



HAL
open science

Ondes spiralées, singularités de phase confinées et densité de spin acoustique émergeant lors de la diffusion d'une onde plane évanescente par un diffuseur résonant isolé

Ludovic Alhaitz

► **To cite this version:**

Ludovic Alhaitz. Ondes spiralées, singularités de phase confinées et densité de spin acoustique émergeant lors de la diffusion d'une onde plane évanescente par un diffuseur résonant isolé. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2022. Français. NNT : 2022BORD0163 . tel-03766530

HAL Id: tel-03766530

<https://theses.hal.science/tel-03766530>

Submitted on 1 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR
DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR
SPECIALITÉ MÉCANIQUE

Par **Ludovic ALHAÏTZ**

**Ondes spiralées, singularités de phase confinées et
densité de spin acoustique émergeant lors de la
diffusion d'une onde plane évanescente par un diffuseur
résonant isolé**

Écrite sous la direction de :

Christophe ARISTÉGUI, Olivier PONCELET, et Thomas BRUNET

Soutenue publiquement le 05 mai 2022 devant la commission d'examen formée de :

M. Étienne BRASSELET	Directeur de recherche CNRS	Président
M. Vincent PAGNEUX	Directeur de recherche CNRS	Rapporteur
M. Jean-Louis THOMAS	Directeur de recherche CNRS	Rapporteur
M. Jean-Marc CONOIR	Directeur de recherche CNRS	Examineur
M. Philippe MARMOTTANT	Directeur de recherche CNRS	Examineur
M. Christophe ARISTÉGUI	Professeur à l'Université de Bordeaux	Directeur de thèse
M. Thomas BRUNET	Maître de conférences Bordeaux INP	Co-encadrant
M. Olivier PONCELET	Chargé de recherche CNRS	Co-encadrant
M. Diego BARESCH	Chargé de recherche CNRS	Invité

Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés dans le département d'Acoustique Physique (APY) de l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M). En premier lieu, je tiens à remercier mon équipe d'encadrement avec qui j'ai eu la chance de travailler pendant toutes ces années. Je remercie profondément Olivier Poncelet qui a été pour moi un vrai guide tout au long de mon parcours, depuis le début du master jusqu'à la fin de la thèse. Je remercie au même titre Diego Baresch et Thomas Brunet à qui je dois également beaucoup, notamment pour leurs conseils avisés lors de mes expériences. Je remercie Christophe Aristégui pour tous les conseils qu'il a pu me donner durant mon parcours universitaire. J'ai été très sensible à leur humilité, à leur grande rigueur scientifique, et à la confiance qu'ils m'ont accordée. J'ai également une pensée pour Alexander Shuvalov avec qui j'ai partagé de nombreuses discussions intéressantes.

J'aimerais ensuite adresser mes sincères remerciements à Vincent Pagneux et Jean-Louis Thomas qui ont examiné ce manuscrit. Je remercie également Étienne Brasselet, Jean-Marc Conoir et Philippe Marmottant qui m'ont fait l'honneur de participer à mon jury. J'ai apprécié le réel intérêt qui a été porté sur mes travaux, complété de discussions riches et très pertinentes.

Je souhaite remercier par la suite les différentes équipes pédagogiques avec qui j'ai interagi lors de mes différentes missions d'enseignement. Merci notamment à Andrzej Kuziak, Yannick Guillet et Anissa Meziane. Je remercie également Raj Kumar et Olivier Mondain-Monval du CRPP avec qui j'ai collaboré au tout début de ma thèse. Je salue Raj pour le temps qu'il a pris pour me montrer la fabrication des matériaux poreux servant à la réalisation des métasurfaces. J'adresse de plus un profond remerciement à Stéphane Rullier qui a fabriqué avec minutie la cuve que j'ai utilisée pour réaliser les mesures de diffusion.

La réalisation de cette thèse a pu se faire dans les meilleures conditions grâce au soutien de mes nombreux collègues et amis. Je suis heureux d'avoir pu travailler aux côtés d'Olivier Lombard, Fanambinana ("Fa") Delmotte et Thomas Lacour au sein de la team FAMAS. Merci Fa et Victor avec qui j'ai partagé le bureau durant plus de 3 ans dans la bonne humeur. Un remerciement particulier à François Bruno pour les longues heures que nous avons passé à discuter de physique et de science en général. Je remercie également Arthur, Julien, Louise, Pierre, Justine, Marie, qui sont devenus de vrais amis à l'extérieur du labo et avec qui j'ai partagé tant de moments inoubliables. Plus généralement, je n'oublierai pas tous ceux dont j'ai croisé le chemin pendant ces années. Je vous souhaite à tous le meilleur pour l'avenir.

Je pense également à tous les permanents d'APY avec qui j'ai eu des échanges toujours constructifs, aux enseignants de l'Université de Bordeaux, et au personnel technique et administratif de l'institut.

Pour finir, je remercie ma famille, mes parents, mon frère, mes amis, qui m'ont soutenu durant ce long parcours.

Résumé

Les travaux de thèse reposent sur l'étude physique de la diffusion résonante d'une onde plane évanescente acoustique par un objet sphérique isolé dans une matrice fluide.

Lorsqu'une onde plane incidente est diffusée par un objet de section circulaire et de taille comparable à sa longueur d'onde, des ondes se propageant autour de la circonférence de ce dernier sont engendrées. Si cette onde incidente est évanescente, son asymétrie en amplitude favorise l'excitation d'ondes circulaires par rapport à celles qui parcourent la surface de l'objet en sens inverse. Un champ d'ondes circonférentielles qui se propagent angulairement se crée alors à l'intérieur de l'objet. L'interférence entre ces ondes fait apparaître des lignes de singularité de phase où l'amplitude du champ s'annule, et dont le nombre est étroitement lié à l'ordre du mode de diffusion résonant. Dans le milieu extérieur, le champ de pression diffusé présente une structure en spirale, transportant l'énergie de manière omnidirectionnelle.

Sur la base des analyses théoriques effectuées, un dispositif a été mis en place pour explorer de manière expérimentale la diffusion acoustique d'une onde plane évanescente par une gouttelette sub-millimétrique. Cette onde est engendrée par la réfraction sur-critique d'un faisceau plan à l'interface entre deux fluides non miscibles. Grâce à la précision du dispositif de mesure, les singularités de phase présentes à l'intérieur de l'objet ont pu être détectées et les cartographies du champ de pression résultant de la diffusion ont été comparées avec succès aux prédictions théoriques.

Dans ce système, le flux d'énergie circule autour des singularités de phase et possède également une rotation à l'échelle locale. Ces effets sont liés à des quantités physiques non usuelles contribuant au moment angulaire du champ. En particulier, l'observation théorique et expérimentale d'une densité de moment angulaire de spin acoustique à l'intérieur d'une gouttelette placée dans un champ évanescent a pour la première fois été réalisée. Cette quantité provient du déplacement elliptique des particules du milieu au passage de l'onde plane évanescente et est proportionnelle au couple de radiation acoustique exercé sur des objets plus petits que la longueur d'onde incidente.

Les résultats obtenus pourraient ainsi avoir des implications importantes quant à la possibilité de mettre en translation et/ou en rotation, sans contact, des particules placées dans un champ évanescent, et pourraient également être exploités dans le cadre de l'imagerie acoustique.

Mots-clés : ondes planes évanescentes, diffusion acoustique, ondes spiralées, singularités de phase, densité de spin acoustique

Abstract

This work deals with the physical analysis of the scattering of an evanescent acoustic plane wave by an isolated and resonant spherical scatterer suspended in a fluid medium.

The scattering of an incident plane wave by an object of a size comparable to its wavelength and with a circular cross-section generates circumferential waves that propagate along the surface of this object. In the case of an incident evanescent plane wave, symmetry breaking effects occur in the field. As a consequence, circular waves are preferentially excited compared to those which propagate in the opposite direction. A circumferential wave field with angular propagation is then created inside the object. Due to the interferences of these waves, phase singularity lines appear where the field amplitude vanishes. Furthermore, the number of singularities is related to the order of the resonant scattering mode. In the external medium, the scattered pressure field has a spiral structure associated with omnidirectional energy transport.

A set-up has been developed to experimentally investigate the scattering of an evanescent plane wave by a resonant submillimetre-sized droplet. Evanescent plane waves are generated by the total internal refraction of a beam at the interface between two immiscible fluids. Then, thanks to the precision of the measurement device, the phase singularities present inside the object were detected and the field maps were successfully compared with theoretical predictions.

In this system, the energy flow circulates around the phase singularities and also presents a local rotation. These effects are related to unusual physical quantities contributing to the angular momentum of the field. For the first time, an acoustic spin density is observed theoretically and experimentally inside a millimetre-sized droplet immersed in an evanescent field. This quantity results from the elliptical displacement of medium particles undergoing an evanescent plane wave, and is proportional to the acoustic radiation torque that can be applied to sub-wavelength objects.

These results could have important implications for the non-contact translation or rotation of objects using evanescent fields, and could be also exploited for acoustic imaging.

Keywords : evanescent plane waves, acoustic scattering, spiraling waves, phase singularities, acoustic spin density

Table des matières

Introduction générale	1
1 Cadre théorique et méthodes expérimentales pour la diffusion d'ondes acoustiques par un objet isolé	7
1.1 Formalisme général de la diffusion acoustique par une sphère	10
1.1.1 Équations de la propagation d'ondes acoustiques dans les solides et les fluides	10
1.1.2 Solutions de l'équation de propagation en coordonnées sphériques	14
1.1.3 Diffusion par une sphère unique	17
1.1.4 Sections efficaces de diffusion dans un milieu fluide	21
1.1.5 Modes de diffusion monopolaire et dipolaire	22
1.2 Méthodologie expérimentale de la mesure du champ diffusé	25
1.2.1 Choix du milieu environnant de propagation	27
1.2.2 Matériaux pertinents pour la diffusion résonante	27
1.2.3 Dispositif d'émission ultrasonore	28
1.2.4 Mesure de l'évolution de la pression acoustique	29
1.2.5 Création, positionnement et calibration du diffuseur	30
1.2.6 Mesure et analyse d'un champ diffusé aux différentes résonances d'une gouttelette d'huile fluorée	31
1.2.7 Diffusion dans le domaine temporel	32
1.2.8 Application expérimentale de l'estimation de l'atténuation d'un objet de faible viscosité	38
1.3 Synthèse et discussion	43
2 Interaction d'une onde plane évanescente avec un objet	45
2.1 Définitions et positionnement du problème	47
2.2 Coefficients de forme d'un champ évanescent et enrichissement modal de la diffusion	50
2.2.1 Expressions des coefficients de forme d'une onde plane évanescente	50
2.2.2 Champs diffusé et interne	53
2.3 Étude du mode dipolaire engendré lors de la diffusion d'une onde plane évanescente et émergence d'un champ spiralé	54
2.3.1 Structure du dipole dans le cas d'une onde plane incidente évanescente	55

2.3.2	Champ diffusé spiralé	57
2.3.3	Application à la diffusion Rayleigh	58
2.4	Régime de Mie : multiples fronts spiralés	61
2.4.1	Analyses préliminaires de la structure du champ	61
2.4.2	Multiples spirales diffusées	64
2.5	Sections efficaces de diffusion dans le cas d'une onde plane incidente évanescente	69
2.5.1	Sections efficaces normalisées	71
2.5.2	Sections efficaces de diffusion d'une goutte d'huile fluorée et d'une bille de BiPbSnInCd	73
2.5.3	Bilan sur les sections efficaces de diffusion	76
2.6	Apparition de singularités de phase confinées dans l'objet	77
2.6.1	Généralités sur les singularités de phase	77
2.6.2	Analyse de la topologie du champ interne	79
2.6.3	Lieux d'existence des singularités de phase dans les trois dimensions . . .	83
2.7	Synthèse et discussion	86
3	Méthodes expérimentales pour la génération d'ondes planes évanescentes	89
3.1	Génération d'ondes planes évanescentes à partir de la transmission à travers une métasurface d'indice périodique	90
3.1.1	Description de la métasurface	91
3.1.2	Mesure du champ transmis à travers la métasurface	93
3.1.3	Bilan de la méthode	96
3.2	Génération d'une onde plane évanescente par réfraction sur-critique à l'interface entre deux fluides	97
3.2.1	Réflexion totale à une interface plane	97
3.2.2	Choix des fluides, description de la cuve utilisée, et modélisation du champ	99
3.2.3	Mesure de champs de pression évanescents	101
3.3	Synthèse et discussion	109
4	Ondes diffusées spiralées et ondes singulières à l'intérieur d'un diffuseur placé dans un champ évanescent	111
4.1	Mise en place du système expérimental et caractérisations préliminaires	113
4.1.1	Influence de l'interface dans le processus de diffusion de l'onde plane évanescente	114
4.1.2	Injection d'une gouttelette dans le gel de carbopol et mesures acoustiques de la diffusion d'une onde plane évanescente	115
4.2	Mesure d'ondes spiralées en régime de diffusion résonnant	118
4.2.1	Diffusion dipolaire par un objet sub-longueur d'onde	118
4.2.2	Résonances et spirales multiples	123
4.3	Ondes circonférentielles et détection de singularités de phase à l'intérieur d'une gouttelette	127

4.3.1	Procédures expérimentales	127
4.3.2	Cartographies du champ de pression à l'intérieur d'une gouttelette	128
4.4	Synthèse et discussion	138
5	Densité de moment angulaire du champ résultant de la diffusion d'ondes planes évanescentes	141
5.1	Moment angulaire d'un champ acoustique	144
5.1.1	Moment angulaire d'une particule de fluide soumise à un champ acoustique	145
5.1.2	Moment angulaire d'un champ acoustique défini directement à partir du flux d'énergie moyen	150
5.1.3	Bilan des différentes approches et discussion	155
5.1.4	Couple de radiation exercé sur une sphère en régime de Rayleigh	156
5.2	Conversion de la densité de moment angulaire de spin lors de la diffusion d'une onde plane évanescente	158
5.2.1	Quantités énergétiques associées à une onde plane évanescente	159
5.2.2	Analyse du moment angulaire de spin d'un champ résultant des contributions monopolaire et dipolaire	160
5.2.3	Densité de moment angulaire de spin à la résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée	162
5.2.4	Densité de moment angulaire de spin à la résonance hexapolaire	169
5.3	Synthèse et discussion	174
	Conclusion générale et perspectives	177
A	Propriétés acoustiques des matériaux étudiés	181
B	Conception et fabrication d'une métasurface à indice périodique en PDMS poreux	183
B.1	Paramètres mécaniques des matériaux	183
B.2	Choix des différentes porosités	184
C	Calcul de la force et du couple de radiation en régime de Mie	187
C.1	Expressions de la force et du couple de radiation	187
C.2	Force et couple de radiation exercés par une onde plane évanescente	189

Table des figures

1.1	Définition du repère sphérique	14
1.2	Dispositif expérimental pour la mesure de la diffusion d'une onde acoustique . .	26
1.3	Coefficients de diffusion et sections efficaces totales de diffusion d'une gouttelette d'huile fluorée et d'une bille de BiPbSnInCd	28
1.4	Photographie d'une gouttelette d'huile fluorée en suspension dans du gel de carbopol et de l'hydrophone à fibre optique.	30
1.5	Mesure d'un signal diffusé par une gouttelette d'huile fluorée	31
1.6	Module et phase du champ diffusé par une gouttelette d'huile fluorée pour les quatre premières fréquences de résonance	33
1.7	Module et phase du coefficient de diffusion quadrupolaire d'une bille de BiPbSnInCd dans le plan complexe des fréquences	37
1.8	Mesure du signal diffusé par une bille de BiPbSnInCd à la résonance quadrupolaire	38
1.9	Signal et spectre incidents	39
1.10	Signal diffusé par une bille de BiPbInSnCd et spectre associé	40
1.11	Translation de la position du pôle du coefficient de diffusion quadrupolaire d'une bille de BiPbInSnCd dans le plan complexe des fréquences en fonction de l'atténuation	42
2.1	Configuration du problème de la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet sphérique	49
2.2	Représentation des ellipses formées par le vecteur d'onde, la vitesse, et le déplacement incidents	51
2.3	Module des premiers coefficients de forme pour différents degrés d'évanescence .	54
2.4	Redéfinition du repère sphérique	55
2.5	Rapport d'amplitude des potentiels $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ et $\tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$ et phase de la partie angulaire du potentiel dipolaire	57
2.6	Module des premiers coefficients de diffusion S_n d'une gouttelette d'iodobenzène.	59
2.7	Phase du champ de pression diffusé dipolaire en fonction du degré d'évanescence	60
2.8	Évolution temporelle du champ de pression diffusé par une gouttelette d'iodobenzène	60
2.9	Modules des coefficients de diffusion et interne d'une gouttelette d'huile fluorée .	62
2.10	Champ de pression diffusé et à l'intérieur d'une gouttelette d'huile fluorée en fonction du temps	63

2.11	Module et phase du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance dipolaire (onde plane incidente homogène)	65
2.12	Module et phase du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance dipolaire (onde plane incidente évanescente)	66
2.13	Module et phase du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance quadrupolaire (onde plane incidente homogène)	67
2.14	Module et phase du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance quadrupolaire (onde plane incidente évanescente)	68
2.15	Champ de pression diffusé et à l'intérieur d'une gouttelette d'huile fluorée pour différentes valeurs de la fréquence réduite	70
2.16	Représentation du flux du vecteur de Poynting moyen de l'onde plane incidente évanescente	71
2.17	Section efficace différentielle de diffusion de différents objets	73
2.18	Section efficace totale de diffusion de différents objets	74
2.19	Section efficace totale de diffusion d'une gouttelette d'huile fluorée pour différents intervalles de la fréquence réduite	75
2.20	Description des singularités de phase présentes dans un champ	78
2.21	Phase du champ de pression pour différentes valeurs de la fréquence réduite	81
2.22	Valeurs maximales du module des premiers potentiels internes partiels en fonction de la fréquence réduite	83
2.23	Champ de pression totale pour différentes valeurs du degré d'évanescence	84
2.24	Lieux de singularités de phase dans le champ tridimensionnel résultant de la diffusion par une gouttelette d'huile fluorée en fonction du degré d'évanescence	86
3.1	Schéma de principe de la génération d'ondes planes évanescentes à partir de la transmission à travers une métasurface d'indice périodique	92
3.2	Représentation de la mesure du champ de pression dans le plan xz située sur le plan médian de la métasurface	94
3.3	Amplitudes et spectres spatiaux des champs mesurés sans et avec la métasurface	95
3.4	Evolution de l'amplitude des composantes spectrales spatiales correspondant à la largeur du motif périodique dans la direction normale à la métasurface	96
3.5	Principe de la réflexion totale d'une onde acoustique plane à l'interface entre deux fluides parfaits	98
3.6	Module et phase des coefficients de réflexion et de transmission pour une interface huile fluorée / eau	100
3.7	Modèle 3D de la cuve et schéma du dispositif expérimental pour la génération d'ondes planes évanescentes et la mesure du champ de pression	102

3.8	Modélisation de la réfraction sur-critique d'un faisceau plan à une interface . . .	103
3.9	Signaux temporels mesurés à différentes altitudes dans la direction verticale . . .	104
3.10	Champ de pression évanescents mesuré à un temps donné	106
3.11	Évolution de l'amplitude du champ dans la direction verticale	107
3.12	Module et phase de la transformée de Fourier du champ de pression à différentes fréquences	108
4.1	Champ de pression calculé numériquement dans le but d'évaluer l'influence de l'interface	114
4.2	Photographies de gouttelettes d'huile fluorée en suspension dans le gel de carbopol à proximité de l'interface.	116
4.3	Module du champ de pression avant diffusion	117
4.4	Signaux temporels à l'extérieur d'une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance dipolaire	120
4.5	Champ de pression à l'extérieur d'une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance dipolaire aux premiers instants de la diffusion	121
4.6	Champ de pression à l'extérieur d'une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance dipolaire dans le régime établi de la diffusion	122
4.7	Comparaison de la phase du champ de pression à la résonance dipolaire	124
4.8	Comparaison du module du champ de pression à la résonance dipolaire	125
4.9	Champ de pression à l'extérieur d'une gouttelette à un temps donné pour différentes fréquences de résonance	126
4.10	Photographie de l'hydrophone à fibre optique inséré dans une gouttelette d'huile fluorée en suspension dans le gel de carbopol à proximité de l'interface	129
4.11	Représentation de la mesure du champ de pression interne	129
4.12	Signaux temporels enregistrés en fonction de l'altitude pour $f_0 = 0,54$ MHz passant par le centre de la gouttelette	131
4.13	Signaux temporels enregistrés en fonction de l'altitude pour $f_0 = 0,54$ MHz passant par une singularité de phase	132
4.14	Propagation du champ de pression à l'extérieur et à l'intérieur d'une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance hexapolaire	134
4.15	Phase instantanée du champ de pression à l'extérieur et à l'intérieur d'une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance hexapolaire à différents instants .	135
4.16	Module instantané du champ de pression à l'extérieur et à l'intérieur d'une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance hexapolaire à différents instants .	136
4.17	Phase et module de la transformée de Fourier du champ de pression mesuré à l'extérieur et à l'intérieur d'une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance hexapolaire	137
4.18	Comparaison entre modèle et expérience de la position des singularités de phase dans la gouttelette à la fréquence de résonance hexapolaire	138

5.1	Trajectoire elliptique d'une particule de matière en présence d'une onde plane évanescente	147
5.2	Illustration de la notion de déplacement elliptique en vision eulérienne	151
5.3	Couple de radiation exercé sur une bille de polystyrène en régime de Rayleigh	158
5.4	Moment angulaire de spin acoustique expérimental d'un champ évanescent	160
5.5	MA de spin acoustique à la fréquence de résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée en fonction du degré d'évanescence de l'onde incidente	164
5.6	Phase du champ de pression à la résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée	166
5.7	Module du champ de pression à la résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée	167
5.8	Mesure du MA de spin acoustique et de la densité de quantité de mouvement à la fréquence de résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée	168
5.9	Quantités théoriques relatives au MA de spin à la résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée le long de la direction z	169
5.10	Phase et module (analytiques et expérimentaux) du champ de pression à la fréquence de résonance hexapolaire d'une goutte d'huile fluorée	171
5.11	MA de spin transverse du champ à la fréquence de résonance hexapolaire d'une goutte d'huile fluorée	172
5.12	Quantités théoriques relatives au MA de spin à la résonance hexapolaire d'une gouttelette d'huile fluorée le long de la direction z	173
5.13	Comparaison entre la prédiction du modèle et la mesure du MA de spin dans la direction verticale	174
B.1	Célérité longitudinale du PDMS poreux en fonction de la porosité et rapport d'impédance	185
B.2	Photographie d'une métasurface de motif périodique $\Lambda = 6$ mm constituée de deux tranches de porosités 15% et 20%	186
C.1	Objet immergé dans un fluide et excité par une onde acoustique	188
C.2	Section efficace totale d'une bille de polystyrène	189
C.3	Force et couple de radiation exercés sur une bille de polystyrène	190

Liste des tableaux

1.1 Répartition des différents potentiels impliqués dans la diffusion d'une onde acoustique par une sphère et des propriétés acoustiques des différents milieux	17
2.1 Caractéristiques des ondes planes homogènes et évanescentes	49
A.1 Propriétés acoustiques des matériaux fluides	181
A.2 Propriétés acoustiques des matériaux solides	181

Nomenclature

Symboles mathématiques et opérateurs

x, y, z	Coordonnées cartésiennes de l'espace
r, θ, φ	Coordonnées sphériques de l'espace
i	Nombre imaginaire ($i^2 = -1$)
Re	Partie réelle
Im	Partie imaginaire
z^*	Conjugué du nombre complexe z
∇	Opérateur nabla
∇^2	Laplacien
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	Produit scalaire des vecteurs \mathbf{a} et \mathbf{b}
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$	Produit vectoriel des vecteurs \mathbf{a} et \mathbf{b}
$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	Produit dyadique (tensoriel) des vecteurs \mathbf{a} et \mathbf{b}
$ z $	Valeur absolue / module du scalaire z
$ \mathbf{a} $	Norme euclidienne du vecteur \mathbf{a} , $ \mathbf{a} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}^*)^{1/2}$
\tilde{f}	Transformée de Fourier de la fonction f
$\langle f \rangle$	Moyenne temporelle de la fonction f
\mathbf{A}^T	Transposée de la matrice \mathbf{A}
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
a_n^m	Coefficients de forme du champ incident
S_n	Coefficients de diffusion
s_n^m	Amplitudes modales du champ diffusé
B_n	Coefficients du champ interne
b_n^m	Amplitudes modales du champ interne

$j_n, h_n^{(1)}$ Fonctions sphériques (Bessel, Hankel) de première espèce

P_n^m Fonctions de Legendre

Y_n^m Harmoniques sphériques

Quantités physiques

f, ω Fréquence, pulsation

λ Longueur d'onde

κ Taux de décroissance en amplitude d'une onde évanescente

β Degré d'évanescence

k, ν Nombre d'onde, fréquence spatiale

\mathbf{k} Vecteur d'onde (potentiellement complexe $\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}''$)

α Atténuation

ρ Masse volumique

c Célérité de l'onde

B Module de compressibilité isotherme

Z Impédance acoustique

λ_s, μ_s Coefficients de Lamé

a Rayon d'un objet sphérique

ka Fréquence réduite

p Pression acoustique

\mathbf{v} Vitesse particulaire

\mathbf{u} Déplacement particulaire

\mathbf{s} Lenteur

$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ Tenseur des contraintes

$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ Tenseur des déformations

ϕ Potentiel des vitesses longitudinal dans un fluide

\mathbf{P} Vecteur de Poynting acoustique

I Intensité acoustique

E Densité d'énergie acoustique

σ_d Section efficace différentielle de diffusion

σ_s	Section efficace totale de diffusion
\mathbf{q}	Densité de quantité de mouvement
\mathbf{M} ou \mathbf{J}	Densité de moment angulaire totale
\mathbf{L}	Densité de moment angulaire orbital
\mathbf{S}	Densité de spin
\mathbf{F}	Force de radiation acoustique
\mathbf{T}	Couple de radiation acoustique
s	Charge topologique
ϑ_{inc}	Angle d'incidence
R, T	Coefficients de réflexion et de transmission en pression

Introduction générale

Une onde plane évanescente est une onde plane qui se propage dans un milieu parfait et qui est atténuée exponentiellement en amplitude dans une direction orthogonale à sa direction de propagation. Mathématiquement, on associe à une telle onde un vecteur d'onde à valeur complexe, appelé bi vecteur [1, 2], composé d'un premier vecteur (associé à la partie réelle) indiquant sa direction de propagation, et d'un second vecteur orthogonal au premier (associé à la partie imaginaire) indiquant la direction de sa décroissance exponentielle en amplitude. Elle apparaît de manière naturelle dans des milieux fluides ou solides par la manifestation de différents phénomènes physiques. Par exemple, elle peut être engendrée par la réfraction sur-critique d'un faisceau à l'interface entre deux milieux, par diffraction de Bragg à travers une structure périodique, ou encore à partir de la propagation subsonique d'une onde dans un guide placé dans un milieu où la célérité des ondes y est plus élevée.

Diverses applications exploitant les propriétés de ces ondes ont tout d'abord vu le jour dans le domaine de l'optique. Premièrement, la mesure des composantes évanescentes d'un champ est la clé de la microscopie sub-longueur d'onde, dont l'objectif est de dépasser le critère de résolution de Rayleigh des microscopes classiques. Pour cela, des lentilles ou des microscopes optiques en champ proche ont été développés [3], comme par exemple dans le cadre de la microscopie SNOM (Scanning Near Field Optical Microscopy). Cette technique d'imagerie utilise une sonde, qui en s'approchant à la surface des objets à imager, est capable de collecter les composantes évanescentes du champ proche de ces objets. Ces dernières ayant des fréquences spatiales plus grandes que celles des ondes homogènes (propagatives de volume), la résolution d'image est améliorée [4–6]. Toujours dans la thématique de l'imagerie haute résolution, des métamatériaux ont également été conçus et les résonances de leur structure permettent de convertir des modes évanescents en modes se propageant en champ lointain [7–11].

Un deuxième domaine d'application qui tire parti des propriétés des ondes évanescentes est celui de la manipulation de petits objets. L'objectif est d'utiliser la pression de radiation exercée par une onde sur un objet pour le déplacer sans contact et sans dégradation. Les applications visées peuvent être par exemple le positionnement de cellules dans des cultures, ou encore la délivrance localisée de médicaments. De manière générale, l'exploitation de la force et du couple de radiation acoustiques est en plein essor depuis plusieurs années. En effet, en comparaison avec les forces de radiation appliquées par les faisceaux optiques, les niveaux des forces de

radiation acoustiques peuvent s'avérer beaucoup plus importants, permettant la manipulation de certains objets sans endommagement [12]. Pour parvenir à mettre en translation ou en rotation un objet, une des possibilités est de briser la symétrie du champ autour de ce dernier. Diverses formes de champs incidents peuvent alors être considérées. Prenons par exemple le cas des faisceaux de Bessel dont la phase évolue linéairement dans le plan normal à leur direction de propagation, et dont l'amplitude varie dans la direction radiale. Ces derniers permettent de briser à la fois la symétrie radiale et angulaire, ce qui leur confère un fort intérêt pour la manipulation d'objets grâce à la force et au couple qui peuvent être exercés pour former des pinces acoustiques [12–14]. Dans le cas d'une onde plane évanescente, la brisure de symétrie du champ est la plus prononcée dans le plan porté par le bi vecteur d'onde incident. Dans un premier temps, il a été montré de manière théorique en optique que lorsqu'elles interagissent avec un objet, ces ondes induisent une force dirigée dans leur direction de propagation et dans la direction de leur gradient d'amplitude [15], ainsi qu'un couple dans la direction normale au bi vecteur d'onde incident [16]. La force et le couple de radiation induits par les ondes évanescentes acoustiques ont été étudiés plus récemment [17]. Il y a plusieurs décennies, le groupe de S. Kawata a pour la première fois démontré expérimentalement qu'il est possible de déplacer des particules de taille micrométrique placées dans un champ optique évanescent engendré à partir de la réflexion totale d'un laser sur la surface d'un prisme [18, 19]. Ensuite, d'autres applications dans le domaine de l'électromagnétisme ont été rapportées telles que la manipulation d'objets biologiques comme des globules rouges [20, 21]. En acoustique, et plus particulièrement dans le domaine de la microfluidique, des travaux ont montré la possibilité de manipuler des cellules à partir de la pression de radiation d'ondes de surface [22–24], ou encore des particules de taille micrométrique soumises à l'action d'un faisceau de Bessel évanescent [25].

Dans ce contexte, il est intéressant de comprendre les phénomènes physiques mis en jeu dans les applications citées précédemment. Pour cela, il est nécessaire d'étudier la structure et les propriétés physiques du champ acoustique issu de l'interaction d'une onde plane évanescente avec un objet. Lorsqu'une onde rencontre un objet d'extension finie, comme par exemple un cylindre ou une sphère, elle est diffusée et se propage dans des directions différentes de sa direction d'incidence. Il peut s'agir d'un phénomène résonant lorsque la longueur d'onde est comparable à la taille caractéristique des objets qui sont excités. La résolution théorique de la diffusion d'une onde plane homogène par un objet sphérique est un vieux problème connu depuis les travaux de G. Mie en 1908 [26]. Le cas de la diffusion d'une onde plane évanescente a quant à lui été traité en électromagnétisme il y a plusieurs années, montrant principalement que la section efficace totale de la diffusion peut être augmentée en comparaison avec celle d'une onde plane homogène, grâce à l'excitation de modes multipolaires additionnels [27–32]. Cependant, la résolution de ce problème n'a été rapporté que très récemment et partiellement en acoustique. En effet, les études se sont fortement focalisées sur les effets induits par l'interaction des ondes planes évanescentes avec la matière, par exemple pour quantifier la force et le couple de radiation exercés par ces ondes [17]. Cependant la description des caractéristiques structurelles du champ

est incomplète. Motivés pour bien comprendre la physique de la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet, nous analysons plus en profondeur ce phénomène dans ce manuscrit à partir d'analyses de champs.

Tout d'abord, nous nous attendons à ce que la diffusion d'une telle onde diffère fortement de celle d'une onde plane homogène. En effet, prenons le cas d'un diffuseur petit devant la longueur d'onde incidente. La diffusion par un tel objet, dite de Rayleigh, résulte des vibrations monopolaire et dipolaire de ce dernier. Le premier mode est lié à la variation de volume isotrope de l'objet et le second à l'oscillation de son centre de masse. Lors du passage d'une onde acoustique, un petit objet est entraîné par le mouvement des particules du milieu. Lorsque l'onde incidente est une onde plane homogène, le déplacement des particules et le dipole de diffusion induit sont uniaxiaux. Cependant, lorsque l'onde incidente est évanescente, les particules possèdent un mouvement elliptique, et nous verrons que dans ce cas le dipole n'est pas uniaxial mais est composé de deux directions orthogonales en quadrature. Ce dernier peut être alors interprété comme un dipole tournant dans du temps. Pour un objet de taille comparable à la longueur d'onde incidente, un processus différent se met en place. Si l'objet a une section circulaire, la diffusion engendre deux systèmes d'ondes se propageant circonférentiellement en sens inverse. Si l'onde plane incidente est homogène avec une structure axisymétrique par rapport à sa direction de propagation, ces deux systèmes contra-propagatifs d'ondes circulaires ont la même amplitude. Par conséquent, un champ d'ondes stationnaires est créé autour de la circonférence de l'objet. Or, dans le cas d'une onde plane incidente évanescente dont la structure n'est pas axisymétrique, les ondes circonférentielles qui se propagent en sens opposé n'ont pas la même amplitude et la stationnarité angulaire du champ est donc brisée. Nous verrons alors que des ondes se propageant de manière angulaire se forment et associées à une charge topologique [33], provoquant l'apparition de singularités de phase quelque part dans l'objet. Des rapprochements et des analogies avec les vortex optiques ou acoustiques pourront donc être effectués [33–35]. La diffusion résonante d'une onde plane évanescente est donc susceptible d'être associée à des caractéristiques de champ particulières et à des quantités physiques intéressantes à explorer d'un point de vue théorique et expérimental.

En électromagnétisme, des quantités physiques telles que le moment angulaire orbital et le moment angulaire de spin, l'un de nature extrinsèque et le deuxième de nature intrinsèque [36], sont définies à partir du champ. Lorsque ces quantités sont transférées à un objet, ce dernier subit un couple de radiation qui le fait tourner autour d'un axe ou sur lui-même. Les recherches portant sur le moment angulaire des ondes acoustiques datent de plusieurs décennies [35, 37–39]. Pourtant, ce n'est que très récemment, en 2018 et 2019, que le moment angulaire de spin a été considéré pour les ondes de compression se propageant dans les fluides [40–42]. Il a été montré que cette quantité physique est associée au déplacement elliptique des particules d'un milieu dans lequel se propage une onde acoustique hétérogène [43]. Un intérêt considérable pour le moment angulaire de spin acoustique est recensé dans la littérature pour son implication

dans les applications de rotation de petits objets [17, 41, 44], ou encore pour le contrôle de la propagation d'ondes acoustiques dans des milieux architecturés tels que les métamatériaux ou les métasurfaces [40, 41, 45–49]. Une onde plane évanescente possède des propriétés physiques non communes [50], donc sa diffusion est un phénomène intéressant pour l'étude du spin en acoustique.

L'enjeu de cette thèse est d'abord d'établir une analyse physique complète de la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet sphérique, en analysant la structure des différents champs mis en jeu à partir d'une modélisation analytique et de mesures expérimentales. L'étude est ensuite étendue à la description des propriétés de moment angulaire du champ, en particulier à sa densité de spin acoustique. Alors qu'une grande majorité des études sur la diffusion s'intéressent uniquement au champ diffusé à l'extérieur de l'objet, nous nous intéressons également dans ce manuscrit à la structure du champ dans l'objet. La compréhension des mécanismes d'interaction d'une onde plane évanescente avec un objet, ainsi que ceux à l'origine de la rotation sans contact de particules, sont les objectifs principaux de cette thèse. De plus, cette étude peut se retrouver dans de nombreux contextes tels que l'imagerie médicale, le contrôle non destructif de structures, l'identification d'objets enfuis dans le secteur naval, la manipulation d'objets, ou encore la conception de métamatériaux.

Le manuscrit est structuré en cinq chapitres. Dans le premier chapitre, nous présentons les éléments importants pour la description et la compréhension de la diffusion d'une onde acoustique par un objet isolé. Nous développons le cadre analytique de la diffusion spatio-temporelle d'une onde incidente quelconque se propageant dans un fluide parfait en interaction avec un objet fluide ou solide. Ensuite, nous présentons les méthodes expérimentales utilisées pour la mesure de la diffusion d'une onde ultrasonore par un objet de taille millimétrique. Dans un objectif de validation, nous effectuons des mesures de la diffusion d'une onde plane homogène par un objet sphérique et les confrontons aux prédictions du modèle. Nous présentons à la fin du chapitre les caractéristiques du régime libre de la diffusion, qui peuvent être exploitées pour par exemple estimer l'atténuation d'un objet.

Dans le deuxième chapitre, nous développons de manière analytique le problème de la diffusion d'une onde plane évanescente. Nous effectuons une analyse physique du champ pour décrire les mécanismes de la diffusion d'une telle onde par un objet dans les différents régimes de diffusion. Nous étudions l'influence des résonances de l'objet ainsi que celle du degré d'évanescence de l'onde incidente sur la structure du champ. Nous analysons en particulier la structure du champ dipolaire afin d'expliquer l'émergence d'un champ diffusé de forme spiralée, ainsi que la présence de singularités de phase à l'intérieur de l'objet.

Le troisième chapitre concerne la génération de l'onde plane évanescente. Nous exposons deux approches différentes pour engendrer des ondes planes évanescentes dans un milieu fluide. La première consiste à déphaser localement un faisceau incident plan après transmission à travers une métasurface d'indice acoustique périodique. Le deuxième système, mieux adaptée à notre étude, met en place la réfraction sur-critique d'une onde à l'interface entre deux fluides

non miscibles.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons plusieurs mesures de champs diffusés aux fréquences ultrasonores conduites sur des gouttes d'une huile fluorée résonantes (fluide lourd avec une faible célérité du son) placées près d'une interface. Ces dernières mettent en évidence le phénomène de génération de spirales diffusées dans le régime résonant. Ensuite, nous présentons une mesure originale du champ de pression à l'intérieur d'une goutte dans le but de détecter des singularités de phase et de visualiser les ondes circonférentielles se propageant autour de ces dernières.

Enfin, le dernier chapitre de ce manuscrit porte sur l'étude du moment angulaire du champ induit par la diffusion d'une onde plane évanescente. Un axe d'étude important est celui de la densité de spin acoustique. Afin d'expliquer la provenance de cette dernière quantité qui est au centre des recherches actuelles, nous discutons dans un premier temps du concept de moment angulaire acoustique. Nous proposons une approche mécanicienne de cette quantité, puis nous effectuons une analyse comparative avec l'approche relatée dans la littérature. Nous étudions ensuite principalement la conversion de la densité de spin de l'onde plane évanescente à l'intérieur d'un objet résonant. Nous révélons alors certains mécanismes pouvant induire la rotation de particules qui sont liés à la structure de la densité de spin acoustique. Nous apportons ainsi une analyse complémentaire de celles de la littérature récente sur le sujet.

Chapitre 1

Cadre théorique et méthodes expérimentales pour la diffusion d'ondes acoustiques par un objet isolé

Sommaire

1.1	Formalisme général de la diffusion acoustique par une sphère . . .	10
1.1.1	Équations de la propagation d'ondes acoustiques dans les solides et les fluides	10
1.1.1.1	Milieu fluide parfait	10
1.1.1.2	Quantités énergétiques associées à une onde se propageant dans un fluide parfait	12
1.1.1.3	Milieu solide élastique	13
1.1.2	Solutions de l'équation de propagation en coordonnées sphériques . . .	14
1.1.2.1	Potentiels dans le milieu extérieur	15
1.1.2.2	Potentiel à l'intérieur d'une sphère fluide	16
1.1.2.3	Potentiels à l'intérieur d'une sphère élastique	16
1.1.3	Diffusion par une sphère unique	17
1.1.3.1	Diffusion par un objet élastique	17
1.1.3.2	Diffusion par un objet fluide	20
1.1.4	Sections efficaces de diffusion dans un milieu fluide	21
1.1.5	Modes de diffusion monopolaire et dipolaire	22
1.1.5.1	Expressions simplifiées en fonction du potentiel et de la vitesse du champ incident	23
1.1.5.2	Régime de Rayleigh	24
1.1.5.3	Synthèse	25
1.2	Méthodologie expérimentale de la mesure du champ diffusé	25
1.2.1	Choix du milieu environnant de propagation	27

1.2.2	Matériaux pertinents pour la diffusion résonante	27
1.2.3	Dispositif d'émission ultrasonore	28
1.2.4	Mesure de l'évolution de la pression acoustique	29
1.2.4.1	Extraction du champ diffusé	29
1.2.5	Création, positionnement et calibration du diffuseur	30
1.2.6	Mesure et analyse d'un champ diffusé aux différentes résonances d'une gouttelette d'huile fluorée	31
1.2.6.1	Mesure et calcul analytique du champ de pression diffusé	31
1.2.6.2	Analyses du champ	32
1.2.7	Diffusion dans le domaine temporel	32
1.2.7.1	Solutions temporelles de la diffusion	34
1.2.7.2	Régime libre d'émission et pôles des coefficients de diffusion	35
1.2.8	Application expérimentale de l'estimation de l'atténuation d'un objet de faible viscosité	38
1.2.8.1	Mesure et calcul du champ diffusé en un point	38
1.2.8.2	Prise en compte de la viscosité	39
1.2.8.3	Bilan de la méthode	41
1.3	Synthèse et discussion	43

Ce premier chapitre établit de manière générale le formalisme analytique de la diffusion d'une onde acoustique par un objet élastique ou fluide immergé dans un fluide parfait, ainsi que les méthodes expérimentales développées pour la mesure de ce phénomène. La théorie de la diffusion a été traitée très largement dans de nombreux travaux de recherche visant à comprendre l'interaction entre les ondes et la matière dans les domaines de l'électromagnétisme, l'acoustique, la géophysique, ou encore de l'hydrodynamique [51]. Un des formalismes classiques utilisés pour la diffusion d'une onde par un objet est la théorie Mie [26] qui a d'abord été employée dans le cadre des ondes électromagnétiques puis adaptée aux ondes acoustiques. Cette dernière permet d'étudier la diffusion résonante d'un objet de taille comparable à la longueur d'onde incidente. De manière différente, la diffusion Rayleigh désigne quant à elle le régime dans lequel les objets sont de très petite taille devant la longueur d'onde incidente. En acoustique, l'analyse de la diffusion par une sphère fluide dans une matrice fluide a été initialement établie par V.C. Anderson [52] puis étendue au cas d'une sphère élastique par J. JR. Faran [53].

Dans ce chapitre, nous rappelons et introduisons les éléments importants pour modéliser et analyser la diffusion par une sphère résonante¹ fluide ou solide d'une onde incidente de forme spatio-temporelle quelconque. Le cadre utilisé est celui de la méthode multipolaire et de ses harmoniques sphériques. Ce formalisme est ensuite appliqué au cas d'une onde plane incidente évanescence dans le chapitre 2. L'intérêt porte particulièrement sur l'analyse du champ, dont la forme spatiale est liée à l'excitation des différents modes de vibrations de l'objet, et dont le rayonnement multipolaire peut être évalué de manière quantitative à partir des différentes sections efficaces de diffusion.

Un dispositif expérimental ultrasonore a ensuite été mis en place pour réaliser des mesures du champ diffusé par un objet en suspension dans un gel aqueux de type fluide à seuil. Ce dispositif de mesure est dans un premier temps couplé à un système de génération d'ondes planes homogènes, puis sera couplé à la génération d'ondes planes évanescences pour mesurer leur diffusion par un objet de taille millimétrique dans les chapitres 3 puis 4.

Dans une démarche d'illustration et de validation des méthodes introduites dans ce chapitre, nous considérons de manière expérimentale la diffusion d'une onde plane homogène par un objet fluide et solide. Dans la dernière partie, nous présentons un cas d'application à l'estimation de propriétés visco-élastiques d'une bille, en exploitant les caractéristiques du régime libre de la diffusion.

1. La diffusion de Mie est par nature résonante mais nous utilisons la terminologie "résonante" pour indiquer que la célérité du son dans la sphère est bien plus faible que dans le milieu environnant. Cette différence occasionne des pics de résonance très marqués dans les amplitudes modales de diffusion, comparativement à des diffuseurs de célérités du son plus élevées que dans le milieu extérieur.

1.1 Formalisme général de la diffusion acoustique par une sphère

Dans cette section, les équations constitutives de la propagation d'ondes acoustiques dans les fluides parfaits sont dans un premier temps rappelées. Nous nous intéressons dans ce manuscrit à des fluides lourds (liquides), et ne considérons pas la propagation d'ondes acoustiques dans les gaz. Puis, la résolution du problème de la diffusion résonante d'une onde de forme quelconque par un unique objet sphérique élastique ou fluide est détaillée. Le cadre mathématique est celui des harmoniques sphériques dans lequel les amplitudes modales des différents champs sont recherchées. Ces dernières sont ensuite utilisées pour reconstruire le champ dans la base sphérique, puis des grandeurs quantitatives telles que les différentes sections efficaces de diffusion sont évaluées.

1.1.1 Équations de la propagation d'ondes acoustiques dans les solides et les fluides

1.1.1.1 Milieu fluide parfait

Dans un fluide, une onde acoustique se manifeste par la propagation dans l'espace et dans le temps d'une variation locale de la pression p et de la vitesse \mathbf{v} du fluide, également appelée vitesse particulière. Il s'agit d'un écart par rapport aux mêmes grandeurs au repos (sans acoustique) dans ce fluide. Dans ce manuscrit, nous faisons l'approximation de l'acoustique linéaire, c'est-à-dire que le rapport entre la vitesse particulière et la célérité c des ondes de compression se propageant dans ce fluide, noté ϵ , est très faible. Nous utiliserons par la suite les termes de pression acoustique (ou pression) et de vitesse acoustique (ou vitesse) pour désigner les variations des écarts de pression et de vitesse particulière.

Au premier ordre en ϵ , les champs de pression et de vitesse acoustiques en un point \mathbf{r} de l'espace et du temps t s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}, t) &= p_0(\mathbf{r}, t) + \epsilon p_1(\mathbf{r}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^2), \\ \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{0} + \epsilon \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^2), \end{aligned} \quad (1.1)$$

où p_0 est la pression du fluide au repos et nous considérons un fluide sans mouvement d'entraînement ($\mathbf{v}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{0}$ à l'ordre 0). p_1 et \mathbf{v}_1 sont la pression et la vitesse d'ordre 1. Ne tenant ici pas compte des termes quadratiques d'ordre 2 ni de p_0 dans les problèmes futurs, ces dernières sont notées par simplicité p et \mathbf{v} par la suite. Le gradient de pression et la dérivée temporelle de la vitesse acoustique sont reliées par l'équation d'Euler qui régit le mouvement des petits éléments de volume du fluide et écrite comme suit [54] :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p, \quad (1.2)$$

avec ρ la masse volumique du milieu au repos, et la dérivée particulière d/dt qui se réduit à $\partial/\partial t$ car le fluide n'est pas en mouvement initialement. L'équation d'état qui relie la dérivée temporelle de la pression à la variation locale du volume du fluide s'écrit de la manière suivante [54] :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -B \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (1.3)$$

où $B = \rho c^2$ est le module de compressibilité isotherme du milieu au repos. En substituant l'équation (1.3) dans l'équation (1.2), nous obtenons l'équation de propagation des ondes sans terme source, ou équation de d'Alembert, pour les fluides homogènes parfaits et au repos :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (1.4)$$

Il est à noter que le champ de vitesse est également solution de cette équation.

En régime harmonique, les expressions se mettent sous des formes à variables séparées. La pression et la vitesse s'écrivent de la manière suivante :

$$p(\mathbf{r}, t) = \tilde{p}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}, \quad (1.5)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}, \quad (1.6)$$

où $\omega = 2\pi f$ désigne la pulsation avec f la fréquence. L'équation (1.4) devient alors l'équation de Helmholtz scalaire :

$$\nabla^2 \tilde{p} + k^2 \tilde{p} = 0, \quad (1.7)$$

où $k = \omega/c$ est le nombre d'onde dans le fluide.

Dans un fluide parfait, nous recherchons des solutions irrotationnelles pour l'acoustique, nous avons alors la condition suivante pour le champ de vitesse particulière :

$$\nabla \times \mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (1.8)$$

Le champ \mathbf{v} dérive donc en tout point de l'espace d'un champ de potentiel scalaire ϕ appelé potentiel des vitesses, tel que $\mathbf{v} = \nabla \phi$. Le potentiel ϕ vérifie lui aussi l'équation de Helmholtz scalaire (1.7). La pression s'exprime alors à partir du potentiel des vitesses de la manière suivante :

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (1.9)$$

En régime harmonique, nous avons $\phi(\mathbf{r}, t) = \tilde{\phi}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$, donc :

$$p = i\rho\omega\phi. \quad (1.10)$$

1.1.1.2 Quantités énergétiques associées à une onde se propageant dans un fluide parfait

Dans les chapitres 2 et 5, nous utilisons les aspects énergétiques de la propagation d'ondes. Nous introduisons donc brièvement dans ce paragraphe les différentes grandeurs énergétiques associées à une onde se propageant dans un fluide parfait. Le cas de l'énergie transportée dans un solide ne sera quant à lui pas traité dans ce manuscrit. Dans cette partie, les champs de pression et vitesse doivent être considérés à valeurs réelles car les grandeurs énergétiques sont définies à partir du produit de ces différents champs.

Établissons l'équation de la conservation de l'énergie dans un fluide parfait. Le produit scalaire de l'équation (1.2) par le champ de vitesse particulaire \mathbf{v} implique l'équation de l'énergie instantanée :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \cdot \mathbf{v} &= -\nabla p \cdot \mathbf{v} \\ &= -\nabla \cdot (p\mathbf{v}) + p\nabla \cdot \mathbf{v} \\ &= -\nabla \cdot (p\mathbf{v}) - \frac{p}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Le membre de gauche de cette équation est associé aux forces inertielles dans le fluide et les termes du membre de droite sont associés respectivement aux variables de la densité de flux d'énergie et à l'énergie élastique de déformation du petit élément de volume. En utilisant (1.3), nous obtenons l'équation de l'énergie sous la forme suivante [54] :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{P} = 0, \quad (1.12)$$

avec $\mathbf{P} = p\mathbf{v}$, et

$$E = \frac{p^2}{2\rho c^2} + \frac{\rho}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \quad (1.13)$$

est la densité d'énergie instantanée E transportée par une onde acoustique. Cette dernière résulte de la superposition des densités d'énergie potentielle et cinétique. La densité de flux d'énergie moyen, ou vecteur de Poynting moyen, est définie comme suit [54] :

$$\langle \mathbf{P} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [p\mathbf{v}^*], \quad (1.14)$$

où $\langle \cdot \rangle$ désigne la moyenne temporelle et $*$ le complexe conjugué. Le vecteur (1.14) indique spatialement le flux moyen de puissance acoustique qui est transporté.

Par la suite, nous nous intéressons à la propagation d'ondes dans des solides pour laquelle les potentiels de champs à nature irrotationnelle et solénoïdale sont utilisés. Pour une question d'uniformité, nous appliquons dans les sections à venir le formalisme en potentiel dans les fluides.

1.1.1.3 Milieu solide élastique

Dans un objet solide, il est techniquement d'usage de considérer comme point de départ le champ de déplacement \mathbf{u} associé à la propagation des ondes. L'équation du mouvement s'écrit comme suit :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}, \quad (1.15)$$

où $\bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy dans le milieu. Lorsque le milieu est élastique et isotrope, ce dernier est relié au tenseur des déformations $\bar{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}$ à partir de la loi de comportement suivante :

$$\bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} = \lambda_s \text{Tr}(\bar{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}) \bar{\bar{\mathbf{I}}} + 2\mu_s \bar{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} \quad (1.16)$$

où λ_s et μ_s sont les coefficients de Lamé du milieu élastique et $\bar{\bar{\mathbf{I}}}$ est le tenseur identité. Le terme $\text{Tr}(\bar{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}})$ désigne la trace du tenseur des déformations dont l'expression est :

$$\bar{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}). \quad (1.17)$$

En substituant (1.16) dans (1.15), nous obtenons l'équation de Navier [55] :

$$-\rho \omega^2 \mathbf{u} = (\lambda_s + \mu_s) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (1.18)$$

Le champ de déplacement total solution de (1.18) peut être recherché sous la forme d'une superposition d'un champ \mathbf{u}_L à nature irrotationnelle et d'un champ solénoïdal \mathbf{u}_T . Ces derniers sont associés respectivement aux ondes longitudinales et aux ondes transverses et nous avons :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{u}_L &= \mathbf{0}, \\ \nabla \cdot \mathbf{u}_T &= 0. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Les champs \mathbf{u}_L et \mathbf{u}_T dérivent respectivement d'un potentiel scalaire Φ et d'un potentiel vecteur Ψ , appelés potentiels de Debye. Le déplacement total s'écrit alors comme suit :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_L + \mathbf{u}_T = \nabla \Phi + \nabla \times \Psi. \quad (1.20)$$

En injectant (1.20) dans (1.18), ces deux potentiels satisfont les équations de Helmholtz scalaire et vectorielle suivantes :

$$\nabla^2 \Phi + k_L^2 \Phi = 0, \quad (1.21)$$

$$\nabla^2 \Psi + k_T^2 \Psi = \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \Psi = 0, \quad (1.22)$$

où $k_L = \omega/c_L$ et $k_T = \omega/c_T$ sont les nombres d'onde des ondes de polarisation longitudinale et transversale se propageant dans le solide. c_L et c_T sont respectivement les célérités des ondes

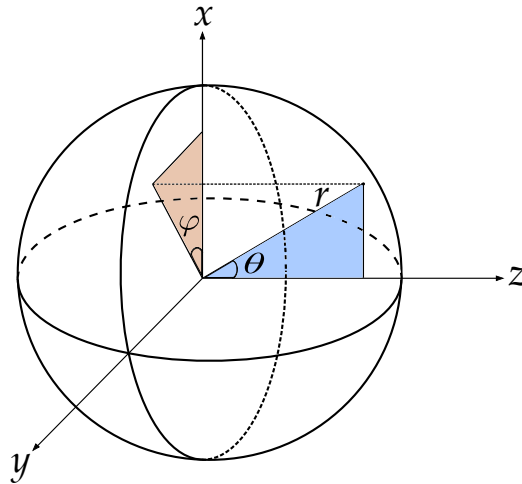


Figure 1.1. Définition du repère sphérique. Les centres de coordonnées cartésiennes et sphériques coïncident au centre de l'objet.

longitudinales et transverses avec :

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda_s + 2\mu_s}{\rho}}, \quad (1.23)$$

$$c_T = \sqrt{\frac{\mu_s}{\rho}}. \quad (1.24)$$

1.1.2 Solutions de l'équation de propagation en coordonnées sphériques

Nous étudions la diffusion d'une onde harmonique par un objet sphérique, phénomène qui engendre des ondes sphériques à l'extérieur et à l'intérieur de cet objet. Considérons par conséquent le repère de coordonnées sphériques $R(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi)$ centré sur l'objet (voir figure 1.1). Le lien entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées sphériques s'écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \sin \theta \cos \varphi \\ r \sin \theta \sin \varphi \\ r \cos \theta \end{pmatrix},$$

où r désigne la distance du point d'observation par rapport à l'origine, $\varphi \in [0, 2\pi]$ est l'angle azimutal et $\theta \in [0, \pi]$ est l'angle polaire.

Considérons de manière la plus générale une onde incidente harmonique de pulsation ω se propageant dans un fluide parfait infini et interagissant avec un objet sphérique homogène solide ou fluide. La masse volumique, la célérité et le nombre d'onde dans le milieu environnant sont dénotés ρ , c et k . Désignons ensuite la masse volumique de l'objet (ou particule) par ρ_p . Si cet objet est fluide, la célérité des ondes de polarisation longitudinale s'y propageant et le nombre d'onde associé sont désignés par c_p et k_p . Dans le cas d'un objet élastique, c_L et k_L réfèrent à

la célérité et au nombre d'onde des ondes de polarisation longitudinale, et c_T et k_T à ceux des ondes de polarisation transverse.

Écrivons ensuite les différents potentiels des vitesses solutions de l'équation de propagation (1.7) pour le problème de la diffusion par une sphère élastique.

1.1.2.1 Potentiels dans le milieu extérieur

Dans le milieu fluide environnant la sphère, le champ acoustique total est la superposition du champ incident et du champ diffusé par la sphère.

Le potentiel de l'onde incidente s'écrit dans la base des harmoniques sphériques à partir d'une série modale d'ondes partielles sphériques définies à partir de fonctions radiales non singulières en $r = 0$. La décomposition d'une onde quelconque ne présentant aucune symétrie particulière dans cette base s'écrit comme suit [51] :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(r, \theta, \varphi) = \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n a_n^m j_n(kr) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (1.25)$$

où ϕ_0 est l'amplitude de l'onde incidente et les a_n^m sont les coefficients modaux (ou coefficients de forme) de la décomposition du champ incident sur la base des harmoniques sphériques. Ces coefficients sont sans dimension. Les fonctions radiales j_n sont les fonctions de Bessel sphériques de première espèce et les fonctions Y_n^m sont les harmoniques sphériques exprimées comme suit :

$$Y_n^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}} P_n^m(\cos\theta) e^{im\varphi}, \quad (1.26)$$

avec n et m entiers et $n \geq 0$, $|m| \leq n$,

où les fonctions P_n^m sont les fonctions de Legendre associées. Les harmoniques sphériques (1.26) satisfont la propriété d'orthogonalité suivante [56] :

$$\iint_{\Omega} Y_n^m Y_{\nu}^{\mu*} d\Omega = \delta_{n\nu} \delta_{m\mu}, \quad (1.27)$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Dans le cas particulier d'une onde plane homogène harmonique se propageant dans la direction z , les coefficients de forme de l'onde incidente ne dépendent pas de l'indice azimutal m car le champ de ce type d'onde a une structure invariante selon l'angle φ (autour de l'axe z). Par exemple, le potentiel d'une onde plane homogène se propageant dans la direction z et les coefficients de forme associés ont respectivement pour expression :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(z) = \phi_0 e^{ikz}, \quad (1.28)$$

$$a_n^{m=0} = i^n \sqrt{4\pi(2n+1)}, \quad a_n^{m \neq 0} = 0. \quad (1.29)$$

Nous établissons dans le chapitre 2 l'expression des coefficients a_n^m associés à la décomposition d'une onde plane évanescente dans la base des harmoniques sphériques.

Le potentiel du champ diffusé s'exprime quant à lui à partir d'une série de modes divergents de la manière suivante [51] :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}(r, \theta, \varphi) = \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n s_n^m h_n^{(1)}(kr) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (1.30)$$

où les coefficients s_n^m sont les amplitudes modales (sans dimension) du champ diffusé et les $h_n^{(1)}$ sont les fonctions de Hankel sphériques de première espèce satisfaisant la condition de rayonnement en champ lointain de Sommerfeld (avec la convention $e^{-i\omega t}$ pour la fonction temporelle des champs harmoniques).

1.1.2.2 Potentiel à l'intérieur d'une sphère fluide

Le potentiel des vitesses interne s'écrit à partir des mêmes fonctions radiales que celles du champ incident. Dans le cas d'une sphère fluide, il a pour expression :

$$\tilde{\phi}_{\text{int}}(r, \theta, \varphi) = \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n b_n^m j_n(k_p r) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (1.31)$$

où les coefficients b_n^m sont les amplitudes modales de ce potentiel.

1.1.2.3 Potentiels à l'intérieur d'une sphère élastique

À l'intérieur d'une sphère élastique, le champ de déplacement s'exprime à partir des potentiels Φ_{int} scalaire et Ψ_{int} vecteur de Debye (1.20). Le potentiel vecteur Ψ_{int} regroupe deux potentiels scalaires ψ_{int} et χ_{int} associés aux deux ondes transverses orthogonales entre elles pouvant se propager dans un solide, et s'écrit comme suit [57] :

$$\Psi_{\text{int}} = \nabla \times (r\psi_{\text{int}}\mathbf{e}_r) + \nabla \times \nabla \times (r\chi_{\text{int}}\mathbf{e}_r). \quad (1.32)$$

Les différents potentiels associés au champ de déplacement interne sont solutions de l'équation de Helmholtz scalaire (1.21), et s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{\text{int}}(r, \theta, \varphi) &= \frac{\phi_0}{\omega} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n b_n^m j_n(k_L r) Y_n^m(\theta, \varphi), \\ \tilde{\psi}_{\text{int}}(r, \theta, \varphi) &= \frac{\phi_0}{\omega} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n c_n^m j_n(k_T r) Y_n^m(\theta, \varphi), \\ \tilde{\chi}_{\text{int}}(r, \theta, \varphi) &= \frac{\phi_0}{\omega} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n d_n^m j_n(k_T r) Y_n^m(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (1.33)$$

où b_n^m , c_n^m et d_n^m sont les amplitudes modales des différents potentiels dans la sphère. La normalisation par $1/\omega$ a été introduite pour que ces amplitudes modales soient sans dimension, à l'image des potentiels à l'extérieur de la sphère (1.25) et (1.30).

	Propriétés acoustiques	Potentiels
Milieu extérieur fluide	ρ, c	$\phi_{\text{inc}}, \phi_{\text{diff}}$
Milieu intérieur fluide	ρ_p, c_p	ϕ_{int}
Milieu intérieur solide	ρ_p, c_L, c_T	$\Phi_{\text{int}}, \psi_{\text{int}}, \chi_{\text{int}}$

Table 1.1. Répartition des différents potentiels impliqués dans la diffusion d'une onde acoustique se propageant dans un fluide parfait par un objet solide ou fluide et des propriétés acoustiques des différents milieux.

La répartition des différents potentiels à l'extérieur et à l'intérieur de la sphère et des propriétés acoustiques des différents milieux est synthétisée dans la table 1.1.

1.1.3 Diffusion par une sphère unique

Dans cette section, nous exposons les différents systèmes à résoudre dans l'objectif de déterminer les amplitudes modales des champs diffusé (1.30) et à l'intérieur de l'objet (1.31) ou (1.33).

L'expression des conditions de continuité à l'interface entre le milieu extérieur et l'objet permet d'obtenir la matrice de diffusion de cet objet, connue sous le nom de matrice \mathbf{T} (matrice de transition). Le formalisme de la matrice \mathbf{T} a été introduit initialement pour la diffusion des ondes électromagnétiques par P. C. Waterman en 1965 [58]. D. W. Mackowski et M. I. Mishchenko ont fait plusieurs dizaines d'années plus tard une généralisation dans le cadre de la diffusion par une population de sphères [59]. Ce formalisme utilise le fait que, dans le cas d'un processus de diffusion linéaire, les amplitudes modales s_n^m du champ diffusé dans (1.30) sont reliées de manière linéaire aux coefficients de forme a_n^m du champ incident dans (1.25) de la manière suivante [51] :

$$s_n^m = T_{n\nu}^{m\mu} a_\nu^\mu.$$

La matrice de transition caractérise alors les propriétés de diffusion d'un objet. Elle dépend uniquement des propriétés géométriques et physiques de cet objet et du milieu environnant, et est donc indépendante de l'onde excitatrice.

Nous traitons d'abord le cas d'un diffuseur élastique, puis celui d'un diffuseur fluide.

1.1.3.1 Diffusion par un objet élastique

Dans le cas de la diffusion par une sphère unique élastique et homogène, les coefficients de la matrice \mathbf{T} sont indépendants de l'indice azimutal m et il n'y a pas de couplage entre les harmoniques différentes $(n, m) \neq (\nu, \mu)$ [51]. En conséquence, nous avons :

$$T_{n\nu}^{m\mu} = S_n \delta_{n\nu} \delta_{m\mu}.$$

Il en est de même pour les autres amplitudes modales des champs à l'intérieur de l'objet. Nous pouvons donc écrire le système suivant :

$$\begin{pmatrix} s_n^m \\ b_n^m \\ c_n^m \\ d_n^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{pmatrix} a_n^m, \quad (1.34)$$

où les S_n sont les coefficients associés au potentiel diffusé (1.30), et B_n , C_n et D_n sont les coefficients associés aux différents potentiels internes (1.33).

Écrivons alors les différentes équations relatives aux conditions de continuité que doivent satisfaire les différents potentiels. À l'interface entre l'objet et le milieu extérieur, le champ de déplacement normal (ici radial) et le vecteur contrainte $\mathbf{t}(\mathbf{e}_r)$ sont continus. Le champ de déplacement normal dans le milieu extérieur fluide résulte de la superposition des déplacements normaux du champ incident et du champ diffusé, impliquant l'expression suivante :

$$u_r^{\text{ext}} = u_r^{\text{inc}} + u_r^{\text{diff}}. \quad (1.35)$$

Il s'exprime également à partir de la dérivée partielle radiale des potentiels associés à ces deux champs comme suit :

$$u_r^{\text{ext}} = \frac{i}{\omega} \left(\frac{\partial \phi_{\text{inc}}}{\partial r} + \frac{\partial \phi_{\text{diff}}}{\partial r} \right). \quad (1.36)$$

Les conditions de continuité du déplacement normal et du vecteur contrainte à l'interface entre un fluide parfait et un solide élastique s'écrivent comme suit :

$$\mathbf{u}_{\text{ext}} \Big|_{r=a} \cdot \mathbf{e}_r = \mathbf{u}_{\text{int}} \Big|_{r=a} \cdot \mathbf{e}_r, \quad (1.37)$$

$$\mathbf{t}_{\text{ext}}(\mathbf{e}_r) \Big|_{r=a} = \mathbf{t}_{\text{int}}(\mathbf{e}_r) \Big|_{r=a}, \quad (1.38)$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{\text{ext}}(\mathbf{e}_r) &= \bar{\bar{\sigma}}_{\text{ext}} \mathbf{e}_r = -p \bar{\bar{\mathbf{I}}} = -p \mathbf{e}_r, \\ \mathbf{t}_{\text{int}}(\mathbf{e}_r) &= \bar{\bar{\sigma}}_{\text{int}} \mathbf{e}_r = (\sigma_{rr}^{\text{int}}, \sigma_{r\theta}^{\text{int}}, \sigma_{r\varphi}^{\text{int}})^T. \end{aligned}$$

Elles impliquent donc les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 u_r^{\text{int}}(r = a, \theta, \varphi) &= u_{r,\text{inc}}(r = a, \theta, \varphi) + u_{r,\text{diff}}(r = a, \theta, \varphi), \\
 \sigma_{rr}^{\text{int}}(r = a, \theta, \varphi) &= -\left(p_{\text{inc}}(r = a, \theta, \varphi) + p_{\text{diff}}(r = a, \theta, \varphi)\right), \\
 \sigma_{r\theta}^{\text{int}}(r = a, \theta, \varphi) &= 0, \\
 \sigma_{r\varphi}^{\text{int}}(r = a, \theta, \varphi) &= 0.
 \end{aligned} \tag{1.39}$$

En introduisant les différents potentiels et en utilisant (1.20), (1.32), (1.16), nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 u_r^{\text{int}} &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\Phi_{\text{int}} + \frac{\partial}{\partial r} (r\psi_{\text{int}}) \right) + k_{\text{T}}^2 r\psi_{\text{int}}, \\
 u_{\theta}^{\text{int}} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\Phi_{\text{int}} + \frac{\partial}{\partial r} (r\psi_{\text{int}}) \right) + \frac{k_{\text{T}}^2}{\sin \theta} \frac{\partial \chi_{\text{int}}}{\partial \varphi}, \\
 u_{\varphi}^{\text{int}} &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\Phi_{\text{int}} + \frac{\partial}{\partial r} (r\psi_{\text{int}}) \right) - k_{\text{T}}^2 \frac{\partial \chi_{\text{int}}}{\partial \theta}, \\
 \sigma_{rr}^{\text{int}} &= -\lambda_{\text{s}} k_{\text{L}}^2 \Phi_{\text{int}} + 2\mu_{\text{s}} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\Phi_{\text{int}} + \frac{\partial}{\partial r} (r\psi_{\text{int}}) \right) + k_{\text{T}}^2 \frac{\partial}{\partial r} (r\psi_{\text{int}}) \right], \\
 \sigma_{r\theta}^{\text{int}} &= \mu_{\text{s}} \left[2 \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\Phi_{\text{int}} + \frac{\partial}{\partial r} (r\psi_{\text{int}}) \right) + k_{\text{T}}^2 \left(\frac{\partial \psi_{\text{int}}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \chi_{\text{int}}}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \chi_{\text{int}}}{\partial \varphi} \right) \right], \\
 \sigma_{r\varphi}^{\text{int}} &= \mu_{\text{s}} \left[\frac{2}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\Phi_{\text{int}} + \frac{\partial}{\partial r} (r\psi_{\text{int}}) \right) + k_{\text{T}}^2 \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi_{\text{int}}}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \chi_{\text{int}}}{\partial r} - \frac{\chi_{\text{int}}}{r} \right) \right) \right].
 \end{aligned} \tag{1.40}$$

À partir de (1.25), (1.30), (1.33) et (1.40), le système (1.39) conduit à un système d'équations regroupant l'ensemble des quatre équations de continuité, et dont les quatre séries de paramètres inconnus sont les coefficients modaux S_n du champ diffusé et B_n , C_n et D_n des champs à l'intérieur de l'objet. Toutefois, nous pouvons montrer que les coefficients D_n s'annulent dans le système d'équations lorsque le milieu extérieur est un fluide parfait [60]. Les modes qui sont associés au potentiel χ_{int} ne sont donc pas générés dans la sphère élastique pour la configuration étudiée. Les coefficients S_n , B_n et C_n sont alors déterminés à partir du système matriciel linéaire 3×3 suivant :

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}, \quad \text{avec } \mathbf{X} = (S_n, B_n, C_n)^T. \tag{1.41}$$

La matrice \mathbf{A} contient les éléments relatifs aux conditions de continuité et le vecteur \mathbf{B} est relatif au champ incident seul. Le vecteur \mathbf{X} contient quant à lui les différents coefficients de diffusion et à l'intérieur de l'objet. En développant les expressions du système (1.40) et en faisant usage des propriétés d'orthogonalité des harmoniques sphériques (1.27), un système comportant uniquement les différentes fonctions de Bessel et de Hankel sphériques ainsi que les paramètres mécaniques des différents milieux est obtenu. En introduisant les paramètres sans dimension

$x = ka$, $x_L = k_L a$ et $x_T = k_T a$, la matrice \mathbf{A} et le vecteur \mathbf{B} ont pour expression :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} ixh_n^{(1)'}(x) & -x_L j_n'(x_L) & -n(n+1)j_n(x_T) \\ i\frac{\rho}{\rho_p} x_T^2 h_n^{(1)'}(x) & -4x_L j_n'(x_L) + [2n(n+1) - x_T^2] j_n(x_L) & 2n(n+1) [x_T j_n'(x_T) - j_n(x_T)] \\ 0 & 2(x_L j_n'(x_L) - j_n(x_L)) & -2x_T j_n'(x_T) - [x_T^2 - 2n(n+1) + 2] j_n(x_T) \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

$$\mathbf{B} = (-ixj_n'(x), -i\frac{\rho}{\rho_p} x_T^2 j_n(x), 0)^T, \quad (1.43)$$

où le symbol $'$ désigne la dérivée des fonctions. Les différents coefficients modaux sont ensuite calculés en inversant le système linéaire précédent. En particulier, le coefficient de diffusion S_n a pour expression :

$$S_n = -\frac{j_n(x)\xi_n - xj_n'(x)}{h_n^{(1)}\xi_n - xh_n^{(1)'}(x)}, \quad (1.44)$$

où :

$$\xi_n = \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_p} x_T^2 \frac{a_n/b_n - c_n/d_n}{e_n/b_n - f_n/d_n},$$

et avec :

$$\begin{aligned} a_n &= x_L j_n'(x_L), \\ b_n &= x_L j_n'(x_L) - j_n(x_L), \\ c_n &= 2n(n+1)j_n(x_T), \\ d_n &= -2x_T j_n'(x_T) - (x_T^2 - 2n(n+1) + 2) j_n(x_T), \\ e_n &= 2x_L j_n'(x_L) + \left(\frac{x_T^2}{2} - n(n+1)\right) j_n(x_L), \\ f_n &= 2n(n+1) (j_n(x_T) - x_T j_n'(x_T)). \end{aligned}$$

1.1.3.2 Diffusion part un objet fluide

Dans le cas d'une sphère fluide, seul le potentiel des ondes longitudinales subsiste, donc $\psi_{\text{int}} = 0$. Les conditions de continuité à l'interface entre deux fluides parfaits mènent au système

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}, \quad (1.45)$$

$$\text{avec } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -h_n^{(1)}(x)\rho\omega & \rho_p\omega j_n(x_p) \\ -kh_n^{(1)'}(x) & k_p j_n'(x_p) \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \rho\omega j_n(x) \\ k j_n'(x) \end{pmatrix}.$$

Dans le cas présent, nous avons $\mathbf{X} = (S_n, B_n)^T$ et notons $x_p = k_p a$. Les coefficients modaux du champ diffusé (1.30) et ceux à l'intérieur d'une sphère fluide (1.33) s'expriment ensuite comme suit :

$$S_n = -\frac{j'_n(x)j_n(x_p) - \delta j_n(x)j'_n(x_p)}{h_n^{(1)'}(x)j_n(x_p) - \delta h_n^{(1)}(x)j'_n(x_p)}, \quad (1.46)$$

$$B_n = \frac{-h_n^{(1)}(x)j'_n(x) + h_n^{(1)'}(x)j_n(x)}{-\frac{k_p}{k}h_n^{(1)}(x)j'_n(x_p) + \frac{\rho_p}{\rho}h_n^{(1)'}(x)j_n(x_p)}, \quad (1.47)$$

avec $\delta = \frac{k_p \rho}{k \rho_p} = \frac{Z}{Z_p}$ le rapport entre les impédances du milieu environnant et de l'objet fluide.

1.1.4 Sections efficaces de diffusion dans un milieu fluide

Nous introduisons dans cette section les différentes sections efficaces de diffusion qui caractérisent quantitativement la diffusion d'une onde par un objet dans le milieu environnant.

La section efficace totale de diffusion σ_s est égale au rapport entre la puissance totale diffusée par un objet (en W) et la densité de flux d'énergie moyenne de l'onde incidente irradiant cet objet (en W/m²) [54]. Elle a donc la dimension d'une aire et caractérise le pouvoir diffusant de l'objet, particulièrement à ses fréquences de résonance auxquelles l'amplitude du champ diffusé est exaltée. Elle s'écrit comme l'intégrale surfacique du rapport entre le vecteur de Poynting moyen $\langle \mathbf{P}_{\text{diff}} \rangle$ (1.14) du champ diffusé et de l'intensité moyenne $\langle I_{\text{inc}} \rangle$ du champ incident irradiant l'objet. Pour simplifier les expressions, la surface d'intégration S est une sphère de rayon quelconque et de normale $\mathbf{n} = \mathbf{e}_r$. La section efficace totale de diffusion s'écrit donc de la manière suivante :

$$\sigma_s(\omega) = \frac{\iint_S \langle \mathbf{P}_{\text{diff}} \rangle \cdot \mathbf{n} dS}{\langle I_{\text{inc}} \rangle} = \frac{\iint_{\Omega} \langle \mathbf{P}_{\text{diff}} \rangle \cdot \mathbf{n} r^2 d\Omega}{\langle I_{\text{inc}} \rangle}, \quad (1.48)$$

où Ω est l'angle solide avec $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. La section efficace différentielle de diffusion σ_d est une quantité définie comme l'intégrand de la section efficace de diffusion totale (1.48), et s'exprime comme suit :

$$\sigma_d(\theta, \varphi, \omega) = \frac{r^2 \langle \mathbf{P}_{\text{diff}} \rangle \cdot \mathbf{n}}{\langle I_{\text{inc}} \rangle}. \quad (1.49)$$

Elle caractérise quant à elle le pouvoir diffusant de l'objet dans une direction donnée de l'espace [54].

De manière à obtenir une expression simplifiée des sections efficaces différentielle (1.49) et totale (1.48) de diffusion, nous exprimons le potentiel diffusé (1.30) en champ lointain de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}(r, \theta, \varphi, \omega) = \phi_0 f(\theta, \varphi, \omega) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (1.50)$$

où la quantité angulaire $f(\theta, \varphi, \omega)$ est appelée fonction de forme (ou fonction de diffusion). Pour $kr \gg 1$, nous avons $h_n^{(1)}(kr) \approx (-i)^{(n+1)} \frac{e^{ikr}}{kr}$. Par substitution et en utilisant l'expression du

potentiel diffusé (1.30), la fonction de forme s'écrit comme suit :

$$f(\theta, \varphi, \omega) = \frac{1}{k} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^m (-i)^{n+1} S_n a_n^m Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (1.51)$$

Cette dernière dépend de la forme de l'onde incidente au travers des coefficients a_n^m , et varie en fonction de la fréquence avec l'évolution des coefficients S_n . La section efficace différentielle de diffusion s'écrit alors d'après (1.49) et (1.14) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_d(\theta, \varphi, \omega) &= \frac{r^2}{2} \frac{\text{Re}[p_{\text{diff}}^* \mathbf{v}_{\text{diff}}] \cdot \mathbf{e}_r}{\langle I_{\text{inc}} \rangle} \\ &= \frac{\phi_0^2 \rho \omega k |f(\theta, \varphi, \omega)|^2}{2 \langle I_{\text{inc}} \rangle}. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Dans le cas particulier d'une onde plane incidente homogène (1.28), l'intensité moyenne de cette onde s'écrit $\langle I_{\text{inc}} \rangle = \frac{1}{2} \rho \omega k |\phi_0|^2$. Dans ce cas, les sections efficaces différentielle (1.52) et totale (1.48) de diffusion ont pour expression :

$$\sigma_d(\theta, \varphi, \omega) = |f(\theta, \varphi, \omega)|^2, \quad (1.53)$$

$$\sigma_s(\omega) = \int_{\Omega} |f(\theta, \varphi, \omega)|^2 d\Omega. \quad (1.54)$$

L'expression de la section efficace totale (1.54) se simplifie ensuite grâce au théorème optique écrit comme suit [61] :

$$\sigma_s(\omega) = \frac{4\pi}{k} \text{Im} [f(\theta = 0, \omega)], \quad (1.55)$$

où $f(\theta = 0, \omega)$ est la fonction de forme vers l'avant de l'objet.

Nous verrons au chapitre 2 que lorsque l'onde incidente est plane et évanescente, le nombre d'onde associé à sa propagation est supérieur à $k = \omega/c$ et la simplification de l'équation (1.52) n'est donc pas possible. La section efficace totale est alors écrite de manière différente en tenant compte du gradient d'amplitude de cette onde qui irradie l'objet.

1.1.5 Modes de diffusion monopolaire et dipolaire

Dans cette section, nous développons des expressions simplifiées des deux premiers modes de diffusion fondamentaux. Le mode monopolaire ($n = 0$) correspond à une compression/dilatation isotrope du volume de l'objet. Le mode dipolaire ($n = 1$) résulte quant à lui d'une translation du centre de masse de l'objet. Les expressions qui sont développées permettront ensuite d'exprimer le champ diffusé dans le régime de Rayleigh pour lequel l'objet est de petite taille devant la longueur d'onde incidente.

1.1.5.1 Expressions simplifiées en fonction du potentiel et de la vitesse du champ incident

D'après (1.30), le potentiel diffusé associé au mode monopolaire et celui associé au mode dipolaire s'expriment de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{monop}}(r, \theta, \varphi) = \phi_0 S_0 a_0^0 h_0^{(1)}(kr) Y_0^0(\theta, \varphi) \quad (1.56)$$

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}(r, \theta, \varphi) = \phi_0 S_1 h_1^{(1)}(kr) \sum_{m=-1}^1 a_1^m Y_1^m(\theta, \varphi). \quad (1.57)$$

Cherchons des expressions simplifiées de ces deux potentiels. Pour cela, exprimons tout d'abord le potentiel et la vitesse radiale de l'onde incidente :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(r, \theta, \varphi) = \phi_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_n^m j_n(kr) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (1.58)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(r, \theta, \varphi) \cdot \mathbf{e}_r(\theta, \varphi) = \phi_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_n^m k j_n'(kr) Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (1.59)$$

En l'absence d'objet, nous pouvons remarquer qu'en $r = 0$, seule la fonction de Bessel sphérique d'ordre $n = 0$ et sa dérivée d'ordre $n = 1$ sont non nulles, et nous avons $j_0(0) = 1$ et $j_1'(0) = 1/3$. Par conséquent, les expressions précédentes s'écrivent en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(\mathbf{0}) = \phi_0 a_0^0 Y_0^0(\theta, \varphi), \quad (1.60)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(\mathbf{0}) \cdot \mathbf{e}_r(\theta, \varphi) = \frac{\phi_0 k}{3} \sum_{m=-1}^1 a_1^m Y_1^m(\theta, \varphi). \quad (1.61)$$

En identifiant (1.60) dans (1.56) et (1.61) dans (1.57), les potentiels diffusés monopolaire et dipolaire sont réécrits comme suit :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{monop}}(r, \theta, \varphi) = S_0 h_0^{(1)}(kr) \tilde{\phi}_{\text{inc}}(\mathbf{0}), \quad (1.62)$$

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}(r, \theta, \varphi) = \frac{3}{k} S_1 h_1^{(1)}(kr) \tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(\mathbf{0}) \cdot \mathbf{e}_r(\theta, \varphi). \quad (1.63)$$

Nous pouvons alors définir un débit monopolaire Q et un moment dipolaire \mathbf{D} associés respectivement aux deux premiers modes de diffusion, comme proposé dans [17, 57], et tels que :

$$Q = S_0 \tilde{\phi}_{\text{inc}}(\mathbf{0}), \quad (1.64)$$

$$\mathbf{D} = \frac{3S_1}{k} \tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(\mathbf{0}). \quad (1.65)$$

Avec ces définitions, les potentiels diffusés monopolaire et dipolaire ont finalement pour expression :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{monop}}(r, \theta, \varphi) = h_0^{(1)}(kr)Q, \quad (1.66)$$

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}(r, \theta, \varphi) = h_1^{(1)}(kr)\mathbf{D} \cdot \mathbf{e}_r(\theta, \varphi). \quad (1.67)$$

Le débit monopolaire caractérise un rayonnement isotrope et est une quantité scalaire proportionnelle au potentiel des vitesses incident (ou à la pression incidente). Le moment dipolaire est quant à lui une quantité vectorielle qui détermine l'orientation du dipole.

1.1.5.2 Régime de Rayleigh

Le régime de Rayleigh est le régime de diffusion pour lequel les longueurs d'onde mises en jeu sont très grandes devant la taille caractéristique des diffuseurs, c'est-à-dire $ka \ll 1$. Dans ce régime, la diffusion par l'objet est assimilable à une source ponctuelle dont le rayonnement est dominé par la superposition des deux premiers modes de diffusion. L'amplitude du mode monopolaire est proportionnelle au coefficient S_0 , et celle du mode dipolaire est proportionnelle à S_1 . Les coefficients S_n pour $n > 1$ sont d'ordre supérieur en ka , et d'après (1.34), seules les amplitudes modales s_0^0 , s_1^{-1} , s_1^0 et s_1^1 du potentiel diffusé (1.30) sont significatives.

L'expression des coefficients de diffusion monopolaire et dipolaire dans ce régime est obtenue en développant l'expression (1.44) pour un objet solide en une série de Taylor sur la fréquence réduite ka . Les différents coefficients de diffusion s'expriment de la manière suivante [17] :

$$S_0(ka) = \frac{i}{3} \left(\frac{\rho c^2}{\rho_p(c_L^2 - \frac{4}{3}c_T^2)} - 1 \right) (ka)^3 - \frac{1}{9} \left(\frac{\rho c^2}{\rho_p(c_L^2 - \frac{4}{3}c_T^2)} - 1 \right)^2 (ka)^6 + \mathcal{O}((ka)^7), \quad (1.68)$$

$$S_1(ka) = \frac{i}{3} \frac{\rho_p - \rho}{2\rho_p + \rho} (ka)^3 - \frac{1}{9} \left(\frac{\rho_p - \rho}{2\rho_p + \rho} \right)^2 (ka)^6 + \mathcal{O}((ka)^7), \quad (1.69)$$

$$\text{Im}[S_{n \geq 2}(ka)] = \mathcal{O}((ka)^{2n+1}) \text{ et } \text{Im}[S_{n \geq 2}(ka)] = \mathcal{O}((ka)^{2(2n+1)}). \quad (1.70)$$

Pour un objet fluide, le coefficient S_0 est obtenu en prenant $c_T = 0$, et le coefficient S_1 est le même. Au premier ordre non nul en $(ka)^3$, ces deux coefficients sont imaginaires purs. À l'ordre suivant, nous avons :

$$\begin{aligned} S_0(ka) &= S_0^{(3)}(ka)^3 + S_0^{(6)}(ka)^6 + \dots \\ S_1(ka) &= S_1^{(3)}(ka)^3 + S_1^{(6)}(ka)^6 + \dots, \end{aligned}$$

et $\text{Re}[S_0^{(6)}] = -\text{Im}[S_0^{(3)}]^2$, et $\text{Re}[S_1^{(6)}] = -\text{Im}[S_1^{(3)}]^2$. Au premier ordre non nul de S_1 (terme

imaginaire pur), le moment dipolaire (1.65) s'écrit :

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \frac{i}{k} \frac{\rho_p - \rho}{2\rho_p + \rho} (ka)^3 \tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(\mathbf{0}) \\ &= c \frac{\rho_p - \rho}{2\rho_p + \rho} (ka)^3 \tilde{\mathbf{u}}_{\text{inc}}(\mathbf{0}).\end{aligned}\quad (1.71)$$

Ce dernier est donc colinéaire au déplacement de l'onde incidente évalué au centre de l'objet. Le potentiel diffusé par un petit objet s'exprime finalement de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\tilde{\phi}_{\text{diff}}(r, \theta, \varphi) &= \tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{monop}}(r, \theta, \varphi) + \tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}(r, \theta, \varphi) \\ &= h_0^{(1)}(kr)Q + h_1^{(1)}(kr)\mathbf{D} \cdot \mathbf{e}_r.\end{aligned}\quad (1.72)$$

Nous obtenons ainsi des expressions simplifiées du champ diffusé qui permettront de comprendre plus facilement les mécanismes physiques mis en jeu lors de la diffusion d'une onde acoustique pour la suite de l'analyse.

1.1.5.3 Synthèse

Dans cette section, nous avons introduit les différents aspects théoriques permettant de modéliser et de caractériser la diffusion d'une onde acoustique par un objet sphérique dans un fluide parfait. Ces éléments sont utilisés dans les chapitres suivants dans le cadre de la diffusion d'une onde plane évanescence.

Dans la section suivante, nous présentons les méthodes expérimentales qui ont été développées pour la mesure de la diffusion d'une onde acoustique aux fréquences ultrasonores.

1.2 Méthodologie expérimentale de la mesure du champ diffusé

Cette section présente tout d'abord le dispositif de génération d'ondes ultrasonores, le système d'acquisition, et les méthodes d'extraction du champ diffusé employées dans les différentes expériences décrites dans ce manuscrit. Le dispositif expérimental qui a été mis au point permet la mesure de la diffusion d'une onde acoustique ultrasonore par un objet de taille millimétrique. L'originalité de ce dispositif repose sur l'utilisation d'un gel aqueux permettant la mise en suspension permanente d'un diffuseur fluide ou solide au niveau d'une position fixée, et de capteurs permettant la mesure ponctuelle de la pression acoustique avec une très bonne résolution spatiale. La figure 1.2 est une représentation du dispositif expérimental décrit par la suite.

Ensuite, deux exemples d'application dans le cadre de la diffusion d'une onde plane homogène sont proposés. Des comparaisons du champ issu du modèle analytique décrit dans la section précédente et du champ mesuré à partir de la procédure expérimentale développée ci-après sont effectuées.

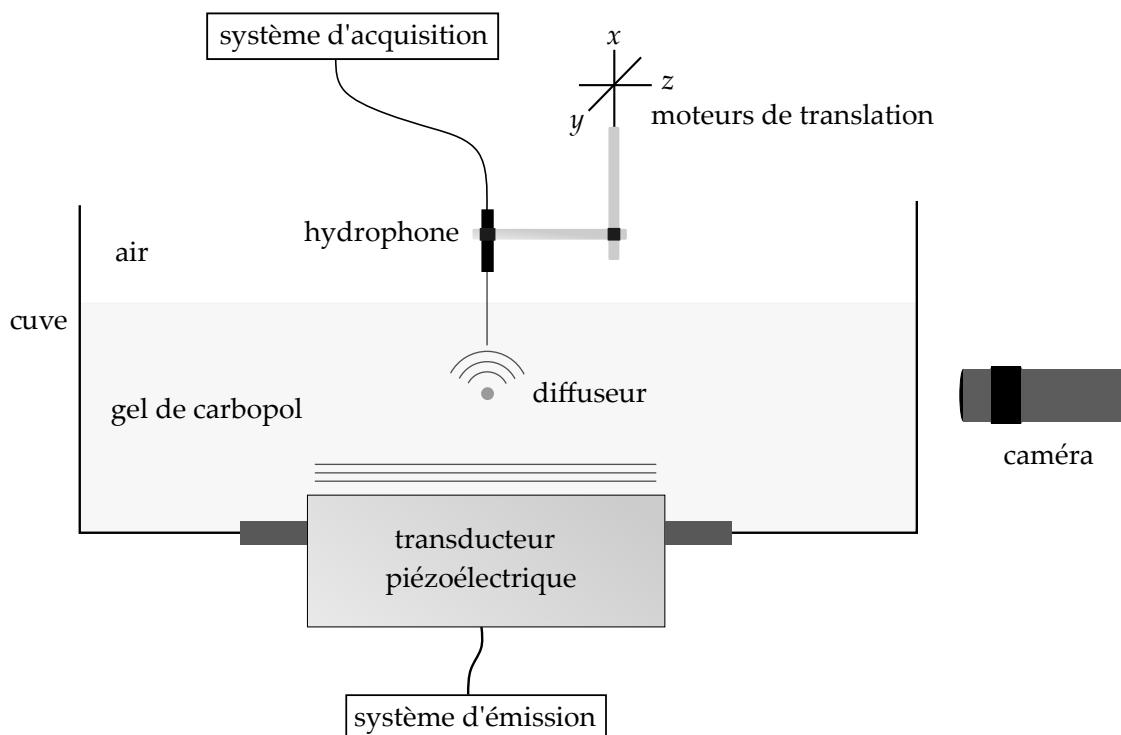


Figure 1.2. Dispositif expérimental pour la mesure de la diffusion d'une onde acoustique. Le transducteur est immergé dans un gel de carbopol et émet des ondes ultrasonores. Un objet sphérique est placé en suspension dans le gel et une caméra est utilisée pour la calibration du diamètre de l'objet. Ensuite, une onde de pression est émise et sa diffusion par l'objet est mesurée à l'aide d'un hydrophone. Des cartographies du champ sont réalisées en déplaçant le bras supportant l'hydrophone à l'aide de translations motorisées dans les trois directions de l'espace.

1.2.1 Choix du milieu environnant de propagation

Une des principales difficultés pour réaliser une mesure de diffusion acoustique est de parvenir à positionner l'objet en lévitation dans le fluide environnant et de garantir que sa position ne varie pas au cours de l'expérience. Plusieurs systèmes peuvent alors être imaginés pour le piéger comme par exemple le recours à des fils collés sur la surface d'un objet solide, ou bien l'utilisation de lévitateurs sophistiqués. Quand l'un dégrade la diffusion à cause de la création d'hétérogénéités sur la surface de l'objet, les autres peuvent être compliqués à mettre en œuvre. La nécessité d'un système simple, peu coûteux et facilement remplaçable nous a conduit à utiliser le gel de carbopol comme cela a été proposé dans des travaux antérieurs [62–64]. Ce gel aqueux, dans lequel sont suspendus les objets, a l'avantage d'avoir des propriétés acoustiques très proches de celles de l'eau, et seules les ondes longitudinales s'y propagent (masse volumique $\rho = 1,05 \text{ g/cm}^3$, célérité des ondes longitudinales $c_L = 1,5 \text{ mm}/\mu\text{s}$). Il s'agit d'un fluide non newtonien qui possède un seuil de contrainte suffisant pour éviter la sédimentation (poids) ou encore la remontée de l'objet vers la surface (poussée d'Archimède). Le gel de carbopol a été fabriqué à partir d'un copolymère commercial (Lubrizol ETD 2050) dissous dans de l'eau.

Bien que l'objet reste stable verticalement lorsqu'il est immergé dans le gel, le déplacement d'un capteur mesurant la pression proche de cet objet est susceptible de le déplacer à cause du déplacement de matière engendré. Afin de limiter ce déplacement, le gel doit être suffisamment dilué, ce qui revient à diminuer son seuil de contrainte. Un seuil optimal doit donc être évalué. Pour déterminer ce seuil avec précision, différentes techniques existent comme par exemple la mesure à partir de la pression de radiation acoustique présentée dans [65]. Dans notre procédure, plusieurs tests ont été effectués au préalable jusqu'à obtenir un seuil satisfaisant. Cependant, même en ayant tenu compte des précautions énoncées précédemment, des déplacements micrométriques de l'objet sont inévitables lors de certains balayages du champ avec le capteur, pouvant induire des déphasages dans le temps de l'ordre de quelques nanosecondes. Au regard des temps caractéristiques de diffusion pour le système présenté ici qui sont de l'ordre de la microseconde pour des fréquences de l'ordre du mégahertz, ces imprécisions ont été négligées.

1.2.2 Matériaux pertinents pour la diffusion résonante

Des matériaux simples à manipuler et présentant des contrastes de propriétés élevés avec le milieu environnant (gel de carbopol) sont recherchés pour étudier la diffusion résonante tels que des différences de masses volumiques, de célérités (longitudinale pour un fluide ou transverse pour un solide), ou encore de modules de compressibilité ou de modules d'élasticité isostatique.

Les expériences présentées dans ce manuscrit ont été effectuées sur deux types de diffuseurs. Le premier est une gouttelette "lente" d'huile fluorée FC40 (masse volumique $\rho = 1,85 \text{ g/cm}^3$, célérité des ondes longitudinales $c_L = 0,64 \text{ mm}/\mu\text{s}$). Le deuxième diffuseur est une bille métallique faite d'un alliage de BiPbSnInCd (masse volumique $\rho = 9,16 \text{ g/cm}^3$, célérité des ondes longitudinales $c_L = 2,37 \text{ mm}/\mu\text{s}$, célérité des ondes transverses $c_T = 1,03 \text{ mm}/\mu\text{s}$). Ces matériaux isotropes ont notamment été étudiés dans le cadre de travaux s'intéressant à la

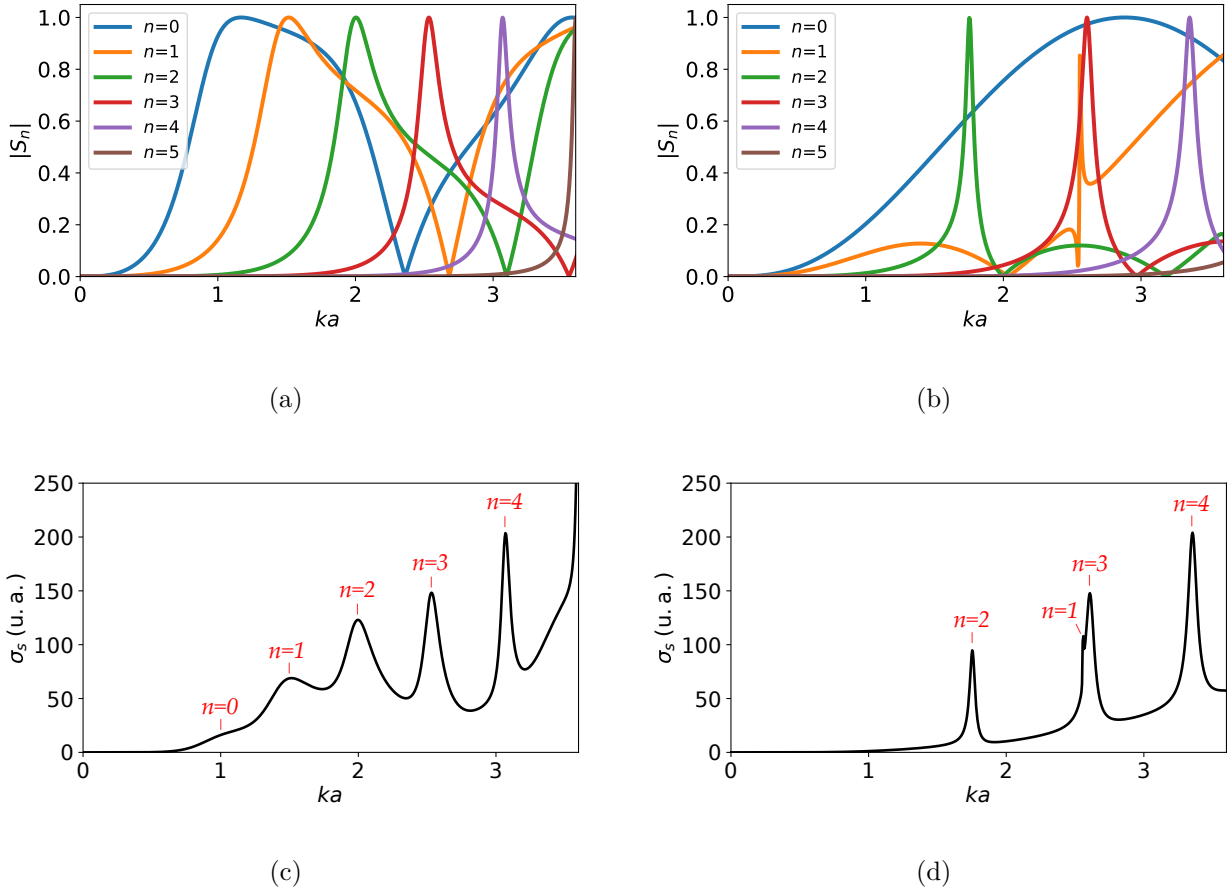


Figure 1.3. (a) Coefficients de diffusion et (c) section efficace totale de diffusion d'une gouttelette d'huile fluorée excitée par une onde plane homogène. (b) et (d) Mêmes quantités dans le cas d'une bille de BiPbSnInCd.

diffusion multiple résonante [62–64]. Les coefficients des premiers modes de diffusion de ces objets sont tracés dans les figures 1.3(a) et 1.3(b). Leurs sections efficaces de diffusion totales respectives lorsque l'onde incidente est une onde plane homogène sont également tracées à partir de (1.55) dans les figures 1.3(c) et 1.3(d). Ces quantités mettent en évidence leur forte aptitude à résonner. Aux différentes fréquences de résonance, le champ diffusé est exalté, ce qui facilite sa mesure et également la sélection de modes isolés. Pour une gouttelette d'huile fluorée, les résonances des différents modes apparaissent dans l'ordre, tandis que pour une bille de BiPbSnInCd la première résonance apparente est celle du mode quadrupolaire.

1.2.3 Dispositif d'émission ultrasonore

Un unique transducteur piézoélectrique rectangulaire de dimensions 95×58 mm (Imasonic) de fréquence centrale $f_0 = 1$ MHz a été utilisé pour engendrer des ondes ultrasonores avec une bande passante d'environ 1 MHz. Ce transducteur est adapté en impédance pour la génération d'ondes ultrasonores dans l'eau. Il permet d'engendrer un champ plan sur une grande surface grâce aux grandes dimensions de sa partie active devant les longueurs d'onde d'intérêt. À

une fréquence de 1 MHz par exemple, ses dimensions sont de $63\lambda \times 39\lambda$. Un générateur basse fréquence (Agilent 33210A) couplé à un amplificateur de puissance a été utilisé pour la génération de signaux dont le spectre est centré à une fréquence choisie. De manière complémentaire, un générateur d'impulsion (Olympus 5077PR) a quant à lui été utilisé dans le but d'obtenir des informations acoustiques sur une large bande fréquentielle.

1.2.4 Mesure de l'évolution de la pression acoustique

L'évolution temporelle de la pression acoustique est mesurée à l'aide d'hydrophones (Precision Acoustics) en immersion dans le gel. Leur faible diamètre permet la réalisation de mesures ponctuelles sans perturber le champ acoustique. Le premier est un hydrophone à aiguille ayant une partie sensible de $500 \mu\text{m}$ de diamètre et mesure la pression acoustique grâce à l'effet piézoélectrique de sa surface active. Ce capteur étant très sensible aux variations de la pression acoustique (sensibilité d'environ 500 mV/MPa), des mesures avec un ratio signal sur bruit élevé ont pu être effectuées.

Un deuxième hydrophone à fibre optique possédant une partie sensible de $10 \mu\text{m}$ de diamètre a quant à lui été utilisé dans le but de réaliser des cartographies du champ de pression avec une résolution spatiale plus élevée et plus proches des diffuseurs étudiés. Lorsque ce dernier est placé dans un champ acoustique, la pression induit une petite variation de l'épaisseur d'un interféromètre Fabry-Pérot à film polymère placé à la pointe de la fibre. Le signal acoustique est ensuite obtenu à partir du changement de réflectivité de la cavité optique [66]. Cependant, cet hydrophone est moins sensible aux variations de pression acoustique (sensibilité d'environ 150 mV/MPa), induisant un ratio signal sur bruit plus faible qu'avec l'hydrophone à aiguille piézoélectrique. L'acquisition et le moyennage temporel des signaux mesurés sont ensuite effectués à l'aide d'un oscilloscope numérique (Keysight DSOX3034T).

Les différents hydrophones sont attachés à des axes pouvant être translatés dans les trois dimensions de l'espace à l'aide de contrôleurs motorisés (Thorlabs KCH301), ce qui permet de réaliser des cartographies spatiales du champ de pression. Chaque axe de translation est doté d'une précision spatiale de $1 \mu\text{m}$ et couvre une distance de 25 mm. Ce dispositif est donc parfaitement adapté aux dimensions caractéristiques du système qui sont de l'ordre du millimètre pour les objets étudiés et les longueurs d'ondes mises en jeu.

1.2.4.1 Extraction du champ diffusé

Le champ diffusé par un objet est obtenu à partir de la soustraction de deux mesures : une mesure du champ en présence de l'objet et une mesure de référence du champ incident seul (pression d'excitation) :

$$p_{\text{diff}} = p_{\text{total}} - p_{\text{excit}}. \quad (1.73)$$

Une attention particulière doit être portée pour conserver des conditions expérimentales identiques dans les deux mesures. Il est en effet important de réduire au maximum les déphasages temporels entre deux signaux mesurés induits par exemple par une variation de la température

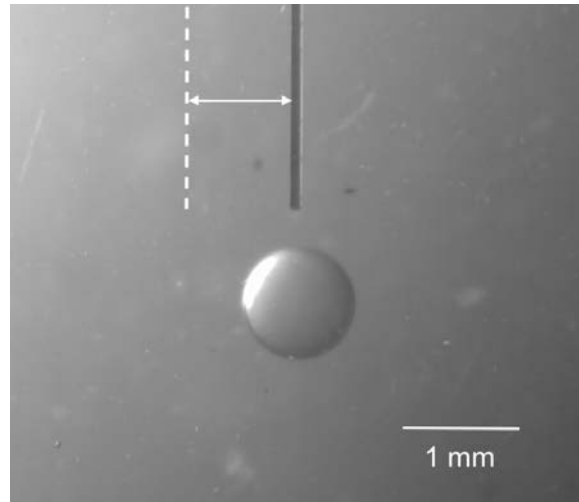


Figure 1.4. Photographie d'une gouttelette d'huile fluorée en suspension dans du gel de carbopol avec un hydrophone à fibre optique positionné au-dessus de cette gouttelette. Pour calibrer le diamètre de la gouttelette, deux images à deux positions successives connues de manière précise de l'hydrophone sont faites puis la distance est convertie en pixels.

entre deux expériences qui modifie les vitesses de propagation.

1.2.5 Création, positionnement et calibration du diffuseur

Les gouttelettes d'huile fluorée sont créées, sans contrôle précis de leur taille, à l'aide d'une seringue de petit diamètre. Pour les diamètres visés (approximativement entre 1 et 2 mm), des volumes de fluide de quelques microlitres sont injectés. Elles sont ensuite déplacées dans le gel en créant un écoulement de matière autour de ces dernières par le déplacement d'une spatule.

Les billes de BiPbSnInCd ont été produites par voie microfluidique² [64], et sont placées à la main à l'endroit souhaité dans le gel à l'aide d'une pince à disséquer.

Une fois l'objet placé dans le gel de carbopol, une calibration de son diamètre est effectuée à l'aide d'une caméra fixe de microscopie haute résolution (Thorlabs). Tout d'abord, des photographies de l'hydrophone utilisé sont prises à deux positions différentes de celui-ci, qui sont évaluées de manière précise à l'aide des contrôleurs de translations motorisés (pas de $10\ \mu\text{m}$). Puis, la distance en pixels entre les deux positions de l'hydrophone sur les images est déterminée à l'aide d'un logiciel de traitement d'images (ImaJ). La figure 1.4 montre par exemple une image de l'hydrophone à fibre optique à côté d'une gouttelette en suspension dans du gel de carbopol, avec comme repère (ligne en pointillés blancs) une autre position connue au préalable. Connaissant la distance absolue entre les deux positions de l'hydrophone, nous pouvons en déduire une échelle de conversion en pixels/ μm . Le diamètre de l'objet peut ainsi être estimé avec une erreur évaluée à $10\ \mu\text{m}$. Les fréquences de résonance de cet objet sont ensuite déterminées à partir de l'évolution de la section efficace totale théorique ou des coefficients de diffusion pour le diamètre mesuré.

2. Les billes de BiPbSnInCd ont été fabriquées par F. Delmotte dans le cadre d'un autre projet de l'I2M et nous avons bénéficié de la présence de ces dernières pour les expériences qui sont présentées.

Avant le début d'un balayage spatial, le système de translation est disposé de manière à ce que l'hydrophone soit positionné au dessus de l'objet, centré sur ce dernier, et avec une marge de translation suffisante pour réaliser le balayage souhaité.

1.2.6 Mesure et analyse d'un champ diffusé aux différentes résonances d'une gouttelette d'huile fluorée

1.2.6.1 Mesure et calcul analytique du champ de pression diffusé

Dans le but de tester le système expérimental présenté précédemment pour la diffusion acoustique, une première expérience a été conduite sur une gouttelette d'huile fluorée de $540\ \mu\text{m}$ de rayon. Cette gouttelette a été déposée dans un premier temps dans le gel de carbopol à l'aide d'une seringue permettant d'injecter un petit volume de fluide, puis son diamètre a été calibré à l'aide de la caméra. Un pulse incident dans la direction z d'environ 2 cycles a été émis sur cette gouttelette à partir du générateur d'impulsion et le champ a été mesuré en différents points de l'espace dans le plan (xz) centré sur la gouttelette avec l'hydrophone aiguille. Ensuite, la gouttelette est retirée à l'aide d'une seringue puis le champ est à nouveau mesuré aux mêmes points (champ de référence). Le champ diffusé est déterminé en appliquant la procédure décrite au paragraphe 1.2.4.1. Le transducteur utilisé a une assez large bande fréquentielle, ce qui permet l'extraction du champ diffusé aux quatre premières fréquences de résonance de la gouttelette à partir d'une transformée de Fourier. En parallèle, une prédiction analytique du champ diffusé à ces mêmes fréquences a été effectuée à partir de (1.30). Pour que le calcul de la série (1.30) soit suffisamment précis et que le champ calculé corresponde au champ physique, un nombre de modes n significatif a été pris en compte.

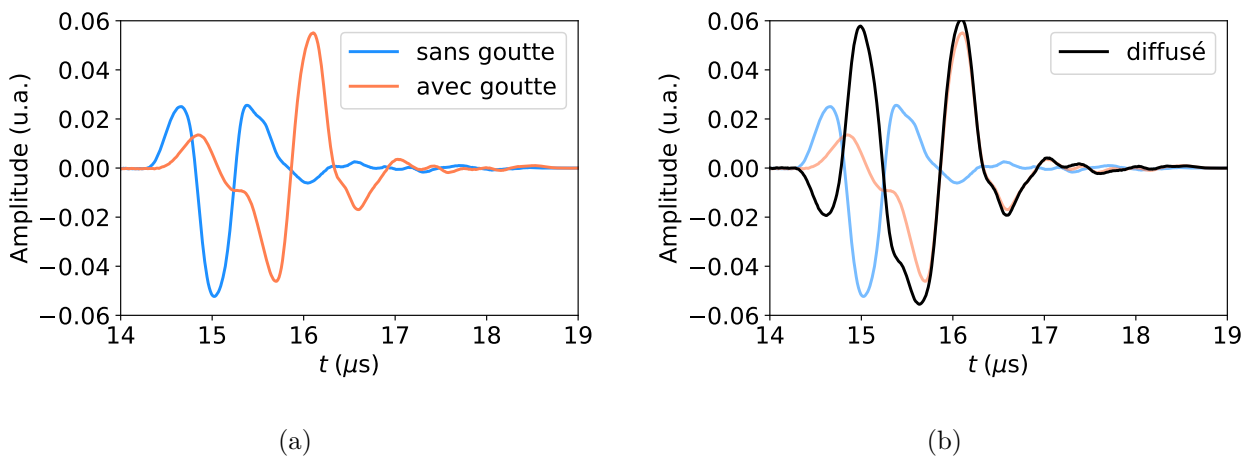


Figure 1.5. Mesure d'un signal diffusé par une gouttelette d'huile fluorée de $540\ \mu\text{m}$ de rayon à $1\ \text{mm}$ en aval du bord de cette dernière. (a) Signal incident sans gouttelette (bleu) et signal en présence de la gouttelette (orange). (b) Signal du champ diffusé obtenu à partir de la différence des deux signaux de la figure (a).

1.2.6.2 Analyses du champ

La figure 1.5(a) montre les pulses temporels de l'onde excitatrice seule et du champ en présence de la gouttelette enregistrés à une distance d'environ 1 mm en aval du bord de cette dernière. Dans le cas où la gouttelette est présente, les ondes se propagent autour de cette dernière, c'est pourquoi le signal est retardé dans le temps par rapport à celui de l'onde excitatrice seule. De plus la célérité des ondes y est plus faible, donc des ondes diffusées sont également engendrées à des temps plus longs. Le signal du champ diffusé, obtenu à partir de la soustraction des deux signaux mesurés, est représenté dans la figure 1.5(b). Analysons ensuite la structure spatiale du champ de pression diffusé dans le domaine de Fourier.

La figure 1.6 présente le module et la phase de la transformée de Fourier du champ diffusé par la gouttelette aux quatre premières fréquences de résonance. Ces dernières ont été préalablement identifiées par les pics présents dans l'évolution des coefficients de diffusion ou de la section efficace totale de la gouttelette dans les figures 1.3(a) et 1.3(c). Lors de la diffusion d'une onde par un objet sphérique ou cylindrique, des ondes se propageant autour de sa circonférence sont engendrées. La superposition de ces ondes dites circonférentielles est une des origines du phénomène de résonance. À la fréquence de résonance monopolaire, les distributions spatiales de l'amplitude et de la phase du champ diffusé ne sont pas tout à fait isotropes, car l'amplitude du mode dipolaire n'est pas négligeable à cette fréquence (voir figure 1.3(a)). Pour les modes d'ordre n suivants, le champ est composé de $2n$ lobes dont les plus significatifs en amplitude sont vers l'avant et vers l'arrière de l'objet. Par ailleurs, plus un mode d'ordre élevé est excité et plus le rayonnement vers l'avant et l'arrière est étroit angulairement. Nous remarquons que la structure spatiale du champ mesuré pour les différentes fréquences de résonance est très proche de celle issue des prédictions théoriques.

1.2.7 Diffusion dans le domaine temporel

Lors de la mesure de la diffusion d'une onde, des signaux bornés dans le temps sont extraits. Dans le but de prédire les phénomènes transitoires de manière théorique, il est nécessaire d'étendre le formalisme de la diffusion d'une onde harmonique au domaine temporel. Lorsqu'une onde est diffusée par un objet, plusieurs régimes sont mis en jeu dans le temps : un régime forcé durant lequel l'onde incidente interagit avec l'objet et le force à vibrer à une certaine fréquence, puis un régime dit libre apparaissant après le passage de l'onde incidente et dans lequel cet objet vibre de façon naturelle à ses fréquences propres. L'objectif de cette section est tout d'abord d'exprimer le champ de pression résultant de la diffusion d'une onde de n'importe quelle forme spatio-temporelle par un objet sphérique. Une analyse d'un signal diffusé mesuré présentant des caractéristiques du régime libre est ensuite effectuée, et une application à l'estimation de l'atténuation d'un objet de faible viscosité est présentée.

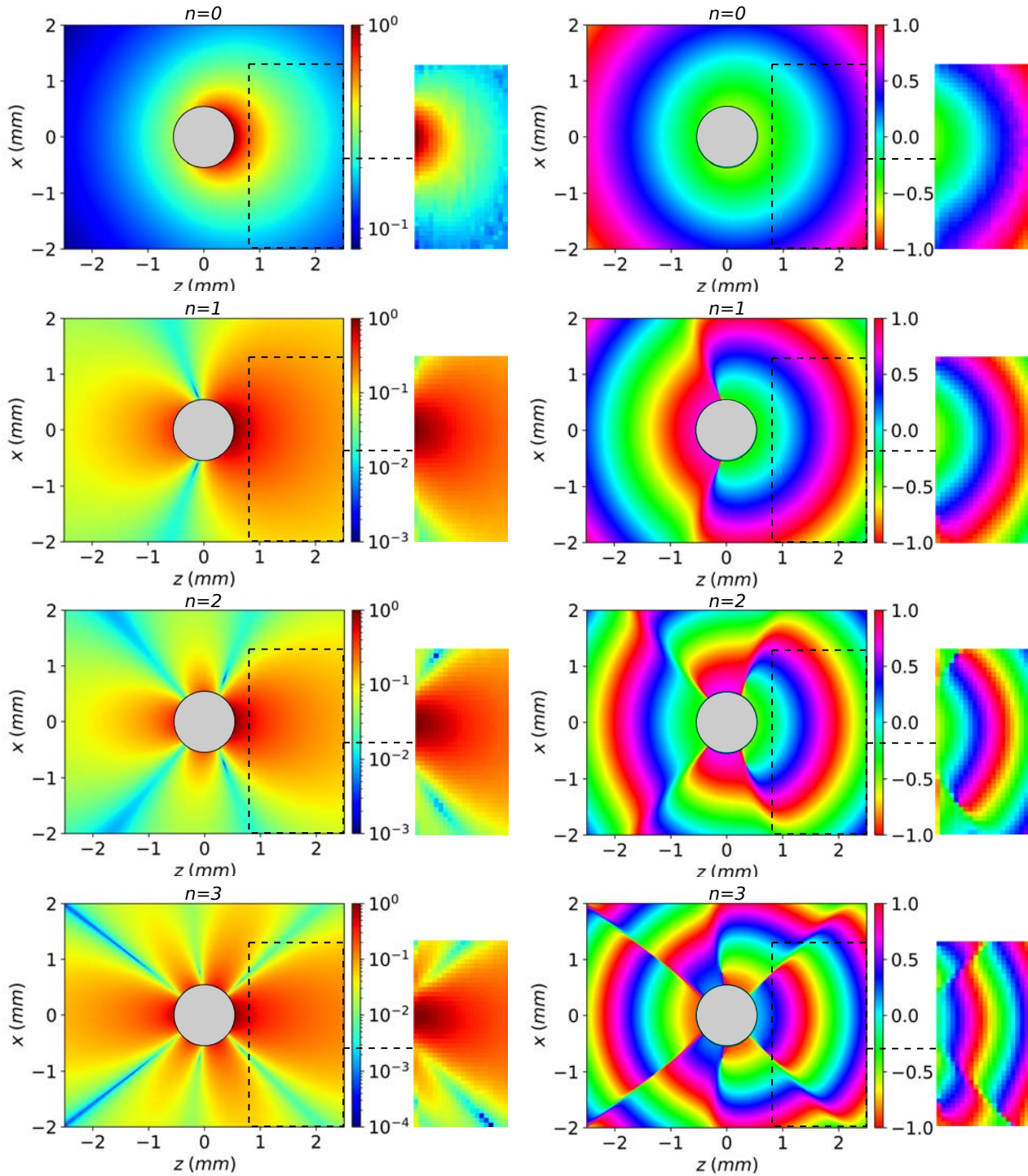


Figure 1.6. Module et phase normalisée en fraction de π de la transformée de Fourier du champ diffusé par une gouttelette d'huile fluorée de $540 \mu\text{m}$ de rayon pour les quatre premières fréquences de résonance : résonance monopolaire ($n = 0$, $f = 0,44$ Mhz), dipolaire ($n = 1$, $f = 0,66$ Mhz), quadrupolaire ($n = 2$, $f = 0,92$ Mhz) et hexapolaire ($n = 3$, $f = 1,09$ Mhz). Les cartographies expérimentales du champ ont été effectuées dans la zone délimitée par les pointillés noirs et sont présentées à droite de chaque cartographie théorique.

1.2.7.1 Solutions temporelles de la diffusion

Considérons un champ de potentiel incident de n'importe quelle forme spatiale et temporelle $\phi_{\text{inc}}(x, y, z, t)$. Nous résolvons le problème de diffusion dans le domaine fréquentiel en appliquant premièrement une transformée de Fourier temporelle au champ ϕ_{inc} définie comme suit :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(x, y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\text{inc}}(x, y, z, t) e^{i\omega t} dt. \quad (1.74)$$

Le problème de la diffusion harmonique est résolu pour chacune des fréquences composant le spectre du signal $s(t)$. Le potentiel diffusé par un objet sphérique à une fréquence donnée est donc pondéré par l'amplitude de la transformée de Fourier du potentiel incident à cette même fréquence et est déterminé de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}(r, \theta, \varphi, \omega) = \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n S_n(\omega) \tilde{a}_n^m(\omega) h_n^{(1)}\left(\frac{\omega}{c} r\right) Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (1.75)$$

où les $\tilde{a}_n^m(\omega)$ sont les coefficients de forme spectraux du champ incident. Le potentiel à l'intérieur d'un objet fluide par exemple s'obtient de la même manière en remplaçant les coefficients de diffusion S_n par les coefficients du champ interne B_n et les fonctions $h_n^{(1)}(kr)$ par $j_n(k_p r)$. Le champ de pression spatio-temporel (incident, diffusé ou interne) est ensuite déterminé en effectuant une opération de transformée de Fourier inverse et en utilisant (1.10) :

$$p(r, \theta, \varphi, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} i\rho\omega \tilde{\phi}(r, \theta, \varphi, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (1.76)$$

Il est à noter que dans une démarche d'optimisation du temps de calcul, seules les fréquences positives et utiles de la transformée de Fourier du potentiel incident peuvent être prises en compte. En effet, lorsqu'elle est appliquée à un signal réel, cette dernière possède une symétrie hermitienne donc les fréquences négatives n'apportent pas d'information supplémentaire.

Cas particulier d'une onde plane homogène incidente

Dans le cas où le potentiel incident est celui d'une onde plane homogène (1.28) se propageant dans la direction z par exemple, nous avons :

$$\phi_{\text{inc}}(z, t) = s\left(t - \frac{z - z_0}{c}\right), \quad (1.77)$$

où $s(t)$ est un signal temporel quelconque et z_0 est la position du début de l'onde incidente à l'instant initial. La transformée de Fourier de ce potentiel s'écrit d'après le théorème du retard de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(z, \omega) = \tilde{s}(\omega) e^{i\frac{\omega}{c} z}. \quad (1.78)$$

Les coefficients de forme de l'onde plane homogène étant indépendants de la fréquence, nous avons de plus :

$$\tilde{a}_n^m(\omega) = \tilde{s}(\omega)a_n^m, \quad \text{où } a_n^{m=0} = i^n \sqrt{4\pi(2n+1)}, \quad a_n^{m \neq 0} = 0. \quad (1.79)$$

Le signal $s(t)$ fait ainsi office de terme source temporel et les coefficients de forme a_n^m déterminent la distribution spatiale du champ. L'expression (1.79) est vraie de manière générale pour tout champ dont les coefficients de sa décomposition dans la base sphérique sont indépendants de la fréquence.

1.2.7.2 Régime libre d'émission et pôles des coefficients de diffusion

Caractéristiques d'un signal transitoire

Lors du processus de la diffusion par un objet d'une onde bornée temporellement, on observe un régime transitoire qui apparaît juste après la fin de l'excitation par l'onde incidente, dans lequel l'amplitude des signaux décroît dans le temps. Durant le régime forcé, une partie de l'énergie incidente est transmise progressivement à l'intérieur de l'objet. Ensuite, une fois que l'onde incidente n'interagit plus avec cet objet, ce dernier vibre librement à ses fréquences propres. Les ondes internes continuent alors de rayonner vers le milieu extérieur durant un temps caractéristique avant de s'éteindre. Les différents phénomènes transitoires ayant lieu lors de la diffusion peuvent se traduire de manière mathématique par le fait suivant : dans le régime forcé, le champ est caractérisé par un spectre continu de fréquences à valeurs réelles (en accord avec le spectre de la source), puis dans le régime libre il est caractérisé par un spectre discret de fréquences à valeurs complexes qui sont associées à la dissipation radiative. Nous nous contentons ici d'utiliser le résultat de la démonstration effectuée dans [67] pour illustrer ce fait de manière simplifiée.

Les fréquences des oscillations propres de l'objet immergé sont recherchées en considérant, selon sa nature, les systèmes (1.41) ou (1.45) sans onde excitatrice. Le vecteur \mathbf{B} associée au champ incident seul est donc pris nul dans ce cas. Il s'agit de trouver des solution $\mathbf{X} \neq \mathbf{0}$ au système suivant :

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (1.80)$$

Il existe des solutions $\mathbf{X} \neq \mathbf{0}$ si et seulement si :

$$\det(\mathbf{A}) = 0. \quad (1.81)$$

La matrice \mathbf{A} dépend des propriétés de l'objet et du milieu extérieur et surtout de la fréquence. L'équation (1.81) est donc l'équation aux fréquences propres de l'objet immergé. La résolution de cette équation revient également à chercher les fréquences f annulant le dénominateur des coefficients de diffusion S_n (1.44) ou (1.46), c'est-à-dire rechercher la position des pôles de ces coefficients dans l'espace des fréquences réduites ka à valeurs complexes. La structure complexe du dénominateur des coefficients S_n implique que les modes propres de vibration de l'objet

immérgé sont caractérisés par des fréquences à valeurs complexes. La fréquence complexe s'écrit $f = f' + if''$, où f' et f'' sont des quantités réelles. Les termes de phase associés à l'évolution temporelle du champ ont donc la forme suivante :

$$e^{-2i\pi ft} = \underbrace{e^{-2i\pi f' t}}_{\text{phase}} \underbrace{e^{2\pi f'' t}}_{\text{amplitude}}. \quad (1.82)$$

Le premier terme de cette expression (exponentielle complexe) est associé aux oscillations harmoniques et le deuxième terme à la modulation exponentielle de l'amplitude du champ transitoire. Cette représentation a par exemple été utilisée dans le cadre d'analyses de la réponse acoustique transitoire d'une plaque immergée [68, 69], ou encore pour la conception de structures absorbantes possédant des résonateurs [70].

Pôles des coefficients de diffusion d'une bille de BiPbSnInCd

Illustrons le concept de fréquence complexe en traçant l'évolution des coefficients de diffusion dans le plan complexe des fréquences pour une bille de BiPbSnInCd immergée dans de l'eau. La figure 1.7(a) représente tout d'abord le module du coefficient de diffusion S_2 d'une bille de BiPbSnInCd de rayon $a = 0,35$ mm en fonction de la fréquence réelle f' (avec $f'' = 0$). Cette première représentation est identique à celle de la figure 1.3(b) en considérant le mode quadrupolaire seul. Nous observons que le pic associé à la résonance quadrupolaire est, pour le rayon a qui a été fixé, $f' = 1,18$ MHz. Ensuite, les figures 1.7(b) et 1.7(c) représentent respectivement le module et la phase de ce coefficient S_2 dans le plan complexe des fréquences. Nous observons cette fois-ci la présence d'un pôle complexe associé à ce coefficient de diffusion dont la partie réelle est située très proche de $f' = 1,18$ MHz. Il possède également des points où son module s'annule. La phase est singulière au niveau d'un pôle et sa valeur croît dans le sens des aiguilles d'une montre autour de ce pôle. Autour des zéros des coefficients de diffusion, elle s'accroît dans le sens trigonométrique. L'énergie diffusée décroît au cours du temps dans le régime libre, c'est pour cette raison physique que tous les pôles sont situés à des valeurs négatives de la partie imaginaire de la fréquence f'' . Lorsqu'un mode est préférentiellement excité en choisissant la fréquence de résonance correspondante, le champ diffusé présente alors une décroissance exponentielle en amplitude dans le temps en $e^{-2\pi|f''|t}$, avec $f'' < 0$. Cette décroissance est donc étroitement liée à la position du pôle caractéristique de la résonance correspondante dans l'espace des fréquences à valeurs complexes. Dans le régime d'oscillation libre pour lequel l'onde incidente n'interagit plus avec l'objet, il est ainsi possible d'isoler de manière quasi parfaite un mode si la fréquence d'excitation est proche de la fréquence réelle du pôle d'un mode. De plus, si la partie imaginaire de la fréquence propre d'un mode particulier est plus faible que celle des modes voisins, alors une fois que ces derniers s'éteindront, ce mode subsistera de manière unique pour quelques instants avant de s'éteindre à son tour.

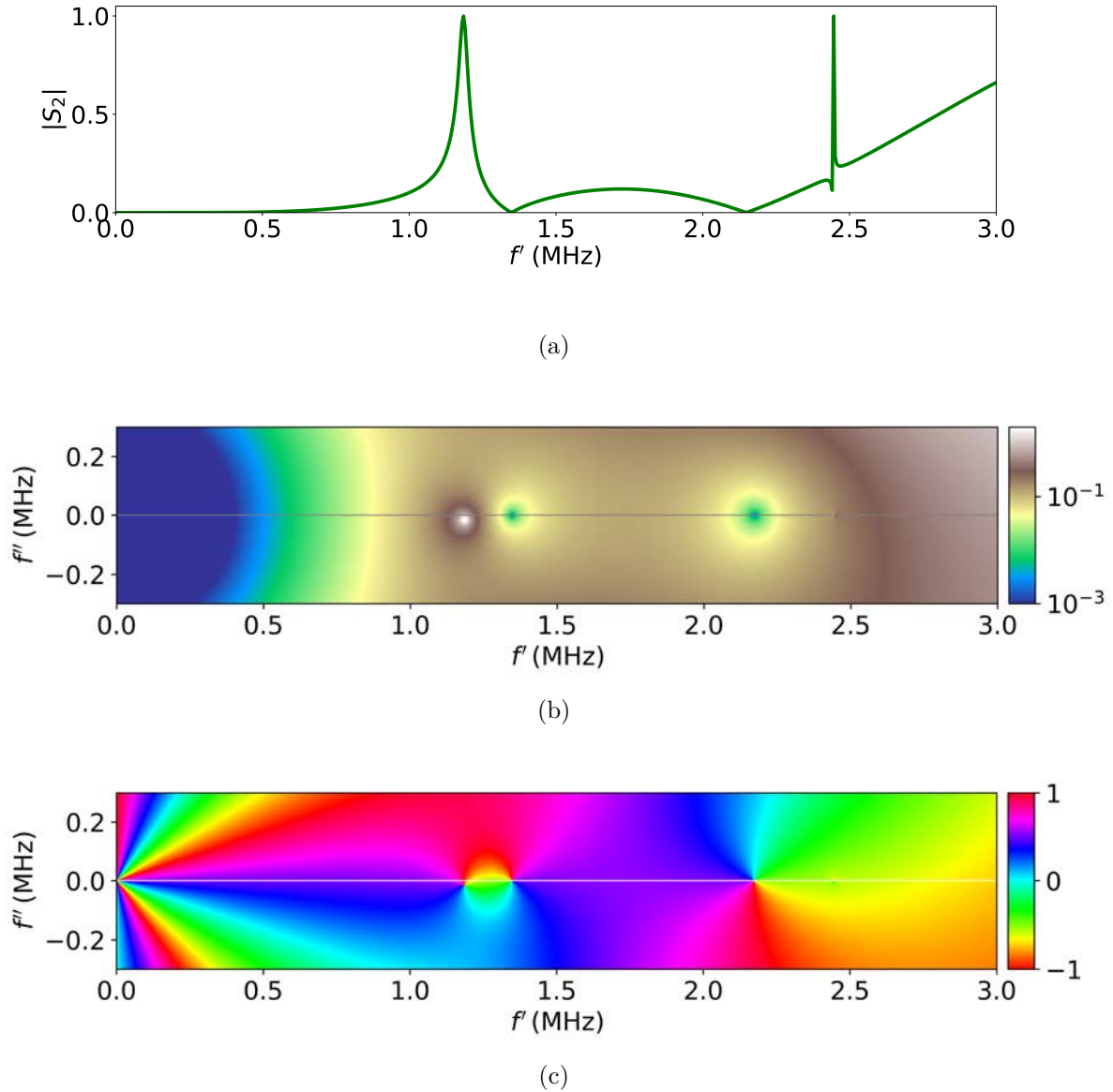


Figure 1.7. (a) Module du coefficient de diffusion S_2 d'une bille de BiPbSnInCd en fonction de la fréquence réelle f' et pour $f'' = 0$. (b) Module et (c) phase normalisée en fraction de π du coefficient de diffusion quadrupolaire S_2 ($n = 2$) dans le plan complexe des fréquences. L'axe horizontal correspond à la partie réelle de la fréquence f' et l'axe vertical à la partie imaginaire f'' . Un pôle apparaît à la fréquence réelle $f' = 1,18$ MHz et est identifié par un point blanc dans le module qui est associé à une singularité dans la phase autour de laquelle la phase évolue dans le sens horaire. Nous remarquons que les zéros de S_2 sont également associés à des singularités autour desquelles la phase évolue dans le sens trigonométrique.

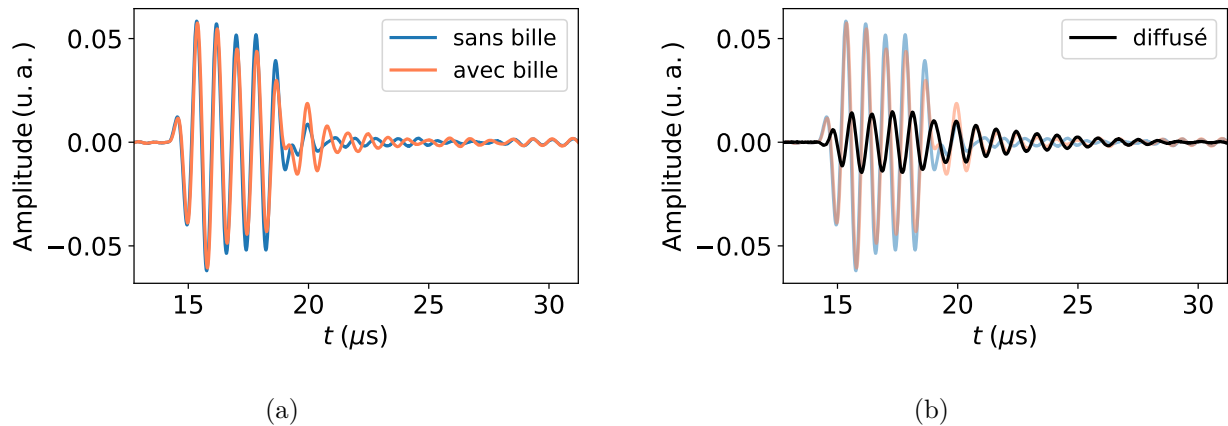


Figure 1.8. Mesure du signal diffusé par une bille de BiPbSnInCd de rayon $350 \mu\text{m}$ à 1 mm en aval du bord de cette dernière. (a) Signal incident sans bille (bleu) et signal en présence de la bille (orange). La fréquence centrale du signal incident est $f = 1,22 \text{ MHz}$ et est proche de la résonance quadrupolaire de la bille ($f = 1,18 \text{ MHz}$). (b) Signal du champ diffusé obtenu à partir de la différence des deux signaux de la figure (a).

1.2.8 Application expérimentale de l'estimation de l'atténuation d'un objet de faible viscosité

Nous nous intéressons ensuite dans cette section à la diffusion transitoire d'une onde plane homogène par une bille de BiPbSnInCd de rayon $350 \mu\text{m}$. L'onde incidente est engendrée à partir d'un signal composé de 6 cycles de fréquence centrale $f = 1,22 \text{ MHz}$, proche de la résonance quadrupolaire ($n = 2$) de la bille. Dans l'analyse qui suit, il a été nécessaire de s'intéresser aux fréquences à valeurs complexes qui composent la partie du signal relative au régime libre de la diffusion. Nous montrons particulièrement que l'extraction des parties imaginaires de ces fréquences permet d'estimer la dissipation visqueuse induite par un objet lors de la diffusion.

1.2.8.1 Mesure et calcul du champ diffusé en un point

Dans un premier temps, le champ de pression diffusé par cette bille a été déterminé à partir de la mesure différentielle du champ en présence de la bille avec celui de référence sans bille en un point de l'axe z situé à une distance de 1 mm en aval du bord de cette dernière. La figure 1.8(a) montre ces deux signaux et comme pour ceux correspondant à la diffusion par une gouttelette d'huile fluorée (voir figure 1.8), la diffusion par la bille est la cause des déphasages entre ces derniers. La bille de BiPbSnInCd a des impédances associées aux ondes longitudinales et transverses bien plus élevées que celle du gel (voir table A.2) donc les ondes qui sont transmises dans la bille ont une très faible amplitude. Les premières ondes d'amplitude significative à arriver en aval de la bille correspondent à celles s'étant propagé à l'extérieur autour de sa surface. Le signal du champ diffusé, obtenu à partir de la soustraction des deux signaux mesurés, est représenté dans la figure 1.8(b).

Ensuite, un calcul analytique du champ diffusé a été effectué au même point à partir de (1.76) en considérant le même signal incident fenêtré et représenté dans la figure 1.9(a). Le

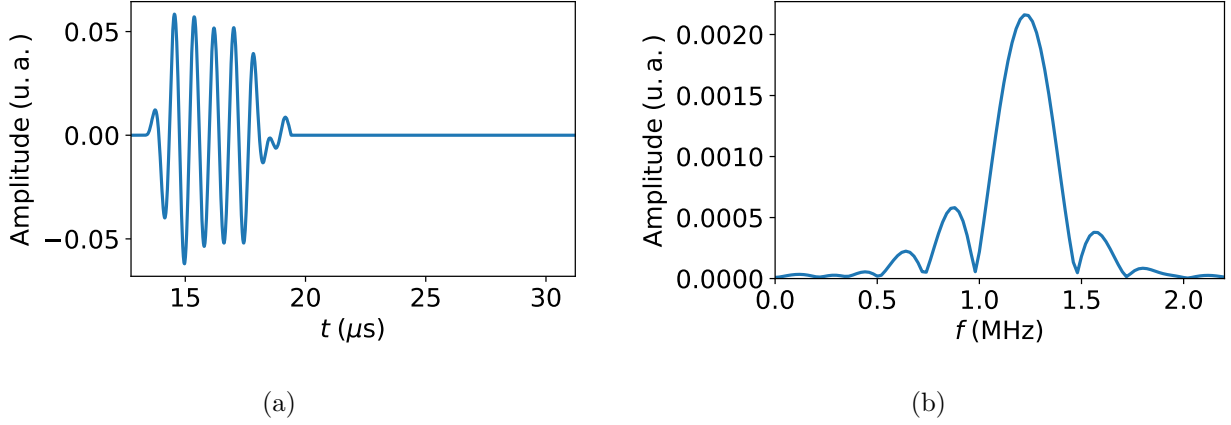


Figure 1.9. (a) Signal incident expérimental (présenté dans la figure 1.8(a)) multiplié par une fenêtre de Heaviside et (b) spectre de ce signal.

spectre de ce signal est représenté dans la figure 1.9(b). Les signaux temporels mesurés et calculés analytiquement sont représentés dans la figure 1.10(a) (d'autres figures y sont également tracées et seront expliquées dans le paragraphe suivant). Nous observons que le signal du champ diffusé présente une décroissance exponentielle en amplitude bien marquée. En effet, comme explicité dans la section 1.2.8, le signal contient une composante fréquentielle largement dominante car la bille vibre à la fréquence réelle du pôle du mode quadrupolaire. La première figure 1.10(a) montre que le signal du champ diffusé analytique est en phase avec celui mesuré mais son évolution en amplitude ne correspond pas. Initialement, l'atténuation dans la bille de BiPbSnInCd n'a pas été prise en compte, ce qui peut expliquer cette différence. Ce point est étudié dans le paragraphe suivant.

1.2.8.2 Prise en compte de la viscosité

La viscosité dans l'objet est modélisée en y introduisant des atténuations des ondes α_L longitudinales et α_T des ondes transverses telles que les nombres d'ondes associés à ces deux polarisations deviennent à valeur complexe. La faible dispersion à l'intérieur de l'objet est négligée. Les nombres d'ondes des ondes longitudinales et transverses s'écrivent alors de la manière suivante [71] :

$$k_L = \frac{\omega}{c_L} + i\alpha_L, \quad (1.83)$$

$$k_T = \frac{\omega}{c_T} + i\alpha_T. \quad (1.84)$$

Supposons que ces atténuations obéissent à une loi en puissance sur la fréquence comme suit [72] :

$$\alpha_L = \alpha_{0L} f^\eta, \quad (1.85)$$

$$\alpha_T = \alpha_{0T} f^\eta, \quad (1.86)$$

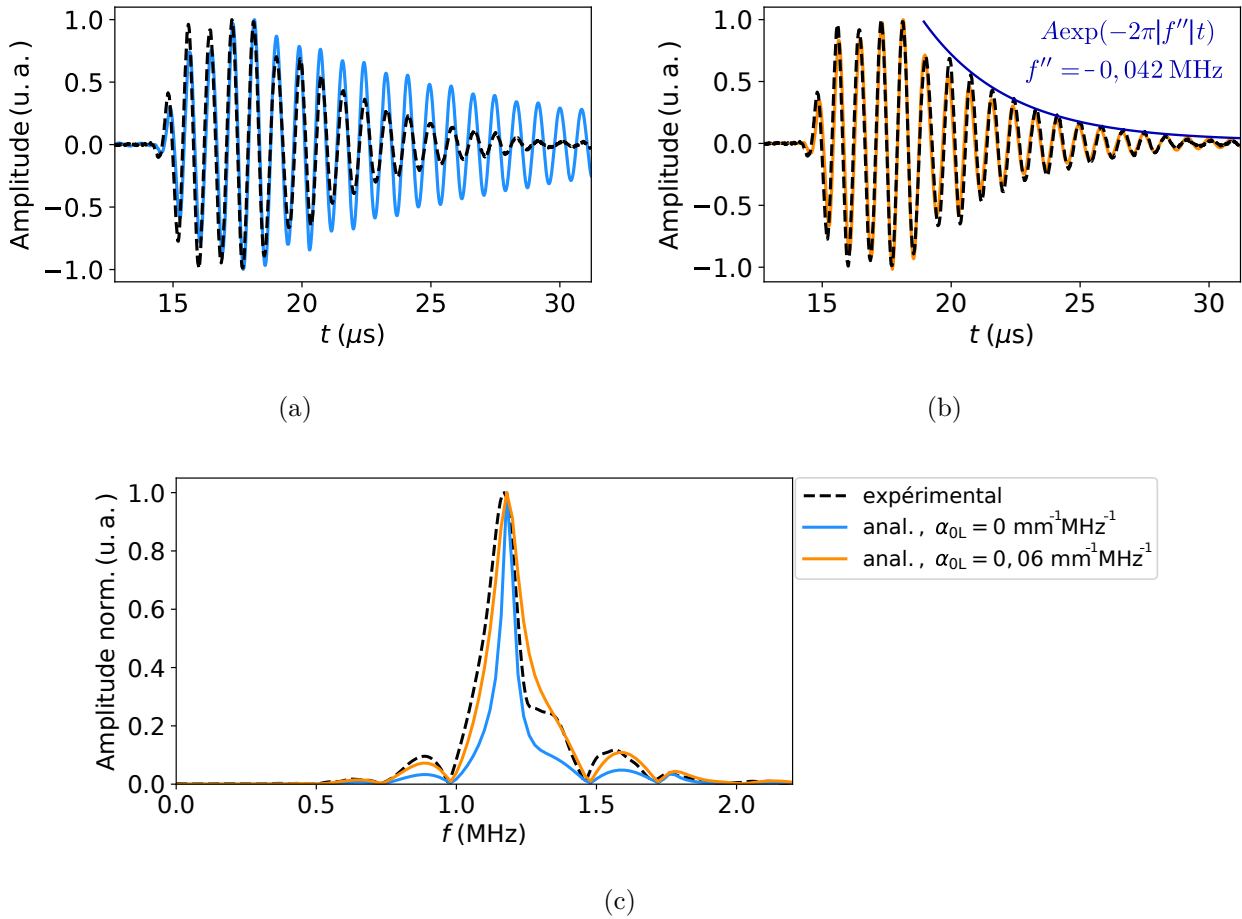


Figure 1.10. Signal temporel diffusé par une bille de BiPbInSnCd de rayon $a = 350\mu\text{m}$ au point $(x = 0, y = 0, z = 1)$ mm. Le signal mesuré expérimentalement est tracé en pointillés noirs et le signal obtenu de manière analytique est tracé en trait plein avec (a) $\alpha_{0L} = 0 \text{ mm}^{-1}\text{MHz}^{-1}$ et (b) $\alpha_{0L} = 0,06 \text{ mm}^{-1}\text{MHz}^{-1}$. Les signaux temporels sont normalisés respectivement par rapport à leur maximum d'amplitude. (c) Spectres des signaux analytique et mesuré normalisés par leurs maximums respectifs. La fréquence centrale du signal diffusé est $f = 1,18 \text{ MHz}$.

où les paramètres α_{0L} , α_{0T} , et η ont été introduits. En suivant la remarque faite dans [73], nous faisons l'hypothèse que le rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle des nombres d'onde longitudinal et transversal est le même. Cette condition implique la relation suivante :

$$\alpha_{0T} = \alpha_{0L} \frac{c_L}{c_T}. \quad (1.87)$$

La figure 1.11 montre que dans le cas où la viscosité de l'objet est prise en compte dans le calcul, le taux de décroissance en amplitude dans le temps augmente du fait de la translation de la position du pôle vers les valeurs négatives de la partie imaginaire de la fréquence f'' . La viscosité dans l'objet influe donc sur l'évolution du rayonnement dans le temps. En ajustant la valeur de η et α_{0L} , l'évolution en amplitude du signal peut alors être adaptée pour s'approcher de celle du signal mesuré. Pour cette étude, le choix $\eta = 1$ a donné des résultats satisfaisants.

Déterminons le changement de position du pôle de S_2 sur l'axe imaginaire des fréquence f'' en fonction de la valeur du paramètre α_{0L} . Pour cela, on calcule S_2 dans le plan complexe des fréquences pour chaque valeur de α_{0L} , en repérant à chaque itération la position du pôle en recherchant le maximum d'amplitude du module de S_2 . Les valeurs de la fréquence imaginaire f'' relevées sont ensuite tracées en fonction de α_{0L} dans la figure 1.11(a). La décroissance exponentielle en amplitude du signal transitoire mesuré, en $e^{-2\pi|f''|t}$, est approchée pour $f'' = -0,042$ MHz. Pour cette valeur, nous avons d'après la figure 1.11(a) $\alpha_{0L} = 0,06 \text{ mm}^{-1}\text{MHz}^{-1}$. Puis d'après (1.87), nous trouvons $\alpha_{0T} = 0,14 \text{ mm}^{-1}\text{MHz}^{-1}$.

Le signal du champ diffusé théorique est recalculé avec ces faibles valeurs d'atténuation et est tracé dans la figure 1.10(b). Ce signal théorique devient alors très proche de celui mesuré. La figure 1.10(c) montre les spectres des signaux expérimental et issu du calcul analytique lorsque les atténuations des ondes longitudinales et transverses sont prises nulles ou égales aux valeurs déterminées précédemment. Nous observons que la fréquence centrale du signal du champ diffusé ($f_0 = 1,18$ MHz) est légèrement différente de celle du signal incident ($f_0 = 1,22$ MHz) car après le passage de l'onde incidente, la bille vibre pendant une assez longue durée de manière libre à la fréquence réelle de son pôle quadripolaire. L'amplitude et la largeur du pic principal ainsi que celles des différents lobes du spectre du signal transitoire prédit de manière analytique sont également plus proches de ceux du spectre mesuré lorsque les valeurs d'atténuations des ondes longitudinales et transverses précédentes sont utilisées.

1.2.8.3 Bilan de la méthode

La procédure présentée ici a permis d'estimer de manière quantitative l'atténuation d'un matériau possédant une faible viscosité. Cette approche pourrait servir de méthode complémentaire aux méthodes classiques pour la caractérisation de matériaux visco-élastiques. Dans cette étude, une des difficultés a été d'isoler un mode diffusé, ce qui peut s'avérer délicat pour des matériaux moins résonants. Pour extraire les différentes fréquences à valeurs complexes qui correspondent aux différents modes diffusés présents dans un signal dont la décroissance en

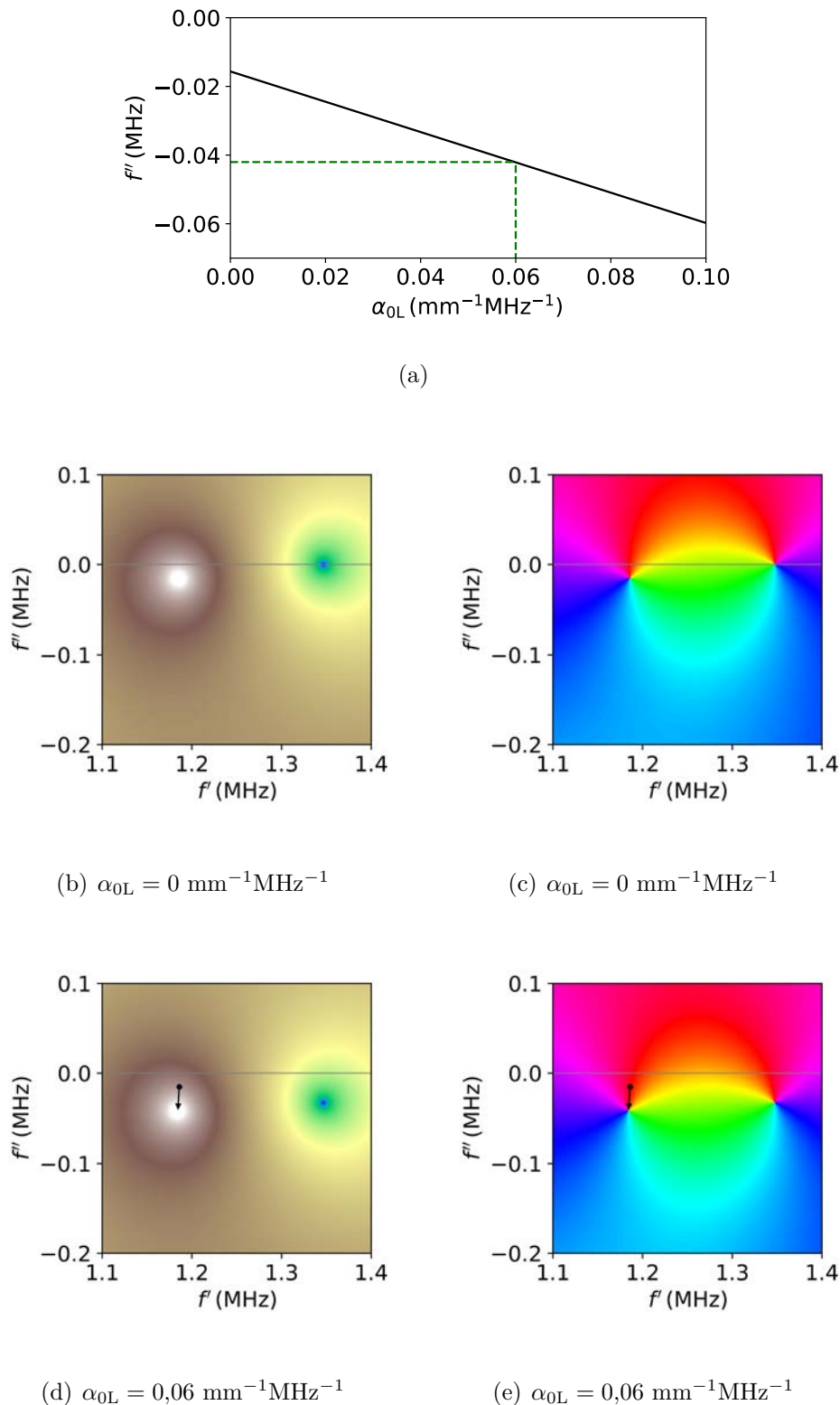


Figure 1.11. Translation de la position du pôle du coefficient de diffusion quadrupolaire d'une bille de BiPbInSnCd. (a) Position du pôle de S_2 sur l'axe des fréquences imaginaires f'' en fonction de la valeur du paramètre α_{0L} . Les figures inférieures sont des zooms de la figure 1.7(b) du module et de la phase du coefficient de diffusion quadrupolaire S_2 dans le plan complexe des fréquence pour (b-c) $\alpha_{0L} = 0 \text{ mm}^{-1}\text{MHz}^{-1}$ et (d-e) $\alpha_{0L} = 0,6 \text{ mm}^{-1}\text{MHz}^{-1}$. La position du pôle est translatée vers les valeurs négatives de f'' lorsque l'atténuation augmente. Le point et la flèches noirs sur les figures (d) et (e) indiquent la position et la translation du pôle lors du changement de valeur de α_{0L} .

amplitude n'est pas tout à fait de forme exponentielle, il pourrait être envisagé d'appliquer l'algorithme de Prony permettant de décomposer un signal sur une base de sinusoides d'amplitudes exponentiellement décroissantes [74]. Les fréquences à valeurs complexes associées aux différents pôles des coefficients de diffusion pourraient être ainsi déterminées à partir d'une optimisation basée sur le signal mesuré. Plus généralement, les résultats expérimentaux présentés dans cette section et obtenus à partir du dispositif mis en place pour la mesure de la diffusion concordent de manière très satisfaisante avec la théorie. Ce dispositif expérimental pourra donc être utilisé pour mesurer la diffusion d'ondes planes évanescentes.

1.3 Synthèse et discussion

Dans ce chapitre, nous avons introduit la théorie de la diffusion spatio-temporelle d'une onde acoustique quelconque par un objet sphérique. L'approche de Mie a été utilisée pour prédire les champs diffusés et à l'intérieur d'un objet, résultant de la superposition des différents modes de vibration de cet objet. Lorsque la longueur d'onde incidente est bien plus grande que la taille de l'objet, l'expression du champ diffusé s'avère plus simple car seuls les deux premiers modes fondamentaux contribuent de manière significative. Cette approche permet alors une meilleure compréhension des mécanismes physiques mis en jeu lors de l'interaction entre une onde et un objet, et sera un premier axe d'étude pour la diffusion de l'onde plane évanescente.

Un dispositif expérimental robuste a été mis en place dans le but de mesurer avec précision le champ de pression diffusé par un objet de taille millimétrique et aux fréquences ultrasonores. L'originalité de ce système repose en particulier sur l'utilisation d'un gel capable de stabiliser de manière permanente l'objet dans l'espace et sans contact. Le champ diffusé par une gouttelette d'huile fluorée résonante a ensuite été mesuré puis comparé avec succès aux prédictions théoriques du champ, validant ainsi la procédure expérimentale.

Lorsqu'une onde d'extension finie est diffusée, un régime d'oscillation libre apparaît lorsque l'interaction entre l'onde incidente et l'objet cesse. Dans ce régime, le champ est caractérisé par un spectre discret de fréquences à valeurs complexes traduisant l'évolution de son amplitude dans le temps. Une analyse d'un signal transitoire issu de la diffusion résonante d'une bille d'un alliage de BiPbSnInCd a été effectuée. Les atténuations des différentes ondes se propageant dans cet objet ont été estimées à partir d'un modèle simplifié de la prise en compte des effets de viscosité dans la bille, puis d'une inversion basée sur la mesure de la décroissance exponentielle en amplitude du signal diffusé dans le temps.

Sur la base des éléments théoriques qui ont été introduits, nous considérons dans le chapitre suivant la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet sphérique. Nous étudions en particulier les structures particulières des champs diffusés et internes émanant de la rupture de symétrie imposée par une telle onde sur le champ.

Chapitre 2

Interaction d'une onde plane évanescence avec un objet

Sommaire

2.1	Définitions et positionnement du problème	47
2.2	Coefficients de forme d'un champ évanescence et enrichissement modal de la diffusion	50
2.2.1	Expressions des coefficients de forme d'une onde plane évanescence . . .	50
2.2.2	Champs diffusé et interne	53
2.3	Étude du mode dipolaire engendré lors de la diffusion d'une onde plane évanescence et émergence d'un champ spiralé	54
2.3.1	Structure du dipole dans le cas d'une onde plane incidente évanescence	55
2.3.2	Champ diffusé spiralé	57
2.3.3	Application à la diffusion Rayleigh	58
2.4	Régime de Mie : multiples fronts spiralés	61
2.4.1	Analyses préliminaires de la structure du champ	61
2.4.1.1	Coefficients modaux des champs diffusé et interne associés à une gouttelette d'huile fluorée	61
2.4.1.2	Champ de pression à la résonance dipolaire	63
2.4.1.3	Champ de pression à la résonance quadrupolaire	64
2.4.2	Multiples spirales diffusées	64
2.5	Sections efficaces de diffusion dans le cas d'une onde plane incidente évanescence	69
2.5.1	Sections efficaces normalisées	71
2.5.2	Sections efficaces de diffusion d'une goutte d'huile fluorée et d'une bille de BiPbSnInCd	73
2.5.2.1	Influence du degré d'évanescence de l'onde incidente sur le rayonnement angulaire de l'énergie diffusée	73

2.5.2.2	Influence du degré d'évanescence de l'onde incidente sur la section efficace totale de diffusion	76
2.5.3	Bilan sur les sections efficaces de diffusion	76
2.6	Apparition de singularités de phase confinées dans l'objet	77
2.6.1	Généralités sur les singularités de phase	77
2.6.2	Analyse de la topologie du champ interne	79
2.6.2.1	Expression du potentiel interne dipolaire	79
2.6.2.2	Influence des résonances de l'objet	80
2.6.2.3	Influence du degré d'évanescence	80
2.6.3	Lieux d'existence des singularités de phase dans les trois dimensions .	83
2.7	Synthèse et discussion	86

Dans le chapitre précédent, nous avons établi le cadre théorique de la diffusion de Mie d'une onde acoustique de forme quelconque se propageant dans un fluide parfait par un objet sphérique résonant. Des expressions du champ dans le régime de Rayleigh ont également été développées et les deux approches seront exploitées dans ce chapitre pour étudier la diffusion d'une onde plane évanescence.

En électromagnétisme, la résolution théorique du problème de la diffusion d'une onde plane évanescence a été étudiée il y a déjà plusieurs décennies [27–31]. Il a été montré qu'en comparaison avec la diffusion d'une onde plane homogène incidente, des modes de vibration additionnels sont excités à cause de la dissymétrie en amplitude de l'onde plane évanescence. Ces derniers participent à augmenter la section efficace de diffusion de l'objet excité. Basées sur la résolution de ce problème, diverses applications ont ensuite été considérées de manière théorique telle que la microscopie en champ proche optique [29, 75], ou encore le calcul de la force de radiation induite par la diffusion d'une telle d'onde [15, 32, 76]. Dans ce chapitre, nous développons les expressions analytiques permettant de modéliser la diffusion d'une onde plane acoustique évanescence par une sphère. Nous nous intéressons plus spécifiquement à la physique de ce phénomène en analysant plus finement la structure et les caractéristiques du champ résultant de la diffusion, qui diffère complètement de celui issu de la diffusion d'une onde plane homogène.

Nous montrons premièrement à partir des expressions établies dans le régime de Rayleigh et d'une étude du mode de diffusion dipolaire que la sélection de certaines ondes qui se propagent angulairement s'opère lorsque l'onde incidente est évanescence. Ensuite, nous considérons la diffusion par des objets de taille comparable à la longueur d'onde incidente et étudions l'influence des résonances de l'objet sur la structure du champ. Alors que dans la plupart des études, l'intérêt se porte sur le champ à l'extérieur de l'objet diffusant, nous effectuons ici une description du champ interne qui présente des propriétés non communes et jusqu'alors non décrites en détails. Nous mettons en évidence l'émergence d'un champ diffusé de forme spiralée ainsi que l'apparition de singularités de phase à l'intérieur de cet objet.

Les éléments présentés dans ce chapitre constituent une base de compréhension importante pour les chapitres 4 et 5 concernant les singularités de phase et la notion de densité de spin acoustique.

2.1 Définitions et positionnement du problème

Éthymologiquement, une onde plane hétérogène est une onde plane se propageant dans une direction donnée de l'espace et dont l'amplitude décroît exponentiellement dans une direction différente. Elle est caractérisée par un vecteur d'onde à valeur complexe \mathbf{k} , ou bi vecteur [1, 2], tel que :

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}'', \quad (2.1)$$

où \mathbf{k}' est un vecteur réel associé à la propagation de la phase et \mathbf{k}'' un second vecteur réel caractérisant la direction de la décroissance exponentielle de l'amplitude. Le champ de l'onde

plane hétérogène s'exprime donc à travers le terme exponentiel suivant :

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \underbrace{e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}}}_{\text{phase}} \underbrace{e^{-\mathbf{k}''\cdot\mathbf{r}}}_{\text{amplitude}}. \quad (2.2)$$

La relation de dispersion des ondes planes peut se mettre sous la forme $\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = k^2$ pour les milieux isotropes, où k est le nombre d'onde (potentiellement à valeur complexe) des ondes planes dans le milieu. Cette dernière relation se développe de la manière suivante :

$$|\mathbf{k}'|^2 - |\mathbf{k}''|^2 + 2i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}'' = k^2. \quad (2.3)$$

- Si le nombre d'onde k est à valeur complexe (par exemple pour un milieu visqueux atténuant) alors $\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}'' \neq 0$ (> 0 pour un milieu isotrope). L'onde plane se propageant dans ce milieu possède alors des vecteurs réels de propagation et d'atténuation qui ne sont pas orthogonaux. Ils sont soit parallèles (onde plane homogène amortie), soit non orthogonaux (onde plane hétérogène).
- Si k est réel (milieu élastique parfait), alors $\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}'' = \text{Im}[k^2]/2 = 0$. Dans ce cas, soit le vecteur d'atténuation \mathbf{k}'' est nul (onde plane homogène non amortie), soit le vecteur \mathbf{k}'' est orthogonal à \mathbf{k}' le vecteur de propagation de la phase. Ce dernier cas est celui de l'onde plane évanescente (onde plane hétérogène dans un milieu parfait).

Nous considérons ici une onde plane évanescente harmonique se propageant dans un milieu parfait de célérité c (avec $k = \omega/c$) le long de la direction z et dont l'amplitude décroît dans la direction x (voir figure 2.1). Cette onde est d'extension infinie dans le problème de diffusion, ce qui permet de déterminer le champ régité uniquement par l'interaction d'une telle onde avec un objet¹. L'onde plane évanescente considérée est donc caractérisée par le vecteur d'onde à valeur complexe suivant :

$$\mathbf{k}_{\text{inc}} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}'' = k_z \mathbf{e}_z + i\kappa \mathbf{e}_x, \quad (2.4)$$

où k_z est le nombre d'onde de la propagation et κ le taux de décroissance en amplitude dans la direction x orthogonale. D'après (2.3), ces deux paramètres satisfont la relation suivante :

$$k_z^2 - \kappa^2 = k^2. \quad (2.5)$$

Le degré d'évanescence β de l'onde plane incidente est introduit et est défini comme le ratio entre les composantes imaginaire et réelle du vecteur d'onde incident :

$$\beta = \frac{\kappa}{k_z}. \quad (2.6)$$

Notons que β est une caractéristique adimensionnelle de l'onde plane évanescente. Plus précisément nous avons $\beta = \frac{\kappa \lambda_z}{2\pi}$ qui correspond à un facteur de décroissance exponentielle spatiale

1. Nous ne prenons pas en compte ici la génération concrète d'une telle onde ni la présence d'une quelconque interface servant à sa génération et pouvant induire des effets de multi-diffusion. Cet aspect est considéré dans les chapitres 3 et 4.

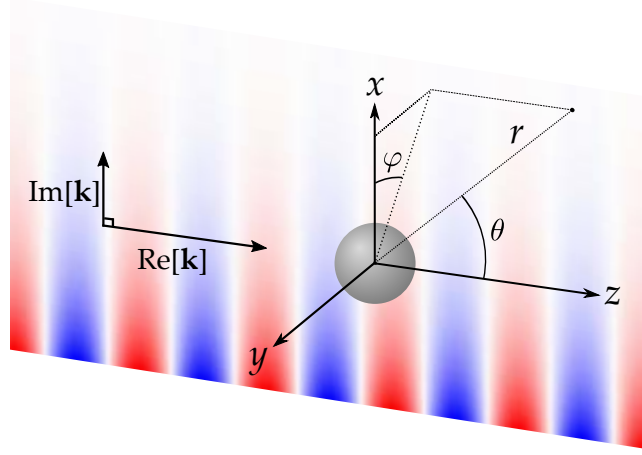


Figure 2.1. Configuration du problème de la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet sphérique. Cette onde se propage dans la direction z et décroît exponentiellement en amplitude dans la direction x . Les centres des systèmes de coordonnées cartésiennes et sphériques coïncident au centre de l'objet. Le champ incident évanescents est matérialisé par la cartographie de couleur (rouge : pression acoustique positive / bleu : pression négative).

ramené à la longueur d'onde $\lambda_z = 2\pi/k_z$. De plus, en se fixant arbitrairement $k_z > 0$ (sans perte de généralité), le coefficient β peut être positif (si $\kappa > 0$: décroissance exponentielle vers les x positifs) ou négatif (si $\kappa < 0$: croissance exponentielle vers les x positifs).

En injectant (2.6) dans (2.5), nous obtenons les relations suivantes entre les différentes composantes du vecteur d'onde \mathbf{k}_{inc} et le paramètre β :

$$k_z = \frac{k}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{et} \quad \kappa = \frac{\beta k}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (2.7)$$

Une onde plane homogène est ainsi considérée lorsque $\beta = 0$ et devient évanescents pour $0 < |\beta| < 1$. Lorsque β augmente, les variations spatiales du champ dans la direction z et le taux de décroissance en amplitude dans la direction orthogonale x sont plus importants. Ces caractéristiques sont résumées dans la table 2.1.

Onde plane homogène	$\beta = 0$	$\kappa = 0$	$ k_z = k$
Onde plane évanescents	$0 < \beta < 1$	$0 < \kappa < k_z $	$ k_z > k$

Table 2.1. Caractéristiques des ondes planes homogènes et évanescents dans un milieu parfait.

Le potentiel des vitesses, la vitesse acoustique, et le déplacement acoustique associés à un champ incident plan s'écrivent comme suit :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \phi_0 e^{i\mathbf{k}_{\text{inc}} \cdot \mathbf{r}}, \quad (2.8)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \nabla \tilde{\phi}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) = i\mathbf{k}_{\text{inc}} \tilde{\phi}_{\text{inc}}(\mathbf{r}), \quad (2.9)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{k}_{\text{inc}}}{\omega} \tilde{\phi}_{\text{inc}}(\mathbf{r}), \quad (2.10)$$

où ϕ_0 est l'amplitude du potentiel incident et \mathbf{r} est le vecteur position. Dans la base cartésienne

$(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$, nous avons $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$. En injectant (2.4) dans les expressions (2.8) et (2.9), le potentiel, la vitesse, et le déplacement du champ évanescent considéré s'écrivent de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(x, y, z) = \phi_0 e^{ik_z z - \kappa x}, \quad (2.11)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(x, y, z) = i\phi_0 (k_z \mathbf{e}_z + i\kappa \mathbf{e}_x) e^{ik_z z - \kappa x}, \quad (2.12)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\text{inc}}(x, y, z) = -\frac{\phi_0}{\omega} (k_z \mathbf{e}_z + i\kappa \mathbf{e}_x) e^{ik_z z - \kappa x}. \quad (2.13)$$

Pour une onde plane évanescente, ces derniers possèdent des composantes en quadrature de phase telles que $\tilde{v}_{x,\text{inc}} = i\beta\tilde{v}_{z,\text{inc}}$, et $\tilde{u}_{x,\text{inc}} = i\beta\tilde{u}_{z,\text{inc}}$. Pour tout bi vecteur $\mathbf{a} = \mathbf{a}' + i\mathbf{a}''$, nous pouvons montrer que la partie réelle de \mathbf{a} multiplié par un terme de phase $e^{-i\vartheta}$ s'écrit comme suit :

$$\text{Re} \left[\mathbf{a} e^{-i\vartheta} \right] = \mathbf{a}' \cos \vartheta + \mathbf{a}'' \sin \vartheta. \quad (2.14)$$

Cette expression est celle d'une ellipse paramétrée en ϑ , avec dans notre cas, $\vartheta = \omega t$.

Pour une onde plane longitudinale caractérisée par un bi vecteur d'onde \mathbf{k}_{inc} , les vecteurs vitesse $\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}$ et déplacement $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{inc}}$ sont colinéaires au sens complexe à \mathbf{k}_{inc} ($\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}} = \alpha \mathbf{k}_{\text{inc}}$, avec $\alpha \in \mathbb{C}$), c'est-à-dire que ces vecteurs forment des ellipses homothétiques de celle de \mathbf{k}_{inc} . L'ellipse de la vitesse est portée par $i\mathbf{k}_{\text{inc}}$ et celle du déplacement par $-\mathbf{k}_{\text{inc}}$. Les ellipses formées par le vecteur d'onde, la vitesse, et le déplacement incidents sont représentées dans la figure 2.2.

2.2 Coefficients de forme d'un champ évanescent et enrichissement modal de la diffusion

Le problème d'une onde se propageant dans un fluide parfait et diffusée par un objet sphérique solide ou fluide a été exposé de manière générale au chapitre 1. Par la suite, nous considérons uniquement le cas d'un diffuseur fluide. La matrice contenant les différents coefficients de diffusion et du champ interne dans (1.34) est déterminée à partir de (1.46) et (1.47). Les amplitudes modales des champs diffusé (1.30) et interne (1.31) dans la base sphérique sont ensuite obtenues en multipliant cette matrice à la matrice des coefficients de forme du champ incident a_n^m (1.25). La principale difficulté pour traiter le problème de la diffusion d'une onde plane évanescente, dont l'expression est naturellement cartésienne (2.11), est la détermination des coefficients a_n^m intimement liés à la base sphérique qui sont associés à cette onde. L'objectif de cette section est de calculer ces coefficients a_n^m et d'exposer leurs caractéristiques modales.

2.2.1 Expressions des coefficients de forme d'une onde plane évanescente

Les coefficients de forme a_n^m correspondant à l'onde plane évanescente considérée dans ce manuscrit peuvent être déterminés à partir de la projection de l'expression du potentiel incident

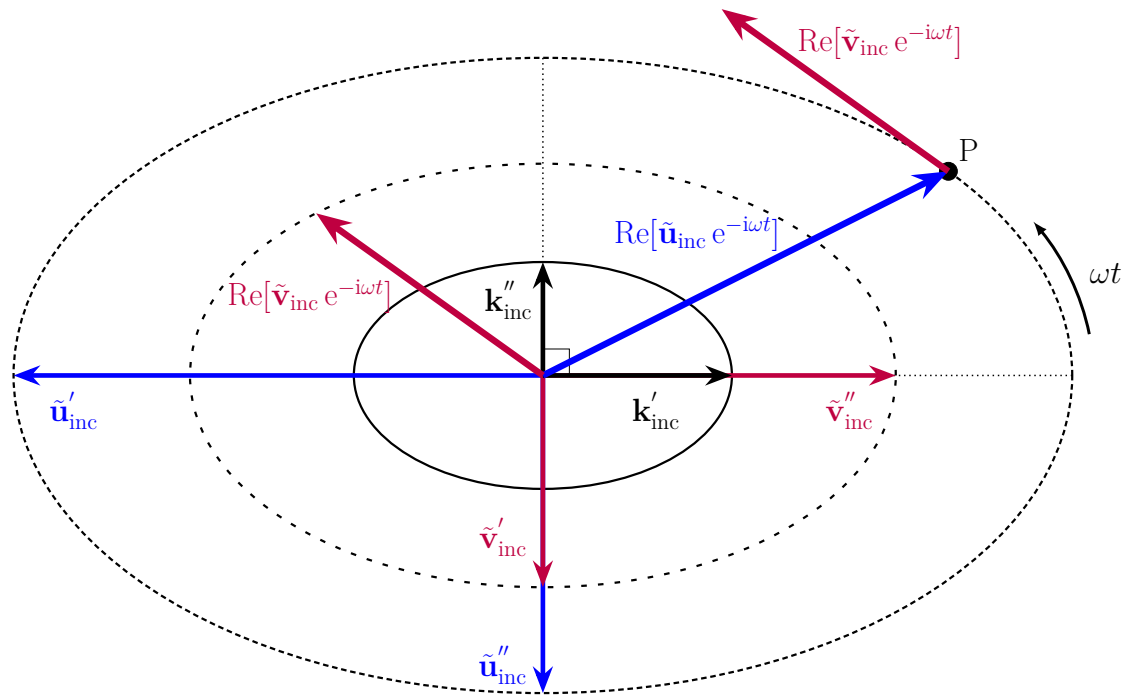


Figure 2.2. Représentation des ellipses formées par le vecteur d'onde, la vitesse, et le déplacement incidents correspondant à un champ évanescent (à l'échelle de $\beta = 0,6$). Lorsque le milieu est au repos, la particule est située à l'origine, puis elle est déplacée en P au passage de l'onde plane évanescente. La trajectoire d'une particule du milieu est déterminée par la partie réelle du vecteur déplacement $\text{Re}[\tilde{\mathbf{u}}_{\text{inc}} e^{-i\omega t}]$. La partie réelle du vecteur vitesse $\text{Re}[\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}} e^{-i\omega t}]$ est en quadrature de phase (un quart de rotation le long de l'ellipse) avec le vecteur déplacement. Le point P parcourt ensuite l'ellipse en fonction du temps. Le vecteur vitesse partant de l'origine est reporté au point P et est tangent à la trajectoire de la particule à chaque instant.

$\tilde{\phi}_{\text{inc}}$ (2.11) dans la base des harmoniques sphériques tels que le potentiel incident se décompose de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(x, y, z) = \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n a_n^m j_n(kr) Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (2.15)$$

À partir des propriétés d'orthogonalité des harmoniques sphériques (1.27), la projection du potentiel incident mène à une intégration autour de l'angle solide Ω qui peut être effectuée pour n'importe quel rayon fixé $r = R$ comme suit [77] :

$$a_n^m = \frac{1}{\phi_0 j_n(kR)} \int_{\Omega} \tilde{\phi}_{\text{inc}}(R, \theta, \varphi) Y_n^{m*}(\theta, \varphi) d\Omega, \quad (2.16)$$

où Y_n^{m*} désigne le complexe conjugué des harmoniques sphériques (1.26). En exprimant en coordonnées sphériques le potentiel des vitesses de l'onde plane évanescence (2.11), puis en le substituant dans (2.16), l'expression suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} a_n^m &= \frac{1}{j_n(kR)} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi e^{ik_z R \cos \theta} e^{-\kappa R \sin \theta \cos \varphi} Y_n^{m*}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= \frac{1}{j_n(kR)} \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} \int_0^\pi e^{ik_z R \cos \theta} P_n^m(\cos \theta) \int_0^{2\pi} e^{-\kappa R \sin \theta \cos \varphi} e^{-im\varphi} d\varphi \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (2.17)$$

L'intégrale autour de l'angle azimutal φ est déterminée grâce à l'identification suivante :

$$\int_0^{2\pi} e^{-\kappa R \sin \theta \cos \varphi} e^{-im\varphi} d\varphi = 2\pi (-1)^m I_m(\kappa R \sin \theta), \quad (2.18)$$

où I_m sont les fonctions de Bessel modifiées de première espèce. Nous obtenons finalement l'expression suivante des coefficients de forme de l'onde plane évanescence :

$$a_n^m = \frac{(-1)^m}{j_n(kR)} C_n^m \int_0^\pi e^{ik_z R \cos \theta} I_m(\kappa R \sin \theta) P_n^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta, \quad (2.19)$$

avec $C_n^m = \sqrt{(2n+1)\pi \frac{(n-m)!}{(n+m)!}}$. Cette expression est similaire à celle que l'on retrouve dans [15, 76] et qui a été développée pour le calcul de la diffusion d'une onde plane évanescence électromagnétique. Pour l'onde plane homogène ($\kappa = 0$), seule la fonction de Bessel modifiée d'ordre $m = 0$ est non nulle pour un argument nul ($I_0(0) = 1$ et $I_m(0) = 0$ pour $m \neq 0$). Dans ce cas, toutes les amplitudes modales $a_n^{m \neq 0}$ sont nulles. En utilisant la définition intégrale des fonctions de Bessel sphériques [56], nous retrouvons logiquement l'expression des coefficients de forme de l'onde plane homogène (1.29).

Les coefficients a_n^m peuvent ainsi être calculés de manière semi-analytique en effectuant une seule intégration autour de l'angle polaire θ . Le calcul de l'expression (2.19) peut cependant diverger si la valeur choisie pour le paramètre kR annule la fonction de Bessel présente au dénominateur du premier terme. Pour s'assurer d'une bonne convergence, nous choisissons des

rayons R différents pour le calcul de chaque mode n tels que le produit kR corresponde à des maximums des fonctions j_n . De plus, les coefficients a_n^m sont indépendants de la fréquence [15]. À partir des définitions des fonctions de Bessel modifiées I_n et des fonctions associées de Legendre P_n^m [56], nous pouvons montrer la symétrie modale suivante :

$$a_n^{-m} = (-1)^m a_n^m. \quad (2.20)$$

Une autre voie pour déterminer les coefficients a_n^m serait de décomposer directement de manière indépendante le terme de propagation et celui de la décroissance en amplitude grâce aux propriétés d'orthogonalité des harmoniques sphériques, puis d'effectuer leur produit. Cependant cette démarche mène à une expression bien plus complexe faisant intervenir les coefficients de Gaunt. Nous optons ici pour la méthode d'intégration numérique qui s'applique facilement au vu des fonctions à intégrer.

Le module des premiers coefficients de forme a_n^m correspondant à des ondes planes de différents degrés d'évanescence est tracé pour différents couples (n, m) dans la figure 2.3. Une onde plane homogène ($\beta = 0$) possède des composantes modales non nulles pour $m = 0$, et des composantes nulles pour $m \neq 0$. Une onde plane évanescente possède quant à elle une répartition modale plus étendue. Du fait de son asymétrie autour de la direction de propagation z , le champ varie avec l'angle azimutal φ , ce qui implique effectivement des coefficients $a_n^{m \neq 0}$ non nuls. Il contient donc $2n + 1$ modes azimutaux à chaque ordre n dont l'amplitude dépend fortement du degré d'évanescence β . La fonction de Bessel modifiée dans (2.19) croît lorsque l'évanescence dans la direction x augmente. En choisissant la configuration où l'amplitude du champ incident est constante en fonction de β au centre de l'objet, par exemple en prenant ici $\phi_0 = 1 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$, l'amplitude des coefficients a_n^m augmente considérablement avec le degré d'évanescence.

2.2.2 Champs diffusé et interne

Les amplitudes modales des champs diffusé et à l'intérieur de l'objet sont proportionnelles aux coefficients a_n^m d'après (1.34), et possèdent donc également un spectre modal enrichi. En faisant usage de la propriété des harmoniques sphériques $Y_n^{-m} = (-1)^m Y_n^{m*}$ et des relations (1.34) et (2.20), le potentiel du champ diffusé (1.30) et le potentiel du champ à l'intérieur d'un objet fluide (1.31) s'écrivent de la manière suivante pour une onde plane incidente évanescente :

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_{\text{diff}}(r, \theta, \varphi) &= \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^n S_n a_n^m h_n^{(1)}(kr) [Y_n^m(\theta, \varphi) + Y_n^{m*}(\theta, \varphi)] \left(1 - \frac{\delta_{m0}}{2}\right) \\ &= \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^n S_n a_n^m h_n^{(1)}(kr) \hat{P}_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) (2 - \delta_{m0}), \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\tilde{\phi}_{\text{int}}(r, \theta, \varphi) = \phi_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^n B_n a_n^m j_n(k_p r) \hat{P}_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) (2 - \delta_{m0}), \quad (2.22)$$

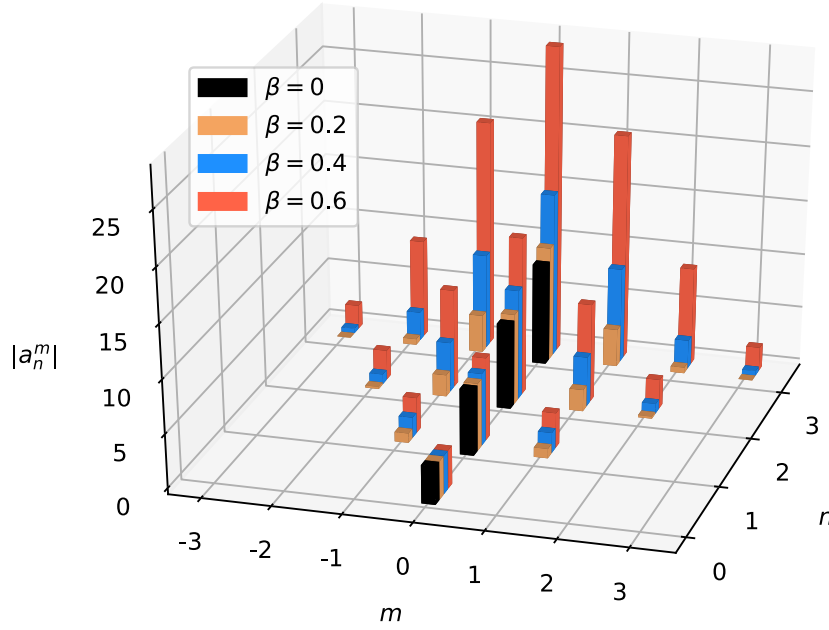


Figure 2.3. Module des premiers coefficients de forme a_n^m (indépendants de la fréquence) pour différents degrés d'évanescence β . Pour des raisons d'affichage, les barres sont légèrement décalées le long de l'axe des ordres modaux n .

où $\hat{P}_n^m(\cos \theta) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos \theta)$ et δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Les expressions des potentiels diffusé et interne sont symétriques par rapport au plan (xz) comme on pouvait s'y attendre (terme en $\cos(m\varphi)$). Dans le cas d'une onde plane incidente homogène, les potentiels diffusé et à l'intérieur de l'objet ne dépendent pas de l'angle φ . Pour une onde plane incidente évanescente, la symétrie du champ par rapport au plan (yz) est brisée, ce qui fait l'objet des analyses suivantes.

2.3 Étude du mode dipolaire engendré lors de la diffusion d'une onde plane évanescente et émergence d'un champ spiralé

Lorsqu'une onde plane évanescente est diffusée par un objet sphérique, le mode monopolaire (1.56), qui engendre un rayonnement isotrope, n'est pas perturbé par la structure asymétrique de cette onde. En effet, d'après (1.62), ce dernier dépend du potentiel incident exprimé au centre de l'objet. Il a donc la même expression dans le cas d'une onde plane incidente homogène (1.28), et évanescente (2.11). Nous avons ici $\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{monop}} = \phi_0 S_0 h_0^{(1)}(kr)$. Pour cette raison, nous analysons dans cette section la structure du champ diffusé en se focalisant sur le champ engendré par le mode dipolaire seul. À la fin de cette section, nous présentons un cas d'application à la diffusion Rayleigh.

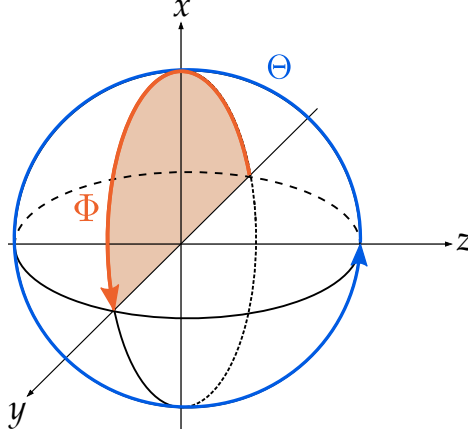


Figure 2.4. Redéfinition du repère sphérique avec les angles $\Theta \in [0, 2\pi]$ et $\Phi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Les centres de coordonnées cartésiennes et sphériques coïncident au centre de l'objet.

2.3.1 Structure du dipole dans le cas d'une onde plane incidente évanescente

Le vecteur d'onde incident (2.4) est contenu dans le plan (xz) , donc la rupture de symétrie des champs diffusé et interne y sera la plus prononcée. Dans la perspective d'analyser des champs se propageant de manière angulaire suivant l'angle polaire θ et dans le but de simplifier leur présentation, nous introduisons un nouveau système d'angles pour lequel l'angle polaire pourrait être compris entre 0 et 2π . De nouveaux angles Θ et Φ sont ainsi définis (voir figure 2.4) tels que :

$$\begin{aligned}\Theta &\in [0, 2\pi], \\ \Phi &\in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].\end{aligned}$$

Les formules de correspondance du système cartésien à ce nouveau système sphérique gardent la même forme :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \sin \Theta \cos \Phi \\ r \sin \Theta \sin \Phi \\ r \cos \Theta \end{pmatrix}.$$

D'après les développements effectués dans la section 1.1.5.1, le potentiel diffusé dipolaire s'exprime à partir de la projection radiale du moment dipolaire \mathbf{D} (1.65). Dans le cas d'une onde plane incidente évanescente, ce dernier s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \frac{3S_1}{k} \tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}(\mathbf{0}) \\ &= \frac{3i\phi_0 S_1}{k} (k_z \mathbf{e}_z + i\kappa \mathbf{e}_x) \\ &= \frac{3i\phi_0 S_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} (\mathbf{e}_z + i\beta \mathbf{e}_x).\end{aligned}\tag{2.23}$$

Comme le vecteur vitesse $\tilde{\mathbf{v}}_{\text{inc}}$ (2.9) est porté par le bi vecteur à valeur complexe \mathbf{k}_{inc} (2.4), le moment dipolaire \mathbf{D} l'est également. Cette caractéristique permet l'émergence d'un dipole "dirigé" dans deux directions orthogonales. De plus, le rayonnement dipolaire dans la direction verticale est en quadrature de phase avec celui dans la direction horizontale, et est amplifié lorsque le degré d'évanescence de l'onde incidente augmente.

En fonction du temps, la direction du dipole est déterminée par la partie réelle du produit entre le moment dipolaire \mathbf{D} et le terme de phase $e^{-i\omega t}$. Cette dernière s'écrit d'après (2.14) comme suit :

$$\text{Re}[\mathbf{D} e^{-i\omega t}] = \frac{3i\phi_0 S_1}{\sqrt{1-\beta^2}} (\cos \omega t \mathbf{e}_z + \beta \sin \omega t \mathbf{e}_x). \quad (2.24)$$

Par conséquent, la direction du dipole induit par une onde plane incidente évanescente tourne en fonction du temps.

D'après (1.67), le potentiel diffusé dipolaire s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}(r, \Theta, \Phi) &= h_1^{(1)}(kr) \mathbf{D} \cdot \mathbf{e}_r(\Theta, \Phi) \\ &= \frac{3i\phi_0}{\sqrt{1-\beta^2}} S_1 h_1^{(1)}(kr) [\cos \Theta + i\beta \sin \Theta \cos \Phi]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Le potentiel diffusé dipolaire possède alors des termes en quadrature de phase. Remarquons que les points diamétralement opposés par rapport au centre ($\Theta \rightarrow \Theta + \pi$) ont la même amplitude et sont en opposition de phase (structure dipolaire). En réécrivant les fonctions $\cos \Theta$ et $\sin \Theta$ dans (2.25), nous obtenons une expression pour le potentiel diffusé dipolaire faisant apparaître une superposition de deux potentiels propagatifs en sens opposé selon l'angle Θ :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}(r, \Theta, \Phi) = \frac{3i\phi_0}{2\sqrt{1-\beta^2}} S_1 h_1^{(1)}(kr) [A_+ e^{i\Theta} + A_- e^{-i\Theta}], \quad (2.26)$$

où $A_+ = (1 + \beta \cos \Phi)$ et $A_- = (1 - \beta \cos \Phi)$ sont des termes d'amplitude qui correspondent aux potentiels possédant un terme de propagation de phase respectivement en $e^{i\Theta}$ et $e^{-i\Theta}$.

Nous pouvons par conséquent décomposer le potentiel diffusé en deux potentiels $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ et $\tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$ qui se propagent respectivement dans le sens trigonométrique et dans le sens horaire, tels que $\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}} = \tilde{\phi}_+^{\text{dip}} + \tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$. Ces potentiels ont pour expression :

$$\tilde{\phi}_{\pm}^{\text{dip}}(r, \Theta, \Phi) = \frac{3i\phi_0 A_{\pm}}{2\sqrt{1-\beta^2}} S_1 h_1^{(1)}(kr) e^{\pm i\Theta}, \quad (2.27)$$

et leur rapport d'amplitude est égal à :

$$\frac{A_+}{A_-} = \frac{1 + \beta \cos \Phi}{1 - \beta \cos \Phi}. \quad (2.28)$$

Ce rapport est tracé dans la figure 2.5(a) et évolue de manière drastique avec la variation de β . En fonction du signe et de la valeur du degré d'évanescence, la contribution du potentiel $\tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$

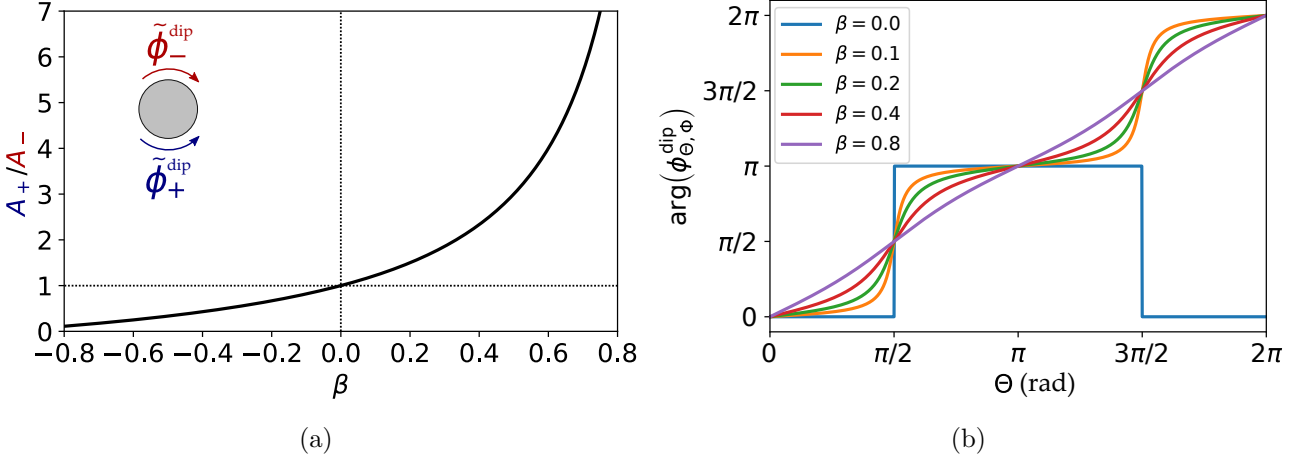


Figure 2.5. (a) Rapport d'amplitude (2.28) des potentiels $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ et $\tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$ en fonction du degré d'évanescence de l'onde incidente β pour l'angle $\Phi = 0$ correspondant au plan (xz) . (b) Phase de la partie angulaire du potentiel diffusé dipolaire $\tilde{\phi}_{\Phi, \Theta}^{\text{dip}}$ en fonction de l'angle Θ dans le plan (xz) .

peut être soit négligeable devant celle du potentiel $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ ou au contraire dominante. Du fait de la différence d'amplitude des potentiels $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ et $\tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$ lorsque β est non nul et positif (respectivement négatif), le potentiel diffusé possède alors des contributions de propagation vers les r croissants et les Θ croissants (respectivement décroissants). Pour une valeur de β élevée et positive par exemple, la forme spatiale du potentiel diffusé sera alors proche de celle du potentiel $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ qui se propage dans le sens trigonométrique. Cet effet est le plus prononcé pour $\Phi = 0$, c'est-à-dire dans le plan (xz) formé par le bi vecteur d'onde complexe incident. Dans le plan (yz) pour $\Phi = \pi/2$, nous avons $A_+ = A_-$ donc le champ y est stationnaire en Θ (par raison de symétrie). Remarquons de plus que le champ de pression, qui s'exprime en fonction du potentiel à l'aide de (1.9), a également la même structure que le potentiel à un déphasage près.

Notons $\tilde{\phi}_{\Phi, \Theta}^{\text{dip}}$ la partie angulaire du potentiel diffusé dipolaire $\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}$ (2.26) et qui a pour expression :

$$\tilde{\phi}_{\Phi, \Theta}^{\text{dip}} = A_+ e^{i\Theta} + A_- e^{-i\Theta}. \quad (2.29)$$

La variation de la phase de $\tilde{\phi}_{\Phi, \Theta}^{\text{dip}}$ en fonction de l'angle Θ est tracée dans la figure 2.5(b) dans le plan (xz) pour différentes valeurs de β . Nous pouvons remarquer que pour $\beta = 0$, le champ a un profil de phase alterné avec deux valeurs distinctes, 0 ou π , comme attendu pour une structure dipolaire "classique". Cependant, dans le cas d'une onde plane incidente évanescente $\beta \neq 0$, la phase du potentiel dipolaire est enrichie et tend à évoluer de manière linéaire avec des β croissants.

2.3.2 Champ diffusé spiralé

Comme nous l'avons vu précédemment, la structure du champ diffusé dipolaire est dominée par l'un des potentiels $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ ou $\tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$ pour une valeur suffisante du degré d'évanescence β . Par la suite, nous considérons $\beta > 0$.

Isophases d'un champ rotatif isolé

Afin d'analyser la structure du champ dipolaire, cherchons tout d'abord l'équation des isophases du potentiel $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ seul. Pour $kr \gg 1$, la fonction de Hankel sphérique de première espèce et d'ordre $n = 1$ a pour expression asymptotique :

$$h_1^{(1)}(kr) \approx -\frac{e^{ikr}}{kr}.$$

Le potentiel $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ s'écrit alors comme suit :

$$\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}(kr \gg 1, \Theta, \Phi) = -\frac{3i\phi_0 A_+}{2kr\sqrt{1-\beta^2}} S_1 e^{i(kr+\Theta)} = \frac{3\phi_0 A_+}{2kr\sqrt{1-\beta^2}} |S_1| e^{i(kr+\Theta+\Theta_1)}, \quad (2.30)$$

où $\Theta_1 = -\pi/2 + \arg(S_1)$ est un terme de phase constant. Dans le plan (xz) pour $\Phi = 0$ et en champ lointain, les isophases du potentiel $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ sont donc décrites par l'équation de la spirale d'Archimède :

$$r = -\frac{\lambda}{2\pi} \Theta + \text{constante}. \quad (2.31)$$

Isophases du champ diffusé dipolaire total

Déterminons ensuite l'équation des isophases du potentiel diffusé dipolaire $\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}$, qui résulte de la superposition des potentiels $\tilde{\phi}_+^{\text{dip}}$ et $\tilde{\phi}_-^{\text{dip}}$. En champ lointain et à partir de (2.25), ce dernier s'écrit d'après (2.26) comme suit :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^{\text{dip}}(r, \Theta, \Phi) = -\frac{3i\phi_0}{\sqrt{1-\beta^2}} S_1 \frac{e^{ikr}}{kr} [\cos \Theta + i\beta \sin \Theta \cos \Phi]. \quad (2.32)$$

Les isophases du potentiel diffusé dipolaire ont donc pour expression :

$$r = -\frac{\lambda}{2\pi} \arctan(\beta \cos \Phi \tan \Theta) + \text{constante}. \quad (2.33)$$

Cette expression montre que lorsque $\beta \rightarrow 1$, le rayon r dans l'équation des isophases tend à évoluer linéairement avec l'angle Θ dans le plan (xz) comme illustré dans la figure 2.5(b). Pour des valeurs de β très élevées, la structuration de la phase du potentiel diffusé dipolaire tend donc vers la spirale d'Archimède (2.31).

2.3.3 Application à la diffusion Rayleigh

Nous avons vu dans la section 1.1.5.2 que pour des objets de petite taille devant la longueur d'onde incidente, seuls les modes de diffusion monopolaire et dipolaire contribuent de manière significative dans le champ diffusé. D'après (1.71), le moment dipolaire est dans ce cas dirigé dans la même direction que celle du déplacement de l'onde incidente exprimé au centre de l'objet. En pratique, pour visualiser clairement un champ diffusé de forme spiralée dans le régime de Rayleigh, l'amplitude du mode dipolaire doit être bien plus élevée que celle du

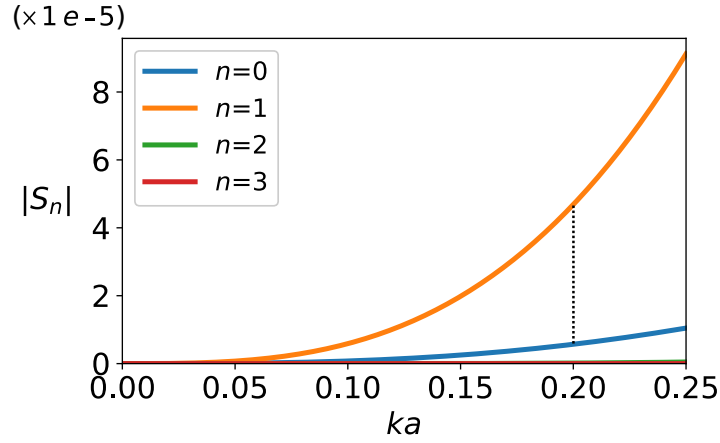


Figure 2.6. Module des premiers coefficients de diffusion S_n d'une gouttelette d'iodobenzène.

mode monopolaire qui n'induit pas de champ se propageant angulairement. D'après (1.68), en choisissant par exemple un objet fluide de même compressibilité que celle du milieu environnant, il est possible d'annihiler la contribution du mode monopolaire.

Dans la perspective d'illustrer les expressions du champ dipolaire développées dans les deux sections précédentes, nous choisissons ici d'étudier la diffusion par une gouttelette d'iodobenzène qui a un module de compressibilité $B = 2,24$ Gpa, très proche de celui de l'eau $B = 2,21$ Gpa (propriétés dans la table A.1). La figure 2.6 montre en effet que le coefficient de diffusion dipolaire S_1 domine tous les autres modes pour de très faibles valeurs de la fréquence réduite ka .

Le champ de pression diffusé du mode dipolaire seul à la fréquence réduite $ka = 0,2$ et pour différents degrés d'évanescence de l'onde incidente est représenté en figure 2.7. Dans le plan (xz) et pour $\beta = 0$, nous retrouvons le profil de phase décrit dans la figure 2.5(b) : le champ est en opposition de phase de part et d'autre du plan (xy) . Ensuite, dès que β augmente, la phase du champ n'est plus discontinue. Les différentes lignes d'isophase se raccordent entre elles et la phase évolue de plus en plus de manière lisse. Le champ diffusé dipolaire tend alors vers une spirale comme explicité précédemment. Dans le plan (xy) qui est un plan d'isophase de l'onde plane incidente, le champ a une structure isotrope lorsque l'onde incidente est homogène. Puis, une structure dipolaire se dessine dans la direction x lorsque β augmente, et le champ diffusé devient en opposition de phase de part et d'autre du plan (yz) . Dans le plan (yz) , le champ incident est symétrique donc le champ diffusé garde la même structure de phase. Notons que ces observations sont vraies pour n'importe quel matériau. En effet, le système écrit dans (1.34) montre que la structure du champ relative à un mode isolé dépend uniquement de la forme de l'onde excitatrice.

La figure 2.8 représente le champ de pression diffusé total (superposition de tous les modes) dans le plan (xz) pour $ka = 0,2$ et pour $\beta = 0,6$ à différents instants d'une demi-période acoustique $T = 2\pi/\omega$. Le champ de pression diffusé est ici normalisé par l'amplitude du champ de pression incident en $x = 0$, c'est-à-dire par $\rho\omega\phi_0$. Le déplacement du centre de masse de l'objet est également représenté à chaque instant sur chaque sous figure dans la partie supérieure

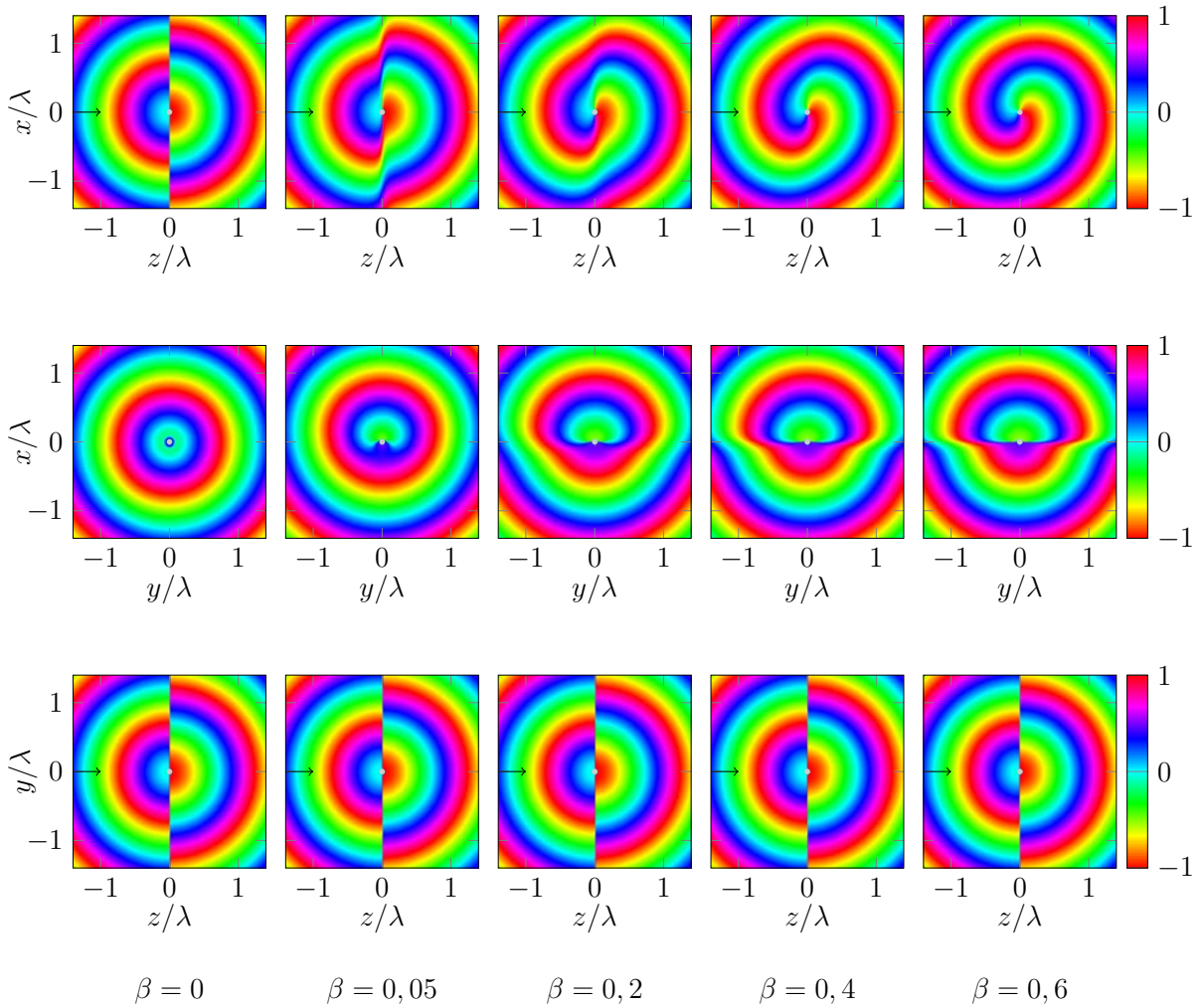


Figure 2.7. Phase normalisée en fraction de π du champ de pression diffusé dipolaire $p_{\text{diff}}^{\text{dip}}$ par une gouttelette d'iodobenzène dans les plans (xz) sur la première ligne, (xy) sur la deuxième ligne, et (yz) sur la troisième ligne. La fréquence réduite est $ka = 0,2$ et chaque colonne de graphes correspond à une valeur du degré d'évanescence β donnée. La flèche noire indique la direction de propagation de l'onde incidente

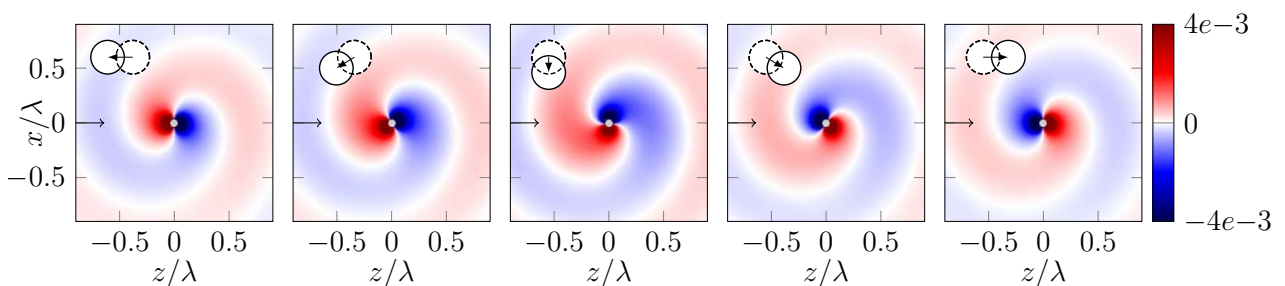


Figure 2.8. Évolution temporelle du champ de pression diffusé par une gouttelette d'iodobenzène dans le plan (xz) avec $ka = 0,2$ et $\beta = 0,6$ aux instants $t = 0$, $t = T/8$, $t = T/4$, $t = 3T/8$ et $t = T/2$, où T est la période temporelle. Le champ est normalisé par l'amplitude du champ incident en $x = 0$. La flèche noire indique la direction de propagation de l'onde incidente. Le déplacement du centre de masse de l'objet est schématisé en haut à gauche de chaque figure.

gauche. Nous observons que ce dernier suit la direction du dipole comme montré dans (1.71) et sa direction tourne ici au cours du temps (voir (2.24)).

L'analyse précédente a montré qu'il est tout a fait possible d'engendrer un champ de forme spiralée à partir d'un objet de très petite taille devant la longueur d'onde incidente. Cependant l'amplitude de ce champ reste très faible devant celle du champ incident² et il serait donc difficile de le détecter expérimentalement. Dans la section suivante nous explorons l'implication des observations précédentes sur des objets de taille comparable à la longueur d'onde incidente.

2.4 Régime de Mie : multiples fronts spiralés

Dans le régime de diffusion au delà de $ka > 1$, les modes $n > 1$ sont excités en plus des modes monopolaire et dipolaire. Il est possible de favoriser certains modes plutôt que d'autres en choisissant une fréquence d'excitation qui correspond aux résonances du mode visé. Nous choisissons par la suite d'étudier la diffusion par une gouttelette d'huile fluorée FC40 dont les résonances sont bien marquées et suffisamment éloignées en fréquence les unes des autres pour isoler un mode, comme le montre la représentation des modules des premiers coefficients de diffusion S_n dans la figure 2.9(b).

2.4.1 Analyses préliminaires de la structure du champ

Dans cette section, nous analysons le champ résultant de la diffusion d'une onde plane évanescence en choisissant des fréquences correspondant aux résonances des modes dipolaire et quadrupolaire d'une gouttelette d'huile fluorée.

2.4.1.1 Coefficients modaux des champs diffusé et interne associés à une gouttelette d'huile fluorée

Les figures 2.9(a) et 2.9(b) présentent tout d'abord l'évolution des modules des différents coefficients modaux du champ interne B_n et diffusé S_n pour une gouttelette d'huile fluorée en fonction de la fréquence réduite ka . Les valeurs des différentes résonances apparaissent dans ces figures et sont utilisées par la suite. Les amplitudes modales du mode dipolaire du champ diffusé sont également représentées dans la figure 2.9(c). Comme il l'a été démontré précédemment, les modes azimutaux d'amplitude $s_n^{m \neq 0}$ sont engendrés lorsque l'onde incidente est évanescence et l'amplitude de tous les modes m croît lorsque β augmente. De plus, cette variation est d'autant plus importante que les modes sont d'ordre élevé.

2. La figure 2.8 montre que l'amplitude du champ diffusé par rapport à celle du champ incident en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ est $4 \cdot 10^3$ fois moins élevée proche de l'objet.

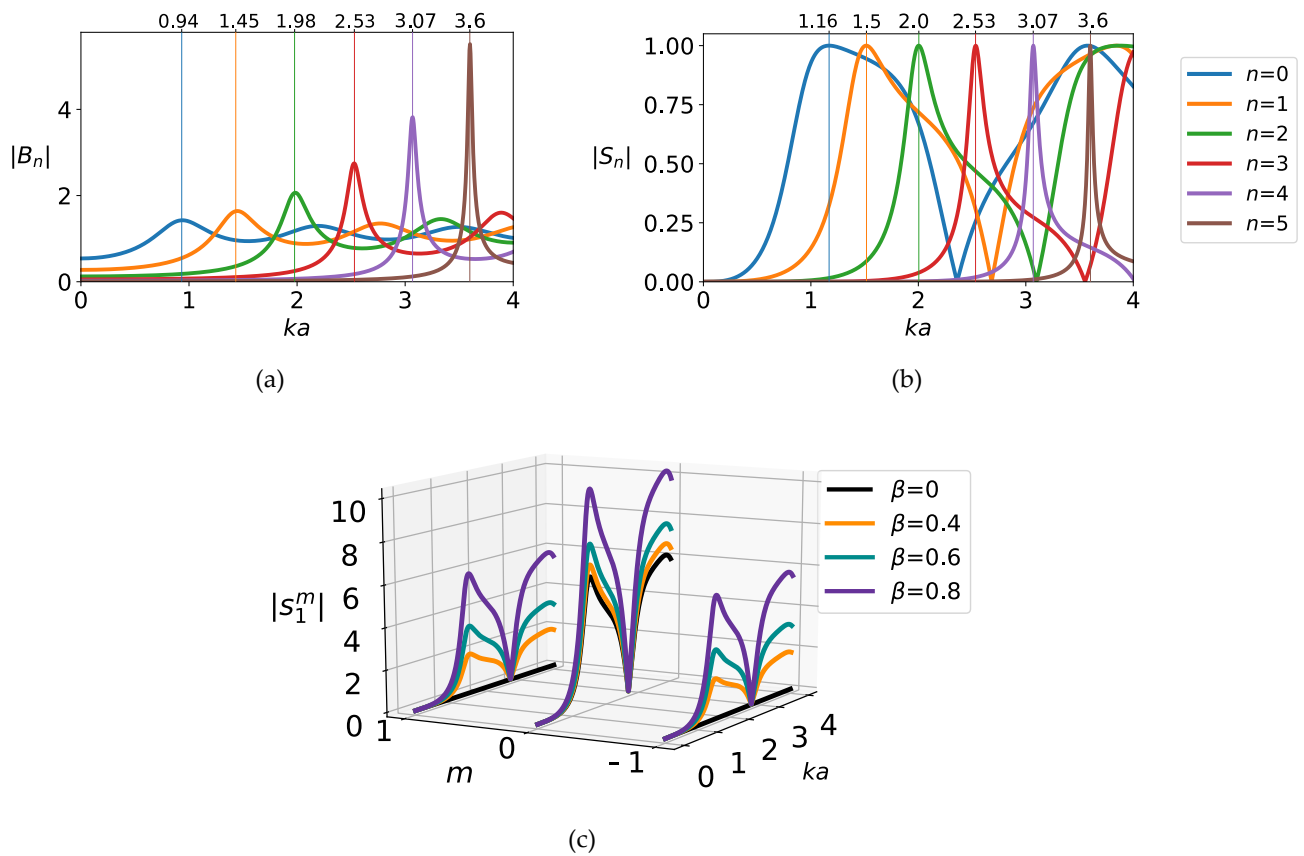


Figure 2.9. Module des premiers coefficients (a) du champ interne B_n et (b) de diffusion S_n d'une gouttelette d'huile fluorée. (c) Module des amplitudes modales du mode dipolaire diffusé s_1^m pour différents degrés d'évanescence de l'onde incidente β . Sur les figures (a) et (b), les valeurs des maximums des modules des coefficients sont indiquées en haut des axes.

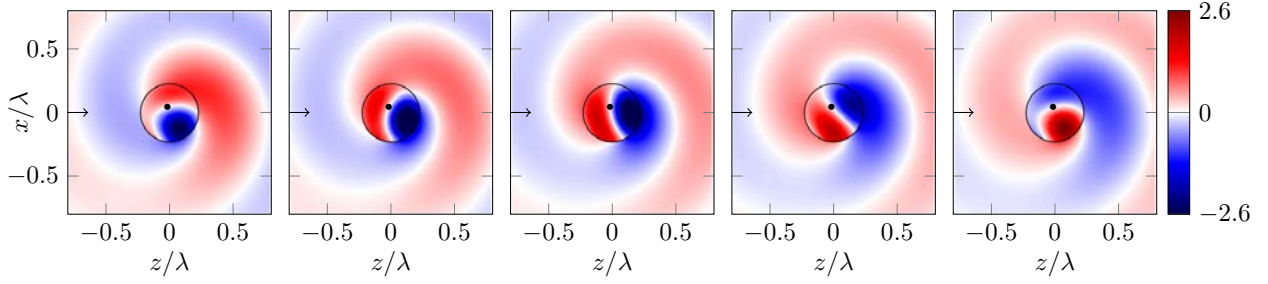


Figure 2.10. Champ de pression diffusé et à l'intérieur d'une gouttelette d'huile fluorée dans le plan (xz) pour $ka = 1,45$ et $\beta = 0,6$ aux instants $t = 0$, $t = T/8$, $t = T/4$, $t = 3T/8$ et $t = T/2$. Le champ est normalisé par l'amplitude du champ incident en $x = 0$. Le point noir est positionné au niveau d'une singularité de phase, point où l'amplitude du champ s'annule à tout instant. On rappelle que le champ incident n'a volontairement pas été ajouté, ce qui explique que la pression n'est ici pas continue à l'interface entre l'objet et le milieu environnant.

2.4.1.2 Champ de pression à la résonance dipolaire

Champ de pression diffusé et interne en fonction du temps

Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'évolution des champs de pression diffusé et interne à la résonance dipolaire de la gouttelette (sans l'onde incidente). La figure 2.10 présente tout d'abord l'évolution temporelle de ces champs dans le plan (xz) calculés à partir des séries modales complètes (2.21) et (2.22) pour $\beta = 0,6$ et $ka = 1,45$. Les deux champs sont ici normalisés par l'amplitude du champ incident en $x = 0$. La fréquence réduite choisie correspond au maximum d'amplitude du mode dipolaire interne qui est légèrement différente de celle du mode dipolaire diffusé comme le montre la figure 2.9. Le mode dipolaire étant dominant par rapport aux autres modes, le champ diffusé possède une forme de spirale simple comme décrit dans la section précédente et a ici une amplitude non négligeable par rapport à celle du champ incident au centre de l'objet³. Comme l'onde incidente évanescence décroît de manière exponentielle dans la direction x , nous nous attendons à ce que le champ diffusé ait une amplitude plus élevée que le champ incident dans la partie supérieure du plan (xz) . Nous remarquons que le champ à l'intérieur de la gouttelette se propage également de manière angulaire dans le sens trigonométrique autour d'un point singulier indiqué par un point noir sur les images de la figure 2.10, et pour lequel l'amplitude du champ est nulle à tout instant.

Champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur de la goutte

Analysons le champ résultant de la diffusion d'une onde plane homogène puis évanescence par la gouttelette. Les figures 2.11 et 2.12 représentent le module et la phase du champ total à l'extérieur et à l'intérieur de cette dernière dans le plan (xz) pour $\beta = 0$ et $\beta = 0,6$ à la fréquence réduite $ka = 1,5$ correspondant à sa résonance dipolaire. Les lignes de courant du vecteur de Poynting moyen (1.14) qui indiquent la direction du transport de l'intensité [34], sont également

3. La figure 2.10 montre que l'amplitude du champ diffusé par rapport à celle du champ incident en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ est 2,6 fois plus élevée moins élevée proche de la surface de l'objet.

tracées sur les figures de la phase. Des différences structurelles entre les champs résultant de la diffusion d'une onde plane homogène et évanescente sont clairement mises en évidence. Premièrement, lorsque l'onde incidente est homogène, le champ résultant est symétrique par rapport à la direction z comme attendu. Comme le montrent les lignes de champ du vecteur de Poynting moyen, le champ diffusé est en grande partie dirigé dans cette même direction. Cependant, lorsque l'onde incidente est évanescente, un point de phase singulière apparaît à l'intérieur de l'objet. L'intensité circule autour de ce point, et le module du champ s'annule en ce point. De plus, nous observons que le champ diffusé a une amplitude plus importante que le champ incident au-dessus de l'objet. Le champ diffusé a une structure spiralée, c'est pourquoi son rayonnement est omnidirectionnel. Dans le milieu environnant, d'autres points de phase singulière se forment à gauche de l'objet et proviennent d'interférences destructives entre le champ incident et le champ diffusé. En effet, alors que le champ incident se propage ici de la gauche vers la droite, le champ diffusé se propage dans la direction opposée à gauche de l'objet. Une circulation de la phase est ainsi créée autour des points où le champ incident et le champ diffusé sont en opposition de phase et de même amplitude.

2.4.1.3 Champ de pression à la résonance quadrupolaire

Étudions ensuite la structure du champ total pour une fréquence de résonance d'ordre plus élevée et comparons une nouvelle fois les structures des champs obtenus à partir de la diffusion d'une onde plane homogène et d'une onde plane évanescente. Les figures 2.13 et 2.14 représentent le module et la phase du champ de pression dans le plan (xz) pour $\beta = 0$ et $\beta = 0,6$ à la fréquence réduite $ka = 2$ correspondant à la résonance quadrupolaire de la gouttelette. Deux singularités de phase distinctes apparaissent cette fois-ci dans l'objet et sont situées près du centre. Il semble donc que l'ordre de la résonance influe sur le nombre de singularités à l'intérieur de l'objet. Les ondes internes se propagent autour de ces singularités et nous observons que les lignes de courant du vecteur de Poynting à l'intérieur de la gouttelette sont plus courbées que dans le cas du champ à la résonance dipolaire, et font un tour complet dans la goutte. Nous effectuons une analyse approfondie de la structure du champ interne et des singularités de phase qui y sont présentes dans la section 2.6.

2.4.2 Multiples spirales diffusées

Compte tenu des observations précédentes, étudions l'influence des résonances de l'objet sur la structure du champ diffusé. En modifiant la fréquence réduite ka , nous pouvons exalter certains modes plutôt que d'autres. La figure 2.15 représente la partie réelle des champs diffusés et à l'intérieur de l'objet pour un degré d'évanescence de l'onde incidente fixe $\beta = 0,5$ et pour plusieurs fréquences. Nous explorons la structure du champ aux fréquences de résonance indiquées en rouge et également aux fréquences situées entre deux résonances.

Tout d'abord, nous observons que lorsque le mode monopolaire est dominant, aucune spirale n'est présente dans le champ diffusé. Ensuite, lorsque la fréquence augmente, ce mode ne

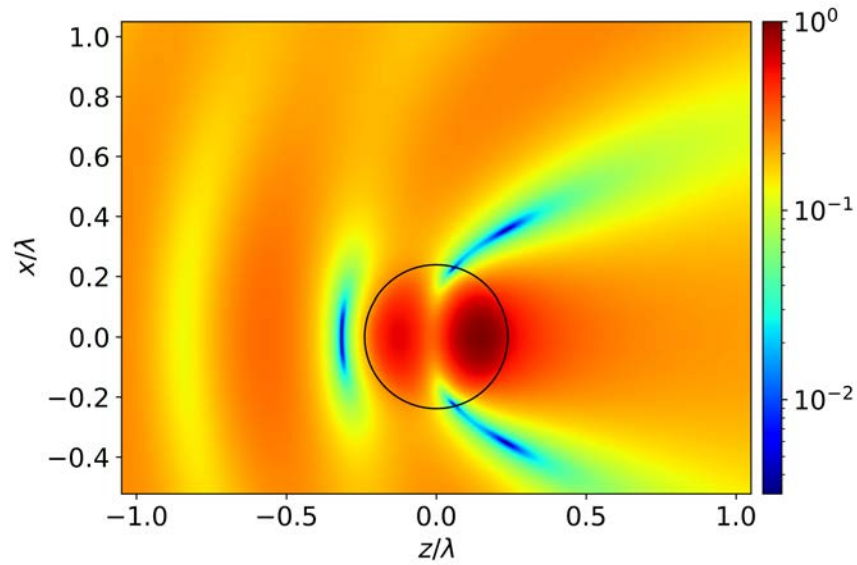
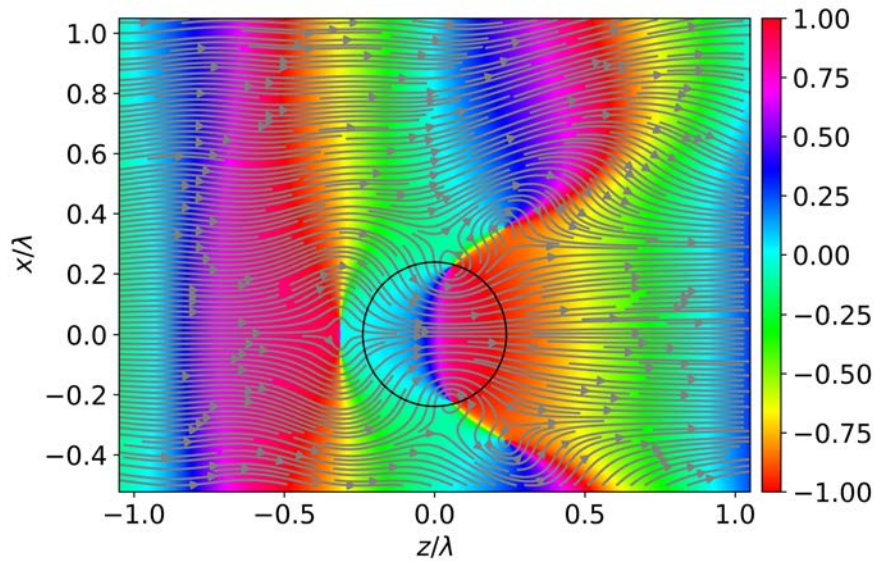
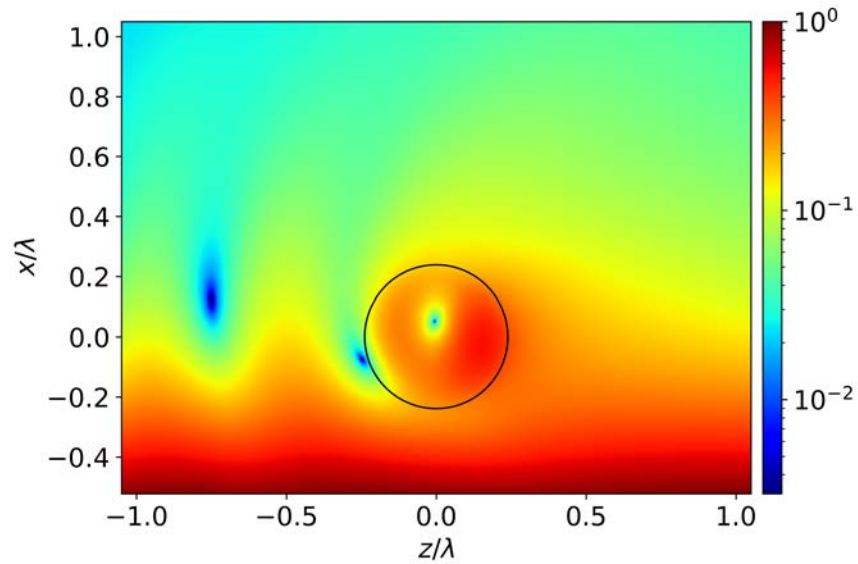
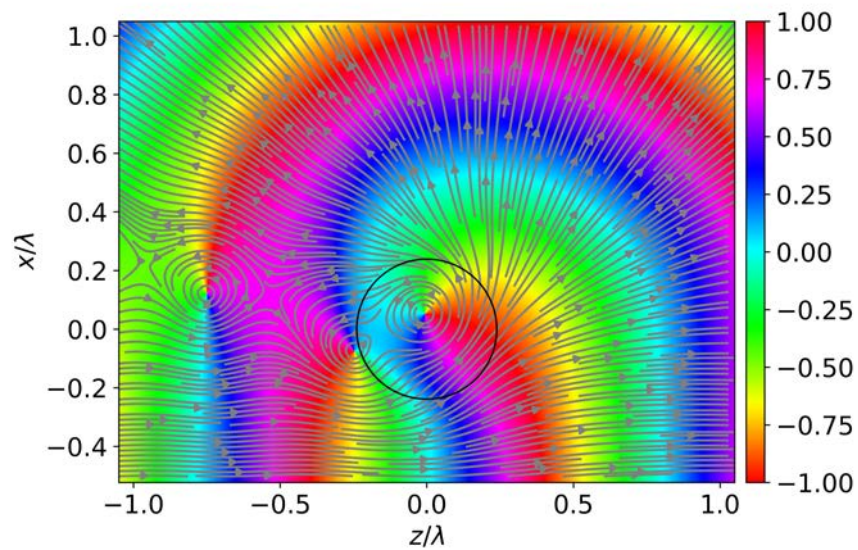
(a) Module, $ka = 1,5$ et $\beta = 0$ (b) Phase, $ka = 1,5$ et $\beta = 0$

Figure 2.11. Module et phase normalisée en fraction de π dans le plan (xz) du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance dipolaire $ka = 1,5$ et pour $\beta = 0$ (onde plane incidente homogène). Les champs sont normalisés par leurs maximums d'amplitude respectifs. Les flèches sur les figures de la phase représentent les lignes de courant du vecteur de Poynting moyen $\langle \mathbf{P} \rangle$ du champ total.

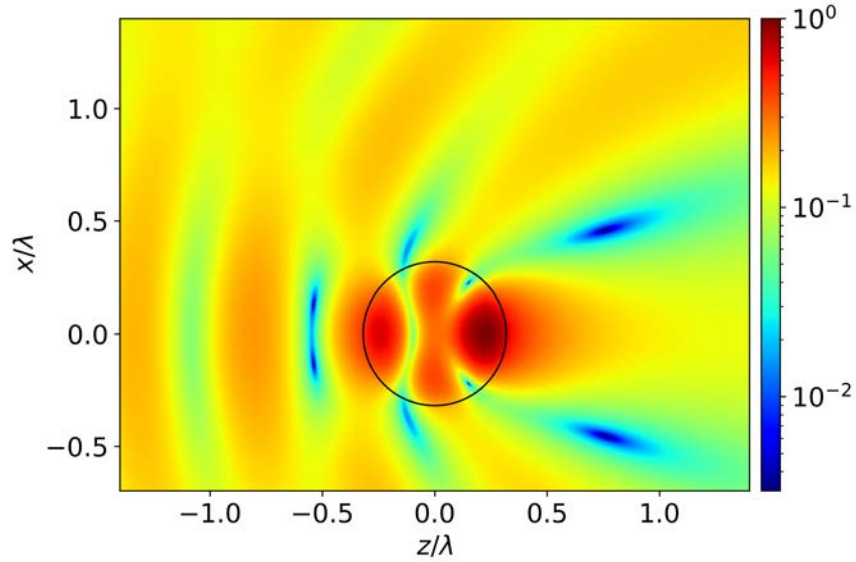


(a) Module, $ka = 1,5$ et $\beta = 0,6$

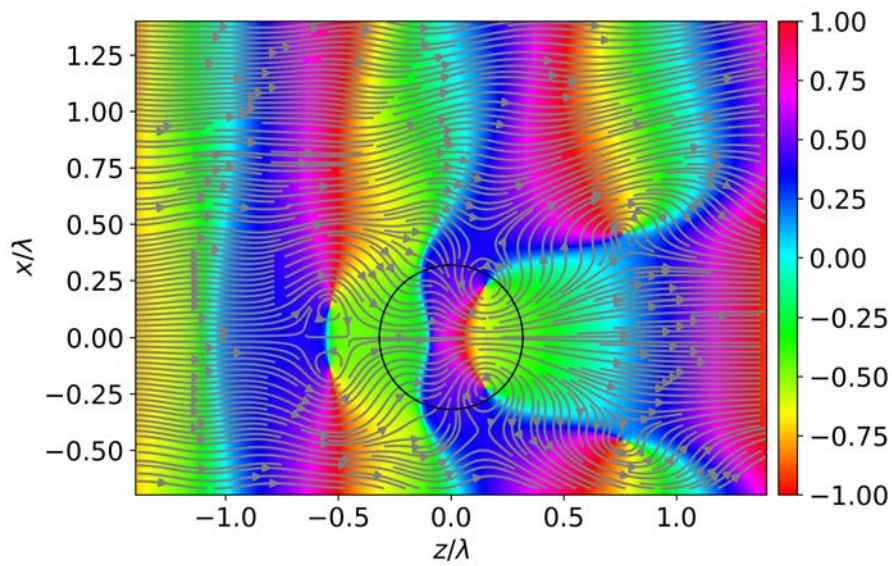


(b) Phase, $ka = 1,5$ et $\beta = 0,6$

Figure 2.12. Module et phase normalisée en fraction de π dans le plan (xz) du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance dipolaire $ka = 1,5$ et pour $\beta = 0,6$ (onde plane incidente évanescente).

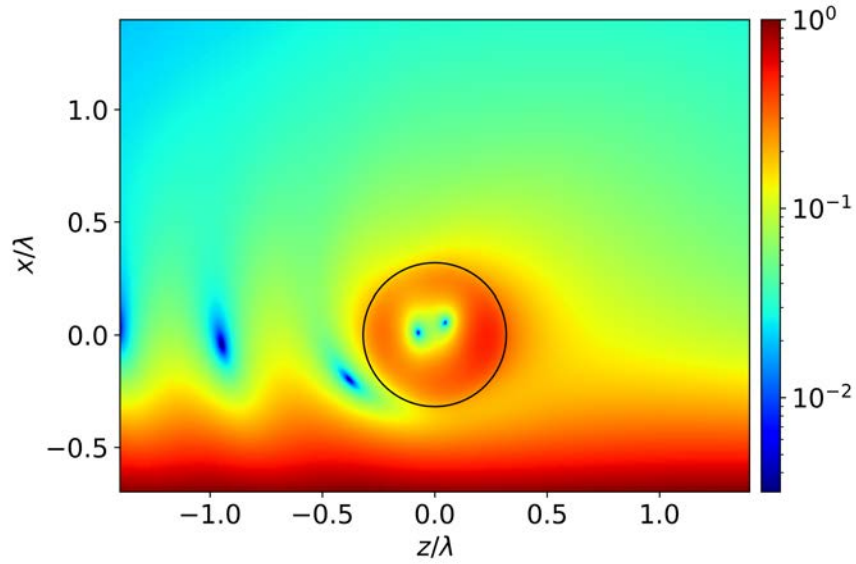


(a) Module, $ka = 2$ et $\beta = 0$

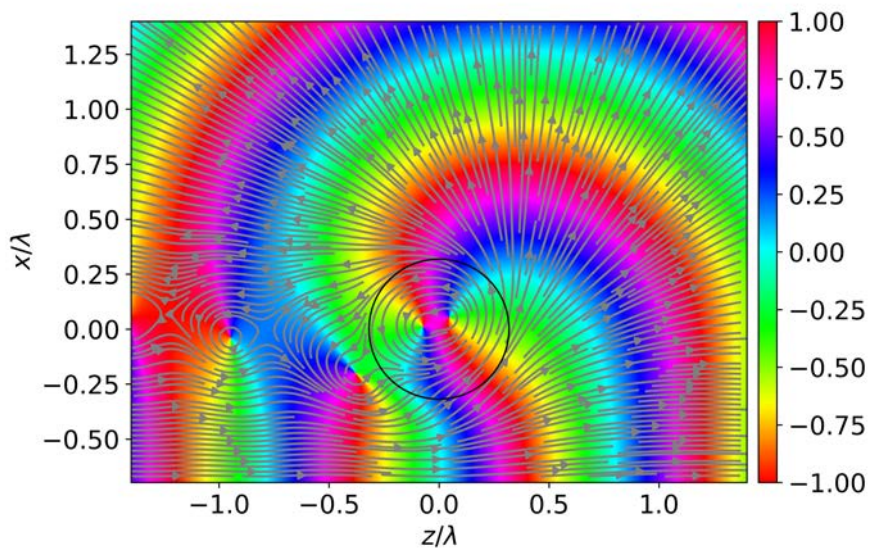


(b) Phase, $ka = 2$ et $\beta = 0$

Figure 2.13. Module et phase normalisée en fraction de π dans le plan (xz) du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance quadrupolaire $ka = 2$ et pour $\beta = 0$.



(a) Module, $ka = 2$ et $\beta = 0,6$



(b) Phase, $ka = 2$ et $\beta = 0,6$

Figure 2.14. Module et phase normalisée en fraction de π dans le plan (xz) du champ de pression total à l'extérieur et à l'intérieur d'une goutte d'huile fluorée excitée à sa résonance quadrupolaire $ka = 2$ et pour $\beta = 0,6$.

contribue plus suffisamment et le champ diffusé est toujours composé de spirales ou quasi-spirales. De plus, lorsqu'un mode est excité de manière préférentielle à sa fréquence de résonance, le nombre de spirales correspondant aux isophases dans le champ diffusé est égal à l'ordre n de ce mode. Entre deux fréquences de résonance, nous pouvons observer la formation d'une spirale supplémentaire qui est raccordée à un maximum ou un minimum de pression dans le champ interne. Comme le montre par exemple la figure du champ pour $ka = 2,95$, nous observons un décrochement dans les branches inférieures du champ diffusé créant une ligne de zéro d'amplitude où sa phase est en opposition de part et d'autre de cette ligne. Une nouvelle spirale est ensuite formée lorsque la prochaine résonance est atteinte.

En s'appuyant sur l'équation (2.30), lorsque le degré d'évanescence β est élevé, nous faisons l'hypothèse qu'un mode partiel diffusé $\tilde{\phi}_{\text{diff}}^n$ peut être caractérisé par un terme de phase $e^{in\Theta}$ dans le plan (xz) centré sur l'objet. En champ lointain ce dernier est donc approché par l'expression suivante :

$$\tilde{\phi}_{\text{diff}}^n(r, \Theta, \Phi) = \frac{A^n}{r} e^{i(kr+n\Theta+\Theta_n)}, \quad (2.34)$$

avec A^n un terme d'amplitude et Θ_n un terme de phase constant. L'équation des isophases du potentiel isolé $\tilde{\phi}_{\text{diff}}^n$ s'écrit dans ce cas de la manière suivante :

$$r = -\frac{\lambda}{2\pi}n\Theta + \text{constante}. \quad (2.35)$$

Le potentiel $\tilde{\phi}_{\text{diff}}^n$ est donc composé dans le plan (xz) de n spirales d'isophase espacées angulairement de $2\pi/n$. Lorsque ce mode est dominant, le champ diffusé total a également les mêmes caractéristiques.

Dans la section suivante, nous nous intéressons de manière quantitative à l'intensité transportée par le champ diffusé en analysant les différentes sections efficaces de diffusion.

2.5 Sections efficaces de diffusion dans le cas d'une onde plane incidente évanescente

Dans le cas où l'onde incidente est plane et évanescente, les différentes sections efficaces sont exprimées de manière différente de celles définies lorsque cette onde plane incidente est homogène (1.53) et (1.54). Le théorème optique (1.55) n'est donc pas applicable dans ce cas. En effet, en reprenant l'expression (1.48), nous pouvons voir que la section efficace totale de diffusion dépend de l'intensité moyenne de l'onde incidente irradiant l'objet. Or, dans le cas de l'onde plane évanescente présentant un gradient d'amplitude, l'intensité (en W/m^2) n'est pas constante en fonction de l'espace. La puissance moyenne (en W) de l'onde incidente ne peut donc être déterminée que sur une surface ou un volume défini.

Nous proposons alors de normaliser les sections efficaces (1.53) et (1.54) déterminées pour une onde plane homogène incidente par un facteur de normalisation N prenant en compte

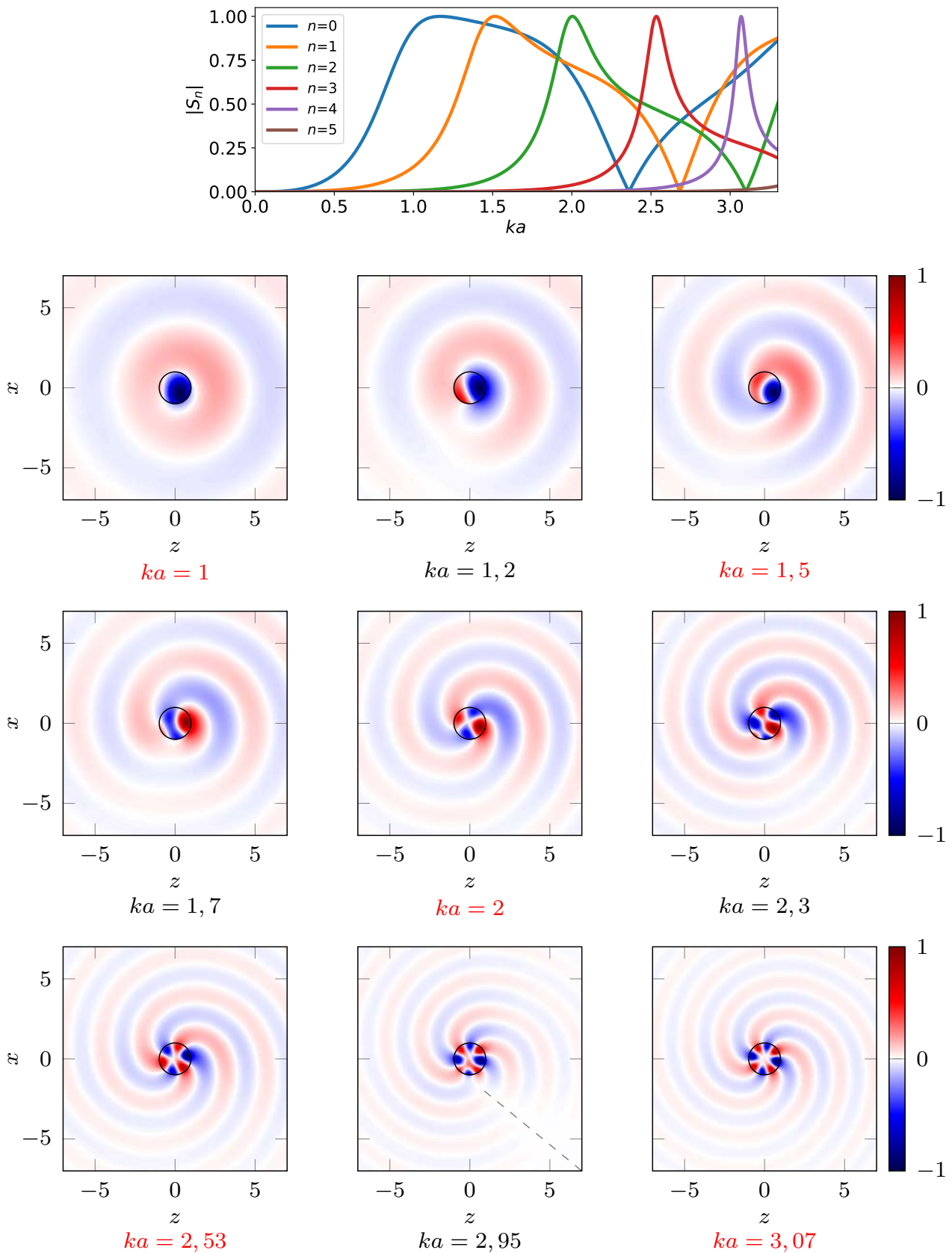


Figure 2.15. En haut : modules des coefficients de diffusion S_n pour une gouttelette d'huile fluorée. Ensuite : champ de pression diffusé et à l'intérieur d'une gouttelette d'huile fluorée dans le plan (xz) pour différentes valeurs de la fréquence réduite ka et pour $\beta = 0,5$. Les fréquences réduites notées en rouge correspondent aux différentes résonances dans le champ diffusé : successivement monopolaire, dipolaire, quadrupolaire, hexapolaire et octopolaire. Chaque champ est normalisé par son maximum d'amplitude. Pour $ka = 2,95$, nous observons une zone représentée par une ligne en pointillés gris où le champ est en opposition de phase de part et d'autre de cette zone (décrochement des spirales).

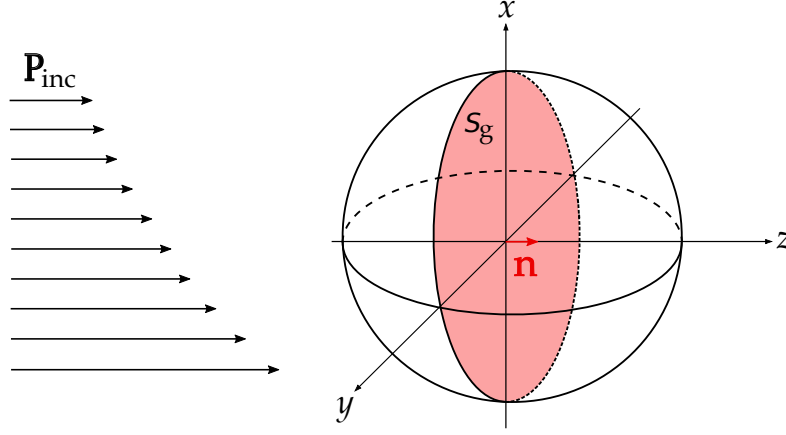


Figure 2.16. Représentation du flux du vecteur de Poynting moyen de l'onde plane incidente évanescente à travers la section géométrique de l'objet sphérique.

l'intensité incidente moyenne irradiant la section géométrique S_g de l'objet (voir la figure 2.16). Cette normalisation a également été proposée pour des études sur la diffusion d'ondes planes évanescentes électromagnétiques [28, 29]. De plus, cette dernière permettra la comparaison des différentes sections efficaces en fonction du degré d'évanescence de l'onde incidente.

2.5.1 Sections efficaces normalisées

Nous définissons le facteur de normalisation $N(\omega, a)$ comme suit :

$$N(\omega, a) = \frac{I_{S_g}}{I_H}, \quad (2.36)$$

où I_{S_g} est l'intensité moyenne de l'onde incidente dans la section géométrique de l'objet et $I_H = \frac{\rho\omega k|\phi_0|^2}{2}$ est l'intensité d'une onde plane homogène. Ce choix permet d'avoir un paramètre $N(\omega, a)$ sans dimension et égal à l'unité dans le cas où l'onde plane incidente est homogène.

Nous redéfinissons alors les sections efficaces σ_d différentielle et σ_s totale de la manière suivante :

$$\sigma_d = \frac{|f(\theta, \varphi, \omega)|^2}{N(\omega, a)}, \quad (2.37)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{N(\omega, a)} \iint_{\Omega} |f(\theta, \varphi, \omega)|^2 d\Omega, \quad (2.38)$$

où $f(\theta, \varphi, \omega)$ est la fonction de forme du champ diffusé en champ lointain (1.51), et Ω est l'angle solide.

Calculons l'intensité moyenne du champ incident dans la section géométrique S_g de l'objet sphérique de rayon a . Cette dernière est évaluée à partir du flux du vecteur de Poynting moyen

(1.14) à travers la section géométrique S_g et de normale \mathbf{n} (voir figure 2.16). Nous avons donc :

$$I_{S_g} = \frac{1}{\pi a^2} \iint_{S_g} \langle \mathbf{P}_{\text{inc}} \rangle \cdot \mathbf{n} \, dS. \quad (2.39)$$

I_{S_g} est définie comme une moyenne d'irradiation géométrique. Le vecteur de Poynting de l'onde plane évanescente considérée a pour expression d'après (2.11) et (2.12) :

$$\langle \mathbf{P}_{\text{inc}} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [p_{\text{inc}}^* \mathbf{v}_{\text{inc}}] = \frac{\rho \omega k_z |\phi_0|^2}{2} e^{-2\kappa x} \mathbf{e}_z. \quad (2.40)$$

Dans ce cas, l'énergie est transportée dans la direction \mathbf{e}_z et décroît exponentiellement dans la direction x avec un facteur d'amortissement égal à 2κ . L'intensité moyenne de l'onde incidente dans la section S a donc pour expression :

$$I_{S_g} = \frac{1}{\pi a^2} \iint_{S_g} \frac{\rho \omega k_z |\phi_0|^2}{2} e^{-2\kappa r \sin \theta \cos \varphi} \, dS. \quad (2.41)$$

La section géométrique du diffuseur étant située en $\theta = \pi/2$, nous avons :

$$I_{S_g} = \frac{1}{\pi a^2} \frac{\rho \omega k_z |\phi_0|^2}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{-2\kappa r \cos \varphi} r \, dr \, d\varphi.$$

À partir de l'identification dans (2.18), l'intégrale par rapport à l'angle φ mène à l'expression de la fonction de Bessel modifiée I_m d'ordre $m = 0$ (2.18). Nous avons donc :

$$I_{S_g} = \frac{1}{\pi a^2} \frac{\rho \omega k_z |\phi_0|^2}{2} \int_0^a 2\pi I_0(2\kappa r) r \, dr.$$

De plus, en posant $u = 2\kappa r$ et $du = 2\kappa dr$ et sachant que $\int_0^\eta I_0(u) u \, du = \eta I_1(\eta)$ [56], nous obtenons :

$$I_{S_g} = \frac{\rho \omega k_z |\phi_0|^2}{2} \frac{I_1(2\kappa a)}{\kappa a}. \quad (2.42)$$

Le facteur de normalisation (2.36) s'exprime alors de la manière suivante :

$$N(\omega, a) = \frac{I_1(2\kappa a)}{\kappa a} \frac{k_z}{k} = \frac{I_1\left(\frac{2\beta \kappa a}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)}{\beta \kappa a}. \quad (2.43)$$

En outre, la fonction de Bessel modifiée $I_1(2\kappa a)$ se décompose de la manière suivante :

$$\frac{I_1(2\kappa a)}{\kappa a} = 1 + \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{(\kappa a)^{2m}}{m!(m+1)!}. \quad (2.44)$$

Dans le cas où l'onde incidente est homogène, $k_z = k$ et $\kappa = 0$, donc $\frac{I_1(2\kappa a)}{\kappa a} = 1$. Dans ce cas, nous avons $N(\omega, a) = 1$. Dans le cas où l'onde incidente est évanescente, alors $N(\omega, a) > 1$.

2.5.2 Sections efficaces de diffusion d'une goutte d'huile fluorée et d'une bille de BiPbSnInCd

Dans la perspective d'analyser le pouvoir diffusant d'un objet lors d'une excitation par une onde plane évanescente, analysons l'évolution des sections efficaces différentielle et totale de diffusion lorsque le degré d'évanescence de l'onde incidente β varie. A titre d'exemple, nous étudions l'évolution des sections efficaces différentielle et totale d'une gouttelette d'huile fluorée et d'une bille de BiPbSnInCd.

2.5.2.1 Influence du degré d'évanescence de l'onde incidente sur le rayonnement angulaire de l'énergie diffusée

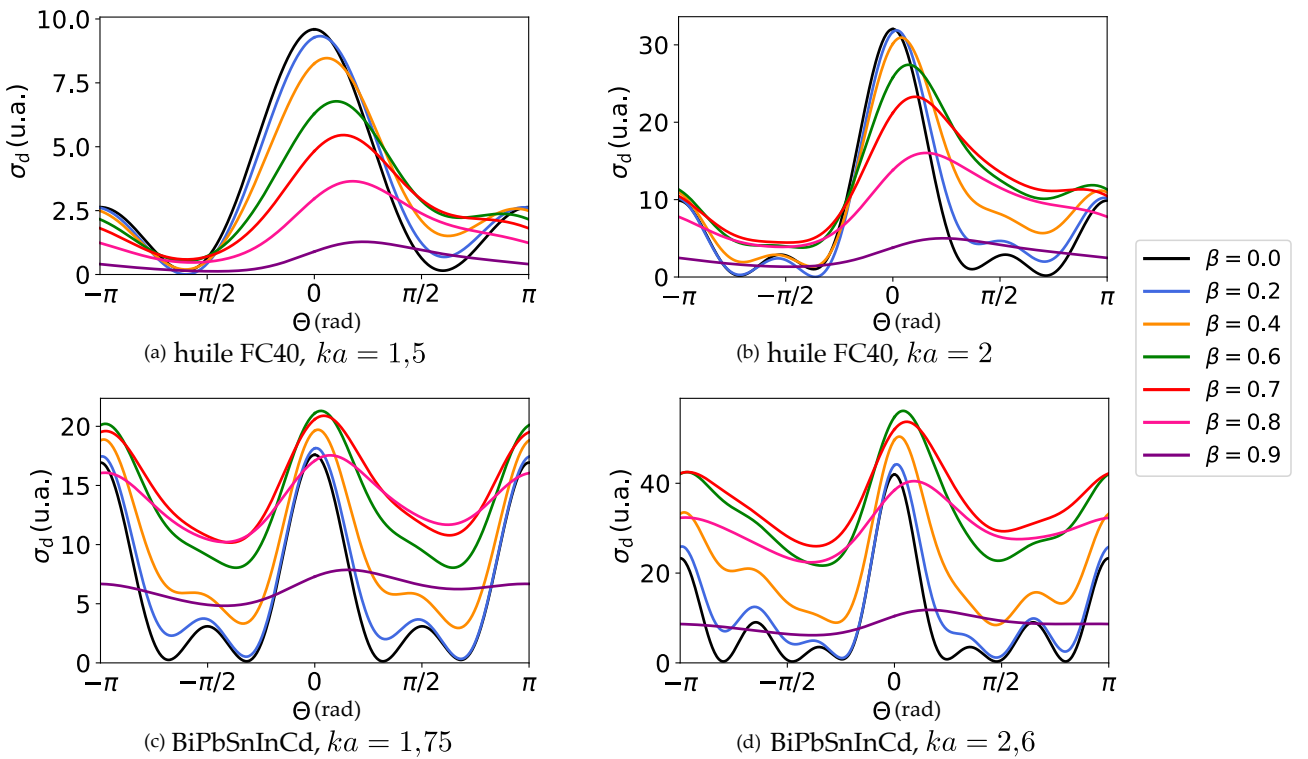
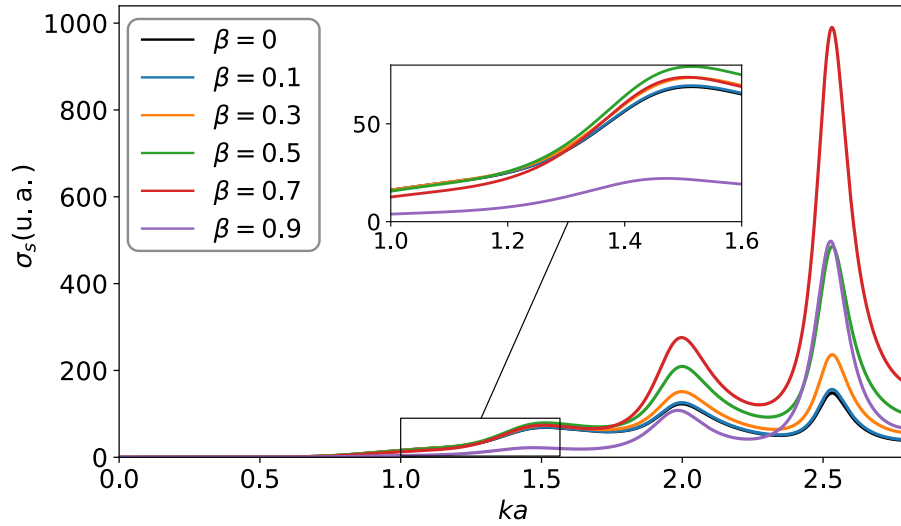
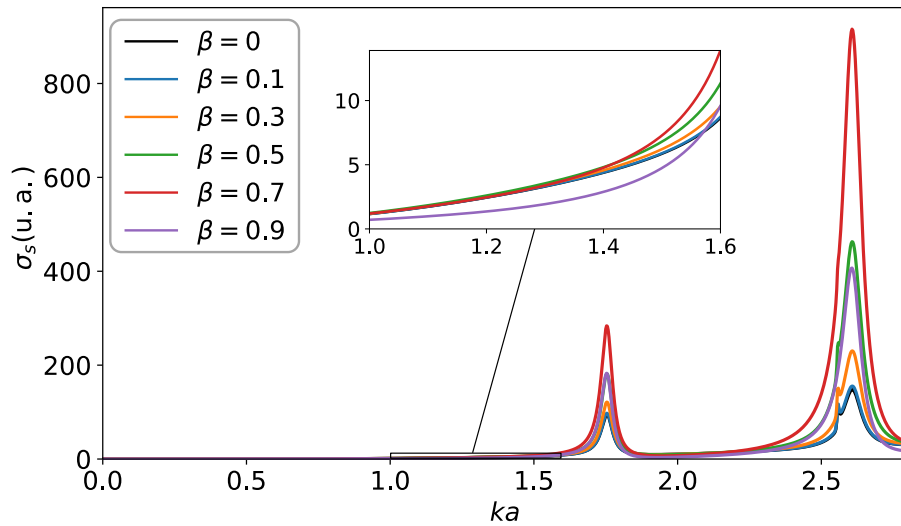


Figure 2.17. Section efficace différentielle de diffusion dans le plan (xz) en fonction de l'angle Θ de différents objets pour différentes fréquences de résonance et différentes valeurs de β . (a) Résonance dipolaire et (b) quadrupolaire d'une gouttelette d'huile fluorée. (c) Résonance quadrupolaire et (d) hexapolaire d'une bille de BiPbSnInCd.

Analysons tout d'abord l'évolution des sections efficaces différentielles de diffusion (2.37) des deux objets cités précédemment. Ces dernières sont tracées dans la figure 2.17 pour différentes valeurs de β et à différentes fréquences de résonance (résonances dipolaire et quadrupolaire pour la gouttelette d'huile fluorée, résonances quadrupolaire et hexapolaire pour la bille de BiPbSnInCd). Nous observons que le maximum d'amplitude de la section efficace différentielle est décalé de quelques radians lorsque β augmente, ce qui implique que le degré d'évanescence a une influence sur la directivité du champ. Pour un degré d'évanescence nul ou faible, elle est composée de différents lobes à l'avant ($\Theta = 0$), à l'arrière ($\Theta = \pi$), ou sur les côtés de l'objet en



(a)



(b)

Figure 2.18. Section efficace totale de diffusion (a) d'une gouttelette d'huile fluorée et (b) d'une bille de BiPbSnInCd en fonction de la fréquence réduite ka et pour différentes valeur de β .

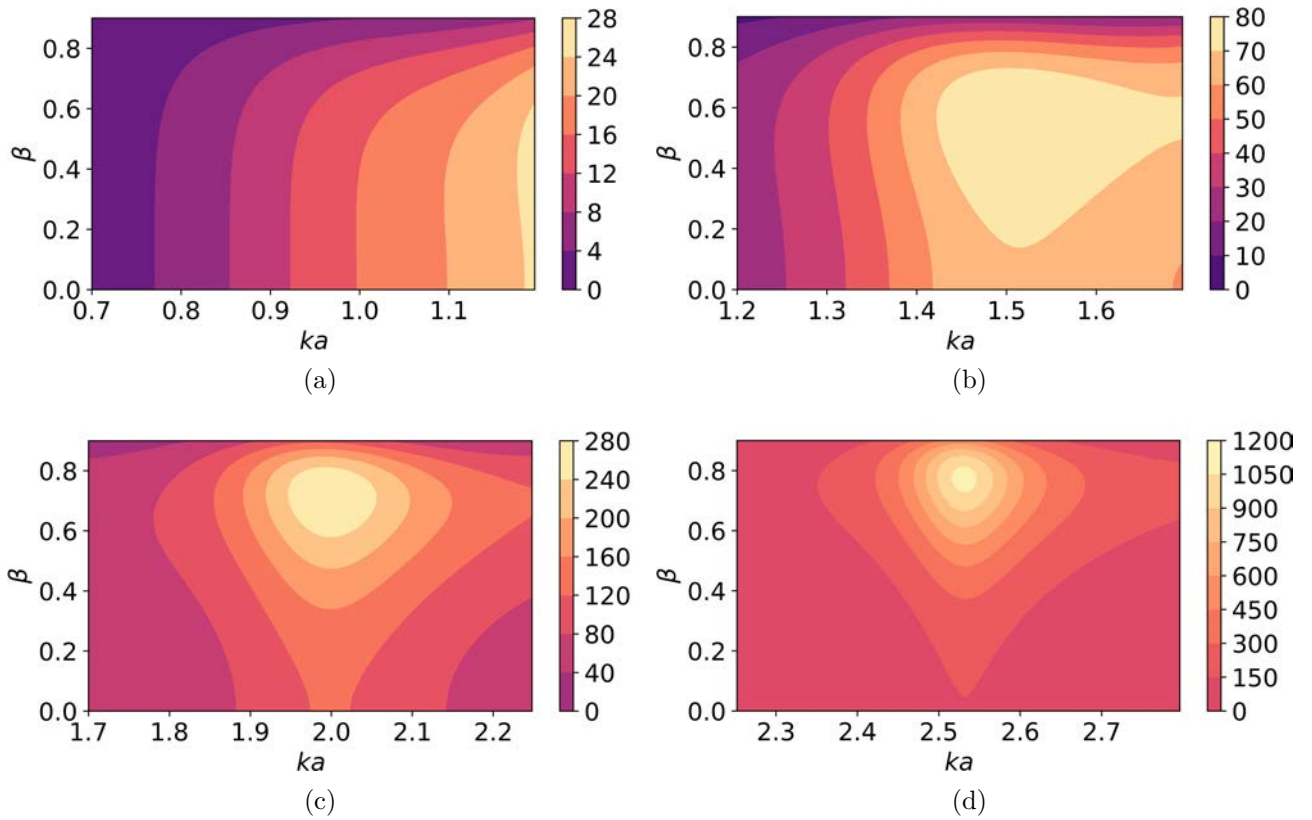


Figure 2.19. Section efficace totale de diffusion d'une gouttelette d'huile fluorée pour différents intervalles de la fréquence réduite ka et en fonction de β . Les différentes sous-figures ciblent la résonance (a) monopolaire ($ka = 1$), (b) dipolaire ($ka = 1,5$), (c) quadrupolaire ($ka = 2$), et (d) hexapolaire ($ka = 2,53$).

fonction des modes préférentiellement excités. Ensuite, nous remarquons qu'une augmentation de β impacte fortement la forme de la section efficace différentielle. Elle tend à s'aplanir en fonction de l'angle Θ , donc le rayonnement angulaire de l'objet tend à être isotrope comme il l'a été observé dans la section précédente. En effet, lorsqu'un mode est préférentiellement excité et lorsque β a une valeur élevée, une seule des ondes spiralées associées à ce mode domine le champ diffusé. Le cas limite est celui d'une onde spiralée isolée qui rayonne de façon isotrope dans le plan (xz) .

2.5.2.2 Influence du degré d'évanescence de l'onde incidente sur la section efficace totale de diffusion

Analysons ensuite l'efficacité qu'a l'objet à restituer l'énergie provenant de l'onde incidente en analysant la section efficace totale de diffusion. La figure 2.18 montre dans un premier temps l'évolution des sections efficaces totales (2.38) des deux objets étudiés précédemment pour différentes valeurs de β . En analysant les deux figures, nous constatons que les deux sections efficaces totales possèdent différents régimes d'évolution par rapport à β . Dans les deux cas, pour $\beta < 0,9$ et avant les premiers pics de résonance significatifs (résonance dipolaire pour la gouttelette d'huile fluorée et quadrupolaire pour la bille de BiPbSnInCd), la section efficace totale n'évolue pas de façon importante en fonction de β . En revanche, après ces pics respectifs et pour $\beta > 0,9$, elle augmente nettement dans les deux cas. Cependant, lorsque β est très élevé ($\beta = 0,9$), la section efficace est plus faible que lorsque sa valeur est modérée ($\beta = 0,7$).

De manière à obtenir une vision plus globale, la figure 2.18 présente une cartographie de l'évolution de la section efficace totale d'une gouttelette d'huile fluorée en fonction de ka et de β . Les différentes sous-figures correspondent à des intervalles de la fréquence réduite centrés approximativement sur les résonances monopolaire ($ka = 1$), dipolaire ($ka = 1,5$), quadrupolaire ($ka = 2$), et hexapolaire ($ka = 2,53$) de la gouttelette. Ces figures montrent que la section efficace atteint des valeurs extrêmes pour certaines valeurs de β . Pour chaque fréquence de résonance, il existe une valeur de β pour laquelle elle est maximale. Par exemple nous avons de manière optimale $\beta \approx 0,5$ pour la résonance dipolaire, $\beta \approx 0,7$ pour la résonance quadrupolaire, ou encore $\beta \approx 0,8$ pour la résonance hexapolaire. Nous pouvons interpréter cette observation par le fait que plus l'ordre modal n est élevé et plus il y a de modes azimutaux d'amplitude $s_n^{m \neq 0}$ qui contribuent dans le champ diffusé en raison de la dissymétrie de l'onde incidente (voir figure 2.3). Cependant, lorsque le degré d'évanescence est trop important, le champ de pression incident excite seulement une partie de l'objet, ce qui a pour effet de dégrader la diffusion.

2.5.3 Bilan sur les sections efficaces de diffusion

Nous avons montré dans cette section que la section efficace d'un objet excité par une onde plane évanescente est amplifiée aux résonances de l'objet et dans une certaine mesure lorsque le degré d'évanescence augmente. De plus, le spectre angulaire du champ diffusé est

enrichi. Ces résultats sont similaires à ceux qui ont été établis en optique quelques décennies auparavant [27, 29–31], et nous en faisons ici une généralisation à l'acoustique. Ces derniers ont mis en évidence et ont permis de comprendre certains points importants qui seront utiles pour la suite de l'étude.

2.6 Apparition de singularités de phase confinées dans l'objet

À l'intérieur de l'objet, des phénomènes physiques particuliers se produisent lorsque ce dernier est de taille comparable à la longueur d'onde et sont à l'origine de la génération de spirales diffusées à l'extérieur de cet objet. Nous avons observé à la fin de la section 2.4.1.3 l'émergence de singularités de phase à l'intérieur de l'objet lorsque les modes d'ordre $n \geq 1$ sont suffisamment excités. Dans cette section nous analysons en détail l'influence de la fréquence et du degré d'évanescence de l'onde incidente sur le nombre de singularités présentes ainsi que sur les lieux où elles se manifestent. Nous commençons par définir et caractériser brièvement ces singularités. Ensuite, nous analysons leur position à l'intérieur d'une gouttelette d'huile fluorée.

2.6.1 Généralités sur les singularités de phase

Les singularités de phase sont des dislocations de fronts d'ondes [79, 80] et peuvent se manifester dans tous les problèmes relevant de la physique des ondes. Considérons un champ scalaire à valeur complexe $\phi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp(i\chi(\mathbf{r}))$, où A et χ désignent respectivement le module et la phase de ce champ. Les singularités de phase présentes dans un tel champ sont des lieux où la phase est indéfinie et où l'amplitude doit être nulle. Elles se manifestent donc aux intersections entre des lieux d'amplitude nulle de la partie réelle du champ avec ceux de la partie imaginaire. Ces intersections sont des points dans un espace bidimensionnel et des lignes dans un espace à trois dimensions (voir figure 2.20). Une singularité de phase est caractérisée par sa charge topologique s qui est un nombre entier égal au nombre d'intervalles entiers de longueur 2π parcourue par la phase le long d'un contour fermé noté C entourant cette singularité. Cette dernière est calculée de la manière suivante [33] :

$$s = \frac{1}{2\pi} \oint_C d\mathbf{r} \cdot \nabla\chi = \frac{1}{2\pi} \oint_C d\chi. \quad (2.45)$$

Il s'agit de la phase accumulée le long du contour fermé C . La charge topologique est positive dans le cas où la phase évolue dans le sens trigonométrique autour d'une singularité, et négative si elle évolue dans le sens horaire, comme représenté dans la figure 2.20. La charge topologique totale d'un champ est égale à la somme de tous les charges topologiques associées aux différentes singularités de phase présentes dans ce champ.

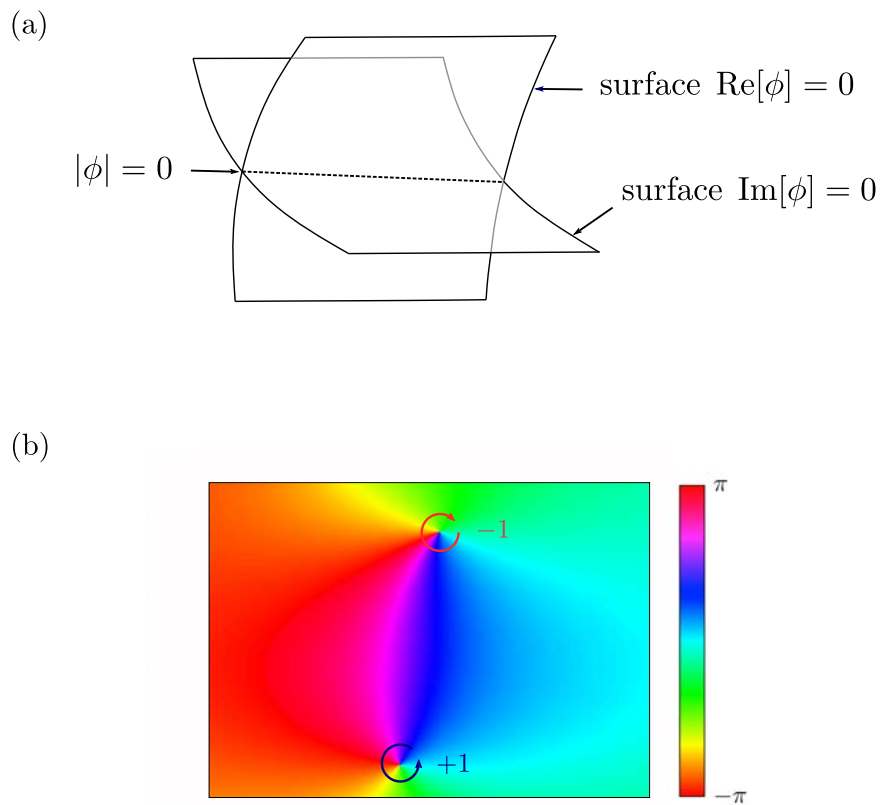


Figure 2.20. (a) Représentation tridimensionnelle des surfaces correspondant à $\text{Re}[\phi] = 0$ et $\text{Im}[\phi] = 0$ dont l'intersection donne lieu à une ligne de singularité. (b) Phase d'un champ bidimensionnel arbitraire $\phi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp(i\chi(\mathbf{r}))$ contenant deux singularités de phase de charge topologique $s = -1$ et $s = +1$. Les illustrations sont inspirées de [78].

2.6.2 Analyse de la topologie du champ interne

Pour un problème tridimensionnel, nous nous attendons à ce que les singularités de phase présente dans un objet excité par une onde plane évanescente apparaissent sous forme de lignes. Dans un premier temps, nous analysons le champ dans le plan (xz) centré sur la sphère afin de simplifier la visualisation de ces singularités. Dans ce plan, les singularités seront donc matérialisées par des points appartenant à des lignes d'amplitude nulle.

2.6.2.1 Expression du potentiel interne dipolaire

Pour un objet fluide, l'expression du potentiel interne dipolaire est similaire à celle du potentiel diffusé (2.21) à la différence majeure que la fonction radiale j_n de ce potentiel n'est pas divergente (les ondes internes sont par définitions confinées). Les expressions du mode dipolaire développées dans la section 2.3.1 sont valables pour le potentiel interne dipolaire en remplaçant le coefficient de diffusion S_1 par celui du champ interne B_1 et la fonction $h_1^{(1)}(kr)$ par $j_1(k_p r)$. Ce dernier s'écrit donc comme suit :

$$\tilde{\phi}_{\text{int}}^{\text{dip}}(r, \Theta, \Phi) = \frac{3i\phi_0}{\sqrt{1-\beta^2}} B_1 j_1(k_p r) [\cos \Theta + i\beta \sin \Theta \cos \Phi], \quad (2.46)$$

$$= \frac{3i\phi_0}{2\sqrt{1-\beta^2}} B_1 j_1(k_p r) [A_+ e^{i\Theta} + A_- e^{-i\Theta}]. \quad (2.47)$$

Par la suite, les termes de potentiels, champs ou ondes "circulaires" seront parfois attribués aux ondes isolées qui se propagent de manière angulaire dans l'objet (par exemple ici les ondes d'amplitude A_+ ou A_-). Les isophases du potentiel dipolaire interne sont définies à partir de l'équation suivante :

$$\arctan(\beta \cos \Phi \tan \Theta) = \text{constante}. \quad (2.48)$$

Lorsqu'une onde circulaire est isolée ($\beta \rightarrow 1$), l'équation des isophases du potentiel interne dipolaire dans le plan (xz) tend vers l'équation suivante :

$$\Theta = \text{constante}. \quad (2.49)$$

À la différence du champ diffusé, le champ interne dipolaire a une structure circulaire mais non spiralée lorsqu'une des ondes internes d'amplitude A_+ ou A_- domine. De plus, nous avons $j_1(k_p r = 0) = 0$ et la circulation de la phase autour d'un contour fermé est égale à 1 (terme dominant en $e^{i\Theta}$). Une singularité de phase de charge $s = 1$ associée à ce potentiel apparaît donc au centre de l'objet en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$. Dans le champ interne total, nous avons cependant vu dans les figures 2.12 et 2.14 que les singularités étaient décentrées, à cause de la superposition des autres modes dans le champ. Nous analysons par la suite l'influence des résonances et celle du degré d'évanescence de l'onde incidente sur la position et le nombre de singularités dans l'objet.

2.6.2.2 Influence des résonances de l'objet

Analysons la structure du champ interne total aux premières fréquences de résonance ainsi qu'entre deux résonances. La phase du champ de pression dans le plan (xz) est représentée dans la figure 2.21 à différentes valeurs de la fréquence réduite et pour une valeur assez importante, mais réalisable en pratique, du degré d'évanescence $\beta = 0,6$. La première remarque qui peut être faite est qu'une ou plusieurs singularités de phase apparaissent dans l'objet dès lors qu'un ou plusieurs modes $n \geq 1$ sont dominants par rapport au mode monopolaire ($n = 0$) qui n'a pas de singularité. Ces derniers engendrent des ondes circonférentielles à l'intérieur de l'objet qui se propagent autour de ces singularités et donnent lieu à un rayonnement vers l'extérieur sous forme de fronts spirales.

Nous rappelons qu'un mode d'ordre n isolé $\tilde{\phi}_{\text{int}}^n$ du potentiel interne s'écrit comme suit d'après (2.22) :

$$\tilde{\phi}_{\text{int}}^n(r, \theta, \varphi) = \phi_0 \sum_{m=0}^n b_n^m j_n(k_p r) \hat{P}_n^m(\cos \theta) \cos(m\varphi) (2 - \delta_{m0}). \quad (2.50)$$

Dans le cas d'un mode d'ordre $n > 0$, nous avons $j_n(k_p r = 0) = 0$ et le terme de phase de l'onde circulaire dominante est en $e^{in\Theta}$. Le potentiel partiel associé possède donc une singularité de charge $s = n$ située au centre de l'objet. Lorsque tous les modes sont superposés et interfèrent entre eux, les singularités sont distinctes et ont une charge positive $s = 1$. La charge topologique du champ interne est alors égale au nombre de singularités qui y sont présentes.

À la résonance monopolaire du champ interne $ka = 0,94$, le mode dipolaire est d'amplitude non négligeable, c'est pour cette raison qu'une singularité apparaît proche de la surface de la gouttelette. Ensuite, aux fréquences de résonance suivantes, pour $ka = 1,45, 2$, et $2,53$, le champ possède une, deux, puis trois singularités qui sont situées près du centre de l'objet. Par conséquent, lorsqu'un mode est dominant à sa fréquence de résonance, la charge topologique du champ interne est égale à l'ordre n de ce mode, conformément au nombre de spirales d'isophasse dans le champ extérieur. Entre deux résonances, une singularité de plus émerge loin du centre de l'objet, alors que les autres se stabilisent au centre. En effet, pour les fréquences $ka = 1,7, 2,2$, et $2,8$, nous observons la présence de singularités proche de la surface de l'objet. Ces dernières se déplacent ensuite vers le centre lorsque la fréquence de résonance suivante est atteinte. Comme nous allons le voir par la suite, le degré d'évanescence a également un impact sur la position et le nombre de singularités dans l'objet.

2.6.2.3 Influence du degré d'évanescence

Contribution des différents modes

Tout d'abord il est important d'analyser en détail la conséquence d'une variation du degré d'évanescence sur la contribution des différents modes dans le champ interne. Pour cela, nous étudions l'évolution de la valeur maximale du module de chaque potentiel interne partiel $\tilde{\phi}_{\text{int}}^n$ à l'intérieur d'une gouttelette d'huile fluorée, soit de manière mathématique la quantité

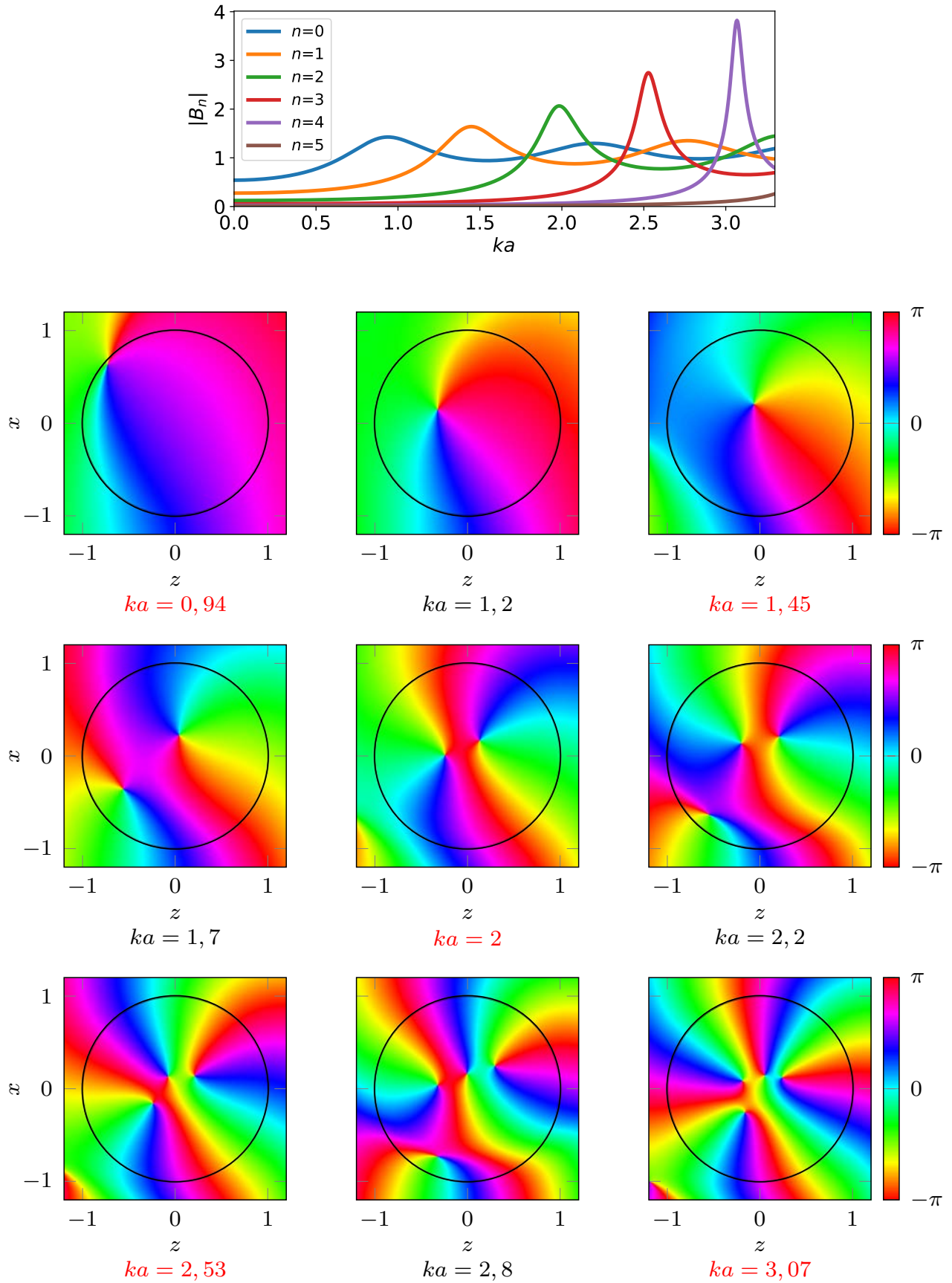


Figure 2.21. En haut : modules des coefficients du champ interne B_n pour une gouttelette d'huile fluorée. Ensuite : phase dans le plan (xz) du champ de pression résultant de la diffusion par la gouttelette avec $\beta = 0,6$ et pour différentes valeurs de la fréquence réduite ka . Les fréquences réduites notées en rouge correspondent aux différentes résonances dans le champ interne : successivement monopolaire, dipolaire, quadrupolaire, hexapolaire et octopolaire (comme dans la figure 2.15)

$\max[|\tilde{\phi}_{\text{int}}^n(r, \theta, \varphi)|]$. Cette dernière est tracée pour chaque mode d'ordre n en fonction de la fréquence réduite ka et pour différentes valeurs de β dans la figure 2.22. En particulier, pour $ka = 1,5$, le maximum d'amplitude du mode $n = 2$ se rapproche de plus en plus de celui du mode $n = 1$ lorsque β augmente. Pour des valeurs de β élevées, un mode excité à sa fréquence de résonance ne domine donc plus forcément le champ de manière significative. En effet, lorsque le degré d'évanescence augmente, les variations spatiales du champ sont de plus en plus élevées, donc la contribution de tous les modes d'ordre supérieurs relativement à un mode d'ordre n donné augmente. Nous pouvons également relever plusieurs tendances intéressantes. Tout d'abord, le mode monopolaire qui est invariant avec β (nous pouvons faire le même commentaire que celui en début de section 2.3.1 pour le champ diffusé), a une contribution relative qui chute drastiquement en comparaison avec les autres modes lorsque β augmente. Par conséquent, la génération de spirales diffusées est favorisée. De plus, nous remarquons qu'à la fréquence $ka = 2$, l'amplitude maximale du mode dipolaire dans le champ est plus importante que celles des modes hexapolaire et octopolaire pour des β faibles, et devient négligeable comparativement à ces mêmes modes lorsque β est élevé. Comme nous l'avons vu à la section 2.2.1, ceci vient du fait qu'un mode d'ordre n excité donne lieu à $2n + 1$ modes d'indices m qui sont amplifiés à mesure que β augmente.

Analyse du champ interne

Dans cette section, nous analysons l'influence du degré d'évanescence sur l'apparition de singularités de phase et sur leur positionnement dans la gouttelette. Dans le but d'étudier certains phénomènes intéressants, la fréquence réduite a été sélectionnée à $ka = 1,5$. Cette dernière est légèrement différente de la résonance dipolaire du champ interne et correspond au maximum d'amplitude du champ diffusé dipolaire. D'après l'analyse en section 2.6.2.2, nous nous attendons à voir une seule singularité apparaître à la résonance dipolaire. Toutefois, nous montrons ici qu'une singularité additionnelle s'établit dans l'objet lorsque le degré d'évanescence est très élevé.

La partie réelle, la partie imaginaire, le module et la phase du champ dans le plan (xz) sont représentés dans la figure 2.23. En régime harmonique, la partie imaginaire du champ est déphasée dans le temps d'un quart de période par rapport à la partie réelle. Le champ interne est d'abord représenté dans le cas d'une onde plane homogène incidente $\beta = 0$, puis pour une onde plane évanescente avec une valeur du degré d'évanescence faible $\beta = 0,2$, modérée $\beta = 0,6$, puis élevée $\beta = 0,8$. Lorsque $\beta = 0$, il n'y a aucun point de singularité de phase dans l'objet. Ensuite, pour $\beta = 0,2$ et $\beta = 0,6$, une seule singularité décentrée est présente à l'intérieur de l'objet, au croisement des lignes de zéros de la partie réelle et de la partie imaginaire du champ. Cette dernière se rapproche du centre lorsque β augmente. Nous remarquons de plus la présence d'une singularité dans le champ extérieur pour $\beta = 0,6$, qui se déplace à l'intérieur de l'objet lorsque le degré d'évanescence augmente jusqu'à $\beta = 0,8$. Ceci est dû au fait que le mode quadrupolaire contribue de plus en plus au champ interne à cette fréquence à mesure que β augmente (comme le montre la figure 2.22).

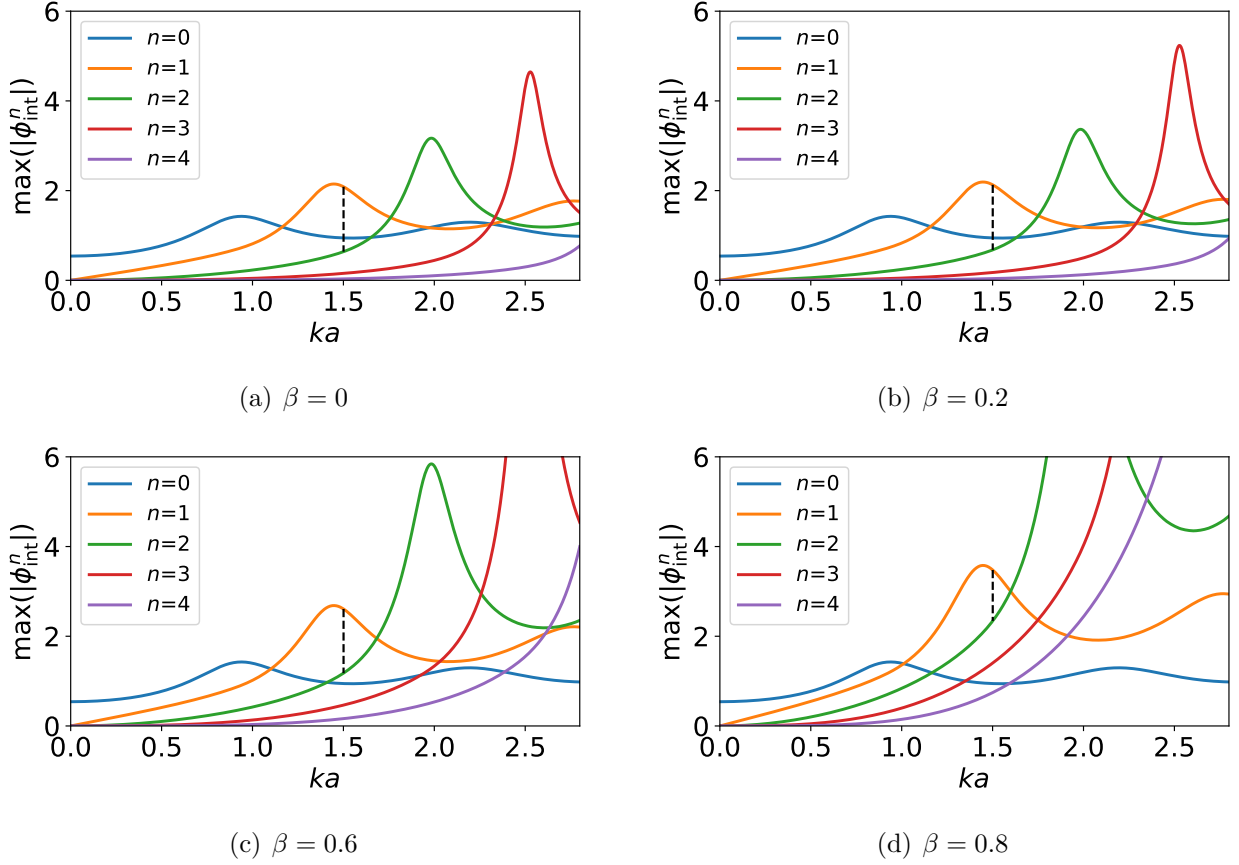


Figure 2.22. Valeurs maximales du module des premiers potentiels internes partiels $\tilde{\phi}_{\text{int}}^n$ dans une gouttelette d'huile fluorée en fonction de la fréquence réduite ka et pour différents degrés d'évanescence β .

En résumé, lorsque β est élevé, le nombre de lignes de zéro d'amplitude dans la partie réelle ou imaginaire du champ interne peut différer de l'ordre n du mode qui est excité à sa fréquence de résonance. Pour cette raison, des singularités additionnelles peuvent apparaître dans le champ interne.

Nous étendons ensuite l'analyse au champ dans les trois dimensions de l'espace.

2.6.3 Lieux d'existence des singularités de phase dans les trois dimensions

Dans la section précédente, nous nous sommes intéressés au champ de pression interne dans le plan (xz) centré sur l'objet afin de faciliter les explications et la représentation du champ. Nous avons observé l'apparition de singularités ponctuelles dans la phase. En réalité, les lieux de phase singulière sont des lignes dans l'espace tridimensionnel. Nous allons donc ensuite effectuer quelques représentations de ces lignes de singularité dans le champ complet.

Le champ interne total résulte de la superposition de plusieurs modes, donc la détermination analytique des lieux de singularité s'avère difficile. Cherchons tout d'abord l'équation associée à la ligne de singularité présente dans le champ de pression interne dipolaire isolé. Les coordonnées

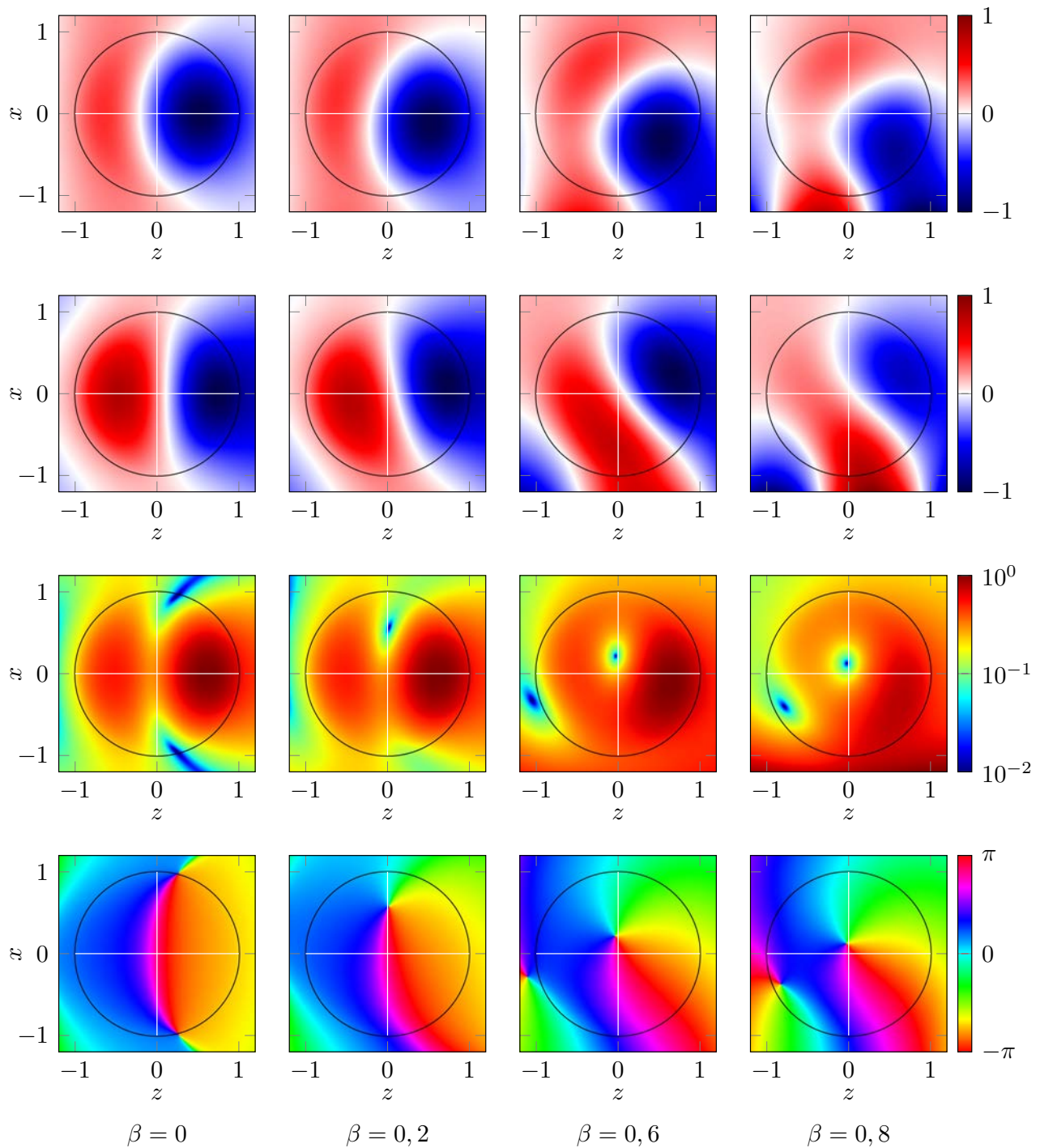


Figure 2.23. Champ de pression total dans le plan (xz) résultant de la diffusion par une gouttelette d'huile fluorée pour $ka = 1,5$ et pour différentes valeurs de β . Partie réelle (première ligne), partie imaginaire (deuxième ligne), module (troisième ligne), et phase (quatrième ligne) du champ. Tous les champs sont normalisés par leurs maximums d'amplitude respectifs. Les lignes blanches horizontales et verticales correspondent aux axes $z = 0$ et $x = 0$.

des points de phase singulière telles que l'amplitude du champ de pression interne dipolaire $p_{\text{int}}^{\text{dip}}$ est nulle sont, d'après la forme du potentiel interne dipolaire 2.46, solutions de l'équation suivante :

$$j_1(k_p r) \sqrt{\cos^2 \Theta + \beta^2 \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi} = 0. \quad (2.51)$$

Les points de l'espace vérifiant (2.51) sont tels que $r = 0$ ou $\Theta = \pm\pi/2$ et $\Phi = \pm\pi/2$. La singularité linéique du champ interne dipolaire isolé est donc positionnée sur l'axe y passant par le centre de l'objet. Dans le champ interne complet à sa résonance dipolaire, la singularité initialement décentrée à cause de la contribution de tous les modes se rapproche du centre de l'objet lorsque β augmente. La contribution du mode monopolaire, dont la structure est isotrope, est quant à elle à l'origine de la courbure des lignes de singularité.

Dans le cas de la diffusion par une gouttelette d'huile fluorée aux fréquences réduites $ka = 1,45$ et $ka = 2$, les lieux de singularité sont représentés dans la figure 2.24 pour différents degrés d'évanescence de l'onde incidente. Ces singularités sont repérées à partir de la recherche d'un ou de plusieurs points d'amplitude nulle dans des plans de coupe successifs (xz) du champ en effectuant une translation sur l'axe y . Sur la figure 2.24(b) pour $\beta = 0,2$, nous observons des lignes de singularité courbées qui sont continues à l'interface entre l'objet et le milieu extérieur. C'est également le cas dans les autres représentations mêmes si ces dernières ne permettent pas de s'en rendre vraiment compte. Pour de faibles valeurs du degré d'évanescence telles que $\beta = 0,2$, la courbure de ces lignes est très prononcée et les deux lignes apparaissant pour $ka = 2$ sont très espacées, notamment à l'extérieur de l'objet. Ensuite, lorsque β augmente, une seule onde circulaire domine donc les différentes lignes tendent à devenir droites et à se rapprocher du centre.

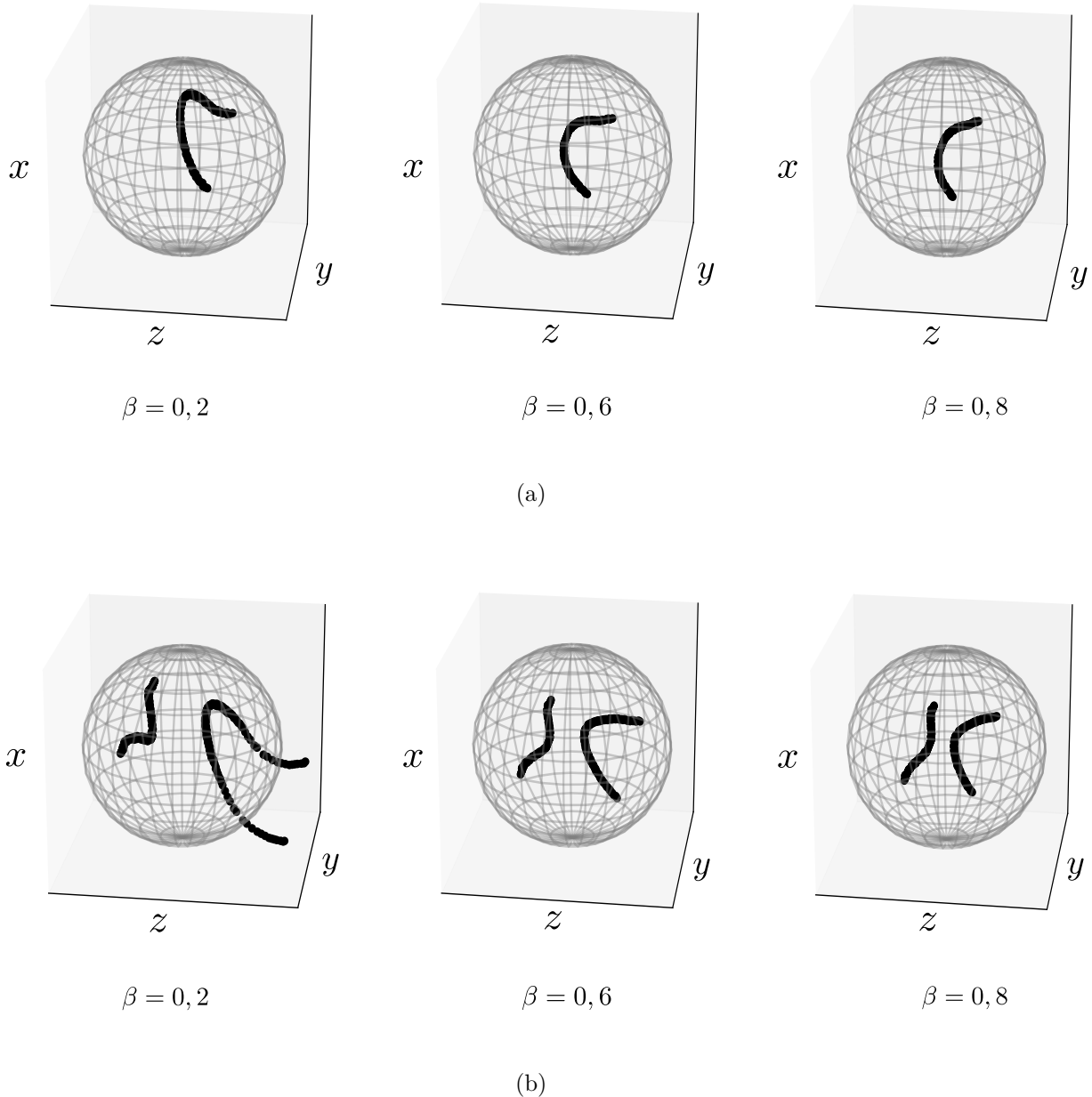


Figure 2.24. Lieux de singularités de phase dans le champ tridimensionnel résultant de la diffusion par une gouttelette d'huile fluorée en fonction du degré d'évanescence β et aux fréquences de résonance (a) dipolaire $ka = 1,45$ et (b) quadrupolaire $ka = 2$.

2.7 Synthèse et discussion

L'étude présentée dans ce chapitre a mis en évidence les principaux mécanismes physiques intervenant dans la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet petit ou de taille comparable à la longueur d'onde incidente.

Tout d'abord, nous avons développé les expressions analytiques des champs diffusé et interne en déterminant dans un premier temps l'expression des coefficients de forme associée à l'onde plane évanescente. Pour traiter ce problème en électromagnétisme, l'équipe de A. Y. Bekshaev a également proposé de considérer le problème de la diffusion d'une onde plane

homogène et d'effectuer ensuite une rotation du champ total résultant de la diffusion autour d'un angle à valeur complexe dans la base sphérique [32]. La méthode qui a été choisie dans ce chapitre permet quant à elle d'obtenir des expressions simples pour les modes de diffusion isolés, nous permettant de pouvoir analyser directement le champ résultant de la diffusion.

L'onde plane évanescente est caractérisée par un bi vecteur d'onde à valeur complexe, ce qui implique une trajectoire elliptique des particules du milieu au passage de cette onde. Cette caractéristique est importante pour comprendre la notion de densité de spin acoustique détaillée dans le chapitre 5. En conséquence, un premier résultat intéressant a été obtenu. Le dipole induit par la diffusion d'une onde plane évanescente n'est pas uniaxial comme dans le cas d'une excitation homogène, mais tourne en fonction du temps. Une onde circulaire est alors favorisée par rapport à celle se propageant angulairement en sens opposé, ce qui brise la symétrie du champ par rapport à la direction de l'onde incidente. Le champ diffusé présente alors une structure spiralée qui dans le régime de Rayleigh provient du mouvement elliptique du centre de masse de l'objet. Pour un objet de taille comparable à la longueur d'onde (régime de Mie), le champ diffusé a également une structure spiralée et cette dernière provient du rayonnement vers l'extérieur d'ondes internes se propageant autour d'une ou plusieurs lignes de singularité de phase. Lorsqu'un mode de diffusion domine très fortement le champ, le nombre de spirales dans les isophases du champ diffusé et le nombre de singularités à l'intérieur de l'objet est égal à l'ordre de ce mode. Ce nombre est de plus équivalent à la charge topologique du champ interne.

De manière à obtenir des informations quantitatives sur la diffusion d'une onde plane évanescente, les sections efficaces ont été redéfinies en tenant compte du gradient d'énergie incidente irradiant l'objet. La section efficace totale d'un objet excité par une onde plane évanescente s'avère souvent plus élevée que lorsque l'onde incidente est homogène. Cette dernière est augmentée grâce à l'excitation des modes azimutaux pour $m \neq 0$, non excités si cette onde est homogène. Lorsque le degré d'évanescence augmente, la contribution des spirales qui composent le champ diffusé est de plus en plus importante donc le rayonnement diffusé tend à être isotrope. Cette caractéristique pourrait être exploitée pour des applications d'imagerie acoustique par exemple [81]. En effet, les informations émanant d'un rayonnement omnidirectionnel d'un objet sont plus importantes que pour un rayonnement unidirectionnel, ce qui pourrait permettre de localiser cet objet avec plus de précision.

Les résultats obtenus dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication [82]. La mise en évidence expérimentale de ces derniers est ensuite exposée dans le chapitre 4.

Chapitre 3

Méthodes expérimentales pour la génération d'ondes planes évanescentes

Sommaire

3.1	Génération d'ondes planes évanescentes à partir de la transmission à travers une métasurface d'indice périodique	90
3.1.1	Description de la métasurface	91
3.1.1.1	Génération d'ondes planes évanescentes par diffraction	91
3.1.1.2	Choix des différents indices acoustiques et synthèse de la métasurface	91
3.1.2	Mesure du champ transmis à travers la métasurface	93
3.1.2.1	Mesure et analyse du champ de pression sur une ligne	93
3.1.2.2	Évolution de l'amplitude du champ de pression dans la direction normale à la métasurface	95
3.1.3	Bilan de la méthode	96
3.2	Génération d'une onde plane évanescente par réflexion sur-critique à l'interface entre deux fluides	97
3.2.1	Réflexion totale à une interface plane	97
3.2.2	Choix des fluides, description de la cuve utilisée, et modélisation du champ	99
3.2.2.1	Choix du fluide d'émission	99
3.2.2.2	Description de la cuve utilisée pour les expériences	100
3.2.2.3	Modélisation numérique de la génération d'une onde plane évanescente à partir d'une source de taille finie	101
3.2.3	Mesure de champs de pression évanescents	101
3.2.3.1	Signaux temporels à différentes distances de l'interface	101
3.2.3.2	Analyse d'un champ évanescent	104
3.2.3.3	Structure du champ évanescent en fonction de la fréquence	105
3.3	Synthèse et discussion	109

Ce chapitre expérimental est entièrement dédié à la génération de l'onde plane évanescente. Pour cela, nous présentons deux dispositifs mettant en œuvre la diffraction par un réseau de Bragg ainsi que la réfraction sur-critique à l'interface entre deux milieux fluides.

Dans un premier temps, une surface d'indice périodique a été conçue puis fabriquée dans le cadre de travaux antérieurs sur le développement de métasurfaces acoustiques. Ces derniers sont des matériaux artificiels d'épaisseur très fine devant la longueur d'onde du milieu environnant et possèdent des propriétés de réflexion et de réfraction non usuelles. Elles ont par exemple connu un essor important ces dernières années en optique et en acoustique pour le développement de dispositifs absorbants [83], ou encore pour le contrôle de la propagation d'ondes [84–87]. À partir de déphasages locaux imposés dans l'épaisseur de la surface, il est possible de contrôler les variations spatiales des ondes transmises dans le but d'engendrer n'importe quel type de front d'onde. Nous utilisons alors cette approche dans le but d'engendrer des ondes planes évanescentes possédant des variations spatiales supérieures à celles aux ondes de volume à la même fréquence, et dont l'amplitude décroît exponentiellement dans une direction orthogonale à la propagation.

Nous avons ensuite mis en place un système de réflexion totale à l'interface entre deux fluides non miscibles. Lorsque l'angle d'incidence du faisceau incident est supérieur à l'angle critique de réfraction, une onde plane évanescente est engendrée à l'interface avec un degré d'évanescence modulable. Nous verrons que cette méthode s'avère la plus simple en terme de mise en place et également la plus efficace dans le but d'obtenir un champ évanescent isolé.

3.1 Génération d'ondes planes évanescentes à partir de la transmission à travers une métasurface d'indice périodique

Depuis plusieurs années, l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M) travaille en collaboration avec le Centre de Recherche Paul Pascal (CRPP) et le Laboratoire du Futur (LOF) à Pessac sur la conception de métasurfaces réalisées à partir d'assemblages de matériaux mous à base de silicone poreux (en PDMS). Comme le montrent des travaux précédents, le taux de porosité de ces matériaux a une influence considérable sur la célérité des ondes longitudinales qui se propagent dans un tel milieu [88–90]. En assemblant des matériaux en PDMS de différentes porosités, mais de même épaisseur (bien plus petite que la longueur d'onde incidente), un profil de phase est imposé à l'onde qui est transmise à travers cette structure. La variation locale de la phase permet plus particulièrement de moduler la forme d'un front d'onde plan incident. Il est ainsi envisageable de reproduire de manière passive des phénomènes qui peuvent être obtenus par le biais de dispositifs électroniques actifs tels que la modulation à partir de barrettes multi-éléments ou l'utilisation de matériaux ayant une forme complexe. Ces métasurfaces sont ensuite déposées sur la surface active d'un transducteur plan immergé dans l'eau de manière à engendrer un front d'onde souhaité. Différentes métasurfaces ont été réalisées dans ce cadre

pour par exemple défléchir un faisceau incident d'un certain angle, focaliser ou encore engendrer des vortex acoustiques [91].

Dans cette optique, la génération d'ondes planes évanescentes à partir de la diffraction par un réseau de Bragg a été considérée. La périodicité structurale du réseau est ici une alternance de tranches de PDMS d'indices acoustiques différents et ayant la même épaisseur.

3.1.1 Description de la métasurface

3.1.1.1 Génération d'ondes planes évanescentes par diffraction

L'objectif est d'engendrer des ondes planes évanescentes ayant des variations spatiales dans la direction z de la périodicité de la métasurface avec une amplitude qui décroît exponentiellement dans la direction x normale (à la surface plane de l'émetteur). Le motif périodique formé par deux tranches successives d'indices acoustiques différents a une largeur notée Λ . La figure 3.1 montre la structure d'une telle métasurface.

La largeur du motif périodique est choisie telle que $\Lambda < \lambda$, où λ est la longueur d'onde dans l'eau. Le principe est de fixer les variations spatiales dans la direction z des ondes transmises à travers la métasurface à la largeur du motif périodique Λ . La relation de dispersion des ondes planes dans l'espace bidimensionnel considéré est écrite comme suit :

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = k_x^2 + k_z^2 = k^2. \quad (3.1)$$

Or, en imposant $k_z = \frac{2\pi}{\Lambda}$, le nombre d'onde k_x dans la direction x des ondes associées à kz et transmises à travers la métasurface a pour expression :

$$k_x = \sqrt{k^2 - \left(\pm \frac{2\pi}{\Lambda}\right)^2} = i\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\Lambda}\right)^2 - k^2}. \quad (3.2)$$

Puisque $\Lambda < \lambda$, le nombre d'onde k_x est imaginaire pur. Notons $k_x = i\kappa$, où $\kappa > 0$. Dans la direction z , l'amplitude des ondes transmises sera donc en théorie exponentiellement décroissante avec un taux de décroissance égal à κ , formant un champ évanescent. Dans ce cas, le degré d'évanescence (2.6) de ce champ a pour expression :

$$\beta = \frac{\kappa}{k_z} = \sqrt{1 - \left(\frac{\Lambda}{\lambda}\right)^2}. \quad (3.3)$$

3.1.1.2 Choix des différents indices acoustiques et synthèse de la métasurface

En pratique, la diffraction par un réseau engendre des ondes ayant des composantes spectrales spatiales correspondant à différents ordres de diffraction. Nous cherchons ici à maximiser l'amplitude des composantes spatiales du champ dans la direction z qui correspondent à la largeur du motif périodique Λ . Le déphasage entre les ondes transmises à travers chaque

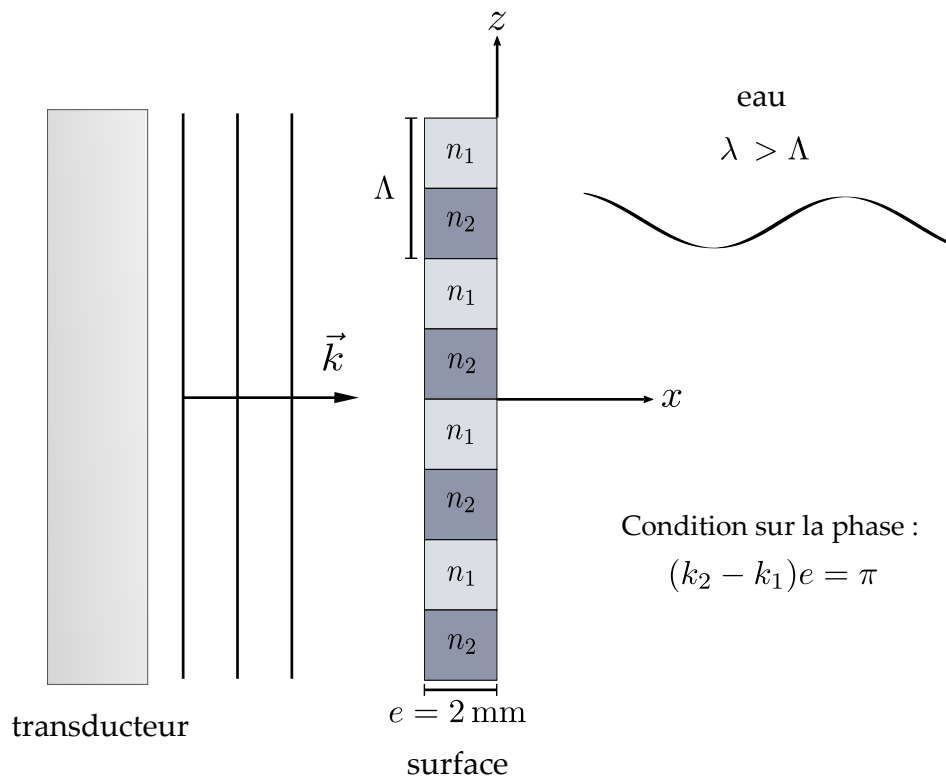


Figure 3.1. Schéma de principe de la génération d'ondes planes évanescentes à partir de la transmission à travers une métasurface d'indice périodique de motif $\Lambda < \lambda$. k_1, n_1 et k_2, n_2 sont respectivement les nombres d'onde et les indices acoustiques associés à chaque tranche. Une photographie d'une telle métasurface est présentée en annexe B.

tranche de PDMS doit donc être égal à π . De plus, les propriétés acoustiques des différentes tranches sont choisies dans le but de minimiser la diffraction d'ordre 0 qui engendre une onde se propageant dans la direction x normale à la surface plane de l'émetteur.

L'indice acoustique d'un matériau, noté n , est analogue à l'indice optique et est défini comme le rapport entre la célérité des ondes se propageant dans le milieu environnant de référence et celle dans le matériau :

$$n = \frac{c_{\text{ref}}}{c}. \quad (3.4)$$

La célérité dans le PDMS, et donc l'indice acoustique de ce matériau, est contrôlable en variant sa porosité. La figure B.1(a) en annexe B montre l'évolution de la célérité des ondes longitudinales en fonction de la porosité pour le PDMS utilisé. Les taux de porosité de deux tranches de PDMS successives sont alors choisis de manière à favoriser la génération d'ondes possédant des variations spatiales de largeur Λ dans la direction z . Les propriétés du PDMS poreux ainsi que la conception plus détaillée de la métasurface sont présentées en annexe B. Après synthèse, les tranches de PDMS de porosités différentes sont assemblées entre elles à partir d'un processus de polymérisation pour former la métasurface¹. Les procédés de fabrication sont décrits dans [92,93].

La fabrication et l'assemblage des différentes tranches de PDMS étant effectué manuellement, le motif périodique a ici une largeur limitée à environ 6 millimètres, soit 3 millimètres de largeur pour chaque tranche. Dans cette partie, nous présentons les caractéristiques d'un champ engendré à partir d'une métasurface de motif périodique $\Lambda = 8$ mm. Dans la perspective d'engendrer des ondes planes évanescentes avec un degré d'évanescence suffisant ($\beta > 0,5$), la longueur d'onde des ondes de volume se propageant dans l'eau doit être d'environ 10 mm d'après (3.3). Pour cette raison, un transducteur piézoélectrique de fréquence centrale $f_0 = 150$ kHz a été utilisé pour les expériences présentées dans cette section. Ce dernier est immergé dans une cuve remplie d'eau, de longueur 100 cm, de largeur 40 cm et de hauteur 40 cm. L'épaisseur de la métasurface, $e = 2$ mm, a été réduite au maximum en tenant compte des contraintes de fabrication, ici nous avons $e \approx \lambda/5$. De plus, sa largeur et sa hauteur sont choisies de manière à ce qu'elle recouvre entièrement la surface active du transducteur (150×40 mm). Une photographie de cette dernière est présentée dans la figure B.2.

3.1.2 Mesure du champ transmis à travers la métasurface

Nous présentons dans cette section différentes mesures dans l'eau de champs acoustiques transmis à travers la métasurface.

3.1.2.1 Mesure et analyse du champ de pression sur une ligne

À partir d'un même signal incident composé de plusieurs cycles de fréquence centrale $f_0 = 150$ kHz, des champs ont été engendrés sans et avec la métasurface d'indice périodique

1. Les différentes métasurfaces ont été fabriquées par R. Kumar au Centre de Recherche Paul Pascal.

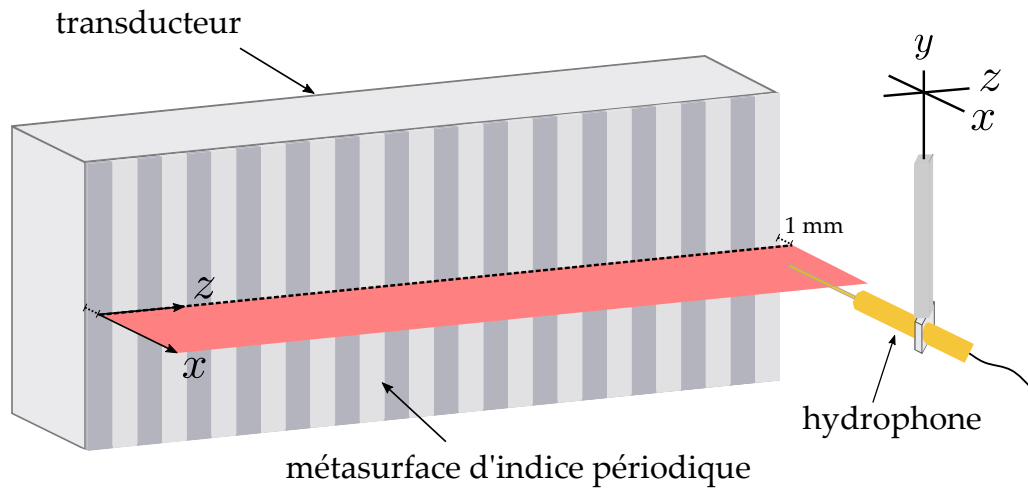


Figure 3.2. Représentation de la zone de mesure du champ de pression située dans le plan médian de la métasurface. La ligne en pointillés représente une première mesure du champ dans une seule direction. L'aire en rouge correspond à une deuxième mesure du champ dans les deux dimensions.

placée sur la surface du transducteur. Nous mesurons tout d'abord ces derniers sur une ligne du plan médian de la surface du transducteur dans la direction z à une distance approximative de 1 mm de cette dernière. Ce premier balayage est représenté par la ligne en pointillés dans la figure 3.2. Le capteur utilisé pour mesurer la pression acoustique est un hydrophone aiguille présenté dans la section 1.2.4.

Dans le but de rechercher les composantes évanescentes du champ, une transformée de Fourier en temps puis en espace est appliquée à ce champ afin de discerner ses différentes composantes spatiales à une fréquence donnée. La figure 3.3 montre la partie réelle de de la transformée de Fourier en temps à la fréquence $f = 145$ kHz ainsi que le spectre en fréquences spatiales ν_z correspondant. La fréquence f choisie est celle pour laquelle l'amplitude des composantes de fréquence spatiale $\nu_z = \pm 1/\Lambda$ est la plus élevée. Nous comparons ensuite les signaux enregistrés lorsque la métasurface est utilisée avec ceux émis par le transducteur seul.

En analysant le spectre spatial du signal transmis à travers la métasurface, nous remarquons que le champ correspondant contient de nombreuses composantes dans le domaine des fréquences spatiales, et trois contributions majeures sont identifiables. Deux pics sont situés aux fréquences spatiales $\nu_z = -1/\Lambda$ et $1/\Lambda$ dans la zone évanescente $|\nu| > \nu_0$, avec $\nu_0 = f/c$ la fréquence spatiale de l'onde homogène équivalente. Cependant, un troisième pic plus important est situé au niveau de la composante continue en $\nu_z = 0 \text{ mm}^{-1}$. Du fait de la différence d'impédance dans les deux tranches successives de la métasurface (voir B.1(b)), les ondes engendrées après transmission dans ces tranches n'ont pas la même amplitude. Cette différence d'amplitude est alors à l'origine de ce pic dominant. Lorsque la métasurface est utilisée, le champ possède des variations spatiales dans la direction z plus importantes que dans le cas de référence. Ces dernières ont une longueur qui correspond à celle du motif périodique Λ , mais ne sont pas significatives dans le champ total. Nous remarquons également que l'amplitude des signaux est bien plus faible lorsque la

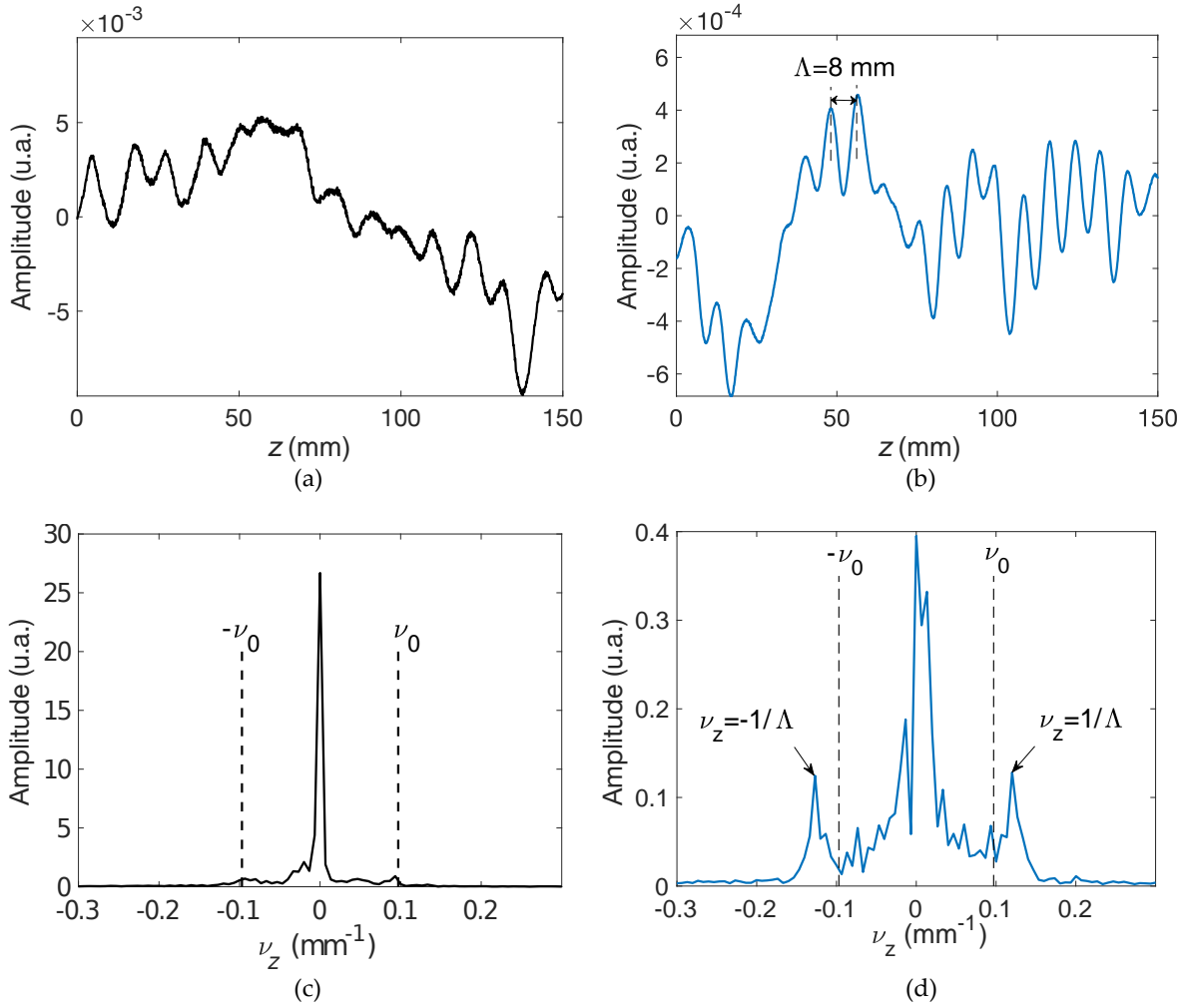


Figure 3.3. Quantités spatiales et spectrales relatives à différents champs mesurés. Pour plus de lisibilité, les tracés en noir correspondent au cas de référence sans métasurface et ceux en bleu correspondent au cas où la métasurface est déposée sur la surface du transducteur. Partie réelle de la transformée de Fourier du champ mesuré (a) sans et (b) avec la métasurface pour $f = 145$ kHz en fonction de z . (c) et (d) Spectres spatiaux respectifs de ces mêmes champs à la fréquence $f = 145$ kHz. $\nu_0 = f/c$ est la fréquence spatiale de l'onde homogène équivalente et Λ est la largeur du motif périodique de la métasurface.

métasurface est utilisée à cause du rapport très faible entre l'impédance du silicone poreux de la métasurface et celle de l'eau. En effet, nous avons ici $Z_{\text{metasurface}}/Z_{\text{eau}} \approx 0,3$.

3.1.2.2 Évolution de l'amplitude du champ de pression dans la direction normale à la métasurface

Nous effectuons ensuite une deuxième mesure du champ de pression dans le plan (xz) dans le but d'analyser l'évolution de l'amplitude des composantes évanescentes dans la direction x normale à la métasurface à partir d'une distance de 1 mm de cette dernière. La figure 3.4 montre l'évolution du module du champ ainsi que de son logarithme népérien aux fréquences spatiales $\nu_z = -1/\Lambda$ et $\nu_z = 1/\Lambda$ dans la direction x sur une distance de 5 mm. Comme attendu, l'amplitude du champ à ces fréquences spatiales décroît de manière exponentielle. De plus,

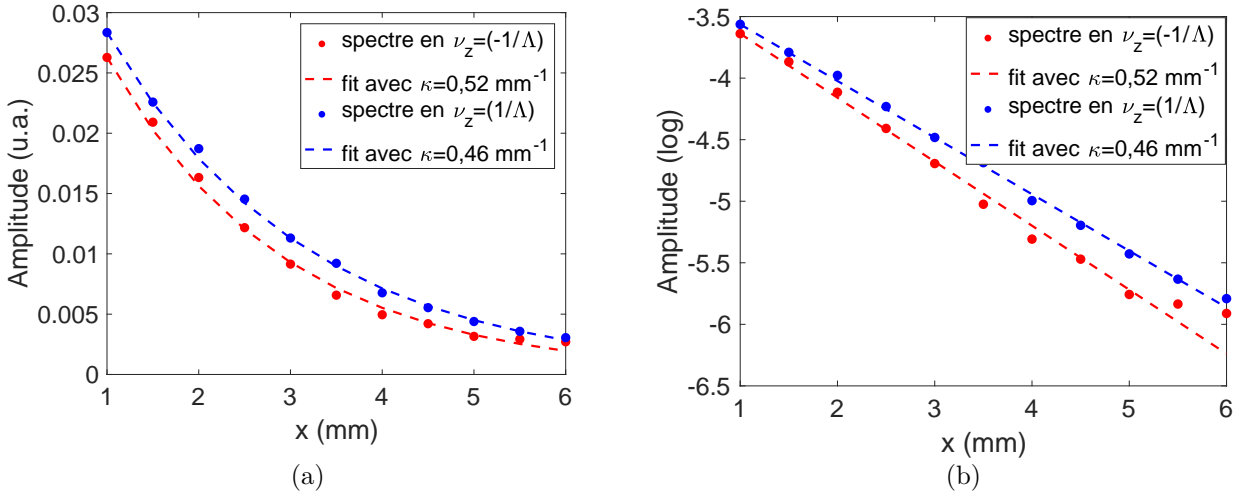


Figure 3.4. Evolution de l'amplitude des composantes spectrales spatiales $\nu_z = -1/\Lambda$ et $1/\Lambda$ dans la direction x à la fréquence $f = 145$ kHz. (a) Module et (b) logarithme népérien du module. Le champ est mesuré à partir d'une distance de 1 mm de la métasurface.

les valeurs des taux de décroissance exponentielle en amplitude obtenues par une régression linéaire sur l'évolution du logarithme népérien du module sont très proches de celle prédites par l'expression (3.2), donnant de manière théorique $\kappa = 2\pi\sqrt{\Lambda^{-2} - \lambda^{-2}} = 0,49 \text{ mm}^{-1}$.

3.1.3 Bilan de la méthode

L'utilisation d'une métasurface présentant une alternance d'indices acoustiques engendre un couple de deux ondes planes évanescentes contra-propagatives et dont la superposition forme un système d'ondes stationnaires le long de la direction de la périodicité. Nous avons réussi à ce que la fréquence spatiale de ces ondes corresponde à la largeur du motif périodique de la métasurface. De plus, leur taux de décroissance en amplitude dans la direction normale est très proche de celui prédit de manière théorique. Cependant, du fait de la différence d'impédance entre deux couches successives, une onde de volume qui correspond à l'ordre 0 de diffraction est engendrée et domine de manière importante le champ évanescent. Comme le champ de pression est dominé par des ondes homogènes d'amplitudes plus importantes, la visualisation du champ évanescent est difficile. De plus, les longueurs d'onde mises en jeu sont ici de l'ordre de la dizaine de millimètres du fait de la limitation de la largeur du motif périodique aux contraintes de fabrication. Or, dans la perspective d'étudier la diffusion par une gouttelette par exemple, il est préférable que cette gouttelette soit de taille millimétrique pour qu'elle garde une forme bien sphérique. De part ses contraintes pratiques, ce dispositif n'est pas adéquat pour l'étude expérimentale de la diffusion d'une onde plane évanescente isolée par des objets de petite taille. Néanmoins, la possibilité d'engendrer des ondes aux variations spatiales plus élevées que celles qui sont homogènes pourrait être intéressante pour les applications en imagerie [10, 11].

Nous proposons par la suite un deuxième dispositif plus adapté à notre étude.

3.2 Génération d'une onde plane évanescente par réflexion sur-critique à l'interface entre deux fluides

Dans cette section, nous présentons un dispositif de génération d'ondes planes évanescentes à partir de la réflexion totale d'un faisceau plan à l'interface entre deux fluides immiscibles. Le dispositif d'émission et d'acquisition sont ici les mêmes que ceux présentés dans la section 1.2.4. Le choix d'utiliser un deuxième fluide pour générer des ondes planes évanescentes, à l'interface avec l'eau ou le gel de carbopol, a été établi dans l'objectif d'avoir un système le plus simple possible, et sans conversion d'ondes. Cette association permet également d'avoir une interface parfaitement plane et donc d'éviter des perturbations liées à la diffraction sur de possibles rugosités. De plus, le transducteur utilisé est adapté pour la génération en immersion dans un fluide, donc l'amplitude des ondes incidentes sera plus élevée que si ce dernier était au contact d'un solide. Toutes ces caractéristiques permettent d'entrevoir la possibilité d'engendrer une onde plane évanescente à l'interface entre les deux fluides qui est la plus isolée possible.

3.2.1 Réflexion totale à une interface plane

Établissons tout d'abord les conditions de réflexion totale d'une onde plane incidente à l'interface entre deux fluides parfaits. Les milieux supérieur et inférieur fluides sont indicés respectivement par (0) et (1). Les ondes sont émises à partir d'une source placée dans le milieu (1). L'angle critique de réflexion θ_{critic} est l'angle d'incidence à partir duquel l'angle de transmission est égal à $\pi/2$. D'après la loi de Snell-Descartes, nous avons :

$$\theta_{\text{critic}} = \arcsin\left(\frac{c_1}{c_0}\right), \quad (3.5)$$

où c_0 et c_1 sont les célérités des ondes longitudinales se propagent dans les milieux (0) et (1). Notons également \mathbf{k}_0 et \mathbf{k}_1 les vecteurs d'ondes des ondes planes se propageant dans ces deux milieux. La condition de réflexion totale du faisceau n'est donc possible uniquement que si le milieu (1) à partir duquel les ondes sont émises depuis la source possèdent une célérité plus faible que la célérité dans le milieu (0) de transmission. Lorsque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique de réflexion, une onde plane évanescente est engendrée dans le milieu (0). Elle se propage dans la direction z de l'interface et décroît exponentiellement en amplitude dans la direction x normale à cette interface.

La figure 3.5 représente les vecteurs d'ondes correspondant à l'onde incidente, l'onde réfléchi et l'onde transmise à l'interface entre deux fluides, ainsi que les différents paramètres acoustiques. Les angles ϑ_{inc} , $\vartheta_{\text{R}} = -\vartheta_{\text{inc}}$ et $\vartheta_{\text{T}} = \pi/2$ sont les angles par rapport à la normale à l'interface de ces mêmes vecteurs d'onde.

Les composantes horizontale et verticale du vecteur d'onde \mathbf{k}_0 de l'onde plane évanescente engendrée dans le milieu (0) s'expriment à partir de la loi de Snell-Descartes et de la relation de

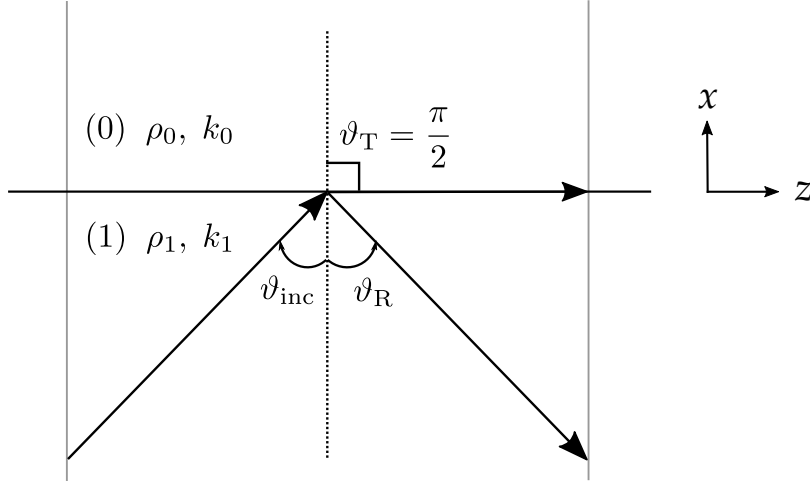


Figure 3.5. Principe de la réflexion totale d'une onde acoustique plane à l'interface entre deux fluides parfaits. ρ_0, k_0 et ρ_1, k_1 sont les masses volumiques et les nombres d'ondes respectifs associés aux milieux (0) et (1). $\vartheta_{inc}, \vartheta_R$ et ϑ_T sont les angles par rapport à la normale à l'interface des vecteurs d'onde incident, réfléchi et transmis.

dispersion (2.5) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} k_{0z} &= k_1 \sin \vartheta_{inc}, \\ k_{0x} &= i\sqrt{k_{0z}^2 - k_0^2}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Le degré d'évanescence β de cette onde s'exprime donc en fonction de l'angle ϑ comme suit :

$$\beta = \frac{\text{Im}[k_{0x}]}{\text{Re}[k_{0z}]} = \sqrt{1 - \frac{c_1^2}{c_0^2 \sin^2 \vartheta_{inc}}}. \quad (3.7)$$

En fixant la valeur de β , l'angle d'incidence est déterminé grâce à la relation suivante :

$$\vartheta_{inc} = \arcsin \left(\frac{c_1}{c_0 \sqrt{1 - \beta^2}} \right). \quad (3.8)$$

Les coefficients R de réflexion et T de transmission en pression à l'interface sont définis de la manière suivante :

$$\begin{aligned} R &= \frac{p_R}{p_{inc}}, \\ T &= \frac{p_T}{p_{inc}}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

où p_R et p_T sont les pressions réfléchi et transmise à l'interface. Les continuités de la pression

et de la vitesse normale à cet interface s'expriment à partir des équations suivantes :

$$\begin{aligned} 1 + R &= T, \\ \frac{s_x^{\text{inc}}}{\rho_1} + R \frac{s_x^{\text{R}}}{\rho_1} &= T \frac{s_x^{\text{T}}}{\rho_0}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

où ρ_0 et ρ_1 sont les masses volumiques des différents milieux. $s_x^{\text{inc}} = k_{1x}/\omega$, $s_x^{\text{R}} = -s_x^{\text{inc}}$, et $s_x^{\text{T}} = k_{0x}/\omega$ sont les lenteurs respectives des ondes incidente, réfléchi et transmise dans la direction x de la normale à l'interface. En regroupant ces deux équations sous format matriciel, nous obtenons le système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -\frac{s_x^{\text{R}}}{\rho_1} & \frac{s_x^{\text{T}}}{\rho_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{s_x^{\text{inc}}}{\rho_1} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

La résolution de ce système permet ensuite de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission en pression (3.9).

3.2.2 Choix des fluides, description de la cuve utilisée, et modélisation du champ

3.2.2.1 Choix du fluide d'émission

L'objectif est d'abord d'engendrer une onde plane évanescente dans l'eau, puis dans du gel de carbopol pour les expériences de diffusion comme présenté à la section 1.2.1. Dans cette section, nous discutons des différentes contraintes à respecter quant au choix du fluide (1) d'émission.

Premièrement, le liquide à partir duquel sont émises les ondes doit être complètement immiscible avec l'eau. De plus, pour que la condition de réflexion sur-critique soit possible, le milieu d'incidence doit avoir une célérité plus faible que celui de transmission comme discuté précédemment. Ce dernier doit également avoir une masse volumique plus importante que l'eau ou le gel de carbopol, milieux qui seront situés au-dessus de l'interface. De manière optimale, l'impédance du fluide inférieur doit être la plus proche possible de celle de l'eau pour deux raisons. Premièrement, l'amplitude de l'onde plane évanescente engendrée sera maximisée si le rapport d'impédance est proche de l'unité. De plus, le transducteur utilisé est adapté en impédance pour la génération dans l'eau. Pour la même raison, une amplitude la plus élevée possible des signaux émis est souhaitée afin de maximiser le ratio signal sur bruit.

Les caractéristiques de plusieurs liquides commerciaux ont été comparées et l'huile fluorée FC40 possède des propriétés adéquates pour ce système. En effet, cette huile atténue très peu les ondes qui s'y propagent et elle a une impédance très proche de celle de l'eau, le rapport des impédances étant $Z_1/Z_0 = 0,8$. Elle possède également l'avantage de ne pas être volatile, ni de dégrader par réaction chimique la lame adaptatrice d'impédance du transducteur ou encore

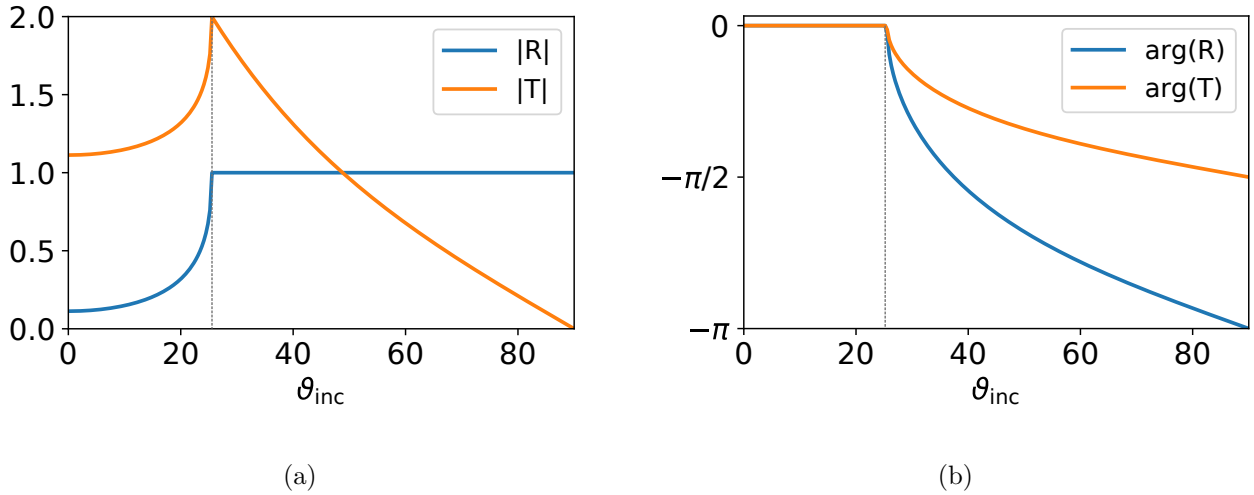


Figure 3.6. (a) Module et (b) phase des coefficients de réflexion et de transmission en pression pour une interface huile fluorée / eau.

les différentes surfaces de la cuve. Il s'agit donc d'un système stable pouvant rester en place pendant plusieurs mois sans que les matériaux ne se détériorent. La combinaison de fluides choisie est très similaire à celle de [81, 94]. Dans ces travaux, les auteurs ont utilisé une mixture de PDMS avec un hydrofluoroether possédant des propriétés proches de celles de l'huile fluorée, ayant l'avantage d'être moins coûteuse que l'hydrofluoroether seul. Appliquées à la recherche de sédiments dans le secteur naval, les expériences qui y sont décrites ont été effectuées pour des fréquences inférieures à 100 kHz. Dans notre cas, l'objectif est d'étudier la diffusion par des objets millimétriques, donc les fréquences d'intérêt sont ici de l'ordre de 1 MHz. Les ondes planes évanescentes ont donc une longueur de pénétration dans le milieu de transmission plus faible, et la différence réside également dans le dispositif de mesure.

La figure 3.6 montre le module et la phase des coefficients de réflexion et de transmission en pression pour la configuration choisie. L'angle critique est ici $\vartheta_{\text{crit}} = 25,3^\circ$. Lorsque ce dernier est atteint, le niveau de pression dans le milieu (0) au niveau de l'interface est égal au double du niveau de pression incident. Ce dernier chute ensuite lorsque l'angle d'incidence augmente.

3.2.2.2 Description de la cuve utilisée pour les expériences

La cuve utilisée pour les expériences de génération d'ondes planes évanescentes ainsi que celles présentées dans le chapitre 4 est constituée d'une plaque en inox pliée ainsi que de parois en polycarbonate. La figure 3.7(a) présente un modèle de cette cuve. La plaque en inox possède une ouverture rectangulaire adaptée aux dimensions du transducteur utilisé. Ce dernier y est inséré pour que sa surface active soit totalement immergée dans l'huile fluorée. L'étanchéité est quant à elle assurée à l'aide d'un joint torique compressé au niveau d'une plaque soutenant le transducteur. De plus, la partie inclinée de la plaque en inox a un angle par rapport à la partie horizontale qui est proche de l'angle critique de réfraction. Il est également possible d'ajuster l'angle d'incidence en faisant varier la hauteur du pied représenté à gauche sur les figures 3.7(a)

ou 3.7(b). La rotation de la cuve est réalisée à partir de pivots présents au niveau des deux pieds. L'interface reste quant à elle parfaitement horizontale grâce à l'effet de la pesanteur. Les dimensions de cette cuve sont largement supérieures aux longueurs d'onde d'intérêt pour que le processus de diffusion ne soit pas perturbé par les ondes réfléchies sur les parois.

3.2.2.3 Modélisation numérique de la génération d'une onde plane évanescente à partir d'une source de taille finie

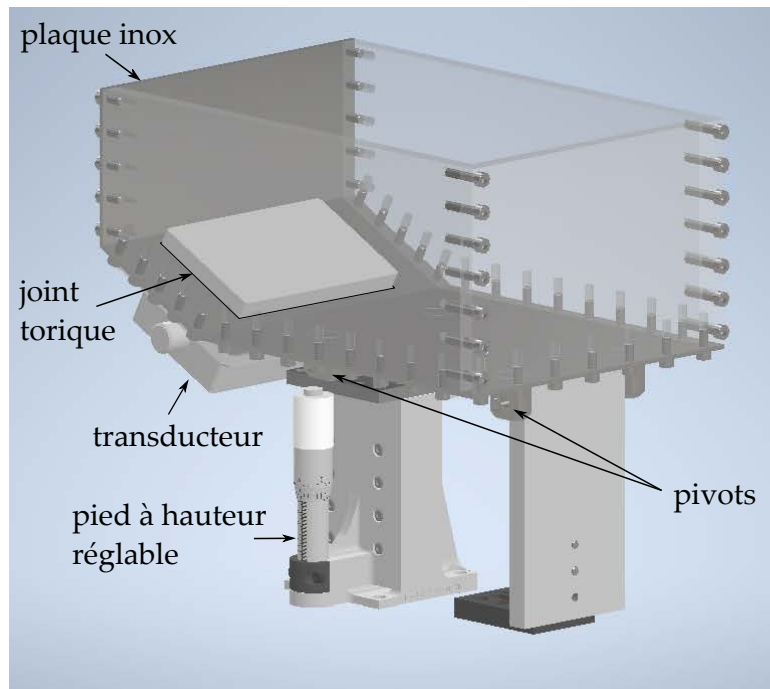
Dans la perspective d'anticiper les différents effets indésirables pouvant avoir lieu à cause de la taille finie de la source, une modélisation du champ de pression engendré par le système décrit précédemment est réalisée à l'aide du logiciel de calcul aux éléments finis Comsol®. La figure 3.8 présente le champ de pression émis avec une incidence sur-critique ainsi que le champ évanescent engendré à l'interface à différents instants. Premièrement, le champ évanescent possède une structure parfaite avec des lignes d'isophasse bien verticales et l'énergie qui pénètre dans le milieu supérieur est assez importante sur une distance d'environ 1 millimètre (la longueur d'onde des ondes de volume dans l'huile est de 0,64 mm, et celle dans l'eau est de 1,5 millimètres avec $f = 1$ MHz). Cependant, nous observons aussi que la diffraction aux bords de l'émetteur engendre des ondes sphériques se propageant dans toutes les directions et qui sont transmises dans l'eau à partir d'angles situés en dessous de l'angle critique. En conséquence, des ondes de volume homogènes s'ajoutent au champ mais ont une faible amplitude. De plus, lorsque le champ évanescent est situé dans l'axe de l'émetteur (flèche en rouge dans la première figure), des interférences avec les ondes diffractées aux bords de l'émetteur ont lieu (figure(c)). Ces interférences sont cependant moins importantes dans une zone située à quelques millimètres à droite de l'axe (figure (d)). En effet, les ondes planes évanescentes sont plus lentes que les ondes de volumes homogènes. Lors de la mesure de la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet, il sera donc préférable de placer cet objet dans cette même zone. De plus, notons qu'ici la fonction d'émission spatiale pour le champ de vitesse normal imposé sur la surface de l'émetteur est une fonction de Heaviside. Dans la pratique, le champ émis est apodisé, donc les effets de faisceau borné devraient être moins importants.

3.2.3 Mesure de champs de pression évanescents

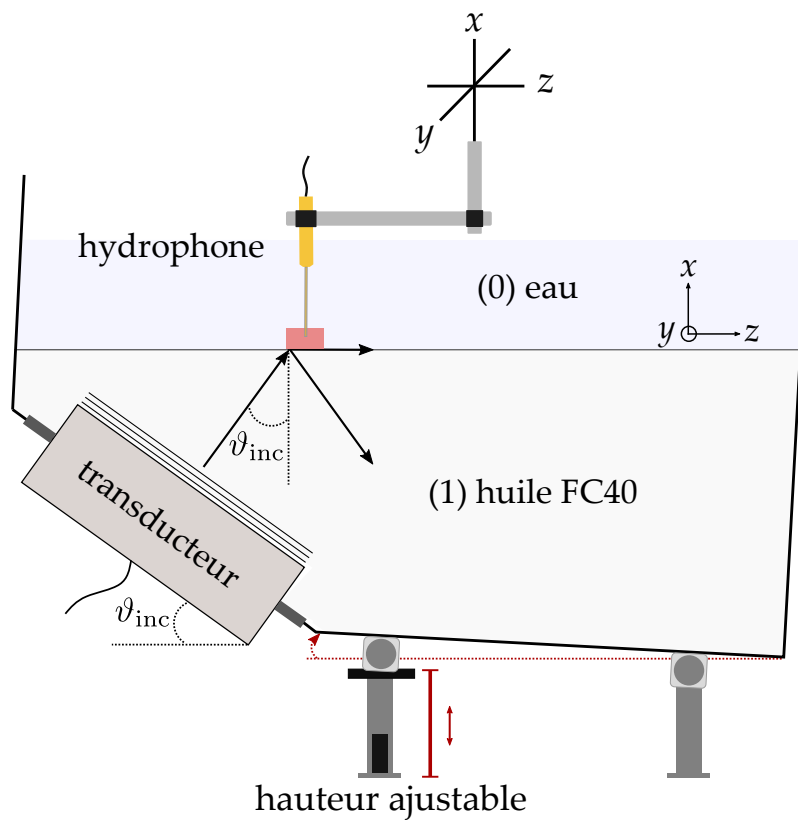
Nous présentons dans cette section des cartographies de champs de pression évanescents engendrés et mesurés dans l'eau à partir du dispositif décrit précédemment. L'angle d'incidence est dans un premier temps fixé à l'aide d'un inclinomètre numérique de précision $0,1^\circ$ afin d'imposer le degré d'évanescence de l'onde engendrée à l'interface entre l'huile fluorée et l'eau.

3.2.3.1 Signaux temporels à différentes distances de l'interface

Une onde plane évanescente est engendrée à partir de la réflexion à l'interface d'un paquet d'ondes composé de 5 cycles de fréquence centrale $f_0 = 1$ MHz. Le champ de pression dans l'eau est dans un premier temps mesuré à l'aide de l'hydrophone aiguille dans le plan (xz)



(a)



(b)

Figure 3.7. (a) Modèle 3D de la cuve et (b) schéma du dispositif expérimental pour la génération et la mesure d'un champ de pression évanescent. Le transducteur est immergé dans l'huile fluorée (fluide lent) et orienté au delà de l'angle critique de réfraction. L'angle d'incidence est ajustable en faisant varier la hauteur du pied à gauche. Le champ de pression est ensuite mesuré près de l'interface entre l'eau et l'huile fluorée avec un hydrophone.

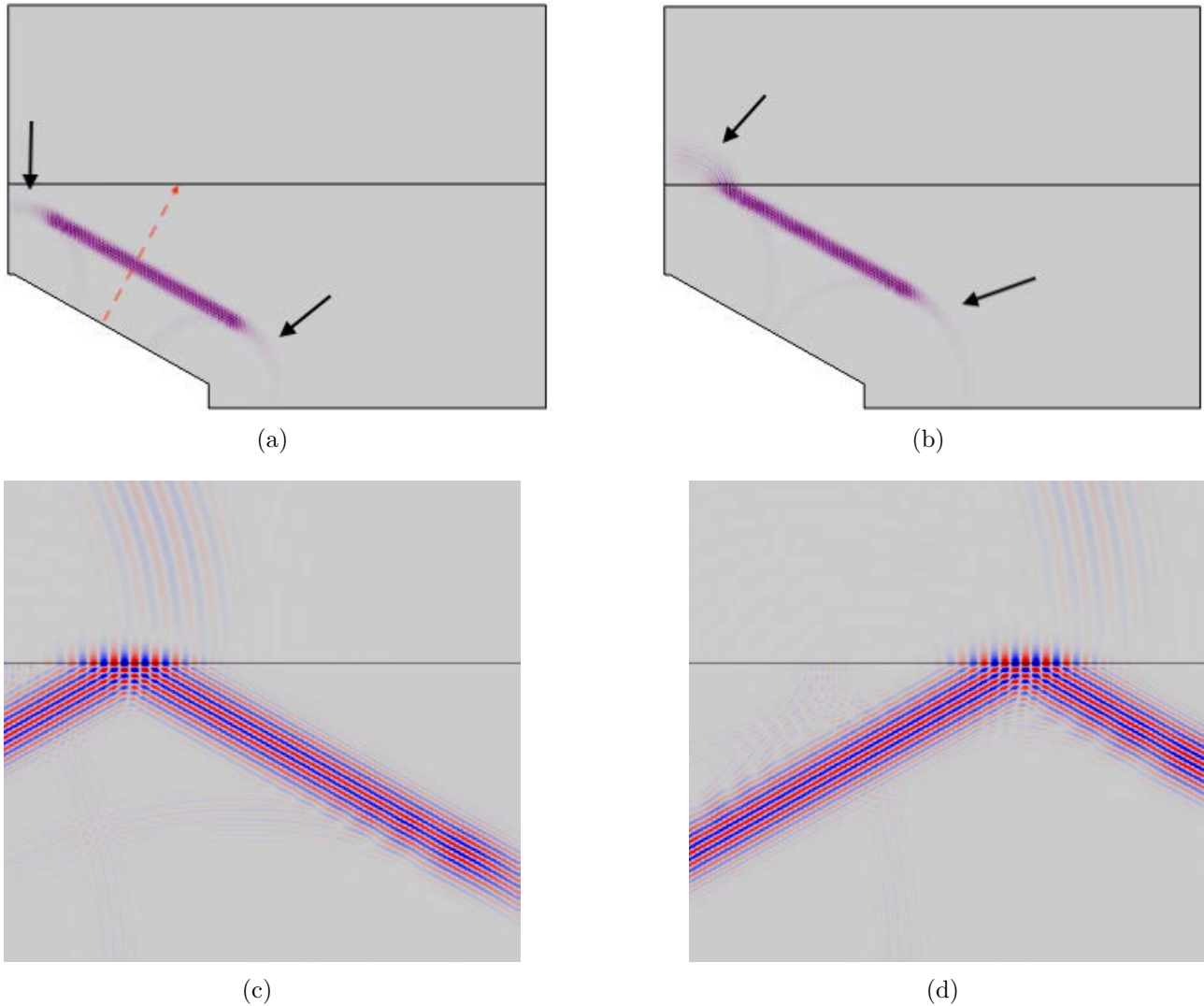


Figure 3.8. Modélisation de la réfraction sur-critique à une interface d'un faisceau plan composé de plusieurs cycles. Les images représentent le champ de pression modélisé à partir du logiciel Comsol® à deux instants différents. Nous souhaitons étudier seulement la transmission des ondes issues de la source dans le milieu supérieur donc des conditions de non-réflexion aux bords des parois ont été ajoutées. (a)-(b) Champ de pression à plusieurs instants après l'émission. (c)-(d) Zooms à différents instants sur la réflexion totale de l'onde incidente à l'interface, engendrant une onde plane évanescente dans le milieu supérieur qui se propage le long de cette interface. Nous observons également des ondes sphériques provenant de la diffraction aux bords de la source, identifiées par des flèches noires dans (a) et (b), et qui donnent lieu à des ondes de volume lorsqu'elles sont transmises dans le milieu supérieur. En (c) l'onde plane évanescente est située au niveau de l'axe du transducteur (flèche en rouge pointillé dans (a)). Entre (c) et (d), cette dernière s'est propagée sur une distance de 13 mm vers la droite.

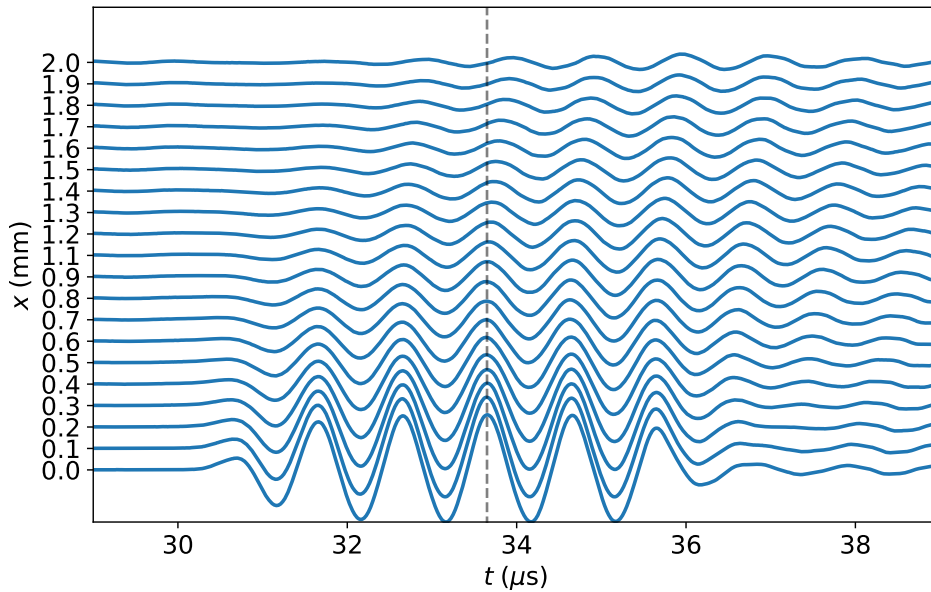


Figure 3.9. Signaux temporels mesurés à différentes altitudes dans la direction verticale x . La ligne verticale en pointillés permet d'apprécier la position des signaux les uns par rapport aux autres. Ces derniers sont en phase jusqu'à $x = 1,1$ mm, puis sont peu à peu déphasés à cause des interférences avec les ondes provenant de la diffraction aux bords de l'émetteur.

à une distance d'environ 0,2 mm de l'interface, et sur une profondeur de 2 mm. La figure 3.9 représente tout d'abord les signaux temporels enregistrés dans une direction verticale à l'interface. L'amplitude des signaux décroît comme attendu lorsque la distance à l'interface augmente et ces derniers sont en phase jusqu'à environ $x = 1,1$ mm. Ces derniers sont peu à peu déphasés pour $x > 1,1$ mm à cause de contributions supplémentaires dans le champ. En effet, au delà de cette distance, des ondes de volume provenant des effets de faisceau borné interfèrent de manière significative avec l'onde plane évanescente comme discuté dans la section 3.2.2.3.

3.2.3.2 Analyse d'un champ évanescent

Nous effectuons ensuite une cartographie spatiale du champ de pression évanescent à un temps donné. La région scannée est décalée à droite de l'axe du transducteur comme indiqué par la zone en rouge clair dans la figure 3.7(b). Comme discuté précédemment, les ondes engendrées dans cette zone interfèrent moins avec celles provenant de la diffraction aux bords du transducteur. Une transformée de Hilbert est ensuite appliquée à tous les signaux enregistrés afin d'extraire l'amplitude et la phase instantanées du champ de pression.

La figure 3.10(a) représente tout d'abord le champ de pression cartographié à un certain instant. Les figures 3.10(b) et 3.10(c) montrent ensuite son module et sa phase instantanés. Le champ évanescent est ici bien défini et domine le champ total. Ce dernier se propage dans la direction de l'interface z et décroît en amplitude dans la direction orthogonale x . Comme observé également dans la figure 3.9, les fronts de phase sont plans jusqu'à environ $x = 1,1$ mm dans la direction verticale, puis les ondes homogènes provenant de la diffraction aux bords de

l'émetteur interfèrent ensuite avec le champ évanescent. Comme le montre la figure 3.10(b), le champ évanescent est bien structuré jusqu'à une distance correspondant à environ un dixième de l'amplitude au niveau de l'interface. De plus, nous remarquons la présence d'une singularité dans la phase, point où l'amplitude du champ s'annule, au point de coordonnées $z = -1$ mm et $x = 1,5$ mm. Cette dernière provient de l'interférence destructive entre l'onde plane évanescente et des ondes diffractées par la source. Cette apparition de singularité est similaire à celle observée dans [81, 94]. La présence de points singuliers provenant d'interférences dans le champ a également été observé lorsqu'une onde plane évanescente est engendrée à partir d'une onde de flexion subsonique se propageant dans une plaque partiellement immergée [95].

Comme introduit dans la section 2.1, le champ de pression évanescent s'écrit de la manière suivante :

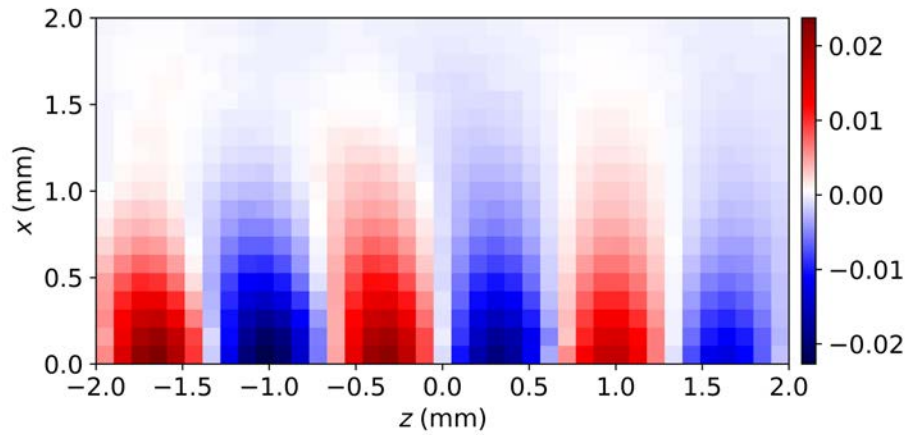
$$\tilde{p}(x, z) = p_0 e^{ik_z z - \kappa x}, \quad (3.12)$$

avec k_z le nombre d'onde de propagation dans la direction z , κ le taux de décroissance en amplitude dans la direction x , et p_0 un terme d'amplitude. La figure 3.11 montre l'évolution de l'amplitude du champ de pression mesuré dans la direction verticale à l'interface et à la position $z = 1$ mm. Nous observons que la décroissance en amplitude du champ est parfaitement exponentielle. Elle peut être approchée à partir d'une régression linéaire sur l'évolution du logarithme népérien du module. Pour la régression, nous avons pris en compte ici les valeurs de la pression à partir du deuxième point mesuré en x . En effet, il est possible que l'hydrophone ait légèrement déformé l'interface en s'y approchant de trop près, ce qui pourrait expliquer que le premier point s'écarte de la tendance exponentielle. Les deux derniers points ont également été exclus car l'amplitude du champ évanescent y est proche du niveau de bruit. Le taux de décroissance en amplitude obtenu par la régression est ici égal à $\kappa = 2,14 \text{ mm}^{-1}$. Ce dernier permet ensuite de déterminer le degré d'évanescence du champ avec précision, qui est, d'après (2.6) et en utilisant (2.5), égal à :

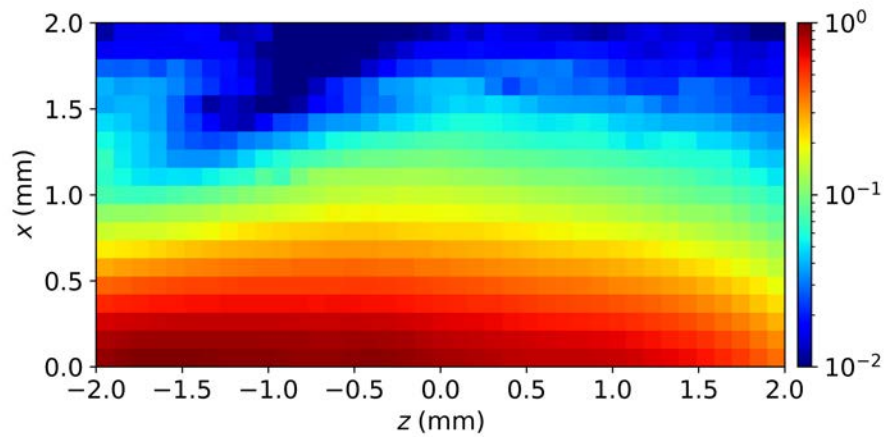
$$\beta = \frac{\kappa}{k_z} = \frac{\kappa}{\sqrt{k^2 + \kappa^2}} = 0,45.$$

3.2.3.3 Structure du champ évanescent en fonction de la fréquence

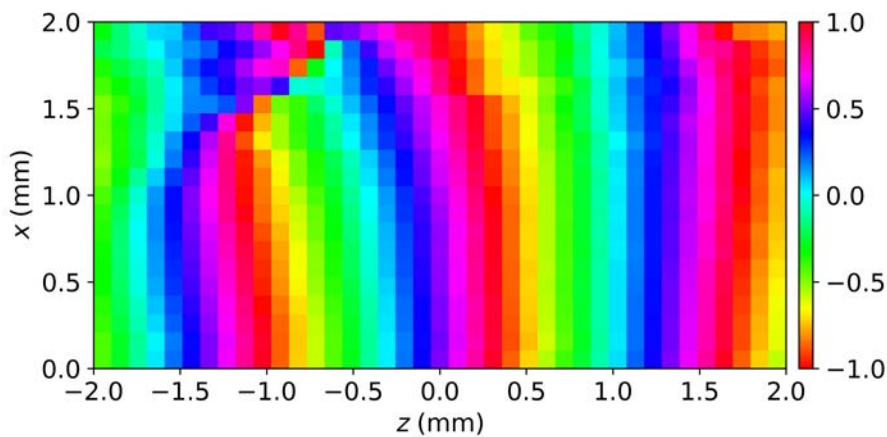
Nous présentons ensuite une deuxième mesure d'un champ évanescent dans d'objectif d'étudier l'influence de la fréquence sur la structure et longueur de pénétration de ce champ. Dans cette expérience, un pulse incident bref en temps et de large bande spectrale est émis. Puis, à partir de la réflexion à l'interface de ce pulse, un champ évanescent possédant un riche spectre fréquentiel est engendré. Les signaux enregistrés en chaque point de l'espace ont été fenêtrés afin d'annuler les contributions des multiples échos provenant des bords de la cuve et de l'interface entre l'eau et air. La figure 3.12 présente l'amplitude et la phase de la transformée de Fourier du champ de pression mesuré au dessus de l'interface à différentes fréquences. Une régression de la décroissance du champ dans la direction x a été effectuée dans le but d'extraire le taux de décroissance en amplitude κ pour chacune des fréquences. En raison de la présence



(a)



(b)



(c)

Figure 3.10. (a) Champ de pression mesuré à un temps donné dans le plan (xz) dans une région située à droite de l'axe du transducteur et à distance d'environ 0,2 mm de l'interface. (b) Module et (c) phase instantanés du champ obtenues après avoir appliqué une transformée de Hilbert sur les signaux. Le module du champ est normalisé par le maximum et la phase est normalisée en fraction de π . Le champ évanescent a ici un degré d'évanescence $\beta = 0,45$. Les résolutions horizontale et verticale sont égales à $100 \mu\text{m}$.

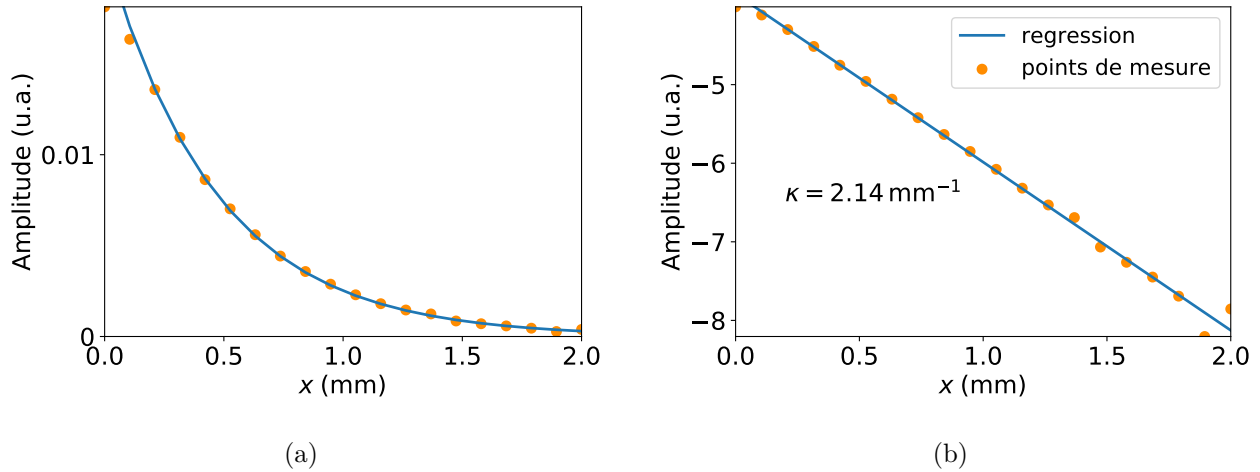


Figure 3.11. (a) Module instantané et (b) logarithme népérien associé du champ présenté dans la figure 3.10 en fonction de la direction verticale x à la position $z = 1$ mm. La régression linéaire est faite à partir du deuxième point en x , et sans les deux derniers points.

de singularités impactant fortement l'évolution de l'amplitude champ, ces régressions ont été faites pour différentes coordonnées horizontales : $z = 0$ mm pour la première et la troisième fréquence, et $z = -1$ mm pour la deuxième. Comme attendu, plus la fréquence est élevée et plus la longueur de pénétration est restreinte. De plus, le champ évanescent est une nouvelle fois bien structuré pour toutes les fréquences dans la zone où l'amplitude de la pression est supérieure à environ un dixième de l'amplitude de la pression au niveau de l'interface. Les taux de décroissance en amplitude du champ pour les différentes fréquences donnent des valeurs relativement proches du degré d'évanescence, qui sont pour chaque fréquence égaux à $\beta = 0,5$, $\beta = 0,49$, et $\beta = 0,48$.

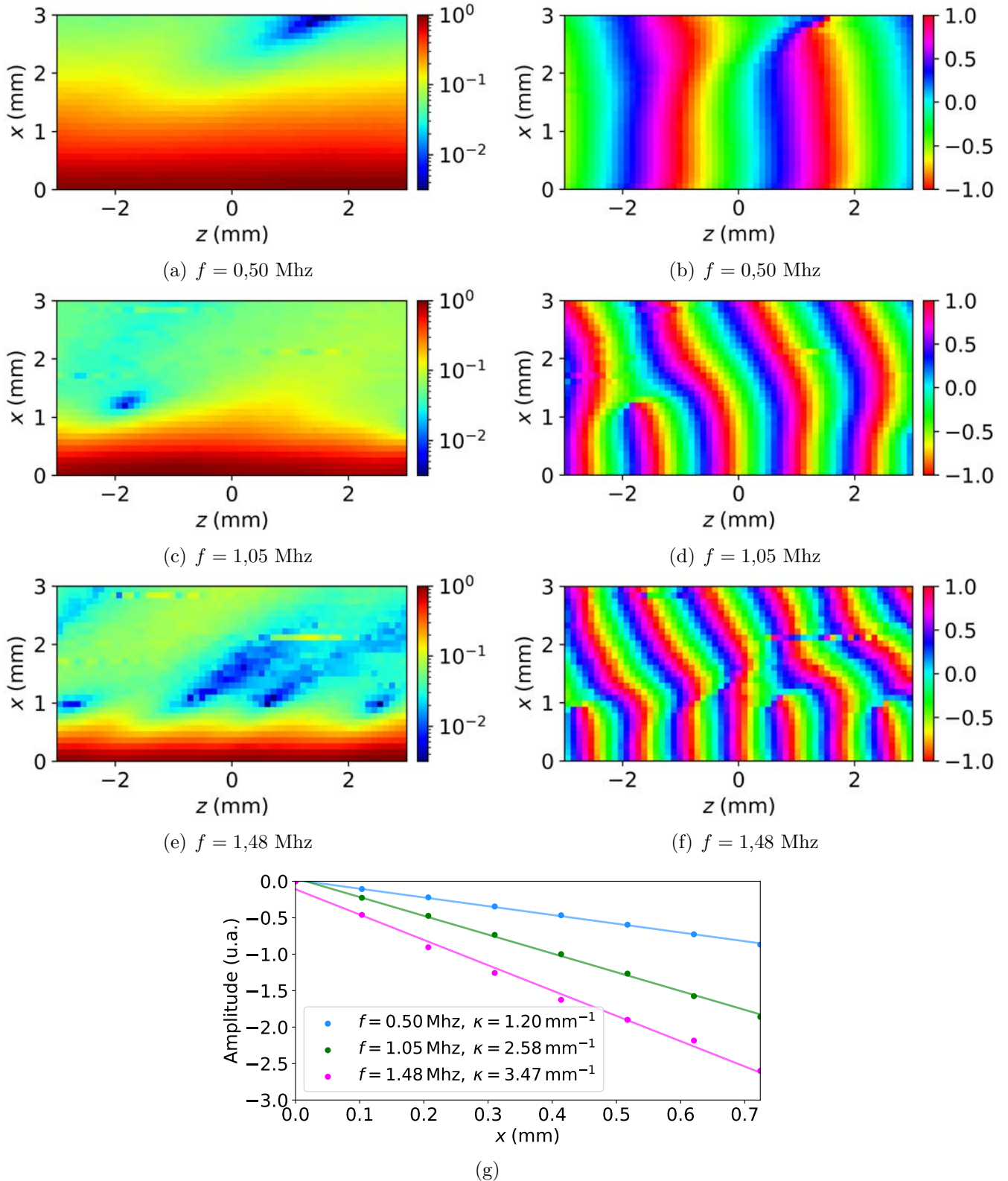


Figure 3.12. (a), (c), (e) Module de la transformée de Fourier à différentes fréquences du champ de pression normalisé par son maximum, et (b), (d), (f) phase normalisée en fraction de π . (g) Évolution du logarithme népérien du module le long de l'axe x pour différentes fréquences (et à différentes coordonnées z). Les points de mesures sont représentés par des cercles et les régressions linéaires par des lignes continues. Les résolutions horizontale et verticale sont égales à $100 \mu\text{m}$.

3.3 Synthèse et discussion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux solutions expérimentales différentes dans l'objectif d'engendrer des ondes planes évanescentes. Tout d'abord, un champ évanescent a été engendré à partir de la transmission à travers une métasurface en PDMS poreux présentant une alternance périodique d'indices acoustiques différents. Cependant, nous avons vu qu'avec cette approche il n'était pas possible d'engendrer un champ évanescent de manière isolé. La présence d'une onde de volume se propageant dans la direction normale et possédant une amplitude bien plus importante rend ce système inadapté pour l'étude de la diffusion d'une onde plane évanescente. Le deuxième système qui a été présenté met en place quant à lui la réfraction sur-critique d'un faisceau plan à l'interface entre deux fluides non miscibles. Cette fois-ci, le champ évanescent engendré était parfaitement isolé avec la structure désirée proche de l'interface. Nous avons également réalisé des mesures en remplaçant l'eau par le gel de carbopol et nous avons obtenu les mêmes résultats. De plus, les longueurs d'ondes mises en jeu dans la gamme de fréquences étudiée sont adéquates dans l'objectif d'étudier la diffusion par des objets de taille sub-millimétrique. Ce dispositif semble donc parfaitement adapté pour notre étude.

Les mesures ont également permis d'évaluer l'influence d'effets indésirables pouvant altérer la structure du champ. En effet, à partir d'une certaine distance par rapport à l'interface pour laquelle le champ évanescent a une amplitude très faible, des ondes de volume sphériques, issues des effets de faisceau borné et qui sont transmises dans le milieu de transmission (eau ou gel), altèrent la structure du champ évanescent. La longueur de pénétration dans ce milieu est en revanche difficile à augmenter car l'amplitude des signaux émis est limitée pour différentes raisons. En effet, si la puissance d'émission est trop importante, des non-linéarités pourraient apparaître dans le champ et des déformations d'interface telles que celles observées dans [96] pourraient également dégrader considérablement la structure du champ évanescent. En conséquence, pour l'étude expérimentale de la diffusion d'une onde plane évanescente dont la fréquence est de l'ordre d'un mégahertz, l'objet doit être placé à une distance d'environ un millimètre de l'interface pour espérer observer un signal de diffusion d'amplitude significative.

Dans le chapitre 4, nous utilisons ce système en plaçant cette fois-ci une gouttelette d'huile fluorée résonante proche de l'interface. Nous réalisons ensuite des mesures du champ résultant de la diffusion de l'onde plane évanescente par cette gouttelette.

Chapitre 4

Ondes diffusées spiralées et ondes singulières à l'intérieur d'un diffuseur placé dans un champ évanescent

Sommaire

4.1	Mise en place du système expérimental et caractérisations préliminaires	113
4.1.1	Influence de l'interface dans le processus de diffusion de l'onde plane évanescente	114
4.1.2	Injection d'une gouttelette dans le gel de carbopol et mesures acoustiques de la diffusion d'une onde plane évanescente	115
4.1.2.1	Injection d'une gouttelette et recherche des fréquences de résonance	115
4.1.2.2	Calibration du système	115
4.1.2.3	Choix de la forme des signaux d'émission	116
4.1.2.4	Acquisition et traitement des signaux	117
4.2	Mesure d'ondes spiralées en régime de diffusion résonnant	118
4.2.1	Diffusion dipolaire par un objet sub-longueur d'onde	118
4.2.1.1	Signaux enregistrés à différentes positions dans le gel	119
4.2.1.2	Champ de pression en régime transitoire	119
4.2.1.3	Champ de pression en régime établi	119
4.2.1.4	Champ de pression dans le domaine de Fourier	122
4.2.2	Résonances et spirales multiples	123
4.3	Ondes circonférentielles et détection de singularités de phase à l'intérieur d'une gouttelette	127
4.3.1	Procédures expérimentales	127
4.3.1.1	Comparaisons des dimensions caractéristiques de l'hydrophone avec celles de la gouttelette étudiée	127

4.3.1.2	Réalisation de cartographies du champ de pression interne . . .	128
4.3.2	Cartographies du champ de pression à l'intérieur d'une gouttelette . . .	128
4.3.2.1	Signaux enregistrés dans la gouttelette	130
4.3.2.2	Cartographies du champ de pression interne	131
4.3.2.3	Autre mesure du champ interne et validation	137
4.4	Synthèse et discussion	138

Dans ce chapitre, nous explorons de manière expérimentale la diffusion d'une onde plane évanescence par un objet sphérique résonant placée près d'une interface. L'onde plane évanescence est engendrée à partir de réflexion totale d'un faisceau plan à cette interface, système qui est décrit dans la section 3.2 du chapitre précédent. L'objet est ici une gouttelette d'huile fluorée qui est également le fluide dans lequel est immergée la source. Elle est placée en suspension dans du gel de carbopol, elle est maintenue à une position fixe dans le temps grâce au seuil de contrainte de ce gel. De par le contraste de propriétés acoustiques élevé entre les deux fluides cités (masses volumiques et compressibilités très différentes), cette gouttelette possède un fort potentiel résonant [62, 63], permettant d'exalter l'amplitude du champ diffusé par rapport au champ incident évanescence.

Dans le chapitre 2, des développements analytiques ont permis de décrire la diffusion d'une onde plane évanescence avec un objet sphérique. Dans ce système, des ondes circonférentielles se propagent de manière circulaire à l'intérieur de l'objet et des ondes diffusées de forme spiralée sont engendrées dans le milieu extérieur. Ce processus mène donc à l'apparition de singularités de phase dans l'objet. De plus, lorsqu'un mode résonant est préférentiellement excité, la charge topologique du champ interne (nombre de singularités) est égale à l'ordre de ce mode. Un des objectifs de ce chapitre est de mettre en évidence de manière expérimentale ces phénomènes.

Dans cette étude, le processus de diffusion est couplé avec la génération de l'onde plane évanescence. La présence de l'interface et les effets de faisceau borné liés à la taille finie de la source peuvent par conséquent impacter la diffusion de l'onde plane évanescence. Pour cela, nous effectuons dans un premier temps une modélisation numérique de la génération de l'onde plane évanescence puis de sa diffusion par une gouttelette, pour étudier l'influence de ces différents effets. Ensuite, nous réalisons des expériences aux fréquences ultrasonores sur différentes gouttelettes isolées de tailles millimétriques en mesurant le champ de pression à l'extérieur puis à l'intérieur de ces gouttelettes. Grâce à la fine partie sensible de l'hydrophone à fibre optique utilisé, des cartographies de champs avec une résolution spatiale d'une dizaine de micromètres sont réalisées puis comparées aux prédictions théoriques. D'autre part, en choisissant des gouttelettes de taille suffisante, la fibre est insérée au cœur même de ces gouttelettes pour y mesurer le champ de pression.

L'étude analytique du champ effectuée dans le chapitre 2 est complétée ici par des descriptions et des analyses des phénomènes transitoires se produisant dans la diffusion d'une onde plane évanescence par une gouttelette, expliquant notamment la formation des singularités de phase à l'intérieur de cette gouttelette.

4.1 Mise en place du système expérimental et caractérisations préliminaires

Cette section présente dans un premier temps une étude numérique qui a été effectuée pour évaluer l'influence de l'interface sur la diffusion de l'onde plane évanescence. En effet, des possibles réflexions multiples du champ diffusé vers cette interface pourraient, si elles

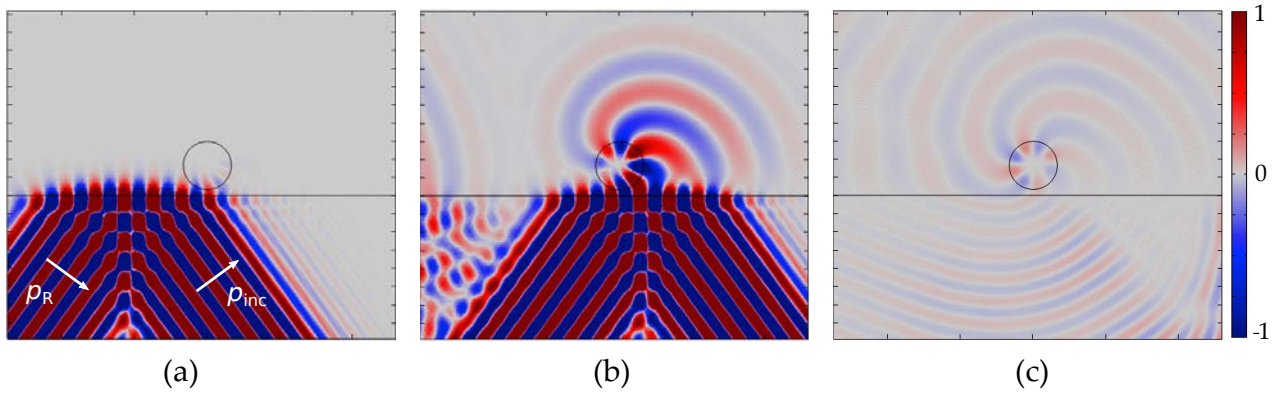


Figure 4.1. Champ de pression à différents instants modélisé à partir du logiciel Comsol[®] dans le but d'évaluer l'influence de l'interface servant à engendrer l'onde plane évanescente. La fréquence centrale du pulse émis correspond à la résonance octopolaire de la gouttelette, et le degré d'évanescence est fixé à $\beta = 0,85$. (a) Début de l'interaction de l'onde plane évanescente avec la goutte, (b) début du régime établi, (c) régime libre de la diffusion. L'échelle de couleurs correspondant à l'amplitude du champ qui est ici saturée pour mettre en valeur le champ diffusé par la gouttelette.

sont importantes, considérablement affecter la structure spiralée du champ à l'extérieur de la gouttelette ou encore celle du champ interne qui ont été observées dans le chapitre 2. Dans la configuration présente, l'impédance de l'huile fluorée est proche de celle du gel de carbopol, nous avons en effet $Z_{\text{huile}}/Z_{\text{gel}} = 0,75$. Toutefois, de faibles réflexions pourraient néanmoins interférer avec la diffusion de l'onde plane évanescente par la gouttelette. Ensuite, les éléments préparatoires à la mise en place du système ainsi que ceux relatifs la mesure du champ acoustique sont présentés.

4.1.1 Influence de l'interface dans le processus de diffusion de l'onde plane évanescente

Une résolution numérique du problème de la diffusion d'une onde plane évanescente engendrée à partir de la réflexion d'un pulse à l'interface entre l'huile fluorée et le gel de carbopol a été effectuée à partir du logiciel de calcul aux éléments finis Comsol[®]. Pour l'étude présentée, une gouttelette est placée très proche de l'interface et est excitée par un pulse de fréquence centrale correspondant à sa résonance octopolaire $ka = 2,53$. Une résonance d'ordre élevée ($n = 4$) est choisie pour que le champ diffusé soit d'amplitude élevée. Le degré d'évanescence de l'onde incidente est fixé à $\beta = 0,85$. Pour un degré d'évanescence élevée, le rayonnement diffusé tend en effet à être isotrope (voir 2.5.2.2), donc la diffusion vers l'interface sera importante.

La figure 4.1 présente différents instants de la diffusion de l'onde plane évanescente. Le premier (à gauche) correspond à l'arrivée de cette onde qui est transmise à l'intérieur de la goutte. Le deuxième (au centre) est un temps pour lequel les ondes internes se sont propagées plusieurs fois autour de la circonférence de la gouttelette et correspond au début du régime établi. Le champ diffusé possède une structure spiralée et se propage dans toutes les directions de l'espace. Sur la gauche de cette figure, nous observons des ondes sphériques provenant de la diffraction aux bords de l'émetteur, mais qui sont d'amplitude plus faible que les ondes diffusées.

Le troisième instant (à droite) correspond au régime libre de la diffusion lorsque l'onde plane évanescence n'interagit plus avec la goutte. Dans ce régime, le champ diffusé est isolé et s'éteint peu à peu. Le champ diffusé est transmis à l'interface et nous remarquons que les fronts gardent leur forme spiralée dans le milieu inférieur. Il est important de souligner qu'aucun effet de réflexions multiples du champ diffusé sur l'interface n'est identifiable dans cette configuration. Cependant, pour un choix de fluides différents dont la différence d'impédances serait élevée, l'identification de l'onde diffusée par l'objet seul pourrait être difficile s'il est placé trop près de l'interface. En effet, les réflexions du champ sur cette interface seraient plus importantes.

La combinaison de fluides choisie est donc favorable à l'observation expérimentale de la formation d'un champ diffusé spiralé. Toutefois, une des difficultés de ce système réside dans l'injection d'une unique gouttelette suffisamment proche de l'interface entre ces deux fluides.

4.1.2 Injection d'une gouttelette dans le gel de carbopol et mesures acoustiques de la diffusion d'une onde plane évanescence

4.1.2.1 Injection d'une gouttelette et recherche des fréquences de résonance

Dans les expériences réalisées, des gouttelettes de taille millimétrique (entre 0,8 mm et 2,5 mm de diamètre) ont été déposées dans le gel de carbopol en injectant un petit volume d'huile fluorée à l'aide d'une seringue. Afin de positionner une gouttelette à la position désirée près de l'interface, il est possible de la déplacer sans contact à l'aide d'une spatule grâce à l'écoulement qui est créé lorsque celle-ci est déplacée dans le gel. La figure 4.2 montre plusieurs gouttelettes en suspension dans le gel. Nous pouvons distinguer l'interface entre l'huile fluorée et le gel ainsi que l'image réfléchie des différentes gouttelettes sur cette interface. Si le gel de carbopol n'est pas assez dilué (voir 1.2.1), i.e. si son seuil de contrainte est trop important, et que la gouttelette est trop proche de l'interface, cette dernière se creuse en dessous de la gouttelette comme le montre la photographie de gauche dans la figure 4.2. Si cette déformation est trop importante, la réflexion d'un faisceau à l'interface pourrait engendrer à la fois une onde plane évanescence ainsi que des ondes homogènes venant perturber cette dernière. Dans le cas où le gel a une contrainte plus faible mais suffisante pour maintenir la gouttelette en suspension, l'interface reste parfaitement plane comme le montre la photographie de droite, favorisant la génération d'une onde plane évanescence idéale.

4.1.2.2 Calibration du système

Dans un premier temps, l'angle d'incidence est ajusté à l'aide d'un inclinomètre numérique de manière à fixer le degré d'évanescence de l'onde plane évanescence qui est engendrée à l'interface entre le gel et l'huile fluorée à partir de la réflexion totale d'un pulse incident. Pour certaines mesures et de manière à avoir une estimation plus fine du degré d'évanescence de l'onde incidente, un ajustement de la décroissance exponentielle en amplitude de cette onde est effectué a posteriori avant qu'elle n'interagisse avec la gouttelette. Par exemple, nous présentons brièvement ici une cartographie du champ de pression mesuré qui est décrit dans la section

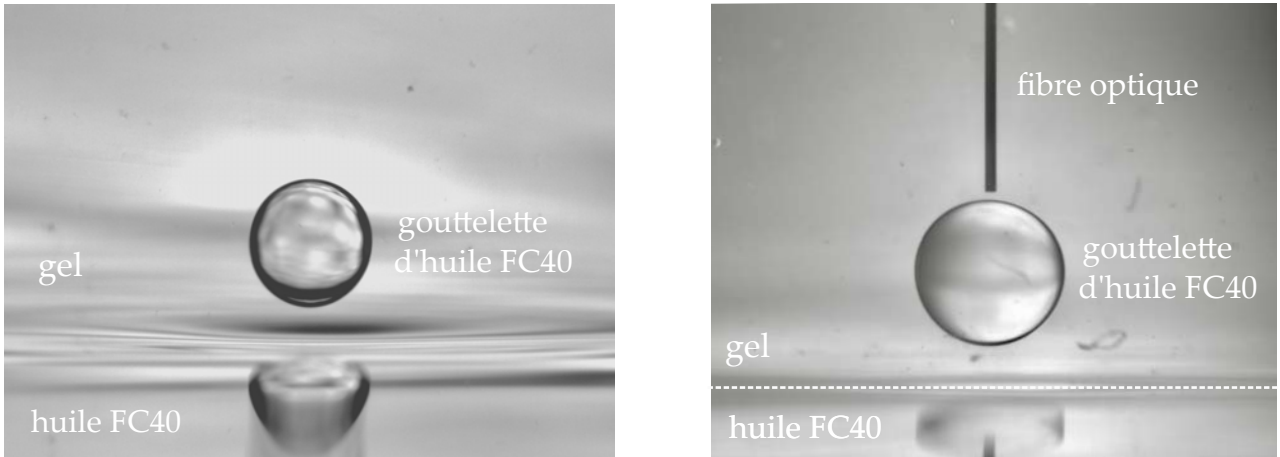


Figure 4.2. Photographies de gouttelettes d'huile fluorée en suspension dans le gel de carbopol à proximité de l'interface réalisées à l'aide d'une caméra. À droite, l'hydrophone à fibre optique est situé au dessus de la gouttelette. Nous observons également les reflets de ces gouttelettes sur l'interface avec l'huile fluorée (en bas). Sur la figure de gauche, l'interface est déformée à cause de la contrainte exercée par le gel. Sur l'image de droite, la ligne horizontale en pointillés situe la position l'interface.

suivante. Après avoir appliqué une transformée de Hilbert aux signaux temporels enregistrés, le module instantané du champ de pression avant la diffusion est représenté dans la figure 4.3(a). Une régression linéaire sur la décroissance en amplitude du champ évanescent est ensuite effectuée dans la figure 4.3(b). La régression est faite sur une ligne verticale à une distance $z = -1,27$ mm du centre de la goutte, et sur les premiers points de la direction verticale en orange foncé. Pour les points suivants en orange clair, les signaux associés sont bruités car l'onde plane évanescente y a une très faible amplitude. Dans cette expérience, le degré d'évanescence a été évalué à $\beta = 0,55$.

Le diamètre de la gouttelette est déterminé à l'aide d'une caméra haute résolution (voir 1.2.5), et les fréquences de résonance sont ensuite calculées à partir de l'évolution des coefficients de diffusion présentés en figure 2.9, ou de la section efficace totale de diffusion tracée dans 2.18(a), issus du calcul théorique.

4.1.2.3 Choix de la forme des signaux d'émission

Dans les différents expériences qui sont présentées par la suite, la fréquence centrale des pulses émis est choisie de manière à ce qu'un mode de vibration précis de la gouttelette soit isolé par rapport aux autres modes. Lorsqu'un mode est préférentiellement excité à sa fréquence de résonance, la structure du champ diffusé total est proche de celle de ce mode. Pour cette raison, nous nous basons ici sur l'expression d'un mode isolé $\phi_{\text{diff}}^{(n)}$ pour établir un critère sur le choix de la durée des signaux émis.

À partir des observations faites dans la section 2.4.2, supposons que le terme de propagation angulaire d'un potentiel diffusé isolé correspondant à un mode d'ordre n , peut être approché dans le plan (xz) centré sur la gouttelette à partir de l'expression suivante :

$$\phi_{\text{int}}^{(n)}(\Theta, \Phi = 0, t) = e^{in\Theta} e^{-i\omega_0 t}, \quad (4.1)$$

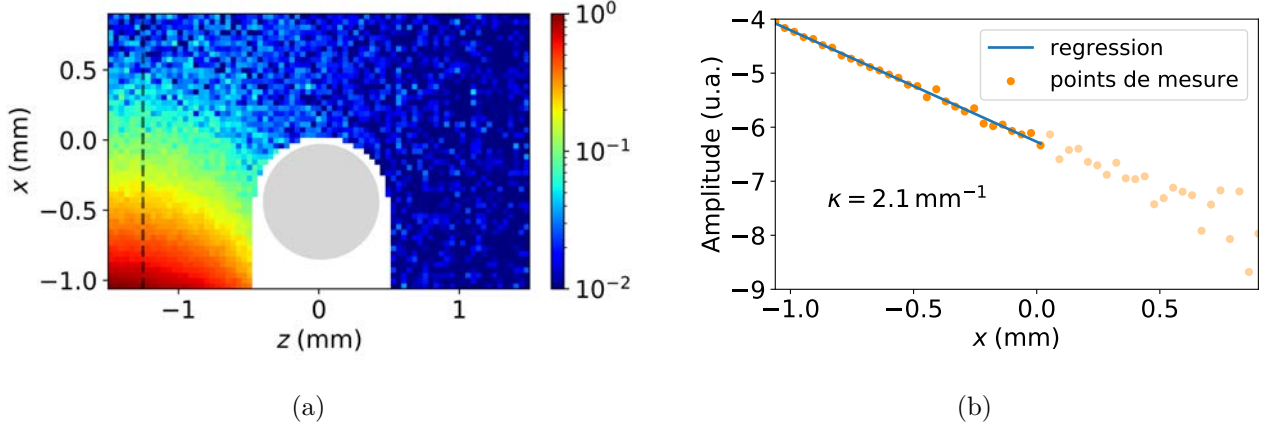


Figure 4.3. (a) Module du champ de pression normalisé avant diffusion. La gouttelette est représentée par le disque gris. (b) Évolution du logarithme népérien de l’amplitude du champ de pression le long de la direction verticale en pointillés gris dans la figure (a) en $z = -1,27$ mm.

où ω_0 est la pulsation correspondant à la résonance de ce mode. Les angles Θ et Φ ont été introduits précédemment dans 2.3.1. Le temps Δt mis par une perturbation pour se propager autour de la circonférence de l’objet serait donc :

$$\Delta t = \frac{2\pi n}{\omega_0} = nT_0, \quad (4.2)$$

où T_0 est la période.

Comme discuté précédemment dans ce manuscrit, différents régimes ont lieu dans le processus de la diffusion d’une onde. Un régime transitoire est identifiable aux premiers instants du signal durant lequel les ondes se propagent plusieurs fois autour de la goutte. Vient ensuite le régime établi, ou permanent, assimilable à un régime harmonique. Puis, lorsque l’interaction entre l’onde incidente et l’objet cesse, ce dernier oscille naturellement durant une certaine durée. Nous caractérisons ce dernier de régime de régime libre de la diffusion. Pour atteindre le régime établi de la diffusion, la durée du signal temporel incident doit donc être dans l’idéal supérieure à plusieurs fois le temps mis par une perturbation pour parcourir le périmètre de la gouttelette, c’est-à-dire supérieur à nT_0 .

4.1.2.4 Acquisition et traitement des signaux

Le champ de pression acoustique est mesuré à l’aide de l’hydrophone à fibre optique présenté à la section 1.2.4. Ce dernier a un diamètre $d_{\text{fibre}} = 100 \mu\text{m}$ et une partie sensible de taille $10 \mu\text{m}$, ce qui permet de réaliser des balayages spatiaux très fins. Ce type de capteur est également utilisé pour mesurer la pression à quelques micromètres de la surface de la gouttelette, sans que cette dernière ne se déforme sous l’effet d’un écoulement hydrodynamique. La figure 4.2 à droite montre par exemple l’hydrophone à fibre optique placé juste au dessus de la gouttelette. Pour effectuer une cartographie du champ de pression autour de la gouttelette, ce dernier est déplacé à l’aide de moteurs et mesure des signaux temporels en différents points sur une grille spatiale

préalablement définie. Lorsque la fibre est déplacée de manière horizontale dans le gel, cette dernière se tord à cause de la contrainte exercée par ce gel, ce qui fausse la mesure du champ. Pour qu'elle reste bien droite, les moteurs la déplacent alors de manière verticale, puis elle est déplacée d'une petite distance horizontale tout en remontant à son altitude initiale.

Dans ce système, l'onde excitatrice perd rapidement de l'amplitude en s'éloignant de l'interface, comme décrit dans la section 3.2.3. Pour cette raison, les signaux enregistrés étaient de faible amplitude dans les expériences. De plus, il n'était pas toujours facile de placer la gouttelette à une distance adéquate de l'interface pour qu'elle soit excitée avec suffisamment d'énergie. Lorsque le ratio signal sur bruit était trop faible à cause d'un moyennage insuffisant, des filtres numériques (de Butterworth) avec une fréquence de coupure éloignée d'environ 1 MHz de la fréquence d'excitation ont parfois été appliqués dans le but de mettre en valeur les signaux recherchés, correspondant au champ diffusé ou interne.

4.2 Mesure d'ondes spiralées en régime de diffusion résonnant

Dans les expériences présentées dans ce chapitre, l'obtention du champ diffusé lorsque l'onde incidente est évanescente ne nécessite pas d'effectuer une mesure différentielle (à la différence de la méthode présentée dans 1.2.4.1 pour le cas de la diffusion d'une onde plane homogène). En effet, ce dernier a une amplitude plus importante que le champ incident au dessus de la gouttelette, comme il l'a été prédit théoriquement par exemple dans la section 2.4.1. Nous réalisons ici des cartographies du champ de pression dans le plan (xz) centré sur la gouttelette. En effet, la brisure de symétrie imposée par l'onde incidente évanescente est la plus importante dans ce plan, ce qui est le plus propice pour l'observation de spirales diffusées. Nous mesurons tout d'abord le champ de pression se propageant dans le gel résultant de la diffusion d'une onde plane évanescente par une gouttelette excitée à sa fréquence de résonance dipolaire, puis pour des fréquences de résonance plus élevées. Le premier objectif est de mettre en évidence de manière expérimentale les observations faites dans la section 2.4. Ensuite, il s'agira de démontrer le lien entre le nombre de spirales diffusées et l'ordre n du mode préférentiellement excité.

4.2.1 Diffusion dipolaire par un objet sub-longueur d'onde

Une gouttelette de rayon $a = 440 \mu\text{m}$ a tout d'abord été injectée dans le gel à une distance d'environ 1 mm de l'interface (distance par rapport au bas de la gouttelette). L'angle d'incidence choisi correspond d'après 4.1.2.2 à un degré d'évanescence $\beta = 0,55$. Un pulse incident composé de 10 périodes acoustiques est ensuite émis pour que les phénomènes transitoires liés au processus de diffusion puissent avoir le temps de se mettre en place, c'est-à-dire pour atteindre le régime établi. La fréquence centrale du pulse correspond ici à la résonance dipolaire de la gouttelette $f_0 = 0,81 \text{ MHz}$, estimée théoriquement. A cette fréquence, la longueur d'onde dans le gel est $\lambda_0 = 1,85 \text{ mm}$. Nous avons $\lambda_0 > 2a$, donc l'objet qui est étudié ici est de taille sub-longueur

d'onde. Une cartographie du champ est ensuite effectuée dans le plan (xz) au dessus de l'interface et autour de la gouttelette avec des résolutions spatiales horizontale et verticale égales à $40\ \mu\text{m}$. La partie située sous la gouttelette n'a quant à elle pas pu être mesurée. A titre indicatif, le centre du repère est ici placé juste au dessus de la gouttelette (point initial du balayage).

4.2.1.1 Signaux enregistrés à différentes positions dans le gel

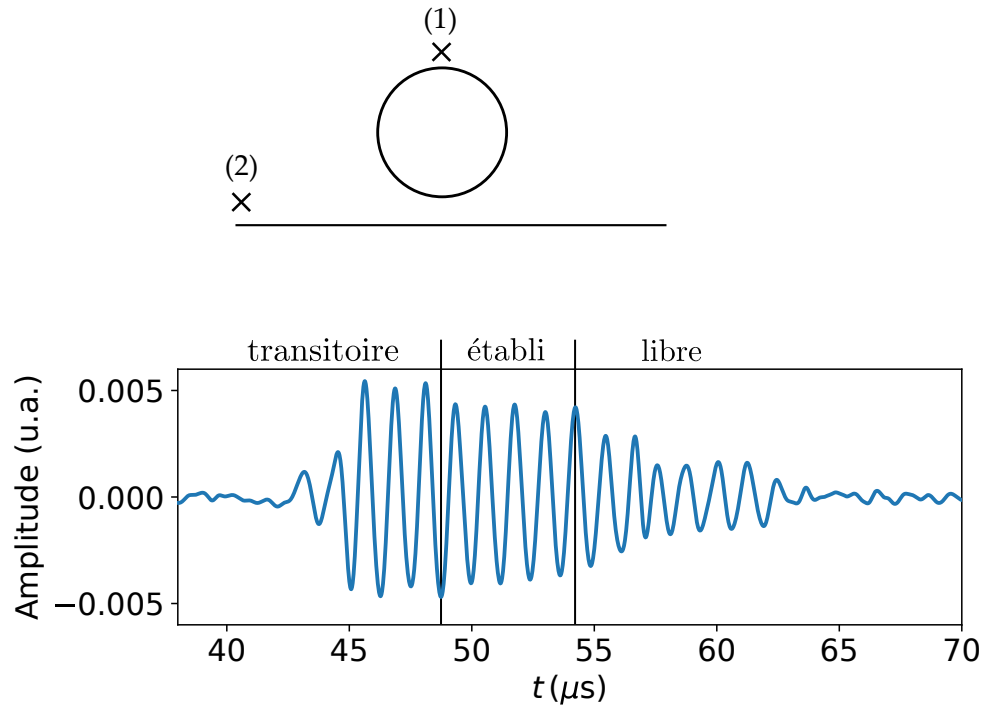
Nous présentons tout d'abord des exemples de signaux captés par l'hydrophone à fibre optique lors du balayage. La figure 4.4 montre deux signaux qui ont été enregistrées à des positions différentes. La première position est située juste au dessus de la gouttelette (figure 4.4(a)). La deuxième position est quant à elle située près de l'interface et éloignée de la gouttelette de manière à percevoir la forme temporelle de l'onde incidente seule (figure 4.4(b)). Nous observons que le signal de diffusion à la première position est plus étendu dans le temps que le signal incident, cet effet étant une caractéristique du régime libre. Durant son interaction avec l'objet, une partie de l'énergie de l'onde incidente pénètre dans cet objet. Puis, lorsque cette interaction cesse, les ondes internes dissipent peu à peu cette énergie vers l'extérieur durant un temps caractéristique d'extinction. Ce temps dépend des propriétés acoustiques de l'objet ainsi que de la fréquence d'excitation (voir 1.2.7.2).

4.2.1.2 Champ de pression en régime transitoire

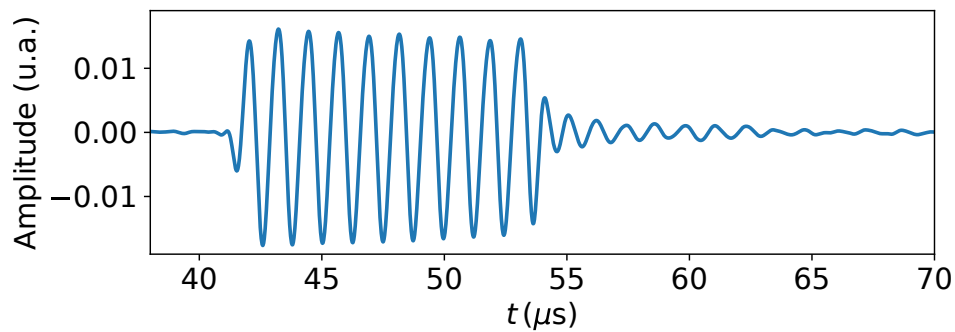
Analysons dans un premier temps le champ de pression dans le régime transitoire de la diffusion de l'onde plane évanescente par la gouttelette. La figure 4.5 présente des cartographies du champ à différents instants lors du début leur interaction. En particulier, nous pouvons observer la formation de deux ondes se propageant de manière contra-propagative autour de la surface de la gouttelette. Nous indiquons dans cette figure le déplacement d'une surpression en rouge se déplaçant dans le sens horaire et d'une dépression en bleu se déplaçant dans le sens trigonométrique. Ces dernières sont positionnées au niveau de la surface de la gouttelette où le front est incliné et sont représentées par des flèches de la couleur correspondant à une pression positive ou négative. La perturbation se propageant dans le sens trigonométrique domine celle qui se propage dans le sens horaire. Cet effet provient de la brisure de symétrie en amplitude des ondes se propageant autour de l'objet à cause du gradient d'amplitude de l'onde incidente évanescente. Nous avons détaillé plus en profondeur ce phénomène dans la section 2.3.3.

4.2.1.3 Champ de pression en régime établi

Le champ issu de la même expérience mais dans le régime établi de la diffusion est représenté dans la figure 4.6. Nous observons que le champ total n'est pas altéré par les effets de diffraction aux bord de l'émetteur, ni par des réflexions du champ diffusé sur l'interface (voir discussion au paragraphe 4.1.1). Au dessus de la gouttelette, le champ diffusé a une amplitude plus importante que l'onde plane évanescente, donc il domine le champ total dans cette région. Il se propage de manière radiale et angulaire comme attendu, et il a une forme de spirale qui est très bien



(a) Signal enregistré à la position (1)



(b) Signal enregistré à la position (2)

Figure 4.4. Signaux temporels enregistrés en différents points de l'espace autour d'une gouttelette de rayon $a = 0,44$ mm excitée par une onde plane évanescente à la fréquence $f_0 = 0,81$ MHz, correspondant à sa fréquence de résonance dipolaire. Le premier signal a été enregistré juste au dessus de la gouttelette. Le deuxième signal a été enregistré au niveau de l'interface et correspond à l'arrivée de l'onde incidente seule. Les différents régimes de la diffusion sont indiqués de manière approximative dans la représentation du premier signal.

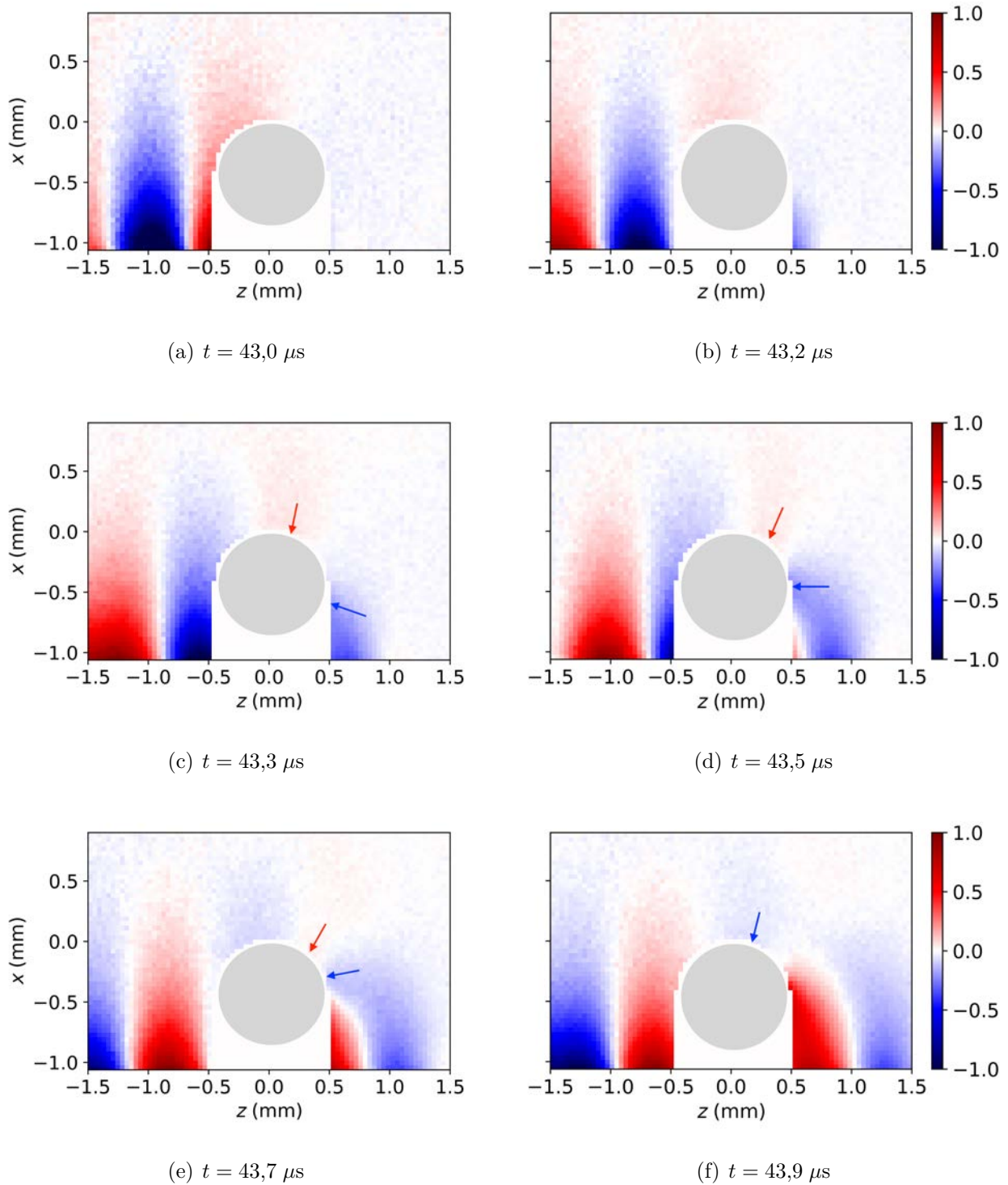


Figure 4.5. Champ de pression à l'extérieur d'une gouttelette de rayon $a = 440 \mu\text{m}$ excitée à sa fréquence de résonance dipolaire $f_0 = 0,81 \text{ MHz}$ aux premiers instants de la diffusion. Les résolutions horizontale et verticale sont égales à $40 \mu\text{m}$. La gouttelette est représentée par le disque gris. Les flèches représentent les positions autour de la gouttelette d'un maximum de pression se déplaçant dans le sens horaire et d'un minimum de pression se déplaçant dans le sens trigonométrique.

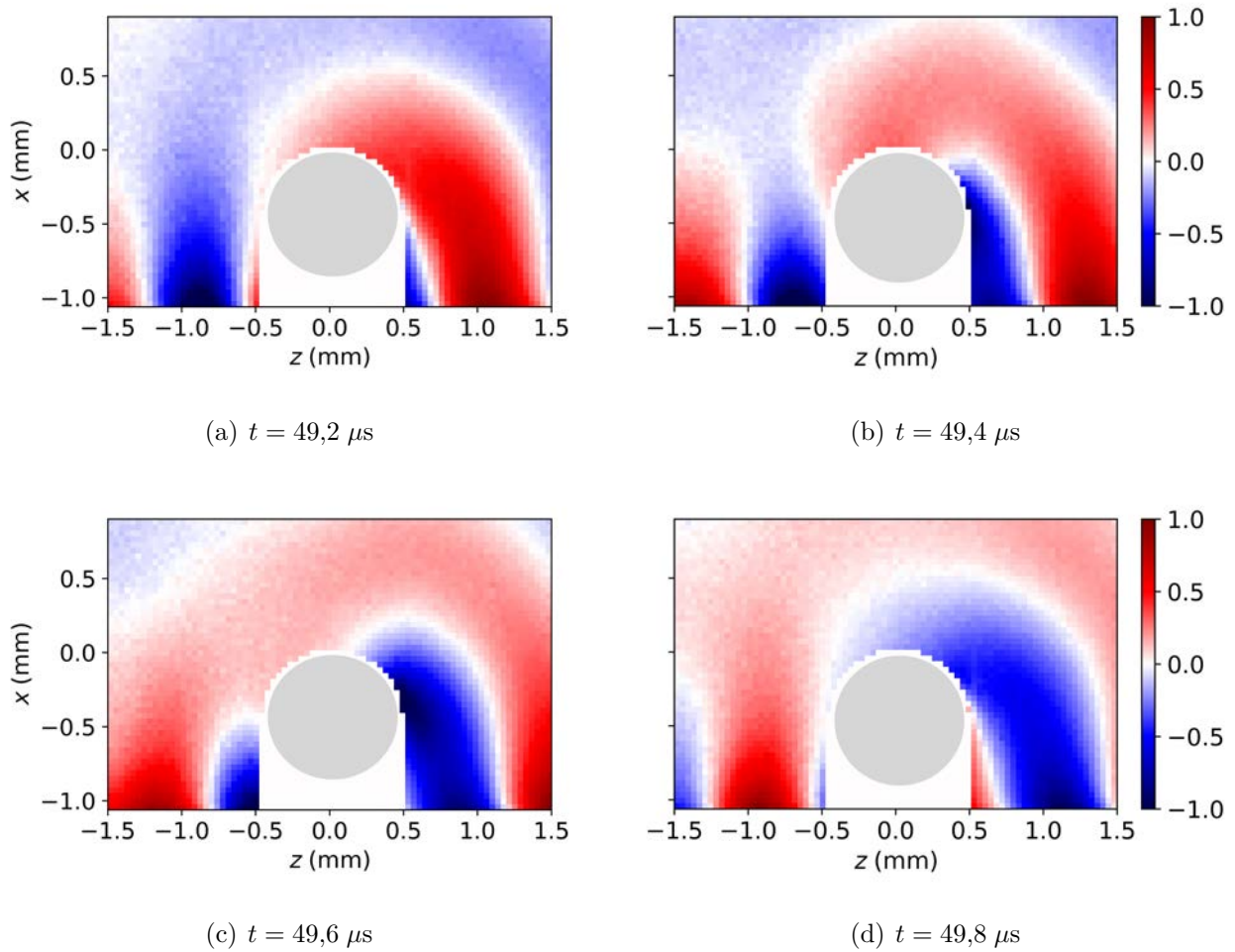


Figure 4.6. Champ de pression à l'extérieur de la gouttelette dans le régime établi de la diffusion. Ces figures représentent la propagation du champ pendant une demi-période $T_0/2$. Le champ diffusé, identifiable au dessus de la gouttelette, a une forme spiralée et se propage dans toutes les directions.

définie. Suivons par exemple la propagation de la branche de spirale en rouge représentant une surpression. La partie située au dessus de la gouttelette se déplace vers la gauche tandis que l'onde plane évanescente incidente se propage vers la droite. La branche de la spirale de surpression fusionne ensuite avec une surpression de l'onde plane évanescente. En amont de la sphère, du fait de l'interférence entre l'onde diffusée qui circule et l'onde incidente évanescente qui arrive en opposition de phase par rapport à cette dernière, il se forme un point d'amplitude nulle où la phase du champ total est singulière, et varie de 0 à 2π autour de ce point. Cette singularité est détectable dans la figure 4.7(a) juste à gauche de la gouttelette.

4.2.1.4 Champ de pression dans le domaine de Fourier

La phase et le module de la transformée de Fourier du champ de pression mesuré à la fréquence $f = 0,80$ MHz sont représentés dans les figures 4.7 et 4.8. Ces derniers sont ensuite comparés avec ceux prédits par le calcul analytique développé au chapitre 2 pour la même

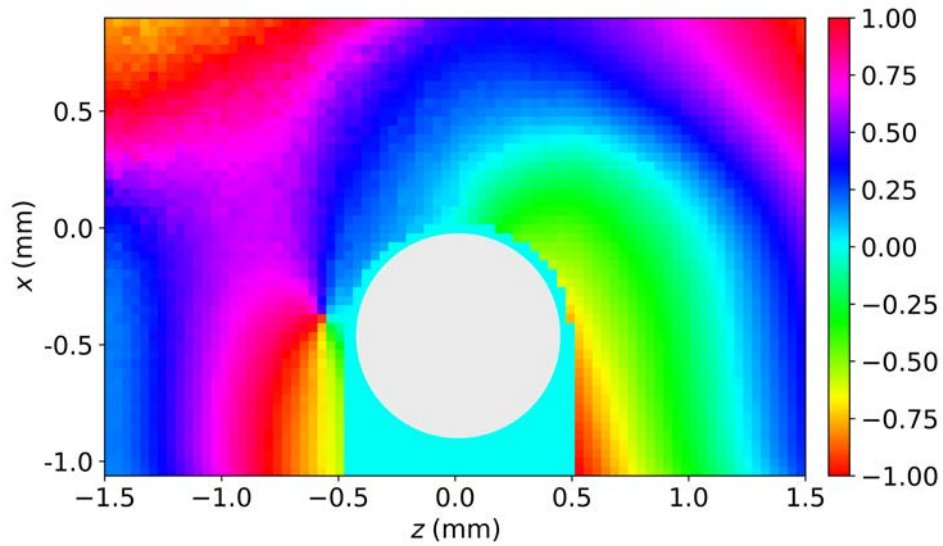
fréquence. La phase et le module du champ mesuré sont très proches de ceux prédits par le calcul. En haut à gauche, nous observons des différences à cause de la présence des effets de faisceau borné (voir 3.8 et 3.10), mais la mesure du champ concorde ensuite avec le modèle dans les autres parties du domaine mesuré. La singularité à gauche de la gouttelette a été détectée avec précision, avec une chute drastique de l'amplitude au niveau de ce point. La position verticale de cette singularité n'est pas exactement la même entre les deux champs. Une des causes pourrait être que l'amplitude du champ diffusé relativement à celle de l'onde plane évanescence diffère légèrement de celle prédite par le calcul analytique. La procédure expérimentale mise en place pour la mesure de la diffusion d'une onde plane évanescence est donc bien adaptée au système étudié, et les expériences semblent convenablement valider l'approche numérique de modélisation du chapitre 2.

4.2.2 Résonances et spirales multiples

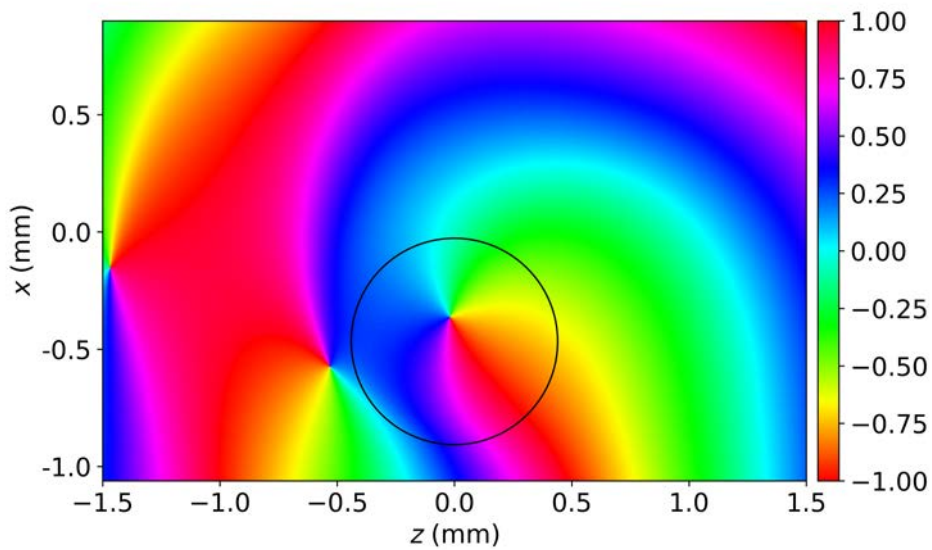
Sur la base des observations précédentes, différentes expériences ont ensuite été réalisées afin d'explorer le champ à des résonances de la gouttelette plus élevées. Toujours dans le but d'accéder au régime établi de la diffusion, des pulses d'une dizaine de cycles sont émis avec des fréquences centrales différentes, choisies de manière à correspondre aux résonances des différents modes visés. Une gouttelette de rayon $a = 550 \mu\text{m}$ est ici placée à environ 0,6 mm de l'interface. Les résolutions spatiales horizontale et verticale du balayage sont ici égales à $100 \mu\text{m}$. Dans ces expériences, les signaux enregistrés possédaient un faible ratio signal sur bruit car leur moyennage temporel n'était pas suffisant pour diminuer le niveau de bruit. Dans certains cas, leur amplitude maximale était très faiblement supérieure à ce niveau. Afin de mettre en évidence les différents champs que nous souhaitons observer, les signaux acquis sont filtrés numériquement. Les filtres utilisés possèdent ici une bande passante $\Delta f = 1 \text{ MHz}$ centrée sur la fréquence centrale d'émission des différents pulses émis.

Les champs de pression présentés dans la figure 4.9 correspondent aux résonances dipolaire, quadrupolaire, hexapolaire, et octopolaire de la gouttelette. Dans le dernier cas, le degré d'évanescence a été diminué afin d'exciter la gouttelette avec suffisamment d'énergie, du fait de la longueur de pénétration qui est plus faible lorsque la fréquence augmente. Les champs présentés dans les figures 4.9(b) et 4.9(c) ont été mesurés quasiment à la surface de la gouttelette et jusqu'à environ 0,3 mm en dessous de cette dernière, contrairement aux champs des figures 4.9(a) et 4.9(d) pour lesquels la grille de mesure est différente.

Nous observons que le champ de pression possède une structure spiralée au dessus de la gouttelette comme attendu. De plus, ces spirales sont bien structurées pour les différentes fréquences. En accord avec l'analyse effectuée dans la section 2.4.2, le nombre de spirales dans les isophases est bien égal à l'ordre du mode préférentiellement excité. En effet, le nombre de branches correspondant par exemple aux surpressions en rouge qui sont connectées à la gouttelette est égal à n , avec n allant ici de 1 à 4 pour les différentes figures.

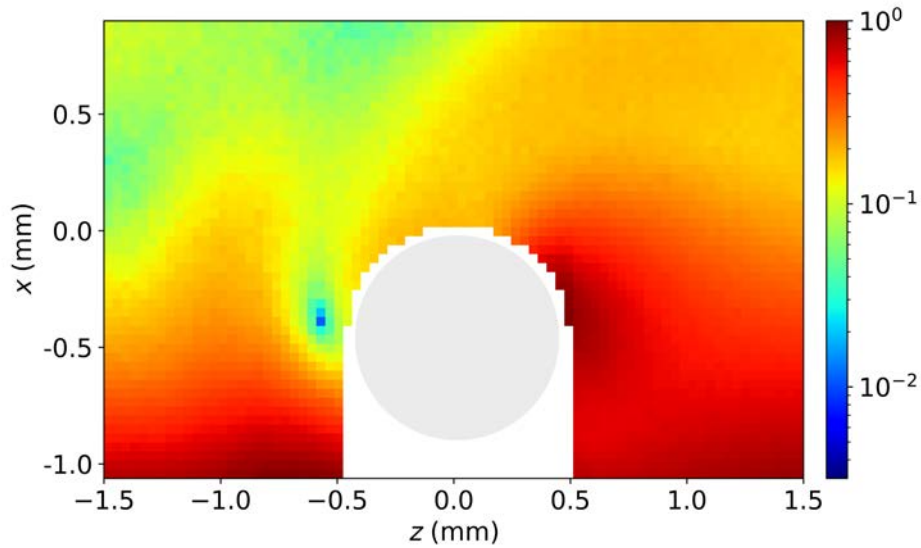


(a)

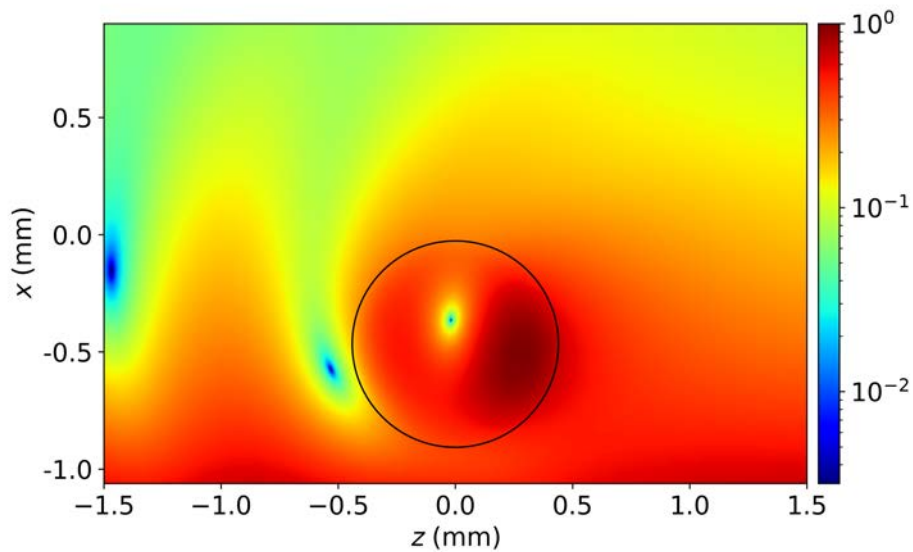


(b)

Figure 4.7. Phase de la transformée de Fourier du champ de pression normalisée en fraction de π à la fréquence $f = 0,80$ MHz (a) mesurée et (b) issue du calcul analytique. Nous observons dans les deux images un point où la phase est singulière près de la gouttelette à gauche.



(a)



(b)

Figure 4.8. Module de la transformée de Fourier du champ de pression normalisée en fraction de π à la fréquence $f = 0,80$ MHz (a) mesuré et (b) issu du calcul analytique. La singularité près de la gouttelette à gauche est repéré par le point d'amplitude nulle dans le champ.

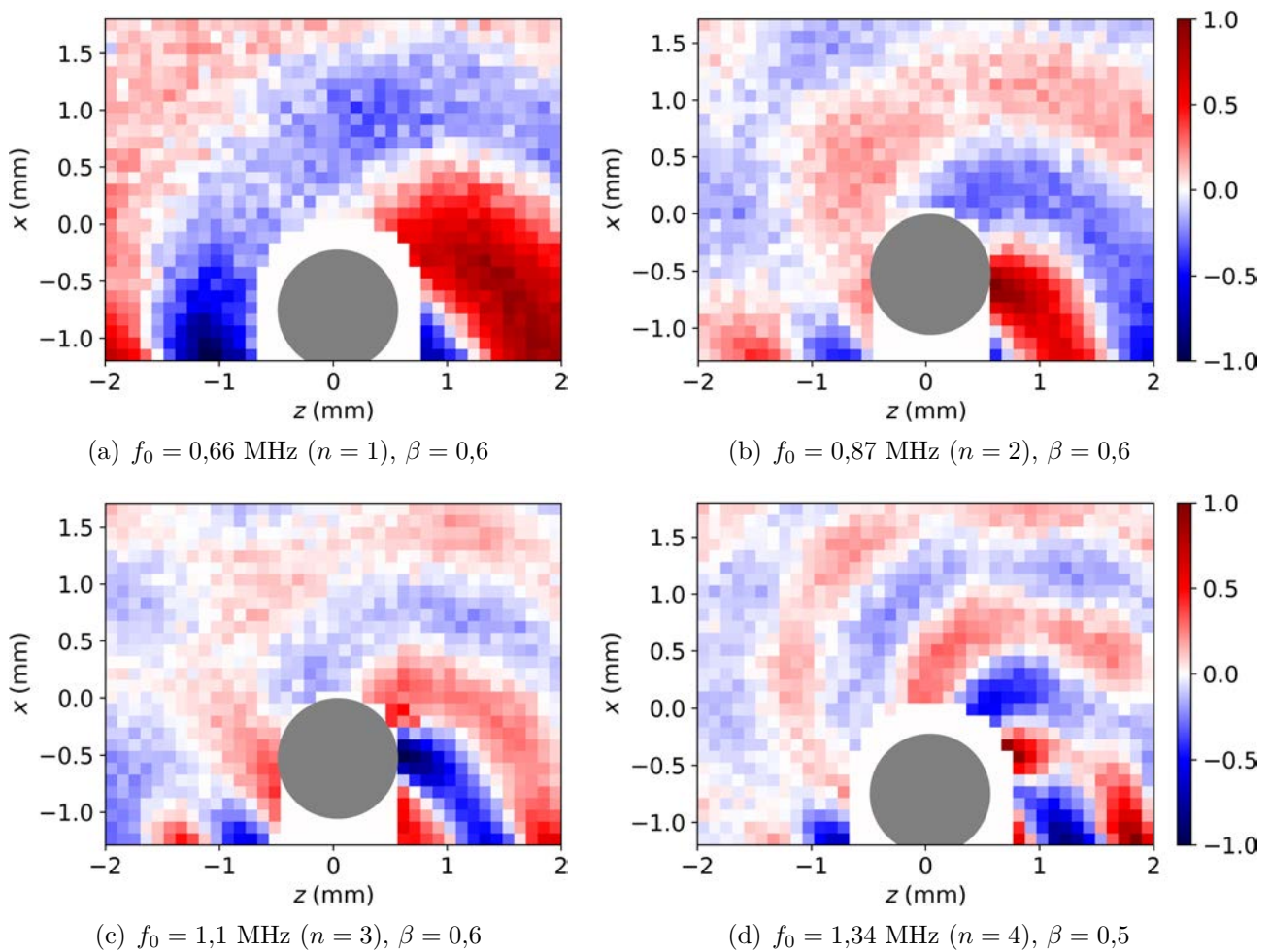


Figure 4.9. Champ de pression à l'extérieur d'une gouttelette de rayon $a = 550 \mu\text{m}$ pour différentes fréquences de résonance. Les figures (a),(d) et (b),(c) ont été obtenues à partir de cartographies dans des zones spatiales différentes, et les abscisses et ordonnées des axes ne renvoient pas forcément aux mêmes positions. Dans les figures (b) et (d), la taille des pixels est plus importante que la distance entre les points mesurés et la surface de la gouttelette. Le nombre de branches d'isophase du champ diffusé est égal à l'ordre du mode résonant. Les résolutions spatiales sont de $100 \mu\text{m}$.

4.3 Ondes circonférentielles et détection de singularités de phase à l'intérieur d'une gouttelette

Dans la continuité des résultats expérimentaux obtenus précédemment, nous explorons ensuite le champ de pression à l'intérieur d'une gouttelette. Dans ce but, l'hydrophone à fibre optique est inséré progressivement au cœur de cette gouttelette de manière à mesurer le champ. L'objectif principal est ici de détecter la présence de singularités de phase se manifestant près du centre de l'objet comme décrit dans la section 2.6. Dans le but d'identifier une ou plusieurs singularités, nous cherchons dans un premier temps à mesurer des signaux pour lesquels l'amplitude du champ de pression s'annule, puis nous réalisons des cartographies spatiales du champ interne. Nous effectuons ensuite des comparaisons entre le champ prédit par le calcul analytique et celui mesuré, notamment sur sa structure et sur la position des singularités.

4.3.1 Procédures expérimentales

4.3.1.1 Comparaisons des dimensions caractéristiques de l'hydrophone avec celles de la gouttelette étudiée

Dans les expériences présentées dans cette section, des gouttelettes plus grosses que les précédentes, ayant un diamètre $d_{\text{gouttelette}} \approx 2 \text{ mm}$, sont injectées de manière à ce qu'elles restent en place au passage de l'hydrophone à fibre optique. Pour des gouttelettes plus petites, il est au contraire difficile d'y insérer la fibre sans que ces dernières ne s'écartent de leur position initiale. Le diamètre de la fibre ($d_{\text{fibre}} = 100 \mu\text{m}$) est environ vingt fois plus petit que le diamètre des gouttelettes qui sont étudiées :

$$d_{\text{gouttelette}} \approx 20 d_{\text{fibre}}.$$

Dans la figure 4.10, nous pouvons observer que la gouttelette perd sa sphéricité au niveau du point de contact avec la fibre. Ce changement de forme est susceptible de modifier l'interaction entre l'onde incidente et la gouttelette en comparaison avec le système modélisé. Comme nous allons le voir par la suite, cet effet est cependant resté relativement faible. De plus, nous pouvons voir que la gouttelette est très légèrement déplacée lorsque la fibre s'écarte de la ligne verticale centrée sur cette gouttelette. Ce déplacement est évalué à quelques micromètres tandis que les longueurs d'onde d'intérêt sont de l'ordre du millimètre. De plus, lorsque la fibre est retirée, la gouttelette retourne à sa position initiale grâce au comportement élastique du gel. Le déphasage induit entre les différents points de mesures est donc lui aussi négligeable. La fibre a également un diamètre bien plus petit que la longueur d'onde dans la gouttelette pour les fréquences étudiées. Nous avons :

$$\lambda_{\text{gouttelette}} \approx 10 d_{\text{fibre}}.$$

Nous faisons donc l'hypothèse que le champ ne sera pas significativement dégradé à cause de la présence de la fibre dans la gouttelette.

4.3.1.2 Réalisation de cartographies du champ de pression interne

Pour réaliser une cartographie spatiale du champ de pression interne, l'hydrophone à fibre optique est d'abord inséré puis déplacé délicatement et de manière verticale descendante dans la gouttelette. Puis, en remontant à l'altitude initiale, il est déplacé d'un petit pas horizontal afin de mesurer le champ dans une région du plan (xz) centrée sur la gouttelette, comme représenté dans les figures 4.10 et 4.11. Avec cette procédure, il est possible de mesurer le champ dans une région située autour de la ligne médiane de la gouttelette. Les extrémités sont cependant inaccessibles car dans ce cas la gouttelette subit une déformation importante sous l'action de la fibre et est déplacée de manière irréversible de sa position initiale.

Dans la section suivante, nous présentons deux types de mesures amenant à des analyses similaires. Une première manière de procéder est de traverser entièrement la gouttelette avec la fibre de haut en bas, comme représenté sur le premier schéma de la figure 4.11. Cette approche permet de mesurer à la fois le champ interne et plus particulièrement les ondes se propageant à la surface de la gouttelette, ainsi que l'onde incidente évanescente qui excite cette dernière par le bas. Avec cette méthode, la fibre déforme à deux reprises la surface de la gouttelette : en pénétrant par le haut, puis en sortant par le bas. Le champ est donc susceptible d'être altéré de manière non négligeable. La deuxième consiste à insérer la fibre dans la gouttelette, puis de balayer uniquement l'intérieur de cette dernière, comme représenté sur le deuxième schéma de la figure 4.11. Les déplacements de la gouttelette causés par le contact entre la fibre et sa surface sont alors limités, et pour une durée d'expérience équivalente la résolution spatiale peut être plus importante. En revanche, seule une partie du champ interne est accessible, ce qui est néanmoins suffisant dans l'objectif de détecter uniquement les singularités de phase.

Dans les différentes mesures, le calibrage de la position de l'hydrophone à fibre optique par rapport à la gouttelette était imprécis. Une incertitude sur son positionnement de plusieurs micromètres doit donc être prise en compte.

4.3.2 Cartographies du champ de pression à l'intérieur d'une gouttelette

Les champs de pression à l'extérieur et à l'intérieur d'une gouttelette sont mesurés à partir d'un seul balayage de l'hydrophone à fibre optique comme représenté par le schéma à gauche dans la figure 4.11. Dans l'expérience qui suit, ce dernier est d'abord positionné à l'extérieur de la gouttelette, puis est inséré verticalement à l'intérieur, et ressort enfin par le bas. De cette manière, nous cherchons à mesurer des signaux révélant des singularités de phase ainsi que les ondes qui se propagent autour de la circonférence de la gouttelette. De plus, les signaux correspondant à l'onde incidente évanescente en bas de la gouttelette sont enregistrés dans le même temps. Nous effectuons une expérience sur une gouttelette de rayon $a = 1,12$ mm, placée à environ 1,3 mm de l'interface. Cette dernière est excitée par un signal composé de 6 périodes de fréquence centrale $f_0 = 0,54$ MHz, correspondant à sa résonance hexapolaire. À cause des contraintes expérimentales imposant une taille de gouttelette minimale et au regard de

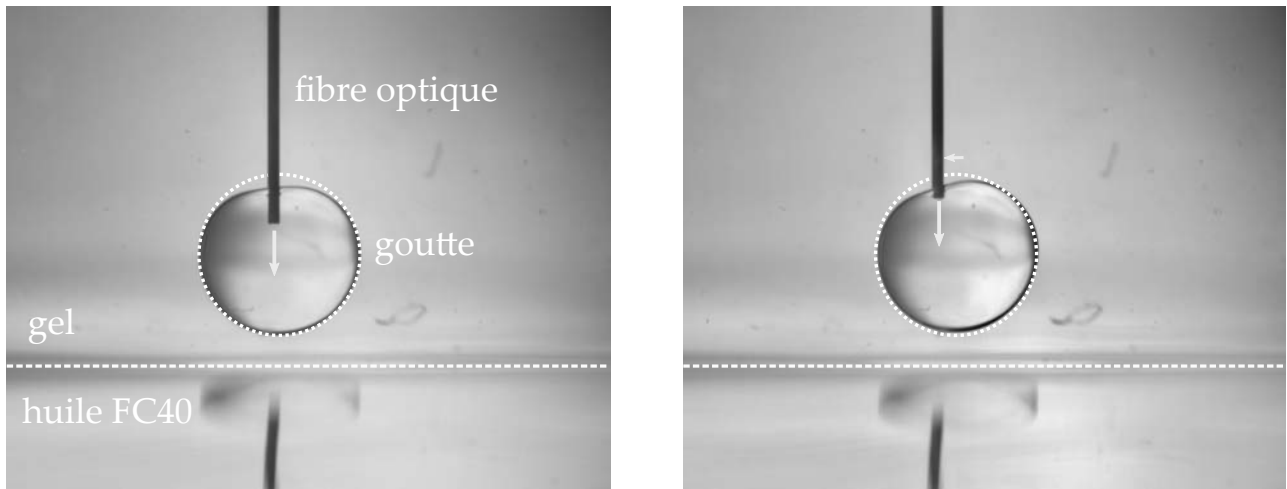


Figure 4.10. Photographie d'une gouttelette d'huile fluorée en suspension dans le gel de carbopol à proximité de l'interface entre l'huile fluorée et le gel. Le reflet de cette gouttelette est également visible sur cette interface. L'hydrophone à fibre optique est ici inséré dans la gouttelette et est déplacé verticalement puis horizontalement dans le but de cartographier le champ en deux dimensions. Le cercle en pointillés suit la forme de la gouttelette dans l'image de gauche et est reporté dans l'image de droite pour évaluer le déplacement de la gouttelette suite au déplacement de l'hydrophone. Le cercle permet aussi d'apprécier la déviation de la forme de la gouttelette de sa forme sphérique initiale.

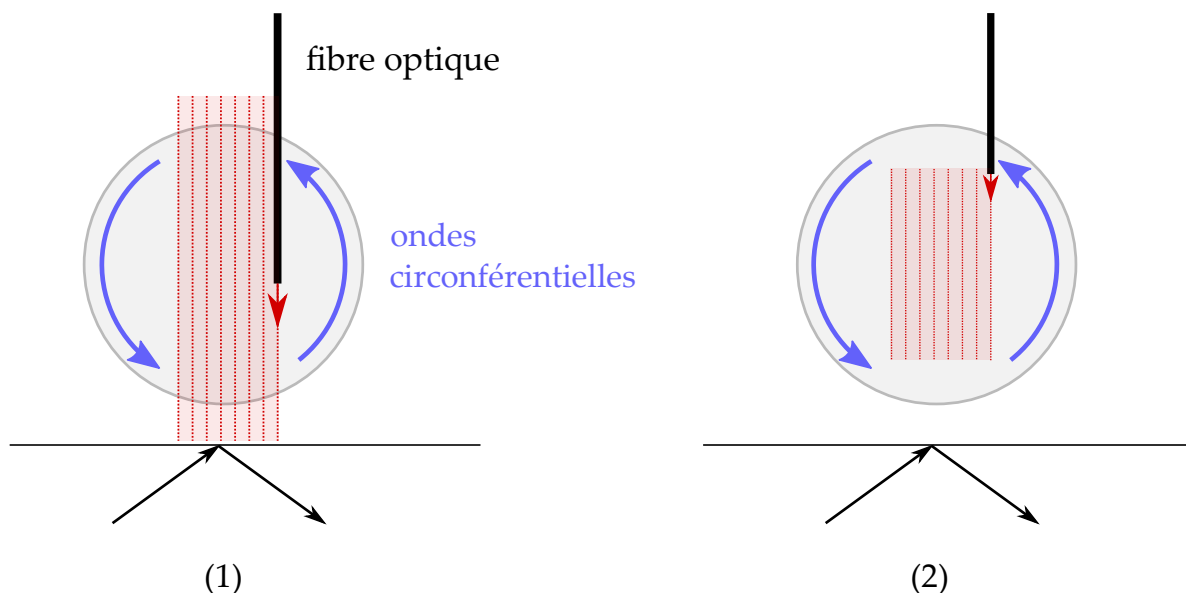


Figure 4.11. Représentation de la mesure du champ de pression interne. Deux méthodes différentes sont décrites : (1) l'hydrophone à fibre optique est inséré puis traverse entièrement la gouttelette de haut en bas, (2) la fibre reste dans la goutte pendant tout le balayage.

la bande passante du transducteur utilisé, les fréquences de résonance inférieures (dipolaire ou quadrupolaire) n'ont pas pu être explorées. L'angle d'incidence est ici $\vartheta = 32,1^\circ$ et correspond à $\beta = 0,6$. Les résolutions horizontale et verticale sont dans cette expérience égales à $40 \mu\text{m}$.

4.3.2.1 Signaux enregistrés dans la gouttelette

Mesure le long d'une ligne verticale passant par le centre de la gouttelette

La figure 4.12 montre premièrement les signaux temporels enregistrés à différentes altitudes x et en passant verticalement vers le centre de la gouttelette. Nous observons que le signal enregistré au point d'altitude la plus haute est déphasé de plusieurs périodes avec celui du bas. Le signal du haut correspond plus précisément aux ondes se propageant de manière circonférentielle dans la gouttelette et ayant parcouru ici son demi-périmètre. Cela semble confirmer qu'une onde circonférentielle domine l'autre. Enfin, après le passage de l'onde incidente, les ondes internes continuent de se propager durant un temps caractéristique pour lequel la gouttelette subit des oscillations amorties dans le régime libre de la diffusion. De plus, nous observons l'effet résonant de la sphère via l'atténuation lente des ondes circonférentielles. Mathématiquement, la fréquence d'oscillation de ces ondes dans le régime libre peut être supposée à valeur complexe comme décrit dans la section 1.2.7.2. La partie réelle de la fréquence associée ici à la résonance du mode hexapolaire peut également être légèrement différente de la fréquence centrale du signal d'excitation.

Mesure le long d'une ligne verticale passant une singularité de phase

Les signaux correspondant à une deuxième mesure verticale décalée vers la droite sont ensuite représentés dans la figure 4.13(a). Ce deuxième balayage traverse une singularité de phase comme nous allons le voir par la suite (singularité la plus à droite dans le plan (xz)). Après environ deux périodes temporelles, le régime établi est quasiment atteint et nous observons une zone de silence apparaissant en $x = 1,8 \text{ mm}$. Cette zone est ici une ligne blanche identifiable entre environ $t = 47 \mu\text{s}$ et $t = 53 \mu\text{s}$ pendant laquelle l'amplitude du champ de pression est nulle. Les signaux situés de part et d'autre de cette ligne sont en opposition de phase. Il s'agit donc de la signature de la présence d'une singularité de phase à cet endroit. Aux temps suivants, dans le régime d'oscillation libre, le champ a une amplitude très faible mais non nulle. Ceci indique que la singularité s'est légèrement déplacée de manière horizontale à la transition entre le régime établi et le régime d'oscillation libre. Ce déplacement de la singularité vient du fait que la fréquence d'oscillation libre de la gouttelette diffère ici de sa fréquence d'excitation dans le régime forcé.

La figure 4.13(b) présente ensuite les signaux obtenus à partir du calcul analytique où le signal incident est un sinus de 6 cycles et dont la forme est proche du signal expérimental. La position z choisie correspond également à celle d'une singularité, et n'est que très légèrement différente de la position expérimentale de la singularité. Les signaux expérimentaux et issus

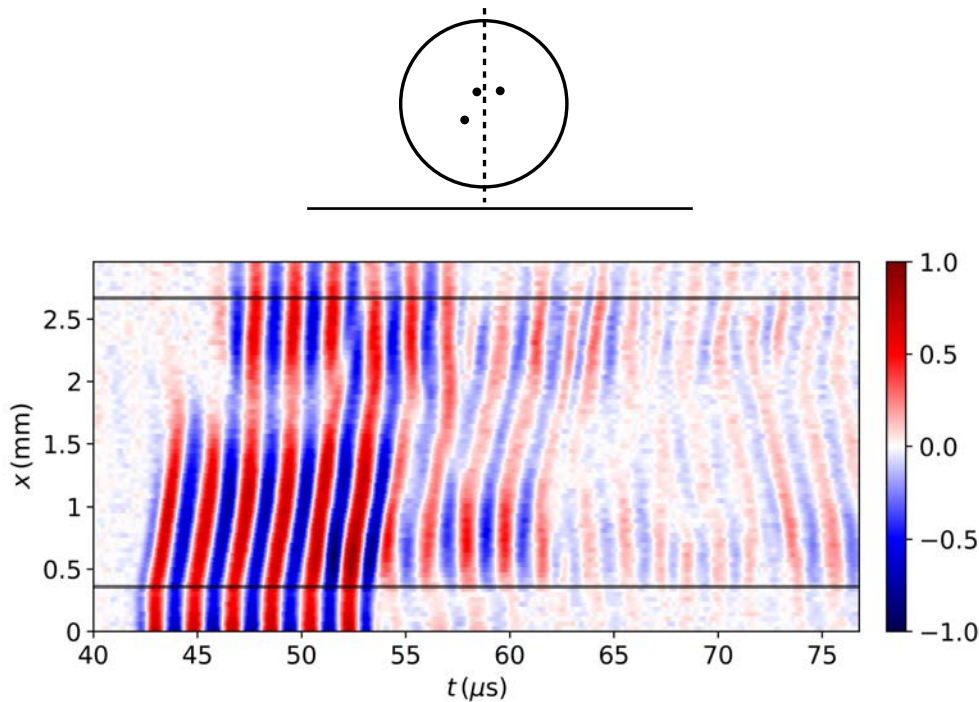


Figure 4.12. Signaux temporels en fonction de l'altitude x à l'intérieur d'une gouttelette de rayon $a = 1,12$ mm, $\beta = 0,6$, et pour $f_0 = 0,54$ MHz (résonance hexapolaire) en passant par le centre de cette gouttelette. Les amplitudes des signaux sont normalisées par le maximum d'amplitude global. Les deux lignes horizontales délimitent de manière approximative la surface de la gouttelette.

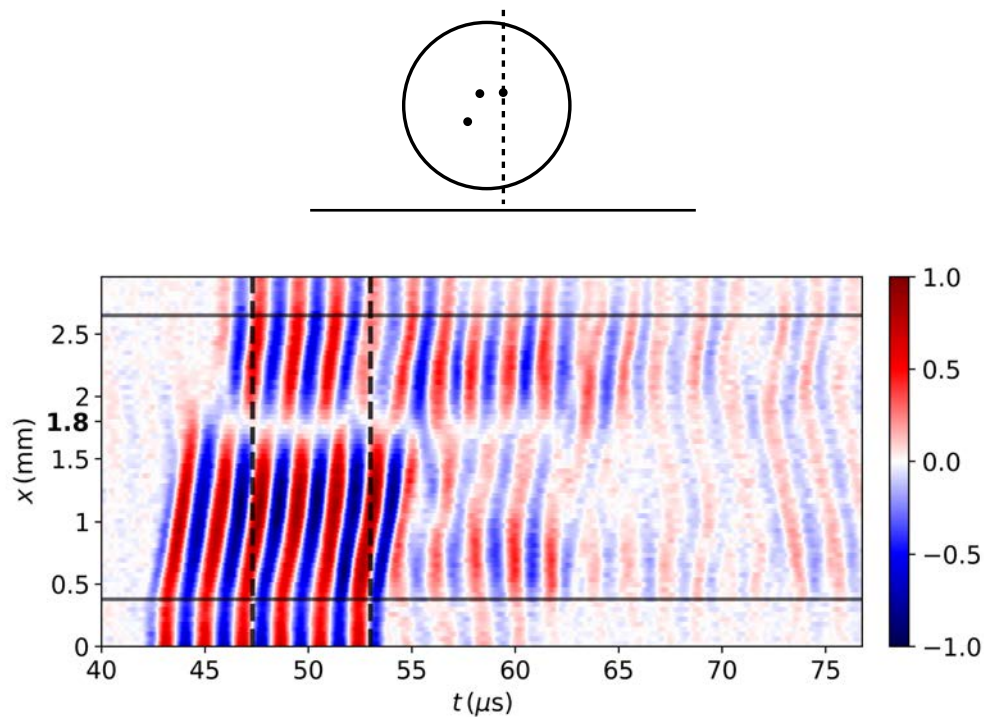
du calcul ont des formes similaires en particulier aux premiers instants et pendant le régime établi. Les cycles de surpression ou de dépression qui sont connectés entre eux ont des structures proches dans les deux images et les temps associés concordent.

4.3.2.2 Cartographies du champ de pression interne

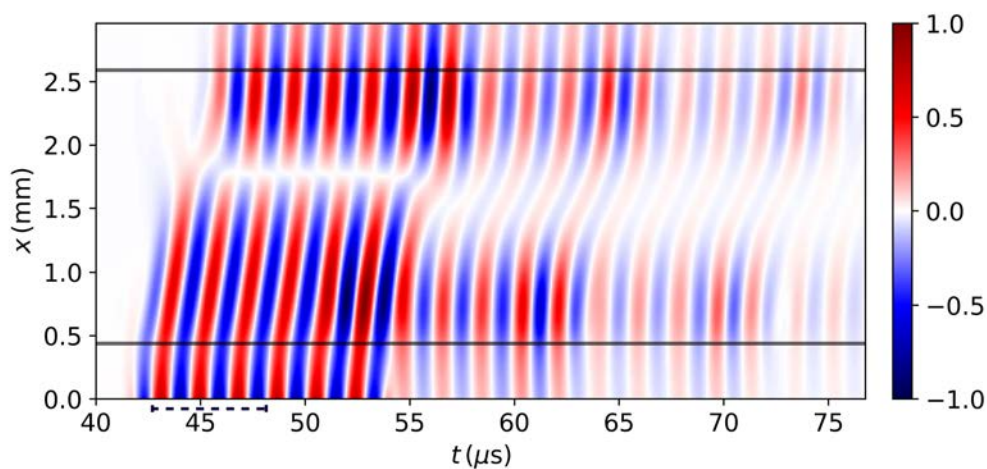
Diffusion en régime transitoire

Les différents signaux enregistrés sont regroupés afin de construire une cartographie spatiale du champ interne. La figure 4.14 montre le champ de pression mesuré à différents instants du régime transitoire. L'écart de temps entre la première image et la dernière est ici égal à $\Delta t = 3T_0$. Il s'agit de la durée mise par une perturbation pour faire le tour de la surface gouttelette, confirmant ainsi l'hypothèse faite précédemment dans (4.2), avec ici $n = 3$. Cette figure montre que le champ mesuré possède la structure caractéristique de la résonance hexapolaire. En effet, ce dernier est composé de trois minimums de pression et de trois maximums comme attendu. Il est intéressant de noter qu'aucun déphasage important provenant d'un possible déplacement de la gouttelette n'est identifiable. Nous observons par exemple que tous les points d'amplitude nulle dans le champ de pression sont reliés entre eux par des lignes blanches quasi continues.

De manière complémentaire, la phase et le module instantanés du champ de pression sont déterminés à partir d'une transformée de Hilbert, puis respectivement représentés dans



(a) Signaux mesurés



(b) Signaux analytiques

Figure 4.13. Signaux temporels en fonction de l'altitude x en passant verticalement par la singularité de phase la plus à droite dans le plan (xz) de la figure 4.15. (a) Signaux expérimentaux et (b) reproduits analytiquement. Dans les deux cas, les amplitudes des signaux sont normalisées par les maximums d'amplitude globaux. Les deux lignes verticales en pointillés dans la figure expérimentale indiquent la durée du temps d'existence de la zone de silence en $x = 1,8$ mm, entre $t = 47 \mu\text{s}$ et $t = 53 \mu\text{s}$. Dans la figure présentant les signaux analytiques, l'échelle temporelle a été ajustée pour qu'elle corresponde à celle des signaux mesurés, en recalant la première ligne d'amplitude nulle. Les segments en pointillés dans (b) indiquent la durée mise par une suppression du signal incident pour se propager le long d'un tour complet du périmètre de la gouttelette, correspondant ici à $\Delta t = 3T_0$.

les figures 4.15 et 4.16. L'analyse de la phase et du module permet de mettre en évidence la présence de singularités de phase dans la gouttelette. L'image en haut à gauche des figures 4.14, 4.15 et 4.16 correspond à l'arrivée de l'onde incidente qui est transmise dans cette gouttelette. Aux premiers instants de la diffusion, nous distinguons des fronts d'onde quasi-symétriques par rapport à l'horizontale passant par le centre de la gouttelette, ce que confirme le tracé de la phase. En haut de la gouttelette, l'amplitude du champ est nulle et seule sa partie basse est excitée par l'onde incidente avec une amplitude significative. Ensuite, nous pouvons clairement discerner les ondes qui se propagent de manière contra-propagative le long de la circonférence de la gouttelette avec des amplitudes différentes. Comme il l'a été observé à l'extérieur de la gouttelette dans la figure 4.5, l'onde engendrée depuis la partie supérieure de la gouttelette est annihilée par celle engendrée depuis la partie inférieure, d'amplitude bien plus élevée et se propageant dans le sens trigonométrique.

Nous observons de plus la formation des singularités de phase au cours du temps dans la figure 4.15. Du fait de la courbure fermée du chemin de propagation, les ondes engendrées dans la gouttelette ont une trajectoire circulaire. Le paquet d'ondes qui se propage à l'intérieur de la gouttelette possède ici une longueur suffisamment grande pour que des interférences entre les ondes circonférentielles aient lieu. En conséquence, les singularités apparaissent aux points où les différentes lignes d'isophase s'intersectent. En analysant les images présentant le module du champ, nous pouvons remarquer que deux singularités se forment lorsque l'onde circonférentielle a atteint le pôle nord de la gouttelette. Puis la troisième singularité se forme en bas à gauche des deux premières lorsque cette onde rejoint le pôle sud. Cependant, sur ces images, cette dernière n'est que très faiblement percevable. Cette étude met également en évidence que la charge topologique du champ aux premiers instants de la diffusion n'est pas un nombre entier. En effet, dans les trois premières images, nous observons que la phase ne parcourt pas entièrement l'intervalle $[-\pi, \pi]$ autour du périmètre de la gouttelette. Nous avons ici un effet similaire à celui de la charge fractionnaire de vortex acoustiques tronqués spatialement étudiée dans [97].

Champ dans le domaine de Fourier à la fréquence de résonance hexapolaire

Calculons ensuite la transformée de Fourier du champ de pression interne à la fréquence de résonance hexapolaire afin d'analyser plus finement sa structure. Afin de révéler au mieux et d'obtenir une précision accrue du positionnement des singularités de phase, le champ résultant du régime établi est extrait à partir d'un fenêtrage temporel. Ce régime est proche du régime harmonique à la fréquence centrale de l'émission, correspondant à la résonance hexapolaire de la gouttelette. Le début et la durée de cette fenêtre correspondent au temps d'existence de la singularité de phase repérée à la figure 4.13(a) (encadré par les lignes verticales en pointillés), durée pendant laquelle le signal est nul en $x = 1,8$ mm. Nous excluons ainsi les effets transitoires ayant lieu au début du processus de diffusion, ainsi que les contributions émanant du régime libre après le passage de l'onde incidente et pendant lequel les singularités se déplacent.

La phase et le module de la transformée de Fourier à la fréquence $f_0 = 0,54$ MHz sont

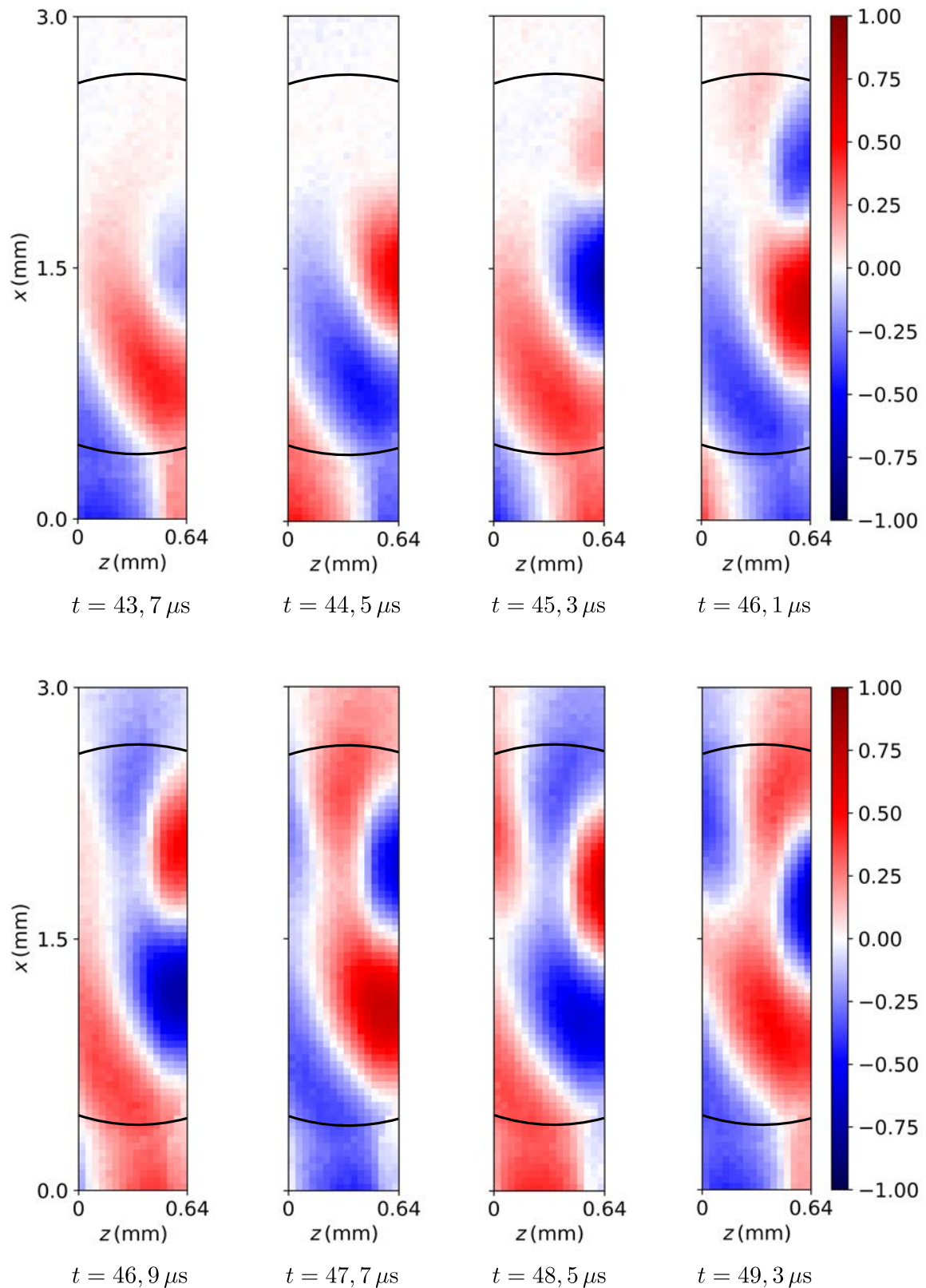


Figure 4.14. Propagation du champ de pression à l'extérieur et à l'intérieur d'une gouttelette de rayon $a = 1,12$ mm excitée à la fréquence $f_0 = 0,54$ MHz, correspondant à sa résonance hexapolaire. L'écart temporel entre la première et la dernière image est égal à $\Delta t = 3T_0$, où $T_0 = 1,85$ μ s est la période. Les résolutions horizontale et verticale sont égales à 40 μ m. La surface de la gouttelette est représentée de manière approximative par les lignes courbées noires.

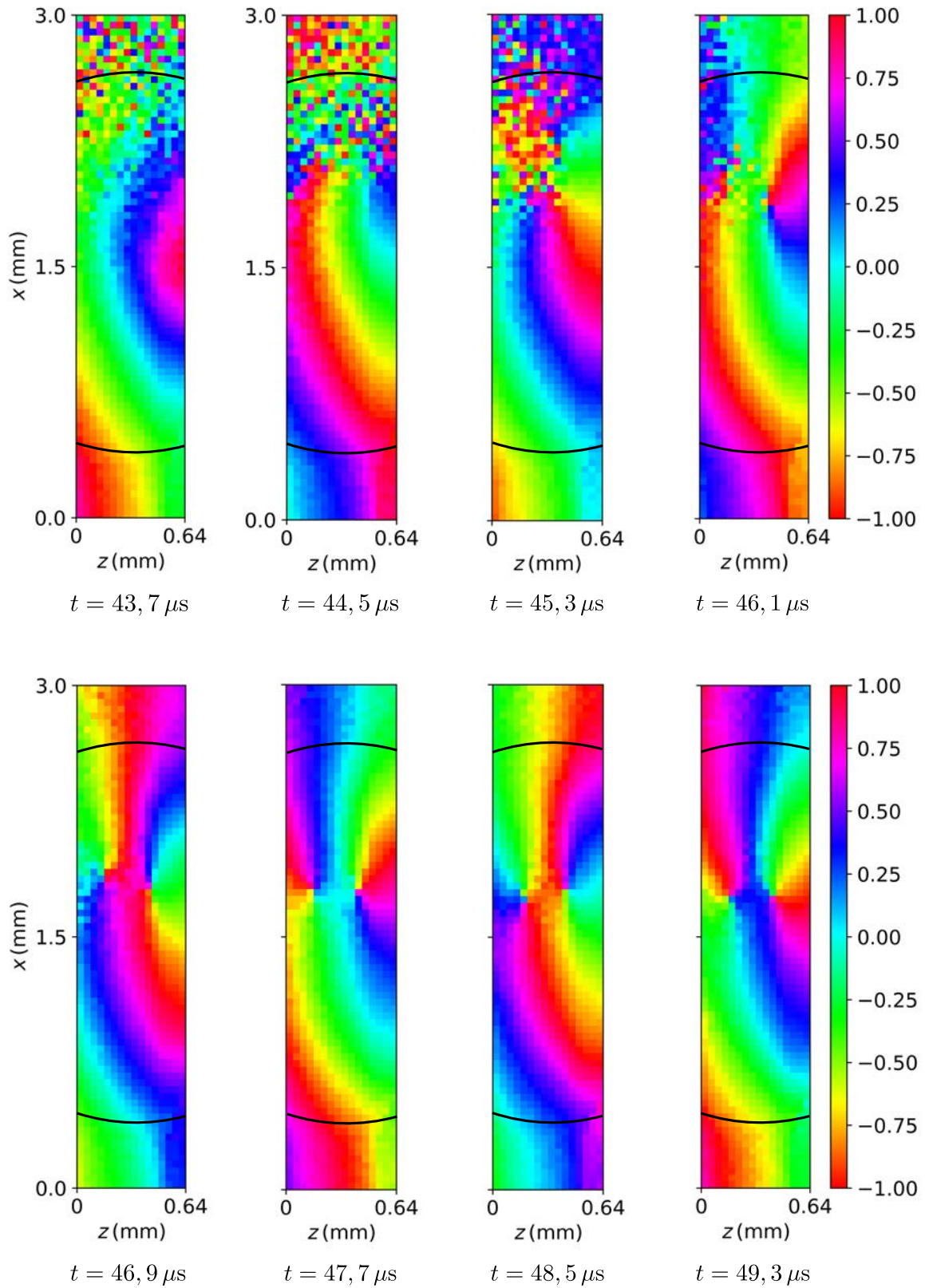


Figure 4.15. Phase instantanée normalisée en fraction de π du champ de pression à différents instants, obtenue après avoir appliquée une transformée de Hilbert aux signaux temporels présentés dans la figure 4.14.

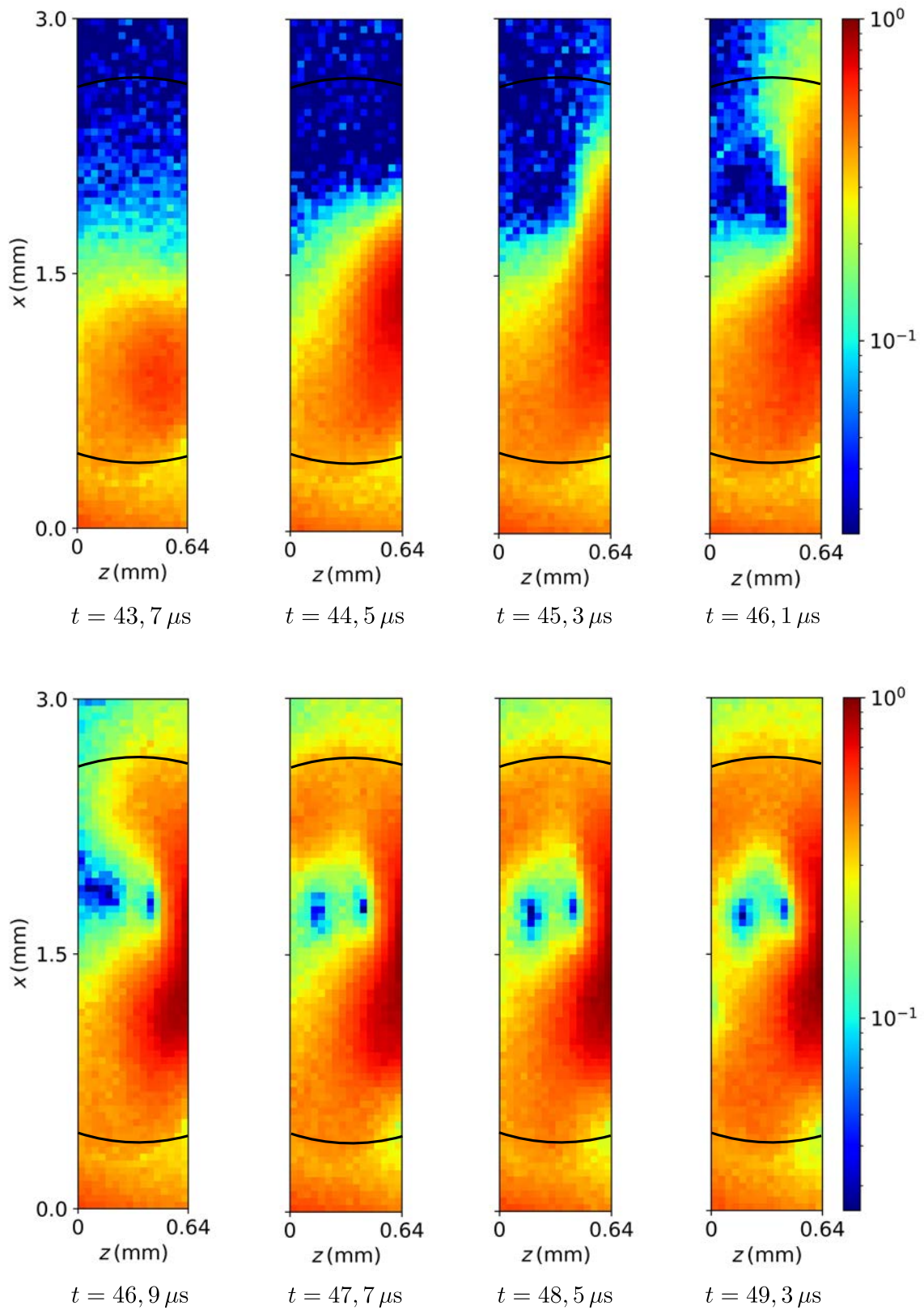


Figure 4.16. Module instantané du champ de pression à différents instants.

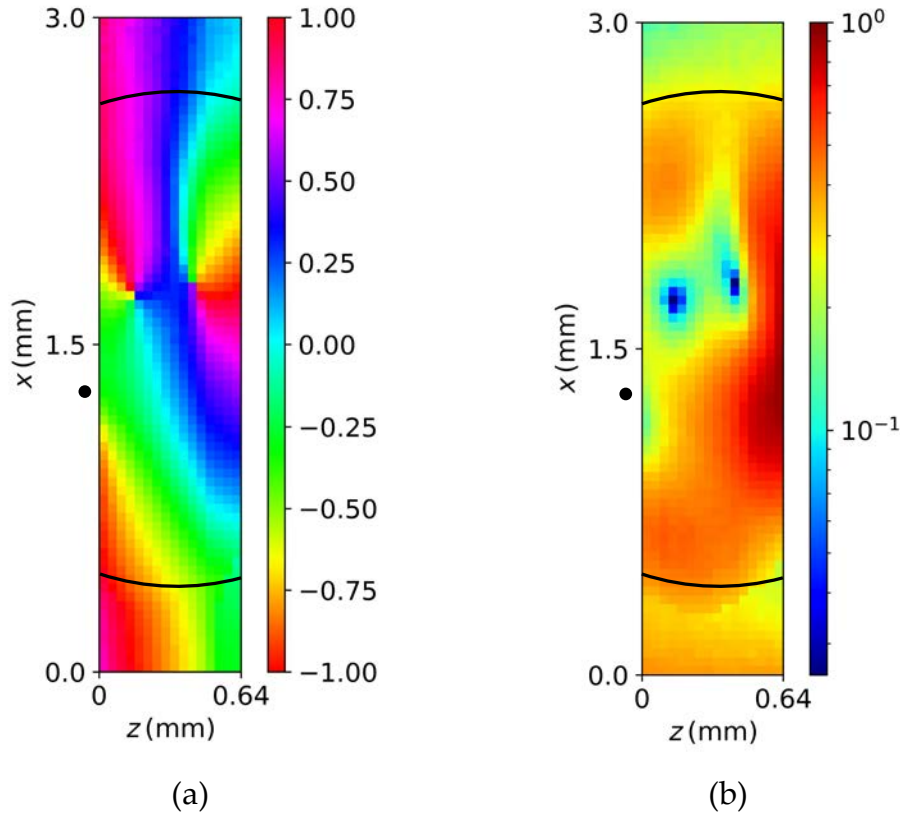


Figure 4.17. (a) Phase normalisée en fraction de π et (b) module de la transformée de Fourier du champ de pression à la fréquence $f_0 = 0,54$ MHz, correspond à la résonance hexapolaire d'une gouttelette d'huile fluorée. Les singularités de phase sont repérées par les points noirs. La position de la troisième singularité présente à l'extérieur de la zone mesurée a été estimée.

ensuite représentés dans la figure 4.17. Contrairement aux images présentant la phase et le module instantanés du champ en régime transitoire, nous percevons ici avec plus de netteté les singularités car les données sont ici moyennées en temps. La position de la troisième singularité en bas à gauche est repérée de manière approximative par un point noir à l'extérieur de la zone mesurée.

Au regard de la structure des champs qui ont été présentés, nous pouvons conclure que la méthode de mesure qui a été employée, c'est-à-dire le balayage du champ en traversant entièrement la gouttelette, n'a que partiellement dégradé le champ à l'intérieur de cette dernière.

4.3.2.3 Autre mesure du champ interne et validation

De manière différente, nous présentons ensuite une mesure du champ de pression à partir d'un balayage spatial de l'hydrophone uniquement à l'intérieur de la gouttelette comme décrit dans 4.3.1.2 et dans le deuxième schéma de la figure 4.11. La gouttelette a ici un rayon $a = 970 \mu\text{m}$ et est placée à environ 1 mm de l'interface. Cette dernière est excitée par un signal temporel composé de 6 périodes de fréquence centrale $f_0 = 0,612$ MHz, correspondant une nouvelle fois à sa résonance hexapolaire. Le degré d'évanescence a été fixé pour cette mesure à $\beta = 0,6$ et les résolutions horizontale et verticale sont égales à $20 \mu\text{m}$.

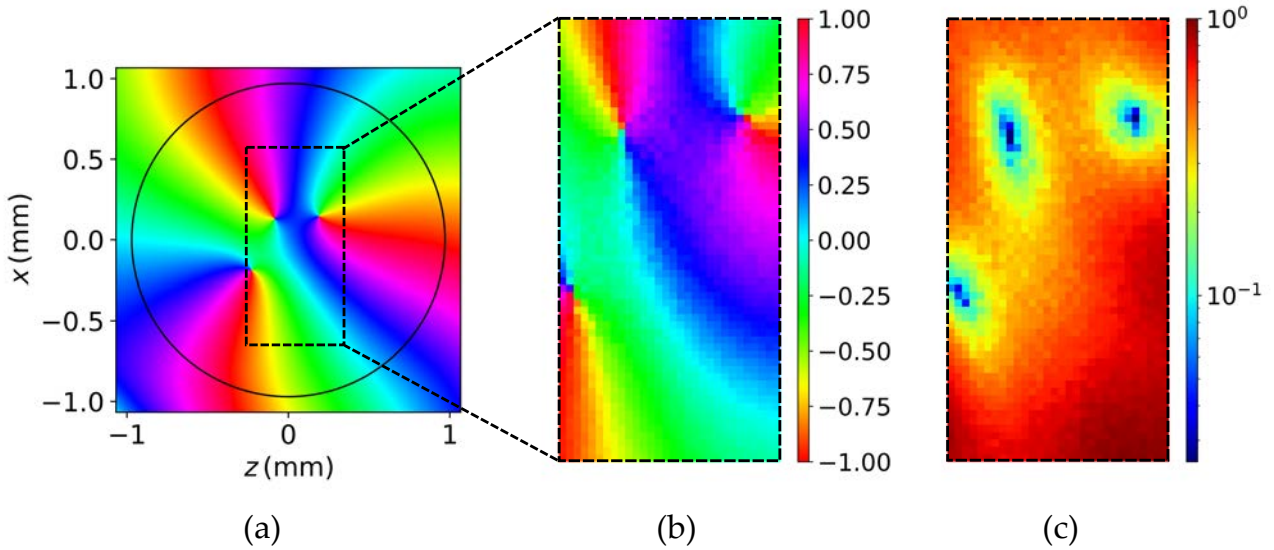


Figure 4.18. (a) Prédiction analytique de la phase du champ résultant de la diffusion par une gouttelette d'huile fluorée de rayon $970 \mu\text{m}$ à la fréquence $f = 0,62 \text{ MHz}$ correspondant à sa fréquence de résonance hexapolaire et $\beta = 0,6$. (b) Phase normalisée en fraction de π et (c) module de la transformée de Fourier du champ mesuré à l'intérieur de la gouttelette à la même fréquence. Une comparaison est faite approximativement dans la zone représentée en pointillés noirs.

La figure 4.18 représente dans un premier temps la phase de la transformée de Fourier du champ pour $f_0 = 0,612 \text{ MHz}$ qui est prédite par le modèle analytique. Nous la comparons ensuite avec celle du champ mesuré à l'intérieur de la gouttelette à la même fréquence. Le module du champ de pression expérimental est également affiché à droite de l'image de la phase. La zone dans laquelle le champ a été mesuré est représentée de manière approximative dans l'encadré en pointillés noirs. Premièrement, la structure du champ est très proche de celle prédite par le calcul. Dans cette mesure, toutes les singularités présentes à l'intérieur de la gouttelette sont détectées. De plus, la position de ces singularités et la forme des différentes lignes d'isophasse correspondent très bien avec celles prédites de manière analytique. Les structures de la phase et du module qui ont été mesurées dans cette expérience sont également très proches de celles présentées dans la figure 4.17. Cette expérience confirme ainsi la répétabilité de la mesure du champ de pression interne, ici sur une gouttelette différente de celle présentée dans la section précédente.

4.4 Synthèse et discussion

Dans ce chapitre, nous avons mesuré expérimentalement la diffusion d'une onde plane évanescente par une gouttelette résonante, puis nous avons comparé avec succès les champs mesurés avec ceux prédits de manière analytique. Des cartographies du champ de pression d'une résolution de quelques dizaines de micromètres ont été obtenues grâce au faible diamètre de la partie sensible de l'hydrophone à fibre optique.

Dans le milieu extérieur, le champ a été mesuré à la surface de la gouttelette et proche de l'interface servant à la génération de l'onde plane évanescente. Les résultats présentés ici pourraient tout d'abord être intéressants dans le cadre de l'imagerie sub-longueur d'onde [10, 11]. Il serait par exemple intéressant, à partir du champ diffusé mesuré, d'essayer de discerner deux objets distants de moins d'une demi-longueur d'onde qui est imposée par le critère de Rayleigh. Ils pourraient également apporter des éclairages importants pour les applications navales telles que la recherche ou l'identification de sédiments enfouis, en s'inspirant des études présentées dans [98, 99]. Le champ diffusé résultant de la diffusion d'une onde plane évanescente, assimilable à une source circulaire, pourrait d'une autre manière être utilisé dans diverses applications telles que pour le contrôle de la propagation d'ondes. Des études ont en effet montré que ce type de champ engendre des ondes de surface lorsqu'il interagit avec une structure périodique, et le sens de rotation de ce champ sélectionne la direction de propagation des ondes de surface grâce à l'effet de "spin momentum locking" [41, 45, 47].

Une importante analogie peut également être faite avec les faisceaux vortex qui présentent un fort intérêt dans la littérature, en particulier pour la manipulation d'objets [12, 100, 101], mais aussi pour l'imagerie [102, 103]. À la différence des vortex acoustiques qui sont dans la plupart des cas engendrés de manière active [37, 100, 104], les ondes circulaires qui sont engendrés ici le sont de manière passive. Dans les cas cités, la phase des vortex varie linéairement avec l'angle azimutal, angle défini autour de l'axe de propagation. La phase du champ diffusé obtenu ici évolue quant à elle quasi-linéairement avec l'angle polaire dans le plan formé par le bi vecteur d'onde de l'onde plane évanescente, autour de l'axe transverse. Ce système offre donc un degré de liberté en rotation différent.

Pour la première fois, le champ à l'intérieur d'une gouttelette a pu être mesuré en y insérant un hydrophone à fibre optique de petit diamètre par rapport à celui de la gouttelette. Alors que les singularités de phase sont des lieux où les variations spatiales du champ sont très importantes, nous avons pu détecter ces dernières et elles n'ont pas été perturbées par la présence de la fibre. De plus, malgré la déformation de la gouttelette causée par l'introduction de la fibre, les positions des différentes singularités concordent de manière très satisfaisante avec celles prédites par le calcul analytique. Ces résultats originaux démontrent ainsi la fiabilité d'une telle mesure acoustique. Ils devraient ouvrir la voie à la mise en place d'expérimentations similaires dans des systèmes confinés ou à accès limités, telles que dans le domaine de la microfluidique.

La présence de singularités dans le champ est associée à des propriétés de moment angulaire de ce champ [33, 105, 106]. Sur la base des développements effectués précédemment, le chapitre 5 traite de manière plus approfondie les caractéristiques de la densité de moment angulaire associée à la diffusion d'une onde plane évanescente. Nous mettons particulièrement en avant la densité de moment angulaire de spin associée à l'onde plane évanescente et celle des ondes engendrées lors du processus de diffusion.

Chapitre 5

Densité de moment angulaire du champ résultant de la diffusion d'ondes planes évanescentes

Sommaire

5.1	Moment angulaire d'un champ acoustique	144
5.1.1	Moment angulaire d'une particule de fluide soumise à un champ acoustique	145
5.1.1.1	Densité de quantité de mouvement d'une particule	145
5.1.1.2	Moment angulaire d'une particule au cours du temps	146
5.1.1.3	Expression finale du moment angulaire	149
5.1.2	Moment angulaire d'un champ acoustique défini directement à partir du flux d'énergie moyen	150
5.1.2.1	Densité d'impulsion d'un champ	152
5.1.2.2	Analogie avec le moment angulaire d'un champ électromagnétique	152
5.1.2.3	Densité de MA orbital d'un champ acoustique	154
5.1.2.4	À propos de l'approche de K.Y. Bliokh et F. Nori	154
5.1.2.5	Densité de moment angulaire de spin acoustique	154
5.1.2.6	Densité de moment angulaire totale	155
5.1.3	Bilan des différentes approches et discussion	155
5.1.4	Couple de radiation exercé sur une sphère en régime de Rayleigh	156
5.1.4.1	Expression du couple de radiation	156
5.1.4.2	Couple exercé par une onde plane incidente évanescente	157
5.2	Conversion de la densité de moment angulaire de spin lors de la diffusion d'une onde plane évanescente	158
5.2.1	Quantités énergétiques associées à une onde plane évanescente	159

5.2.2	Analyse du moment angulaire de spin d'un champ résultant des contributions monopolaire et dipolaire	160
5.2.3	Densité de moment angulaire de spin à la résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée	162
5.2.3.1	Structure de la densité de spin en fonction du degré d'évanescence	162
5.2.3.2	Cartographie expérimentale de la densité de spin	163
5.2.3.3	Analyse de la structure de la densité de spin	165
5.2.4	Densité de moment angulaire de spin à la résonance hexapolaire . . .	169
5.2.4.1	Cartographie de la densité de spin à l'intérieur d'une gouttelette	170
5.2.4.2	Analyse de l'évolution de la densité de spin	170
5.3	Synthèse et discussion	174

Nous avons étudié la diffusion d'une onde plane évanescente de manière théorique dans le chapitre 2, puis de manière expérimentale dans le chapitre 4. En particulier, nous avons montré que les ondes diffusées et à l'intérieur de l'objet se propagent de manière angulaire. L'apparition de singularités de phase dans l'objet créant des lignes de flux d'énergie circulaires amène à considérer des propriétés physiques non usuelles du champ telles que le moment angulaire [33, 105, 106].

Dans la théorie des champs en optique, le moment angulaire est une propriété fondamentale qui a été introduite il y a plusieurs dizaines de décennies [107]. Plusieurs études ont notamment décrit le moment angulaire que transporte la lumière [105, 108], et ont par exemple permis le développement d'applications pour le contrôle de la rotation d'objets à l'échelle nanométrique [109]. Certains champs électromagnétiques sont polarisés de manière circulaire et sont alors connus pour posséder un moment angulaire de spin intrinsèque associé à cette polarisation [50]. Récemment, un approfondissement des propriétés angulaires des champs électromagnétiques a révélé que les champs polarisés de manière non rectiligne possèdent un moment angulaire de spin de nature différente qui provient de la structure de leur vecteur d'onde à valeur complexe [50, 110].

Par analogie avec l'électromagnétisme, la notion de moment angulaire de champs acoustiques a été considérée plus récemment [35, 37, 38]. Similairement au transfert de moment angulaire optique, plusieurs études ont montré que le transfert de cette quantité acoustique à un objet induit un couple de radiation qui est à l'origine physique de la rotation de cet objet [111, 112]. Dans ce cadre, différentes expériences ont été réalisées il y a plusieurs années et mettent en évidence les mécanismes de rotation d'objets sans contact. Le transfert de moment angulaire de vortex acoustiques à des objets absorbants [13, 113–115], ou encore celui intervenant dans des processus de diffraction non dissipatifs [116, 117], ont par exemple été observés.

Les ondes acoustiques se propageant dans les fluides sont souvent caractérisées "d'ondes scalaires". En effet, elles sont en général décrites et mesurées à partir de la pression ou d'un potentiel des vitesses qui sont des quantités scalaires. Cependant, une description vectorielle du champ permet de se rendre compte d'effets non directement visibles avec la description scalaire. En 1973, W. L. Jones a montré que le moment angulaire de spin pouvait être défini comme la quantité intrinsèque du moment angulaire total d'un champ d'ondes, telles que les champs acoustiques ou encore les champs d'ondes de gravité [118]. Ce moment angulaire de spin est associé au moment angulaire propre des particules de matière qui se déplacent le long d'une trajectoire non rectiligne. Cependant, il semblerait que la notion de spin acoustique n'ait plus été étudiée pendant plusieurs décennies, avant d'être reconsidéré seulement récemment pour les ondes élastiques et acoustiques en 2018 et 2019. En effet, après que le moment angulaire de spin en électromagnétisme a suscité un intérêt considérable, une théorie analogue aux champs électromagnétiques pour les champs acoustiques a été développée, et apporte une description complémentaire des propriétés de ces champs [40–43, 119]. Cette quantité s'avère alors très importante pour la compréhension de l'interaction entre les ondes et la matière. Elle est notamment reliée au couple de radiation exercé sur des petits objets [17, 41], et intervient également pour le contrôle de la propagation d'ondes acoustiques dans des milieux

architecturés [40, 41, 45–49].

Ce chapitre présente une étude théorique et expérimentale de la densité de moment angulaire (en particulier le moment angulaire dit de spin) appliquée au cas de la diffusion d'une onde plane évanescente. L'objectif principal est de comprendre les mécanismes pouvant être à l'origine de la rotation de petites objets qui pourrait avoir lieu dans le système étudié. Dans un premier temps, nous introduisons les concepts relatifs au moment angulaire acoustique dans le cas général. Puis, à partir des mesures du champ présentées dans le chapitre 4, nous nous intéressons à la conversion de la densité de spin acoustique de l'onde incidente évanescente à l'intérieur d'une gouttelette d'huile fluorée résonante.

5.1 Moment angulaire d'un champ acoustique

Dans cette section, nous introduisons de manière générale les différentes quantités physiques énergétiques et angulaires définies à partir d'un champ acoustique. Tout au long de ce chapitre, nous nous intéressons aux propriétés locales du champ, c'est-à-dire à l'échelle des petits éléments de volume ou des particules de matière de la mécanique des milieux continus.

Le transfert de moment angulaire, ou moment cinétique, est à l'origine du couple de radiation [111]. Récemment, une description vectorielle du champ acoustique, de manière analogue à l'électromagnétisme où le champ est caractérisé de manière vectorielle à partir des champs électrique et magnétique, a été proposée pour l'étude du moment angulaire [40–42]. La caractérisation du champ acoustique à partir du champ de vitesse particulière rend en effet la description de ses propriétés angulaires plus claire comme nous le verrons par la suite.

Le moment angulaire acoustique résulte de la superposition de différentes contributions qui ont été introduites récemment dans la littérature. Cependant, nous estimons que les descriptions qui y sont effectuées manquent parfois de clarté. Pour cette raison, nous proposons dans un premier temps une approche purement "mécanicienne" du moment angulaire acoustique dans laquelle nous nous focalisons sur le mouvement d'une unique particule constituant un milieu fluide. Ensuite, nous exposons l'approche dominante développée dans la littérature et qui se base sur le moment angulaire du flux d'énergie.

Pour finir, le lien entre le moment angulaire de spin acoustique et le couple de radiation exercé dans le régime de Rayleigh de diffusion est explicité.

N.B. : Pour alléger l'écriture, le terme de "moment angulaire" est employé même si nous étudions sa densité volumique. Ce terme sera remplacé par la suite par l'acronyme MA. Les densités de moment angulaire orbital et de spin sont également parfois exprimées par MA orbital et MA de spin, ou spin.

5.1.1 Moment angulaire d'une particule de fluide soumise à un champ acoustique

En mécanique classique, le moment angulaire d'un objet par rapport à un point est défini comme le moment de la quantité de mouvement de l'objet par rapport à ce point. D'un point de vue de la mécanique des milieux continus, nous considérons la densité de quantité de mouvement (ou d'impulsion) d'un petit élément de volume ou ici d'une particule de fluide. Cette quantité est définie comme le produit de la masse volumique ρ du milieu par la vitesse \mathbf{v} de la particule. Définissons tout d'abord les différentes quantités acoustiques mises en jeu dans l'expression de la densité de quantité de mouvement à partir d'un développement perturbatif dans un fluide (qui sera dans ce développement immobile). En reprenant le développement fait dans (1.1), la pression, la vitesse et la masse volumique du fluide s'écrivent jusqu'à l'ordre 2 de la manière suivante :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}, t) &= p_0(\mathbf{r}, t) + \epsilon p_1(\mathbf{r}, t) + \epsilon^2 p_2(\mathbf{r}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^3), \\ \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{v}_0(\mathbf{r}, t) + \epsilon \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t) + \epsilon^2 \mathbf{v}_2(\mathbf{r}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^3), \\ \rho(\mathbf{r}, t) &= \rho_0(\mathbf{r}, t) + \epsilon \rho_1(\mathbf{r}, t) + \epsilon^2 \rho_2(\mathbf{r}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^3), \end{aligned} \quad (5.1)$$

avec ϵ l'amplitude de perturbation. Les différents indices sur les quantités font référence aux différents ordres de perturbation. Pour un fluide homogène et immobile $p_0(\mathbf{r}, t) = p_0$, $\rho_0(\mathbf{r}, t) = \rho_0$, et $\mathbf{v}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{0}$. Par la suite, nous manipulerons les produits croisés entre ces différentes quantités physiques, et les calculs devront être effectués en considérant les parties réelles et/ou imaginaires de ces dernières. Pour la suite, nous nous plaçons dans le cadre d'un champ harmonique en temps. (fonction temporelle en $e^{-i\omega t}$).

5.1.1.1 Densité de quantité de mouvement d'une particule

La densité de quantité de mouvement instantannée $\mathbf{q} = \text{Re}[\rho]\text{Re}[\mathbf{v}]$ d'une particule s'écrit jusqu'à l'ordre 2 comme suit :

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}, t) = \epsilon \rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_1] + \epsilon^2 \text{Re}[\rho_1] \text{Re}[\mathbf{v}_1] + \epsilon^2 \rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_2]. \quad (5.2)$$

Cette dernière peut être décomposée selon les différents ordres de perturbation telle que $\mathbf{q} = \epsilon \mathbf{q}_1 + \epsilon^2 \mathbf{q}_2$. Le terme \mathbf{q}_1 est issu du croisement de quantités d'ordres 0 et 1, tandis que le terme \mathbf{q}_2 est le produit de quantités d'ordres 1 et 1, et 0 et 2. Les différents ordres de la densité de quantité de mouvement s'écrivent donc de la manière suivante :

$$\mathbf{q}_1 = \rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_1], \quad (5.3)$$

$$\mathbf{q}_2 = \text{Re}[\rho_1] \text{Re}[\mathbf{v}_1] + \rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_2]. \quad (5.4)$$

Le terme $\text{Re}[\rho_1] \text{Re}[\mathbf{v}_1]$ dans \mathbf{q}_2 est une contribution à l'impulsion d'ordre 2 impliquant la petite variation de masse volumique d'ordre 1 due aux déformations induites par l'onde acoustique

(notons que ρ_1 peut être ici négative). Nous définissons ensuite la densité de quantité de mouvement à l'ordre 2 uniquement en fonction des champs exprimés jusqu'à l'ordre 1. Nous omettons donc par la suite le terme $\rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_2]$. Toutes les quantités exprimées en fonction de \mathbf{q}_2 seront alors considérées comme des pseudo-quantités, comme expliqué dans [35, 120].

D'après la loi d'état pour un fluide parfait, la perturbation d'ordre 1 de la masse volumique est reliée à la perturbation de pression d'ordre 1 par $\rho_1 = p_1/c^2$ [54]. L'expression (5.4) se réécrit donc, en omettant le terme $\rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_2]$, comme suit :

$$\mathbf{q}_2 = \frac{1}{c^2} \text{Re}[p_1] \text{Re}[\mathbf{v}_1] = \frac{1}{c^2} \mathbf{P}. \quad (5.5)$$

Ce terme fait apparaître le vecteur de Poynting instantané \mathbf{P} , créant ainsi un lien entre l'impulsion d'ordre 2 et le flux d'énergie.

5.1.1.2 Moment angulaire d'une particule au cours du temps

Pour un champ général à polarisations non nécessairement rectilignes, les particules du milieu possèdent un mouvement elliptique autour de leur position de repos. Leur position par rapport au repos est associée à leur petit déplacement acoustique $\mathbf{u}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}'_1 + i\mathbf{u}''_1$ qui, en régime harmonique, est relié au vecteur vitesse par la relation $\mathbf{v}_1 = -i\omega\mathbf{u}_1$. Calculons le moment angulaire d'une particule de fluide par rapport à un point A quelconque de l'espace en considérant indépendamment les différents ordres de la densité de quantité de mouvement. Nous adoptons par la suite un point de vue lagrangien¹ pour décrire et calculer le moment angulaire d'une particule de fluide par rapport à un point A. Au repos, la particule est située en un point X, et en présence de l'onde acoustique, elle se retrouve en un point P parcourant une trajectoire elliptique au cours du temps. Cette trajectoire de particule est représentée dans la figure 5.1. La position instantanée de la particule par rapport au point A est $\mathbf{AP} = \mathbf{AX} + \text{Re}[\mathbf{u}_1]$. Le MA de la particule (située en X au repos) par rapport au point A s'écrit donc de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{/A}(X, t) &= \mathbf{AP} \times \mathbf{q} \\ &= \mathbf{AP} \times \mathbf{q}_1 + \mathbf{AP} \times \mathbf{q}_2 \\ &= \mathbf{M}_{/A}^{(1)}(X, t) + \mathbf{M}_{/A}^{(2)}(X, t), \end{aligned} \quad (5.6)$$

où nous avons séparé les contributions provenant de \mathbf{q}_1 et \mathbf{q}_2 . Calculons ensuite de manière dissociée les deux quantités $\mathbf{M}_{/A}^{(1)}$ et $\mathbf{M}_{/A}^{(2)}$.

Calcul de $\mathbf{M}_{/A}^{(1)}(X, t)$

1. Dans le cadre de l'acoustique linéaire, bien que les champs acoustiques eulériens et lagrangiens ne représentent pas physiquement la même chose (voir les figures 5.1 et 5.2), la valeur mathématique des champs est la même pour une même particule considérée.

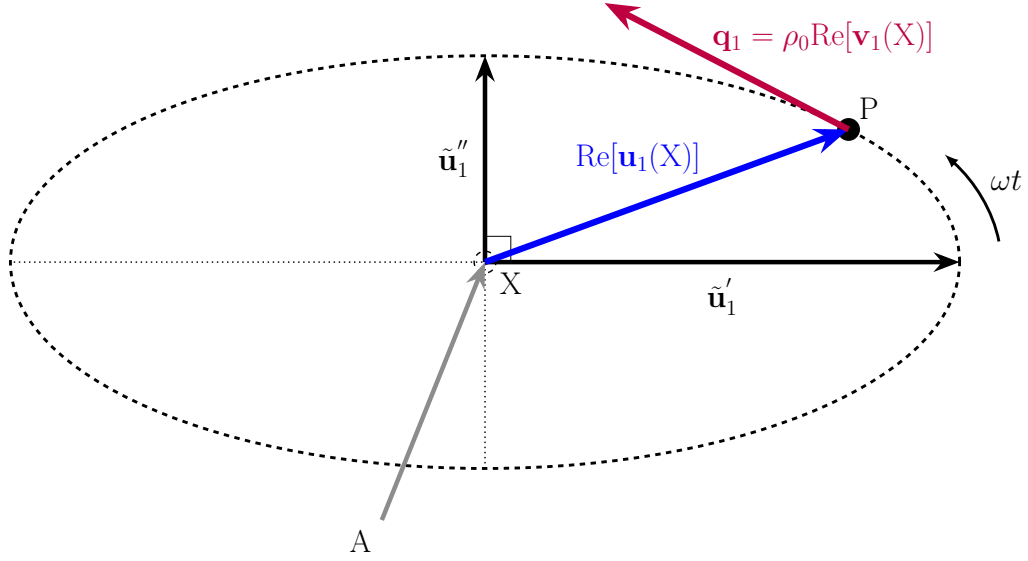


Figure 5.1. Trajectoire d'une particule en présence d'une onde plane évanescente (ou d'une onde à polarisation non rectiligne). La particule est située au point X au repos (sans onde), puis est déplacée en P et parcourt une ellipse autour du point X en fonction du temps décrite par l'ellipse de \mathbf{u}_1 . $\text{Re}[\mathbf{u}_1(X)]$ est son déplacement instantané sur l'ellipse, $\text{Re}[\mathbf{v}_1(X)]$ sa vitesse instantanée, et \mathbf{q}_1 sa quantité de mouvement instantanée à l'ordre 1.

Le premier terme de l'expression (5.6) s'écrit d'après (5.3) comme suit :

$$\mathbf{M}_{/A}^{(1)}(X, t) = \mathbf{A}\mathbf{P} \times \mathbf{q}_1 = (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{u}_1) \times \mathbf{q}_1 = \underbrace{\mathbf{A}\mathbf{X} \times \rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_1]}_{\text{ordre 1}} + \underbrace{\text{Re}[\mathbf{u}_1] \times \rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_1]}_{\text{ordre 2}}. \quad (5.7)$$

Le premier terme de cette expression est d'ordre 1 et possède donc une moyenne temporelle nulle. Le second terme est d'ordre 2 (un ordre supérieur est atteint à cause du très petit bras de levier lié à \mathbf{u}_1). En faisant intervenir les expressions complexes des champs, ce second terme s'écrit de manière plus développée comme :

$$\begin{aligned} \text{Re}[\mathbf{u}_1] \times \rho_0 \text{Re}[\mathbf{v}_1] &= \frac{1}{2}(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_1^*) \times \frac{\rho_0}{2}(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1^*) \\ &= \frac{1}{2i\omega}(\mathbf{v}_1^* - \mathbf{v}_1) \times \frac{\rho_0}{2}(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1^*) \\ &= \frac{\rho_0}{4i\omega} \left[(\mathbf{v}_1^* \times \mathbf{v}_1) + \underbrace{(\mathbf{v}_1^* \times \mathbf{v}_1^*)}_{=0} - \underbrace{(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_1)}_{=0} - (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_1^*) \right] \\ &= \frac{\rho_0}{4i\omega} [\mathbf{v}_1^* \times \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_1^*] \\ &= \frac{\rho_0}{2\omega} \text{Im}[\mathbf{v}_1^* \times \mathbf{v}_1]. \end{aligned} \quad (5.8)$$

La quantité (5.8) a la même expression que celle de la densité MA de spin acoustique \mathbf{S} introduite récemment dans la littérature [40–43]. Ce terme de moment ne dépend pas d'une origine (ici le point A) et est de nature intrinsèque, ce qui justifie son appellation de "spin". Il est également important de noter qu'en régime harmonique l'expression du MA de spin (5.8) qui fait intervenir

le produit entre \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_1^* , ne dépend pas de facto du temps, bien que le point de départ du développement (5.7) soit considéré en régime temporel.

En faisant apparaître les parties réelle et imaginaire du champ de vitesse complexe $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}'_1 + i\mathbf{v}''_1$, nous pouvons montrer que la densité de spin acoustique (5.8) s'écrit également de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(X) &= \frac{\rho_0}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}_1^* \times \mathbf{v}_1] \\ &= \frac{\rho_0}{2\omega} \text{Im} [(\mathbf{v}'_1 - i\mathbf{v}''_1) \times (\mathbf{v}'_1 + i\mathbf{v}''_1)] \\ &= \frac{\rho_0}{\omega} \mathbf{v}'_1 \times \mathbf{v}''_1. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Le MA de spin au point X (5.8) est donc non nul uniquement si la polarisation locale en X est elliptique ($\mathbf{v}''_1 \neq \mathbf{0}$). Remarquons qu'il s'écrit également en fonction des vecteurs associés au déplacement complexe \mathbf{u}_1 comme $\mathbf{S}(X) = \rho_0\omega \mathbf{u}'_1 \times \mathbf{u}''_1$. Au final, la contribution $\mathbf{M}_{/A}^{(1)}$ se décompose comme la somme d'un moment d'ordre 1 qui dépend du point d'application A et fluctuant dans le temps, et d'un terme intrinsèque ne dépendant pas du point d'application A et constant en temps. Soit :

$$\mathbf{M}_{/A}^{(1)}(X, t) = \mathbf{A}\mathbf{X} \times \rho_0 \text{Re} [\mathbf{v}_1] + \mathbf{S}(X). \quad (5.10)$$

Calcul de $\mathbf{M}_{/A}^{(2)}(X, t)$

Dans le même esprit, nous développons l'expression de $\mathbf{M}_{/A}^{(2)}$ à l'aide de (5.5) :

$$\mathbf{M}_{/A}^{(2)}(X, t) = \mathbf{A}\mathbf{P} \times \mathbf{q}_2 = \underbrace{\mathbf{A}\mathbf{X} \times \frac{1}{c^2} \text{Re} [p_1] \text{Re} [\mathbf{v}_1]}_{\text{ordre 2}} + \underbrace{\text{Re}[\mathbf{u}_1] \times \frac{1}{c^2} \text{Re} [p_1] \text{Re} [\mathbf{v}_1]}_{\text{ordre 3}}. \quad (5.11)$$

Ce terme est la superposition de la quantité $\mathbf{A}\mathbf{X} \times \mathbf{q}_2$ d'ordre 2, et de la quantité $\text{Re}[\mathbf{u}_1] \times \mathbf{q}_2$ d'ordre 3. Ce terme d'ordre 3 est laissé de côté pour la suite car l'ensemble des éléments de type moment qui nous intéressent seront d'ordre 2. Il pourrait toutefois être analysé en détails (chose que nous ne ferons pas ici). Après développement, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{/A}^{(2)}(X, t) &= \mathbf{A}\mathbf{X} \times \frac{1}{2c^2} \text{Re} [p_1 \mathbf{v}_1] + \mathbf{A}\mathbf{X} \times \frac{1}{2c^2} \text{Re} [p_1^* \mathbf{v}_1] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{X} \times \frac{1}{2c^2} \text{Re} [p_1 \mathbf{v}_1] + \mathbf{A}\mathbf{X} \times \frac{1}{c^2} \langle \mathbf{P} \rangle. \end{aligned} \quad (5.12)$$

L'expression de $\mathbf{M}_{/A}^{(2)}$ contient un terme fluctuant à moyenne temporelle nulle, et un terme constant proportionnel à la densité de flux d'énergie moyenne $\langle \mathbf{P} \rangle$ divisée par la célérité du son au carré.

5.1.1.3 Expression finale du moment angulaire

Le champ de MA total instantané de particules de fluide référencées X par rapport à un point A s'écrit, à partir de la superposition des expressions (5.10) et (5.12) et en réarrangeant la position de certains termes, de la manière suivante :

$$\mathbf{M}_{/A}(X, t) = \underbrace{\mathbf{S}(X) + \mathbf{AX} \times \frac{1}{c^2} \langle \mathbf{P} \rangle}_{\text{constant dans le temps}} + \underbrace{\mathbf{AX} \times \rho_0 \text{Re} [\mathbf{v}_1] + \mathbf{AX} \times \frac{1}{2c^2} \text{Re} [p_1 \mathbf{v}_1]}_{\text{fluctuant dans le temps}}. \quad (5.13)$$

En tant que produit de quantités d'ordre 1, le MA total d'ordre 2 possède une moyenne temporelle non nulle, déjà bien identifiée au sein de l'expression (5.13) :

$$\langle \mathbf{M}_{/A}(X) \rangle = \mathbf{S}(X) + \mathbf{AX} \times \frac{1}{c^2} \langle \mathbf{P} \rangle. \quad (5.14)$$

Le MA total du champ (5.14) résulte donc de la superposition de deux quantités de natures différentes : une quantité intrinsèque associée au MA de spin $\mathbf{S}(X)$, et une quantité reliée au flux d'énergie moyen qui dépend du point d'application A . Nous montrons ici que la notion de spin peut être interprétée comme le moment angulaire moyen lié à la quantité de mouvement \mathbf{q}_1 d'ordre 1 d'une particule de matière ($\rho_0 \mathbf{v}_1$) exprimée par rapport à sa position au repos (sans perturbation acoustique). Le deuxième terme de l'expression (5.14) provient de la quantité de mouvement particulaire \mathbf{q}_2 à l'ordre 2 et fait apparaître explicitement le flux d'énergie moyen $\langle \mathbf{P} \rangle$. Notons que la quantité $\langle \mathbf{P} \rangle / c^2$ peut être interprétée comme "l'impulsion de l'onde" (son moment angulaire par rapport au point A devenant $\mathbf{AX} \times \langle \mathbf{P} \rangle / c^2$).

Comme nous l'avons vu au chapitre 4, la quantité mesurée expérimentalement est la pression acoustique. À partir de l'équation d'Euler (1.2), nous pouvons réexprimer le MA de spin acoustique en fonction du gradient de pression de la manière suivante :

$$\mathbf{S} = \frac{\rho_0}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}_1^* \times \mathbf{v}_1] = \frac{1}{2\rho_0\omega^3} \text{Im} [\nabla p^* \times \nabla p]. \quad (5.15)$$

De plus, en utilisant l'identité vectorielle $\nabla \times (\alpha \mathbf{A}) = \nabla \alpha \times \mathbf{A} + \alpha \nabla \times \mathbf{A}$, et sachant que $\nabla \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \frac{\rho_0}{2\omega} \text{Im} \left[\mathbf{v}_1^* \times \frac{\nabla p_1}{\rho i \omega} \right] \\ &= \frac{1}{2\omega^2} \text{Im} [i \nabla \times p_1 \mathbf{v}_1^*] \\ &= \frac{1}{2\omega^2} \text{Re} [\nabla \times p_1 \mathbf{v}_1^*] \\ &= \frac{1}{\omega^2} \nabla \times \langle \mathbf{P} \rangle. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Cette expression fait apparaître la nature solénoïdale du champ de MA de spin qui s'écrit à partir du rotationnel du vecteur de Poynting. Le MA de spin acoustique est donc un champ à

divergence nulle. D'après le théorème de Stokes, nous pouvons écrire l'intégrale du flux de ce champ sur une surface S quelconque de la manière suivante :

$$\iint_S \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} \, dS = \iint_S (\nabla \times \langle \mathbf{P} \rangle) \cdot \mathbf{n} \, dS = \oint_C \langle \mathbf{P} \rangle \cdot d\mathbf{l}, \quad (5.17)$$

où \mathbf{n} est le vecteur unitaire normal à l'élément de surface dS et $d\mathbf{l}$ est le vecteur unitaire tangent au contour fermé C délimitant S . Dans le cas d'un champ d'onde plane évanescente par exemple, la circulation du vecteur de Poynting autour d'un contour C quelconque est non nulle.

Finalement, l'expression du moment angulaire (5.14) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\langle \mathbf{M}_{/A}(\mathbf{X}) \rangle = \frac{1}{\omega^2} \nabla \times \langle \mathbf{P} \rangle + \mathbf{A}\mathbf{X} \times \frac{1}{c^2} \langle \mathbf{P} \rangle. \quad (5.18)$$

Cette expression est l'une des plus importantes de notre travail. Elle montre que le MA total possède une contribution liée aux variations locales de l'amplitude et de la direction du vecteur de Poynting, le terme rotationnel, et une contribution liée aux effets de "translation" du flux d'énergie autour du point A .

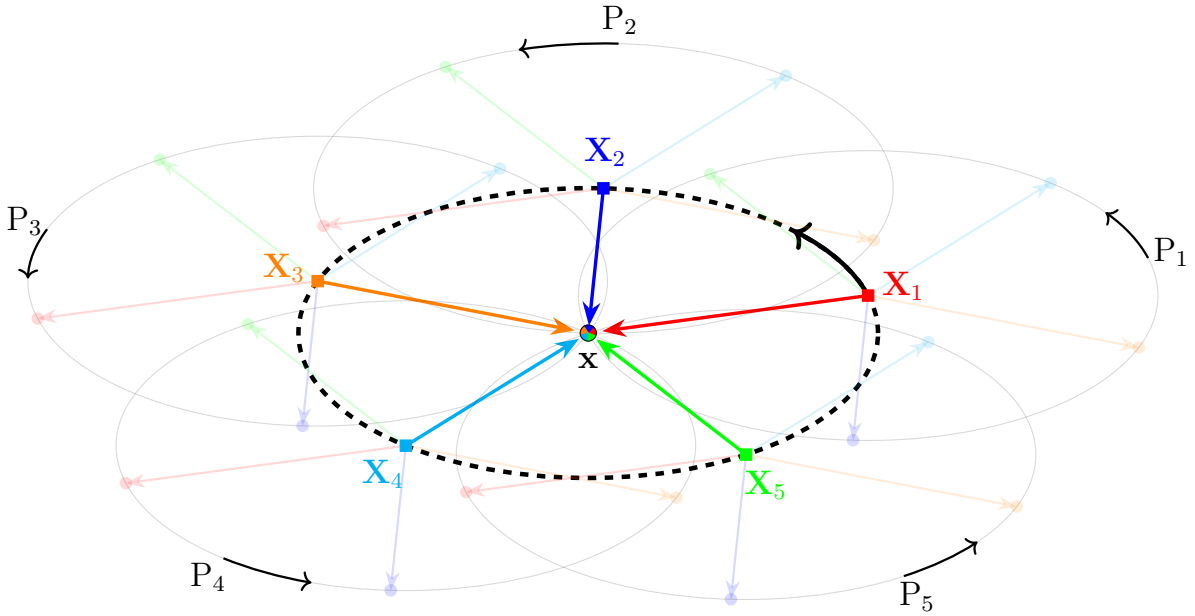
Toutefois, une description différente des moments angulaires orbital et total a été proposée récemment par les auteurs de [41,42]. Cette dernière met en évidence les contributions intrinsèque et extrinsèque également présentes dans le deuxième terme de l'expression (5.18). Cette dernière est discutée dans la section suivante.

5.1.2 Moment angulaire d'un champ acoustique défini directement à partir du flux d'énergie moyen

Dans la section précédente, les développements consistaient à détailler une définition de type "mécanicienne" d'un champ de moment angulaire associé à un champ d'onde. L'approche était basée sur la quantité de mouvement d'une particule de matière qui a été exploitée avec une vision lagrangienne. Par la suite, le terme "impulsion" sera utilisé au sens "quantité de mouvement de l'onde", afin de distinguer cette dernière de la quantité de mouvement d'une particule. Dans cette section, nous reprenons les différents développements effectués dans la littérature pour l'établissement des moments angulaires [17, 41, 42, 119]. Ces approches pour l'acoustique sont très liées à des travaux antérieurs pour l'électromagnétisme et démarrent de façon différente qu'à la section précédente. Notons de plus que ces développements impliquent par nature une vision eulérienne de l'ensemble des quantités en question.

Lorsqu'une onde acoustique se propage dans un milieu idéal, il n'y a aucun transport de matière à longue distance et la seule quantité qui peut être considérée comme transportée dans l'espace et au cours du temps est l'énergie. La densité d'énergie moyenne d'une onde acoustique, qui sera réutilisée plus tard, s'écrit de la manière suivante (1.13) :

$$\langle E \rangle = \frac{1}{4} \left(\frac{|p|^2}{\rho c^2} + \rho |\mathbf{v}|^2 \right). \quad (5.19)$$



$$\mathbf{u}^E(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x} - \mathbf{X}(t) = \mathbf{u}^L(\mathbf{X}(t), t)$$

Figure 5.2. Illustration de la notion de déplacement elliptique en vision eulérienne. Dans la description de type champ (eulérien), les différentes propriétés physiques sont évaluées en un point fixe de l'espace repéré par \mathbf{x} et par lequel passe différentes particules au cours du temps. Dans cette figure, les trajectoires de 5 particules désignées par P_i sont représentées, avec i allant de 1 à 5. Au repos (sans perturbation acoustique), ces particules sont positionnées en \mathbf{X}_i . Au passage d'une onde hétérogène et pendant une période temporelle, elles se déplacent de manière elliptique autour de leur position de repos respectives, et chacune de ces particules passe une seule fois par le point \mathbf{x} à des instants t_i différents. Les différentes couleurs correspondent à chaque instant t_i . À l'instant t_i , le vecteur $\mathbf{X}(t)$ repère la position du point de repos \mathbf{X}_i associé à la particule P_i qui passe par le point \mathbf{x} , c'est-à-dire $\mathbf{X}(t_i) = \mathbf{X}_i$. Pendant une période temporelle, ce vecteur décrit une ellipse similaire à celles parcourues par chaque particule mais centrée sur \mathbf{x} . Le déplacement eulérien (elliptique ici) est défini par $\mathbf{u}^E = \mathbf{x} - \mathbf{X}(t)$. Nous rappelons en bas de cette figure la définition du déplacement \mathbf{u}^E eulérien en fonction du déplacement \mathbf{u}^L lagrangien.

Une approche de type ondulatoire est de définir le moment angulaire acoustique comme le moment du flux d'énergie moyen $\langle \mathbf{P} \rangle$, de manière analogue au moment angulaire en électromagnétisme [121]. Un bon nombre d'auteurs (pour ne pas dire tous) adoptent donc dès le départ une autre définition que l'approche mécanique lagrangienne de la section précédente (où l'on traite du moment cinétique d'une seule particule au cours du temps). Il s'agit dans leurs travaux de considérer l'approche eulérienne en décrivant les propriétés du champ en un point fixe de l'espace (voir figure 5.2). De plus, dans cette approche, les quantités physiques (moments et flux) sont considérées moyennées en temps dès le départ. La pression et la vitesse acoustiques sont ici considérées uniquement à l'ordre 1, donc les indices associés aux différents ordres ne sont pas réutilisés par la suite.

5.1.2.1 Densité d'impulsion d'un champ

Dans cette approche, la densité d'impulsion moyenne $\langle \mathbf{q} \rangle$ est définie dans de nombreuses études de manière similaire à celle des champs électromagnétiques à partir du vecteur de Poynting moyen divisé par la célérité des ondes au carré. Le point de départ est donc ici la moyenne de l'expression (5.5) de la section précédente. Partant de cette définition, la densité d'impulsion moyenne du champ s'écrit de la manière suivante [42] :

$$\langle \mathbf{q} \rangle = \frac{1}{c^2} \langle \mathbf{P} \rangle = \frac{1}{2c^2} \text{Re} [p^* \mathbf{v}]. \quad (5.20)$$

Tout comme la densité d'énergie moyenne, il s'agit d'une quantité quadratique (d'ordre 2) exprimée à partir de la pression et de la vitesse linéaires (d'ordres 1). Nous précisons que cette définition diffère de celle de la section 5.1.1 car ici uniquement l'ordre 2 de la quantité de mouvement est pris en compte. Dans cette définition, il s'agit de la moyenne temporelle des quantités de mouvement prise sur toutes les particules qui passent par le point d'observation. À partir de l'équation d'Euler (1.2), nous avons $\mathbf{v} = \nabla p / i\omega\rho$. L'expression (5.20) s'écrit donc à partir de la pression et du gradient de pression comme suit :

$$\langle \mathbf{q} \rangle = \frac{1}{2\rho\omega c^2} \text{Im} [p^* \nabla p]. \quad (5.21)$$

L'expression (5.21) a été utilisée de manière naturelle dans la plupart des travaux portant sur le moment angulaire en acoustique [35, 37, 38]. Cependant, en substituant $p^* = i\rho c^2 \nabla \cdot \mathbf{v}^* / \omega$ dans (5.20), il a été montré que la densité d'impulsion moyenne peut être développée en fonction du champ de vitesse uniquement, faisant apparaître deux contributions distinctes de la manière suivante [41] :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{q} \rangle &= \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [(\nabla \cdot \mathbf{v}^*) \mathbf{v}] \\ &= \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}^* \cdot (\nabla) \mathbf{v}] + \frac{1}{2} \nabla \times \underbrace{\frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}^* \times \mathbf{v}]}_{\mathbf{S}}, \end{aligned} \quad (5.22)$$

où la définition $[\mathbf{v}^* \cdot (\nabla) \mathbf{v}]_i \equiv \sum_j v_j^* \partial_i v_j$ est utilisée dans les différents articles². Les expressions (5.21) et (5.22) sont bien entendu identiques, mais le MA de spin \mathbf{S} , qui a été exprimé dans la section précédente (5.8), est ici identifié dans le deuxième terme de l'expression (5.22).

5.1.2.2 Analogie avec le moment angulaire d'un champ électromagnétique

Nous introduisons ici les expressions des différentes quantités associées au moment angulaire électromagnétique, qui serviront ensuite à faire l'analogie avec les quantités associées au moment angulaire acoustique. Le champ électromagnétique est la composition des champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{H} . Par soucis de clarté, nous présentons ici directement les expressions finales

2. $\mathbf{v}^* \cdot (\nabla) \mathbf{v} = (\mathbf{v}^* \cdot \nabla) \mathbf{v} = (\nabla \mathbf{v})^T \cdot (\mathbf{v}^*)^T$.

des différentes quantités sans refaire de démonstration (voir pour cela les références [42, 110] par exemple). La densité d'impulsion d'un champ électromagnétique est définie à partir du vecteur de Poynting moyen $\langle \mathbf{P}^{\text{optic}} \rangle$ divisé par la vitesse de la lumière c au carré tel que [42] :

$$\frac{\langle \mathbf{P}^{\text{optic}} \rangle}{c^2} = \frac{1}{2c^2} \text{Re} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}] = \mathbf{p}^{\text{optic}} + \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{S}^{\text{optic}}, \quad (5.23)$$

où $\mathbf{S}^{\text{optic}}$ est la densité de MA de spin d'un champ électromagnétique et le terme $\mathbf{p}^{\text{optic}}$ est appelé la "canonical momentum density" (attention à ne pas confondre avec le vecteur de Poynting \mathbf{P} qui est lui noté avec une lettre majuscule). Cette dernière quantité a pour expression :

$$\mathbf{p}^{\text{optic}} = \frac{1}{4\omega} \text{Im} [\varepsilon \mathbf{E}^* \cdot (\nabla) \mathbf{E} + \mu \mathbf{H}^* \cdot (\nabla) \mathbf{H}], \quad (5.24)$$

où ε et μ sont la permittivité et la perméabilité du milieu. La quantité (5.24) est associée aux lignes de courant du vecteur de Poynting (et donc au gradient de la phase) [34, 110]. Le MA orbital d'un champ électromagnétique est ensuite défini comme suit [42] :

$$\mathbf{L}^{\text{optic}} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}^{\text{optic}}, \quad (5.25)$$

avec \mathbf{r} le vecteur position du point d'observation. Ici le MA orbital est calculé par rapport à l'origine du système de coordonnées. La nature de $\mathbf{L}^{\text{optic}}$, dite "orbitale", vient donc du fait qu'il est associé au transport de l'intensité avec le terme (5.24).

La densité de MA de spin d'un champ électromagnétique est quant à elle définie de la manière suivante [42, 110] :

$$\mathbf{S}^{\text{optic}} = \frac{1}{4\omega} \text{Im} [\varepsilon \mathbf{E}^* \times \mathbf{E} + \mu \mathbf{H}^* \times \mathbf{H}]. \quad (5.26)$$

À l'origine, cette quantité a été déterminée à partir de l'expression du MA de spin total³ d'un champ électromagnétique, qui est exprimé à partir de l'intégrale sur tout un volume V du produit vectoriel entre \mathbf{r} et le deuxième terme de l'expression (5.23). Cette intégrale se simplifie de la manière suivante [110] :

$$\int_V \mathbf{r} \times \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{S}^{\text{optic}} dV = \int_V \mathbf{S}^{\text{optic}} dV. \quad (5.27)$$

La réduction de l'intégrand dans (5.27) est effectuée à partir de relations entre opérateurs vectoriels, puis en effectuant plusieurs intégrations par parties et en considérant des champs localisés (voir par exemple [122]). La densité de MA de spin d'un champ électromagnétique a alors été définie comme l'intégrand du terme de droite de l'expression (5.27).

La densité de MA total $\mathbf{J}^{\text{optic}}$ d'un champ électromagnétique est finalement définie comme

3. "total" au sens de l'intégration de la densité sur un volume fini.

la superposition des densités de MA orbital et de MA de spin :

$$\mathbf{J}^{\text{optic}} = \mathbf{L}^{\text{optic}} + \mathbf{S}^{\text{optic}}. \quad (5.28)$$

5.1.2.3 Densité de MA orbital d'un champ acoustique

Le MA orbital \mathbf{L} d'un champ acoustique est l'analogie de celui d'un champ électromagnétique (5.25). Il est défini en effectuant le produit vectoriel entre le vecteur position \mathbf{r} et le premier terme de l'expression (5.22) de la manière suivante [41](C. Shi) :

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}^* \cdot (\nabla) \mathbf{v}]. \quad (5.29)$$

L'expression de ce MA orbital (5.29) est celle qui a été introduite dans [40,41](Y. Long et C. Shi).

5.1.2.4 À propos de l'approche de K.Y. Bliokh et F. Nori

Notons qu'une expression différente du MA orbital acoustique a été rapportée par les auteurs de [17,42,119](K. Y. Bliokh *et al.*). Dans le but de satisfaire le formalisme des opérateurs utilisés en électromagnétisme, ces auteurs donnent la définition suivante :

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \frac{1}{4\omega} \text{Im} \left[\frac{1}{\rho c^2} p^* \nabla p + \rho \mathbf{v}^* \cdot (\nabla) \mathbf{v} \right]. \quad (5.30)$$

Le terme qui est ici multiplié par \mathbf{r} est appelé la "canonical momentum density" d'un champ acoustique [42], par analogie avec l'électromagnétisme (5.24). Écrit comme tel, ce dernier possède une forme de symétrie entre la pression et la vitesse comme en électromagnétisme entre les champs \mathbf{E} électrique et \mathbf{H} magnétique (5.24). Cette symétrie se retrouve également dans l'expression de la densité d'énergie acoustique moyenne (5.19), ou encore dans l'expression de la force de radiation acoustique développée dans [17]. Nous avons cependant montré lors du passage de l'équation (5.21) à (5.22) que le terme faisant intervenir la pression (premier terme dans les crochets de l'expression (5.30)) inclut une partie reliée au MA de spin acoustique. Ces auteurs proposent également la même expression du MA orbital qu'introduite dans le paragraphe précédent (5.29), notant toutefois que cette dernière est "partielle" ("velocity-biased and pressure-biased decompositions" [42]) par rapport à (5.30) car la pression et la vitesse contribuent alors de manière indépendante dans l'expression du moment orbital. La définition (5.30) a une influence sur l'expression du MA orbital, mais pas sur l'expression du MA de spin qui est l'objet d'étude de la suite de ce chapitre.

5.1.2.5 Densité de moment angulaire de spin acoustique

Nous rappelons que la densité de MA de spin acoustique \mathbf{S} introduite dans la littérature récente a pour expression [40–42] : $\mathbf{S} = \text{Im} [\mathbf{v}^* \times \mathbf{v}] \rho / 2\omega$. Cette dernière a été déterminée dans certaines études de la même manière que pour la densité de MA de spin en électromagnétisme

(5.27) [41, 42]. De plus, cette expression est identique à l'expression (5.8) du MA cinétique d'une particule de matière par rapport à sa position de repos, comme discuté dans [43, 118, 123]. Nous entrerons plus en détails dans la description et les implications de cette quantité dans les sections suivantes.

5.1.2.6 Densité de moment angulaire totale

Le MA total d'un champ acoustique (noté ici \mathbf{J} afin de correspondre aux notations de [42] et de la physique en général) s'écrit ensuite, comme en électromagnétisme (5.28), à partir de la superposition des densités de MA orbitale et de spin :

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}. \quad (5.31)$$

Le MA total est ici la superposition de deux contributions physiques distinctes : la translation de la densité du flux d'énergie autour d'un point, et la rotation locale du champ de vitesse lié au mouvement des particules du milieu. Les expressions des différentes quantités introduites dans cette section sont résumées en page 176.

5.1.3 Bilan des différentes approches et discussion

Dans la section 5.1.1, nous avons introduit dans un premier temps le MA de spin en partant d'une approche mécanicienne en vision lagrangienne du MA d'une unique particule de matière au cours du temps. Il s'agit donc d'une propriété intrinsèque liée à une seule particule. Le MA de spin apparaît en développement à l'ordre 1 la densité de quantité de mouvement de cette particule, puis en calculant son MA par rapport à sa position de repos (déplacement acoustique d'ordre 1).

Dans la section 5.1.2, nous avons rappelé les principaux développements effectués dans la littérature récente sur le MA de spin. Dans cette approche, le point de départ est de considérer le moment angulaire du flux d'énergie acoustique qui est transporté (quantité que nous retrouvons également dans le deuxième terme de l'équation (5.18)). Le MA de spin apparaît ensuite comme la contribution intrinsèque de ce moment angulaire. Cette approche type eulérienne liée au champ s'intéresse aux propriétés moyennes en un point géométrique de toute un ensemble de particules différentes qui passent par ce point au cours du temps. La définition "physicienne" de l'impulsion de l'onde (5.20) comme point de départ de l'établissement du champ de spin et des moments angulaires orbital et total amène à un développement moins clair et à des résultats différents de (5.14) et (5.18). Notons qu'un développement différent, basé sur la définition du déplacement elliptique en vision eulérienne (voir figure 5.2), a été proposé par les auteurs de [40]. Les expressions du moment angulaire qui y sont développées sont équivalentes à celles de [41, 42] (mais différentes de celles que nous avons développé).

La différence entre les deux approches est la présence du terme de spin associé au premier terme de l'expression (5.18). Ce dernier s'ajoute à celui qui apparaît également dans la décompo-

sition du deuxième terme de cette même expression ⁴. Cependant, les points de départ différents et les différences de point de vue (lagrangien ou eulérien) dans ces deux sections pourraient expliquer la présence de ce terme de spin additionnel.

De manière générale, le MA total d'un champ acoustique est la superposition de deux quantités : le MA de spin et le MA orbital. Le transfert des deux quantités à des objets entraîne la rotation de ces derniers grâce aux différents couples de radiation qui sont induits [42]. Le transfert du MA orbital fait tourner un objet autour de l'axe d'un faisceau incident, tandis que le transfert du MA de spin fait tourner les objets sur eux-mêmes [36]. Récemment, les études s'intéressant à la définition récente du moment angulaire acoustique (5.31) ont uniquement porté sur le transfert du MA de spin [17, 41, 44]. En 2019, l'équipe de C. Shi a par exemple observé un MA de spin dans l'air à partir de l'interférence de deux ondes planes homogènes en quadrature de phase se propageant dans des directions orthogonales [41]. Ces derniers ont ensuite observé la rotation d'un cylindre absorbant de petite taille devant la longueur d'onde incidente placé dans ce champ de spin. Le sens de rotation du cylindre dépend du signe du MA de spin, qui est contrôlable en fonction du déphasage entre les deux ondes planes homogènes. Notons qu'une expérience similaire a été réalisée par F. H. Busse et T. G. Wang en 1981 [124]. Le MA de spin d'un champ est une propriété également importante pour le contrôle de la propagation d'ondes, plus précisément grâce à la possibilité de sélectionner un chemin de propagation particulier des ondes en fonction de la structure de cette quantité, comme le montrent plusieurs travaux récents [40, 46, 47].

5.1.4 Couple de radiation exercé sur une sphère en régime de Rayleigh

Nous explicitons dans cette section le lien entre le MA de spin d'un champ acoustique et le couple de radiation induit à partir d'éléments de la littérature.

5.1.4.1 Expression du couple de radiation

Une expression du couple de radiation exercé sur un petit objet fluide absorbant a été développée en premier lieu par G. T. Silva. Ce couple s'écrit de la manière suivante dans le cadre du régime de diffusion Rayleigh pour un objet placé au centre du repère [125] :

$$\mathbf{T} = \frac{6i\pi\rho}{k^3} \left(\operatorname{Re} [S_1(ka)] + |S_1(ka)|^2 \right) [\mathbf{v}_{\text{inc}}^*(\mathbf{0}) \times \mathbf{v}_{\text{inc}}(\mathbf{0})]. \quad (5.32)$$

Cette expression tient compte du mode dipolaire uniquement dans la série modale et fait intervenir le champ de vitesse de l'onde incidente exprimé au centre de l'objet comme détaillé dans la section 1.1.5.1. De plus, le MA de spin peut être directement identifié dans le terme

4. Les développements effectués dans la section 5.1.2 montrent en effet que le deuxième terme de l'équation (5.18) se décompose en une partie orbitale et spin (passage de (5.21) à (5.22)).

$\mathbf{v}_{\text{inc}}^* \times \mathbf{v}_{\text{inc}}$ qui est imaginaire pur. En effet, en rajoutant la partie imaginaire, l'expression précédente prend la forme suivante :

$$\mathbf{T} = -\frac{6\rho\pi}{k^3} \left(\text{Re}[S_1(ka)] + |S_1(ka)|^2 \right) \text{Im}[\mathbf{v}_{\text{inc}}^*(\mathbf{0}) \times \mathbf{v}_{\text{inc}}(\mathbf{0})]. \quad (5.33)$$

Lorsque l'atténuation α_p dans l'objet est prise en compte, il est montré qu'un terme correctif d'ordre $(ka)^5$ comprenant α_p est rajouté dans le coefficient S_1 [125]. Une expression équivalente a été développée plus tard par I.D. Toftul et ses collaborateurs [17], faisant le lien direct avec le MA de spin acoustique de l'onde incidente exprimé au centre de l'objet :

$$\mathbf{T} = \omega \text{Im}[\alpha_d] \mathbf{S}(\mathbf{0}), \quad (5.34)$$

où $\alpha_d = -12i\pi S_1/k^3$ est appelée polarisabilité du dipole. Les expressions (5.33) et (5.34) concordent lorsque le terme au carré dans la première expression est négligé⁵. Le couple de radiation exercé sur un petit objet est donc proportionnel au MA de spin acoustique du champ excitateur exprimé au centre de cet objet. Il sera d'autant plus important que la densité de spin est élevée et que l'amplitude du mode dipolaire est importante. Il est ensuite démontré dans [125] que :

$$\mathbf{T} = \frac{12\rho\pi a^3 \alpha_p}{5\bar{B}(\bar{\rho}^{-1} + 2)^2} (ka)^2 \text{Im}[\mathbf{v}_{\text{inc}}^*(\mathbf{0}) \times \mathbf{v}_{\text{inc}}(\mathbf{0})], \quad (5.35)$$

où $\bar{B} = \frac{\rho_p c_p^2}{\rho c^2}$ est le rapport des modules de compressibilité et $\bar{\rho} = \frac{\rho_p}{\rho}$ le rapport des masses volumiques. L'expression (5.35) montre alors qu'une particule immergée dans un fluide parfait ne peut subir un couple de radiation que si elle est absorbante. De plus, ce dernier est non nul uniquement si l'onde incidente est hétérogène, ce qui est le cas de l'onde plane évanescence.

5.1.4.2 Couple exercé par une onde plane incidente évanescence

Dans le cas de l'action d'une onde plane incidente évanescence, un petit objet absorbant peut subir un couple de radiation dirigé dans la direction normale au plan d'incidence (plan défini par le bi vecteur d'onde incident). En injectant (2.12) dans (5.33), le couple exercé par une onde plane évanescence s'écrit comme suit :

$$\mathbf{T} = \frac{24|\phi_0|^2 \rho\pi a \alpha_p}{5\bar{B}(\bar{\rho}^{-1} + 2)^2} (ka)^4 \frac{\beta}{1 - \beta^2} \mathbf{e}_y. \quad (5.36)$$

Cette expression montre que le couple de radiation exercé sur un objet excité par une onde plane évanescence augmente fortement avec le degré d'évanescence β . Pour illustrer ce fait, la figure 5.3 représente le couple de radiation exercé sur une petite bille de polystyrène (propriétés dans la table A.2). Dans cette étude, un nombre d'onde à valeur complexe dans la bille a été imposé de manière arbitraire tel que $k_{L/T} = \omega/c_{L/T}(1 + 0,005i)$. Le couple de radiation est ici

5. D'après l'expression du coefficient de diffusion dipolaire donnée dans [125], le terme $|S_1|^2$ est d'ordre $(ka)^6$ tandis que le terme $\text{Re}(S_1)$ est d'ordre $(ka)^5$.

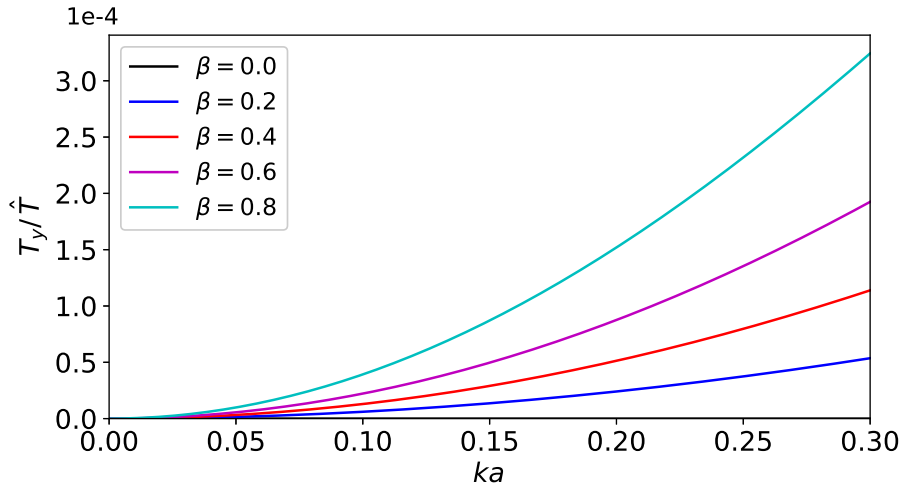


Figure 5.3. Couple de radiation exercé sur une bille de polystyrène en fonction de la fréquence réduite et pour différents degrés d'évanescence β . Pour cette étude, nous avons choisi $k_{L/T} = \omega/c_{L/T}(1 + 0,005i)$ et $\hat{T} = \pi a^3 \hat{I}_{\text{inc}}/c$. Pour $\beta = 0$, le couple est nul donc la courbe représentative pour cette valeur n'apparaît pas.

normalisé par le terme \hat{T} qui est proportionnel à l'intensité moyenne \hat{I}_{inc} de l'onde incidente sur la surface géométrique de l'objet déterminée dans la section 2.5.1. Ce terme est défini tel que :

$$\hat{T} = \frac{\pi a^3 \hat{I}}{c}. \quad (5.37)$$

Nous montrons ainsi qu'une onde plane évanescente peut induire un couple de radiation sur un petit objet, proportionnel à son MA de spin. Dans le régime de Mie, la force et le couple de radiation exercés par une onde plane évanescente sont développés en annexe C. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous nous intéressons plus profondément au MA de spin émergeant lors de la diffusion d'une onde plane évanescente.

5.2 Conversion de la densité de moment angulaire de spin lors de la diffusion d'une onde plane évanescente

Dans cette section, nous analysons le MA de spin dans l'interaction entre une onde plane évanescente et une gouttelette d'huile fluorée. Nous commençons par déterminer les différentes quantités énergétiques associées à l'onde plane évanescente, puis nous analysons le MA de spin du champ résultant de la diffusion d'une telle onde. Le MA orbital (5.29) n'est pas analysé dans les parties suivantes. À partir des champs issus du modèle analytique du chapitre 2 et des mesures présentées dans le chapitre 4, la conversion du MA de spin issu de l'onde plane évanescente est explorée en analysant les caractéristiques du champ à l'intérieur de la gouttelette.

5.2.1 Quantités énergétiques associées à une onde plane évanescence

Considérons le potentiel des vitesses acoustiques $\tilde{\phi}_{\text{inc}}$ de l'onde plane évanescence (2.11) :

$$\tilde{\phi}_{\text{inc}}(x, z) = \phi_0 e^{ik_z z - \kappa x}.$$

En injectant les expressions de la pression (1.10) et de la vitesse (2.9) dans (5.19), la densité d'énergie transportée par une onde plane évanescence incidente s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \langle E_{\text{inc}}(x) \rangle &= \frac{1}{4} \left(\rho(k_z^2 + \kappa^2) |\phi_{\text{inc}}|^2 + \frac{\rho\omega^2}{c^2} |\phi_{\text{inc}}|^2 \right) \\ &= \frac{\rho}{2} k_z^2 |\phi_0|^2 e^{-2\kappa x}, \end{aligned} \quad (5.38)$$

où la relation de dispersion (2.5) a été utilisée. D'après (5.20), la densité d'impulsion de l'onde plane évanescence est donnée par :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{q}_{\text{inc}}(x) \rangle &= \frac{1}{2c^2} \text{Re} [-\rho i \omega \phi_{\text{inc}}^* \mathbf{i} \mathbf{k} \phi_{\text{inc}}] \\ &= \frac{\rho k k_z |\phi_0|^2}{2c} e^{-2\kappa x} \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Cette expression de la densité d'impulsion diffère en particulier de celle de l'onde plane homogène pour laquelle $k_z = k$. En optique, l'impulsion d'une onde plane évanescence est qualifiée par K.Y. Bliokh et ses collaborateurs de "super-momentum" [50] (en français "super impulsion"), et la force de radiation qui provient de son transfert à un objet est amplifiée lorsque le degré d'évanescence augmente (voir l'illustration en annexe C.2).

Calculons ensuite le MA de spin de l'onde plane évanescence. En utilisant (5.9), ce dernier s'écrit comme suit :

$$\mathbf{S}_{\text{inc}}(x) = \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}_{\text{inc}}^* \times \mathbf{v}_{\text{inc}}] = \frac{\rho k k_z |\phi_0|^2}{\omega} e^{-2\kappa x} \mathbf{e}_y. \quad (5.40)$$

Il est orthogonal au bi vecteur d'onde incident, c'est-à-dire $\mathbf{S}_{\text{inc}} \cdot \mathbf{k}_{\text{inc}} = 0$, et est nul pour une onde plane homogène ($\kappa = 0$). Le MA de spin et la densité d'énergie de l'onde plane évanescence sont de plus proportionnelles entre elles. En identifiant (5.38) dans (5.40), nous avons (même expression que dans [43]) :

$$\mathbf{S}_{\text{inc}}(x) = \frac{2\beta}{\omega} \langle E_{\text{inc}}(x) \rangle \mathbf{e}_y = \frac{2\beta}{k\sqrt{1-\beta^2}} |\langle \mathbf{q}_{\text{inc}}(x) \rangle| \mathbf{e}_y. \quad (5.41)$$

Nous présentons ensuite une mesure expérimentale du champ de MA de spin d'une onde évanescence. Nous nous appuyons ici sur la mesure du champ de pression évanescence présenté dans la section 3.2.3.2, et calculons sa transformée de Fourier à la fréquence $f = 1$ MHz. Nous calculons ensuite le MA de spin de la transformée de Fourier du champ en appliquant (5.15) et

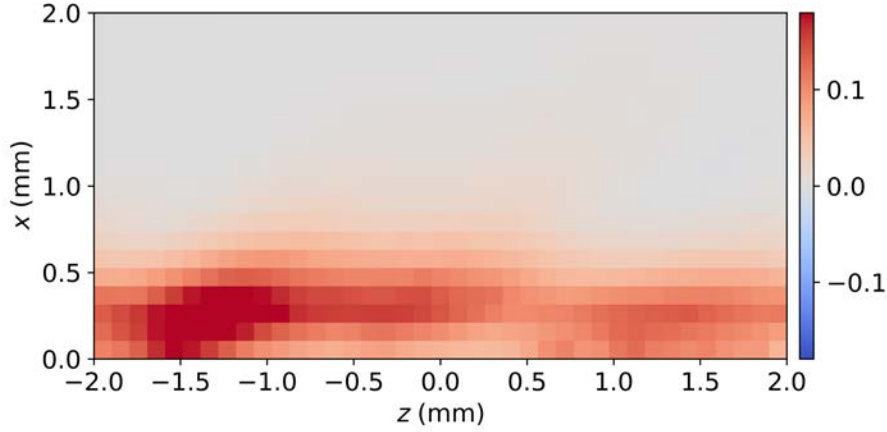


Figure 5.4. Moment angulaire de spin acoustique expérimental d'un champ évanescent. Le moment angulaire de spin a été calculé à partir des données expérimentales du champ de pression présenté dans la section 3.2.3.2. Les couleurs de l'images sont ici légèrement saturées. Les résolutions horizontale et verticale sont ici de $100 \mu\text{m}$.

ce dernier est représenté dans la figure 5.4. L'onde se propage ici de la gauche vers la droite et décroît exponentiellement en amplitude dans la direction verticale, donc le MA de spin est positif.

Dans la section suivante, nous étudions de manière analytique et expérimentale la conversion du MA de spin de l'onde plane évanescente lorsque cette dernière est diffusée par une gouttelette.

5.2.2 Analyse du moment angulaire de spin d'un champ résultant des contributions monopolaire et dipolaire

Dans la perspective d'analyser la structure du MA de spin à l'intérieur d'une gouttelette, nous analysons la structure d'un champ de pression interne simplifié qui est écrit de manière restrictive comme la superposition des deux premiers modes uniquement (monopolaire et dipolaire). Nous considérons toujours le régime de diffusion de Mie et cette écriture simplifiée nous servira pour des analyses dans la prochaine section. D'après la forme des expressions (1.66) et (2.26), les pressions associées aux modes monopolaire et dipolaire s'expriment tout d'abord comme suit :

$$\tilde{p}_{\text{int}}^{\text{mon}}(r, \Theta, \Phi) = \rho_{\text{p}} i \omega \phi_0 B_0 j_0(k_{\text{p}} r), \quad (5.42)$$

$$\tilde{p}_{\text{int}}^{\text{dip}}(r, \Theta, \Phi) = -\frac{3\rho_{\text{p}} \omega \phi_0}{2\sqrt{1-\beta^2}} B_1 j_1(k_{\text{p}} r) [A_+ e^{i\Theta} + A_- e^{-i\Theta}]. \quad (5.43)$$

Le champ de vitesse associé au champ résultant de la superposition des deux premiers modes s'écrit quant à lui de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}}_{\text{int}}^{n=0+1}(r, \Theta, \Phi) &= \tilde{\mathbf{v}}_{\text{int}}^{\text{mon}}(r, \Theta, \Phi) + \tilde{\mathbf{v}}_{\text{int}}^{\text{dip}}(r, \Theta, \Phi) \\ &= \phi_0 \begin{pmatrix} B_0 k_p j'_0(k_p r) + \frac{3iB_1 k_p}{2\sqrt{1-\beta^2}} j'_1(k_p r) [A_+ e^{i\Theta} + A_- e^{-i\Theta}] \\ -\frac{3B_1}{2r\sqrt{1-\beta^2}} j_1(k_p r) [A_+ e^{i\Theta} - A_- e^{-i\Theta}] \\ \frac{3iB_1 k_p}{r \sin \Theta \sqrt{1-\beta^2}} j_1(k_p r) [\cos \Theta - i\beta \sin \Theta \sin \Phi] \end{pmatrix}_{(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\Theta, \mathbf{e}_\Phi)}, \end{aligned} \quad (5.44)$$

où $A_\pm = 1 \pm \beta \cos \Phi$. Nous remarquons que le mode monopolaire contribue uniquement dans le premier terme de la partie radiale de la vitesse.

Calculons le MA de spin (5.8) de ce champ dans la direction y , c'est-à-dire la direction portée par le vecteur \mathbf{e}_Φ pour $\Phi = 0$. Ce dernier s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{int}}^{n=0+1} &= \frac{\rho_p}{2\omega} \text{Im} \left[\left(\mathbf{v}_{\text{int}}^{n=0+1} \right)^* \times \mathbf{v}_{\text{int}}^{n=0+1} \right] \mathbf{e}_y \\ &= \frac{\rho_p}{\omega} \text{Im} \left[\left(v_{r,\text{int}}^{n=0+1} \right)^* v_{\Theta,\text{int}}^{n=0+1} \right] \mathbf{e}_y \\ &= \frac{3\rho_p k_p |\phi_0|^2}{2\omega \sqrt{1-\beta^2}} \frac{j_1(k_p r)}{r} \left(-j'_0(k_p r) \text{Im} \left[B_0^* B_1 (A_+ e^{i\Theta} - A_- e^{-i\Theta}) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2\sqrt{1-\beta^2}} |B_1|^2 j'_1(k_p r) \text{Im} \left[i(A_+^2 - A_-^2) - 2A_+ A_- \sin 2\Theta \right] \right) \mathbf{e}_y \\ &= \frac{3\rho_p |\phi_0|^2}{2c_p \sqrt{1-\beta^2}} \frac{j_1(k_p r)}{r} \underbrace{\left(-j'_0(k_p r) \text{Im} \left[B_0^* B_1 (A_+ e^{i\Theta} - A_- e^{-i\Theta}) \right] \right)}_{\text{monopole} + \text{dipole}} + \underbrace{\frac{6\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} |B_1|^2 j'_1(k_p r)}_{\text{dipole}} \mathbf{e}_y. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Les différents termes entre les accolades horizontales dans l'expression (5.45) montrent des termes provenant du couplage entre les modes monopolaire et dipolaire, ou du mode dipolaire uniquement. Il n'y a pas de terme provenant du mode monopolaire seul. Cette expression montre de plus que pour une onde plane incidente homogène ($\beta = 0$), le MA de spin interne est non nul. Dans ce cas, nous avons $A_+ = A_- = 1$, et la quantité (5.45) prend alors la forme suivante :

$$\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=0+1}(\beta = 0) = -\frac{3\rho_p |\phi_0|^2}{c_p} \frac{j_1(k_p r)}{r} j'_0(k_p r) \text{Re} [B_0^* B_1] \sin \Theta \mathbf{e}_y. \quad (5.46)$$

Le terme $\sin \Theta$ montre que dans la cas d'une onde plane incidente homogène, $\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=0+1}$ est antisymétrique par rapport au plan (yz) .

En analysant les contributions des différents modes dans le MA de spin interne en fonction de la nature de l'onde incidente (homogène ou évanescente), les remarques suivantes sont faites :

- Onde plane incidente homogène ($\beta = 0$) :
 \rightarrow mode monopolaire seul : $\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=0} = \mathbf{0}$.

→ mode dipolaire seul : $\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=1} = \mathbf{0}$.

→ mode monopolaire + dipolaire : $\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=0+1} \neq \mathbf{0}$ et est antisymétrique par rapport à z .

— Onde plane incidente évanescente ($\beta \neq 0$) :

→ mode monopolaire seul : $\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=0} = \mathbf{0}$.

→ mode dipolaire seul : $\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=1} \neq \mathbf{0}$ et est indépendant de l'angle Θ .

→ mode monopolaire + dipolaire : $\mathbf{S}_{\text{int}}^{n=0+1} \neq \mathbf{0}$ et a une forme qui dépend de β .

Dans la section suivante, nous analysons de manière analytique et expérimentale la structure du MA de spin des champs externe et interne obtenus lors de la diffusion d'une onde plane évanescente par une gouttelette d'huile fluorée.

5.2.3 Densité de moment angulaire de spin à la résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée

Nous nous intéressons dans cette section et dans la suivante au MA de spin dans le champ résultant de la diffusion d'une onde plane évanescente par une gouttelette d'huile fluorée. Dans les calculs analytiques du champ, la somme modale complète est prise.

Les MA de spin à l'extérieur et à l'intérieur d'un objet fluide sont données par :

$$\mathbf{S}_{\text{ext}} = \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}_{\text{ext}}^* \times \mathbf{v}_{\text{ext}}] = \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [(\mathbf{v}_{\text{inc}}^* + \mathbf{v}_{\text{diff}}^*) \times (\mathbf{v}_{\text{inc}} + \mathbf{v}_{\text{diff}})], \quad (5.47)$$

$$\mathbf{S}_{\text{int}} = \frac{\rho_p}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}_{\text{int}}^* \times \mathbf{v}_{\text{int}}]. \quad (5.48)$$

L'expression (5.47) met en évidence les termes couplés des champs incident et diffusé dans la densité de MA de spin externe. Nous analysons par la suite le champ dans le plan (xz) centré sur la gouttelette (plan de symétrie). Dans ce plan, les champs de spin interne et externe sont portés par le vecteur \mathbf{e}_y . Le MA de spin dans la direction y s'écrit d'après (5.9) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} S_y &= \frac{\rho}{\omega} (\text{Re} [\mathbf{v}] \times \text{Im} [\mathbf{v}]) \cdot \mathbf{e}_y \\ &= \frac{\rho}{\omega} \left(\text{Re} [v_z] \text{Im} [v_x] - \text{Im} [v_z] \text{Re} [v_x] \right). \end{aligned} \quad (5.49)$$

5.2.3.1 Structure de la densité de spin en fonction du degré d'évanescence

Analysons tout d'abord la structure du MA de spin dans le cas où la gouttelette est excitée à sa résonance dipolaire⁶. Pour cela, nous étudions dans un premier temps cette quantité à partir du calcul théorique la diffusion d'une gouttelette de même taille que celle étudiée dans l'expérience présentée à la section 4.2.1 et pour $f = 0,80$ MHz. Ensuite, des comparaisons avec le MA de spin du champ expérimental présenté dans cette section seront effectuées.

6. Nous rappelons que la gouttelette étudiée a un rayon de $440 \mu\text{m}$ et le degré d'évanescence de l'onde incidente est $\beta = 0,55$. Les résolutions spatiales du champ mesuré sont de $40 \mu\text{m}$.

La figure 5.5 représente le MA de spin dans le champ pour différentes valeurs du degré d'évanescence β . Premièrement, le MA de spin des champs interne et diffusé est non nul dans le cas où l'onde incidente est plane et homogène ($\beta = 0$). Il a ici une structure antisymétrique par rapport à l'axe z comme explicité dans la section précédente. Lorsque β augmente, la structure du champ de spin est complètement modifiée. On retrouve les remarques faites à la fin de la section précédente (pour le champ interne résultant de la superposition des deux premiers modes). Comme explicité précédemment dans 2.3.1, deux ondes circonférentielles sont engendrées lors de la diffusion. Lorsque le degré d'évanescence augmente, une de ces deux ondes est amplifiée par rapport à l'autre (ici celle qui tourne de l'axe z vers l'axe x). Pour $\beta = 0,7$, nous apercevons clairement un MA de spin positif (et exponentiellement décroissant) dans l'onde incidente évanescence. Lorsque le degré d'évanescence est important, une couronne de MA de spin négatif se forme proche de la surface de la gouttelette, tandis que le MA de spin au centre est positif et relativement marqué. Lorsque cette quantité est positive, les particules de fluide se déplacent localement de manière elliptique dans le sens trigonométrique, et lorsqu'elle est négative les particules se déplacent dans le sens horaire.

Les différents changements de signe dans le MA de spin font que sa structure est dite "non triviale", comme celle que l'on retrouve par exemple dans des faisceaux de Bessel [42], ou encore dans des skyrmions [126].

5.2.3.2 Cartographie expérimentale de la densité de spin

Dans la perspective de présenter une cartographie expérimentale du MA de spin, nous rappelons tout d'abord la structure du champ de pression qui a été mesuré dans l'expérience présentée dans la section 4.2.1. Des cartographies théoriques et expérimentales de la phase et du module du champ de pression sont présentées respectivement dans les figures 5.6 et 5.7 et le degré d'évanescence est $\beta = 0,55$. Comme discuté dans la section 4.2.1, la mesure expérimentale du champ de pression est en très bon accord avec les prédictions analytiques. Les lignes de courant du vecteur de Poynting moyen sont superposées dans les images de la phase. Ces dernières représentent également la quantité de mouvement à l'ordre 2 (voir (5.5)), et elle sont dirigées dans la direction du gradient de la phase en tout point [34]. Alors qu'elle est transportée dans la direction z par l'onde incidente, l'énergie est transportée de manière omnidirectionnelle au dessus de la gouttelette par les ondes diffusées spiralées. Nous observons de plus une circulation de cette dernière autour de la singularité de phase proche de la surface de la gouttelette.

Nous déterminons ensuite le MA de spin du champ à partir d'un calcul numérique du gradient de pression dans (5.15). Grâce à la fine résolution des balayages spatiaux effectués avec l'hydrophone à fibre optique, le gradient du champ de pression a pu être évalué avec précision, et nous avons ainsi pu déterminer cette quantité de manière fidèle. Des cartographies des MA de spin transverses S_y des champs théorique et expérimentaux sont présentés dans la figure 5.8. Le champ évanescence a un spin positif et une couronne de spin négative apparaît dans le champ diffusé autour de la surface de la gouttelette. À l'intérieur de cette dernière, une zone de spin positif émerge au centre. Expérimentalement, nous retrouvons qualitativement le MA de spin

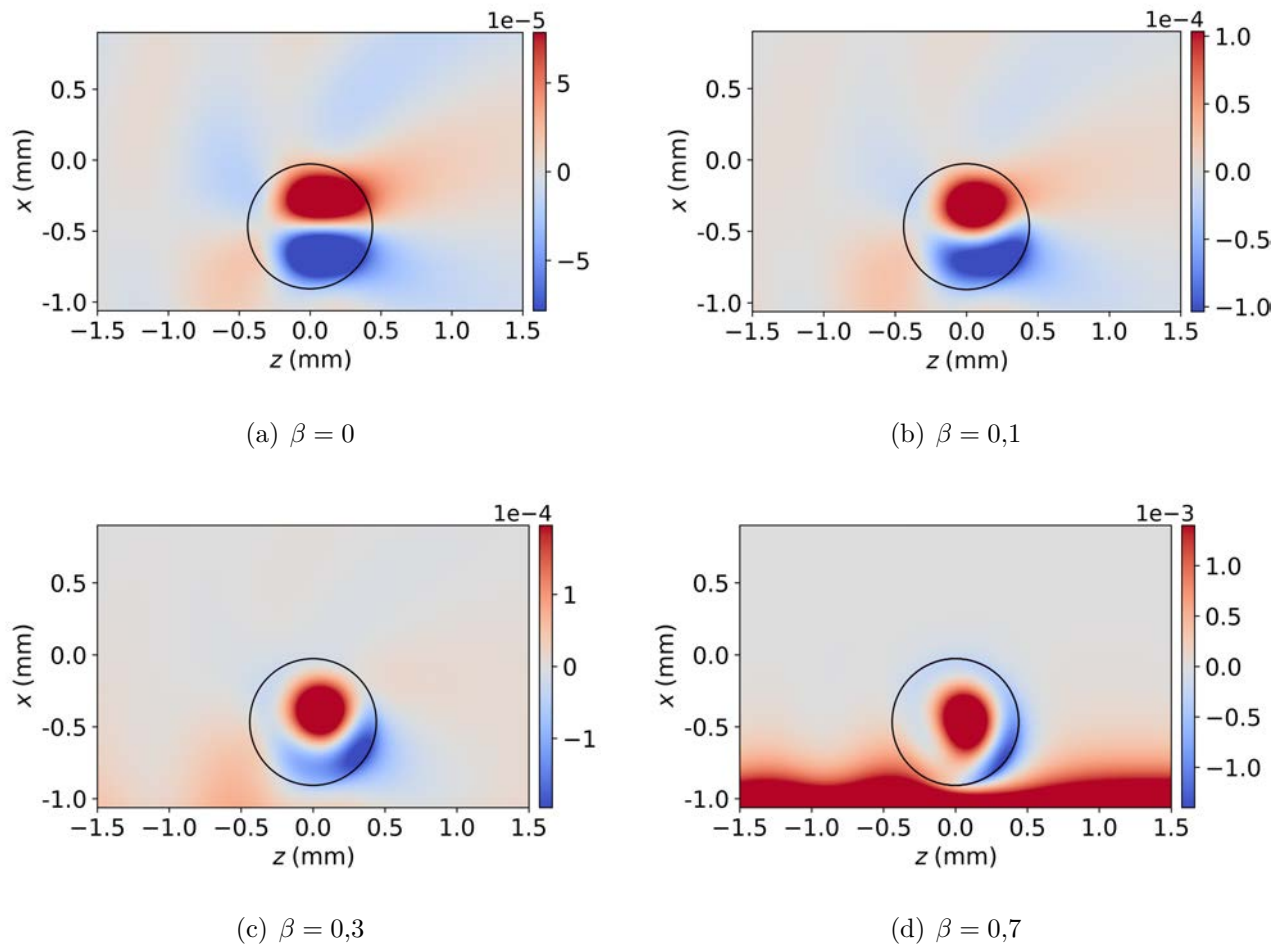


Figure 5.5. MA de spin acoustique des champs extérieur et interne totaux prédit par le calcul analytique à la fréquence de résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée dans le plan (xz) en fonction du degré d'évanescence de l'onde incidente β . Chaque champ est normalisé en amplitude par rapport au maximum de MA de spin divisé par deux dans la gouttelette. Dans l'image pour $\beta = 0,7$, nous apercevons le MA de spin positif de l'onde plane évanescente (qui est ici saturé en couleur).

positif de l'onde plane évanescence et également une partie où le MA de spin est négatif dans le champ diffusé sur la droite de la gouttelette, comme observé dans la figure 5.5 pour $\beta \geq 3$.

5.2.3.3 Analyse de la structure de la densité de spin

Champ interne issu du mode dipolaire seul

Pour comprendre la structure du champ de MA de spin ainsi que le changement de signe à l'intérieur de la gouttelette, analysons dans un premier temps l'évolution du spin associé au mode de diffusion dipolaire seul. La pression et la vitesse associées à ce mode ont été écrites dans les équations (5.43) et (5.44).

Cherchons tout d'abord les points pour lesquels le MA de spin du champ dipolaire est maximal et ceux pour lesquels il s'annule dans le plan (xz) , c'est-à-dire le plan de normale \mathbf{e}_Φ pour $\Phi = 0$ (vecteur \mathbf{e}_y). Pour cela, nous utilisons l'expression (5.45).

Maximum de spin : en $r = 0$, nous avons $\tilde{p}_{\text{int}}^{\text{dip}}(\mathbf{0}) = 0$ mais la vitesse $\tilde{\mathbf{v}}_{\text{int}}^{\text{dip}}(\mathbf{0})$ est maximale. En effet, la fonction de Bessel sphérique $j_1(k_p r)$ présente dans l'expression de la pression (5.43) est nulle en $r = 0$ mais $j_1'(k_p r) = 1$ y est maximale localement. De plus, nous avons le terme suivant dans l'expression (5.45) :

$$\frac{j_1(k_p r)}{r} = \frac{k_p}{3} \text{ lorsque } r \rightarrow 0 \text{ (et maximal localement).}$$

Le MA de spin du champ dipolaire isolé est donc maximal en $r = 0$, exactement au niveau de la singularité de phase.

Lieu de spin nul : à la première résonance dipolaire (avec ici $f = 0,80$ MHz et $k_p a = 3,75$), le seul zéro de la fonction $j_1(k_p r)$ est au centre de la gouttelette (le deuxième zéro est pour $k_p r = 4,49 > k_p a$). Le module du champ de pression dipolaire n'est donc nul qu'au centre de la gouttelette. D'après (5.45), le MA de spin du champ dipolaire s'annule donc lorsque $j_1'(k_p r) = 0$ et pour tout angle Θ . Il s'agit donc du cercle au niveau duquel le module du champ de pression interne dipolaire a un extremum local (ici un maximum).

Champ interne total

Analysons ensuite la structure du champ de MA de spin du champ interne en appliquant l'expression (5.49) pour le champ interne calculé à partir de la série modale complète. La figure 5.9 montre l'évolution du MA spin ainsi que du module du champ de pression interne dans la direction horizontale z passant par la singularité de phase, comme indiqué par la ligne en pointillés dans la goutte dans les figures 5.7 et 5.8. Les quantités entre parenthèses dans (5.49) y sont également tracées. Les traits verticaux en pointillés gris indiquent quant à eux la position des maximums locaux dans le module du champ de pression interne. Celui en pointillés marrons indique la position par laquelle l'amplitude du champ s'annule (position de la singularité de

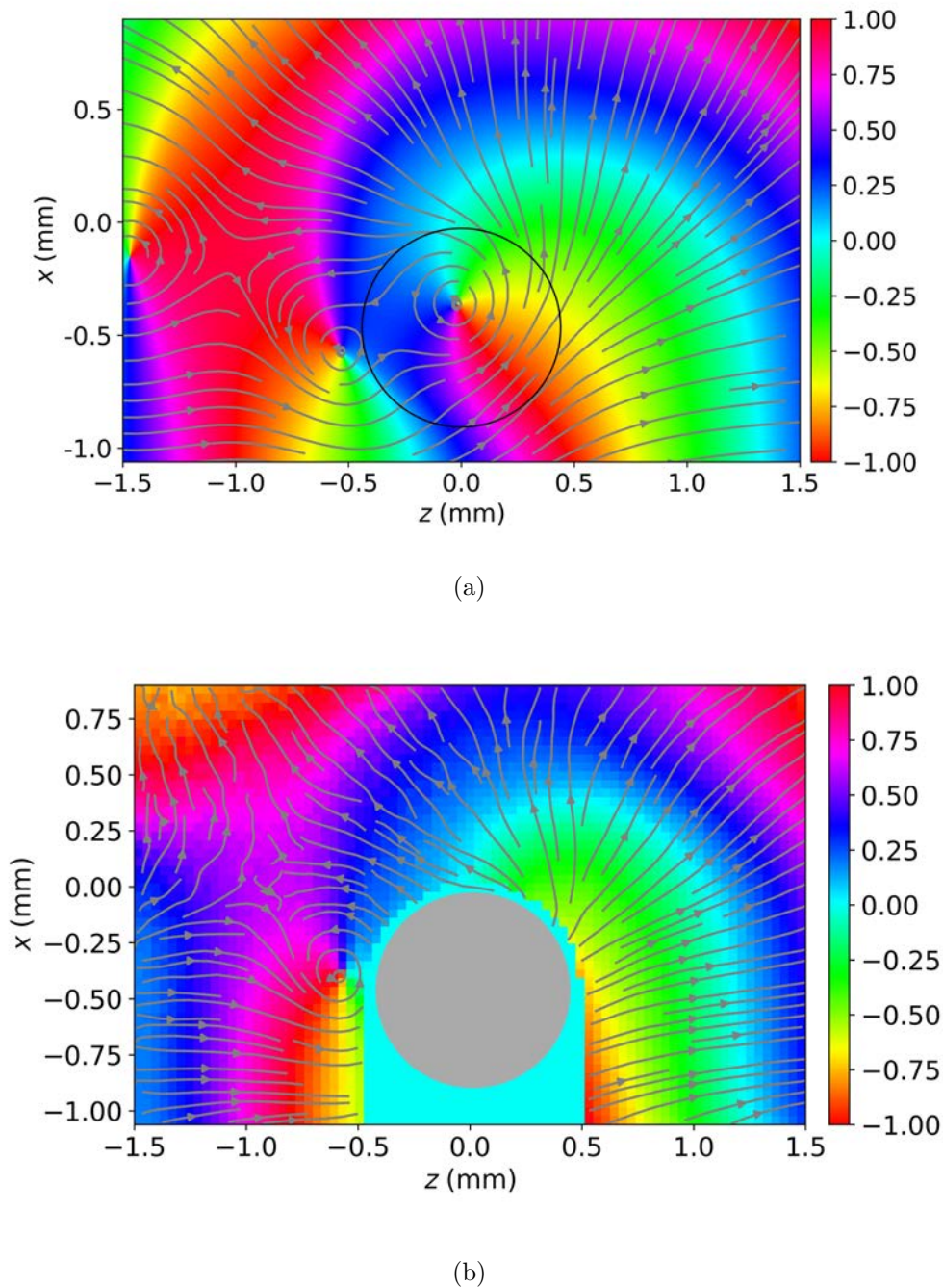


Figure 5.6. Phase du champ de pression normalisée en fraction de π (a) analytique et (b) expérimentale à la fréquence de résonance dipolaire ($f = 0,80$ MHz) d'une gouttelette d'huile fluorée de rayon $440 \mu\text{m}$ dans le plan (xz) et pour $\beta = 0,55$. Les lignes de courant du vecteur de Poynting moyen sont représentées par les flèches grises. Ces quantités ont été extraites à partir des données expérimentales présentées dans la section 4.2.1. Les résolutions spatiales du champ mesuré sont de $40 \mu\text{m}$

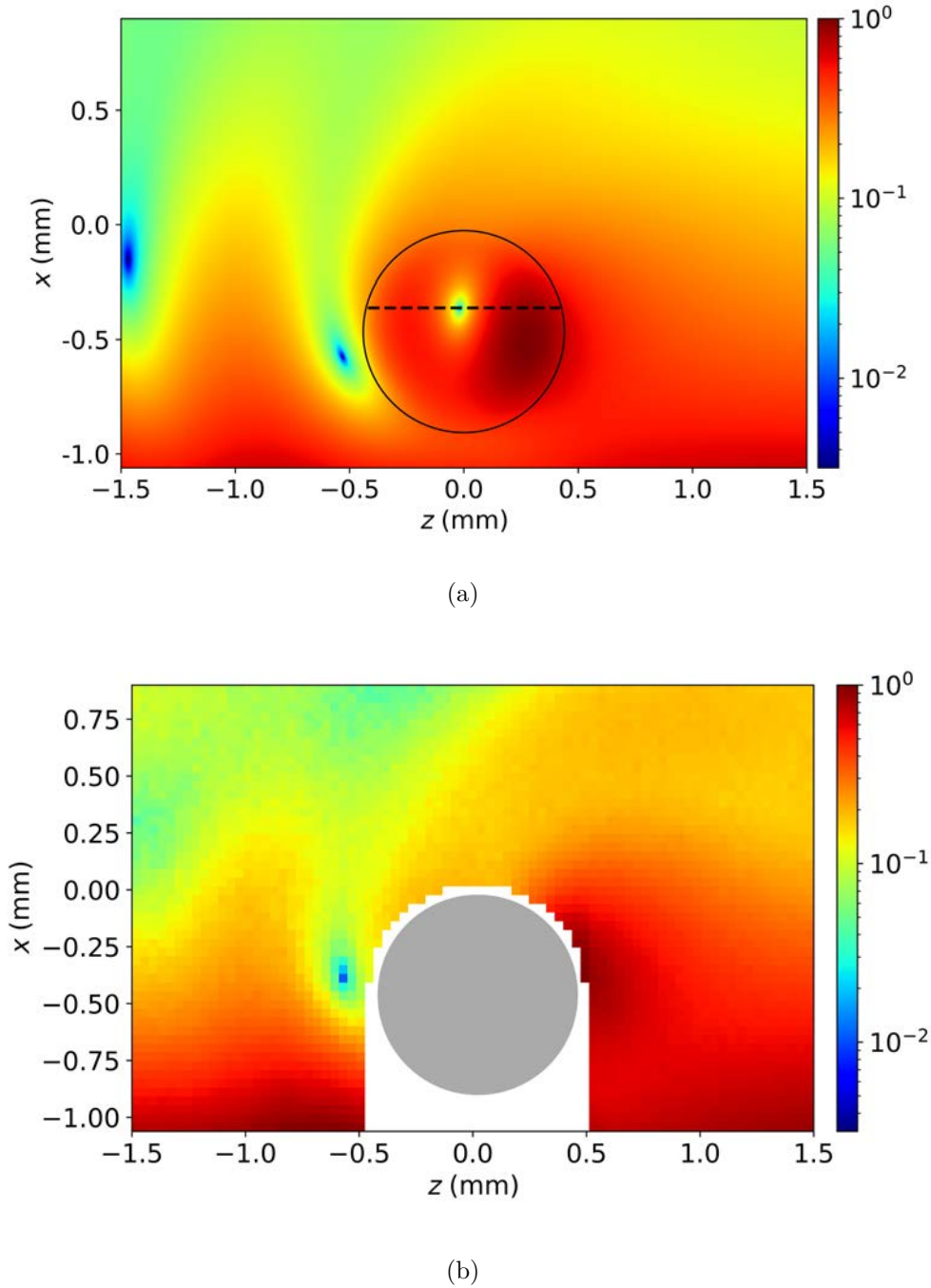
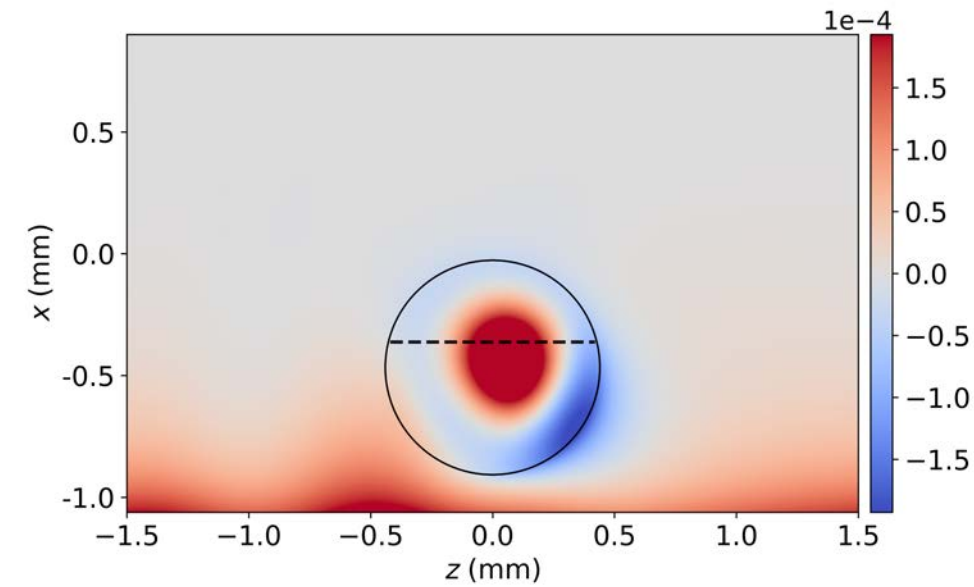
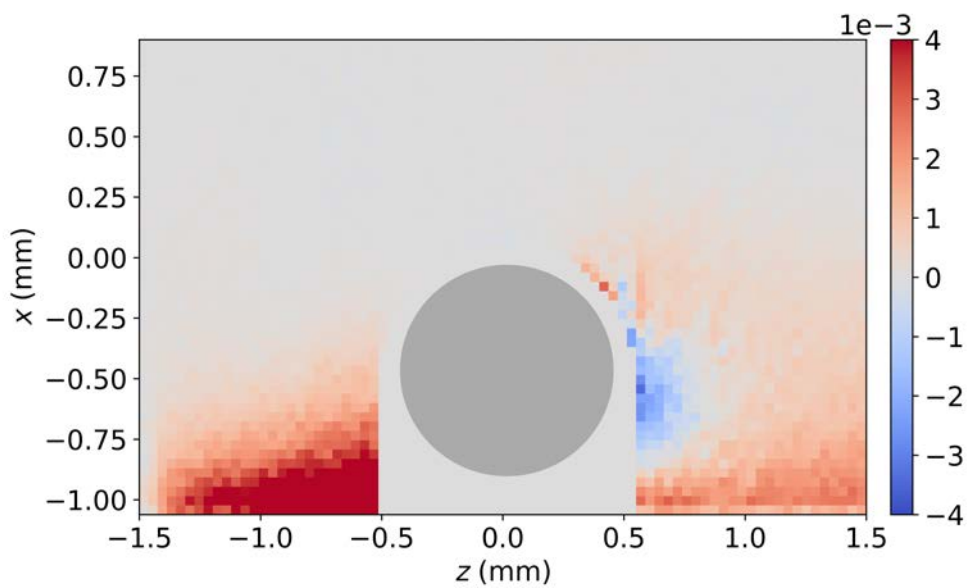


Figure 5.7. Module du champ de pression normalisé (a) analytique et (b) expérimental à la fréquence de résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée dans le plan (xz) . La ligne horizontale en pointillés dans l'image (a) traverse la singularité de phase.



(a)



(b)

Figure 5.8. MA de spin acoustique (a) analytique et (b) expérimental à la fréquence de résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée dans le plan (xz) . Nous précisons que les niveaux d'amplitude dans les cartographies du MA de spin calculé analytiquement et mesuré ne sont pas comparables.

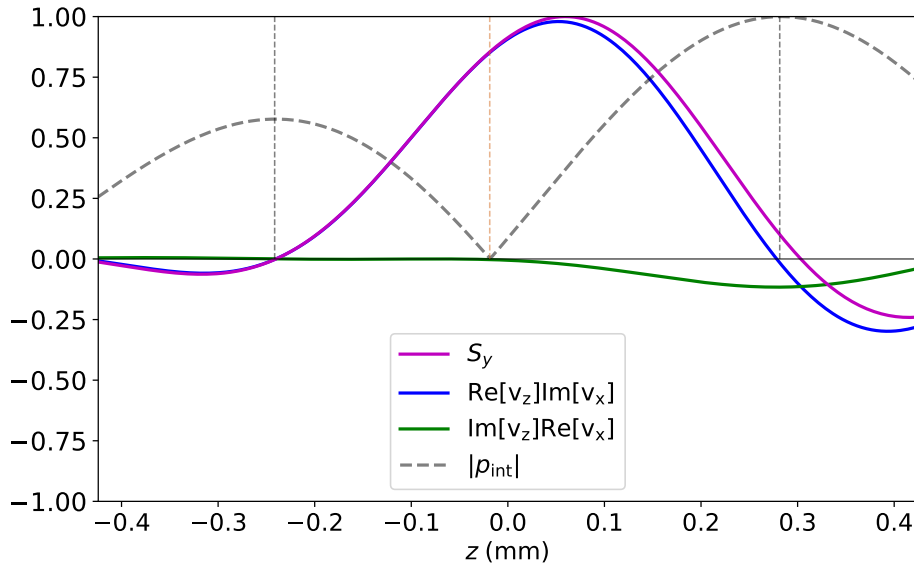


Figure 5.9. Quantités théoriques relatives au MA de spin S_y à la résonance dipolaire d'une gouttelette d'huile fluorée le long de la direction z passant horizontalement par la singularité de phase comme indiqué dans les figures 5.7 et 5.8. Ces dernières sont normalisées par le maximum de spin S_y . La courbe en pointillés gris représente le module du champ de pression interne normalisé par le maximum. Les limites de l'axe horizontal correspondent à la surface de la gouttelette. Les lignes verticales en pointillés gris représentent la coordonnée z correspondant à des maximum locaux dans le module du champ de pression interne et celle en marron correspond à la position de la singularité de phase.

phase). À la différence du champ relatif au mode dipolaire seul, le champ interne total possède un zéro de pression qui n'est pas situé strictement au centre de la gouttelette. De plus, le maximum de MA de spin n'est pas situé en ce point mais est décalé. Ces effets proviennent de la superposition des autres modes n dans le champ. Les zéros de MA de spin sont quant à eux situés parfois au niveau des maximums dans la valeur absolue du champ de pression, ou parfois légèrement décalés. De plus, le MA de spin est globalement positif lorsque l'amplitude du champ croît radialement, et il est négatif lorsque l'amplitude du champ décroît radialement. Les ondes internes ont une amplitude significative proche de la surface de la gouttelette, et leur maximum d'amplitude est décalé de la surface comme le montrent les traits verticaux en pointillés gris dans la figure 5.9. Pour cette raison, le signe du MA de spin change à l'intérieur même de la gouttelette.

5.2.4 Densité de moment angulaire de spin à la résonance hexapolaire

Suite aux analyses précédentes, nous étudions ensuite à la distribution du MA de spin du champ pour une résonance plus élevée de la gouttelette. Nous nous intéressons plus particulière-

ment au MA de spin à l'intérieur de cette gouttelette⁷. Nous nous appuyons ici sur la mesure du champ de pression à la fréquence $f = 0,54$ MHz correspondant à la résonance hexapolaire de la gouttelette, qui a été présentée dans la section 4.3.2. Le MA de spin est ensuite déterminé de la même manière que dans la section précédente à partir de (5.15).

5.2.4.1 Cartographie de la densité de spin à l'intérieur d'une gouttelette

La phase et le module du champ de pression issu du calcul théorique sont dans un premier temps représentés dans la figure 5.10. À droite de chaque figure, nous représentons celles qui ont été mesurées dans la région délimitée dans l'encadré en pointillés noirs dans les figures théoriques. Les lignes de courant du vecteur de Poynting moyen sont également tracées sur les images de phase. Une ligne horizontale passant près des deux singularités supérieures présentes dans la gouttelette est également tracée et une analyse du champ sera effectuée par la suite sur cette ligne. Nous observons une fois de plus une très bonne concordance entre les prédictions théoriques du champ et le champ qui a été mesuré. Nous observons que dans le cas de la résonance hexapolaire, les lignes de courant du vecteur de Poynting sont plus courbées que dans le cas de la résonance dipolaire. Le transport de l'énergie dans la gouttelette est donc plus circulaire à la résonance hexapolaire.

La figure 5.11 montre ensuite une première cartographie du MA de spin du champ prédit par le calcul. Sur la même figure, une cartographie de spin expérimentale est présentée à droite de la cartographie théorique. Les positions des singularités de phase sont reportées sur la cartographie du MA de spin. À la résonance hexapolaire, le MA de spin a une structure différente de celle à la résonance dipolaire. Nous observons deux couronnes, une de signe négatif et l'autre de signe positif. De plus, le MA de spin a une amplitude très faible vers le centre de la gouttelette et s'annule entre deux singularités de phase. Expérimentalement, nous retrouvons bien les différentes parties positives et négatives du MA de spin, ainsi que les zones entre deux singularités où il s'annule.

5.2.4.2 Analyse de l'évolution de la densité de spin

Afin de décrire plus précisément la structure du MA de spin et dans le même esprit que pour l'analyse du MA de spin à la résonance dipolaire de la gouttelette, nous étudions son évolution prédite par le calcul analytique le long d'une ligne horizontale. La figure 5.12 montre l'évolution du MA spin ainsi que du module du champ de pression interne dans la direction horizontale z passant près des deux singularités supérieures, comme indiqué par la ligne en pointillés dans la goutte dans les figures 5.10(c) et 5.11. Les quantités entre parenthèses dans (5.49) y sont également tracées. Les différents maximums de spin sont situés ici entre une singularité de phase et un maximum du champ de pression. De plus, il est nul exactement au niveau des maximums locaux dans le module du champ de pression. De plus, une région où il est nul ou très faible

7. Nous rappelons que la gouttelette étudiée a ici un rayon de 1,12 mm et le degré d'évanescence de l'onde incidente est $\beta = 0,6$. Les résolutions spatiales du champ mesuré sont de $40 \mu\text{m}$.

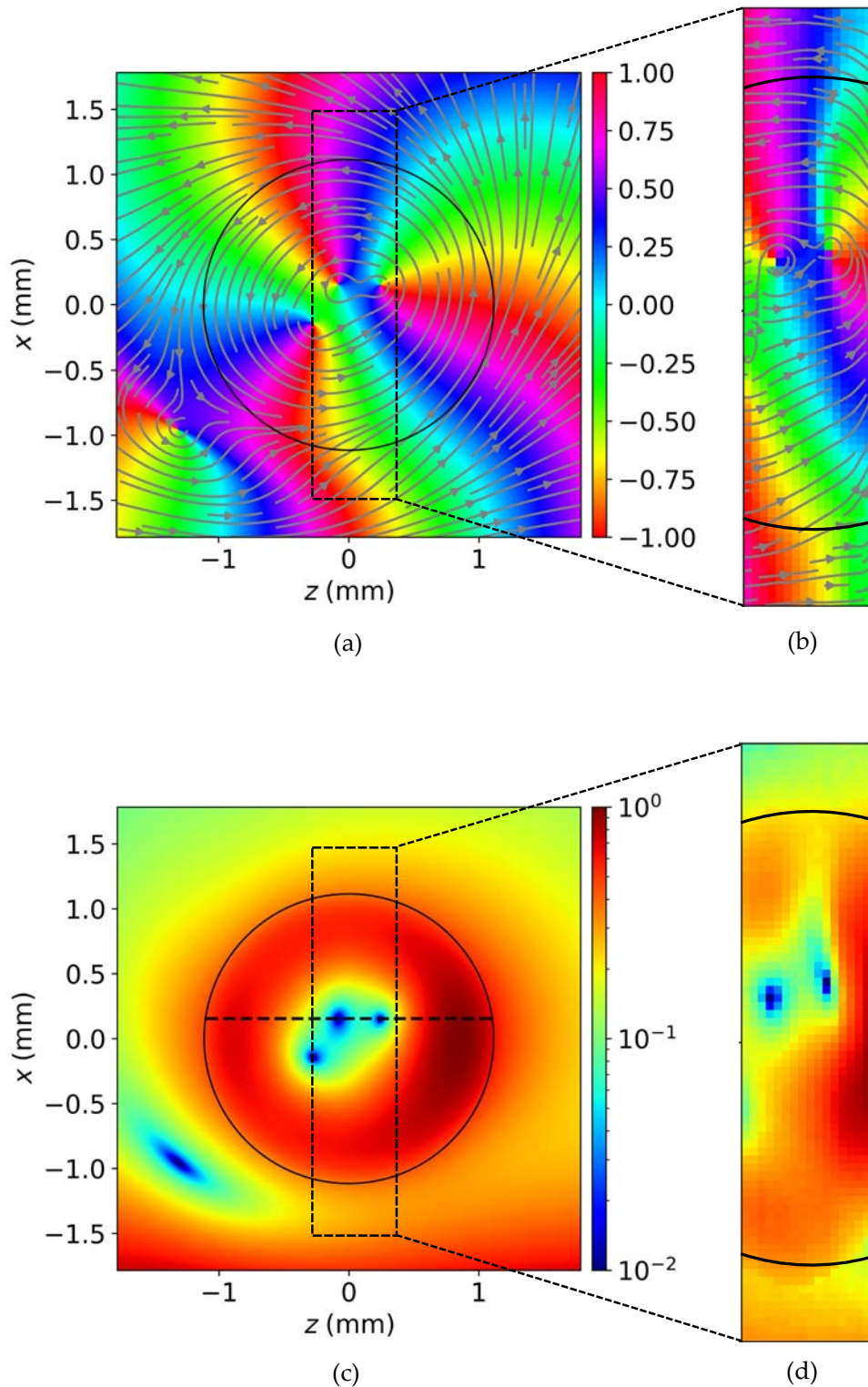


Figure 5.10. Phase (a) analytique et (b) expérimentale, puis module (c) analytique et (d) expérimental du champ de pression à la fréquence de résonance hexapolaire ($f = 1,12$ MHz) d'une goutte d'huile fluorée de rayon 1,12 mm dans le plan (xz). Le champ est normalisé par son maximum d'amplitude et les lignes de courant du vecteur de Poynting moyen sont représentées par les flèches sur les images de phase. La ligne horizontale en pointillés passe près des deux singularités de phase supérieures présentes dans la gouttelette. Ces quantités ont été extraites à partir des données expérimentales présentées dans 4.3.2. Les résolutions spatiales du champ mesuré sont de $40 \mu\text{m}$

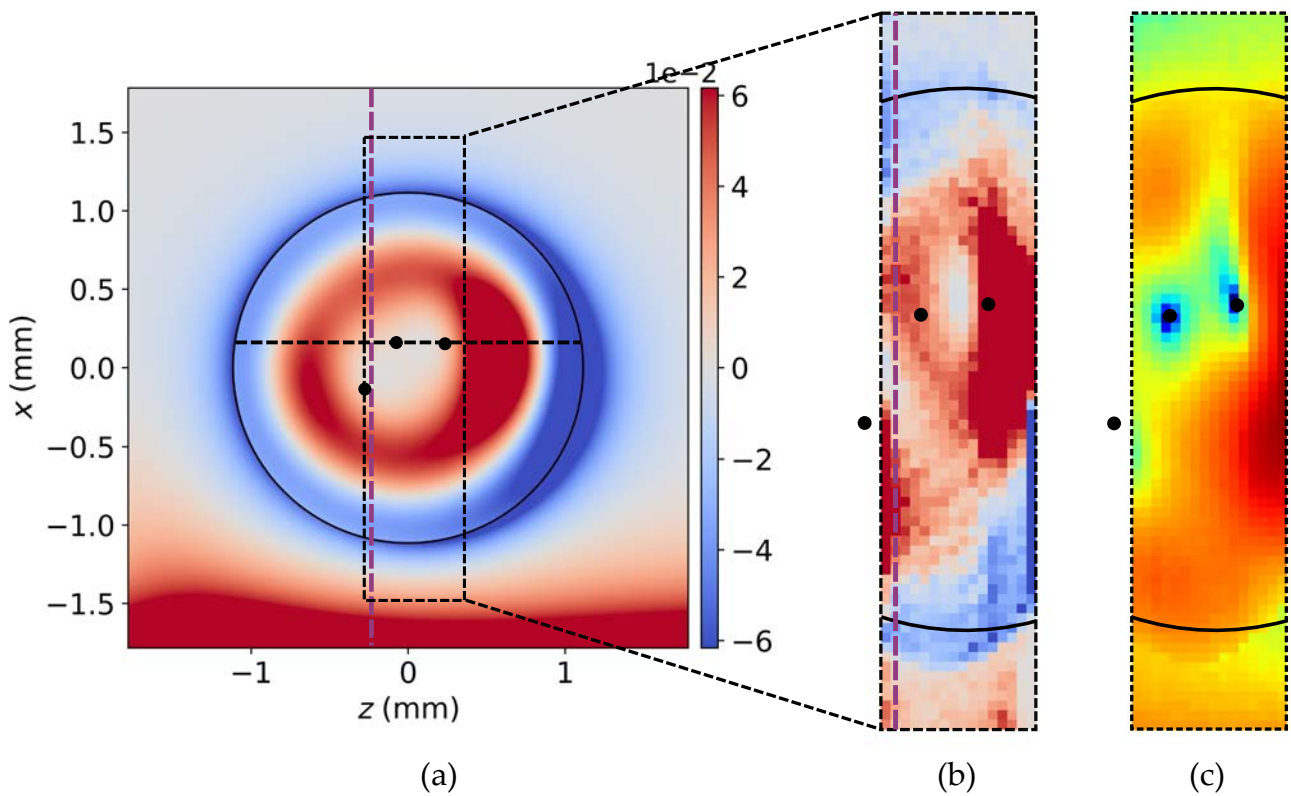


Figure 5.11. MA de spin transverse S_y (a) analytique et (b) expérimental du champ à la fréquence de résonance hexapolaire d'une goutte d'huile fluorée dans le plan (xz) . (c) Module du champ de pression expérimental. Les points noirs dans les trois cartographies représentent la position des trois singularités de phase dans la goutte. La position de la singularité en bas à gauche dans les figures (b) et (c) des données expérimentales a été estimée.

apparaît vers le centre de la gouttelette, précisément entre les singularités où l'amplitude et la phase du champ y sont quasi constantes.

Nous complétons ensuite l'analyse en comparant qualitativement la mesure expérimentale du champ de MA de spin à celui prédit par le modèle analytique le long de l'axe vertical x passant par une zone d'annulation. Ces axes sont indiqués dans les différentes cartographies de spin (théorique et expérimentale) de la figure 5.11 par les lignes verticales en pointillés violets. Le champ de MA de spin issu du modèle théorique et celui déterminé de manière expérimentale sont tracés et comparés dans ces directions verticales respectives dans la figure 5.13. De manière très satisfaisante, les points expérimentaux sont quasiment superposés à la courbe théorique à l'intérieur de la gouttelette. Au niveau de la surface de cette dernière, ils s'éloignent un peu plus car elle était déformée par l'action de l'hydrophone à fibre optique. La position des maximums de MA de spin, les largeurs des lobes associés, ainsi que la position du zéro vers le centre, correspondent quant à elles parfaitement.

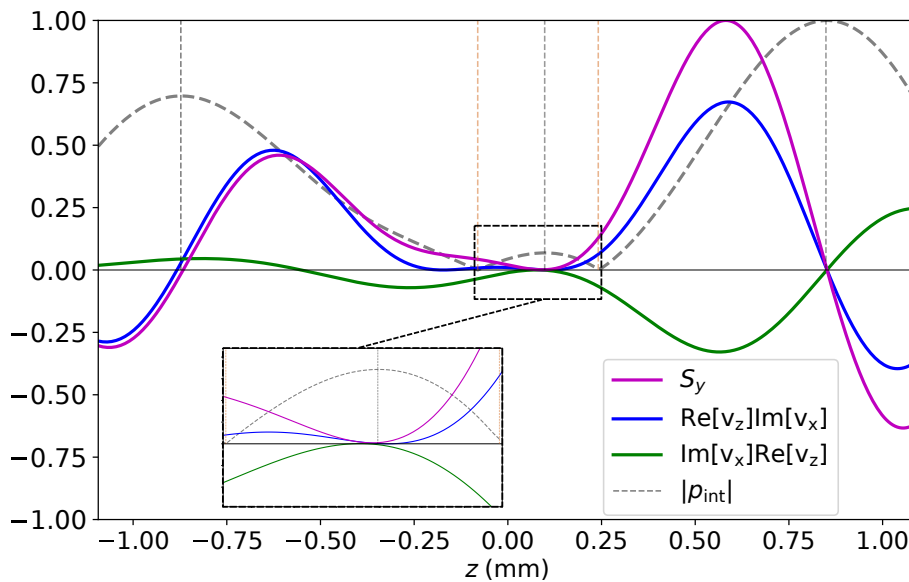


Figure 5.12. Quantités théoriques relatives au MA de spin S_y à la résonance hexapolaire d'une gouttelette d'huile fluorée le long de la direction z passant horizontalement près des deux singularités situées à l'altitude la plus haute et identifiées dans la figure 5.11. Ces dernières sont normalisées par le maximum de spin S_y . La courbe en pointillés gris représente le module du champ de pression interne normalisé par le maximum. Les limites de l'axe horizontal correspondent à la surface de la gouttelette. Les lignes verticales en pointillés gris représentent la coordonnée horizontale z correspondant à des maximums locaux dans le module du champ de pression interne et celles en pointillés marron correspondent à la position des deux singularités de phase.

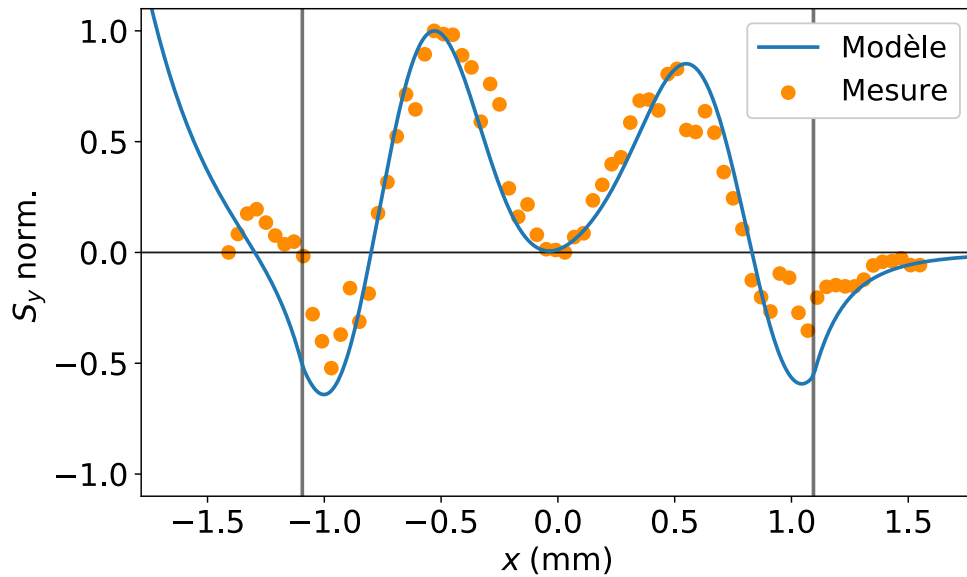


Figure 5.13. Comparaison entre la prédiction du modèle et la mesure du MA de spin dans la direction verticale x à la coordonnée z correspondant à la ligne verticale en pointillés violets dans la figure 5.11 passant par une région de MA de spin nul. La quantité calculée analytiquement et celle mesurée sont respectivement normalisées par leur maximum d'amplitude. Les lignes verticales grises localisent la surface de la goutte dans le calcul analytique.

5.3 Synthèse et discussion

Les chapitres 2 et 4 proposent une analyse physique de la diffusion d'une onde plane évanescente par un objet sphérique, mettant en évidence la structure spiralée du champ diffusé ainsi que l'apparition de singularités de phase à l'intérieur de l'objet. Dans ce chapitre, nous avons présenté une description complémentaire de ce phénomène en étudiant les caractéristiques du moment angulaire émergent dans la diffusion d'une telle onde. Dans une première partie, nous avons rappelé le concept de moment angulaire d'un champ acoustique et avons présenté les différentes contributions physiques qui lui sont associées. Le MA de spin, peut être interprété comme le moment angulaire d'une particule du milieu se déplaçant de manière elliptique autour de sa position au repos. Le MA orbital provient quant à lui de la circulation du flux d'énergie dans l'espace. Le transfert de ces dernières est ensuite à l'origine de la force et au couple de radiation pouvant être exercés par des champ acoustiques.

Dans la deuxième partie, nous avons étudié plus particulièrement la structure du MA de spin ultrasonore dans le cadre de la diffusion d'une onde plane évanescente par une gouttelette d'huile fluorée résonante millimétrique. A notre connaissance, la description du MA de spin dans les champs acoustiques n'a été rapportée jusqu'à aujourd'hui que dans le milieu de propagation. Nous avons montré ici que la structure du MA de spin émergent à l'intérieur d'un objet est complexe et dépend de l'ordre de la résonance de cet objet, et est similaire à celle des faisceaux de Bessel décrite jusqu'à présent de manière théorique [42]. Le signe de la densité de spin dépend notamment de l'évolution radiale du champ de pression. Dans le cas de la résonance dipolaire, il

est maximal vers le centre de la gouttelette. Ensuite, aux fréquences réduites ka plus élevées pour lesquelles nous dénombrons plusieurs singularités de phase dans l'objet, des zones où il s'annule apparaissent entre deux singularités de phase. De manière remarquable et grâce à la précision des mesures présentées dans le chapitre 4, le MA de spin transverse du champ résultant de la diffusion d'une onde plane évanescente a pu être observé de manière expérimentale. Le MA de spin à l'intérieur d'une gouttelette qui a été cartographié concorde de manière très satisfaisante avec celui issu les prédictions théoriques. Il s'agit du principal résultat de ce travail.

De part son lien avec le couple de radiation exercé dans le régime de diffusion de Rayleigh, le MA de spin détecté dans une gouttelette excitée par une onde plane évanescente a des implications importantes quant à la possibilité de mettre en rotation des petits objets. Dans le cas d'objets plus gros, un couple de radiation est également induit par le transfert du MA orbital, mais l'origine de ce dernier (MA orbital ou spin) reste encore aujourd'hui difficile à identifier [42]. Dans cet objectif, il serait par exemple intéressant d'étudier la faisabilité de faire tourner, sans contact, des micro-marqueurs placés dans une gouttelette, dont le sens de rotation dépendrait du signe du MA de spin.

Dans un contexte plus large, l'utilisation d'ondes de surfaces est en plein essor pour des applications de manipulation d'objets dans les domaines de la microfluidique ou de la biologie. Dans cette voie, certains dispositifs ont récemment montré la possibilité de contrôler le positionnement de particules à l'intérieur de cavités fluides [127], ou encore le positionnement de cellules [24, 128]. La compréhension des mécanismes physiques décrits dans ce chapitre pourrait ainsi permettre à l'avenir le développement de systèmes plus complexes pour la manipulation d'objets.

Quantités associées aux champs acoustiques dans les fluides

Pression et vitesse
$$p = \frac{\rho c^2}{i\omega} \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad \mathbf{v} = \frac{1}{\rho i\omega} \nabla p$$

Densité d'énergie moyenne
$$\langle E \rangle = \frac{1}{4} \left(\frac{|p|^2}{\rho c^2} + \rho |\mathbf{v}|^2 \right)$$

Vecteur de Poynting moyen
$$\langle \mathbf{P} \rangle = \frac{1}{2c^2} \text{Re} [p^* \mathbf{v}]$$

Densité d'impulsion
$$\langle \mathbf{q} \rangle = \frac{\langle \mathbf{P} \rangle}{c^2} = \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}^* \cdot (\nabla) \mathbf{v}] + \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{S}$$

Densité de MA orbital
$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}^* \cdot (\nabla) \mathbf{v}]$$

Densité de MA de spin
$$\mathbf{S} = \frac{\rho}{2\omega} \text{Im} [\mathbf{v}^* \times \mathbf{v}]$$

Densité de MA total
$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

Conclusion générale et perspectives

Les travaux présentés dans ce manuscrit portent sur l'analyse physique la diffusion d'une onde plane évanescence acoustique par un objet résonant immergé dans un fluide parfait. Les résultats obtenus expliquent et mettent en évidence la structure et les caractéristiques intéressantes du champ résultant de ce phénomène. Une des motivations de ce travail était d'explorer de manière théorique et expérimentale la conversion de la densité de moment angulaire de spin acoustique dans cette interaction.

Tout d'abord, nous avons introduit dans le premier chapitre le cadre théorique de la diffusion de Mie d'une onde acoustique par un objet sphérique élastique ou fluide immergé dans un fluide parfait. Nous avons également présenté un dispositif expérimental ultrasonore permettant la mesure de la diffusion d'une onde par un objet de taille millimétrique en suspension dans un gel. En particulier, des mesures de la diffusion d'ondes planes homogènes ont été comparées avec succès aux prédictions du modèle, constituant un premier point de validation du dispositif. Dans le régime libre de la diffusion, durant lequel l'objet continue de rayonner après le passage de l'onde incidente, le champ diffusé est caractérisé par un spectre discret de fréquences à valeurs complexes associées aux pertes radiatives transitoires. En exploitant les caractéristiques fréquentielles d'un signal de diffusion, cette notion nous a amené à discuter d'un exemple d'application du modèle à l'estimation de l'atténuation d'un matériau.

Dans le deuxième chapitre, nous avons appliqué le formalisme qui a été introduit au cas de la diffusion d'une onde plane évanescence. Nous avons dans un premier temps déterminé les expressions des coefficients de forme associés à cette onde dans la base des harmoniques sphériques, qui permettent ensuite de reconstruire les champs de pression diffusé et à l'intérieur de l'objet. Comparativement au cas d'une onde plane homogène incidente, des modes azimutaux supplémentaires sont engendrés et provoquent la rupture de symétrie du champ par rapport à la direction de propagation de l'onde. Une des conséquences est l'émergence d'un dipole complexe associé à deux dipôles réels de directions orthogonales et en quadrature de phase. Ce système permet alors d'amplifier certaines ondes circonférentielles en amplitude par rapport à celles se propageant en sens contraire. En conséquence, les ondes à l'intérieur de l'objet se propageant de manière angulaire autour de lignes de singularité de phase dont le nombre et la position dépendent des modes de vibration qui contribuent de manière dominante dans le champ. Ces ondes engendrent dans le milieu extérieur un champ diffusé possédant la forme

d'une spirale d'Archimède. Aux résonances d'ordres élevées, les isophases spiralées de ce dernier sont multiples et par analogie avec les vortex optiques ou acoustiques, le champ est caractérisé par sa charge topologique. Il a également été important de constater que le champ diffusé est isolé et omnidirectionnel dans les zones où l'onde plane incidente évanescence s'éteint. De plus, grâce à la richesse modale du processus de la diffusion de l'onde plane évanescence et pour une certaine gamme du degré d'évanescence, la section efficace de diffusion est largement augmentée en comparaison avec une onde plane incidente homogène.

Dans le troisième chapitre, nous avons considéré la génération expérimentale concrète de l'onde plane évanescence. Pour cela, nous avons dans un premier temps présenté la conception d'une métasurface en PDMS poreux d'indice acoustique périodique dans le but de moduler la forme d'un front d'onde incident. Lorsqu'elle a été placée sur la partie active d'un transducteur, un champ ultrasonore possédant des composantes évanescences a été engendré, mais ces dernières étaient largement dominées par des contributions d'ondes de volume. Dans un second temps, nous avons développé un dispositif expérimental mettant en place la réfraction sur-critique d'un faisceau plan à l'interface entre deux fluides non miscibles, avec la possibilité d'ajuster l'angle d'incidence. Ce système plus simple et plus robuste a permis cette fois-ci d'engendrer une onde plane évanescence parfaitement isolée dans une certaine région de l'espace.

Dans le quatrième chapitre, nous nous sommes appuyés sur le second système de génération pour mesurer la diffusion d'une onde plane évanescence ultrasonore. Pour cela, nous avons placé en suspension une gouttelette d'huile fluorée de taille millimétrique dans un gel et à une distance d'environ un millimètre de l'interface servant à engendrer cette onde plane évanescence. Ensuite, nous avons réalisé des cartographies précises du champ de pression autour de la gouttelette à l'aide d'un hydrophone à fibre optique possédant une résolution spatiale d'une dizaine de micromètres. Ces dernières ont mis en évidence la structure spiralée du champ diffusé, puis elles ont été comparées avec succès aux prédictions théoriques. De manière originale, nous avons ensuite mesuré le champ de pression à l'intérieur d'une gouttelette en insérant cette fois-ci la fibre au cœur de cette dernière. Grâce au très faible diamètre de l'hydrophone utilisé, des cartographies du champ de pression interne ont été effectuées sans perturbation majeure. Les singularités de phase confinées à l'intérieur de la gouttelette ont été détectées de manière précise et leurs positions respectives concordaient une nouvelle fois de manière très satisfaisante avec celles prédites par le calcul théorique. Nous avons également pu mettre en évidence la formation de ces singularités en observant la propagation angulaire d'ondes circonférentielles en régime transitoire.

Le manuscrit porte enfin dans le cinquième chapitre sur la description de la densité de moment angulaire d'un champ acoustique. Nous avons orienté spécifiquement la discussion sur la densité de spin qui a été récemment reconsidérée en acoustique [40–42]. Tout d'abord, nous avons commencé par discuter de différentes approches expliquant l'origine physique de cette quantité. La première a montré que la densité de spin est interprétée comme le moment angulaire

d'une unique particule de matière se déplaçant de manière elliptique autour de sa position de repos en présence d'une onde hétérogène. La deuxième approche relatée dans la littérature récente introduit quant à elle la densité de spin comme une contribution intrinsèque du moment angulaire du flux d'énergie. Des expressions différentes du moment angulaire acoustique total ont été obtenues et discutées. Nous avons ensuite établi une analyse de la structure complexe de la densité de spin dans la diffusion d'une onde plane évanescence. Plus particulièrement, grâce aux différentes mesures du champ de pression réalisées, nous avons exploré son évolution à l'intérieur d'une gouttelette. Il s'agit, à notre connaissance, de la première observation expérimentale de la densité de spin ultrasonore à l'intérieur d'un objet excité par un champ évanescence. Dans le cas étudié, le moment angulaire de spin est préférentiellement dirigé orthogonalement au plan d'incidence. De plus, nous avons montré qu'il a une structure similaire à celui présent dans les faisceaux de Bessel, qui est dans le cas de ces champs hélicoïdaux dirigé dans leur direction de propagation [42]. Lorsque cette quantité est transférée à un objet absorbant, un couple de radiation est exercé sur cet objet. De plus, si cet objet est petit devant la longueur d'onde incidente, le couple est directement relié à la densité de spin du champ exciteur [17]. Cette étude permet alors de comprendre certains mécanismes qui pourraient induire la rotation de petites particules qui seraient placées à l'intérieur d'une gouttelette immergée dans un champ évanescence. Elle apporte ainsi une contribution importante aux recherches récentes sur la densité de spin acoustique. À court terme, les résultats obtenus devraient conduire à de nouvelles études cherchant à comprendre son implication dans l'interaction des ondes avec la matière.

À l'issue de ces travaux, plusieurs perspectives importantes sont à envisager. Les résultats obtenus pourraient premièrement inspirer le développement de techniques d'imagerie ou de détection acoustique. Notre système étant proche de celui de [81], il pourrait par exemple aider à la conception de dispositifs d'identification de sédiments dans le secteur naval. Dans le but de localiser un objet rayonnant, il serait avantageux d'utiliser les informations fournies par le champ diffusé de forme spiralée dont le rayonnement angulaire est bien plus étendu que celui engendré par la diffusion d'une onde plane homogène. De plus, des expériences pourraient être réalisées dans le cadre de l'imagerie sub-longueur d'onde. Dans ce contexte, il serait en effet intéressant d'essayer de discerner acoustiquement des objets excités par une onde plane évanescence et espacés d'une distance inférieure à celle imposée par le critère de Rayleigh. Dans le domaine du contrôle non destructif, pour la détection de défauts dans des structures par exemple, il serait important d'étendre l'étude à la diffusion d'ondes planes évanescences élastiques par une ou plusieurs inclusions.

Une deuxième thématique qui pourrait être développée est la manipulation de petits objets sans contact placés dans un champ évanescence. Nous avons réussi à observer une densité de spin dans le champ acoustique, ce qui pourrait permettre le développement de dispositifs capables de mettre en rotation des objets micrométriques par exemple. La structure circulaire de la phase du champ résultant de la diffusion d'une onde plane évanescence est quant à elle associée au moment

angulaire dit orbital [36, 42]. Un axe intéressant serait d'étudier l'implication de cette dernière quantité dans le couple de radiation. Ce dernier posséderait alors un degré en rotation différent de celui des vortex acoustiques utilisés dans plusieurs études [13, 14]. Les résultats présentés dans ce manuscrit devraient pouvoir conduire à plus long terme à des applications nouvelles et innovantes comme dans le secteur biomédical pour lequel la manipulation à distance et sans contact de petits objets biologiques est requise. Dans ce même contexte, nous retrouvons par exemple des dispositifs à ondes de Scholte [24] ou d'autres systèmes utilisant des faisceaux de Bessel évanescents [25]. Dans l'objectif de réaliser des expériences préliminaires, un développement du dispositif expérimental serait néanmoins nécessaire. En effet, pour que nous puissions observer des effets de rotation de micro-marqueurs placés dans une goutte par exemple, les signaux émis doivent être beaucoup plus longs. Cette contrainte implique d'élargir la cuve ou de concevoir un nouveau système à cause des réflexions multiples qui auraient lieu au niveau de l'interface servant à engendrer l'onde plane évanescente et sur les parois. D'une autre manière, nous pourrions imaginer exploiter de possibles effets de streaming acoustique. Un écoulement circulaire pourrait ainsi être possiblement engendré dans un objet excité par une onde plane évanescente, par exemple dans l'objectif de mélanger différentes phases.

Annexe A

Propriétés acoustiques des matériaux étudiés

Cette annexe présente les propriétés acoustiques des différents matériaux fluides et solides étudiés de manière théorique ou expérimentale dans ce manuscrit.

Fluides

	ρ (g/cm ³)	c_L (mm/ μ s)	Z_L (μ Ray)	B (Gpa)
eau	1,00	1,49	1,49	2,21
gel de carbopol	1,05	1,50	1,58	2,36
huile FC40	1,85	0,64	1,18	0,76
iodobenzène	1,82	1,11	2,02	2,24

Table A.1. Propriétés acoustiques des matériaux fluides : masse volumique ρ , célérité des ondes longitudinales c_L , impédance Z_L , module de compressibilité B .

Solides

	ρ (g/cm ³)	c_L (mm/ μ s)	c_T (mm/ μ s)	Z_L (μ Ray)	Z_T (μ Ray)
BiPbSnInCd	9,16	2,37	1,03	21,71	9,43
polystyrène	1,08	2,35	1,12	2,54	1,21

	λ_s (Gpa)	μ_s (Gpa)
BiPbSnInCd	32,02	9,72
polystyrène	3,25	1,35

Table A.2. Propriétés acoustiques des matériaux solides : masse volumique ρ , célérité des ondes longitudinales c_L , célérité des ondes transverses c_T , impédances Z_L et Z_T , coefficients de Lamé λ_s et μ_s .

Annexe B

Conception et fabrication d'une métasurface à indice périodique en PDMS poreux

B.1 Paramètres mécaniques des matériaux

Comme le montrent les études effectuées dans [88–90], la célérité des ondes longitudinales dans le PDMS poreux dépend fortement de la fraction volumique d'air. La célérité des ondes longitudinales dans la matrice de PDMS non poreuse a pour valeur $c_{Lm} = 1,02$ (mm/ μ s). De plus, les ondes transverses s'y propageant ont une célérité très faible $c_{Tm} = 0,078$ (mm/ μ s) et sont négligées dans le modèle. Dans cette annexe, ϕ désigne le taux de porosité dans la matrice de PDMS.

La masse volumique ρ_m , le module d'élasticité isostatique K_m et le module de cisaillement G_m de la matrice de PDMS utilisée pour la fabrication de la métasurface ont les valeurs suivantes (valeurs proches de celles dans [93]) :

$$\begin{aligned}\rho_m &= 1,01 \text{ } \mu\text{g}/\text{mm}^3, \\ K_m &= 1,05 \text{ GPa}, \\ G_m &= 6,2 \text{ MPa}.\end{aligned}$$

La masse volumique ρ du PDMS contenant des porosités s'exprime à partir d'une loi des mélanges de la manière suivante :

$$\rho(\phi) = \rho_m(1 - \phi). \quad (\text{B.1})$$

D'après [89, 129] et à partir d'une théorie de milieu effectif dans laquelle les longueurs d'onde mises en jeu sont très grandes devant les dimensions caractéristiques des porosités, la célérité des ondes longitudinales se propageant dans le PDMS poreux s'exprime en fonction de la porosité comme suit [90] :

$$c_L(\phi) = \frac{c_{Lm}}{\sqrt{1 + A\phi}}, \quad (\text{B.2})$$

où $A = \frac{3K_m}{4G_m}$. L'impédance acoustique $Z(\phi) = \rho(\phi)c(\phi)$ et l'indice acoustique $n(\phi) = c_{\text{eau}}/c(\phi)$ (3.4) du PDMS poreux s'expriment donc de la manière suivante :

$$Z(\phi) = Z_m \frac{(1 - \phi)}{\sqrt{1 + A\phi}} \quad (\text{B.3})$$

$$n(\phi) = n_m \sqrt{1 + A\phi}, \quad (\text{B.4})$$

où Z_m et n_m sont respectivement l'impédance et l'indice de la matrice de PDMS non poreuse.

B.2 Choix des différentes porosités

L'objectif est de concevoir un matériau constitué d'une alternance périodique de plusieurs tranches caractérisées par des indices acoustique différents, comme présenté dans 3.1.1. La largeur du motif périodique est notée Λ .

Afin de maximiser l'amplitude des variations spatiales égales à Λ du champ transmis à travers la métasurface, le déphasage des ondes qui se sont propagées dans deux tranches successives d'épaisseur e doit être égal à π . Ceci impose la condition suivante sur la différence des indices acoustiques n_1 et n_2 de deux tranches successives :

$$(k_2 - k_1) e = \pi \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi f_0}{c_{\text{eau}}}(n_2 - n_1) e = \pi \quad \Rightarrow \quad (n_2 - n_1) = \frac{c_{\text{eau}}}{2f_0 e}, \quad (\text{B.5})$$

où k_1 et k_2 sont respectivement les nombres d'onde associés à chaque tranche. Avec une fréquence centrale $f_0 = 150$ kHz et une épaisseur $e = 2$ mm, nous obtenons dans notre cas la condition suivante :

$$\Delta n = n_2 - n_1 = 2,5.$$

En imposant par exemple la valeur d'une porosité ϕ_1 donnée, la porosité ϕ_2 doit satisfaire la relation suivante :

$$\phi_2 = \phi_1 + \frac{\Delta n}{n_m A} \left(\frac{\Delta n}{n_m} + 2\sqrt{1 + A\phi} \right). \quad (\text{B.6})$$

Les amplitudes des ondes transmises dans chaque couche doivent donc être les plus proches possible pour favoriser au maximum la condition de différence de phase de π . L'objectif est de forcer les ondes transmises correspondant à l'ordre 0 de diffraction à avoir une amplitude nulle et garder ainsi uniquement des ondes associées aux ordres plus élevés. La rupture d'impédance entre deux tranches successives doit donc être minimisée. Le ratio d'impédance en fonction des porosités admissibles, reliées par (B.6), est estimé de la manière suivante :

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{(1 - \phi_2)\sqrt{1 + A\phi_1}}{(1 - \phi_1)\sqrt{1 + A\phi_2}}. \quad (\text{B.7})$$

La figure B.1(a) présente des mesures de la célérité longitudinale dans le PDMS pour différentes valeurs de la porosité ainsi que le modèle défini par (B.2) avec $A = 127$. Nous

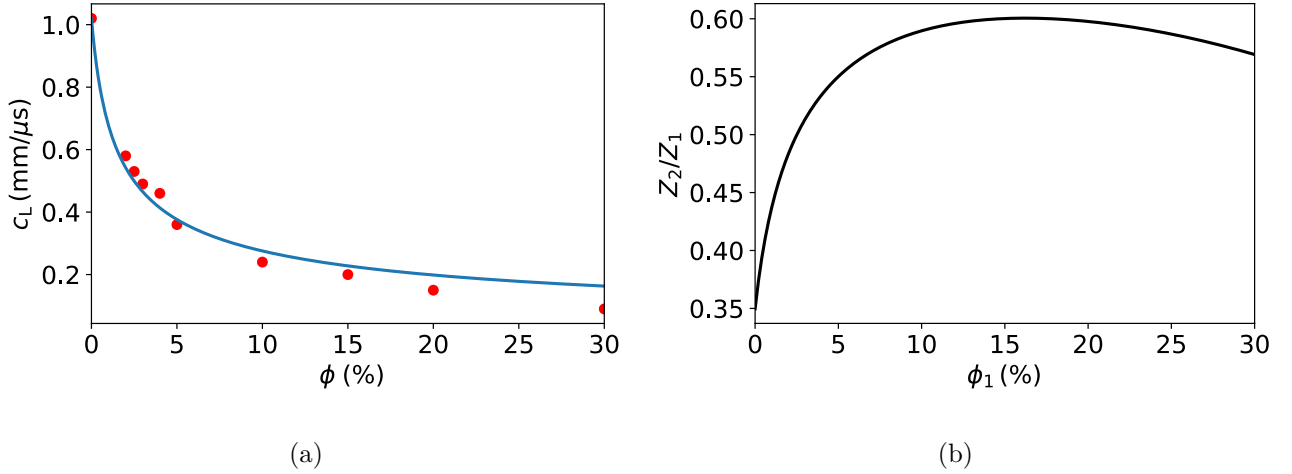


Figure B.1. (a) Célérité longitudinale du PDMS poreux en fonction de la porosité. Les points rouges sont des mesures et la courbe bleue a été tracé à partir de l'expression (B.2). (b) Rapport d'impédance entre deux créneaux de porosités ϕ_1 et ϕ_2 , $A = 127$.

observons que la célérité chute drastiquement avec une augmentation de la porosité. De plus, les valeurs prédites par le modèle s'éloignent des points de mesure pour des taux de porosité élevés.

Le rapport d'impédance entre deux tranches successives pour la même valeur de A est tracé dans la figure B.1(b). Ce dernier est maximal pour des porosités comprises approximativement entre 15 et 20%. Cependant, les propriétés du PDMS utilisé ne permettent pas d'avoir un rapport d'impédance proche de l'unité. Il est ici évalué au maximum à 60%. Par la suite, nous avons choisi $\phi_1 = 15\%$ et d'après les mesures effectuées dans la figure B.1(a), la deuxième porosité satisfaisant la condition sur la différence d'indice est $\phi_2 = 20\%$. La figure B.2 présente une photographie d'une métasurface de motif périodique $\Lambda = 6$ mm ainsi que sa micro-structure.

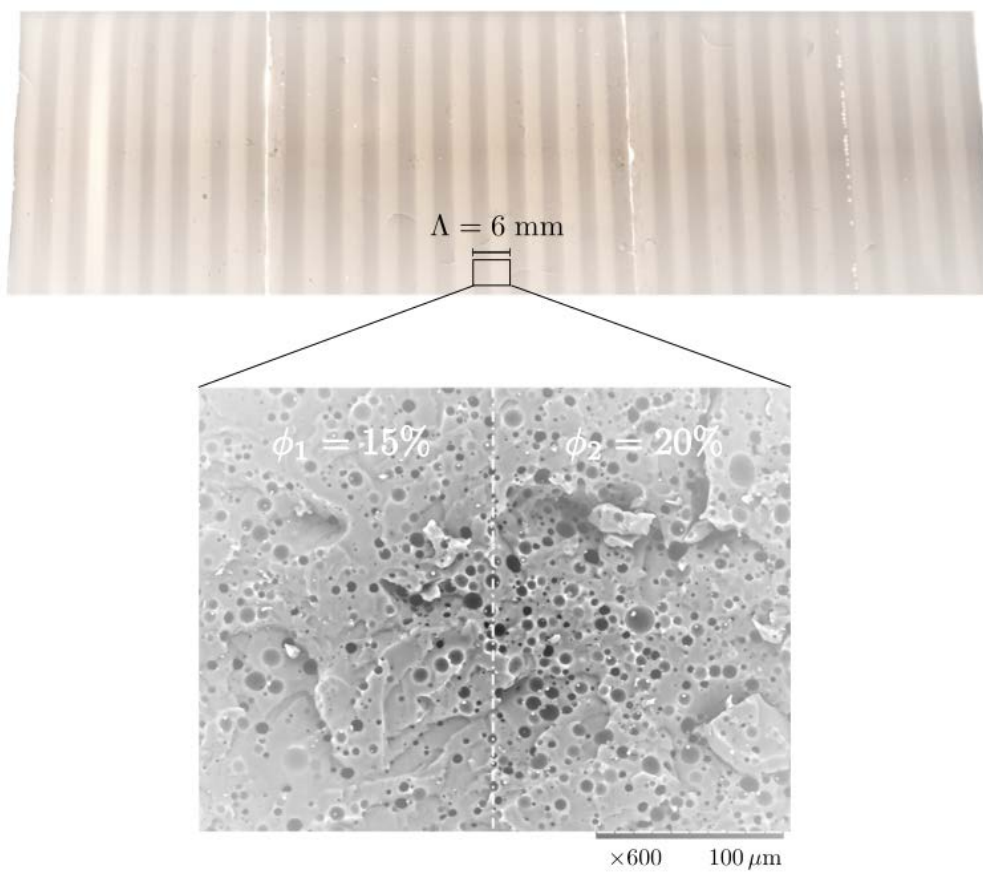


Figure B.2. Photographie d'une métasurface de motif périodique $\Lambda = 6 \text{ mm}$ constituée de deux tranches de porosités 15% et 20%. L'image du bas a été réalisée à l'aide d'un microscope à balayage électronique. Cette métasurface, de dimensions $150 \times 50 \text{ mm}$, recouvre entièrement la surface active du transducteur utilisé.

Annexe C

Calcul de la force et du couple de radiation en régime de Mie

La force de radiation \mathbf{F} est la force nette appliquée à un objet soumis à un champ acoustique. Le couple de radiation, noté \mathbf{T} , permet quant à lui la rotation de cet objet.

C.1 Expressions de la force et du couple de radiation

Le calcul de la force de radiation acoustique est basé ici sur l'approche de Brillouin [130]. Elle est obtenue à partir de la moyenne temporelle de l'excès de pression, par rapport à la pression ambiante, sur la surface de l'objet :

$$\mathbf{F} = - \left\langle \iint_{S_p(t)} p \mathbf{n}_p \, dS \right\rangle, \quad (\text{C.1})$$

où $S_p(t)$ est la surface de l'objet et \mathbf{n}_p est la normale sortante dirigée vers le milieu environnant. Définissons S_R une surface sphérique fixe de rayon R et de normale \mathbf{n}_R entourant l'objet. Le volume défini entre les surface $S_p(t)$ et S_R est noté $V(t)$ et varie lui aussi au cours du temps.

Pour faciliter le calcul de la force, l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans le volume $V(t)$ est appliquée. La force pourra s'exprimer ainsi à partir de l'intégrale sur la surface fixe S_R telle que $R \gg \lambda$ [100, 131–133]. La conservation de la quantité de mouvement dans un fluide parfait implique l'équation suivante [54] :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \overline{\overline{\Pi}} = \mathbf{0}, \quad (\text{C.2})$$

où $\overline{\overline{\Pi}}$ est le tenseur de Brillouin, ou densité du flux d'impulsion [54]. Son expression est :

$$\overline{\overline{\Pi}} = p \overline{\overline{\mathbf{I}}} + \rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}, \quad (\text{C.3})$$

avec $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$ le produit dyadique entre \mathbf{v} et \mathbf{v} . L'intégrale de l'équation (C.2) sur le volume $V(t)$,

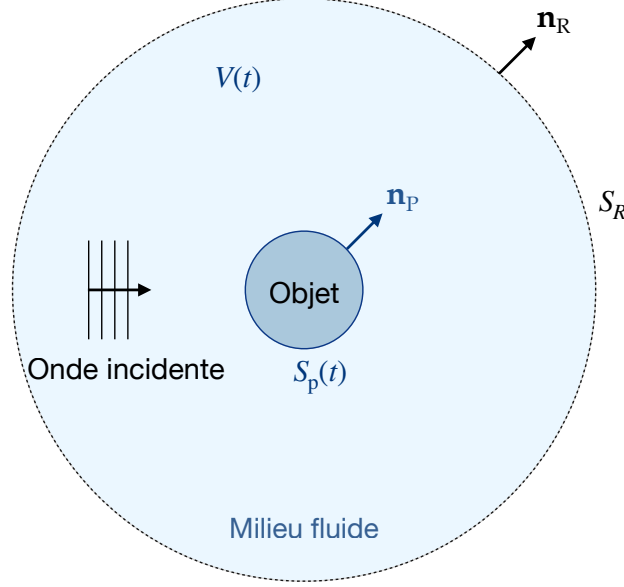


Figure C.1. Objet immergé dans un fluide et excité par une onde acoustique. $S_p(t)$ est la surface de normale \mathbf{n}_p qui se déforme en fonction du temps. S_R est une surface arbitraire immobile entourant l'objet et de normale \mathbf{n}_R . La représentation est inspirée de [57].

dont les normales sortantes sont $-\mathbf{n}_p$ et \mathbf{n}_R s'écrit donc comme suit :

$$\iiint_{V(t)} \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} dV + \iint_{S(t)} \bar{\Pi} \cdot (-\mathbf{n}_p) dS + \iint_{S_R} \bar{\Pi} \cdot \mathbf{n}_R dS = \mathbf{0}. \quad (\text{C.4})$$

En appliquant le théorème du transport de Reynolds, le premier terme de l'expression (C.4) s'écrit [100] :

$$\iiint_{V(t)} \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V(t)} \rho \mathbf{v} dV - \iint_{S(t)} \rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \cdot (-\mathbf{n}_p) dS. \quad (\text{C.5})$$

La quantité de mouvement totale dans le volume $V(t)$ se conserve au cours du temps donc le premier terme du membre de droite de l'équation (C.5) est nul. En substituant ensuite (C.5) dans (C.4), nous avons :

$$\begin{aligned} \iint_{S_R} \bar{\Pi} \cdot \mathbf{n}_R dS &= \iint_{S(t)} \bar{\Pi} \cdot \mathbf{n}_p dS - \iint_{S(t)} \rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_p dS \\ &= \iint_{S_p(t)} p \mathbf{n}_p dS. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

La force de radiation (C.1) s'écrit alors comme suit :

$$\mathbf{F} = - \left\langle \iint_{S_R} \bar{\Pi} \cdot \mathbf{n}_R dS \right\rangle. \quad (\text{C.7})$$

Après une moyenne temporelle, tous les termes linéaires (d'ordre 1) disparaissent. L'excès de

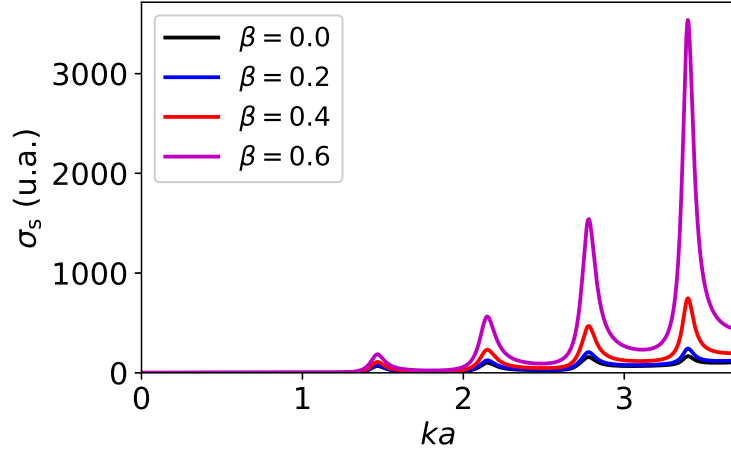


Figure C.2. Section efficace totale d'une bille de polystyrène. Un nombre à valeur complexe dans la bille a été défini arbitrairement de la manière suivante $k^{L/T} = \omega/c^{L/T}(1 + 0,005i)$.

pression moyen est une quantité quadratique (d'ordre 2) qui s'exprime de la manière suivante [54] :

$$\langle p \rangle = \frac{1}{2} \left(\rho \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} - \frac{|p|^2}{2c^2} \right) = -\mathcal{L}, \quad (\text{C.8})$$

où \mathcal{L} est la densité Lagrangienne. Le tenseur de Brillouin moyenné en temps s'écrit donc comme suit :

$$\langle \overline{\overline{\Pi}} \rangle = \frac{1}{2} \left(\rho \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} - \frac{|p|^2}{2c^2} \right) \overline{\mathbf{I}} + \rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}, \quad (\text{C.9})$$

où p et \mathbf{v} sont évalués à l'ordre 1.

Le couple de radiation est quant à lui exprimé à partir de la conservation du moment angulaire dans un fluide parfait et est déterminé à partir de l'intégrale suivante [39, 111, 134] :

$$\mathbf{T} = - \left\langle \iint_{S_R} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n}_R dS \right\rangle, \quad (\text{C.10})$$

où \mathbf{r} est le vecteur position.

C.2 Force et couple de radiation exercés par une onde plane évanescente

La force et le couple de radiation exercés sur une bille de polystyrène sont calculés dans le régime de Mie à partir des expressions développées dans la base des harmoniques sphériques dans [133] pour la force et dans [135] pour le couple. Nous étudions la force et le couple exercés par une onde plane évanescente. Les coefficients de forme de cette onde dans la base des harmoniques sphériques sont déterminés à l'aide de (2.19). Pour cette étude, un nombre à valeur complexe dans la bille a été défini arbitrairement de la manière suivante $k^{L/T} = \omega/c^{L/T}(1 + 0,005i)$. Tout d'abord, la figure C.2 présente la section efficace totale de diffusion (2.38) de la bille de

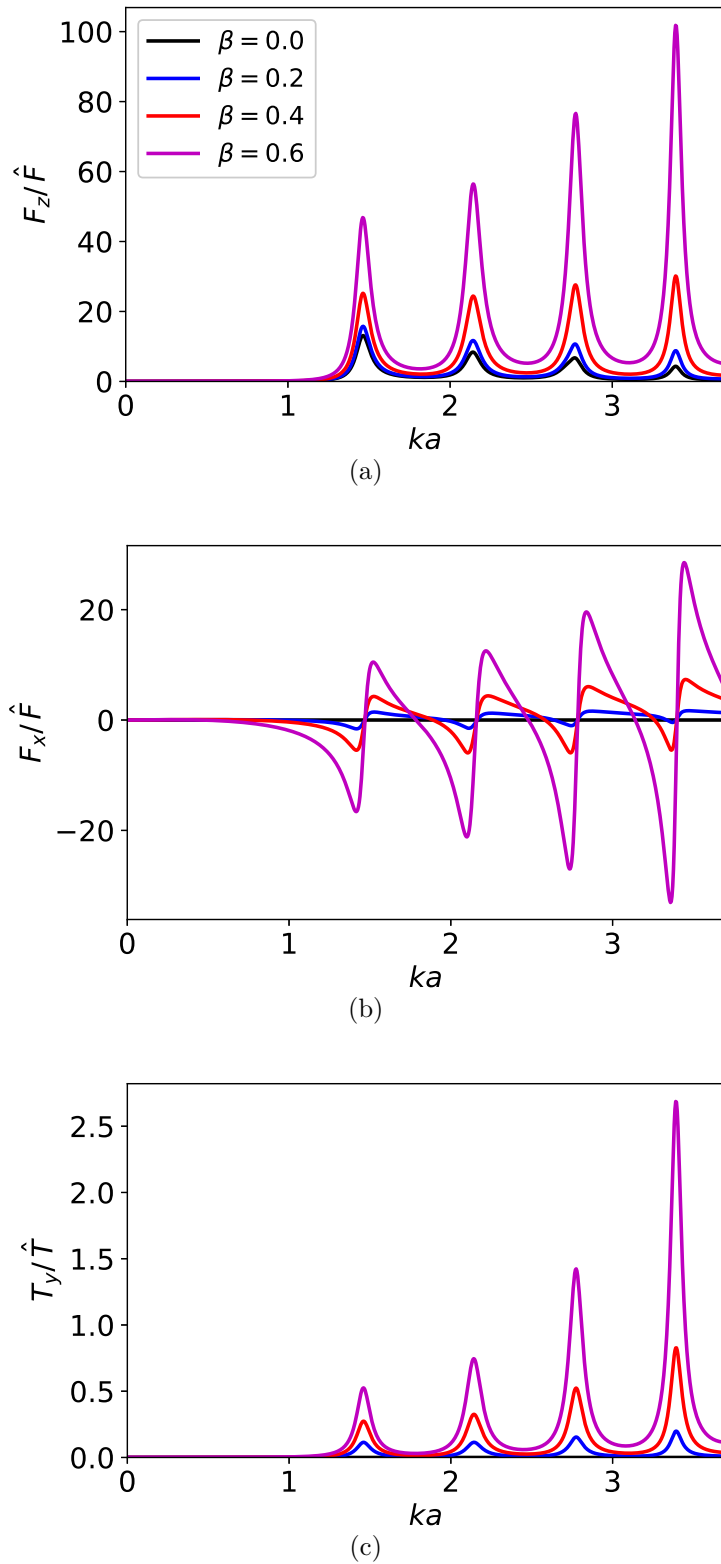


Figure C.3. Force de radiation dans les directions (a) z et (b) x exercée sur une bille de polystyrène en fonction de la fréquence réduite et pour différents degrés d'évanescences de l'onde incidente. (c) Couple de radiation dans la direction y . $\hat{F} = \pi a^2 \hat{I}_{\text{inc}}/c$, et $\hat{T} = \pi a^3 \hat{I}_{\text{inc}}/c$.

polystyrène en fonction du degré d'évanescence β . La figure C.3 représente la force dans la direction de propagation de l'onde évanescente F_z , celle dans la direction du gradient d'amplitude F_x , puis le couple transverse T_y . Ces quantités sont tracées en fonction de la fréquence réduite ka et du degré d'évanescence. Ces dernières sont normalisées par des termes prenant en compte l'intensité de l'onde incidente sur la surface géométrique de l'objet. Le couple est normalisé par le même facteur que (5.37) et la force par $\hat{F} = \pi a^2 \hat{I}_{\text{inc}}/c$.

La composante F_z de la force est non nulle dans le cas d'une onde plane homogène, tandis que la composante F_x et le couple transverse T_y sont nuls. Dans le régime de diffusion $ka > 1$, les résonances de la bille participent à augmenter la valeur de la force et du couple. Lorsque le degré d'évanescence augmente, ces trois quantités augmentent également de façon importante. De plus, le signe de la force F_x change au niveau des résonances de la bille et des minimums locaux dans la section efficace totale de diffusion. Il serait donc théoriquement possible d'attirer ou de repousser un objet de l'interface servant à engendrer l'onde évanescente, de manière similaire à ce qui a été observé en optique pour une particule diélectrique dans [76].

Bibliographie

- [1] M. Hayes. Inhomogeneous plane waves. In *The Breadth and Depth of Continuum Mechanics*, pages 247–285. Springer, 1986. → p. 1, 47
- [2] P. Boulanger and M. Hayes. *Bivectors and waves in mechanics and optics*, volume 4. CRC Press, 1993. → p. 1, 47
- [3] A. Neice. Methods and limitations of subwavelength imaging. *Advances in imaging and electron physics*, 163 :117–140, 2010. → p. 1
- [4] B. Hecht, B. Sick, U.P. Wild, V. Deckert, R. Zenobi, O.J.F. Martin, and D.W. Pohl. Scanning near-field optical microscopy with aperture probes : Fundamentals and applications. *The Journal of Chemical Physics*, 112(18) :7761–7774, 2000. → p. 1
- [5] M. Chaigneau. *Imagerie et spectroscopies en champ proche optique : de la nano-sonde à la caractérisation de matériaux*. PhD thesis, Université de Nantes, 2007. → p. 1
- [6] P. Bazylewski, S. Ezugwu, and G. Fanchini. A review of three-dimensional scanning near-field optical microscopy (3d-snom) and its applications in nanoscale light management. *Applied Sciences*, 7(10) :973, 2017. → p. 1
- [7] X. Zhang and Z. Liu. Superlenses to overcome the diffraction limit. *Nature materials*, 7(6) :435–441, 2008. → p. 1
- [8] J. Li, L. Fok, X. Yin, G. Bartal, and X. Zhang. Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens. *Nature materials*, 8(12) :931–934, 2009. → p. 1
- [9] J. Christensen and F.J. García de Abajo. Acoustic field enhancement and subwavelength imaging by coupling to slab waveguide modes. *Applied Physics Letters*, 97(16) :164103, 2010. → p. 1
- [10] J. Zhu, J. Christensen, J. Jung, L. Martin-Moreno, X. Yin, L. Fok, X. Zhang, and F.J. Garcia-Vidal. A holey-structured metamaterial for acoustic deep-subwavelength imaging. *Nature physics*, 7(1) :52–55, 2011. → p. 1, 96, 139
- [11] C. Ma, S. Kim, and N.X. Fang. Far-field acoustic subwavelength imaging and edge detection based on spatial filtering and wave vector conversion. *Nature communications*, 10(1) :1–10, 2019. → p. 1, 96, 139
- [12] D. Baresch, J-L. Thomas, and R. Marchiano. Observation of a single-beam gradient force acoustical trap for elastic particles : acoustical tweezers. *Physical review letters*, 116(2) :024301, 2016. → p. 2, 139
- [13] D. Baresch, J-L. Thomas, and R. Marchiano. Orbital angular momentum transfer to stably trapped elastic particles in acoustical vortex beams. *Physical review letters*, 121(7) :074301, 2018. → p. 2, 143, 180
- [14] M. Baudoin, J-C. Gerbedoen, A. Riaud, O. Bou Matar, N. Smagin, and J-L. Thomas. Folding a focalized acoustical vortex on a flat holographic transducer : Miniaturized selective acoustical tweezers. *Science advances*, 5(4) :eaav1967, 2019. → p. 2, 180

- [15] E. Almaas and I. Brevik. Radiation forces on a micrometer-sized sphere in an evanescent field. *JOSA B*, 12(12) :2429–2438, 1995. → p. 2, 47, 52, 53
- [16] A. Canaguier-Durand and C. Genet. Transverse spinning of a sphere in a plasmonic field. *Physical Review A*, 89(3) :033841, 2014. → p. 2
- [17] I.D. Toftul, K.Y. Bliokh, M. Petrov, and F. Nori. Acoustic radiation force and torque on small particles as measures of the canonical momentum and spin densities. *Physical review letters*, 123(18) :183901, 2019. → p. 2, 4, 23, 24, 143, 150, 154, 156, 157, 179
- [18] S. Kawata and T. Sugiura. Movement of micrometer-sized particles in the evanescent field of a laser beam. *Optics letters*, 17(11) :772–774, 1992. → p. 2
- [19] S. Kawata and T. Tani. Optically driven mie particles in an evanescent field along a channeled waveguide. *Optics letters*, 21(21) :1768–1770, 1996. → p. 2
- [20] O.V. Angelsky, C.Y. Zenkova, P.P. Maksymyak, A.P. Maksymyak, and D.I. Ivanskyi. Controlling and manipulation of red blood cells by evanescent waves. *Optica Applicata*, 49(4), 2019. → p. 2
- [21] O.V. Angelsky, C.Y. Zenkova, S.G. Hanson, and J. Zheng. Extraordinary manifestation of evanescent wave in biomedical application. *Frontiers in Physics*, 8 :159, 2020. → p. 2
- [22] S.B.Q. Tran, P. Marmottant, and P. Thibault. Fast acoustic tweezers for the two-dimensional manipulation of individual particles in microfluidic channels. *Applied Physics Letters*, 101(11) :114103, 2012. → p. 2
- [23] F. Guo, Z. Mao, Y. Chen, Z. Xie, J.P. Lata, P. Li, L. Ren, J. Liu, J. Yang, M. Dao, et al. Three-dimensional manipulation of single cells using surface acoustic waves. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(6) :1522–1527, 2016. → p. 2
- [24] V. Aubert, R. Wunenburger, T. Valier-Brasier, D. Rabaud, J-P. Kleman, and C. Poulain. A simple acoustofluidic chip for microscale manipulation using evanescent scholte waves. *Lab on a Chip*, 16(13) :2532–2539, 2016. → p. 2, 175, 180
- [25] P-Y. Gires and C. Poulain. Near-field acoustic manipulation in a confined evanescent bessel beam. *Communications Physics*, 2(1) :1–8, 2019. → p. 2, 180
- [26] G. Mie. Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen. *Annalen der physik*, 330(3) :377–445, 1908. → p. 2, 9
- [27] H. Chew, D-D. Wang, and M. Kerker. Elastic scattering of evanescent electromagnetic waves. *Applied Optics*, 18(15) :2679–2687, 1979. → p. 2, 47, 77
- [28] M. Quinten, A. Pack, and R. Wannemacher. Scattering and extinction of evanescent waves by small particles. *Applied Physics B : Lasers & Optics*, 68(1), 1999. → p. 2, 47, 71
- [29] R. Wannemacher, M. Quinten, and A. Pack. Evanescent-wave scattering in near-field optical microscopy. *Journal of microscopy*, 194(2-3) :260–264, 1999. → p. 2, 47, 71, 77
- [30] R. Wannemacher, A. Pack, and M. Quinten. Resonant absorption and scattering in evanescent fields. *Applied Physics B : Lasers & Optics*, 68(2), 1999. → p. 2, 47, 77
- [31] A. Doicu, Y. Eremin, and T. Wriedt. Scattering of evanescent waves by a particle on or near a plane surface. *Computer physics communications*, 134(1) :1–10, 2001. → p. 2, 47, 77
- [32] A.Y. Bekshaev, K.Y. Bliokh, and F. Nori. Mie scattering and optical forces from evanescent fields : A complex-angle approach. *Optics express*, 21(6) :7082–7095, 2013. → p. 2, 47, 87
- [33] M.R. Dennis, K. O’Holleran, and M.J. Padgett. Singular optics : optical vortices and polarization singularities. *Progress in optics*, 53 :293–363, 2009. → p. 3, 77, 139, 143

- [34] M.V. Berry. Optical currents. *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, 11(9) :094001, 2009. → p. 3, 63, 153, 163
- [35] J-L. Thomas and R. Marchiano. Pseudo angular momentum and topological charge conservation for nonlinear acoustical vortices. *Physical review letters*, 91(24) :244302, 2003. → p. 3, 143, 146, 152
- [36] M. Padgett, J. Courtial, and L. Allen. Light’s orbital angular momentum. *Physics today*, 57(5) :35–40, 2004. → p. 3, 156, 180
- [37] B.T. Hefner and P.L. Marston. An acoustical helicoidal wave transducer with applications for the alignment of ultrasonic and underwater systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 106(6) :3313–3316, 1999. → p. 3, 139, 143, 152
- [38] J. Lekner. Acoustic beams with angular momentum. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(6) :3475–3478, 2006. → p. 3, 143, 152
- [39] L. Zhang and P.L. Marston. Acoustic radiation torque and the conservation of angular momentum (I). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(4) :1679–1680, 2011. → p. 3, 189
- [40] Y. Long, J. Ren, and H. Chen. Intrinsic spin of elastic waves. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115(40) :9951–9955, 2018. → p. 3, 4, 143, 144, 147, 154, 155, 156, 178
- [41] C. Shi, R. Zhao, Y. Long, S. Yang, Y. Wang, H. Chen, R. Jie, and X. Zhang. Observation of acoustic spin. *National Science Review*, 2019. → p. 3, 4, 139, 143, 144, 147, 150, 152, 154, 155, 156, 178
- [42] K.Y. Bliokh and F. Nori. Spin and orbital angular momenta of acoustic beams. *Physical Review B*, 99(17) :174310, 2019. → p. 3, 143, 144, 147, 150, 152, 153, 154, 155, 156, 163, 174, 175, 178, 179, 180
- [43] K.Y. Bliokh and F. Nori. Transverse spin and surface waves in acoustic metamaterials. *Physical Review B*, 99(2) :020301, 2019. → p. 3, 143, 147, 155, 159
- [44] J.H. Lopes, E.B. Lima, J.P. Leão-Neto, and G.T. Silva. Acoustic spin transfer to a subwavelength spheroidal particle. *Physical Review E*, 101(4) :043102, 2020. → p. 4, 156
- [45] M.F. Picardi, A.V. Zayats, and F.J. Rodríguez-Fortuño. Janus and Huygens dipoles : near-field directionality beyond spin-momentum locking. *Physical review letters*, 120(11) :117402, 2018. → p. 4, 139, 144
- [46] Y. Long, D. Zhang, C. Yang, J. Ge, H. Chen, and J. Ren. Realization of acoustic spin transport in metasurface waveguides. *Nature communications*, 11(1) :1–7, 2020. → p. 4, 144, 156
- [47] Y. Long, H. Ge, D. Zhang, X. Xu, J. Ren, M-H. Lu, M. Bao, H. Chen, and Y-F. Chen. Symmetry selective directionality in near-field acoustics. *National Science Review*, 7(6) :1024–1035, 2020. → p. 4, 139, 144, 156
- [48] Z-D. Zhang, S-Y. Yu, H. Ge, J-Q. Wang, H-F. Wang, K-F. Liu, T. Wu, C. He, M-H. Lu, and Y-F. Chen. Topological surface acoustic waves. *Physical Review Applied*, 16(4) :044008, 2021. → p. 4, 144
- [49] S. Wang, G. Zhang, X. Wang, Q. Tong, J. Li, and G. Ma. Spin-orbit interactions of transverse sound. *arXiv preprint arXiv :2105.13558*, 2021. → p. 4, 144
- [50] K.Y. Bliokh, A.Y. Bekshaev, and F. Nori. Extraordinary momentum and spin in evanescent waves. *Nature communications*, 5(1) :1–8, 2014. → p. 4, 143, 159

- [51] P.A. Martin. *Multiple scattering : interaction of time-harmonic waves with N obstacles*. Cambridge University Press, 2006. → p. 9, 15, 16, 17
- [52] V.C. Anderson. Sound scattering from a fluid sphere. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 22(4) :426–431, 1950. → p. 9
- [53] J. Faran Jr. Sound scattering by solid cylinders and spheres. *The Journal of the acoustical society of America*, 23(4) :405–418, 1951. → p. 9
- [54] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Mécanique des fluides*. Mir, 1971. → p. 10, 11, 12, 21, 146, 187, 189
- [55] D. Royer and E. Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides, Tome 1, Ed. Masson*, 1996. → p. 13
- [56] M. Abramowitz and I.A. Stegun. *Handbook of mathematical functions : with formulas, graphs, and mathematical tables*, volume 55. Courier Corporation, 1965. → p. 15, 52, 53, 72
- [57] D. Baresch. *Pince acoustique : piégeage et manipulation d'un objet par pression de radiation d'une onde progressive*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2014. → p. 16, 23, 188
- [58] P.C. Waterman. Matrix formulation of electromagnetic scattering. *Proceedings of the IEEE*, 53(8) :805–812, 1965. → p. 17
- [59] D.W. Mackowski and M.I. Mishchenko. Calculation of the T matrix and the scattering matrix for ensembles of spheres. *JOSA A*, 13(11) :2266–2278, 1996. → p. 17
- [60] D. Baresch. *Pince acoustique : piégeage et manipulation d'un objet par pression de radiation d'une onde progressive*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2014. → p. 19
- [61] A. Ishimaru. *Wave propagation and scattering in random media*, volume 2. Academic press New York, 1978. → p. 22
- [62] B. Mascaro, T. Brunet, O. Poncelet, C. Aristégui, S. Raffy, O. Mondain-Monval, and J. Leng. Impact of polydispersity on multipolar resonant scattering in emulsions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(4) :1996–2003, 2013. → p. 27, 28, 113
- [63] B. Tallon, T. Brunet, J. Leng, and J.H. Page. Energy velocity of multiply scattered waves in strongly scattering media. *Physical Review B*, 101(5) :054202, 2020. → p. 27, 28, 113
- [64] F. Delmotte, T. Brunet, G. Clisson, and J. Leng. Measurement of the ultrasonic diffusion coefficient in a resonant multiple scattering suspension. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 1761, page 012004. IOP Publishing, 2021. → p. 27, 28, 30
- [65] P. Lidon, L. Villa, and S. Manneville. A mesoscale study of creep in a microgel using the acoustic radiation force. *Soft matter*, 15(12) :2688–2702, 2019. → p. 27
- [66] P. Morris, A. Hurrell, A. Shaw, E. Zhang, and P. Beard. A fabry-pérot fiber-optic ultrasonic hydrophone for the simultaneous measurement of temperature and acoustic pressure. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(6) :3611–3622, 2009. → p. 29
- [67] R. Burvingt. Response to a long acoustic transient signal. *Wave motion*, 8(4) :349–369, 1986. → p. 35
- [68] G. Maze, J.L. Izbicki, J. Ripoche, A. Nagl, H. Überall, and K.B. Yoo. Transient acoustic scattering from layers and plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 80(1) :295–301, 1986. → p. 36

- [69] M. Deschamps and O. Poncelet. Transient lamb waves : Comparison between theory and experiment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 107(6) :3120–3129, 2000. → p. 36
- [70] V. Romero-García, G. Theocharis, O. Richoux, and V. Pagneux. Use of complex frequency plane to design broadband and sub-wavelength absorbers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(6) :3395–3403, 2016. → p. 36
- [71] J.R. Allegra and S.A. Hawley. Attenuation of sound in suspensions and emulsions : Theory and experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 51(5B) :1545–1564, 1972. → p. 39
- [72] T.L. Szabo. Time domain wave equations for lossy media obeying a frequency power law. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(1) :491–500, 1994. → p. 39
- [73] B. Hosten and M. Castaings. Comments on the ultrasonic estimation of the viscoelastic properties of anisotropic materials. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(6) :1054–1058, 2008. → p. 41
- [74] R. Carriere and R.L. Moses. High resolution radar target modeling using a modified prony estimator. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 40(1) :13–18, 1992. → p. 43
- [75] D. Barchiesi and D. Van Labeke. Application of mie scattering of evanescent waves to scanning tunnelling optical microscopy theory. *Journal of Modern Optics*, 40(7) :1239–1254, 1993. → p. 47
- [76] H.Y. Jaising and O.G. Hellesø. Radiation forces on a mie particle in the evanescent field of an optical waveguide. *Optics communications*, 246(4-6) :373–383, 2005. → p. 47, 52, 191
- [77] J.D. Jackson. *Classical electrodynamics*, 1999. → p. 52
- [78] D. Anache-Ménier. *Propagation des ondes dans les milieux désordonnés : étude de la phase des ultrasons et des ondes sismiques*. PhD thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 2008. → p. 78
- [79] J.F. Nye and M.V. Berry. Dislocations in wave trains. In *A Half-Century of Physical Asymptotics and Other Diversions : Selected Works by Michael Berry*, pages 6–31. World Scientific, 1974. → p. 77
- [80] M.V. Berry and M.R. Dennis. Phase singularities in isotropic random waves. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 456(2001) :2059–2079, 2000. → p. 77
- [81] D.S. Plotnick, T.M. Marston, and P.L. Marston. Circular synthetic aperture sonar imaging of simple objects illuminated by an evanescent wavefield. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 140(4) :2839–2846, 2016. → p. 87, 100, 105, 179
- [82] L. Alhaïtz, D. Baresch, T. Brunet, C. Aristégui, and O. Poncelet. Spiral-shaped scattered field from incident evanescent acoustic waves on a mie particle. *Journal of Physics : Conference Series*, 1761(1) :012003, 2021. → p. 87
- [83] Y. Li and B.M. Assouar. Acoustic metasurface-based perfect absorber with deep subwavelength thickness. *Applied Physics Letters*, 108(6) :063502, 2016. → p. 90
- [84] N. Yu and F. Capasso. Flat optics with designer metasurfaces. *Nature materials*, 13(2) :139–150, 2014. → p. 90
- [85] F. Ding, A. Pors, and S.I. Bozhevolnyi. Gradient metasurfaces : a review of fundamentals and applications. *Reports on Progress in Physics*, 81(2) :026401, 2017. → p. 90

- [86] S.A. Cummer, J. Christensen, and A. Alù. Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*, 1(3) :1–13, 2016. → p. 90
- [87] B. Assouar, B. Liang, Y. Wu, Y. Li, J-C. Cheng, and Y. Jing. Acoustic metasurfaces. *Nature Reviews Materials*, 3(12) :460–472, 2018. → p. 90
- [88] K. Zimny, A. Merlin, A. Ba, C. Aristégui, T. Brunet, and O. Mondain-Monval. Soft porous silicone rubbers as key elements for the realization of acoustic metamaterials. *Langmuir*, 31(10) :3215–3221, 2015. → p. 90, 183
- [89] A. Kovalenko, M. Fauquignon, T. Brunet, and O. Mondain-Monval. Tuning the sound speed in macroporous polymers with a hard or soft matrix. *Soft Matter*, 13(25) :4526–4532, 2017. → p. 90, 183
- [90] A. Ba, A. Kovalenko, C. Aristégui, O. Mondain-Monval, and T. Brunet. Soft porous silicone rubbers with ultra-low sound speeds in acoustic metamaterials. *Scientific reports*, 7(1) :1–6, 2017. → p. 90, 183
- [91] Y. Jin, R. Kumar, O. Poncelet, O. Mondain-Monval, and T. Brunet. Flat acoustics with soft gradient-index metasurfaces. *Nature communications*, 10(1) :1–6, 2019. → p. 91
- [92] R. Kumar. *Fabrication et étude de matériaux "mous" à gradient d'indice acoustique*. PhD thesis, Bordeaux, 2019. → p. 93
- [93] R. Kumar, Y. Jin, S. Marre, O. Poncelet, T. Brunet, J. Leng, and O. Mondain-Monval. Drying kinetics and acoustic properties of soft porous polymer materials. *Journal of Porous Materials*, 28(1) :249–259, 2021. → p. 93, 183
- [94] C.F. Osterhoudt, D.B. Thiessen, S.F. Morse, and P.L. Marston. Evanescent acoustic waves from subcritical beam illumination : Laboratory measurements near a liquid–liquid interface. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 33(4) :397–404, 2008. → p. 100, 105
- [95] T.J. Matula and P.L. Marston. Energy branching of a subsonic flexural wave on a plate at an air–water interface. i. observation of the wave field near the interface and near the plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(3) :1389–1398, 1995. → p. 105
- [96] B. Issenmann. *Déformations d'interfaces fluides par la pression de radiation acoustique*. PhD thesis, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, 2007. → p. 109
- [97] J-L. Thomas, T. Brunet, and F. Coulouvrat. Generalization of helicoidal beams for short pulses. *Physical Review E*, 81(1) :016601, 2010. → p. 133
- [98] R. Lim, J.L. Lopes, R.H. Hackman, and D.G. Todoroff. Scattering by objects buried in underwater sediments : Theory and experiment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 93(4) :1762–1783, 1993. → p. 139
- [99] H.J. Simpson, B.H. Houston, and R. Lin. Laboratory measurements of sound scattering from a buried sphere above and below the critical angle (1). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(1) :39–42, 2003. → p. 139
- [100] M. Baudoin and J-L. Thomas. Acoustic tweezers for particle and fluid micromanipulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 52 :205–234, 2020. → p. 139, 187, 188
- [101] Z. Gong and M. Baudoin. Three-dimensional trapping and dynamic axial manipulation with frequency-tuned spiraling acoustical tweezers : A theoretical study. *Physical Review Applied*, 16(2) :024034, 2021. → p. 139
- [102] T. Brunet, J-L. Thomas, and R. Marchiano. Transverse shift of helical beams and subdiffraction imaging. *Physical review letters*, 105(3) :034301, 2010. → p. 139
- [103] K. Liu, Y. Cheng, Z. Yang, H. Wang, Y. Qin, and X. Li. Orbital-angular-momentum-based electromagnetic vortex imaging. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 14 :711–714, 2014. → p. 139

- [104] R. Marchiano and J-L. Thomas. Synthesis and analysis of linear and nonlinear acoustical vortices. *Physical Review E*, 71(6) :066616, 2005. → p. 139
- [105] L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, and J.P. Woerdman. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Physical review A*, 45(11) :8185, 1992. → p. 139, 143
- [106] L. Allen, M.J. Padgett, and M. Babiker. Iv the orbital angular momentum of light. *Progress in optics*, 39 :291–372, 1999. → p. 139, 143
- [107] F.J. Belinfante. On the spin angular momentum of mesons. *Physica*, 6(7-12) :887–898, 1939. → p. 143
- [108] R.A. Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. *Physical Review*, 50(2) :115, 1936. → p. 143
- [109] K.D. Bonin, B. Kourmanov, and T.G. Walker. Light torque nanocontrol, nanomotors and nanorockers. *Optics Express*, 10(19) :984–989, 2002. → p. 143
- [110] K.Y. Bliokh and F. Nori. Transverse and longitudinal angular momenta of light. *Physics Reports*, 592 :1–38, 2015. → p. 143, 153
- [111] L. Zhang and P.L. Marston. Angular momentum flux of nonparaxial acoustic vortex beams and torques on axisymmetric objects. *Physical Review E*, 84(6) :065601, 2011. → p. 143, 144, 189
- [112] L. Zhang. Reversals of orbital angular momentum transfer and radiation torque. *Physical Review Applied*, 10(3) :034039, 2018. → p. 143
- [113] K. Volke-Sepúlveda, A.O. Santillán, and R.R. Boulosa. Transfer of angular momentum to matter from acoustical vortices in free space. *Physical review letters*, 100(2) :024302, 2008. → p. 143
- [114] A. Anhäuser, R. Wunenburger, and E. Brasselet. Acoustic rotational manipulation using orbital angular momentum transfer. *Physical review letters*, 109(3) :034301, 2012. → p. 143
- [115] Z.Y. Hong, J. Zhang, and B.W. Drinkwater. Observation of orbital angular momentum transfer from bessel-shaped acoustic vortices to diphasic liquid-microparticle mixtures. *Physical review letters*, 114(21) :214301, 2015. → p. 143
- [116] R. Wunenburger, J.I.V. Lozano, and E. Brasselet. Acoustic orbital angular momentum transfer to matter by chiral scattering. *New Journal of Physics*, 17(10) :103022, 2015. → p. 143
- [117] B. Sanchez-Padilla, L. Jonusauskas, M. Malinauskas, R. Wunenburger, and E. Brasselet. Direct mechanical detection and measurement of wave-matter orbital angular momentum transfer by nondissipative vortex mode conversion. *Physical review letters*, 123(24) :244301, 2019. → p. 143
- [118] W.L. Jones. Asymmetric wave-stress tensors and wave spin. *Journal of Fluid Mechanics*, 58(4) :737–747, 1973. → p. 143, 155
- [119] L. Burns, K.Y. Bliokh, F. Nori, and J. Dressel. Acoustic versus electromagnetic field theory : scalar, vector, spinor representations and the emergence of acoustic spin. *New Journal of Physics*, 22(5) :053050, 2020. → p. 143, 150, 154
- [120] J-L. Thomas, R. Marchiano, and D. Baresch. Acoustical and optical radiation pressure and the development of single beam acoustical tweezers. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 195 :55–65, 2017. → p. 146

- [121] H.C. Ohanian. What is spin? *American Journal of Physics*, 54(6) :500–505, 1986. → p. 151
- [122] C. Wittig. Photon and electron spins. *The Journal of Physical Chemistry A*, 113(52) :15320–15327, 2009. → p. 153
- [123] K.Y. Bliokh, H. Punzmann, H. Xia, F. Nori, and M. Shats. Field theory spin and momentum in water waves. *Science Advances*, 8(3) :eabm1295, 2022. → p. 155
- [124] F. H. Busse and T. G. Wang. Torque generated by orthogonal acoustic waves—theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(6) :1634–1638, 1981. → p. 156
- [125] G.T. Silva. Acoustic radiation force and torque on an absorbing compressible particle in an inviscid fluid. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(5) :2405–2413, 2014. → p. 156, 157
- [126] H. Ge, X-Y. Xu, L. Liu, R. Xu, Z-K. Lin, S-Y. Yu, M. Bao, J-H. Jiang, M-H. Lu, and Y-F. Chen. Observation of acoustic skyrmions. *Physical Review Letters*, 127(14) :144502, 2021. → p. 163
- [127] A. Riaud, M. Baudoin, O. Bou Matar, L. Becerra, and J-L. Thomas. Selective manipulation of microscopic particles with precursor swirling rayleigh waves. *Physical Review Applied*, 7(2) :024007, 2017. → p. 175
- [128] I. Bernard, A.A. Doinikov, P. Marmottant, D. Rabaud, C. Poulain, and P. Thibault. Controlled rotation and translation of spherical particles or living cells by surface acoustic waves. *Lab on a Chip*, 17(14) :2470–2480, 2017. → p. 175
- [129] G.T. Kuster and M.N. Toksöz. Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media : Part i. theoretical formulations. *Geophysics*, 39(5) :587–606, 1974. → p. 183
- [130] L. Brillouin. Les tensions de radiation ; leur interprétation en mécanique classique et en relativité. *J. Phys. Radium*, 6(11) :337–353, 1925. → p. 187
- [131] P.L. Marston. Radiation force of a helicoidal bessel beam on a sphere. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(6) :3539–3547, 2009. → p. 187
- [132] Glauber T. Silva. An expression for the radiation force exerted by an acoustic beam with arbitrary wavefront (1). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130(6) :3541–3544, 2011. → p. 187
- [133] D. Baresch, J-L. Thomas, and R. Marchiano. Three-dimensional acoustic radiation force on an arbitrarily located elastic sphere. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(1) :25–36, 2013. → p. 187, 189
- [134] G. Maidanik. Torques due to acoustical radiation pressure. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 30(7) :620–623, 1958. → p. 189
- [135] G.T. Silva, T.P. Lobo, and F.G. Mitri. Radiation torque produced by an arbitrary acoustic wave. *EPL (Europhysics Letters)*, 97(5) :54003, 2012. → p. 189