



HAL
open science

Détermination de la sensibilité thermique de l'expérience MICROSCOPE pour le test du principe d'équivalence

Oceane Dhuicque

► To cite this version:

Oceane Dhuicque. Détermination de la sensibilité thermique de l'expérience MICROSCOPE pour le test du principe d'équivalence. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris sciences et lettres, 2021. Français. NNT : 2021UPSLO006 . tel-03761385v2

HAL Id: tel-03761385

<https://theses.hal.science/tel-03761385v2>

Submitted on 16 Nov 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PSL

Préparée à l'Office National d'Études et de Recherches Aéros-
paciales

**Détermination de la sensibilité thermique de l'expérience
MICROSCOPE pour le test du principe d'équivalence**

Soutenue par

Océane DHUICQUE

Le 13/12/2021

École doctorale n°ED127

**Astronomie et Astro-
physique d'Ile de France**

Spécialité

**Astronomie et Astro-
physique**

Composition du jury :

Marie-Christine ANGONIN Professeure, Observatoire de Paris	<i>Président</i>
François VERNOTTE Professeur, Université de Bourgogne- Franche Comté	<i>Rapporteur</i>
Thierry FUSCO Directeur de recherche, ONERA	<i>Rapporteur</i>
Serge REYNAUD Directeur de recherche, LKB	<i>Examineur</i>
Elise BELLOUARD Ingénieure, CNES	<i>Examineur</i>
Pierre EXERTIER Directeur de recherche, CNRS	<i>Examineur</i>
Manuel RODRIGUES Ingénieur de recherche, ONERA	<i>Invité, directeur des travaux</i>
Gilles METRIS Astronome, OCA	<i>Directeur de thèse</i>

Remerciements

Achever une thèse fut une expérience enrichissante qui plus est dans le cadre d'une mission spatiale, un sujet qui m'est cher. Malgré le fait d'avoir débuté en fin de mission, beaucoup de données attendaient d'être traitées afin de savoir s'il était possible de remettre en question le principe d'équivalence tel qu'édicté par Einstein.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde reconnaissance envers Gilles Métris, mon directeur de thèse, pour sa bienveillance et sa disponibilité pour répondre à toutes mes questions aussi triviales soient-elles avec la plus grande patience.

Je souhaite également remercier Manuel Rodrigues, mon co-encadrant, pour le temps qu'il a pris pour m'expliquer le principe de la mission MICROSCOPE et le fonctionnement de son instrument T-SAGE.

Je voudrais également remercier Bruno Christophe, le chef de l'unité Instrumentation et Equipements Aérospatiaux de l'ONERA où cette thèse s'est déroulée, pour m'avoir accueillie dans son équipe.

Je souhaite exprimer mes remerciements particuliers envers tous mes collègues de l'ONERA. Tout d'abord je remercie Emilie Hardy pour avoir pris de son temps afin de m'expliquer l'équation de mesure de l'instrument, dans tous ses détails. Je remercie également Phuong-Anh Huyng pour ses précieux conseils en matière de rédaction de thèse et d'organisation de l'après thèse. Je tiens à remercier particulièrement Ratanana Chhun pour avoir relu le premier draft de ma thèse et avoir contribué à sa lisibilité. Je remercie également Sylvie Nicolle-Douet, Marie-Line Pacou et Martine Ducornet de la cellule de gestion du DPHY pour leur aide conséquente concernant la partie administrative de la thèse. Enfin je remercie Nolwenn Portier pour ses paroles rassurantes concernant le stress de fin de thèse ainsi que tous mes autres collègues pour leur bonne humeur et leur travail sans qui cette mission n'aurait pas pu voir le jour.

Je tiens également à remercier mes camarades de recherche qui m'ont accompagnée tout au long de ce long chemin qu'est la thèse. Je pense en particulier à Martin Pernot-Borràs pour la bonne ambiance au sein du bureau des doctorants pendant quasiment 2 ans et sa précieuse aide en réparation de vélo. Je remercie également Julien Dubois pour son avis extérieur sur ma thèse dans un domaine nouveau pour moi et nos discussions sur la photographie. Enfin, je remercie Hugo Levy, nouveau doctorant au sein d'IEA, pour son aide en matière de synonymes lors de la rédaction de ce manuscrit.

Je remercie tout particulièrement Marie-Christine Angonin qui a accepté de pré-

sider ce jury ainsi que François Vernotte et Thierry Fusco pour avoir accepté d'être rapporteurs pour mon mémoire de thèse. Je remercie également Serge Reynaud, Elise Bellouard ainsi que Pierre Exertier qui ont accepté d'être examinateur et d'évaluer mon travail.

Enfin, je tiens à remercier le CNES pour son soutien financier ayant permis l'aboutissement de ce travail, et en particulier qu'Alain Robert pour avoir pris du temps pour répondre à mes questions sur l'instrument.

Table des matières

Introduction	5
1 Etat de l'art : le test du principe d'équivalence	9
1.1 Le Principe d'Équivalence (PE)	9
1.1.1 Principe d'Équivalence Faible	9
1.1.2 Principe d'Équivalence d'Einstein	10
1.1.3 Le principe d'équivalence fort	11
1.2 Les test du PE : une mise à l'épreuve des théories de gravitation	11
1.3 Etat de l'art	13
1.3.1 La télémétrie Laser-Lune	13
1.3.2 Le pendule de torsion	16
2 La mission MICROSCOPE	21
2.1 La mission	21
2.1.1 Motivations	21
2.1.2 Description générale	22
2.1.3 Segment sol	24
2.1.4 Segment spatial	26
2.2 La charge utile	27
2.2.1 Description globale	27
2.2.2 Fonctionnement général d'un accéléromètre différentiel	29
2.2.3 Détection	31
2.3 Modélisation de la mesure	34
2.3.1 Bilan des forces	34
2.3.2 Lien entre les mouvements de la masse et du satellite	36
2.3.3 Prise en compte de la rotation du satellite	36
2.3.4 Forces électrostatiques : accélérations mesurées	38
2.3.5 Imperfections de l'instrument	39
2.3.6 Equation de mesure en fonction des caractéristiques instrumentales	43
3 Développement de méthodes d'estimation de la sensibilité thermique de T-SAGE en fonction de la fréquence de perturbation	45
3.1 La systématique thermique	45
3.1.1 Configuration de l'instrument	45
3.1.2 Équation du modèle thermique	46

3.1.3	Sessions thermiques	47
3.2	Analyse des données thermiques	49
3.2.1	Prétraitement	49
3.2.2	Prise en compte des facteurs d'échelle	52
3.3	Présentation des deux méthodes d'analyse de la sensibilité à f_{sti}	54
3.3.1	Analyse temporelle	54
3.3.2	Analyse fréquentielle	57
3.4	Validation des méthodes à l'aide de données simulées	59
3.4.1	Signaux simulés	59
3.4.2	Principe des tests	60
3.4.3	Tests avec un signal monofréquentiel	61
3.4.4	Tests avec un signal plurifréquentiel	65
3.4.5	Conclusion des simulations	72
3.5	Analyses des sessions thermiques de MICROSCOPE	72
3.5.1	Résultats	72
3.5.2	Dépendance en fréquence	75
3.5.3	Variations de température	77
3.5.4	Erreur systématique d'origine thermique sur le paramètre EP	77
4	Estimation de la sensibilité thermique long-terme	79
4.1	Analyses préliminaires	79
4.1.1	Prétraitement	79
4.1.2	Choix du modèle	80
4.2	Méthode	83
4.2.1	Méthode fréquentielle	83
4.2.2	Choix de la plage de données à prendre en compte	84
4.2.3	Incertitudes	86
4.3	Résultats	86
4.3.1	Résultats pour les sessions FEEU	86
4.3.2	Résultats pour les sessions SU	88
4.3.3	Résultats pour les sessions du test EP	91
4.4	Comparaison des résultats	95
5	Analyse critique de notre étude/discussion	97
5.1	Bilan des résultats obtenus	97
5.1.1	Sensibilité thermique à la fréquence de stimulus	97
5.1.2	Sensibilité thermique long-terme	98
5.2	Origine de la sensibilité thermique	98
5.2.1	Architecture de l'instrument T-SAGE	98
5.2.2	Quantification du déplacement du fil	100
5.3	Perspectives	102
	Conclusion	103
	Publications	105

Introduction

Contexte physique L'un des principaux enjeux de la physique contemporaine consiste à éprouver, avec la plus grande précision, la Relativité Générale (RG) d'Einstein, en particulier le principe d'équivalence (PE) qui constitue un des piliers de cette théorie. En effet, une des grandes problématiques est d'unifier la relativité générale d'Einstein et la physique quantique. Afin de rendre cela possible, de nombreux scientifiques ont mis au point des théories dites alternatives ne respectant pas nécessairement le principe d'équivalence aux plus grandes précisions le Principe d'Équivalence. Ainsi, des expériences testant ce principe ont été développées avec, comme but, la recherche d'une meilleure précision de mesure.

Accélérométrie et gravitation Ce travail de thèse s'inscrit dans deux champs d'étude. Le premier concerne l'accélérométrie spatiale qui a permis d'améliorer de façon considérable la compréhension des phénomènes gravitationnels grâce aux progrès techniques des 30 dernières années. En effet, avant l'envoi d'accéléromètres pour mesurer le champ de gravité, il était nécessaire de disposer de modèles afin de le mesurer [8]. Le satellite allemand CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload) lancé le 15 juillet 2000 a permis de mesurer le champ magnétique de la Terre et des forces non-gravitationnelles qui sont très difficiles à modéliser à une altitude de 454 km à l'aide respectivement de magnétomètres et d'accéléromètres [31]. Certains phénomènes n'étaient pas totalement compris par les scientifiques, comme la circulation thermohaline, la diminution de l'épaisseur des inlandsis polaires ou les grands bassins hydrographiques. Le satellite GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) de la NASA lancé le 17 Mars 2002 a permis de cartographier, en fonction du temps, le champ gravitationnel terrestre à l'aide de 2 satellites travaillant en tandem jusqu'à fin 2017. Les cartes ainsi générées par GRACE ont permis d'améliorer la compréhension de ces phénomènes par les glaciologues, géologues et climatologues. Cela a été rendu possible grâce à la précision croissante des accéléromètres conçus par l'Office Nationale d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (ONERA).

Un second champ d'étude concerne la gravitation ; la problématique actuelle de la physique contemporaine est d'unifier la RG et la mécanique quantique. Dans ce contexte, deux études notoires ont mené à une précision croissante du test du Principe d'Équivalence. L'équipe de l'Observatoire de la Côte d'Azur a développé la télémétrie Laser-Lune dès le début des années 70 grâce aux panneaux réfléchissants posés sur la surface de la Lune par les missions américaines Appolo 11, 14, 15, et les sondes russes Lunokhod 1 et 2, ainsi qu'aux atterrisseurs lunaires Luna 17 et 21 [11] [24]. Cette expérience a mis en évidence la mesure du PE à l'aide de la détermination

de la distance Terre-Lune avec une précision centimétrique dans les années 2000. Les derniers résultats de 2018 faisaient état d'une précision subcentimétrique sur la distance Terre-Lune et de 7×10^{-14} sur le paramètre d'Eötvös, paramètre de test du PE [42]. Cependant, le test est effectué dans le champ gravitationnel faible du Soleil par rapport à celui de la Terre. De plus, le test est limité par la précision des modèles actuels du système solaire qui recensent les effets physiques ayant un impact sur la mesure.

Une seconde expérience, au sol, a vu le jour dès les années 80 à l'Université de Washington au sein de l'équipe Eöt-Wash. Il s'agit d'un pendule de torsion amélioré permettant de tester le PE dans le champ gravitationnel de la Terre [36]. Ce dispositif a permis, en 2012, d'obtenir une précision de 2×10^{-13} sur le paramètre d'Eötvös [17]. Cependant, cette expérience est limitée par les perturbations terrestres.

C'est grâce aux progrès technologiques en accélérométrie et propulsion spatiales et à l'émergence des microsattellites qu'une mission spatiale est devenue plus attractive que les essais au sol afin de tester le Principe d'Équivalence. C'est dans ce contexte que la mission MICROSCOPE a vu le jour ; avec, pour objectif, la mesure du paramètre d'Eötvös avec une précision de 10^{-15} . Ainsi l'équipe MICROSCOPE a imaginé puis mis au point un instrument fonctionnant comme un laboratoire dans l'espace : l'instrument T-SAGE. La mesure du paramètre d'Eötvös intervient à une fréquence précise. Ceci s'explique par le fait que le satellite orbite autour de la Terre à une fréquence appelée fréquence orbitale f_{orb} . Lors du test du PE le satellite peut être spinné à une fréquence f_{spin} ou en inertiel, lorsqu'il est spinné la fréquence de test du PE devient alors $f_{EP} = f_{orb} + f_{spin}$.

La mission MICROSCOPE La mission MICROSCOPE consiste à mettre en orbite à 710 km d'altitude un satellite contenant un instrument de mesure afin de limiter les perturbations liées à l'environnement terrestre lors de l'expérience. De plus, cet environnement présente également l'avantage d'avoir une durée de chute libre quasi infinie du satellite, et donc de l'instrument, autour de la Terre. L'instrument T-SAGE se compose de deux accéléromètres différentiels composés chacun de deux masses d'épreuve cylindriques emboîtées en lévitation électrostatique. La position de chaque masse d'épreuve est détectée par mesure capacitive et une boucle de contrôle permet de les recentrer grâce à une force électrostatique. Afin de tester le PE, un des deux accéléromètres est utilisé comme référence et a ses deux masses d'épreuve de même composition. L'autre est utilisé pour le test du PE et a ses deux masses d'épreuve de compositions différentes. Une différence mesurée dans les accélérations électrostatiques appliquées aux masses d'épreuve afin de les maintenir dans la même trajectoire pourrait indiquer une violation du PE.

Premières corrections des données MICROSCOPE Le travail de thèse d'Emilie Hardy [18] a permis de mettre au point une procédure de correction des données des effets attendus sur les gradients de gravité et d'inertie. Son travail a également permis de corriger les données de la mission des effets perturbateurs dus à l'accélération en mode commun introduite par des écarts du facteur d'échelle, des décentrages

et des couplages des masses d'épreuve. Cette procédure a permis de prévoir des sessions d'étalonnage en vol afin de pouvoir déterminer précisément les paramètres de l'instrument [19]. Un dispositif a été implémenté afin de minimiser ces perturbations lors de mesures nominales et lors de mesures manquantes, en particulier lorsqu'elles apparaissent à des fréquences particulières aux mesures (fréquence du test du principe d'équivalence, fréquence orbitale...) [20].

Il a été nécessaire de développer des outils adaptés pour l'analyse de données compte tenu de la grande sensibilité de l'instrument. Les erreurs stochastiques ou systématiques ont été prises en compte comme les erreurs causées par les harmoniques parasites ou encore les pics d'accélération dus à l'environnement du satellite. Lors de sa thèse, Quentin Baghi [4] a mis au point des outils permettant de remplacer les données manquantes ou corrompues de manière à ce que cela n'affecte pas le test du principe d'équivalence.

Quantification des perturbations thermiques sur MICROSCOPE Des potentielles perturbations thermiques pouvant perturber la mesure d'accélération des masses ont été anticipées. Il est donc important de pouvoir les identifier et de les quantifier à partir des mesures de température et d'accélération acquises lors de la mission. En effet, lors de la publication des premiers résultats de la mission, la plus grosse contribution des erreurs systématiques venait de la thermique de l'instrument [27]. Mon travail de thèse consiste à mettre en évidence l'influence des perturbations thermiques sur l'instrument T-SAGE, de les quantifier et d'en évaluer leur influence sur la mesure du principe d'équivalence.

Plan du manuscrit Dans le chapitre 1 l'état de l'art du test du principe d'équivalence ainsi que les motivations pour son test sont développés.

Dans le chapitre 2 la mission MICROSCOPE et l'instrument T-SAGE sont décrits. L'équation de mesure de l'instrument est établie ainsi que le bilan d'erreur. Enfin, les sessions thermiques sont décrites afin de comprendre les analyses présentées dans cette thèse.

Dans un premier temps, la démarche de ma recherche consiste à mettre au point des algorithmes de traitement du signal. Le chapitre 3 relate l'objectif de ces algorithmes : estimer la sensibilité thermique de l'instrument T-SAGE aux perturbations thermiques autour de la fréquence d'intérêt de l'expérience [12]. Des sessions dites thermiques consistant en l'introduction d'un stimulus thermique de fréquence f_{sti} (proche de f_{EP}) ont été planifiées durant la mission. Leur but est de permettre l'élaboration d'un modèle de sensibilité thermique. Les données qui nous intéressent sont les accélérations différentielles de notre instrument T-SAGE et les données de température. Ces données sont tout d'abord visualisées en temporel puis dans le domaine fréquentiel au moyen d'une Transformée de Fourier Discrète (TFD) afin de s'affranchir du bruit haute fréquence. La première idée est de mettre au point une méthode dans le domaine temporel à l'aide d'un algorithme de modélisation. Pour cela, les amplitudes de nos signaux à la fréquence f_{sti} et leurs harmoniques sont estimées. La seconde idée est de développer une méthode d'analyse dans l'espace

des fréquences, semblable à celle utilisée pour l'estimation du paramètre d'Eötvös [39] [7].

Dans un second temps, on souhaite corrélérer les dérives long-terme de l'accélération aux variations lentes de température. Cette dérive a été prise en compte dans les algorithmes précédents sous forme d'un polynôme dans le prétraitement des signaux. Afin de quantifier cette sensibilité long-terme, un algorithme est mis au point dans le domaine fréquentiel ; algorithmes décrits dans le chapitre 4. En effet, ce domaine nous confère l'avantage de s'affranchir du bruit haute-fréquence. Cet algorithme permet de quantifier la dérive à l'aide d'un algorithme de moindre carrés directement sur la TFD.

Enfin, dans un troisième temps, l'objectif du chapitre 5 est d'identifier l'origine de ces perturbations thermiques afin d'avoir une meilleure compréhension du fonctionnement de l'instrument T-SAGE, et donner des éléments d'amélioration pour un instrument encore plus précis pour une future mission.

Chapitre 1

Etat de l'art : le test du principe d'équivalence

Objectif : l'objectif de ce chapitre est de définir les différents principes d'équivalence et leurs conséquences sur les observations faites depuis un siècle. En effet, ce principe a évolué au fil du temps et on peut aujourd'hui en distinguer trois différentes formes : le principe d'équivalence faible, le principe d'équivalence d'Einstein et le principe d'équivalence fort. Les différentes expériences visant à tester le principe d'équivalence avec une précision toujours croissante seront également détaillées.

En 1971 Dave Scott fait l'expérience consistant à laisser tomber simultanément une plume et un marteau d'une même hauteur sur la Lune. Ces deux objets ont atteint le sol lunaire au même instant [25]. Cette expérience ludique témoigne de l'universalité de la chute libre liée au Principe d'Équivalence pour conceptualiser et démontrer par l'observation au cours des siècles précédents.

1.1 Le Principe d'Équivalence (PE)

Le Principe d'Équivalence est le plus souvent connu pour une de ses conséquences : l'universalité de la chute libre, est une manifestation physique qui a été établie par l'expérience; il ne repose sur aucun principe inébranlable comme cela est le cas pour la conservation de l'énergie. Ce principe est au cœur de la théorie de la relativité générale développée par Einstein au début du XX^e siècle. Il existe trois principes d'équivalence distincts : le Principe d'Équivalence Faible, le Principe d'Équivalence d'Einstein et le Principe d'Équivalence Fort.

1.1.1 Principe d'Équivalence Faible

Le Principe d'Équivalence Faible est le fait que dans un même champ gravitationnel deux corps chutent avec la même accélération, indépendamment de leur masse et composition. Dès 1610, Galilée en fait le constat avec son expérience qui consistait à faire rouler des poids sur des planches inclinées et à en comparer leur temps de chute [16]. En mécanique newtonienne cela consiste à considérer l'équivalence des masses inertielle et grave d'un même corps. La masse inertielle quantifie

directement la résistance d'un corps à une modification de son mouvement comme réponse à tout type de forces.

$$\vec{F} = m_I \vec{\gamma} \quad (1.1)$$

La masse grave intervient dans la loi universelle de la gravitation. La masse grave m_G est associée à la force gravitationnelle. Cette loi stipule que dans un référentiel galiléen la résultante des forces subit par un objet est proportionnelle à sa masse grave m_G et à l'accélération de son centre d'inertie (eq. 1.2). Ainsi, la force exercée par un corps de masse grave m_G sur un corps de masse grave m'_G (et inversement), et situés à une distance r , est :

$$\vec{F} = G \frac{m_G m'_G}{r^3} \vec{r} \quad (1.2)$$

où G est la constante universelle de gravitation.

D'après l'équation 1.1, on en déduit :

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}}{m_I} = \frac{G m'_G}{r^3} \frac{m_G}{m_I} \vec{r} \quad (1.3)$$

De ces deux équations, nous pouvons déduire l'équation suivante exprimant l'accélération d'un corps en fonction de ses masses inertielle et grave dans un champ gravitationnel \vec{g} en absorbant le facteur d'échelle dans la constante G :

$$\vec{\gamma} = \frac{m_G}{m_I} \vec{g} \quad (1.4)$$

On définit ici la chute libre comme le mouvement d'un corps soumis uniquement à la force de gravitation. Ainsi, deux corps dans un même champ gravitationnel \vec{g} tombent suivant la même loi à condition que les rapports $\frac{m_G}{m_I}$ soient les mêmes pour ces deux corps. Si c'est le cas on peut fixer arbitrairement les rapports égaux à 1 à condition de bien choisir la constante G .

En 1687 Newton introduit l'égalité entre ces deux masses dans la loi universelle de la gravitation [26]. Ces deux masses étant conceptuellement différentes, elles n'ont a priori aucune raison d'être égales mais de nombreuses expériences ont démontré que c'était le cas (Section 1.3). Newton a décrit de telles expériences dans les *Philosophiae naturalis principia mathematica*, en particulier dans le tome 3.

1.1.2 Principe d'Équivalence d'Einstein

En 1907 Einstein a érigé l'universalité de la chute libre au rang de principe, le Principe d'Équivalence. Ceci a également permis la transition de la Relativité Restreinte (RR) à la Relativité Générale (RG) [13]. Ce principe prend naissance avec la Relativité Restreinte d'Einstein dès 1905 qui a apporté des changements majeurs en physique. Tout d'abord la relativité du temps n'est plus universelle, le temps devient une coordonnée d'un système à 4 dimensions, communément appelé l'espace-temps, ce qui en fait deux notions associées. La célérité de la lumière c est constante pour tout observateur, les coordonnées de changement de référentiel sont données par les

transformations de Lorentz. La masse devient une manifestation de l'énergie. En pratique le Principe d'Équivalence d'Einstein dit qu'un observateur ne peut dire s'il est dans un champ gravitationnel uniforme ou s'il est dans un référentiel uniformément accéléré pour une expérience n'utilisant pas la gravitation. C'est ce qu'illustre l'expérience de pensée de l'ascenseur d'Einstein. Dans un ascenseur clos en mouvement libre on ne peut savoir si nous sommes en chute libre sur Terre ou uniformément accéléré (en apesanteur).

Le concept d'espace-temps de la théorie d'Einstein a plusieurs conséquences sur l'explication de certains phénomènes physiques comme le décalage de la lumière vers le rouge ou encore la déflexion gravitationnelle de la lumière quand la lumière passe à proximité d'un champ gravitationnel fort.

1.1.3 Le principe d'équivalence fort

Le principe d'équivalence fort est la généralisation du principe d'équivalence d'Einstein. Il permet l'extension du principe d'équivalence d'Einstein aux expériences de gravitations. Ce principe a pu être testé grâce à l'expérience de la télémétrie Laser-Lune présentée plus loin (1.3.1).

1.2 Les test du PE : une mise à l'épreuve des théories de gravitation

La Relativité Générale a permis d'expliquer plusieurs observations physiques [47]. Parmi ces observations nous pouvons citer l'effet de lentille gravitationnelle [45] (Figure 1.1), la précession du périhélie de Mercure ou encore l'existence des trous noirs.

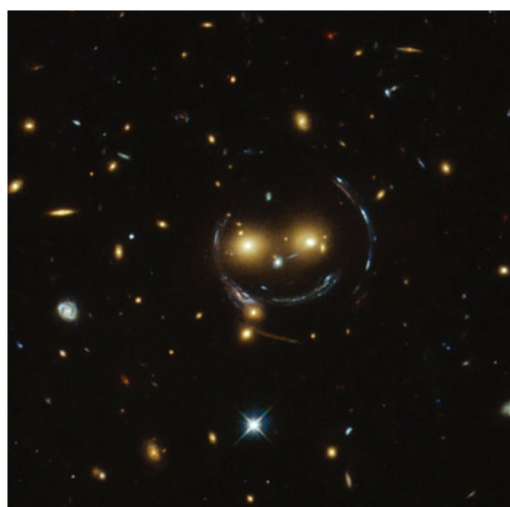


FIGURE 1.1 – Cette image illustre le phénomène de lentille gravitationnelle. Ici le télescope Hubble a photographié un "smiley". Ces yeux représentent deux galaxies et les arcs autour représentent des galaxies lointaines déformant l'image de par leurs masses. Crédits : <https://esahubble.org/images/potw1506a/>

Cependant, certains phénomènes restent inexpliqués par exemple la RG ne permet pas de comprendre le "Big Bang" ; la Relativité Générale le prédit mais ne permet pas de l'expliquer. Un autre exemple est l'accélération de l'Univers découverte au moyen de mesures de vitesse de supernovae distantes [29] [32]. Elle peut être modélisée par l'ajout d'un terme aux équations de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) qui découlent de la RG [14] [15] [23].

De plus, la RG n'explique pas l'existence d'une "masse manquante". Lors de l'observation de galaxies à spirales leur vitesse de rotation a été démontrée comme étant trop rapide par rapport au centre galactique d'après la RG [2].

Ces deux phénomènes peuvent s'expliquer par l'existence d'une matière noire et d'une énergie noire associée, qui composerait 95% de l'Univers d'après les résultats de la mission Planck [1].

Enfin, la RG n'est pas compatible avec la physique quantique du fait de sa description géométrique [46]. En physique nous dénombrons 4 interactions fondamentales : la gravitation, l'électromagnétisme, l'interaction forte et l'interaction faible. Toutes ces forces exceptée la gravitation sont décrites par la physique quantique et unifiées dans le Modèle Standard. Afin d'unifier le Modèle Standard et la gravitation, des théories dites alternatives sont développées comme la théorie des supercordes. Cependant la plupart de ces théories ouvrent la possibilité d'une violation du principe d'équivalence via les forces de Yukawa qui interagissent différemment suivant la composition chimique des objets.

C'est pourquoi tester ce principe avec la meilleure précision possible est une façon intéressante de mettre à l'épreuve la RG et de contraindre ces théories.

Au fil du temps, différentes expériences avec une précision toujours croissante ont vu le jour afin de tester ce principe avec de plus en plus de précision (Figure 1.2).

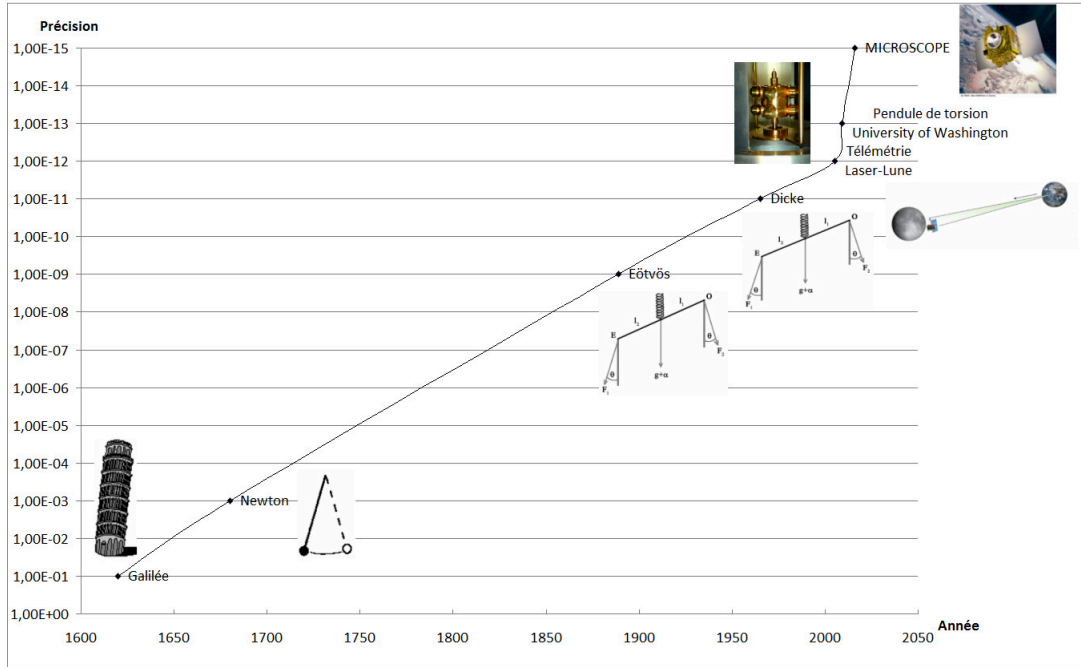


FIGURE 1.2 – Evolution de la précision du test du Principe d'Équivalence sur le paramètre d'Eötvös. Crédits : [20]

Les résultats de ces expériences sont quantifiés via le paramètre d'Eötvös. Il est défini par la différence normalisée des rapports masses graves et inertielles :

$$\eta(A, B) = \frac{\frac{m_{G,A}}{m_{I,A}} - \frac{m_{G,B}}{m_{I,B}}}{\frac{1}{2} \left(\frac{m_{G,A}}{m_{I,A}} + \frac{m_{G,B}}{m_{I,B}} \right)} \approx \frac{m_{G,A}}{m_{I,A}} - \frac{m_{G,B}}{m_{I,B}} \quad (1.5)$$

où m_I et m_G sont les masses inertielle et grave.

Nous allons nous intéresser aux deux expériences les plus récentes qui ont amélioré la précision de ce test : la télémétrie Laser-Lune ainsi que le pendule de torsion de l'université de Washington.

1.3 Etat de l'art

1.3.1 La télémétrie Laser-Lune

La télémétrie Laser-Lune a pour but de mesurer la distance entre la Terre et la Lune. Comme ces deux corps sont tout deux en chute libre dans le champ gravitationnel du Soleil ces mesures de distance permettent de comparer leur différence de chute libre. Une éventuelle violation du PE se traduit par un terme bien identifiable dans le mouvement relatif de la Lune et donc dans les variations de distances.



FIGURE 1.3 – Le télescope utilisé par l’Observatoire de la Côte d’Azur pour l’expérience de télémétrie Laser-Lune du site de Calern.

L’expérience consiste à envoyer de brèves impulsions laser sur la Lune et à en mesurer le temps de trajet aller-retour pour en déduire la distance. Le faisceau laser incident émis via un télescope (Fig 1.3) se réfléchit sur des réflecteurs conçus de façon à renvoyer la lumière dans sa direction incidente (Fig 1.4). Les photons réfléchis sont réceptionnés par le télescope et détectés au moyen de photodiodes.

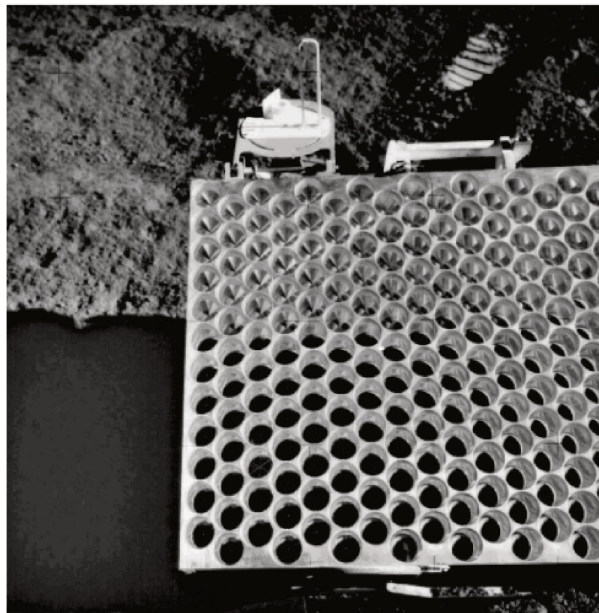


FIGURE 1.4 – Réflecteurs lunaires déposés sur la Lune lors de la mission Apollo 15. Crédits : [48]

Les réflecteurs ont été déposés sur le sol lunaire au cours des missions américaines

Apollo 11, 14 et 15, et des missions soviétiques Lunokhod 1 et 2 et Luna 17 et 21 (Fig 1.5).

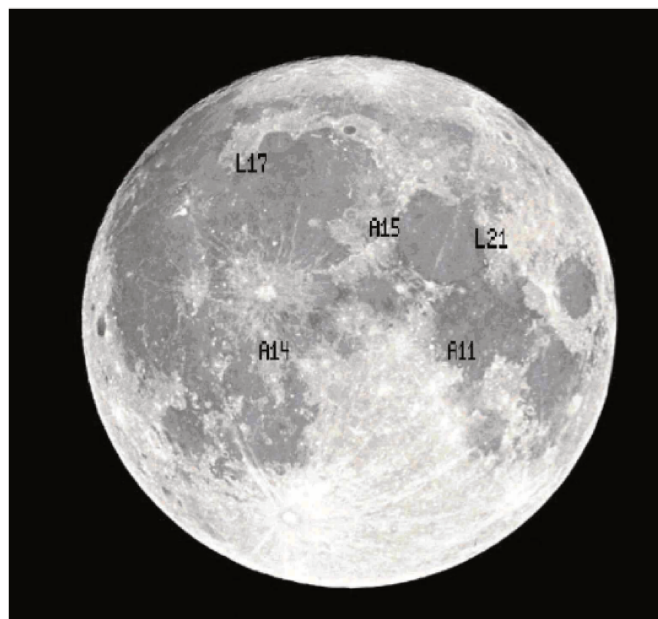


FIGURE 1.5 – Emplacement de différents réflecteurs lunaires. Ici nous pouvons voir les réflecteurs déposés lors des missions Luna 17 (réflecteur L17), Luna 21 (réflecteur L21), Apollo 11 (réflecteur A11), Apollo 14 (réflecteur A14) et Apollo 15 (réflecteur A15). Crédits : [48]

La précision des mesures n'a cessé de s'améliorer avec le temps. En effet des expériences ont eu lieu dès 1962 au MIT [37] pour mesurer la distance Terre-Lune au moyen d'un tir laser réfléchi directement sur le sol lunaire, sans réflecteurs. En 1965 l'observatoire de Crimée en URSS obtiendra avec cette méthode la distance Terre-Lune avec une précision de 200 mètres. A la fin des années 60 une précision de 25 cm sur la distance Terre-Lune sera obtenue avec l'utilisation des réflecteurs déposés par la mission Apollo 11. Dans les années 2000 une précision de 2 centimètres est obtenue par l'Observatoire de la Côte d'Azur et l'Observatoire McDonalds [48] [49]. Aujourd'hui la précision est subcentimétrique [11] [24].

L'objectif aujourd'hui est d'obtenir une précision millimétrique sur la distance Terre-Lune.

La comparaison des chutes libres de la Terre et de la Lune permet de tester deux formes de violation du PE. La première est liée aux différences de composition de la Terre et de la Lune. La deuxième est liée à l'effet Nordtvedt.

Concernant l'effet de composition, la Terre est composée d'un noyau solide ferreux contrairement à la Lune [43].

Concernant l'effet Nordtvedt il énonce que l'énergie propre gravitationnelle contribuerait à la masse grave et pas à la masse inertielle, ce qui revient à violer le PE [28]. Il est potentiellement plus visible avec des objets très massifs tels que les corps astronomiques. Dans le cas de la Terre et la Lune, la Terre devrait tomber avec une accélération légèrement plus grande que la Lune.

La télémétrie Laser-Lune (LLR) permet en 2018 d'estimer une non-violation du PE sur le paramètre d'Eötvös de $\eta(LLR) = (-3.8 \pm 7.1) \times 10^{-14}$ [42].

1.3.2 Le pendule de torsion

Le pendule de torsion est une expérience testant le Principe d'Équivalence mis au point par Eötvös en 1885 et améliorée depuis. Cette expérience consiste en 2 masses de compositions et masses différentes placées aux extrémités d'une barre. Cette barre est suspendue par un fil dont le point de suspension est ajusté de façon à ce que la barre soit horizontale et que le pendule ne tourne pas. La résultante des forces sur la masse m_i est la somme de la force gravitationnelle \vec{F}_i et de la force inertielle \vec{F}_{ci} (Equation 1.6).

$$\vec{F}_i = m_{G,i} \vec{g} + m_{I,i} \omega_T^2 \vec{r} \quad (1.6)$$

avec ω_T la vitesse angulaire liée à la rotation de la Terre et \vec{r} le vecteur de norme égale à la distance entre le centre de gravité de l'objet et l'axe de rotation de la Terre.

A l'équilibre la somme de ces deux résultantes vaut $-\vec{T}_z$, la tension du fil suivant l'axe z . La composante du couple suivant z est non nulle si et seulement si \vec{F}_1 n'est pas parallèle à \vec{F}_2 . Dans le cas où \vec{F}_1 est parallèle à \vec{F}_2 , on a :

$$\vec{0} = \vec{F}_1 \times \vec{F}_2 \quad (1.7)$$

et après développement :

$$\vec{0} = \frac{\omega_T^2}{m_{I,1}m_{I,2}} \left(\frac{m_{G,1}}{m_{I,1}} - \frac{m_{G,2}}{m_{I,2}} \right) \vec{g} \times \vec{r} = \frac{\omega_T^2}{m_{I,1}m_{I,2}} (\eta_{1,2}) \vec{g} \times \vec{r} \quad (1.8)$$

En supposant que l'expérience n'est pas faite aux pôles, $\vec{g} \times \vec{r}$ ne peut valoir 0, ainsi $\eta_{1,2}$ vaut 0. Ainsi si la composante du couple au niveau de l'axe du fil est différente de 0, $\eta_{1,2} \neq 0$, les moments des deux forces ne se compensent plus et le pendule tournera créant ainsi un angle non nul par rapport à sa position de départ (Figure 1.6). Il y a donc violation du PE.

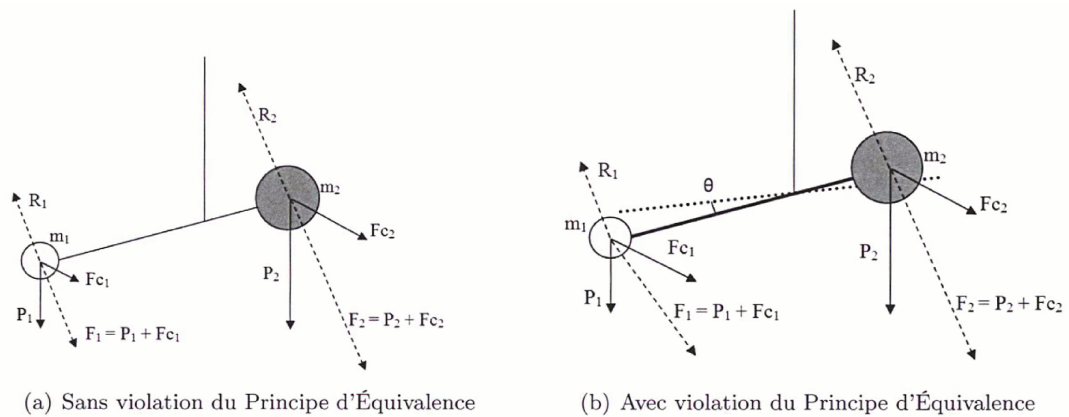


FIGURE 1.6 – Pendule de torsion : principe. (a) Sans violation du Principe d'Équivalence la barre ne forme pas d'angle avec sa position initiale et reste horizontale. Les moments inertiels se compensent et le pendule ne tourne pas. (b) Avec violation du principe d'équivalence les moments inertiels ne se compensent pas, la barre forme un angle θ avec sa position initiale et le pendule tourne. Crédits : [18]

Dès 1889, Eötvös obtiendra une précision de 10^{-9} sur le paramètre qui porte son nom pour le test du PE [41]. Le dispositif sera ensuite amélioré par Dicke qui obtiendra une précision de 10^{-11} en 1964 [35] et ensuite par Braginsky qui obtiendra une précision de 10^{-12} en 1972 [9].

Dès le début des années 2000 un nouveau dispositif a été créé par le groupe Eöt-Wash de l'université de Washington présenté Figure 1.7 [36]. Ce pendule a été placé sous vide afin de s'affranchir des frottements atmosphériques. De plus, le pendule est suspendu à une table tournante afin de moduler l'éventuel signal de violation du PE en fréquence. Afin de s'assurer du bon alignement de l'axe de rotation avec la verticale locale, des détecteurs placés sur le fil viennent détecter une inclinaison éventuelle. Cette inclinaison est corrigée par dilatation thermique des pieds de la table afin d'obtenir le bon alignement. Un miroir placé sous la barre au niveau du point de suspension du fil permet de réfléchir un rayon lumineux vers un télescope. Ce rayon est dévié si une violation du PE est observée et que le pendule tourne.

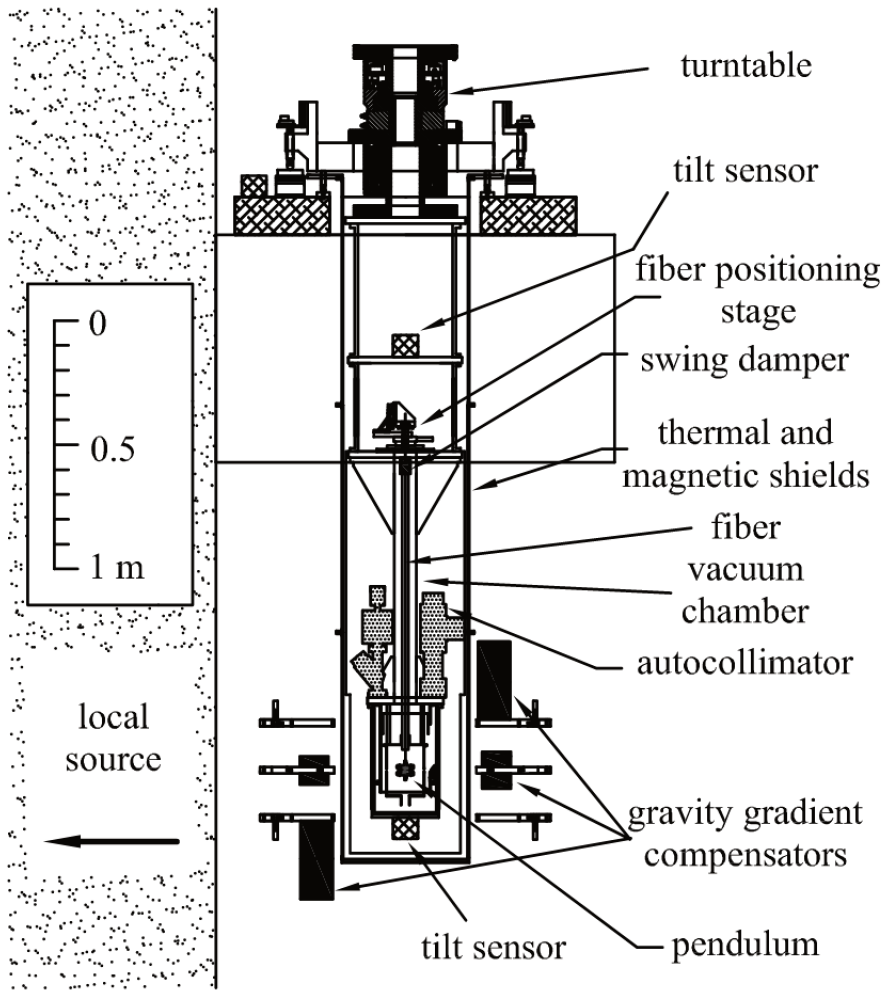


FIGURE 1.7 – Pendule de torsion d’Eöt-Wash. Crédits : [44]

Afin de limiter les gradients de gravité locaux, ce dispositif est constitué de matériaux de haute densité encerclant le pendule. L’une des principales sources d’erreur de ce nouveau dispositif vient du maintien d’un champ gravitationnel uniforme sur l’intégralité du pendule, c’est-à-dire de la nécessité de limiter les gradients de gravité locaux. Sans cela un angle de rotation pourra être observé même en l’absence de violation du PE. Pour résoudre ce problème, des masses ont été ajoutées à des distances appropriées afin d’annuler les gradients de gravité mesurés localement. De plus les gradients de gravité sont limités par la construction symétrique de l’instrument (axiale et centrale).

La seconde source d’erreur de l’expérience vient des perturbations thermiques sur l’expérience. Pour remédier à cela, le pendule a été protégé par des boucliers thermiques et se trouve dans une pièce à température contrôlée. L’angle de rotation du pendule est mesuré par autocollimation à l’aide d’un dispositif d’optique doté d’un laser. Cette expérience a permis d’obtenir deux résultats remarquables pour deux couples de matériaux : $\eta(Be, Ti) = (0.3 \pm 1.8) \times 10^{-13}$ et $\eta(Be, Al) = (1.5 \pm 1.5) \times 10^{-13}$ [17].

Résumé : ce chapitre a permis de définir le principe d'équivalence ainsi que son importance dans le test de la Relativité Générale. Les expériences précédentes étant limitées aux conditions terrestres, il semble important de réaliser ce test dans l'espace avec la mission MICROSCOPE afin d'obtenir une précision supérieure à 10^{-13} sur le paramètre d'Eötvös η .

Chapitre 2

La mission MICROSCOPE

Objectif : ce chapitre a pour but de présenter la mission MICROSCOPE, sa charge utile ainsi que l'équation de mesure de l'instrument. Pour cela le fonctionnement des accéléromètres sera détaillé.

2.1 La mission

L'espace offre un environnement privilégié pour s'affranchir des perturbations terrestres, réaliser des chutes libres quasi infinies et ainsi obtenir une meilleure précision sur le test du PE. C'est dans ce contexte que la mission spatiale MICROSCOPE a vu le jour en se fixant comme objectif de précision 10^{-15} sur l'estimation du paramètre d'Eötvös η .

2.1.1 Motivations

L'un des principaux avantages de la mission MICROSCOPE par rapport aux autres expériences du test du PE est son environnement. En effet la réalisation de l'expérience dans l'espace permet dans un premier temps de s'affranchir de nombreuses perturbations présentes sur Terre telles que les perturbations électromagnétiques, thermiques ou encore les vibrations. Ces nombreuses perturbations ne peuvent être contrôlées afin de mener à bien l'expérience avec une précision plus grande sur Terre. Les perturbations rencontrées dans l'espace sont d'une part, moins nombreuses et d'autre part, plus facilement maîtrisables. Par exemple les frottements dus à l'atmosphère résiduelle de la Terre à l'altitude de MICROSCOPE peuvent être compensés à l'aide de propulseurs commandés par un système de compensation de traînée appelé Drag-Free and Attitude Control System (DFACS), utilisant aussi l'instrument scientifique que nous détaillerons plus tard.

Par ailleurs, en s'éloignant de la Terre son champ de gravité décroît et les effets des gradients de gravité s'estompent. Dans l'espace, le temps de chute libre n'est plus limité par la hauteur de la chute puisqu'un satellite en orbite est en chute libre quasi infinie. En effet, dans l'espace un objet est seulement soumis à la gravité, donc en chute libre. Ainsi la durée des sessions de mesure de l'expérience pourra être de plusieurs jours, ce qui permettra de diminuer le bruit stochastique.

2.1.2 Description générale

Le satellite MICROSCOPE, pour MICROsatellite à traînée Compensée pour l'Observation du Principe d'Équivalence est un microsatellite de la filière MYRIADE du Centre National d'Études Spatiales (CNES). Ce satellite a pour but de tester le PE dans le champ de gravitation de la Terre au moyen d'un double accéléromètre électrostatique. Ces accéléromètres permettent de comparer les accélérations de différentes masses d'épreuve.

MICROSCOPE a été mis en orbite héliosynchrone le 25 avril 2016 à une altitude basse de 710 km et a été désorbité le 18 octobre 2018. Cette altitude permet un compromis entre une intensité du signal de gravitation de la Terre suffisamment important et une minimisation des forces de traînée résiduelle. Le choix d'une orbite héliosynchrone à cette altitude confère l'avantage d'avoir une exposition au Soleil optimale et un environnement thermique stable pendant l'expérimentation. Il est à noter que pendant une période d'environ trois mois autour du solstice d'été le satellite passe dans l'ombre de la Terre, ces périodes dites d'éclipse sont consacrées à la maintenance du satellite.



FIGURE 2.1 – Instrument T-SAGE

L'instrument scientifique T-SAGE est intégré au cœur du satellite (Figure 2.1). Il comprend deux accéléromètres différentiels électrostatiques cylindriques. Chaque accéléromètre différentiel se compose en réalité de deux accéléromètres que nous appellerons senseurs inertiels par souci de clarté. Chaque senseur contient une masse d'épreuve dont on veut surveiller la chute libre. La particularité de ces accéléromètres est leur forme cylindrique : les deux masses d'épreuve cylindriques sont emboîtées l'une dans l'autre afin d'avoir leurs centres de gravité confondus. Leur position est asservie au centre d'une cage d'électrodes. Ces électrodes permettent d'une part de

mesurer leur position par le biais de mesures capacitives et d'autre part d'appliquer les forces électrostatiques nécessaires à les maintenir au centre de la cage. Une violation du PE se traduirait par une différence entre les accélérations à appliquer sur chacune des deux masses pour les maintenir sur la même orbite.

Durant cette expérience un scénario composé de différentes phases, elles-mêmes composées de sessions a été mis au point et planifié. Ces sessions ont pour objectif de caractériser l'instrument, de l'étalonner et de tester le PE. Les petits groupes de sessions de mesures du PE sont précédés et suivis de sessions d'étalonnage. Les sessions de test du PE et d'étalonnage ont été réalisées plusieurs fois dans des conditions différentes afin d'éliminer les effets parasites pouvant être présents. La caractérisation de l'instrument a été faite par le biais de sessions où l'instrument a été excité de façon différente afin de pouvoir en déterminer les caractéristiques, notamment la sensibilité thermique qui sera au cœur de ce travail de thèse. Le DFACS comprenant des micropropulseurs qui utilisent du gaz froid embarqué dans des réservoirs. Ce système possède deux fonctions : la première est de contrer les forces non-gravitationnelles s'exerçant sur le satellite pour se rapprocher encore plus du mouvement de chute libre ; la seconde est d'assurer une attitude très stable quasi inertielle ou spinnée suivant les sessions. Les sessions de mesures ont été réalisées en mode inertielle, ou en mode spinné, c'est-à-dire que le satellite en plus d'orbiter autour de la Terre, tourne sur lui-même (Figure 2.2). Ce mode a été conçu afin d'augmenter la fréquence d'un éventuel signal de violation, projeté en repère instrument.

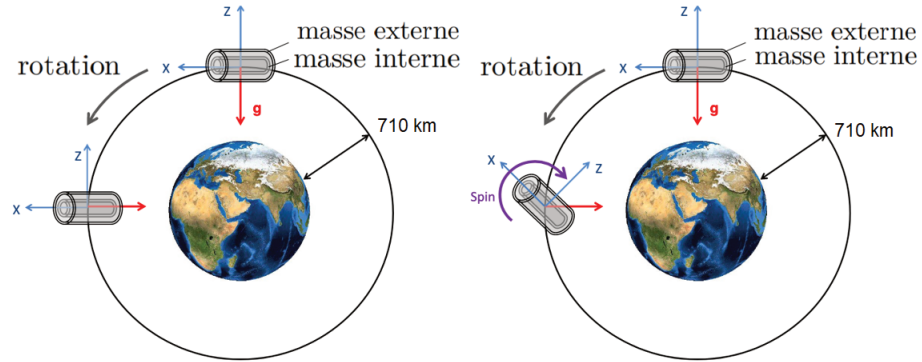


FIGURE 2.2 – Sur le schéma de gauche l'attitude du satellite en mode inertielle. Sur le schéma de droite l'attitude du satellite en mode spinné. Crédits Q. Baghi : [4]

Selon le mode utilisé l'éventuel signal de violation du PE n'apparaît pas à la même fréquence, que nous appelons f_{EP} qui s'exprime :

$$f_{EP} = f_{orb} + f_{spin} \quad (2.1)$$

où f_{orb} est la fréquence orbitale et f_{spin} la fréquence de rotation du satellite. En mode inertielle la fréquence de violation du PE vaut $f_{EP} = f_{orb} \approx 1.6 \times 10^{-4} \text{Hz}$, ce qui correspond à la fréquence à laquelle le satellite orbite autour de la Terre. La fréquence de spin f_{spin} est nulle. Lors des sessions où le satellite est spinné, f_{spin} vaut un multiple demi entier de f_{orb} afin de ne pas être confondue avec les harmoniques de

f_{orb} . Les valeurs de f_{EP} retenues lors des mesures sont $f_{EP2} = \frac{9}{2}f_{orb} = 9.24 \times 10^{-4}\text{Hz}$ et $f_{EP3} = \frac{35}{2}f_{orb} = 3.11 \times 10^{-3}\text{Hz}$. Au lancement du satellite, le test du PE pouvait aussi se faire à une fréquence de test $f_{EP1} = \frac{7}{2}f_{orb} = 5.6 \times 10^{-4}\text{Hz}$ mais cette option a été abandonné en vol car cette fréquence était dans la bande où les performances de l'instrument n'étaient pas optimales. Un mode avec f_{EP3} comme fréquence de test permet de tester l'instrument à une fréquence plus haute mais a le désavantage de consommer beaucoup de gaz pour faire tourner le satellite, donc de raccourcir la durée de la mission.

2.1.3 Segment sol

Afin de contrôler le satellite et analyser les données de la mission une organisation a été mise en place. Elle se compose de deux segments : un terrestre et un spatial.

Le segment terrestre se compose de différents éléments :

- Le Microsatellite Ground Segment (MIGS) basé au CNES de Toulouse : il est commun à tous les satellites de la filière MYRIADE du CNES. Il se compose du Centre de Commande et Contrôle (CCC) qui reçoit la télémétrie du satellite et transmet les informations données par le Centre d'Expertise de Compensation de la Traînée (CECT) au satellite.
- Le CECT permet la liaison entre le Centre de Mission Scientifique (CMS) de l'ONERA et le CCC. Il valide la plage de vol du scénario de mission proposé par le CMS et prépare les fichiers de programmation avec le CCC à envoyer au satellite. Il supervise également le DFACS tous les jours et évalue les performances du satellite toutes les deux semaines.
- Le CMS basé à l'ONERA Châtillon et Palaiseau : il est responsable de la mission scientifique et du monitoring de la charge utile. Il a aidé à la prise de décision pendant la mission et a participé à la conception du scénario de mission et de sa mise à jour régulière au fil des événements avec le CECT. Il traite les données scientifiques en collaboration avec l'Observation de la Côte d'Azur (OCA).
- Le Groupe d'EXpertise charge utile (GEX) et le Groupe de Performance Scientifique (SPG) avaient pour but d'échanger hebdomadairement avec le CECT et le CMS sur le bon déroulement de l'expérience et sur les décisions à prendre pour les futures opérations.
- Le SWG pour Science Working Group est un groupe de pilotage scientifique externe au projet. L'équipe projet au travers du SPG présente les résultats scientifiques du SWG qui valide la stratégie.

Pour résumer le CMS et le CECT ont travaillé et échangé sur la conception et l'évo-

lution du scenario de mission. Le CECT transmettait au CCC les ordres à envoyer au satellite toutes les semaines. Le CCC transmettait en retour les télémétries au CECT qui les renvoyaient au CMS sous le bon format afin d'être analysées.

En parallèle le CECT et le CMS travaillaient avec un groupe d'experts charge utile (GEX) et un groupe de performance scientifique (SPG) afin de faire des rapports hebdomadaires sur l'expérience et prendre des décisions sur les opérations à moyen terme.

Enfin, un groupe de scientifiques et d'experts, le SWG, était en charge de promouvoir l'analyse des données de la mission et examiner la précision des résultats.

Ces différentes interactions peuvent être résumer avec l'organigramme suivant :

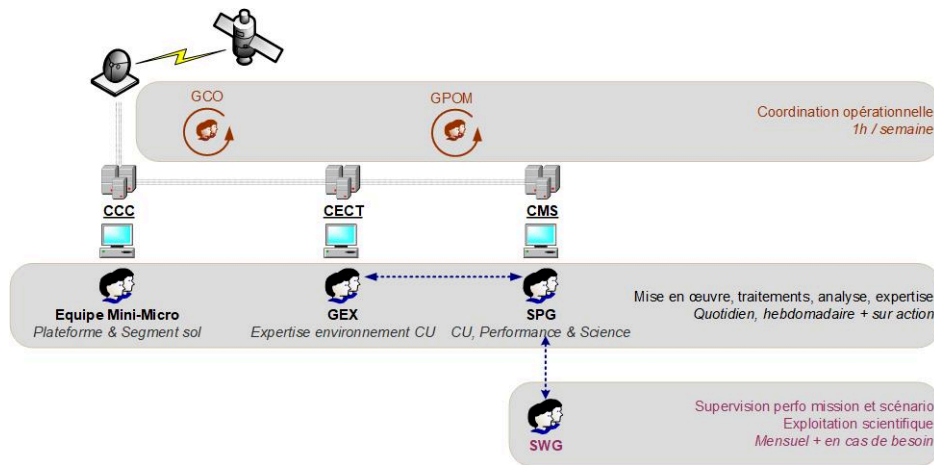


FIGURE 2.3 – Organigramme décrivant les différentes interactions entre les différents groupes de travail de la mission. Crédits Q. Baghi : [4]

Plusieurs niveau de données sont produits par le CMS :

- Le premier $N0$ correspond aux données opérationnelles décommutées transmises par le CECT. Les données $N0$ sont présentes en 3 sous-niveaux : $N0a$ correspond aux données reçues par une station terrestre à chaque passage du satellite. Elles couvrent quelques heures maximum et sont transmises au CMS assez rapidement pour des besoins de réactivité quasi immédiates (moins de 24h) ; $N0b$ correspond aux données rassemblées par paquet de 24h de 00h00h00 à 23h59m59 ; $N0c$ correspond aux données organisées par sessions pour les sessions scientifiques (test PE ; étalonnage ; caractérisation par opposition aux sessions techniques qui n'ont pas de $N0c$). Pour cela l'ONERA a créé un niveau $N0bS$ qui est le résultat du cumul des données $N0b$ recouvrant plusieurs journées organisés par session afin d'obtenir une équivalence du niveau $N0c$ des sessions scientifiques.
- Le second niveau $N1$ comprend les données $N0c$ auxquelles on a appliqué un premier étalonnage qui sera le même pour toutes les sessions.
- Le troisième niveau $N2$ contient des données avec un étalonnage optimal, propre à chaque session. Contrairement aux données $N0$ et $N1$ qui sont séparées par masse, les données $N2$ sont organisées en mode commun (moyenne de deux masses) et mode différentiel (différence entre les deux masses).

2.1.4 Segment spatial

Le segment spatial se compose d'une plateforme issue de la filière MYRIADE développée par le CNES pour envoyer des petits satellites scientifiques en orbite autour de la Terre. Le satellite dans son ensemble mesure $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1.5\text{ m}$, pèse 300 kg, sa charge utile pèse 35 kg et sa consommation est de 40 W. Une des spécificités du satellite MICROSCOPE est son système de compensation de la traînée atmosphérique et de l'attitude : DFACS. Ce système fonctionne en continu en lien avec la charge utile. Il se compose d'une boucle de contrôle qui mesure et atténue toutes les accélérations non gravitationnelles s'exerçant sur le satellite. Ces forces sont principalement le freinage par l'atmosphère résiduelle et la pression de radiation solaire. L'amplitude des accélérations correspondantes est de quelques 10^{-8} m s^{-2} . Ces forces agissent sur le satellite et donc se répercutent de la même manière sur les accélérations mesurées par toutes les masses et ainsi leurs effets sur l'accélération différentielle s'annuleraient en cas de mesures parfaites. Cependant les différences de sensibilité et de géométrie des deux senseurs introduisent un terme de couplage entre l'accélération en mode commun et l'accélération différentielle qui regroupe essentiellement les forces non-gravitationnelles. Le drag-free ou compensation de traînée atténue considérablement l'accélération en mode commun dont une faible partie se répercute sur l'accélération différentielle. Le drag-free est un système de micropropulseurs asservis sur les mesures des accéléromètres.

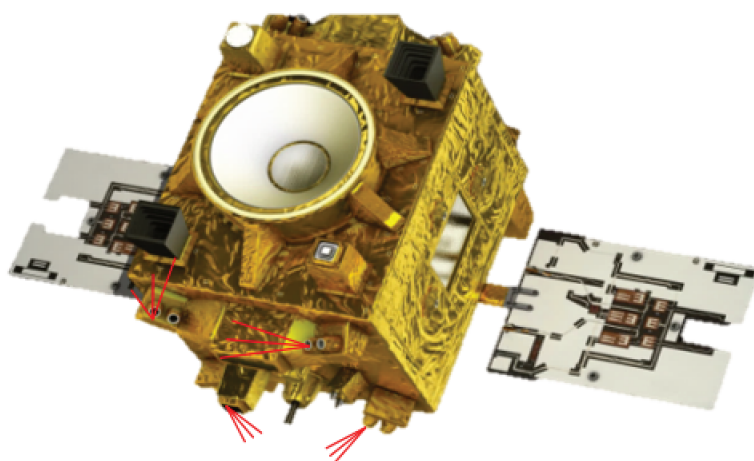


FIGURE 2.4 – Les micropropulseurs d'une face du satellite suivant l'axe z , modélisés en rouge (Crédits : d'après photo CNES)

Ce système se compose de 8 micropropulseurs situés sur les faces du satellite suivant l'axe z (4 sur chacune des deux faces). Nous pouvons visualiser sur la Figure 2.4 les 4 micropropulseurs d'une face du satellite. Pour assurer son fonctionnement 16 kg de gaz sous haute pression est stocké à bord. Ces micropropulseurs libèrent des impulsions de l'ordre de quelques μN avec un bruit de l'ordre du nN.

2.2 La charge utile

2.2.1 Description globale

L'instrument de la mission nommé T-SAGE pour Twin Space Accelerometer for Gravitation Experiment est le fruit d'un long savoir-faire de l'ONERA qui a développé avec succès les accéléromètres des missions de géodésie GOCE, GRACE et GRACE-FO. T-SAGE se compose de deux accéléromètres différentiels (appelés Sensor Unit dans la suite) : le SUREF et le SUEP. Chaque Sensor Unit (SU) se compose de deux senseurs inertiels chacun lié à une seule masse-test (interne ou externe) dont on veut étudier la différence d'accélération. Le SUREF pour Sensor Unit REFERENCE comprend deux masses de composition identique et sert à valider l'ensemble de l'expérience de la prise de mesure jusqu'au processus de traitement. En effet aucun signal de violation du PE n'est attendu pour deux masses de composition identique. Le SUEP pour Sensor Unit for the Equivalence Principle se compose de deux masses de composition différente et sert au test du PE.

Chaque SU a ses senseurs inertiels de dimensions identiques, seule la composition (et donc la masse) du senseur externe du SUEP est différente des autres senseurs. Les senseurs internes des deux accéléromètres différentiels sont en Platine/Rhodium (PtRh) et sont identiques à la réalisation près, donc différents dans l'absolu. Le SUREF a son senseur externe en alliage de Platine/Rhodium et le SUEP en alliage de Titane (TA6V). Ces masses sont des cylindres creux de sorte que deux masses d'un SU aient leurs centres de masse quasi confondus. Chaque accéléromètre différentiel se compose de :

- 1 SU
- 1 FEEU
- 1 ICU

Le SU est la partie mécanique d'un accéléromètre différentiel électrostatique. On parle d'accéléromètre différentiel mais en réalité chacun des deux accéléromètres fournit ses propres mesures dont on pourra faire la différence lors des traitements.

Le FEEU pour Front-End Electronic Unit placé au plus près de l'instrument contient l'électronique analogique (détecteur, Drive Voltage Amplifier (DVA)) ainsi que les Convertisseurs Analogique-Numérique (CAN) sigma delta 24 bits, les Convertisseurs Numérique-Analogique (CNA) 16 bits et le Field-Programmable Gate Array (FPGA) de communication avec l'ICU. Il permet la génération des sources de tension de référence ainsi que le fonctionnement du capteur de position capacitif et la génération des tensions à appliquer sur les électrodes des deux masses-tests.

L'ICU pour Interface Control Unit placé plus loin de l'instrument contient la partie numérique de l'électronique de la charge utile. Elle contient les convertisseurs d'alimentation, les lois de contrôle, le FPGA qui communique via un bus série avec le FPGA du FEEU. Elle permet le contrôle des boucles d'asservissement des masses-tests ainsi que des bus de données connectés au satellite.

Ces trois parties de chaque unité fonctionnent de la façon suivante : le FEEU reçoit les mesures de position des masses du SU sous forme analogique ; ces mesures

sont ensuite converties sous forme numérique par les CAN et sont fournies aux régulateurs PID (pour Proportionnel, Intégral, Dérivé) de l'ICU via les FPGA ; les régulateurs PID calculent la valeur des accélérations nécessaires pour compenser les déplacements des masses. Ces accélérations sont ensuite converties en tension par les CNA dans le FEEU qui les transmet aux DVA (gains amplificateurs). Chaque DVA est connecté à une électrode du SU qui applique la tension requise.

Chaque instrument peut être allumé indépendamment suivant différents modes et configurations. Les deux modes possibles sont :

- SBy (Stand-By) : l'instrument est éteint. Ce mode a été utilisé lors des phases de Lune, pendant les périodes d'éclipse, après les pannes ou encore entre sessions pour éteindre un SU et activer l'autre SU.
- ASM (Accelerometer Software Mode) : il s'agit du mode nominal de fonctionnement de l'instrument.

En mode ASM, deux configurations principales sont largement utilisées :

- La configuration Full Range Mode (FRM) : c'est une configuration qui permet de contrôler et mesurer des accélérations de plus grande amplitude en ayant moins de résolution par rapport à la configuration HRM. La tension du détecteur $V_d = 1 \text{ V RMS}$ et la tension de polarisation $V_p = 40 \text{ V}$.
- La configuration High Range Mode (HRM) : il s'agit d'une configuration avec une meilleure résolution mais une gamme de mesure moins étendue que la configuration FRM. $V_d = 5 \text{ V RMS}$, $V_p = 5 \text{ V}$. La réduction de la gamme de tension de polarisation permet de réduire par la même occasion les effets parasites engendrés par cette tension.

Avant et pendant les phases de lancement du satellite les masses-tests sont bloquées mécaniquement afin d'éviter les vibrations pouvant endommager l'instrument. Il est à noter que l'instrument T-SAGE est le premier accéléromètre de l'ONERA ayant un système de blocage de ses masses au décollage. Ceci peut s'expliquer par le fait que les masses utilisées dans l'instrument sont lourdes comparées aux masses des accéléromètres précédemment développés. En effet les masses des précédents accéléromètres étaient de l'ordre de 300 g, dans l'instrument T-SAGE la masse externe du SUREF pèse 1.4 kg.

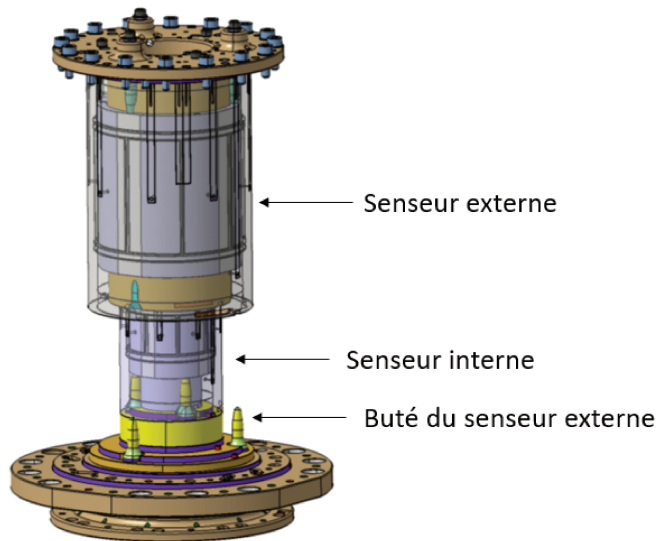


FIGURE 2.5 – Localisation des butés sur un SU

Ce système de blocage a deux rôles : bloquer les masses lors du décollage et également limiter la course libre des masses-test lors de l'expérience afin d'éviter tout court-circuit pouvant être provoqué par un contact entre les masses et les électrodes. Ce système utilise des butés de forme conique arrondie qui vont se retracter de $150\ \mu\text{m}$ avant la mise en route de l'instrument, une fois le satellite en orbite. Sous ces butés (Figure 2.5), un soufflet gonflé à 30 bars permet l'immobilisation des masses.

2.2.2 Fonctionnement général d'un accéléromètre différentiel

Rappelons qu'un accéléromètre différentiel est composé de deux senseurs inertiels (IS) avec chacun une masses-test et son électronique de proximité (ICU) et d'une électronique déportée commune aux deux masses, le FEEU.

Chaque masse est asservie en position par rapport à la cage de l'accéléromètre elle même liée au satellite, selon une consigne programmable. Cette consigne est le plus souvent égale à 0. L'asservissement repose sur des mesures capacitives pour la détection et sur l'application de forces électrostatiques pour l'action. La détection et l'action sont réalisées par le biais des mêmes électrodes cylindriques qui encadrent chaque masse (Figure 2.6). Un mouvement de la masse provoque une variation de capacité entre la masse et les électrodes. Cette différence de capacité permet de déterminer la position de la masse. Les mêmes électrodes servent à appliquer la tension nécessaire pour recentrer la masse. Un potentiel électrique est appliqué sur la masse d'épreuve grâce à un fil d'or de diamètre $7\ \mu\text{m}$ afin de linéariser la force électrostatique s'opposant au déplacement de la masse. Ce contrôle s'effectue indépendamment selon les 6 degrés de liberté de chaque masse : les 3 axes linéaires x , y et z et les 3 angles de rotation correspondants Φ , θ et ψ . Etant donnée la symétrie cylindrique, les fonctionnements sont un peu différents selon l'axe des cylindres nommé x d'une part et selon les axes radiaux y et z d'autre part (Figure 2.6) : les variations de positions selon les degrés de liberté x et Φ sont détectées par une

détection capacitive à variation de surface tandis que pour les degrés de liberté y , z , θ et ψ on utilise une détection à variation d'entrefer.

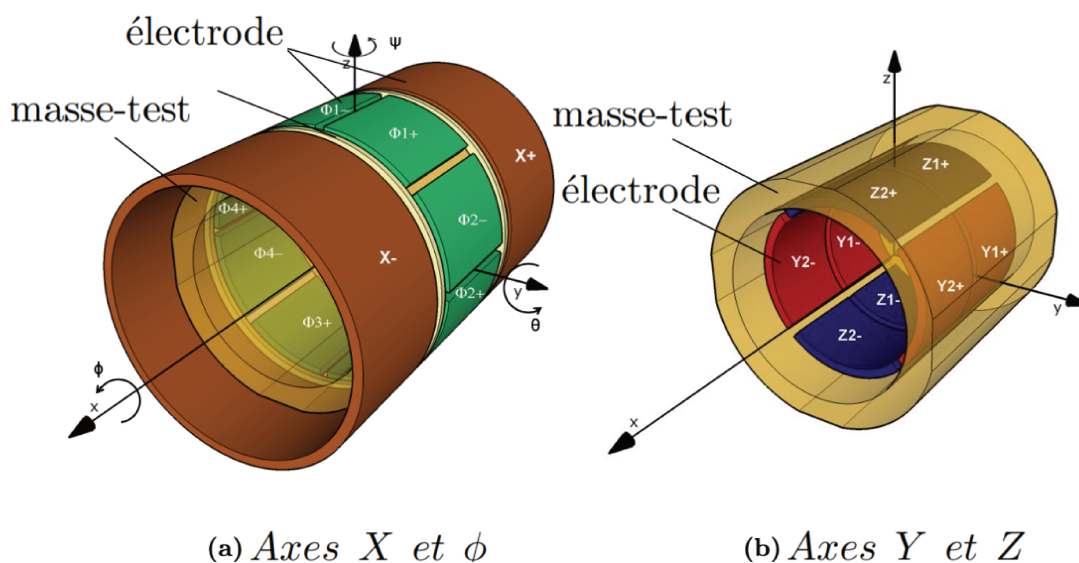


FIGURE 2.6 – Electrodes autour de la masse d'épreuve. Crédits : [21]

Comme détaillé dans le schéma Figure 2.7 le principe est le suivant :

- La masse se déplace et induit une différence de capacité entre la masse et les électrodes. (bloc 1)
- Le réseau de superposition permet d'obtenir la différence de capacité. (bloc 2)
- Cette différence est convertie en tension de sortie par le détecteur capacitif. (bloc 3)
- La boucle d'asservissement digital calcule ensuite le signal de contrôle à appliquer. (bloc 4)
- Ce signal est ensuite converti en tension et amplifié. (bloc 5)
- Les électrodes mesurent et détectent la position des masses-tests et agissent sur elles. (bloc 2)

Chaque bloc du schéma sera explicité dans la section suivante.

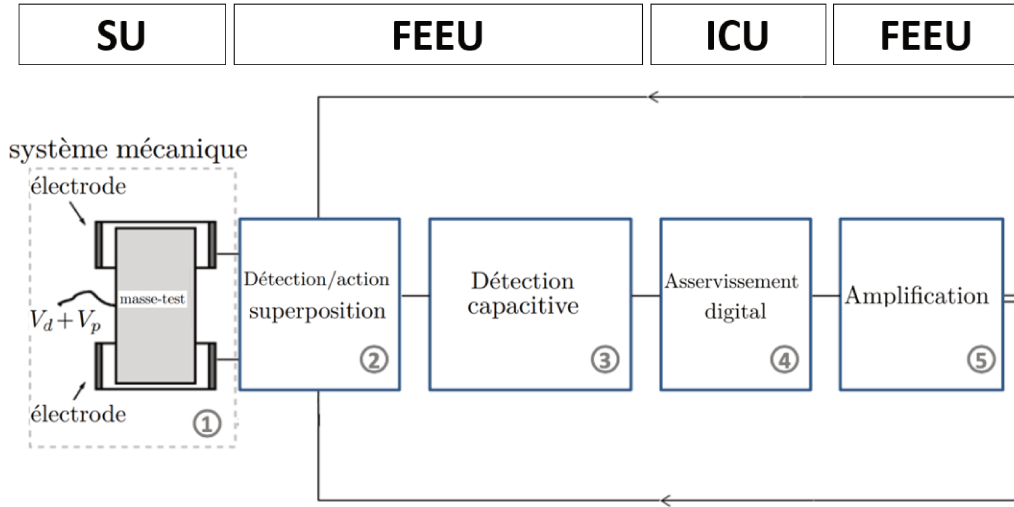


FIGURE 2.7 – Fonctionnement de l'accéléromètre. Crédits : [4]

2.2.3 Détection

Dans cette sous-section nous détaillerons les blocs 1 et 3 de la Figure 2.7. Pour chaque axe il y a deux électrodes (par exemple $X+$ et $X-$ selon l'axe x) de part et d'autre de la masse d'épreuve permettant de traduire son déplacement (Fig. 2.6). Ce déplacement correspond à la variation de la capacité formée par la masse et une électrode. Cela permet de générer un courant I dans la capacité. Ainsi nous obtenons en sortie du bloc 3 un signal de détection. Grâce à la tension sinusoïdale V_d de fréquence 100 kHz et d'amplitude prédéterminée appliquée sur la masse d'épreuve, une variation de capacité se traduit par une variation de courant mesurée par le transformateur différentiel présent dans le bloc 2.

$$V_{det} = G_{det}(C_1 - C_2) \text{ avec } G_{det} = \frac{2V_d}{C_{eq}} \quad (2.2)$$

G_{det} est la sensibilité de gain du capteur capacitif; C_{eq} la capacité du condensateur formé par la masse d'épreuve et l'électrode; V_{det} la tension de détection de sortie proportionnelle aux différences de capacités C_1 et C_2 . V_{det} est ensuite amplifié par un amplificateur Haute Fréquence (HF) et démodulé afin de fournir un signal basse fréquence. Puis il est amplifié par un amplificateur afin d'avoir une valeur comprise dans la gamme du CAN (± 10 V), en sortie du bloc 2 [33]. La Figure 2.8 récapitule le fonctionnement de la fonction de détection de l'accéléromètre.

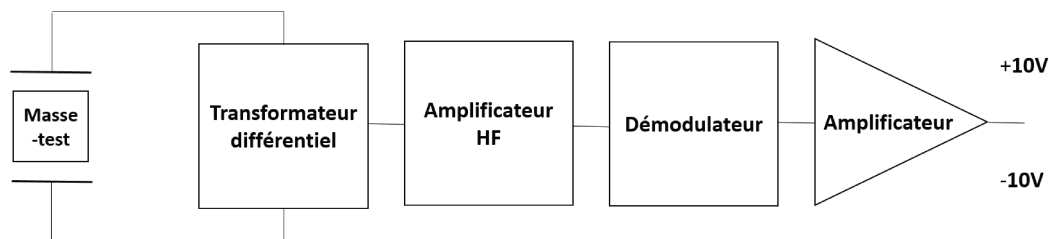


FIGURE 2.8 – Fonctionnement de la détection d’un senseur inertielle de l’instrument T-SAGE

Si on considère la masse d’épreuve et l’électrode numéro i comme un condensateur plan dans le vide on a alors :

$$C_i = \frac{\epsilon_0 A_i}{e_i} \quad (2.3)$$

avec ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide, A_i la surface de l’électrode en face de la masse d’épreuve et e_i l’espace entre l’électrode et la masse d’épreuve. Il existe deux façons de déceler une variation de capacité : par variation de surface et par variation d’entrefer.

Détection par variation d’entrefer

Figure 2.9 nous pouvons voir un schéma de ce type de détection.

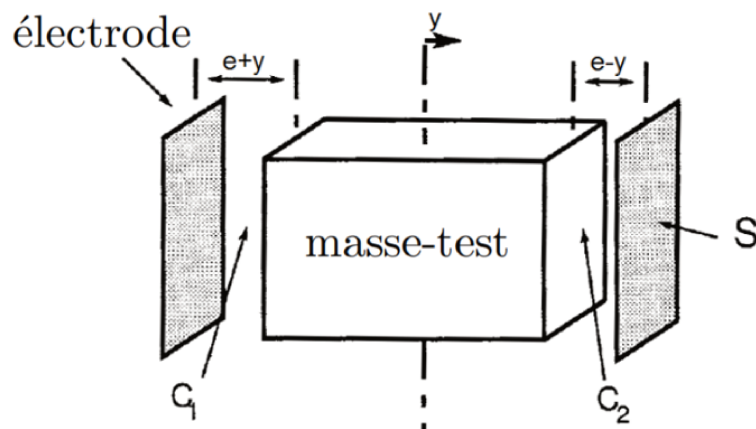


FIGURE 2.9 – Détection par variation d’entrefer, principe de fonctionnement. Crédits : [22]

Dans ce type de détection, le déplacement de la masse d’épreuve selon l’axe y induit une variation des entrefers e_i telle que :

$$e_i = \begin{cases} e + y & \text{si } i = 1 \\ e - y & \text{si } i = 2 \end{cases} \quad (2.4)$$

Comme l’instrument est asservi au centre de la capacité $y \ll e$ on peut approximer au 1er ordre par un développement de Taylor que $\frac{y}{e} V_{det}$ est proportionnel au déplacement y avec un gain dépendant de la sensibilité du capteur et de la géométrie de

l'instrument. Il est donc important de bien connaître ces paramètres pour bien estimer la position de la masse d'épreuve. En reportant dans l'équation 2.3 et ensuite dans 2.2 la tension de sortie du détecteur devient donc :

$$V_{det} = G_{det}\epsilon_0 A \left(\frac{1}{e+y} - \frac{1}{e-y} \right) \approx \frac{2G_{det}\epsilon_0 A}{e^2} y + o\left(\left(\frac{y}{e}\right)^3\right) \quad (2.5)$$

où on a considéré que les surfaces en regard sont identiques aux deux extrémités : $A_1 = A_2 = A$.

Détection par variation de surface de recouvrement

Figure 2.10 nous pouvons voir un schéma de ce type de détection.

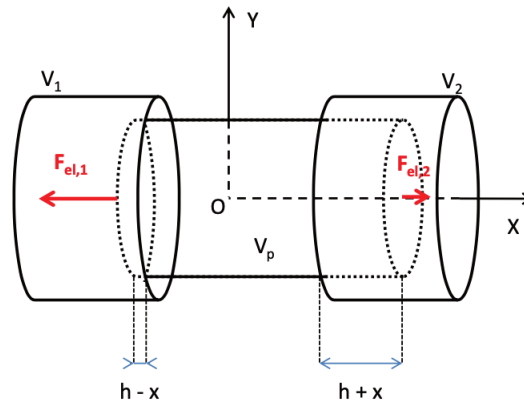


FIGURE 2.10 – Détection par variation de surface de recouvrement, principe de fonctionnement. Crédits : [4]

Dans ce type de détection, le déplacement de la masse d'épreuve selon x induit une variation de la surface de recouvrement avec les électrodes. Au repos la masse d'épreuve est au centre de la cage à $x = 0$ et chaque électrode couvre la masse d'épreuve d'une longueur h . La surface de recouvrement vaut :

$$A_i = 2\pi r h_i \quad (2.6)$$

avec r le rayon de l'électrode cylindrique et h_i la longueur de la partie cylindrique recouverte par la masse d'épreuve qui vaut :

$$h_i = \begin{cases} h - x & \text{si } i = 1 \\ h + x & \text{si } i = 2 \end{cases} \quad (2.7)$$

Ainsi nous obtenons, en reportant dans l'équation 2.3 et ensuite dans 2.2, la tension de sortie du détecteur :

$$V_{det} = -\frac{G_{det}\epsilon_0 4\pi r}{e} x \quad (2.8)$$

Dans ce cas là, la tension V_{det} est proportionnelle au déplacement x . La tension V_{det} de détection est linéaire même si la masse n'est pas proche du centre.

Les défauts de chanfreins sur les électrodes de contrôle de l'axe x et sur les extrémités de la masse d'épreuve conduisent à des dissymétries des champs électrostatiques en bout de masse d'épreuve. Ces dissymétries ont des effets non négligeables sur le centrage des masses d'épreuve qui peut être décalé jusqu'à $30 \mu\text{m}$.

2.3 Modélisation de la mesure

Après avoir décrit la mission MICROSCOPE et le fonctionnement de la charge utile, cette section va s'attacher à la modélisation de la mesure pour montrer en particulier comment elle est reliée au paramètre d'Eötvös.

2.3.1 Bilan des forces

Nous avons vu précédemment qu'un accéléromètres différentiel se compose de deux senseurs inertiels ou de deux masses-test. Dans le développement suivant nous considérerons comme système d'étude une masse-test que nous noterons i avec pour masse inertielle $m_{I,i}$, pour masse grave $m_{G,i}$ et pour centre d'inertie O_i . Les effets relativistes modifient les calculs classiques par des corrections relatives proportionnelles à $\frac{v^2}{c^2}$, soit de quelques 10^{-10} dans le cas de MICROSCOPE; les effets sont identiques pour le satellite et pour toutes les masses d'épreuve qui l'accompagnent dans son mouvement et ne seront donc pas visibles dans la mesure différentielle.¹ Les effets relativistes étant négligeables du fait de la vitesse très faible du satellite par rapport à la vitesse de la lumière nous utiliserons donc le formalisme de Newton dans cette section.

Bilan des forces sur la masse Tout d'abord nous allons lister les forces agissant sur la masse-test. Nous les séparons en trois catégories :

- La force gravitationnelle $\overrightarrow{F}_{g,i} = m_{G,i} \overrightarrow{g}$.
- La force électrostatique $\overrightarrow{f}_{e,i}$ exercée par les électrodes.
- La somme de toutes les autres forces perturbatrices $\overrightarrow{f}_{p,i}$ qui comprennent par exemple les faibles pressions de radiation exercées par le satellite ou l'amortissement du fil d'or.

Nous pouvons donc appliquer la seconde loi de Newton à notre système i dans le référentiel inertiel R_{in} :

$$m_{I,i} \overrightarrow{\gamma}(O_i)|_{R_{in}} = \overrightarrow{F}_{g,i} + \overrightarrow{f}_{e,i} + \overrightarrow{f}_{p,i} \quad (2.9)$$

Les sources principales de gravité sont la Terre et le satellite contenant l'instrument. On pourrait également se poser la question d'inclure les effets gravitationnels du Soleil et de la Lune, mais ils peuvent être négligés car au moins 100 fois plus faibles que ceux de la Terre. Ainsi nous pouvons décomposer \overrightarrow{g} comme $\overrightarrow{g} = \overrightarrow{g}_T + \overrightarrow{g}_S$, \overrightarrow{g}_T étant la contribution de la Terre et \overrightarrow{g}_S celle du satellite. De plus la masse-test (MT) n'est pas ponctuelle mais elle occupe un certain volume, ainsi l'attraction gravitationnelle agissant sur cette dernière peut être exprimée par une intégrale sur

1. Si les effets sont négligeables dans le cas des mesures de MICROSCOPE, ce n'est pas le cas pour tous les satellites selon le domaine d'application; par exemple ce type de correction s'applique à une horloge embarquée dans un satellite, induisant une dérive de plusieurs dizaines de microsecondes par jour; cet effet doit impérativement être pris en compte dans les mesures des satellites GPS qui reposent sur des horloges très précises.

chaque élément de masse infinitésimale la composant :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{F}_{g,i} &= \int_{P \in MT_i} \overrightarrow{g} \cdot dm_G(P) = \int_{P \in MT_i} (\overrightarrow{g}_T + \overrightarrow{g}_S) \cdot dm_G(P) \\ &= \int_{P \in MT_i} \overrightarrow{g}_T \cdot dm_G(P) + m_{G,i} \overrightarrow{g}_{S,i}\end{aligned}\quad (2.10)$$

Le dernier terme de l'équation 2.10 est l'attraction gravitationnelle exercée par le satellite sur la masse-test. L'équation 2.9 devient :

$$\overrightarrow{\gamma}(O_i)|_{R_{in}} = \frac{1}{m_{I,i}} \left(\int_{P \in MT_i} \overrightarrow{g}_T \cdot dm_G(P) + m_{G,i} \overrightarrow{g}_{S,i} + \overrightarrow{f}_{e,i} + \overrightarrow{f}_{p,i} \right) \quad (2.11)$$

Bilan des forces sur la satellite Nous considérons maintenant le système du satellite de masse inertielle $M_{I,sat}$, de masse grave $M_{G,sat}$ et de centre d'inertie O_S excluant les masses-test. De la même façon que pour le système précédent nous allons lister les forces agissant sur ce système :

- La force gravitationnelle $\overrightarrow{F}_{g,sat} = M_{G,sat} \overrightarrow{g}$.
- Les forces non-gravitationnelles externes \overrightarrow{F} (pression de radiation, freinage atmosphérique).
- La forces de poussée $\overrightarrow{F}_{prop}$ exercée par les propulseurs.

La deuxième loi de Newton appliquée au système du satellite dans le référentiel R_{in} nous donne :

$$M_{I,sat} \overrightarrow{\gamma}(O_S)|_{R_{in}} = \overrightarrow{F}_{g,sat} + \overrightarrow{F} + \overrightarrow{F}_{prop} \quad (2.12)$$

De même que pour le système de la masse-test, l'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite peut être exprimée par une intégrale sur toutes les masses infinitésimales le composant :

$$\overrightarrow{F}_{g,sat} = \int_{P \in sat} \overrightarrow{g}_T \cdot dM_G(P) \quad (2.13)$$

Les intégrales des équations (2.10) et (2.13) peuvent être développées autour d'un point fixe A à l'aide d'un développement de Taylor de l'accélération gravitationnelle. Si P est un point du corps massif (du senseur inertielle ou du satellite), on a :

$$\overrightarrow{g}_T(P) = \overrightarrow{g}_T(A) + [T](A) \cdot \overrightarrow{AP} + o(\|\overrightarrow{AP}\|) \quad (2.14)$$

où $[T](A)$ est le gradient de gravité de l'accélération de gravité g calculé au point A et est défini comme la matrice jacobienne 3×3 . Elle est donc composée des dérivées secondes du potentiel de gravité U :

$$[T] = \nabla^2 U = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_x}{\partial x} & \frac{\partial g_x}{\partial y} & \frac{\partial g_x}{\partial z} \\ \frac{\partial g_y}{\partial x} & \frac{\partial g_y}{\partial y} & \frac{\partial g_y}{\partial z} \\ \frac{\partial g_z}{\partial x} & \frac{\partial g_z}{\partial y} & \frac{\partial g_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

En prenant l'intégrale de l'équation (2.14) on a :

$$\int_{P \in corps} \overrightarrow{g}_T(P) \cdot dM_G(P) \approx M_{G,corps} \overrightarrow{g}_T(A) + [T](A) \int_{P \in corps} \overrightarrow{AP} \cdot dM_G(P) \quad (2.16)$$

Nous pouvons décomposer $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP}$, O étant le centre d'inertie du corps. En utilisant la définition du centre d'inertie on a :

$$\int_{P \in \text{corps}} \overrightarrow{OP}.dM_G(P) = 0 \quad (2.17)$$

De plus comme \overrightarrow{AO} ne dépend pas de P :

$$\int_{P \in \text{corps}} \overrightarrow{AO}.dM_G(P) = M_{G,sat}\overrightarrow{AO} \quad (2.18)$$

Ainsi :

$$\int_{P \in \text{sat}} \overrightarrow{g_T}(P).dM_G(P) \approx M_{G,sat} \left(\overrightarrow{g_T}(A) + [T](A).\overrightarrow{AO} \right) \quad (2.19)$$

Plus A est près de O , plus cette approximation est précise. Par exemple, A peut être choisi comme étant le milieu des centres géométriques des masses-test. Maintenant nous développons autour d'un point A l'attraction gravitationnelle s'exerçant sur le senseur inertielle et sur le satellite :

$$\frac{1}{m_{I,i}} \overrightarrow{F}_{g,i} \approx \frac{m_{G,i}}{m_{I,i}} \cdot [\overrightarrow{g_T}(A) + [T](A).\overrightarrow{AO}_i] + \overrightarrow{g_{S,i}} \quad (2.20)$$

$$\frac{1}{M_{I,sat}} \overrightarrow{F}_{g,sat} \approx \frac{M_{G,sat}}{M_{I,sat}} \cdot [\overrightarrow{g_T}(A) + [T](A).\overrightarrow{AO}_s] \quad (2.21)$$

Les équations 2.9 et 2.12 deviennent :

$$\overrightarrow{\gamma}(O_i)|_{R_{in}} \approx \frac{m_{G,i}}{m_{I,i}} (\overrightarrow{g_T}(A) + [T](A).\overrightarrow{AO}_i) + \frac{1}{m_{I,i}} (\overrightarrow{f_{e,i}} + \overrightarrow{f_{p,i}}) + \overrightarrow{g_{S,i}} \quad (2.22)$$

$$\overrightarrow{\gamma}(O_S)|_{R_{in}} \approx \frac{M_{G,sat}}{M_{I,sat}} (\overrightarrow{g_T}(A) + [T](A).\overrightarrow{AO}_S) + \frac{1}{M_{I,sat}} (\overrightarrow{F} + \overrightarrow{F}_{prop}) \quad (2.23)$$

2.3.2 Lien entre les mouvements de la masse et du satellite

Dans le cas le plus général, le mouvement de la masse est (dans certaines limites) indépendant du mouvement du satellite : c'est la loi d'asservissement qui conditionne ce mouvement relatif (le cas le plus usuel étant le mouvement nul). On aura donc dans le cas général, dans le repère du satellite que nous notons R_{sat} :

$$\overrightarrow{AO}_i'' = \overrightarrow{AO}_S'' + \overrightarrow{O_S O_i}'' \quad (2.24)$$

2.3.3 Prise en compte de la rotation du satellite

Si le satellite est en rotation avec une vitesse angulaire $\overrightarrow{\Omega}$ par rapport à un repère inertiel, les accélérations dans le repère R_{sat} lié au satellite et dans le repère R_{in} sont reliées par :

$$\frac{d^2 \overrightarrow{O_S O_i}}{dt^2} |_{R_{in}} = (\overrightarrow{O_S O_i})'' + \overrightarrow{\Omega} \times (\overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{O_S O_i}) + \overrightarrow{\Omega}' \times \overrightarrow{O_S O_i} + 2\overrightarrow{\Omega} \times (\overrightarrow{O_S O_i})' \quad (2.25)$$

avec $\overrightarrow{(O_S O_i)'} \equiv \frac{d\overrightarrow{O_S O_i}}{dt}|_{R_{sat}}$ et $\overrightarrow{(O_S O_i)''} \equiv \frac{d^2\overrightarrow{O_S O_i}}{dt^2}|_{R_{sat}}$. On peut définir la vitesse angulaire Ω grâce à une matrice en prenant ses composantes suivant les axes x , y et z . On définit également la matrice du gradient d'inertie $[In] \equiv [\Omega]^2 + [\Omega']$.

$$[\Omega] \equiv \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$[\Omega]^2 \equiv \begin{pmatrix} -\Omega_z^2 - \Omega_y^2 & \Omega_x \Omega_y & \Omega_x \Omega_z \\ \Omega_x \Omega_y & -\Omega_z^2 - \Omega_x^2 & \Omega_y \Omega_z \\ \Omega_x \Omega_z & \Omega_y \Omega_z & -\Omega_x^2 - \Omega_y^2 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$[\Omega]' \equiv \begin{pmatrix} 0 & -\Omega'_z & \Omega'_y \\ \Omega'_z & 0 & -\Omega'_x \\ -\Omega'_y & \Omega'_x & 0 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

On peut réécrire l'équation (2.25), ce qui correspond à l'équation cinématique du senseur inertiel dans le référentiel du satellite :

$$\overrightarrow{\gamma}(O_i)|_{R_{in}} - \overrightarrow{\gamma}(O_S)|_{R_{in}} = [In]\overrightarrow{O_S O_i} + 2[\Omega]\overrightarrow{(O_S O_i)'} + \overrightarrow{(O_S O_i)''} \quad (2.29)$$

Quand les masses-test sont asservies immobiles par rapport au satellite, leur déplacement par rapport au satellite peut être considéré comme nul, donc les deux derniers termes de l'équation 2.29 sont négligeables dans la bande passante de l'asservissement. Nous avons donc :

$$\overrightarrow{\gamma}(O_i)|_{R_{in}} - \overrightarrow{\gamma}(O_S)|_{R_{in}} = [In]\overrightarrow{O_S O_i} \quad (2.30)$$

En reliant cette relation cinématique aux expressions dynamiques de $\overrightarrow{\gamma}(O_i)|_{R_{in}}$ (Équation 2.22) et $\overrightarrow{\gamma}(O_S)|_{R_{in}}$ (Equation 2.23) on obtient :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_{G,i}}{m_{I,i}} - \frac{M_{G,sat}}{M_{I,sat}} \right) \overrightarrow{g_T}(A) + [T](A) \cdot \left(\frac{m_{G,i}}{m_{I,i}} \overrightarrow{A O_i} - \frac{M_{G,sat}}{M_{I,sat}} \overrightarrow{A O_s} \right) \\ & + \frac{1}{m_{I,i}} \left(\overrightarrow{f_{e,i}} + \overrightarrow{f_{p,i}} \right) - \frac{1}{M_{I,sat}} \left(\overrightarrow{F} + \overrightarrow{F_{prop}} \right) = [In]\overrightarrow{O_S O_i} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Par souci de simplicité on introduit les termes :

$$\delta_i = \frac{m_{G,i}}{m_{I,i}} \quad (2.32)$$

$$\delta_S = \frac{M_{G,sat}}{M_{I,sat}} \quad (2.33)$$

Ainsi l'Équation 2.31 devient :

$$\begin{aligned} & \left(\delta_i - \delta_S \right) \overrightarrow{g_T}(A) + [T](A) \cdot \left(\delta_i \overrightarrow{A O_i} - \delta_S \overrightarrow{A O_s} \right) + \overrightarrow{g_{S,i}} \\ & + \frac{1}{m_{I,i}} \left(\overrightarrow{f_{e,i}} + \overrightarrow{f_{p,i}} \right) - \frac{1}{M_{I,sat}} \left(\overrightarrow{F} + \overrightarrow{F_{prop}} \right) = [In]\overrightarrow{O_S O_i} \end{aligned} \quad (2.34)$$

2.3.4 Forces électrostatiques : accélérations mesurées

En reprenant l'équation 2.34 on peut exprimer la force électrostatique en fonction des autres termes. L'intérêt est qu'elle représente une mesure de la force nécessaire à appliquer sur la masse pour l'asservir. L'équation 2.34 devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_{I,i}} \vec{f}_{e,i} = [In] \overrightarrow{O_S O_i} - \frac{1}{m_{I,i}} \vec{f}_{p,i} - \vec{g}_{S,i} + \frac{1}{M_{I,sat}} \vec{F} + \frac{1}{M_{I,sat}} \overrightarrow{F_{prop}} \\ - (\delta_i - \delta_S) \vec{g}_T(A) - [T](A) \cdot (\delta_i \overrightarrow{A O_i} - \delta_S \overrightarrow{A O_s}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Afin de simplifier cette équation nous allons introduire plusieurs raccourcis de notation :

- L'accélération électrostatique appliquée à la masse-test i est notée $\overrightarrow{\Gamma_{App,i}}$ et définie par : $\Gamma_{App,i} \equiv \frac{1}{m_{I,i}} \vec{f}_{e,i}$.
- Les petites perturbations sur la masse-test sont regroupées dans un terme nommé biais mécanique : $\vec{b}_i \equiv -\frac{1}{m_{I,i}} \vec{f}_{p,i} - \vec{g}_{S,i}$.
- Le vecteur de décentrage : $\overrightarrow{\Delta}_i \equiv \overrightarrow{O_S O_i}$.

Nous pouvons réarranger l'équation 2.35 :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma_{App,i}} = [In] \overrightarrow{\Delta}_i - (\delta_i - \delta_S) \vec{g}_T(A) + \vec{b}_i + \frac{1}{M_{I,sat}} \vec{F} \\ + \frac{1}{M_{I,sat}} \overrightarrow{F_{prop}} - [T](A) \cdot (\delta_i \overrightarrow{A O_i} - \delta_S \overrightarrow{A O_s}) \end{aligned} \quad (2.36)$$

On va comparer les accélérations appliquées sur 2 masses-test que nous noterons 1 et 2. On applique l'équation 2.36 à chacune des deux masses :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma_{App,1}} = [In] \overrightarrow{\Delta}_1 - (\delta_1 - \delta_S) \vec{g}_T(A) + \vec{b}_1 + \frac{1}{M_{I,sat}} \vec{F} \\ + \frac{1}{M_{I,sat}} \overrightarrow{F_{prop}} - [T](A) \cdot (\delta_1 \overrightarrow{A O_1} - \delta_S \overrightarrow{A O_s}) \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma_{App,2}} = [In] \overrightarrow{\Delta}_2 - (\delta_2 - \delta_S) \vec{g}_T(A) + \vec{b}_2 + \frac{1}{M_{I,sat}} \vec{F} \\ + \frac{1}{M_{I,sat}} \overrightarrow{F_{prop}} - [T](A) \cdot (\delta_2 \overrightarrow{A O_2} - \delta_S \overrightarrow{A O_s}) \end{aligned} \quad (2.38)$$

et on en fait la différence :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma_{App,d}} = [In] (\overrightarrow{\Delta}_1 - \overrightarrow{\Delta}_2) - (\delta_1 - \delta_2) \vec{g}_T(A) + (\vec{b}_1 - \vec{b}_2) \\ - [T](A) \cdot (\delta_1 \overrightarrow{A O_1} - \delta_2 \overrightarrow{A O_2}) \end{aligned} \quad (2.39)$$

On définit le paramètre du PE lié au paramètre d'Eötvös comme étant $(\delta_2 - \delta_1) = \delta(2,1) \approx \eta_{2,1}$ (Section 1.2). Le vecteur de décentrage entre les deux masses-test vaut $\overrightarrow{\Delta} \equiv \overrightarrow{O_1 O_2} = \overrightarrow{\Delta}_2 - \overrightarrow{\Delta}_1$. Le gradient de gravité (2^{ème} ligne de l'équation 2.39) peut être simplifié de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \delta_1 \overrightarrow{A O_1} - \delta_2 \overrightarrow{A O_2} = \frac{1}{2} [(\delta_1 - \delta_2) (\overrightarrow{A O_1} + \overrightarrow{A O_2}) + (\delta_1 + \delta_2) (\overrightarrow{A O_1} - \overrightarrow{A O_2})] \\ = \frac{1}{2} [\eta_{1,2} (\overrightarrow{A O_1} + \overrightarrow{A O_2}) - (\delta_1 + \delta_2) \overrightarrow{\Delta}] \end{aligned} \quad (2.40)$$

Comme l'identité de la chute libre est très bien vérifiée par des expériences précédentes, $|\delta - 1| \ll 10^{-12}$, et ainsi, $\delta_{1,2} < 10^{-12}$ et $\delta_1 + \delta_2 = 1$ à mieux que 10^{-12} près. Par conséquent le terme de gradient du gravité s'écrit simplement $[T](A)\vec{\Delta}$.

Ceci permet de simplifier l'équation 2.39 :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{App,d} = ([T] - [In])\vec{\Delta} + \delta(2,1)\vec{g}_T + \vec{b}_d \quad (2.41)$$

Nous définissons généralement l'accélération mode commun de la façon suivante :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{App,c} \equiv \frac{1}{2}(\overrightarrow{\Gamma}_{App,1} + \overrightarrow{\Gamma}_{App,2}) \quad (2.42)$$

L'expression de l'accélération mode commun approximée est :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{App,c} \approx ([T] - [In])\vec{\Delta}_c + \vec{b}_c + \frac{1}{M_{I,sat}}\vec{F} + \frac{1}{M_{I,sat}}\overrightarrow{F}_{prop} \quad (2.43)$$

avec $\vec{b}_d = \vec{b}_1 - \vec{b}_2$, $\vec{b}_c = \frac{1}{2}(\vec{b}_1 + \vec{b}_2)$ et $\vec{\Delta}_c = \frac{1}{2}(\vec{\Delta}_1 + \vec{\Delta}_2)$. Il est à noter que l'accélération mode commun dépend de la force non-gravitationnelle \vec{F} et de la force de poussée $\overrightarrow{F}_{prop}$. Dans l'expression de l'accélération mode commun, le terme très petit $\frac{1}{2}(2\delta_S - \delta_1 - \delta_2)\vec{g}_T$ a été négligé.

2.3.5 Imperfections de l'instrument

Dans la partie précédente nous avons établi l'équation de mesure dans le cas où l'instrument est parfait. En réalité, ce n'est pas le cas car l'accéléromètre ne mesure pas directement l'accélération mais la déduit de la tension appliquée par les électrodes pour maintenir immobiles les masses-test. Ainsi nous avons à prendre en compte les éventuels défauts de l'instrument dans l'équation de mesure. Nous distinguons deux types d'erreur :

- Les erreurs stochastiques telles que le bruit électronique ou les variations thermiques aléatoires qui touchent aléatoirement toutes les fréquences et qui peuvent être réduites en augmentant la durée de mesure.
- Les erreurs systématiques telles que les décentrages, les effets de couplage, la non-linéarité, les facteurs d'échelle, les biais qui touchent des fréquences précises et ne sont pas réduites par le temps d'intégration.

Les erreurs stochastiques

Dans la partie précédente nous avons décrit tout le processus de mesure de l'instrument, il faut noter que chaque partie de la boucle présentée Figure 2.7 peut être la source de perturbations aléatoires. La somme de toutes ces contributions est représentée par la variable aléatoire \vec{n}_i . Un bruit stochastique stationnaire est décrit par une quantité appelé Densité Spectrale de Puissance (DSP) $S(f)$ dont la définition est un outil mathématique permettant de décrire l'énergie par unité de fréquence en fonction de la fréquence. Pour une fréquence f , $S(f)df$ représente la quantité de puissance contenue dans un intervalle $[f; f + df]$. Pour un signal d'unité A , l'unité de sa DSP sera A^2/Hz . La DSP d'un signal peut dépendre de la fréquence, dans ce

cas là on dit que le bruit est coloré. Si il ne dépend pas de la fréquence, on parle de bruit blanc. Nous allons maintenant lister les principales sources de bruit affectant la boucle de contrôle et l'ordre de grandeur de ces perturbations.

Bruit thermique On considère tout d'abord le bruit qui vient de la physique des masses-test à l'intérieur de la cage d'électrode. La source principale est le bruit radiométrique qui vient de l'échange de moment entre les masses-test et les particules restantes dans la cage. Cette perturbation dépend de la température et s'exprime en fonction de la pression P à l'intérieur de la cage, de la masse $m_{I,i}$ du senseur inertielle, de A_s la section efficace de la masse d'épreuve et de la température T . Si une variation aléatoire de la température ΔT apparaît, le bruit correspondant à la DSP de l'effet radiométrique $S_{\Delta T}$ sera proportionnel à :

$$\sqrt{S_R} = \frac{PA_s}{2m_{I,i}T} \sqrt{S_{\Delta T}} \quad (2.44)$$

Les valeurs typiques de la mission sont $P = 10^{-5} Pa$, $A_s = 4 \text{ cm}^2$, $T = 293 \text{ K}$ et $m_{I,i} = 0.4 \text{ kg}$. Le satellite et son orbite ont été conçus de façon à avoir une stabilité en température en dessous de $10 \text{ mKHz}^{-1/2}$, ce qui correspond à un bruit radiométrique d'environ $2 \times 10^{-12} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ à f_{EP} . Une autre force aléatoire appliquée aux masses-test à prendre en compte est la pression de radiation issue des radiations thermiques qui viennent de l'environnement des masses-test. S'il y a une petite différence aléatoire de température entre les électrodes entourant la masse d'épreuve alors une pression de différence est induite de chaque côté de la masse-test et donc une variation aléatoire de l'accélération apparaît proportionnelle à :

$$\sqrt{S_{RP}} \propto \frac{16\sigma A_s T^3}{3m_{I,i}c} \sqrt{S_{\Delta T}} \quad (2.45)$$

avec σ la constante de Stefan-Boltzmann. Un ordre de grandeur du bruit de la pression de radiation est $\sqrt{S_{RP}} \sim 2.5 \times 10^{-12} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$.

Bruit du détecteur capacitif Un bruit électronique est mesuré au niveau du détecteur. La DSP de ce bruit est spécifiée égale à $\sqrt{S_{det}} \sim 10^{-11} \text{ mHz}^{-1/2}$. Cette perturbation du contrôle de position peut être traduite en bruit sur l'accélération par une double dérivation, ce bruit est proportionnel à : $\sqrt{S_{pos}} \propto (2\pi f)^2 \sqrt{S_{det}}$. f étant la fréquence, ce bruit est faible à basse fréquence $\sim 10^{-16} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$.

Bruit du fil d'or Un fil d'or relié à la masse-test permet de la maintenir à un potentiel constant. Cependant ce fil, peut être vu comme un ressort très fin de raideur k_ω et donc représenter une force de rappel $F = k_\omega x$. La force électrostatique en réaction à cette force est $-k_\omega x$. Sa DSP peut être exprimée :

$$\sqrt{S_{ressort}} = \frac{k_\omega}{m_{I,i}} \sqrt{S_{det}} \quad (2.46)$$

avec $k_\omega \sim 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$, le bruit dû à la raideur du fil d'or est $\sqrt{S_{ressort}} \sim 2.5 \times 10^{-14} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$. Tout système mécanique peut présenter de la friction qui se traduit par une force fluctuante (théorème de Nyquist fluctuation-dissipation), donc en une accélération dont la DSP vaut :

$$\sqrt{S_{amor}} = \frac{1}{m_{I,i}} \sqrt{4k_B T H(\omega)} \quad (2.47)$$

avec $H(\omega)$ l'amortissement d'un fil très fin et k_B la constante de Boltzmann. On peut exprimer $H(\omega)$ de la façon suivante :

$$H(\omega) = \frac{k_\omega}{\omega Q} \quad (2.48)$$

avec Q , le facteur de qualité du système oscillant (le ressort). L'équation 2.47 devient alors :

$$\sqrt{S_{amor}} = \frac{1}{m_{I,i}} \sqrt{4k_B T \frac{k_\omega}{2\pi f Q}} \quad (2.49)$$

Ce bruit dû à l'amortissement peut être estimé à la fréquence du PE à $\sqrt{S_{amor}} \sim 2 \times 10^{-11} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$, ce qui en fait le contributeur principal dans l'incertitude de la mesure du PE.

Les erreurs systématiques

Nous pouvons lister les défauts instrumentaux suivant en accord avec [40] :

- Les facteurs d'échelle traduisant la fidélité de la mesure sont modélisés par une matrice diagonale $[K_{1,i}]$:

$$[K_{1,i}] \equiv \begin{pmatrix} K_{1xi} & 0 & 0 \\ 0 & K_{1yi} & 0 \\ 0 & 0 & K_{1zi} \end{pmatrix}$$

avec K_{1ji} proche de 1.

- Le couplage entre les axes est modélisé par une matrice de symétrie $[\iota_i]$ du fait de la non-orthogonalité entre les axes de mesure et de la masse d'épreuve.

$$[\iota_i] \equiv \begin{pmatrix} 0 & \iota_{zi} & \iota_{yi} \\ \iota_{zi} & 0 & \iota_{xi} \\ \iota_{yi} & \iota_{xi} & 0 \end{pmatrix}$$

- Le biais électrique est modélisé par un vecteur \vec{b}_{0i} , appelé aussi offset qui traduit la justesse.
- Les désalignements et décalages angulaires de l'instrument par rapport à sa supposée orientation, c'est à dire la rotation entre le système de coordonnées de l'accélération $\Gamma_{App,i}$ et le système théorique de coordonnées du senseur. Le

système de coordonnées de référence du senseur inertielle est celui où les mesures sont faites. Il dépend de la géométrie des masses-test, de la configuration des électrodes et de l'intégration des différentes pièces du senseur. On peut représenter ces désalignements par une matrice de rotation $[\Theta_i]$:

$$[\Theta_i] \equiv \begin{pmatrix} 1 & \Theta_{zi} & -\Theta_{yi} \\ -\Theta_{zi} & 1 & \Theta_{xi} \\ \Theta_{yi} & -\Theta_{xi} & 1 \end{pmatrix}$$

où les $\Theta_{\alpha i}$ sont des petits angles ($< 10^{-2}$ radians par construction).

- Le couplage avec l'accélération angulaire reflète le fait que le contrôle angulaire peut légèrement affecter le contrôle linéaire. Ce terme est représenté par la matrice de couplage $[C_i]$.
- Les effets non-linéaires sont modélisés par un terme quadratique \vec{Q}_i composé de 3 vecteurs \vec{K}_{2i} et proportionnel au carré de l'accélération projetée dans le référentiel du senseur.

$$\vec{Q}_i \equiv \vec{K}_{2i} \cdot [\Theta_i] \overrightarrow{\Gamma_{App,i}^2}$$

où \cdot est un produit terme à terme et $\overrightarrow{\Gamma_{App,i}^2}$ est le vecteur composé des composantes au carré de l'accélération appliquée aux masses-test. Le vecteur de coefficient quadratique vaut :

$$\vec{K}_{2i} \equiv (K_{2i_{xx}} \ K_{2i_{yy}} \ K_{2i_{zz}})^T$$

Chaque senseur inertielle (ou masse-test) a ses propres matrices de défauts instrumentaux telles que définies en section 2.3.5. Elles se composent pour donner une matrice globale $[A_i] = [M_i][\Theta_i]$ avec $[M_i] = ([K_i] + [\iota_i])$. On peut aussi les regrouper en mode commun et différentiel et sont définies par :

$$[A_c] \equiv \frac{1}{2}([M_1][\Theta_1] + [M_2][\Theta_2]) \quad (2.50)$$

$$[A_d] \equiv \frac{1}{2}([M_1][\Theta_1] - [M_2][\Theta_2]) \quad (2.51)$$

En tenant compte des matrices de défauts et des erreurs systématiques, l'équation de mesure devient :

$$\overrightarrow{\Gamma_{meas,d}} \approx [A_c] \overrightarrow{\Gamma_{App,d}} + 2[A_d] \overrightarrow{\Gamma_{App,c}} + \vec{Q}_i + 2[C_i] \overrightarrow{\Omega}' + \vec{n}_d + \vec{B}_d \quad (2.52)$$

avec n_d le bruit comprenant les erreurs stochastiques que nous avons vu dans la section précédente et B_d le biais qui comprend la différence des erreurs systématiques sur les deux masses.

De la même manière, l'équation de mesure mode commun devient :

$$\overrightarrow{\Gamma_{meas,c}} \approx [A_c] \overrightarrow{\Gamma_{App,c}} + \frac{1}{2}[A_d] \overrightarrow{\Gamma_{App,d}} + [C_{c,i}] \overrightarrow{\Omega}' + \vec{n}_c + \vec{B}_c \quad (2.53)$$

avec n_c le bruit comprenant les erreurs stochastiques et B_c le biais qui comprend les erreurs systématiques communes aux deux masses.

2.3.6 Equation de mesure en fonction des caractéristiques instrumentales

En tenant compte des défauts de l'instrument, l'équation finale de mesure devient :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{meas,d} \approx [A_c]\overrightarrow{\Gamma}_{App,d} + 2[A_d]\overrightarrow{\Gamma}_{App,c} + \overrightarrow{Q}_i + 2[C_i]\overrightarrow{\Omega}' + \overrightarrow{n}_d + \overrightarrow{B}_d \quad (2.54)$$

avec B_d le biais dû à l'électronique et aux forces parasites comprenant également $\overrightarrow{\Gamma}_d^s$ les perturbations dues à la thermique de l'instrument que nous allons étudier et \overrightarrow{n}_d le bruit de mesure de l'accélération.

L'équation du mode commun s'écrit :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{meas,c} \approx \frac{1}{2}[A_d]\overrightarrow{\Gamma}_{App,d} + [A_c]\overrightarrow{\Gamma}_{App,c} + [C_{c,i}]\overrightarrow{\Omega}' + \overrightarrow{n}_c + \overrightarrow{B}_c \quad (2.55)$$

avec B_c le biais dû à l'électronique et aux forces parasites, n_c le bruit de mesure en mode commun.

La mesure peut être perturbée par une erreur sur les facteurs d'échelle et les désalignements entre les masses d'épreuve. Ceci se traduit par une projection de l'accélération mode-commun sur l'accélération différentielle mesurée. Afin de corriger cela, on peut réécrire 2.54 :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{meas,d} \approx [\tilde{A}_c]\overrightarrow{\Gamma}_{App,d} + 2[A_d][A_c]^{-1}\overrightarrow{\tilde{\Gamma}}_{App,c} + \overrightarrow{Q}_i + 2[C'_i]\overrightarrow{\Omega}' + \overrightarrow{n}_d + \overrightarrow{B}_{d,0} \quad (2.56)$$

avec :

$$\overrightarrow{\tilde{\Gamma}}_{App,c} = \overrightarrow{\Gamma}_{App,c} - \overrightarrow{n}_c \quad (2.57)$$

$$\overrightarrow{B}_{d,0} = \overrightarrow{B}_d - 2[A_d][A_c]^{-1}\overrightarrow{b}_c \quad (2.58)$$

$$[C'_i] = ([C_i] - [A_d][A_c]^{-1}[C_{c,i}]) \quad (2.59)$$

$$[\tilde{A}_c] = ([A_c] - [A_d][A_c]^{-1}[A_d]) \approx [A_c] \text{ au premier ordre} \quad (2.60)$$

La configuration cylindrique de l'instrument conduit à une précision bien meilleure selon l'axe des cylindre x . La mesure selon cet axe est celle à laquelle nous nous intéressons particulièrement dans le cadre de la mission MICROSCOPE. Le modèle correspondant s'écrit :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma}_{meas,d,x} \approx & \tilde{a}_{c11}b_{1,d,x} + \tilde{a}_{c12}b_{1,d,y} + \tilde{a}_{c13}b_{1,d,z} + \tilde{a}_{c11}\delta g_x + \tilde{a}_{c12}\delta g_y + \tilde{a}_{c13}\delta g_z + \\ & (T_{xx} - In_{xx})\tilde{a}_{c11}\Delta_x + (T_{xy} - In_{xy})\tilde{a}_{c12}\Delta_y + (T_{xz} - In_{xz})\tilde{a}_{c13}\Delta_z + \\ & (T_{yx} - In_{yx})\tilde{a}_{c11}\Delta_x + (T_{yy} - In_{yy})\tilde{a}_{c12}\Delta_y + (T_{yz} - In_{yz})\tilde{a}_{c13}\Delta_z + \\ & (T_{zx} - In_{zx})\tilde{a}_{c11}\Delta_x + (T_{zy} - In_{zy})\tilde{a}_{c12}\Delta_y + (T_{zz} - In_{zz})\tilde{a}_{c13}\Delta_z + \\ & 2\left(\frac{a_{d11}}{a_{c11}}\Gamma_{meas,c,x} + \frac{a_{d12}}{a_{c12}}\Gamma_{meas,c,y} + \frac{a_{d13}}{a_{c13}}\Gamma_{meas,c,z}\right) + \\ & 2\left(c'_{d11}\Omega'_x + c'_{d12}\Omega'_y + c'_{d13}\Omega'_z\right) + \\ & n_{d,x} - 2\left(\frac{a_{d11}}{a_{c11}}n_{c,x} + \frac{a_{d12}}{a_{c12}}n_{c,y} + \frac{a_{d13}}{a_{c13}}n_{c,z}\right)\overrightarrow{B}_{d,0,x} \end{aligned} \quad (2.61)$$

avec :

- $[a_{c11}, a_{c12}, a_{c13}]$ la première ligne de la matrice $[A_c]$.
- $[a_{d11}, a_{d12}, a_{d13}]$ la première ligne de la matrice $[A_d]$.
- $[c'_{d11}, c'_{d12}, c'_{d13}]$ la première ligne de la matrice $[C'_i]$.

Dans le tableau 2.1 tiré de l'article [38], nous pouvons voir que la systématique thermique est la systématique majeure de l'expérience et doit être estimée de façon plus précise afin de pouvoir atteindre la précision objectif de la mission.

Terme	Erreur suivant l'axe x à $f_{EP} = 3.11 \times 10^{-3}\text{Hz}$
$[T] \vec{\Delta} (T_{xx}\Delta_x; T_{xy}\Delta_y; T_{xz}\Delta_z)$	$(10^{-18}; 10^{-19}; 10^{-17})\text{m s}^{-2}$
$[M_d] \vec{\Gamma}_{App,c}$	$1.7 \times 10^{-15}\text{m s}^{-2}$
\vec{Q}_i	$5 \times 10^{-17}\text{m s}^{-2}$
$[C_i] \vec{\Omega}'$	$< 2 \times 10^{-15}\text{m s}^{-2}$
systématique magnétique	$< 2.5 \times 10^{-16}\text{m s}^{-2}$
$\vec{\Gamma}_d^s$	$< 67 \times 10^{-15}\text{m s}^{-2}$

TABLE 2.1 – Liste des erreurs de l'instrument et leur première estimation en vol

Les premiers résultats de la mission publiés en 2017 [38] ont montré que le facteur limitant au résultat final du PE est la systématique thermique. Cette première estimation avec peu de données a rendu nécessaire l'évaluation de la sensibilité thermique ainsi que l'amplitude des perturbations afin de réduire l'incertitude sur le paramètre d'Eötvös.

Pour cela des sessions dites thermiques ont été jouées en vol afin de pouvoir caractériser l'instrument. Ces expériences ont permis de mieux caractériser la sensibilité de l'instrument et le comportement thermique du couple satellite-instrument en vol. Des modèles thermiques réalisés avant le lancement ont rendu possible le dimensionnement du système sur le cas le plus défavorable (mode inertiel et pires cas de l'année). Si les mesures en vol ont validé ces résultats de simulation en inertiel, il y avait très peu de données en mode spinné (cas plus favorable à la thermique) car non dimensionnant. Les sessions thermiques ont permis de mieux majorer les effets dans les modes sciences réalisés en spinné [34].

Résumé : Ce chapitre a permis de décrire la mission MICROSCOPE ainsi que le fonctionnement de son instrument. Il a également permis de pointer la systématique principale de la mission : la thermique. Nous verrons par la suite comment estimer l'impact de la systématique thermique sur la mesure de paramètre d'Eötvös.

Chapitre 3

Développement de méthodes d'estimation de la sensibilité thermique de T-SAGE en fonction de la fréquence de perturbation

Objectif : Ce chapitre a pour but de présenter les sessions appelées ici thermiques ainsi que les méthodes utilisées afin de déterminer la sensibilité de l'instrument T-SAGE à une fréquence de stimulus thermique proche de la fréquence de test du PE. Les méthodes, les résultats ainsi que les raisonnements ayant permis cette analyse thermique seront présentés.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à la sensibilité thermique due aux variations court-termes de température. Les méthodes numériques utilisées pour traiter ces données seront développées.

3.1 La systématique thermique

Les premiers résultats de MICROSCOPE [38] montrent que 94% des erreurs systématiques sont attribuées à la thermique de l'instrument. Les variations de température peuvent affecter la mesure de deux façons différentes : en impactant l'électronique, notamment les valeurs des tensions de référence et également en modifiant la géométrie de l'instrument via les effets thermoélastiques. Plusieurs sessions visant à déterminer la sensibilité thermique proche de la fréquence f_{EP} ont été effectuées durant l'expérimentation et présentées Section 3.1.3.

3.1.1 Configuration de l'instrument

Rappelons que l'instrument T-SAGE est composé de deux accéléromètres différentiels de constitution similaire. Du point de vue thermique chacun d'eux peut être scindé en deux parties : la partie mécanique (SU) et la partie électronique (FEEU). Afin de caractériser le comportement thermique de l'instrument nous avons accès aux variations de température de différentes parties de l'instrument. Deux types de

spécifications thermiques sont considérées. La première est basée sur le rapport signal sur bruit qui va s'améliorer avec la durée de la session. La seconde se base sur l'amplitude de l'erreur harmonique à f_{EP} qui ne s'atténue pas au cours du temps.

Au niveau du FEEU les spécifications pour la stabilité thermique sont un bruit de $0.5 \text{ K Hz}^{-1/2}$ et une amplitude de l'erreur harmonique de 3 mK à f_{EP} . Afin de mesurer les variations thermiques du FEEU, 5 sondes à résistance de platine Pt 1000 sont placées dans le FEEU dont une qui nous intéressera dans ce manuscrit à l'interface entre le SUMI et le FEEU (signalé par un point rouge, sur la Figure 3.1, à droite). Ces sondes ont un bruit de mesure de $20 \text{ mK Hz}^{-1/2}$. Il n'y a aucun signal émergeant du bruit de Γ_d autour de la fréquence f_{EP} dans le bruit de ces sondes. C'est également le cas lorsque nous cumulons plusieurs sessions d'une durée totale de 320 orbites durant chacune 5946 s.

L'amplitude maximale d'un signal qui pourrait être caché dans le bruit sans être détectable serait inférieure à :

$$20 \times 10^{-3} / \sqrt{320 \times 5946} = 14 \times 10^{-6} \text{K} \quad (3.1)$$

Pour être conservatif nous adoptons la borne supérieure de $20 \mu\text{K}$.

Au niveau du SU les spécifications de stabilité thermique sont : un bruit de $0.3 \text{ KHz}^{-1/2}$ et une amplitude de l'erreur harmonique de 1 mK à f_{EP} . 6 résistances platines Pt1000 de bruit $20 \text{ mKHz}^{-1/2}$ sont placées à 6 localisations différentes dans chaque SU (Figure 3.1, schéma de gauche). Là aussi, comme aucun signal n'émerge de la limite de bruit l'amplitude maximale d'un signal qui pourrait être caché dans le bruit sans être détectable est considéré comme limite supérieure. Comme nous avons deux sondes en bas du SU, la moyenne des deux sondes est considérée, ce qui permet de diviser le bruit par $\sqrt{2}$. Ainsi, en reprenant l'Équation 3.1 et en prenant une marge, nous obtenons une borne supérieure à 1σ de $15 \mu\text{K}$ à f_{EP} .

Les résistances platines Pt1000 sont branchées en pont de Wheatstone afin de minimiser les tensions parasites pouvant passer sur les lignes d'alimentation. De plus ce type de branchement permet de linéariser la tension obtenue en sortie sur une plage de valeurs définie. Par exemple, si la tension de sortie est comprise entre -10 V et 10 V , pour une température comprise entre $-40 \text{ }^\circ\text{C}$ et $55 \text{ }^\circ\text{C}$.

Les sessions thermiques jouées afin d'estimer la sensibilité thermique du satellite sont en mode inertiel afin de prendre le pire cas.

3.1.2 Équation du modèle thermique

Les variations de température étant assez faibles nous utilisons un modèle linéaire pour représenter les sensibilités à la température du SU et du FEEU.

$$\Gamma_d^s \approx \lambda_S \Delta T_{SU} + \lambda_F \Delta T_{FEEU} \quad (3.2)$$

où ΔT_{SU} et ΔT_{FEEU} sont les variations de température du SU et du FEEU. λ_S et λ_F sont les sensibilités thermiques du SU et du FEEU que nous chercherons à déterminer dans ce chapitre.

Les variations thermiques du SU sont mesurées en faisant la moyenne des sondes T4 et T6 disposées à l'interface du SU. Les variations thermiques du FEEU sont

mesurées à l'aide du capteur situé à l'interface (visible en rouge sur la Figure 3.1, schéma de droite). La différence de température entre les deux faces opposées à la masse d'épreuve le long de l'axe x est appelée gradient thermique du SU par simplicité. Ce gradient thermique que nous serons amené à utiliser plus tard est mesuré à l'aide des sondes T1, T2, T4 et T6 :

$$\nabla \Delta T_{SU} = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{T_4 + T_6}{2} \quad (3.3)$$

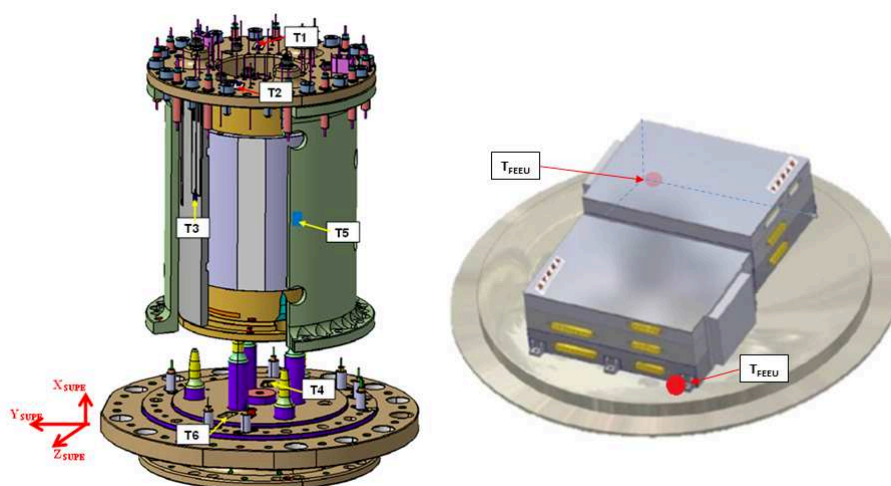


FIGURE 3.1 – Gauche : Localisation des différents capteurs thermiques sur le SU ; Droite : Localisation d'un des cinq capteurs thermiques sur le FEEU en rouge.

Afin de déterminer chaque sensibilité thermique (du SU ou du FEEU), des variations thermiques périodiques de l'ordre du dixième de kelvin sont induites dans la partie de l'instrument dont on cherche à estimer la sensibilité. Les mesures des sondes placées dans l'autre partie de l'instrument permettent de vérifier que les variations induites dans l'autre partie de l'instrument sont négligeables.

3.1.3 Sessions thermiques

Il semblerait naturel d'estimer les sensibilités thermique λ_F et λ_S durant les sessions scientifiques. Cependant la température est très stable durant ces sessions et nous n'observons aucune variation autour de la fréquence d'intérêt. Notre approche est plus conservatrice, on considère qu'un signal de température pourrait être caché dans le bruit des sondes. On considère ainsi l'amplitude maximum de la température multipliée par la sensibilité thermique, que nous allons déterminer ici, afin d'estimer l'effet de la température lors des sessions scientifiques. Afin d'observer l'effet de la température sur l'instrument il est nécessaire de créer de larges variations de température. C'est ce que nous faisons lors des sessions thermiques que nous allons présenter. Un autre type de session thermique a été utilisé pour caractériser les fonctions de transfert entre divers éléments du satellite [34]. Il est à noter que ces sessions thermiques ont été conçues bien avant le début de ce travail de thèse. Les sessions dédiées à la thermique sont jouées en mode inertiel comme précisé Section 3.1.1 afin

d'obtenir la borne supérieure des erreurs dues aux perturbations thermiques. Elles consistent à introduire un stimulus thermique au niveau du SU ou du FEEU, à une fréquence f_{sti} proche des différentes fréquences f_{EP} testées et à en étudier la réponse sur l'accélération mesurée.

Certaines sessions sont jouées afin de caractériser le SU et d'autres sessions ont pour but de caractériser le FEEU. L'activation des thermistances suit un cycle de période P_{sti} ; durant cette période P_{sti} les thermistances sont activées sur une durée P_i et éteinte le reste du temps. Le profil de ces sessions est montré Figure 3.2, la DFT (panneau de droite) montre que les variations de températures sont visibles non seulement à la fréquence de stimuli f_{sti} mais aussi aux harmoniques kf_{sti} .

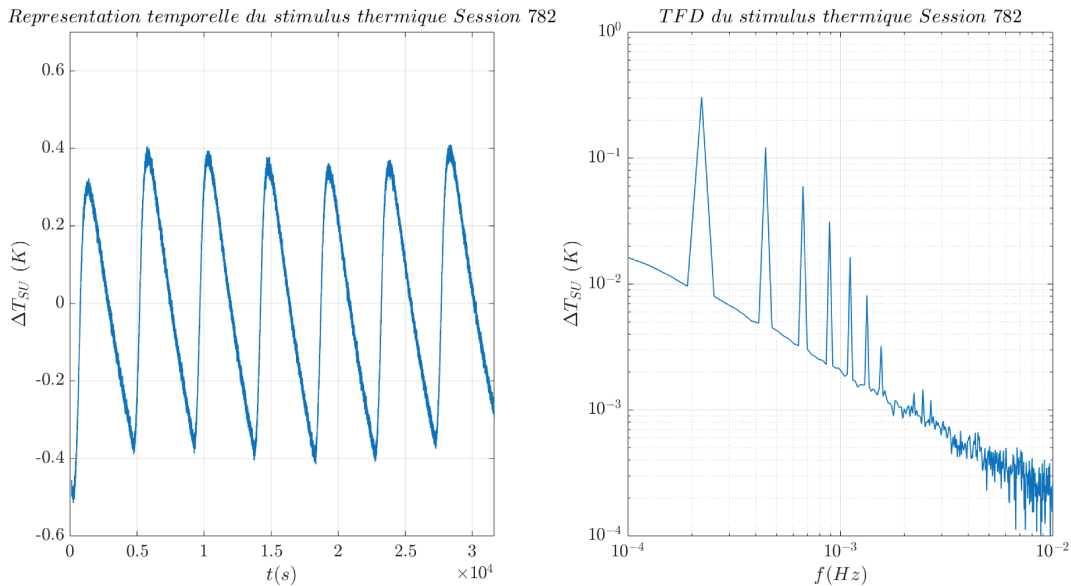


FIGURE 3.2 – Représentation temporelle et Transformée de Fourier Discrète (TFD) du stimulus thermique de la session 782

Le choix de P_i , la période d'activation, est guidé par deux critères : P_i doit être suffisamment longue pour que les variations de température soient visibles ; P_i doit également ne pas être trop longue afin que la chaleur accumulée puisse se dissiper pendant le temps de non chauffe. Une fois P_i fixé, il est nécessaire de fixer P_{sti} de façon à ce que plusieurs périodes soient visibles sur la durée de la session P_0 . De plus, le nombre de cycle, défini par $\frac{P_0}{P_{sti}}$ doit être assez important pour déterminer la sensibilité thermique. Toutes les sessions et leurs caractéristiques sont présentées dans le tableau 3.1.

Session	Partie de l'instrument testée	P_0	P_{sti} (s)	P_i (s)
266	SUEP FEEU	8h00m00s	1500	300
270	SUEP SU	8h00m00s	4500	500
298	SUREF FEEU	4h00m45s	321	64
300	SUREF SU	4h00m45s	321	64
304	SUREF FEEU	4h12m28s	1082	200
306	SUREF SU	4h12m28s	1082	120
314	SUEP FEEU	4h12m28s	1082	200
316	SUEP SU	4h12m28s	1082	120
320	SUEP FEEU	4h00m45s	321	64
322	SUEP SU	4h00m45s	321	64
758	SUEP FEEU	8h00m00s	321	128
760	SUEP FEEU	8h00m00s	1082	432
782	SUREF SU	8h00m00s	4500	500

TABLE 3.1 – Liste des sessions thermiques

3.2 Analyse des données thermiques

Deux méthodes d'analyse de la sensibilité thermique à la fréquence f_{sti} du stimulus induit dans l'instrument seront présentées dans ce chapitre. Pour ces méthodes, la sensibilité à la fréquence f_{sti} sera étudiée ainsi que celle des premiers harmoniques que nous noterons kf_{sti} (si les sessions le permettent). La première méthode étudie les données dans le domaine temporel, la deuxième étudie le spectre fréquentiel des données.

3.2.1 Prétraitement

Dans chaque session thermique un signal thermique périodique de fréquence f_{sti} est induit dans l'instrument afin d'étudier l'impact de cette variation thermique sur l'accélération différentielle. Afin de déterminer la sensibilité thermique à f_{sti} , j'applique d'abord un prétraitement afin de travailler sur des signaux corrigés de perturbateurs connus. Les différentes étapes du prétraitement sont les suivantes (voir aussi Fig 3.3) :

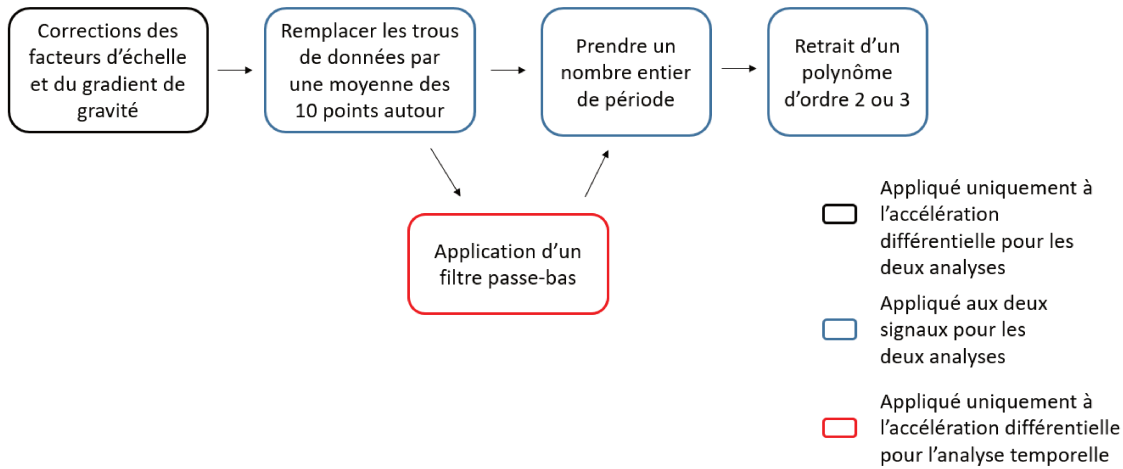


FIGURE 3.3 – prétraitement des données

1. Tout d'abord nos mesures comprennent des trous de données. Ces pertes de données sont dues à une chaîne longue de télétransmission. Ces trous de données sont assez rares (1 échantillon sur 100 000 en moyenne) ; afin d'avoir une régularité dans l'échantillonnage nous avons choisi de reconstruire ces points en prenant la moyenne des 10 points voisins. Nous avons également vérifié que cette reconstruction n'impactait pas les résultats obtenus.
2. Afin d'atténuer l'impact du mode-commun présent dans l'accélération, des facteurs d'échelle sont appliqués aux accélérations des deux masses (Section 3.2.2).
3. Selon la méthode de traitement utilisée (Section 3.3) un filtrage est appliqué aux données d'accélération. On applique un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c définie comme étant le triple de la fréquence du 3ème harmonique de f_{sti} , soit $f_c = 9f_{sti}$. Pour ce faire j'ai choisi un filtre de Butterworth d'ordre 3. Ce type de filtre a l'avantage d'avoir un gain constant dans la bande passante ainsi qu'une décroissance rapide vers 0 dans la bande de coupure (-60dB/decade). Il permet d'éliminer les perturbations hautes fréquences sans avoir un impact aux fréquences d'intérêt. Afin de le vérifier le gain en fonction de la fréquence a été tracé Figure 3.4.

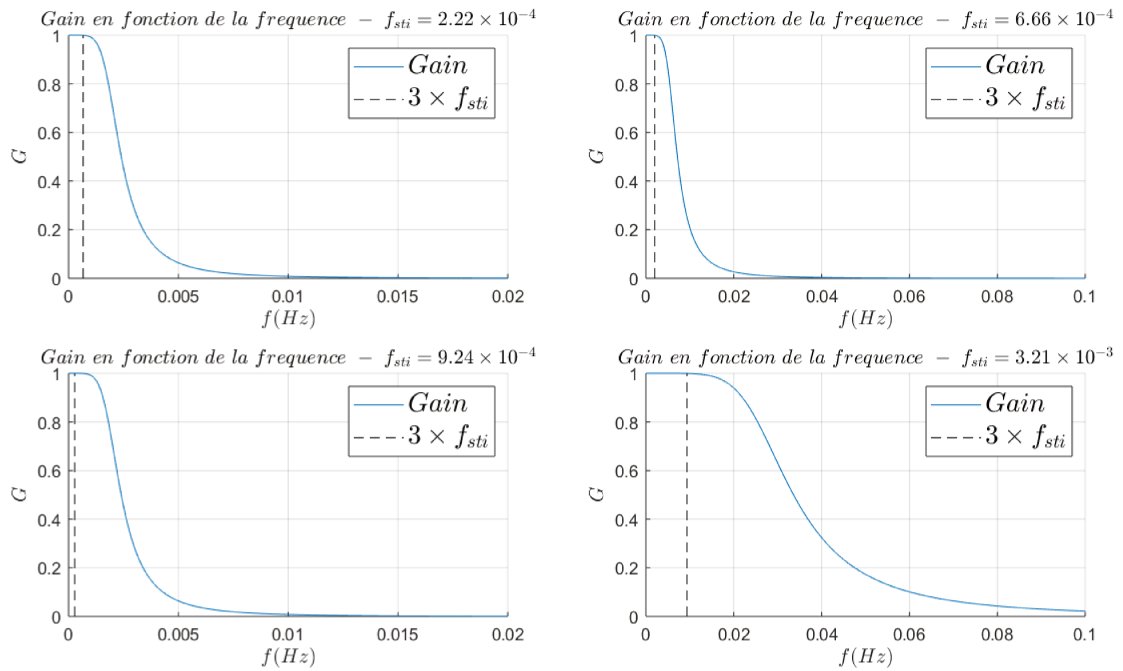


FIGURE 3.4 – Gain du filtre passe-bas en fonction de la fréquence pour chaque type de session

Nous pouvons voir Figure 3.5 l'accélération différentielle de la session 782 avant et après filtrage.

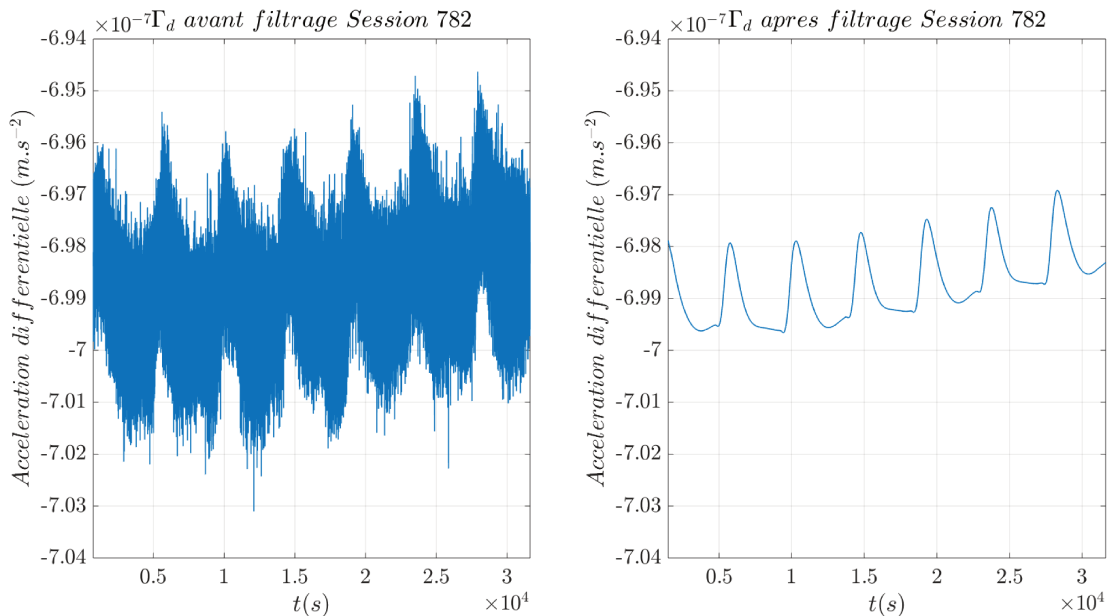


FIGURE 3.5 – Accélération différentielle de la session 782 avant et après filtrage

4. Afin d'optimiser le traitement, par exemple pour qu'un signal à la fréquence f_{sti} ait une moyenne nulle, on sélectionne un nombre entier de période P_{sti} .

5. Un polynôme est estimé et soustrait des données afin de faire abstraction des variations thermiques long-termes qui seront le sujet abordé dans le Chapitre 4. L'ordre du polynôme est de 2 ou 3 suivant les sessions.

3.2.2 Prise en compte des facteurs d'échelle

Comme on l'a vu en Section 2.3.6 chaque masse d'épreuve est affectée de son propre facteur d'échelle ce qui fait que les accélérations mode-commun ne sont pas complètement éliminées par simple différence : il reste une légère projection dans l'accélération différentielle. Durant les sessions thermiques le drag-free n'est pas actif et l'accélération mode commun est dominée par les effets non gravitationnels agissant sur le satellite, à savoir, le freinage atmosphérique et la pression de radiation. En pointage inertiel ces effets sont essentiellement au continu d'une part et à la fréquence orbitale f_{orb} d'autre part. Ils peuvent être corrigés en connaissant l'accélération mode commun Γ_c et le facteur d'échelle $K_{d,x}$. L'accélération mode commun est obtenue directement par les mesures, tandis que le facteur d'échelle a été estimé précisément à l'aide de sessions d'étalonnage spécifiques [34]. Lors de ces sessions d'étalonnage, on a généré grâce à la micropropulsion du satellite, une accélération mode commun périodique d'amplitude connue et on a observé la réponse sur l'accélération différentielle Γ_d . Ce principe peut être étendu aux sessions thermiques en estimant le rapport des amplitudes de Γ_d et Γ_c à la fréquence orbitale. Cependant cette estimation est bien moins précise que celle réalisée lors des sessions d'étalonnage. En effet, le signal mode commun naturel est plus faible et moins bien défini que le signal généré par les micropropulseurs lors des sessions d'étalonnage. Ces sessions d'étalonnage ont fourni des valeurs très précises et reproductibles tout au long de la mission : $K_{d,x,cal} = 8.5 \times 10^{-3}$ pour le SUEP et $K_{d,x,cal} = -1.45 \times 10^{-2}$ pour le SUREF. Les valeurs obtenues avec les sessions thermiques $K_{d,th}$ sont globalement assez cohérentes avec les valeurs obtenues lors des sessions d'étalonnage $K_{d,x,cal}$ mais beaucoup moins stables et précises (Table 3.2).

Session	Instrument	$K_{d,th}$	σ	$K_{d,vol}$
266	SUEP	7.8×10^{-3}	9.1×10^{-4}	8.5×10^{-3}
270	SUEP	4.1×10^{-2}	2.8×10^{-3}	8.5×10^{-3}
298	SUREF	-2.2×10^{-2}	1.6×10^{-3}	-1.45×10^{-2}
300	SUREF	4.5×10^{-3}	1.6×10^{-3}	-1.45×10^{-2}
304	SUREF	-1.4×10^{-2}	8.1×10^{-4}	-1.45×10^{-2}
306	SUREF	-1.5×10^{-2}	1.4×10^{-3}	-1.45×10^{-2}
314	SUEP	6.1×10^{-3}	1.8×10^{-3}	8.5×10^{-3}
316	SUEP	3.2×10^{-2}	2.5×10^{-3}	8.5×10^{-3}
320	SUEP	6.9×10^{-3}	1×10^{-3}	8.5×10^{-3}
322	SUEP	-1.57×10^2	2.5×10^{-3}	8.5×10^{-3}
758	SUEP	1×10^{-2}	6.7×10^{-4}	8.5×10^{-3}
760	SUEP	1.6×10^{-2}	1.3×10^{-3}	8.5×10^{-3}
782	SUREF	-2.4×10^{-2}	1.2×10^{-3}	-1.45×10^{-2}

TABLE 3.2 – Facteurs d’échelle déterminés sur les sessions thermiques comparés à ceux obtenus sur les sessions d’étalonnage pour le SUREF et le SUEP

Ainsi pour les analyses thermiques, nous choisissons d’utiliser les résultats obtenus sur les sessions d’étalonnage. Pour éliminer l’impact des facteurs d’échelle différents sur chaque masse on divise leur mesure d’accélération par leur facteur d’échelle.

De plus, comme on a $K_d = \frac{1}{2}(K_1 - K_2)$ et $K_c = \frac{1}{2}(K_1 + K_2)$, K_c n’étant pas connu on l’approxime à 1 et K_1 et K_2 deviennent : $K_1 = K_c + K_d \approx 1 + K_d$; $K_2 = K_c - K_d \approx 1 - K_d$.

$$\frac{\Gamma_1}{K_1} - \frac{\Gamma_2}{K_2} \approx \Gamma_1 \times \frac{1}{1 + K_d} - \Gamma_2 \times \frac{1}{1 - K_d} \quad (3.4)$$

Figure 3.6, on note que le premier pic à f_{orb} a disparu grâce à cette correction. Les autres pics liés au stimulus thermique ne sont pratiquement pas affectés.

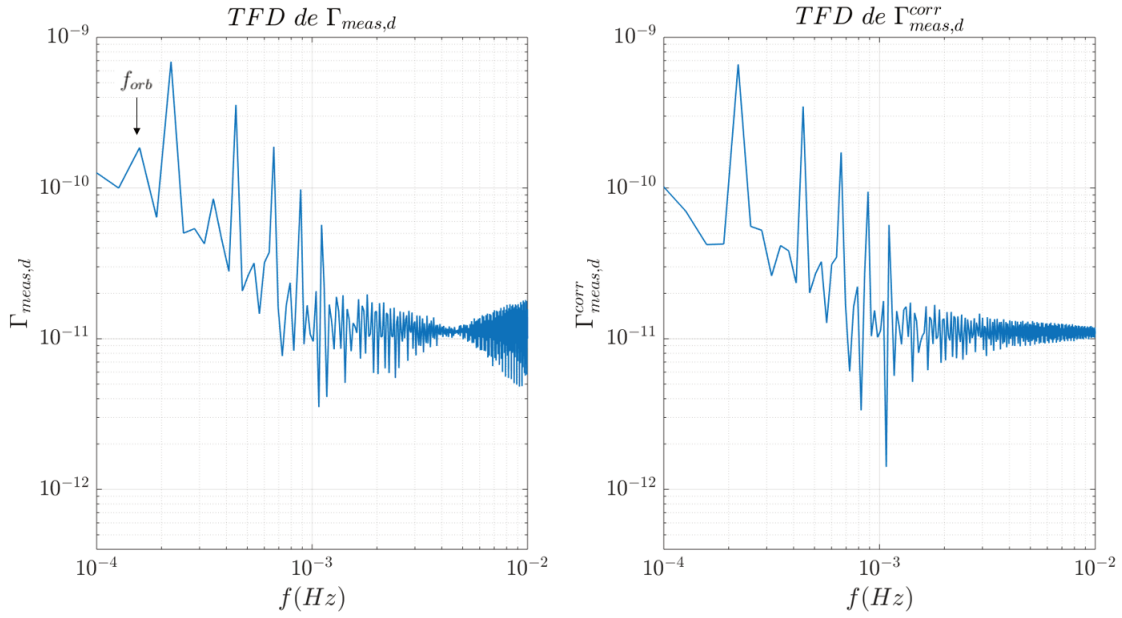


FIGURE 3.6 – TFD de l'accélération différentielle avant et après application de la correction du facteur d'échelle

3.3 Présentation des deux méthodes d'analyse de la sensibilité à f_{sti}

L'idée la plus simple pour estimer les sensibilités λ_k est d'appliquer l'équation 3.2 aux mesures de température et d'accélération. Cependant cela a deux inconvénients : d'une part cela ne permet pas d'évaluer la dépendance fréquentielle de ces sensibilités et d'autre part l'estimation est trop perturbée par le bruit haute fréquence.

Nous avons utilisé deux méthodes d'estimation. La première utilise directement les données dans le domaine temporel, tandis que la seconde s'appuie sur une inversion dans le domaine de Fourier.

3.3.1 Analyse temporelle

Méthode

La figure 3.7, graphique de gauche, présente les variations de température induites par l'action des thermistances et mesurée par les sondes de température. La figure 3.7, graphique de droite, montre l'évolution de l'accélération différentielle mesurée en présence de ces variations. Comme attendu, les deux évolutions sont assez semblables et sont dominées par des signaux périodiques à la fréquence f_{sti} . La décomposition en fréquence est plus visible sur les TFD représentées Figure 3.8. On voit en particulier qu'en plus du fondamental à la fréquence d'excitation f_{sti} d'autres harmoniques sont nettement visibles.

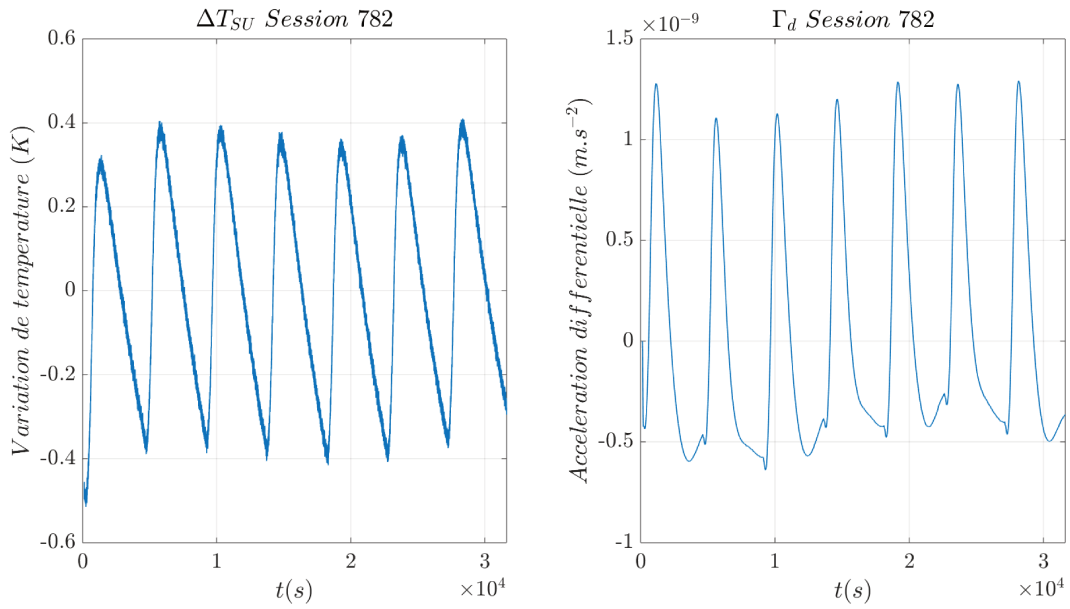


FIGURE 3.7 – Représentation temporelle de l'accélération différentielle et de la température du SU pour la session 782

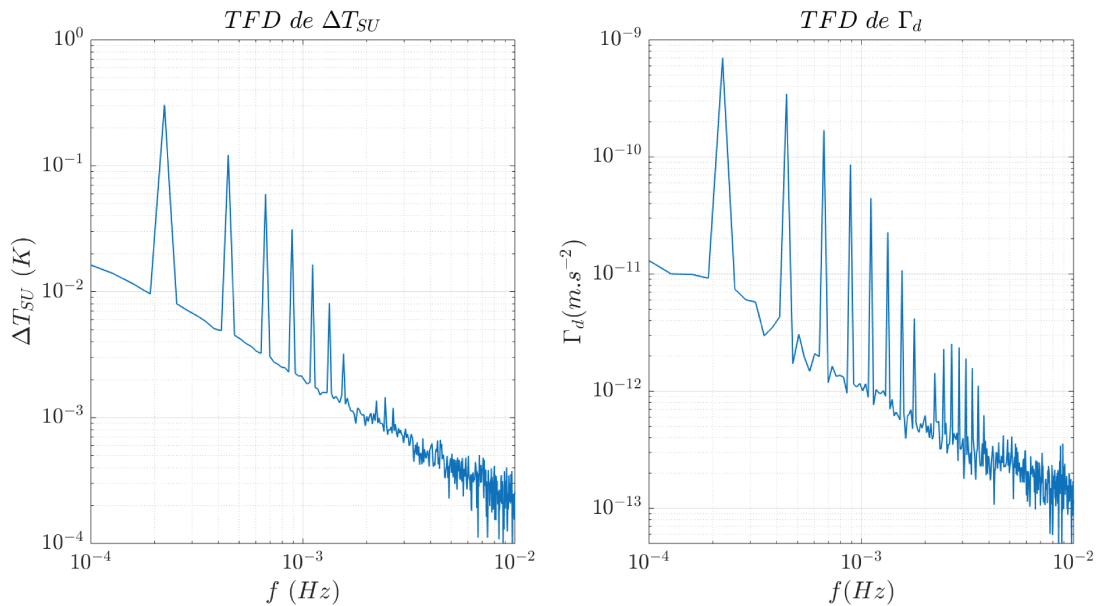


FIGURE 3.8 – TFD de l'accélération différentielle et de la température pour la session 782

Dans le domaine temporel nous observons des signaux périodiques de fréquences multiples de $k f_{sti}$, k étant le numéro de l'harmonique dont la sensibilité sera estimée. Dans le domaine fréquentiel nous avons une série de pics aux fréquences multiples de $k f_{sti}$; l'analyse temporelle mise en oeuvre consiste à modéliser les signaux de température et d'accélération différentielle à l'aide d'une somme de sinus de fréquences

$k f_{sti}$ (3.5).

$$Model = \sum_{k=1}^n \left[A_k \times \sin(2k\pi f_{sti}t) + B_k \times \cos(2k\pi f_{sti}t) \right] + C \quad (3.5)$$

Le nombre n de fréquences multiples $k f_{sti}$ pris en compte dans l'équation 3.5 dépend de la durée de la session et de l'amplitude du stimulus. En effet plus la session est longue, plus le bruit stochastique sera rejeté et les harmoniques visibles.

Les coefficients A_k , B_k et C sont estimés grâce à un algorithme de moindres carrés.

Il est à noter que les mesures d'accélération et de température sont affectées par un bruit non-blanc ; ainsi la solution donnée par l'algorithme des moindres carrés est optimale, c'est à dire a la plus faible variance, seulement si la matrice des poids non-diagonale appropriée est renseignée dans l'algorithme. Ce type de solution est utilisé dans l'analyse des sessions scientifiques ([5], [6], [7]). Cependant cette méthode est relativement lourde et n'est pas nécessaire car nous ne cherchons pas une grande précision sur la sensibilité mais seulement une valeur maximale ; l'important est d'avoir un estimateur non-biaisé, ce qui est le cas de l'estimateur des moindres carrés même lorsqu'il est à variance non minimale.

Figure 3.9 nous pouvons voir un exemple d'ajustement par l'algorithme de moindres carrés pour l'accélération différentielle Γ_d et la variation de température du SU ΔT_{SU} pour la session 782.

L'amplitude de chaque harmonique s'écrit :

$$M_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (3.6)$$

La sensibilité correspondant à la fréquence $k f_{sti}$ obtenue est le rapport des amplitudes estimées pour l'accélération et la température :

$$\lambda_k(acc/temp) = \frac{M_k(acc)}{M_k(temp)} \quad (3.7)$$

Il est à noter que la sensibilité thermique estimée sera positive comme nous considérons uniquement les amplitudes des signaux pour la méthode temporelle.

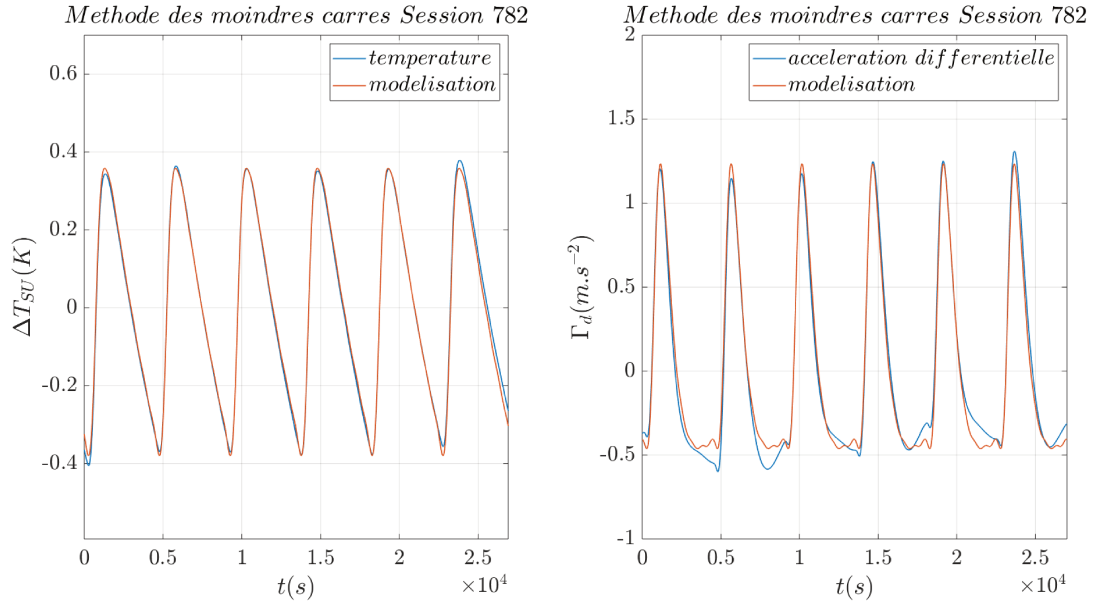


FIGURE 3.9 – Ajustement temporel pour la température et l'accélération de la session 782

Incertitudes

Afin de déterminer l'incertitude des sensibilités estimées, l'écart-type a été calculé à partir de la matrice de variance-covariance issue de l'inversion moindres carrés [30].

La matrice de variance-covariance permet d'obtenir les écart-type σ_{A_k} et σ_{B_k} , on en déduit l'écart-type sur l'amplitude M_k :

$$\sigma_{M_k} = \sqrt{\left(\frac{A_k}{M_k}\right)^2 \sigma_{A_k}^2 + \left(\frac{B_k}{M_k}\right)^2 \sigma_{B_k}^2} \quad (3.8)$$

En repartant de l'équation 3.7, on déduit l'écart-type sur la sensibilité λ_k :

$$\sigma_{\lambda_k} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{M_k}(acc)}{M_k(temp)}\right)^2 + \left(\frac{M_k(acc)\sigma_{M_k}(temp)}{M_k^2(temp)}\right)^2} \quad (3.9)$$

Limitations

D'une part, cette estimation est limitée exactement aux fréquences kf_{sti} : s'il y a une petite erreur sur la valeur de la fréquence de stimuli, l'estimation sera perturbée. D'autre part, en prenant en compte toutes les données on couvre tout le spectre y compris les bandes de fréquences où les mesures sont dominées soit par d'autres signaux, soit par le bruit.

3.3.2 Analyse fréquentielle

Méthode

L'idée de cette méthode est d'estimer la sensibilité thermique sur des plages de fréquences autour des fréquences kf_{sti} .

Pour ce faire une Transformée de Fourier Discrète (TFD) est appliquée à l'accélération différentielle Γ_d et à la température ΔT . L'équation 3.2 dans le domaine temporel est transformée en une équation dans le domaine fréquentiel :

$$\Gamma_d(f) = \lambda_S \Delta T_{SU}(f) + \lambda_F \Delta T_{FEEU}(f) \quad (3.10)$$

où λ_S est la sensibilité thermique à la température du SU et λ_F la sensibilité thermique à la température du $FEEU$. Γ_d , ΔT_{SU} et ΔT_{FEEU} sont donnés aux fréquences discrètes $f_q = \frac{q}{T} = \frac{q}{n f_{sti}} = \frac{q}{n} f_{sti}$. En particulier, pour $q = kn$, nous avons les harmoniques de f_{sti} : $f_q = f_{kn} = k f_{sti}$.

Comme le stimulus de température apparaît aux fréquences $k f_{sti}$, nous allons sélectionner une plage autour de ces fréquences. Le nombre de points sélectionnés pour ces plages sera détaillé et justifié Section 3.4. Ensuite, nous utilisons l'équation 3.10 sur ces plages de fréquences. Le système est ensuite appliqué successivement grâce à une méthode des moindres carrés sur toutes les bandes autour des fréquences d'intérêt $k f_{sti}$ afin d'estimer la sensibilité sur chaque plage de fréquence, ce qui pourra permettre de voir une éventuelle dépendance en fréquence.

La Figure 3.10 montre les amplitudes de la TFD pour la température à gauche et l'accélération à droite. Les différentes couleurs permettent de différencier les bandes de fréquence associées à chaque harmonique. Le nombre de points autour des fréquences d'intérêt $k f_{sti}$ est choisi de manière à ne pas se recouvrir d'une harmonique à l'autre. Ainsi chaque plage de fréquence contient typiquement 7 points. Nous avons pour chaque plage de fréquences $k f_{sti}$ deux vecteurs d'observations de 7 points (accélération et température) qu'on va chercher à lier au moyen d'un modèle linéaire entre les deux observations et modélisant la sensibilité de l'instrument.

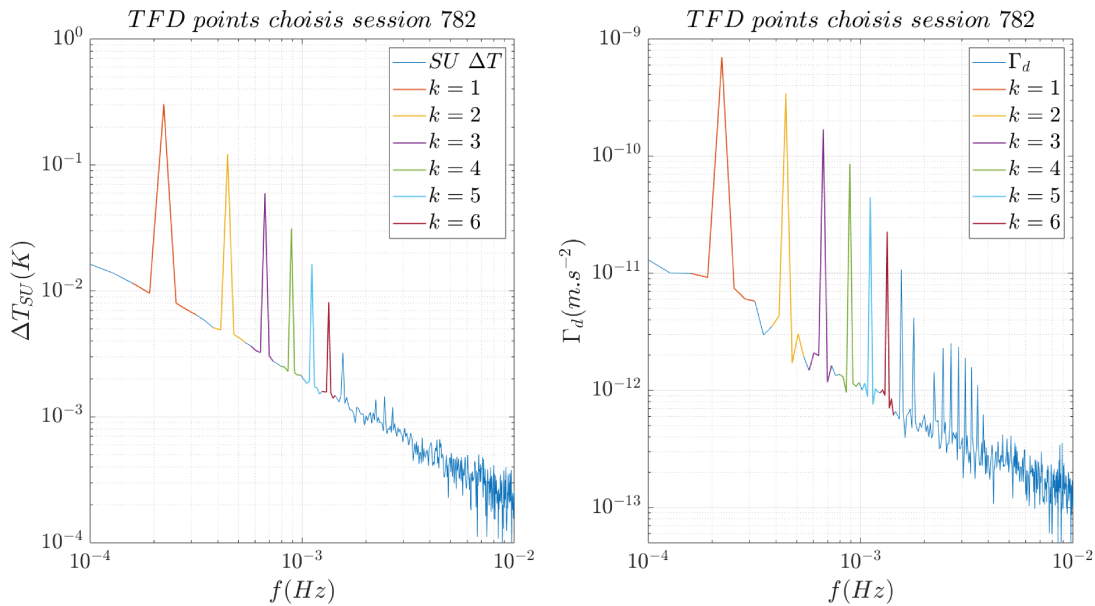


FIGURE 3.10 – Ajustement fréquentiel pour la température et l'accélération de la session 782

Incertitudes

Les écarts-types des sensibilités sont estimés directement en sortie de notre algorithme moindres carrés.

Avantages et limites

Cette méthode corrige les défauts soulignés en fin de section précédente. En revanche, son inconvénient est que chaque plage contient un nombre limité de points.

- Cette estimation n'est plus limitée aux fréquences kf_{sti} ; si pour une raison donnée il y a un signal thermique proche de ces fréquences, on le prendra en compte.
- En utilisant seulement les fréquences voisines de kf_{sti} on s'assure que notre modèle ne sera pas perturbé par d'autres effets car f_{sti} a été choisie en dehors des fréquences naturelles de l'expérience.
- Les écarts-types sont calculés directement en sortie de l'algorithme.

Par conséquent l'estimation de l'écart-type n'est pas très fiable.

3.4 Validation des méthodes à l'aide de données simulées

Afin de vérifier le fonctionnement des méthodes décrites plus haut, je les ai testées sur des signaux simulés. Pour cela, j'ai utilisé un signal de variation de température proche de celui observé sur la session thermique 782. Concrètement, les amplitudes de chaque harmonique estimées avec la méthode temporelle sur cette session ont été considérées pour reconstruire le signal de température. Afin d'obtenir une accélération associée à ce signal, le signal de température a été multiplié par un coefficient $10^{-9} \text{m s}^{-2} \text{K}^{-1}$ représentant une valeur proche de la sensibilité de l'instrument à la température. Ces deux signaux théoriques de température et d'accélération peuvent ensuite être bruités suivant les tests souhaités. Le but est d'estimer la sensibilité thermique après traitement de ces deux signaux artificiels par les deux méthodes présentées précédemment.

3.4.1 Signaux simulés

Les signaux de température et d'accélération simulés prennent les formes suivantes :

$$\Delta T(t) = \sum_{k=1}^n [A_k \times \sin(2k\pi f_{sti}t) + B_k \times \cos(2k\pi f_{sti}t)] + C \quad (3.11)$$

$$\Delta T_b(t) = \Delta T(t) + n_{\Delta T}(t) \quad (3.12)$$

$$\Gamma(t) = \Delta T(t) \times \lambda \quad (3.13)$$

$$\Gamma_b(t) = \Gamma(t) + n_{\Gamma}(t) \quad (3.14)$$

avec k , le numéro de l'harmonique, $n_\Gamma(t)$ le bruit ajouté à l'accélération, $n_{\Delta T}(t)$ le bruit ajouté à la température et λ la sensibilité thermique. Il est à noter que c'est la mesure de la température qui est bruitée et pas la température, c'est pourquoi la température bruitée n'est pas utilisée pour simuler l'accélération même lorsque celle-ci est bruitée (par le bruit de mesure de l'accéléromètre).

Le bruit de la température $n_{\Delta T}(t)$ est spécifié à $5 \times 10^{-2} \text{K}$ soit $3 \times 10^{-4} \text{K Hz}^{-1/2}$ le bruit de l'accélération $n_\Gamma(t)$ est spécifié à $6.6 \times 10^{-11} \text{m s}^{-2}$ soit $4 \times 10^{-13} \text{m s}^{-2} \text{Hz}^{-1/2}$. Ces bruits ont été estimés à partir des DFT des signaux réels de la session 782 en tenant compte de sa durée.

Nous avons utilisé deux configurations :

- une configuration simplifiée, dite monofréquentielle, pour laquelle seul le mode fondamental $k = 1$ est inséré dans le modèle de température (3.11),
- une configuration plus proche de la réalité, dite plurifréquentielle, pour laquelle toutes les harmoniques significatives de la session 782 sont reproduites.

Les paramètres pris pour chacune de ces deux configurations sont regroupés dans la table 3.3.

Paramètres	f_{sti}	$2f_{sti}$	$3f_{sti}$	$4f_{sti}$	$5f_{sti}$	$6f_{sti}$
A	0.1621	-0.0616	-0.0593	-0.0238	-0.002	0.004
B	-0.2577	-0.1051	-0.0065	0.0204	0.0162	0.0071
C	2.402×10^{-6}					

TABLE 3.3 – Paramètres A, B et C utilisés pour la température pour chaque harmonique

3.4.2 Principe des tests

Pour chacune des deux configurations décrites ci-dessus, nous avons étudié trois cas :

1. utilisation de la température non bruitée $\Delta T(t)$ et de l'accélération bruitée $\Gamma_b(t)$,
2. utilisation de la température bruitée $\Delta T_b(t)$ et de l'accélération non bruitée $\Gamma(t)$,
3. utilisation de la température bruitée $\Delta T_b(t)$ et de l'accélération bruitée $\Gamma_b(t)$.

Noter que le premier cas correspond à une situation classique pour laquelle le vecteur observation (dans notre cas l'accélération) est affecté d'un bruit tandis que le bruit sur la matrice modèle (dans notre cas la température) est négligeable. Au contraire, dans les deux cas suivants le bruit sur la matrice modèle est significatif.

Dans chacun des cas nous avons estimé la sensibilité λ avec les deux méthodes décrites en section 3.3. Nous avons généré à chaque fois 400 tirages du bruit et donc obtenu 400 estimations λ_i de la sensibilité d'une part et σ_i de l'écart type associé d'autre part. A partir de ces 400 valeurs j'ai calculé :

— la moyenne des sensibilités

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{400} \sum_{i=1}^{400} \lambda_i, \quad (3.15)$$

— l'écart moyen quadratique des sensibilités

$$EMQ = \sqrt{\frac{1}{400} \sum_{i=1}^{400} (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}, \quad (3.16)$$

— la moyenne des écarts-types

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{400} \sum_{i=1}^{400} \sigma_i. \quad (3.17)$$

Nos objectifs sont les suivants :

1. vérifier que les estimations de λ et de son écart type correspondent aux valeurs attendues ($10^{-9} \text{m s}^{-2} \text{K}^{-1}$ pour λ),
2. vérifier que les deux estimations de l'écart type, EMQ et $\bar{\sigma}$ sont cohérentes,
3. dans le cas de l'estimation sur des plages de fréquence, étudier le comportement de $\bar{\sigma}$ en fonction de l'étendue de la plage considérée.

3.4.3 Tests avec un signal monofréquentiel

Dans le cadre de ce test utilisant une seule fréquence, j'ai utilisé une fréquence f_{sti} 10 fois plus élevée que le fondamental de la session 782. En effet, la durée nominale de la session étant de 8h, la DFT délivre des points avec un pas de $3.5 \times 10^{-5} \text{Hz}$; ainsi, en conservant la valeur nominale $f_{sti} = 2.2 \times 10^{-4} \text{Hz}$, nous n'obtiendrions que 5 points à des fréquences plus basses que f_{sti} , soit 9 points (par symétrie) maximum dans la plage de fréquence utilisée. Comme un but essentiel de ces simulations est d'étudier, dans le cas de la méthode fréquentielle, la validité de l'estimation de $\bar{\sigma}$ en fonction de l'étendue de la plage, cette limite de 9 points est trop réduite. C'est pourquoi nous avons multiplié la fréquence fondamentale par 10. Les signaux et les bruits utilisés pour ce premier test sont représentés Figure 3.11 et 3.12.

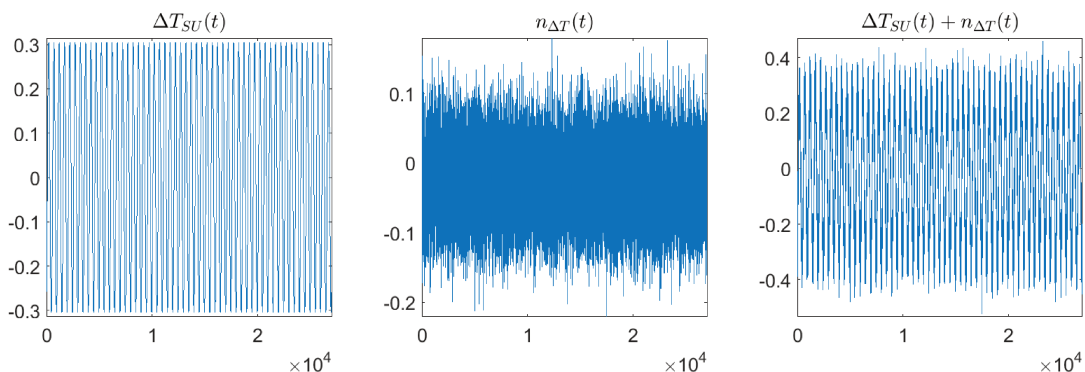


FIGURE 3.11 – Gauche : signal de température monofréquentiel; Milieu : bruit appliqué au signal; Droite : signal de température monofréquentiel bruité

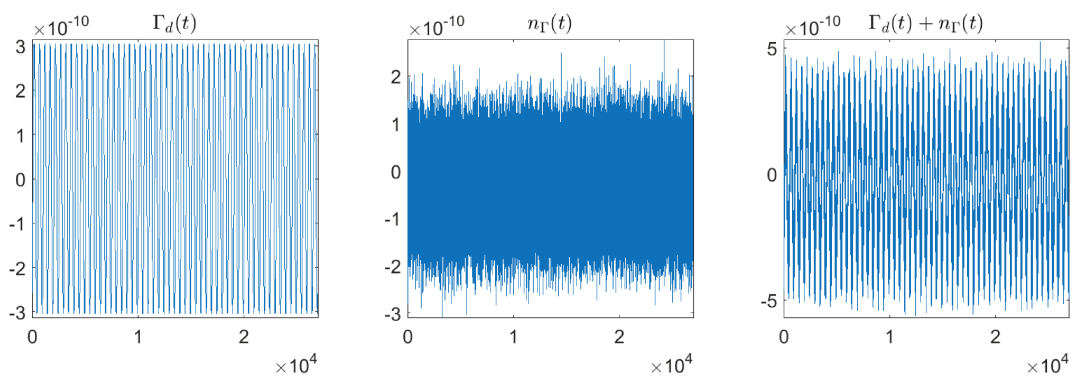


FIGURE 3.12 – Gauche : signal d'accélération monofréquentiel; Milieu : bruit appliqué au signal; Droite : signal d'accélération monofréquentiel bruité

Méthode temporelle

Les Figures 3.13 et 3.14 montrent les sensibilités λ_i et les incertitudes σ_i obtenues pour les 400 tirages aléatoires de bruit.

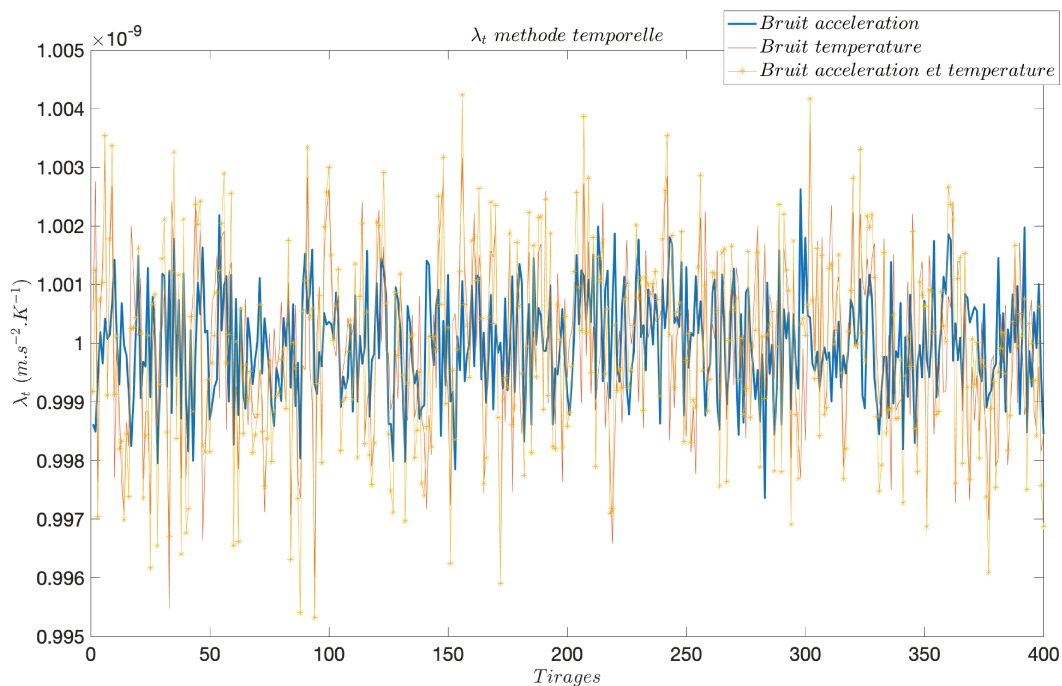


FIGURE 3.13 – Test monofréquentiel : sensibilités en fonction des signaux bruités sur 400 tirages

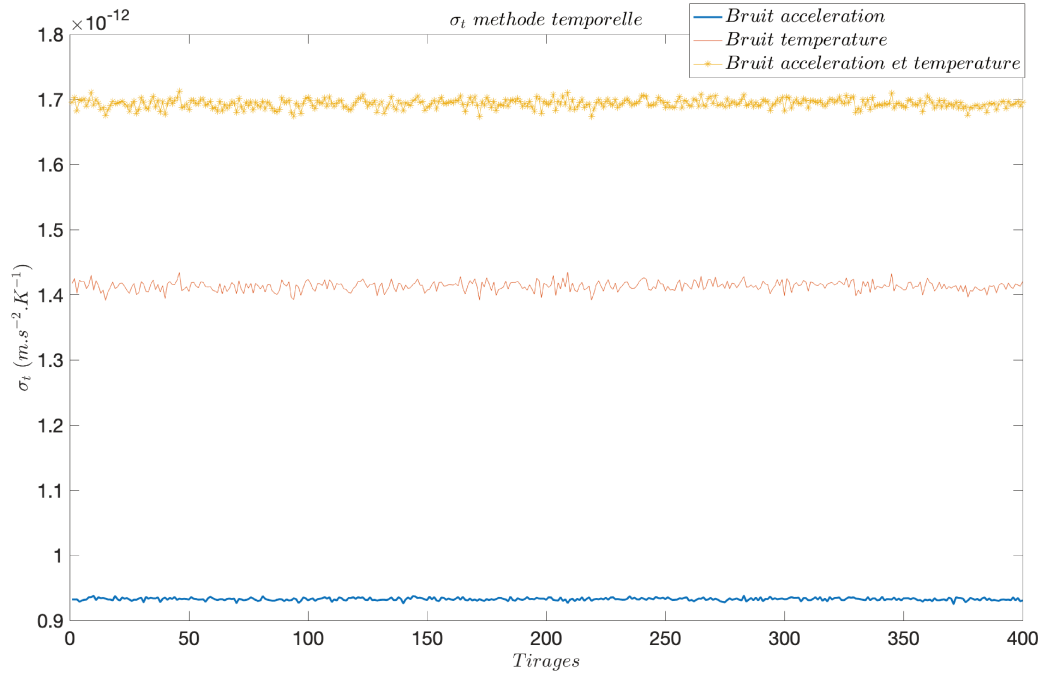


FIGURE 3.14 – Test monofréquentiel : incertitudes en fonction des signaux bruités sur 400 tirages

La table 3.4 présente les valeurs obtenues pour les trois cas de bruit.

Signal bruité	$\bar{\lambda} - 10^{-9}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
Γ_d	1.92×10^{-12}	9.33×10^{-13}	9.32×10^{-13}
ΔT_{SU}	-2.05×10^{-12}	1.41×10^{-12}	1.43×10^{-12}
Γ_d et ΔT_{SU}	-1.37×10^{-13}	1.70×10^{-12}	1.73×10^{-12}

TABLE 3.4 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode temporelle et écart-type associé en fonction des signaux bruités

Nous pouvons voir que la sensibilité moyenne estimée est bien de 1×10^{-9} m s⁻² dans les 3 cas de bruit. Nous pouvons également voir que les deux estimations d'écart-type $\bar{\sigma}$ et EMQ sont complètement cohérentes.

Méthode fréquentielle

Comme cela a été souligné lors de la description de la méthode fréquentielle, en dépit de ses avantages elle est soumise à la limite du nombre de points réduit qu'elle utilise sur chaque plage de fréquence dans le cas des sessions réelles. Si cela ne devrait pas trop perturber l'estimation de la sensibilité λ (car tout le signal utile est concentré à la fréquence f_{sti} et éventuellement sur les fréquences très voisines), l'estimation de σ sur un nombre réduit de points fréquentiel est questionnable.

Ce comportement est bien illustré par la figure 3.15 qui montre les valeurs des λ_i et σ_i obtenues pour les 400 tirages par l'inversion moindres carrés fréquentielle en fonction du nombre de fréquences utilisées. Cette figure correspond au cas où

seule l'accélération est bruitée. Pour un tirage donné λ_i ne varie pas en fonction du nombre de points fréquentiels utilisés (tous les traits sont parallèles); au contraire les valeurs de σ_i évoluent et la dispersion des tirages diminue quand le nombre de points fréquentiels augmente.

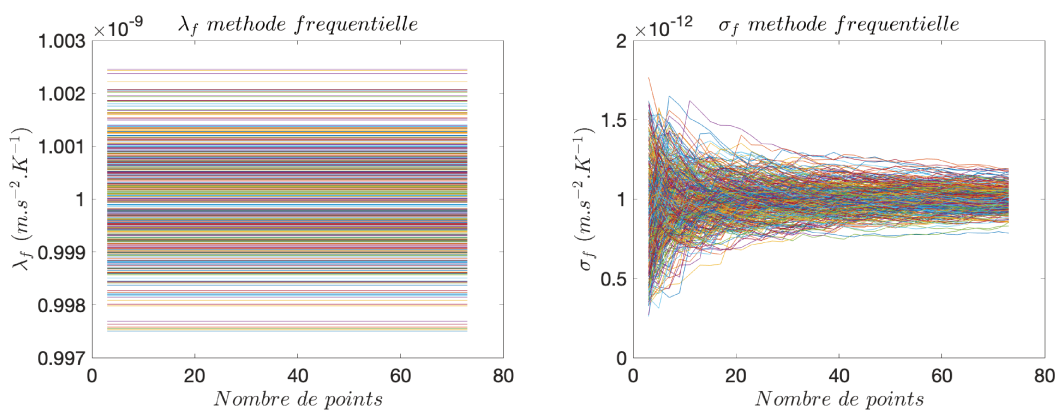


FIGURE 3.15 – Test monofréquentiel : sensibilités et incertitudes avec le signal d'accélération bruité sur 400 tirages

La figure 3.16 montrant l'évolution de $\bar{\sigma}$ et de EMQ en fonction du nombre de points fréquentiels confirme ce comportement : EMQ est stable (et proche de l'écart-type attendu) tandis que $\bar{\sigma}$ évolue et converge vers la valeur attendue quand le nombre de points devient suffisamment grand.

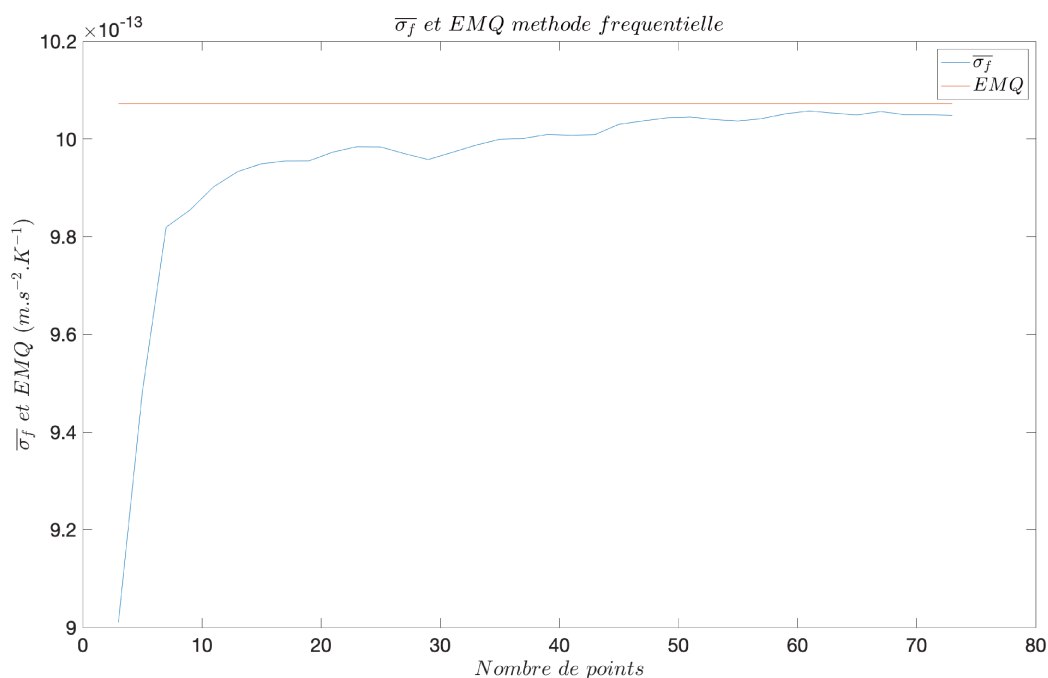


FIGURE 3.16 – Test monofréquentiel : Incertitude moyenne et EMQ avec le signal d'accélération bruité sur 400 tirages

Les figures précédentes correspondent au cas où seule l'accélération est bruitée

mais on obtient des comportements similaires quand on bruite la température ou les deux types de mesures. Les résultats sont illustrés dans la table 3.5.

Signal bruité	$\bar{\lambda} - 10^{-9}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
Γ_d	2.15×10^{-12}	1.00×10^{-12}	1.01×10^{-12}
ΔT_{SU}	-2.18×10^{-12}	1.53×10^{-12}	1.52×10^{-12}
Γ_d et ΔT_{SU}	-2.78×10^{-13}	1.70×10^{-12}	1.68×10^{-12}

TABLE 3.5 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode fréquentielle et écart-type associé en fonction des signaux bruités

Nous pouvons voir que la sensibilité moyenne estimée est bien de 1×10^{-9} m s⁻² dans les 3 cas de bruit. Nous pouvons également voir que les deux estimations d'écart-type $\bar{\sigma}$ et EMQ sont identiques. Nous pouvons également voir Figure 3.16 qu'avec 7 points nous obtenons un écart-type plus faible et divergeant de l'EMQ, et donc moins fiable.

3.4.4 Tests avec un signal plurifréquentiel

Nous allons maintenant nous intéresser aux signaux plurifréquentiels. Ici nous allons estimer la sensibilité et son incertitude non seulement à la fréquence du fondamental f_{sti} mais aussi aux fréquences des 5 premiers harmoniques $k f_{sti}$, $k = 1..6$. Par ailleurs, nous utilisons une fréquence de stimulus identique à celle de la session 782 (donc sans appliquer un facteur 10 comme en section précédente) : $f_{sti} = 2.22 \times 10^{-4}$ Hz. Par conséquent les plages fréquentielles utilisées dans le cas de la méthode fréquentielle seront toutes réduites à 7 points pour éviter tout recouvrement entre les plages autour des harmoniques successifs. Cette simulation est donc plus proche du cas réel (mais elle ne nous permet pas d'étudier l'influence de l'étendue de la plage de fréquence comme cela a été fait en monofréquentiel).

Figures 3.17 et 3.18 nous pouvons voir les signaux de température et d'accélération ainsi que leurs bruits ajoutés.

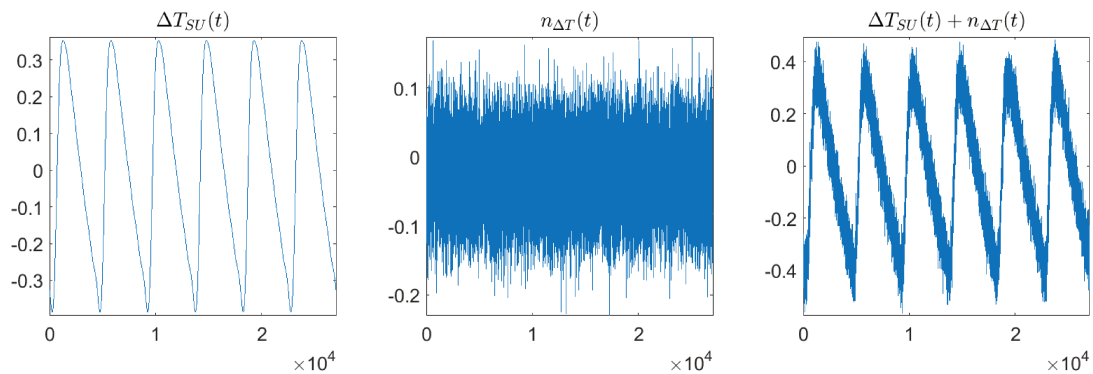


FIGURE 3.17 – Gauche : signal de température plurifréquentiel; Milieu : bruit appliqué au signal; Droite : signal de température plurifréquentiel bruité

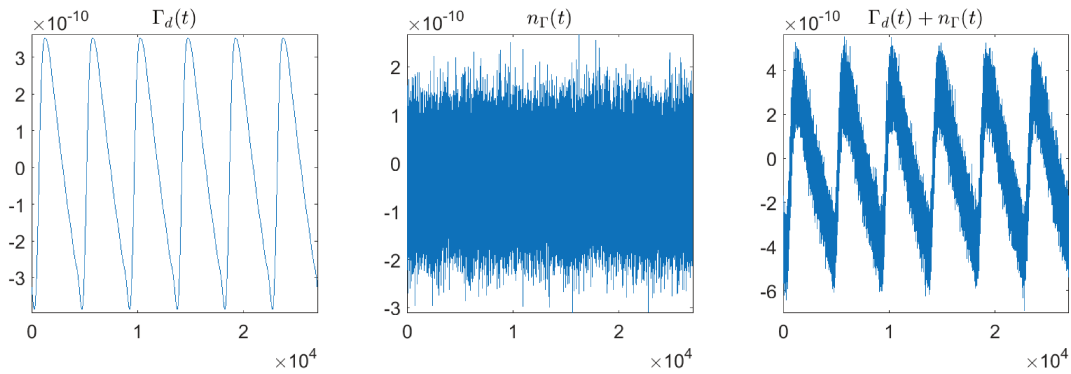


FIGURE 3.18 – Gauche : signal d’accélération plurifréquentiel; Milieu : bruit appliqué au signal; Droite : signal d’accélération plurifréquentiel bruité

Comme dans le cas des signaux monofréquentiels, les méthodes temporelle et fréquentielle ont été appliquées aux signaux bruités un à un, en faisant 400 tirages successifs de l’échantillon de bruit.

Méthode temporelle

Sur les Figures 3.19, 3.20 et 3.21 les graphes de gauche montrent la fréquence de la sensibilité thermique λ_i et de son écart-type σ_i pour chacun des 400 tirages; les graphes de droite montrent leurs moyennes $\bar{\lambda}_i$ et $\bar{\sigma}_i$ sur les 400 tirages. Il faut souligner que seules les valeurs pour les fréquences 2.22×10^{-4} Hz, 4.44×10^{-4} Hz, 6.66×10^{-4} Hz, 8.88×10^{-4} Hz, 1.11×10^{-3} Hz et 1.33×10^{-3} Hz résultent de l’estimation par moindres carrés; ces points ont simplement été reliés pour une meilleure lisibilité.

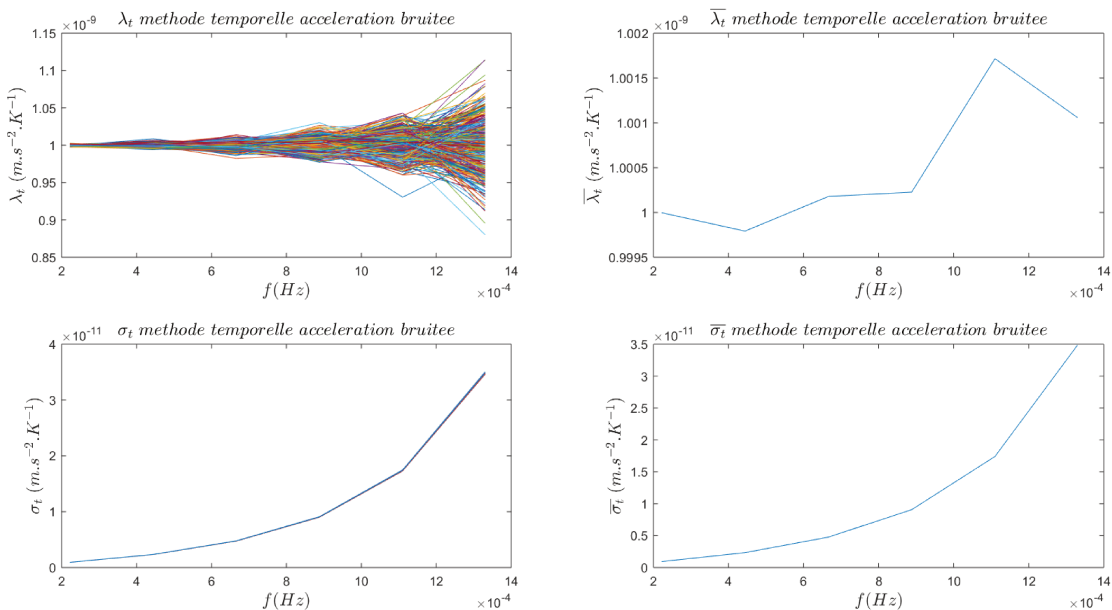


FIGURE 3.19 – Test plurifréquentiel : sensibilités et incertitudes avec le signal d’accélération bruité sur 400 tirages

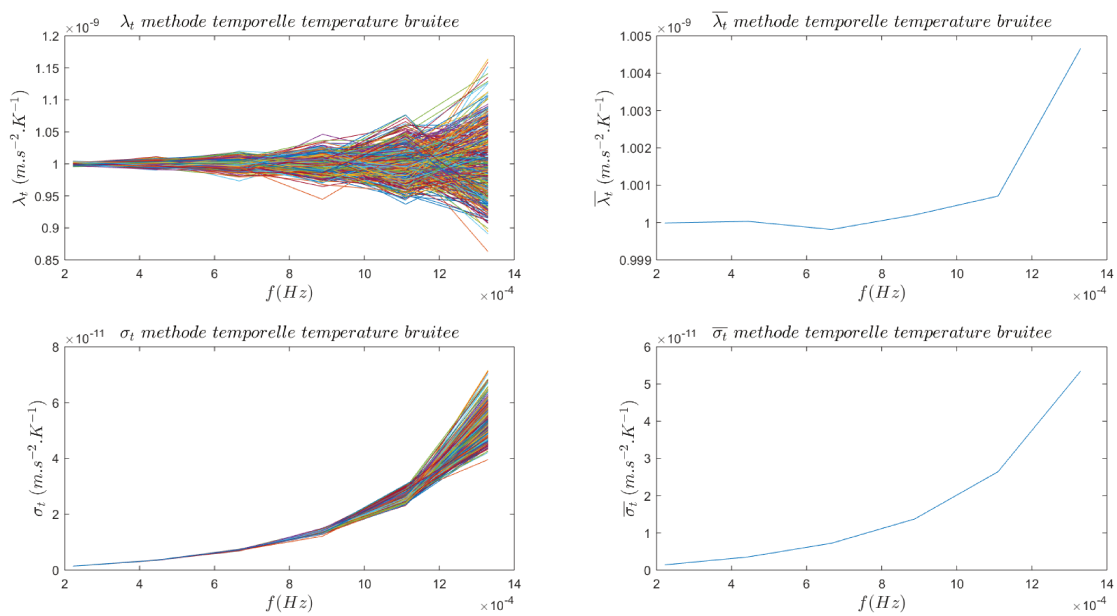


FIGURE 3.20 – Test plurifréquentiel : sensibilités et incertitudes avec le signal de température bruité sur 400 tirages

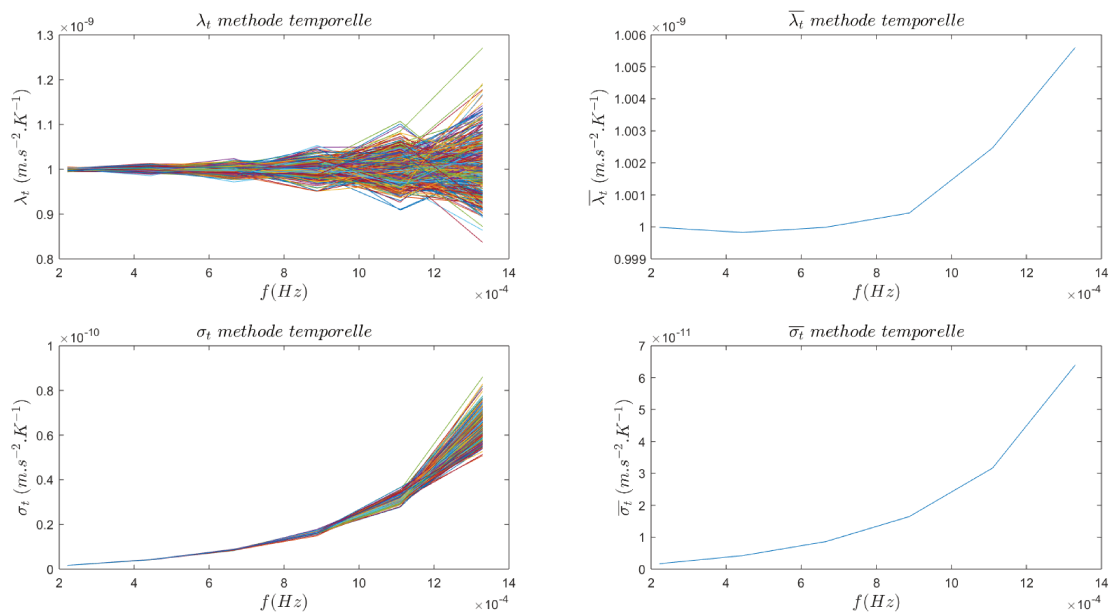


FIGURE 3.21 – Test plurifréquentiel : sensibilités et incertitudes avec les deux signaux bruités sur 400 tirages

On constate que dans les 3 cas (bruit sur l'accélération seule, bruit sur la température seule ou bruit sur les 2 mesures), le comportement est similaire : la sensibilité est bien estimée à sa valeur nominale mais la dispersion entre les tirages (et son écart-type) augmentent avec la fréquence. Ceci est attendu : le signal est de plus en plus faible aux harmoniques successifs tandis que le niveau de bruit (blanc) est identique à toutes les fréquences.

Dans les tables 3.6, 3.7 et 3.8 nous pouvons voir les moyennes de sensibilité, d'incertitude et l'EMQ sur les 400 tirages pour cette méthode :

f (Hz)	$\bar{\lambda}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
2.22×10^{-4}	1×10^{-9}	9.33×10^{-13}	8.98×10^{-13}
4.44×10^{-4}	1×10^{-9}	2.33×10^{-12}	2.33×10^{-12}
6.66×10^{-4}	1×10^{-9}	4.76×10^{-12}	4.64×10^{-12}
8.88×10^{-4}	1×10^{-9}	9.06×10^{-12}	9.52×10^{-12}
1.11×10^{-3}	1×10^{-9}	1.74×10^{-11}	1.74×10^{-11}
1.33×10^{-3}	9.99×10^{-10}	3.49×10^{-11}	3.68×10^{-11}

TABLE 3.6 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode temporelle et écart-type associé pour le cas où le signal d'accélération est bruité

f (Hz)	$\bar{\lambda}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
2.22×10^{-4}	1×10^{-9}	1.41×10^{-12}	1.44×10^{-12}
4.44×10^{-4}	1×10^{-9}	3.53×10^{-12}	3.35×10^{-12}
6.66×10^{-4}	1×10^{-9}	7.22×10^{-12}	7.07×10^{-12}
8.88×10^{-4}	1×10^{-9}	1.37×10^{-11}	1.39×10^{-11}
1.11×10^{-3}	1×10^{-9}	2.64×10^{-11}	2.76×10^{-11}
1.33×10^{-3}	1×10^{-9}	5.31×10^{-11}	5.10×10^{-11}

TABLE 3.7 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode temporelle et écart-type associé pour le cas où le signal de température est bruité

f (Hz)	$\bar{\lambda}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
2.22×10^{-4}	1×10^{-9}	1.70×10^{-12}	1.61×10^{-12}
4.44×10^{-4}	1×10^{-9}	4.23×10^{-12}	3.95×10^{-12}
6.66×10^{-4}	1×10^{-9}	8.65×10^{-12}	8.49×10^{-12}
8.88×10^{-4}	1×10^{-9}	1.65×10^{-11}	1.73×10^{-11}
1.11×10^{-3}	1×10^{-9}	3.17×10^{-11}	3.31×10^{-11}
1.33×10^{-3}	1×10^{-9}	6.35×10^{-11}	6.34×10^{-11}

TABLE 3.8 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode temporelle et écart-type associé pour le cas où les deux signaux sont bruités

Nous pouvons voir que les sensibilités moyennes estimées pour tout les harmoniques sont bien de 1×10^{-9} m s⁻² dans les 3 cas de bruit. Nous pouvons également voir que les deux estimations d'écart-type $\bar{\sigma}$ et EMQ sont quasi identiques.

Méthode fréquentielle

Dans ce cas l'estimation par moindres carrés utilise, pour chaque harmonique, les valeurs de la TFD sur 7 fréquences comprenant la fréquence kf_{sti} et 3 fréquences de chaque côté. Les Figures 3.22, 3.23 et 3.24 présentent les résultats obtenus sous une forme similaire à ceux de la méthode temporelle. On constate que le comportement est assez comparable à ceux de la méthode temporelle pour l'estimation de la sensibilité λ . En revanche, les valeurs de σ sont bien plus dispersées d'un tirage à l'autre ; ceci est parfaitement logique puisque qu'ils ne sont évalués que sur 7 points fréquentiels ce qui est insuffisant comme l'a montré l'étude monofréquentielle.

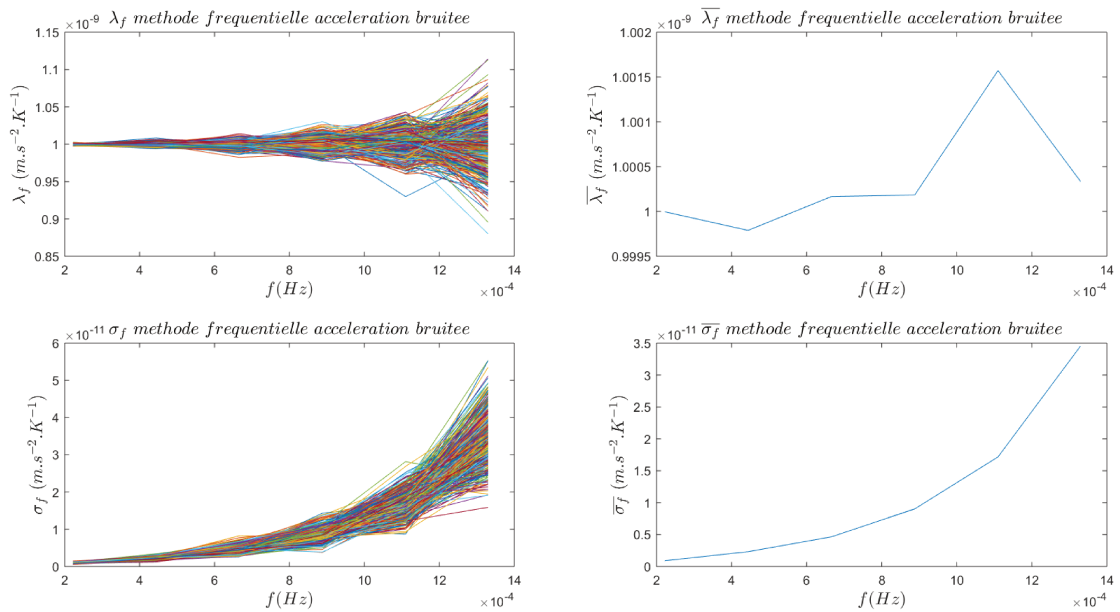


FIGURE 3.22 – Test plurifréquentiel : sensibilités et incertitudes avec le signal d'accélération bruité sur 400 tirages

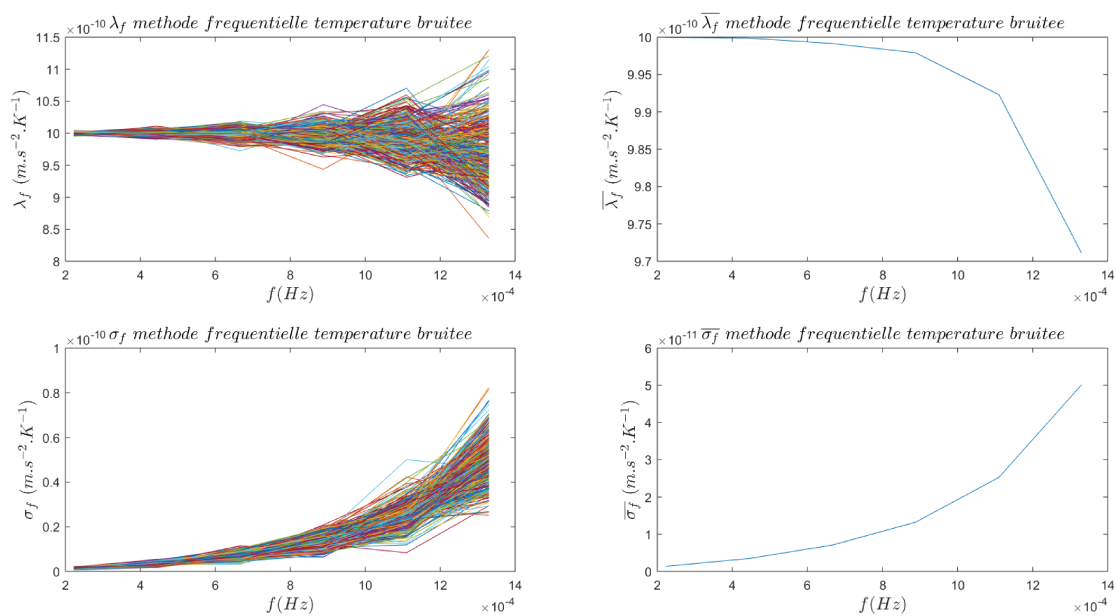


FIGURE 3.23 – Test plurifréquentiel : sensibilités et incertitudes avec le signal de température bruité sur 400 tirages

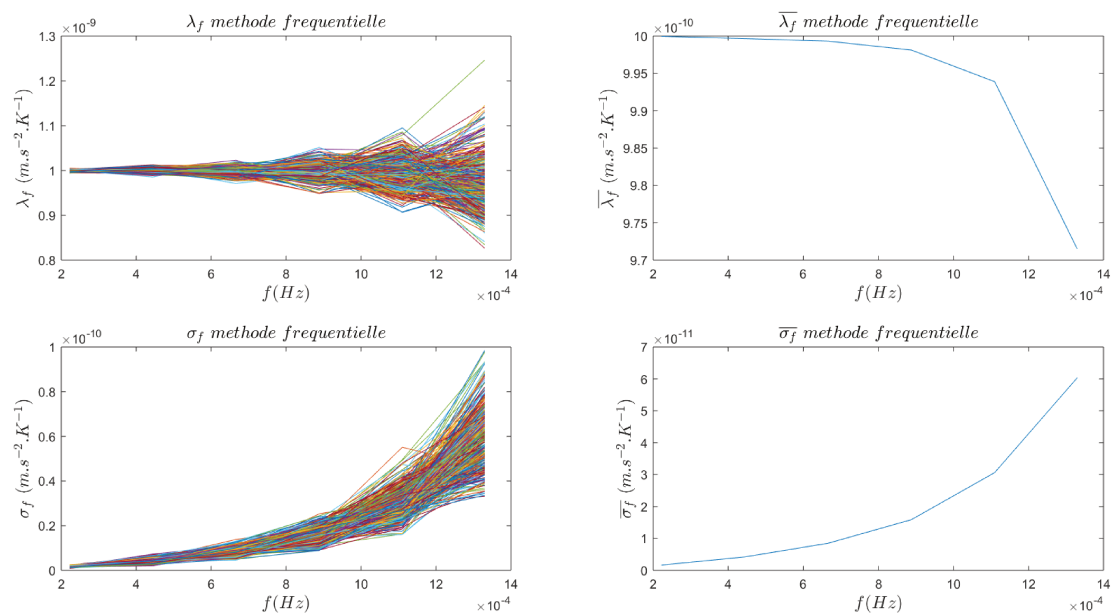


FIGURE 3.24 – Test plurifréquentiel : sensibilités et incertitudes avec les deux signaux bruités sur 400 tirages

Dans les Tables 3.9, 3.10 et 3.11 les moyennes des sensibilités thermiques, d'écart-type et l'EMQ pour les 400 tirages sont précisées :

f (Hz)	$\bar{\lambda}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
2.22×10^{-4}	1.00×10^{-9}	9.07×10^{-13}	8.98×10^{-13}
4.44×10^{-4}	1.00×10^{-9}	2.32×10^{-12}	2.33×10^{-12}
6.66×10^{-4}	1.00×10^{-9}	4.68×10^{-12}	4.64×10^{-12}
8.88×10^{-4}	1.00×10^{-9}	9.01×10^{-12}	9.51×10^{-12}
1.11×10^{-3}	1.00×10^{-9}	1.71×10^{-11}	1.73×10^{-11}
1.33×10^{-3}	9.99×10^{-10}	3.43×10^{-11}	3.68×10^{-11}

TABLE 3.9 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode fréquentielle et écart-type associé pour le cas où le signal d'accélération est bruité

f (Hz)	$\bar{\lambda}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
2.22×10^{-4}	1.00×10^{-9}	1.38×10^{-12}	1.44×10^{-12}
4.44×10^{-4}	1.00×10^{-9}	3.46×10^{-12}	3.35×10^{-12}
6.66×10^{-4}	1.00×10^{-9}	7.05×10^{-12}	7.06×10^{-12}
8.88×10^{-4}	9.98×10^{-10}	1.32×10^{-11}	1.39×10^{-11}
1.11×10^{-3}	9.93×10^{-10}	2.52×10^{-11}	2.69×10^{-11}
1.33×10^{-3}	9.68×10^{-10}	5.00×10^{-11}	4.64×10^{-11}

TABLE 3.10 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode fréquentielle et écart-type associé pour le cas où le signal de température est bruité

f (Hz)	$\bar{\lambda}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	EMQ (m s ⁻² K ⁻¹)
2.22×10^{-4}	1.00×10^{-9}	1.66×10^{-12}	1.61×10^{-12}
4.44×10^{-4}	1.00×10^{-9}	4.20×10^{-12}	3.95×10^{-12}
6.66×10^{-4}	1.00×10^{-9}	8.36×10^{-12}	8.47×10^{-12}
8.88×10^{-4}	9.98×10^{-10}	1.62×10^{-11}	1.71×10^{-11}
1.11×10^{-3}	9.94×10^{-10}	3.07×10^{-11}	3.24×10^{-11}
1.33×10^{-3}	9.65×10^{-10}	6.11×10^{-11}	5.87×10^{-11}

TABLE 3.11 – Sensibilité thermique estimée avec la méthode fréquentielle et écart-type associé pour le cas où les deux signaux sont bruités

Nous pouvons voir que les sensibilités moyennes estimées et leurs incertitudes sont comparables à celles obtenues avec la méthode temporelle et sont autour de $1 \times 10^{-9} \text{m s}^{-2}$ dans les 3 cas de bruit. Nous pouvons également voir que les deux estimations d'écart-type $\bar{\sigma}$ et EMQ sont plus dispersés que pour la méthode temporelle.

3.4.5 Conclusion des simulations

D'une part, nous pouvons dire que les sensibilités moyennes estimées sont cohérentes entre la méthode temporelle et la méthode fréquentielle lorsque les signaux d'accélération et de température sont bruités. D'autre part, nous pouvons également dire que l'incertitude $\bar{\sigma}$ obtenue avec la méthode fréquentielle est moins précise que celle obtenue avec la méthode temporelle dans le cas d'une plage fréquentielle réduite, comme c'est le cas pour l'analyse des données réelles. Par la suite nous présenterons les sensibilités estimées par les deux méthodes et uniquement l'incertitude obtenue par la méthode temporelle pour ne pas alourdir les tableaux. Les résultats de la méthodes temporelles seront seules à la fin utilisés pour estimer les erreurs systématiques.

3.5 Analyses des sessions thermiques de MICROSCOPE

Maintenant que nos méthodes ont été présentées et validées nous les appliquons sur les données recueillies lors des sessions thermiques.

3.5.1 Résultats

Les résultats sont présentés dans les tables 3.12, 3.13, 3.14 et 3.15.

Chaque table regroupe l'ensemble des sensibilités estimées pour chaque partie de l'instrument qui nous intéresse thermiquement. Pour chaque fréquence croissante kf_{sti} la sensibilité thermique est estimée avec la méthode fréquentielle λ_f et avec la méthode temporelle λ_t afin de pouvoir déceler une éventuelle dépendance en fréquence. Pour chaque sensibilité estimée son incertitude (écart-type) associée est également précisée. On ne retient que le σ dérivé de la méthode temporelle car, comme vu ci-dessus, celui déduit de la méthode fréquentielle est beaucoup moins fiable.

Session	k	kf_{sti} (Hz)	λ_f (m s ⁻² K ⁻¹)	λ_t (m s ⁻² K ⁻¹)	σ_t (m s ⁻² K ⁻¹)
266	1	6.67×10^{-4}	8.21×10^{-11}	7.90×10^{-11}	1.30×10^{-12}
760	1	9.24×10^{-4}	7.29×10^{-11}	6.32×10^{-11}	4.60×10^{-12}
314	1	9.24×10^{-4}	7.11×10^{-11}	7.77×10^{-11}	9.22×10^{-13}
266	2	1.33×10^{-3}	4.46×10^{-11}	5.12×10^{-11}	2.20×10^{-12}
758	1	3.11×10^{-3}	5.52×10^{-11}	4.79×10^{-11}	7.40×10^{-12}
320	1	3.11×10^{-3}	3.11×10^{-11}	2.80×10^{-11}	3.67×10^{-12}

TABLE 3.12 – Sensibilité du FEEU du SUEP avec les deux méthodes pour les fréquences kf_{sti} ; λ_f : sensibilité estimée avec la méthode fréquentielle; λ_t : sensibilité estimée avec la méthode temporelle; σ_t l'écart-type estimé en utilisant la méthode temporelle (Équation 3.9)

Session	k	kf_{sti} (Hz)	λ_f (m s ⁻² K ⁻¹)	λ_t (m s ⁻² K ⁻¹)	σ_t (m s ⁻² K ⁻¹)
304	1	9.24×10^{-4}	2.18×10^{-11}	2.59×10^{-11}	1.70×10^{-12}
304	2	1.85×10^{-3}	7.12×10^{-11}	4.02×10^{-11}	4.30×10^{-12}
304	3	2.78×10^{-3}	4.02×10^{-11}	9.31×10^{-12}	9.90×10^{-12}
298	1	3.11×10^{-3}	1.58×10^{-10}	1.50×10^{-10}	7.50×10^{-11}

TABLE 3.13 – Sensibilité du FEEU du SUREF avec les deux méthodes pour les fréquences kf_{sti} ; λ_f : sensibilité estimée avec la méthode fréquentielle; λ_t : sensibilité estimée avec la méthode temporelle; σ_t l'écart-type estimé en utilisant la méthode temporelle (Équation 3.9)

Session	k	kf_{sti} (Hz)	λ_f (m s ⁻² K ⁻¹)	λ_t (m s ⁻² K ⁻¹)	σ_t (m s ⁻² K ⁻¹)
270	1	2.22×10^{-4}	2.14×10^{-8}	2.15×10^{-8}	8.80×10^{-12}
270	2	4.44×10^{-4}	1.67×10^{-8}	1.67×10^{-8}	1.90×10^{-11}
270	3	6.66×10^{-4}	1.42×10^{-8}	1.39×10^{-8}	3.60×10^{-11}
270	4	8.88×10^{-4}	1.24×10^{-8}	1.15×10^{-8}	6.50×10^{-11}
316	1	9.24×10^{-4}	1.40×10^{-8}	1.40×10^{-8}	5.00×10^{-11}
270	5	1.11×10^{-3}	1.10×10^{-8}	8.93×10^{-9}	1.20×10^{-10}
270	6	1.33×10^{-3}	9.80×10^{-9}	8.78×10^{-9}	2.20×10^{-10}
316	2	1.85×10^{-3}	9.49×10^{-9}	9.50×10^{-9}	1.80×10^{-10}
316	3	2.78×10^{-3}	7.54×10^{-9}	7.61×10^{-9}	8.00×10^{-9}
322	1	3.11×10^{-3}	6.38×10^{-9}	5.91×10^{-9}	3.90×10^{-10}

TABLE 3.14 – Sensibilité du SU du SUEP avec les deux méthodes pour les fréquences kf_{sti} ; λ_f : sensibilité estimée avec la méthode fréquentielle; λ_t : sensibilité estimée avec la méthode temporelle; σ_t l'écart-type estimé en utilisant la méthode temporelle (Equation 3.9)

Session	k	kf_{sti} (Hz)	λ_f (m s ⁻² K ⁻¹)	λ_t (m s ⁻² K ⁻¹)	σ_t (m s ⁻² K ⁻¹)
782	1	2.22×10^{-4}	2.32×10^{-9}	2.28×10^{-9}	2.10×10^{-12}
782	2	4.44×10^{-4}	2.81×10^{-9}	2.84×10^{-9}	6.20×10^{-12}
782	3	6.66×10^{-4}	2.83×10^{-9}	2.88×10^{-9}	1.30×10^{-11}
782	4	8.88×10^{-4}	2.71×10^{-9}	2.78×10^{-9}	2.40×10^{-11}
306	1	9.24×10^{-4}	2.55×10^{-9}	2.55×10^{-9}	1.20×10^{-11}
782	5	1.11×10^{-3}	2.59×10^{-9}	2.69×10^{-9}	4.40×10^{-11}
782	6	1.33×10^{-3}	2.33×10^{-9}	2.62×10^{-9}	8.70×10^{-11}
306	2	1.85×10^{-3}	2.98×10^{-9}	2.97×10^{-9}	6.20×10^{-11}
306	3	2.78×10^{-3}	2.77×10^{-9}	2.69×10^{-9}	1.50×10^{-9}
300	1	3.11×10^{-3}	5.19×10^{-9}	4.39×10^{-9}	1.90×10^{-10}

TABLE 3.15 – Sensibilité du SU du SUREF avec les deux méthodes pour les fréquences kf_{sti} ; λ_f : sensibilité estimée avec la méthode fréquentielle; λ_t : sensibilité estimée avec la méthode temporelle; σ_t l'écart-type estimé en utilisant la méthode temporelle (Équation 3.9)

Sur les Figures 3.25 et 3.26 nous pouvons visualiser les résultats pour le SUEP et le SUREF en fonction de la fréquence et des méthodes utilisées.

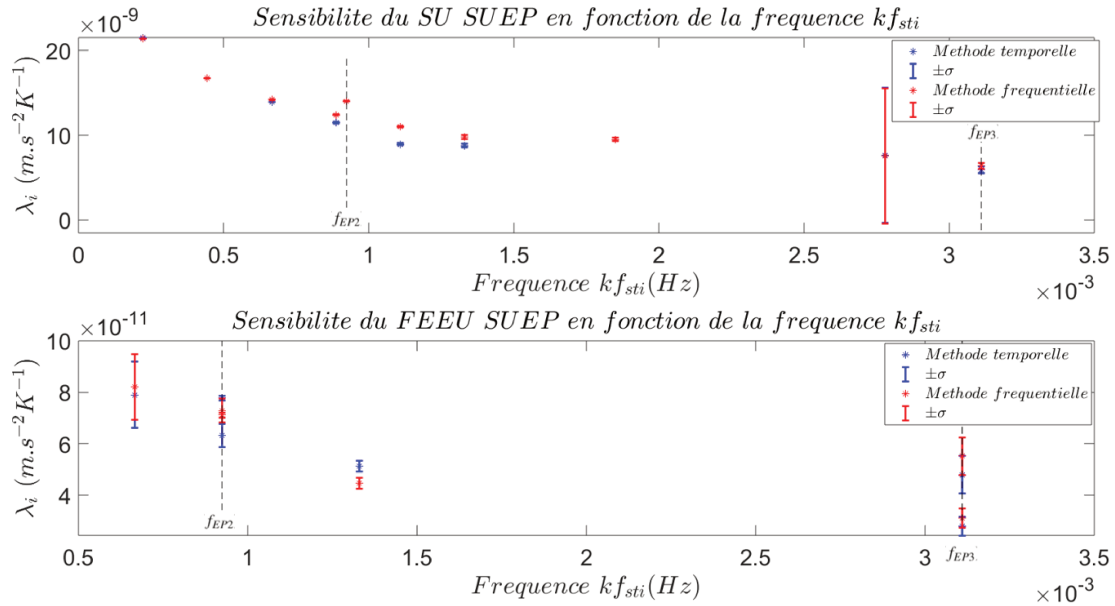


FIGURE 3.25 – Sensibilités affichées en fonction de la fréquence du SU et du FEEU du SUEP ainsi que leurs incertitudes à 1σ

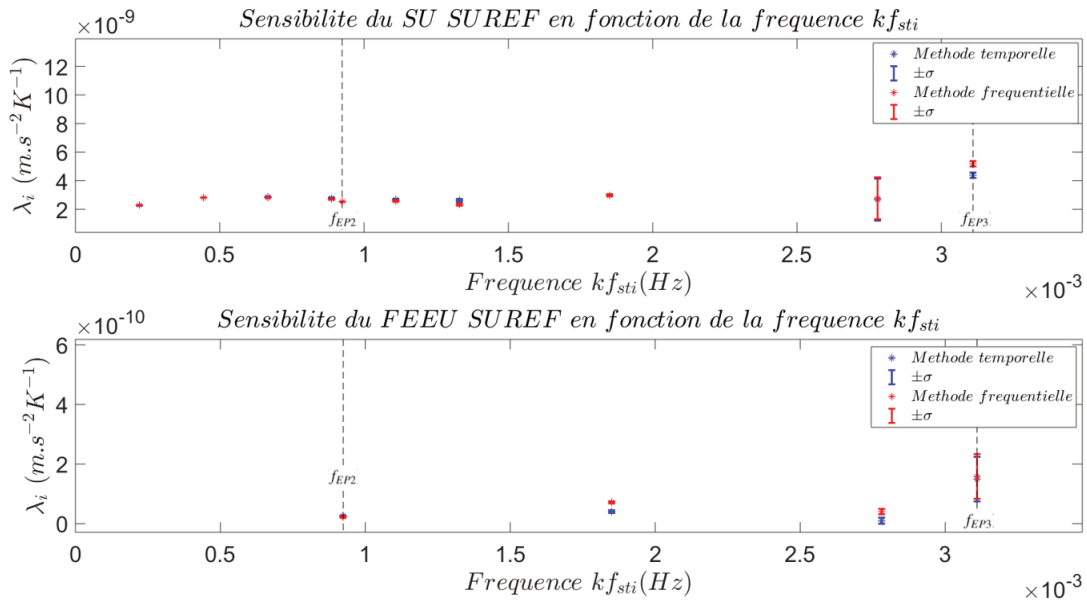


FIGURE 3.26 – Sensibilités affichées en fonction de la fréquence du SU et du FEEU du SUREF ainsi que leurs incertitudes à 1σ

En prenant une incertitude de 3σ nous pouvons dire que nos résultats obtenus avec les deux méthodes sont compatibles entre eux.

3.5.2 Dépendance en fréquence

En regardant les résultats présentés dans les tables 3.13 et 3.15 et la figure 3.27 nous n'observons pas de dépendance marquée en fréquence pour le SUREF.

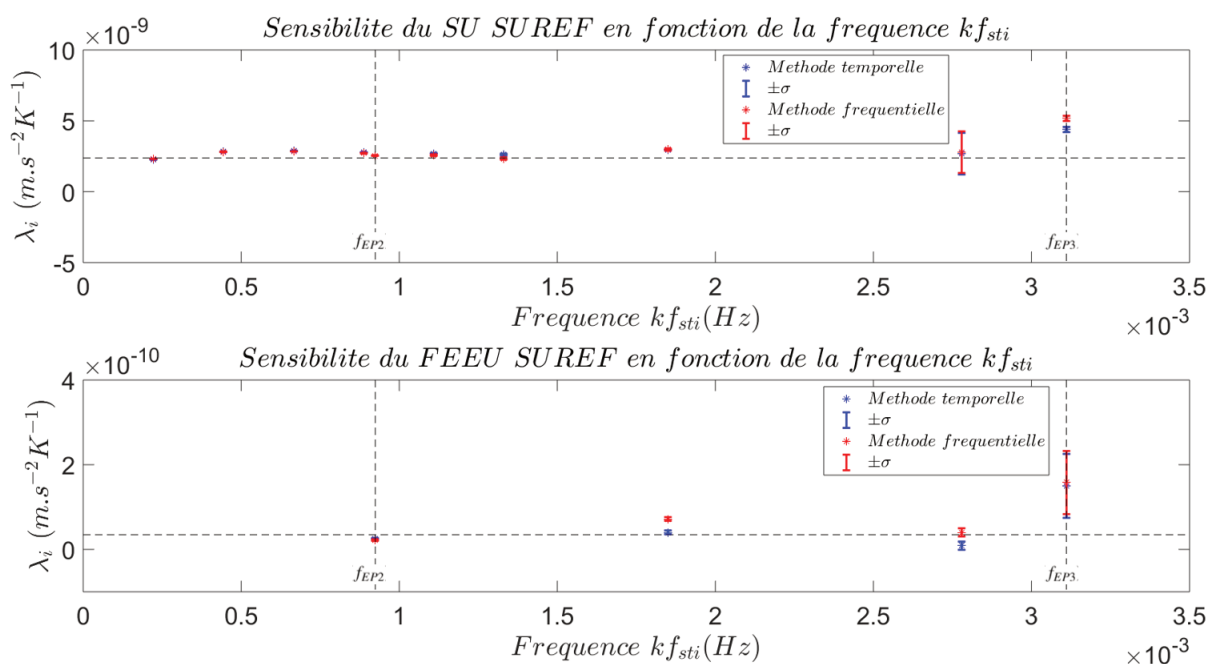


FIGURE 3.27 – Sensibilités affichées en fonction de la fréquence du SU et du FEEU du SUREF ; la droite horizontale représente la moyenne pondérée des estimations à laquelle on a ajoutée 3 fois l'incertitude pondérée

En revanche, pour le SUEP nous observons une dépendance en fréquence évidente pour les parties FEEU et SU ; nous voyons clairement que la sensibilité thermique décroît quand la fréquence augmente (Figure 3.28). Cette dépendance en fréquence peut être modélisée par un filtre passe-bas, la Figure 3.28 permet de visualiser ce modèle.

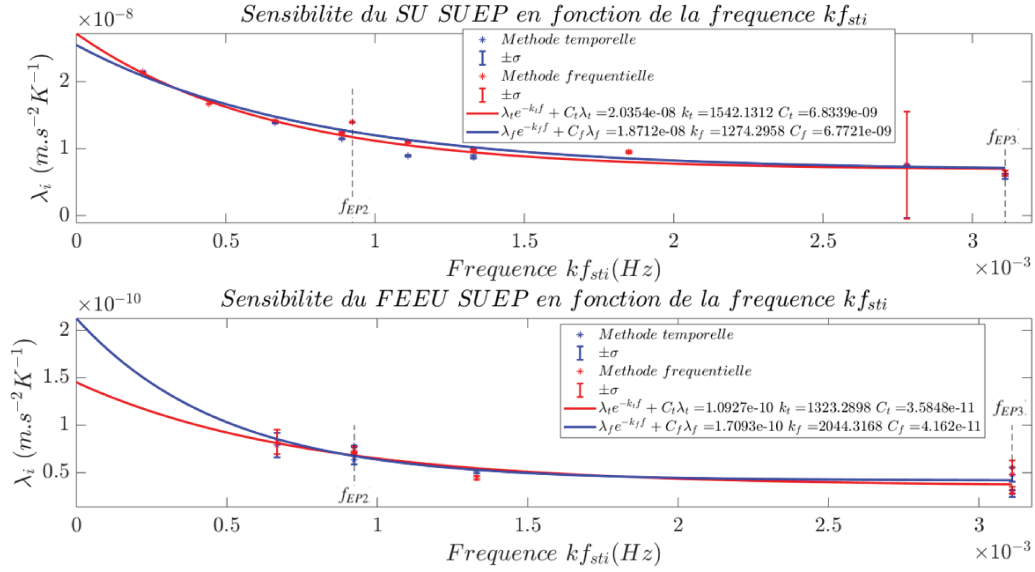


FIGURE 3.28 – Sensibilités affichées en fonction de la fréquence du SU et du FEEU du SUEP ; représentation de la sensibilité du SU et du FEEU du SUEP par une fonction exponentielle pour les deux méthodes

Le but est d'estimer l'impact de la thermique et non de le corriger ; nous cherchons donc l'impact maximal afin de définir l'incertitude due à la thermique sur nos résultats du test du PE. Dans cet esprit nous adoptons les valeurs moyennes pondérées de la sensibilité thermique. Ces valeurs seront prises en compte pour les mesures de température lors des sessions scientifiques pour le test du PE afin d'établir la borne supérieure de l'effet systématique provenant des variations thermiques.

Concernant le FEEU et SU du SUREF notre analyse ne met pas en évidence une dépendance en fréquence, ainsi nous adoptons la valeur moyenne pondérée par l'incertitude de nos sensibilités données par nos tables 3.13 et 3.15. Pour le SUEP, comme une dépendance en fréquence a été constatée et a été modélisée par une fonction exponentielle (Figure 3.28) on peut appliquer cette fonction aux fréquences d'intérêts f_{EP2} et f_{EP3} utilisées lors des sessions scientifiques. Les valeurs de ces sensibilités sont regroupées dans la Table 3.16.

	λ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)
SU SUEP (f_{EP2})	1.4×10^{-8}	1.5×10^{-9}
SU SUEP (f_{EP3})	6.4×10^{-9}	7.0×10^{-10}
FEEU SUEP (f_{EP2})	7.3×10^{-11}	7.5×10^{-12}
FEEU SUEP (f_{EP3})	5.5×10^{-11}	5.0×10^{-12}
SU SUREF	2.4×10^{-9}	3.3×10^{-12}
FEEU SUREF	2.8×10^{-11}	2.2×10^{-12}

TABLE 3.16 – Résultats finaux des sensibilités thermiques pour chaque partie de l'instrument

3.5.3 Variations de température

Afin d'estimer l'incertitude sur les mesures du test du PE il nous faut compléter notre analyse avec les variations thermiques de chaque partie de l'instrument considérées (SU SUEP, FEEU SUEP, SU SUREF et FEEU SUREF) lors des sessions scientifiques.

Pour cela, la moyenne des températures des sessions scientifiques pondérée par leur bruit a été calculée pour les FEEU du SUREF et du SUEP. Pour les SU du SUREF et du SUEP, nous avons une fonction de filtrage entre le SU et le FEEU $\Delta T_{SU} = \frac{1}{500} \times \Delta T_{FEEU}$. Ce paramétrage est un majorant dans la bande de fréquence $[f_{EP2}, f_{EP3}]$ pour les 2 SU. Il a été établi dans [34] et conduit à des variations de températures moyennes présentées dans la Table 3.17. Il est à noter que les variations de température précisées pour le SUEP sont obtenues en spin V3, soit à f_{EP3} et pour le SUREF en spin V2, soit à f_{EP2} , ce sont respectivement les modes les plus utilisés pour chaque instrument.

	ΔT_i (μ K)
SU SUEP (f_{EP3})	0.15
FEEU SUEP (f_{EP3})	71
SU SUREF (f_{EP2})	0.7
FEEU SUREF (f_{EP2})	345

TABLE 3.17 – Variation de température pour chaque partie de l'instrument considérée dans notre analyse

3.5.4 Erreur systématique d'origine thermique sur le paramètre EP

A partir des valeurs de température Table 3.17 et des sensibilités Table 3.16, nous pouvons estimer l'impact de la systématique thermique sur les mesures du test du PE pour chaque SU grâce à l'équation suivante :

$$\Gamma_d^s = \Delta T_{FEEU} \times \Gamma_{FEEU} + \Delta T_{SU} \times \Gamma_{SU} \quad (3.18)$$

Dans la Table 3.18 dans la première colonne l'impact de la systématique thermique sur la mesure du PE pour chaque instrument est présenté en terme d'accélération mesurée. La seconde colonne donne l'erreur équivalente sur le paramètre d'Eötvös en divisant par $g = 7.9 \text{ ms}^{-2}$ à 710 km d'altitude.

	Γ_d^s (m s^{-2})	<i>impact sur η</i>
SUEP (f_{EP3})	4.9×10^{-15}	0.6×10^{-15}
SUREF (f_{EP2})	11×10^{-15}	1.4×10^{-15}

TABLE 3.18 – Impact de la systématique thermique sur le mesure du PE pour chaque SU

Nous pouvons comparer le résultat obtenu et présenté dans la publication de 2017 [38] pour le SUEP à f_{EP3} de $67 \times 10^{-15} \text{ m s}^{-2}$ avec le résultat présenté dans la Table

3.18 qui est 10 fois plus faible que le précédent. Le résultat obtenu précédemment pour le SUREF à f_{EP3} était de $61 \times 10^{-15} \text{m s}^{-2}$, il a été amélioré d'un facteur 6 par ces analyses. On a effectué une estimation globale à l'aide de la variation de température moyennée sur toutes les sessions scientifiques. Dans la référence [34], des valeurs margées des sensibilités thermiques ont été prises en compte.

Résumé : : Ces analyses nous permettront de mieux caractériser le comportement thermique de l'instrument. Les valeurs finales présentées dans la Table 3.16 et utilisées avec les variations de températures ont permis d'obtenir la contribution maximale de la systématique thermique et de réduire son impact d'un ordre de grandeur dans les résultats finaux.

Chapitre 4

Estimation de la sensibilité thermique long-terme

Objectif : Dans le chapitre précédent nous avons déterminé la sensibilité thermique de l'instrument T-SAGE à une fréquence de stimulus thermique f_{sti} . Dans ce chapitre nous nous intéresserons à la sensibilité long-terme de l'instrument. La méthode utilisée, les résultats ainsi que les problèmes rencontrés seront décrits.

Le but de cette partie est de quantifier l'impact de la thermique à basse fréquence, ce que nous appellerons la sensibilité long-terme de l'instrument ou dérive long-terme. Dans nos analyses précédentes (Chapitre 3), la dérive long-terme a été absorbée grâce à un polynôme mais nous aimerions vérifier si cette dérive peut être interprétée comme une sensibilité à des effets thermiques, à basse fréquence. Il est à noter qu'ici nous cherchons à corriger l'accélération des effets long-terme dus à la température contrairement au chapitre précédent où nous cherchions à évaluer l'impact maximale d'un stimulus de température à une fréquence. Pour cela, nous disposons de 3 types de sessions : (i) les sessions thermiques avec chauffage du FEEU, (ii) les sessions thermiques avec chauffage du SU et (iii) les sessions de test du PE sans chauffage artificiel durant lesquelles on a des entrées thermiques naturelles. Les sessions utilisées, le prétraitement des sessions ainsi que la méthode employée seront décrits.

4.1 Analyses préliminaires

4.1.1 Prétraitement

Tout comme dans le chapitre 3, les données utilisées sont prétraitées. Dans la Figure 4.1 un diagramme décrit le prétraitement utilisé. Nous pouvons voir que le polynôme qui était soustrait dans le chapitre précédent n'est plus retiré car l'information contenant la sensibilité long-terme se trouve ici.

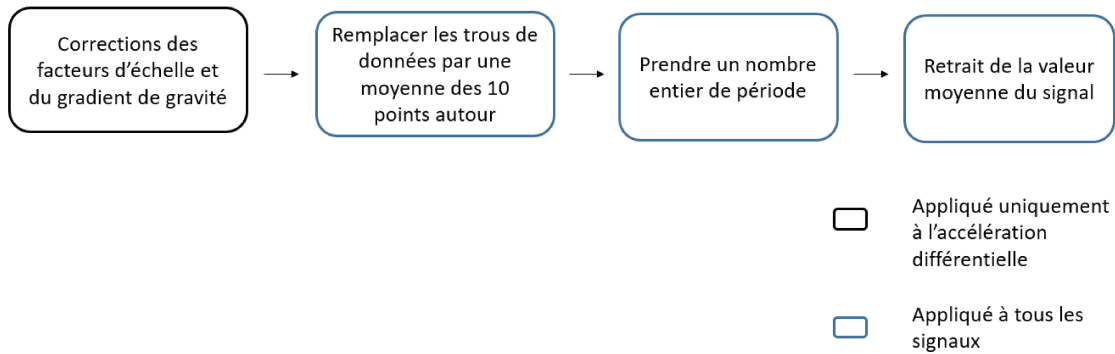


FIGURE 4.1 – prétraitement des données

4.1.2 Choix du modèle

Afin d'établir un modèle thermique pour répondre à notre problématique, deux questions se sont posées. La première question a été de savoir quels signaux de température nous devons considérer pour cette analyse. La seconde question a été de savoir si un retard doit être considéré dans cette analyse.

Choix des températures à prendre en compte selon les sessions

Dans chacune de ces sessions nous avons accès à la température du FEEU (ΔT_{FEEU}), la température du SU (ΔT_{SU}) et comme la température est mesurée en différents points du SU, nous obtenons aussi facilement le gradient spatial de température dans le SU ($\nabla \Delta T_{SU}$). Dans le cas des sessions FEEU, la température du FEEU (ΔT_{FEEU}) est la donnée la plus représentative des variations induites. Dans certaines sessions SU, il semble que le gradient puisse apporter un signal complémentaire à celui de la température seule (Figure 4.2).

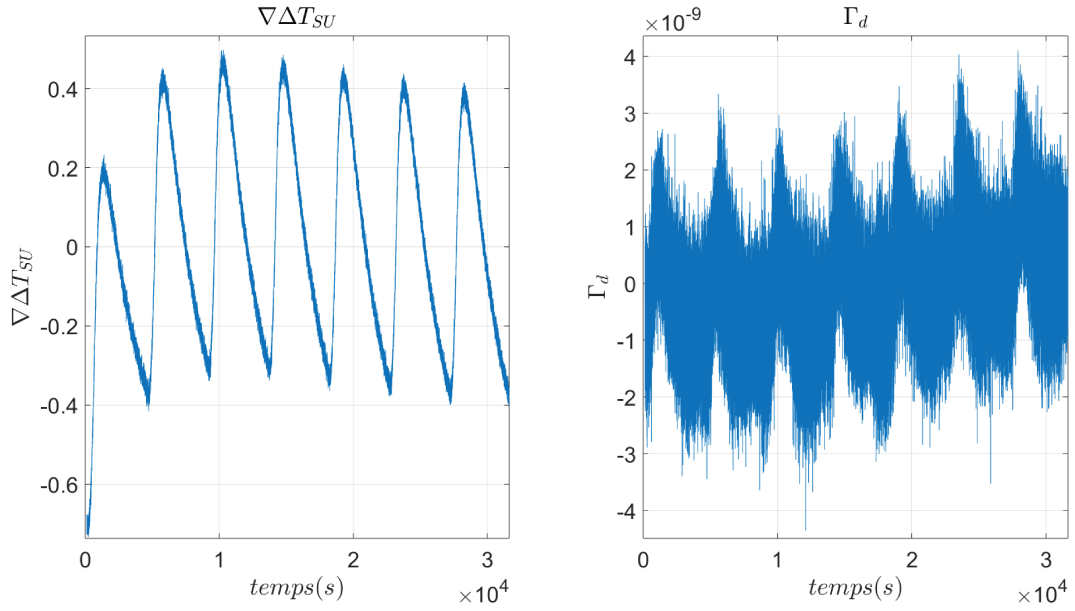


FIGURE 4.2 – Allures des signaux de gradient de la température du SU et d'accélération différentielle

Dans le cas des sessions de test du PE, la température du SU (ΔT_{SU}) et le gradient de la température du SU ($\nabla \Delta T_{SU}$) sont les données les plus directes des variations de température car on observe une allure similaire avec l'accélération différentielle. Dans le cas des sessions SU, pour savoir si nous devons considérer un seul des deux signaux entre la température du SU et son gradient, nous avons cherché à déterminer si ces signaux sont corrélés ou non.

Dans le cas où le gradient est très corrélé avec la température, il est inutile de le prendre en compte. Les coefficients de corrélation ont été calculés entre ces deux signaux pour chacune des 6 sessions SU. Pour rappel plus la valeur absolue de ce coefficient est proche de 0 plus les signaux sont décorrelés, et plus elle est proche de 1 plus les signaux sont corrélés.

session	$corr(\Delta T_{SU}, \nabla \Delta T_{SU})$
270	0.22
300	0.92
306	0.90
316	0.91
322	0.92
782	0.32

TABLE 4.1 – Coefficient de corrélation entre la température du SU et le gradient du SU pour chaque session SU

Dans la table 4.1 sont regroupés les coefficients de corrélation obtenus pour chacune des sessions sur les signaux de température prétraités. Hormis pour les sessions 270 et 782, les signaux sont hautement corrélés. Ainsi pour ces deux sessions nous

prendrons en compte la température du SU ainsi que son gradient et pour les autres sessions nous ne prendrons que la température du SU. Nous pouvons remarquer que les deux sessions pour lesquelles les deux signaux sont à prendre en compte ont une période de stimulus $P_{sti} = 4500s$ nettement plus longue que celles des autres sessions pour lesquelles la période de stimulus vaut $P_{sti} = 321s$ ou $P_{sti} = 1082s$.

Dans le cas des sessions thermiques FEEU comme on a des variations de température induites au niveau du SU on peut se demander si la prise en compte de cette température est judicieuse. Figure 4.3 nous pouvons voir les variations de température du FEEU à gauche, les variations de température du SU au milieu et les variations d'accélération à droite sur une session thermique FEEU.

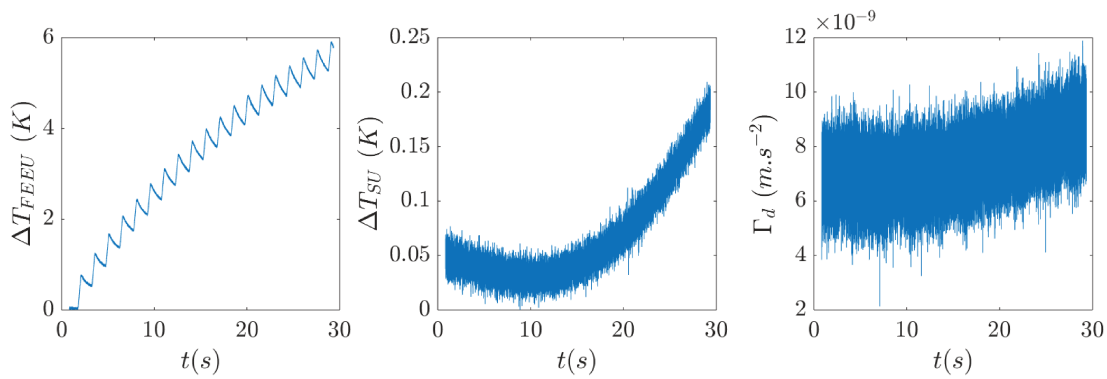


FIGURE 4.3 – Température du FEEU, du SU et accélération différentielle pour la session 266

Afin de vérifier cette hypothèse nous avons estimé les coefficients de corrélation entre la température du FEEU et la température du SU. La Table 4.2 présente les coefficients de corrélation estimés pour les sessions FEEU. Nous pouvons voir que les signaux sont corrélés pour toutes les sessions FEEU. Ainsi pour les sessions FEEU nous prendrons en compte seulement la température du FEEU ses variations étant plus larges. A titre de vérification nous testerons aussi la prise en compte de la température SU.

session	$corr(\Delta T_{FEEU}, \Delta T_{SU})$
266	0.74
298	0.71
304	-0.94
314	-0.94
320	-0.90
758	0.91
760	0.9

TABLE 4.2 – Coefficient de corrélation entre la température du FEEU et la température du SU pour chaque session FEEU

Prise en compte d'un retard

Une fois les signaux à prendre en compte déterminés, la seconde question que nous nous sommes posée est de savoir s'il faut prendre en compte un retard dans notre modèle. Pour y répondre, j'ai déterminé la phase à la fréquence de stimulus, de la température d'une part et de l'accélération différentielle d'autre part. Pour estimer le retard entre deux signaux, j'ai calculé leur phase en utilisant la TFD. La différence de phase est calculée pour chaque fréquence. Dans le cas de cette méthode, nous souhaitons effectuer une analyse de la dérive long-terme sur une plage de fréquence que nous avons définies plus tard en fonction des sessions. Il nous faut donc considérer le retard sur cette plage de fréquence. Nous obtenons une mesure du retard de phase $\Delta\varphi_i$ en radians, i étant le FEEU ou le SU suivant qu'il s'agit d'une session SU ou FEEU :

$$\Delta\varphi_i = \varphi_{acc} - \varphi_{T_i} \quad (4.1)$$

Pour ensuite avoir la valeur du retard de phase en seconde il faut le convertir comme suit :

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi_i}{2\pi f} \quad (4.2)$$

Les mesures de retard n'étant pas stables et variant d'une session à une autre nous avons décidé de ne pas considérer de retard dans notre modèle.

4.2 Méthode

4.2.1 Méthode fréquentielle

Nous pourrions directement estimer la sensibilité long-terme par une méthode de Moindres carrés dans le domaine temporel, cependant cela pose trois difficultés :

1. Dans le cas des sessions thermiques, notre signal va être dominé par les effets périodiques.
2. Pour toutes les sessions, les analyses vont être perturbées par le bruit haute fréquence des mesures de température.
3. Les mesures de température sont échantillonnées à fréquence plus basse (1 Hz) que les mesures d'accélération (4 Hz), leur interpolation à 4 Hz introduirait trop de bruit.

Nous allons donc plutôt mettre en oeuvre une méthode dans le domaine de Fourier au moyen d'un moindre carré directement sur les signaux considérés avec un modèle linéaire simple (Équation 4.3).

$$\Gamma_d^s(f) = \lambda_i^{LT} \times \Delta T_i(f) \quad (4.3)$$

Cela offre plusieurs avantages :

1. Nous pouvons sélectionner les fréquences prises en compte pour l'analyse et en particulier nous pouvons écarter, d'une part, les plages de fréquence autour de f_{sti} et leurs harmoniques, d'autre part, toutes les hautes fréquences.
2. Les fréquences d'échantillonnage dans la DFT seront identiques pour les données de température et d'accélération car l'échantillonnage fréquentiel ne dépend que de la durée totale de la session. Ce sont les fréquences maximales qui vont être différentes dans les deux cas, ce qui n'est pas une difficulté pour nous car nous allons écarter les hautes fréquences.

4.2.2 Choix de la plage de données à prendre en compte

Nous devons d'abord définir la plage de fréquence sur laquelle nous souhaitons effectuer l'analyse long-terme. Pour cela nous avons sélectionné la plage de fréquence débutant à la fréquence 0 jusqu'à la rupture de la tendance sur l'accélération différentielle dans le cas des sessions thermiques. Cette sélection est illustrée par la Figure 4.4 pour la session 782.

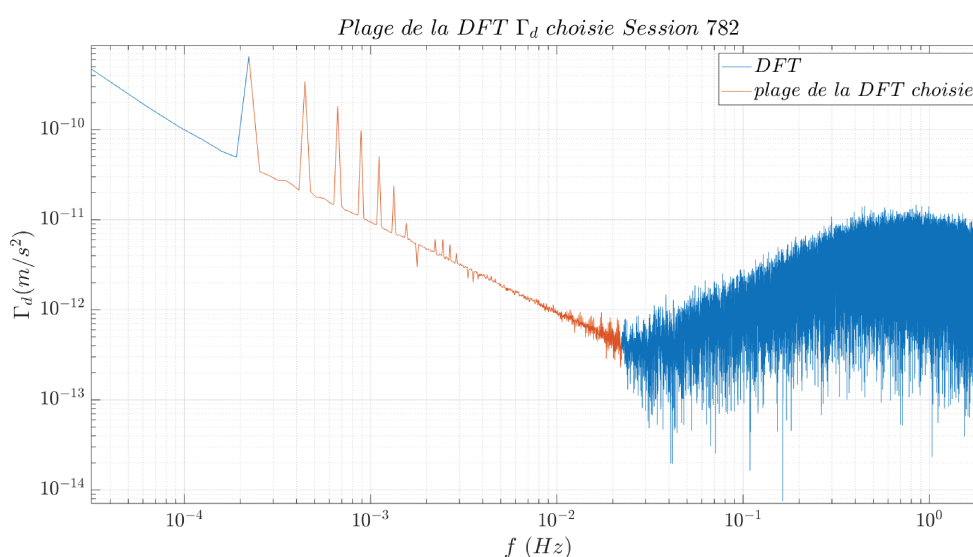


FIGURE 4.4 – Plage de fréquence sélectionnée pour l'accélération différentielle, session 782

Cette plage de fréquence dépend de chaque session car la rupture de la tendance varie d'une session à l'autre les sessions thermiques étant différentes. Le début de la plage commence toujours à partir de la fréquence 0Hz. Dans la Table 4.3 sont regroupés le début et la fin des plages de fréquence pris en compte pour chaque session.

Session	P_{sti}	début (Hz)	fin (Hz)
266 (FEEU)	1500	0	2.6×10^{-3}
270 (SU)	4500	0	1.3×10^{-3}
298 (FEEU)	321	0	9.0×10^{-3}
300 (SU)	321	0	6.2×10^{-3}
304 (FEEU)	1082	0	3.4×10^{-3}
306 (SU)	1082	0	1.8×10^{-3}
314 (FEEU)	1082	0	3.4×10^{-3}
316 (SU)	1082	0	3.6×10^{-3}
322 (SU)	321	0	1.2×10^{-2}
758 (FEEU)	321	0	1.2×10^{-2}
760 (FEEU)	1082	0	3.6×10^{-3}
782 (SU)	4500	0	1.3×10^{-3}

TABLE 4.3 – Plage de fréquence considérée pour chaque session

Dans les cas des sessions de test du PE nous avons choisi de prendre la plage de fréquence commençant à 0Hz et finissant à 10^{-4} Hz. Nous pouvons voir Figure 4.5 les plages de données prises en compte pour la session 782. Figure 4.6 nous pouvons voir les données sélectionnées pour la session de test EP 218.

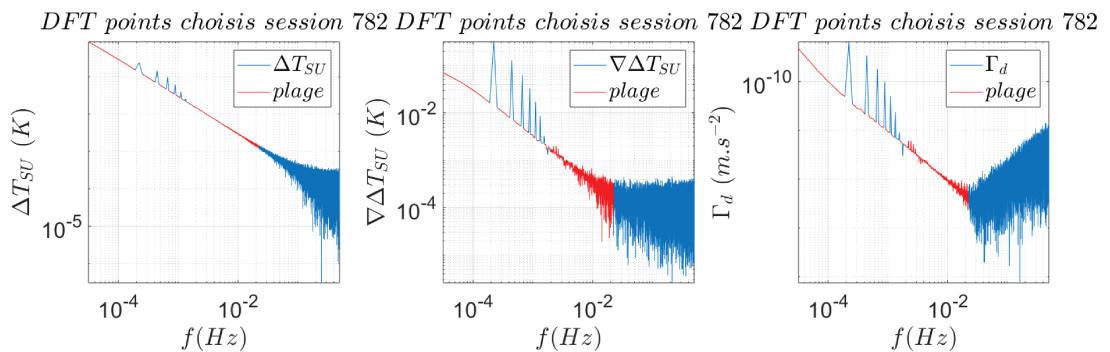


FIGURE 4.5 – Plages des données sélectionnées pour chaque signal, session 782

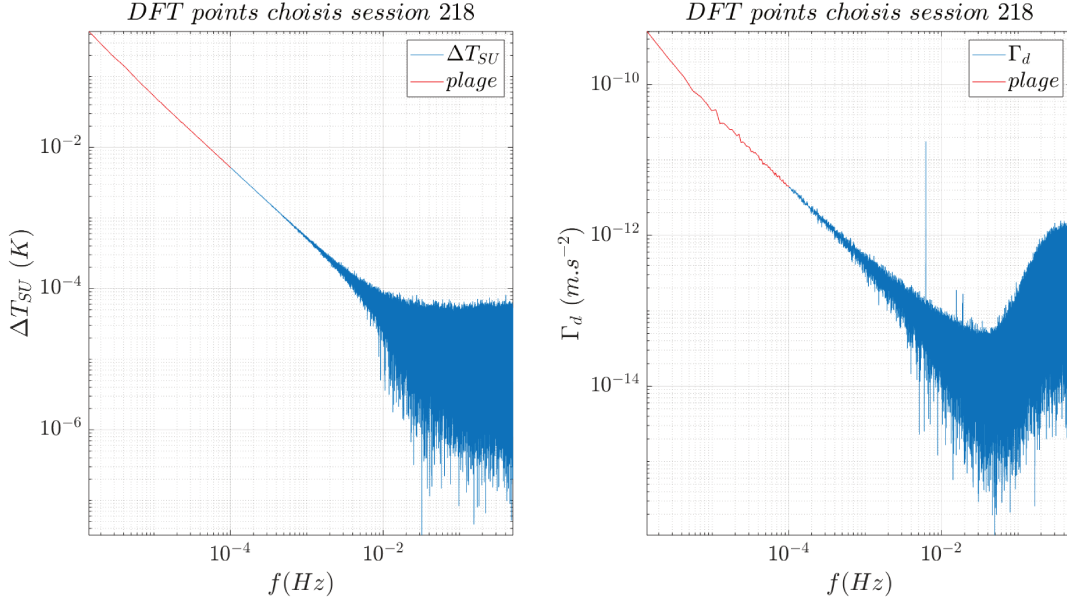


FIGURE 4.6 – Plages des données sélectionnées pour chaque signal, session 218

Les différentes plages de données utilisées de fréquence, d'accélération, de température et de gradient sont concaténées dans des vecteurs tels que présenté Équation 4.4 et ensuite l'estimation de la sensibilité long-terme est calculée selon le modèle de l'Equation 4.5. Dans le cas des sessions 270 et 782 on prend aussi en compte le gradient de température et les sensibilités long-terme sont estimées telles que dans l'équation 4.6.

$$data = [plage_1 \ plage_2 \ \dots \ plage_n] \quad (4.4)$$

$$data_{\Gamma_d} = \lambda_{\Delta T_i}^{LT} data_{\Delta T_i} \quad (4.5)$$

$$data_{\Gamma_d} = \lambda_{\Delta T_{SU}}^{LT} data_{\Delta T_{SU}} + \lambda_{\nabla \Delta T_{SU}}^{LT} data_{\nabla \Delta T_{SU}} \quad (4.6)$$

4.2.3 Incertitudes

De la même manière que pour la méthode fréquentielle présentée chapitre 3 les incertitudes sur les paramètres estimés sont récupérées en sortie de l'algorithme de moindres carrés.

4.3 Résultats

4.3.1 Résultats pour les sessions FEEU

Cette méthode a été appliquée sur les sessions FEEU et les résultats obtenus sont présentés dans la Table 4.4.

Session	Accéléromètre	$\lambda_{\Delta T_{FEEU}}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)
266	SUEP	4.7×10^{-10}	5.2×10^{-11}	1.6×10^{-8}	2.0×10^{-10}
298	SUREF	9.7×10^{-11}	5.2×10^{-11}	1.2×10^{-9}	1.7×10^{-9}
304	SUREF	1.1×10^{-10}	1.3×10^{-11}	8.4×10^{-10}	2.5×10^{-10}
314	SUEP	3.2×10^{-10}	5.0×10^{-12}	2.8×10^{-9}	9.0×10^{-10}
320	SUEP	1.1×10^{-10}	2.4×10^{-12}	1.0×10^{-9}	1.9×10^{-10}
758	SUEP	8.7×10^{-10}	4.4×10^{-12}	9.0×10^{-9}	4.6×10^{-10}
760	SUEP	4.3×10^{-10}	1.5×10^{-11}	5.0×10^{-9}	5.8×10^{-10}

TABLE 4.4 – Résultats sur les sessions FEEU

Figures 4.7 et 4.8 les sensibilités thermiques long-terme des sessions ont été tracées pour chaque SU et pour les deux types d'estimation : à partir de la température du FEEU et à partir de la température du SU séparément. Nous voyons que les résultats sont très dispersés et qu'il n'est pas possible d'en déduire une sensibilité long-terme de façon stable.

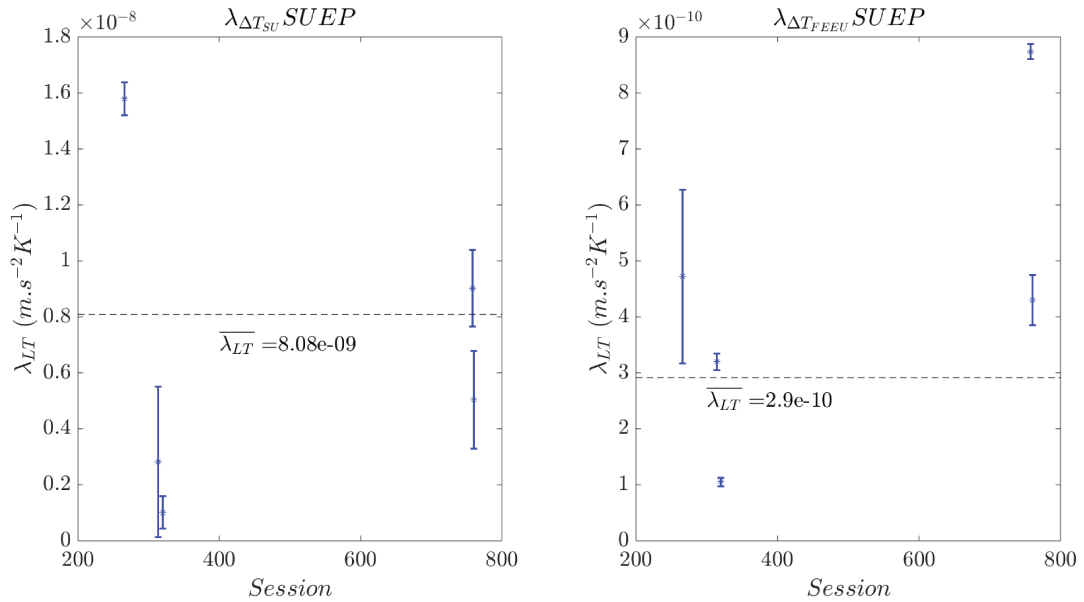


FIGURE 4.7 – Les sensibilités long-terme de l'instrument SUEP et leurs incertitudes à 3σ ; à gauche la sensibilité à la température SU et à droite la sensibilité à la température FEEU ; "- -" est la droite représentant la moyenne pondérée des estimations

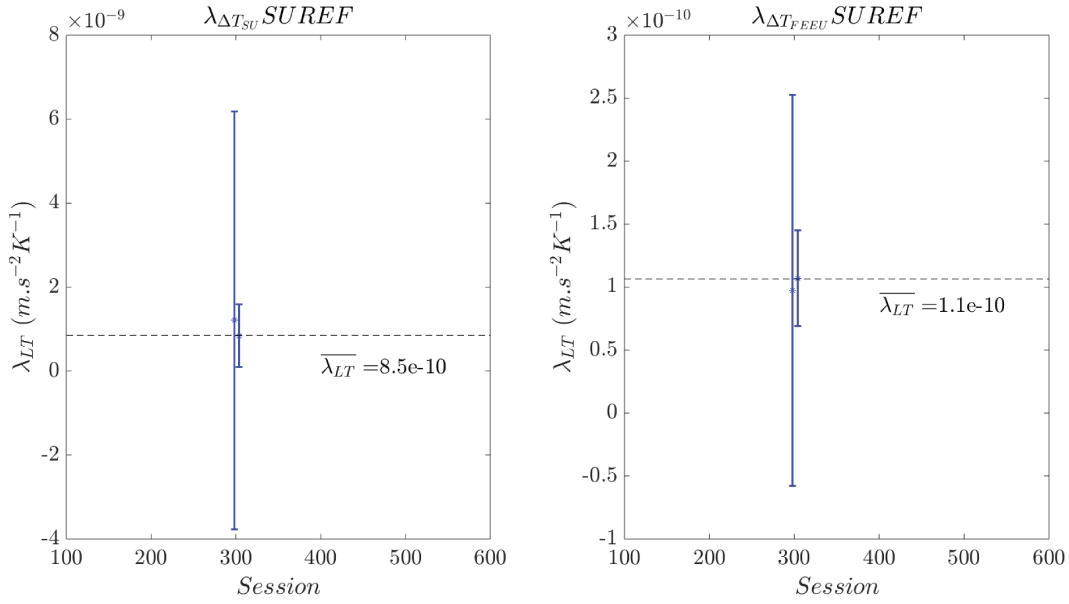


FIGURE 4.8 – Les sensibilités long-terme de l’instrument SUREF et leurs incertitudes à 3σ ; à gauche la sensibilité à la température SU et à droite la sensibilité à la température FEEU; “- -” est la droite représentant la moyenne pondérée des estimations

4.3.2 Résultats pour les sessions SU

Cette méthode a été appliquée sur les sessions SU et les résultats obtenus sont présentés dans la Table 4.5, 4.6 et 4.7.

Session	Accéléromètre	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)
270	SUEP	3.5×10^{-10}	1.3×10^{-10}
316	SUEP	3.7×10^{-9}	8.0×10^{-10}
322	SUEP	3.8×10^{-9}	4.3×10^{-10}

TABLE 4.5 – Résultats sur les sessions SU pour l’instrument SUEP

Session	Accéléromètre	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)
300	SUREF	5.1×10^{-11}	8.3×10^{-12}
306	SUREF	7.3×10^{-11}	2.4×10^{-11}
782	SUREF	1.1×10^{-10}	3.4×10^{-11}

TABLE 4.6 – Résultats sur les sessions SU sur l’instrument SUREF

Session	Accéléromètre	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\lambda_{\nabla \Delta T_{SU}}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)
270	SUEP	1.8×10^{-9}	1.4×10^{-10}	-6.6×10^{-9}	5.8×10^{-10}
782	SUREF	6.3×10^{-10}	1.9×10^{-11}	-1.8×10^{-9}	6.0×10^{-11}

TABLE 4.7 – Résultats sur les sessions SU pour les deux sessions où deux données de température sont considérées

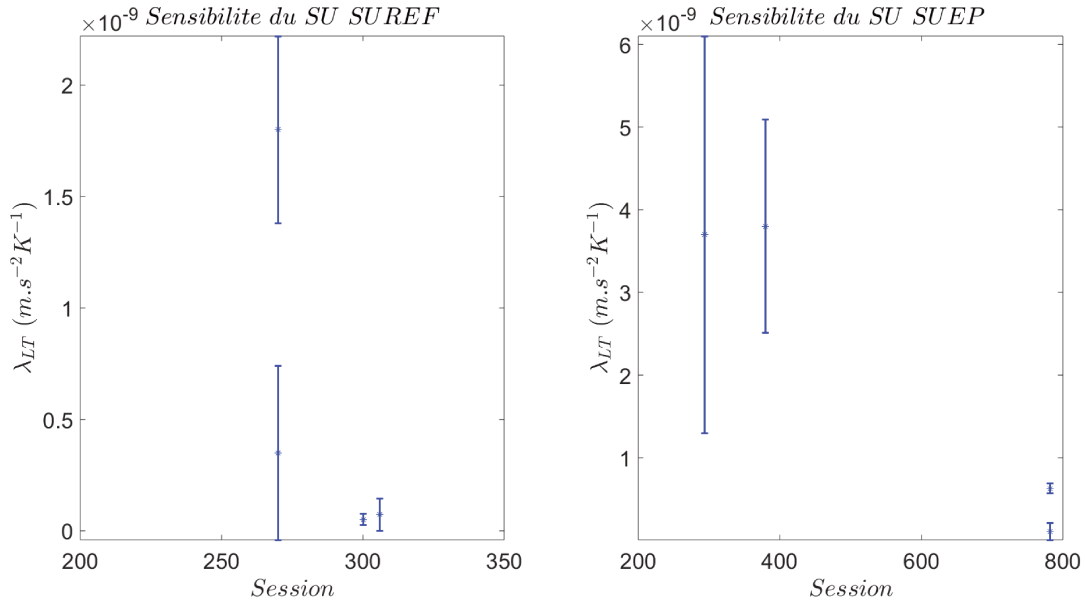


FIGURE 4.9 – Les sensibilités long-terme à la température du SU et leurs incertitudes à 3σ ; à gauche la sensibilité de l'instrument SUREF et à droite la sensibilité de l'instrument SUEP

Figure 4.9, les sensibilités long-terme ont été tracées à la température du SU y compris les deux valeurs obtenues pour les sessions 270 et 782. Cependant ces deux sessions se comportent différemment et la prise en compte du gradient est nécessaire. Pour la session 270, la prise en compte du gradient n'a pas d'influence notable sur l'incertitude du paramètre. Cependant la valeur de sensibilité obtenue est comparable à celle obtenue pour les autres sessions SUEP. Nous pouvons voir que la prise en compte du gradient pour la session 782 fait baisser l'incertitude sur la sensibilité à la température du SU car une part de la sensibilité est absorbée par la prise en compte du gradient. Nous pouvons voir que pour le SUREF les sensibilités long-terme estimées sur les sessions 300 et 306 sont compatibles à 2σ . Pour le SUEP les sensibilités long-terme estimées sur les sessions 316 et 322 sont compatibles à 1σ . Figure 4.10 les sensibilités thermiques long-terme des sessions ont été tracées ainsi que leurs incertitudes à 3σ . Pour les sessions 270 et 782 la prise en compte des deux signaux de température ne nous permet pas de comparer les résultats obtenus avec les autres sessions où seul le signal de température du SU est pris en compte.

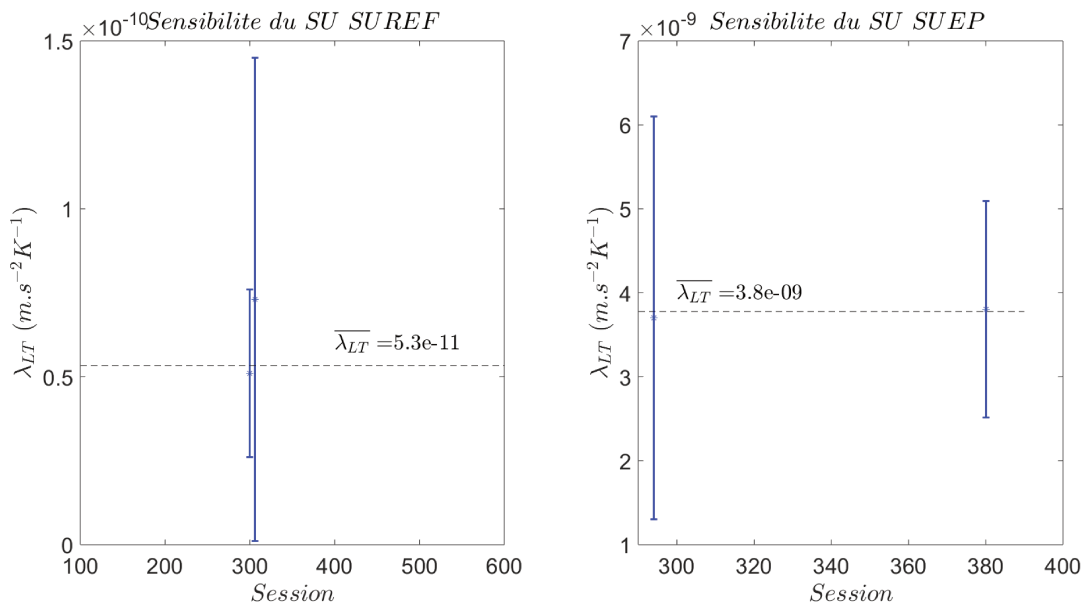


FIGURE 4.10 – Les sensibilités long-terme à la température du SU et leurs incertitudes à 3σ ; à gauche la sensibilité de l'instrument SUREF et à droite la sensibilité de l'instrument SUEP; "- -" est la droite représentant la moyenne pondérée des estimations

Afin de visualiser la validité de cette méthode, la TFD du modèle estimé a été tracée afin de vérifier si le modèle représente correctement les données visuellement sur la session 782 (Figure 4.11). Il est à noter que le modèle a été reconstruit sur tout le spectre mais que les paramètres ont été estimés sur une plage limitée de fréquence.

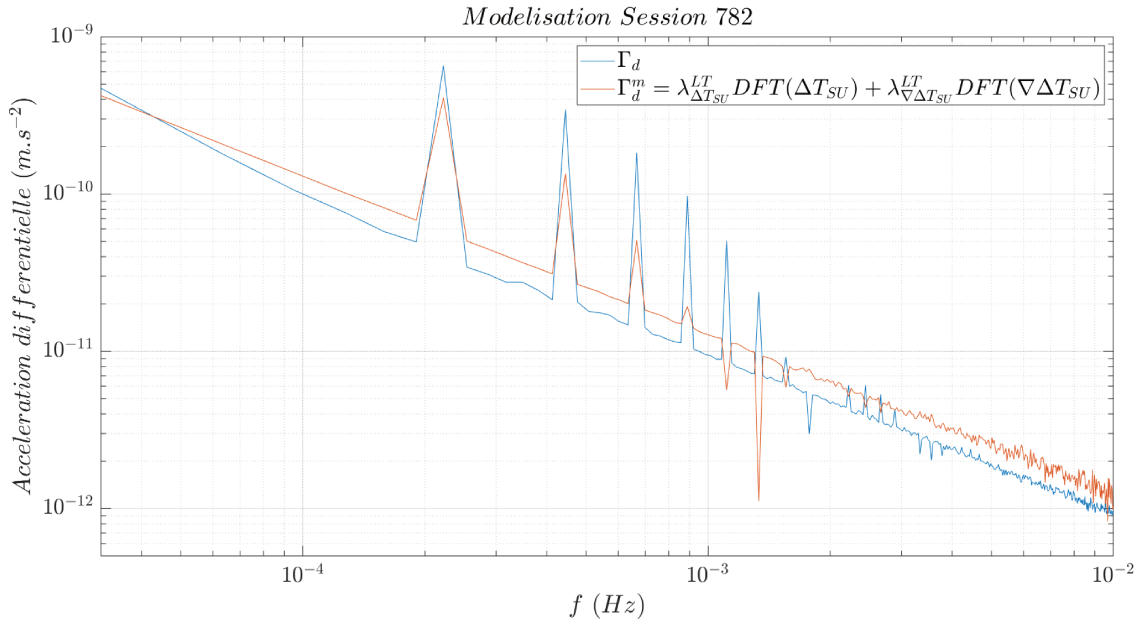


FIGURE 4.11 – TFD reconstruite à l’aide des sensibilités long-terme estimées session 782

4.3.3 Résultats pour les sessions du test EP

Après avoir estimé la sensibilité long-terme sur les sessions thermiques nous avons trouvé intéressant d’appliquer notre méthode directement sur les sessions dédiées au test EP. Ces sessions ont l’avantage, d’une part d’être beaucoup plus longues et d’autre part de ne pas être affectées par les variations périodiques artificielles de température. Pour ce faire nous avons pris en compte une plage de fréquence de 0 à 10^{-4} Hz sur les données d’accélération différentielle et les données de température du SU comme on n’observe aucune tendance long-terme sur les données de température du FEEU. Les tables 4.8, 4.9, 4.10 et 4.11 regroupent les valeurs de sensibilité long-terme λ_{LT} estimées sur les sessions de test du PE et l’incertitude associée à cette estimation σ . Chacune de ces tables précise le numéro de session étudiée, le nombre d’orbites pris en compte ainsi que le spin du satellite pour chaque session.

Session	Durée (orbites)	Orbites sélectionnées	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$	σ
402	18	3 à 20	1.2×10^{-9}	3.7×10^{-10}
402	20	1 à 20	1.6×10^{-9}	4.5×10^{-10}
438	32	1 à 32	3.3×10^{-10}	8.0×10^{-11}
438	40	1 à 40	3.0×10^{-10}	7.5×10^{-11}
442	40	1 à 40	4.7×10^{-10}	2.0×10^{-10}
748	24	1 à 24	1.3×10^{-10}	4.6×10^{-11}

TABLE 4.8 – Résultats sessions de test du PE pour l’instrument SUEP en spin V2

Session	Durée (orbites)	Orbites sélectionnées	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$	σ
210	50	1 à 50	4.4×10^{-10}	1.2×10^{-10}
212	60	1 à 60	6.5×10^{-10}	4.4×10^{-10}
218	120	1 à 120	3.7×10^{-10}	6.1×10^{-11}
234	92	1 à 92	4.0×10^{-10}	7.0×10^{-11}
236	120	1 à 120	1.1×10^{-10}	1.9×10^{-11}
238	120	1 à 120	3.7×10^{-10}	5.8×10^{-11}
252	106	1 à 106	3.8×10^{-10}	6.6×10^{-11}
254	120	1 à 120	2.9×10^{-10}	1.0×10^{-10}
256	120	1 à 120	3.1×10^{-10}	9.3×10^{-11}
326	66	2 à 67	7.2×10^{-10}	1.0×10^{-10}
326	34	69 à 102	4.4×10^{-10}	1.3×10^{-10}
326	102	1 à 102	7.9×10^{-10}	8.2×10^{-11}
358	92	1 à 92	3.5×10^{-10}	5.9×10^{-11}
404	120	1 à 120	3.7×10^{-10}	8.2×10^{-11}
406	20	1 à 20	7.8×10^{-11}	2.3×10^{-10}
750	8	1 à 8	2.4×10^{-10}	1.9×10^{-10}

TABLE 4.9 – Résultats sessions de test du PE pour l’instrument SUEP en spin V3

Session	Durée (orbites)	Orbites sélectionnées	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$	σ
120	22	23 à 44	2.3×10^{-10}	9.9×10^{-11}
120	64	57 à 120	2.0×10^{-10}	5.5×10^{-11}
120	120	1 à 120	1.1×10^{-10}	1.6×10^{-11}
174	86	34 à 119	1.9×10^{-10}	5.0×10^{-11}
174	120	1 à 120	1.9×10^{-10}	3.8×10^{-11}
176	62	1 à 62	3.8×10^{-11}	3.0×10^{-11}
176	82	1 à 82	4.4×10^{-11}	2.1×10^{-11}
376	36	8 à 43	2.4×10^{-10}	6.9×10^{-11}
376	28	52 à 79	2.4×10^{-10}	9.4×10^{-11}
376	80	1 à 80	2.2×10^{-10}	4.6×10^{-11}
452	32	1 à 32	1.9×10^{-10}	5.8×10^{-11}
452	34	1 à 34	1.9×10^{-10}	5.7×10^{-11}
454	56	1 à 56	6.6×10^{-10}	2.3×10^{-10}
778	38	1 à 38	2.4×10^{-10}	7.7×10^{-11}
778	18	41 à 56	2.4×10^{-10}	1.3×10^{-11}
778	60	1 à 60	2.3×10^{-10}	6.5×10^{-11}

TABLE 4.10 – Résultats sessions de test du PE pour l’instrument SUREF en spin V2

Session	Durée (orbites)	Orbites sélectionnées	$\lambda_{\Delta T_{SU}}$	σ
294	76	18 à 93	7.4×10^{-12}	1.1×10^{-11}
294	94	1 à 94	1.7×10^{-11}	1.5×10^{-11}
380	46	24 à 69	1.8×10^{-10}	7.3×10^{-11}
380	34	5 à 108	6.7×10^{-11}	6.6×10^{-11}
380	120	1 à 120	2.2×10^{-10}	5.4×10^{-11}

TABLE 4.11 – Résultats sessions de test du PE pour l'instrument SUREF en spin V3

Figures 4.12, 4.13, 4.14 et 4.15 pour chaque instrument et chaque spin les résultats obtenus ont été affichés pour l'ensemble des sessions et la moyenne pondéré a été calculée. Nous pouvons voir que les résultats obtenus pour chaque instrument et chaque spin sont compatibles à 3σ sauf pour 2 mesures.

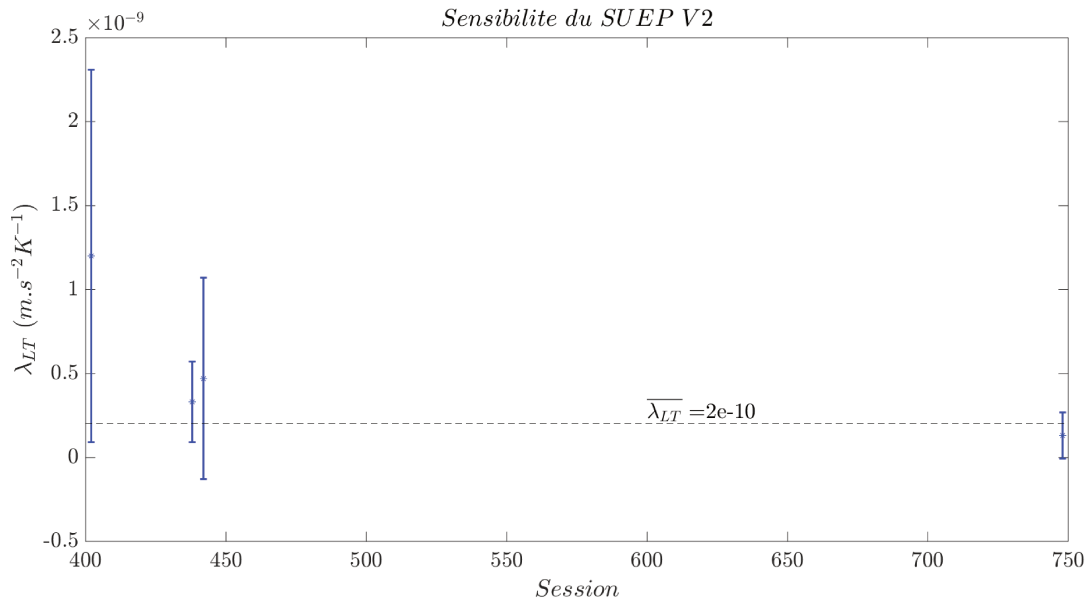


FIGURE 4.12 – Sensibilité long-terme pour l'instrument SUEP en spin V2 des sessions de test du PE avec une incertitude de 3σ ; "-" est la droite représentant la moyenne pondérée des estimations

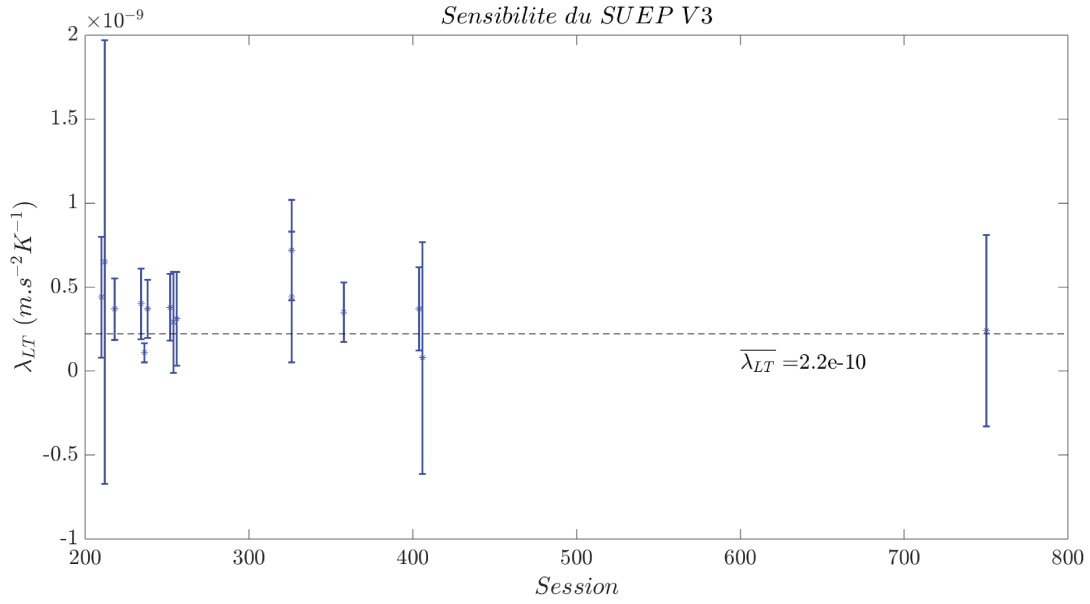


FIGURE 4.13 – Sensibilité long-terme pour l’instrument SUEP en spin V3 des sessions de test du PE avec une incertitude de 3σ ; "- -" est la droite représentant la moyenne pondérée des estimations

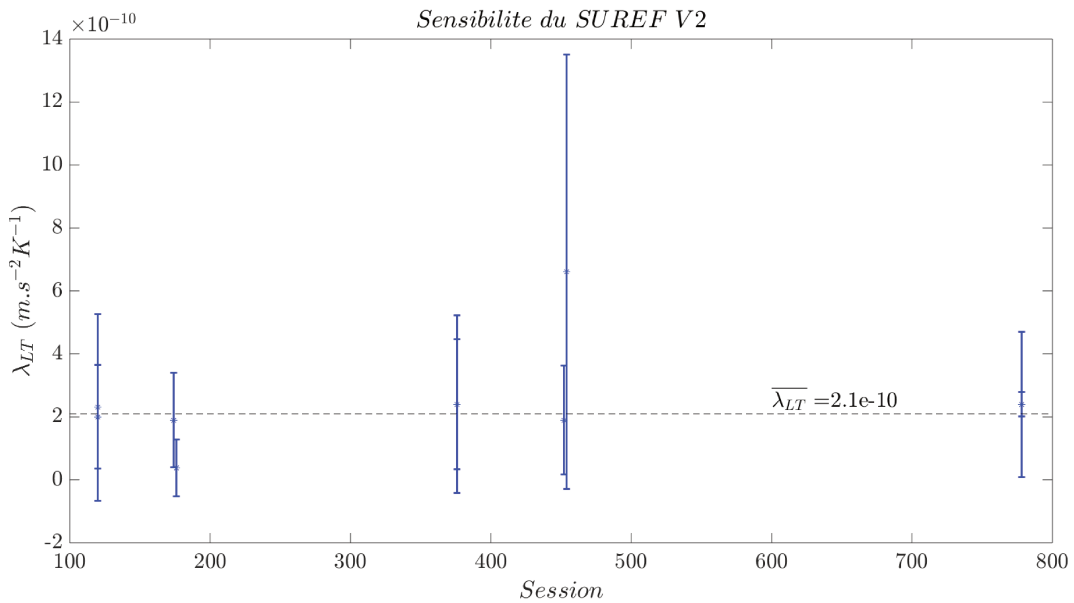


FIGURE 4.14 – Sensibilité long-terme pour l’instrument SUREF en spin V2 des sessions de test du PE avec une incertitude de 3σ ; "- -" est la droite représentant la moyenne pondérée des estimations

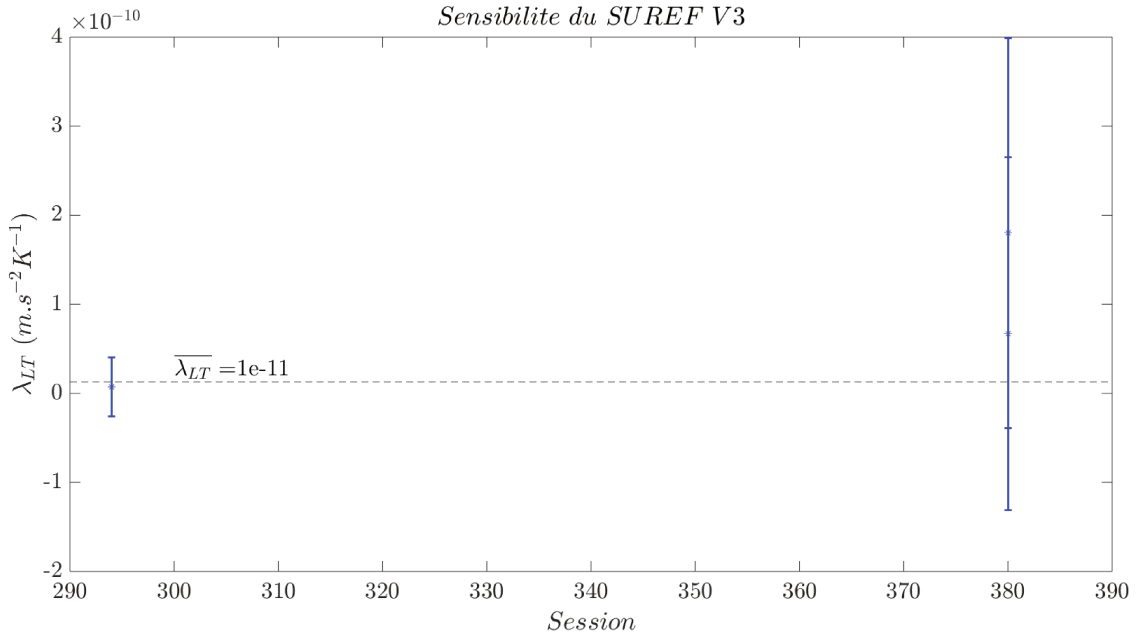


FIGURE 4.15 – Sensibilité long-terme pour l’instrument SUREF en spin V3 des sessions de test du PE avec une incertitude de 3σ ; "-" est la droite représentant la moyenne pondérée des estimations

4.4 Comparaison des résultats

Les sensibilités long-terme présentées dans la section précédente montrent que les résultats sont plus comparables pour les sessions de test du PE que pour les sessions thermiques. Pour ces dernières qui présentent de grandes variations de température et qui sont plus courtes il est possible que l’estimation long-terme soit trop perturbée et pas assez robuste. Par conséquent nous nous focaliserons sur les résultats obtenus lors des sessions de test du PE et qui par ailleurs sont celles qui nous intéressent le plus (Table 4.12).

Instrument	<i>configuration du satellite</i>	$\bar{\lambda}_{LT}$ (m s ⁻² K ⁻¹)	$\bar{\sigma}$ (m s ⁻² K ⁻¹)
SU SUREF	V2	2.1×10^{-10}	2.5×10^{-11}
SU SUREF	V3	1.0×10^{-11}	1.4×10^{-11}
SU SUEP	V2	2.0×10^{-10}	6.3×10^{-11}
SU SUEP	V3	2.2×10^{-10}	4.3×10^{-11}

TABLE 4.12 – Sensibilités thermiques long-terme pour chaque instrument et pour différentes valeurs de spin

On constate que les sensibilités thermiques sont comparables pour le SUEP pour les deux configurations du satellite. En ce qui concerne la sensibilité obtenue pour le SUREF en spin V3 elle semble assez différente. On peut cependant remarquer qu’elle n’est estimée que sur deux sessions dont une qui donne une très grande incertitude. Le comportement spécifique du SUREF en spin V3 a été aussi vérifié pour le test

du PE lui-même. Il est possible qu'un phénomène particulier pour cet instrument et cette fréquence de spin reste à découvrir.

Une prolongation évidente de cette étude serait d'utiliser les sensibilités thermiques long-terme que j'ai estimées sur les sessions de test du PE pour corriger les mesures en vue de l'estimation du paramètre d'Eötvös. Actuellement, les variations long-terme des sessions de test du PE sont corrigées empiriquement en soustrayant une tendance polynomiale. Cependant, il serait intéressant de modifier cette correction empirique par une correction plus physique. En utilisant les mesures de température cette correction n'est pas triviale car elle injecte le bruit des mesures de température dans les mesures des accélérations corrigées.

<p>Résumé : : Ce chapitre a permis de quantifier la dérive long-terme de l'accélération due à la température sur les sessions thermiques et sur les sessions de test du PE. Les résultats obtenus sur les sessions de test du PE sont les plus cohérents et pourraient être utilisés dans un futur proche pour corriger les mesures des effets de la température.</p>
--

Chapitre 5

Analyse critique de notre étude/discussion

Objectif : Dans les deux chapitres précédents nous avons déterminé la sensibilité thermique de l'instrument T-SAGE à une fréquence de stimulus thermique f_{sti} et sa dérive long-terme. Dans ce chapitre nous établirons une synthèse des résultats obtenus et nous nous intéresserons à une possible origine physique de ce comportement thermique de l'instrument.

5.1 Bilan des résultats obtenus

5.1.1 Sensibilité thermique à la fréquence de stimulus

Les sensibilités thermiques à un stimulus thermique périodique pour chaque instrument sont rappelées dans la Table 5.1. Elles sont précisées aux fréquences du test du PE lorsqu'il existe une dépendance en fréquence significative.

	λ (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)
SU SUEP (f_{EP2})	1.4×10^{-8}	1.5×10^{-9}
SU SUEP (f_{EP3})	6.4×10^{-9}	7.0×10^{-10}
FEEU SUEP (f_{EP2})	7.3×10^{-11}	7.5×10^{-12}
FEEU SUEP (f_{EP3})	5.5×10^{-11}	5.0×10^{-12}
SU SUREF	2.4×10^{-9}	3.3×10^{-12}
FEEU SUREF	2.8×10^{-11}	2.2×10^{-12}

TABLE 5.1 – Résultats finaux des sensibilités thermiques λ ainsi que leurs incertitudes σ pour chaque partie de l'instrument

Ces sensibilités estimées avec les variations de température moyennes observées à f_{EP} d'après les analyses effectuées [39] se répercutent sur la mesure du paramètre d'Eötvös comme présenté dans la Table 5.2.

	Γ_d^s (ms ⁻²)	<i>impact sur η</i>
SUEP (f_{EP3})	4.9×10^{-15}	0.6×10^{-15}
SUREF (f_{EP2})	11×10^{-15}	1.4×10^{-15}

TABLE 5.2 – Impact de la systématique thermique sur la mesure du PE pour chaque SU

5.1.2 Sensibilité thermique long-terme

L'évaluation des sensibilités thermiques long-terme est résumée dans la Table 5.3. Elle avait pour objectif d'attribuer une origine thermique aux dérives lentes d'accélération qui sont aujourd'hui compensées par un polynôme d'ordre 3 dans le traitement scientifique [39].

Instrument	<i>configuration du satellite</i>	λ_{LT} (m s ⁻² K ⁻¹)	σ (m s ⁻² K ⁻¹)
SU SUREF	V2	2.1×10^{-10}	2.5×10^{-11}
SU SUREF	V3	1.0×10^{-11}	1.4×10^{-11}
SU SUEP	V2	2.0×10^{-10}	6.3×10^{-11}
SU SUEP	V3	2.2×10^{-10}	4.3×10^{-11}

TABLE 5.3 – Sensibilités thermiques long-terme à la température du SU pour chaque instrument

5.2 Origine de la sensibilité thermique

5.2.1 Architecture de l'instrument T-SAGE

Lors du traitement des données, l'origine supposée de la sensibilité thermique de l'instrument a été la mécanique de l'instrument. Chaque masse d'épreuve est reliée par un fil d'or au SU afin de pouvoir lui appliquer un potentiel électrostatique. Les masses internes et externes ont leur fil d'or fixé sur des supports différents. Pour les masses internes, les fils d'or sont fixés sur un support en silice alors que les masses externes ont leurs fils d'or fixés sur l'embase en Invar du SU, elle-même fixée sur l'interface SUMI du satellite. Sur la Figure 5.1 les emplacements de fixation des fils d'or sont modélisés par des croix bleus, "I" pour la masse interne et "E" pour la masse externe.

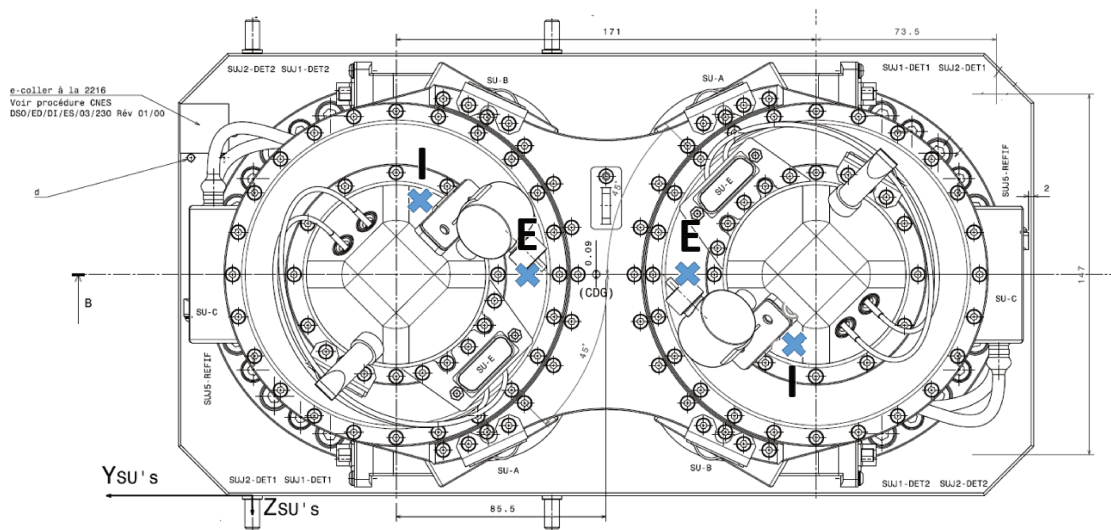


FIGURE 5.1 – A gauche : le SUREF, à droite : le SUEP. Emplacements des fils pour les masses internes (I) et les masses externes (E) des deux SU

L'hypothèse est la suivante : la déformation thermoélastique du SUMI induite par la structure du satellite provoque un déplacement du point d'encrage du fil d'or qui au travers de sa raideur engendre une force et donc une accélération mesurée. Pour évaluer cette hypothèse, on a analysé les accélérations mesurées lors des sessions thermiques et estimé le déplacement nécessaire avec la raideur du fil pour obtenir une telle accélération. Dans un premier temps, une analyse thermo-mécanique a été réalisée. Comme le modèle thermo-mécanique du satellite n'est pas disponible dans le laboratoire, des hypothèses d'encastrement rigide ont été prises pour le lien mécanique entre l'ensemble du senseur et les équerres de fixation côté satellite. C'est une hypothèse optimiste vis à vis des déplacements thermo-élastiques. Il est probable qu'ils soient plus importants, mais dans le cas présent on s'intéresse à un premier ordre de grandeur. De plus le calcul est fait en statique et ne tient pas compte de la dynamique du stimuli ni de la fonction de transfert des différents étages thermiques.

Le SUMI est encastré au niveau des interfaces avec le BCU (Bloc Charge Utile). Une variation de température ΔT de $+1^{\circ}C$ est appliquée sur les faces des interfaces avec le BCU, résulte en une variation de $+0.9^{\circ}C$ au niveau des sondes de température du SU. Une variation de température ΔT de $+0.2^{\circ}C$ est appliqué sur la face supérieure de la virole de maintien. Les déformations générales de l'ensemble sont non négligeables, $35 \mu m$ au niveau de la face supérieure de la virole. Au niveau du plan de pose du chapeau sur l'embase, les déformations sont supérieures à $3 \mu m$ (vers X-). Figures 5.2 et 5.3 nous pouvons voir les résultats des calculs aux éléments finis des déformation thermo-élastique de l'embase et du SUMI.

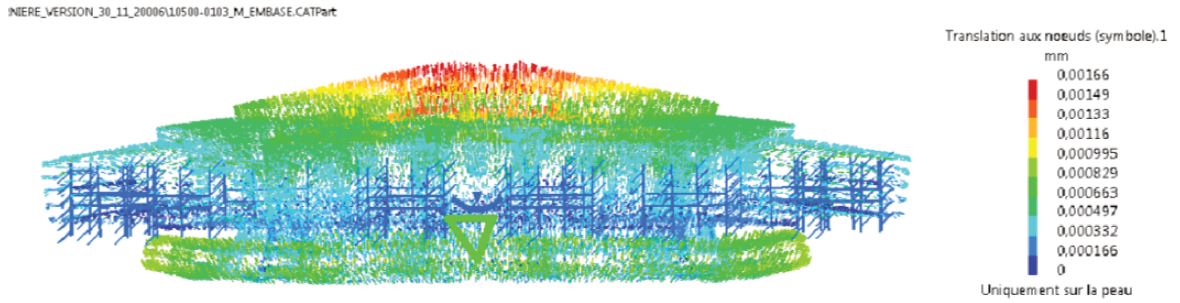


FIGURE 5.2 – Calcul aux éléments finis des déformation thermo-élastiques de l’em-base

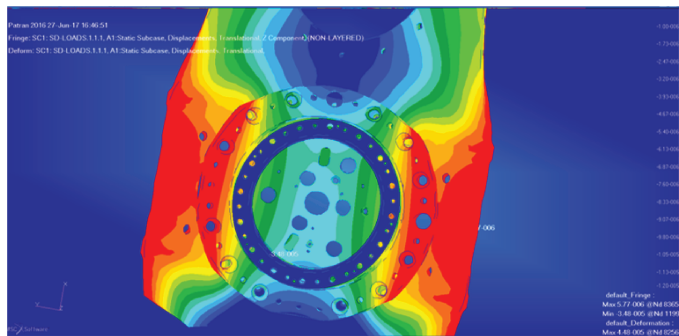


FIGURE 5.3 – Calcul aux éléments finis des déformation thermo-élastiques du SUMI

Au niveau de la position des fils externes la déformation est d’environ $8\mu\text{m}$.

5.2.2 Quantification du déplacement du fil

Nous avons quantifié le déplacement du fil Δx sur les sessions thermiques pour chaque masse (interne et externe). Pour ce faire nous avons appliqué la formule suivante :

$$\Delta x = \frac{m_i}{k_i} \times \Gamma_i \quad (5.1)$$

avec Γ_i l’estimation de l’amplitude de l’accélération de la masse d’épreuve étudiée sur les sessions thermiques, k_i et m_i la constante de raideur du fil et la masse de chaque masse d’épreuve de chaque instrument déterminés dans [10].

Nous pouvons calculer les coefficients $\frac{k_i}{m_i}$ pour chaque masse d’épreuve de chaque instrument :

	m_i (kg)	k_i (Nm ⁻¹)	$\frac{k_i}{m_i}$ (Nm ⁻¹ kg ⁻¹)
SUEP ; masse interne	0.4	1.40×10^{-3}	285.7
SUEP ; masse externe	0.3	0.64×10^{-3}	468.8
SUREF ; masse interne	0.4	0.84×10^{-3}	476.2
SUREF ; masse externe	1.4	4.42×10^{-3}	307.7

TABLE 5.4 – Masses et raideurs du fil pour chaque masse d’épreuve

Les amplitudes des accélérations de chaque masse pour chaque session thermique à f_{sti} (chapitre 3), ont été utilisées pour en déduire les déplacements suivant l'Equation 5.1 (Table 5.5). La valeur des déplacements attendus sont calculés à partir du résultat du modèle aux éléments finis au prorata de la température observée (à f_{sti} ou long-terme) sur chaque session afin de recalibrer le modèle.

Les mêmes calculs ont été faits en utilisant la dérive d'accélération long-terme (Table 5.6).

Dans les Tables 5.5 et 5.6 Δx_i représente le déplacement calculé à partir de l'équation 5.1, Δx_i attendu représente le déplacement dû aux variations thermoélastiques selon un calcul aux éléments finis.

session	instrument	Δx_I (m)	Δx_E (m)	ΔT_i (K)	Δx_I (m) attendu	Δx_E (m) attendu
270	SUEP SU	8.1×10^{-7}	6.8×10^{-6}	0.3	1.33×10^{-6}	2.33×10^{-6}
300	SUREF SU	5.4×10^{-8}	2.6×10^{-8}	0.003	1.00×10^{-8}	2.00×10^{-8}
306	SUREF SU	3.0×10^{-7}	2.1×10^{-7}	0.04	1.80×10^{-7}	3.10×10^{-7}
316	SUEP SU	2.8×10^{-7}	1.3×10^{-6}	0.04	1.80×10^{-7}	3.10×10^{-7}
322	SUEP SU	1.1×10^{-7}	4.4×10^{-7}	0.004	2.00×10^{-8}	3.00×10^{-8}
782	SUREF SU	2.1×10^{-6}	1.5×10^{-6}	0.3	1.33×10^{-6}	2.33×10^{-6}

TABLE 5.5 – Déplacement du fil suivant l'axe fil pour chaque masse d'épreuve et chaque session thermique, x_I pour la masse interne et x_E pour la masse externe en considérant les variations de température et accélérations à la fréquence de stimuli f_{sti}

session	instrument	Δx_I (m)	Δx_E (m)	ΔT_i (K)	Δx_I (m) attendu	Δx_E (m) attendu
270	SUEP SU	7.7×10^{-6}	2.4×10^{-5}	2.7	1.20×10^{-5}	2.10×10^{-5}
300	SUREF SU	6.7×10^{-6}	6.2×10^{-6}	3.5	1.55×10^{-5}	2.72×10^{-5}
306	SUREF SU	7.1×10^{-6}	4.9×10^{-6}	1.7	7.56×10^{-6}	1.32×10^{-5}
316	SUEP SU	8.3×10^{-6}	2.4×10^{-5}	2.0	8.89×10^{-6}	1.55×10^{-5}
322	SUEP SU	9.5×10^{-6}	3.3×10^{-5}	3.3	1.47×10^{-5}	2.57×10^{-5}
782	SUREF SU	8.1×10^{-6}	5.5×10^{-6}	2.7	1.20×10^{-5}	2.10×10^{-5}

TABLE 5.6 – Déplacement du fil suivant l'axe fil pour chaque masse d'épreuve et chaque session thermique, x_I pour la masse interne et x_E pour la masse externe en considérant les variations de température et accélérations long-terme

Nous pouvons voir dans les Tables 5.5 et 5.6 que pour le SUREF la masse interne est plus sensible que la masse externe et pour le SUEP la masse externe est plus sensible que la masse interne. La simulation thermo-élastique présentée plus haut est représentative du comportement de l'ensemble à très basse fréquence. Cependant, cette simulation est incomplète car elle ne tient pas compte de la vraie liaison entre le SUMI et le BCU et on ne simule pas le BCU. Mais malgré tout on voit que l'ordre de grandeur des déformés des pièces peut induire une variation du point de fixation du fil qui se répercute en accélération via les raideurs. Pour le quantifier réellement, il faudrait une modélisation plus détaillée avec injection du vrai profil temporel de stimulus dans la simulation. On peut conclure que le mode de fixation du fil externe

directement sur l'embase du SU génère des perturbations plus importantes que s'il était collé sur une structure plus isolée thermiquement comme le fil interne.

5.3 Perspectives

Nous avons pu voir dans la section précédente que le fil d'or est un facteur limitant à la mesure du paramètre d'Eötvös de la mission MICROSCOPE. Dans le cas d'une mission plus ambitieuse il sera nécessaire soit de le fixer sur une structure plus isolée thermiquement soit de s'en affranchir afin d'obtenir une précision plus grande. Une solution technique existe et est utilisée dans la mission LISA Pathfinder [3]. Elle consiste à supprimer le fil d'or, et donc ses perturbations thermo-mécaniques, et à le remplacer par un système de décharge électrique pour maintenir une stabilité de la charge sur la masse d'épreuve. C'est un système plus complexe qui induit d'autres perturbations et contraintes d'utilisation qui reste à adapter dans le cas d'un besoin de mesure accélérométrique : dans LISA, le senseur inertiel ne mesure pas d'accélération en continu mais maintient une masse d'épreuve isolée de toutes perturbations.

L'amélioration du système passe également par une meilleure sensibilité de mesure de la température. Le bruit des sondes peut être réduit par une meilleure optimisation de l'électronique de conditionnement. Par exemple, on pourrait faire varier la température sur une plage moins large, ce qui permettrait de réduire la gamme de mesure et donc d'augmenter la précision des sondes. On peut également utiliser le même système de numérisation que l'accélération avec un filtre anti-repliement et la même fréquence d'échantillonnage. En améliorant ainsi l'électronique de conditionnement, on pourrait gagner un facteur 10. Une autre piste pour gagner encore plus de précision serait d'augmenter les durées des sessions et ainsi rejeter un peu mieux le bruit statistique, comme prévu pour la mission MICROSCOPE 2 où on espère multiplier par 9 la durée d'une session. Comme on l'a vu, spinner le satellite permet d'augmenter la fréquence d'observation du test du PE. On pourrait envisager d'augmenter encore cette fréquence de rotation pour se placer à la fréquence de bruit minimum de l'accéléromètre. Cette option n'a pas pu être réalisée sur MICROSCOPE en raison de contraintes opérationnelles mais pourrait l'être dans une future mission.

<p>Résumé : : Ce chapitre a permis de résumer les principaux résultats obtenus dans ce manuscrit et de trouver une origine au comportement thermique de l'instrument T-SAGE. On a également pu évoquer les points à améliorer en vue d'une prochaine mission testant le PE.</p>
--

Conclusion

La mission MICROSCOPE a pour objectif de tester le principe d'équivalence avec une précision de 10^{-15} sur le paramètre d'Eötvös. Cependant, lors de la mission, la sensibilité thermique s'est avérée plus élevée que prévue. Ce travail de thèse a consisté à caractériser le lien entre l'accélération mesurée et les variations de température afin de quantifier l'impact de la systématique thermique sur la mesure du paramètre d'Eötvös.

Dans le chapitre 1, j'ai dressé l'état de l'art indispensable du test du Principe d'Équivalence, du principe physique en passant par les expériences précédentes afin de comprendre les enjeux de la physique contemporaine et de la mission MICROSCOPE.

Dans le chapitre 2, je me suis concentrée sur la mission MICROSCOPE. J'ai décrit la mission et ses motivations, la charge utile ainsi que l'équation de mesure de l'instrument nécessaire pour l'établissement de l'impact des effets thermiques. Après l'analyse des premiers résultats de la mission, la sensibilité thermique estimée s'est avérée plus élevée que la sensibilité thermique prévisionnelle. De plus l'impact induit par cette sensibilité thermique combiné à une évaluation précise des faibles variations de température rendait son impact majeur sur la mesure du paramètre d'Eötvös. Ainsi la sensibilité thermique de l'instrument a dû être quantifiée de façon plus précise afin d'obtenir une incertitude plus précise sur le paramètre d'Eötvös due à la thermique de l'instrument.

Dans le chapitre 3, les sessions thermiques jouées en vol ainsi que leur analyse ont été décrites. Ces sessions thermiques ont été analysées afin de quantifier la sensibilité thermique à une fréquence de stimulus f_{sti} proche de f_{EP} la fréquence du test du PE et d'en déduire l'impact sur la mesure du paramètre d'Eötvös. Pour ce faire deux méthodes dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel ont permis d'obtenir des valeurs de sensibilités thermiques cohérentes. Avec l'estimation plus précise des variations de température observées sur des sessions de test du PE il a également été possible de réduire la contribution maximale due à la température sur la mesure du paramètre d'Eötvös. De plus ces analyses ont permis de mettre en évidence une dépendance en fréquence de la sensibilité thermique de l'instrument SUEP.

Dans le chapitre 4, afin de mieux modéliser les dérives lentes de l'accélération, une analyse du comportement thermique long-terme a été réalisée. L'objectif était de quantifier cette dérive et d'en déterminer son origine thermique afin de la corriger au plus proche de la physique du système. Dans le cas des sessions thermiques ces estimations n'ont pas totalement reproduit cette dérive laissant supposer que le modèle que nous avons utilisé n'est pas complet. Ceci peut être attribué au caractère

court des sessions thermiques et aux grandes variations de température présentes. Cependant, les sessions de test du PE, qui sont les sessions qui nous intéressent le plus, nous ont donné des résultats plus cohérents pour chaque instrument et fréquence de spin de l'instrument. Cette dérive long-terme a été jusque là retirée de l'accélération au moyen d'une correction polynomiale. Il serait intéressant de corriger les accélérations avec les sensibilités long-terme estimées mais cette correction n'est pas évidente car elle injecte le bruit des mesures de température dans les mesures des accélérations corrigées.

Dans le chapitre 5, on a souhaité mettre en évidence l'origine de cette sensibilité thermique. Pour cela une simulation à éléments finis avait été faite concernant le comportement thermoélastique de l'instrument. Nous avons souhaité quantifier les déformations thermoélastiques induites et voir comment cela se répercutait sur l'accélération mesurée. Nous avons ensuite fourni différents points d'amélioration à l'instrument en vue d'une prochaine mission testant le PE.

Ces analyses ont permis d'améliorer d'un facteur 6 et 14 les incertitudes dues à la thermique sur le paramètre d'Eötvös pour les 2 Sensor Unit (SU). Ainsi pour le premier instrument appelé SUREF l'incertitude sur le paramètre d'Eötvös est passée de $61 \times 10^{-15} \text{ m s}^{-2}$ à $11 \times 10^{-15} \text{ m s}^{-2}$. Pour le second instrument appelé SUEP l'incertitude sur le paramètre d'Eötvös est passée de $67 \times 10^{-15} \text{ m s}^{-2}$ à $4.9 \times 10^{-15} \text{ m s}^{-2}$ ce qui impacte directement le résultat du test du Principe d'Équivalence. Nous avons également mis en évidence une composante d'origine thermique de la dérive long-terme de la mesure de l'accélération, il serait intéressant de faire une correction de cette mesure par un modèle thermique dans le futur. Afin d'améliorer les résultats d'une éventuelle future mission testant le PE il serait intéressant de pouvoir augmenter le temps des sessions afin de pouvoir améliorer le ratio signal sur bruit. Il sera également nécessaire d'améliorer l'électronique de conditionnement de la mesure pour les températures afin d'augmenter la précision des sondes. Enfin, il sera nécessaire de supprimer le fil d'or permettant d'appliquer un potentiel électrostatique aux masses d'épreuve, ce dernier limitant la mesure du paramètre d'Eötvös de la mission MICROSCOPE en particulier à cause de sa raideur pas complètement négligeable en dépit de son diamètre très faible.

Publications

Publications en revues spécialisées avec comité de lecture

[A1] O. Dhuicque, M. Rodrigues, G. Métris, and P. Touboul. Methods to determine thermal sensitivity of T-SAGE instrument for MICROSCOPE mission, *Advances in Space Research*, 2021.

[A2] M. Rodrigues, P. Touboul., G. Métris, A. Robert, O. Dhuicque, and al. MICROSCOPE : systematic errors, submitted to *Class. Quantum Grav.*, 2021.

[A3] P. Touboul., G. Métris, M. Rodrigues, A. Robert, Q. Baghi, and al. MICROSCOPE weak equivalence principle test and result, submitted to *Class. Quantum Grav.*, 2021.

Communications orales

[B1] Journées des doctorants de l'ONERA, branche Physique, 14, 15 et 16 Janvier 2019, Palaiseau, France : Analyse des données de la mission spatiale MICROSCOPE et de ses performances au niveau du femto-g.

[B2] Rencontres de Moriond, 23 au 30 Mars 2019, La Thuile, Italie : MICROSCOPE thermal sensitivity measurement : a step forward for the final result. (Poster)

[B3] Journées des doctorants de l'ONERA, branche Physique, 13, 14, et 15 Janvier 2020, Palaiseau, France : Analyse des données de la mission spatiale MICROSCOPE et de ses performances au niveau du femto-g.

[B4] Journées CNES Jeunes Chercheurs, 7 et 8 octobre 2020, Toulouse, France : Analyse des données de la mission spatiale MICROSCOPE et de ses performances au niveau du femto-g.

[B5] Journées des doctorants de l'ONERA, branche Physique, 18, 19, et 20 janvier 2021, Palaiseau, France : Analyse des données de la mission spatiale MICROSCOPE et de ses performances au niveau du femto-g.

[B6] COSPAR 2021, 28 janvier au 4 février 2021, Sydney, Australie : MICROSCOPE thermal sensitivity measurement : a step forward for the final result.

[B7] Rencontres de Moriond, 9 au 11 Mars 2021, La Thuile, Italie : MICROSCOPE : new improvement on the thermal systematic error. (Poster)

Bibliographie

- [1] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, R. B. Barreiro, J. G. Bartlett, and et al. Planck2015 results. *Astronomy & Astrophysics*, 594 :A13, Sep 2016.
- [2] A Aguirre, C P Burgess, A Friedland, and D Nolte. Astrophysical constraints on modifying gravity at large distances. *Classical and Quantum Gravity*, 18(23) :R223–R232, Nov 2001.
- [3] M. Armano, H. Audley, J. Baird, P. Binetruy, M. Born, D. Bortoluzzi, E. Castelli, A. Cavalleri, A. Cesarini, A. M. Cruise, K. Danzmann, M. de Deus Silva, I. Diepholz, G. Dixon, R. Dolesi, L. Ferraioli, V. Ferroni, E. D. Fitzsimons, M. Freschi, L. Gesa, F. Gibert, D. Giardini, R. Giusteri, C. Grimani, J. Grzysch, I. Harrison, G. Heinzel, M. Hewitson, D. Hollington, D. Hoyland, M. Hueller, H. Inchauspé, O. Jennrich, P. Jetzer, N. Karnesis, B. Kaune, N. Korsakova, C. J. Killow, J. A. Lobo, I. Lloro, L. Liu, J. P. López-Zaragoza, R. Maarschalkerweerd, D. Mance, N. Meshksar, V. Martín, L. Martin-Polo, J. Martino, F. Martin-Porqueras, I. Mateos, P. W. McNamara, J. Mendes, L. Mendes, M. Nofrarias, S. Paczkowski, M. Perreux-Lloyd, A. Petiteau, P. Pivato, E. Plagnol, J. Ramos-Castro, J. Reiche, D. I. Robertson, F. Rivas, G. Ruszano, J. Slutsky, C. F. Sopuerta, T. Sumner, D. Texier, J. I. Thorpe, D. Vertrugno, S. Vitale, G. Wanner, H. Ward, P. J. Wass, W. J. Weber, L. Wissel, A. Wittchen, and P. Zweifel. Beyond the required lisa free-fall performance : New lisa pathfinder results down to 20 μHz . *Phys. Rev. Lett.*, 120 :061101, Feb 2018.
- [4] Quentin Baghi. *Optimisation de l'analyse de données de la mission spatiale MICROSCOPE pour le test du principe d'équivalence et d'autres applications*. PhD thesis, 2016.
- [5] Quentin Baghi, Gilles Métris, Joël Bergé, Bruno Christophe, Pierre Touboul, and Manuel Rodrigues. Regression analysis with missing data and unknown colored noise : Application to the microscope space mission. *Phys. Rev. D*, 91 :062003, Mar 2015.
- [6] Quentin Baghi, Gilles Métris, Joël Bergé, Bruno Christophe, Pierre Touboul, and Manuel Rodrigues. Gaussian regression and power spectral density estimation with missing data : The microscope space mission as a case study. *Phys. Rev. D*, 93 :122007, Jun 2016.
- [7] Joel Bergé, Quentin Baghi, Emilie Hardy, Gilles Métris, Alain Robert, Manuel Rodrigues, Pierre Touboul, Ratana Chhun, Pierre-Yves Guidotti, Sandrine

- Pires, Serge Reynaud, Laura Serron, and Jean-Michel Travert. Microscope mission : Data analysis principle, 2020.
- [8] Richard Biancale, Georges Balmino, Jean-Michel Lemoine, Jean-Charles Marty, Bernard Moynot, Francois Barlier, P. Exertier, Olivier Laurain, Pascal Gegout, Peter Schwintzer, Christoph Reigber, and Albert Bode. A new global earth's gravity field model from satellite orbit perturbations : Grim5-s1. *Geophysical Research Letters - GEOPHYS RES LETT*, 27 :3611–3614, 11 2000.
- [9] V. Braginsky and V. Panov. Verification of the equivalence of inertial and gravitational mass. *Sov. Phys. Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 34(3) :463–466, 1972.
- [10] Ratana Chhun, Emilie Hardy, Manuel Rodrigues, Pierre Touboul, Gilles Métris, Damien Boulanger, Bruno Christophe, Pascale Danto, Bernard Foulon, Pierre-Yves Guidotti, Phuong-Anh Huynh, Vincent Lebat, Françoise Liorzou, and Alain Robert. Microscope instrument in-flight characterization, 2021.
- [11] C. COURDE, J. Torre, E. Samain, G. Martinot-Lagarde, M. Aimar, D. Albanèse, P. Exertier, A. Fienga, H. Mariey, G. Metris, H. Viot, and V. Viswanathan. Lunar laser ranging in infrared at the Grasse laser station. *Astronomy and Astrophysics - A&A*, 602 :A90, June 2017.
- [12] Océane Dhuicque, Manuel Rodrigues, Gilles Métris, and Pierre Touboul. Methods to determine thermal sensitivity of T-SAGE instrument for MICROSCOPE mission. *Advances in Space Research*, 2021.
- [13] A. Einstein. Über das Relativität prinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen. *Jahrbuch des Radioaktivität und Elektronik*, 4 :411–462, 1907.
- [14] Aleksandr A. Fridman. Über die krümmung des raumes. *Zeitschrift für Physik <Berlin>*, 10 :377 – 386, 2008.
- [15] A. Friedmann. Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes. *Z. Phys.*, 21 :326–332, 1924.
- [16] G. Galilei. *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche, intorno a due Nuove Scienze Attinenti alla Meccanica e i Movimenti Locali*. Leyden, 1638. Traduction de Maurice Clavelin : Discours concernant deux sciences nouvelles, Édité aux PUF, collection ... PIM... TH... E.
- [17] J. H. Gundlach, S. Schlamminger, and T. Wagner. Laboratory tests of the Equivalence Principle at the University of Washington. *Space Science Reviews*, 148 :201–216, 2009.
- [18] Emilie Hardy. *Procédures expérimentales et traitement des données associées pour la mission spatiale MICROSCOPE*. PhD thesis, 2013.
- [19] Emilie Hardy, Agnès Levy, Manuel Rodrigues, Pierre Touboul, and Gilles Métris. Validation of the in-flight calibration procedures for the MICROSCOPE space mission. *Adv. Space Res.*, 52 :1634, 2013.
- [20] Émilie Hardy, Agnès Levy, Gilles Métris, Manuel Rodrigues, and Pierre Touboul. Determination of the equivalence principle violation signal for the microscope space mission : Optimization of the signal processing. *Space Science Reviews*, 180(1-4) :177–191, Oct 2013.

- [21] Danya Hudson. *Investigation expérimentale et théorique du prototype du capteur inertiel pour la vérification du principe d'équivalence dans la mission spatiale MICROSCOPE*. PhD thesis, 2007. Thèse de doctorat dirigée par Exertier, Pierre Géodésie spatiale Paris 6 2007.
- [22] V. Josselin, P. Touboul, and R. Kielbasa. Capacitive detection scheme for space accelerometers applications. *Sensors and Actuators A : Physical*, 78(2) :92–98, 1999.
- [23] Georges Lemaitre. A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extra-galactic nebulae. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 91 :483–490, 1931.
- [24] G. Martinot-Lagarde, M. Aimar, D. Albanèse, C. Courde, P. Exertier, A. Fienga, H. Mariey, G. Métris, R. Rigard-Cerison, E. Samain, J.-M. Torre, and H. Viot. Laser enhancements for lunar laser ranging at 532nm. *Results in Physics*, 6 :329–336, 2016.
- [25] NASA. Apollo 15, 2009.
- [26] I. Newton. *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. London, 1687. Translation française en 1756 : Principes mathématiques de la philosophie naturelle. Réédition, Dunod, 2005, 626 p.
- [27] K. Nordtvedt. Testing relativity with laser ranging to the moon. *Phys. Rev.*, 170 :1186–1187, Jun 1968.
- [28] K. Nordtvedt. Testing relativity with laser ranging to the moon. *Phys. Rev.*, 170 :1186–1187, Jun 1968.
- [29] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, and et al. Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2) :565–586, Jun 1999.
- [30] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992. ISBN 0-521-43108-5.
- [31] Christoph Reigber, Hermann Lühr, Ludwig Grunwaldt, Christoph Förste, Rolf König, Heiner Massmann, and Carsten Falck. *CHAMP Mission 5 Years in Orbit*, pages 3–15. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [32] Adam G. Riess, Alexei V. Filippenko, Peter Challis, Alejandro Clochiatti, Alan Diercks, Peter M. Garnavich, Ron L. Gilliland, Craig J. Hogan, Saurabh Jha, Robert P. Kirshner, and et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116(3) :1009–1038, Sep 1998.
- [33] Manuel Rodrigues, Françoise Liorzou, Pierre Touboul, Gilles Metris, Joel Bergé, Yves Andre, Damien Boulanger, Ratana Chhun, Bruno Christophe, Stefanie Bremer, Meike List, Pascale Danto, Bernard Foulon, Daniel Hagedorn, Emilie Hardy, Phuong-Anh Huynh, Claus Laemmerzahl, Vincent Lebat, Frank Löffler, Benny Rievers, Alain Robert, and Hanns Selig. Microscope instrument description and validation. *Classical and Quantum Gravity*, 2021.

- [34] Manuel Rodrigues, Pierre Touboul, Gilles Métris, Alain Robert, Océane Dhuicque, Joel Bergé, Yves André, Damien Boulanger, Ratana Chhun, Bruno Christophe, Valerio Cipolla, Pascale Danto, Bernard Foulon, Pierre-Yves Guidotti, Emilie Hardy, Phuong-Anh Huynh, Vincent Lebat, Françoise Liorzou, Benjamin Pouilloux, Pascal Prieur, Serge Reynaud, and Patrizia Torresi. Microscope systematic errors, submitted to CQG.
- [35] P G Roll, R Krotkov, and R H Dicke. The equivalence of inertial and passive gravitational mass. Vol : 26, 2 1964.
- [36] S. Schlamminger, K.-Y. Choi, T. A. Wagner, J. H. Gundlach, and E. G. Adelberger. Test of the equivalence principle using a rotating torsion balance. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :041101, Jan 2008.
- [37] L. D. Smullin and G. Fiocco. Optical echoes from the moon. *Nature*, 194 :1267, June 1962.
- [38] Pierre Touboul, Gilles Métris, Manuel Rodrigues, Yves André, Quentin Baghi, Joël Bergé, Damien Boulanger, Stefanie Bremer, Patrice Carle, Ratana Chhun, Bruno Christophe, Valerio Cipolla, Thibault Damour, Pascale Danto, Hansjoerg Dittus, Pierre Fayet, Bernard Foulon, Claude Gageant, Pierre-Yves Guidotti, Daniel Hagedorn, Emilie Hardy, Phuong-Anh Huynh, Henri Inchauspe, Patrick Kayser, Stéphanie Lala, Claus Lämmerzahl, Vincent Lebat, Pierre Leseur, Françoise Liorzou, Meike List, Frank Löffler, Isabelle Panet, Benjamin Pouilloux, Pascal Prieur, Alexandre Rebray, Serge Reynaud, Benny Rievers, Alain Robert, Hanns Selig, Laura Serron, Timothy Sumner, Nicolas Tanguy, and Pieter Visser. Microscope mission : First results of a space test of the equivalence principle. *Phys. Rev. Lett.*, 119 :231101, Dec 2017.
- [39] Pierre Touboul, Gilles Métris, Manuel Rodrigues, Joel Bergé, Alain Robert, Quentin Baghi, Yves André, Judicael Bedouet, Damien Boulanger, Stefanie Bremer, Patrice Carle, Ratana Chhun, Bruno Christophe, Valerio Cipolla, Thibault Damour, Pascale Danto, Louis Demange, Hansjoerg Dittus, Océane Dhuicque, Pierre Fayet, Bernard Foulon, Pierre-Yves Guidotti, Daniel Hagedorn, Emilie Hardy, Phuong-Anh Huynh, Patrick Kayser, Stephanie Lala, Claus Lämmerzahl, Vincent Lebat, Françoise Liorzou, Meike List, Frank Löffler, Isabelle Panet, Martin Pernot-Borràs, Sandrine Pires, Benjamin Pouilloux, Pascal Prieur, Alexandre Rebray, Serge Reynaud, Benny Rievers, Hanns Selig, Laura Serron, Timothy Sumner, Nicolas Tanguy, Patrizia Torresi, and Pieter Visser. Microscope weak equivalence principle test and result, submitted to CQG.
- [40] Pierre Touboul, Manuel Rodrigues, Gilles Métris, Ratana Chhun, Alain Robert, Quentin Baghi, Emilie Hardy, Joel Bergé, Damien Boulanger, Bruno Christophe, Valerio Cipolla, Bernard Foulon, Pierre-Yves Guidotti, Phuong-Anh Huynh, Vincent Lebat, Françoise Liorzou, Benjamin Pouilloux, Pascal Prieur, and Serge Reynaud. MICROSCOPE mission analysis, requirements and expected performance. *arXiv e-prints*, page arXiv :2012.06472, December 2020.
- [41] Roland v. Eötvös, Desiderius Pekár, and Eugen Fekete. Beiträge zum gesetze der proportionalität von trägheit und gravität. *Annalen der Physik*, 373(9) :11–66, 1922.

- [42] V Viswanathan, A Fienga, O Minazzoli, L Bernus, J Laskar, and M Gastineau. The new lunar ephemeris inpop17a and its application to fundamental physics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 476(2) :1877–1888, Jan 2018.
- [43] Vishnu Viswanathan, Nicolas Rambaux, Agnes Fienga, Jacques Laskar, and Mickael Gastineau. Observational constraint on the radius and oblateness of the lunar core-mantle boundary. *Geophys.Res.Lett.*, 46 :7295–7303, 2019.
- [44] T A Wagner, S Schlamminger, J H Gundlach, and E G Adelberger. Torsion-balance tests of the weak equivalence principle. *Classical and Quantum Gravity*, 29(18) :184002, aug 2012.
- [45] D. Walsh, R. F. Carswell, and R. J. Weymann. 0957 + 561 A, B - Twin quasistellar objects or gravitational lens. *Nature*, 279 :381–384, 1979.
- [46] S. Weinberg. The making of the standard model. *The European Physical Journal C*, 34(1) :5–13, May 2004.
- [47] C.M. Will. Was einstein right? *Annalen der Physik*, 15(1-2) :19–33, Jan 2006.
- [48] JAMES G. WILLIAMS, SLAVA G. TURYSHEV, and DALE H. BOGGS. Lunar laser ranging tests of the equivalence principle with the earth and moon. *International Journal of Modern Physics D*, 18(07) :1129–1175, Jul 2009.
- [49] James G Williams, Slava G Turyshev, and Dale H Boggs. Lunar laser ranging tests of the equivalence principle. *Classical and Quantum Gravity*, 29(18) :184004, aug 2012.

La mission MICROSCOPE a pour ambition la mise à l'épreuve du principe d'équivalence (PE) et ce avec une précision inégalée de 10^{-15} , ce qui représente une avancée de deux ordres de grandeur par rapport aux précédentes expériences. Le satellite MICROSCOPE, lancé le 25 avril 2016, a parcouru des milliers d'orbites en recueillant les mesures permettant d'atteindre cet objectif. L'instrument à bord, développé par l'ONERA, fournit les mesures d'accélération de deux paires de masses qui sont comparées en vue de tester l'identité de leurs chutes libres, conséquence directe du PE. Ces mesures sont également utilisées à bord en temps réel par le système de contrôle d'attitude et d'orbite du satellite. Ce système calcule les poussées nécessaires à appliquer au satellite pour le maintenir dans une trajectoire de chute libre. C'est une mission conçue comme un laboratoire dans l'espace avec la possibilité de modifier les conditions expérimentales comme le spin du satellite, son accélération, sa température ou le centrage des masses. Le bon fonctionnement du satellite et de l'instrument ont été testés en orbite jusqu'en novembre 2016. Ensuite plusieurs mois de mesures scientifiques ont suivi jusqu'à fin 2018.

Le but de cette thèse consiste à utiliser les données de vol collectées pour améliorer ou modifier les modèles instrumentaux d'une part, les modèles de sources d'erreur de la mission d'autre part. L'évaluation des performances et des erreurs systématiques, en particulier les perturbations thermiques représentant 94% des erreurs systématiques dans une première publication en 2017, sont au cœur de ce travail de thèse.

Afin d'améliorer les résultats de la mission, le comportement thermique de l'instrument a été étudié. Pour ce faire, 13 sessions spécialement conçues pour l'évaluation du modèle thermique ont été jouées lors de l'expérience. Elles consistent en l'introduction d'un stimuli thermique à une fréquence f_{sti} proche de la fréquence du test du PE f_{EP} . Le but est d'observer l'impact de ce signal thermique sur l'accélération mesurée afin d'estimer la sensibilité thermique de l'instrument. Les méthodes employées consistent à analyser la corrélation des deux signaux dans les domaines temporel et fréquentiel. Après deux chapitres consacrés à la description de l'expérience et de son contexte, une première partie de ce travail consiste à estimer cette sensibilité thermique à la fréquence de stimuli f_{sti} et à ses harmoniques à l'aide d'un algorithme des moindres carrés. L'amplitude des variations de température est estimée afin d'en déduire l'impact de la systématique thermique sur la mesure d'accélération et donc sur le test du PE. Une seconde partie se focalise sur la dérive long-terme qui résulte des variations de température afin d'en estimer une sensibilité prise en compte sous forme d'un modèle polynomiale dans l'étude précédente. Enfin une dernière partie cherche à mettre en évidence l'origine de ces perturbations thermiques. Ces méthodes d'estimation ont permis d'améliorer d'un facteur 10 la systématique thermique initialement estimée dans la publication de 2017.

MOTS CLÉS

Mission spatiale, Analyse de données, Accéléromètre, Principe d'Equivalence, Gravitation

ABSTRACT

The MICROSCOPE mission aims to test the Equivalence Principle (EP) with an unprecedented accuracy of about 10^{-15} on the Eötvös parameter, which corresponds to an improvement of 2 more orders of magnitude than previous experiments. The MICROSCOPE satellite, launched on April 25th 2016, has collected thousands of data in order to reach this goal. The on-board instrument, T-SAGE, developed by ONERA, provides the acceleration measurements of two pairs of masses and compares them to test the EP. These measurements are also used in real time by the satellite's attitude and orbit control system. This system calculates the necessary thrusts to apply to the satellite to keep it in free fall. It is a mission designed as a laboratory in space with the capacity to modify the experimental conditions (satellite spinning, acceleration of the satellite, temperature, centering of the masses). The satellite and its instruments were tested in orbit until November 2016. Thus, until the end of 2018, scientific measurements were performed. The thesis objective is to improve or modify the instrumental models with the help of all collected data. The evaluation of performances and systematic errors is at the heart of the PhD's topic, particularly the thermal systematic, which represents 94% of the systematic errors.

In order to improve EP test results, the thermal behavior of the instrument was studied. To do so, 13 sessions dedicated to the thermal behavior of the instrument were played during the experiment. These sessions consist in introducing a periodic thermal stimulus at a frequency f_{sti} near the EP test frequency f_{EP} . The goal is to evaluate the impact of this stimulus on acceleration and to estimate the thermal sensitivity of the instrument. The analysis methods used focus on the evaluation of both signals' correlation (acceleration and temperature) in the time and frequency domain. The first part of this work consists in the estimation of the thermal sensitivity at a stimulus frequency f_{sti} and its harmonics with a Least Square algorithm. The estimation of the thermal variations amplitudes allows to evaluate the impact of the temperature variations on the acceleration measurement and on the EP test. A second part focuses on the drift thermal sensitivity due to the thermal variations. The goal is to obtain a drift thermal sensitivity which is not considered in the previous analysis. A last part consists in studying the origins of the thermal systematic. These methods allow to improve by a factor 10 the thermal systematic estimated in 2017.

KEYWORDS

Accelerometer, Data analysis, Space Mission, Gravitation, Equivalence Principle