

Linéarisation des convertisseurs analogique-numérique pour l'amélioration des performances de dynamiques instantanées des numériseurs radioélectriques

Bryce Minger

▶ To cite this version:

Bryce Minger. Linéarisation des convertisseurs analogique-numérique pour l'amélioration des performances de dynamiques instantanées des numériseurs radioélectriques. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Bordeaux, 2017. Français. NNT: 2017BORD0590. tel-03738085

HAL Id: tel-03738085 https://theses.hal.science/tel-03738085

Submitted on 25 Jul2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse de Doctorat

de l'université de Bordeaux

École doctorale Sciences physiques et de l'ingénieur

Spécialités : automatique, productique, signal et image, ingénierie cognitique

Préparée au laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système

Par Bryce MINGER

Linéarisation des convertisseurs analogique-numérique pour l'amélioration des performances de dynamiques instantanées des numériseurs radioélectriques

Soutenue le 18 mai 2017

Après avis de :

Patricia DESGREYS Geneviève BAUDOIN

Professeur des universités - Telecom ParisTech Professeur des universités - ESIEE

Devant la commission d'examen formée de :

Jean-Michel HODÉ Salvador MIR Loïc FUCHÉ Guillaume FERRÉ Dominique DALLET Christophe JEGO

Docteur d'état - Thales Systèmes aéroportés Directeur de recherche - TIMA Docteur - Thales Communications & Security Maître de conférences - Bordeaux INP Professeur des universités - Bordeaux INP Professeur des universités - Bordeaux INP

Examinateur Examinateur Encadrant Encadrant Directeur de thèse Examinateur, président du jury

À mes proches.

Version du manuscrit pour une édition en ligne

Thèse réalisée avec le laboratoire de l'**Intégration du Matériau au Système** (IMS) de Bordeaux, au sein de l'équipe **CSN** du groupe **Conception** et de l'équipe **SPECTRAL** du groupe **Signal et Image**.

> Université de Bordeaux, Laboratoire IMS UMR 5218 CNRS - ENSEIRB-MATMECA 351 Cours de la Libération Bâtiment A31 F - 33405 TALENCE Cedex

Thèse réalisée dans le cadre d'une convention industrielle de formation par la recherche (CIFRE) avec **Thales Communications & Security**, au sein du service Modules Analogiques (SMA) du domaine Hardware Technologies, Tools & Engineering (HTE)

> Thales Communications & Security 110, Avenue du Maréchal Leclerc 49300 Cholet

REMERCIEMENTS

Ce manuscrit scelle la fin de mon doctorat. Il est le résultat tangible de trois années de cheminement intellectuel ; trois années de vicissitudes ; trois années d'abnégation. Cette thèse est également le fruit de trois années d'une aventure humaine riche de rencontres ; riche de confrontations ; riche de partages. Aussi ai-je à cœur de rendre hommage à celles et ceux qui m'ont conseillé, inspiré, soutenu et accompagné tout au long de cette expérience.

En premier lieu, je remercie les rapporteuses de ma thèse, Patricia Desgreys et Geneviève Baudoin, d'avoir considéré mes travaux. Je suis reconnaissant envers Salvador Mir d'avoir examiné mon manuscrit et envers Christophe Jego d'avoir présidé le jury de ma thèse. Je témoigne aussi ma profonde gratitude à Jean-Michel Hodé pour son examen de ma thèse ainsi que pour les conseils avisés qu'il m'a prodigués au cours de mon doctorat.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance infinie et affectueuse à mes encadrants pour leur confiance, leur soutien et leur disponibilité. En particulier, je remercie Loïc Fuché pour sa bienveillance ainsi que pour la considération dont il a toujours fait preuve à mon égard; je remercie Dominique Dallet pour son optimisme et son enthousiasme communicatifs; et je remercie Guillaume Ferré pour ses conseils ainsi que pour le savoir et la rigueur qu'il m'a transmis tout au long de mon parcours, avant même mon doctorat.

Je remercie vivement Nicolas Berthou de m'avoir accueilli au sein du laboratoire SMA et d'avoir fourni les moyens nécessaires au bon déroulement de ces trois années. Je lui suis également reconnaissant de m'avoir soutenu pour la promotion de mes travaux au sein de Thales Communications & Security.

Je souhaite remercier Remi Jeandel et François Jolec pour leur disponibilité ainsi que pour les précieux conseils qu'ils m'ont apportés durant mes travaux. Je tiens aussi à exprimer ma profonde reconnaissance à Christophe Le Guellaut et Gregory Guyon pour le travail considérable qu'ils ont fourni dans le cadre le développement de la maquette de démonstration pour les besoins de la thèse. Leur contribution a sans nul doute concouru à la réussite de mon doctorat.

Je remercie également mes collègues des laboratoires SMA et IMS avec lesquels j'ai pris grand plaisir à échanger au quotidien devant un tableau, à l'occasion d'une pause ou autour d'un repas.

Pour finir, je tiens à remercier mes parents et mes frères pour leur indéfectible soutien. Enfin, je remercie ma chère Orlane pour ses encouragements, sa patience et sa compréhension tout au long de ces trois années.

ABRÉVIATIONS

ABRÉVIATIONS

| AA | anti-repliement, en anglais anti-aliaising |
|------|---|
| ADC | convertisseur analogique-numérique, en anglais analog-to-digital converter |
| AGC | contrôle automatique de gain, en anglais automatic gain control |
| BLA | meilleure approximation linéaire, en anglais best linear approximation |
| BLS | moindres carrés par bloc, en anglais block least square |
| BRAM | bloc de mémoire à accès direct, en anglais block random access memory |
| CCS | cube coefficient subspace |
| DAC | convertisseur numérique-analogique, en anglais digital-to-analog converter |
| DDC | transposition en bande de base numérique, en anglais digital down converter |
| DDR | déviation dynamique réduite, en anglais dynamic deviation reduction |
| DFT | transformée de Fourier discrète, en anglais discrete Fourier transform |
| DNL | non-linéarité différentielle, en anglais differential non-linearity |
| DPD | prédistorsion numérique, en anglais digital predistortion |
| DR | réduction de dimensions, en anglais dimension reduction |
| DTDR | dynamique instantanée bitonale, en anglais dual-tone dynamique range |
| EA | attaque électronique, en anglais electronic attack |
| EP | protection électronique, en anglais electronic protection |
| ES | support électronique, en anglais electronic support |
| FFT | transformée de Fourier rapide, en anglais fast Fourier transform |
| FIR | réponse impulsionnelle finie, en anglais finite impulse response |
| FIFO | premier entré, premier sorti, en anglais first in first out |
| FLOP | opérations en virgule flottante, en anglais floating point operation |
| FMC | carte FPGA mezzanine, en anglais FPGA mezzanine card |
| FPGA | réseaux logiques programmables, en anglais field programmable gate array |
| FSD | décomposition en série de Fourier, en anglais Fourier series decomposition |
| FSR | tension pic-à-pic de pleine échelle, en anglais full scale range |

- **GNGD** descente de gradient généralisée et normalisée, en anglais generalized and normalized gradient descent
- HCF haute fréquence dans l'espace des mots de codes, en anglais high code frequency
- HCS horizontal coordinate system
- I en phase, en anglais *in-phase*
- **II** intervalle d'initiation, en anglais *initiation interval*
- **IDFT** transformée de Fourier discrète inverse, en anglais inverse discrete Fourier transform
- **IFFT** transformée de Fourier inverse rapide, en anglais *inverse fast Fourier transform*
- IF fréquence intermédiaire, en anglais intermediate frequency
- iid indépendante identiquement distribuée, en anglais *independent identically distributed*
- **IIR** réponse impulsionnelle infinie, en anglais *infinite impulse response*
- IMD distorsion d'intermodulation, en anglais intermodulation distortion
- INL non-linéarité intégrale, en anglais integral non-linearity
- **IP** composant à propriété intellectuelle, en anglais *intellectual property core*
- LCF basse fréquence dans l'espace des mots de codes, en anglais low code frequency
- LMS moindres carrés moyens, en anglais *least mean square*
- LSB bit de poids faible, en anglais *least significant bit*
- LUT table de correspondances, en anglais *look-up table*
- **MDAC** convertisseur numérique-analogique multiplicateur, en anglais *multiplying digital-to-analog converter*
- MOP puissance maximale d'opération, en anglais maximum operating power
- MSE erreur quadratique moyenne, en anglais *mean square error*
- NLMS moindres carrés moyens normalisés, en anglais normalized least mean square
- **OOPH** harmonique déphasée, en anglais *out-of-phase harmonic*
- PA amplificateur de puissance, en anglais *power amplifier*
- PDF fonction de densité de probabilités, en anglais probability density function

ABRÉVIATIONS

| Q | en quadrature, en anglais quadrature |
|------|---|
| RAM | mémoire à accès direct, en anglais random access memory |
| RBW | bande de résolution, en anglais resolution bandwidth |
| RF | radiofréquences, en anglais radiofrequency |
| RLS | moindres carrés récursifs, en anglais recursive least square |
| RR | régression de crête, en anglais ridge regression |
| RTL | niveau transfert de registre, en anglais register-transfer level |
| SDM | descente de gradient déterministe, en anglais steepest descent method |
| SFDR | dynamique sans raies parasites, en anglais spurious free dynamic range |
| SIR | rapport signal sur interférence, en anglais signal-to-interference ratio |
| SNR | rapport signal sur bruit, en anglais signal-to-noise ratio |
| STDR | dynamique instantanée monotonale, en anglais single-tone dynamic range |
| SVD | décomposition en valeurs singulières, en anglais singular value decomposition |
| THA | amplificateur de poursuite-blocage, en anglais track-and-hold amplifier |
| UDP | protocole de datagramme utilisateur, en anglais user datagram protocol |
| UHF | ultra hautes fréquences, en anglais ultra high frequency |
| VHF | très hautes fréquences, en anglais very high frequency |

TABLE DES MATIÈRES

| Re | merc | iements | | iv |
|-----|---------------------|----------|--|----|
| Ab | orévia | tions | | vi |
| Ta | ble de | es matiè | eres | X |
| Int | t <mark>rodu</mark> | ction G | énérale | 2 |
| 1 | Con | texte de | l'étude | 5 |
| | 1.1 | La gue | rre électronique | 6 |
| | 1.2 | Le réce | epteur radio numérique de guerre électronique | 7 |
| | | 1.2.1 | Rappels sur les récepteurs radios numériques à large bande instantanée | 7 |
| | | 1.2.2 | Intérêts de la linéarisation du convertisseur analogique-numérique d'un | |
| | | | récepteur | 11 |
| | | 1.2.3 | Profil des convertisseurs analogique-numérique ciblés | 12 |
| | 1.3 | Le con | vertisseur analogique-numérique | 14 |
| | | 1.3.1 | La conversion analogique-numérique | 14 |
| | | 1.3.2 | Le convertisseur analogique-numérique en pratique | 20 |
| | | 1.3.3 | Analyse des distorsions d'un convertisseur analogique-numérique réel. | 26 |
| | 1.4 | Conclu | ision | 29 |
| 2 | État | de l'art | t de la linéarisation des convertisseurs analogique-numérique | 30 |
| | 2.1 | Taxono | omie des stratégies de linéarisation des convertisseurs analogique-numérique | 31 |
| | 2.2 | Correc | tion interne | 32 |
| | 2.3 | Correc | tion par randomisation | 32 |
| | | 2.3.1 | Décorrélation de l'erreur de quantification | 33 |
| | | 2.3.2 | Compensation des distorsions statiques | 34 |
| | 2.4 | Correc | tion par table de correspondances | 35 |
| | | 2.4.1 | Approches classiques | 35 |
| | | 2.4.2 | Modélisation de la séquence de non-linéarité intégrale | 38 |
| | 2.5 | Correc | tion par modélisation comportementale | 38 |
| | | 2.5.1 | Modélisation des distorsions | 39 |
| | | 2.5.2 | Identification de modèle non linéaire | 40 |
| | | 2.5.3 | Inversion de modèle non-linéaire | 41 |
| | 2.6 | Conclu | ision | 41 |
| 3 | Liné | arisatio | on des convertisseurs analogique-numérique par table de correspon- | |
| | dano | ces | | 43 |
| | 3.1 | Métho | des spectrales d'estimation de la non-linéarité intégrale | 44 |
| | | 3.1.1 | Méthode initiale d'estimation de la non-linéarité intégrale | 45 |
| | | 3.1.2 | Méthode améliorée d'estimation de la non-linéarité intégrale | 48 |

| | 3.2 | Linéar | isation des convertisseurs analogique-numérique avec effet mémoire | 57 |
|---|------|-----------|---|-------|
| | | 3.2.1 | Discussion sur les limites des méthodes de correction par table de cor- | |
| | | | respondances statique | 58 |
| | | 3.2.2 | Principe de l'approche de correction proposée | 58 |
| | | 3.2.3 | Exemple d'implémentation algorithmique de l'approche de correction | |
| | | | proposée | 60 |
| | | 3.2.4 | Validation de l'approche de correction proposée sur données expérimen- | |
| | | | tales | 62 |
| | | 3.2.5 | Limites et perspectives d'amélioration de l'approche de correction proposée | 62 |
| | 3.3 | Conclu | usion | 64 |
| 4 | Liné | éarisatio | on des convertisseurs analogique-numérique par modélisation compor- | |
| | tem | entale | | 66 |
| | 4.1 | Modél | isation comportementale des convertisseurs analogique-numérique | 67 |
| | | 4.1.1 | Modélisation des convertisseurs analogique-numérique par le modèle de | |
| | | | Volterra et ses dérivés | 68 |
| | | 4.1.2 | Méthode de réduction de la complexité du modèle de Volterra et ses dérivés | 77 |
| | 4.2 | Identif | ication et inversion du modèle de Volterra et ses dérivés | 81 |
| | | 4.2.1 | Identification et inversion de modèle de Volterra | 81 |
| | | 4.2.2 | Problème d'instabilité numérique | 84 |
| | | 4.2.3 | Discussion sur les solutions au problème d'instabilité numérique | 91 |
| | | 4.2.4 | Application des solutions proposées à la linéarisation de données expéri- | |
| | | | mentales | 96 |
| | 4.3 | Propos | sition d'algorithmes de linéarisation des convertisseurs analogique-numérique | 100 |
| | | 4.3.1 | Algorithme initial de linéarisation | 100 |
| | | 4.3.2 | Algorithmes de linéarisation de convertisseurs analogique-numérique | |
| | | | proposés | 104 |
| | 4.4 | Conclu | lsion | 123 |
| 5 | Imp | lémenta | ation d'algorithmes de linéarisation de convertisseurs analogique-numér | rique |
| | par | modélis | sation comportementale | 125 |
| | 5.1 | Caract | éristiques du FPGA cible et description de la plate-forme d'acquisition | |
| | | d'écha | ntillons | 126 |
| | | 5.1.1 | Caractéristiques du FPGA cible | 126 |
| | | 5.1.2 | Description de la chaîne d'acquisition d'échantillons | 126 |
| | 5.2 | Descri | ption de l'architecture de l'implémentation de l'algorithme considéré | 129 |
| | | 5.2.1 | Architecture du premier niveau de l'IP de linéarisation | 129 |
| | | 5.2.2 | Principes d'implémentation des IP constituants | 135 |
| | 5.3 | Analys | se des ressources | 137 |
| | | 5.3.1 | Bilan global de consommation effective des ressources du FPGA | 137 |

BIBLIOGRAPHIE

| | 5.3.2 Répartition relative de la consommation des ressources du FPGA au sein | |
|-------------|--|-------|
| | de la maquette et au sein de l'IP de linéarisation | . 138 |
| 5.4 | Résultats de linéarisation de l'IP développé | . 145 |
| 5.5 | Conclusion | . 150 |
| Conclus | on générale | 152 |
| Contrib | itions bibliographiques de l'auteur | 157 |
| Annexe | A Unités usuelles en radiocommunications | 158 |
| A.1 | Le décibel | . 159 |
| A.2 | Les déclinaisons du décibel : le décibel par rapport à la porteuse et le décibel par | |
| | rapport à la pleine échelle d'un convertisseur analogique-numérique | . 159 |
| A.3 | Le décibel milliwatt | . 160 |
| Annexe | B Méthode d'analyse spectrale du signal numérique adoptée | 161 |
| B .1 | Quelques rappels et définitions relatifs à la transformée de Fourier discrète | . 162 |
| B.2 | Spectre de puissance d'un signal numérique | . 163 |
| Annexe | C Paramètres de performances statiques et dynamiques d'un convertisse | ur |
| anal | gique-numérique | 165 |
| C .1 | Paramètres de performances statiques | . 166 |
| | C.1.1 Non-linéarité différentielle | . 166 |
| | C.1.2 Non-linéarité intégrale | . 167 |
| C .2 | Paramètres de performances dynamiques | . 167 |
| Bibliog | aphie | 171 |
| Résumé | | 183 |
| Abstrac | | 185 |

INTRODUCTION GÉNÉRALE

ES travaux exposés dans ce manuscrit ont pour objet la linéarisation des convertisseurs analogique-numérique (ADC pour *analog-to-digital converter*). Ils visent à dépasser les limites de performances imposées par les défauts de linéarité de ces composants aux systèmes de numérisation radioélectriques. Cette étude tend à augmenter les dynamiques instantanées des récepteurs radios numériques à large bande instantanée. Ces performances définissent les rapports de puissances maximaux que peuvent avoir deux composantes de signal reçu pour être traitées simultanément.

En particulier, les systèmes considérés dans ce manuscrit sont ceux employés en guerre électronique à l'établissement de la situation tactique de l'utilisation des ressources spectrales environnantes par des émetteurs de radiocommunications. Dans ce contexte, les critères de dynamiques instantanées de ces équipements sont essentiels en cela qu'ils déterminent l'acuité de la perception d'un théâtre d'opérations par leur opérateur. Plus généralement, les contributions de ce manuscrit ne se bornent pas à la guerre électronique. En effet, elles peuvent tout aussi bien répondre aux besoins opérationnels des récepteurs de radiocommunications militaires ou civiles à large bande instantanée.

Problématiques

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons à la linéarisation des ADC à travers deux problématiques. La première réside dans la conception de solutions numériques d'amélioration de la dynamique sans raies parasites (SFDR pour *spurious free dynamic range*) et de la distorsion d'intermodulation (IMD pour *intermodulation distorsion*) des ADC conformes aux contraintes applicatives des systèmes de guerre électronique et industrielles des sociétés qui les conçoivent. La seconde pose la question de la mise en œuvre de telles solutions sur un circuit à réseaux logiques programmables (FPGA pour *field programmable gate array*) pour une opération en temps réel de la linéarisation d'un ADC cadencé à une fréquence d'échantillonnage typique de notre application. Afin de traiter ces deux problèmes, cet ouvrage s'organise en cinq chapitres.

Organisation du manuscrit

Le chapitre 1 détaille les contextes applicatifs et techniques de notre étude. À cet effet, nous commençons par introduire les objets et enjeux de la guerre électronique. Puis, nous rappelons les critères de performances des récepteurs radios numériques d'intérêt pour cette application et avançons les arguments techniques qui amènent à s'intéresser à la linéarisation des ADC. Ces différents éléments nous permettent de dessiner le profil de l'ADC typique ciblé par nos travaux. Dans un second temps, nous proposons une vue d'ensemble des différents aspects du comportement d'un ADC en nous appuyant sur des considérations aussi bien théoriques qu'expérimentales. Dans ce cadre, nous présentons notamment les deux convertisseurs desquels sont extraits les jeux d'échantillons utilisés pour la validation des différentes contributions présentées dans ce manuscrit.

Dans le chapitre 2, nous proposons une revue de la littérature sur la linéarisation des ADC. Celle-ci s'organise autour des quatre approches majeures du problème : la correction interne ; la correction par randomisation ; la correction par table de correspondances (LUT pour *look-up table*) ; et la correction par modélisation comportementale. Nous étudions chacune de ces familles à travers leurs principales caractéristiques et méthodes. Nous engageons notamment des discussions quant aux limites et intérêts inhérents à chaque approche.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude des solutions de linéarisation par LUT. Nous proposons tout d'abord une méthode spectrale de remplissage de LUT statiques procédant de la réduction de la charge calculatoire d'une méthode existante de la littérature. Puis, sur la base de cette contribution, nous développons une approche de correction des distorsions dynamiques introduites par un ADC. Celle-ci repose sur une décomposition du problème de compensation des non-linéarités dynamiques en deux problèmes de correction de distorsions statiques. Ainsi, nous proposons de corriger ces défauts en recourant à une paire de LUT statiques. Nous fournissons également un exemple d'algorithme permettant l'opération de cette approche et engageons une réflexion critique sur ses limites.

Le chapitre 4 s'intéresse à la linéarisation des ADC par modélisation comportementale. À cet effet, nous considérons les séries de Volterra à temps discret ainsi que leurs modèles dérivés. Dans un premier temps, nous introduisons les notions et notations nécessaires à l'appréhension de ces modèles. Puis, nous passons en revue les principales représentations issues de cette famille. Nous exposons ensuite une approche de réduction du nombre de coefficients de ces modèles. L'application de cette méthode au modèle de Volterra nous mène à une représentation élaguée présentant un nombre de coefficients considérablement réduit par rapport aux principaux modèles dérivés. La deuxième partie du chapitre 4 mène une étude des problématiques d'identification et d'inversion des modèles de Volterra. Pour l'essentiel, celle-ci consiste dans une analyse du problème du filtre de Wiener en présence du phénomène d'instabilité numérique intrinsèque à notre application. Enfin, la troisième et dernière section de ce chapitre expose trois solutions de linéarisation aveugles - en cela qu'elles ne nécessitent pas de calibrage - que nous avons conçues. Elles résultent de l'application des modèles et raisonnements proposés dans les deux premières parties de ce chapitre à un algorithme présenté dans la littérature. D'une part, ces méthodes sont évaluées d'un point de vue qualitatif à travers une discussion critique de leurs propriétés. De l'autre, s'agissant de l'appréciation quantitative de ces solutions, nous éprouvons l'algorithme le plus représentatif des trois proposés sur des jeux d'échantillons expérimentaux extraits en sortie d'un ADC soumis aussi bien à des signaux de tests classiques (sinusoïdaux à un et deux tons) qu'à un scénario opérationnel simple.

Le chapitre 5 s'inscrit dans la suite du chapitre 4. Il complète l'appréciation des performances fonctionnelles de l'algorithme de linéarisation éprouvé dans ce dernier chapitre par une évaluation approfondie des ressources matérielles consommées par son implémentation sur un FPGA. Pour ce faire, nous détaillons les caractéristiques architecturales et les principes d'implémentation du composant de linéarisation à propriété intellectuelle (IP pour *intellectual property core*) que

nous avons développé pour l'opération en temps réel de cet algorithme. Cette description est précédée de la présentation de la maquette d'acquisition au sein de laquelle est intégrée cet IP pour les besoins de sa validation. L'analyse des ressources proposée dans ce chapitre repose sur les rapports post-synthèse et post-implémentation générés par l'outil de développement FPGA utilisé.

Contributions

Les contributions originales exposées dans ce manuscrit sont :

- La proposition d'une méthode d'estimation de la séquence de non-linéarité intégrale (INL pour *integral non-linearity*) d'un ADC nécessitant un nombre de coefficients moitié moindre que la méthode initiale proposée dans [1, 2];
- La proposition d'une approche de correction des non-linéarités dynamiques à partir d'une paire de LUT statiques et d'un exemple d'algorithme pour l'opérer;
- La proposition d'une méthode de réduction du nombre de coefficients des séries de Volterra en vue de leur application à la linéarisation d'ADC;
- L'étude de l'identification et de l'inversion de modèles de Volterra effectuées en présence d'instabilité numérique dans le contexte de la linéarisation d'ADC;
- La proposition d'une solution de linéarisation d'ADC aveugle alternative à la méthode proposée dans [3];
- La proposition de deux solutions de linéarisation d'ADC aveugles et à faible complexité calculatoire alternatives à la méthode proposée dans [3];
- La démonstration de la faisabilité matérielle sur FPGA d'une des solutions de linéarisation aveugles et à faible complexité calculatoire proposées appliquée à la correction en temps réel d'un ADC échantillonnant à une fréquence autour de 400 MHz – soit quatre fois supérieure à la fréquence considérée dans [3].

CHAPITRE 1

CONTEXTE DE L'ÉTUDE

Es travaux de linéarisation d'ADC exposés dans ce manuscrit s'inscrivent dans la problématique plus large de l'amélioration des performances des récepteurs radios numériques à larges bandes radiofréquences (RF pour *radiofrequency*) et à large bande instantanée. Nous nous intéressons notamment aux dispositifs utilisés dans le domaine militaire de la guerre électronique. Ces équipements se distinguent de ceux à usage civil par la forte criticité de leurs contextes opérationnels. Ils demandent donc généralement des performances radios exigeantes et stables pour de larges gammes de conditions opérationnelles (température, bande fréquentielle et puissance du signal d'entrée, *etc.*). Naturellement, les spécifications d'un récepteur numérique se répercutent sur celles de ces composants et, dans une certaine mesure, sur celles du (ou des) ADC de sa (ou ses) chaîne(s) de numérisation.

Ce chapitre est ainsi consacré à la présentation des cadres applicatifs et techniques de cette thèse. D'une part, nous introduisons les particularités et contraintes applicatives qui mènent à la problématique de la linéarisation des ADC ; de l'autre, nous dressons une vue d'ensemble des caractéristiques théoriques et pratiques d'un ADC.

1.1 La guerre électronique

La guerre électronique désigne l'ensemble des manœuvres militaires visant au contrôle du spectre électromagnétique avec pour objectifs l'analyse, l'exploitation et l'empêchement de l'utilisation des ressources spectrales d'un théâtre d'opérations par des forces ennemies.

Par suite, la guerre électronique consiste à mener et à coordonner trois types d'action : le support électronique (ES pour *electronic support*) ; l'attaque électronique (EA pour *electronic attack*) ; et la protection électronique (EP pour *electronic protection*). Les mesures d'ES permettent d'établir une situation tactique de l'environnement électromagnétique par mesure des signaux radioélectriques environnants. Il s'agit d'intercepter les émissions ennemies d'un théâtre d'opérations à des fins d'identification, de localisation ou d'écoute. Les radiogoniomètre, intercepteur et autres dispositifs de surveillance, d'écoute, de reconnaissance et de classification de signaux sont des exemples de systèmes d'ES. Dès lors que la situation électromagnétique environnante est connue, il peut être décidé de mener des actions d'EA afin d'altérer, de brouiller ou de leurrer les émissions des forces ennemies. C'est la fonction des systèmes d'EP, ou contre-contre-mesures électroniques, assurent la préservation des ressources humaines et matérielles contre les systèmes de communication d'ES et d'EA ennemis. Les systèmes de protection contre les engins explosifs improvisés à détonateur radiocommandé sont un exemple de systèmes d'EP.

Quel que soit l'équipement de guerre électronique, la détermination de l'utilisation du spectre électromagnétique est une étape fondamentale puisqu'elle conditionne les opérations subséquentes d'ES, d'EA ou d'EP. Dans les systèmes modernes, cette analyse est supportée par un récepteur radio numérique. Il s'agit d'un dispositif mixte analogique-numérique dont

la fonction est de représenter les signaux radioélectriques d'une bande de fréquences et d'une plage de puissances données dans le domaine numérique en vue de leur traitement. La fidélité de cette représentation est essentielle en cela qu'elle garantit l'intégrité du signal et, par conséquent, la fiabilité des informations extraites par les algorithmes qui lui sont appliqués. Elle doit donc être préservée d'un bout à l'autre d'une chaîne de réception radio numérique, *i.e.* de l'antenne à l'ADC.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons à l'augmentation des dynamiques instantanées monotonale et bitonale des récepteurs radios numériques afin d'améliorer leurs capacités de traitement simultané de signaux de communications de rapport de puissances élevé. Il est donc à propos d'introduire ces paramètres de performances et de les relier à la linéarité de l'ADC.

1.2 Le récepteur radio numérique de guerre électronique

1.2.1 Rappels sur les récepteurs radios numériques à large bande instantanée

1.2.1.1 Principes du récepteur radio numérique et exemple d'architecture

Un signal de radiocommunications est une onde électromagnétique radioélectrique générée par un émetteur à des fins de transmission d'information. Le contenu informatif transporté a donc vocation à être extrait de cette onde par un récepteur de radiocommunications. À l'émission, *i.e.* en sortie d'antenne, un signal mono-porteuse se caractérise essentiellement par une fréquence centrale ; une puissance moyenne ; un schéma de modulation de la porteuse ; et une largeur de bande [4].

Dans les applications de télécommunications coopératives, qu'elles soient civiles ou militaires, un récepteur est conçu pour traiter les signaux émis par un ou plusieurs émetteurs suivant une norme partagée (GSM, UMTS, DVB-T, *etc.*). Dans ce cas, le récepteur a une connaissance *a priori* du signal. Il est ainsi conçu pour recevoir des signaux de canalisation connue, portés sur une ou plusieurs fréquences centrales données et modulés selon des schémas fixés.

À l'inverse, dans les applications de guerre électronique, on ne peut pas supposer l'existence d'une coopération entre un récepteur et les émetteurs d'un théâtre d'opérations. En conséquence, aucune hypothèse *a priori* ne peut être formulée sur les fréquence centrale, puissance à la réception, modulation de porteuse et largeur de bande des signaux de radiocommunications reçus. À un instant donné, un récepteur de guerre électronique doit permettre de recevoir quasisimultanément tous les signaux des bandes RF qu'il couvre. Dans notre application, la plage RF d'intérêt s'étale sur les bandes très hautes fréquences (VHF pour *very high frequency*) et ultra hautes fréquences (UHF pour *ultra high frequency*) respectivement de 30 MHz à 300 MHz et de 300 MHz à 3 GHz. En outre, la dynamique visée, *i.e.* l'intervalle de puissance des signaux radioélectriques pouvant être exploités après numérisation, s'étend de -120 dBm à +10 dBm. La figure 1.1 représente le schéma fonctionnel d'une architecture superhétérodyne avec numérisation sur fréquence intermédiaire (IF pour *intermediate frequency*) typique des récepteurs de guerre électronique.



FIGURE 1.1 – Schéma fonctionnel d'un récepteur radio superhétérodyne avec numérisation sur IF.

Afin de remplir sa fonction de représentation des signaux radioélectriques des bandes de fréquences et de la plage de puissances d'intérêt dans le domaine numérique, un récepteur radio doit traiter le signal électrique généré par son antenne à partir de l'onde radio captée afin de le conformer aux bandes de fréquences et niveaux de tension acceptés en entrée de l'ADC ou imposés par le théorème d'échantillonnage de Shannon-Nyquist [5]. Pour ce faire, les étages analogiques d'un récepteur numérique consistent alors à filtrer, amplifier, et transposer fréquentiellement ce signal en vue de la numérisation de sa portion dite utile. Cet intervalle fréquentiel correspond à la bande instantanée du récepteur. Elle est notée B_I dans la suite du manuscrit. Toutefois, ces différents traitements, numérisation incluse, sont sources de bruits additifs et de raies parasites. De fait, un récepteur radio numérique est un système intrinsèquement non linéaire. Ces non-linéarités sont notamment nuisibles pour les récepteurs à large bande instantanée conçus pour recevoir simultanément plusieurs signaux de communications. En effet, les distorsions inhérentes à ces systèmes circonscrivent leurs dynamiques instantanées monotonale et bitonale. Aussi convient-il de définir ces critères de performances et de mettre en évidence les origines de leur limitation.

1.2.1.2 Dynamique instantanée monotonale

La dynamique instantanée monotonale (STDR pour *single-tone dynamic range*) d'un récepteur quantifie la valeur maximale du rapport de puissances que peuvent avoir deux composantes du signal radioélectrique reçu pour être traitées simultanément. Afin de la définir, on suppose que l'ADC du récepteur est excité par un signal composé d'un seul ton de niveau proche de sa puissance maximale d'opération (MOP pour *maximum operating power*). En dB, la STDR s'écrit alors

$$STDR|_{dB} = P_{MOP}|_{dBm} - \max_{\substack{\mathcal{P}_{ST}^{B_I}}} (P_D|_{dBm}) - SIR|_{dB}$$
(1.1)

avec $\mathscr{P}_{ST}^{B_I}$ l'ensemble rassemblant les puissances P_D des distorsions introduites par le récepteur dans la bande instantanée B_I dans un scénario monotonal et *SIR* le rapport signal sur interférence (SIR pour *signal-to-interference ratio*) minimum requis pour traiter les communications de plus faible puissance. Pour cette dernière grandeur, on définit une interférence comme une composante non utile quelconque. Il peut aussi bien s'agir de bruit que d'une composante de distorsion harmonique.

Les figures 1.2.a, 1.2.b et 1.2.c donnent une illustration de la limite de STDR entraînée par les traitements analogiques et mixtes d'un récepteur. Dans ces schémas, f_{RF} désigne la fréquence centrale de la bande instantanée au niveau de l'antenne; f_{IF}^N l'IF en sortie du dernier étage intermédiaire ; et G_T le gain total appliqué entre l'antenne et l'entrée de l'ADC. La figure 1.2.a représente le spectre de puissance du signal tel qu'il est capté par l'antenne. On suppose que le signal reçu est composé de deux tons au sein de la bande instantanée et d'un ton à l'extérieur. Afin de pouvoir être appliqué en entrée de l'ADC ce signal est filtré, amplifié ou atténué et transposé à travers les étages RF, intermédiaires et de numérisation schématisés dans la figure 1.1. Chacun de ces différents traitements provoque une dégradation du rapport signal sur bruit (SNR pour *signal-to-noise ratio*) et est à l'origine de raies parasites harmoniques ou non harmoniques. Afin que la chaîne de traitement analogique du récepteur n'altère pas le contenu de la bande instantanée avant numérisation, les amplificateurs atténuateurs, oscillateurs, mélangeurs et filtres de la chaîne sont conçus ou choisis de sorte que le niveau de leurs distorsions ne dépasse pas celui du bruit de la chaîne contenu dans une canalisation de largeur Δf^1 . Dans ce cas, le spectre de puissance du signal d'excitation de l'ADC est tel que schématisé dans la figure 1.2.b. Lorsque l'on suppose² que les étages précédant l'ADC sont conçus pour que le niveau de bruit qu'ils génèrent corresponde à celui de l'ADC, la forme du spectre de puissance numérique du signal obtenu après numérisation est illustrée dans la figure 1.2.c. Il apparaît alors que la STDR du récepteur est bornée par le niveau maximal des distorsions harmoniques introduites par l'ADC. Pour une excitation monotale, ce niveau est quantifié par la dynamique sans raies parasites (SFDR pour spurious free dynamic range). La SFDR est introduite formellement dans l'annexe C. En somme, l'atteinte d'une STDR cible n'est possible que si les performances de linéarité de la chaîne de traitement analogique d'un récepteur sont congruentes avec celles de l'ADC. Dans l'état actuel de la technique, l'ADC est le composant qui limite la STDR des systèmes radios à large bande instantanée.

¹La canalisation désigne l'intervalle fréquentiel élémentaire sur lequel est estimée une puissance. Pour une récepteur radio numérique, la canalisation correspond à la largeur des cases fréquentielles du spectre de puissance du signal numérisé. Avant numérisation, la répartition des puissances d'un signal analogique est observée au moyen d'un analyseur de spectre. Dans ce cas, Δf est fixée par la largeur de bande de résolution de l'appareil (RBW pour *resolution bandwidth*).

²En pratique, en l'absence de solutions de linéarisation, un récepteur numérique est conçu de sorte que les distorsions introduites par son ADC soient masquées par le bruit de la chaîne analogique. La STDR reste toutefois inchangée.



FIGURE 1.2 – Schémas des spectres de puissance du signal au niveau de l'antenne (a), en entrée (b) et en sortie (c) de l'ADC lorsque celui-ci est composé de deux tons de rapport de puissances élevé.

1.2.1.3 Dynamique instantanée bitonale

Lorsque le signal à l'entrée de l'ADC est composé de deux tons dotés d'une puissance de 6 dB inférieure à la MOP³, on observe la présence de raies harmoniques associées à chaque ton et de raies d'intermodulation. La figure 1.3 illustre un spectre de puissance de signal numérique typique de ce scénario. Dans ce cas, la capacité de traitement simultané d'une composante de faible puissance en présence de deux composantes de même puissance $P_{MOP}|_{dBm} - 6 dB$ est contrainte par le niveau des raies d'intermodulation et harmoniques introduites par l'ADC. La dynamique instantanée bitonale (DTDR pour *dual-tone dynamique range*) d'un récepteur quantifie la valeur maximale du rapport de puissance que peuvent avoir l'une ou l'autre des composantes génératrices d'intermodulation avec une composante du signal électrique reçu pour être traitées simultanément. Elle s'écrit

$$DTDR|_{dB} = P_{MOP}|_{dBm} - 6 - \max_{\mathcal{P}_{DT}^{B_I}} (P_D|_{dBm}) - SIR|_{dB}$$
(1.2)

avec $\mathscr{P}_{DT}^{B_I}$ l'ensemble rassemblant les puissances P_D des distorsions introduites par le récepteur dans la bande instantanée B_I dans un scénario bitonal.

De même que pour la STDR, l'atteinte d'une DTDR cible n'est possible que si les performances de linéarité de la chaîne de traitement analogique d'un récepteur sont pertinentes avec celles de l'ADC. La distorsion d'intermodulation (IMD pour *intermodulation distortion*) quantifie la linéarité d'un ADC pour une excitation bitonale. Ce paramètre de performance est introduit formellement dans l'annexe C.

Dans notre application, la valeur de DTDR visée dépend de celle de STDR. Le système doit être conçu de sorte que le niveau maximum des distorsions introduites par le récepteur dans un scénario bitonal ne dépasse pas celui des distorsions observées dans un scénario monotal. Cette contrainte revient à lier les dynamiques monotonale et bitonale de la façon suivante.

$$DTDR|_{\rm dB} > STDR|_{\rm dB} - 6 \tag{1.3}$$

1.2.2 Intérêts de la linéarisation du convertisseur analogique-numérique d'un récepteur

Dans notre contexte applicatif, le premier objectif de la linéarisation d'ADC est l'augmentation des STDR et DTDR de son système hôte. En effet, comme il a été exposé précédemment, un récepteur numérique peut traiter simultanément des signaux de communications de rapport de puissances d'autant plus élevé que son ADC est linéaire.

³Pour rappel, le comportement d'un ADC est déterminé par la tension de son excitation. Ainsi, la somme constructive de deux tons de même amplitude $\frac{\sqrt{2P_{MOP}}}{2}$ permet d'exciter le même intervalle de tension qu'un signal monoton d'amplitude $\sqrt{2P_{MOP}}$. En puissance, ces amplitudes correspondent respectivement à $P_{MOP}|_{dBm} - 6 dB$ et $P_{MOP}|_{dBm}$



FIGURE 1.3 – Schéma du spectre de puissance du signal en sortie de l'ADC lorsque celui-ci est composé de trois tons dont deux présentant un rapport de puissances élevé par rapport au troisième.

Le second avantage de la linéarisation d'ADC concerne le contrôle automatique de gain (AGC pour *automatic gain control*) de son récepteur hôte. Ce dispositif permet de traiter les signaux dont la puissance au niveau de l'antenne est au-delà ou en-deçà des valeurs minimales et maximales requises pour une excitation de l'ADC sans saturation⁴. Pour cela, les signaux de plus forte puissance au niveau de l'antenne sont atténués et les signaux les plus faibles sont amplifiés. Dans ce dernier cas, le gain d'amplification maximal d'un schéma d'AGC est déterminé par le niveau maximal des distorsions introduites par le récepteur, et donc l'ADC. Par conséquent, la réduction de ce niveau engendrée par la linéarisation de l'ADC d'un récepteur entraîne une diminution de ce gain. Par exemple, lorsque la linéarisation de l'ADC provoque une réduction de ce gain de 10 dB, elle permet de faire l'économie d'un amplificateur. Par suite, les coût, surface, puissance dissipée et consommation du récepteur se voient améliorés.

1.2.3 Profil des convertisseurs analogique-numérique ciblés

Idéalement, la réception de l'ensemble des signaux des bandes VHF et UHF du spectre RF pourrait être assurée par des ADC permettant d'atteindre des fréquences d'échantillonnage d'une dizaine de GHz⁵. De tels composants existent sur le marché et sont généralement réalisés au moyen d'architectures de convertisseurs entrelacés. Toutefois, plusieurs de leurs performances sont insuffisantes pour notre application. C'est notamment le cas du SNR, de la SFDR et de

⁴En toute rigueur, il serait plus judicieux de considérer les niveaux de tension maximal et minimal de l'ADC. L'usage de notre discipline veut toutefois que l'on raisonne en puissance. Dans ce cas, il convient de noter que les puissances considérées sont celles de signaux sinusoïdaux. Par conséquent, la puissance maximale pouvant être appliquée en entrée d'un ADC est associée à la sinusoïde de tension pic à pic maximale. En comparaison, un signal modulé de même puissance maximale présente une tension pic à pic moindre.

⁵Dans ce cas, une architecture de récepteur à numérisation directe serait plus appropriée qu'une architecture superhétérodyne.



FIGURE 1.4 – Comparaison de deux scénarios de balayage de la bande RF par portion de bandes instantanées de largeurs différentes et à temps d'acquisition constant.

l'IMD (*cf.* annexe C). En outre, la consommation et le coût de ces composants sont généralement rédhibitoires. Ces deux derniers critères sont d'autant plus décisifs qu'un équipement de guerre électronique peut comporter une dizaine d'ADC répartis entre plusieurs chaînes de réception.

En pratique, les ADC dont les performances correspondent aux besoins en coût, en consommation, en SNR et en linéarité de notre application permettent d'échantillonner les signaux à des fréquences maximales d'environ 1 GHz et de coder les valeurs avec une résolution supérieure à 10 bits. En conséquence, les largeurs de bande instantanée envisageables sont de l'ordre de quelques centaines de MHz. Ainsi, afin de numériser les signaux des bandes VHF et UHF, le récepteur doit balayer le spectre RF par portion de largeur de la bande instantanée de son ADC. C'est d'ailleurs en cela que réside l'intérêt majeur de l'architecture superhétérodyne de la figure 1.1. Elle permet de numériser différentes portions du spectre RF de largeur de bande instantanée donnée en opérant ses traitements analogiques et mixte autour de quelques fréquences intermédiaires fixes.

La figure 1.4 illustre deux schémas de balayage d'une même bande RF d'intérêt. Dans les deux cas, on suppose la présence d'une émission à détecter sur une durée finie et à des puissance et fréquence données. Le temps d'accord correspond à la durée nécessaire au changement de la fréquence du premier oscillateur local de la chaîne. Le spectrogramme de gauche de la figure 1.4 représente une situation dans laquelle le balayage par portion de la largeur d'une bande instantanée ne permet pas de numériser, et *a fortiori* de détecter, une communication présente sur la bande RF. En comparaison, le spectrogramme de droite montre qu'à temps d'accord constant, l'augmentation de la bande instantanée permet sa numérisation et potentiellement sa détection.

Plus généralement, la probabilité d'interception d'une communication sur la bande RF couverte par un récepteur de guerre électronique est un critère essentiel. Elle est fonction de la vitesse de balayage du récepteur qui s'exprime en Hz.s⁻¹. Les deux ressorts de cette vitesse sont la largeur de la bande instantanée d'une part et le temps d'accord de l'oscillateur de l'étage RF de l'autre. Dans notre application, les perspectives de réduction du temps d'accord sont faibles. Les niveaux de performances exigés imposent donc des architectures de récepteur à bande instantanée d'une centaine de MHz.

En résumé, les bandes instantanées demandées par notre application imposent de recourir à des ADC échantillonnant à des fréquences minimales d'environ 200 MHz. D'autre, part les contraintes de SNR, linéarité, coût et consommation limitent la fréquence d'échantillonnage maximale à environ 1 GHz. L'ADC typique ciblé par les travaux de linéarisation exposés dans ce manuscrit est celui dont la fréquence d'échantillonnage appartient à cet intervalle et dont la résolution est supérieure à 10 bits. Par conséquent, cette étude se veut générique en cela qu'elle ne vise aucune architecture d'ADC en particulier. Ainsi, dans la suite du manuscrit l'ADC est envisagé quasiment comme une boîte noire. Dans cet esprit, la section suivante se propose de présenter les caractéristiques théoriques et pratiques d'un ADC sur lesquelles se fondent les contributions de cette thèse.

1.3 Le convertisseur analogique-numérique

Dans la section précédente, il a été exposé que l'augmentation des STDR et DTDR d'un récepteur à large bande instantanée nécessite la linéarisation de son ADC, *i.e.* la correction des distorsions introduites au cours de la numérisation. Ce problème diffère de celui de la conception d'une chaîne radio analogique linéaire notamment par la nature de ses solutions. En effet, on ne peut pas se prémunir de l'apparition de distorsions générées par un ADC dans la bande instantanée par filtrage ou, dans une certaine mesure⁶, par choix de l'IF. Afin d'apprécier la pertinence des solutions de linéarisation d'ADC proposées dans ce manuscrit, il est nécessaire d'appréhender les particularités du composant et des distorsions qu'il engendre.

Ainsi, cette section présente une vue d'ensemble des ADC. Les opérations élémentaires de la conversion analogique-numérique sont tout d'abord rappelées. Le comportement réel d'un ADC est ensuite exposé, notamment à travers l'analyse des caractéristiques de ses non-linéarités. Enfin, les ADC utilisés pour l'extraction des données expérimentales exploitées dans ce manuscrit sont présentés.

1.3.1 La conversion analogique-numérique

L'ADC est un composant électronique qui a pour rôle de numériser le signal électrique analogique appliqué à son entrée. Cette conversion se traduit mathématiquement par la composition de deux fonctions : l'échantillonnage et la quantification. L'opérateur résultant correspond à l'ADC idéal. La figure 1.5 illustre le schéma bloc de l'opération de conversion analogique-numérique. Il convient alors d'introduire ces opérations élémentaires afin de distinguer les phénomènes d'une conversion réelle qui relèvent de la fonction mathématique de numérisation de ceux qui procèdent de la constitution matérielle du composant.

⁶Lorsqu'un signal est numérisé à une fréquence F_s suffisamment grande par rapport à sa bande instantanée B_I , un choix judicieux de l'IF peut permettre de prévenir l'apparition de distorsions dans la bande instantanée. Le recours à cette technique se limite toutefois généralement aux récepteurs à bande étroite.



FIGURE 1.5 – Schéma bloc de la décomposition en opérations élémentaires de la conversion analogiquenumérique.

1.3.1.1 Signaux analogique et numérique

D'un point de vue mathématique, un signal analogique correspond à une fonction continue du temps prenant ses valeurs dans un espace continu. Autrement dit, il s'agit d'une relation qui associe à chaque instant une amplitude d'un espace continu. En comparaison, un signal numérique est une fonction discrète du temps à valeurs discrètes. De fait, il associe à certains instants une amplitude d'un espace discret de cardinal fini. Le caractère discret du temps et de l'amplitude d'un signal numérique permet l'enregistrement de ses différents états à des fins de stockage ou de traitement numérique. Les opérations d'échantillonnage et de quantification assurent la discrétisation du temps et de l'amplitude d'un signal analogique.

Dans la suite du manuscrit, la version analogique d'un signal se distingue de sa version numérique par l'usage respectif de parenthèses (.) et de crochets [.].

1.3.1.2 Echantillonnage

L'échantillonnage (en anglais *sampling*) d'un signal consiste à capturer ses valeurs à un intervalle de temps régulier appelé période d'échantillonnage. On note T_s cette période et F_s la fréquence qui lui est associée. Mathématiquement, cette opération se traduit par la multiplication d'un signal continu par un peigne de Dirac de période T_s . Soit $x_s(.)$ la version échantillonnée d'un signal analogique x(.); son expression est

$$x_s(t) = x(t) \sum_{k \in \mathbb{Z}} \delta(t - kT_s)$$
(1.4)

avec $\delta(.)$ la fonction Dirac.

Pour rappel, un signal analogique peut être discrétisé temporellement sans perte si son échantillonnage vérifie les conditions du théorème de Shannon-Nyquist [5]. Celles-ci diffèrent selon que le signal analogique d'intérêt est centré autour de la fréquence nulle ou autour d'une fréquence quelconque⁷. Dans le premier cas, lorsqu'un signal en bande de base est limité fréquentiellement à l'intervalle $\left[-\frac{B_l}{2}, \frac{B_l}{2}\right]$, il peut être discrétisé dans le temps sans perte – *i.e.* sans repliement spectral – sous réserve qu'il soit échantillonné à une fréquence F_s telle que

$$\frac{F_s}{2} \ge \frac{B_I}{2}.\tag{1.5}$$

⁷Dans notre contexte applicatif, ces cas de figures correspondent respectivement aux numérisations en bande de base et sur IF.

Dans le second cas, le phénomène de repliement est exploité pour permettre la discrétisation temporelle d'un signal de bande limitée B_I s'étalant sur la bande $[f_{IF}^N - \frac{B_I}{2}, f_{IF}^N + \frac{B_I}{2}]$ avec une fréquence de Nyquist inférieure à la fréquence maximale du signal *i.e.* $\frac{F_s}{2} \leq f_{IF}^N + \frac{B_I}{2}$. On parle de sous-échantillonnage (en anglais *undersampling*). Pour ce faire, la fréquence d'échantillonnage doit respecter les conditions⁸

$$\frac{F_s}{2} \ge B_I \tag{1.7}$$

$$\frac{2f_{IF}^{N} + B_{I}}{k+1} \le F_{s} \le \frac{2f_{IF}^{N} - B_{I}}{k}$$
(1.8)

avec k l'indice de la bande de Nyquist contraint par la relation

$$k \le \left\lfloor \frac{f_{IF}^N - \frac{B_I}{2}}{B_I} \right\rfloor \tag{1.9}$$

et [.] la fonction partie entière inférieure. Les fréquences qui supportent le spectre du signal analogique se voient alors repliées sur la première bande de Nyquist selon les formules suivantes.

$$f_a = f \mod \frac{F_s}{2}, \ f \in \left[2k\frac{F_s}{2}, (2k+1)\frac{F_s}{2}\right[, \ k \in \mathbb{N}$$
 (1.10)

$$f_a = \frac{F_s}{2} - \left(f \mod \frac{F_s}{2}\right), \ f \in \left[(2k+1)\frac{F_s}{2}, (2k+2)\frac{F_s}{2}\right], \ k \in \mathbb{N}$$
(1.11)

1.3.1.3 Quantification

La quantification associe, à un instant donné, la valeur de tension du signal électrique d'entrée d'un ADC à l'un des mots de code d'un ensemble discret fini. Cette opération peut être envisagée comme une discrétisation des amplitudes [6]. Le cardinal de l'ensemble d'arrivée d'une fonction de quantification est généralement une puissance de deux. Chaque mot de code peut ainsi être représenté dans le système de numération binaire. La résolution d'un ADC correspond alors à la taille de ces mots binaires. Elle est notée r.

La loi de conversion, ou caractéristique de transfert, désigne la fonction qui décrit la quantification opérée par un ADC idéal. Une loi de conversion se caractérise notamment par une tension pic-à-pic de pleine échelle (FSR pour *full scale range*), un pas de quantification et un type de quantification. La FSR d'une loi de conversion délimite son espace de définition. Elle correspond au niveau de tension pic à pic maximal que peut avoir un signal électrique pour être numérisé sans provoquer de saturation de la quantification. On la note V_{FS} . Afin d'associer une valeur

$$k\frac{F_s}{2} + \frac{B_I}{2} \le f_{IF}^N \le (k+1)\frac{F_s}{2} - \frac{B_I}{2}$$
(1.6)

⁸Alternativement, la fréquence IF f_{IF}^N peut être déterminée pour une fréquence d'échantillonnage donnée. Le choix de l'IF est alors contraint par les inégalités suivantes.



FIGURE 1.6 – Exemples de loi de conversion par arrondi de résolution r = 3 bits (a) et de l'erreur de quantification associée (b).

de tension à une valeur numérique discrète, la plage de tension définie par la FSR d'un ADC est partitionnée en 2^r intervalles disjoints. Une loi de conversion est dite uniforme ou linéaire lorsque ces intervalles sont constants. Le pas de quantification, ou quantum, désigne alors leur largeur. Il est noté Q et s'exprime comme suit.

$$Q|_{\mathcal{V}} = \frac{V_{FS}|_{\mathcal{V}}}{2^r} \tag{1.12}$$

Il est d'usage d'exprimer les amplitudes de tension d'entrée d'un ADC en multiples de son quantum. On dit alors qu'un quantum correspond à un bit de poids faible (LSB pour *least significant bit*). De fait, un saut de tension de l'amplitude d'un quantum provoque la modification du bit de poids faible d'un code. Par convention, dans la suite de manuscrit, l'unité de défaut des signaux numériques est le LSB.

Par ailleurs, selon l'application, différents types de quantification sont envisageables. On en distingue deux :

- La quantification par arrondi décrite par l'opération

$$x[m] = \begin{cases} \lfloor x_s(mT_s) \rfloor \text{ si } x_s(mT_s) - \lfloor x_s(mT_s) \rfloor \leq \frac{1}{2} \text{ LSB} \\ \lceil x_s(mT_s) \rceil \text{ si } x_s(mT_s) - \lfloor x_s(mT_s) \rfloor > \frac{1}{2} \text{ LSB} \end{cases}$$
(1.13)

avec [.] la fonction partie entière supérieure ;

- La quantification par troncature décrite par l'opération

$$x[m] = \lfloor x_s(mT_s) \rfloor. \tag{1.14}$$

La figure 1.6.a donne un exemple de loi de conversion associée à une quantification par arrondi. Elle fournit également une définition graphique des quantum et FSR.

Quelle qu'elle soit, la quantification est une opération irréversible. Par essence, une valeur analogique a une précision infinie qui est perdue lors de la quantification. Mathématiquement, la perte de précision est représentée par l'erreur de quantification notée $\varepsilon_q[.]$. Elle est définie telle que

$$\mathcal{E}_q[m] = y[m] - x[m]. \tag{1.15}$$

La figure 1.6.b illustre l'erreur de quantification associée à la loi de conversion de la figure 1.6.a. Il apparaît alors que l'erreur de quantification $\varepsilon_q[.]$ est corrélée aux valeurs prises par le signal d'entrée. Cependant, celle-ci est communément modélisée par un processus stochastique blanc, distribué selon une loi uniforme et indépendant du signal d'entrée [7, 8]. Ainsi, l'erreur de

quantification est modélisée par un bruit additif $\varepsilon_q[.]$ dont les caractéristiques sont

$$\begin{cases} \varepsilon_q \sim \mathscr{U}(\left[-\frac{Q}{2}; \frac{Q}{2}\right]) \\ \sigma_{\varepsilon_q}^2 = \frac{Q^2}{12} \\ E\left[\varepsilon_q[m]\varepsilon_q^*[m-n]\right] = \frac{\sigma_{\varepsilon_q}^2}{F_s}\delta[n] \end{cases}$$
(1.16)

avec E[.] l'espérance mathématique et σ_{ε_q} l'écart-type des variables aléatoires du processus $\varepsilon_q[.]$. C'est le modèle de bruit de quantification. Pour notre application, il est plus commode de manipuler la puissance de ce bruit sous sa forme logarithmique.

$$P_{\varepsilon_q}\Big|_{\text{dBFS}} \approx -6.02r - 1.76 \tag{1.17}$$

Ainsi, le SNR d'un signal numérisé par un ADC de type Nyquist⁹ est borné par SNR_{max} défini tel que

$$SNR_{max}|_{dB} = -P_{\varepsilon_q}|_{dBFS}$$

\$\approx 6.02r + 1.76. (1.18)

Il est atteint lorsqu'un signal d'entrée sinusoïdal excite un ADC idéal sur toute sa FSR.

1.3.1.4 Spectre de puissance du signal obtenu en sortie d'un convertisseur idéal simulé

La figure 1.7 montre le spectre de puissance du signal issu d'un ADC idéal. Les résolution, *FSR* et fréquence d'échantillonnage utilisées pour la simulation de cet ADC¹⁰ sont fournies dans le tableau 1.1. L'ADC a été excité avec une sinusoïde synthétique de niveau de puissance $P_1 \approx -10$ dBFS et de fréquence $f_1 \approx 116$ MHz en cohérence avec la fréquence d'échantillonnage de l'ADC.

| | ADC idéal simulé |
|--|------------------|
| Résolution <i>r</i> _{bits} | 14 |
| Fréquence d'échantillonnage $F_s _{MHz}$ | 409.6 |
| $ FSR V_{FS} _V$ | 1.46 |

TABLEAU 1.1 – Caractéristiques de l'ADC simulé pour la synthèse du signal de la figure 1.7.

En pratique, le spectre de puissance du signal de sortie d'un ADC réel présente un plancher de bruit p_n (*cf.* annexe C) supérieur à celui de la figure 1.7 ainsi que des raies parasites. La section suivante expose ces phénomènes.

⁹Par opposition aux ADC à sur-échantillonnage comme ceux dotés d'un modulateur $\Sigma\Delta$.

¹⁰Il est à noter que ces caractéristiques correspondent à celles du composant AD9680-500 [9].



FIGURE 1.7 – Spectre de puissance du signal obtenu en sortie d'un ADC idéal simulé (*cf.* tableau 1.1) excité par une sinusoïde synthétique.

1.3.2 Le convertisseur analogique-numérique en pratique

Dans cette section, nous introduisons tout d'abord les deux composants desquels sont extraites les données expérimentales exploitées tout au long du manuscrit. Puis, nous exposons les caractéristiques génériques d'un ADC réel sous deux aspects. D'une part, il est fait état des résultats des observations élémentaires du comportement d'ADC réels. Les caractéristiques du signal de sortie d'un ADC selon la composition, la fréquence et la puissance de son excitation sont ainsi présentées. D'autre part, quelques éléments relatifs à l'intégration et à la macro-structure d'un ADC sont détaillés. Ceux-ci sont notamment utilisés dans la discussion sur l'analyse des distorsion d'un ADC menée plus loin dans ce chapitre.

1.3.2.1 Convertisseurs analogique-numérique testés

Afin de corroborer notre étude, nous tirons parti de données expérimentales à des fins d'observation des phénomènes considérés ou de validation des solutions proposées. Pour ce faire, des échantillons ont été extraits de deux ADC différents : l'AD9680-500 d'Analog Devices et l'ADC12D800RF de Texas Instruments¹¹. Les résultats expérimentaux du manuscrit se baseront alternativement, sans perte de généralité, sur les échantillons de l'un ou l'autre de ces convertisseurs. Les principales caractéristiques de ces composants sont présentées dans les prochains paragraphes.

¹¹Il convient de noter que d'autres convertisseurs ont été étudiés dans le cadre de la thèse. Nous nous sommes notamment intéressés au LTC2142 de Linear Technology, à l'ADC31JB68 de Texas instruments et à l'AD9680-1250 d'Analog Devices. Les solutions proposées dans le manuscrit ont également été testées pour ces composants et des résultats probants ont été obtenus. Toutefois dans un souci de concision, nous nous limiterons à l'AD9680-500 et l'ADC12D800RF dans ce manuscrit.

AD9680-500

L'AD9680-500 est un exemple de composant pouvant répondre aux besoins de notre application. D'après sa fiche technique [9], il est doté de deux ADC de 14 bits pouvant échantillonner des signaux sur une bande passante analogique allant jusqu'à 2 GHz à une fréquence maximale de 500 MHz. Il a été conçu selon une architecture pipeline à étages multiples et est doté d'un amplificateur tampon interne. Par ailleurs, l'entrée de chaque ADC de l'AD9680-500 est différentielle.

Le tableau 1.2 rassemble les principales caractéristiques ainsi que les conditions d'utilisation appliquées pour l'extraction des échantillons et l'observation des spectres de puissance des signaux de sortie de l'AD9680-500.

| Résolution $r _{\text{bits}}$ | 14 |
|--|-------|
| Fréquence d'échantillonnage $F_s _{MHz}$ | 409.6 |
| FSR $V_{FS} _{V}$ | 1.46 |
| $MOP P_{MOP} _{dBFS}$ | -10 |
| Canalisation d'observation $\Delta_{DFT} _{kHz}$ | 6.25 |

TABLEAU 1.2 – Caractéristiques et conditions d'utilisation de l'AD9680-500.

ADC12D800RF

L'ADC12D800RF est un autre exemple de composant pouvant répondre aux besoins de notre application. Selon sa fiche technique [10], il est pouvu de deux ADC de 12 bits pouvant échantillonner des signaux sur une bande passante analogique allant jusqu'à 2.7 GHz à une fréquence maximale de 800 MHz. Il a été conçu selon une architecture à repliement et interpolation et est aussi doté d'un amplificateur tampon interne. Du reste, à l'instar de l'AD9680-500, l'entrée de chacun des deux ADC de l'ADC12D800RF est différentielle.

Le tableau 1.3 rassemble les principales caractéristiques et les conditions d'utilisation appliquées pour l'extraction des échantillons et l'observation des spectres de puissance des signaux de sortie de l'ADC12D800RF.

| Résolution $r _{\text{bits}}$ | 12 |
|--|---------|
| Fréquence d'échantillonnage $F_s _{MHz}$ | 800 |
| $ $ FSR $V_{FS} _{V}$ | 0.8 |
| $MOP P_{MOP} _{dBFS}$ | -0.5 |
| Canalisation d'observation $\Delta_{DFT} _{kHz}$ | 48 |
| Calibration interne | activée |

TABLEAU 1.3 - Caractéristiques et conditions d'utilisation de l'ADC12800RF.



FIGURE 1.8 – Spectres de puissance des signaux distordus obtenus en sortie de l'AD9680-500 excité par une sinusoïde de puissance $P_1 \approx -10$ dBFS (a) et par un signal bitonal de composantes de puissance $P_1 \approx P_2 \approx -16$ dBFS (b).

1.3.2.2 Comportement d'un convertisseur analogique-numérique réel

Un ADC a pour fonction de représenter les variations du signal électrique appliqué à son entrée dans le domaine numérique. Dans le cas idéal, cette transformation s'accompagne de la seule erreur de quantification engendrée par la discrétisation des valeurs analogiques (*cf.* soussection 1.3.1). Ainsi, un signal numérique n'est altéré que par un bruit donnant lieu au SNR plancher (1.18). Pour un ADC réel opérant dans les mêmes conditions, on constate deux phénomènes : un signal numérique de SNR inférieur à celui causé par l'opération de quantification ; et une corruption du signal numérisé se manifestant spectralement par l'apparition de raies harmoniques et d'intermodulation liées aux composantes du signal d'excitation de l'ADC. Ceux-ci
sont mis en évidence dans les figures 1.8.a et 1.8.b. Les méthodes de mesure des puissances ainsi que les paramètres de performances indiqués dans ces figures sont introduits dans les annexes B et C.

Le comportement d'un ADC est fonction de la tension de son signal d'entrée. Dans notre application, il est plus courant de caractériser un signal électrique par son niveau de puissance en dBm (*cf.* annexe A) que par sa tension. Ainsi, pour un ADC d'impédance d'entrée Z_{ADC} donnée, on a alors plutôt recours à la puissance de pleine échelle P_{FS} définie comme suit.

$$P_{FS}|_{dBm} = 10\log_{10}\left(\frac{1}{10^{-3}} \frac{\left(\frac{V_{FS}|_{V}}{2\sqrt{2}}\right)^{2}}{Z_{ADC}|_{\Omega}}\right)$$
(1.19)

En pratique, la MOP P_{MOP} d'un ADC est généralement inférieure à sa puissance de pleine échelle de quelques décibels.

Typiquement, le niveau des distorsions générées par un ADC est d'autant plus élevé que son signal d'entrée excite une large plage de la FSR. La figure 1.9.a met en exergue ce comportement. Elle représente l'évolution des puissances moyennes des composantes fondamentale et harmoniques du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 en fonction de la puissance moyenne de ce même ton fondamental. Chaque point des courbes de cette figure a été obtenue à partir de la densité spectrale de puissance du signal distordu estimée par la méthode de Bartlett sur cinq réalisations de spectre de puissance [11]. On observe qu'en deçà de -20 dBFS, le niveau des raies parasites est autour de celui du plancher de bruit p_n . Dans ce cas, le comportement de l'ADC peut être considéré comme linéaire. Ce n'est qu'au delà de cette puissance que des distorsions harmoniques apparaissent.

De même, on constate des variations des niveaux de puissance des différentes harmoniques en fonction de la fréquence de l'excitation. La figure 1.9.b montre l'évolution de ces niveaux sur la première bande de Nyquist de l'AD9680-500. À l'instar de la figure 1.9.a, chaque point des courbes de 1.9.b a été déterminé à partir de la densité spectrale de puissance du signal distordu estimée par la méthode de Bartlett sur cinq réalisations de spectre de puissance.

Les distorsions observables dans le signal de sortie d'un ADC ont deux sources : elles peuvent êtres intrinsèques aux éléments constituants d'un ADC et/ou provenir de son étage amont. Les subdivisions suivantes détaillent ces éléments.

1.3.2.3 Etage amont du convertisseur analogique-numérique

L'intégration d'un ADC en bout de chaîne radio se fait par l'intermédiaire de son étage amont (en anglais *input driving circuit* ou *front end*). Cet étage permet d'exploiter au mieux la FSR ainsi que les performances de linéarité et de bande passante analogique dont est pourvu un ADC. Il est principalement constitué soit d'un transformateur soit d'un amplificateur différentiel éventuellement suivi d'un filtre selon les besoins en niveau d'excitation, en linéarité et en bande passante en entrée d'un ADC à ses fréquences d'opération. Les avantages et inconvénients de



FIGURE 1.9 – Puissance moyenne des distorsions harmoniques de l'AD9680-500 en fonction de la puissance moyenne de son excitation à la fréquence $f_1 \approx 66$ MHz (a) et en fonction de la fréquence de son excitation à une puissance moyenne $P_{MOP} \approx -10$ dBFS (b).

chacune de ces solutions sont discutés et comparés dans [12, 13].

Qu'elle que soit sa composition, l'étage amont d'un ADC est également source de raies harmoniques et d'intermodulation. Les justifications physiques de ces distorsions ont été étudiées dans la thèse de Nikaeen [14]. L'étage amont est un élément critique en cela qu'il est le dernier dispositif précédant l'ADC. Or, les distorsions qu'il introduit ne peuvent généralement pas être filtrées. Dans ce cas, celles-ci sont indissociables des non-linéarités propres à l'ADC.



FIGURE 1.10 – Schéma bloc simplifié d'un ADC réel.

1.3.2.4 Principaux éléments constituants d'un convertisseur analogique-numérique réel

La conversion analogique-numérique – dont les principes sont rappelés dans la sous-section 1.3.1 – peut être opérée de diverses manières. On trouve ainsi différentes architectures d'ADC. Une présentation succincte des principes et caractéristiques des principales architectures d'ADC est fournie dans [15]. Dans notre application, les architectures pipelines à étages multiples (en anglais *pipelined ADC*) ainsi que celles à repliement et interpolation (en anglais *folding and interpolating ADC*) sont les plus courantes. Ce sont généralement celles qui permettent d'obtenir les ADC de fréquence d'échantillonnage, de résolution et de linéarité les plus adaptées aux besoins de bande instantanée et de dynamique instantanée des récepteurs à large bande instantanée. Les AD9680-500 et ADC12D800RF sont deux exemples typiques de ces architectures.

Néanmoins, comme il a été indiqué précédemment, l'ADC est envisagé de façon générique dans ce manuscrit. De ce point de vue, un ADC réel peut être décomposé, indépendamment de sa structure matérielle, en deux ou trois blocs de traitement du signal élémentaire [14, 16]. Le schéma bloc d'un ADC est représenté dans la figure 1.10. En réalité, plusieurs ensembles constitués d'un amplificateur de poursuite-blocage (THA pour *track-and-hold amplifier*) et d'un bloc de quantification peuvent être mis en cascade ou en parallèle selon l'architecture. Toutefois, la décomposition de la figure 1.10 décrit le comportement équivalent de tout ADC de type Nyquist.

Historiquement, le terme ADC désignait le seul circuit qui réalisait la quantification des valeurs analogiques. Aujourd'hui, la grande majorité des ADC du marché sont dotés de THA pour implémenter l'opération d'échantillonnage [16]. Le bloc de quantification est alors appelé codeur (en anglais *encoder* ou *ADC core*) de l'ADC. En toute rigueur, un composant doté d'un ou plusieurs circuits de THA et de quantification est appelé ADC à échantillonnage (en anglais *sampling ADC*). Dans un souci de concision, dans la suite du manuscrit, le terme ADC renvoie aux convertisseurs de type Nyquist dont le fonctionnement équivalent correspond à la description du schéma bloc de la figure 1.10. Par ailleurs, un ADC peut également être muni d'un amplificateur tampon (en anglais *buffer*). Ce circuit a deux fonctions. D'une part, il assure la constance de l'impédance d'entrée de l'ADC pour les deux modes de poursuite et de blocage du THA [14, 17]. La conception de l'étage amont s'en voit ainsi simplifiée. D'autre part, il isole

l'étage amont du THA afin de prévenir l'apparition de distorsions procédant des pics (en anglais *glitch*) du courant d'entrée de l'ADC générés par ce dernier. Il permet ainsi à l'ADC de présenter des performances de linéarité données sur une large portion de sa bande passante analogique.

Les non-linéarités d'un ADC peuvent aussi bien provenir de ses différents éléments internes que de son étage amont. Cependant, quelles que soient leurs origines, ces distorsions présentent des attributs communs. L'appréciation de la pertinence d'une solution de linéarisation d'ADC demande ainsi de connaître les caractéristiques de ces déformations. Ceci fait l'objet de la section suivante.

1.3.3 Analyse des distorsions d'un convertisseur analogique-numérique réel

Stricto sensu, d'un point de vue mathématique, le comportement d'un ADC est non linéaire à plusieurs égards. Dans le cas idéal, la quantification sur un nombre de bits *r* fini est une opération non linéaire. Ce caractère est manifeste lorsque l'on observe l'allure d'une loi de conversion ainsi que le bruit dont elle est à l'origine (*cf.* figure 1.6). Dans le cas réel, l'apparition d'autres distorsions dans le signal de sortie d'un ADC témoigne de phénomènes non linéaires additionnels comme cela a été discuté dans la subdivision 1.3.2.2. De fait, selon qu'un ADC réel est excité par un signal monotonal ou pluritonal, on constate la présence de composantes harmoniques seules ou accompagnées de raies d'intermodulation. Selon le contenu spectral de l'excitation, ces distorsions peuvent s'étaler au-delà de la bande de Nyquist d'appartenance de la bande instantanée. Elles sont alors repliées selon les formules (1.10) et (1.11). En outre, le SNR obtenu après numérisation est toujours inférieur à celui dû à la quantification des valeurs analogiques déterminé par (1.18).

Dans cette section, nous établissons un inventaire des différentes déformations rajoutées par un ADC réel et son étage amont au bruit de quantification. Ces distorsions se divisent en deux catégories selon leur nature : elles sont soit statiques, soit dynamiques. Les caractéristiques inhérentes à chacun de ces types de déformations sont analysées dans les prochaines subdivisions.

1.3.3.1 Distorsions statiques d'un ADC réel

Les déformations introduites par un ADC sont dites statiques lorsqu'elles sont indépendantes de la fréquence du ou des ton(s) du signal d'excitation [15]. Les distorsions statiques proviennent essentiellement de la quantification opérée par un ADC réel. En effet, la caractéristique de transfert d'un ADC associe des mots de code numériques à des intervalles de tension de largeurs différentes. D'un intervalle à l'autre, ces variations sont en partie stochastiques et en partie déterministes [18].

Leur caractère aléatoire est dû au bruit thermique de l'ADC. Il est à l'origine de l'apparition d'un bruit (en anglais *code-transition noise* ou *input-referred noise*) dans le signal numérique venant s'ajouter au bruit de quantification [16, 19].

D'autre part, les variations des intervalles à travers la FSR d'un ADC sont corrélées. En effet, étant donnée la partition de la FSR, la largeur d'un intervalle de tension dépend de celles des intervalles de tensions inférieures et influe sur celles des intervalles de tensions supérieures. Ces déviations de la caractéristique de transfert provoque des erreurs de quantification qui dépendent de la seule valeur de l'excitation à un instant donné. Cette erreur se manifeste par l'apparition de raies harmoniques et d'intermodulation dans le signal numérique de sortie de l'ADC. Elle est ainsi généralement modélisée par une fonction polynomiale des niveaux de tension de l'excitation.

Par ailleurs, pour les ADC qui en sont dotés, l'amplificateur tampon interne est également une source de bruit additif statique [16].

1.3.3.2 Distorsions dynamiques d'un ADC réel

Les distorsions dynamiques désignent les déformations qui dépendent de la fréquence du signal d'excitation.

La gigue d'horloge (en anglais *clock jitter*) engendrée par le bruit de phase du signal d'horloge [16] est à l'origine d'un bruit blanc additif dynamique. De fait, la puissance de ce bruit est une fonction linéaire de la fréquence de l'excitation.

Les THA, amplificateur tampon et éventuellement étage amont d'un ADC sont les principales sources des non-linéarités dynamiques observées sur le spectre de puissance de sortie [14, 16]. En effet, ces éléments sont sujets à des distorsions non linéaires qui dépendent des niveaux de tension présents et passés de l'excitation de l'ADC. On parle d'effet mémoire pour désigner ce caractère hystérétique. En conséquence de ce phénomène, les raies harmoniques et raies d'intermodulation dynamiques présentent des particularités qui dépassent la seule dépendance de leur niveau de puissance aux fréquences de l'excitation.

Dans le cas d'une excitation monotonale, un spectre de puissance classique ne permet pas de révéler ces caractéristiques. Afin de les mettre au jour, il est nécessaire d'extraire la phase de la transformée de Fourier discrète (DFT pour *discrete Fourier transform*) du signal distordu aux fréquences des harmoniques du fondamental de son excitation. Pour ce faire, une représentation dans le plan complexe de quelques valeurs du spectre de puissance de la figure 1.8.a est proposée dans la figure 1.11. Elle montre, pour chaque harmonique du spectre, la répartition de la puissance sur les composantes en phase (I pour *in-phase*) et en quadrature (Q pour *quadrature*) du plan complexe. Dans cette figure, les phases correspondent à l'angle de chaque composante tandis que les puissances correspondent à leur rayon. Pour une déformation statique, les distorsions introduites par un ADC ont une fréquence et une phase à l'origine multiples entiers des fréquence et phase à l'origine du fondamental. Les phases de ce type de distorsions par rapport à celle du fondamental sont représentées en pointillés dans la figure 1.11. Il apparaît alors clairement que les phases des harmoniques du signal distordu ne coïncident pas avec celles des harmoniques que l'on aurait observé si le comportement de l'ADC était exclusivement statique. Dans la suite du manuscrit, les harmoniques résultant de non-linéarités dynamiques sont dites déphasées (OOPH



FIGURE 1.11 – Représentation de la répartition en puissance sur les axes I et Q des composantes fondamentale et harmoniques du spectre de puissance de la figure 1.8.a.

pour out-of-phase harmonic).

Pour une excitation bitonale, le spectre de puissance permet de constater les effets dynamiques de l'ADC. En effet, comme il a été noté dans [20], les raies d'intermodulation de même ordre seraient de même puissance si elles avaient été générées par des déformations statiques. Or, à l'observation du spectre de la figure 1.8.b, il s'avère que ce n'est pas le cas. On en déduit donc la nature dynamique de ces distorsions. En outre, de même que dans le cas monotonal, les harmoniques associées à chaque ton sont déphasées de façon non linéaire.

En pratique, les distorsions observées sur le spectre de puissance du signal numérique généré sont principalement dynamiques car elles résultent de la somme de distorsions statiques et dynamiques [21]. C'est ce que montre la figure 1.9.b. Pour les ADC actuels, le comportement statique

d'un ADC ne peut être observé que pour des fréquences d'entrée proches de la composante continue [15].

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons énoncé la problématique de la linéarisation des ADC en l'inscrivant dans le cadre plus large de l'amélioration des performances de dynamique instantanée d'un récepteur à large bande instantanée : les travaux de cette thèse poursuivent l'augmentation des SFDR et IMD d'ADC afin d'améliorer les performances de STDR et de DTDR de leur système hôte. Pour ce faire, nous présentons tout d'abord le contexte applicatif de la guerre électronique en axant notre propos autour des besoins opérationnels qui amènent à s'intéresser à la linéarité des ADC. Cela nous a permis de dessiner le profil des ADC ciblés par les travaux de cette thèse. Il s'agit des convertisseurs qui présentent une fréquence d'échantillonnage s'étalant de quelques centaines à un millier de MHz et qui codent leurs valeurs sur des mots binaires d'une dizaine de bits. Nous introduisons ensuite les considérations théoriques et empiriques sur lesquelles se fondent les différentes contributions du manuscrit en étudiant l'ADC sous deux aspects. Ainsi, nous portons notre attention sur la conversion analogique-numérique idéale d'une part, puis sur la réalité de son opération de l'autre. Sur ce second point, les discussions que nous engageons dans ce chapitre sont étayées aussi bien par des articles, des thèses et des notes d'applications de fabricants d'ADC que par des données expérimentales.

Le chapitre suivant dresse un état de l'art des différentes travaux sur la linéarisation d'ADC qui ont précédé cette thèse.

Chapitre 2

ÉTAT DE L'ART DE LA LINÉARISATION DES CONVERTISSEURS ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE

P^{AR} essence, l'ADC fait la fonction d'interface entre les domaines de représentation analogique et numérique. Ce caractère en fait un élément fondamental des systèmes mixtes de traitement du signal. En effet, les performances d'un ADC circonscrivent celles des traitements numériques qui lui succèdent. Par voie de conséquence, elles influent directement sur les performances du dispositif hôte. Comme il a été exposé dans le chapitre précédent, dans le cas des récepteurs numériques à large bande instantanée, les dynamiques instantanées monotonale et bitonale sont ainsi bornées par les SNR, SFDR et IMD d'un ADC. La problématique d'amélioration des performances de ces équipements est donc conjointe à celle de leur(s) ADC.

À l'instar de tout système complexe, la conception d'un ADC résulte d'un compromis entre de multiples critères. De fait, les ADC proposés par une entreprise fabricante doivent à la fois répondre aux contraintes techniques demandées par ses clients potentiels (performances statiques et dynamique, consommation, *etc.*); à ses contraintes industrielles (coût de revient, industrialisation, *etc.*); et à ses contraintes commerciales (prix de vente, existence de marchés, *etc.*). Du point de vue d'une société assembleuse, l'existence de l'ADC idoine est alors d'autant moins probable que son application est exigeante sur le plan des performances ou des coûts. L'amélioration des performances des ADC est donc une thématique de tout temps. La linéarisation des ADC est l'un des principaux axes de cette thématique de recherche. L'intérêt qu'elle suscite remonte à une trentaine d'année et grandit à mesure que les plateformes de calcul voient leurs dimensions dimininuer tout en gagnant en puissance d'opération, en consommation et en coût. Aussi convient-il de situer les contributions de cette thèse dans le cadre des travaux académiques et industriels menés sur le sujet.

Dans ce chapitre, nous proposons une revue de littérature sur la linéarisation d'ADC. Cet état de l'art ne se veut pas exhaustif. Néanmoins, nous l'avons dressé de sorte à faire état des principaux axes d'études suivis au cours de ces dernières années. Du reste, les éléments de formalisation mathématique sur lesquels se basent les différentes méthodes que nous recensons sont réduits à l'essentiel. Dans un souci de simplicité et de cohérence, ceux-ci sont introduits dans les chapitres au sein desquels ils sont exploités.

2.1 Taxonomie des stratégies de linéarisation des convertisseurs analogique-numérique

La linéarisation d'ADC est un sujet à la jonction de l'électronique analogique, l'électronique numérique et du traitement numérique du signal. Ces disciplines sont autant de perspectives différentes de considérer cette problématique. En conséquence, de nombreuses techniques de correction des distorsions d'ADC sont proposées dans la littérature scientifique. Il est d'usage de les distinguer selon quatre approches [8, 22] :

- La correction interne;

- La correction par randomisation;
- La correction par table de correspondances (LUT pour look-up table);
- La correction par modélisation comportementale.

Les principes de chacune de ces stratégies ainsi que les principaux travaux académiques et industriels auxquels elles ont donné lieu sont présentés dans les sections suivantes.

2.2 Correction interne

Les méthodes de correction interne consistent à compenser les distorsions inhérentes à la catégorie d'architectures d'un ADC. Leur développement requiert donc une connaissance plus ou moins profonde de la structure du composant considéré. Par suite, la mise en œuvre de ces solutions est limitée à un certain type d'architectures, voire à une architecture d'ADC donnée. Ainsi, elles sont principalement l'apanage des concepteurs et *a fortiori* celui des fabricants d'ADC. Pour preuve, plusieurs ADC du marché disposent de procédé de calibrage pour atteindre leurs performances de SFDR optimale [9, 10, 23].

L'augmentation de la SFDR peut alors être obtenue en palliant les défauts d'alignement inter-étage des ADC pipelines ainsi que ceux de leur THA d'entrée et de leurs convertisseurs numérique-analogique multiplicateurs (MDAC pour *multiplying digital-to-analog converter*) [24]. Elle peut être également atteinte, par la compensation des imprécisions introduites par les THA et convertisseur numérique-analogique (DAC pour *digital-to-analog converter*) des ADC à approximations sucessives [18] ou encore la correction des distorsions des codeur, THA et DAC des ADC $\Sigma\Delta$ multi-bits [25]. Il peut aussi s'agir de remédier aux limitations des amplificateurs à repliement et interpolateurs des ADC à repliement et interpolation [26]. Ces techniques peuvent aussi bien consister à adjoindre des traitements analogiques [27, 28] que numériques [29–31].

2.3 Correction par randomisation

La randomisation (*dithering* en anglais) est une approche de linéarisation fondée sur l'ajout d'une excitation aléatoire (*dither* en anglais) au signal analogique d'entrée d'un ADC. Elle vise exclusivement la compensation des distorsions introduites par l'opération de quantification des grandeurs analogiques [8, 32] (*cf.* sous-section 1.3.3). Les méthodes de randomisation ne sont donc adaptées qu'à la correction des défauts résultant de la corrélation de l'erreur de quantification avec le signal d'entrée de l'ADC¹ [8, 19, 21, 22, 32, 34] et à celle des distorsions statiques caractérisées par les séquences de non-linéarité intégrale (INL pour *integral non-linearity*) et de non-linéarité différentielle (DNL pour *differential non-linearity*). Les DNL et d'INL sont introduites dans l'annexe C.

¹Ces dernières distorsions se manifestent notamment pour les signaux à faible contenu spectral – tel que les sinus – et/ou à faible niveau par rapport à la pleine échelle de l'ADC [33].



FIGURE 2.1 – Schémas de principe des randomisations non soustractive (a) et soustractive (b).

2.3.1 Décorrélation de l'erreur de quantification

À l'origine, la décorrelation de l'erreur de quantification du signal d'entrée de l'ADC a été la première finalité de la randomisation. Cette problématique a été largement étudiée dans la littérature au cours des cinquante dernières années [7, 33, 35]. Il existe deux grands principes de randomisation : l'approche soustractive consiste à supprimer, après numérisation, le signal de randomisation ajouté au signal d'entrée de l'ADC tandis que l'approche non soustractive repose sur sa conservation. Les figures 2.1.a et 2.1.b illustrent le principe de chacun de ces deux types de randomisation. Outre ces quelques différences opératoires, ces deux approches se différencient par leur effet sur les propriétés statistiques de l'erreur totale de l'opération de quantification randomisée. Cette erreur est définie comme la différence entre l'entrée et la sortie de l'opération de quantification randomisée [8, 32, 36] telle qu'illustrée dans la figure 2.2.

Dans le cas soustractif, la randomisation du signal d'entrée peut, sous certaines conditions sur le signal de randomisation [8], donner une erreur totale stochastique uniforme indépendante identiquement distribuée (iid pour *independent identically distributed*) – et par conséquent blanche – et statistiquement indépendante du signal d'intérêt. L'erreur totale répond alors aux critères du modèle de bruit de quantification couramment assumé en traitement du signal numérique [37]. D'un point de vue pratique, la mise en œuvre d'une méthode soustractive nécessite de connaître les échantillons associés au signal de randomisation d'entrée [33]. Cette contrainte impose généralement l'utilisation de DAC [21].

En comparaison, les méthodes non soustractives permettent d'obtenir une erreur totale blanche bien que non iid, aux moments sélectionnés indépendants de la fonction de densité de probabilité du signal d'intérêt sans toutefois que sa distribution soit uniforme. De plus, la variance de l'erreur totale est toujours supérieure à celle du modèle de bruit de quantification [36]. Néanmoins, il convient de noter que bien que l'erreur totale issue d'une randomisation non soustractive ne dispose pas de propriétés d'indépendance statistique aussi fortes que celles obtenues par randomisation soustractive, ses caractéristiques suffisent pour la plupart des applications [33]. Par ailleurs, les méthodes non soustractives présentent l'avantage de ne pas requérir les échantillons du signal de randomisation.

Différents types de signaux de randomisation ont été étudiés dans la littérature [38, 39].



FIGURE 2.2 – Erreur totale de quantification randomisée ε_t [.].

Le choix d'un signal dépend de l'approche considérée. Sur le plan théorique, un signal blanc uniforme est suffisant pour les méthodes soustractives tandis qu'un signal blanc de fonction de densité de probabilité triangulaire est préférable dans le cas non soustractif. En pratique, en l'absence d'un DAC, un signal blanc gaussien est plus simple à générer [39]. Des signaux colorés peuvent aussi être utilisés pour randomiser la quantification [33]. En général, ces signaux sont utilisés dans le cadre d'une randomisation non soustractive. Ils sont alors conçus de sorte que leur support spectral ne se superpose pas aux bandes de fréquences d'intérêt du signal numérique de sortie d'un ADC. Dans ce cas, la FSR de l'ADC se voit alors réduite par l'amplitude de ce signal de randomisation coloré.

2.3.2 Compensation des distorsions statiques

La randomisation est également employée à la compensation des défauts de la caractéristique de transfert d'un ADC [19, 21, 40]. Dans cette application, elle peut aussi bien être soustractive que non soustractive ou colorée [21]. Le caractère aléatoire du signal de randomisation provoque l'estompage des niveaux de transition qui définissent la quantification effective opérée par un ADC. Cela a pour conséquence de rompre le déterminisme des erreurs commises par l'ADC et par suite d'atténuer les distorsions non linéaires statiques qui en résultent [8, 32]. Ainsi, la randomisation du signal d'entrée de l'ADC réduit la probabilité d'occurrence des erreurs d'association entre niveau de tension d'entrée et mot de code tout en augmentant celle des associations nominales. Ce phénomène se traduit par une uniformisation de la DNL qui entraîne la linéarisation de l'INL et, par conséquent, celle de la caractéristique de transfert de l'ADC. De nombreux ADC du marché sont dotés de dispositifs de randomisation. C'est notamment le cas des AD9680 et AD31JB68 d'Analog Devices et de Texas Instruments [9, 23]. D'autre part, dans les récepteurs radios numériques, la randomisation d'un ADC par le bruit de ses étages analogiques est une pratique courante [19, 41].



FIGURE 2.3 – Schémas de principe des corrections par LUT avec remplacement (a) et avec compensation des mots de code erronés (b).

2.4 Correction par table de correspondances

2.4.1 Approches classiques

La linéarisation par LUT consiste à corriger les mots de code de sortie d'un ADC au moyen de valeurs préalablement stockées en mémoire et indexées selon l'état du signal distordu. L'opération de correction est un remplacement ou une addition selon que les éléments conservés dans la table sont des mots de code ou des termes compensatoires. Les schémas de principe de ces deux modes de correction sont respectivement représentés par les figures 2.3.a et 2.3.b. Les valeurs d'une LUT sont généralement déterminées lors d'une phase de remplissage à partir de signaux analogiques dont tout ou partie des caractéristiques sont connues. Le schéma d'indexation de ces valeurs est une composante essentielle d'une méthode de correctifs et *a fortiori* la taille et la structure d'une LUT. Selon le schéma considéré, la linéarisation par LUT peut aussi bien permettre la correction des distorsions statiques que dynamiques générées par un ADC. Une description approfondie de l'ensemble des composantes définissant une méthode de correction par LUT est proposée par Lundin [8, 32]. En outre, l'état de l'art dressé dans [22] donne un aperçu de la diversité des travaux qui ont été menés sur le sujet.

2.4.1.1 Approches de correction par table de correspondances

La littérature distingue trois principales approches de correction par LUT. Les méthodes statiques se caractérisent par une indexation basée sur le seul état instantané du signal distordu [2, 42–47]. Ainsi, elles déterminent la correction à apporter à un instant donné, à partir de l'information contenue dans le mot de code distordu à ce même instant. Aussi, l'évolution passée du signal - et donc le caractère hystérétique des distorsions - n'est pas considérée. En principe, l'approche statique se restreint, par conséquent, à la correction des distorsions statiques. Il est à noter toutefois l'existence d'une méthode permettant la correction des distorsions dynamiques à partir d'un ensemble de tables statiques [32, 48]. Plus généralement, la limitation des méthodes statiques est outrepassée en recourant aux techniques de correction dynamiques à espace d'état et à plan de phase reposant sur une indexation basée à la fois sur les états instantané et passés du signal distordu. D'une part, les méthodes à espace d'état sélectionnent les entrées de la table en fonction des valeurs prises par les N + 1 derniers échantillons du signal distordu avec $n \in \mathbb{N}^*$ [32, 49–51]; de l'autre les méthodes à plan de phase indexent une LUT par rapport à l'ensemble constitué par l'échantillon courant adjoint des valeurs des dérivées d'ordre 1 à N du signal analogique d'entrée au même instant [52-54]. Ces deux méthodes peuvent être considérées équivalentes dans la prise en compte du caractère hystérétique d'un ADC puisque la valeur de la dérivée à un instant donné dépend, en partie, des valeurs prises par le signal aux instants précédents. Sur le plan pratique, il est à noter que la mise en œuvre d'une méthode à plan de phase requiert l'implémentation d'un dispositif analogique ou numérique d'estimation de la dérivée en temps-réel [50]. Pour le reste, les deux méthodes partagent le même inconvénient : elles nécessitent le stockage d'un nombre de valeurs qui croît exponentiellement avec la résolution de l'ADC à corriger et le nombre N + 1 d'états définissant le schéma d'indexation. Le coût en ressources de mémoire peut alors être prohibitif pour les convertisseurs à haute résolution.

2.4.1.2 Méthodes de remplissage d'une table de correspondances

Quelle que soit l'approche considérée, le calcul des valeurs d'une LUT est une problématique primordiale pour les applications embarquées dans lesquelles les conditions d'opération d'un ADC sont variables. Par exemple, un équipement radio aéroporté peut être soumis à des changements de températures extrêmes selon que son porteur stationne sur un Tarmac ou qu'il se meut en altitude. L'ADC qui le dote peut alors voir son comportement non linéaire évoluer. Pour ce type d'applications, le mode de remplissage d'une LUT a généralement des conséquences directes tant sur l'architecture matérielle que sur les limites du module de correction. De fait, lorsqu'un signal analogique de référence est nécessaire, un dispositif de synthèse numérique ou analogique de signaux de linéarité supérieure à celle de l'ADC ciblé doit être mis en œuvre. Dans ce cas, la disponibilité du module de linéarisation, et à plus forte raison celle de l'ensemble de la chaîne de numérisation, est contrainte par la période dédiée au calcul des valeurs de remplissage de la LUT.

Pour ce qui est des tables de correspondances statiques, l'approche de remplissage la plus

répandue dans la littérature repose sur l'estimation de l'INL de l'ADC testé [2, 42, 44-47, 55]. En toute rigueur, les méthodes de correction statiques doivent être employées à la linéarisation d'ADC sujets à des distorsions sans effet mémoire. Le comportement non linéaire de tels ADC est donc entièrement décrit par leur INL déterminée à une fréquence quelconque. Par définition, la valeur d'INL associée à chaque quantum correspond alors au terme correctif à apporter à un mot de code distordu [56, 57]. La littérature abonde de techniques d'estimation de l'INL. La plupart de ces méthodes ont été développées afin de répondre aux besoins de l'évaluation in situ du comportement non linéaire d'un ADC. Elles peuvent toutefois se prêter également au remplissage de tables statiques. Deux catégories notables peuvent toutefois être distinguées selon le support de représentation de signaux. Les méthodes statistiques [55, 58-60] permettent de déterminer l'INL d'un ADC à partir de l'histogramme du signal de référence tandis que les méthodes spectrales exploitent sa DFT [1, 61–64]. Les techniques statistiques sont connues pour la précision de l'estimation qu'elles permettent d'atteindre. Elles présentent néanmoins l'inconvénient de nécessiter un nombre d'échantillons évoluant exponentiellement avec cette précision ainsi que la résolution de l'ADC testé [15, 58, 65]. Par comparaison, les méthodes spectrales ont été introduites comme des alternatives moins précises mais requérant un nombre d'échantillons considérablement moins élevé [1, 61–63]. Plus récemment, une méthode d'estimation de l'INL ne reposant sur aucune de ces deux approches classiques a été proposée dans [66]. Contrairement aux méthodes statistiques et spectrales, l'INL est alors extraite à partir d'une excitation quelconque. La méthode peut ainsi opérer en ligne sans interruption du fonctionnement de l'ADC.

Le principe du remplissage des tables de correspondances dynamiques est analogue à celui des tables statiques. Il s'agit d'appliquer à l'ADC un signal analogique de référence afin d'exciter l'ensemble des états définis par le schéma d'indexation considéré, puis de déterminer les termes compensatoires associés. Pour chaque état, cette valeur corrective est obtenue par calcul de la différence moyenne entre les mots de code attendu et distordu. La principale problématique du remplissage d'une table dynamique réside dans la sélection du signal d'apprentissage. Ce choix résulte généralement d'un compromis entre les contraintes matérielles de mise en œuvre d'un dispositif de synthèse de ce signal et sa capacité d'excitation – ou couverture – de l'ensemble multi-dimensionnel d'états de l'ADC considéré. Différents signaux d'apprentissage ont été étudiés dans la littérature. Tsimbinos [34] s'est notamment intéressé à la comparaison de signaux sinusoïdaux mono- et tri-tons à amplitude variable et aux signaux stochastiques de loi uniforme et arcsinus pour les indexations à espace d'états et à plan de phase [34]. Par ailleurs, plusieurs méthodes de conception de signaux d'apprentissage sinusoïdaux multi-tons ont été proposées pour les tables à plan de phase [67-71]. Du reste, on relève l'existence d'une méthode de remplissage des tables à plan de phase reposant sur le calcul d'histogrammes du signal de référence [72]. Cette solution peut être considérée comme une extension des techniques classiques d'estimation statistique de l'INL aux tables de correspondances dynamiques.

2.4.2 Modélisation de la séquence de non-linéarité intégrale

Outre les grandes approches classiques de correction par LUT² statique et dynamique, une tendance significative des travaux sur la linéarisation d'ADC consiste à considérer la séquence d'INL comme une caractéristique dynamique et d'en modéliser le comportement : on parle de correction par modélisation de l'erreur. Ainsi, les valeurs de l'INL sont calculées en fonction du signal d'entrée plutôt que stockées dans des LUT. La correction des distorsions est alors opérée selon le même mode que les méthodes classiques de LUT : par addition d'une valeur d'INL au mot de code distordu qui lui correspond.

Pour ce faire, l'INL est décomposée en une somme de composantes basses et hautes fréquences dans l'espace des mots de code (LCF et HCF pour *low* et *high code frequency*) [56, 57, 73–77]. Ces termes traduisent respectivement les comportements dynamique et statique des distorsions introduites par l'ADC. Les distorsions décrites par la partie HCF de l'INL sont inhérentes à l'architecture d'un ADC ; tandis que la partie LCF représente la dispersion de son comportement non-linéaire. Plusieurs modèles de la composante HCF ont été proposés dans la littérature [56, 57, 73, 75] pour des ADC à étages multiples pipelines. La forme en dents de scie typique de la HCF pour cette architecture a été soit modélisée par une fonction continue par morceaux constituée de segments de pentes différentes [56, 57, 73]; soit par une combinaison linéaire de sinus cardinaux ou de fonctions gaussiennes [75]. D'autre part, le terme LCF de l'INL est généralement modélisé par un polynôme dont les coefficients dépendent de la fréquence du signal d'entrée [56, 57, 73, 75].

Par rapport au stockage d'éléments correctifs dans des LUT dynamiques, la modélisation de l'INL présente l'intérêt d'être considérablement moins coûteuse en ressources mémoires. Malgré cet avantage, les deux approches partagent le même inconvénient. Elles sont fondées et bornées sur les résultats d'une phase de calibrage de l'ADC opérée hors ligne. Il convient toutefois de noter que la réduction du besoin de ressources mémoires induite par la modélisation de l'INL permet d'envisager de déterminer des paramètres de modèles d'INL selon les variations des conditions d'opération.

2.5 Correction par modélisation comportementale

La correction par modélisation comportementale d'un ADC désigne une approche reposant sur l'inversion d'un modèle mathématique du composant. Un tel modèle est généralement plutôt construit selon des considérations phénoménologiques de l'ADC que selon une analyse physique de sa composition matérielle. L'ADC est ainsi plus envisagé comme une boîte noire, ou un ensemble constitué de macro-blocs élémentaires, que comme un circuit intégré résultant de

²*Stricto sensu*, les méthodes de correction reposant sur la modélisation de l'INL ne s'inscrivent que partiellement – voire pas, dans certains cas – dans la stratégie de linéarisation par LUT. Cependant, elles se placent assurément dans la suite de cette approche de correction. Il nous a donc semblé pertinent qu'elles soient abordées dans cette section.

l'interconnexion d'une multitude de composants. La prise en compte des différentes distorsions d'un ADC dépend alors de la précision du modèle présupposé. La conception d'une méthode de correction d'ADC par modélisation comportementale se divise en trois problématiques fondamentales : la détermination d'un modèle de distorsions d'ADC ; la détermination d'une méthode d'identification du modèle ; et la détermination d'une méthode d'inversion du modèle. Les solutions apportées à chacun de ces problèmes définissent les caractéristiques et limites fonctionnelles ainsi que le coût matériel d'un algorithme de correction par modélisation comportementale.

2.5.1 Modélisation des distorsions

Le formalisme des séries de Volterra tronquées à temps discrets, ou modèle de Volterra, et de ses dérivés est aujourd'hui le support de nombreux algorithmes de correction d'ADC par modélisation comportementale de l'état de l'art [14, 20, 22, 34, 78–91]. Toutefois, au cours des dernières décennies, c'est principalement aux travaux sur la prédistorsion numérique (DPD pour *digital predistortion*) d'amplificateur de puissance (PA pour *power amplifier*) que l'on doit la diffusion et la popularisation de la linéarisation de systèmes décrits par ces représentations [34]. Bien que ces deux applications sont fondamentalement différentes, elles partagent plusieurs des problématiques inhérentes à l'emploi de cette catégorie de modèles. Dans une certaine mesure, les états de l'art sur la linéarisation des ADC par modélisation comportementale et sur la DPD sont ainsi complémentaires.

Outre la correction du seul ADC, plusieurs travaux académiques et brevets visent à linéariser l'ensemble d'un dispositif de numérisation [3, 14, 20, 79, 88–92]. Dans ce cas, le système testé est composé de l'ADC et de son étage amont (*cf.* subdivision 1.3.2.3). Quel que soit le dispositif de numérisation considéré, l'efficacité d'une méthode de linéarisation par modélisation comportementale repose entièrement sur la précision de son modèle. Le choix d'un tel modèle résulte d'un compromis entre sa complexité – évaluée par son nombre de coefficients – d'une part ; et sa capacité de description des distorsions du système considéré de l'autre. Le modèle de Volterra correspond à un extrême de ce compromis : il convient à la description de tout système non-linéaire, causal, invariant dans le temps et à mémoire finie [93, 94] ; mais il est caractérisé par un nombre de coefficients évoluant exponentiellement avec l'intensité des comportements non linéaire et hystérétique du système considéré. L'état de l'art révèle l'utilisation de plusieurs représentations mathématiques issues du modèle de Volterra [3, 83–86, 88]. En effet, on retrouve

- Quelques un des dérivés classiques des séries de Volterra tels que les modèles de Wiener simple [84], de Hammerstein simple [3, 84] ou parallèle [20], de Wiener-Hammerstein parallèle [88];
- Le modèle à déviation dynamique réduite (DDR pour *dynamic deviation reduction*) résultant d'une modification des séries de Volterra [80, 83, 95] puis d'une troncature faisant apparaître un paramètre de déviation dynamique;

- Les modèles construits à partir des représentations HCS et CCS [90, 91, 96];
- Des modèles de Volterra dits élagués (pruned en anglais) [85, 86].

Il est à noter que des alternatives au modèle de Volterra et ses dérivés ont également été proposées [14, 89, 97, 98]. En substance, ces modèles consistent en une combinaison linéaire des valeurs du signal distordu et de ses dérivées à un instant donné. À l'instar du principe des tables de correspondances à plan de phase, le caractère hystérétique du système considéré est pris en compte par une dérivée. Dans [14, 89], celle-ci est approximée par une combinaison linéaire d'échantillons.

2.5.2 Identification de modèle non linéaire

L'intérêt majeur du modèle de Volterra et de la plupart de ses dérivés procède de sa relation d'entrée/sortie non linéaire par rapport aux échantillons d'entrée mais linéaire vis-à-vis de ses coefficients. L'identification de ces modèles revient alors à un problème d'optimisation linéaire [99]. La définition de ce problème est une constituante structurelle d'un algorithme de linéarisation. On trouve dans l'état de l'art deux manières de le poser : soit les coefficients du modèle sont estimés par minimisation de l'erreur de modélisation du signal distordu au sens des moindres carrés ; soit ils sont obtenus par minimisation de la seule erreur de modélisation des distorsions au sens des moindres carrés. Dans le premier cas, les échantillons de la version numérique idéale du signal analogique d'entrée ainsi que ceux de sortie du système d'intérêt sont nécessaires à l'identification d'un modèle. Or, en conditions opérationnelles, on dispose des seuls échantillons du signal distordu obtenus en sortie d'un ADC. Pour plusieurs travaux, le respect de cette contrainte s'est traduit par une identification opérée lors d'une phase de calibrage [14, 34, 80, 85, 86, 88, 89]. A contrario, lorsque les coefficients sont estimés par minimisation de l'erreur de modélisation des distorsions, les échantillons idéaux du signal d'entrée du système d'intérêt ne sont pas requis [3, 20, 79, 81]. En revanche, les distorsions doivent être extraites du signal distordu par un filtrage linéaire passe-haut - pour un signal s'étalant uniquement sur la partie inférieure de la première bande de Nyquist - [81] ou multi-passe-bande [3, 20, 79]. Dans [20, 79, 81], la fiabilité de cette opération est justifiée par l'hypothèse que l'occupation spectrale du signal d'entrée est connue et comporte des bandes fréquentielles dépourvues de composantes utiles. Dans [3], le filtre multi-passe-bande est conçu en ligne à partir d'un gabarit fréquentiel déterminé par une détection de puissance opérée sur les cases fréquences du spectre du signal distordu. Les algorithmes de linéarisation résultant sont dits aveugles car ils ne demandent pas de calibrage par des signaux analogiques.

Quelle que soit la définition du problème d'optimisation, les techniques classiques d'estimation linéaire sont généralement employées. L'état de l'art se compose ainsi de solutions de linéarisation utilisant aussi bien des algorithmes d'estimation par bloc [14, 85, 86, 89] que des algorithmes d'estimation en ligne [3, 20, 34, 79–81, 83]. On constate notamment le recours aux algorithmes des moindres carrés par bloc (BLS pour *block least square*) [3]; des moindres carrés moyens (LMS pour *least mean square*) [34]; des moindres carrés moyens normalisés (NLMS pour *normalized least mean square*) [20, 79, 81]; de la descente de gradient généralisée et normalisé (GNGD pour *generalized and normalized gradient descent*) [20]; des moindres carrés récursifs (RLS pour *recursive least square*) [3]; et de la descente de gradient déterministe (SDM pour *steepest descent method*) [3].

Par ailleurs, l'identification des modèles de cette famille s'accompagne généralement de problèmes d'instabilité numérique. En effet, contrairement aux modèles linéaires, le caractère polynomial des modèles issus des séries de Volterra est source de perturbations du comportement des algorithmes d'estimation en ligne [100, 101] comme de ceux par bloc [102, 103]. Ces phénomènes sont assez peu évoqués dans la littérature sur la linéarisation de dispositifs de numérisation en comparaison avec celui de la DPD de PA [104]. Pour autant, il n'en sont pas moins problématiques. Par exemple, la lenteur de la convergence des algorithmes NLMS simple, NLMS régularisé et GNGD employés à l'identification des coefficients de Volterra respectivement dans [81] et [20, 79] témoigne de la présence d'instabilités numériques.

2.5.3 Inversion de modèle non-linéaire

Pour ce qui est de la correction des distorsions, *i.e.* l'inversion du modèle du dispositif de numérisation identifié, la plupart des algorithmes de linéarisation de l'état de l'art partagent la même méthode [3, 20, 79–81, 84, 88, 91, 97]. Une fois les coefficients du modèle estimés, les distorsions peuvent être reconstruites puis soustraites du signal distordu. En toute rigueur, une telle reconstitution nécessite de disposer des échantillons idéaux du signal d'entrée du système. En pratique, les échantillons du signal distordu s'avèrent être une approximation suffisamment fiable du signal d'entrée pour regénérer les distorsions. Cette approximation n'est valide qu'à la condition que la SFDR du signal distordu soit suffisament élevée. L'existence d'une plage de SFDR limite pour laquelle une linéarisation est possible a été étudiée dans [20] dans le cas d'un modèle polynomial d'ordre 3.

Dans le cas particulier de la solution de linéarisation de Nikaeen [14, 89], le signal corrigé résulte directement de l'application des coefficients estimés au signal distordu sans qu'il soit nécessaire de reconstituer les distorsions. De fait, dans ces travaux, les coefficients estimés sont ceux du modèle inverse du dispositif de numérisation plutôt que celui du dispositif.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous proposons un état de l'art de la compensation des distorsions non linéaires d'ADC. À cet effet, nous recensons les principaux travaux académiques et industriels publiés au cours de ces dernières années et les identifions à l'une des quatre principales stratégies de linéarisation des distorsions que sont la correction interne, la correction par randomisation, la correction par table de correspondances et la correction par modélisation comportementale. Nous nous sommes attachés à décrire les principes, établir les caractéristiques, exposer les

problématiques et mettre en exergue les grandes tendances de chacune de ces catégories de méthodes. Nous portons notamment une attention particulière aux stratégies de linéarisation par table de correspondances et par modélisation comportementale dans lesquelles s'inscrivent les contributions de cette thèse. Par ailleurs, cette revue de littérature a été rédigée afin de pouvoir être appréhendée sans nécessiter la maitrise du formalisme mathématique sous-jacent.

Le chapitre 3 présente les travaux qui ont été effectués dans le cadre de la thèse autour de la stratégie de correction par LUT.

Chapitre 3

LINÉARISATION DES CONVERTISSEURS ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE PAR TABLE DE CORRESPONDANCES

OMME indiqué dans le chapitre 2, la correction d'ADC par LUT est une stratégie qui peut répondre à nos besoins applicatifs à plusieurs égards. Premièrement, le recours aux LUT dites dynamiques permet de corriger aussi bien les non-linéarités statiques que dynamiques. Cela présente d'autant plus d'intérêt que les ADC utilisés dans notre application sont plus sujets aux distorsions dynamiques que statiques (*cf.* chapitre 1). Ensuite, la correction par LUT est une approche générique et intrinsèquement numérique. Sous réserve d'être correctement dimensionnée, notamment par rapport à la résolution de l'ADC ciblé, une même solution de linéarisation par LUT peut être appliquée à des convertisseurs de spécificités diverses. En outre, lorsqu'une LUT est remplie, la correction d'un mot de code distordu se réduit à une lecture en mémoire seule – dans le cas d'un remplacement de mot de code – ou accompagnée d'une addition – dans le cas de l'ajout d'un terme correctif. Il s'agit donc d'une opération à très faible coût calculatoire qui requiert peu de portes logiques. Les solutions de correction par LUT se prêtent ainsi aux systèmes au sein desquels ces ressources sont consommées avec le plus de parcimonie.

Cependant, la prise en compte des non-linéarités dynamiques par les tables à plan de phase ou à espace d'état nécessite des quantités de ressources de mémoires d'autant plus rédhibitoires que la résolution de l'ADC considéré est grande. Par ailleurs, afin de pallier les variations des conditions d'opération d'un ADC, il est nécessaire d'embarquer un dispositif de remplissage de LUT. La charge calculatoire des algorithmes de remplissage est alors à prendre en compte.

Dans ce chapitre nous rapportons les solutions développées pour chacun de ces deux problèmes. D'une part, nous présentons une méthode spectrale de remplissage de LUT de charge calculatoire réduite par rapport à un algorithme existant de la littérature ; de l'autre, sur la base de cette méthode, nous proposons une approche originale de correction des distorsions statiques et dynamiques par LUT demandant des quantités de ressources de mémoires réduites par rapport aux tables à espace d'états et à plan de phase usuelles.

3.1 Méthodes spectrales d'estimation de la non-linéarité intégrale

Cette section aborde la problématique de remplissage des entrées d'une LUT statique par la détemination de l'INL d'un ADC. Elle expose une nouvelle méthode d'estimation de cette séquence faisant suite aux travaux menés dans [1, 2, 42] par Janik, Fresnaud et Kerzérho. L'algorithme proposé appartient ainsi aux techniques spectrales de remplissage de tables statiques. En comparaison avec la méthode introduite dans [1], notre contribution réside dans la réduction de moitié du nombre de coefficients nécessaires à la description de l'INL sans dégradation de son estimation. Pour cela, la démarche suivie dans [1] et [2] pour le développement de la méthode initiale est en partie reprise. Par conséquent, dans un souci de concision, seule la démonstration permettant d'aboutir à la méthode que nous proposons est détaillée dans cette section. Elle est précédée par un rappel du principe et des caractéristiques de la méthode initiale de Janik et



FIGURE 3.1 – Représentations de la séquence d'INL i[.] en fonction des codes d'indice l (peigne pondéré) et de l'extension périodique et continue $\phi(.)$ sur \mathbb{R} proposée dans [1].

Fresnaud. Par ailleurs, les deux méthodes sont testées sur données synthétiques et comparées à une séquence d'INL statistique obtenue par la technique de l'histogramme cumulé normalisé (*code density test* en anglais) [58]. Cette INL statistique est couramment utilisée comme étalon des INL estimées par les autres méthodes. Elle fait alors figure de référence. C'est à cette fin qu'elle est employée dans cette section.

3.1.1 Méthode initiale d'estimation de la non-linéarité intégrale

3.1.1.1 Principe de la méthode

La méthode de Janik et Fresnaud décrite dans [1] repose sur la comparaison de deux écritures analytiques du signal distordu obtenu en sortie d'un ADC excité par une sinusoïde à une fréquence donnée. Ces expressions s'appuient sur l'hypothèse que la déformation subie par le signal d'entrée de l'ADC est statique.

La première écriture analytique procède de la décomposition en série de Fourier (FSD pour *Fourier series decomposition*) d'une fonction continue et périodique construite artificiellement par extension de l'INL sur l'espace des réels \mathbb{R} . Soient *i*[.] la séquence d'INL à déterminer et $\phi(.)$ son extension ; la fonction $\phi(.)$ est définie telle que

$$\begin{cases} \forall x \in \llbracket 0, 2^r - 1 \rrbracket, \ \phi(x) = i[x] \\ \forall p \in \mathbb{Z}, \ \phi(x + p2^r) = \phi(x) \end{cases}$$

$$(3.1)$$

La figure 3.1 fournit une illustration de la construction de $\phi(.)$ à partir de i[.].

La seconde écriture analytique est obtenue en exprimant le signal distordu comme une somme de sinusoïdes pondérées dont les phases instantanées des composantes harmoniques sont multiples entiers de celle de la composante fondamentale.

La confrontation de ces deux expressions du même signal permet alors de construire un système d'équations linéaires reliant les amplitudes des composantes fondamentale et harmoniques du signal distordu aux coefficients trigonométriques de la FSD de la fonction $\phi(.)$. Par construction, $\phi(.)$ prend les valeurs de i[.] aux points $x \in [[0, 2^r - 1]]$. En dernier lieu, un estimation de la séquence d'INL est calculée à partir de la FSD de son extension. On note cette séquence $\tilde{i}[.]$. En toute rigueur, cette représentation fréquentielle de la fonction $\phi(.)$ est à support infini. Toutefois, en pratique, seul un nombre limité de coefficients peut être utilisé. En conséquence, la description de l'INL portée par les hautes fréquences de la FSD de $\phi(.)$ est pour partie perdue. La séquence ainsi estimée est donc intrinsèquement lisse.

Soient K_{max} et H_{max} les ordres maximaux considérés respectivement des coefficients de FSD et des harmoniques du signal distordu. Les coefficients trigonométriques a_k , $k \in [[0, K_{max}]]$ et b_k , $k \in [[1, K_{max}]]$, respectivement associés aux composantes sinus et cosinus de la FSD de $\phi(.)$, sont reliés aux amplitudes des composantes continue, fondamentale et harmoniques S_h , $h \in [[0, H_{max}]]$, du signal distordu par la relation matricielle suivante.

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ \vdots \\ S_{H_{max}} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\mathbf{K}_{max}} \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{K_{max}} \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{K_{max}} \end{bmatrix}$$
(3.2)

La matrice $T_{K_{max}}$ s'écrit

$$\mathbf{T}_{\mathbf{K}_{\max}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & A_1^0 & \dots & A_{K_{max}}^0 & B_1^0 & \dots & B_{K_{max}}^0 \\ 0 & A_1^1 & \dots & A_{K_{max}}^1 & B_1^1 & \dots & B_{K_{max}}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & A_1^{H_{max}} & \dots & A_{K_{max}}^{H_{max}} & B_1^{H_{max}} & \dots & B_{K_{max}}^{H_{max}} \end{bmatrix}$$
(3.3)

avec les vecteurs colonnes \underline{A}_k et \underline{B}_k définis comme suit.

$$\underline{A}_{k} = \begin{bmatrix} A_{k}^{0} \\ \vdots \\ A_{k}^{2h} \\ A_{k}^{2h+1} \\ \vdots \\ A_{k}^{H_{max}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{0}(k\alpha_{1})\cos(k\alpha_{2}) \\ \vdots \\ 2(-1)^{h}J_{2h}(k\alpha_{1})\cos(k\alpha_{2}) \\ 2(-1)^{h+1}J_{2h+1}(k\alpha_{1})\sin(k\alpha_{2}) \\ \vdots \\ 2(-1)^{\frac{H_{max}}{2}}J_{H_{max}}(k\alpha_{1})\cos(k\alpha_{2}) \end{bmatrix}$$
(3.4)
$$\underline{B}_{k} = \begin{bmatrix} B_{k}^{0} \\ \vdots \\ B_{k}^{2h} \\ B_{k}^{2h+1} \\ \vdots \\ B_{k}^{H_{max}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{0}(k\alpha_{1})\sin(k\alpha_{2}) \\ \vdots \\ 2(-1)^{h}J_{2h}(k\alpha_{1})\sin(k\alpha_{2}) \\ \vdots \\ 2(-1)^{h}J_{2h+1}(k\alpha_{1})\cos(k\alpha_{2}) \\ \vdots \\ 2(-1)^{\frac{H_{max}}{2}}J_{H_{max}}(k\alpha_{1})\sin(k\alpha_{2}) \end{bmatrix}$$
(3.5)

Dans ces vecteurs, J_h désigne la fonction de Bessel de première espèce d'ordre h; α_1 et α_2 sont tels que

$$\begin{cases} \alpha_1 = 2\pi \left(\frac{V_1}{V_{FS}}\right) \\ \alpha_2 = 2\pi \left(\frac{V_{DC}}{V_{FS}}\right) \end{cases}$$
(3.6)

avec V_1 , V_{DC} et V_{FS} correspondant respectivement aux amplitude, tension d'offset et tension de pleine échelle du signal appliqué en entrée de l'ADC. Lorsque l'on suppose la fréquence de la sinusoïde d'entrée connue, V_1 et V_{DC} peuvent être estimées par ajustement de courbe (en anglais *curve fitting*) par la méthode des moindres carrés [15]. Ces paramètres peuvent également être estimés par analyse spectrale. Dans ce cas, il est plus commode que la fréquence d'excitation soit en cohérence avec la fréquence d'échantillonnage [15].

Finalement, l'estimation de la séquence d'INL à partir des coefficients trigonométriques de la FSD de $\phi(.)$ peut être effectuée par une transformée de Fourier discrète inverse (IDFT pour *inverse discrete Fourier transform*) d'un spectre de 2^{*r*} cases fréquences construit à partir des $K_{max} + 1$ coefficients complexes c_k^{-1} , $k \in [[0, K_{max}]]$, de la FSD de $\phi(.)$ et complétés par des zéros.

En somme, la méthode d'estimation spectrale de l'INL introduite dans [1] et [2] consiste en trois grandes étapes illustrées par le schéma bloc de la figure 3.2 :

- − L'estimation spectrale des amplitudes S_h , $h \in [[0, H_{max}]]$, des composantes continue, fondamentale et H_{max} − 1 premières harmoniques du signal distordu à partir de M échantillons obtenus en sortie d'un ADC excité par une sinusoïde ;
- La construction puis l'inversion de la matrice $\mathbf{T}_{\mathbf{K}_{\max}}$ de taille $(H_{max} + 1) \times (2K_{max} + 1)$ décrite par (3.3), (3.4), (3.5) et (3.6);
- Le calcul d'une IDFT de taille 2^{*r*} sur les K_{max} + 1 coefficients complexes c_k , $k \in [[0, K_{max}]]$, de la série de Fourier dont les parties réelles et imaginaires sont les $2K_{max}$ + 1 coefficients trigonométriques a_k , $k \in [[0, K_{max}]]$, et b_k , $k \in [[1, K_{max}]]$, estimés par (3.2).

3.1.1.2 Implémentation de la méthode initiale

L'implémentation sur FPGA de la méthode initiale a été considérée par Fresnaud dans [2] pour un ADC d'architecture à repliement et interpolation. Trois axes d'optimisation de l'implémentation de cet algorithme ont alors été proposés.

Le premier consiste à réduire l'opération d'inversion de la matrice $\mathbf{T}_{\mathbf{K}_{\max}}$ de taille $(H_{max} + 1) \times (2K_{max} + 1)$ à celle de deux matrices indépendantes de taille respective $(\frac{H_{max}}{2} + 1) \times (K_{max} + 1)$ et $\frac{H_{max}}{2} \times K_{max}$. Cette simplification est possible dans le cas particulier des ADC dont la FSR

$$\begin{cases} c_0 = a_0 \\ \forall k \in \llbracket 1, K_{max} \rrbracket, \ c_k = a_k - jb_k \end{cases}$$
(3.7)

¹Pour rappel, les coefficients complexes d'une FSD sont liés à ses coefficients trigonométriques par les relations suivantes.



FIGURE 3.2 – Schéma bloc de la méthode d'estimation de l'INL introduite dans [1].

s'étale sur une plage de tensions soit positive soit négative. Les ADC bipolaires en sont donc exclus. Pour ces composants, la tension d'offset est telle que $V_{DC} = \frac{V_{FS}}{2}$. Par suite, il vient $\alpha_2 = \pi$. Le système d'équations (3.2) peut alors se décomposer en deux systèmes indépendants de taille $\frac{H_{max}}{2} \times (K_{max} + 1)$ et $\frac{H_{max}}{2} \times (K_{max} + 1)$.

Le deuxième axe d'optimisation repose sur le caractère cyclique de l'INL d'une l'architecture à repliement et interpolation. Une réduction du système d'équations (3.2) est ainsi effectuée en n'estimant que les coefficients de FSD associés aux composantes prépondérantes du spectre de récurrences² de l'INL.

La troisième optimisation concerne la méthode d'estimation de l'amplitude des harmoniques du spectre distordu. Dans [2], Fresnaud a étudié l'emploi de techniques d'estimation *in situ* des harmoniques plutôt qu'un algorithme d'analyse spectrale tel que la transformée de Fourier rapide (FFT pour *fast Fourier transform*) sur toute la largeur d'une bande de Nyquist. Il s'est notamment interessé à l'utilisation d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie (IIR pour *infinite impulse response*) de Goertzel par harmonique à estimer et a développé l'algorithme LOCHE [105] – pour *low cost harmonic estimation*.

Pour le reste, il convient de noter que l'inversion de la matrice $T_{K_{max}}$ est opérée par décomposition en valeurs singulières (SVD pour *singular value decomposition*) avec un contrôle de l'instabilité numérique par mise à zéro de l'inverse des valeurs singulières les plus faibles [2]. Dans la suite du manuscrit, cette technique est appelée réduction des dimensions (DR pour *dimension reduction*).

Afin de faire suite à ces travaux, nous proposons d'exploiter les propriétés élémentaires de la FSD utilisée dans la méthode introduite dans [1] et [2] pour réduire le nombre de coefficients employés à la reconstitution de l'INL. Cette contribution est présentée dans la section suivante.

3.1.2 Méthode améliorée d'estimation de la non-linéarité intégrale

Le nombre de coefficients employés à la reconstitution de l'INL peut être divisé par deux en tirant avantage d'une propriété de la FSD d'une fonction paire : la nullité de tous les coeffi-

²Dans [2], le spectre de récurrence d'une INL définie dans l'espace des mots de code est équivalent au spectre fréquentiel d'un signal.



FIGURE 3.3 – Représentations de la séquence d'INL i[.] en fonction des codes d'indice l (peigne pondéré) et de l'extension périodique et continue $\phi'(.)$ en fonction de \mathbb{R} proposée dans [1].

cients associés aux vecteurs impairs de la base de projection, *i.e.* aux fonctions sinus. Dans les prochaines sections, nous montrons les implications théoriques et pratiques de l'utilisation de cette propriété.

3.1.2.1 Détermination d'une expression analytique de la non-linéarité intégrale

D'après le théorème de Dirichlet, une fonction correspond en chaque point à sa FSD si elle possède au moins la propriété de dérivabilité par morceaux. Une séquence d'INL ne remplit pas les conditions de ce théorème puisqu'elle est discrète et définie pour un ensemble de mots de code fini. Il convient alors d'étendre la séquence d'INL en une fonction périodique et dérivable par morceaux. Soit $\phi'(.)$ une telle fonction, définie telle que

$$\begin{cases} \forall x \in [[0, 2^{r} - 1]], & \phi'(x) = i[x] \\ \forall x \in]0, -(2^{r} - 1)], & \phi'(-x) = \phi'(x) \\ \forall p \in \mathbb{Z}, & \phi'(x + p(2^{r+1} - 1)) = \phi'(x) \end{cases}$$
(3.8)

A l'instar de la fonction $\phi(.)$ rappelée dans (3.1), $\phi'(.)$ remplit, par définition, les conditions du théorème de Dirichlet. Cependant, contrairement à cette dernière, $\phi'(.)$ est construite de sorte à être paire. De fait, $\phi'(.)$ résulte de la répétition d'un motif continu symétrique plutôt que de celle du motif continu directement associé à l'INL. La figure 3.3 montre la fonction $\phi'(.)$ obtenue à partir de la séquence d'INL utilisée pour la construction de la fonction $\phi(.)$ dans la figure 3.1. La comparaison de ces deux représentations met en évidence deux différences fondamentales entre la méthode initiale et celle que l'on propose : la parité de $\phi'(.)$ par rapport à $\phi(.)$ d'une part ; et la longueur de la période de $\phi'(.)$ deux fois supérieure à celle de $\phi(.)$ de l'autre.

En vertu des caractéristiques de $\phi'(.)$, $\forall l \in [[0, 2^r - 1]]$, l'INL peut être décrite de façon analytique par l'expression

$$i[l] = \phi'(l) = \frac{a'_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a'_k \cos\left(2\pi \frac{k}{T'}l\right)$$
(3.9)

avec $T' = 2^{r+1} - 1$ la période de $\phi'(.)$ et $a'_k, k \in \mathbb{N}$ les coefficients trigonométriques associés aux

vecteurs pairs de la base de projection.

L'écriture analytique (3.9) de la séquence d'INL à partir des seuls coefficients $a'_k, k \in \mathbb{N}$ entraîne de nouvelles expressions analytiques du signal distordu. Cela a pour conséquence de modifier le système d'équations (3.2) qui relie les amplitudes des harmoniques du signal distordu aux coefficients de la FSD de l'INL. Il convient donc de déterminer ces nouvelles expressions.

3.1.2.2 Détermination des expressions analytiques du signal distordu

Le système d'équations sur lequel est fondée la méthode proposée est issu – comme la méthode initiale – de la confrontation de deux expressions analytiques du même signal distordu. La première écriture de ce signal est obtenue par l'exploitation de (3.9) tandis que la seconde résulte de la traduction mathématique directe de la composition fréquentielle du signal distordu.

Expression analytique du signal distordu à partir de la FSD de l'INL

Pour cette première expression, il s'agit d'exprimer le signal distordu comme une combinaison linéaire de fonctions trigonométriques en utilisant la FSD de l'INL précédemment déterminée.

En sortie d'un ADC idéal, le signal numérique x[.] s'exprime en bits de poids faible (LSB pour *least significant bit*) de la façon suivante.

$$x[m] = 2^r \left(\frac{V_1}{V_{FS}}\right) \cos\left(\omega[m]\right) + 2^r \left(\frac{V_{DC}}{V_{FS}}\right) + \varepsilon_q[m]$$
(3.10)

 $\omega[m] = 2\pi m \frac{f_1}{F_s} + \varphi_0^1$, f_1 et φ_0^1 sont les phase instantanée discrète, fréquence et phase à l'origine du signal; $\varepsilon_q[.]$ est le bruit introduit par l'opération de quantification.

Un ADC réel, sujet à un comportement non linéaire statique, génère un signal numérique pouvant s'écrire³

$$y[m] = x[m] + i[x[m]] + \varepsilon[m]$$
(3.11)

avec ε [.] un bruit blanc gaussien centré rassemblant l'ensemble des sources de bruit intrinsèque à l'ADC (*cf.* subdivision 1.3.2.2) hormis le bruit de quantification. La combinaison de la FSD de *i*[.] et de l'expression du signal distordu des équations (3.9) et (3.11) donne la formule ci-dessous.

$$y[m] \approx x[m] + \varepsilon[m] + \frac{a'_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a'_k \cos\left[2\pi k \left(\frac{2^r}{T'}\right) \left(\frac{V_1}{V_{FS}}\right) \cos\left(\omega[m]\right) + 2\pi k \left(\frac{2^r}{T'}\right) \left(\frac{V_{DC}}{V_{FS}}\right)\right] \quad (3.12)$$

Dans cette expression, l'influence du bruit de quantification $\varepsilon_q[.]$ sur les distorsions résultant de la composition des fonctions i[.] et x[.] est négligée. Cette hypothèse se justifie par l'observation. En

³C'est sur cette expression que se fondent les approches de correction par LUT statique utilisant la séquence d'INL.

effet, comme il a été exposé dans la subdivision 1.3.2.2, on ne constate l'apparition de distorsions qu'en présence d'une excitation de tension proche de celle de la FSR. Par conséquent, le bruit de l'ADC, et à plus forte raison, celui de quantification, ne sont pas à l'origine de non-linéarités.

Enfin, les formules de Jacobi-Anger [106] permettent d'exprimer les compositions de fonctions trigonométriques de (3.12) comme des combinaisons linéaires de ces mêmes fonctions. Pour $z, \omega \in \mathbb{R}^2$, ces relations sont les suivantes.

$$\cos(z\cos(\omega)) = J_0(z) + 2\sum_{h=1}^{+\infty} (-1)^h J_{2h}(z)\cos(2h\omega)$$
(3.13)

$$\sin(z\cos(\omega)) = -2\sum_{h=0}^{+\infty} (-1)^{h+1} J_{2h+1}(z)\cos((2h+1)\omega)$$
(3.14)

En développant l'expression (3.12) par les formules d'identité trigonométriques classiques puis au moyen des relations (3.13) et (3.14), il vient alors

$$y[m] \approx x[m] + \varepsilon[m] + \frac{a'_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} \cos(k\alpha'_2) J_0(k\alpha'_1) + 2 \sum_{h=1}^{+\infty} (-1)^h \sum_{k=1}^{+\infty} a'_k \cos(k\alpha'_2) J_{2h}(k\alpha'_1) \cos(2h\omega[m]) + 2 \sum_{h=0}^{+\infty} (-1)^{h+1} \sum_{k=1}^{+\infty} a'_k \sin(k\alpha'_2) J_{2h+1}(k\alpha'_1) \cos((2h+1)\omega[m])$$
(3.15)

avec α'_1 et α'_2 définis comme suit.

$$\begin{cases} \alpha_1' = 2\pi \left(\frac{2^r}{T'}\right) \left(\frac{V_1}{V_{FS}}\right) \\ \alpha_2' = 2\pi \left(\frac{2^r}{T'}\right) \left(\frac{V_{DC}}{V_{FS}}\right) \end{cases}$$
(3.16)

Expression analytique directe du signal distordu

Lorsqu'une forme d'onde sinusoïdale est appliquée en entrée d'un ADC réel, le signal numérique obtenu peut s'écrire comme une combinaison linéaire de fonctions trigonométriques. C'est ce que montre l'observation du spectre de puissances de la figure 1.11 exposée dans la sous-section 1.3.3. En supposant que l'ADC d'intérêt ne présente que des non-linéarités statiques, le signal distordu s'exprime comme suit.

$$y[m] = x[m] + \sum_{h=0}^{+\infty} S_h \cos(h\omega[m]) + \varepsilon[m]$$
(3.17)

 S_h dénote l'amplitude de l'harmonique d'ordre $h \ge 0$ et $\varepsilon[.]$ rassemble, comme précédemment, l'ensemble des sources de bruit intrinsèque à l'ADC hormis le bruit de quantification.

En pratique, un nombre fini d'harmoniques sont visibles sur un spectre fréquentiel de canalisation donnée. De même que précédemment, H_{max} correspond à l'ordre d'harmonique observable le plus élevé.

3.1.2.3 Estimation des coefficients de la décomposition en série de Fourier de la fonction $\phi'(.)$

Les expressions (3.17) et (3.15) sont deux séries trigonométriques qui décrivent le même signal. Par comparaison des coefficients de pondération de chaque vecteur de la base de projection de ces séries, on obtient le système suivant.

$$\begin{cases} S_0 \approx \frac{a'_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a'_k \cos(k\alpha'_2) J_0(k\alpha'_1) \\ S_{2h} \approx 2(-1)^h \sum_{k=1}^{+\infty} a'_k \cos(k\alpha'_2) J_{2h}(k\alpha'_1), h \ge 1 \\ S_{2h+1} \approx 2(-1)^{h+1} \sum_{k=1}^{+\infty} a'_k \sin(k\alpha'_2) J_{2h+1}(k\alpha'_1), h \ge 0 \end{cases}$$
(3.18)

Ce système relie les coefficients de la FSD de la fonction $\phi'(.)$ aux amplitudes mesurables des composantes continue, fondamentale et harmoniques du signal numérique distordu. Toutefois, il est constitué d'un nombre infini de relations, elles-même comprenant des sommes infinies. En pratique, la construction d'un système d'équations manipulable impose un nombre fini de relations ainsi qu'une troncature des sommes infinies.

Ainsi, seules sont considérées les harmoniques observables jusqu'à l'ordre fini H_{max} . Par ailleurs, les coefficients de FSD sont estimés jusqu'à l'ordre noté K_{max} . On peut alors écrire la relation matricielle

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ \vdots \\ S_{H_{max}} \end{bmatrix} = \mathbf{T}'_{\mathbf{K}_{max}} \begin{bmatrix} a'_0 \\ \vdots \\ a'_{K_{max}} \end{bmatrix}.$$
 (3.19)

La matrice $T_{K_{max}}$ s'écrit

$$\mathbf{T}'_{\mathbf{K}_{\max}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & A_1'^0 & \dots & A_{K_{\max}}'^0 \\ 0 & A_1'^1 & \dots & A_{K_{\max}}'^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & A_1'^{H_{\max}} & \dots & A_{K_{\max}}'^{H_{\max}} \end{bmatrix}$$
(3.20)



FIGURE 3.4 – Schéma bloc de la méthode d'estimation de l'INL proposée.

avec les vecteurs colonnes $\underline{A}_{k}^{'}$ définis comme suit.

$$\underline{A}_{k}^{\prime} = \begin{bmatrix} A_{k}^{\prime 0} \\ \vdots \\ A_{k}^{\prime 2h} \\ A_{k}^{\prime 2h+1} \\ \vdots \\ A_{k}^{\prime H_{max}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{0}(k\alpha_{1}^{\prime})\cos(k\alpha_{2}^{\prime}) \\ \vdots \\ 2(-1)^{h}J_{2h}(k\alpha_{1}^{\prime})\cos(k\alpha_{2}^{\prime}) \\ 2(-1)^{h+1}J_{2h+1}(k\alpha_{1}^{\prime})\sin(k\alpha_{2}^{\prime}) \\ \vdots \\ 2(-1)^{\frac{H_{max}}{2}}J_{H_{max}}(k\alpha_{1}^{\prime})\cos(k\alpha_{2}^{\prime}) \end{bmatrix}$$
(3.21)

À la différence de la fonction $\phi(.)$, la fonction $\phi'(.)$ est de période $T' = 2^{r+1} - 1$. En conséquence, le motif de la fonction $\phi'(.)$ est reconstruit en appliquant une IDFT au spectre discret de 2^{r+1} cases fréquences constitué à partir des $K_{max} + 1$ coefficients de la FSD de $\phi'(.)$ complétés par des zéros. Cette opération revient à appliquer la formule (3.9) en ne considérant que les $K_{max} + 1$ premiers coefficients de la FSD de $\phi'(.)$.

Finalement, la méthode d'estimation spectrale de l'INL que nous avons développée se décompose également en trois grandes étapes représentées par le schéma bloc de la figure 3.4 :

- − L'estimation spectrale des amplitudes S_h , $h \in [[0, H_{max}]]$, des composantes continue, fondamentale et H_{max} − 1 premières harmoniques du signal distordu à partir de M échantillons obtenus en sortie d'un ADC excité par une sinusoïde ;
- La construction, puis l'inversion de la matrice $\mathbf{T}'_{\mathbf{K}_{\max}}$ de taille $(H_{max} + 1) \times (K_{max} + 1)$ décrite par (3.16), (3.20) et (3.21);
- Le calcul d'une IDFT de taille 2^{r+1} sur les $K_{max} + 1$ coefficients complexes c_k , $k \in [[0, K_{max}]]$, de la série de Fourier dont les parties réelles sont les $K_{max} + 1$ coefficients trigonométriques a'_k , $k \in [[0, K_{max}]]$ estimés par (3.19) et les parties imaginaires b_k , $k \in [[1, K_{max}]]$ sont nulles.

Dans les sections suivantes, la validation et l'implémentation de la méthode proposée ainsi que sa comparaison à la méthode initiale sont étudiées.



FIGURE 3.5 – Modèle d'ADC réel utilisé pour la génération d'échantillons synthétiques.



FIGURE 3.6 – Spectre de puissance du signal synthétique distordu utilisé pour l'estimation de l'INL par la méthode de Janik et Fresnaud.

3.1.2.4 Validation de la méthode proposée sur données synthétiques

La méthode d'estimation de l'INL proposée, comme celle développée dans [1, 2], supposent que les distorsions introduites par l'ADC considéré sont exclusivement statiques. Parmi les convertisseurs testés dans le cadre de nos travaux, aucun ne présente ce comportement. Par conséquent, la validation de l'algorithme proposé n'a pu être effectuée que sur des données synthétiques.

Pour cela, un signal distordu a été généré selon le modèle d'ADC illustré par la figure 3.5 avec une quantification idéale opérée par arrondi selon (1.13). Les caractéristiques de l'ADC simulé sont celles de l'ADC12D800RF décrites dans le tableau 1.3 de la subdivision 1.3.2.1. Toutefois, à la différence de ce composant, le comportement de l'ADC simulé a été considéré comme non linéaire statique et a été modélisé par un polynôme d'ordre 3. En outre, le bruit intrinsèque ε [.] a été modélisé par un signal stochastique blanc gaussien centré de variance correspondant à la puissance de bruit indiquée dans la fiche technique de ce composant [10] pour une excitation à 125 MHz, soit -60 dBFS. Du reste, une excitation sinusoïdale a été synthétisée avec une puissance de -0.5 dBFS et une fréquence de 20 MHz en cohérence non entière avec la fréquence d'échantillonnage. La figure 3.6 représente le spectre de puissance du signal synthétique de sortie de l'ADC simulé.



FIGURE 3.7 – Comparaison des INL estimées par la méthode de l'histogramme cumulé, la méthode spectrale initiale de Janik et Fresnaud [1] et celle proposée.

La figure 3.7 compare la séquence d'INL estimée par la technique proposée à celles obtenues par les méthodes spectrale initiale et statistique de l'histogramme cumulé normalisé. Les deux algorithmes d'estimation spectrale de l'INL ont été paramétrés tels que $H_{max} = 4$ et $K_{max} = 10$. Ils se sont basés sur un spectre calculé par une FFT sur 16 384 échantillons. Les INL spectrales ont ainsi été reconstituées à partir d'un même nombre $K_{max} + 1$ composantes continue, fondamentale et harmonique jusqu'à l'ordre H_{max} du signal distordu. Dans ce cas de figure, les matrices $\mathbf{T}_{\mathbf{K}_{max}}$ et $\mathbf{T}'_{\mathbf{K}_{max}}$ construites et inversées étaient de dimensions 5×21 et 5×11 . L'INL statistique a été estimée à l'aide d'un histogramme calculé à partir de 10^6 échantillons du même signal synthétique utilisé pour les méthodes spectrales.

Les deux courbes d'INL spectrales font apparaître une même allure correspondant au caractère basse fréquence de l'INL statistique : la réduction des dimensions du système d'équations permise par la méthode proposée ne dégrade donc pas l'estimation de l'INL par rapport à la méthode initiale. Par ailleurs, on relève que l'INL déterminée par la méthode initiale présente un caractère plus oscillatoire que celle estimée par la méthode proposée. Cela peut s'expliquer par la différence de construction des fonctions $\phi(.)$ et $\phi'(.)$. En effet, la répétition d'un motif procédant de l'extension directe de la séquence d'INL sur un espace de définition continu peut être la source de points de discontinuités entre les motifs. En l'occurence, les oscillations observées sont alors la conséquence du phénomène de Gibbs.

Enfin, la figure 3.8 représente le spectre de puissance du signal de sortie de l'ADC après correction par LUT des échantillons utilisés pour le calcul du spectre de la figure 3.6. La LUT utilisée a été remplie des valeurs de l'INL estimée $\tilde{i}[.]$ par la méthode proposée. La linéarisation des distorsions constatée est une preuve de la conformité de l'INL obtenue par cet algorithme à la linéarisation des distorsions statiques.



FIGURE 3.8 – Spectre de puissance du signal synthétique de la figure 3.6 linéarisé au moyen d'une LUT contenant les valeurs de l'INL estimée par la méthode spectrale proposée.

3.1.2.5 Discussion sur l'implémentation de la méthode proposée

Contrairement aux travaux menés dans [1, 2, 42] la généricité des méthodes développées dans le cadre de cette thèse est un critère essentiel. Or, deux des optimisations de l'implémentation appliquées à l'algorithme initial sont propres à un type d'ADC donné. Par conséquent, pour l'implémentation de la méthode que nous proposons, nous ne préconisons que l'emploi des algorithmes d'estimation des harmoniques *in situ* étudiés dans [2].

Par ailleurs, à l'exemple de la méthode initiale, l'inversion de la matrice $T'_{K_{max}}$ est opérée par SVD.

3.1.2.6 Comparaison qualitative de la méthode initiale avec celle proposée

A l'instar de la méthode initiale, l'algorithme que nous proposons estime l'INL à partir de $K_{max} + 1$ coefficients de FSD complexe. La différence entre les deux méthodes réside dans le calcul de ces coefficients. Dans la méthode initiale, les coefficients complexes $c_k, k \in [[0, K_{max}]]$, sont calculés à partir des estimations des $K_{max} + 1$ parties réelles $a_k, k \in [[0, K_{max}]]$, et parties imaginaires $b_k, k \in [[1, K_{max}]]$. Dans notre méthode, les coefficients de la FSD complexe sont réels et correspondent donc aux $K_{max} + 1$ premiers coefficients $a'_k, k \in \mathbb{N}$ de la FSD trigonométrique.

En comparaison des travaux initiaux de Janik et Fresnaud, l'avantage de notre méthode repose sur la construction puis l'inversion de la matrice $\mathbf{T'_{K_{max}}}$ de taille $(H_{max}+1) \times (K_{max}+1)$ plutôt que de la matrice $\mathbf{T_{K_{max}}}$ de taille $(H_{max}+1) \times (2K_{max}+1)$. L'ordre d'harmonique maximal observable H_{max} est une caractéristique de l'ADC testé. Ainsi, la méthode que nous proposons permet la détermination d'un nombre K_{max} de coefficients de FSD en opérant l'inversion d'une matrice $\mathbf{T'_{K_{max}}}$ possédant deux fois moins de colonnes que la matrice $\mathbf{T_{K_{max}}}$ de la méthode initiale. La division par deux d'une dimension du système est effectuée sans dégradation de l'estimation puisque le passage de $\mathbf{T_{K_{max}}}$ à $\mathbf{T'_{K_{max}}}$ est atteinte par un artifice mathématique. De surcroît, on observe un amoindrissement du caractère oscillatoire de l'INL estimée par la méthode initiale⁴. Il n'y a donc pas de perte de l'information contenue dans le spectre du signal distordu. En somme, la méthode que nous proposons permet donc d'estimer l'INL à un coût calculatoire inférieur à celui de la méthode initiale à qualité d'estimation constante, voire supérieure.

Il convient toutefois de noter que, la modification des dimensions du système est obtenue aux dépens de la taille de l'opération d'IDFT finale : elle est effectuée sur 2^{r+1} points dans notre méthode plutôt que sur 2^r points dans celle de Janik et Frenaud. Malgré cet inconvénient, pour un spectre d'INL de richesse visée, l'algorithme proposé entraîne tout de même une réduction de la complexité calculatoire de la méthode initiale de détermination de l'INL. En effet, l'inversion d'une matrice de taille $m \times n$ par SVD requiert un nombre d'opérations en virgule flottante (FLOP pour *floating point operation*) de l'ordre de $O(m^2n + n^3)$ [103] tandis que la complexité calculatoire d'un algorithme de FFT classiquement utilisé pour opérer une l-IDFT est de l'ordre de $O(l\log(l))$. Finalement, la réduction des dimensions de la matrice $\mathbf{T'_{K_{max}}}$ à inverser réduit plus la complexité calculatoire de l'algorithme que le doublement de la taille de l'IDFT ne l'augmente.

La méthode d'estimation de l'INL proposée dans cette section repose sur le modèle de déformations statiques (3.17). On suppose ainsi que distorsions introduites lors de la numérisation sont exclusivement statiques. Or, comme il a été rappelé dans la sous-section 1.3.3, un ADC ne présente ce comportement qu'aux fréquences les plus faibles de sa première bande de Nyquist. En conséquence, la méthode d'estimation de l'INL proposée n'est pas adaptée aux ADC sujets à des non-linéarités dynamiques. La section suivante propose une solution algorithmique pour dépasser cette limitation.

3.2 Linéarisation des convertisseurs analogique-numérique avec effet mémoire

Dans cette section, une approche originale de correction par LUT des distortions dynamiques et statiques est proposée. Celle-ci repose sur le remplissage d'une paire de LUT par des séquences d'INL respectivement estimées pour les composantes dites en phase et en quadrature du signal distordu. Cette méthode permet de corriger les non-linéarités générées par les ADC sujets aux effets mémoires sans pâtir de l'inconvénient de la consommation de ressources mémoires des tables dynamiques⁵. L'efficacité de la méthode est validée sur des données expérimentales extraites de l'ADC12D800RF soumis à une excitation sinusoïdale.

⁴Il convient toutefois de noter que les oscillations observées dans la séquence d'INL obtenue par la méthode initiale n'ont pas de conséquences sur les performances de correction des distorsions par LUT statique.

⁵Les caractéristiques de ces méthodes de correction des non-linéarités dynamiques par LUT sont rappelées dans l'état de l'art de la section 2.4.

3.2.1 Discussion sur les limites des méthodes de correction par table de correspondances statique

Comme cela a été évoqué dans la section 2.4, la valeur d'INL associée à chaque quantum correspond au terme correctif à apporter à un mot de code distordu obtenu en sortie d'un ADC sujet à des distorsions statiques [56, 57]. Cela se traduit par l'opération

$$\tilde{x}[m] = y[m] - e_m[k] \tag{3.22}$$

avec $k \in [[0, 2^r - 1]]$ l'indice associé au mot de code y[m] et $e_m[.]$ le terme correctif tel que $e_m[.]=i[.]$. Cette formule est la conséquence du modèle de distorsions statiques exprimé dans (3.11).

Les distorsions dynamiques observées en sortie d'un ADC sont le résultat de son effet mémoire et/ou de celui de son étage amont. A la lumière de la définition de l'effet mémoire fournie dans la sous-section 1.3.3, il apparaît que la correction selon (3.22) est insuffisante pour prendre en compte les distorsions dynamiques. De fait, un terme correctif déterminé à partir de la valeur d'un signal à un seul instant ne peut pas permettre de supprimer un effet diffus dans le temps. Or, quelle que soit la façon dont elle est estimée, l'INL dépend uniquement de la caractéristique de transfert d'un ADC et donc de la seule valeur d'amplitude instantanée d'une excitation indépendamment de son évolution temporelle. Par conséquent, l'emploi de cette seule séquence n'est fondamentalement pas adapté à la correction des distorsions dynamiques.

3.2.2 Principe de l'approche de correction proposée

L'approche de correction que nous proposons est inspirée des méthodes d'estimation spectrale de l'INL présentées dans la section 3.1. Elle se base sur la généralisation du modèle de distorsions statiques (3.17) au cas dynamique. A partir de la relation obtenue, on déduit un algorithme de correction reposant sur l'estimation d'une paire de séquences d'INL pour le remplissage de deux LUT.

Le caractère dynamique des distorsions non linéaires se manifeste dans le signal de sortie d'un ADC excité par une sinusoïde par la présence d'harmoniques déphasées (OOPH pour *out-of-phase harmonic*). Mathématiquement, ce phénomène peut être représenté par l'ajout d'un terme de phase aléatoire $\Phi_h, h \in \mathbb{N}$ à chaque composante harmonique du signal distordu. On obtient alors la réécriture de (3.17) suivante.

$$y[m] = 2^{r} \left(\frac{V_{1}}{V_{FS}}\right) \left[\cos\left(2\pi m \frac{f_{1}}{F_{s}}\right) \cos(\varphi_{0}^{1}) - \sin\left(2\pi m \frac{f_{1}}{F_{s}}\right) \sin(\varphi_{0}^{1})\right] \\ + \sum_{h=0}^{+\infty} \left[S_{h} \cos(\Phi_{h}) \cos\left(2\pi m h \frac{f_{1}}{F_{s}}\right) - S_{h} \sin(\Phi_{h}) \sin\left(2\pi m h \frac{f_{1}}{F_{s}}\right)\right] \\ + \varepsilon_{q}[m] + \varepsilon[m] + 2^{r} \left(\frac{V_{DC}}{V_{FS}}\right) \quad (3.23)$$
Cette expression du signal distordu en présence d'OOPH donne une explication mathématique des limites des algorithmes d'estimation spectrale de l'INL exposés dans la section 3.1. La déviation de phase des harmoniques provoque un étalement aléatoire des amplitudes $S_h, h \in \mathbb{N}$ sur les composantes cosinus et sinus qui diffère de celui attendu lorsque les phases instantanées des harmoniques sont des multiples entiers de celle du fondamentale. L'identification sur laquelle se base la construction de la relation matricielle (3.19) ne tient donc compte que de la projection des amplitudes S_h sur les composantes cosinus associées. L'estimation de l'INL s'en voit ainsi altérée.

Afin de dépasser cette limite, l'approche de correction que nous proposons repose sur une décomposition du signal distordu en deux signaux dits I et Q respectivement notés $y_I[.]$ et $y_Q[.]$. La première composante est associée à la combinaison linéaire de cosinus du modèle de signal distordu (3.23) et la seconde à celle de sinus. En négligeant les termes de bruit, $y_I[.]$ et $y_Q[.]$ s'expriment comme suit.

$$y_I[m] \approx 2^r \left(\frac{V_1}{V_{FS}}\right) \cos\left(2\pi m \frac{f_1}{F_s}\right) \cos(\varphi_0^1) + \sum_{h=0}^{+\infty} S_h \cos(\Phi_h) \cos\left(2\pi m h \frac{f_1}{F_s}\right) + 2^r \left(\frac{V_{DC}}{V_{FS}}\right)$$
(3.24)

$$y_{\mathcal{Q}}[m] \approx -2^r \left(\frac{V_1}{V_{FS}}\right) \sin\left(2\pi m \frac{f_1}{F_s}\right) \sin(\varphi_0^1) - \sum_{h=0}^{+\infty} S_h \sin(\Phi_h) \sin\left(2\pi m h \frac{f_1}{F_s}\right)$$
(3.25)

Chacune de ces composantes peut être considérée comme un signal distordu par une déformation exclusivement statique. De fait, d'une part, la composante I s'écrit comme une combinaison linéaire de cosinus conformément à l'hypothèse formulée par la relation (3.17). De l'autre, la composante Q correspond à une combinaison linéaire de sinus. Elle ne diffère donc de (3.17) que par son formalisme. Ainsi, une adaptation de ce signal au formalisme du modèle de distorsions (3.17) – ou inversement – est nécessaire pour que l'application du système (3.19) soit pertinente. Une séquence d'INL est alors estimée pour chacune des composantes I et Q et employée à leur correction respective selon l'opération (3.22). On note $\tilde{x}_I[.]$ et $\tilde{x}_Q[.]$ ces composantes corrigées. Pour finir, un signal linéarisé $\tilde{x}[.]$ est obtenu par la recomposition de $\tilde{x}_I[.]$ et $\tilde{x}_Q[.]$.

En résumé, le principe de l'approche de correction proposée consiste en quatre opérations :

- La décomposition du signal distordu en combinaisons linéaires de cosinus et de sinus y_I[.] et y_Q[.];
- L'estimation d'une séquence d'INL pour $y_I[.]$ et $y_Q[.]$ selon la méthode spectrale proposée dans la sous-section 3.1.2;
- La correction de $y_I[.]$ et $y_Q[.]$ selon (3.22) respectivement par les termes $e_m^I[.]$ et $e_m^Q[.]$ prenant les mêmes valeurs que les INL de chaque composante ;



FIGURE 3.9 – Schéma de principe de l'approche de correction proposée.



FIGURE 3.10 – Exemple d'algorithme opérant l'approche de correction proposée.

– La détermination du signal linéarisé $\tilde{x}[.]$ à partir des composantes corrigées $\tilde{x}_{I}[.]$ et $\tilde{x}_{Q}[.]$. Celles-ci sont illustrées dans la figure 3.9.

3.2.3 Exemple d'implémentation algorithmique de l'approche de correction proposée

La figure 3.10 donne un exemple d'algorithme opérant la méthode proposée. Dans ce cas, la décomposition du signal distordu en composantes I et Q est réalisée dans le domaine fréquentiel. Pour ce faire, les IDFT des spectres résultant de l'annulation des parties imaginaire ou réelle du spectre du signal distordu sont calculées. On obtient $y_I[.]$ et $y_Q[.]$ de la façon suivante.

$$y_I[m] = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \operatorname{Re}[Y[n]] \exp\left(j2\pi \frac{mn}{M}\right)$$
(3.26)

$$y_Q[m] = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} j \text{Im}[Y[n]] \exp\left(j2\pi \frac{mn}{M}\right)$$
 (3.27)

L'adaptation de la composante Q au système (3.19) établi sur la base du modèle de signal distordu (3.17) se fait par une transformation de Hilbert. Le signal résultant est noté $y_Q^{\mathcal{H}}[.]$ et est obtenu à partir de $y_Q[.]$. On a

$$y_Q^{\mathscr{H}}[m] = \mathscr{H}\{y_Q[m]\}$$
(3.28)

avec $\mathscr{H}\{.\}$ l'opérateur de la transformée de Hilbert. Par cette opération, la composante Q $y_Q^{\mathscr{H}}[.]$ est ainsi une combinaison linéaire de cosinus. De cette façon, elle s'inscrit dans le cadre du modèle de distortions exprimé par (3.17). Une adaptation du système d'équations à la composante aurait également pu être envisagée. Dans ce cas, il s'agirait de déterminer une équation matricielle pour un modèle de signal distordu s'exprimant comme une combinaison linéaire de sinus selon la démarche suivie dans la sous-section 3.1.2.

Ensuite, les INL des composantes I et Q sont estimées selon l'algorithme proposé dans la sous-section 3.1.2 légèrement modifié. D'après le modèle de signal distordu (3.23), il convient d'extraire les projections des amplitudes $S_h, h \in [[0, H_{max}]]$ plutôt que les amplitudes elles-même. Autrement dit, il s'agit de déterminer les parties réelles des spectres aux fréquences des harmoniques au lieu des valeurs absolues. Pour $h \in [[0, H_{max}]]$, notons S_h^p ces projections ; celles-ci s'écrivent

$$S_{h}^{p} = \begin{cases} \operatorname{Re}[Y_{I/Q}[0]] \text{ pour } h = 0\\ 2\operatorname{Re}[Y_{I/Q}[n_{1}]] \text{ pour } h = 1\\ 2\operatorname{Re}[Y_{I/Q}[n_{H_{h}}]] \text{ pour } h \in [\![2, H_{max}]\!]. \end{cases}$$
(3.29)

 $Y_{I/Q}[.]$ désigne alternativement la DFT de la composante I ou de la composante Q; n_1 et n_{H_h} , $h \in [[2, H_{max}]]$ dénotent les indices des composantes fondamentale et harmoniques d'ordre h du signal distordu y[.].

Les composantes I et Q linéarisées $\tilde{x}_I[.]$ et $\tilde{x}_Q[.]$ sont alors calculées selon (3.22) à partir des composantes $y_I[.]$ et $y_Q[.]$ et leur INL respective.

Puis, une remise en quadrature de la composante $\tilde{x}_Q^{\mathcal{H}}[.]$ est opérée par une transformée de Hilbert en vue de la détermination du signal linéarisé $\tilde{x}[.]$ par recomposition des signaux $\tilde{x}_I[.]$ et $\tilde{x}_Q[.]$ corrigés. Il vient donc

$$\tilde{x}_Q[m] = \mathscr{H}\{\tilde{x}_Q^{\mathscr{H}}[m]\}.$$
(3.30)

Finalement, le signal $\tilde{x}[.]$ est déterminé par la somme de ses composantes I et Q linéarisées :

$$\tilde{x}[m] = \tilde{x}_I[m] + \tilde{x}_Q[m]. \tag{3.31}$$

3.2.4 Validation de l'approche de correction proposée sur données expérimentales

L'algorithme – et *a fortiori* l'approche – de correction proposée a été appliqué aux données expérimentales obtenues en sortie de l'ADC12800RF. Cet ADC a été excité par une sinusoïde de -0,5 dBFS avec une fréquence centrale autour de 164 MHz en cohérence non entière avec la fréquence d'échantillonnage.

Les méthodes spectrales d'estimation des INL I et Q ont été paramétrées telles que $H_{max} = 10$ et $K_{max} = 20$. Les figures 3.11.a et 3.11.b représentent les spectres de puissances du même signal distordu avant et après linéarisation. On constate une réduction de toutes les harmoniques considérées pour l'estimation de l'INL. L'augmentation de la SFDR de l'ordre de 9 dB valide donc aussi bien l'approche que l'implémentation algorithmique qui en est issue.

Par ailleurs, la figure 3.12 montre l'allure du contenu des LUT I et Q déterminées et utilisées pour la correction des distorsions du jeu d'échantillons considéré.

3.2.5 Limites et perspectives d'amélioration de l'approche de correction proposée

L'approche proposée pour la correction des distorsions dynamiques à partir de LUT statiques ne peut, en l'état, être appliquée à la correction des ADC utilisés dans les architectures de récepteurs à large bande RF pour deux raisons. D'une part, l'approche a été conçue et validée pour des excitations sinusoïdales. La prise en compte de signaux modulés mono- ou multiporteuse devra être étudiée dans de futurs travaux. D'autre part, les valeurs contenues dans les LUT I et Q dépendent du résultat de la décomposition du signal distordu. En effet, les composantes I et Q, et *a fortiori*, les INL I et Q, sont directement liées aux phases aléatoires des différentes harmoniques du signal distordu. Par conséquent, les valeurs stockées dans une LUT ne sont adaptées qu'au signal qui a permis leur détermination. Une solution simple pour contourner cet obstacle consisterait à envisager un traitement de correction adaptatif par bloc d'échantillons du signal distordu. De fait, les LUT I et Q remplies avec un bloc d'échantillons seraient à l'usage exclusif de la linéarisation de ce même bloc. Dans ce cas, une telle mise en œuvre éloignerait l'approche proposée des méthodes classiques de correction par LUT et, par suite, de leurs caractéristiques communes (coût calculatoire, latence, adaptabilité, *etc.*).

Par ailleurs, l'implémentation algorithmique de cette approche souffre d'un point faible. Elle est sensible aux instabilités numériques rencontrées lors de l'inversion de la matrice $T'_{K_{max}}$. Cela a pour conséquences de limiter l'ordre maximal H_{max} des harmoniques considérées pour la reconstruction des FSD des INL. Or, les résultats expérimentaux de la sous-section 3.2.4 montrent que seules ces dernières distorsions se voient réduites lors de la linéarisation. Ainsi, l'ordre maximal H_{max} des harmoniques pouvant être corrigées, et donc l'augmentation envisageable de la SFDR, sont bornés par cette vulnérabilité. Afin de dépasser cette limitation, il serait intéressant d'approfondir la solution de traitement de l'instabilité numérique par DR utilisée aussi bien par



FIGURE 3.11 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'ADC12D800RF avant (a) et après correction par la méthode proposée (b).

la méthode initiale d'estimation de l'INL que par celle que nous proposons. D'autres moyens pourraient également être considérés.

Enfin, il convient de souligner que l'implémentation algorithmique de cette approche n'est pas unique. Elle dépend de la méthode de détermination des INL I et Q choisie. Par exemple, les transformées de Hilbert de l'algorithme illustré dans la figure 3.10 sont liées au formalisme sur lequel se base la méthode d'estimation de l'INL utilisée. L'emploi d'autres algorithmes d'estimation de ces INL pourrait donc donner lieu à de nouvelles opérations de l'approche proposée.



FIGURE 3.12 – Allures des INL I et Q estimées par l'algorithme de la figure 3.10.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, le sujet de la linéarisation d'ADC par LUT est traité au travers de deux problématiques.

Dans un premier temps, la section 3.1 s'intéresse à la réduction de la charge calculatoire de la méthode spectrale de remplissage de LUT à schéma d'addressage statique initialement proposée dans [1, 2, 42]. Notre contribution mène à la division par deux du nombre de coefficients à déterminer pour estimer la séquence d'INL d'un ADC employée au remplissage d'une LUT statique. Le système d'équations permettant de calculer ces coefficients et, par suite, la matrice qui lui est associée sont alors réduits dans les mêmes proportions. En se réfèrant à l'expression de la complexité calculatoire de l'inversion matricielle par SVD, l'algorithme que nous proposons présente finalement une charge moindre que sa version initiale. En outre, la séquence d'INL obtenue par notre méthode est validée sur des données synthétiques selon deux critères. D'une part, elle est comparée aux INL estimées par la méthode spectrale initiale et la méthode statistique de référence. De l'autre, elle est employée à la correction du signal de sortie d'un ADC au comportement non-linéaire statique simulé.

La section 3.2 expose une approche originale de correction des distorsions dynamiques d'un ADC au moyen d'une paire de LUT statiques. Cette deuxième contribution fait suite à la précédente puisqu'elle est fondée sur l'extension du modèle de signal distordu assumé dans la section 3.1. Qui plus est, la méthode spectrale d'estimation de l'INL présentée dans cette même section est réutilisée au sein d'un algorithme opérant l'approche de correction proposée. Cet algorithme a été validé sur des données réelles. De fait, son application au signal de sortie de

l'ADC12D800RF excité par un signal sinusoïdal a montré sa capacité à corriger toutes les raies harmoniques employées au remplissage du couple de LUT. En l'occurence, une augmentation de la SFDR de l'ordre de 10 dB a été constatée.

Dans le contexte applicatif de ce manuscrit, la première contribution de ce chapitre trouve son intérêt soit pour la correction par LUT des ADC sujets à des distorsions statiques, soit pour la correction par l'approche au cœur de la deuxième contribution des ADC présentant des distorsions dynamiques. Prise séparément, la méthode d'estimation spectrale que nous proposons peut également convenir à l'application du test embarqué *in situ* d'ADC évoquée dans la section 2.4.

Pour ce qui est de la deuxième contribution de ce chapitre, les perspectives sont nombreuses (*cf.* sous-section 3.2.5). Le principal inconvénient de l'algorithme proposé réside dans sa capacité à ne traiter que des signaux sinusoïdaux. Par conséquent, en l'état, cette solution de linéarisation ne convient pas à nos contraintes applicatives.

Dans le chapitre 4, la problématique de la linéarisation des ADC est approchée selon le paradigme de la modélisation comportementale. En comparaison avec la solution de linéarisation proposée dans ce dernier chapitre, cet axe d'étude fait l'objet d'un intérêt grandissant dans la littérature pour des applications qui ne se limitent pas à la seule linéarisation d'ADC. Aussi nous a-t-il semblé opportun de considérer cette stratégie de linéarisation pour répondre aux besoins de notre application.

CHAPITRE 4

LINÉARISATION DES CONVERTISSEURS ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE PAR MODÉLISATION COMPORTEMENTALE

A modélisation comportementale est une approche majeure de linéarisation numérique des ADC. Elle partage les deux principaux avantages de la stratégie de correction par LUT évoqués précédemment. D'une part, la compensation des non-linéarités statiques et dynamiques introduites par un ADC est possible. La prise en compte de ces différents phénomènes dépend alors du modèle considéré. De l'autre, la généricité de l'approche permet de concevoir des solutions algorithmiques indépendantes, dans une certaine mesure, des spécificités d'un composant. La différence fondamentale qui distingue la linéarisation par modélisation comportementale de celle par LUT réside dans le procédé de détermination du terme correctif à appliquer au signal distordu. Dans le cas de la correction par LUT, les valeurs correctives ou corrigées sont stockées en mémoire et consultées selon l'état du signal distordu de sortie de l'ADC; dans le cas de la modélisation comportementale, les valeurs correctives sont calculées pour chaque échantillon du signal distordu à partir d'un ensemble de coefficients défini par le modèle d'ADC présupposé. Sur un plan qualitatif, en comparaison à l'usage de LUT, la modélisation comportementale offre une plus grande adaptabilité de la correction aux conditions d'opération d'un ADC. De fait, le nombre de coefficients d'un modèle est généralement considérablement inférieur au nombre d'entrées d'une LUT. Cela permet, par exemple, d'envisager le stockage de différents jeux de coefficients. Au niveau matériel, le calcul des valeurs correctives plutôt que leur stockage se traduit par un besoin en ressources mémoires moindre aux dépens des ressources calculatoires.

La charge calculatoire est précisément la première limite dont pâtissent les méthodes de linéarisation par modélisation comportementale. La pertinence d'une solution doit alors s'apprécier autant à sa capacité d'augmentation des SFDR et IMD d'un ADC qu'à sa faisabilité matérielle. C'est notamment le cas lorsque l'on a recours aux séries de Volterra et leurs dérivés. L'état de l'art dressé dans le chapitre 2 a mis en exergue la richesse de la littérature scientifique sur le sujet de la linéarisation d'ADC par cette famille de modèles. Nos contributions sur la linéarisation d'ADC par modélisation comportementale s'inscrivent dans la continuité de ces travaux.

Ce chapitre étudie la faisabilité algorithmique de solutions de linéarisation par modélisation comportementale fondées sur les séries de Volterra et leurs représentations dérivées. Il se divise en trois parties. Les deux premières sections présentent les différentes contributions apportées aux grandes problématiques de l'approche de linéarisation d'ADC par modélisation comportementale que sont le choix, l'identification et l'inversion de modèles (*cf.* section 2.5). La dernière section expose les solutions algorithmiques de linéarisation d'ADC que nous avons conçues sur la base des éléments discutés dans les sections précédentes.

4.1 Modélisation comportementale des convertisseurs analogiquenumérique

La modélisation comportementale d'un ADC consiste à représenter mathématiquement le comportement qui lie son signal d'excitation analogique à sa sortie numérique. Le modèle d'un

ADC est la pierre angulaire de toute solution de linéarisation par modélisation comportementale. La sélection d'un modèle décrivant les différents phénomènes provoqués par la conversion analogique-numérique est donc primordiale.

Dans cette section, l'attention est portée sur l'emploi des séries de Volterra et leurs dérivés à la modélisation d'ADC. En premier lieu, nous rappelons les éléments théoriques de cette famille de modèles et introduisons quelques hypothèses et critères applicatifs. Nous exposons ensuite notre contribution à la réduction de la complexité de ces modèles.

4.1.1 Modélisation des convertisseurs analogique-numérique par le modèle de Volterra et ses dérivés

D'après les travaux de Boyd and Chua, tout système non linéaire, causal, invariant dans le temps et à mémoire finie (en anglais *fading memory*) peut être représenté par les séries de Volterra tronquées à temps discret [93]. Le comportement non linéaire d'un ADC répond à ces caractéristiques : il peut donc être décrit par un modèle de Volterra.

4.1.1.1 Le modèle de Volterra

Relation d'entrée/sortie du modèle de Volterra

La relation qui lie les entrée et sortie numériques x[.] et z[.] d'un modèle de Volterra peut s'écrire comme suit¹.

$$z[m] = h_0 + \sum_{p=1}^{P} \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=m_1}^{M-1} \cdots \sum_{m_p=m_{p-1}}^{M-1} h_p[m_1, \dots, m_p] \prod_{j=1}^{P} x[m-m_j]$$
(4.1)

Littéralement, un échantillon de signal distordu z[.] s'écrit comme une combinaison linéaire de produits de l'ordre 0 à P des M derniers échantillons du signal d'entrée x[.]. P et M dénotent respectivement les ordre de non-linéarité et profondeur de mémoire du modèle de Volterra. Pour $p \in [[0,P]]$, $h_p[.]$ est le noyau de Volterra d'ordre p et $h_p[m_1, \dots, m_p]$, $(m_1, m_2, \dots, m_p) \in [[0, M-1]] \times [[m_1, M-1]] \times \dots \times [[m_{p-1}, M-1]]$, sont ses coefficients.

L'expression (4.1) peut également être écrite dans un formalisme vectoriel de la façon suivante.

$$z[m] = [\underline{x}_m^v]^T \underline{\theta} \tag{4.2}$$

 \underline{x}_{m}^{ν} est appelé vecteur de régression. Il rassemble l'ensemble des produits d'échantillons du signal d'entrée x[.]. $\underline{\theta}$ est le vecteur des coefficients du modèle de Volterra. \underline{x}_{m}^{ν} et $\underline{\theta}$ sont définis comme

¹Cette écriture de la relation de Volterra est dite triangulaire non redondante car chaque produit d'échantillons du signal d'entrée n'y intervient qu'une seule fois [94].

suit.

Pour $p \in [\![1,P]\!]$, \underline{x}_m^p est le vecteur de régression d'ordre p et \underline{h}_p le vecteur des coefficients du noyau de Volterra d'ordre p.

Interprétations physiques et dimensionnement des ordres de non-linéarité et de profondeur mémoire

Afin d'appréhender le sens des paramètres M et P, il convient de s'intéresser à deux cas particuliers du modèle de Volterra : le modèle de filtrage linéaire à réponse impulsionnelle finie (FIR pour *finite impulse response*) pour P = 1; et le modèle polynomial pour M = 1.

Lorsque P = 1, *i.e.* en l'absence de tout comportement non linéaire, l'expression (4.1) se réduit à une relation de filtrage linéaire entre les entrée et sortie x[.] et z[.] du système modélisé. La profondeur mémoire M correspond alors à la taille d'un filtre FIR *i.e.* à son nombre de racines. Dans ce cas, M détermine la sélectivité de la réponse en fréquence d'un tel filtre. De même, l'ordre de profondeur de mémoire d'un modèle de Volterra est lié au caractère dynamique de son comportement. Ainsi, M est d'autant plus élevé que les variations des amplitude et phase du signal de sortie du système testé sont sélectives en fréquence. D'un point de vue temporel, l'ordre

de profondeur mémoire M peut être envisagé comme le nombre d'échantillons de sortie d'un système impactés par la valeur de son entrée à un instant m donné. Autrement dit, M quantifie l'étalement, en multiple de la période d'échantillonnage T_s , de l'effet mémoire du système testé. La détermination du paramètre M d'un système consiste généralement dans le test empirique de différentes valeurs.

Pour M = 0, *i.e* en l'absence d'effet mémoire, la relation d'entrée/sortie du modèle de Volterra correspond à l'expression d'un polynôme d'ordre *P*. Pour un signal d'entrée x[.] monotonal, le caractère non linéaire d'un système décrit par un modèle polynomial se manifeste par l'apparition de raies harmoniques. Naturellement, le paramètre *P* correspond alors à l'ordre maximal des harmoniques observées.

Nombre de coefficients du modèle de Volterra

Le nombre $N_{M,P}^{\nu}$ de coefficients du modèle de Volterra d'ordre de non-linéarité P et de profondeur de mémoire M décrit par la relation (4.1) s'écrit

$$N_{M,P}^{\nu} = \sum_{p=0}^{P} \frac{(M+p-1)!}{(M-1)!p!}.$$
(4.4)

(4.4) montre que $N_{M,P}^{\nu}$ évolue exponentiellement avec les valeurs de *M* et *P*. Par exemple, pour M = 3 et P = 8, (4.4) donne un nombre de coefficients $N_{M,P}^{\nu} = 164$. Cette évolution est le principal inconvénient du modèle de Volterra. De fait, pour un modèle donné, ce nombre détermine les tailles des vecteurs et matrices à construire et à manipuler (par multiplication, inversion, *etc.*) lors des étapes d'identification et d'inversion (*cf.* section 4.2). Il laisse donc présager de la complexité calculatoire engendrée par ce modèle.

4.1.1.2 Modèle comportemental d'un convertisseur analogique-numérique réel et expression du signal distordu

Les résultats théoriques des travaux de Boyd and Chua [93] ainsi que les observations empiriques rapportées dans la sous-section 1.3.3 permettent de poser un modèle comportemental d'ADC réel. Dans la suite du manuscrit, on considère ainsi que le composant peut être décrit par la cascade d'un ADC idéal et d'une déformation non linéaire avec mémoire décrite par un modèle de Volterra suivie de l'ajout d'un bruit blanc gaussien. La figure 4.1 illustre ce modèle.

Par suite, le signal distordu y[.] obtenu en sortie d'un ADC réel s'écrit

$$y[m] = h_0 + \sum_{p=1}^{P} \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=m_1}^{M-1} \cdots \sum_{m_p=m_{p-1}}^{M-1} h_p[m_1, \dots, m_p] \prod_{j=1}^{P} x[m-m_j] + \varepsilon[m]$$
(4.5)

avec ε [.] le bruit intrinsèque de l'ADC modélisé par un processus stochastique de distribution



FIGURE 4.1 – Modèle comportemental d'un ADC réel.

gaussienne de moyenne nulle et de variance² σ_{ε}^2 ; *P* et *M* les ordres de non-linéarité et de profondeur de mémoire du modèle de l'ADC; et $h_p[.], p \in [[0, P]]$, les noyaux de Volterra du modèle de l'ADC. Littéralement, le signal y[.] généré par l'ADC est une observation bruitée de la sortie d'un système modélisé par un modèle de Volterra.

En adoptant un formalisme vectoriel, il vient

$$y[m] = [\underline{x}_{m}^{v}]^{T} \underline{\theta} + \varepsilon[m]$$
(4.6)

avec $\underline{\theta}$ le vecteur rassemblant les coefficients des noyaux de Volterra $h_p[.], p \in [0, P]]$.

4.1.1.3 Les dérivés du modèle de Volterra

Plusieurs modèles pouvant s'exprimer comme des simplifications du modèle de Volterra sont couramment employés à la réduction de sa complexité. Quelques uns des principaux modèles sont rappelés dans les paragraphes suivants.

Modèles de Wiener et de Hammerstein [99, 107, 108]

Les modèles de Wiener et de Hammerstein sont deux représentations classiques de systèmes non linéaires à mémoire. Ils reposent sur l'hypothèse que les caractères non linéaire et dynamique du système non linéaire à effet mémoire testé sont séparés et successifs [99, 107, 108]. Le modèle de Wiener résulte de la cascade d'un bloc de filtrage linéaire et d'un bloc de déformation non linéaire. A l'inverse, le modèle de Hammerstein est obtenu par la cascade d'un bloc de déformation non linéaire et d'un bloc de filtrage linéaire. Lorsque les effets dynamique et statique de ces modèles peuvent être représentés respectivement au moyen d'un filtre FIR et d'une fonction polynomiale, leur relation d'entrée/sortie apparaît comme une simplification de celle du modèle de Volterra (4.1). Les schémas blocs associés aux modèles de Wiener et Hammerstein sont illustrés dans les figures 4.2.a et 4.2.b.

Soient $a_p \in \mathbb{R}$, $p \in [[0, P]]$, les coefficients d'un polynôme d'ordre P et l[.] la réponse impulsionnelle d'un filtre FIR causal de taille M_l . Les entrée x[.] et sortie z[.] d'un modèle de Wiener sont liées comme suit.

²Cette variance est liée à la puissance de bruit d'un ADC par la relation $P_n|_{dBFS} = 10 \log_{10} \left(\frac{2^{2r-3}}{\sigma_c^2} \right)$.



FIGURE 4.2 – Schémas blocs des modèles de Wiener (a) et de Hammerstein (b).

$$z[m] = \sum_{p=0}^{P} a_p \left[\sum_{m_1=0}^{M_l-1} l[m] x[m_1 - m] \right]^p$$
(4.7)

Après quelques développements triviaux, (4.7) peut se mettre sous la forme de la relation d'entrée/sortie d'un modèle de Volterra.

$$z[m] = a_0 + \sum_{p=1}^{P} \sum_{m_1=0}^{M_l-1} \sum_{m_2=0}^{M_l-1} \cdots \sum_{m_p=0}^{M_l-1} a_p \prod_{j=1}^{p} l[m_j] x[m-m_j]$$
(4.8)

Sous cette forme, la relation d'entrée/sortie d'un modèle de Wiener correspond à celle d'un modèle de Volterra dont les coefficients de noyau $l_p[m_1,...,m_p]$, $(m_1,m_2,...,m_p) \in [[0,M_l-1]] \times [[0,M_l-1]] \times ... \times [[0,M_l-1]]$, sont définis comme suit.

$$l_p[m_1, ..., m_p] = a_p \prod_{j=1}^p l[m_j]$$
(4.9)

Les avantages du modèles de Wiener par rapport au modèle de Volterra concernent l'identification des coefficients de noyau. Lorsque l'on considère la relation (4.7), l'identification d'un modèle de Wiener se réduit à l'estimation des M_l coefficients l[m], $m \in [[0, M_l - 1]]$, et des P + 1 coefficients $a_p \in \mathbb{R}$, $p \in [[0, P]]$, de ses blocs constituants. Ceux-ci peuvent respectivement être déterminés, à un facteur multiplicatif près, par la méthode de la meilleure approximation linéaire (BLA pour *best linear approximation*) suivie d'une régression linéaire pour un signal d'entrée blanc gaussien [109]. Le modèle de Wiener peut également être identifié par l'intermédiaire des coefficients de noyau de Volterra (4.9) qui lui sont associés. Dans ce cas, on compte autant de coefficients que le modèle de Volterra. Pour $p \in [[0, P]]$ donné, les coefficients de noyau $l_p[m_k, ..., m_k]$, $k \in [[1, p]]$, $(m_1, m_2, ..., m_p) \in [[0, M_l - 1]]^p$, peuvent alors être estimés par la méthode de Lee-Schetzen [34, 108]. En comparaison avec une estimation des coefficients par les méthodes des moindres carrés (BLS, LMS, RLS, *etc.*), l'algorithme de Lee-Schetzen ne souffre pas des problèmes d'instabilité numérique inhérents aux modèles présentant un caractère polynomial. A la différence du modèle de Wiener, les coefficients de Volterra associés au modèle de Hammerstein sont moins nombreux que ceux du modèle de Volterra. Notons g[.] la réponse impulsionnelle d'un filtre FIR causal de taille M_g . La relation d'entrée/sortie d'un modèle de Hammerstein est la suivante.

$$z[m] = \sum_{p=0}^{P} \sum_{m_1=0}^{M_g-1} g[m_1] a_p (x[m-m_1])^p$$
(4.10)

(4.10) peut être mise sous la forme d'une relation d'entrée/sortie d'un modèle de Volterra dont les coefficients de noyau d'ordre p sont

$$g_p[m_1, ..., m_p] = \begin{cases} a_p g[m_1] \text{ pour } m_1 = m_2 = ...m_p \in [\![0, M_g - 1]\!], \ p \in [\![0, P]\!], \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$
(4.11)

Ainsi, le modèle de Hammerstein peut être envisagé comme un modèle de Volterra ne comportant que les termes de noyaux diagonaux. Le nombre de ces coefficients s'exprime alors comme suit.

$$N_{M_g,P}^h = M_g P + 1 \tag{4.12}$$

À notre connaissance, le modèle de Hammerstein est la moins complexe des représentations dérivées du modèle de Volterra classiques qui permettent de décrire un comportement non linéaire dynamique. D'autre part, à l'instar du modèle de Wiener, l'identification d'un modèle de Hammerstein peut se réduire à l'estimation des M_g coefficients g[m], $m \in [[0, M_l - 1]]$ et des P+1 coefficients $a_p \in \mathbb{R}$, $p \in [[0, P]]$, de ses blocs constituants. En outre, ces coefficients peuvent également être déterminés, à un facteur multiplicatif près, par la méthode de la BLA suivie d'une régression linéaire pour un signal d'entrée blanc gaussien [109]. Lorsque l'on considère les coefficients $g_p[m_k, ..., m_k], k \in [[1, p]], (m_1, m_2, ..., m_p) \in [[0, M_l - 1]]^p$, l'identification du modèle de Hammerstein se réduit à l'estimation de $N_{M_g,P}^h$ coefficients au moyen d'une des méthodes classiques des moindres carrés (BLS, LMS, RLS, etc.).

Combinaisons de modèles de Wiener et de Hammerstein

La pertinence de l'emploi des modèles de Wiener ou de Hammerstein est conditionnée à la validité de l'hypothèse de séparabilité, dans un sens ou dans l'autre, des caractères dynamique et statique du système à décrire. En pratique, le comportement non linéaire à mémoire du système testé peut s'avérer plus complexe. On peut alors recourir à des modèles constitués de combinaisons en cascade ou en parallèle de blocs de Wiener et de Hammerstein. Deux exemples de ce type d'associations sont les modèles de Hammerstein parallèle et de Wiener-Hammerstein étudiés dans [20] et [88]. L'identification de ces modèles est traitée dans [109].

Le modèle de Hammerstein parallèle est une généralisation du modèle de Hammerstein en cela qu'il considère que le comportement dynamique du système testé est propre à un ordre de



FIGURE 4.3 – Schéma bloc du modèle de Hammerstein parallèle.



FIGURE 4.4 – Schéma bloc du modèle de Wiener-Hammerstein.

non-linéarité. Le schéma bloc de ce modèle est représenté par la figure 4.3. Pour $p \in [[0, P]]$, notons a_p les coefficients d'un polynôme d'ordre P et $f_p[.]$ la réponse impulsionnelle du filtre FIR causal associé de taille M_f . La relation d'entrée/sortie d'un modèle de Hammerstein parallèle est

$$z[m] = \sum_{m=0}^{M_f - 1} \sum_{p=0}^{P} f_p[m] a_p(x[n-m])^p.$$
(4.13)

Lorsqu'il est envisagé sous sa forme de blocs, le modèle de Hammerstein parallèle comporte plus de coefficients que le modèle de Hammerstein simple. Lorsqu'il est considéré en tant que version simplifiée d'un modèle de Volterra, il en compte autant. Dans ce cas, les coefficients du modèle de Hammerstein parallèle sont associés aux noyaux de Volterra comme suit.

$$f_p[m_1, ..., m_p] = \begin{cases} a_p f_p[m_1] \text{ pour } m_1 = m_2 = ...m_p \in [\![0, M_f - 1]\!], \ p \in [\![0, P]\!], \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$
(4.14)

Le modèle de Wiener-Hammerstein résulte de la cascade d'un bloc de filtrage linéaire, d'un bloc de déformation non linéaire et d'un autre bloc de filtrage linéaire. La figure 4.4 représente le schéma bloc de ce modèle. Soient a_p , $p \in [[0, P]]$, les coefficients d'un polynôme d'ordre P, l[.] la réponse impulsionnelle du premier filtre FIR causal de taille M_l du modèle de Wiener-Hammerstein et g[.] celle du second filtre FIR causal de taille M_g . Les entrée et sortie d'un modèle de Wiener-Hammerstein sont liées par l'expression

$$z[m] = \sum_{p=1}^{P} \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=0}^{M-1} \cdots \sum_{m_p=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M_g-1} a_p g[n] \prod_{j=1}^{P} l[m_j - n] x[m - m_j]$$
(4.15)

avec $M = M_l + M_g$ la profondeur de mémoire du modèle [110]. La relation qui lie les coefficients des blocs constituants du modèle de Wiener-Hammerstein à ceux des noyaux de Volterra qui lui sont associés est

$$w_p[m_1, ..., m_p] = \sum_{n=0}^{M_g - 1} a_p g[n] \prod_{j=1}^p l[m_j - n].$$
(4.16)

Modèle à déviation dynamique réduite

Le modèle à DDR a été introduit par Zhu dans [95] pour la modélisation d'amplificateurs de puissance. Il provient des séries de Volterra modifiées – aussi appelées séries de Volterra dynamiques. Ces dernières découlent d'une réécriture de la relation d'entrée/sortie de Volterra permettant de distinguer un terme statique d'une part et un terme dynamique de l'autre. La relation d'entrée/sortie de ces séries fait apparaître un terme appelé déviation dynamique noté e[.,.] et défini tel que

$$e[m,i] = x[m-i] - x[m].$$
 (4.17)

Ainsi, on a

$$z[m] = \sum_{p=1}^{P} a_p x^p[m] + \sum_{p=1}^{P} \sum_{r=1}^{p} x^{p-r}[m] \sum_{m_1=0}^{M-1} \dots \sum_{m_r=0}^{M-1} w_{p,r}[m_1, \dots, m_r] \prod_{j=1}^{r} e[n, m_j]$$
(4.18)

avec a_p , $p \in [\![1,P]\!]$, les coefficients de la partie statique et $w_{p,r}[m_1,...m_r]$, $m_r \in [\![0,M-1]\!]$, $r \in [\![1,p]\!]$, $p \in [\![1,P]\!]$, les coefficients de la partie dynamique.

La relation d'entrée/sortie d'un modèle à DDR s'obtient en ré-injectant (4.17) dans (4.18) et en bornant l'ordre de déviation dynamique *r* à l'intervalle $1 \le r \le R$. Son expression est

$$z[m] = \sum_{p=1}^{P} h_p[0,...,0] x^p[m] + \sum_{p=1}^{P} \sum_{r=1}^{R} \left[\sum_{m_1=1}^{M-1} \dots \sum_{m_r=m_{r-1}}^{M-1} h_p[\overbrace{0,...,0}^{p-r},m_1,...,m_r] x^{p-r}[m] \prod_{j=1}^{r} x[n-m_j] \right]. \quad (4.19)$$

Par conséquent, le modèle de Volterra à DDR est caractérisé par trois paramètres : l'ordre de profondeur de mémoire M, l'ordre de non-linéarité P et l'ordre de déviation dynamique maximal R. Le choix de R permet d'élaguer (en anglais *to prune*) le modèle de Volterra classique d'une partie de ses coefficients sans détériorer ni la longueur de l'effet mémoire ni l'ordre de non-linéarité. La relation d'entrée/sortie du modèle de Volterra simplifié (4.18) permet d'appréhender les effets physiques de cette simplification. De fait, dans cette expression, il apparaît que la

limitation de l'indice *r* revient à ne considérer que les produits de déviations dynamiques de court terme. En d'autres termes, les effets non linéaires purement dynamiques de long terme sont supposés négligeables.

4.1.1.4 Hypothèse applicative sur le modèle de Volterra appliqué aux convertisseurs analogiquenumérique

Quel que soit le modèle considéré, on considère dans la suite du manuscrit – à l'instar de [20] et [81] – que l'ADC n'introduit pas de distorsions exclusivement linéaires. Autrement dit, on assume que le signal de sortie d'un ADC réel correspond à la version numérique idéale de son excitation perturbée par un bruit blanc gaussien et des distorsions non linéaires additifs. Les effets d'un éventuel filtrage linéaire par l'ADC sont donc supposés négligeables. Mathématiquement, cette hypothèse revient à considérer que le noyau d'ordre 1 correspond à un Dirac. Dans le cas de la relation d'entrée/sortie de Volterra (4.1), cela se traduit par

$$\begin{cases} h_1[0] = 1, \\ h_1[m] = 0, m \in [[1, M - 1]]. \end{cases}$$
(4.20)

En conséquence, on suppose que la déformation non linéaire provoquée par un ADC s'écrit de la façon suivante.

$$z[m] = h_0 + x[m] + \sum_{p=2}^{P} \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=m_1}^{M-1} \cdots \sum_{m_p=m_{p-1}}^{M-1} h_p[m_1, \dots, m_p] \prod_{j=1}^{P} x[m-m_j]$$
(4.21)

Il vient alors

$$z[m] = h_0 + x[m] + [\underline{x}_m^d]^T \underline{\theta}^d$$
(4.22)

avec $\underline{x}_m^d = \left[\underline{x}_m^2, \dots, \underline{x}_m^P \right]^T$ et $\underline{\theta}^d = \left[\underline{\theta}_2, \dots, \underline{\theta}_P \right]^T$. On définit $z_d[.]$ le signal rassemblant les composantes de distorsion comme suit.

$$z_d[m] = z[m] - x[m] = h_0 + [\underline{x}_m^d]^T \underline{\theta}^d$$
(4.23)

Suite à l'hypothèse (4.20), cette expression est préférable à (4.22) pour l'identification du modèle.

Par suite, en conformité avec le modèle comportemental de la figure 4.1, on note $y_d[.]$ le signal suivant.

$$y_d[m] = z_d[m] + \varepsilon[m] \tag{4.24}$$

Subsidiairement, on note que l'hypothèse applicative (4.20) diminue d'une valeur M le nombre de coefficients à estimer pour l'identification du modèle de Volterra associé à un ADC.

4.1.2 Méthode de réduction de la complexité du modèle de Volterra et ses dérivés

Le principal inconvénient d'un modèle de Volterra réside dans la complexité calculatoire qu'engendre son nombre de coefficients. Un moyen d'y remédier consiste à employer les modèles dérivés rappelés dans la subdivision 4.1.1.3. La réduction du nombre de coefficients de ces modèles se fait sur la base d'hypothèses soit sur le comportement des macro-blocs d'un ADC pour les modèles de Wiener, Hammerstein, Wiener-Hammerstein, *etc.* ; soit sur des caractéristiques des distorsions que ne traduisent ni la profondeur de mémoire *M* ni l'ordre de non-linéarité *P* dans le cas du modèle DDR. Dans cette section, nous proposons une méthode originale d'élagage du modèle de Volterra. Celle-ci consiste à considérer que les coefficients de noyau d'un ordre donné *P* suffisent à la modélisation du comportement non linéaire pair ou impair d'un ADC sur la base de considérations essentiellement mathématiques. Ainsi, comparativement aux modèles dérivés de Volterra classique, la méthode d'élagage proposée ne nécessite de formuler d'*a priori* ni sur la structure ni sur le comportement de l'ADC ciblé. Elle se prête donc aux contraintes de généricité qui sont les nôtres.

4.1.2.1 Discussion sur les noyaux de Volterra d'ordre de même parité

La méthode d'élagage que nous proposons repose sur l'exploitation des propriétés trigonométriques de la relation d'entrée/sortie (4.21) pour un signal d'entrée sinusoïdal. Celles-ci sont mises en évidence dans cette section en comparant les expressions des signaux de sortie de deux modèles de Volterra d'ordres différents et de même parité pour un signal monotonal.

Supposons un ADC excité par un signal sinusoïdal x(.) d'amplitude et de phase instantanée notées respectivement V_1 et $\omega[.]$. La version numérique idéale x[.] de x(.) s'écrit alors

$$x[m] = V_1 \cos(\omega[m]) + \varepsilon_q[m], \qquad (4.25)$$

avec $\varepsilon_q[.]$ le bruit de quantification.

Considérons un premier modèle de Volterra noté \mathscr{V}_1 . Les ordres de non-linéarité P et profondeur de mémoire M de \mathscr{V}_1 sont fixés à P = 2 et M = 2. Pour les besoins de notre démonstration, ces coefficients sont arbitrairement définis comme suit.

$$\begin{cases}
 h_0 = 0, \\
 h_1[0] = 1 \text{ et } h_1[1] = 0 \text{ en vertu de } (4.20), \\
 h_2[1,1] = 0, \\
 h_2[m_1,m_2] \in \mathbb{R}, \ (m_1,m_2) \in [[0,1]]^2, \ m_2 \ge m_1
\end{cases}$$
(4.26)

Le signal de sortie z[.] du modèle \mathscr{V}_1 a pour expression

$$z[m] = x[m] + h_2[0,0]x^2[m] + h_2[0,1]x[m]x[m-1].$$
(4.27)

Un développement trivial des termes de distorsions de (4.27) donne alors

$$z[m] \approx \frac{1}{2}h_2[0,0] + x[m] + \frac{1}{2}h_2[0,0]\cos(2\omega[m]) + \frac{1}{2}h_2[0,1]\cos(\omega[m] - \omega[m-1]) + \frac{1}{2}h_2[0,1]\cos(\omega[m] - \omega[m-1]). \quad (4.28)$$

De même que dans la sous-section 3.1.2, l'influence du bruit de quantification $\varepsilon_q[.]$ sur les distorsions résultant des produits des échantillons du signal x[.] est négligée dans (4.28). Cette relation montre que pour un signal d'entrée sinusoïdal, le modèle de Volterra \mathcal{V}_1 peut s'exprimer comme une combinaison linéaire des termes $\cos(2\omega[m]), \cos(\omega[m] - \omega[m-1])$ et $\cos(\omega[m] + \omega[m-1])$. Lorsque l'on suppose que \mathcal{V}_1 modélise le comportement non linéaire d'un ADC, la somme de ces trois termes décrit une d'harmoniques déphasées (OOPH pour *out-of-phase harmonic*) d'ordre 2.

De même que précédemment, déterminons l'expression du signal de sortie d'un modèle de Volterra \mathscr{V}_2 d'ordre P = 4 et de mémoire M = 2 défini – arbitrairement pour les besoins de la démonstration – par les coefficients

$$\begin{cases} h_0 = 0, \\ h_1[0] = 1 \text{ et } h_1[1] = 0 \text{ en vertu de } (4.20), \\ h_p[m_1, \dots, m_p] = 0, m_p \in [\![0,1]\!], m_p \ge m_{p-1}, p \in [\![2,3]\!], \\ h_4[m_1, m_2, m_3, m_4] = 0, (m_1, m_2, m_3, m_4) \in [\![1,2]\!]^4 / \{(1,1,1,1); (0,0,0,1)\}, \\ h_4[1,1,1,1] \in \mathbb{R}, h_4[0,0,0,1] \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

$$(4.29)$$

Dans ce cas, z[.] et x[.] sont liés par la relation

$$z[m] = x[m] + h_4[0,0,0,1]x^3[m]x[m-1] + h_4[1,1,1,1]x^4[m-1].$$
(4.30)

Finalement, il vient

$$z[m] \approx \frac{3}{8}h_4[1,1,1,1] + x[m] + \frac{1}{2}h_4[1,1,1,1]\cos(2\omega[m]) + \frac{1}{8}h_4[1,1,1,1]\cos(4\omega[m]) + \frac{3}{8}h_4[0,0,0,1]\cos(\omega[m] - \omega[m-1]) + \frac{3}{8}h_4[0,0,0,1]\cos(\omega[m] + \omega[m-1]) + \frac{1}{8}h_4[0,0,0,1]\cos(3\omega[m] - \omega[m-1]) + \frac{1}{8}h_4[0,0,0,1]\cos(3\omega[m] - \omega[m-1]) + \frac{1}{8}h_4[0,0,0,1]\cos(3\omega[m] - \omega[m-1]).$$

$$(4.31)$$

L'expression (4.31) du signal de sortie de \mathscr{V}_2 fait apparaître les mêmes termes de distorsion d'ordre 2 que celle du signal de sortie de \mathscr{V}_1 (4.28). En outre, (4.31) comporte également les termes de distorsions d'ordre 4 $\cos(4\omega[m])$, $\cos(3\omega[m] - \omega[m-1])$ et $\cos(3\omega[m] + \omega[m-1])$ dont la somme peut décrire l'OOPH d'ordre 4 introduite par un ADC.

En somme, la comparaison des expressions de sortie (4.28) de \mathscr{V}_1 et (4.31) de \mathscr{V}_2 montre que, pour une entrée sinusoïdale, le modèle \mathscr{V}_2 permet de représenter aussi bien les distorsions d'ordre

2 décrites par le modèle \mathscr{V}_1 que des distorsions d'ordre 4. Dans un souci de concision, cette démonstration a été effectuée, sans perte de généralité, en supposant nuls certains coefficients du noyau d'ordre 2 de \mathscr{V}_1 et du noyau d'ordre 4 de \mathscr{V}_2 . Par ailleurs, la relation mise en exergue entre les noyaux d'ordre 2 et 4 des modèles \mathscr{V}_1 et \mathscr{V}_2 peut être généralisée entre un noyau d'ordre $P \ge 4$ d'un modèle et les noyaux d'ordre inférieur à P de même parité d'un autre modèle. En d'autres termes, le modèle de Volterra classique est redondance dans sa description des non-linéarités par plusieurs noyaux d'ordre de même parité. La section suivante propose un modèle de Volterra élagué procédant de la réduction de cette redondance.

4.1.2.2 Modèle élagué proposé

Comme suite à la discussion de la section précédente, nous proposons une méthode de réduction de la complexité calculatoire du modèle de Volterra consistant à ne considérer que ses noyaux d'ordre 1 et *P*. Les entrée x[.] et sortie z[.] du modèle élagué proposé sont alors liées par la relation

$$z[m] = x[m] + \sum_{m_1=0}^{M-1} \sum_{m_2=m_1}^{M-1} \cdots \sum_{m_P=m_{P-1}}^{M-1} h_P[m_1, \cdots, m_P] \prod_{j=1}^{P} x[m-m_j].$$
(4.32)

Par sa définition, le modèle décrit par (4.32) est soit pair soit impair. En effet, comme il a été souligné dans la subdivision 4.1.2.1, il n'y a redondance qu'entre différents noyaux de Volterra de même parité. Ainsi, le modèle élagué proposé d'ordre P ne permet que de représenter le comportement non linéaire à mémoire des ordres inférieurs à P et de même parité. En corollaire, la modélisation d'un système non linéaire à mémoire qui introduit à la fois des distorsions paires et impaires nécessite de recourir au modèle élagué proposé paramétré de deux façons différentes : avec un ordre de non-linéarité P d'une part et P - 1 de l'autre.

En adoptant un formalisme vectoriel, (4.32) s'écrit

$$z[m] = x[m] + [\underline{x}_m^P]^T \underline{\theta}_P.$$
(4.33)

avec, pour rappel,

$$\underline{x}_{m}^{P} = \begin{bmatrix} x[m]^{P} \\ x[m]^{P-1}x[m-1] \\ \vdots \\ x[m-M+1]^{P} \end{bmatrix}, \ \underline{\theta}_{P} = \begin{bmatrix} h_{P}[0,...,0] \\ h_{P}[0,...,0,1] \\ \vdots \\ h_{P}[M-1,...,M-1] \end{bmatrix}$$
(4.34)

Nombre de coefficients du modèle de Volterra

Le principal avantage du modèle proposé se trouve dans son nombre de coefficients. Celui-ci peut être aisément déduit de la formule (4.4) du nombre de coefficients du modèle de Volterra



FIGURE 4.5 – Comparaison de l'évolution du nombre de coefficients des modèles de Volterra et Hammerstein à celle du modèle proposé.

classique. Il s'écrit³

$$N_{M,P}^{pv} = \frac{(M+P-1)!}{(M-1)!P!}.$$
(4.35)

Lorsqu'il est nécessaire de décrire à la fois les comportements non linéaires à mémoire pair et impair d'un ADC, le nombre total de coefficients à estimer s'élève à $N_{M,P}^{pv} + N_{M,P-1}^{pv}$.

La figure 4.5 compare l'évolution de ce dernier nombre à celui des modèles de Volterra et de Hammerstein décrits par (4.4) et (4.12) pour des profondeurs de mémoire $M_g = M = 2$. Au regard de la formule (4.35) et de la figure 4.5, on constate que l'évolution du nombre de coefficients requis pour la modélisation des distorsions dynamiques paires et impaires reste exponentielle en fonction de l'ordre de non-linéarité P(cf. (4.35)). Néanmoins, l'augmentation de ce nombre de coefficients est largement contenue pour le modèle que nous proposons en comparaison avec celle du modèle de Volterra et légèrement inférieure à celle du modèle de Hammerstein. Par exemple, pour un ordre de non-linéarité P = 20 le modèle de Volterra de l'expression (4.21) se caractérise par $N_{M,P} = 229$ coefficients ; le modèle de Hammerstein comporte $N_{M_g,P}^h = 61$ coefficients ; et le modèle que nous proposons consiste en $N_{M,P}^{pv} = 41$ coefficients. La méthode d'élagage du modèle de Volterra proposé permet donc une réduction significative du nombre de coefficients.

Quel que soit le modèle retenu, son inversion – *i.e.* la linéarisation des distorsions dynamiques introduites par un ADC – demande une étape d'identification préalable. Dans le cas particulier des séries de Volterra et leurs dérivés, cette estimation des coefficients de modèle pâtit du phénomène d'instabilité numérique. Ainsi, dans la prochaine section nous proposons une étude approfondie des problèmes d'identification et d'inversion que posent ces modèles dans notre application.

³L'exposant pv de la notation $N_{M,P}^{pv}$ renvoie à *pruned Volterra*.

4.2 Identification et inversion du modèle de Volterra et ses dérivés

L'identification de modèle est une étape critique d'une solution de linéarisation par modélisation comportementale. En effet, dès lors qu'un modèle est retenu pour représenter le comportement non linéaire dynamique d'un ADC, l'efficacité de son inversion dépend entièrement de la pertinence⁴ des coefficients estimés.

L'avantage majeur du modèle de Volterra et ses dérivés consiste dans la linéarité de leur relation d'entrée/sortie par rapport à leurs coefficients. Cela permet de recourir aux méthodes d'estimation classiques BLS, LMS et RLS. Toutefois, dès lors que l'on considère des ordres de non-linéarité élevés, ces algorithmes sont sujets à une instabilité numérique inhérente au caractère polynomial des représentations issues du modèle de Volterra. Celles-ci peuvent être particulièrement dommageables pour notre application car elles ont un effet sur les coefficients estimés. Cette instabilité numérique est le résultat du mauvais conditionnement de la matrice d'autocorrélation associée au signal d'excitation utilisé pour l'identification du modèle de l'ADC considéré. *A fortiori*, elles procèdent des propriétés intrinsèques de ce signal [111].

Dans cette section, nous proposons une étude du problème d'instabilité numérique selon une approche basée à la fois sur des considérations théoriques et expérimentales. Celle-ci est menée pour un modèle de Volterra, sans perte de généralités quant à ses dérivés. Nous rappelons tout d'abord les rudiments théoriques de l'identification et de l'inversion des modèles procédant des séries de Volterra appliqués à la linéarisation d'ADC. Nous introduisons ensuite les notions nécessaires à l'appréhension et la quantification de l'instabilité numérique et examinons ses conséquences sur les algorithmes d'estimation classiques par bloc et adaptatifs BLS, LMS et RLS. Puis, nous engageons une discussion sur différentes méthodes pouvant être envisagées pour pallier les effets des instabilités numériques et comparons leur solution. Enfin, nous corroborons notre étude en appliquant les schémas d'identification et d'inversion présentés dans la section précédente à des données réelles issues de l'ADC12D800RF.

4.2.1 Identification et inversion de modèle de Volterra

4.2.1.1 Formulation du problème d'identification du modèle d'un convertisseur analogiquenumérique

En vertu du caractère linéaire des relations d'entrée/sortie des modèles considérés par rapport à leurs coefficients et sous réserve que les signaux manipulés soient stationnaires, le problème d'identification peut être formulé comme un filtre de Wiener [100, 101]. La figure 4.6 illustre le

⁴Dans les problèmes d'identification classiques, on parle de précision de l'estimation de coefficients plutôt que de pertinence. Toutefois, dans notre application, la pertinence prévaut sur la précision. Nous considérons que la notion de pertinence est plus large que celle de précision. De fait, il n'est pas nécessaire que des coefficients estimés soient précis pour être pertinents. À l'inverse, des coefficients précis sont assurément pertinents. Ce point est au cœur des discussions engagées dans cette section.



FIGURE 4.6 – Schéma d'un filtre de Wiener appliqué à l'identification d'un modèle d'ADC découlant des séries de Volterra.

schéma de ce filtre. Dans cette représentation, e[.] désigne le signal d'erreur d'estimation et \mathcal{V}_d le modèle de distorsions décrit par la relation (4.23). Littéralement, ce schéma d'identification vise à déterminer les coefficients du modèle \mathcal{V}_d qui permettent de reconstituer les composantes de distorsions $y_d[.]$ du signal y[.] à partir de la version numérique idéale de l'excitation de l'ADC x[.] par minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MSE pour *mean square error*) d'estimation.

La figure 4.6 montre que les échantillons de la version numérique idéale x[.] associée à l'excitation x(.) est requise. À l'évidence, cette contrainte ne peut être vérifiée en pratique que dans le cadre d'une phase de calibrage⁵. Ainsi, soit l'excitation x(.) est déterministe de paramètres connus ou pouvant être estimés ; soit elle est aléatoire et a été générée à partir de sa version idéale x[.] au moyen d'un DAC. Hormis ces deux cas de figure, les échantillons du signal x[.] ne peuvent être supposés connus puisqu'il s'agit précisément du signal que l'on cherche à recouvrer à partir du signal distordu y[.] de sortie d'un ADC.

Il convient de relever que plusieurs travaux de la littérature se sont intéressés aux scénarios où les échantillons du signal x[.] ne sont pas accessibles. Certains papiers effectuent une identification des coefficients de Volterra basée sur l'hypothèse de la connaissance des caractéristiques statistiques (moments ou cumulants) de x[.] [112–114]; d'autres proposent de déterminer la solution du filtre de Wiener en s'appuyant sur une estimation grossière du signal x[.] mais néanmoins suffisante pour l'identification [20, 79, 81]. Dans la section 4.3, notre contribution s'inscrit dans le sillage de ces derniers travaux. Cependant, pour les besoins de l'étude menée dans la suite de la section 4.2, on suppose détenir les échantillons du signal x[.]. Cette hypothèse est levée dans la section 4.3 au sein de laquelle les solutions de linéarisation conçues dans le cadre de la thèse sont exposées.

⁵C'est en cela que réside l'une des principales différences d'une solution de linéarisation d'ADC en comparaison avec une solution de linéarisation de PA. En effet, dans l'application de DPD, le signal x[.] est connu puisqu'il correspond au signal à émettre.

4.2.1.2 Solutions du problème d'identification du modèle d'un convertisseur analogiquenumérique

La solution optimale au sens de la minimisation de la MSE d'estimation du problème formulé précédemment s'obtient à partir de l'équation de Wiener-Hopf [100]. Lorsque la matrice d'autocorrélation du vecteur de régression \underline{x}_m^d – introduit dans la subdivision 4.1.1.4 – associé à la version numérique idéale x[.] de l'excitation est non singulière (*i.e.* inversible), le vecteur de coefficients du modèle considéré s'écrit

$$\underline{\boldsymbol{\theta}}^{d} = [\mathbf{R}_{\mathbf{x}^{d}\mathbf{x}^{d}}]^{-1} \underline{\boldsymbol{r}}_{\underline{x}_{m}^{d}y_{d}}.$$
(4.36)

 $\forall m \in \mathbb{N}^*$, $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^d \mathbf{x}^d} = E[\underline{x}_m^d [\underline{x}_m^d]^T]$ est la matrice d'autocorrélation du vecteur de régression \underline{x}_m^d du signal x[.]; $\underline{r}_{\underline{x}_m^d y_d} = E[\underline{x}_m^d y_d[m]]$ est le vecteur d'intercorrélation entre \underline{x}_m^v et le signal de distorsions $y_d[.]$ du signal distordu y[.]; et E[.] désigne l'espérance mathématique.

Il convient de souligner qu'en toute rigueur, le vecteur $\underline{\theta}^d$ correspond à la solution de Wiener-Hopf appliquée aux signaux d'entrée x[.] et de sortie non bruitée $z_d[.]$ des séries de Volterra qui modélisent le comportement non linéaire d'un ADC (*cf.* subdivisions 4.1.1.2 et 4.1.1.4). Cependant, on considère que le bruit de mesure $\varepsilon[.]$ n'introduit pas de biais dans la détermination de $\underline{\theta}^d$ par l'équation (4.36). Nous conjecturons ce résultat pour un modèle quelconque issu des séries de Volterra à partir de la démonstration faite par Sigrist dans [115] pour le cas particulier d'un modèle de Volterra linéaire-quadratique.

En pratique, on ne peut déterminer ni la matrice $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^d \mathbf{x}^d}$, ni le vecteur $\underline{r}_{\underline{x}_m^d y_d}$ car on ne dispose que de N échantillons des signaux x[.] et $y_d[.]$. À partir de ces valeurs, on peut déterminer le vecteur $\underline{\hat{\theta}}^d$ qui minimise l'erreur d'estimation e[.] au sens des moindres carrés – *i.e.* qui minimise la somme quadratique de e[.] [99]. Il vient

$$\underline{\hat{\boldsymbol{\theta}}}^{d} = \left(\left[\mathbf{X}^{\mathbf{d}} \right]^{T} \mathbf{X}^{\mathbf{d}} \right)^{-1} \left[\mathbf{X}^{\mathbf{d}} \right]^{T} \underline{\boldsymbol{y}}_{m}$$
(4.37)

avec $\mathbf{X}^{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{m}^{d}, \dots, \underline{x}_{m-N+1}^{d} \end{bmatrix}^{T}$ la matrice de régression de taille $N \times N_{M,P}^{v}$ dont les lignes correspondent aux N dernières réalisations du vecteur de régression et \underline{y}_{m} le vecteur de taille $N \times 1$ rassemblant les N derniers échantillons du signal $y_{d}[.]$. La formule (4.37) correspond à l'algorithme BLS.

Sous l'hypothèse d'ergodicité du signal d'excitation de l'ADC, la solution de la minimisation au sens des moindres carrés de l'erreur d'estimation e[.] est d'autant plus proche de la solution de Wiener-Hopf $\underline{\theta}^d$ que le nombre d'échantillons N de x[.] et $y_d[.]$ est grand. Par ailleurs, on rappelle que les termes $[\mathbf{X}^d]^T \mathbf{X}^d$ et $[\mathbf{X}^d]^T \underline{y}_m$ peuvent être envisagés comme des estimations respectivement de la matrice d'autocorrélation $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^d\mathbf{x}^d}$ et du vecteur d'intercorrélation $\underline{r}_{\underline{x}_m^dy_d}$. Aussi convient-il de définir les notation suivantes.

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}^{\mathbf{d}}\mathbf{x}^{\mathbf{d}}} = \left[\mathbf{X}^{\mathbf{d}}\right]^{T} \mathbf{X}^{\mathbf{d}}$$
(4.38)

$$\tilde{\underline{r}}_{\underline{x}_{m}^{d}y_{d}} = \left[\mathbf{X}^{\mathbf{d}}\right]^{T} \underline{y}_{m}$$
(4.39)

Naturellement, de même que pour la solution de Wiener-Hopf, l'inversibilité du terme $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}^d \mathbf{x}^d}$ de la relation (4.37) assure l'unicité du vecteur $\underline{\hat{\boldsymbol{\theta}}}^d$ estimé.

4.2.1.3 Inversion du modèle de convertisseur analogique-numérique

Dès lors qu'une estimation $\hat{\mathcal{V}}_d$ du modèle \mathcal{V}_d est obtenue, elle peut être employée à la linéarisation des non-linéarités de l'ADC selon le schéma de la figure 4.7.a. De même que pour le schéma du filtre de Wiener représenté dans la figure 4.6, l'inversion du modèle comportemental demande de connaître les échantillons de la version numérique idéale x[.] du signal excitation. En effet, c'est pour ce signal que les coefficients du modèle $\hat{\mathcal{V}}_d$ sont déterminés par minimisation de la MSE d'estimation. Par conséquent, en toute rigueur, c'est ce même signal qui doit être utilisé pour la reconstruction des distorsions à soustraire du signal y[.]. Or dans notre application, comme cela a été expliqué dans les précédents paragraphes, il est absurde de supposer que les échantillons du signal x[.] sont connus. Afin de combler ce manque, le signal distordu y[.] peut être utilisé en remplacement de x[.]. De fait, en pratique, y[.] s'avère être une approximation suffisamment précise de x[.] pour être utilisé comme base de la reconstruction des distorsions par application du modèle $\hat{\mathcal{V}}_d$ (*cf.* section 2.5). La figure 4.7.b représente le schéma d'inversion résultant.

L'efficacité de l'inversion d'un modèle découlant des séries de Volterra dépend de la qualité des coefficients estimés lors de l'identification. Or, la non-singularité de la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}^d \mathbf{x}^d}$, essentielle à la résolution du problème d'identification du point de vue de l'algèbre linéaire, est une notion vague dès lors qu'elle est envisagée comme un problème d'analyse numérique. Ainsi, la détermination du vecteur de coefficients $\underline{\theta}^d$ est perturbée par de l'instabilité numérique. Celleci peut aussi bien être due au signal d'excitation de l'ADC utilisé pour l'identification qu'au caractère polynomial du modèle considéré. Quelles qu'en soient les origines, ces phénomènes numériques sont inhérents à l'approche de linéarisation par modélisation comportementale étudiée dans ce chapitre. Aussi convient-il de les appréhender. C'est l'objet de la sous-section suivante.

4.2.2 Problème d'instabilité numérique

La problématique d'instabilité numérique à laquelle est sujet un algorithme d'estimation de coefficients provient des propriétés numériques de la matrice d'autocorrélation du vecteur de régression $\mathbf{\tilde{R}}_{x^dx^d}$ estimée pour le système testé. Celles-ci sont aussi bien dues aux caractéristiques du signal d'excitation de l'ADC qu'aux dimensions du modèle présupposé. Cette





FIGURE 4.7 – Schémas idéal (a) et pratique (b) de l'inversion d'un modèle d'ADC issu des séries de Volterra.

sous-section définit le problème d'instabilité numérique et met en évidence ses conséquences sur les algorithmes d'estimation classiques BLS, LMS et RLS.

4.2.2.1 Définition de la persistance d'une excitation

Du point de vue de l'algèbre linéaire, la non-singularité de la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_{x^dx^d}$ assure l'unicité de la solution (4.37). L'excitation d'un système est dite persistante lorsque la matrice d'autocorrélation qui lui est associée est non singulière [111]. *A contrario*, la non-persistance d'une excitation équivaut à la singularité de la matrice d'autocorrélation qui lui est associée.

La notion de persistance peut également être entendue dans son sens physique. De fait, la persistance du signal d'entrée d'un système non linéaire dynamique peut être envisagée comme sa capacité à exciter suffisamment ses plages de fréquences et d'amplitudes⁶ – donc de puissances – d'entrée pour permettre l'identification du modèle présupposé.

À l'inverse, lorsque la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}^d \mathbf{x}^d}$ est singulière, il existe une infinité de vecteurs de coefficients $\underline{\hat{\theta}}^d$ qui minimisent la somme quadratique de l'erreur d'estimation [103]. Dans ce cas, le signal d'excitation n'est pas suffisamment riche pour permettre l'identification du modèle de comportement non linéaire dynamique présupposé. Cela se traduit par l'existence d'une colinéarité entre au moins deux vecteurs colonnes de la matrice $\mathbf{\tilde{R}}_{\mathbf{x}^d \mathbf{x}^d}$. L'excitation est alors dite non persistante.

⁶Dans le cas d'un système linéaire, la persistance d'un signal d'entrée traduit uniquement sa capacité à exciter une plage de fréquences d'intérêt. En effet, en l'absence de comportement non linéaire, le niveau d'amplitude de l'excitation utilisée pour l'identification importe peu dès lors qu'il est supérieur au bruit d'entrée.

Il est à noter que la persistance d'une excitation dépend des dimensions du modèle considéré. Pour un modèle de Volterra, une excitation est persistante pour un ordre de non-linéarité P et une profondeur de mémoire M donnés [111]. Dans la suite de notre étude, seule la dépendance de la persistance d'une excitation en fonction de l'ordre P est considérée. Cela permet notamment de mettre en exergue une limite de la notion de persistance pour les systèmes les plus fortement non linéaires. En effet, étant donné la limite fixée par la pleine échelle d'un ADC, il existe toujours un ordre P au-delà duquel une excitation donnée n'est plus persistante.

4.2.2.2 Analyse numérique de la persistance d'une excitation

Telle qu'introduite précédemment, la persistance d'une excitation pour un modèle de Volterra donné est une notion stricte. Toutefois, elle s'avère plus nuancée en pratique, lorsqu'elle est considérée du point de vue numérique.

Conditionnement

En pratique, l'estimation $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}^d\mathbf{x}^d}$ de la matrice d'autocorrélation $\mathbf{R}_{\mathbf{x}^d\mathbf{x}^d}$ n'est quasiment jamais singulière [99]. De fait, il existe une probabilité infime que les nombreuses opérations effectuées pour obtenir $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}^d\mathbf{x}^d}$ à partir des différentes réalisations du vecteur de régression $\underline{\theta}^d$ donnent une matrice singulière. Les vecteurs colonnes de $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}^d\mathbf{x}^d}$ ne sont donc quasiment jamais strictement colinéaires.

Le conditionnement est une grandeur numérique qui quantifie la singularité d'une matrice. Il s'agit d'une notion intermédiaire entre celles de singularité et de non-singularité. Soit **R** une matrice semi-définie positive⁷. Le conditionnement $\kappa(\mathbf{R})$ est défini par

$$\kappa(\mathbf{R}) = \frac{\lambda_{\mathbf{R}}^{max}}{\lambda_{\mathbf{R}}^{min}} \tag{4.40}$$

avec $\lambda_{\mathbf{R}}^{max}$ et $\lambda_{\mathbf{R}}^{min}$ étant respectivement les plus grande et plus petite valeurs propres de **R**.

Le conditionnement d'une matrice est une grandeur positive supérieure ou égale à 1. Une matrice est dite bien conditionnée lorsque son conditionnement est faible. Le cas limite ou $\kappa(\mathbf{R}) = 1$ correspond à une matrice multiple de l'identité et donc non singulière. À l'inverse, une matrice est d'autant plus singulière que son conditionnement est grand. Une matrice dont le conditionnement est élevé est dite mal-conditionnée [103]. Par convention, une matrice singulière correspond à un conditionnement infini.

De l'intérêt d'une étude de l'instabilité numérique des algorithmes d'estimation

Du point de vue physique, la persistance d'une excitation de système non linéaire dynamique tient autant de la richesse de son contenu spectral que de sa plage d'amplitude. Selon cette

⁷Cette hypothèse est justifiée par le fait que seules des matrices sont considérées dans ce manuscrit.



FIGURE 4.8 – Comparaison de l'évolution du conditionnement moyen de l'estimation de la matrice d'autocorrélation du vecteur de régression d'un modèle de Volterra en fonction de l'ordre de non-linéarité P pour des excitations aléatoire blanche gaussienne et sinusoïdale.

perspective, un processus aléatoire blanc gaussien de variance suffisante apparaît naturellement comme une excitation persistante. D'ailleurs, il existe dans la littérature une définition de la persistance qui repose sur le seul contenu spectral de l'excitation considérée [115]. À l'inverse, la sinusoïde est le signal réel avec le contenu fréquentiel le plus pauvre.

Afin d'apprécier l'incidence de la richesse spectrale d'une excitation sur le conditionnement de la matrice d'autocorrélation qu'elle engendre, il convient de comparer l'évolution de cette valeur pour une sinusoïde et un signal gaussien. À cette fin, la figure 4.8 représente les courbes obtenues par calcul du conditionnement moyen des estimations de matrices d'autocorrélation associées à des modèles de Volterra d'ordre de non-linéarité P différents et de profondeur de mémoire M = 2 pour des excitations simulées aléatoire blanche gaussienne et sinusoïdale à 172 MHz⁸ de même puissance moyenne. Pour chaque ordre de non-linéarité, une valeur de conditionnement moyen a été calculée à partir de 10 réalisations d'estimation de matrices d'autocorrélation calculées sur 4096 échantillons. Cette figure met en évidence deux aspects de la persistance : d'une part, sa dépendance vis-à-vis des dimensions du modèle considéré ; d'autre part, le caractère vague de sa définition. L'allure des deux courbes de conditionnement illustre le premier caractère. Elle montre qu'une excitation est d'autant moins persistante que l'ordre de non-linéarité du modèle de Volterra présupposé du système considéré est élevé. Par ailleurs, on constate que pour les ordres P = 2 et P = 3, les deux excitations présentent approximativement le même conditionnement. Ainsi, du point de vue de l'analyse numérique, il apparaît que la pauvreté spectrale d'une excitation n'est pas toujours à l'origine d'une instabilité numérique lors de l'identification. En revanche, dès lors que l'on augmente l'ordre P, on observe une dégradation considérablement plus rapide du conditionnement dans le cas sinusoïdal.

⁸Pour les besoins de la simulation, une fréquence d'échantillonnage de 800 MHz a été utilisée pour synthétiser ces signaux.

En somme, bien que d'un point de vue numérique, il soit préférable d'opérer une identification avec une excitation gaussienne plutôt qu'avec une sinusoïde, le mauvais conditionnement de la matrice d'autocorrélation – et donc le problème d'instabilité numérique – se pose dès lors que l'on considère des ordres de non-linéarités élevés. De plus, malgré les intérêts que présente l'identification au moyen d'un signal blanc gaussien, la génération d'une excitation sinusoïdale est plus aisée en pratique⁹[14]. Il est alors plus simple de traiter un problème d'ordre numérique plutôt qu'analogique. Par conséquent, le problème d'instabilité numérique est incontournable dès lors que P > 3.

Dans la subdivision suivante, nous nous intéressons aux implications de la faible persistance d'une excitation – et donc du mauvais conditionnement de la matrice d'autocorrélation qu'elle engendre – sur l'identification des coefficients d'un modèle d'ADC par l'algorithme BLS.

4.2.2.3 Conséquences du mauvais conditionnement sur la solution des moindres carrés par bloc

Comme il a été rappelé dans la subdivision 4.2.1.2, le caractère linéaire de la relation d'entrée/sortie d'un modèle de Volterra permet de réduire le problème d'identification à la résolution d'un système d'équations linéaires. Dans un souci de concision, écrivons ce système de façon générique comme suit.

$$\mathbf{R}\underline{\boldsymbol{\theta}} = \underline{r} \tag{4.41}$$

Le conditionnement de la matrice **R** quantifie la sensibilité du système d'équations linéaires aux erreurs (ou biais) d'estimation de <u>r</u> [103]. Autrement dit, il mesure la dépendance de l'estimation $\hat{\theta}$ de <u> θ </u> aux jeux d'échantillons utilisés pour estimer le vecteur d'intercorrélation. De fait, lorsque **R** est mal conditionnée, les éléments de son inverse prennent de fortes valeurs. Ainsi, les perturbations dans <u>r</u> peuvent découler sur des erreurs d'estimation sur <u> $\hat{\theta}$ </u> proportionnelles au conditionnement $\kappa(\mathbf{R})$.

Ainsi, pour une identification opérée avec une excitation sinusoïdale, la figure 4.8 montre que le vecteur de coefficients $\hat{\theta}$ est d'autant plus corrélé avec les signaux utilisés pour l'estimation de **R** et <u>r</u> que le conditionnement $\kappa(\mathbf{R})$ de la matrice d'autocorrélation se dégrade. Cette dépendance nuit à l'application du schéma d'inversion de la figure 4.7.b car le signal utilisé pour la reconstruction des distorsions est y[.] plutôt que x[.]. Or, c'est ce dernier signal qui est appliqué en entrée du filtre de Wiener du problème d'identification (*cf.* figure 4.6). Dans ce cas, un mauvais conditionnement de **R** donne un vecteur de coefficients estimé $\hat{\theta}$ adapté uniquement à la reconstruction des distorsions à partir du signal x[.]. En conséquence, il n'est pas approprié à

⁹En effet, une sinusoïde peut être générée au moyen d'un synthétiseur de fréquences, éventuellement suivi d'un amplificateur de puissance. Les non-linéarités inhérentes à ces deux éléments sont filtrées par un filtre passe-bande de facteur de qualité approprié. En comparaison, la synthèse d'une excitation gaussienne nécessite généralement un DAC, un amplificateur de puissance et un filtre passe-bas ou passe-bande. Toutefois, dans ce dernier cas, le dispositif de synthèse constitué du DAC et de l'amplificateur doivent impérativement être plus linéaires que l'ADC considéré. Étant donné la linéarité des ADC ciblés dans notre application, l'amplificateur est alors l'élément limitant du dispositif de synthèse. Ainsi, l'excitation d'un ADC par une sinusoïde est plus commode en pratique.



FIGURE 4.9 – Spectres de puissance avant (a) et après linéarisation (b) d'un signal distordu simulé à partir d'un modèle de Volterra de dimensions P = 3 et M = 2 identifié par la méthode BLS en présence d'instabilité numérique.

la linéarisation du signal de sortie selon le schéma basé sur la reconstitution des distorsions à partir de y[.].

Les figures 4.9 et 4.10 représentent les spectres de puissance de signaux distordus simulés avant et après linéarisation pour des ordres de non-linéarité P = 3 et P = 10. Ces ordres correspondent respectivement aux cas où la matrice d'autocorrélation est bien et mal conditionnée (*cf.* figure 4.8). Dans les deux cas, l'identification du modèle a été effectuée par l'algorithme BLS en opérant l'inversion de la matrice d'autocorrélation par une décomposition de Cholesky. Pour P = 10, on constate que l'application du schéma d'inversion 4.7.b avec le vecteur de coefficients estimé en présence d'instabilité numérique provoque une dégradation de la linéarité et du SNR



FIGURE 4.10 – Spectres de puissance avant (a) et après linéarisation (b) d'un signal distordu simulé à partir d'un modèle de Volterra de dimensions P = 10 et M = 2 identifié par la méthode BLS en présence d'instabilité numérique.

du signal distordu. Il convient de noter que ce dernier résultat est une réalisation d'un phénomène aléatoire. Ainsi, pour P = 10, on peut observer une amélioration partielle ou une dégradation du niveau des harmoniques d'une réalisation à l'autre.

En résumé, le mauvais conditionnement d'une matrice **R** implique la dépendance du vecteur de coefficients estimé $\hat{\underline{\theta}}$ aux signaux x[.] et $y_d[.]$ utilisés pour l'estimation du vecteur d'intercorrélation \underline{r} . Cette conséquence provient essentiellement du calcul de l'inverse de **R**. Dans le cas des algorithmes adaptatifs LMS et RLS classiques, la matrice **R** n'est pas directement inversée. Toutefois, le défaut de persistance de l'excitation donnant lieu au mauvais conditionnement de la matrice **R** est également source de perturbations. Ce point est traité dans la subdivision suivante.

4.2.2.4 Conséquences du mauvais conditionnement sur les solutions des moindres carrés stochastiques et récursifs

Algorithmes des moindres carrés stochastiques simple ou normalisé

Malgré l'absence d'inversion de l'algorithme LMS, la convergence de celui-ci dépend du conditionnement de la matrice d'autocorrélation **R**. Dans ce contexte, le conditionnement est une mesure de l'étalement des valeurs propres (en anglais *eigenvalue spread*) de **R**.

Pour un étalement de valeurs propres donné, le choix du pas de l'algorithme LMS résulte d'un compromis entre sa capacité à converger – *i.e.* sa stabilité – et sa vitesse de convergence. D'une part, ce pas doit être suffisamment petit pour empêcher la divergence du mode associé à la valeur propre la plus forte de la matrice d'autocorrélation **R** de son signal d'entrée ; de l'autre, un pas trop faible provoque une convergence lente du mode associé à la plus petite valeur propre [100]. Or, l'étalement des valeurs propres de la matrice de corrélation d'un système décrit par un modèle de Volterra connaît une montée en flèche dès lors que l'ordre de non-linéarité *P* est strictement supérieur à 3 (*cf.* figure 4.8). Il va de soi que la stabilité de l'algorithme est primordiale. Par conséquent, la vitesse de convergence de l'algorithme LMS est systématiquement sacrifiée lorsqu'il est employé à l'identification d'un modèle de Volterra.

En comparaison avec le LMS, la vitesse de convergence de l'algorithme NLMS est indépendante de l'étalement des valeurs propres de **R**. Néanmoins, l'utilisation du NLMS dans [79, 81] a montré des vitesses de convergence de cet algorithme de l'ordre de centaine de milliers d'échantillons pour des ordres de non-linéarité P supérieurs ou égaux à 5. On en déduit donc que le comportement décrit précédemment pour l'algorithme LMS est conservée par sa version normalisée.

Algorithme des moindres carrés récursifs

Contrairement au LMS, il est de notoriété que la rapidité de convergence de l'algorithme RLS est possible en présence d'une matrice d'autocorrélation mal conditionnée [94, 100, 101]. En conséquence, si sa complexité calculatoire n'est pas rédhibitoire, le RLS est l'algorithme adaptatif à employer pour l'identification d'un modèle de Volterra d'ordre supérieur à 3.

Dans cette sous-section, nous avons posé le problème d'instabilité numérique et discuté de ses effets sur les algorithmes BLS, LMS et RLS. Dans la sous-section suivante, nous proposons une analyse comparative de quelques unes des solutions existantes pour pallier ce phénomène.

4.2.3 Discussion sur les solutions au problème d'instabilité numérique

Dans la littérature, la palliation de l'instabilité numérique survenant lors de l'identification de modèle de Volterra a principalement été considérée dans le cadre de la DPD de PA. Plusieurs auteurs se sont notamment intéressés à l'orthogonalisation de la matrice **R** [87, 104, 116, 117]. Cette méthode consiste à la détermination d'une base de vecteurs orthogonale au sein de laquelle

la matrice **R** présente un conditionnement proche de celui de la matrice identité, *i.e.* de un. Néanmoins, les solutions proposées sont généralement contraintes par la distribution du signal d'entrée, le modèle considéré ou les deux. Par exemple, Mbaye propose dans [104] une base qui permet la réduction de l'instabilité numérique pour l'identification des modèles polynomiaux à mémoire.

Dans cette sous-section, nous rappelons et comparons quelques solutions génériques classiques permettant de remédier au problème d'instabilité numérique de notre application.

4.2.3.1 Méthode des moindres carrés par bloc

Le problème d'instabilité numérique rencontré lors de l'identification par l'algorithme BLS peut être solutionné de façon générique au moyen des techniques classiques de régression de crête (RR pour *ridge regression*) et de réduction de dimensions (DR pour *dimension reduction*) de **R** [118]. Les principes de ces méthodes sont rappelés dans les paragraphes suivants.

Régression de crête

La régression de crête consiste à ajouter une valeur $\alpha \in \mathbb{R}^+$ à la diagonale d'une matrice mal conditionnée [99] en vue de réduire son conditionnement. L'estimation $\underline{\hat{\theta}}$ s'écrit alors

$$\underline{\hat{\theta}} = (\mathbf{R} + \alpha \mathbf{I}_{\mathbf{N}_{\mathbf{M},\mathbf{P}}^{\mathbf{v}}})^{-1} \underline{r}$$
(4.42)

avec $\mathbf{I}_{\mathbf{N}_{M,P}^{v}}$ la matrice identité de l'espace des matrices de taille $N_{M,P}^{v} \times N_{M,P}^{v}$. Notons \mathbf{R}_{ridge} la matrice

$$\mathbf{R}_{\mathbf{ridge}} = \mathbf{R} + \alpha \mathbf{I}_{\mathbf{N}_{\mathbf{M}\,\mathbf{P}}^{\mathbf{v}}}.\tag{4.43}$$

L'intérêt de la RR réside dans son effet sur le conditionnement de R_{ridge}. De fait, celui-ci s'écrit

$$\kappa(\mathbf{R_{ridge}}) \approx \frac{\lambda_{\mathbf{R}}^{max}}{\alpha}.$$
 (4.44)

Cet avantage s'accompagne toutefois d'un inconvénient. En effet, contrairement à la solution (4.37) de l'algorithme BLS, l'application de la RR donne lieu à un estimateur biaisé du vecteur de coefficients. Ainsi, le paramètre α doit être choisi de sorte à être assez grand pour contenir le conditionnement de **R**_{ridge} tout en étant suffisamment faible pour que le vecteur de coefficients estimé $\hat{\underline{\theta}}$ reste pertinent.

Le vecteur de coefficients estimés selon (4.42) correspond à la solution du problème de minimisation au sens des moindres carrés soumis à la contrainte $\underline{\theta}^T \underline{\theta} = 0$ [100, 102]. Le critère à minimiser s'écrit alors

$$I(\underline{\theta}, \alpha) = \sum_{n=0}^{N-1} e[n]^2 + \alpha \underline{\theta}^T \underline{\theta}$$
(4.45)

avec e[.] l'erreur d'estimation introduite dans la figure 4.6. L'expression de ce critère permet d'appréhender les effets de la valeur du paramètre α . Lorsque α est proche de zéro, le critère I(.,.) se réduit à la somme quadratique minimisée par l'algorithme BLS. À l'inverse, plus α est grand, plus l'effort de minimisation est porté sur la norme 2 du vecteur $\hat{\theta}$ plutôt que sur la somme quadratique de l'erreur d'estimation [100].

Réduction des dimensions de la matrice R

L'une des propriétés essentielles d'une matrice d'autocorrélation est son caractère Hermitien. Ainsi, comme il est rappelé dans [100], la décomposition spectrale de l'inverse d'une telle matrice peut s'écrire

$$\mathbf{R}^{-1} = \sum_{n=0}^{N_{M,P}^{v}-1} \frac{1}{\lambda_n} \underline{q}_n \underline{q}_n^T$$
(4.46)

avec λ_n les valeurs propres de **R** et \underline{q}_n les vecteurs propres associés pour $n \in [[0, N_{M,P}^{\nu} - 1]]$. Cette expression démontre le comportement numérique de l'inverse d'une matrice mal conditionnée évoqué dans la subdivision 4.2.2.3. En effet, les éléments de l'inverse \mathbf{R}^{-1} d'une matrice d'autocorrélation **R** mal conditionnée tendent à prendre des valeurs d'autant plus grande que les valeurs propres de **R** les plus faibles sont proches de zéro. Afin de pallier ce phénomène, la matrice **R** peut être réduite aux composantes associées à ses valeurs propres les plus grandes. \mathbf{R}^{-1} est alors obtenue par la relation

$$\mathbf{R}^{-1} \approx \sum_{n=0}^{N_{\sigma}} \frac{1}{\lambda_n} \underline{q}_n \underline{q}_n^T \tag{4.47}$$

avec N_{σ} le nombre de valeurs propres considérées pour la détermination de \mathbf{R}^{-1} . Ainsi, cette technique est paramétrée par un seuil σ utilisé pour sélectionner les plus grandes valeurs propres. En pratique, elle peut être opérée en calculant la SVD de \mathbf{R} puis en ne reconstituant \mathbf{R}^{-1} qu'à partir des valeurs propres supérieures au seuil σ .

4.2.3.2 Méthodes des moindres carrés récursifs et stochastiques

Lorsque l'on s'attend à une variation temporelle du système considéré ou que le coût calculatoire d'une inversion matricielle est rédhibitoire, les algorithmes adaptatifs LMS et RLS [100] peuvent être des alternatives au BLS. Étant donnée la lenteur de la convergence du LMS – et du NLMS – mise en évidence dans la subdivision 4.2.2.4, cet algorithme n'est pas adapté à nos contraintes applicatives. En effet, la latence qu'implique le temps de convergence du LMS est d'autant plus rédhibitoire que la modélisation des ADC demande de considérer des ordres de non-linéarité P élevés et sources de forte instabilité numérique. Pour cette raison, le choix du RLS apparaît plus pertinent. De fait, à la différence du LMS, un paramétrage approprié du RLS permet de contrôler sa vitesse de convergence.

Le RLS peut être envisagé comme un cas particulier du filtre de Kalman. L'analogie qui lie ces deux algorithmes d'estimation est rappelée dans [100]. Ainsi, le facteur multiplicatif δ de la matrice identité utilisé pour l'initialisation souple (en anglais *soft initialization*) des éléments de l'inverse \mathbf{R}^{-1} de la matrice d'autocorrélation \mathbf{R} correspond au facteur utilisé pour l'initialisation de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation du filtre de Kalman [100]. En cela, une valeur de δ suffisamment élevée permet de modifier la vitesse de convergence du RLS.

La subdivision suivante propose une comparaison des vecteurs de coefficients estimés selon l'ordre de non-linéarité *P* du modèle présupposé pour les différentes solutions de palliation de l'instabilité numérique suggérées.

4.2.3.3 Comparaison des vecteurs de coefficients estimés et des performances de correction des différentes solutions étudiées

Dans cette subdivision, les algorithmes BLS, de DR, de RR et RLS sont comparés sur des données synthétiques, par l'intermédiaire de leur vecteur de coefficients estimés. Cela nous permet de mettre en évidence un résultat contre-intuitif de l'identification d'un modèle de Volterra effectué en présence d'instabilité numérique. En effet, on montre que le vecteur de coefficients $\hat{\theta}$ estimé par les méthodes de RR, de DR et RLS suggérées peut ne pas être précis par rapport au vecteur visé θ tout en étant pertinent pour la linéarisation des distorsions.

Pour ce faire, nous confrontons les vecteurs de coefficients estimés par ces différentes méthodes en calculant la distance qui les séparent. Il convient ainsi en premier lieu d'introduire le critère que nous utilisons. Notons $\underline{\theta}_1$ et $\underline{\theta}_2$ deux vecteurs de même taille. Nous proposons le critère de distance normalisé suivant.

$$d(\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2)_{\underline{\theta}_2} = 10\log_{10}\left(\frac{\|\underline{\theta}_1 - \underline{\theta}_2\|_2}{\|\underline{\theta}_2\|_2}\right)$$
(4.48)

 $\|.\|_2$ est la norme 2 de l'espace d'appartenance des vecteurs $\underline{\theta}_1$ et $\underline{\theta}_2$. Le caractère normalisé de ce critère permet d'apprécier la distance entre deux vecteurs à l'aune de l'amplitude des valeurs de l'un des deux. Par exemple, une valeur de ce critère de -10 dB indique que la différence entre les deux vecteurs considérés est de l'ordre du dixième des valeurs de coefficients du vecteur de référence. En revanche, une valeur de 0 dB signifie que la différence entre $\underline{\theta}_1$ et $\underline{\theta}_2$ est du même ordre de grandeur que leurs valeurs. Dans ce cas, les deux vecteurs peuvent être considérés différents.

La figure 4.11 montre l'évolution du critère de distance (4.48) moyenné sur 10 réalisations entre les différentes méthodes étudiées pour différents ordres de non-linéarité P - i.e. pour un conditionnement de la matrice d'autocorrélation de plus en plus grand. Pour chaque ordre de non-linéarité P, un vecteur de coefficient $\underline{\theta}$ a été généré ; un vecteur de coefficients $\underline{\hat{\theta}}$ a été estimé avec les algorithmes BLS, RR, de DR et RLS à partir des échantillons des signaux x[.] et $y_d[.]$ simulés. Pour cela, les paramètres des solutions de RR et de réduction de dimensions ont été choisis tels que $\alpha = \sigma = 10^{-8}$. Pour ce qui est du RLS, il a été initialisé avec la valeur $\delta = 10^4$


FIGURE 4.11 – Comparaison des distances normalisées entre le vecteur de coefficients $\underline{\theta}$ attendu et ceux estimés pour différents ordres de non-linéarité *P* par les méthodes BLS, RR, DR et RLS



FIGURE 4.12 – Spectre de puissance après linéarisation du signal distordu de la figure 4.10.a dont le modèle de Volterra d'ordre P = 5 et de profondeur de mémoire M = 2 a été identifié par l'algorithme RLS en présence d'instabilité numérique.

et a été opéré durant 4096 itérations.

La figure 4.11 met en exergue deux types de résultats. D'une part, elle représente la distance qui sépare les vecteurs de coefficients estimés par les algorithmes BLS, de réduction de dimension et RLS de celui obtenu par la RR afin de comparer les trois techniques. Dans la suite du manuscrit les vecteurs de coefficients associés sont respectivement notés $\hat{\underline{\theta}}_{BLS}$, $\hat{\underline{\theta}}_{DR}$, $\hat{\underline{\theta}}_{RLS}$ et $\hat{\underline{\theta}}_{RR}$. D'autre part, elle montre la distance entre le vecteur de coefficients $\hat{\underline{\theta}}_{RR}$ estimé par la méthode RR et le vecteur $\underline{\theta}$ utilisé pour la génération des échantillons de signal distordu. Cette dernière distance permet de comparer les différents vecteurs de coefficients estimés à celui visé.

Les courbes de la figure 4.11 montrent que les vecteurs de coefficients estimés par les

différentes solutions proposées $\hat{\underline{\theta}}_{DR}$, $\hat{\underline{\theta}}_{RR}$ et $\hat{\underline{\theta}}_{RLS}$ sont très proches. De fait, leur distance est tout au plus de -17 dB, quel que soit l'ordre de non-linéarité *P* considéré. En revanche, ces vecteurs peuvent être considérés différents du vecteur visé $\underline{\theta}$ lorsque l'ordre *P* est strictement supérieur à 3, *i.e.* dès lors qu'apparaît le phénomène d'instabilité numérique (*cf.* figure 4.8). Pour ce qui est du vecteur $\underline{\hat{\theta}}_{BLS}$, on constate que l'amplitude de ces éléments augmente avec l'ordre de non-linéarité *P* – donc avec le mauvais conditionnement de la matrice d'autocorrélation associée à l'excitation.

Malgré cette différence, le vecteur de coefficients estimé par les solutions proposées permet la linéarisation des distorsions. Pour preuve, la figure 4.12 montre le spectre de puissance du signal de la figure 4.10 après linéarisation. La correction des non-linéarités a été effectuée au moyen d'un vecteur de coefficients $\hat{\underline{\theta}}_{RLS}$ obtenu par l'algorithme RLS paramétré avec $\delta = 10^4$. Il convient de noter qu'en vertu des conclusions tirées de la figure 4.11, on observe les mêmes performances de correction pour les vecteurs $\hat{\underline{\theta}}_{DR}$ et $\hat{\underline{\theta}}_{RR}$.

En somme, les trois méthodes d'estimation RR, de DR et RLS mènent approximativement au même vecteur de coefficient estimé pour chaque ordre de non-linéarité *P* considéré. Pour *P* donné, ce vecteur ne correspond toutefois pas à celui attendu. Les solutions étudiées pour remédier au problème d'instabilité numérique ne sont donc pas précises car leurs éléments ne sont pas proches – au sens de la distance euclidienne – de ceux du vecteur de coefficients utilisés pour synthétiser les échantillons de signal distordu. Pour autant, elles sont pertinentes vis-à-vis de notre application puisqu'elles permettent d'augmenter la SFDR par l'opération du correcteur de la figure 4.7.b. En effet, les solutions $\hat{\underline{\theta}}_{DR}$, $\hat{\underline{\theta}}_{RLS}$ et $\hat{\underline{\theta}}_{RR}$ ne sont pas aussi corrélées aux signaux x[.] et $y_d[.]$ utilisés pour leur estimation que le vecteur de coefficients $\hat{\underline{\theta}}_{BLS}$ résultant de l'application directe de l'algorithme BLS.

Les discussions menées dans les deux précédentes sous-sections ont essentiellement reposé sur l'exploitation de données simulées. Nous avons ainsi pu comparer les caractéristiques des vecteurs de coefficients estimés par les différentes méthodes étudiées au vecteur de coefficient recherché. Cela nous a notamment permis de montrer qu'un vecteur de coefficients différent de celui recherché peut résoudre un problème d'identification en présence d'instabilité numérique tout en restant applicable au schéma de correction. Dans la sous-section suivante, nous étayons notre étude en appliquant les méthodes d'estimation considérées à la linéarisation de données expérimentales.

4.2.4 Application des solutions proposées à la linéarisation de données expérimentales

Afin de corroborer les résultats obtenus dans la sous-section précédente sur donnée simulées, il convient d'employer les algorithmes RR, de DR et RLS à l'identification du modèle de Volterra de l'ADC12D800RF en vue de sa linéarisation. Or, les trois techniques mènent approximativement au même vecteur de coefficients estimé en présence d'instabilité numérique. Par conséquent, l'observation d'une seule de ces trois méthodes est suffisante. Dans un souci de concision, nous n'exposons donc dans cette sous-section que les résultats obtenus par application de l'algorithme RLS. Outre les aspects numériques analysés précédemment, nous nous intéressons également aux limites fréquentielles de la validité d'un vecteur de coefficients estimé pour une excitation non persistante sinusoïdale à une fréquence donnée.

Pour ce faire, l'ADC12D800RF a été excité dans les conditions opérationnelles décrites dans la subdivision 1.3.2.1. Le protocole de mesure a consisté à appliquer en entrée de cet ADC des excitations de fréquences distantes d'environ 7 MHz en cohérence non entière avec la fréquence d'échantillonnage. Le comportent non-linéaire dynamique de l'ADC12D800RF a été représenté par un modèle de Volterra de profondeur de mémoire et d'ordre de non-linéarité M = 2 et P = 10. Pour chaque signal extrait, une identification a été effectuée au moyen d'un algorithme RLS opéré sur 1024 itérations avec une initialisation telle que $\delta = 10^4$. Les échantillons de la version numérique idéale de l'excitation de l'ADC – essentiels à l'étape d'identification – ont été reconstitués à partir de la fréquence connue de la composante fondamentale du signal distordu ainsi que des estimations de ses amplitude, tension d'offset et phase à l'origine. Ces paramètres ont été déterminés par ajustement de courbe par la méthode des moindres carrés [15] en supposant la fréquence de l'excitation connue. Par ailleurs, la correction des distorsions de chaque signal a été réalisée suivant le schéma de correction 4.7.b.

La figure 4.13 donne l'exemple des spectres de puissance avant et après linéarisation d'un signal acquis autour de 308 MHz et corrigé comme décrit précédemment. Plus généralement, les résultats de linéarisation obtenus pour d'autres excitations de la première bande de Nyquist sont résumés dans la figure 4.14. Cette dernière illustre l'évolution de la SFDR avant et après correction pour les signaux extraits sur la première bande de Nyquist. Pour chaque signal distordu, un vecteur de coefficients $\hat{\theta}$ a été estimé puis appliqué à la correction des non-linéarités.

Ces figures montrent que l'application du vecteur de coefficients estimé par l'algorithme RLS selon le schéma de correction 4.7.b assure une augmentation de la SFDR pour quasiment toutes les fréquences d'entrées balayées. La seule exception réside à la fréquence de 200 MHz correspondant à la moitié d'une bande de Nyquist de l'ADC. Par conséquent, les harmoniques introduites par le composant se retrouvent - avant ou après repliement - aux fréquences nulle, à la fréquence de 200 MHz et à celle de Nyquist. La linéarisation ne présente alors pas d'intérêt puisque les distorsions sont rassemblées soit sur des cases fréquences non utilisées soit à la fréquence de la composante génératrice de distorsions. Dans ce dernier cas, étant donnés la puissance de fondamental nécessaire à l'apparition de distorsions ainsi que l'ordre de grandeur des SFDR des ADC considérés, les dégradations engendrées sont négligeables. Excepté ce cas particulier, la linéarisation des données permet de supprimer la quasi-totalité des distorsions décrites par le modèle présupposé. En effet, la figure 4.13 montre que toutes les harmoniques d'ordre P inférieur ou égal à 10 sont considérablement réduites. Ces résultats confirment la pertinence de l'algorithme RLS pour l'identification d'un modèle de Volterra en vue de son inversion en présence du phénomène d'instabilité numérique. Par suite, cette conclusion peut être étendue aux algorithmes RR et de DR.



FIGURE 4.13 – Spectres de puissance du signal obtenu en sortie de l'ADC12800RF avant (a) et après linéarisation (b) à partir d'un modèle de Volterra de dimensions P = 10 et M = 2 identifié par l'algorithme RLS en présence d'instabilité numérique.

Au delà de la vérification des conclusions tirées sur des données synthétiques dans les soussections précédentes, les jeux d'échantillons expérimentaux permettent d'enrichir notre étude de considérations physiques. Il est notamment possible d'observer les limites fréquentielles de l'efficacité d'une linéarisation basée sur l'identification d'un modèle avec une excitation sinusoïdale de fréquence donnée. Pour ce faire, un vecteur de coefficients $\hat{\underline{\theta}}$ a été estimé pour une excitation de référence à la fréquence de 308 MHz. Il a ensuite été appliqué à la correction de l'ensemble des signaux distordus acquis sur la première bande de Nyquist. La figure 4.15 présente les résultats de correction obtenus. On observe que le vecteur de coefficients estimé à une fréquence de référence n'améliore que la linéarité du signal de référence et de ses fréquences alentours.

Ainsi, les jeux d'échantillons de l'ADC12D800RF dont nous disposons montrent qu'un



FIGURE 4.14 – Comparaison des SFDR avant et après linéarisation d'échantillons distordus issus de l'ADC12D800RF à partir de modèles de Volterra de dimensions P = 10 et M = 2 identifiés et appliqués pour chaque fréquence d'excitation considérée de la première bande de Nyquist.

modèle de Volterra identifié au moyen d'une sinusoïde à la fréquence de 308 MHz permet d'assurer une augmentation de la SFDR d'au moins 8 dB sur une bande fréquentielle d'environ 21 MHz sur la première bande de Nyquist.

En somme, les résultats de linéarisation exposés dans cette sous-section ont prouvé l'efficacité des méthodes d'estimation considérées pour l'identification d'un modèle de Volterra d'un ADC réel en présence d'instabilité numérique. Ils ont également fait apparaître les limites de la convenance à travers les fréquences d'un modèle de Volterra identifié avec une excitation sinusoïdale de fréquence donnée. Naturellement, il s'est avéré qu'un vecteur de coefficients est d'autant plus adapté à la correction des non-linéarités dynamiques d'un ADC que la fréquence de la sinusoïde d'excitation de celui-ci est proche de celle de l'excitation de référence.

Les discussions menées dans l'ensemble de la section 4.2 se sont voulues génériques quant au modèle d'ADC considéré. Ainsi, dans cette section nous avons étudié l'identification des coefficients d'un modèle de Volterra. Nonobstant, les conclusions qui ont été tirées demeurent applicables à ses différentes représentations dérivées introduites dans la section 4.1. La section suivante présente les solutions de linéarisation que nous avons développées dans le cadre de la thèse sur la base des éléments de modélisation, d'identification et d'inversion détaillés précédemment.



FIGURE 4.15 – Comparaison des SFDR avant et après linéarisation d'échantillons distordus issus de l'ADC12D800RF à partir d'un modèle de Volterra de dimensions P = 10 et M = 2 identifié pour une fréquence d'excitation de référence à 308 MHz et appliqué à chaque fréquence d'excitation considérée de la première bande de Nyquist.

4.3 Proposition d'algorithmes de linéarisation des convertisseurs analogique-numérique

La conception d'un algorithme de linéarisation d'ADC par modélisation comportementale consiste à définir trois éléments : le modèle présupposé du comportement non linéaire dynamique ; la méthode d'identification du modèle présupposé ; et la technique d'inversion du modèle présupposé. Dans les sections précédentes, nous avons posé les problèmes théoriques inhérents à ces choix et avons exposé les apports de nos travaux à leur compréhension et leur résolution. Cette section présente les solutions de linéarisation que nous avons conçues dans le cadre de la thèse. Celles-ci résultent d'une part des observations et conclusions détaillées précédemment et d'autre part des contraintes pratiques imposées par le cadre applicatif de la linéarisation de récepteurs à large bande instantanée. Dans cette section, nous expliquons donc les considérations théoriques et pratiques qui ont guidé nos choix de conception. Par ailleurs, les algorithmes proposés font suite aux travaux présentés dans [3]. Aussi cette section commence-t-elle par le rappel des principes et caractéristiques de la solution de linéarisation proposée dans cet article.

4.3.1 Algorithme initial de linéarisation

Dans [3], Peng et Ma ont proposé un algorithme adaptatif et aveugle d'identification et de compensation des distorsions introduites par un système radio numérique à large bande instantanée. L'objectif visé dans cet article est le même que celui poursuivi dans le cadre de cette thèse : le développement et l'implémentation de solutions d'augmentation de la dynamique instantanée des récepteurs numériques à large bande instantanée. Seules l'application et *a fortiori*



FIGURE 4.16 – Schéma bloc de la solution de linéarisation de [3].

les caractéristiques techniques afférentes (fréquence d'échantillonnage de l'ADC, performances de l'étage analogique du récepteur, composants sources des non-linéarités, *etc.*) diffèrent. Il nous est donc apparu naturel de débuter nos travaux à partir de ceux de Peng et Ma. Par conséquent, l'algorithme de linéarisation qu'ils ont développé correspond à l'origine de nos travaux. Il servira également de référence au parangonnage de la solution que nous proposons.

La figure 4.16 représente le schéma bloc de la solution de linéarisation introduite dans [3]. Dans cette illustration, $\Gamma_y[.]$ désigne le spectre de puissance du signal distordu y[.]; \mathcal{N}_j , \mathcal{N}_H , \mathcal{N}_{IMD} sont les ensembles des indices des cases associées aux fréquences respectivement des brouilleurs, *i.e.* des composantes de signal de forte puissance par rapport à la MOP de l'ADC, des distorsions harmoniques et de celles d'intermodulation; g[.] dénote la réponse impulsionnelle d'un filtre FIR multi-passe-bande; e[.] est le critère d'erreur à minimiser pour l'estimation du vecteur de coefficients $\underline{\hat{\theta}}^d$; $\hat{\mathcal{N}}_d^i$ dénote le modèle de Volterra estimé à une itération $i \in \mathbb{N}$ quelconque. Les principes sous-jacents à cet algorithme sont détaillés dans les subdivisions suivantes¹⁰.

4.3.1.1 Modèle présupposé du récepteur de radio numérique

Le modèle employé à la représentation du comportement non linéaire dynamique du récepteur considéré dans [3] peut être considéré comme une forme élaguée de celui de Volterra décrit par (4.21). Sa relation d'entrée/sortie procède de cette expression en considérant une profondeur

¹⁰Dans un souci de clarté et de cohérence avec le reste du manuscrit, il est à noter que l'approche de présentation des principes de cet algorithme ne suit pas exactement celle de l'article [3]. Cependant, nous avons veillé à la préservation des principes originaux.

mémoire différente pour chaque ordre de non-linéarité. Elle s'écrit

$$z[m] = x[m] + \sum_{p=2}^{p} \sum_{m_1=0}^{M_p-1} \sum_{m_2=m_1}^{M_p-1} \cdots \sum_{m_p=m_{p-1}}^{M_p-1} h_p[m_1, \dots, m_p] \prod_{j=1}^{p} x[m-m_j]$$
(4.49)

avec $M_p, p \in [\![2, P]\!]$, la profondeur de mémoire du noyau de Volterra d'ordre p.

La validation expérimentale de l'algorithme de linéarisation a été effectuée par son application sur des signaux comportant un brouilleur modulé par une constellation 16-QAM sur 1 MHz ou plusieurs brouilleurs sinusoïdaux. Pour ce faire, la relation (4.49) a été paramétrée avec P = 3, $M_2 = 3$ et $M_3 = 6$. Ce dimensionnement a engendré 31 coefficients à estimer.

4.3.1.2 Identification du modèle présupposé

La particularité – et l'un des principaux intérêts – de l'algorithme de Peng et Ma consiste dans son caractère aveugle. En effet, cette solution de linéarisation, ne nécessite pas de calibrage du récepteur par un quelconque signal de référence. L'identification du modèle de non-linéarité dynamique du récepteur est effectuée à partir du seul signal distordu obtenu en sortie de l'ADC. Ainsi, le vecteur de coefficients utilisé pour la correction des non-linéarités dynamique peut évoluer selon les variations du comportement du récepteur (dues par exemple à la température, au vieillissement, *etc.*).

À cet effet, les coefficients du modèle décrit par (4.49) sont estimés par minimisation du critère de MSE du signal e[.] suivant.

$$e[m] = g[m] * y[m] - g[m] * \left(\sum_{p=2}^{P} \sum_{m_1=0}^{M_p-1} \sum_{m_2=m_1}^{M_p-1} \cdots \sum_{m_p=m_{p-1}}^{M_p-1} h_p[m_1, \dots, m_p] \prod_{j=1}^{p} y[m-m_j]\right) \quad (4.50)$$

g[.] est alors la réponse impulsionnelle finie d'un filtre multi-passe-bande dont les bandes de résonance correspondent aux différents intervalles fréquentiels sur lesquels s'étalent les distorsions introduites par le récepteur. En l'occurrence, il s'agit des fréquences associées aux cases dont les indices appartiennent aux ensembles \mathcal{N}_H et \mathcal{N}_{IMD} .

Littéralement, le signal e[.] est l'erreur de modélisation des distorsions introduites par le récepteur. De fait, le terme g[m] * y[m] correspond aux non-linéarités dynamiques extraites du signal distordu y[.] par filtrage. Ainsi, l'identification consiste à déterminer le vecteur de coefficients $\underline{\hat{\theta}}^d$ qui permet de reconstituer ces distorsions en appliquant la relation (4.49) aux échantillons du signal y[.] – en vertu du schéma d'inversion 4.7.b – et en filtrant le résultat par g[.]. Dans [3], seuls des algorithmes d'estimations adaptatifs sont étudiés. L'intérêt est notamment porté aux LMS stochastique ou non¹¹ et au RLS.

Le caractère aveugle de l'identification repose essentiellement sur le filtre FIR de réponse impulsionnelle g[.]. La conception de celui-ci se fait en-ligne et nécessite de formuler une hypothèse sur le contenu du signal reçu : les brouilleurs qu'il comporte sont peu nombreux

¹¹Dans ce cas, la méthode du gradient est appliquée avec une espérance estimée par moyennage temporelle.

et éparpillés sur la bande instantanée du récepteur. Cette supposition revient à considérer une composition du signal reçu favorable à la discrimination des distorsions et des brouilleurs par filtrage.

Une autre hypothèse implicitement formulée dans [3] est que seuls les brouilleurs du signal reçu sont à l'origine de distorsions. En conséquence, les positions fréquentielles des distorsions harmoniques et d'intermodulation peuvent être déduites à partir de celles des signaux de plus forte puissance par rapport à la MOP de l'ADC du signal y[.]. C'est sur ce principe qu'est synthétisé le filtre g[.]. Sa conception à partir de y[.] peut être décomposée en quatre étapes qui sont :

- L'estimation du spectre de puissance $\Gamma_{y}[.]$ du signal de sortie y[.] de l'ADC;
- La détection des cases fréquences des brouilleurs *i.e.* de l'ensemble \mathcal{N}_j par seuillage¹² des valeurs de $\Gamma_{\nu}[.]$;
- Le calcul des cases fréquences des distorsions harmoniques et d'intermodulation \mathcal{N}_H et \mathcal{N}_{IMD} à partir de \mathcal{N}_i ;
- Et la synthèse du filtre g[.] par la méthode classique de la fenêtre appliquée au gabarit idéal construit à partir de \mathcal{N}_H et \mathcal{N}_{IMD} avec une troncature pondérée par une fenêtre d'apodisation de Hamming.

4.3.1.3 Inversion du modèle présupposé

Une fois le vecteur de coefficients $\underline{\hat{\theta}}^d$ connu, les distorsions sont corrigées selon le schéma d'inversion de la figure 4.7.b.

4.3.1.4 Limites de l'algorithme initial

Les limites de l'algorithme de Peng et Ma ont trait au modèle sur lequel il repose d'une part, ainsi que sur l'approche et les algorithmes d'identification choisis de l'autre.

Concernant le modèle comportemental utilisé pour décrire le comportement non-linéaire dynamique de l'ADC, on compte un inconvénient majeur. Bien que la méthode d'élagage utilisée dans [3] permette de contenir, dans une certaine mesure, l'accroissement des coefficients, elle introduit un nouveau paramètre de mémoire à chaque nouvel ordre de non-linéarité considéré. Ainsi, si l'on souhaite décrire les distorsions jusqu'à un ordre $p \ge 2$, le modèle est défini par p+1 paramètres. Dès lors, le dimensionnement d'un tel modèle nécessite de recourir à des algorithmes de détermination de paramètres optimaux à l'image de ceux utilisés pour le dimensionnement des modèles polynomiaux à mémoire généralisée appliqués à la DPD de PA [119, 120].

Pour ce qui est de l'approche d'identification proposée dans [3], elle pâtit du critère à minimiser pour estimer les coefficients. Il est d'ailleurs indiqué dans le papier que la superposition

¹²En pratique, ce seuil peut être choisi quelques décibels au dessus du niveau de distorsion maximal indiqué dans la fiche technique d'un ADC.

d'un signal de communications et de composantes de distorsions pourrait, dans certains cas, perturber l'estimation des coefficients à appliquer lors de l'étape d'inversion de modèle et *a fortiori* entraîner la dégradation de la SFDR du signal plutôt que son amélioration. De plus, lorsque l'on se retrouve dans un cas de figure où des composantes de distorsions sont situées au voisinage d'un brouilleur, le besoin de sélectivité du filtre g[.] peut conduire à un filtre de longueur – donc de latence et de coût en ressources calculatoires – rédhibitoire pour notre application. Ce scénario est d'autant plus probable que l'hypothèse de faible densité de brouilleurs n'est pas vérifiée. À cet égard, la robustesse d'une solution de linéarisation est un attribut critique.

La contribution sur la modélisation d'ADC exposée dans la section 4.1 ainsi que l'étude menée sur l'identification de modèle dans la section 4.2 nous ont conduit à des algorithmes de linéarisation qui permettent de contourner les limites de la méthode de Peng et Ma. Ces solutions sont détaillées dans la sous-section suivante.

4.3.2 Algorithmes de linéarisation de convertisseurs analogique-numérique proposés

Dans cette sous-section, nous proposons plusieurs architectures d'algorithmes de linéarisation originales. Elles s'inscrivent dans la suite de la méthode introduite dans [3] en cela qu'elles lui empruntent une partie des traitements à l'origine de son caractère aveugle. Elles se distinguent toutefois de cette solution par le schéma d'identification suivi et, pour certaines, par le modèle d'ADC présupposé. Le premier axe de modifications de l'algorithme de Peng et Ma constitue une amélioration de la robustesse de l'identification de modèle, tandis que le second rend possible la correction des distorsions d'ordre élevé tout en contenant la croissance exponentielle du nombre de coefficients et l'instabilité numérique.

Cette sous-section s'organise en deux parties. Nous détaillons tout d'abord les caractéristiques des différents algorithmes qui procèdent de l'application des schéma d'inversion et modèle présentés précédemment à l'algorithme initial de Peng et Ma. Puis, nous présentons quelques résultats de linéarisation obtenus sur des données expérimentales issues de l'AD9680-500.

4.3.2.1 Solution de linéarisation aveugle proposée

Principe de la contribution

La première solution de linéarisation que nous avons conçue découle d'un changement du schéma d'inversion de l'algorithme initial indépendamment du modèle d'ADC considéré. Son schéma bloc est représenté dans la figure 4.17. L'approche d'identification que nous proposons revient à poser le problème classique du filtre de Wiener représenté dans la figure 4.6. Sa résolution demande de connaître aussi bien la version numérique idéale x[.] associée à l'excitation de l'ADC que ses échantillons de sortie y[.]. Or, en pratique, seuls les seconds sont accessibles.

Afin de combler ce défaut, les échantillons du signal x[.] sont remplacés par une approximation notée $\hat{x}[.]$. Les échantillons de $\hat{x}[.]$ sont alors déterminés par filtrage multi-passe-bande du



FIGURE 4.17 – Schéma bloc de la solution de linéarisation aveugle proposée.

signal y[.] selon un principe analogue à celui de la méthode initial de Peng et Ma. En effet, un filtre FIR multi-passe-bande g[.] est synthétisé en ligne en fonction du contenu spectral du signal distordu y[.]. Toutefois, contrairement à l'algorithme de [3], le gabarit utilisé pour la synthèse de la réponse impulsionnelle de g[.] est construit à partir des cases fréquences \mathcal{N}_j sur lesquelles s'étalent les composantes de plus forte puissance plutôt que celles des distorsions. La figure 4.18 compare les spectres des signaux x(.) visé, y[.] connu et $\mathring{x}[.]$ estimé. Elle montre que le signal $\mathring{x}[.]$ est une approximation grossière de x[.] en cela qu'elle ne conserve que les brouilleurs du signal y[.]. Ainsi, toutes les autres composantes de signal sont supprimées, qu'il s'agisse de communications utiles de faible puissance ou de distorsions. La pertinence de l'utilisation de $\mathring{x}[.]$ s'explique par le fait que seuls les signaux de plus forte puissance en entrée de l'ADC sont à l'origine de distorsions harmoniques et/ou d'intermodulation supérieures au plancher de bruit observé pour une canalisation donnée.

Mise en œuvre de la contribution

Pour ce qui est de la mise en œuvre de ce nouveau bloc d'identification, les méthodes sont les mêmes que dans [3] à une subtilité près. Nous préconisons que la détermination des cases fréquences des brouilleurs soit opérée par seuillage du spectre. En outre la synthèse du filtre g[.]par la méthode de la fenêtre apparaît comme la plus pertinente pour une opération en ligne. Pour une meilleure sélectivité de ce filtre, nous préférons recourir à une fenêtre de pondération de Chebyshev plutôt que Hamming pour pallier les effets de Gibbs provoqués par la troncature de la réponse impulsionnelle de g[.].

Par ailleurs, en cohérence avec la discussion menée dans la sous-section 4.2.3, nous recom-



(c)

FIGURE 4.18 – Schémas des spectres de puissance du signal d'excitation analogique x(.) d'un ADC (a), du signal numérique distordu y[.] auquel est superposé le gabarit idéal du filtre multi-passe-bande g[.] (b) et de l'approximation $\hat{x}[.]$ de la version numérique idéale x[.] de x(.) (c).

mandons que l'estimation des coefficients soit effectuée par les techniques RR, de DR ou RLS selon le besoin.

Intérêts de la contribution

Le changement de l'approche d'identification présente deux intérêts par rapport à la méthode initiale. Le premier est calculatoire. D'une part, l'architecture que nous proposons ne nécessite pas de déterminer les cases fréquences des distorsions. L'ensemble des traitements qui aboutissent à la synthèse du filtre g[.] présente donc une charge calculatoire moindre dans la méthode que nous proposons puisqu'elle fait l'économie du calcul des cases fréquences des distorsions. Cette épargne est d'autant plus avantageuse que l'ADC considéré est sujet à un comportement non linéaire d'ordre élevé. D'autre part, dans notre méthode, seule une opération de convolution est nécessaire. Cela peut conduire à une économie de ressources calculatoires considérable dès lors qu'un filtre présente plusieurs centaines de coefficients, comme c'est le cas dans [3].

Le second intérêt de notre contribution réside dans le gain de robustesse par rapport à la méthode initiale. À la différence de cet algorithme, l'erreur d'estimation minimisée pour identifier le modèle n'est pas sensible à la proximité d'un brouilleur et d'une distorsion. En effet, dans ce cas de figure, les coefficients de modèle identifiés selon l'approche de Peng et Ma seraient corrompus par un filtrage partiel d'un brouilleur. Il convient d'ailleurs de souligner qu'eu égard à la linéarité initiale des ADC considérés, l'extraction des seules distorsions par filtrage linéaire requiert des gabarits de filtres particulièrement sélectifs avec des atténuations des bandes coupées supérieures de plusieurs dB à la SFDR initiale. De telles spécifications ne sont envisageables qu'au prix de filtres FIR de grande – voire très grande – longueur et, par suite, aux dépens de la complexité calculatoire et de la latence. En comparaison, l'extraction des brouilleurs peut être effectuée au moyen de filtres FIR de spécifications plus souples. De plus, contrairement à la méthode de Peng et Ma, la linéarité initiale de l'ADC considéré est bénéfique à notre approche d'identification puisqu'elle est suffisamment élevée pour qu'une distorsion partiellement filtrée ne dégrade pas la pertinence du vecteur de coefficients estimé <u>ô</u>^d.

Limites de la contribution

La robustesse de la solution de linéarisation que nous proposons quant à la densité du spectre du signal distordu s'accompagne toutefois d'une limite. De fait, si une composante de distorsions se retrouve dans la bande passante du filtre multi-passe-bande g[.] elle est considérée comme faisant partie de l'approximation $\hat{x}[.]$ de x[.]. Elle n'intervient donc pas dans l'erreur d'estimation e[.]. Par conséquent, elle n'influence pas l'estimation du vecteur de coefficients estimé $\hat{\underline{\theta}}^d$ qui la laisse inchangée après correction. En somme, les distorsions très proches des brouilleurs – *i.e.* celles positionnées dans les intervalles définis par les différentes bandes passantes du filtre multi-passe-bande g[.] – ne peuvent être corrigées.

Malgré cette limite, le principal avantage de l'approche d'identification proposée reste

sa robustesse par rapport à la composition du signal reçu. En effet, bien que la réduction de la complexité calculatoire provoquée par l'économie de quelques blocs de traitement soit appréciable, elle est négligeable par rapport à la charge engendrée par l'estimation et l'application à la correction des nombreux coefficients du modèle de Volterra présupposé. La subdivision suivante présente les solutions de linéarisation conçues sur la base du modèle élagué proposé dans la section 4.1 en vue de la diminution du nombre de coefficients à estimer.

4.3.2.2 Solutions de linéarisation aveugles et à faible complexité calculatoire proposées

La solution de linéarisation aveugle proposée précédemment et illustrée dans la figure 4.17 ne considère aucun modèle d'ADC en particulier. Les solutions que nous proposons dans cette subdivision proviennent de l'application du modèle de Volterra élagué proposé dans la section 4.1 à cette première architecture d'algorithme de linéarisation aveugle.

Principe de la contribution

L'architecture de la première solution de linéarisation aveugle à faible complexité calculatoire proposée est schématisée dans la figure 4.19. L'application d'un modèle de Volterra élagué – décrit par la relation d'entrée/sortie (4.33) – par ordre de non-linéarité P et P-1 permet d'opérer en parallèle l'estimation des vecteurs de régression $\hat{\underline{\theta}}_P$ et $\hat{\underline{\theta}}_{P-1}$ des noyaux de Volterra d'ordre P et P-1 sur les mêmes signaux $\hat{x}[.]$ et $\hat{y}_d[.]$. Ces deux vecteurs sont ensuite employés successivement à la correction des distorsions d'ordre pair et impair du signal distordu y[.] dans un ordre quelconque.

La figure 4.20 représente un cas particulier de l'architecture de la figure 4.19 où un seul modèle d'ordre *P* impair est utilisé pour décrire le comportement non linéaire de l'ADC. En comparaison avec l'architecture 4.17, les coefficients d'un seul noyau de Volterra sont appliqués conformément au modèle que nous avons défini dans (4.32). Elle présente un intérêt pour les récepteurs dont la bande instantanée est centrée autour de la fréquence centrale de l'une des bandes de Nyquist de l'ADC. En effet, dans cette circonstance, toutes les distorsions d'ordre pair sont proches soit de la composante continue, soit de la fréquence de Nyquist. C'est ce que montre le spectre de la figure 4.21 pour une excitation sinusoïdale. Ainsi, si la largeur de la bande instantanée est suffisamment faible par rapport à celle de la bande de Nyquist et vis-à-vis de l'ordre de distorsions harmoniques maximal de l'ADC, les non-linéarités d'ordre pair ne corrompent pas le contenu du signal utile.

Intérêts de la contribution

On compte deux intérêts majeurs à l'utilisation des modèles de Volterra élagués : la réduction de la complexité calculatoire provoquée par la diminution du nombre de coefficients à estimer d'une part ; l'atténuation de l'instabilité numérique rencontrée lors de l'identification de l'autre.



FIGURE 4.19 – Schéma bloc de la solution de linéarisation aveugle à faible complexité calculatoire proposée.

Le premier avantage a été discuté dans la section 4.1. Pour ce qui concerne le second, il est mis en évidence par les courbes de la figure 4.22. À l'instar de la figure 4.8 (*cf.* subdivision 4.2.2.2), ce graphe compare l'évolution du conditionnement moyen des estimations de matrices d'autocorrélation selon la valeur de l'ordre de non-linéarité P pour une profondeur de mémoire M = 2, pour des excitations synthétiques sinusoïdales à 172 MHz et gaussiennes ainsi que pour les modèles de Volterra classique et élagué proposé. Chaque point des courbes de la figure 4.22 a été moyenné sur 10 réalisations des signaux étudiés. Cette figure montre l'intérêt du modèle élagué proposé quant à l'instabilité numérique. De fait, le conditionnement moyen de la matrice d'autocorrélation obtenu avec une excitation gaussienne d'un modèle de Volterra classique. À cet égard, l'emploi du modèle proposé peut permettre de limiter l'instabilité numérique survenant pour des ordres de non-linéarités élevés.

Limites de la contribution

La principale limite de cette contribution a trait à l'atténuation de l'instabilité numérique permise par le modèle élagué. Elle apparaît lorsque l'on approfondit les résultats présentés dans la figure 4.22. En effet, les courbes de conditionnement moyen estimées pour des excitations



FIGURE 4.20 – Schéma bloc de la solution de linéarisation aveugle à faible complexité calculatoire proposée pour la correction des distorsions d'ordre impair.



FIGURE 4.21 – Spectre de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'ADC12D800RF excité à une fréquence f_1 proche du centre de la première bande de Nyquist.

sinusoïdales ont été obtenues pour la seule fréquence $f_1 = 172 \text{ MHz}^{13}$. L'observation du conditionnement moyen à travers les fréquences d'une bande de Nyquist révèle alors les limites de l'intérêt du modèle proposé quant à sa capacité de remédier au problème d'instabilité numérique. La figure 4.23 montre cette évolution.

On constate que le faible conditionnement de l'estimation de la matrice d'autocorrélation associée au vecteur de régression du modèle proposé se restreint aux fréquences centrales de la bande de Nyquist considérée. Ainsi, une excitation sinusoïdale donne lieu à un problème

¹³De même que pour la figure 4.8, une fréquence d'échantillonnage de 800 MHz a été utilisée pour synthétiser ces signaux.



FIGURE 4.22 – Comparaison de l'évolution du conditionnement moyen de l'estimation de la matrice d'autocorrélation du vecteur de régression d'un modèle de Volterra selon l'ordre de non-linéarité P pour des excitations aléatoire blanche gaussienne et sinusoïdale et de celui du modèle de Volterra élagué proposé pour une excitation sinusoïdale.



FIGURE 4.23 – Comparaison du conditionnement moyen de l'estimation de la matrice d'autocorrélation du vecteur de régression d'un modèle de Volterra et de celui du modèle de Volterra élagué proposé pour un ordre P = 10 et une excitation sinusoïdale balayant la première bande de Nyquist.

d'identification d'autant plus mal conditionné que sa fréquence est proche de la composante continue et de celle de Nyquist. À ces extrêmes, le conditionnement du modèle proposé se rapproche de celui du modèle de Volterra classique. Cet inconvénient peut toutefois être relativisé. De fait, la bande instantanée d'un récepteur est bornée par la sélectivité du filtre anti-repliement (AA pour *anti-aliaising*) précédant l'ADC. En conséquence, les fréquences extrêmes du spectre sont généralement hors de la bande passante (a - 1 dB ou - 3 dB) de ce filtre.

La subdivision suivante expose les résultats de linéarisation obtenus par l'application de nos algorithmes à des données issues de l'ADC12D800RF et de l'AD9680-500.

| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre $P-1$ | P = 12 et M = 2 |
|--|-------------------------|
| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre P | P = 13 et M = 2 |
| Longueur du filtre $g[.]$ | B = 2049 |
| Nombre d'échantillons utilisés pour estimer $\Gamma_y[.]$ | N = 4096 |
| Paramètre de RR pour estimer $\hat{\underline{\theta}}_{P-1}$ | $\alpha_{12} = 10^{-5}$ |
| Paramètre de RR pour estimer $\hat{\underline{\theta}}_P$ | $\alpha_{13} = 10^{-3}$ |
| Nombre d'échantillons utilisés pour estimer la matrice d'autocorrélation | N - B + 1 = 2048 |

TABLEAU 4.1 – Dimensionnement de l'algorithme de linéarisation appliqué à l'ADC12D800RF.

4.3.2.3 Validation sur données expérimentales

Dans un souci de concision, dans cette subdisivision, nous ne présentons que les résultats issus de l'application de la solution de linéarisation aveugle à faible complexité calculatoire basée sur un modèle de Volterra élagué proposé pour chacun des ordres de non-linéarité P et P-1 (*cf.* figure 4.19). Parmi les trois algorithmes présentés précédemment, il s'agit du seul qui rassemble l'intégralité des deux modifications apportées à l'algorithme initial de Peng et Ma. Nous considérons donc qu'une validation sur données expérimentales de cette solution suffit à démontrer l'efficacité des deux autres.

Résultats de linéarisation obtenus pour l'ADC12D800RF

Les figures 4.24.a et 4.24.b montrent les spectres de puissance avant et après correction. Ils ont été obtenus en considérant deux modèles de Volterra élagués selon la relation (4.32). Ainsi, pour les distorsions d'ordre pair ce modèle a été paramétré avec une profondeur de mémoire M = 2 et un ordre de non-linéarité P = 12. La même profondeur de mémoire et un ordre de non-linéarité P = 13 ont été utilisés pour décrire les distorsions d'ordre impair. Le filtre g[.] d'une longueur B de 2049 coefficients a été synthétisé à partir d'un spectre $\Gamma_y[.]$ estimé sur un nombre N de 4096 échantillons. Par ailleurs, l'estimation des vecteurs de coefficients $\underline{\hat{\theta}}_{P-1}$ et $\underline{\hat{\theta}}_P$ a été effectuée par la méthode RR (*cf.* sous-section 4.2.3) paramétrée avec les constantes α_{P-1} et α_P choisies empiriquement à 10^{-5} et 10^{-3} . L'estimation de la matrice d'autocorrélation a été opérée sur N - B + 1 échantillons du signal $\hat{x}[.]$, soit 2048. Tous ces paramètres de dimensionnement de l'algorithme de linéarisation sont récapitulés dans la table 4.1.

On constate que la solution de linéarisation aveugle à faible complexité calculatoire proposée permet d'atteindre un gain de SFDR $\Delta SFDR$ d'environ 10 dB. Au-delà de cette valeur, on observe que toutes les distorsions harmoniques d'ordre inférieur ou égal à l'ordre maximal considéré sont réduites aux environs du plancher de bruit de l'ADC.

Plus généralement, la solution de linéarisation conçue a été appliquée à l'ADC12D800RF pour des excitations sinusoïdales de fréquences différentes. La figure 4.25 montre l'évolution de la SFDR avant et après linéarisation selon la fréquence de l'excitation sur la première bande de Nyquist. Deux points des courbes de cette figure sont espacés d'environ 7 MHz. La figure est



FIGURE 4.24 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'ADC12D800RF avant (a) et après correction par la solution de linéarisation proposée et décrite dans figure 4.19 (b).

une représentation alternative de la figure 4.26. Elle met en évidence l'augmentation de SFDR plutôt que ses valeurs absolues. Il apparaît alors que l'algorithme permet un gain de SFDR allant de 0 à environ 18 dB. En comparant les figures 4.25 et 4.26, on remarque que l'une des fréquences auxquelles l'amélioration de la SFDR est nulle correspond au quart de la fréquence d'échantillonnage. En l'occurrence, toutes les distorsions se retrouvent à la fréquence, à celle du fondamental et à celle de Nyquist. La SFDR est donc maximale avant même l'application de l'algorithme. D'autre part, une analyse du spectre des signaux obtenus pour une excitation autour de 340 MHz avant et après correction révèle que la SFDR est limitée par une harmonique d'ordre 16. Or, l'algorithme de linéarisation a été paramétré de sorte à tenir compte des harmoniques jusqu'à l'ordre 13. Il est donc sous-dimensionné pour cette fréquence.



FIGURE 4.25 – SFDR avant et après correction par la solution de linéarisation proposée (*cf.* figure 4.19) des signaux de sortie de l'ADC12D800RF pour différentes fréquences d'excitation sinusoïdale sur la première bande de Nyquist.



FIGURE 4.26 – Gain de SFDR avant et après correction par la solution de linéarisation proposée (*cf.* figure 4.19) des signaux de sortie de l'ADC12D800RF pour différentes fréquences d'excitation sinusoïdale sur la première bande de Nyquist.

Résultats de linéarisation obtenus pour l'AD9680-500

S'agissant de l'AD9680-500, des jeux de signaux numériques plus variés que ceux issus de l'ADC12D800RF ont été employés au test de la solution de linéarisation. Outre les données obtenues avec des excitations sinusoïdales, l'algorithme a également été appliqué à des signaux à deux tons sinusoïdaux de même puissance d'une part ; et à des signaux de deux composantes modulées de rapport de puissance élevé d'autre part.

La solution de linéarisation a été éprouvée pour l'AD9680-500 sur ses première et troisième bandes de Nyquist selon le même protocole que l'ADC12D800RF. Les tableaux 4.2 et 4.3

| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre $P-1$ | P = 12 et M = 2 |
|---|--|
| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre P | P = 13 et $M = 2$ |
| Longueur du filtre $g[.]$ | B = 2049 |
| Nombre d'échantillons utilisés pour estimer $\Gamma_y[.]$ | N = 4096 |
| Paramètre de RR pour estimer $\underline{\hat{\theta}}_{P-1}$ | $\alpha_{12} = \begin{cases} 10^{-6}, \ f < 165 \text{ MHz} \\ 10^{-1}, \ f \ge 165 \text{ MHz} \end{cases}$ |
| Paramètre de RR pour estimer $\underline{\hat{\theta}}_P$ | $\alpha_{13} = \alpha_{12}$ |
| Nombre d'échantillons utilisés pour estimer la matrice d'autocorrélation | N-B+1=2048 |

TABLEAU 4.2 – Dimensionnement de l'algorithme de linéarisation appliqué à des signaux de la première bande de Nyquist de l'AD9680-500.

renseignent les paramètres utilisés pour le dimensionnement de la solution de linéarisation appliquée à cet ADC. Les figures 4.27, 4.28 et 4.29 présentent les résultats de linéarisation obtenus sur la première bande de Nyquist tandis que les figures 4.30, 4.31 et 4.32 exposent ceux de la troisième bande de Nyquist.

De même que pour l'ADC12D800RF, les figures 4.27.a et 4.27.b d'une part et les figures 4.30.a et 4.30.b prouvent que l'algorithme proposé appliqué à l'AD9680-500 peut entraîner une réduction des distorsions harmoniques jusqu'aux environs du plancher de bruit. Cela permet une augmentation de la SFDR d'approximativement 15 dB dans le premier cas et de quelque 10 dB dans le second. Les résultats de linéarisation obtenus sur les première et troisième bandes de Nyquist (*cf.* figures 4.28, 4.29, 4.31 et 4.32) montrent un gain de SFDR s'étalant d'environ 0 dB à près de 15 dB. On note sur ces dernières figures que les performances de correction sont d'autant moins élevées que la fréquence de l'excitation est proche des fréquences extrêmes des bandes de Nyquist étudiées. On peut établir le parallèle entre cette observation et l'évolution du conditionnement du problème d'identification constaté sur des données synthétiques dans la figure 4.23. Dès lors, on peut subodorer que cette dégradation est le fait des valeurs de α_{12} et α_{13} . Un choix plus fin et indépendant de ces paramètres pourrait permettre d'atteindre de meilleures performances.

La solution de linéarisation proposée a également été appliquée à la correction des distorsions d'intermodulation générées par l'AD9680-500. L'algorithme de linéarisation a été dimensionné avec les paramètres de la table 4.2. Les spectres de puissance des signaux avant et après linéarisation sont représentés dans les figures 4.33.a et 4.33.b. En comparaison avec l'amélioration de la SFDR, le gain d'IMD provoqué par notre solution de linéarisation n'est que partiel. De fait, bien que l'on note une réduction de l'IMD de 3 dB, le niveau des raies d'intermodulation après correction ne se confond pas avec le bruit.

Enfin, la solution de linéarisation conçue a été testée sur un scénario opérationnel simple. Un signal composé d'une composante forte d'environ -8 dBFS modulée selon une QPSK sur une largeur de 40 kHz centrée autour de la fréquence $f_1 = 120.23$ MHz et d'une composante faible d'environ -7 dBFS modulée selon une GMSK sur une largeur de 1 MHz centrée sur la fréquence

| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre $P-1$ | P = 12 et M = 2 |
|---|---|
| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre P | P = 13 et M = 2 |
| Longueur du filtre $g[.]$ | B = 2049 |
| Nombre d'échantillons utilisés pour estimer $\Gamma_y[.]$ | N = 4096 |
| Paramètre de RR pour estimer $\underline{\hat{\theta}}_{P-1}$ | $\alpha_{12} = \begin{cases} 10^{-2}, \ f < 459 \text{ MHz} \\ 10^{-6}, \ f \in [459, 559[\\ 10^{-2}, \ f \ge 559 \text{ MHz} \end{cases}$ |
| Paramètre de RR pour estimer $\underline{\hat{\theta}}_P$ | $\alpha_{13} = \alpha_{12}$ |
| Nombre d'échantillons utilisés pour estimer la matrice d'autocorrélation | N-B+1=2048 |

TABLEAU 4.3 – Dimensionnement de l'algorithme de linéarisation appliqué à des signaux de la troisième bande de Nyquist de l'AD9680-500.

 $f_2 = 60$ MHz a été appliqué en entrée de l'ADC. Les figures 4.34.a et 4.34.b représentent les spectres des signaux obtenus respectivement en sortie de l'ADC et après opération de l'algorithme de linéarisation proposé. Ce dernier a été dimensionné avec les paramètres de la table 4.2. Les résultats de linéarisation obtenus pour ce scénario sont conformes à ceux observés dans le cas d'excitations sinusoïdales : les distorsions harmoniques sont réduites aux environs du plancher de bruit.



FIGURE 4.27 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 excité par une sinusoïde sur sa première bande de Nyquist avant (a) et après correction par la solution de linéarisation proposée dans la figure 4.19 (b).



FIGURE 4.28 – SFDR avant et après correction par la solution de linéarisation proposée (*cf.* figure 4.19) des signaux de sortie de l'AD9680-500 pour différentes fréquences d'excitation sinusoïdale sur la première bande de Nyquist.



FIGURE 4.29 – Gain de SFDR avant et après correction par la solution de linéarisation proposée (*cf.* figure 4.19) des signaux de sortie de l'AD9680-500 pour différentes fréquences d'excitation sinusoïdale sur la première bande de Nyquist.



FIGURE 4.30 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 excité par une sinusoïde sur sa troisième bande de Nyquist avant (a) et après correction par la solution de linéarisation proposée dans la figure 4.19 (b).



FIGURE 4.31 – SFDR avant et après correction par la solution de linéarisation proposée (*cf.* figure 4.19) des signaux de sortie de l'AD9680-500 pour différentes fréquences d'excitation sinusoïdale sur la troisième bande de Nyquist.



FIGURE 4.32 – Gain de SFDR avant et après correction par la solution de linéarisation proposée (*cf.* figure 4.19) des signaux de sortie de l'AD9680-500 pour différentes fréquences d'excitation sinusoïdale sur la troisième bande de Nyquist.



FIGURE 4.33 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 excité par un signal à deux tons sinusoïdaux avant (a) et après correction par la méthode proposée dans la figure 4.19 (b).



FIGURE 4.34 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 excité par un signal constitué de deux composantes modulées de rapport de puissances élevé avant (a) et après correction par la méthode proposée dans la figure 4.19 (b).

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous proposons trois solutions de linéarisation d'ADC basées sur la modélisation comportementale par des représentations issues des séries de Volterra. La conception de ces algorithmes s'appuie sur une étude des trois problématiques de cette approche de correction identifiées dans le chapitre 2 : la modélisation, l'identification de modèle et l'inversion de modèle.

Dans la section 4.1 nous introduisons tout d'abord le formalisme propre aux séries de Volterra à temps discret et rappelons quelques uns de ses principaux modèles dérivés. Puis, nous proposons une méthode de réduction de la complexité du modèle de Volterra classique reposant sur des considérations trigonométriques. Cela nous permet de définir un modèle dit élagué dont le nombre de coefficients est inférieur au modèle de Hammerstein et dont la précision convient à notre application.

En deuxième lieu, nous menons une analyse approfondie des problématiques d'identification et d'inversion de modèle de Volterra dans la section 4.2. Celle-ci débute par la formulation du problème d'identification comme un filtre de Wiener et le rappel de ses solutions optimale de Wiener-Hopf et approchée des BLS. Puis, nous considérons le problème d'instabilité numérique inhérent à l'identification de modèle de Volterra et mettons en évidence le caractère critique qu'elle revêt pour l'inversion. À cette fin, nous proposons une étude sur données synthétiques de ce phénomène et ses effets dans notre application. Celle-ci se poursuit par la comparaison des trois algorithmes blocs et adaptatif identifiés pour pallier l'instabilité numérique : la RR, la DR par SVD et le RLS. Nous montrons alors que ces trois méthodes mènent approximativement au même vecteur de coefficients, différent toutefois de celui utilisé pour la simulation du comportement de l'ADC. Nous arrivons à la conclusion qu'en dépit de la distance qui le sépare du vecteur de coefficients attendu, le vecteur estimé est pertinent quant à la linéarisation de distorsions. Ce résultat est vérifié sur des signaux synthétiques ainsi que sur des signaux réels issus de l'ADC12D800RF.

Enfin, la section 4.3 présente les solutions de linéarisation conçues sur la base des travaux de [3] auxquels nous avons apporté nos contributions sur la modélisation d'ADC à faible complexité et que nous avons modifié en concordance avec la formulation du problème d'identification considérée dans la section 4.2. Les trois algorithmes de linéarisation aveugles – dont deux à faible complexité calculatoire – qui ont découlé de ces deux contributions sont examinés au travers de discussions menées sur leurs caractéristiques qualitatives. Finalement, la solution la plus représentative des trois est éprouvée sur des données réelles issues de l'ADC12800RF et de l'AD9680-500. On constate une augmentation de la SFDR pouvant atteindre jusqu'à 15 dB sur des signaux sinusoïdaux dont les fréquences n'avoisinent pas les fréquences extrêmes de la bande de Nyquist d'appartenance ; et une linéarisation des distorsions générées par un brouilleur modulé sur 40 kHz en présence d'un autre signal modulé de faible puissance. En revanche, l'algorithme de linéarisation tel qu'il a été implémenté, s'avère sensible au très mauvais conditionnement du problème d'identification mis en évidence aux extrêmes de la bande de

Nyquist d'appartenance. En outre, l'augmentation de l'IMD est faible en comparaison avec les gains de SFDR atteint pour des excitations sinusoïdales.

Dans le chapitre suivant, nous prolongeons l'étude des solutions de linéarisation d'ADC par modélisation comportementale en considérant la mise en œuvre matérielle de l'algorithme aveugle à faible complexité calculatoire éprouvé. Nous présentons ainsi les caractéristiques du composant à propriété intellectuelle (IP pour *intellectual property core*) de composant que nous avons développé sur FPGA à partir de l'algorithme de linéarisation aveugle et à faible complexité calculatoire.

Chapitre 5

IMPLÉMENTATION D'ALGORITHMES DE LINÉARISATION DE CONVERTISSEURS ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE PAR MODÉLISATION COMPORTEMENTALE

E dernier chapitre est consacré à l'implémentation matérielle sur cible FPGA de l'algorithme de linéarisation d'ADC aveugle et à faible complexité calculatoire – éprouvé dans le chapitre 4. Il vise à fournir des éléments quantitatifs d'évaluation de la pertinence de cette solution dans la perspective de son intégration au sein des systèmes de réception numérique à large bande instantanée. En cela, ce chapitre consiste plus dans la présentation des caractéristiques matérielles de l'IP basé sur cet algorithme que dans la justification des choix de sa mise en œuvre sur une plate-forme de calcul embarquée. Il s'appuie sur les résultats de synthèse et d'implémentation de l'IP de linéarisation que nous avons développé sur un Virtex 7 pour la correction en temps-réel des non-linéarités paires et impaires jusqu'à l'ordre 7 de l'AD9680-500. À cette fin, nous avons recouru à la suite de développement Vivado.

Ce chapitre est organisé en trois parties. Nous commençons par présenter la cible FPGA utilisée pour le développement de l'IP de linéarisation. Puis nous décrivons la plate-forme d'acquisition au sein de laquelle s'intègre ce module. Nous proposons ensuite une description du premier niveau de cet IP étoffée de quelques uns des grands principes d'implémentation de ses IP constituants. Il s'ensuit alors une analyse de la répartition de l'utilisation des ressources FPGA au sein de l'IP de linéarisation afin d'évaluer le coût de ses différentes composantes. Finalement, nous validons le fonctionnement de cet IP à travers la présentation de quelques résultats de correction obtenus à la suite du traitement en temps-réel des échantillons de sortie de l'AD9680-500.

5.1 Caractéristiques du FPGA cible et description de la plateforme d'acquisition d'échantillons

5.1.1 Caractéristiques du FPGA cible

L'étude de faisabilité matérielle proposée dans ce chapitre se base sur un FPGA Virtex 7 XC7VX485T du fabricant Xilinx. Les principales caractéristiques de ce composant sont résumées dans le tableau 5.1. Par ailleurs, les ressources logiques, de mémoire et calculatoires qui équipent ce FPGA sont détaillées dans les fiches techniques et guides [121–125].

5.1.2 Description de la chaîne d'acquisition d'échantillons

Une maquette d'acquisition d'échantillons a été développée, pour partie en marge de la thèse, pour les besoins du test de l'IP de linéarisation. Elle se décompose en deux parties : un segment matériel constitué d'une part des deux cartes d'évaluation AD9680-500EBZ de l'AD9680-500 et VC707 du FPGA XC7VX485T reliées par des connecteurs de carte FPGA mezzanine (FMC pour *FPGA mezzanine card*) et d'autre part d'un ordinateur ; et un segment logiciel exécuté sur ce même ordinateur. En outre, plusieurs générateurs sont nécessaires pour la synthèse de l'horloge d'échantillonnage, de celle du cadencement de la liaison entre l'ADC et le FPGA ainsi

| Famille | V | Virtex 7 |
|---------|---|---|
| | XC | 7VX485T |
| | Signature de la famille | haute fréquence et forte capacité |
| | Type de boîtier | FF |
| Version | Dimensions du boîtier | 42.5 mm x 42.5 mm |
| | Nombre de broches du boîtier | 1761 |
| | Nombre de cellules logiques (capacité) | 485,760 |
| | Plage opérationnelle de températures | C : gamme commerciale ($T_j = 0^\circ C$ to $85^\circ C$) |
| | Niveau de vitesse | -2 (intermédiaire) |
| | Nombre de LUT | 303,600 |
| | Nombre de bascules (<i>flip-flop</i>) | 607,200 |
| | Nombre de BRAM | 1030 |
| | Nombre de RAM distribuées | 130,800 kb |
| | Nombre de blocs DSP48 | 2,800 |

| TABLEAU , $T = FIIICIDATES CALACTERSTITUTES UP TA CIDIE FFURA UTILISEE FIZE$ |
|--|
|--|

que du signal d'excitation de l'ADC.

.

La figure 5.1 fournit un schéma bloc simplifié du segment matériel, ordinateur exclu, de la maquette. Dans cette représentation, seuls les chemins de données et les principaux signaux d'horloge sont mis en évidence. Pour des raisons de confidentialité, mais aussi dans un souci de concision, plusieurs éléments n'y figurent pas. C'est notamment le cas des signaux de contrôle, de certains blocs, et de quelques signaux d'horloge. S'agissant des signaux représentés, les horloges A et B sont synthétisées au moyen de générateurs externes tandis que l'horloge C, générée au sein même du FPGA, est utilisée pour cadencer l'IP de linéarisation.

Le principe de fonctionnement du segment matériel de la maquette se résume en cinq étapes :

- La réception des échantillons envoyés par l'AD9680-500 à travers deux voies (en anglais *lane*) selon le protocole JESD204B;
- La conformation des flux d'échantillons de sortie du récepteur JESD204B aux flux de traitement pour lesquels l'IP de linéarisation a été développé;
- Le traitement de linéarisation des échantillons de l'AD9680-500;
- Le stockage des échantillons corrigés au sein d'une mémoire tampon gérée selon le principe du premier entré, premier sorti (FIFO pour *first in first out*);
- Une fois la mémoire tampon pleine, l'encapsulation des échantillons qu'elle contient au sein de messages d'un protocole propriétaire et leur envoi par paquets selon le protocole de datagramme utilisateur (UDP pour *user datagram protocol*).



FIGURE 5.1 – Représentation simplifiée de la maquette d'acquisition d'échantillons développée autour de l'AD9680-500.

Pour ce qui est du segment logiciel, il consiste essentiellement en quatre étapes :

- La réception des paquets UDP;
- La dés-encapsulation des messages du protocole propriétaire suivi ;
- L'extraction des échantillons des mots binaires reçus;
- Et l'analyse spectrale de ces échantillons.

Les deux premiers traitements sont opérés par une application propriétaire et les deux derniers par un programme développé dans l'environnement Matlab.

Il convient de souligner que le traitement en temps réel des échantillons concerne le tronçon de la maquette qui s'étend de la sortie de l'ADC à l'entrée de la mémoire tampon. Au delà de cette portion, les échantillons de sortie du multiplexeur – alimenté par l'IP de linéarisation ou l'ADC – sont perdus dès lors que la mémoire tampon est pleine.

Par ailleurs, la maquette a été conçue afin de permettre d'apprécier les effets de la linéarisation sur les échantillons de sortie de l'AD9680-500. Aussi, deux modes de fonctionnement sont implémentés. La sélection de l'un ou de l'autre se fait par l'intermédiaire d'un interrupteur manuel. Lorsque celui-ci est en position 1, la mémoire tampon est remplie par les échantillons de sortie de l'AD9680-500; tandis qu'en position 0, ce sont les échantillons de sortie de l'IP de linéarisation qui sont écrits dans la mémoire tampon.

La présentation de l'architecture de cet IP fait l'objet de la section suivante.

5.2 Description de l'architecture de l'implémentation de l'algorithme considéré

Dans cette section, nous exposons une vue d'ensemble de l'IP de linéarisation développé dans le cadre de la thèse. Pour cet effet, nous détaillons la structure du premier niveau de l'IP et fournissons les quelques principes sous-jacents à l'implémentation de ses principaux éléments constitutifs.

5.2.1 Architecture du premier niveau de l'IP de linéarisation

Premier niveau de l'IP

Le développement de l'essentiel de l'IP de linéarisation a été effectué au moyen de deux outils de synthèse de haut niveau de description matérielle au RTL : Vivado HLS¹ de la suite de développement Vivado du fabricant Xilinx ; et la boîte à outils HDL Coder² de Mathworks associée à Simulink. Ainsi, pour les besoins du développement, l'algorithme considéré a été

¹Pour notre développement, nous avons utilisé la version 2015.3 de ce logiciel.

²Pour notre développement, nous avons utilisé la version de HDL Coder associée à Matlab 2016a.

découpé en sept ensembles qui sont autant d'IP constituants de l'IP de linéarisation. Cet algorithme est rappelé dans la figure 5.2 et le dimensionnement considéré est renseigné dans la table 5.2. Dans cette représentation, le partitionnement de l'algorithme réalisé pour le développement de l'IP est mis en exergue par l'attribution d'une couleur différente par IP constituant. Ce code couleur est partagé avec la figure 5.3 descriptive du premier niveau de l'IP de linéarisation. Dans un souci de simplicité, seuls les chemins de données sont représentés. Entre les différents IP constituants, ces signaux³ de données ainsi que ceux de contrôle qui les accompagnent utilisent le protocole AXI4-Stream [126]. Par ailleurs, les IP en noir correspondent à ceux disponibles dans le catalogue de l'outil Vivado.

³Contrairement au reste du manuscrit, dans ce chapitre, le terme de signaux renvoie plus fréquemment à la multitude de signaux électriques binaires utilisés pour représenter des bits ou mots binaires qu'au signal analogique et son équivalent numérique reçu et traité par le récepteur radio.


FIGURE 5.2 – Schéma bloc de la solution de linéarisation aveugle à faible complexité calculatoire implémentée avec mise en évidence de l'assemblement des blocs en IP constituants.

| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre $P-1$ | P = 6 et M = 2 |
|--|-----------------------|
| Paramètres du modèle de Volterra élagué d'ordre P | P = 7 et $M = 2$ |
| Longueur du filtre $g[.]$ | B = 2049 |
| Nombre d'échantillons utilisés pour estimer $\Gamma_y[.]$ | N = 4096 |
| Paramètre de RR pour estimer $\underline{\hat{\theta}}_{P-1}$ | $\alpha_6 = 10^{-6}$ |
| Paramètre de RR pour estimer $\hat{\underline{\theta}}_P$ | $\alpha_7 = \alpha_6$ |
| Nombre d'échantillons utilisés | N = B + 1 = 2048 |
| pour estimer la matrice d'autocorrélation | N = D + 1 = 2040 |

TABLEAU 5.2 – Dimensionnement de l'algorithme de linéarisation implémenté sur FPGA.





FIGURE 5.3 – Représentation simplifiée du premier niveau de l'IP développé sur la base de l'algorithme de la figure 5.2 pour la correction de l'AD9680-500.

Opération en temps réel de l'IP

Afin de permettre le traitement en temps-réel du flux d'échantillons de sortie de l'AD9680-500, l'IP a été conçu de sorte à traiter en parallèle deux échantillons du signal distordu y[.]. La tenue des contraintes de cadencement (en anglais *timing*) des chemins de données de l'IP nous a imposé de recourir à la parallélisation de l'opération de l'algorithme de linéarisation. En effet, en pratique, la durée d'opération d'un signal par de la logique combinatoire associée à des cœurs de traitement du signal DSP48 descend rarement sous 4 ns, soit 250 MHz. Ainsi, en deçà de cette limite, le temps de propagation engendré par le traitement d'un signal entre deux bascules peut être supérieur à celui de la période de l'horloge. La contrainte de temps de pré-positionnement (en anglais *set up time*) ne peut donc être vérifiée aux fronts montants de la bascule destinataire du signal. Le chemin critique désigne alors la voie entre deux bascules associée au temps de propagation le plus long de l'architecture. Ainsi, les contraintes de cadencement impliquées par une horloge de 204.8 MHz, soit environ 4.9 ns, sont deux fois moindres que celles qu'auraient imposé une horloge de 409.6 MHz. La parallélisation permet alors la conservation du débit d'échantillons de sortie de l'ADC à travers l'IP tout en assurant que le temps de propagation du chemin critique soit inférieur à la période de l'horloge.

D'autre part, la tenue des contraintes de temps réel de l'IP procède également de son intervalle d'initiation (II pour *initiation interval*). Cette caractéristique désigne le nombre de cycles d'horloge qui doivent s'écouler entre deux données d'entrée d'un même flux pour pouvoir être acceptées – et donc traitées – par l'IP. Par exemple, un IP présentant un II de 1 peut accepter une nouvelle entrée à chaque coup d'horloge. En comparaison, un IP avec un II de 5 ne peut traiter qu'une donnée d'entrée tous les 5 coups d'horloge. Nous avons développé l'IP de linéarisation de sorte qu'il ait un II de 1. Par conséquent, à chaque coup d'horloge, elle peut traiter les deux échantillons de ces flux d'entrée issus d'AD9680-500. Pour ce faire, la plupart des IP constituants ont été développés également telle que leur II soit de 1. Seuls les IP d'inversion échappent à cette contrainte. De fait, les estimations des matrices d'autocorrélation et vecteurs d'intercorrélation manipulés sont effectuées par bloc d'échantillons. La contrainte de II pour assurer une opération en temps réel se voit alors assouplie. Elle doit être entre 1 et le nombre d'échantillons utilisés pour l'estimation des matrices d'autocorrélation et vecteur d'intercorrélation, soit 2048 (*cf.* table 5.2).

Latence de l'IP

La latence d'un IP correspond au nombre de coups d'horloge qui lui sont nécessaires pour calculer ses signaux de sortie à partir de ses signaux d'entrée. La latence de l'IP de linéarisation s'élève à 14559 coups d'horloge à 204.8 MHz. En conséquence, la linéarisation de l'AD9680-500 introduit une latence d'environ 71 μ s.

La représentation de la figure 5.3 permet d'apprécier la répartition de cette latence à travers l'IP. On constate ainsi que 85% de la latence de traitement de l'IP, soit quelque 61 μ s, sont dus

134

à l'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener.

Dynamique et quantification des valeurs numériques

Les registres de l'AD9680-500 ont été paramétrés de sorte que ses échantillons de sortie soient codés selon le format de représentation binaire en complément à deux. Ainsi, en vertu des 14 bits de résolution de cet ADC, une sinusoïde parcourant la FSR donnerait des codes s'étalant de -2^{13} à $2^{13} - 1$. Dans notre IP, cette dynamique subit deux étapes de normalisation. La première est statique et consiste à modifier les valeurs initiales afin qu'elles appartiennent à l'intervalle [-1, 1]. Elle est opérée au sein de l'IP constituant d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener. La seconde normalisation est dynamique. Le facteur de normalisation est calculé pour chaque bloc élémentaire de 4096 échantillons utilisé pour l'estimation du spectre de puissance $\Gamma_{v}[.]$ (*cf.* tableau 4.2). Pour ce faire, l'échantillon du signal y[.] maximal, en valeur absolue, est déterminé par comparaison de tous les éléments du bloc. Sur ce principe, un signal de normalisation est généré et propagé à travers l'IP afin d'être appliqué, par division, aux échantillons d'un même bloc et pour être inversé, par multiplication, en fin de traitement. Ce signal est noté λ_{norm} [.] dans la figure 5.3. Cette seconde normalisation dynamique permet de toujours opérer la construction, l'accumulation et l'inversion des matrices d'autocorrélation et/ou vecteurs d'intercorrélation ainsi que la correction des distorsions sur une même dynamique de valeurs. De cette façon, la quantification des valeurs manipulées pour tous ces traitements peut être constante quelle que soit l'amplitude du signal d'excitation de l'ADC. La génération du signal de normalisation λ_{norm} . [.] est effectuée par l'IP constituant d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener ; et les opérations de normalisation et de dé-normalisation sont faites dans le premier niveau de l'IP.

Concernant la quantification des valeurs de l'IP, nous avons eu recours à des représentations à virgule fixe aussi bien qu'à virgule flottante. Seules les grandeurs de l'IP constituant d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener sont codées en virgule fixe. Au sein de cet IP, les données manipulées sont codées sur 14 bits avec 2 bits de partie entière⁴. La pertinence de ce format s'explique par la résolution de l'ADC et par la dynamique de valeurs considérée. D'une part, le nombre de chiffres significatifs des échantillons manipulés ne peut excéder la résolution de l'ADC. Par conséquent, après toute opération (produit ou somme), la taille des mots est ramenée à celle de la résolution de l'ADC. De l'autre, une partie entière de deux bits est nécessaire pour coder à la fois les valeurs 1 et -1. Hormis l'IP constituant d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener, le reste de l'IP de linéarisation a été développé pour le traitement de valeurs quantifiées en virgule flottante à précision simple. C'est ce que montrent les blocs de conversion placés sur les signaux de sortie de ce dernier IP constituant. La

⁴Cette taille de mot binaire n'apparaît pas évidente au regard des tailles des mots d'entrée et de sortie de l'IP constituant d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener. En réalité, sur les 32 bits des signaux d'entrée de cet IP seuls 14 sont utilisés. Cette taille provient d'un besoin d'uniformisation entre les modes IP ON et IP OFF de la maquette (*cf.* figure 5.1). D'autre part, la taille de 18 bits des signaux de sortie est un reliquat des précédentes versions de l'IP.

principale raison qui explique ce choix concerne la construction et la manipulation des matrices d'autocorrélation instantanées. Pour le modèle élagué considéré, tous les éléments de cette matrice résultent de produits d'échantillons du signal $\mathring{x}[.]$ d'ordre deux fois supérieur à l'ordre de non-linéarité considéré (6 ou 7). Par conséquent, le besoin de dynamique pour coder ces valeurs demanderait des tailles de mots au format virgule fixe proches voire supérieures aux 32 bits du format flottant à précision simple. Cette dernière représentation apparaît alors plus appropriée.

Dans la sous-section suivante, nous expliquons succinctement quelques uns des principes d'implémentation des différents IP constituants les plus notables.

5.2.2 Principes d'implémentation des IP constituants

Outre la description des différentes opérations de l'algorithme de linéarisation considérés dans le chapitre 4, il convient de s'intéresser aux principales solutions d'implémentation qui ont été choisies pour répondre aux besoins de sa mise en œuvre. Ces éléments sont présentés succinctement dans les paragraphes suivants.

IP d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener

Les principaux choix d'implémentation effectués lors du développement de cet IP ont trait à l'estimation du spectre de puissance $\Gamma_y[.]$ du signal distordu ; à la synthèse du filtre g[.] par la méthode de la fenêtre ; et au filtrage du signal y[.] par g[.] pour obtenir l'estimation $\mathring{x}[.]$.

L'estimation de $\Gamma_y[.]$ et la synthèse de g[.] nécessitent respectivement le calcul d'une FFT et d'une transformée de Fourier inverse rapide (IFFT pour *inverse fast Fourier transform*). Or, les blocs de FFT et d'IFFT disponibles dans le catalogue de la version HDL coder utilisée ne proposent pas d'opération parallèle de ces algorithmes. Nous avons donc développé une méthode de calcul de FFT et d'IFFT permettant le traitement parallèle de deux flux d'échantillons. Pour ce faire, quatre blocs de FFT de taille $\frac{N}{4}$ sont combinés pour effectuer une FFT sur N échantillons. De même, une IFFT peut être effectuée par la combinaison de quatre blocs de FFT.

S'agissant du filtrage du signal y[.] par g[.], nous avons eu recours à la méthode de filtrage par convolution spectrale en raison de la capacité qu'offre cette technique de contenir la consommation de blocs DSP48. En effet, en comparaison, une convolution temporelle aurait mobilisé autant de ces éléments que de coefficients de filtre, soit B = 2049 (*cf.* tableau 5.2), *i.e.* 73% de ces ressources. D'un point de vue conceptuel, les deux FFT – calculées pour déterminer les spectres du filtre g[.] et du signal y[.] – et l'IFFT utilisées pour ce filtrage sont opérées sur le nombre d'échantillons N = 4096 utilisés pour l'estimation de $\Gamma_y[.]$. Ainsi, le signal distordu est filtré par segments de N = 4096 échantillons. En pratique, le traitement en parallèle des flux d'échantillons d'entrée de l'IP nous a mené à réaliser chacun de ces trois blocs par combinaison de blocs de FFT de taille $\frac{N}{4} = 1024$ sont utilisés pour opérer les 3 FFT et 2 IFFT de taille N = 4096 de l'IP d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener.

CHAPITRE 5 - IMPLÉMENTATION D'ALGORITHMES DE LINÉARISATION D'ADC PAR MODÉLISATION COMPORTEMENTALE 136

Il convient de préciser qu'en toute rigueur, la taille *B* du filtre et le nombre *N* d'échantillons de signal à traiter demande d'effectuer la convolution spectrale avec deux FFT et une IFFT de taille $2^{\lceil \log_2(N+B-1) \rceil} = 8192$ afin d'éviter le phénomène de convolution circulaire décrit dans [127]. Cependant, nous ne considérons que les 2048 échantillons de $\hat{x}[.]$ issus du régime établi du signal filtré. De fait, en opérant les FFT et l'IFFT sur un nombre de points *N* de 4096, la convolution circulaire n'a d'effet que sur les 2×1024 échantillons des régimes transitoires du signal filtré. Ce phénomène n'a donc pas de conséquences sur l'intégrité des échantillons de $\hat{x}[.]$.

IP de construction des matrices d'autocorrélation et vecteurs d'intercorrelation quasiinstantanés pour \mathscr{V}_7 et \mathscr{V}_6 et accumulation

Le découpage en trois étapes des deux phases d'identification de l'algorithme de linéarisation (*cf.* figures 5.2 et 5.3) conçu se justifie par les limites de l'outil Vivado HLS. En effet, dans la version utilisée, tous les IP du catalogue Xilinx ne peuvent pas être instanciées et manipulées par synthèse de haut-niveau. C'est notamment le cas de l'IP permettant l'accumulation de valeurs flottantes. Nous avons donc été contraint de séparer la construction des matrice et vecteur d'intercorrélation quasi-instantanés de leur accumulation. Naturellement, la détermination des vecteurs $\hat{\theta}_7$ et $\hat{\theta}_6$ a également due être séparée dans un troisième IP.

Le caractère parallèle de l'IP de construction des matrice d'autocorrélation et vecteur d'intercorrélation quasi-instantanés pour le modèle \mathcal{V}_6 consiste à estimer une matrice d'autocorrélation et un vecteur d'intercorrélation instantanés pour chacun des deux derniers échantillons des flux d'entrée des signaux $\hat{x}[.]$ et $\hat{y}_d[.]$. Les matrice d'autocorrélation et vecteur d'intercorrélation quasi-instantanés associés au modèle \mathcal{V}_6 sont alors obtenus par la somme des couples de matrices d'autocorrélation et de vecteurs d'intercorrélation instantanés estimés pour les échantillons de $\hat{x}[.]$ et $\hat{y}_d[.]$ aux instants 2m et 2m - 1. Il convient de noter qu'en vertu de leur symétrie, les matrices d'autocorrélation construites et manipulées dans cet IP ne sont représentées que par leurs coefficients diagonaux et infra-diagonaux. Ainsi, la matrice d'autocorrélation du modèle \mathcal{V}_6 est représentée par 28 éléments plutôt que 49.

Le même principe est appliqué pour la construction des matrice d'autocorrélation et vecteur d'intercorrélation quasi-instantanés associés au modèle \mathscr{V}_7 à la différence que les matrices d'autocorrélation et vecteur d'intercorrélation instantanés sont déterminés à partir de ceux estimés pour le modèle \mathscr{V}_6 . De fait, une démonstration triviale permet de montrer qu'un vecteur de régression d'ordre P quelconque \underline{x}_m^P – défini par (4.33) – peut être obtenu à partir du vecteur de régression d'ordre $P - 1 \underline{x}_m^{P-1}$. Par voie de conséquence, on peut montrer que les matrice d'autocorrélation et vecteur d'intercorrélation instantanés associés au modèle \mathscr{V}_7 peuvent être obtenus à partir de ceux du modèle \mathscr{V}_6 . De cette façon, les calculs des matrices d'autocorrélation et vecteurs d'intercorrélation instantanés de \mathscr{V}_7 et \mathscr{V}_6 sont mutualisés afin d'économiser la consommation de ressources FPGA.

Les matrices d'autocorrélation $\tilde{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{x}}^6}$ et $\tilde{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{x}}^7}$ ainsi que les vecteurs d'intercorrélation $\tilde{\underline{r}}_{\underline{\hat{x}}_m^6,\hat{y}_d}$ et $\tilde{\underline{r}}_{\underline{\hat{x}}_m^7,\hat{y}_d}$ respectivement associés à \mathcal{V}_6 et \mathcal{V}_7 sont finalement estimés par accumulation de chacun

des coefficients de leur version quasi-instantanées. On compte un accumulateur par élément des matrices et vecteurs construits. Au total, 79 de ces IP sont donc employés à l'estimation de $\tilde{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{x}}^{6}}, \tilde{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{x}}^{7}}, \frac{\tilde{r}_{\hat{\mathbf{x}}^{6}_{m}\hat{\mathbf{y}}_{d}}}{\underline{r}_{\hat{\mathbf{x}}^{7}_{m}\hat{\mathbf{y}}_{d}}}$ et $\frac{\tilde{r}_{\hat{\mathbf{x}}^{7}_{m}\hat{\mathbf{y}}_{d}}}{\underline{r}_{\hat{\mathbf{x}}^{7}_{m}\hat{\mathbf{y}}_{d}}}^{5}$. Il est à noter que le cœur de l'IP d'accumulation flottante du catalogue Xilinx consiste dans une somme de valeur à virgule fixe. Le paramétrage de cet IP dépend alors de la dynamique numérique des valeurs à sommer et de celle de la valeur accumulée. Aussi, la représentation de la figure 5.3 fait la différence entre les IP d'accumulation des éléments des matrices d'autocorrélation et ceux des éléments des vecteurs d'intercorrélation.

IP de détermination des vecteurs $\hat{\theta}_7$ et $\hat{\theta}_6$ par l'algorithme **RR**

Les IP de détermination des vecteurs $\hat{\theta}_7$ et $\hat{\theta}_6$ implémentent l'algorithme RR. Les paramètres α_6 et α_7 utilisés sont indiqués dans le tableau 5.2. Les inversions des matrices $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{*}6}$ et $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{*}7}$ sont opérées par un même algorithme propriétaire développé en marge de la thèse.

IP de correction de \mathscr{V}_7 et \mathscr{V}_6

La particularité de cet IP tient de la mutualisation du calcul des vecteurs de régression \underline{y}_m^6 et \underline{y}_m^7 suivant le principe utilisé pour mutualiser la construction des matrices d'autocorrélation et vecteurs d'intercorrélation des modèles \mathscr{V}_7 et \mathscr{V}_6 .

Dans la section suivante, nous proposons une analyse des ressources consommées par l'IP de linéarisation développé.

Analyse des ressources 5.3

Cette section présente une analyse de la consommation des ressources utilisées par l'IP de linéarisation. Les chiffres fournis se basent sur les rapports d'utilisation post-implémentation (i.e. après placement et routage) et post-synthèse retournés par Vivado. Les premiers sont employés à l'évaluation effective de la surface de l'IP de linéarisation ; tandis que les seconds permettent d'apprécier la répartition de la comsommation des ressources selon les différents IP constituants.

Bilan global de consommation effective des ressources du FPGA 5.3.1

Le tableau 5.3 rassemble les résultats d'utilisation post-implémentation des principales ressources du FPGA ciblé (cf. tableau 5.1) consommées par la plate-forme de démonstration introduite dans la figure 5.1. Ils permettent d'apprécier la surface effective occupée par le segment matériel de cette maquette développé sur FPGA. Or, pour chaque type de ressources excepté les BRAM⁶, la surface occupée par la maquette est à plus de 97% celle de l'IP de linéarisation. Ainsi,

⁵Ce nombre peut être obtenu à partir de la formule $P + (P+1) + \frac{P(P+1)}{2} + \frac{(P+1)(P+2)}{2}$. ⁶ S'agissant des ressources BRAM, les rapports de synthèse montrent que la contribution de l'IP de linéarisation n'est que de 31% par rapport au reste de la maquette. Ces résultats sont présentés dans la sous-section suivante.

| CHAPITRE 5 - | IMPLÉMENTATION D | 'ALGORITHMES | DE LINÉARISA | ATION D' | ADC PAR |
|--------------|------------------|--------------|--------------|----------|---------|
| MODÉLISATIO | N COMPORTEMENTAL | E | | | |

| Type de ressource | Nombre utilisé | Nombre disponible | Pourcentage utilisé (%) |
|-------------------|----------------|-------------------|-------------------------|
| LUT | 194,828 | 303,600 | 64.17 |
| Bascules | 335,815 | 607,200 | 55.31 |
| BRAM ⁶ | 296 | 1,030 | 28.74 |
| RAM distribuée | 18,108 | 130,800 | 13.84 |
| DSP48 | 1,365 | 2,800 | 48.75 |

TABLEAU 5.3 – Bilan post-implémentation des principales ressources de la cible FPGA décrite dans le tableau 5.1 consommées par la maquette d'acquisition de la figure 5.1.

en l'absence de résultats d'utilisation détaillés par IP constituant⁷, ceux de la table 5.3 peuvent donc être considérés comme une approximation réaliste de la surface effective de l'ensemble de l'IP de linéarisation.

5.3.2 Répartition relative de la consommation des ressources du FPGA au sein de la maquette et au sein de l'IP de linéarisation

Contrairement aux rapports d'implémentation, les rapports de synthèse générés par Vivado ne donnent qu'une prévision de la consommation des ressources du FPGA. Toutefois, ces estimations *a priori* sont détaillées pour chaque IP. Elles permettent d'une part de dissocier les contributions de l'IP de linéarisation de celle de la maquette ; et d'autre part de mesurer la contribution des IP constituants au sein de l'IP de linéarisation. Ainsi, les paragraphes suivants présentent la répartition de la consommation relative de chaque type de ressources FPGA selon ces deux axes sous forme de camemberts. Ces résultats sont à considérer en complément des chiffres de consommation effective détaillés dans le tableau 5.3.

Contribution de l'IP de linéarisation au sein de la maquette

Les figures 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 montrent la proportion de la consommation respectivement de LUT, de bascules, de BRAM, de RAM distribuée entre l'IP de linéarisation et le reste de la maquette. Concernant les DSP48, le camembert de répartition ne présente que peu d'intérêt puisque ces ressources ne sont utilisées que par l'IP de linéarisation. Il s'agit de résultats obtenus après synthèse, *i.e.* après l'association des spécifications RTL aux différentes ressources propres à la cible FPGA. Les chiffres de consommation de ressources post-synthèse sont généralement supérieurs à ceux effectifs obtenus après implémentation. De fait, ce n'est que lors de cette dernière phase que sont opérées les optimisations pour le placement et le routage des différentes ressources sur le FPGA. Par conséquent, dans ce paragraphe, nous ne considérons pas les valeurs absolues de consommation. En revanche, nous supposons qu'il y a peu de différences entre la consommation relative post-synthèse et post-implémentation. De cette façon, nous approximons

⁷Les rapports d'utilisation post-implémentation générés par Vivado ne différencient pas les ressources consommées selon les IP. Seuls les rapports d'utilisation post-synthèse fournissent ces informations.



FIGURE 5.5 – Répartition de l'utilisation de bascules sur la maquette.



FIGURE 5.6 – Répartition de l'utilisation de BRAM sur la maquette.





IP de linéarisation (97%)

FIGURE 5.7 – Répartition de l'utilisation de RAM distribuée sur la maquette.

la contribution de l'IP de linéarisation aux consommations effectives de LUT, de bascules, de BRAM, de RAM distribuée et de DSP48 (*cf.* tableau 5.3).

Au regard des camemberts 5.4, 5.5 et 5.7, il apparaît que les résultats de consommation effective de LUT, de bascules, de RAM distribuée sont dus à plus de 97% à l'IP de linéarisation. Ce chiffre atteint 100% pour les DSP48. À l'inverse, la consommation de BRAM est plus importante à l'extérieur de l'IP de linéarisation qu'en son sein. Cela s'explique notamment par la taille des mémoires tampons FIFO⁸ dans lesquelles sont stockées les échantillons de sortie de l'IP de linéarisation ou de l'ADC avant d'être envoyés vers l'ordinateur de manipulations (*cf.* figure 5.1).

Contribution des différents IP constituants au sein de l'IP de linéarisation

Les figures 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 et 5.12 montrent la proportion de la consommation de LUT, de bascules, de BRAM, de RAM distribuée et de DSP48 au sein de l'IP. En suivant le même raisonnement que précédemment, ces résultats post-synthèse sont considérés comme étant représentatifs de la contribution de chaque IP constituant aux ressources effectives utilisées par l'IP de linéarisation (*cf.* tableau 5.3 et figures 5.4, 5.5, 5.6 et 5.7).

La principale information mise en exergue par ces figures concerne la surface occupée, toutes ressources confondues, par l'IP constituant d'estimation des signaux d'entrée et désirés du filtre de Wiener. En effet, il s'avère qu'au moins deux tiers de la consommation de ressources de l'IP de linéarisation sont à attribuer à cet IP constituant.

Ces chiffres d'utilisation permettent d'évaluer le coût du caractère aveugle de la solution de linéarisation que nous proposons. Ces résultats doivent toutefois être relativisés. De fait, il convient de rappeler que cet IP est le seul qui a été développé au moyen de l'outil de synthèse générique⁹ de haut niveau HDL Coder. Ainsi, une réduction notable de la consommation de ressources de cet IP constituant pourrait être atteinte soit en recourant à un outil de synthèse de haut niveau spécifique tel que Vivado HLS ; soit par une description RTL non automatisée. Par exemple, la seule réduction de la surface occupée par les blocs FFT utilisés en nombre (*cf.* sous-section 5.2.2) dans cet IP constituant engendrerait une réduction considérable de sa consommation de ressources. De même, si la parallélisation de l'architecture de l'IP de linéarisation n'était pas nécessaire, une importante réduction de surface découlerait de l'opération non parallèle des 3 FFT et 2 IFFT de l'IP constituant d'estimation des signaux d'entrée et désirés du filtre de Wiener (*cf.* sous-section 5.2.2).

Toutefois, dans l'état actuel de l'IP de linéarisation ainsi que pour le dimensionnement et l'ADC considéré dans ce chapitre (*cf.* section 5.2), la surface occupée par cet IP constituant constitue un plancher d'utilisation des ressources indépendant du choix de l'ordre de non-linéarité P. Par exemple, la mise en œuvre de la solution aveugle et à faible complexité calculatoire

⁸Il est à noter que la maquette comporte une autre mémoire tampon FIFO non illustrée dans la figure 5.1. Sa taille est la même que celle de la mémoire tampon représentée.

⁹En effet, la description RTL générée par l'outil n'est pas propre à une cible donnée.

Chapitre 5 - Implémentation d'algorithmes de linéarisation d'ADC par modélisation comportementale 142

permettant la correction des distorsions paires ou impaires serait notamment soumise à ce plancher. La consommation de ressources engendrée par l'implémentation de cet algorithme serait tout de même approximativement réduite de la moitié du tiers des ressources utilisées par les autres IP constituants. De fait, cette diminution serait entraînée par la baisse du nombre de coefficients à déterminer.

En complément des caractéristiques matérielles de l'IP de linéarisation exposées précédemment, la prochaine section s'intéresse à ses caractéristiques fonctionnelles au travers de résultats de linéarisation de l'AD9680-500.



FIGURE 5.8 – Répartition de l'utilisation de LUT au sein de l'IP de linéarisation.



FIGURE 5.9 – Répartition de l'utilisation de bascules au sein de l'IP de linéarisation.

143



FIGURE 5.11 – Répartition de l'utilisation de RAM distribuée au sein de l'IP de linéarisation.

CHAPITRE 5 - IMPLÉMENTATION D'ALGORITHMES DE LINÉARISATION D'ADC PAR MODÉLISATION COMPORTEMENTALE



FIGURE 5.12 – Répartition de l'utilisation de DSP48 au sein de l'IP de linéarisation.

5.4 Résultats de linéarisation de l'IP développé

L'IP de linéarisation que nous avons développé a été éprouvé au moyen de la maquette introduite dans la figure 5.1. Cette dernière section présente les résultats obtenus en sortie de cette plate-forme dans les modes avec et sans correction. Pour cet effet, l'AD9680-500 de la maquette a été excité par des signaux sinusoïdaux et par un exemple simple de signal opérationnel constitué de deux composantes modulées de rapport de puissances élevé. Nous montrons alors que les performances de linéarisation atteintes lorsque le flux d'échantillons est traité par l'IP sont comparables à celles obtenues par l'application sur Matlab de la solution de linéarisation considérée à des données expérimentales (*cf.* subdivision 4.3.2.3).

Les figures 5.13 et 5.14 présentent les résultats de linéarisation obtenus pour des excitations sinusoïdales de l'AD9680-500 sur ses première et troisième bande de Nyquist. Il convient de préciser que contrairement aux résultats de simulation présentés dans la subdivision 4.3.2.3, les spectres de puissance de cette section ne sont pas estimés à partir d'un même jeu d'échantillons auquel aurait été appliqué ou non notre IP de linéarisation. En revanche, ils sont calculés sur des jeux d'échantillons numérisés à différents instants avec ou sans application de l'IP de linéarisation. Pour ce qui est des performances de correction mises en évidence dans les figures 5.13 et 5.14, on constate une réduction totale, *i.e.* jusqu'aux abords du plancher de bruit, de toutes les distorsions harmoniques jusqu'à l'ordre P = 7 pour lequel l'IP a été dimensionné (*cf.* tableau 5.2). Cela revient à une augmentation de la SFDR de 8 dB dans le premier cas et de 4 dB dans le second.

L'IP de linéarisation a également été testé pour un signal d'excitation opérationnel simple comportant une composante forte d'environ -8 dBFS modulée selon une QPSK sur une largeur

CHAPITRE 5 - IMPLÉMENTATION D'ALGORITHMES DE LINÉARISATION D'ADC PAR MODÉLISATION COMPORTEMENTALE 146

de 40 kHz centrée à la fréquence $f_1 = 120.23$ MHz et une composante faible d'environ -73 dBFS modulée selon une GMSK sur une largeur de 1 MHz autour de la fréquence $f_2 = 60$ MHz avec une puissance d'environ -73 dBFS. Les spectres de la figure 5.15 montrent les résultats de correction obtenus. De même que précédemment, on observe une réduction totale des distorsions harmoniques jusqu'à l'ordre 7.

En somme, les figures 5.13, 5.14 et 5.15 montrent la conformité du fonctionnement de l'IP de linéarisation avec celui de l'algorithme de linéarisation conçu et simulé sur Matlab pour les excitations considérées. Les performances de SFDR ne sont alors limitées que par le dimensionnement de l'IP et, par suite, par la consommation de ressources qu'il engendre.



FIGURE 5.13 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 excité par une sinusoïde sur sa première bande de Nyquist sans (a) et avec correction par l'IP de linéarisation développé (b).



FIGURE 5.14 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 excité par une sinusoïde sur sa troisième bande de Nyquist sans (a) et avec correction par l'IP de linéarisation développé (b).



FIGURE 5.15 – Spectres de puissance du signal distordu obtenu en sortie de l'AD9680-500 excité par un signal constitué de deux composantes modulées de rapport de puissances élevé sans (a) et avec correction par l'IP de linéarisation développé (b).

5.5 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous considérons l'implémentation sur un Virtex 7 de l'algorithme de linéarisation d'ADC aveugle et à faible complexité calculatoire permettant la correction des non-linéarités d'ordre pair et impair. À cet effet, nous proposons une analyse des caractéristiques matérielles et fonctionnelles de l'IP développé dans le cadre de la thèse pour l'opération en temps réel de cette solution de correction.

Dans la section 5.1, nous nous intéressons aux caractéristiques du FPGA cible et à celles de la plate-forme développée, pour partie en marge de la thèse, pour les besoins du test de l'IP de linéarisation.

Dans un second temps, nous examinons l'architecture du premier niveau de l'IP de linéarisation dans la section 5.2. Pour ce faire, nous mettons en évidence le partitionnement de l'algorithme de linéarisation qui explique la structure interne de l'IP. Nous détaillons ensuite ses caractéristiques générales. Nous exposons notamment les ressorts de son opération en temps réel, de la quantification des valeurs qu'elle traite et de ses quelque 71 μ s de latence. Puis, nous engageons une discussion sur les principaux choix effectués quant à l'implémentation de ses différents IP constituants.

Nous menons dans la section 5.3 une analyse de la consommation de LUT, bascules, BRAM, RAM distribuée et DSP48. Cette étude repose sur les rapports post-synthèse et postimplémentation générés par Vivado. Ses résultats sont illustrés par des camemberts qui mettent en évidence la répartition de l'utilisation des ressources au sein de la maquette de démonstration d'une part, et au sein de l'IP de l'autre. Nous observons ainsi que la surface de Virtex 7 occupée par le segment matériel de la plate-forme est essentiellement due à l'IP de linéarisation, exception faite des ressources BRAM. En outre, au sein de l'IP de linéarisation, nous estimons le coût du caractère aveugle de la solution de linéarisation à un minimum de deux tiers de la consommation effective de ressources, quelles qu'elles soient.

Outre les aspects matériels de l'IP, nous fournissons dans la section 5.4 des éléments de validation du fonctionnement de l'IP. Nous montrons que l'application de cet IP aux échantillons de sortie de l'AD9680-500 permet une augmentation de la SFDR conforme aux résultats de simulation présentés dans le chapitre 4.

CONCLUSION GÉNÉRALE

ES récepteurs radios numériques à large bande instantanée voient leurs performances de dynamiques instantanées monotonale et bitonale (respectivement STDR et DTDR pour *single-tone* et *dual-tone dynamic range*) bornées par les dynamique sans raies parasites (SFDR pour *spurious free dynamic range*) et distorsion d'intermodulation (IMD pour *intermodulation distortion*) de leur convertisseur analogique-numérique (ADC pour *analog-to-digital converter*) interne. Ces dynamiques instantanées quantifient la capacité d'un récepteur à traiter simultanément des composantes de signal reçu de faible puissance en présence d'une ou plusieurs composantes de forte puissance. Les travaux de thèse exposés dans ce manuscrit visent à étudier les faisabilités algorithmiques et matérielles de linéarisation d'ADC en vue de l'augmentation des STDR et DTDR des récepteurs de guerre électronique.

Le chapitre 1 expose le contexte de notre étude. Dans un premier temps, nous montrons qu'au sein des architectures actuelles de récepteurs de guerre électronique superhétérodyne à numérisation sur fréquence intermédiaire (IF pour intermediate frequency), l'ADC est le seul élément d'une chaîne radio pour lequel ni le filtrage, ni le choix avisé de la fréquence centrale de la bande instantanée ne permet d'éviter l'altération du signal utile. Nous justifions ainsi l'intérêt de la linéarisation d'ADC pour l'augmentation des dynamiques instantanées de ces récepteurs. À partir des besoins opérationnels de couverture de large bande RF des récepteurs considérés, nous dessinons alors le profil des ADC ciblés par notre étude. Il s'agit des convertisseurs de fréquence d'échantillonnage entre 200 MHz et environ 1 GHz dont la résolution est supérieure à 10 bits. Nous posons ainsi l'une de nos contraintes essentielles : celle de la généricité de notre démarche quant à l'architecture des ADC. Dans un second temps, nous rappelons les notions de base de la conversion analogique-numérique ; fournissons les caractéristiques et conditions de tests des ADC12D800RF et AD9680-500 utilisés pour l'acquisition de données expérimentales exploitées tout au long du manuscrit; et proposons une analyse du comportement réel d'un ADC. Cette dernière met notamment en évidence le caractère dynamique du comportement non-linéaire des ADC.

Le chapitre 2 propose un état de l'art non exhaustif sur la linéarisation des ADC. Nous y recensons les travaux académiques et industriels majeurs de ces dernières années et les inscrivons dans l'une des quatre principales stratégies de linéarisation d'ADC que sont la correction interne, la correction par randomisation, la correction par table de correspondances et la correction par modélisation comportementale. La revue que nous établissons met en relief les types de distorsions ciblées par chacune de ces approches. Nous montrons notamment que seules les méthodes de correction par LUT, et par modélisation comportementale offrent la possibilité de linéariser les distorsions d'un ADC, qu'elles soient statiques ou dynamiques, et de façon générique.

Le chapitre 3 s'intéresse aux méthodes de correction d'ADC par LUT. Il s'inscrit dans la continuité des travaux présentés dans [1] et [2] à deux égards. D'une part, nous proposons une amélioration de la méthode spectrale d'estimation de l'INL employée au remplissage d'une LUT statique en vue de son application à la correction des distorsions du même type. Celle-ci consiste

dans la division par deux du nombre de coefficients à estimer pour obtenir l'INL d'un ADC. Nous montrons que cette réduction entraîne un allègement de la complexité calculatoire de la méthode initiale sans altérer les performances de linéarisation par LUT de la séquence estimée. Pour preuve, nous montrons sur des données synthétiques que la séquence d'INL estimée par notre méthode permet la réduction du niveau des distorsions statiques jusqu'au plancher de bruit de l'ADC simulé. D'autre part, nous proposons un principe de correction des distorsions dynamiques d'un ADC au moyen d'une paire de séquence d'INL stockée chacune dans une LUT statique. Afin de tester cette approche, nous proposons également un exemple d'algorithme permettant de l'opérer. Celui-ci repose sur l'exploitation de la première contribution de ce chapitre. Nous montrons la pertinence du principe proposé à travers l'efficacité de cet algorithme en l'appliquant à des données expérimentales extraites de l'ADC12D800RF pour une excitation sinusoïdale. On observe alors une augmentation de la SFDR de l'ordre de 10 dB pour le jeu d'échantillons testé. Finalement, nous clôturons ce chapitre par une discussion raisonnée sur les caractéristiques de l'approche de linéarisation que nous proposons. Nous mettons notamment en lumière sa principale limite résidant dans sa capacité à ne traiter que les signaux distordus obtenus pour des excitations sinusoïdales.

Le chapitre 4 étudie les solutions de linéarisation d'ADC par modélisation comportementale reposant sur les séries de Volterra à temps discret. Premièrement, nous nous intéressons à la problématique de modélisation d'ADC à travers un rappel du formalisme relatif au modèle de Volterra d'une part ; et un recensement des principales représentations couramment employées dans la littérature pour pallier la complexité engendrée par son nombre de coefficients d'autre part. Nous mettons notamment en évidence que l'utilisation de ces modèles élagués demande de pré-supposer une interaction particulière des sources de distorsions dynamiques et statiques d'un ADC. Afin de passer outre cette contrainte, nous proposons une méthode de réduction de la complexité du modèle de Volterra reposant uniquement sur des considérations trigonométriques. Nous aboutissons ainsi à un modéle élagué qui permet la description du comportement des distorsions d'ordre pair ou impair d'un ADC. Nous montrons alors que l'ensemble des nonlinéarités d'un ADC peut être représenté par deux instances du modèle proposé pour un nombre total de coefficients inférieur au modèle de Hammerstein. La deuxième partie du chapitre 4 est consacrée à l'analyse des problématiques d'identification et d'inversion du modèle de Volterra - et a fortiori de ses dérivés. Dans cette étude, nous démontrons l'inéluctabilité de l'instabilité numérique dans notre application. Ce constat nous amène à nous intéresser aux effets ce phénomène sur l'identification et l'inversion de modèle de Volterra. Cela nous conduit à mettre en exergue un résultat inattendu sur la résolution du problème du filtre de Wiener dans ce contexte. Sur la base de résultats d'identification obtenus sur des signaux distordus synthétiques, nous observons que l'instabilité numérique mènent à l'estimation de coefficients différents de ceux attendus tout en convenant à l'inversion du modèle pré-supposé. La pertinence de ces coefficients estimés en présence d'instabilités numériques est vérifiée aussi bien sur des données synthétiques que sur échantillons expérimentaux issus de l'ADC12D800RF. Dans la dernière

partie du chapitre 4, nous proposons trois solutions de linéarisation aveugles d'ADC dont deux à faible complexité calculatoire. Elles découlent d'une méthode de la littérature à laquelle nous avons appliqué les résultats de notre étude sur l'identification et l'inversion du modèle de Volterra ainsi que notre contribution sur la réduction de sa complexité. En plus de la description de ces algorithmes, nous les soumettons à des analyses aussi bien qualitative que quantitative. Dans le second cas, nous démontrons sur des données extraites des ADC12D800RF et AD9680-500 que les algorithmes conçus permettent de réduire le niveau des distorsions harmoniques modélisées au plancher de bruit de l'ADC. Ce résultat est obtenu pour des excitations sinusoïdales et pour un scénario opérationnel simple pour lequel le signal d'entrée de l'ADC est constitué de deux composantes modulées de rapport de puissance élevé. Nous observons alors des augmentations de la SFDR pouvant s'élever à 15 dB. En revanche, pour des excitations à deux tons sinusoïdaux, l'augmentation des IMD s'avère plus contenue que celle de la SFDR. De fait, bien que l'opération de linéarisation permettent leur réduction, la linéarisation des intermodulations n'est pas totale et ne donne lieu qu'à une augmentation de l'IMD de 3 dB.

Dans le chapitre 5, nous considérons l'implémentation sur le FPGA Virtex 7 XC7VX485T-2FFG1761C de l'un des algorithmes de linéarisation d'ADC aveugle et à faible complexité calculatoire proposés dans le chapitre 4. Nous nous intéressons notamment à la consommation de ressources FPGA demandée par l'opération en temps réel de la linéarisation de l'AD9680-500 échantillonnant son signal d'excitation à 409.6 MHz. Pour ce faire, nous décrivons d'une part les principes et caractéristiques de l'architecture de l'IP de linéarisation que nous avons développé pour la correction des distorsions d'ADC d'ordre inférieur ou égal à 7; et proposons d'autre part une analyse de la répartition de la consommation des ressources en son sein. Nous montrons alors que près de 66% de la consommation des ressources de l'IP se concentrent sur l'IP constituant qui assure le caractère aveugle de la linéarisation. De même, nous mettons en exergue que près de 85% des 71 μ s de latence introduits par l'IP proviennent du même bloc. Par ailleurs, nous démontrons les performances fonctionnelles de l'IP en présentant des résultats de linéarisation de l'AD9680-500 cohérents avec ceux obtenus par application sur Matlab de l'algorithme de linéarisation conçu à des données expérimentales.

Perspectives

Les travaux exposés dans ce manuscrit laissent la voie ouverte à de nombreuses perspectives. Celles-ci peuvent consister en de l'étude théorique autant qu'en de la conception algorithmique ou du développement FPGA.

Pour ce qui est des contributions du chapitre 3, deux axes de poursuite de nos travaux sont envisageables. Le premier concerne l'implémentation sur FPGA de la méthode d'estimation de l'INL proposée. À cette fin, il serait intéressant de suivre, dans un premier temps, les principes d'implémentation exposés dans [2] de l'algorithme présenté dans [1] et [42] à partir duquel nous avons débuté nos travaux. Cela permettrait d'évaluer précisément le gain de consommation de ressources FPGA engendré par notre algorithme. Le second axe concerne l'approche de correc-

tion des distorsions dynamiques au moyen d'une paire de LUT statiques. D'autres algorithmes que celui proposé pourraient être envisagés. Par exemple, on pourrait éviter de recourir aux transformées de Hilbert utilisées dans l'algorithme proposé. Pour ce faire, on pourrait adapter le système d'équations sur lequel est fondé notre méthode à un modèle de distorsions s'exprimant comme une combinaison linéaire de sinus. Ainsi, il s'agirait d'estimer l'INL Q par la simple résolution du système obtenu. D'autre part, il conviendrait d'étendre le modèle de signal distordu à des signaux modulés.

S'agissant des travaux exposés dans le chapitre 4, l'étude menée sur l'identification et l'inversion de modèle en présence d'instabilité numérique pourrait être renforcée par une recherche sur les raisons qui expliquent l'existence et la pertinence d'une solution au problème du filtre Wiener alternative à la solution attendue. Concernant les algorithmes de linéarisation conçus, il conviendrait de les éprouver pour des signaux d'excitation d'ADC plus complexes que ceux utilisés dans le cadre de nos travaux. Il faudrait notamment considérer des signaux constitués d'une seule composante modulée en phase et en amplitude et pour des largeurs de bandes supérieures à 40 kHz. En outre, les performances de correction des distorsions d'intermodulation pourraient être améliorées en ayant recours à une augmentation de la profondeur mémoire des modèles proposés. Si cela s'avérait insuffisant, il serait intéressant de considérer les modèles de Volterra non causaux utilisés dans [14]. Quel que soit le modèle pré-supposé, un autre axe de recherche consisterait à adapter les algorithmes à un traitement sur de signaux complexes. Cela permettrait d'envisager d'opérer la linéarisation après transposition en bande de base numérique (DDC pour *digital down converter*). Ainsi, pour les architectures de récepteur superhétérodyne à numérisation sur IF, on pourrait diviser par deux le débit des flux d'échantillons à linéariser sur FPGA pour un choix de fréquence intermédiaire correspondant au quart de la fréquence d'échantillonnage.

Enfin, la consommation de l'IP de linéarisation que nous avons développé pourrait être significativement réduite en optimisant l'implémentation de ses multiples blocs de FFT. De fait, étant donné le nombre de ces blocs au sein de l'IP d'estimation des signaux d'entrée et désiré du filtre de Wiener, il serait opportun de s'intéresser à cette problématique.

CONTRIBUTIONS BIBLIOGRAPHIQUES DE L'AUTEUR

Les contributions originales de l'auteur sont les suivantes.

Communications internationales avec actes

[64] B. Minger, G. Ferré, D. Dallet, E. Grivel, and L. Fuché. An improved spectral approach to estimate the integral non-linearity of analog-to-digital converters. In *Proceedings of the IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, pages 1129–1134, 11-14 Mai 2015, Pise, Italie.

[128] B. Minger, G. Ferré, D. Dallet, and L. Fuché. A new approach for compensating memory nonlinear analog-to-digital converters using look-up tables. In *Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Electronics Circuits and Systems (ICECS)*, pages 293–296, 11-14 Décembre 2016, Monte-Carlo, Monaco.

Brevets

[129] B. Minger, L. Fuché, G. Ferré, and D. Dallet. Procédé de correction de défauts introduits par un système de numérisation et dispositifs associés, FR1601138, 2016.

[130] B. Minger, L. Fuché, G. Ferré, and D. Dallet. Procédé de correction sans calibrage d'un défaut introduit par un système de numérisation et dispositifs associés, FR1601139, 2016.

ANNEXE A

UNITÉS USUELLES EN RADIOCOMMUNICATIONS

Cette annexe rappelle les définitions des différentes unités logarithmiques communément manipulées dans les applications de radiocommunications numériques.

A.1 Le décibel

Dans notre application, le décibel, noté dB, est une unité logarithmique employée à l'évaluation du rapport de puissances de deux signaux. La conversion d'un rapport de puissances d'une échelle linéaire à des décibels se fait selon la relation

$$R|_{\rm dB} = 10\log_{10}\left(\frac{P_2|_{\rm W}}{P_1|_{\rm W}}\right) \tag{A.1}$$

avec P_1 et P_2 les puissances des signaux considérés. Par exemple, il peut s'agir des puissances d'entrée et de sortie d'un système quelconque. Dans ce cas, $R|_{dB}$ correspond à la perte ou le gain engendré par ce système.

Le décibel est une valeur relative : il est donc sans dimension. Dans le cas particulier où les puissances P_1 et P_2 sont relatives à une même impédance, (A.1) peut s'écrire

$$R|_{\rm dB} = 20\log_{10}\left(\frac{V_{RMS2}|_{\rm V}}{V_{RMS1}|_{\rm V}}\right) \tag{A.2}$$

avec V_{RMS1} et V_{RMS2} les tensions efficaces des signaux considérés.

Deux valeurs notables en décibels sont $R|_{dB} = 0$ et $R|_{dB} = 3$. Elles correspondent respectivement aux cas où $P_1 = P_2$ et $P_2 = 2P_1$. Deux valeurs en décibels peuvent être additionnées ou soustraites. En revanche, la multiplication et la division de décibels n'ont aucun sens physique.

A.2 Les déclinaisons du décibel : le décibel par rapport à la porteuse et le décibel par rapport à la pleine échelle d'un convertisseur analogique-numérique

Plusieurs déclinaisons du décibel sont usuellement manipulées en radiocommunications. On utilise couramment le décibel par rapport à la porteuse, noté dBc, ou le décibel par rapport à la pleine échelle d'un convertisseur analogique numérique, noté dBFS. Ces deux grandeurs sont obtenues en remplaçant la puissance P_1 de l'expression (A.1) respectivement par la puissance de la porteuse ou celle de pleine échelle d'un ADC obtenue par (1.19). Pour l'une et l'autre de ces unités, la puissance de la porteuse ou de la pleine échelle correspond à 0 dBc ou dBFS. Toutes les autres puissances s'expriment alors par rapport à leur référence.

A.3 Le décibel milliwatt

Le décibel milliwatt, noté dBm, est une unité absolue couramment utilisée dans les radiocommunications. Elle quantifie, sur une échelle logarithmique, la puissance d'un signal électrique par rapport à une puissance de référence de 1 mW. La conversion d'une puissance du W au dBm se fait par l'expression

$$P|_{\rm dBm} = 10\log_{10}\left(\frac{P|_{\rm W}}{10^{-3}}\right).$$
 (A.3)

Pour le dBm, la valeur de référence est $P_{dBm} = 0$ dBm. Elle correspond à 1 mW, soit à une tension efficace de 0.224 V pour une impédance de 50 Ω . Aucune opération simple (addition, soustraction, multiplication ou division) ne peut être effectuée sur deux valeurs en dBm. Cependant, par le caractère relatif du dB, l'addition et la soustraction d'une valeur en dB à une valeur en dBm sont possibles.

Par analogie au décibel milliwatt, on peut aussi définir le décibel watt (dBW), le décibel microvolt (dB μ V), *etc.* Le choix d'une de ces unités dépend de l'ordre des grandeurs manipulées pour une application donnée.

ANNEXE B

MÉTHODE D'ANALYSE SPECTRALE DU SIGNAL NUMÉRIQUE ADOPTÉE

L'ensemble des observations et résultats exposés dans le corps de ce manuscrit repose sur une analyse spectrale des signaux numériques manipulés. En l'occurence, les spectres de puissance sont estimés par la méthode du périodogramme. Il convient donc de rappeler et d'introduire les quelques notions et caractéristiques de cette technique d'analyse spectrale. Ceci fait l'objet de cette annexe.

B.1 Quelques rappels et définitions relatifs à la transformée de Fourier discrète

La transformée de Fourier discrète

Soit y[.] un signal numérique dont on dispose de M échantillons consécutifs. On note Y[.] sa DFT. y[.] et Y[.] sont liés par la relation

$$Y[n] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} y[m] \exp\left(-j2\pi \frac{mn}{M}\right)$$
(B.1)

avec $n \in \mathbb{Z}$. La DFT d'un signal numérique est définie pour un ensemble discret de fréquences. Étant donné le caractère périodique du spectre d'un signal numérique, il suffit d'observer sa DFT aux valeurs $n \in [[0, M - 1]]$.

Case fréquence et cohérence de la fréquence d'échantillonnage

On appelle case fréquence l'intervalle entre deux fréquences discrètes. La largeur d'une case fréquence est notée Δ_{DFT} . Elle s'écrit

$$\Delta_{DFT} = \frac{F_s}{M}.\tag{B.2}$$

 Δ_{DFT} définit la résolution fréquentielle de la DFT. Plus généralement, la canalisation d'un récepteur numérique correspond à la résolution fréquentielle Δ_{DFT} de la méthode d'analyse spectrale qu'il implémente. Pour des signaux échantillonnés à une fréquence F_s , l'espace de définition $\mathscr{F}_{DFT}^{F_s}$ de la DFT est alors constitué des fréquences qui s'expriment comme des multiples entiers de Δ_{DFT} *i.e.*

$$\mathscr{F}_{DFT}^{F_s} = \{ f \in \mathbb{R}, \ f = n\Delta_{DFT}, \ n \in \mathbb{Z} \}.$$
(B.3)

Soit f_1 et T_1 les fréquence et période d'une sinusoïde. Lorsque f_1 est déterminée telle que $f_1 \in \mathscr{F}_{DFT}^{F_s} \cap \mathbb{R}^+$ elle est dite en cohérence avec F_s . Dans ce manuscrit, la cohérence entre une fréquence f_1 d'une sinusoïde et une fréquence d'échantillonage F_s est qualifiée de non entière si

$$f_1 = n_1 \Delta_{DFT}, \ n_1 \bmod M \neq 0 \tag{B.4}$$

avec $n_1 \in \mathbb{N}^+$. Cette désignation s'explique par le fait que les périodes T_s et T_1 ne sont pas multiples entiers l'une de l'autre. L'intérêt des sinusoïdes de fréquence en cohérence – entière ou non – avec leur fréquence d'échantillonnage est abordé dans la section suivante.

B.2 Spectre de puissance d'un signal numérique

Définition

Dans une architecture de récepteur superhétérodyne à numérisation sur IF, le signal de sortie de l'ADC est réel. Par conséquent, il est d'usage d'étudier le contenu fréquentiel d'un signal numérique à travers son spectre de puissance unilatéral, *i.e.* uniquement sur la première bande de Nyquist. Soit $\Gamma_{y}[.]$ ce spectre ; il est obtenu à partir de la DFT notée Y[.] comme suit.

$$\Gamma_{y}[n] = \begin{cases} |Y[0]|^{2}, n = 0, \\ 2|Y[n]|^{2}, n \in \left[\left[1, \frac{M}{2} - 1 \right] \right] \end{cases}$$
(B.5)

En pratique, on manipule plutôt ce spectre dans son expression en dBFS. Il vient alors¹

$$\Gamma_{y}[n]\big|_{\text{dBFS}} = 10\log_{10}\left(2^{2r-3}\Gamma_{y}[n]\right) \tag{B.6}$$

avec l'indice de case fréquence $n \in [[0, \frac{M}{2} - 1]]$ et *r* la résolution de l'ADC. Dans le corps de ce manuscrit, le terme spectre de puissance fait référence à la séquence (B.6). Par ailleurs, par commodité de lecture, les spectres numériques de puissance sont représentés en fonction des fréquences absolues en MHz plutôt que par des indices de case fréquence.

Puissances des composantes fondamental et harmoniques du spectre de puissance d'un signal de fréquence en cohérence avec sa fréquence d'échantillonnage

Dans le cas particulier d'une sinusoïde de fréquence f_1 en cohérence avec la fréquence d'échantillonnage F_s , il peut être aisément démontré que la puissance de signal se concentre au sein d'une seule case fréquence du spectre de puissance $\Gamma_y[.]$. La détermination de cette puissance se réduit donc à l'extraction de la valeur du spectre de puissance à l'indice n_1 associé à la fréquence f_1 éventuellement repliée selon (1.10) ou (1.11) (*cf.* subdivision 1.3.1.2).

$$P_1 = \Gamma_y[n_1] \tag{B.7}$$

La cohérence avec la fréquence d'échantillonnage est une propriété qui est conservée d'une fréquence fondamentale f_1 à ses fréquences harmoniques f_{H_i} avec $i \ge 2$. Notons P_{H_i} la puissance

¹Le terme 2^{2r-3} de cette expression correspond au carré de la valeur efficace de la pleine échelle d'un ADC exprimée en LSB. En effet, la tension de pleine échelle d'un ADC s'écrit $V_{FS}|_{\text{LSB}} = 2^r$; la valeur efficace d'une sinusoïde associée à cette tension est donc $V_{FS}^{RMS}|_{\text{LSB}} = \frac{2^r}{2\sqrt{2}}$.

de l'harmonique d'ordre *i*. P_{H_i} s'écrit ainsi

$$P_{H_i} = \Gamma_y[n_{H_i}] \tag{B.8}$$

avec n_{H_i} l'indice de case fréquence associé à la fréquence f_{H_i} éventuellement repliée.

La caractérisation dynamique (*cf.* annexe C) d'un ADC est essentiellement effectuée avec des signaux composés d'une ou plusieurs sinusoïdes de fréquence en cohérence avec la fréquence d'échantillonnage. De cette façon, on tire avantage de la simplicité de la mesure des puissances.

Dans le cas particulier où la cohérence entre la fréquence d'une excitation monotonale et la fréquence d'échantillonnage est non entière, les échantillons du signal numérique prennent des valeurs différentes d'une période à l'autre. Lorsque l'on souhaite opérer une analyse statistique des échantillons de sortie d'un ADC, cette propriété est essentielle puisqu'elle assure l'occurence de tous les mots de codes associés à la plage d'amplitude balayée par l'excitation. Dans le corps du manuscrit, nous recourons à des excitations monotonales en cohérence non entière avec la fréquence de leur échantillonnage afin d'obtenir la plus grande diversité d'échantillons possible.

ANNEXE C

PARAMÈTRES DE PERFORMANCES STATIQUES ET DYNAMIQUES D'UN CONVERTISSEUR ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE

Un ADC se caractérise par un ensemble de critères de performances qui quantifient son caractère non-linéaire. Il est d'usage de distinguer les paramètres statiques des paramètres dynamiques [15]. Les premiers évaluent le comportement non-linéaire d'un ADC qui ne dépend pas de la fréquence de son excitation. Quant aux seconds, ils quantifient les effets des distorsions sur le spectre de puissance du signal numérique de sortie d'un ADC.

Dans cette annexe, les définitions et caractéristiques des DNL, INL, SNR, plancher de bruit, SFDR et IMD sont rappelées. Il s'agit d'une liste non exhaustive. Toutefois, ces critères sont apparus comme les plus appropriés à l'appréciation des solutions de linéarisation proposées dans le corps de ce manuscrit.

C.1 Paramètres de performances statiques

C.1.1 Non-linéarité différentielle

Le standard IEEE [15] définit la DNL pour un quantum d'une caractéristique de transfert préalablement corrigée en gain et en offset¹. Il s'agit d'une séquence dont chaque valeur est la différence entre les largeurs mesurée et nominale d'un intervalle du partitionnement de la FSR d'un ADC. Soit $k \in [[1, 2^r - 2]]^2$; l'indice associé à chaque quantum, la DNL s'écrit

$$DNL[k]|_{\text{LSB}} = \frac{(\tilde{T}_{k+1}|_{\text{V}} - \tilde{T}_{k}|_{\text{V}}) - Q|_{\text{V}}}{Q|_{\text{V}}}$$
(C.1)

avec \tilde{T}_k les tensions de transition réelles de la caractéristique de transfert. Q dénote le quantum de la caractéristique de transfert nominal défini tel que $Q|_V = T_{k+1}|_V - T_k|_V$ avec T_k les tensions de transition idéales pour $k \in [1, 2^r - 2]]$.

La DNL quantifie les variations que présente la caractéristique de transfert d'un ADC pour chacune de ses associations entre tension d'entrée et mot de code. En cela, cette séquence est une mesure locale des déformations statiques introduites lors de la numérisation. En pratique, l'observation de la DNL donne une indication sur le bruit ajouté au bruit de quantification lors d'une discrétisation non idéale des tensions d'entrée d'un ADC [18].

La méthode la plus répandue d'estimation de la DNL repose sur la construction d'un histogramme à partir des échantillons obtenus en sortie de l'ADC excité par une sinusoïde. En substance, la méthode consiste à comparer l'occurence d'apparition de chaque mot de code à la valeur correspondante de la fonction de densité de probabilités (PDF pour *probability density function*) associée au signal d'excitation. Par ailleurs, en sa qualité de paramètre statique, l'estimation de la DNL n'est pertinente que dans la mesure où l'ADC présente un comportement

¹Les erreurs de gains et d'offset sont deux erreurs statiques qui influent respectivement sur la pente et la tension d'offset de la caractéristique de transfert. Elles ne sont pas introduites ici car elles ne provoquent que des déformations linéaires [131].

²On note que la DNL n'est pas définie pour les quanta extrêmes de la pleine échelle.
statique. En pratique, on se place dans ces conditions en utilisant une excitation sinusoïdale de faible fréquence [15].

C.1.2 Non-linéarité intégrale

L'INL est définie dans [15] pour chaque niveau de transition \tilde{T}_k , $k \in [[1, 2^r - 1]]$, de la caractéristique de transfert préalablement corrigée en gain et en offset. Elle mesure la différence entre les valeurs mesurée et nominale d'un niveau de transition. L'INL s'écrit alors

$$INL[k]|_{\text{LSB}} = \frac{\tilde{T}_k|_{\text{V}} - T_k|_{\text{V}}}{Q|_{\text{V}}}$$
(C.2)

La séquence d'INL mesure les variations de chacune des tensions de transition d'un ADC. Un niveau de transition est intrinsèquement lié aux variations des quanta aux tensions inférieures. Ainsi, contrairement à la DNL, l'INL peut être vue comme une mesure globale du comportement non linéaire statique d'un ADC : elle donne une indication sur l'allure de la fonction non linéaire opérée lors d'une quantification non idéale [18].

La méthode la plus répandue d'estimation de l'INL est basée sur l'exploitation du même histogramme utilisé pour la DNL.

C.2 Paramètres de performances dynamiques

Contrairement aux paramètres de performances statiques, les critères dits dynamiques permettent d'évaluer les effets de tous les types de distorsions – statiques et dynamiques – introduites lors de la numérisation. Par ailleurs, en comparaison avec les séquences de DNL et d'INL, les paramètres de performances dynamiques caractérisent un ADC par l'intermédiaire de son signal de sortie plutôt que par sa caractéristique de transfert : ils permettent une appréciation plus directe des déformations subies par un signal au cours de sa numérisation. Par conséquent, c'est essentiellement à l'aune de ces critères qu'est quantifié le comportement réel d'un ADC en pratique.

Le spectre de puissance du signal de sortie d'un ADC est le support de définition de l'ensemble de ses paramètres de performances dynamiques. Ces différents critères se basent donc sur les quelques outils et notions d'analyse spectrale rappelés dans l'annexe B.

Rapport signal sur bruit et puissance de bruit

Considérons un signal sinusoïdal x(.) appliqué en entrée d'un ADC échantillonnant à une fréquence F_s . On suppose que le signal de sortie y[.] de l'ADC présente des harmoniques jusqu'à l'ordre H_{max} . Lorsque la fréquence f_1 de l'excitation est supposée en cohérence avec F_s , on

définit le SNR tel que

$$SNR|_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{\Gamma_{y}[n_{1}] - \frac{2}{M - 2H_{max}}\sum_{n \in \mathcal{N}_{n}}\Gamma_{y}[n]}{\frac{M}{M - 2H_{max}}\sum_{n \in \mathcal{N}_{n}}\Gamma_{y}[n]}\right)$$
(C.3)

avec $\mathcal{N}_n = \{n \in [[0, \frac{M}{2} - 1]] \setminus \{n_1, n_{H_2}, \dots, n_{H_{max}}\}\}$ l'ensemble des indices associés aux cases fréquences ne comportant que du bruit ; n_1 l'indice de case fréquence associé à f_1 éventuellement repliée ; et pour $i \in [[2, H_{max}]], n_{H_i}$ l'indice de case fréquence associé à la fréquence f_{H_i} éventuellement repliée.

Il est courant d'exprimer le SNR en dBFS, *i.e.* en supposant que l'excitation sinusoïdale de l'ADC parcourt toute sa *FSR*. Dans ce cas particulier, le SNR correspond à la puissance du bruit introduit par l'ADC exprimée en dBFS. Notons P_n cette puissance. Elle s'écrit alors comme suit.

$$P_n|_{\text{dBFS}} = SNR|_{\text{dBFS}} = 10\log_{10}\left(\frac{2^{2r-3}}{\frac{M}{M-2H_{max}}\sum_{n \in \mathcal{N}_n} \Gamma_y[n]}\right)$$
(C.4)

Plancher de bruit

Par définition, la puissance P_n d'un bruit blanc s'étale sur toutes les cases fréquences du spectre de puissance. En conséquence, le niveau de puissance de bruit observé au sein de chaque case fréquence est le suivant.

$$p_n|_{\text{dBFS}} = P_n|_{\text{dBFS}} - 10\log_{10}\left(\frac{M}{2}\right) \tag{C.5}$$

Dans le corps du manuscrit, p_n est appelé plancher de bruit.

Dynamique sans raies parasites

Considérons un signal sinusoïdal x(.) appliqué en entrée d'un ADC échantillonnant à une fréquence F_s . On suppose que le signal de sortie y[.] de l'ADC présente des harmoniques jusqu'à l'ordre H_{max} . Lorsque la fréquence f_1 de l'excitation est supposée en cohérence avec F_s , la SFDR est définie telle que

$$SFDR|_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{\Gamma_{y}[n_{1}] - \frac{2}{M - 2H_{max}}\sum_{n \in \mathcal{N}_{n}}\Gamma_{y}[n]}{\max(\Gamma_{y}[n_{H_{i}}]) - \frac{2}{M - 2H_{max}}\sum_{n \in \mathcal{N}_{n}}\Gamma_{y}[n]}\right)$$
(C.6)

avec $\mathcal{N}_n = \{n \in [[0, \frac{M}{2} - 1]] \setminus \{n_1, n_{H_2}, \dots, n_{H_{max}}\}\}$ l'ensemble des indices associés aux cases fréquences ne comportant que du bruit; n_1 l'indice de case fréquence associé à f_1 éventuellement repliée; et pour $i \in [[2, H_{max}]]$, n_{H_i} l'indice de case fréquence associé à la fréquence f_{H_i}

éventuellement repliée.

Il est courant d'exprimer la SFDR en dBFS. Dans ce cas particulier, la SFDR correspond au niveau de puissance maximal des distorsions introduites par l'ADC.

Intermodulation

Considérons un signal x(.) composé de deux tons sinusoïdaux de même puissance appliqué en entrée d'un ADC échantillonnant à une fréquence F_s . On suppose que le signal de sortie y[.]de l'ADC présente des raies d'intermodulation jusqu'à l'ordre I_{max} et des raies harmoniques pour chacun des tons jusqu'aux ordres H_{max}^1 et H_{max}^2 . Lorsque, les fréquences f_1 et f_2 des composantes de l'excitation sont supposées en cohérence avec F_s , l'IMD est définie telle que

$$IMD|_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{\Gamma_{y}[n_{1}] - \frac{2}{M - 2N_{I} - 2H_{max}^{1} - 2H_{max}^{2} + 2}\sum_{n \in \mathcal{N}_{n}} \Gamma_{y}[n]}{\max(\Gamma_{y}[n]) - \frac{2}{M - 2N_{I} - 2H_{max}^{1} - 2H_{max}^{2} + 2}\sum_{n \in \mathcal{N}_{n}} \Gamma_{y}[n]}\right)$$
(C.7)

avec $\mathcal{N}_{IMD} = \left\{ \left(n_{I_{j,i-j}^+}, n_{I_{j,i-j}^-} \right) \in \left[\left[0, \frac{M}{2} - 1 \right] \right]^2, \ j \in \left[1, i - 1 \right], i \in \left[2, I_{max} \right] \right\}$ l'ensemble des indices des cases associées aux fréquences des raies d'intermodulations $f_{j,i-j}^+ = jf_1 + (i - j)f_2$ et $f_{j,i-j}^- = |jf_1 - (i - j)f_2|$ pour $j \in \left[1, i - 1 \right]$ et $i \in \left[2, I_{max} \right]$ éventuellement repliées et $N_I = \operatorname{card}(\mathcal{N}_{IMD})$; $\mathcal{N}_H = \left\{ \left(n_{H_i}^1, n_{H_j}^2 \right) \in \left[\left[0, \frac{M}{2} - 1 \right] \right]^2, i \in \left[\left[2, H_{max}^1 \right] \right], j \in \left[\left[2, H_{max}^2 \right] \right] \right\}$ l'ensemble des indices des cases associées aux fréquences des raies harmoniques de chaque ton $f_{H_i}^1$ pour $i \in \left[\left[2, H_{max}^2 \right] \right]$ et $f_{H_j}^2$ pour $j \in \left[\left[2, H_{max}^2 \right] \right]$ éventuellement repliées ;

 $\mathcal{N}_n = \{n \in [[0, \frac{M}{2} - 1]] \setminus \{n_1\} \cup \mathcal{N}_{IMD} \cup \mathcal{N}_H\}$ l'ensemble des indices associés aux cases fréquences ne comportant que du bruit ; n_1 l'indice de case fréquence associé à f_1 éventuellement repliée.

A l'instar de la SFDR, il est courant d'exprimer l'IMD en dBFS. Dans ce cas, l'IMD correspond au niveau de puissance maximal des distorsion harmoniques ou d'intermodulation introduites par l'ADC.

BIBLIOGRAPHIE

- Jean-Marie Janik and Vincent Fresnaud. A spectral approach to estimate the INL of A/D converter. *Computer Standards & Interfaces*, 29(1):31–37, January 2007. doi: 10.1016/j.csi.2005.12.004.
- [2] Vincent Fresnaud. *Etude et compensation des non-linéarités de convertisseur analogique numérique utilisant une architecture à repliement et interpolation*. PhD thesis, Université de Bordeaux 1, 2008. Thèse de doctorat dirigée par Dominique Dallet.
- [3] L. Peng and H. Ma. Design and implementation of software-defined radio receiver based on blind nonlinear system identification and compensation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 58(11):2776–2789, 2011. ISSN 1549-8328. doi: 10.1109/TCSI.2011.2151050.
- [4] Simon Haykin and Michael Moher. *Communication Systems*. John Wiley & Sons Inc., 2009. ISBN 0471697907.
- [5] C. E. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, 37(1): 10–21, 1949. ISSN 0096-8390. doi: 10.1109/JRPROC.1949.232969.
- [6] B. Widrow. A study of rough amplitude quantization by means of Nyquist sampling theory. *IRE Transactions on Circuit Theory*, 3(4):266–276, 1956. ISSN 0096-2007. doi: 10.1109/TCT.1956.1086334.
- [7] A. Sripad and D. Snyder. A necessary and sufficient condition for quantization errors to be uniform and white. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 25(5):442–448, 1977. ISSN 0096-3518. doi: 10.1109/TASSP.1977.1162977.
- [8] Henrick F. Lundin. *Characterization and Correction of Analog-to-Digital Converters*. PhD thesis, KTH School of Electrical Engineering, 2005.
- [9] 14-Bit, 1.25 GSPS/1 GSPS/820 MSPS/500 MSPS JESD204B, Dual Analog-to-Digital Converter. Analog Devices, 2015. Rev. C.
- [10] ADC12D800/500RF 12-Bit, 1.6/1.0 GSPS RF Sampling ADC. Texas Instruments, 2011.
 Rev. C.
- [11] P. Stoica and R.L. Moses. *Spectral Analysis of Signals*. Pearson Prentice Hall, 2005. ISBN 9780131139565.
- [12] Bob reeder and Jim Caserta. Wideband A/D converter front-end design considerations II: Amplifier or transformer drive for the ADC (AN4102). Application note, Analog Devices, 2007.
- [13] Bob reeder. Wideband A/D converter front-end design considerations: when to use a double transformer configuration (AN4007). Application note, Analog Devices, 2006.

- [14] Parastoo Nikaeen. *Digital Compensation of Dynamic Acquisition Errors At the Front-end of ADCs*. PhD thesis, Stanford University, 2008.
- [15] IEEE standard for terminology and test methods for analog-to-digital converters. *IEEE Std 1241-2010 (Revision of IEEE Std 1241-2000)*, pages 1–139, 2011. doi: 10.1109/IEEESTD.2011.5692956.
- [16] Analog Devices Inc. Data Conversion Handbook. NEWNES, 2004. ISBN 0750678410.
- [17] Rob Reeder. Frequency domain response of switched-capacitor ADCs. Application note, Analog Devices, 2009.
- [18] Franco Maloberti. Nyquist rate analog to digital converters. In *Data Converters*. Springer, 2007. ISBN 978-0-387-32485-2. doi: 10.1007/978-0-387-32486-9_4.
- [19] Walt Kester. ADC input noise: The good, the bad, and the ugly. is no noise good noise? Application note, Analog Devices, 2006.
- [20] Raphaël Vansebrouck. *Digital post-distortion for wideband receivers*. PhD thesis, Telecom ParisTech, 2016.
- [21] Brad Brannon. Overcoming converter nonlinearities with dither (AN410). Application note, Analog Devices, 1995.
- [22] E. Balestrieri, P. Daponte, and S. Rapuano. A state of the art on ADC error compensation methods. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 54(4):1388–1394, aug 2005. doi: 10.1109/tim.2005.851083.
- [23] ADC31JB68 Single Channel 16-bit 500 MSPS Analog-to-Digital Converter. Texas Instruments, 2015. Rev. A.
- [24] T. Kuyel and H. Bilhan. Relating linearity test results to design flaws of pipelined analog to digital converters. In *Proceedings of the International Test Conference*, pages 772–779, 1999. doi: 10.1109/TEST.1999.805807.
- [25] Richard Schreier and Gabor C. Temes. Understanding Delta-Sigma Data Converters. John Wiley & Sons Inc., 2004. ISBN 0471465852.
- [26] S. Limotyrakis, Ki Young Nam, and B. A. Wooley. Analysis and simulation of distortion in folding and interpolating A/D converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 49(3):161–169, 2002. ISSN 1057-7130. doi: 10.1109/TCSII.2002.1013862.
- [27] In-Seok Jung and Yong bin Kim. A 12-bit 32ms/s SAR ADC using built-in self calibration technique to minimize capacitor. In 2014 IEEE International Symposium on Defect and

Fault Tolerance in VLSI and Nanotechnology Systems (DFT). IEEE, October 2014. doi: 10.1109/DFT.2014.6962078.

- [28] A. M. A. Ali, A. Morgan, C. Dillon, G. Patterson, S. Puckett, P. Bhoraskar, H. Dinc, M. Hensley, R. Stop, S. Bardsley, D. Lattimore, J. Bray, C. Speir, and R .Sneed. A 16-bit 250-MS/s IF sampling pipelined ADC with background calibration. *IEEE J. Solid-State Circuits*, 45(12):2602–2612, dec ;S 2010. doi: 10.1109/jssc.2010.2073194.
- [29] Su-Hao Wu and Jieh-Tsorng Wu. A 81-dB dynamic range 16-MHz bandwidth delta-sigma modulator using background calibration. *IEEE J. Solid-State Circuits*, 48(9):2170–2179, September 2013. doi: 10.1109/jssc.2013.2264137.
- [30] J.P. Keane, P.J. Hurst, and S.H. Lewis. Background interstage gain calibration technique for pipelined ADCs. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, 52(1):32–43, January 2005. doi: 10.1109/tcsi.2004.839534.
- [31] Seung-Chul Lee and Yun Chiu. A 15-MHz bandwidth 1-0 MASH sigma-delta ADC with nonlinear memory error calibration achieving 85-dBc SFDR. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 49(3):695–707, March 2014. doi: 10.1109/jssc.2014.2304364.
- [32] Henrik Lundin and Peter Händel. Look-up tables, dithering and volterra series for ADC improvements. In *Design, Modeling and Testing of Data Converters*. Springer, 2013. ISBN 978-3-642-39654-0. doi: 10.1007/978-3-642-39655-7_8.
- [33] Robert A. Wannamaker. *The Theory of Dithered Quantization*. PhD thesis, University of Waterloo, 2003.
- [34] John Tsimbinos. *Identification and compensation of nonlinear distortion*. PhD thesis, University of South Australia, 1995.
- [35] L. Schuchman. Dither signals and their effect on quantization noise. *IEEE Transactions* on *Communications*, 12(4):162–165, December 1964. doi: 10.1109/tcom.1964.1088973.
- [36] R. A. Wannamaker, S. P. Lipshitz, J. Vanderkooy, and J. N. Wright. A theory of nonsubtractive dither. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 48(2):499–516, 2000. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/78.823976.
- [37] B. Widrow, I. Kollar, and Ming-Chang Liu. Statistical theory of quantization. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 45(2):353–361, 1996. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/19.492748.
- [38] M. F. Wagdy. Effect of various dither forms on quantization errors of ideal A/D converters. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 38(4):850–855, August 1989. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/19.31003.

- [39] M. F. Wagdy and M. Goff. Linearizing ideal A/D converters via analog and digital dither: Analytical study. In *Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference IMTC/93. Conference Record*, pages 154–162, May 1993. doi: 10.1109/IMTC.1993.382660.
- [40] M. F. Wagdy and M. Goff. Linearizing average transfer characteristics of ideal ADC's via analog and digital dither. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 43(2): 146–150, 1994. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/19.293411.
- [41] Dan Asta and Fred H Irons. Dynamic error compensation of analog-to-digital converters. *The Lincoln Laboratory Journal*, 2(2):161–182, 1989.
- [42] V. Kerzérho, V. Fresnaud, D. Dallet, S. Bernard, and L. Bossuet. Fast digital postprocessing technique for integral nonlinearity correction of analog-to-digital converters: Validation on a 12-bit folding-and-interpolating analog-to-digital converter. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 60(3):768–775, 2011. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2010.2060222.
- [43] L. De Vito, H. Lundin, and S. Rapuano. A bayesian filtering approach for calibrating a lookup table used for ADC error correction. In *Proceedings of the IEEE Instrumentationand Measurement Technology*, volume 1, pages 293–297, May 2005. doi: 10.1109/IMTC. 2005.1604120.
- [44] N. Bjorsell and P. Handel. Histogram tests for wideband applications. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 57(1):70–75, 2008. ISSN 0018-9456. doi: 10. 1109/TIM.2007.908274.
- [45] C. R. Grace, P. Denes, D. Gnani, H. von der Lippe, and J. P. Walder. Code-density calibration of Nyquist-rate analog-to-digital converters. In *Proceedings of the IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC)*, pages 627– 632, 2012. doi: 10.1109/NSSMIC.2012.6551183.
- [46] S. Bernard, F. Azaïs, M. Comte, O. Potin, V. Kerzérho, and M. Renovell. Adaptive LUT-based system for in situ ADC auto-correction. In *Proceedings of the IEEE 16th International Mixed-Signals, Sensors and Systems Test Workshop (IMS3TW)*, pages 1–6, 2010. doi: 10.1109/IMS3TW.2010.5502995.
- [47] V. Kerzérho, L. Guillaume-Sage, F. Azaïs, M. Comte, M. Renovell, and S. Bernard. Toward adaptation of ADCs to operating conditions through on-chip correction. In *Proceedings* of the IEEE Computer Society Annual Symposium on VLSI, pages 634–639, 2015. doi: 10.1109/ISVLSI.2015.62.

- [48] Henrick F. Lundin, T. Andersson, M. Skoglund, and P. Handel. Analog-to-digital converter error correction using frequency selective tables. *RadioVetenskap och Kommunikation* (*RVK*), pages 487–490, 2002.
- [49] H. Lundin, M. Skoglund, and P. Handel. Optimal index-bit allocation for dynamic postcorrection of analog-to-digital converters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53 (2):660–671, 2005. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/TSP.2004.840817.
- [50] F. H. Irons, D. M. Hummels, and S. P. Kennedy. Improved compensation for analog-todigital converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(8):958–961, 1991.
 ISSN 0098-4094. doi: 10.1109/31.85640.
- [51] J. Tsimbinos and K. V. Lever. Improved error-table compensation of A/D converters. *IEEE Proceedings of Circuits, Devices and Systems*, 144(6):343–349, 1997. ISSN 1350-2409. doi: 10.1049/ip-cds:19971589.
- [52] D. Moulin. Real-time equalization of A/D converter nonlinearities. In *Proceedings of the IEEE International Circuits and Systems Symposium*, volume 1, pages 262–267, May 1989. doi: 10.1109/ISCAS.1989.100341.
- [53] Don Hummels. Performance improvement of all-digital wide-bandwidth receivers by linearization of ADCs and DACs. *Measurement*, 31(1):35–45, January 2002. doi: 10. 1016/s0263-2241(01)00012-4.
- [54] J. P. Deyst, J. J. Vytal, P. R. Blasche, and W. M. Siebert. Wideband distortion compensation for bipolar flash analog-to-digital converters. In *Proceedings of the 9th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference IMTC*'92, pages 290–294, May 1992. doi: 10.1109/IMTC.1992.245131.
- [55] V. Kerzérho, S. Bernard, F. Azaïs, M. Comte, O. Potin, C. Shan, G. Bontorin, and M. Renovell. A novel implementation of the histogram-based technique for measurement of INL of LUT-based correction of ADC. *Microelectronics Journal*, 44(9):840–843, September 2013. doi: 10.1016/j.mejo.2013.06.009.
- [56] S. Medawar, P. Handel, N. Bjorsell, and M. Jansson. Postcorrection of pipelined analog –digital converters based on input-dependent integral nonlinearity modeling. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 60(10):3342–3350, 2011. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2011.2126870.
- [57] Samer Medawar. *Pipeline Analog-Digital Converters Dynamic Error Modeling for Calibration*. PhD thesis, KTH Electrical Engineering, 2012.
- [58] J. Doernberg, H. S. Lee, and D. A. Hodges. Full-speed testing of A/D converters. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 19(6):820–827, 1984. ISSN 0018-9200. doi: 10.1109/JSSC.1984.1052232.

- [59] M. Wu and G. Chen. Estimation for ADC's INL using a moving-average filter. In Proceedings of the International Conference Computer and Electrical Engineering ICCEE 2008, pages 544–547, 2008. doi: 10.1109/ICCEE.2008.137.
- [60] F. Azais, S. Bernard, Y. Bertrand, and M. Renovell. Implementation of a linear histogram BIST for ADCs. In *Proceedings of the Conference Design, Automation and Test in Europe and Exhibition 2001*, pages 590–595, 2001. doi: 10.1109/DATE.2001.915083.
- [61] F. Adamo, F. Attivissimo, and N. Giaquinto. Measurement of ADC integral nonlinearity via DFT. *Proceedings EWADC*, pages 3–8, 2000.
- [62] F. Adamo, F. Attivissimo, N. Giaquinto, and M. Savino. FFT test of A/D converters to determine the integral nonlinearity. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 51(5):1050–1054, 2002. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2002.807795.
- [63] E. J. Peralías, M. A. Jalón, and A. Rueda. Simple evaluation of the nonlinearity signature of an ADC using a spectral approach. *VLSI Design*, 2008:1–8, 2008. doi: 10.1155/2008/ 657207.
- [64] B. Minger, G. Ferré, D. Dallet, E. Grivel, and L. Fuché. An improved spectral approach to estimate the integral non-linearity of analog-to-digital converters. In *Proceedings of the IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, pages 1129–1134, May 2015. doi: 10.1109/I2MTC.2015.7151430.
- [65] F. Stefani, D. Macii, A. Moschitta, P. Carbone, and D. Petri. Simple and time-effective procedure for ADC INL estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 55(4):1383–1389, 2006. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2006.876395.
- [66] A. J. Gines Arteaga, E. J. Peralias, and A. Rueda. Blind adaptive estimation of integral nonlinear errors in ADCs using arbitrary input stimulus. *IEEE Transactions* on Instrumentation and Measurement, 60(2):452–461, 2011. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2010.2051062.
- [67] J. J. Blair. Selecting test frequencies for two-tone phase plane analysis of ADCs. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 51(5):976–979, October 2002. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2002.807805.
- [68] J. J. Blair. Selecting test frequencies for two-tone phase-plane analysis of ADCs: Part II. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 56(4):1171–1175, 2007. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2007.899910.
- [69] M. S. Ong, Y. C. Kuang, M. P. L. Ooi, S. Demidenko, and P. Liam. Optimal dual-tone frequency selection for ADC sine-wave tests. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 60(5):1533–1545, May 2011. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2010. 2102393.

- [70] M. S. Ong, Y. C. Kuang, P. S. Liam, and M. P. L. Ooi. Multisine with optimal phase-plane uniformity for ADC testing. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 61 (3):566–578, 2012. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2011.2169614.
- [71] Conceição Líbano Monteiro, Pasquale Arpaia, and António Cruz Serra. Analytical design of dual-tone signal for ADC phase-plane testing. *Measurement*, 43(3):434 446, 2010. ISSN 0263-2241. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2009.12.014.
- [72] S. Acunto, P. Arpaia, D. M. Hummels, and F. H. Irons. A new bidimensional histogram for the dynamic characterization of ADCs. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 52(1):38–45, 2003. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2003.809115.
- [73] S. Medawar, P. Handel, N. Bjorsell, and M. Jansson. Input-dependent integral nonlinearity modeling for pipelined analog –digital converters. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 59(10):2609–2620, 2010. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2010. 2045551.
- [74] S. Medawar and P. Händel. On the calibration of wideband analog –digital converters. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 62(8):2353–2355, 2013. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2013.2255991.
- [75] S. Medawar, B. Murmann, P. Händel, N. Björsell, and M. Jansson. Static integral nonlinearity modeling and calibration of measured and synthetic pipeline analog-to-digital converters. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 63(3):502–511, 2014. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2013.2282002.
- [76] P. Handel, N. Bjorsell, and M. Jansson. Model based dynamic characterization of analogdigital-converters at radio frequency. In *Proceedings of the 9th International Symposium* on Signal Processing and Its Applications ISSPA 2007, pages 1–6, 2007. doi: 10.1109/ ISSPA.2007.4555623.
- [77] Niclas Björsell and Peter Händel. Achievable ADC performance by postcorrection utilizing dynamic modeling of the integral nonlinearity. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008(1):497187, 2008. doi: 10.1155/2008/497187.
- [78] P. Arpaia, P. Daponte, and S. Rapuano. A state of the art on ADC modelling. *Computer Standards & Interfaces*, 26(1):31–42, 2004. New Trends in ADC Testing and Modelling.
- [79] R. Vansebrouck, O. Jamin, P. Desgreys, and V.-T. Nguyen. Digital distortion compensation for wideband direct digitization RF receiver. *IEEE 13th International New Circuits and Systems Conference (NEWCAS)*, June 2015.
- [80] W. Cao, C. Yu, and A. Zhu. Digital post-correction of analog-to-digital converters with real-time FPGA implementation. 26th Irish Signals and Systems Conference(ISSC), June 2015.

- [81] K. Shi and A. Redfer. Blind Volterra system linearization with applications to post compensation of ADC nonlinearities. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, March 2012.
- [82] P. Mikulik and J. Saliga. Volterra filtering for integrating ADC error correction, based on an a priori error model. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 51(4): 870–875, August 2002. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2002.803513.
- [83] G. Huang, B. Peng, and A. Zhu. Simplified Volterra series based background calibration for high speed high resolution pipelined ADCs. In *Proceedings of the IEEE 58th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*, pages 1–4, 2015. doi: 10.1109/ MWSCAS.2015.7282079.
- [84] Peng Liang, Sun Guocang, Deng Haihua, and Chen Ming. A Wiener model based postcalibration of ADC nonlinear distortion. In *Proceedings of the IEEE Workshop Electronics*, *Computer and Applications*, pages 366–370, May 2014. doi: 10.1109/IWECA.2014. 6845633.
- [85] F. Centurelli, P. Monsurrò, F. Rosato, D. Ruscio, and A. Trifiletti. Calibrating sample and hold stages with pruned Volterra kernels. *Electronics Letters*, 51(25):2094–2096, 2015. ISSN 0013-5194. doi: 10.1049/el.2015.3269.
- [86] F. Centurelli, P. Monsurrò, F. Rosato, D. Ruscio, and A. Trifiletti. Calibration of pipeline ADC with pruned Volterra kernels. *Electronics Letters*, 52(16):1370–1371, 2016. ISSN 0013-5194. doi: 10.1049/el.2016.1601.
- [87] Y. Yang, A. Motafakker-Fard, and B. Jalali. Linearization of ADCs via digital post processing. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems* (ISCAS), pages 989–992, May 2011. doi: 10.1109/ISCAS.2011.5937734.
- [88] H. Johansson. Methods and apparatuses for estimation and compensation of nonlinearity errors, 24 2010. WO Patent App. PCT/EP2008/067,663.
- [89] P. Nikaeen and B. Murmann. Digital compensation of dynamic acquisition errors at the front-end of high-performance A/D converters. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 3(3):499–508, June 2009. ISSN 1932-4553. doi: 10.1109/JSTSP.2009. 2020575.
- [90] Xinfa Zhang and Feng Yu. A novel nonlinear equalizer for extending the dynamic range of analog-to-digital converters. *IEICE Electronics Express*, 13(5), 2016. doi: 10.1587/elex.13.20160039.
- [91] J. Goodman, B. Miller, M. Herman, M. Vai, and P. Monticciolo. Extending the dynamic range of RF receivers using nonlinear equalization. In *Proceedings of the International*

Waveform Diversity and Design Conference, pages 224–228, 2009. doi: 10.1109/WDDC. 2009.4800349.

- [92] Yuelin Ma. Advanced Digital Signal Processing Technology for Nonlinear Compensation in Wireless Communication Systems. PhD thesis, The University of Electro-Communications, 2015.
- [93] S. Boyd and L. Chua. Fading memory and the problem of approximating nonlinear operators with Volterra series. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 32(11): 1150–1161, 1985. ISSN 0098-4094. doi: 10.1109/TCS.1985.1085649.
- [94] Alain Y. Kibangou. *Modèles de volterra à complexité réduite : estimation paramétrique et application à l'égalisation des canaux de communication*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2005.
- [95] A. Zhu, J. Pedro, and T. Brazil. Dynamic deviation reduction-based Volterra behavioral modeling of RF power amplifiers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 54:4323–4331, December 2006.
- [96] M. Herman, B. Miller, and J. Goodman. The cube coefficient subspace architecture for nonlinear digital predistortion. In *Proceedings of the Systems and Computers 2008* 42nd Asilomar Conference Signals, pages 1857–1861, 2008. doi: 10.1109/ACSSC.2008. 5074750.
- [97] B. Setterberg, K. Poulton, S. Ray, D. J. Huber, V. Abramzon, G. Steinbach, J. P. Keane, B. Wuppermann, M. Clayson, M. Martin, R. Pasha, E. Peeters, A. Jacobs, F. Demarsin, A. Al-Adnani, and P. Brandt. A 14b 2.5GS/s 8-way-interleaved pipelined ADC with background calibration and digital dynamic linearity correction. In *Proceedings of the IEEE International Solid-State Circuits Conference Digest of Technical Papers*, pages 466–467, 2013. doi: 10.1109/ISSCC.2013.6487817.
- [98] D. I. Bergman and G. N. Stenbakken. Phase-plane-derived distortion modeling of a fast and accurate digitizing sampler. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 55(4):1094–1100, 2006. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2006.876534.
- [99] O. Nelles. Nonlinear System Identification. Springer, 2001.
- [100] P. Diniz. Adaptive filtering : algorithms and practical implementation (fourth edition). Springer, 2013.
- [101] Tokunbo Ogunfunmi. Nonlinear adaptive system identification based on volterra models. In Adaptive Nonlinear System Identification. Springer, 2007. ISBN 978-0-387-26328-1. doi: 10.1007/978-0-387-68630-1_6.

- [102] A. E. Hoerl and W. Kennard. Ridge regression : biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12(1), 1970.
- [103] G. Golub and F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 1996.
- [104] Amadou Mbaye. Linéarisation des amplificateurs de puissance par prédistortion numérique pour des applications de communications tactiques et de diffusion audio/vidéo. PhD thesis, Université Paris-Est, 2015.
- [105] V. Fresnaud, L. Bossuet, D. Dallet, S. Bernard, J. M. Janik, B. Agnus, P. Cauvet, and P. Gandy. A low cost alternative method for harmonics estimation in a BIST context. In *Proceedings of the Eleventh IEEE European Test Symposium (ETS'06)*, pages 193–198, May 2006. doi: 10.1109/ETS.2006.5.
- [106] Milton Abramowitz. Handbook of Mathematical Functions, With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables,. Dover Publications Inc., 1974. ISBN 0486612724.
- [107] Robert E. Kearney David T. Westwick. *Identification of Nonlinear Physiological Systems*. Crystal Dream Publishing, 2003. ISBN 0471274569.
- [108] M. Schetzen. The Volterra and Wiener theories of nonlinear systems. A Wiley Interscience publication. Wiley, 1980. ISBN 9780471044550.
- [109] Maarten Schoukens. *Identification of parallel block-oriented models starting from the best linear approximation.* PhD thesis, Vrije Universiteit Brussel, 2015.
- [110] A. Y. Kibangou and G. Favier. Wiener-hammerstein systems modeling using diagonal Volterra kernels coefficients. *IEEE Signal Processing Letters*, 13(6):381–384, 2006. ISSN 1070-9908. doi: 10.1109/LSP.2006.871705.
- [111] R. D. Nowak and B. D. Van Veen. Random and pseudorandom inputs for Volterra filter identification. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(8):2124–2135, 1994. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/78.301847.
- [112] Hong-Zhou Tan and T. Aboulnasr. Blind identifiability of third-order Volterra nonlinear systems. In *Proceedings of the IEEE International Conference Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '03)*, volume 6, 2003. doi: 10.1109/ICASSP.2003.1201769.
- [113] N. Kalouptsidis and P. Koukoulas. Blind identification of Volterra-hammerstein systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(8):2777–2787, 2005. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/TSP.2005.850357.
- [114] Hong-Zhou Tan and T. Aboulnasr. Tom-based blind identification of nonlinear Volterra systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 55(1):300–310, 2006. ISSN 0018-9456. doi: 10.1109/TIM.2005.861496.

- [115] Zoé Sigrist. Contribution à l'identification de systèmes non-linéaires en milieu bruité pour la modélisation de structures mécaniques soumises à des excitations vibratoires.
 PhD thesis, 2012. Thèse de doctorat dirigée par Eric Grivel.
- [116] R. Raich, Hua Qian, and G. T. Zhou. Orthogonal polynomials for power amplifier modeling and predistorter design. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 53(5): 1468–1479, 2004. ISSN 0018-9545. doi: 10.1109/TVT.2004.832415.
- [117] R. Raich and G. T. Zhou. Orthogonal polynomials for complex gaussian processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(10):2788–2797, 2004. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/TSP.2004.834400.
- [118] S. Wold, A. Ruhe, H. Wold, and III W. J. Dunn. The collinearity problem in linear regression. the partial least squares (PLS) approach to generalized inverses. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 5(3):735–743, September 1984. doi: 10.1137/ 0905052.
- [119] Tomas Gotthans, Genevieve Baudoin, and Amadou Mbaye. Optimal order estimation for modeling and predistortion of power amplifiers. In 2013 IEEE International Conference on Microwaves, Communications, Antennas and Electronic Systems (COMCAS 2013). Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), October 2013. doi: 10.1109/ comcas.2013.6685279.
- [120] Siqi Wang, Mazen Abi Hussein, Genevieve Baudoin, Olivier Venard, and Tomas Gotthans. Comparison of hill-climbing and genetic algorithms for digital predistortion models sizing. In 2016 IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS). Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), December 2016. doi: 10.1109/icecs.2016.7841189.
- [121] 7 series FPGAs data sheet: Overview (DS180). Data sheet, Xilinx, March 2017.
- [122] Virtex-7 t and XT FPGAs data sheet: DC and AC switching characteristics. Data sheet, Xilinx, March 2017.
- [123] 7 series FPGAs memory resources (ug473). User guide, Xilinx, September 2016.
- [124] 7 series fpgas configurable logic block (ug474). User guide, Xilinx, September 2016.
- [125] 7 series DSP48E1 slices (ug479). User guide, Xilinx, September 2016.
- [126] Axi reference guide (ug761). User guide, Xilinx, September 2012.
- [127] Steven W. Smith. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing.

- [128] B. Minger, G. Ferré, D. Dallet, and L. Fuché. A new approach for compensating memory nonlinear analog-to-digital converters using look-up tables. In *Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Electronics Circuits and Systems (ICECS)*, pages 293–296, December 2016. doi: 10.1109/ICECS.2016.7841190.
- [129] B. Minger, L. Fuché, G. Ferré, and D. Dallet. Procédé de correction de défauts introduits par un système de numérisation et dispositifs associés, FR1601138, 2016.
- [130] B. Minger, L. Fuché, G. Ferré, and D. Dallet. Procédé de correction sans calibrage d'un défaut introduit par un système de numérisation et dispositifs associés, FR1601139, 2016.
- [131] João C. Vital Pedro M. Figueiredo. Offset Reduction Techniques in High-Speed Analogto-Digital Converters. Springer-Verlag GmbH, 2009. ISBN 1402097158.

Résumé

Titre : Linéarisation des convertisseurs analogique-numérique pour l'amélioration des performances de dynamiques instantanées des numériseurs radioélectriques.

Résumé : Le convertisseur analogique-numérique (ADC), fait fonction d'interface entre les domaines de représentation analogique et numérique des systèmes mixtes de traitement du signal. Il est un élément central en cela que ses performances circonscrivent celles des traitements numériques qui lui succèdent et *a fortiori* celles de son dispositif hôte. C'est notamment le cas des récepteurs radioélectriques numériques à large bande instantanée. De fait, ces systèmes voient leurs performances de dynamiques instantanées monotonale (DTDR) et bitonale (STDR) – *i.e.* leur capacité à traiter simultanément des composantes de faible puissance en présence d'une ou plusieurs autres composantes de plus forte puissance – limitées par la linéarité de leur ADC. Ce dernier caractère est quantifié par les performances de dynamique sans raies parasites (SFDR) et distorsion d'intermodultation (IMD) d'un ADC.

Les critères de DTDR et de STDR sont essentiels pour les récepteurs radios numériques de guerre électronique conçus pour le traitement des signaux de radiocommunications. En effet, ces dispositifs sont employés à l'établissement de la situation tactique de l'environnement électromagnétique à des fins de support de manœuvres militaires. La fidélité de la représentation numérique du signal analogique reçu est donc critique. Ainsi, cette thèse vise à étudier la linéarisation des ADC, *i.e.* l'augmentation des SFDR et IMD, en vue de l'amélioration des dynamiques instantanées de ces récepteurs.

Dans ce manuscrit, nous traitons cette problématique selon deux axes différents. Le premier consiste à corriger les distorsions introduites par un ADC au moyen de tables de correspondances (LUT) pré-remplies. À cette fin, nous proposons un algorithme de remplissage de LUT procédant d'une méthode de la littérature par la réduction de moitié du nombre de coefficients à déterminer pour estimer la non-linéarité intégrale (INL) d'un ADC. Sur la base de cette nouvelle méthode, nous développons une approche de correction des non-linéarités dynamiques introduites par un ADC reposant sur une paire de LUT statiques et présentons un exemple d'algorithme permettant de l'opérer. Le second axe du manuscrit repose sur la modélisation comportementale de l'ADC par les séries de Volterra à temps discrets et leurs dérivés. En premier lieu, nous considérons les trois problématiques fondamentales de cette approche de linéarisation : la modélisation ; l'identification de modèle ; et l'inversion de modèle. Puis, nous définissons trois solutions de linéarisation d'ADC aveugles. Enfin, nous analysons l'implémentation sur circuits à réseaux logiques programmables (FPGA) de l'un de ces algorithmes afin d'évaluer la pertinence d'une opération en temps-réel des échantillons de sortie d'un ADC échantillonnant à une fréquence d'environ 400 MHz.

Mots clés : convertisseur analogique-numérique, traitement du signal, électronique numérique, linéarisation aveugle, modélisation, compensation, INL, FPGA, LUT, Volterra, récepteur à large bande instantanée, SFDR, IMD.

ABSTRACT

Title : Analog-to-digital converter linearization for improving digital radio receiver dynamic ranges

Abstract : The analog-to-digital converter (ADC) is a central component of mixed signal systems as the interface between the analog and digital representation spaces. Its performance bounds that of the device it is integrated in. Indeed, ADC linearity is essential for maintaining in the digital space the reliability of its input signal and then that of the information it carries. Wideband digital radio receivers are particularly sensitive to ADC non-linearities. Single-tone and dual-tone dynamic range (respectively STDR and DTDR) of such systems – *i.e.* the ability to process simultaneously signal components with high power ratio – are limited by the spurious-free dynamic range (SFDR) and intermodulation distortion (IMD) of their internal ADC.

DTDR et de STDR are key metrics for electronic warfare wideband digital radio receivers developed for radiocommunication signal processing. As a matter of fact, these equipments are employed for analyzing the tactical situation of the radiofrequency spectrum in order to support military maneuvers. Hence, signal integrity is critical. This thesis deals with the ADC linearization issue in this context. Thus, it aims to study techniques for increasing ADC SFDR and IMD for the purpose of improving dynamic ranges of electronic warfare wideband digital receivers.

In this dissertation, the problematic of ADC linearization is approached in two different ways. On the one hand, we consider distortion compensation using pre-filled look-up tables (LUT). We propose an algorithm for filling LUTs that stems from an existing method by halving the number of coefficients required for the integral non-linearity (INL) estimation. Then, based on this new method, we develop an approach for correcting ADC dynamic non-linearities using a couple of static LUTs and we present an example of algorithm for operating this method. On the other hand, we study linearization solutions that rely on behavioural modelling of ADCs using discrete-time Volterra series and its derivatives. First, we address the three fundamental issues of this approach: modelling ; model identification ; and model inversion. Then, we propose three blind linearization algorithms. Finally, we consider the implementation on field programmable gate array (FPGA) of one of them for the purpose of evaluating the relevance of real-time linearization of an ADC sampling at about 400 MHz.

Keywords : analog-to-digital converter, signal processing, digital electronics, blind linearization, modelling, compensation, INL, FPGA, LUT, Volterra, wideband receiver, SFDR, IMD.