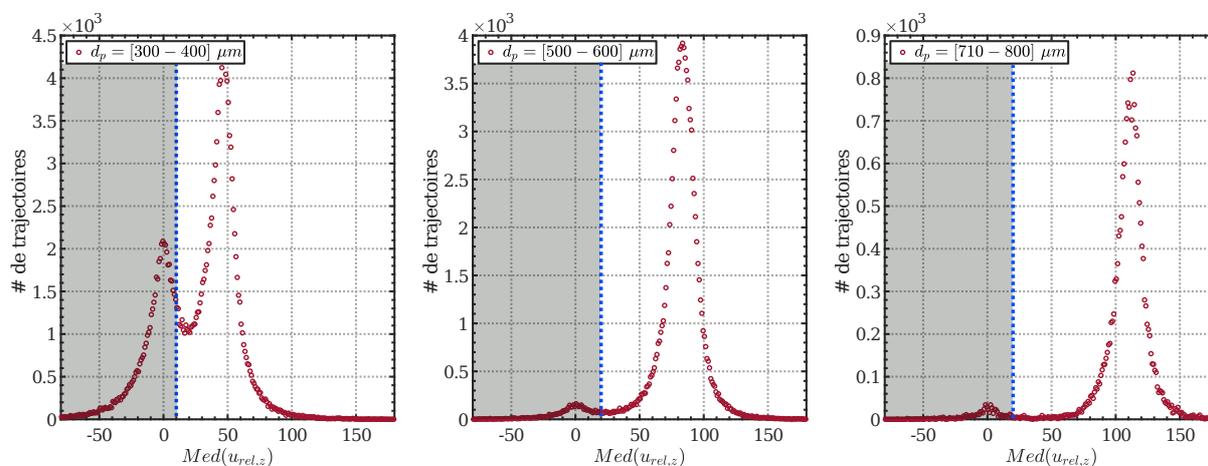
## V.2 Cadre préliminaire

par tamisage à la main de billes de verre servant d'abrasif, ce qui explique leur qualité médiocre. Une concession sur la qualité du matériel utilisé doit malheureusement souvent être faite lorsqu'il en faut en grande quantité, comme c'est le cas pour nos expériences.

Toutefois, en supposant que ces particules sont de forme sphérique, on peut estimer la polydispersité des distributions par le calcul des diamètres (figure V.4 (bas)). En faisant cette hypothèse, on trouve des diamètres entre 200 et 400  $\mu\text{m}$  pour celles qui ont été tamisées avec des mailles entre 300 et 400  $\mu\text{m}$ , entre 300 et 640  $\mu\text{m}$  pour les tamis de mailles 500-600  $\mu\text{m}$ , et enfin entre 550 et 850  $\mu\text{m}$  pour les dernières alors qu'on aurait souhaité [710 – 800]  $\mu\text{m}$ . Précisons que, cette analyse ne prend pas en compte les toutes petites particules qui ont été exclues car elles ne seront pas détectées dans tous les cas sur les films. On se rend alors compte que si les bornes supérieures sont plutôt bien respectées, les bornes inférieures sont bien plus petites que prévues. Cela s'explique notamment par le fait que ces billes sont livrées avec des gammes très étendues de particules, et qu'il y a en quantité, bien plus de très petites que de grosses. À titre d'exemple, pour avoir la dernière catégorie de billes, il a fallu faire passer 25 kg de particules de tailles [425 – 850]  $\mu\text{m}$  entre deux tamis de 710 et 800  $\mu\text{m}$  afin d'obtenir à peine 2 kg dans la gamme de diamètres désirée. Et pourtant presque 50% d'entre elles font moins de 710  $\mu\text{m}$ ... Par souci de compréhension, et bien que les distributions ne correspondent pas tout à fait aux notations, on choisira de ne pas renommer les catégories pour la suite et on conserva [300 – 400]  $\mu\text{m}$ , [500 – 600]  $\mu\text{m}$ , et [710 – 800]  $\mu\text{m}$ , mais il faudra garder à l'esprit leur polydispersité réelle.

Dans le but d'obtenir les trajectoires de ces billes (et des traceurs présents au même moment en parallèle), on s'est appuyé sur la méthode décrite au cours du chapitre 2. Dans la mesure où un critère de taille est appliqué (sauf pour la catégorie  $d_p = [300 - 400]$   $\mu\text{m}$ ), il est peu probable que les très petites billes soient prises en compte par l'algorithme de détection. Les distributions réelles sont donc vraisemblablement proche de :  $d_p = [200 - 400]$   $\mu\text{m}$ ,  $d_p = [400 - 600]$   $\mu\text{m}$  et  $d_p = [600 - 800]$   $\mu\text{m}$ . Cependant, la méthode étant encore imparfaite, il y a des particules qui n'appartiennent pas à ces catégories dans les jeux de données des billes ; il s'agit soit de traceurs, soit d'autres types de particules qui s'accumulent à force de jeter des billes dans la tour, soit les plus petites particules des photos V.4 (haut).

À la fin du chapitre 2, il avait été expliqué qu'on tentait de les exclure au mieux, en calcu-

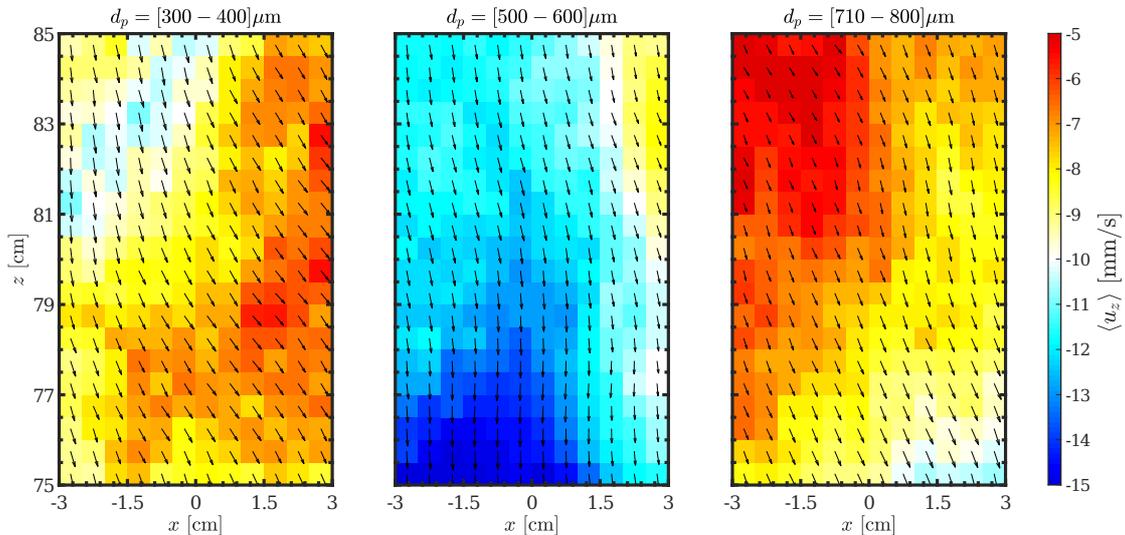


**Figure V.5** – Distributions des médianes des vitesses relatives entre les particules inertielles et le traceur le plus proche (à au moins 1.5 mm) dans le jeu de données initiales des trajectoires de billes. La zone grisée correspond aux particules exclues de l'analyse finale.

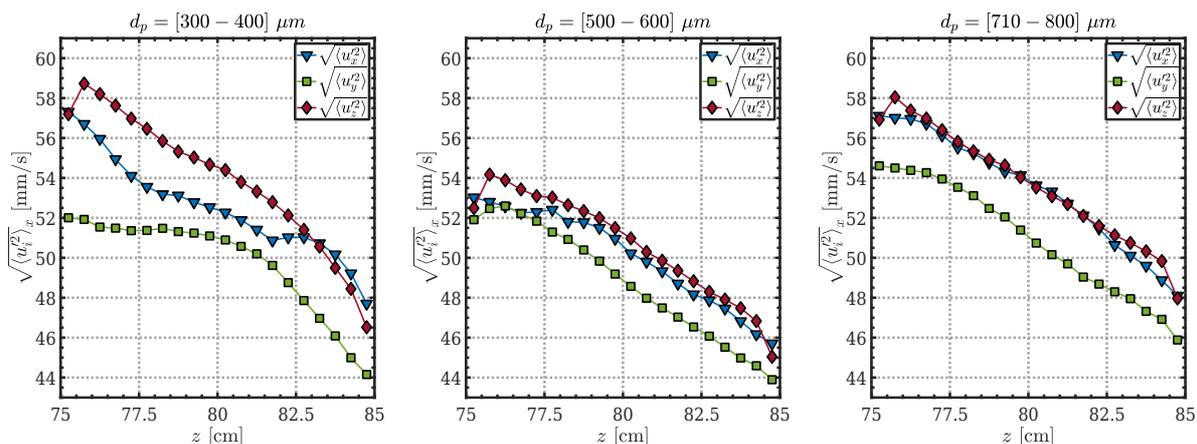
lant pour chaque bille la médiane sur toute sa trajectoire entre sa vitesse verticale et le traceur le plus proche (à au moins 1.5 mm) :  $u_{rel,z} = v_{traceur,z} - v_{particule,z}$ . On s'attend à ce que la distribution des médianes des billes souhaitées soit à peu près centrée sur leur vitesse de sédimentation dans un fluide au repos  $v_s$ , c'est-à-dire environ 48 mm/s, 80 mm/s et 110 mm/s, alors qu'elle devrait être proche de 0 pour les particules qui suivent le fluide. On obtient effectivement bien deux pics pour les distributions en figure V.5. Ils sont relativement bien disjoints pour les catégories  $d_p = [500 - 600] \mu\text{m}$  et  $d_p = [710 - 800] \mu\text{m}$ . Pour ces deux catégories on fixera donc pour critère  $Med(u_{rel,z}) > 20 \text{ mm/s}$  pour valider la trajectoire et on exclura donc toutes celles dans la zone grisée sur la figure V.5. En revanche, il existe un recouvrement entre les distributions pour la catégories  $d_p = [300 - 400] \mu\text{m}$ , ce qui rend impossible de faire un choix sans biaiser les données. On prendra néanmoins pour critère  $Med(u_{rel,z}) > 10 \text{ mm/s}$ , ce qui signifie qu'on va probablement surévaluer la vitesse des billes. Il faudra donc garder cette information à l'esprit lors de l'analyse des résultats. On notera cependant que ce problème n'existe pas pour les données de particules inertielles qui sédimentent dans un fluide initialement au repos car les vitesses et trajectoires des billes sont suffisamment différentes de celles des traceurs pour aisément les différencier.

#### • Un écoulement qui diffère légèrement

La nécessité de pouvoir mesurer à la fois la phase fluide et la phase inertielle se fait particulièrement ressentir dans le cas d'un écoulement généré par un forçage instationnaire, et notamment quand les fluctuations de vitesse sont bien supérieures à la vitesse moyenne, qui peut ne converger que sur des temps très longs, potentiellement plus grands que le temps total d'acquisition de tous les films. La figure V.6 présente l'écoulement moyen du fluide dans le plan  $(x, z)$  obtenu pour chaque série d'expériences en turbulence. Il est clair qu'il est différent à chaque fois. Si la vitesse verticale est relativement proche pour les cas  $d_p = [300 - 400] \mu\text{m}$  et  $d_p = [710 - 800] \mu\text{m}$ , variant entre  $-9$  et  $-5 \text{ mm/s}$ , celle pour  $d_p = [500 - 600] \mu\text{m}$  est d'environ 5 mm/s plus grande en valeur absolue. On notera également que le gradient selon  $z$  de la vitesse verticale pour la série avec les plus petites billes est moins prononcé que pour les deux autres catégories, pour lesquelles la vitesse croît en valeur absolue lorsque  $z$  diminue. Il est donc essentiel d'avoir accès à la vraie vitesse verticale du fluide (et non une vitesse déterminée indépendamment) de manière à pouvoir la retrancher à celle



**Figure V.6** – Écoulement moyen du fluide dans le plan  $(x, z)$  déterminé pour chaque série d'expériences :  $d_p = [300 - 400] \mu\text{m}$  (gauche),  $d_p = [500 - 600] \mu\text{m}$  (milieu) et  $d_p = [710 - 800] \mu\text{m}$  (droite). La barre de couleur représente la vitesse verticale  $\langle u_z \rangle$  qui est la composante importante dans notre problème.



**Figure V.7** – Fluctuations de vitesse moyennées selon la direction horizontale, pour les trois composantes  $\sqrt{\langle u_x'^2 \rangle_x}$  ( $\blacktriangledown$  bleus),  $\sqrt{\langle u_y'^2 \rangle_x}$  ( $\blacksquare$  verts) et  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle_x}$  ( $\blacklozenge$  rouges), pour chaque série d'expériences :  $d_p = [300 - 400] \mu\text{m}$  (gauche),  $d_p = [500 - 600] \mu\text{m}$  (milieu) et  $d_p = [710 - 800] \mu\text{m}$  (droite).

des billes pour obtenir le bon glissement entre les deux phases. C'est d'une importance particulière lorsque les effets deviennent faibles.

D'une façon similaire, on mesure les fluctuations de vitesse du fluide pour les trois séries. Elles présentent également quelques différences qu'on peut constater à partir de la figure V.7. La vitesse fluctuante transverse (selon  $y$ ) est systématiquement plus faible, ce qui pourrait être un reflet du fait que les trajectoires longues ont forcément une vitesse transverse faible pour rester dans la nappe. En revanche, les deux autres composantes sont très proches, comme on l'avait déjà remarqué au chapitre précédent et varient entre 48 et 58 mm/s pour les catégories  $[300 - 400]$  et  $[710 - 800] \mu\text{m}$ , et plutôt entre 44 et 58 mm/s pour  $[500 - 600] \mu\text{m}$ . Ainsi tout comme pour la vitesse moyenne, les fluctuations sont légèrement différentes pour cette catégorie. On va également définir la vitesse fluctuante typique  $u' = \sqrt{(\langle u_x'^2 \rangle + \langle u_y'^2 \rangle + \langle u_z'^2 \rangle)/3}$  qui nous servira pour calculer les autres grandeurs de l'écoulement, à savoir  $\eta$ ,  $\tau_\eta$  et  $Re_\lambda$ , en s'appuyant sur la relation  $\langle \epsilon \rangle = C_\epsilon \frac{u'^3}{L}$ , avec  $L \approx 66 \text{ mm}$  l'échelle intégrale et  $C_\epsilon = 0.48$  qui ont été mesurées au chapitre précédent.

### V. 2.3 Influence des particules sur le fluide

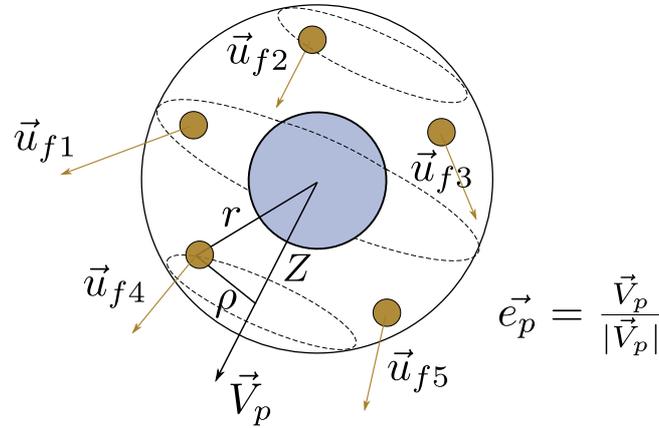
Les distributions de tailles des particules inertielles en figure V.4 (bas) ne permettent pas de déterminer une vitesse de sédimentation moyenne pour chaque catégorie qui servirait ensuite de référence afin de déterminer si la turbulence augmente ou diminue la vitesse de chute de nos billes. En effet, d'une part les particules ne sont pas des sphères, et d'autre part on ne connaît pas la distribution réelle des diamètres pour les particules prises en compte lors du tri de l'algorithme de tracking, il est donc impossible d'utiliser une formule empirique pour connaître la vitesse de sédimentation d'une particule unique dans un fluide au repos. En guise de référence, on va donc s'appuyer sur les données réalisées dans un fluide initialement au repos en utilisant les mêmes particules et un traitement d'images et de données analogue.

#### • Mouvement relatif entre le fluide et une particule

Avant de discuter de ces premiers résultats, on va chercher à comprendre quelle est l'influence locale de la présence d'une particule dans l'écoulement, à la fois en turbulence et dans un écoulement initialement au repos. Les fractions massiques modérées,  $\Phi_{p,m} < 10^{-4}$  suggèrent que les billes

ne moduleront pas globalement la turbulence. En revanche, elles auront toujours un impact localement en entraînant le fluide dans leur sillage et en accentuant la dissipation d'énergie dans leur voisinage. C'est pourquoi on va chercher à déterminer la vitesse relative  $\vec{u}_{rel,i}(\vec{x}_i) = \vec{u}_{f_i}(\vec{x}_i) - \vec{V}_p(t)$  entre une bille de vitesse  $\vec{V}_p(t)$  à la position  $\vec{X}_p(t)$  et les traceurs dans son environnement proche de vitesse  $\vec{u}_{f_i}$  aux positions  $\vec{x}_i(t)$ , et situés à des distances  $r_i = \sqrt{|\vec{x}_i - \vec{X}_p|^2}$  de la bille (voir schéma V.8). On se place dans un repère de coordonnées cylindriques  $(\rho, \theta, Z)$  centré sur la position de la particule  $\vec{X}_p(t)$ , la coordonnée  $Z_i = (\vec{x}_i - \vec{X}_p) \cdot \vec{e}_p$  du  $i$ ème traceur est définie dans direction de la particule  $\vec{e}_p = \frac{\vec{V}_p}{|\vec{V}_p|}$  ( $Z_i < 0$  si le traceur est en amont et  $Z_i > 0$  s'il est en aval) et sa distance à l'axe de vecteur directeur  $\vec{e}_p$  vaut  $\rho_i = \sqrt{r_i^2 - Z_i^2}$ . De plus, comme le sillage de toutes les billes devrait être axisymétrique ( $Ga < 100$ ), on pourra prendre une moyenne selon la direction azimutale  $\theta$ . Finalement en moyennant sur l'ensemble des billes et des traceurs qui sont autour, on peut obtenir la vitesse relative tangentielle (dans la direction de la particule) en conditionnant à la position  $(\rho, Z)$  :

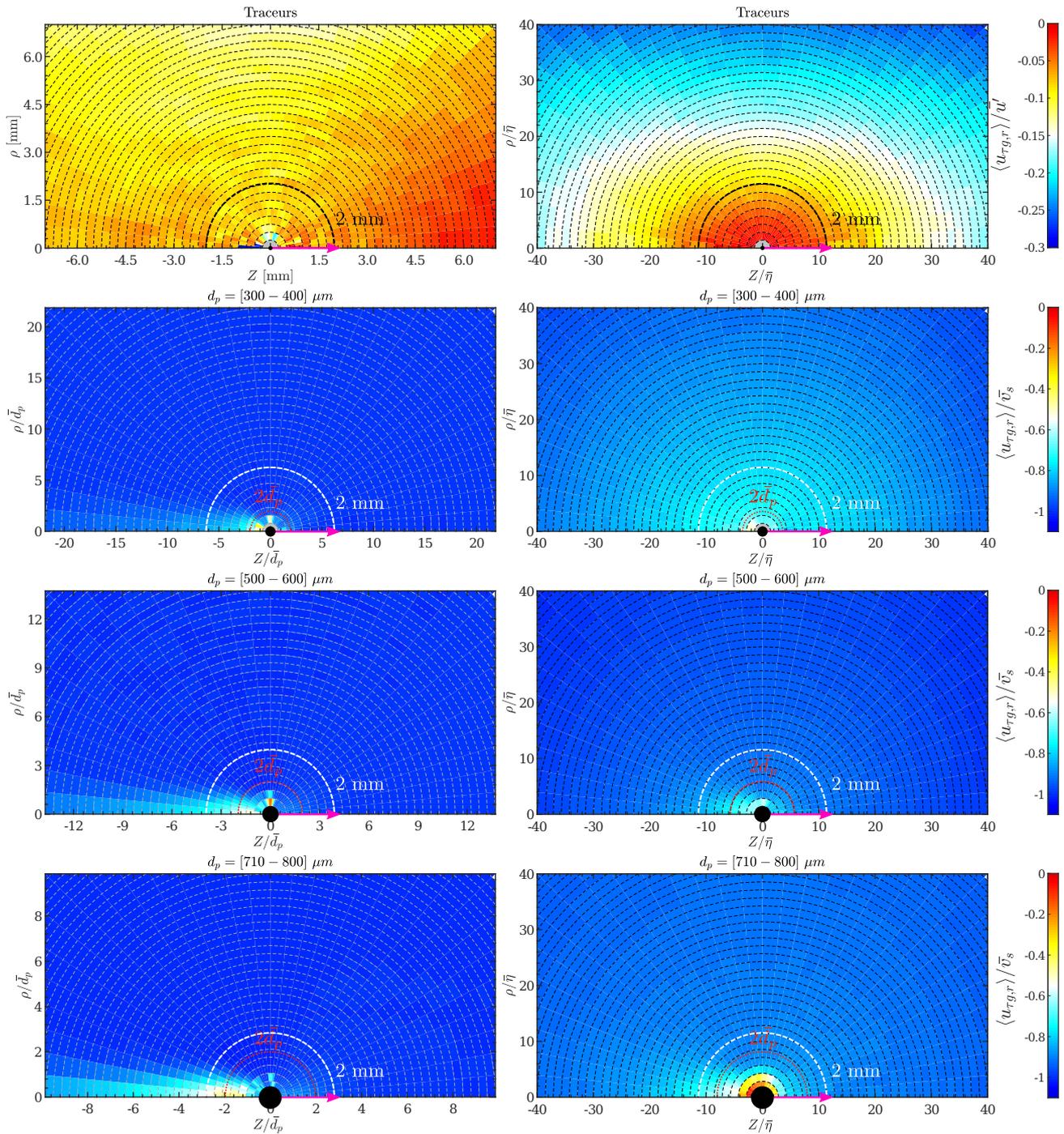
$$\langle u_{\tau g, r} \rangle(\rho, Z) = \langle \vec{u}_{rel, i} \cdot \vec{e}_p \rangle_{\theta} \quad (\text{V.1})$$



**Figure V.8** – Système de coordonnées cylindriques défini à partir de la direction de la vitesse de la particule  $\vec{e}_p = \frac{\vec{V}_p}{|\vec{V}_p|}$ ;  $Z$  est la coordonnée le long de l'axe de vecteur directeur  $\vec{e}_p$  et  $\rho$  la distance à cet axe. La particule au centre possède une vitesse  $\vec{V}_p$ , et les traceurs dans son voisinage des vitesses  $\vec{u}_{f_i}$

Les cartes dans le plan  $(\rho, Z)$  de la vitesse relative tangentielle  $\langle u_{\tau g, r} \rangle$  pour les billes des trois catégories sont présentées sur la figure V.9, en l'absence d'écoulement initial (gauche) et en turbulence (droite). Dans la mesure où l'on possède également les trajectoires des traceurs (avantage de travailler en double PTV traceurs/particules), on peut comparer le résultat obtenu pour une particule inertielle à celui obtenu en choisissant des traceurs au hasard à la place de particules. On prendra pour cela une série de trajectoires de traceurs aléatoirement dans la base de données des expériences pour les billes de  $[500 - 600] \mu\text{m}$  (qui pourront être proches ou non des billes). On anticipe légèrement les résultats de la section suivante puisque dans le cas des billes, la vitesse a été renormalisée par la vitesse de sédimentation moyenne des distributions  $\bar{v}_s$  (43.3, 77.5 et 110.5 mm/s et qui sera définie plus loin, tableau V.1), et par la moyenne spatiale des fluctuations  $\bar{u}'$  pour les traceurs ( $\bar{u}' \approx 3$  mm/s pour un fluide initialement au repos, et  $\bar{u}' \approx 51$  mm/s en turbulence). De

## V.2 Cadre préliminaire



**Figure V.9** – Vitesse relative tangentielle  $\langle u_{\tau g,r} \rangle$  entre une particule (traceur ou bille) et les traceurs autour, pour le cas où le fluide est initialement au repos (gauche), et pour le cas turbulent (droite). Pour les traceurs la vitesse est renormalisée par les fluctuations typiques sur tout le volume de mesure  $\bar{u}'$  ( $\simeq 3$  mm/s et  $\simeq 51$  mm/s), et par la vitesse de sédimentation moyenne  $\bar{v}_s$  pour les billes ; les coordonnées d'espaces sont renormalisées soit par la longueur de Kolmogorov moyenne  $\bar{\eta} \approx 175$   $\mu\text{m}$ , soit par les diamètres moyens  $\bar{d}_p \approx 320$   $\mu\text{m}$ ,  $\bar{d}_p \approx 510$   $\mu\text{m}$  et  $\bar{d}_p \approx 710$   $\mu\text{m}$ . Dans cette représentation, on peut voir la particule comme se déplaçant vers la droite dans un fluide figé (indiqué par la flèche rose).

même les coordonnées  $\rho$  et  $Z$  ont été adimensionnées, soit par le diamètre moyen  $\bar{d}_p$  des billes (320, 510 et 710  $\mu\text{m}$ , défini également par la suite), soit par la longueur de Kolmogorov moyennée dans l'espace  $\bar{\eta} \approx 175 \mu\text{m}$ . En effet pour ces cartes, on a utilisé l'ensemble du champ de vision des caméras, donc les fluctuations de vitesse ainsi que les échelles de la turbulence ne sont pas constantes à cause du déclin spatial de la turbulence. Avec le système de coordonnées choisi, la particule se déplace vers les  $Z$  croissants (ou similairement le fluide va en direction des  $Z$  décroissants).

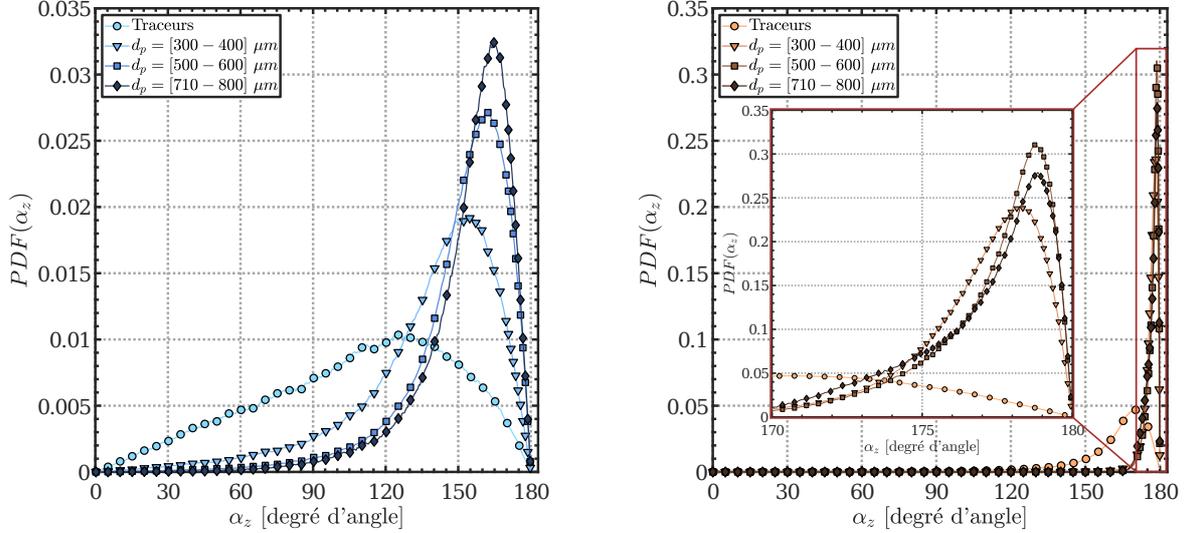
Premièrement, en regardant la carte pour un traceur dans le cas turbulent, on constate que les différences de vitesse augmentent avec la distance  $r$ . Cela n'est en fait pas surprenant car la fonction de structure longitudinale d'ordre 1 en turbulence homogène et isotrope :  $D_L(r) = \langle [u'_L(\vec{x} + \vec{r}) - u'_L(\vec{x})]^2 \rangle$  (où  $u'_L$  correspond à la vitesse fluctuante longitudinale) varie comme  $(\langle \epsilon \rangle r)^{2/3}$ ,  $D_L(r)$  correspond d'ailleurs quasiment aux valeurs sur la ligne  $\rho = 0$ . De plus une légère asymétrie est observable car en turbulence homogène et isotrope, les différences de vitesses longitudinales négatives sont plus fréquentes mais moins grandes que celles positives, ce qu'on retrouve par le fait que la fonction de structure longitudinale d'ordre 3 prend une pente négative :  $D_{LLL}(r) = -\frac{4}{5} \langle \epsilon \rangle r^3 < 0$ . La comparaison avec le cas où le fluide est initialement au repos et donc uniquement forcé par le passage des billes est flagrante. On ne retrouve plus de décroissance avec la distance, il y a seulement un biais qui favorise les plus faibles différences de vitesses pour  $\rho$  petit car le forçage est majoritairement dans la direction verticale et les traceurs ont donc tendance à être entraînés les uns derrière les autres. Il est assez clair que l'écoulement généré par le passage des billes n'a pas du tout les caractéristiques d'un écoulement turbulent.

Les cartes pour les billes en verre sont très différentes dans la mesure où la vitesse relative est dominée par le glissement d'une phase par rapport à l'autre, induit par la gravité. En absence d'écoulement initial, on retrouve approximativement la vitesse de sédimentation moyenne  $\bar{v}_s$  quand on s'éloigne de la position des billes. Alors que la vitesse relative loin semble légèrement moins grande que  $\bar{v}_s$  en turbulence. Mais pour comprendre correctement ces cartes, il est nécessaire de connaître l'angle entre  $\alpha_z$  entre l'orientation  $\vec{e}_p$  de la bille et la verticale  $\vec{e}_z$ . Les PDF de celui-ci sont montrées en figure V.10 dans le cas turbulent (gauche) et le cas initialement au repos (droite). Lorsque  $\alpha_z = 180^\circ$ , la bille tombe complètement verticalement dans la direction de la gravité  $\vec{g}$ . En l'absence d'écoulement initial, toutes les billes tombent quasiment droit, avec un maximum de probabilité autour de  $178 - 179^\circ$ . Comme un angle de  $179^\circ$  ou de  $181^\circ$  sera compté comme  $179^\circ$ , les distributions sont bien centrées autour  $180^\circ$ , mais les légers biais existant à cause du bruit (la vitesse horizontale est tantôt négative, tantôt positive, mais toujours prise en valeur absolue) font qu'il est improbable d'avoir  $\alpha_z = 180^\circ$ . La PDF des traceurs est piquée en  $\sim 170^\circ$  puisque le fluide est forcé vers le bas, ce qui nous permet d'anticiper qu'on aura une vitesse négative induite.

Lorsque les pompes sont activées le maximum de probabilité est déplacé vers  $\sim 155^\circ$  pour  $d_p = [300 - 400] \mu\text{m}$ ,  $\sim 162^\circ$  pour  $d_p = [500 - 600] \mu\text{m}$  et  $\sim 170^\circ$  pour  $d_p = [710 - 800] \mu\text{m}$ . Les particules les plus grosses, donc celles qui sédimentent naturellement plus vite sont moins influencées par l'écoulement. On retrouve, quelque part, l'argument de Nielsen [98] sur le fait que plus les billes tombent vite par rapport aux fluctuations turbulentes et moins elles pourront suivre les bords des tourbillons, ce qui pourrait conduire à un ralentissement de leur vitesse de chute à terme. Également, la probabilité d'avoir des angles  $\alpha_z < 90$  est très faible, il y a donc peu de situations où les billes remontent, poussées par l'écoulement. Enfin, on remarquera que le maximum se situe proche de  $120^\circ$  pour les traceurs du fait de l'asymétrie des vitesses verticales pour le fluide, biaisées vers les valeurs négatives (on aurait un pic en  $\alpha_z \simeq 90^\circ$  pour des fluctuations isotropes).

On comprend maintenant mieux pourquoi la vitesse relative tangentielle en turbulence ne correspond pas exactement à la vitesse de sédimentation contrairement au cas sans écoulement. En effet il faut prendre en compte l'angle moyen  $\bar{\alpha}_z$  dans la contribution du glissement vertical, soit approximativement  $\sim \cos(\bar{\alpha}_z)\bar{v}_s$  (il y a en plus une contribution du glissement horizontal qui n'est

pas nul). Néanmoins, pour obtenir une bonne définition de la vitesse de glissement, Cisse [29], qui a travaillé sur des simulations de particules isodenses, fait remarquer qu'il faudrait prendre en compte la décroissance des vitesses relatives en turbulence et soustraire au champ  $\langle u_{\tau g, r} \rangle$  obtenu pour une bille, celui d'un traceur (l'impact est cependant beaucoup plus faible dans le cas de particules qui sédimentent où le glissement est dominé par l'effet de la gravité).



**Figure V.10** – Distributions des angles  $\alpha_z$  entre la direction de la particule et la verticale pour le cas avec turbulence (gauche) et le cas où le fluide est initialement au repos (droite);  $\alpha_v = 180^\circ$  correspond à une particule tombant exactement selon la direction de la gravité ( $-\vec{e}_z$ ). L'insert sur la figure de droite est un zoom sur la partie  $\alpha_z \in [170 - 180]^\circ$ .

À présent, il est particulièrement intéressant d'inspecter la forme du sillage des billes. Celui-ci ne s'étend pas au delà de  $3d_p$  en amont de la particule lorsqu'elle tombe dans un environnement turbulent. Du côté aval, l'impact de la bille se limite à moins d'une fois son diamètre. Pour une simulation numérique d'une particule fixe ( $d_p/\eta = 8$ ,  $Re_p = 18$ ) dans un champ faiblement turbulent ( $Re_\lambda = 20$ ), Naso & Prosperetti [97] ont vu que les fluctuations de vitesse de l'écoulement étaient fortement modifiées dans une zone d'environ  $2d_p$  autour de la particule, ce qui est cohérent avec les observations faites ici (un arc de cercle de rayon  $2d_p$  marque cette région d'influence sur les cartes). Les modifications engendrées par les billes  $[300 - 400] \mu\text{m}$  sont à peine visibles, mais pour les plus grosses, on peut considérer qu'elles affectent la turbulence dans un rayon d'approximativement  $10\eta$ . En l'absence d'écoulement, le sillage des billes s'étend en revanche très loin en amont, à plus de dix fois le diamètre des particules. Il y a donc un rapport d'un peu plus de 3 dans la taille du sillage des billes pour les cas sans et avec turbulence. Cette observation semble également en accord avec l'étude de Fornari et al. [47] pour des particules ( $\rho_p/\rho \approx 1.02$ ,  $Ro = 3.4$ ,  $d_p/\eta = 12$ ,  $Re_p = 188$ ) qui sédimentent dans un écoulement turbulent ( $Re_\lambda = 90$ ) ou dans un fluide au repos, ils ont alors obtenus une réduction du sillage d'un facteur 2 à 2.5 environ.

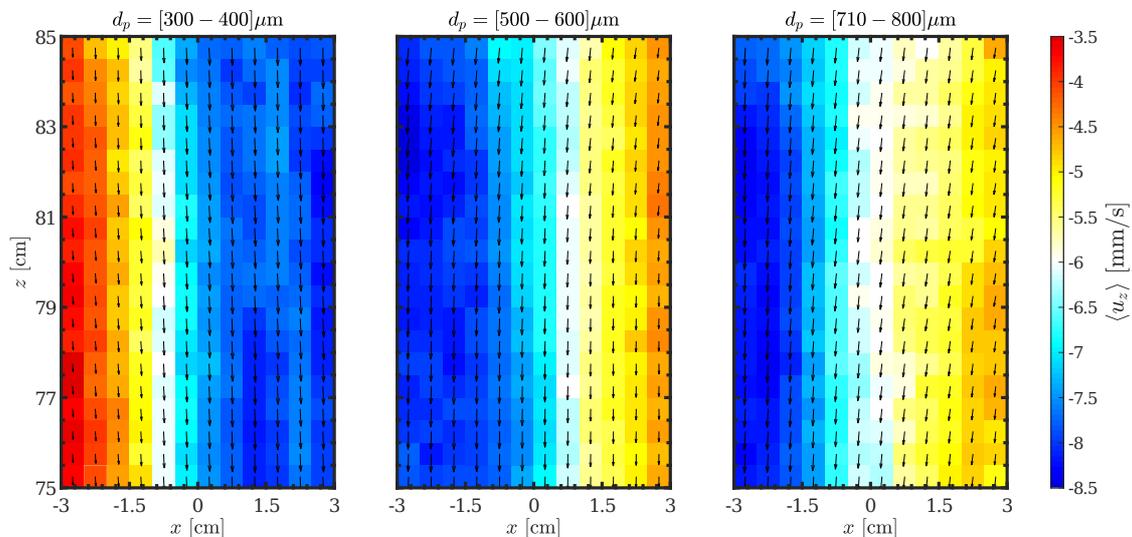
L'analyse de l'étendue du sillage nous permet de définir un rayon minimum à partir duquel l'influence de la bille sera négligeable, et ce, dans le but de calculer l'écoulement du fluide autour de la particule sans être biaisé. Ce calcul sera ainsi réalisé dans des coquilles de rayons minimum  $r_{min} = 2 \text{ mm}$ , et de rayon maximum  $r_{max} = 8 \text{ mm}$  autour des billes, assurant suffisamment de statistiques.

### • Sédimentation dans un fluide initialement au repos

L'injection de façon homogène de particules lourdes dans un fluide au repos ne devrait pas géné-

rer, en moyenne, d'écoulement. Si localement le fluide sera entraîné vers le bas dans le sillage des particules, les recirculations montantes compenseront nécessairement ce flux. Statistiquement ce forçage local de la part des particules sera homogène si l'ensemencement l'est, il n'y a donc aucune raison qu'un écoulement moyen existe. En revanche on s'attend à une distribution des vitesses asymétrique pour le fluide, avec des vitesses négatives plus grandes mais moins fréquentes. Si la fraction volumique  $\Phi_{p,v}$  augmente, des trains de particules pourront se former et entraîner plus fortement le fluide, mais encore une fois il n'y a pas de raison de penser que ces colonnes de particules apparaissent plus fréquemment à un endroit plutôt qu'à un autre (dans l'hypothèse où l'on réalise plusieurs expériences, en repartant de la condition initiale avec un fluide au repos). Des effets de bords peuvent compliquer la dynamique, et notamment dans le cas de particules qui sédimentent obliquement.

La figure V.11 montre clairement l'existence d'un écoulement moyen descendant du fluide sur tout le champ de vision pour les trois types de particules, variant entre  $-8$  et  $-4$  mm/s. Notre ensemencement n'est donc pas homogène, ce qui n'est pas si surprenant puisque l'injection des particules est réalisée sur une surface de  $23 \times 23$  cm<sup>2</sup>, alors que la cuve à une section de 30 cm (voir la photo V.1 (c)). Visuellement cela se traduit dans la cuve par une recirculation montante du fluide au niveau des parois (non visible dans le champ de caméras). De plus on constate une inhomogénéité spatiale du champ de vitesse verticale, qui est plus important (en valeur absolue) dans la partie  $x > 0$  pour les billes de  $[300 - 400]$   $\mu\text{m}$ , et du côté  $x < 0$  pour les deux autres catégories. La raison d'une telle différence n'est pas connue (ni l'existence de l'inhomogénéité d'ailleurs). Cependant, puisque les quarante films par catégorie ont été faits les uns à la suite des autres (séparés de trois minutes), il est possible qu'une réminiscence de l'écoulement se soit amplifiée et ait persisté tout au long de la session. L'ensemencement pourrait aussi être bien moins homogène que prévu, ce qui n'est pas improbable dans la mesure où l'injection initiale est faite à la main au travers d'une piscine à boules. Quoiqu'il en soit, on peut surtout remarquer qu'en ordre de grandeur, cet écoulement moyen est presque identique à celui présent en turbulence (qui existe même en l'absence de particules inertielles), et qu'il est donc raisonnable de conclure que les billes n'ont ajouté qu'un forçage supplémentaire négligeable (le cas  $d_p = [500 - 600]$   $\mu\text{m}$  est éventuellement discutable car l'écoulement moyen en turbulence était plus grand, mais on ne peut pas directement le relier à l'action des billes).



**Figure V.11** – Écoulement moyen dans le plan  $(x, z)$  pour les expériences sans écoulement initial pour les séries :  $d_p = [300 - 400]$   $\mu\text{m}$  (gauche),  $d_p = [500 - 600]$   $\mu\text{m}$  (milieu) et  $d_p = [710 - 800]$   $\mu\text{m}$  (droite).

## V.2 Cadre préliminaire

À présent, on peut regarder la vitesse de chute des particules en verre, pour cela on va calculer quatre grandeurs dans chacune des mailles de taille  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = 5 \cdot 6 \cdot 5 \text{ mm}^3$  et visibles sur la figure V.11 :

- La vitesse moyenne du fluide non conditionnée  $\langle u_i \rangle$  à partir de traceurs choisis aléatoirement.
- La vitesse moyenne des particules inertielles  $\langle v_i \rangle$  à partir de billes choisies aléatoirement.
- La vitesse moyenne du fluide dans le voisinage des billes, dit « échantillonnée »  $\langle u_{i,e} \rangle$  en prenant l'ensemble des traceurs présents dans une coquille de rayon minimum  $r_{min} = 2 \text{ mm}$  et de rayon maximum  $r_{max} = 8 \text{ mm}$  autour des billes prises précédemment.
- La vitesse relative locale moyenne entre les billes et les traceurs dans cette même coquille  $\langle u_{i,r} \rangle = \langle v_i - u_{i,e} \rangle$ .

Les moyennes spatiales (sur l'ensemble des mailles) de ces vitesses sont répertoriées dans le tableau V.1, où l'écart type (spatial) sert d'incertitude  $\pm$ . La vitesse moyenne des billes de [300–400], [500–600] et [710–800]  $\mu\text{m}$  est respectivement de  $\langle v_z \rangle_{|[300-400]\mu\text{m}} \approx -49.8$ ,  $\langle v_z \rangle_{|[500-600]\mu\text{m}} \approx -84.2$  et  $\langle v_z \rangle_{|[710-800]\mu\text{m}} \approx -116.9 \text{ mm/s}$ . Ces valeurs surestiment les vitesses de sédimentation  $v_s$  (vitesse d'une unique bille tombant dans un fluide au repos) puisqu'une vitesse verticale non nulle du fluide est induite. Celle-ci est proche de  $\langle u_z \rangle \approx -6.5 \text{ mm/s}$ , mais varie spatialement entre  $-3$  et  $-8 \text{ mm/s}$ , alors que selon l'horizontale le fluide a tendance à être entraîné en direction des plus fortes vitesses verticales :  $\langle u_x \rangle_{|[300-400]\mu\text{m}} > 0$ , alors que  $\langle u_x \rangle_{|[500-600]\mu\text{m}} < 0$  et  $\langle u_x \rangle_{|[710-800]\mu\text{m}} < 0$ . Si l'asymétrie dans le champ de vitesse verticale est due au passage d'un plus grand nombre de billes, générant de surcroît, une vitesse verticale plus grande, alors leurs sillages déplaceraient aussi horizontalement les traceurs qui seraient attrapés et attirés vers les zones où il y a le plus de billes qui passent. Ce qui expliquerait ainsi ce phénomène.

Par ailleurs, la détermination de la moyenne de l'écoulement vertical échantillonné par les billes  $\langle u_{z,e} \rangle \approx -7 \text{ mm/s}$  montre que ces dernières ont tendance à se trouver dans des zones où le fluide descend légèrement plus. La différence  $\langle u_{z,e} \rangle - \langle u_z \rangle \approx -0.5 \text{ mm/s}$  est robuste à toutes les mailles (lorsque  $\langle u_z \rangle$  est plus grand,  $\langle u_{z,e} \rangle$  l'est aussi). Cette observation est similaire à celle faite par Uhlmann & Doychev [135] dans une simulation numérique de sphères de taille finie ( $\rho_p/\rho = 1.5$ ,  $Ga \approx 121$ ,  $Re_p \approx 142$ ,  $\Phi_{p,v} = 5 \cdot 10^{-3}$ ) qui tombent verticalement dans un fluide au repos. Ils reportent alors  $(\langle u_{z,e} \rangle - \langle u_z \rangle)/|\langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle| \approx -0.03$ , ici on trouve respectivement environ  $-0.014$ ,  $-0.006$  et  $-0.005$  pour les billes de [300–400], [500–600] et [710–800]  $\mu\text{m}$ , soit des valeurs encore plus faibles, probablement car la fraction volumique  $\Phi_{p,v}$  est inférieure. Le fait que les billes échantillonnent des zones légèrement plus descendantes est probablement un reflet du phénomène de « drafting », où parfois une bille se fait attraper par le sillage de celle en aval. Ceci peut arriver mais de manière très sporadique en raison de la faible fraction volumique. Uhlmann & Doychev n'ont pas observé la formation de cluster pour ce nombre de Galilée ( $Ga \approx 121$ ) contrairement aux sphères dont le Galilée vaut 178 qui forment des colonnes verticales de particules. Ce cas est similaire à celui mis en évidence expérimentalement par Huisman et al. [63]; les colonnes sont créées parce que les billes sédimentent de manière oblique ce qui leur permet d'attraper de nombreuses autres billes dans leur sillage. Pour cette situation,  $(\langle u_{z,e} \rangle - \langle u_z \rangle)/|\langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle|$  atteint alors  $-0.12$ , c'est-à-dire que les billes tombent dans des zones où le fluide est bien plus rapide.

Afin de définir une vitesse de sédimentation moyenne  $\bar{v}_s$  par catégorie de billes, on suit les pas de Uhlmann & Doychev qui l'ont prise égale au glissement entre la phase inertielle (les sphères), et la phase fluide non conditionnée, c'est à dire :  $\bar{v}_s = \langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle$ . Avec cette hypothèse on trouve  $\bar{v}_s|_{|[300-400]\mu\text{m}} \approx 43.3$ ,  $\bar{v}_s|_{|[500-600]\mu\text{m}} \approx 77.5$  et  $\bar{v}_s|_{|[710-800]\mu\text{m}} \approx 110.5 \text{ mm/s}$  qui nous serviront de références pour comparer avec la situation en turbulence. Notons qu'avec cette définition, on trouve que la valeur absolue du glissement local est inférieure à la vitesse de sédimentation dans un fluide au repos :  $|\langle u_{z,r} \rangle| < \bar{v}_s$ .

$d_p$	[300 – 400] $\mu\text{m}$	[500 – 600] $\mu\text{m}$	[710 – 800] $\mu\text{m}$
$\langle u_z \rangle$ [mm/s]	$-6.50 \pm 1.54$	$-6.68 \pm 1.29$	$-6.40 \pm 1.17$
$\langle u_x \rangle$ [mm/s]	$0.29 \pm 0.08$	$-0.30 \pm 0.19$	$-0.59 \pm 0.14$
$\langle u_{z,e} \rangle$ [mm/s]	$-7.11 \pm 1.58$	$-7.11 \pm 1.20$	$-6.93 \pm 1.03$
$\langle v_z \rangle$ [mm/s]	$-49.83 \pm 1.62$	$-84.20 \pm 1.39$	$-116.94 \pm 1.22$
$\langle u_{z,r} \rangle = \langle v_z \rangle - \langle u_{z,e} \rangle$ [mm/s]	$-42.72 \pm 0.60$	$-77.10 \pm 0.56$	$-110.01 \pm 0.66$
$-\bar{v}_s = \langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle$ [mm/s]	$-43.33 \pm 0.61$	$-77.52 \pm 0.61$	$-110.54 \pm 0.71$
$\langle u_{z,e} \rangle - \langle u_z \rangle$ [mm/s]	$-0.61 \pm 0.22$	$-0.43 \pm 0.26$	$-0.53 \pm 0.36$

**Tableau V.1** – Résumé des statistiques de vitesses moyennes dans le cas avec un fluide initialement au repos ; les incertitudes  $\pm$  correspondent à l'écart type spatial.

Grâce à la connaissance de la vitesse de sédimentation moyenne  $\bar{v}_s$ , on peut inverser la relation qui donne la vitesse de chute d'une particule sphérique dans un fluide au repos de Brown & Lawler [14] (valable pour  $Re_p < 2.10^5$ ) afin de déterminer un diamètre moyen  $\bar{d}_p$  pour chaque catégorie (en supposant que les billes sont sphériques) :

$$\bar{v}_s = \left( \frac{(\rho_p - \rho) g \nu}{\rho} \right)^{1/3} \left[ \left( \frac{18}{\bar{d}_*^2} \right)^{0.898 \left( \frac{0.936 \bar{d}_* + 1}{\bar{d}_* + 1} \right)} + \left( \frac{0.317}{\bar{d}_*} \right)^{0.449} \right]^{-1.114} \quad (\text{V.2})$$

où  $d_* = \left( \frac{\rho_p - \rho}{\rho} \frac{g}{\nu^2} \right)^{1/3} \bar{d}_p$ . Finalement on aboutit aux diamètres moyens suivant :  $\bar{d}_{p|[300-400]\mu\text{m}} \approx 320$ ,  $\bar{d}_{p|[500-600]\mu\text{m}} \approx 510$  et  $\bar{d}_{p|[710-800]\mu\text{m}} \approx 710 \mu\text{m}$  qui nous serviront à obtenir un nombre de Stokes  $St$  représentatif pour les particules en dépit du fait que les billes soient polydisperses en taille et non sphériques. Ces diamètres sont bien en cohérence avec les histogrammes de la figure V.4, ils se situent presque aux centres de celles-ci.

### V.3 Sédimentation de particules inertielles en turbulence

Dès lors que l'on possède toutes les informations nécessaires sur les particules ainsi que sur l'écoulement, on peut procéder, à ce pour quoi, la méthode de mesure double phases du chapitre 2 a été développée et, ce pour quoi, le nouveau dispositif du chapitre 4 a été construit : l'étude de la sédimentation de particules inertielles dans un environnement turbulent. La turbulence étant en déclin spatial, des subtilités supplémentaires s'ajoutent probablement dans la dynamique des particules. On se placera néanmoins dans un cadre plus simple, à savoir de considérer indépendamment chaque plan verticalement, en séparant le champ de vision en maille de taille  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = 5 \cdot 6 \cdot 5 \text{ mm}^3$  comme précédemment et en appliquant une moyenne horizontalement. En utilisant la figure V.7, on détermine les éléments utiles de la turbulence ( $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$ ,  $\eta$ ,  $\tau_\eta$  et  $Re_\lambda$ ) pour chaque série de billes, répertoriés dans le tableau V.2. Les caractéristiques des particules ( $\bar{v}_s$ ,  $\bar{d}_p$ ,  $Re_{p,0}$  et  $Ga$ ) sont également rappelées, ce qui permet d'accéder aux deux premiers nombres sans dimension, à savoir le rapport du diamètre sur l'échelle de Kolmogorov  $\bar{d}_p/\eta \in [1.7, 4.3]$  et le nombre de Rouse, défini ici à partir des fluctuations de vitesse verticale  $Ro = \bar{v}_s/\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} \in [0.7, 2.3]$  (choisir

### V.3 Sédimentation de particules inertielles en turbulence

$\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  au lieu de  $u'$  ne modifie quasiment rien). Avant d'accéder au nombre de Stokes  $St$ , on doit calculer les temps de réponse  $\tau_p$  des billes et on emploie pour cela les formules de Clift et al. [30] :

$$\tau_p = \frac{\bar{d}_p^2}{12\beta\nu(1 + 0.1315Re_p^{0.82-0.05\log(Re_p)})} \quad \text{pour } 0.01 < Re_p \leq 20 \quad (\text{V.3})$$

$$\tau_p = \frac{\bar{d}_p^2}{12\beta\nu(1 + 0.1935Re_p^{0.6305})} \quad \text{pour } 20 < Re_p \leq 260 \quad (\text{V.4})$$

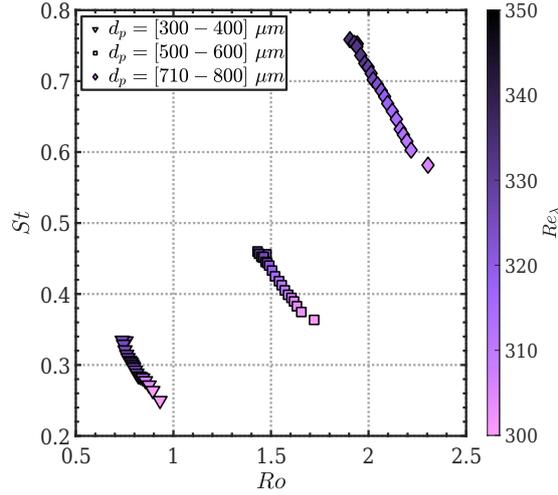
où  $Re_p = |\langle u_{z,r} \rangle| \bar{d}_p / \nu$  est le nombre de Reynolds particulaire en turbulence, déterminé à partir du glissement moyen local vertical  $\langle u_{z,r} \rangle$  qu'on détaillera dans la suite. On trouve des temps de réponse  $\tau_{p|[300-400]\mu\text{m}} \approx 9.0$ ,  $\tau_{p|[500-600]\mu\text{m}} \approx 13.9$  et  $\tau_{p|[700-800]\mu\text{m}} \approx 20.5$  ms, soit une gamme de nombre de Stokes  $St \in [0.25, 0.75] < 1$ . De plus, on peut déterminer la distance typique que parcourt une bille pendant son temps de réponse  $\Delta z_b = \tau_p \sqrt{\bar{v}_s^2 + \langle u_z'^2 \rangle}$  :  $\Delta z_{b|[300-400]\mu\text{m}} \approx 0.7$ ,  $\Delta z_{b|[500-600]\mu\text{m}} \approx 1.4$  et  $\Delta z_{b|[710-800]\mu\text{m}} \approx 2.6$  mm, ce qui valide les mailles de taille  $\Delta z = 5$  mm. Ainsi au lieu de n'avoir qu'un seul point par diamètre de bille, on en aura 20 en profitant de la décroissance de la turbulence le long de l'axe vertical ( $z$ ).

$d_p$	[300 – 400] $\mu\text{m}$	[500 – 600] $\mu\text{m}$	[710 – 800] $\mu\text{m}$
$\bar{v}_s$ [mm/s]	43.3	77.5	110.5
$\tau_p$ [ms]	$\sim 9.0$	$\sim 13.9$	$\sim 20.5$
$\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$ [mm/s]	[46.5 – 58.7]	[45.0 – 54.2]	[48.0 – 58.0]
$\eta$ [ $\mu\text{m}$ ]	[164 – 190]	[174 – 196]	[164 – 188]
$\tau_\eta$ [ms]	[27.0 – 36.0]	[30.2 – 38.2]	[27.0 – 35.2]
$Re_\lambda = u'\lambda/\nu$	[297 – 327]	[298 – 331]	[305 – 334]
$\bar{d}_p/\eta$	[1.67 – 1.93]	[2.61 – 2.94]	[3.80 – 4.33]
$Re_{p,0} = \bar{v}_s \bar{d}_p / \nu$	13.7	39.5	78.7
$Ga = \sqrt{\frac{ \rho_p/\rho - 1 g\bar{d}_p^3}{\nu}}$	22	44	73
$Re_p =  \langle u_{z,r} \rangle  \bar{d}_p / \nu$	$\sim 14.5$	$\sim 42.8$	$\sim 79.3$
$St = \tau_p / \tau_\eta$	[0.25 – 0.33]	[0.36 – 0.46]	[0.58 – 0.76]
$Ro = \bar{v}_s / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$	[0.74 – 0.93]	[1.43 – 1.75]	[1.90 – 2.30]

**Tableau V.2** – Ensemble des caractéristiques de l'écoulement et des billes pour le cas turbulent.

Un résumé graphique de l'évolution de différents nombres sans dimension selon le type de billes,  $Ro$ ,  $St$  et  $Re_\lambda$ , est disponible en figure V.12 et témoigne bien de la difficulté d'isoler leur influence dans la dynamique des particules inertielles en turbulence. En effet dans notre cas, une diminution du nombre de Reynolds  $Re_\lambda$  provoque une augmentation du nombre de Rouse  $Ro$  et du rapport  $d_p/\eta$  ainsi qu'une réduction du nombre de Stokes  $St$ . Dans la suite, on utilise trois marqueurs pour différencier les trois catégories de billes : ( $\blacktriangledown$ ) pour les [300 – 400]  $\mu\text{m}$ , ( $\blacksquare$ ) pour les

[500 – 600]  $\mu\text{m}$ , et enfin ( $\blacklozenge$ ) pour les [710 – 800]  $\mu\text{m}$ .



**Figure V.12** – Variations du nombre de Stokes  $St = \tau_p/\tau_\eta$  des particules en fonction de leur nombre de Rouse  $Ro = \bar{v}_s/\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$ . La barre de couleur indique le nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor  $Re_\lambda = u'\lambda/\nu$  de l'écoulement qui décroît avec la distance aux pompes.

### V. 3.1 Vitesse de sédimentation moyenne

Dans un premier temps, on aborde le problème en présentant les vitesses moyennes obtenues pour toutes les billes en fonction du nombre de Rouse  $Ro$ , qui décroît au fur et à mesure que la particule tombe dans la tour, alors que le nombre de Reynolds  $Re_\lambda$ , lui, augmente.

#### • Glissement moyen vertical

La première investigation nous mène à regarder comment évolue le glissement moyen vertical entre les billes en verre et le fluide environnant :  $\langle u_{z,r} \rangle$ . Pour des particules lourdes, Wang & Maxey [145] ont théorisé qu'en l'absence d'accélération moyenne, il devait être égal à la vitesse de sédimentation dans un fluide au repos :  $\langle u_{z,r} \rangle = -v_s$ . Pour des billes plus légères ( $\rho_p/\rho \approx 2.5$ ), on peut raisonner similairement en reprenant le modèle beta-Stokes :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \beta \frac{D\vec{u}}{Dt} + \frac{1}{\tau_p} (\vec{u} - \vec{v}) + (1 - \beta) \vec{g} \quad (\text{V.5})$$

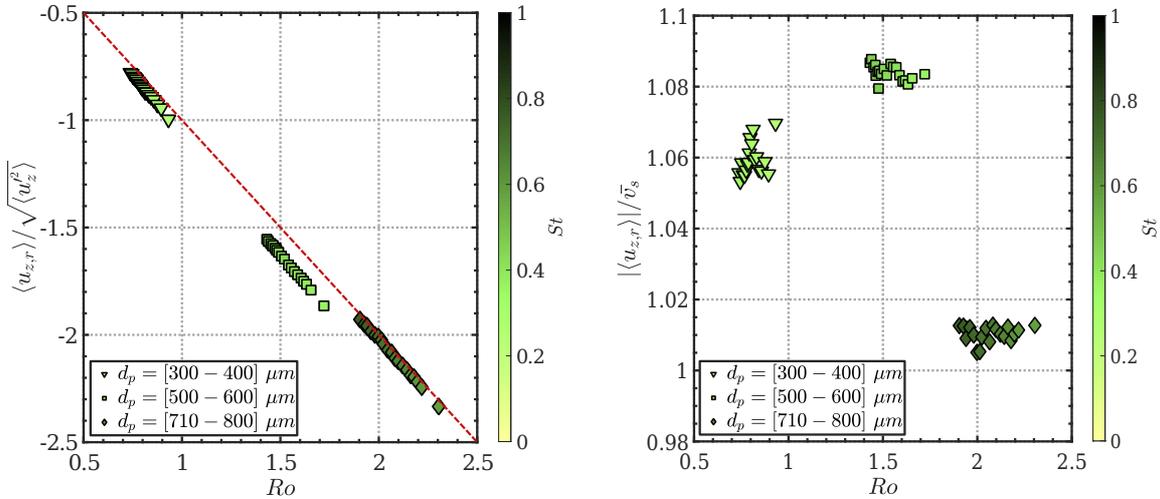
À condition que  $\langle D\vec{u}/Dt \rangle = \vec{0}$  et  $\langle d\vec{u}/dt \rangle = \vec{0}$ , on trouve effectivement  $\langle v_z - u_z \rangle = -v_s$ . Toutefois, ce résultat peut être mis en défaut. D'une part, à cause du gradient de vitesse verticale dans notre écoulement, l'accélération moyenne du fluide n'est pas tout à fait nulle, bien que sa contribution sera en fait très faible. D'autre part, étant donné que les billes n'échantillonnent pas l'écoulement de manière homogène, il ne faut pas prendre  $u_z$  et  $Du_z/Dt$ , mais  $u_{z,e}$  et  $Du_{z,e}/Dt$ . En turbulence homogène et isotrope, on aura  $\langle Du_z/Dt \rangle = 0$ , mais il n'est pas sûr que  $\langle Du_{z,e}/Dt \rangle = 0$  soit vérifié, en particulier dans notre cas du fait du gradient moyen de la turbulence.

Pour des particules de petites tailles en verre dans de l'air ( $\rho_p/\rho \approx 2000$ ), Berk & Coletti [10] ont obtenu une bonne adéquation pour la relation  $\langle u_{z,r} \rangle \simeq -v_s$ . Ainsi, bien qu'on soit dans un régime de paramètres différents, on s'attend à trouver une relation assez proche tout de même.

### V.3 Sédimentation de particules inertielles en turbulence

Sur la figure V.13 (gauche) est représenté le rapport  $\langle u_{z,r} \rangle / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  en fonction du nombre de Rouse  $Ro = \bar{v}_s / \sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$ , où  $\bar{v}_s$  est la vitesse de sédimentation moyenne dans un fluide au repos pour chaque distributions polydisperses. Celui-ci montre quasiment une relation linéaire, plus précisément, on peut remarquer que la vitesse relative  $\langle u_{z,r} \rangle$  dépend uniquement de la catégorie de la bille avec la figure V.13 (droite), de sorte que le ratio  $|\langle u_{z,r} \rangle| / \bar{v}_s$  est constant même lorsque le nombre de Reynolds augmente. Autrement dit, il n'y a aucune variation du coefficient de traînée en dépit du fait que la vitesse fluctuante augmente de 15%. De plus, il n'y a pas de tendance particulière pour le rapport  $|\langle u_{z,r} \rangle| / \bar{v}_s$  en fonction de la taille, mais on trouve systématiquement  $|\langle u_{z,r} \rangle| > \bar{v}_s$ , ce qui se traduit par un nombre de Reynolds particulière en turbulence  $Re_p = |\langle u_{z,r} \rangle| \bar{d}_p / \nu$  légèrement supérieur à celui dans un fluide au repos  $Re_{p,0} = \bar{v}_s \bar{d}_p / \nu$ . Il est possible que dans un fluide au repos, les transferts d'énergie entre les particules et le fluide soient plus importants dans la mesure où les particules forcent le fluide pour le mettre en mouvement.

Ces vitesses relatives ont été calculées dans une coquille autour des billes de rayon interne  $r_{min} = 2$  mm et de rayon externe  $r_{max} = 8$  mm. Si on choisit plutôt  $r_{max} = 4$  mm, aucune différence significative n'est notable, seulement une très légère baisse du rapport  $|\langle u_{z,r} \rangle| / \bar{v}_s$  mais de moins de 0.01, peut-être due au fait qu'en proportion, il y a plus de traceurs très proches de la bille qui pourraient être très faiblement influencés par son sillage même à une distance de 2 mm.

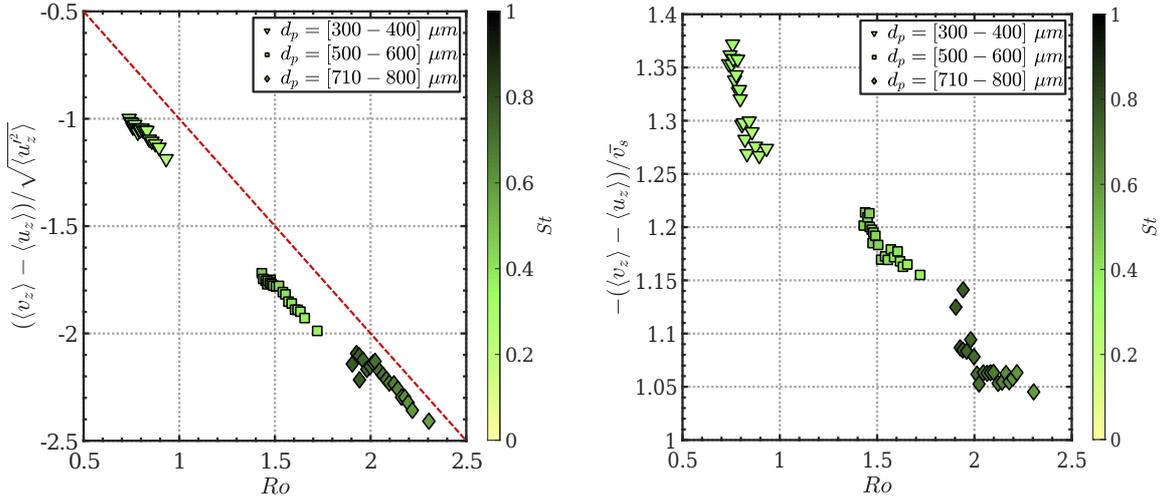


**Figure V.13** – Vitesse verticale relative locale  $\langle u_{z,r} \rangle = \langle v_z \rangle - \langle u_{z,e} \rangle$  normalisée par les fluctuations verticales  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  (gauche). Valeur absolue de la vitesse verticale relative locale  $|\langle u_{z,r} \rangle|$  normalisée par la vitesse de sédimentation moyenne dans un fluide au repos  $\bar{v}_s$  (droite).

#### • Échantillonnage préférentiel

Contrairement à la vitesse relative locale  $\langle u_{z,r} \rangle$ , la vitesse relative entre les particules et le fluide (sans conditionnement particulier)  $\langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle$  dépend du nombre de Rouse comme en témoigne la figure V.14 (gauche). En effet, on avait trouvé précédemment  $\frac{\langle u_{z,r} \rangle}{\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}} \approx -Ro$ , ce qui n'est pas le cas pour  $\frac{\langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle}{\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}}$ . Par la suite, lorsqu'on parlera de la vitesse verticale des particules, on sous-entendra toujours que l'on retire la contribution de la vitesse moyenne de l'écoulement :  $\langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle$ , parce que pour un écoulement idéal, celle-ci serait nulle ( $\langle u_z \rangle = 0$ )

On peut avoir une meilleure idée du taux d'augmentation de la vitesse verticale des particules en turbulence à travers la figure V.14 (droite) montrant la vitesse verticale des billes dans l'écoulement turbulent normalisée par leur vitesse de sédimentation  $\bar{v}_s$  dans un fluide au re-

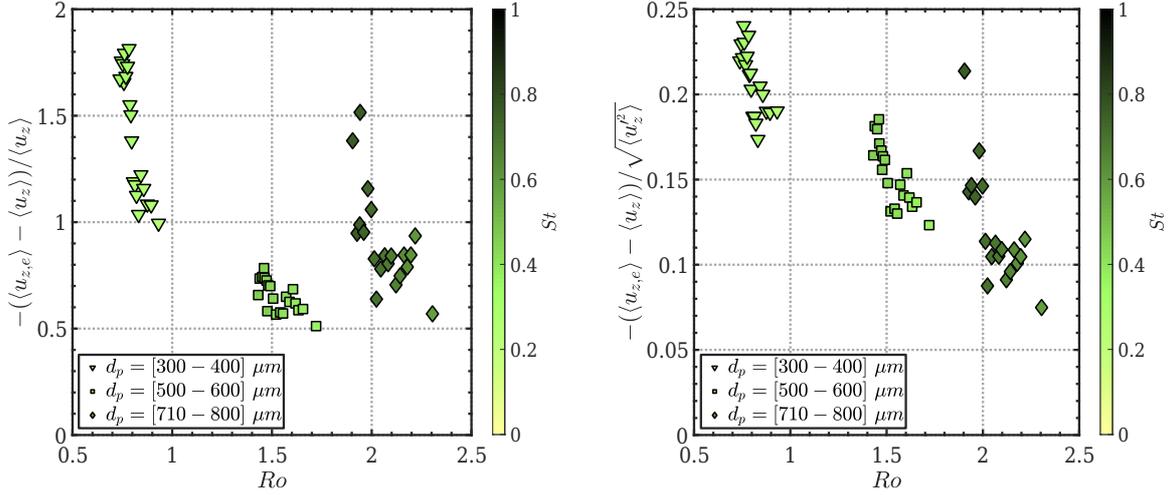


**Figure V.14** – Vitesse verticale moyenne des particules, normalisé par les fluctuations verticales  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  (gauche) ou par la vitesse de sédimentation moyenne dans un fluide au repos  $\bar{v}_s$  (droite).

pos. L'accentuation varie entre +35% pour les petites billes dans les zones de plus fortes fluctuations ( $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} \approx 55$  mm/s) et +5% pour les grosses billes dans les régions de plus faibles fluctuations ( $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle} \approx 45$  mm/s). Ainsi les particules de  $[300 - 400] \mu\text{m}$  tomberont entre 54 et 59 mm/s ( $\bar{v}_{s|[300-400]\mu\text{m}} \approx 43.3$  mm/s), celles de  $[500 - 600] \mu\text{m}$  entre 89 et 95 mm/s ( $\bar{v}_{s|[500-600]\mu\text{m}} \approx 77.5$  mm/s), et celles de  $[710 - 800] \mu\text{m}$  entre 116 et 121 mm/s ( $\bar{v}_{s|[710-800]\mu\text{m}} \approx 110.5$  mm/s). En dépit du fait qu'elles chutent dans un gradient de fluctuations turbulentes, il semble tout à fait pertinent de considérer chaque niveau de turbulence comme produisant une valeur indépendante. La tendance est clairement à la diminution du taux d'augmentation lorsque le nombre de Rouse augmente, avec un maximum se situant visiblement pour  $Ro < 0.75$ . Aucune diminution de la vitesse de chute n'est observée, pour  $Ro > 2$  une saturation à +5% semblant plutôt se dessiner. Toutefois, on ne peut pas exclure totalement une surévaluation de  $(\langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle)_{|[710-800]\mu\text{m}}$  ou une sous-estimation  $\bar{v}_{s|[710-800]\mu\text{m}}$ , qui empêcherait en fait de voir que  $(\langle v_z \rangle - \langle u_z \rangle) \simeq \bar{v}_s$  à partir de  $Ro \approx 2$ .

Par ailleurs, il serait intéressant de profiter du déclin spatial de la turbulence dans la tour pour refaire de nouvelles mesures en se plaçant, soit plus bas pour placer les billes de  $[500 - 600] \mu\text{m}$  à des nombres de Rouse  $Ro \approx 0.75 - 1.0$  et celles de  $[710 - 800] \mu\text{m}$  à  $Ro \approx 1.40 - 1.75$  (fluctuations de vitesse plus grandes), soit plus haut pour mettre les petites de  $[300 - 400] \mu\text{m}$  à  $Ro \approx 1.40 - 1.75$ , et les intermédiaires de  $[500 - 600] \mu\text{m}$  à  $Ro \approx 1.9 - 2.3$  (fluctuations de vitesse plus petites). De cette manière, on pourrait aisément sonder l'influence des autres paramètres ( $Re_\lambda$ ,  $St$ ,  $d_p/\eta$ ), et voir s'ils ont un rôle important dans les plages étudiées.

Bien que cette augmentation de la vitesse de chute en turbulence soit souvent mise sur le compte du mécanisme de balayage préférentiel de Wang & Maxey [145], seule une mesure directe du fluide échantillonné par les particules peut le démontrer rigoureusement. La figure V.15 (gauche) montre la différence entre la vitesse verticale échantillonnée  $\langle u_{z,e} \rangle$ , et la vitesse verticale non conditionnée  $\langle u_z \rangle$ . On prend l'opposé de sorte à, ce qu'une valeur positive indique que  $\langle u_{z,e} \rangle < \langle u_z \rangle$  mais  $|\langle u_{z,e} \rangle| > |\langle u_z \rangle|$ ; c'est-à-dire que les particules échantillonnent bien les zones les plus descendantes de l'écoulement. D'après la figure V.15 (gauche), on a environ seulement  $|\langle u_{z,e} \rangle| \approx 1.7|\langle u_z \rangle|$  pour les particules de  $[500 - 600] \mu\text{m}$ , ce qui vient du fait que cette série présentait le plus fort écoulement moyen (voir figure V.6 (milieu)), de sorte que  $\langle u_{z,e} \rangle \in [-23, -16]$  mm/s contre  $\langle u_z \rangle \in [-14, -11]$  mm/s. La différence est légèrement plus significative pour la catégorie  $[500 - 600] \mu\text{m}$  pour laquelle on a  $\langle u_{z,e} \rangle \in [-17, -12]$  mm/s et  $\langle u_z \rangle \in [-9, -6]$  mm/s. L'écart devient vraiment important pour les par-



**Figure V.15** – Vitesse moyenne verticale du fluide échantillonné par les particules  $\langle u_{z,e} \rangle$  normalisé par la vitesse verticale du fluide non conditionnée  $\langle u_z \rangle$  (gauche) ou par les fluctuations verticales  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  (droite).

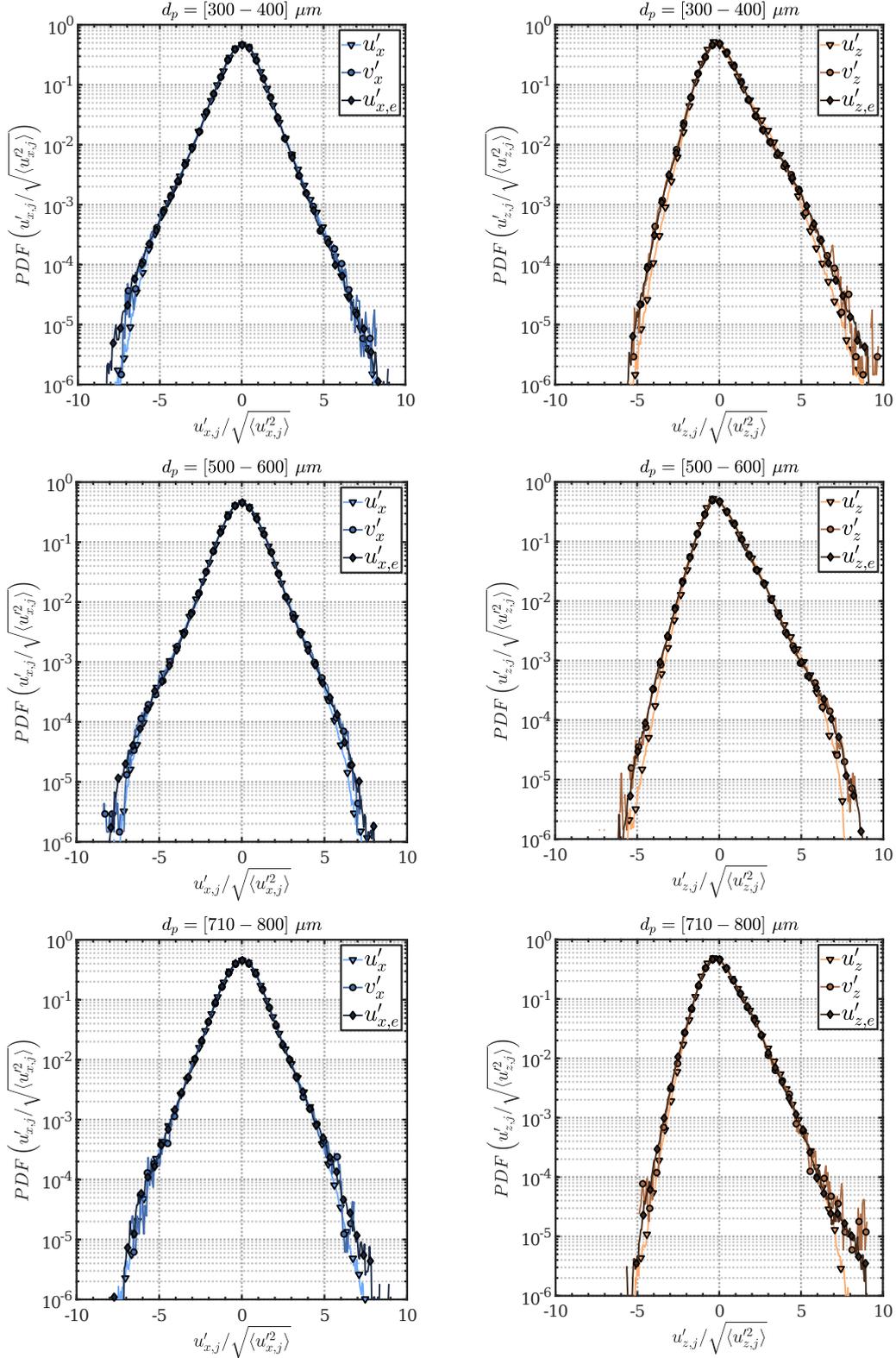
ticules de  $[300 - 400] \mu\text{m}$ , avec  $\langle u_{z,e} \rangle \in [-22, -17] \text{ mm/s}$  alors que  $\langle u_z \rangle \in [-9, -7] \text{ mm/s}$ .

L'écart en vitesse  $|\langle u_{z,e} \rangle - \langle u_z \rangle|$  peut être comparé aux valeurs des fluctuations  $\sqrt{\langle u_z'^2 \rangle}$  en figure V.15 (droite) afin de connaître l'efficacité de la turbulence à engendrer du balayage préférentiel en fonction du nombre de Rouse. Pour les particules de  $[300 - 400] \mu\text{m}$ ,  $|\langle u_{z,e} \rangle - \langle u_z \rangle|$  correspond à environ 17 – 24% de la vitesse fluctuante, 13 – 18 % pour celles de  $[500 - 600] \mu\text{m}$  et 8 – 15% pour les dernières de  $[710 - 800] \mu\text{m}$ . S'il y a bien une dépendance avec le nombre de Rouse, les trois séries de points ne semblent cependant pas suivre une seule courbe, ce qui suggère que d'autres paramètres doivent influencer la valeur de  $\langle u_{z,e} \rangle$ , tel que le nombre de Stokes.

L'ensemble de ces données correspond à des nouveaux régimes de paramètres (notamment  $\rho_p/\rho \approx \mathcal{O}(1)$ , avec  $d_p > \eta$ ) qui n'avaient pas encore été extensivement explorés dans de précédentes études, sans pour autant que les résultats s'écartent de ce qui est habituellement observé lorsqu'on a  $\rho_p/\rho \gg \rho$  et  $d_p < \eta$ . Par exemples, dans des simulations numériques de particules lourdes ( $\rho_p/\rho \approx 1000$ ), Wang & Maxey [145] rapportent une vitesse verticale échantillonnée qui atteint 15% de la valeur des fluctuations pour  $Ro \approx 0.3$ ,  $St \approx 0.5$ , similairement Yang & Lei [147] trouvent  $\langle u_{z,e} \rangle \approx 0.10u'$  pour  $Ro \approx 0.5$ ,  $St \approx 1$ , et  $Ro \approx 1$ ,  $St \approx 0.8$ , ou encore Dejoan & Monchaux [35] qui obtiennent  $\langle u_{z,e} \rangle \approx 0.12u'$  pour  $Ro \approx 0.25$ ,  $St \approx 1 - 2$ . Expérimentalement, Yang & Shy [148] observent  $\langle u_{z,e} \rangle \approx 0.13u'$  pour des particules en verre de  $40 \mu\text{m}$  dans l'air qui ont un nombre de Stokes  $St \approx 1.1$  et de Rouse  $Ro \approx 0.6$ , pour des gouttes d'eau dans une chambre turbulente d'air, Good et al. [51] constatent un maximum à  $\langle u_{z,e} \rangle \approx 0.22u'$  lorsque  $Ro \approx 0.2$ , et plus récemment Berk & Coletti [10] ont rapporté  $\langle u_{z,e} \rangle \approx 0.2u'$  sur toute la gamme  $St \approx 1 - 13$ ,  $Ro \approx 0.1 - 0.8$  pour des billes en verre dans un écoulement d'air.

### V. 3.2 Distributions des vitesses

Les valeurs moyennes des vitesses montrent clairement qu'un échantillonnage préférentiel des zones descendantes de l'écoulement pour l'ensemble des catégories des particules en verre a lieu, et que les plus petites de  $[300 - 400] \mu\text{m}$ , celles qui ont le nombre de Rouse le plus faible ( $Ro < 0.75$ ), y sont le plus sensibles. Il est alors légitime de se demander si on retrouve la trace de ce balayage préférentiel dans les moments d'ordres supérieurs. Par ailleurs, au cours de la caractérisation de



**Figure V.16** – PDF centrées et réduites des vitesses horizontales (gauche) et verticales (droite), pour le fluide  $u'_i$  ( $\blacktriangledown$ ), les particules  $v'_i$  ( $\bullet$ ) et le fluide échantillonné par ces dernières  $u'_{i,e}$  ( $\blacklozenge$ ) pour les billes de  $[300 - 400] \mu\text{m}$  (haut), de  $[500 - 600] \mu\text{m}$  (milieu) et de  $[710 - 800] \mu\text{m}$  (bas) sur l'ensemble du champ de vision.

l'écoulement au chapitre précédent, on a pu observer que le déclin spatial de la turbulence est lié à l'asymétrie de la distribution de vitesse verticale, avec une probabilité plus importante d'obtenir des vitesses négatives, mais des valeurs extrêmes positives plus grandes (asymétrie positive). Dans la direction horizontale, les distributions restaient bien symétriques, mais elles montraient également des profils super-gaussiens (coefficient d'aplatissement plus grand que 3). Une seconde question est donc de voir comment répondent les particules à une telle turbulence.

Pour cela on regarde pour chaque catégorie et dans l'ensemble du volume de mesure, les PDF en figure V.16 de la vitesse fluctuante horizontale et verticale, pour l'écoulement sans conditionnement  $u'_i$ , les particules inertielles  $v'_i$ , et le fluide échantillonné par les billes  $u'_{i,e}$ . À première vue, les PDF sont très similaires et on retrouve bien une distribution symétrique horizontalement, et asymétrique verticalement. Pour caractériser cette asymétrie, on s'appuie à nouveau sur le coefficient d'asymétrie défini à partir du moment d'ordre 3. Pour le fluide non conditionné, on obtient  $\frac{\langle u_z^3 \rangle}{\langle u_z^2 \rangle^{3/2}}|_{[300-400]\mu\text{m}} \approx 0.93$ ,  $\frac{\langle u_z^3 \rangle}{\langle u_z^2 \rangle^{3/2}}|_{[500-600]\mu\text{m}} \approx 0.87$  et  $\frac{\langle u_z^3 \rangle}{\langle u_z^2 \rangle^{3/2}}|_{[710-800]\mu\text{m}} \approx 0.80$ . Il n'est pas clair que la diminution apparente de l'asymétrie lorsque la taille des billes augmente soit liée à un impact direct des particules sur l'écoulement ou bien à des différences intrinsèques. En revanche on observe une réduction de l'asymétrie pour le fluide échantillonné par les particules :  $\frac{\langle u_{z,e}^3 \rangle}{\langle u_{z,e}^2 \rangle^{3/2}}|_{[300-400]\mu\text{m}} \approx 0.80$ ,  $\frac{\langle u_{z,e}^3 \rangle}{\langle u_{z,e}^2 \rangle^{3/2}}|_{[500-600]\mu\text{m}} \approx 0.72$  et  $\frac{\langle u_{z,e}^3 \rangle}{\langle u_{z,e}^2 \rangle^{3/2}}|_{[710-800]\mu\text{m}} \approx 0.68$ , asymétrie qui correspond donc à environ 85% de celle du fluide. Le coefficient d'asymétrie pour les billes est très similaire à celui du fluide échantillonné et il est donc lui aussi réduit. Il peut sembler un peu paradoxal d'observer cette réduction au premier abord puisque cela signifie qu'il y a moins de vitesses fluctuantes négatives, mais cela vient du fait que la vitesse moyenne est elle-même plus basse et se rapproche donc de la vitesse médiane. Pour rappel, l'asymétrie peut aussi être caractérisée par la distance entre la médiane et la moyenne :  $3 \frac{\langle u_z \rangle - \text{Med}(u_z)}{\sqrt{\langle u_z^2 \rangle}}$ . Il est donc clair que la diminution de l'asymétrie observée est une signature du mécanisme de balayage préférentiel. Dans leur étude sur des particules lourdes, Berk & Coletti [10] rapportent un coefficient d'asymétrie positif (ils n'ont pas d'asymétrie pour le fluide contrairement à nous), sans toutefois en donner la valeur.

Avant de discuter de la valeur de la variance, on peut rapidement mentionner qu'on retrouve bien des distributions super-gaussiennes, avec un coefficient d'aplatissement indépendant du sous ensemble considéré et de la catégorie de billes. Ainsi il vaut environ 4.5 – 4.8 dans la direction horizontal et 5.2 – 5.7 dans la direction verticale. La différence entre les deux composantes est cohérente avec ce qui avait pu être observé au chapitre précédent.

Finalement, la mesure des fluctuations semblent montrer qu'un filtrage de la turbulence est possiblement opéré par les particules. En effet selon la direction horizontale, on trouve pour le fluide les fluctuations suivantes :  $\langle u_x^2 \rangle|_{[300-400]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 53$  mm/s,  $\langle u_x^2 \rangle|_{[500-600]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 50$  mm/s et  $\langle u_x^2 \rangle|_{[710-800]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 54$  mm/s, alors que le fluide échantillonné lui présente des fluctuations qui semblent correspondre à 90 – 95% de celles du fluide non conditionné :  $\langle u_{x,e}^2 \rangle|_{[300-400]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 46$  mm/s,  $\langle u_{x,e}^2 \rangle|_{[500-600]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 45$  mm/s et  $\langle u_{x,e}^2 \rangle|_{[710-800]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 49$  mm/s. On n'observe en revanche aucune différence entre les fluctuations du fluide échantillonné et celles des particules ; ce qui suggère qu'il n'y a pas de filtrage inertiel (lié à leur temps de réponse), ni de filtrage causé de leur taille finie.

Selon la direction verticale, on retrouve un comportement similaire, avec des fluctuations de vitesse pour le fluide de  $\langle u_z^2 \rangle|_{[300-400]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 54$  mm/s,  $\langle u_z^2 \rangle|_{[500-600]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 51$  mm/s et  $\langle u_z^2 \rangle|_{[710-800]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 54$  mm/s, et des fluctuations de vitesse pour le fluide échantillonné de  $\langle u_{z,e}^2 \rangle|_{[300-400]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 45$  mm/s,  $\langle u_{z,e}^2 \rangle|_{[500-600]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 44$  mm/s et  $\langle u_{z,e}^2 \rangle|_{[710-800]\mu\text{m}}^{1/2} \approx 47$  mm/s. Ces résultats doivent cependant encore être confirmés par une analyse plus poussée des biais pouvant induire un tel comportement. Mais si la réduction des fluctuations pour les particules en verre était confirmée, alors il s'agirait d'une observation cohérente avec l'analyse en terme de « croisement de trajectoires » introduite par

---

Csanady [32].

En dépit de cette incertitude sur la réduction ou non des fluctuations de vitesse des particules inertielles par rapport à celles du fluide, il est clair que la polydispersité des distributions de taille des particules (qui provoquent des fluctuations de l'ordre de 8 mm/s dans la direction verticale lorsque les billes tombent dans un fluide au repos) n'a qu'un impact négligeable, et que l'agitation des particules est dominée par les fluctuations de vitesse de l'écoulement plutôt que par leur disparité de vitesse de sédimentation.

## V.4 Conclusion

En conclusion de cet ultime chapitre, nous avons pu voir une première application en environnement turbulent de la mesure en double phases qui a été développée au cours de cette thèse : fluide porteur et particules inertielles. Il s'agit pour l'instant de résultats préliminaires sur des données issues de trois catégories de billes en verre de tailles [200 – 400], [400 – 600] et [600 – 800]  $\mu\text{m}$  en fractions volumiques diluées ( $10^{-6} < \Phi_{p,v} < 10^{-4}$ ) et elles demandent encore à être explorées pour tirer des conclusions définitives.

Dans un premier temps des mesures dans un fluide initialement au repos ont été effectuées avec ces mêmes particules de manière à obtenir des valeurs de références à comparer avec le cas en turbulence. Cela a permis de mettre en évidence que l'injection de particules ne s'opérait pas de façon homogène de telle sorte qu'un écoulement moyen vertical d'environ  $\langle u_z \rangle \approx -6.5$  mm/s était généré au centre de la cuve par le passage des particules, compensé par une recirculation montante proche des parois. En dépit de cette vitesse moyenne, il a été mis en avant que les particules échantillonnaient des zones légèrement plus descendantes  $\langle u_{z,e} \rangle \approx -7.0$  mm/s, probablement en raison de l'étendue des sillages des particules dans cette situation qui peuvent alors attraper d'autres billes dans leur voisinage. Ce phénomène reste cependant rare dans la mesure où les billes sédimentaient de façon rectiligne.

En effet, en l'absence de turbulence, le calcul local de la vitesse tangentielle entre une bille et le fluide autour a montré que le sillage des particules s'étendaient jusqu'à plus de dix fois le diamètre de la bille en amont de celle-ci, soit environ 3, 5 et 7 mm en fonction de la taille. Cela explique pourquoi, il existe quelques rares événements où une bille tombe dans le sillage d'une autre. En comparaison, il atteignait à peine trois diamètres derrière la bille, soit 1, 1.5 et 2 mm, dans un environnement turbulent ( $Re_\lambda \approx 300 - 330$ ). Il est donc assez clair que dans la gamme de fractions volumiques explorées, les particules inertielles n'ont qu'une influence négligeable sur la turbulence et n'interagissent probablement pas entre elles.

Lors des expériences de sédimentation de ces billes en écoulement turbulent, elles chutaient en fait dans une turbulence en déclin spatial, se déplaçant des zones de faible énergie cinétique, vers les régions de plus fortes énergies. Autrement dit, elles n'évoluaient pas dans une turbulence homogène et isotrope, mais plutôt dans un gradient de fluctuations turbulentes, passant d'environ 45 à 55 mm/s. Bien que la dynamique des particules en soit probablement affectée, on s'est placé dans un cadre plus simple en considérant chaque strate de niveau de turbulence indépendamment les uns des autres, ce qui nous a permis d'explorer des plages de paramètres en nombre de Rouse et nombre de Stokes plus larges.

Il a ainsi été possible de mettre en avant un phénomène d'augmentation de la vitesse moyenne de sédimentation de particules inertielles par la turbulence dans toute la gamme  $St \approx 0.25 - 0.75$ ,  $Ro \approx 0.75 - 2.30$ ,  $d_p/\eta \approx 1.5 - 4.5$ ,  $\rho_p/\rho \approx 2.5$ . Les plus petites billes, de tailles [200–400]  $\mu\text{m}$  tombaient entre 54 et 58 mm/s au lieu de 43 mm/s (+25–35%), celles de diamètres intermédiaires [400–600]  $\mu\text{m}$  avaient une vitesse verticale comprise entre 89 et 94 mm/s à la place de 77 mm/s (+15–22%), et enfin

## V.4 Conclusion

---

les plus imposantes de  $[600 - 800] \mu\text{m}$  chutaient entre 116 et 121 mm/s plutôt qu'à 111 mm/s (+5 – 10%). Ce phénomène d'augmentation de la vitesse de sédimentation est probablement induit par le mécanisme de « preferential sweeping ». En effet un calcul direct de l'écoulement échantillonné par les billes a montré qu'il était plus descendant que l'écoulement global. La différence de vitesse entre les deux correspondait à environ 20% des fluctuations de vitesse pour les particules de  $[200 - 400] \mu\text{m}$ , 15% pour celles de  $[400 - 600] \mu\text{m}$ , et enfin d'à peine 10% pour celles de  $[600 - 800] \mu\text{m}$ . Une diminution nette lorsque le nombre de Rouse augmente a donc été observée.

Enfin, par l'étude des distributions des vitesses, il a été possible de voir que l'asymétrie positive du fluide échantillonné était légèrement moins prononcé que celle de l'écoulement non conditionné. Le calcul de la variance des différents ensembles (écoulement, écoulement échantillonné, particules) pourrait témoigner d'un phénomène de filtrage de la turbulence par les billes mais d'autres analyses doivent encore être effectuées avant de pouvoir conclure à ce sujet.

## Chapitre VI

# Conclusion générale

---

---

Au cours de cette thèse, nous avons aperçu quelques phénomènes à l'œuvre qui tendent à faire s'accumuler des particules inertielles dans certaines régions spécifiques d'un écoulement turbulent. Deux types de particules ont été mises à l'étude : des billes en polyamide et en polyacétal plus grosses que l'échelle intégrale et des particules en verre dont la taille est de l'ordre de la longueur de Kolmogorov. À chaque fois le rapport de densité entre ces particules et le fluide porteur, de l'eau, se situait proche de 1, à savoir 1.14 et 1.41 pour le polyamide et le polyacétal et 2.5 pour le verre.

Dans une première expérience, des particules sphériques en polyamide et polyacétal de taille 2 – 18 mm ont été placées dans une cuve fermée dans laquelle un écoulement tourbillonnaire était généré par un disque tournant placé à son sommet. L'objectif était de comprendre comment se répartissaient dans toute la boîte des particules inertielles de diamètres et de temps de réponse comparables aux plus grandes échelles de la turbulence.

De par leur densité supérieure à celle du milieu, la gravité leur donne une vitesse de sédimentation non nulle qui s'oppose au pompage vertical ascendant et à l'agitation turbulente, qui tendent tous deux à les resuspendre dans la cuve. La visualisation des cartes de densité de présence des particules a permis de mettre en évidence plusieurs régimes et comportements différents en fonction de la taille des billes. Lorsque la fréquence de rotation est suffisamment basse ( $\Omega \leq 3$  Hz), seules les plus petites billes atteignent le haut de la cuve et la dynamique de toutes les particules est plutôt bien décrite en introduisant un nombre de Péclet  $Pe = v_s H / \Omega R^2$ . Dans ce premier régime, elles explorent toute préférentiellement le bas de la cuve.

Cependant, et uniquement pour les particules les plus légères en polyamide ( $\rho_p \approx 1.14$ ), il a été observé une fréquence de rotation critique  $\Omega_c$ , dépendant légèrement de la taille mais proche de 4 Hz, à partir de laquelle il devient bien plus aisé de resuspendre les billes de diamètre supérieur ou égal à 10 mm. Plus précisément, ces particules voient leur probabilité de présence s'inverser et se trouvent maintenant préférentiellement proche du disque. Il y a donc un mécanisme de ségrégation entre les petites particules de tailles inférieures ou égales à 6 mm qui sont majoritairement en bas (mais explorent bien la cuve dans son entièreté), et celles de tailles supérieures qui sont piégées dans la partie haute de la cuve et ne retombent qu'à de rares occasions. Cette exploration préférentielle proche du disque a été uniquement observée pour les billes en polyamide, mais il est fort probable qu'une fréquence critique  $\Omega_c$  existe également pour les particules en polyacétal ( $\rho_p \approx 1.41$ ). Mais pour des fréquences au delà de la limite de 6 Hz à laquelle les expériences ont été arrêtées, l'impact plus grand de la gravité dans leur cas, provoque un retard à l'apparition de cette

fréquence critique.

Bien loin des mécanismes de « preferential sweeping » ou de « sweep-stick » qui tendent à faire s'accumuler des particules inertielles, dont la taille se situe dans la gamme inertielle de la turbulence, dans certaines régions de l'écoulement, le mécanisme qui piège nos billes est plutôt lié à la topologie de l'écoulement moyen. En effet, dans ce type d'écoulement, le fluide est pompé vers le haut sous forme d'une couronne autour du centre, et il redescend majoritairement dans les coins et sur les bords. Or dans notre cas spécifique, certaines particules sont trop grosses pour pénétrer entièrement dans les zones descendantes de l'écoulement ce qui les empêche de recirculer dans toute la cuve une fois qu'elles ont atteint le haut. C'est pourquoi elles s'accumulent préférentiellement dans la partie haute de la cuve, contrairement aux plus petites qui peuvent entièrement rentrer dans les régions descendantes. Pour ces dernières, un autre mécanisme qui semble les limiter à une altitude moyenne inférieure à la moitié de la hauteur de la cuve entre en jeu : à cause de la rotation globale de l'écoulement elles sont poussées vers l'extérieur par effet d'inertie, en direction des zones où la vitesse est justement négative. Elles ont ainsi tendance à légèrement plus les explorer et à donc toujours être préférentiellement en bas de la cuve.

Dans une seconde expérience, de petites particules en verre dont la taille se situe dans la gamme dissipative de la turbulence ( $d_p/\eta \approx 1.5 - 4.5$ ) ont été lâchées dans un écoulement turbulent généré par un réseau de seize pompes s'allumant et s'éteignant aléatoirement situé en bas d'une tour. L'intérêt d'un tel écoulement forcé de façon instationnaire est de minimiser au maximum la possibilité qu'un écoulement moyen secondaire et persistant puisse se former dans la tour, tout en garantissant un niveau élevé de turbulence. Dans la mesure où le forçage se fait par le bas, une décroissance de la turbulence est observée lorsque l'on monte dans la tour, en partie contrebalancé par des transferts d'énergie cinétique par agitation turbulente reliés au moment d'ordre trois des fluctuations de vitesse.

Grâce à une mesure simultanée des caractéristiques de l'écoulement et des trajectoires de particules inertielles dans une nappe laser d'une épaisseur de 6 mm, basée sur une méthode utilisant trois caméras rapides ainsi que des traceurs fluorescents et qui a été développée au cours de cette thèse, il a été possible de mettre en évidence de manière directe le mécanisme de « preferential sweeping ». Ce mécanisme se caractérise par un échantillonnage préférentiel des zones descendantes d'un écoulement turbulent par des particules plus denses que le milieu. Il a ainsi été mis en exergue que le surplus de vitesse négative vu par les particules variait entre 20% des fluctuations de vitesse pour  $Ro \approx 0.8$ ,  $St \approx 0.3$ , 15% pour  $Ro \approx 1.5$ ,  $St \approx 0.4$  et 10% pour  $Ro \approx 2.1$ ,  $St \approx 0.7$ . Une décroissance de l'intensité du mécanisme lorsque le nombre de Rouse augmente a donc été constatée. Toutefois le nombre de Rouse ne varie pas indépendamment des autres paramètres, en particulier le nombre de Stokes a lui aussi augmenté, tout comme la taille des particules en question, passant de [200 – 400]  $\mu\text{m}$  à [600 – 800]  $\mu\text{m}$ . Il est donc encore difficile de démêler le rôle de chacun de ces paramètres.

De ce mécanisme d'échantillonnage préférentiel résulte une augmentation de la vitesse de sédimentation de ces particules en turbulence en comparaison de leur vitesse de chute dans un fluide au repos. Une accentuation de la vitesse entre 5 et 35% en passant de  $Ro \approx 2.3$  à  $Ro \approx 0.7$  a pu être mesurée et montrant que l'effet s'estompe à mesure que le nombre de Rouse augmente.

Ces premières mesures ouvrent ainsi la voie pour aller plus loin, en explorant d'autres nombres de Stokes et de Rouse, d'autres densités ou tailles de particules. En particulier, étudier des nombres de Rouse  $Ro > 2.5$  permettrait peut-être de mettre en évidence l'arrêt complet du mécanisme de balayage préférentiel, voire l'apparition d'un mécanisme qui atténue la vitesse de sédimentation : le « loitering effect », avec des particules se trouvant plus souvent dans les zones où le fluide monte. En exploitant la décroissance de la turbulence dans la tour il est facile de modifier les nombres sans dimension du problème, sans changer de taille de particules, et donc les algorithmes de traitement d'images et de données.

---

Néanmoins pour l'instant, toutes nos mesures sont entachées d'un biais lié à l'imprécision de la méthode de mesure en double phase. Du fait de la faible différence de taille certains traceurs sont détectés comme des billes, ce qui demande d'appliquer un post traitement complexe pouvant conduire à des vitesses de sédimentation légèrement surévaluées en turbulence (notamment dans le cas des petites billes).

Une des pistes pour s'assurer de la validité complète des résultats serait de réaliser de nouvelles mesures en l'absence de traceurs, ainsi toutes les particules détectées appartiendraient à la bonne catégorie et il suffirait de comparer les vitesses obtenues. Cependant, l'écoulement turbulent étant généré par un forçage aléatoire, il peut exister de petites différences (de l'ordre de 5 mm/s) dans la vitesse moyenne verticale en fonction des sessions. En l'absence de mesure de la vitesse du fluide, il serait donc impossible de retrancher correctement la valeur de l'écoulement moyen vertical. L'unique façon de faire serait de changer les paramètres de forçage de manière à obtenir un écoulement avec une vitesse moyenne rigoureusement nulle au delà d'un certain temps de mesure (typiquement 50 – 100 films de 6 s). On serait alors certain de pouvoir comparer les deux mesures avec et sans traceurs en fonction des besoins. Par exemple, lors de l'analyse de l'écoulement généré par les pompes, on avait noté qu'avoir un temps d'allumage moyen des pompes  $\tau_{on} = 6$  s, associé à un temps d'extinction moyen de  $\tau_{off} = 36$  s provoquait une vitesse verticale réduite. Chercher dans ce sens est une première solution.

Autrement, il est envisageable de continuer à faire progresser les algorithmes de détection et de détermination des trajectoires. Modifier le système optique paraît être la meilleure solution pour améliorer la prise de données. En passant à un système avec quatre caméras au lieu de trois, il serait possible de réaliser un suivi complet des traceurs indépendamment des billes en attribuant spécifiquement deux caméras pour la détection des traceurs, les deux autres voyant les deux populations à la fois. À partir de projecteurs allant de l'espace 3D réel vers l'univers 2D des caméras et des trajectoires des traceurs, il serait alors possible de venir directement retrouver les positions de ces derniers sur toutes les caméras et de les supprimer de manière bien plus efficace.

À terme, cela permettrait éventuellement de faire des mesures dans un vrai volume, et non plus seulement dans une nappe laser (aussi épaisse puisse-t-elle être) afin d'accéder à la dynamique 3D de particules inertielles et de travailler sur des problèmes de dispersions de particules en turbulence par exemple. Les autres problèmes reliés à la sédimentation de particules inertielles dans les écoulements turbulents pourraient aussi être explorés, notamment les effets collectifs de particules, le clustering ou la dépendance de la vitesse verticale en fonction de la concentration locale en particules. Enfin le dispositif fabriqué et qui présente une turbulence en déclin spatial est l'occasion de réellement tenter de comprendre la dynamique de particules inertielles dans ce type de turbulence.

*Il est fort probable qu'on ne sache jamais vraiment si une neige de fer tombe dans certains noyaux planétaires, mais il y a bon espoir que d'autres chutes de particules se produisent à nouveau dans la Tour À Neige...*

# Bibliographie

- [1] A. Aliseda, A. Cartellier, F. Hainaux, and J. C. Lasheras. Effect of preferential concentration on the settling velocity of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 468 :77–105, October 2002.
- [2] C. F. Amery. Professor Langley on the internal work of the wind. Science, 23(573) :46–47, January 1894.
- [3] S. Aumaître, S. Fauve, and J.F. Pinton. Large scale correlations for energy injection mechanisms in swirling turbulent flows. The European Physical Journal B, 16(3) :563–567, July 2000.
- [4] André Bakker, Julian B. Fasano, and Kevin J. Myers. Effects of Flow Pattern on the Solids Distribution in a Stirred Tank. The Online CFM Book, pages 1–7, February 2000.
- [5] G.K. Batchelor. Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow. Q.J. Mech. Appl. Maths, 4(29), July 1951.
- [6] Jérémie Bec, Holger Homann, and Samriddhi Sankar Ray. Gravity-Driven Enhancement of Heavy Particle Clustering in Turbulent Flow. Physical Review Letters, 112(18) :184501, May 2014.
- [7] Gabriele Bellani, Michael A. Nole, and Evan A. Variano. Turbulence modulation by large ellipsoidal particles : concentration effects. Acta Mechanica, 224(10) :2291–2299, October 2013.
- [8] Gabriele Bellani and Evan A. Variano. Homogeneity and isotropy in a laboratory turbulent flow. Experiments in Fluids, 55(1) :1646, January 2014.
- [9] M Berhanu, R Monchaux, S Fauve, N Mordant, F Pétrélis, A Chiffaudel, F Daviaud, B Du-brulle, L Marié, F Ravelet, M Bourgoïn, Ph Odier, J.-F Pinton, and R Volk. Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo. Europhysics Letters (EPL), 77(5) :59001, March 2007.
- [10] Tim Berk and Filippo Coletti. Dynamics of small heavy particles in homogeneous turbulence : a Lagrangian experimental study. Journal of Fluid Mechanics, 917 :A47, June 2021.
- [11] F. Bien and S.S. Penner. Velocity Profiles in Steady and Unsteady Rotating Flows for a Finite Cylindrical Geometry. Physics of Fluids, 13(7) :1665–1671, 1970.
- [12] Madjid Birouk, Brahim Sarh, and Iskender Gökalp. An Attempt to Realize Experimental Isotropic Turbulence at Low Reynolds Number. Flow, Turbulence and Combustion (formerly Applied Scientific Research), 70(1-4) :325–348, 2003.

- [13] Mickaël Bourgoïn and Sander G. Huisman. Using ray-traversal for 3D particle matching in the context of particle tracking velocimetry in fluid mechanics. Review of Scientific Instruments, 91(8) :085105, August 2020.
- [14] Phillip P. Brown and Desmond F. Lawler. Sphere Drag and Settling Velocity Revisited. Journal of Environmental Engineering, 129(3) :222–231, March 2003.
- [15] Tristan M. Burton and John K. Eaton. Fully resolved simulations of particle-turbulence interaction. Journal of Fluid Mechanics, 545(-1) :67, December 2005.
- [16] O. Cadot, Y. Couder, A. Daerr, S. Douady, and A. Tsinober. Energy injection in closed turbulent flows : Stirring through boundary layers versus inertial stirring. Physical Review E, 56(1) :427–433, July 1997.
- [17] Enrico Calzavarini, Martin Kerscher, Detlef Lohse, and Federico Toschi. Dimensionality and morphology of particle and bubble clusters in turbulent flow. Journal of Fluid Mechanics, 607 :13–24, July 2008.
- [18] Enrico Calzavarini, Romain Volk, Emmanuel Lévêque, Jean-François Pinton, and Federico Toschi. Impact of trailing wake drag on the statistical properties and dynamics of finite-sized particle in turbulence. Physica D : Nonlinear Phenomena, 241(3) :237–244, February 2012.
- [19] Douglas Carter, Alec Petersen, Omid Amili, and Filippo Coletti. Generating and controlling homogeneous air turbulence using random jet arrays. Experiments in Fluids, 57(12) :189, December 2016.
- [20] Douglas W. Carter and Filippo Coletti. Scale-to-scale anisotropy in homogeneous turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 827 :250–284, September 2017.
- [21] Kelken Chang, Gregory P. Bewley, and Eberhard Bodenschatz. Experimental study of the influence of anisotropy on the inertial scales of turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 692 :464–481, February 2012.
- [22] Patrick Chassaing. Turbulence en mécanique des fluides : Analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l’usage de l’ingénieur. Polytech de l’INP. Editions C  padu  es, 2000.
- [23] Patrick Chassaing. La notion de moyenne en turbulence. Quelques réflexions selon une perspective historique. Comptes Rendus Mécanique, 347(3) :228–258, March 2019.
- [24] L. Chen, S. Goto, and J. C. Vassilicos. Turbulent clustering of stagnation points and inertial particles. Journal of Fluid Mechanics, 553(-1) :143, April 2006.
- [25] R.C. Chen and L.-S Fan. Particle Image Velocimetry for characterizing the flow structure in three-dimensional gas-liquid-solid fluidized beds. Chemical Engineering Science, 47(13/14) :3615–3622, 1992.
- [26] Nian-Sheng Cheng. Comparison of formulas for drag coefficient and settling velocity of spherical particles. Powder Technology, 189(3) :395–398, February 2009.
- [27] B. Chun and A. J. C. Ladd. Inertial migration of neutrally buoyant particles in a square duct : An investigation of multiple equilibrium positions. Physics of Fluids, 18(3) :031704, March 2006.
- [28] M. Cisse, E.-W. Saw, M. Gibert, E. Bodenschatz, and J. Bec. Turbulence attenuation by large neutrally buoyant particles. Physics of Fluids, 27(6) :061702, June 2015.

- [29] Mamadou Cisse. Suspensions turbulentes de particules de tailles finies : dynamique, modifications de l'écoulement et effets collectifs. 2015.
- [30] R. Clift, John R. Grace, and Martin E. Weber. Bubbles, drops, and particles. Academic Press, New York, 1978.
- [31] S. W. Coleman and J. C. Vassilicos. A unified sweep-stick mechanism to explain particle clustering in two- and three-dimensional homogeneous, isotropic turbulence. Physics of Fluids, 21(11) :113301, November 2009.
- [32] G ; T. Csanady. Turbulent Diffusion of Heavy Particles in the Atmosphere. Journal of the Atmospheric Sciences, 20 :201–208, 1963.
- [33] David de Souza. Particles settling dynamics. 2021.
- [34] David De Souza, Till Zürner, and Romain Monchaux. Simple distinction of similar-looking inertial particles and fluid tracers on camera images. Experiments in Fluids, 62(5) :114, May 2021.
- [35] A. Dejoan and R. Monchaux. Preferential concentration and settling of heavy particles in homogeneous turbulence. Physics of Fluids, 25(1) :013301, January 2013.
- [36] E. Delnoij, J. Westerweel, N.G. Deen, J.A.M. Kuipers, and W.P.M. van Swaaij. Ensemble correlation PIV applied to bubble plumes rising in a bubble column. Chemical Engineering Science, 54(21) :5159–5171, November 1999.
- [37] Emmanuel Deutsch. Dispersion de particules dans une turbulence homogène isotrope stationnaire calculée par simulation numérique directe des grandes échelles. 1992.
- [38] D. Dijkstra and G. J. F. Van Heijst. The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder. Journal of Fluid Mechanics, 128(-1) :123, March 1983.
- [39] David P. Doane and Lori E. Seward. Measuring Skewness : A Forgotten Statistic? Journal of Statistics Education, 19(2) :3, July 2011.
- [40] S. Douady, Y. Couder, and M. E. Brachet. Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence. Physical Review Letters, 67(8) :983–986, August 1991.
- [41] S. Elghobashi. On predicting particle-laden turbulent flows. Applied Scientific Research, 52(4) :309–329, June 1994.
- [42] S. Elghobashi and G. C. Truesdell. Direct simulation of particle dispersion in a decaying isotropic turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 242 :655–700, September 1992.
- [43] L. B. Esteban, J. S. Shrimpton, and B. Ganapathisubramani. Laboratory experiments on the temporal decay of homogeneous anisotropic turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 862 :99–127, March 2019.
- [44] F. Falkinhoff, M. Obligado, M. Bourgoïn, and P.D. Mininni. Preferential Concentration of Free-Falling Heavy Particles in Turbulence. Physical Review Letters, 125(6) :064504, August 2020.
- [45] P. R. Fenstermacher, Harry L. Swinney, and J. P. Gollub. Dynamical instabilities and the transition to chaotic Taylor vortex flow. Journal of Fluid Mechanics, 94(1) :103–128, September 1979.

- [46] H. J. S. Fernando and I. P. D. De Silva. Note on secondary flows in oscillating-grid, mixing-box experiments. Physics of Fluids A : Fluid Dynamics, 5(7) :1849–1851, July 1993.
- [47] Walter Fornari, Francesco Picano, and Luca Brandt. Sedimentation of finite-size spheres in quiescent and turbulent environments. Journal of Fluid Mechanics, 788 :640–669, February 2016.
- [48] A. F. Fortes, D. D. Joseph, and T. S. Lundgren. Nonlinear mechanics of fluidization of beds of spherical particles. Journal of Fluid Mechanics, 177 :467–483, April 1987.
- [49] Renée Gatignol. The Faxén formulas for a rigid particle in an unsteady non-uniform Stokes flow. Journal de mécanique théorique et appliquée, 9(2) :143–160, 1983.
- [50] G. Gauthier, P. Gondret, F. Moisy, and M. Rabaud. Instabilities in the flow between co- and counter-rotating disks. Journal of Fluid Mechanics, 473 :1–21, December 2002.
- [51] G. H. Good, P. J. Ireland, G. P. Bewley, E. Bodenschatz, L. R. Collins, and Z. Warhaft. Settling regimes of inertial particles in isotropic turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 759 :R3, November 2014.
- [52] Susumu Goto and J. C. Vassilicos. The dissipation rate coefficient of turbulence is not universal and depends on the internal stagnation point structure. Physics of Fluids, 21(3) :035104, March 2009.
- [53] Robert M. Haralick, Stanley R. Sternberg, and Xinhua Zhuang. Image Analysis Using Mathematical Morphology. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, PAMI-9(4) :532–550, July 1987.
- [54] Samuel F. Harding, Robert P. Mueller, Marshall C. Richmond, Pedro Romero-Gomez, and Alison H. Colotelo. Fish Response to Turbulence Generated Using Multiple Randomly Actuated Synthetic Jet Arrays. Water, 11(8) :1715, August 2019.
- [55] Y.A. Hassan, T.K. Blanchat, C.H. Seeley, and R.E. Canaan. Simultaneous velocity measurements of both components of a two-phase flow using particle image velocimetry. International Journal of Multiphase Flow, 18(3) :371–395, May 1992.
- [56] Steven A. Hauck, Jonathan M. Aurnou, and Andrew J. Dombard. Sulfur’s impact on core evolution and magnetic field generation on Ganymede. Journal of Geophysical Research, 111(E9) :E09008, 2006.
- [57] J.O. Hinze. Turbulence. McGraw Hill, New York, 2 edition, 1959.
- [58] Holger Homann and Jérémie Bec. Finite-size effects in the dynamics of neutrally buoyant particles in turbulent flow. Journal of Fluid Mechanics, 651 :81–91, May 2010.
- [59] E. J. Hopfinger and J.-A. Toly. Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces. Journal of Fluid Mechanics, 78(1) :155–175, November 1976.
- [60] P. D. Huck, C. Bateson, R. Volk, A. Cartellier, M. Bourgoïn, and A. Aliseda. The role of collective effects on settling velocity enhancement for inertial particles in turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 846 :1059–1075, July 2018.
- [61] Peter Huck, Nathanael Machicoane, and Romain Volk. A Cost-efficient Shadow Particle Tracking Velocimetry Setup Suitable for Tracking Small Objects in a Large Volume. Procedia IUTAM, 20 :175–182, 2017.

- [62] Peter D. Huck. Particle dynamics in turbulence : from the role of inhomogeneity and anisotropy to collective effects. 2017.
- [63] Sander G. Huisman, Thomas Barois, Mickaël Bourgoïn, Agathe Chouippe, Todor Doychev, Peter Huck, Carla E. Bello Morales, Markus Uhlmann, and Romain Volk. Columnar structure formation of a dilute suspension of settling spherical particles in a quiescent fluid. Physical Review Fluids, 1(7) :074204, November 2016.
- [64] W. Hwang and J. K. Eaton. Creating homogeneous and isotropic turbulence without a mean flow. Experiments in Fluids, 36(3) :444–454, March 2004.
- [65] T. Ishihara, Y. Kaneda, M. Yokokawa, K. Itakura, and A. Uno. Small-scale statistics in high-resolution direct numerical simulation of turbulence : Reynolds number dependence of one-point velocity gradient statistics. Journal of Fluid Mechanics, 592 :335–366, December 2007.
- [66] Blair A. Johnson and Edwin A. Cowen. Sediment suspension and bed morphology in a mean shear free turbulent boundary layer. Journal of Fluid Mechanics, 894 :A8, July 2020.
- [67] T. A. Johnson and V. C. Patel. Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300. Journal of Fluid Mechanics, 378 :19–70, January 1999.
- [68] Joseph Katz and Jian Sheng. Applications of Holography in Fluid Mechanics and Particle Dynamics. Annual Review of Fluid Mechanics, 42(1) :531–555, January 2010.
- [69] Kiyosi Kawanisi and Ryohei Shiozaki. Turbulent Effects on the Settling Velocity of Suspended Sediment. Journal of Hydraulic Engineering, 134(2) :261–266, February 2008.
- [70] D. A. Khalitov and E. K. Longmire. Simultaneous two-phase PIV by two-parameter phase discrimination. Experiments in Fluids, 32(2) :252–268, February 2002.
- [71] B. Khorsandi, S. Gaskin, and L. Mydlarski. Effect of background turbulence on an axisymmetric turbulent jet. Journal of Fluid Mechanics, 736 :250–286, December 2013.
- [72] K. T. Kiger and C. Pan. PIV Technique for the Simultaneous Measurement of Dilute Two-Phase Flows. Journal of Fluids Engineering, 122(4) :811–818, December 2000.
- [73] A.N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical and Physical Sciences, 434(1890) :9–13, July 1991.
- [74] Robert H. Kraichnan. Relation between Lagrangian and Eulerian Correlation Times of a Turbulent Velocity Field. Physics of Fluids, 7(1) :142, 1964.
- [75] A. La Porta, Greg A. Voth, Alice M. Crawford, Jim Alexander, and Eberhard Bodenschatz. Fluid particle accelerations in fully developed turbulence. Nature, 409(6823) :1017–1019, February 2001.
- [76] R. Labbé, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Power Fluctuations in Turbulent Swirling Flows. Journal de Physique II, 6(7) :1099–1110, July 1996.
- [77] R. Labbé, J.-F. Pinton, and S. Fauve. Study of the von Kármán flow between coaxial corotating disks. Physics of Fluids, 8(4) :914–922, April 1996.
- [78] N. Machicoane, A. Aliseda, R. Volk, and M. Bourgoïn. A simplified and versatile calibration method for multi-camera optical systems in 3D particle imaging. Review of Scientific Instruments, 90(3) :035112, March 2019.

- [79] N. Machicoane, P. D. Huck, and R. Volk. Estimating two-point statistics from derivatives of a signal containing noise : Application to auto-correlation functions of turbulent Lagrangian tracks. Review of Scientific Instruments, 88(6) :065113, June 2017.
- [80] Nathanael Machicoane. Particules matérielles en écoulement turbulent. Transport, dynamique aux temps longs et transfert thermique. 2014.
- [81] Nathanaël Machicoane and Romain Volk. Lagrangian velocity and acceleration correlations of large inertial particles in a closed turbulent flow. Physics of Fluids, 28(3) :035113, March 2016.
- [82] Nathanaël Machicoane and Romain Volk. Transport of large particles through the transition to turbulence of a swirling flow. Physical Review Fluids, 6(4) :044303, April 2021.
- [83] Nathanaël Machicoane, Robert Zimmermann, Lionel Fiabane, Mickaël Bourgoïn, Jean-François Pinton, and Romain Volk. Large sphere motion in a nonhomogeneous turbulent flow. New Journal of Physics, 16(1) :013053, January 2014.
- [84] F. Magelli, D. Fajner, M. Nocentini, and G. Pasquali. Solid distribution in vessels stirred with multiple impellers. Chemical Engineerin Science, 45(3) :615–625, 1990.
- [85] Louis Marié. Transport de moment cinétique et de champ magnétique par un écoulement tourbillonnaire turbulent : Influence de la Rotation. 2003.
- [86] M. R. Maxey. The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields. Journal of Fluid Mechanics, 174 :441–465, January 1987.
- [87] M. R. Maxey. The velocity skewness measured in grid turbulence. Physics of Fluids, 30(4) :935, 1987.
- [88] Martin R. Maxey and James J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. Physics of Fluids, 26(4) :883, 1983.
- [89] Mark W. McCorquodale and R. J. Munro. A method for reducing mean flow in oscillating-grid turbulence. Experiments in Fluids, 59(12) :182, December 2018.
- [90] Trevor J. McDougall. Measurements of turbulence in a zero-mean-shear mixed layer. Journal of Fluid Mechanics, 94(3) :409–431, October 1979.
- [91] Sean P. McKenna and Wade R. McGillis. Observations of flow repeatability and secondary circulation in an oscillating grid-stirred tank. Physics of Fluids, 16(9) :3499–3502, September 2004.
- [92] F. Moisy, T. Pasutto, and M. Rabaud. Instability patterns between counter-rotating disks. Nonlinear Processes in Geophysics, 10(3) :281–288, June 2003.
- [93] R. Monchaux, M. Berhanu, M. Bourgoïn, M. Moulin, Ph. Odier, J.-F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, C. Gasquet, L. Marié, and F. Ravelet. Generation of a Magnetic Field by Dynamo Action in a Turbulent Flow of Liquid Sodium. Physical Review Letters, 98(4) :044502, January 2007.
- [94] A.S. Monin and A.M. Yaglom. Statistical Fluid Mechanics : Mechanics of Turbulence. volume 2. MIT Press, 1975.
- [95] N. Mordant, P. Metz, O. Michel, and J.-F. Pinton. Measurement of Lagrangian Velocity in Fully Developed Turbulence. Physical Review Letters, 87(21) :214501, November 2001.

- [96] Nicolas Mordant, Emmanuel Lévêque, and Jean-François Pinton. Experimental and numerical study of the Lagrangian dynamics of high Reynolds turbulence. New Journal of Physics, 6 :116–116, September 2004.
- [97] Aurore Naso and Andrea Prosperetti. The interaction between a solid particle and a turbulent flow. New Journal of Physics, 12(3) :033040, March 2010.
- [98] Peter Nielsen. Turbulence Effects on the Settling of Suspended Particles. SEPM Journal of Sedimentary Research, Vol. 63, 1993.
- [99] H. Nobach and M. Honkanen. Two-dimensional Gaussian regression for sub-pixel displacement estimation in particle image velocimetry or particle position estimation in particle tracking velocimetry. Experiments in Fluids, 38(4) :511–515, April 2005.
- [100] Clark F Olson. Constrained Hough Transforms for Curve Detection. Computer Vision and Image Understanding, 73(3) :329–345, March 1999.
- [101] Nicholas T. Ouellette, Haitao Xu, and Eberhard Bodenschatz. A quantitative study of three-dimensional Lagrangian particle tracking algorithms. Experiments in Fluids, 40(2) :301–313, February 2006.
- [102] Nicholas T Ouellette, Haitao Xu, Mickaël Bourgoïn, and Eberhard Bodenschatz. Small-scale anisotropy in Lagrangian turbulence. New Journal of Physics, 8(6) :102–102, June 2006.
- [103] B. R. Pearson, P.-Å. Krogstad, and W. van de Water. Measurements of the turbulent energy dissipation rate. Physics of Fluids, 14(3) :1288–1290, March 2002.
- [104] M. Pereira, C. Gissinger, and S. Fauve.  $1/f$  noise and long-term memory of coherent structures in a turbulent shear flow. Physical Review E, 99(2) :023106, February 2019.
- [105] Jean Perrin. Mouvement brownien et molécules. Journal de Physique Théorique et Appliquée, 9(1) :5–39, 1910.
- [106] O.G. Philip, W.D. Schmidl, and Y.A. Hassan. Development of a high speed particle image velocimetry technique using fluorescent tracers to study steam bubble collapse. Nuclear Engineering and Design, 149(1-3) :375–385, September 1994.
- [107] K.G Picha and E.R.G Eckert. Study of the air flow between coaxial disks rotating with arbitrary velocities in an open or enclosed space. Proceedings of the third U.S. National Congress of Applied Mechanics, pages 791–798, 1958.
- [108] D. Pinelli, M. Nocentini, and F. Magelli. Solids distribution in stirred slurry reactors : Influence of some mixer configurations and limits to the applicability of a simple model for predictions. Chemical Engineering Communications, 188(1) :91–107, October 2001.
- [109] Stephen B. Pope. Turbulent Flows. Cambridge University Press, 2000.
- [110] Alain Pumir and Boris I. Shraiman. Persistent Small Scale Anisotropy in Homogeneous Shear Flows. Physical Review Letters, 75(17) :3114–3117, October 1995.
- [111] Alejandro Pérez-Alvarado, Laurent Mydlarski, and Susan Gaskin. Effect of the driving algorithm on the turbulence generated by a random jet array. Experiments in Fluids, 57(2) :20, February 2016.
- [112] Nauman M. Qureshi, Mickaël Bourgoïn, Christophe Baudet, Alain Cartellier, and Yves Gagne. Turbulent Transport of Material Particles : An Experimental Study of Finite Size Effects. Physical Review Letters, 99(18) :184502, October 2007.

- [113] Florent Ravelet. Bifurcations globales hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Karman turbulent. 2005.
- [114] Osborne Reynolds. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. (A.), 186 :123–164, December 1895.
- [115] L. F. Richardson. Weather prediction by numerical process. Cambridge University Press, 1 edition, 1922.
- [116] Bogdan Rosa, Hossein Parishani, Orlando Ayala, and Lian-Ping Wang. Settling velocity of small inertial particles in homogeneous isotropic turbulence from high-resolution DNS. International Journal of Multiphase Flow, 83 :217–231, July 2016.
- [117] T. Rückriemen, D. Breuer, and T. Spohn. The Fe snow regime in Ganymede’s core : A deep-seated dynamo below a stable snow zone : FE-SNOW IN GANYMEDE’S CORE. Journal of Geophysical Research : Planets, 120(6) :1095–1118, June 2015.
- [118] Seyed G. Saddoughi and Srinivas V. Veeravalli. Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds number. Journal of Fluid Mechanics, 268 :333–372, June 1994.
- [119] B. L. Sawford. Reynolds number effects in Lagrangian stochastic models of turbulent dispersion. Physics of Fluids A : Fluid Dynamics, 3(6) :1577–1586, June 1991.
- [120] Brian L Sawford and Jean-François Pinton. A lagrangian view of turbulent dispersion and mixing. In Ten Chapters in Turbulence, pages 131–175. Cambridge University Press, 2013.
- [121] Daniel Schanz, Sebastian Gesemann, and Andreas Schröder. Shake-The-Box : Lagrangian particle tracking at high particle image densities. Experiments in Fluids, 57(5) :70, May 2016.
- [122] L. Schouveiler, P. Le Gal, and M. P. Chauve. Instabilities of the flow between a rotating and a stationary disk. Journal of Fluid Mechanics, 443 :329–350, September 2001.
- [123] F. Schultz-Grunow. Der Reibungswiderstand rotierender Scheiben in Gehäusen. ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 15(4) :191–204, 1935.
- [124] Arman Seyed-Ahmadi and Anthony Wachs. Sedimentation of inertial monodisperse suspensions of cubes and spheres. Physical Review Fluids, 6(4) :044306, April 2021.
- [125] S.S. Shy, C.Y. Tang, and S.Y. Fann. A nearly isotropic turbulence generated by a pair of vibrating grids. Experimental Thermal and Fluid Science, 14(3) :251–262, April 1997.
- [126] Kyle D Squires and John K Eaton. Preferential concentration of particles by turbulence. Phys. Fluids A, 3(5) :11, 2014.
- [127] Simon C. Stähler, Amir Khan, W. Bruce Banerdt, Philippe Lognonné, Domenico Giardini, Savas Ceylan, Mélanie Drilleau, A. Cecilia Duran, Raphaël F. Garcia, Quancheng Huang, Doyeon Kim, Vedran Lekic, Henri Samuel, Martin Schimmel, Nicholas Schmerr, David Sollberger, Éléonore Stutzmann, Zongbo Xu, Daniele Antonangeli, Constantinos Charalambous, Paul M. Davis, Jessica C. E. Irving, Taichi Kawamura, Martin Knapmeyer, Ross Maguire, Angela G. Marusiak, Mark P. Panning, Clément Perrin, Ana-Catalina Plesa, Attilio Rivoldini, Cédric Schmelzbach, Géraldine Zenhäusern, Éric Beucler, John Clinton, Nikolaj Dahmen, Martin van Driel, Tamara Gudkova, Anna Horleston, W. Thomas Pike, Matthieu Plasman, and Suzanne E. Smrekar. Seismic detection of the martian core. Science, 373(6553) :443–448, July 2021.

- [128] Sholpan Sumbekova. Concentration préférentielle de particules inertielles : la structure et la dynamique de clusters. 2018.
- [129] Chan-Mou Tchen. Mean Value and Correlation Problems connected with the Motion of Small Particles suspended in a turbulent fluid. Dordrecht, 1947.
- [130] S. M. Thompson and J. S. Turner. Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid. Journal of Fluid Mechanics, 67(2) :349–368, January 1975.
- [131] Jean Hugues Titon and Olivier Cadot. The statistics of power injected in a closed turbulent flow : Constant torque forcing versus constant velocity forcing. Physics of Fluids, 15(3) :625–640, March 2003.
- [132] D P Towers, C E Towers, C H Buckberry, and M Reeves. A colour PIV system employing fluorescent particles for two-phase flow measurements. Measurement Science and Technology, 10(9) :824–830, September 1999.
- [133] Roger Y Tsai. A Versatile Camera Calibration Techniaue for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-shelf TV Cameras and Lenses. IEEE Journal Of Robotics and Automation, 3(4) :22, 1987.
- [134] Yutaka Tsuji and Yoshinobu Morikawa. LDV measurements of an air—solid two-phase flow in a horizontal pipe. Journal of Fluid Mechanics, 120 :385–409, July 1982.
- [135] Markus Uhlmann and Todor Doychev. Sedimentation of a dilute suspension of rigid spheres at intermediate Galileo numbers : the effect of clustering upon the particle motion. Journal of Fluid Mechanics, 752 :310–348, August 2014.
- [136] Evan A. Variano, Eberhard Bodenschatz, and Edwin A. Cowen. A random synthetic jet array driven turbulence tank. Experiments in Fluids, 37(4) :613–615, October 2004.
- [137] Evan A. Variano and Edwin A. Cowen. A random-jet-stirred turbulence tank. Journal of Fluid Mechanics, 604 :1–32, June 2008.
- [138] J. Christos Vassilicos. Dissipation in Turbulent Flows. Annual Review of Fluid Mechanics, 47(1) :95–114, January 2015.
- [139] Prakash Vedula and P. K. Yeung. Similarity scaling of acceleration and pressure statistics in numerical simulations of isotropic turbulence. Physics of Fluids, 11(5) :1208–1220, May 1999.
- [140] Jeremy Vessaire. Couplages particules/turbulence dans un écoulement tourbillonnaire fortementensemencé. 2019.
- [141] L. Vincent. Morphological grayscale reconstruction in image analysis : applications and efficient algorithms. IEEE Transactions on Image Processing, 2(2) :176–201, April 1993.
- [142] R. Volk, E. Calzavarini, E. Lévêque, and J.-F. Pinton. Dynamics of inertial particles in a turbulent von Kármán flow. Journal of Fluid Mechanics, 668 :223–235, February 2011.
- [143] Th. von Kármán. Über laminare und turbulente Reibung. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1(4) :233–252, 1921.
- [144] Greg A. Voth, A. La Porta, Alice M. Crawford, Jim Alexander, and Eberhard Bodenschatz. Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 469 :121–160, October 2002.

- [145] Lian-Ping Wang and Martin R. Maxey. Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 256 :27–68, November 1993.
- [146] C E Willert and M Gharib. Digital particle image velocimetry. Experiments in Fluids, page 13, 1991.
- [147] C. Y. Yang and U. Lei. The role of the turbulent scales in the settling velocity of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 371 :179–205, September 1998.
- [148] T. S. Yang and S. S. Shy. Two-way interaction between solid particles and homogeneous air turbulence : particle settling rate and turbulence modification measurements. Journal of Fluid Mechanics, 526 :171–216, March 2005.
- [149] P. K. Yeung. Lagrangian characteristics of turbulence and scalar transport in direct numerical simulations. Journal of Fluid Mechanics, 427 :241–274, January 2001.
- [150] P J Zandbergen. Von Karman Swirling Flows. Annual Review of Fluid Mechanics, 19 :465–491, 1987.
- [151] Qi Zhou and Nian-Sheng Cheng. Experimental investigation of single particle settling in turbulence generated by oscillating grid. Chemical Engineering Journal, 149(1-3) :289–300, July 2009.
- [152] W. Zhou and J. Dušek. Chaotic states and order in the chaos of the paths of freely falling and ascending spheres. International Journal of Multiphase Flow, 75 :205–223, October 2015.
- [153] Zhou Zhou, Santosh Kumar S, Kevin Mallery, Wensheng Jiang, and Jiarong Hong. Holographic astigmatic particle tracking velocimetry (HAPTIV). Measurement Science and Technology, 31(6) :065202, June 2020.
- [154] Robert Zimmermann. How Large Spheres spin and move in Turbulent Flows. 2012.
- [155] Robert Zimmermann, Haitao Xu, Yoann Gasteuil, Mickaël Bourgoïn, Romain Volk, Jean-François Pinton, Eberhard Bodenschatz, and International Collaboration for Turbulence Research. The Lagrangian exploration module : An apparatus for the study of statistically homogeneous and isotropic turbulence. Review of Scientific Instruments, 81(5) :055112, May 2010.
- [156] G. Zocchi, P. Tabeling, J. Maurer, and H. Willaime. Measurement of the scaling of the dissipation at high Reynolds numbers. Physical Review E, 50(5) :3693–3700, November 1994.