



**HAL**  
open science

# Etude in-situ des écoulements catabatiques sur pente alpine forte en situation anticyclonique

Claudine Charrondière

► **To cite this version:**

Claudine Charrondière. Etude in-situ des écoulements catabatiques sur pente alpine forte en situation anticyclonique. Météorologie. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2021. Français. NNT : 2021GRALU028 . tel-03767542

**HAL Id: tel-03767542**

**<https://theses.hal.science/tel-03767542v1>**

Submitted on 2 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : Océan, Atmosphère, Hydrologie

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

### Claudine CHARRONDIÈRE

Thèse dirigée par **Christophe BRUN**,  
Codirigée par **Jean-Martial COHARD** et **Jean-Emmanuel SICART**

Préparée au sein du **Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI)**  
et de l'**Institut des Géosciences pour l'Environnement (IGE)**  
dans l'**École Doctorale Terre – Univers – Environnement**

## In-situ study of katabatic flows over a steep alpine slope during anticyclonic conditions

Étude in-situ des écoulements catabatiques sur pente alpine forte  
en situation anticyclonique

Thèse soutenue publiquement le **15 octobre 2021**, devant le jury  
composé de :

**M. Joan CUXART**

Senior Lecturer, University of the Balearic Islands (Espagne), Rapporteur

**Mme. Ivana STIPERSKI**

Full Professor, University of Innsbruck (Autriche), Rapporteur

**Mme. Francesca CHILLA**

Professeur, École Normale Supérieure de Lyon, Examinatrice

**M. Nicolas MORDANT**

Professeur, UGA (LEGI), Examineur et président du jury

**M. Jean-Luc REDELSPERGER**

Directeur de Recherche-Émérite, CNRS (Laboratoire d'Océanographie  
Physique et Spatiale, Brest), Examineur

**M. Christophe BRUN**

Maître de Conférences, UGA (LEGI), Directeur de thèse

**M. Jean-Martial COHARD**

Maître de Conférences, UGA (IGE), Co-directeur de thèse

**M. Jean-Emmanuel SICART**

Chargé de Recherche, IRD (IGE, Grenoble), Co-directeur de thèse

**M. Emil HOPFINGER**

Directeur de Recherche-Émérite, CNRS (LEGI, Grenoble), Invité





# Abstract

Katabatic winds are very frequent gravity flows on the Earth's surface, but are still not well understood or modeled, especially when developing on steep slopes. In-situ winter measurements, using a 10 m mast equipped with sonic anemometers and thermocouples on a snow-covered alpine slope of  $30^\circ$ , allow to study the wind speed and temperature profiles as well as the turbulent quantities of these gravity flows. Sensors embedded under a tethered balloon complete the velocity and temperature profiles, and give an estimate of the ambient stratification. This measurement campaign, carried out in February 2019, is unique because it gives access for the first time to slope-normal velocity, and to near-surface velocity measurements at heights as low as 3 cm (using a 3D pitot). These data are complementary to a preliminary measurement campaign conducted in November 2012 on stony soil at the same site, using a 7 m mast. They should allow to progress in the understanding of the turbulent processes in the atmospheric boundary layer in complex relief.

A model for the evolution of integral quantities along the slope, inspired by the scientific literature, is developed from the height-integrated heat and momentum equations. The integral velocity increases according to a power law  $1/3$  of the distance from the top, until it reaches a maximum value and then decreases. This power law is corrected by a stratification term, non-negligible on steep slopes. The model also allows to estimate the surface heat flux, and its evolution along the slope. Finally, we show an oscillation of the velocity norm over a period of the order of 20 minutes, related to the ambient stratification.

Measurements made with a high frequency (1250 Hz) 3D pitot near the surface show a well-developed logarithmic velocity law between  $z^+ = 300$  and  $z^+ = 3000$ , with a minor correction related to gravity effects. The inner region of the jet is not a constant flux layer, and the use of an analytical model developed in the literature allows to reproduce the behavior of the turbulent momentum flux under the maximum wind speed, consistent with the data. Finally, the inertial subrange of the velocity spectra made from the 3D pitot data is fully resolved.

Furthermore, turbulent measurements within the katabatic jet show that buoyancy can generate turbulence kinetic energy (TKE) in the upper part of the profile, whereas it usually acts as a TKE sink, under thermally stable conditions in the turbulent boundary layers. The 2019 measurement campaign provides access to the data in the coordinate system of the topography : the slope-normal velocity is negative in the lower part of the jet, and becomes positive in the middle of the jet. An analytical model, based on the momentum equation, allows to find slope-normal velocity consistent with the measurements in the lower part of the jet. The data in the topographic coordinate system also allow to estimate some terms of the TKE budget, rarely accessible on steep slopes with in-situ measurements, such as the TKE advection on  $z$ . In addition to the TKE budget, the determination of



the shear and buoyancy terms of the turbulent momentum flux budget equation allows us to redefine the stress Richardson number, never used in the katabatic wind literature. This stress Richardson number is a complementary stability parameter to the flux Richardson number defined from the TKE budget. The turbulent fluxes vary with the gradient Richardson number  $Ri$ , with a ratio of turbulent diffusivity to turbulent viscosity varying from almost 1.4 ( $Ri \approx 0$ ) to 0.5 ( $Ri \geq 0.5$ ). A mixing efficiency parameter is introduced, considering the production or consumption of TKE by the turbulent sensible heat flux parallel to the surface.

# Résumé

Les vents catabatiques sont des écoulements gravitaires très fréquents à la surface de la Terre, mais assez mal compris ou modélisés lorsqu'ils se développent sur pente forte. Des mesures nocturnes et hivernales sur une pente alpine enneigée de  $30^\circ$  permettent d'étudier les profils de vitesse de vent et de température de l'écoulement catabatique, ainsi que ses quantités turbulentes, à l'aide d'un mât de 10 m équipé d'anémomètres soniques et de thermocouples. Des sondes embarquées sous un ballon captif complètent les profils de vitesse et de température, et donnent une estimation de la stratification ambiante. Cette campagne de mesures, réalisée en février 2019, est inédite, dans la mesure où elle donne accès pour la première fois à la vitesse normale à la surface, et à des mesures de vitesse en proche surface à des hauteurs aussi basses que 3 cm (grâce à un pitot 3D). Ces données sont complémentaires d'une campagne de mesures préliminaire réalisée en novembre 2012 sur un sol pierreux sur le même site, à l'aide d'un mât de 7 m. Elles devraient permettre de progresser dans la compréhension des processus turbulents dans la couche limite atmosphérique en relief complexe.

Un modèle d'évolution des quantités intégrales le long de la pente, inspiré de la littérature scientifique, est développé à partir des équations de chaleur et de quantité de mouvement intégrées sur la hauteur du jet catabatique. La vitesse débitante augmente suivant une loi en puissance  $1/3$  de la distance depuis le sommet, jusqu'à atteindre une valeur maximale, puis décroît. Cette loi en puissance est corrigée par un terme de stratification, non-négligeable sur pente forte. Le modèle donne également accès à une estimation du flux de chaleur en surface, et de son évolution le long de la pente. On montre enfin une oscillation de la norme de la vitesse sur une période de l'ordre de 20 minutes, en lien avec la stratification ambiante.

Les mesures réalisées au pitot 3D à haute fréquence (1250 Hz) en proche surface montrent une loi logarithmique de vitesse bien développée entre  $z^+ = 300$  et  $z^+ = 3000$ , avec une correction mineure liée aux effets de la gravité. La région interne du jet n'est pas une couche à flux constant, et l'utilisation d'un modèle analytique développé dans la littérature permet de reproduire le comportement du flux turbulent de quantité de mouvement sous le maximum de vitesse de vent, en cohérence avec les données. Enfin, la zone inertielle des spectres de vitesse réalisés à partir des données du pitot 3D est entièrement résolue.

Par ailleurs, les mesures turbulentes au sein du jet catabatique montrent que la flottabilité peut générer de l'énergie cinétique turbulente (TKE) dans la partie haute du profil, alors qu'elle agit habituellement comme un puits de TKE, en conditions thermiquement stables dans les couches limites turbulentes. La campagne de mesures de 2019 permet d'accéder aux données dans le repère de la topographie : la vitesse normale à la surface est négative dans la partie basse du jet, et devient positive au milieu du jet. Un modèle analytique, basé sur l'équation de quantité de mouvement,

fournit des vitesses cohérentes avec les mesures dans la partie basse du jet. Les données dans le repère de la topographie permettent aussi d'estimer certains termes du bilan de TKE rarement accessibles sur forte pente avec des mesures in-situ, tels que l'advection de TKE sur  $z$ . En plus du bilan de TKE, la détermination des termes de cisaillement et de flottabilité de l'équation bilan du flux turbulent de quantité de mouvement permet de redéfinir un nombre de Richardson de cisaillement turbulent, jamais utilisé auparavant dans la littérature des vents catabatiques. Ce nombre de Richardson de cisaillement turbulent est un paramètre de stabilité complémentaire au nombre de Richardson de flux défini à partir du bilan de TKE. Les flux turbulents varient avec le nombre de Richardson de gradient  $Ri$ , avec un ratio de diffusivité turbulente sur la viscosité turbulente variant de presque 1.4 ( $Ri \approx 0$ ) à 0.5 ( $Ri \geq 0.5$ ). Un paramètre d'efficacité de mélange est introduit, prenant en compte la production ou la consommation de TKE par le flux turbulent de chaleur sensible parallèle à la surface.

# Remerciements

Tout d'abord, un grand merci à mes encadrants Christophe, Jean-Martial et Jean-Emmanuel, qui m'ont permis de vivre ces trois belles années de thèse. Les discussions ensemble ont parfois été animées, mais vos/nos désaccords m'ont permis de développer un esprit critique sur mon sujet et de m'affirmer un peu plus au fil des réunions. Merci pour votre confiance à tous les trois. Merci plus particulièrement à Christophe, qui a toujours répondu présent quand j'en ai eu besoin, autant sur le plan scientifique que sur le plan humain. Sa patience et sa bienveillance ont été très porteuses.

Merci également à Emil qui est venu me trouver avec plein d'idées pour travailler ensemble. Son dynamisme et son expérience m'ont beaucoup motivé. J'ai tellement appris de cette collaboration !

Merci aussi à toutes les personnes qui ont contribué à l'acquisition des données en février 2019. Je pense en premier lieu à Nath et à Freddy sans qui la campagne de mesures aurait été bien plus compliquée. Ils nous ont permis de stocker du matériel chez eux, nous ont monté du bois pour nous chauffer tout au long des mesures et ont été de très bonne compagnie. Je pense à l'équipe technique de l'IGE qui nous a aidés au montage : Catherine, Romain et Guilhem. Je pense aussi à ceux qui ont réalisé des profils au ballon tard le soir ou tôt le matin, en acceptant d'échanger quelques heures bien douillettes au chaud contre quelques heures dans le froid et la neige. Je pense enfin à tous les collègues qui ont sacrifié une nuit de sommeil pour partager une expérience de mesures à la cabane du Grand Colon : Jérémie, Mathieu, Antoine, Hervé, Martin, Christophe, Ivan et Lucas.

Je souhaite remercier l'ensemble de mon jury de thèse pour leur temps, ainsi que pour les discussions intéressantes que nous avons eu lors de la soutenance : Ivana et Joan qui ont accepté de relire mon manuscrit, Nicolas, Francesca, Jean-Luc.

Une pensée aussi pour mes cobureaux. Jérémie, avec qui j'ai partagé quelques discussions scientifiques, un certain nombre de moments de stress et aussi des moments plus légers et détendus. Alicia, un véritable ange gardien qui m'a été envoyé pour ma dernière année de thèse. Merci plus largement à tous les collègues, qui ont contribué par leur sourires et leur présence à rendre ces 3 années très agréables et enrichissantes.

Et enfin, merci à toute ma famille et mes amis qui m'ont soutenu par leur présence et leur écoute. Je pense en particulier à ma maman et ma grande soeur Laura qui ont relu le manuscrit pour limiter les fautes de français dans un texte qui leur a semblé être écrit en chinois. Et je pense aussi à Lucie, amie d'enfance, toujours présente dans les temps forts comme dans les temps plus difficiles.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>5</b>
1.1	Contexte . . . . .	5
1.2	Objectif de la thèse . . . . .	7
1.3	Présentation du manuscrit . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Éléments théoriques</b>	<b>9</b>
2.1	Couche limite atmosphérique . . . . .	9
2.1.1	Définition . . . . .	9
2.1.2	Bilan radiatif et bilan d'énergie de surface . . . . .	10
2.1.3	Stabilité atmosphérique . . . . .	12
2.2	Séparation des échelles et turbulence . . . . .	12
2.2.1	Gap spectral . . . . .	12
2.2.2	Moyenne de Reynolds . . . . .	13
2.2.3	Définition des flux turbulents . . . . .	14
2.3	Équations de conservation des variables moyennes . . . . .	15
2.3.1	Conservation de la masse . . . . .	15
2.3.2	Équation d'état . . . . .	15
2.3.3	Conservation de la quantité de mouvement . . . . .	16
2.3.4	Conservation de la chaleur . . . . .	17
2.4	Modèle analytique de Prandtl . . . . .	18
2.5	Oscillations des quantités moyennes . . . . .	20
2.6	Modèle de développement de l'écoulement catabatique dans la direction de la pente .	20
2.7	Bilan des quantités turbulentes . . . . .	21
2.7.1	Bilan d'énergie cinétique turbulente sur pente forte . . . . .	23
	Terme de flottabilité . . . . .	23
	Terme de cisaillement . . . . .	24
	Dissipation turbulente . . . . .	25
	Termes de transport turbulent de l'équation bilan de TKE . . . . .	26
2.7.2	Bilan du flux turbulent de quantité de mouvement $\overline{u'w'}$ . . . . .	26
	Terme de flottabilité . . . . .	26
	Terme de cisaillement . . . . .	26
	Dissipation du flux turbulent de quantité de mouvement . . . . .	27
2.8	Anisotropie de la turbulence . . . . .	27
2.9	Énergie potentielle turbulente et flux turbulents de chaleur sensible . . . . .	27
2.10	Paramètres de stabilité et mélange turbulent . . . . .	29

2.10.1	Nombre de Richardson de flux . . . . .	29
2.10.2	Nombre de Richardson de gradient . . . . .	29
2.10.3	Longueur de Monin-Obukhov . . . . .	30
2.10.4	Nombre de Richardson de cisaillement turbulent . . . . .	30
2.10.5	Efficacité de mélange . . . . .	30
2.11	Région interne du jet et couche limite turbulente . . . . .	31
2.11.1	Couche limite turbulente neutre . . . . .	31
2.11.2	Couche limite turbulente stratifiée stable . . . . .	31
2.11.3	Couche limite turbulente thermique . . . . .	32
2.12	Analyse spectrale . . . . .	32
2.12.1	Hypothèses de Kolmogorov et loi de Kolmogorov en $-5/3$ . . . . .	32
	Première hypothèse . . . . .	32
	Seconde hypothèse . . . . .	33
2.12.2	Échelles spectrales . . . . .	33
	Échelle intégrale . . . . .	33
	Échelle de Taylor . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Les outils pour l'étude expérimentale des vents catabatiques</b>	<b>35</b>
3.1	Site expérimental . . . . .	35
3.2	Instrumentation : principe physique . . . . .	37
3.2.1	Anémomètres soniques . . . . .	37
3.2.2	Pitot 3D - Cobra . . . . .	38
3.2.3	Thermocouples . . . . .	39
3.3	Campagne de mesures de novembre 2012 . . . . .	40
3.3.1	Détermination des épisodes catabatiques . . . . .	40
3.3.2	Rotation des données dans le repère de la ligne de courant . . . . .	41
3.3.3	Détermination du temps d'intégration . . . . .	42
3.3.4	Séparation entre quantités moyennes et quantités turbulentes . . . . .	43
3.4	Campagne de mesures de février 2019 . . . . .	44
3.4.1	Présentation de la campagne de mesures : <i>Charrondière et al., 2022 (BLM)</i> . . . . .	45
3.4.2	Quelques compléments à la présentation des données . . . . .	72
	Impact de la longueur du segment sur la MRD . . . . .	72
	Influence de l'humidité sur la mesure de température sonique . . . . .	73
	Cycle diurne de la stratification ambiante . . . . .	74
<b>4</b>	<b>Développement de l'écoulement catabatique le long de la pente et propriétés de mélange dans le jet</b>	<b>77</b>
4.1	Développement longitudinal de l'écoulement et propriétés de mélange turbulent au cœur du jet : <i>Charrondière et al., (soumis à JFM)</i> . . . . .	77
4.2	Complément : oscillations de McNider . . . . .	104
<b>5</b>	<b>Forçage gravitaire sur pente forte</b>	<b>105</b>
5.1	Équation de quantité de mouvement selon $x$ . . . . .	105
5.2	Équation de quantité de mouvement selon $z$ . . . . .	108
5.2.1	Variances de la vitesse du vent . . . . .	111
5.2.2	Implication d'une vitesse $\bar{w}$ non nulle sur la couche limite de surface . . . . .	112
5.3	Équation de chaleur . . . . .	113

<b>6 Bilan des quantités turbulentes</b>	<b>115</b>
6.1 Terme de flottabilité . . . . .	115
6.1.1 <i>Charrondière et al., 2020 (BLM)</i> . . . . .	115
6.1.2 Complément . . . . .	142
Effet de la flottabilité sur la TKE . . . . .	142
Effet de la flottabilité sur le flux de quantité de mouvement . . . . .	143
6.2 Production mécanique . . . . .	144
6.3 Nombre de Richardson de flux et nombre de Richardson de cisaillement turbulent . .	145
6.4 Dissipation turbulente . . . . .	145
6.5 Fermeture du bilan d'énergie cinétique turbulente . . . . .	147
6.5.1 Région interne du jet . . . . .	147
6.5.2 Région externe du jet . . . . .	149
<b>7 Conclusion</b>	<b>153</b>
<b>8 Perspectives</b>	<b>157</b>
8.1 Approfondissement de la compréhension des processus physiques . . . . .	157
8.2 Planification d'une nouvelle campagne de mesures . . . . .	159
8.3 Apports potentiels en termes de modélisation . . . . .	160
<b>Bibliographie</b>	<b>163</b>
<b>Table des figures</b>	<b>172</b>
<b>Table des symboles</b>	<b>176</b>
<b>A Conditions synoptiques en février 2019</b>	<b>181</b>
<b>B Profils des quantités turbulentes</b>	<b>185</b>
<b>C Analyse spectrale et échelles caractéristiques</b>	<b>191</b>
<b>D Campagne de mesures complémentaire (Avril 2015)</b>	<b>195</b>
<b>E Erratum</b>	<b>199</b>





# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte

Les écoulements gravitaires sont générés par la combinaison d'un gradient de densité, de la présence de topographie et de gravité : le fluide le plus dense se met en mouvement et descend la pente pour se retrouver en-dessous du fluide moins dense. Dans la nature, les rivières sont un exemple d'écoulement gravitaire, l'eau étant plus dense que l'air. Au sein d'un même fluide, des gradients de densité peuvent aussi exister. C'est le cas dans l'océan, où la densité de l'eau est liée à sa température et à sa salinité. Refroidies dans les mers arctiques au large de la Norvège et du Groënland, les eaux plongent en profondeur et participent ainsi à la circulation océanique mondiale. Dans l'atmosphère, on retiendra l'exemple frappant de l'Antarctique, où l'air refroidi en surface génère un écoulement dont la vitesse moyenne est de  $70 - 80 \text{ km h}^{-1}$ , et peut atteindre des moyennes journalières de  $130 \text{ km h}^{-1}$  (Ball, 1957) : ce sont les vents catabatiques (du grec 'katabasis', 'kata' pour descendant et 'batos' pour avancer, Poulos et Zhong, 2008).

La nuit dans les régions montagneuses, le refroidissement en surface génère des vents catabatiques. Ces écoulements peuvent parfois perdurer aussi en journée chaque fois que les conditions atmosphériques le permettent (bilan radiatif déficitaire). Les vents catabatiques se développent sous la forme d'un jet de paroi, avec un maximum de vent proche de la surface (Figure 1.1). Leur épaisseur varie de quelques dizaines de mètres (Nadeau et al., 2013a,b; Grachev et al., 2016; Blein, 2016) à quelques centaines de mètres (Smeets et al., 1998; Monti et al., 2002; Poulos et Zhong, 2008) selon la configuration de la topographie et les conditions de forçage.

Les vents catabatiques amènent de l'air froid dans la vallée et contribuent ainsi à la formation de "cold air pools", ces masses d'air froid stagnant au fond des vallées (Largeron et Staquet, 2016). En région montagneuse, les polluants sont principalement émis dans les vallées. L'espace restreint lié à la configuration topographique limite le transport horizontal, la dispersion verticale et la dilution des polluants. En conditions anticycloniques hivernales, les inversions thermiques sont souvent persistantes pendant plusieurs jours et bloquent le mélange vertical (Fig. 1.2). Il en résulte une stagnation de l'air dans la vallée sur quelques centaines de mètres d'épaisseur. Cette configuration est propice au développement de forts épisodes de pollution dans les vallées, comme c'est le cas dans la région de Grenoble.

En plus de leur impact sur la pollution dans les vallées, les vents catabatiques peuvent avoir des répercussions économiques. Ils peuvent par exemple interrompre le trafic de certains aéroports ou ports pour des raisons de visibilité (brouillard) et perturber la production agricole par leur

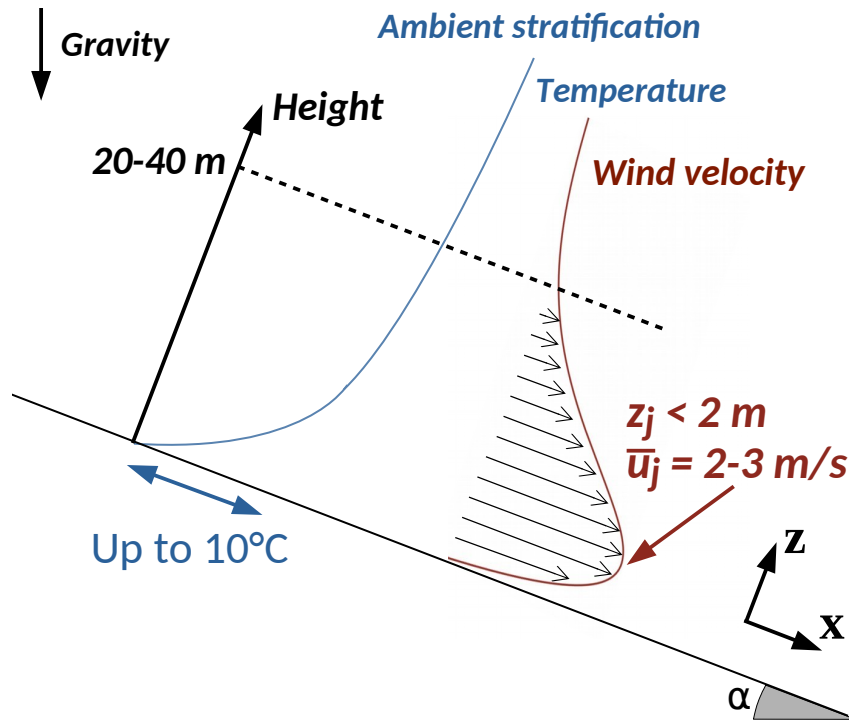


FIGURE 1.1 – Wind speed and temperature characteristic profiles for a katabatic flow over a steep slope of angle  $\alpha$ . The maximum wind velocity and its corresponding height are  $\bar{u}_j$  and  $z_j$ . The coordinate system is following the mean topography.

contribution aux épisodes de gel (Ellison et Turner, 1959).

Ces écoulements peuvent constituer la condition à la limite basse des modèles et le lieu d'échanges entre la surface et l'atmosphère. Ils affectent les circulations méso-échelles et la dynamique à plus grande échelle. Comprendre ces écoulements, ainsi que les processus physiques en jeu tels que le transfert radiatif, les échanges avec la surface, le comportement des polluants, est donc nécessaire pour mieux représenter la condition à la limite dans les modèles météorologiques (Nappo et Shankar Rao, 1987). Cela permettra aussi d'améliorer les prévisions de la dynamique atmosphérique en milieu de montagne et de mieux alerter et protéger les populations des aléas météorologiques (vagues de froid, pollution, ...). De plus, en région montagneuse, l'extension verticale de ces vents est limitée à quelques dizaines de mètres, ce qui rend difficile leur résolution explicite dans les modèles météorologiques et ceux de transport de polluants.

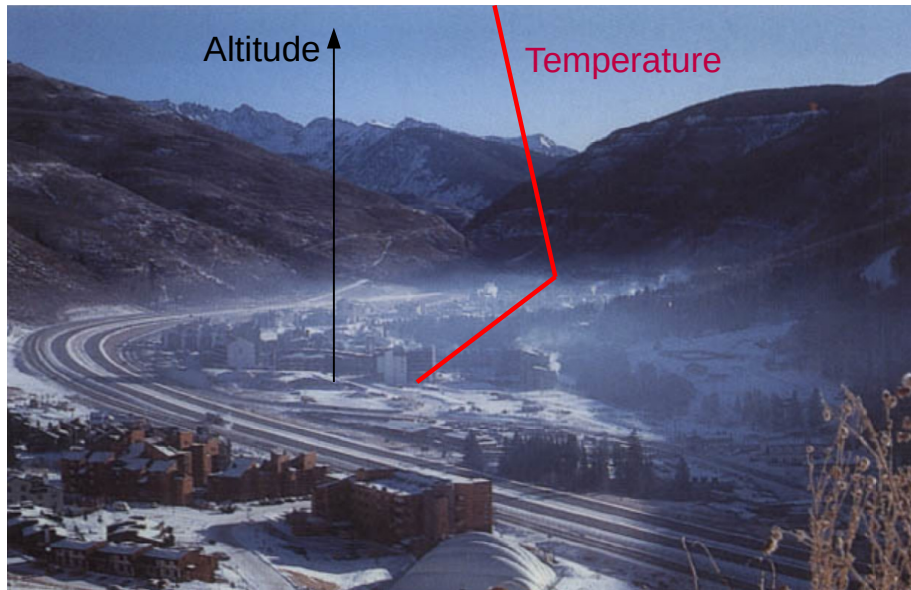


FIGURE 1.2 – Particulate pollution during winter at Vail Colorado, extracted from Whiteman (2000). The inversion layer is symbolized by the increasing temperature profile.

## 1.2 Objectif de la thèse

Cette thèse expérimentale apporte des éléments de compréhension sur le développement des vents catabatiques dans leur globalité. Elle éclaire notamment sur le lien entre la physique de l'écoulement et le refroidissement des masses d'air proches de la surface. Elle vise aussi à expliquer certains processus en jeu au cœur de ces écoulements, concernant à la fois les transferts verticaux (chaleur, énergie, turbulence), et le développement de ces vents le long de la pente.

Les mesures in-situ d'écoulements catabatiques sont majoritairement acquises sur des pentes faibles ( $< 10^\circ$ ) pour des raisons logistiques, et les quelques études sur pente forte (Horst et Doran, 1988; Nadeau et al., 2013a; Oldroyd et al., 2016a) mettent en avant des particularités liées à la topographie. En particulier, l'effet de la flottabilité sur la turbulence est modifié sur pente forte par rapport aux pentes faibles. En revanche, ces quelques campagne de mesures ne donnent ni accès aux données en proche paroi, ni accès à la vitesse normale à la surface. De plus, la caractérisation de la turbulence dans les profils est limitée à un niveau de mesures pour Horst et Doran (1988) et quatre niveaux de mesures pour Nadeau et al. (2013a), rendant difficiles la compréhension et la paramétrisation de ces écoulements.

Ce manuscrit se focalise sur des reliefs montagneux de forte pente, grâce à des mesures acquises sur une pente alpine de l'ordre de  $30^\circ$ . Dans ces conditions, l'épaisseur de l'écoulement est de l'ordre de quelques dizaines de mètres, avec un maximum de vitesse très proche de la surface ne dépassant pas 1.5 m de haut (Prandtl, 1942). Une attention particulière a été portée à l'orientation des capteurs lors du montage, et des mesures de vitesse moyenne et de turbulence ont pu être acquises en proche surface, grâce à l'utilisation d'un capteur de type pitot 3D.

### 1.3 Présentation du manuscrit

Le manuscrit s'articule autour de huit chapitres dont le contenu est présenté ci-après. Le travail de cette thèse a fait l'objet de trois articles écrits pour des revues scientifiques. Deux d'entre eux sont publiés dans *Boundary-Layer Meteorology* et le troisième est en cours de révision pour *Journal of Fluid Mechanics*. Ces articles en anglais sont insérés intégralement dans les chapitres 3, 4 et 6. Une part importante de la bibliographie associée à l'étude des écoulements catabatiques est citée dans les articles, incluant à la fois des études en milieu naturel et en laboratoire. Ces références ne sont reprises que partiellement dans l'introduction et le Chapitre 2. Pour faciliter la compréhension du manuscrit à un lecteur non-francophone, les figures et titres des figures dans le corps du texte seront en anglais.

**Chapitre 1 :** Présentation du contexte et des enjeux de la thèse

**Chapitre 2 :** Présentation des éléments théoriques et synthèse bibliographique

**Chapitre 3 :** Présentation du site de mesures, des données et des méthodes utilisées dans le cadre de ce travail

**Chapitre 4 :** Développement d'un modèle intégral d'évolution de l'écoulement catabatique le long de la pente

**Chapitre 5 :** Étude de l'impact du refroidissement sur les variables moyennes et turbulentes de l'écoulement, en particulier dans la partie basse du jet

**Chapitre 6 :** Contribution des processus de l'écoulement au bilan d'énergie cinétique turbulente, et paramètres caractéristiques de l'état de la turbulence

**Chapitre 7 :** Conclusion et synthèse des principaux résultats

**Chapitre 8 :** Perspectives ouvertes par cette thèse

## Chapitre 2

# Éléments théoriques

### 2.1 Couche limite atmosphérique

#### 2.1.1 Définition

La couche limite atmosphérique (CLA) est la partie basse de l’atmosphère directement influencée par la surface de la Terre, c’est-à-dire qui répond aux forçages générés par cette dernière en moins d’une heure (Stull, 1988). Elle est d’une importance cruciale puisqu’il s’agit de la couche d’air dans laquelle nous vivons. La CLA contrôle les échanges de matière et d’énergie entre la surface et l’atmosphère. Elle joue un rôle clef dans la modélisation météorologique et climatique : de nombreux biais dans ces modèles puisent leur origine dans la CLA (LeMone et al., 2019).

Ses caractéristiques évoluent au cours de la journée. Ainsi, son épaisseur varie d’une centaine de mètres la nuit à un ou deux kilomètres le jour. Le réchauffement diurne de la surface induit par le rayonnement solaire génère un mélange vertical important et augmente ainsi l’épaisseur de la couche limite alors appelée couche convective. La nuit, le sol se refroidit par rayonnement infrarouge, et ce, d’autant plus que le ciel est dégagé. Ce refroidissement conduit à la mise en place d’un flux turbulent de chaleur sensible vers le sol, qui refroidit les couches d’air au-dessus de la surface. Ce processus est à l’origine d’un fort gradient thermique proche de la surface et aboutit à la formation ou au renforcement des couches limites stables (Stull, 1988).

La partie basse de la CLA est couramment appelée couche de surface (Stull, 1988). Elle est parfois aussi appelée couche à flux constant, car elle a été définie initialement comme la région au sein de laquelle les flux turbulents varient de moins de 10 % autour de leur intensité moyenne. Entre la surface réelle et cette couche de surface, on trouve une fine sous-couche visqueuse dans laquelle les effets moléculaires dominent sur les effets turbulents. Dans l’atmosphère, cette couche est tellement fine qu’elle est difficilement observable dans les mesures in-situ. Dans ce manuscrit, le terme ”flux turbulent de surface” fera référence au flux turbulent au point bas de la couche de surface.

Le caractère turbulent d’un écoulement est défini par un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds  $Re$ , qui compare les effets visqueux et les effets inertiels d’un écoulement. Il est défini à partir d’une échelle de longueur  $\mathcal{L}$ , d’une échelle de vitesse  $\mathcal{U}$  et de la viscosité moléculaire du milieu  $\nu$  tel que :

$$Re = \frac{\mathcal{U}\mathcal{L}}{\nu}. \quad (2.1)$$

Ainsi, à faible nombre de Reynolds, les effets visqueux dominant et l'écoulement est dit laminaire. À fort nombre de Reynolds, les effets inertiels dominant sur les forces visqueuses, et l'écoulement est dit turbulent. Les écoulements atmosphériques sont toujours caractérisés par un fort nombre de Reynolds, sauf la sous-couche visqueuse dans laquelle l'écoulement est laminaire.

### 2.1.2 Bilan radiatif et bilan d'énergie de surface

Le bilan radiatif de la surface  $Rn$  est la somme du bilan d'énergie solaire (composé du rayonnement de petites longueurs d'onde, qu'on appellera SW pour Short Waves dans ce manuscrit) et du bilan d'énergie infrarouge thermique (LW pour Long Waves). Il se décompose donc en quatre termes, leur signe étant positif lorsque la surface reçoit de l'énergie et négatif lorsqu'elle en perd :

$$Rn = SW_{down} + LW_{down} + SW_{up} + LW_{up}. \quad (2.2)$$

Les termes du bilan radiatif sont :

- $SW_{down}$  : le rayonnement solaire incident.
- $SW_{up}$  : le rayonnement solaire réfléchi par la surface. Il est proportionnel au rayonnement solaire incident ; le coefficient de proportionnalité est appelé albédo et tient compte des propriétés de réflexion de la surface dans toutes les directions et sur toute la gamme de longueurs d'onde du rayonnement solaire ( $0.3 - 3 \mu\text{m}$ ).
- $LW_{down} = \epsilon_{atm}\sigma T^4$  : le rayonnement de grandes longueurs d'onde émis et transmis par l'atmosphère à la surface. Il dépend de la température  $T$  de l'atmosphère ainsi que de son émissivité  $\epsilon_{atm}$  qui augmente avec l'humidité de l'air et la présence de nuages (Malek, 1997). La formule est le résultat d'une intégration où  $\epsilon_{atm}$  prend en compte la variabilité verticale de température, d'humidité et d'aérosols.  $T$  est pris comme une température caractéristique de l'atmosphère, souvent approximée par la température à 2 m. Le paramètre  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  est la constante de Stefan-Boltzmann.
- $LW_{up} = \epsilon_s\sigma T_s^4 + (1 - \epsilon_s)LW_{down}$  : le rayonnement de grandes longueurs d'onde émis par la surface d'émissivité  $\epsilon_s$  et de température  $T_s$ , et complété par une partie de  $LW_{down}$  réfléchi par la surface si  $\epsilon_s < 1$ .

La Figure 2.1 montre la décomposition d'un cycle radiatif diurne caractéristique des moyennes latitudes. De jour, le rayonnement solaire incident atteint des valeurs supérieures au rayonnement à grandes longueurs d'onde et le bilan radiatif suit sa tendance : il est positif de 6h à 18h et atteint un maximum autour de midi. De nuit en revanche, le bilan radiatif est déterminé par le rayonnement à grandes longueurs d'onde uniquement. Il est négatif car  $|LW_{up}| > |LW_{down}|$ , du fait d'une émissivité de la surface supérieure à l'émissivité de l'atmosphère, pour des températures de surface et de couche limite relativement similaires (en K). Dans ces conditions, la surface, définie comme une couche infiniment fine autour de  $z = 0$  m, se refroidit et un flux de chaleur sensible  $Q_s > 0^1$  se met en place pour compenser ce refroidissement. Ce processus induit une densification de l'air au-dessus de la surface.

---

1. Ici, et pour chaque terme du bilan d'énergie de surface, un signe positif (négatif) signifie que la surface reçoit (perd) de l'énergie.

Le bilan radiatif  $Rn$  et le flux de chaleur sensible  $Q_s$  sont des termes du bilan d'énergie de la surface. Ce dernier est décrit entièrement par l'équation 2.3 pour une surface élémentaire d'épaisseur infiniment petite autour de  $z = 0$  m, chaque terme étant exprimé en  $W\ m^{-2}$  :

$$Rn + Q_s + LE + G = Q_m, \quad (2.3)$$

avec :

- $Q_s$ , le flux turbulent de chaleur sensible en surface.
- $LE$ , le flux turbulent de chaleur latente en surface.
- $G = -K\partial T/\partial z$ , la conduction d'énergie dans le sol.  $K$  est la conductivité thermique du sol.
- $Q_m$ , l'énergie disponible pour la fonte de neige/glace lorsque le sol est enneigé.

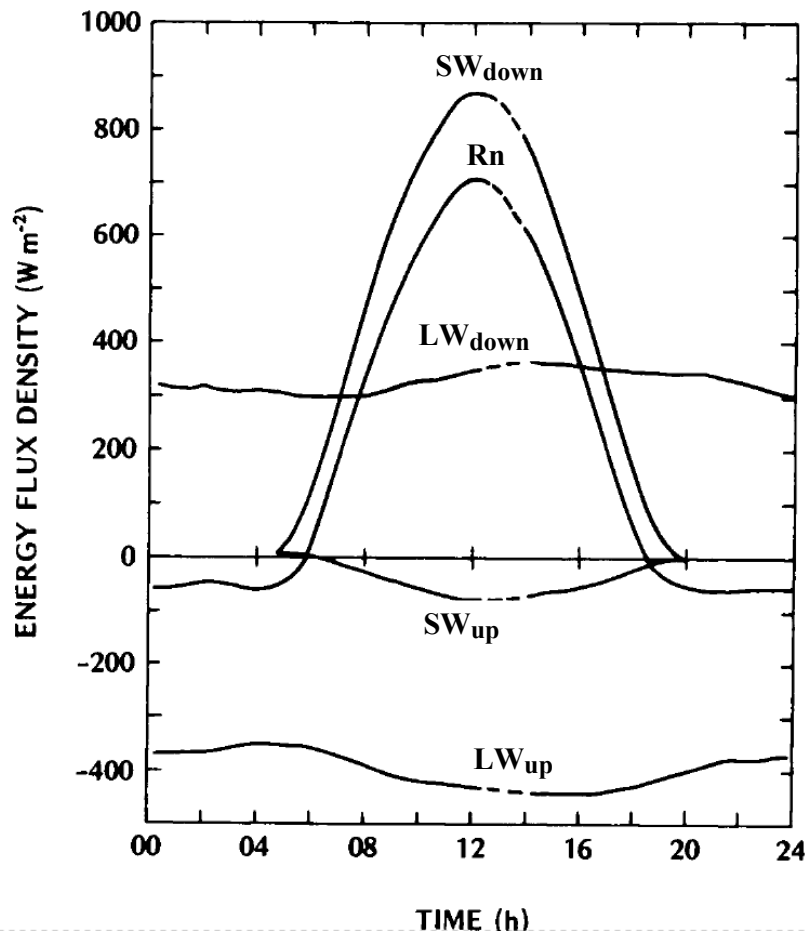


FIGURE 2.1 – Extracted from Oke (2002). Components fluxes of the radiative budget on August 10<sup>th</sup>, 1972 (Cedar river, Washington).



### 2.1.3 Stabilité atmosphérique

La stabilité statique de l'atmosphère est caractérisée par le gradient vertical de température potentielle virtuelle  $\gamma_\theta = \partial\theta_{va}/\partial z$ , la température potentielle virtuelle  $\theta_{va}$  étant la température virtuelle  $T_{va}$  de l'air ramené adiabaticquement à une pression de référence  $P_0$  :

$$\theta_{va} = T_{va} \left( \frac{P_0}{P} \right)^{R/C_P}. \quad (2.4)$$

$R = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  est la constante des gaz parfaits pour l'air sec.  $C_P = 1004 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  est la capacité thermique isobare massique de l'air. La température virtuelle  $T_{va}$  est la température  $T_a$  qu'aurait une particule d'air sec de même masse volumique et de même pression que l'air humide. Elle est liée à la température par :

$$T_{va} = T_a \left( 1 + q \left[ \frac{M_a}{M_v} - 1 \right] \right). \quad (2.5)$$

Les masses molaires de l'air sec  $M_a$  et de l'eau  $M_v$  sont respectivement  $M_a = 29 \text{ g mol}^{-1}$  et  $M_v = 18 \text{ g mol}^{-1}$ .  $q$  est l'humidité spécifique de l'air.

Un gradient de température virtuelle potentielle nul ( $\gamma_\theta = 0$ ) correspond à une couche d'air thermiquement neutre, ce qui signifie que les variations verticales de température sont seulement liées aux variations de pression. Si le gradient de température virtuelle potentielle est négatif ( $\gamma_\theta < 0$ ), on dit de la couche d'air qu'elle est thermiquement instable parce que le gradient de densité est positif. A l'opposé, une couche d'air est thermiquement stable lorsque  $\gamma_\theta > 0$ , comme c'est le cas de nuit en conditions anticycloniques : un volume d'air élevé adiabaticquement reviendra à sa position d'origine. Dans cette dernière configuration, la fréquence de Brunt-Väisälä  $N$  (Eq. 2.6) caractérise la stabilité de l'atmosphère. Elle correspond à la pulsation d'oscillation des particules d'air autour de leur position d'équilibre.

$$N = \sqrt{\frac{g}{\theta_0} \gamma_\theta} \quad (2.6)$$

$\theta_0$  est une température caractéristique de l'atmosphère et  $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$  est l'accélération de la pesanteur.

## 2.2 Séparation des échelles et turbulence

### 2.2.1 Gap spectral

Dans un écoulement naturel, toutes les échelles de vitesse sont représentées : le spectre d'intensité de la vitesse est donc continu. La Figure 2.2 montre un spectre de vitesse horizontale extrait de Van der Hoven (1957), pour des échelles allant de quelques secondes à quelques jours sous des latitudes moyennes. Bien que le spectre soit effectivement continu, il y a principalement deux gammes de fréquences pour lesquelles l'intensité est maximale : une autour de 4 jours liée à l'alternance dépressions/anticyclones (et autour de 10 heures), et une autour de 1 minute. On parle de gap spectral pour définir la région de moindre énergie séparant ces deux pics qui représentent les échelles de l'écoulement moyen et les échelles de la turbulence.

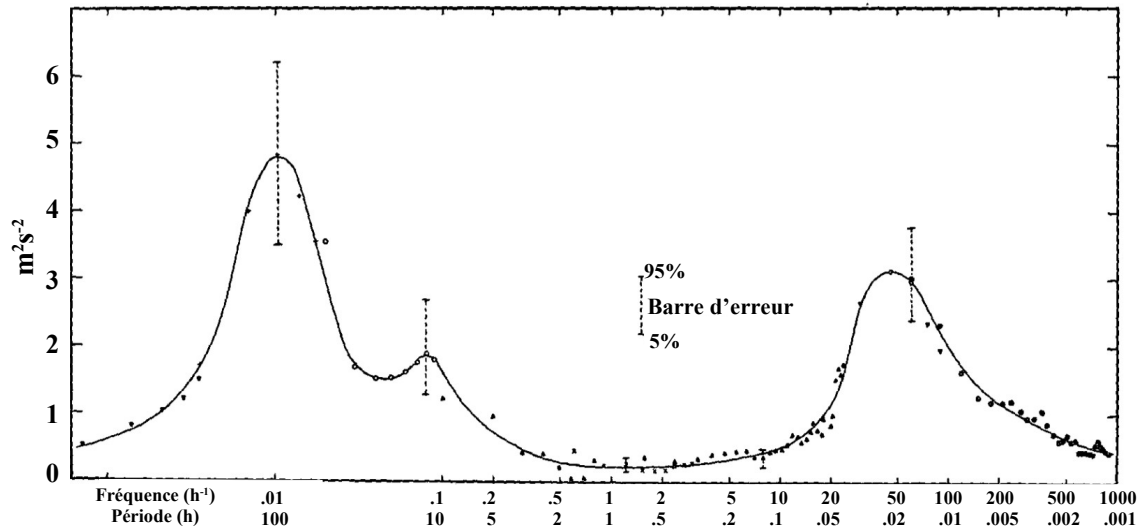


FIGURE 2.2 – Extracted from Van der Hoven (1957). Horizontal wind speed spectrum. Measurements were acquired at Brookhaven National Laboratory (New-York, USA) on a 125 m high tower.

En réalité, le gap spectral n'apparaît pas toujours aussi clairement. Stull (1988) par exemple explique que certains types de nuages comme les cumulus sont comparables à de gros tourbillons dont l'échelle caractéristique est de l'ordre de l'heure. Dans ce cas, le spectre réalisé au niveau de la couche nuageuse ne montrera pas de gap spectral marqué.

### 2.2.2 Moyenne de Reynolds

La distinction entre échelles turbulentes et échelles non-turbulentes permet de séparer le champ instantané  $c_1$  en un champ  $\overline{c_1}$  caractéristique de l'écoulement moyen, qui représente des processus dont les temps caractéristiques sont supérieurs à l'échelle  $\tau$  du gap spectral, et en une composante  $c'_1$  liée à la turbulence. C'est la décomposition de Reynolds (Reynolds, 1895) :

$$c_1 = \overline{c_1} + c'_1 \quad , \quad \text{avec } \overline{c'_1} = 0. \quad (2.7)$$

La variable  $c_1$  peut être la vitesse, la température ou n'importe quel autre paramètre de l'atmosphère. L'échelle  $\tau$  sépare donc les contributions méso-échelles des échelles de la turbulence représentées par les deux pics d'intensité sur la Figure 2.2. Nous reviendrons sur le choix de cette échelle dans le Chapitre 3.

Vickers et Mahrt (2003) mettent en évidence la relation entre conditions de stabilité atmosphérique et échelle du gap spectral. Ils montrent que ce temps qui sépare les échelles turbulentes des contributions méso-échelles diminue fortement quand la stabilité augmente. L'énergie est produite aux grandes échelles (proche de celles de l'écoulement moyen). Dans le cas instable, les grandes échelles de la turbulence sont de l'ordre de 30 min à 1 h et correspondent au temps qu'il faut aux plus grands tourbillons ou aux cellules convectives pour réaliser un tour entre le bas et le haut de la couche limite. Dans le cas stable, ces échelles sont beaucoup plus petites, de l'ordre de la minute. Dans leur jeu de données sur des surfaces herbeuses et pour des hauteurs de mesures comprises entre

0.5 m et 55 m, Vickers et Mahrt (2003) montrent ainsi que le gap spectral varie sur des périodes comprises entre  $\tau = 20$  min (cas instable) et  $\tau = 100$  s (cas très stable). Des valeurs similaires sont données par Babić et al. (2016) et Stiperski et Calaf (2018) sur un terrain plat.

D'après Vickers et Mahrt (2006), le calcul des quantités turbulentes est d'autant plus sensible à ce choix que les conditions de stabilité sont fortes, car les quantités turbulentes sont globalement plus faibles en situation stable que lors d'un épisode convectif. Le choix d'un temps  $\tau$  trop grand risque d'introduire dans les fluctuations turbulentes des variations méso-échelles qui peuvent perturber de manière significative l'analyse des caractéristiques de la turbulence.

Après avoir été produite aux grandes échelles de la turbulence, qui varient en fonction des conditions de stabilité notamment, l'énergie est ensuite transférée vers des échelles de plus en plus petites avant d'être dissipée par viscosité moléculaire aux plus petites échelles de la turbulence, généralement inférieures au millimètre. Dans l'espace spectral qui représente l'énergie en fonction du nombre d'onde ou de la fréquence, la zone de transfert entre les grandes échelles où l'énergie est produite et les petites échelles où l'énergie est dissipée est appelée zone inertielle. La zone inertielle est donc caractérisée par l'absence de production ou de dissipation d'énergie. Pour un écoulement dont le nombre de Reynolds est grand (comme c'est le cas dans les écoulements environnementaux en général), la turbulence est anisotrope aux échelles de la production. L'anisotropie de la turbulence est théoriquement perdue dans la cascade d'énergie (zone inertielle), et les plus petites échelles de la turbulence sont donc considérées isotropes.

### 2.2.3 Définition des flux turbulents

A partir de la variation turbulente  $c'_1$  autour de la moyenne  $\bar{c}_1$ , on définit les variances  $\overline{c_1'^2}$  et les flux turbulents  $\overline{c'_1 c'_2}$ , où  $c_2$  peut être une composante de la vitesse ou un scalaire comme la température, l'humidité ou encore la concentration d'un élément.

Le tenseur de Reynolds  $\overline{u'_i u'_j}$  est une matrice symétrique qui se décompose de la manière suivante dans le repère 3D :

$$\overline{u'_i u'_j} = \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Ainsi, les termes diagonaux du tenseur de Reynolds sont les variances de la vitesse. L'énergie cinétique turbulente moyenne  $e$  (TKE), caractéristique de l'intensité de la turbulence, est construite à partir de ces termes diagonaux  $\overline{u_i'^2}$  telle que :

$$e = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right). \quad (2.9)$$

Les termes non diagonaux sont appelés flux turbulents de quantité de mouvement. Parmi eux, le flux turbulent vertical de quantité de mouvement horizontal  $\overline{u'w'}$  est lié au frottement turbulent au sein de l'écoulement. Le bilan des variables  $e$  et  $\overline{u'w'}$  sera présenté dans la Section 2.7.

Dans cette étude d'écoulement catabatique dans lequel le rôle de la température est moteur, on appellera flux turbulents de chaleur sensible les flux  $\overline{u'_i \theta'}$ .

## 2.3 Équations de conservation des variables moyennes

Sauf mentionné explicitement, les équations qui suivent sont développées dans un repère orienté selon la topographie (Fig. 1.1). Dans ce repère ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{x}_2$  et  $\mathbf{z} = \mathbf{x}_3$ ),  $u = u_1$ ,  $v = u_2$  et  $w = u_3$  sont respectivement les composantes de la vitesse longitudinale, transverse et normale à la surface. La gravité est représentée dans ce repère par  $\mathbf{g} = g \sin \alpha \mathbf{x} - g \cos \alpha \mathbf{z}$ . Dans le développement des équations, nous considérerons le cas stationnaire 2D tel que  $\partial/\partial t = 0$ ,  $\bar{v} = 0$  et  $\partial/\partial y = 0$ . Dans un écoulement catabatique 2D statistiquement homogène dans la direction transverse  $\mathbf{y}$ , les flux turbulents comprenant  $v'$  s'annulent par symétrie de par et d'autres du plan  $(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ . C'est le cas des flux turbulents de quantité de mouvement  $\overline{u'v'}$  et  $\overline{v'w'}$  et de chaleur sensible  $\overline{v'\theta'}$ . Cette configuration correspond à la définition d'un jet catabatique idéal. On la retrouve dans les simulations numériques d'écoulements catabatiques le long d'une pente 2D, en LES (par exemple, Brun et al., 2017) et en DNS (par exemple, Giometto et al., 2017).

### 2.3.1 Conservation de la masse

La conservation de la masse est décrite par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.10)$$

Pour une couche d'air d'épaisseur limitée, comme c'est le cas aux échelles de l'écoulement catabatique, on peut considérer la masse volumique constante ( $\rho = \rho_0$ ). Cela revient à dire que l'écoulement est incompressible. Cette hypothèse est généralement appliquée dans les écoulements environnementaux, dans lesquels les vitesses du fluide sont très inférieures à la vitesse de propagation des ondes acoustiques. Cela conduit alors pour un écoulement 2D à :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.11)$$

L'équation de conservation aux valeurs moyennes vient en introduisant la décomposition de Reynolds pour chacun des termes de vitesse, et en prenant la moyenne de cette équation :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0. \quad (2.12)$$

### 2.3.2 Équation d'état

La loi d'état, ou loi des gaz parfaits, relie les variables thermodynamiques de l'atmosphère. Elle est décrite par (Stull, 1988) :

$$P = \rho R T_v. \quad (2.13)$$

On peut décomposer les variables thermodynamiques de l'atmosphère en une valeur de référence ( $P_a, \rho_a, T_{va}$ ), et une variation faible autour de cette référence ( $\tilde{P}, \tilde{\rho}, \tilde{T}_v$ ) :

$$P = P_a + \tilde{P}; \quad (2.14a)$$

$$T_v = T_{va} + \tilde{T}_v; \quad (2.14b)$$

$$\rho = \rho_a + \tilde{\rho}. \quad (2.14c)$$

Cette linéarisation, appliquée à la loi d'état, amène à une expression de la forme (page 81 de Stull, 1988, pour la démonstration complète) :

$$\frac{\tilde{P}}{\bar{P}} = \frac{\tilde{\rho}}{\bar{\rho}} + \frac{\tilde{T}_v}{\bar{T}_v} \approx 0. \quad (2.15)$$

Pour un écoulement dont la vitesse est faible (faible nombre de Mach<sup>2</sup>, c'est-à-dire sans effet de compressibilité),  $\tilde{P}/\bar{P} \ll \tilde{\rho}/\bar{\rho}$ ,  $\tilde{T}_v/\bar{T}_v$ . En utilisant la définition générale de la température potentielle (de la forme de Eq. 2.4), on obtient donc :

$$\frac{\tilde{\rho}}{\bar{\rho}} = -\frac{\tilde{T}_v}{\bar{T}_v} = -\frac{\tilde{\theta}_v}{\bar{\theta}_v}. \quad (2.16)$$

Dans la suite des équations, la notation  $\theta$  sera utilisée pour parler de la température  $\theta_v$ .

### 2.3.3 Conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la quantité de mouvement documente l'évolution du champ moyen de vitesse. Elle exprime le principe fondamental de la dynamique et l'équilibre des forces statiques et des forces d'inertie. Après introduction de la décomposition de Reynolds, les équations aux valeurs moyennes  $\partial \bar{u}_i / \partial t$  s'écrivent comme suit (Stull, 1988) :

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}}_1 + \underbrace{u_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_2 = \underbrace{g_i}_3 + \underbrace{f_c \varepsilon_{ij3} \bar{u}_j}_4 - \frac{1}{\bar{\rho}} \underbrace{\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i}}_5 + \nu \underbrace{\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2}}_6 - \underbrace{\frac{\partial \bar{u}'_i \bar{u}'_j}{\partial x_j}}_7, \quad (2.17)$$

avec :

1. l'évolution temporelle de la vitesse (inertie),
2. l'advection,
3. l'effet de la gravité,
4. l'effet de la rotation de la Terre ( $f_c$  est le paramètre de Coriolis),
5. le terme de gradient de pression,
6. l'effet de la viscosité moléculaire ( $\nu = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  est la viscosité moléculaire de l'air.),
7. la divergence du flux turbulent de quantité de mouvement.

Dans ces équations, le terme de viscosité moléculaire est négligeable devant le frottement turbulent, sauf dans la sous-couche visqueuse proche de la surface. Nous ne prendrons pas non plus en compte les effets de la rotation de la Terre dans le cadre de cette étude pour laquelle les échelles horizontales sont de l'ordre du kilomètre.

Au repos ( $u_i = 0$ ), l'équation 2.17 s'écrit :

$$\frac{\partial P_a}{\partial x_i} = \rho_a g_i. \quad (2.18)$$

---

2. Le nombre de Mach est le rapport entre la vitesse du fluide et la vitesse de propagation du son, ici dans l'air.

Cet équilibre entre les forces de pression d'une part et la force de gravité d'autre part est appelé équilibre hydrostatique. Les termes 3 et 5 de l'équation 2.17 peuvent s'écrire sous la forme :

$$g_i - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} = \frac{\bar{\rho} - \rho_a}{\bar{\rho}} g_i - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (\bar{P} - P_a)}{\partial x_i} = -\frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} g_i - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i}. \quad (2.19)$$

↑
↑  
 Équilibre hydrostatique                      Équation 2.16

Pour le terme de gradient de pression, on effectue enfin l'approximation  $\bar{\rho} \approx \rho_0$ , où  $\rho_0$  est un état de référence constant, pris au sol. Avec les hypothèses et simplifications décrites ci-dessus, on obtient deux équations pour  $\bar{u}$  (Eq. 2.20a) et  $\bar{w}$  (Eq. 2.20b), selon les axes  $x$  et  $z$  respectivement :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} - g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \sin \alpha, \quad (2.20a)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}'^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} + g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \cos \alpha. \quad (2.20b)$$

### 2.3.4 Conservation de la chaleur

Le premier principe de la thermodynamique permet d'obtenir une équation pour l'évolution de la température, documentée selon l'équation 2.21 (Stull, 1988) dans sa forme complète :

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}}_1 + \underbrace{\bar{u}_i \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i}}_2 = \underbrace{\nu_\theta \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_i^2}}_3 - \underbrace{\frac{1}{\bar{\rho} C_P} \frac{\partial R_n}{\partial x_i}}_4 - \underbrace{\frac{L}{\bar{\rho} C_P} E}_5 - \underbrace{\frac{\partial \bar{u}'_i \theta'}{\partial x_i}}_6, \quad (2.21)$$

avec :

1. l'évolution temporelle de la température (inertie),
2. l'advection de chaleur,
3. la conduction moléculaire de la chaleur,
4. la divergence du flux radiatif,
5. l'effet des changements de phase (chaleur latente).  $E$  est le taux de changement d'état,
6. la divergence du flux turbulent de chaleur sensible.

Le terme de conduction moléculaire est négligeable devant la divergence du flux turbulent. Les termes de divergence du flux radiatif et de changement de phase seront considérés petits devant les autres termes pour cette étude. L'équation simplifiée s'exprime sous la forme 2.22 (ou 2.23 en séparant les contributions du refroidissement radiatif des contributions de la stratification ambiante).

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}'\theta'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}'\theta'}{\partial z} = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial (\bar{\theta} - \theta_a)}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial (\bar{\theta} - \theta_a)}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}'\theta'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}'\theta'}{\partial z} = -\bar{u} \sin \alpha \gamma_\theta - \bar{w} \cos \alpha \gamma_\theta \quad (2.23)$$

Ces équations aux valeurs moyennes ne sont pas fermées, à la différence des équations pour  $u_i$  ou pour  $\theta$ . Un modèle de fermeture sera présenté dans la section suivante.

## 2.4 Modèle analytique de Prandtl

Les profils de vitesse et de température dans un écoulement catabatique sont qualitativement présentés dans le Chapitre 1. Un modèle analytique pour ces profils a été développé dans les années 1940 par L. Prandtl (Prandtl, 1942). Ce modèle suppose un écoulement uniforme pour les termes dynamiques dans la direction de la pente, autrement dit  $\partial/\partial x = 0$  sauf pour la température  $\theta_a$ . La conservation de la masse (Eq. 2.11) suppose donc  $\bar{w} = 0$  car  $\bar{w}(z = 0) = 0$ . On obtient alors un système d'équations de vitesse et de température couplées entre elles (Eqs. 2.24). Le vent qui se met en place est donc dû à l'équilibre entre la composante longitudinale de la force de flottabilité qui accélère l'écoulement et la divergence du flux turbulent de quantité de mouvement qui le ralentit d'une part, et l'équilibre entre les variations adiabatiques de température dans la direction de la pente et la divergence du flux turbulent de chaleur sensible d'autre part.

$$\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = -g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \sin \alpha \quad (2.24a)$$

$$\frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} = -\bar{u} \sin \alpha \gamma_\theta \quad (2.24b)$$

La solution de Prandtl utilise le modèle de fermeture d'ordre 1 (Pope, 2000, Eqs. 4.49 and 4.50), qui relie les flux turbulents aux gradients des quantités moyennes par le biais des coefficients de viscosité turbulente  $K_m$  et diffusivité turbulente  $K_h$  :

$$\overline{u'w'} = -K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (2.25a)$$

$$\overline{w'\theta'} = -K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}. \quad (2.25b)$$

Dans le développement de la solution, Prandtl (1942) considère ces coefficients constants. La solution finale du système 2.24 est donc une fonction oscillante, avec un amortissement exponentiel en  $z/L_0$  ( $L_0$  est une échelle de longueur définie par Eq. 2.27), de la forme (Güttler et al., 2016) :

$$\bar{u}(z) = V_0 \sin\left(\frac{z}{L_0}\right) e^{-z/L_0}, \quad (2.26a)$$

$$\bar{\theta}(z) = \Theta_0 \cos\left(\frac{z}{L_0}\right) e^{-z/L_0} + \theta_a(z). \quad (2.26b)$$

Le modèle est basé sur les échelles de longueur  $L_0$ , de vitesse  $V_0$  et de température  $\Theta_0$ , avec  $Pr_t = K_m/K_h$  le nombre de Prandtl turbulent :

$$L_0 = Pr_t^{-1/4} \sqrt{\frac{2K_m}{N \sin(\alpha)}} \quad \text{Proportionnel à l'épaisseur du jet,} \quad (2.27a)$$

$$V_0 = -Pr_t^{1/4} \frac{\sqrt{2g} \overline{w'\theta'_s}}{\theta_s \sqrt{K_m N^3 \sin(\alpha)}} = -\Theta_0 \left( Pr_t^{-1/2} \frac{g}{\theta_s N} \right) > 0 \quad \text{Proportionnel à } \bar{u}_j, \quad (2.27b)$$

$$\Theta_0 = Pr_t^{3/4} \frac{\sqrt{2} \overline{w'\theta'_s}}{\sqrt{K_m N \sin(\alpha)}} < 0 \quad \text{Proportionnel au refroidissement au sol.} \quad (2.27c)$$

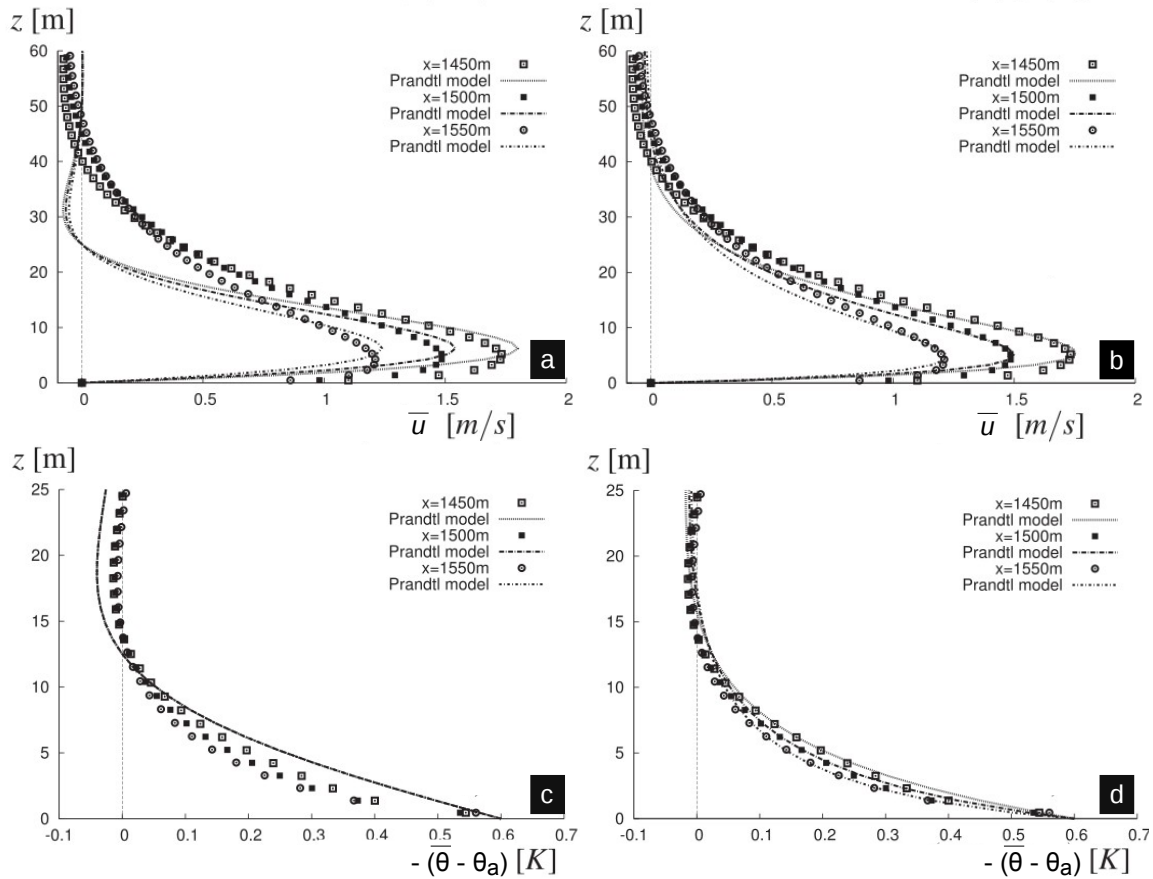


FIGURE 2.3 – Extracted from Brun et al. (2017). (a) and (c) Markers: katabatic wind speed and temperature profiles from Large-Eddy Simulation for three positions along the slope.  $x$  is the distance from the top. Lines: wind speed and temperature profiles from the analytical Prandtl model with constant  $K_m$  and  $K_h$ . (b) and (d) Same than (a) and (c) but the Prandtl model is applied with vertically varying coefficients  $K_m$  and  $K_h$ .

Comme noté précédemment, le modèle de Prandtl a été développé avec des coefficients  $K_m$  et  $K_h$  constants. Cette hypothèse simplificatrice est loin de la réalité, et des études récentes (Grisogono et Oerlemans, 2001; Brun et al., 2017, par exemple) montrent que des coefficients variables le long de l'axe  $z$  permettent de mieux reproduire les écoulements tels qu'observés en terrain réel. Des profils de vitesse et de température dans un écoulement catabatique sont présentés sur la Figure 2.3 avec des coefficients  $K_m$  et  $K_h$  constants et avec ces mêmes coefficients variant linéairement le long du profil.

La solution du modèle de Prandtl, avec des coefficients  $K_m$  et  $K_h$  linéaires en  $z$  (Section 3), est utilisée dans le cadre de cette thèse pour obtenir des profils continus de vitesse des vents catabatiques et de température de l'air ajustés sur les observations. Ces profils continus permettent en particulier de déterminer les gradients selon  $z$  à l'altitude souhaitée.



## 2.5 Oscillations des quantités moyennes

Plusieurs études ont noté la présence d'oscillations de la vitesse du vent catabatique au cours d'un épisode (Fleagle, 1950; McNider, 1982; Helmis et Papadopoulos, 1996; Princevac et al., 2008). Ces oscillations sont observées dès les années 1930s (Fig. 4 de Heywood (1933), avec une période d'une vingtaine de minutes sur une pente de  $2 - 3^\circ$ ), mais c'est McNider (1982) dans les années 1980s qui fait explicitement le lien entre la période d'oscillation  $\tau_{osc}$  et la stratification ambiante  $N$  sous la forme  $\tau_{osc} \sim 2\pi/N \sin \alpha$ .

Plusieurs processus ont été décrits pour essayer d'expliquer ces fluctuations de vitesse :

1. Pour Fleagle (1950), le refroidissement radiatif de la surface génère un gradient horizontal de pression négatif dû à l'augmentation de densité proche de la surface qui augmente au fil du temps. Cette augmentation entraîne une accélération de l'écoulement. D'autre part, l'écoulement provoque un réchauffement adiabatique et la mise en place d'un gradient de pression opposé à celui dû au refroidissement radiatif. Celui-ci a pour conséquence de ralentir l'écoulement jusqu'à ce que le refroidissement radiatif, et donc le gradient de pression négatif, redeviennent dominants. Cette dualité entre les deux gradients de pression opposés génère les fluctuations de vitesse qui deviennent alors de moins en moins marquées avec le temps : la vitesse trouve petit à petit une valeur d'équilibre.
2. Une autre explication a été fournie par Atkinson (1981) (citée dans Helmis et Papadopoulos, 1996) : une fois l'air refroidi par rayonnement, il est évacué de la surface par l'écoulement. Il faut un certain temps pour que le refroidissement de l'air qui a remplacé l'air froid écoulé soit suffisant pour déclencher la nouvelle "vague" de vent.
3. McNider (1982) invoque le frottement pour expliquer les fluctuations de vitesse. Quand l'écoulement accélère, le terme de friction (proportionnel à la vitesse) agit comme un frein sur l'air. Le ralentissement de l'écoulement et donc la diminution du terme de friction, ainsi que le refroidissement radiatif toujours plus fort, provoquent une accélération de l'écoulement, générant ainsi les oscillations de vitesse.

## 2.6 Modèle de développement de l'écoulement catabatique dans la direction de la pente

Le développement de l'écoulement catabatique le long de la pente est assez peu documenté. Dans une étude d'écoulement gravitaire en laboratoire, Ellison et Turner (1959) développent un modèle intégral pour décrire l'évolution de la vitesse débitante  $U$  (vitesse moyennée sur la hauteur du profil), d'une hauteur caractéristique de l'écoulement  $h$  et du déficit de température  $\Delta\Theta$  le long de la pente (Figure 1 du Chapitre 4). Ces quantités intégrales  $U$ ,  $h$  et  $\Delta\Theta$  sont définies par :

$$Uh = \int_0^H \bar{u} dz \quad ; \quad U^2 h = \int_0^H \bar{u}^2 dz \quad (2.28)$$

$$S_2 \Delta\Theta h = - \int_0^H (\bar{\theta} - \theta_a) dz \quad ; \quad S_1 \Delta\Theta h^2 = -2 \int_0^H (\bar{\theta} - \theta_a) z dz \quad (2.29)$$

$\Theta_a$  est la température potentielle ambiante, et  $H$  est la hauteur du jet catabatique.  $S_1$  et  $S_2$  sont des facteurs de forme du profil, et sont prises constantes. Avec ce modèle, Ellison et Turner (1959) relie la vitesse de l'écoulement au flux de flottabilité. Le flux de flottabilité  $B$  peut être

vu comme le cumul du refroidissement en surface  $(\overline{w'\theta'})_s$  depuis le haut de la pente jusqu'à  $x$  en l'absence de stratification. Il est défini à partir du déficit de masse volumique par rapport au champ de masse volumique ambiant  $\rho_a$  tel que :

$$B = \int_0^\infty \left( \frac{\rho_a - \rho}{\rho_a} \right) g (\bar{u} + U_a) \partial z. \quad (2.30)$$

$U_a$  est la vitesse ambiante du vent, hors écoulement catabatique. La vitesse débitante  $U$  suit alors une loi en  $U \sim B_0^{1/3}$ , avec  $B_0$ , un flux de flottabilité constant. Ils appliquent leur modèle au cas du vent catabatique et trouvent une vitesse de l'ordre de  $6 \text{ m s}^{-1}$  pour un flux turbulent de chaleur sensible constant proche de la surface de  $70 \text{ W m}^{-2}$  sur une distance de  $50 \text{ km}$ .

Cette approche a été adaptée aux vents catabatiques avec notamment l'ajout de stratification ambiante par Manins et Sawford (1979). Avec un forçage de chaleur sensible en surface constant, ils trouvent  $U \sim x^{1/3}$ . Le modèle donne une vitesse moyenne de l'ordre de  $3 \text{ m s}^{-1}$  cohérent avec les données du glacier McCall (Nord-Est de l'Alaska, USA) pour des conditions similaires, c'est-à-dire  $x = 5 \text{ km}$ , et sur une pente de  $7^\circ$  (Streten et al., 1974).

Le modèle a ensuite été appliqué dans différentes configurations de pente et de stabilité ambiante par Nappo et Shankar Rao (1987), et les résultats montrent une forte sensibilité de la vitesse  $U$  à la stratification ambiante. Pour une stratification classique de l'ordre de  $10^\circ \text{ km}^{-1}$ , et des pentes de moins de  $10^\circ$ , Nappo et Shankar Rao (1987) montrent que l'estimation  $U \sim x^{1/3}$  reste une bonne approximation, malgré le fait que le flux de chaleur sensible proche de la surface varie probablement le long de la pente.

Plus récemment, c'est au tour de Princevac et al. (2008) d'adapter le modèle de Manins et Sawford (1979), avec l'ajout du frottement en surface. Sur des pentes faibles ( $\alpha < 4^\circ$ ), ils proposent que la vitesse moyenne augmente avec  $x^{1/2}$ .

Ce modèle fait l'objet d'un article intégré dans le Chapitre 4, dans lequel il est décrit en détail.

## 2.7 Bilan des quantités turbulentes

Le tenseur de Reynolds a été présenté dans la Section 2.2.3. Le bilan de ses deux quantités caractéristiques que sont la TKE et le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  dans un jet catabatique idéal est décrit par les équations 2.31 et 2.32, avec sommation sur les indices. Le vecteur  $\mathbf{g}$  est défini dans la Section 2.3.

$$\underbrace{\frac{\partial e}{\partial t}}_1 + \underbrace{\bar{u}_j \frac{\partial e}{\partial x_j}}_2 = \underbrace{\frac{g_i \overline{u'_i \theta'}}{\bar{\theta}}}_{P_B^e} - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{P_M^e} - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u'_j u'_k u'_k}}{\partial x_j}}_5 - \underbrace{\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \overline{u'_i P'}}{\partial x_i}}_6 - \underbrace{\nu \overline{\left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2}}_8 \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial t}}_1 + \underbrace{\overline{u_j} \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x_j}}_2 &= \underbrace{\frac{g_3}{\theta} \overline{u'\theta'} - \frac{g_1}{\theta} \overline{w'\theta'}}_3 - \underbrace{\overline{u'u'_j} \frac{\partial \overline{w}}{\partial x_j} - \overline{w'u'_j} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x_j}}_4 - \underbrace{\frac{\partial \overline{u'u'_j w'}}{\partial x_j}}_5 \\
&\quad \underbrace{P_B^s}_{P_B^s} \quad \underbrace{P_M^s}_{P_M^s} \\
&= \underbrace{-\frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \overline{P'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{P'u'}}{\partial z} - P' \left( \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right]}_6 - \underbrace{2\nu \frac{\partial u'}{\partial x_j} \frac{\partial w'}{\partial x_j}}_8 \quad (2.32) \\
&\quad \underbrace{\varepsilon_{uw}}_8
\end{aligned}$$

Les termes sont :

1. l'évolution temporelle de  $e$  ou de  $\overline{u'w'}$ ,
2. l'advection de  $e$  ou de  $\overline{u'w'}$ ,
3. la production/consommation de  $e$  ou de  $\overline{u'w'}$  par flottabilité,
4. la production/consommation de  $e$  ou de  $\overline{u'w'}$  par effets mécaniques (cisaillement),
5. le transport turbulent de  $e$  ou de  $\overline{u'w'}$ ,
6. le transport turbulent de  $e$  ou de  $\overline{u'w'}$  par les fluctuations de pression,
7. la redistribution des variances (terme de retour à l'isotropie) par la pression,
8. la dissipation turbulente de  $e$  ou de  $\overline{u'w'}$ .

Les comportements des principaux flux turbulents impliqués dans les termes des bilans de  $e$  et  $\overline{u'w'}$  sont décrits dans Grachev et al. (2016) pour un jet catabatique turbulent sur pente faible ( $2 - 4^\circ$ ), dans une atmosphère stratifiée stable et par Finnigan et al. (2020) dans le cas général des écoulements catabatiques. La Figure 2.4 montre de façon schématique les signes de ces trois flux ( $\overline{u'w'}$ ,  $\overline{w'\theta'}$  et  $\overline{u'\theta'}$ ). Dans un champ de température stratifié stable, une perturbation  $w' > 0$  dans la direction  $z$  revient à amener une parcelle d'air de température  $\theta_1$  dans un environnement de température  $\theta_2 > \theta_1$  ( $\theta' < 0$ ). Ainsi le flux turbulent de chaleur sensible  $\overline{w'\theta'}$  est négatif quelle que soit sa position dans le jet. De même, en dessous de la hauteur du maximum de vent où le gradient de vitesse est positif, une perturbation  $w' > 0$  correspond au transport d'une parcelle d'air de vitesse  $u_1$  dans un environnement de vitesse  $u_2 > u_1$  ( $u' < 0$ ) : le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  est donc négatif dans cette région du jet. Par combinaison de  $u' < 0$  et  $\theta' < 0$ , le flux turbulent de chaleur sensible longitudinal  $\overline{u'\theta'}$  y est donc positif. Au-dessus du maximum de vent où le gradient de vitesse est de signe opposé, le même raisonnement conduit à  $\overline{u'w'} > 0$  et  $\overline{u'\theta'} < 0$ .

D'une manière plus précise, le profil du flux turbulent  $\overline{u'w'}$  a été estimé sous  $z_j$  à partir du bilan de quantité de mouvement par Denby et Smeets (2000). Une évaluation des ordres de grandeur de chaque terme du bilan de quantité de mouvement (Eq. 2.20a) montre que le forçage catabatique lié au terme de gravité et la divergence du flux de quantité de mouvement sont les termes dominants dans la région interne d'un jet catabatique sur glacier (pente de  $5^\circ$ ), ce qui donne après intégration sur  $z$  de l'équation de quantité de mouvement simplifiée :

$$\overline{u'w'}(z) \approx \frac{g}{\theta_a} \sin \alpha \int_z^{z_j} (\overline{\theta} - \theta_a) \partial z. \quad (2.33)$$

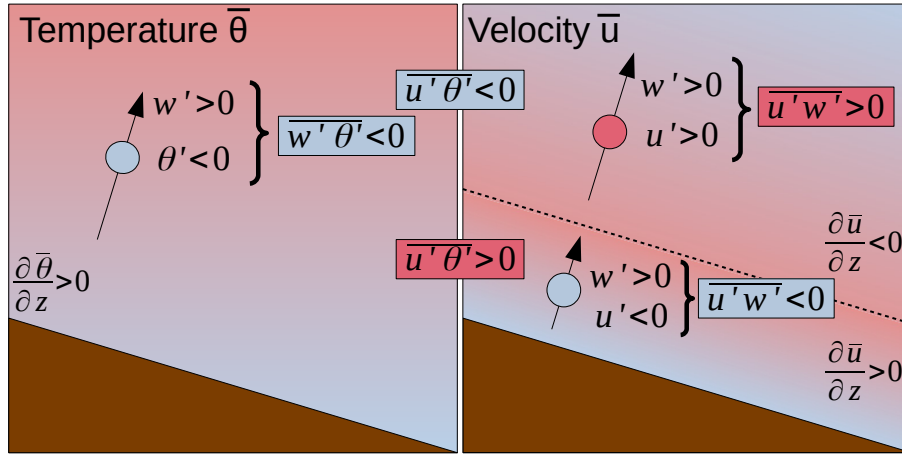


FIGURE 2.4 – Inspired from Łobocki (2017). Main turbulent momentum and heat fluxes according to their position in the wind speed profile. The dotted line represents the maximum wind speed height.

Ce profil  $\overline{u'w'}(z)$  est donc décroissant en  $z$  (en valeur absolue), tout comme le gradient  $\partial\bar{u}/\partial z$ , et permet d'estimer le flux de quantité de mouvement vers la surface  $\overline{u'w'_s}$ .

### 2.7.1 Bilan d'énergie cinétique turbulente sur pente forte

#### Terme de flottabilité

L'effet de la flottabilité sur la TKE est lié au terme  $P_B^e$  de l'équation 2.31. Sur sol plat, la contribution du flux turbulent de chaleur sensible normal à la surface  $\overline{w'\theta'}$  suffit à décrire ce terme. Dans une atmosphère stratifiée stable, on attend donc de la flottabilité qu'elle contribue à diminuer la TKE. Sur une surface inclinée, comme c'est le cas dans un écoulement catabatique, le terme  $P_B^e$  dépend aussi du flux turbulent de chaleur sensible parallèle à la surface  $\overline{u'\theta'}$  :

$$P_B^e = \frac{g}{\theta} (\overline{w'\theta'} \cos \alpha - \overline{u'\theta'} \sin \alpha). \quad (2.34)$$

Plus la pente  $\alpha$  est importante, plus le flux  $\overline{u'\theta'}$  modifie la TKE par le biais des effets de flottabilité, alors que sa contribution est absente du bilan de TKE sur sol plat. Pour une pente donnée, le signe de  $P_B^e$  dépend du signe de chacune des deux composantes du flux turbulent de chaleur sensible. La limite à partir de laquelle la flottabilité produit la TKE a été introduite par Horst et Doran (1988) et Denby (1999), et s'exprime dans une atmosphère stratifiée stable par :

$$\frac{\overline{u'\theta'}}{\overline{w'\theta'}} > \cot \alpha. \quad (2.35)$$

Étant donné le signe théorique des flux (Fig. 2.4), on s'attend à ce que la flottabilité détruise la TKE en dessous de  $z_j$  ( $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'} < 0$ ). Au-dessus de  $z_j$ , la condition 2.35 montre que  $P_B^e$  peut être positif ou négatif en fonction de la valeur des flux et de la pente  $\alpha$ . Dans la littérature, Horst et Doran (1988) ont été les premiers à montrer avec un modèle analytique que  $P_B^e$  tend vers 0 pour

$\alpha = 30^\circ$  et la tendance semble indiquer que  $P_B^e$  devient positif pour des pentes plus fortes. Pour une pente de  $35.5^\circ$ , Oldroyd et al. (2016a) présentent un cas in-situ pour lequel  $P_B^e > 0$  au-dessus de  $z_j$ . Ils ont synthétisé les mesures existantes pour montrer que plus la pente est forte, plus il est possible d'observer une production de TKE par flottabilité au-dessus de  $z_j$ . Cependant, ce comportement n'est pas systématique et il ne semble pas exister de pente seuil universelle pour laquelle  $P_B^e$  change de signe. Ce terme  $P_B^e$  est étudié plus en détail dans le Chapitre 6 de ce manuscrit (Charrondière et al., 2022).

### Terme de cisaillement

L'effet du cisaillement sur la TKE est décrit par le terme  $P_M^e$  de l'équation 2.31 :

$$P_M^e = -\overline{u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{w'^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \overline{u'w'} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \approx -\overline{w'^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \approx -\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}. \quad (2.36)$$

$\uparrow$   
 $\partial/\partial x \ll \partial/\partial z$   
Homogénéité en  $x$

$\uparrow$   
 $\bar{w} \ll \bar{u}$   
CL turbulente

Au premier ordre, avec les approximations classiques de couche limite turbulente que sont l'homogénéité en  $x$  et l'absence de vitesse  $\bar{w}$ , l'effet du cisaillement est porté principalement par le terme  $-\overline{u'w'}(\partial\bar{u}/\partial z)$ . Le flux de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  et le gradient de vitesse  $\partial\bar{u}/\partial z$  sont de signe opposé (Fig. 2.4), ce qui a été décrit par le modèle de fermeture 2.25.

Ainsi, le terme  $P_M^e$  est théoriquement positif, ce qui signifie que le cisaillement est générateur de TKE quelle que soit la position  $z$ . En réalité, les modèles numériques (Fedorovich et Shapiro, 2009; Brun, 2017; Giometto et al., 2017) ont montré que ce modèle de fermeture n'est valable que dans la mesure où le gradient de vent ne tend pas vers 0, ce qui n'est pas le cas proche de  $z_j$ . Irwin (1973), Eriksson et al. (1998) et Krug et al. (2013) ont observé expérimentalement un décalage entre les positions  $\overline{u'w'} = 0$  et  $z_j$ , dans des jets de paroi. Dans le cas de cette thèse, nous verrons que le changement de signe du flux turbulent  $\overline{u'w'}$  a lieu plus haut que  $z_j$  (Figure 9 de la Section 3.4.1). Ce constat amène à définir trois régions au sein du profil de jet catabatique :

- la région interne du jet, située sous la hauteur  $z_j$ ,
- la région autour du maximum de vitesse de vent, bornée par  $z_j$  et par la hauteur à laquelle  $\overline{u'w'}$  change de signe,
- la région externe du jet, située au-delà de la hauteur à laquelle  $\overline{u'w'}$  change de signe.

La région autour du maximum de vitesse de vent est donc une région dans laquelle  $\overline{u'w'}$  et  $\partial\bar{u}/\partial z$  sont de même signe, et donc où la composante  $-\overline{u'w'} \partial\bar{u}/\partial z$  du terme  $P_M^e$  est négative. Ce comportement a été décrit plus généralement à partir de mesures expérimentales de laboratoire pour des profils de vitesse asymétriques sur  $z$  par Eskinazi et Erian (1969) qui montrent que l'énergie dans cette région est transférée des petites échelles vers les échelles moyennes de l'écoulement.

### Dissipation turbulente

La dissipation d'énergie cinétique turbulente  $\varepsilon$  est exprimée sous la forme (avec  $i, j = \{1, 2, 3\}$ ) :

$$\varepsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\right)^2}. \quad (2.37)$$

Lorsque le nombre de Reynolds (Eq. 2.1) est grand, comme c'est le cas dans les écoulements environnementaux, les informations directionnelles contenues dans les gros tourbillons sont perdues dans la cascade d'énergie, si bien que les conditions suivantes doivent être satisfaites (Mi et Antonia, 2010) :

1. À l'échelle de la turbulence, les carrés des dérivées longitudinales sont égaux entre eux, de même que les carrés des dérivées transverses :

$$\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial y}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2}, \quad (2.38)$$

$$\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2}. \quad (2.39)$$

2. Le carré des termes transverses vaut le double du carré des termes longitudinaux. Par exemple, dans la direction  $x$ , cela revient à dire que :

$$\overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} = 2 \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2}. \quad (2.40)$$

Ces hypothèses sont appliquées aux dérivées et non aux variables elles-mêmes. Elles ne font aucune hypothèse sur les valeurs des fluctuations de vitesses, si bien qu'il est possible d'avoir  $u' \neq v' \neq w'$ . À cela s'ajoute l'hypothèse de Taylor, ou hypothèse de turbulence gelée, qui considère que les structures turbulentes sont transportées par la vitesse moyenne locale à des échelles de temps suffisamment courtes pour que les petites échelles n'aient pas le temps de changer. Cela revient à dire que :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x} = -\frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial u'_i}{\partial t}. \quad (2.41)$$

Cette hypothèse est valable si  $\overline{u_i'^2} \ll \bar{u}^2$ . L'étude de Buchhave et Velte (2017) a montré que l'utilisation de la vitesse instantanée  $u$  est plus cohérente que l'utilisation de la vitesse moyenne  $\bar{u}$  pour la transformation, car c'est elle qui transporte les structures de petite échelle et les quantités scalaires :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x} = -\frac{1}{u} \frac{\partial u'_i}{\partial t}. \quad (2.42)$$

La méthode qu'ils proposent consiste à transposer la série temporelle en une série spatiale via la vitesse instantanée, puis à ré-échantillonner la série sur une grille spatiale régulière. L'application des hypothèses précédentes permet d'obtenir une équation simplifiée pour la dissipation visqueuse :

$$\varepsilon = 3\nu \left[ \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} \right] \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Hypothèse n°2}}}{=} 15\nu \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Hypothèse de Taylor} \\ \text{(Eq. 2.41 ou Eq. 2.42)}}}{=} 15\nu \frac{1}{\bar{u}^2} \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right)^2}. \quad (2.43)$$

$\uparrow$   
Hypothèse n°1
 $\uparrow$   
Hypothèse n°2
 $\uparrow$   
Hypothèse de Taylor  
(Eq. 2.41 ou Eq. 2.42)

### Termes de transport turbulent de l'équation bilan de TKE

D'après Pope (2000, Eq. 10.40), l'ensemble des corrélations triples de vitesse, des corrélations pression-vitesse et des corrélations vitesse-gradient de vitesse peut être représenté par le modèle de fermeture suivant :

$$\frac{1}{2}\overline{u'_i u'_j u'_j} + \frac{1}{\rho}\overline{u'_i P'} - \nu u'_j \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) = -K_e \frac{\partial e}{\partial x_i}. \quad (2.44)$$

Le paramètre  $K_e \propto K_m$  est une variable d'ajustement du modèle de fermeture. Dans une couche limite turbulente, les gradients des termes de corrélation pression-vitesse et de corrélation vitesse-gradient de vitesse sont faibles (Pope, 2000, e.g., Fig. 7.34). Les termes de transports de l'équation bilan de TKE sont délicats à évaluer précisément dans des mesures atmosphériques in-situ car ils incluent la dérivée d'une quantité turbulente. L'expression suivante permet d'approcher le comportement du terme  $\partial \overline{u'_i e'} / \partial x_i$ , où la variable  $e' = 0.5u_i'^2$  est la TKE non moyennée :

$$\frac{\partial \overline{u'_i e'}}{\partial x_i} \approx -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( K_e \frac{\partial e}{\partial x_i} \right). \quad (2.45)$$

Ce terme correspond à du transport turbulent de TKE dans l'équation 2.31.

### 2.7.2 Bilan du flux turbulent de quantité de mouvement $\overline{u'w'}$

Pour cette partie, nous nous concentrerons sur le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$ , qui résulte du cisaillement de vent dans le jet catabatique. Son équation bilan est décrite par l'équation 2.32. Étant donné que le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  change de signe le long de l'axe  $z$ , nous regarderons dans ce manuscrit l'équation bilan de sa valeur absolue [ $\overline{u'w'} = |\overline{u'w'}| \text{sgn}(\overline{u'w'})$ ]. Chaque terme de son bilan sera donc multiplié par le signe du flux : un terme positif signifiera une contribution positive à l'intensité du flux.

#### Terme de flottabilité

Comme pour la TKE, la flottabilité modifie le flux turbulent de quantité de mouvement  $|\overline{u'w'}|$  par le biais du terme  $P_B^s$  dans l'équation 2.32. Ce terme inclue les flux turbulents de chaleur  $\overline{w'\theta'}$  et  $\overline{u'\theta'}$ . Son comportement dépend à la fois du signe et de la valeur de ces flux turbulents, et de l'inclinaison  $\alpha$  de la surface :

$$P_B^s \text{sgn}(\overline{u'w'}) = \frac{g}{\theta} (\overline{u'\theta'} \cos \alpha + \overline{w'\theta'} \sin \alpha). \quad (2.46)$$

#### Terme de cisaillement

L'effet du cisaillement de vent est déterminé par  $P_M^s$  (Eq. 2.32). Les hypothèses de conservation de la masse, et d'absence de  $\overline{w}$  au sein de l'écoulement, amènent à une expression simplifiée :

$$\text{sgn}(\overline{u'w'}) P_M^s = -\overline{u'^2} \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} - \overline{w'^2} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \overline{u'w'} \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} \right) \approx -\overline{w'^2} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}. \quad (2.47)$$

↓  
Conservation de la masse

$\overline{w} \ll \overline{u}$  (CL turbulente)

L'effet du cisaillement sur l'intensité de  $\overline{u'w'}$  est donc le même que pour la TKE, à savoir qu'il tend à augmenter l'intensité du flux turbulent de quantité de mouvement quel que soit son signe, sauf autour de  $z_j$  où  $P_M^s$  peut être négatif au premier ordre.

### Dissipation du flux turbulent de quantité de mouvement

La dissipation visqueuse  $\varepsilon_{uw}$  contribue à diminuer l'intensité du flux turbulent de quantité de mouvement. Son expression brute est donnée par :

$$\varepsilon_{uw} = 2\nu \overline{\frac{\partial u'}{\partial x_j} \frac{\partial w'}{\partial x_j}} = 2\nu \left( \overline{\frac{\partial u'}{\partial x} \frac{\partial w'}{\partial x}} + \overline{\frac{\partial u'}{\partial y} \frac{\partial w'}{\partial y}} + \overline{\frac{\partial u'}{\partial z} \frac{\partial w'}{\partial z}} \right). \quad (2.48)$$

## 2.8 Anisotropie de la turbulence

En turbulence homogène et isotrope, le tenseur de Reynolds est réduit à ses termes diagonaux, et les variances sont égales entre elles :  $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2} = 2/3e$  (Pope, 2000). Dans un écoulement catabatique, les termes non diagonaux du tenseur de Reynolds, notamment  $\overline{u'w'}$ , sont non nuls. Pour quantifier le degré d'anisotropie de la turbulence, on définit alors le tenseur d'anisotropie  $a_{ij}$  à partir du tenseur de Reynolds :

$$a_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{2e} - \frac{\delta_{ij}}{3}, \quad (2.49)$$

avec  $\delta_{ij}$ , le symbole de Kronecker. Ce tenseur  $a_{ij}$  définit ensuite le coefficient d'anisotropie  $F$  (Lumley, 1979) tel que :

$$F = 1 - \frac{9}{2} a_{ij} a_{ji} + 9 a_{ij} a_{jk} a_{ki} = 1 + 9I_2 + 27I_3. \quad (2.50)$$

Les variables  $I_2$  et  $I_3$  sont les second et troisième invariants du tenseur  $a_{ij}$ . Dans le cas isotrope,  $a_{ij}$  est une matrice nulle : le coefficient  $F$  vaut 1. L'écart à  $F = 1$  indique donc à quel point la turbulence est anisotrope.

## 2.9 Énergie potentielle turbulente et flux turbulents de chaleur sensible

L'énergie cinétique turbulente, introduite dans la Section 2.2.3 comme la variable permettant de quantifier l'intensité de la turbulence, ne permet pas de capturer la totalité de l'énergie turbulente. Cette dernière est caractérisée par l'énergie mécanique turbulente TME définie comme la somme de la TKE et de l'énergie potentielle turbulente (TPE).

Pour appréhender le concept de TPE, considérons un milieu stratifié stable. Une parcelle d'air déplacée verticalement sera moins dense que son environnement : elle aura une certaine énergie potentielle par rapport à l'état dans lequel elle se trouve lorsqu'elle était à sa position initiale. Lorsqu'elle retourne à sa position d'équilibre, il y a un transfert de l'énergie potentielle vers l'énergie cinétique. Ce raisonnement est aussi valable pour un petit déplacement vertical turbulent qui provoquera une variation  $\theta'$ . On parle dans ce cas d'énergie potentielle turbulente  $e_P$ , définie suivant (Zilitinkevich et al., 2007) :

$$e_P = \frac{g}{\theta} \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)^{-1} \frac{\overline{\theta'^2}}{2}. \quad (2.51)$$



Dans le cas général, Loboeki (2017) propose dans un premier temps d'étudier le bilan de variance de température (Eq. 2.52) pour éviter les problèmes de singularité (cas neutre) ou de signe sur  $e_P$  dans le cas instable. Ce bilan, après simplification du terme de diffusion moléculaire et du terme radiatif considérés négligeables devant les autres termes, s'écrit suivant :

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial t}}_1 + \underbrace{\overline{u_i} \frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial x_i}}_2 = \underbrace{-2\overline{u'_i \theta'}}_3 \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_i} - \underbrace{\frac{\partial \overline{u'_i \theta'^2}}{\partial x_i}}_4 - \underbrace{2\varepsilon_\theta}_5, \quad (2.52)$$

avec :

1. l'évolution temporelle de  $\overline{\theta'^2}$ ,
2. l'advection de  $\overline{\theta'^2}$  par le vent moyen,
3. la production/consommation de  $\overline{\theta'^2}$  liée au gradient de température moyenne,
4. le transport turbulent de  $\overline{\theta'^2}$ ,
5. la dissipation visqueuse de  $\overline{\theta'^2}$ .

La TPE donne ainsi une interprétation physique de  $\overline{\theta'^2}$ . L'écoulement catabatique se développe dans des situations stables, pour lesquelles l'expression 2.51 est applicable. Néanmoins, la stratification thermique peut être très faible dans la partie haute du jet. Son estimation précise est délicate, pouvant ainsi introduire un biais non négligeable dans la détermination de  $e_P$ .

Sur sol plat, le terme de flottabilité de l'équation bilan de TKE (Eq. 2.31) s'écrit  $(g/\overline{\theta})\overline{w'\theta'}$ . Dans l'équation bilan de TPE, le terme  $-2\overline{u'_i \theta'} \partial \overline{\theta} / \partial x_i$  du bilan de variance thermique (Eq. 2.52) s'écrit  $-(g/\overline{\theta})\overline{w'\theta'}$  (sous les hypothèses d'homogénéité horizontale et  $\alpha = 0$ ). Ainsi sur sol plat, le terme lié au flux turbulent de chaleur sensible s'annule dans l'équation bilan de TME, et génère un transfert d'énergie entre TPE et TKE. Cette simplification dans l'équation bilan de TME n'est pas possible dans un écoulement catabatique, ou sur sol incliné. Dans l'équation bilan de TPE, ce terme est alors fonction des flux turbulents de chaleur  $\overline{w'\theta'}$  et  $\overline{u'\theta'}$ , ainsi que de l'inclinaison des isothermes (qui peut être différente de  $\alpha$ ). La TPE, par le biais de  $\overline{\theta'^2}$ , joue également un rôle clef sur les flux turbulents de chaleur. Après simplification des termes de Coriolis, de diffusion moléculaire et de pression et du terme de corrélation entre les fluctuations turbulentes de vitesse et de flux radiatif, l'expression du bilan de ces flux turbulents de chaleur sensible s'exprime d'après Stull (1988) par :

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{u'_i \theta'}}{\partial t}}_1 + \underbrace{\overline{u_j} \frac{\partial \overline{u'_i \theta'}}{\partial x_j}}_2 = \underbrace{-\overline{u'_j \theta'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_3 - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j}}_4 + \underbrace{g_i \frac{\overline{\theta'^2}}{\overline{\theta}}}_5 - \underbrace{\frac{\partial \overline{u'_i u'_j \theta'}}{\partial x_j}}_6 + \underbrace{\frac{1}{\overline{\rho}} \left[ \overline{P' \frac{\partial \theta'}{\partial x_i}} \right]}_7 - \underbrace{2\varepsilon_{u_i \theta}}_8, \quad (2.53)$$

avec :

1. l'évolution temporelle du flux turbulent  $\overline{u'_i \theta'}$ ,
2. l'advection de  $\overline{u'_i \theta'}$  par le vent moyen,
3. la production/consommation de  $\overline{u'_i \theta'}$  liée au gradient de vitesse moyenne,
4. la production/consommation de  $\overline{u'_i \theta'}$  liée au gradient de température moyenne,
5. la production/consommation de  $\overline{u'_i \theta'}$  liée à la flottabilité,
6. le transport turbulent de  $\overline{u'_i \theta'}$ ,
7. la redistribution des composantes du flux  $\overline{u'_i \theta'}$  par la pression,
8. la dissipation visqueuse de  $\overline{\theta'^2}$ .

À partir des équations bilans de  $\overline{\theta'^2}$  et de  $\overline{w'\theta'}$ , Loboeki (2017) montre que cette rétroaction entre TPE et flux turbulents de chaleur sensible génère un mode oscillatoire sur la turbulence, lié à la fréquence de Brunt-Väisälä  $N$ .

Pour un cas stable sur sol plat, Zilitinkevich et al. (2008) caractérisent le régime d'écoulement à partir de l'intensité relative de la TPE et de la TME. Ils séparent ainsi les régimes faiblement stables, dans lesquels le mélange turbulent est très présent et  $e_P$  est inférieure à 10% de la TME, des régimes fortement stables, dans lesquels le mélange turbulent est faible et  $e_P$  est plus marquée, pouvant atteindre jusqu'à 25% de la TME.

## 2.10 Paramètres de stabilité et mélange turbulent

Parmi les paramètres pour quantifier la stabilité de l'atmosphère, les plus classiques sont le nombre de Richardson de gradient  $Ri$ , le nombre de Richardson de flux  $Rf$  et la longueur de Monin-Obukhov  $L_{MO}$ .

### 2.10.1 Nombre de Richardson de flux

Au premier ordre, l'équation bilan de TKE (Eq. 2.31) peut s'écrire  $P_B^e + P_M^e \approx \varepsilon$ , les termes de variabilité temporelle, d'advection et de transport étant considérés d'un ordre de grandeur inférieur aux termes restants. Le nombre de Richardson de flux  $Rf$  quantifie la contribution relative des effets de flottabilité et de cisaillement dans l'évolution de la TKE. Il est donc défini à partir des principaux termes du bilan de TKE ( $P_B^e$  et  $P_M^e$ ) tel que (Stull, 1988) :

$$Rf = -\frac{P_B^e}{P_M^e} = \frac{g_i}{\theta} \frac{\overline{u'_i \theta'}}{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}} \approx \frac{g}{\theta} \frac{(\overline{w' \theta'} \cos \alpha - \overline{u' \theta'} \sin \alpha)}{\overline{u' w'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}}. \quad (2.54)$$

Dans le cas classique pour lequel le terme de cisaillement  $P_M^e$  est positif,  $Rf < 0$  correspond à une couche instable du point de vue de la flottabilité (production de TKE). Une valeur très négative signifie que les effets de flottabilité sont importants par rapport aux effets mécaniques (convection libre). À l'opposé,  $Rf > 0$  correspond à  $P_B^e < 0$  et donc à une couche stable du point de vue de la flottabilité. Pour  $Rf = 0$ , on parle de régime de turbulence neutre.

### 2.10.2 Nombre de Richardson de gradient

Nous avons vu dans la Section 2.1.3 que le gradient de température potentielle virtuelle définit la stabilité statique de l'atmosphère. Pour caractériser totalement la stabilité de l'atmosphère, il est possible de prendre en compte également le profil de vitesse  $\overline{u}$ . Dans ce cas, on parle de stabilité dynamique et elle peut être quantifiée par le nombre de Richardson de gradient  $Ri$ . Ce nombre est défini à partir du nombre de Richardson de flux  $Rf$ , grâce aux modèles de fermeture 2.25 et sous l'hypothèse que  $Pr_t = 1$  (Stull, 1988).

$$Ri = \frac{g}{\theta} \cos \alpha \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z} \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right)^{-2} \quad (2.55)$$

Plus  $Ri$  est grand, plus l'écoulement est stable d'un point de vue dynamique. Ainsi, pour un même gradient thermique, augmenter le gradient vertical de vitesse revient à diminuer la stabilité dynamique de l'écoulement.

### 2.10.3 Longueur de Monin-Obukhov

La longueur de Monin-Obukhov  $L_{MO}$  est définie en normalisant le terme de flottabilité  $P_B^e$  de l'équation bilan de TKE (Eq. 2.31), estimé en surface (Section 2.1.1) par  $-u_*^3/\kappa z$ . La vitesse de frottement est déterminée comme  $u_* = \sqrt{-(u'w')_s}$  et  $\kappa \approx 0.38$  est la constante de von Kármán (Andreas et al., 2006; Foken, 2006; Segalini et al., 2013).  $L_{MO}$  a été définie sur sol plat ( $\alpha = 0^\circ$ ) :

$$L_{MO} = -\frac{\bar{\theta} u_*^3}{\kappa g \overline{w'\theta'_s}}. \quad (2.56)$$

La longueur de Monin-Obukhov est une grandeur métrique proportionnelle à la hauteur au-delà de laquelle les effets de flottabilité prennent le pas sur les effets mécaniques. En réalité, Nieuwstadt (1984) a observé que les flux varient significativement avec  $z$  (ce qui est le cas dans un écoulement catabatique de manière particulière comme nous le verrons dans le Chapitre 5). Il propose alors d'utiliser le "local scaling", c'est-à-dire de définir un paramètre local en utilisant le flux au niveau de mesures et non en surface. Cependant, la longueur de Monin-Obukhov a été définie pour une couche limite atmosphérique sur sol plat, alors que le nombre de Richardson de flux est défini directement à partir des termes du bilan de TKE. Il est donc délicat de définir  $L_{MO}$  dans le repère de la pente (Grisogono et al., 2007). Oldroyd et al. (2016a) l'ont fait et ils ont montré que l'impact de  $\alpha$  était moins fort sur  $L_{MO}$  que sur  $Rf$  dans leurs mesures. Dans ce manuscrit, nous nous appuyerons seulement sur le nombre de Richardson de flux  $Rf$ .

### 2.10.4 Nombre de Richardson de cisaillement turbulent

De la même manière que pour  $Rf$ , Bradshaw (1969) définit le nombre de Richardson de cisaillement turbulent  $Rs$  (*stress* en anglais) à partir de l'équation bilan de  $\overline{u'w'}$  :

$$Rs = -\frac{P_B^s}{P_M^s} = \frac{\frac{gk}{\theta} \overline{u'_i \theta'} - \frac{g_i}{\theta} \overline{u'_k \theta'}}{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} + \overline{u'_k u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}} \approx \frac{g}{\theta} \frac{(\overline{u' \theta'} \cos \alpha + \overline{w' \theta'} \sin \alpha)}{\overline{w'^2} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}}. \quad (2.57)$$

Ce nombre  $Rs$  n'a a priori jamais été appliqué à des écoulements catabatiques dans la littérature. Il a été utilisé dans une couche limite atmosphérique par Wyngaard et al. (1971), en parallèle du nombre de Richardson de flux  $Rf$ , pour comparer les effets de cisaillement et de flottabilité dans les bilans de TKE et du flux turbulent de quantité de mouvement selon la stabilité ambiante (de neutre à très instable).

### 2.10.5 Efficacité de mélange

À la différence du nombre de Richardson de flux  $Rf$  qui compare les effets relatifs de flottabilité et de cisaillement, l'efficacité de mélange  $Rm$  compare le transfert d'énergie de la TKE vers la TPE à l'énergie produite/détruite par cisaillement mécanique ou flottabilité (Gregg et al., 2018). Au premier ordre, la composante normale à la paroi du terme de flottabilité  $P_B^e(\overline{w'\theta'})$  est proportionnelle au transfert d'énergie vers la TPE, alors que sa composante longitudinale  $P_B^e(\overline{u'\theta'})$  est majoritairement un terme de production/consommation de TKE. L'efficacité de mélange peut donc

être définie au premier ordre par :

$$Rm = -\frac{P_B^e(\overline{w'\theta'})}{P_B^e(\overline{w'\theta'}) + P_M^e}. \quad (2.58)$$

Dans un écoulement catabatique, ce paramètre est toujours positif. Sur sol plat, et dans une couche limite turbulente stratifiée stable, l'énergie cinétique turbulente est produite par cisaillement et convertie en énergie potentielle turbulente par les effets de flottabilité. Dans ce cas, l'efficacité de mélange est définie par le nombre de Richardson de flux ( $Rm = Rf$ ).

## 2.11 Région interne du jet et couche limite turbulente

### 2.11.1 Couche limite turbulente neutre

Dans une couche limite turbulente neutre, la dissipation de TKE peut être décrite comme  $\varepsilon = u_*^3/L_\varepsilon$  avec  $L_\varepsilon = \kappa z$ , la longueur dissipative (Pope, 2000). La production mécanique de TKE  $-\overline{u'w'}\partial\bar{u}/\partial z$  peut également être exprimée de manière similaire, sous la forme  $-u_*^3/l_m$ , avec  $l_m$ , la longueur de mélange de quantité de mouvement. Dans une couche limite turbulente neutre, la production mécanique équilibre la dissipation au premier ordre, ce qui revient à dire que  $l_m = \kappa z$ .

D'après Pope (2000, Eq. 8.2), le coefficient de viscosité turbulente  $K_m$  peut être modélisé par  $l_m^2|\partial\bar{u}/\partial z|$ . En combinant cette dernière expression au modèle de fermeture 2.25a on obtient :

$$-\overline{u'w'} = u_*^2 = \left( \kappa z \frac{\partial\bar{u}}{\partial z} \right)^2. \quad (2.59)$$

Ainsi, on peut dériver le profil de vitesse d'une couche limite turbulente sur sol plat, dans la couche à flux constant (c'est-à-dire qu'on y observe moins de 10% de variation de  $\overline{u'w'}$ ). Le profil de vitesse  $\bar{u}$  est décrit par une forme logarithmique telle qu'exprimée dans Stull (1988) et Schultz et Flack (2007) par :

$$U^+ = \frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0}, \quad (2.60)$$

avec  $z_0$ , la rugosité aérodynamique de la surface. Cette loi est valable pour  $z^+ = zu_*/\nu > 30$  (Pope, 2000). D'après Rajaratnam (1976), Myers et al. (1961), Tachie et al. (2002) et Villafruela et al. (2008), cette loi serait applicable à la partie basse des jets de paroi.

### 2.11.2 Couche limite turbulente stratifiée stable

Dans une couche limite stratifiée stable, le terme de flottabilité de l'équation bilan de TKE s'ajoute à l'équilibre entre le terme de production mécanique et le terme de dissipation turbulente. Dans ce cas, l'équation 2.59 est corrigée par un terme lié à la flottabilité et s'exprime sous la forme (Denby et Smeets, 2000; Zilitinkevich et Calanca, 2000) :

$$u_* \left( 1 + \alpha_m \frac{z}{L_{MO}} \right) = \kappa z \frac{\partial\bar{u}}{\partial z}, \quad (2.61)$$

où  $\alpha_m$  est une constante de l'ordre de 5 (Stull, 1988; Kaimal et Finnigan, 1994; Denby et Smeets, 2000). La dérivation du profil de vitesse  $\bar{u}$  aboutit alors à la loi logarithmique applicable dans le cas neutre, avec une correction linéaire due à la flottabilité :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} + \frac{\alpha_m}{\kappa} \frac{z}{L_{MO}}. \quad (2.62)$$

Nous verrons par la suite que dans une couche limite catabatique,  $z \ll L_{MO}$ , et la correction linéaire de flottabilité n'a pas lieu. On verra également que d'autres effets liés à la pente apparaissent dans la loi de vitesse.

### 2.11.3 Couche limite turbulente thermique

Par analogie avec l'équation 2.59, on peut adimensionner le gradient de température, qui vaut alors  $Pr_t$  dans une couche limite turbulente neutre et qui nécessite une correction de stabilité dans une couche limite stratifiée stable :

$$\theta_* \left( Pr_t + \alpha_h \frac{z}{L_{MO}} \right) = \kappa z \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}. \quad (2.63)$$

Le paramètre  $\alpha_h$  est une constante du même ordre que  $\alpha_m$ . On obtient ainsi une loi logarithmique pour le profil de température similaire à la loi logarithmique pour la vitesse  $\bar{u}$ , avec une correction linéaire dans le cas stratifié stable :

$$\theta^+ = \frac{\bar{\theta}}{\theta_*} = \frac{Pr_t}{\kappa} \ln \frac{z}{z_h} + \frac{\alpha_h}{\kappa} \frac{z}{L_{MO}}, \quad (2.64)$$

où  $z_h$  est la hauteur de rugosité thermique et  $\theta_*$  est la température de frottement. Cette relation sera peu utilisée dans le travail présent, par manque de données de température et de flux turbulent de chaleur sensible dans la couche de surface du jet catabatique.

## 2.12 Analyse spectrale

La turbulence est représentée par un ensemble de tourbillons à des échelles allant de la dimension de l'écoulement jusqu'à l'échelle de Kolmogorov  $\eta$  (Section 2.2.1).

### 2.12.1 Hypothèses de Kolmogorov et loi de Kolmogorov en $-5/3$

#### Première hypothèse

Le comportement des petites échelles est entièrement déterminé par  $\nu$  et par  $\varepsilon$ . Il est donc possible de définir, par analyse dimensionnelle, les plus petites échelles de la turbulence (échelles de Kolmogorov) à partir de ces deux paramètres :

$$\eta = \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \quad \text{Échelle de longueur,} \quad (2.65a)$$

$$u_\eta = (\varepsilon \nu)^{1/4} \quad \text{Échelle de vitesse,} \quad (2.65b)$$

$$\tau_\eta = \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \quad \text{Échelle de temps.} \quad (2.65c)$$

### Seconde hypothèse

À ces petites échelles, les structures turbulentes s'adaptent suffisamment vite pour atteindre un état d'équilibre avec le transfert d'énergie imposé par les grandes échelles :  $\varepsilon$  correspond donc au taux de transfert d'énergie dans la zone inertielle et ne dépend donc pas de la viscosité moléculaire  $\nu$ . La zone inertielle est ainsi déterminée entièrement par  $\varepsilon$ .

Le spectre dans cette gamme d'échelle suit une loi en puissance  $-5/3$  du nombre d'onde. Cette constante provient d'une analyse dimensionnelle de la forme du spectre, dans laquelle on considère que les gradients moyens n'affectent pas les propriétés de la zone inertielle. Ainsi, la densité spectrale d'énergie de la composante  $\bar{u}$  des vitesses en fonction du nombre d'onde  $k_x$  suivant la direction  $x$  s'exprime selon Pope (2000, Eq. 6.240) par ( $K_s = 0.5$ ) :

$$S_{uu} = K_s \varepsilon^{2/3} \kappa_x^{-5/3}. \quad (2.66)$$

#### 2.12.2 Échelles spectrales

En plus de l'échelle de Kolmogorov  $\eta$  qui définit les plus petites échelles de la turbulence, on peut également définir les échelles intégrales et de Taylor.

##### Échelle intégrale

L'échelle intégrale  $L$  représente les plus grandes échelles de la turbulence, qui contiennent la plus grande partie de l'énergie spectrale :

$$L = \int_0^{r_0} R_{uu}(r) dr. \quad (2.67)$$

$R_{uu}$  est la fonction d'auto-corrélation de la vitesse  $u$ , qui quantifie le degré de corrélation entre la vitesse au point  $r$  et la vitesse au point  $r + \delta r$  (Kaimal et Finnigan, 1994) et la borne  $r_0$  est la plus petite valeur pour laquelle la fonction d'auto-corrélation s'annule,  $R_{uu}(r_0) = 0$ .

$$R_{uu} = \frac{\overline{u'(t)u'(t + \delta t)}}{\sigma_u^2} \quad (2.68)$$

Le signal temporel est transformé en signal spatial via l'adaptation de l'hypothèse de Taylor (Eq. 2.42), tel que  $\delta r = u\delta t$ .  $\sigma_u^2$  est l'écart-type du signal.

##### Échelle de Taylor

L'échelle de Taylor  $\lambda$  est l'échelle à partir de laquelle les effets de viscosité deviennent non négligeables par rapport aux autres processus. Il s'agit donc de la limite entre la zone inertielle et la zone dissipative et on la reconnaît graphiquement comme le maximum de la fonction  $k^2 S_{uu}$ . Elle est déterminée à partir des paramètres caractéristiques de la zone dissipative, et d'une échelle de vitesse (souvent sa variance) :

$$\lambda = \sqrt{15 \frac{\nu}{\varepsilon} u'^2}. \quad (2.69)$$



## Chapitre 3

# Les outils pour l'étude expérimentale des vents catabatiques

### 3.1 Site expérimental

Le site d'étude est situé dans le massif de Belledonne (face ouest du Grand Colon, Fig. 3.1a), à seulement quelques kilomètres du système de vallées de l'agglomération de Grenoble, connu pour ses épisodes de pollution (Largeron et Staquet, 2016). Il a été choisi pour sa proximité, sa facilité d'accès, ainsi que pour la forte pente qui le caractérise (Fig. 3.1c). L'angle de la pente topographique  $\alpha$  est déterminé à partir du modèle numérique de terrain BD ALTI <sup>®</sup>, à 25 m de résolution horizontale. Il est évalué à environ  $30^\circ$  au niveau du site de mesures principal (Fig. 3.2), situé à une altitude de 1788 m dans la zone d'alpage au-dessus de la forêt.

Trois campagnes de mesures ont eu lieu sur ce site en novembre 2012, avril 2015 et février 2019, toutes en conditions anticycloniques. Dans ces conditions météorologiques, le forçage synoptique très faible et le caractère stationnaire des anticyclones permettent d'isoler les vents catabatiques et d'éviter que ceux-ci ne soient perturbés par la variabilité météorologique régionale. De plus, l'absence de nuages lors d'un épisode anticyclonique permet un refroidissement radiatif important. Les écoulements catabatiques sont ainsi particulièrement marqués (Oke, 2002), de sorte que les conditions anticycloniques sont un contexte privilégié pour l'étude de ces vents.

Les données de la campagne de mesures de novembre 2012, utilisées dans la thèse de Blein (2016), ont été réanalysées et approfondies dans le cadre de ce travail en particulier pour évaluer l'équilibre entre flottabilité et cisaillement mécanique dans un jet catabatique sur forte pente. La campagne de mesures de février 2019 a été effectuée dans le cadre de cette thèse et constitue l'apport principal en termes de génération et d'utilisation d'un jeu de données d'un écoulement catabatique sur pente forte. Les apports potentiels de la campagne de mesures de 2015 sont présentés dans l'Annexe D.



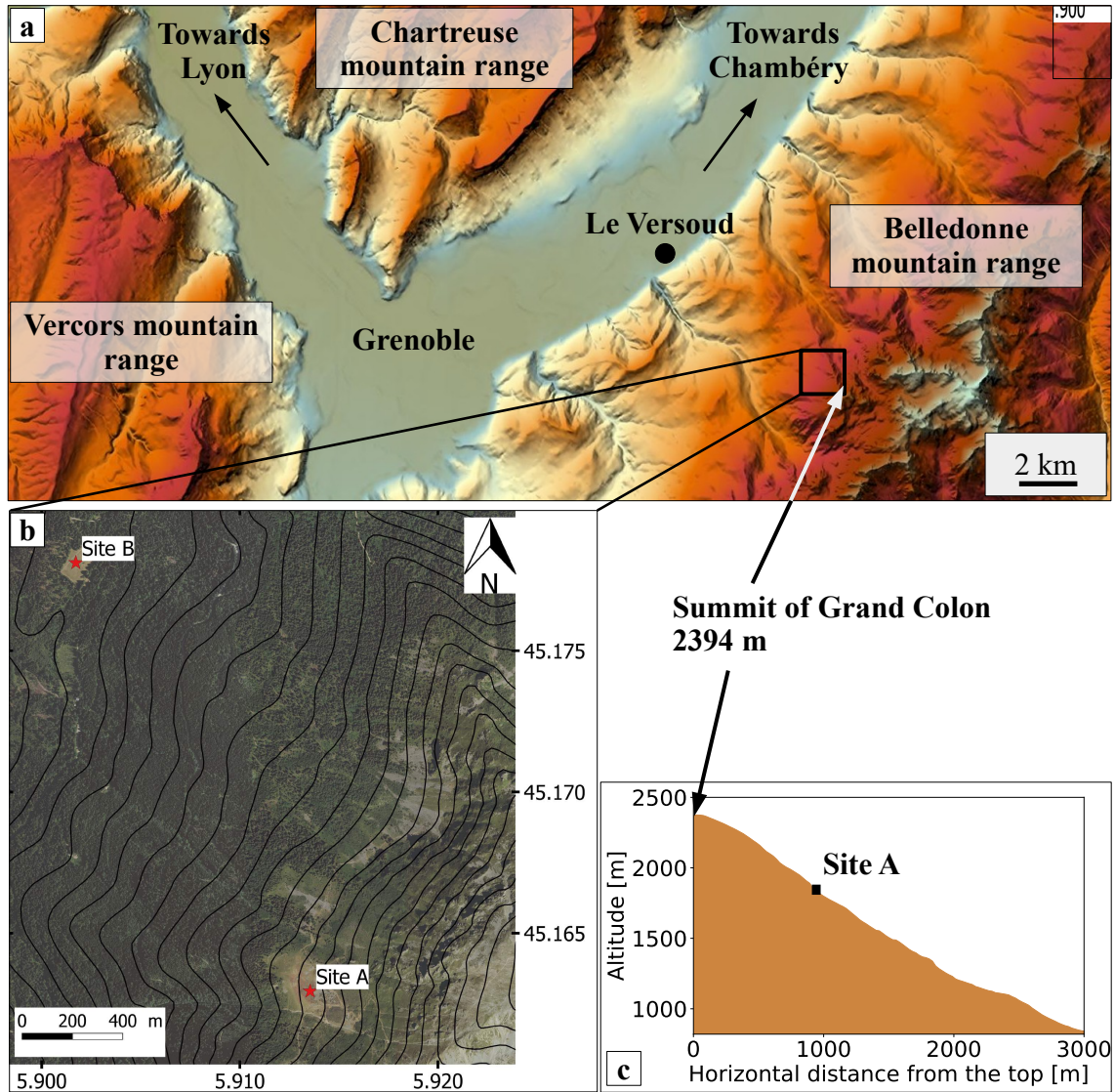


FIGURE 3.1 – (a) Mountain ranges and topographic configuration close to the city of Grenoble. (b) Topographic map of the western face of Grand Colon, with the main station (Site A - 2012 and 2019) and the clearing from which tethered balloon profiles were realized (Site B - 2019). Contour lines are vertically spaced by 50 m. (c) Topography of the measurement slope.

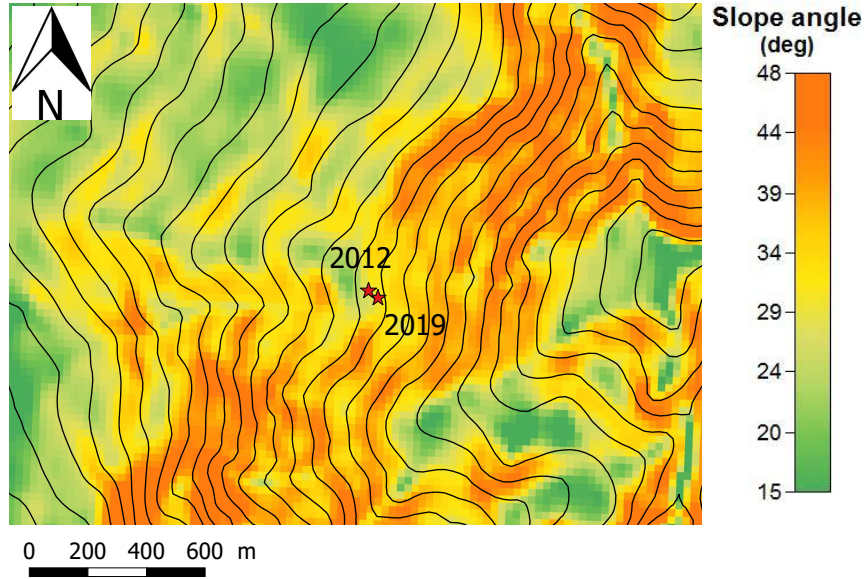


FIGURE 3.2 – Topographic slope angle map, determined from a Digital Elevation Model (BD ALTI <sup>®</sup>) with a 25 m horizontal resolution. Red stars are the main measurement sites for the 2012 and 2019 field experiments. They were superimposed on Site A on the scale of Figure 3.1.

## 3.2 Instrumentation : principe physique

Cette section décrit le fonctionnement des trois principaux types de capteurs utilisés : les anémomètres soniques, les thermocouples et le pitot 3D (Cobra). Le modèle détaillé de chaque capteur est donné dans la description du mât de mesures plus loin dans ce chapitre.

### 3.2.1 Anémomètres soniques

Les anémomètres soniques sont composés de paires de transducteurs. Chacune émet et reçoit une onde ultrasonique. La durée du trajet de l'onde entre les deux transducteurs d'une paire est fonction de la vitesse du vent  $V_d$  et de la vitesse du son dans l'air  $c$  le long de l'axe des transducteurs. Soit  $t_1$ , le temps que met l'onde ultrasonique pour aller du transducteur A au transducteur B éloignés d'une distance  $d$ , et  $t_2$ , le temps que met l'onde pour aller du transducteur B au transducteur A :

$$t_1 = \frac{d}{c + V_d} \quad ; \quad t_2 = \frac{d}{c - V_d}. \quad (3.1)$$

Par construction, la vitesse du vent  $V_d$  et la vitesse du son dans l'air  $c$  le long de l'axe de la paire de transducteurs s'expriment telles que (Kaimal et Finnigan, 1994) :

$$V_d = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) \quad ; \quad c = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right). \quad (3.2)$$

La vitesse du son est fonction de la densité de l'air, et est donc reliée à sa température et à son humidité. On peut construire une température appelée température sonique  $T_s$ , définie par (Kaimal

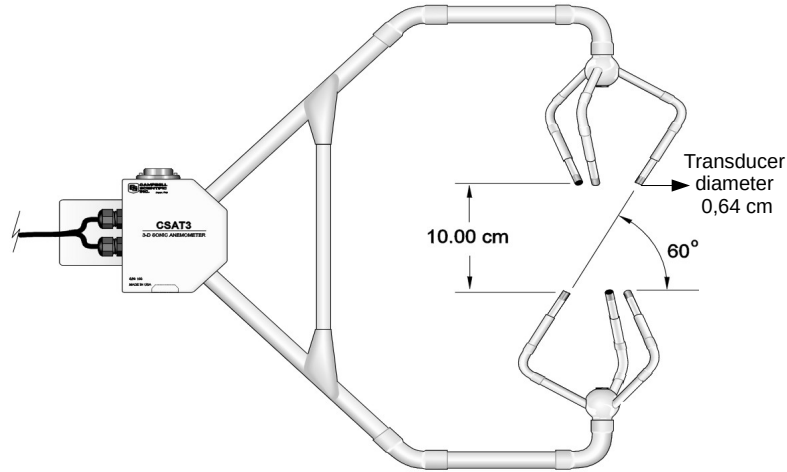


FIGURE 3.3 – Sonic anemometer CSAT3, from [www.campbellsci.fr](http://www.campbellsci.fr)

et Finnigan, 1994) :

$$T_s = \frac{c^2}{\gamma_d R}. \quad (3.3)$$

$\gamma_d = 1.4$  est le rapport de la chaleur spécifique de l'air sec à pression constante et de la chaleur spécifique de l'air sec à volume constant.

Un anémomètre sonique 2D est équipé de deux paires de transducteurs ; un anémomètre 3D est équipé de trois paires de transducteurs, permettant de déterminer les trois composantes de la vitesse. La configuration du CSAT3 (Campbell Scientific), principal anémomètre utilisé, est présentée sur la Figure 3.3.

### 3.2.2 Pitot 3D - Cobra

Un pitot classique, utilisé face à l'écoulement, permet de déterminer sa vitesse. Pour cela, le capteur est constitué de deux tubes dont les orifices sont situés l'un face à l'écoulement, l'autre perpendiculaire à l'écoulement (Fig. 3.4a). L'orifice A est à la pression statique, l'orifice B est à la pression d'arrêt, soit la somme des pressions statique et dynamique. La mesure de la différence de pression entre les deux orifices donne donc accès à la pression dynamique, et permet de déterminer la vitesse de l'écoulement grâce à la relation de Bernoulli :

$$P_B - P_A = \frac{1}{2} \rho V_d^2. \quad (3.4)$$

Le pitot 3D (Cobra de Turbulent Flow Instrumentation) utilisé lors de la campagne de mesures de février 2019, fonctionne sur ce principe, mais sa tête (2.6 mm) comprend quatre orifices orientés avec une ouverture de l'ordre de 30° les uns par rapport aux autres. (Figs. 3.4b). Cela permet de capturer la pression dynamique dans les trois directions de l'espace, et donc de déduire les trois

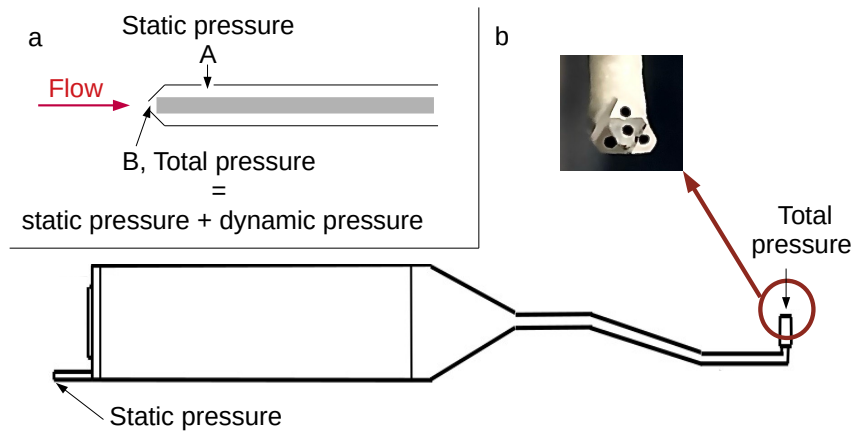


FIGURE 3.4 – (a) Operating principle of a simple pitot tube. (b) Design of the Cobra pitot tube and its head

composantes de la vitesse de l'écoulement après projection. Pour cela, les orifices sont reliés à un transducteur de pression différentielle, situé à l'intérieur de la sonde. L'inertie de la réponse du capteur est réduite du fait de la taille des orifices (de l'ordre du dixième de millimètre) et de la courte distance entre les orifices et le transducteur différentiel. La fonction de transfert du capteur est calibrée à sa conception et permet des mesures à haute fréquence, de l'ordre de 1250 Hz sans atténuation critique du signal.

### 3.2.3 Thermocouples

Le fonctionnement du thermocouple est basé sur l'effet Seebeck : dans un circuit fermé comprenant deux matériaux conducteurs (illustré par la Figure 3.5a), une différence de potentiel est générée si les jonctions des matériaux sont soumises à des températures différentes ( $T_1 \neq T_2$ ). Dans le cadre de cette thèse, nous utilisons des thermocouples de type E (FW3), constitués de deux fils conducteurs de 0.0762 mm de diamètre, l'un en chromel (alliage chrome et nickel) et l'autre en constantan (alliage cuivre et nickel). Ces deux fils sont reliés entre eux tels que représentés sur la Figure 3.5b. La deuxième jonction de l'effet Seebeck est symbolisée par une mesure de température de référence. Dans notre cas, il s'agit d'une température dans le manteau neigeux, mesurée avec une sonde résistive (PT100). La différence de potentiel générée permet de déterminer la différence de température entre le thermocouple et la sonde PT100, et donc la température de l'air au niveau du thermocouple.

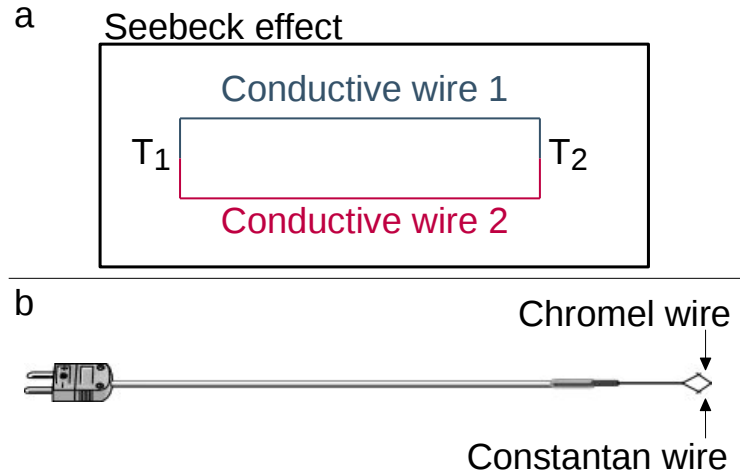


FIGURE 3.5 – (a) Seebeck effect configuration. (b) Drawing of a thermocouple, from [www.campbellsci.fr](http://www.campbellsci.fr)

### 3.3 Campagne de mesures de novembre 2012

La campagne de mesures de 2012 a eu lieu du 14 au 23 novembre dans le cadre de la thèse de Blein (2016). Un mât de mesures a été installé au niveau du Site A (Fig. 3.1b et c) à une altitude de 1770 m. La surface est couverte de cailloux et de petits rochers, et plus ponctuellement de buissons. L'angle de la pente  $\alpha$  avait été défini à partir de l'inclinaison de la ligne de courant, évaluée au premier niveau de mesures autour de  $21^\circ$  dans Blein (2016). Il a été réévalué au cours de cette thèse à  $30^\circ$  (Sect. 3.1).

Le mât de mesures est équipé de quatre niveaux d'anémomètres soniques 3D (fréquence d'acquisition  $f = 10 - 20$  Hz permettant de calculer les variances et les flux turbulents avec une bonne approximation), d'un thermo-hygromètre et d'un anémomètre sonique 2D ( $f = 0.5$  Hz), ainsi que d'un thermomètre infrarouge. Le détail du montage, ainsi que les types de capteurs utilisés, les variables mesurées et les hauteurs correspondantes sont présentés dans le Tableau 3.1.

#### 3.3.1 Détermination des épisodes catabatiques

Blein (2016) a déterminé une nuit de référence, celle pour laquelle le vent moyen dans la vallée est le plus faible parmi toutes les nuits. Le vent de vallée est déterminé à partir des réanalyses ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) toutes les 6 heures, et moyenné sur l'axe transverse à la vallée à l'aplomb du site de mesures. La nuit de référence est celle du 19 au 20 novembre 2012, avec un vent moyen inférieur à  $1 \text{ m s}^{-1}$  dans la vallée. De cette nuit, Blein (2016) a extrait deux épisodes catabatiques "pur" (18 h-22 h) et "perturbé" (0 h-3 h) relativement stationnaires et dont l'écoulement suit la direction principale de la pente. Dans le cadre de cette thèse, l'épisode pur a été raccourci de 18 h 30 à 22 h pour supprimer quelques non-stationnarités et un épisode idéal de 30 minutes (19 h 15-19 h 45) en a été extrait. En plus du critère de stationnarité et de la direction de l'écoulement imposés par Blein (2016), l'épisode idéal présente des flux turbulents transverses négligeables devant les composantes principales :  $\overline{v'w'}$ ,  $\overline{u'v'}$   $\ll$   $\overline{u'w'}$  et  $\overline{v'\theta'}$   $\ll$   $\overline{w'\theta'}$ .


Sensors		Height z ( $\alpha=21^\circ$ )	Height z ( $\alpha=30^\circ$ )	Measured variables
	WindMaster Pro (Gill Instruments) $f = 10$ Hz	6.31 m	5.88 m	3D wind speed Sonic temperature
	CSAT3 (Campbell Scientific) $f = 20$ Hz	3.98 m	3.7 m	3D wind speed Sonic temperature
	WindSonic 2D (Gill Instruments) $f = 0.5$ Hz	3.08 m	2.87 m	2D wind speed
	CSAT3 (Campbell Scientific) $f = 20$ Hz	1.77 m	1.65 m	3D wind speed Sonic temperature
	CS215 (Campbell Scientific) $f = 0.5$ Hz	1.59 m	1.48 m	Temperature Relative humidity
	CSAT3 (Campbell Scientific) $f = 20$ Hz	1 m	0.93 m	3D wind speed Sonic temperature
KT15 (Heitronics) $f = 0.5$ Hz			Surface temperature	

TABLE 3.1 – Measurement mast in November 2012. The height of the sensors is provided for the two coordinate systems tilted by  $\alpha = 21^\circ$  and  $\alpha = 30^\circ$ .  $f$  stands for acquisition frequency.

Cet épisode idéal sera l'épisode d'étude de cette campagne, auquel s'ajouteront cinq autres épisodes catabatiques définis sur la base des critères suivants :

1. la stationnarité des quantités moyennes et flux/variances,
2. un gradient de température positif,
3. un profil de vitesse  $\bar{u}(z)$  cohérent avec la forme d'un jet.

Ces épisodes sont listés dans le Tableau 3 de Charrondière et al. (2020), inséré dans le Chapitre 6.

### 3.3.2 Rotation des données dans le repère de la ligne de courant

Les capteurs n'ayant pas d'inclinomètre intégré, les épisodes catabatiques sont observés dans le repère des lignes de courant à chaque niveau de mesures. Pour cela, les données de vitesse de vent  $u$ ,  $v$  et  $w$  ont subi une double rotation pour annuler les composantes  $V$  et  $W$  en moyenne sur

l'ensemble de chaque épisode (où les majuscules correspondent à la moyenne du champ sur la durée de l'épisode).

### 3.3.3 Détermination du temps d'intégration

La décomposition de Reynolds permet de séparer le champ instantané en une valeur moyenne représentative des conditions méso-échelles et une fluctuation autour de cette moyenne. Ces deux gammes d'échelles – moyenne et turbulente – sont séparées par une échelle à laquelle l'intensité spectrale de l'écoulement est plus faible par rapport aux autres échelles : le gap spectral (Section 2.2.1). Définir l'échelle de ce gap spectral est une étape nécessaire pour connaître le temps d'intégration optimal à utiliser dans la décomposition de Reynolds. Choisir un temps d'intégration trop long revient à intégrer dans les flux des structures méso-échelles. A contrario, utiliser un temps d'intégration trop court revient à négliger les plus grandes échelles de la turbulence, et engendre une sous-estimation des variances et des flux calculés par rapport aux quantités turbulentes réelles.

Le meilleur compromis est donc d'utiliser celui qui élimine les contributions méso-échelles tout en prenant en compte l'ensemble des échelles de la turbulence. Une procédure couramment utilisée dans la littérature pour déterminer cette échelle optimale est la décomposition multi-résolution (MRD) des flux (Howell et Mahrt, 1997; Vickers et Mahrt, 2003). Cette méthode permet de calculer pour chaque échelle  $m$  la contribution au flux qui lui est associée. Le gap spectral se situe à l'échelle intermédiaire pour laquelle la contribution au flux est minimale.

Prenons l'exemple du flux  $\overline{a'b'}$ , déterminé à partir d'un jeu de données  $a_i$  et d'un jeu de données  $b_i$  chacun constitués de  $2^M$  points;  $a$  et  $b$  peuvent être une composante de la vitesse ou une variable d'intérêt non vectorielle comme la température. Pour chaque échelle  $m$ , le jeu de données est séparé en  $2^{M-m}$  segments de longueur  $2^m$ . Pour le segment  $n$ , on peut calculer une moyenne  $\bar{a}_n(m)$  des  $2^m$  points. Cette procédure est utilisée des grandes échelles vers les petites échelles, et filtre au fur et à mesure les contributions des échelles supérieures à l'échelle  $m$ . Ainsi, la moyenne du segment  $n$  à l'échelle  $m$  est définie à partir des résidus des échelles supérieures selon l'équation 3.5, appliquée de  $m = M$  à  $m = 0$ ;

$$\bar{a}_n(m) = \frac{1}{2^m} \sum_{i=(n-1)2^m+1}^{n2^m} ar_i(m). \quad (3.5)$$

Dans l'équation 3.5,  $ar_i(m) = ar_i(m+1) - \bar{a}_n(m+1)$  sauf pour  $m = M$  où  $ar_i(M) = a_i$ . Les contributions  $D_{ab}(m)$  de chaque échelle aux variances ou aux flux sont ensuite déterminées par l'équation 3.6, où  $b_i = a_i$  pour les variances et  $b_i \neq a_i$  pour les flux :

$$D_{ab}(m+1) = \frac{1}{2^{M-m}} \sum_{n=1}^{2^{M-m}} \bar{a}_n(m)\bar{b}_n(m). \quad (3.6)$$

Le flux turbulent ou la variance est la somme des contributions  $D_{ab}$  pour des échelles inférieures au gap spectral :

$$\overline{a'b'} = \sum_{m=0}^{\text{Gap spectral}} D_{ab}(m). \quad (3.7)$$

Pour faciliter la compréhension de cette méthode, un exemple d'application est donné dans Vickers et Mahrt (2003) pour  $M = 3$ . Dans un écoulement catabatique, et plus généralement dans



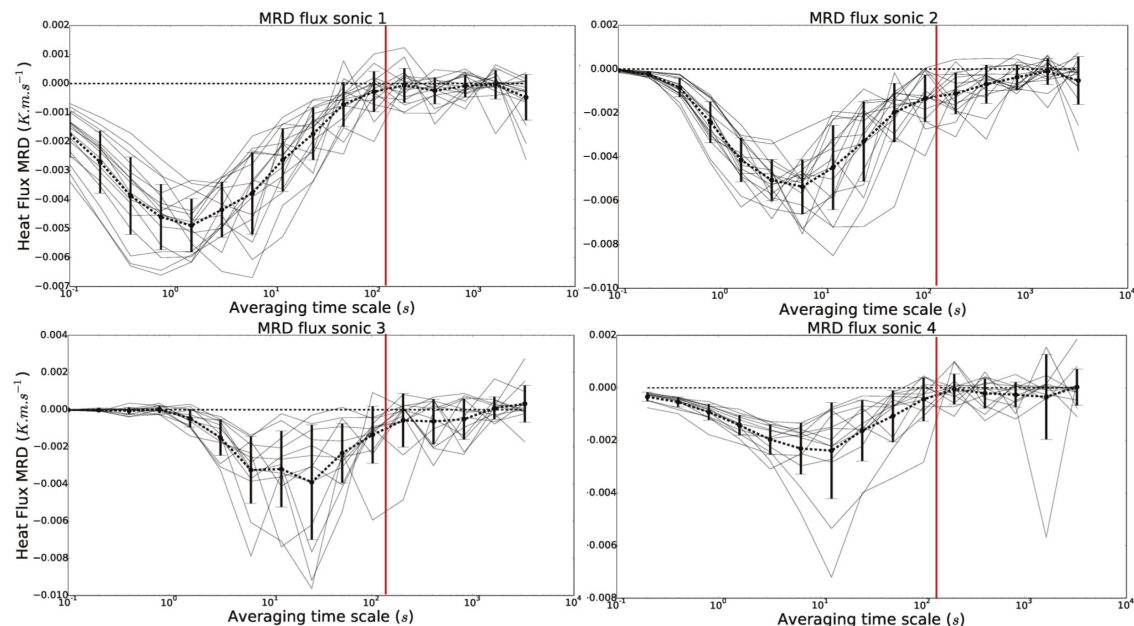


FIGURE 3.6 – Multiresolution spectra of slope-normal heat flux, extracted from Blein (2016). Spectra are computed from 1 hour long data segments corresponding to katabatic events. Sensors are numbered from the bottom to the top (3 CSAT and WindMaster from Table 3.1). The red line is of time scale  $\tau = 2$  minutes.

une couche limite atmosphérique en conditions stables, le flux turbulent de chaleur normal à la paroi  $\overline{w'\theta'}$  est négatif et ne change pas de signe avec la hauteur. Son comportement en fait donc une variable idéale pour appliquer la MRD sur toute la hauteur de l'écoulement. La Figure 3.6, extraite de Blein (2016), montre les spectres multirésolution de ce flux pour les quatre niveaux de mesures de la campagne de novembre 2012. Dans ce cas  $a = w$  et  $b = \theta$ , et les échelles varient de 1 heure à 0.1 seconde pour les CSAT et à 0.2 seconde pour le Wind Master. Sur cette figure, l'échelle du gap spectral varie entre 30 secondes et un peu plus de 3 minutes selon les niveaux de mesures. On choisit d'appliquer le temps d'intégration de 2 minutes (représenté par la ligne rouge sur la Figure 3.6) à toutes les hauteurs, car elle est un bon compromis pour prendre en compte l'essentiel du flux sans intégrer les processus de méso-échelle dans son estimation.

### 3.3.4 Séparation entre quantités moyennes et quantités turbulentes

Après rotation des données dans le repère d'étude, la décomposition entre valeurs moyennes (dans le cas présent  $\overline{u_i}$  et  $\theta$ ) et quantités turbulentes (variances des vitesses et de la température, ainsi que flux turbulents de quantité de mouvement et de chaleur sensible) est réalisée avec le logiciel EddyPro (Version 6.2.1) développé par Licor, avec la séparation d'échelle à  $\tau = 2$  minutes définie dans la section précédente. On considère également que les séries de mesures ne présentent pas de dérive temporelle (pas de *detrending* appliqué). Une fois les valeurs moyennes et les quantités turbulentes déterminées, l'ensemble de l'analyse des données a été réalisé avec Python.



### 3.4 Campagne de mesures de février 2019

Une autre campagne de mesures, plus complète, a eu lieu dans le cadre de cette thèse, du 12 au 28 février 2019. Cette campagne de mesures, complémentaire à celle de novembre 2012, a été réalisée de manière à répondre à trois problématiques récurrentes dans les études expérimentales des vents catabatiques :

1. L'entraînement d'air dans le jet a été estimé dans la littérature à l'interface entre l'écoulement catabatique et la couche limite au-dessus, mais la composante  $\bar{w}$  de la vitesse, normale à la paroi, n'a jamais été mesurée au sein du jet catabatique.
2. Mesurer précisément la turbulence dans les premières dizaines de centimètres au-dessus de la surface est difficile voire impossible en utilisant l'anémométrie sonique, à cause des effets de filtrage dus à la taille du volume de mesure des capteurs. La campagne de mesures présentée dans cette section comprend un pitot 3D dont la fréquence d'acquisition est de 1250 Hz. Les données ont pu être acquises très proches de la surface, en descendant jusqu'à 3 cm au-dessus du sol. Ce capteur donne accès aux trois composantes de la vitesse, au tenseur de Reynolds à partir duquel la dissipation peut être directement estimée, ainsi qu'aux spectres des quantités turbulentes.
3. Les mesures de turbulence réalisées à l'aide d'un mât fournissent des informations ponctuelles et fixes dans l'espace. En plus d'un mât de mesures comprenant des anémomètres soniques et des thermocouples, la campagne de mesures de février 2019 comprend un ballon captif sous lequel sont embarqués des capteurs permettant de réaliser des profils de vitesse de vent et de température juste au-dessus du mât.

Les réanalyses du centre météorologique de Berlin montrent la succession de trois anticyclones sur la France au cours de la campagne expérimentale, identifiés en bleu sur la Figure 3.7 qui présente le champ de pression au niveau de la mer sur l'Europe :

- du 12 février jusque dans la journée du 19 février,
- du 19 février jusque dans la nuit du 23 au 24 février,
- de la nuit du 23 au 24 février jusqu'à la fin de la période de mesures le 28 février.

Les cartes de pression pour l'ensemble de la campagne de mesures sont disponibles dans l'Annexe A.

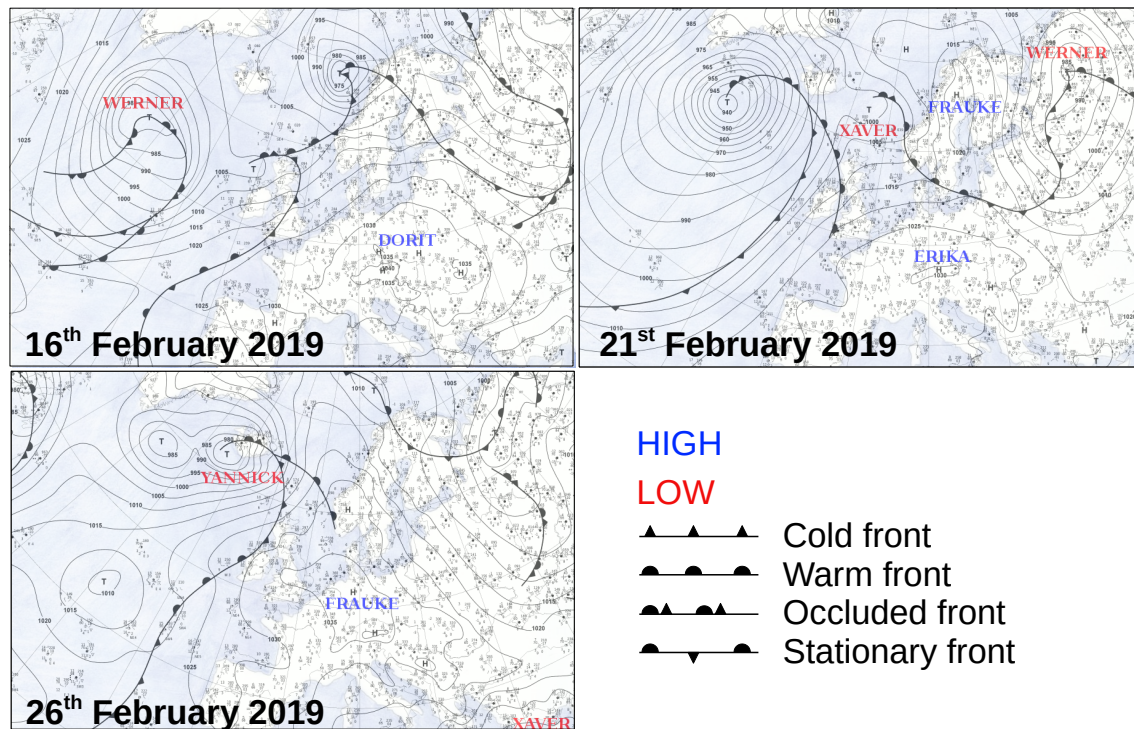


FIGURE 3.7 – Sea level pressure maps (reanalyses from the Meteorological institute of Berlin) over Europe for three days during the measurement campaign in February 2019. Each map is taken at midnight. The explanation of the different fronts is included in Appendix A.

### 3.4.1 Présentation de la campagne de mesures :

*Charrondière et al., 2022 (BLM)*

Cette section, sous forme d'un article publié dans *Boundary-Layer Meteorology* (Charrondière et al., 2022) fait office de présentation de la campagne de mesures de février 2019. L'article présente notamment le montage des anémomètres soniques permettant de mesurer la vitesse normale à la paroi, et l'utilisation du pitot 3D. Il explicite le traitement des données, et montre quelques résultats préliminaires, notamment les profils de  $\bar{w}$ , du flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  et un zoom sur le profil de vitesse  $\bar{u}$  en dessous de  $z_j$ . A travers ces résultats, on voit l'importance du choix du repère d'étude sur l'estimation des quantités turbulentes. Suite aux conclusions de l'article, les données des anémomètres soniques seront présentées dans le repère topographique tout au long de ce manuscrit, sauf mention explicite.



## Katabatic Winds over Steep Slopes: Overview of a Field Experiment Designed to Investigate Slope-Normal Velocity and Near-Surface Turbulence

Claudine Charrondière<sup>1,2</sup> · Christophe Brun<sup>1</sup> · Jean-Martial Cohard<sup>2</sup> · Jean-Emmanuel Sicart<sup>2</sup> · Martin Oblgado<sup>1</sup> · Romain Biron<sup>2</sup> · Catherine Coulaud<sup>2</sup> · Hélène Guyard<sup>2</sup>

Received: 1 January 2021 / Accepted: 24 June 2021 / Published online: 5 August 2021  
© The Author(s), under exclusive licence to Springer Nature B.V. 2021

### Abstract

We describe a new field campaign over a steep, snowy 30° alpine slope, designed to investigate three recurrent issues in experimental studies of steep-slope katabatic winds. (1) Entrainment is known to be present in katabatic jets and has been estimated at the interface between the jet and the boundary layer above it. However, to our knowledge, the slope-normal velocity component has never been measured in the katabatic jet. (2) It is hard to accurately measure turbulence in the first tens of centimetres above the surface using standard sonic anemometry due to the filtering effect of the long instrument path. The present field experiment used a three-dimensional multi-hole pitot-type probe with a high sampling frequency (1250 Hz) that was positioned as close to the surface as 3 cm. It provides three-dimensional mean velocity and Reynolds stress tensor from which dissipation can be estimated, as well as spectra for the turbulent quantities. Energy spectra reveal a well-developed inertial range and capture the inertial scales and some of the dissipative scales. (3) Measuring turbulence on a mast usually provides information about mean and turbulent quantities at certain discrete heights because the sensors are sparsely located inside the jet. We present the first measurements of well-developed katabatic flows where the full wind-speed and temperature profiles acquired, from tethered balloon are available at the location of the measurement mast, which comprises three-dimensional anemometry and thermometry.

**Keywords** Field experiment · Katabatic jet · Near-surface turbulence · Slope-normal velocity · Steep alpine slope

---

✉ Claudine Charrondière  
charrondiere.claudine@gmail.com

<sup>1</sup> Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI), Grenoble, France

<sup>2</sup> Institut des Géosciences de l'Environnement (IGE), Grenoble, France

## 1 Introduction

Katabatic winds were first discussed in the scientific literature in the 1840s (Poulos and Zhong 2008) followed by some observational reports in the 1920–1930s and by modelling and prediction of their main characteristics in the 1940s (Finnigan et al. 2020). Today interest in downslope flows is ever increasing because they play a role in many societal issues including air quality (e.g., Low 1990; Whiteman 2000; Largeron and Staquet 2016), surface energy budgets that have been the subject of studies of the impacts of climate change on glaciers (e.g., Duynkerke and Van den Broeke 1994; Van Den Broeke et al. 1994; Litt et al. 2017) and weather forecasts (Steenefeld et al. 2010). Furthermore, the large temperature and velocity gradients close to the surface affect interfacial exchanges between the surface and the planetary boundary layer, which ultimately controls mountain ecosystems (Baldocchi 2003; Sun et al. 2010). Thus, many scientific challenges are involved, including how to represent katabatic flow in numerical modelling as well as how small-scale processes and mesoscale or synoptic scales interact, among others.

Many experimental studies of katabatic flows have been conducted over gentle slopes (e.g., Smeets et al. 1998; Monti et al. 2002; Haiden and Whiteman 2005; Litt et al. 2015; Grachev et al. 2016; Jensen et al. 2017; Stiperski et al. 2020, as well as references in Poulos and Zhong 2008), but only a few in situ studies were conducted over slopes of more than  $20^\circ$  (Horst and Doran 1988; Nadeau et al. 2013a; Oldroyd et al. 2014, 2016a; Charrondière et al. 2020). On such steep slopes, the vertical axis related to buoyancy forcing differs significantly from the slope-normal axis. This characteristic cannot be ignored when studying the effect of buoyancy on turbulence kinetic energy (TKE, Oldroyd et al. 2016a; Charrondière et al. 2020). Moreover, the steeper the slope, the lower the maximum-wind-speed height (e.g., Prandtl 1942). This makes it difficult to characterize these jets using standard turbulence sensors such as sonic anemometers, especially in the inner layer close to the surface where the large separation of their paths prevents correct measurement of the relevant turbulence scales. Consequently, most of the aforementioned experimental katabatic studies over steep slopes mainly focused on the region above the maximum-wind-speed height, with limited extension in elevation. Only a few studies have tackled these widely shared scientific issues.

Rajaratnam (1976) citing Myers et al. (1961) states that the logarithmic velocity law is valid in the boundary-layer region of plane wall jets. Tachie et al. (2002) and Villafruela et al. (2008) also showed that the inner part of turbulent wall jets (below the maximum-wind-speed height) behaves in the same way as a turbulent boundary layer close to the surface. Katabatic jets are quite similar in structure to turbulent wall jets and they may develop logarithmic profiles in their lower part, possibly including marginal corrections due to buoyancy effects. However, this has never been observed for katabatic winds. In their study, Oldroyd et al. (2014) measured one level of wind speed at  $z = 0.45$  m, below the maximum-wind-speed height, which was between the two measurement levels at 0.45 m and 1.27 m for a canopy height of about 30 cm. They showed that the presence of the canopy affects the length scale of thin katabatic jets ( $\sim 1$ -m deep) but concluded that measurements below the maximum-wind-speed height were unable to measure turbulence reliably. In Charrondière et al. (2020), one sonic anemometer was located at  $z = 1$  m, below the maximum-wind-speed height at 1.36 m. These few references underline the scarcity of observations below the wind maximum, with no data on the first ten centimetres of the jet available in the literature. Observations are required in this region, particularly over steep slopes.

In addition to the lack of measurements in the lower part of the jet, turbulence and meteorological sensors on the masts are rarely positioned high enough to capture the return to zero

of the wind-speed profile predicted by the Prandtl model. Nadeau et al. (2013a) combined a tethered balloon with two turbulence masts to focus on the establishment of the katabatic flow during the evening transition. This needs to be studied more extensively, particularly in steady state conditions for comparison with theoretical models. Furthermore, the network of sensors of the i-Box (Innsbruck Box) project (Rotach et al. 2017) could provide insights into the spatial organization of such flows and their interactions over complex terrains, although this is not its primary goal.

The most appropriate coordinate system to use over a complex terrain is discussed by Sun (2007) and Oldroyd et al. (2016b). Since mean slope-normal wind shear acts parallel to the surface, it is conventional to consider a coordinate system that follows the topography. In practice, a coordinate system aligned with the streamlines is more often used in katabatic studies (e.g., Nadeau et al. 2013a; Grachev et al. 2016; Oldroyd et al. 2016a; Charrondière et al. 2020). This means that the coordinate system is not fixed in height or over time. This approach does not allow the slope-normal velocity component to be captured, since it is set to zero by construction. However, entrainment in katabatic flows has been accepted and reported for many years (e.g., Manins and Sawford 1979). Some studies (e.g., Van Den Broeke 1997; Princevac et al. 2005) estimated entrainment of air towards the katabatic jet at the interface between the jet and the layer directly above. Van Den Broeke (1997) indirectly estimated it over a glacier from closure of the integrated continuity moisture budget. He found entrainment velocity values between 0.7 and 2.4  $\text{cm s}^{-1}$ . Princevac et al. (2005) show that the entrainment coefficient, defined as the ratio of entrainment velocity to a characteristic velocity scale, decreases with increasing stability. The slope-normal velocity component inside the jet has been directly measured in wall-jet studies (e.g., Eriksson et al. 1998, with laser Doppler anemometry in laboratory), and in the external region of gravity currents (Krug et al. 2013, using the particle image velocimetry technique in the laboratory). However, to our knowledge, such results are not available for katabatic jets.

This paper describes a dedicated field experiment designed to investigate the three aforementioned problematics: (1) studying inner-layer steep-slope katabatic jets requires time-resolved turbulence measurement in the first tens of centimetres above the surface; (2) studies of the connection between the katabatic jet and the planetary boundary layer require measurements between 10 and 100 m in height above the surface; (3) the usual streamline coordinate system results in nullifying the mean velocity in the slope-normal direction and does not enable investigation of this quantity inside the jet. To do so, measurements have to be made in a coordinate system associated with the topographic slope. The first results of the experiment are presented herein.

Section 2 describes the experimental design used to investigate slope-normal velocity profiles as well as near-surface wind velocity and turbulence. Section 3 describes the post-processing procedure applied to the data. Section 4 presents our first results with a focus on measurements of slope-normal velocity component, on the turbulent momentum flux profile, and on the inner-layer region of the jet. Finally, Sect. 5 summarizes all these preliminary results and reviews avenues for further investigation.

## 2 Presentation of the Field Experiment

### 2.1 Experimental Set-Up

A 10-m mast was set up on the west face of Grand Colon in the Belledonne mountain range (French Alps) from 12 to 28 February 2019, at an altitude of 1788 m above sea level (a.s.l., Site A on Fig. 1a). The local slope was estimated using a digital elevation model (DEM, BD ALTI IGN) of the region with 25-m horizontal resolution,  $\alpha \simeq 30^\circ$ . Eleven sonic anemometers and 10 thermocouples (Table 1) were attached to the mast as shown in Fig 1b, c. The bottom 35 cm of the mast were equipped with six thermocouples to ensure the precise measurement of the expected notable temperature gradient close to the surface. The six lowest three-dimensional sonic anemometers were attached to a mounting facility (Elcom, France). Mounting brackets ensured a fixed single tilt angle ( $30^\circ \pm 1^\circ$ ) of the six sonic anemometers to the main Elcom structure (Fig. 1d). The lowest sonic anemometer (CSAT3B) was equipped with an inclinometer. The set-up was tailored to measure slope-normal velocity profiles.

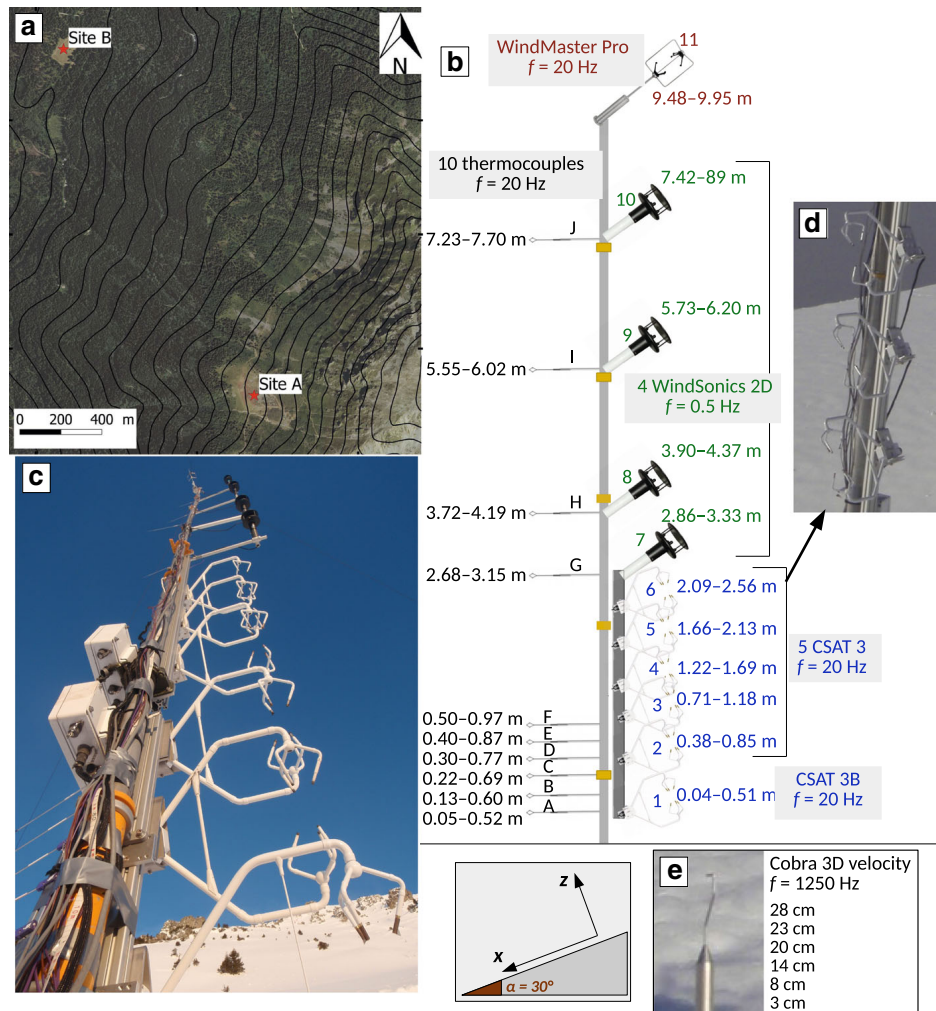
To complement turbulent measurements below the maximum wind speed, we used a three-dimensional multi-hole pitot probe (Cobra probe, Turbulent Flow Instrumentation Pty Ltd, Australia). The size of the head (2.6 mm, Fig. 1e) made measurements possible down to  $z = 3$  cm in height, with a measurement accuracy of  $0.2 \text{ m s}^{-1}$  in the range of wind speeds measured. High-frequency ( $f = 1250 \text{ Hz}$ ) 1-min time series of three-dimensional velocity components were acquired between 0555 and 0636 local time (LT = UTC + 1 h) on 28 February 2019. The cobra probe was placed on a vertical bar inserted into the snow and was moved a few centimetres along this axis by hand between each series of measurements. This protocol guaranteed that the angle of inclination of the sensor was the same for all the measurements, within  $\pm 1^\circ$ .

To complement the wind-speed and temperature katabatic profiles above the mast and to estimate the thickness of the jet, we performed soundings using a tethered balloon system at the mast location (Site A) during eight nights of the experiment (15–17 February 2019 and 22–28 February 2019). One to eleven profiles per night, up to 50–100 m in height were performed. Measurements made by the balloon sensors concern pressure, temperature (in a ventilated compartment), relative humidity, and two-dimensional wind velocity (Table 1). The sensors mounted on the tethered balloon were set at an acquisition frequency ranging between 0.5 and 1 Hz, and its vertical displacement speed was of the order of  $0.1 \text{ m s}^{-1}$ . The height of on-board sensors was determined by air pressure  $P$  and temperature  $T$  measurements through the hydrostatic relationship  $\Delta P = \rho g \Delta z$ , integrated from the surface, where  $\rho$  is density from the perfect gas law,  $P = \rho RT$  and  $R = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  for dry air.

When not used at Site A, the sensor block was attached to another tethered balloon at Site B in a clearing at a lower altitude than Site A (Fig. 1a, 1175 m a.s.l.). At Site B, the tethered balloon operated up to 300 m to provide information concerning synoptic thermal stability (see Sect. 3.1) and its vertical speed was around  $0.3 \text{ m s}^{-1}$ . The descent, realized with the help of a motorised hoist, was usually smooth and steadier than the manual ascent. The bottom few tens of metres of each profile were acquired more slowly than the upper part of the profile to account for the greater temperature gradient close to the ground, to better account for sensor response time (3–4 s).

Mean meteorological quantities (pressure, radiation fluxes, temperature, and relative humidity) were provided by a mast located 2 m away from the main turbulence mast, with a timestep of 10 min (Table 1). Surface temperature was estimated from the longwave radiation (LW) measurements, with the Stefan–Boltzmann law (Eq. 1, Davies et al. 1971),





**Fig. 1** **a** Location of Site A and Site B on a topographic map. **b** and **c** Structure of the turbulence mast.  $f$  is sampling frequency. The range of initial and final slope-normal height of each sensor along the field experiment is also presented. **d** CSAT fixing system. **e** Cobra pitot-type probe with its associated slope-normal measurement heights

where  $\epsilon = 0.99$  is snow emissivity (e.g., Dozier and Warren 1982; Geiger et al. 2009) and  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  is the Stefan–Boltzman constant

$$T_s = \left( \frac{LW_{\text{up}} - (1 - \epsilon)LW_{\text{down}}}{\epsilon\sigma} \right)^{1/4}. \quad (1)$$

The surface was covered with 2 m of snow, and the last snowfall occurred the day before the beginning of the experiment. The snow melted and was packed, thereby reducing quasi-linearly the snow depth by about 50 cm over the course of the two-week measurement campaign. This caused variations in the measurement heights as the mast was set up on a rocky surface prior to the snowfall event. A sonic-ranging sensor (SR50, Table 1) measured changes in snow depth throughout the duration of the experiment.

**Table 1** List of sensors attached to the masts and suspended from the tethered balloon

Sensor	Measured variables (accuracy)
<i>Turbulence mast</i>	
CSAT3B (Campbell Scientific, USA)	$u, v$ (offset: $\pm 8 \text{ cm s}^{-1}$ , gain: $\pm 2\%$ ), $w$ (offset: $\pm 4 \text{ cm s}^{-1}$ , gain: $\pm 2\%$ ), Sonic temperature Tilt angle ( $\pm 1^\circ$ )
CSAT3 (Campbell Scientific, USA)	$u, v$ (offset: $\pm 8 \text{ cm s}^{-1}$ , gain: $\pm 3\%$ ), $w$ (offset: $\pm 4 \text{ cm s}^{-1}$ , gain: $\pm 3\%$ ), Sonic temperature
WindMaster Pro (Gill instrument, England)	$u, v, w$ ( $\pm 1.5\%$ ), Sonic temperature ( $\pm 2\%$ )
Thermocouples FW3 type E (Campbell Scientific, USA)	Temperature ( $\pm 1.7^\circ\text{C}$ )
<i>Meteorological mast</i>	
CS100 (Campbell Scientific, USA)	Atmospheric pressure ( $\pm 1 \text{ hPa}$ )
CNR1 (Campbell Scientific, USA)	Longwave and shortwave radiation fluxes, downward and upward ( $\pm 10\%$ )
CS215 (Campbell Scientific, USA)	Temperature ( $\pm 0.4^\circ\text{C}$ ) Relative humidity ( $\pm 2\%$ )
SR50 (Campbell Scientific, USA)	Height above the snow surface ( $\pm 1 \text{ cm}$ )
<i>Tethered balloon</i>	
BMP180 (Bosch, Germany)	Atmospheric pressure ( $\pm 0.05 \text{ hPa}$ )
HYT271 (Innovative sensor technology IST AG, Switzerland)	Temperature ( $\pm 0.2^\circ\text{C}$ )  Relative humidity ( $\pm 1.8\%$ )
MCP9808 (Adafruit Industries, USA)	Temperature ( $\pm 0.25^\circ\text{C}$ )
WindSonic (Gill Instrument, England)	2D wind speed ( $\pm 2\%$ )

Accuracy is provided in the range of values observed during the experiment, according to the manufacturer. Wind-speed measurements of CSAT3 sonic anemometers were calibrated in a wind tunnel with respect to the CSAT3B sonic anemometer, so that the real accuracy is probably lower than that specified by the manufacturer.

The anticyclonic conditions that prevailed over the region during the field experiment favoured notable surface cooling at night as well as light synoptic winds. Reanalysis data, obtained from the Meteorological Institute in Berlin, Germany, show the three anticyclones successively established over the region (represented by different background colours in Fig. 4):

- Phase 1: from 12 February to 19 February 1200 LT. This high-pressure area was clearly stable in place and in pressure, with a pressure of around 1040 hPa in its centre.
- Phase 2: from 19 February 1200 LT to the night of 23–24 February. The highest sea-level pressure was 1030 hPa.
- Phase 3: from the night of 23–24 February to the end of the experiment. The highest sea-level pressure was 1040 hPa.

To place our field experiment in the context of steep slope measurements, Table 2 summarizes published experimental studies on the topic. The slope used for the present study is



**Table 2** Characteristics of measurements acquired over steep slopes: slope angle  $\alpha$ , surface sensible heat flux  $H_s$  and external stratification  $N_{ref}$ , maximum wind speed  $\bar{u}_j$  and height of the maximum  $z_j$ 

	Forcing conditions and surface type	Characteristics of the jet
Blein (2016), Charrondière et al. (2020)	$\alpha = 21^\circ$ $-H_s = 50 \text{ W m}^{-2}$ $N_{ref} = 0.02 \text{ s}^{-1}$ Sparse small bushes and rocks	$z_j = 0.5 - 2 \text{ m}$ $\bar{u}_j = 2 - 3 \text{ m s}^{-1}$
Horst and Doran (1988)	$\alpha = 21^\circ$ Sparse sagebrush and desert grasses	$z_j = 1 \text{ m}$ $\bar{u}_j = 1 - 2 \text{ m s}^{-1}$
Nadeau et al. (2013a) Oldroyd et al. (2016a)	$\alpha = 30 - 41^\circ$ $-H_s = 20 - 30 \text{ W m}^{-2}$ $N_{ref} = 0.02 \text{ s}^{-1}$ 30 cm grass	$z_j < 1.5 \text{ m}$ $\bar{u}_j = 1 - 2 \text{ m s}^{-1}$
Present study	$\alpha = 30^\circ$ $-H_s = 15 - 45 \text{ W m}^{-2}$ $N_{ref} = 0.02 \text{ s}^{-1}$ Snow	$z_j = 0.2 - 1.2 \text{ m}$ $\bar{u}_j = 2 - 4 \text{ m s}^{-1}$
	Turbulence variables	Meteorological variables
Blein (2016), Charrondière et al. (2020)	$u, v, w$ and $T_{sonic}$ ( $z = 1, 1.77, 3.98$ and $6.31 \text{ m}$ )	$T_s$ $T$ and $RH(z = 1.59 \text{ m})$ $u, v(z = 3.08 \text{ m})$
Horst and Doran (1988)	$u, v, w, T_{sonic}$ and $T$ ( $z = 1.77$ and $2.99 \text{ m}$ )	$T$ and $\ u\ $ ( $z = 0.93, 2.15, 3.55, 5.04, 7.94, 12.14$ and $16.80 \text{ m}$ ) $T$ and $RH$ ( $z = 1.8$ and $4.2 \text{ m}$ [mast 1] and $z = 1.8 \text{ m}$ [mast 2]) $\ \bar{u}\ (z = 2.7 \text{ m})$ $WD(z = 2.3 \text{ m})$ $SW_{up}, SW_{down}, LW_{up}$ and $LW_{down}$ ( $z = 1.8$ and $2.1 \text{ m}$ )
Nadeau et al. (2013a), Oldroyd et al. (2016a)	$u, v, w$ and $T_{sonic}$ ( $z = 1.5, 3.6, 4.7, 5.9 \text{ m}$ [mast 1] and $z = 2$ and $2.5 \text{ m}$ [mast 2])	
Present study	$T$ ( $z = 0.05, 0.13, 0.22, 0.30, 0.40,$ $0.50, 2.68, 3.72, 5.55$ and $7.23 \text{ m}$ ) $u, v, w$ and $T_{sonic}$ ( $z = 0.04, 0.38, 0.71, 1.22, 1.66,$ $2.09$ and $9.48 \text{ m}$ )	$u, v(z = 2.86, 3.90, 5.73$ and $7.42 \text{ m})$ Meteorological mast (Table 1)

Symbols for variables are  $u, v,$  and  $w$  for the 3 components of wind velocity

$SW$  and  $LW$  represent shortwave and longwave fluxes at the surface

Slope-normal height  $z$  for the present study is provided at the beginning of the field experiment

$WD$  wind direction,  $T$  air temperature,  $T_s$  surface temperature,  $T_{sonic}$  sonic temperature,  $RH$  relative humidity

steeper than the slopes in Horst and Doran (1988) and Charrondière et al. (2020), and the slope angle  $\alpha$  is of the same order of magnitude as that in Nadeau et al. (2013a) and Oldroyd et al. (2016a). To the best of our knowledge, this is the first study to be conducted over both a steep slope and a snow-covered surface.

## 2.2 Identification of Katabatic Events

All the data collected at night during the experiments were investigated to identify katabatic events based on the following criteria, as in Charrondière et al. (2020) and Stiperski et al. (2020):

1. The wind direction must be in the  $-30^\circ, 30^\circ$  interval with respect to the main downslope direction.
2. Slope-normal profiles have to be consistent with the presence of a wall jet, with either a maximum wind speed or a decreasing trend of streamwise velocity if the maximum wind speed is not captured.
3. There must be a positive temperature gradient, and temperature should decrease strongly in the first metre above the ground.

These criteria identified a set of 13 katabatic events, the shortest lasting 30 min and the longest 3 h 15 min (Table 3). The first criterion ensures there is not too much external disturbance, and is the main reason for rejecting the data.

## 3 Post-processing of the Data

### 3.1 Ambient Stratification

Ambient thermal stratification was determined from the tethered balloon dataset acquired in the clearing (Site B, see Sect. 2.1). We discarded all profiles containing non-continuity or anomalies, which may signal gusts or stationarity issues. Temperature data from the thermohygrometer were converted into virtual potential temperature  $\theta_v$  to account for pressure and humidity variability with height. The data were then used to determine thermal stratification of the atmosphere through the Brünt–Väisälä frequency  $N_{ref}$  following Eq. 2 (Stull 1988)

$$N_{ref} = \sqrt{\frac{g}{\theta_0} \partial_z \overline{\theta_v}}, \quad (2)$$

where  $\partial_z \overline{\theta_v}$  is calculated along the vertical axis at site B and  $\theta_0$  is the potential temperature at ground level. A strong temperature gradient was observed near the surface, below  $z = 30$  m (Fig. 2). The ambient stratification above was estimated with the upper temperature gradient.

### 3.2 Sonic Anemometers

In the following,  $\overline{(\cdot)}$  represents temporal averaging over the length of each katabatic event, which lasted between 30 min and 3 h 15 min.  $(\cdot)'$  is used for fluctuations around the average value following Reynolds decomposition:  $(\cdot) = \overline{(\cdot)} + (\cdot)'$ . Turbulent and mean characteristics were processed considering two sets of coordinate systems:

1. A streamline-defined coordinate system  $(\vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$  based on the streamline orientation in such a way that  $\vec{u} = \|\vec{u}\|$  and  $\vec{v} = \vec{w} = 0$  at each sensor elevation (Wilczak et al. 2001). This coordinate system is often used in the literature because streamlines close to the surface are supposed to be nearly parallel to the topography and because in situ experiments rarely allow the exact inclination of each sensor to be determined (Horst and Doran 1988; Sun 2007; Nadeau et al. 2013b; Oldroyd et al. 2016b; Charrondière et al. 2020).

**Table 3** Characteristics of katabatic events: air temperature  $\theta$  and specific humidity  $q$  at  $z \simeq 3.4$  m at the beginning of the experiment, surface temperature  $T_s$ , net radiation flux  $R_n$ 

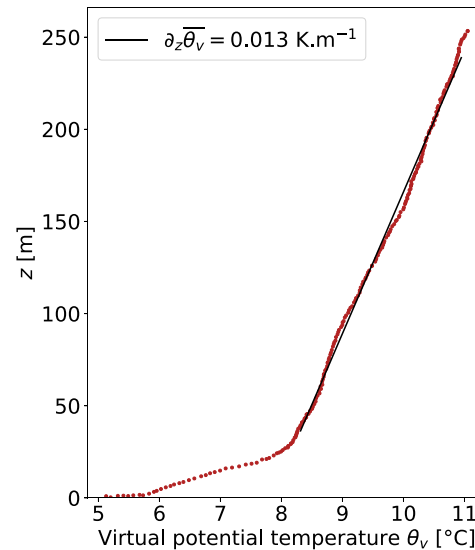
Name Time (LT)	$\bar{\theta}$ (°C) $q$ (g kg <sup>-1</sup> )	$T_s$ (°C) $R_n$ (W m <sup>-2</sup> )	$z_j$ (m) $\bar{u}_j$ (m s <sup>-1</sup> )	TKE (m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> )
1 13 February 1900–2140	3.4 ± 0.8 1.4 ± 0.07	-7.5 ± 0.5 -59 ± 3.5	0.23 3.3	0.11–0.14
2a 15 February 0430–0600	7.4 ± 0.18 1.5 ± 0.06	-4.4 ± 0.12 -63 ± 4	0.4 4.1	0.17–0.23
2b 15 February 0815–0915	7.5 ± 0.23 1.5 ± 0.06	-4.8 ± 0.51 -61 ± 1.4	0.39 4.1	0.16–0.21
3a 15 February 1710–1800	8.6 ± 0.39 2.7 ± 0.19	0.36 ± 0.47 32 ± 34.3	0.38 3.1	0.074–0.12
3b 15 February 1845–2015	7.4 ± 0.07 1.9 ± 0.17	-2.4 ± 0.71 -81 ± 4.6	0.41 3.5	0.14–0.21
3c 16 February 0130–0445	7.4 ± 0.17 1.5 ± 0.04	-4.5 ± 0.28 -72 ± 3	0.45 3.8	0.19–0.26
4 17 February 0400–0545	4.4 ± 0.27 1.6 ± 0.05	-6.6 ± 0.37 -74 ± 2	0.34 3.2	0.12–0.16
5 20 February 0500–0730	2.3 ± 0.08 2.2 ± 0.03	-6.3 ± 0.35 -61 ± 4	0.33 2.45	0.22–0.39
6a 23 February 1830–1900	5.9 ± 0.05 3 ± 0.09	-1.6 ± 0.36 -68 ± 3.8	1.1 3.3	0.11–0.14
6b 23 February 1920–2020	5.6 ± 0.12 3.1 ± 0.08	-1.9 ± 0.31 -67 ± 5.3	0.38 2.5	0.12–0.16
6c 23 February 2230–0045	3.9 ± 0.29 2.8 ± 0.11	-4 ± 0.43 -65 ± 2.1	0.3 2.3	0.09–0.13
6d 24 February 0500–0800	2.7 ± 0.42 2.8 ± 0.05	-5.6 ± 0.51 -64 ± 2.9	0.33 2.2	0.08–0.11
7 28 February 0530–0636	7.3 ± 0.23 2.1 ± 0.21	-2.9 ± 0.41 -64 ± 4.6	0.34–0.44 2.9	0.14–0.20 (0.07–0.17)

The data are the mean and the standard deviation of the 2-min segments of each event (See Sect. 3.2)

The maximum wind speed  $\bar{u}_j$  and its corresponding height  $z_j$  are given following the modified Prandtl model (Sect. 4.2, Brun et al. 2017; Charrondière et al. 2020)

The turbulence kinetic energy is the range measured in the external layer above  $z_j$ . The inner layer TKE is provided by the Cobra data for event 7 (in brackets)

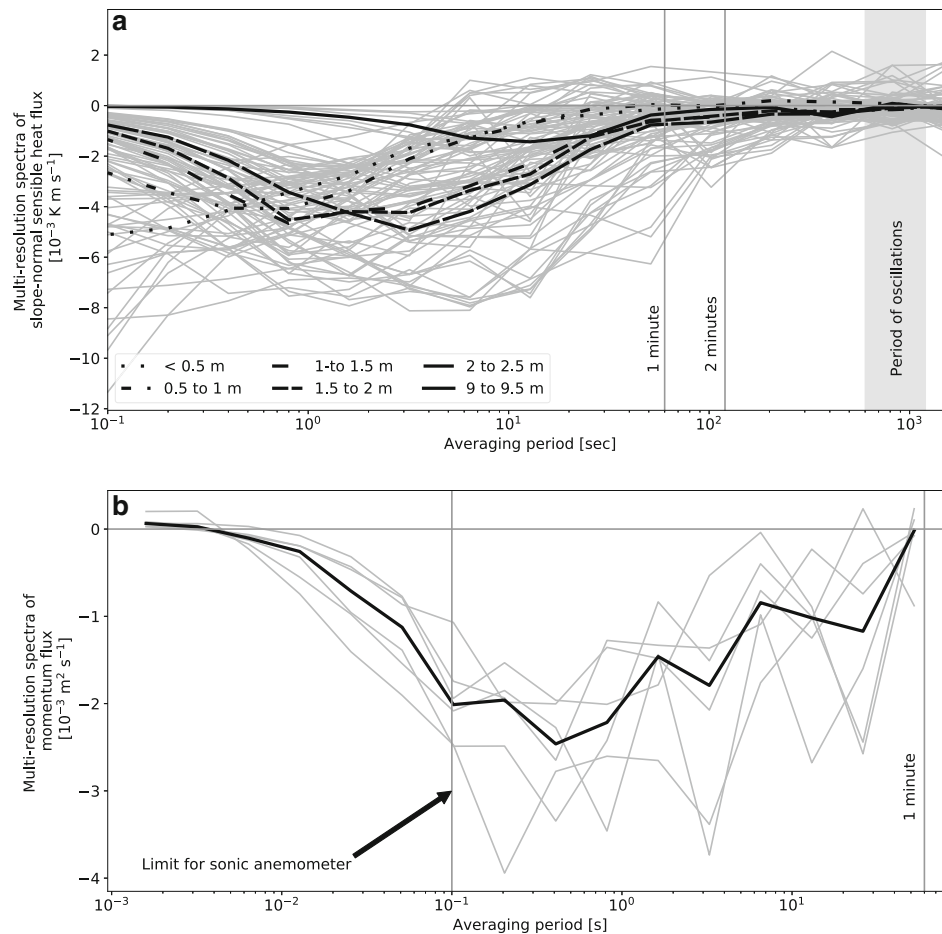
**Fig. 2** Virtual potential temperature profile from the tethered balloon at the clearing (Site B) on 15 February 2019 between 0905 and 0920 LT



2. A fixed coordinate system  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , rotated by the topographic mean local angle derived from the DEM,  $\alpha = 30^\circ$  with respect to the vertical in such a way that  $\bar{u}$  and  $\bar{w}$  are respectively the along-slope and the slope-normal velocity components in the coordinate system aligned with the mean local slope, like in Oldroyd et al. (2016a). The spanwise mean velocity  $\bar{v}$  was nullified by rotation. This coordinate system makes it possible to measure variations of quantities with height on a common axis and is the most objective choice, considering flow dynamics over complex terrain. This coordinate system was used only for the six lowest sonic anemometers, because they are the only ones for which we know the systematic orientation (Sect. 2.1).

Sonic anemometers were oriented parallel to the main topography to limit flow distortion. In the optimal configuration, the angle between streamlines and CSAT paths is  $60^\circ$ , which we approach by less than  $10^\circ$  during katabatic events, due to the presence of non-zero  $\bar{w}$  (Sect. 4.3). In this case, the flow distortion causes an error that is less than 5% of mean velocity (Horst et al. 2015).

Reynolds decomposition was applied to the high-frequency data recorded by the three-dimensional sonic anemometers, with a 2-min averaging time determined by multi-resolution flux decomposition (MRD, Fig. 3a, Howell and Mahrt 1997; Vickers and Mahrt 2003). This 2-min period was found to be the best compromise to separate the turbulent scales from the mesoscale motions at this site during periods with stable conditions (Blein 2016; Charrondière et al. 2020). Mean flow oscillations with a period of about  $N_{ref} \sin \alpha$  (McNider 1982) have been extensively observed in katabatic flows (e.g., Helmis and Papadopoulos 1996; Princevac et al. 2008) and are consistently reproduced by numerical modelling (e.g., Fedorovich and Shapiro 2009; Shapiro and Fedorovich 2014). In the observed events, they had over a period between 10 and 20 min (Fig. 3). While their presence can still be observed in the mean field due to the rotation applied on the whole time series, turbulent fluxes are not affected by these oscillations.



**Fig. 3** **a** Multi-resolution spectra of turbulent sensible heat flux  $\overline{w'\theta'}$  in the streamline-defined coordinate system for the CSAT data. Each grey line is associated with one sonic anemometer during a given katabatic event. To show the impact of height, the median is plotted by range of heights (black lines). The grey shading is the period of oscillations observed in the present dataset, associated to McNider frequency  $N \sin \alpha$  (McNider 1982). **b** Multi-resolution spectra of the turbulent momentum flux  $\overline{u'w'}$  for the cobra data. Each of the six 1-min datasets is represented by one grey line. The black line is the median

### 3.3 Cobra (Three-Dimensional Pitot-Type Sensor) Data

Cobra measurements were performed manually in the first metre of the jet along a vertical axis for 1 min at each level. The measurements were processed during the final night of the campaign (28 February 2019) at specific periods when katabatic events were reported to be well developed, and at heights with velocities above the measurement threshold of  $2 \text{ m s}^{-1}$ . Among all measurements, the purest dataset corresponds to six 1-min segments located between  $z = 3 \text{ cm}$  and  $z = 28 \text{ cm}$  in the period 0621–0636 (during event 7 in Table 3, Fig. 1e). A double rotation was applied to place the data in the streamline coordinate system defined in the previous section. A MRD analysis of the time series from the Cobra data suggests that 1-min averaging time was enough to measure the fluxes precisely (Fig. 3b), with a Reynolds decomposition.

## 4 Results and Discussion

### 4.1 Meteorological and Surface Energy Conditions

Ambient thermal stratification in terms of  $N_{ref}$ , estimated from the temperature profiles provided by the tethered balloon at Site B, varied between 0.012 and 0.036 Hz throughout the campaign, with a mean value of around 0.02 Hz (Fig. 2). The highest stratification values were observed in the morning and the lowest values in the late afternoon. Figure 4a shows changes in the surface temperature, air temperature, and specific humidity at about 3.5-m height over time throughout the field experiment. Surface temperature ranged from  $-10$  to  $0$  °C during the diurnal cycle. Note that during the day, we expect the highest surface temperature to be  $0$  °C due to snow melt. The slightly positive values are linked to uncertainties due to the estimation of  $T_s$  from longwave radiation (Eq. 1, Fig. 4b), which is approximately  $2$  °C. The temperature gradient close to the surface was more pronounced at night than during the day, with a difference of  $15$  °C between the surface and the first sensor at 3.4 m height at the beginning of the experiment.

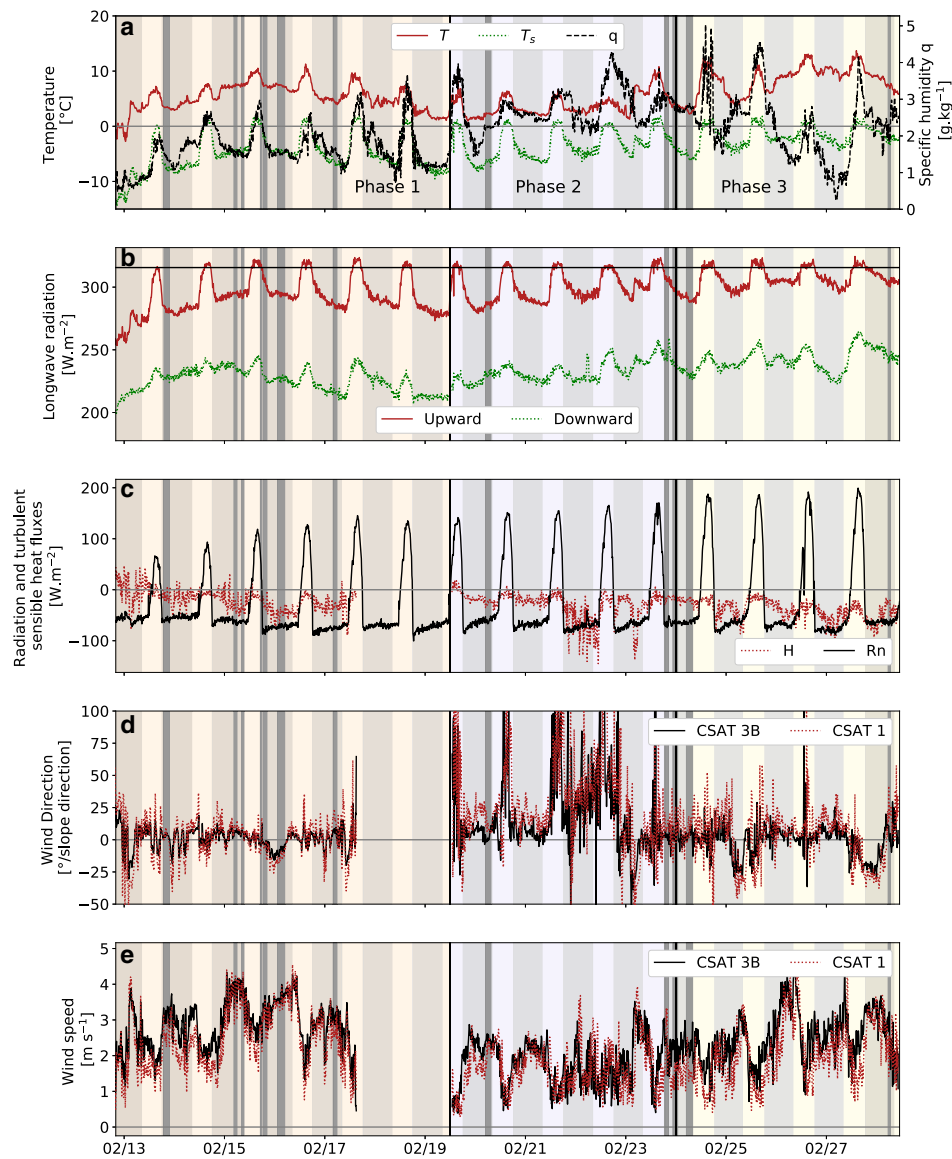
The air was relatively dry with low night-time specific humidity values ranging between 1 and  $3$  g kg<sup>-1</sup>. For the sake of comparison, the saturated specific humidity for a temperature of  $5$  °C is  $6.5$  g kg<sup>-1</sup>. This requires a negligible correction of the virtual temperature versus air temperature. The three anticyclonic periods defined in Sect. 2.1 correspond to different behaviours in the specific humidity time series:

- In the very stable phase 1, humidity followed the same diurnal pattern as temperature.
- In phase 2, air humidity was higher, and the diurnal pattern was still strongly present.
- In phase 3, the behaviour of humidity was more variable and chaotic, even if high (low) Here values were still observable during the day (night).

Figure 4b shows the longwave flux at the surface. The diurnal cycle is particularly clear in the upwards longwave flux, which is directly linked to surface temperature. Its amplitude is around  $30$  W m<sup>-2</sup>. Figure 4c shows the main term of the surface energy budget. At night, the net radiation  $R_n = (LW + SW)_{down} - (LW + SW)_{up}$  (where  $SW$  stands for shortwave) is negative, as expected particularly in anticyclonic conditions. It varied between  $-80$  and  $-60$  W m<sup>-2</sup>. The near-surface turbulent sensible heat flux, estimated by  $H = \rho C_p \overline{w'\theta'}$  (with  $\rho$  the density of air and  $C_p = 1004$  J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> the specific heat for dry air at constant pressure) at the first measurement level is mostly negative at night, which reflects the cooling of the air by the surface. Values differed considerably from one night to another. We also observed variations at the scale of one night. Mean night-time values varied between  $-60$  and  $-15$  W m<sup>-2</sup>. Figures 4d, e show wind direction with respect to the main downslope direction, and wind speed at two representative levels. Note that wind direction corresponds to the slope direction for the episodes analyzed in the present paper and this is one of the criteria we used to design such katabatic episodes.

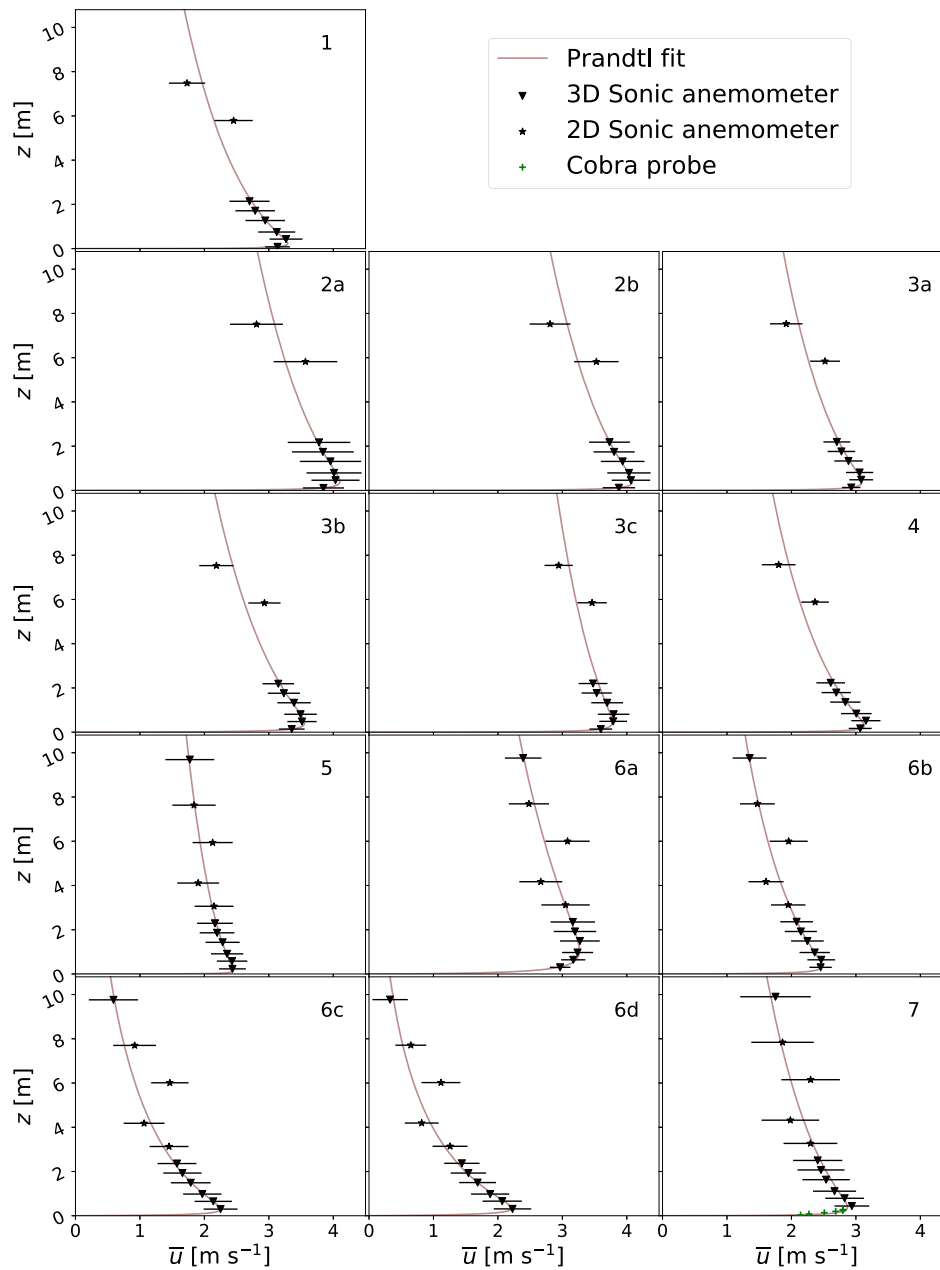
### 4.2 Mean Wind Speed and Temperature Profiles

Mean streamwise velocity profiles and temperature profiles of all katabatic events presented in Sect. 2.2 are shown in Figs. 5 and 6, respectively. Sonic temperature deviation from temperature was negligible; we consequently used the sonic temperature in Fig. 6 directly (Kaimal and Finnigan 1994; Charrondière et al. 2020). Figure 5 shows that the jet peak is quite close to the surface, i.e., at a distance less than 1 m. At the end of the experiment, only the region above the height of maximum wind speed was captured.



**Fig. 4** **a** Changes in air temperature  $T$ , surface temperature  $T_s$ , and specific humidity  $q$ . The thermo-hygrometer that provides  $T$  and  $q$  was located 3.4 m above the surface at the beginning of the experiment. **b** Changes in longwave radiation fluxes at the surface over time. **c** Changes over time in the turbulent sensible heat flux  $H$  at the first sonic anemometer level and of the net radiation flux  $R_n$ . **d** Changes in wind direction with respect to the main downslope direction for two representative levels (Table 1) and **e** changes in wind speed for the same two levels. Light grey regions cover nighttime, defined as the period during which shortwave radiation is below  $20 \text{ W m}^{-2}$ . Dark grey vertical shading indicates katabatic events

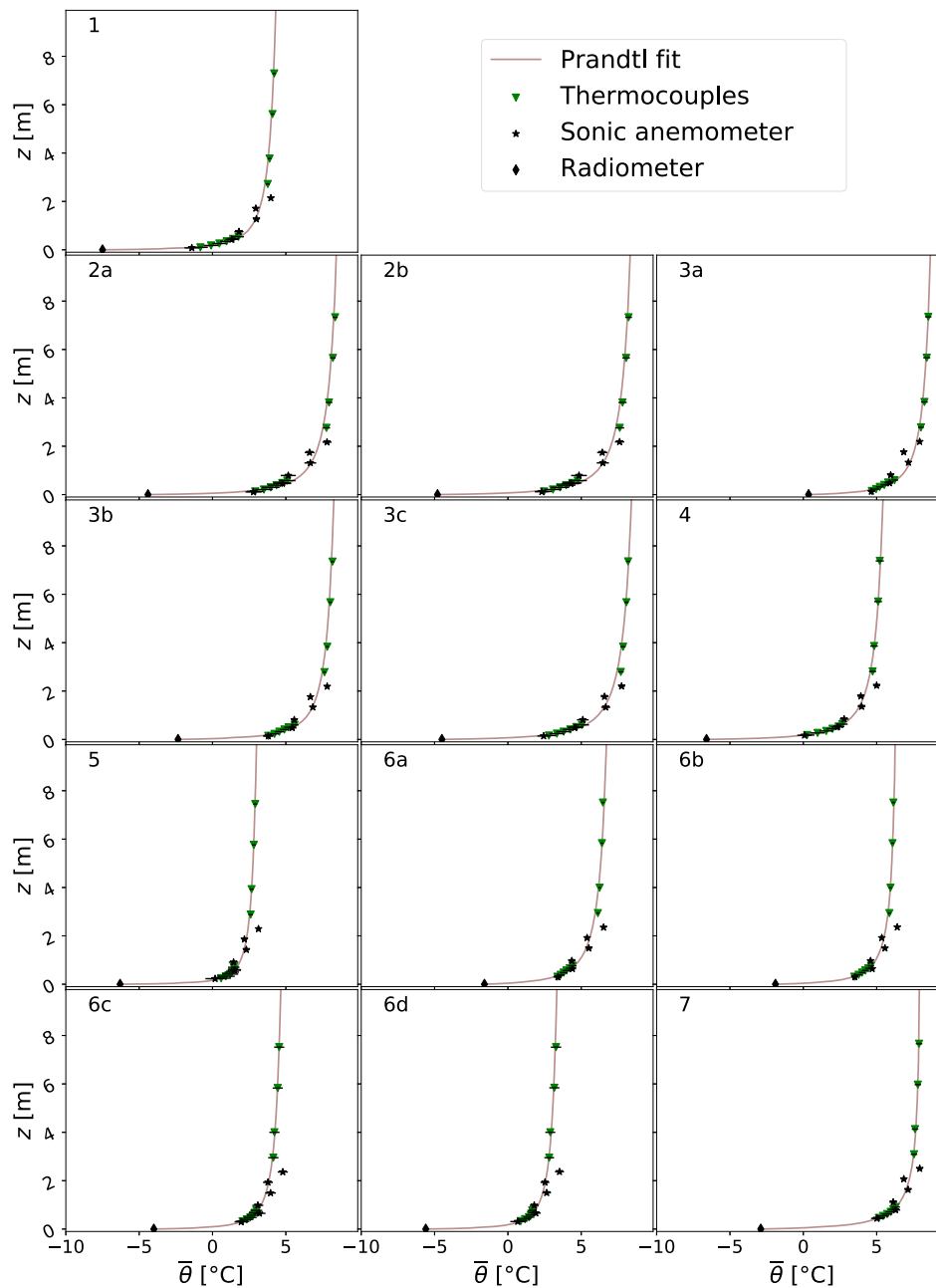
In this study, we fitted the wind-speed and temperature profiles with a modified version of the Prandtl model whose eddy-diffusivity coefficients varied linearly with height (Grisogono and Oerlemans 2001; Brun et al. 2017; Charrondière et al. 2020). Figure 7 shows the velocity and temperature profiles measured by sonic anemometers and thermocouples, and



**Fig. 5** Slope-normal profiles of mean streamwise velocity. The error bar is the standard deviation of the 2-min segments of each katabatic event. The green crosses in event 7 are the data from the Cobra sensor. The line is the fit derived from the Prandtl model

complemented with the data from the tethered balloon up to 50 m, from the 6d event, on 24 February between 0500 and 0800 LT. The Prandtl fit, applied only to the data from the mast, is in accordance with the tethered balloon measurements above. The wind speed decreased

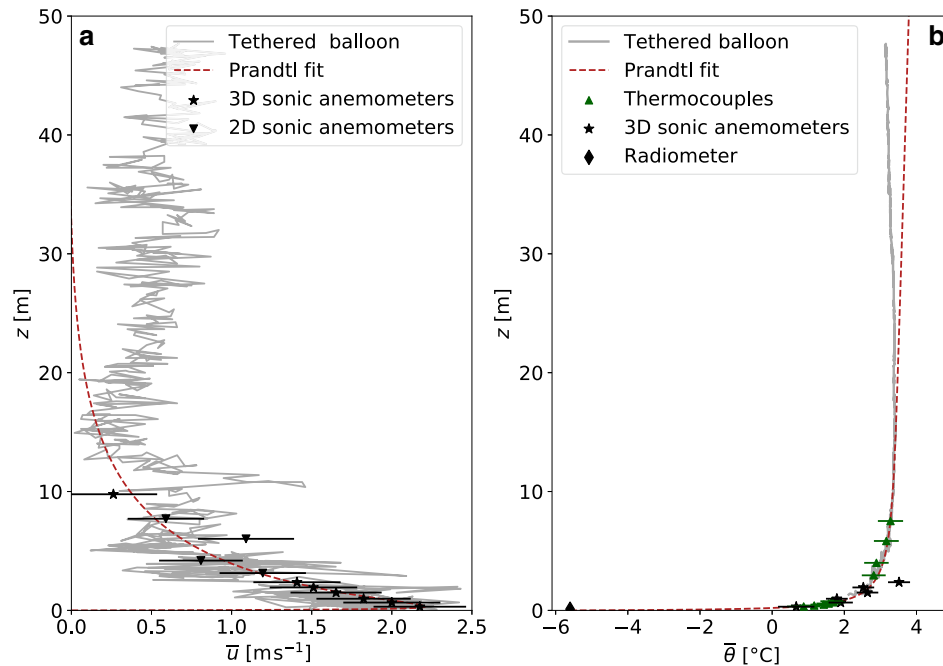




**Fig. 6** Slope-normal profiles of mean temperature. The error bar is the standard deviation of the 2-min segments of each katabatic event. The line is the fit derived from the Prandtl model

to zero at a height close to 25–30 m. Above 15 m, as the katabatic wind speed decreased drastically, a low ambient wind speed of about  $0.5 \text{ m s}^{-1}$  became observable.

For this event, the Prandtl fit provides the slope normal height of the maximum wind speed at  $z_j \approx 20 - 30 \text{ cm}$  above the snow surface. Beyond all katabatic events observed during



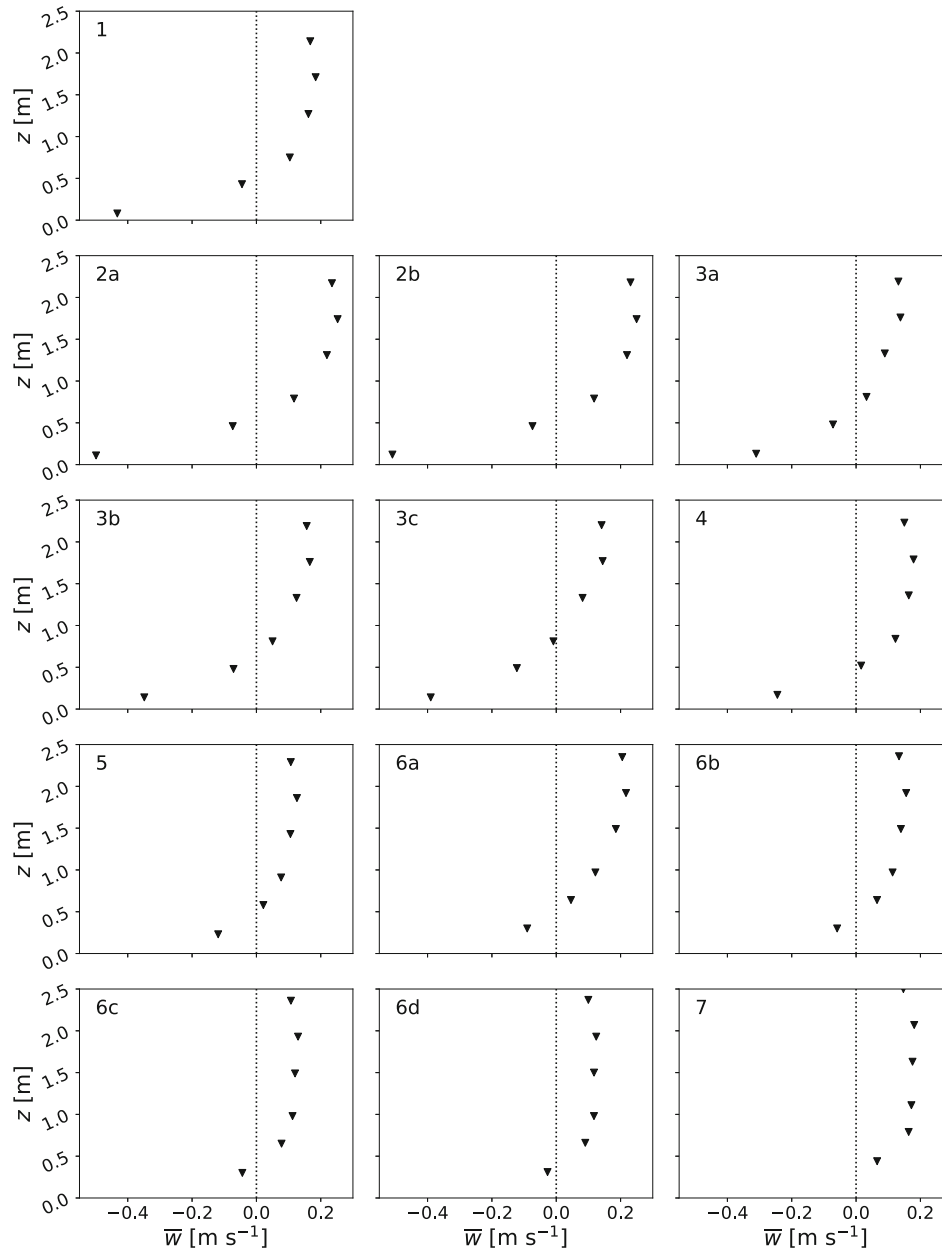
**Fig. 7** **a** Streamwise wind velocity profile and **b** temperature profile during the katabatic 6d event from 0500 to 0800 LT on 24 February. The tethered balloon profile was acquired between 0700 and 0720 LT. The dots (error bars) represent the medians (standard deviations) of the 90 (2-min) segments in the katabatic event

the experiment,  $z_j$  never exceeded 1.1 m. In most cases, it was of a few tens of centimetres. In experimental studies over steep slopes, the wind-speed maximum  $z_j$  is located near the ground: around 1 m and always below 2 m with  $\alpha = 21^\circ$  (Horst and Doran 1988; Charrondière et al. 2020), between 0.45 and 1.27 m with  $\alpha = 35.5^\circ$  (Oldroyd et al. 2014). Low heights  $z_j$  observed in the present study may be explained by the presence of snow, which is not the case in the other steep slope studies (Table 2). Roughness was thus largely reduced: aerodynamic roughness length  $z_0$  was of the order of 0.2 mm for fresh snow (Brock et al. 2006), compared to 2 mm in the studies of Nadeau et al. (2013b) and Oldroyd et al. (2016a), who measured katabatic winds on a rough surface with vegetation. This low surface roughness could bring the jet maximum closer to the surface (Rajaratnam 1976).

In Fig. 6, measurements by thermocouples and sonic anemometers show consistent profiles. We observed a strong temperature gradient in the first few metres above the surface. The temperature difference between the surface and 1 m ranged from 8 to 13 °C. As theoretically expected, there is a remarkably clear proportionality between the temperature gradient close to the surface and the maximum wind speed (Figs. 5, 6). Figure 7b shows that the Prandtl fit, once again determined only from the mast temperature data, follows the tethered balloon profile closely up to 15–20 m, which is approximately the thickness of the jet.

### 4.3 Slope-Normal Velocity in the Jet Core

Figure 8 shows the slope-normal profiles for the mean slope-normal velocity component for each katabatic event (Sect. 2.2) in the topographic coordinate system. For all the events,  $\bar{w} > 0$  above  $z \simeq 0.5$  m, with a maximum observed value of  $0.25 \text{ m s}^{-1}$  ( $\sim 10\%$  of  $\bar{u}_j$ ).



**Fig. 8** Slope-normal profiles of mean slope-normal velocity component. The error bar is the standard deviation of the 2-min segments of each katabatic event. The number above the lowest measurement point is the angle (in degree) between the streamline inclination and  $\alpha = 30^\circ$

Close to the surface, we measured  $\bar{w} < 0$  in the fixed coordinate system which corresponds to a  $30^\circ$  slope (Sect. 3.2) determined using a 25-m resolution DEM (Sect. 2.1). These negative slope-normal velocity values would suggest that the local slope is steeper:  $\alpha \simeq 38^\circ$  is the slope angle necessary to nullify  $\bar{w}$  at the first measurement level for the first katabatic event. Nevertheless, we decided to keep the average slope angle of  $30^\circ$  to define the fixed coordinate

system since it is more consistent with the whole  $\bar{w}$  profile behaviour. Whatever the chosen angle, we observe a significant variation of  $\bar{w}$  from the surface up to  $z \simeq 2.5$  m. This variation is of the order of  $0.75 \text{ m s}^{-1}$ , which corresponds to 25% of  $\bar{u}_j$ .

Furthermore, streamline inclination in the first tens of centimetres of the jet could be influenced by local effects such as micro-topography and modification of the snow surface downstream the measurement mast during the set-up of the experiment. Only the lowest measurement points are likely to be affected in this case. The resulting streamline angle deviation is given for quantification on Fig. 8 at the first measurement level.

In most of the events, there was also a slight decrease of  $\bar{w}$  at the (two) upper measurement levels. This is consistent with the behaviour observed by Eriksson et al. (1998) for a wall jet, where  $\bar{w}$  became negative in the upper part of the jet, above a positive  $\bar{w}$  region.

To our knowledge, measurements of slope-normal velocity component inside the jet have never been made in experimental studies of katabatic flows. This result calls into question the assumption that streamlines are parallel to the topography close to the surface, which is usually the starting statement when processing sonic anemometer data and defining the working coordinate system. The present results show that the streamline-defined coordinate systems (Sect. 3.2) are quite different from one level to another.

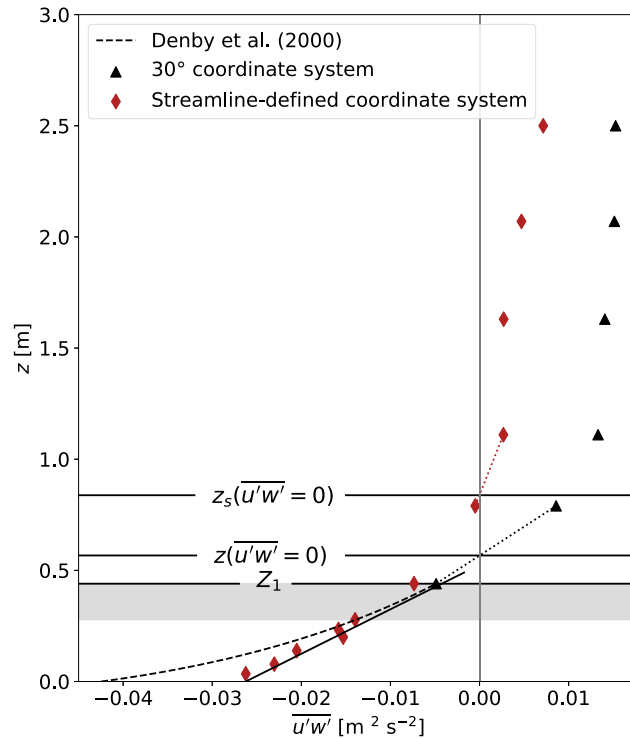
#### 4.4 Turbulent Momentum Flux in the Inner Layer

Figure 9 shows the main turbulent momentum flux profile  $\overline{u'w'}(z)$  determined from sonic anemometers for the 16 min of event 7 for which the Cobra probe was used (Table 3, Sect. 3.3), and from the Cobra data. The sonic anemometers, data are presented in the two coordinate systems defined in Sect. 3.2, i.e., the streamline coordinate system  $(\vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$  and the topographic coordinate system  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . Maximum wind speed is located in the grey shaded region, at  $z_j \simeq 40$  cm following the Prandtl fit (Fig. 5, event 7). The turbulent momentum flux was positive in the upper part of the jet and negative in the lower part, as expected from the Boussinesq hypothesis (Boussinesq 1877). The difference between values in the two coordinate systems is due to redistribution of part of the variances  $\overline{u'^2}$  and  $\overline{w'^2}$  into  $\overline{u'w'}$ . While the choice of the coordinate system does not affect the main behaviour of the turbulent momentum flux, the height at which  $\overline{u'w'}$  cancels is sensitive to it. For the  $30^\circ$  topographic coordinate system, it is closer to the maximum-wind-speed region even if there is still a shift between the maximum-wind-speed height and the height at which  $\overline{u'w'}$  cancels (Charrondière et al. 2020). The choice of the coordinate system also affects the magnitude of the momentum flux.

In the inner part of the katabatic jet, the magnitude of the turbulent momentum flux increases near the surface. Despite the low measurement heights, we observed no constant flux layer. This is consistent with the analytical profile defined based on the scale analysis of the equation of momentum by Denby and Smeets (2000). In the first approximation, katabatic forcing balances the turbulent momentum flux gradient in the inner part of the jet, which results in Eq. 3

$$\overline{u'w'}(z) = \frac{g \sin \alpha}{\theta_{ref}} \int_z^{Z_1} (\bar{\theta} - \theta_{ref}) \partial z + \overline{u'w'}(Z_1). \quad (3)$$

Here  $\theta_{ref}$  is the ambient potential temperature profile, and  $Z_1$  is taken close to the maximum wind-speed height, at the first sonic measurement level ( $z = 44$  cm). Equation 3 was applied in Fig. 9, in the fixed  $30^\circ$  coordinate system (black dashed line). The behaviour of the modelled turbulent momentum flux is consistent with the data. The main difference may be due to the



**Fig. 9** Main turbulent momentum flux during the katabatic event on 28 February between 0530 and 0636 LT. Triangles and diamonds represent sonic anemometers data. Stars represent data from the Cobra probe. The coordinate systems are named with reference to Sect. 3.1. The black dashed line is the analytical profile defined in Denby and Smeets (2000). Dotted lines are linear interpolation to estimate the height at which  $\overline{u'w'} = 0$ . The black solid line is the linear approximation  $\overline{u'w'} = -u_*^2(1 - az)$ , with  $a = 1.9 \text{ m}^{-1}$ . The grey shading is the region in which the maximum wind speed is located

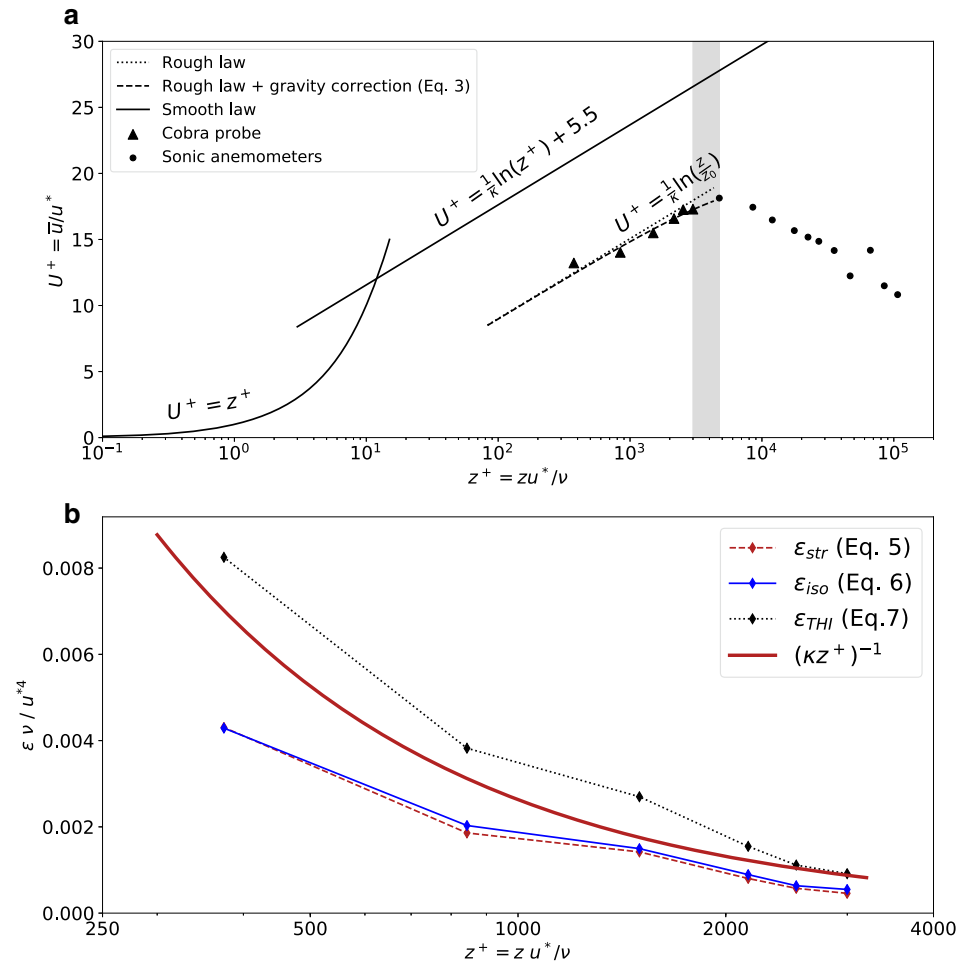
streamline coordinate system in which the Cobra data are presented, since we did not have access to the topographic coordinate system.

#### 4.5 Time-Resolved Data Using the Cobra Probe

Thanks to the small measuring volume associated with the size of the Cobra probe (its head is 2.6 mm wide), it was possible to perform acquisition very close to the surface (down to  $z = 3 \text{ cm}$ , Sect. 2) and with a high temporal frequency (1250 Hz). This is a big advantage to accurately describe the turbulent boundary layer very close to the surface compared to what is generally done with sonic anemometry.

##### 4.5.1 Investigation of the Wind-Velocity Profile Close to the Surface

Figure 10a shows the profile of the streamwise velocity  $\bar{u}$ , with the six levels acquired with the Cobra probe and all the sonic anemometers during event 7 (Table 3). Reynolds number  $Re$  defined based on the maximum wind speed  $u_j$  and height  $z_j$  ( $Re = z_j u_j / \nu$ ) is of the order  $10^4$ – $10^5$  for the studied katabatic winds. With such high  $Re$  values, the viscous sub-layer is very thin and the first measurement level at  $z = 3 \text{ cm}$  height, well beyond it, is already



**Fig. 10** **a** Normalized streamwise wind velocity profile during the event 7. The grey shading is the region in which the maximum wind speed is located.  $z_0 = 0.3$  mm and  $\kappa = 0.38$ . **b** Normalized dissipation rate of TKE for the inner layer of the jet, including the theoretical decaying law for a turbulent boundary layer above a flat surface  $\varepsilon = u_*^3/(\kappa z)$

in the fully turbulent layer. The wind speed  $\bar{u}$  is thus normalized with the friction velocity  $u_* = \sqrt{|\overline{u'w'}|}$  taken at this level, located at  $z^+ = zu_*/\nu = 375$  height, with  $\nu$  the kinematic viscosity of air ( $\nu = 15.10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ). On a rough surface, the velocity profile follows a law of the form  $U^+ = \bar{u}/u_* = (1/\kappa) \ln z/z_0$  (Schultz and Flack 2007), with  $\kappa = 0.38$  for the von Kármán constant (Andreas et al. 2006; Foken 2006; Segalini et al. 2013) and  $z_0$  the aerodynamic roughness length. In katabatic flows, the momentum flux  $\overline{u'w'}$  is not constant over height  $z$  (Denby and Smeets 2000). According to the present observations, it can be approximated by  $-\overline{u'w'} = u_*^2(1 - az)$ , with  $a = 1.9 \text{ m}^{-1}$ . This correction term is added in the classical velocity profile logarithmic law, which results in a new law including a logarithmic term and a linear term:

$$\bar{u}/u_* = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} - \frac{a}{2\kappa} z. \quad (4)$$

In boundary layers over flat surfaces, this law also includes a correction due to the buoyancy effect proportional to  $z/L_{MO}$ , where  $L_{MO}$  is the Obukhov length (Zilitinkevich and Calanca 2000). In the present case, this latter correction is negligible, with  $z/L_{MO} \sim 0.002$  at the first sonic anemometer level ( $z = 44$  cm). The classical logarithmic law (for  $\overline{u'w'}$  constant) seems to be in good accordance with the experimental data below the maximum-wind-speed height  $z_j$ . This means that, as expected, the inner layer of the katabatic jet behaves like a classical turbulent boundary layer. The correction term due to  $\overline{u'w'}$  variation with  $z$  has been added to Fig. 3. The law including this term (Eq. 4) better fits the data, but the correction is very small, reaching only  $\sim 0.1$  m s<sup>-1</sup> at the highest measurement level ( $z = 28$  cm), which is only 4% of maximum velocity.

While the presence of a logarithmic law has been observed in the inner part of plane wall jets (Myers et al. 1961; Tachie et al. 2002; Villafruela et al. 2008), and even in gravity currents (Kneller et al. 1999, for example), it has never been experimentally shown to hold in katabatic flows, particularly over a steep slope. Furthermore, in our case, this law holds in the range  $z^+$  of [375, 3000], which is a high value compared to those achieved laboratory turbulent boundary layers. As a comparison, the logarithmic region was observed only up to  $z^+ \simeq 70$  in Kneller et al. (1999) and only reached a few hundred in Tachie et al. (2002) and Villafruela et al. (2008).

The roughness length  $z_0$  was experimentally determined with the logarithmic velocity profile assumption, and was about 0.3 mm. This result is in accordance with the 0.2 mm provided by Brock et al. (2006) for fresh snow (Sect. 4.2). The last snowfall occurred 2–3 weeks before the katabatic event, and roughness would thus be expected to be a little higher than above very fresh snow because of melting, compacting, and erosion of snow.

#### 4.5.2 Spectral Analysis of Turbulence Close to the Surface

Figure 10b shows the normalized dissipation term from the TKE budget. Its value was determined from the second order structure function of  $\bar{u}$  (Morales et al. 2012), by assuming Kolmogorov scaling (Eq. 5). We also determined its value from the analytical formula (Pope 2000) after applying the Taylor hypothesis and isotropy assumption (Eq. 6) and after also applying the homogeneity assumption (Eq. 7),

$$\varepsilon_{str} = \frac{1}{r} \left( \frac{\langle \delta u(r)^2 \rangle}{C_2} \right)^{3/2} \quad \text{with } C_2 = 2, \quad (5)$$

$$\varepsilon_{iso} = \frac{3\nu}{\bar{u}^2} \left[ \overline{\left( \frac{\partial u'}{\partial t} \right)^2} + \overline{\left( \frac{\partial v'}{\partial t} \right)^2} + \overline{\left( \frac{\partial w'}{\partial t} \right)^2} \right], \quad (6)$$

$$\varepsilon_{THI} = \frac{15\nu}{\bar{u}^2} \overline{\left( \frac{\partial u'}{\partial t} \right)^2}. \quad (7)$$

The dissipation rate increases close to the surface, consistently with what is obtained in turbulent boundary layers (TBL, Pope 2000). The dissipation law  $\varepsilon = 1/\kappa z^+$  valid in the logarithmic layer for a TBL over a flat surface slightly overestimates  $\varepsilon$  when  $\kappa = 0.38$  is set. This could be related to the fact that the dissipation length would increase due to gravity effects over a steep slope. Further work is necessary to clarify this issue. The difference between the two curves  $\varepsilon_{iso}$  and  $\varepsilon_{THI}$  shows that the homogeneity assumption is far from

valid. The dissipation rates determined from the second order structure function  $\varepsilon_{str}$  and in the isotropic case  $\varepsilon_{iso}$  are remarkably close. This means that the acquisition frequency of the Cobra sensor ( $f = 1250$  Hz) is high enough to accurately evaluate the dissipation rate, which is an approach rarely used previously. In the following, we thus use  $\varepsilon_{iso}$ .

Figure 11 shows the normalized streamwise and slope-normal velocity spectra for the 1-min series acquired with the Cobra sensor at  $z = 23$  cm and  $z = 3$  cm (Sect. 3.3). The transformation from the temporal domain to the spatial domain is achieved with the method used in Buchhave and Velte (2017), which derives from the Taylor hypothesis. Here we provide an evaluation of the spectral characteristic length scales (Pope 2000):

- The integral length scale,  $L = \int_0^{r_0} R_{uu} dr \simeq 1.13$  m, is calculated with the streamwise velocity autocorrelation function  $R_{uu}$ , with  $r$  determined thanks to the Taylor hypothesis.  $r_0$  is the lowest value of  $r$  for which  $R_{uu} = 0$ . The integral length scale represents the size of the larger scales of turbulence, which contain most of the turbulence kinetic energy.
- The Taylor scale,  $\lambda = \sqrt{15\nu\overline{u'^2}}/\varepsilon_{iso} \simeq 2.4$  cm, is the scale from which viscosity effects become not negligible with respect to other mechanisms.
- The Kolmogorov microscale,  $\eta = \nu^{3/4}/\varepsilon_{iso}^{1/4} \simeq 0.6$  mm, represents the smallest turbulence scale of the flow.

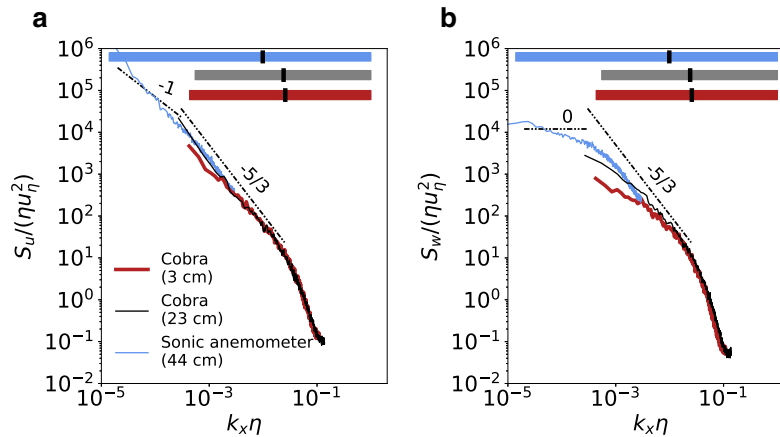
An inertial subrange for the velocity spectra following a  $-5/3$  slope is well developed and covers nearly two decades up to the Taylor scale  $\lambda$  for the two measurement levels acquired with the Cobra sensor. This is consistent with high Taylor Reynolds number  $Re_\lambda = u'\lambda/\nu$  of 400 at the lowest measurement level ( $z = 3$  cm height). At higher wavenumbers, between  $\lambda$  and  $\eta$ , dissipation is the dominant process leading to an experimental decrease of the spectra. The Kolmogorov microscale is not captured in the spectra, but its value is of an order of magnitude that allows good estimation of the dissipation rate using the analytical formula. The 1-min time series are also long enough to integrate precisely the integral scale  $L$ .

To enable a comparison, Fig. 11 also shows streamwise and slope-normal velocity spectra from the lower sonic anemometer at  $z = 0.44$  m, throughout the associated event 7 (28 February between 0530 and 0636, Table 3). The sampling frequency, which is two orders of magnitude lower than that of the Cobra sensor, does not enable the dissipation rate to be estimated directly from the structure function. Instead, we used the inertial subrange formula  $S_u(k_x) = \alpha_\kappa \varepsilon^{2/3} k_x^{-5/3}$  to evaluate  $\varepsilon$  with  $\alpha_\kappa = 0.5$  (Stull 1988), which is equivalent to the structure function method in terms of hypothesis. As expected, given the greater height of the sonic anemometer with respect to the Cobra probe, the characteristic scales shifted to higher values:  $L \simeq 65$  m,  $\lambda \simeq 8.7$  cm and  $\eta \simeq 0.86$  mm. We observed the inertial subrange for only one decade, including most of the energy containing scales of the flow.

Investigating turbulence in the first tenths of centimetres above the surface with sonic anemometry is known to be difficult: the sampling volume and frequency are not really suitable for the small scales expected close to the surface and measurement accuracy may be a problem. The present Cobra data validate the data from the sonic anemometers and are evidence that the quality of sonic measurements may be sufficient to capture most of the scales, at least down to 44 cm in the present katabatic conditions.

The sonic anemometer spectra were determined with a series of more than 1 min (96 min in this case), which made it possible to observe a plateau-like trend at low wavenumbers on the slope-normal velocity spectra.





**Fig. 11** **a** Spectra of the 1-min streamwise wind velocity series at  $z = 3$  cm (red) and  $z = 23$  cm (grey) for the Cobra probe and from the lower sonic anemometer (blue) at  $z = 44$  cm during the katabatic event on 28 February between 0530 and 0636 LT. For the sonic anemometer, the streamwise velocity was taken from the fixed coordinate system defined in Sect. 3. The spectra is normalized with the Kolmogorov length and velocity scales. **b** Same figure for the slope-normal velocity spectra. Horizontal thick lines delineate the range of wavenumbers between the integral scale  $L$  on their left side and the Kolmogorov scale  $\eta$  on their right side. The colour of the line is associated with the curve of the same color. The black symbol on these lines is Taylor scale  $\lambda$ .

## 5 Conclusion

This paper presents an in-situ experiment conducted over a steep snow-covered slope to study katabatic flow. It was designed to solve some outstanding issues, particularly lacking in the experimental field. We first presented an overview of the full potential of this new dataset. It is rich both in terms of mean quantities for the linkage between the katabatic jet and its environment due to the use of a tethered balloon, and in terms of turbulence properties, particularly in the inner region.

Preliminary results show profiles of slope-normal velocity, which is far from being negligible and reached  $0.25 \text{ m s}^{-1}$  above the maximum wind speed height in the present experiment, which corresponds to about 10% of the maximum streamwise velocity of the jet. This raises some questions about the choice of the coordinate system used to represent the results, which directly affects the magnitude of turbulent fluxes, as shown here for the turbulent momentum flux  $\overline{u'w'}$ . The height at which this flux changes sign is also sensitive to the coordinate system used, with consequences for the redistribution of the mechanical shear production terms for the turbulence kinetic energy budget.

The use of a three-dimensional pitot probe makes it possible to take measurements close to the ground (i.e. down to a distance of 3 cm) with a high sampling frequency of 1250 Hz. To our knowledge, this is completely new for in-situ experiments and provides insights into the inner part of such katabatic flows. We observed a well-developed logarithmic law with a slight correction due to gravity effects on  $\overline{u'w'}$ , up to a height of about  $z^+ = 3000$  in terms of wall units. This makes the inner part of the present flow comparable to a turbulent boundary layer.

Turbulence data from the three-dimensional pitot probe are also insightful: the inertial subrange of the velocity spectra is well resolved. The spectrum also provides part of the dissipation zone at high frequency and covers the integral length scale at low frequency.

These data offer the opportunity to study turbulence in the inner region of katabatic jets, and in more generally, in the lower part of the turbulent boundary layer in the case of in-situ measurements. The turbulence data also confirm the quality of the results obtained with sonic anemometers for heights as low as 44 cm, which in the literature is often considered too low to capture turbulence correctly.

**Acknowledgements** This work was supported by the French National program LEFE (Les Enveloppes Fluides et l'Environnement) under the application COCA AO INSU LEFE 2021 and by a Grant from Labex OSUG@2020 (Investissements d'avenir ANR10 LABX56). We would like to thank J. Dagaut, M. Guilbot, A. Martin, H. Michallet, M. Obligado, C. Poncet, I. Redor, L. Seguinot and T. Sue for their participation to the field experiment. We also would like to thank the city administration of Revel (38420, France) for their logistical support.

## References

- Andreas EL, Claffey KJ, Jordan RE, Fairall CW, Guest PS, Persson POG, Grachev AA (2006) Evaluations of the Von Kármán constant in the atmospheric surface layer. *J Fluid Mech* 559:117
- Baldocchi DD (2003) Assessing the eddy covariance technique for evaluating carbon dioxide exchange rates of ecosystems: past, present and future. *Glob Change Biol* 9(4):479–492
- Blein S (2016) Observation and modelisation of stable atmospheric boundary layer in complex topography: turbulent processes of katabatic flows (in French). Ph.D. thesis, Université Grenoble Alpes, France
- Boussinesq J (1877) Essai sur la théorie des eaux courantes. *C R Acad Sci* 87:1–680
- Brock BW, Willis IC, Sharp MJ (2006) Measurement and parameterization of aerodynamic roughness length variations at Haut Glacier d'Arolla, Switzerland. *J Glaciol* 52(177):281–297
- Brun C, Blein S, Chollet J (2017) Large-eddy simulation of a katabatic jet along a convexly curved slope. Part 1: statistical results. *J Atmos Sci* 74(12):4047–4073
- Buchhave P, Velte CM (2017) Measurement of turbulent spatial structure and kinetic energy spectrum by exact temporal-to-spatial mapping. *Phys Fluids* 29(8):085,109
- Charrondière C, Brun C, Jean-Emmanuel S, Cohard JM, Biron R, Blein S (2020) Buoyancy effects in the turbulence kinetic energy budget and Reynolds stress budget for a katabatic jet over a steep alpine slope. *Boundary-Layer Meteorol* 177(1):97–122
- Davies J, Robinson P, Nunez M (1971) Field determinations of surface emissivity and temperature for Lake Ontario. *J Appl Meteorol* 10(4):811–819
- Denby B, Smeets C (2000) Derivation of turbulent flux profiles and roughness lengths from katabatic flow dynamics. *J Appl Meteorol* 39(9):1601–1612
- Dozier J, Warren SG (1982) Effect of viewing angle on the infrared brightness temperature of snow. *Water Resour Res* 18(5):1424–1434
- Duynkerke PG, Van den Broeke MR (1994) Surface energy balance and katabatic flow over glacier and tundra during GIMEX-91. *Glob Planet Change* 9(1–2):17–28
- Eriksson J, Karlsson R, Persson J (1998) An experimental study of a two-dimensional plane turbulent wall jet. *Exp Fluids* 25(1):50–60
- Fedorovich E, Shapiro A (2009) Structure of numerically simulated katabatic and anabatic flows along steep slopes. *Acta Geophys* 57(4):981–1010
- Finnigan J, Ayotte K, Harman I, Katul G, Oldroyd H, Patton E, Poggi D, Ross A, Taylor P (2020) Boundary-layer flow over complex topography. *Boundary-Layer Meteorol* 177:247–313
- Foken T (2006) 50 Years of the Monin–Obukhov similarity theory. *Boundary-Layer Meteorol* 119(3):431–447
- Geiger R, Aron RH, Todhunter P (2009) The climate near the ground. Rowman & Littlefield, Lanham
- Grachev AA, Leo LS, Di Sabatino S, Fernando HJS, Pardyjak ER, Fairall CW (2016) Structure of turbulence in katabatic flows below and above the wind-speed maximum. *Boundary-Layer Meteorol* 159(3):469–494
- Grisogono B, Oerlemans J (2001) Katabatic flow: analytic solution for gradually varying eddy diffusivities. *J Atmos Sci* 58(21):3349–3354
- Haiden T, Whiteman CD (2005) Katabatic flow mechanisms on a low-angle slope. *J Appl Meteorol* 44(1):113–126
- Helmis C, Papadopoulos K (1996) Some aspects of the variation with time of katabatic flow over a simple slope. *Q J R Meteorol Soc* 122(531):595–610
- Horst T, Doran J (1988) The turbulence structure of nocturnal slope flow. *J Atmos Sci* 45(4):605–616

- Horst T, Semmer S, Maclean G (2015) Correction of a non-orthogonal, three-component sonic anemometer for flow distortion by transducer shadowing. *Boundary-Layer Meteorol* 155(3):371–395
- Howell J, Mahrt L (1997) Multiresolution flux decomposition. *Boundary-Layer Meteorol* 83(1):117–137
- Jensen DD, Nadeau DF, Hoch SW, Pardyjak ER (2017) The evolution and sensitivity of katabatic flow dynamics to external influences through the evening transition. *Q J R Meteorol Soc* 143(702):423–438
- Kaimal JC, Finnigan JJ (1994) Atmospheric boundary layer flows: their structure and measurement. Oxford University Press, New York
- Kneller BC, Bennett SJ, McCaffrey WD (1999) Velocity structure, turbulence and fluid stresses in experimental gravity currents. *J Geophys Res Oceans* 104(C3):5381–5391
- Krug D, Holzner M, Lüthi B, Wolf M, Kinzelbach W, Tsinober A (2013) Experimental study of entrainment and interface dynamics in a gravity current. *Exp Fluids* 54(5):1530
- Largeroy Y, Staquet C (2016) Persistent inversion dynamics and wintertime PM<sub>10</sub> air pollution in alpine valleys. *Atmos Environ* 135:92–108
- Litt M, Sicart JE, Helgason WD, Wagnon P (2015) Turbulence characteristics in the atmospheric surface layer for different wind regimes over the Tropical Zongo Glacier (Bolivia, 16° S). *Boundary-Layer Meteorol* 154(3):471–495
- Litt M, Sicart JE, Six D, Wagnon P, Helgason WD (2017) Surface-layer turbulence, energy balance and links to atmospheric circulations over a mountain glacier in the French Alps. *Cryosphere* 11(2):971–987
- Low PS (1990) Katabatic winds in the lower Tamar Valley, Tasmania. *Il Nuovo Cimento C* 13(6):981–994
- Manins P, Sawford B (1979) A model of katabatic winds. *J Atmos Sci* 36(4):619–630
- McNider RT (1982) A note on velocity fluctuations in drainage flows. *J Atmos Sci* 39(7):1658–1660
- Monti P, Fernando H, Princevac M, Chan W, Kowalewski T, Pardyjak E (2002) Observations of flow and turbulence in the nocturnal boundary layer over a slope. *J Atmos Sci* 59(17):2513–2534
- Morales A, Wächter M, Peinke J (2012) Characterization of wind turbulence by higher-order statistics. *Wind Energy* 15(3):391–406
- Myers G, Schauer J, Eustis R (1961) The plane turbulent wall jet. Part 1: jet development and friction factor. Technical report, Department of Mechanical Engineering, Stanford University
- Nadeau D, Pardyjak E, Higgins C, Huwald H, Parlange M (2013a) Flow during the evening transition over steep alpine slopes. *Q J R Meteorol Soc* 139(672):607–624
- Nadeau D, Pardyjak E, Higgins C, Parlange M (2013b) Similarity scaling over a steep alpine slope. *Boundary-Layer Meteorol* 147(3):401–419
- Oldroyd HJ, Katul G, Pardyjak ER, Parlange MB (2014) Momentum balance of katabatic flow on steep slopes covered with short vegetation. *Geophys Res Lett* 41(13):4761–4768
- Oldroyd H, Pardyjak E, Higgins C, Parlange M (2016a) Buoyant turbulent kinetic energy production in steep-slope katabatic flow. *Boundary-Layer Meteorol* 161(3):405–416
- Oldroyd H, Pardyjak E, Huwald H, Parlange M (2016b) Adapting tilt corrections and the governing flow equations for steep, fully three-dimensional, mountainous terrain. *Boundary-Layer Meteorol* 159(3):539–565
- Pope SB (2000) *Turbulent flows*. Cambridge University Press, Cambridge
- Poulos G, Zhong S (2008) An observational history of small-scale katabatic winds in mid-latitudes. *Geogr Compass* 2(6):1798–1821
- Prandtl L (1942) *Führer durch die strömungslehre*. F Vieweg & Sohn, Braunschweig
- Princevac M, Fernando H, Whiteman CD (2005) Turbulent entrainment into natural gravity-driven flows. *J Fluid Mech* 533:259–268
- Princevac M, Hunt J, Fernando H (2008) Quasi-steady katabatic winds on slopes in wide valleys: hydraulic theory and observations. *J Atmos Sci* 65(2):627–643
- Rajaratnam N (1976) *Turbulent jets*. Elsevier, Amsterdam
- Rotach MW, Stiperski I, Fuhrer O, Goger B, Gohm A, Obleitner F, Rau G, Sfyri E, Vergeiner J (2017) Investigating exchange processes over complex topography: the Innsbruck Box (i-Box). *Bull Am Meteorol Soc* 98(4):787–805
- Schultz M, Flack K (2007) The rough-wall turbulent boundary layer from the hydraulically smooth to the fully rough regime. *J Fluid Mech* 580:381
- Segalini A, Örlü R, Alfredsson PH (2013) Uncertainty analysis of the Von Kármán constant. *Exp Fluids* 54(2):1460
- Shapiro A, Fedorovich E (2014) A boundary-layer scaling for turbulent katabatic flow. *Boundary-Layer Meteorol* 153(1):1–17
- Smeets C, Duynderke P, Vugts H (1998) Turbulence characteristics of the stable boundary layer over a mid-latitude glacier. Part 1: a combination of katabatic and large-scale forcing. *Boundary-Layer Meteorol* 87(1):117–145

- Steenefeld, GJ and Wokke, MJJ and Groot Zwaafink, CD and Pijlman, S and Heusinkveld, BG and Jacobs, AFG and Holtslag, AAM (2010) Observations of the radiation divergence in the surface layer and its implication for its parameterization in numerical weather prediction models. *J Geophys Res Atmos* 115(D6):1–13. Wiley Online Library
- Stiperski I, Holtslag AA, Lehner M, Hoch SW, Whiteman CD (2020) On the turbulence structure of deep katabatic flows on a gentle mesoscale slope. *Q J R Meteorol Soc* 146:1206–1231
- Stull R (1988) An introduction to boundary layer meteorology, vol 126. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht
- Sun J (2007) Tilt corrections over complex terrain and their implication for CO<sub>2</sub> transport. *Boundary-Layer Meteorol* 124(2):143–159
- Sun J, Oncley SP, Burns SP, Stephens BB, Lenschow DH, Campos T, Monson RK, Schimel DS, Sacks WJ, De Wekker SF et al (2010) A multiscale and multidisciplinary investigation of ecosystem–atmosphere CO<sub>2</sub> exchange over the rocky mountains of Colorado. *Bull Am Meteorol Soc* 91(2):209–230
- Tachie M, Balachandar R, Bergstrom D (2002) Scaling the inner region of turbulent plane wall jets. *Exp Fluids* 33(2):351–354
- Van Den Broeke MR (1997) Momentum, heat, and moisture budgets of the katabatic wind layer over a midlatitude glacier in summer. *J Appl Meteorol* 36(6):763–774
- Van Den Broeke MR, Duynkerke PG, Henneken EA (1994) Heat, momentum and moisture budgets of the katabatic layer over the melting zone of the west Greenland ice sheet in summer. *Boundary-Layer Meteorol* 71(4):393–413
- Vickers D, Mahrt L (2003) The cospectral gap and turbulent flux calculations. *J Atmos Ocean Technol* 20(5):660–672
- Villafruela J, Castro F, Parra M (2008) Experimental study of parallel and inclined turbulent wall jets. *Exp Therm Fluid Sci* 33(1):132–139
- Whiteman CD (2000) Mountain meteorology: fundamentals and applications. Oxford University Press, New York
- Wilczak J, Oncley S, Stage S (2001) Sonic anemometer tilt correction algorithms. *Boundary-Layer Meteorol* 99(1):127–150
- Zilitinkevich S, Calanca P (2000) An extended similarity theory for the stably stratified atmospheric surface layer. *Q J R Meteorol Soc* 126(566):1913–1923

**Publisher's Note** Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.

### 3.4.2 Quelques compléments à la présentation des données

#### Impact de la longueur du segment sur la MRD

Dans la Figure 3 de la section précédente, la décomposition multi-résolution a été appliquée à l'ensemble des épisodes catabatiques sans tenir compte de la longueur de chacun : les épisodes durent de 30 minutes pour le plus court à 3 heures et quart pour le plus long. L'utilisation de segments trop longs ( $> 1$  heure) dans la MRD peut introduire dans le calcul des effets dûs à l'instationnarité des données (Vickers et Mahrt, 2003). Bien que les épisodes soient définis entre autres sur le critère de stationnarité des données, certains peuvent subir une légère dérive temporelle, et le champ de vitesse est soumis à des oscillations (par exemple, McNider, 1982). Pour confirmer la robustesse des flux calculés en utilisant des segments de longueurs variables d'un épisode à l'autre, la Figure 3.8 montre le spectre MRD du flux  $\overline{w'\theta'}$  réalisé à partir d'un épisode complet de 3 heures (24 février 5 h-8 h), ainsi que le spectre MRD déterminé sur un ensemble de 18 segments de 10 minutes pour ce même épisode. En-dessous de la limite des 2 minutes, le spectre se comporte de manière similaire quelle que soit la longueur initiale du segment. Les différences les plus marquées entre les deux méthodes se trouvent à basse fréquence, et n'impactent pas le choix de l'échelle spectrale qui est toujours située autour de  $\tau = 2$  minutes. Ainsi, la valeur du flux  $\overline{w'\theta'}$  n'est pas impactée par la longueur du segment initial utilisé sauf à  $z = 9.77$  m. La valeur du flux à cette hauteur est faible par rapport aux autres niveaux, et donc plus sensible à l'intégration d'effets méso-échelles.

Au premier niveau de mesures (dans l'épisode catabatique présent à  $z = 0.31$  m), le spectre MRD ne résout pas le maximum d'intensité à haute fréquence (Fig. 3.8). Cela signifie qu'une portion non négligeable du flux turbulent  $\overline{w'\theta'}$  n'est pas capturée. Autour de ce niveau de mesures situé proche de  $z_j$ , le flux turbulent  $\overline{u'w'}$  s'annule et change de signe. Appliquer la MRD sur  $\overline{u'w'}$  à ce niveau n'a donc pas de sens.

L'application de la MRD sur les données du pitot 3D (en dessous de  $z_j$ ) pour le flux  $\overline{u'w'}$  (Fig. 3 de Charrondière et al. (2022), Section 3.4.1) montre que l'essentiel du flux de quantité de mouvement serait capturé avec une fréquence d'acquisition de 20 Hz pour des hauteurs équivalentes et inférieures à  $z_n = 0.31$  m. De plus, il existe une continuité sur le profil de quantité de mouvement entre les flux estimés avec les anémomètres soniques et les flux estimés au moyen du pitot 3D à haute fréquence (Fig. 9 de la Section 3.4.1). L'utilisation de l'anémomètre sonique à quelques dizaines de centimètres du sol permet donc une relativement bonne estimation du flux  $\overline{u'w'}$  mais sous-estime en partie le flux  $\overline{w'\theta'}$ . Cette sous-estimation est visible sur la forme des profils de  $\overline{w'\theta'}$  (Annexe B). Cette différence de répartition d'énergie en termes d'échelle entre les flux turbulents de chaleur sensible et de quantité de mouvement peut s'expliquer par deux raisons :

- À l'approche de la surface, les tourbillons sont plus petits que dans la couche externe du jet (Table C.1 de l'Annexe C, particulièrement visible pour l'épisode du 28 février 2019 pour lequel des mesures dans la région interne du jet sont disponibles). Selon Kaimal et Finnigan (1994), les plus petits tourbillons transportent la chaleur de manière plus efficace que la quantité de mouvement. Ils en déduisent qu'il faut utiliser des capteurs à plus haute fréquence proche de la surface pour estimer  $\overline{w'\theta'}$  que pour estimer  $\overline{u'w'}$ .
- Autour de la hauteur du maximum de vitesse, les gradients de vitesse sont faibles, générant ainsi un nombre de Richardson de gradient  $Ri$  pouvant être supérieur à 1. En 2019, le maximum de vent est situé très proche du sol, générant ainsi  $Ri > 1$  pour le niveau de mesure en question situé tout près de  $z_j$  m. D'après Zilitinkevich et al. (2008), lorsque  $Ri$  est supérieur à 1, le transport de quantité de mouvement est beaucoup plus efficace que le transport de chaleur.

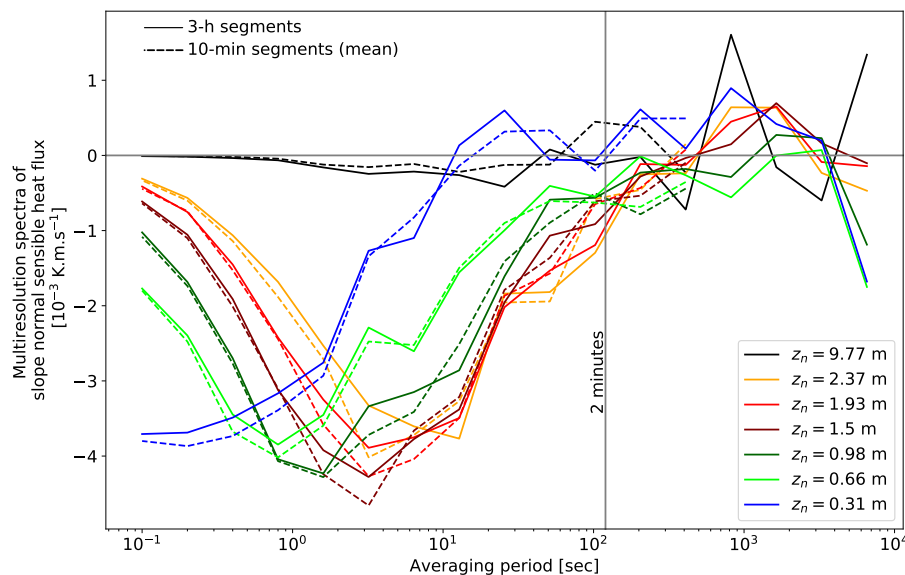


FIGURE 3.8 – Multi-resolution spectra of turbulent sensible heat flux  $\overline{w'\theta'}$ , in the topographic coordinate system ( $\alpha = 30^\circ$ ), for the CSAT data on February 24<sup>th</sup>, 2019 (5 h–8 h). Solid lines are determined from the whole 3-hour long dataset. Dashed lines are determined from 18 10-minute long portions of the dataset then averaged to have only one line for each measurement level.

### Influence de l'humidité sur la mesure de température sonique

La détermination de la température par les anémomètres soniques est affectée par la présence d'humidité dans l'air. La température sonique  $T_{sonic}$  (Eq. 3.3) et la température  $T$  sont liées par (Kaimal et Finnigan, 1994) :

$$T_{sonic} = T \left( 1 + 0.32 \frac{e_w}{P} \right) = T (1 + 0.51q), \quad (3.8)$$

où  $e_w$  est la pression de vapeur ou pression partielle de l'eau dans l'air et  $P$  est la pression atmosphérique. La pression de vapeur  $e_w$  est estimée à partir de l'humidité relative  $RH$  de l'air et de la température  $T$ , fournies dans le cas présent par un thermo-hygromètre (CS215). La pression de vapeur saturante  $e_s$  estimée par la relation de Clausius-Clapeyron est déduite de  $T$  :

$$e_s = e_0 \exp \left( \frac{L_v}{R_v} \left[ \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right] \right) = 100 \frac{e_w}{RH}, \quad (3.9)$$

où  $e_0 = 611$  Pa est la pression de vapeur saturante de l'eau à la température de référence  $T_0 = 273.15$  K.  $L_v = 2.5 \times 10^6$  J kg<sup>-1</sup> est la chaleur latente de vaporisation de l'eau et  $R_v = R/M_v = 462$  J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> est la constante des gaz parfaits pour la vapeur d'eau.

Dans le contexte anticyclonique de mesures, l'humidité relative est inférieure à 50% pour l'ensemble des épisodes, ce qui correspond à un ratio  $e_w/P$  très faible, de l'ordre de  $10^{-3}$  pour la gamme de températures considérée. La correction de température est donc de l'ordre de quelques dixièmes de degrés ( $< 1^\circ\text{C}$ ), et inférieure à la précision de la mesure. Dans cette étude, nous nous intéressons

à la température virtuelle (Section 2.1.3), qui est proche de la température sonique. On prendra donc pour la suite de ce manuscrit  $T \approx T_{sonic} \approx T_v$  pour les mesures de température réalisées avec les anémomètres soniques.

### Cycle diurne de la stratification ambiante

Pour évaluer qualitativement l'évolution de la stratification au cours de la campagne de mesures, deux méthodes ont été utilisées :

- Méthode 1 : le gradient thermique est évalué entre l'aérodrome du Versoud et la clairière d'une part (Site B sur la Fig. 3.1), et entre l'aérodrome du Versoud et le site principal de mesure d'autre part (Site A sur la Fig. 3.1). Cette estimation de la stratification ambiante à partir des données de stations météorologiques en surface est faite sous l'hypothèse d'homogénéité horizontale de la température de l'atmosphère. Cette hypothèse est assez bien vérifiée en conditions stratifiées stables (Largeron, 2010) comme c'est le cas de nuit à cette période de l'année.
- Méthode 2 : le gradient de température est estimé à partir des capteurs thermiques emportés sous le ballon captif au niveau du site B (Fig. 3.1, Tableau 1 de la Section 3.4.1). Ces données sont ponctuelles.

La méthode 1 met en avant le cycle diurne marqué de la stratification thermique (Fig. 3.9). Les deux duos de stations utilisés suivent une tendance commune, avec un décalage inférieur à  $0.005 \text{ s}^{-1}$  : la couche limite devient de plus en plus stable thermiquement au cours de la nuit jusqu'au lever du soleil. La journée, la stabilité diminue voire s'inverse selon le duo de stations utilisé. La journée, l'hypothèse d'homogénéité horizontale est moins applicable, et nous n'utiliserons donc ces données que pour évaluer qualitativement l'évolution de la stratification. Le décalage systématique entre les deux duos de stations peut venir du refroidissement radiatif différent entre le site A et le site B.

Les quelques mesures de stratification thermique réalisées par la méthode 2 suivent globalement la tendance générale donnée par la méthode 1. Les valeurs sont du même ordre de grandeur entre les deux méthodes. Sauf indication contraire, la stratification ambiante utilisée sera  $0.02 \text{ s}^{-1}$ .

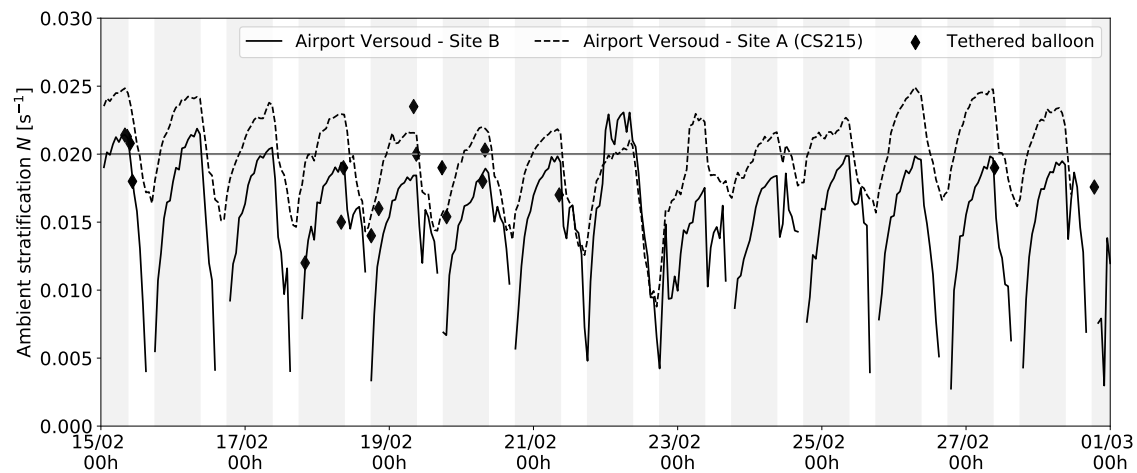


FIGURE 3.9 – Time series of ambient stratification  $N$  during the whole field campaign in February 2019. Diamonds are determined from virtual potential temperature profiles, acquired with the tethered balloon (Eq. 2.6). Lines are determined from virtual potential temperature gradient between the Versoud aerodrome and the meteorological mast at the clearing (solid line) and between the Versoud aerodrome and the main measurement site (dashed line). Temperature used at the main measurement site is taken from the thermo-hygrometer.





## Chapitre 4

# Développement de l'écoulement catabatique le long de la pente et propriétés de mélange dans le jet

L'évolution de l'écoulement le long de la pente a fait l'objet d'un article, soumis à *Journal of Fluid Mechanics*, et constitue l'essentiel du Chapitre 4. Cet article utilise les équations de quantité de mouvement et de chaleur intégrées sur la hauteur du jet, pour montrer l'évolution de la vitesse débitante  $U$  avec la distance au sommet  $x$ . Sans stratification ni vent ambiant et en considérant la température de surface constante le long de la pente, le modèle prédit une vitesse  $U$  proportionnelle à  $x^{1/2}$ . Si c'est le forçage radiatif  $(w'\theta')_s$  qui est constant le long de la pente plutôt que la température de surface, cela signifie que la vitesse suit une loi de la forme  $U \sim x^{1/3}$ . Cette loi nécessite une correction sur pente forte liée à la stratification.

Cet article explore également le comportement de la turbulence au sein du jet, notamment le lien entre le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t = K_m/K_h$  et le nombre de Richardson de gradient  $Ri$ . Le nombre de Prandtl turbulent augmente d'environ 0.7 à faible  $Ri$  jusqu'à atteindre environ 2 pour  $Ri \approx 0.5$ . On introduit aussi l'efficacité de mélange  $Rm$  (Section 2.10.5), en prenant en compte les effets de la pente, notamment la présence du flux turbulent de chaleur sensible parallèle à la surface  $\overline{u'\theta'}$ .

### 4.1 Développement longitudinal de l'écoulement et propriétés de mélange turbulent au cœur du jet : Charrondière et al., (soumis à JFM)

Banner appropriate to article type will appear here in typeset article

## 1 Mean flow structure of katabatic winds and 2 turbulent mixing properties

3 Claudine Charrondière<sup>1</sup>†, Christophe Brun<sup>1</sup>, Emil J. Hopfinger<sup>1</sup>, Jean-Martial  
4 Cohard<sup>2</sup> and Jean-Emmanuel Sicart<sup>2</sup>

5 <sup>1</sup>Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels (LEGI), Université Grenoble Alpes, 38058  
6 Grenoble Cedex 9, France

7 <sup>2</sup>Institut des Géosciences de l'Environnement (IGE), Université Grenoble Alpes, 38058 Grenoble Cedex 9,  
8 France

9 (Received xx; revised xx; accepted xx)

10 The recent field measurements of katabatic winds on steep alpine slopes provide a unique  
11 database for theoretical analysis of the mean flow development and the determination of  
12 mixing properties. The theory is based on the depth-integrated momentum and heat equations  
13 and demonstrates an increase in mean velocity  $U$  with downstream distance  $x$  according to  $x^n$   
14 ( $n \leq 1/2$ ). An equation for the mean wind velocity is established, expressing the dependency  
15 on the buoyancy flux, related with the heat flux to the ground, entrainment and bottom friction.  
16 No ambient stratification and ambient wind and constant ground surface temperature, leads  
17 to  $U \sim x^{1/2}$ , while constant heat flux to the ground leads to  $U \sim x^{1/3}$  and requires that  
18 the reduced gravity decreases as  $x^{-1/3}$ . Stable ambient stratification  $N$  causes, in addition to  
19 small amplitude mean flow oscillations, a decrease in reduced gravity with  $x$ , in which case  
20 the assumption of constant surface heat flux along  $x$  is only an approximation. The turbulent  
21 fluxes are a function of gradient Richardson number  $Ri$  with the ratio of turbulent diffusivity  
22 to viscosity  $K_h/K_m$  changing from nearly 1.4 to about 0.5 at  $Ri \approx 0.5$ . A new mixing  
23 efficiency is introduced that includes turbulence kinetic energy production or consumption  
24 by along-slope turbulent buoyancy flux. It increases with  $Ri$  up to 0.25 at  $Ri \approx 0.5$  and  
25 then remains nearly constant. The measurements allowed to determine the bottom drag  
26 coefficients and interfacial entrainment with the ground surface heat flux being determined  
27 from the mean buoyancy flux.

28 **Key words:** Authors should not enter keywords on the manuscript, as these must be chosen by  
29 the author during the online submission process and will then be added during the typesetting  
30 process (see [Keyword PDF](#) for the full list). Other classifications will be added at the same  
31 time.

---

† Email address for correspondence: [charrondiere.claudine@gmail.com](mailto:charrondiere.claudine@gmail.com)

**Abstract must not spill onto p.2**

2

32 **1. Introduction**

33 A katabatic wind, from the Greek  $\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\beta\alpha\sigma\iota\varsigma$ -katabasis ('kata' for descending and 'batos'  
 34 for moving beyond, Poulos & Zhong 2008), is a wind flowing downhill under the influence  
 35 of gravity, due to the presence of colder air adjacent to the ground (e.g., Stull 1988). These  
 36 downslope winds can reach high velocities in polar regions where ground temperatures can  
 37 be very low and slope lengths are large. Antarctic katabatic wind speeds of  $35 \text{ m s}^{-1}$  have  
 38 been measured in the East-Antarctic coastal regions where slopes are very long and steeper  
 39 than in the inner Antarctic continent (Ball 1957). In alpine regions, wind speeds are generally  
 40 less than  $4 \text{ m s}^{-1}$ , reaching  $7\text{-}8 \text{ m s}^{-1}$  on glaciers (Smeets et al. 1998, on a  $5^\circ$  slope). There  
 41 exists a fairly large literature on katabatic winds because of their importance in local weather  
 42 conditions and their impact on pollution in valleys (e.g., Horst & Doran 1988; Smeets et al.  
 43 1998; Monti et al. 2002; Haiden & Whiteman 2005; Poulos & Zhong 2008; Nadeau et al.  
 44 2013; Grachev et al. 2016; Oldroyd et al. 2016; Jensen et al. 2017; Charrondière et al. 2020,  
 45 2022; Stiperski et al. 2020, for experimental studies). For numerical studies, see for example  
 46 Skyllingstad (2003), Axelsen & van Dop (2009), Fedorovich & Shapiro (2009), Burkholder  
 47 et al. (2011), Smith & Porté-Agel (2014), Giometto et al. (2017) and Brun et al. (2017).

48 Detailed turbulence measurements are available in many of the aforementioned experimen-  
 49 tal studies but, surprisingly, the mean flow dynamics of these currents and mixing properties  
 50 such as the variation with Richardson number of the turbulent Prandtl number and mixing  
 51 efficiency have received little attention. On the contrary, the dynamics of finite buoyancy  
 52 release and constant, upstream buoyancy supply gravity currents has been extensively studied.  
 53 A formal comparison of these gravity currents with katabatic winds is therefore informative.  
 54 Ellison & Turner (1959) evaluated the velocity of a katabatic wind, using the depth-integrated  
 55 momentum equation theory developed for constant, upstream buoyancy supply,  $B_0$ , gravity  
 56 currents on slopes, in which case the depth averaged velocity  $U$  scales as  $U \sim B_0^{1/3}$ . They  
 57 obtained a mean velocity of  $6 \text{ m s}^{-1}$  at a downstream distance of 50 km when assuming a  
 58 constant heat flux of  $70 \text{ W m}^{-2}$  to the ground over this distance. Manins & Sawford (1979)  
 59 extended this depth integrated equation approach to katabatic winds, including ambient  
 60 stratification, and calculated a mean wind velocity of about  $3 \text{ m s}^{-1}$  when assuming constant  
 61 heat flux of  $68 \text{ W m}^{-2}$  over a distance of 5 km. This was found to be in reasonably good  
 62 agreement with the measurements by Streten et al. (1974) on a glacier of  $7^\circ$  slope angle  
 63 at the 5 km location. In their study, bottom friction ( $C_D$ ) has been neglected compared  
 64 with interfacial drag which is valid in the case of gravity currents on smooth wall where  
 65  $C_D \sim 10^{-3}$  and the entrainment coefficient (expressing interfacial friction) is  $E > 0.01$   
 66 (Ellison & Turner 1959) when the slope angle  $\alpha > 5^\circ$ . Surprisingly, the values of  $C_D$  given  
 67 for katabatic winds on glaciers are of the order of  $C_D \sim 10^{-3}$  (see Manins & Sawford  
 68 1979) which would justify neglecting bottom friction. Nappo & Rao (1987) also used the  
 69 integrated equation approach in an analytical model considering different configurations of  
 70 ambient stratification and slopes. On slopes of  $\alpha < 10^\circ$  and with a stratification of  $10^\circ \text{ K km}^{-1}$   
 71 ( $N \approx 0.018 \text{ rad s}^{-1}$ ), they found that  $U \sim x^{1/3}$  is a good approximation even though the surface  
 72 heat flux varies slightly along  $x$ . Furthermore, the strong sensitivity of the variation of  $U$   
 73 to ambient stratification has been demonstrated. Princevac et al. (2008) applied the same  
 74 model as Manins & Sawford (1979) to katabatic winds in a wide alpine valley of about  
 75 10 km long and mean slopes angle  $< 4^\circ$ , where bottom friction is the main retarding force.  
 76 They suggested a mean velocity increase  $U \sim x^{1/2}$  and obtained good agreement with their  
 77 measurements by introducing an adjustable parameter. Because of the small slope angle,  
 78 a velocity increase of  $x^n$  with  $n \approx 1/2$  is possible up to a certain distance (depending on  
 79 the slope angle) even in the presence of ambient stratification. Princevac et al. (2008) also

80 observed the well-known oscillatory behavior of katabatic winds (e.g., McNider 1982) at a  
81 frequency of the order of  $N \sin \alpha$ .

82 The recent detailed field measurements of katabatic winds on steep alpine slopes of  $30^\circ$ ,  
83 conducted by Charrondière *et al.* (2020, 2022), provide an excellent data base for analysing  
84 these gravity flows via the depth-integrated momentum and heat flux equations. In this  
85 study, we reformulated these equations by including ambient stratification and ambient wind,  
86 providing also an explicit equation for the depth averaged velocity in terms of the buoyancy  
87 flux, entrainment and bottom friction. On alpine slopes the ground is rough so that  $C_D$  is of  
88 order  $10^{-2}$  or larger and is of the same order than interfacial friction (related to entrainment). It  
89 is shown that, because of ambient stratification and ambient wind, the mean flow development  
90 is complex and a power law of the mean, averaged velocity in the form  $U \sim x^n$  can only be  
91 an approximation over a limited distance  $L$ , with the exponent  $n$  and  $L$  depending on slope  
92 angle. Furthermore, besides mean velocity and mean temperature, turbulence quantities have  
93 also been measured in these field experiments that allow to determine mixing properties in  
94 relation with the mean flow structure.

95 The turbulent viscosity  $K_m$  and diffusivity  $K_h$  depend on Reynolds number with their  
96 ratio, i.e. the turbulent Prandtl number being close to  $Pr_t = K_m/K_h \approx 0.7$  (Pope 2000). In  
97 stratified fluids, these eddy coefficients vary with gradient Richardson number  $Ri$  (Turner  
98 1973; Strang & Fernando 2001). Odier *et al.* (2009) measured eddy coefficients in the outer  
99 free shear region of a laboratory gravity current, showing that these coefficients increased with  
100 increasing mean gradients whereas the corresponding mixing lengths remained constant and  
101 of ratio close to 1. However, the gradient Richardson number  $Ri$  in these measurements was  
102 always small, and nearly constant. It is therefore of interest to evaluate these eddy coefficients  
103 in the present katabatic winds where  $Ri$  varies by an order of magnitude. Furthermore,  
104 turbulence kinetic energy is required for mixing, i.e. increase of potential energy, with the  
105 ratio of loss to buoyancy to production by shear being known as the flux Richardson number  
106  $Rf$ , referred to as mixing efficiency (Linden 1979; Hopfinger 1987; Peltier & Caulfield 2003;  
107 Ivey *et al.* 2018). In katabatic winds on steep slopes there is, in addition to turbulent energy  
108 production by shear, production by the along-slope buoyancy flux Charrondière *et al.* (2020).  
109 This requires a new definition of mixing efficiency  $Rm$  that contains the total turbulent energy  
110 production.

111 Thus, the aim of this study is to determine how natural katabatic flows develop along the  
112 slope, and how their turbulent characteristics such as mixing coefficients  $K_m$  and  $K_h$  as well  
113 as mixing efficiency are related with the mean velocity and temperature gradients and the  
114 gradient Richardson number  $Ri$ . Section 2 describes the development of the depth-integrated  
115 approach applied to the general case of katabatic winds and in Section 3, the experimental  
116 conditions and measurement techniques together with the selected data sets are presented.  
117 In Section 4, the mean flow structure is analysed in the context of the theoretical model,  
118 showing also how the mean flow oscillations are related with internal wave emission. The  
119 variations of eddy coefficients (turbulent Prandtl numbers) with Richardson number, as well  
120 as a generalized mixing efficiency are presented in Section 5. This section also show the  
121 surface sensible heat flux, determined from the depth-integrated model.

## 122 2. Governing equations

123 Figure 1 shows a definition sketch of a katabatic flow down a slope of angle  $\alpha$  with the inset  
124 showing the ground slope topography. The coordinates  $(x, z)$  are respectively in the flow  
125 direction of streamwise velocity  $u(x, z)$  and slope-normal velocity  $w(x, z)$ . The dry potential  
126 air temperature  $\theta$  is  $\theta_s$  at the ground surface and  $\theta_H$  at the outer edge of the jet. The wind  
127 speed at a given location  $(x, z)$  is in general a function of time depending on the importance

4

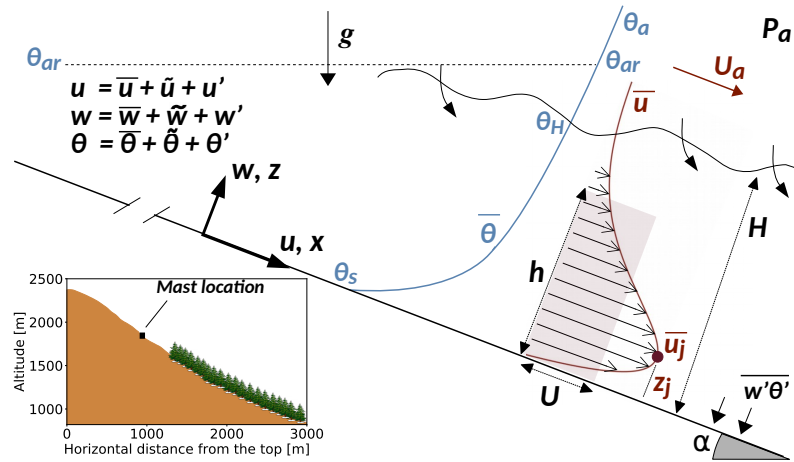


Figure 1: Definition sketch of a katabatic wind over a slope of angle  $\alpha$ .  $\bar{u}_j$  and  $z_j$  are the maximum wind velocity and the height at which  $\bar{u} = \bar{u}_j$ .  $U_a$  is the ambient wind and  $H$  is the height at which the mean velocity  $\bar{u}$  equals 5% of  $\bar{u}_j - U_a$ .  $\theta_a$  is the ambient temperature profile,  $\theta_s$  is surface temperature,  $\theta_{ar}$  is an upstream reference temperature and  $\theta_H$  is the ambient temperature at the height  $H$ .  $P_a$  is atmospheric pressure. The shaded rectangle of dimension  $h$  and  $U$  has a flow rate equivalent to the flow rate of the katabatic jet. In the inset the slope topography is indicated.

128 of the radiative ground cooling ( $\tau$ ), which varies with the time of the day and meteorological  
 129 conditions. During the evening transition, radiative cooling is generally dominant but then  
 130 slows down at night, so that a quasi equilibrium of the heat fluxes is reached. At this state,  
 131 in the present experiment,  $\tau < 1^\circ \text{ h}^{-1}$ , so that the flow can be assumed to be quasi steady,  
 132 i.e.,  $\tau \ll \mathcal{T}$ , where  $\mathcal{T}$  represents temperature change on  $x$  during the convective time scale  
 133  $L/\mathcal{U}$ , where  $\mathcal{U}$  is a characteristic velocity of the wind and  $L$  is the slope length.

134 Often, ambient winds of non-negligible speed  $U_a$  exist that strongly affects the flow  
 135 and has to be included in the analysis. In this study we will only take into account the  $x$   
 136 component parallel to the slope. Transverse ambient winds could affect the flow development  
 137 but, presently, there is insufficient information for evaluating this possible effect.

138 In the following,  $\overline{(\cdot)}$  represents temporal averaging and  $(\cdot)'$  is used for fluctuations around  
 139 the average value following Reynolds decomposition.  $\tilde{(\cdot)}$  refers to mean flow oscillations  
 140 related with ambient stratification  $N$ , at a frequency close to  $N \sin \alpha$  (e.g., McNider 1982).  
 141 Applying the boundary layer approximation (see Pope 2000, for instance) and decomposing  
 142 the flow parameters into a mean and fluctuating component, the 2D momentum, continuity

143 and heat transfer equations are:

$$144 \quad (\bar{u} + U_a) \frac{\partial(\bar{u} + U_a)}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial(\bar{u} + U_a)}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}^{\prime 2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u^{\prime 2}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{p} + \tilde{p})}{\partial x} - g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \sin \alpha \quad (2.1a)$$

$$145 \quad \frac{\partial \bar{w}^{\prime 2}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w^{\prime 2}}}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{p} + \tilde{p})}{\partial z} + g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \cos \alpha \quad (2.1b)$$

$$146 \quad \frac{\partial(\bar{u} + U_a)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.1c)$$

$$147 \quad (\bar{u} + U_a) \frac{\partial(\bar{\theta} - \theta_a)}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial(\bar{\theta} - \theta_a)}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{u}\tilde{\theta}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} = (\bar{u} + U_a) \gamma_\theta \sin \alpha + \bar{w} \gamma_\theta \cos \alpha, \quad (2.1d)$$

148 where the viscous terms have been neglected (high Reynolds number and fully rough  
149 aerodynamic surface roughness), as well as radiative divergence (Hoch et al. 2007) and  
150 phase change terms. Due to ambient stratification  $N^2 = g\gamma_\theta/\theta_{ar}$  (Stull 1988), where  $\gamma_\theta$   
151 is the temperature gradient and  $\theta_{ar} = \theta_H(x = 0)$  is an upstream reference temperature, the  
152 ambient potential temperature  $\theta_a$  varies with  $x$  and  $z$  as:

$$153 \quad \theta_a(z) = \theta_H - \gamma_\theta(H - z) \cos \alpha \quad (2.2)$$

154

$$155 \quad \theta_H = \theta_a(z = H) = \theta_{ar} \left( 1 - \frac{N^2 x}{g} \left[ \sin \alpha - \frac{H}{x} \cos \alpha \right] \right), \quad (2.3)$$

156 where  $H$  is the height at which the mean velocity is practically zero (or  $U_a$ ). By integrating  
157 Eq. 2.1b along  $z$ , then taking the derivative of the resulting expression along  $x$ , we obtain an  
158 expression for the pressure variation along  $x$  in Eq. 2.1a (the form can be found in Haiden &  
159 Whiteman 2005, for example). Then, after neglecting the mean flow oscillation (Section 5.1)  
160 as well as the  $x$  variations of turbulent fluxes because  $\tilde{u}^2 \ll \bar{u}^2$  (Section 4.1),  $\overline{u^{\prime 2}}$  and  
161  $\overline{w^{\prime 2}} \ll \bar{u}^2$  and  $\overline{u'\theta'} \ll \bar{u}\bar{\theta}$ , with  $U_a$  being constant, the system of equations then takes the  
162 form:

$$163 \quad \frac{\partial(\bar{u} + U_a)\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = - g \frac{\bar{\theta} - \theta_H}{\theta_a} \sin \alpha + g \cos \alpha \frac{\partial}{\partial x} \int_z^H \left( \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \right) dz' \quad (2.4a)$$

$$164 \quad \frac{\partial(\bar{\theta} - \theta_a)(\bar{u} + U_a)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\theta} - \theta_a)\bar{w}}{\partial z} = - \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} + (\bar{u} + U_a) \gamma_\theta \sin \alpha + \bar{w} \gamma_\theta \cos \alpha \quad (2.4b)$$

165

Because the variation of  $\theta_a$  is negligible over the height  $H$  with respect to the variation of the temperature profile, we can take  $\theta_a = \theta_H$  in the terms on the right-hand side of Eq. 2.4a. Then, under the assumption of velocity and temperature profiles similarity, integration of Eq. 2.4 along  $z$  results in equations for the integral mean velocity  $U$  and temperature variation

6

$\Delta\Theta$ . At  $z = H$ , we consider that turbulent fluxes tend to 0. This gives:

$$\frac{d(U + U_a)Uh}{dx} = g \frac{S_2 \Delta\Theta}{\theta_H} h \sin \alpha - \frac{1}{2} g \frac{d}{dx} \left( \frac{S_1 \Delta\Theta}{\theta_H} h^2 \cos \alpha \right) - C_D \left( U + \frac{U_a}{2} \right)^2 \quad (2.5a)$$

$$\frac{d(U + U_a)\Delta\Theta h}{dx} = -\overline{(w'\theta')_s} - (U + U_a)h\gamma_\theta \sin \alpha \quad (2.5b)$$

166 The last term in Eq. 2.4b has been neglected, because  $(H/x) \cos \alpha \ll \sin \alpha$ .  
 167  $C_D = -\overline{(u'w')_s}/(U + U_a/2)^2$  is the bottom drag coefficient, where changes of  $C_D$   
 168 due to the mean flow oscillations are averaged out over the katabatic event considered. We  
 169 chose to use  $U_a/2$  so that when  $U = -U_a$  the bottom drag is not zero. The turbulent sensible  
 170 heat flux  $\overline{(w'\theta')_s}$  is negative. The integral quantities  $U$ ,  $h$ ,  $\Delta\Theta$  and the profile shape factors  
 171  $S_1$ ,  $S_2$  (which are considered constants) are defined by:

$$172 \quad Uh = \int_0^H \bar{u} dz \quad ; \quad U^2 h = \int_0^H \bar{u}^2 dz \quad (2.6)$$

$$173 \quad S_2 \Delta\Theta h = - \int_0^H (\bar{\theta} - \theta_a) dz \quad ; \quad S_1 \Delta\Theta h^2 = -2 \int_0^H (\bar{\theta} - \theta_a) z dz \quad (2.7)$$

174 The integrated buoyancy flux  $B$  is defined by:

$$175 \quad B = \frac{g(U + U_a)\Delta\Theta h}{\theta_H} = K \frac{g(U + U_a)(\theta_H - \theta_s)h}{\theta_H} = -\frac{g}{\theta_H} \int_0^H (\bar{\theta} - \theta_a)(\bar{u} + U_a) dz, \quad (2.8)$$

176 where  $K = \Delta\Theta/(\theta_H - \theta_s)$ . The coefficients  $S_1$ ,  $S_2$  and  $K$  have to be determined from  
 177 experiments. The integrated buoyancy (Eq. 2.8) is also obtained by integrating Eq. 2.5b by  
 178 taking variations of the parameters in the form  $\overline{(w'\theta')_s} \sim x^m$ ,  $U \sim x^n$  and  $E_h = dh/dx$ . This  
 179 gives:

$$180 \quad B = \frac{g(U + U_a)\Delta\Theta h}{\theta_H} = -\frac{g}{\theta_H} \frac{\overline{(w'\theta')_s}}{m+1} x \left( 1 + \frac{h\gamma_\theta \sin \alpha (m+1)}{\overline{(w'\theta')_s}} \left[ \frac{U}{n+2} + \frac{U_a}{2} \right] \right) \quad (2.9)$$

181 With the parameters  $U$ ,  $h$ ,  $\Delta\Theta$  and  $B$ , we can define the global Richardson number  $Ri_0$   
 182 (Eq. 2.10) and the entrainment coefficient  $E$  (Eq. 2.11) as:

$$183 \quad Ri_0 = g \frac{\Delta\Theta h}{\theta_H U^2} \cos \alpha = \frac{B}{U^2 (U + U_a)} \cos \alpha \quad (2.10)$$

$$184 \quad E = \frac{1}{U} \frac{d(U + U_a)h}{dx} = \left( 1 + \frac{U_a}{U} \right) E_h + E_U, \quad (2.11)$$

185 where  $E_h$  and  $E_U = (h/U)d(U + U_a)/dx$  relate to the spatial variation of volume flux  
 186 due to the increase of current height and to the change of mean velocity, respectively. By  
 187 virtue of the entrainment assumption (Morton et al. 1956),  $E$ , that is a function of  $Ri_0$   
 188 (Turner 1973), can be considered constant along  $x$  because  $Ri_0$  remains constant when the  
 189 ambient velocity  $U_a = 0$ . The current height grows linearly with  $x$  ( $E_h$  constant) so that  
 190  $E_U$  is also constant. When  $U_a \neq 0$ , the growth of current height is slowly varying with  $x$ :  
 191  $dh/dx = (E - E_U)/(1 + U_a/U)$ . It is also possible that  $E$ , in addition to  $Ri_0$ , is a function of  
 192  $U_a$ . The analysis of the present measurements (Section 4.2) seems to indicate a dependency  
 193 on  $U_a$ . Finally, after rearrangement of Eq. 2.5a and using the above-defined parameters  $Ri_0$ ,



194  $E$  and  $E_U$ , we get the integral velocity in terms of integrated buoyancy flux in the form:

$$\frac{U^3}{B} = \frac{S_2 \sin \alpha - \frac{S_1 h}{2B} \cos \alpha S_1 \frac{dB}{dx}}{E \left[ \left(1 + \frac{U_a}{U}\right) + \frac{1}{2} S_1 Ri_0 \right] + E_U \left[ \left(1 + \frac{U_a}{U}\right)^2 - S_1 Ri_0 \right] + C_D \left(1 + \frac{U_a}{2U}\right)^2 \left(1 + \frac{U_a}{U}\right)} \quad (2.12)$$

195  
196 Equation 2.12 shows the force balance involved, with the integrated buoyancy flux  $B$   
197 driving the flow and entrainment  $E$  plus  $E_U$  and bottom friction, expressed by  $C_D$ , retarding  
198 the flow.

199 When the heat flux to the ground  $\overline{(w'\theta')_s}$  is assumed to be constant and ambient  
200 stratification is negligible, Eq. 2.5b leads to  $U\Delta\Theta h = -\overline{(w'\theta')_s}x$ . When making use of  
201 the entrainment assumption  $E_h = dh/dx = \text{const}$ , such that  $h \sim x$  and when  $U_a = 0$ , we  
202 have  $U\Delta\Theta \sim x^0$  and  $U^2 \sim \Delta\Theta h$ , hence  $U \sim x^{1/3}$  and  $\Delta\Theta \sim x^{-1/3}$  (Appendix A). Manins  
203 & Sawford (1979) and Ellison & Turner (1959) assumed the heat flux to be constant along  
204 the slope, which seems to be a satisfactory approximation as was seen from the comparison  
205 of measured and calculated velocities in Manins & Sawford (1979). However, as shown by  
206 Eq. 2.5b, ambient stratification causes a decrease in the integrated buoyancy flux  $B$  even  
207 for constant heat flux  $\overline{(w'\theta')_s}$  so that a 1/3 power law can only be an approximation over  
208 a limited slope length depending on stratification  $N$  and the slope angle  $\alpha$ . Furthermore,  
209 ambient wind also modifies the 1/3 power law and causes a deviation of  $h$  from a linear  
210 growth (Eq. 2.11). For a uniform ambient temperature, i.e.  $N = 0$ , such that  $\Delta\Theta \approx \text{const}$ .  
211 (negligible variations of surface temperature) and no ambient wind  $U_a$ , Eqs. 2.5a and 2.5b  
212 impose  $U \sim x^{1/2}$  with the heat flux to the ground increasing as  $\sim x^{1/2}$  (Appendix A). These  
213 power laws will be further discussed in Section 4 where the theory is used in the analysis of  
214 the present experimental data sets.

### 215 3. Instrumentation and field measurement conditions

216 Two experimental data sets have been obtained during field experiments in November 2012  
217 (Blein 2016; Charrondière et al. 2020) and February 2019 (Charrondière et al. 2022), in  
218 the Belledonne mountain range (near Grenoble, France), under cloud-free anticyclonic  
219 conditions, which are the best conditions to observe katabatic flows.

220 The 2012 data were obtained with a 6 m high mast positioned on a ground slope of about  
221  $30^\circ$  (estimated from a Digital Elevation Model with a horizontal resolution of 25 m) at a  
222 distance of  $L \approx 1100$  m from the top. The ground was covered by sparse small bushes  
223 and rocks and hence very rough, of drag coefficient  $C_D \approx 0.04$  as defined in Table 1. The  
224 mast has been equipped with: three 3D sonic anemometers of sampling frequency  $f=20$  Hz  
225 (Campbell Scientific, CSAT3), positioned at slope-normal heights  $z = 0.93, 1.65$  and  $3.70$  m;  
226 one 3D sonic anemometer of  $f = 10$  Hz (WindMaster Pro from Gill Instruments) positioned  
227 at  $z = 5.88$  m; a thermohygrometer (CS215, Campbell Scientific) of  $f=0.5$  Hz at  $z = 1.48$  m;  
228 a 2D sonic anemometer (WindSonic, Gill Instruments) of  $f = 0.5$  Hz at  $z = 2.87$  m and an  
229 infrared thermometer to estimate surface temperature (KT15, Heitronics) of  $f=0.5$  Hz. In  
230 the present study, we focus on a katabatic event of practically no ambient wind. It lasted 30  
231 minutes from 19:15 to 19:45 Local Time (LT = UTC +1) on November 19<sup>th</sup> 2012. The data  
232 set has been processed following Charrondière et al. (2020), using a Reynolds decomposition  
233 at a time scale of two minutes, resulting in 15 segments during the katabatic event.

234 The 2019 data set was obtained with a 10 m high mast, positioned also over a slope  
235 of about  $30^\circ$  at a downstream distance  $L \approx 1100$  m, close to the position of the 2012

8

236 setup. The ground was covered with snow that reduced the surface roughness,  $C_D \approx 0.02$   
 237 (Section 4.2). The measurements were conducted from 12<sup>th</sup> to 28<sup>th</sup> February 2019, also under  
 238 anticyclonic conditions. The katabatic wind velocities were measured with seven 3D sonic  
 239 anemometers of  $f = 20$  Hz positioned at slope-normal heights of  $z = 0.31$  m (Campbell  
 240 Scientific, CSAT3B), 0.66 m, 0.98 m, 1.5 m, 1.93 m, 2.37 m (Campbell Scientific, CSAT3)  
 241 and at 9.77 m (Gill Instruments, WindMasterPro). The highest sonic anemometer provided  
 242 large temperature bias in both the 2012 and the 2019 datasets even after sonic temperature  
 243 correction. For this reason, we chose not to use them in the present paper. Furthermore,  
 244 four 2D sonic anemometers ( $f = 0.5$  Hz), positioned at  $z = 3.14$  m, 4.19 m, 6.02 m and  
 245 7.71 m (WindSonics, Gill Instruments) were used. Temperatures were measured with 10  
 246 thermocouples ( $f = 20$  Hz) located at  $z = 0.33$  m, 0.41 m, 0.49 m, 0.58 m, 0.68 m, 0.77 m,  
 247 2.95 m, 4 m, 5.84 m and 7.52 m (Campbell Scientific). These heights are with respect to the  
 248 snow cover in February 24<sup>th</sup> which is the first night used in the present study. These heights  
 249 changed by about 13 cm with changing snow cover depth from this night until the end of the  
 250 experiments. Surface temperature was determined from pyrgeometer measurements (CG3  
 251 from Kipp&Zonen) at 10 minutes intervals. The data were processed following Charrondière  
 252 et al. (2022), using a Reynolds decomposition at a time scale of two minutes. Of the 2019  
 253 data set, we chose for the present analysis, two katabatic events respectively with weak and  
 254 strong ambient winds. These two events are:

- 255 • 2019A. Measurements from 05:00 to 08:00 LT on 24<sup>th</sup> February ('6d' event in  
 256 Charrondière et al. 2022),
- 257 • 2019B Measurements from 05:30 to 06:36 LT on 28<sup>th</sup> February ('7' event in Char-  
 258 rondière et al. 2022).

259 In order to complement the data in the boundary region of the wind, a three-dimensional  
 260 multi-hole pitot probe (Cobra probe, Turbulent Flow Instrumentation Pty Ltd, Australia) has  
 261 been used from 3 cm to 28 cm height above the snow surface, at a sampling frequency  
 262 of 1250 Hz. Six 1-min time series of 3D velocity components were acquired between  
 263 05:55 and 06:36 LT during the 2019B event and processed in the streamline coordinate  
 264 system (Charrondière et al. 2022). A tethered balloon was used in a clearing lower in  
 265 altitude to provide ambient stratification. This balloon is equipped, among others things, by  
 266 a thermohygrometer (see Charrondière et al. 2022, for more details).

## 267 4. Mean flow results and discussion

### 268 4.1. Mean flow oscillations

269 Given the well known oscillatory behavior of katabatic winds (eg., Fleagle 1950; McNider  
 270 1982; Helmis & Papadopoulos 1996; Princevac et al. 2008), we first evaluated the contribution  
 271 of these oscillations in Eq. 2.1a and then the validity of the assumption of neglecting it. For  
 272 this, we determined and analysed the period and amplitude of these oscillations in the  
 273 present selected katabatic events. Figures 2a, 2b and 2c show the velocity spectra at the lower  
 274 and the upper measurement levels for the nights corresponding to the 3 katabatic events  
 275 considered in the present study. For each night, we kept 15 hours of data from 6 PM to 9 AM  
 276 (local time). Each spectrum shows a well-distinct energy peak at a frequency corresponding  
 277 to a period ranging from 12.5 min to 20 min depending on the night. These periods are  
 278  $T \sim 2\pi/N \sin \alpha$  with the ambient stratification  $N \approx 0.02$  rad s<sup>-1</sup> determined from a series of  
 279 temperature profiles punctually acquired in a clearing at lower altitude all along the campaign  
 280 (Charrondière et al. 2022).

281 The energy peaks in Figs. 2a to c are more pronounced at the lower levels. The same  
 282 observations can be made from temperature spectra (Figs. 2d, 2e and 2f). Figure 3 shows

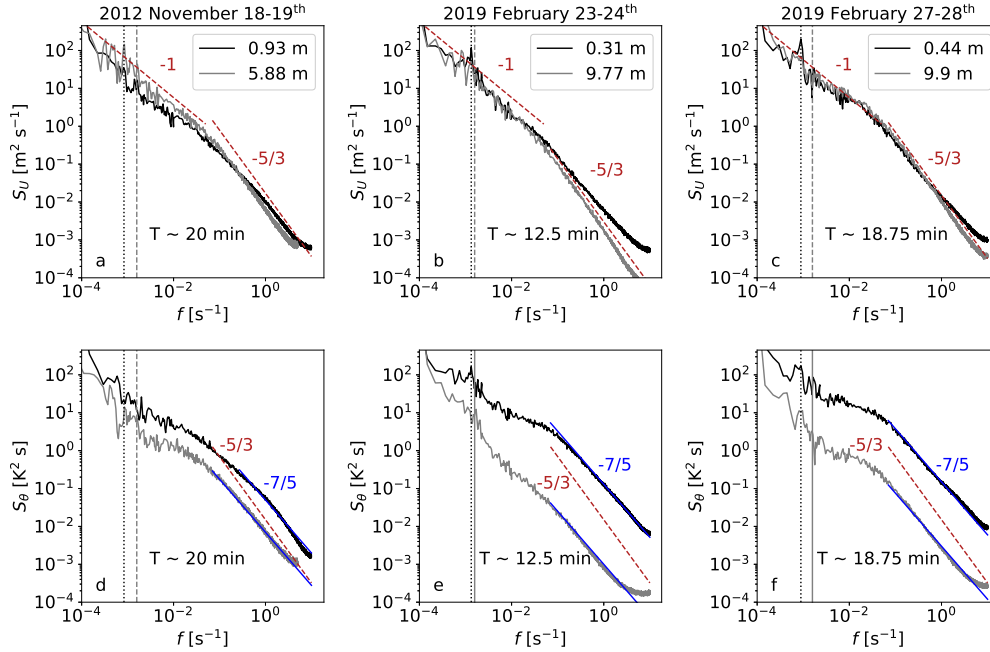


Figure 2: (a to c), spectra of along-slope velocity and (d to f), spectra of temperature. Each spectrum is derived from high frequency data during the nights (6PM-9AM) corresponding to the three katabatic events defined in Section 3: (a, d) 2012 November 19<sup>th</sup> from 19:15 to 19:45, (b, e) 2019 February 24<sup>th</sup> from 05:00 to 08:00 and (c, f) 2019 February 28<sup>th</sup> from 05:30 to 06:36. For readability reason, only spectra obtained at small and large heights  $z$  are shown. The vertical dotted lines represent the frequency of the wind speed oscillation due to stratification  $N$  with  $T = 2\pi(N \sin \beta)^{-1}$ . The vertical dashed lines represent the McNider period  $T = 2\pi(N \sin \alpha)^{-1}$ . The spectra are an average of different spectra obtained by varying the width of the window. This improved the accuracy of the low frequency region and reduced the noise level. The dashed red lines show the  $-1$  slope at low frequency and the  $-5/3$  slope in the inertial subrange. The blue lines on the temperature spectra are of slope  $-7/5$ .

283 the temporal variation of the mean wind velocity for the three katabatic events, and of  
 284 temperature for the 2019A event. Note that the temporal horizontal axis is not the same for  
 285 each event. The gray shadings represent oscillation of the wind velocity with the period  
 286  $T$  defined by the energy spectra (Fig. 2). The amplitude of the velocity oscillations is low  
 287 ( $< 0.4 \text{ m s}^{-1}$ ), so that the term  $\partial \tilde{u}^2 / \partial x$  is about  $10^{-4} \text{ m s}^{-2}$ , and  $\tilde{u}^2 / \bar{u}^2 \sim 4.10^{-2} \ll 1$ .  
 288 These oscillations are therefore neglected in the depth-integrated model of mean velocities  
 289 developed in Section 2.

290  
 291 Different explanations have been given for these oscillations (Fleagle 1950; McNider  
 292 1982) ranging from adiabatic heating to changes of the wall friction by internal waves. Both  
 293 explanations suggest an oscillation period  $T \approx 2\pi(N \sin \alpha)^{-1}$ . Princevac et al. (2008) argued  
 294 that the internal waves enhance quasi periodically the turbulence level at the boundary, hence  
 295 cause a drag variation. Alternatively, it can be postulated that the wave particle motions,  
 296 associated with the group velocity (nearly perpendicular to the flow), periodically increase  
 297 and decrease the interfacial entrainment velocity. Pressure variations associated with internal  
 298 waves are likely to be too weak.

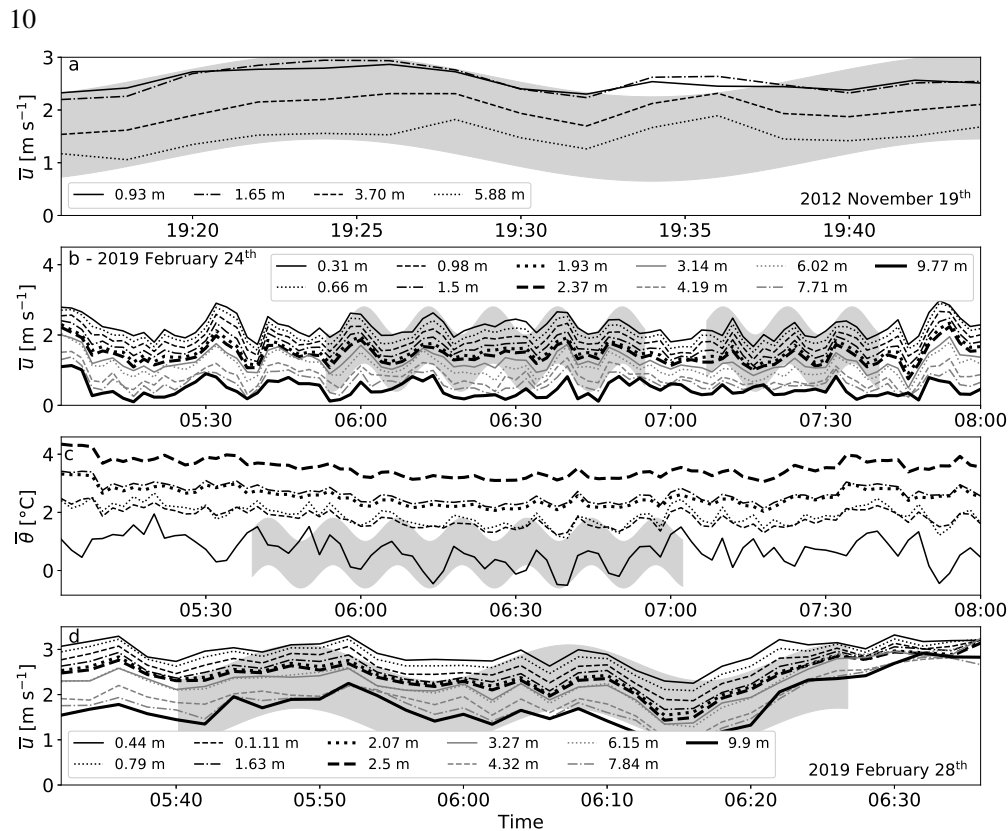


Figure 3: Along-slope velocity for the three katabatic events defined in Section 3: (a) 2012, (b) 2019A and (d) 2019B. (c) is the temperature evolution for the 2019A katabatic event. The gray shading is following an oscillation of period  $T$  obtained from velocity spectra (vertical dotted lines on Fig. 2) : (a)  $T = 20$  min, (b-c)  $T = 12.5$  min and (c)  $T = 18.75$  min.

299 As mentioned by Princevac et al. (2008), the adiabatic heating explanation would have a  
 300 phase lag between velocity and temperature oscillations which was not observed in their study  
 301 where temperature and velocity are in phase. Here we observe that velocity and temperature  
 302 are in phase opposition, as shown in Fig. 3. Furthermore, the temperature variations are less  
 303 at higher levels where mean temperature variations with  $z$  are small, which suggest changes  
 304 in temperature profile caused by the velocity oscillations. Princevac et al. (2008) suggested  
 305 that internal waves are generated by interfacial instability and these waves interact with the  
 306 current. In the present katabatic wind on steep slopes, the interfacial Richardson number  
 307 is small so that interfacial instability and thus internal waves generation is possible. These  
 308 internal waves are not necessarily emitted normal to the slope. The angle of emissions  $\beta$   
 309 is determined by the frequency of wave emission. Comparison with the measured periods  
 310 given in Fig. 2 indicates that the phase angle  $\beta$  is smaller than  $\alpha$  in the present experiment  
 311 over a steep slope. On shallow slopes (Princevac et al. 2008)  $\beta \gtrsim \alpha$  is more likely. The  
 312 ambient velocity  $U_a$  increases the group and phase velocities but does not directly affect the  
 313 oscillation period  $T = 2\pi / (N \sin \beta)$ .

314 Finally, although the spectral behaviour at high frequency is not investigated in detail, it is  
 315 of interest to note that the velocity spectra as well as temperature spectra show a near  $f^{-5/3}$   
 316 slope, in agreement with the spectral behaviour (in wave number  $k$ ) of stratified turbulence  
 317 demonstrated by Riley & Lindborg (2008). Note that a slope of  $-7/5$  for the temperature

318 spectra seems more suitable than  $-5/3$  in the present experiments. This behavior has been  
 319 reported for a situation of turbulence when the temperature is not a passive scalar (Chillá et al.  
 320 1993, for example). At low  $f$ , the velocity spectra exhibit a  $f^{-1}$  trend, below and above the  
 321 velocity maximum where the velocity distribution is logarithmic. Such a spectral behaviour  
 322 of the streamwise energy spectrum at small  $k$  has been documented in high Reynolds number  
 323 boundary layer flows as discussed for example by Tardu (2013). It is a signature of attached  
 324 eddies that contribute to the log-law (Marusic & Monty 2019).

#### 325 4.2. Mean flow development and comparison with theory

326 Figure 4 shows the profiles of along-slope wind velocity  $\bar{u} - U_a$ , and the corresponding  
 327 temperature profiles  $\theta$ , for the 3 katabatic events described in Section 3. The fitted profiles  
 328 (continuous lines) are obtained by using a fitting procedure that is based on an adaptation  
 329 of the Prandtl model (Prandtl 1942), with varying eddy-diffusivity coefficient introduced by  
 330 Grisogono & Oerlemans (2001). The procedure is discussed in detail in Brun et al. (2017) and  
 331 Charrondière et al. (2020). The dotted lines in Fig. 4a, b and c correspond to a logarithmic law  
 332 of the form  $\bar{u} = u_0 - c \ln z$  (see Section 5.1), where  $u_0 > 0$  and  $c$  are constants. A noticeable  
 333 difference between the 2012 and 2019 velocity profiles is the much higher location of the  
 334 velocity maximum in the 2012 event. The most plausible explanation is the larger roughness  
 335 on snow-free surface causing a higher turbulence level with respect to 2019 measurements.  
 336 Furthermore, the near ground temperature gradient is less than in the 2019 events obtained  
 337 on a snow cover.

338 Ambient wind  $U_a$  has been determined from the shape of the fitted profiles, and the  
 339 experimental conditions. In the 2012 katabatic event, which is an ideal katabatic case that  
 340 lasted only 30 min, ambient wind was close to zero. The 2019A katabatic event was extracted  
 341 from a relatively calm night of measurements, when ambient wind was low and stable. The  
 342 shape of the velocity profile suggests a slight up-slope wind  $U_a = -0.2 \text{ m s}^{-1}$  (Fig. 4b). The  
 343 2019B event (Fig. 4c) corresponds to a night with strong ambient wind. By comparing the  
 344 velocity profiles shown in Fig. 4, it is seen that ambient wind  $U_a$  has a strong effect on the  
 345 profile shapes. While in the 2019B event, the katabatic wind velocity profile joins smoothly  
 346 the relatively strong ambient wind ( $U_a \approx 1 \text{ m s}^{-1}$ ), the profile in the 2019A event is more  
 347 concave with  $\bar{u}_j/2$  ( $\bar{u}_j$  is maximum wind velocity) already observed at 3.5 m height (against  
 348 14 m in the 2019B event).

349 The characteristic parameters of these katabatic events are summarized in Table 1. We  
 350 evaluated  $U_{exp}$  and  $h$  from Eq. 2.6, integrated up to the height where  $\bar{u}$  is within 5% of  
 351  $\bar{u}_j - U_a$ . Provided the integrated buoyancy flux  $B(x)$  is known, katabatic wind velocity at any  
 352 downstream location  $x$  can be calculated from Eq. 2.12 using the values of  $E$ ,  $E_U$ ,  $Ri_0$  and  
 353  $C_D$  given in Table 1, with  $E$  given by Eq. 2.11, using  $E_h$  determined from experiments and  
 354  $E_U \approx E_h/3$  (under the assumption that  $E_h$  is a constant and that  $U \sim x^{1/3}$ ). When  $U_a \neq 0$ ,  
 355 it is necessary to evaluate  $(1 + U_a/U)$ . For this, an iterative procedure was used, calculating  
 356 first the velocity in the absence of  $U_a$  to get an evaluation of  $U$  and then recalculating with  
 357  $U_a$  until convergence. From Table 1, it is seen that the depth-averaged velocities calculated  
 358 from Eq. 2.12, using the experimental value of  $B$  at the location  $x = L$ , is in good agreement  
 359 with the measured values, with the largest difference being for the 2019B event where there  
 360 exists a strong ambient wind  $U_a$ . The value of  $E$  without ambient wind (2012 event) obtained  
 361 from the extrapolated profiles lies within the range of  $E$  measured in laboratory, constant  
 362 buoyancy supply, gravity current experiments, where  $0.018 \lesssim E \lesssim 0.038$  on a slope of  $30^\circ$   
 363 (Turner 1973). However, the spread is considerably larger in the presence of ambient wind  
 364 which, besides some uncertainty related with the extrapolation, would indicate that  $E$  in  
 365 addition to being a function of  $Ri_0$  depends also on  $U_a$ .

12

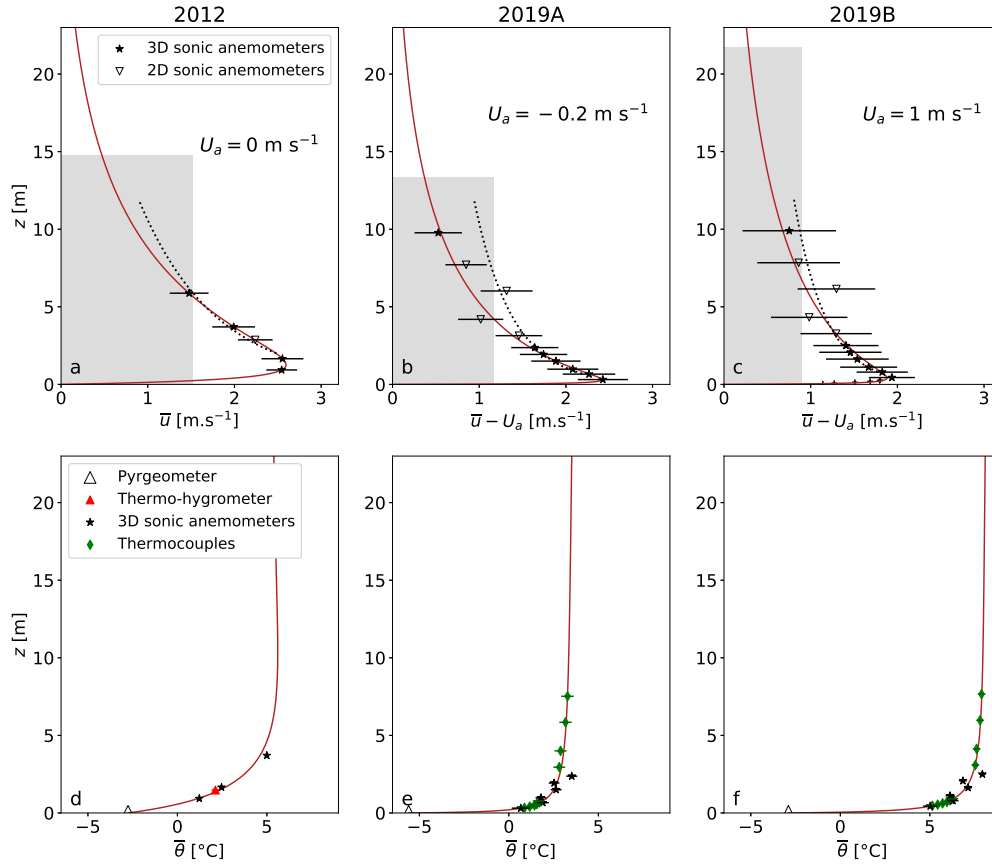


Figure 4: (a, b, c), along-slope wind velocity profiles and (d, e, f), temperature profiles corresponding to (a,d), the 2012 katabatic event, (b, e), the 2019A katabatic event and (c, f), the 2019B katabatic event. The filled symbols (resp. the error bars) represent measured mean values (resp. the standard deviations) of the 2-min segments of each event. The continuous lines are fitted profiles of wind speed and temperature according to the Prandtl based fitting model (Brun et al. 2017; Charrondière et al. 2020). The shaded areas in (a to c) represent the integral velocity  $U$  and integral height  $h$ , corresponding to the red fitting line. The dotted lines in (a), (b) and (c) correspond to a logarithmic law of the form  $\bar{u} = u_0 - c \ln z$ , where  $u_0$  and  $c$  are constants (Section 5.1).  $c = 0.89, 0.44, 0.36 \text{ m s}^{-1}$  and  $u_0 = 3.1, 2.03, 1.7 \text{ m s}^{-1}$  for the 2012, 2019A and 2019B events respectively.

366 In Table 1,  $C_D$  has been evaluated from  $U_{exp}$  and from the turbulent momentum flux close  
 367 to the surface  $(\overline{u'w'})_s$ . The value of  $(\overline{u'w'})_s$  has been determined from the model proposed  
 368 by Denby & Smeets (2000), as presented in Charrondière et al. (2022). Contrary to laboratory  
 369 gravity currents on smooth walls, where  $C_D$  is small and negligible compared with  $E$  when  
 370 the slope angle  $\alpha > 5^\circ$  (Section 1), bottom drag cannot be neglected in the katabatic winds  
 371 analyzed here, where the ground surface is very rough in the case of no snow (aerodynamic  
 372 roughness  $z_0 \approx 1 \text{ cm}$ ,  $C_D \approx 0.04$ ) and rough with snow cover ( $z_0 \approx 0.3 \text{ mm}$ ,  $C_D \approx 0.02$ ), so  
 373 that  $C_D$  is of the same order as  $E$  even on steep slopes (Table 1). The shape parameters  $S_1$   
 374 and  $S_2$  are determined from Eq. 2.6, after  $\Delta\Theta$  and  $K$  are determined from Eq. 2.8. The shape  
 375 parameters  $S_1$  and  $S_2$  for the 2019 events are close to those obtained by Manins & Sawford  
 376 (1979), who determined  $S_1 = 0.5$  and  $S_2 = 0.9$  for their katabatic flow. The lower values in



377 the 2012 event comes from the oscillatory behavior of the temperature profile we used in the  
 378 form  $\bar{\theta} - \theta_a = \theta_0 \cos(z/l_0) \exp(-z/l_0)$ , where  $\theta_0$  and  $l_0$  are temperature and length scales  
 379 of the flow (Prandtl 1942). The first height  $H_\theta$  at which  $\bar{\theta} = \theta_a$  is lower than  $H$  because the  
 380 wavelength of this oscillation is quite shorter than  $H$ . We thus integrated the temperature  
 381 profile only up to  $H_\theta$  when determining  $S_1$ ,  $S_2$  and  $B$ .

382 In the neutral case ( $N = 0 \text{ rad s}^{-1}$ ), a constant reduced gravity  $\Delta\Theta$  along  $x$ , means that  
 383  $U \sim x^{1/2}$  and  $m = 1/2$  (heat flux to the ground increases with  $x$ , described in Section 2 and  
 384 Appendix A). Such an increase in  $U$  would give wind speeds that are considerably larger than  
 385 the measured values. As mentioned in Section 2 (and explained in Appendix A), constant  
 386 heat flux to the ground gives  $U \sim x^{1/3}$  and requires that  $\Delta\Theta \sim x^{-1/3}$  to first order. Because  
 387 of the steep slope in the present experiment, ambient stratification results in an appreciable  
 388 decrease of  $\theta_H$  along  $x$ , hence of  $\Delta\Theta$  with  $x$  if  $\theta_s = \text{const.}$  as seen from Eq. 2.3. Surface  
 389 potential temperature may adjust to air temperature with time, and thus it may also decrease  
 390 with  $x$ , because of the stratification combined with a steep slope. This constant surface  
 391 heat flux solution, consistent with the present observational data, means that the decrease  
 392 of surface temperature is slower than the decrease of ambient temperature  $\theta_H$ . A deviation  
 393 from  $\Delta\Theta \sim x^{-1/3}$  implies a non-constant heat flux to the ground. However, the present data  
 394 indicate that the assumption of constant heat flux is a good approximation over the distance  
 395 of  $L \approx 1.1 \text{ km}$  (see Fig. 5a). The heat flux to the ground  $\overline{(w'\theta')_s} \sim x^m$ , given in Table 1,  
 396 has thus been evaluated from Eq. 2.9 with  $n = 1/3$  and assuming the heat flux to be constant  
 397 along the slope i.e.  $m = 0$ . The solution may be slightly different from  $U \sim x^{1/3}$  due to the  
 398 steep slope angle (Fig. 5b) combined to stratification (Fig. 5c) and ambient wind, and also  
 399 because the surface sensible heat flux may slightly vary along  $x$ .

400 With  $\overline{(w'\theta')_s} = \overline{w'\theta'_{sr}}(x/x_0)^m$  and  $U = U_r(x/x_0)^n$ , (the index  $r$  stands for reference,  
 401 taken at  $x_0$  m from the beginning of the slope) Equation 2.9 takes the form:

$$402 \quad B = -\frac{g}{\theta_H} \frac{\overline{w'\theta'_{sr}}}{x_0^m} \frac{x^{m+1}}{m+1} \left( 1 + E_h \gamma_\theta \sin \alpha \frac{x_0^m}{\overline{w'\theta'_{sr}}} (m+1) x^{1-m} \left[ \left( \frac{U_r}{x_0^n} \right) \frac{x^n}{n+2} + \frac{U_a}{2} \right] \right) \quad (4.1)$$

403 Taking  $x_0 = 100 \text{ m}$ , the downstream variation of the mean velocity  $U \sim B^{1/3}$  can be obtained  
 404 as a function of external parameters. The default values in this equation are the experimental  
 405 results of the 2012 katabatic event, with  $U_a = 0 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $N = 0.02 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $m = 0$   
 406 and  $n = 1/3$ . The initialisation parameters  $\overline{w'\theta'_{sr}}$  and  $U_r$  are determined with  $m = 0$  and  
 407 are the same in all cases considered. Figure 5a provides the downstream variation of  $B^{1/3}$   
 408 ( $U \sim B^{1/3}$ ) for the two above mentioned possibility: surface temperature constant or surface  
 409 heat flux constant. These solution are computed in the neutral case, and in the more realistic  
 410 case of stably stratified environment. In Figure 5b, the effect of the slope angle is shown for  
 411 conditions approximating the present events ( $n = 1/3$ ,  $m = 0$ ). In Figure 5c, the effect of  
 412 ambient stratification is shown. In the whole, Figure 5 shows that  $U \sim B^{1/3}$  increases with  
 413  $x$  up to a point where it reaches a maximum value before decreasing. The maximum value  
 414 of  $U$ , its position and the position of  $U = 0 \text{ m s}^{-1}$  vary depending on the set of parameters  
 415 used in the equation. It seems that the present measurements were taken near the location of  
 416 maximum velocity or slightly beyond.

417 The power  $n$ ,  $m$  and  $p$  are likely to change along the slope. Using constant values of this  
 418 set of parameters is valid only along a limited distance  $x$ . The katabatic flow is probably  
 419 accelerating on the first part of the slope, before slowing down with distance. According to  
 420 the above demonstration and simulations by Brun et al. (2017), the wind may slow down  
 421 and even stop before arriving in the valley. However, it is likely that at lower altitudes the  
 422 reference temperature increases so that a temperature difference is maintained.

14

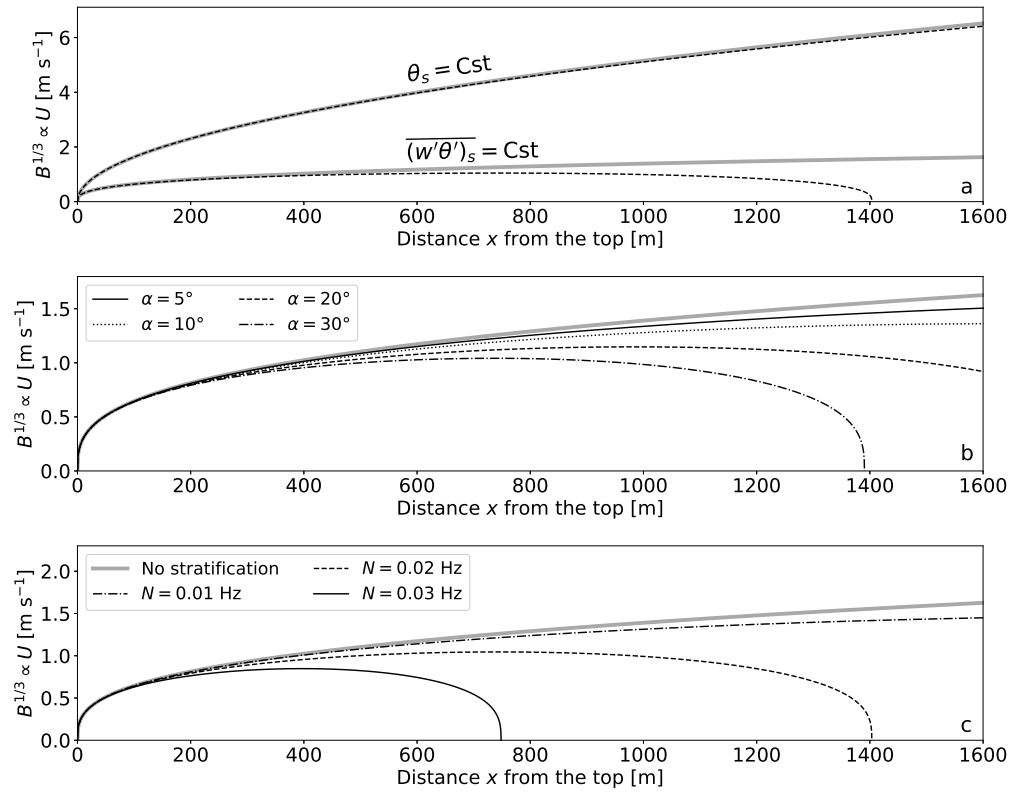


Figure 5: Parametric study of  $U \sim B^{1/3}$  as a function of  $x$ . (a) Constant  $\Delta\theta$  ( $m = 1/2$  and  $n = 1/2$ ) and constant  $\overline{(w'\theta')_s}$  ( $m = 0$  and  $n = 1/3$ ) with (black lines) and without (grey lines) stratification effects. (b) Effect of slope angle  $\alpha$  for constant  $\overline{(w'\theta')_s}$  over  $x$ . The grey line is the present case of a 30° slope without stratification. (c) Effect of ambient stratification  $N$  for constant  $\overline{(w'\theta')_s}$  over  $x$ .

423 Between the two katabatic events 2019A and 2019B, the turbulent heat flux  $\overline{(w'\theta')_s}$   
 424 varies by a factor of 3, even though the surface conditions (presence of snow, slope and  
 425 radiative budget of about  $-65 \text{ W m}^{-2}$ ) are quite close. The difference between the two  
 426 events can be attributed partly to the presence of the strong ambient wind  $U_a$  in the 2019B  
 427 event. Furthermore, sublimation of snow surface is likely to be non-negligible in the 2019B  
 428 event, because specific humidity of the surface (estimated from surface temperature with the  
 429 assumption that relative humidity is 100%) is nearly twice the specific humidity measured at  
 430 3.8 m height. In the presence of strong ambient wind there is also some uncertainty about the  
 431 value of  $N$  and as indicated in Table 1, a value of  $N = 0.015 \text{ rad s}^{-1}$  results in a substantially  
 432 lower heat flux.

### 433 5. Turbulent fluxes and mixing efficiency

434 A better understanding of the relation between turbulent quantities and mean flow behaviour  
 435 is of interest for parametrizing turbulence fluxes in katabatic wind models. The depth-  
 436 integrated model gives access to the  $x$  development of the integral parameters, notably  $U$   
 437 and  $h$ , assuming profile similarity. The turbulent fluxes in the jet, determined in this section,  
 438 scale on these parameters, hence the importance of knowing the mean flow development.



	Equation used	2012 November 19 <sup>th</sup> 19:15-19:45	2019A February 24 <sup>th</sup> 05:00-08:00	2019B February 28 <sup>th</sup> 05:30-06:36
$\alpha$ [°]		30	30	30
$L$ [km]		1.1	1.1	1.1
$N$ [rad s <sup>-1</sup> ]		0.02	0.02	0.02
$\theta_H - \theta_s$ [°C]		8.1	9.1	11.1
$U_a$ [m s <sup>-1</sup> ]		0	-0.2	1
$U_{exp}$ [m s <sup>-1</sup> ]	Eq. 2.6	1.52	1.17	0.89
$U_{theory}$ [m s <sup>-1</sup> ]	Eq. 2.12	1.67	1.29	1.57
$\bar{u}_j/U_{exp}$		1.71	1.90	3.23
$z_j$ [m]		1.3	0.3	0.4
$h$ [m]	Eq. 2.6	14.8	13.4	21.8
$B$ [m <sup>3</sup> s <sup>-3</sup> ]	Eq. 2.8	0.87	0.34	0.90
$(w'\theta')_s$ [m K s <sup>-1</sup> ]	Eq. 2.9	-0.078	-0.04	-0.14
$Q_s$ [W m <sup>-2</sup> ]	$\rho C_p \overline{(w'\theta')_s}$	-85	-43	-0.09 ( $N = 0.015$ rad s <sup>-1</sup> ) -145 -92 ( $N = 0.015$ rad s <sup>-1</sup> )
$C_D$	$-\overline{(u'w')_s}(U + 0.5U_a)^{-2}$	0.045	0.02	0.02
$Ri_0$	Eq. 2.10	0.22	0.23	0.52
$E_h$	$h/L$	0.013	0.012	0.020
$E_U$	$E_h/3$	0.004	0.004	0.007
$E$	Eq. 2.11	0.018	0.014	0.048
$S_1$	Eq. 2.7	0.14	0.47	0.63
$S_2$	Eq. 2.7	0.73	0.76	0.90
$K$	Eq. 2.8	0.14	0.08	0.06
$Re$	$hU_{exp}/\nu$	$1.5 \cdot 10^6$	$10^6$	$1.3 \cdot 10^6$
$Re_m$	$z_j \bar{u}_j/\nu$	$2.2 \cdot 10^5$	$4.5 \cdot 10^4$	$8.1 \cdot 10^4$

Table 1: Experimental and calculated parameters of the katabatic wind for the three considered events 2012, 2019A and 2019B (Section 2). The entrainment coefficient  $E$  has been calculated from Eq. 2.11 using experimental values of  $E_h$ . The turbulent sensible heat fluxes close to the surface have been determined with ambient stratification  $N = 0.02$  rad s<sup>-1</sup> and, for comparison, with  $N = 0.015$  rad s<sup>-1</sup> in 2019B.

439 Furthermore, from the mean flow analysis, an estimate of the turbulent sensible heat flux  
440 close to the surface  $(w'\theta')_s$  is obtained (Eq. 2.9). In the following, we consider first the outer  
441 mixing region  $z > z_j$  (Section 5.1) and then the inner layer (Section 5.2),  $z < z_j$ , where  $z_j$   
442 is the height of maximum jet velocity  $\bar{u}_j$ .

443

### 5.1. Outer mixing region

444 The outer, free shear region is the region above the position  $z_j$ . Turbulence measurements  
445 have been conducted at two heights above  $z_j$  in the 2012 event and at five heights in the 2019  
446 field measurements. The two lowest measurement levels in the 2012 and the lowest level  
447 in the 2019 events were too close to the maximum wind velocity to be considered as outer  
448 mixing region of the jet.

449 The slope normal turbulent fluxes of momentum and heat (density) are respectively given  
450 by the Reynolds shear stress  $\overline{u'w'}$  and by  $\overline{w'\theta'}$  from which the corresponding eddy coefficients  
451  $K_m$  and  $K_h$  and their relation with the mean gradients, hence also Richardson eddy number, can

16

452 be determined. The relation between turbulent fluxes and local mean gradients is valid since  
 453 the equilibration time scale  $H/u_*$  is at least an order of magnitude lower than advection  
 454 time scale  $L/U$ , which means that the turbulent fluxes have enough time to equilibrate with  
 455 the local mean gradients. Figures 6a and 6b show the turbulent shear stress  $\overline{u'w'}$  and slope-  
 456 normal heat flux  $\overline{w'\theta'}$  as a function of their respective gradient  $\partial\bar{u}/\partial z$  and  $\partial\bar{\theta}/\partial z$  and the  
 457 local gradient Richardson number  $Ri$ , defined in Eq. 5.1, is shown in Figure 6d. as (Oldroyd  
 458 et al. 2016):

$$459 \quad Ri = \frac{g}{\theta} \cos \alpha \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^{-2}, \quad (5.1)$$

460 As expected,  $Ri$  decreases with increasing  $z/h$ . The highest values and variations are  
 461 located close to the maximum wind velocity, i.e. near  $z_j$ . Values range from  $Ri = 1.2$ , near  
 462 but above  $z_j$  in 2019B event, to about 0.11 at the upper measurement levels in 2019A event.  
 463 Odier et al. (2009) showed that in the outer mixing region of a laboratory gravity current,  
 464 eddy coefficients  $K_m$  and  $K_h$  increase with increasing gradient, whereas the mixing lengths  
 465 are constant. However, in their case, the gradient Richardson number is small ( $Ri \approx 0.08$ )  
 466 and practically constant which differs from the present katabatic wind conditions.

467 Interestingly, in the present study, the eddy coefficients increase nearly linearly with height  
 468 (Fig. 7a, 7b), with their values, being  $0.014/Uh \lesssim K_m/Uh \lesssim 0.12/Uh$  and  $0.013/Uh \lesssim$   
 469  $K_h/Uh \lesssim 0.1/Uh$ . Figures 7c and 7d show the variations of momentum mixing length  $l_m$   
 470 and heat mixing length  $l_h$  defined as, respectively:

$$471 \quad \overline{u'w'} = -l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (5.2)$$

$$474 \quad \overline{w'\theta'} = -l_h^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}, \quad (5.3)$$

476 as a function of height which also increase linearly with  $z$ , in the range of considered heights.  
 477 This implies that  $d\bar{u}/dz \sim z^{-1}$  in the lowest part of the outer mixing region, which is  
 478 consistent with a logarithmic variation of the mean velocity in the form  $\bar{u} = u_0 - c \ln z$  as  
 479 shown in Figure 4, where  $c$  and  $u_0$  are constants. This logarithmic velocity distribution, that  
 480 has also been demonstrated by Charrondière et al. (2022) (their Fig. 10a), is an interesting  
 481 characteristic of katabatic winds on steep slopes where the reduced gravity, hence the driving  
 482 force, is highest near the ground and acts as if the ground were to move at velocity  $u_0$ .

483 In Figure 8, the ratio  $K_h/K_m = Pr_t^{-1}$  is plotted as a function of  $Ri$ . This ratio decreases  
 484 from nearly 1.4 ( $Pr_t \approx 0.7$ ) at near neutral conditions to  $\approx 0.4$  ( $Pr_t \approx 2.5$ ) at  $Ri \approx 1$ . Data  
 485 from Charrondière et al. (2022) and other published data have been added for comparison.  
 486 These are: laboratory turbulent gravity current (Turner 1973), stratified shear layer (Strang &  
 487 Fernando 2001) and atmospheric surface layer (Zilitinkevich & Calanca 2000) data. All show  
 488 a decrease of  $K_h/K_m$  with increasing gradient Richardson number  $Ri$ , but neither of these  
 489 reaches the turbulent Prandtl number value of  $Pr_t \approx 0.7$  as  $Ri \rightarrow 0$ . The ratios obtained from  
 490 laboratory gravity current and from atmospheric surface layer (Turner 1973; Zilitinkevich &  
 491 Calanca 2000) are mostly below the present katabatic jet values whereas those obtained from  
 492 a free shear layer by Strang & Fernando (2001) are in the range of the present values. As is  
 493 shown in Turner (1973), the ratio depends on the critical value of  $Rf$  with the higher ratios  
 494 being associated with higher  $Rf_{crit}$ , noting that in the present experiments  $Rf$  is replaced  
 495 by  $R_m$  (see mixing efficiency below). In laboratory gravity currents, Reynolds numbers are  
 496 smaller than in the present case and in a boundary layer, stability conditions differ from that  
 497 of a free shear region. For a very stable boundary layer, Kondo et al. (1978) concluded that

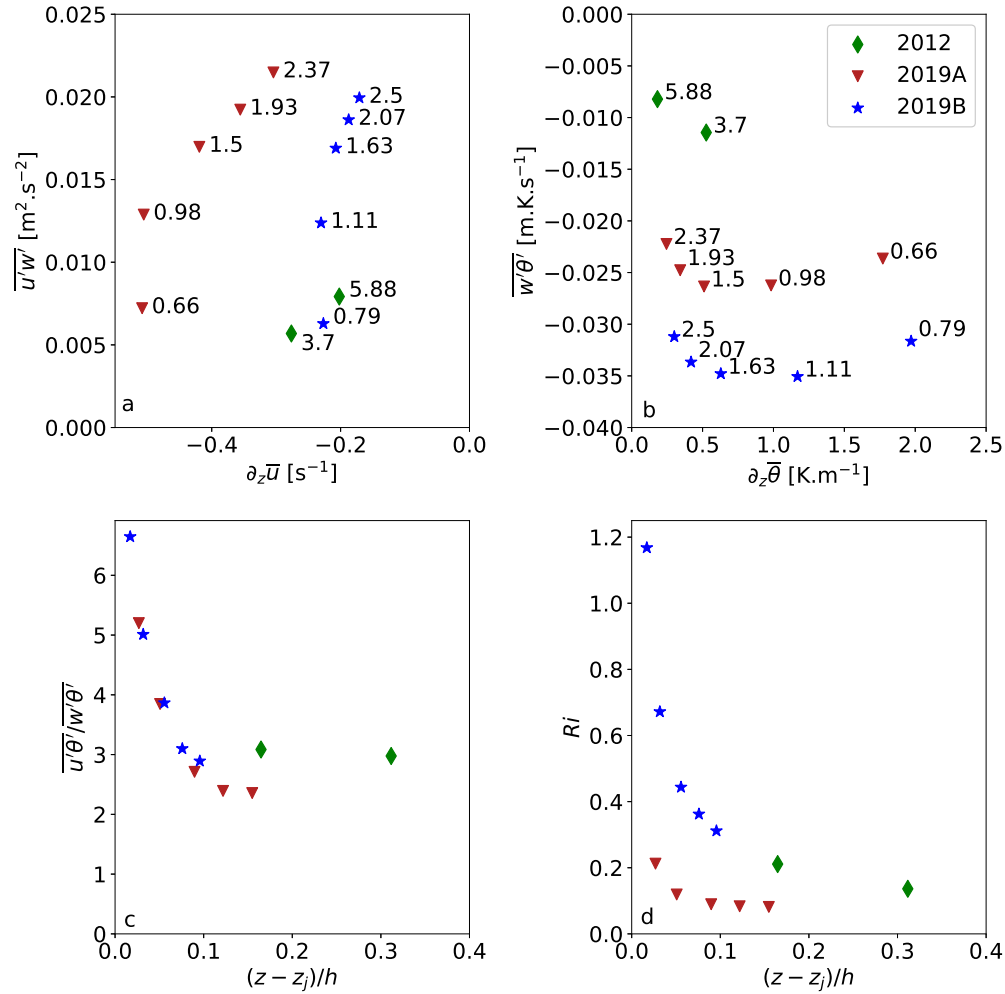


Figure 6: (a), Turbulent flux of momentum as a function of mean velocity gradient for the 2012 and the two 2019 katabatic events A and B in the mixing region above the maximum wind speed; (b), slope-normal component of turbulent heat flux as a function of the mean temperature gradient. The numbers next to the markers are the heights in meter measured from the ground in the slope-normal direction. (c), Ratio of the along-slope to the slope-normal turbulent heat fluxes and (d), gradient Richardson number  $Ri$  determined from slope-normal profiles. The slope normal height with respect to the maximum wind velocity height  $z_j$  is normalized by the integral height  $h$  given in Table 1.

498 when  $Ri > 1$  the turbulent Prandtl number  $Pr_t$  is always higher than 1 with no clear trend  
 499 as  $Ri$  increases. The present data (Fig. 8) show a clear increase of  $Pr_t$  with increasing  $Ri$ .  
 500 Anderson (2009) proposed momentum transport by internal waves as a possible mechanism  
 501 to explain the observed trends at very large  $Ri$ , which was not possible to confirm from our  
 502 data.

503 Mixing efficiency expresses removal of turbulent kinetic energy (TKE) by buoyancy forces  
 504 with respect to TKE production. In a stationary katabatic wind, local equilibrium can be

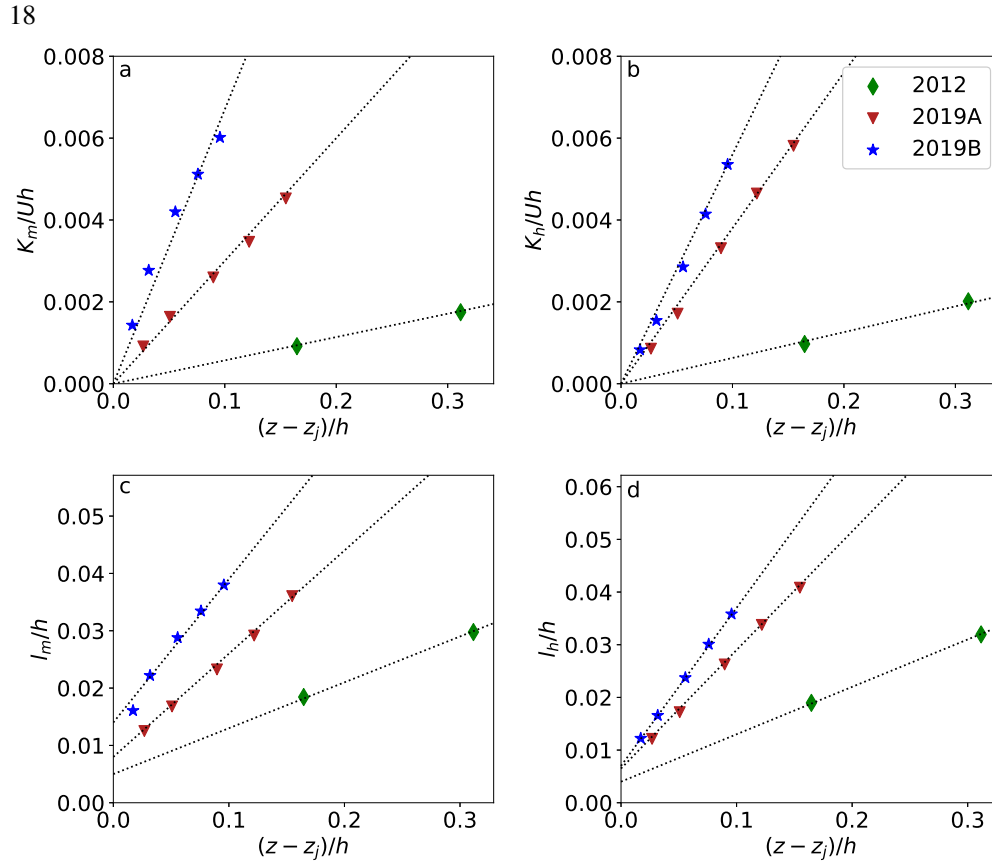


Figure 7: Variation with height of (a) momentum eddy coefficient  $K_m$ , (b) heat eddy coefficient  $K_h$ , (c) momentum mixing length  $l_m$  (Eq. 5.2) and (d) mixing length of heat  $l_h$  (Eq. 5.3) in the outer region of the three katabatic events defined in Section 3. The height is measured from the maximum wind velocity height  $z_j$ , and both axes are normalized by the integral scales  $h$  and  $U_{exp}$  provided in Table 1.

505 assumed so that the turbulence kinetic energy budget (Stull 1988) can be written as:

$$506 \quad -\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} \cos \alpha - \frac{g}{\theta} \overline{u'\theta'} \sin \alpha \approx \varepsilon \quad (5.4)$$

507 Advective and transport terms are indeed negligible with respect to mechanical shear,  
 508 buoyancy and dissipation terms (see e.g. Charrondière et al. 2020, for katabatic winds),  
 509 which is not the case for the mean flow in the momentum and heat equations (see Section 2).  
 510 The negligible contribution of advective terms in the TKE budget in both the  $x$  and the  $z$   
 511 direction has also been shown for example by Nadeau et al. (2013). While TKE is produced  
 512 by shear and dissipated by viscosity, removal or supply of turbulent energy by buoyancy  
 513 forces depends on the signs of the sensible heat flux terms.

514 Over a flat surface, the flux Richardson number, defined as the ratio of the buoyancy term  
 515 over the mechanical shear term, corresponds to a mixing efficiency. The buoyancy term is  
 516 the amount of energy transferred from TKE to turbulent potential energy (TPE). Over the  
 517 present steep slope, the buoyancy term is composed of a along-slope and a slope-normal  
 518 turbulent heat flux. The slope-normal component of the buoyancy term is proportional to  
 519 energy transfer to TPE, while its along-slope component corresponds only to a production or

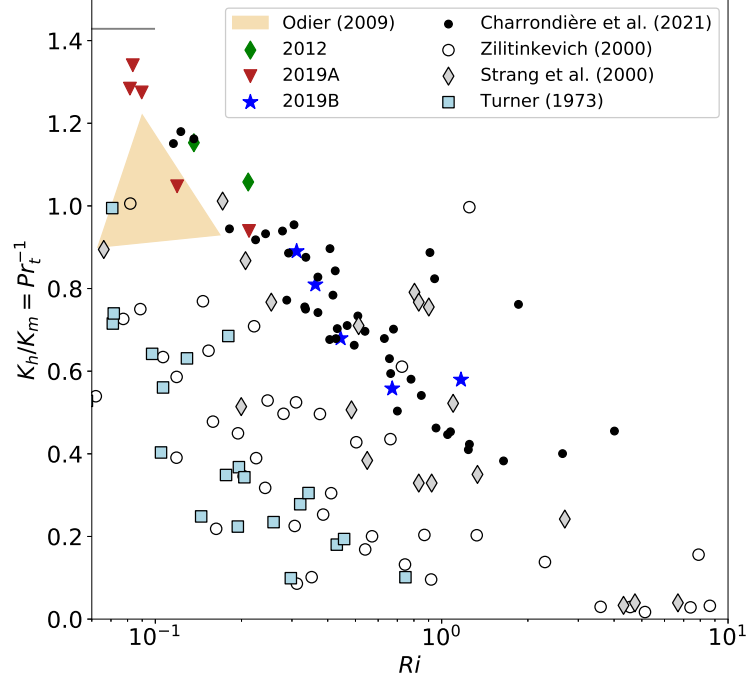


Figure 8: Ratio of eddy coefficients of heat and momentum as a function of the gradient Richardson number. The data from 2012, 2019A and 2019B katabatic events are coloured markers. Black dots represents all the other events from the 2019 field experiment (Charrondière et al. 2022). The short horizontal bar indicates a turbulent Prandtl number equal to 0.7. The data of Strang & Fernando (2001) are for a laboratory stratified shear layer and the data of Zilitinkevich & Calanca (2000) are for a stratified atmospheric surface layer, extracted from Zilitinkevich (1970) and Kondo et al. (1978). The data corresponding to Turner (1973) are for a laboratory gravity currents extracted from (Ellison & Turner 1960). The results of  $Pr_t^{-1}$  versus  $Ri$  of Odier et al. (2009) have been determined from their figures and those referred to as Charrondière et al. (2022) calculated from their data set.

520 a consumption term of TKE. We thus define a mixing efficiency  $Rm$ , suitable for katabatic  
 521 flows over steep slopes, as the ratio of the removal of energy by buoyancy to its production  
 522 by shear and buoyancy as:

$$523 \quad Rm = \frac{\frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} \cos \alpha}{\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{u'\theta'} \sin \alpha} = Rf \left( 1 + \left( \frac{g}{\theta} \overline{u'\theta'} \sin \alpha \right) \left( \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^{-1} \right)^{-1} \quad (5.5)$$

524 It has been shown that in the outer region of katabatic jets over steep slopes, the along-slope  
 525 component of the turbulent heat flux  $u'\theta'$  may produce TKE (Horst & Doran 1988; Oldroyd  
 526 et al. 2016; Charrondière et al. 2020). This is the case in the present measurements, where  
 527 the flux  $u'\theta'$  is not negligible compared with  $w'\theta'$  (Fig. 6 b and c). When the slope angle  
 528  $\alpha \rightarrow 0$ , the mixing efficiency reduces to the classical expression of the flux Richardson  
 529 number,  $Rm \rightarrow Rf = \left( g \overline{w'\theta'} / \bar{\theta} \right) / \left( \overline{u'w'} \partial \bar{u} / \partial z \right)$  (Turner 1973; Stull 1988).

530 In Fig. 9,  $Rm$  is plotted versus  $Ri$ . At low values of  $Ri$ ,  $Rm$  increases nearly proportional to  
 531  $Ri$ . Then the mixing efficiency reaches rapidly a threshold value of  $Rm \approx 0.25$  at  $Ri \approx 0.5$ .

20

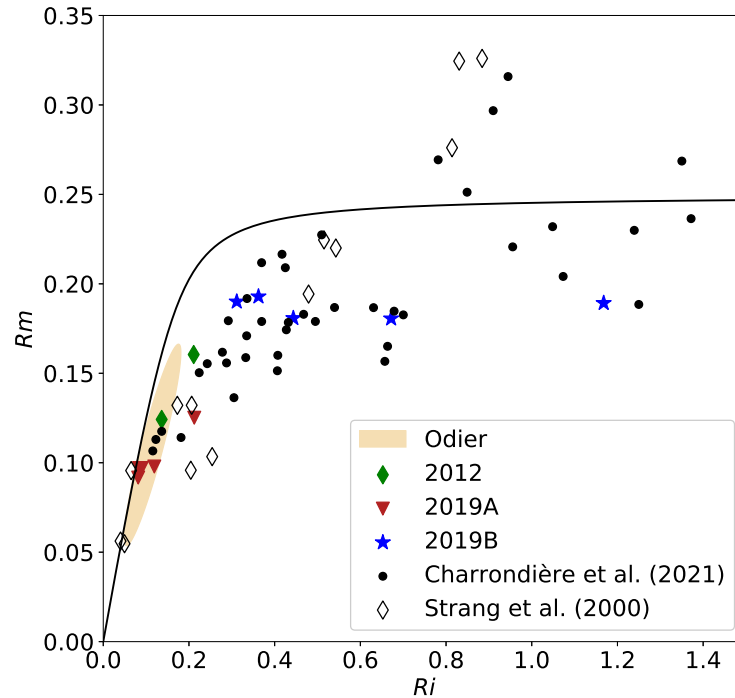


Figure 9: Variation of mixing efficiency  $Rm$  with gradient Richardson number  $Ri$ . Coloured symbols correspond to data from 2012, 2019A and 2019B katabatic events. Black dots represent all the other events from the 2019 field experiment (Charrondière et al. 2022). The range of  $Rm$  determined with the data of Odier et al. (2009) is represented by the filled oval. Empty diamond symbols represent data of the laboratory stratified shear layer of Strang & Fernando (2001). The black continuous line is the empirical solution of the Level 2 model by Mellor & Yamada (1974). The results of  $Rm$  versus  $Ri$  of Odier et al. (2009) have been determined from the fluxes given in their paper and those of Charrondière et al. (2022) calculated from their data.

532 Turbulence models of the relationship between  $Rf$  and  $Ri$  suggest an asymptotic value of  $Rf$   
 533 at high  $Ri$ . In the Level 2 model of Mellor & Yamada (1974), an asymptotic value  $Rf \approx 0.25$   
 534 is approached for  $Ri > 0.3$  for example. This semi-empirical model has been adjusted with  
 535 neutral atmospheric data, but has been shown to be consistent with stratified surface layers.  
 536 As seen in Fig. 9, at large  $Ri$  there is a large spread in mixing efficiency, varying from 0.2  
 537 to 0.32 for all the katabatic events of the 2019 field experiment. In the laboratory  
 538 shear layer (Strang & Fernando 2001, also shown in the Fig. 9) values range up to 0.4 and  
 539 in nature (Pardyljak et al. 2002) obtained values of 0.4 – 0.5. Measured mixing efficiencies  
 540 at large values of  $Ri$ , generally show a decreasing trend with increasing  $Ri$  (Linden 1979;  
 541 Hopfinger 1987). This is not observed in katabatic winds, either because  $Ri$  values are too  
 542 low or because the turbulence is maintained. In decaying stratified turbulence, a decrease of  
 543  $Rm$  ( $Rf$ ) with increasing  $Ri$  is to be expected.

544

### 5.2. Inner region

545 The inner, boundary region of the jet ( $z < z_j$ ) is relatively thin and velocity data are available  
 546 only for the 2019B katabatic event obtained with the 3D pitot tube (Section 3). The measured  
 547 velocities have been shown to follow a well-developed logarithmic law with a slight correction

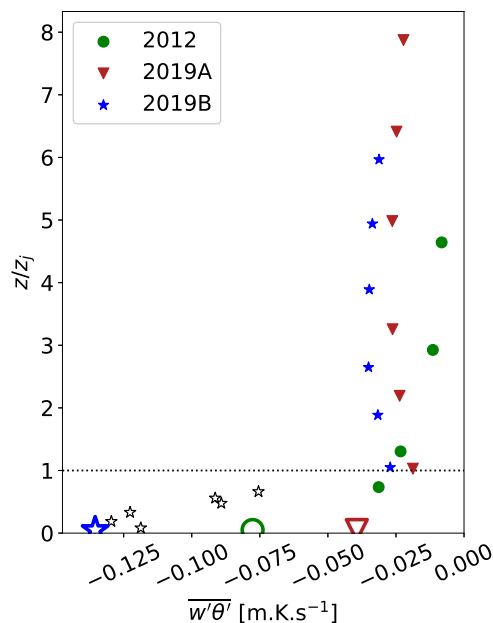


Figure 10: Turbulent sensible heat fluxes  $\overline{w'\theta'}$  for the 3 katabatic events defined in Section 3. Filled symbols are from sonic anemometry measurements. Empty little stars are estimated from Cobra data of momentum flux  $\overline{u'w'}$  with the hypothesis that  $K_h/K_m = 1$  in this inner layer of the 2019B event. The big open symbols are the turbulent fluxes  $(\overline{w'\theta'})_s$ , estimated from Eq. 2.9, with  $m = 0$  and  $n = 1/3$  and measured integrated buoyancy flux  $B$ .

548 due to gravity effects on  $\overline{u'w'}$  (Charrondière et al. 2022, their Fig. 10). The corresponding  
 549 velocity gradient has been shown to be  $\partial\overline{u}/\partial z = u_*(\kappa z)^{-1} - au_*(2\kappa)^{-1}$  with friction velocity  
 550  $u_* = 0.16 \text{ m s}^{-1}$ , von Kármán constant  $\kappa = 0.38$  and gravity correction  $a = 1.9 \text{ m}^{-1}$ . This  
 551 log law is here used to infer turbulent mixing properties i.e. the gradient Richardson number  
 552  $Ri$ , the mixing length  $l_m$  and the mixing coefficient  $K_m$  in this region. Gradient Richardson  
 553 number increased from  $Ri \approx 0.01$  near the ground to  $Ri \approx 0.2$  at  $z \approx z_j$ . Note that the  
 554 logarithmic law extended practically up to  $z_j$  indicating that the equivalent boundary layer  
 555 thickness extends beyond  $z_j$ .

556 Turbulent dissipation was shown in Charrondière et al. (2022) (their Fig. 10) to follow  
 557 roughly the standard decreasing trend as observed in a turbulent boundary under neutral con-  
 558 ditions on a flat surface,  $\varepsilon = u_*^3/(\kappa z)$  (Pope 2000). Moreover, turbulence production by buoy-  
 559 ancy was weak in this region where the local Obukhov length  $L_O = -(\overline{\theta}/\kappa g)(u_*^3/(\overline{w'\theta'})_s)$   
 560 (Stull 1988), estimated at the first sonic measurement level close to  $z_j \approx 0.42 \text{ m}$ , is  
 561  $L_O \approx 12 \text{ m}$ . These observations support the assumption that the mixing length  $l_m$  grows  
 562 linearly with height at the same rate as the dissipation length, i.e.  $l_m$  proportional to  $\kappa z$ , as  
 563 expected from theory of neutral turbulent boundary layers (e.g., Pope 2000). The turbulent  
 564 viscosity is  $K_m = l_m^2 \partial\overline{u}/\partial z = \kappa u_* z (1 - az/2)$ , and ranges from  $2.10^{-3}$  to about  $10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .  
 565 The gravity correction  $az/2$  reaches only 0.26 at the highest measurement level so that a  
 566 linear variation of  $K_m$  with  $z$  is indeed a good approximation for both the inner region and  
 567 the lower part of the outer-layer region of a katabatic jet (in agreement with Grisogono &  
 568 Oerlemans 2001; Brun et al. 2017; Charrondière et al. 2020, for example).

569 Given the low values of  $Ri$ , it can be assumed that the ratio  $K_h/K_m$  is close to 1.  
 570 From the temperature gradient  $\partial\overline{\theta}/\partial z$  and the value of  $K_m$  determined from the pitot tube

22

571 measurements, we obtained an estimation of the turbulent flux of sensible heat  $\overline{w'\theta'}$  in the  
 572 lower part of the jet at the 6 measurement heights in the 2019B event. These values are shown  
 573 on Fig. 10, along with the turbulent sensible heat fluxes measured with sonic anemometers  
 574 in the outer region of the jet. In the outer mixing region, turbulent heat fluxes are nearly  
 575 constant compared with the variations in the boundary region where  $\overline{w'\theta'}$  varies by a factor  
 576 of 3 to 4.

577 Figure 10 also shows the estimates of  $\overline{(w'\theta')_s}$  from the depth-integrated model (Section 2  
 578 and Table 1) for the 3 katabatic events, giving heat fluxes ranging from  $Q_s \approx -43$  to  $-145$  W  
 579  $\text{m}^{-2}$  depending on the event (Table 1). The value of the surface sensible heat flux obtained in  
 580 the 2019B event with the depth-integrated model is consistent with the inner layer values of  
 581 the heat flux evaluated with the assumption of  $K_h/K_m \approx 1$ . In experimental katabatic wind  
 582 studies,  $Q_s$  is rarely known and is often determined from the first measurement level that  
 583 is above the surface. Thus, considering the strong variation of the heat flux in the boundary  
 584 region, these measured heat fluxes above the surface are likely to underestimate considerably  
 585 the surface heat flux.

586 The mixing efficiency  $Rm$  in the inner region will remain small because  $Ri$  remains small  
 587 so that temperature in this part of the flow can be considered close to a passive scalar field  
 588 in terms of turbulence. It may be noted that the along-slope turbulent heat flux reverses  
 589 sign close to the maximum wind velocity height (Charrondière et al. 2020), and thus the  
 590 mixing efficiency is the transfer to TPE with respect to the production by shear reduced by  
 591 the along-slope component of the buoyancy term of the TKE budget.

## 592 6. Conclusion

593 The depth-integrated momentum and heat flux equations of katabatic winds suggest two  
 594 distinct power laws for the along-slope velocity increase, namely  $U \sim x^{1/2}$  when the reduced  
 595 gravity  $g' = g\Delta\Theta/\theta_H$  remains constant and  $U \sim x^{1/3}$  with the reduced gravity decreasing  
 596 in this case as  $g' \sim x^{-1/3}$ . It is implicitly assumed that the characteristic thickness of the  
 597 katabatic wind  $h$  increases linearly with  $x$ . The 1/3 power law is consistent with constant  
 598 sensible heat flux  $\overline{(w'\theta')_s}$  to the ground as has been assumed by Manins & Sawford (1979),  
 599 whereas for the 1/2 power law, assumed by Princevac et al. (2008), the along-slope heat flux  
 600 must increase as  $x^{1/2}$ . This is because  $U \sim B^{1/3}$  with the integrated buoyancy flux  $B$  given  
 601 by the along-slope integration of the heat flux (Eq. 2.5b).

602 The theoretical model developed in this paper demonstrates that under nocturnal, stable  
 603 katabatic wind conditions, with ambient stratification, neither of the power laws are strictly  
 604 valid. These can only be an approximation over a limited distance, with  $U \sim x^{1/2}$  over very  
 605 small slopes up to distances of a few kilometers and  $U \sim x^{1/3}$  on steep slopes and short  
 606 distances, in the present experiments up to about 1 km (Appendix A). At greater distances  
 607 the integrated buoyancy flux  $B$  (Eq. 2.9) decreases suggesting a decreasing exponent for  $U$   
 608 with  $x$ . The model predicts the depth-integrated velocity  $U$ , provided the integrated buoyancy  
 609 flux  $B$ , the bulk Richardson number  $Ri_0$ , the entrainment coefficient  $E$  and the bottom drag  
 610 coefficient  $C_D$  are known. It should be noted that, even over steep alpine slopes, bottom  
 611 friction cannot be neglected compared with entrainment because the ground is always rough  
 612 to fully rough ( $C_D \gtrsim 0.02$ ). Ambient wind of velocity  $U_a$ , included in the model, strongly  
 613 affects the flow structure. The katabatic wind will reverse when the ambient wind  $U_a \approx -2U$   
 614 (Ellison & Turner 1959). Co-flowing ambient wind enhances the integrated buoyancy flux,  
 615 hence the katabatic wind.

616 There are important novel contributions of the present paper with respect to Manins &  
 617 Sawford (1979):



- 618 (i) Ambient velocity is included in the analysis.  
 619 (ii) An explicit expression (Eq. 2.9) of the mean velocity is given in terms of buoyancy  
 620 flux, as well as interfacial and bottom drag.  
 621 (iii) It is shown that constant heat flux to the ground does not imply  $U$  proportional to  $x^{1/3}$ ,  
 622 particularly over steep slopes.  
 623 (iv) The velocity oscillations are discussed.  
 624 (v) There is a comparison of the theory with detailed field measurements, not available  
 625 previously.

626 The mean flow oscillations generally observed in katabatic wind under stable conditions  
 627 are also observed in the present study and are shown to be related with internal waves adjacent  
 628 to the jet. Such internal waves can be quasi periodically emitted by coherent structures of  
 629 the katabatic jet at a frequency  $\omega = N \cos \beta$ , where  $\beta$  is the angle of the phase lines with  
 630 respect to the vertical. The fluid particle oscillations are parallel to the phase lines, hence at  
 631 period  $T = 2\pi(N \sin \beta)^{-1}$ . It is shown that the angle  $\beta < \alpha$  but is close to  $\alpha$ . At very small  
 632 slope angle,  $\beta$  is likely to be higher than  $\alpha$ . It is thus postulated that the flow oscillations are  
 633 produced by the internal waves that propagate with respect to a fixed location and hence exerts  
 634 a periodically changing axial pressure gradient on the current. The ratio of the amplitude  
 635 of the velocity oscillations to mean velocity is sufficiently small to be neglected in the time  
 636 averaged mean flow development.

637 The turbulent fluxes of momentum and heat depend on the stratification, expressed by the  
 638 gradient Richardson number, that varies in the outer region (above the velocity maximum at  
 639  $z = z_j$ ) from about 0.08 to 1.2. The ratio of heat to momentum eddy coefficients decreases  
 640 ( $Pr_t$  increases) with increasing  $Ri$  but is by a factor of about 1.5 larger than measured in  
 641 a stably stratified atmospheric boundary layer (Zilitinkevich 1970; Kondo et al. 1978). The  
 642 ratio of eddy coefficients measured in the external region of a laboratory gravity current  
 643 by Odier et al. (2009) at  $Ri \approx 0.08$  falls well within the present results. It is of interest to  
 644 point out that in the outer region, both eddy coefficients and mixing lengths increase linearly  
 645 with height  $z$ , that corresponds to a variation of  $d\bar{u}/dz \sim z^{-1}$ , which implies a logarithmic  
 646 velocity profile shape. This is an interesting characteristic flow structure of katabatic winds  
 647 on steep slopes, not observed in constant buoyancy supply laboratory gravity currents.

648 The mixing efficiency  $Rm$  includes the along-slope turbulent sensible heat flux term  
 649  $\overline{u'\theta'}$  in the TKE budget which, on steep slopes can be of the same order of magnitude or  
 650 higher than the slope-normal sensible heat flux  $\overline{w'\theta'}$ . Including the TKE production term  
 651  $-(g/\theta)\overline{u'\theta'} \sin \alpha$  in the definition of the mixing efficiency gives values of  $Rm$  consistent with  
 652 existing data obtained in stratified boundary layers on flat ground where  $Rm$  is equal to the  
 653 flux Richardson number  $Rf$ . As expected, at small  $Ri$ ,  $Rm$  increases nearly proportional to  
 654  $Ri$ , and then reaches a plateau at  $Ri > 0.4$ .

655 Finally, the lower part of the katabatic jet behaves like the logarithmic layer of a neutral  
 656 boundary layer with a slight correction due to gravity (Fig. 10 from Charrondière et al.  
 657 2022). Thus to leading order, the momentum mixing length  $l_m$  is proportional to  $z$ , which  
 658 is consistent with the fact that the dissipation length grows linearly with  $z$  under neutral  
 659 conditions. The depth-integrated model also made it possible to estimate  $\overline{(w'\theta')_s}$ , the surface  
 660 turbulent sensible heat flux. The assumption that  $K_h/K_m \approx 1$  at low  $Ri$  provides also the  
 661 variation of  $\overline{w'\theta'}$  in the inner, boundary region of the jet. These two estimations are fully  
 662 consistent with each other, and show that the surface cooling  $Q_s$  can be as high as  $-145 \text{ W m}^{-2}$   
 663 in the presence of an ambient wind  $U_a$ .

664 **Funding.** This work was supported by the French National program LEFE, Les Enveloppes Fluides et  
 665 l'Environnement (C.B., C.C.) under the application COCA AO INSU LEFE 2021 and by a Grant from  
 666 Labex OSUG@2020 (C.B., C.C., J-M.C., J-E.S.), Investissements d'avenir ANR10 LABX56.

24

667 **Declaration of interests.** The authors report no conflict of interest.

668 **Author contributions.** C.C. and C.B. conducted the field measurements. C.C. performed the data analysis  
669 and together with E.J.H. derived the theory and did most of the write-up with E. J. H., with important  
670 contributions by C.B., J-M.C. and J-E.S. designed the field campaign together with C.C. and C.B. and  
671 contributed by constructive comments and discussions.

## 672 **Appendix A. Parametric study of integrate buoyancy flux $B$ evolution along $x$**

673 According to Eq. 2.5a, the velocity variation has to satisfy the dimensional constrains:

$$674 \quad \frac{d(U + U_a)Uh}{dx} \sim g \frac{S_2 \Delta \Theta}{\theta_H} h \sin \alpha \quad (\text{A } 1)$$

675 The buoyancy flux constraint (Eq. 2.5b), taking  $N = 0 \text{ rad s}^{-1}$  (no ambient stratification) and  
676  $U_a = 0 \text{ m s}^{-1}$  expresses following:

$$677 \quad \frac{d(U + U_a)\Delta\Theta h}{dx} = -\overline{(w'\theta')}_s \quad (\text{A } 2)$$

The downstream evolution of  $U \sim x^n$ ,  $\Delta\theta \sim x^p$  and  $\overline{(w'\theta')}_s \sim x^m$  has to satisfy Eqs. A 1  
and A 2. These equations impose the relation between the parameters  $m$ ,  $n$  and  $p$ , when one  
out of the three is given, and  $E_h$  is constant ( $h \sim x$ ):

$$2n = p + 1 \quad (\text{A } 3a)$$

$$n + p = m \quad (\text{A } 3b)$$

## REFERENCES

- 678 ANDERSON, PHILIP S 2009 Measurement of prandtl number as a function of richardson number avoiding  
679 self-correlation. *Boundary-Layer Meteorology* **131** (3), 345–362.
- 680 AXELSEN, S.L. & VAN DOP, H. 2009 Large-eddy simulation of katabatic winds. Part 1: Comparison with  
681 observations. *Acta Geophysica* **57** (4), 803–836.
- 682 BALL, F.K. 1957 The katabatic winds of Adélie land and king George V land. *Tellus* **9** (2), 201–208.
- 683 BLEIN, S. 2016 Observation and modelisation of stable atmospheric boundary layer in complex topography:  
684 turbulent processus of katabatic flow (in French). PhD thesis, Université Grenoble Alpes.
- 685 BRUN, C., BLEIN, S. & CHOLLET, J.P. 2017 Large-eddy simulation of a katabatic jet along a convexly curved  
686 slope. Part 1: statistical results. *Journal of Atmospheric Sciences* **74** (12), 4047–4073.
- 687 BURKHOLDER, B.A., FEDOROVICH, E. & SHAPIRO, A. 2011 Evaluating subgrid-scale models for large-eddy  
688 simulation of turbulent katabatic flow. In *Quality and Reliability of Large-Eddy Simulations II*, pp.  
689 149–160. Springer.
- 690 CHARRONDIÈRE, C., BRUN, C., COHARD, J.M., SICART, J.E., OBLIGADO, M., BIRON, R., COULAUD, C. &  
691 GUYARD, H. 2022 Katabatic winds over steep slopes : overview of a field experiment designed to  
692 investigate slope-normal velocity and near surface turbulence. *Boundary-Layer Meteorology* **187**,  
693 29–54.
- 694 CHARRONDIÈRE, C., BRUN, C., SICART, J.E., COHARD, J.M., BIRON, R. & BLEIN, S. 2020 Buoyancy effects  
695 in the turbulence kinetic energy budget and Reynolds stress budget for a katabatic jet over a steep  
696 alpine slope. *Boundary-Layer Meteorology* **177** (1), 97–122.
- 697 CHILLÁ, F, CILIBERTO, S, INNOCENTI, C & PAMPALONI, E 1993 Boundary layer and scaling properties in  
698 turbulent thermal convection. *Il Nuovo Cimento D* **15** (9), 1229–1249.
- 699 DENBY, BRUCE & SMEETS, CJPP 2000 Derivation of turbulent flux profiles and roughness lengths from  
700 katabatic flow dynamics. *Journal of applied Meteorology* **39** (9), 1601–1612.
- 701 ELLISON, T.H. & TURNER, J.S. 1959 Turbulent entrainment in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*  
702 **6** (3), 423–448.
- 703 ELLISON, TH & TURNER, JS 1960 Mixing of dense fluid in a turbulent pipe flow part 1. overall description  
704 of the flow. *Journal of Fluid Mechanics* **8** (4), 514–528.

- 705 FEDOROVICH, E. & SHAPIRO, A. 2009 Structure of numerically simulated katabatic and anabatic flows along  
706 steep slopes. *Acta Geophys* **57** (4), 981–1010.
- 707 FLEAGLE, R.G. 1950 A theory of air drainage. *Journal of Meteorology* **7** (3), 227–232.
- 708 GIOMETTO, M.G., KATUL, G.G., FANG, J. & PARLANGE, M.B. 2017 Direct numerical simulation of turbulent  
709 slope flows up to Grashof number  $Gr = 2.1 \times 10^{11}$ . *Journal of Fluid Mechanics* **829**, 589–620.
- 710 GRACHEV, A.A., LEO, L.S., DI SABATINO, S., FERNANDO, H.J.S., PARDYJAK, E.R. & FAIRALL, C.W. 2016  
711 Structure of turbulence in katabatic flows below and above the wind-speed maximum. *Boundary-  
712 Layer Meteorology* **159** (3), 469–494.
- 713 GRISOGONO, B. & OERLEMANS, J. 2001 Katabatic flow: analytic solution for gradually varying eddy  
714 diffusivities. *Journal of Atmospheric Sciences* **58** (21), 3349–3354.
- 715 HAIDEN, T. & WHITEMAN, C.D. 2005 Katabatic flow mechanisms on a low-angle slope. *Journal of applied  
716 meteorology* **44** (1), 113–126.
- 717 HELMIS, C.G. & PAPADOPOULOS, K.H. 1996 Some aspects of the variation with time of katabatic flow over  
718 a simple slope. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **122** (531), 595–610.
- 719 HOCH, SW, CALANCA, P, PHILIPONA, R & OHMURA, A 2007 Year-round observation of longwave radiative  
720 flux divergence in greenland. *Journal of Applied Meteorology and Climatology* **46** (9), 1469–1479.
- 721 HOPFINGER, E.J. 1987 Turbulence in stratified fluids: a review. *Journal of Geophysical Research: Oceans*  
722 **92** (C5), 5287–5303.
- 723 HORST, T.W. & DORAN, J.C. 1988 The turbulence structure of nocturnal slope flow. *Journal of Atmospheric  
724 Sciences* **45** (4), 605–616.
- 725 IVEY, G.N., BLUTEAU, C.E. & JONES, N.L. 2018 Quantifying diapycnal mixing in an energetic ocean. *Journal  
726 of Geophysical Research: Oceans* **123** (1), 346–357.
- 727 JENSEN, D.D., NADEAU, D.F., HOCH, S.W. & PARDYJAK, E.R. 2017 The evolution and sensitivity of katabatic  
728 flow dynamics to external influences through the evening transition. *Quarterly Journal of the Royal  
729 Meteorological Society* **143** (702), 423–438.
- 730 KONDO, J., KANECHIKA, O. & YASUDA, N. 1978 Heat and momentum transfers under strong stability in the  
731 atmospheric surface layer. *Journal of Atmospheric Sciences* **35** (6), 1012–1021.
- 732 LINDEN, P.F. 1979 Mixing in stratified fluids. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics* **13** (1), 3–23.
- 733 MANINS, P.C. & SAWFORD, B.L. 1979 A model of katabatic winds. *Journal of the Atmospheric Sciences*  
734 **36** (4), 619–630.
- 735 MARUSIC, IVAN & MONTY, JASON P 2019 Attached eddy model of wall turbulence. *Annual Review of Fluid  
736 Mechanics* **51**, 49–74.
- 737 McNIDER, R.T. 1982 A note on velocity fluctuations in drainage flows. *Journal of the Atmospheric Sciences*  
738 **39** (7), 1658–1660.
- 739 MELLOR, G.L. & YAMADA, T. 1974 A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers.  
740 *Journal of Atmospheric Sciences* **31** (7), 1791–1806.
- 741 MONTI, P., FERNANDO, H.J.S., PRINCEVAC, M., CHAN, W.C., KOWALEWSKI, T.A. & PARDYJAK, E.R. 2002  
742 Observations of flow and turbulence in the nocturnal boundary layer over a slope. *Journal of the  
743 Atmospheric Sciences* **59** (17), 2513–2534.
- 744 MORTON, BR, TAYLOR, GEOFFREY INGRAM & TURNER, JOHN STEWART 1956 Turbulent gravitational  
745 convection from maintained and instantaneous sources. *Proceedings of the Royal Society of London.  
746 Series A. Mathematical and Physical Sciences* **234** (1196), 1–23.
- 747 NADEAU, D.F., PARDYJAK, E.R., HIGGINS, C.W., HUWALD, H. & PARLANGE, M.B. 2013 Flow during the  
748 evening transition over steep alpine slopes. *Q J R Meteorol Soc* **139** (672), 607–624.
- 749 NAPPO, C.J. & RAO, K.S. 1987 A model study of pure katabatic flows. *Tellus A: Dynamic Meteorology and  
750 Oceanography* **39** (1), 61–71.
- 751 ODIER, P., CHEN, J., RIVERA, M.K. & ECKE, R.E. 2009 Fluid mixing in stratified gravity currents: the prandtl  
752 mixing length. *Physical review letters* **102** (13), 134504.
- 753 OLDROYD, H.J., PARDYJAK, E.R., HIGGINS, C.W. & PARLANGE, M.B. 2016 Buoyant turbulent kinetic energy  
754 production in steep-slope katabatic flow. *Boundary-Layer Meteorology* **161** (3), 405–416.
- 755 PARDYJAK, E.R., MONTI, P. & FERNANDO, H.J.S. 2002 Flux Richardson number measurements in stable  
756 atmospheric shear flows. *Journal of Fluid Mechanics* **459**, 307.
- 757 PELTIER, W.R. & CAULFIELD, C.P. 2003 Mixing efficiency in stratified shear flows. *Annual review of fluid  
758 mechanics* **35** (1), 135–167.
- 759 POPE, S.B. 2000 *Turbulent flows*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- 760 POULOS, G. & ZHONG, S.S. 2008 An observational history of small-scale katabatic winds in mid-latitudes.  
761 *Geogr Compass* **2** (6), 1798–1821.

26

- 762 PRANDTL, L. 1942 Führer durch die strömungslehre. *F. Vieweg & Sohn, Braunschweig, Germany*.
- 763 PRINCEVAC, M., HUNT, J.C.R. & FERNANDO, H.J.S. 2008 Quasi-steady katabatic winds on slopes in wide  
764 valleys: hydraulic theory and observations. *Journal of the Atmospheric Sciences* **65** (2), 627–643.
- 765 RILEY, JAMES J & LINDBORG, ERIK 2008 Stratified turbulence: A possible interpretation of some geophysical  
766 turbulence measurements. *Journal of the Atmospheric Sciences* **65** (7), 2416–2424.
- 767 SKYLLINGSTAD, E.D. 2003 Large-eddy simulation of katabatic flows. *Boundary-Layer Meteorology* **106** (2),  
768 217–243.
- 769 SMEETS, C.J.P.P., DUYNKERKE, P.G. & VUGTS, H.F. 1998 Turbulence characteristics of the stable boundary  
770 layer over a mid-latitude glacier. Part 1: a combination of katabatic and large-scale forcing. *Boundary-  
771 Layer Meteorology* **87** (1), 117–145.
- 772 SMITH, C.M. & PORTÉ-AGEL, F. 2014 An intercomparison of subgrid models for large-eddy simulation of  
773 katabatic flows. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **140** (681), 1294–1303.
- 774 STIPERSKI, I., HOLTSLAG, A.A.M., LEHNER, M., HOCH, S.W. & WHITEMAN, C.D. 2020 On the turbulence  
775 structure of deep katabatic flows on a gentle mesoscale slope. *Quarterly Journal of the Royal  
776 Meteorological Society* **146**, 1206–1231.
- 777 STRANG, E.J. & FERNANDO, H.J.S. 2001 Vertical mixing and transports through a stratified shear layer.  
778 *Journal of physical oceanography* **31** (8), 2026–2048.
- 779 STRETEN, N.A., ISHIKAWA, N. & WENDLER, G. 1974 Some observations of the local wind regime on an  
780 alaskan arctic glacier. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B* **22** (4),  
781 337–350.
- 782 STULL, R.B. 1988 *An introduction to boundary layer meteorology*, vol. 126. Kluwer Academic Publishers.
- 783 TARDU, SEDAT 2013 *Statistical approach to wall turbulence*. John Wiley & Sons.
- 784 TURNER, J.S. 1973 *Buoyancy effects in fluids*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- 785 ZILITINKEVICH, S.S. 1970 *Dynamics of the atmospheric boundary layer*. Gidrometeoizdat, Leningrad, USSR.
- 786 ZILITINKEVICH, S. & CALANCA, P. 2000 An extended similarity theory for the stably stratified atmospheric  
787 surface layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **126** (566), 1913–1923.

## 4.2 Complément : oscillations de McNider

L'article de la section précédente met en avant la présence d'oscillations de vitesse au sein de l'écoulement catabatique. Cette oscillation est observable grâce à un pic d'énergie dans les spectres de vitesse (sa Figure 2) et sur les séries temporelles sur l'ensemble des niveaux de mesures des trois épisodes considérés (sa Figure 3). La Figure 4.1 montre l'évolution de la vitesse  $\bar{u}$  à travers le modèle de Prandtl appliqué par intervalles de 2 minutes, correspondant à l'échelle utilisée pour la décomposition de Reynolds (Section 3.3.3). L'épisode de 2012 a été choisi pour cette visualisation de vitesse à cause de la hauteur du maximum de vitesse, relativement élevée par rapport aux épisodes de 2019. On y voit le jet, avec un maximum de vitesse de vent situé entre 1 et 2 m de haut, sauf pour quelques cas autour de 20 h 30 notamment où l'ajustement n'a pas été capable de capturer la forme du jet. Les oscillations sont visibles à la fois au niveau de la vitesse du maximum de vent qui varie entre 2 et  $3.2 \text{ m s}^{-1}$ , et au niveau de l'épaisseur du jet.

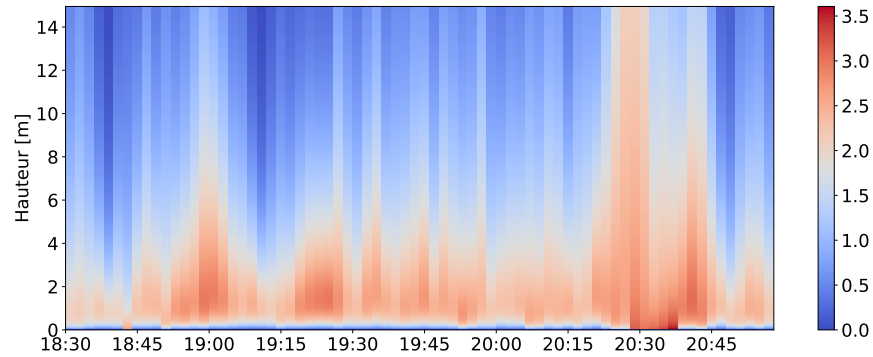


FIGURE 4.1 – Wind speed [ $\text{m s}^{-1}$ ] evolution during the katabatic event on November 19<sup>th</sup>, 2019, between 18 h 30 and 21 h. Wind speed along the profiles are estimated based on the Prandtl model (Section 2.4).

## Chapitre 5

# Forçage gravitaire sur pente forte

En complément des résultats de l'article Charrondière et al. (2022), inséré dans le Chapitre 3 pour présenter la campagne de mesures de février 2019, ce chapitre est consacré à l'effet du forçage catabatique sur les variables de l'écoulement. Pour cela, les équations de quantité de mouvement (projetées selon  $x$  et  $z$ ) et de chaleur (Eqs. 2.20a, 2.20b et 2.23) sont étudiées, avec une attention particulière sur l'impact du terme en  $\bar{\theta} - \theta_a$  sur les vitesses  $\bar{u}$  et  $\bar{w}$ , ainsi que sur les flux turbulents  $\overline{u'w'}$  et  $\overline{w'\theta'}$ . Dans leur étude d'un écoulement catabatique sur le glacier Pasterze (Autriche) et sur la calotte glaciaire de Vatnajökull (Islande), Denby et Smeets (2000) ont étudié l'impact du refroidissement de l'air dans le jet catabatique sur le terme de divergence du flux  $\overline{\partial u'w'}/\partial z$  de l'équation de quantité de mouvement selon  $x$ . Dans leur configuration sur pente faible, l'écoulement se développe sur des longueurs de l'ordre de 10 km. Dans ces conditions, les variations des quantités le long de la pente ne sont pas négligeables devant les autres termes des équations. En revanche, dans le cas de notre écoulement catabatique sur pente forte, dont les longueurs de développement sont seulement de l'ordre du kilomètre, nous négligeons les variations dans la direction  $x$  devant les autres termes des équations de quantité de mouvement et de chaleur. Au premier ordre donc, en négligeant également les termes de gradient de pression, nous obtenons un jeu d'équations pour la quantité de mouvement et pour la chaleur de la forme :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = -g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \sin \alpha, \quad (5.1a)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} = g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \cos \alpha, \quad (5.1b)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} = -\bar{w} \frac{\partial (\bar{\theta} - \theta_a)}{\partial z} - \bar{u} \sin \alpha \gamma_\theta - \bar{w} \cos \alpha \gamma_\theta. \quad (5.1c)$$

### 5.1 Équation de quantité de mouvement selon $x$

Dans une couche limite atmosphérique neutre, une analyse d'échelle des différents termes de l'équation 5.1a conduit à conclure que  $\overline{\partial u'w'}/\partial z = 0$ , et à développer un modèle analytique pour la vitesse  $\bar{u}$  de forme logarithmique (Section 2.11). Dans une couche limite sur pente thermiquement stratifiée, le terme de forçage thermique est à prendre en compte. Dans le cas d'un écoulement catabatique, ce terme est le moteur de l'écoulement et génère une vitesse  $\bar{u}$  dans la direction de la

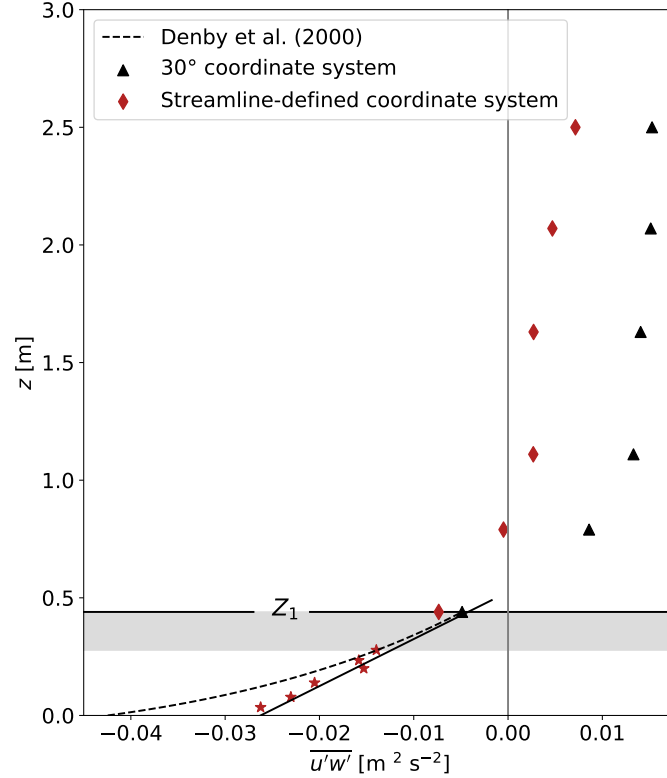


FIGURE 5.1 – Turbulent momentum flux during the katabatic event on February 28<sup>th</sup>, 2019, between 5 h 30 and 6 h 36. The grey shading is the region in which the maximum wind speed is located. Stars are data acquired with the 3D pitot-type sensor, and diamonds are data acquired with CSAT. The black dashed line is the analytical profile defined in Denby et Smeets (2000). The black solid line is a linear interpolation  $\overline{u'w'} = -u_*^2(1 - az)$ , with  $a = 1.9 \text{ m}^{-1}$ . The coordinate system are named as defined in Section 3.4.1.

penne. Sous l'hypothèse de couche limite classique selon laquelle  $\overline{w} \simeq 0$ , ce terme équilibre alors la divergence du flux turbulent de quantité de mouvement. Cela conduit à dériver un modèle pour le profil de  $\overline{u'w'}(z)$  tel que proposé par Denby et Smeets (2000, équation 2.33). Ce modèle décrit une variation du flux turbulent  $\overline{u'w'}$  liée au refroidissement des masses d'air proches du sol. Le flux  $\overline{u'w'}$  est maximal en surface et diminue avec  $z$  dans la région de validité du modèle analytique proposé par Denby et Smeets (2000), sous la hauteur du maximum de vitesse de vent.

Les mesures du flux turbulent de quantité de mouvement sont montrées sur la Figure 5.1 pour les données du pitot 3D et des anémomètres soniques lors de l'épisode catabatique du 28 février 2019. Les données du pitot sont présentées seulement dans le repère des lignes de courant, à défaut d'accéder à l'inclinaison précise de ce capteur (Section 3.4.1). Faute de connaître la position précise à laquelle  $\overline{u'w'}$  s'annule, l'intégration de la loi proposée par Denby et Smeets (2000) est réalisée de  $z$  à  $Z_1$ , avec  $Z_1$  la position de l'anémomètre sonique le plus bas situé proche de la région du maximum de vitesse (Eq. 3 de la Section 3.4.1). Cette loi suit la tendance principale des mesures qui

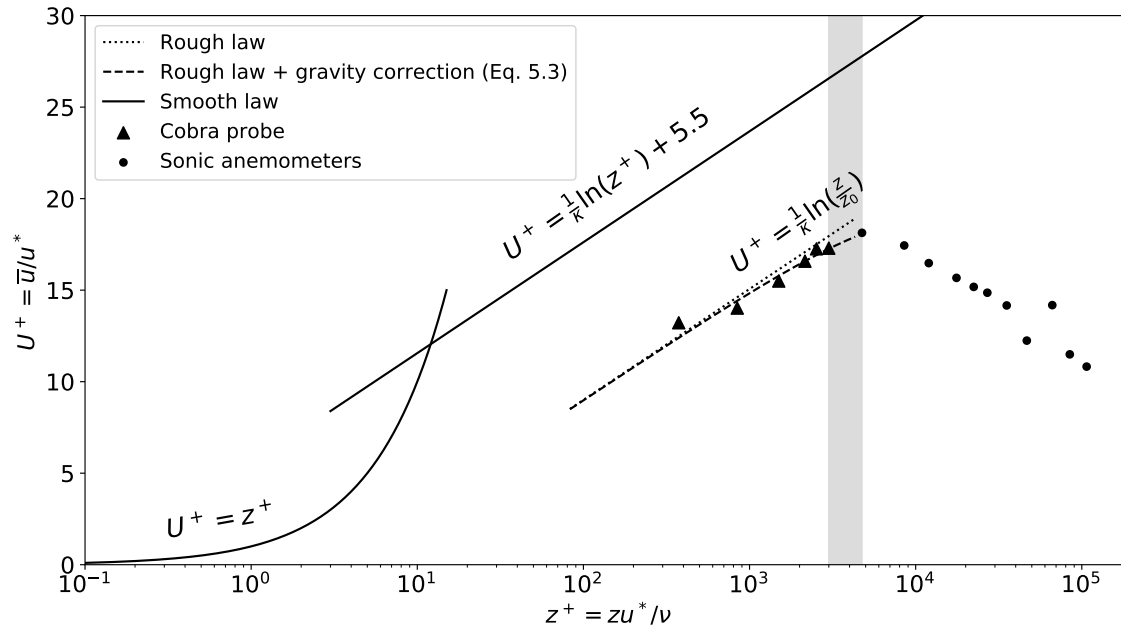


FIGURE 5.2 – Normalized streamwise wind velocity profile acquired during the katabatic event of February 28<sup>th</sup>, 2019 between 5 h 30 and 6 h 36. The grey shading is the region in which the maximum wind speed is located.  $z_0 = 0.3$  mm et  $\kappa = 0.38$ .

confirment donc la variation du flux  $\overline{u'w'}$  telle qu'attendue par une analyse d'échelle de l'équation de quantité de mouvement.

La loi logarithmique du profil de vitesse  $\bar{u}(z)$ , développée à partir d'un flux turbulent de quantité de mouvement constant selon  $z$ , est montrée sur la Figure 5.2 en pointillé. La variation du flux de quantité de mouvement peut être approximée au premier ordre par une loi linéaire de la forme  $-\overline{u'w'} = u_*^2(1 - az)$ , avec  $a = 1.9$  m<sup>-1</sup> dans le cas présent (Figure 5.1). Dans la continuité du développement de la loi logarithmique de couche limite (Section 2.11), on a donc :

$$u_*^2(1 - az) = \left( \kappa z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2. \quad (5.2)$$

Si on utilise le développement limité au premier ordre  $\sqrt{1+x} \simeq 1 + x/2$  (pour  $x \ll 1$ ), on obtient une loi logarithmique classique, corrigée par un terme linéaire dû aux effets de gravité sur l'écoulement :

$$\bar{u}/u_* = \frac{1}{\kappa} \ln z + \frac{a}{2\kappa} z + C, \quad (5.3)$$

où la constante  $C = -(1/\kappa) \ln z_0$ , avec  $z_0$ , la rugosité aérodynamique. Cette loi est tracée sur la Figure 5.2, avec la rugosité aérodynamique prise comme une constante de fitting,  $z_0 = 0.3$  mm. Dans Brock et al. (2006), la rugosité aérodynamique est donnée autour de 0.02 mm pour de la neige fraîche et de l'ordre du millimètre pour de la neige saisonnière en général. Une valeur de  $z_0 = 0.3$  mm sur la pente enneigée de février 2019 est donc cohérente avec la littérature.



La loi de vitesse proposée (Eq. 5.3) est compatible avec les observations réalisées à l'aide du pitot 3D. Le terme de correction linéaire  $az/2\kappa$  est de second ordre par rapport au terme logarithmique sur l'ensemble de la région interne du jet. Il prend de l'importance à mesure que la hauteur  $z$  augmente. On note que cette correction linéaire est du même type que la correction des effets de flottabilité sur sol plat, formalisée par l'utilisation de l'échelle de Monin-Obukhov (Eq. 2.62, Zilitinkevich et Calanca, 2000). Dans le cas présent, la contribution du terme de flottabilité est très faible car les échelles mises en jeu verticalement dans les vents catabatiques sont bien plus faibles que celles de la flottabilité ( $z \ll L_{MO}$ ).

## 5.2 Équation de quantité de mouvement selon $z$

Le terme de forçage thermique de l'équation de quantité de mouvement selon  $z$  (Eq. 5.1b) est négatif. Cela signifie que le refroidissement  $\bar{\theta} - \theta_a$ , sur une pente  $\alpha$ , génère une composante de la vitesse en direction de la surface ( $\bar{w} < 0$ ).

La Figure 5.3 montre les variances des trois composantes de la vitesse et la TKE dans la région interne du jet (mesures au pitot 3D). Dans cette région, la variance de vitesse  $\overline{w'^2}$  varie peu selon  $z$ . La figure présente également pour comparaison les simulations numériques de couche limite turbulente de Spalart (1988) et de Eitel-Amor et al. (2014). Les observations et les modèles numériques varient de manière relativement similaire, avec des différences principalement liées aux régimes respectifs de chaque écoulement (les nombres de Reynolds sont donnés dans la légende de la figure). Au cœur de la couche limite, la variance  $\overline{w'^2}$  est également relativement constante, ce qui conforte nos observations. Dans ce cas où  $\partial\overline{w'^2}/\partial z \approx 0$ , le terme de forçage catabatique de l'Équation 5.1b est équilibré au premier ordre par le terme advectif essentiellement selon  $z$ , dans le cas stationnaire :

$$\bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \simeq g \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} \cos \alpha \quad (5.4)$$

Cette expression permet de déterminer le comportement de  $\bar{w}$  dans la partie basse du jet, connaissant une valeur de référence  $\overline{w(z_{ref})}$ , tel que :

$$\bar{w}^2 - \overline{w(z_{ref})}^2 = -2g \cos \alpha \int_z^{z_{ref}} \frac{\bar{\theta} - \theta_a}{\theta_a} dz, \quad (5.5)$$

avec  $z_{ref}$ , une hauteur de référence à déterminer. Nous prendrons pour la suite  $z_{ref}$  tel que  $\overline{w(z_{ref})} = 0 \text{ m s}^{-1}$ , par interpolation linéaire entre les niveaux de mesures. Le refroidissement de l'air génère donc une vitesse  $\bar{w}$  négative dans la partie basse du jet (là où le terme  $\partial\overline{w'^2}/\partial z$  reste petit devant le terme de refroidissement). L'Équation 5.5 indique que  $|\bar{w}|$  est maximal proche de la surface et décroît en intensité avec  $z$ .

Le montage mécanique (utilisation d'une structure rigide Elcom avec une orientation angulaire connue) des six anémomètres soniques sur la partie basse du mât en février 2019 a été réalisé de telle sorte qu'ils sont tous inclinés selon même angle. L'anémomètre sonique du bas est équipé d'un inclinomètre permettant ainsi de connaître l'inclinaison de chaque capteur, et de leur appliquer une rotation virtuelle pour obtenir les mesures dans le repère de la topographie. Le montage donne ainsi accès au comportement de la vitesse normale à la paroi  $\bar{w}$  (Section 3.4.1). La Figure 5.4 montre ces mesures de  $\bar{w}$  dans le repère de la topographie ( $\alpha = 30^\circ$ ). La vitesse  $\bar{w}$  est négative dans la partie basse du jet, comme attendu d'après le signe du terme de forçage catabatique.

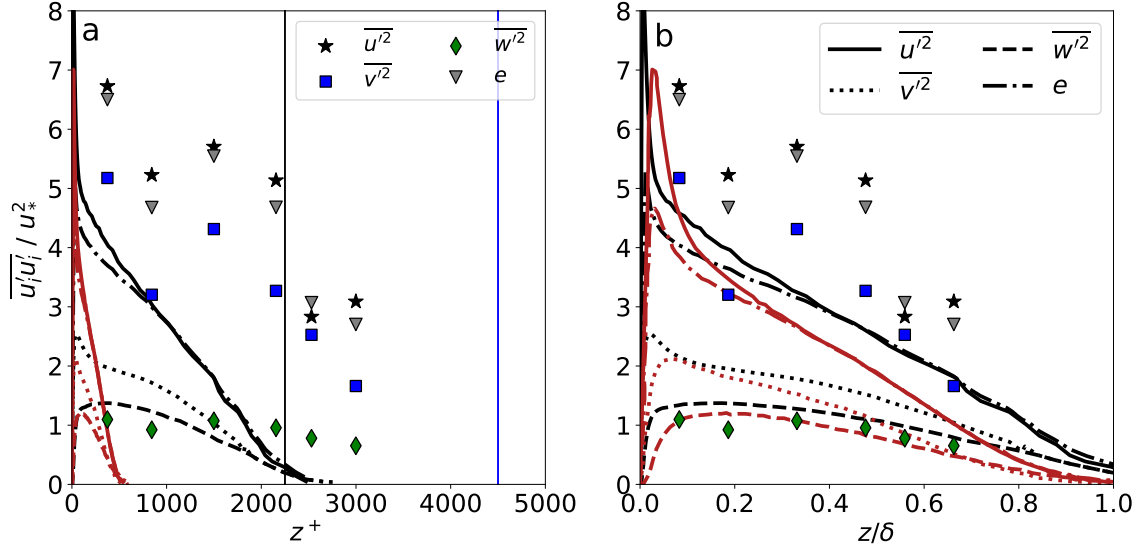


FIGURE 5.3 – (Markers) Wind speed variances and TKE in the inner layer of the katabatic jet, on February 28<sup>th</sup>, 2019 (a) in wall units and (b) with respect to the boundary layer height  $\delta \approx z_j$ . Variances are normalized by the friction velocity taken at the first measurement level ( $z = 3$  cm). The friction Reynolds number is  $Re_\tau = z_j^+ \approx 4500$  (vertical blue line). (Lines) Profiles of velocity variances and TKE in a turbulent boundary layer from numerical modeling. Red lines : DNS of Spalart (1988), extracted from Pope (2000), with the momentum Reynolds number  $Re_{\delta_2} = \delta_2 \bar{u} / \nu = 1410$  ( $\delta_2$  is the boundary layer momentum thickness). Black lines : LES of Eitel-Amor et al. (2014), with  $Re_{\delta_2} = 7500$  corresponding to  $Re_\tau \approx 2250$  (vertical black line).

En première approximation, prenons un refroidissement moyen  $\bar{\theta} - \theta_a \simeq \theta_s - \theta_a \sim -8^\circ$ , et  $\theta_a \sim 5^\circ$ . Pour  $z_{ref}$  de l'ordre de 0.5 m, on obtient une vitesse maximale de  $-0.5 \text{ m s}^{-1}$  proche de la surface, soit environ 15% de la vitesse maximale du jet  $\bar{u}_j$ . Dans une couche limite laminaire de type Blasius, la vitesse verticale loin de la paroi  $\bar{w}_\infty$  est déterminée par rapport au nombre de Reynolds  $Re = x \bar{u}_\infty / \nu$ , telle que décrite dans Schlichting et Gersten (2017) :

$$\bar{w}_\infty = 0.8604 \bar{u}_\infty Re^{-1/2} \quad (5.6)$$

En prenant le nombre de Reynolds défini à partir des échelles de vitesse  $\bar{u}_j$  et de longueur  $z_j$ , de l'ordre de  $10^5$ , la vitesse  $\bar{w}_\infty$  d'une couche limite de vitesse  $\bar{u}_j$  serait de l'ordre de 0.3% de  $\bar{u}_j$ , ce qui correspond à une vitesse positive d'environ  $0.01 \text{ m s}^{-1}$ . Dans la partie basse d'un jet de paroi sans effet thermique, Eriksson et al. (1998) observent également une vitesse  $\bar{w}$  quasiment nulle. Ce sont donc bien les effets thermiques qui génèrent  $\bar{w}$ .

La Figure 5.4 montre que le modèle analytique donne au premier ordre des valeurs de  $\bar{w}$  cohérentes avec les quelques mesures acquises sous  $z_j$ . L'utilisation du modèle analytique permet donc de valider la tendance fournie par les mesures sur la vitesse normale à la surface. Pour le dernier épisode catabatique (7 sur la Figure 5.4), nous avons estimé le profil de variance  $\overline{w'^2}$  par une loi linéaire, à partir des données du Cobra. L'ajout du terme  $\partial \overline{w'^2} / \partial z$  dans l'Équation 5.4, et ainsi son intégrale dans l'Équation 5.5, sont représentés sur la Figure 5.4. La différence entre les

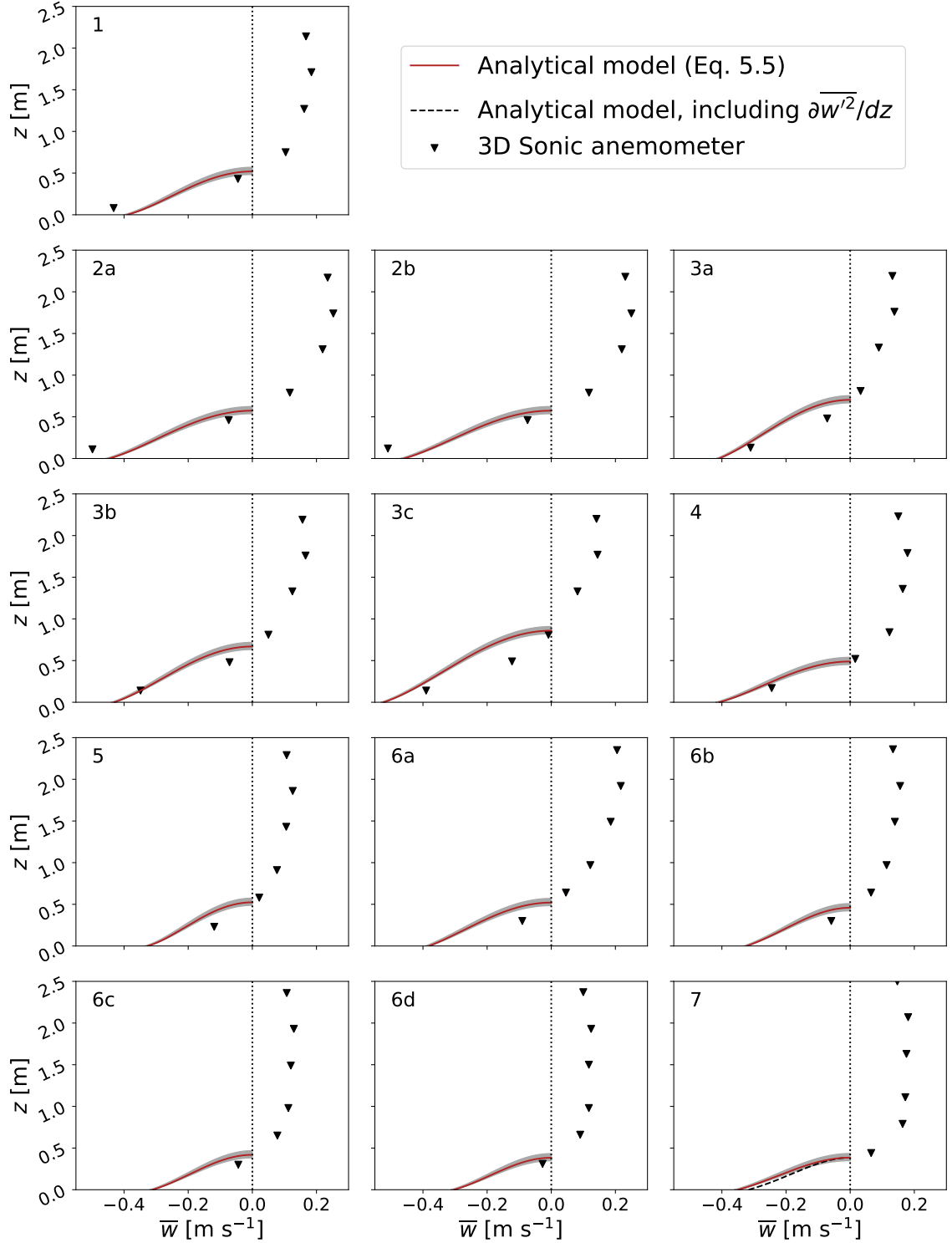


FIGURE 5.4 – Slope-normal profiles of mean slope-normal wind velocity for all katabatic events from February 2019. The red line is the analytical model described by Equation 5.5 and the gray shading is the result of an uncertainty of  $\pm 5$  cm on  $z_{ref}$ . The black dashed line for the '7' event is the same analytical equation, with the addition of the slope-normal variance term.

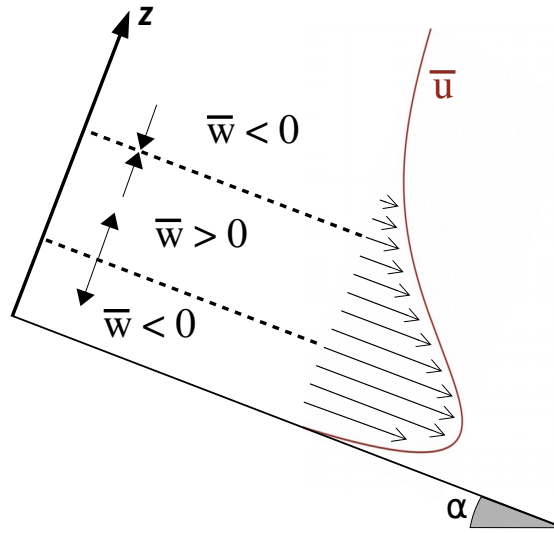


FIGURE 5.5 – Slope-normal velocity behavior along the katabatic profile.

deux courbes avec et sans ce terme est faible et montre que négliger  $\overline{\partial w'^2}/\partial z$  devant les termes de forçage catabatique et d'advection est une approximation correcte sur la gamme de hauteurs considérée.

La partie haute de la courbe analytique a tendance à s'aplatir et cette tendance n'est pas observable sur les données expérimentales. Dans cette partie du jet où  $\bar{w}$  semble s'annuler, l'analyse d'échelle des termes de l'équation de quantité de mouvement est moins évidente, et il se peut que certains termes considérés très faibles jouent en réalité un rôle, en particulier l'advection sur  $x$ .

À des hauteurs supérieures, la vitesse  $\bar{w}$  devient positive jusqu'à  $z = 2.5$  m environ. Aucune mesure ne permet d'accéder aux variations de  $\bar{w}$  au delà de cette hauteur. On peut néanmoins supposer qu'elle redevient négative pour entraîner de l'air de la couche ambiante dans le jet (Fig. 5.5), comme le montrent Eriksson et al. (1998) pour un jet de paroi qui comprend une région avec  $\bar{w} < 0$  au-dessus d'une région avec  $\bar{w} > 0$ . Les données de l'écoulement catabatique ont une légère tendance à la décroissance sur le ou les deux niveaux de mesures du haut sur la Figure 5.4, laissant penser que la vitesse  $\bar{w}$  redevient effectivement négative dans la partie haute du jet.

### 5.2.1 Variances de la vitesse du vent

Dans la section précédente, nous avons vu que la variance  $\overline{w'^2}$  varie peu dans la région interne du jet. Pour mieux comprendre le comportement de la TKE, cette section propose d'étudier de plus près les profils de variances des trois composantes de la vitesse de vent. Ces dernières sont présentées sur les Figures 5.6 pour la globalité du jet, et 5.3 pour le détail dans la partie interne du jet. La Figure 5.6 montre que l'énergie cinétique turbulente n'est pas isotrope, avec  $\overline{v'^2} \simeq 2/3e$  et  $\overline{w'^2} > 2/3e$  au détriment de  $\overline{w'^2} < 2/3e$  pour l'ensemble du jet. Ce comportement des variances est observé dans les écoulements turbulents cisailés (Fig. 5.3), et retrouvé dans les modèles numériques d'écoulements catabatiques (par exemple, Giometto et al., 2017; Brun, 2017).

On peut aussi noter un minimum de TKE dans la région grise du maximum de vent, avec une

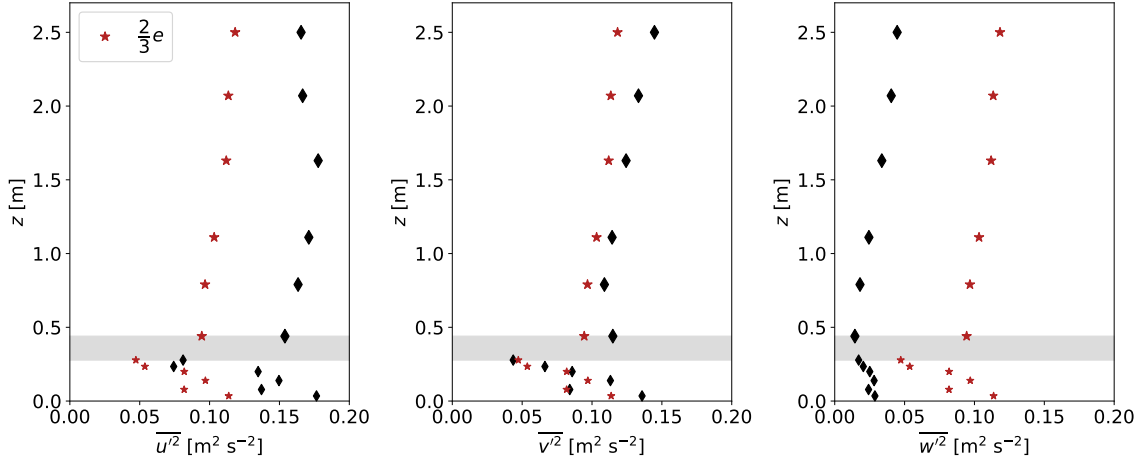


FIGURE 5.6 – Wind speed variances profiles, for the katabatic event on February 28<sup>th</sup>, 2019. Red stars are the isotropic value of variances  $2/3e$ . The grey shading is the region in which the maximum wind speed is located. Data below this grey region are acquired from the 3D pitot-type sensor. Data above it are acquired with CSAT sensors (Section 3.4.1).

forte décroissance dans la région interne du jet pour  $\overline{u'^2}$  et  $\overline{v'^2}$ . Le profil comprend donc deux maxima de TKE de part et d'autre de ce minimum. On observe ici seulement le pic d'intensité dans la région interne du jet grâce aux données du Cobra. Le pic de TKE dans la région externe du jet n'est pas clairement observable sur les profils de la Figure 5.6, même en y intégrant la valeur de TKE prise par le WindMaster ( $2e/3 \simeq 0.14 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$  à  $z = 9.9 \text{ m}$ ). On sait néanmoins que ce maximum existe puisque la TKE diminue fortement au-dessus du jet lorsque les conditions synoptiques n'apportent pas de contribution à la TKE. À position équivalente le long de la pente, les simulations numériques de Brun et al. (2017) montrent clairement un double pic de TKE, avec un minimum autour de la hauteur du maximum de vitesse de vent. Le pic de la région externe du jet se trouve entre 15 et 20 m pour un jet dont le retour à  $0 \text{ m s}^{-1}$  de la vitesse  $\bar{u}$  du vent est comprise entre 20 et 30 m. Ce comportement de la TKE est cohérent avec l'advection de TKE générée par  $\bar{w}$  (Figure 5.5).

### 5.2.2 Implication d'une vitesse $\bar{w}$ non nulle sur la couche limite de surface

On a montré sur la Figure 5.4 que la vitesse  $\bar{w}$  n'est pas nulle et peut même atteindre 10% de  $\bar{u}_j$ . L'équilibre entre le terme de forçage catabatique et la divergence du flux  $\overline{u'w}$  dans l'Équation 2.20a est donc modifié par le terme d'advection  $\bar{w}\partial\bar{u}/\partial z$ . Au premier ordre, prenons  $\bar{w}$  linéaire dans la région interne du jet. Ainsi, le terme d'advection suit une loi en  $z - z_{ref}/z$ , dont la contribution diminue rapidement avec  $z$ . Il en résulte une correction du profil analytique de  $\overline{u'w'}$  (Eq. 2.33) vers des valeurs plus négatives.

Une autre implication de la présence de  $\bar{w}$  dans le jet est la remise en cause de l'hypothèse d'homogénéité de la vitesse en  $x$ . En effet, la conservation de la masse (Équation 2.11) exige que l'évolution longitudinale de  $\bar{u}$  soit corrélée avec le gradient de  $\bar{w}$  sur  $z$  dans un cas bi-dimensionnel. Dans ce cas, l'équation de quantité de mouvement selon  $x$  simplifiée (Eq. 2.20a) contient le terme advectif  $\bar{u}\partial\bar{u}/\partial x$ . Ce terme négatif aura le même effet que celui décrit précédemment pour le terme

advectif  $\overline{w}\partial\overline{u}/\partial z$ .

Ces deux corrections semblent éloigner le modèle des données (Fig. 5.1). Il faut cependant rappeler que les données expérimentales sont présentées dans le repère des lignes de courant. Une rotation dans le repère topographique suppose une augmentation de  $\overline{u'w'}$ . Les imprécisions cumulées sur le profil analytique de  $\overline{w}$  et l'intégration du terme d'advection ne permettent pas d'estimer cette correction, ni d'obtenir la valeur précise du flux  $\overline{u'w'}$  dans le repère topographique qui reste inaccessible à ce stade.

Enfin, la différence entre  $z_j$  et la hauteur de changement de signe du flux  $\overline{u'w'}$  est particulièrement marquée dans l'ensemble des épisodes catabatiques de 2012 et de 2019. Cette différence est moins marquée dans le cas d'un jet de paroi comme celui de Eriksson et al. (1998). Elle pourrait être expliquée par la présence de  $\overline{w}$ .

### 5.3 Équation de chaleur

Une stratification de  $N = 0.02 \text{ s}^{-1}$  correspond à un gradient thermique  $\gamma_\theta$  de l'ordre de  $10^{-2} \text{ K m}^{-1}$  et donc le terme d'advection liée à la stratification ambiante (Équation 5.1c) est de l'ordre de  $10^{-2} \text{ K s}^{-1}$ . Le terme d'advection lié au refroidissement de la surface (premier terme dans la partie droite de l'équation) est de l'ordre de  $3 \text{ K s}^{-1}$  pour un refroidissement de  $8^\circ\text{C}$  sur le premier mètre au-dessus de la surface, et une vitesse  $\overline{w}$  de l'ordre de  $-0.4 \text{ m s}^{-1}$ . En régime stationnaire, on a donc au premier ordre un équilibre entre l'advection liée au refroidissement de l'air et le gradient du flux de chaleur sensible, dans la partie interne du jet :

$$\frac{\partial\overline{w'\theta'}}{\partial z} \simeq -\overline{w}\frac{\partial(\overline{\theta} - \theta_a)}{\partial z} \quad (5.7)$$

L'advection de température par la vitesse  $\overline{w}$ , qui contrebalance le refroidissement de l'air en régime stationnaire, est donc considérée comme la source de chaleur principale dans l'équation bilan de la chaleur (Eq. 5.1c), dans la partie basse du jet pour laquelle  $\overline{w} < 0$ .

Dans une couche limite thermique classique, le gradient de  $\overline{w'\theta'}$  est le seul terme restant de l'équation de la chaleur (dans la couche de surface) : le flux de chaleur y est donc constant. On obtient ainsi de la même manière que pour la vitesse une loi logarithmique de température (Sect. 2.11.3). Dans le cas de l'écoulement catabatique sur pente forte, le terme d'advection normal à la surface génère une variation du flux turbulent de chaleur  $\overline{w'\theta'}$  le long du profil, et par conséquent corrige aussi le profil de température par rapport à une loi logarithmique classique. C'est donc la gravité, qui par la génération d'une vitesse  $\overline{w}$ , modifie le profil de température.

La gravité perturbe l'ensemble des paramètres thermiques et dynamiques du jet, d'une manière plus ou moins marquée selon chacun d'eux. Il devient donc nécessaire de développer des lois de similitude pour les profils de température et de vitesse, qui prennent en compte les effets de la gravité sur l'écoulement. Cela n'a pas été développé dans le cadre de cette thèse et constitue une perspective à court terme qui pourra être étayée par les données de la campagne de mesures de 2019.



## Chapitre 6

# Bilan des quantités turbulentes

L'énergie cinétique turbulente, issue des termes diagonaux du tenseur de Reynolds, est la variable d'intérêt pour caractériser l'intensité de la turbulence dans un écoulement. Dans un écoulement catabatique idéal (2D et statistiquement homogène dans la direction transverse, Section 2.3), le flux turbulent vertical de quantité de mouvement horizontal  $\overline{u'w'}$  est le flux de quantité de mouvement représentatif de l'écoulement, puisque directement généré par le frottement turbulent dans la direction de la pente. Les différents processus responsables de la génération/destruction de ces deux quantités ( $e$  et  $\overline{u'w'}$ ) sont décrits dans leurs équations bilans respectives dans la Section 2.7. Ce chapitre aborde les processus principaux dans les deux équations bilans.

### 6.1 Terme de flottabilité

L'article *Buoyancy Effects in the Turbulence Kinetic Energy Budget and Reynolds Stress Budget for a Katabatic Jet over a Steep Alpine Slope* publié dans *Boundary-Layer Meteorology* traite de l'impact de la flottabilité sur la TKE et le flux de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$ , à partir des données de novembre 2012. Cette section sera donc composée de l'article suivi d'un complément sur les données de la campagne de mesures de février 2019.

#### 6.1.1 Charrondière et al., 2020 (BLM)





## Buoyancy Effects in the Turbulence Kinetic Energy Budget and Reynolds Stress Budget for a Katabatic Jet over a Steep Alpine Slope

Claudine Charrondière<sup>1,2</sup> · Christophe Brun<sup>1</sup> · Jean-Emmanuel Sicart<sup>2</sup> · Jean-Martial Cohard<sup>2</sup> · Romain Biron<sup>2</sup> · Sébastien Blein<sup>1,3</sup>

Received: 12 December 2019 / Accepted: 11 July 2020 / Published online: 11 August 2020  
© Springer Nature B.V. 2020

### Abstract

Katabatic winds are very frequent but poorly understood or simulated over steep slopes. This study focuses on a katabatic jet above a steep alpine slope. We assess the buoyancy terms in both the turbulence kinetic energy (TKE) and the Reynolds shear-stress budget equations. We specifically focus on the contribution of the slope-normal and along-slope turbulent sensible heat fluxes to these terms. Four levels of measurements below and above the maximum wind-speed height enable analysis of the buoyancy effect along the vertical profile as follow: (i) buoyancy tends to destroy TKE, as expected in stable conditions, and the turbulent momentum flux in the inner-layer region of the jet below the maximum wind-speed height  $z_j$ ; (ii) results also suggest buoyancy contributes to the production of TKE in the outer-layer shear region of the jet (well above  $z_j$ ) while consumption of the turbulent momentum flux is observed in the same region; (iii) In the region around the maximum wind speed where mechanical shear production is marginal, buoyancy tends to destroy TKE and our results suggest it tends to increase the momentum flux. The present study also provides an analytical condition for the limit between production and consumption of the turbulent momentum flux due to buoyancy as a function of the slope angle, similar to the condition already proposed for TKE. We reintroduce the stress Richardson number, which is the equivalent of the flux Richardson number for the Reynolds shear-stress budget. We point out that the flux Richardson number and the stress Richardson number are complementary stability parameters for characterizing the katabatic flow apart from the region around the maximum wind-speed height.

**Keywords** Buoyancy production · Flux and stress Richardson numbers · Katabatic jets · Steep alpine slope · Turbulence kinetic energy

---

✉ Claudine Charrondière  
charrondiere.claudine@gmail.com

<sup>1</sup> Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI), Grenoble, France

<sup>2</sup> Institut des Géosciences de l'Environnement (IGE), Grenoble, France

<sup>3</sup> Centre National de Recherches Météorologiques (CNRM), Toulouse, France

## 1 Introduction

Katabatic winds are gravity flows that develop over sloping terrain due to radiative cooling at the surface. They generally are responsible for night circulation near the surface and bring cold air down the valleys, thereby enhancing the temperature inversion and trapping pollutants (Whiteman 2000).

Katabatic jets occur close to the surface over mountain slopes at a scale ranging from a few tens of metres in depth (Nadeau et al. 2013a,b; Grachev et al. 2016; Blein 2016) to about a hundred metres (e.g., Smeets et al. 1998; Monti et al. 2002; Poulos and Zhong 2008). For steep slopes of more than 20°, the maximum wind-speed height can be as low as 1 m (Horst and Doran 1988; Oldroyd et al. 2014). Such flows are inadequately represented in most meteorological models, with poor resolution close to the surface. Consequently, models fail in predicting weather and pollution events often associated with katabatic events or downslope flow in winter with anticyclonic conditions (Low 1990; Largeron 2010; Largeron and Staquet 2016). Extending our understanding of katabatic flows is therefore a major challenge to improving mountain weather forecasts and mitigating the risk of this type of pollution for public health.

Although according to Poulos and Zhong (2008), katabatic flows have been studied since the 1840s, experimental works have generally drawn on measurements made over gentle slopes (e.g., Smeets et al. 1998; Monti et al. 2002; Litt et al. 2015; Grachev et al. 2016; Jensen et al. 2017, and references therein). Horst and Doran (1988) were among the first to study katabatic winds over a steep slope (21°) followed more recently by Nadeau et al. (2013a), Stiperski and Rotach (2016) and Oldroyd et al. (2016a). Nadeau et al. (2013a) focused on the establishment of the katabatic flow when the sun disappears behind the mountain, and on the evolution of the partitioning between the terms of the turbulence kinetic energy (TKE) budget. Stiperski and Rotach (2016) studied the differences between post-processing methods in the context of mountainous terrain, which is far from the classical hypotheses of flat and homogeneous surfaces. Oldroyd et al. (2016a) focused on the effect of the slope angle on the production/consumption of TKE caused by buoyancy. Indeed, over steep slopes, the slope-normal and the vertical components of the turbulent sensible heat flux may differ significantly. This suggests a change in the behaviour of what is referred to as the buoyancy production term in the TKE budget equation over steep slopes compared with gentle slopes. Denby (1999) even introduced a critical angle ( $\approx 25^\circ$ ) above which behaviour changes.

Concerning numerical results, a few large-eddy simulation (LES) or direct numerical simulation (DNS) models have been used to study katabatic jets (e.g., Axelsen and van Dop 2009a,b) along angle slopes lower than 10°, and references therein). Along steep slopes of more than 20°, most LES and DNS studies were performed in a periodic configuration along the slope (Fedorovich and Shapiro 2009; Burkholder et al. 2011; Giometto et al. 2017), which relies on the transposition of the idealized Prandtl model (Prandtl 1942) to turbulent flow configuration. In such cases, homogeneous streamwise conditions lead to a cancellation of longitudinal gradients and may affect the streamwise heat flux and thus the buoyancy effect in the TKE budget equation. Large-eddy simulation of spatially evolving katabatic jets was investigated by Skillingstad (2003), Smith and Skillingstad (2005), and Smith and Porté-Agel (2014). Smith and Skillingstad (2005) concentrated on the variation of strength of the flow due to the modification of the slope angle along the longitudinal direction. Brun et al. (2017) also applied LES to a steep curved slope and showed that the streamwise heat flux could play an important role in buoyancy production of TKE.

Most meteorological models rely on the Monin–Obukhov similarity theory (MOST) via stability parameters such as the Obukhov length or Richardson number to describe the way turbulence is modified by stratification (Wyngaard 2010). Generally, MOST is designed for a terrain that is assumed to be flat and homogeneous, which leads to a constant-vertical-flux layer approximation. As an example, Denby and Smeets (2000) show that for katabatic flows on a glacier surface, momentum fluxes increase with the height in the region beneath the wind maximum. They further derived the vertical momentum-flux profile by integrating the temperature deficit from momentum budget balance between katabatic forcing and vertical flux divergence. This implies that the momentum flux may not be constant in a katabatic jet along a slope and thus MOST may not be valid. Grisogono et al. (2007) explain that the Obukhov length is not appropriate as long as the slope is not negligible (more than  $5^\circ$ ), since the buoyancy contribution has a component in the along-slope direction. The impact of slope on Obukhov length, flux, and gradient Richardson numbers is analyzed in Oldroyd et al. (2016a). They conclude that the Obukhov length changes behaviour depending whether defined with the slope-normal or the vertical turbulent buoyancy flux. The sign of the flux Richardson number  $R_f$ , which relies on the sign of both the mechanical shear and buoyancy terms, was also shown to be sensitive depending on its definition, leading to either production or consumption of TKE along the vertical profile. In particular, they mention a possible negative value for a critical Richardson number in the outer layer above the maximum wind speed. However, they note that the change in behaviour of  $R_f$  remains less pronounced than for the Obukhov length.

The TKE budget can be complemented by the Reynolds shear-stress budget to describe turbulent properties. This budget involves production terms that are also related to mechanical and buoyancy contributions. Their ratio is used to design what is called the stress Richardson number  $R_s$  (Bradshaw 1969; Wyngaard et al. 1971), which involves the horizontal turbulent sensible heat flux and may provide a complementary view of the stability analysis of the flow. To our knowledge, the stress Richardson number  $R_s$  has never been used to describe a katabatic jet.

The study of both TKE and shear stress allows an analysis in terms of turbulence anisotropy (e.g., Pope 2000, for simple neutral shear flows). In most cases, velocity variances are not isotropic, and the main shear stress contribution cannot be neglected. When stratified turbulence is considered, buoyancy production is added to mechanical production and distorts the relaxation process towards isotropic state (Krug et al. 2013) by decreasing slope-normal velocity fluctuations (Krug et al. 2017). This complex process is expected for flows submitted to strong shear and to buoyancy forces such as katabatic jets.

In this study, we analyze a katabatic flow that developed on a steep slope of more than  $20^\circ$  in the Belledonne Massif (French Alps, Blein 2016). We take advantage of measurements taken at four levels along the mast on both sides of the jet maximum to deepen the existing experimental analysis of turbulence in katabatic flows (Horst and Doran 1988; Nadeau et al. 2013a; Oldroyd et al. 2016a; Stiperski and Rotach 2016, who focused on the outer-layer region of the jet).

The paper is organized in four sections. Section 2 presents a theoretical background, while Sect. 3 describes the experimental site and the dataset used, as well as data post-processing. Section 4 focuses on turbulence anisotropy and characteristics of the flows, as well as on the buoyancy term in both the TKE budget and the Reynolds stress budget. In Sect. 4, we also analyze the profiles of the flux Richardson number and the stress Richardson number in the katabatic flow and discuss whether these parameters are meaningful in the context of a katabatic jet over steep slopes. Finally, in Sect. 5, we summarize results.

## 2 Theory

### 2.1 Turbulence Kinetic Energy Budget and Flux Richardson Number

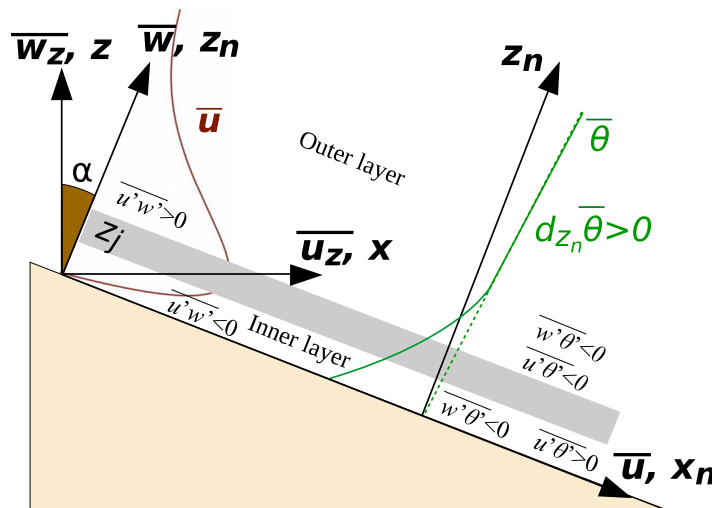
The TKE budget is written as

$$\underbrace{D_t e}_{\text{TKE spatio-temporal variability}} = \underbrace{P_B^e}_{\text{Buoyancy production/consumption}} + \underbrace{P_M^e}_{\text{Mechanical production/consumption}} + \underbrace{TT^e}_{\text{Turbulent transport}} - \underbrace{\epsilon^e}_{\text{Dissipation}}, \quad (1)$$

where  $e = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$  is the TKE (e.g., see Pope 2000; Stull 1988, without/with buoyancy respectively);  $\overline{(\cdot)}$  represents temporal averaging and  $(\cdot)'$  is used for fluctuations around the average value following Reynolds decomposition.  $u, v$  and  $w$  are the along-slope, spanwise, and slope-normal wind velocity components, respectively, in a coordinate system following the slope (Fig. 1). Over a slanted terrain of angle  $\alpha$ ,  $u_z$  and  $w_z$  are the horizontal and vertical velocity components, respectively, in a coordinate system aligned with gravity.

The term  $D_t e$  is the material derivative of the TKE. It contains both the temporal tendency and the advection of TKE.  $TT^e$  merges the turbulent transport term and the pressure transport term, which are not under the scope of this experimental study, although the latter has been shown to transport TKE down toward the wall (Giometto et al. 2017). This effect is expected to act very close to the ground, below the region of the maximum of wind speed, which is out of access for the present experimental study. Also note that there is no direct way to determine it experimentally, to date.

In a statistically two-dimensional homogeneous flow with respect to the spanwise  $y_n$  direction (e.g., Pope 2000), turbulent fluxes involving  $v'$  component cancel due to symmetry with respect to the mean shear plane ( $\mathbf{x}_n, \mathbf{z}_n$ ). That is the case for the Reynolds turbulent stresses  $\overline{u'v'}$  and  $\overline{v'w'}$ , and for the spanwise turbulent heat flux  $\overline{v'\theta'}$ . This configuration



**Fig. 1** Schematic of the slope coordinate system used in the present study.  $z$  represents the component aligned with gravity and  $z_n$  is normal to the ground surface.  $(u, w)$  is expressed in the slope referential  $(\mathbf{x}_n, \mathbf{z}_n)$ .  $\alpha$  is the slope angle. In our dataset, the height of maximum wind speed  $z_j$  is located between 1 and 2 m. The grey zone is the region around the maximum wind speed that separates the outer and the inner layers of the jet

corresponds to the case of a pure katabatic jet along a slope upon which we intend to focus. This is exactly valid in the case of DNS (e.g., Giometto et al. 2017) or LES (e.g., Brun 2017) for katabatic flows along a two-dimensional slope.

With these pure katabatic two-dimensional assumptions, the buoyancy term in the TKE budget reduces to (e.g., Horst and Doran 1988)

$$P_B^e = \frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} = \frac{g}{\theta} \left( \overline{w'\theta'} \cos \alpha - \overline{u'\theta'} \sin \alpha \right) \quad (2)$$

and defined in the slope coordinate system as in Fig. 1, with  $\mathbf{x}_n$  directed downslope.

The quantity  $\theta$  is the atmospheric potential temperature. The buoyancy production of TKE splits into two components. One expresses the production/consumption of TKE by the sensible heat flux normal to the surface. The second represents the production/consumption of TKE associated with the along-slope sensible heat flux. Their respective magnitudes are weighted by a slope-dependent coefficient, and their effect on the TKE budget relies on the sign of both heat fluxes  $\overline{w'\theta'}$  and  $\overline{u'\theta'}$ . Equation 2 shows that the steeper the surface the greater is the relative contribution of  $\overline{u'\theta'}$ .

In the case of the pure katabatic jet described above, the off-diagonal terms of the Reynolds stress tensor reduce to the turbulent shear stress  $\overline{u'w'}$ . Thus, the main contribution to TKE mechanical production is written as (e.g., Nadeau et al. 2013a)

$$P_M^e \approx -\overline{u'w'} \partial_{z_n} \bar{u}, \quad (3)$$

where  $\partial_{z_n} \bar{u}$  is the slope-normal gradient of average wind speed. Equation 3 is a reduction of the full mechanical term for a pure katabatic jet configuration, with no spanwise contribution, no normal entrainment, and negligible streamwise variability.

Figure 1 shows two distinct regions along the slope-normal axis in the jet, one below the region of the maximum wind-speed height  $z_j$  and one above it. Below (above)  $z_j$ , the mean velocity gradient  $\partial_{z_n} \bar{u}$  is positive (negative). For the present katabatic jet, the Boussinesq hypothesis (Eq. 4) for the definition of eddy viscosity  $K_m$  (Boussinesq 1877, cited in Pope 2000) holds below and above the maximum wind-speed height as far as each of the two regions unveils a turbulent shear flow,

$$\overline{u'w'} = -K_m \partial_{z_n} \bar{u} \quad (4)$$

This relation is known to fail in the region where the mean shear goes to zero (e.g., Brun et al. 2017; Giometto et al. 2017), which may lead to consumption of TKE ( $P_M^e < 0$ ) around the maximum wind-speed height. Elsewhere, we expect to observe  $\overline{u'w'} < 0$  below  $z_j$  and  $\overline{u'w'} > 0$  above it, leading to TKE production  $P_M^e > 0$ .

The sign of the slope-normal and along-slope turbulent sensible heat fluxes is described in Grachev et al. (2016) in the theoretical case of a stable turbulent jet and in Fig. 2 in Łobocki (2017) for a boundary layer. It is also observed in Stiperski et al. (2020) for a katabatic jet :  $\overline{w'\theta'} < 0$  everywhere in the jet;  $\overline{u'\theta'}$  is positive below  $z_j$  and  $\overline{u'\theta'}$  negative above it.

Horst and Doran (1988) and Denby (1999) introduced the condition in which buoyancy production of TKE occurs (Eq. 5). This condition corresponds to  $P_B^e > 0$  in Eq. 2. Note that this condition, Eq. 5, is valid only if the slope-normal turbulent sensible heat flux  $\overline{w'\theta'}$  is negative, as is the case at night in anticyclonic conditions and more generally in stable cases

$$\frac{\overline{u'\theta'}}{\overline{w'\theta'}} > \cot \alpha. \quad (5)$$

Over a steep slope of 35.5°, Oldroyd et al. (2016a) showed that this condition can occur above the jet maximum height. However, not enough observations were available to generalize

their conclusion so far. Horst and Doran (1988) first observed in a modelling approach that above the jet maximum, TKE production approaches zero at about  $\alpha = 30^\circ$ , with a trend that implies a change of sign of  $P_B^e$ , and thus a shift from TKE consumption to TKE production for higher slope angles. Denby (1999), who used the above condition in his numerical study, set a constant value of 2.1 for the ratio of sensible heat fluxes (i.e., defining a critical angle  $\alpha_c = 25^\circ$  above which TKE is produced by buoyancy and below which buoyancy destroys TKE). However, observations show that these fluxes vary considerably, and their ratio is not constant (Grachev et al. 2016; Oldroyd et al. 2016a). A universal and physical threshold value of slope angle does not exist, but it remains valid that the steeper the slope the more important is the impact of the along-slope heat flux.

Two parameters are commonly used to quantify stability: the Obukhov length and the flux Richardson number. In stratified boundary layers, Nieuwstadt (1984) observed that the magnitude of fluxes varies significantly with height, and proposed local scaling to define a more appropriate parameter using fluxes at each measurement level instead of surface fluxes. The Obukhov length  $L$ , even in its local form, has been designed for a stable atmospheric boundary layer (ABL) on a flat terrain and is hard to define properly on slope reference axes (Grisogono et al. 2007; Oldroyd et al. 2016a). We presently focus on the flux Richardson number  $R_f$ , defined in Eq. 6 (Stull 1988) because it represents the ratio between the buoyancy and the mechanical shear terms that serve as source or sink in the TKE budget (Eq. 1),

$$R_f = -\frac{P_B^e}{P_M^e} = \frac{(g/\bar{\theta})\overline{w'_z\theta'}}{\overline{u'w'}\partial_{z_n}\bar{u}}. \quad (6)$$

In a wall jet flow, the inner layer behaves like a turbulent boundary layer, with  $P_M^e > 0$ . This means that the sign of  $R_f$  depends only on the sign of  $-P_B^e$ , and enables a direct interpretation of  $R_f$  in the inner layer of a katabatic flow. For the outer layer of the jet, the gradient of wind velocity  $\partial_{z_n}\bar{u}$  is negative, but  $P_M^e$  is still positive due to a positive turbulent momentum flux. In this case, the interpretation of  $R_f$  is the same as for the inner layer of the jet and for a classical turbulent boundary layer. Finally,  $\partial_{z_n}\bar{u}$  is poorly defined and close to zero in the region of the maximum wind speed. In the present case,  $P_M^e$  is slightly negative and  $R_f$  is driven by the buoyancy term  $P_B^e$ .

## 2.2 Reynolds Shear Stress Budget and Stress Richardson Number

As described in Sect. 2.1, in a statistically two-dimensional homogeneous katabatic jet, the only resulting turbulent stress is  $\overline{u'w'}$  ( $= \text{sign}(\overline{u'w'})|\overline{u'w'}|$ ). Its sign changes from negative to positive in the region around the jet maximum height. Its budget is given in Eq. 7 (e.g., Wyngaard et al. (1971); Horst and Doran (1988) with buoyancy, and Pope (2000) without buoyancy). Note that Eq. 7 corresponds to the standard formulation of the  $\overline{u'w'}$  budget once multiplied by  $\text{sign}(\overline{u'w'})$ . The present formulation makes it possible to discuss the magnitude of  $\overline{u'w'}$ , whatever its sign, below and above the jet maximum. Thus  $P_M^s > 0$  or  $P_B^s > 0$  contributes to an increase of  $|\overline{u'w'}|$  (production) and  $P_M^s < 0$  or  $P_B^s < 0$  contributes to a decrease of  $|\overline{u'w'}|$  (consumption),

$$\underbrace{D_t|\overline{u'w'}|}_{\text{Turbulent shear-stress variability}} = \underbrace{P_M^s}_{\text{Mechanical production or consumption}} + \underbrace{P_B^s}_{\text{Buoyancy production or consumption}} + \underbrace{TT^s}_{\text{Stress turbulent transport}} - \underbrace{\epsilon^s}_{\text{Stress dissipation}}. \quad (7)$$

**Table 1** Characteristics of in situ measurements taken in studies that focus on the impact of slope on buoyancy: slope angle  $\alpha$ , maximum wind speed  $\bar{u}_{max}$  and height of this maximum  $z_j$ , surface sensible heat flux  $H_s$  and background stratification  $N_{ref}$

	Site	$\alpha$ ( $^\circ$ )	$z_j$ (m)	$\bar{u}_{max}$ (m s $^{-1}$ )	$-H_s$ (W m $^{-2}$ )	$N_{ref}$ (Hz)
Blein (2016), Brun et al. (2017), The present study	Belledone (French Alps)	21	1-3	2-3	50	0.02
Nadeau et al. (2013a) and Oldroyd et al. (2016a)	Val Ferret (Swiss Alps)	30-40	< 1.5	1-2	20-30	0.02
Grachev et al. (2016)	Granite Mountain (Arizona)	2-4	4-5	2-3	10-30	-
Horst and Doran (1988)	Rattlesnake Mountain (Washington)	21	1	1-2	-	-

The buoyancy and mechanical terms are given by Eqs. 8 and 9, respectively,

$$\text{sign}(\overline{u'w'})P_B^s = \frac{g}{\theta}\overline{u'_z\theta'} = \frac{g}{\theta}\left(\overline{u'\theta'}\cos\alpha + \overline{w'\theta'}\sin\alpha\right), \quad (8)$$

$$\text{sign}(\overline{u'w'})P_M^s = -\overline{w'^2}\partial_{z_n}\overline{u}. \quad (9)$$

Bradshaw (1969) suggested using the ratio between the two production terms to design a so-called stress Richardson number  $R_s$  (Eq. 10), complementary to  $R_f$  (Eq. 6),

$$R_s = -\frac{P_B^s}{P_M^s} = \frac{(g/\theta)\overline{u'_z\theta'}}{\overline{w'^2}\partial_{z_n}\overline{u}}. \quad (10)$$

Wyngaard et al. (1971) observed that  $R_s/R_f = (\overline{u'_z\theta'}/\overline{w'_z\theta'})\overline{(u'w'}/\overline{w'^2})$  is about 2 in neutral conditions, drops rapidly to zero for unstable conditions such as vertical convection, and is close to 1 for stable conditions over a flat terrain. To our knowledge,  $R_s$  has never been studied in katabatic jets, even though the turbulent fluxes involved are of interest in a katabatic flow and far from negligible (Oldroyd et al. 2016a).

The condition in which buoyancy production of  $|u'w'|$  occurs can be designed from Eq. 8 and is written as Eq. 11, when  $w'\theta' < 0$ ,

$$\text{sign}(\overline{u'w'}) \times \frac{\overline{u'\theta'}}{\overline{w'\theta'}} < -\tan\alpha \times \text{sign}(\overline{u'w'}). \quad (11)$$

Thus, above and below the jet maximum, production of momentum flux occurs following

$$\frac{\overline{u'\theta'}}{\overline{w'\theta'}} < -\tan\alpha \quad \text{if } \overline{u'w'} > 0, \quad (12a)$$

$$\frac{\overline{u'\theta'}}{\overline{w'\theta'}} > -\tan\alpha \quad \text{if } \overline{u'w'} < 0. \quad (12b)$$

### 2.3 Turbulence Anisotropy

The normalized anisotropy tensor is defined (e.g., Pope 2000) based on the Reynolds stress tensor and TKE by Eq. 13,

$$a_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{2e} - \frac{\delta_{ij}}{3}, \quad (13)$$

$\delta_{ij}$  being the Kronecker symbol. The anisotropy coefficient  $F$  (Eq. 14) is derived from  $I_2$  and  $I_3$ , the second and the third invariants of  $a_{ij}$  respectively (Lumley 1979),

$$F = 1 + 9I_2 + 27I_3 = 1 - \frac{9}{2}a_{ij}a_{ji} + 9a_{ij}a_{jk}a_{ki} \quad (14)$$

For homogeneous isotropic turbulence, the Reynolds stress tensor is diagonal with normal stresses  $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$  equal to the isotropic value  $\frac{2}{3}e$  (e.g., Pope 2000). There, the anisotropy coefficient reduces to  $F = 1$ . For a pure katabatic jet as defined in Sect. 2.1, as a statistically two-dimensional homogeneous flow with respect to the spanwise  $y_n$  direction, the anisotropy coefficient  $F$  reduces to Eq. 15. There, we neglect the third invariant  $I_3$  contribution with respect to the second invariant  $I_2$ . The second invariant is expected to be the more relevant for the determination of  $F$  since it represents the degree of anisotropy (e.g.,



**Table 2** Heights of sensors on the measurement mast  $z_n$  is the slope-normal height.  $T_{sonic}$  stands for sonic temperature,  $T$  for temperature, and  $RH$  for relative humidity

Level	Sensor	$z_n$ (m)	Variables measured	Frequency (Hz)
a	KT15	0	$T$	0.5
1	CSAT3	1.00	$u, v, w, T_{sonic}$	20
b	CS215	1.59	$RH, T$	0.5
2	CSAT3	1.77	$u, v, w, T_{sonic}$	20
c	WindSonic	3.08	$u, v$	0.5
3	CSAT3	3.98	$u, v, w, T_{sonic}$	20
4	WindMaster Pro	6.31	$u, v, w, T_{sonic}$	10

Brun 2017; Brugger et al. 2018; Stiperski et al. 2020),

$$F \approx 1 - \frac{9}{8} \left[ \left( \frac{\overline{u'w'}}{e} \right)^2 + \left( \frac{\overline{u'^2} - \frac{2}{3}e}{e} \right)^2 + \left( \frac{\overline{w'^2} - \frac{2}{3}e}{e} \right)^2 + \left( \frac{\overline{v'^2} - \frac{2}{3}e}{e} \right)^2 \right] \quad (15)$$

Note that if normal stresses tend to the isotropic value, their contribution vanishes in Eq. 15.

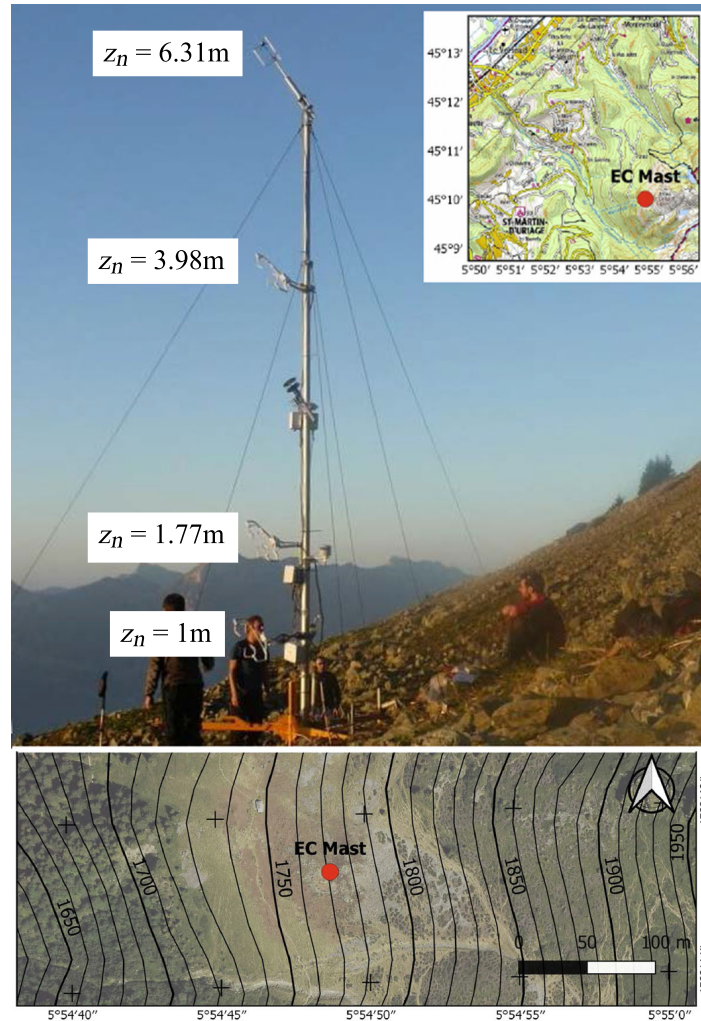
### 3 Data and Methods

#### 3.1 Experimental Site and Measurements

The 10-day in situ measurement campaign was conducted from 14 to 23 November 2012 near Grenoble in the French Alps (45° 9' 46" N, 5° 54' 49" E, Blein 2016). This period was characterized by anticyclonic conditions that resulted in a strong particle-pollution episode in the valley of Grenoble. A 7-m mast was set up on the west face of Grand Colon in the Belledonne mountain range at an altitude of 1770 m above sea level (Fig. 2). The surface is covered with sparse small bushes and rocks, whose height is around 0.30 m. Figure 2 shows that the slope is quite homogeneous and of the order of 30°. The spacing between the contour lines suggests a slight decrease of the topographic slope downstream from the mast to the forest 100 m further.

Four 3D sonic anemometers (CSAT3, Campbell Scientific, Inc. and WindMaster Pro, Gill Instruments, England) were used to measure the three velocity components and sonic temperature profiles at a high sampling frequency of 10–20 Hz (Fig. 2 and Table 2). A 2D sonic anemometer (WindSonic, Gill Instruments), a thermo-hygrometer (CS215, Campbell Scientific), and an infrared thermometer (KT15, Heitronics, Germany) complemented the profile (Table 2).

Blein (2016) classified katabatic events for the whole measurement period in light of the wind direction, mean, and turbulence variables measured at the mast location and of synoptic conditions from ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) reanalyses of the area. From that, we selected a case study katabatic event on 19 November 2012, between 1830 and 2100 local time (UTC + 1 h). This event complies with the following criteria: (i) External synoptic conditions must be as weak so that the observed flow results only from the katabatic forcing. A threshold maximum wind speed was set to 1 m s<sup>-1</sup> in



**Fig. 2** (Upper panel) Experimental site and mast in Belledonne mountain during the measurement campaign. The four 3D sonic anemometers are labelled with their slope-normal height. (Lower panel) Location of the mast. The slope is directed from east to west. “EC Mast” stands for eddy-covariance mast

the valley transect (ECMWF reanalyses). (ii) Mean as well as turbulent quantities have to fulfill the steady state assumption during the event, and be validated following the Vickers and Mahrt (1997) quality control. This means that katabatic flow is well established and no external forcing disturbs the analysis of the signal. (iii) We selected a shorter event within the case study event from 1915 to 1945 local time (LT) satisfying the following conditions: transverse fluxes  $\overline{v'w'}$ ,  $\overline{u'v'}$  (resp.  $\overline{v'\theta'}$ ) are negligible with respect to  $\overline{u'w'}$  (resp.  $\overline{w'\theta'}$ ) and the spanwise velocity component is as low as possible. This event will be referred to as the pure katabatic event hereafter.

To explore the impact of large-scale forcing, we selected five other periods during the campaign involving more external perturbations and a relatively weaker katabatic forcing. These periods were required to have (i) stationarity in the first and second-order variables (mean, r.m.s., and turbulent fluxes), (ii) a positive vertical gradient of potential temperature

**Table 3** List of katabatic events from the present study. The number of samples is the number of (2-min) segments in each event

	Date and local time	Number of samples	Conditions met
Case study event	19 November 1830–2100	75	(i); (ii)
Pure event	19 November 1915–1945	15	(i); (ii); (iii)
Disturbed events	15 November 2000–2200	60	(i); (ii); (iii)
	16 November 0200–0500	90	(i); (ii); (iii)
	16 November 2030–2300	75	(i); (ii); (iii)
	18 November 1800–2030	75	(i); (ii); (iii)
	20 November 0000–0500	150	(i); (ii); (iii)

and (iii) a wind speed vertical profile consistent with a jet. These events (hereafter referred to as disturbed episodes), used to extend our analysis, are listed in Table 3.

### 3.2 Post-processing of the Dataset

In a pure katabatic flow configuration (Sect. 2.1), the wind direction is constant and imposed by the topography. The slope-aligned coordinate system that matches the mean flow direction close to the ground is the one recommended for such flow (Oldroyd et al. 2016b). In the present case, we focused only on short periods of a few hours when the katabatic flow was established for which the mean wind direction did not vary significantly over time. The anemometer at 1 m is placed with an orientation uncertainty of  $\pm 1^\circ$  with respect to the slope-normal axis (after verification with an inclinometer). The inclination of the streamline at 1 m was  $21^\circ$ . This is a little different from the topographic slope, probably due to the change of slope observed in Fig. 2 and to downstream conditions (presence of a forest). Thus, for the present study, we choose to define our coordinate system following the streamline at 1 m, with an angle of  $\alpha = 21 \pm 1^\circ$  with respect to the gravity. This choice is often made in katabatic studies (Horst and Doran 1988; Sun 2007; Nadeau et al. 2013b) even if it does not allow focus on entrainment that may exist in a jet. This outstanding issue, which needs to be investigated further, is beyond the scope of the present study. Furthermore, in a pure katabatic flow as defined in Sect. 2.1 as a statistically two-dimensional homogeneous flow, the spanwise velocity component is zero. We thus applied for each measurement level a double rotation to the flow. This consists of nullifying spanwise and slope-normal mean wind speed components over the duration of a given episode that lasts a few hours at most. For example, for the case study episode, we applied a double rotation with a unique pair of rotation angles for the whole sequence 1830–2100 LT.

To calculate the means, variances, and fluxes, we processed the rotated data with EddyPro software developed by Licor based on the eddy-covariance method. We chose the block average method over a sampling period of 2 min determined through an ogive analysis (Moncrieff et al. 2004) for the variances of velocity components, temperature, and for all second-order quantities as well (momentum and sensible heat fluxes). Stiperski and Calaf (2018) computed multi-resolution decomposition (MRD, Howell and Mahrt 1997) on a stable boundary-layer dataset and concluded also that a short time scale (1 min in their case) is the most suitable during stable episodes. This is consistent with the MRD procedure applied by Blein (2016) on the present dataset. Consequently, the pure katabatic event defined in Sect. 3.1 is composed of 15 (2-min) time segments. Frequency corrections applied in EddyPro software

are built on MOST; therefore we decided not to correct the fluxes to prevent adding MOST-induced behaviour where this theory is not supposed to apply. Moreover, over complex terrain, Klipp (2018) advise to avoid over-correcting data.

### 3.3 Procedure to Determine the Mean Shear from In Situ Measurements

In the next sections, we focus on the production/consumption of  $e$  and  $\overline{u'w'}$  by buoyancy and compare it with the production/consumption of  $e$  and  $\overline{u'w'}$  by shear. The latter include the mean flow velocity gradient  $\partial_{z_n}\bar{u}$  of the katabatic jet in the surface normal direction  $z_n$  (Eqs. 3, 9). We do not have access to a direct measurement of  $\partial_{z_n}\bar{u}$  at measurement levels. Instead we design a procedure to rebuild a continuous mean velocity profile  $\bar{u}(z_n)$  based on the Prandtl model solution for katabatic jets (e.g., Fedorovich and Shapiro 2009) that fits the in situ measurements. From this analytical profile, we derived the necessary velocity gradient to evaluate the shear terms at all heights where turbulence is measured (Table 2).

Grisogono and Oerlemans (2001) derived an analytical solution for the Prandtl model with a varying eddy viscosity  $K_m(z_n)$  in the vertical direction. Parmhed et al. (2004) used this solution over a glacier on katabatic events defined as events in which a maximum wind speed exists in the measured profiles. Both studies showed that a varying  $K_m(z_n)$  is adequate to describe velocity profiles. Based on a recent numerical LES study of a katabatic jet along a steep slope, Brun et al. (2017) modified the Prandtl model to account for  $K_m(z_n)$  variability as well. They showed that the mean velocity profile is well reproduced when a linear coefficient  $K_m(z_n) \propto z_n$  is used. We apply this result to the Prandtl model length scale and velocity scale in Eqs. 17, 18,

$$\bar{u}(z_n) = V_0 \sin\left(\frac{z_n}{L_0}\right) e^{(-z_n/L_0)}, \quad (16)$$

where  $V_0$  and  $L_0$  are characteristic velocity and length scales, respectively

$$L_0 = \frac{1}{Pr^{0.25}} \sqrt{\frac{2K_m^{L_0}}{N_{ref} \sin(\alpha)}} \quad \text{with } K_m^{L_0}(z_n) = K_m^{min} + az_n \quad (17)$$

$$V_0 = Pr^{0.25} \frac{\sqrt{2g|(\overline{w'\theta'})_s|}}{\theta_s \sqrt{K_m^{V_0} N_{ref}^3 \sin(\alpha)}} > 0 \quad \text{with } K_m^{V_0}(z_n) = K_m^{min} + bz_n \quad (18)$$

The turbulent Prandtl number may vary along the katabatic jet profile (e.g., Stiperski et al. 2020), especially in the region of the jet maximum height where turbulent momentum flux vanishes leading to sharp  $Pr$  variations from 0 to  $\infty$ . In the region above/below the jet maximum  $Pr$  is better defined. In this study an estimation above the jet maximum height for the pure katabatic event provides a Prandtl number of about  $Pr = 2$ . Note that  $Pr^{1/4}$  matters in the fitting Prandtl model, so that a variation in  $Pr$  is damped:  $Pr = 2$  leads to  $Pr^{1/4} = 1.19$ , which is close to 1. As an average value for the fitting Prandtl model, we finally set  $Pr = 1$  in the present model to fit magnitudes generally used in the literature (Parmhed et al. 2004). Ambient stratification  $N_{ref}$  is set to 0.02 Hz. The surface kinematic sensible heat flux,  $(\overline{w'\theta'})_s = H_s/(\rho C_p)$ , with  $H_s = -50 \text{ W m}^{-2}$ , is extrapolated from the turbulent heat-flux profiles close to the surface (Table 1; Blein 2016; Brun et al. 2017) where  $\rho$  is the density and  $C_p$  is the heat capacity of the air. Surface temperature  $\theta_s = 270 \text{ K}$  is estimated from the KT15 radiation sensor. Three coefficients are set to fit the results from the present data in the pure katabatic event:  $a = 0.015 \text{ m s}^{-1}$ ,  $b = 0.0098 \text{ m s}^{-1}$ , and  $K_m^{min} = 0.0092 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . We

use this procedure to estimate the position of the maximum wind speed  $z_j$  and the sign as well as the magnitude of the wind speed gradient  $\partial_{z_n}\bar{u}$ .

## 4 Results and Discussion

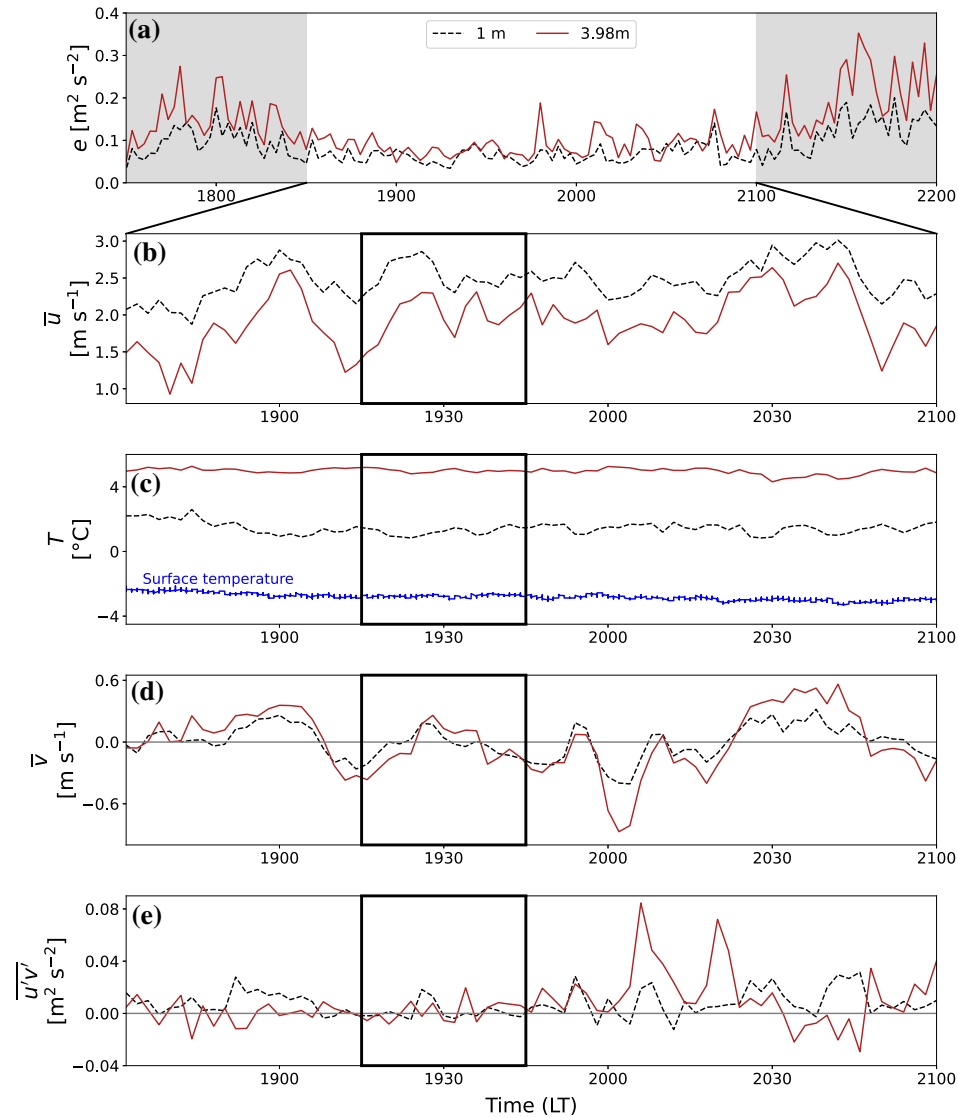
### 4.1 Pure Katabatic Episode Versus Case-Study Katabatic Episode

Figure 3 shows the temporal evolution of TKE  $\epsilon$  during the evening of November 19th, from 1700 to 2200 LT at 1 m and 3.98 m. We restrain the study to the case where TKE is stationary between 1830 and 2100 LT, which is the case-study katabatic event (Sect. 3.1). Figure 3 also presents the mean streamwise velocity component  $\bar{u}$  and temperature  $\bar{T}$ , as well as the spanwise velocity  $\bar{v}$  and the spanwise residual turbulent shear stress  $\overline{u'v'}$  during this case-study event. We observe some oscillations in the mean streamwise and spanwise velocity time series, along with some spikes and non-negligible values of  $\overline{u'v'}$ . McNider (1982) explains that oscillations in drainage flows may occur at a period  $\tau = 2\pi [\sin(\alpha)N_{ref}]^{-1}$ , which is approximately 15 min. This order of magnitude is consistent with the present data. The heterogeneity in the behaviour of  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  and  $\overline{u'v'}$  stipulates us to extract a shorter period with better statistical properties between 1915 and 1945 LT. This is the pure katabatic event described in Sect. 3.1. As expected in anticyclonic conditions, the vertical temperature gradient from the ground surface and along the whole mast profile is positive during the night, and is around  $4 \text{ K m}^{-1}$  within the first metre. During the case-study episode, relative humidity was close to 40%, corresponding to a very low specific humidity of about  $2.3 \text{ g kg}^{-1}$ . This corresponds to a deviation of sonic temperature from temperature of 0.14%, and from virtual temperature of 0.02%. Sonic temperature is thus used instead of temperature or virtual temperature throughout this study (Kaimal and Finnigan 1994).

Unless otherwise specified, the following analysis and the next figures are presented for the pure katabatic event (1915–1945 LT).

### 4.2 Wind Speed and Turbulent Quantities for the Pure Katabatic Event

Figure 4a presents the pure katabatic wind-speed profile. The maximum wind speed is estimated to be at  $z_j \approx 1.36 \text{ m}$  based on the Prandtl model analysis (Sect. 3.3), which provides a perfect fit with the measurements. This height is in agreement with the analysis performed by other authors over steep slopes (Table 1). Figure 4b shows the main turbulent shear stress  $\overline{u'w'}$  at the four levels of measurement (black dots). It is of opposite sign with respect to  $\partial_{z_n}\bar{u}$  for most of the levels along the profile, as expected from the classic theory of shear flows. According to Grachev et al. (2016), the change of sign of  $\overline{u'w'}$  is the best method for the determination of  $z_j$ , along with the change of sign of  $\overline{u'\theta'}$ , but this is based on the assumption that the positions of the maximum wind speed  $z_j$  and of the change of sign of  $\overline{u'w'}$  are at exactly the same height. This was not the case in the present measurements, and we do not expect the Boussinesq hypothesis (Eq. 4) to be valid in the region near the maximum wind speed where mean shear weakens and vanishes. In addition, such counter-gradient fluxes around the maximum of wind speed have already been observed for experiments of wall jets (e.g., Irwin 1973; Eriksson et al. 1998; Krug et al. 2013) and in DNS or LES of katabatic jets along a steep slope (e.g., Fedorovich and Shapiro 2009; Giometto et al. 2017; Brun et al. 2017), although none of them agree on the region—above versus below the maximum jet height—where it appears.

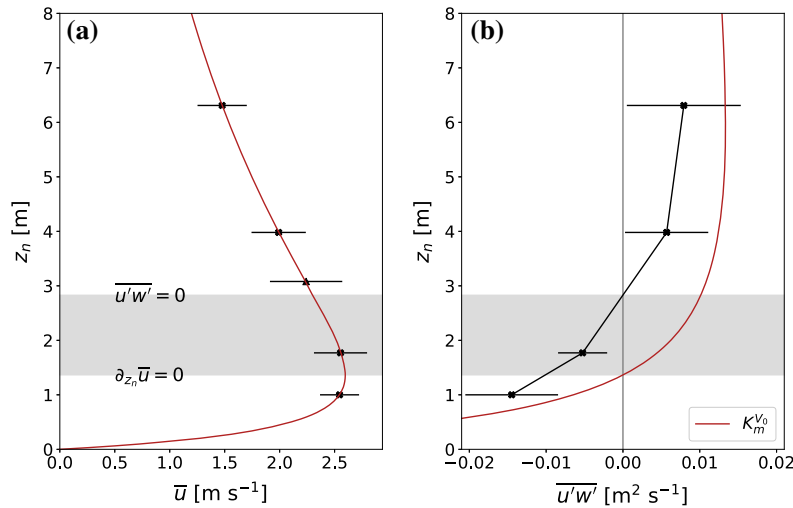


**Fig. 3** Turbulence kinetic energy (a), streamwise velocity (b), temperature and surface temperature (c), spanwise velocity (d) and turbulent shear stress  $\overline{u'v'}$  (e) in the slope-following coordinate system for the measurement levels at 1 m and 3.98 m. White area in a shows the case study katabatic episode. The black boxes highlight the pure katabatic episode

We consequently separate the katabatic surface layer into three regions (Fig. 4):

- The inner layer region: up to  $z_j = z_n(\partial_{z_n}\bar{u} = 0)$ , which corresponds to 1.36 m in our case.
- The region around the maximum wind speed, between  $z_j$  and the change of sign of the turbulent momentum flux  $z_m$ : from  $z_j = 1.36$  m to  $z_m = 2.83$  m in our case. Note that we linearly link measurement levels for better readability of the profiles (Fig. 4), but it is likely that the height at which  $\overline{u'w'}$  cancels is smaller.





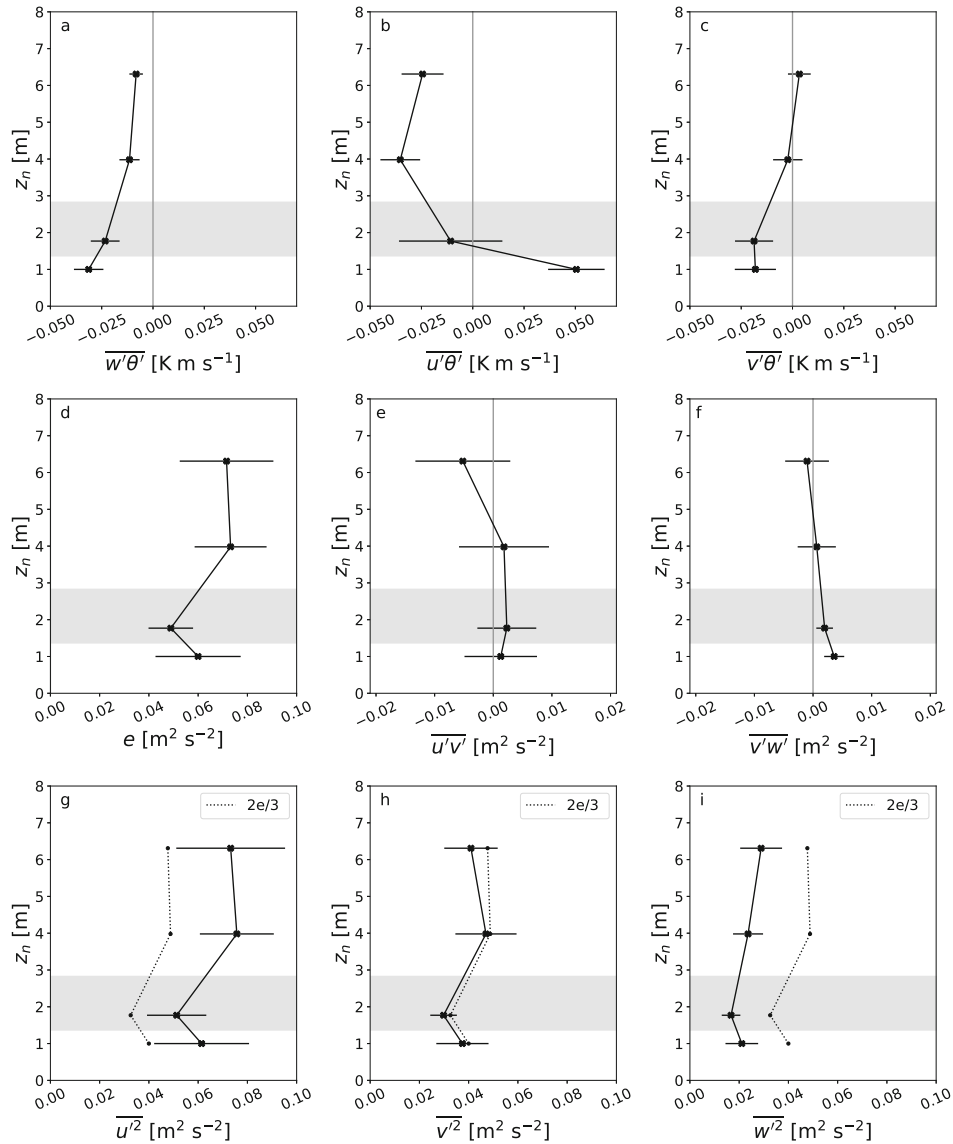
**Fig. 4** **a** Slope-normal profile of wind speed and **b** of the turbulent shear stress in the direction of flow. The dot (resp. the error bars) represent the median (resp. the standard deviation) of the 15 (2-min) segments in the pure katabatic episode (from 1915 to 1945 LT on 19 November 2012). The red curves shows results from the fitting procedure. In the right panel, the momentum flux is fitted with the  $K_m^{V_0}$  parameter. The grey areas represent the transition region near the maximum wind-speed height. In this region we expect the Boussinesq hypothesis (Eq. 4) to fail, which means that turbulent momentum flux is poorly linked with the mean velocity gradient

- The outer layer shear region of the jet: above  $z_m$  which corresponds to 2.83 m for the present study.

The region around the maximum wind speed is shown in grey, with an approximate thickness due to the uncertainty of the two positions  $z_j = z_n(\partial_{z_n} \bar{u} = 0)$  and  $z_m = z_n(\overline{u'w'} = 0)$ . Figure 4b also shows the turbulent shear stress determined from the Prandtl fit (Eqs. 4, 16). The Prandtl fit globally predicts momentum fluxes of the same order of magnitude as the measured momentum fluxes and provides a fair validation of the present fit procedure. However, the momentum flux changes sign exactly at the position of the maximum wind speed due to the non-validity of Eq. 4 in the region around the maximum wind speed.

Figure 5 presents profiles of all of the turbulent sensible heat fluxes, and the two spanwise turbulent shear stresses as well as the TKE and the three wind velocity variances. We first focus on the turbulent sensible heat flux, statistically averaged over the pure katabatic episode of 30 min, which is decomposed into a slope-normal component  $\overline{w'\theta'}$ , a streamwise component  $\overline{u'\theta'}$ , and a residual spanwise component  $\overline{v'\theta'}$ . In agreement with theory (Sect. 2),  $\overline{w'\theta'}$  is always negative and decreases in magnitude with height along the profile.  $\overline{u'\theta'}$  is negative in the outer layer of the jet and positive below the region of  $z_j$ . The change in the sign of  $\overline{u'\theta'}$  occurs near the height of the maximum wind speed determined using the Prandtl method. Note that  $\overline{u'\theta'}$  is higher in magnitude than  $\overline{w'\theta'}$ , as  $|\overline{u'\theta'}|$  reaches a magnitude of 0.05 K m s<sup>-1</sup> while maximum value of  $|\overline{w'\theta'}|$  is around 0.03 K m s<sup>-1</sup>. The spanwise sensible heat flux  $\overline{v'\theta'}$  is close to zero along the profile, with a slight contribution close to the surface, possibly due to the increase of the temperature variance and the strong mean temperature gradient in this region.

The two spanwise turbulent shear stresses  $\overline{u'v'}$  and  $\overline{v'w'}$  are very small compared to  $\overline{u'w'}$  (Fig. 4). The magnitude of  $\overline{u'v'}$  is a little higher at the upper level, which is consistent with



**Fig. 5** (First line) Slope-normal profiles of the turbulent sensible heat flux: **a** slope-normal component, **b** along-slope component, **c** spanwise component. (Second line) Slope-normal profile of TKE (**d**) and turbulent shear stresses with a spanwise component (**e**, **f**). (Third line) Slope-normal profiles of velocity variances: (**g**) along-slope, (**h**) spanwise, and (**i**) slope-normal. On (**g**–**i**), the dotted line is  $2e/3$  of TKE, which is the isotropic value for velocity variances. The dot (resp. the error bars) represent the median (resp. the standard deviation) of the 15 (2-min) segments in the pure katabatic episode (from 1915 to 1945 LT on 19 November 2012). The grey areas represent the transition region near the maximum wind-speed height

the interaction of the jet with external conditions. Turbulence kinetic energy (Fig. 5d) shows the same order of magnitude below and above the maximum velocity region with a local minimum that seems to appear in the region of the maximum wind speed, where shear is at its minimum and vanishes (Grachev et al. 2016; Brun et al. 2017). This is consistent with the development of two mixing regions, one above and one below the Level of maximum



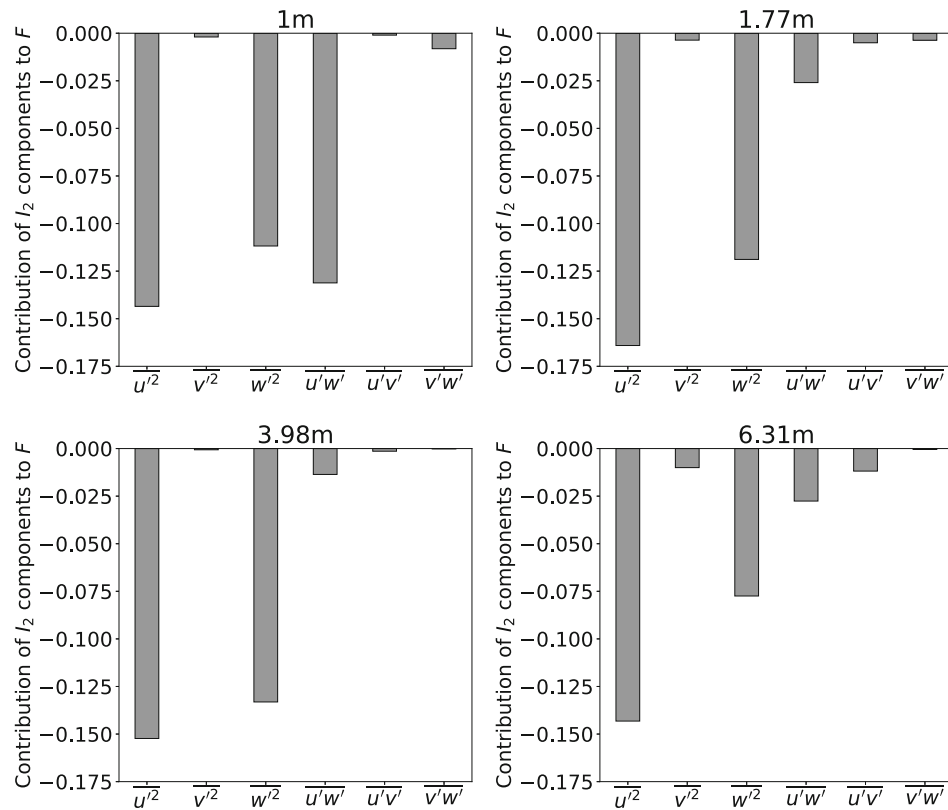
wind-speed. Turbulence level, defined as  $\sqrt{e}/\bar{u}_{max}$ , ranges from 8.5 to 10.5% along the mast, and corresponds to a fully turbulent state of the flow ( $> 5\%$ , Pope 2000).

### 4.3 Turbulence Anisotropy

From Fig. 5g–i, we observe that the TKE is not isotropic, following the hierarchy  $\overline{u'^2} > \overline{v'^2} > \overline{w'^2}$ , which is classical in a simple turbulent shear flow with statistically two-dimensional homogeneous conditions in the spanwise direction, such as a neutral turbulent boundary layer or turbulent plane jet (Pope 2000). We presently get  $\overline{u'^2} \approx 50\%$  larger than  $\overline{v'^2}$  and three times  $\overline{w'^2}$  values at all elevations. This trend is observed for all katabatic jets in the literature (Giometto et al. 2017; Brun 2017) but specific features are found in the present case. Note that the streamwise velocity variance is quite close to the TKE, which is consistent with the fact that the only significant mechanical production term (Eq. 3) in the TKE budget (Eq. 1) is the dominant source term as in the  $\overline{u'^2}$  budget (Pope 2000). Also note that the spanwise velocity variance  $\overline{v'^2}$  is quite close to the isotropic value of the TKE. Again, this is consistent with the fact that there is no mechanical production in the spanwise direction so that  $\overline{v'^2}$  may return faster to isotropy conditions, due to the pressure redistribution terms from the largest normal stress to the smaller normal stresses (Pope 2000). In the present study, we analyze the effects of buoyancy production (Eq. 2) on the TKE budget.  $P_B^e$  can be split into two terms, which each play as source or sink term for the  $\overline{w'^2}$  budget and the  $\overline{u'^2}$  budget and modify the final anisotropy of the flow.

Figure 6 shows the contribution of each term of the Reynolds stress tensor to the anisotropy coefficient  $F$  (Eq. 14) through the second invariant  $I_2$  for the four measurement levels. For all levels, variances  $\overline{u'^2}$  and  $\overline{w'^2}$  contribute the most to  $F$ , proportionally to their deviation from the isotropic value of  $2e/3$  (see Fig. 5). The contribution of  $\overline{v'^2}$  is almost zero (Fig. 5h). As expected for the pure katabatic event, the contribution of the spanwise shear stresses  $\overline{u'v'}$  and  $\overline{v'w'}$  is negligible with respect to the contribution of the main shear stress  $\overline{u'w'}$ . The latter is the most important in the inner region of the jet (1 m) where the mean shear is large, and its magnitude can be as much as the magnitude of variances contribution to  $F$ . For the other levels, the relative contribution of  $\overline{u'w'}$  is less important but still significant. At the upper measurement level (6.31 m), we observe an increasing contribution of  $\overline{u'v'}$  that is still smaller than  $\overline{u'w'}$ . The contribution of the spanwise variance  $\overline{v'^2}$  also appears at the last level. These are probably due to the presence of a light transverse wind in the layer above the jet (see Sect. 4.2 and Fig. 5).

Figure 7 shows the anisotropy coefficient  $F$  in its complete form (Eq. 14). We compare the independent contribution of each component separately, and confirm the predominance of  $\overline{u'^2}$  and  $\overline{w'^2}$  at all levels and the emergence of  $\overline{u'w'}$  at 1 m in the anisotropy coefficient  $F$ . Each of these 3 components contributes down to about  $0.8 < F < 0.9$  separately. Other components are marginal in the final determination of  $F$  as expected for this pure katabatic event, so that Eq. 15 is a fair approximation for  $F$ , with even the cancellation of the spanwise contribution of  $\overline{v'^2}$  for the present data (Fig. 7; red dashed line versus red solid line). Note that the 4 measurement levels are distributed from part to part of the jet maximum height and do not cover the region very close to the ground surface, compared to what is available when performing a DNS of a katabatic jet (e.g., Giometto et al. 2017), and therefore conclusions may differ concerning the behaviour of  $F$  in the full katabatic layer. In the present pure katabatic event, a decrease of  $F$  is observed from the outer layer region to the inner layer, in



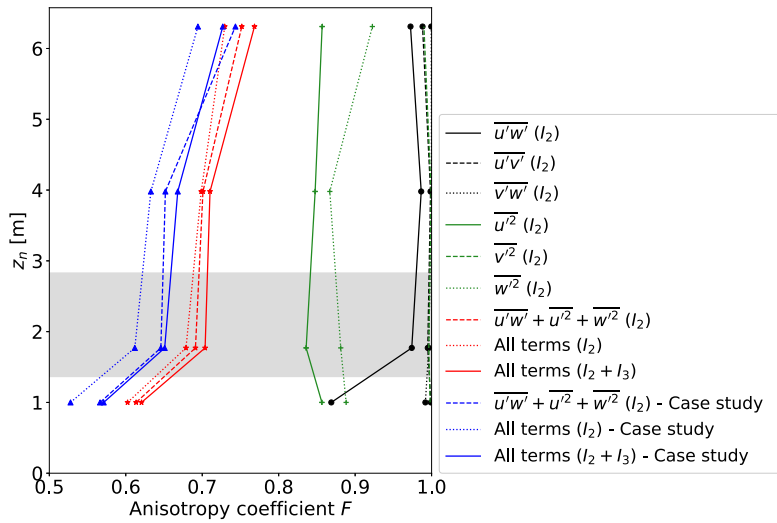
**Fig. 6** Contribution of components of the Reynolds stress tensor (normal and shear stresses) to  $F$  via the components of  $I_2$  for the four measurement levels during the pure katabatic episode

the range  $0.62 < F < 0.77$ , which is consistent with the anisotropy level obtained with LES in a similar case (Brun 2017).

We also validate the assumption that the contribution of  $I_3$  to  $F$  is really small with respect to  $I_2$  (red dotted line versus red solid line in Fig. 7). Finally, we compare the case study of a katabatic episode (Fig. 7 blue lines) with the pure katabatic episode (Fig. 7 red lines) and show that the spanwise contribution of  $\overline{u'v'}$  and  $\overline{v'w'}$  is still marginal for both cases. The same conclusions are drawn in terms of vertical trend with a slightly larger anisotropy for the case study episode with a coefficient in the range  $0.55 < F < 0.75$ .

#### 4.4 Buoyancy Terms as a Source or Sink

In this section, we determine how the buoyancy terms of the TKE and Reynolds shear stress budget equations (Eqs. 2, 8) modify  $e$  and  $|\overline{u'w'}|$  respectively. Figure 8 shows the two terms  $P_B^e$  and  $P_B^s$  as a function of their relative slope-normal position in the jet (in red). We first focus on the pure katabatic episode symbolized by the boxplots. In the inner-layer part of the jet, buoyancy tends to destroy TKE  $e$  as well as turbulent momentum flux  $\overline{u'w'}$  as expected in a stable boundary layer. Above the region of the maximum of wind speed, buoyancy slightly increases  $e$  and decreases  $|\overline{u'w'}|$ , decreasing  $(\overline{u'w'}/e)^2$ . This consequently brings turbulence closer to isotropy (Eq. 15). In the region around the maximum wind speed, buoyancy destroys



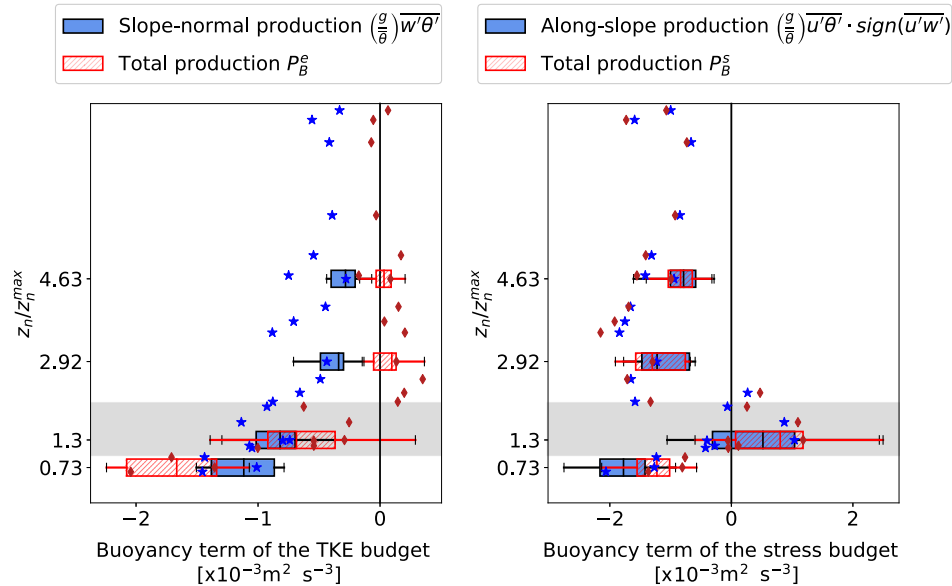
**Fig. 7** Anisotropy coefficient  $F$  for the pure episode from 1915 to 1945 LT. In black is  $F$  with only the contribution of the turbulent shear stresses, in green with only the variances. In red,  $F$  is calculated with the three main contributions, with all the terms from the second invariants and with all the terms that compose it. For comparison, we added the equivalent of the red curves for the case study event in blue. Except for the curves named “All terms”, we only looked at the contribution of  $I_2$  to  $F$ , which is  $-\frac{9}{2}a_{ij}a_{ji}$ , with fixed  $i$  and  $j$

TKE. It is the only region where buoyancy may produce  $|\overline{u'w'}|$ . Considering the term  $\left(\frac{u'w'}{e}\right)^2$  in Eq. 15, buoyancy brings more anisotropy to the flow close to the maximum wind speed. The coefficient of anisotropy  $F$  ranges from 0.62 to 0.77 increasing with height along  $z_n$ , meaning more anisotropy close to the surface. This is consistent with the presence of the surface (Giometto et al. 2017), with the effect of buoyancy on turbulence anisotropy in the katabatic jet and in agreement with the numerical results obtained by Brun (2017).

Statistics for all five events described in Table 3 along with the case study katabatic episode are also presented in Fig. 8 (red diamonds). The mean behaviour of the TKE buoyancy term is particularly robust. The spread of  $P_B^e$  is greatest below and in the region of the maximum wind speed. This might be due to the variability of surface cooling during the measurement campaign. Buoyancy production is very close to zero in the outer-layer region of the jet, while  $P_B^s$  displays almost the same behaviour during the pure katabatic episode as that observed during all the other events.

### 4.5 Impact of Slope on the Buoyancy Term

Figure 8a also shows the slope-normal term  $\frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'}$  in order to highlight the effect of the slope on  $P_B^e$ . In the pure katabatic episode (blue boxplots) and in the inner-layer region of the jet, the consumption of TKE is enhanced by a positive along-slope sensible heat flux  $\overline{u'\theta'}$ . In the outer-layer region, the along-slope heat flux causes the buoyancy term  $P_B^e$  to change sign compared to a situation in which only the slope-normal component of the turbulent sensible heat flux  $\overline{w'\theta'}$  is considered. In the region around  $z_j$ , the same trend is observed but the median of  $P_B^e$  is still negative. Even in the presence of external forcing observable in the disturbed events (blue stars), buoyancy can play a role in the production of TKE above the jet. The



**Fig. 8** **a** Buoyancy production / consumption of TKE  $P_B^e$  calculated from the vertical heat flux (Eq. 2, red diamonds and boxplots) and calculated as if the whole contribution of buoyancy were along the slope-normal axis (blue stars and boxplots) at the 4 turbulent levels listed in Table 2. **b** Buoyancy production / consumption of the turbulent momentum flux  $P_B^s$  calculated from the horizontal heat flux (Eq. 8, red) and as if the whole contribution of buoyancy were along the slope (blue). The boxplots represent the pure katabatic episode (1915–1945 LT). The rectangle in the boxplots represent the interquartile range, the vertical bar inside it is the median of the data. The dots represent the median values for the case study katabatic episode along with the five disturbed episodes defined in Table 3. Note that the vertical axis is normalized by the jet maximum height, which varies between the episodes

transition from consumption to production of  $\overline{\text{TKE}}$  is not systematic (see boxplots and some diamonds in Fig. 8), because the magnitude of  $\overline{u'\theta'}$  in the outer layer of the jet is not sufficient in some of the events to cause  $P_B^e$  to be positive. However, the general influence of the slope on  $P_B^e$  in this region is relatively constant, with at least a reduction of the consumption of TKE by buoyancy if not production.

To our knowledge, only Horst and Doran (1988) and Oldroyd et al. (2016a) clearly demonstrated experimentally a positive  $P_B^e$  term in katabatic winds in stable conditions for steep slopes (resp.  $\alpha = 21$  and  $35.5^\circ$ ). This behaviour has also been observed in DNS studies, as in Giometto et al. (2017). Figure 9, adapted from Oldroyd et al. (2016a), shows the ratio between along-slope and slope-normal turbulent sensible heat fluxes, as a function of the slope  $\alpha$  in several studies of katabatic winds (Table 1). Data over gentle slopes were collected by Grachev et al. (2016): the ratio of sensible-heat-flux components did not exceed the threshold given in Eq. 5, except in some cases in which this critical value was approached. For an angle of  $21^\circ$ , which corresponds to a similar local angle in the present study, Horst and Doran (1988) showed that production of TKE can occur in the external part of the katabatic jet but their analysis was limited to only one level of measurement. Over a steeper slope, Oldroyd et al. (2016a) showed that the buoyancy term was clearly positive above the maximum wind-speed height in katabatic flows in most of the 495 (10-min) segments they studied. However, this behaviour is only observed during katabatic events: for the boundary-layer cases without a jet shape (237 (10-min) segments observed by Oldroyd et al. 2016a), buoyancy acts as a TKE sink. We added our observations in the case of the pure katabatic

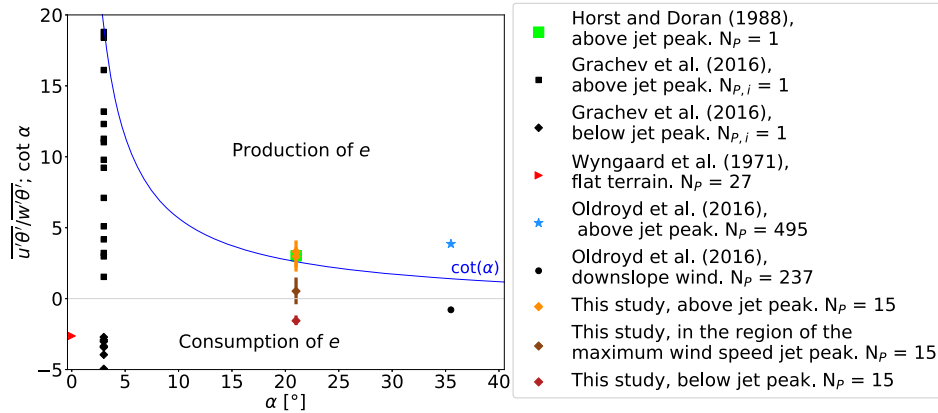


Fig. 9 Inspired by Oldroyd et al. (2016a), representation of Eq. 5. The blue line represents the limit, above which TKE is produced by buoyancy effects.  $N_p$  is the number of segments used for the computation of the ratio of sensible heat fluxes. The diamonds from this study represent the median of the pure episode, and the vertical bar is the interquartile range. Downslope winds are winds with no maximum wind speed in their profile. The relative position of the measurement point with respect to the jet peak is indicated in the legend

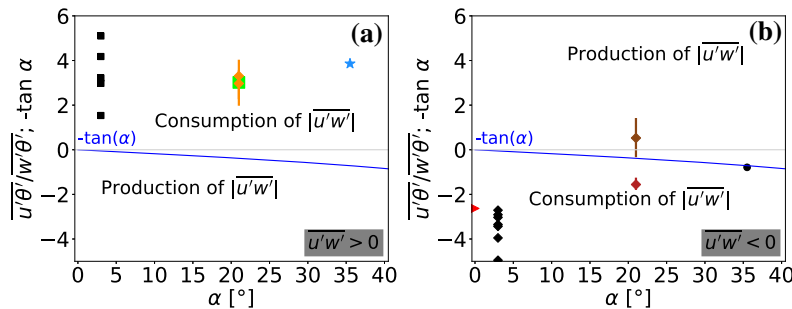


Fig. 10 Same legend as in Fig. 9. **a** Representation of Eq. 12a and **b** representation of Eq. 12b The blue line represents the limit separating production and consumption of  $|u'w'|$  by buoyancy effects

event to complete the lack of turbulent measurements over steep slopes. Our dataset has the advantage of containing turbulence measurement data at four levels below, within, and above the region of  $z_j$ . The ratio  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$  exceeds the threshold value of  $\cot(\alpha) = 2.6$  in the upper part of the profile above a height of 3 m but not in the region below or around the maximum wind-speed height. This confirms the results of Oldroyd et al. (2016a) showing that buoyancy contributes to TKE production if the along-slope heat flux is large enough, but Oldroyd et al. (2016a) did not show measurements taken in the inner layer of the katabatic jet.

The same approach is now applied for the buoyancy production term of the stress budget (Fig. 8b). In the definition of  $P_B^s$  (Eq. 8), the large magnitude of  $u'\theta'$  (Figs. 3, 5) is combined with  $\sin \alpha$  while  $w'\theta'$  is combined with  $\cos \alpha$ . This causes the effect of slope on the behaviour of  $P_B^s$  to be negligible compared to  $P_B^e$  (Fig. 8). The buoyancy term  $P_B^s$  is thus mainly driven by the along-slope sensible heat flux  $\overline{u'\theta'}$  in the stress budget equation. These conclusions concerning  $P_B^s$  behaviour are exactly the same for the pure katabatic episode and for the ensemble composed by the events presented in Table 3.

Figure 10 shows the ratio between along-slope and slope-normal turbulent sensible heat fluxes as a function of the slope angle  $\alpha$ . This makes it possible to visualize condition

expressed in Eq. 12a, b with  $-\tan(\alpha)$ , the limit between production and consumption of  $|\overline{u'w'}|$ . For all data above the level of maximum wind speed, buoyancy tends to consume the momentum flux for gentle slopes as well as for steep slopes (Fig. 10a). For data below jet peak, buoyancy also consumes  $|\overline{u'w'}|$  (Fig. 10a). Turbulence mixing is enhanced by the momentum flux through the mixing coefficient (Eq. 4). This means that turbulent mixing on both sides of the jet peak decreases due to buoyancy. For the only point of measurement we have in the region of the maximum wind speed ( $z_n = 1.77$  m), production of momentum flux occurs, as expected from Fig. 8. Note that consumption of  $|\overline{u'w'}|$  is also observable over a flat terrain (Wyngaard et al. 1971). For downslope winds without a jet shape, there is no clear behaviour of the buoyancy term with respect to  $|\overline{u'w'}|$ : neither production nor consumption is clearly observable. These data are placed over the neutral limit represented by  $-\tan(\alpha)$  (Fig. 10b).

#### 4.6 Stability Effects Related to Richardson Numbers

The effect of buoyancy on TKE and on  $|\overline{u'w'}|$  is compared to the shear effects, which can be quantified with the mechanical production terms  $P_M^e$  and  $P_M^s$  respectively. This section discusses possible parameters to determine the combined effects of shear and buoyancy.

##### 4.6.1 Turbulent Flux Richardson Number

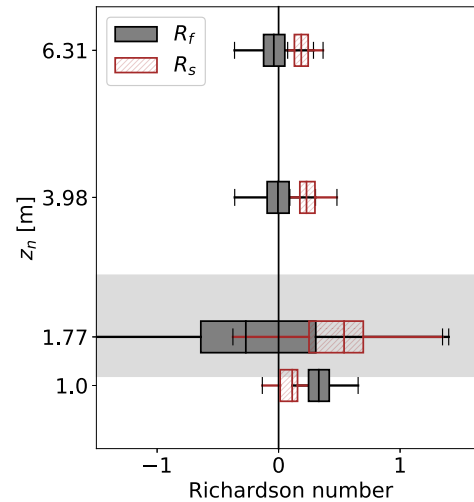
Figure 11 shows the flux Richardson number  $R_f$  for the pure katabatic episode at the four measurement levels. The inner-layer region of the jet behaves like a classical turbulent boundary layer, with  $P_M^e > 0$ . At the only point of measurement we have in this region ( $z_n = 1$  m), buoyancy destroys TKE;  $R_f$  is thus positive, meaning a statically stable state. In the outer-layer shear region of the jet, the mean shear acts in the same way as in the inner-layer region with  $P_M^e > 0$ , which makes it possible to use  $R_f$  sign as an indicator of the stability of the flow:  $R_f$  is slightly negative but close to neutrality. Both shear and buoyancy generate turbulence in this case, but the buoyancy effect is weak so  $R_f$  remains close to zero.

The region of maximum wind speed is the region where  $\partial_{z_n}\bar{u}$  and  $\overline{u'w'}$  cancel and change sign. Therefore,  $P_M^e$  may be negligible in this region. For the only point of measurement we have in this transition zone ( $z_n = 1.77$  m), mechanical shear production of TKE  $P_M^e$  is negative even because  $\overline{u'w'}$  changes sign above  $\partial_{z_n}\bar{u}$  (Fig. 4). Since both mechanical shear and buoyancy destroy TKE, other terms such as the turbulent transport or the pressure transport may play role here (e.g., Giometto et al. 2017), and exchange TKE between internal and external regions, from part to part of this transition region. (Denby 1999). Therefore, caution is needed when using  $R_f$  in the maximum wind speed region of the jet and more generally when  $P_M^e < 0$ , as illustrated by the spread of the data for the 1.77-m level.

##### 4.6.2 Turbulent Stress Richardson Number

As  $\overline{u'\theta'}$  plays an important role in the description of the turbulence state of the flow along a steep slope (Sects. 4.4, 4.5), in this section we also investigate the stress Richardson number  $R_s$  as defined in Sect. 2.2 (Fig. 11). For the well-defined inner layer and outer layer of the jet  $P_M^s > 0$ ;  $P_B^s$  is negative, and the effect of buoyancy is to reduce the momentum flux magnitude in the inner layer and in the outer layer of the jets where the Boussinesq hypothesis (Eq. 4) holds. Therefore the mixing coefficient  $K_m$  is reduced, which implies that turbulent mixing is reduced in these two regions of the katabatic jet. Kaimal and Finnigan (1994) describe flux

**Fig. 11** Flux and stress Richardson numbers at the four measurement levels listed in Table 2. Boxes are computed with the 15 (2-min) segments from the pure katabatic event (19 November 2012 from 1915 to 1945 LT). The rectangles in the boxplots represent the interquartile range, the vertical bar inside it is the median of the data. The light grey area represents the region of maximum wind speed



and gradient Richardson numbers as proper parameters for providing a measure of stability in the surface layer. In the present study and in regions where the mean shear is well defined,  $R_s$  appears as a proper indicator of stability as far as mixing is concerned.

When the mechanical shear term  $P_M^s$  is positive, meaning that  $\partial_{z_n}\bar{u}$  is negative, the sign of  $R_s$  is mainly a function of  $\overline{u'\theta'}$  (see Sect. 4.5). The behaviour of  $R_s$  is thus directly correlated with the profile of the along-slope turbulent sensible heat flux, whose sign is negative in the outer-layer region of the jet and positive below in an idealized katabatic flow (Fig. 5).

In the region around the maximum wind speed,  $\partial_{z_n}\bar{u}$  becomes zero. TKE (and consequently  $\overline{w'^2}$ ) also decreases to reach a local minimum (Fig. 5);  $P_M^s$  is minimal and shows a large uncertainty;  $R_s$  is dominated by the buoyancy contribution  $P_B^s$ . The  $P_M^s$  term may even be negative, as is the case for the measurement level at  $z_n = 1.77$  m. Parameter  $R_s$  is not a robust characteristic to describe the effect of buoyancy in the katabatic jet flow for the region of the maximum wind speed. In this transition zone, many quantities change sign, including  $\overline{u'w'}$ ,  $\partial_{z_n}\bar{u}$ ,  $\overline{u'\theta'}$ , and notable uncertainties surround the value of  $\partial_{z_n}\bar{u}$ , hence explaining the dispersion in the flux and stress Richardson numbers data. Likewise, at the limits of the grey region (whose position is not defined very precisely) in Fig. 11,  $R_s$ , as well as  $R_f$ , tend toward infinity.

## 5 Summary and Conclusion

The dataset obtained over a steep slope of more than  $20^\circ$  with four levels of turbulent measurements up to a height of 6.31 m allowed us to investigate the impact of buoyancy on TKE following in the footsteps of Grachev et al. (2016) and Oldroyd et al. (2016a). The present study provides a better vertical resolution than previous experimental studies over steep slopes, with one measurement level in the inner-layer region of the jet, one in the region around the maximum wind speed, and two above it, in the outer-layer shear region. Our observations are in agreement with those of Horst and Doran (1988) and Grachev et al. (2016), the analysis presented in Oldroyd et al. (2016a): above  $z_j$  the buoyancy term of the TKE budget may be positive due to a negative along-slope heat flux.



We take advantage of the four measurement levels to show that this behaviour is not observed in the inner layer. Instead, the steep slope tends to enhance the consumption of TKE by buoyancy. These conclusions are based on the purest katabatic event extracted from the present data, with nearly no external synoptic forcing and a well-established turbulent flow. We extrapolate our analysis to disturbed katabatic periods, and conclude that even if buoyancy does not always produce TKE above  $z_j$ , it at least reduces its consumption.

Further, the katabatic jet flow is particularly complex in terms of both turbulence intensity and turbulent mixing since, depending on the position along  $z_n$ , the Reynolds stress tensor is profoundly modified by buoyancy effects. We thus supplement the representation of the production of TKE proposed by Oldroyd et al. (2016a) in terms of flux ratio as a function of the slope angle  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$  ( $\alpha$ ) with the four measurement levels and we extend the same analysis to the production/consumption of  $|\overline{u'w'}|$ . We show that for a katabatic jet over a steep slope, the buoyancy effect is more complex than over a gentle slope. It either destroys or produces TKE and  $|\overline{u'w'}|$ , combined with a situation leading to increased anisotropy in the region around the jet maximum, while decreasing anisotropy above the jet maximum. In the inner-layer region of the jet, the contribution of buoyancy in stable environments is more classical with a reduction of TKE ( $R_f > 0$ ), but has a weak effect on turbulent mixing ( $R_s \approx 0$ ). In the outer-layer shear region of the katabatic jet,  $R_f$  is close to neutral value (slightly negative), implying weak buoyancy production of TKE compared with the mechanical production of TKE. The value of  $R_s$  in this region is positive, which implies reduction of  $|\overline{u'w'}|$  leading to reduced turbulent mixing. In the region around the maximum wind speed, mechanical shear consumption is observed:  $P_M^e \leq 0$  and  $P_M^s \leq 0$ , which disqualifies the standard use of Richardson numbers  $R_f$  and  $R_s$ .

**Acknowledgements** This work was supported by a Grant from Labex OSUG@2020 (Investissements d'avenir—ANR10 LABX56). The in-situ measurements were performed in the framework of the LEFE/IDAO program with financial support provided by the French National Institute of Earth Sciences and Astronomy (INSU).

## References

- Axelsen SL, van Dop H (2009a) Large-eddy simulation of katabatic winds. Part 1: comparison with observations. *Acta Geophys* 57(4):803–836
- Axelsen SL, van Dop H (2009b) Large-eddy simulation of katabatic winds. Part 2: sensitivity study and comparison with analytical models. *Acta Geophys* 57(4):837–856
- Blein S (2016) Observation and modeling of stable atmospheric boundary layer in complex topography: turbulent processes in katabatic flow. PhD thesis, Université Grenoble Alpes (**in French**)
- Boussinesq J (1877) Essai sur la théorie des eaux courantes. *C R l'Acad Sci* 87:1–680
- Bradshaw P (1969) The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow. *J Fluid Mech* 36(1):177–191
- Brugger P, Katul GG, De Roo F, Kröniger K, Rotenberg E, Rohatyn S, Mauder M (2018) Scalewise anisotropy of the Reynolds stress tensor in the atmospheric surface layer and canopy sublayer. In: EGU general assembly conference abstracts, vol 20, p 8754
- Brun C (2017) Large-eddy simulation of a katabatic jet along a convexly curved slope. Part 2: evidence of Görtler vortices. *J Geophys Res Atmos* 122(10):5190–5210
- Brun C, Blein S, Chollet J (2017) Large-eddy simulation of a katabatic jet along a convexly curved slope. Part 1: statistical results. *J Atmos Sci* 74(12):4047–4073
- Burkholder BA, Fedorovich E, Shapiro A (2011) Evaluating subgrid-scale models for large-eddy simulation of turbulent katabatic flow. In: *Quality and reliability of large-eddy simulations II*. Springer, Berlin, pp 149–160
- Denby B (1999) Second-order modelling of turbulence in katabatic flows. *Boundary-Layer Meteorol* 92(1):65–98



- Denby B, Smeets C (2000) Derivation of turbulent flux profiles and roughness lengths from katabatic flow dynamics. *J Appl Meteorol* 39(9):1601–1612
- Eriksson J, Karlsson R, Persson J (1998) An experimental study of a two-dimensional plane turbulent wall jet. *Exp Fluids* 25(1):50–60
- Fedorovich E, Shapiro A (2009) Structure of numerically simulated katabatic and anabatic flows along steep slopes. *Acta Geophys* 57(4):981–1010
- Giometto M, Katul G, Fang J, Parlange M (2017) Direct numerical simulation of turbulent slope flows up to Grashof number  $Gr = 2.1 \times 10^{11}$ . *J Fluid Mech* 829:589–620
- Grachev AA, Leo LS, Di Sabatino S, Fernando HJS, Pardyjak ER, Fairall CW (2016) Structure of turbulence in katabatic flows below and above the wind-speed maximum. *Boundary-Layer Meteorol* 159(3):469–494. <https://doi.org/10.1007/s10546-015-0034-8>
- Grisogono B, Oerlemans J (2001) Katabatic flow: analytic solution for gradually varying eddy diffusivities. *J Atmos Sci* 58(21):3349–3354
- Grisogono B, Kraljević L, Jeričević A (2007) The low-level katabatic jet height versus Monin–Obukhov height. *Q J R Meteorol Soc* 133(629):2133–2136
- Horst T, Doran J (1988) The turbulence structure of nocturnal slope flow. *J Atmos Sci* 45(4):605–616
- Howell J, Mahrt L (1997) Multiresolution flux decomposition. *Boundary-Layer Meteorol* 83(1):117–137
- Irwin HPA (1973) Measurements in a self-preserving plane wall jet in a positive pressure gradient. *J Fluid Mech* 61(1):33–63
- Jensen DD, Nadeau DF, Hoch SW, Pardyjak ER (2017) The evolution and sensitivity of katabatic flow dynamics to external influences through the evening transition. *Q J R Meteorol Soc* 143(702):423–438
- Kaimal JC, Finnigan JJ (1994) Atmospheric boundary layer flows: their structure and measurement. Oxford University Press, New York
- Klipp C (2018) Turbulent friction velocity calculated from the Reynolds stress tensor. *J Atmos Sci* 75(4):1029–1043
- Krug D, Holzner M, Lüthi B, Wolf M, Kinzelbach W, Tsinober A (2013) Experimental study of entrainment and interface dynamics in a gravity current. *Exp Fluids* 54(5):1530
- Krug D, Holzner M, Marusic I, van Reeuwijk M (2017) Fractal scaling of the turbulence interface in gravity currents. *J Fluid Mech* 820:303–324
- Largeroy Y (2010) Dynamique de la couche limite atmosphérique stable en relief complexe. Application aux épisodes de pollution particulaire des vallées alpines. PhD thesis, Université de Grenoble
- Largeroy Y, Staquet C (2016) Persistent inversion dynamics and wintertime PM10 air pollution in alpine valleys. *Atmos Environ* 135:92–108
- Litt M, Sicart JE, Helgason WD, Wagnon P (2015) Turbulence characteristics in the atmospheric surface layer for different wind regimes over the tropical Zongo glacier (Bolivia, 16° s). *Boundary-Layer Meteorol* 154(3):471–495
- Łobocki L (2017) Turbulent mechanical energy budget in stably stratified baroclinic flows over sloping terrain. *Boundary-Layer Meteorol* 164(3):353–365
- Low PS (1990) Katabatic winds in the lower Tamar valley, Tasmania. *Il Nuovo Cimento C* 13(6):981–994. <https://doi.org/10.1007/BF02514786>
- Lumley JL (1979) Computational modeling of turbulent flows. In: *Advances in applied mechanics*, vol 18. Elsevier, London, pp 123–176
- McNider RT (1982) A note on velocity fluctuations in drainage flows. *J Atmos Sci* 39(7):1658–1660
- Moncrieff J, Clement R, Finnigan J, Meyers T (2004) Averaging, detrending, and filtering of eddy covariance time series. In: *Handbook of micrometeorology*. Springer, London, pp 7–31
- Monti P, Fernando H, Princevac M, Chan W, Kowalewski T, Pardyjak E (2002) Observations of flow and turbulence in the nocturnal boundary layer over a slope. *J Atmos Sci* 59(17):2513–2534
- Nadeau D, Pardyjak E, Higgins C, Huwald H, Parlange M (2013a) Flow during the evening transition over steep alpine slopes. *Q J R Meteorol Soc* 139(672):607–624
- Nadeau D, Pardyjak E, Higgins C, Parlange M (2013b) Similarity scaling over a steep alpine slope. *Boundary-Layer Meteorol* 147(3):401–419
- Nieuwstadt F (1984) Some aspects of the turbulent stable boundary layer. In: *Boundary layer structure*. Springer, London, pp 31–55
- Oldroyd HJ, Katul G, Pardyjak ER, Parlange MB (2014) Momentum balance of katabatic flow on steep slopes covered with short vegetation. *Geophys Res Lett* 41(13):4761–4768
- Oldroyd H, Pardyjak E, Higgins C, Parlange M (2016a) Buoyant turbulent kinetic energy production in steep-slope katabatic flow. *Boundary-Layer Meteorol* 161(3):405–416
- Oldroyd H, Pardyjak E, Huwald H, Parlange M (2016b) Adapting tilt corrections and the governing flow equations for steep, fully three-dimensional, mountainous terrain. *Boundary-Layer Meteorol* 159(3):539–565

- Parmhed O, Oerlemans J, Grisogono B (2004) Describing surface fluxes in katabatic flow on Breidamerkurjökull, Iceland. *Q J R Meteorol Soc* 130(598):1137–1151
- Pope SB (2000) *Turbulent flows*. Cambridge University Press, Cambridge
- Poulos G, Zhong S (2008) An observational history of small-scale katabatic winds in mid-latitudes. *Geogr Compass* 2(6):1798–1821
- Prandtl L (1942) *Führer durch die strömungslehre*. F Vieweg & Sohn, Braunschweig
- Skyllingstad ED (2003) Large-eddy simulation of katabatic flows. *Boundary-Layer Meteorol* 106(2):217–243
- Smeets C, Duynkerke P, Vugts H (1998) Turbulence characteristics of the stable boundary layer over a mid-latitude glacier. Part 1: a combination of katabatic and large-scale forcing. *Boundary-Layer Meteorol* 87(1):117–145
- Smith CM, Porté-Agel F (2014) An intercomparison of subgrid models for large-eddy simulation of katabatic flows. *Q J R Meteorol Soc* 140(681):1294–1303
- Smith CM, Skillingstad ED (2005) Numerical simulation of katabatic flow with changing slope angle. *Mon Weather Rev* 133(11):3065–3080
- Stiperski I, Calaf M (2018) Dependence of near-surface similarity scaling on the anisotropy of atmospheric turbulence. *Q J R Meteorol Soc* 144(712A):641–657. <https://doi.org/10.1002/qj.3224>
- Stiperski I, Rotach MW (2016) On the measurement of turbulence over complex mountainous terrain. *Boundary-Layer Meteorol* 159(1):97–121
- Stiperski I, Holtslag AA, Lehner M, Hoch SW, Whiteman CD (2020) On the turbulence structure of deep katabatic flows on a gentle mesoscale slope. *Q J R Meteorol Soc* 146:1–26
- Stull R (1988) *An introduction to boundary layer meteorology*. Kluwer Academic Publishers, Berlin
- Sun J (2007) Tilt corrections over complex terrain and their implication for CO<sub>2</sub> transport. *Boundary-Layer Meteorol* 124(2):143–159
- Vickers D, Mahrt L (1997) Quality control and flux sampling problems for tower and aircraft data. *J Atmos Ocean Technol* 14(3):512–526
- Whiteman CD (2000) *Mountain meteorology: fundamentals and applications*. Oxford University Press, Oxford
- Wyngaard J (2010) *Turbulence in the atmosphere*. Cambridge University Press, Cambridge
- Wyngaard J, Coté O, Izumi Y (1971) Local free convection, similarity, and the budgets of shear stress and heat flux. *J Atmos Sci* 28(7):1171–1182

**Publisher's Note** Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.

### 6.1.2 Complément

Le comportement du terme de flottabilité des équations bilans de TKE et de quantité de mouvement a été décrit dans la section précédente, pour un épisode catabatique type de la campagne de mesures de novembre 2012. Cette section complète la précédente en ajoutant les informations d'autres épisodes catabatiques issus des mesures de février 2019. En particulier, la connaissance de l'inclinaison des anémomètres soniques permet d'accéder aux flux turbulents dans le repère de la topographie, ce qui n'était pas le cas avec les données de novembre 2012.

#### Effet de la flottabilité sur la TKE

La Figure 6.1 reprend la Figure 9 de la section précédente, en y ajoutant les données des épisodes catabatiques de février 2019 (Section 3.4.1). On y retrouve des conclusions similaires pour la partie externe du jet : la flottabilité peut y produire de l'énergie cinétique turbulente. C'est d'ailleurs le cas dans la majorité des cas présentés sur la figure. Dans la partie interne du jet, censée être un puits de TKE puisque  $\overline{w'\theta'}$  et  $\overline{u'\theta'}$  sont de signes opposés d'après la théorie (Section 2.7), on observe des comportements majoritairement similaires à celui de l'épisode catabatique de novembre 2012. En revanche, certains cas présentent des ratios  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$  positifs, et suffisamment élevés pour conclure que la flottabilité peut produire de la TKE dans cette région du jet. On a observé que la position du maximum de vitesse  $z_j$  et la hauteur à laquelle  $\overline{u'w'}$  change de signe peuvent différer. Cela nous a amené à séparer le jet en trois régions (région interne, région du maximum de vitesse et région externe, Section 2.7.1) à partir de ces deux positions. En réalité, le flux turbulent de chaleur sensible  $\overline{u'\theta'}$  change également de signe à une hauteur située autour de  $z_j$ , mais différente de  $z_j$ . Ce critère devrait aussi être pris en compte dans la séparation du jet en différentes régions. Avec ce nouveau critère, les points rouges situés à une ordonnée positive sur la Figure 6.1 seraient classés comme étant dans la région autour du maximum de vitesse (marron).

Quant aux niveaux de mesures situés dans la région du maximum de vitesse (ainsi que les niveaux de mesures représentés par les marqueurs rouges positifs sur la Figure 6.1), leur position dépend du signe de  $\overline{u'\theta'}$  discuté dans le paragraphe précédent. Dans le cas de 2019, ce flux est négatif comme en 2012 et donc  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$  est positif. Le comportement du terme de flottabilité ne dépend donc que de la valeur relative des deux flux turbulents de chaleur. Il est à noter que le changement du signe du flux turbulent  $\overline{u'\theta'}$  dans cette région du jet rend la valeur du rapport  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$  moins précise que dans les autres régions du jet. Comme discuté par Wyngaard (2010), et dans la Section 3.4.2, il est probable que les flux turbulents de chaleur soient sous-estimés aux premiers niveaux de mesures, en particulier  $\overline{w'\theta'}$  qui est non-négligeable dans la partie basse du jet à cause du fort gradient thermique. On peut d'ailleurs remarquer sur la Figure 9 de la Section 4.1 que le profil du flux  $\overline{w'\theta'}$  tend légèrement à diminuer à l'approche du sol alors qu'il devrait augmenter et tendre vers des valeurs plus élevées dans cette région du jet. Dans ce cas, le ratio des flux  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$  > 0 sera plus faible. Le comportement du terme de flottabilité dans cette région du jet n'est donc pas universel : la flottabilité peut être soit un puits soit une source de TKE selon les situations.

Enfin, l'angle de la pente topographique, estimé à 21° dans l'article précédent pour la campagne de mesures de novembre 2012 (d'après les travaux de Blein, 2016), a été réévalué à  $\alpha \approx 30^\circ$  à l'aide d'un Modèle Numérique de Terrain (Section 3.1) dans le cadre de cette thèse. Les rapports  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$  étant déterminés dans le repère des lignes de courant pour les données de 2012, la réévaluation de la pente n'impacte donc que leur position sur l'axe des abscisses sur la Figure 6.1. Seule la valeur du terme de flottabilité  $P_B^e$  est modifiée, mais son signe ne change pas : les conclusions concernant l'impact de la flottabilité sur la TKE restent donc les mêmes, à savoir que les deux niveaux de

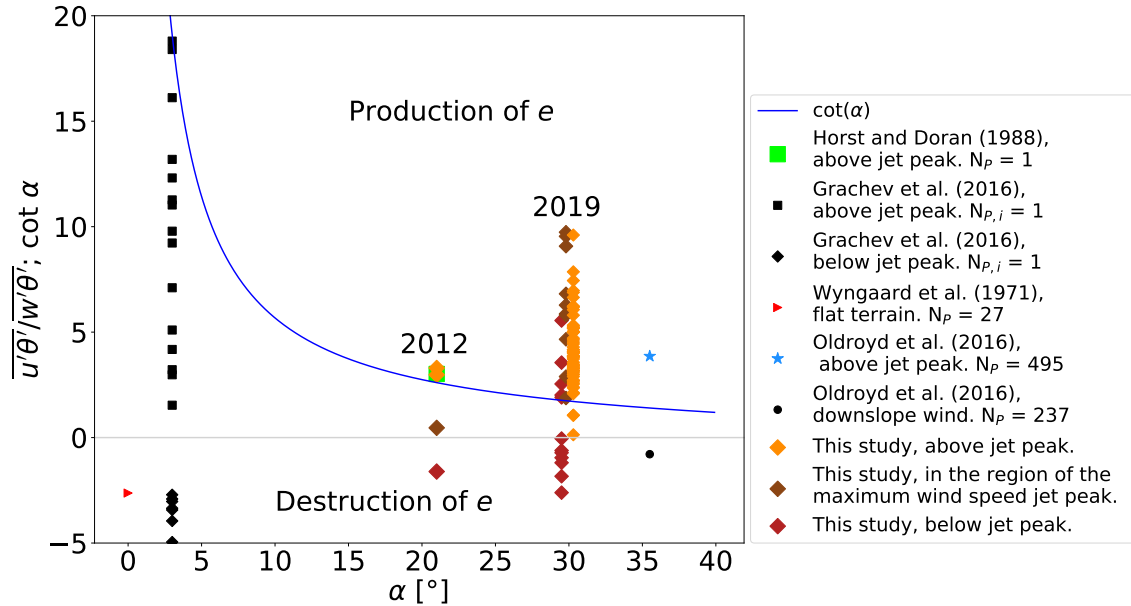


FIGURE 6.1 – Complement to Figure 9 from Section 6.1.1, representation of its Equation 5: we added data from all katabatic events from the 2019 field campaign, for  $\alpha = 30^\circ$ . The blue line represents the limits above which TKE is produced by buoyancy effects.  $N_P$  is the number of segments used for the computation of the ratio of sensible heat fluxes. The relative position of the measurement levels with respect to the jet peak is indicated in the legend. Data from the 2019 katabatic events are slightly shifted by  $\pm 0.5^\circ$  around  $30^\circ$  for readability reasons.

mesures de la région externe du jet sont une source de TKE et que les deux niveaux du bas (situés dans la région interne du jet et dans la région du maximum de vitesse de vent) sont des puits pour la TKE.

### Effet de la flottabilité sur le flux de quantité de mouvement

De la même manière que précédemment pour la TKE, la Figure 6.2 complète la Figure 10 de la Section 6.1.1 avec les données des épisodes catabatiques de février 2019. Dans la région externe du jet ( $\overline{u'w'} > 0$ , Figure 6.2a), les conclusions sont exactement les mêmes avec les épisodes de 2019 que celles pour l'épisode de novembre 2012 et des autres campagnes de mesures de la littérature : la flottabilité détruit le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$ .

Sur le panneau b de la figure, on voit que la flottabilité est une source pour  $|\overline{u'w'}|$  dans la région autour du maximum de vitesse. Dans la région interne du jet, le comportement de la flottabilité n'est pas clair : les données (losanges rouges) sont réparties de part et d'autre de la limite entre production et consommation du flux turbulent, limite matérialisée par la fonction  $-\tan \alpha$ . Une séparation du jet en trois régions prenant en compte le signe de  $\overline{u'\theta'}$ , telle que discutée précédemment, classerait tous les points rouges dont l'ordonnée est positive dans la catégorie "dans la région autour du maximum de vitesse". La région du jet autour du maximum de vitesse est ainsi la seule qui pourrait contribuer à augmenter  $|\overline{u'w'}|$  par des effets de flottabilité.

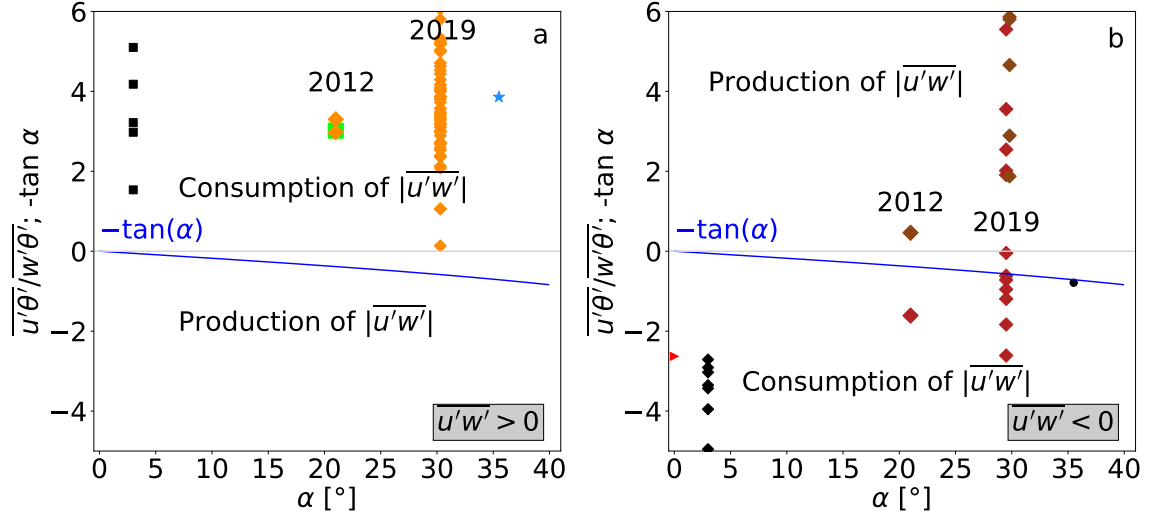


FIGURE 6.2 – Complement to Figure 10 from Section 6.1.1, representation of its Equation 12a and 12b: we added data from all katabatic events from the 2019 field campaign. The blue line represents the limit separating production and consumption of  $|\overline{u'w'}|$  by buoyancy effects. The legend is the same than in Fig. 6.1.

## 6.2 Production mécanique

L'effet du cisaillement mécanique sur la TKE et le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  a déjà été développé dans la Section 6.1.1 pour le cas de novembre 2012 (Charrondière et al., 2020), sous l'hypothèse que  $\overline{w}$  est nul. Cette section se concentre sur les améliorations possibles apportées par la connaissance de l'inclinaison des capteurs et donc du profil de  $\overline{w}$  dans les données de février 2019.

L'effet du cisaillement de vitesse sur la TKE s'exprime par  $-\overline{u'_i u'_j} \partial \overline{u}_i / \partial x_j$ . Dans le repère des lignes de courant, seul le terme  $-\overline{u'w'} \partial \overline{u} / \partial z$  demeure (Sections. 2.7 et 6.1.1). Dans le repère de la topographie, les termes  $-\overline{w'^2} \partial \overline{w} / \partial z$  et  $-\overline{u'^2} \partial \overline{u} / \partial x \simeq \overline{u'^2} \partial \overline{w} / \partial z$  (conservation de la masse) ne sont plus nuls par construction. Dans la partie interne du jet,  $\partial \overline{w} / \partial z$  est positif. Étant donné l'état d'anisotropie des variances de vitesse ( $\overline{u'^2} > \overline{w'^2}$ , Section 5.2.1), la contribution de  $(\overline{u'^2} - \overline{w'^2}) \partial \overline{w} / \partial z$  est positive. Dans la partie externe du jet,  $\overline{w}$  est positif mais la tendance (Figure 5.4) ne permet pas d'estimer le gradient  $\partial \overline{w} / \partial z$ , qui reste plus faible que dans la région interne du jet. Ce dernier est positif dans la continuité du profil analytique jusque environ  $z \sim 2$  m et semble changer de signe au-dessus, en cohérence avec le comportement des jets de paroi (Eriksson et al., 1998).

Ainsi, le terme de cisaillement mécanique  $P_M^e$ , dépendant principalement du cisaillement de la vitesse  $\overline{u}$  dans le repère des lignes de courant, est dépendant à la fois du cisaillement de  $\overline{u}$  et de celui de  $\overline{w}$  dans le repère de la topographie car la vitesse  $\overline{w}$  n'est pas nulle. Quant à connaître le comportement précis de ce terme  $P_M^e$  dans le repère de la topographie, il faudrait dériver un modèle analytique du profil de  $\overline{w}$ , nécessitant de comprendre les processus physiques à l'origine de la présence et de la variation de  $\overline{w}$  au sein du jet catabatique.

### 6.3 Nombre de Richardson de flux et nombre de Richardson de cisaillement turbulent

Un profil des nombres de Richardson de flux  $Rf$  (Eq. 2.54) et de cisaillement turbulent  $Rs$  (Eq. 2.57) a été présenté dans Charrondière et al. (2020), intégré dans la Section 6.1.1, sur quatre hauteurs de mesures, à partir de l'épisode catabatique idéal de la campagne de mesures de novembre 2012. La Figure 6.3 ajoute aux données de novembre 2012 les données des épisodes catabatiques de février 2019. La région  $z > z_j$  est la seule pour laquelle nous avons pu déterminer les nombres de Richardson, le pitot 3D ne donnant pas accès aux flux turbulents de chaleur sensible.

Juste au-dessus de  $z_j$ , on retrouve sur les données de février 2019 la forte dispersion de  $Rf$  observée en novembre 2012. Dès lors qu'on s'éloigne du maximum de vitesse, les données de février 2019 montrent un nombre de Richardson de flux négatif quel que soit le système de coordonnées considéré. Les données de l'épisode catabatique de novembre 2012, symbolisées par les boxplots sur la Figure 6.3, sont très proches de 0, et montrent des valeurs qui peuvent être aussi bien positives que négatives (voir Figure 11 de la Section 6.1.1 pour un zoom sur les données). Dans les données de 2019, le terme de flottabilité du bilan de TKE est toujours positif pour  $z/z_j > 2$ , et sa valeur n'est pas aussi négligeable devant le terme de production mécanique qu'elle l'était dans les données de 2012. Le passage du repère des lignes de courant au repère de la topographie diminue le rapport des termes de flottabilité et de cisaillement et donc la valeur de  $Rf$ , qui n'en reste pas moins plus forte que la valeur de  $Rf$  en 2012.

Le nombre de Richardson de cisaillement turbulent  $Rs$  est montré sur la Figure 6.3b. Son profil suit la même tendance entre l'épisode catabatique idéal de novembre 2012 et ceux de février 2019. L'amplitude de  $Rs$  est en moyenne trois à quatre fois plus forte dans les épisodes catabatiques de 2019 par rapport à celui de 2012. La différence entre les valeurs de  $Rs$  lors du changement de repère est faible par rapport à la différence observée sur les profils de  $Rf$ .

### 6.4 Dissipation turbulente

Cette section a pour but de comparer les méthodes existantes pour déterminer la dissipation de TKE, dans la continuité de Charrondière et al. (2022) (Section 3.4.1). Pour cela, la Figure 6.4 montre la dissipation estimée par quatre méthodes différentes à partir des mesures au pitot 3D :

- $\varepsilon_{str} = (1/r)(\langle \delta u(r)^2 \rangle / C_2)^{3/2}$  détermine la dissipation turbulente de TKE à partir de la fonction structure d'ordre 2  $\langle \delta u(r)^2 \rangle$ , avec  $C_2=2$ . Il s'agit de la méthode la plus couramment utilisée pour estimer la dissipation de TKE. Elle est basée sur les hypothèses de stationnarité et de turbulence homogène et isotrope (THI).
- $\varepsilon_{iso} = 3\nu/\bar{u}^2 \left[ \overline{(\partial_t u')^2} + \overline{(\partial_t v')^2} + \overline{(\partial_t w')^2} \right]$  (Eq. 2.43) permet de déterminer la dissipation de TKE par sa formule analytique en utilisant les trois composantes de la vitesse. La haute fréquence d'acquisition des mesures, couplée à la petite taille de la tête du pitot 3D, rend possible l'utilisation de cette formule, après filtrage des données pour limiter le bruit présent à haute fréquence.
- $\varepsilon_{THI} = 15\nu/\bar{u}^2 \overline{(\partial_t u')^2}$  (Eq. 2.43) permet de déterminer la dissipation de TKE dans sa forme classique en utilisant seulement la composante de la vitesse dans la direction  $x$ . Cette méthode nécessite également le filtrage des données à haute fréquence.

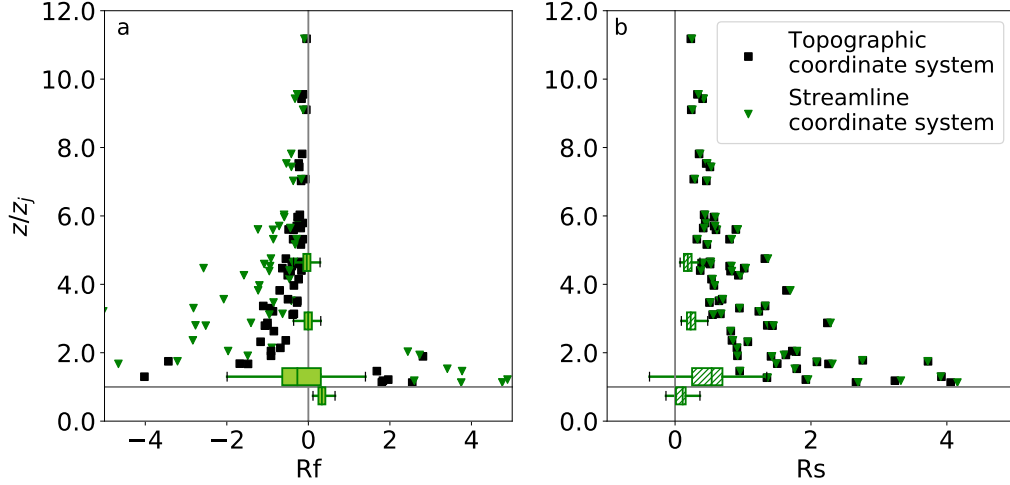


FIGURE 6.3 – Complement to Figure 11 from Section 6.1.1. (a) Flux Richardson number  $Rf$  above  $z_j$  for all katabatic events of the field experiment on February 2019. (b) Stress Richardson number  $Rs$ . Richardson numbers in the topographic coordinate system do not include the mechanical shear for  $\bar{w}$ , which is not well determined (Section 6.2). Black squares corresponds to Richardson number calculated from data in the topographic coordinate system. Green triangles correspond to data in the coordinate system of the streamlines. Each marker corresponds to one level of one katabatic event from February 2019. Boxplots are the Richardson numbers from the ideal katabatic event of November 2012 in the streamline coordinate system. For their legend, the reader may refer to Figure 11 of Section 6.1.1.

—  $\varepsilon_S = \left( S_{uu} / K_s \kappa_x^{-5/3} \right)^{3/2}$  (Eq. 2.66) est obtenue à partir du niveau d'énergie de la zone inertielle du spectre de vitesse  $S_{uu}$ . C'est la méthode classiquement utilisée dans la littérature des écoulements atmosphériques.

Ces méthodes de détermination de  $\varepsilon$  donnent une tendance commune : la dissipation de TKE augmente à l'approche de la paroi. L'utilisation de la fonction structure pour déterminer  $\varepsilon$  est considérée comme étant plus précise que l'utilisation de la zone inertielle des spectres (Stull, 1988). On gardera pour la suite la valeur  $\varepsilon = \varepsilon_{str}$  dans la région interne du jet. On remarque que la dissipation de TKE telle que calculée à partir des gradients ( $\varepsilon_{iso}$  et  $\varepsilon_{THI}$ ) est relativement différente si on considère seulement la variabilité de  $u$  ou celle des trois directions  $u$ ,  $v$  et  $w$ . Prendre en compte les trois composantes de la vitesse donne des valeurs très proches des valeurs  $\varepsilon_{str}$ . La formule  $\varepsilon_{THI}$ , plus utilisée que  $\varepsilon_{iso}$  car il n'est pas toujours possible d'accéder aux trois composantes de la vitesse, atteint jusqu'à deux fois  $\varepsilon_{str}$  montrant ainsi que l'hypothèse de THI est loin d'être respectée.

Pour la partie externe du jet, la dissipation est déterminée à partir du niveau d'énergie de la zone inertielle des spectres de vitesse  $\varepsilon_S$ , comme c'est souvent le cas dans les mesures atmosphériques. Ainsi calculé,  $\varepsilon_S$  donne un ordre de grandeur très cohérent pour les données du pitot 3D dans la région interne du jet. On suppose donc que cette méthode est suffisamment robuste pour être utilisée dans la région externe du jet, là où aucune mesure n'a été acquise avec le pitot 3D.

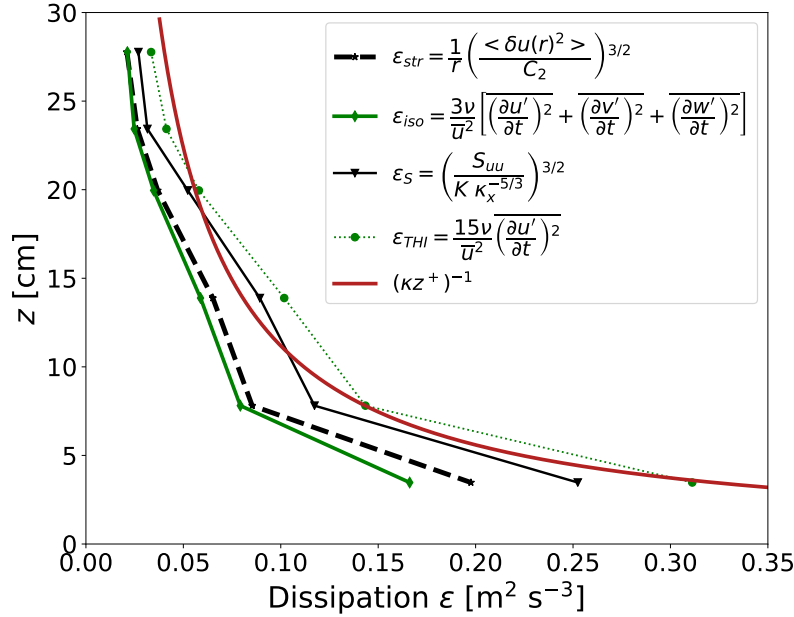


FIGURE 6.4 – Viscous dissipation of TKE in the inner layer of the katabatic jet, computed from the high-frequency 3D pitot measurements. The red line is the theoretical solution of viscous dissipation of TKE in a turbulent boundary layer, without thermal effects.

## 6.5 Fermeture du bilan d'énergie cinétique turbulente

### 6.5.1 Région interne du jet

Les données acquises dans la partie interne du jet, à l'aide du pitot 3D, ne sont disponibles que dans le repère des lignes de courant. Le bilan de TKE dans ce repère est présenté sur la Figure 6.6. Dans ce repère, la dissipation turbulente équilibre la production mécanique au premier ordre, comme dans une couche limite turbulente classique (Pope, 2000). L'incertitude sur le terme de production mécanique est d'autant plus marquée que la hauteur de mesures est faible, parce que le gradient de la vitesse  $\bar{u}$  évolue en  $1/z$  (Section 5.1). La flottabilité, destructrice de TKE dans cette région du jet (Section 6.1.1), y joue un rôle négligeable. Même l'utilisation du flux de chaleur sensible  $\overline{w'\theta'_s}$  pour estimer le terme de flottabilité – flux relativement fort tel que décrit dans la Section 4.1 – donne des ordres de grandeurs négligeables par rapport au terme de cisaillement.

Le flux  $\overline{w'e'}$ , calculé directement à partir des données du pitot 3D dans le repère des lignes de courant, est présenté sur la Figure 6.5b. Son gradient correspond à du transport turbulent dans l'équation de TKE. Ce flux, ainsi que son gradient, sont particulièrement sensibles à une rotation du repère et risquent donc d'être impactés de manière forte par le fait que les données sont dans le repère des lignes de courant. Basé sur la Section 2.7.1, le terme de transport turbulent  $TT_e$  peut être modélisé par l'équation 6.1, en utilisant  $K_e = K_m$ . Cette équation se développe en deux termes :

$$TT_e \simeq \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial e}{\partial z} \right) = K_m \frac{\partial^2 e}{\partial z^2} + \frac{\partial K_m}{\partial z} \frac{\partial e}{\partial z} \quad (6.1)$$



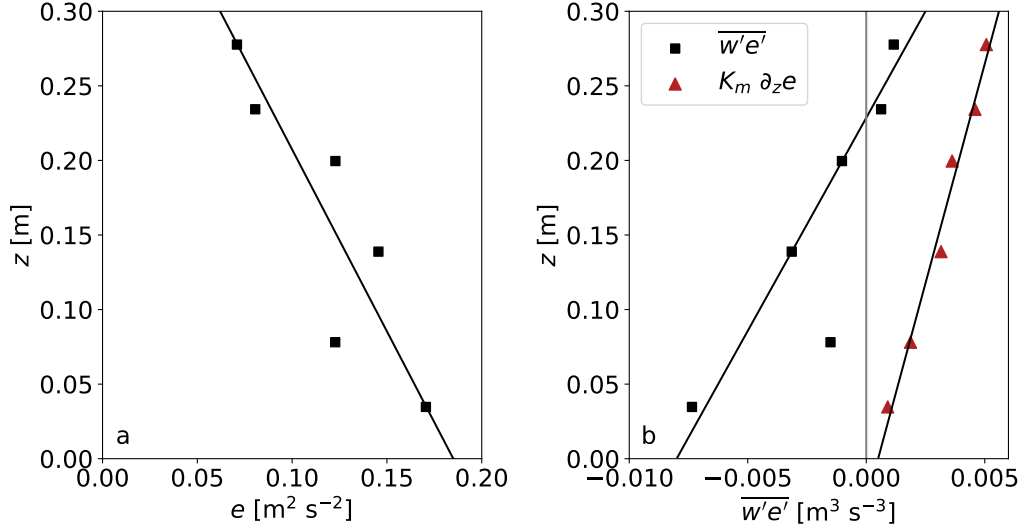


FIGURE 6.5 – (a) TKE profile in the inner layer of the katabatic jet during the event on February 28<sup>th</sup>, 2019 from 5 h 30 to 6 h 36. (b) Third-order fluxes estimates for the same event, in the inner layer of the jet.

Dans une CLT classique, la TKE décroît avec la hauteur (Figure 5.3). Le profil de TKE est quasi-linéaire dans la région logarithmique. Dans ce cas, c'est la variabilité de  $K_m$  qui génère du transport turbulent. Dans le cas où  $K_m$  est constant, le terme de transport turbulent  $TT_e$  tend vers 0. Dans le cas décrit par Pope (2000) sur la Figure 5.3, le terme de transport turbulent  $TT_e$  est légèrement positif, mais sa contribution reste négligeable devant les autres termes du bilan de TKE. Pour Eitel-Amor et al. (2014), la contribution du transport turbulent au bilan est également faible, et le signe varie selon la position dans la couche limite.

Dans la région interne du jet catabatique que nous étudions, la Figure 6.5b montre le flux d'ordre 3  $\overline{w'e'}$  estimé à partir de l'équation 6.1, en plus de sa détermination directe à partir des mesures turbulentes. Pour cette estimation, le gradient  $\partial e / \partial z = -0.41$  est considéré constant au premier ordre (Figure 6.5a). Sur les deux estimations de  $\overline{w'e'}$ , le flux est croissant, ce qui signifie que le terme de transport turbulent  $TT_e = -\partial \overline{w'e'} / \partial z$  est un puits de TKE. On observe un changement de signe du flux  $\overline{w'e'}$  calculé à partir des données. Ce changement de signe, qui n'est pas observé sur le terme modélisé par le gradient de TKE, peut être en partie dû au repère dans lequel le flux est déterminé. Le modèle de fermeture décrit par l'équation 2.44 prend en compte aussi d'autres termes comme les corrélations pression-vitesse. Il est possible que la somme de ces termes soit positive dans le cas de jet catabatique étudié ici.

Nous n'avons pas accès au repère topographique dans cette région du jet. Néanmoins, l'estimation de  $\overline{w}$  par le modèle analytique décrit par l'équation 5.5 donne un ordre de grandeur de l'advection de TKE normale à la paroi. Celle-ci est un puits pour la TKE, et la transporte vers le bas. Les variances de la vitesse ont montré être peu sensibles à une rotation du repère inférieure à  $10^\circ$ . La contribution du terme de cisaillement  $(\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \partial \overline{w} / \partial z$  au bilan de TKE est positive et du même ordre de grandeur que l'advection de TKE.

Le résidu du bilan de TKE, calculé comme la somme des termes estimables, est globalement

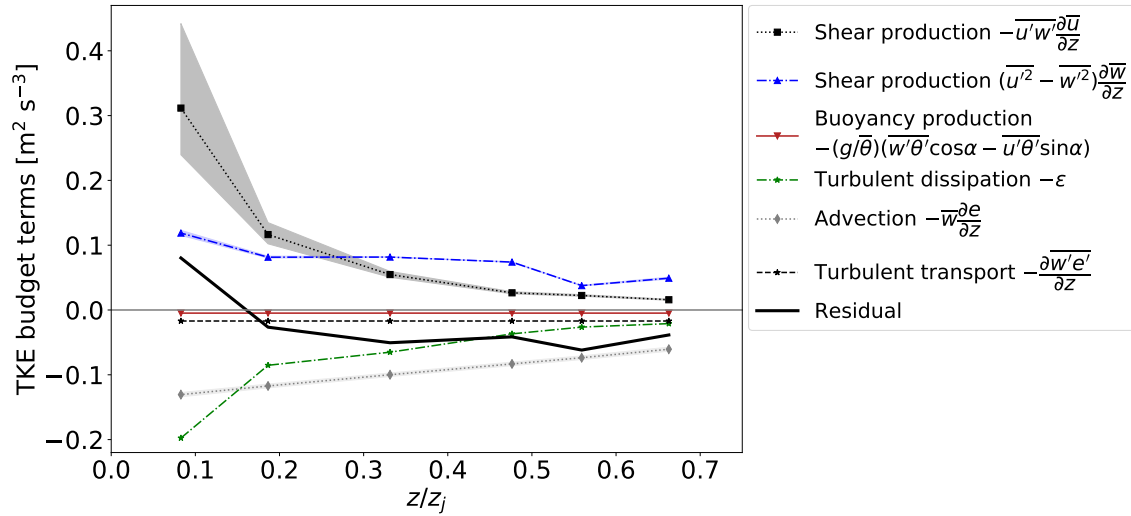


FIGURE 6.6 – Terms of the TKE budget (Eq. 2.31) in the inner layer of the jet on February 28<sup>th</sup>, 2019, from 5 h 30 to 6 h 36, in the streamline coordinate system ( $\bar{w} = 0$ ). We added advection and shear terms linked to  $\bar{w}$ , using the analytical model for  $\bar{w}$  (Eq. 5.5). Grey regions are uncertainties due to a possible error of  $\pm 1$  cm on the sensor height. The height  $z$  is normalized by the maximum wind speed height  $z_j = 0.4$  m.

négatif, sauf dans la partie basse où il change de signe vers le deuxième niveau de mesures. Au premier niveau, il est fortement positif, là où les incertitudes sur le terme de production mécanique sont les plus importantes. La présence de  $\bar{w} < 0$  dans la région interne du jet implique que le flux turbulent  $\overline{u'w'}$  dans le repère topographique serait en réalité un peu plus grand que dans le repère des lignes de courant. Il est donc possible que le résidu soit en réalité plus faible au-delà du deuxième niveau de mesures.

### 6.5.2 Région externe du jet

Pour la région externe du jet, nous nous concentrerons sur l'épisode catabatique du 24 février 2019 pour lequel le vent ambiant  $U_a$  est très faible (Section 4.1). La Figure 6.7 présente les termes estimables du bilan de TKE dans le repère des lignes de courant et dans le repère de la topographie.

Dans le repère des lignes de courant (Figure 6.7a), le terme de production mécanique augmente à partir de la hauteur du maximum de vitesse à cause du fort gradient de vitesse, puis atteint un plateau au-delà de 1 m. Il diminue fortement à  $z = 9.77$  m. La dissipation turbulente de TKE est estimée à partir du niveau d'énergie de la zone inertielle dans les spectres de la vitesse  $\bar{u}$  (Section 6.4). Elle est du même ordre de grandeur que le terme de production mécanique pour  $z > 1$  m. Le terme de flottabilité est positif (Section 6.1.1) et non négligeable par rapport au terme de cisaillement : il vaut 1/10 de ce dernier pour  $z \approx 2$  m et il l'égale au niveau de mesures du bas, alors qu'il était négligeable par rapport au terme de cisaillement dans la région interne du jet. L'utilisation de l'équation  $-K_m \partial e / \partial z$  donne des valeurs de  $\overline{w'e'}$  très faibles, mais pas de tendance claire, si bien que ni la valeur, ni le signe du terme de transport turbulent de l'équation bilan de TKE, ne peuvent être estimés dans cette région du jet.

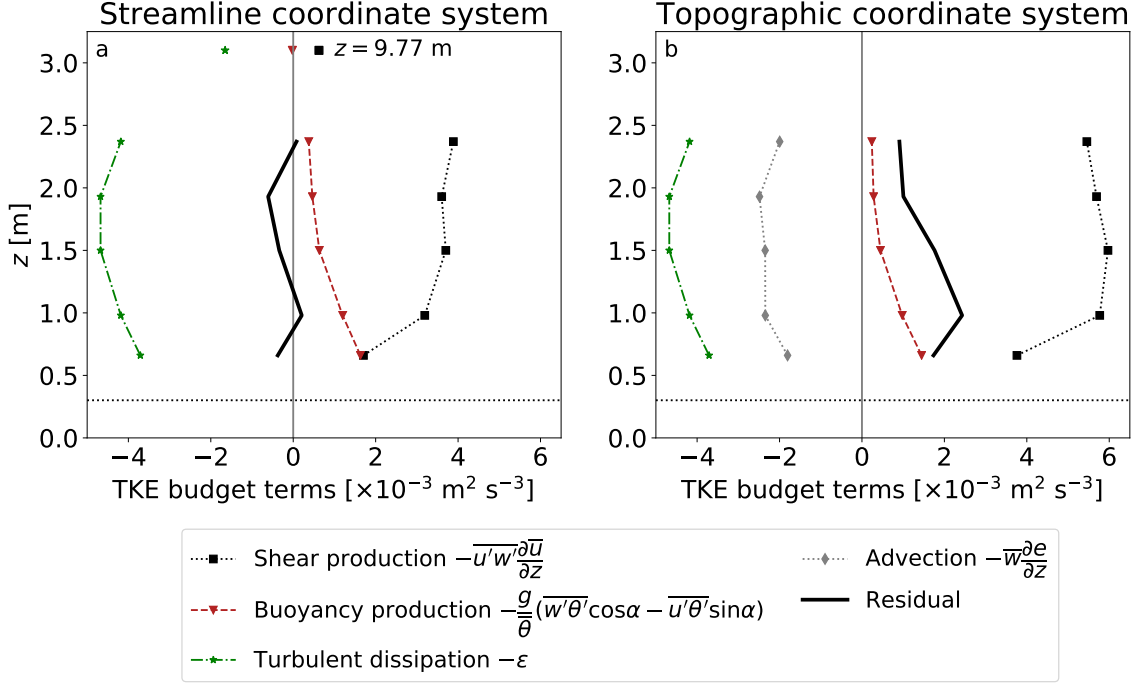


FIGURE 6.7 – TKE budget terms (Eq. 2.31) in the outer part of the katabatic jet on February 24<sup>th</sup>, 2019 from 5 h to 8 h. (a) Streamline coordinate system ( $\bar{w} = 0$ ). (b) Topographic coordinate system. The horizontal dotted line is the height of the maximum wind speed  $z_j$ .

Dans le repère des lignes de courant, le résidu calculé comme la somme des seuls termes de cisaillement, flottabilité et dissipation varie autour de 0 : certains niveaux de mesures sont légèrement positifs, d'autres légèrement négatifs. Dans leur bilan de TKE dans la région externe du jet catabatique, Nadeau et al. (2013a) obtiennent un résidu positif dans le repère des lignes de courant, sans prendre en compte le terme de transport turbulent.

Dans le repère topographique ( $\bar{w} \neq 0$ ), le terme de production mécanique est la résultante de deux contributions (Eq. 2.36) :

- Le terme  $-\overline{u'w'}\partial\bar{u}/\partial z$ . Sa contribution est 1.5 fois plus importante que dans le repère des lignes de courant. Cette différence est principalement due à l'augmentation du flux turbulent  $\overline{u'w'}$  dans le repère de la topographie par rapport au repère des lignes de courant (Fig 5.1).
- Le terme  $(\overline{u'^2} - \overline{w'^2})\partial\bar{w}/\partial z$ . La différence des variances  $(\overline{u'^2} - \overline{w'^2})$  est proche d'une constante dans la région externe du jet (Fig 5.6). Qualitativement, le terme  $(\overline{u'^2} - \overline{w'^2})\partial\bar{w}/\partial z$  est positif juste au-dessus de  $z_j$  et semble devenir négatif au-dessus (Section 6.2). Quantitativement, le gradient  $\partial\bar{w}/\partial z$  est très mal déterminé à cause de l'espacement entre les niveaux de mesures, mais il faible par rapport à sa valeur dans la région interne du jet. Cela donne à penser que la contribution de  $(\overline{u'^2} - \overline{w'^2})\partial\bar{w}/\partial z$  est de second ordre dans le bilan de TKE dans la gamme de hauteurs accessibles par les mesures, dans la région externe du jet.

Les mesures de  $\bar{w}$  donnent accès au terme d'advection dans la direction normale à la paroi. Ce terme est un puits de TKE important puisqu'il équivaut à la moitié du terme de dissipation

(Figure 6.7b). La TKE est advectée vers le haut ( $\bar{w} > 0$ ). Ce terme d'advection équilibre l'augmentation du terme  $-\overline{u'w'}\partial\bar{u}/\partial z$  dû au changement de repère, ce qui donne également à penser que la contribution du cisaillement de vitesse  $\bar{w}$  est de second ordre dans notre cas. Le résidu du bilan est légèrement positif, probablement à cause d'une estimation trop grossière des termes et de la contribution possiblement non négligeable des dérivées en  $x$ .



## Chapitre 7

# Conclusion

Cette thèse a été motivée par un besoin de compréhension des processus physiques liés à la mise en place des écoulements catabatiques et à leur fonctionnement, de l'échelle de la pente à l'échelle de la turbulence. La plupart des mesures in-situ publiées jusqu'à présent (par exemple, Smeets et al., 1998; Monti et al., 2002; Haiden et Whiteman, 2005; Litt et al., 2015; Grachev et al., 2016; Jensen et al., 2017; Stiperski et al., 2020) sont issues de campagnes expérimentales sur des terrains faiblement inclinés. Les quelques jeux de données sur pente forte ( $\alpha > 20^\circ$ , Horst et Doran, 1988; Nadeau et al., 2013a; Oldroyd et al., 2016a) ont montré que la topographie joue un rôle primordial sur le développement et le fonctionnement du vent catabatique. Pour avancer sur la caractérisation de ces vents, des mesures in-situ ont été réalisées dans le cadre de cette thèse sur une pente de l'ordre de  $30^\circ$ , dans le massif alpin de Belledonne (région de Grenoble) en février 2019. Elles ont complété une campagne préliminaire effectuée en novembre 2012 dans des conditions similaires, et une campagne spécifique effectuée au printemps 2015 (présentée en annexe seulement).

Ces campagnes de mesures sont principalement basées sur un mât comprenant des anémomètres soniques (2012 et 2019) et des thermocouples (2019) permettant d'étudier la turbulence. Des mesures météorologiques complètent le tout : thermohygromètre (2012 et 2019), radiomètre (2019) et baromètre (2019) principalement. En février 2019, un thermomètre et un anémomètre sonique embarqués sous un ballon captif ont permis d'accéder à la température et à la vitesse du vent au-dessus du mât de mesures, et d'estimer la stratification ambiante. D'après la littérature sur le sujet, la campagne expérimentale réalisée du 12 au 28 février 2019 dans le cadre de cette thèse est la première campagne de mesures détaillées des écoulements catabatiques et de la turbulence sur une pente à la fois forte et enneigée. La connaissance précise de l'inclinaison des capteurs, en général difficile d'accès pour des raisons de montage mécanique imparfait, permet de replacer les données dans le repère de la topographie. Des mesures de turbulence à haute fréquence (1250 Hz) en proche surface (aussi bas que 3 cm, à l'aide du pitot 3D/Cobra) complètent les profils dans la partie basse du jet. Tous ces apports novateurs offrent un fort potentiel à ce jeu de données.

Le travail de cette thèse s’organise en trois parties qui se focalisent sur :

1. Le développement de l’écoulement catabatique le long de la pente (article soumis à JFM, dans le Chapitre 4) ;
2. Le comportement des profils selon  $z$  des vitesses moyennes ( $\bar{u}$  et  $\bar{w}$ ), des variances de vitesse et des flux turbulents ( $\overline{u'w'}$  et  $\overline{w'\theta'}$ ), en particulier dans la région interne du jet sous la hauteur du maximum de vitesse (Charrondière et al., 2022, et Chapitre 5) ;
3. L’impact des processus physiques source et puits d’énergie cinétique turbulente (TKE) sur l’état et le comportement de la turbulence (Charrondière et al., 2020, et Chapitre 6).

Pour cela, des épisodes catabatiques sont extraits des campagnes de mesures, allant de 30 minutes (épisode catabatique idéal en novembre 2012) à 3 heures 15 (parmi les treize épisodes catabatiques de la campagne de mesures de février 2019). Les principaux résultats sont résumés ci-après.

## Développement catabatique le long de la pente

À l’échelle kilométrique, on évalue l’évolution de l’écoulement catabatique le long de la pente, par un modèle analytique simplifié. Le modèle s’intéresse en particulier à la vitesse débitante  $U$  intégrée sur la hauteur du jet. Pour ce faire, les équations de quantité de mouvement et de chaleur sont intégrées sur l’axe  $z$ . On montre ainsi que la vitesse  $U$  suit une loi en  $x^{1/3}$  lorsque le flux de chaleur en surface est constant le long de la pente et une loi en  $x^{1/2}$  lorsque c’est la température de surface qui est constante le long de la pente. Ces lois sont valables en l’absence de stratification ambiante et de vent ambiant. Ce modèle a déjà été utilisé par Ellison et Turner (1959) pour un écoulement gravitaire (forçage gravitaire constant en amont de l’écoulement). En négligeant le frottement en surface par rapport à l’entraînement d’air dans le jet et en prenant en compte la stratification ambiante, Manins et Sawford (1979) trouvent la loi  $U \sim x^{1/3}$  cohérente avec des données sur une pente glaciaire de  $7^\circ$ . En utilisant le modèle de Manins et Sawford (1979) et en ajoutant le frottement en surface, Princevac et al. (2008) suggèrent que la vitesse augmente avec la loi  $U \sim x^{1/2}$ , en cohérence avec un jeu de données sur une pente de  $4^\circ$ . Dans les conditions de notre site expérimental sur pente forte et en accord avec les données de vitesse acquises, le modèle suggère que la vitesse suit la loi  $U \sim x^{1/3}$ , privilégiant ainsi l’hypothèse de flux de chaleur constant le long de la pente. La validité de ce modèle est limitée à une distance de l’ordre du kilomètre à cause de la présence de stratification ambiante et de vent au-dessus du jet.

## Profil de vitesse selon $z$

Parmi les épisodes catabatiques observés, la hauteur du maximum de vitesse de vent  $z_j$  est située très proche de la surface, entre 30 cm et 1 m sur la pente enneigée de février 2019, et autour de 1.5 m sur la pente recouverte de végétation basse et de rochers dans les données de 2012.

La région interne du jet est comparable à une couche limite turbulente en termes de vitesse moyenne : une loi logarithmique développée entre  $z^+ = 300$  et  $z^+ = 3000$  est observable à partir des données du pitot. Cette loi de vitesse est modifiée au second ordre par un terme linéaire lié à l’effet de la gravité sur l’écoulement.

Un apport original de notre étude est la projection de la vitesse dans le repère de la topographie, qui montre que les lignes de courant ne sont pas parallèles à la surface. Cela est dû à la présence d’une composante normale à la paroi  $\bar{w}$  négative et croissante dans la région interne du jet. Son

comportement a été reconstitué par un modèle analytique basé sur l'équation de quantité de mouvement projetée selon  $z$  : dans cette équation, le terme advectif porté par  $\bar{w}$  est en équilibre avec le forçage catabatique projeté sur  $z$  au premier ordre. Au-dessus de la hauteur du maximum de vent  $z_j$ , on note une région dans laquelle  $\bar{w}$  est positive, ce qui correspond à une divergence externe du jet. La zone de mesures ne dépasse pas la demi-hauteur du jet, caractérisée par une réduction de la vitesse moyenne d'un facteur deux, si bien que les mesures présentes ne permettent pas de discuter la zone externe où on attendrait classiquement des effets d'entraînement du jet ( $\bar{w} < 0$ ).

## Profil des flux turbulents

On a observé que le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  est fortement décroissant avec la hauteur dans la région interne du jet. L'équilibre entre la divergence du flux turbulent de quantité de mouvement et le terme de forçage gravitaire lié au refroidissement de l'air dans l'équation de quantité de mouvement selon  $x$  permet d'approfondir le modèle analytique de profil pour le flux turbulent vertical de quantité de mouvement horizontal  $\overline{u'w'}$  proposé par Denby et Smeets (2000). Ce modèle prévoit une variation du flux turbulent de quantité de mouvement proportionnelle au forçage gravitaire et donne des ordres de grandeurs cohérents avec les données acquises avec le pitot 3D.

De la même manière que pour le flux turbulent  $\overline{u'w'}$ , l'estimation du flux turbulent de chaleur sensible en surface  $(\overline{w'\theta'})_s$ , associé au flux  $\overline{w'\theta'}$  au premier niveau de mesures, montre que ce dernier est loin d'être constant dans la région interne du jet. Cette variation de  $\overline{w'\theta'}$  avec la hauteur est également liée au forçage gravitaire, qui se traduit dans l'équation de chaleur par l'advection de température par la vitesse  $\bar{w}$ . Il en résulte que  $\overline{w'\theta'}$  est négatif dans la région interne du jet, qu'il est maximal proche de la surface et décroît avec  $z$ .

## Impact des processus physiques sur la turbulence

Dans le repère des lignes de courant habituellement utilisé pour l'étude in-situ des vents catabatiques, le terme de production mécanique par cisaillement dans le bilan de TKE est réduit à une seule composante, et l'advection de TKE selon  $z$  est nulle par construction. Les différents termes du bilan de TKE ont été analysés dans le repère de la topographie, avec un focus sur l'effet de la pente sur le terme de flottabilité, et sur l'apport du repère topographique dans la détermination des termes du bilan de TKE (en particulier le cisaillement et l'advection).

Dans un environnement stratifié stable, la flottabilité est connue pour être un puits de TKE. C'est d'ailleurs ce qui est observé dans les écoulements catabatiques sur pente faible. Sur des pentes fortes et dans la région externe du jet, la flottabilité peut devenir une source de TKE sous l'action du flux turbulent de chaleur sensible parallèle à la pente  $\overline{u'\theta'}$ . De manière plus classique, la flottabilité détruit le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  sur l'ensemble du profil de vent, sauf dans la région proche du maximum de vitesse où elle peut devenir une source pour ce flux turbulent.

Dans le repère des lignes de courant, l'effet du cisaillement sur la TKE est seulement lié au gradient selon  $z$  de la norme de la vitesse. Dans cette thèse, l'utilisation des données dans le repère de la topographie amène à développer le terme de cisaillement de l'équation bilan de TKE en deux composantes, l'une étant liée au gradient selon  $z$  de la vitesse parallèle à la surface  $\bar{u}$ , et l'autre étant liée au gradient selon  $z$  de la vitesse normale à la surface  $\bar{w}$ . Dans la région interne du jet, cette dernière composante agit comme une source de TKE. Dans la région externe du jet, nos données ne nous ont pas permis d'estimer son effet sur la TKE. La vitesse normale à la surface  $\bar{w}$  non nulle



dans l'écoulement suggère également que l'advection de TKE par  $\bar{w}$  est un puits pour la TKE dans la région interne et dans la région externe du jet. Un modèle de variation de  $\bar{w}$  le long de l'axe  $z$  reste à définir pour estimer plus précisément son impact sur la TKE.

La plupart des modèles météorologiques s'appuient sur la théorie des similitudes de Monin-Obukhov, en utilisant les paramètres de stabilité. À l'origine, cette théorie est développée pour des écoulements sur un terrain plat et homogène. Dans le cas présent d'écoulements catabatiques sur pente forte, la définition de ces paramètres est remise en question, en particulier la longueur de Monin-Obukhov (par exemple, Grisogono et al., 2007; Oldroyd et al., 2016a). Parmi les paramètres de stabilité, le nombre de Richardson de flux  $Rf$ , défini comme le rapport des termes de production par flottabilité et par cisaillement de l'équation de TKE, permet de prendre en compte l'effet de la pente. Il est positif dans la région interne du jet, et négatif dans la région externe du jet. On a également réintroduit le nombre de Richardson de cisaillement turbulent  $Rs$  (*stress* en anglais), défini comme le rapport des termes de production par flottabilité et par cisaillement de l'équation bilan du flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  (Bradshaw, 1969). Ce nombre est positif sur l'ensemble du jet, et sa valeur est globalement supérieure à  $Rf$  montrant ainsi que la flottabilité joue un rôle important dans le bilan de  $\overline{u'w'}$ .

## Comportement de la turbulence dans le jet catabatique

Les coefficients de diffusivité et de viscosité turbulentes, reliés par le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  varient avec le nombre de Richardson de gradient  $Ri$ . Dans une couche limite atmosphérique ou une couche stratifiée en laboratoire,  $Pr_t$  est de l'ordre de 1 en cas neutre et augmente avec  $Ri$  (cas stables, Strang et Fernando, 2001; Zilitinkevich et Calanca, 2000). Nos données montrent un comportement similaire dans la région externe du jet catabatique, avec des valeurs de  $Pr_t$  environ 1.5 fois plus faibles que dans une couche limite atmosphérique.

On détermine aussi l'efficacité de mélange  $Rm$ , qui permet de comparer la quantité de TKE transférée vers la TPE par flottabilité à la quantité d'énergie produite/détruite par des effets de cisaillement ou flottabilité. Dans une couche limite atmosphérique stratifiée stable sur sol plat, ce terme est équivalent à  $Rf$  car le transfert d'énergie vers la TPE est réalisé par les effets de flottabilité, et la production d'énergie est entièrement réalisée par cisaillement mécanique. Dans un écoulement catabatique, le flux turbulent  $\overline{u'\theta'}$  est une source de TKE dans la région externe du jet et contribue à diminuer  $Rm$  par rapport à  $Rf$ . Le lien entre  $Rm$  et  $Ri$  dans nos données est similaire au comportement attendu entre  $Rf$  et  $Ri$  dans une couche limite atmosphérique, à savoir une augmentation de  $Rm$  avec  $Ri$  jusqu'à atteindre un palier pour  $Ri > 0.25$ . Cela confirme que dans la région externe d'un jet catabatique, le mélange turbulent diminue quand  $Ri$  augmente, jusqu'à  $Ri \approx 0.25$ .

La turbulence a aussi été étudiée plus particulièrement dans la région interne du jet, à l'aide des données du pitot 3D. La haute fréquence d'acquisition utilisée (1250 Hz), ainsi que la taille relative réduite de la tête de ce capteur (2.6 mm), permettent de résoudre entièrement la zone inertielle des spectres de vitesse, et une partie de la région dissipative. C'est donc un outil particulièrement intéressant pour appréhender la turbulence dans les premières dizaines de centimètres au-dessus du sol (de 3 à 27 cm dans la campagne de mesures de février 2019), qui nécessite néanmoins une vitesse minimale de  $1 \text{ m s}^{-1}$  pour fonctionner correctement, et dont l'utilisation serait mieux valorisée encore s'il était associé à un thermomètre pour évaluer aussi les flux turbulents de chaleur sensible à haute résolution fréquentielle.

## Chapitre 8

# Perspectives

Le travail de cette thèse a ouvert plusieurs questionnements, en lien avec les trois grands axes présentés dans les résultats (Chapitres 4, 5 et 6). Les perspectives sont formulées ici en termes de compréhension des processus et sont la base sur laquelle pourra être construite une prochaine campagne de mesures. Nous garderons également en tête que l'étude des vents catabatiques a aussi pour objectif de contribuer à améliorer les modèles de prévisions météorologiques, en montagne notamment.

### 8.1 Approfondissement de la compréhension des processus physiques

Le développement du jet catabatique le long de la pente a été modélisé analytiquement (Chapitre 4). Le modèle, appliqué à ces données sur forte pente, suggère une augmentation de la vitesse de l'écoulement avec  $x$  suivi d'une décroissance de cette vitesse. La variabilité des écoulements catabatiques le long de la pente a été peu documentée et observée. Or, ces mesures permettraient de prendre en compte dans les modèles les effets de variabilité de la topographie, et de valider ou d'invalidier l'hypothèse sur l'évolution spatiale de l'écoulement catabatique pour des distances  $x$  de l'ordre de quelques kilomètres.

Le modèle analytique de Prandtl suffit à caractériser le profil de vitesse  $\bar{u}$  d'un écoulement catabatique. Il ne permet en revanche pas de capturer la composante normale à la surface  $\bar{w}$ , dont les premières mesures sont mises en évidence dans cette thèse. Une analyse d'échelle de l'équation de quantité de mouvement selon  $z$  donne accès à des ordres de grandeurs de  $\bar{w}$  cohérents avec les observations dans la partie basse du jet (Chapitre 5). Le refroidissement de l'air génère dans la partie basse du jet (région interne et début de la région externe) une vitesse  $\bar{w} < 0$ . Cette région est surmontée par une région de vitesse  $\bar{w} > 0$  au-dessus de laquelle les mesures suggèrent le retour à une région de vitesse négative (Fig. 5.5). Cette dernière région entraînerait l'air ambiant dans le jet, mais le changement de signe n'est pas directement capturé par les mesures actuelles.

Dans la région du maximum de vitesse, les termes de cisaillement mécanique et de la flottabilité sont des puits de TKE. Cela veut dire que d'autres processus compris dans son équation bilan doivent expliquer la présence de TKE dans cette région. D'après Denby (1999), il existe un échange de TKE entre la région interne et la région externe du jet. Cet échange peut prendre place grâce aux termes de transport turbulent (Giometto et al., 2017). La mise en évidence de la présence et du comportement de  $\bar{w}$  donne un rôle important à l'advection dans les échanges entre région interne

et région externe du jet. Il devient donc nécessaire d’approfondir le bilan de TKE avec davantage de mesures dans le repère de la topographie. Les termes non accessibles par les mesures pourront être estimés à l’aide de modèles numériques (LES ou DNS) dans des configurations simples de processus catabatiques, comme dans Giometto et al. (2017) mais à nombre de Reynolds réaliste. Dans notre configuration expérimentale, on a évalué  $Re_\tau$  à 4500. On note qu’il n’existe pas encore de simulations numériques à nombre de Reynolds assez élevé.

Ces premières mesures de vitesse normale à la surface soulèvent aussi quelques questions :

1. À partir de quelle hauteur caractéristique l’air ambiant est-il entraîné dans le jet ?
2. Quels processus contrôlent le comportement de  $\bar{w}$  le long du profil ? Comment construire un modèle analytique pour le profil de  $\bar{w}$  qui récrée ce comportement en trois régions ?
3. À quel point la présence de  $\bar{w}$  remet-elle en cause l’hypothèse d’homogénéité de la vitesse  $\bar{u}$  sur l’axe  $x$  (conservation de la masse) ?

Le profil du flux turbulent de chaleur  $\overline{w'\theta'}$  est directement relié au profil de température. On a mis en évidence des variations de ce flux très importantes dans la région interne du jet, la variation la plus forte étant mise en évidence pour un épisode catabatique développé dans une atmosphère de vitesse ambiante  $U_a$  non négligeable (de l’ordre de  $1 \text{ m s}^{-1}$ , Chapitre 4). Le lien entre vitesse ambiante, profil de température et variation du flux turbulent de chaleur sensible dans le profil et en surface reste à établir clairement. Quant au flux turbulent de chaleur sensible parallèle à la surface  $\overline{u'\theta'}$ , il contribue à l’augmentation de la TKE dans la région externe malgré les conditions stratifiées stables. Il s’agit donc d’une variable d’intérêt dont le comportement (valeur, signe et variabilité) mériterait une étude approfondie. Ces flux turbulents de chaleur sensible étant étroitement liés à la TPE (Chapitre 2), le bilan de variance  $\overline{\theta'^2}$  sera une perspective à creuser. Le comportement de la TPE, ainsi que les processus puits et sources qui déterminent son bilan, sont donc d’intérêt pour mieux comprendre l’écoulement catabatique à l’échelle de la turbulence, et plus généralement en termes de stabilité. La richesse des données de la campagne de mesures de février 2019 permettra d’avancer sur cette thématique, sous réserve d’estimer les gradients de température de manière suffisamment précise pour déterminer la TPE, qui est de l’ordre de 10% de la TKE au sein du jet. L’énergie mécanique turbulente, définie comme la somme de la TKE et de la TPE, est un système fermé, ce que ne sont pas les équations de TKE et de TPE. Zilitinkevich et al. (2007) montrent que le ratio de la TPE sur la TME détermine le nombre de Richardson de flux. La TPE (et par extension la TME) est sans aucun doute insuffisamment étudiée et analysée dans la littérature des écoulements catabatiques, et plus généralement des écoulements dans des reliefs complexes.

Enfin, un épisode catabatique idéal, avec très peu de vent ambiant et dont les vitesses moyennes et flux turbulents transverses sont faibles, a été extrait des données de la campagne de mesures de novembre 2012. Cette configuration idéale a permis entre autres de s’intéresser à l’état d’anisotropie de la turbulence dans l’écoulement catabatique. Plus précisément dans nos mesures sur pente forte, la flottabilité tend à augmenter l’anisotropie de la turbulence dans la région du maximum de vitesse, et à amener l’écoulement vers un état plus isotrope dans la région externe du jet. Il serait intéressant d’extraire un épisode catabatique idéal des données de février 2019 (ou de la prochaine campagne de mesures) pour approfondir cette analyse sur davantage de niveaux de mesures qu’avec la campagne de novembre 2012, et en se plaçant dans le repère de la topographie. En particulier, une étude du type et de l’intensité de l’anisotropie le long du profil catabatique permettra de mieux comprendre la structure de la turbulence et l’échec des théories de similitude dans ces écoulements (Stiperski et al., 2019).

## 8.2 Planification d'une nouvelle campagne de mesures

Les perspectives listées précédemment permettent donc de prendre en compte quelques points à inclure dans la prochaine campagne de mesures, qui devrait se dérouler idéalement l'hiver prochain si un épisode anticyclonique s'installe sur l'Europe. Cette campagne de mesures se déroulera sur le même site expérimental que les autres campagnes, en partenariat entre l'Institut des Géosciences de l'Environnement (IGE) et le Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI), et soutenue par l'INSU (appel d'offre INSU/LEFE IMAGO 2020, projet COCA pour Cobra-Catabatique).

Une campagne de mesures répondant parfaitement à tous les questionnements précédents n'étant pas réalisable in-situ en termes de matériel, cette prochaine campagne de mesures pourrait prendre en compte les trois contraintes suivantes de manière réaliste :

1. **Mesurer la variabilité longitudinale de la température de surface, pour plusieurs positions en  $x$**  (deux ou trois positions sur quelques centaines de mètres en amont du mât de mesures). L'hypothèse sur l'évolution spatiale de la température de surface étant confirmée/infirmée, cela permettra de conforter les conclusions sur la loi de vitesse en  $U \sim x^{1/3}$  sur pente forte et d'affiner le modèle de développement spatial de l'écoulement catabatique. Comprendre la variation spatiale des variables, en particulier la vitesse et la température moyennes, permettra aussi d'estimer l'ordre de grandeur des termes de dérivées en  $x$  du bilan de TKE (notamment les termes en  $\partial\bar{u}/\partial x$  dont l'ordre de grandeur est remis en cause par la présence d'un profil de  $\bar{w}$  non nul).
2. **Positionner les anémomètres soniques et thermocouples autour et en dessous de la position  $z_j$** . La campagne de mesures de février 2019 avait été pensée pour instrumenter de manière plus complète la partie basse du jet (autour et en dessous de  $z_j$ ). Les mesures de vitesse ont révélé un maximum de vitesse très bas que l'on explique a posteriori par la réduction de la rugosité de surface sur pente enneigée (mesures inédites sur pente forte et enneigée). Elles n'ont donc pas permis d'étudier la région interne du jet au moyen des anémomètres soniques. Comprendre le lien entre refroidissement de l'air, état de la surface et hauteur  $z_j$  est une priorité pour planifier la prochaine campagne de mesures, le but étant donc de savoir, en amont des mesures, le lien entre position du capteur sur le mât et position du capteur sur le profil de vitesse de vent. Pour cela, une étude bibliographique approfondie permettra dans un premier temps de recenser précisément les conditions de surface et de forçage de chaque jeu de données, ainsi que le maximum de vitesse de vent associé. Une comparaison détaillée des trois jeux de données de novembre 2012, avril 2015 et février 2019, acquis dans des conditions de forçage différentes, complétera ce point.
3. **Connaître l'inclinaison du pitot 3D, le coupler à un thermomètre haute fréquence et prendre en compte la variabilité temporelle de l'écoulement**. Les premiers résultats obtenus à partir des mesures au pitot 3D (Cobra) à très haute fréquence (1250 Hz) sont convaincants.
  - Le système actuel de mesures donne accès au champ de vitesse dans le repère des lignes de courant. La mise en place d'un système avec inclinomètre ou d'un système de rail le long d'un mât d'inclinaison connue est en cours et donnera accès aux profils des quantités moyennes (notamment  $\bar{w}$ ) et turbulentes (notamment  $\overline{u'w'}$ ) dans le repère de la topographie.
  - Il semble aussi important de coupler le pitot 3D avec un thermomètre compatible avec des mesures à hautes fréquences. Cela permettra d'établir les corrélations température-vitesse

et ainsi d'estimer les flux turbulents de chaleur sensible dans les premières dizaines de centimètres au-dessus de la surface. Les thermocouples utilisés dans les mesures de février 2019 (type E FW3) perdent de l'intensité spectrale dès le début de la zone inertielle, et ne permettent donc pas d'accéder aux mesures à hautes fréquences. Il faudrait pour cela utiliser des thermocouples dont les fils conducteurs sont plus fins (FW05 par exemple, avec un diamètre des fils de 0.0127 mm), mais il est peu probable que cela suffise pour capturer les flux turbulents de chaleur sensible dans leur totalité. Cela demanderait donc l'utilisation de sondes thermiques plus adaptées, de type fil froid par exemple, qui peuvent mesurer la température à des fréquences atteignant les 10 kHz. Nous sommes cependant conscients que leur fragilité les rend difficiles à utiliser in-situ.

- Le pitot 3D est utilisé pour réaliser des séries de mesures sur 1 minute. Il est déplacé le long de l'axe  $z$  pour obtenir plusieurs niveaux de mesures, fournissant ainsi des séries ponctuelles décalées de quelques minutes dans le temps. Utiliser en parallèle un système de mesures continu de type anémométrie sonique, dans la gamme de hauteurs de mesures du Cobra (et à l'un des niveaux de mesures du Cobra), permettrait de prendre en compte les effets de variabilité temporelle sur les profils des variables.

Le projet TEAMx (Multi-scale transport and exchange processes in the atmosphere over mountains – programme and experiment)<sup>1</sup>, porté par l'Université d'Innsbruck, est un programme international dont l'objectif est la compréhension de l'atmosphère en relief complexe, et par ce biais, l'amélioration de sa modélisation. Ce programme prévoit une campagne de mesures qui se déroulera entre le printemps 2024 et le printemps 2025 sur trois sites principaux (Vallée de l'Inn en Autriche, vallée de l'Adige en Italie et les pré-Alpes allemandes).

La campagne de mesures prévue par les laboratoires grenoblois (LEGI et IGE) pour l'hiver prochain dans le massif de Belledonne pourra aussi être déployée de manière similaire sur l'un des sites principaux du programme TEAMx, probablement dans la vallée de l'Inn en Autriche. Cela permettra d'étudier les écoulements sur un site dont la configuration topographique est différente, de mutualiser les instruments de mesures et les expertises, et de collaborer avec d'autres équipes européennes de recherche spécialistes du sujet. En particulier, le LEGI et l'IGE n'ont pas accès à des Lidars. L'utilisation d'un Lidar profileur permettrait de mesurer des profils verticaux de vitesse de vent continus dans le temps, en parallèle de l'utilisation ponctuelle du ballon captif. Utiliser un Lidar 2D parallèle à la surface et légèrement surélevé serait également un apport original et intéressant pour documenter l'évolution de la couche externe du jet catabatique le long de la pente. Cela suppose une surface exempte de micro-reliefs marqués, pour éviter les effets d'ombrage. Par ailleurs, les flux turbulents de chaleur latente ne sont pas pris en compte dans cette thèse, et il serait intéressant de les mesurer pour mieux estimer leur importance dans le bilan d'énergie notamment.

### 8.3 Apports potentiels en termes de modélisation

Dans les écoulements stratifiés turbulents, le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  varie avec le nombre de Richardson de gradient  $Ri$  (Axelsen et van Dop, 2009a; Zilitinkevich et al., 2008), et ce comportement a aussi été observé dans les courants de gravité (Turner, 1973). Nos mesures ont montré que  $Pr_t$  augmente avec  $Ri$  dans le jet catabatique. Les études numériques LES et RANS d'écoulements catabatiques nécessitent de fixer un modèle de fermeture pour  $Pr_t$ . Des études

---

1. <http://www.teamx-programme.org/>

supplémentaires pour mieux cerner la variabilité du nombre de Prandtl turbulent, ainsi que l'ensemble des termes de diffusivité (quantité de mouvement, chaleur, TKE, ...) sont nécessaires pour utiliser des coefficients empiriques adaptés dans les modèles numériques.

Des lois de similitude ont été développées dans la littérature, notamment pour le profil de vitesse  $\bar{u}$ , pour le cas de jets de paroi turbulents. Par ailleurs, l'analyse d'échelle des équations de quantité de mouvement et de chaleur a montré que la gravité perturbe l'ensemble des paramètres dynamiques et thermiques du jet. Les lois de similitude, développées notamment pour des jets de paroi turbulents (Rajaratnam, 1976), ne s'appliquent pas aux jets catabatiques des campagnes de mesures de novembre 2012 et de février 2019. Le développement de lois de similitude pour les profils de vitesse et de température de l'écoulement catabatique, prenant en compte les effets de gravité, ainsi que la détermination de paramètres de normalisation des profils, seront d'une grande aide pour faire progresser la modélisation numérique de ces écoulements.

Nous avons montré dans ce manuscrit que le profil catabatique de vitesse  $\bar{u}$  est décrit dans la région interne du jet par une loi logarithmique corrigée des effets de la gravité. De même, nous avons montré que dans cette région du jet, le profil du flux turbulent  $\overline{u'w'}$  varie avec la hauteur, et que cette variation peut être approximée par une loi linéaire. Les modèles numériques de météorologie sont parfois couplés avec un modèle de surface pour prendre en compte les caractéristiques physiques de cette dernière, comme par exemple le cycle diurne du rayonnement. C'est le cas du modèle numérique Meso-NH (développé par le Centre National de Recherches Météorologiques et le Laboratoire d'Aérodynamique à Toulouse, Bougeault et al., 2008), qui peut fonctionner couplé avec le modèle de surface Surfex. Implémenter dans Surfex la loi logarithmique de vitesse corrigée, ainsi que la loi linéaire du flux turbulent de quantité de mouvement, permettrait à Meso-NH d'être alimenté par des conditions à la limite basse plus réalistes dans les contextes catabatiques.

Dans un second temps, il serait envisageable aussi d'utiliser un modèle 1D complet entre la surface et la première maille du modèle Meso-NH, comme l'ont fait par exemple Masson et Seity (2009) sur sol plat. Blein (2016) a commencé un travail dans cette direction, avec des conditions catabatiques sur pente. Dans son modèle 1D, l'équation de quantité de mouvement est résolue uniquement en prenant en compte le terme de vitesse le long de la pente. Les résultats ne sont pas en cohérence parfaite avec les observations. Nous avons montré l'importance de la vitesse  $\bar{w}$  dans le jet, et cette composante est essentielle pour expliquer les processus de proche paroi. Résoudre en complément l'équation de quantité de mouvement selon  $z$  dans le modèle 1D permettrait sans doute de contribuer à améliorer les performances du couplage entre le modèle 1D de surface Surfex et le modèle de météorologie régionale Meso-NH.



# Bibliographie

- Anderson PS (2009) Measurement of Prandtl number as a function of Richardson number avoiding self-correlation. *Boundary-Layer Meteorology* 131(3) :345–362
- Andreas EL, Claffey KJ, Jordan RE, Fairall CW, Guest PS, Persson POG, Grachev AA (2006) Evaluations of the von Kármán constant in the atmospheric surface layer. *Journal of Fluid Mechanics* 559 :117–149
- Atkinson BW (1981) *Meso-scale atmospheric circulations*. Academic Press Inc., London
- Axelsen SL, van Dop H (2009a) Large-eddy simulation of katabatic winds. Part 1: comparison with observations. *Acta Geophysica* 57(4) :803–836
- Axelsen SL, van Dop H (2009b) Large-eddy simulation of katabatic winds. Part 2: sensitivity study and comparison with analytical models. *Acta Geophysica* 57(4) :837–856
- Babić K, Rotach MW, Klaić ZB (2016) Evaluation of local similarity theory in the wintertime nocturnal boundary layer over heterogeneous surface. *Agricultural and Forest Meteorology* 228 :164–179
- Baldocchi DD (2003) Assessing the eddy covariance technique for evaluating carbon dioxide exchange rates of ecosystems: past, present and future. *Global Change Biology* 9(4) :479–492
- Ball FK (1957) The katabatic winds of Aélie land and king George V land. *Tellus* 9(2) :201–208
- Blein S (2016) Observation and modelisation of stable atmospheric boundary layer in complex topography: turbulent processus of katabatic flow (in French). PhD thesis, Université Grenoble Alpes
- Bonneton P, Chomaz JM, Hopfinger EJ (1993) Internal waves produced by the turbulent wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics* 254 :23–40
- Bougeault P, Mascart P, Chaboureaud J (2008) *The meso-NH atmospheric simulation system*. Scientific Documentation, CNRS, Météo-France
- Boussinesq J (1877) Essai sur la théorie des eaux courantes. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 87 :1–680
- Bradshaw P (1969) The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* 36(1) :177–191



- Brock BW, Willis IC, Sharp MJ (2006) Measurement and parameterization of aerodynamic roughness length variations at Haut Glacier d'Arolla, Switzerland. *Journal of Glaciology* 52(177) :281–297
- Brugger P, Katul GG, De Roo F, Kröniger K, Rotenberg E, Rohatyn S, Mauder M (2018) Scalewise anisotropy of the Reynolds stress tensor in the atmospheric surface layer and canopy sublayer. In : EGU General Assembly Conference Abstracts, vol 20, p 8754
- Brun C (2017) Large-eddy simulation of a katabatic jet along a convexly curved slope. Part 2: evidence of Görtler vortices. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 122(10) :5190–5210
- Brun C, Blein S, Chollet J (2017) Large-eddy simulation of a katabatic jet along a convexly curved slope. Part 1: statistical results. *Journal of the Atmospheric Sciences* 74(12) :4047–4073
- Buchhave P, Velte CM (2017) Measurement of turbulent spatial structure and kinetic energy spectrum by exact temporal-to-spatial mapping. *Physics of Fluids* 29(8) :085,109
- Burkholder BA, Fedorovich E, Shapiro A (2011) Evaluating subgrid-scale models for large-eddy simulation of turbulent katabatic flow. *Quality and Reliability of Large-Eddy Simulations II* pp 149–160
- Burns SP, Horst TW, Jacobsen L, Blanken PD, Monson RK (2012) Using sonic anemometer temperature to measure sensible heat flux in strong winds. *Atmospheric Measurement Techniques* 5(9) :2095–2111
- Charrondière C, Brun C, Sicart JE, Cohard JM, Biron R, Blein S (2020) Buoyancy effects in the turbulence kinetic energy budget and Reynolds stress budget for a katabatic jet over a steep alpine slope. *Boundary-Layer Meteorology* 177(1) :97–122
- Charrondière C, Brun C, Cohard JM, Sicart JE, Obligado M, Biron R, Coulaud C, Guyard H (2022) Katabatic winds over steep slopes: overview of a field experiment designed to investigate slope-normal velocity and near surface turbulence. *Boundary-Layer Meteorology* 182 :29–54
- Davies JA, Robinson PJ, Nunez M (1971) Field determinations of surface emissivity and temperature for Lake Ontario. *Journal of Applied Meteorology* 10(4) :811–819
- Denby B (1999) Second-order modelling of turbulence in katabatic flows. *Boundary-Layer Meteorology* 92(1) :65–98
- Denby B, Smeets CJPP (2000) Derivation of turbulent flux profiles and roughness lengths from katabatic flow dynamics. *Journal of Applied Meteorology* 39(9) :1601–1612
- Dozier J, Warren SG (1982) Effect of viewing angle on the infrared brightness temperature of snow. *Water Resources Research* 18(5) :1424–1434
- Duynkerke PG, Van den Broeke MR (1994) Surface energy balance and katabatic flow over glacier and tundra during GIMEX-91. *Global and Planetary Change* 9(1-2) :17–28
- Eitel-Amor G, Örlü R, Schlatter P (2014) Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to  $Re_\theta = 8300$ . *International Journal of Heat and Fluid Flow* 47 :57–69

- Ellison TH, Turner JS (1959) Turbulent entrainment in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics* 6(3) :423–448
- Ellison TH, Turner JS (1960) Mixing of dense fluid in a turbulent pipe flow. Part 1: overall description of the flow. *Journal of Fluid Mechanics* 8(4) :514–528
- Eriksson JG, Karlsson RI, Persson J (1998) An experimental study of a two-dimensional plane turbulent wall jet. *Experiments in Fluids* 25(1) :50–60
- Eskinazi S, Erian FF (1969) Energy reversal in turbulent flows. *The Physics of Fluids* 12(10) :1988–1998
- Fedorovich E, Shapiro A (2009) Structure of numerically simulated katabatic and anabatic flows along steep slopes. *Acta Geophysica* 57(4) :981–1010
- Finnigan J, Ayotte K, Harman I, Katul G, Oldroyd H, Patton E, Poggi D, Ross A, Taylor P (2020) Boundary-layer flow over complex topography. *Boundary-Layer Meteorology* 177 :247–313
- Fleagle RG (1950) A theory of air drainage. *Journal of Meteorology* 7(3) :227–232
- Foken T (2006) 50 years of the Monin–Obukhov similarity theory. *Boundary-Layer Meteorology* 119(3) :431–447
- Geiger R, Aron RH, Todhunter P (2009) *The climate near the ground*. Rowman & Littlefield
- Giometto MG, Katul GG, Fang J, Parlange MB (2017) Direct numerical simulation of turbulent slope flows up to Grashof number  $Gr = 2.1 \times 10^{11}$ . *Journal of Fluid Mechanics* 829 :589–620
- Grachev AA, Leo LS, Di Sabatino S, Fernando HJS, Pardyjak ER, Fairall CW (2016) Structure of turbulence in katabatic flows below and above the wind-speed maximum. *Boundary-Layer Meteorology* 159(3) :469–494
- Gregg MC, D’Asaro EA, Riley JJ, Kunze E (2018) Mixing efficiency in the ocean. *Annual Review of Marine Science* 10 :443–473
- Grisogono B, Oerlemans J (2001) Katabatic flow: analytic solution for gradually varying eddy diffusivities. *Journal of the Atmospheric Sciences* 58(21) :3349–3354
- Grisogono B, Kraljević L, Jeričević A (2007) The low-level katabatic jet height versus Monin–Obukhov height. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 133(629) :2133–2136
- Güttler I, Marinović I, Večenaj Ž, Grisogono B (2016) Energetics of slope flows: linear and weakly nonlinear solutions of the extended Prandtl model. *Frontiers in Earth Science* 4(72) :1–13
- Haiden T, Whiteman CD (2005) Katabatic flow mechanisms on a low-angle slope. *Journal of Applied Meteorology* 44(1) :113–126
- Helmis CG, Papadopoulos KH (1996) Some aspects of the variation with time of katabatic flow over a simple slope. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 122(531) :595–610
- Heywood GSP (1933) Katabatic winds in a valley. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 59(248) :47–58

- Hoch SW, Calanca P, Philipona R, Ohmura A (2007) Year-round observation of longwave radiative flux divergence in Greenland. *Journal of Applied Meteorology and Climatology* 46(9) :1469–1479
- Hopfinger EJ (1987) Turbulence in stratified fluids: a review. *Journal of Geophysical Research: Oceans* 92(C5) :5287–5303
- Horst TW, Doran JC (1988) The turbulence structure of nocturnal slope flow. *Journal of the Atmospheric Sciences* 45(4) :605–616
- Horst TW, Semmer SR, Maclean G (2015) Correction of a non-orthogonal, three-component sonic anemometer for flow distortion by transducer shadowing. *Boundary-Layer Meteorology* 155(3) :371–395
- Van der Hoven I (1957) Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour. *Journal of Atmospheric Sciences* 14(2) :160–164
- Howell JF, Mahrt L (1997) Multiresolution flux decomposition. *Boundary-Layer Meteorology* 83(1) :117–137
- Irwin HPA (1973) Measurements in a self-preserving plane wall jet in a positive pressure gradient. *Journal of Fluid Mechanics* 61(1) :33–63
- Ivey GN, Bluteau CE, Jones NL (2018) Quantifying diapycnal mixing in an energetic ocean. *Journal of Geophysical Research: Oceans* 123(1) :346–357
- Jensen DD, Nadeau DF, Hoch SW, Pardyjak ER (2017) The evolution and sensitivity of katabatic flow dynamics to external influences through the evening transition. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 143(702) :423–438
- Kaimal JC, Finnigan JJ (1994) *Atmospheric boundary layer flows: their structure and measurement*. Oxford University Press, New York, Oxford
- Klipp C (2018) Turbulent friction velocity calculated from the Reynolds stress tensor. *Journal of the Atmospheric Sciences* 75(4) :1029–1043
- Kneller BC, Bennett SJ, McCaffrey WD (1999) Velocity structure, turbulence and fluid stresses in experimental gravity currents. *Journal of Geophysical Research : Oceans* 104(C3) :5381–5391
- Kondo J, Kanechika O, Yasuda N (1978) Heat and momentum transfers under strong stability in the atmospheric surface layer. *Journal of Atmospheric Sciences* 35(6) :1012–1021
- Krug D, Holzner M, Lüthi B, Wolf M, Kinzelbach W, Tsinober A (2013) Experimental study of entrainment and interface dynamics in a gravity current. *Experiments in Fluids* 54(5) :1530
- Krug D, Holzner M, Marusic I, van Reeuwijk M (2017) Fractal scaling of the turbulence interface in gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics* 820
- Largeroy Y (2010) *Dynamique de la couche limite atmosphérique stable en relief complexe. application aux épisodes de pollution particulaire des vallées alpines*. PhD thesis, Université de Grenoble

- Largeroy Y, Staquet C (2016) Persistent inversion dynamics and wintertime PM10 air pollution in alpine valleys. *Atmospheric Environment* 135 :92–108
- LeMone MA, Angevine WM, Bretherton CS, Chen F, Dudhia J, Fedorovich E, Katsaros KB, Lenschow DH, Mahrt L, Patton EG, et al. (2019) 100 years of progress in boundary layer meteorology. *Meteorological Monographs* 59 :9–1
- Linden PF (1979) Mixing in stratified fluids. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics* 13(1) :3–23
- Litt M, Sicart JE, Helgason WD, Wagnon P (2015) Turbulence characteristics in the atmospheric surface layer for different wind regimes over the Tropical Zongo Glacier (Bolivia, 16° S). *Boundary-Layer Meteorology* 154(3) :471–495
- Litt M, Sicart JE, Six D, Wagnon P, Helgason WD (2017) Surface-layer turbulence, energy balance and links to atmospheric circulations over a mountain glacier in the French Alps. *Cryosphere* 11(2) :971–987
- Lobocki L (2017) Turbulent mechanical energy budget in stably stratified baroclinic flows over sloping terrain. *Boundary-Layer Meteorology* 164(3) :353–365
- Low PS (1990) Katabatic winds in the lower Tamar Valley, Tasmania. *Il Nuovo Cimento C* 13(6) :981–994
- Lumley JL (1979) Computational modeling of turbulent flows. *Advances in Applied Mechanics* 18 :123–176
- Malek E (1997) Evaluation of effective atmospheric emissivity and parameterization of cloud at local scale. *Atmospheric Research* 45(1) :41–54
- Manins PC, Sawford BL (1979) A model of katabatic winds. *Journal of the Atmospheric Sciences* 36(4) :619–630
- Masson V, Seity Y (2009) Including atmospheric layers in vegetation and urban offline surface schemes. *Journal of Applied Meteorology and Climatology* 48(7) :1377–1397
- McNider RT (1982) A note on velocity fluctuations in drainage flows. *Journal of the Atmospheric Sciences* 39(7) :1658–1660
- Mellor GL, Yamada T (1974) A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. *Journal of the Atmospheric Sciences* 31(7) :1791–1806
- Mi J, Antonia RA (2010) Approach to local axisymmetry in a turbulent cylinder wake. *Experiments in Fluids* 48(6) :933–947
- Moncrieff J, Clement R, Finnigan J, Meyers T (2004) Averaging, detrending, and filtering of eddy covariance time series. In : *Handbook of micrometeorology*, Springer, pp 7–31
- Monti P, Fernando HJS, Princevac M, Chan WC, Kowalewski TA, Pardyjak ER (2002) Observations of flow and turbulence in the nocturnal boundary layer over a slope. *Journal of the Atmospheric Sciences* 59(17) :2513–2534

- Morales A, Wächter M, Peinke J (2012) Characterization of wind turbulence by higher-order statistics. *Wind Energy* 15(3) :391–406
- Myers G, Schauer J, Eustis R (1961) The plane turbulent wall jet. 1: jet development and friction factor. Department of Mechanical Engineering, Stanford University., Tech rep
- Nadeau DF, Pardyjak ER, Higgins CW, Huwald H, Parlange MB (2013a) Flow during the evening transition over steep alpine slopes. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 139(672) :607–624
- Nadeau DF, Pardyjak ER, Higgins CW, Parlange MB (2013b) Similarity scaling over a steep alpine slope. *Boundary-Layer Meteorology* 147(3) :401–419
- Nappo CJ, Shankar Rao K (1987) A model study of pure katabatic flows. *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography* 39(1) :61–71
- Negretti ME, Flòr JB, Hopfinger EJ (2017) Development of gravity currents on rapidly changing slopes. *Journal of Fluid Mechanics* 833 :70–97
- Nieuwstadt FTM (1984) Some aspects of the turbulent stable boundary layer. In : *Boundary Layer Structure*, Springer, pp 31–55
- Odier P, Chen J, Rivera MK, Ecke RE (2009) Fluid mixing in stratified gravity currents: the Prandtl mixing length. *Physical review letters* 102(13) :134,504
- Oke TR (2002) *Boundary layer climates*. Routledge
- Oldroyd HJ, Katul G, Pardyjak ER, Parlange MB (2014) Momentum balance of katabatic flow on steep slopes covered with short vegetation. *Geophysical Research Letters* 41(13) :4761–4768
- Oldroyd HJ, Pardyjak ER, Higgins CW, Parlange MB (2016a) Buoyant turbulent kinetic energy production in steep-slope katabatic flow. *Boundary-Layer Meteorology* 161(3) :405–416
- Oldroyd HJ, Pardyjak ER, Huwald H, Parlange MB (2016b) Adapting tilt corrections and the governing flow equations for steep, fully three-dimensional, mountainous terrain. *Boundary-Layer Meteorology* 159(3) :539–565
- Pardyjak ER, Monti P, Fernando HJS (2002) Flux Richardson number measurements in stable atmospheric shear flows. *Journal of Fluid Mechanics* 459 :307
- Parmhed O, Oerlemans J, Grisogono B (2004) Describing surface fluxes in katabatic flow on Breidamerkurjökull, Iceland. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 130(598) :1137–1151
- Peltier WR, Caulfield CP (2003) Mixing efficiency in stratified shear flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* 35(1) :135–167
- Philibert A (2016) Étude expérimentale de caractérisation d'un écoulement catabatique sur forte pente. Master's thesis, Université Grenoble Alpes
- Pope SB (2000) *Turbulent flows*. Cambridge University Press, Cambridge
- Poulos G, Zhong SS (2008) An observational history of small-scale katabatic winds in mid-latitudes. *Geography Compass* 2(6) :1798–1821

- Prandtl L (1942) Führer Durch die Strömungslehre. F Vieweg & Sohn, Braunschweig, Germany
- Princevac M, Fernando HJS, Whiteman CD (2005) Turbulent entrainment into natural gravity-driven flows. *Journal of Fluid Mechanics* 533 :259–268
- Princevac M, Hunt JCR, Fernando HJS (2008) Quasi-steady katabatic winds on slopes in wide valleys: hydraulic theory and observations. *Journal of the Atmospheric Sciences* 65(2) :627–643
- Rajaratnam N (1976) *Turbulent jets*. Elsevier
- Reynolds O (1895) IV. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London(a)* (186) :123–164
- Riley JJ, Lindborg E (2008) Stratified turbulence: a possible interpretation of some geophysical turbulence measurements. *Journal of the Atmospheric Sciences* 65(7) :2416–2424
- Rotach MW, Stiperski I, Fuhrer O, Goger B, Gohm A, Obleitner F, Rau G, Sfyri E, Vergeiner J (2017) Investigating exchange processes over complex topography: the Innsbruck Box (i-Box). *Bulletin of the American Meteorological Society* 98(4) :787–805
- Schlichting H, Gersten K (2017) *Boundary-layer theory*. Springer
- Schultz MP, Flack KA (2007) The rough-wall turbulent boundary layer from the hydraulically smooth to the fully rough regime. *Journal of Fluid Mechanics* 580 :381
- Segalini A, Örlü R, Alfredsson PH (2013) Uncertainty analysis of the Von Kármán constant. *Experiments in Fluids* 54(2) :1460–1468
- Shapiro A, Fedorovich E (2014) A boundary-layer scaling for turbulent katabatic flow. *Boundary-Layer Meteorology* 153(1) :1–17
- Siedersleben J (2018) Investigation of katabatic winds on Belledonne. Master’s thesis, Université Grenoble Alpes
- Skyllingstad ED (2003) Large-eddy simulation of katabatic flows. *Boundary-Layer Meteorology* 106(2) :217–243
- Smeets CJPP, Duynkerke PG, Vugts HF (1998) Turbulence characteristics of the stable boundary layer over a mid-latitude glacier. Part 1: a combination of katabatic and large-scale forcing. *Boundary-Layer Meteorology* 87(1) :117–145
- Smith CM, Porté-Agel F (2014) An intercomparison of subgrid models for large-eddy simulation of katabatic flows. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 140(681) :1294–1303
- Smith CM, Skillingstad ED (2005) Numerical simulation of katabatic flow with changing slope angle. *Monthly Weather Review* 133(11) :3065–3080
- Spalart PR (1988) Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $R\theta = 1410$ . *Journal of Fluid Mechanics* 187 :61–98

- Steeneveld GJ, Wokke MJJ, Groot Zwaaftink CD, Pijlman S, Heusinkveld BG, Jacobs AFG, Holtslag AAM (2010) Observations of the radiation divergence in the surface layer and its implication for its parameterization in numerical weather prediction models. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 115(D6) :1–13
- Stiperski I, Calaf M (2018) Dependence of near-surface similarity scaling on the anisotropy of atmospheric turbulence. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 144(712A) :641–657
- Stiperski I, Calaf M, Rotach MW (2019) Scaling, anisotropy, and complexity in near-surface atmospheric turbulence. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 124(3) :1428–1448
- Stiperski I, Holtslag AAM, Lehner M, Hoch SW, Whiteman CD (2020) On the turbulence structure of deep katabatic flows on a gentle mesoscale slope. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 146 :1206–1231
- Strang EJ, Fernando HJS (2001) Vertical mixing and transports through a stratified shear layer. *Journal of Physical Oceanography* 31(8) :2026–2048
- Streten N, Ishikawa N, Wendler G (1974) Some observations of the local wind regime on an Alaskan Arctic Glacier. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B* 22(4) :337–350
- Stull R (1988) *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*, vol 126. Kluwer Academic Publishers
- Sun J (2007) Tilt corrections over complex terrain and their implication for  $CO_2$  transport. *Boundary-Layer Meteorology* 124(2) :143–159
- Tachie M, Balachandar R, Bergstrom D (2002) Scaling the inner region of turbulent plane wall jets. *Experiments in Fluids* 33(2) :351–354
- Turner J (1973) *Buoyancy effects in fluids*. Cambridge University Press, Cambridge, UK
- Van Den Broeke MR (1997) Momentum, heat, and moisture budgets of the katabatic wind layer over a midlatitude glacier in summer. *Journal of Applied Meteorology* 36(6) :763–774
- Van Den Broeke MR, Duynkerke PG, Henneken EA (1994) Heat, momentum and moisture budgets of the katabatic layer over the melting zone of the west greenland ice sheet in summer. *Boundary-Layer Meteorology* 71(4) :393–413
- Vickers D, Mahrt L (1997) Quality control and flux sampling problems for tower and aircraft data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 14(3) :512–526
- Vickers D, Mahrt L (2003) The cospectral gap and turbulent flux calculations. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 20(5) :660–672
- Vickers D, Mahrt L (2006) A solution for flux contamination by mesoscale motions with very weak turbulence. *Boundary-Layer Meteorology* 118(3) :431–447
- Villafruela JM, Castro F, Parra MT (2008) Experimental study of parallel and inclined turbulent wall jets. *Experimental Thermal and Fluid Science* 33(1) :132–139

- Whiteman CD (2000) Mountain meteorology: fundamentals and applications. Oxford University Press
- Wilczak JM, Oncley SP, Stage SA (2001) Sonic anemometer tilt correction algorithms. *Boundary-Layer Meteorology* 99(1) :127–150
- Wyngaard JC (2010) Turbulence in the Atmosphere. Cambridge University Press
- Wyngaard JC, Coté OR, Izumi Y (1971) Local free convection, similarity, and the budgets of shear stress and heat flux. *Journal of Atmospheric Sciences* 28(7) :1171–1182
- Zilitinkevich SS (1970) Dynamics of the atmospheric boundary layer. Gidrometeoizdat, Leningrad, USSR
- Zilitinkevich SS, Calanca P (2000) An extended similarity theory for the stably stratified atmospheric surface layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 126(566) :1913–1923
- Zilitinkevich SS, Elperin T, Kleerorin N, Rogachevskii I (2007) Energy-and flux-budget (EFB) turbulence closure model for stably stratified flows. Part 1: steady-state, homogeneous regimes. In : *Atmospheric Boundary Layers*, Springer, pp 11–35
- Zilitinkevich SS, Elperin T, Kleerorin N, Rogachevskii I, Esau I, Mauritsen T, Miles MW (2008) Turbulence energetics in stably stratified geophysical flows: strong and weak mixing regimes. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 134(633) :793–799



# Table des figures

1.1	Profils de vitesse et de température dans un écoulement catabatique sur forte pente . . .	6
1.2	Photographie d'une vallée polluée aux particules et inversion thermique . . . . .	7
2.1	Cycle diurne du bilan radiatif . . . . .	11
2.2	Gap spectral observé sur un spectre de vitesse . . . . .	13
2.3	Profils de vitesse et de température d'un écoulement catabatique à partir du modèle de Prandtl . . . . .	19
2.4	Signe des flux turbulents le long du profil de vent . . . . .	23
3.1	Carte topographique du Grand Colon et relief autour de Grenoble . . . . .	36
3.2	Modèle numérique de terrain de la pente topographique du site de mesures . . . . .	37
3.3	Schéma de l'anémomètre sonique CSAT3 de Campbell Scientific . . . . .	38
3.4	Principe de fonctionnement d'un tube pitot et configuration du pitot 3D Cobra . . . . .	39
3.5	Configuration de l'effet Seebeck, et application au cas d'un thermocouple . . . . .	40
3.6	Décomposition Multi-Résolution sur les flux $\overline{w'\theta'}$ , novembre 2012 . . . . .	43
3.7	Evolution de la pression au niveau de la mer sur l'Europe au cours de la campagne de mesures de février 2019 . . . . .	45
3.8	Spectre de la décomposition multi-résolution du flux turbulent de chaleur sensible $\overline{w'\theta'}$ .	73
3.9	Evolution temporelle de la stratification ambiante au cours de la campagne de mesures de février 2019 . . . . .	75
4.1	Oscillations de vitesse du vent au cours de l'épisode du 19 novembre 2012 . . . . .	104
5.1	Profil du flux turbulent $\overline{u'w'}$ (février 2019) . . . . .	106
5.2	Profil logarithmique de la vitesse $\bar{u}$ (février 2019) . . . . .	107
5.3	Profils des variances de vitesse dans la région interne du jet (février 2019) et comparaison avec une couche limite turbulente (modélisation numérique) . . . . .	109
5.4	Profil de la vitesse $\bar{w}$ pour les épisodes catabatiques de février 2019 . . . . .	110
5.5	Schéma du comportement du profil de la vitesse $\bar{w}$ . . . . .	111
5.6	Profils des variances de vitesse (février 2019) . . . . .	112
6.1	Effet de la flottabilité sur l'énergie cinétique turbulente - synthèse des études et bilan des mesures de novembre 2012 et février 2019 . . . . .	143
6.2	Effet de la flottabilité sur le flux turbulent de quantité de mouvement $\overline{u'w'}$ - synthèse des études et bilan des mesures de novembre 2012 et février 2019 . . . . .	144

6.3	Profils des nombres de Richardson de flux et de cisaillement turbulent dans la région externe du jet . . . . .	146
6.4	Profil de la dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulente dans la région interne du jet . . . . .	147
6.5	Profil de l'énergie cinétique turbulente et des flux turbulents d'ordre 3 dans la région interne du jet (février 2019) . . . . .	148
6.6	Termes de l'équation bilan d'énergie cinétique turbulente dans la région interne du jet (février 2019) . . . . .	149
6.7	Termes de l'équation bilan d'énergie cinétique turbulente dans la région externe du jet (février 2019) . . . . .	150
A.1	Schéma d'un front froid et d'un front chaud . . . . .	181
A.2	Évolution de la pression au niveau de la mer sur l'Europe au cours de la campagne de mesures février 2019 . . . . .	184
B.1	Profils des variances de vitesse (février 2019) . . . . .	186
B.2	Profils du flux turbulent $\overline{w'\theta'}$ (février 2019) . . . . .	187
B.3	Profils du flux turbulent $\overline{u'\theta'}$ (février 2019) . . . . .	188
B.4	Profils du flux turbulent $\overline{u'w'}$ (février 2019) . . . . .	189
C.1	Spectres de vitesse et de température le 19 novembre 2012 . . . . .	192
C.2	Spectres de vitesse et de température le 24 février 2019 . . . . .	192
C.3	Spectres de vitesse et de température le 28 février 2019 . . . . .	193
D.1	Présentation du mât de mesures en avril 2015 . . . . .	196
D.2	Évolution temporelle de la température, de la stratification ambiante, de la pression et de la vitesse du vent du 7 au 22 avril 2015 . . . . .	197
D.3	Oscillation de la vitesse du vent pendant la nuit du 12 au 13 avril 2015 . . . . .	197
D.4	Spectres des trois composantes de la vitesse pour quatre niveaux de mesures, pendant la nuit du 11 au 12 avril 2015 . . . . .	198

---

La liste des figures présentes dans les trois articles insérés dans le manuscrit sont les suivantes :

**Katabatic winds over steep slopes: overview of a field experiment designed to investigate slope-normal velocity and near-surface turbulence . . . . .** 46–71

1. Présentation du site expérimental et du mât de mesure en février 2019
2. Profil de température potentielle le 15 février 2019
3. Spectre de la décomposition multi-résolution du flux turbulent  $\overline{w'\theta'}$  (anémomètres soniques) et du flux turbulent  $\overline{u'w'}$  (Pitot 3D)
4. Évolution des variables météorologiques au cours de la campagne de mesures de 2019
5. Profils de vitesse  $\bar{u}$  pour les épisodes catabatiques de février 2019
6. Profils de température pour les épisodes catabatiques de février 2019

7. Correspondance entre mesures de vitesse et de température issus des anémomètres soniques et des thermocouples, avec les données des capteurs emportés sous ballon captif
8. Profils de la vitesse  $\bar{w}$  pour les épisodes catabatiques de février 2019
9. Profil du flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  le 28 février 2019
10. (a) Profil de vitesse  $\bar{u}$  le 28 février 2019 et lois logarithmiques dans la région interne du jet  
(b) Profil de la dissipation de TKE dans la partie interne du jet
11. Spectres des vitesses  $\bar{u}$  et  $\bar{w}$  pour trois niveaux de mesures le 28 février 2019, réalisés à partir du pitot 3D et d'un anémomètre sonique

**Mean flow structure of katabatic winds and turbulent mixing properties .**  
 ..... 78–103

1. Schéma d'un profil de température et de vitesse d'un écoulement catabatique et position du mât de mesures sur la pente
2. Spectres de vitesse et de température pour les nuits du 18 au 19 novembre 2012, du 23 au 24 février 2019 et du 27 au 28 février 2019, et fréquence d'oscillation liée à la stratification ambiante
3. Oscillation de la vitesse  $\bar{u}$  lors de trois épisodes catabatiques caractéristiques : 19 novembre 2012 (19h15-19h45), 24 février 2019 (5h-8h) et 28 février 2019 (5h30-6h36)
4. Profils de vitesse  $\bar{u}$  et de température  $\bar{\theta}$  pour trois épisodes catabatiques caractéristiques : 19 novembre 2012 (19h15-19h45), 24 février 2019 (5h-8h) et 28 février 2019 (5h30-6h36)
5. (a) Lien entre le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  et le gradient de vitesse  $\partial\bar{u}$   
(b) Lien entre le flux turbulent de chaleur sensible  $\overline{w'\theta'}$  et le gradient thermique  $\partial_z\theta$   
(c) Profil du ratio des flux turbulent de chaleur sensible  $\overline{u'\theta'}/\overline{w'\theta'}$   
(d) Profil du nombre de Richardson de gradient  $Ri$  pour trois épisodes catabatiques
6. (a) Profil du coefficient de viscosité turbulente  $K_m$   
(b) Profil du coefficient de diffusivité turbulente  $K_h$   
(c) Profil de la longueur de mélange de quantité de mouvement  $l_m$   
(d) Profil de la longueur de mélange de chaleur  $l_h$
7. Ratio  $K_h/K_m = Pr_t^{-1}$  en fonction du nombre de Richardson de gradient  $Ri$  pour les épisodes catabatiques de la campagne de mesures de février 2019, pour l'épisode du 19 novembre 2012, ainsi que pour un courant de gravité et une couche stratifiée en laboratoire et pour une couche de surface atmosphérique
8. Variation de l'efficacité de mélange  $Rm$  avec le nombre de Richardson de gradient  $Ri$ , pour les épisodes catabatiques de la campagne de mesures de février 2019, pour l'épisode du 19 novembre 2012 ainsi que pour une couche stratifiée en laboratoire
9. Profil du flux turbulent de chaleur sensible  $\overline{w'\theta'}$  pour trois épisodes catabatiques de la campagne de mesures de février 2019, et estimation du flux de surface  $(w'\theta')_s$
10. Étude paramétrique de la loi de vitesse débitante  $U$

**Buoyancy effects in the turbulence kinetic energy budget and Reynolds stress budget for katabatic jet over a steep alpine slope . . . . . 116–141**

1. Profils catabatiques de vitesse et de température caractéristiques d'un jet catabatique, et présentation du système de coordonnées utilisé
2. Présentation du site expérimental et du mât de mesures en novembre 2012
3. Évolution de la vitesse, de la température, de l'énergie cinétique turbulente et du flux turbulent de quantité de mouvement transverse  $\overline{u'v'}$  au cours de l'épisode du 19 novembre 2012 (18h30-21h)
4. Profils de vitesse  $\bar{u}$  et du flux de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  pendant l'épisode idéal du 19 novembre 2012
5. Profils des flux turbulents de chaleur sensible et de quantité de mouvement, des variances de vitesse et de l'énergie cinétique turbulente pendant l'épisode idéal du 19 novembre 2012
6. Contribution des composantes du tenseur de Reynolds au coefficient d'anisotropie
7. Coefficient d'anisotropie pendant l'épisode idéal du 19 novembre 2012
8. Termes de flottabilité de l'équation bilan d'énergie cinétique turbulente et du flux de quantité de mouvement
9. Contribution de la flottabilité à l'énergie cinétique turbulente
10. Contribution de la flottabilité au flux turbulent  $\overline{u'w'}$
11. Profils des nombres de Richardson de flux et de cisaillement turbulent



# Table des symboles

Remarque : cette liste de variables prend en compte les notations dans le corps du texte. Pour les notations des articles, se référer à la définition donnée dans chacun d'eux.

$\langle \delta u(r)^2 \rangle$	Fonction structure d'ordre 2
$\alpha$	Pente topographique locale
$\delta_2$	Épaisseur de quantité de mouvement
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\epsilon_{atm}$	Émissivité de l'atmosphère
$\eta$	Échelle de longueur de Kolmogorov
$\gamma_d$	Rapport de la chaleur spécifique de l'air sec à pression constante et de la chaleur spécifique de l'air sec à volume constant
$\gamma_\theta$	Gradient vertical de température potentielle virtuelle de l'environnement
$\kappa$	Constante de von Kármán
$\lambda$	Échelle de Taylor
$\nu$	Viscosité moléculaire de l'air
$\overline{u'w'_s}$	Flux turbulent de quantité de mouvement proche de la surface
$\overline{u'_i u'_j}$	Tenseur de Reynolds
$\overline{u_j}$	Vitesse maximale du vent
$\overline{u_\infty}$	Vitesse $\overline{u}$ à l'infini dans une couche limite laminaire de type Blasius
$\overline{v_1}$	Moyenne temporelle de la variable $v_1$
$\overline{w'\theta'_s}$	Flux turbulent de chaleur sensible proche de la surface
$\overline{w'q'_s}$	Flux turbulent de chaleur latente proche de la surface
$\overline{w_\infty}$	Vitesse $\overline{w}$ à l'infini dans une couche limite laminaire de type Blasius
$\tilde{v}_1$	Variation moyenne de la variable $v_1$ autour de son état d'équilibre
$\rho$	Masse volumique de l'air
$\rho_0$	Masse volumique de référence constante

$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann
$\sigma_{v_1}$	Écart-type
$\tau$	Échelle temporelle du gap spectral
$\tau_\eta$	Échelle temporelle de Kolmogorov
$\tau_{osc}$	Période d'oscillation de l'écoulement catabatique
$\theta$	Température potentielle de l'air
$\theta_*$	Température de frottement
$\Theta_0$	Échelle de température de Prandtl
$\theta_0$	Température caractéristique de l'atmosphère
$\theta_s$	Température potentielle de la surface
$\theta_v$	Température virtuelle potentielle
$\varepsilon$	Dissipation de TKE
$\varepsilon_{iso}$	Dissipation de TKE déterminée à partir des fluctuations turbulentes temporelles des trois composantes de la vitesse
$\varepsilon_{str}$	Dissipation de TKE déterminée à partir de la fonction structure d'ordre 2
$\varepsilon_S$	Dissipation de TKE déterminée à partir de la zone inertielle du spectre de la vitesse $u$
$\varepsilon_{THI}$	Dissipation de TKE déterminée à partir des fluctuations turbulentes temporelles de la vitesse $u'$
$\varepsilon_{u_i u_k}$	Dissipation du flux de quantité de mouvement
$a_{ij}$	Tenseur d'anisotropie
$B_0$	Flux de flottabilité de référence
$C_P$	Capacité thermique isobare massique de l'air
$E$	Taux de changement d'état
$e$	Énergie cinétique turbulente moyenne
$e'$	Énergie cinétique turbulente
$E_i$	Énergie interne
$e_s$	Pression de vapeur saturante
$e_w$	Pression partielle de l'eau dans l'air
$F$	Coefficient d'anisotropie
$f$	Fréquence d'acquisition
$f_c$	Paramètre de Coriolis
$G$	Conduction d'énergie dans le sol
$g$	Accélération de la pesanteur

$I_2$	Second invariant du tenseur d'anisotropie
$I_3$	Troisième invariant du tenseur d'anisotropie
$K$	Conductivité thermique du sol
$k$	Nombre d'onde
$K_e$	Coefficient de diffusivité turbulente de la TKE
$K_h$	Coefficient de diffusivité turbulente
$K_m$	Coefficient de viscosité turbulente
$K_s$	Constante de la zone inertielle des spectres
$L$	Échelle intégrale
$L_0$	Échelle de longueur de Prandtl
$l_h$	Longueur de mélange de chaleur
$l_m$	Longueur de mélange de quantité de mouvement
$L_v$	Énergie massique de vaporisation de l'eau
$L_{MO}$	Longueur de Monin-Obukhov
$LE$	Flux de chaleur latente
$LW_{down}$	Rayonnement infrarouge émis par la surface
$LW_{down}$	Rayonnement infrarouge émis/transmis par l'atmosphère
$M_a$	Masse molaire de l'air sec
$M_v$	Masse molaire de l'eau
$N$	Fréquence de Brunt-Väisälä
$P$	Pression
$P_0$	Pression de référence constante
$P_B^e$	Terme de flottabilité de l'équation bilan de TKE
$P_B^s$	Terme de flottabilité de l'équation bilan du flux de quantité de mouvement
$P_M^e$	Terme de cisaillement mécanique de l'équation bilan de TKE
$P_M^s$	Terme de cisaillement mécanique de l'équation bilan du flux de quantité de mouvement
$Pr$	Nombre de Prandtl turbulent
$q$	Humidité spécifique de l'air
$Q_m$	Énergie disponible pour la fonte de neige/glace
$Q_s$	Flux de chaleur sensible émis par la surface (en $W m^{-2}$ )
$R$	Constante des gaz parfaits pour l'air sec
$R_v$	Constante des gaz parfaits de la vapeur d'eau



$R_{uu}$	Fonction d'auto-corrélation de la vitesse
$Re$	Nombre de Reynolds
$Re_{\delta_2}$	Nombre de Reynolds de quantité de mouvement
$Re_{\tau}$	Nombre de Reynolds de frottement
$Rf$	Nombre de Richardson de flux
$RH$	Humidité relative
$Ri$	Nombre de Richardson de gradient
$Rn$	Bilan radiatif de la surface
$Rs$	Nombre de Richardson de cisaillement turbulent
$S_{v_1 v_1}$	Spectre de la variable $v_1$
$SW_{down}$	Rayonnement solaire incident
$SW_{up}$	Rayonnement solaire réfléchi
$T$	Température de l'atmosphère
$T_s$	Température de la surface
$T_{sonic}$	Température sonique
$T_v$	Température virtuelle
$TT_e$	Transport turbulent de TKE
$U$	Vitesse débitante
$u$	Vitesse longitudinale de l'écoulement
$U^+$	Vitesse normalisée par la vitesse de frottement
$u_*$	Vitesse de frottement
$U_a$	Vitesse ambiante du vent
$u_{\eta}$	Échelle de vitesse de Kolmogorov
$v$	Vitesse transverse de l'écoulement
$V_0$	Échelle de vitesse de Prandtl
$v'_1$	Fluctuation turbulente de $v_1$ autour de sa moyenne
$v_{1a}$	Valeur de référence de la variable $v_1$
$w$	Vitesse de l'écoulement normale à la surface
$x$	Direction longitudinale
$y$	Direction transverse
$z$	Direction normale à la surface
$z^+$	Hauteur $z$ normalisée par la vitesse de frottement et la viscosité moléculaire de l'air
$z_0$	Rugosité aérodynamique de la surface
$z_h$	Hauteur de rugosité thermique
$z_j$	Hauteur du maximum de vitesse de vent

## Annexe A

# Conditions synoptiques en février 2019

Les cartes de pression au niveau de la mer sont présentées dans le Chapitre 3 pour trois jours de la campagne de mesures de février 2019. Cette annexe regroupe les cartes journalières de l'ensemble de la campagne de mesures du 12 au 28 février 2019. La légende de ces cartes fait référence à quatre types de fronts :

- Front froid : une masse d'air froid remplace une masse d'air chaud (Fig. A.1a).
- Front chaud : une masse d'air chaud remplace une masse d'air froid (Fig. A.1b).
- Front occlus : un front froid rattrape un front chaud. Dans ce cas, l'air chaud est élevé et l'air froid qui dépasse le front chaud est réchauffé résultant en une masse d'air tiède.
- Front stationnaire : la frontière entre deux masses d'air ne bouge presque pas, si bien que le front peut rester sur place durant plusieurs jours.

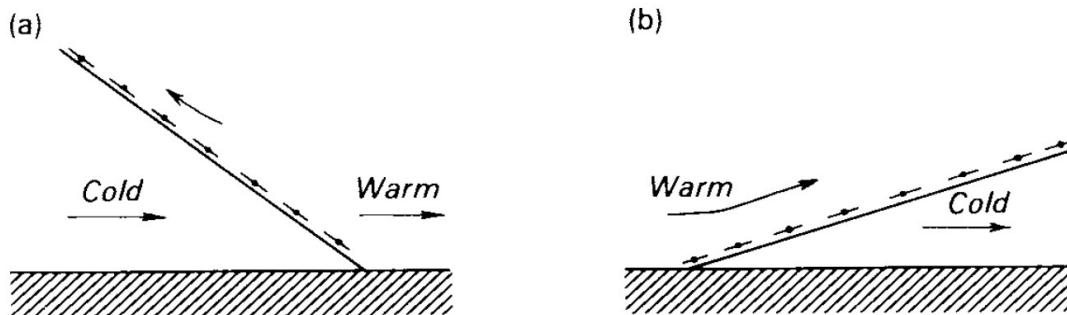
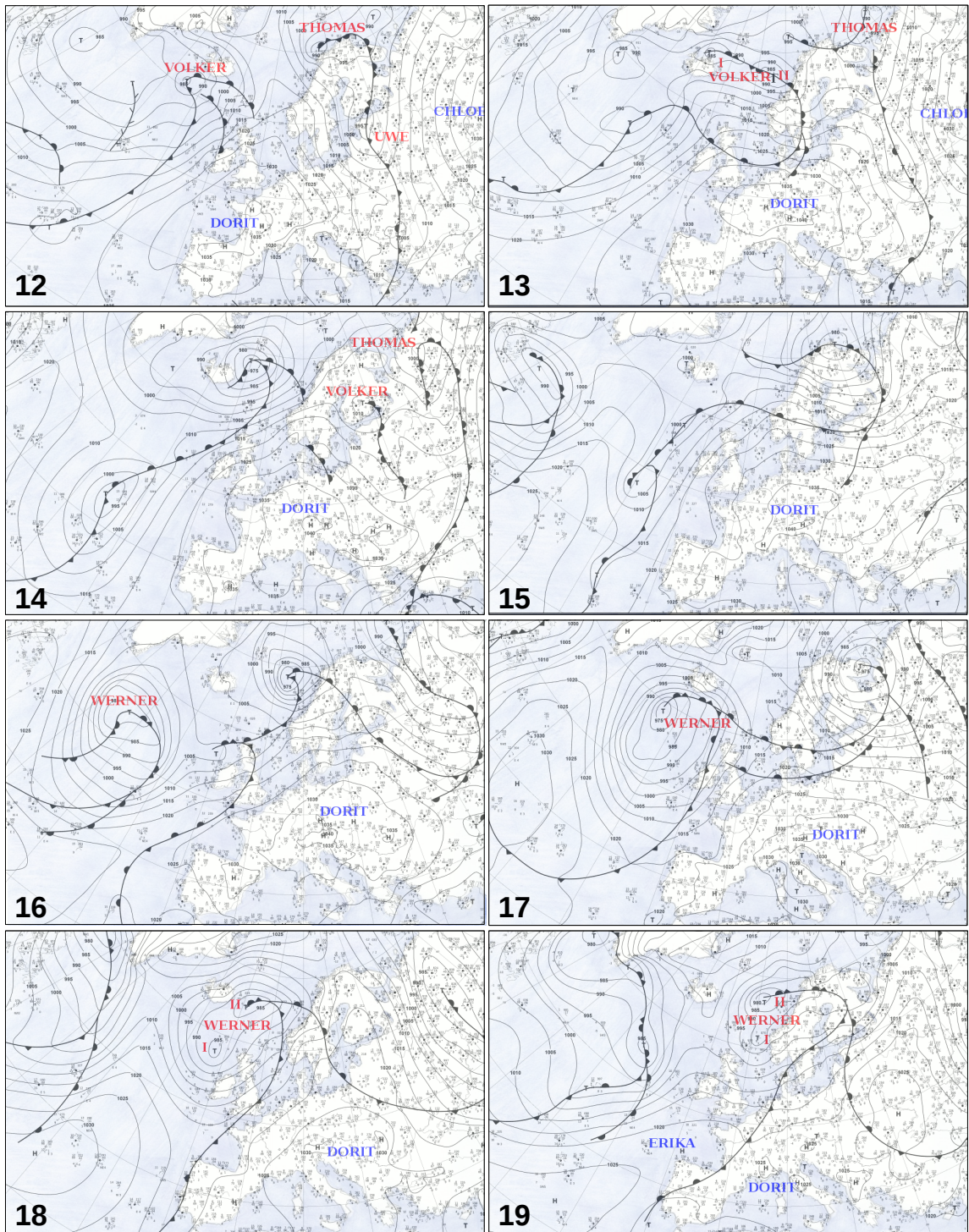
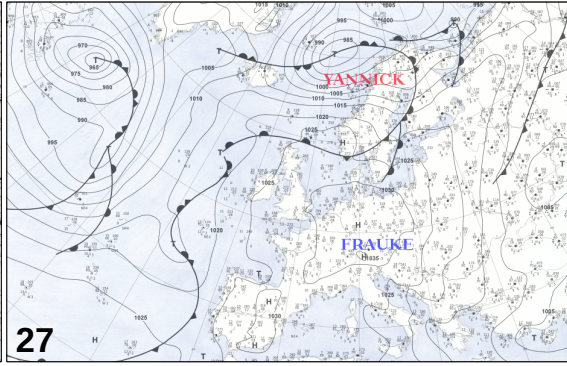
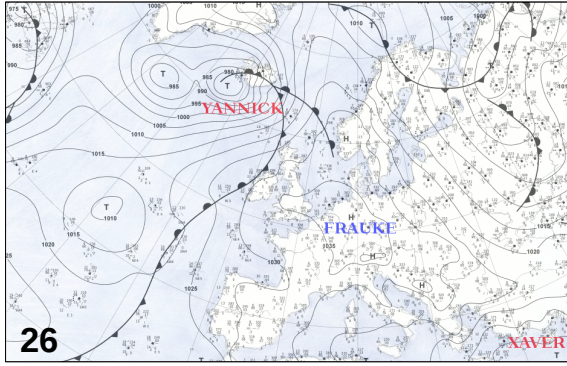
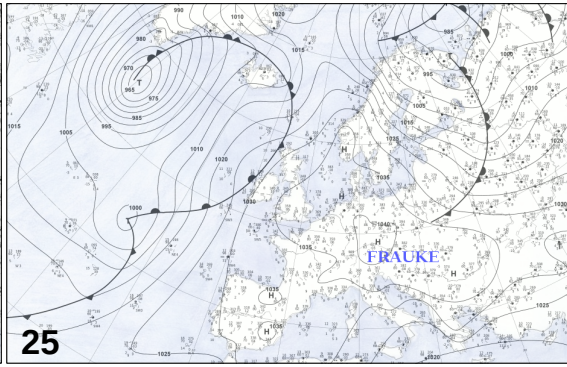
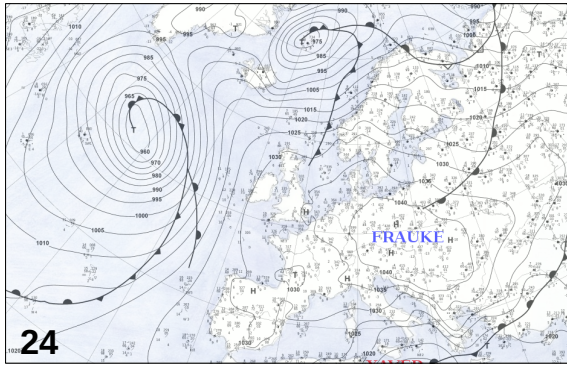
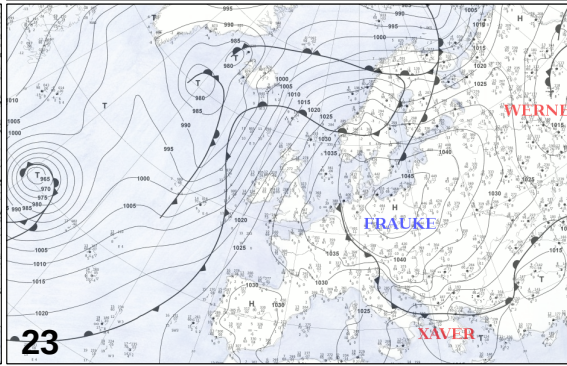
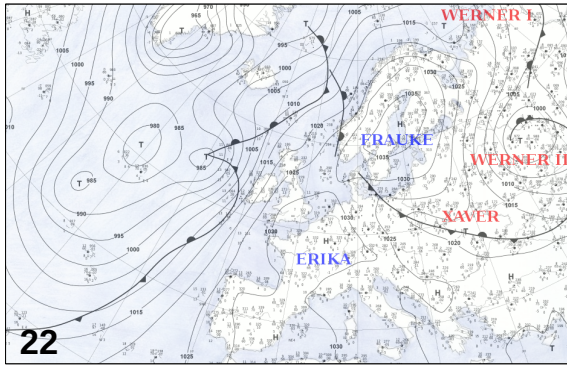
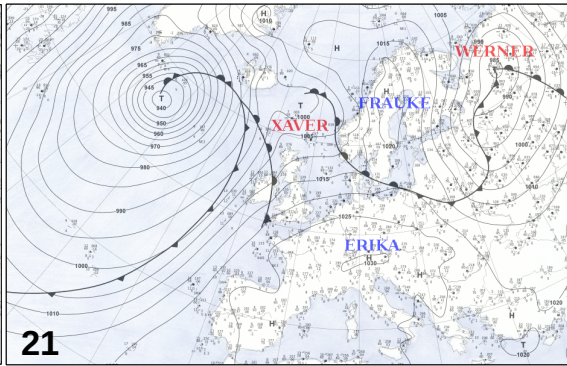
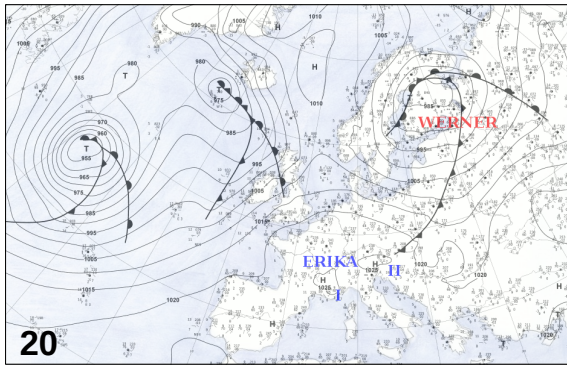


FIGURE A.1 – Extracted from Oke (2002). (a) Cold front. (b) Warm front.







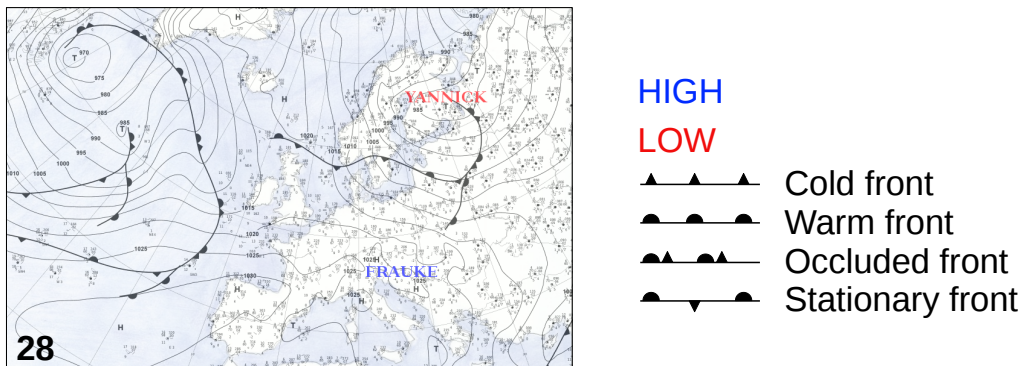


FIGURE A.2 – Sea level pressure maps (reanalyses from the Meteorological Institute of Berlin) over Europe during the whole measurement campaign on February 2019. Each map is taken at midnight of the day labeled in its lower left corner.

## Annexe B

# Profils des quantités turbulentes

Les profils des variances et des principaux flux turbulents ont été présentés et analysés pour certains épisodes catabatiques de la campagne de mesures de février 2019 au fil du manuscrit. L'ensemble des profils des variances des trois composantes de la vitesse, des flux turbulents de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  et de chaleur sensible  $\overline{w'\theta'}$  et  $\overline{u'\theta'}$  se trouvent dans cette annexe.

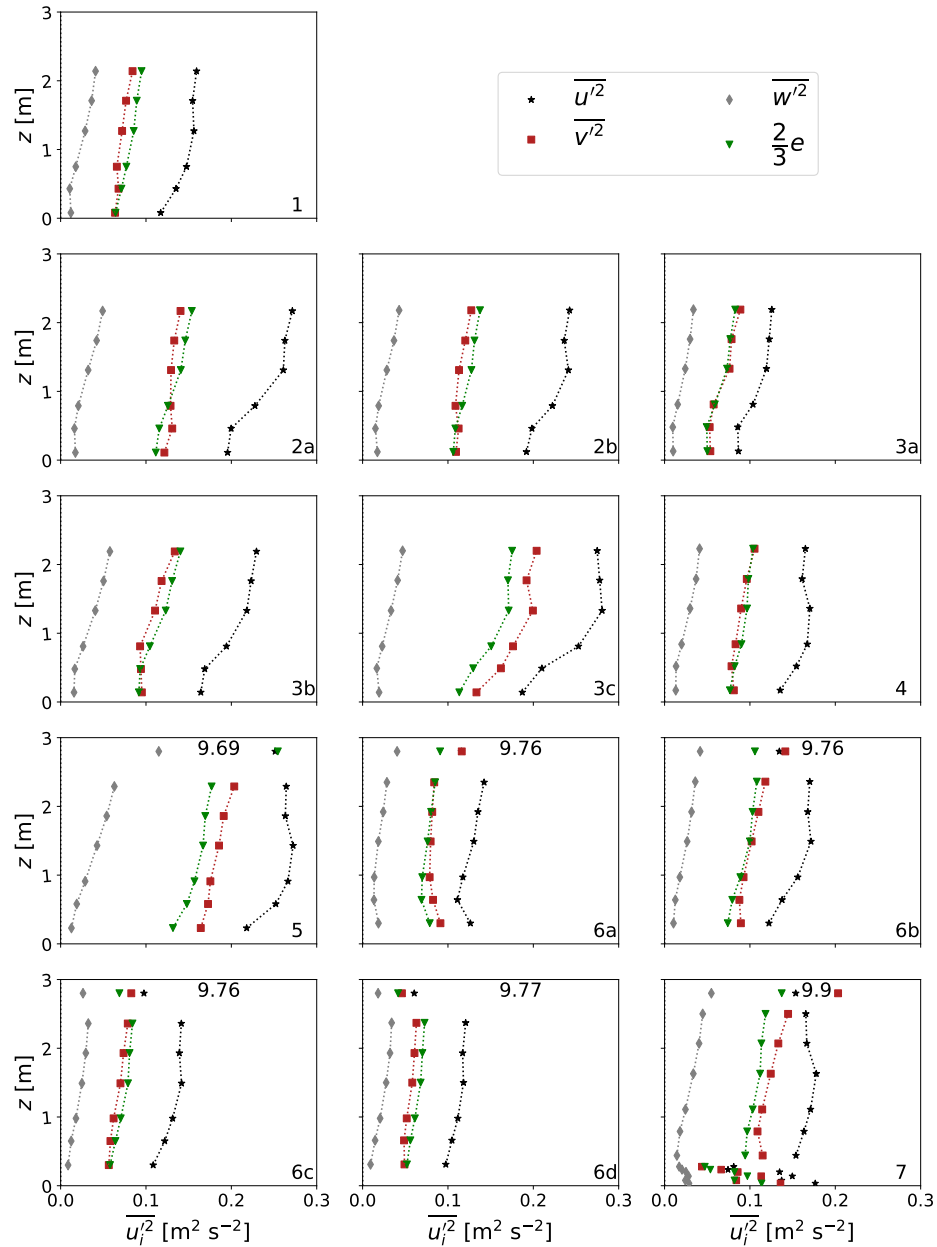


FIGURE B.1 – 3D velocity variances profiles for all katabatic events from the field experiment on February 2019, in the topographic coordinate system. Katabatic events are labeled in the lower right corner of each sub-plot, and are described in Table 3 from Section 3.4.1. Markers added on the last katabatic event correspond to measurements acquired with the 3D pitot-type sensor, in the streamline coordinate system. Numbers in the upper part of sub-plots 5 to 7 are the height of the WindMaster Pro sensor, plotted lower than the real height for readability reasons.

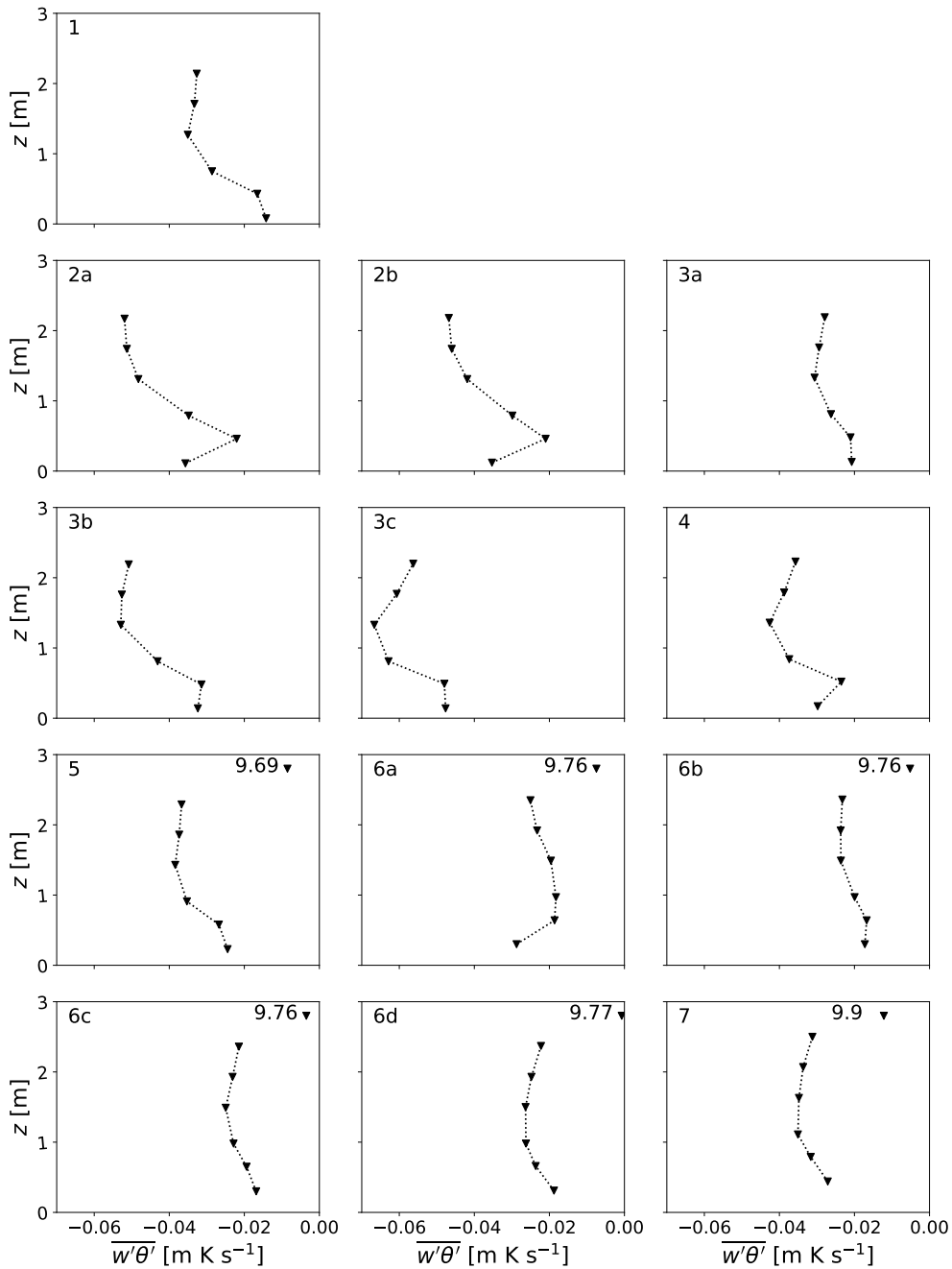


FIGURE B.2 – Turbulent sensible heat flux profiles, in the topographic coordinate system for all katabatic events from the field experiment on February 2019. Numbers in the upper part of subplots 5 to 7 are the height of the WindMaster Pro sensor, plotted lower than the real height for readability reasons.



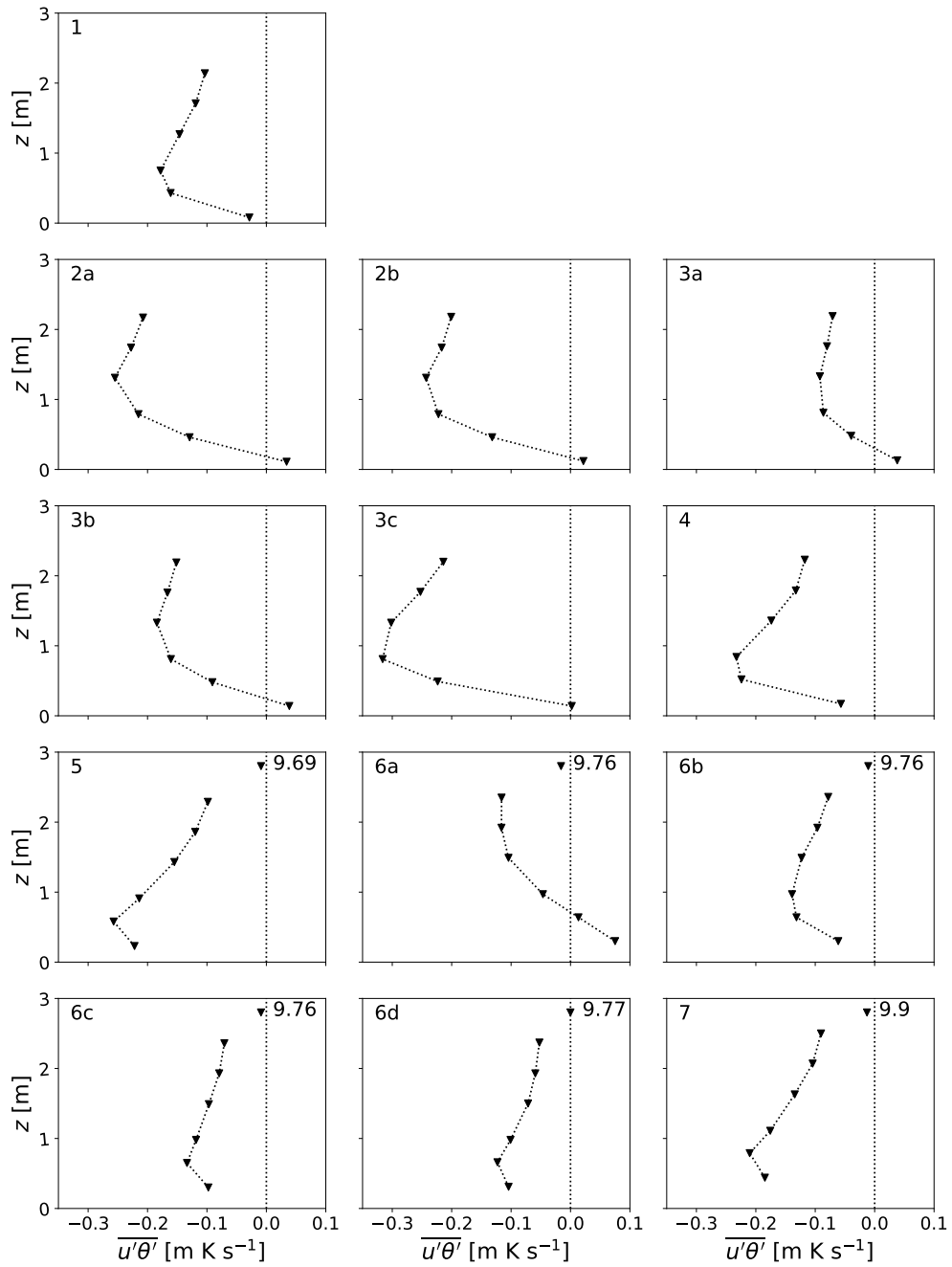


FIGURE B.3 – Same legend than Fig. B.2 for the along-slope turbulent sensible heat flux.

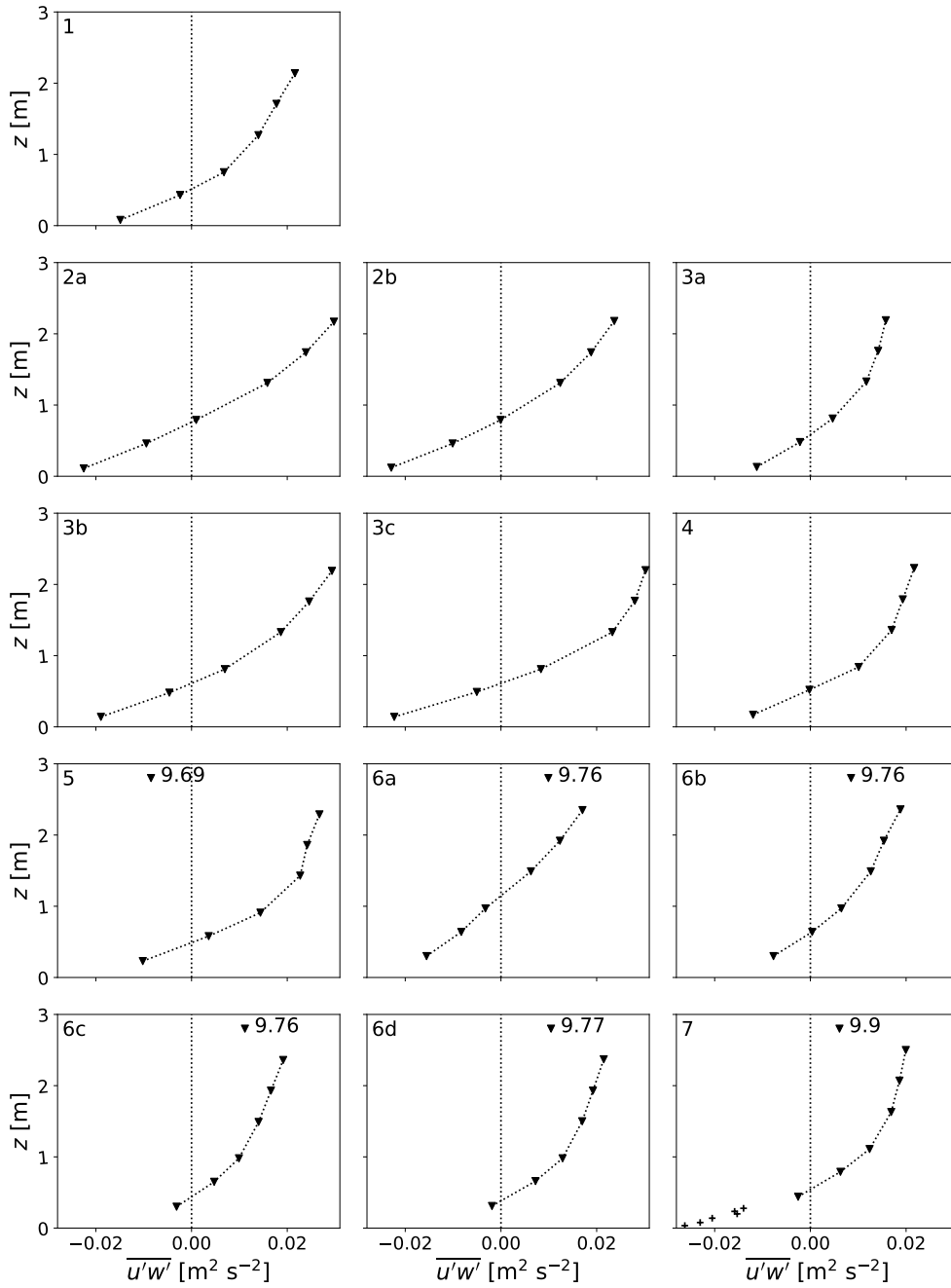


FIGURE B.4 – Same legend than Fig. B.2 for the main turbulent momentum flux  $\overline{u'w'}$ . Markers added on the last katabatic event correspond to measurements acquired with the 3D pitot-type sensor, in the streamline coordinate system.



## Annexe C

# Aperçu des spectres de vitesse et de température sur un profil type et échelles caractéristiques associées

Cette section donne un aperçu du comportement des spectres des trois composantes de la vitesse et de la température pour trois épisodes catabatiques représentatifs, considérés dans le Chapitre 4 : 19 novembre 2012 entre 18 h 30 et 21 h (Fig. C.1), 24 février 2019 entre 5 h et 8 h (Fig. C.2) et 28 février 2019 entre 5 h 30 et 6 h 36 (Fig. C.3). Les spectres sont présentés dans le domaine spatial, pour pouvoir se référer aux lois classiques telles que décrites dans Pope (2000) et y positionner les échelles caractéristiques de la turbulence telles que déterminées dans la Section 3.4.1. Les spectres de température issus des thermocouples ne sont pas présentés, car le temps de réponse de ces capteurs est trop grand pour pouvoir capturer les échelles plus petites que le Hertz (Burns et al., 2012).

L'ensemble des spectres présentés montre une zone inertielle de pente  $-5/3$  telle que décrite dans la Section 2.12. Cette région est d'autant plus développée que la hauteur de mesure augmente. L'essentiel de la zone inertielle est capturée, comme on peut le voir par la proximité entre l'échelle de Taylor et le nombre d'onde de coupure. Pour se situer par rapport aux échelles caractéristiques de la turbulence, le Tableau C.1 donne les échelles intégrales, de Taylor et de Kolmogorov pour les trois épisodes catabatiques considérés.

Pour l'épisode du 28 février 2019, la partie basse du jet est documentée avec les mesures au pitot 3D sur six niveaux (Section 3.4.1). Les séries de mesures résolvent l'ensemble de la zone inertielle et couvrent presque deux décades. La fréquence de mesure élevée ( $f = 1250$  Hz) permet de capturer le début de la région de forte décroissance dans laquelle la dissipation prend le pas sur les autres processus. L'échelle de Kolmogorov n'est pas capturée mais elle n'est située qu'à une seule décade de la fréquence de coupure, ce qui suffit pour calculer explicitement la dissipation (cf. Chapitre 6).

Les spectres normalisés issus des mesures au pitot 3D et celui issu de l'anémométrie sonique à  $z = 44$  cm se superposent parfaitement (Figure 11 de la Section 3.4.1). L'utilisation des anémomètres soniques en dessous de  $z = 1$  m est parfois critiqué. Dans notre cas, les données du pitot 3D permettent de valider l'utilisation des anémomètres soniques aussi bas pour les mesures de vitesse et de flux de quantité de mouvement.

À ma connaissance, il s'agit des premiers spectres réalisés aussi proche de la surface dans une couche limite atmosphérique, à des hauteurs où le volume de mesure des anémomètres soniques ne permet pas d'accéder. En plus de son apport sur les profils de vitesse moyenne et de flux de

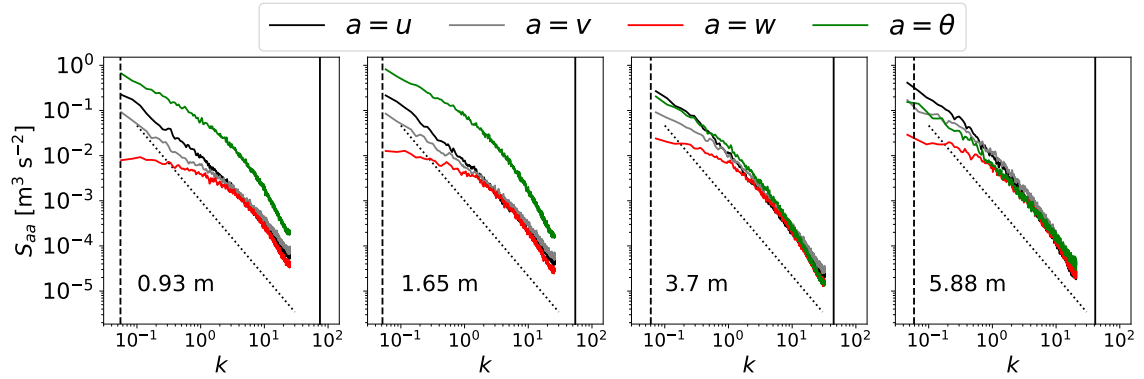


FIGURE C.1 – Spectra of the three components of velocity and of temperature for the katabatic event on November 19<sup>th</sup>, 2012 (18 h 30-21 h). Dotted lines are of slope  $-5/3$ . Vertical dashed and solid lines correspond to the integral scale and the Taylor scale respectively.

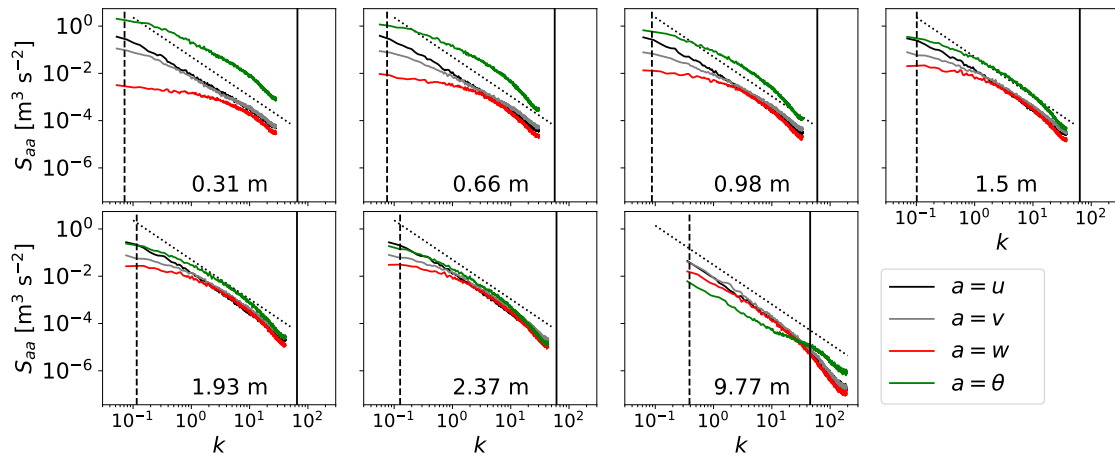


FIGURE C.2 – Same legend than Fig. C.1 for the katabatic event on February 24<sup>th</sup>, 2019 (5 h-8 h), numbered '6d' in Section 3.4.1.

quantité de mouvement (Chapitre 5), le pitot 3D est donc un outil particulièrement performant dans la région interne du jet en termes de caractérisation de la turbulence.

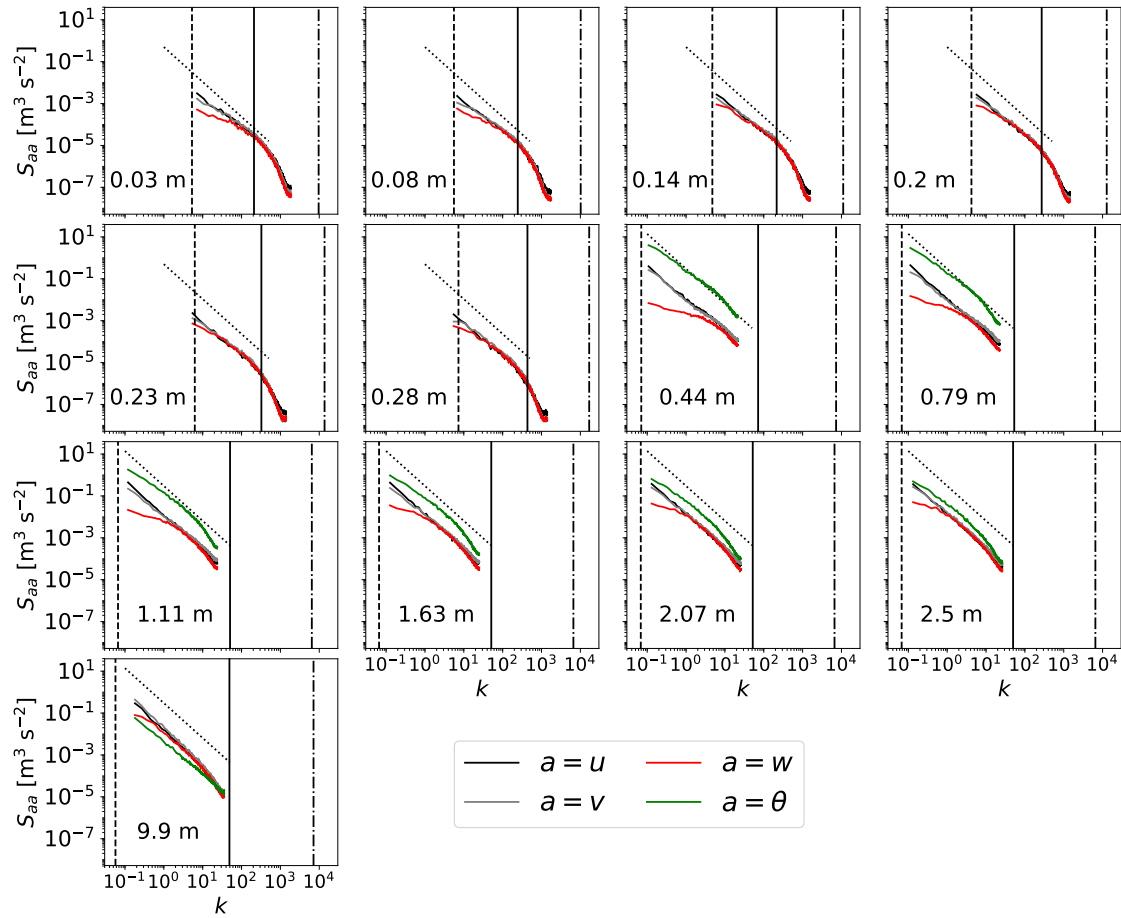


FIGURE C.3 – Same legend than Fig. C.1 for the katabatic event on February 28<sup>th</sup>, 2019 (5 h 30-6 h 36), numbered '7' in Section 3.4.1. The vertical dotted-dashed line on the right of each subplot is the Kolmogorov scale.

Measurement height	Integral scale [m]	Taylor scale [cm]	Kolmogorov scale [mm]
<b>November 19<sup>th</sup>, 2012</b>			
0.93	114	8.4	0.96
1.65	122	11.5	1.08
3.7	104	14	1.08
5.88	107	15.3	1.1
<b>February 24<sup>th</sup>, 2019</b>			
0.31	87	9.5	0.95
0.66	81	11	1.2
0.98	70	10.5	0.98
1.5	61	9.9	0.95
1.93	55	9.7	0.95
2.37	51	10.4	0.98
9.77	14	15.5	1.23
<b>February 28<sup>th</sup>, 2019</b>			
0.03	0.9	1.4	0.37
0.08	1	1.9	0.46
0.14	1.5	2.3	0.49
0.2	1.3	2.9	0.57
0.23	1.1	2.6	0.62
0.28	1.2	3	0.65
0.44	96	9.2	0.86
0.79	103	12.6	0.98
1.11	104	13.3	0.98
1.63	104	13.3	0.95
2.07	101	13.2	0.95
2.5	101	13.9	0.96
9.9	86	14.9	0.88

TABLE C.1 – Characteristic scales for the three katabatic events considered in this Appendix. The maximum wind speed is respectively  $z_j = 1.3, 0.3$  et  $0.4$  m on November 19<sup>th</sup>, 2012, on February 24<sup>th</sup>, 2019 and on February 28<sup>th</sup>, 2019.

## Annexe D

# Données complémentaires : la campagne de mesures d'avril 2015

Une campagne de mesures complémentaire a eu lieu du 7 au 22 avril 2015, au niveau du site principal de mesures des campagnes de 2012 et de 2019 (Site A, Figure 3.1). La surface est recouverte d'un manteau neigeux ( $\sim 1$  m) au début de la campagne de mesures, et fond peu à peu jusqu'à disparaître vers la fin de la période de mesures, probablement à partir du 16 avril suivant un épisode pluvieux.

Le mât d'environ 7 m de haut (Figure D.1) est équipé de quatre anémomètres soniques 3D ( $f = 20$  Hz, trois CSAT3 de Campbell et un WindMasterPro de Gill Instruments) et de trois anémomètres soniques 2D ( $f = 1/60$  Hz, deux WindSonics de Gill Instruments et un WMT700 de Vaisala). En termes de variables météorologiques, trois thermo-hygromètres (CS215 de Campbell), un pyr géomètre (CG4 de Kipp&Zonen) et un radiomètre (CNR1 de Campbell) viennent compléter le tout. Leurs hauteurs au début de la période de mesures sont précisées sur la Figure D.1. Une particularité de l'installation est la proximité entre deux des anémomètres soniques 3D ( $\Delta z = 9$  mm), choisie pour pouvoir estimer un gradient de vitesse précis.

Un premier aperçu du potentiel de cette campagne de mesures est disponible dans les rapports de deux stages de Master (Philibert, 2016; Siedersleben, 2018). Cette annexe a pour but de mettre en avant quelques observations réalisées à partir des résultats de la campagne, et s'appuiera pour cela sur quelques figures extraites de Philibert (2016). La Figure D.2 présente tout d'abord l'évolution temporelle des variables météorologiques (température, vitesse du vent et pression), ainsi que de la stratification ambiante au cours de la période de mesures. À partir de cette figure, Philibert (2016) a sélectionné deux périodes anticycloniques d'intérêt (en vert). La période rouge est mise de côté à cause de la diminution de pression, de la présence de pluie et de la disparition du cycle thermique diurne bien observable sur les périodes vertes. La période bleue est marquée par la présence de nuages qui perturbent l'évolution diurne de la température. Les périodes encadrées en vert (du 11 au 16 avril et à partir du 20 avril 2015) seront donc les périodes à privilégier pour étudier les écoulements catabatiques. Sur ces périodes d'intérêt, on remarque sur les séries temporelles de vitesse du vent une augmentation de la vitesse la nuit pouvant atteindre jusque  $4 \text{ m s}^{-1}$ , signature du vent catabatique. Les 11, 12, 14, 15 et 21 avril, un vent anabatique de l'ordre de  $2 \text{ m s}^{-1}$  semble se mettre en place la journée.

La Figure D.3 montre l'évolution de la vitesse du vent le long du profil  $\bar{u}(z)$  au cours de la nuit du 12 au 13 avril 2015. On y voit des oscillations de la vitesse du vent, avec une période de l'ordre de



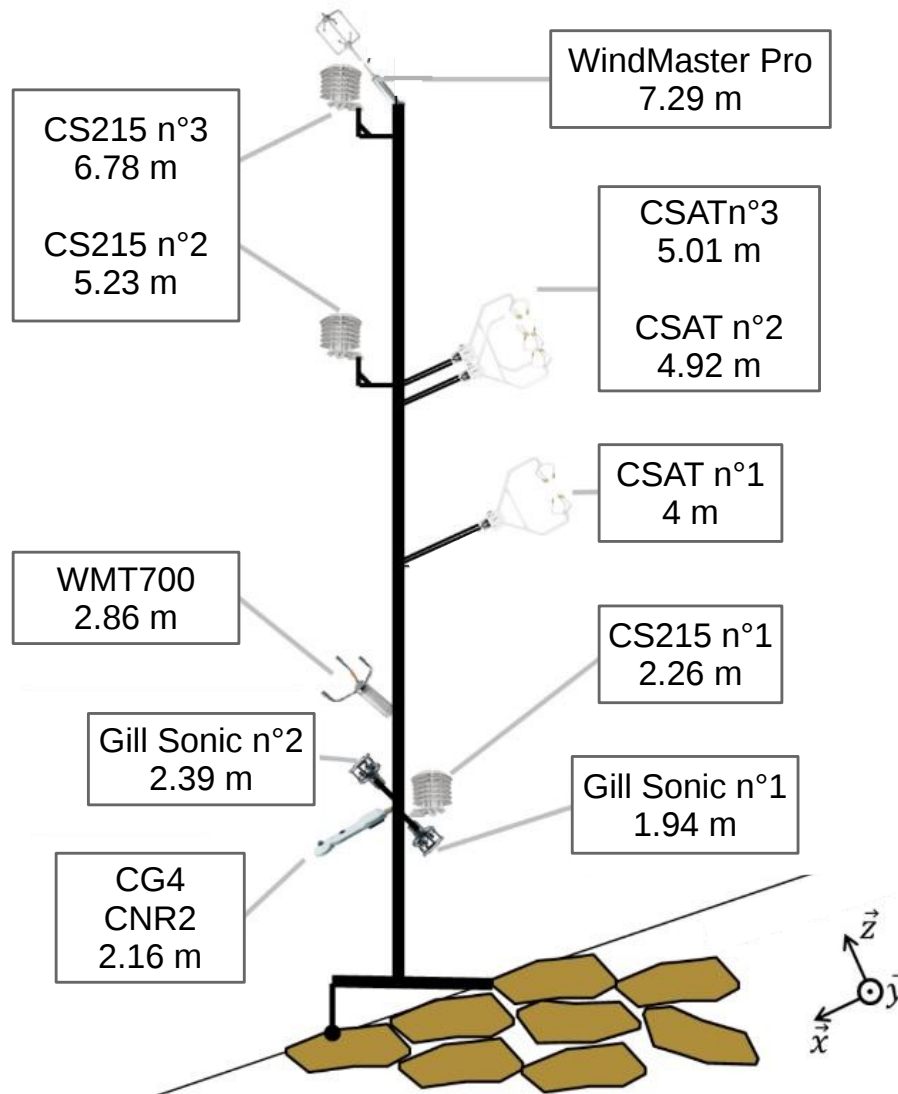


FIGURE D.1 – Measurement mast from the field experiment of April 2015, extracted from Philibert (2016). Sensors heights are provided at the beginning of the measurement period on April 7<sup>th</sup>, 2015.

la demi-heure. Ces oscillations, liées à la stratification ambiante, ont été décrites dans le Chapitre 4.

Enfin, la Figure D.4 présente les spectres des trois composantes de la vitesse pour les quatre niveaux de mesures équipés avec un anémomètre sonique 3D, dans la nuit du 11 au 12 avril 2015. Chacun des spectres présente une zone inertielle bien définie sur environ deux décades pour  $S_u$  et  $S_v$  et sur une décade et demi pour  $S_w$ . Les spectres du WindMaster, situés plus haut dans le jet catabatique, présentent une zone inertielle légèrement plus développée à basse fréquence.

Dans le repère des lignes de courant, le flux turbulent de quantité de mouvement  $\overline{u'w'}$  dans

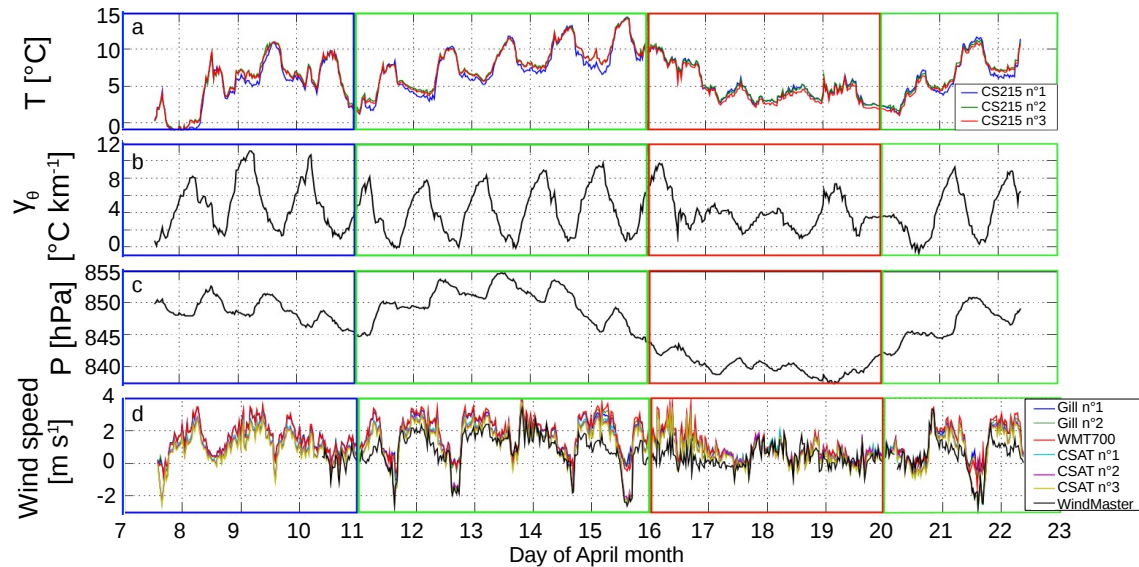


FIGURE D.2 – Extracted from Philibert (2016). (a) Temporal evolution of temperature at the three levels equipped with thermo-hygrometers (CS215, Fig. D.1), during the field experiment from April 7<sup>th</sup> to 22<sup>th</sup>, 2015. (b) Same for ambient stratification, determined from virtual potential temperature gradient between CS215 n°3 and the meteorological station of Grenoble campus. (c) Pressure evolution along the measurement period. (d) Wind speed in the along-slope direction, for the seven sonic anemometers of the measurement mast. Green framed periods are the period of interest. The red and blue framed periods are periods of limited interest.

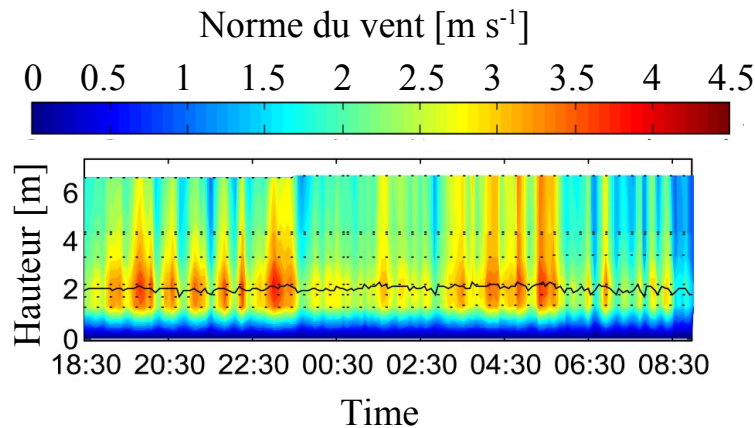


FIGURE D.3 – Extracted from Philibert (2016). Oscillations of wind speed during the night between April 12<sup>th</sup> and 13<sup>th</sup>, 2015. Profiles are computed from a Prandtl fitting model, with constant  $K_m$  coefficients. The black line is the maximum wind velocity height  $z_j$ .

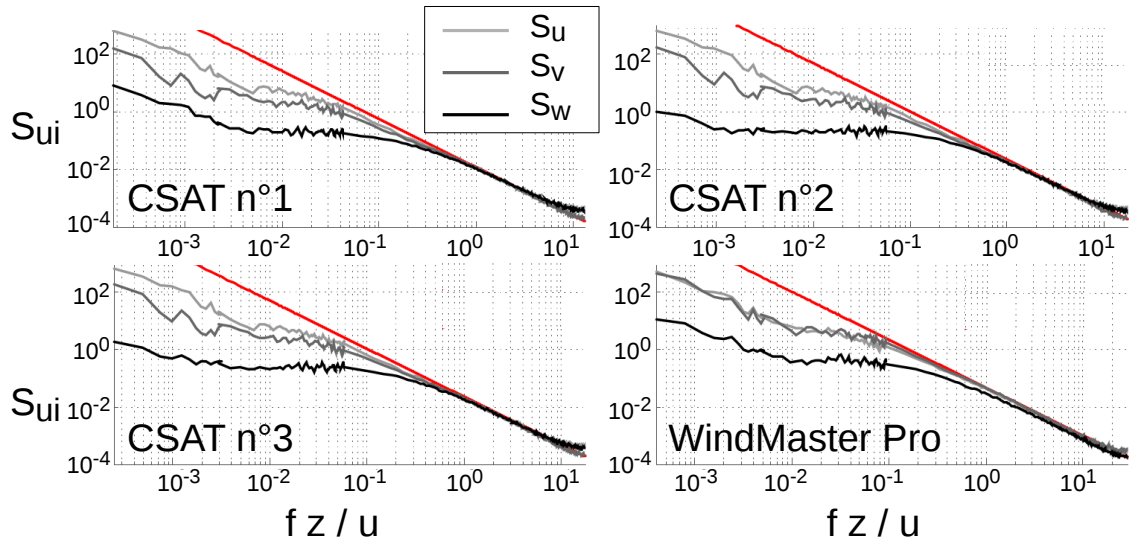


FIGURE D.4 – Extracted from Philibert (2016). Along-slope, transverse et slope-normal velocity spectra for all 3D sonic anemometers during the night on April 11<sup>th</sup>-12<sup>th</sup>, 2015 (20 h-7 h). The red line is of slope  $-5/3$ .

la région externe du jet varie en moyenne entre 0.02 et 0.05  $m^2 s^{-2}$ . Le flux turbulent de chaleur sensible  $\overline{w'\theta'}$  est en moyenne de  $-0.02$  ou  $-0.03$   $m K s^{-1}$ .

Cette série de mesures, qui n'a pas été développée en détails dans ce manuscrit pour se concentrer sur les données de 2012 et de 2019, pourra permettre à l'avenir une analyse spectrale, ainsi qu'une étude de l'anisotropie de la turbulence pour des niveaux de mesures ponctuels en compléments des autres jeux de données. Cette campagne de mesures est complémentaire aux autres, avec notamment des nuits plus courtes et des conditions de refroidissement de la surface modifiées par l'arrivée du printemps.

## Annexe E

### Erratum

La légende de la Figure 9 de Charrondière et al. (2022), présentée en page 64 de ce manuscrit est erronée :

- Les étoiles auxquelles fait référence la légende dont en réalité les 6 points de mesures situés dans la région interne du jet, sous la région grisée.
- Les données acquises à l'aide des anémomètres soniques sont bien issues de l'épisode du 28 février 2019, mais ne comprennent que la partie de l'épisode comprise entre 6h20 et 6h35. Il s'agit du quart d'heure pendant lequel on été acquises les données au pitot 3D.

## Abstract

Katabatic winds are very frequent gravity flows on the Earth's surface, but are still not well understood or modeled, especially when developing on steep slopes. In-situ winter measurements, using a 10 m mast equipped with sonic anemometers and thermocouples on a snow-covered alpine slope of 30°, allow to study the wind speed and temperature profiles as well as the turbulent quantities of these gravity flows. Sensors embedded under a tethered balloon complete the velocity and temperature profiles, and give an estimate of the ambient stratification. This measurement campaign, carried out in February 2019, is unique because it gives access for the first time to slope-normal velocity, and to near-surface velocity measurements at heights as low as 3 cm (using a 3D pitot). These data are complementary to a preliminary measurement campaign conducted in November 2012 on stony soil at the same site, using a 7 m mast. They should allow to progress in the understanding of the turbulent processes in the atmospheric boundary layer in complex relief.

A model for the evolution of integral quantities along the slope, inspired by the scientific literature, is developed from the height-integrated heat and momentum equations. The integral velocity increases according to a power law 1/3 of the distance from the top, until it reaches a maximum value and then decreases. This power law is corrected by a stratification term, non-negligible on steep slopes. The model also allows to estimate the surface heat flux, and its evolution along the slope. Finally, we show an oscillation of the velocity norm over a period of the order of 20 minutes, related to the ambient stratification.

Measurements made with a high frequency (1250 Hz) 3D pitot near the surface show a well-developed logarithmic velocity law between  $z^+ = 300$  and  $z^+ = 3000$ , with a minor correction related to gravity effects. The inner region of the jet is not a constant flux layer, and the use of an analytical model developed in the literature allows to reproduce the behavior of the turbulent momentum flux under the maximum wind speed, consistent with the data. Finally, the inertial subrange of the velocity spectra made from the 3D pitot data is fully resolved.

Furthermore, turbulent measurements within the katabatic jet show that buoyancy can generate turbulence kinetic energy (TKE) in the upper part of the profile, whereas it usually acts as a TKE sink, under thermally stable conditions in the turbulent boundary layers. The 2019 measurement campaign provides access to the data in the coordinate system of the topography: the slope-normal velocity is negative in the lower part of the jet, and becomes positive in the middle of the jet. An analytical model, based on the momentum equation, allows to find slope-normal velocity consistent with the measurements in the lower part of the jet. The data in the topographic coordinate system also allow to estimate some terms of the TKE budget, rarely accessible on steep slopes with in-situ measurements, such as the TKE advection on  $z$ . In addition to the TKE budget, the determination of the shear and buoyancy terms of the turbulent momentum flux budget equation allows us to redefine the stress Richardson number, never used in the katabatic wind literature. This stress Richardson number is a complementary stability parameter to the flux Richardson number defined from the TKE budget. The turbulent fluxes vary with the gradient Richardson number  $Ri$ , with a ratio of turbulent diffusivity to turbulent viscosity varying from almost 1.4 ( $Ri \approx 0$ ) to 0.5 ( $Ri \geq 0.5$ ). A mixing efficiency parameter is introduced, considering the production or consumption of TKE by the turbulent sensible heat flux parallel to the surface.

**Keywords:** katabatic flows, steep alpine slope, turbulence kinetic energy, near-surface turbulence, slope-normal velocity

