



HAL
open science

**Fiabilité prévisionnelle de la tenue en service de
composants mécaniques en présence d'amas de porosités
détectés et caractérisés par contrôle non destructif
ultrasonore**

Julien Vasseur

► **To cite this version:**

Julien Vasseur. Fiabilité prévisionnelle de la tenue en service de composants mécaniques en présence d'amas de porosités détectés et caractérisés par contrôle non destructif ultrasonore. Mécanique des solides [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Lille Douai, 2020. Français. NNT : 2020MTLD0002 . tel-03738074

HAL Id: tel-03738074

<https://theses.hal.science/tel-03738074>

Submitted on 25 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée en vue d'obtenir le grade de

DOCTEUR

En mécanique des solides, des matériaux, des structures et des surfaces

par

Julien VASSEUR

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE DELIVRÉ PAR IMT LILLE DOUAI

**FIABILITE PREVISIONNELLE DE LA TENUE EN SERVICE DE COMPOSANTS
MECANIQUES EN PRESENCE D'AMAS DE POROSITES DETECTES ET
CARACTERISES PAR CONTROLE NON DESTRUCTIF ULTRASONORE**

Soutenue le 01/07/2020 devant le jury d'examen

Président	PANIER Stéphane, Professeur	Université de Picardie Jules Verne
Rapporteur	BENTAHAR Mourad, HDR	Université du Maine
Rapporteur	RISBET Marion, Professeur	Université de Technologie de Compiègne
Examineur	DUQUENNOY Marc, Professeur	Université Polytechnique Hauts de France
Examineur	VASIUKOV Dmytro, Docteur	IMT Lille Douai
Directeur	CHAKI Salim, HDR	IMT Lille Douai
Invité	DUPONT Benoît, Docteur	CETIM (Senlis)
Invité	LEYMARIE Nicolas, Docteur	CEA (Saclay)

Laboratoire d'accueil

Département Technologie des Polymères et Composites & Ingénierie Mécanique de IMT Lille Douai Ecole
Doctorale SMRE 104 (IMT Lille Douai)

Résumé de la thèse

Ces travaux de thèse ont pour objectif de définir une méthodologie permettant d'estimer de manière réaliste la durée de vie d'une structure en alliage d'aluminium (aluminium 7075-T6) contenant des amas porosités. Le choix technique retenu vise à détecter et caractériser ces porosités au moyen de contrôles non destructifs (CND) par ultrasons et de corréler les images ultrasonores obtenues à des mesures de fatigue. Dans le cadre de nos travaux, ce problème est ramené à une étude 2D où l'amas de porosités est représenté par un ensemble de trous-génératrices usinés, dont les caractéristiques géométriques sont totalement contrôlables, contrairement à celles de la porosité réelle. En partie ultrasonore, un effort particulier est apporté dans la prise en compte des effets de diffusion multiple existant entre les défauts lors du contrôle. Une étude comparative du modèle d'imagerie ainsi développé est menée en confrontant nos simulations à d'autres simulations d'imagerie simplifiées (effectuées sur le logiciel CIVA) mais également à des mesures expérimentales. En partie fatigue, une résolution d'un cas très complexe s'avère nécessaire, puisqu'il implique des possibilités de multi-amorçage et de couplage local de modes de sollicitation. Ce problème de la propagation de la fissure en fatigue est résolu par la méthode G- Θ . Nous montrons l'efficacité de la méthodologie employée en comparant les résultats de durée de vie qu'elle permet de prédire et ceux trouvés expérimentalement par essais de fatigue. Enfin, afin de faire le lien entre le domaine du CND et celui de la mécanique de la rupture, nous présentons une méthode permettant d'estimer la tenue en fatigue d'une éprouvette au vu de son imagerie obtenue suite à son contrôle ultrasonore. Cette démarche permet ainsi de proposer une méthodologie originale couplant le contrôle ultrasonore et la fatigue, en mettant en place un chaînage entre les deux domaines pour la fiabilisation de la prédiction de la durée de vie des structures en fatigue.

Mots-clés : Porosité, contrôle non destructif, ultrasons multiéléments, FMC/TFM, diffusion multiple, durée de vie en fatigue, simulation numérique.

This work aims at defining a methodology for the lifetime estimation of aluminum alloy structures (aluminum 7075-T6) according to the properties of porosity clusters contained in the sample. We chose to use advanced ultrasonic imaging techniques to detect and characterize these porosities and then to correlate the ultrasonic images obtained with fatigue measurements. In the framework of our study, the problem is simplified with a 2D study where the cluster of porosities is represented as a set of side-drilled holes (SDH) whose geometric characteristics are fully controllable, unlike those of real porosity. A special effort is made to estimate the effects of multiple scattering due to wave interactions between defects. A comparative study of the imaging model thus developed is carried out by comparing our simulations including multiple scattering with other simplified simulation results (carried out on CIVA software) but also with experimental measurements. Concerning fatigue study, a phenomenological approach is suggested to take into account multi-cracks initiation and local multi-mode behaviour generated by the cluster of defects. Therefore, crack propagation is solved by a G- Θ finite element method for prediction of the fatigue lifetime of different samples with different cases of cluster of defects. Numerical and experimental results were compared showing that the suggested methodology gives realistic lifetimes despite of complexity of the studied cases. Finally, the overall originality of this thesis consists in making a direct link between NDT results and fatigue calculation. Thus, a method for estimating the fatigue life of a specimen based on inversed ultrasonic images of defects is suggested and applied on some studied cases.

Keywords: Porosity, non-destructive testing, phased array ultrasonic testing, multiple scattering, fatigue lifetime prediction, numerical simulation.

Remerciements

Je remercie tout d'abord les partenaires ayant participé à cette thèse sous contrat tripartite à savoir l'IMT Lille Douai, le CETIM de Senlis et le CEA de Saclay. Chacun des tuteurs que j'y ai côtoyé a permis l'amélioration constante de ces travaux, en apportant leurs savoirs complémentaires.

Merci donc à Salim Chaki, mon directeur de thèse, et Dmytro Vasiukov de l'IMT, Benoît Dupont, Isabel Huther, Fabien Lefebvre, Michel Marzin et Fan Zhang côté CETIM et enfin à Nicolas Leymarie et Vincent Dorval du CEA de Saclay. Je remercie également la société MEIRS (et en particulier Vincent Stenger) qui a procédé à l'usinage des 51 éprouvettes requises pour cette étude !

Je remercie particulièrement tous les membres de mon jury, qui ont pris le temps de relire avec attention mes travaux et assister tant bien que mal à mon oral, ce dernier s'étant déroulé dans des circonstances tout à fait singulières !

Un grand merci à tous ceux qui, dans les différents bureaux que j'ai occupés, ont contribué à rendre l'ambiance de travail meilleure. Entre autres : Anurag, Krishna, Aniket, Amulya, Anh Duc, Rowshni, Salma, Yang, Pierre, Claire-Isabelle, Christophe, Sébastien, Kevin, Jean-Yves, Cédric, Hélène, Henri...

Enfin, il m'apparaît important de préciser que les différents résultats présentés dans ce tapuscrit ont exigé un travail titanesque de conciliation de deux domaines différents de la mécanique ainsi que leur chaînage (inédit) au sein du partenariat entre les trois entités évoquées. Ils ont également requis la maîtrise de trois logiciels (Abaqus, CIVA et Zcracks), une lourde partie de programmation sur Matlab, un très grand nombre d'essais mécaniques ainsi que pléthore de contrôles ultrasonores et autant de simulations correspondantes, tant en CND qu'en fatigue. Ces trois années et demie ont été émaillées d'imprévus et cette thèse n'a jamais été une sinécure, y compris sur le plan logistique puisqu'elle a nécessité pas moins de quatre déménagements ! Et autant d'inscriptions en école doctorale !! A l'évidence, sans le soutien des membres de ma famille, cette tâche était perdue d'avance et c'est la raison pour laquelle je leur dédie ces ultimes remerciements.

A mon grand-père maternel, Daniel.

Sommaire

RESUME DE LA THESE	2
REMERCIEMENTS	3
INTRODUCTION	8
CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	10
1.1. LA POROSITE ET SA CARACTERISATION.....	10
1.1.1. Typologie de porosités.....	10
1.1.2. Approches de type défaut équivalent pour la caractérisation.....	12
1.1.3. Caractéristiques des amas de porosités réelles.....	14
1.2. CONTROLE NON DESTRUCTIF ULTRASONORE	16
1.2.1. Rappels fondamentaux	16
1.2.2. Techniques de contrôle des défauts par ultrasons.....	22
1.2.3. Modèles de contrôle non destructif ultrasonore.....	27
1.2.4. Conclusion partielle	29
1.3. FATIGUE DES MATERIAUX.....	30
1.3.1. Généralités	30
1.3.2. Mécanismes d'amorçage	35
1.3.3. Mécanismes de propagation des fissures en fatigue.....	38
1.3.4. Critères de ruine et rupture brutale	40
1.3.5. Estimations d'une durée de vie en fatigue à partir d'une fissure	41
1.3.6. Méthodes numériques de calcul de propagation d'une fissure	45
1.3.7. Conclusion partielle	51
1.4. CONCLUSION DU CHAPITRE 1	52
CHAPITRE 2 : MATERIAU, DISPOSITIFS ET PROTOCOLES EXPERIMENTAUX	54
2.1. CONTEXTE.....	54
2.2. GEOMETRIE DES EPROUVETTES D'ESSAI	54
2.3. MATERIAU ET CARACTERISATION	55
2.3.1. Choix du matériau.....	55
2.3.2. Caractérisation mécanique en statique	55
2.3.3. Caractérisation mécanique en fatigue.....	56
2.3.4. Synthèse des propriétés mécaniques de notre matériau	60
2.3.5. Caractérisation acoustique du matériau	60
2.4. CONFIGURATIONS D'AMAS DE DEFAUTS ETUDIES	60
2.4.1. Cas enveloppe.....	61
2.4.2. Cas standard.....	62
2.4.3. Cas taille élémentaire.....	63
2.4.4. Cas densité.....	64
2.4.5. Cas gradient	65
2.4.6. Cas mixte	66
2.4.7. Synthèse des cas étudiés	67
Le tableau ci-dessous récapitule les paramètres géométriques de chacune des configurations envisagées.	67
2.4.8. Vérification de la conformité des éprouvettes.....	67
2.5. CHAINE D'ACQUISITION ET PLAN DE CONTROLE ULTRASONORE	69

2.5.1.	<i>Mode opératoire et chaîne d'acquisition</i>	69
2.5.2.	<i>Paramètres de reconstruction</i>	70
2.5.3.	<i>Plan de balayage</i>	71
2.6.	PROTOCOLE DES ESSAIS DE FATIGUE	72
2.1.	METHODOLOGIES D'ESTIMATION DES DUREES DE VIE PAR CALCUL	72
2.1.1.	<i>Durée d'amorçage</i>	72
2.1.2.	<i>Durée de propagation</i>	73
2.2.	CONCLUSION DU CHAPITRE 2	75
CHAPITRE 3 : CARACTERISATION D'AMAS DE DEFAUTS CYLINDRIQUES PAR IMAGERIE ULTRASONORE : MODELISATION ET EXPERIMENTATIONS		76
3.1.	COMPLEXITE DU CAS D'ETUDE POUR LE CONTROLE ULTRASONORE.....	76
3.2.	DEVELOPPEMENT D'UN MODELE POUR UNE IMAGERIE ULTRASONORE REALISTE.....	78
3.2.1.	<i>Cas d'un défaut seul dans un milieu fluide</i>	78
3.2.2.	<i>Cas d'un défaut seul dans un milieu solide</i>	80
3.2.3.	<i>Cas de plusieurs défauts dans un milieu fluide</i>	81
3.2.4.	<i>Cas de plusieurs défauts dans un milieu solide</i>	85
3.2.5.	<i>Ordre des calculs en diffusion multiple</i>	86
3.2.6.	<i>Applications numériques</i>	87
3.2.7.	<i>Construction des signaux diffusés</i>	90
3.3.	PRESENTATION DES RESULTATS	91
3.3.1.	<i>Reconstructions du cas enveloppe</i>	91
3.3.2.	<i>Reconstructions du cas standard</i>	94
3.3.3.	<i>Reconstructions du cas taille élémentaire</i>	95
3.3.4.	<i>Reconstructions du cas densité</i>	97
3.3.5.	<i>Reconstructions du cas gradient</i>	99
3.3.6.	<i>Reconstructions du cas mixte</i>	103
3.4.	CONCLUSION DU CHAPITRE 3	105
CHAPITRE 4 : ETUDE EN FATIGUE DES AMAS DE DEFAUTS.....		107
4.1.	PARTIE EXPERIMENTALE.....	107
4.1.1.	<i>Résultats des essais en durée de vie</i>	107
4.1.2.	<i>Analyse des résultats : paramètres influents</i>	109
4.1.3.	<i>Complexité des cas d'étude en fatigue</i>	109
4.1.4.	<i>Localisation de la fissure initiale</i>	111
4.2.	ESTIMATION NUMERIQUE DU LIEU ET TEMPS D'AMORÇAGE	113
4.2.1.	<i>Modélisation des configurations étudiées pour estimer le lieu d'amorçage</i>	113
4.2.2.	<i>Détermination du lieu d'amorçage</i>	114
4.2.3.	<i>Estimation de la durée d'amorçage</i>	116
4.3.	MODELISATION NUMERIQUE DE LA PROPAGATION D'UNE FISSURE	117
4.3.1.	<i>Définition de la fissure initiale pour la propagation</i>	117
4.3.2.	<i>Détermination de la taille finale de la fissure</i>	120
4.3.3.	<i>Propagation de la fissure dans l'amas</i>	121
4.4.	ANALYSE DES SIMULATIONS EN FATIGUE	129
4.4.1.	<i>Cas standard</i>	130
4.4.2.	<i>Cas gradient</i>	131
4.5.	CALCUL DES DUREES DE VIE TOTALES	133
4.5.1.	<i>Résultats</i>	133
4.5.2.	<i>Analyse</i>	134
4.6.	CONCLUSION DU CHAPITRE 4	137

CHAPITRE 5 : CHAINAGE ENTRE LE CONTROLE ULTRASONORE ET LA TENUE EN FATIGUE.....	138
5.1. CARACTERISATION D'AMAS DE POROSITES PAR CND ULTRASONORE.....	138
5.1.1. <i>Inversion d'image</i>	138
5.1.2. <i>Application au cas standard</i>	143
5.1.3. <i>Application au cas gradient</i>	149
5.1.4. <i>Evaluation des inversions</i>	155
5.2. PREVISION DE LA TENUE EN FATIGUE EN PRESENCE D'AMAS DE POROSITES SUR LA BASE DU CONTROLE ULTRASONORE.....	158
5.2.1. <i>Calculs numériques des durées de vie des configurations de défauts estimées</i>	158
5.2.2. <i>Recherche d'un critère de criticité</i>	160
5.3. CONCLUSION DU CHAPITRE 5	165
CONCLUSION GENERALE	167
PERSPECTIVES	169
REFERENCES NORMATIVES.....	171
BIBLIOGRAPHIE.....	172
ANNEXES 178	
A.1. ANNEXES DU CHAPITRE 1	178
A.2. ANNEXES DU CHAPITRE 3	179
A.2.1. <i>Expression du champ incident</i>	179
A.2.2. <i>Théorème de Graf</i>	179
A.2.3. <i>Expression des tenseurs des contraintes</i>	181
A.2.4. <i>Ecriture matricielle du problème d'interactions dans un milieu fluide</i>	183
A.2.5. <i>Ecriture matricielle du problème d'interactions dans un milieu solide</i>	184

Introduction

Ces travaux s'inscrivent à la suite d'une analyse d'avarie réalisée par le CETIM. Après 6 ans de service, les trois pales et le rotor d'une éolienne tombent au pied de son mât. L'expertise pour déterminer les causes de cette avarie a mis en évidence la présence d'un amas de porosités localisé dans la section la plus sollicitée du rotor (voir Figure 1).

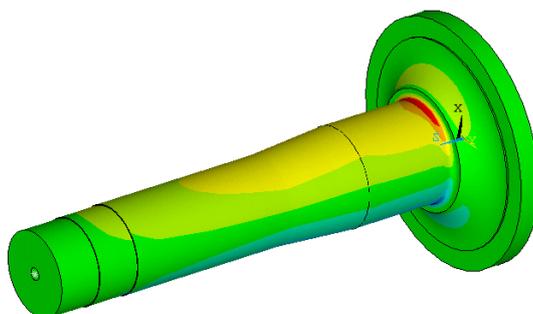


Figure 1 : Champ de contrainte du rotor de l'éolienne sous flexion (Source : CETIM)

Les calculs réalisés alors, en tenant compte des contraintes auxquelles cet arbre était soumis, avaient prédit une durée de vie de 4 mois seulement en présence d'un tel défaut. En effet, à partir de la taille globale de l'amas de porosités visualisé après rupture, les calculs ont été réalisés en considérant une porosité sphérique équivalente enveloppant cet amas. Cette approche usuelle a conduit à un résultat très conservatif, voire très éloigné de la réalité.

En conséquence de cette rupture prématurée, une campagne d'inspection a été mise en œuvre afin d'évaluer l'état de santé des rotors équipant les autres éoliennes de même génération. Le choix de la technique de contrôle s'est naturellement porté sur les ultrasons, technique d'inspection volumique, de même que la radiographie à rayons X. En configuration d'exploitation, cette dernière est peu applicable en raison des contraintes d'accessibilité et de la dimension de la pièce à contrôler. De plus, la radiographie à rayons X est particulièrement nocive pour les opérateurs et pour l'environnement. A l'inverse, la méthode ultrasonore est applicable *in situ*, sans démontage et sans risque ni pour l'opérateur, ni pour l'environnement. Il restait alors à mettre au point une technique adaptée pour détecter ce type de défaut complexe. En effet, à la différence de la radiographie qui traverse la matière et le vide, il est souvent difficile par ultrasons de détecter d'une part et caractériser d'autre part un groupe de discontinuités puisque les ondes ultrasonores sont bloquées (partiellement à totalement) par les premières discontinuités rencontrées. De plus, dans certains cas, l'onde ultrasonore est fortement atténuée par cet amas de porosités. Dès lors, le rapport signal/bruit des signaux reçus est très dégradé, la détection et la caractérisation des défauts deviennent évidemment invisibles. Les contrôles mis en œuvre ont permis la détection de quelques discontinuités dans certaines pièces contrôlées, mais l'interprétation soulevait de nombreuses questions.

Partant de ce double constat des difficultés de détection et de caractérisation de ce type de défauts d'une part et de l'écart entre les prédictions de durée de vie par rapport à la réalité d'autre part, s'est posée la question du chaînage entre le contrôle non destructif (CND) et la mécanique de la rupture. Le CND doit fournir à la mécanique de la rupture les éléments nécessaires pour effectuer des calculs réalistes. Ce travail de thèse consiste donc à mettre au point une méthodologie de contrôle non destructif ultrasonore qui permette d'obtenir les caractéristiques géométriques d'un amas de défauts en vue d'appliquer un calcul réaliste de durée de vie en fatigue.

Pour des raisons de simplification, notamment au regard de la propagation des ondes ultrasonores, notre choix de matériau d'étude s'est porté sur l'aluminium 7075-T6. Ce matériau, est par ailleurs très utilisé en aéronautique pour ses propriétés mécaniques massives intéressantes, ce qui assure ainsi de disposer d'une base de données du matériau déjà fournie dans la bibliographie. Il permet, en outre, l'usinage des éprouvettes géométriquement très techniques dont nous avons besoin pour notre étude.

L'étude d'un nid de porosités réelles étant complexe à trop d'égards, les porosités seront assimilées à des trous-génératrices (TG) cylindriques dans des éprouvettes de géométrie plane. Les principales caractéristiques géométriques d'un amas de porosités ont été identifiées et reproduites sur les éprouvettes afin de quantifier leur influence sur la durée de vie en fatigue. Ces caractéristiques sont la taille globale de l'amas de porosités, leur densité, leur taille individuelle ainsi que la gradation dans leurs tailles au sein du même amas. Pour appliquer le contrôle ultrasonore, la technologie des multiéléments a été retenue. La fonctionnalité choisie est l'acquisition de la matrice complète (AMC, en anglais FMC pour « *Full Matrix Capture* ») post-traitée avec une focalisation en tout point (FTP, en anglais TFM pour « *Total Focusing Method* »).

Le chapitre 1 est consacré à une étude bibliographique des différents domaines nécessaires à la compréhension et à la résolution de la problématique posée. Ainsi, nous nous intéressons aux porosités, leurs origines et leurs caractéristiques, au contrôle non destructif par ultrasons, puis aux différents types de calculs de durée de vie en fatigue.

Dans le chapitre 2, nous présentons et étudions le matériau choisi et les procédures expérimentales mises en œuvre pour mener à bien les travaux de thèse. Nous présentons ensuite les différents cas d'amas de porosités étudiés et les éprouvettes correspondantes.

Le chapitre 3 présente les résultats obtenus par contrôle non destructif ultrasonore pour les éprouvettes contenant les différents cas de porosités étudiés et fournit leur analyse. Les reconstructions d'images ultrasonores obtenues doivent permettre d'estimer les caractéristiques des défauts en présence. Des simulations de ce contrôle, avec et sans prise en compte des effets de la diffusion multiple entre les défauts sont développées, mises en œuvre et leurs résultats comparés.

Le chapitre 4 traite de la fatigue des éprouvettes en présence des différents cas de porosités étudiés. La méthodologie appliquée pour le calcul de la durée de vie sera expliquée et ses résultats présentés et discutés en les comparant aux durées de vies réelles obtenues suite aux essais de fatigue réalisés sur les éprouvettes.

Enfin, dans le chapitre 5, les reconstructions obtenues dans le chapitre 3 sont exploitées par inversion d'image afin d'estimer les caractéristiques géométriques des défauts en présence. La méthodologie établie au chapitre 4 précédent permet de retrouver une durée de vie en fatigue raisonnablement proche de celle trouvée par essais mécaniques. Un critère de criticité en fatigue d'une configuration de défauts donnée est également défini. Ce critère doit permettre de s'affranchir de lourds calculs en fatigue en donnant immédiatement une relation simple entre la géométrie d'un amas de défauts et la perte de tenue mécanique en fatigue qu'il implique.

Chapitre 1 : Etude bibliographique

Dans cette étude bibliographique, on s'intéresse tout d'abord aux mécanismes d'apparition de la porosité, qui peut prendre différentes formes en fonction de son origine, et à ses caractéristiques géométriques. Ensuite, nous aborderons les différentes approches actuellement développées dans le domaine du contrôle non destructif ultrasonore appliquées à ce type de défauts. Enfin, nous traiterons le sujet de la tenue en fatigue d'alliages d'aluminium en présence d'amas de porosités.

1.1. La porosité et sa caractérisation

1.1.1. Typologie de porosités

Les porosités sont des défauts de fonderie qui représentent des lieux d'amorçage préférentiels des fissures en fatigue du fait de leur géométrie qui concentre les contraintes. On distingue classiquement deux types de porosité en fonction de leur origine (Barlas, 2007).

Les porosités de dégazage sont formées par la réaction entre l'aluminium liquide et l'humidité de l'air :



Le dihydrogène gazeux obtenu est en partie dissous dans l'aluminium liquide sous forme atomique. Lors de la solidification, le dihydrogène devient beaucoup moins soluble, il se recombine et est rejeté de la phase solide vers la phase liquide qui s'enrichit en gaz et forme des bulles qui seront emprisonnées dans le solide. Dans un plan de coupe, les porosités de dégazage forment des trous de tailles très variées, sont très denses, quasi-sphériques et répartis de façon homogène (voir Figure 2a). Cette phase de dégazage tend également à créer des films d'oxyde.

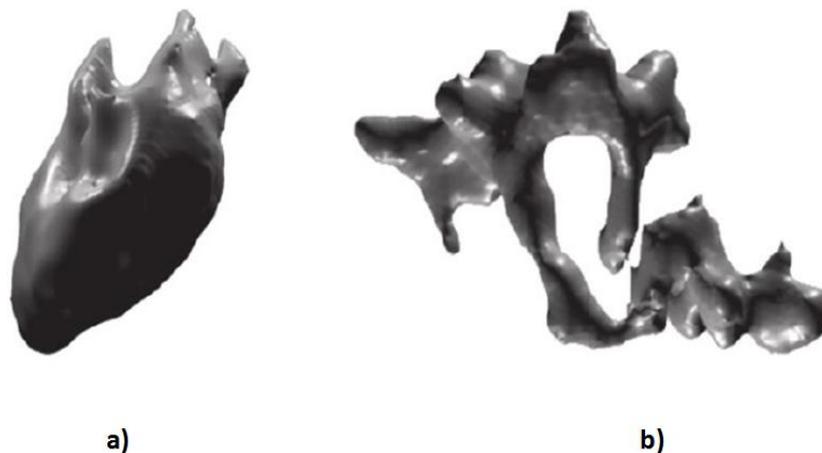


Figure 2 : Les différents types de porosité : A gauche : une porosité de dégazage ; A droite une porosité de retrait (Yang, 2015)

Les pores de (micro-)retrait ou (micro-)retassures se créent, entre autres, dans les alliages d'aluminium. Lors de la solidification, l'aluminium se rétracte mais le silicium, élément de son alliage, se dilate, ce qui conduit à un retrait provoquant un réseau de cavités formant des groupes de petits pores tortueux (voir Figure

2b). Ces pores possèdent des ramifications (ou « bras ») et développent donc une aire plus grande que les pores de dégazage pour un même volume donné. L'apparition de porosités de retrait est en partie évitée en fonderie par un système de cheminées de coulée, appelées masselottes, qui se solidifient en dernier et permettent d'alimenter la pièce en métal liquide jusqu'à sa solidification totale.

Pour différencier ces deux types de porosités, on utilise des critères numériques comme la sphéricité définie en 3 dimensions comme le rapport entre le volume V de la porosité et le volume V_A qu'aurait une boule de même surface A que la porosité, ce qui donne après simplifications (Hosdez et al., 2020) :

$$S = 6V \sqrt{\frac{\pi}{A^3}} \quad (2)$$

Dans l'aluminium 7050, on observe toujours des pores dont la sphéricité est comprise entre 0.8 et 1 dans de larges gammes de diamètre équivalent 3D, défini comme le diamètre de la boule de même volume que la porosité (Nizery, 2015), (Hosdez et al., 2020). On observe également que la sphéricité d'une porosité tend à décroître avec son diamètre équivalent 3D (voir Figure 3).

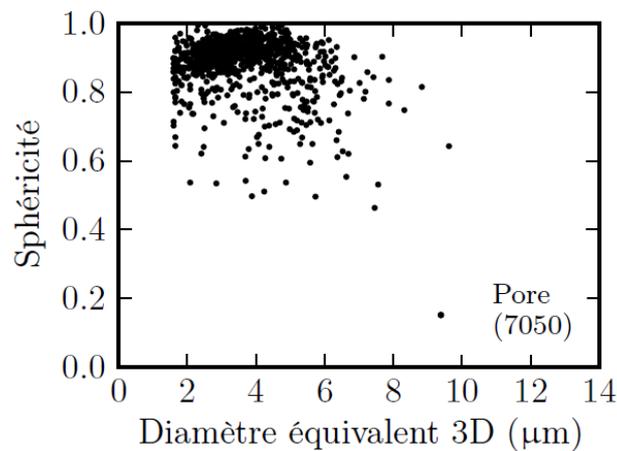


Figure 3 : Distribution de la sphéricité des pores en fonction de leur diamètre équivalent dans l'aluminium 7050 (Nizery, 2015)

Lorsque l'on fait des coupes, ou que l'on observe un faciès de rupture, on dispose également de critères numériques pour caractériser la géométrie d'une porosité comme son facteur de forme, sa rotondité ou son aspect ratio, qui peuvent être définis comme suit en deux dimensions (Yang, 2015) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Facteur de forme} = \frac{4 \cdot \pi \cdot \text{Aire de porosité}}{(\text{Périmètre de porosité})^2} \\ \text{Aspect ratio} = \frac{\text{Périmètre de porosité}}{\pi \cdot T_c} \\ \text{Rondité} = \frac{4 \cdot \text{Aire de porosité}}{\pi T_c^2} \end{array} \right. \quad (3)$$

Où T_c est une dimension représentant la taille caractéristique de la porosité.

D'autres définitions de la rotondité existent également. Elle peut par exemple être calculée comme le rapport du rayon de la plus petite sphère qui circonscrit la porosité sur le rayon de la plus grande sphère inscrite dans la porosité (Osman, 2013). En Figure 4 ces rayons sont respectivement désignés par R_{\min} et R_{\max} .

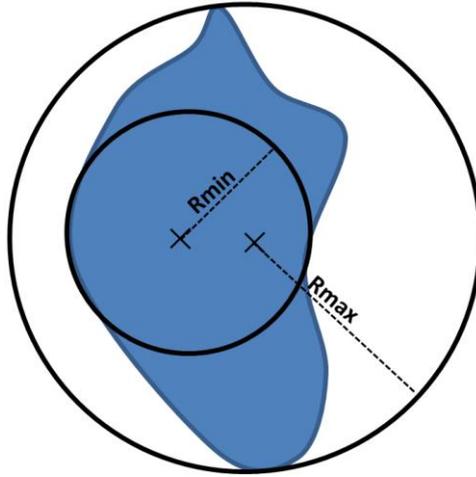


Figure 4 : Définition de la sphéricité d'une porosité en fonction de sa plus grande sphère inscrite et de la plus petite sphère qui la circonscrit

Le facteur de forme peut être vu comme un facteur de non-tortuosité. Il permet de distinguer les porosités de retrait qui ont des petits « bras » (forme étoilée) et qui ont donc une petite surface mais un grand périmètre pour les pores en deux dimensions (ou un petit volume mais une grande aire pour les pores en trois dimensions) (Yang, 2015). Leur facteur de forme est donc plus petit que celui des porosités de dégazage.

Par exemple, dans l'AM60 (alliage de magnésium), un facteur de forme inférieur à 0.4 semble typique d'un pore de retrait et un facteur supérieur à 0.6 semble indiquer une porosité de dégazage (Yang, 2015), (Hosdez et al., 2020). Ce paramètre utilisé seul comme discriminant n'est parfois pas suffisant, raison pour laquelle l'auteur fait appel aux deux autres définitions comme autant de discriminants supplémentaires.

Afin de déterminer la nocivité d'une porosité, on commence par estimer sa forme et mesurer sa taille. Nous venons de voir que cette caractéristique n'est pas définissable de façon triviale, compte tenu des différentes formes géométriques que la porosité peut prendre. Il s'agit alors dans la partie suivante de montrer les principales approximations faites sur la forme d'une porosité ainsi que les méthodes existantes pour déterminer sa taille caractéristique.

1.1.2. Approches de type défaut équivalent pour la caractérisation

Lorsque l'on traite le cas de porosités de dégazage, on adopte généralement l'hypothèse des pores sphériques (Charkaluk et al., 2014) ou ellipsoïdaux (Le, 2016) (Zhang et al., 2015). Dans (Gao et al., 2004) on considère par exemple la « sphère équivalente » d'une porosité comme la sphère de rayon $\sqrt[4]{A_p/\pi}$, avec A_p l'aire projetée de la porosité sur le plan du faciès de rupture.

La modélisation d'une porosité sous forme de sphère, bien que souvent faite dans la littérature, peut parfois être améliorée en sphéroïde oblate (Le, 2016). Elle peut aussi être modélisée par 3 ellipsoïdes imbriqués (Zhang et al., 2015).

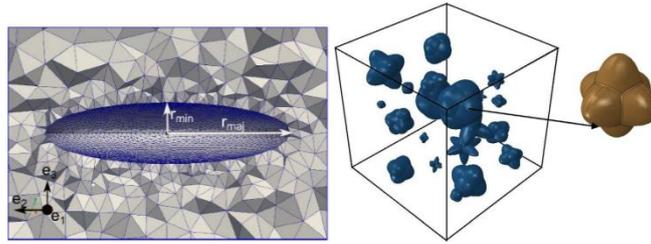


Figure 5 : Deux modélisations possibles de formes de porosités sphéroïde oblate à gauche (Le, 2016) et d'ellipsoïdes imbriqués à droite (Zhang et al., 2015)

Une des difficultés dans ce type d'étude est notamment le fait qu'il n'est pas possible de créer de la porosité réelle, de tailles et formes calibrées, pour étudier l'impact de ses paramètres sur la tenue en fatigue.

On peut alors procéder à l'inclusion de particules dans le milieu d'étude. Ainsi, dans (Murakami et al., 1991) des particules ont été incluses dans de l'acier 1.5 Ni-Cr-Mo (ou EN34). Ces particules ont l'avantage d'être parfaitement maîtrisables en taille et en forme. Les particules choisies par les auteurs sont en aluminium et sont de forme sphérique ou « anguleuse » (voir Figure 6). Trois tailles ont été étudiées, de grandes particules (73 μm), des particules de taille moyenne (40 μm) et de petites particules (10 μm).

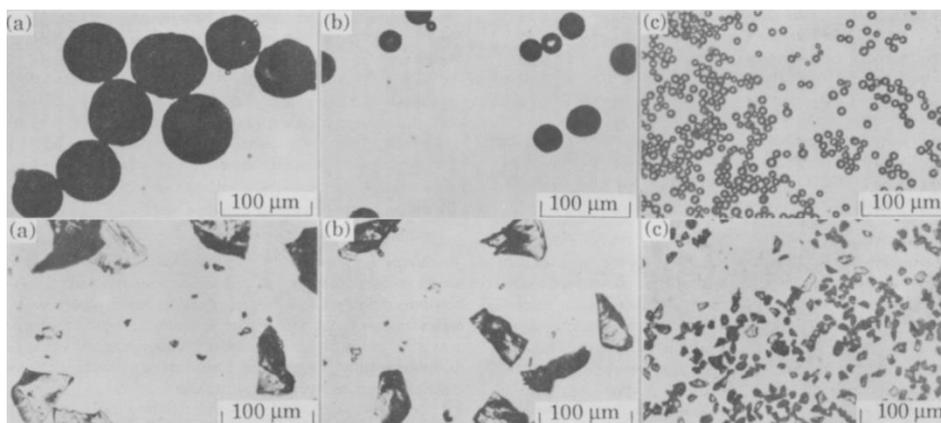


Figure 6 : De gauche à droite : particules de 73 μm , 40 μm et 10 μm ; En haut : particules sphériques ; En bas : particules anguleuses (Murakami et al., 1991).

Les auteurs concluent à l'absence d'effet de la forme du défaut sur la tenue en fatigue sous sollicitation de flexion rotative. La taille des particules, ici facilement mesurable, a en revanche un rôle important.

Murakami et Endo (Murakami & Endo, 1993) ont proposé un paramètre géométrique permettant de mesurer la taille d'un défaut quelconque noté $\sqrt{\text{aire}}$ qui est défini comme la racine carrée de l'aire du défaut projeté sur le plan perpendiculaire à la direction de contrainte maximale (voir Figure 7). Ainsi définie, la taille d'un défaut au sens de Murakami permet de respecter l'indépendance de sa forme dans la perte de tenue mécanique en fatigue, puisque deux défauts de formes très différentes peuvent avoir la même taille au sens de Murakami. Sachant que la propagation d'une fissure se fait dans le plan perpendiculaire à la direction de la contrainte maximale, l'idée de cette projection dans la définition de la taille au sens de Murakami est pertinente. Elle a pour avantage de ne pas être uniquement géométrique, car elle tient également compte de la réalité physique (Murakami & Endo, 1993).

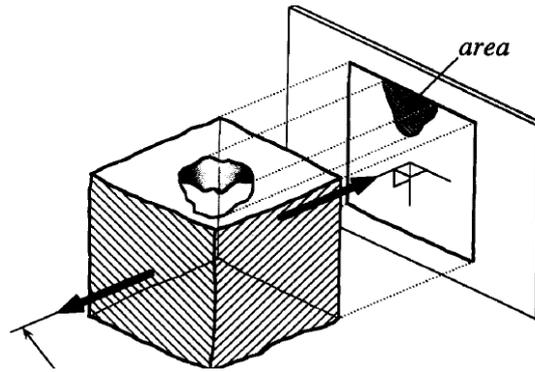


Figure 7 : Concept de taille de Murakami (Murakami & Endo, 1993)

D'autres méthodes de détermination de la taille d'une porosité existent, comme par exemple celle du « diamètre de Féret » qui l'assimile à la plus grande distance séparant deux points appartenant à la porosité (Charkaluk et al., 2014) (voir Figure 8). On trouve aussi la notion d'ellipse équivalente qui correspond à une ellipse qui a la même surface que la porosité pour un plan de coupe donné (ou un ellipsoïde qui a le même volume et même orientation pour les problèmes en trois dimensions) (Charkaluk et al., 2014) (voir Figure 8).

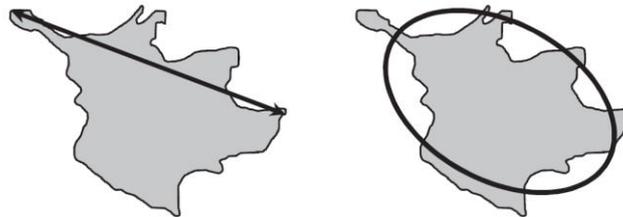


Figure 8 : Diamètre de Féret et ellipse équivalente d'une porosité (Charkaluk et al., 2014).

La porosité visible dans les pièces de fonderie représente en réalité un amas de pores. Nous venons d'exposer les caractéristiques géométriques des défauts élémentaires qui le constituent. On s'intéresse maintenant à la forme que peut prendre un amas réel de porosités, qui est un ensemble de ces défauts élémentaires.

1.1.3. Caractéristiques des amas de porosités réelles

Après avoir exposé les différents types de porosités individuelles et leur origine, on souhaite ici étudier les caractéristiques des amas de porosités réelles. On montre en Figure 9 des images d'amas réels que l'on peut trouver dans un alliage d'aluminium.

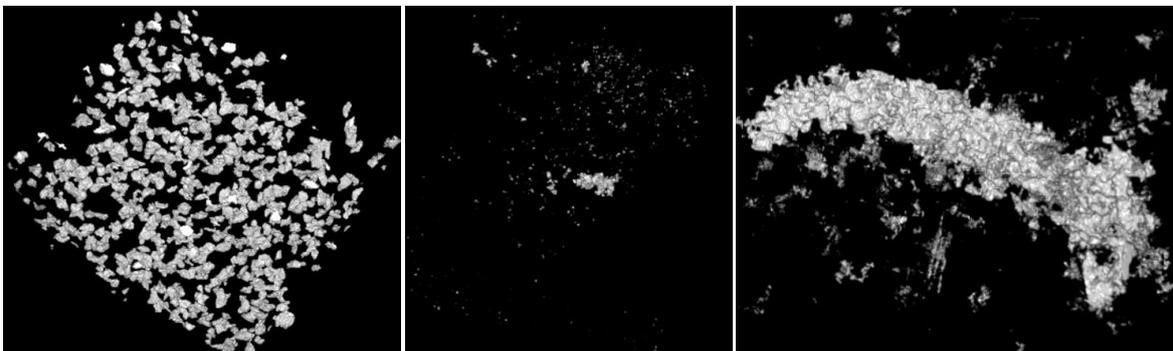


Figure 9 : Illustrations d'amas de porosités réelles dans les alliages d'aluminium. A gauche : cas de porosité dite de dégazage ; Au centre : Micro-retassure ; A droite : Retassure. (Images d'archives du CTIF de Sèvres)

Dans la littérature, on trouve généralement un critère de répartition des tailles des porosités suivant une loi log-normale ((Zhang et al., 2015), dans l'alliage d'aluminium A319). Afin de limiter l'étude à un domaine restreint qui soit représentatif de l'amas de porosité, un Volume Élémentaire Représentatif (VER) est alors isolé.

Dans (Le, 2016), l'auteur procède à des analyses dans des coupes transversales d'éprouvettes en alliage d'aluminium $AlSi_7Cu_{0.5}Mg_{0.3}$, en zone de tête et zone utile, dont 3 nuances sont étudiées :

- la nuance A, coulée en coquille par gravité, soumise au traitement T7 (mise en solution, trempe, revenu), induisant la présence de petites porosités (taille inférieure à 40 μm),
- la nuance B, coulée par le procédé de moule perdu, soumise au traitement T7, induisant la présence de porosités de taille moyenne (taille inférieure à 100 μm),
- la nuance C, coulée par le procédé de moule perdu avec compaction isostatique à chaud, soumise au traitement T7, dans laquelle la porosité peut être considérée comme négligeable.

Les coupes sont observées au microscope optique sur des surfaces de 2.5 mm². En notant \sqrt{aire} la taille équivalente au sens de Murakami d'une porosité (projection sur le faciès de rupture), il est possible de décrire la fonction de répartition de la taille maximale des pores de chaque coupe à l'aide d'une loi de Gumbel à deux paramètres (μ, β) où μ est le paramètre de position et β est le paramètre d'échelle. Ainsi on écrit :

$$F(\sqrt{aire}) = \exp\left[-\exp\left(\frac{-(\sqrt{aire} - \mu)}{\beta}\right)\right] \quad (4)$$

Cette modélisation permet en effet une bonne corrélation avec la loi de distribution des tailles des pores trouvées expérimentalement (voir Figure 10).

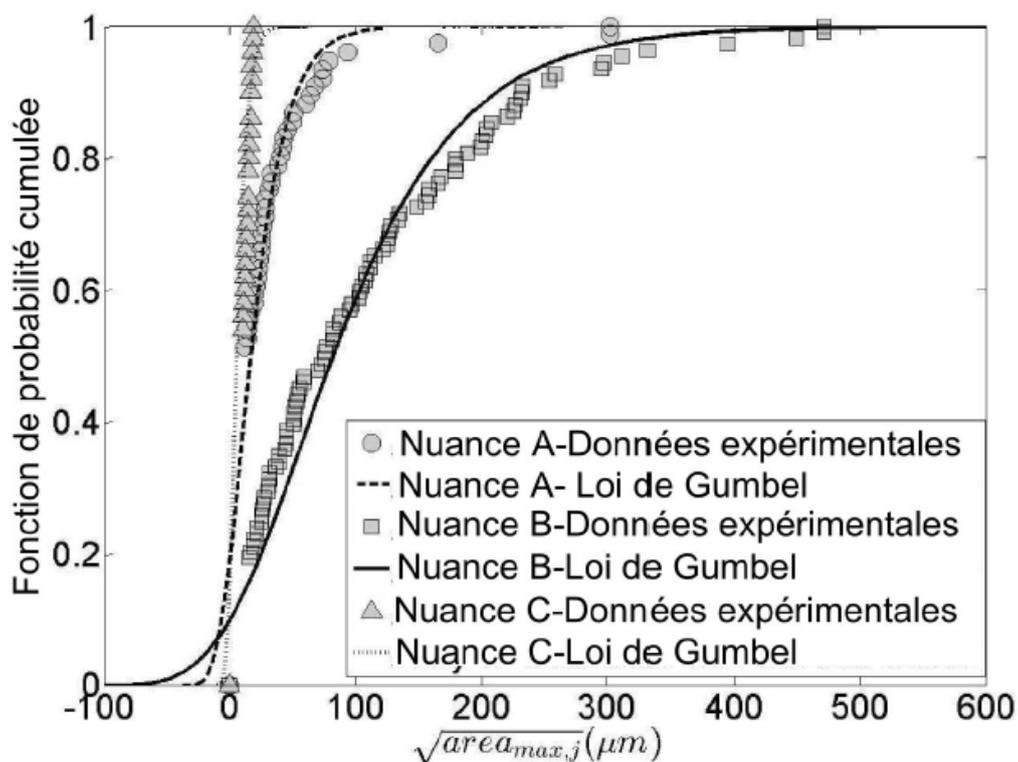


Figure 10 : Fonctions de répartition de la taille maximale de pore dans des coupes transversales des 3 nuances d'aluminium reliées par une loi de Gumbel (Le, 2016)

Une autre loi classiquement adoptée pour décrire la répartition de la taille des porosités (notée a) est la loi log-normale (Gruenberg et al., 1998). Elle s'exprime de la façon suivante :

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(a - a_{lim})\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(a - a_{lim}) - \xi}{\sigma}\right)^2\right) \quad (5)$$

Où a_{lim} est la taille minimale sous laquelle on ne trouve aucune porosité, ξ est un paramètre de forme et σ est un paramètre d'échelle.

La position des pores est, quant à elle, souvent considérée comme uniforme au sein d'un Volume Élémentaire Représentatif de la porosité (VER). Pour modéliser la porosité, (Kohlhauser & Hellmich, 2013) opte par exemple pour une répartition régulière de cylindres suivant un pavage en triangles équilatéraux (voir Figure 11). Ainsi, l'amas de porosité est ramené à une géométrie en deux dimensions.

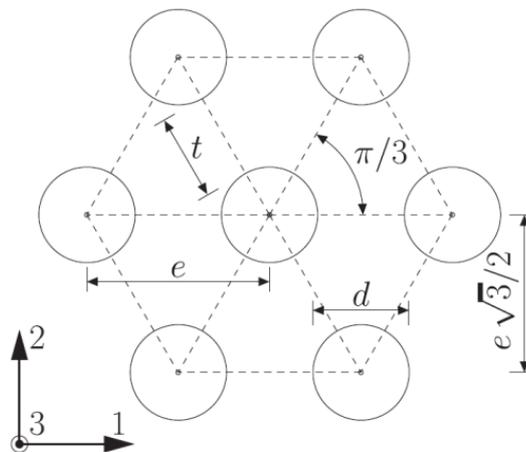


Figure 11 : Choix de modélisation de la porosité en cylindres (axe selon la direction 3) et suivant un pavage en triangles équilatéraux (Kohlhauser & Hellmich, 2013)

Dans cette première partie, nous avons montré les différentes formes que peut prendre la porosité élémentaire en fonction de son origine : les porosités de dégazage sont globalement sphériques tandis que les porosités de retrait ont des formes plus anarchiques. Par ailleurs, elles sont souvent considérées comme uniformément réparties au sein d'un VER.

Pour rappel, dans le sujet que l'on se propose de traiter, on cherche à caractériser géométriquement ces amas de défauts sur la base de données obtenues par contrôle non destructif ultrasonore. On s'intéresse donc, dans la partie suivante, à décrire le contexte de notre problématique et à rappeler quelques notions de base de ce type de contrôle non destructif.

1.2. Contrôle non destructif ultrasonore

1.2.1. Rappels fondamentaux

1.2.1.1. Les CND appliqués pour la recherche d'amas de porosités

Le contrôle non destructif de la porosité dans les alliages d'aluminium est complexe, car les moyens qui peuvent traditionnellement être mis en œuvre, comme la tomographie ou la radiographie, se heurtent parfois à

des difficultés sur des pièces industrielles de grande taille et non démontables. Ce dernier point implique souvent une impossibilité de faire les contrôles *in situ*. Par ailleurs, l'épaisseur de matière avant d'atteindre le défaut est parfois rédhibitoire. Ce sont les raisons pour lesquelles on opte généralement pour le contrôle ultrasonore.

Dans la littérature, le contrôle ultrasonore de pièces contenant des amas de pores est un thème souvent abordé dans le but de déterminer une caractéristique globale de la porosité (son taux en l'occurrence). Ce type d'étude est généralement mené sur des matériaux composites. Par exemple, dans les polymères renforcés de fibres de carbone, (Ishii et al., 2016) établissent une corrélation entre le taux de porosité d'une part et la célérité et l'atténuation des ondes ultrasonores d'autre part. Un autre exemple vient de (Podymova & Karabutov, 2017) qui démontre que la dispersion de la vitesse de phase des ondes (i.e. dépendance de la vitesse de phase à la fréquence) croît avec le taux de porosité dans les composites à matrice en aluminium A336 avec particules de SiC.

Le cas du contrôle ultrasonore de la porosité appliqué aux alliages d'aluminium est également abordé dans la littérature, quoique plus rarement que celui des composites. Il peut s'agir de mousses d'aluminium comme chez (Avinash et al., 2019) et dont les travaux répondent à une problématique tout à fait différente de la nôtre. Mais on trouve également des travaux dans des alliages classiquement utilisés en aéronautique comme l'aluminium A319 (Ghaffari et al., 2004) ou l'A357 (Adler et al., 1986). Dans ces deux derniers exemples, les études sont menées de façon analogue à celles évoquées pour les composites. La taille des pores, considérés comme sphériques, est supposée suivre une distribution selon une loi de probabilité (uniforme, log-normale, etc.). Une corrélation est alors établie entre les paramètres de cette distribution et l'atténuation calculée entre le signal de surface et celui de fond au sein d'un échantillon représentatif du matériau. Une taille caractéristique des pores peut également être déterminée en étudiant la transition entre le domaine de Rayleigh et le domaine géométrique à partir de l'évolution de l'atténuation en fonction de la fréquence de l'onde incidente.

Plus généralement, ces travaux visent à établir un abaque d'une grandeur mesurable du signal en fonction d'une caractéristique globale de la porosité (son taux notamment) en supposant qu'elle est homogène dans la pièce contrôlée. Ces abaques ne décrivent pas la configuration des défauts présents, et ne permettent donc pas d'alimenter les modèles de calcul de durée de vie exigeant plus d'indications sur les dimensions et positions des porosités.

Le problème de la caractérisation géométrique de la porosité par ultrasons (en vue d'un calcul en fatigue notamment) n'est, à notre connaissance, pas traité. En revanche, de façon plus globale, on trouve la tomographie à rayons X comme principale méthode pour caractériser géométriquement les amas de pores, en vue d'un calcul en fatigue, (Wang et al., 2016), (Vanderesse et al., 2011), (Hosdez et al., 2020), (Nizery, 2015).

Après avoir rappelé le contexte scientifique et industriel de notre étude, on présente ci-après quelques rappels élémentaires du contrôle non destructif ultrasonore, des techniques de contrôles et des modèles applicables.

1.2.1.2. Présentation des ondes ultrasonores

Les ultrasons sont des ondes de vibration mécanique correspondant à des fréquences supérieures à la limite audible pour l'oreille humaine (allant de 20 Hz à 20 kHz). La gamme de fréquences ultrasonores débute donc à 20 kHz. En CND, la gamme employée communément est très étendue allant de 100 kHz environ (émission acoustique, couplage aérien...) à 50 MHz voire davantage (mesure d'épaisseur de revêtement, microscopie acoustique ...). Le choix de la fréquence est gouverné par un compromis entre la résolution spatiale souhaitée (de l'ordre de la longueur d'onde) et le pouvoir de pénétration de l'onde transmise. En effet, plus la fréquence

augmente, plus la résolution sera fine mais plus l'atténuation dans le matériau sera forte. Dans les applications les plus courantes, et en particulier pour le contrôle des métaux, les fréquences typiques sont de l'ordre de quelques MHz, ce qui correspond à des longueurs d'onde de l'ordre du millimètre.

Il existe plusieurs types d'ondes ultrasonores (ondes de volume, ondes de surface, ondes de plaque, ...), mais pour notre étude on se focalisera sur l'analyse de travaux effectués en ondes de volume générées par des capteurs multiéléments. On rappellera quelques notions importantes liées au champ ultrasonore avant de présenter cette technologie des multiéléments.

1.2.1.3. Ondes longitudinales et transversales

La propagation d'une onde est décrite à partir des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En régime linéaire (petits déplacements), l'équation de l'onde dans un fluide parfait peut être décrite de la forme suivante (Royer, 1974):

$$\Delta p - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

où p correspond à la pression acoustique et V correspond à la vitesse de l'onde dans le matériau (ou célérité).

Dans un solide infini, homogène et isotrope, l'équation de propagation s'écrit :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) - \mu \cdot \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u})) \quad (7)$$

où ρ_0 est la masse volumique, λ et μ les constantes de Lamé. Le vecteur déplacement \vec{u} peut être décomposé sous la forme suivante (Royer, 1996) :

$$\vec{u} = \vec{u}_L + \vec{u}_T \quad (8)$$

avec \vec{u}_L un vecteur à rotationnel nul, dérivant d'un potentiel scalaire ϕ et \vec{u}_T un vecteur à divergence nulle, dérivant d'un potentiel vectoriel $\vec{\Psi}$ tel que :

$$\begin{cases} \vec{u}_L = \overrightarrow{\text{grad}}\phi \\ \vec{u}_T = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{\Psi} \end{cases} \quad (9)$$

Dans un solide élastique, le déplacement particulière associé à une onde de volume s'écrit donc comme la résultante des contributions de deux types d'ondes :

- les ondes polarisées longitudinalement (ou « ondes L ») : le déplacement des particules est parallèle à la direction de propagation de l'onde, ce qui provoque des contraintes de compression et de traction,
- les ondes polarisées transversalement (ou « ondes T ») : la vibration des particules est perpendiculaire au sens de propagation de l'onde, ce qui provoque des contraintes de cisaillement. Seuls les solides (ou les liquides très visqueux) présentent une rigidité suffisante pour permettre la transmission des ondes transversales.

Les ondes longitudinales et transversales se propagent avec des célérités différentes, notées respectivement c_L et c_T . Généralement, dans les métaux, ces deux célérités vérifient approximativement $c_T \approx 0.5c_L$.

1.2.1.4. Champ proche et champ lointain

Le champ acoustique émis en régime harmonique dans un milieu fluide homogène comporte deux régions particulières. La région de champ proche (ou zone de Fresnel) est la zone où le champ de pression subit une succession de maxima et de minima d'amplitude rendant cette zone difficilement exploitable. La limite de cette zone, notée Y_0 , correspond au dernier maximum d'amplitude et représente la distance de la focale naturelle du transducteur.

Pour un transducteur plan circulaire de diamètre D , la limite Y_0 de champ proche est donnée par :

$$Y_0 = \frac{D^2}{4\lambda} \quad (10)$$

où λ est la longueur d'onde dans le fluide.

La région de champ lointain (ou zone de Fraunhofer) est la zone au-delà de Y_0 où l'amplitude décroît régulièrement et où le faisceau devient divergent (voir Figure 12).

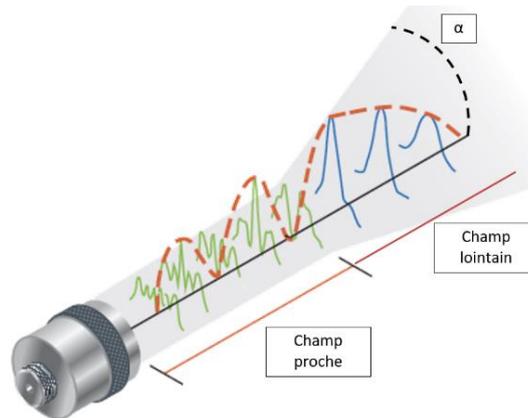


Figure 12 : Illustration de l'amplitude de pression le long de l'axe d'un émetteur circulaire

En champ lointain, la divergence du faisceau d'un émetteur circulaire de diamètre D peut être caractérisée par l'angle α donné par :

$$\sin(\alpha) = K \times \frac{\lambda}{D} \quad (11)$$

avec $K = 0.51$ pour une baisse de 6 dB, $K = 0.87$ pour une baisse de 20 dB et $K = 1.22$ pour une baisse de 40 dB (chute totale).

La détection des défauts est plus aisée en champ lointain, où le faisceau est homogène. Or, la divergence du faisceau peut dégrader la résolution latérale (difficulté de séparer deux défauts proches) ou bien des défauts peu échogènes peuvent ne pas être détectés (faible amplitude). L'emploi de transducteurs dits focalisés permet alors de concentrer l'énergie du faisceau dans une région définie de l'espace. Dans le cas général, la focalisation résulte de la mise en phase de l'ensemble des ondes ultrasonores générées par les sources composant la surface émettrice du transducteur. Elle peut être accomplie par différents moyens : par l'utilisation d'une lentille acoustique concave dont le rayon de courbure dépendra de la distance focale désirée, par la mise

en forme de la pastille, ou bien par la définition d'une loi de retards électroniques dans le cas de traducteurs multiéléments.

1.2.1.5. Tache focale

La tache focale est définie comme la zone où la pression acoustique ne baisse pas de plus de 6 dB par rapport à la valeur maximale. Pour un traducteur à vibration uniforme et harmonique monochromatique, les dimensions spatiales de la tache focale sont fonctions de la distance focale F , du diamètre D du traducteur et de la longueur d'onde λ .

La largeur l_{-6dB} et la longueur L_{-6dB} de la tache focale peuvent être approchées par :

$$\begin{cases} l_{-6dB} = \lambda \frac{F}{D} \\ L_{-6dB} = 7\lambda \left(\frac{F}{D}\right)^2 \end{cases} \quad (12)$$

1.2.1.6. Domaines de longueur d'onde et atténuation

En acoustique ultrasonore, on distingue classiquement trois domaines de diffusion, selon le rapport de la longueur d'onde par rapport à la taille du défaut (ou plus généralement de l'hétérogénéité) rencontré :

- le domaine de Rayleigh est défini par une longueur d'onde beaucoup plus grande que la taille du défaut,
- le domaine stochastique est défini par une longueur d'onde de l'ordre de la taille du défaut,
- le domaine géométrique est défini par une longueur d'onde beaucoup plus petite que la taille du défaut.

On entend par « hétérogénéité » tout ce qui est de nature à altérer la propagation des ondes telle que décrite précédemment : la microstructure, une interface, une discontinuité,... Ces domaines font donc intervenir des physiques différentes et leur distinction entre en jeu lors des considérations de la diffusion multiple.

L'atténuation désigne la perte d'énergie de l'onde ultrasonore. Elle peut soit provenir de sa divergence due à son interaction avec la frontière et/ou la microstructure du milieu, soit être liée à des effets d'amortissement dû à sa viscosité. Cela peut se caractériser par les trois phénomènes suivants :

La diffusion est due à l'hétérogénéité et/ou à l'anisotropie du milieu traversé et conduit à la déviation de l'énergie ultrasonore. On distingue deux types d'hypothèses de départ : la **diffusion simple** et la **diffusion multiple**. L'hypothèse de diffusion simple considère que chaque grain diffuse les ondes incidentes indépendamment des autres grains, alors que la diffusion multiple prend en compte le fait que l'onde arrivant sur un grain a déjà été diffusée par d'autres grains. La diffusion simple est donc une approximation du phénomène réel de diffusion. Ainsi, prendre en compte la diffusion multiple permet de se rapprocher de la réalité.

La diffraction est due à l'interaction entre le faisceau ultrasonore et un obstacle et conduit à la création d'ondelettes aux extrémités de l'obstacle avec un phénomène de divergence du faisceau transmis. Elle se produit lorsque la longueur d'onde incidente est supérieure ou égale à la taille de l'obstacle.

L'absorption est due à la viscosité du matériau dans lequel l'onde se propage. Elle conduit à la conversion de l'énergie ultrasonore en chaleur. Si ce phénomène est prépondérant dans le cas des polymères, il est en revanche négligeable dans les métaux tels que l'aluminium, au regard des deux autres types d'atténuation.

1.2.1.7. Comportement à l'interface

Lorsque l'onde ultrasonore rencontre une interface, divers phénomènes de transmission, de réflexion et/ou de conversion se produisent. Le comportement à une interface des ondes acoustiques incidentes, réfléchies et diffusées est gouverné par la loi de Snell-Descartes. En effet, l'onde est réfléchiée sur une interface selon la direction dite spéculaire, c'est-à-dire vérifiant la condition de Snell-Descartes qui lie les angles d'incidence et de réflexion sur le défaut aux vitesses de propagation des ondes incidente et réfléchiée.

La relation généralisée de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction (transmission) de l'onde incidente subissant une éventuelle conversion de mode s'écrit :

$$\frac{\sin(\theta_1)}{V_{1L}} = \frac{\sin(\alpha_1)}{V_{1T}} = \frac{\sin(\theta_2)}{V_{2L}} = \frac{\sin(\alpha_2)}{V_{2T}} \quad (13)$$

avec V_{XY} la vitesse de propagation du mode $Y = L$ ou T dans le milieu $X= 1$ ou 2 , et les angles $\theta_1, \theta_2, \alpha_1, \alpha_2$ sont indiqués en Figure 13.

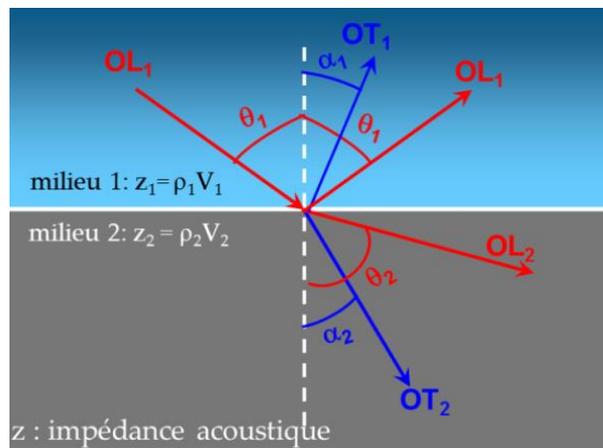


Figure 13 : Illustration de la loi de Snell-Descartes (exemple d'une onde incidente longitudinale)

Dans le cas où le milieu 1 est liquide et le milieu 2 est solide (notamment valable pour les contrôles en immersion), on peut écrire que l'amplitude de l'onde réfléchiée dépend du coefficient de réflexion R et celles des deux ondes L et T transmises dépendent des coefficients de transmission, respectivement notés t_{LL} et t_{LT} . Les conditions aux limites imposent la continuité de la composante normale du déplacement et de la contrainte normale ainsi que la nullité des contraintes tangentielles. Les coefficients de réflexion et de transmissions sont alors donnés par (Le Jeune, 2016) :

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \frac{N - S}{N + S} \\ t_{LL} = \frac{2 \cdot Z_1^{(L)} \cdot \cos(2\alpha_2)}{Z_2^{(L)} \cdot (N + S)} \\ t_{LT} = -\frac{2 \cdot Z_1^{(L)} \cdot Z_2^{(T)} \cdot \sin(2\theta_2)}{(Z_2^{(L)})^2 \cdot (N + S)} \end{array} \right. \quad (14)$$

où on a posé $Z_\alpha^{(P)}$ l'impédance acoustique du milieu α pour les ondes de polarité P et :

$$\begin{cases} v = \frac{v_2^{(T)}}{v_1^{(L)}} \\ N = v \cdot \sin(2\theta_2) \cdot \sin(2\alpha_2) + \cos^2(2\alpha_2) \\ S = \frac{Z_1^{(L)} \cdot \cos(\theta_2)}{Z_2^{(L)} \cdot \cos(\theta_1)} \end{cases}$$

1.2.1.8. Génération et réception d'une onde ultrasonore

En général un même capteur (ou transducteur ou transducteur ou sonde) peut être utilisé comme émetteur et récepteur des ondes ultrasonores. Le dispositif le plus courant s'appuie sur le phénomène de transduction piézoélectrique qui permet de transformer un signal électrique en vibration mécanique (pour l'émission) et *vice versa* (pour la réception). D'autres techniques existent (laser, EMAT, ...) mais ne seront pas étudiées dans ces travaux.

1.2.2. Techniques de contrôle des défauts par ultrasons

1.2.2.1. Principes du contrôle ultrasonore

Différentes configurations de contrôle sont possibles : émetteur et récepteur peuvent être confondus (mode pulse-echo) ou bien séparés. Dans ce dernier cas, les transducteurs peuvent être situés de chaque côté de la pièce (mode transmission) ou en tandem (transducteurs situés du même côté de la pièce).

On distingue également les contrôles en immersion pour lesquels le transducteur est situé à une certaine distance de la pièce immergée dans un liquide couplant (bien souvent de l'eau) et les contrôles au contact pour lesquels le transducteur se trouve posé sur la pièce, le couplage étant assuré en général par un gel aqueux. Il existe également des méthodes de contrôle exploitant des ondes de surface (ondes de Rayleigh par exemple) ou des ondes guidées (ondes de Lamb par exemple).

Le principe général de ce type de contrôle consiste à exciter la pièce contrôlée avec une onde ultrasonore générée par un transducteur piézoélectrique. L'onde va interagir avec les éventuels défauts au cours de sa propagation dans le matériau, ce qui se traduira par la formation d'échos.

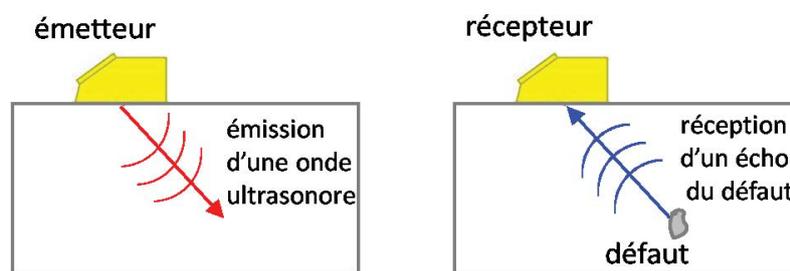


Figure 14 : Principe du contrôle échographique (Source : (Fidahoussen, 2012))

Les ondes ultrasonores diffusées sont alors réceptionnées, également par un transducteur piézoélectrique. Ces échos peuvent nous renseigner sur les localisations et les caractéristiques géométriques des défauts qui en sont à l'origine.

On distingue les sondes « mono-élément » constituées d'un seul transducteur, et les sondes « multiéléments » constituées de plusieurs transducteurs élémentaires en réseau pouvant chacun être piloté indépendamment.

1.2.2.2. Présentation de la technologie multiéléments

Les premières techniques à ultrasons multiéléments dans le domaine du contrôle industriel ont été introduites dans les années 1980. Leurs avantages comparés aux techniques traditionnelles utilisant des mono-éléments sont nombreux (Fidahoussen, 2012) (Bannouf, 2013) :

- accélération des contrôles,
- bonne résolution,
- focalisation, déviation et balayage numériques,
- utilisation possible d'une même sonde pour contrôler différentes régions de la pièce,
- adaptabilité à des configurations complexes,
- performance accrue en détection et nouvelles possibilités dans le domaine de l'imagerie,
- possibilité d'obtenir différentes représentations des signaux expérimentaux (B-scan, C-Scan, D-Scan).

Divers types de transducteurs multiéléments ont été développés (voir Figure 15). Les plus courants sont ceux organisés en réseau :

- linéaire : les éléments sont alignés selon un axe. Ces transducteurs permettent en général d'effectuer des contrôles dans leur plan.
- annulaire : les éléments sont des anneaux concentriques. Ces transducteurs permettent de focaliser le faisceau à différentes profondeurs le long d'un axe. La surface des anneaux est dans la plupart des cas constante, ce qui implique une largeur différente pour chaque anneau.
- circulaire : les éléments sont placés sur une couronne. Ces transducteurs sont généralement utilisés pour le contrôle d'un tube (par l'intérieur ou l'extérieur).
- matriciel : les éléments sont placés dans les deux dimensions. Ces transducteurs permettent d'effectuer des contrôles en 3D.

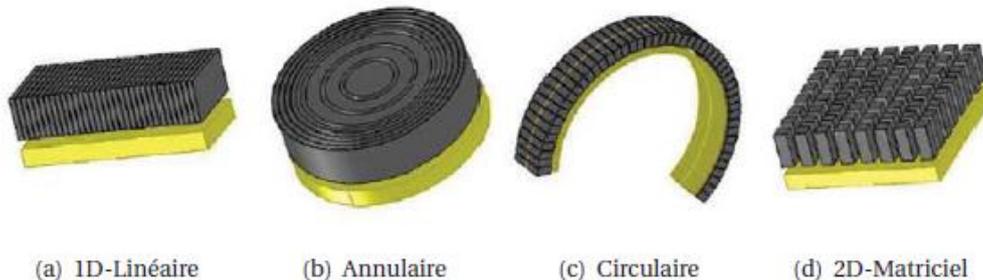


Figure 15 : Différentes configurations de capteurs multiéléments (Fidahoussen, 2012)

Quel que soit son type, un transducteur multiéléments est caractérisé par : (voir Figure 16)

- Le nombre d'éléments du réseau (n),
- La largeur des éléments (a),
- La longueur des éléments (b),
- L'espace inter-éléments (e_i) : distance entre deux éléments adjacents,
- Le pas inter-éléments (en anglais « *pitch* ») (p) : somme de la largeur d'un élément et de l'espace inter-élément,
- La fréquence d'utilisation (f).

Généralement, les capteurs linéaires multiéléments sont conçus avec un pas inter-éléments (p) égal ou inférieur à une demi-longueur d'onde, afin de satisfaire la condition de Nyquist. Cet espacement minimise la formation de lobes de réseaux résultant de la périodicité de la distribution des éléments. Ce phénomène apparaît pour des déviations angulaires importantes du faisceau par rapport à la surface active.

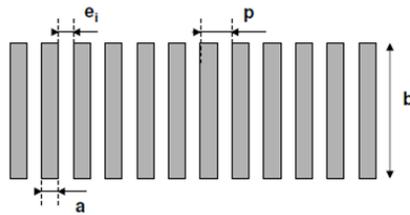


Figure 16 : Schéma d'un traducteur multiéléments linéaire

1.2.2.3. Emission/réception des signaux

La technologie multiélément consiste à utiliser des traducteurs divisés en plusieurs éléments indépendants et à exciter chacun d'eux avec un décalage temporel au moyen de lois de retards de façon à créer un front d'onde par interférences constructives et destructives. Il y a donc la formation d'un faisceau en fonction des retards prévus par cette loi entre les éléments. On parle de faisceau « dévié », « focalisé » ou « dévié et focalisé » (voir Figure 17).



Figure 17 : Exemples de lois de retards, à gauche : déviation ; au centre : focalisation ; à droite : déviation-focalisation

Une loi de retard correspond à un tir ultrasonore et par conséquent à un faisceau donné. Par principe du contrôle échographique (voir Figure 14), en présence d'une discontinuité, des signaux seront reçus et doivent être exploités. Les signaux élémentaires reçus par chacun des transducteurs n'étant pas reçus simultanément sont alors mis en phase électroniquement afin d'être interprétables. La loi de retards en réception est en général identique à celle en émission (voir Figure 18).

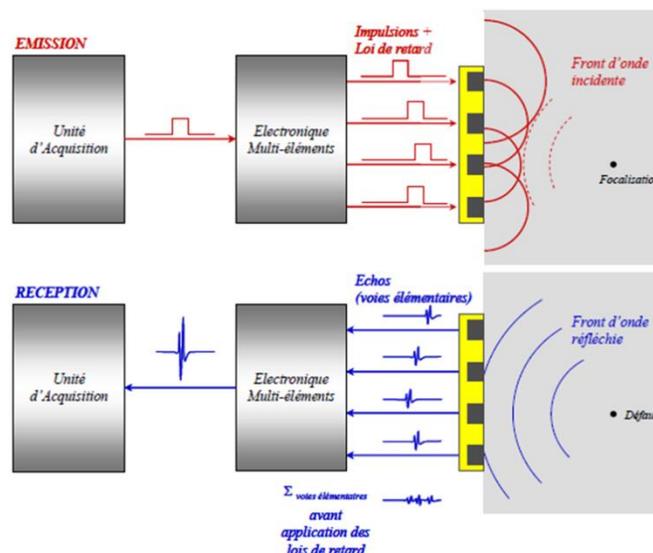


Figure 18 : Principe des lois de retards (mise en phase à l'émission et à la réception)

D'autre part, puisqu'une loi de retards génère un faisceau, en modifiant les retards d'un élément à l'autre au cours d'une séquence de plusieurs tirs, la direction de propagation pourra être modifiée. On parlera de

« balayage électronique sectoriel ». En modifiant le groupe d'éléments excités au cours d'une autre séquence de tirs, le faisceau pourra être déplacé électroniquement. On parle alors de « balayage électronique linéaire ». Ces deux fonctionnalités donnent alors naissance à des imageries à deux dimensions qui constituent un des intérêts de cette technique.

Plusieurs fonctionnalités multiéléments existent permettant d'améliorer les performances de contrôle en temps réel, comme la Focalisation Dynamique en Profondeur ou FDP (en anglais « *Dynamic Depth Focusing* » ou *DDF*)

D'autre part, par opposition à ces techniques de formation de faisceau, il existe des techniques dites « à voies élémentaires ». Ces techniques reposent sur une première étape d'acquisition des signaux comme par exemple l'Acquisition de la Matrice Complète ou AMC (en anglais « *Full Matrix Capture* » ou *FMC*) et une seconde étape en post-traitement avec l'algorithme de reconstruction Focalisation en Tout Point ou FTP (en anglais « *Total Focusing Method* », ou *TFM*). D'autres fonctionnalités existent mais n'ont pas été retenues pour nos travaux (PWI, SMC...) (Bannouf, 2013).

1.2.2.4. Principe de la fonctionnalité AMC/FTP

1.2.2.4.1. Etape 1 : Acquisition de la Matrice Complète

Notre choix de méthode ultrasonore, pour l'excitation et l'acquisition des signaux, s'est porté sur la fonctionnalité AMC. Cette méthode consiste en une acquisition sous forme matricielle des signaux en émettant successivement une onde depuis chacun des éléments et en réceptionnant le signal diffusé avec tous les éléments. Par exemple, pour un capteur à n éléments, si un élément i émet une onde ultrasonore, l'ensemble des capteurs (y compris i) reçoivent le signal diffusé. Les signaux collectés sont conservés sous forme d'une matrice appelée « matrice K », dont le coefficient en ligne i et en colonne j est le signal émis par l'élément i et reçu par l'élément j . Une illustration du fonctionnement de cette méthode est donnée en Figure 19.

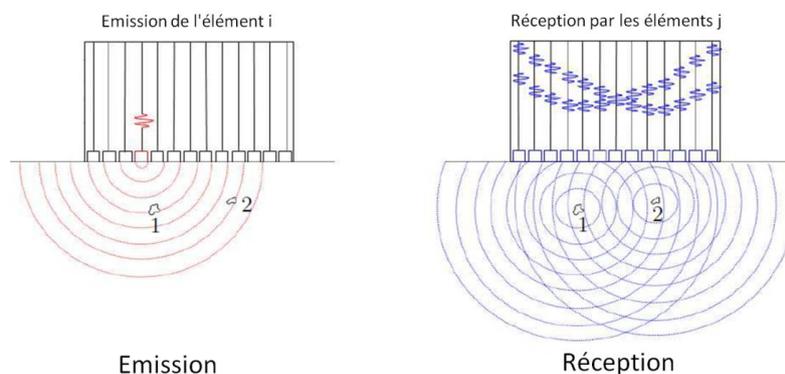


Figure 19 : Schéma illustratif de l'AMC ou Acquisition de la Matrice Complète (Osman, 2013)

Cette méthode d'acquisition des signaux nécessite un post-traitement basé sur des algorithmes de focalisation en tous points permettant la détection et la localisation des indications dans le volume de la pièce contrôlée.

1.2.2.4.2. Etape 2 : Post-traitement par une Focalisation en Tous Points

La technique de reconstruction choisie est la Focalisation en Tous Points (FTP). Elle consiste en une focalisation synthétique des signaux de la matrice K obtenue en les sommant de façon cohérente. En chaque

point P de la zone de reconstruction, l'expression de l'amplitude I_{FTP} au point P est donnée par la formule suivante :

$$I_{FTP}(P) = \sum_{i=1}^n s_{ij}(P) \quad (15)$$

avec $s_{ij}(P)$ l'amplitude du signal évaluée au temps de vol théorique correspondant au point P et au tir i reçu au niveau du traducteur j .

La description du processus de reconstruction par FTP fait appel à la notion de courbe isochrone. Une courbe isochrone représente l'ensemble des points ayant un temps de vol identique. Par définition, la courbe isochrone d'un temps donné pour un émetteur i et un récepteur j est une (demi-)ellipse dont les foyers sont l'émetteur i et le récepteur j (voir Figure 20).

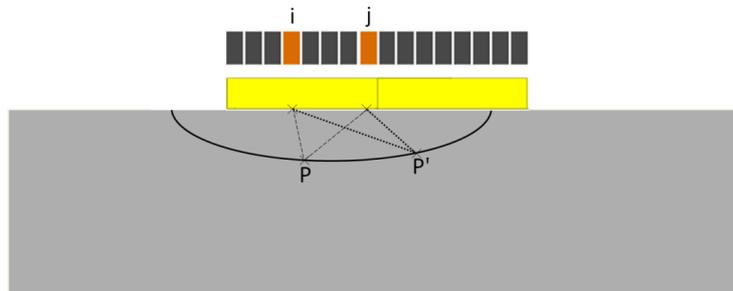


Figure 20 : Schéma illustratif de la notion d'isochrone. Le temps de parcours iP_j est le même que celui de iP'_j quels que soient les points P et P' de l'ellipse de foyers i et j

Ainsi, si le signal $s_{ij}(P)$ montre un maximum d'amplitude à un temps de vol donné, cela signifie que le diffuseur à l'origine de cet écho mesuré se situe sur cette courbe isochrone. Puisque le diffuseur recherché appartient à chacune des isochrones, la sommation des amplitudes au sein de la matrice K sur ces isochrones est cohérente et permet alors de le localiser.

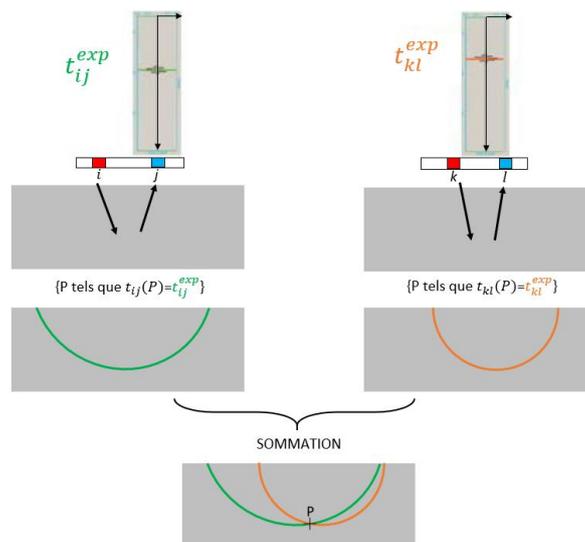


Figure 21 : Exemple de sommation cohérente de deux signaux localisant un diffuseur au point P

Pour nos travaux de thèse, nous allons procéder à la simulation des contrôles ultrasonores de nos éprouvettes. Le logiciel CIVA permettant, entre autres, ce type de simulation a été utilisé pour nos travaux.

1.2.3. Modèles de contrôle non destructif ultrasonore

1.2.3.1. Principe du logiciel CIVA

L'approche mise en œuvre par CIVA combine l'utilisation de modèles de diffusion de défaut avec des modèles asymptotiques hautes fréquences de type rayon pour le calcul du champ primaire. Les calculs de CIVA sont fondés sur le principe de réciprocité que nous présentons brièvement ci-après.

Certaines limites des modèles de diffusion implémentés dans ce logiciel seront abordées en Chapitre 2, notamment sur la prise en compte des interactions entre défauts. Pour notre cas d'étude d'amas de défauts cylindriques, il paraît important de pouvoir prendre en compte précisément les effets de diffusion multiple dans les modèles et pallier ainsi les limites d'un modèle de diffusion simple.

1.2.3.2. Principe de réciprocité

Dans le logiciel CIVA, la simulation de la réponse ultrasonore de défauts est réalisée en se basant sur le principe de réciprocité (Michel Darmon & Chatillon, 2013). Ce principe s'appuie sur le fait que le modèle peut être représenté par une fonction de transfert du champ, convoluée avec le champ de vitesses pour donner celui de potentiel de vitesse.

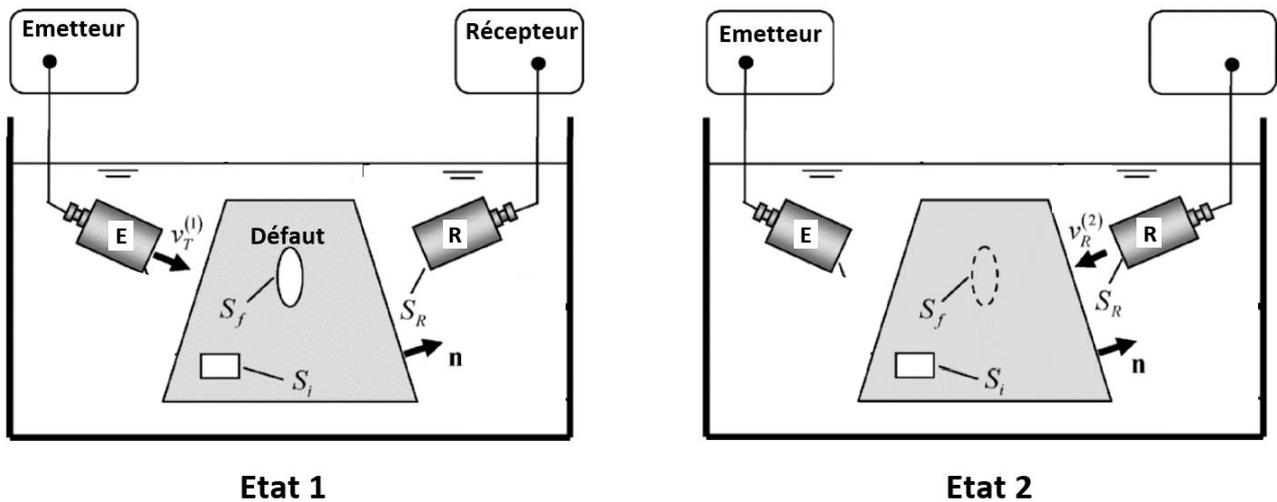


Figure 22 : Etat 1 – calcul du champ ultrasonore pour le capteur émetteur considéré comme actif et avec la présence du défaut de surface S_f ; Etat 2– calcul du champ ultrasonore pour le capteur récepteur considéré comme actif en l'absence de ce même défaut (Schmerr & Song, 2007).

D'après (Schmerr & Song, 2007), on peut déduire la réponse échographique, notée $V_R(\omega)$ sous sa forme fréquentielle, du défaut de surface S_f telle que :

$$V_R(\omega) = s(\omega) \cdot \iint_{S_f} \left[\tau_{ji}^{(1)}(\vec{x}, \omega) \cdot v_i^{(2)}(\vec{x}, \omega) - \tau_{ji}^{(2)}(\vec{x}, \omega) \cdot v_i^{(1)}(\vec{x}, \omega) \right] \cdot n_j(\vec{x}) \cdot dS \quad (16)$$

où s est une fonction caractérisant l'ensemble de la chaîne d'acquisition incluant les caractéristiques de l'émetteur et du récepteur et $v_i^{(1)}(\vec{x}, \omega)$ et $v_i^{(2)}(\vec{x}, \omega)$ sont la i -ème composante du vecteur vitesse au point de

la surface du défaut localisé par le vecteur \vec{x} respectivement aux états (1) et (2) de la Figure 22. De même, $\tau_{ij}^{(1)}$ et $\tau_{ij}^{(2)}$ sont les composantes en i et j du tenseur des contraintes, respectivement aux états (1) et (2) avec $n_j(\vec{x})$ la normale sortante au défaut.

1.2.3.3. Approximation de Kirchhoff

(M. Darmon, 2002)(M. Darmon, 2002)(M. Darmon, 2002)(M. Darmon, 2002)(M. Darmon, 2002)(M. Darmon, 2002)(M. Darmon, 2002)L'approximation de Kirchhoff est une méthode consistant à approcher le champ diffracté par un défaut en calculant une intégrale sur sa surface. Cette approximation s'applique généralement à un défaut plan. Elle est valable en haute fréquence (ou plus précisément pour $ka \gg 1$ où a est une grandeur caractéristique du défaut et k le nombre d'onde) lorsqu'on se trouve en domaine stochastique ou géométrique, car il faut que l'écho diffracté soit dominé par les réflexions spéculaires pour que cette approximation soit valable.

Chapman est à l'origine de l'application élasto-dynamique de l'approximation de Kirchhoff pour le contrôle non destructif ultrasonore (Chapman, 1982). Le théorème de Green surfacique permet d'exprimer le champ diffusé par un défaut plan dont les deux surfaces S_+ (surface atteinte par l'onde incidente) et S_- (surface non atteinte par l'onde incidente) sont libres de toute contrainte et constituent une partition de la surface totale *i.e.* $S = S_+ \cup S_-$. Sur S_- , le champ total de déplacement est nul car le champ diffusé s'oppose au champ incident. Sur S_+ , le champ diffusé est celui qui apparaîtrait si le défaut était localement assimilé à une surface libre infiniment plane. Dans cette hypothèse, chaque point de S_+ interagit avec le faisceau, comme si ce point appartenait au plan localement tangent à la surface du défaut. Le champ de contrainte de S_+ est supposé équivalent à celui que provoquerait un effort de traction appliqué au point insonifié. Ainsi, le champ de pression total (incidence et diffusion) peut être exprimé à l'aide de la fonction de Green, que l'on peut définir de la façon suivante (M. Darmon, 2002) :

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad (17)$$

ayant posé \vec{r}' le point d'observation, \vec{r} un point à la surface du défaut et $R = \|\vec{r}' - \vec{r}\|$.

De fait, la théorie des fonctions de Green stipule que si une fonction scalaire ϕ et son gradient normal $\overrightarrow{\text{grad}}\phi \cdot \vec{n}$ sont connus sur une surface fermée S , la fonction ϕ peut alors être décrite en tout point de l'espace de coordonnées (x, y, z) .

Gubernatis et al. ont généralisé ce développement au cas d'une matrice élastique contenant un défaut dans un milieu isotrope afin d'obtenir une expression du déplacement total (Gubernatis et al., 1977). En revanche, les solutions exactes à ce problème de diffusion ne peuvent être obtenues que pour des formes géométriques particulières, comme les sphères et cylindres, et nécessairement vides (car les surfaces limitant le défaut ne doivent pas subir de contrainte).

La méthode de la matrice de diffusion multiple présentée ci-dessous permet de résoudre de façon analytique le problème de la diffusion entre plusieurs défauts. On précise que cette dernière n'est pas implémentée dans CIVAS.

1.2.3.4. Méthode de la matrice de diffusion multiple

La théorie de la matrice de diffusion a été développée dans les années 70 (Waterman, 1976) afin de décrire les ondes de diffusion dans des milieux fluides et solides. Pour un milieu solide, on peut trouver la solution analytique au problème de la diffusion par un défaut cylindrique unique, voire une configuration quelconque de cylindres parallèles (Twersky, 1952). Lorsqu'il y a au moins deux défauts, on peut alors aborder le problème des effets de la résonance autour d'eux, qui varient en fonction de leur éloignement (Robert et al., 2004). Dans un tel cas d'étude, il existe des interactions entre les défauts et, dans le cas d'un milieu solide, des conversions de modes. La méthode souvent utilisée est celle du modèle de diffusion multiple basée sur le calcul d'une matrice de diffusion multiple (Ploix, 2006). Cette méthode sera approfondie dans le Chapitre 3.

1.2.3.5. Modèle analytique de Ying et Truell pour un réflecteur sphérique

Ce modèle est un cas particulier du précédent. Il constitue la résolution analytique exacte du problème de diffusion d'une onde plane longitudinale dans le cas d'une inclusion ou d'une cavité sphérique. Il a été développé en 1956 par Ying et Truell (Ying & Truell, 1956). Ils ont établi une théorie complexe pour aboutir au calcul du potentiel de déplacement, diffracté en basse fréquence, et de la section efficace de diffraction puis plus tard étendu à toute la gamme de fréquences (Johnson & Truell, 1965).

Dans l'approche considérée, le formalisme est très similaire à celui de la méthode de la matrice de diffusion multiple, sauf que le potentiel de déplacement incident est exprimé dans un repère sphérique sous la forme d'une somme infinie de produits de polynômes de Legendre et de fonctions de Bessel sphériques de première espèce. Les potentiels de déplacement diffusés à l'extérieur et à l'intérieur de l'inclusion sont mis sous des formes similaires mais avec des fonctions sphériques de Bessel de troisième type accompagnées de coefficients à déterminer.

Cette méthode peut néanmoins nécessiter une puissance et un temps de calcul non négligeables. Cependant, des méthodes approchées existent pour pallier ce problème comme la méthode MTO (Méthode de la Troncature Optimale), initiée par Visscher (Visscher, 1980).

Ce modèle serait particulièrement adapté au calcul de la diffraction de porosités de dégazage, qui sont géométriquement très proches de sphères. Toutefois, dans le cadre de notre étude, nous nous sommes restreints à une étude géométrique 2D en considérant des ensembles de défauts cylindriques en développant la réponse en diffusion multiple de cet amas de défauts.

1.2.4. Conclusion partielle

Dans cette partie, nous avons d'abord rappelé qu'il n'existait pas, à notre connaissance, de méthodologie satisfaisante dans la littérature pour détecter et caractériser un amas de porosités par voie ultrasonore.

Nous avons donc d'abord procédé à quelques rappels généraux sur les ondes volumiques et leur comportement, sur les traducteurs ultrasonores ainsi que le contrôle ultrasonore lui-même. Sur ce dernier point, notre choix s'est porté sur la technologie des multiéléments afin de traiter notre problématique. En effet, cette technologie permet de nombreux avantages, notamment la focalisation, l'amélioration du rapport signal sur bruit et les possibilités d'imagerie associées, en vue de la détection et caractérisation de défauts. En outre, elle évite en pratique les balayages mécaniques lorsque l'on souhaite contrôler l'amas de défauts selon plusieurs incidences. La fonctionnalité retenue est l'acquisition de la matrice complète couplée au procédé de post-traitement par focalisation en tous points (AMC-FTP).

Enfin, nous avons présenté le logiciel CIVA exploitant des modèles asymptotiques à haute fréquence de type « rayon » (pour le calcul du champ primaire) et fondé sur le principe de réciprocité (pour le calcul du champ diffracté). Nous avons mis en avant ses atouts, notamment sa rapidité de calcul grâce à des hypothèses de type « approximation de Kirchhoff », ainsi que ses faiblesses. En effet, cette dernière hypothèse ne s'applique par exemple pas à toutes les géométries de défaut. Par ailleurs, CIVA ne prend pas en compte les effets de multidiffusion entre les défauts. La méthode de la matrice de diffusion multiple, dont une version de Ying et Truell appliquée à des sphères a été évoquée et sera détaillée et utilisée au Chapitre 3.

1.3. Fatigue des matériaux

Dans cette partie, nous introduirons et rappellerons différentes notions et définitions traitant de la fatigue des matériaux et de la mécanique de la rupture. Nous décrirons ensuite les différents mécanismes entrant en jeu (amorçage, propagation, rupture) et rappellerons également les modèles associés et l'influence des porosités sur la fatigue.

Concernant la fatigue des matériaux, les approches employées peuvent être classées en deux sous-catégories :

- celles fondées sur la mécanique de la rupture, qui modélisent la fissure elle-même,
- celles fondées sur la mécanique de l'endommagement.

Des méthodes relevant de chacune de ces deux approches seront exposées. Pour ce faire, on introduit au préalable quelques généralités.

1.3.1. Généralités

On entend par « fatigue » ou « endommagement par fatigue » la modification des propriétés des matériaux, consécutive à l'application de cycles d'efforts dont la répétition peut conduire à la rupture.

En uniaxial, un chargement de fatigue est défini par l'amplitude de contrainte au cours d'un cycle et la valeur moyenne de la contrainte. Par convention, on précise alors le rapport de charge noté $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$, qui représente le rapport entre la contrainte minimale et la contrainte maximale d'un cycle (voir Figure 23).

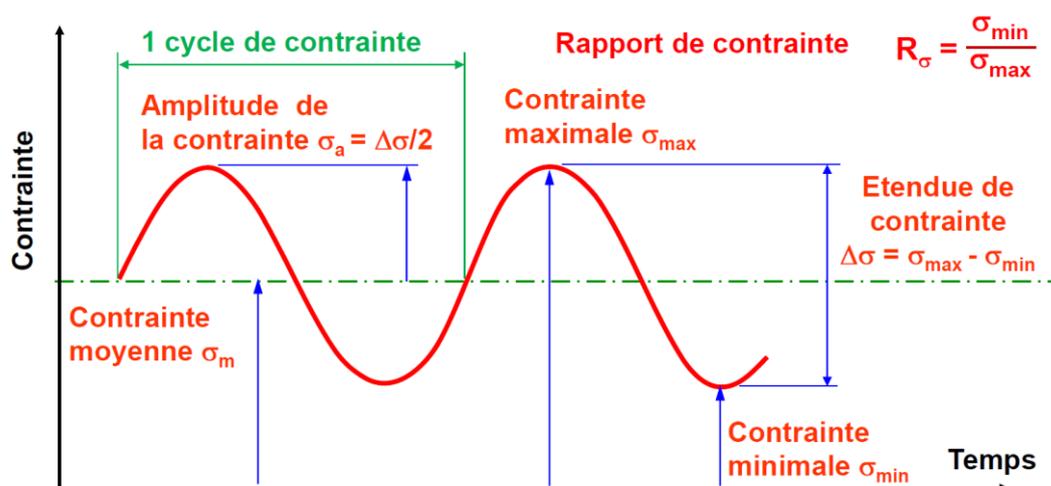


Figure 23 : Chargement en fatigue en fonction du temps (Source : CETIM).

L'essai de fatigue le plus simple consiste à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts périodiques, le plus souvent sinusoïdaux, d'amplitude maximale et de fréquence constantes afin de mesurer le nombre de

cycles au bout duquel la rupture se produit. Le comportement en fatigue des matériaux peut ainsi se caractériser au moyen de la courbe de Wöhler qui regroupe les résultats de ces différents essais.

1.3.1.1. Courbe de Wöhler

La courbe de Wöhler d'un matériau, illustrée à la Figure 24, résume les résultats d'essais mécaniques de fatigue consistant à soumettre des éprouvettes à des cycles de chargements périodiques, d'amplitude maximale et de fréquence constantes, et à noter le nombre de cycle à la rupture « N_r ». On trace ensuite la contrainte appliquée en fonction de ce nombre N_r représenté sur une échelle logarithmique. Cette courbe est obtenue pour le rapport de charge R et pour une probabilité de rupture donnés. En général, la probabilité retenue est la probabilité de rupture à 50%. Elle est d'un emploi courant pour estimer le degré d'endommagement lié à la fatigue des matériaux. On distingue 3 domaines de fatigue :

- le domaine oligocyclique caractérisé par une rupture pour un nombre de cycles inférieur à 10^5 ,
- le domaine mégacyclique (ou d'endurance limitée) caractérisé par une rupture pour un nombre de cycles compris entre 10^5 et 10^7 cycles,
- le domaine gigacyclique caractérisé par une rupture pour un nombre de cycles supérieur à 10^7 cycles.

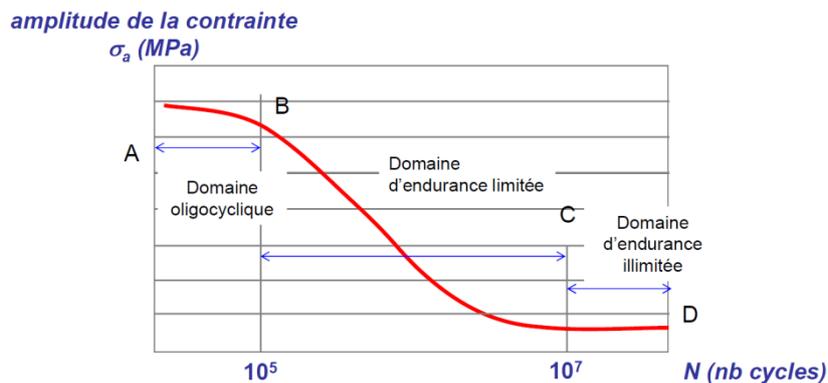


Figure 24 : Illustration d'une courbe de Wöhler.

Lorsqu'elle existe, la valeur de la contrainte asymptotique à l'infini de cette courbe est la contrainte limite en fatigue. En pratique, cette valeur représente la contrainte pour laquelle 50% des éprouvettes rompent au bout de 10^7 cycles. En diagramme bi-logarithmique, la courbe de Wöhler peut être approximée par deux droites, dont les équations sont dictées par les lois de Basquin et de Manson-Coffin.

1.3.1.2. Lois de Basquin et de Manson-Coffin

La loi de Manson-Coffin (respectivement de Basquin) sert à représenter la loi de comportement en fatigue d'un matériau sollicité dans son domaine plastique (respectivement élastique). Elle est l'analogue de la courbe de Wöhler pour la fatigue à faible nombre de cycles (respectivement grand nombre de cycles).

$$\begin{cases} \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon_f' (2 \cdot N_f)^c & (\text{loi de Manson - Coffin}) \\ \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2 \cdot N_f)^b & (\text{loi de Basquin}) \end{cases}$$

avec (ε_f', c) et (σ_f', b) des constantes à déterminer.

Les approches utilisant la courbe de Wöhler exigent un grand nombre d'essais préalables et ne permettent de se prononcer que pour un seul type de structure (en général pour le matériau sain) et pour un chargement fixé. Cette courbe s'applique donc difficilement aux structures dont la géométrie est non maîtrisable, en particulier celles contenant de la porosité. A titre d'illustration, nous montrerons toutefois un exemple d'application de cette approche pour le dimensionnement en fatigue d'un alliage d'aluminium contenant de la porosité (voir 1.3.5.1).

Une discontinuité géométrique dans un élément de structure chargé a pour effet d'intensifier la valeur de la contrainte nominale au voisinage de cette discontinuité. Les contraintes localisées dans cette région peuvent alors entraîner des déformations plastiques. En conséquence, afin de prévoir les effets de concentration de contrainte dans les structures, des méthodes d'évaluation de l'amorçage ont été étudiées. L'une d'elles est fondée sur le coefficient de Neuber-Morrow.

1.3.1.3. Approche de Neuber-Morrow

L'approche de Neuber-Morrow permet de savoir si un défaut va engendrer une rupture sous une sollicitation en fatigue. La loi de Neuber s'exprime de la façon suivante :

$$K_t = \sqrt{K_\varepsilon \cdot K_\sigma} \quad (18)$$

où,

- K_t est le facteur de concentration de contrainte au niveau du défaut,
- K_ε est le facteur de concentration de déformation élastique,
- K_σ est le facteur de concentration de contrainte élastique.

On suppose maintenant que :

- ΔS est la variation de contrainte nominale et S son maximum,
- ΔE est la variation de déformation nominale et E son maximum,
- $\Delta \sigma$ et $\Delta \varepsilon$ sont respectivement les amplitudes locales de contrainte et de déformation au niveau du défaut et on note σ^{max} et ε^{max} leur maximum respectif,

Avec ces notations, on a donc :

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon^{max}}{E} \text{ et } K_\sigma = \frac{\sigma^{max}}{S} \quad (19)$$

En appliquant la correction de Morrow à la loi de Neuber, on a :

$$\frac{\Delta S \cdot K_f^2}{4E} = \frac{\Delta \sigma}{2} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{2} \quad (20)$$

où K_f est le facteur de fatigue, qui représente le rapport de la limite de fatigue en absence de défaut divisée par la limite de fatigue en présence de défaut. Ce paramètre K_f permet de déterminer si la contrainte au niveau du défaut dimensionné va dépasser la contrainte seuil de plasticité et donc engendrer la ruine du matériau.

En principe, les facteurs de concentration de contrainte et de déformation K_σ et K_ε ne sont valables que dans le domaine élastique. Par ailleurs, cette approche ne traite pas de la problématique de la cinétique de propagation de la fissure en fatigue. Elle ne permet donc pas de calculer la durée de vie de la structure sollicitée en fatigue. En outre, elle ne s'emploie que pour des géométries simples de type entaille ou encoche.

En revanche, lorsque l'on est en présence d'une fissure, une méthode permettant de déterminer si celle-ci engendrera une rupture ou non consiste à établir le diagramme de Kitagawa montrant la variation de la limite de fatigue en fonction de la taille d'une fissure.

1.3.1.4. Diagramme de Kitagawa et Takahashi

En 1976, Kitagawa et Takahashi ont proposé une représentation de l'influence de la taille de pore a sur la limite de fatigue par un diagramme bi-logarithmique (voir Figure 25).

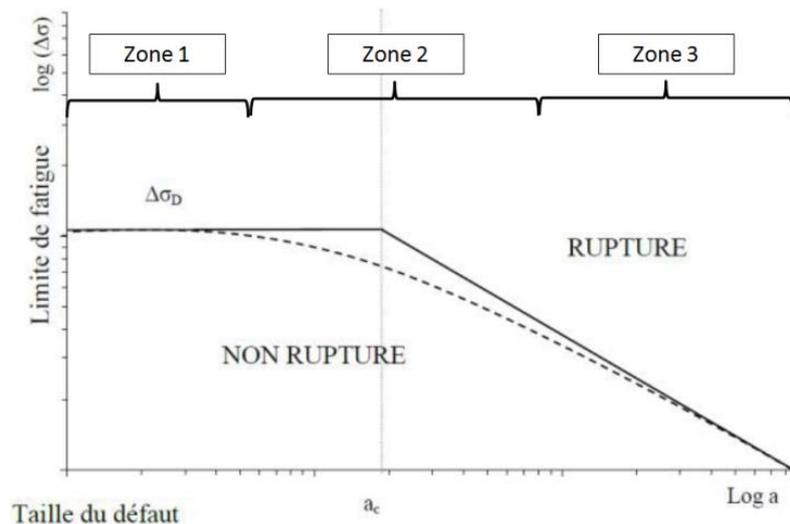


Figure 25 : Diagramme de Kitagawa-Takahashi. (Source : (Le, 2016)).

Sur la Figure 25, on peut relever trois zones. La zone 1 est pilotée par le mécanisme d'amorçage au niveau de la microstructure, la zone 3 montre une réduction de la limite de fatigue du matériau à cause de la présence des défauts. La zone 2 est une zone de transition où il y a la même probabilité d'amorcer sur la microstructure ou au niveau d'une porosité. Ceci amène à définir la notion de fissure courte.

Une fissure est qualifiée de « courte » lorsqu'elle respecte au moins une de ces conditions :

- la taille de la fissure est comparable à celle des éléments microstructuraux de la matière comme la taille de grain. On parle alors de fissure « **microstructurellement** courte »,
- le rayon plastique est comparable à la taille de la fissure, ou bien la fissure est entourée par le champ de déformation plastique d'un autre défaut. On parle alors de fissure « **mécaniquement** courte »,
- la fissure est petite d'un point de vue macroscopique (moins de 1 mm). On parle alors de fissure « **physiquement** courte ».

Le diagramme de Kitagawa est donc un outil simple et efficace pour l'ingénieur, qui est utile pour analyser l'évolution de la résistance à la fatigue en fonction de la taille du défaut localisé dans la zone d'amorçage. En revanche, cette approche ne permet d'établir que la perte de contrainte limite en fatigue due à une fissure (ou éventuellement une porosité, assimilée à une fissure de même taille). Elle ne permet pas de calculer le nombre de cycles à rupture d'une structure sous une contrainte quelconque. Par ailleurs, elle exige de modéliser un amas de défauts par un défaut équivalent unique.

Nous avons vu que le comportement en fatigue des fissures courtes est dominé par l'amplitude de contrainte exercée. Ce point les distingue des fissures longues, dont le comportement est gouverné par la variation du facteur d'intensité de contrainte en pointe de fissure ΔK . Cette notion est définie dans la partie suivante.

1.3.1.5. Facteurs d'intensité de contrainte

La modélisation du phénomène de propagation d'une fissure en fatigue exige d'employer des modèles analytiques qui font appel à la notion de facteur d'intensité de contrainte. On se place dans un repère à coordonnées cylindriques noté $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ comme indiqué sur la Figure 26.

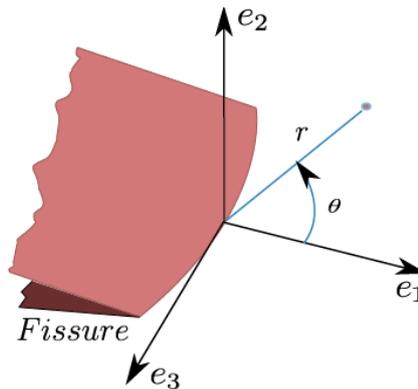


Figure 26 : Repère local associé au front de fissure. Source : (Trollé, 2014).

En 1957, Irwin établit le premier terme du développement limité des contraintes au voisinage du front de fissure:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) + o(\sqrt{r}) \quad (21)$$

L'analyse asymptotique des contraintes en pointe de fissure fait apparaître des termes appelés Facteurs d'Intensités de Contraintes (FIC), notés (K_I, K_{II}, K_{III}) qui permettent d'évaluer la sollicitation selon chacun des trois modes de rupture illustrés sur la Figure 27.

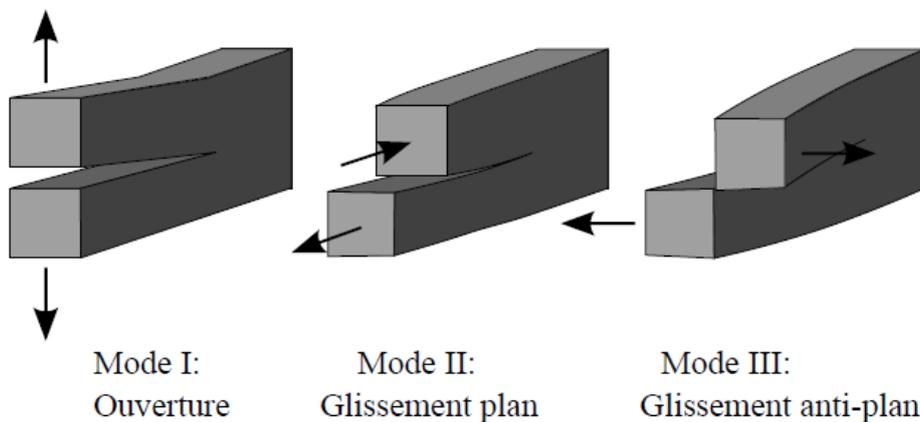


Figure 27 : Représentation des trois modes de rupture (Trollé, 2014)

Les FIC peuvent donc être déterminés à partir des contraintes de la façon suivante :

$$\begin{cases} K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{22}(\theta = 0) \sqrt{2\pi r}) \\ K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{21}(\theta = 0) \sqrt{2\pi r}) \\ K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{23}(\theta = 0) \sqrt{2\pi r}) \end{cases} \quad (22)$$

Afin de prendre en compte l'ensemble des trois modes présentés, on peut synthétiser ces trois notions en un facteur d'intensité de contrainte équivalent noté $K_{\text{éq}}$. Celui-ci prend la forme suivante :

$$K_{\text{éq}} = K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{4}{k+1} K_{III}^2 \quad (23)$$

avec $k = 3 - 4\nu$ en déformations planes et $k = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ en contraintes planes.

Les FIC permettent également de déterminer les angles de bifurcation d'une fissure. En effet, lorsque le facteur d'intensité de contrainte en mode II (noté précédemment K_{II}) devient suffisamment grand devant celui en mode I, on observe une déviation dans le trajet de la fissure suivant l'angle α permettant une maximisation de $\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta}$. L'angle de bifurcation se calcule alors de la manière suivante :

$$\alpha = 2 \arctan \left(\frac{-K_{II}/K_I + \sqrt{(K_{II}/K_I)^2 + 8}}{4} \right) \quad (24)$$

Suite à ces rappels, on détaille dans le paragraphe suivant les mécanismes d'amorçage en fatigue dans les alliages d'aluminium sains, puis dans ceux contenant de la porosité.

1.3.2. Mécanismes d'amorçage

L'amorçage d'une fissure a lieu dans une zone de concentration de contraintes (défauts géométriques, défauts internes,...) à partir d'un certain seuil de sollicitation. Le mécanisme d'amorçage correspond à un cisaillement des plans cristallographiques.

Dans la littérature, on trouve mention de tailles minimales en dessous desquelles une porosité n'est plus considérée comme nocive. La désignation de cette taille limite dépend du matériau et de la sollicitation qui lui est appliquée.

Dans le cas qui nous concerne, (Forman, 1972) mentionne une taille limite de défaut de 200 μm en dessous de laquelle la limite en fatigue n'est affectée que de façon négligeable pour ce qui concerne l'aluminium 7075-T6 sous sollicitation de traction $R = 0,1$.

1.3.2.1. Cas des alliages d'aluminium « sans défaut »

Dans les alliages d'aluminium industriels sains (porosité négligeable), les amorçages sont principalement dus à l'une des trois causes suivantes (Nizery, 2015) :

- rupture d'une particule,
- décohésion particule/matrice,
- présence d'une bande persistante de glissement (à l'échelle du grain).

Les alliages d'aluminium 7xxx possèdent principalement des particules de Mg_2Si et de Al_7Cu_2Fe de dimensions caractéristiques égales à 20 μ m environ. Dans l'aluminium 7075-T651, les particules de Al_7Cu_2Fe sont statistiquement les plus souvent responsables des amorçages que celles de Mg_2Si , mais c'est le contraire dans l'aluminium 7055 (Nizery, 2015). Ces particules ne sont situées ni préférentiellement aux joints de grain, ni à l'intérieur des grains (Xue et al., 2007). Le cas des Mg_2Si est le seul à présenter des amorçages sur décohésion particules/matrice. Par ailleurs, la décohésion et la rupture des particules peuvent intervenir conjointement sur une même particule. Dans le cas d'une plaque laminée, on peut également mentionner l'allongement de ces particules dans le sens de laminage (Delacroix, 2012).

1.3.2.2. Cas des alliages d'aluminium avec porosité

Pour le cas des amorçages d'une fissure dans un grain ou une dendrite, un critère souvent employé est celui de (Dang Van, 1973), qui suppose qu'une réponse adaptée du grain lors d'un chargement cyclique est une condition nécessaire pour que ne s'amorce aucune fissure au bout d'un nombre infini de cycles.

Pour ce qui concerne l'amorçage de fissure partant de défauts de type porosité dans l'alliage d'aluminium $AlSi_7Cu_{0.5}Mg_{0.3}$, (Le, 2016) utilise cette contrainte équivalente de Dang Van, moyennée sur un volume V qui représente la porosité (dans son cas, sa sphère équivalente) pour déterminer les zones critiques (les plus susceptibles d'amorçage).

Il existe d'autres critères d'amorçage semblables comme le critère de Papadopoulos (Papadopoulos, 2001) ou celui de Crossland (Crossland, 1956). Ces critères sont particulièrement adaptés pour le cas de chargements multiaxiaux.

De manière générale, dans la littérature, la détermination du lieu d'amorçage en fatigue se fait par analyse du champ de contraintes, notamment chez (Munoz, 2014) qui utilise un critère portant sur le facteur de concentration de contrainte $K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{\infty}}$ (où σ_{∞} est la contrainte nominale). Ce critère consiste à repérer les pores qui atteignent le plus fréquemment de hautes concentrations de contraintes au cours d'une simulation élasto-plastique. Il s'avère pertinent pour la détection du lieu d'amorçage de fissure en fatigue dans l'alliage d'aluminium A357-T6 sous sollicitation uniaxiale ($R = 0,1$).

(Dezecot et al., 2017) ont étudié les phénomènes d'amorçage dans l' $AlSi_7Cu_3Mg$ (ou aluminium A319) dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. La sollicitation de traction ($\sigma = 80$ MPa, $R = 0,1$) est effectuée à haute température (250°C). Les auteurs font une corrélation entre les lieux d'amorçages et les endroits où est atteint le maximum d'énergie plastique dissipée durant le cycle (voir un exemple en Figure 28).

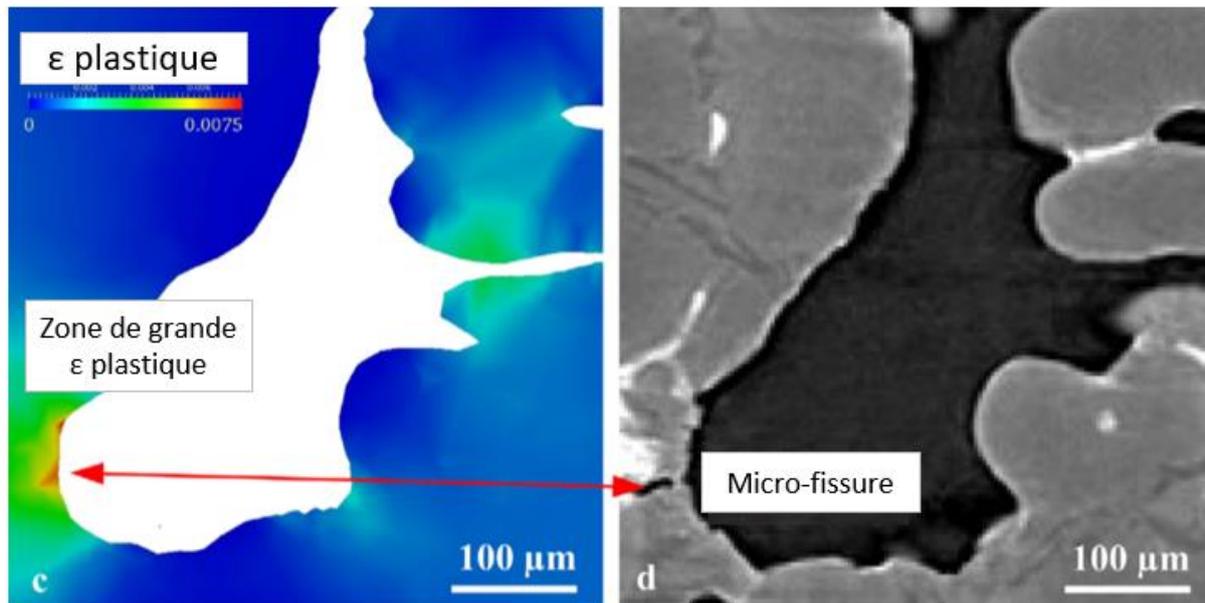


Figure 28 : Exemple de corrélation entre un lieu d'amorçage et maximum d'énergie plastique dissipée durant le cycle (Dezecot et al., 2017)

Ceci implique que les amorçages se produisent dans les pores de micro-retrait. Les auteurs observent que la propagation se fait le long des particules intermétalliques et inclusions de silicium pour rejoindre ensuite les porosités de dégazage.

(Vanderesse et al., 2011), quant à eux, mettent en évidence une adéquation entre le lieu d'amorçage et le lieu géométrique au voisinage des porosités concentrant localement le plus de contrainte équivalente de von Mises volumique dans l'alliage d'aluminium $AlSi_9Cu_3$, sollicité en traction répétée ($R = 0,1$).

(Wang et al., 2016) étudient l'alliage d'aluminium-silicium A319 (ou $AlSi_7Cu_3$) sous contrainte de traction en fatigue oligocyclique ($\sigma_{max} = 130 MPa$; $R = 0,1$). Les auteurs montrent que la présence de porosités modifie le champ de déformation, et deviennent alors un lieu privilégié d'amorçage. Les auteurs démontrent que cet effet des porosités est prépondérant par rapport à toutes les autres hétérogénéités. En revanche, ils observent également que ce champ est assez peu modifié lors des premiers cycles suivant l'amorçage.

Ces observations montrent la nécessité de se référer aux champs mécaniques (contrainte ou déformation) pour statuer sur la localisation des amorçages.

La durée d'amorçage peut, quant à elle, être estimée au vu de la progression des stries de fatigue. En inversant une loi d'évolution de la vitesse de propagation d'une fissure de fatigue, conjecturée au vu de l'évolution de l'espacement entre les stries de fatigue sur des faciès de rupture, (Stanley et al., 2016) parviennent à estimer la durée d'amorçage de cette fissure.

Suite à l'amorçage, une fissure courte se crée puis se propage sous l'effet de la contrainte de fatigue. On cherche alors à étudier ce phénomène de propagation en fatigue des fissures courtes.

1.3.3. Mécanismes de propagation des fissures en fatigue

1.3.3.1. Fissures courtes

Dans la littérature, cet aspect est souvent étudié en faisant l'hypothèse que la porosité responsable de l'amorçage est assimilable à une fissure initiale, dont la taille est égale à celle de la porosité (Nadot et al., 1998), (Yaacoub Agha et al., 1998), (Chantier et al., 1999).

(Caton et al., 1999) proposent la loi de propagation des fissures courtes suivante :

$$\frac{da}{dN} = C \left(\varepsilon_{max} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_{seuil}} \right)^n \cdot a \quad (25)$$

Où σ_a est l'amplitude de contrainte et σ_{seuil} la limite d'élasticité. Cette loi a été établie pour l'aluminium Al 319, comportant des fissures courtes, sous sollicitation de traction alternée ($R = -1$). Elle a l'avantage de prendre en compte les effets de la plasticité en pointe de fissure.

La loi de (Hobson, 1982) stipule, quant à elle, que la vitesse de propagation d'une fissure courte est proportionnelle à la distance entre les pointes de cette dernière et la limite du joint de grain notée d . Elle s'écrit de façon générale :

$$\frac{da}{dN} = C(d - a)^{1-\alpha} \cdot a^\alpha \quad (26)$$

Pour le cas de l'aluminium 7075-T6, des valeurs expérimentales ont été évaluées par (Hobson, 1982) permettant de déterminer les constantes C et α , qui établit la loi de propagation suivante :

$$\frac{da}{dN} = 2.22 \times 10^{-4} \cdot (16.5 \times 10^{-6} - a)^{0.6} \cdot a^{0.4} \quad (27)$$

Nous avons déjà évoqué le phénomène de propagation des fissures courtes, qui est dominé par la contrainte appliquée. Suite à sa propagation, la fissure devient trop grande pour pouvoir lui appliquer ce type de modèle. On emploie alors d'autres équations, plus à même de décrire le phénomène de propagation des fissures longues.

1.3.3.2. Fissures longues

Paris et Erdogan ont proposé, en 1963, une loi de propagation connue sous le nom de loi de Paris qui est encore largement utilisée de nos jours (Paris & Erdogan, 1963). Elle stipule qu'en échelle bilogarithmique, la vitesse de propagation d'une fissure est une fonction linéaire de la variation du FIC. Cette dernière dépend du matériau, de la géométrie de la pièce et du chargement appliqué (amplitude et fréquence). La loi de Paris s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (28)$$

Où,

- ΔK est la variation du facteur d'intensité de contrainte,
- C et m sont des constantes du matériau,
- a est la taille de la fissure,
- N est la variable qui comptabilise le nombre de cycles.

La loi de Paris sous-estime la vitesse de propagation des fissures lorsque ΔK devient supérieur à $0,7 \cdot K_C$ (facteur d'intensité de contrainte critique) mais la surestime quand ΔK tend vers ΔK_{th} (domaine des fissures courtes). Elle n'est donc en toute rigueur pas applicable à tout instant de la propagation de la fissure mais est valable lorsque le facteur d'intensité de contrainte à sa pointe se trouve dans un certain intervalle. On voit sur la Figure 29 que la loi de Paris s'applique au domaine de propagation lente et stable où $\Delta K \in [\Delta K_{th} ; \Delta K_{IC}]$, d'où l'intérêt de distinguer le domaine de propagation des fissures courtes de celui des fissures longues (loi de Paris classique), ainsi que celui de la propagation brutale (ΔK supérieur à $0,7 \cdot K_C$).

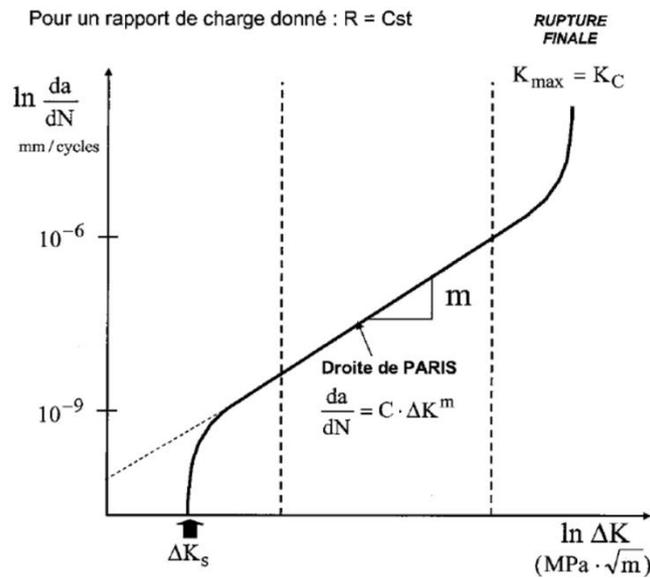


Figure 29 : Illustration d'une courbe classique de vitesse de propagation (Delacroix, 2012).

De plus, la vitesse de propagation des fissures dépend théoriquement du rapport de charge R . La loi de Walker, qui prend en compte ce rapport, peut ainsi être vue comme une amélioration de la loi de Paris. Elle s'exprime comme suit :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_W \cdot (\Delta K)^{n_W}}{(1 - R)^{n_W(1-\lambda)}}, \text{ avec } 0 < \lambda < 1 \quad (29)$$

Où C_W et n_W sont des constantes à déterminer.

On peut également citer la loi de Broek et Shijve, éprouvée sur des données concernant l'aluminium 7075-T6 en traction (Hudson & Scardina, 1967), qui s'applique au domaine des fissures courtes et s'énonce de la façon suivante :

$$\frac{da}{dN} = C_1 \cdot (\Delta K')^3 \cdot \exp(-C_2 \cdot R) \quad (30)$$

Avec $\Delta K' = \Delta \sigma \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{1 + 40 \left(\frac{a}{l}\right)^2}$, l la largeur de l'éprouvette et (C_1, C_2) sont des coefficients à déterminer.

Mais la cinétique de propagation de fissure doit aussi, logiquement, dépendre du facteur d'intensité de contrainte seuil K_{th} et du facteur d'intensité de contrainte critique K_C . Afin d'éviter les erreurs en vitesse dans les domaines extrêmes de facteur d'intensité de contrainte et pour prendre en compte les paramètres K_{th} et K_C ,

il existe une autre version de la loi de Paris appelée loi de Forman (Forman, 1972). Celle-ci fut établie en 1972 et s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_F \cdot (\Delta K)^{n_F}}{(1-R) \cdot K_c - \Delta K} \quad (31)$$

Où C_F et n_F sont des constantes à déterminer. Elle se décline également sous une autre version appelée loi de Forman-Newman de Koning (Da Fonte et al., 2015) :

$$\frac{da}{dN} = C \frac{(1-f)^n \cdot \Delta K^n \cdot \left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}\right)^p}{(1-R)^n \cdot \left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{(1-R)K_c}\right)^q} \quad (32)$$

Où les paramètres (f, n, p, q) dépendent du matériau.

On voit sur la Figure 29 un troisième stade, pour les ΔK élevés, où la fissure se propage si vite que la ruine est rapidement atteinte. Afin d'abrèger efficacement les calculs de fatigue, on cherche dans la littérature un critère de ruine à partir duquel le nombre de cycles en propagation restant avant la rupture devient négligeable.

1.3.4. Critères de ruine et rupture brutale

Un critère de ruine peut se fonder sur différentes données numériques relatives à la propagation de la fissure en fatigue.

Par exemple, (Miner, 1945) propose une loi de cumul linéaire de l'endommagement, fondé sur les travaux de (Palmgren, 1924). Elle stipule que lorsque l'endommagement accumulé est égal à 1, le matériau est rompu :

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} = 1 \leftrightarrow \text{Rupture} \quad (33)$$

avec n_i le nombre de cycles réalisé au palier i de contrainte en fatigue constante et N_i le nombre de cycles à rupture théorique au niveau de ce même palier i .

Plus généralement, il existe un critère de ruine du matériau faisant consensus qui s'appuie sur la longueur de la fissure. Par commodité, il consiste à mettre fin aux calculs lorsque la fissure atteint une longueur de 2 mm.

Comme constaté en Figure 29, lorsque le facteur d'intensité de contrainte en pointe de fissure est élevé, la propagation de la fissure devient extrêmement rapide et s'accélère de cycle en cycle. Le FIC (ou la vitesse de propagation) peut donc également servir à définir un critère de ruine. On considère généralement que la fissure se trouve dans le domaine de propagation brutale à partir de $\Delta K = 0.7K_c$ (Bathias & Pineau, 2008). Dans ce domaine, le nombre de cycles restant avant la rupture effective est négligeable.

On remarque que par intégration sur le temps, entre l'instant d'amorçage et le moment où le critère de ruine est vérifié, les équations de propagation de fissure en fatigue vues au 1.3.3.2 permettent de déterminer une durée de vie.

1.3.5. Estimations d'une durée de vie en fatigue à partir d'une fissure

1.3.5.1. Méthode déterministe

Classiquement, dans la littérature, un défaut de l'amas de porosités jugé plus critique que les autres est, dans un premier temps, directement assimilé à une fissure initiale (durée d'amorçage généralement négligée). La méthode déterministe du calcul d'une durée de vie consiste ensuite à considérer une loi de propagation de fissure en fatigue, analogue à celles présentées dans la partie 1.3.3.2, dans le but de l'intégrer sur le temps, entre l'instant où la fissure initiale amorce et celui où un critère de ruine est vérifié.

Par exemple dans (Gao et al., 2004), les auteurs étudient l'alliage d'aluminium Al-7Si-Mg (ou A356) et caractérisent le matériau avec l'équation de Basquin suivante :

$$N_f = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f'} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (34)$$

Où σ_a est l'amplitude de contrainte, (b, σ_f') sont les constantes déterminées à partir de la courbe de Wöhler. Gao et al. conjecturent ensuite une loi d'évolution de la contrainte élasto-plastique locale autour des porosités qui sont responsables de la rupture, modélisées par leur sphère équivalente. Cette loi prend la forme suivante :

$$\sigma_a^{locale} = 1 + \alpha \left(k_0 + k_1 \cdot \frac{d_e}{d_0} + k_2 \cdot \left(\frac{d_e}{d_0} \right)^2 - 1 \right) \quad (35)$$

Où,

$\alpha \in [0,1]$ est un paramètre qui quantifie l'effet de la présence de la porosité ($\alpha = 0$ représente une absence d'influence de la porosité sur le champ de contrainte local, $\alpha = 1$ si la contrainte élasto-plastique est entièrement dictée par la géométrie de la porosité),

d_e est la taille équivalente de la porosité responsable de la rupture de l'éprouvette,

d_0 est la dimension caractéristique de l'éprouvette utilisée (ici le diamètre des éprouvettes de section circulaire),

(k_0, k_1, k_2) sont des paramètres à déterminer.

On remplace alors le terme de contrainte de la loi de Basquin par la loi suivie par la contrainte élasto-plastique autour de la porosité ainsi établie. Cette loi prédictive est évaluée sur un groupe d'échantillons de porosités dans l'alliage d'aluminium Al-7Si-Mg dont l'espace entre les bras dendritiques secondaires (EBDS) est dans la gamme 19-27 μm et un autre groupe dont l'EBDS est dans la gamme 43-52 μm . Les résultats sont représentés sur la Figure 30.

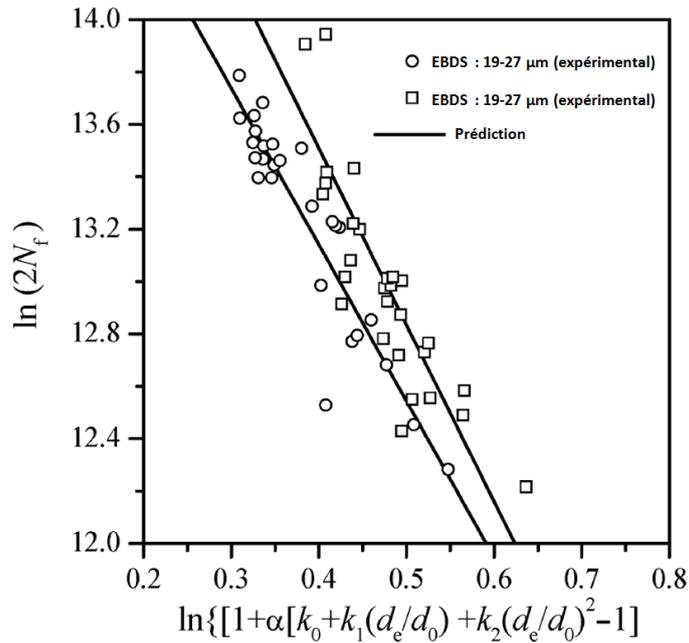


Figure 30 : Comparaison entre les durées de vie estimées et expérimentales (Gao et al., 2004)

Cette loi présente une bonne corrélation avec les données expérimentales. Elle a permis aux auteurs d'extrapoler le calcul de la durée de vie à n'importe quelle éprouvette dont on connaît la taille équivalente de la porosité critique (présumée responsable de la rupture).

Un autre exemple est mené dans (Sigl et al., 2004) en étudiant des éprouvettes en acier 8630 sous sollicitation de traction pure alternée ($R = -1$) où les auteurs mènent le même raisonnement, tant dans le cas de microporosités que dans celui de macroporosités.

En fin, la détermination d'une durée de vie est un calcul complexe, qui assimile la porosité critique (ou l'amas de porosités) d'un VER (Volume Élémentaire Représentatif) donné à un défaut équivalent afin de déterminer sa taille (notion définie en 1.1.2). Ce défaut équivalent est ensuite lui-même assimilé à une fissure, dans le but d'appliquer une loi de propagation. Cette loi s'intègre à partir du moment où la fissure s'amorce jusqu'à obtenir une taille de fissure finale, pour laquelle on considère que la structure entre dans le domaine de la rupture brutale. Ce raisonnement, appliqué à la porosité critique qui a été isolée, a ensuite vocation à être extrapolé à la porosité en général dans le matériau d'étude (y compris celle en dehors du VER), qui regroupe pourtant un nombre infini de possibilités géométriques d'amas. Cette extrapolation est la raison pour laquelle des approches statistiques sont parfois adoptées dans la littérature.

1.3.5.2. Approche statistique

Pour mener à bien un calcul statistique de durée de vie en fatigue, la variable **numérique** « **taille** de fissure équivalente » est remplacée par la variable **aléatoire** « **probabilité de taille** de fissure équivalente ». On trouve un exemple de ce type de raisonnement dans (Charkaluk et al., 2014) où on note ξ la somme de la densité d'énergie plastique dissipée par cycle et de la contrainte hydrostatique maximale de la façon suivante :

$$\xi = \Delta W + \alpha \sigma_H^{max} \quad (36)$$

Avec α une constante du matériau, $\Delta W = \int_{\text{cycle}} \bar{\sigma} : \overline{\varepsilon_{\text{plastique}}} . dt$ où on a noté $\overline{\varepsilon_{\text{plastique}}}$ le tenseur des déformations plastiques et $\sigma_H^{\text{max}} = \max_{\text{cycle}} \left(\frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\sigma}) \right)$.

Les auteurs utilisent alors la relation suivante pour déterminer la durée de vie d'une structure :

$$N_f = \left(\frac{\xi}{k} \right)^{-m} (a_i^{1-m} - a_f^{1-m}) = \eta(a_i, \xi) \quad (37)$$

Avec a_i la taille initiale de la fissure équivalente, a_f la taille finale de la fissure et (m, k) sont des constantes du matériau.

On suppose que la **variable aléatoire** « taille de la fissure équivalente à l'instant initial » notée p_{a_i} suit une loi log-normale $N(\mu, \sigma)$:

$$p_{a_i} \sim N(\mu, \sigma) \rightarrow p_{a_i}(a_i = x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} \right)^2\right] \quad (38)$$

En injectant cette relation dans (37), on trouve la probabilité du nombre de cycles à la rupture (Charkaluk et al., 2014) :

$$p_{N|\phi}(n) = \left(\frac{\phi}{k} \right)^m \cdot \frac{[a_f^{1-m} + N_f \times \left(\frac{\phi}{k} \right)^m]^{-\frac{m}{1-m}}}{|1 - m| \sigma \times \sqrt{2\pi} \times [a_f^{1-m} + N_f \times \left(\frac{\phi}{k} \right)^m]^{-\frac{1}{1-m}}} * \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left([a_f^{1-m} + N_f \times \left(\frac{\phi}{k} \right)^m\right]^{-\frac{1}{1-m}}\right) - \mu}{\sigma} \right)^2\right]$$

Les auteurs ont étudié l'aluminium A319, dans lequel on suppose $\alpha = 0.0055$ (Tabibian et al., 2013) et où (k, m) sont déterminés par optimisation (méthode des moindres carrés).

Durant la propagation, à mesure que la pointe de fissure avance, l'état de contrainte s'en trouve modifié dans toute la pièce. Nous avons précédemment vu des lois de propagation régissant la cinétique de fissuration qui permettent, une fois intégrées sur une période de temps donnée, de calculer l'avancement de la pointe de fissure durant cette période. Dans les différentes lois exposées, le facteur d'intensité de contrainte en pointe de fissure intervient dans les lois de comportement des fissures longues. Celui-ci dépend (entre autres) de la géométrie de la pièce et donc de la position de la fissure. Il s'agit donc d'un processus itératif où le champ de contrainte dans chaque étape dépend de celui qui a été calculé lors de l'étape précédente. On présente dans la partie suivante quelques solutions numériques pour résoudre ce problème.

Dans ce qui précède, nous avons évoqué la théorie classique de la mécanique de la rupture dans les solides, fondée sur la théorie de Griffith. Celle-ci décrit une compétition entre l'énergie potentielle, qui diminue à mesure qu'une fissure se propage, et l'énergie de création de surface qui suit l'évolution contraire. Cette théorie rencontre deux problèmes dont le premier est l'incapacité à définir un critère d'amorçage satisfaisant, puisque l'irrégularité géométrique que représentent les fissures implique que la contrainte tend vers l'infini au voisinage de sa pointe. Le second problème est que la contrainte critique nécessaire pour faire propager une fissure de longueur a placée au bord d'une structure évolue en $1/\sqrt{a}$ et n'est donc pas bornée en pointe de fissure. Enfin, cette théorie fournit un critère de propagation de la fissure mais ne permet pas à elle seule de déterminer la trajectoire curviligne d'une fissure, ni les déviations de fissure ou les angles de ramification (Christian Miehe et al., 2010). Afin de pallier ce problème, on trouve, dans la littérature, une théorie différente appelée « théorie du champ de phase ».

1.3.5.3. Théorie du champ de phase

Cette théorie est fondée sur des critères énergétiques permettant une modélisation continue de l'endommagement, plutôt qu'une modélisation de la fissure elle-même.

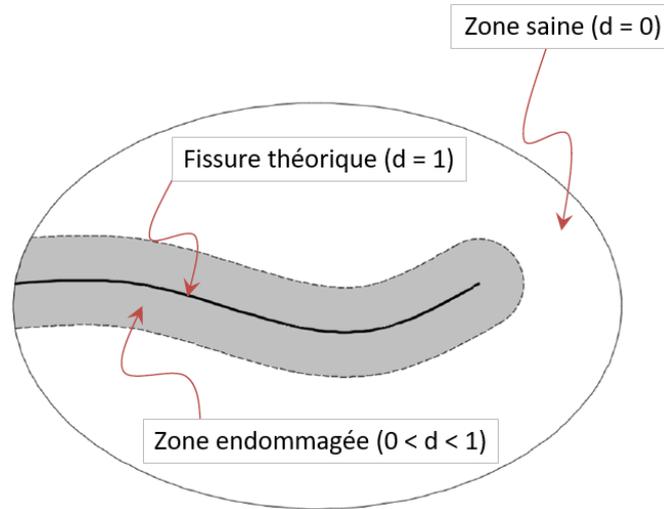


Figure 31 : Comparaison entre les durées de vie estimées et expérimentales (Gao et al., 2004)

Cette théorie fait son apparition dans le domaine de la mécanique de la rupture vers le début des années 2010 (Christian Miehe et al., 2010), (C. Miehe et al., 2010). Elle consiste en l'introduction d'une fonction de régularisation qui représente un « champ de phase » modélisant la fissure. Cette fonctionnelle sert de base à la définition de fonctions de dissipation appropriées qui régissent l'évolution du champ de phase autour de la fissure. Elle doit respecter un critère de minimisation de l'énergie totale comme suggéré par (Bourdin et al., 2000), (Francfort & Marigo, 1998) et (Dal Maso & Morandotti, 2017) représenté par une équation de transport, ainsi que l'équation d'équilibre ce qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{G_c}{l_c} [d - l_c^2 \cdot \Delta d] = 2 \cdot (1 - d) \cdot \mathcal{H}(\bar{\epsilon}) \\ \text{div}(\bar{\sigma}(\vec{u}, d)) = 0 \end{cases} \quad (39)$$

où :

- G_c est l'énergie libérée par unité de surface de fissure
- $\mathcal{H}(\bar{\epsilon}(\vec{x}, t)) = \max_{\tau \in [0, t]} \psi_0(\bar{\epsilon}(\vec{x}, t))$ avec $\psi_0(\bar{\epsilon}(\vec{x}, t)) = \frac{\lambda}{2} \langle \text{tr}(\bar{\epsilon}) \rangle^2 + \mu \cdot \bar{\epsilon} : \bar{\epsilon}$ où $\langle x \rangle = \max(x, 0)$ est la partie positive de x
- $d(x) = \exp\left(-\frac{|x|}{l_c}\right)$ est la fonction de phase de régularisation, qui prend en compte une longueur caractéristique l_c .

Cette théorie peut s'appliquer à un grand nombre de domaines très variés : propagation de fissure sous contrainte statique, ou encore pour des problèmes relevant de la thermique ou de la chimie (pour des problèmes de solidification ou d'oxydation par exemple). Au moment de la rédaction du tapuscrit de thèse, quelques articles fondés sur cette théorie et appliqués à l'étude de la propagation des fissures en fatigue ont paru (Carrara et al., 2019), (Lo et al., 2019), (Mesgarnejad et al., 2019). La notion de fatigue représente une réelle difficulté supplémentaire par rapport au cas statique, car elle nécessite de tenir compte de la dimension temporelle et de l'histoire du chargement.

Pour illustrer les résultats dont est capable cette méthode, on montre en Figure 32 le champ de phase obtenu par (Carrara et al., 2019) au bout de 100, 200 et 400 cycles de traction-compression pilotés en déplacement dans un matériau (fictif) de caractéristiques $E = 110 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, $G_c = 0.4 \text{ N.mm}^{-1}$.

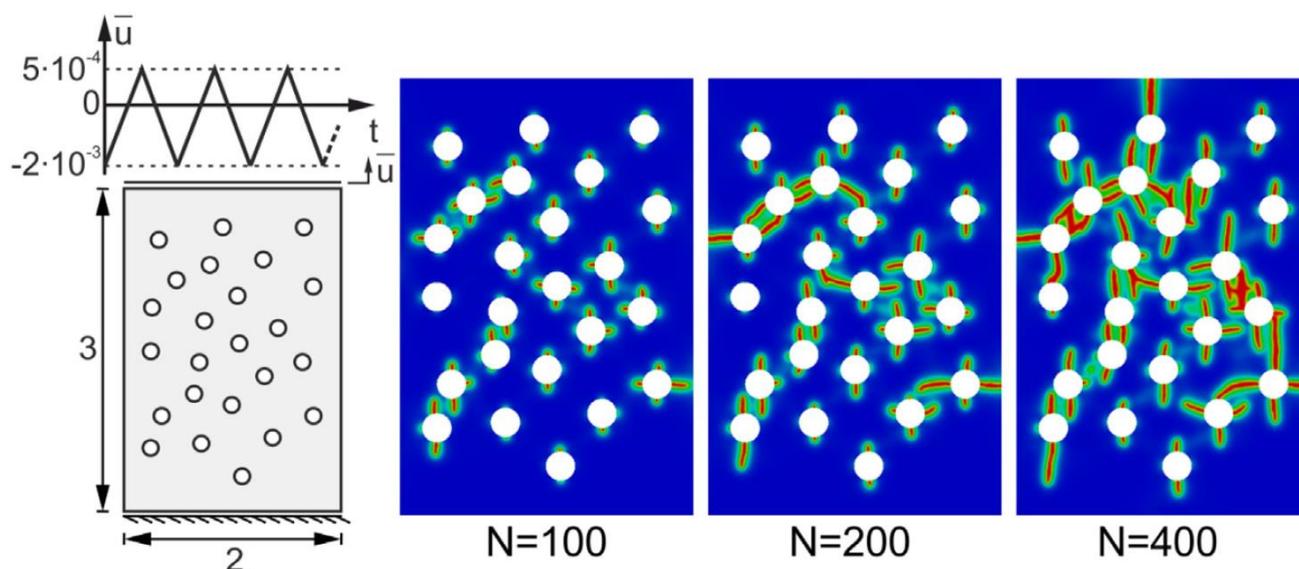


Figure 32 : Exemple de résultat obtenu par la méthode du champ de phase dans une plaque percée de 24 trous aléatoirement disposés et sollicitée en traction-compression horizontale (N désigne le nombre de cycles, les dimensions sont indiquées en mm, le chargement illustré en haut à gauche) (Carrara et al., 2019)

La problématique ainsi posée ressemble beaucoup à une propagation multi-fissures de fatigue dans un amas quelconque de porosités (représentées ici par des trous).

Cette méthode prometteuse souffre néanmoins d'un manque de maturité (premières applications de la théorie du champ de phase au domaine de la fatigue fin 2019/début 2020). Les résultats obtenus gagneraient notamment à être comparés avec des résultats expérimentaux. Les temps de calcul ne sont par ailleurs pas communiqués dans l'article précédemment cité. Pour les besoins de ces travaux, nous avons donc fait appel à des méthodes de résolution plus classiques.

1.3.6. Méthodes numériques de calcul de propagation d'une fissure

1.3.6.1. Présentation générale

La Méthode des Eléments Finis (MEF) est une technique abondamment utilisée en ingénierie. Elle permet de discrétiser des phénomènes physiques gouvernés par des équations différentielles. En revanche, elle ne permet pas à elle seule de modéliser la propagation en fatigue d'une fissure. Pour ce faire, il existe des méthodes complémentaires avec ou sans remaillage au niveau de la pointe de fissure.

Dans le cas de la MEF en trois dimensions, des maillages de forme complexe génèrent des éléments volumiques pouvant être très fins au voisinage des interfaces. Si ces interfaces sont amenées à évoluer au cours du temps, le maillage doit être réactualisé. Pour cette catégorie de modélisations numériques, on peut mentionner la méthode de l'intégrale J (J. R. Rice, 1964), ou bien la méthode $G-\theta$ qui sera détaillée plus loin (voir 1.3.6.4) et utilisée au Chapitre 4.

Les méthodes de remaillages présentent toutefois quelques inconvénients :

- automatisation nécessaire de l'évolution du maillage,
- risque d'obtenir des éléments très distordus (en fonction de la forme de la fissure et sa propagation),
- potentiels changements de propriétés topologiques du front de fissure.

Malgré les progrès constants des logiciels de maillage, la création initiale du maillage fissuré, ainsi que le remaillage lors de la propagation d'une fissure, restent des opérations très lourdes. Par ailleurs, même si l'opération de remaillage était aisée se poserait, malgré tout, la question de la projection des champs de l'ancien maillage sur le nouveau pour les problèmes dépendants de l'histoire via le comportement (plasticité) ou l'inertie (dynamique). La possibilité de conserver le maillage est donc un attrait indéniable.

La représentation des interfaces peut alors être découplée de leur géométrie lors de la résolution du problème mécanique par la méthode numérique choisie. Cette séparation permet en effet de faire évoluer cette interface au cours du temps sans pour autant remettre en cause le maillage.

Des méthodes sans remaillage existent et autorisent la représentation d'interfaces non compatibles avec la discrétisation de volume. Le maillage peut être réactualisé uniquement afin de représenter l'évolution géométrique de la fissure lors de sa propagation.

Parmi les méthodes conservant le maillage, on peut à nouveau distinguer deux familles de méthodes. La première regroupe celles utilisant explicitement la connaissance des fonctions singulières en pointe de fissure, i.e. le comportement de la solution du problème d'élasticité au voisinage du fond de fissure. En effet, on a vu que les contraintes au voisinage de la pointe de fissure peuvent s'exprimer sous la forme d'un développement limité dont chaque terme est le produit d'un facteur d'intensité K_p , d'une fonction de distribution spatiale f_p et de r la distance à la pointe de la fissure (voir 1.3.1.5). On connaît également la forme analytique des champs de déplacement au voisinage de l'extrémité de la fissure, donnés pour chaque point P par l'équation ci-dessous :

$$\vec{u}(r, \theta) = \sum_i K_i \cdot \frac{\sqrt{r}}{2\pi} \cdot g_i(\theta) \quad (40)$$

Pour illustrer cette première famille, nous évoquerons la méthode des éléments finis étendus.

La seconde famille englobe les schémas de calculs numériques n'utilisant pas ces fonctions singulières. On peut alors appliquer des critères locaux, généralement appliqués hors du cadre de la Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture (MLER), dans lesquels on suppose une loi de comportement du matériau telle que les contraintes ne tendent pas vers l'infini en pointe de fissure. Le calcul de la propagation de la fissure découle alors de la loi de comportement fixée. Cette approche permet d'employer des lois d'endommagement proches de la physique prenant en compte l'amorçage et la propagation de fissures pour divers mécanismes de rupture (rupture ductile, fluage, propagation d'une fissure principale ou apparition de microfissures multiples). L'approche locale est appropriée lorsque la zone de plastification en pointe de fissure devient grande. En revanche, elle requiert des maillages suffisamment fins pour décrire correctement l'évolution des champs mécaniques (déplacements et contraintes), conduisant ainsi à des calculs lourds (surtout dans le cas de problèmes tridimensionnels). Par ailleurs, les lois de comportement doivent être choisies au cas par cas et la propagation devient dépendante du maillage. Parmi cette deuxième famille de méthodes, nous évoquerons la technique de la fermeture virtuelle de fissure.

Par ailleurs, le problème du temps de calcul en fatigue est majeur. Il est très supérieur à ce que l'on rencontre en rupture ductile, du fait de la petite taille de la zone plastique. De plus, ce type de modélisation de la

propagation en fatigue nécessite de calculer tous les cycles, ce qui devient rapidement inaccessible pour un problème d'élasto-plasticité en trois dimensions.

1.3.6.2. Méthode des Eléments Finis Etendue

Un exemple de méthode utilisant explicitement la connaissance des fonctions singulières en pointe de fissure est la Méthode des Eléments Finis Etendue ou MEFE (en anglais « *eXtended Finite Elements Method* » ou « *X-FEM* »), développée en 1999 par (Belytschlo & Black, 1999). Cette méthode a l'avantage de pouvoir prendre en compte les singularités en pointe de fissure de façon plus précise que la méthode des éléments finis traditionnelle. Cette méthode permet de modéliser la propagation de la fissure en évitant le remaillage en pointe de fissure. Elle consiste à employer des fonctions de forme enrichies en pointe de fissure pour y décrire le champ de déplacement \vec{u} par les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} f_1(r, \theta) = \sqrt{r} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \\ f_2(r, \theta) = \sqrt{r} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \\ f_3(r, \theta) = \sqrt{r} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \theta \\ f_4(r, \theta) = \sqrt{r} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (41)$$

Avec (r, θ) les coordonnées polaires du point de calcul dans le repère centré sur la pointe de fissure.

On considère la fonction de forme $N_i(\vec{x})$ au nœud i prise en \vec{x} , S_1 l'ensemble des nœuds du modèle, S_2 l'ensemble des éléments traversés par la fissure, S_3 l'ensemble des éléments touchés par la pointe de la fissure et H la fonction de Heaviside. Le champ de déplacement peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\vec{u}(\vec{x}) = \sum_{i \in S_1} \lambda_i \cdot N_i(\vec{x}) + \sum_{i \in S_2} \lambda_i \cdot N_i(\vec{x}) \cdot H(s) + \sum_{i \in S_3} \sum_{j \in \{1,2,3,4\}} \lambda_{i,j} \cdot N_i(\vec{x}) \cdot f_j(r, \theta) \quad (42)$$

(Vulićević et al., 2016) retrouvent par simulation MEFE la durée de vie d'une éprouvette en acier API J55 soumise à une flexion 3 points avec une très bonne précision. (Kraedegh et al., 2017) et (Durdević et al., 2015) font de même avec la vitesse de propagation expérimentale d'une fissure dans la soudure en T d'une structure en alliage d'aluminium 2024-T351 soumise à une flexion 3 points.

1.3.6.3. Technique de la Fermeture Virtuelle de Fissure

Un exemple de méthode n'utilisant pas explicitement la connaissance des fonctions singulières est la Technique de la Fermeture Virtuelle de Fissure (TFVF). Cette méthode utilise les principes de la MLER. Cette appellation vient du fait qu'elle est basée sur l'hypothèse stipulant que l'énergie de déformation libérée nécessaire pour propager une fissure sur une certaine distance est la même que pour la refermer sur cette même distance.

Sur la Figure 33, les nœuds 2 et 5 se séparent (signifiant une propagation de fissure) dès que la condition suivante est remplie :

$$f = \frac{G_I}{G_{IC}} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{1,6} F_{v,2,5}}{bd} \right) \cdot \frac{1}{G_{IC}} \geq 1 \quad (43)$$

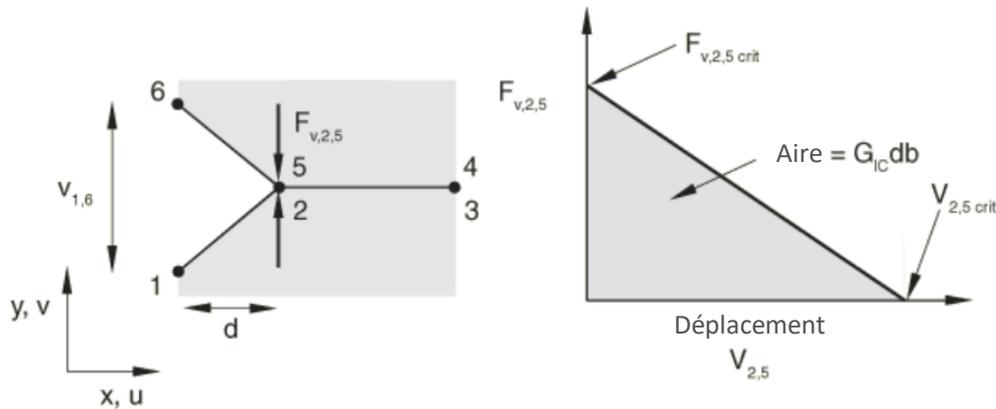


Figure 33 : Illustration explicative de la méthode TFVF (source : Manuel d'utilisation Abaqus 6.14, section 11.4.3)

Où,

G_I est le taux d'énergie libérée en mode I,

G_{IC} est le taux critique d'énergie libérée en mode I,

b et d sont respectivement la largeur et la longueur des éléments en front de fissure,

$v_{1,6}$ est le déplacement entre les points 1 et 6,

$F_{v,2,5}$ est la force de cohésion verticale entre les points 2 et 5.

Cette condition s'écrit de façon analogue dans le cas d'un problème faisant également intervenir les modes II et III. La technique TFVF est par exemple employée dans (Collini et al., 2011) où le défaut supposé responsable de l'amorçage est reproduit dans Abaqus. La loi de propagation de Paris est alors utilisée pour reproduire la propagation d'une fissure partant d'une microporosité dans une éprouvette en fonte GJS-400-18 sous sollicitation de traction à $R = 0$.

1.3.6.4. Description de la méthode $G-\theta$

La méthode $G-\theta$ a été proposée au début des années 1980 pour le calcul du taux de restitution d'énergie et des facteurs d'intensité de contrainte en pointe de fissure. Cette méthode consiste à décrire le taux d'énergie libérée comme une forme bilinéaire symétrique du champ de déplacement et utilise son expression en pointe de fissure, connue dans le cadre de la MLER (Geniaut et al., 2005). La définition du champ virtuel d'extension de la fissure utilise une base locale normale au front de fissure et tangente à la surface de fissure (Vu et al., 2015). L'énergie de déformation élastique est ensuite décomposée sur une base de fonctions de forme. Cette méthode permet d'aboutir à une formulation permettant d'extraire les facteurs d'intensité de contrainte en pointe de fissure. C'est notamment la méthode de calcul de la propagation de fissure en fatigue employée dans le logiciel Zcracks.

Dans la suite, nous allons poser les notations suivantes :

- Ω désigne un volume de référence et $\partial\Omega$ sa surface,
- s est l'abscisse curviligne qui parcourt le front de fissure Γ ,
- $\vec{\theta}$ est le champ virtuel d'extension de la fissure (fonction vectorielle à argument vectoriel)
- \vec{u} est le champ de déplacement

Une illustration de ces notations, du front de fissure, du plan de fissure et du repère lié au front de fissure est fournie en Figure 34.

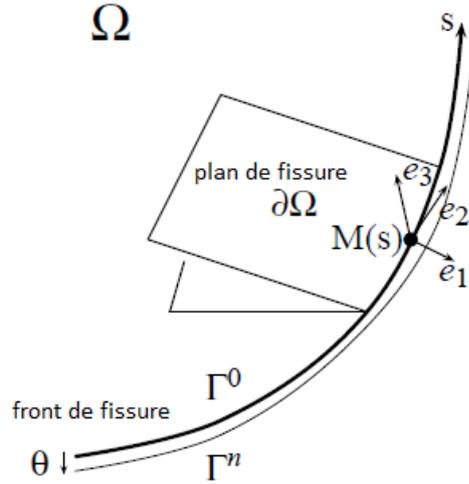


Figure 34 : Illustration des notations employées [Source : manuel d'utilisation Zcracks]

On suppose ici que les forces de frottement aux bords de la fissure sont négligées et que la géométrie est libre de précontrainte.

Soit O une origine spatiale et soit une perturbation infinitésimale dans un matériau homogène et isotrope, transformant un point géométrique M en un point M' tel que :

$$\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} + \eta \cdot \vec{\theta}(\overrightarrow{OM}) \quad (44)$$

On introduit maintenant la forme bilinéaire symétrique suivante :

$$B(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{2} \bar{\bar{\bar{\epsilon}}}(\vec{u}) : \bar{\bar{\bar{C}}} : \bar{\bar{\bar{\epsilon}}}(\vec{v}) \quad (45)$$

Avec $\bar{\bar{\bar{\epsilon}}}$ le tenseur des déformations et $\bar{\bar{\bar{C}}}$ le tenseur d'élasticité de Hooke.

Cette forme a l'avantage de permettre une expression simple de l'énergie de déformation élastique ψ :

$$\psi(\vec{u}) = B(\vec{u}, \vec{u}) \quad (46)$$

Dans le cadre de la thermo-élasticité et en absence de force volumique interne (par hypothèse), (Destuynder et al., 1981) donne la formule d'une variation de l'énergie potentielle induite par la perturbation infinitésimale introduite, appliquée sur la géométrie de référence Ω et dont $(\bar{\bar{\bar{\epsilon}}}, \vec{u})$ est solution du problème en déformation et en déplacement. Le taux d'énergie libérée G peut être défini à l'aide de la forme bilinéaire symétrique du champ de déplacement. On note cette forme $g(\vec{u}, \vec{v})$, qui peut s'exprimer en fonction de B de la façon suivante (Geniaut, 1995) :

$$g(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \left[\frac{\partial B}{\partial \bar{\bar{\bar{\epsilon}}}(\vec{u})} : (\overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{u}) \cdot \overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{\theta})) + \frac{\partial B}{\partial \bar{\bar{\bar{\epsilon}}}(\vec{v})} : (\overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{v}) \cdot \overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{\theta})) - B(\vec{u}, \vec{v}) \cdot \text{div}(\vec{\theta}) - \frac{\partial B}{\partial T} (\overline{\overline{\text{grad}}}(T) \cdot \vec{\theta}) \right] d\Omega \quad (47)$$

Où T est le champ de température.

Si le champ de déplacement \vec{u} est solution du problème et que l'on néglige les effets thermiques, alors \vec{u} vérifie (Geniaut et al., 2005) :

$$G(\vec{\theta}) = g(\vec{u}, \vec{u}) = \iiint_{\Omega} \left[\bar{\sigma}(\vec{u}) : (\overline{grad}(\vec{u}) \cdot \overline{grad}(\vec{\theta})) - \psi(\vec{u}) \cdot div(\vec{\theta}) \right] d\Omega \quad (48)$$

Où $\bar{\sigma}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy. Ceci traduit dans le cas d'un problème en trois dimensions le fait que le taux d'énergie libérée peut être défini comme étant égal à l'opposé de la dérivée lagrangienne de l'énergie de déformation élastique.

On décompose maintenant le déplacement d'un point faisant partie du front de fissure de la façon suivante :

$$\vec{u} = \vec{u}_R + K_I \cdot \vec{u}_I + K_{II} \cdot \vec{u}_{II} + K_{III} \cdot \vec{u}_{III} \quad (49)$$

\vec{u}_R étant la partie régulière du déplacement, les trois autres termes constituant alors la partie singulière.

Etant donné que \vec{u}_I, \vec{u}_{II} et \vec{u}_{III} constituent une base, ils sont 2 à 2 orthogonaux pour la forme bilinéaire et symétrique g introduite plus haut, ce qui permet d'écrire pour un point quelconque du front de fissure :

$$\begin{cases} g(\vec{u}, \vec{u}_I) = K_I \cdot g(\vec{u}_I, \vec{u}_I) \\ g(\vec{u}, \vec{u}_{II}) = K_{II} \cdot g(\vec{u}_{II}, \vec{u}_{II}) \\ g(\vec{u}, \vec{u}_{III}) = K_{III} \cdot g(\vec{u}_{III}, \vec{u}_{III}) \end{cases} \quad (50)$$

Où $g(\vec{u}_I, \vec{u}_I)$, $g(\vec{u}_{II}, \vec{u}_{II})$ et $g(\vec{u}_{III}, \vec{u}_{III})$ peuvent être déterminés par la formule d'Irwin dans un matériau à comportement élastique linéaire et isotrope :

$$G(s) = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(K_I^2(s) + K_{II}^2(s) \right) + \frac{1}{2\mu} K_{III}^2(s) \quad (51)$$

Ces expressions ne dépendant que de \vec{u}_I, \vec{u}_{II} et \vec{u}_{III} , ceci permet d'affirmer que les contraintes auxiliaires sont données en termes de gradient de déplacement et que les contraintes sont alors de divergence nulle. On en déduit que, localement, la fissure avance à chaque instant dans son plan tangent. Ainsi, le champ virtuel de transformation locale du front de fissure est admissible si et seulement s'il est orthogonal à e_3 , c'est à dire qu'il n'admet que des déplacements dans le plan tangent au front de fissure.

Dans la suite, on note $\Theta = \{ \vec{\theta} \text{ tels que } \vec{\theta} \cdot \vec{e}_3 = 0 \}$ l'ensemble des champs admissibles.

Le champ de transformation du front de fissure est discrétisé sur un ensemble de points de contrôle disposés le long du front de fissure et dont une illustration est donnée en Figure 35. Leur nombre, noté n_p , est un paramètre fixé par l'utilisateur de Zcracks.

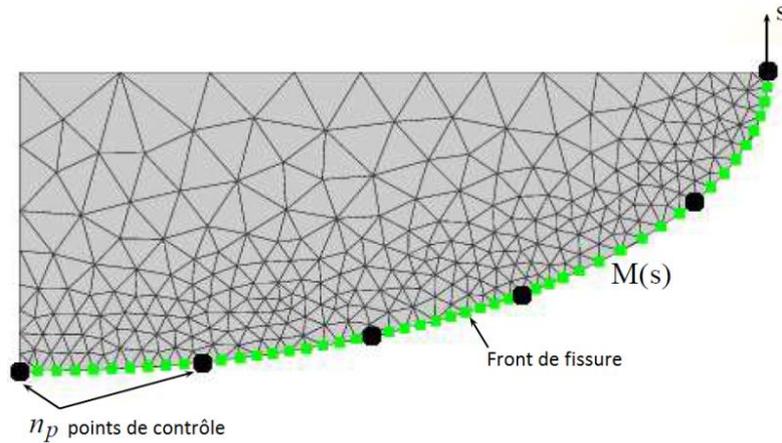


Figure 35 : Illustration explicative des points de contrôle (Source : manuel d'utilisateur de Zcracks)

Le taux d'énergie libérée est alors discrétisé sur les n_p fonctions de forme, notées $N_j(s)$:

$$G(s) = \sum_{j=1}^{n_p} G_j \cdot N_j(s) \quad (52)$$

Cette équation mène à un système matriciel (voir la section A.1) dont les inconnues sont les G_j (Vu et al., 2015) (voir annexes A.1). Les facteurs d'intensité de contrainte sont calculés par la formule d'Irwin (équation (51)).

La déviation de la fissure est, quant à elle, calculée par la méthode de la maximisation de la contrainte d'ouverture, qui est permise ici, puisque l'on étudie le cas d'un matériau homogène et isotrope (voir 1.3.1.5).

Cette méthode a été choisie pour sa précision (des détails sont disponibles dans (Destuynder et al., 1981)). En effet, dans l'objectif de ces travaux, nous aurons besoin de comparer des nombres de cycles à rupture. Ces derniers représentent en effet un résultat très précis d'un calcul en fatigue et exigent donc une méthode de calcul qui le soit aussi.

Par ailleurs, dans notre étude, le chemin suivi par la fissure n'est *a priori* pas connu. Une méthode employant un remaillage, comme la méthode G- θ , nous permet de nous abstraire de mailler finement un grand espace géométrique.

1.3.7. Conclusion partielle

La problématique de cette thèse consiste à calculer une durée de vie en fatigue d'une pièce mécanique contenant un amas de porosités, détecté et caractérisé au moyen d'un contrôle non destructif ultrasonore. Cette seconde partie de la bibliographie a permis de rappeler les trois étapes du phénomène de rupture en fatigue : l'amorçage de la fissure, sa propagation et la rupture brutale.

Nous avons mis en évidence les différentes échelles mises en jeu pour chacun de ces phénomènes. L'amorçage et la propagation des fissures courtes interviennent à l'échelle microscopique, alors que la propagation des fissures longues ainsi que la rupture brutale sont observables à l'échelle macroscopique. Les pores sont des lieux d'amorçage préférentiels du fait de leur capacité à concentrer les contraintes. La localisation de l'amorçage est en effet fonction du champ des contraintes, qui varie au fur et à mesure de la

sollicitation. Des critères permettant de localiser l'amorçage ont été mentionnés (Dang Van, Papadopoulos, contrainte équivalent de von Mises...).

Pour ce qui concerne la propagation des fissures, nous avons distingué le domaine des fissures courtes de celui des fissures longues. Les lois de propagation sont gouvernées par la variation de chargement dans le premier cas et par la variation du FIC en pointe de fissure dans le second. C'est la raison pour laquelle ces deux domaines sont souvent distingués. Le phénomène de propagation est très complexe car il nécessite de mettre à jour le FIC en pointe de fissure durant tout le phénomène. En dehors de cas de référence que l'on peut trouver dans la littérature (dont on verra des exemples au Chapitre 2), il est dès lors nécessaire de faire appel à la simulation numérique. Pour ce faire, nous avons relevé différents modèles que l'on peut classer en deux catégories selon qu'elles nécessitent ou non un remaillage en pointe de fissure. Pour notre étude, nous avons choisi la méthode $G - \Theta$, car le chemin de fissure n'est *a priori* pas connu dans nos cas d'étude. Nous avons donc opté pour une méthode employant un remaillage en pointe de fissure. Elle permet par ailleurs de calculer le FIC avec une bonne précision, ce qui s'avère crucial dans notre étude, puisque nous chercherons par la suite à calculer des nombres de cycles à rupture de configurations de défauts proches.

1.4. Conclusion du chapitre 1

La porosité dans une pièce métallique est un défaut de fonderie qui peut générer une perte de tenue mécanique en fatigue parfois considérable (jusqu'à 20% de la limite en fatigue en moins selon (Collini et al., 2011)). On en distingue deux types : la (micro)retassure, de forme très tortueuse et la porosité de dégazage, proche de la sphère. Notre étude se focalisera sur ce second type de porosités.

Un des objectifs majeurs de la thèse consiste à développer une méthode de contrôle non destructif permettant la détection et la caractérisation des porosités en vue d'établir un protocole de calcul de durée de vie en fatigue. En effet, la description géométrique des amas de porosités peut être obtenue *a posteriori* par analyse des faciès de rupture, ou éventuellement quand c'est possible avant la rupture au moyen d'un contrôle non destructif lourd, coûteux et comportant des risques d'exposition aux rayonnements ionisants (tomographie à rayons X). Dans ces travaux de thèse, nous cherchons à obtenir une description géométrique de cette population de défauts dès l'état initial, grâce à un contrôle non destructif ultrasonore, en vue d'appliquer un calcul de durée de vie en fatigue.

La technologie des ultrasons multiéléments a été privilégiée à celle des monoéléments grâce à ses nombreux avantages, et notamment pour l'imagerie associée, la focalisation, l'amélioration du rapport signal sur bruit et les fonctionnalités techniques plus avancées. La problématique de la caractérisation de la porosité par ultrasons dans la littérature concerne presque exclusivement les matériaux composites. Elle est souvent étudiée en établissant une loi d'évolution d'une caractéristique du signal (dispersion de la vitesse de phase, atténuation, ...) en fonction du taux de porosité dans le matériau. Ce type d'approche est insuffisant pour appliquer un calcul déterministe de durée de vie en fatigue et répondre à notre problématique. Afin d'imager au mieux les défauts sondés et bénéficier d'un grand nombre d'acquisitions de champ diffusé suite à des émissions d'ondes avec plusieurs incidences différentes, nous choisissons la méthode AMC couplée à la reconstruction FTP. Les images devront être interprétées en tenant compte des effets de la diffusion multiple entre les défauts dus à leurs interactions résultant de leur proximité. Nous avons présenté le logiciel CIVA, dont les calculs sont fondés sur le principe de réciprocité, et rappelé que celui-ci ne prend actuellement pas en considération ces interactions. Afin d'y remédier, la méthode de la diffusion multiple a ainsi été présentée et illustrée par une de ses applications à des défauts sphériques (modèle de Ying et Truell). Un modèle similaire applicable aux défauts cylindriques sera développé au Chapitre 3.

Pour ce qui concerne l'étude en fatigue, nous avons vu que les porosités sont des lieux d'amorçage préférentiels des fissures en fatigue, du fait de leur faculté à concentrer les contraintes. La porosité critique (d'où amorce une fissure en fatigue) peut être déterminée selon des critères de maximisation de différents types de contraintes équivalentes (contrainte équivalente de Dang Van, Papadopoulos, Crossland, von Mises etc.). Dans une optique de simplification, elle peut être directement assimilée à une fissure et sa propagation peut ensuite être calculée au moyen de la loi de Paris ou une loi dérivée (Forman, Broek et Shijve, Forman-Newman etc.). En dehors de cas de référence bien connus, l'appel à la simulation numérique est nécessaire afin de prendre en compte, l'ensemble de la complexité du phénomène de propagation en fatigue. Elle consiste à employer une variante de la méthode par éléments finis (MEFE, TFVF ou méthode G- θ) qui peuvent prendre en compte (ou non) un remaillage de la géométrie, et faire l'emploi (ou non) de fonctions singulières en pointe de fissure. La méthode G- θ est celle qui a été retenue. Elle sera détaillée au Chapitre 4.

On a ainsi pu constater qu'il existe une littérature assez riche, tant en termes de mécanique de la rupture qu'en contrôle non destructif ultrasonore. En revanche, à notre connaissance, aucun lien entre ces deux domaines n'est encore établi qui permettrait de statuer sur le degré de précision requis en caractérisation du défaut lors du contrôle ultrasonore pour mener à bien des calculs fiables de durée de vie en fatigue. Dans le sujet de cette thèse, on parlera alors de « chaînage » entre la fatigue et le contrôle non destructif par ultrasons, qui constitue une des originalités majeures de cette thèse.

Le chapitre 2 présentera le matériau étudié, la détermination de ses propriétés mécaniques en statique et en fatigue, et exposera les protocoles expérimentaux qui seront employés, dont la définition des différentes éprouvettes avec le détail des amas de porosités usinés.

Chapitre 2 : Matériau, dispositifs et protocoles expérimentaux

2.1. Contexte

Ce chapitre a pour objectif de présenter le matériau utilisé, les éprouvettes représentatives des différents cas d'études de porosités retenus, ainsi que les protocoles et dispositifs expérimentaux mis en œuvre dans cette thèse.

On cherchera d'abord à définir et réaliser un ensemble d'éprouvettes permettant d'étudier l'influence en fatigue des différents paramètres géométriques des amas de porosités réels que l'on retrouve en fonderie, ainsi que leur réponse en contrôle par ultrasons. Ces amas réels se sont révélés trop complexes à réaliser directement, du fait de l'impossibilité de maîtriser et faire varier leurs paramètres géométriques un par un.

Afin de répondre aux différentes problématiques présentées en introduction, nous avons donc choisi de simplifier différents aspects du cas industriel présenté. Ainsi, pour maîtriser les caractéristiques des amas de porosités et les faire varier, mais également pour faciliter les contrôles non destructifs et les sollicitations mécaniques en fatigue, il a été décidé de considérer des éprouvettes planes en alliage d'aluminium. Dans ces dernières, différents groupes de trous génératrices de petite taille ont été usinés pour représenter les paramètres identifiés d'amas de porosités. Les éprouvettes seront par la suite sollicitées en fatigue en traction répétée.

2.2. Géométrie des éprouvettes d'essai

Les éprouvettes de traction respectent la norme NF EN 3987 stipulant que la longueur de la section d'essai doit être au moins égale à deux fois sa largeur. Les bords des éprouvettes ont par ailleurs été polis longitudinalement afin d'empêcher l'apparition accidentelle de fissures. Par analogie avec les éprouvettes à section circulaire, le rayon de raccordement des éprouvettes a été fixé pour être au moins égal à deux fois la largeur de la section d'essai. Les dimensions des éprouvettes sont indiquées en Figure 36.

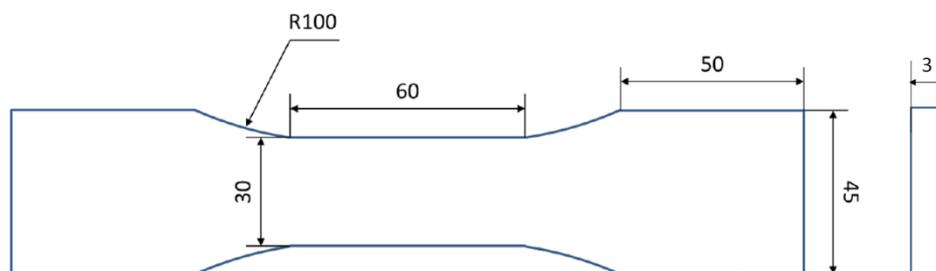


Figure 36 : Dimensions en mm des éprouvettes de traction

L'ensemble des éprouvettes a été découpé au fil dans une tôle laminée de dimensions $3 \times 1000 \times 2000$ mm. Elles ont toutes été découpées de sorte que leur longueur corresponde au sens de laminage de la tôle initiale. Le choix d'épaisseur résulte du compromis entre la nécessité d'avoir une valeur suffisamment grande pour positionner un capteur ultrasonore sur la tranche, mais suffisamment faible pour pouvoir percer des trous très petits afin de modéliser les amas de porosités étudiés.

2.3. Matériau et caractérisation

2.3.1. Choix du matériau

Le matériau choisi pour cette étude est l'alliage d'aluminium 7075-T6 car il présente une faible atténuation aux ultrasons, ce qui facilite la mise en œuvre du contrôle ainsi que l'interprétation des signaux obtenus. De plus, cet alliage en particulier est largement décrit dans la littérature, ce qui permet d'avoir une base de données riche s'agissant de ses propriétés mécaniques, en statique comme en fatigue.

La composition chimique de l'alliage est indiquée dans le Tableau 1.

Elément	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Al
Standard min.	0	0	1.20	0	2.10	0.18	5.10	0	Complémentaire
Standard min.	0.40	0.50	2.00	0.30	2.90	0.28	6.10	0.20	
Taux effectif	0.07	0.20	1.50	0.04	2.68	0.22	5.63	0.03	

Tableau 1 : Composition chimique de l'alliage d'aluminium 7075-T6 employé (en %) [certificat matière]

2.3.2. Caractérisation mécanique en statique

Afin de caractériser les propriétés mécaniques statiques de ce matériau, des essais de traction ont été réalisés, à l'aide d'une machine de traction électromécanique Instron de capacité 100 kN, sur des éprouvettes prélevées parmi celles découpées et décrites précédemment.



Figure 37 : Eprouvette d'essai pour sollicitation statique dans la machine de traction Instron

Deux essais de traction ont été effectués en vue d'obtenir le module d'Young. Ce dernier a été déterminé sur un intervalle de déformations dans lequel le matériau reste élastique. Le premier essai a été mené entre 0 et 60 MPa, et le second entre 0 et 160 MPa. Ces deux essais se sont déroulés à une vitesse de déplacement de 1 mm/min. Les résultats sont montrés en Figure 38.

Les deux éprouvettes ont été instrumentées avec une jauge afin d'enregistrer la déformation en fonction de la contrainte appliquée. Comme conseillé dans la norme NF EN ISO 6892-1, les intervalles sur lesquels les modules d'Young ont été calculés comprennent un minimum de 50 points.

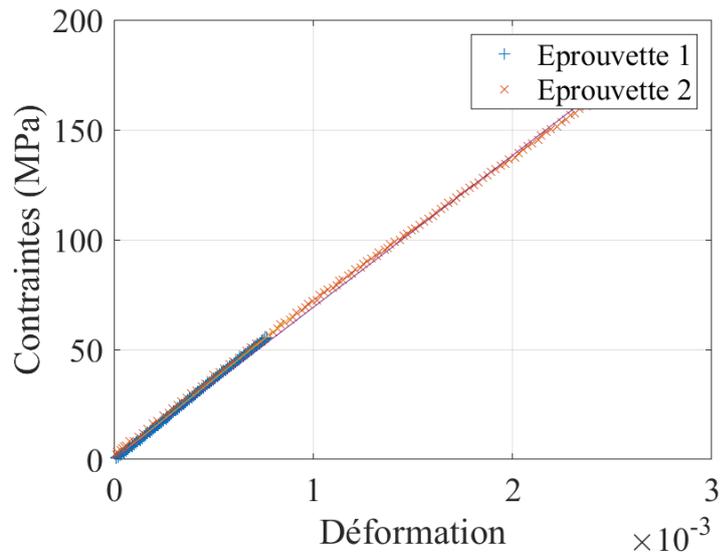


Figure 38 : Courbes de traction expérimentales pour la détermination du module d'Young de l'alliage d'aluminium 7075-T6

La valeur moyenne du module d'Young $E = 71 \text{ GPa}$ a ainsi pu être obtenue. Cette donnée est conforme aux résultats trouvés dans la littérature (R. Rice et al., 2003) (Boller & Seeger, 1987) (Hudson & Scardina, 1967).

La courbe complète de traction, établie expérimentalement est fournie en Figure 39.

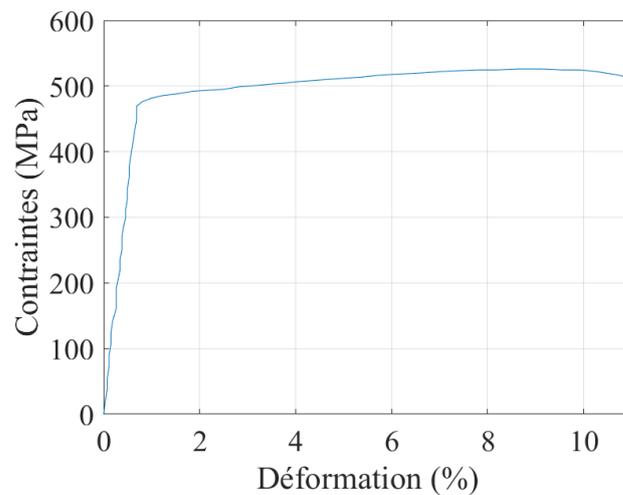


Figure 39 : Courbes de traction de l'alliage d'aluminium 7075-T6

2.3.3. Caractérisation mécanique en fatigue

Afin de définir les caractéristiques de propagation des fissures de notre matériau, nécessaires pour les calculs en fatigue (loi de Paris ou de Forman, Courbe de Wöhler), des essais ont été réalisés sur deux éprouvettes de traction à fissure centrale (TFC) (en anglais *CCT* pour « *Center-Cracked Tension* ») définies selon la norme ASTM E647-15. La géométrie des éprouvettes est donnée en Figure 40.

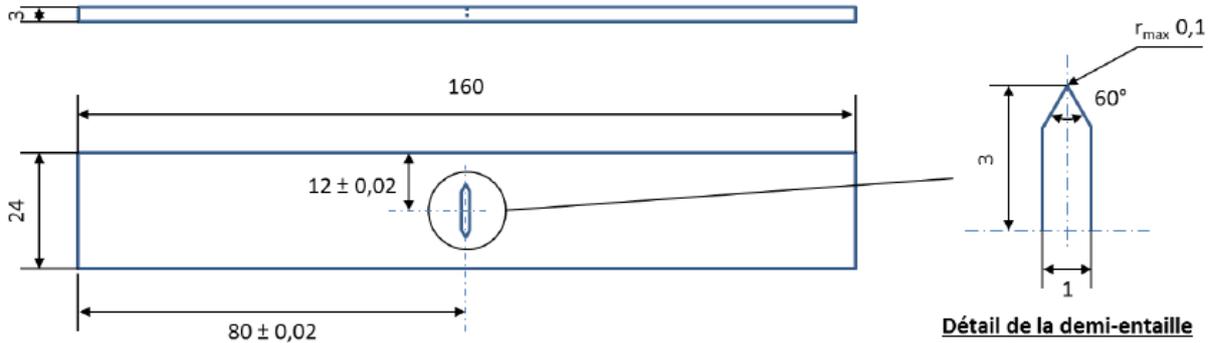


Figure 40 : Géométrie et dimensions millimétriques des éprouvettes TFC en aluminium 7075-T6

Ces éprouvettes ont été sollicitées sur une machine hydraulique MTS 810 de force maximale 100 kN. Les essais se sont déroulés selon les conditions fixées par la norme ASTM E647-15 avec un rapport de contrainte $R = 0,1$. On rappelle que cette valeur représente le rapport entre la contrainte minimale et la contrainte maximale appliquées lors de la sollicitation. Par ailleurs, cette norme précise que pour un ΔK donné, la vitesse de propagation de fissure $\frac{da}{dN}$ peut varier d'un facteur 2. Cette considération sera en effet importante lors de l'interprétation des calculs en fatigue que l'on pourra faire à partir de cette courbe. Les coefficients des lois de propagation (loi de Paris et loi de Forman) ont alors été estimés à partir des courbes expérimentales montrant la variation de la vitesse de propagation d'une fissure en fonction du facteur d'intensité de contrainte (voir Figure 41).

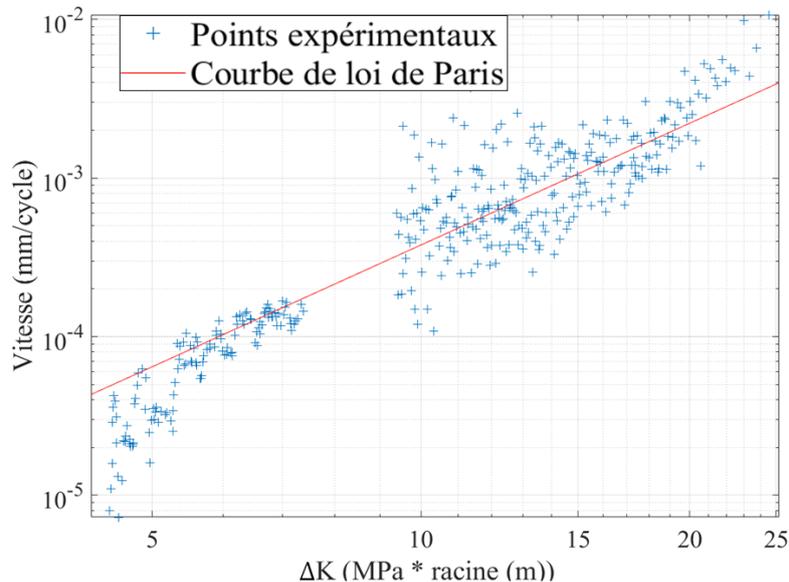


Figure 41 : Courbe de propagation de fissure en fatigue dans l'aluminium 7075-T6 estimée par la méthode des moindres carrés selon le modèle de la loi de Paris

La loi permettant de quantifier la vitesse de propagation des fissures dans le domaine de la loi de Paris est la suivante :

$$\begin{aligned} \frac{da}{dN} &= 8.15 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta K^{2.55} (\text{ystème MPa}\sqrt{\text{m}}, \text{mm/cycle}) \\ &= 1.22 \cdot 10^{-10} \cdot \Delta K^{2.55} (\text{ystème MPa}\sqrt{\text{mm}}, \text{mm/cycle}) \end{aligned} \quad (53)$$

Pour notre matériau, on constate que la loi de Paris s'applique pour ΔK compris entre 5 et 20 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ environ.

Les constantes de la loi de Forman de notre matériau ont été déterminées par optimisation (méthode des moindres carrés) à partir de l'ensemble des données provenant des 2 éprouvettes TFC. On trouve la loi suivante :

$$\frac{da}{dN} = \frac{\alpha_F \langle K_{max} - K_{th} \rangle^{\beta_F}}{(1 - R) \cdot \langle K_c - K_{max} \rangle} \quad (54)$$

avec les coefficients de la loi de Forman $\alpha_F = 0.0013$, $\beta_F = 0.8345$, $K_{th} = 4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ et $K_c = 25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, dans le système ($\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, mm/cycle) comme illustré sur la Figure 42.

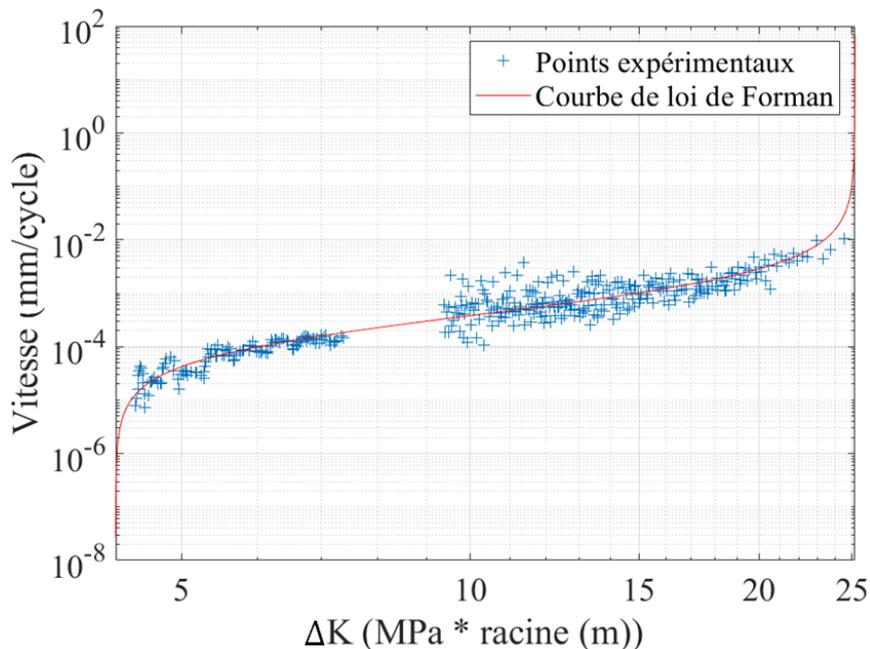


Figure 42 : Courbe de propagation de fissure en fatigue dans l'aluminium 7075-T6 estimée par la méthode des moindres carrés selon le modèle de la loi de Forman

La courbe de Wöhler représentant la contrainte en fonction du nombre de cycles à rupture de notre matériau pour $R = 0,1$ a été établie expérimentalement sur la base d'essais de fatigue réalisés sur la même machine hydraulique MTS 810 décrite précédemment à partir d'éprouvettes dont les dimensions sont également celles indiquées en Figure 36. Les essais ont été effectués à une fréquence de 10 Hz. Une courbe de Wöhler est illustrée à la Figure 43, montrant les résultats trouvés dans (R. Rice et al., 2003) et ceux obtenus expérimentalement durant ces travaux.

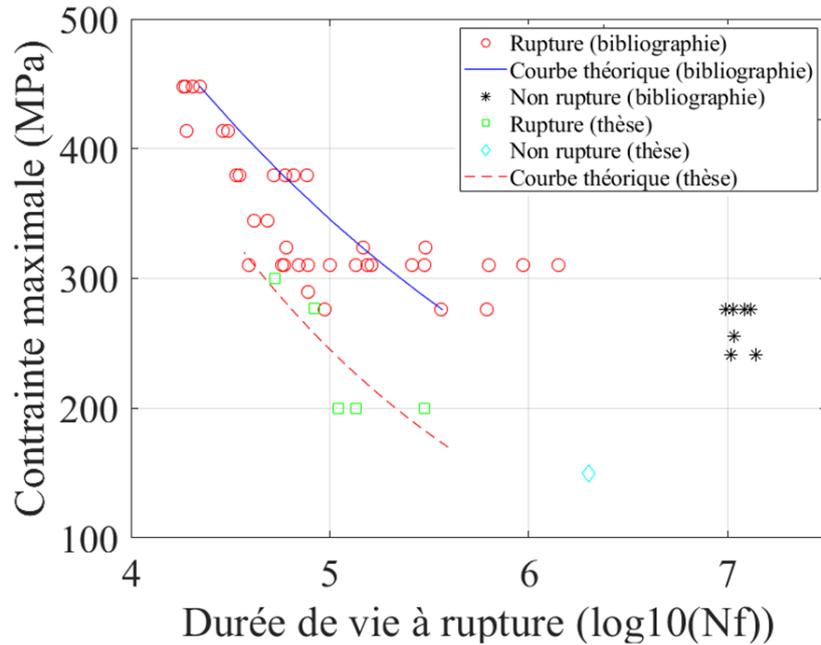


Figure 43 : Courbe d'évolution de la contrainte maximale en fonction du nombre de cycles à rupture en fatigue dans l'aluminium 7075-T6 (traction $R=0,1$).

En comparant les résultats de la Figure 43, on constate que notre alliage a une tenue en fatigue plus faible que celle prévue dans la littérature (R. Rice et al., 2003). En effet, les équations de courbe (E_{biblio}) trouvée dans (R. Rice et al., 2003) et (E_{Exp}) établie expérimentalement (par la méthode des moindres carrés) dans notre étude sont les suivantes :

$$\begin{cases} (E_{biblio}) : \sigma_{max} = 364.8. N_f^{-0.172} \\ (E_{Exp}) : \sigma_{max} = 5367.9. N_f^{-0.268} \end{cases} \quad (55)$$

La courbe (E_{biblio}) issue de la bibliographie, a été formulée pour 36 plaques d'épaisseur 2.286 mm entre 12.7 et 25.4 mm de largeur avec une sollicitation cyclique de fréquence comprise entre 5 et 30 Hz. Un plus grand nombre d'essais mécaniques aurait permis une exploitation statistique des données, notamment grâce à la loi de Student, comme on l'observe classiquement dans la littérature. L'objectif ici consiste simplement à positionner une courbe de Wöhler de même forme que celle trouvée dans la bibliographie (loi puissance) afin de déterminer une équation de la courbe moyenne pour la suite de nos calculs. Les différences observées étant conséquentes, on préférera conserver l'équation (E_{Exp}) qui a l'avantage de se rapporter au matériau que l'on utilise.

On rappelle que les durées de vie sont exprimées ici en abscisses avec une fiabilité de 50%. Par ailleurs, on précise dès à présent que cette courbe sera utilisée dans la suite de ce travail en vue d'une détermination d'une durée d'amorçage sous une sollicitation faible (domaine oligocyclique). En conséquence, les erreurs induites sur la durée de vie totale sont relativement peu conséquentes, la durée d'amorçage étant alors faible par rapport à celle de propagation dans ce domaine.

2.3.4. Synthèse des propriétés mécaniques de notre matériau

Pour synthétiser ce qui précède, les principales propriétés mécaniques de l'aluminium 7075-T6 utilisé pour nos travaux sont rassemblées dans le Tableau 2 et le Tableau 3.

Grandeur physique	E	ν	Re	Rm	Au	K_{seuil}	K_c	Densité
Unité	GPa	/	MPa	MPa	%	$MPa\sqrt{m}$	$MPa\sqrt{m}$	$kg.m^{-3}$
Valeur	71	0.33	476	524	11	4	25	2700

Tableau 2 : Caractéristiques mécaniques de l'alliage d'aluminium 7075-T6

Loi de Paris		Loi de Forman	
C	m	α_F	β_F
$8.15.10^{-4}$	2.55	0.0013	0.8345

Tableau 3 : Caractéristiques mécaniques des lois de propagation de fissure dans l'alliage d'aluminium 7075-T6 dans le système ($MPa\sqrt{m}$, mm/cycle)

2.3.5. Caractérisation acoustique du matériau

D'autre part, et pour finir la caractérisation de ce matériau, concernant les propriétés acoustiques de notre alliage, les célérités des ondes de volume L (longitudinale) et T (transversale) ont été évaluées expérimentalement à l'aide de la sonde multiéléments linéaire qui sera présentée en 2.5.1. On trouve ainsi $c_L = 6260 \text{ m/s}$ et $c_T = 3160 \text{ m/s}$.

Grandeur physique	Célérité (m/s)
c_L	6 260
c_T	3 160

Tableau 4 : Caractéristiques acoustiques de l'alliage d'aluminium 7075-T6 dans le système (m,s)

2.4. Configurations d'amas de défauts étudiés

Des éprouvettes ayant la même géométrie que celles servant aux essais mécaniques statiques (voir Figure 36) ont été usinées avec des défauts calibrés de type trous génératrices (ou TG) simulant différents arrangements de nids de porosités. Ces amas de TG sont percés au centre de l'éprouvette par électroérosion. Une illustration de principe d'un amas de trous est présentée en Figure 44.

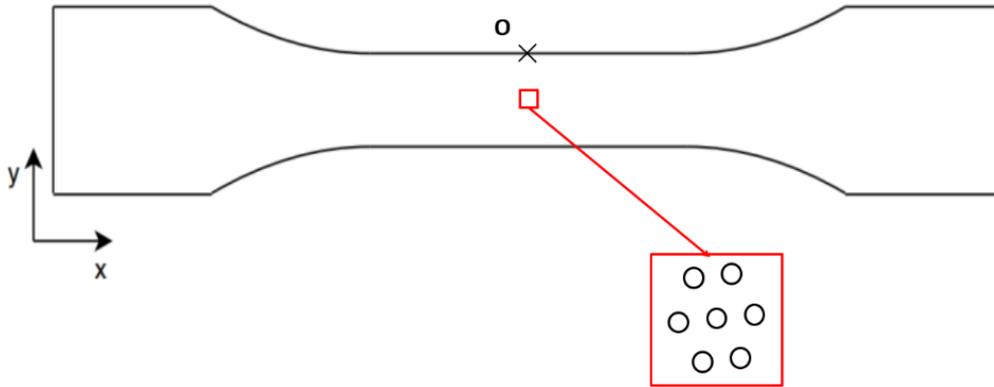


Figure 44 : Illustration schématique d'une éprouvette avec amas de TG selon l'axe z

Les caractéristiques des TG que l'on se propose d'étudier reprennent celles identifiées comme influentes *a priori* sur la durée de vie d'une structure en présence d'un amas de porosités :

- Taille individuelle des porosités (ou taille élémentaire),
- Densité de porosités dans l'amas,
- Gradation de ces tailles élémentaires au sein de l'amas. On observe par exemple en fonderie la remontée « en cheminées » de la porosité réelle par principe d'Archimède en suivant une gradation dans la taille élémentaire.

Ainsi, les éprouvettes sont percées de TG disposés de façon à faire varier ces caractéristiques géométriques à partir d'un cas dénommé « standard ». En outre, un cas « enveloppe » constitué d'un défaut unique sert de référence, tant pour le contrôle non destructif que pour le comportement en fatigue.

On précise que les différentes éprouvettes des lots décrits à présent ont été réalisées à des positions quelconques afin de ne pas avoir toutes les éprouvettes d'un même lot côte à côte dans la tôle initiale.

2.4.1. Cas enveloppe

Le cas enveloppe doit permettre d'étalonner les différents calculs et essais, tant en contrôle non destructif qu'en fatigue. Pour la partie ultrasonore, son point brillant sert de définition de l'origine de l'échelle en amplitude (dB) et permet d'interpréter les niveaux d'intensité reçus dans les autres configurations. Pour la partie mécanique, le comportement en fatigue de ce défaut sous sollicitation uniaxiale représente un cas analytique en propagation lorsqu'on le considère dans un milieu infini, homogène et isotrope comme c'est le cas ici.

Pour ce qui concerne le contexte industriel de notre problématique, ce cas représente l'hypothèse classiquement faite lorsque l'on étudie un amas complexe de défauts, qui consiste à considérer le disque (respectivement la sphère) qui le circonscrit dans le cas d'un problème 2D (respectivement 3D). Afin d'appliquer cette hypothèse à notre cas de référence (voir paragraphe suivant), nous avons donc choisi un unique trou de 2 mm de diamètre. Les coordonnées sont exprimées dans le référentiel lié au point O de la Figure 44 positionné sur la tranche et au centre de l'éprouvette. Cette notation est employée par commodité car le point O correspondra à l'emplacement de la sonde ultrasonore lors des contrôles.

	Abcisse (mm)	Ordonnée (mm)	Diamètre (mm)
Défaut 1	0	15	2

Tableau 5 : Paramètres géométriques du TG dans le cas enveloppe

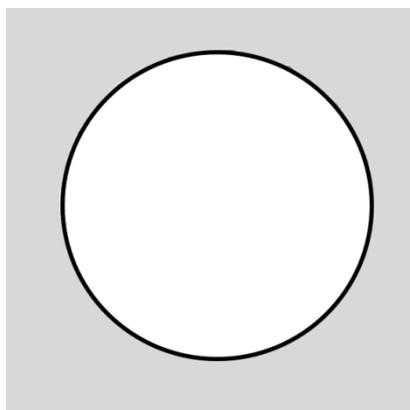


Figure 45 : TG du cas enveloppe

Les cas suivants représentent différents ensembles de TG circonscrits par cette enveloppe de 2 mm de diamètre. On étudiera ainsi la tenue en fatigue des différents amas par rapport à celle de leur enveloppe.

2.4.2. Cas standard

Le cas standard sert de base pour notre étude paramétrique des caractéristiques géométriques des amas de porosités pouvant influencer la durée de vie en fatigue. Ces caractéristiques seront changées une à une par rapport à ce cas de base. La disposition des TG est telle que les trous sont équidistants de tous leurs voisins immédiats. C'est la raison pour laquelle ils ont été percés selon un pavage en triangles équilatéraux. On retrouve parfois une telle configuration de défauts dans la littérature, notamment dans (Kohlhauser & Hellmich, 2013) (voir Figure 11).

Les TG sont tous de même taille, fixée à 0,3 mm de diamètre. Cette taille est en effet représentative de celle des défauts auxquels on s'intéresse classiquement dans le domaine du contrôle non destructif ultrasonore. C'est également une taille de défauts fréquente pour les porosités dans les alliages d'aluminium (voir Chapitre 1, Figure 10 notamment). Ainsi construit, ce cas présente des ligaments (espace entre deux trous immédiatement voisins) de 0,7 mm.

Afin d'avoir suffisamment de TG dans la configuration, mais également pour complexifier le contrôle ultrasonore, un motif hexagonal avec un TG au milieu de l'amas (plus difficile d'accès aux ultrasons) a été adopté. La distance du centre aux sommets de cet hexagone est choisie égale à 1 mm, de sorte qu'il soit circonscrit par l'enveloppe de diamètre 2 mm du cas précédent. Enfin, on applique à cet hexagone une rotation de 15° autour du centre de l'amas afin d'éviter tout alignement de défauts selon l'axe orthogonal au sens de traction (cas irréaliste, car trop particulier). Les caractéristiques géométriques du cas standard sont détaillées dans le Tableau 6 et visualisées en Figure 46.

	Abscisse (mm)	Ordonnée (mm)	Diamètre (mm)
Défaut 1	0	15	0,3
Défaut 2	0,26	14,03	0,3
Défaut 3	0,97	14,74	0,3
Défaut 4	0,71	15,71	0,3
Défaut 5	-0,26	15,97	0,3
Défaut 6	-0,97	15,26	0,3
Défaut 7	-0,71	14,29	0,3

Tableau 6 : Paramètres géométriques de la configuration des TG dans le cas standard

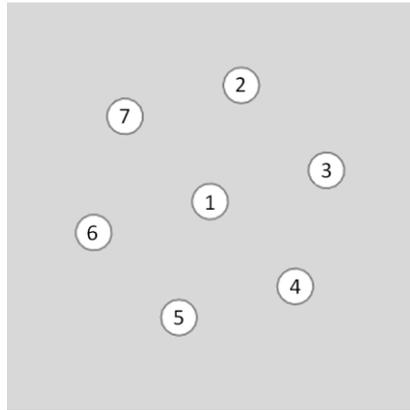


Figure 46 : Représentation de l'amas de TG du cas standard

2.4.3. Cas taille élémentaire

Ce cas sert à quantifier l'influence de la taille élémentaire des défauts sur la durée de vie en fatigue. La taille individuelle de chaque TG est réduite à 150 μm de diamètre (au lieu de 300 μm dans le cas standard). En outre, les TG ont été rapprochés du trou central afin de conserver la même distance inter-trous, donc la même quantité de matière.

	Abscisse (mm)	Ordonnée (mm)	Diamètre (mm)
Défaut 1	0	15	0,15
Défaut 2	0,22	14,18	0,15
Défaut 3	0,82	14,78	0,15
Défaut 4	0,60	15,6	0,15
Défaut 5	-0,22	15,82	0,15
Défaut 6	-0,82	15,22	0,15
Défaut 7	-0,60	14,4	0,15

Tableau 7 : Paramètres géométriques de la configuration de TG dans le cas taille élémentaire

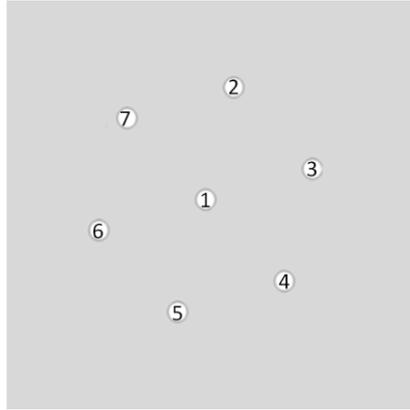


Figure 47 : Représentation de l'amas de TG du cas taille élémentaire

Cet amas représente la taille limite qu'il est possible de percer par électroérosion dans une épaisseur de 3 mm d'aluminium. Par ailleurs, nous avons relevé au Chapitre 1 que la limite de fatigue de notre alliage d'aluminium est très faiblement affectée par la présence de défauts de moins de 200 μm (voir 1.3.2). Une taille de défaut très inférieure à celle-ci n'aurait donc pas été utile pour notre étude paramétrique des caractères géométriques des amas influençant la durée de vie en fatigue.

2.4.4. Cas densité

Le cas densité sert à quantifier l'influence de la densité de défauts (ou nombre de TG au mm^2) sur la durée de vie en fatigue. En partant du cas standard, un trou de 0,3 mm de diamètre est percé entre chaque paire de trous immédiatement voisins dans la disposition initiale. Cela porte à 19 le nombre de trous contenus dans deux hexagones, le second étant deux fois plus petit que le premier. Ainsi construit, ce cas présente des ligaments de 0,2 mm. Les caractéristiques géométriques du cas densité sont détaillées dans le Tableau 8 et visualisées en Figure 48.

	Abcisse (mm)	Ordonnée (mm)	Diamètre (mm)
Défaut 1	0	15	0,3
Défaut 2	0,26	14,03	0,3
Défaut 3	0,97	14,74	0,3
Défaut 4	0,71	15,71	0,3
Défaut 5	-0,26	15,97	0,3
Défaut 6	-0,97	15,26	0,3
Défaut 7	-0,71	14,29	0,3
Défaut 8	0,13	14,52	0,3
Défaut 9	0,48	14,87	0,3
Défaut 10	0,35	15,35	0,3
Défaut 11	-0,13	15,48	0,3
Défaut 12	0,48	15,13	0,3
Défaut 13	-0,35	14,65	0,3
Défaut 14	0,61	14,39	0,3
Défaut 15	0,84	15,22	0,3
Défaut 16	0,22	15,84	0,3
Défaut 17	-0,61	15,61	0,3
Défaut 18	-0,84	14,78	0,3
Défaut 19	-0,22	14,16	0,3

Tableau 8 : Paramètres géométriques de la configuration de TG dans le cas densité

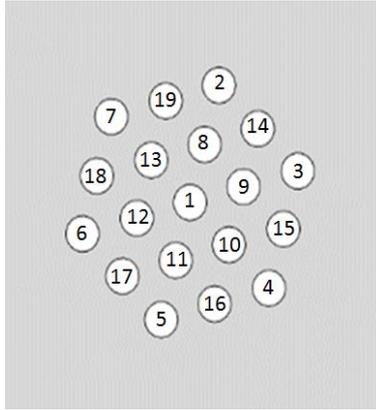


Figure 48 : Représentation de l'amas de TG du cas densité

Cet amas représente une vraie difficulté pour le contrôle ultrasonore du fait du nombre important de discontinuités pour pénétrer au sein d'un amas de porosités réel. De plus, la disposition des trous fait qu'une fissure de fatigue pourra rencontrer plusieurs TG sur sa trajectoire, engendrant ainsi une succession d'amorçages et de propagation comme dans les cas de porosités réelles.

2.4.5. Cas gradient

Le cas gradient sert à quantifier l'influence de la gradation dans les tailles élémentaires de défauts sur la durée de vie en fatigue. La disposition des trous est identique au cas standard mais leur diamètre ne sont pas tous de la même taille. Les tailles de défauts respectent une gradation que l'on observe traditionnellement en fonderie du fait de la remontée en cheminées des porosités par principe d'Archimède. Ce cas permet également de faire varier la taille de ligament qui évolue ici entre 0,60 et 0,82 mm.

Les caractéristiques géométriques du cas gradient sont détaillées dans le Tableau 9 et visualisées en Figure 49.

	Abscisse (mm)	Ordonnée (mm)	Diamètre (mm)
Défaut 1	0	15	0,3
Défaut 2	0,26	14,03	0,15
Défaut 3	0,97	14,74	0,2
Défaut 4	0,71	15,71	0,4
Défaut 5	-0,26	15,97	0,4
Défaut 6	-0,97	15,26	0,4
Défaut 7	-0,71	14,29	0,2

Tableau 9 : Paramètres géométriques de la configuration de TG dans le cas gradient

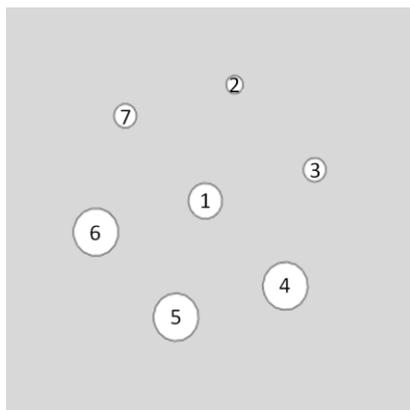


Figure 49 : Représentation de l'amas de TG du cas gradient

2.4.6. Cas mixte

Le cas mixte sert à quantifier l'influence combinée de la gradation dans les tailles de défauts et de leur nombre sur la durée de vie en fatigue. Les caractéristiques géométriques du cas mixte sont détaillées dans le Tableau 10 et visualisées en Figure 50.

	Abcisse (mm)	Ordonnée (mm)	Diamètre (mm)
Défaut 1	0	15	0,2
Défaut 2	0,26	14,03	0,15
Défaut 3	0,97	14,74	0,2
Défaut 4	0,71	15,71	0,4
Défaut 5	-0,26	15,97	0,4
Défaut 6	-0,97	15,26	0,2
Défaut 7	-0,71	15,71	0,15
Défaut 8	-0,13	14,52	0,15
Défaut 9	-0,48	14,87	0,2
Défaut 10	-0,35	15,35	0,3
Défaut 11	0,13	15,48	0,3
Défaut 12	0,48	15,13	0,3
Défaut 13	0,35	14,65	0,2

Tableau 10 : Paramètres géométriques de la configuration de TG dans le cas mixte

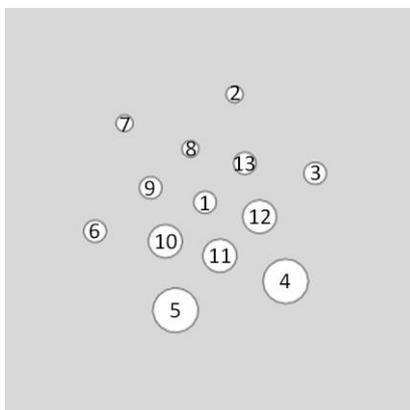


Figure 50 : Représentation de l'amas de TG du cas mixte

La taille de ligament évolue ici entre 0,28 et 0,48 mm. Ce cas permet de modéliser un amas de porosités avec plus de réalisme que les autres cas, qui sont astreints à modifier leurs caractéristiques géométriques une par une en fonction du cas standard, pour les besoins de l'étude paramétrique effectuée.

2.4.7. Synthèse des cas étudiés

Dans un esprit de synthèse, une illustration à l'échelle de chacun des cas évoqués est faite en Figure 51.

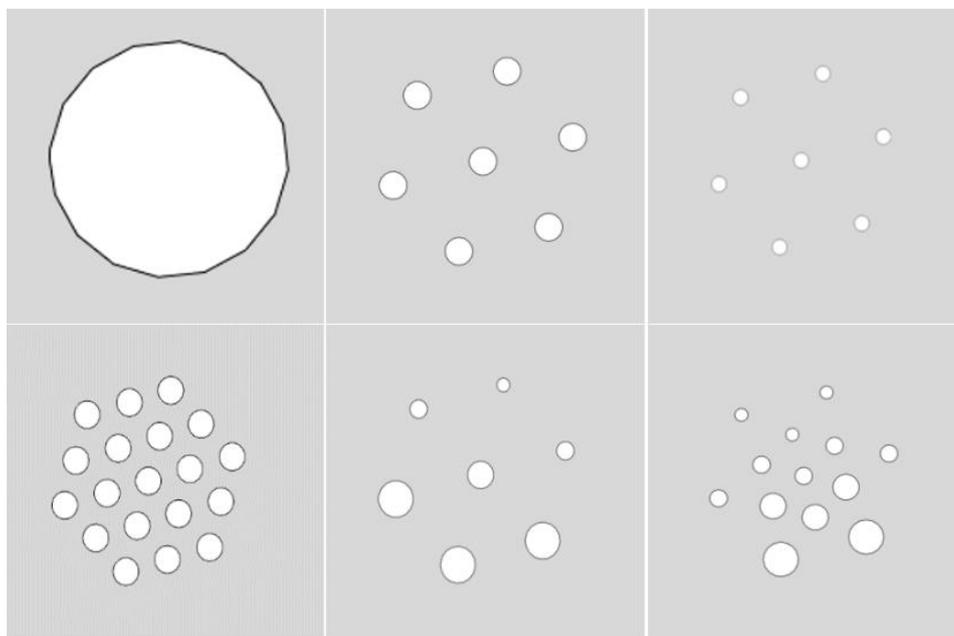


Figure 51 : Illustration des différents cas décrits. Dans le sens de lecture : enveloppe, standard, taille élémentaire, densité, gradient et mixte.

Le tableau ci-dessous récapitule les paramètres géométriques de chacune des configurations envisagées.

CAS	Nombre de défauts	Diamètre des défauts (mm)	Taille des ligaments (distance bord à bord de TG voisins) (mm)
Enveloppe	1	2	/
Standard	7	0,30	0,70
Elémentaire	7	0,15	0,70
Densité	19	0,30	0,20
Gradient	7	0,15 - 0,40	0,60 - 0,82
Mixte	13	0,15 - 0,40	0,28 - 0,48

Tableau 11 : Paramètres géométriques de chacune des configurations de TG

2.4.8. Vérification de la conformité des éprouvettes

Toutes les éprouvettes ont été contrôlées par le fabricant par mesure optique. Les résultats en position et en rayon des TG ont à chaque fois été mesurés et jugés conformes au cahier des charges.

Afin de vérifier la conformité de nos éprouvettes par rapport aux spécifications précédentes, un échantillon de chaque lot a été contrôlé par tomographie à rayons X avec une taille de voxel de 13 μm . Le logiciel « VG

(Volume Graphics) Studio Max » a ensuite été utilisé afin de reconstruire automatiquement l'image en 3D et procéder à des mesures de tolérance.

Ainsi, le positionnement, le rayon et la cylindricité, des TG de chaque cas d'étude ont pu être vérifiés. La cylindricité est ici définie comme la différence de rayon entre le plus grand cylindre inclus dans le TG et le plus petit cylindre qui le circonscrit.

Le positionnement des TG est vérifié sur chacune des deux faces et permet de se prononcer sur leur parallélisme, de même que leur cylindricité permet de se prononcer sur leur conicité. Ces mesures ont été effectuées sur une éprouvette de chacun de nos cas d'étude.

Un exemple de résultats est donné pour le cas mixte en Figure 52.

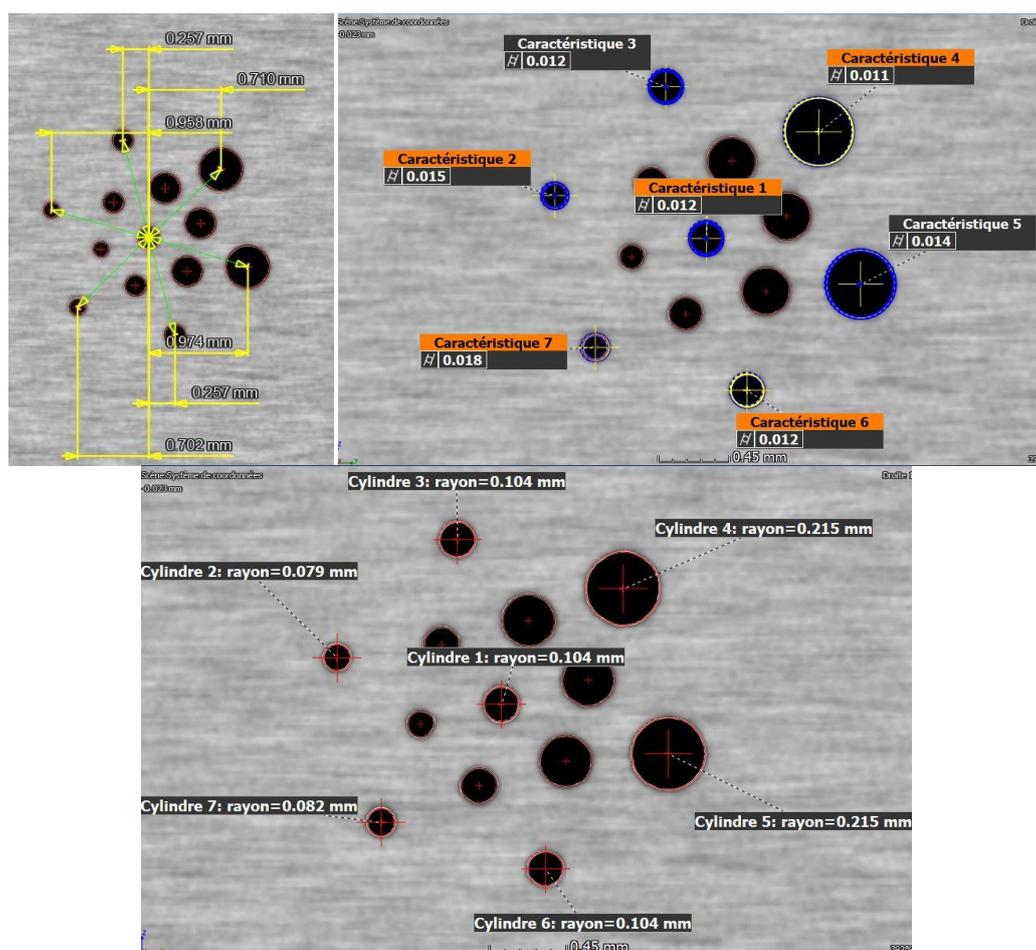


Figure 52 : Exemple de cotations données par le logiciel de reconstruction « Volume Graphics Studio Max » pour le cas mixte. Dans le sens de lecture : distance selon un axe, cylindricité, rayon du cylindre équivalent.

Enfin, une éprouvette saine a également été contrôlée par tomographie à rayons X pour garantir la validité de l'hypothèse d'homogénéité de notre matériau.

Ces vérifications ont permis d'affirmer que :

- les erreurs en positionnement des TG sont inférieures à 30 μm sur les deux faces,
- les erreurs en diamètre des TG sont inférieures à 15 μm ,
- les erreurs en cylindricité des TG sont inférieures à 20 μm .

Ces erreurs, de l'ordre de quelques tailles de voxels (13 μm), sont suffisamment faibles pour valider le procédé d'usinage de nos éprouvettes et garantir une étude paramétrique correcte.

2.5. Chaîne d'acquisition et plan de contrôle ultrasonore

2.5.1. Mode opératoire et chaîne d'acquisition

Pour les contrôles ultrasonores, l'appareil utilisé est un Multi X (M2M) de capacité 128 voies parallèles (voir Figure 53). Les signaux sont codés sur 16 bits.

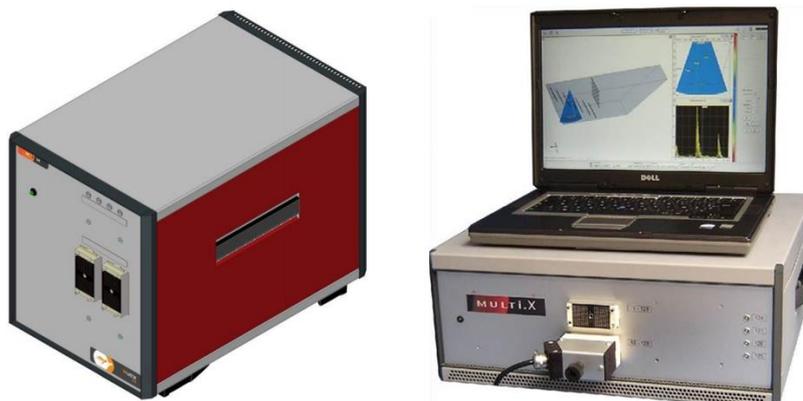


Figure 53 : Photographies du matériel de contrôle utilisé.

La sonde multiéléments sélectionnée pour ces contrôles a une fréquence centrale de 15 MHz, possède 64 éléments de largeur égale à 0.1 mm chacun. La largeur de la surface active est de 3 mm. Le pas inter-éléments est de 0.12 mm. Dans l'aluminium 7075-T6, la fréquence centrale utilisée permet ainsi de se placer dans le domaine stochastique pour les tailles de défauts que nous étudions ici.

D'autre part, afin de rendre les contrôles ultrasonores les plus répétables possibles, nous avons fabriqué par impression 3D un support en plastique pour notre capteur. Ce dernier vise à réduire la mobilité de la sonde dans ses degrés de liberté. Une photographie de la sonde employée ainsi que de son support sont montrées en Figure 54.

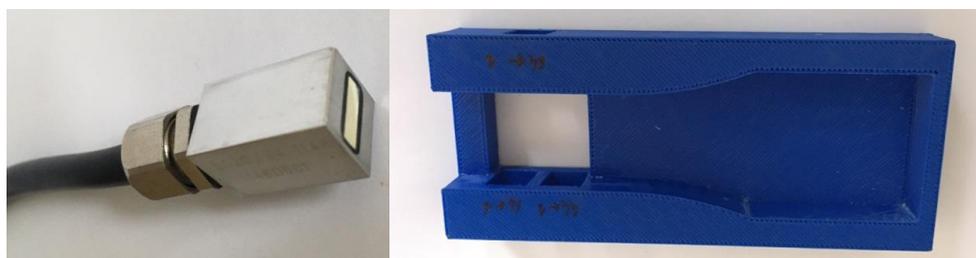


Figure 54 : A gauche : Capteur multiéléments linéaire utilisé pour les contrôles ; A droite : Support capteur obtenu par impression 3D.

Les éprouvettes sont alors placées dans le support imprimé, ainsi que le capteur afin d'éliminer au maximum le jeu relatif entre ces deux éléments. Un exemple du dispositif de contrôle de l'amas densité est donné en Figure 55.

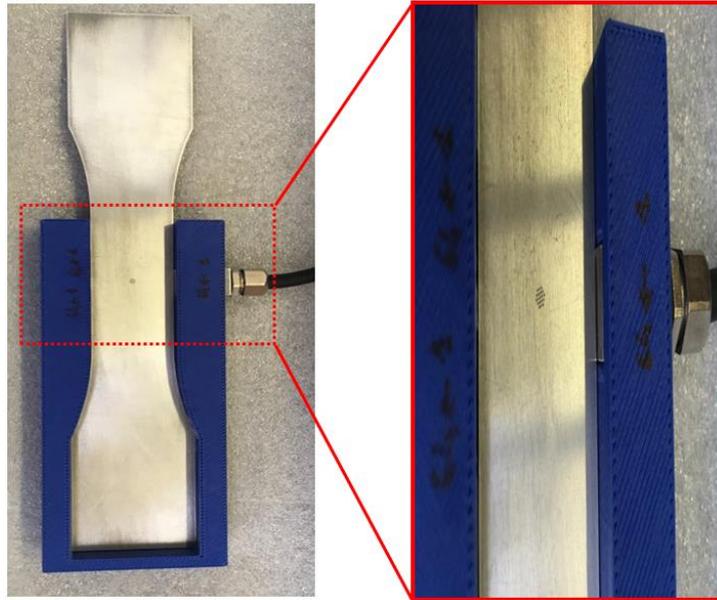


Figure 55 : Exemple de position de contrôle illustré sur le cas densité.

2.5.2. Paramètres de reconstruction

La bibliographie nous a permis de choisir la fonctionnalité AMC-FTP. En effet, elle est la plus à même d'aboutir à des reconstructions exploitables (en termes de résolution et de définition) pour caractériser des amas de porosités. La zone de reconstruction a été choisie centrée sur les défauts. Sa taille est voulue suffisamment petite pour minimiser les calculs lors des simulations et suffisamment grande pour observer l'ensemble des échos qui nous intéressent. Nous avons donc fixé la zone de reconstruction $[-17; -13] \times [-2; 2]$ (dans le repère centré sur la sonde).

Nous avons d'abord déterminé par simulations successives une taille de pixel de reconstruction idéale afin de permettre des calculs rapides et des reconstructions nettes. On montre en Figure 56 des exemples de reconstruction avec différentes valeurs de taille de pixel notée p .

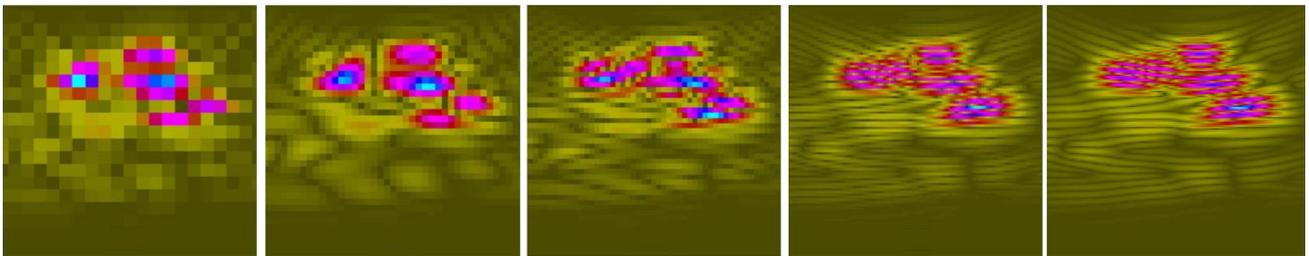


Figure 56 : Exemples de reconstructions avec différentes définitions d'image de reconstruction.

De gauche à droite : $p = \frac{\lambda}{2}$; $p = \frac{\lambda}{4}$; $p = \frac{\lambda}{5}$; $p = \frac{\lambda}{10}$; $p = \frac{\lambda}{16}$.

On constate que définir une taille de pixel $p = \frac{\lambda}{10}$ permet une reconstruction nette et presque équivalente à une reconstruction avec $p = \frac{\lambda}{16}$. Ceci incite à prendre une taille de pixel égale à $p = 0.04 \text{ mm}$ pour les reconstructions des contrôles en ondes L et $p = 0.02 \text{ mm}$ pour les reconstructions des contrôles en ondes T. On notera que les pratiques usuelles se contentent d'une résolution de reconstruction de $p = \lambda/4$ ou $\lambda/5$.

Cependant, et puisque la taille des discontinuités à caractériser a une influence sur le choix de la définition des images, nous utiliserons une résolution encore plus fine de $p = 0.025 \text{ mm}$; cela permettra d'homogénéiser la taille de pixel pour l'ensemble des reconstructions.

2.5.3. Plan de balayage

Compte tenu de la grande différence d'impédance entre l'aluminium et l'air, les ondes ultrasonores ne peuvent traverser les défauts (par opposition aux rayonnements ionisants). Afin de disposer d'un nombre suffisant d'informations pour estimer la configuration de défauts en présence, on est donc amené à multiplier les incidences ultrasonores, comme préconisé dans de nombreuses normes (contrôle de pièces moulées, contrôle de soudures,...). Pour effectuer les différents contrôles de chacun de nos cas d'étude, plusieurs angles d'incidence sont étudiés. Les contrôles sont faits soit en incidence normale (à 0° par rapport à la verticale) soit en incidence oblique ($\pm 30^\circ$ par rapport à la verticale). De plus, pour chacun des lots d'étude, en fonction des symétries qu'ils présentent, deux, trois ou six contrôles différents sont nécessaires (voir Tableau 12 et Figure 57), en considérant les tranches supérieure et inférieure des éprouvettes. En contrôle réel, sans connaissance *a priori* de la configuration de défauts présente, un opérateur serait en revanche amené à faire les six contrôles systématiquement (selon l'accessibilité).

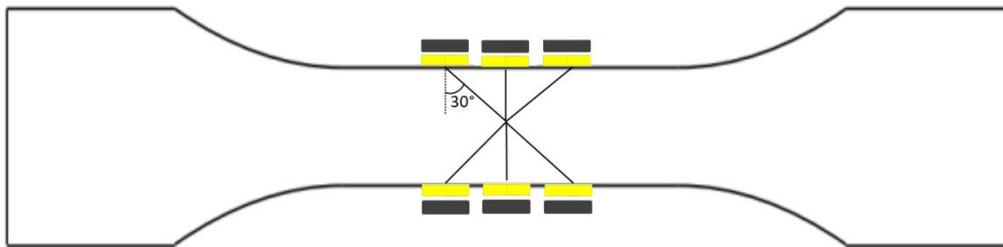


Figure 57 : Présentation des 6 contrôles ultrasonores possibles

Par exemple, le cas gradient exige 6 contrôles différents au total (3 incidences depuis les deux tranches de l'éprouvette), alors que le cas taille élémentaire (invariant par rotation de 180°) n'en nécessite que 3, comme illustré sur la Figure 58.

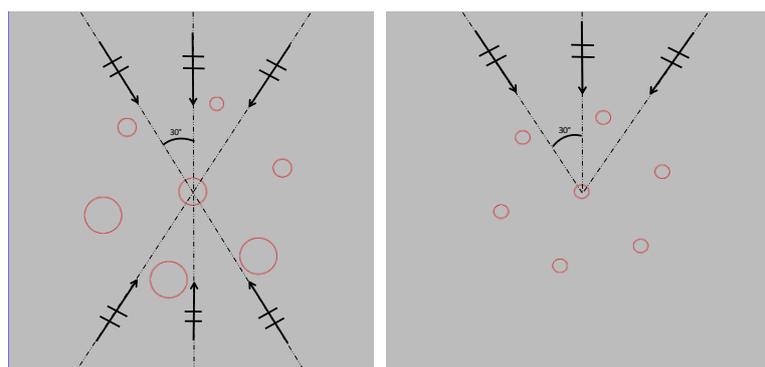


Figure 58 : A gauche : nombre de contrôles nécessaires sur une éprouvette du cas gradient ;
A droite : idem pour le cas taille élémentaire

Une synthèse du nombre de contrôles à effectuer est présentée dans le Tableau 12 ci-dessous.

Cas d'étude	Cas enveloppe	Cas standard	Cas taille élémentaire	Cas gradient	Cas densité	Cas mixte	Total
Nombre de contrôles requis en incidence normale	1	1	1	2	1	2	8
Nombre de contrôles requis en incidence oblique	1	2	2	4	2	4	15
Nombre total de contrôles requis	2	3	3	6	3	6	23

Tableau 12 : Synthèse du nombre de contrôles à effectuer

Pour les six cas d'étude, il s'agit donc d'effectuer un total de 8 contrôles en incidence normale et 15 en incidence oblique, soit 23 contrôles au total. Il s'agit alors également d'effectuer les 23 simulations correspondantes dans CIVA et 23 autres avec un code développé sur Matlab.

Les images de reconstructions obtenues suite à ces contrôles ont vocation à être inversées : à partir des informations qu'elles contiennent, on cherchera à caractériser les défauts correspondant. Les caractéristiques géométriques des amas de défauts doivent en effet être estimées pour pouvoir alimenter un calcul de durée de vie en fatigue.

2.6. Protocole des essais de fatigue

Les essais de fatigue seront réalisés en traction avec un rapport de charge $R = 0,1$ dans le sens du laminage des éprouvettes. La fréquence de sollicitation a été fixée à 10 Hz. La détermination du chargement adapté à l'ensemble de nos différents cas d'étude résulte d'un compromis. Ce chargement se doit en effet d'être suffisamment élevé afin que tous les types d'éprouvettes cassent dans des durées raisonnables, mais se doit d'être assez faible pour ne pas les plastifier immédiatement au niveau des TG. Le raisonnement s'est donc fondé sur l'éprouvette la plus résistante (éprouvette saine). Afin que l'éprouvette saine rompe en un million de cycles (soit 24h de sollicitation à 10 Hz environ), on estime grâce à la courbe de Wöhler (Figure 43) qu'une contrainte maximale de $\sigma_{max} = 150 \text{ MPa}$ est adaptée dans le cas du rapport de charge de $R = 0,1$.

Contrainte maximale (MPa)	Force maximale (kN)	Rapport de charge	Fréquence (Hz)
150	13,5	0,1	10

Tableau 13 : Synthèse des caractéristiques du chargement appliqué à nos éprouvettes

2.1. Méthodologies d'estimation des durées de vie par calcul

On s'intéresse dans toute la suite à la durée de vie totale jusqu'à la ruine de l'éprouvette. Elle comprend donc le temps d'amorçage ainsi que celui de propagation que l'on décrit à présent.

2.1.1. Durée d'amorçage

Par souci de simplification, les lieux d'amorçage des fissures en fatigue seront prédits avec le critère de von Mises à partir d'une simulation utilisant la méthode des éléments finis (voir Chapitre 4). La durée de cet amorçage sera simplement déduite de la courbe de Wöhler présentée en partie 2.3.2 de ce chapitre en prenant comme donnée d'entrée la contrainte que l'on trouve par simulation au niveau du TG critique.

2.1.2. Durée de propagation

Pour déterminer un critère de ruine (fin du calcul), nous observerons la taille de fissure critique à partir de laquelle la rupture brutale intervient.

On décompose par ailleurs le calcul de la propagation de la fissure en deux temps : le premier correspond à la durée $N_p^{(1)}$ durant laquelle la fissure est encore dans l'amas de défauts, et l'autre correspond à la durée complémentaire $N_p^{(2)}$ qu'il faut à la fissure pour atteindre la rupture brutale.

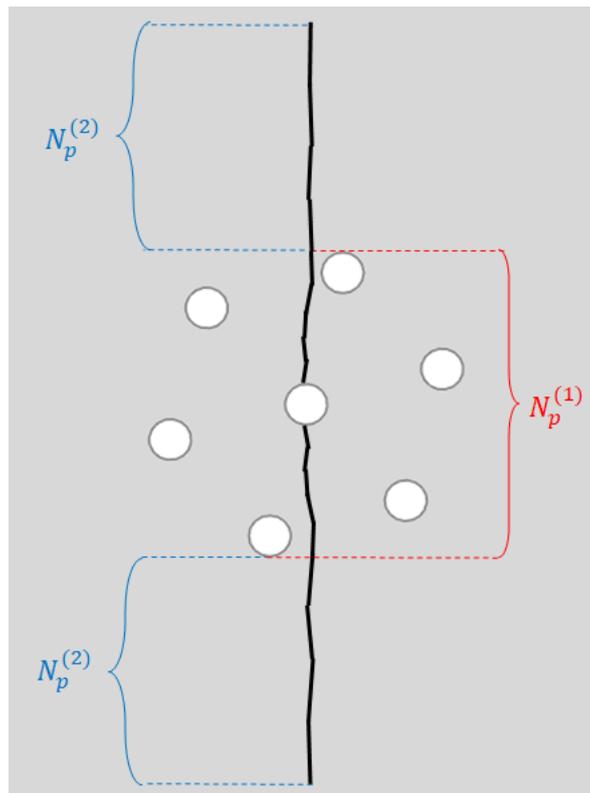


Figure 59 : Illustration de la décomposition de la durée de vie en propagation.

La durée totale de propagation de la fissure vaut ainsi $N_p^{(1)} + N_p^{(2)}$.

La durée $N_p^{(1)}$ sera déterminée par la méthode $G - \theta$ implémentée dans le logiciel Zcracks et les résultats seront donnés en Chapitre 4.

L'avantage de cette décomposition vient du fait que $N_p^{(2)}$ peut se calculer sans faire appel à la simulation numérique, ce qui permettra de réduire les temps de calcul. On considère, en effet, qu'une fois que la fissure est sortie de l'amas de défauts, la propagation se calcule au moyen de la loi de Paris intégrée d'un instant $t = 0$ (moment où la fissure sort de l'amas) jusqu'à la rupture brutale. Cette loi est calculée pour une fissure seule dans un milieu homogène infini par la formule suivante :

$$N_p^{(2)} = \frac{1}{C. (\Delta\sigma. \sqrt{\pi})^m} \times \frac{1}{(1 - \frac{m}{2})} \times \left(a_f^{1 - \frac{m}{2}} - a_0^{1 - \frac{m}{2}} \right) \quad (56)$$

où a_f est la taille critique de la fissure à partir de laquelle on observe une rupture brutale, a_0 est la taille de la fissure lorsqu'elle sort de l'amas de défaut.

En outre, la configuration est alors modélisée dans une plaque carrée de taille limitée, réduisant ainsi le nombre d'éléments nécessaires au maillage. Les dimensions de cette plaque carrée ont été choisies de sorte que les conditions aux limites soient suffisamment éloignées des TG pour ne pas perturber le champ de contraintes qui règne dans l'amas (condition de Saint-Venant).

A la durée totale de propagation, on ajoute par la suite la durée d'amorçage pour trouver la durée de vie théorique totale de l'éprouvette.

2.2. Conclusion du chapitre 2

Afin de mesurer l'impact sur la durée de vie en fatigue d'un amas de porosités, des cas d'étude ont été élaborés de façon à faire varier un par un les paramètres géométriques principaux d'un amas en fonction d'un cas standard. Ces paramètres géométriques sont la taille élémentaire des porosités, la gradation dans les tailles de porosités et la densité de porosités. Un exemple d'amas de porosités réaliste a également été modélisé, avec le cas mixte. Enfin, le cas enveloppe constitue un cas de référence, tant en contrôle non destructif qu'en fatigue, et permet d'évaluer la pertinence de l'hypothèse classique qui consiste à assimiler un amas de porosité à son enveloppe lors d'une étude en fatigue.

Ces cas d'étude représentent une difficulté, pour le contrôle ultrasonore mais également pour le dimensionnement en fatigue. En effet, les configurations retenues sont constituées de défauts très proches les uns des autres et leurs champs mécaniques (déformation, contrainte, potentiel de déplacement diffusé) sont alors interactifs, i.e. qu'ils ne représentent pas seulement la somme des champs mécaniques de chacun des défauts pris isolément. Par ailleurs, ces cas ne constituent pas une référence connue, quel que soit le domaine de la mécanique considéré. Leur étude nécessitera donc la mise en œuvre de moyens complexes.

En fatigue, aucune méthode simple ne peut s'appliquer directement à nos cas, et l'appel à la simulation numérique s'avère donc nécessaire. Pour mener à bien ces calculs en fatigue, la méthode G- θ , implémentée dans le logiciel Zcracks, sera employée dans le Chapitre 4. En contrôle ultrasonore, objet du Chapitre 3, la méthode AMC-FTP a ainsi été choisie pour l'imagerie des défauts de chaque éprouvette d'étude.

Chapitre 3 : Caractérisation d'amas de défauts cylindriques par imagerie ultrasonore : modélisation et expérimentations

Pour prédire la ruine d'un équipement industriel avec défauts, il est nécessaire de déterminer précisément les caractéristiques de ces derniers (tailles, nombre, positions) afin de réaliser les calculs de durée de vie en fatigue. Pour ce faire, diverses techniques de contrôles non destructifs existent pour détecter et caractériser ces défauts. Dans le cadre de ces travaux, nous avons choisi d'appliquer une technique ultrasonore par multiéléments. Les contrôles ont été réalisés pour chacune des configurations envisagées et ont aussi été simulés de deux façons différentes : une simulation dans le logiciel CIVA, l'autre dans un code Matlab développé durant la thèse. La première suit un modèle rayon négligeant certains effets d'interactions entre les défauts, tandis que la seconde se base sur une modélisation complète des interactions multiples entre défauts permettant d'estimer le biais dû aux approximations du premier modèle. Ce chapitre a donc pour objectif de présenter et comparer l'ensemble des résultats de contrôles ultrasonores (réels et simulés) obtenus dans chacun de nos cas d'étude.

On s'attachera d'abord à présenter la méthode développée dans le code Matlab pour prendre en compte la diffusion multiple. Nous montrerons ensuite les résultats expérimentaux des différents contrôles et les comparerons avec leurs simulations respectives prédites par CIVA et le code Matlab programmé. Les apports et faiblesses de chaque simulation seront finalement discutés et la validité des simulations sera jugée par comparaison avec les résultats des contrôles réels.

3.1. Complexité du cas d'étude pour le contrôle ultrasonore

La modélisation des interactions acoustiques entre les défauts représente une complexité lors du contrôle non destructif ultrasonore. Cette difficulté peut être négligée « dans un premier temps », en faisant une simulation de contrôle avec le logiciel CIVA, dans le but de déterminer des paramètres de contrôle cohérents. En revanche, rien n'indique que l'hypothèse de négligence des interactions multiples soit réellement valable dans nos cas d'étude, *a fortiori* si les images des reconstructions à faire sont destinées à être interprétées pour extraire les caractéristiques géométriques des défauts présents dans la pièce sondée.

Dans le logiciel CIVA, la modélisation du champ rayonné par un capteur est réalisée à l'aide d'un modèle haute fréquence de type rayon (M. Darmon et al., 2009). Afin de déterminer la réponse échographique d'un défaut de type trou génératrice (TG), CIVA repose sur un modèle de diffusion simple qui, pour une onde plane incidente donnée, fournit le champ diffusé par le défaut. Le couplage de ce champ diffusé avec le champ rayonné par le récepteur permet alors, à l'aide du principe de réciprocité d'Auld (voir 1.2.3.2), de déduire le signal perçu par le récepteur. Il est important de noter que CIVA ne se restreint pas à calculer les réponses échographiques des défauts les uns indépendamment des autres comme ce serait le cas pour une hypothèse de diffusion simple (voir Figure 60). En effet, une « interaction » approchée est implicitement incluse par la prise en compte des effets d'ombrage éventuels dans le calcul du champ incident estimé pour chaque défaut

(ombrage géométrique). Le logiciel CIVA utilise donc un modèle intermédiaire, plus réaliste que la modélisation « sans aucune interaction », mais moins que celle « avec interactions ».

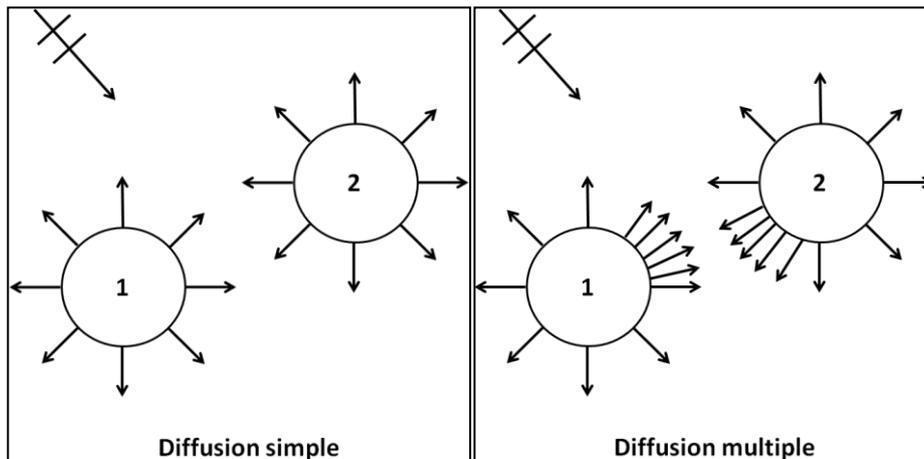


Figure 60 : Illustration du phénomène de diffusion d'une onde plane incidente sur deux défauts. À gauche : Sous hypothèse de diffusion simple ; À droite : Sous hypothèse de diffusion multiple.

Au vu des caractéristiques des amas de défauts que nous souhaitons étudier, cette hypothèse de diffusion simple combinée à un ombrage géométrique entre défauts peut s'avérer insuffisante. En effet, dans les amas de défauts étudiés, il paraît fort probable que des interactions de réflexions multiples entre défauts soient observées. De plus, cette hypothèse-modèle a tendance à surestimer les effets d'ombrage. Par ailleurs, la simulation CIVA ne prend pas en compte certaines contributions. On illustre en Figure 61 ci-dessous un exemple de trajet acoustique non pris en compte par CIVA, car il interagit successivement avec deux défauts.

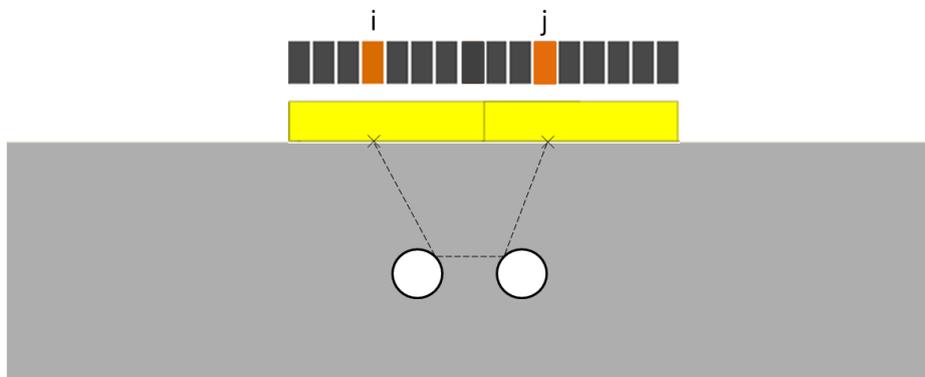


Figure 61 : Exemple de rayon émis par le transducteur i et reçu par le transducteur j non pris en compte dans CIVA

Nous présentons donc dans ce chapitre un programme Matlab développé durant la thèse faisant l'hypothèse de diffusion multiple, où les défauts sont considérés dans un même ensemble et interagissent. Contrairement au modèle employé dans CIVA, nous faisons donc l'hypothèse de diffusion multiple dans ce programme Matlab et nous chercherons à estimer la pertinence de cette hypothèse dans les contrôles que l'on cherche à simuler.

Afin de simuler le contrôle ultrasonore des éprouvettes présentées au Chapitre 2, on détaille au préalable la méthode de la matrice de la diffusion multiple évoquée au Chapitre 1.

3.2. Développement d'un modèle pour une imagerie ultrasonore réaliste

Dans un premier temps, on présente la méthode employée et implémentée dans le programme Matlab afin de simuler un contrôle ultrasonore d'un amas de cylindres creux à l'aide d'une sonde multiéléments en prenant en compte les effets de multidiffusion.

On cherche d'abord à modéliser le champ ultrasonore diffusé dans un milieu infini, homogène, élastique et isotrope (ici l'aluminium 7075-T6) par un ensemble de TG et vers lequel on fait propager une onde plane monochromatique. Ce problème a largement été étudié dans la littérature pour différents types de configurations de défauts de géométrie cylindrique (Robert, 2004) (Minonzio, 2011).

Afin d'introduire les outils de modélisation utilisés, on commence par présenter la méthodologie pour le calcul de la diffusion d'un défaut seul inclus dans un milieu fluide (donc onde longitudinale uniquement). On présente, dans un second temps, le cas d'un milieu élastique solide avec la prise en compte des modes de cisaillement ou onde transversale). Une fois le modèle du diffuseur simple exposé, le cas de plusieurs défauts interactifs est traité. Nous étudierons d'abord les modèles de diffusion multiple pour le cas d'un milieu fluide, pour généraliser ensuite à un milieu solide élastique.

3.2.1. Cas d'un défaut seul dans un milieu fluide

3.2.1.1. Expression du potentiel de déplacement

Dans un premier temps, on cherche à déterminer l'expression du champ diffusé par un défaut de type TG cylindrique dû à une onde plane incidente dont la direction de propagation est contenue dans le plan normal à l'axe du cylindre. Cette hypothèse permet de nous ramener à un problème 2D dans le repère polaire de coordonnées (r, θ) lié au cylindre. Le milieu considéré est fluide afin d'éviter les conversions de mode et la formulation choisie est exprimée en potentiel des déplacements. Le TG est considéré comme une inclusion vide cylindrique de rayon a . On appelle E le milieu environnant (ici $E = \mathbb{R}^2 \setminus \Omega$), où Ω est l'inclusion de vide et Γ son contour. Le champ total est noté Φ_{tot} et s'exprime comme la somme du champ incident Φ_{inc} et celui diffusé par le cylindre dans le milieu environnant Φ_d , annoté par l'indice d , tel que :

$$\phi_{tot} = \phi_{inc} + \phi_d. \quad (57)$$

Pour une onde plane d'angle d'incidence θ_0 , le champ incident peut s'écrire (Pao & Mow, 1976), :

$$\phi_{inc}(P, \omega, t) = \Phi_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n \cdot J_n(k_L r) \cdot e^{in\theta} \quad (58)$$

en ayant posé :

- le point $P \in E$ repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ) ,
- $\omega = 2\pi f$ la pulsation de l'onde incidente,
- Φ_0 son amplitude,
- $\alpha_n = i^n e^{-in\theta_0}$ qui contient la dépendance à l'angle d'incidence θ_0 ,
- J_n la fonction de Bessel de première espèce d'ordre n ,
- k_L le nombre d'onde du mode incident où l'indice L est associé aux ondes longitudinales, seul mode possible en milieu fluide (cet indice pour le cas fluide pourra être omis par la suite).

Cette équation signifie que dans un milieu isotrope, l'onde plane incidente harmonique de pulsation ω peut être décomposée sur une famille de fonctions de Bessel (car elle n'est pas astreinte à la condition de non radiation de l'infini de Sommerfeld). Le p -ième terme de cette somme est appelé « onde incidente d'ordre p ». Dans toute la suite, on considérera une onde incidente unitaire, i.e. $\Phi_0 = 1$ (homogène à une surface). Lors de l'étude en harmonique, et pour des raisons de simplification de notation, la dépendance au temps sera implicite. Ces considérations temporelles seront à nouveau explicitées plus loin, lors de la synthèse temporelle des signaux diffusés.

Contrairement au potentiel incident, le potentiel scalaire du champ diffusé doit, quant à lui, respecter la condition de Sommerfeld à l'infini. C'est pourquoi, la base d'ondes cylindriques du champ diffusé n'est plus décrite par des fonctions de **Bessel** de première espèce mais par des fonctions de **Hankel** de première espèce (qui tendent vers 0 en norme lorsque r tend vers l'infini). Le potentiel du champ diffusé s'écrit donc :

$$\phi_d(P) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n T_n^{LL} H_n^{(1)}(k_L r) e^{in\theta} \quad (59)$$

où :

- T_n^{LL} est le coefficient de diffusion de l'onde cylindrique d'ordre n de polarité incidente L réfléchie,
- $H_n^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre n .

En dehors des défauts cylindriques (dans le milieu contenant les TG), on a :

$$\phi_{tot}(P) = \phi_{inc} + \phi_d = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n \left[J_n(kr) + T_n^{LL} \cdot H_n^{(1)}(kr) \right] e^{in\theta}. \quad (60)$$

Afin de calculer ce potentiel de déplacement, on détermine les T_n^{LL} en posant les conditions aux limites de notre problème.

3.2.1.2. Conditions aux limites

On va simplement considérer les conditions de bord libre sur le défaut, ce qui implique l'annulation des contraintes normales sur Γ . Ceci se traduit par l'équation suivante :

$$\forall P \in \Gamma : \sigma_{rr}^{inc}(P) = -\sigma_{rr}^{diff}(P) \quad (61)$$

3.2.1.3. Expression du champ diffusé en termes de contraintes

En utilisant la définition du tenseur des déformations et la loi de Hooke, on peut démontrer que les contraintes radiales dues à l'onde diffusée de polarité L d'ordre n peuvent s'écrire de la façon suivante (voir le détail des calculs en annexes) :

$$\sigma_{rrL}^{(n)}(r, \theta) = \left[-2\mu k_L^2 H_n^{(1)''}(k_L r) + \lambda k_L^2 H_n^{(1)}(k_L r) \right] \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \quad (62)$$

où, λ et μ sont les constantes de Lamé. Notons que l'indice d n'est pas ajouté (formulation du problème en champ diffusé) afin de ne pas alourdir les notations.

En se basant sur les équations (61) et (62) appliquée pour chaque ordre n , en utilisant la linéarité et l'indépendance des ondes pour chacun des ordres, le coefficient de diffusion d'onde T_n^{LL} dans un fluide se déduit alors à l'aide de la formule suivante :

$$T_n^{LL} = -\frac{2\mu k_L^2 \cdot J_n''(k_L r) - \lambda k_L^2 J_n(k_L r)}{2\mu k_L^2 H_n^{(1)''}(k_L r) - \lambda k_L^2 H_n^{(1)}(k_L r)}. \quad (63)$$

3.2.2. Cas d'un défaut seul dans un milieu solide

On considère maintenant le cas pour lequel le milieu environnant est solide. Les conversions de mode sont donc possibles, tout comme une incidence de polarité T. On commencera par écrire le champ diffusé en termes de contraintes puis en posant le système matriciel correspondant aux conditions aux limites.

3.2.2.1. Potentiel de déplacement et conditions aux limites

Dans un solide, on s'intéresse non seulement au potentiel de déplacement dû aux ondes de polarité L mais également à celui dû aux ondes de polarité T. Les inconnues seront alors le coefficient de diffusion T_n^{LL} déjà introduit mais également :

- le coefficient T_n^{LT} de diffusion simple des ondes de polarité L subissant une conversion de mode vers la polarité T,
- le coefficient T_n^{TL} de diffusion simple des ondes de polarité T subissant une conversion de mode vers la polarité L,
- le coefficient T_n^{TT} de diffusion simple des ondes de polarité incidente T réfléchies.

On considère à nouveau les conditions de bord libre sur le défaut. Ce qui implique, de même que précédemment, l'annulation des contraintes normales mais également des contraintes tangentielles sur Γ (le milieu étant cette fois solide). Ceci se traduit par les équations suivantes :

$$\forall P \in \Gamma : \begin{cases} \sigma_{rr}^{inc}(P) = -\sigma_{rr}^{diff}(P) \\ \sigma_{r\theta}^{inc}(P) = -\sigma_{r\theta}^{diff}(P) \end{cases} \quad (64)$$

3.2.2.2. Expression du champ diffusé en termes de contraintes

Les contraintes de compression dues à l'onde diffusée de polarité T et d'ordre n, notées $\sigma_{rrT}^{(n)}$, peuvent s'écrire de la façon suivante (voir le détail des calculs en annexes) :

$$\sigma_{rrT}^{(n)}(r, \theta) = 2\mu i n \left[-\frac{1}{r^2} H_n^{(1)}(k_T r) + \frac{k_T}{r} H_n^{(1)'}(k_T r) \right] \cdot i^n e^{in\theta} \quad (65)$$

Il en est de même pour l'écriture des contraintes de cisaillement dues à l'onde diffusée de polarité T d'ordre n, notées $\sigma_{r\theta T}^{(n)}$, telles que :

$$\sigma_{r\theta T}^{(n)}(r, \theta) = -\mu k_T^2 \left[2H_n^{(1)''}(k_T r) + H_n^{(1)}(k_T r) \right] \cdot i^n e^{in\theta} \quad (66)$$

Comme précédemment l'indice d n'est pas ajouté (bien que le problème soit formulé en champ diffusé) pour alléger les notations. Le champ de contrainte total s'obtient en sommant les contributions des contraintes des ondes L et T pour tous les ordres n considérés.

3.2.2.3. Ecriture du système matriciel

Dans le cas d'une onde incidente de polarité L, on réécrit alors simplement les conditions aux limites sous forme de problème matriciel (voir le détail des calculs en annexes, partie A.2.4) :

$$AT = B \quad (67)$$

$$\text{avec } A = \begin{bmatrix} -2\mu k_L^2 H_n^{(1)''}(k_L r) + \lambda k_L^2 H_n^{(1)}(k_L r) & 2\mu \text{in} \left(-\frac{1}{r^2} \cdot H_n^{(1)}(k_T r) + \frac{k_T}{r} \cdot H_n^{(1)'}(k_T r) \right) \\ 2\mu \text{in} \left(\frac{1}{r^2} H_n^{(1)}(k_L r) - \frac{k_L}{r} H_n^{(1)'}(k_L r) \right) & -\mu k_T^2 \left[2H_n^{(1)''}(k_T r) + H_n^{(1)}(k_T r) \right] \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} T_n^{LL} \\ T_n^{LT} \end{bmatrix} \text{ et } B = - \begin{bmatrix} -2\mu k_L^2 J_n''(k_L r) + \lambda k_L^2 J_n(k_L r) \\ 2\mu \text{in} \left(\frac{1}{r^2} J_n(k_L r) - \frac{k_L}{r} J_n'(k_L r) \right) \end{bmatrix}.$$

Si l'onde incidente est de polarité T, la matrice A est inchangée. Seuls le terme source et les inconnues changent de la façon suivante :

$$T = \begin{bmatrix} T_n^{TL} \\ T_n^{TT} \end{bmatrix} \text{ et } B = - \begin{bmatrix} 2\mu \text{in} \left(-\frac{1}{r^2} J_n(k_T r) + \frac{k_T}{r} J_n'(k_T r) \right) \\ -\mu k_T^2 [2J_n''(k_T r) + J_n(k_T r)] \end{bmatrix}$$

Remarque : dans le cas d'un milieu fluide, seules des ondes de polarité L doivent être considérées. Le système matriciel se réduit alors à une simple division aboutissant à l'équation (63).

3.2.3. Cas de plusieurs défauts dans un milieu fluide

Dans ce nouveau cas, les défauts sont désormais interactifs, mais les conversions de modes des ondes sont exclues tout comme l'incidence d'une onde de polarité T, car le milieu est fluide. Ici, on envisage donc uniquement une incidence de polarité L.

3.2.3.1. Déphasage dans le terme de la source

Considérons une onde incidente L se propageant dans un milieu fluide contenant un amas de plusieurs défauts cylindriques, repérés à l'aide des notations données en Figure 62.

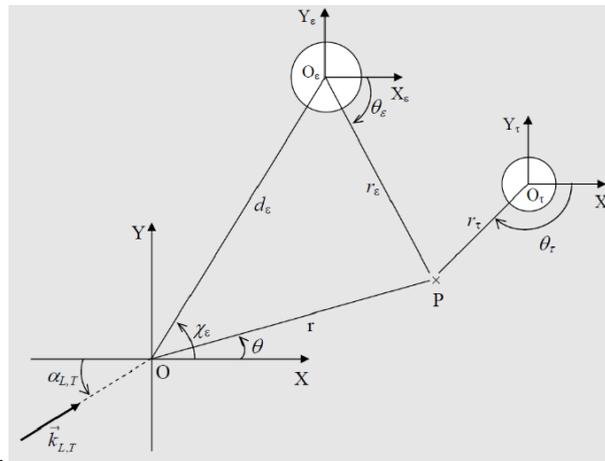


Figure 62 : Géométrie du problème de la diffusion par N inclusions (Robert et al., 2004)

Dans le repère principal (xOy), le potentiel scalaire de l'onde incidente s'écrit :

$$\phi_{inc} = e^{i\vec{k}_L \cdot \vec{r}} = e^{ik_L r \cos(\theta - \alpha_L)} \quad (68)$$

et dans le repère lié au diffuseur ε , il s'exprime de la façon suivante :

$$\phi_{inc} = e^{ik_L r_\varepsilon \cos(\theta_\varepsilon - \alpha_L)} \cdot e^{i\vec{k}_L \cdot \vec{OO}_\varepsilon} = e^{ik_L r_\varepsilon \cos(\theta_\varepsilon - \alpha_L)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n \cdot e^{-in\alpha_L} \cdot J_n(k_L \cdot r_\varepsilon) \cdot e^{in\theta_\varepsilon} \quad (69)$$

où le terme $k_L \cdot r_\varepsilon \cdot \cos(\theta_\varepsilon - \alpha_L)$ représente son déphasage en O_ε par rapport à l'origine O du repère principal.

En notant :

$$\alpha_n^{(\varepsilon)L} = e^{ik_L r_\varepsilon \cos(\theta_\varepsilon - \alpha_L)} \cdot i^n \cdot e^{-in\alpha_L}, \quad (70)$$

on a de façon plus concise :

$$\phi_{inc} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n^{(\varepsilon)L} \cdot J_n(k_L \cdot r_\varepsilon) \cdot e^{in\theta_\varepsilon} \quad (71)$$

3.2.3.2. Etablissement de la matrice de diffusion

Soit le diffuseur cylindrique X appartenant à l'ensemble des diffuseurs considérés. On peut exprimer l'onde diffusée par le diffuseur X de deux façons équivalentes qui formeront les deux membres d'une égalité que l'on établira ci-après.

La première écriture consiste à exprimer en un point P la **diffusion de l'onde incidente par le diffuseur X en prenant en compte les interactions avec les autres diffuseurs**. On note C_n^X le coefficient de diffusion multiple de l'onde cylindrique d'ordre n , du diffuseur X et prenant en compte l'interaction avec les autres diffuseurs. Ce dernier ne doit pas être confondu avec le coefficient T_n^X de diffusion simple de l'onde cylindrique d'ordre n (ne prenant donc pas en compte l'interaction avec les autres diffuseurs). Chaque coefficient C_n^X pondère l'onde d'ordre n diffusée par le diffuseur X . Le champ diffusé par ce cylindre X dans son propre repère s'écrit alors :

$$\phi_d^X(P) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n^X \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_X) \cdot e^{in\theta_X} \quad (72)$$

avec (r_X, θ_X) les coordonnées du point P dans le repère lié au cylindre X .

Le champ diffusé par l'ensemble des diffuseurs est alors la somme des ondes diffusées par chacun d'entre eux :

$$\phi_d(P) = \sum_{X_i} \phi_d^{X_i}(P) \quad (73)$$

Une seconde écriture consiste à exprimer, en ce même point P , la **diffusion par le cylindre X , considéré comme indépendant des autres, d'une onde incidente fictive, égale à la somme du champ incident et des champs diffusés par tous les autres diffuseurs (qui interagissent).**

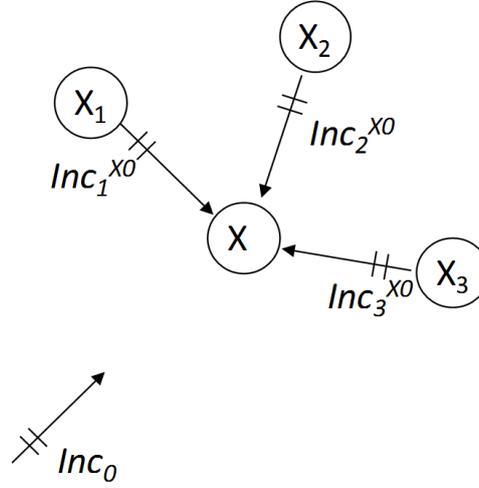


Figure 63 : Illustration du champ incident fictif sur le diffuseur X .

Pour ce qui concerne l'onde fictive incidente sur X et d'ordre n , on écrit :

$$\phi_{inc(n)}^X(P) = \alpha_n^{(X)} \cdot J_n(k_L r_X) \cdot e^{in\theta_X} + \sum_{Y \neq X} C_n^Y \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_Y) \cdot e^{in\theta_Y} \quad (74)$$

avec $(r_Y ; \theta_Y)$ les coordonnées du point P dans le repère lié à tout cylindre Y .

L'onde incidente fictive totale sur X s'écrit donc :

$$\phi_{inc}^X(P) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \phi_{inc(n)}^X(P) \quad (75)$$

Pour le champ diffusé par X , le coefficient de diffusion simple noté T_n^X est alors utilisé, les interactions étant déjà prises en compte par les coefficients C_n^X dans l'onde incidente fictive précédente :

$$\begin{aligned} \phi_d^X(P) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n^X \cdot \phi_{inc(n)}^X(P) \\ \rightarrow \phi_d^X(P) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n^X \cdot \left(\alpha_n^{(X)} \cdot J_n(k_L r_X) \cdot e^{in\theta_X} + \sum_{Y \neq X} C_n^Y \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_Y) \cdot e^{in\theta_Y} \right) \end{aligned} \quad (76)$$

En égalisant les équations (72) et (76), on obtient donc l'équation suivante :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n^X \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_X) \cdot e^{in\theta_X} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_n^X \cdot \left(\alpha_n^{(X)} \cdot J_n(k_L r_X) \cdot e^{in\theta_X} + \sum_{Y \neq X} C_n^Y \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_Y) \cdot e^{in\theta_Y} \right), \quad \forall X, \forall P \quad (77)$$

L'onde cylindrique exprimée en P dans chacun des repères liés à chacun des diffuseurs Y peut être réécrite dans celui lié au diffuseur X à l'aide de l'opérateur de Graf. En effet, le théorème d'additivité de Graf peut s'écrire de la façon suivante dans notre système de notations (Pao & Mow, 1976) :

$$H_n^{(1)}(k_L \cdot r_Y) \cdot e^{in\theta_Y} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{nm}^{(XY)} \cdot J_m(k_L r_X) \cdot e^{i\theta_X m} \text{ avec } r_X < d_{XY} \quad (78)$$

où on a posé l'opérateur de Graf $G_{nm}^{(XY)}$ tel que :

$$G_{nm}^{(XY)} = e^{i(n-m)\theta_{XY}} \cdot H_{n-m}^{(1)}(k_L \cdot d_{XY})$$

et où d_{XY} est la distance séparant les centres des deux diffuseurs X et Y et θ_{XY} est l'angle entre l'axe des abscisses et la droite reliant les centres de X et Y . L'application faite ici du théorème d'additivité de Graf ainsi que les notations employées sont explicitées en annexes (partie A.2.2).

Remarquons dès lors la condition de validité du théorème si $r_X < d_{XY}$ de l'équation (78). Elle sera toujours vérifiée dans notre cas. En effet, comme on le verra plus tard, les fonctions de Hankel seront déplacées dans le repère du cylindre X et on recherche l'argument de la fonction de Bessel en $k_L r_X = k_L a_X$ avec a_X le rayon du cylindre X . Puisqu'ici les diffuseurs ne s'interpénètrent pas, la condition est toujours vérifiée.

Grâce au théorème de Graf, l'équation (77) peut se réécrire uniquement avec des termes relatifs au repère lié à X . A nouveau, dans le but de vérifier la condition de Sommerfeld, les fonctions de Bessel dans l'expression trouvée sont remplacées par des fonctions de Hankel, et on obtient alors l'égalité suivante :

$$C_n^X - T_n^X \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m^Y \cdot G_{nm}^{(XY)} = T_n^X \cdot \alpha_n \quad \forall n \in \mathbb{Z} \text{ et } \forall X \quad (79)$$

Dans la pratique et selon la fréquence d'analyse on néglige les termes au-delà d'un certain ordre noté N_{max} . Ainsi, pour $n, m \in [0, N_{max}]$, on obtient un système matriciel de taille finie constitué de blocs carrés :

$$C_n^X - T_n^X \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-N_{max}}^{N_{max}} C_m^Y \cdot G_{mn}^{(XY)} = T_n^X \cdot \alpha_n \quad \forall n \in \mathbb{Z} \text{ et } \forall X \quad (80)$$

L'expression sous forme matricielle est donnée en annexe (voir A.2.4). Ainsi, le champ diffusé total en un point P s'exprime de la façon suivante :

$$\rightarrow \phi^{tot}(P) = \sum_{X_i} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n^{X_i} \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_{X_i}) \cdot e^{in\theta_{X_i}}, \forall P \in E \quad (81)$$

On ne peut en effet pas écrire en tout point le champ total avec les transformations liées au théorème d'additivité de Graf, celui-ci n'étant vrai qu'à une distance $k \cdot d_{XY}$ autour du diffuseur de référence X . La relation donnée par (81) emploie des termes écrits dans des repères différents (autant qu'il y a de diffuseurs) mais permet en contrepartie de s'affranchir de cette restriction de domaine et est ainsi valable $\forall P \in E$.

Il ne reste alors plus qu'à étendre ces développements au cas solide pour prendre en compte les ondes de cisaillement.

3.2.4. Cas de plusieurs défauts dans un milieu solide

Ce cas représente la dernière étape de notre raisonnement, où il peut désormais y avoir interactions entre les défauts, incidence de polarité T et conversions de modes. On considère à nouveau plusieurs défauts mais on prend en compte cette fois les ondes diffusées en polarités L et T (pour une incidence en L). On obtient alors un nouveau système matriciel quatre fois plus grand que précédemment (car deux fois plus de polarités sont alors considérées) :

$$\begin{cases} C_n^{X(LL)} - T_n^{X(LL)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(L)} \cdot C_m^{Y(LL)} - T_n^{X(TL)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(T)} \cdot C_m^{Y(LT)} = T_n^{X(LL)} \cdot \alpha_n ; \forall n \in \mathbb{Z}, \forall X \\ C_n^{X(LT)} - T_n^{X(LT)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(L)} \cdot C_m^{Y(LL)} - T_n^{X(TT)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(T)} \cdot C_m^{Y(LT)} = T_n^{X(LT)} \cdot \alpha_n ; \forall n \in \mathbb{Z}, \forall X \end{cases} \quad (82)$$

Les exposants doubles (LL), (TT), (LT) et (TL) désignent respectivement les réflexions $L \rightarrow L$ et $T \rightarrow T$ ainsi que les conversions de mode $L \rightarrow T$ et $T \rightarrow L$.

Les opérateurs de Graf $G_{mn}^{XY(L)}$ et $G_{mn}^{XY(T)}$ sont respectivement écrits pour une onde diffusée en polarité L et une onde diffusée en polarité T.

La première égalité représente le bilan du champ incident en L et du champ diffusé en L pour le défaut X et pour toute onde d'ordre n :

- le premier terme $C_n^{X(LL)}$ représente le champ diffusé en L par le défaut X, en prenant en compte ce qui lui est incident en L, toutes les interactions entre les autres défauts étant comprises,
- le deuxième terme représente le champ diffusé en L par le défaut X, en supposant que tous les autres défauts ont reçu l'incidence en L, qu'ils interagissent, puis qu'ils diffusent en L vers X. Cette diffusion représente alors une incidence en L pour le défaut X. C'est la raison pour laquelle cette incidence est pondérée par $T_n^{X(LL)}$ (pour rappel : coefficient de diffusion simple des ondes de polarité L subissant une réflexion),
- le troisième terme représente le champ diffusé en L par le défaut X, en supposant que tous les autres défauts ont reçu l'incidence en L, qu'ils interagissent, puis qu'ils diffusent en T après conversion. Cette diffusion représente alors une incidence en T pour le défaut X. C'est la raison pour laquelle cette incidence est pondérée par $T_n^{X(TL)}$ (pour rappel : coefficient de diffusion simple des ondes de polarité T subissant une conversion de mode vers la polarité L),
- le terme à droite du signe égal représente la diffusion en L de l'onde incidente (en L aussi dans ce cas). C'est la raison pour laquelle cette incidence est pondérée par $T_n^{X(LL)}$.

Pour la deuxième équation, le raisonnement est tout à fait analogue et concerne cette fois le bilan du champ incident en L et du champ diffusé en T pour le défaut X et pour toute onde d'ordre n. On peut écrire cet ensemble d'équations sous forme d'un problème matriciel dont chacun des termes est détaillé en annexes (partie A.2.5).

De façon plus générale (pour une onde incidente I = L ou T) on a :

$$\begin{cases} C_n^{X(IL)} - T_n^{X(LL)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(L)} \cdot C_m^{Y(LL)} - T_n^{X(TL)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(T)} \cdot C_m^{Y(LT)} = T_n^{X(IL)} \cdot \alpha_n \\ C_n^{X(IT)} - T_n^{X(LT)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(L)} \cdot C_m^{Y(LL)} - T_n^{X(TT)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(T)} \cdot C_m^{Y(LT)} = T_n^{X(IT)} \cdot \alpha_n \end{cases} \quad (83)$$

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \forall X.$$

Les champs diffusés totaux sont évalués à l'aide des équations suivantes :

$$\begin{cases} \phi_d(P) = \sum_{X_i} \sum_{n=-N_{max}}^{N_{max}} C_n^{X_i(IL)} \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_{X_i}) \cdot e^{in\theta_{X_i}} \\ \psi_d(P) = \sum_{X_i \in \text{défauts}} \sum_{n=-N_{max}}^{N_{max}} C_n^{X_i(IT)} \cdot H_n^{(1)}(k_T \cdot r_{X_i}) \cdot e^{in\theta_{X_i}} \end{cases} \quad (84)$$

Même remarque que précédemment, l'opérateur de Graf n'est pas applicable en tout point du plan, d'où cette écriture qui a l'avantage d'être valable $\forall P \in E$ de l'espace.

3.2.5. Ordre des calculs en diffusion multiple

Comme évoqué au paragraphe précédent, il nous est nécessaire de tronquer la sommation jusqu'à un ordre noté N_{max} qui soit suffisamment grand pour avoir une précision de calcul satisfaisante tout en ayant des temps de calcul raisonnables. En effet, la taille de la matrice de diffusion est directement fonction de ce coefficient. Par ailleurs, dans le cas d'un choix de N_{max} trop grand, on peut redouter des problèmes de stabilité de Matlab lors de l'inversion des matrices de diffusion.

Si N_d est le nombre de défauts considérés, cette matrice a $2 \times N_d \times (2N_{max} + 1)$ lignes et colonnes. Pour les cas d'application étudiés, ce paramètre a été fixé à $N_{max} = 10$ en considérant l'évolution des paramètres T_n^{LL} , T_n^{LT} , T_n^{TL} et T_n^{TT} dans le cas d'un défaut seul de diamètre 0.4 mm (comme celui du plus gros défaut de nos configurations que l'on retrouve dans les cas gradient et mixte) inclus dans notre alliage d'aluminium 7075-T6 pour une onde incidente de fréquence égale à 15 MHz.

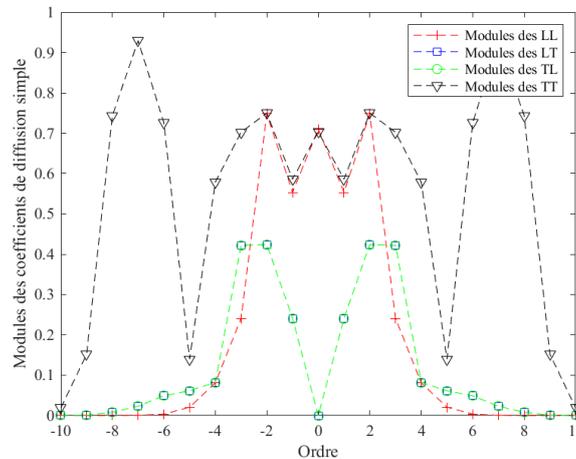


Figure 64 : Evolution de la valeur absolue des différents coefficients de diffusion d'un défaut de 0.4 mm de diamètre en fonction de l'ordre du calcul dans l'aluminium 7075-T6

La décroissance des coefficients de diffusion simple que l'on observe en Figure 64 nous permet d'estimer que les reconstructions à l'ordre choisi $N_{max} = 10$ seront de précision suffisante dans les cas qui nous préoccupent. On note par ailleurs que les coefficients T_n^{LT} et T_n^{TL} ont le même module. La durée des calculs reste par ailleurs correcte avec un tel paramètre N_{max} . En effet, le problème étant matriciel, les coefficients de diffusion multiple seront des combinaisons linéaires des coefficients de diffusion simple. Ainsi, ceux dont l'ordre est supérieur à 10 pourront donc être négligés aussi.

3.2.6. Applications numériques

Afin de vérifier le bon déroulement des calculs de notre programme Matlab, on cherche dans cette section à vérifier sa cohérence sur deux configurations élémentaires composées de deux défauts :

- la première configuration où les deux défauts font face à l'incidence côte à côte (peu d'interaction entre eux). L'un est en $(-1 ; 0)$ et l'autre est en $(1 ; 0)$. Cette configuration exemple est notée « configuration 1 »,
- la seconde configuration où un défaut masque l'autre de l'onde incidente (interactions importantes entre eux). L'un est en $(0 ; -1)$ et l'autre est en $(0 ; 1)$. Cette configuration exemple est notée « configuration 2 ».

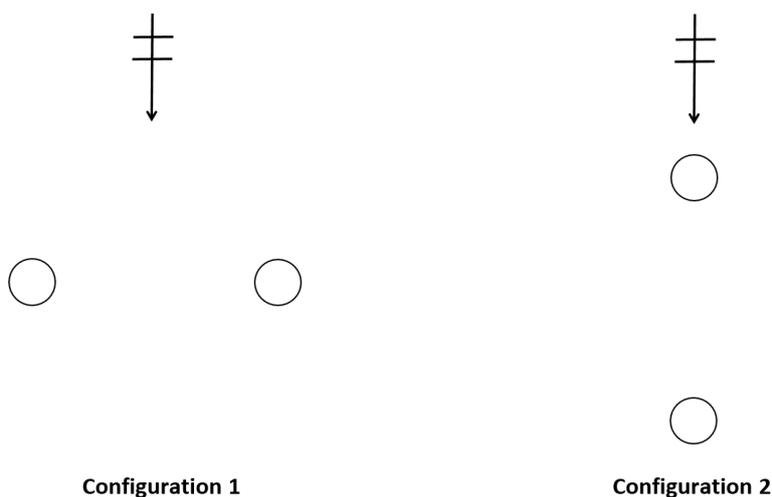


Figure 65 : Illustration des configurations élémentaires 1 et 2.

Pour effectuer cette première étape de calcul en harmonique, on propose l'étude du cas d'une onde longitudinale incidente depuis les ordonnées positives vers les ordonnées négatives.

La fréquence d'excitation de l'onde incidente est supposée égale à 15 MHz, par analogie avec celle appliquée par la suite pour la caractérisation des TG usinés dans les éprouvettes. L'onde incidente est de polarité L et on s'intéresse au champ total de potentiel de déplacement de polarité L diffusé. Ce calcul est mené dans chacune des deux configurations de défauts présentées et sous chacune des deux hypothèses précédemment décrites (diffusion simple ou multiple).

Dans ces exemples, les défauts sont de rayon $a = 150 \mu m$ et de distance algébrique centre à centre égale à 2 mm. Les décompositions sont considérées jusqu'à l'ordre $N_{max} = 10$. Ces simulations prennent en compte les caractéristiques mécaniques et acoustiques de notre alliage d'aluminium comme milieu de propagation (voir Chapitre 2).

On cherche, ici, à montrer les effets de la diffusion multiple sur des diagrammes de diffusion à l'infini. En considérant les configurations décrites, on obtient les diagrammes de la Figure 66 et de la Figure 67. Ces derniers sont représentés en échelle normalisée sous une hypothèse de diffusion simple ou de diffusion multiple. L'infini est par convention défini comme une distance de 100λ (soit 42 mm ici).

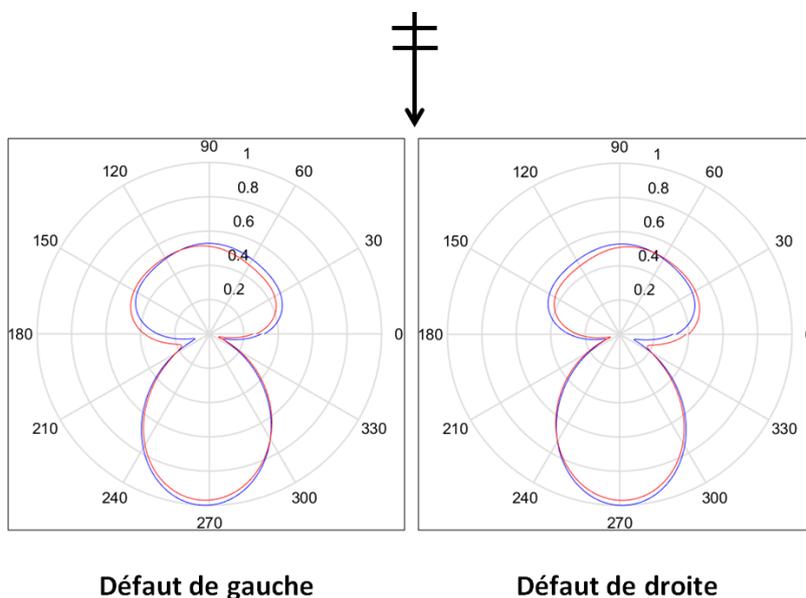


Figure 66 : Diagrammes de diffusion normalisés dans la configuration 1.
 A gauche : défaut de gauche (en $-1,0$) ; A droite : défaut de droite (en $1,0$).

En bleu : sans interaction (diffusion simple) ; En rouge : avec interactions (diffusion multiple).

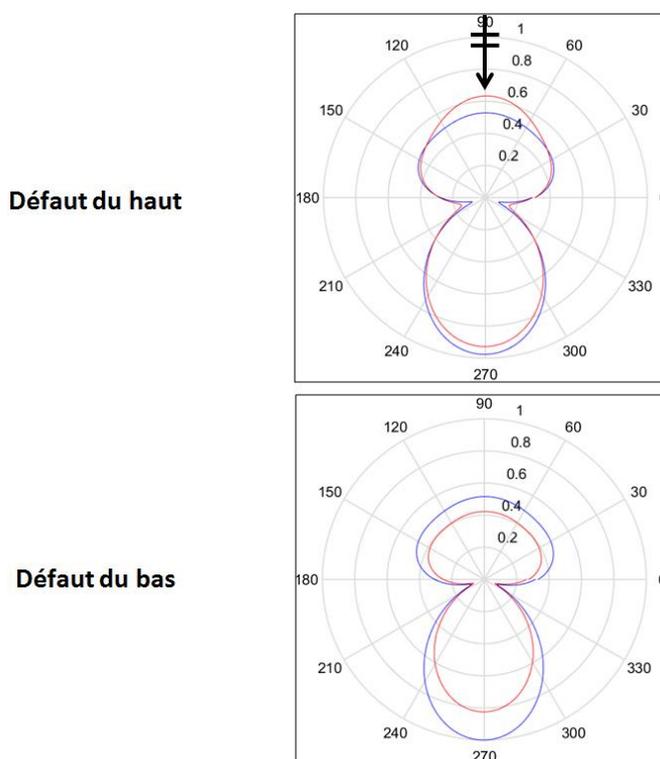


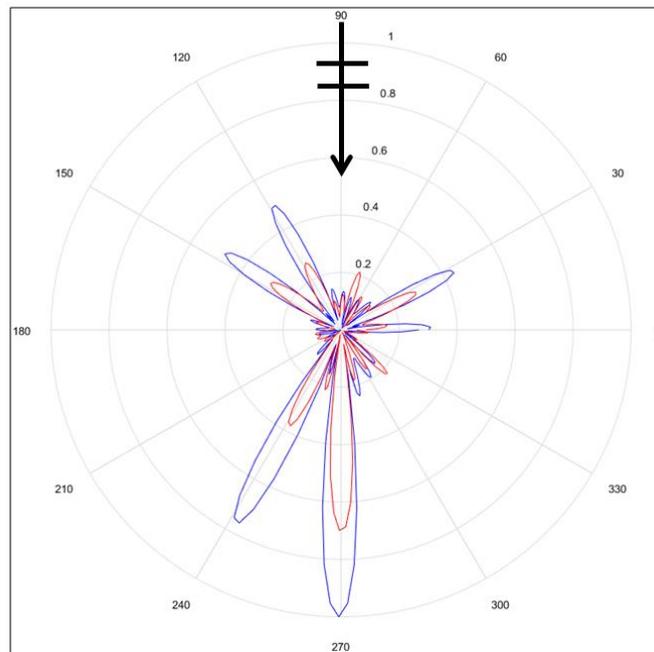
Figure 67 : Diagrammes de diffusion normalisés dans la configuration 2.
 En haut : défaut du haut (en $0,1$) ; En bas : défaut du bas (en $0,-1$).

En bleu : sans interaction (diffusion simple) ; En rouge : avec interactions (diffusion multiple).

On conclut que les deux modèles étudiés donnent des résultats similaires dans le cas de la configuration 1 (peu d'interaction) mais très différents dans le cas de la configuration 2 (impliquant un ombrage du second défaut par le premier).

Dans le cas des amas de TG que nous allons étudier, les interactions sont évidemment très fortes. Les diagrammes de diffusion à l'infini, dont un exemple pour le cas standard est donné en Figure 68 ci-dessous, montrent nécessairement des différences entre les calculs sans et avec interactions. Sous chacune des deux hypothèses, les contributions de chaque défaut sont sommées pour relever l'intensité totale au niveau de chacun des 200 points P de discrétisation du cercle de rayon 100λ et dont l'origine est placée au milieu du défaut central de la configuration standard. Les champs diffusés s'expriment alors comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_d^{simple}(P) = \sum_{i=1}^7 \sum_{n=-N_{max}}^{N_{max}} \alpha_n^{(X_i)L} \cdot T_n^{X_i(LL)} \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_{X_i}) \cdot e^{in\theta_{X_i}} \\ \phi_d^{multiple}(P) = \sum_{i=1}^7 \sum_{n=-N_{max}}^{N_{max}} C_n^{X_i(LL)} \cdot H_n^{(1)}(k_L \cdot r_{X_i}) \cdot e^{in\theta_{X_i}} \end{array} \right. \quad (85)$$



Configuration standard

*Figure 68 : Diagramme de diffusion normalisé à l'infini dans le cas standard.
En bleu : diffusion simple ; En rouge : diffusion multiple.*

Ce dernier diagramme est un résultat synthétique de phénomènes très complexes, mais permet néanmoins de mettre en évidence une différence importante entre les deux hypothèses de diffusion. En effet, c'est précisément cette diffusion à « l'infini » qui va nous intéresser lors d'un contrôle puisque les défauts sont loin du capteur.

Il faut rappeler que le logiciel CIVA n'utilise pas non plus réellement le modèle de diffusion simple appliqué ci-dessus (qui a donc donné quatre fois le même résultat sur les Figure 66 et Figure 67). Il est en effet plus pertinent que le modèle sans interaction illustré, puisqu'il prend en compte l'effet d'ombrage géométrique (comme précisé au 3.1).

3.2.7. Construction des signaux diffusés

Dans ce travail de thèse, nous avons établi les expressions du champ de potentiel de déplacement diffusé par un amas de cylindre en 2D excité par une onde plane incidente monochromatique de polarité L ou T.

On précise que, dans les simulations Matlab menées, l'onde incidente est toujours considérée comme plane. Ceci est justifié au regard de la différence de rayon de courbure entre les défauts (de rayon entre 0.075 mm et 0.2 mm) et l'onde incidente au moment où elle atteint les défauts (environ 15 mm de rayon).

Le calcul de ce champ diffusé peut être évalué aussi bien sur des hypothèses de diffusion simple que sur le calcul du champ complet sous l'hypothèse de diffusion multiple. En généralisant le calcul à chaque fréquence (pour une valeur $\Phi_0 = 1$), on peut ainsi obtenir la fonction de transfert du champ diffusé pour une configuration donnée (angle d'incidence, position et taille des défauts fixés).

Afin de synthétiser une réponse temporelle pour un signal d'excitation typique d'un contrôle ultrasonore, il suffit d'estimer tout d'abord le spectre en fréquence du champ diffusé en multipliant la fonction de transfert par le spectre du signal d'excitation. Ceci revient à considérer une dépendance fréquentielle pour la donnée $\Phi_0(\omega)$. Il ne reste alors plus qu'à appliquer une transformation de Fourier inverse aux signaux diffusés reçus par chacun des traducteurs afin de les obtenir dans le domaine temporel. Un schéma synthétique du fonctionnement du code Matlab est illustré en Figure 69.

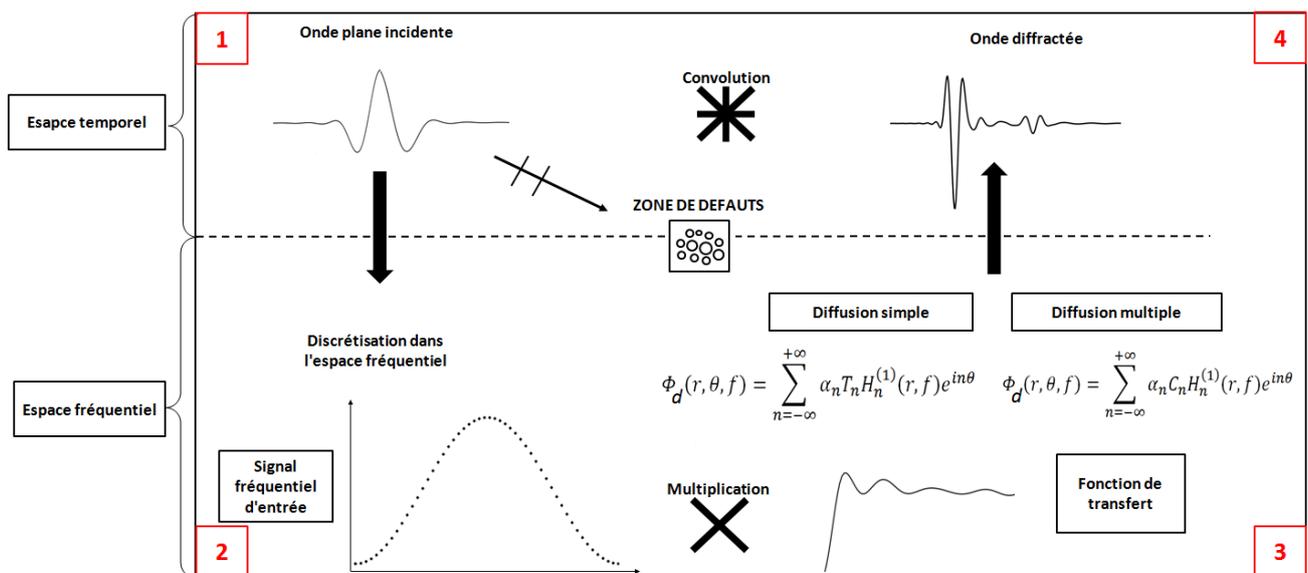


Figure 69 : Explication synthétique en quatre étapes du fonctionnement du programme Matlab programmé.

Lors de nos simulations Matlab, le procédé de reconstruction est similaire à celui décrit en 1.2.2.4.2, sauf qu'il n'est pas nécessaire de calculer des équations d'ellipse. L'origine spatiale est simplement fixée au centre de la fenêtre de reconstruction. Les signaux temporels calculés par la méthode précédemment décrite sont translatés d'une valeur correspondant au temps mis par l'onde incidente pour aller de l'émetteur jusqu'à cette origine. Cette opération est équivalente à une multiplication par un facteur de la forme $e^{-2i\pi ft}$ dans l'espace des transformées de Fourier (avec f la fréquence et t la translation temporelle à opérer). Elle revient à prendre en compte le temps de parcours entre l'émetteur et le pixel d'étude (= temps de parcours à l'aller). Enfin, pour chaque pixel de la fenêtre de reconstruction, les amplitudes de chacun des signaux de la matrice K sont prises au niveau du temps de parcours théorique de l'onde en trajet direct entre le pixel étudié et le récepteur (= temps de parcours de l'onde diffusée). Ces amplitudes sont alors sommées et pondèrent le pixel considéré. Par exemple, sur la Figure 70, le pixel où se situe le point P (illustré ici en bord de trou génératrice pour

l'exemple) sera affecté de la valeur du signal émis par i et reçu par j à l'instant théorique correspondant au temps de parcours iPj à laquelle on ajoute la valeur du signal émis par i' et reçu par j' à l'instant théorique correspondant au temps de parcours $i'Pj'$. La reconstruction prend en compte une sommation sur tous les couples émetteur/récepteur possibles.

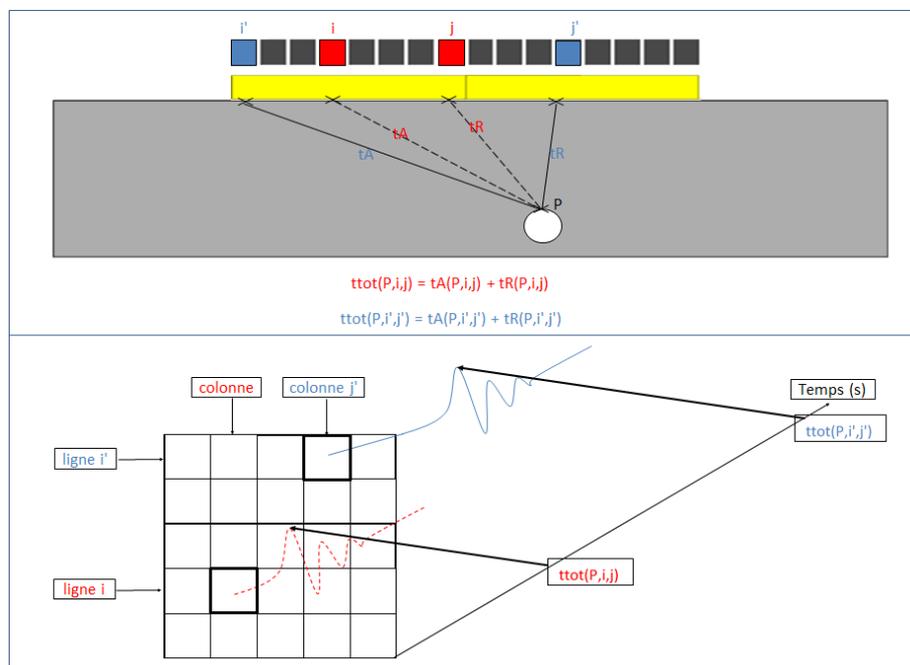


Figure 70 : En haut : schéma illustratif de la notion de temps de parcours ; En bas : Matrice K des signaux et amplitude au point P des signaux en coordonnées (i,j) et (i',j') .

On se propose dès lors de procéder à une analyse temporelle des signaux diffusés pour simuler un contrôle non destructif ultrasonore. La direction de l'onde incidente varie selon la position de l'élément émetteur (source ponctuelle) et le champ diffusé est calculé pour un ensemble de directions particulières spécifiques, correspondant à celle des éléments en réception. Dans cet objectif, nous allons donc d'abord expliquer les procédés d'acquisition et de reconstruction des signaux.

3.3. Présentation des résultats

Dans cette partie, nous montrerons et comparerons les résultats expérimentaux de reconstruction d'une part et les simulations correspondantes obtenues par CIVA (méthode rayon, diffusion simple avec ombrages géométriques) et par le programme Matlab prenant en compte les effets de la diffusion multiple. La comparaison de ces trois reconstructions dans chacun de nos cas d'étude doit permettre de mettre en évidence les forces et faiblesses de chacune des simulations et la différence entre les hypothèses de diffusion simple et multiple. Tous les résultats de reconstruction seront illustrés dans chacun de nos cas d'étude avec les différentes incidences décrites au Chapitre 2.

3.3.1. Reconstructions du cas enveloppe

Dans la suite du travail de reconstruction d'image, le cas enveloppe sert de référence : sa reconstruction est celle qui permet de déterminer la référence de la sensibilité (en dB) pour tous les autres résultats de l'étude. En effet, l'amplitude de son point brillant sert de référence d'amplitude (0 dB), et ceci pour chacune des trois

reconstructions respectives (reconstruction des données expérimentales, reconstruction des données simulées sur CIVA, reconstruction des données simulées sur Matlab) et permet la comparaison des résultats entre eux. Le signal d'entrée est modélisé par un signal de Hann, d'amplitude unitaire et de fréquence centrale de 15 MHz.

De plus, le cas enveloppe permet également de calibrer le décalage temporel qu'il faut appliquer aux reconstructions. Ce décalage est dû au matériel électronique employé et aux conditions de couplage et de positionnement de la sonde lors du contrôle. Par exemple, ce décalage a été évalué par essais successifs afin de trouver expérimentalement un point brillant aux coordonnées attendues, à savoir en (0,14) pour le cas du défaut enveloppe, et a ainsi été estimé à 0.25 μ s.

D'autre part, un décalage dans les abscisses, évalué à ± 0.2 mm, est inévitable expérimentalement. Il faut noter dès à présent qu'une erreur en position est peu préjudiciable pour les travaux à venir. En effet, pourvu que tous les défauts soient affectés de la même erreur, celle-ci correspond à une translation de l'amas de défauts dans un milieu isotrope homogène « infini ». Elle n'impliquerait dès lors aucune erreur dans la détermination de la durée de vie en fatigue qui nous intéressera par la suite, puisque la sollicitation mécanique envisagée consiste en une traction.

Les reconstructions selon les trois jeux de données décrits (simulation sur CIVA, données expérimentales, simulation sur Matlab) sont montrées en Figure 71. On fait le choix de présenter les reconstructions seuillées à -30 dB. De même, on fixe la résolution en définissant la taille d'un pixel comme étant égale à 0.025 mm (voir 2.5.2).

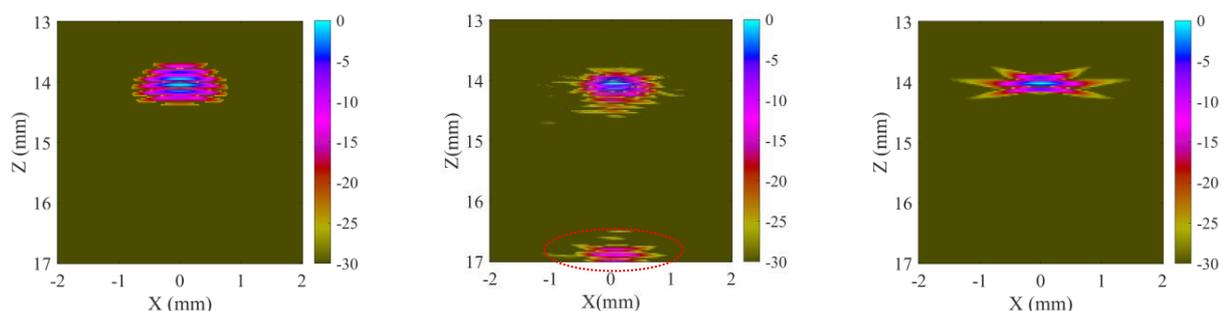


Figure 71 : Reconstructions du cas enveloppe en incidence normale (0°).

A gauche : simulation CIVA ; Au centre : données expérimentales ; A droite : simulation Matlab.

Remarque : pour la suite, et par commodité, on présentera toujours la reconstruction des données simulées avec CIVA à gauche, la reconstruction des données expérimentales au centre et celle des données issues du programme Matlab à droite.

Notons que l'on constate un écho parasite sur l'image issue du contrôle expérimental (entouré en rouge sur la Figure 71). Celui-ci est dû au fait que le problème n'est pas réellement en 2D et que certains rayons hors plan interagissent de façon cohérente dans l'épaisseur de l'éprouvette comme illustré sur la Figure 72. On parle usuellement d'échos de falaise.

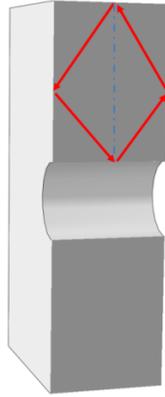


Figure 72 : Explication de l'apparition de défauts fantômes. Le trajet bleu représente le parcours du signal cohérent le plus rapide. Celui en rouge représente un autre, plus long en temps, responsable de l'apparition d'échos de falaise.

Ces échos de falaise ne sont pas problématiques, dans la mesure où ils peuvent être éliminés par un simple contrôle symétrique depuis l'autre face, dans lequel ils n'apparaîtront plus. Ainsi, puisqu'un opérateur peut en pratique les distinguer aisément d'un écho dû à un défaut, ce type d'artefact ne sera dorénavant plus commenté dans la suite des travaux.

En outre, on constate que des vaguelettes apparaissent aux bords du point brillant dans la reconstruction Matlab. Celles-ci sont dues au fait que le signal d'entrée n'est pas codé exactement de la même façon dans Matlab et le logiciel CIVA. Ce dernier applique, en effet, plusieurs corrections qui ont été négligées dans le programme Matlab au niveau de la bande passante modélisée du signal d'entrée.

Enfin, la robustesse de notre protocole expérimental a été vérifiée en réalisant trois essais de répétabilité démontrant la stabilité des images obtenues tant au niveau de la position du point brillant qu'au niveau de son amplitude (voir Figure 73).

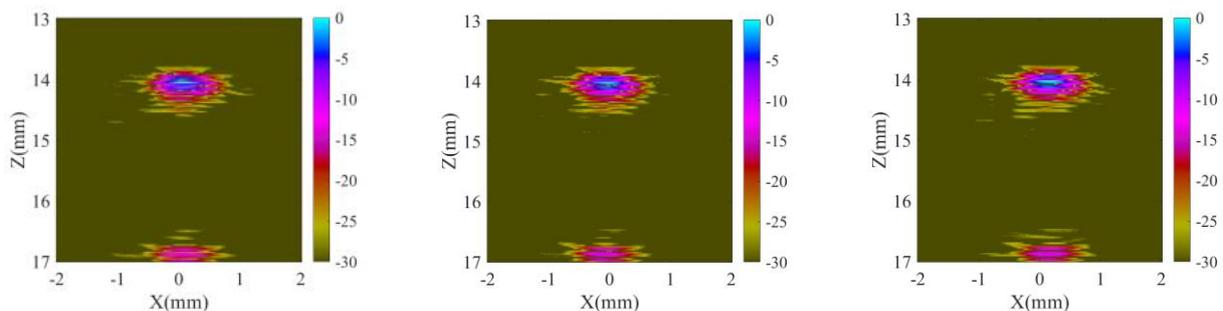


Figure 73 : Essai de répétabilité mené trois fois sur le cas enveloppe avec une incidence de 0 degré (reconstructions de données expérimentales)

De la même façon, ce cas enveloppe a permis de calibrer les échelles en dB et le retard électronique pour le contrôle en onde transversale oblique. Les résultats expérimentaux obtenus sont comparés avec les simulations CIVA et Matlab sur la Figure 74 ci-dessous.

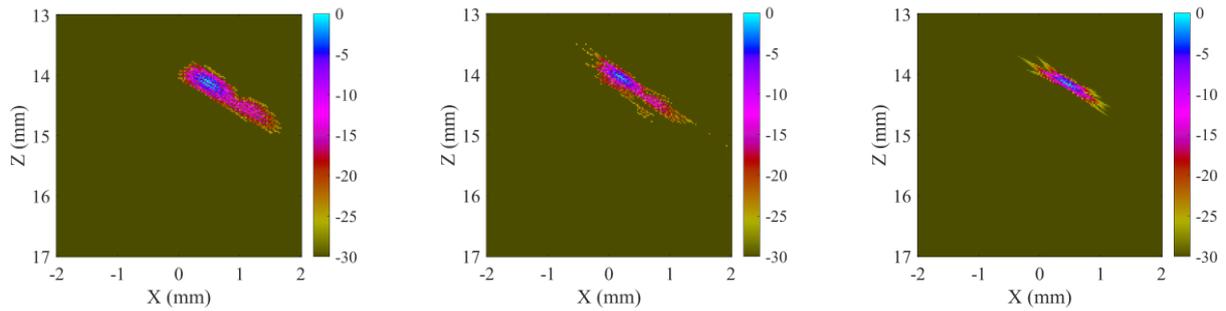


Figure 74 : Reconstructions du cas enveloppe en ondes incidentes obliques transversales (30 degrés).

On constate que le logiciel CIVA prédit très bien le résultat d'un contrôle ultrasonore sur un défaut seul, tandis que la reconstruction à l'aide du programme Matlab présente une différence telle que le point brillant est plus « étoilé » que celui trouvé expérimentalement. Cette différence provient à nouveau du fait que le signal d'entrée utilisé dans Matlab est légèrement différent de celui modélisé dans CIVA.

3.3.2. Reconstructions du cas standard

Les mêmes types de contrôles expérimentaux et simulations ont été appliqués au cas standard. Ce cas étant invariant par rotation de 180° , il faut et il suffit d'appliquer un contrôle en ondes L et deux contrôles en ondes T. Les différentes reconstructions de ces contrôles sont montrées ci-après.

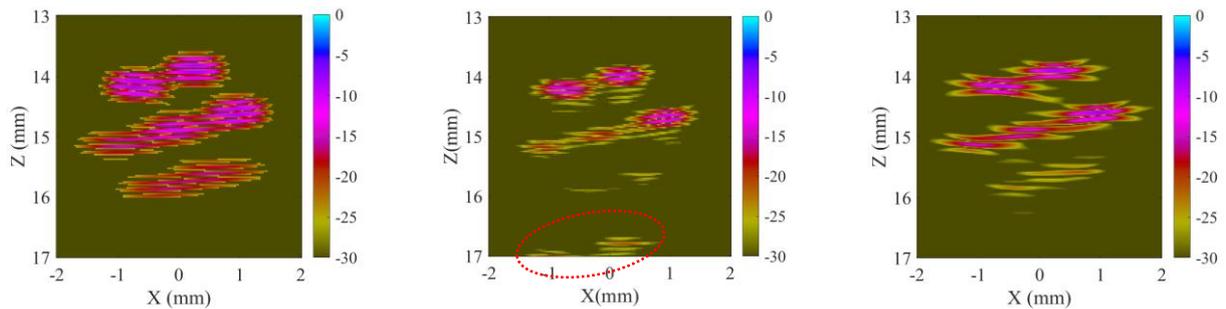


Figure 75 : Reconstructions du cas standard en ondes L en incidence normale.

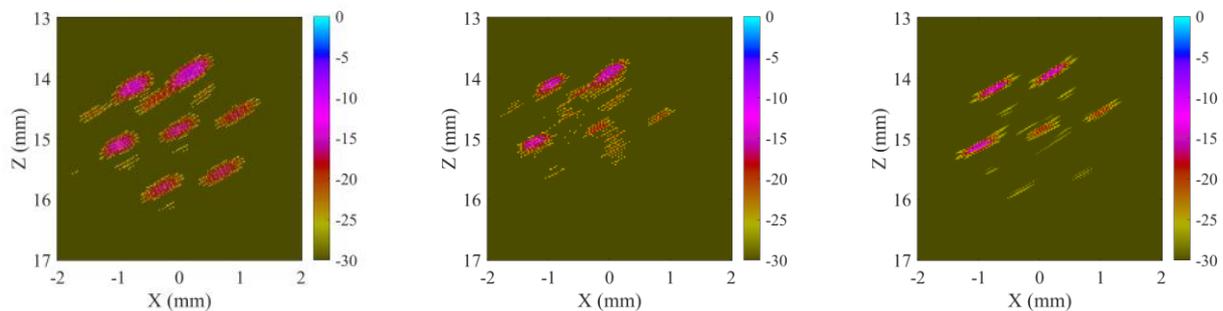


Figure 76 : Reconstructions du cas standard, en ondes T incidentes depuis la gauche.

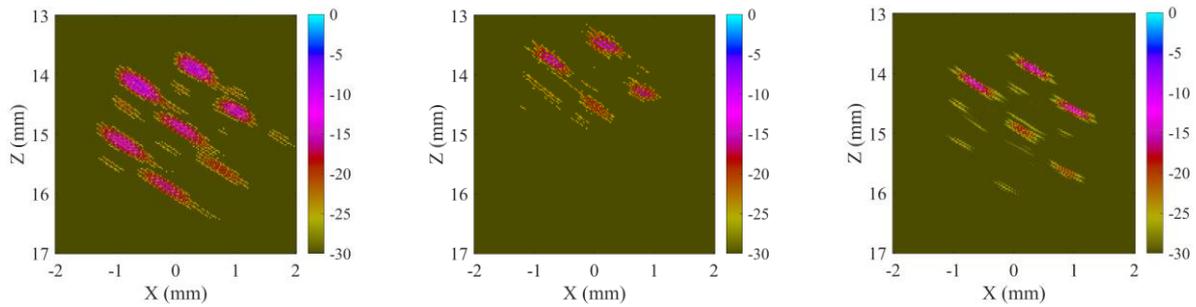


Figure 77 : Reconstructions du cas standard, en ondes T incidentes depuis la droite.

On constate que la simulation CIVA est optimiste vis-à-vis du contrôle expérimental, tant pour le contrôle en ondes L que pour celui en ondes T. Les simulations Matlab quant à elles, sont plus fidèles aux reconstructions expérimentales (et montrent à nouveau des vaguelettes autour des points brillants, pour la même raison que dans le cas enveloppe). Afin d'expliquer les différences dans les reconstructions, on peut par ailleurs évoquer le phénomène d'atténuation de l'onde, présent lors du contrôle expérimental, mais non modélisé en simulation, même si son effet paraît faible.

Sept indications sont déjà visibles dès le contrôle en ondes L (voir Figure 75). De plus, les deux contrôles en ondes T permettent de confirmer la présence de certaines de ces indications (Figure 76 et Figure 77) et de les compléter. On note dans le Tableau 6 les amplitudes trouvées par simulations (CIVA et Matlab) ainsi que celles trouvées expérimentalement pour le cas standard en incidence normale.

	Amplitude (simulation CIVA)	Amplitude (expérimentale)	Amplitude (simulation Matlab)
Défaut 1	-11	-18	-13
Défaut 2	-8	-9	-8
Défaut 3	-8	-10	-7,5
Défaut 4	-16	-23	-20,5
Défaut 5	-16	-26	-22
Défaut 6	-15	-18,5	-14
Défaut 7	-8	-9	-8

Tableau 14 : Amplitudes relevées dans le cas standard (contrôle en incidence normale)

On confirme le réalisme des résultats obtenus avec Matlab par rapport aux résultats expérimentaux. Les écarts plus importants obtenus avec CIVA confirment la nécessité de considérer la diffusion multiple dans notre problématique. Enfin, la bonne détection (nombre et positions) des sept TG confirme la pertinence du choix du procédé de contrôle ultrasonore mis en œuvre (acquisition et post-traitement).

3.3.3. Reconstructions du cas taille élémentaire

Les contrôles expérimentaux et leurs simulations ont été appliqués au cas taille élémentaire. Ce dernier a été *a priori* qualifié de cas complexe à traiter, car ses défauts sont de très petite taille, et que l'un d'eux est entouré par les six autres. Il s'agit donc, ici, d'analyser les résultats du contrôle ultrasonore sur ce « cas limite », tant en termes de difficulté de détection qu'en termes d'intérêt pour l'étude en fatigue. Ce cas étant invariant par rotation de 180°, il suffit d'appliquer un seul contrôle en ondes L et deux en ondes T (à $\pm 30^\circ$ d'incidence). Les différentes reconstructions de ces contrôles sont montrées ci-après.

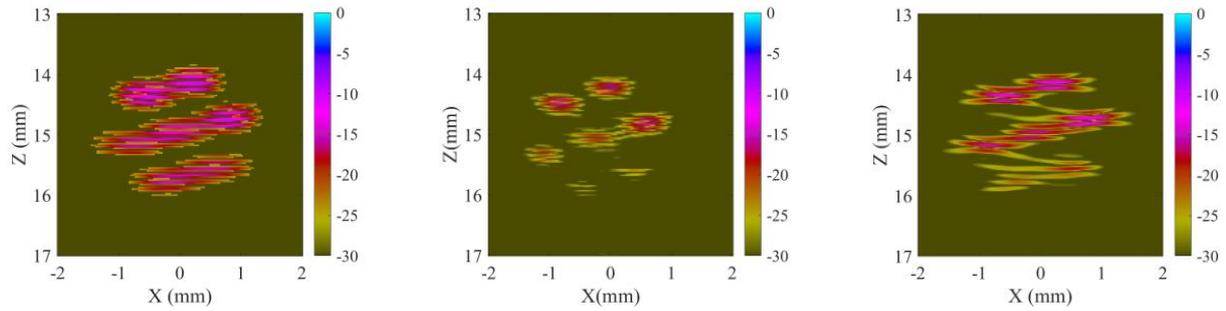


Figure 78 : Reconstructions du cas taille élémentaire en ondes L en incidence normale.

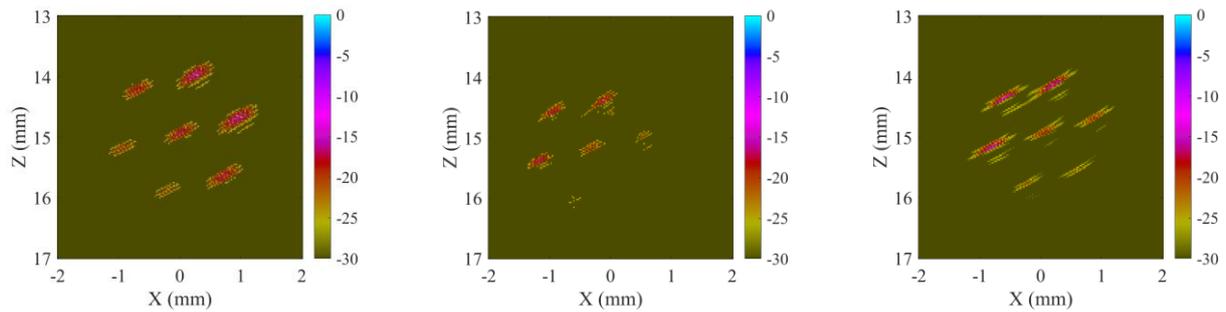


Figure 79 : Reconstructions du cas taille élémentaire en ondes T incidentes depuis la gauche.

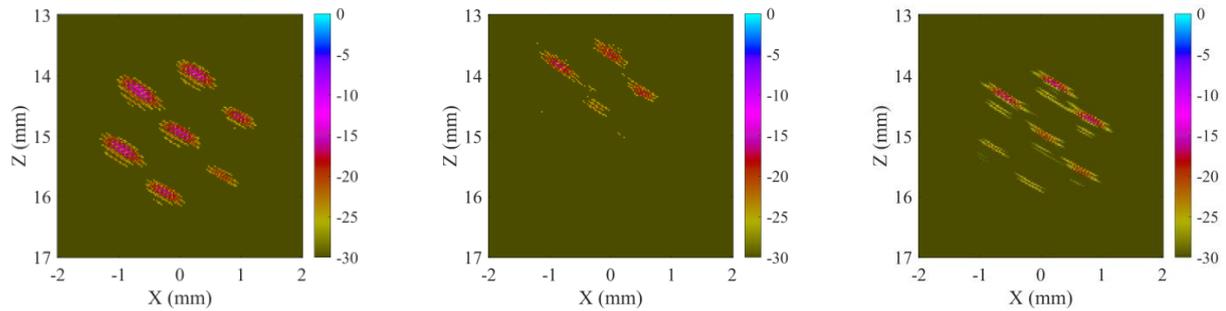


Figure 80 : Reconstructions du cas taille élémentaire en ondes T incidentes depuis la droite.

On constate que le contrôle en ondes L permet déjà, à lui seul, de distinguer sept indications correspondant aux sept défauts présents dans l'éprouvette. Par ailleurs, ces indications sont plus détachées expérimentalement que ce que prévoient les simulations sur CIVA et Matlab.. On note encore que le programme Matlab illustre mieux l'effet d'ombrage qu'il peut y avoir sur les défauts atteints en derniers par l'onde incidente, dont l'amplitude est plus faible.

En contrôles par ondes T, le défaut n°4, dans le contrôle avec incidence depuis la gauche, et les défauts n°4, 5 et 6 (pour la numérotation des défauts voir Figure 47, dans le contrôle avec incidence depuis la droite, n'ont pas été détectés expérimentalement (ou avec une amplitude très faible), alors qu'ils auraient pu l'être d'après les simulations Matlab. Mais à nouveau, ces indications apparaissent avec une très faible amplitude selon la reconstruction Matlab, témoignant de la difficulté de détection. Les valeurs des amplitudes obtenues pour ces trois contrôles sont notées dans le Tableau 15 (incidence normale L), Tableau 16 et Tableau 17 (incidences T) ci-dessous.

	Amplitude (simulation CIVA)	Amplitude (expérimentale)	Amplitude (simulation Matlab)
Défaut 1	-8	-19	-15
Défaut 2	-10	-15	-11
Défaut 3	-9	-14	-11
Défaut 4	-11	-23	-18
Défaut 5	-13	-24	-21
Défaut 6	-11	-20	-14
Défaut 7	-10	-15	-12

Tableau 15 : Amplitudes relevées dans le cas taille élémentaire (contrôle avec incidence en ondes L)

	Amplitude (simulation CIVA)	Amplitude (expérimentale)	Amplitude (simulation Matlab)
Défaut 1	-16	-20	-18
Défaut 2	-14	-17	-14
Défaut 3	-14	-21	-19
Défaut 4	-16	/	-23
Défaut 5	-21	-23	-22
Défaut 6	-19	-16	-14
Défaut 7	-17	-16	-14

Tableau 16 : Amplitudes relevées dans le cas taille élémentaire (contrôle en incidence T depuis la gauche)

	Amplitude (simulation CIVA)	Amplitude (expérimentale)	Amplitude (simulation Matlab)
Défaut 1	-14	-22	-19
Défaut 2	-13	-20	-14
Défaut 3	-16	-18	-14
Défaut 4	-19	-24	-18
Défaut 5	-15	/	-23
Défaut 6	-13	-25	-22
Défaut 7	-12	-16	-14

Tableau 17 : Amplitudes relevées dans le cas taille élémentaire (contrôle en incidence T depuis la droite)

C'est donc la complémentarité des contrôles avec différentes incidences qui permet là encore de détecter la totalité des défauts en présence.

3.3.4. Reconstructions du cas densité

Les contrôles expérimentaux et leurs simulations ont été appliqués au cas densité constitué de 19 défauts disposés en deux hexagones inclus l'un dans l'autre (voir chapitre 2). Ce cas étant invariant par rotation de 180°, on appliquera un contrôle en ondes L et deux contrôles en ondes T (à gauche et à droite). Les différentes reconstructions de ces contrôles sont montrées ci-après.

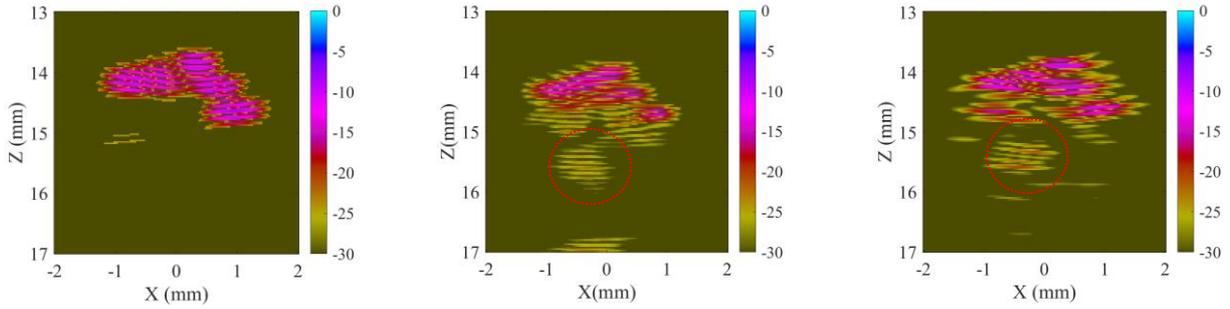


Figure 81 : Reconstructions du cas densité en ondes L en incidence normale.

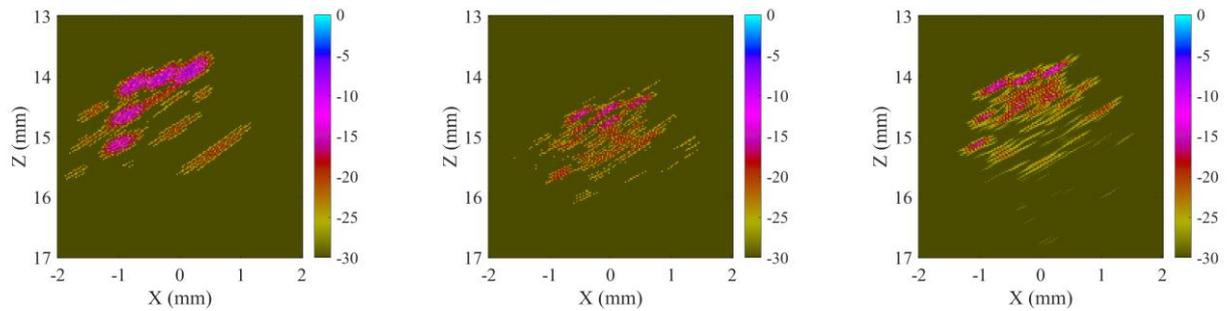


Figure 82 : Reconstructions du cas densité en ondes T incidentes depuis la gauche.

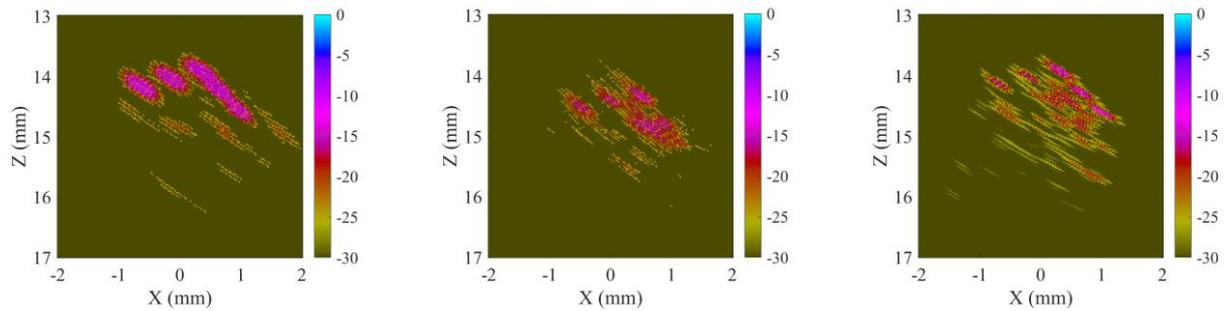


Figure 83 : Reconstructions du cas densité en ondes T incidentes depuis la droite.

Ce cas est très complexe à contrôler car les trous sont très proches les uns des autres. Il n'y a que peu de matière entre deux trous voisins. Il est donc très difficile de distinguer les différentes indications. Les défauts atteints en premier par l'onde incidente ombrent presque intégralement les suivants.

Les reconstructions des données Matlab en ondes L semblent plus réalistes que celles de CIVA et le contrôle expérimental correspondant permet d'estimer la présence des défauts constituant l'hexagone extérieur de l'amas considéré.

Il est dans ce cas difficile de déterminer de façon certaine la nature de la (ou des) indication(s) entourée(s) en rouge en Figure 81 (expérimental et Matlab). La cohérence entre la simulation sur Matlab et l'expérimental semble néanmoins les attribuer à de la multidiffusion, puisque ces échos ne sont pas visibles sur la reconstruction CIVA.

De même, les reconstructions Matlab en ondes T sont également très réalistes et permettent cette fois de voir certains défauts localisés à l'intérieur de l'amas, grâce à la longueur d'onde des ondes T inférieure à celle des

ondes L. On peut supposer que les indications sont effectivement dues aux trous et non aux effets de la multidiffusion car certains échos sont également obtenus sur les reconstructions CIVA.

On notera que dans cette configuration, le mode opératoire mis en œuvre en ondes transversales apporte un réel intérêt pour la caractérisation de l'amas de porosités en vue des calculs de durée de vie en fatigue.

Au vu de la complexité de ces reconstructions, il est très difficile d'estimer précisément le nombre et la position des défauts détectés. Néanmoins, les défauts de l'hexagone extérieur sont bien visibles avec les ondes L et les indications dues aux défauts intérieurs sont discernables avec le contrôle en ondes T. On peut donc non seulement dénombrer les 12 défauts de l'hexagone extérieur (sur les 19 présents au total), mais également supposer la présence de plusieurs défauts de l'hexagone intérieur.

Une synthèse des reconstructions expérimentales du cas densité, avec une superposition de l'amas réel des défauts, est présentée en Figure 84.

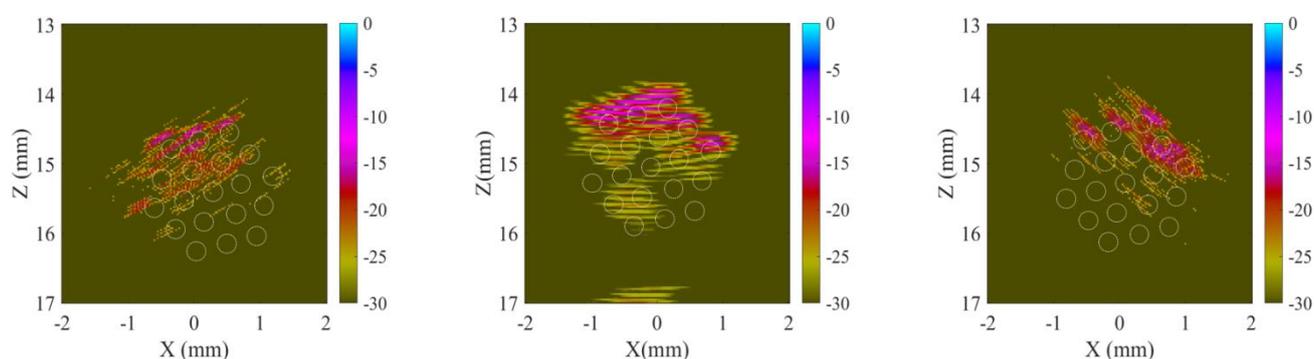


Figure 84 : Reconstructions expérimentales du cas densité avec superposition de l'amas de défauts réel. Dans le sens de lecture : reconstruction en ondes T depuis la gauche ; reconstruction du contrôle en ondes L ; reconstruction en ondes T depuis la droite.

Les reconstructions en ondes L et T depuis la droite sont très précises en localisation. Seul le contrôle en ondes T depuis la gauche accuse un décalage d'environ un quart de millimètre en termes de profondeur, ce qui correspond à l'ordre de grandeur de l'erreur en position de la sonde (due au jeu dans le support) lors du contrôle.

3.3.5. Reconstructions du cas gradient

Etant donné les dissymétries que présente ce cas, des contrôles supplémentaires sont nécessaires pour sa caractérisation. Ce cas n'étant pas invariant par rotation de 180°, deux contrôles en ondes L, depuis les faces supérieure et inférieure de l'éprouvette, sont nécessaires. Celui depuis la face supérieure sera appelé « gradient positif » (puisque l'onde incidente rencontre les défauts du plus petit au plus grand). A l'inverse, celui depuis la face inférieure sera appelé « gradient négatif » (puisque l'onde incidente rencontre les défauts du plus grand au plus petit). En revanche, il requiert quatre contrôles en ondes T (et non plus seulement deux). On adopte alors une notation pour les 4 différents quadrants (numérotés dans le sens horaire) afin de repérer ces 4 contrôles en ondes T de la façon suivante (cf. Figure 85) :

- le quadrant 1 correspond au contrôle en ondes T depuis le bord supérieur à droite de l'amas,
- le quadrant 2 correspond au contrôle en ondes T depuis le bord inférieur à droite de l'amas,
- le quadrant 3 correspond au contrôle en ondes T depuis le bord inférieur à gauche de l'amas,
- le quadrant 4 correspond au contrôle en ondes T depuis le bord supérieur à gauche de l'amas.

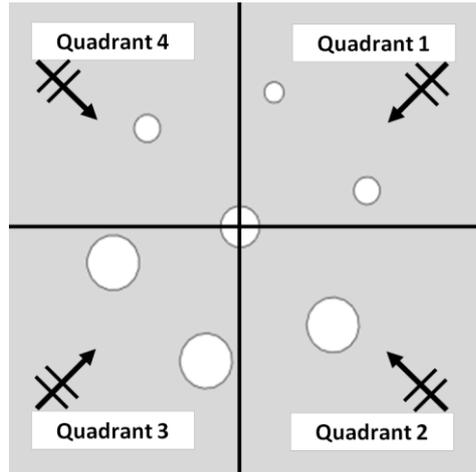


Figure 85 : Notation des 4 quadrants illustrée sur le cas gradient

Les résultats obtenus en reconstruction d'image lors des 6 contrôles nécessaires au traitement du cas gradient sont illustrés sur les figures ci-dessous.

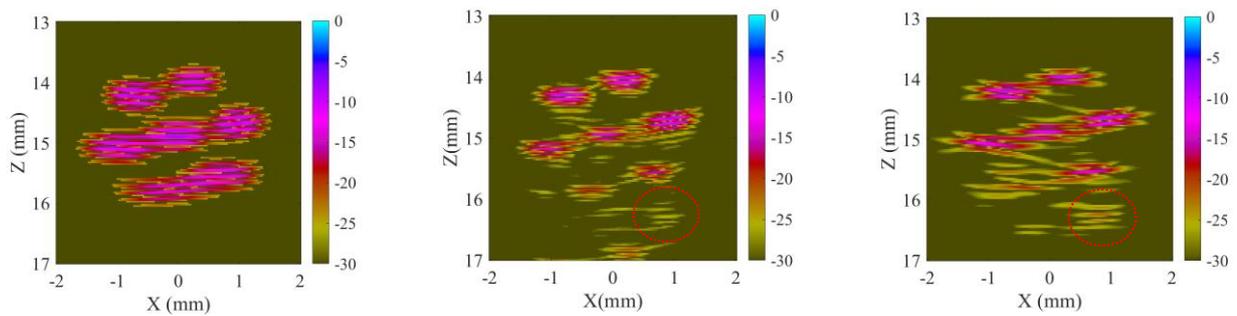


Figure 86 : Reconstructions du cas gradient positif en ondes L en incidence normale.

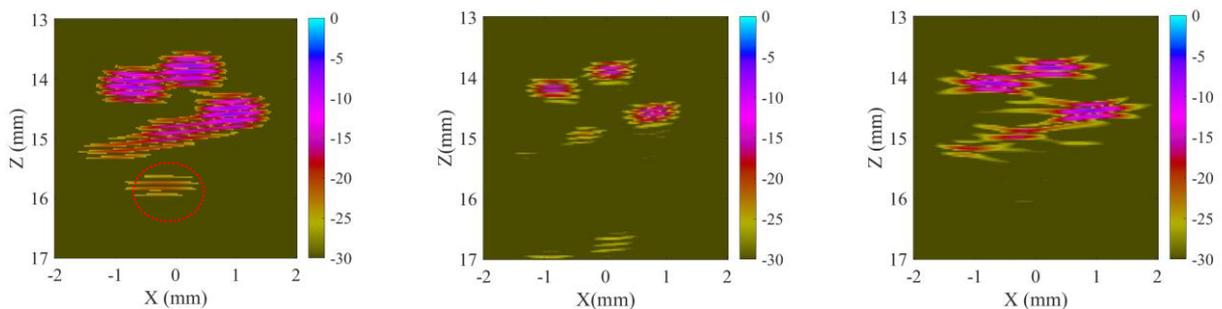


Figure 87 : Reconstructions du cas gradient négatif en ondes L en incidence normale.

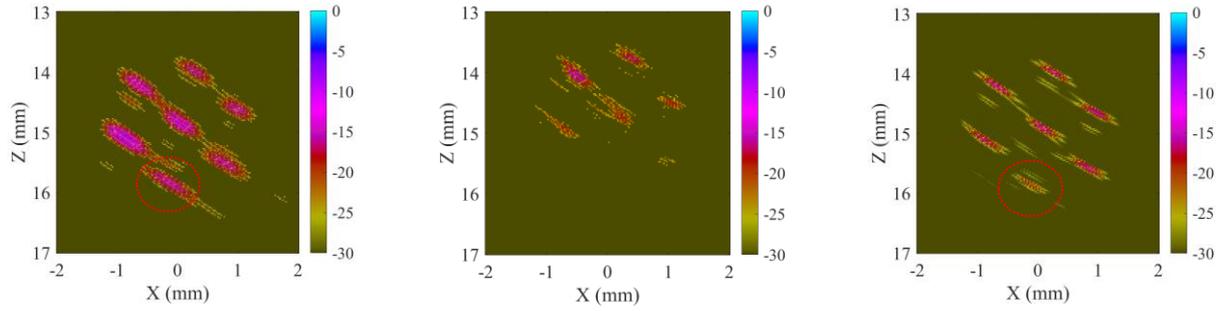


Figure 88 : Reconstructions du cas gradient en ondes T (quadrant 1).

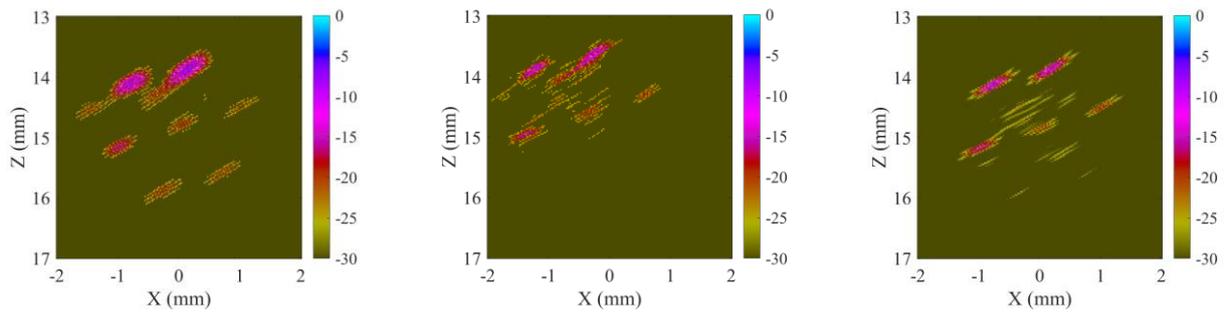


Figure 89 : Reconstructions du cas gradient en ondes T (quadrant 2).

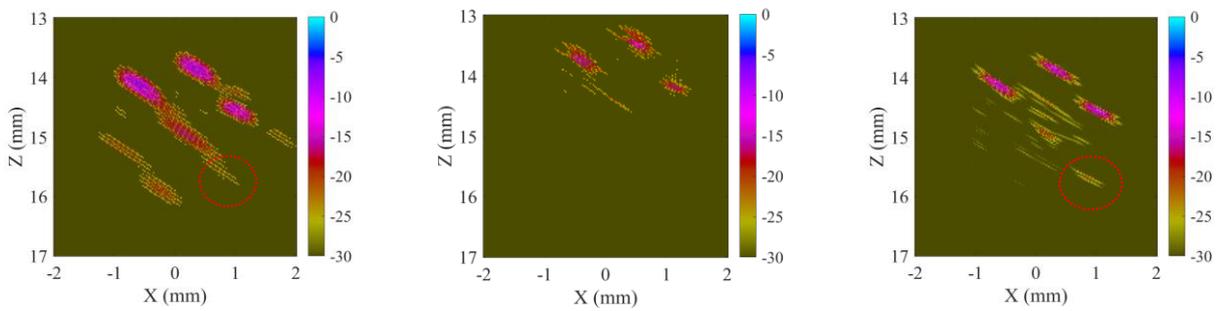


Figure 90 : Reconstructions du cas gradient en ondes T (quadrant 3).

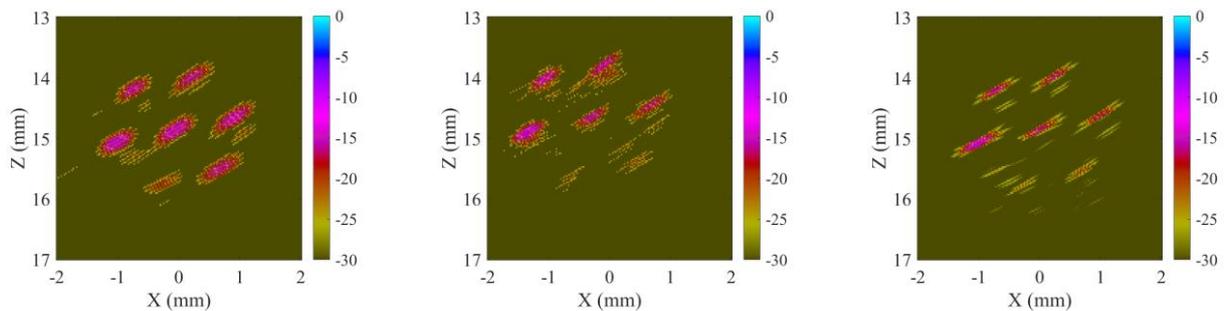


Figure 91 : Reconstructions du cas gradient en ondes T (quadrant 4).

Les défauts qui sont rencontrés en premiers par l'onde incidente sont les plus fidèlement retranscrits. On note expérimentalement la présence d'une indication entièrement due aux effets de la diffusion multiple et n'est donc pas un défaut réel (indication entourée en rouge sur la Figure 86). En effet, cette indication est visible dans la reconstruction expérimentale et également dans celle de Matlab. Il ne s'agit donc pas d'un écho de falaise. En outre, on ne la retrouve pas dans la reconstruction CIVA, qui ne prend pas en compte la diffusion multiple.

En revanche, les deux reconstructions issues des simulations (CIVA et Matlab) s'accordent pour montrer que des indications auraient théoriquement pu être détectées dans les contrôles expérimentaux depuis les quadrants 1 et 3. La simulation Matlab prédit que ces deux indications sont très difficiles à détecter, puisqu'elles apparaissent au mieux avec une amplitude de -21 dB (sans prise en compte de l'atténuation à la différence de l'expérimental).

La configuration étudiée est évidemment plus complexe que dans le cas standard car ici, des défauts en cachent d'autres plus petits. L'indication non détectée par le contrôle depuis le quadrant 1 (correspondant au défaut n°5 plus gros, d'après la notation du chapitre 2) est en revanche clairement vue dans chacun des deux contrôles faits depuis la face inférieure (quadrants 2 et 3). De même, l'indication non détectée par le contrôle depuis le quadrant 3 (correspondant au défaut n°7) est en revanche clairement visible dans chacun des deux contrôles faits depuis la face supérieure (quadrants 1 et 4). Ainsi, la complémentarité des différents angles d'incidence permet à nouveau de pallier les limitations de chaque incidence, ce qui permet d'appuyer la pertinence de la procédure de contrôle (ensemble des angles d'incidence choisis).

Le Tableau 18 présente les amplitudes trouvées selon les simulations de contrôle (CIVA et Matlab) ainsi que celles trouvées avec le contrôle réel pour le cas gradient en incidence normale.

	GRADIENT POSITIF			GRADIENT NEGATIF		
	Amplitude (simulation CIVA)	Amplitude (expérimentale)	Amplitude (simulation Matlab)	Amplitude (simulation CIVA)	Amplitude (expérimentale)	Amplitude (simulation Matlab)
Défaut 1	-8	-11	-11	-14	-16	-16
Défaut 2	-10	-11	-11	-20	< -30	-29
Défaut 3	-10	-9	-9	-19	-17	-17
Défaut 4	-11	-13	-13	-7	-7	-7
Défaut 5	-13	-19	-19	-6,5	-6	-7
Défaut 6	-10	-11	-11	-7	-6	-6
Défaut 7	-10	-10	-10	< -30	-25	-25
Indication supplémentaire	/	-26	-21	/	/	/

Tableau 18 : Amplitudes relevées dans le cas gradient (contrôle en incidence normale)

De façon générale, le modèle CIVA est à nouveau optimiste dans cette configuration de défauts. Sa reconstruction permet parfois de voir des indications qui ne sont pas visibles expérimentalement, comme par exemple le défaut n°1 dans l'incidence gradient négatif (entouré en rouge sur la Figure 87). Par ailleurs, les indications visibles expérimentalement sont supposées, selon CIVA, avoir un point brillant très supérieur en amplitude à ce que l'on observe expérimentalement. Les résultats de reconstruction avec le programme Matlab sont à nouveau très réalistes et les amplitudes sont très fidèlement retrouvées.

3.3.6. Reconstructions du cas mixte

Parmi tous les cas envisagés, le cas mixte est celui qui s'approche le plus de la complexité d'un amas de porosités. En effet, tous les défauts ne sont pas de même taille mais suivent un gradient de taille. De plus, la densité est plus importante, et la disposition des trous montre moins d'alignements.

Ce cas, constitué de 13 TG, agencés selon un hexagone intérieur entouré par un hexagone extérieur ne présente aucune symétrie ou invariance par rotation. Il requiert donc, comme pour le cas gradient précédent, deux contrôles en ondes L et quatre contrôles en ondes T. De la même façon, le contrôle en ondes L réalisé depuis la face supérieure sera appelé « mixte positif », celui depuis la face inférieure sera appelé « mixte négatif ». Aussi, pour les contrôles en ondes T, on adopte les mêmes dénominations que précédemment pour les quatre différents quadrants (voir pour rappel la Figure 85). Ainsi, six contrôles ont été effectués avec chaque fois les trois reconstructions (CIVA, expérimentale, Matlab) qui sont montrées ci-après (de la Figure 92 à la Figure 97).

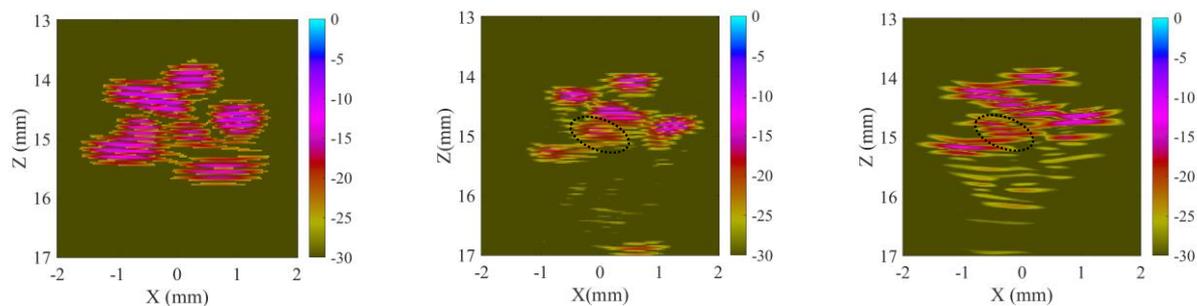


Figure 92 : Reconstructions du cas mixte positif en ondes L en incidence normale.

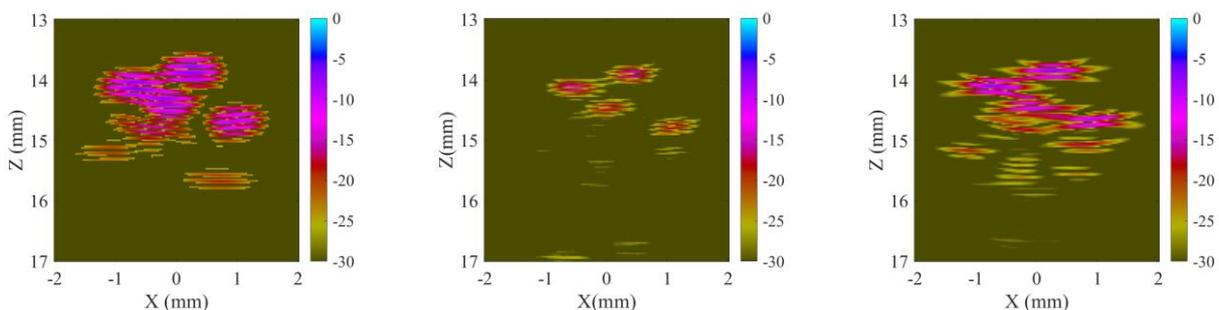


Figure 93 : Reconstructions en ondes L du cas mixte négatif en incidence normale.

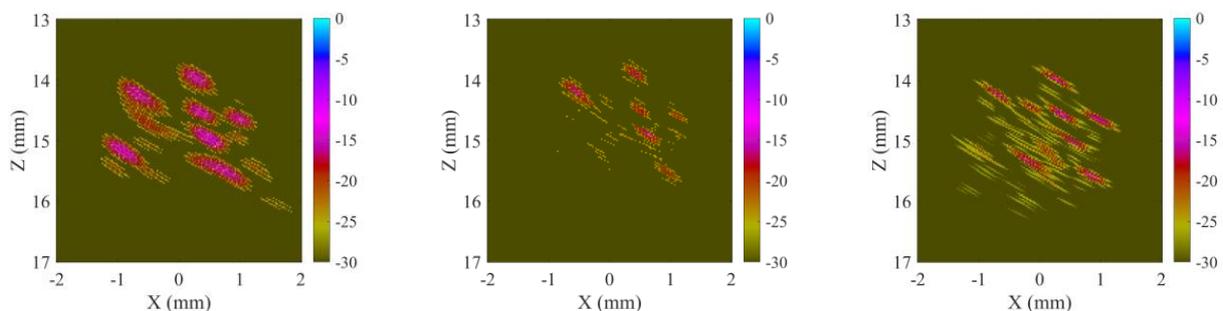


Figure 94 : Reconstructions du cas mixte en ondes T (quadrant 1).

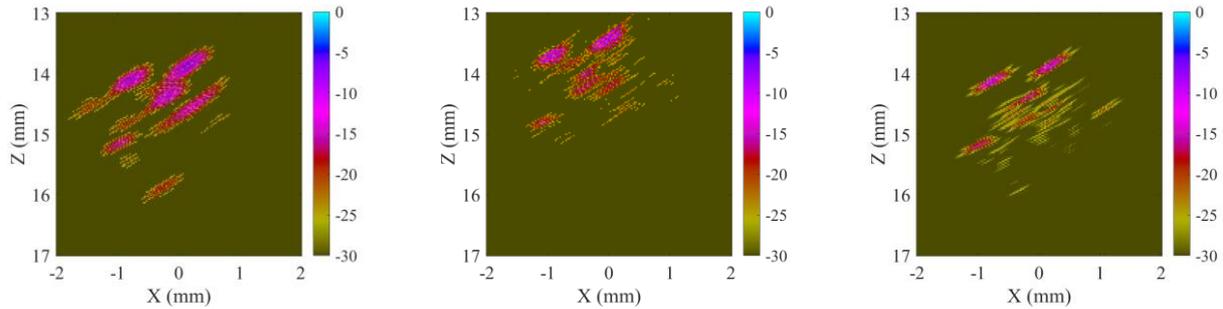


Figure 95 : Reconstructions du cas mixte en ondes T (quadrant 2).

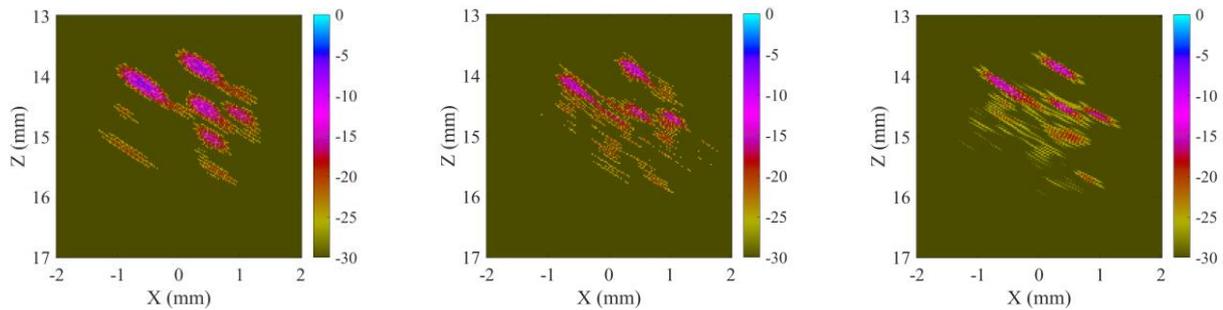


Figure 96 : Reconstructions du cas mixte en ondes T (quadrant 3).

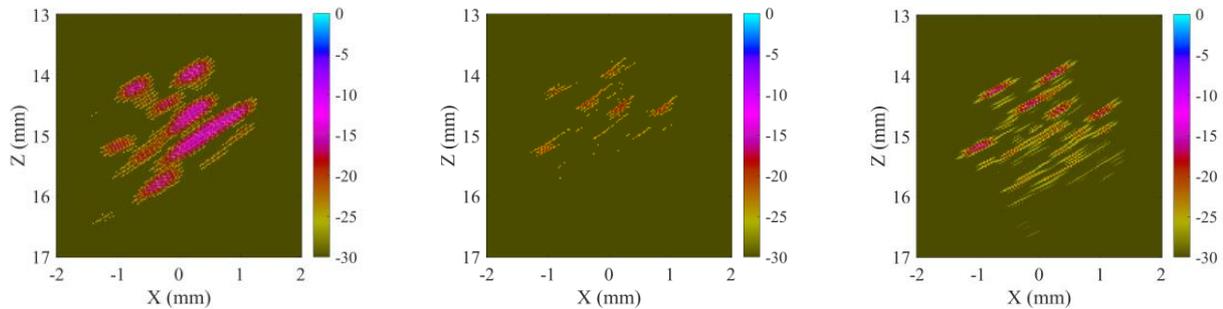


Figure 97 : Reconstructions du cas mixte en ondes T (quadrant 4).

Malgré la complexité de ce cas, les simulations Matlab s'avèrent ici encore être très réalistes. Les simulations CIVA ont de nouveau une tendance optimiste. Expérimentalement, les six défauts extérieurs sont correctement détectés grâce aux deux contrôles réalisés en ondes L. Il est possible de distinguer au moins cinq indications correspondant aux défauts de l'hexagone intérieur grâce aux contrôles en ondes T. Sur les 13 TG présents, 11 indications peuvent leur être attribuées au vu des contrôles effectués. Les défauts n°1 et 9 sont plus difficiles à observer, mais peuvent être aperçus sur la Figure 97.

On constate que le contrôle est plus aisé lorsqu'il est opéré depuis la face supérieure du fait de la gradation positive (du plus petit au plus grand) des tailles de TG. La gradation négative induit en revanche un ombrage géométrique qui est retranscrit aussi bien par les simulations CIVA que celles en Matlab. Le contrôle de ce cas reste globalement extrêmement complexe. Une synthèse des reconstructions expérimentales du cas mixte, avec une superposition de l'amas réel des défauts, est présentée en Figure 98.

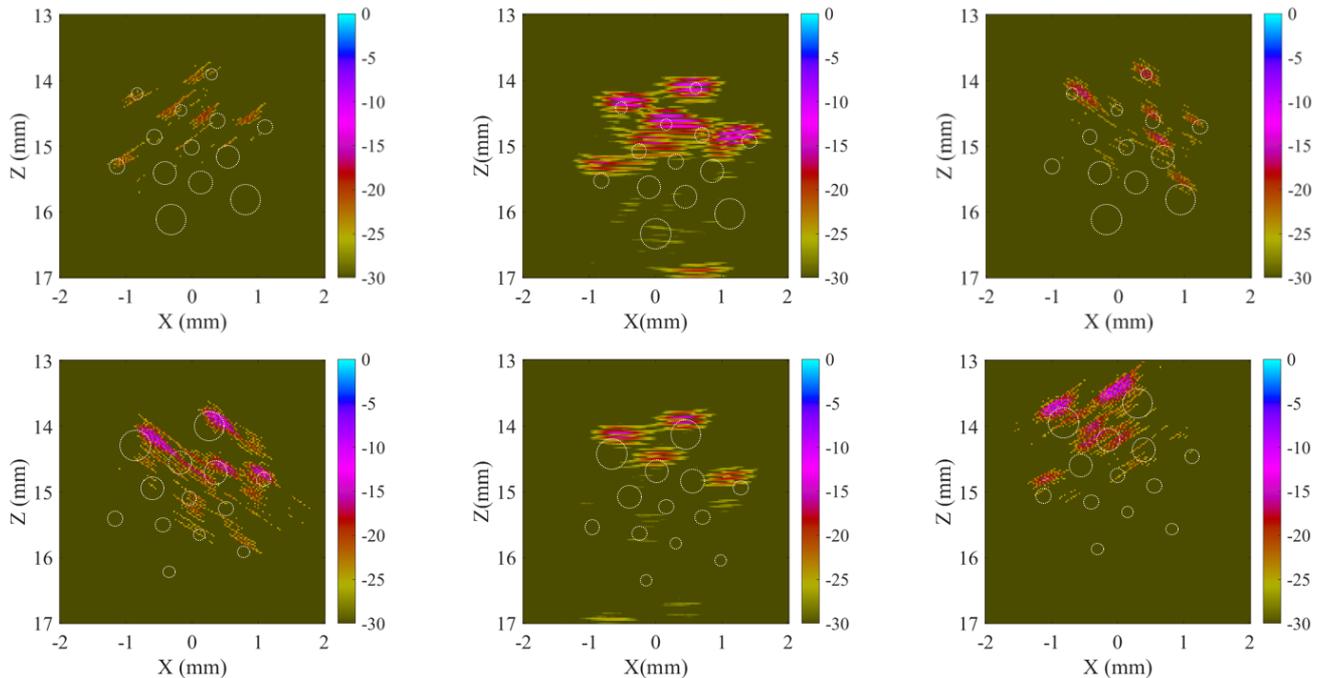


Figure 98 : Reconstitutions expérimentales du cas mixte avec superposition de l'amas de défauts réel.
 Dans le sens de lecture : ondes T quadrant 4 ; ondes L mixte positif ; ondes T quadrant 1 ;
 ondes T quadrant 3 ; ondes L mixte négatif ; ondes T quadrant 2.

Malgré la grande complexité géométrique de ce dernier cas, les reconstructions sont assez précises en localisation. Seule la reconstruction des données provenant du contrôle en ondes T du quadrant 2 induit un écart d'environ un tiers de millimètre en termes de positionnement. A nouveau, le jeu de la sonde et de l'éprouvette dans le support lors du contrôle ou la hauteur de couplant peuvent expliquer ce décalage.

3.4. Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre, **trois reconstructions FTP ont été présentées pour chacune des configurations étudiées. Les reconstructions des données expérimentales ont été comparées aux résultats obtenus au moyen de deux modèles différents. Le premier consiste à établir ces reconstructions à l'aide de simulations sur le logiciel CIVA**, qui ne considère pas d'interaction entre les défauts eux-mêmes, mais seulement l'effet d'ombrage géométrique dû à la disposition de ceux-ci. Cela revient à faire l'hypothèse de diffusion simple (avec prise en compte des effets d'ombrage) qui s'oppose à l'hypothèse de diffusion multiple. L'importance des effets d'interactions a été mise en évidence au moyen de diagrammes de diffusion à l'infini. C'est la raison pour laquelle **un second modèle a été développé** et employé ici. Un programme Matlab a ainsi été codé dans le but de prendre en compte ces effets de diffusion multiple. Les résultats présentés dans ce chapitre permettent, au regard des résultats expérimentaux, de mettre en avant l'apport de ce modèle par rapport à CIVA dans la simulation des contrôles ultrasonores dans le cas d'amas de défauts de type TG.

Les reconstructions effectuées à partir de trois jeux de données peuvent être comparées deux à deux. **La comparaison entre les reconstructions des données expérimentales et celles des simulations CIVA fait globalement preuve de cohérence en termes de localisation des indications.** On note en revanche une tendance globalement optimiste dans leur amplitude. Les indications vues en contrôle expérimental sont

d'amplitude moindre par rapport à celles obtenues par la simulation CIVA. Ceci vient du fait que la part d'énergie ultrasonore qui est perdue dans les amas de défauts est sous-estimée par CIVA, qui de plus ne prend pas en compte l'atténuation intrinsèque du matériau. Parfois même, la simulation CIVA fournit des indications qui ne sont en fait pas visibles en contrôle réel. A l'inverse, des échos fantômes, dus aux effets d'interactions entre les défauts ne sont pas visibles en simulation CIVA, mais apparaissent lors du contrôle réel. **La comparaison des reconstructions des données simulées entre elles (CIVA et Matlab) confirme que les effets de la multidiffusion ne sont pas négligeables dans nos cas d'étude, qui mettent en jeu de nombreuses interactions entre les défauts constitutifs des amas considérés. Ces défauts génèrent une réelle complexité du point de vue du contrôle ultrasonore, ce qui justifie l'emploi du programme Matlab. En effet, les reconstructions des données expérimentales et celles des simulations Matlab présentent beaucoup de similitudes, du fait de la multidiffusion existant réellement entre les TG et dorénavant prise en compte dans la simulation. On conclut alors que le programme Matlab mis au point est suffisamment fiable pour imager de façon réaliste la reconstruction d'un contrôle ultrasonore dans les cas complexes qui nous intéressent.**

Par ailleurs, les choix des paramètres du procédé de contrôle (méthode d'acquisition AMC, post-traitement FTP, capteur, fréquence, incidences) sont justifiés par le fait que les reconstructions obtenues donnent des indications correctes et qui se complètent. En effet, **l'ensemble des données collectées permet de détecter les indications dues à chacun des défauts**, sauf dans les configurations les plus complexes (densité et mixte). Pour ces derniers cas, les reconstructions Matlab elles-mêmes, théoriquement optimales, ne permettent pas une interprétation complète et aisée des signaux d'acquisition. On est alors en présence de cas limites pour notre contrôle ultrasonore, mais se pose alors la question de la nécessité d'une telle précision de caractérisation pour la fatigue.

On peut dès lors conclure que l'on dispose de deux outils permettant de faire une simulation de contrôle fiable d'un amas quelconque de défauts donné, mais que la reconstruction prenant en compte les interactions est plus pertinente ici, car les cas complexes de défauts étudiés induisent de fortes interactions. En revanche, l'avantage de la simulation CIVA est la rapidité des calculs, bien meilleure (à ce stade) que celle du code Matlab. Le temps de calcul est conditionné par la taille des matrices de diffusion à inverser qui est fonction du nombre de défauts en présence, du nombre de modes impliqués et de l'ordre auquel les calculs sont effectués. Par ailleurs, ces deux outils de simulation peuvent se compléter, notamment afin de détecter les indications uniquement dues aux effets de la diffusion multiple dans la simulation Matlab.

Pour rappel, les résultats du contrôle ultrasonore doivent permettre d'alimenter un calcul en fatigue pour prédire la durée de vie de chacune de nos éprouvettes. Dans le chapitre suivant, on cherchera donc à modéliser au mieux le phénomène de propagation de fissure en fatigue au sein des amas de défauts étudiés afin de prédire la durée de vie des éprouvettes. Nous reprendrons enfin les résultats que nous venons de voir dans le Chapitre 5 pour établir le chaînage entre le CND et la fatigue.

Chapitre 4 : Etude en fatigue des amas de défauts

Dans cette partie, on cherche à étudier le comportement en fatigue des amas de défauts décrits dans le chapitre 2. L'étude sera menée de sorte à calculer un nombre de cycles total jusqu'à la rupture, et consistera à prédire au mieux la durée de vie réelle de nos éprouvettes. Il s'agit donc de mettre au point une méthodologie de calcul qui permette d'aboutir à un résultat validé par les essais de fatigue expérimentaux dans chacun de nos cas d'étude. Le cas enveloppe sert ici encore de référence pour calibrer les paramètres de calcul ainsi que les paramètres expérimentaux, ce cas étant une configuration de référence tant dans le domaine du CND que dans celui de la fatigue. Il permet également de vérifier la validité de l'hypothèse faite classiquement lors d'un dimensionnement en fatigue, consistant à assimiler les amas de défauts à leur enveloppe.

Nous emploierons ensuite la méthode G- θ , implémentée dans le logiciel de simulation en fatigue Zcracks, afin de faire propager une fissure en fatigue en vue de l'obtention d'une durée de vie totale, pour comparaison avec les résultats des essais. Les configurations telles qu'elles sont décrites au Chapitre 2 seront utilisées pour faire les calculs. Ce chapitre consiste donc à valider le protocole de calcul de durée de vie en fatigue (décrit au Chapitre 2) sur nos amas de TG, qui doit permettre de retrouver les durées de vie obtenues par essais mécaniques.

Dans un premier temps, nous présenterons les résultats en durée de vie de chacun des lots d'éprouvette ainsi qu'une analyse de ces résultats et des faciès de rupture obtenus. Dans un second temps, nous détaillerons la démarche choisie pour modéliser le processus d'amorçage et de propagation des fissures de fatigue ainsi que le calcul de la durée de vie des différents cas d'amas de défauts étudiés. Une comparaison entre les durées de vie expérimentales et prédites sera enfin discutée.

4.1. Partie expérimentale

4.1.1. Résultats des essais en durée de vie

Au sein d'un même lot, les éprouvettes réalisées sont géométriquement peu dispersées (voir Chapitre 2). On décide alors de n'effectuer que 3 essais mécaniques en fatigue pour chaque cas d'étude. Seuls les cas « taille élémentaire » et « enveloppe » n'ont pu être reproduits que deux fois. Toutefois, dans chacune de ces deux configurations, les deux essais donnent des résultats similaires (voir le coefficient de variation des cas enveloppe et taille élémentaire dans le Tableau 19).

En appliquant le chargement de traction défini dans le chapitre 2, les résultats expérimentaux en durée de vie de nos différents cas d'éprouvettes sont synthétisés dans le Tableau 19. La moyenne en durée de vie annoncée pour chacune des configurations est une moyenne géométrique des résultats, car le logarithme décimal des durées de vie suit une loi normale (Bonnet et al., 2016). Le coefficient de variation est défini comme le quotient de l'écart-type par la moyenne.

Cas d'étude	Eprouvette enveloppe	Eprouvette standard	Eprouvette taille élémentaire	Eprouvette densité	Eprouvette gradient	Eprouvette mixte
Essai n°1	31 875	67 397	148 770	37 115	77 080	44 691
Essai n°2	28 879	87 996	171 804	38 735	82 232	46 290
Essai n°3	/	88 161	/	41 562	72 532	44 735
Moyenne géométrique	30 340	80 561	159 873	39 095	77 180	45 233
Ecart type	2 118	11 941	16 287	2 251	3 216	911
Coefficient de variation	0,07	0,15	0,10	0,06	0,06	0,02

Tableau 19 : Synthèse des résultats des essais de fatigue pour nos différents lots d'éprouvettes ($\sigma_{max} = 150 \text{ MPa}$, $R = 0,1$)

Les résultats présentent une très bonne reproductibilité malgré la difficulté de perçage des TG et de l'essai de fatigue lui-même, le coefficient de variation le plus élevé étant de 0,15. Ils montrent à l'évidence une tendance dans la hiérarchie des criticités des différents cas (voir Figure 99).

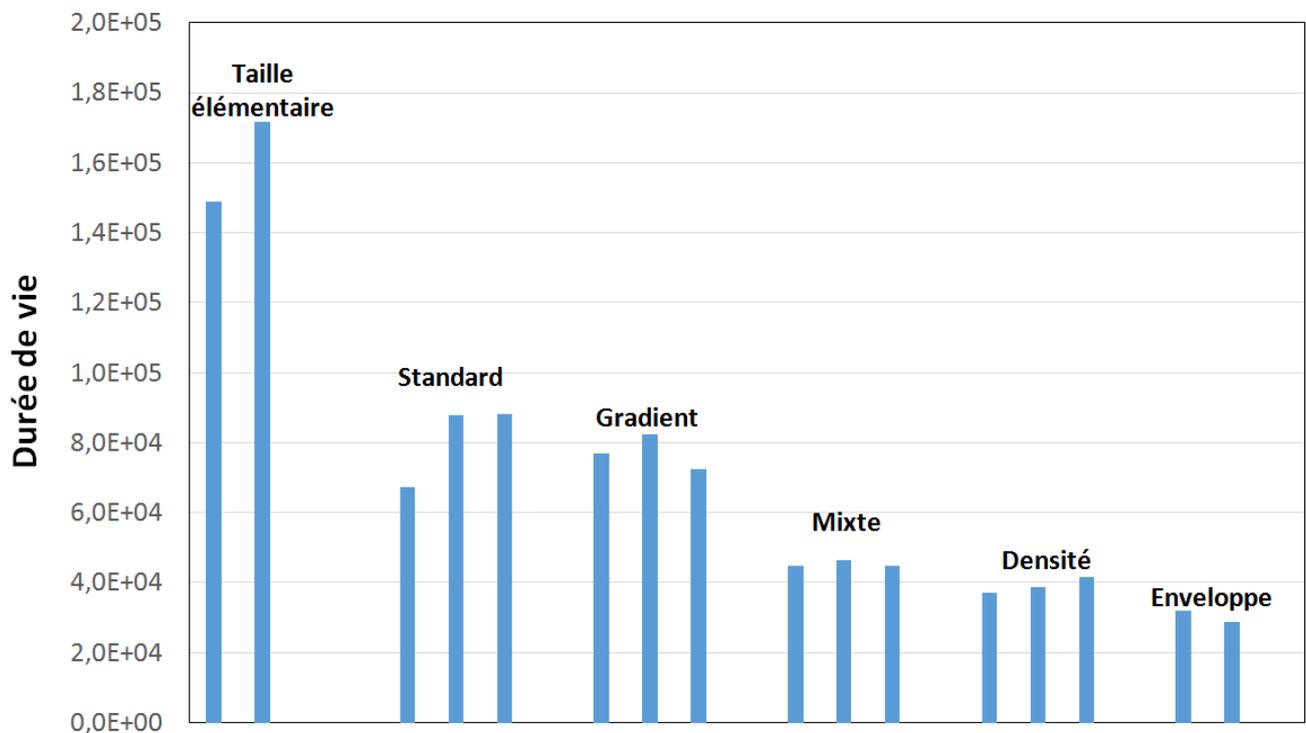


Figure 99 : Evolution de la durée de vie expérimentale (en nombre de cycles) en fonction du cas d'étude

D'après nos essais, les paramètres géométriques d'un amas de défauts, du moins critique au plus critique, sont donc les suivants :

- Taille élémentaire,
- Standard,
- Gradient,
- Mixte,
- Densité,
- Enveloppe.

4.1.2. Analyse des résultats : paramètres influents

Au vu des résultats expérimentaux des durées de vie en fatigue, on peut faire les observations suivantes :

- **la modélisation d'un amas de défauts comme un seul et unique défaut de la taille de son enveloppe conduit à des résultats trop conservatifs** (situation initiale),
- le cas « Standard » est beaucoup plus nocif que le cas « Taille élémentaire ». Ceci tend à montrer que **le paramètre « taille des TG » ou « surface totale de TG » est une variable importante de la nocivité d'une configuration** (pour rappel, la quantité de matière entre les TG de ces deux cas est constante),
- les cas « Standard » et « Gradient », qui ont approximativement la même surface de TG, sont très similaires en termes de durées de vie. Ceci tend à montrer que **le paramètre « gradation des tailles de TG » n'est pas une variable importante de la nocivité d'une configuration**,
- le cas « Standard » est beaucoup moins nocif que le cas « Densité ». Ceci tend à montrer que **les paramètres « nombre de défauts » ou « surface totale de TG » ou « espace inter-TG » sont des variables importantes de la nocivité d'une configuration**,
- les cas « Mixte » et « Densité » ont des durées de vie semblables (respectivement 45 233 cycles et 39 095 cycles), bien que la surface de TG du cas densité (1,343 mm²) soit très supérieure à celle du cas mixte (0,6735 mm²). Nous avons par ailleurs montré que le facteur « gradation » était peu influent sur la tenue en fatigue, auquel on ne peut donc pas imputer de rôle aggravant ici. On peut donc supposer soit l'existence d'un facteur aggravant que l'on retrouverait dans le cas mixte mais pas dans le cas densité (espace inter-TG ou rayons de courbure des défauts par exemple), soit le fait qu'il existe différents domaines de criticité au sein desquels la tenue en fatigue est peu variable.

Le but de ce chapitre est de retrouver par simulation, et avec la plus grande précision possible, les durées de vie relevées expérimentalement. Pour ce faire, nous avons précisé au Chapitre 1 que la méthode G- θ serait utilisée. En effet, il n'existe pas de calcul simple de dimensionnement en fatigue applicable à ce type d'amas de trous-générateur.

4.1.3. Complexité des cas d'étude en fatigue

Les configurations de défauts à étudier représentent une complexité au niveau des calculs de dimensionnement. En effet, lors d'une sollicitation (statique ou fatigue), des interactions entre les champs mécaniques autour des défauts, dans le cas de nos configurations, peuvent être importantes conduisant à cette complexité. Cependant, on trouve dans la littérature (Whitley, 2013) des critères de non-interaction entre des défauts circulaires dans une plaque infinie homogène. Soient les notations illustrées en Figure 100.

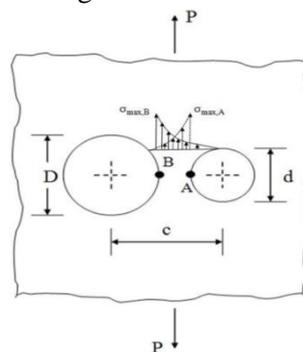


Figure 100 : Notations employées dans la configuration de deux TG placés orthogonalement à l'axe de sollicitation (Whitley, 2013).

On peut montrer que les facteurs de concentration de contrainte, atteignent généralement leur maximum aux points A et B et qu'ils augmentent lorsque $\frac{d}{c}$ augmente. (Whitley, 2013) précise que l'on peut négliger l'interaction entre les défauts lorsque l'on vérifie la condition suivante :

$$c \geq 4D \quad (86)$$

(Whitley, 2013) mentionne également que dans le cas où les défauts sont alignés selon l'axe de sollicitation, des interactions peuvent avoir lieu.

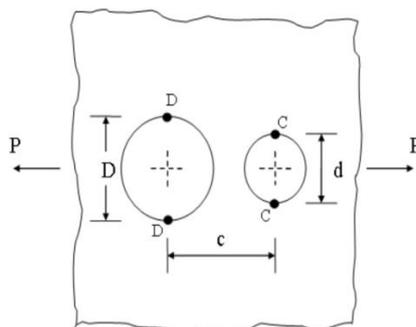


Figure 101 : Configuration de deux TG alignés avec la contrainte uniaxiale (Whitley, 2013).

Ainsi, lorsque c diminue, les facteurs d'intensité de contrainte diminuent aux points C et D.

Dans nos configurations, les considérations sont intermédiaires. Les défauts ne sont ni alignés avec l'axe de sollicitation, ni ne lui sont orthogonaux. Dans la littérature, on trouve quelques configurations s'approchant de celles envisagées (Pilkey, 2008), comme par exemple celle où deux TG sont dans un champ de contrainte biaxial, illustrée en Figure 102.

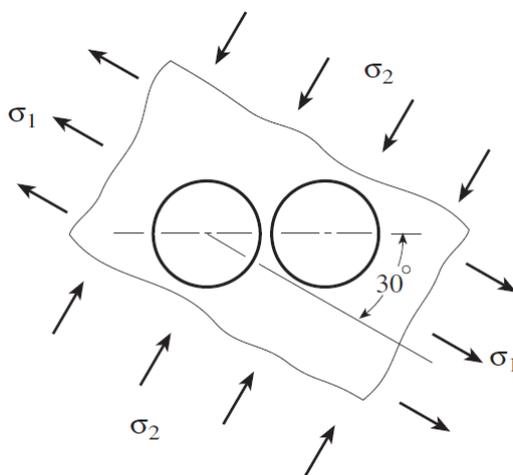


Figure 102 : Configuration de deux TG sous contrainte biaxiale (Pilkey, 2008).

En revanche, les cas réellement envisagés ne constituent pas des cas de référence. Les facteurs de concentration de contrainte de nos cas d'amas de TG étudiés ne peuvent donc pas être déterminés à partir d'abaques. On peut par ailleurs supposer que l'indépendance des TG n'est pas une hypothèse valide ici, ce qui implique que les calculs en fatigue ne pourront pas être faits de façon simple et exigeront de faire appel à des méthodes de simulation numérique. En effet, dans la plupart de nos configurations, on a $c \approx D$.

Une étude sur l'interaction entre des défauts de type TG a été menée par (Shafiul Ferdous et al., 2011). Cette étude montre qu'une configuration constituée de deux TG proches (diamètre 8 mm distants de 26 et 34 mm) percés dans une plaque d'aluminium 2024-T3 et sollicités en traction à $R = -1$ (74 et 98 MPa) induit une durée de vie plus longue que des configurations où ces mêmes TG sont plus éloignés. Les auteurs précisent que cette observation a été faite pour le domaine des contraintes faibles et n'est plus valable dans le domaine de la fatigue oligocyclique.

Afin d'estimer par simulation numérique (méthode G- θ) les durées de vie de nos différents cas d'étude le plus précisément possible, on cherche d'abord à déterminer expérimentalement le lieu et le temps d'amorçage des fissures en fatigue. Ceci permettra d'élaborer un critère d'estimation de ces paramètres pour la simulation numérique.

4.1.4. Localisation de la fissure initiale

La localisation de l'amorçage sur les faciès de rupture est complexe. En effet, sur l'ensemble des observations faites au MEB, pour chaque cas, les différentes éprouvettes testées ne présentent pas forcément le même faciès de rupture. En outre, les faciès présentent parfois un multi-amorçage avec du couplage de modes impliquant des trajets de fissures sur plusieurs plans parallèles se rejoignant « en marches ». Pour exemple, la Figure 103 illustre les faciès de rupture d'une éprouvette du cas taille élémentaire.

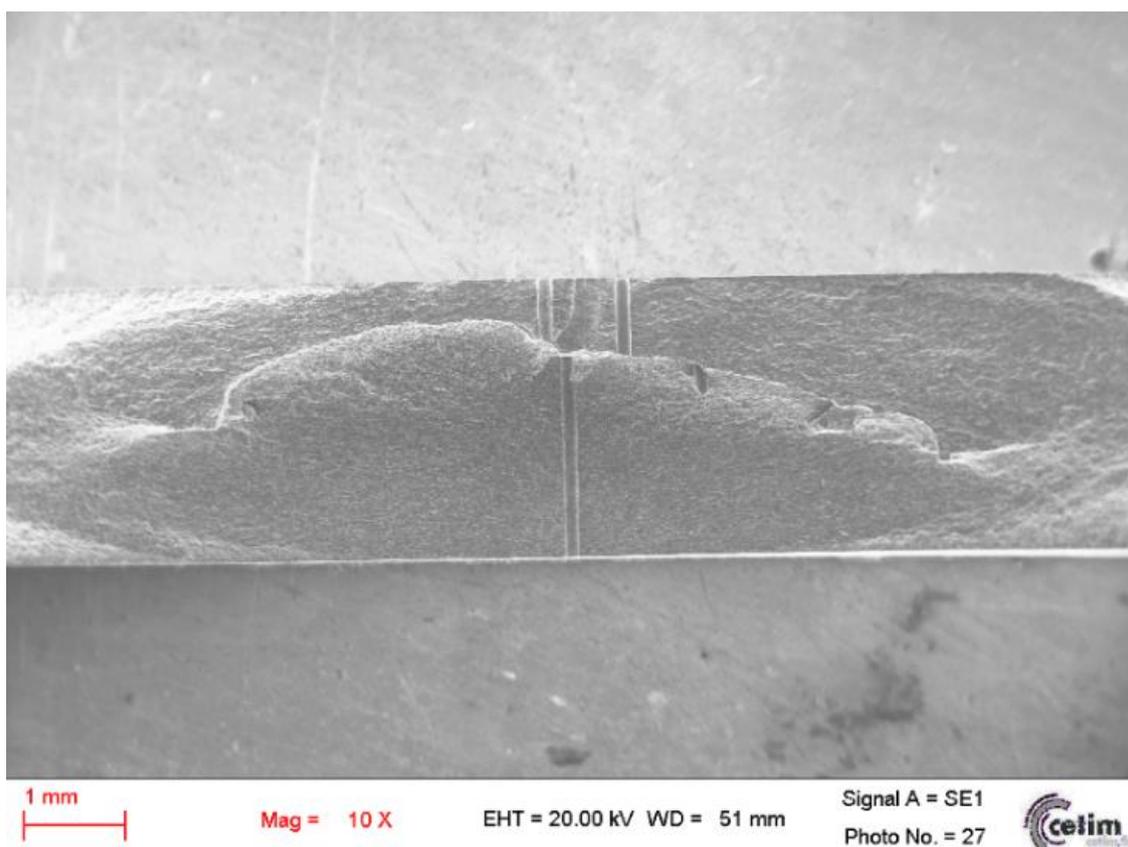


Figure 103 : Exemple de faciès de rupture (cas taille élémentaire).

Sur la Figure 103, on visualise les TG au centre de l'image, les deux trajets de fissure ainsi que la marche.

Par ailleurs, les amorçages sont multiples sur certains faciès de rupture que nous avons observés, notamment dans les cas standard et densité sur les faciès observés au MEB et présentés en Figure 104.

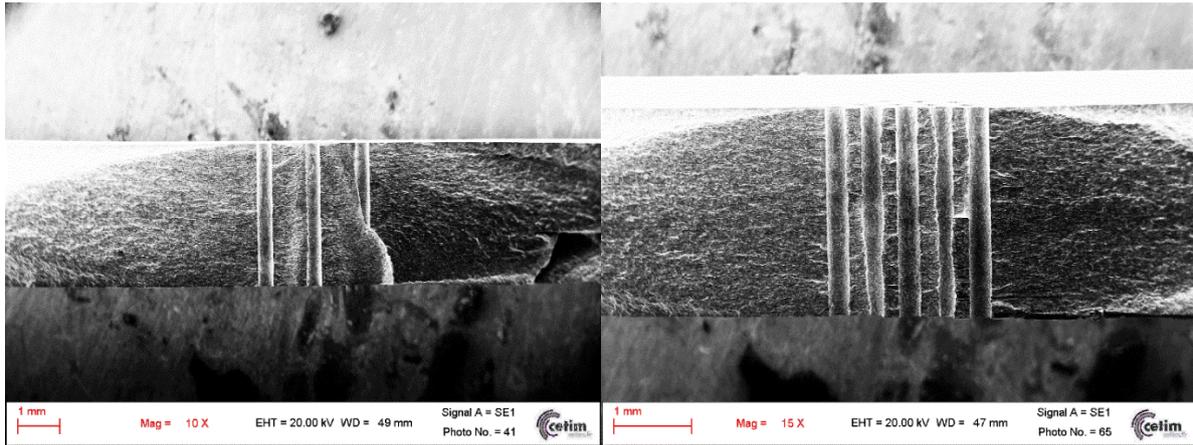


Figure 104 : Faciès de rupture. A gauche : Exemple sur une éprouvette du cas standard ; A droite : Exemple sur une éprouvette du cas densité.

Il n'est donc pas toujours possible de conclure quant à l'ordre d'apparition de ces amorçages mais lorsque cela est possible, on observe souvent que le TG fissuré en premier est celui au centre de la configuration. En effet, pour ces deux derniers cas standard et densité, on constate que le TG du centre est vraisemblablement à l'origine de l'amorçage et que la fissure a rejoint les autres TG en les plastifiant au passage (car leurs bords sont déformés dans toute l'épaisseur). On recense alors le nombre de fois qu'un TG est visible sur chaque faciès de rupture, dans tout ou partie de l'épaisseur de l'éprouvette. En effet, les faciès de rupture ne sont pas toujours invariants le long de l'épaisseur (présence possible de marches qui ne fissurent donc pas les mêmes TG sur les deux faces). Un TG peut être traversé par la fissure pour deux raisons : soit la fissure s'est amorcée au niveau de ce TG, soit celui-ci se trouvait dans le chemin de fissure pendant sa propagation. Les résultats de cette analyse sont fournis en Figure 105.

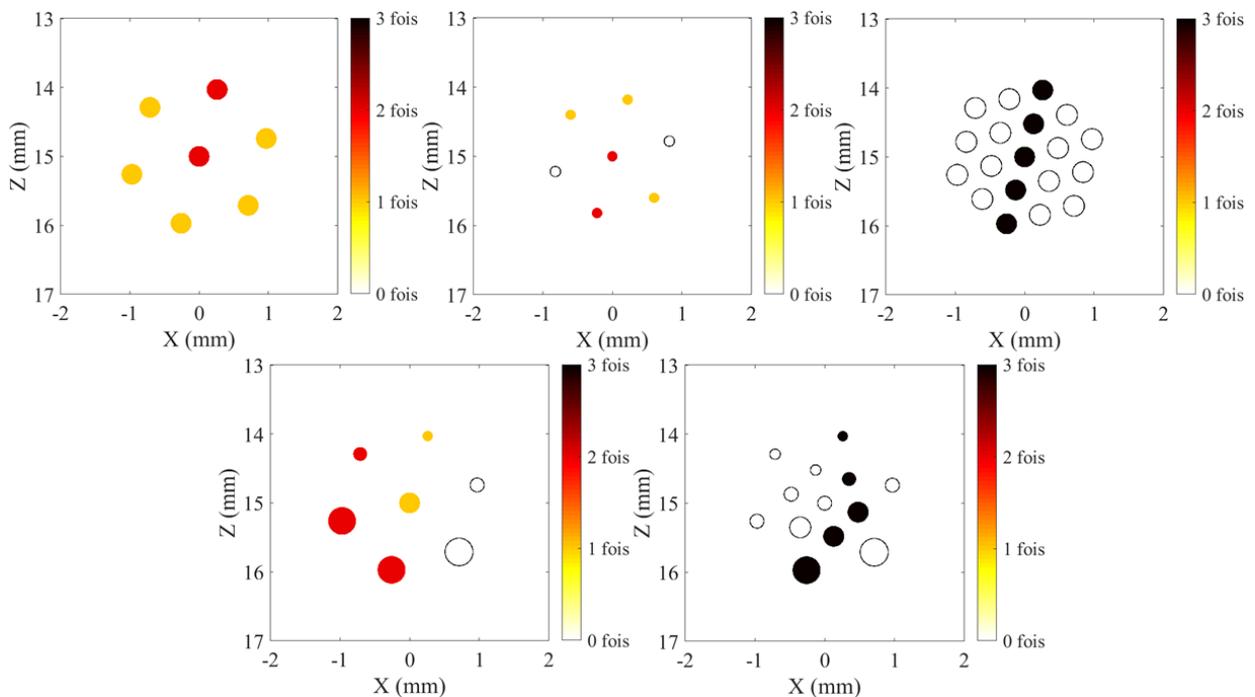


Figure 105 : Comptabilisation du nombre de fois qu'un TG est traversé par la fissure dans chacun de nos cas d'étude. Dans le sens de lecture : Standard ; Taille élémentaire ; Densité ; Gradient ; Mixte.

Les essais ayant été faits sur trois éprouvettes (exception faite des cas « taille élémentaire » et « enveloppe »), un TG peut être visible sur le faciès entre 0 et 3 fois.

On observe le même trajet de fissuration pour toutes les éprouvettes des cas mixte et densité. Ceci permet de souligner la bonne reproductibilité des essais et des résultats expérimentaux.

En revanche, il n'y a aucun systématisme dans les autres cas d'étude. Ceci laisse présumer que l'on ne peut pas trouver de critère déterministe du chemin de fissure dans ces configurations. En d'autres termes, même si un chemin de fissure théorique existe, la variabilité introduite par l'ensemble du protocole expérimental rend son systématisme impossible. Un très grand nombre de paramètres non maîtrisables peuvent effectivement modifier le trajet de fissure d'une éprouvette à une autre au sein d'un même lot : paramètres de perçage, erreur en position/diamètre/parallélisme des TG, paramètres de laminage de la tôle, axe exact de la sollicitation, hétérogénéités locales etc. Nous cherchons donc, dans le paragraphe suivant, un critère de détermination du lieu d'amorçage qui s'appuie sur la bibliographie et qui soit suffisamment simplifié pour pallier ces difficultés.

4.2. Estimation numérique du lieu et temps d'amorçage

Dans un premier temps, nous présentons le modèle de MEF employé pour l'estimation du lieu et du temps d'amorçage d'une fissure en fatigue. On cherche alors un critère qui puisse concorder avec les observations expérimentales. On modélise d'abord les différents cas d'étude dans Abaqus dans le but de calculer la répartition des contraintes équivalentes de von Mises lors de l'état initial. En effet, on trouve dans la littérature des liens entre le lieu d'amorçage et le champ de contrainte équivalente de von Mises (voir Chapitre 1 partie 1.3.2.2). Ce critère est par ailleurs plus indiqué que la considération d'une simple contrainte principale maximale, des couplages de modes étant présents dans notre cas, au vu des fractographies précédemment exposées.

4.2.1. Modélisation des configurations étudiées pour estimer le lieu d'amorçage

La stratégie de maillage adoptée a été établie sur le cas le plus complexe à mailler parmi nos différentes configurations, à savoir le cas mixte, en vue de la généraliser à tous les autres cas d'étude.

Chaque défaut est entouré de deux couronnes concentriques. La taille de ces couronnes varie selon la taille du défaut entouré : la couronne intérieure (qui entoure directement le TG) a un rayon supérieur de 0,05 mm à celui du TG. La couronne extérieure (qui entoure la couronne intérieure) a un rayon supérieur de 0,05 mm à la couronne intérieure. Les éléments de la couronne intérieure (respectivement extérieure) ont une taille égale à 0,005 mm (respectivement 0,02 mm). En dehors des couronnes, les éléments sont de taille égale à 0,1 mm. Le maillage est tétraédrique et linéaire.

A titre d'exemple, celui du cas mixte pour l'étude statique est présenté en Figure 106.

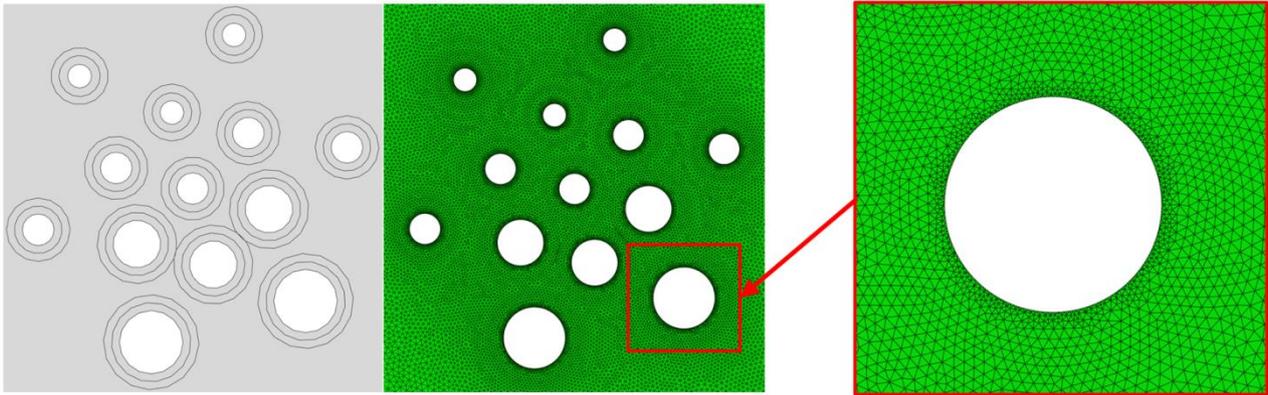


Figure 106 : Illustration de la stratégie de maillage sur le cas mixte.

Des essais de convergence de la valeur de la contrainte équivalente de von Mises maximale en fonction de la taille du maillage ont été menés afin de confirmer la pertinence de ces paramètres de maillage.

La modélisation des configurations étudiées avec la stratégie de maillage décrite doit nous permettre de mettre au point un critère numérique de détermination du lieu d'amorçage de la fissure initiale.

4.2.2. Détermination du lieu d'amorçage

Comme décrit au Chapitre 2, les lieux d'amorçage des fissures seront prédits sur une simulation statique avec le critère de von Mises. Ils sont indiqués, pour chacun des cas d'étude, sur la Figure 107.

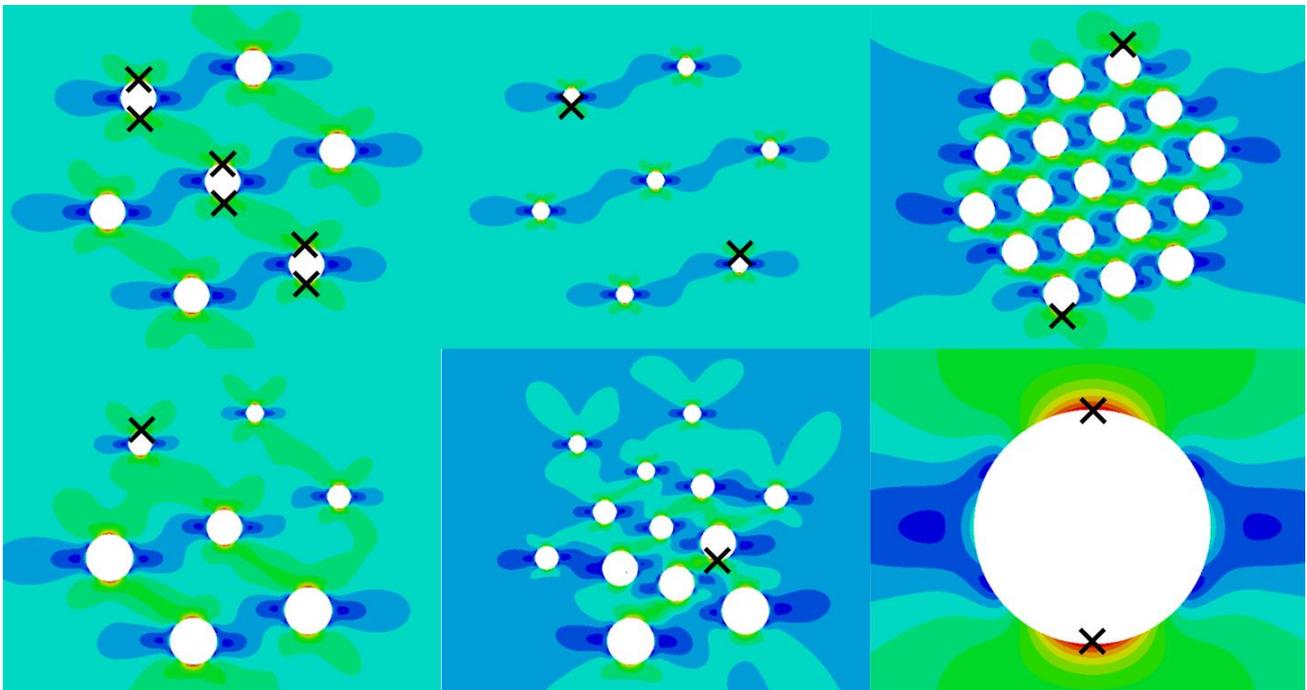


Figure 107 : Pour chacune des 6 configurations, Localisation des contraintes maximales de von Mises par des croix X (traction horizontale). Dans le sens de lecture : cas standard, taille élémentaire, densité, gradient, mixte et enveloppe.

Même s'il est possible de localiser une contrainte maximale pour chaque configuration, comme le montre la Figure 107, les valeurs en contrainte équivalente de von Mises sont parfois très proches autour de chacun des TG, notamment dans les cas standard, taille élémentaire et gradient. On retrouve ainsi l'indétermination que l'on obtenait sur les faciès de rupture (voir Figure 105). Le Tableau 20 ci-dessous recense, pour chaque configuration, la différence entre la plus grande contrainte équivalente de von Mises et la plus petite que l'on puisse trouver autour des TG d'un même amas.

Cas d'étude	Eprouvette standard	Eprouvette taille élémentaire	Eprouvette gradient	Eprouvette densité	Eprouvette mixte
Minimum	447	439	420	443	378
Maximum	468	464	474	600	600
Différence	21	25	54	157	222
Δ (en %)	4	5	11	26	37

Tableau 20 : Synthèse des différences entre la plus grande contrainte équivalente de von Mises et la plus petite pour chaque configuration étudiée (en MPa).

Dans les cas « standard », « taille élémentaire » et « gradient », la contrainte équivalente de von Mises est répartie de façon très homogène. Dans chacun de ces trois cas, on retrouve bien le fait que cette homogénéité empêche de se prononcer sur le lieu d'amorçage de la fissure de façon déterministe, ce qui est confirmé par les observations des faciès expérimentaux. En effet, la différence entre la plus grande et la plus petite contrainte équivalente de von Mises est égale à 11% de son maximum.

Pour illustrer cette homogénéité dans la répartition des contraintes, un exemple d'évolution de la contrainte équivalente de von Mises le long des défauts 1 et 3 du cas taille élémentaire est donné sur la Figure 108 ci-dessous.

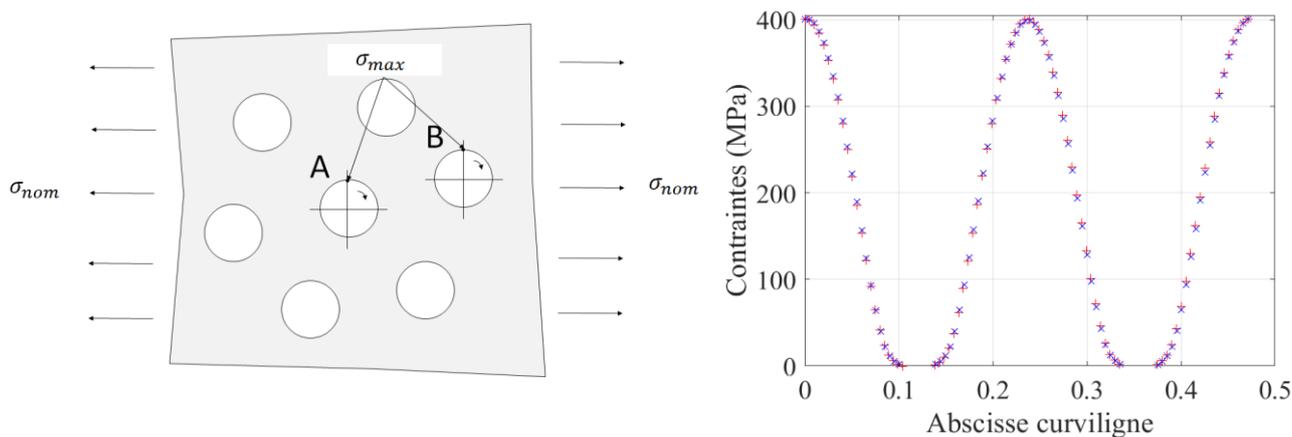


Figure 108 : Homogénéité de la répartition des contraintes dans le cas taille élémentaire
 En rouge : contrainte équivalente de von Mises relative au défaut n°1 ;
 En bleu : contrainte équivalente de von Mises relative au défaut n°3.

Nous pouvons conclure que, lorsque la répartition des contraintes équivalentes de von Mises est homogène, les simulations numériques avec un chargement statique ne peuvent pas être utilisées de façon fiable pour localiser l'amorçage de façon déterministe.

En effet, ces différences de contrainte équivalente autour de chaque TG deviennent négligeables devant d'autres phénomènes qui peuvent modifier la répartition théorique du champ de contraintes autour des TG :

- 1- l'amorçage peut être favorisé à l'intérieur d'un TG (dans l'épaisseur) dont le perçage présente un défaut microscopique que la simulation néglige (TG modélisés par des cylindres parfaits),
- 2- le lieu d'amorçage peut également être modifié selon une légère flexion possible durant les essais de traction (fiabilité de 5% de la machine de traction utilisée) qui n'est pas modélisée dans la simulation,
- 3- les contraintes peuvent se répartir d'une manière différente de celle prédite par les simulations statiques durant les cycles précédant l'amorçage.

Il est donc nécessaire de simplifier l'étude, l'objectif de ces travaux étant par ailleurs de déterminer une durée de vie et non de reproduire les faciès de rupture observés.

Dans les cas standard, gradient et taille élémentaire, on a vu que l'on ne peut pas appliquer avec pertinence un critère déterministe pour prédire le lieu d'amorçage, qui est, de fait, gouverné par la statistique. Pour ces trois cas, on placera donc la fissure initiale au niveau du TG central. Ce choix est en effet motivé par les faciès de rupture que l'on observe généralement, comme en Figure 104, où l'on constate que le TG central semble être le lieu le plus vraisemblable de l'amorçage.

Le cas densité est un cas particulier : au vu de la répartition des contraintes, le TG le plus haut semble responsable de l'amorçage (dans la même mesure que le TG le plus bas, par symétrie). Afin de conserver cette symétrie, la fissure initiale sera également placée au niveau du TG central. Cette localisation semble de même plus fidèle aux résultats fractographiques relevés.

Enfin, la fissure initiale du cas mixte sera placée au niveau du TG n°12, puisqu'il maximise la concentration de contraintes de manière évidente. Ce choix a l'avantage d'être en conformité avec le critère du maximum de contrainte équivalente de von Mises et est de plus corroboré par les observations des faciès de rupture (voir Figure 105).

4.2.3. Estimation de la durée d'amorçage

Les caractéristiques de la fissure initiale sont estimées sur notre cas de référence, à savoir le cas enveloppe. La simulation statique du cas enveloppe met en évidence un facteur géométrique de concentration de contrainte (noté K_t) égal à 3 au bord du trou enveloppe. Ainsi, à partir de la courbe de Wöhler déterminée au Chapitre 2, on peut évaluer que, pour le chargement fixé, la durée d'amorçage peut être estimée de la façon suivante :

$$N_{amorçage} = \left(\frac{K_t \cdot \sigma_{max}}{5367.8} \right)^{1/-0.268} = 10\ 402 \text{ cycles} \quad (87)$$

Pour chaque cas d'étude, la durée de vie à l'amorçage est estimée en utilisant l'équation (87). Par exemple, au niveau de la sollicitation maximale du cas standard, on trouve une contrainte équivalente de 468 MPa. L'équation de la courbe de Wöhler de notre matériau, rappelée au Chapitre 2 (voir la Figure 43 du 2.3.3), induit que la durée de vie à cette contrainte est de 8 986 cycles. Cette durée fait donc ici office de durée d'amorçage dans le cas standard.

On remarque ici que la courbe de Wöhler utilisée permet en toute rigueur d'obtenir le temps d'amorçage et de propagation jusqu'à la rupture avec une probabilité de 50%. Etant donné le domaine de fatigue dans lequel

l'étude se fait (domaine oligocyclique) cette durée d'amorçage est *a priori* faible au vu du nombre de cycles total attendu et en conséquence, l'erreur que peut induire ce type de calcul est négligeable.

Afin de traiter la problématique de la propagation d'une fissure en fatigue au sein des amas considérés, le calcul du FIC en pointe de fissure est nécessaire tout au long de ce phénomène. En revanche, il n'existe pas d'approche simple en fatigue pour traiter nos différents cas. En effet, les configurations envisagées sont des amas complexes de TG qui ne constituent pas des cas de référence, comme ceux recensés dans (Pilkey, 2008) par exemple. Même s'il était possible de se ramener à un de ces cas, cette approche resterait nécessairement trop simpliste (à cause de l'omission des interactions entre les défauts notamment). Dans ces situations, on fait alors appel à la simulation numérique.

4.3. Modélisation numérique de la propagation d'une fissure

Dans un premier temps, nous présentons la démarche utilisée pour estimer la durée de vie en propagation de la fissure jusqu'à la rupture. Nous aborderons alors le problème de la définition du défaut initial (tel que considéré immédiatement après l'étape d'amorçage). Nous décrirons ensuite la méthode de calcul en propagation (méthode G- Θ présentée au 1.3.6.4) et nous présenterons enfin les résultats trouvés par simulation.

4.3.1. Définition de la fissure initiale pour la propagation

La difficulté réside alors dans la caractérisation géométrique de cette fissure initiale : sa forme et ses dimensions dans les deux directions du plan de contrainte maximale (orthogonal au sens de traction). Il est *a priori* possible d'envisager plusieurs possibilités, comme illustré en Figure 109.

La taille de la fissure initiale dans la largeur de l'éprouvette (notée b) peut être estimée à 30 μm au vu de la littérature. En effet, il s'agit de la taille approximative d'une particule de siliciure de magnésium (noté Mg_2Si) qui représente un point fragile de l'alliage étudié, et donc un lieu préférentiel d'amorçage de fissure, comme évoqué au Chapitre 1. Cette particule est très souvent (voire quasi-systématiquement) responsable des amorçages dans notre alliage. La présence de ces précipités grossiers de Mg_2Si diminue la quantité de Mg et de Si disponible pour la précipitation des phases β' et β'' qui participent au renfort de la matrice, et provoque de plus une diminution de la ténacité car ces particules agissent comme des zones préférentielles de concentration de contrainte (Shen, 2012).

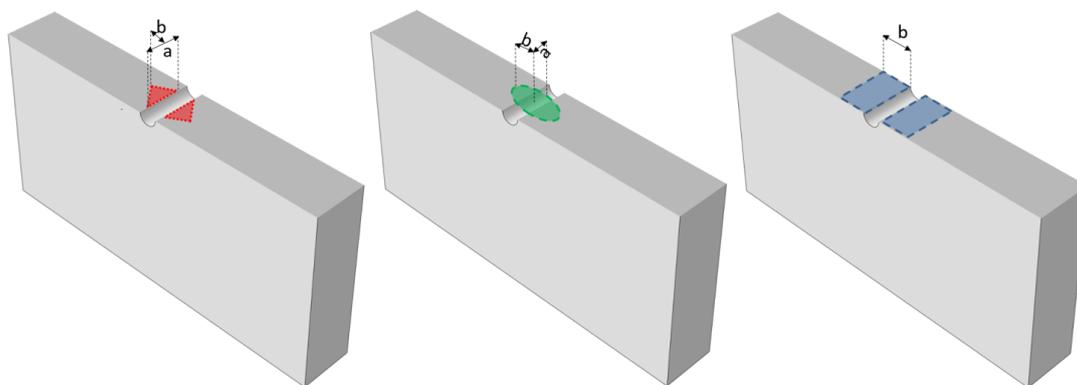


Figure 109 : Différentes modélisations possibles de la fissure initiale dans le cas enveloppe. A gauche : en triangles isocèles ; Au centre : en ellipse ; A droite : en rectangle.

Des observations au Microscope Electronique à Balayage (ou MEB) en attestent comme sur la Figure 110 et la Figure 111 et confortent le choix d'une taille de 30 μm pour dimensionner la fissure initiale.

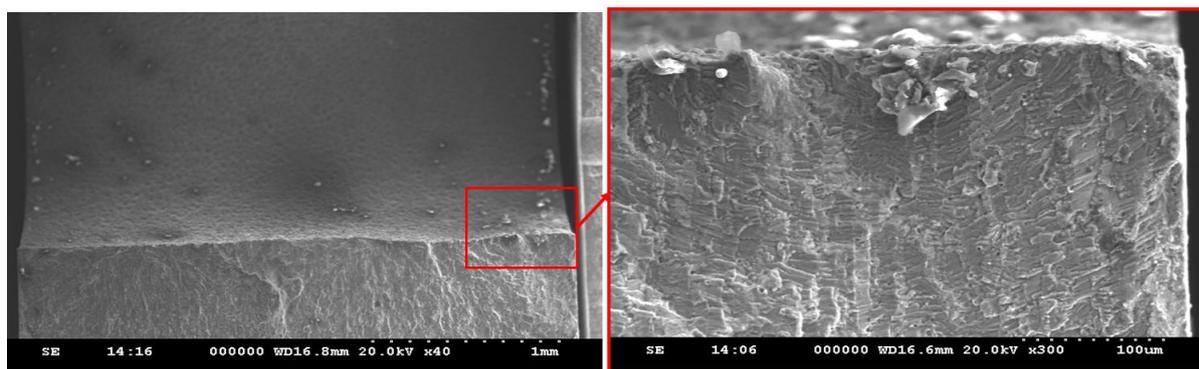


Figure 110 : Exemple d'une particule observée sur le faciès de rupture d'une éprouvette du cas enveloppe. A gauche : Vue globale ; A droite : Zoom sur le rectangle rouge.

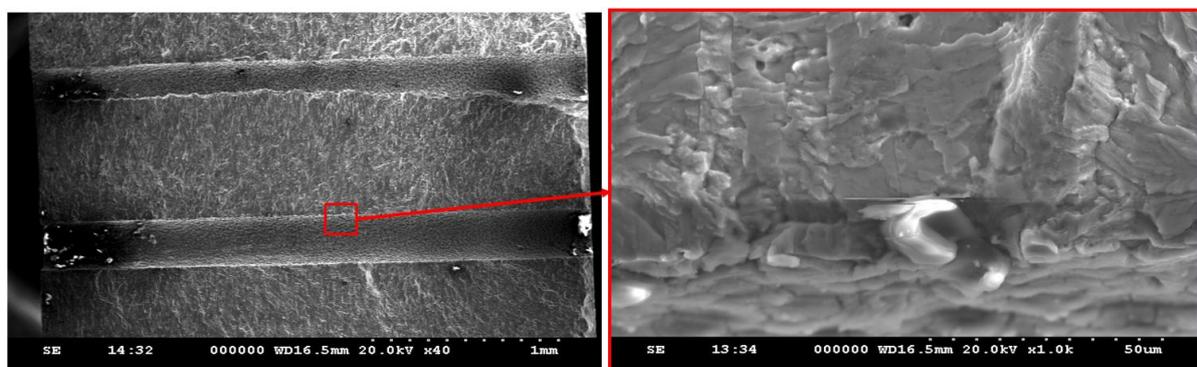


Figure 111 : Exemple d'une particule observée sur le faciès de rupture d'une éprouvette du cas standard. A gauche : Vue globale ; A droite : Zoom sur le rectangle rouge.

Par ailleurs, dans le cas d'une fissure initiée sur un TG, le facteur d'intensité de contrainte en pointe de fissure est donné par la formule suivante (Rodopoulos, 2003) :

$$K_c = 1,12 \times K_t \times \Delta\sigma \times \sqrt{\pi c} \quad (88)$$

Avec les notations de la Figure 112 ci-dessous.

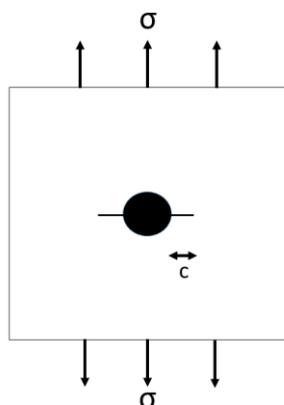


Figure 112 : Illustration d'une contrainte appliquée sur une fissure débouchant d'un trou (Rodopoulos, 2003)

Etant donné le facteur d'intensité de contrainte seuil en pointe de fissure pour observer une propagation (déterminée en Chapitre 2, voir 2.3.3) on conclut que la fissure en bord de TG doit au minimum faire environ $40\ \mu\text{m}$ pour se propager.

Pour ce qui concerne la forme de la fissure initiale, la forme elliptique est étayée par les faciès de rupture des éprouvettes suite aux essais de fatigue, dont un exemple est donné en Figure 115 sur le cas enveloppe.

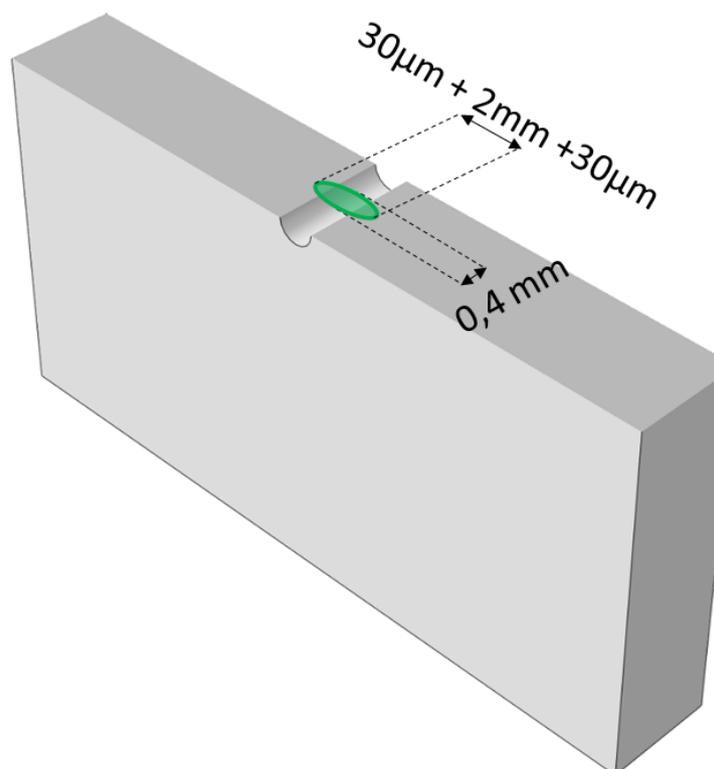


Figure 113 : Fissure initiale (ellipse verte) permettant de retrouver le nombre de cycles en propagation trouvé expérimentalement dans le cas du défaut enveloppe.

Par ailleurs, on peut retrouver les dimensions de la fissure initiale en considérant celles de l'ellipse que représente la fissure finale visible sur la Figure 115. En effet, on peut considérer que ce plateau elliptique final est une homothétie de la fissure initiale.

Par analyse géométrique sur le faciès présenté, on peut estimer que, pour une fissure initiale elliptique de demi-grand axe égal à $2,06\ \text{mm}$ (i.e. le diamètre de $2\ \text{mm}$ auquel on ajoute $30\ \mu\text{m}$ de part et d'autre du TG), on obtient alors un demi-petit axe de $0,4\ \text{mm}$. Toutes ces observations permettent d'estimer la forme de la fissure initiale telle qu'illustrée au Chapitre 2 sur la Figure 115.

Afin de vérifier ces hypothèses sur la forme de la fissure initiale, la simulation de la propagation en fatigue a été effectuée avec le logiciel Zcracks. Cette simulation conclut à une durée de propagation de $18\ 018$ cycles comme montré en Figure 114.

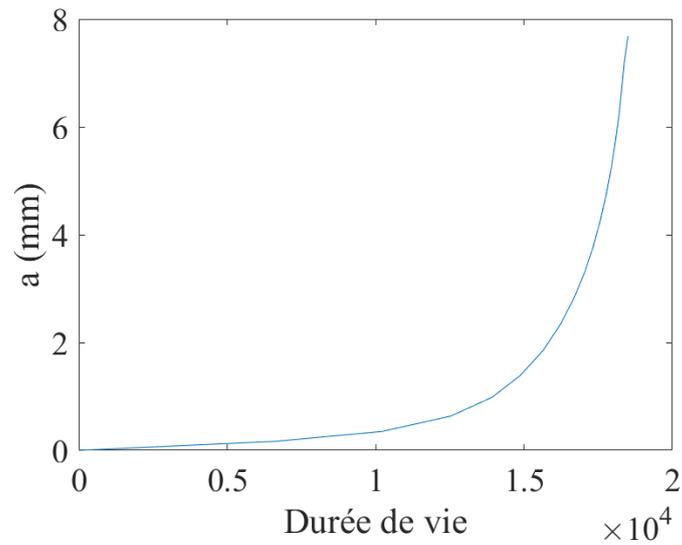


Figure 114 : Evolution du front de fissure (en mm) en fonction du nombre de cycles en propagation dans le cas enveloppe.

Les essais expérimentaux du cas enveloppe montrent une durée de vie totale estimée à 30 340 cycles (voir Tableau 19). En retranchant à cette durée totale la durée estimée de l’amorçage, ceci induit une durée de propagation de $30\,340 - 10\,402 = 19\,938$ cycles.

On retrouve donc un résultat très proche de la durée de vie expérimentale, ce qui permet de valider cette approche de modélisation de fissure initiale.

Cette géométrie de fissure initiale sera donc adoptée pour tous les cas que nous aurons à étudier par la suite. On appliquera simplement une homothétie à cette ellipse selon les cas afin qu’elle coupe toujours le TG qui amorce et mesure 30 μm de part et d’autre de celui-ci.

4.3.2. Détermination de la taille finale de la fissure

On cherche maintenant à déterminer un protocole pour modéliser la propagation de la fissure en fatigue afin de calculer un nombre de cycles à rupture. On constate sur le faciès de rupture du cas enveloppe présenté en Figure 115 ci-dessous que le plateau de propagation stable en fatigue dessine une ellipse dont le grand axe est estimé à 13 mm (5,5 mm de part et d’autre du TG). Cette longueur de fissure hors de l’amas est donc considérée comme critère de ruine.

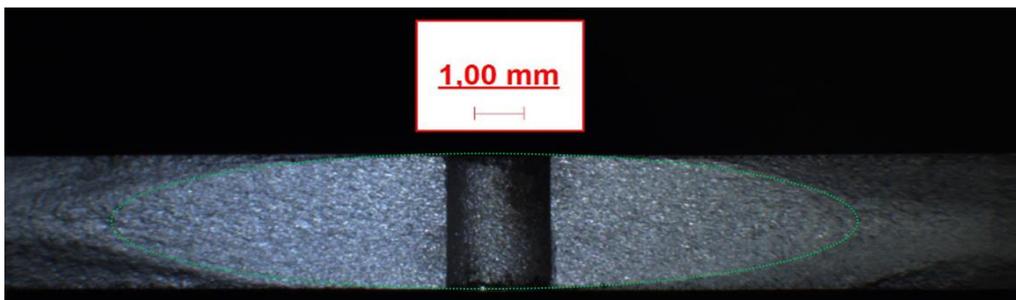


Figure 115 : Faciès de rupture d’une éprouvette du cas enveloppe et approximation du contour de la zone limite avant propagation brutale de la fissure (ellipse en pointillés verts)

4.3.3. Propagation de la fissure dans l'amas

4.3.3.1. Méthodologie

Durant toute la durée de propagation de la fissure, la loi de propagation en fatigue utilisée est celle de Paris présentée au Chapitre 2 (2.3.3) durant toute la durée de propagation de la fissure. Dans notre cas d'étude, il aurait été possible d'appliquer la loi de propagation des fissures courtes de (Hobson, 1982) présentée au Chapitre 1 dans le domaine des facteurs d'intensité de contrainte faibles en pointe de fissure. Notre choix revient donc à négliger le phénomène de propagation des fissures courtes. Il s'est en effet avéré préférable d'opter pour cette hypothèse, du fait de la très grande valeur de la pente de la courbe issue de la loi de propagation dans le domaine des ΔK faibles (voir Figure 29). Ceci implique en effet qu'une légère erreur de caractérisation du matériau implique une très grande erreur dans le nombre de cycles à incrémenter.

Le calcul de la propagation de fissure en fatigue dans l'amas est alors effectué à l'aide du logiciel Zcracks par la méthode G- θ décrite au Chapitre 1 (voir 1.3.6.4). Les conditions suivantes sont utilisées :

- la loi de propagation suit la loi de Paris du matériau dont les paramètres sont donnés au Chapitre 2 en 2.3.3,
- lorsque K_{II} est suffisamment grand devant K_I , l'angle de bifurcation est calculé par la méthode consistant à maximiser $\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta}$ (voir 1.3.1.5).

Afin de résoudre le problème de propagation de fissure en fatigue, Zcracks requiert un environnement complet qui permette de résoudre le problème élastique par éléments finis à chacune des itérations. Dans ce but, Zcracks a été couplé avec Abaqus de la manière suivante :

1. la géométrie de la pièce, les caractéristiques statiques du matériau, les conditions aux limites et le chargement sont créés dans Abaqus,
2. le problème en contraintes et déformations associé est résolu par la méthode des éléments finis à l'aide du solveur d'Abaqus,
3. une fissure initiale est insérée grâce au logiciel Zcracks. L'utilisateur renseigne alors ses caractéristiques (taille, orientation), les paramètres de remaillage (zone de remaillage, taille d'élément minimale, taille d'élément maximale, gradient des tailles d'éléments à respecter) et les caractéristiques en fatigue du matériau (loi de propagation choisie et paramètres correspondants),
4. à partir de la géométrie ainsi définie, Zcracks est en mesure de calculer, par la méthode G- θ , le facteur d'intensité de contrainte au niveau des différents points de contrôle disposés le long du front de fissure (dont la périodicité ou le nombre sont choisis par l'utilisateur),
5. l'avancement du front de fissure est réalisé conformément au pas Δa renseigné par l'utilisateur,
6. le nombre de cycles ΔN correspondant à cet avancement élémentaire du front de fissure est calculé grâce à la formulation discrète de la loi de propagation renseignée par l'utilisateur. En l'occurrence, pour la loi de Paris, on résout $\Delta N = \frac{\Delta a}{C \cdot \Delta K^m}$,
7. le problème élasto-statique de la nouvelle géométrie (avec une fissure incrémentée) est résolu à l'aide d'un calcul par éléments finis sous Abaqus,
8. grâce aux champs de contrainte et de déplacement obtenus, Zcracks revient à l'étape 4.

Cette boucle algorithmique est effectuée jusqu'à un critère d'arrêt (nombre de cycles limite, avancée de fissure limite, atteinte d'un seuil en facteur d'intensité de contrainte, etc.). Dans notre cas, cette boucle est

itérée jusqu'à ce que la fissure sorte de l'amas de défauts. Un logigramme synthétisant cette procédure est présenté en Figure 116.

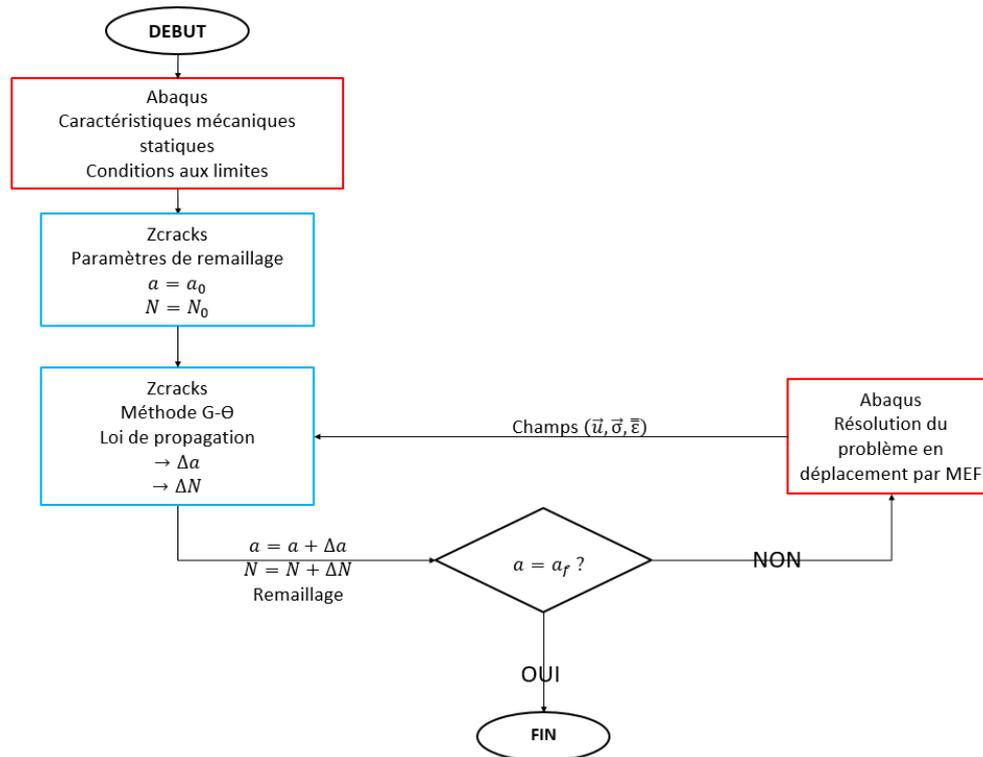


Figure 116 : Logigramme illustrant le couplage Abaqus-Zcracks

Ici, on remarque que la loi de propagation adoptée est la loi de Paris, et ce sur toute la durée de la simulation.

4.3.3.2. Paramètres retenus et hypothèses faites pour le calcul en propagation

Les paramètres retenus sont ceux qui ont permis de trouver un nombre de cycles de propagation correct pour le cas de référence (cas enveloppe). Ainsi, pour la modélisation en fatigue des différents cas nous retenons les paramètres suivants :

- nombre d'éléments par TG = 20,
- maillage tétraédrique libre et linéaire,
- 1 point de contrôle tous les 8 nœuds est placé sur le front de fissure,
- la taille minimale de remaillage local est égale au centième de la taille minimale des éléments au bord des TG de la configuration,
- la taille maximale de remaillage local est égale à la taille des mailles en dehors de l'amas de TG,
- la progressivité du remaillage local est égale à 1,3 (augmentation de la taille de maille à mesure que l'on s'éloigne de la pointe de fissure, exprimée en mm/mm, donc sans unité),
- la fissure initiale est une ellipse dont le grand axe est égal au diamètre du trou auquel on ajoute 60 μm, le petit axe se déduisant par homothétie avec l'ellipse de la fissure initiale de dimensions 2.06 × 0.4 mm, appliquée pour le cas enveloppe (voir 4.3.1),
- on n'autorise pas la fissure à avancer de plus de 0,1 mm par étape de calcul. Seul le cas enveloppe peut avancer par pas de 0,5 mm (ce calcul étant le seul à avoir été mené jusqu'à la rupture brutale),
- par hypothèse, la fissure initiale est toujours placée orthogonalement à l'axe de chargement,
- les caractéristiques mécaniques utilisées pour définir le matériau lors des simulations numériques sont celles qui ont été établies au Chapitre 2.

Le Tableau 21 synthétise les paramètres de calcul utilisés pour la simulation en fatigue pour les différents lots d'éprouvettes.

Cas d'étude	Eprouvette enveloppe	Eprouvette standard	Eprouvette taille élémentaire	Eprouvette densité	Eprouvette gradient	Eprouvette mixte
Demi-axes de la fissure initiale (ellipse) [mm]	1,03 x 0,2	0,18 x 0,035	0,105 x 0,017	0,18 x 0,035	0,18 x 0,035	0,18 x 0,035
Taille (min. / max.) des éléments de remaillage [mm]	0,063 / 2	0,009 / 2	0,005 / 2	0,009 / 3	0,009 / 3	0,009 / 2
Progressivité du remaillage local	1,3					
Pas d'itération [mm]	0,5	0,02				
Nombre d'éléments de la maquette statique	8 030	239228	614 671	390 137	454 504	662 525
(C, m)	(1,22 × 10 ⁻¹⁰ , 2,55)					

Tableau 21 : Synthèse des paramètres de calcul pour la simulation en fatigue pour les différents lots d'éprouvettes

4.3.3.3. Détermination des chemins de fissuration

Un exemple de simulation numérique de la propagation en fatigue de la fissure est donné pour le cas standard en Figure 117 (fissure initiale) et Figure 118 (fissure finale).

On voit que la fissure initialement elliptique le reste durant toute la propagation. Ceci justifie la validité de la méthode pour calculer N_p^2 une fois la fissure sortie de l'amas. En effet, on a vu au Chapitre 1 que les déplacements se faisaient dans le plan tangent à la fissure (voir 1.3.6.4). Donc lorsqu'elle sort d'un amas, on peut à nouveau considérer une configuration en deux dimensions (correspondant au plan à mi-épaisseur de l'éprouvette) pour appliquer le modèle décrit dans la méthode de calcul de N_p^2 .

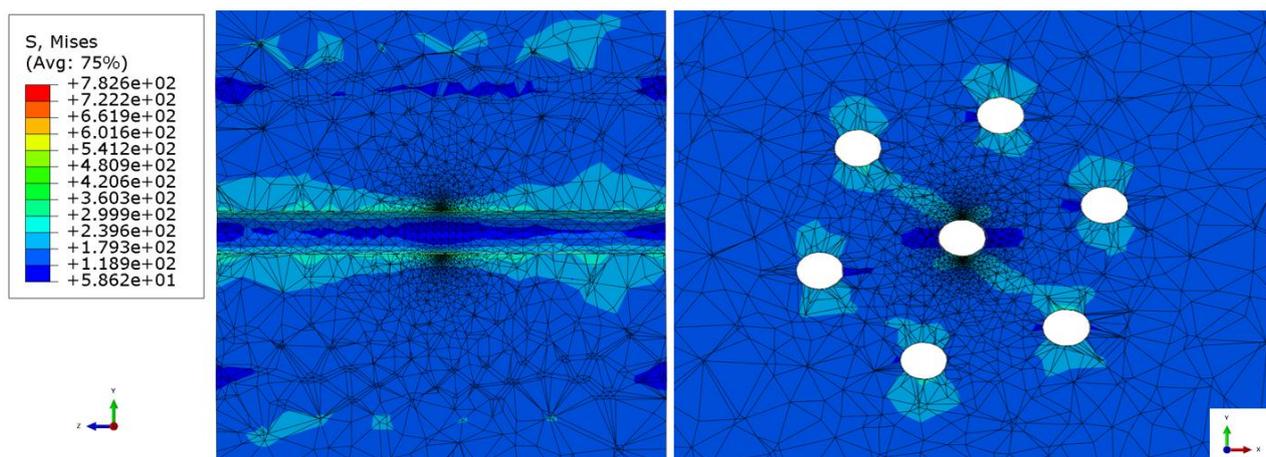


Figure 117 : Maillage de la fissure initiale sur le cas standard (vue de profil et de face).

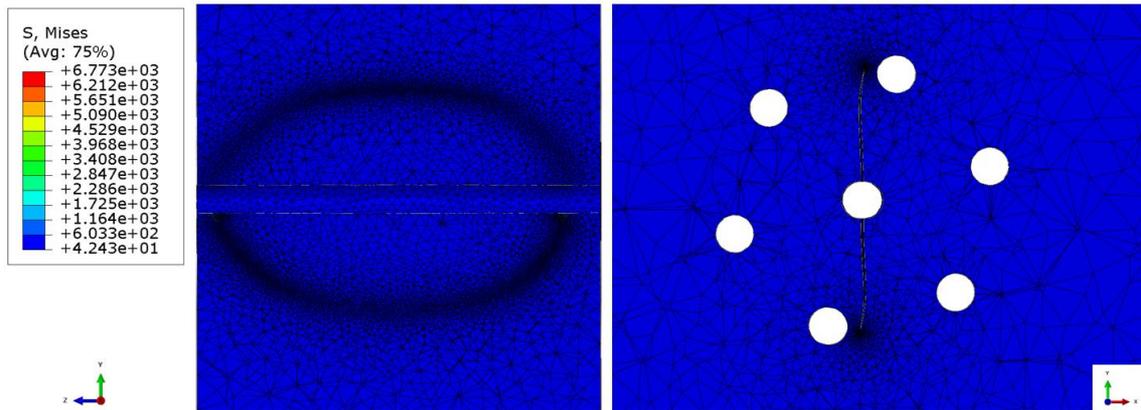


Figure 118 : Maillage de la configuration finale sur le cas standard (vue de profil et de face).

Par ailleurs, pour ce qui concerne la trajectoire de la fissure dans ce cas d'étude, on constate que la simulation prévoit une trajectoire qui n'est pas interrompue par les TG n° 2 et 5. Les cas d'étude similaires ne nécessitent qu'une seule simulation pour déterminer le nombre de cycles N_P^1 pour lequel la fissure se propage jusqu'au bord de la zone de l'amas de défauts. Un exemple est donné ci-dessous sur le cas standard (voir Figure 119).

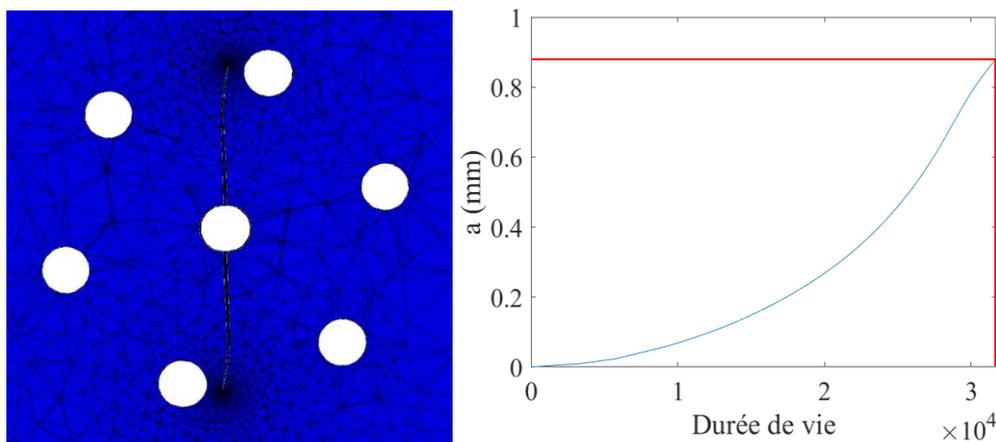


Figure 119 : Etape du cas standard à partir de laquelle la fissure sort de l'amas de TG.

Ainsi, on détermine le nombre de cycles nécessaire pour parvenir à cette étape de calcul (31 752 cycles). Ensuite on intègre la loi de Paris en dehors de l'amas, comme expliqué en 4.3.2, pour trouver le nombre de cycles complémentaire en propagation nécessaire pour atteindre le stade de propagation brutale (9 347 cycles).

Pour les cas où une extrémité de la fissure rejoint un TG, mais dont l'autre extrémité ne rencontre pas de défaut, comme on peut le constater dans les cas gradient et mixte, on suppose que le TG atteint réamorçage immédiatement. Sur la Figure 121, le TG n°5 du cas gradient est atteint par la fissure. Sans réamorçage, cette dernière ne se propagerait que d'un côté ce qui n'est pas conforme à ce que l'on observe sur les faciès de rupture. Un exemple est présenté en Figure 120 sur lequel on devine toujours l'ellipse de propagation stable traversant les TG n°6 à droite et n°7 à gauche (revoir la numérotation en Figure 49) et où une marche est par ailleurs visible à droite, juste au sortir de l'amas.



Figure 120 : Exemple de faciès de rupture d'une éprouvette du cas gradient

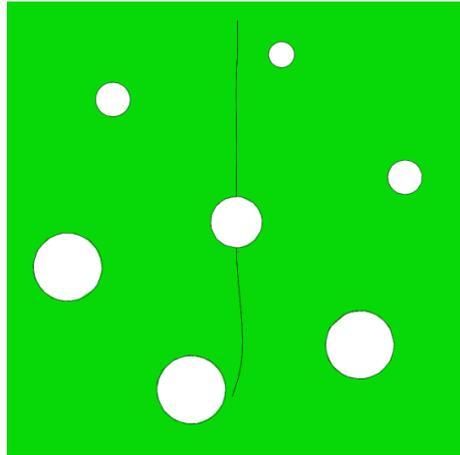


Figure 121 : Exemple sur le cas gradient où la fissure partie du TG n°1 rejoint le TG n°5

Une telle hypothèse est donc nécessaire pour assurer la compatibilité avec les faciès de rupture symétriques que l'on observe sur les cas gradient. De plus, elle est avantageuse en termes de dimensionnement en fatigue, car elle va dans le sens d'un résultat conservatif.

Les cas densité et mixte sont particuliers, car la fissure qui les traverse s'interrompt sur des TG. Il y a donc besoin de réamorcer avant de propager de nouveau. Une illustration de ce phénomène est donnée en Figure 122 sur le cas densité et en Figure 123 sur le cas mixte.

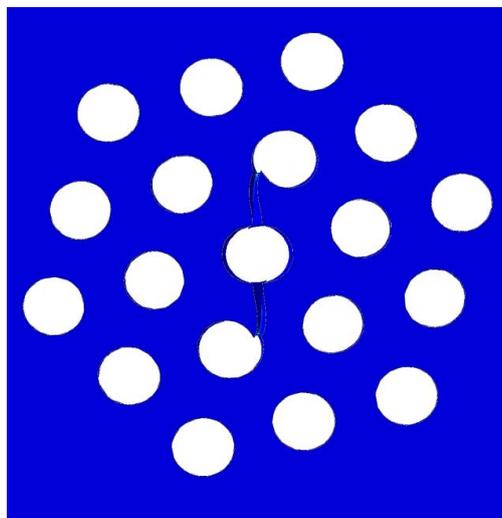


Figure 122 : Illustration des TG 1, 8 et 11 rejoints dans le cas densité (vue en coupe à mi-épaisseur).

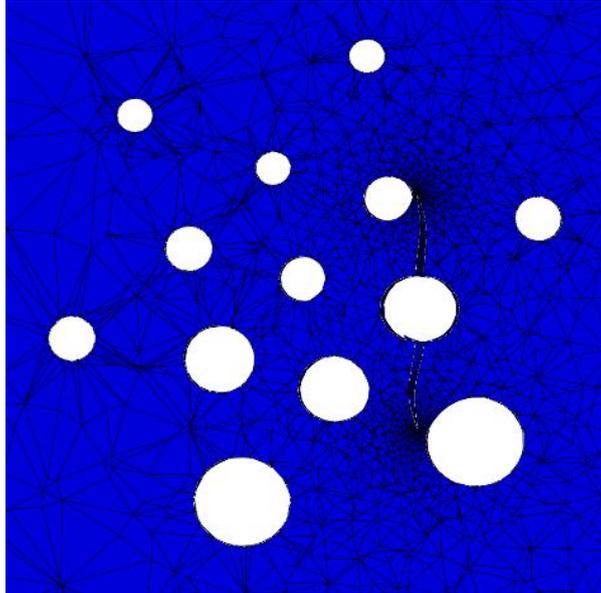


Figure 123 : Exemple sur le cas mixte où la fissure a rejoint les TG 4, 12 et 13 .

Dans ces deux derniers exemples, dès qu'un point du front de fissure touche le TG rencontré, la simulation est interrompue, la géométrie est redessinée en reliant les TG concernés et la simulation est relancée avec cette nouvelle géométrie.

De plus, lorsque la fissure est sur le point de toucher un TG, on constate une décroissance de la courbe de vitesse de propagation de la fissure en fonction du nombre de cycles sur le cas mixte en Figure 124 et à deux reprises sur le cas densité en Figure 125 et Figure 126.

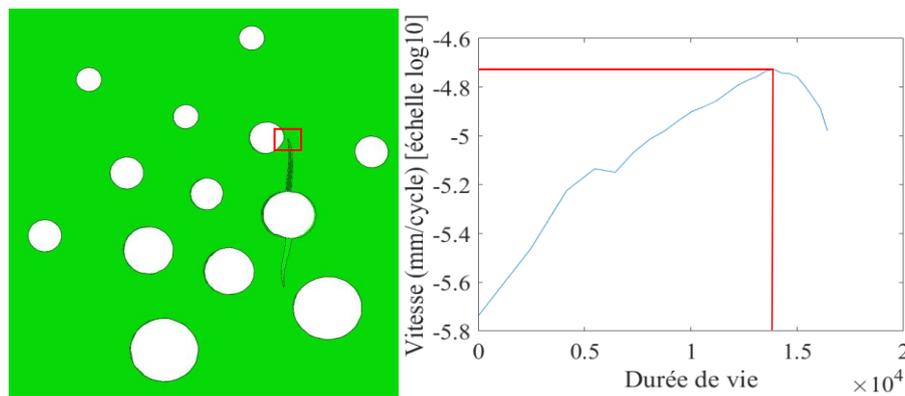


Figure 124 : Exemple sur le cas mixte où la fissure a rejoint les TG 4 et 13 (vue en coupe à mi-épaisseur).

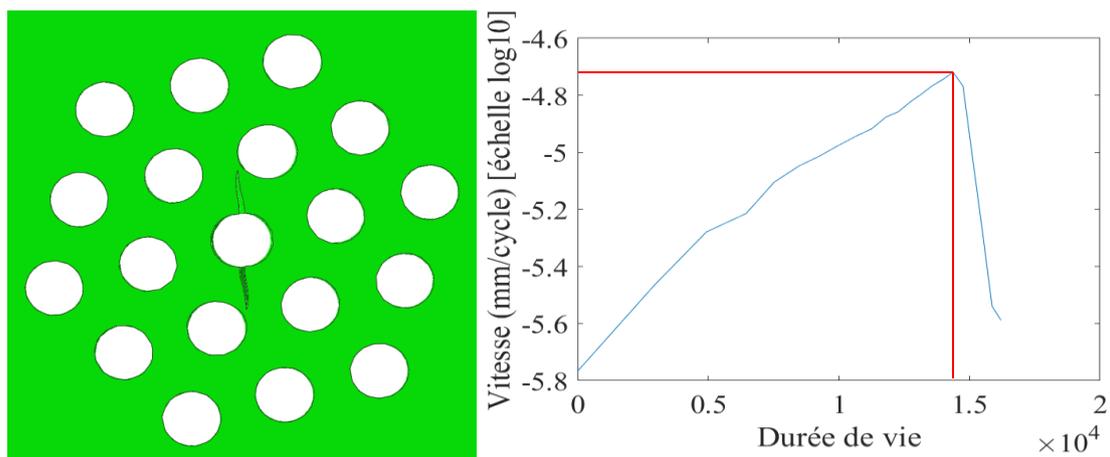


Figure 125 : Exemple sur le cas densité où la fissure rejoint les TG 1, 8 et 11 (vue en coupe à mi-épaisseur).

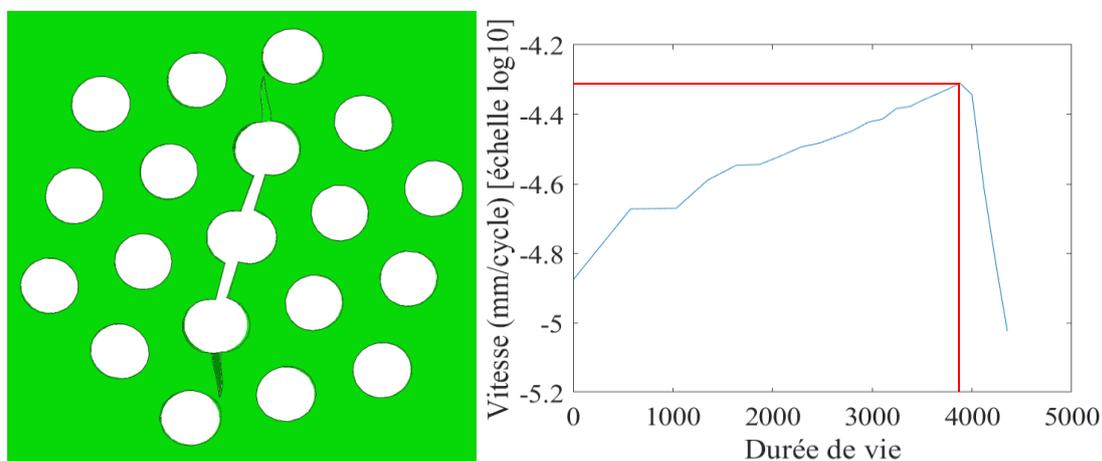


Figure 126 : Exemple sur le cas densité où la fissure rejoint les TG 1, 2, 5, 8 et 11 (vue en coupe à mi-épaisseur).

Cette décroissance est due à des considérations numériques plutôt qu'à un réel phénomène physique. Sous ces conditions, la simulation en fatigue est alors interrompue au moment de la décroissance de la vitesse de propagation de fissure, puis la configuration est redessinée de sorte à définir cette géométrie fissurée comme nouvelle configuration de départ.

Dans le cas densité, une nouvelle étude en amorçage de fissure est menée sur la géométrie dont les trois trous rejoins (n°1, 8 et 11) sont alors reliés (voir Figure 127) et deux nouvelles fissures initiales ont été insérées au sommet du TG n°8 et en bas du TG n°11. Ces dernières sont placées orthogonalement à l'axe de la contrainte. La simulation en propagation est alors poursuivie dans cette nouvelle configuration géométrique.

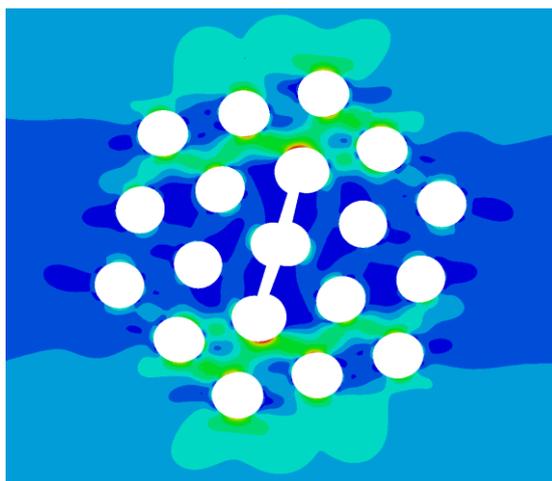


Figure 127 : Exemple sur le cas densité où la fissure rejoint les TG 1, 8 et 11 : étude de la concentration de contrainte équivalente de von Mises au niveau des TG 8 et 11 (vue en coupe à mi-épaisseur).

On fait ensuite de même lorsque les TG n°1, 2, 5, 8 et 11 sont reliés. Seule la durée d'amorçage est alors calculée. Le calcul de N_p^2 est ensuite appliqué, la fissure étant alors sortie de l'amas.

Dans le cas mixte, les TG n°4, 12 et 13 ont été considérés comme joints simultanément par la fissure. En effet, une pointe de fissure est très proche du TG 4 au moment où l'autre extrémité touche le TG 13.

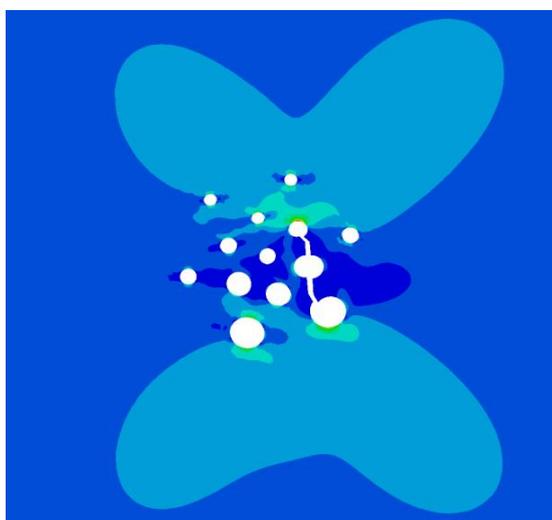


Figure 128 : Exemple sur le cas mixte où la fissure rejoint les TG 4, 12 et 13 (vue en coupe à mi-épaisseur).

La deuxième partie de l'étude (amorçage et propagation) est alors poursuivie en considérant que les TG n°4 et 13 ont amorcé chacun une fissure en fatigue au bout d'un nombre de cycles déterminé grâce à la courbe de Wöhler de la même façon que pour le cas enveloppe, soit 623 cycles.

On peut enfin observer les chemins de fissure trouvés par simulation, montrés dans les 5 cas d'étude en Figure 129. Ils sont cette fois évidemment systématiques, contrairement aux résultats expérimentaux.

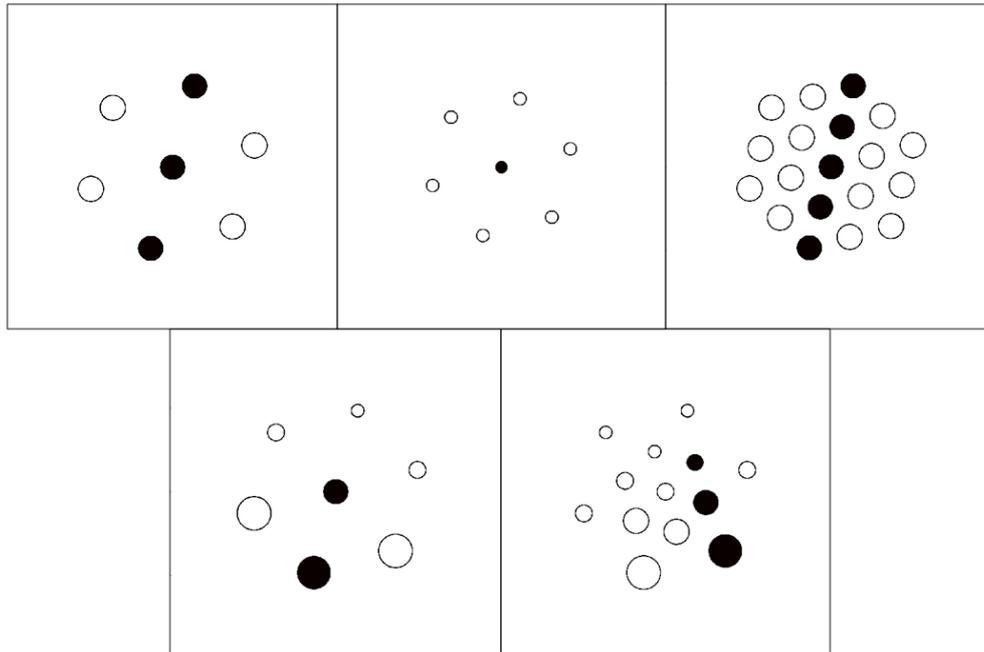


Figure 129 : Chemins de fissure dans chacun de nos cas d'étude obtenus par simulation (les TG traversés par la fissure sont indiqués en noir).

Dans le sens de lecture : Standard ; Taille élémentaire ; Densité ; Gradient ; Mixte.

On observe que l'on trouve des chemins de fissures généralement en accord avec les faciès de rupture, surtout dans les cas standard, taille élémentaire et densité (voir Figure 105). Des divergences apparaissent cependant pour les cas gradient et mixte. Ceci peut notamment être dû à la modélisation de la fissure initiale qui a été simplifiée (fissure unique, forme elliptique).

4.4. Analyse des simulations en fatigue

Suite aux simulations effectuées, on peut tracer des courbes d'évolution des données relatives à la vitesse de propagation de la fissure, ainsi qu'au nombre de cycles et ce, à tout instant de la propagation. Nous procéderons également à l'analyse de l'évolution du facteur d'intensité de contrainte équivalent au cours de la propagation. Ce dernier est calculé par la formule suivante :

$$K_{\acute{e}q} = \sqrt{\frac{E \cdot G}{1 - \nu^2}} \quad (89)$$

Dans la suite, nous présenterons les valeurs prises par $K_{\acute{e}q}$ aux extrémités et au milieu du front de fissure (points 1, 2 et 3 de la Figure 130).

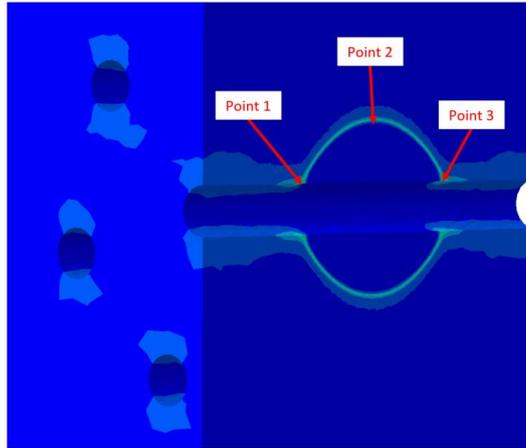


Figure 130 : Notation des points 1, 2 et 3 du front de fissure (exemple dans le cas standard).

Le point 1 et 3 sont *a priori* redondants, puisque symétriques. Néanmoins, leurs résultats doivent permettre de vérifier que le maillage est correct et que la fissure ne vrille pas.

Dans un souci de concision, nous ne mènerons ces analyses que dans les cas standard et gradient.

4.4.1. Cas standard

Les courbes d'analyse en fatigue pour le cas standard sont présentées sur la Figure 131 ci-dessous.

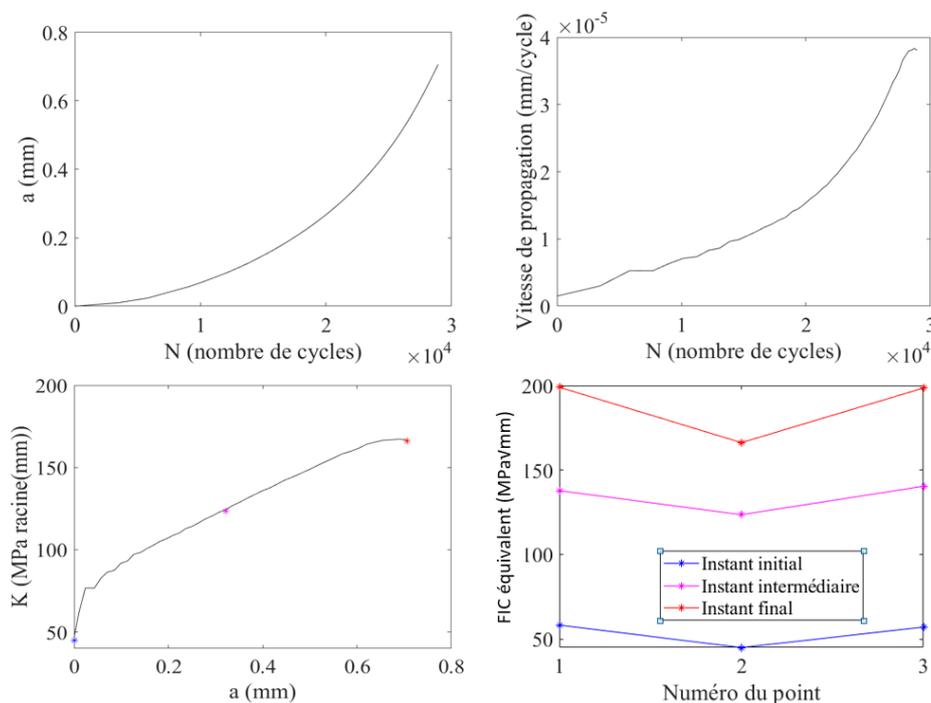


Figure 131 : Analyse en fatigue du cas standard.

En haut à gauche : avancement du front de fissure en fonction du nombre de cycles ;

En haut à droite : vitesse de propagation en fonction du nombre de cycles ;

En bas à gauche : évolution du FIC équivalent durant la propagation de la fissure au point 2 ;

En bas à droite : FIC équivalent aux points 1, 2 et 3 du front de fissure.

On observe qu'en fin de simulation, le FIC équivalent (voir la définition en équation (89)) a tendance à stagner. Par implication, la vitesse stagne également. Ceci provient de la proximité de la pointe de fissure avec les TG n°2 et 5 en fin de propagation. La fissure a alors été considérée comme ayant ses deux pointes hors de l'amas, s'en est alors suivi le calcul de N_p^2 .

On voit aussi que le FIC équivalent est constamment croissant au cours de la propagation le long du front de fissure et est plus grand aux bords de l'ellipse qu'en front de fissure. Ceci indique une propagation plus rapide de l'ellipse dans le sens de l'épaisseur que dans la largeur de l'éprouvette.

4.4.2. Cas gradient

Le cas gradient n'étant pas une configuration symétrique, on distingue deux fronts de fissure différents (voir Figure 132) :

- le front 0 est celui qui part du TG central et se propage vers les TG les plus gros (vers le bas),
- le front 1 est celui qui part du TG central et se propage vers les TG les plus petits (vers le haut).

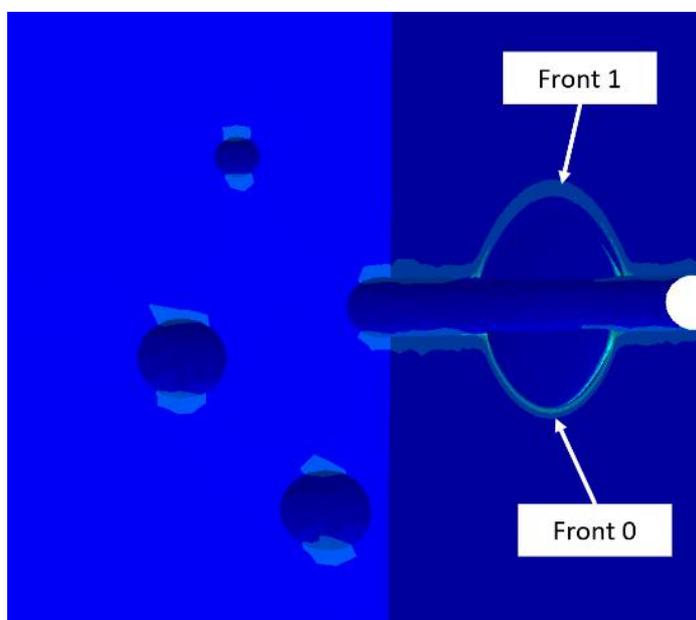


Figure 132 : Notation des fronts de fissure 0 et 1 (exemple dans le cas gradient)

Les courbes d'analyse pour le cas gradient sont présentées en Figure 133 (front 0) et Figure 134 (front 1) ci-dessous.

On y observe les mêmes comportements que dans le cas standard à ceci près que le front 1 ne présente pas de stagnation du FIC équivalent (ni de la vitesse de propagation par implication). Ceci est logiquement dû au fait que le front 1 ne rencontre pas le TG n°2 contrairement au cas standard.

On observe, en outre, une légère asymétrie du FIC en fin de propagation sur les deux fronts de fissure. Ceci témoigne d'un couplage de modes.

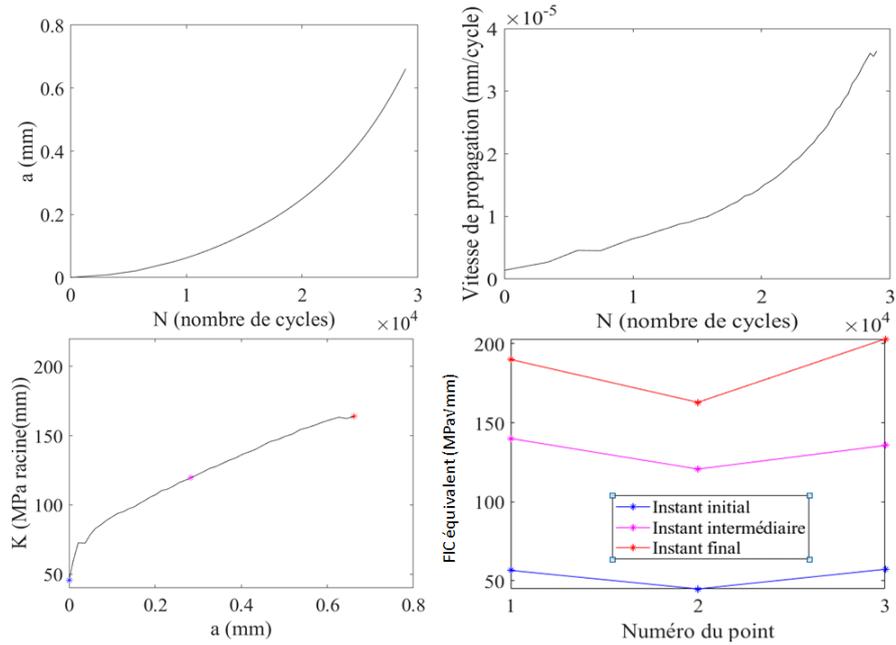


Figure 133 : Analyse en fatigue du cas gradient (front 0).

En haut à gauche : avancement du front de fissure en fonction du nombre de cycles ;
 En haut à droite : vitesse de propagation en fonction du nombre de cycles ;
 En bas à gauche : évolution du FIC équivalent durant la propagation de la fissure au point 2 ;
 En bas à droite : FIC équivalent aux points 1, 2 et 3 du front de fissure.

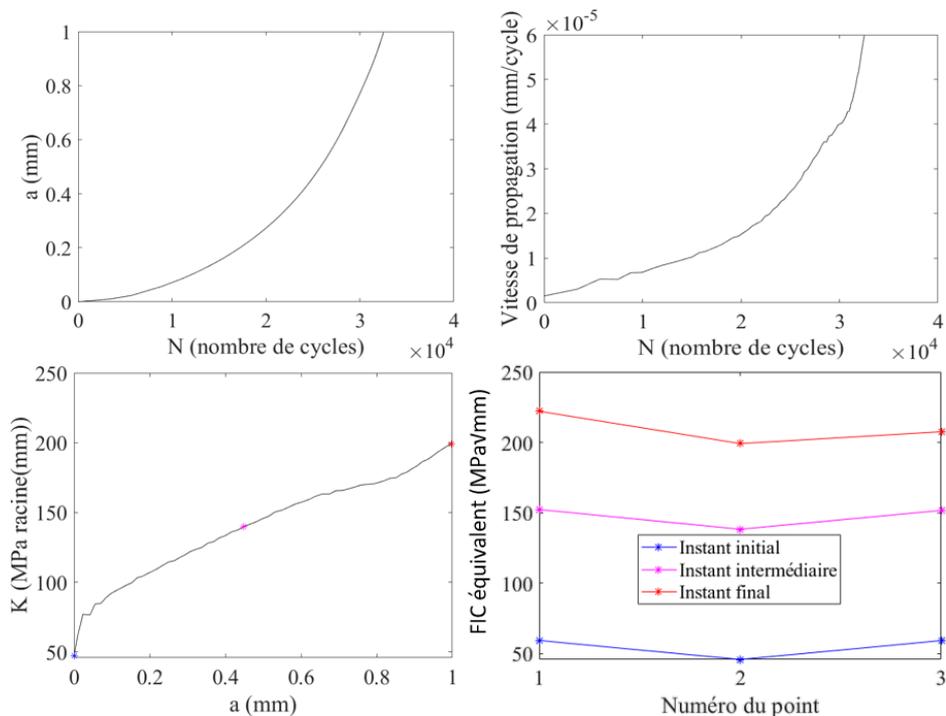


Figure 134 : Analyse en fatigue du cas gradient (front 1).

En haut à gauche : avancement du front de fissure en fonction du nombre de cycles ;
 En haut à droite : vitesse de propagation en fonction du nombre de cycles ;
 En bas à gauche : évolution du FIC équivalent durant la propagation de la fissure au point 2 ;
 En bas à droite : FIC équivalent aux points 1, 2 et 3 du front de fissure.

4.5. Calcul des durées de vie totales

4.5.1. Résultats

La durée de vie totale, pour chaque cas d'étude, est la somme de toutes les durées de vie calculées. On rappelle donc qu'il s'agit de la somme de la durée d'amorçage avec la durée de propagation N_p^1 de la fissure au sein de l'amas et la durée de propagation N_p^2 de la fissure en dehors de l'amas jusqu'à obtenir une longueur finale de fissure égale à 13 mm. Cette durée de vie peut alors être comparée à la durée de vie expérimentale.

Les résultats des durées de vie pour chacune des configurations étudiées sont répertoriés dans le Tableau 22.

Cas d'étude	Enveloppe	Standard	Taille élémentaire	Densité	Gradient	Mixte
Durée d'amorçage 1	10 402	8 986	10 316	4 362	9 982	3 556
Durée d'amorçage 2	/	/	/	1 166	0	623
Durée d'amorçage 3	/	/	/	671	/	/
Durée de propagation N_p^1 partie 1	0	31 752	45 166	14 372	28 902	13 886
Durée de propagation N_p^1 partie 2	0	0	0	3 879	0	4 995
Durée de propagation N_p^2	18 018	9 347	8 820	8 798	8 511	8 688
Durée de vie totale (simulation)	28 420	50 085	64 302	33 247	47 395	31 748
Durée de vie totale (essais) [rappel]	30 340	80 561	159 873	39 095	77 180	45 233
Ecart type expérimental [rappel]	2 118	11 941	16 287	2 251	3 216	31
Ecart expérimental/simulation	-6%	-38%	-60%	-15%	-39%	-30%

Tableau 22 : Synthèse des résultats des durées de vie des cas d'étude

Remarque : Dans chacun des cas d'étude, le nombre d'amorçages n'est pas toujours le même selon les cas. Ceci vient du trajet simulé de la fissure en fatigue qui traverse les différents amas de TG et relie plus ou moins de TG selon les cas.

Les durées de vie en fatigue obtenues en simulation sont proches de celles obtenues expérimentalement. Les faibles écarts observés sont tous négatifs, signifiant une sous-estimation des durées de vie et permettent ainsi un dimensionnement conservatif.

4.5.2. Analyse

Les durées de vie simulées et expérimentales sont représentées en Figure 135 avec des barres d'incertitude horizontales et verticales. Sur cette figure, l'incertitude sur les données des essais correspond à un intervalle de confiance de 95% (moyenne géométrique des résultats plus ou moins deux fois l'écart type) et celle sur les données issues des simulations correspond à l'incertitude sur la détermination des coefficients de la loi de Paris à partir des éprouvettes TFC. En effet, on rappelle que selon la norme ASTM E647-15, lors d'un essai sur une éprouvette TFC pour une valeur de facteur d'intensité de contrainte donnée ΔK , la vitesse de propagation de la fissure n'est fiable qu'à un facteur 2 près.

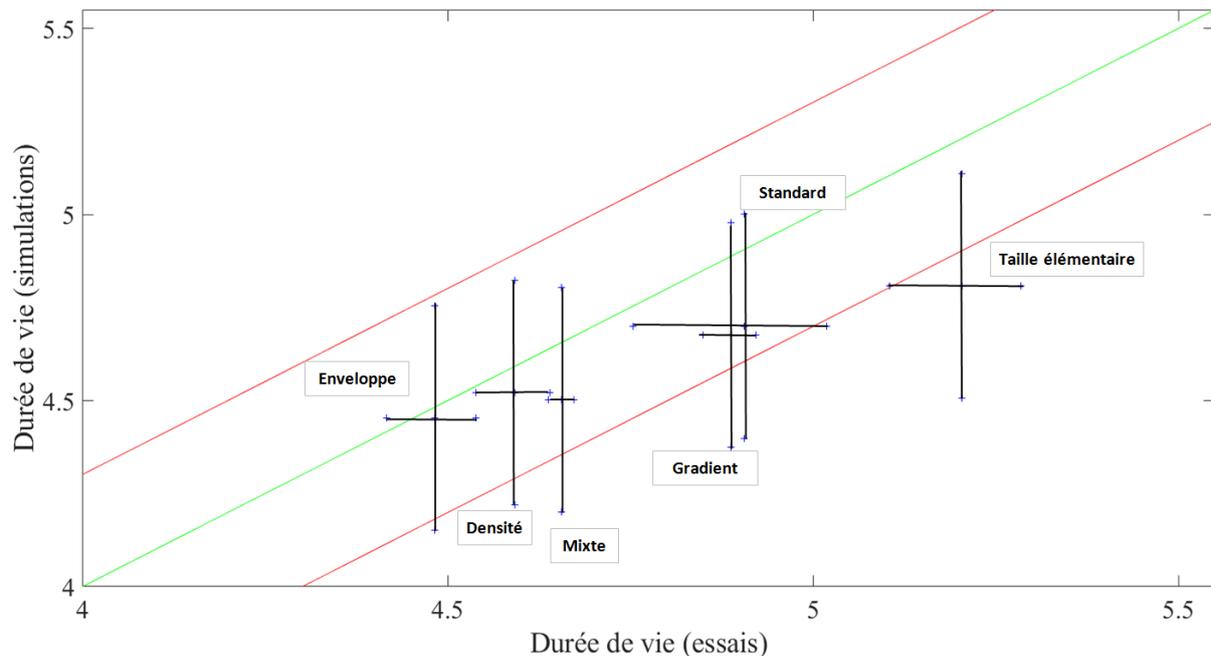


Figure 135 : Synthèse comparative des résultats en durée de vie totale obtenus expérimentalement et par simulation

Sur la Figure 135, on constate que toutes les durées de vie trouvées par simulation, en considérant les incertitudes, sont dans les intervalles de confiance, placés conventionnellement à un facteur 2 près de la droite identité. On peut, de plus, remarquer que les résultats de simulation étant systématiquement conservatifs, le coefficient C de la loi de Paris est probablement surévalué. Une incertitude sur le coefficient m peut aussi impliquer une erreur dans le calcul de la durée de vie. En se fondant sur l'incertitude à un facteur 2 près de la détermination de la vitesse de propagation pour un facteur d'intensité de contrainte donné (norme ASTM E647-15), on peut estimer, dans notre cas que $m = 2,55 \pm 1,06$.

On note aussi la très grande régularité des résultats du cas mixte, tant sur le plan de la durée de vie que sur le trajet de fissure, comme vu plus haut. C'est pourtant le cas étudié le plus complexe au niveau théorique et en termes de reproductibilité, puisqu'il oblige notamment l'usineur à utiliser quatre électrodes différentes (0,15mm, 0,2 mm, 0,3 mm et 0,4 mm de diamètre, donc trois changements) augmentant ainsi les possibilités d'erreurs dans les perçages des TG. Par ailleurs, le perçage d'un TG de 0,15 mm de diamètre dans une plaque en aluminium de 3 mm d'épaisseur représente la limite technique pour assurer une bonne reproductibilité de l'usinage comme évoqué au Chapitre 2.

On note aussi que la simulation du cas taille élémentaire est celle qui donne les résultats les plus éloignés des essais. Ceci pourrait être dû à un problème de reproductibilité puisque seulement deux essais ont été effectués

au lieu de trois pour les autres cas. De plus la modélisation d'une fissure dans le TG central pour l'amorçage est possiblement une hypothèse plus éloignée de la réalité que dans les autres cas d'étude. En effet, dans le cas taille élémentaire, on a mis en évidence des phénomènes de multi-amorçage et de paliers sur les faciès de rupture que l'on ne modélise pas (revoir l'exemple en Figure 103). Enfin, l'usinage de ce cas est très difficile (TG très petits) et peut avoir une influence sur les résultats des essais expérimentaux.

De manière générale, les incertitudes sur la courbe de Wöhler (obtenue au Chapitre 2) affectent ici la prédiction de la durée d'amorçage. On peut mentionner qu'il existe également des contraintes résiduelles au sein de chacune des éprouvettes sollicitées, du fait du perçage et du procédé de laminage de la tôle dans laquelle les éprouvettes ont été découpées. Nous avons fait le choix de ne pas prendre en compte ces contraintes dans le cadre de ces travaux, étant donné le traitement thermique appliqué à notre métal (T6), qui permet de les négliger *a priori*.

En outre, on peut également rappeler que, dans cette étude, l'effet de fermeture de la fissure n'a pas été pris en compte. Ceci permet en grande partie d'expliquer le fait que les prédictions ne corroborent pas exactement les durées de vie réelles correspondantes.

En effet, en mesurant l'évolution de la charge en fonction du déplacement au cours de la sollicitation d'un échantillon, (Elber, 1970) a constaté que la fissure ne commençait pas à s'ouvrir dès le début de la recharge, mais à partir d'une valeur de contrainte notée σ_o , appelée contrainte d'ouverture. Ainsi, même avec des rapports de charge positifs, la fissure est fermée pendant une partie du cycle. La force motrice « vue par la fissure » n'est pas ΔK mais une valeur plus faible appelée facteur d'intensité de contrainte effectif noté K_{eff} et défini par :

$$K_{eff} = K - K_o \quad (90)$$

où K_o est le facteur d'intensité de contrainte lié à la contrainte σ_o . Ce facteur peut être déterminé expérimentalement ou numériquement et dépend de l'histoire du chargement (car il rend compte des déformations plastiques en pointe de fissure), du matériau et de la géométrie. Les effets de fermeture mentionnés sont notamment étudiés chez (Masuda et al., 2014) et (Newman et al., 2014) dans notre alliage d'étude.

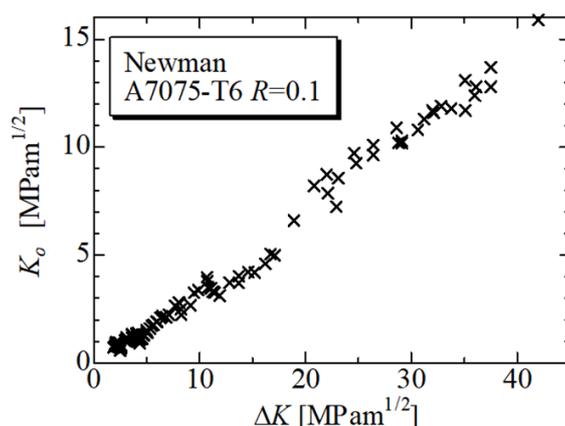


Figure 136 : Evolution du facteur d'intensité de contrainte d'ouverture en fonction de la variation du facteur d'intensité de contrainte total pour une traction à $R=0,1$ dans le cas de l'alliage d'aluminium 7075-T6

D'après la Figure 136 on peut estimer l'égalité suivante :

$$K_o = \frac{\Delta K}{3} \quad (91)$$

Ceci induit $\Delta K_{eff} = \frac{7}{9} \Delta K$ et donc, après remplacement de ΔK par ΔK_{eff} dans la loi de Paris, on trouve un coefficient C multiplié par 0,52 d'où une durée de propagation qui pourrait alors presque doubler si on prend en compte ces effets de fermeture, améliorant ainsi considérablement les prédictions annoncées. En outre, la détermination expérimentale des paramètres de la loi de propagation en fatigue, notamment (C, m) pour la loi de Paris est un processus très complexe. Comme évoqué précédemment, la norme ASTM E647-15 évoque une variation classique d'un facteur 2 sur la mesure de la vitesse de propagation de la fissure. Celle-ci doit donc en toute rigueur se faire sur un grand nombre d'essais. Par ailleurs, une fois en possession des résultats de tous ces essais, (Annis, 2003) fait remarquer que le raisonnement commun, consistant à considérer les coefficients de la loi de Paris comme des variables indépendantes suivant chacune une loi normale, est erroné. Les lois aléatoires que suivent ces coefficients sont interactives et ces coefficients suivent en fait une loi multinomiale normale :

$$(C, m) \sim N(\vec{\mu}, \bar{\Sigma})$$

$$\rightarrow f_{\vec{\mu}, \bar{\Sigma}}(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \cdot \sqrt{\det(\bar{\Sigma})}} \exp\left(-\frac{1}{2} {}^t(\vec{x} - \vec{\mu}) \cdot \bar{\Sigma}^{-1} \cdot (\vec{x} - \vec{\mu})\right) \quad (92)$$

Avec $f_{\vec{\mu}, \bar{\Sigma}}$ la densité de probabilité suivie par le vecteur des variables aléatoires $\vec{x} = (C, m)$, de vecteur des moyennes $\vec{\mu}$ et de matrice de variance-covariance $\bar{\Sigma}$.

Pour finir, on peut démontrer que l'analyse effectuée est meilleure qu'une simple application de la loi de Paris sur le TG d'où part l'amorçage, qui reviendrait à négliger les interactions de champs mécaniques induits par les défauts (qu'on appellera méthode simpliste). Dans cette optique « simpliste » on pourrait faire le choix de considérer la taille du TG depuis lequel amorce la fissure en fatigue comme une taille initiale de fissure, et ignorer la présence des autres TG (i.e. négliger toute interaction). Il s'agirait alors d'intégrer directement la loi de Paris (sans faire appel à la simulation) pour trouver la durée de propagation et d'ajouter le temps d'amorçage trouvé par la méthode de la contrainte de von Mises maximale. On obtient alors les durées de vie totales recensées dans le Tableau 23 ci-dessous.

Cas d'étude	Enveloppe	Standard	Taille élémentaire	Densité	Gradient	Mixte
Durée de vie totale (méthode simpliste)	19 986	36 109	46 499	37 105	31 485	30 447
Durée de vie totale (essais) [rappel]	30 340	80 561	159 873	39 095	77 180	45 233
Ecart	-34%	-55%	-71%	-5%	-59%	-33%

Tableau 23 : Synthèse des résultats des durées de vie des cas d'étude (méthode simpliste).

Ces résultats sont très conservatifs. Ceci est probablement dû à une répartition des contraintes en présence d'un amas, favorable à un adoucissement du FIC en pointe de fissure (et non une aggravation). On peut

également supposer que les réamorçages successifs des fissures ralentissent la propagation (dans les cas comprenant plusieurs amorçages).

L'écart dans le cas enveloppe montre que l'hypothèse d'une fissure dans toute l'épaisseur, implicitement faite ici, n'est pas une hypothèse représentative de la réalité. La modélisation de la fissure par une ellipse est donc d'avantage réaliste.

4.6. Conclusion du chapitre 4

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord procédé aux essais de fatigue appliqués sur les différents cas d'amas de défauts considérés. Ces essais ont été menés de façon très satisfaisante, puisque la dispersion des durées de vie au sein de chaque lot d'éprouvettes étudié est faible. A partir des résultats d'essais, nous avons pu mettre en évidence que les éprouvettes ont des criticités variables, témoignant ainsi de la pertinence des paramètres géométriques choisis pour notre étude. Nous avons pu confirmer que l'assimilation d'un amas de porosités à une seule porosité de la taille de l'amas lui-même (enveloppe) conduit à des calculs de dimensionnement en fatigue très conservatifs. Ceci souligne la nécessité de faire appel à des hypothèses moins fortes, notamment en modélisant la configuration géométrique réelle plutôt que son enveloppe. Nous avons également pu observer que le paramètre « gradation » n'est pas un facteur très influent sur la durée de vie de la structure, contrairement aux paramètres « taille élémentaire » et « densité de TG ».

Nous avons ensuite mis au point un protocole afin d'évaluer par simulation numérique, la durée de vie des lots d'étude. L'observation des faciès de rupture a mis en évidence la grande complexité des phénomènes en jeu : multi-amorçage, changements de plan de propagation de fissure dus à un couplage local de modes. Par souci de simplification, un seul lieu d'amorçage est déterminé à partir du critère du maximum de contrainte équivalente de von Mises, dans les cas où un maximum est clairement atteint. Lorsque cette contrainte équivalente est répartie de façon trop homogène, pour appliquer ce critère de façon pertinente, la fissure est placée au niveau du TG central des configurations concernées. Ces choix d'hypothèses sont en effet conformes aux relevés fractographiques. La loi de propagation utilisée pour la simulation numérique est une loi de Paris dont les coefficients ont été déterminés au Chapitre 2.

Il résulte de cette démarche que les durées de vie estimées par simulation numérique sont toutes voisines, à un facteur 2 près, des durées de vie expérimentales entachées des incertitudes d'essais (sur le coefficient C de la loi de Paris et sur la répétabilité des essais de fatigue eux-mêmes).

A ce stade des travaux, nous sommes partis de l'hypothèse d'une connaissance parfaite des amas de défauts de chacun des cas d'étude, qui n'est jamais vérifiée en pratique. Une inversion d'image à partir des reconstructions obtenues au Chapitre 3 est alors nécessaire afin d'estimer la configuration géométrique de l'amas de défauts : taille, nombre et position de la population de TG.

Le prochain et dernier chapitre a ainsi pour but de proposer une procédure d'inversion d'image, afin d'exploiter les reconstructions obtenues en CND dans le but de déterminer une durée de vie théorique en fatigue. On appliquera la méthode décrite dans ce Chapitre 4 afin d'évaluer la durée de vie d'une éprouvette qui contient un amas de TG estimé par CND. Par ailleurs, aucun des paramètres géométriques d'amas de défauts évalué dans notre étude paramétrique ne semble suffisant à lui seul pour quantifier entièrement la nocivité de cet amas. Nous chercherons donc également à définir un paramètre qui permette, à lui seul, d'estimer correctement une durée de vie en fatigue pour un arrangement de porosités donné.

Chapitre 5 : Chaînage entre le contrôle ultrasonore et la tenue en fatigue

Ce chapitre a pour objectif d'établir le chaînage entre le contrôle non destructif ultrasonore et le calcul de durée de vie en fatigue. L'estimation de la configuration de défauts, faite à partir de la reconstruction FTP issue du contrôle ultrasonore, est comparée à la configuration réelle pour ensuite être prise en compte dans les calculs en fatigue selon la méthode décrite au chapitre précédent. Les résultats de ces derniers calculs sont enfin comparés aux résultats expérimentaux. Un critère de criticité est proposé afin de quantifier, plus simplement, la nocivité associée à une configuration de défauts.

5.1. Caractérisation d'amas de porosités par CND ultrasonore

5.1.1. Inversion d'image

Dans cette partie, on cherche à exploiter l'image FTP reconstruite pour estimer la configuration de défauts associés. Ici, il est important de préciser que sous l'appellation « inversion d'image », on cherchera simplement à traduire sous forme d'algorithmes, et le plus fidèlement possible, la démarche classique d'analyse effectuée visuellement par l'opérateur suite à un contrôle. Ainsi la caractérisation des défauts est plus rationalisée.

5.1.1.1. Détection des points brillants

En premier lieu, les points brillants de la reconstruction doivent être localisés. Dans les algorithmes présents, un point brillant est défini comme étant un point d'intensité (ou amplitude) supérieure à celle de chacun de ses 8 voisins. Par exemple, sur la Figure 137, le pixel E est un point brillant si et seulement si son intensité est supérieure à celle de A, B, C, D, F, G, H et I.

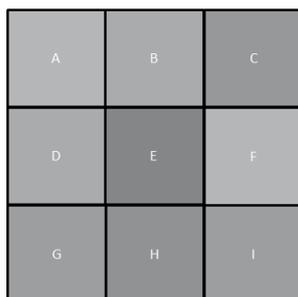


Figure 137 : Schéma illustratif de la définition d'un point brillant en E.

En contrôle non destructif, l'amélioration du rapport RSB des signaux doit permettre de minimiser les erreurs de type I (détection d'un défaut qui n'existe pas) et de type II (défaut effectivement présent mais non détecté). Cette augmentation de la fiabilité du contrôle, ou diminution du risque d'erreurs, signifie une meilleure classification des signaux entre ceux révélant la présence d'un défaut et ceux qui ne relèvent que du bruit. Pour améliorer le RSB, afin d'isoler plus facilement les points brillants, un post-traitement en enveloppe de Hilbert a été opéré sur les signaux d'acquisition.

Soit s une fonction définie sur \mathbb{R} à valeur dans \mathbb{R} . On appelle transformée de Hilbert du signal s la fonction notée $\mathcal{H}(s)$ définie par :

$$[\mathcal{H}(s)](t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{-\infty}^{t-\varepsilon} s(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau + \int_{t-\varepsilon}^{+\infty} s(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \right) \quad (93)$$

Afin d'obtenir l'enveloppe du signal s , il suffit alors de prendre la norme complexe du signal analytique complexe noté $\hat{s} = s + i\mathcal{H}(s)$. Ce procédé de post-traitement est souvent utilisé pour améliorer l'interprétation des signaux et éviter les petites variations dues au bruit. Cette transformation sera alors systématiquement appliquée à nos reconstructions.

Une seconde étape consiste alors à interpréter les informations issues de ces reconstructions post-traitées (position des points brillants et champ d'amplitude) pour en déduire la configuration de défauts présents. Pour ce faire, on envisage deux méthodes d'inversion possibles.

5.1.1.2. Première méthode d'inversion d'image

La première méthode est conçue comme une analogie avec les méthodes classiques de dimensionnement en contrôle ultrasonore. Pour une indication donnée de point brillant d'amplitude I , on considère les limites du réflecteur dans les lieux géométriques où l'amplitude de l'indication atteint $I-6\text{dB}$. Cette procédure de caractérisation de la taille d'une discontinuité par contrôle non destructif ultrasonore s'intitule « méthode à -6 dB » et fait l'objet de la norme NF EN ISO 16 810. Cette méthode part du principe que, lorsque l'amplitude est diminuée de moitié, le faisceau est pour moitié renvoyé par la discontinuité et l'autre moitié poursuit sa trajectoire.

Afin de déterminer une taille de défaut, l'algorithme de cette méthode d'inversion d'image est initié au niveau du point brillant et parcourt la reconstruction pixel par pixel à gauche et à droite de ce point jusqu'à la détection d'une perte d'intensité de 6 dB . La distance entre le point le plus à gauche et celui le plus à droite vérifiant cette perte d'amplitude donne le diamètre estimé du défaut.

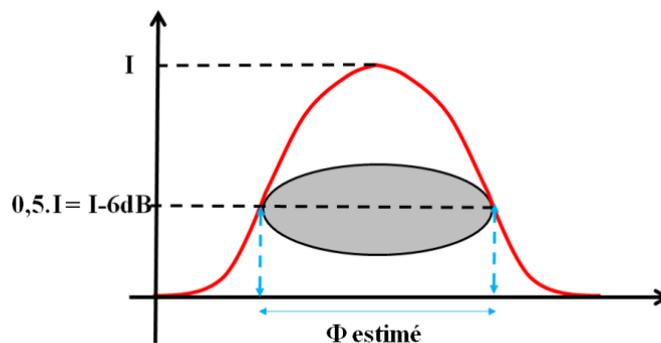


Figure 138 : Schéma illustratif de la méthode de dimensionnement à -6 dB .

Cette méthode ne s'applique, en toute rigueur, que pour un défaut isolé plus grand que la tache focale. Dans le cas contraire, elle dimensionne le faisceau, plutôt que l'indication. Il en est de même pour le cas d'un défaut volumique.

Une des faiblesses de cette méthode vient du fait qu'elle prend en compte la taille des points brillants et non leur amplitude, qui contient pourtant des informations sur la taille du défaut correspondant. L'introduction d'une autre méthode s'avère donc nécessaire pour le dimensionnement des indications trouvées en CND.

5.1.1.3. Deuxième méthode d'inversion d'image

La deuxième méthode d'inversion d'image est une amélioration de la première dans l'estimation du diamètre d'un défaut. On part toujours de la donnée d'un point brillant et on estime le diamètre du défaut correspondant en fonction de trois caractéristiques : abscisse, profondeur et amplitude du point brillant. A cette fin, on détermine d'abord sur CIVA la fonction d'amplitude caractéristique de notre contrôle ultrasonore et du type de défaut étudié (ici un TG). On appellera « fonction amplitude pour un TG de ϕ mm de diamètre » la fonction qui, selon la position qu'occupe un TG de diamètre ϕ mm dans la zone de reconstruction, donne l'amplitude de son point brillant. Ces fonctions ont été calculées dans le module « variation » de CIVA sur la plage d'abscisses et de profondeur de notre fenêtre de reconstruction. Il est important de rappeler ici que cette fonction ne prend en compte que l'amplitude diffusée par un unique défaut dont les coordonnées en abscisse et en profondeur, ainsi que le diamètre, constituent les variables d'entrée. Cette fonction ne peut donc pas prendre en compte les effets d'interaction.

Pour le calcul de cette fonction amplitude, on relève l'intensité prédite par CIVA des points brillants pour un défaut de diamètre compris entre 0,1 et 0,5 mm dont le sommet (lieu du point brillant) parcourt la fenêtre de reconstruction $[-2,2] \times [13,17]$ choisie au Chapitre 2 (voir 2.5.2).

La référence en amplitude (0 dB) est prise dans chaque cas comme l'amplitude du défaut enveloppe (2 mm de diamètre) dont le centre est positionné en (0,15). Les relevés d'amplitude sont corrigés par la méthode des moindres carrés pour obtenir des équations de plan (voir Figure 139). Ceci implique de négliger les effets de la divergence du faisceau, visibles à mesure que l'on s'éloigne du centre (baisse de l'amplitude qui se traduit par une légère courbure de la fonction selon X). Dans la région d'intérêt isolée et pour les tailles de défauts considérées, les évolutions d'amplitude se prêtent bien à cette approximation.

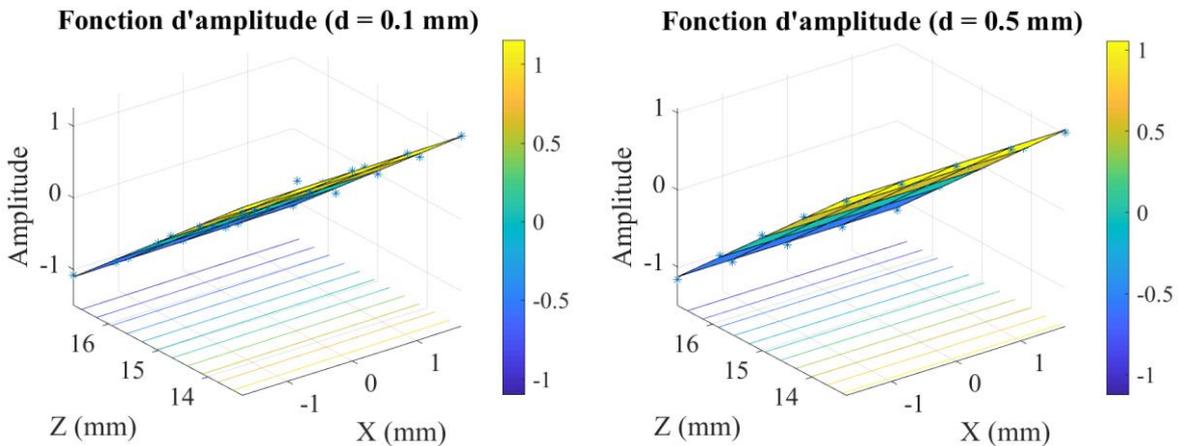


Figure 139 : Fonctions amplitudes déterminées à l'aide de CIVA. Les points de calcul sont approximés par des plans.
 A gauche : fonction amplitude pour un défaut de 0,1 mm de diamètre.
 A droite : fonction amplitude pour un défaut de 0,5 mm de diamètre.

Les deux équations de plan trouvées pour les fonctions amplitude pour un TG de diamètre 0,1 et 0,5 mm sont assez proches. Afin de trouver les fonctions-amplitude relatives à tout défaut de taille intermédiaire (de diamètre compris entre 0,1 et 0,5 mm), on les assimile à des plans dont l'équation est de type :

$$P : A \times \text{abscisse} + B \times \text{profondeur} + C(\phi) = \text{Amplitude}, \quad \forall \phi \text{ (diamètre de défaut)} \quad (94)$$

Dans le cas d'un contrôle à 0° , on annule A , puisque par hypothèse, il n'y a pas de variation de l'amplitude en fonction de l'abscisse X dans la zone de reconstruction considérée. Le paramètre B permet de quantifier la baisse d'amplitude d'un point brillant due à la profondeur de son défaut correspondant. Le paramètre C ne fait que translater le plan en fonction du diamètre. On suppose en effet que la fonction amplitude est la même, à la translation près, quel que soit le diamètre du défaut. Cette dernière hypothèse se vérifie bien, au moins pour le cas des défauts de diamètres 0,1 et 0,5 mm, comme en témoigne la Figure 139. Le coefficient B est une moyenne de ceux trouvés pour la fonction amplitude d'un défaut de diamètre 0,1 et 0,5 mm, qui sont très proches. On obtient $B = -3,5176 \times 10^{-4}$.

Pour calculer la référence de l'échelle en amplitude, on se réfère au cas enveloppe (diamètre 2 mm, dont le centre est aux coordonnées (0,15), et le point brillant en (0,14)). On cherche donc la courbe décrivant, en ordonnées, la perte d'amplitude d'un défaut dont le point brillant est placé en (0,14) dans notre fenêtre de reconstruction et dont le diamètre est en abscisses. Afin d'avoir une courbe qui permet d'avoir toujours des rayons positifs, on utilise une courbe d'approximation de la forme suivante :

$$C : y = \alpha \ln(x) + \beta \quad (95)$$

A nouveau, les coefficients α et β sont déterminés par la méthode des moindres carrés à partir de relevés faits sur CIVA. On trouve alors les paramètres $(\alpha, \beta) = (4,03 ; -2,79)$ pour la sonde présentée au Chapitre 2, utilisée en ondes L à 0 degré. Cette courbe est tracée en Figure 140.

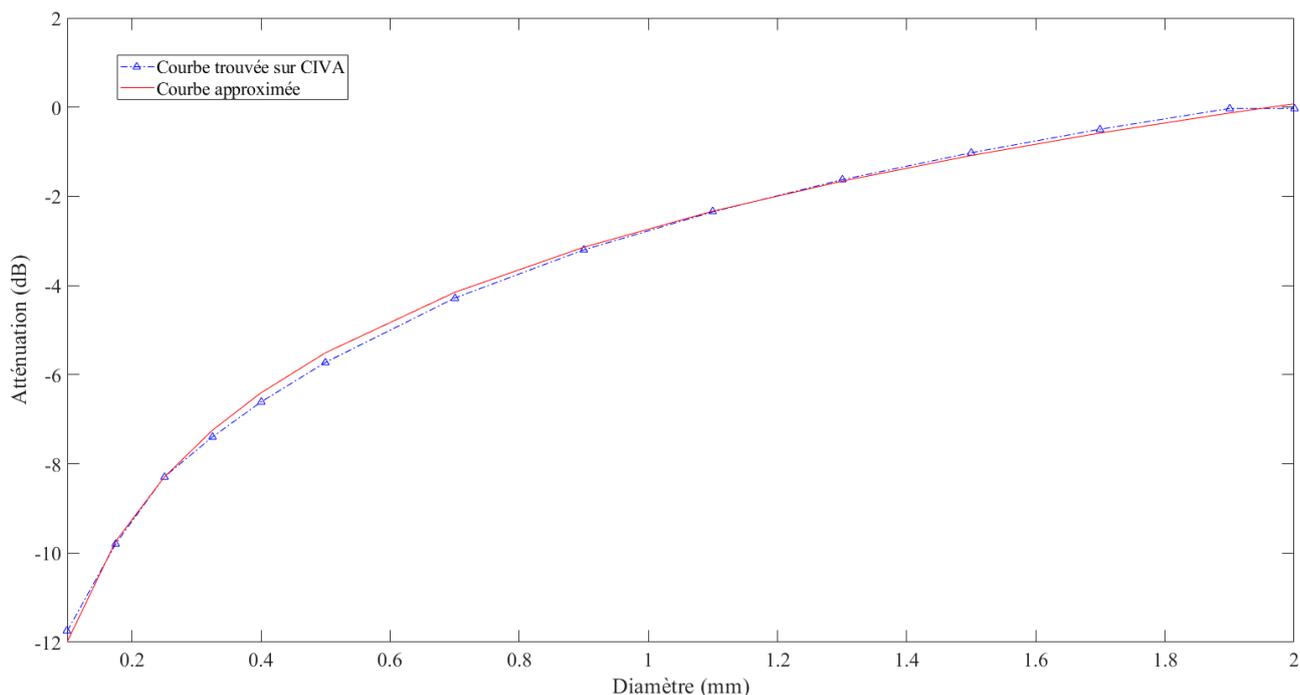


Figure 140 : Fonction décrivant la perte d'amplitude par rapport au point brillant du cas enveloppe en fonction du diamètre du défaut (courbe approximée par méthode des moindres carrés).

On constate que ce phénomène de décroissance de l'amplitude en fonction du diamètre du TG est prépondérant par rapport à la variation de l'amplitude en fonction de la position du TG dans la fenêtre de reconstruction. Une interprétation des images de reconstruction n'utilisant que la Figure 140 constituerait donc une hypothèse très convenable. Néanmoins, dans la suite de ce chapitre, nous prendrons en compte ces deux phénomènes.

Le protocole de la méthode 2 est donc le suivant :

- l'image de reconstruction brute est post-traitée en enveloppe de signal par la transformée de Hilbert,
- on relève l'abscisse X , la profondeur Z et l'amplitude I d'un point brillant,
- on détermine le plan de la fonction amplitude, dont l'équation est décrite plus haut, passant par les coordonnées du point brillant étudié,
- on calcule la perte d'amplitude qu'aurait le point brillant étudié s'il était en $(0,14)$ par rapport au point brillant du cas enveloppe,
- pour une perte d'amplitude de ΔI dB on résout $D = \exp\left(\frac{\Delta I - \beta}{\alpha}\right)$,
- D est alors le diamètre estimé du défaut responsable du point brillant étudié. On déduit alors les coordonnées de son centre.

Une illustration explicative de la méthode 2 est fournie en Figure 141.

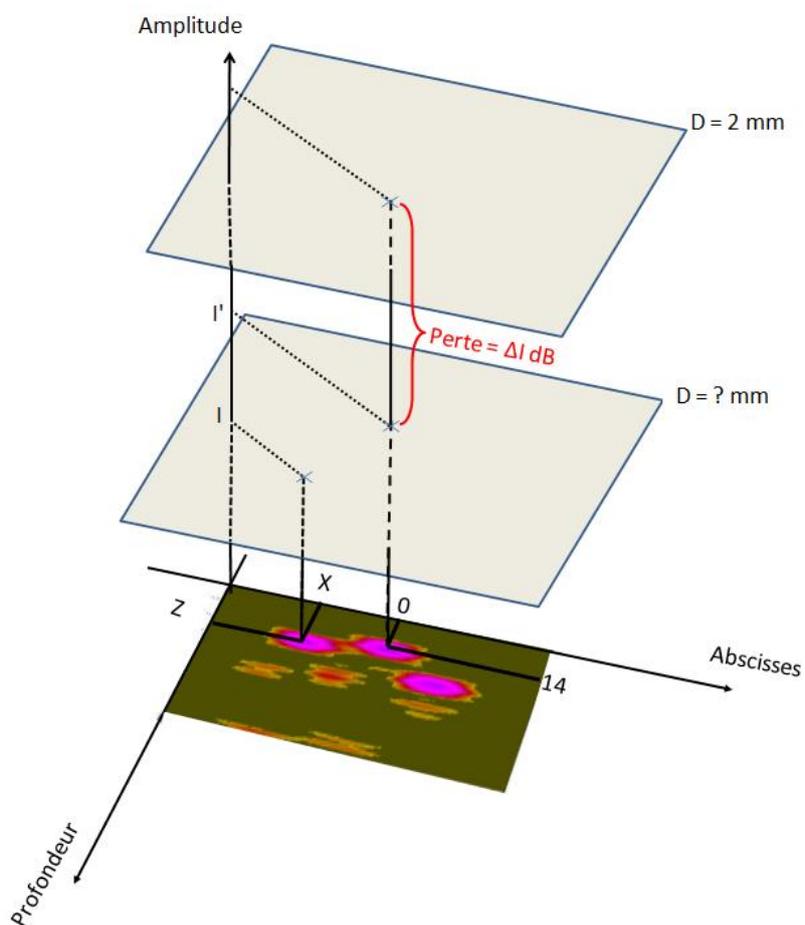


Figure 141 : Illustration explicative de la méthode 2.

Pour ce qui concerne les contrôles effectués avec une incidence de $\pm 30^\circ$, le protocole fonctionnerait de façon parfaitement analogue. Cependant, ces reconstructions ne seront pas exploitées dans la suite de ce chapitre par souci de simplification.

On évalue à présent les deux méthodologies d'inversion sur les données ultrasonores obtenues dans les cas Standard et Gradient.

5.1.2. Application au cas standard

Dans cet exemple, comme expliqué au Chapitre 2, on se contente d'un contrôle ultrasonore fait à 0° depuis la face supérieure. En effet, par symétrie, on considère que le résultat obtenu depuis la face inférieure est identique. Les résultats de reconstruction sont exposés en Figure 142 où l'on peut voir la reconstruction en amplitude à gauche et en amplitude normalisée (par rapport à l'amplitude du point brillant de l'enveloppe égale à 663 020 points) à droite.

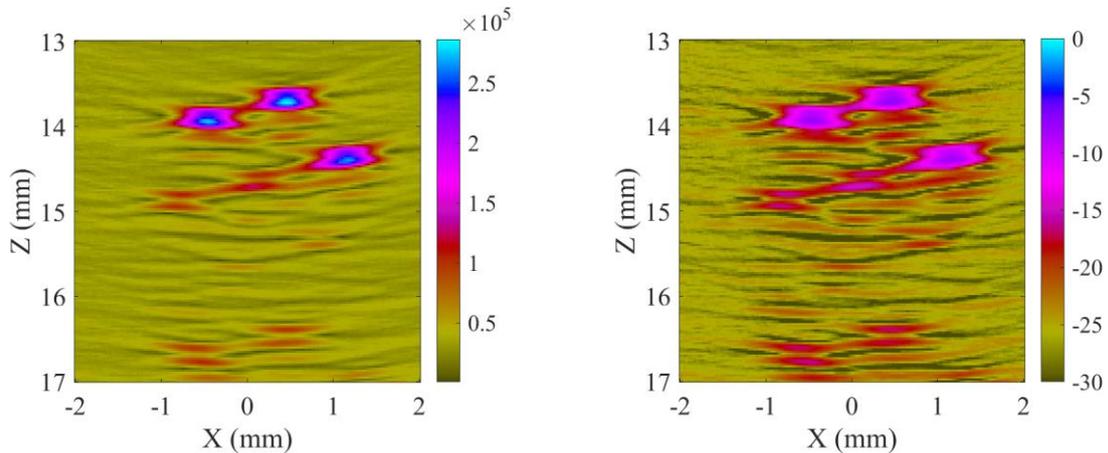


Figure 142 : Reconstruction expérimentale du cas standard après transformation en enveloppe de signal. A gauche : en amplitude brute ; A droite : en amplitude relative à celle du point brillant du cas enveloppe.

Une correction sur ces reconstructions est appliquée pour éliminer les échos de falaise. Comme évoqué précédemment, il serait aisé de les distinguer expérimentalement dans notre procédé de contrôle, étant donné que l'inspection est en pratique réalisée depuis les deux faces de l'éprouvette.

On applique un seuillage à -16 dB du cas standard reconstruit en enveloppe de signal. Ce seuillage permet en effet de voir les indications les plus pertinentes et de masquer celles dues aux échos redondants. On obtient alors la reconstruction montrée en Figure 143.

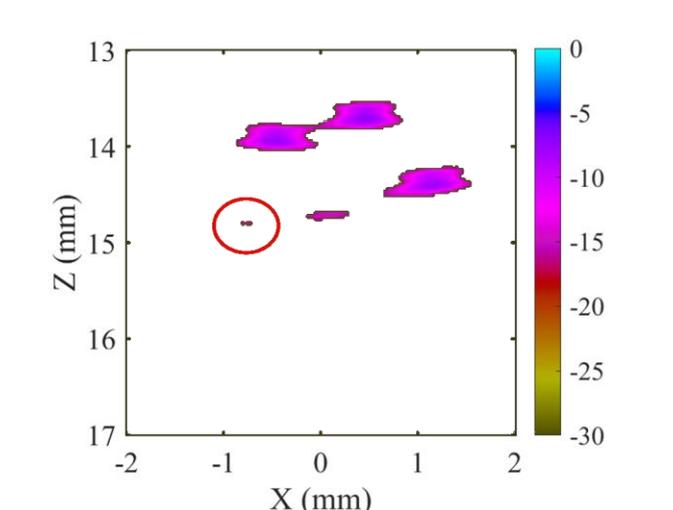


Figure 143 : Seuillage à -16 dB sur la reconstruction du cas standard.

Cette image seuillée va à présent être considérée pour évaluer les deux méthodes décrites précédemment.

5.1.2.1. Méthode 1

Une estimation de la population de défauts est faite à partir des points brillants de cette reconstruction. Plusieurs points brillants proches les uns des autres et correspondant à un seul et unique défaut sont parfois recensés. Ceci induit à tort la déduction de plusieurs défauts très proches qui se superposent. Une correction de cette estimation est alors appliquée au post-traitement afin d'interdire cette superposition (hypothèse de non-interpénétration des défauts, déjà évoquée lors de l'utilisation du théorème de Graf en Chapitre 3, équation (78)). Pour ce faire, on considère des « classes de défauts » définies comme étant un ensemble de défauts dont chacun est en contact avec au moins un autre de la même classe.

Chaque classe de défauts est alors remplacée par son représentant de plus grand diamètre. Ce dernier est alors placé au niveau du point brillant le moins profond (le plus haut) de la classe de défauts. Un schéma explicatif est donné en Figure 144.

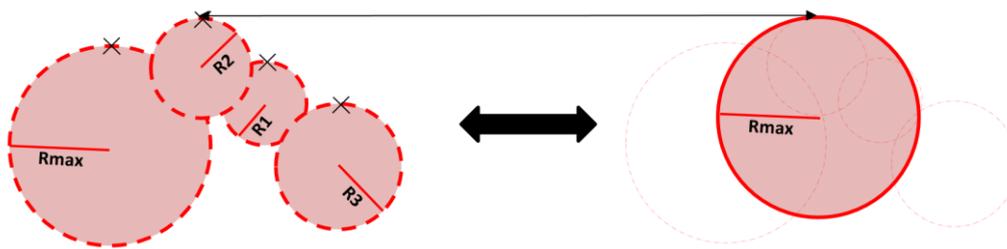


Figure 144 : A gauche : Exemple d'une classe de défauts ; A droite : son défaut équivalent.

Cette façon de procéder a été choisie afin de prendre en compte l'indication de plus grande amplitude (donc celle qui provient le moins probablement d'échos parasites). Les échos voisins qui se superposent ont en effet tendance à suivre la surface du défaut. C'est la raison pour laquelle on place l'indication au niveau du pic d'amplitude le moins profond (le plus haut) pour déterminer la position du défaut. Son centre est alors localisé au point de même abscisse et d'ordonnée d'une valeur égale à un rayon en dessous du point brillant.

La première méthode appliquée au cas standard donne les résultats affichés en Figure 145.

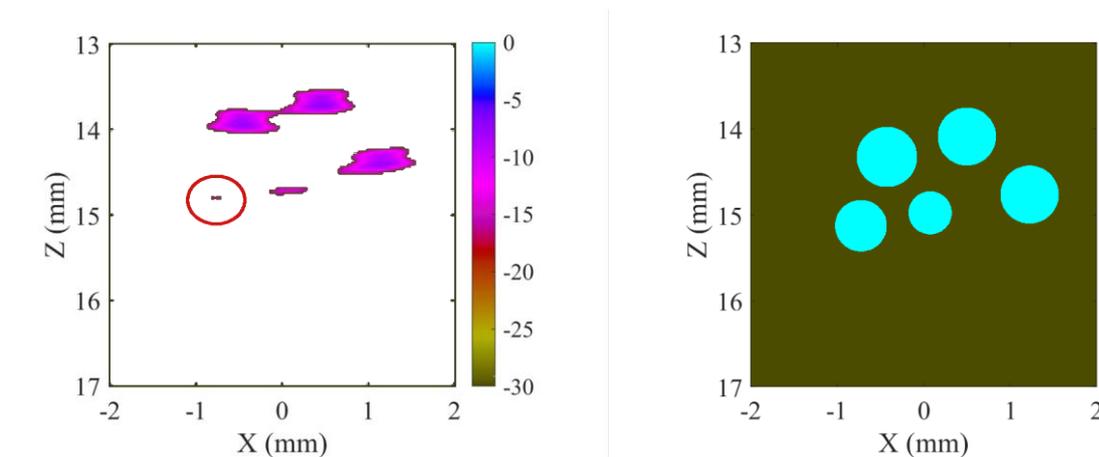


Figure 145 : A gauche : reconstruction seuillée à -16 dB [rappel] ; A droite : application de la méthode 1 sur le cas standard (contrôle depuis une seule face).

Une rotation de 180° du résultat précédent permet d'obtenir le résultat que l'on aurait obtenu depuis la face inférieure. Une simple sommation de l'image précédente d'une part et de cette même image retournée d'un demi-tour d'autre part, donne une première estimation de la configuration illustrée sur la Figure 146.

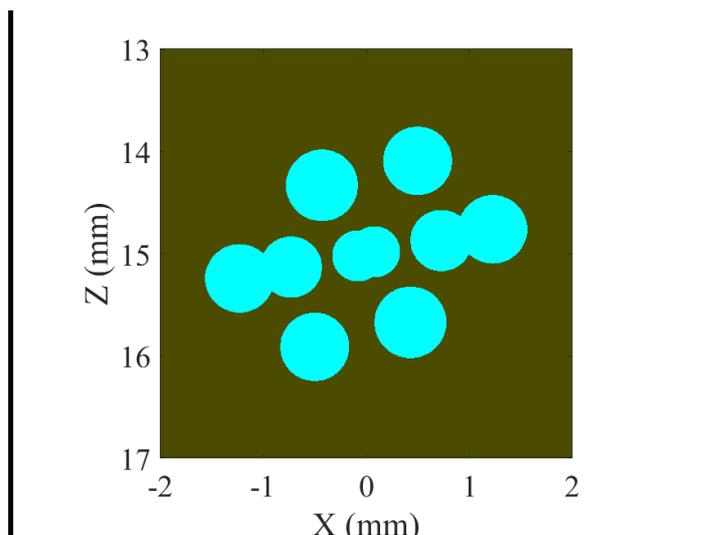


Figure 146 : Sommation après retournement des résultats de la méthode 1 sur le cas standard.

Une dernière correction consiste à post-traiter cette estimation afin d'empêcher à nouveau l'interpénétration des défauts. On considère alors les mêmes classes de défauts que précédemment. En revanche, le défaut équivalent de chaque classe est cette fois celui dont le diamètre est la moyenne arithmétique de tous les diamètres des défauts de la classe. Son centre est en outre placé au niveau du barycentre des centres des défauts de la classe, pondérés par leur diamètre. Une illustration est donnée en Figure 147.

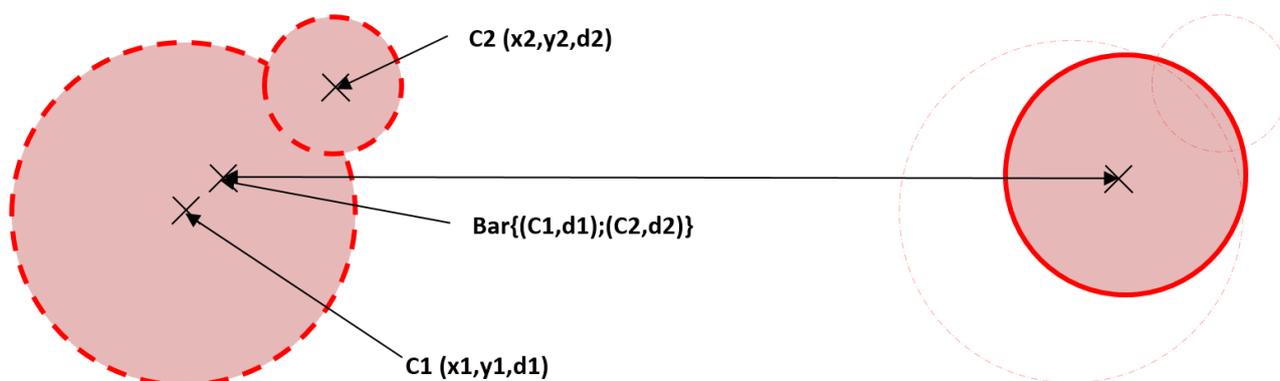


Figure 147 : A gauche : Illustration d'une classe de deux défauts ; A droite : son défaut équivalent.

Cette dernière opération présente l'avantage de prendre préférentiellement en compte les indications de plus forte amplitude pour positionner le défaut équivalent.

Une fois ces post-traitements effectués, on obtient les estimations montrées en Figure 148 que l'on peut comparer avec la configuration réelle de défauts.

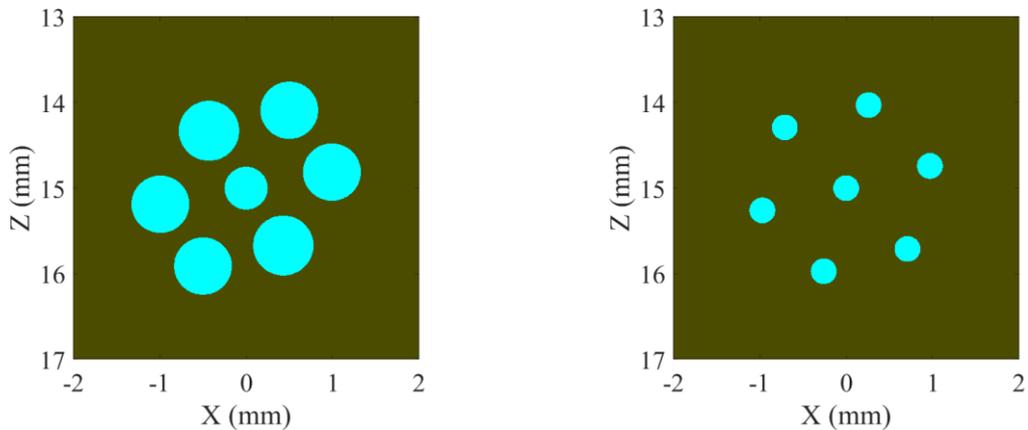


Figure 148 : A gauche : application de la méthode 1 sur le cas standard ; A droite : configuration standard réelle [rappel].

Les résultats numériques sont donnés dans le Tableau 24 ci-dessous. Dans la perspective de comparer notre estimation globale à la configuration réelle, on arrondit le diamètre estimé des défauts au centième de millimètre.

	Abcisse estimée	Abcisse réelle	Profondeur estimée	Profondeur réelle	Diamètre estimé	Diamètre réel
Défaut 1	0	0	15	15	0,50	0,30
Défaut 2	0,50	0,26	14,09	14,03	0,67	0,30
Défaut 3	0,99	0,97	14,81	14,74	0,67	0,30
Défaut 4	0,43	0,71	15,67	15,71	0,70	0,30
Défaut 5	-0,50	-0,26	15,91	15,97	0,67	0,30
Défaut 6	-0,99	-0,97	15,19	15,26	0,67	0,30
Défaut 7	-0,43	-0,71	14,33	14,29	0,70	0,30

Tableau 24 : Synthèse des résultats dans le cas d'une application de la méthode 1 sur le cas standard

On constate que l'estimation de la taille des défauts est systématiquement plus grande que la taille réelle. Par ailleurs, les diamètres calculés sont assez constants, sauf pour ce qui concerne le TG central (n°1) qui est estimé plus petit que les autres, très certainement du fait des ombrages géométriques. Cette observation corrobore le fait que la méthode 1 dimensionne le faisceau plutôt que l'indication. Aux profondeurs considérées et pour la sonde employée, on estime en effet la largeur du faisceau à 0,8 mm (d'après la formule (12)). La surestimation systématique des défauts peut également être vue comme un effet de la superposition de plusieurs champs de diffusion voisins. La méthode 1 interprète ces contributions supplémentaires comme celle venant d'un défaut unique, et donc le surestime en taille. Pour rappel, cette méthode n'est, en théorie, pas applicable dans ce cas d'étude.

Concernant la position estimée des défauts par rapport à la position réelle, les défauts n°2 et 4 sont mal positionnés en abscisses (et par symétrie les défauts n°5 et 7 également). En revanche les positions des défauts n°1, 3 et 6 sont très fidèlement retranscrites, ainsi que l'ensemble des profondeurs de chacun des sept défauts. Les écarts *a priori* visualisés sont en fait très faibles (quelques dixièmes de millimètres) mais paraissent grands à l'échelle de l'amas.

5.1.2.2. Méthode 2

On applique la méthode 2 précédemment exposée (employant la fonction amplitude) sur la même reconstruction seuillée à -16 dB. On obtient alors la reconstruction montrée en Figure 149.

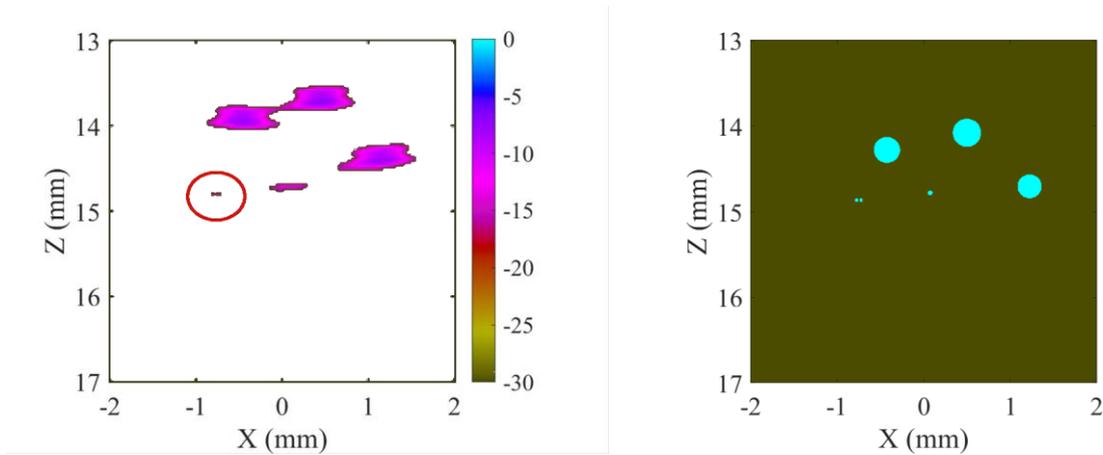


Figure 149 : A gauche : reconstruction seuillée à -16 dB [rappel] ; A droite : application de la méthode 2 sur le cas standard (contrôle depuis une seule face).

En symétrisant et en sommant de la même façon qu'en méthode 1 (moyenne arithmétique), on obtient le résultat affiché en Figure 150 qui est comparé à la configuration réelle.

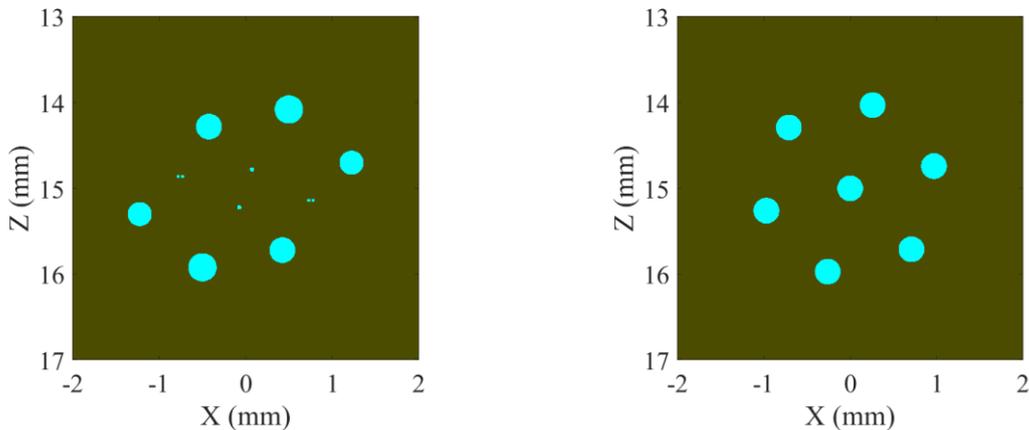


Figure 150 : A gauche : application de la méthode 2 sur le cas standard ; A droite : configuration standard réelle [rappel].

Le problème rencontré par la méthode 2, est que certains défauts sont vus tellement petits que, lors de la concaténation des contrôles depuis le haut et le bas de l'éprouvette, cette méthode d'inversion fournit deux défauts différents, là où en réalité il n'y en a qu'un (notamment au niveau des TG n°1, 3 et 6). Dans la méthode 1, ces défauts étaient vus plus gros mais comme ils fusionnaient lors de la sommation des inversions, le résultat de concaténation était plus fidèle à la configuration réelle de défauts. Concernant la position des défauts, un décalage en abscisses est visible par rapport au cas réel. Il est de l'ordre de l'incertitude cumulée (environ un demi-millimètre) due au protocole expérimental : support capteur, jeu de la sonde dans le support, perçage des TG au centre de l'éprouvette. Concernant l'estimation de la taille des défauts, la méthode 2 donne de bons résultats pour les six défauts extérieurs mais induit une sous-estimation du diamètre du TG n°1 (fortement interagissant avec les autres trous comme on a pu le voir avec Matlab). En effet, la méthode 2 est fondée sur une estimation du diamètre d'un défaut en fonction de l'amplitude de son point brillant. Mais la

fonction amplitude sur laquelle cette méthode est fondée considère un défaut seul, en tout point de son domaine de définition (fenêtre de reconstruction). En conséquence, puisqu'ici les défauts interagissent, de l'énergie est perdue dans le réseau de TG et cette sous-estimation de l'énergie diffusée induit une sous-estimation de la taille du défaut interactif.

On note ainsi que la méthode 2 aura tendance à sous-estimer la taille des défauts les plus interactifs, et possède donc le biais contraire à celui de la méthode 1 (qui a tendance à les surestimer). Cette observation incite à utiliser une méthode qui combine les deux précédentes.

5.1.2.3. Application d'une méthode combinée

L'idée ici est de compenser les inconvénients de chacune des deux méthodes décrites précédemment en faisant une sommation des estimations qu'elles fournissent. On somme ainsi les estimations issues de la méthode 1 et de la méthode 2 et, lorsque des défauts se superposent, on positionne à nouveau le centre du défaut équivalent au niveau du barycentre des défauts de la classe, pondéré par leur diamètre (comme en Figure 147). De même, le diamètre du défaut équivalent est la moyenne arithmétique des diamètres des défauts de la classe. On obtient alors les résultats en Figure 151.

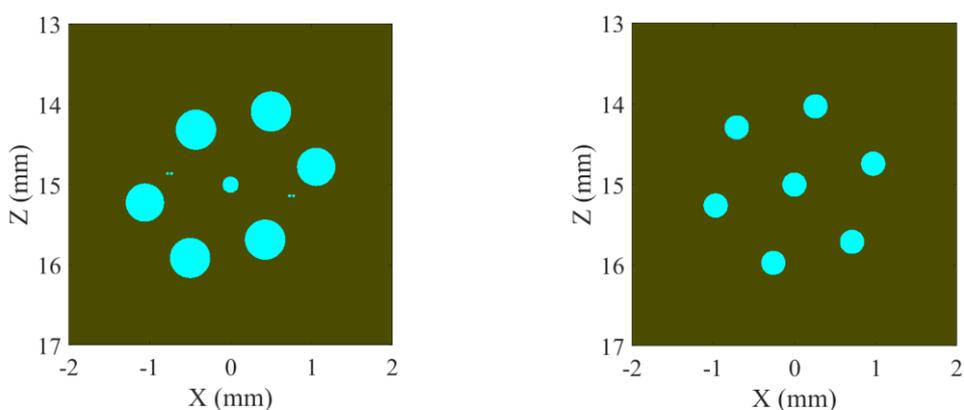


Figure 151 : A gauche : application de la méthode combinée sur le cas standard ; A droite : Configuration standard réelle [rappel].

Les caractéristiques géométriques des défauts observés sur la Figure 151 sont recensées dans le Tableau 25.

	Abcisse estimée	Abcisse réelle	Profondeur estimée	Profondeur réelle	Diamètre estimé	Diamètre réel
Défaut 1	0	0	15	15	0,20	0,30
Défaut 2	0,50	0,26	14,09	14,03	0,50	0,30
Défaut 3	1,06	0,97	14,78	14,74	0,48	0,30
Défaut 4	0,43	0,71	15,69	15,71	0,50	0,30
Défaut 5	-0,50	-0,26	15,91	15,97	0,50	0,30
Défaut 6	-1,06	-0,97	15,22	15,26	0,48	0,30
Défaut 7	-0,43	-0,71	14,32	14,29	0,50	0,30
Défauts subsidiaires	-0,78	/	14,86	/	0,04	/
	-0,73	/	14,86	/	0,04	/
	0,78	/	15,14	/	0,04	/
	0,73	/	15,14	/	0,04	/

Tableau 25 : Synthèse des résultats obtenus avec la méthode combinée sur le cas standard (en mm).

Conformément à ce qui est énoncé dans la bibliographie, certains défauts recensés sont trop petits pour être pertinents dans les calculs en fatigue (voir Chapitre 1, paragraphe 1.3.2). Les petits défauts subsidiaires, de part et d'autre du défaut central (TG n°1), ne seront donc pas retenus dans notre étude. Seuls les sept premiers défauts décrits dans le Tableau 25 seront considérés pour le chaînage entre le contrôle non destructif et la mécanique de la rupture.

On constate que la méthode combinée fournit des résultats plus proches de la configuration exacte (en position et en diamètre des TG) que chacune des deux méthodes isolément. Le défaut central est à présent détecté et parfaitement estimé en position. Son diamètre est en revanche légèrement sous-estimé du fait de l'ombrage géométrique et de ses nombreuses interactions.

Le cas standard sert de base pour notre étude paramétrique, mais n'est pas représentatif d'un amas de porosités réel. Les différentes méthodes ayant été présentées sur un cas simple, on choisit maintenant de les appliquer sur un cas plus proche de la réalité : le cas gradient.

5.1.3. Application au cas gradient

Sur le cas gradient, on ne considère à nouveau que les contrôles ultrasonores faits en incidence à 0°. Cette configuration n'étant pas symétrique, il y a donc deux contrôles différents : l'un depuis la face supérieure de l'éprouvette (appelé positif par la suite) et l'autre depuis sa face inférieure (appelé négatif par la suite).

5.1.3.1. Méthode 1

Les reconstructions en enveloppe de signal du cas gradient positif sont présentées sur la Figure 152 ci-dessous.

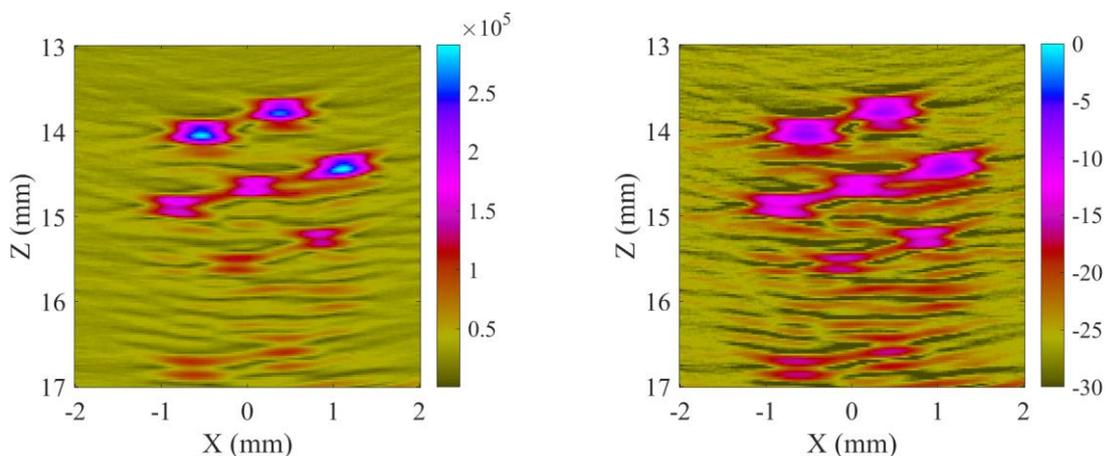


Figure 152 : Reconstruction expérimentale du cas gradient positif après transformation en enveloppe de signal. A gauche : en amplitude de signal ; A droite : en échelle dB.

Pour ce cas, le seuillage optimal permettant de voir le plus d'indications pertinentes possible et le moins d'échos parasites est de -15 dB. On applique la méthode 1 de dimensionnement à -6 dB précédemment exposée sur cette reconstruction. L'image seuillée ainsi que le résultat de l'inversion sont présentés ci-après en Figure 153.

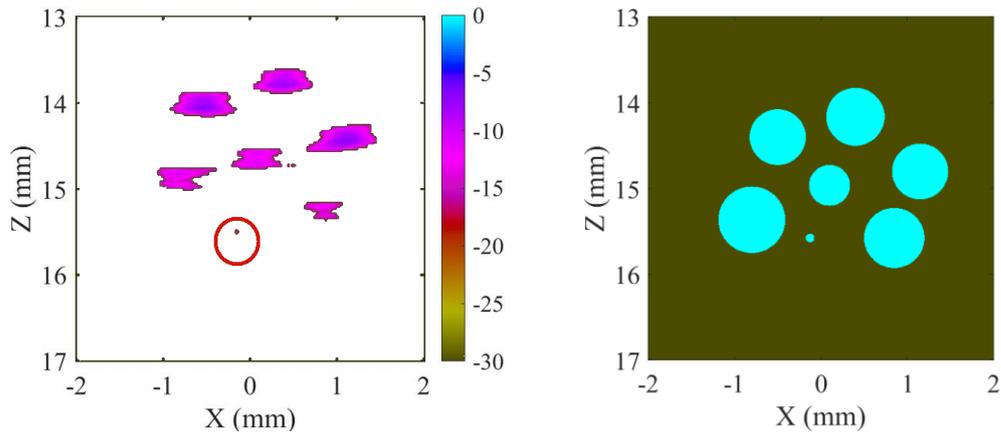


Figure 153 : A gauche : reconstruction expérimentale du cas gradient positif après transformation en enveloppe de signal et seuillage à -15 dB ; A droite : inversion de l'image de reconstruction par la méthode 1.

On observe que l'inversion de l'image de reconstruction permet déjà d'estimer la présence de sept défauts (l'indication due au défaut n°5, plus difficile à percevoir, est entourée en rouge sur la Figure 153). En effet, cette configuration dans laquelle les tailles des défauts suivent une gradation positive est un avantage pour le contrôle, puisque les ombrages géométriques y sont limités.

En situation réelle, ne sachant pas depuis quel côté sera vu l'amas de porosités, on procède de même sur la configuration gradient négatif (correspondant au côté des défauts les plus gros). On obtient les reconstructions de la Figure 154.

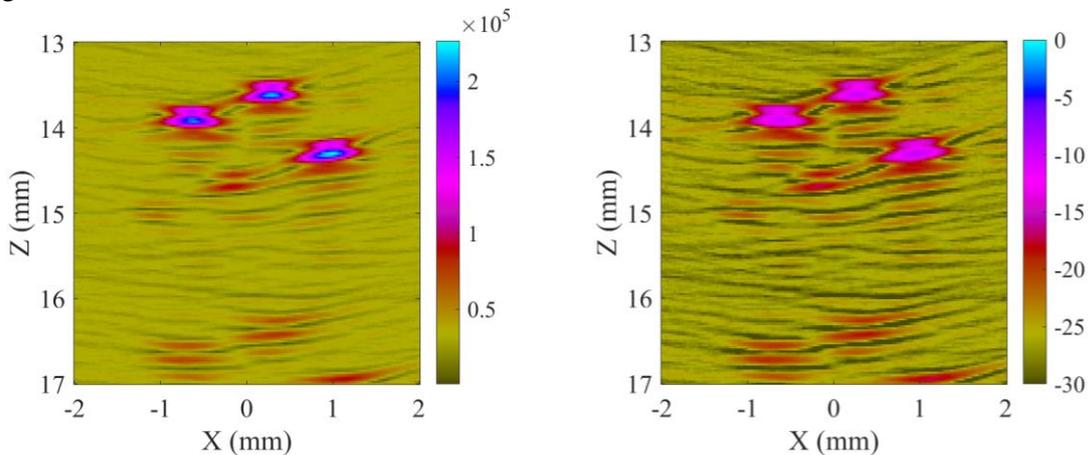


Figure 154 : Reconstruction expérimentale du cas gradient négatif après transformation en enveloppe de signal. A gauche : en amplitude de signal ; A droite : en échelle dB.

L'image de reconstruction au seuillage optimal évalué à -15 dB est présentée en Figure 155. Ce seuillage permet de détecter les indications dues aux défauts n°1, 4, 5 et 6. L'indication due au défaut n°1, peu étendue du fait du seuillage, est entourée en rouge. En revanche, le défaut n°3 dont on peut deviner une indication sur la Figure 154, ne peut pas être récupéré quel que soit le seuillage, car l'amplitude de son point brillant est inférieure à certains échos parasites (hors échos de falaise).

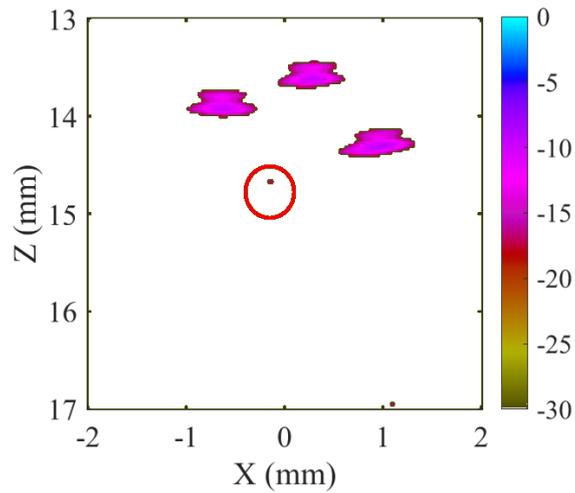


Figure 155 : Reconstruction expérimentale du cas gradient négatif après transformation en enveloppe de signal et seuillage à -15 dB.

Cependant, un opérateur pourrait aisément en suggérer la présence (du fait de sa distance avec les autres indications), on relève donc manuellement l'amplitude de son point brillant et on calcule ensuite une estimation du rayon du défaut correspondant par la méthode 2. En inversant l'image de reconstruction par la méthode 1, on obtient la configuration estimée présentée en Figure 156.

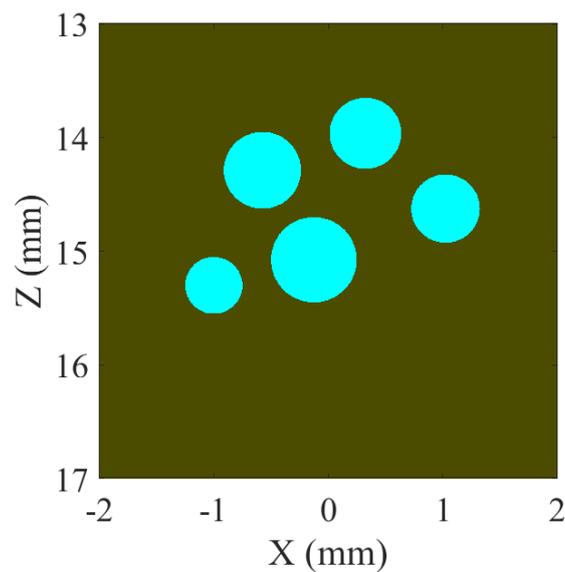


Figure 156 : Inversion de l'image du cas gradient négatif par la méthode 1.

En concaténant les résultats des contrôles depuis les faces inférieure et supérieure de l'éprouvette et en considérant la moyenne arithmétique des défauts se chevauchant (voir Figure 147), on obtient les résultats illustrés en Figure 157.

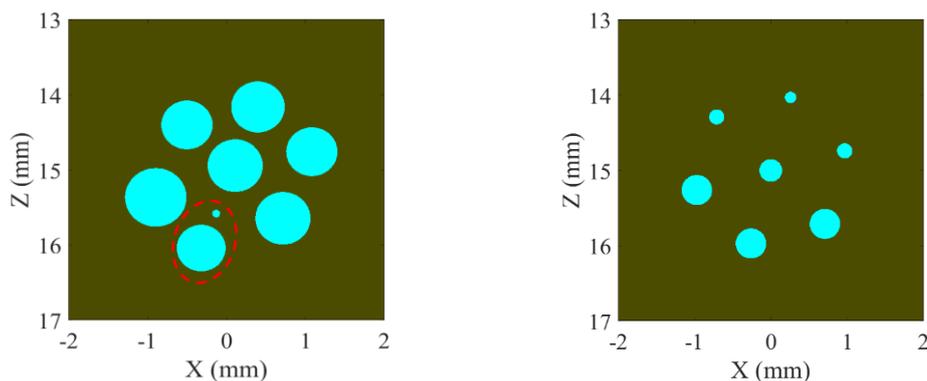


Figure 157 : A gauche : Concaténation des inversions du cas gradient par la méthode 1, A droite : Configuration gradient réelle [rappel]

Les données géométriques quantitatives de la configuration estimée sont données dans le Tableau 26.

	Abscisse estimée	Abscisse réelle	Profondeur estimée	Profondeur réelle	Diamètre estimé	Diamètre réel
Défaut 1	0,11	0	14,94	15	0,70	0,30
Défaut 2	0,40	0,26	14,16	14,03	0,68	0,15
Défaut 3	1,08	0,97	14,76	14,74	0,65	0,20
Défaut 4	0,72	0,71	15,64	15,71	0,70	0,40
Défaut 5	-0,32	-0,26	16,04	15,97	0,62	0,4
Défaut 5 (bis)	-0,13	-0,26	15,58	15,97	0,10	0,40
Défaut 6	-0,90	-0,97	15,36	15,26	0,78	0,40
Défaut 7	-0,50	-0,71	14,40	14,29	0,65	0,20

Tableau 26 : Synthèse des résultats obtenus par la méthode 1 sur le cas gradient

A nouveau, les défauts sont surestimés en diamètre. Néanmoins cette méthode permet de voir les sept défauts et ce, avec un simple contrôle du côté de la gradation positive.

Le contrôle depuis le côté des plus gros TG (côté gradation négative) permet d'atteindre plus directement les défauts du bas de la configuration, notamment le défaut n°5 qui est à peine visible dans le contrôle depuis la face supérieure de l'éprouvette. On observe de plus que le défaut n°5, tel qu'il est détecté avec le contrôle depuis la face supérieure, est trop petit pour être fusionné avec celui détecté depuis la face inférieure (entourés dans l'ellipse rouge). Il subsiste donc un petit défaut, estimé à 0.1 mm de diamètre, en plus des sept défauts effectivement présents.

5.1.3.2. Méthode 2

Après application de la méthode 2 (fonction amplitude) sur le cas gradient, on trouve de la même façon les résultats suivants avec un seuillage optimal de -15 dB pour le gradient positif et de -16 dB pour le gradient négatif (voir Figure 158).

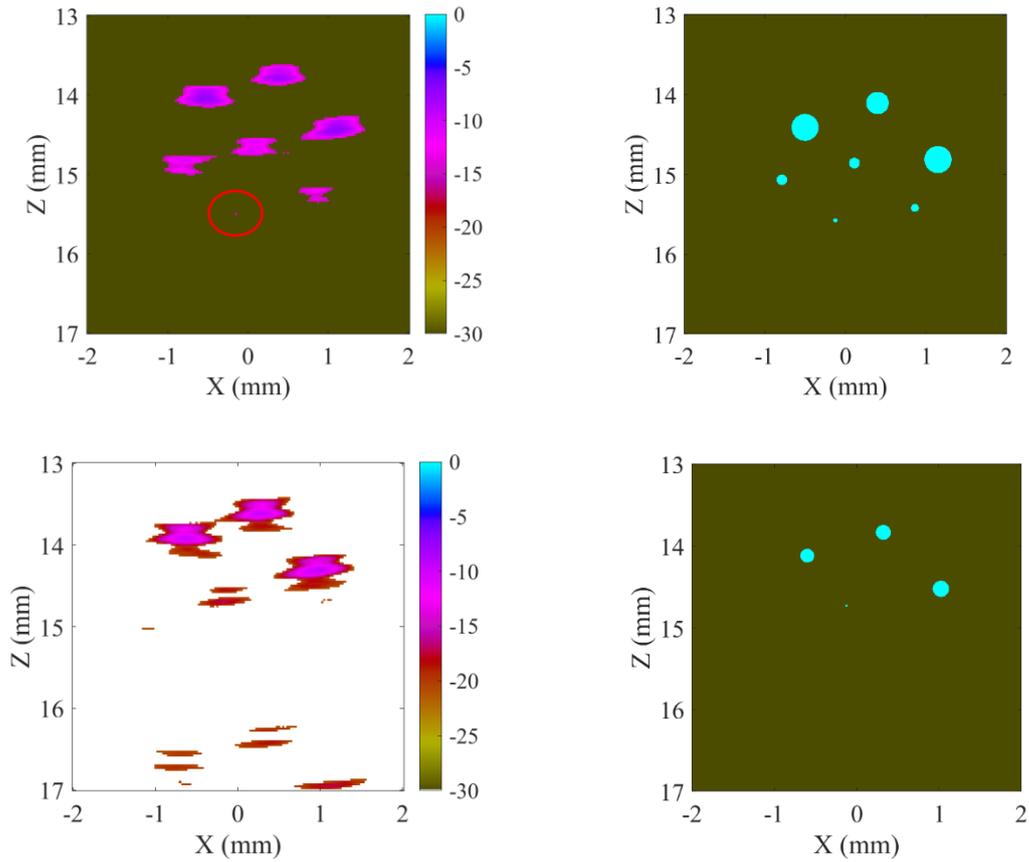


Figure 158 : En haut : A gauche : Reconstruction expérimentale du cas gradient positif après transformation en enveloppe de signal et seuillage à -15 dB ; A droite : résultat de l'inversion par la méthode 2.

En bas : A gauche : Reconstruction expérimentale du cas gradient négatif après transformation en enveloppe de signal et seuillage à -16 dB ; A droite : résultat de l'inversion par la méthode 2.

Les résultats de la concaténation de ces deux inversions sont présentés en Figure 159.

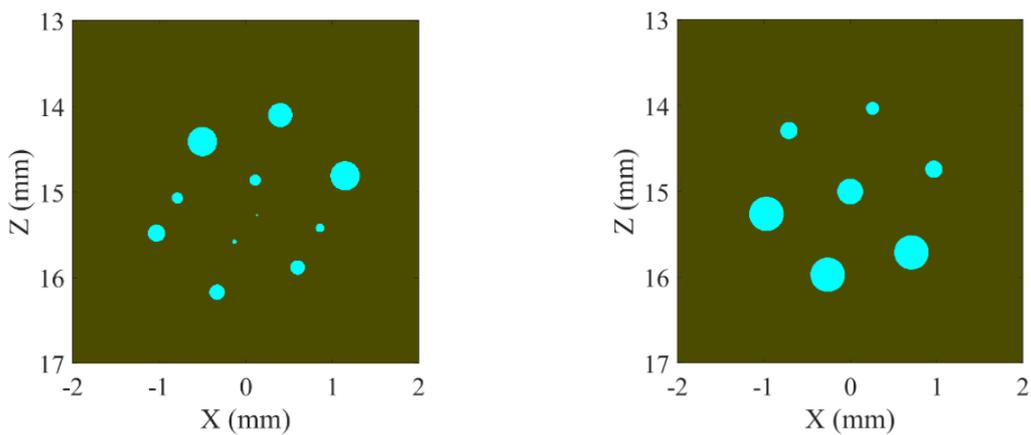


Figure 159 : A gauche : Concaténation des inversions du cas gradient par la méthode 2, A droite : Configuration gradient réelle [rappel]

Les résultats géométriques de la concaténation présentée en Figure 159 sont donnés dans le Tableau 27.

	Abscisse estimée	Abscisse réelle	Profondeur estimée	Profondeur réelle	Diamètre estimé	Diamètre réel
Défaut 1	0,13	0	15,27	15	0,28	0,2
Défaut 1 (bis)	0,11	0	14,86	15	0,03	0,2
Défaut 2	0,4	0,26	14,1	14,03	0,34	0,15
Défaut 3	1,15	0,97	14,81	14,74	0,1	0,2
Défaut 4	0,86	0,71	15,42	15,71	0,17	0,3
Défaut 4 (bis)	0,6	0,71	15,88	15,71	0,05	0,3
Défaut 5	-0,13	-0,26	15,58	15,97	0,18	0,3
Défaut 5 (bis)	-0,33	-0,26	16,17	15,97	0,13	0,3
Défaut 6	-0,79	-0,97	15,07	15,26	0,2	0,3
Défaut 6 bis	-1,03	-0,97	15,48	15,26	0,34	0,3
Défaut 7	-0,5	-0,71	14,41	14,29	0,13	0,2

Tableau 27 : Synthèse des résultats obtenus par la méthode 2 sur le cas gradient

Les défauts n°1, 4, 5 et 6 sont interprétés comme étant de diamètre inférieur à leur taille réelle. C'est la raison pour laquelle au moment de la concaténation, les indications dues à leur bord supérieur et celles dues à leur bord inférieur ne fusionnent pas. On mentionne ainsi les défauts n°1bis, 4bis, 5bis et 6bis. Ces défauts parcellaires ont vocation à être fusionnés lors de l'application de la méthode combinée décrite en 5.1.2.3.

La gradation est en revanche mal retranscrite. Ceci est dû au fait que les défauts les plus gros sont ceux qui interagissent le plus. En effet, dans le Chapitre 3, on a posé le problème de multidiffusion sous une forme matricielle où les termes d'interaction (blocs hors diagonale) apparaissent comme étant dépendants de la taille des défauts. Ainsi, la perte de signal est plus grande du côté des TG les plus gros, et la méthode 2 traduit cette perte par une sous-estimation de la taille des défauts.

On applique alors, sur le cas gradient, la méthode combinée.

5.1.3.3. Application de la méthode combinée

Comme pour le cas standard, on moyenne les résultats des méthodes 1 et 2 de la même façon. Ceci permet de trouver une configuration globalement estimée, illustrée en Figure 160.

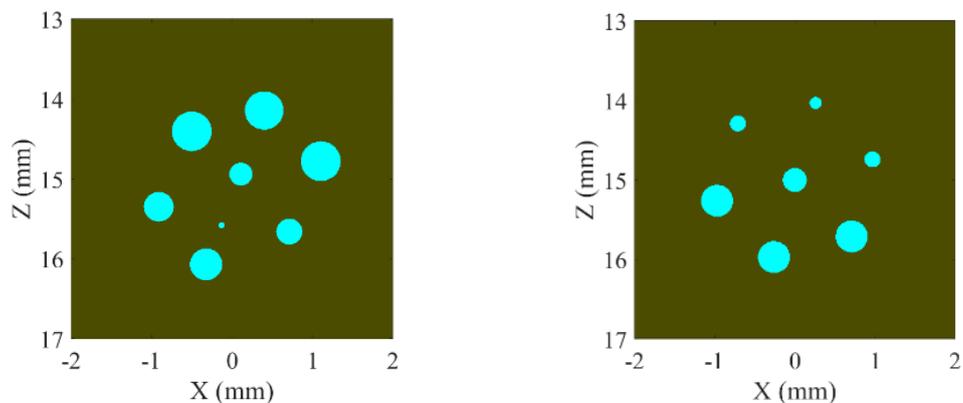


Figure 160 : A gauche : inversion du cas gradient par la méthode combinée ; A droite : configuration réelle [rappel].

A nouveau, un petit défaut supplémentaire au niveau du TG n°5 est observé et sera omis, du fait de son petit diamètre qui le rend négligeable pour une étude en fatigue.

Qualitativement, on note que la gradation dans les tailles des TG semble être perdue au fil des transformations. Cette perte d'information n'est *a priori* que peu préjudiciable, étant donné qu'on a déjà conclu au Chapitre 4 que le facteur « Gradation » n'influe pas sur la durée de vie en fatigue. Cette considération sera précisée dans la suite, lorsque l'on cherchera à quantifier un paramètre critique pour la durée de vie en fatigue.

Le Tableau 28 synthétise les résultats d'inversion obtenus par la méthode combinée appliquée au cas gradient.

	Abscisse estimée	Abscisse réelle	Profondeur estimée	Profondeur réelle	Diamètre estimé	Diamètre réel
Défaut 1	0,11	0	14,93	15	0,21	0,20
Défaut 2	0,40	0,26	14,14	14,03	0,48	0,15
Défaut 3	1,10	0,97	14,78	14,74	0,50	0,20
Défaut 4	0,71	0,71	15,66	15,71	0,32	0,30
Défaut 5	-0,32	-0,26	16,07	15,97	0,40	0,30
Défaut 6	-0,91	-0,97	15,35	15,26	0,37	0,30
Défaut 7	-0,50	-0,71	14,40	14,29	0,50	0,20

Tableau 28 : Synthèse des résultats dans obtenus par la méthode combinée sur le cas gradient.

On constate logiquement que la concaténation des deux méthodes n'a pas pu aboutir à une estimation très précise de la configuration. Elle a néanmoins donné une estimation plus proche que celles obtenues par les méthodes 1 et 2 seules, en compensant leurs inconvénients.

On propose à présent d'évaluer ces inversions par rapport aux résultats obtenus expérimentalement.

5.1.4. Evaluation des inversions

La simulation Matlab de multidiffusion a été validée sur tous nos cas d'étude au Chapitre 3. Nous allons donc nous en servir pour valider ou non les configurations estimées par la méthode combinée. Sachant que l'opérateur ne peut *a priori* pas savoir si les échos obtenus proviennent effectivement de discontinuités ou bien résultent de réflexions multiples, on procède aux simulations de reconstruction des amas estimés précédemment en tenant compte de la multidiffusion. On compare enfin ces simulations aux reconstructions expérimentales effectivement obtenues lors des contrôles réalisés.

On visualise les résultats obtenus pour le cas standard (Figure 161), pour le cas gradient positif (Figure 162) et pour le cas gradient négatif (Figure 163).

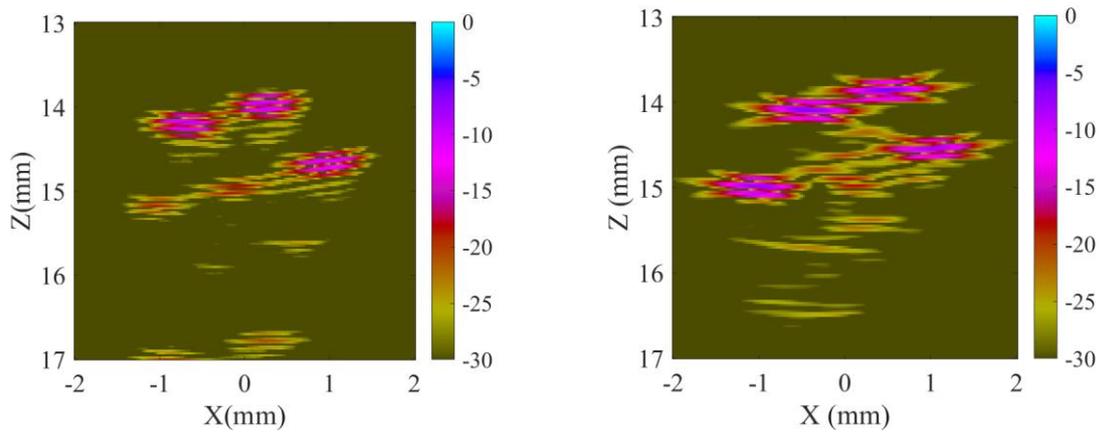


Figure 161 : Cas standard. A gauche : reconstruction brute obtenue expérimentalement [rappel du Chapitre 3] ; A droite : simulation dans Matlab de la configuration estimée.

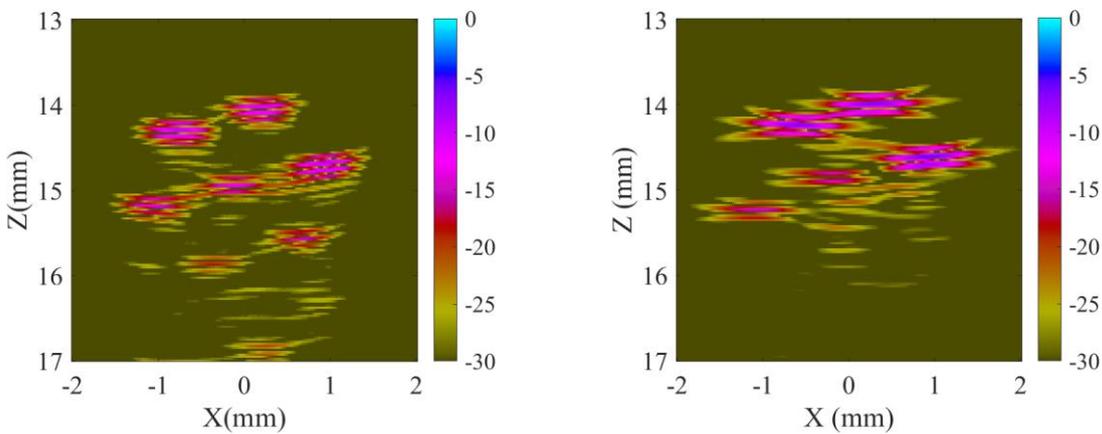


Figure 162 : Cas gradient positif. A gauche : reconstruction brute obtenue expérimentalement [rappel du Chapitre 3] ; A droite : simulation dans Matlab de la configuration estimée.

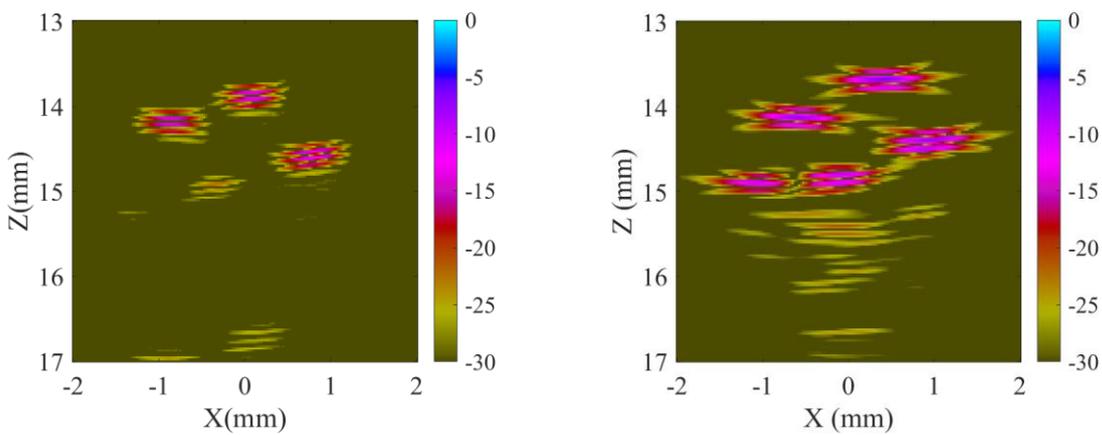


Figure 163 : Cas gradient négatif. A gauche : reconstruction brute obtenue expérimentalement [rappel du Chapitre 3] ; A droite : simulation dans Matlab de la configuration estimée.

Dans le Tableau 29 ci-dessous, on recense les amplitudes de chacune des indications relevées lors du contrôle ultrasonore ainsi que celles prédites par le programme Matlab utilisant les configurations estimées par la méthode combinée.

	CAS STANDARD		CAS GRADIENT POSITIF		CAS GRADIENT NEGATIF	
	Amplitude mesurée	Amplitude simulée	Amplitude mesurée	Amplitude simulée	Amplitude mesurée	Amplitude simulée
Défaut 1	-18	-18	-13	-15	-22	-10
Défaut 2	-9	-6	-10	-6	< -30	-21
Défaut 3	-10	-8	-9	-6	-27	-11
Défaut 4	-23	?	-14	?	-14	-7
Défaut 5	-26	?	-18	?	-13	-6
Défaut 6	-18	-7	-13	-14	-12	-7
Défaut 7	-9	-6	-10	-7	-29	-23

Tableau 29 : Synthèse des amplitudes de chaque défaut des configurations standard et gradient obtenues expérimentalement et par simulation des configurations estimées.

Globalement, la comparaison de ces reconstructions plaide en faveur de défauts surestimés en taille. En effet, les points brillants théoriques sont presque systématiquement d'intensité supérieure à ceux trouvés expérimentalement. Ceci provient du fait que les diamètres de défauts sont effectivement surestimés, ce qui induit que les effets de diffusion multiple le sont également. Ainsi, on constate qu'il existe des cas où la simulation Matlab prévoit des effets d'interaction si forts qu'il n'est pas possible de distinguer clairement les contributions de chaque défaut (mentionné par les « ? » dans le Tableau 29). C'est notamment le cas pour les défauts n°4 et 5 des cas standard et gradient positif.

Par ailleurs, on observe sur le cas gradient négatif que les amplitudes des points brillants des défauts estimés n°4, 5 et 6 sont plutôt élevées lorsque ces valeurs sont observées très localement (mais leur amplitude globale est assez conforme à la tendance suivie par tous les autres défauts à savoir une légère surestimation de 3 dB environ). En effet, connaissant la configuration réelle, on peut expliquer ces surestimations en amplitudes des points brillants de deux manières. La première résulte évidemment de la méthodologie appliquée qui surestime la taille des défauts concernés comme vu aux paragraphes précédents. La seconde, moins intuitive, pourrait provenir de la diminution de l'effet d'ombrage du fait de l'erreur en position des défauts au-dessus de celui concerné par la surestimation. Ces erreurs en position sont facilement visibles lorsque l'on compare la reconstruction obtenue lors du contrôle et celle que l'on aurait obtenue avec la configuration estimée. Par exemple, au vu des reconstructions présentées en Figure 163, un opérateur ignorant la configuration réelle de l'amas de défauts, constaterait malgré tout que l'estimation comporte des erreurs évidentes en position (notamment celle du défaut n°5). Ainsi, cette estimation pourrait faire l'objet de corrections successives jusqu'à obtenir une convergence entre les deux reconstructions.

En somme, les estimations obtenues par notre méthode d'inversion permettent une caractérisation des défauts relativement proche des configurations réelles. On propose donc de considérer ces résultats d'inversion pour les calculs de durée de vie.

5.2. Prédiction de la tenue en fatigue en présence d'amas de porosités sur la base du contrôle ultrasonore

5.2.1. Calculs numériques des durées de vie des configurations de défauts estimées

Comme préconisé par notre procédure établie au Chapitre 4, on cherche tout d'abord à localiser le lieu d'amorçage des fissures en fatigue, en étudiant le champ de contraintes équivalentes de von Mises qui y règne à l'état initial.

L'étude est ici restreinte aux cas standard et gradient estimés (voir Figure 164).

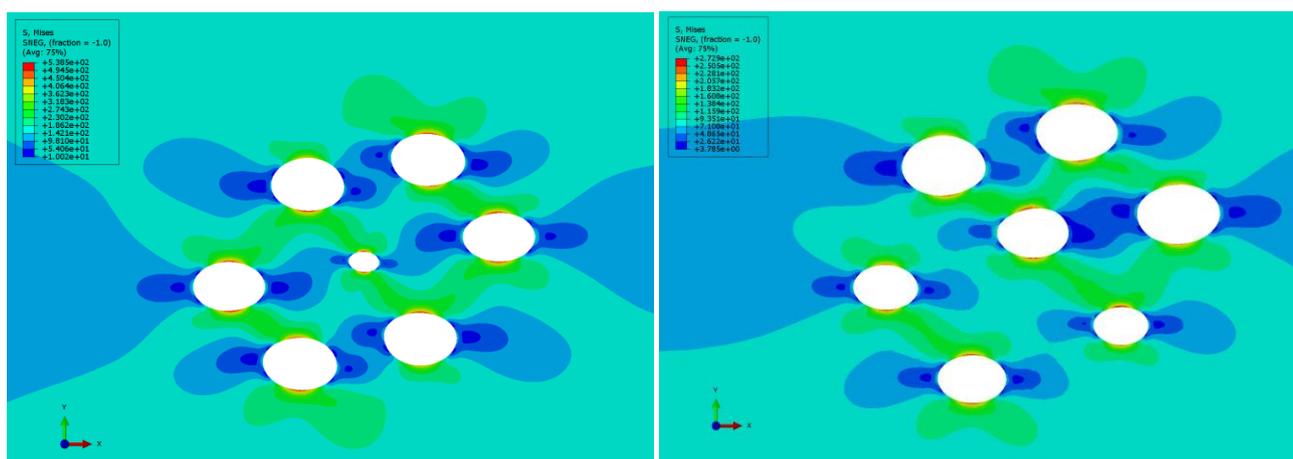


Figure 164 : Champ de contraintes équivalentes de von Mises.
A gauche : cas standard estimé ; A droite : cas gradient estimé.

On retrouve bien qu'aucun maximum ne se distingue nettement autour d'un TG en particulier, le champ des contraintes équivalentes de von Mises étant trop homogène dans les deux amas présentés. On fait donc à nouveau le choix arbitraire de modéliser la fissure initiale dans le TG central des configurations estimées.

Le calcul en propagation a ensuite été mené de la même façon que dans le Chapitre 4. Seule l'analyse en fatigue de l'estimation du cas standard a pu être menée. On montre, en Figure 165, l'avancement du front de fissure dans ce cas.

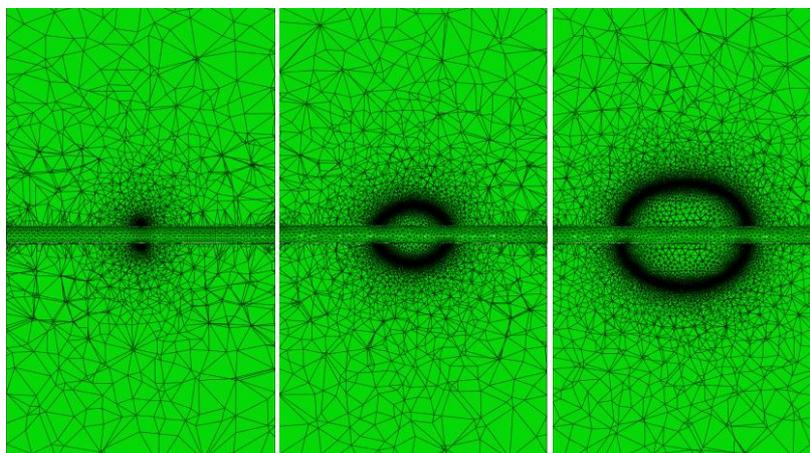


Figure 165 : Avancement du front de fissure dans le cas standard estimé.
De gauche à droite : Configuration à $N = 0$ cycle ; à $N = 16\,900$ cycles ; à $N = 23\,700$ cycles.

L'évolution de la durée de vie en propagation cumulée en fonction de l'avancement du front de fissure est montrée en Figure 166.

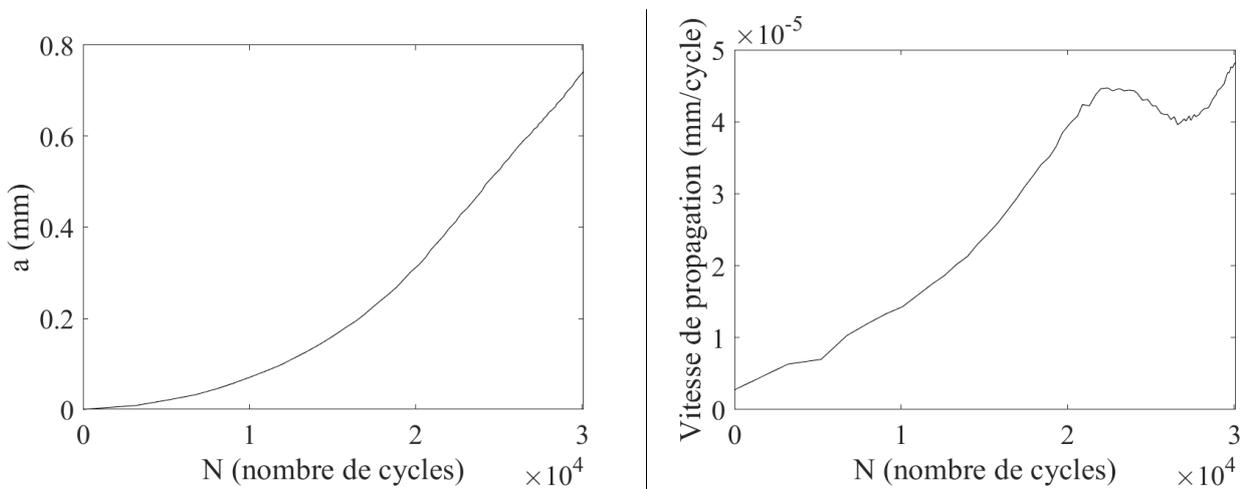


Figure 166 : Analyse du cas standard estimé. A gauche : Evolution de l'avancement du front de fissure en fonction du nombre de cycles ; A droite : Evolution de la vitesse d'avancement du front de fissure en fonction du nombre de cycles.

En considérant l'amas de défauts estimé au vu du contrôle fait sur le cas standard, on trouve par simulation une durée de vie totale (amorçage et propagation) de 36 561 cycles à rupture. On rappelle que la durée de vie expérimentale du cas standard est de 80 561 cycles (et celle obtenue par la simulation sur le cas réel est de 50 085 cycles). Ces analyses n'ont en revanche pas pu être menées sur le cas gradient.

Les différents calculs de durée de vie réalisés montrent des résultats différents. Cependant, on note une diminution des écarts, par rapport à la durée de vie réelle, en se rapprochant au fur et à mesure des configurations des défauts réels (voir Figure 167).



Figure 167 : Nombre de cycles à rupture en fonction des hypothèses retenues pour le cas standard.

Ces résultats laissent penser qu'il est possible de tendre vers un meilleur réalisme des calculs de durée de vie en appliquant la méthodologie proposée et en améliorant ses différentes étapes (caractérisation ultrasonore, calculs d'amorçage, calcul de propagation etc.). Cela montre également que la connaissance de la configuration exacte de défauts améliore l'estimation de la durée de vie en fatigue mais n'est pas pour autant nécessaire. On peut ainsi supposer qu'une « estimation correcte » des paramètres géométriques influents sur la tenue en fatigue est *a priori* suffisante.

Pour ce faire, nous avons d'abord besoin de définir un critère de criticité d'une configuration de défauts.

5.2.2. Recherche d'un critère de criticité

On cherche à définir un critère de criticité caractérisant un amas de défauts pour établir une courbe de prédiction de la durée de vie en fonction de ce critère. Une définition correcte de ce critère doit permettre de retrouver de façon satisfaisante les durées de vie expérimentales annoncées au Chapitre 4 sur chacun des cas d'étude.

On cherche donc ici à extraire un paramètre de criticité en fatigue d'une configuration en se fondant sur les durées de vie trouvées expérimentalement. A partir des observations faites au Chapitre 4, deux critères de criticité auxquels on pourrait penser intuitivement apparaissent :

- 1- la surface des TG,
- 2- la taille globale de la projection des défauts sur la direction orthogonale à l'axe de sollicitation.

En effet, ces deux critères semblent évoluer dans un sens qui corrobore partiellement les résultats expérimentaux. Mais chacun d'eux peut être mis en défaut dans des configurations particulières de TG. Par exemple, un unique défaut est estimé, dans la pratique, comme aussi critique que N défauts alignés dans le sens de traction. Ce dernier point serait pourtant réfuté par le premier critère. Un schéma illustre cette contradiction en Figure 168 où les deux configurations présentées sont en pratique considérées comme équivalentes (si les défauts sont suffisamment éloignés pour éviter les interactions comme précisé au Chapitre 2) (Whitley, 2013).

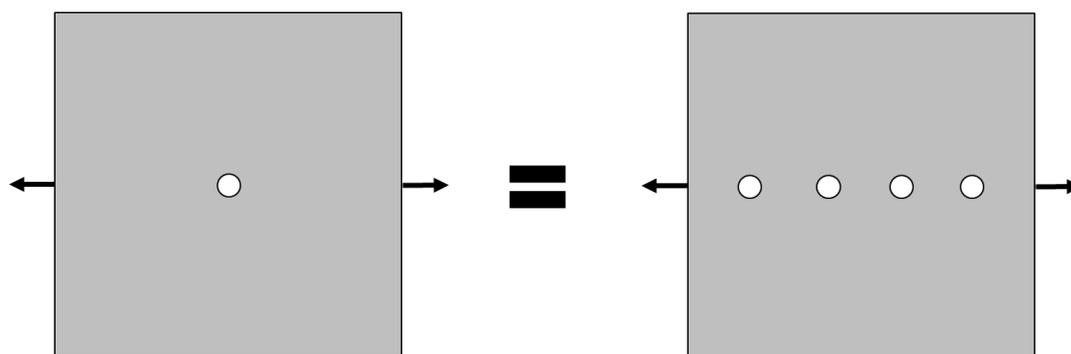


Figure 168 : Illustration de la contradiction du critère de la surface totale de TG.

De façon moins intuitive, le second critère ne semble pas s'appliquer intégralement à nos différentes configurations. En effet, si tel était le cas, on devrait avoir la même criticité pour les cas densité et standard (leurs défauts extrêmes ayant les mêmes coordonnées, voir Figure 169) ce qui ne semble pas être le cas au vu des durées de vie trouvées expérimentalement.

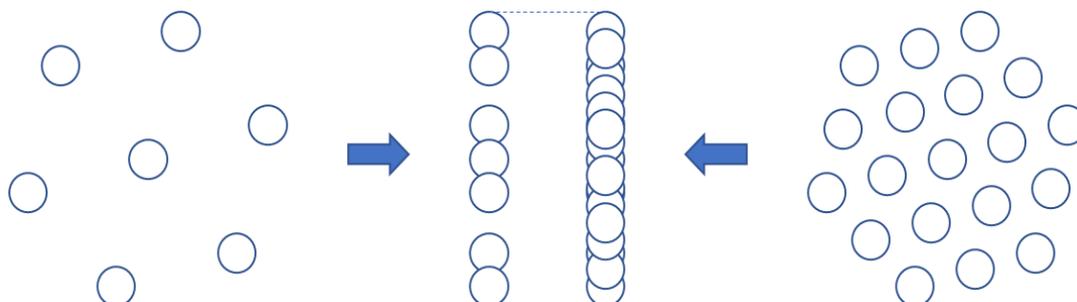


Figure 169 : Illustration des projections de défauts selon l'axe orthogonal à la sollicitation.
A gauche : cas standard ; A droite : cas densité.

On observe donc qu'aucun de ces deux critères n'est suffisant, à lui seul, pour englober la complexité des résultats obtenus. Nous recherchons alors un paramètre de criticité qui s'inspire de ces deux critères en les améliorant afin de converger vers le classement de dangerosité trouvé expérimentalement.

On modifie donc le critère n°2 pour prendre en compte ces effets de densité en pondérant le nombre de fois que se recoupent les projections sur un intervalle donné. Nous nommerons par la suite « projection redondante » ce procédé, dont une explication est donnée sur un exemple en Figure 170. Sur cette figure, l'axe y est l'axe orthogonal au sens de traction. A gauche, la projection « classique » donnerait une taille équivalente de défaut égale à $(y_6 - y_1)$. A droite, la projection redondante compte deux fois les intervalles $(y_5 - y_4)$ et $(y_3 - y_2)$ car deux défauts sont projetés dessus, augmentant ainsi la criticité prédite (voir Figure 170).

Plus cette projection donne un résultat élevé, plus il manque de matière dans la direction la plus contrainte. Ainsi, cette projection redondante est un critère aggravant pour la criticité d'une configuration.

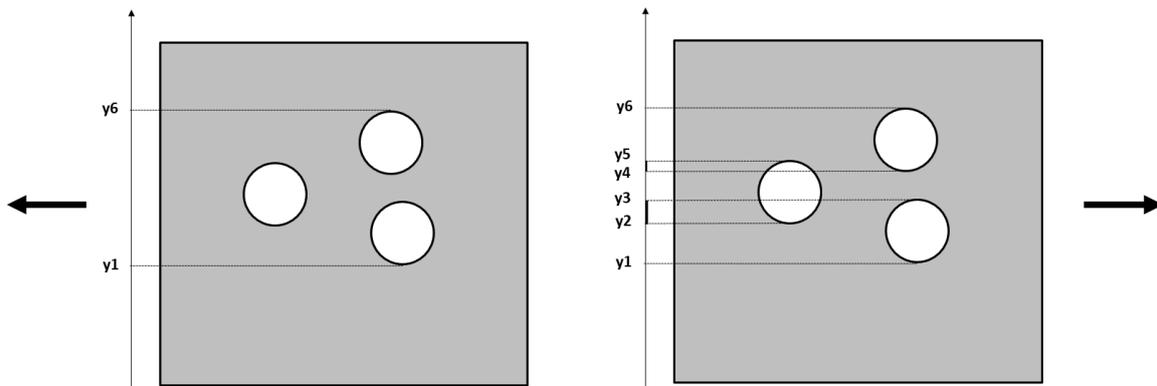


Figure 170 : Schéma explicatif du procédé de la projection redondante (sens de sollicitation horizontal).

Cette projection redondante, à elle seule, ne peut pas être satisfaisante. En effet, il faut logiquement prendre en compte la dispersion des défauts dans l'axe de sollicitation. On voit, en effet, sur un exemple illustré en Figure 171 que la projection redondante peut donner le même résultat dans deux configurations très différentes. A droite, les défauts ont la même ordonnée qu'à gauche. Ils sont en revanche plus éloignés selon les abscisses (sens de sollicitation horizontal). Dans ces deux configurations, la projection redondante est donc invariante.

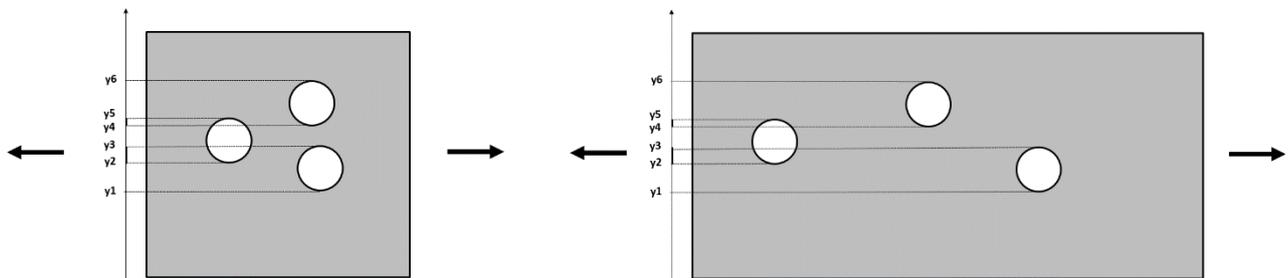


Figure 171 : Projection redondante donnant un même résultat pour deux configurations très différentes.

En effet, dans les deux configurations illustrées, les défauts ont la même ordonnée, la projection redondante est donc invariante. En revanche, les défauts peuvent être dispersés selon l'axe de sollicitation. Dans le cas du schéma de droite de la Figure 171, les défauts interagissent moins et la configuration de défauts est alors moins nocive. On en déduit que cette dispersion selon l'axe de sollicitation est un paramètre qui atténue la criticité d'une configuration de défauts.

Nous prendrons alors ce paramètre en compte même si, dans nos cas, l'effet de ce dernier est négligeable car toutes nos configurations ont pratiquement la même dispersion dans les abscisses (les hexagones de TG sont circonscrits dans un même cercle de 2 mm de diamètre correspondant au cas enveloppe). Pour ce faire, nous quantifierons cet effet en faisant exactement la même projection redondante précédemment décrite, mais cette fois selon l'axe de sollicitation.

Par ailleurs, nous avons pu observer que le critère de la gradation dans les tailles n'est pas influent sur la durée de vie de la structure. En effet, il n'y a aucune différence significative entre la durée de vie expérimentale du cas standard (80 561 cycles) et celle du cas gradient (77 180 cycles). En revanche, il y a une différence substantielle entre le cas standard et le cas densité (39 095 cycles). Le paramètre de densité est donc un facteur à prendre en compte pour l'élaboration d'un critère de criticité. Cette densité de TG peut s'interpréter en termes de distance entre les TG. Une configuration très dense aura des distances inter-TG faibles par exemple. On en déduit que ces distances inter-TG (distance bord à bord) doivent être prises en compte dans l'établissement d'un critère de criticité.

Pour ce faire, nous emploierons une matrice qui recense en ligne i et en colonne j la distance bord à bord entre le défaut i et le défaut j . Enfin, une moyenne arithmétique des coefficients de cette matrice est calculée pour tenir compte de toutes les distances inter-TG, y compris pour des défauts qui ne seraient pas immédiatement voisins. Un exemple est donné en Figure 172 où la moyenne est simplement la moyenne arithmétique de (d_{12} ; d_{13} ; d_{23}) avec d_{ij} la distance bord à bord entre le défaut i et le défaut j .

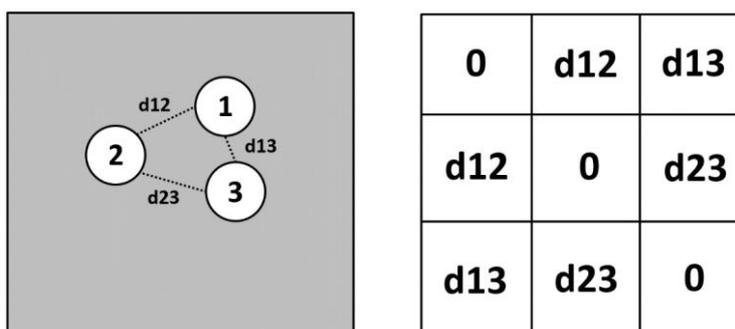


Figure 172 : Schéma explicatif de la méthode de calcul de la moyenne des distances inter-TG employée. A gauche : exemple de configuration ; A droite : matrice des distances correspondante.

En plaçant les paramètres aggravant la nocivité d'une configuration au numérateur et les paramètres atténuant sa nocivité au dénominateur, on déduit de tout ce qui précède le critère de criticité suivant :

$$Criticité = \frac{PR^{\perp} \times S^{TG}}{PR^{\parallel} \times M_{dist}^2} \quad (96)$$

avec :

- PR^{\perp} la projection redondante selon l'axe orthogonal à celui de la sollicitation,
- S^{TG} la surface totale de TG constituant la configuration de défauts,
- PR^{\parallel} la projection redondante selon l'axe de sollicitation,
- M_{dist} la moyenne des distances bord à bord de chaque paire de TG de la configuration.

La valeur de cette criticité (et de chacune de ses composantes) a été calculée pour chacun de nos cas d'étude et est recensée dans le Tableau 30. Pour ce qui concerne le cas enveloppe, la distance inter-TG n'étant pas définie, on pose $M_{dist} = 1$.

Cas d'étude	Cas enveloppe	Cas standard	Cas taille élémentaire	Cas densité	Cas gradient	Cas mixte
PR^L	2	1,78	1,05	2,78	1,59	1,34
STG	π	0,4948	0,1237	1,343	0,5282	0,6735
$PR//$	2	1,78	1,05	2,78	1,71	1,49
M_{dist}	1	0,9066	0,8551	0,73	0,9127	0,7352
Criticité	π	0,602	0,1692	2,5203	0,5896	1,1205

Tableau 30 : Criticité pour chaque cas (à partir des défauts réels).

On constate que la surface de TG est un critère très influent, mais qu'il ne suffit pas toujours pour déterminer précisément, et à lui seul, la criticité ainsi définie. En effet, dans les cas densité et mixte, on observe que la grande proximité entre tous les TG pénalise la tenue en fatigue de l'éprouvette considérée.

En considérant le raisonnement précédent, on cherche à évaluer la validité du critère de criticité ainsi établi. On trace alors une courbe d'évolution de la durée de vie expérimentale de chacun des cas en fonction de leur criticité ainsi définie. Cette courbe est donnée en Figure 173.

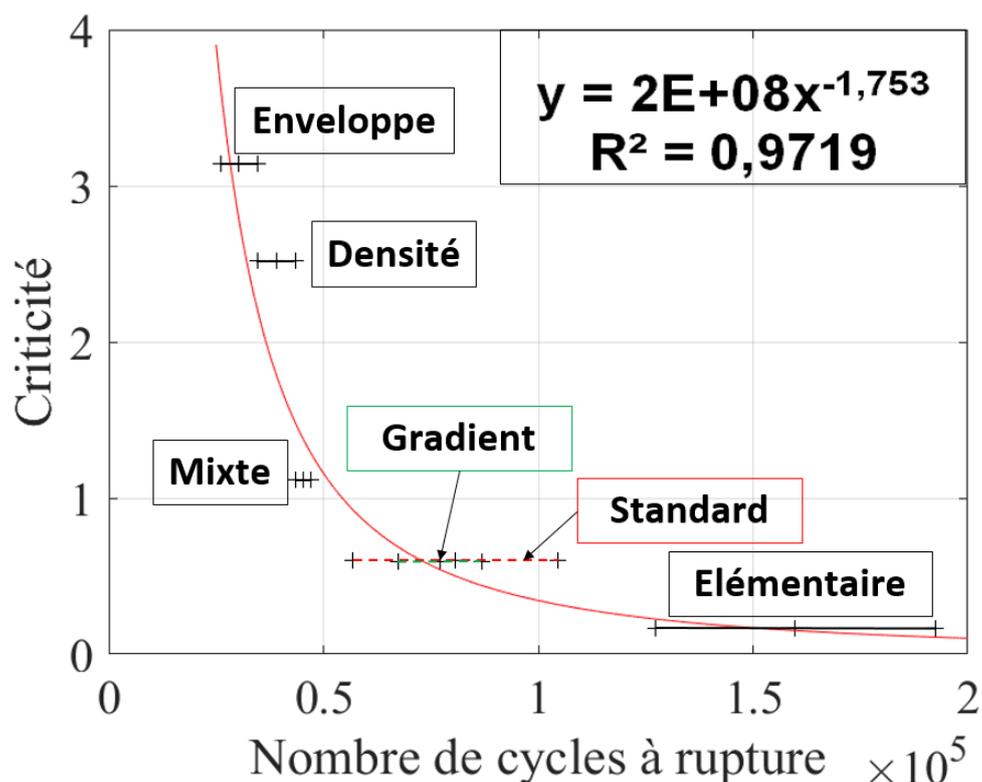


Figure 173 : Criticité en fonction du nombre de cycles à rupture obtenu expérimentalement.

On voit sur la Figure 173 que notre définition de la criticité théorique laisse invariant l'ordre de criticité établi expérimentalement. De plus son coefficient de corrélation est très satisfaisant ($R^2 = 0.9719$). Cette courbe présente l'avantage d'avoir une faible pente uniquement au niveau des durées de vie élevées. Ceci signifie que lorsque la détermination exacte de la criticité est cruciale pour se prononcer sur la durée de vie (cas de dimensionnement difficile), cette criticité est heureusement assez faible (cas de dangerosité peu élevée).

Afin de déterminer si le contrôle ultrasonore a été efficace du point de vue du dimensionnement en fatigue, on peut calculer la criticité des configurations estimées par inversion d'images lors des contrôles des cas standard et gradient. On trouve alors les criticités détaillées dans le Tableau 31.

Cas d'étude	Cas standard	Cas standard estimé	Cas gradient	Cas gradient estimé
PR^\perp	1.78	1.64	1.59	1.6
S^{TG}	0.4948	1.1787	0.5282	1.02
$PR//$	1.78	1.44	1.71	1.86
M_{dist}	0.9066	0.747	0.9127	0.7752
Criticité	0.602	2.4055	0.5896	1.4685

Tableau 31 : Criticité pour chaque cas, à partir des défauts estimés par inversion de l'image de reconstruction obtenue suite au contrôle ultrasonore.

Comme vu dans les résultats des Tableau 25 et Tableau 28, les défauts sont surestimés en diamètre, ce qui implique une surestimation de S^{TG} et une sous-estimation de M_{dist} . Les criticités des configurations estimées sont donc supérieures à celles des configurations réelles. Ceci permet de conclure que l'inversion d'image est encore trop imparfaite sur le plan géométrique pour permettre de prendre globalement en compte la criticité des amas de défauts standard et gradient de manière précise.

En revanche, pour le cas standard, dans le cas de la configuration estimée (durée de vie calculée égale à 36 561 cycles), la criticité calculée (2,4055) vérifie très correctement la loi d'évolution du critère de criticité (voir Figure 174).

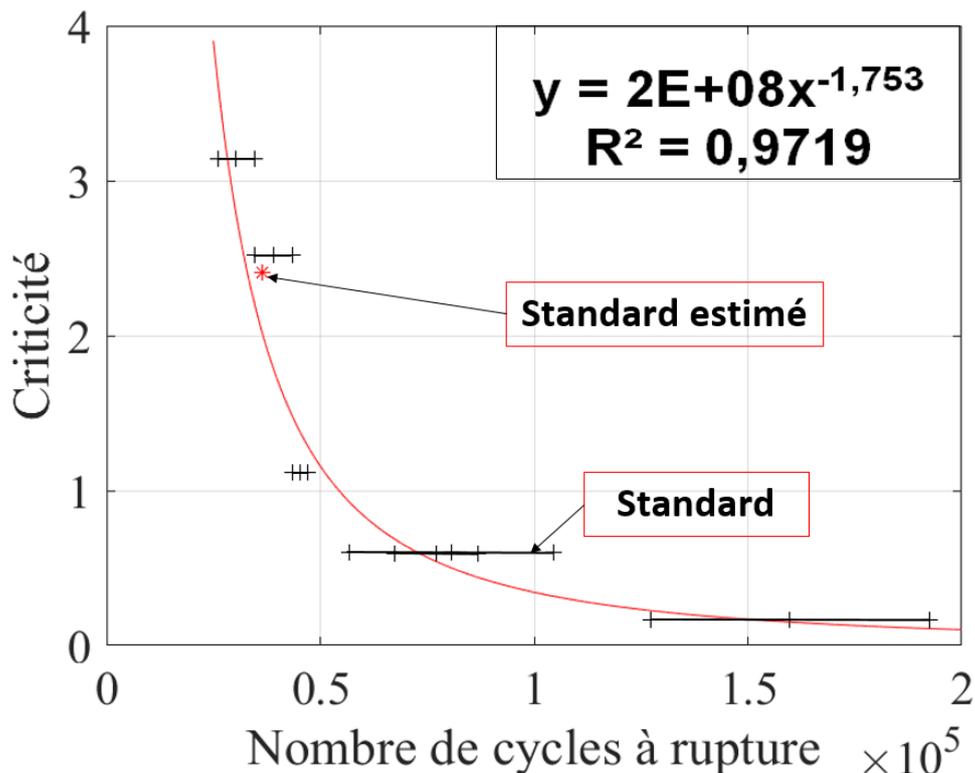


Figure 174 : Criticité estimée en fonction du nombre de cycles à rupture estimé.

La loi d'évolution établie est donc cohérente avec la durée de vie trouvée par simulation dans le cas standard estimé.

Si un autre processus permettait une inversion d'image plus précise en CND, la loi d'évolution du critère de criticité en fonction de la durée de vie totale serait une bonne approche phénoménologique pour estimer un nombre de cycles à rupture, sans passer par une simulation en fatigue. Cette procédure éviterait alors de lourds calculs numériques.

La courbe de criticité établie en fonction de la durée de vie n'est, en revanche, *a priori* valide que pour des conditions très spécifiques que nous avons fixées (matériau, chargement) et appelle à être, si possible, généralisée.

5.3. Conclusion du chapitre 5

Cette étude nous a permis de mettre à l'épreuve un protocole d'inversion d'image de reconstruction des signaux acquis lors du contrôle non destructif ultrasonore. Ces signaux sont post-traités en enveloppe de signal, à l'aide de la transformée de Hilbert, afin de mettre en exergue les points brillants de la reconstruction. Le protocole d'inversion d'image retenu est basé sur deux méthodes. La première est une méthode conventionnelle et normalisée de dimensionnement d'indications appliquée en CND par ultrasons. Elle induit des estimations de tailles de défaut globalement constantes (du fait de la petite taille des réflecteurs étudiés par rapport au faisceau ultrasonore exploité), mais surestimées du fait des chevauchements de différents champs dans l'amas. La seconde méthode est fondée sur le modèle de décroissance d'amplitude du signal de diffusion d'un défaut seul en fonction de sa position dans la fenêtre de reconstruction (uniquement sa profondeur dans le cas particulier du contrôle à 0° d'incidence) et de son diamètre. Pour une amplitude de point brillant donnée à une position quelconque dans la fenêtre de reconstruction, on parvient à estimer la taille du défaut associé. Cette méthode a, au contraire, tendance à sous-estimer la taille des défauts dans l'amas, puisque l'énergie est perdue dans les interactions multiples qui sont omises.

En combinant les informations données par ces deux méthodes, on propose une estimation de la configuration géométrique des amas de défauts contrôlés. Ces estimations sont entachées d'erreur en position et en taille de TG. La mise en place de ce protocole donne de meilleurs résultats que chacune des deux méthodes précédentes.

En revanche, on peut mentionner qu'une simulation dans le programme Matlab de multidiffusion (développé au Chapitre 3) de la configuration estimée permet d'évaluer la qualité de l'inversion. En effet, une comparaison entre la reconstruction expérimentale d'un amas donné et l'image simulée sous Matlab du contrôle de la configuration de défauts estimée permet de se prononcer sur la pertinence de l'inversion d'image opérée. Les effets de la diffusion multiple n'ont pas été pris en compte dans le raisonnement pour estimer la configuration de TG à partir de l'image expérimentale. Néanmoins, l'inversion d'image a donné des résultats qui approchent géométriquement la configuration réelle et a donc le mérite de réduire le nombre de configurations de défauts possibles, sachant que la configuration exacte ne peut pas être très différente de celle trouvée par inversion. On peut, par ailleurs, supposer que l'inversion serait plus précise en prenant en compte les contrôles faits en incidence à 30° . De façon générale, une multiplication du nombre d'incidences doit logiquement permettre une inversion plus précise.

D'autre part, les résultats des inversions d'image ont été intégrés à la méthodologie de calcul de durée de vie décrite au chapitre 4. Les configurations estimées donnent des résultats géométriquement analogues aux configurations réelles. Les positions des défauts sont dans l'ensemble convenablement estimées. Les erreurs dont elles sont entachées sont plutôt imputables aux écarts sur les tailles de défauts estimées. On observe une surestimation (quelques dixièmes de millimètre) de celles-ci dans le cas standard, qui est à mettre en relation avec la taille de l'amas de défauts (2 mm). Par ailleurs, nous avons pu constater que la procédure d'inversion

appliquée peut induire une perte d'informations sur la géométrie des défauts, comme la gradation dans leurs tailles. Néanmoins, il a été démontré que ce dernier critère est en réalité peu influent sur la tenue en fatigue. En conséquence, afin de juger de la pertinence d'une inversion d'image, il est nécessaire de définir un critère global de criticité.

Ce critère a été construit de sorte que l'ordre de criticité des paramètres étudiés soit vérifié. Ce critère prend en compte la surface de défauts, mais également leur répartition dans la direction de contrainte et la direction orthogonale à l'axe de sollicitation et leur position relative (taille des ligaments). Une loi d'évolution de ce critère en fonction du nombre de cycles à rupture a été établie. Cette loi permet de retrouver avec une très bonne corrélation les durées de vie issues des essais mécaniques menés sur chacun de nos cas d'étude ($R^2 = 0.97$). Elle pourrait donc permettre de s'affranchir de lourdes simulations en fatigue si elle était extrapolée à d'autres conditions de chargement ou d'autres matériaux.

Ainsi, la criticité des amas de défauts estimés par notre méthode d'inversion s'avère très supérieure à la criticité réelle, induisant ainsi un dimensionnement en fatigue conservatif, mais l'ensemble de cette démarche permet d'ores et déjà de montrer une amélioration des estimations par rapport aux calculs réalisés à partir du cas enveloppe. Cette méthode d'inversion d'image aspire donc à être perfectionnée.

Conclusion générale

Les porosités dans les pièces métalliques peuvent représenter une perte de tenue mécanique parfois considérable, tant en sollicitation statique qu'en fatigue. Elles peuvent se présenter sous deux aspects en fonction de son origine : soit des (micro-)retassures, de forme très tortueuse, soit des porosités de dégazage, géométriquement assimilables à des disques (respectivement sphères) pour un problème à deux (respectivement trois) dimensions.

Le travail de thèse s'est porté sur ces dernières, en les assimilant à des trous génératrices (TG) cylindriques, afin de simplifier l'étude de l'impact des caractéristiques géométriques d'un amas de défauts sur la durée de vie d'une pièce. Ces caractéristiques doivent être obtenues par un contrôle non destructif pour alimenter un calcul de durée de vie en fatigue. De ce fait, on parle de chaînage entre le contrôle non destructif et la fatigue.

Pour les besoins de notre étude, des caractéristiques géométriques classiques des amas de porosités (taille élémentaire des porosités, gradation dans leurs tailles de porosités, densité de porosités) ont été isolées, afin d'appliquer une étude paramétrique de leur impact sur la tenue en fatigue. Différentes éprouvettes contenant plusieurs amas de TG ont alors été conçues pour procéder à cette étude, en modifiant un par un les paramètres géométriques des amas étudiés.

Un contrôle non destructif par ultrasons multiéléments exploitant la fonctionnalité AMC-FTP a été employé pour obtenir une description géométrique des amas de TG. Ces derniers ont été percés dans des éprouvettes en aluminium 7075-T6. Un programme Matlab permettant de simuler le contrôle AMC-FTP d'amas de TG, mis au point pour prendre en compte la diffusion multiple entre cylindres, reproduit très fidèlement les contrôles réels, ce qui n'est pas toujours le cas du logiciel CIVA, qui néglige ses effets. Il montre ainsi que l'hypothèse de diffusion multiple est supérieure à l'hypothèse de diffusion simple en termes de réalisme en présence d'un groupe de défauts. En revanche, ce programme Matlab nécessite des temps de calcul très supérieurs à ceux requis par CIVA.

Suite aux acquisitions ultrasonores, des essais mécaniques ont été effectués sur les éprouvettes. Les trajectoires des fissures sont régies par la statistique lorsque le champ des contraintes équivalentes de von Mises peut être qualifié d'homogène au sein de l'amas (au plus 15% d'écart environ entre la plus grande et la plus petite contrainte). Cependant, un chemin de fissure systématique est observé dans les autres cas.

Au vu du nombre de cycles à rupture de chacun des lots d'éprouvette, nous avons pu conclure que le paramètre « gradation » n'est pas un facteur influent sur la durée de vie de la structure, contrairement aux paramètres « taille élémentaire » et « densité de TG ». Les cas d'étude rangés du moins critique au plus critique sont : « taille élémentaire », « standard », « gradient », « mixte », « densité » et « enveloppe ». On confirme, grâce aux résultats d'essais mécaniques, que l'hypothèse consistant à remplacer un amas de pores par un unique défaut de taille équivalente à l'amas est une hypothèse très conservative. Elle n'est approximativement vérifiée que dans les cas mixte et densité pour lesquels la quantité de matière résiduelle entre les pores est très réduite.

Les essais mécaniques de fatigue ont été simulés sur le logiciel Zcracks par la méthode G- θ . Lorsque l'on prend en compte l'incertitude sur le coefficient C de la loi de Paris, toutes les simulations menées sur chacun des cas d'étude selon la démarche établie permettent de retrouver avec une bonne approximation les durées de vie expérimentales.,.

Afin d'estimer la configuration géométrique de l'amas de défauts (taille, nombre et position de la population de TG), une inversion d'image à partir des reconstructions obtenues en contrôle ultrasonore est alors nécessaire. Il n'existe actuellement pas de norme permettant le dimensionnement de multiples défauts ou de défauts plus petits que la taille du faisceau ultrasonore employé. Nous avons donc expérimenté une procédure d'inversion d'image à partir d'une méthode usuelle de dimensionnement applicable pour des défauts de taille supérieure à la tache focale (méthode 1). Cette méthode est combinée à une loi d'évolution d'amplitude en fonction de la position d'un défaut dans la fenêtre de reconstruction et de son diamètre (méthode 2). Les deux méthodes donnent isolément des estimations trop éloignées de la réalité. La première dimensionne le faisceau plutôt que le défaut tandis que la seconde repose sur la prise en compte d'un défaut seul et néglige donc les interactions.

Les estimations fournies par cette méthode combinée sont entachées d'erreur en position et en taille de TG, mais une simulation de la configuration estimée dans le programme Matlab de multidiffusion (validé en Chapitre 3) permet d'évaluer la qualité de l'inversion. Une comparaison avec la reconstruction expérimentale d'un amas donné permet de se prononcer sur la pertinence de l'inversion d'image opérée sur cette reconstruction. De plus, la connaissance exacte des caractéristiques géométriques de la configuration n'est pas absolument nécessaire pour estimer la durée de vie d'une structure.

Une loi d'évolution du nombre de cycles à rupture d'une structure en fonction de la criticité de l'amas de défauts est *a priori* suffisante. Un critère de criticité a été défini en vue d'établir une telle loi. Cette dernière a permis de retrouver les durées de vie issues des essais mécaniques menés sur chacun de nos cas d'étude avec une très bonne corrélation. En revanche, la criticité des amas de défauts estimés par notre méthode d'inversion est très supérieure à la criticité réelle, induisant ainsi un dimensionnement conservatif. Cette méthode d'inversion d'image aspire donc à être perfectionnée et automatisée.

Perspectives

A l'issue de ces travaux, de très nombreuses perspectives sont envisageables.

Dans la partie ultrasonore, afin de mettre plus en évidence les effets de la multidiffusion, il est également envisageable de réaliser les mêmes contrôles à une fréquence plus basse. Une signature acoustique de la géométrie de l'amas de défauts serait alors potentiellement plus simple à définir notamment par l'analyse de la coda des réponses inter-éléments ; partie temporelle du signal qui correspond aux effets de diffusion multiple.

D'autre part, le principal défaut de la simulation Matlab employée est son temps de calcul. A la fin des travaux de thèse, le programme Matlab a pu être implémenté dans CIVA, ce qui permet l'obtention plus rapide des résultats (lecture plus efficace de boucles logiques). En revanche, ce programme manque encore d'optimisation et de généralisation (3D...) pour être utilisé en dehors du cadre de la thèse. Pour diminuer encore le temps de calcul, il serait par exemple possible de changer d'approche en concevant cette fois une base de données de signaux ultrasonores, établie sur des cas d'étude, permettant de calculer la perturbation du champ par rapport à celui qui règnerait si la pièce ne contenait aucun défaut (champ dit « primaire »).

Pour ce qui concerne l'étude paramétrique des effets de la géométrie d'un amas de défauts sur la tenue en fatigue, d'autres configurations que celles présentées ont initialement été envisagées. On peut notamment mentionner la possibilité de mener la même étude avec des TG ellipsoïdaux, plus complexes à usiner et dont le formalisme de la multidiffusion existe mais est moins simple que celui avec les cylindres, disques ou sphères. Leur forme peut être parfois plus proche de celle des porosités de retrait.

Concernant les calculs en durée de vie, la caractérisation en fatigue du matériau pourrait être probabilisée au lieu d'être déterministe, en faisant suivre aux coefficients de la loi de Paris (C, m) une loi multi-normale, comme préconisé par (Annis, 2003). Par ailleurs, d'autres loi de propagation, notamment celle de Forman ou celle de (Charkaluk et al., 2014) (cf. Chapitre 1) auraient pu être utilisées et comparées pour leur aptitude à déterminer la durée de vie des éprouvettes sollicitées. De plus, l'introduction de la notion de plasticité en pointe de fissure pourrait être employée ici afin de calculer de façon plus réaliste le champ de contraintes à chaque itération de la propagation de la fissure. En outre, la modélisation de la fissure initiale est très simplifiée au vu de certains faciès de rupture observés, et pourrait plutôt faire intervenir une approche multi-fissures avec des conditions de coalescence. L'évolution du champ de contraintes équivalentes de von Mises ou des contraintes principales maximales aurait pu être étudiée via une modélisation sur plusieurs cycles en fatigue pour mieux comprendre les mécanismes d'amorçage et les essais de fatigue correspondants pourraient être menés avec analyse par micro-tomographie de haute résolution, pour mieux les modéliser. Par ailleurs, l'effet de fermeture des fissures longues pourrait être pris en compte. Plus globalement, pour ce qui concerne l'amorçage et la propagation de fissure(s) en fatigue, nous avons évoqué en Chapitre 1 la théorie du champ de phase (voir 1.3.5.3), très prometteuse, mais dont les premières applications commencent tout juste à paraître au moment de la rédaction de cette thèse.

L'inversion des images de reconstruction est également perfectible et les calculs menés pourraient encore être fiabilisés par la mise en place d'une courbe de probabilité de détection. Des procédures pour établir de telles courbes existent dans le cas d'un défaut unique et de géométrie simple, mais sont pour l'heure inapplicables à un amas de défauts complexes, forme sous laquelle se présente l'amas de porosité réelle. Nous avons vu au Chapitre 5 que l'estimation de la configuration de défauts par la méthode intermédiaire donnait des résultats entachés d'erreurs en termes de position, que les diamètres sont surestimés, et qu'elle n'est pour l'heure pas totalement automatisée. Elle nécessite parfois l'appui de l'œil humain pour récupérer certaines indications qui se distinguent difficilement du bruit. Cette méthode gagnerait donc à être alimentée par un plus grand nombre

de reconstructions : à celles provenant des contrôles à 0° (faces supérieure et inférieure de l'éprouvette), on pourrait ajouter celles provenant de contrôles à 30° (incidence haut-gauche, haut-droite, bas-gauche, bas-droite), voire encore d'autres angles. D'autres concaténations des informations de contrôle sont également possibles, par exemple la théorie de l'évidence de Dempster-Shafer, détaillée dans (Dencœur, 2008). Globalement, le protocole d'inversion pourrait être plus déterministe encore, en opérant une reconnaissance automatique des fonctions de Hankel qui régissent la reconstruction.

Par ailleurs, puisque la fiabilité de la simulation Matlab en multidiffusion a été démontrée au Chapitre 3 sur nos cas complexes, la configuration estimée par la méthode d'inversion décrite a alors été simulée et comparée à la reconstruction expérimentale. Nous avons pu conclure de cette comparaison que cette configuration estimée ne pouvait pas être géométriquement exacte. Mais il serait dès lors possible d'itérer ce raisonnement en imaginant une correction de l'estimation faite jusqu'à ce que la simulation Matlab du contrôle de la configuration estimée converge vers la reconstruction expérimentale. On peut dès lors imaginer l'automatisation complète de cette procédure depuis l'acquisition de signaux jusqu'à une estimation satisfaisante de la configuration de défauts par l'inversion d'image, voire une estimation de la durée de vie de la structure contenant l'amas de défauts estimé. Un logigramme résumant une telle approche est proposé en Figure 175.

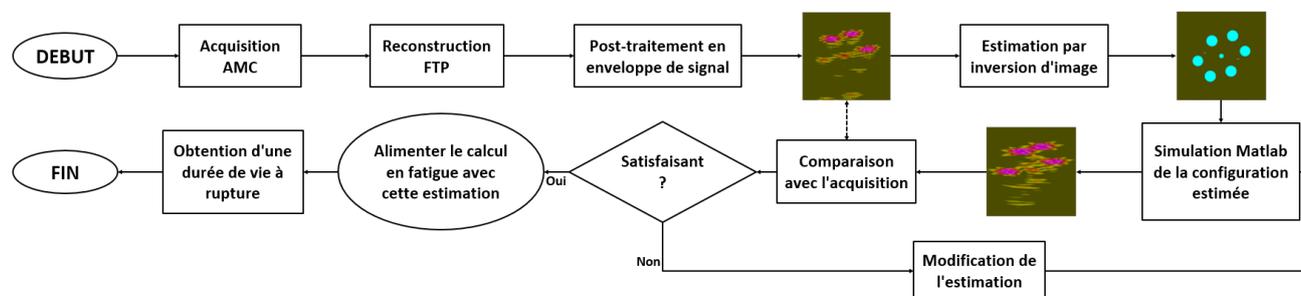


Figure 175 : Logigramme d'optimisation de l'inversion d'image.

Pour optimiser la procédure calculatoire, nous avons établi une courbe reliant la criticité d'une configuration à la durée de vie à rupture qu'elle engendre pour un cas de charge donné. Cette courbe pourrait, d'une part, être étendue à d'autres sollicitations (type de contrainte et amplitude) afin de se dispenser de la simulation en fatigue de l'amas de défauts estimé. D'autre part, la criticité ainsi définie appelle à être mise à l'épreuve sur d'autres configurations que celles envisagées, par exemple sur un cas où la taille inter-TG serait la variable, ou sur des TG ellipsoïdaux. Par ailleurs, seuls des pavages particuliers en triangles équilatéraux ont été étudiés ici, bien que les perçages auraient pu suivre d'autres pavages. Finalement, un **chaînage** a été établi entre le contrôle non destructif ultrasonore et la fatigue, mais il serait également possible de mettre en place un **dialogue** entre ces deux domaines, qui consisterait à optimiser également le contrôle non destructif ultrasonore lui-même.

Références normatives

NF EN 14784-2 : « Radiographie industrielle numérisée avec plaques-images au phosphore Partie 2 : Principes généraux de l'essai radiographique, à l'aide de rayons X et gamma, des matériaux métalliques »

ASTM E647 : « Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates » (2015)

ISO 12107 : « Metallic materials - Fatigue testing - Statistical planning and analysis of data » (2012)

NF EN ISO 6892-1 : « Matériaux métalliques - Essai de traction - Partie 1 : méthode d'essai à température ambiante » (2016)

NF EN 3987 : « Série aérospatiale - Méthodes d'essais applicables aux matériaux métalliques - Essais de fatigue mégacyclique en contrainte imposée » (2010)

NF EN ISO 16810 : « Essais non destructifs - Contrôle par ultrasons - Principes généraux » (2014).

Bibliographie

- Adler, L., Rose, J. H., & Mobley, C. (1986). Ultrasonic method to determine gas porosity in aluminum alloy castings: Theory and experiment. *Journal of Applied Physics*, 59(2), 336–347. <https://doi.org/10.1063/1.336689>
- Annis, C. (2003). Probabilistic Aspects of Life Prediction, ASTM STP-1450. ASTM International.
- Avinash, G., Harika, V., Sandeepika, C., Kumar, R., & Gupta, N. (2019). Porosity Control in Aluminium Foams Using Different Additives. In *Materials Today: Proceedings* (Vol. 18). www.sciencedirect.comwww.materialstoday.com/proceedings2214-7853
- Bannouf, S. (2013). Développement et optimisation de méthodes d'imagerie synthétique pour le contrôle non-destructif par ultrasons de composants industriels complexes.
- Barlas, B. (2007). Titre de la thèse : Etude du comportement et de l'endommagement en fatigue d'alliages d'aluminium de fonderie. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Bathias, C., & Pineau, A. (2008). *Fatigue des matériaux et des structures 1*.
- Belytschlo, T., & Black, T. (1999). Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 45, 601–620. <https://doi.org/10.3760/cma.j.issn.0366-6999.2011.18.023>
- Boller, C., & Seeger, T. (1987). *Materials data for cyclic loading Part D : Aluminium and titanium alloys*. Elsevier.
- Bonnet, P., Hermite, X., Huther, I., & Lefebvre, F. (2016). Guide pour le choix d'une méthode d'essais de fatigue et de l'analyse statistique associée.
- Bourdin, B., Francfort, G. A., & Marigo, J. J. (2000). Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(4), 797–826. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(99\)00028-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00028-9)
- C-C. Mow, & Y-H Pao. (1971). The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations.
- Carrara, P., Ambati, M., Alessi, R., & De Lorenzis, L. (2019). A framework to model the fatigue behavior of brittle materials based on a variational phase-field approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 112731. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112731>
- Caton, M. J., Jones, J. W., Boileau, J. M., & Allison, J. E. (1999). The Effect of Solidification Rate on the Growth of Small Fatigue Cracks in a Cast 319-Type Aluminum Alloy. *Metallurgical and Materials Transactions A*.
- Chantier, I., Bobet, V., Billardno, R., & Hild, F. (1999). A probabilistic approach to predict the very high-cycle fatigue behaviour of spheroidal graphite cast iron structures. *FatigueFractEngngMater Struct* 23, 173–180.
- Chapman, R. K. (1982). Ultrasonic scattering from smooth flat cracks : An elastodynamic Kirchhoff diffraction theory. CEGB Report, North Western Region NDT Applications Centre, NWR/SSD/82/0059/R.
- Charkaluk, E., Constantinescu, A., Szmytka, F., & Tabibian, S. (2014). Probability density functions: From porosities to fatigue lifetime. *International Journal of Fatigue*, 63, 127–136. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2014.01.017>
- Collini, L., Pirondi, A., Bianchi, R., Cova, M., & Milella, P. P. (2011). Influence of casting defects on fatigue

crack initiation and fatigue limit of ductile cast Iron. *Procedia Engineering*, 10, 2898–2903. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.04.481>

- Crossland, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals*.
- Da Fonte, M., Reis, L., & de Freitas, M. (2015). Fatigue crack growth under rotating bending loading on aluminium alloy 7075-T6 and the effect of a steady torsion. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 80, 57–64. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2015.05.006>
- Dal Maso, G., & Morandotti, M. (2017). A model for the quasistatic growth of cracks with fractional dimension. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, 154, 43–58. <https://doi.org/10.1016/j.na.2016.03.007>
- Darmon, M. (2002). Titre de la thèse : Etude de l'interaction ondes-réfecteurs en vue de la caractérisation et la différenciation de défauts métallurgiques. Université Paris 7 - Denis Diderot.
- Darmon, M., Leymarie, N., Chatillon, S., & Mahaut, S. (2009). Modelling of scattering of ultrasounds by flaws for NDT. *Ultrasonic Wave Propagation in Non Homogeneous Media*, 128(Springer, Berlin), 61–71. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-89105-5>
- Darmon, Michel, & Chatillon, S. (2013). Main Features of a Complete Ultrasonic Measurement Model: Formal Aspects of Modeling of Both Transducers Radiation and Ultrasonic Flaws Responses. *Open Journal of Acoustics*, 03(03), 43–53. <https://doi.org/10.4236/oja.2013.33a008>
- Delacroix, J. (2012). Titre de la thèse : Etude des mécanismes de fissuration en fatigue et/ou fretting d'alliages Al-Cu-Li. INSA de Lyon.
- Denceux, T. (2008). Conjunctive and disjunctive combination of belief functions induced by nondistinct bodies of evidence. *Artificial Intelligence*, 172(2–3), 234–264. <https://doi.org/10.1016/j.artint.2007.05.008>
- Destuynder, P., Djaoua, M., & Lescure, S. (1981). Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique.
- Dezecot, S., Maurel, V., Buffiere, J. Y., Szmytka, F., & Koster, A. (2017). 3D characterization and modeling of low cycle fatigue damage mechanisms at high temperature in a cast aluminum alloy. *Acta Materialia*, 123, 24–34. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2016.10.028>
- Durdević, A., Živojinović, D., Grbović, A., Sedmak, A., Rakin, M., Dascau, H., & Kirin, S. (2015). Numerical simulation of fatigue crack propagation in friction stir welded joint made of Al 2024-T351 alloy. *Engineering Failure Analysis*, 58, 477–484. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.08.028>
- Elber, W. (1970). Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 2, 37–45.
- Fidahoussen, A. (2012). Titre de la thèse : Développement d'une méthode de reconstruction ultrasonore pour la localisation et la caractérisation de défauts. Université Paris Sud - ParisXI.
- Forman, R. G. (1972). Study of fatigue crack initiation from flaws using fracture mechanics theory. In *Engineering Fracture Mechanics*, pp 333-345 1972, Vol.4 (Vol. 3).
- Francfort, G. A., & Marigo, J. J. (1998). Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(8), 1319–1342. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(98\)00034-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(98)00034-9)
- Gao, Y. X., Yi, J. Z., Lee, P. D., & Lindley, T. C. (2004). The effect of porosity on the fatigue life of cast aluminium-silicon alloys. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 27(7), 559–570. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2004.00780.x>

- Geniaut, S. (1995). Calculation of the stress intensity factors in linear thermoelasticity. Code_ASTER (R7.02.05). <http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html>
- Geniaut, S., Massin, P., & Moes, N. (2005). Evaluation of stress intensity factors with g-theta method and level sets in code_aster.
- Ghaffari, B., Mozurkewich, G., Godlewski, L. A., & Zindel, J. W. (2004). Ultrasonic characterization of shrinkage microporosity in aluminum castings. *Ultrasonics*, 41(9), 699–707. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2003.12.040>
- Gruenberg, K. M., Craig, B. A., Hillberry, B. M., & Lafayette, W. (1998). A probabilistic method for predicting the variability in fatigue behavior of 7075-T6 aluminum. AIAA-98-2055, 2965–2975.
- Gubernatis, J. E., Domany, E., & Krumhansl, J. A. (1977). Formal aspects of the theory of the scattering of ultrasound by flaws in elastic materials. *Journal of Applied Physics*, 48(7), 2804–2811. <https://doi.org/10.1063/1.324141>
- Hobson, P. D. (1982). The formulation of a crack growth equation for short cracks. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures Vol.5, No.4*, 5(4), 323–327. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1982.tb01241.x>
- Hosdez, J., Limodin, N., Najjar, D., & et al. (2020). Fatigue crack growth in compacted and spheroidal graphite cast irons. *International Journal of Fatigue*, 131. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105319>
- Hudson, C. . M., & Scardina, J. T. (1967). Effect of stress ratio on fatigue-crack growth in 7075-T6 aluminium alloy sheet. <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19680018001>
- Ishii, Y., Biwa, S., & Kuraishi, A. (2016). Influence of porosity on ultrasonic wave velocity, attenuation and interlaminar interface echoes in composite laminates: Finite element simulations and measurements. *Composite Structures*, 152, 645–653. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.05.054>
- Johnson, G., & Truell, R. (1965). Numerical computations of elastic scattering cross sections. *Journal of Applied Physics*, 36(11), 3466–3475. <https://doi.org/10.1063/1.1703020>
- Kohlhauser, C., & Hellmich, C. (2013). Ultrasonic contact pulse transmission for elastic wave velocity and stiffness determination: Influence of specimen geometry and porosity. *Engineering Structures*, 47, 115–133. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.10.027>
- Kraedegh, A., Sedmak, A., Grbovic, A., & Sedmak, S. (2017). Stringer effect on fatigue crack propagation in A2024-T351 aluminum alloy welded joint. *International Journal of Fatigue*, 105, 276–282. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.08.025>
- Le Jeune, L. (2016). Titre de la thèse : Imagerie ultrasonore par émission d’ondes planes pour le contrôle de structures complexes en immersion. Université Paris 7 Denis Diderot.
- Le, V.-D. (2016). Titre de la thèse : Etude de l’influence des hétérogénéités microstructurales sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles des alliages d’aluminium de fonderie [Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers (ENSAM)]. <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01345228>
- Lo, Y. S., Borden, M. J., Ravi-Chandar, K., & Landis, C. M. (2019). A phase-field model for fatigue crack growth. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 132. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2019.103684>
- Masuda, K., Ishihara, S., Tochikawa, Y., Mcevily, A. J., Okane, M., & Nishino, S. (2014). Study on fatigue crack closure behavior in the Al-7075 T6 alloy. *MS&T '14: Materials Science & Technology*, 1–6.
- Mesgarnejad, A., Imanian, A., & Karma, A. (2019). Phase-field models for fatigue crack growth. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 103. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2019.102282>

- Miehe, C., Welschinger, F., & Hofacker, M. (2010). Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field FE implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. <https://doi.org/10.1002/nme>
- Miehe, Christian, Hofacker, M., & Welschinger, F. (2010). A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(45–48), 2765–2778. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.04.011>
- Miner, A. M. (1945). Cumulative damage in fatigue. *J. Appl. Mech.*, 151–164.
- Minonzio, J. (2011). Titre de la thèse : Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel appliquée à l'imagerie et à la caractérisation ultrasonore. Université Paris-Diderot- Paris VII.
- Munoz, I. S. (2014). Titre de la thèse : Influence of casting defects on the fatigue behaviour of an A357-T6 aerospace alloy [INSA de Lyon]. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01175494>
- Murakami, Y., & Endo, M. (1993). Effects of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength. *Fatigue*, 1994, Vol 16, April, 163–182.
- Murakami, Y., Kawakami, K., & Duckworth, W. E. (1991). Quantitative evaluation of effects of shape and size of artificially introduced alumina particles on the fatigue strength of 1.5Ni-Cr-Mo (En24) steel. In *Int J Fatigue* (Vol. 13, Issue 6).
- Nadot, Y., Mendez, J., Ranganathan, N., & Beranger, A. S. (1998). Fatigue life assessment of nodular cast iron containing casting defects. *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 22, p.289-300.
- Newman, J. C., Anagnostou, E. L., & Rusk, D. (2014). Fatigue and crack-growth analyses on 7075-T651 aluminum alloy coupons under constant- and variable-amplitude loading. *International Journal of Fatigue*, 62, 133–143. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2013.04.020>
- Nizery, E. (2015). Titre de la thèse : Amorçage et propagation des fissures de fatigue dans les alliages d'aluminium 2050-T8 et 7050-T7451 [INSA de Lyon]. <http://edeea.ec-lyon.fr>
- Osman, A. (2013). Titre de la thèse : Automated evaluation of three dimensional ultrasonic datasets [INSA de Lyon ; University of Erlangen Nurmberg]. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00995119>
- Palmgren, A. (1924). On life duration of ball bearings Vol.68.
- Pao, Y.-H., & Mow, C. C. (1976). Theory of normal modes and ultrasonic spectral analysis of the scattering of waves in solids. *Journal of the Acoustical Society of America*, 59(5), 1046–1056. <https://doi.org/10.1121/1.380969>
- Papadopoulos, I. V. (2001). Long life fatigue under multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, 23(10), 839–849. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(01\)00059-7](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(01)00059-7)
- Paris, P., & Erdogan, F. (1963). A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. *Journal of Basic Engineering*. <http://fluidsengineering.asmedigitalcollection.asme.org/>
- Pilkey, W. D. (2008). Peterson's Stress Concentration. <https://doi.org/10.1002/9780470211106.ch3>
- Ploix, M.-A. (2006). Titre de la thèse : Etude de l'atténuation des ondes ultrasonores. Application au contrôle non destructif des soudures en acier. INSA de Lyon.
- Podymova, N. B., & Karabutov, A. A. (2017). Combined effects of reinforcement fraction and porosity on ultrasonic velocity in SiC particulate aluminum alloy matrix composites. *Composites Part B: Engineering*, 113, 138–143. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.01.017>
- Rice, J. R. (1964). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by

notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 35(2), 379–388. <https://doi.org/10.1115/1.3601206>

Rice, R., Jackson, J., Bakuckas, J., & Thompson, S. (2003). *Metallic materials properties development and standardization*. <http://www.everyspec.com>

Robert, S. (2004). Titre de la thèse : Propagation d'ondes cohérentes et résonances dans des milieux élastiques présentant des inclusions cylindriques périodiquement ou aléatoirement distribuées. Université du Havre.

Robert, S., Conoir, J. M., Franklin, H., & Luppé, F. (2004). Resonant elastic scattering by a finite number of cylindrical cavities in an elastic matrix. *Wave Motion*, 40(3), 225–239. <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2004.03.003>

Rodopoulos, C. A. (2003). *part2_p19_fatigue_initiation_Rodopoulos.pdf* (pp. 477–480).

Royer, D. (1974). *Ondes élastiques dans les solides, Propagation libre et guidée* (Masson).

Royer, D. (1996). Génération et détection optiques d'ondes élastiques, article E4415. *Techniques de l'Ingénieur*.

Schmerr, L. W., & Song, S.-J. (2007). *Ultrasonic Nondestructive Evaluation Systems, Models and Measurements 1 2 3*. Springer.

Shafiul Ferdous, M., Makabe, C., Rana, M. S., & Miyazaki, T. (2011). Improving the fatigue strength of a multiple hole specimen by applying additional holes or notches. *Engineering Failure Analysis*, 18(1), 75–87. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2010.08.007>

Shen, Y. (2012). Comportement et endommagement des alliages d'aluminium 6061-T6 : approche micromécanique [Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris]. <https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00820764>

Sigl, K. M., Hardin, R. A., Stephens, R. I., & Beckermann, C. (2004). Fatigue of 8630 cast steel in the presence of porosity. *International Journal of Cast Metals Research*, 17(3), 130–146. <https://doi.org/10.1179/136404604225020588>

Stanley, D., Awerbuch, J., Tan, T. M., & Anasori, B. (2016). Reconstruction of fatigue crack growth in AA2024-T3 and AA2198-T8 fastened lap joints. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 82, 33–50. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2015.06.006>

Tabibian, S., Charkaluk, E., Constantinescu, A., Szymtka, F., & Oudin, A. (2013). TMF-LCF life assessment of a Lost Foam Casting A319 aluminum alloy. *International Journal of Fatigue*, 53, 75–81. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.01.012>

Trollé, B. (2014). Titre de la thèse : Simulation multi-échelles de la propagation des fissures de fatigue dans les rails. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.

Twersky, V. (1952). Multiple Scattering of Radiation by an Arbitrary Configuration of Parallel Cylinders*. *Journal of acoustical society of america* (Vol. 24).

Vanderesse, N., Maire, É., Chabod, A., & Buffire, J. Y. (2011). Microtomographic study and finite element analysis of the porosity harmfulness in a cast aluminium alloy. *International Journal of Fatigue*, 33(12), 1514–1525. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.06.010>

Visscher, W. M. (1980). A new way to calculate scattering of acoustic and elastic waves. I. Theory illustrated for scalar waves. *Journal of Applied Physics*, 51(2), 825–834. <https://doi.org/10.1063/1.327705>

Vu, M. N., Geniaut, S., Massin, P., & Marigo, J. J. (2015). Numerical investigation on corner singularities in cracked plates using the G-theta method with an adapted θ field. *Theoretical and Applied Fracture*

Mechanics, 77, 59–68. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2015.02.003>

- Vulićević, L. L., Rajić, A., Grbović, A., Sedmak, A., & Šarkočević, Ž. (2016). Fatigue life prediction of casing welded pipes by using the extended finite element method. *Frattura Ed Integrità Strutturale*, 10(36), 46–54. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.36.05>
- Wang, L., Limodin, N., El Bartali, A., Witz, J. F., Seghir, R., Buffiere, J. Y., & Charkaluk, E. (2016). Influence of pores on crack initiation in monotonic tensile and cyclic loadings in lost foam casting A319 alloy by using 3D in-situ analysis. *Materials Science and Engineering A*, 673, 362–372. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2016.07.036>
- Waterman, P. C. (1976). Matrix theory of elastic wave scattering. *567 J. Acoust. Soc. Am.*, 60, 567–580.
- Whitley, D. W. (2013). Titre de la thèse : Interacting stress concentration factors and their effect on fatigue of metallic aerostructures. Missouri university of science and technology.
- Xue, Y., El Kadiri, H., Horstemeyer, M. F., Jordon, J. B., & Weiland, H. (2007). Micromechanisms of multistage fatigue crack growth in a high-strength aluminum alloy. *Acta Materialia*, 55(6), 1975–1984. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2006.11.009>
- Yaacoub Agha, H., Béranger, A. S., Billardon, R., & Hild, F. (1998). High-cycle fatigue behaviour of spheroidal graphite cast iron. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 21(3), 287–296. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.1998.00293.x>
- Yang, Z. (2015). The effect of porosity on fatigue crack initiation and propagation in AM60 die-cast magnesium alloy (master thesis). McMaster University -Materials Science and Engineerin.
- Ying, C. F., & Truell, R. (1956). Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid. *Journal of Applied Physics*, 27(9), 1086–1097. <https://doi.org/10.1063/1.1722545>
- Zhang, Q., Zuo, Z., & Liu, J. (2015). Numerical analysis for the influence of casting micro porosity on fatigue life. *Engineering Failure Analysis*, 48, 11–20. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2014.10.016>

Annexes

A.1. Annexes du chapitre 1

On rappelle que si le taux de restitution d'énergie est discrétisé sur les fonctions de forme $N_j(s)$:

$$G(s) = \sum_{j=1}^{n_p} G_j \cdot N_j(s) \quad (97)$$

En se basant sur une approche Lagrangienne de l'énergie potentielle, le taux local d'énergie libérée $G(s)$, avec s l'abscisse curviligne parcourant le front de fissure, peut se calculer grâce à l'équation suivante :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} G(s) \cdot \theta(s) \cdot \vec{e}_1(s) ds \quad (98)$$

où $\vec{e}_1(s)$ est le vecteur tangent à la surface de fissure et normal au front de fissure le long de l'abscisse curviligne s .

Ainsi, pour tout champ admissible $\theta \in \Theta$ on peut calculer l'énergie libérée totale en intégrant sur l'abscisse curviligne qui parcourt le front de fissure :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} \sum_{j=1}^{n_p} G_j \cdot N_j(s) \cdot [\vec{\theta}(s) \cdot \vec{e}_1(s)] \cdot ds$$

Donc en tout point de contrôle i :

$$G(\theta^i) = \sum_{j=1}^{n_p} G_j \cdot \int_{\Gamma_0} N_j(s) \cdot [\vec{\theta}^i(s) \cdot \vec{e}_1(s)] \cdot ds \quad (99)$$

Ainsi, on peut poser le problème sous forme matricielle de la façon suivante :

$$B_i = \sum_{j=1}^{n_p} A_{ij} \cdot G_j \quad (100)$$

où $A_{ij} = \int_{\Gamma_0} N_j(s) \cdot \theta^i(s) \cdot \vec{e}_1(s) ds$ et $B_i = G(\theta^i)$, dont l'expression se déduit de l'équation (9).

A.2. Annexes du chapitre 3

A.2.1. Expression du champ incident

Soit le champ incident :

$$\begin{aligned}\phi_{inc}(r, \theta, \omega) &= \Phi_0 \cdot e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \cdot e^{i\omega t} \\ \rightarrow \phi_{inc}(r, \theta, \omega) &= \Phi_0 \cdot e^{ik.r.\cos(\theta-\theta_0)} \cdot e^{i\omega t}\end{aligned}\quad (101)$$

Avec $\omega = kca$ la pulsation et θ_0 l'angle d'incidence de l'onde.

On peut décomposer la fonction $e^{ik.r.\cos(\theta-\theta_0)}$ en série de Fourier :

$$e^{ik.r.\cos(\theta)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(r) e^{in(\theta-\theta_0)} \quad (102)$$

avec $c_n(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik.r.\cos(\theta-\theta_0)} \cdot \cos(n[\theta - \theta_0]) d\theta$.

Par définition de la fonction de Bessel d'ordre n , que l'on note ici J_n , on a la relation suivante :

$$c_n(r) = i^n \cdot J_n(kr) \quad (103)$$

d'où :

$$\rightarrow \phi_{inc}(r, \theta, \omega) = \Phi_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n J_n(kr) e^{in\theta} \quad (104)$$

en posant $\alpha_n = i^n e^{-in\theta_0}$.

A.2.2. Théorème de Graf

D'après (Pao & Mow, 1976) et les notations de la Figure 176 :

$$\begin{aligned}C_n(w) \cdot \begin{cases} \cos(n\chi) \\ \sin(n\chi) \end{cases} &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_{n+m}(u) \cdot J_m(V) \cdot \begin{cases} \cos(m\alpha) \\ \sin(m\alpha) \end{cases} \\ \rightarrow C_n(w) \cdot e^{in\chi} &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_{n+m}(u) \cdot J_m(V) \cdot e^{im\alpha}\end{aligned}\quad (105)$$

où C_n désigne J_n ou Y_n ou $H_n^{(1)}$ ou $H_n^{(2)}$ ou encore toute combinaison linéaire de ces fonctions.

La condition de validité du théorème de Graf étant :

$$|ve^{\pm i\alpha}| < |u| \text{ c'est à dire } |v| < |u|$$

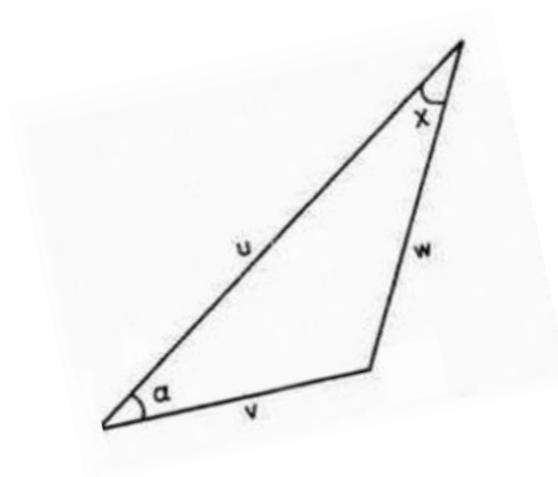


Figure 176 : Notations de (C-C. Mow & Y-H Pao, 1971) pour l'expression du théorème de Graf

On considère le triangle quelconque formé par les diffuseurs X et Y ainsi qu'un point P dans l'espace. Nous allons appliquer ce théorème dans l'homothétie de rapport k de ce triangle (avec k le nombre d'onde longitudinal ou transversal selon la diffusion étudiée). On pose alors les notations suivantes :

- θ_Z est l'angle direct formé entre l'axe des abscisses lié à un défaut Z et l'axe le joignant au point P (ici on a $Z = X$ ou Y),
- θ_{XY} est l'angle direct formé entre l'axe des abscisses d'une part et l'axe joignant le défaut X et le défaut Y d'autre part,
- r_Z est la distance entre le défaut Z et le point P (ici $Z = X$ ou Y),
- d_{XY} est la distance entre le défaut X et le défaut Y,
- P est un point quelconque (hors cylindres) dans un des deux demi-plans, le plan étant coupé par la droite joignant les défauts X et Y.

Ces notations sont explicitées en Figure 177.

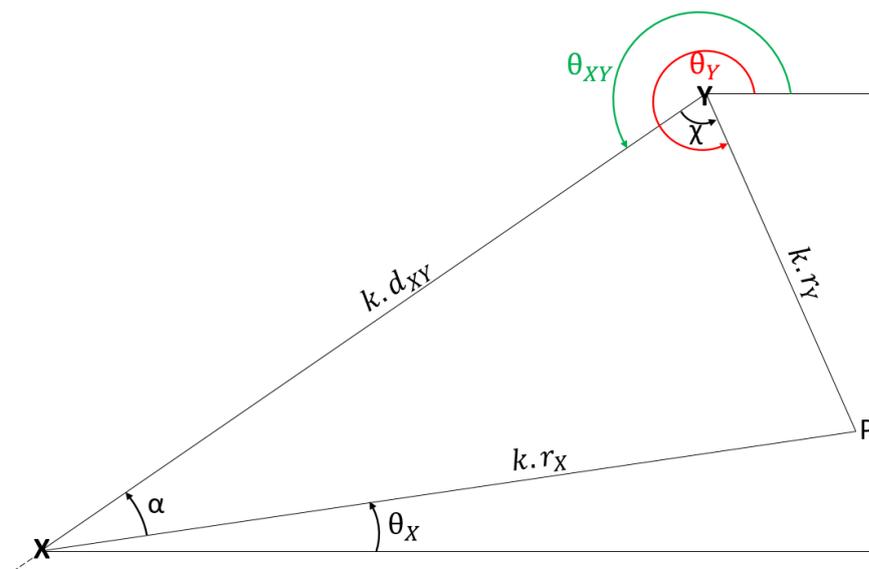


Figure 177 : Notations des angles dans le triangle d'homothétie de rapport k par rapport au triangle réel formé par les centres des défauts X et Y et le point P considéré

On peut alors réécrire les notations de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_v = H_v^{(1)} \\ w = k \cdot r_Y \\ V = k \cdot r_X \\ u = k \cdot d_{XY} \\ \alpha = \theta_{XY} - \theta_X - \pi \\ \chi = \theta_Y - \theta_{XY} \\ P \text{ à droite de } (XY) \end{array} \right.$$

D'où la réécriture du théorème tel qu'énoncé par (C-C. Mow & Y-H Pao, 1971), en l'expression équivalente suivante :

$$H_n^{(1)}(k \cdot r_Y) \cdot e^{in(\theta_Y - \theta_{XY})} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_{n+m}^{(1)}(k \cdot d_{XY}) \cdot J_m(k \cdot r_X) \cdot e^{im(\theta_{XY} - \theta_X - \pi)} \quad (106)$$

La condition de validité du théorème est alors $r_X < d_{XY}$.

En multipliant par $e^{in\theta_{XY}}$ les deux membres de l'égalité (106), on a :

$$H_n^{(1)}(k \cdot r_Y) \cdot e^{in\theta_Y} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_{n+m}^{(1)}(k \cdot d_{XY}) \cdot J_m(k \cdot r_X) \cdot e^{i(n+m)\theta_{XY}} \cdot e^{-im\theta_X} \cdot (-1)^m.$$

En écrivant la somme infinie dans l'autre sens (i.e. remplacer $m \rightarrow -m$), il vient :

$$H_n^{(1)}(k \cdot r_Y) \cdot e^{in\theta_Y} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_{n-m}^{(1)}(k \cdot d_{XY}) \cdot J_{-m}(k \cdot r_X) \cdot e^{i(n-m)\theta_{XY}} \cdot e^{im\theta_X} \cdot (-1)^{-m}.$$

Par propriété de la fonction de Bessel ($J_m(x) = J_{-m}(x) \cdot (-1)^{-m}$) on trouve alors l'expression suivante :

$$H_n^{(1)}(k \cdot r_Y) \cdot e^{in\theta_Y} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_{n-m}^{(1)}(k \cdot d_{XY}) \cdot J_m(k \cdot r_X) \cdot e^{i(n-m)\theta_{XY}} \cdot e^{im\theta_X} \quad (107)$$

La démonstration est la même avec P de l'autre côté de la droite (XY).

A.2.3. Expression des tenseurs des contraintes

Afin de calculer le champ diffusé ϕ_L^{diff} satisfaisant les conditions aux limites, on cherche à exprimer le champ de contraintes.

A.2.3.1. Contraintes relatives aux ondes L

$$\begin{aligned} \phi_{LL}^d &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_0 \cdot i^n \cdot T_n^{LL} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) e^{in\theta} = \Phi_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{LL} \cdot \phi^{(n)} \\ \rightarrow \vec{u}_L^{(n)} &= -\overrightarrow{grad}(\phi^{(n)}) = - \left[\begin{array}{l} k_L H_n^{(1)'}(k_L r) \\ \frac{in}{r} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) \end{array} \right] \cdot i^n \cdot e^{in\theta} = u_r \cdot \vec{e}_r + u_\theta \cdot \vec{e}_\theta \end{aligned} \quad (108)$$

avec \overrightarrow{grad} l'opérateur gradient en coordonnées cylindriques.

Par définition du tenseur des déformations, on a :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{grad} \vec{u} + {}^t \overrightarrow{grad} \vec{u})$$

avec, en coordonnées cylindriques :

$$\bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rrL} & \varepsilon_{r\theta L} \\ \text{sym.} & \varepsilon_{\theta\theta L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) \\ \text{sym.} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) \end{pmatrix}.$$

A partir de l'équation (108), on obtient alors les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_{rrL}^{(n)} = -T_n^{LL} \cdot k_L^2 \cdot H_n^{(1)''}(k_L r) \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \\ \varepsilon_{\theta\theta L}^{(n)} = \frac{T_n^{LL}}{r} \left(\frac{n^2}{r} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) - k_L H_n^{(1)'}(k_L r) \right) \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \\ \varepsilon_{r\theta L}^{(n)} = T_n^{LL} \cdot \left(\frac{in}{r^2} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) - \frac{ink_L}{r} \cdot H_n^{(1)'}(k_L r) \right) \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \end{cases} \quad (109)$$

Par la loi de Hooke, et en utilisant la définition de la fonction de Hankel suivante :

$$x^2 H_n^{(1)''}(x) + x H_n^{(1)'}(x) + (x^2 - n^2) H_n^{(1)}(x) = 0, \quad (110)$$

on trouve :

$$\begin{cases} \varepsilon_{rrL}^{(n)} = -T_n^{LL} \cdot k_L^2 \cdot H_n^{(1)''}(k_L r) \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \\ \varepsilon_{\theta\theta L}^{(n)} = \frac{T_n^{LL}}{r} \left(\frac{n^2}{r} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) - k_L H_n^{(1)'}(k_L r) \right) \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \\ \varepsilon_{r\theta L}^{(n)} = T_n^{LL} \cdot \left(\frac{in}{r^2} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) - \frac{ink_L}{r} \cdot H_n^{(1)'}(k_L r) \right) \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \end{cases} \quad (111)$$

Pour obtenir le tenseur de la contrainte diffractée d'ordre n dû à l'onde incidente, il suffit de remplacer les fonctions de Hankel par des fonctions de Bessel. Pour prendre en compte un angle d'incidence non nul, il suffit de multiplier le tenseur par $e^{-in\theta_0}$.

A.2.3.2. Contraintes relatives aux ondes T

En procédant de façon analogue, on trouve le tenseur des contraintes suivant :

$$\begin{cases} \sigma_{rrT}^{(n)} = 2\mu in \left[-\frac{1}{r^2} H_n^{(1)}(k_T r) + \frac{k_T}{r} H_n^{(1)'}(k_T r) \right] \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \\ \sigma_{\theta\theta T}^{(n)} = 2\mu \cdot i \cdot n \left(k_T^2 \cdot H_n^{(1)''}(k_T r) + \left(\frac{1-n^2}{r^2} + k_T^2 \right) H_n^{(1)}(k_T r) \right) \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \\ \sigma_{r\theta T}^{(n)} = \mu k_T^2 \left[-2H_n^{(1)''}(k_T r) - H_n^{(1)}(k_T r) \right] \cdot i^n \cdot e^{in\theta} \end{cases} \quad (112)$$

dans le cas d'une incidence T.

A.2.3.3. Définition du système matriciel

Ainsi dans le cas d'une incidence L, on résout le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rrL}^{(n)} & \sigma_{rrT}^{(n)} \\ \sigma_{r\theta L}^{(n)} & \sigma_{r\theta T}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_n^{LL} \\ T_n^{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{rrL}^{(n),inc} \\ -\sigma_{r\theta L}^{(n),inc} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -2\mu k_L^2 H_n^{(1)''}(k_L r) + \lambda k_L^2 H_n^{(1)}(k_L r) & 2\mu i n \left[-\frac{1}{r^2} H_n^{(1)}(k_T r) + \frac{k_T}{r} H_n^{(1)'}(k_T r) \right] \\ 2\mu i n \left(\frac{1}{r^2} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) - \frac{k_L}{r} \cdot H_n^{(1)'}(k_L r) \right) & -\mu k_T^2 [2H_n^{(1)''}(k_T r) + H_n^{(1)}(k_T r)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_n^{LL} \\ T_n^{LT} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -2\mu k_L^2 \cdot J_n''(k_L r) + \lambda k_L^2 J_n(k_L r) \\ 2\mu i \left(\frac{n}{r^2} \cdot J_n(k_L r) - \frac{n k_L}{r} \cdot J_n'(k_L r) \right) \end{bmatrix} \quad (113)$$

Remarque : Cette écriture permet d'établir que T_n^{LL} est symétrique par rapport à n et que T_n^{LT} est antisymétrique par rapport à n i.e. :

$$\begin{cases} T_n^{LL} = T_{-n}^{LL} \\ T_n^{LT} = -T_{-n}^{LT} \end{cases}$$

Dans le cas d'une incidence T, on résout le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rrL}^{(n)} & \sigma_{rrT}^{(n)} \\ \sigma_{r\theta L}^{(n)} & \sigma_{r\theta T}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_n^{TL} \\ T_n^{TT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{rrT}^{(n),inc} \\ -\sigma_{r\theta T}^{(n),inc} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -2\mu k_L^2 H_n^{(1)''}(k_L r) + \lambda k_L^2 H_n^{(1)}(k_L r) & 2\mu i n \left[-\frac{1}{r^2} H_n^{(1)}(k_T r) + \frac{k_T}{r} H_n^{(1)'}(k_T r) \right] \\ 2\mu i n \left(\frac{1}{r^2} \cdot H_n^{(1)}(k_L r) - \frac{k_L}{r} \cdot H_n^{(1)'}(k_L r) \right) & -\mu k_T^2 [2H_n^{(1)''}(k_T r) + H_n^{(1)}(k_T r)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_n^{TL} \\ T_n^{TT} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2\mu i n \left[-\frac{1}{r^2} J_n(k_T r) + \frac{k_T}{r} J_n'(k_T r) \right] \\ -\mu k_T^2 [2J_n''(k_T r) + J_n(k_T r)] \end{bmatrix} \quad (114)$$

Remarque : Cette écriture permet d'établir que T_n^{TT} est symétrique par rapport à n et que T_n^{TL} est antisymétrique par rapport à n i.e. :

$$\begin{cases} T_n^{TT} = T_{-n}^{TT} \\ T_n^{TL} = -T_{-n}^{TL} \end{cases}$$

A.2.4. Ecriture matricielle du problème d'interactions dans un milieu fluide

L'équation qui régit l'écriture de la matrice de diffraction est la suivante :

$$C_n^X - T_n^{(X)} \cdot \sum_{Y \neq X} \sum_{m=-N_{\max}}^{N_{\max}} C_m^Y \cdot G_{mn}^{(XY)} = T_n^{(X)} \cdot \alpha_n \quad \forall n \in \mathbb{Z} \text{ et } \forall X$$

Ceci peut s'écrire sous forme matricielle :

$$[TG] \cdot (C) = (\text{Source})$$

avec :

$$[TG] = \begin{bmatrix} I & T^{(1)}G^{12} & \dots & \dots & T^{(1)}G^{1n} \\ T^{(2)}G^{21} & I & T^{(2)}G^{23} & \dots & T^{(2)}G^{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ T^{(n)}G^{n1} & T^{(n)}G^{n2} & T^{(n)}G^{n3} & \dots & I \end{bmatrix}$$

où I désigne un bloc identité et $T^{(a)}G^{bc}$ désigne le bloc suivant :

$$T^{(a)}G^{bc} = \begin{bmatrix} -T_{-N_{\max}}^{(Y_a)} G_{(-N_{\max}; -N_{\max})}^{(Y_b Y_c)} & \dots & -T_{-N_{\max}}^{(Y_a)} G_{(N_{\max}; -N_{\max})}^{(Y_b Y_c)} \\ \dots & \dots & \dots \\ -T_{N_{\max}}^{(Y_a)} G_{(-N_{\max}; N_{\max})}^{(Y_b Y_c)} & \dots & -T_{N_{\max}}^{(Y_a)} G_{(N_{\max}; N_{\max})}^{(Y_b Y_c)} \end{bmatrix}$$

et :

$$(C) = \begin{bmatrix} C_{-N_{\max}}^{Y_1} \\ \dots \\ C_{N_{\max}}^{Y_1} \\ C_{-N_{\max}}^{Y_2} \\ \dots \\ C_{N_{\max}}^{Y_2} \\ \dots \\ C_{-N_{\max}}^{Y_n} \\ \dots \\ C_{N_{\max}}^{Y_n} \end{bmatrix}$$

le vecteur des coefficients de diffusion et (Source) =

$$\begin{bmatrix} T_{-N_{\max}}^{Y_1} \alpha_{-N_{\max}}^{Y_1} \\ \dots \\ T_{N_{\max}}^{Y_1} \alpha_{N_{\max}}^{Y_1} \\ T_{-N_{\max}}^{Y_2} \alpha_{-N_{\max}}^{Y_2} \\ \dots \\ T_{N_{\max}}^{Y_2} \alpha_{N_{\max}}^{Y_2} \\ \dots \\ T_{-N_{\max}}^{Y_n} \alpha_{-N_{\max}}^{Y_n} \\ \dots \\ T_{N_{\max}}^{Y_n} \alpha_{N_{\max}}^{Y_n} \end{bmatrix}$$

A.2.5. Ecriture matricielle du problème d'interactions dans un milieu solide

Pour rappel, la formule générale (pour Inc = L ou T) s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} C_n^{X(Inc L)} - T_n^{X(LL)} \cdot \sum_{X \neq Y} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(L)} \cdot C_m^{Y(LL)} - T_n^{X(TL)} \cdot \sum_{X \neq Y} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(T)} \cdot C_m^{Y(LT)} = T_n^{X(Inc L)} \cdot \alpha_n \\ C_n^{X(Inc T)} - T_n^{X(LT)} \cdot \sum_{X \neq Y} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(L)} \cdot C_m^{Y(LL)} - T_n^{X(TT)} \cdot \sum_{X \neq Y} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_{mn}^{XY(T)} \cdot C_m^{Y(LT)} = T_n^{X(Inc T)} \cdot \alpha_n \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{Z} \text{ et } \forall X$$

On peut écrire ce problème sous la forme matricielle suivante :

$$[TG].(C) = (Source)$$

alors on pose :

$$[TG] = \begin{bmatrix} TG1 & TG3 \\ TG2 & TG4 \end{bmatrix}$$

avec $\forall \beta \in \llbracket 1; 4 \rrbracket$ le bloc $TG\beta$ qui se décompose en N^2 sous blocs (où N désigne le nombre de diffuseurs) de la façon suivante :

$$[TG\beta] = \begin{bmatrix} I_\beta & T_\beta^{(1)} G_\beta^{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & T_\beta^{(1)} G_\beta^{1N} \\ T_\beta^{(2)} G_\beta^{21} & I_\beta & T_\beta^{(2)} G_\beta^{23} & \dots & \dots & \dots & T_\beta^{(2)} G_\beta^{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_\beta^{(n)} G_\beta^{N1} & T_\beta^{(n)} G_\beta^{N2} & T_\beta^{(n)} G_\beta^{N3} & \dots & \dots & \dots & I_\beta \end{bmatrix}$$

où :

I_β désigne un bloc identité si $\beta \in \{1,4\}$, bloc nul si $\beta \in \{2,3\}$ et $T_\beta^{(a)} G^{bc}$ désigne le sous-sous-bloc suivant :

$$T_\beta^{(a)} G^{bc} = \begin{bmatrix} -T_{\beta-Nmax}^{(Ya)} G_{(-Nmax;-Nmax)}^{(YbYc)} & \dots & -T_{\beta-Nmax}^{(Ya)} G_{(Nmax;-Nmax)}^{(YbYc)} \\ \dots & \dots & \dots \\ -T_{\beta Nmax}^{(Ya)} G_{(-Nmax;Nmax)}^{(YbYc)} & \dots & -T_{\beta Nmax}^{(Ya)} G_{(Nmax;Nmax)}^{(YbYc)} \end{bmatrix}$$

avec :

- $T_{\beta=1}$ est le coefficient de diffusion des ondes L vers les ondes L i.e. lorsque l'on calcule les coefficients en haut à gauche de la matrice $[TG]$, on prend en compte des interactions $L \rightarrow L$
- $T_{\beta=2}$ est le coefficient de diffusion des ondes L vers les ondes T, i.e. lorsque l'on calcule les coefficients en bas à gauche de la matrice $[TG]$, on prend en compte des interactions $L \rightarrow T$
- $T_{\beta=3}$ est le coefficient de diffusion des ondes T vers les ondes L, i.e. lorsque l'on calcule les coefficients en haut à droite de la matrice $[TG]$, on prend en compte des interactions $T \rightarrow L$
- $T_{\beta=4}$ est le coefficient de diffusion des ondes T vers les ondes T, i.e. lorsque l'on calcule les coefficients en bas à droite de la matrice $[TG]$, on prend en compte des interactions $T \rightarrow T$

De façon générale, $T_{\beta_n}^{(Ya)}$ désigne le coefficient de diffusion d'ordre n pour le défaut Y_a .

$G_{\beta_{(n_1;n_2)}}^{(Y_b Y_c)}$ désigne l'opérateur de Graf aux ordres n_1 et n_2 lorsque Y_b est le défaut de référence et que sa fonction de Hankel centrée sur Y_b est déplacée vers le repère lié au défaut Y_c .

Si $\beta \in \{1; 2\}$ (blocs de gauche), l'opérateur doit s'appliquer avec le nombre d'onde longitudinal.

Si $\beta \in \{3; 4\}$ (blocs de droite), l'opérateur doit s'appliquer avec le nombre d'onde transversal.

Enfin, dans le cas général, pour $Inc = L$ ou T , on a :

$$(C) = \begin{bmatrix} C_{-Nmax}^{Y_1(IncL)} \\ \dots \\ C_{Nmax}^{Y_1(IncL)} \\ C_{-Nmax}^{Y_2(IncL)} \\ \dots \\ C_{Nmax}^{Y_2(IncL)} \\ \dots \\ C_{-Nmax}^{Y_n(IncL)} \\ \dots \\ C_{Nmax}^{Y_n(IncL)} \\ C_{-Nmax}^{Y_1(IncT)} \\ \dots \\ C_{Nmax}^{Y_1(IncT)} \\ C_{-Nmax}^{Y_2(IncT)} \\ \dots \\ C_{Nmax}^{Y_2(IncT)} \\ \dots \\ C_{-Nmax}^{Y_n(IncT)} \\ \dots \\ C_{Nmax}^{Y_n(IncT)} \end{bmatrix}$$