



**HAL**  
open science

# Vitesses de mélange et de ségrégation granulaire

Kwami Adem Mayeden

► **To cite this version:**

Kwami Adem Mayeden. Vitesses de mélange et de ségrégation granulaire. Autre [cond-mat.other]. Sorbonne Université, 2022. Français. NNT : 2022SORUS150 . tel-03769450

**HAL Id: tel-03769450**

**<https://theses.hal.science/tel-03769450>**

Submitted on 5 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE DE DOCTORAT SORBONNE UNIVERSITÉ

Spécialité

**Physique et chimie des matériaux**

École doctorale Physique et Chimie des Matériaux

réalisée aux laboratoires

Surface du Verre et Interfaces, UMR 125 CNRS – Saint-Gobain  
Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes, UMR 7636 CNRS -  
ESPCI Paris, Université PSL, Sorbonne Université, Université de Paris  
Institut Jean le Rond d'Alembert, UMR 7190 CNRS – Sorbonne Université

présentée par

**MAYEDEN Kwami Adem**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ**

Sujet de la thèse

**Vitesses de mélange et de ségrégation granulaire**

Soutenance prévue le 12 Avril 2022

devant le jury composé de :

M. Jean-Yves DELENNE	Directeur de recherche, INRAE (IATE)	Rapporteur
M. Bloen METZGER	Chargé de recherche, CNRS (IUSTI)	Rapporteur
M <sup>me</sup> Cathy CASTELAIN	Directrice de recherche, CNRS (LTeN)	Examinatrice
M. Riccardo ARTONI	Directeur de recherche, Université Gustave Eiffel (GPEM)	Examinateur
M <sup>me</sup> Evelyne KOLB	Maîtresse de conférence, Sorbonne Université (PMMH)	Directrice
M. Pierre JOP	Chargé de recherche, CNRS (SVI)	Encadrant
M <sup>me</sup> Stéphanie DEBOEUF	Chargée de recherche, CNRS (IJLRDA)	Invitée
M. William WOELFFEL	Ingénieur de recherche, Saint-Gobain Recherche	Invité



# Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Le milieu granulaire . . . . .	1
1.2	Mélange . . . . .	3
1.2.1	Mélange dans les fluides . . . . .	3
1.2.2	Mélange dans les grains . . . . .	4
1.2.3	Estimation de la qualité du mélange dans les grains . . . . .	7
1.3	Ségrégation par différence de tailles . . . . .	7
1.3.1	Évidences de la ségrégation dans la littérature . . . . .	7
1.3.2	Mécanismes de ségrégation . . . . .	10
1.3.3	Modèles de ségrégation . . . . .	11
1.4	Courants de convection . . . . .	12
1.5	Déplacement d'un intrus dans un milieu granulaire . . . . .	14
1.6	Objectifs de la thèse . . . . .	17
<b>I</b>	<b>3D : Déplacement d'un intrus dans une cuve cylindrique</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>Dispositif et protocoles expérimentaux</b>	<b>21</b>
2.1	Dispositif expérimental . . . . .	22
2.1.1	La cuve . . . . .	22
2.1.2	La tige . . . . .	22
2.1.3	Les particules . . . . .	22
2.1.4	Le système de visualisation . . . . .	23
2.2	Protocoles expérimentaux . . . . .	24
2.2.1	Etude surfacique de la remontée des grandes particules . . . . .	24
2.2.2	Exploration volumique : coupes axiales . . . . .	25
2.2.3	Exploration volumique : coupes transversales . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Etude de la ségrégation à la surface</b>	<b>29</b>
3.1	Couverture de la surface libre en grandes particules $C(t)$ . . . . .	30
3.2	Observations qualitatives . . . . .	30
3.2.1	Allure générale et exploitation de $C(t)$ . . . . .	30
3.2.2	Influence de la vitesse de rotation de la cuve . . . . .	32
3.3	Dynamique de remontée des grandes particules . . . . .	33
3.3.1	Premières remontées de grandes particules à la surface libre . . . . .	34
3.3.2	Dynamique globale de la remontée des grandes particules à la surface . . . . .	38
3.4	Dualité ségrégation par tamisage cinétique - ségrégation par convection . . . . .	42
3.4.1	Méthodologie . . . . .	42

3.4.2	Observations qualitatives . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Mécanismes de mobilisation des grandes particules dans le volume</b>	<b>47</b>
4.1	Trajectoire des grandes particules dans le volume . . . . .	48
4.1.1	Méthodologie . . . . .	48
4.1.2	Exploitation des images dans la reconstitution de la trajectoire des grandes particules . . . . .	49
4.1.3	Influence des propriétés de la tige dans la détermination des trajectoires .	50
4.2	Mobilisation des grandes particules dans la zone centrale . . . . .	52
4.2.1	Mobilité et influence de la profondeur de confinement . . . . .	52
4.2.2	Loi temporelle de mobilisation des grandes particules . . . . .	56
4.2.3	Mécanisme de déplacement des grandes particules . . . . .	57
4.2.4	Vers une unification des mécanismes de remontée dans le voisinage de la tige et dans la zone centrale . . . . .	58
4.3	Champs de déplacement dans le milieu . . . . .	59
4.3.1	Déplacements orthoradiaux $u_{\theta}(r)$ . . . . .	59
4.3.2	Déplacements verticaux $u_z(r)$ . . . . .	62
4.4	Perspective I : champs de déplacement vertical en temps réel dans le milieu . . .	67
4.5	Perspective II : champs de déplacement et ségrégation dans une géométrie sim- plifiée, cas du canal parallélépipédique . . . . .	68
4.5.1	Dispositif I . . . . .	69
4.5.2	Dispositif II . . . . .	73
4.5.3	Dispositif III . . . . .	75
<b>II</b>	<b>2D : Mélange d'un milieu granulaire bidisperse par un intrus</b>	<b>81</b>
<b>5</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>83</b>
5.1	Conception du dispositif expérimental . . . . .	84
5.1.1	Le support . . . . .	85
5.1.2	Les particules . . . . .	85
5.1.3	L'intrus . . . . .	86
5.1.4	Le système de visualisation en temps réel . . . . .	86
5.2	Pilotage de l'intrus . . . . .	88
5.2.1	Mécanisme et algorithme de contrôle de la trajectoire de l'intrus . . . . .	88
5.2.2	Présentation des trajectoires étudiées . . . . .	89
<b>6</b>	<b>Protocole expérimental et méthodes numériques de post-traitement</b>	<b>91</b>
6.1	Protocoles expérimentaux . . . . .	92
6.1.1	Préparation générale d'une expérience typique . . . . .	92
6.1.2	Etude du mélange du milieu granulaire : cycles longs . . . . .	92
6.1.3	Etude de la cinématique du milieu granulaire : cycles courts . . . . .	93
6.2	Méthodes numériques de post-traitement . . . . .	93
6.2.1	Détection de la position des particules . . . . .	93
6.2.2	Suivi des particules et calcul de déplacements . . . . .	99
6.2.3	Évaluation de l'erreur sur le suivi des particules . . . . .	101
6.2.4	Suivi de l'intrus . . . . .	103
<b>7</b>	<b>Etude de la qualité du mélange</b>	<b>105</b>

7.1	Préliminaires . . . . .	106
7.1.1	Paramètres de contrôle du mélange . . . . .	106
7.1.2	Agencement initial des deux populations de particules . . . . .	106
7.1.3	Deux régimes différents . . . . .	108
7.2	Temps courts : dispersion dans la région centrale . . . . .	110
7.2.1	Diamètre de l'intrus . . . . .	110
7.2.2	Paramètre milieu : compacité globale du milieu . . . . .	112
7.2.3	Géométrie de la trajectoire . . . . .	113
7.2.4	Irréversibilité . . . . .	115
7.3	Mélange sur des temps longs . . . . .	118
7.3.1	Régimes de mélange et géométrie de la trajectoire . . . . .	118
7.3.2	Diffusion en périphérie et taille de l'intrus . . . . .	120
7.3.3	Diffusion en périphérie et compacité du milieu . . . . .	122
7.3.4	Diffusion en périphérie et irréversibilité . . . . .	123
7.4	Importance de l'échelle d'observation dans l'estimation de la qualité du mélange . . . . .	127
7.4.1	Méthodologie . . . . .	127
7.4.2	Qualité du mélange et échelle d'observation . . . . .	127
7.4.3	Qualité en fin de mélange en fonction des variables expérimentales . . . . .	128
<b>8</b>	<b>Origine de la dispersion : cinématique du milieu granulaire</b>	<b>133</b>
8.1	Choix d'une échelle spatiale de moyennage des champs discrets . . . . .	134
8.1.1	Méthodologie . . . . .	134
8.1.2	Observations qualitatives . . . . .	135
8.1.3	Profils de déplacement . . . . .	137
8.2	Choix d'une échelle temporelle de moyennage des champs discrets . . . . .	139
8.2.1	Méthodologie . . . . .	139
8.2.2	Profils de déplacement . . . . .	140
8.3	Portée des écoulements . . . . .	143
8.3.1	Methodologie . . . . .	143
8.3.2	Portée et taille de l'intrus . . . . .	143
8.3.3	Portée et compacité globale du milieu . . . . .	146
8.4	Profils de déplacement . . . . .	149
8.4.1	Déplacement axial $\hat{u}_y(x = 0, y > 0)$ en amont de l'intrus . . . . .	149
8.4.2	Déplacement axial $\hat{u}_y(x = 0, y < 0)$ en aval de l'intrus . . . . .	149
8.4.3	Déplacement axiaux à droite $\hat{u}_y(x > 0, y = 0)$ et à gauche $\hat{u}_y(x < 0, y = 0)$ de l'intrus . . . . .	151
	<b>Conclusion</b>	<b>157</b>
	<b>Annexes</b>	<b>161</b>
<b>A</b>	<b>Dispositif expérimental 2D</b>	<b>163</b>
A.1	Fiche technique de la caméra . . . . .	164
A.2	Fiche technique de l'objectif . . . . .	165
<b>B</b>	<b>Script Python de détection de la position des particules</b>	<b>167</b>
<b>C</b>	<b>Profils de déplacement transversaux</b>	<b>173</b>
C.1	Influence de l'échelle spatiale de moyennage . . . . .	173

C.2 Influence de l'échelle temporelle de moyennage . . . . .	173
<b>Liste des références</b>	<b>177</b>

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Le milieu granulaire

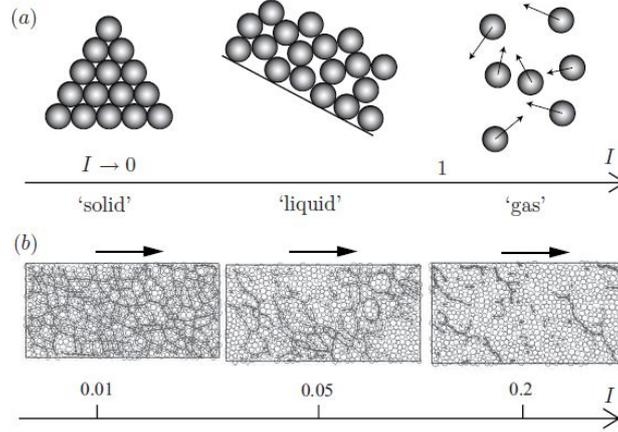
Par milieu granulaire, on fait référence dans ce travail à une collection de particules solides macroscopiques dont la taille est typiquement supérieure à  $100 \mu\text{m}$  [1, 2], interagissant principalement par friction et par collision. Ainsi défini, le milieu granulaire englobe d'emblée une vaste étendue d'entités allant des céréales aux matériaux de construction en passant par les granulés dans l'industrie chimique. De façon quantitative, Duran [3] relève d'ailleurs que la matière en grains est la matière la plus utilisée dans l'industrie après l'eau. Au-delà du domaine industriel, son ubiquité autour de nous, au quotidien, est indéniable : on en trouve sur la plage, dans les dunes, dans les avalanches rocheuses et même dans les paysages martiens [4]. Malgré cette omniprésence, la science exacte de l'exploitation optimale du milieu granulaire présente toujours des zones d'ombre. Cette difficulté d'exploitation est une conséquence immédiate de la difficulté à comprendre amplement les propriétés de ce milieu qui admet une variété de comportements rhéologiques. Andreotti *et al.* [1] établissent une liste des principales difficultés rencontrées dans l'étude de ce matériau. Entre autres, on peut mentionner :

- Le grand nombre de particules : de petites portions de matière granulaire contiennent une quantité considérable de particules. Ainsi, même en employant les techniques les plus modernes de simulation, les calculs peuvent s'avérer très coûteux en ressources et en temps
- Les fluctuations thermiques sont négligeables : contrairement aux liquides et aux gaz dans lesquels l'agitation thermique permet d'atteindre un équilibre, les milieux granulaires sont composés de particules de tailles trop importantes pour être soumises au mouvement brownien. La dérivation de quantités macroscopiques à partir d'observations microscopiques est donc difficile
- Les interactions complexes entre les particules : entre deux particules isolées, la physique des forces de contact est complexe et non-linéaire. Dans un ensemble de particules dans un milieu ambiant, l'ajout des forces de friction et de la viscosité effective complexifie d'autant plus l'étude

Une autre caractéristique non négligeable du milieu granulaire est son existence sous plusieurs états physiques. Il peut en effet se présenter sous forme solide (tas dans un silo), liquide (écoulement de sable) ou gazeux (quand il est fortement agité) rendant difficile l'établissement de lois unifiées. On peut néanmoins caractériser le régime d'écoulement du milieu granulaire par son nombre inertiel [5, 6]  $I$  défini par l'équation 1.1 où  $\dot{\gamma}$  et  $P$  sont respectivement le taux de cisaillement et la pression dans le milieu, et  $d$  et  $\rho$  respectivement le diamètre et la masse volumique des particules. Ce nombre inertiel traduit en réalité le ratio entre un temps microscopique de réarrangement des particules lié à la gravité et un temps macroscopique lié au taux de cisaille-

ment. En tant que tel, sa limite basse correspond à un état solide plastique tandis que sa limite haute caractérise davantage un comportement gazeux (figure 1.1).

$$I = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{P/\rho}} \quad (1.1)$$



**Figure 1.1** Classification des régimes d'écoulement en fonction du nombre inertiel (réseaux de chaînes de forces en (b)) [1].

Ce nombre inertiel est aussi à la base de l'établissement d'une grande partie des lois rhéologiques régissant le milieu granulaire. Jop *et al.* [7] l'utilisent dans une approche visco-plastique pour décrire une loi constitutive pour les milieux denses. Sous l'hypothèse d'incompressibilité, le milieu granulaire est assimilé à un fluide à seuil et le tenseur de contraintes est donné par l'équation 1.2 où  $\dot{\gamma}_{ij}$  est le tenseur de taux de déformation,  $|\dot{\gamma}|$  son second invariant,  $P$  une pression isotrope et  $\eta(|\dot{\gamma}|, P)$  une viscosité effective dépendant du coefficient de friction  $\mu(I)$ . Ce modèle capture bien la dynamique complexe de l'écoulement de grains entre deux parois. Il a été aussi utilisé pour étudier la cinématique du milieu granulaire dans des configurations courantes de la littérature.

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad \text{et} \quad \tau_{ij} = \eta(|\dot{\gamma}|, P)\dot{\gamma}_{ij} \quad \text{et} \quad \eta(|\dot{\gamma}|, P) = \frac{\mu(I)P}{|\dot{\gamma}|} \quad (1.2)$$

---

L'usage de ce nombre inertiel pour décrire les propriétés cinématiques et rhéologiques du milieu granulaire est discuté amplement par le Groupement de Recherche de Milieux Divisés [8]. Y sont abordées les six configurations les plus étudiées dans la littérature granulaire : les écoulements confinés (cisaillement plan, Couette annulaire, silos) et les écoulements à surface libre (plan incliné, tas, tambour tournant). Cette étude montre une variété de comportements dans le milieu granulaire et si la rhéologie  $\mu(I)$  réussit par exemple à décrire les écoulements confinés, elle est moins apte à expliquer la riche phénoménologie des écoulements à surface libre qui motivent plutôt des modèles de rhéologie non-locale [9]. Il en ressort globalement qu'une loi universelle et unifiée reste encore à trouver pour les granulaires surtout dans des configurations d'écoulement plus réalistes d'un point de vue industriel.

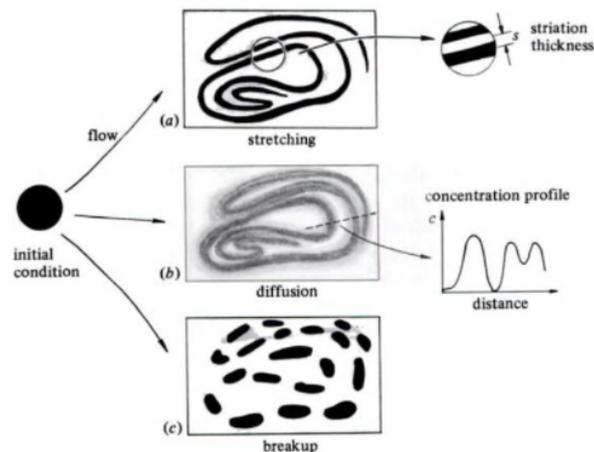
---

## 1.2 Mélange

Que ce soit dans la fabrication de fertilisants, de céramiques, de plastiques ou de détergents...etc, de nombreuses applications industrielles font intervenir une étape de mélange de façon à obtenir un milieu homogène à partir de deux ou de plusieurs populations différentes. Chez Saint-Gobain par exemple, la question du mélange de granulaires est préminente lors de la conception du verre, de meules abrasives, ou de bétons. Malgré les nombreux travaux réalisés ces dernières années, les connaissances sur le mélange dans les granulaires sont moins avancées que celles sur le mélange dans les fluides [10].

### 1.2.1 Mélange dans les fluides

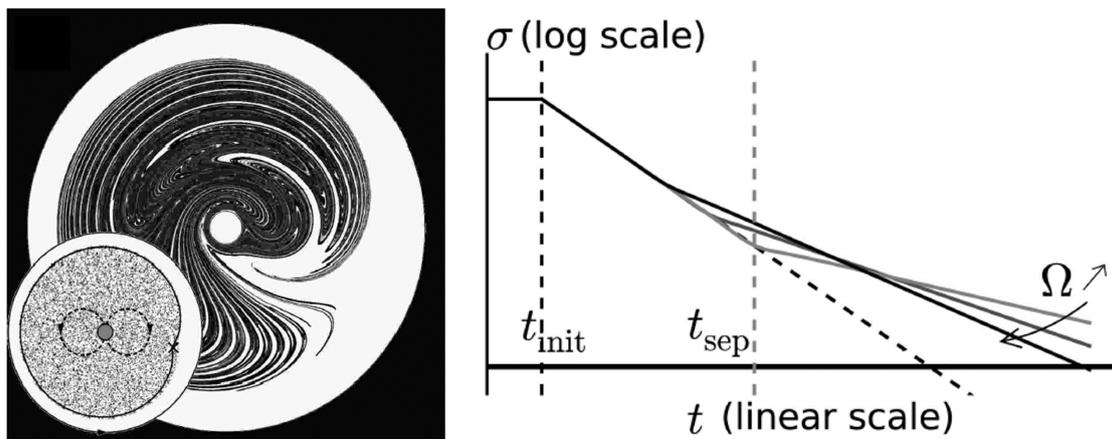
Dans un fluide au repos par exemple, contenant un filet de colorant, le mélange procède par diffusion. A la frontière entre le filet et le reste du fluide, la différence de concentration entraîne un phénomène diffusif afin d'annuler le gradient. Ce phénomène diffusif à lui seul n'est néanmoins pas très efficace en termes de mélange. Ce dernier peut être amélioré en réalisant des transports de matière à grandes échelles [11] qui entraînent un processus de *stretching and folding* (étirement et repliement) des filaments fluides [12, 13]. Le *stretching* correspond à une élongation des interfaces tandis que le *folding* est le processus par lequel le filament fluide se replie continuellement sur lui-même de sorte à occuper une région finie de l'espace [11]. Suivant une telle description, Ottino [13] propose une description de l'état du mélange par l'épaisseur  $s$  des filaments fluides (figure 1.2) qui décroît de façon exponentielle avec le temps. Par ailleurs, le rôle du transport par rapport à la diffusion est classiquement évalué par le nombre de Péclet  $Pe$  qui est en pratique très grand dans les fluides.  $Pe = \frac{LU}{D}$  où  $L$  est une longueur caractéristique,  $U$  une vitesse caractéristique et  $D$ , le coefficient de diffusion. Dans le cas spécifique de l'écoulement autour d'une pale, on peut définir un cisaillement caractéristique  $\dot{\gamma}$ , ainsi  $Pe = \frac{L^2\dot{\gamma}}{D}$ .



**Figure 1.2** Mécanismes de base de mélange dans les fluides [13].

Cette décroissance exponentielle a été aussi mise en évidence dans d'autres configurations en utilisant la variance de concentration  $\sigma$  dans le milieu comme mesure de l'état du mélange. Goullart *et al.* [14], en mélangeant une goutte de colorant dans un fluide à l'aide d'une trajectoire en 8 (figure 1.3a) montrent que la variance décroît de façon exponentielle si on met la cellule de mélange en rotation en même temps que l'intrus mélangeur. Néanmoins, une zone non mélangée persiste au voisinage des parois de la cellule. Trois régimes principaux sont mis en évidence dans la décroissance exponentielle (figure 1.3b). Le premier régime ( $\leq t_{init}$ ) est régi par l'étirement des

filaments dans le centre de la cuve et est invariable quelle que soit la vitesse de rotation de la cuve. Dans le deuxième régime ( $[t_{init}, t_{sep}]$ ), des filaments arrivent à la limite entre la zone mélangée et la zone non-mélangée, une interface commence à se former. Et le troisième régime ( $\geq t_{sep}$ ) moins rapide que le deuxième, est régi par la diffusion à l'interface entre les zones mélangée et non-mélangée. Par ailleurs, en suivant une particule fluide dans le milieu, les auteurs démontrent qu'elle se dirige aussi, de façon exponentielle, vers cette interface avec un temps caractéristique proportionnel à la période de rotation de la cellule. Une étude précédente avait montré que l'absence de rotation de la cellule de mélange conduisait plutôt à un déplacement de la particule fluide vers l'interface en loi de puissance ( $\sim \frac{1}{t}$ ) [15]. On pourrait imaginer une étude similaire dans les granulaires en vue de confronter les résultats à ceux mis en évidence dans les fluides.



**a** Image du milieu fluide mélangé **b** Evolution de l'écart-type de concentration en fonction du temps

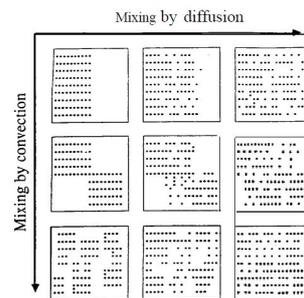
**Figure 1.3** Illustration du mélange d'un colorant dans un fluide à l'aide d'un intrus effectuant une trajectoire en 8 [14]. La rotation de la cellule entraîne la création d'une région non mélangée (blanche) dans le voisinage de la paroi et la variance  $\sigma$  en concentration décroît de façon exponentielle avec le temps selon 3 grands régimes.

## 1.2.2 Mélange dans les grains

Lacey [16] relève deux différences fondamentales entre le mélange dans les fluides et le mélange dans les grains. En premier, le caractère moléculaire des particules dans un fluide fait que les échantillonnages sont représentatifs quelle que soit la taille, car ils contiennent des millions de particules. A l'opposé, la granularité observable dans les grains entraîne une grande dépendance vis-à-vis de l'échelle de prélèvement (d'observation). La seconde différence réside dans la mobilité intrinsèque des particules dans les fluides qui peuvent se déplacer naturellement par diffusion, facilitant le mélange tandis que dans les grains, un apport d'énergie externe est nécessaire pour mettre les particules en mouvement.

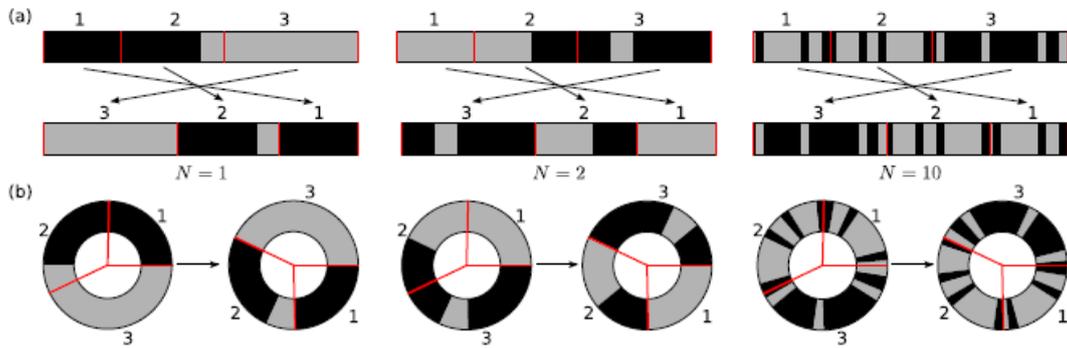
Lacey [17] et Poux *et al.* [18] recensent trois mécanismes possibles de mélange dans les matériaux granulaires : la convection, la diffusion et le cisaillement (figure 1.4). Le mélange convectif est identifié comme celui par lequel des groupes adjacents de particules sont transportés d'une région à une autre de façon collective ; la diffusion quant à elle, représente le déplacement individuel des particules et le mélange par cisaillement englobe les glissements de plans de particules dans tout le volume. Dans une description moderne, le premier mécanisme peut être identifié à la dispersion du type *cutting-and-shuffling* (expliqué plus bas) tandis que les deux derniers mécanismes sont

assimilables à de la diffusion et à des écoulements plus réguliers. Le caractère convectif du mélange est mis en avant par les travaux de Bagster et Bridgwater [19] dans l'écoulement d'un milieu granulaire au dessus d'une plaque immergée. En général, ce type de mélange est celui qui se met en place de façon prédominante dans les systèmes mélangés à l'aide d'un intrus (une pale par exemple) [20] ou dans un tambour tournant [21].



**Figure 1.4** Illustration des deux grands modes de mélange - par convection et par diffusion [18]

De façon vulgarisée, le *cutting-and-shuffling* (*CAS*) pourrait être assimilé à un mélange de cartes dans une partie de poker : le paquet général de cartes reste le même mais des petits paquets sont coupés (*cutting*) et déplacés ici et là aléatoirement (*shuffle*) pour former une nouvelle configuration. Mathématiquement, ce déplacement d'ensemble d'une petite portion de cartes est une isométrie (la distance entre les points images est la même qu'entre les antécédents correspondants). Dans un espace 1D, de manière abstraite, le CAS correspond à découper un domaine  $D$  en petits morceaux et à les réarranger et rassembler ensuite pour retrouver le domaine original  $D$ . Dans les granulaires, les spécificités de cette opération sont que pour chaque portion déplacée et réarrangée, les distances sont conservées (pas de déformation i.e. isométrie) et l'opération de déplacement et de réarrangement est différente pour chaque portion (en anglais «*piecewise*») (figure 1.5). La théorie mathématique utilisée pour décrire cette opération porte ainsi le nom de «*piecewise isometry (PWI)*» qui est un domaine relativement récent des mathématiques [22–24]. Juarez *et al.* [21] montrent que le mécanisme PWI ne dépend pas de la rhéologie ou du modèle constitutif du matériau granulaire. Il est purement cinématique, dépendant uniquement de la géométrie de mouvement du matériau. Il aboutit à des vitesses de mélange évoluant suivant une fonction polynomiale du nombre de cycles tandis que le mécanisme classique de *stretching and folding* dans les fluides donne lieu à une vitesse de mélange exponentielle [21].



**Figure 1.5** Exemples de cutting-and-shuffling sur un domaine linéaire (a) et un domaine circulaire (b) [25] : les lignes de découpage sont illustrées en rouge. Le domaine initialement composé d'une section noire et d'une section grise est découpé à chaque itération en 3 parties qui sont ensuite réarrangées suivant une permutation 321. Après 10 itérations, les parties grises et noires sont mieux mélangées.

En ce qui concerne la diffusion pour les granulaires, un modèle est proposé dans [17] et est similaire à un modèle diffusif dans les fluides. Ce modèle est décrit par la loi de Fick (équation 1.3) où  $C$  est la concentration en particule,  $t$  le temps,  $x$  la direction de diffusion et  $D$  le coefficient de diffusion.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1.3)$$

A travers l'étude expérimentale de particules non sphériques, Cartensen *et al.* [26] montrent que cette modélisation est fonctionnelle lorsque les particules à mélanger ont des tailles identiques. La prise en compte de la convection passe par l'ajout d'un terme convectif à l'équation 1.3. Une complexité de la modélisation par cette équation réside dans la détermination du coefficient de diffusion dans les grains. Des expressions de ce coefficient ont été proposées dans la littérature, déterminées souvent empiriquement. Il en ressort une forte dépendance vis-à-vis du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  [27, 28]. Wandersmann *et al.* [29] démontrent aussi que dans une configuration tridimensionnelle,  $D$  varie inversement à la pression. Utter et Behringer [28] utilisent une simulation basée sur l'hypothèse d'une marche aléatoire pour établir un coefficient de diffusion sous la forme  $D \approx \dot{\gamma} a^2$  où  $a$  représente la taille d'une particule. Cette forme de  $D$  est confirmée par les simulations discrètes de Fan *et al.* [30] d'écoulements sur plan incliné. Kharel et Rognon [31] proposent une expression différente pour prendre en compte la formation des vortex dans le milieu soit  $D \approx \dot{\gamma} a^2 l$  où  $l$  est la taille typique des vortex.

---

Néanmoins, que ce soit pour le *cutting-and-shuffling* ou pour la diffusion, les études ont été majoritairement dédiées aux configurations de mélange en tambour tournant [21, 32, 33] ou réalisées par simulation numérique : les mécanismes de mélange dans d'autres configurations ont été peu étudiés notamment les configurations industrielles plus réalistes (pale enfouie dans une cuve par exemple). De plus, la compréhension de base des phénomènes dispersifs de deux populations différentes dans le plan reste toutefois moins abordée et pourrait apporter un éclairage nouveau sur les dynamiques, généralisables en 3D.

---

### 1.2.3 Estimation de la qualité du mélange dans les grains

La question de l'estimation de la qualité du mélange reste aussi largement débattue. Une méthode courante consiste à effectuer une série de prélèvements et à y calculer la concentration d'un constituant  $X$ . L'écart-type  $\sigma$  sur la concentration est considéré comme un estimateur de la qualité du mélange. Cette méthode n'est pas parfaite et Williams [34] est probablement l'un des premiers à rappeler les points de vigilance au sujet de son utilisation. Il estime notamment que du fait de la complexité du milieu, il est peu probable qu'un seul scalaire comme  $\sigma$  en donne une image fidèle et complète. Par ailleurs,  $\sigma$  est très dépendante de la taille du prélèvement et peut varier de façon notable en fonction de l'échelle à laquelle le milieu est observé. Dans l'industrie, on recherche souvent un mélange dans lequel les particules sont aléatoirement arrangées : pour Lacey [17], c'est un mélange qui est tel que la probabilité d'être en un lieu donné est la même pour chaque particule. L'auteur présente par ailleurs, dans cette étude, d'autres mesures statistiques pour estimer la qualité d'un tel système arrangé aléatoirement. Poux *et al.* [18] présentent aussi d'autres méthodes d'estimation mais l'écart-type sur la concentration reste le plus accessible et le plus utilisé industriellement au vu de sa simplicité.

---

Lors du mélange, l'obtention d'un milieu homogène peut être ralenti ou parasité par une multitude de phénomènes physiques [18]. La présence d'humidité et les charges électrostatiques peuvent par exemple entraîner une agglomération des particules. Il peut également se produire une séparation des particules [35] par différences de forme, de densité, d'angularité ... etc [36–38]. Mais celle qui est la plus répandue est sans doute la ségrégation par différence de tailles [39–41].

---

## 1.3 Ségrégation par différence de tailles

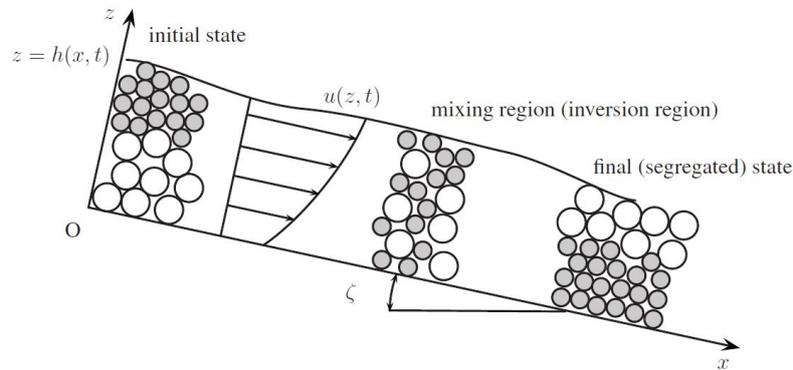
### 1.3.1 Évidences de la ségrégation dans la littérature

La ségrégation n'est pas un phénomène limité à quelques configurations d'écoulement seulement. Quasiment tout milieu constitué d'une population polydisperse de grains est susceptible de ségréger. On constate en général que les grandes particules remontent en surface sous l'effet d'un cisaillement, d'une vibration, d'un écoulement... etc.

#### Sur un plan incliné

Sur un plan incliné rugueux, Savage et Lun [42], en faisant écouler un milieu composé de grandes billes (1.4–1.8 mm) et de petites billes (0.8–1.0 mm) observent une stratification du milieu avec les grandes particules en haut et les petites en bas. La stratification est telle qu'il est possible d'utiliser le dispositif comme un tamis pour récupérer uniquement les grandes particules ou les petites particules en fonction de la profondeur à laquelle on se place [43]. Dolgumina *et al.* [44,45], dans la même configuration du plan incliné font des observations similaires et proposent un modèle analytique pour évaluer la vitesse de déplacement transversal des particules prises individuellement. Expérimentalement, Wiederseiner *et al.* [46] (figure 1.6) mettent également en évidence la ségrégation avec une population bisperse et un ratio de tailles de particules de 2 dans un canal quasi 2D. Le milieu initialement composé de la couche de petites au dessus de la couche de grandes particules se réarrange de façon continue le long du plan incliné pour donner lieu à une inversion de stratification en fin de course. A l'aide d'images acquises sur les parois, ils vérifient que le mécanisme peut être modélisé par une loi dérivée de l'équation de

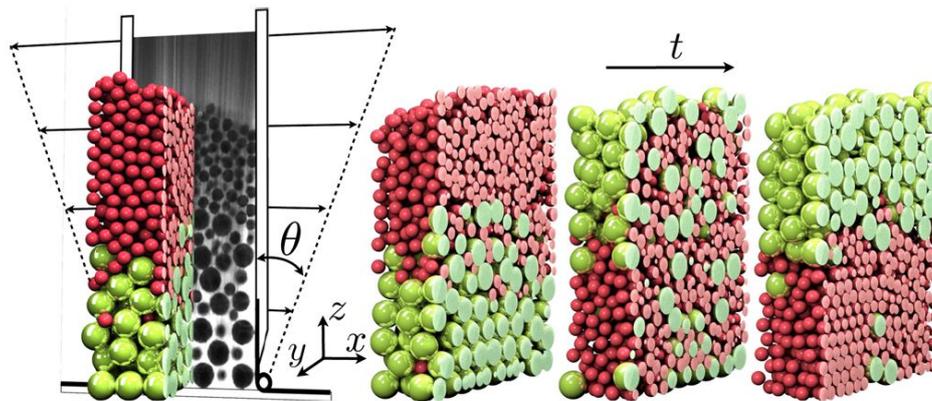
convection-diffusion telle que proposée par Gray et Chugunov [47].



**Figure 1.6** Schéma illustratif de la ségrégation sur plan incliné [46].

### Dans une boîte de cisaillement

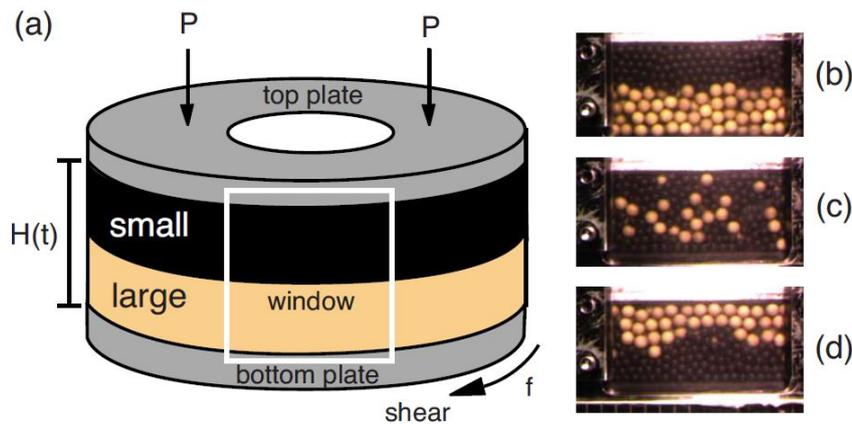
Scott et Bridgwater [48] en 1975, utilisent une boîte rectangulaire pour étudier la ségrégation de petites particules sous l'effet du cisaillement provoqué par l'oscillation des deux parois verticales parallèles. La déformation uniforme de la boîte entraîne une ségrégation dont la dépendance est forte vis-à-vis du taux de cisaillement. Les auteurs montrent par ailleurs que l'augmentation du ratio de tailles de particules tendrait à amplifier la séparation des deux populations. Dans leur configuration, la boîte de cisaillement comporte des trous dans sa partie basse pour récupérer les petites particules ayant percolé jusqu'au fond. En 2015, Van der Vaart *et al.* [49] se servent d'une technique optique plus moderne pour étudier le mécanisme de ségrégation dans la boîte de cisaillement. En employant la méthode RIM (Refractive Index Matching) [50], les auteurs réussissent à suivre comment l'oscillation des parois de la boîte conduit à la remontée progressive des grandes particules vers le haut et à l'enfoncement des petites (figure 1.7). Ils observent notamment une différence de vitesses entre la remontée des grandes particules et la descente des petites, la dernière étant plus rapide que la première.



**Figure 1.7** Boîte de cisaillement utilisée par Van der Vaart *et al.* [49] pour étudier le mécanisme de ségrégation dû à l'oscillation des parois (par variation de  $\theta$ ).

### Dans une géométrie de Couette

Golick et Daniels [51] se placent dans une configuration de Couette annulaire avec un couvercle permettant d'imposer une pression de confinement  $P$  (figure 1.8). Ils observent un phénomène de ségrégation non-monotone avec le ratio de tailles de particules. L'étude démontre aussi que la pression de confinement est un paramètre influent de la ségrégation surtout quand le ratio de tailles de particules est important. De façon analogue aux observations de Van der Vaart *et al.* [49], il est montré que la descente des petites particules s'effectue plus rapidement que la remontée des grandes.



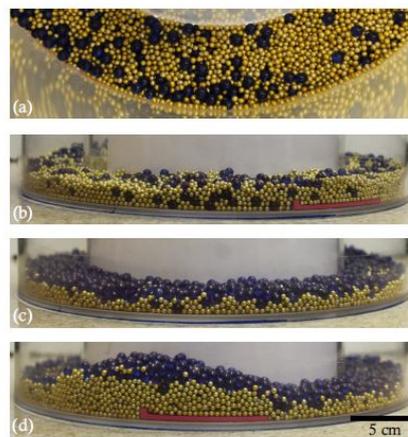
**Figure 1.8** Ségrégation dans un écoulement de Couette annulaire [51] : schéma du dispositif (a) et évolution temporelle de la ségrégation de (b) à (d).

### Par simulation numérique

Rognon *et al.* [52] ont étudié numériquement l'écoulement d'une assemblée de disques non cohésifs frictionnels sur plan incliné. Ils montrent que l'état stationnaire obtenu est un état stratifié avec une couche basale de petites particules, une couche superficielle de grandes particules et une zone intermédiaire composée d'un mélange des deux populations. La mesure des profils de vitesse, de la compacité locale et des contraintes, indique qu'une loi frictionnelle pourrait décrire la rhéologie du milieu. Il est courant d'évaluer l'intensité de la ségrégation dans un milieu en calculant le nombre de Péclet, rapport entre le taux de ségrégation et le taux de diffusion : Gray *et al.* [53] par le biais d'une méthode de simulation discrète, tentent de proposer une relation entre ce nombre et le ratio de tailles de particules. Ils montrent que la dépendance est linéaire mais que le nombre de Péclet sature autour de 7.7. On peut aussi citer les derniers travaux de Guillard, Forterre et Pouliquen [54] qui proposent une expression de la force de ségrégation exercée par un milieu de petites sphères sur une seule sphère de plus grande taille. La ségrégation en taille est également étudiée par Staron et Phillips [55] par usage de la méthode de dynamique des contacts [56] dans l'écoulement d'un milieu bidisperse sur un plan incliné. Il en ressort que le centre de gravité des grandes particules initialement au fond, remonte progressivement de façon exponentielle. Le temps caractéristique associé décroît avec l'augmentation de la proportion de grandes particules. Un modèle basé sur la compétition entre une force de poussée et une force de traînée permet de capturer l'évolution exponentielle.

La ségrégation peut aussi être causée par le passage d'un intrus dans le milieu. Dwivedi *et al.* [57] montrent par expérience et par simulation numérique discrète que l'entraînement d'un intrus au fond d'un milieu bidisperse initialement mélangé conduit à une ségrégation (figure

1.9). Ici, comme dans les travaux de Staron et de Phillips [55] l'état ségrégé final est atteint de façon exponentielle avec un temps caractéristique dépendant de la profondeur relative de la couche de grandes particules par rapport à la profondeur de l'intrus. Le moteur principal de cette ségrégation semble correspondre à un réarrangement local des particules dans le proche voisinage de l'intrus. Une configuration avec intrus plus courante industriellement est le mélange avec des pales. Zhou *et al.* [58] s'intéressent à celle-ci. Une particularité importante de ce type d'écoulement est la formation d'un tas devant la pale induit par la remontée des particules. Ces particules peuvent ensuite, soit redescendre en aval pour se maintenir à la surface libre, soit replonger à nouveau dans le volume. Il s'ensuit donc un mouvement de recirculation devant la pale. Remy *et al.* [59] se penchent aussi sur la question et montrent que dans un milieu bidisperse (ratio de tailles 2 :1), la ségrégation se met en place très rapidement et le milieu est complètement ségrégé au bout de 5 révolutions de la cuve autour la pale. Si néanmoins, la polydispersité du milieu augmente, la séparation des différentes populations est plus lente et on observe une intensification des mouvements convectifs et diffusifs avec une faible ségrégation.



**Figure 1.9** Ségrégation causée par le déplacement d'un intrus (tige rouge au fond de la cellule) dans un milieu bidisperse [57].

### 1.3.2 Mécanismes de ségrégation

Dans sa revue de 2018, Gray [60] recense plus d'une dizaine de mécanismes de ségrégation par différence de tailles dans un milieu granulaire. Le plus répandu est probablement le mécanisme par **tamissage cinétique** évoqué entre autres par Savage et Lun [42]. Ce mécanisme est régi par les forces gravitaires, la création de vides dans le milieu par cisaillement et la différence de tailles des particules [61]. Il stipule qu'il est statistiquement plus probable que les petites particules percolent vers le fond sous l'effet de la gravité parce qu'elles peuvent occuper les vides créés dans le milieu. Dans les milieux non cohésifs, la ségrégation est le résultat de ce mécanisme de tamissage cinétique et du phénomène de «*squeeze expulsion*» qui lui, naît du déséquilibre entre les forces s'exerçant sur une particule individuelle. Ce déséquilibre peut de fait, expulser vers le haut des particules hors de leur couche initiale et ne discrimine pas suivant la taille. L'ensemble des particules est soumis au *squeeze expulsion* tendant à pousser les particules vers le haut tandis que le tamis cinétique ne s'applique qu'aux petites particules et tend à les amener vers le bas : le milieu se ségrège en conséquence. Numériquement, Rosato *et al.* [62] utilisent une adaptation de la méthode de Monte Carlo pour confirmer cette observation du mécanisme local et géométrique par lequel la ségrégation se produit dans un milieu bidisperse de disques rigides soumis à une vibration. Il se crée en effet un déplacement relatif entre les petites et les grandes particules

avec une remontée des grandes et une descente des petites. Schröter *et al.* apportent plus de précisions sur les conditions nécessaires au tamisage cinétique [63]. Ils précisent que ce tamisage cinétique par remplissage des vides est efficace quand la perturbation générée dans le milieu est faible. A l’opposé, une forte perturbation entraîne une création de vides plus larges dans le milieu donc une probabilité égale entre l’enfoncement d’une grande et l’enfoncement d’une petite particule ; la ségrégation en est par conséquent fortement réduite. Par ailleurs, l’intensité du tamisage cinétique est une fonction croissante du ratio de tailles de particules. Suivant ce mode de ségrégation, l’augmentation de la proportion de grandes particules tend à augmenter la vitesse de la ségrégation.

Ce mécanisme de ségrégation causé par le réarrangement local des particules diffère de celui présenté dans les travaux de Knight *et al.* [64]. Ces derniers établissent que, dans une colonne cylindrique vibrée, la ségrégation d’une grande particule est plutôt le fait d’un processus convectif. En effet, selon cette théorie, un courant convectif ascendant au centre de la colonne et descendant vers le fond le long des parois, est responsable du transport de toutes les particules dans le milieu. Les particules de taille supérieure à la taille caractéristique du courant de descente sont remontées à la surface mais y sont maintenues entraînant à terme un phénomène de ségrégation (figure 1.10). Schröter *et al.* [63], montrent que ce mouvement de convection est fortement associé au gradient de cisaillement, fort sur les parois et faible dans la région centrale de la colonne. Ils observent également l’importance du ratio entre la largeur du filet descendant du courant convectif et la taille des grandes particules. En effet, si ce ratio est supérieur à l’unité, aucune ségrégation n’est observable dans le milieu et toutes les particules sont engagées dans le mouvement convectif. En utilisant une simulation par dynamique moléculaire, Pöschel et Herrmann [65] montrent d’ailleurs que c’est ce qu’il se produit (absence de ségrégation) lorsque la proportion de grandes particules diminue dans un milieu 2D vibré. De plus, ils mettent en évidence, une forte sensibilité vis-à-vis de la profondeur initiale de la grande particule.

D’autres mécanismes de description de la ségrégation sont invoqués pour les écoulements dilués : on peut mentionner ceux basés sur la température granulaire du milieu [66], la condensation collisionnelle [67], les trajectoires [68, 69] ou encore par clustering [70].

### 1.3.3 Modèles de ségrégation

La multitude de mécanismes formulés pour expliquer la ségrégation entraîne naturellement une multitude comparable de modèles. Un premier modèle important est le modèle mathématique basé sur l’équation de convection-diffusion [60]. Ce modèle part de l’hypothèse d’incompressibilité du milieu granulaire i.e. sa vitesse moyenne  $u$  respecte la condition  $\nabla \cdot u = 0$  et suppose que toutes les populations de particules satisfont l’équation de convection-diffusion. Il en découle l’équation 1.4 pour chaque population  $\nu$  du milieu où  $\phi^\nu$  est la fraction volumique correspondante,  $z$  l’axe perpendiculaire au sens de l’écoulement,  $D_r$  un coefficient de diffusion effectif des particules et  $F$  le flux de ségrégation selon  $z$  [8, 53, 71].

$$\frac{\partial \phi^\nu}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi^\nu u) + \frac{\partial F^\nu}{\partial z} = \frac{\partial D_r}{\partial z} \frac{\partial \phi^\nu}{\partial z} \quad (1.4)$$

Cette équation établie essentiellement pour les écoulements sur plan incliné traduit physiquement le fait que la ségrégation est le résultat des mouvements de convection dans le milieu couplés à la diffusion des particules selon l’axe de la ségrégation (ici  $z$ ). Ce qui nous intéresse principalement dans cette équation, c’est le flux de ségrégation  $F$  ; en l’occurrence quels sont les paramètres physiques qui déterminent le flux de ségrégation ? Plusieurs travaux de la littérature en proposent des expressions établies phénoménologiquement. Elles ont quasiment toutes, la particularité

d'être dépendantes de façon quadratique [45] ou cubique [72,73] de la fraction volumique  $\phi^v$ . C'est cette dernière expression cubique de flux que Van der Vaart *et al.* [49] utilisent pour modéliser avec succès la remontée exponentielle des grandes particules observée dans le cisaillement plan.

Comme mentionné précédemment, Staron et de Phillips [55] dans leurs travaux numériques décrivent une force de ségrégation déterminée par la compétition entre une force de poussée et une force de traînée. Dans cette description lagrangienne, la force de poussée dépend du taux de cisaillement, de la gravité et du ratio de tailles de particules tandis que la force de traînée dépend uniquement de la gravité. Cette description permet de capturer la remontée exponentielle avec le temps du centre de gravité dans la configuration 2D de l'écoulement sur plan incliné. Gray et Thornton [53] proposent quant à eux, une force de poussée déterminée par le gradient de pression. Guillard, Pouliquen et Forterre établissent qualitativement une loi similaire à travers l'étude de la ségrégation d'une seule grande particule dans un milieu de petites particules. Suivant cette approche, la force de ségrégation est fonction du gradient de pression, du gradient de contrainte de cisaillement, du ratio de tailles et du coefficient de friction des particules. Essentiellement, cette loi stipule que les grandes particules migrent vers les régions de faible pression et les régions de fortes contraintes de cisaillement. Ces conclusions sont vérifiées pour les écoulements à surface libre et les écoulements dans les silos par exemple. Fan et Hill [30] proposent une théorie cinétique pour expliquer la dépendance vis-à-vis de la contrainte de cisaillement mais cette dépendance n'est pas vérifiée en régime-quasi statique et serait plutôt valide à forte agitation.

## 1.4 Courants de convection

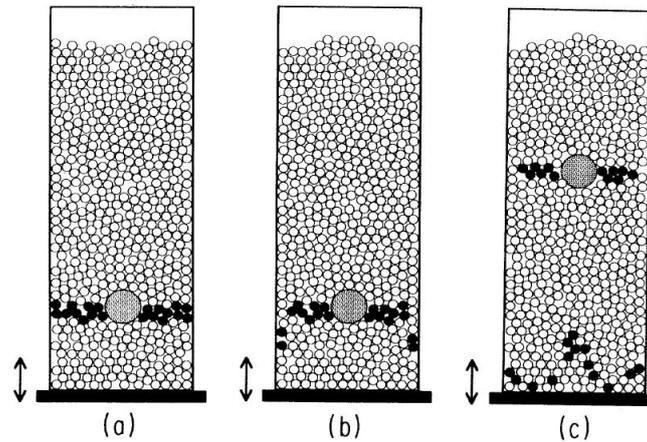
---

Dans les sections précédentes, nous avons pu constater que les mouvements de convection pouvaient être un mécanisme important de la ségrégation dans les matériaux granulaires. Dans cette section, nous passons en revue quelques travaux de la littérature ayant traité le sujet de la convection.

---

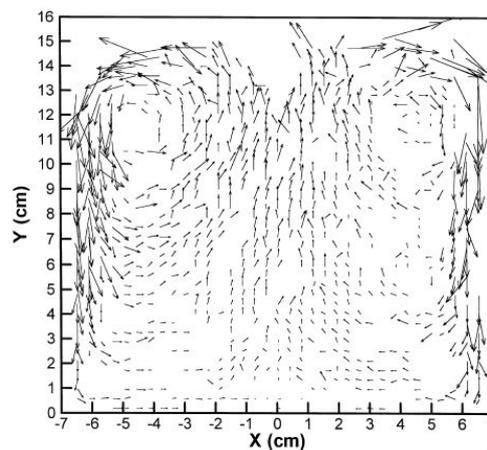
Dans une cellule en verre borosilicate remplie de particules de verre sphériques, Knight *et al.* [64] montrent que sous l'effet de vibrations verticales, des particules sont transportées vers les parois de la cellule et s'enfoncent le long de celles-ci. Une fois au fond, elles changent de sens et commencent à remonter dans la région centrale de la cellule (figure 1.10). Ce cycle de descente-remontée est repris à la surface libre pour les particules n'excédant pas une certaine taille. Il est observé par ailleurs que la descente près des parois se produit à une vitesse plus importante que la remontée dans la région centrale et la vitesse est globalement une fonction décroissante de la profondeur. Dans cette même configuration, l'intensité de la convection est fortement liée aux interactions entre les particules et les parois : les parois rugueuses y sont par exemple favorables tandis que les parois lisses la réduisent fortement. Nahmad-Molinari *et al.* [74] observent un mécanisme similaire dans une colonne vibrée, nuancé par le fait que ce courant de convection ne s'étend pas sur tout le milieu mais reste localisé uniquement dans le voisinage de la surface libre.

En utilisant la dynamique moléculaire, Pöschel et Herrmann [65] étudient l'évolution de la cartographie des mouvements de convection dans une boîte 2D en fonction de la fréquence de vibration de la boîte. Ils montrent notamment que l'étendue des courants de convection est une fonction croissante de cette fréquence. Par ailleurs, pour certaines fréquences intermédiaires, la présence de grandes particules dans le milieu peut accroître l'amplitude des courants de convection. Cet



**Figure 1.10** Schéma d'une section de la cellule utilisée par Knight *et al.* [64] pour observer les courants de convection, certaines particules sont colorées afin de servir de traceurs et une sphère de plus grande taille est disposée au milieu (a) Configuration initiale (b) Début de manifestation de la convection avec les traceurs descendant le long des parois après quelques vibrations verticales (c) Pour une durée de vibration plus longue, les traceurs ont atteint le fond alors qu'on peut voir la grande sphère et une partie des traceurs remonter dans la région centrale.

effet est expliqué par le fait, qu'autour de la grande particule, il se produit une dilatation qui résulte en un accroissement de la profondeur du courant de convection. Rosato *et al.* [75] mettent aussi en évidence l'existence de courants de convection à partir d'une fréquence seuil de vibration. Ils soutiennent néanmoins que ce courant de vibration transporte de façon identique les particules indépendamment de leur taille et que par conséquent, il ne saurait expliquer à lui seul la ségrégation. Hsiau et Chen [76] apportent une caractérisation expérimentale plus fine de la dépendance de la convection avec la fréquence et la vitesse de vibration en utilisant une boîte vibrée verticalement. Ils retrouvent des courants de convection symétriques dans la boîte naissants au centre en remontant et descendants sur les parois (figure 1.11). L'amplitude de ces courants est une fonction puissance de la vitesse de vibration.

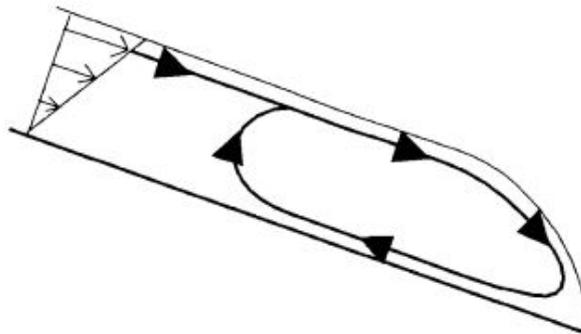


**Figure 1.11** Courants de convection dans le milieu granulaire soumis à une vibration verticale [76].

Dans une étude ultérieure [77], Hsiau *et al.* montrent aussi que ce courant de convection dé-

pend fortement de l'état de surface des parois : une augmentation de la rugosité se traduit par une augmentation de l'intensité des courants de convection. Cette étude montre également que l'amplitude des courants de convection décroît avec l'inclinaison des parois de la cellule et peut même changer de signe au delà d'une valeur critique d'inclinaison. De plus, l'introduction d'une population de grandes particules conduit à une ségrégation dont la vitesse est déterminée de façon monotone par la vitesse du courant de convection dans le milieu.

Sur les plans inclinés, de façon générale, des évidences de recirculation au front d'écoulement (figure 1.12) existent dans la littérature [78, 79] et sont avancées pour expliquer les instabilités dans les écoulements géophysiques par exemple [80, 81]. L'étude de Pouliquen *et al.* [81] montre entre autres une dépendance entre l'étendue des recirculations et les propriétés des particules notamment la polydispersité et les rapports d'aspect. Dans plusieurs de ces études, seuls les diagrammes de recirculation sont tracés. Gray et Ancyey proposent un modèle mathématique de description des trajectoires de recirculation [79].



**Figure 1.12** Recirculation sur plan incliné [81].

---

Cette exploration de l'existant bibliographique montre que les mouvements convectifs et notamment la ségrégation par mécanisme convectif ont été principalement étudiés dans des configurations 2D - le plus souvent sous l'effet de la vibration. D'autres formes de sollicitations mécaniques, dans d'autres configurations géométriques pourraient compléter cette étude de la convection dans un milieu granulaire.

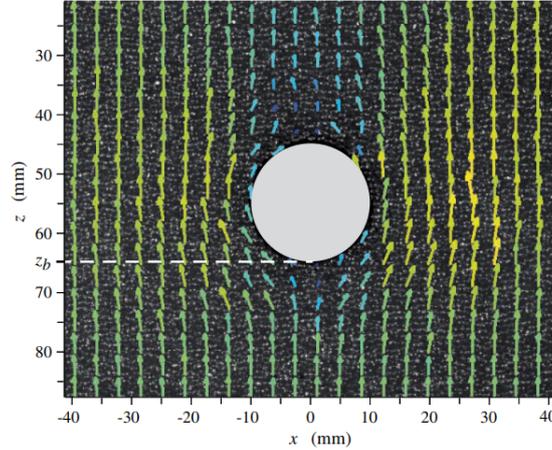
Dans le cas où c'est le déplacement d'un intrus qui mélange le milieu granulaire polydisperse, il s'avère nécessaire de caractériser l'écoulement autour de cet intrus en particulier le champ de déplacements des particules dans le milieu, engendré par son passage. Des travaux ont été réalisés expérimentalement ou numériquement pour caractériser cette dynamique. Nous les présentons ci-dessous.

---

## 1.5 Déplacement d'un intrus dans un milieu granulaire

Seguin *et al.* [82] étudient expérimentalement l'écoulement généré autour d'un intrus de forme circulaire pénétrant un milieu granulaire dans le plan (figure 1.13). Cette étude révèle un champ de déplacement très localisé autour de l'intrus (par rapport à un fluide newtonien) avec une

décroissance exponentielle de l'amplitude de déplacement quand on s'éloigne de la paroi de l'intrus. A partir d'une distance équivalente à un diamètre d'intrus, les déplacements deviennent négligeables.

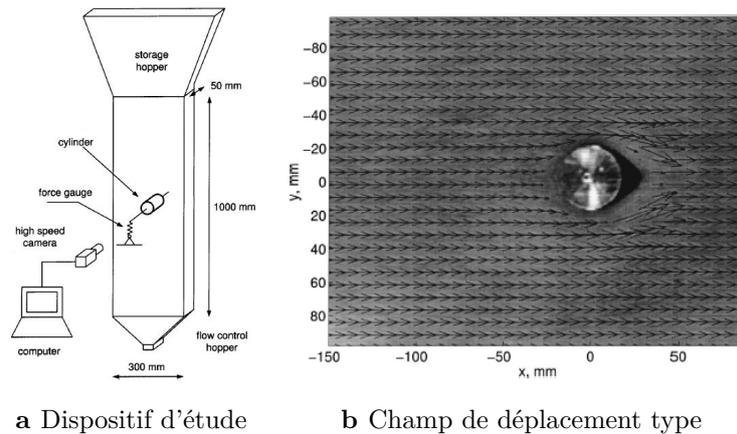


**Figure 1.13** Écoulement autour d'un intrus pénétrant dans un milieu granulaire plan [82].

La localisation observée sur le profil de déplacement est en accord avec les autres travaux présentés dans la revue de Schall et van Hecke [83] sur les bandes de cisaillement causées par les hétérogénéités de contraintes et les instabilités d'écoulement. Seguin *et al.* [82] en utilisant un modèle cinétique réussissent à modéliser les observations. Kolb *et al.* [84] effectuent des expériences similaires de déplacement d'un intrus cylindrique dans un milieu granulaire plan horizontal. Dans cette étude sont plutôt observés des déplacements instantanés de longue portée autour de l'intrus ainsi que des courants de recirculation qui poussent les grains derrière l'intrus dans la cavité qui s'y forme. Néanmoins, comme observé par Seguin *et al.* [82], les déplacements moyens des grains ont une étendue latérale d'environ la taille de l'intrus et l'amplitude de déplacement décroît de façon exponentielle lorsqu'on s'éloigne de l'intrus en régime stationnaire. Par ailleurs, il est montré que la zone de déplacement maximal des grains ne coïncide pas avec la position des parois de l'intrus mais est décalée de quelques tailles de particules.

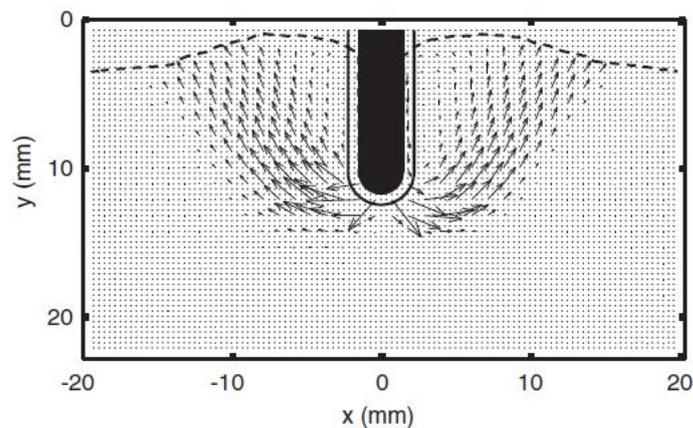
Dans la même optique, Chahata et Zenit [85] étudient l'écoulement autour d'un intrus cylindrique dans un canal quasi 2D (figure 1.14). Dans cette expérience, l'intrus est fixe et le canal vertical est alimenté avec un débit constant de particules par l'ouverture supérieure. Les conclusions en sont similaires avec ce qui a été présenté plus haut. Le champ de vitesse des particules croît en amplitude dans le voisinage de l'intrus avec une augmentation de près de 40% par rapport à la vitesse d'entrée dans le canal. De plus la vitesse n'est pas non nulle à la paroi de l'intrus : les particules glisseraient donc à la paroi de l'intrus.

Seguin *et al.* dans une étude ultérieure [86] précisent les contours du champ de déplacement autour de l'intrus. Si  $\theta = 0$  correspond à la direction de déplacement de l'intrus, l'étude montre que le déplacement radial est maximal à  $\theta = 0$  et décroît au fur et à mesure pour s'annuler à  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$  tandis que le déplacement azimuthal évolue dans le sens opposé. La décroissance exponentielle du déplacement des particules admet une distance caractéristique qui ne dépend pas de la vitesse de pénétration de l'intrus. Elle dépend plutôt du diamètre de l'intrus de façon linéaire (de pente 0.2) si le ratio entre la taille de l'intrus et celle des particules est suffisamment grand. Si ce ratio est supérieur à 10, cette distance caractéristique est de l'ordre d'un quart de la taille de l'intrus. De leur côté, Hamm *et al.* [87] utilisent une technique laser (laser speckle



**Figure 1.14** Ecoulement autour d'un intrus cylindrique dans un canal vertical [85].

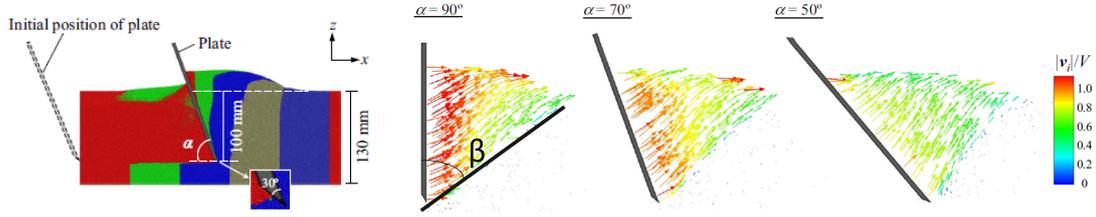
correlation) pour étudier avec précision, le champ de déplacement autour d'une languette avançant très faiblement dans un milieu granulaire. Il en ressort d'importants réarrangements locaux des particules. La carte (figure 1.15) des champs de déplacement révèle une première zone statique dans le proche voisinage de l'intrus ; au-delà des bandes de cisaillement commencent à se former. Ces deux zones sont séparées par une région à faibles déplacements que l'étude explique en invoquant les phénomènes de compaction dans cette région [88].



**Figure 1.15** Champ de déplacement autour d'un intrus pénétrant vertical un milieu granulaire plan [88].

En géométrie 3D, Kobayakawa *et al.* [89] s'intéressent au comportement du milieu granulaire traversé par une plaque rectangulaire inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal (figure 1.16a). Ils montrent qu'indépendamment de l'inclinaison de la plaque, les particules mises en mouvement sont confinées dans une région conique et sont poussées en haut et en amont de la plaque. Hors de cette région, en l'occurrence, en dessous de la plaque, les particules sont quasiment statiques. Il est par ailleurs montré que pour une plaque verticale ( $\alpha = 90^\circ$ ), la limite de la zone cisailée fait un angle  $\beta$  entre  $29^\circ$  et  $55^\circ$ . Ils démontrent enfin qu'il se produit un phénomène de dilatance dans cette zone cisailée devant la plaque. De fait, Wood *et al.* [90] avaient déjà montré qu'il se produit soit un phénomène de compaction ou de dilatance devant la plaque en fonction de la compacité locale dans la région avec une compacité critique de transition

$$\phi_c = 0.59 \text{ [91].}$$



**a** Déplacement d'une plaque rec- **b** Champ de vitesse au voisinage de la plaque suivant son tangulaire dans un milieu granu- orientation laire

**Figure 1.16** Déplacement d'une plaque dans un milieu granulaire et champ de vitesse  $v_i$  (normalisé par la vitesse de la plaque  $V$ ) en régime stationnaire pour différentes inclinaisons de la plaque [89].

Dans d'autres études, l'accent est mis exclusivement sur les caractéristiques de la force de traînée subie par l'intrus. Geng et Behringer [92] montrent que le milieu plan ainsi traversé par l'intrus est dominé par les chaînes de force entraînant de grandes fluctuations et la force subie par l'intrus dépendrait en loi puissance de la compacité du milieu. Néanmoins, elle n'est affectée que très faiblement par le taux de cisaillement et varie de façon non linéaire avec la taille des particules. Les chaînes de forces sont aussi évoquées dans les configurations tridimensionnelles par exemple dans les travaux de Guillard *et al.* [93] sur l'étude d'un cylindre rotatif dans un milieu granulaire sous gravité. Les auteurs y observent une indépendance de la force subie par le cylindre vis-à-vis de sa profondeur rappelant un effet Janssen [94]. Cette indépendance vis-à-vis de la pression est confirmée par les études de Durian *et al.* [95] uniquement pour les milieux très dilués. Ils montrent par contre une dépendance de la force linéaire avec la profondeur et quadratique avec la taille de l'intrus pour de faibles taux de cisaillement. Cette dépendance quadratique de la force est quelque peu contradictoire avec les études de Albert *et al.* qui observent une dépendance linéaire avec le diamètre de l'intrus [96]. Il faut rappeler que toutes ces études en géométrie 3D ont été réalisées avec un intrus de forme cylindrique, mais que son axe de symétrie est orienté différemment, ce qui expliquerait les différences entre les diverses observations. L'effet de la géométrie est d'ailleurs explorée ultérieurement par Albert *et al.* [97]. Dans tous les cas, les études révèlent la grande hétérogénéité dans le comportement du milieu granulaire.

---

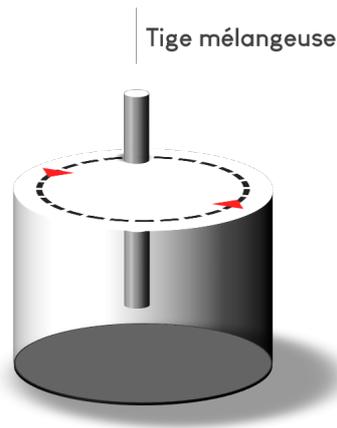
La cinématique du milieu granulaire traversé par un intrus a été essentiellement étudiée pour des trajectoires rectilignes. Si ces études apportent des premiers éléments d'information sur le comportement du milieu granulaire sous l'effet d'une perturbation, il s'agit désormais d'étudier des configurations de mélange industrielles qui requièrent l'étude de trajectoires de déplacement d'intrus plus réalistes.

---

## 1.6 Objectifs de la thèse

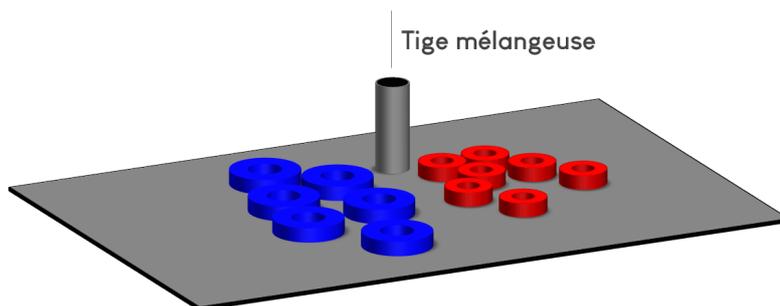
Le travail de cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux et essaie d'apporter des éléments de réponses aux différents segments manquants. L'étude se subdivise en deux parties essentielles, une première dédiée à la ségrégation dans une configuration 3D et une deuxième axée sur le mélange dans un système bidimensionnel. Ces études sont aussi motivées par des besoins

industriels. De fait, une configuration de mélange couramment employée dans l'industrie est le système cuve-pale. Nous nous proposons dans ce travail de l'étudier de façon expérimentale. Les pales possèdent d'habitude une géométrie complexe destinée à mieux homogénéiser la matière en provoquant un écoulement chaotique mais afin de nous affranchir de la complexité géométrique, nous étudions une configuration modèle composée d'une tige cylindrique se déplaçant de façon excentrée dans une cuve à géométrie cylindrique (figure 1.17). Nous désirons, dans une première partie à travers ce dispositif 3D, étudier le mécanisme de mélange, les mouvements convectifs et le cas échéant les mécanismes de ségrégation dans un milieu granulaire bidisperse.



**Figure 1.17** Configuration géométrique de la première partie.

La compréhension des mécanismes de mélange est au cœur de la deuxième partie dans laquelle nous proposons une expérience 2D modèle (figure 1.18). Nous désirons à travers l'étude du déplacement d'un intrus - de façon non rectiligne - dans un milieu granulaire bidisperse plan, apporter un éclairage nouveau sur la cinématique autour de l'intrus et aussi élucider les mécanismes de mélange par rapport à certaines variables expérimentales clés comme la compacité, la taille de l'intrus, la trajectoire de l'intrus...etc.



**Figure 1.18** Configuration géométrique de la deuxième partie.

Première partie

**3D : déplacement d'un intrus dans  
une cuve cylindrique**



# Chapitre 2

## Dispositif et protocoles expérimentaux

Dans une géométrie tridimensionnelle, nous étudions expérimentalement les mécanismes de ségrégation (par différence de tailles) et de convection au sein d'un milieu granulaire bidisperse. En premier lieu, l'accent est mis sur la manifestation de la dynamique de ségrégation à la surface libre (chapitre 3), puis dans une deuxième partie, nous traitons des propriétés d'écoulement et des flux de particules dans le volume (chapitre 4). Le présent chapitre présente le dispositif et les protocoles expérimentaux.

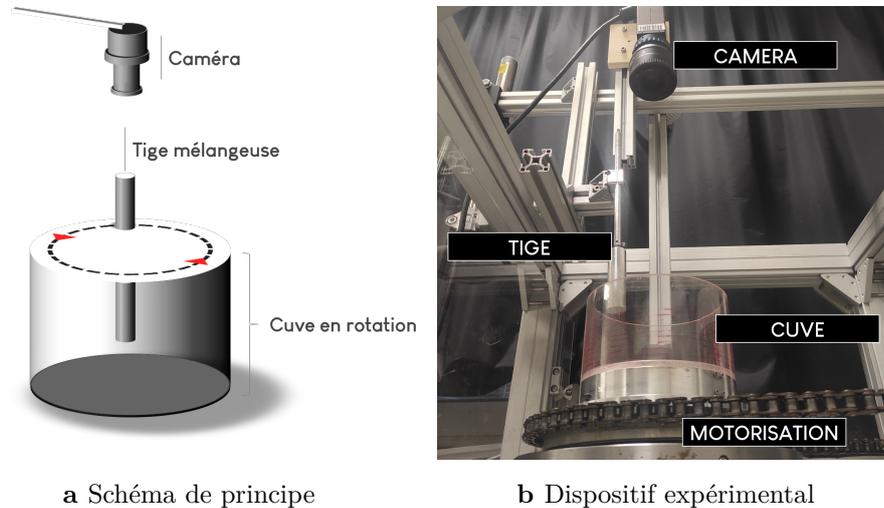
### Sommaire du chapitre

---

<b>2.1</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>22</b>
2.1.1	La cuve	22
2.1.2	La tige	22
2.1.3	Les particules	22
2.1.4	Le système de visualisation	23
<b>2.2</b>	<b>Protocoles expérimentaux</b>	<b>24</b>
2.2.1	Etude surfacique de la remontée des grandes particules	24
2.2.2	Exploration volumique : coupes axiales	25
2.2.3	Exploration volumique : coupes transversales	26

---

## 2.1 Dispositif expérimental



**Figure 2.1** Schéma de principe et dispositif expérimental.

Le dispositif expérimental utilisé dans cette étude est présenté sur la figure 2.1. Dans une cuve mise en rotation autour de son axe central, une tige immergée est utilisée pour mélanger deux populations de particules solides de tailles différentes. L'écoulement et les remontées de particules en surface sont filmés grâce à une caméra disposée au-dessus de la cuve. L'objectif est essentiellement de comprendre le mécanisme de ces remontées sous l'effet de l'écoulement généré par la tige dans le milieu.

### 2.1.1 La cuve

C'est un contenant de forme cylindrique de diamètre interne  $D_c = 14$  cm et de hauteur  $H_c = 12$  cm monté sur un socle motorisé permettant de le mettre en rotation axiale. La partie basse de la cuve liée au socle est en acier inoxydable sur une hauteur de 3 cm tandis que la partie supérieure haute est faite en plexiglas transparent. Sur le pourtour de la paroi en plexiglas, sont dessinées des lignes circulaires horizontales régulièrement espacées de 2.5 mm utilisées pour estimer rapidement la hauteur i.e. la quantité de matière dans la cuve. Le socle est motorisé grâce à un système moteur-courroie et la période de révolution de la cuve est réglable par l'entremise du boîtier de contrôle dans une gamme de 25 à 80 s (soit une vitesse de rotation allant de  $4 \cdot 10^{-3}$  à  $10^{-2}$  rad/s).

### 2.1.2 La tige

Le mélange est assuré par une tige en acier inoxydable dont le centre est disposé à 2 cm radialement de la paroi interne de la cuve. Elle est statique, seule la cuve est mise en rotation. Une liaison glissière est prévue entre le support de la tige et le bâti fixe pour permettre de régler sa profondeur d'immersion dans la cuve. Dans cette étude, nous travaillons avec des tiges de forme cylindrique de diamètres  $d_t \in [2 \text{ cm}, 1 \text{ cm}]$ .

### 2.1.3 Les particules

Nous nous intéressons uniquement à la ségrégation par la taille, le milieu granulaire est composé de deux populations de particules de même masse volumique apparente  $\rho = 1.6$  kg/L mais de

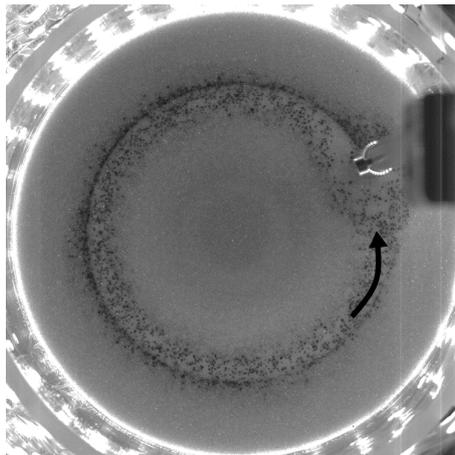
tailles moyennes différentes :

- *Grandes particules* : ce sont des grains de sable de diamètre moyen  $d_g = 600 \mu\text{m}$  et de circularité<sup>(1)</sup> moyenne 0.8. Un enrobage en résine epoxy leur confère une couleur verte.
- *Petites particules* : ce sont des billes de verre sphériques de diamètre moyen  $d_p = 250 \mu\text{m}$  qui apparaissent claires sur les images à cause de la diffusion.

Les deux populations sont tamisées pour limiter la polydispersité à  $\pm 100 \mu\text{m}$  autour des valeurs moyennes. Par ailleurs, le ratio des tailles moyennes n'est pas fortuit. Il a été choisi proche de 2 afin de maximiser les phénomènes de ségrégation [51]. Les quantités relatives des deux populations sont sujettes à variation en fonction de la finalité des expériences et sont précisées au cas par cas par la suite.

#### 2.1.4 Le système de visualisation

La surface de l'écoulement est filmée en temps réel par une caméra retournant des images en niveaux de gris. Les grandes particules vertes sont ainsi aperçues en noir tandis que les petites apparaissent claires. Les images de la surface libre, de taille  $2048 * 2048$  px sont acquises à une fréquence de 0.5 Hz (i.e. 2 secondes entre deux images consécutives). Une colonne de LEDs émettant dans le rouge entoure la cuve et permet d'éclairer et d'améliorer le contraste entre les deux populations de particules (figure 2.2).



**Figure 2.2** Image type de la surface libre retournée par la caméra avec les grandes particules en noir et les petites particules en blanc. La flèche indique le sens de rotation de la cuve. Les points lumineux sur le pourtour sont les spots de la couronne de LEDs.

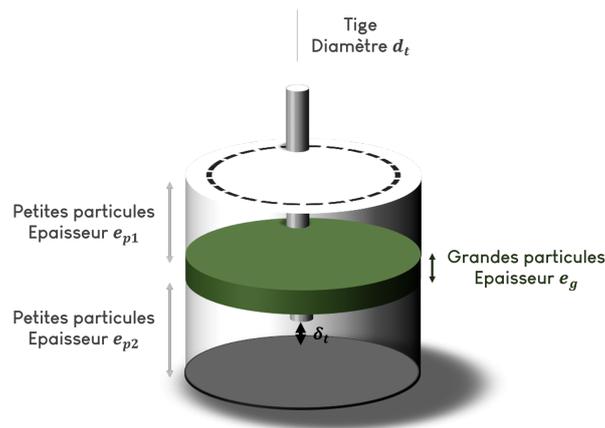
<sup>(1)</sup>La circularité est donnée par  $\frac{4\pi A}{P^2}$  où A et P sont respectivement l'aire et le périmètre de la particule

## 2.2 Protocoles expérimentaux

Les expériences conduites dans cette étude se déclinent sous deux grandes classes : celles destinées à étudier, à la surface libre, la remontée des grandes particules et celles destinées à explorer les flux de particules dans le volume.

### 2.2.1 Etude surfacique de la remontée des grandes particules

Il s'agit dans ces expériences, de suivre dans le temps la dynamique d'apparition à la surface libre des grandes particules initialement contenues dans le volume. La configuration initiale est donc préparée en insérant une couche de grandes particules entre deux couches de petites particules (figure 2.3) - l'incorporation de la couche de petites particules au fond est effectuée dans l'idée de minimiser les effets de bord du fond de la cuve sur la remontée des grandes particules. A chaque couche déposée, en se servant des graduations sur la paroi en plexiglas, le milieu est convenablement arasé afin d'obtenir une hauteur de couche uniforme. Au terme de cette étape, on peut placer la cuve sur le socle motorisé et introduire la tige mélangeuse à la profondeur souhaitée. On vérifie par ailleurs que la modification du milieu liée à l'introduction de la tige, notamment la remontée de la couche de grandes particules est négligeable dans le cadre de cette étude.



**Figure 2.3** Configuration générique pour l'étude de la dynamique de remontée des grandes particules à la surface.

La vitesse de rotation ainsi que la fréquence et le temps total d'acquisition des images peuvent être réglées à l'aide des logiciels de contrôle. Sauf précisé autrement, les prises d'images à la surface sont conduites à une fréquence de 0.5 Hz et les expériences durent généralement 60 min soit un total de 1800 images acquises. Les variables d'intérêt dans cette configuration sont la proportion de grandes particules, la profondeur initiale de la couche de grandes particules, la profondeur d'immersion de la tige mélangeuse, la période de révolution de la cuve et le diamètre de la tige cylindrique (récapitulatif dans le tableau 2.1).

#### Proportion de grandes particules

Partant d'évidences dans la littérature où l'augmentation de la quantité de grandes particules participe à augmenter la vitesse de la dynamique de ségrégation [55], nous désirons étudier comment cet effet se manifeste dans notre configuration. Entre deux couches de petites particules

d'environ  $3 \text{ cm} \approx 50d_g$  d'épaisseur chacune, nous intercalons une couche de grandes particules d'épaisseur  $e_g$  variable dans la gamme  $[3d_g, 6d_g, 12d_g, 14d_g, 17d_g]$  ( $d_g$  étant le diamètre moyen d'une grande particule). Pour ces expériences, la tige mélangeuse est cylindrique de diamètre  $d_t = 3 \text{ cm} \approx 33d_g$  enfoncée à une distance  $\delta_t = 1.9 \text{ cm} \approx 32d_g$  du fond de la cuve.

### Profondeur initiale de la couche de grandes particules

Ce protocole expérimental est destiné à comprendre comment la remontée est affectée par la localisation initiale de la couche de grandes particules sous la couche supérieure de petites i.e par la pression moyenne subie par celle-ci et la distance à la surface libre. Pour ce faire, nous conservons la couche initiale de petites particules d'épaisseur  $e_{p2} = 50d_g$  et maintenons l'épaisseur de la couche de grandes particules à  $e_g = 6d_g$ . La variable d'intérêt est désormais l'épaisseur de la couche finale de petites particules  $e_{p1}$  rajoutée par dessus. L'étude est conduite dans la gamme  $e_{p1} \in [17d_g, 25d_g, 33d_g, 50d_g]$ .

### Profondeur d'immersion de la tige mélangeuse

Dans une géométrie tridimensionnelle, l'amplitude et le mécanisme de déplacement de la matière dans le milieu granulaire dépendent de la profondeur d'immersion de l'intrus [98, 99]. Nous étudions cette variabilité dans notre configuration en faisant varier  $\delta_t$  dans la gamme  $[17d_g, 32d_g, 50d_g, 63d_g]$  avec  $e_g = 6d_g, e_{p1} = e_{p2} = 50d_g, d_t = 33d_g$ .

### Diamètre de la tige et période de révolution de la cuve

Nous étudions deux diamètres de tige  $d_t \in [17d_g, 33d_g]$ ; par défaut le grand diamètre est celui utilisé. Quant à la période de révolution de la cuve, tout au long de cette étude, sauf exception, elle est fixée à  $T = 40 \text{ s}$ . Une étude préliminaire est néanmoins conduite pour explorer l'influence de sa variation sur la dynamique de remontée des grandes particules (section 3.2.2).

Variable expérimentale	Gamme de variation	Paramètres fixes
Épaisseur de la couche de grandes particules $e_g$	$[3d_g, 6d_g, 12d_g, 14d_g, 17d_g]$	$e_{p1} = e_{p2} = 3 \text{ cm} \approx 50d_g, d_t = 3 \text{ cm} \approx 33d_g, \delta_t = 1.9 \text{ cm} \approx 32d_g$
Profondeur initiale de la couche de grandes particules $e_{p1}$	$[17d_g, 25d_g, 33d_g, 50d_g]$	$e_{p2} = 50d_g, e_g = 6d_g, d_t \approx 33d_g, \delta_t \approx 32d_g$
Immersion de la tige mélangeuse $\delta_t$	$[17d_g, 32d_g, 50d_g, 63d_g]$	$e_g = 6d_g, e_{p1} = e_{p2} = 50d_g, d_t = 33d_g$

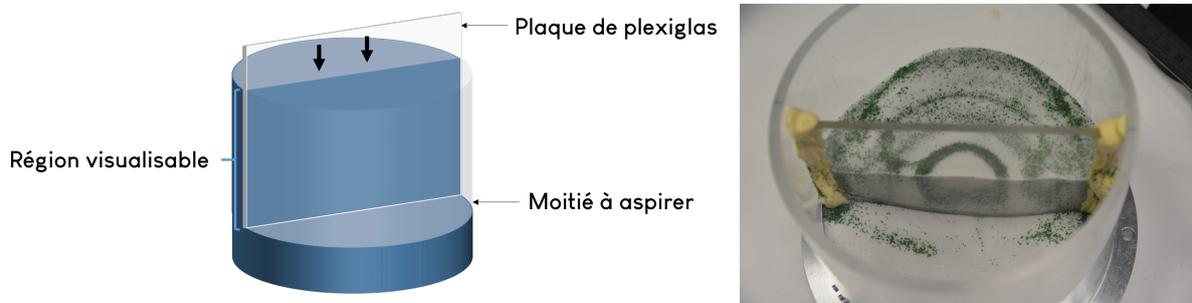
**Table 2.1** Récapitulatif des différentes variables expérimentales étudiées (période de rotation de la cuve  $T = 40 \text{ s}$ ).

## 2.2.2 Exploration volumique : coupes axiales

Afin d'obtenir de premières estimations qualitatives des mouvements de particules dans le volume, nous réalisons des coupes axiales (figure 2.4). Au centre de la cuve cylindrique contenant le milieu granulaire à explorer, nous insérons verticalement une plaque de plexiglas transparente d'épaisseur 5 mm jusqu'au fond de la cuve et dépassant de la surface libre. La plaque en place, une moitié du contenu de la cuve est enlevée à l'aide d'un aspirateur <sup>(2)</sup>. De la pâte adhésive

<sup>(2)</sup> Aspirateur commun du commerce. Dans notre cas, nous utilisons un aspirateur sans sac **DIRT DEVIL DD2225-0 REBEL25 HE** de puissance maximale 700W

détachable est apposée sur les bords de la plaque pour assurer l'étanchéité de l'autre moitié non-aspirée. La plaque de plexiglas ainsi érigée figeant le milieu dans la partie non-aspirée, il est possible d'apprécier la localisation des particules en profondeur en imageant la tranche. L'introduction de la plaque pouvant occasionner localement de petits déplacements verticaux parasites de particules, nous utilisons cette méthode d'exploration uniquement dans un but qualitatif.



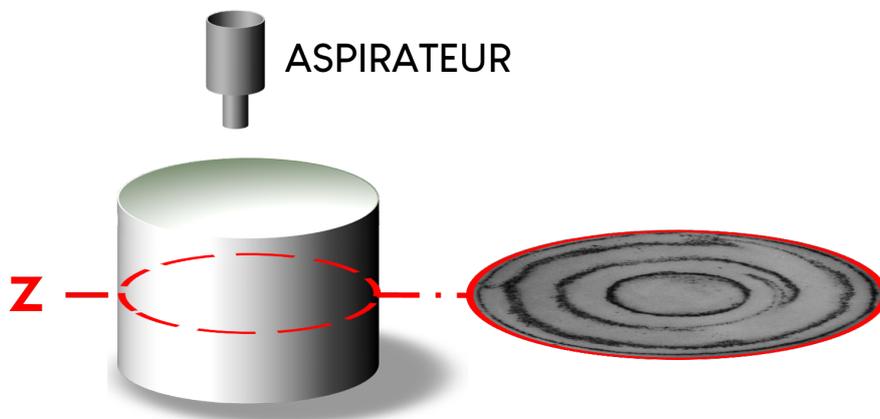
a Schéma de principe de la coupe axiale

b Exemple de coupe axiale

**Figure 2.4** Exploration du volume par technique de coupe axiale.

### 2.2.3 Exploration volumique : coupes transversales

Afin d'appréhender la dynamique de remontée des particules, il est intéressant pour certaines expériences, à un instant  $t$  donné du mélange, de pouvoir observer le système à une position verticale précise  $z$  du milieu. On peut ce faisant, avoir accès à la cartographie de la distribution des grandes particules dans le plan horizontal à ladite profondeur. En pratique, pour atteindre cette position, nous procédons par aspiration manuelle des particules en partant de la surface libre (figure 2.5). Les graduations réalisées sur les parois de la cuve permettent d'aspirer jusqu'à la profondeur désirée. Il est important de procéder par petits à-coups afin de conserver d'une part, la distribution expérimentale réelle des particules et d'autre part d'éviter la création d'écoulements locaux par avalanches. Nous modifions donc la buse d'aspiration pour réduire son diamètre à quelques millimètres seulement et nous utilisons la puissance minimale d'aspiration. Ces réglages expérimentaux permettent de ne retirer que quelques particules à la fois et par ce fait, garantissent une observation fidèle des motifs du mélange. Cette fidélité est obtenue toutefois au détriment de la rapidité de l'opération d'aspiration.



**Figure 2.5** Illustration et exemple de coupe transversale.

A l'instant  $t$ , en aspirant suivant l'axe  $z$  (différentes profondeurs), et par argument de continuité, il est possible de reconstituer les motifs de déplacement des grandes particules dans le volume. Avec les réglages minimaux de l'aspirateur, on peut ainsi acquérir des images des plans dans le volume séparés axialement de 2.5 mm. Ces cartographies constituent dans ce travail, des informations essentielles dans la compréhension des mécanismes de transport et de remontée des particules.



# Chapitre 3

## Etude de la ségrégation à la surface

L'analyse des images de la surface libre est le cœur d'étude de ce chapitre. A travers l'estimation de la quantité de grandes particules remontées à la surface au fur et à mesure que le mélange se poursuit, nous désirons mettre en évidence le rôle des variables expérimentales dans la dynamique de ségrégation.

### Sommaire du chapitre

---

<b>3.1</b>	<b>Couverture de la surface libre en grandes particules <math>C(t)</math></b>	<b>30</b>
<b>3.2</b>	<b>Observations qualitatives</b>	<b>30</b>
3.2.1	Allure générale et exploitation de $C(t)$	30
3.2.2	Influence de la vitesse de rotation de la cuve	32
<b>3.3</b>	<b>Dynamique de remontée des grandes particules</b>	<b>33</b>
3.3.1	Premières remontées de grandes particules à la surface libre	34
3.3.2	Dynamique globale de la remontée des grandes particules à la surface	38
<b>3.4</b>	<b>Dualité ségrégation par tamisage cinétique - ségrégation par convection</b>	<b>42</b>
3.4.1	Méthodologie	42
3.4.2	Observations qualitatives	42

---

Dans les expériences réalisées dans cette partie, génériquement, une couche de grandes particules est insérée entre deux couches de petites particules. Le système est mélangé grâce à la rotation de la cuve autour de la tige excentrée. Au fur et à mesure que le mélange se poursuit, on peut apercevoir les grandes particules remonter à la surface. Nous construisons dans un premier temps, une métrique d'évaluation de la quantité de grandes particules à la surface  $C(t)$  avant d'étudier la loi d'évolution de  $C(t)$  en fonction de certaines variables expérimentales clés.

### 3.1 Couverture de la surface libre en grandes particules $C(t)$

Comme introduit dans le chapitre 2, à un instant  $t$  de l'opération de mélange, sur une image typique de la surface libre, les particules sont représentées en niveaux de gris (0 pour un pixel noir et 255 pour un pixel blanc). La valeur d'un pixel, contenant de grandes particules, sombres, tourne donc autour de la limite basse tandis qu'elle se situe autour de la limite maximale pour les petites particules. S'il est difficile d'avoir accès au nombre exact de grandes particules à la surface, la moyenne  $I(t)$  de niveaux de gris de toute la surface apparaît comme un bon estimateur. Ainsi défini,  $I(t)$  est maximale en début d'expérience (surface libre couverte uniquement de petites particules claires) et en principe, minimale en fin d'expérience (quand la surface est entièrement recouverte de grandes particules). L'objectif étant de suivre l'évolution temporelle du nombre de grandes particules à la surface, nous construisons un taux de couverture de la surface en grandes particules par l'équation 3.1.

$$C(t) = \frac{I_0 - I(t)}{I_0 - I_{ct}} \quad (3.1)$$

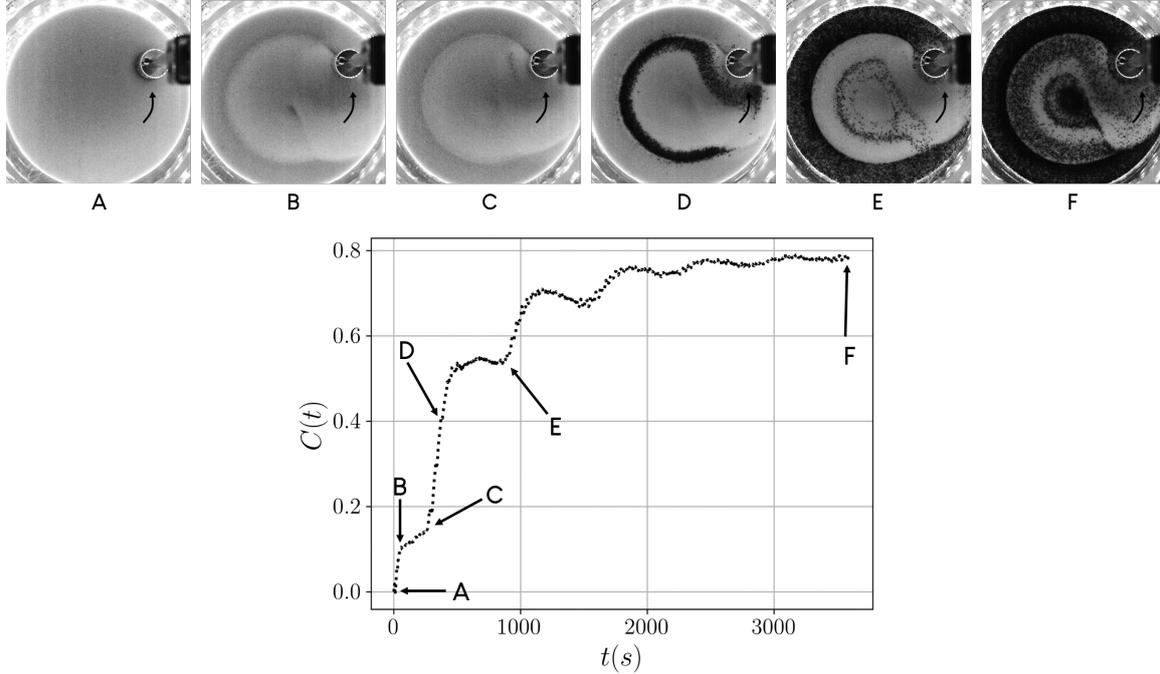
Dans l'équation 3.1,  $I_0$  représente la moyenne de niveaux de gris de la surface en début d'expérience,  $I(t)$  la moyenne de niveaux de gris de la surface à l'instant  $t$  et  $I_{ct}$  est la moyenne de niveaux de gris en couverture totale i.e. si la surface était entièrement recouverte de grandes particules sombres ( $I_{ct}$  est invariable pour toutes les expériences et sa valeur est égale à 12 (sur une échelle allant de 0 à 255) - obtenue en recouvrant intégralement la surface de grandes particules manuellement). Ainsi défini,  $C(t)$  est comprise entre 0 et 1.

## 3.2 Observations qualitatives

### 3.2.1 Allure générale et exploitation de $C(t)$

Pour une expérience type avec une couche de grandes particules insérée entre deux couches de petites particules, l'évolution de la couverture de la surface en grandes particules ainsi que le graphe de  $C(t)$  en fonction du temps  $t$  sont présentés sur la figure 3.1. Au début de l'expérience, la surface est claire et plane correspondant à  $C(0) = 0$  (point A). Entre le point A et le point B, nous observons l'apparition d'un sillon en aval et la formation d'un front d'écoulement en amont de la tige. Ces changements de la position et de la forme de la surface libre modifient un peu l'intensité lumineuse à la surface et induisent une remontée de  $C(t)$  artificielle i.e. sans apparition de grandes particules. A partir du point C, la première bande de grandes particules arrive à la surface libre dans le voisinage de la tige : une augmentation franche de  $C(t)$  débute. La remontée des grandes particules se poursuit dans le temps (point D et point E) et le taux de couverture  $C(t)$  tend aux temps longs ( $t = 1$  h) vers une asymptote correspondant à une dispersion de grandes particules stationnaire et un motif en surface qui n'évolue plus (point F). On peut remarquer qu'à l'état stationnaire, pour une telle configuration, la surface libre n'est pas entièrement couverte de grandes particules noires et des particules claires restent visibles,

nous notons  $C_1$  la valeur asymptotique de  $C(t)$  après une heure de mélange. A cette évolution vers un état stationnaire se superposent des oscillations visibles sur le graphe de  $C(t)$ .

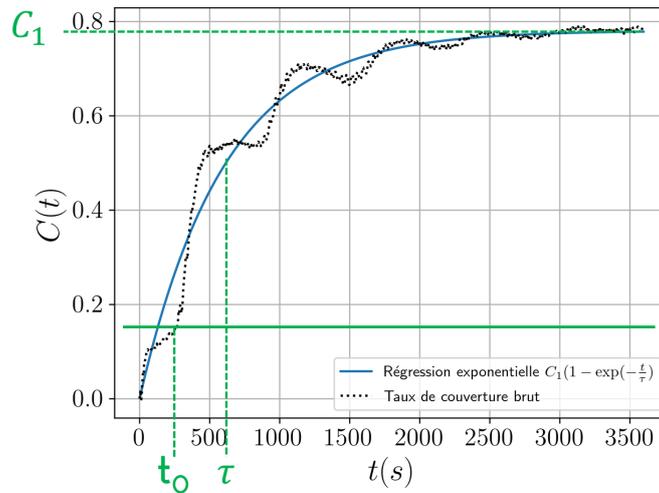


**Figure 3.1** Evolution du taux de couverture de la surface par les grandes particules (noires) en fonction du temps. Sens de rotation de la cuve indiquée par la flèche noire sur les images.

Les grandes particules remontent donc à la surface libre au fur et à mesure que le milieu est cisailé par la tige. Cette remontée est une manifestation connue de la ségrégation par différence de tailles et a été déjà mise en évidence dans d'autres configurations de la littérature [49, 51, 55]. Dans de telles configurations, l'application d'un cisaillement continu résulte à terme en une couverture totale de la surface de l'écoulement par de grandes particules. Dans notre configuration où le milieu est cisailé continuellement par la tige, on peut par conséquent espérer un scénario de couverture identique. Cependant, la couverture complète n'est pas obtenue ici et la présence d'oscillations de grandes périodes traduit des phénomènes alternés d'apparition et de disparition de grandes particules à la surface de l'écoulement. Les grandes particules une fois à la surface, n'y restent pas forcément et peuvent être réentraînées dans le volume probablement du fait de l'existence des courants de convection dans le milieu [77, 100, 101].  $C(t)$  traduirait en résumé, la compétition entre deux mécanismes, un premier qui fait remonter les grandes particules et un deuxième, responsable de leur réentraînement dans le volume.

Dans cette partie, nous nous intéressons uniquement à la caractérisation de l'évolution globale de la couverture de la surface libre en grandes particules que nous pouvons ajuster par une fonction exponentielle  $C_1(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$  - sans prise en compte des oscillations. 3 grandeurs seront caractérisées en fonction des variables expérimentales (figure 3.2) :

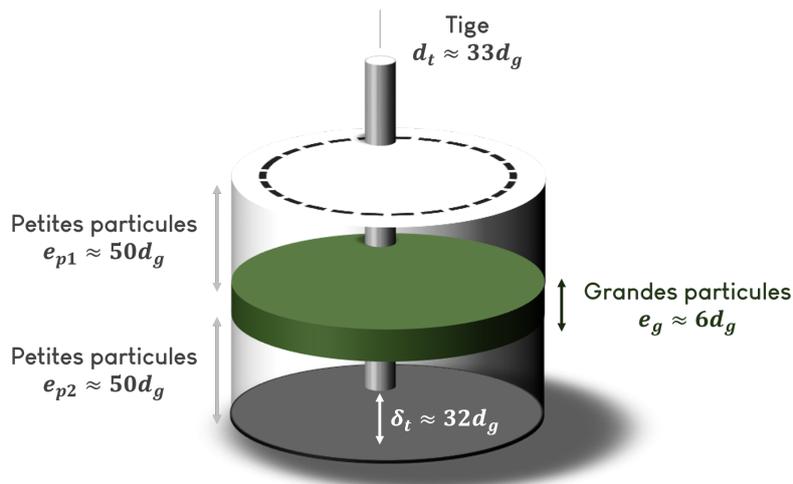
- $t_0$  ou  $n_0$  : le temps (ou nombre de révolutions de la cuve) avant apparition de la première bande de grandes particules à la surface libre
- $\tau$  : temps caractéristique global de la remontée particulaire
- $C_1$  :  $C(t)$  à l'état stationnaire i.e. après 1h de mélange



**Figure 3.2** Allure générale de la fonction  $C(t)$  en fonction du temps  $t$  de mélange. L'évolution globale est ajustée par une exponentielle  $C_1(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$ . Sur cette illustration,  $t_0 \approx 250$  s,  $\tau \approx 600$  s et  $C_1 \approx 0.78$ .

### 3.2.2 Influence de la vitesse de rotation de la cuve

Afin de mettre en évidence comment le changement de vitesse de rotation de la cuve impacte le régime d'écoulement dans le milieu, nous comparons  $C(t)$  pour 3 périodes différentes de rotation de la cuve :  $T \in [80, 40, 25]$  s soit des vitesses de rotation de la tige  $\in [4 \cdot 10^{-3}, 8 \cdot 10^{-3}, 10^{-2}]$  rad/s. La couche de grandes particules a une épaisseur  $e_g \approx 6d_g$ ,  $d_g$  étant le diamètre moyen d'une grande particule, elle est insérée entre deux couches de petites particules d'épaisseurs  $e_{p1} = e_{p2} = 50d_g$ . La base inférieure de la tige mélangeuse quant à elle, est située à environ  $\delta_t = 32d_g$  du fond de la cuve. Les autres dimensions utiles sont présentées sur la figure 3.3.



**Figure 3.3** Configuration pour l'étude de l'influence de la vitesse de rotation de la cuve (les rapports d'échelle sont exagérés pour faciliter la lecture).

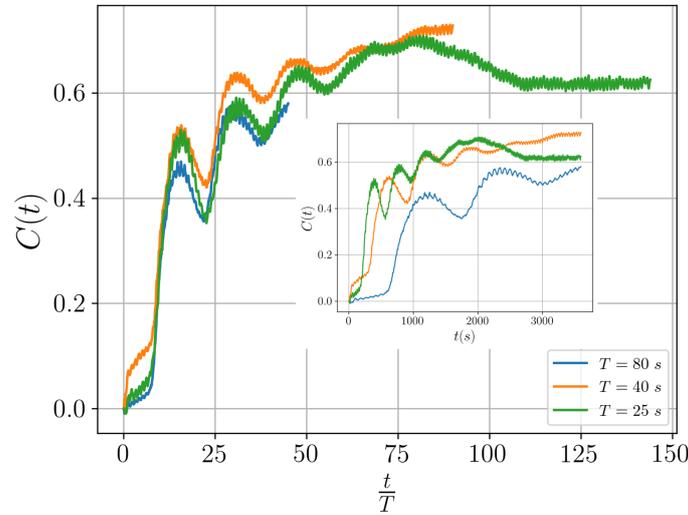
Sur la figure 3.4, le tracé de  $C(t)$  en fonction de  $t$  (en encart) semble montrer des allures différentes pour les 3 périodes de rotation étudiées. En particulier, la fréquence des oscillations

est plus importante pour  $T = 25$  s et elle diminue avec l'augmentation de  $T$ . Cependant, lorsqu'on normalise le temps de mélange par la période de rotation de la cuve, soit à tracer  $C$  en fonction de  $\frac{t}{T}$  i.e. le nombre de révolutions de la cuve, on retrouve une bonne superposition pour les 3 expériences, notamment les oscillations de  $C(\frac{t}{T})$  se retrouvent en phase et l'évolution globale est similaire. De légères différences non-significatives sont néanmoins observables sur les amplitudes.

A priori, la vitesse de rotation de la cuve ne change pas les propriétés de l'écoulement dans la gamme étudiée. En effet, on peut évaluer le nombre inertiel  $I = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{P/\rho}}$  dans notre configuration en utilisant l'équation 3.2 où  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  est la vitesse angulaire de la tige,  $d_t$  son diamètre,  $R_t$  la distance de son centre au centre de la cuve et en prenant  $P$  comme la pression hydrostatique à mi-profondeur ( $e_{p1}$ ), on a  $\sqrt{P/\rho} = \sqrt{g \cdot e_{p1}}$ .

$$I = \frac{\omega \cdot R_t \cdot d_g}{\sqrt{g \cdot e_{p1}}} \quad (3.2)$$

On retrouve un nombre inertiel  $I \in [2 \cdot 10^{-4}, 4 \cdot 10^{-4}, 7 \cdot 10^{-4}]$  pour les 3 périodes de rotation  $T \in [80 \text{ s}, 40 \text{ s}, 25 \text{ s}]$  explorées. On se situe bien dans le régime quasi-statique ( $I \in [10^{-4}, 10^{-3}]$ ), justifiant la constance des propriétés d'écoulement dans le milieu [1, 102]. Quant aux différences d'amplitudes, nous les associons aux erreurs systématiques de reproductibilité. Le nombre de révolutions de la cuve  $n = \frac{t}{T}$  est par conséquent le bon paramètre pour décrire la remontée des particules à la surface. Pour les autres expériences, nous traçons désormais  $C(n)$  au lieu de  $C(t)$ .



**Figure 3.4**  $C$  pour différentes périodes de rotation de la cuve, tracé en fonction du temps (encart) et du nombre de révolutions ( $n = \frac{t}{T}$ ).

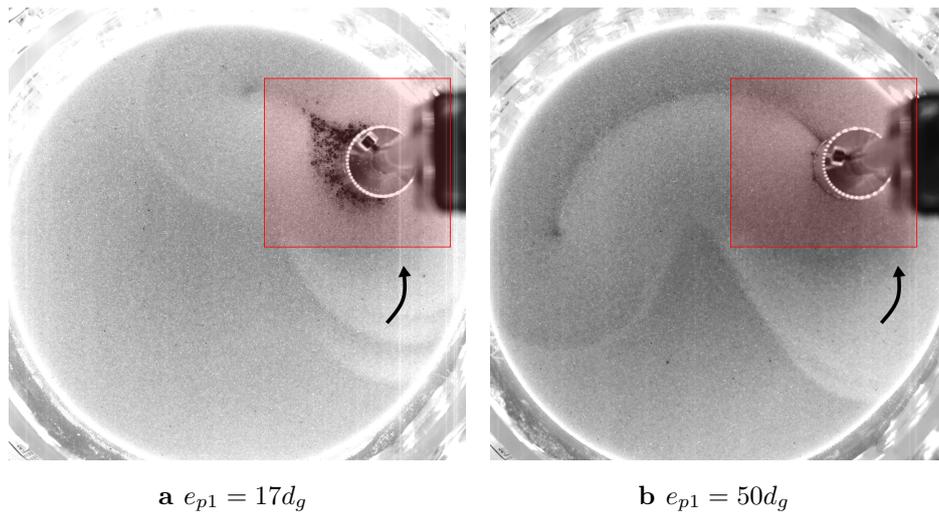
### 3.3 Dynamique de remontée des grandes particules

Dans cette section, nous étudions comment la remontée des particules à la surface est modulée par les variables expérimentales présentées dans la section 2.2.1. Les paramètres d'intérêt sont, comme introduits, dans la section précédente :  $n_0$  (nombre de cycles à partir duquel apparaît la première bande de grandes particules à la surface libre),  $\tau$  (temps caractéristique de l'exponentielle) et  $C_1$  (taux de couverture de la surface en grandes particules après 1h de mélange).

### 3.3.1 Premières remontées de grandes particules à la surface libre

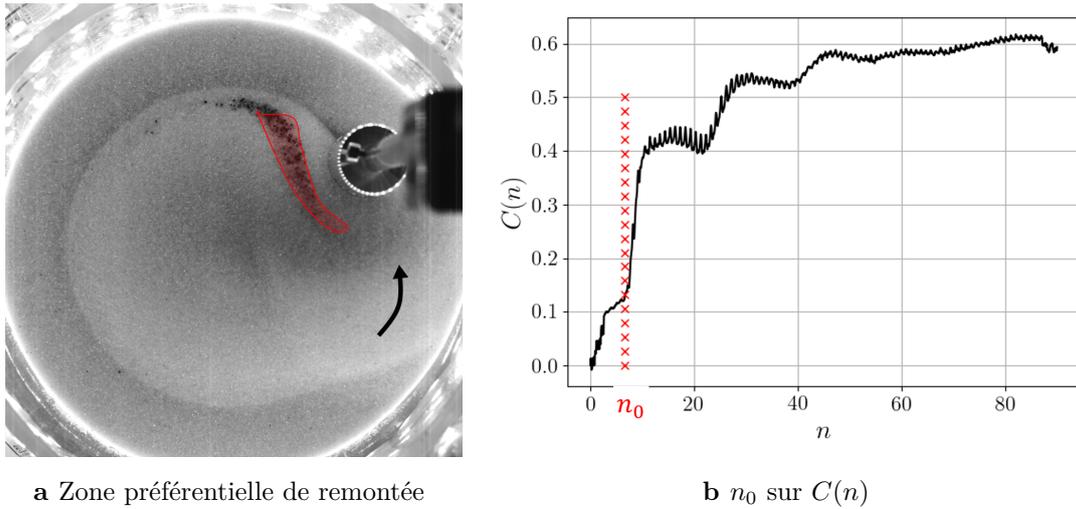
Pour toutes les expériences, l'analyse des premiers instants indique de façon consistante deux grands modes de remontée des grandes particules à la surface libre. Le premier débute dès la première révolution de la cuve dans le voisinage immédiat de la tige (figure 3.5). Une auréole de quelques grandes particules y est en effet visible après un temps très court de l'ordre de quelques secondes. On remarque aussi que ce premier temps de remontée est quasiment invariable dans toutes les expériences. Par contre, la quantité de grandes particules remontées peut varier de façon notable, ce qui se traduit par un premier saut de  $C(n)$  d'amplitude variable.

Si le caractère aléatoire de cette première quantité de matière remontée empêche l'établissement d'une loi générale en fonction des paramètres expérimentaux, une tendance qualitative se dégage : la quantité de matière remontée à la surface instantanément est une fonction décroissante de l'épaisseur  $e_{p1}$  de la couche supérieure de petites particules. Il existe une épaisseur caractéristique de l'ordre du diamètre de la tige  $d_t$  telle que si  $e_{p1} > d_t$ , seules quelques particules remontent instantanément à la surface (figure 3.5b). En dessous ( $e_{p1} < d_t$ ), un amas concentré de grandes particules y est visible (figure 3.5a).



**Figure 3.5** Illustration de la première remontée de grandes particules dans le voisinage proche de la tige à  $t = 10$  s (première révolution de la cuve,  $d_t = 33d_g$ ,  $T = 40$  s). Pour  $e_{p1} < d_t$  à gauche, la concentration de grandes particules est élevée et pour  $e_{p1} > d_t$  à droite, on distingue à peine quelques particules dans le voisinage de la tige. La flèche indique le sens de rotation de la cuve.

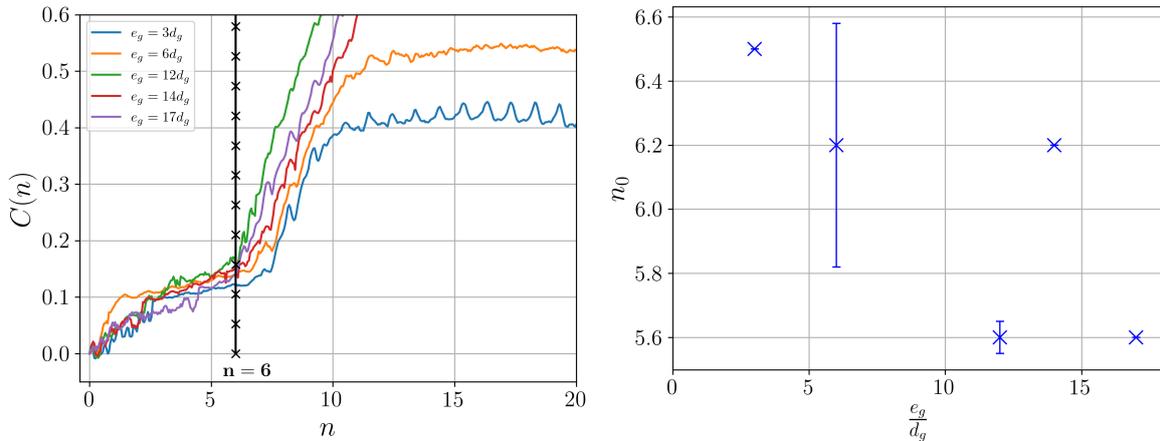
Ce premier mode de remontée, aléatoire et difficilement quantifiable est suivi par un deuxième mode, suivant lequel la remontée ne s'effectue plus à la paroi de la tige mais dans une zone préférentielle distante radialement d'environ  $d_t$  du centre de la tige (figure 3.6a) - toutes les remontées suivantes, sous forme de bandes, auront tendance par ailleurs à se faire dans cette zone d'où le qualificatif «*préférentielle*». Contrairement à la première remontée, le nombre de cycles à partir duquel la première bande de grandes particules apparaît dans cette zone semble répétable. Nous le désignons par  $n_0$ . Cette remontée se traduit par le deuxième changement de pente sur la courbe d'évolution de  $C(n)$  (figure 3.6b). Il faut néanmoins préciser que la distinction spatiale entre cette zone préférentielle et la première zone de remontée devient de plus en plus difficile avec la diminution de l'épaisseur  $e_{p1}$  de la couche supérieure de petites particules.



**Figure 3.6** Deuxième mode de remontée des grandes particules avec illustration de la zone préférentielle en rouge, après environ  $n_0 \approx 6$  cycles de la cuve,  $d_t = 33d_g$ .

### Indépendance de $n_0$ vis-à-vis de la proportion de grandes particules

Les expériences conduites avec des épaisseurs différentes de grandes particules  $e_g \in [3d_g, 6d_g, 12d_g, 14d_g, 17d_g]$  indiquent une indépendance du temps de remontée  $n_0$  vis-à-vis de l'épaisseur de grandes particules initialement introduite dans le milieu (figure 3.7). En effet, qualitativement, nous montrons que le deuxième changement de pente (correspondant à  $n_0$ ) se produit quasiment au même moment pour les 5 expériences (figure 3.7a). Quantitativement, en tenant compte des erreurs de répétabilité, la figure 3.7b traduit une indépendance de  $n_0$  vis-à-vis de  $e_g$  : la bande de particules s'observe à la surface au bout de 6 cycles en moyenne pour les 5 épaisseurs étudiées (écart-type de  $\pm 0.4$ ).



**Figure 3.7** Premières remontées de bandes de grandes particules à la surface en fonction de l'épaisseur  $e_g$  de grandes particules intercalée,  $d_t = 33d_g$ .

L'augmentation de la proportion de grandes particules n'accélérerait donc pas le mécanisme de ségrégation dans le milieu granulaire contrairement à ce qu'ont pu observer Staron et Phillips [55]. En effet, dans leur configuration, en augmentant la proportion de grandes particules <sup>a</sup> entre 0.08 et 0.83, ils montrent que le temps caractéristique de la remontée exponentielle du centre de gravité des grandes particules à la surface décroît. Il faut rappeler néanmoins que dans leur configuration la ségrégation se produit principalement suivant le mécanisme de percolation (tamisage cinétique). L'ajout de grandes particules en créant plus de vides dans le milieu permettrait une meilleure percolation des petites particules i.e. une remontée plus rapide des grandes particules [63]. L'absence d'accélération mise en évidence dans notre configuration pourrait d'une part traduire le fait que l'augmentation de la quantité de grandes particules, sur cette gamme, n'est pas suivie d'une augmentation conséquente de la quantité de vides disponible dans le milieu, susceptible de modifier la mobilité des particules. En calculant une proportion équivalente de grandes particules  $\frac{e_g}{e_{p1}+e_g}$  dans notre configuration, on obtient [0.06, 0.11, 0.19, 0.22, 0.25] pour les 5 épaisseurs étudiées : la variabilité est donc très faible en comparaison à la gamme étudiée par Staron et Phillips [55]. Cette explication paraît d'autant plus applicable que les grandes particules dans nos expériences présentent une faible circularité (0.8 en moyenne), on attend de l'encombrement stérique qu'il varie très peu avec de faibles augmentations de la proportion de grandes particules.

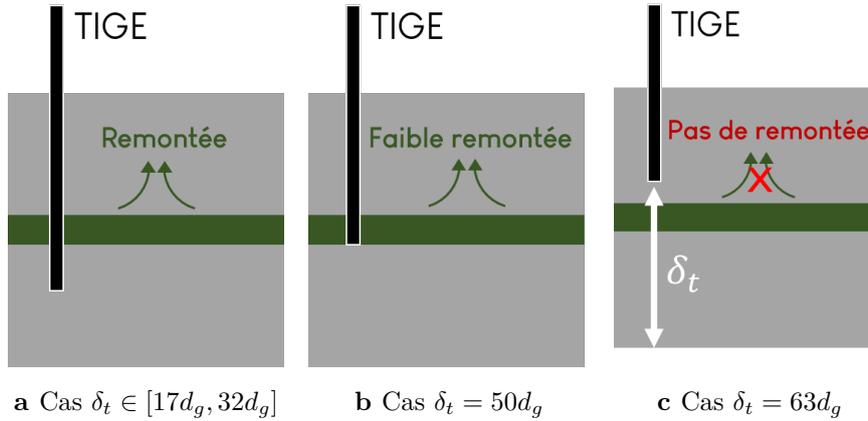
<sup>a</sup>Ratio du volume de grandes particules et du volume total des petites et grandes particules

### Relation entre $n_0$ et $\delta_t$

La profondeur d'immersion de la tige (traduite par l'espacement  $\delta_t$  entre le bas de la tige et le fond de la cuve) conditionne la loi de remontée des grandes particules à la surface. En effet, nous avons conduit les expériences pour 4 valeurs différentes de  $\delta_t$  :  $[17d_g, 32d_g, 50d_g, 63d_g]$  ( $e_g = 6d_g, e_{p1} = e_{p2} = 50d_g, d_t = 33d_g$ ). Chacune des valeurs de  $\delta_t$  est choisie afin de se placer dans une des configurations décrites sur la figure 3.8. Lorsque la tige traverse entièrement la couche de grandes particules, c'est-à-dire pour  $\delta_t \in [17d_g, 32d_g]$  - soit une distance entre la base de la tige et la base de la couche de grandes particules de  $33d_g$  et de  $18d_g$  respectivement, nous retrouvons  $n_0$  de l'ordre de 6 cycles - avec une différence de  $\pm 0.08$  cycle entre les deux valeurs de  $n_0$  pour  $\delta_t$  dans cette configuration. En prenant  $\delta_t = 50d_g$  pour que le bas de la tige arrive à la base de la couche de grandes particules, on observe une augmentation de  $n_0$  désormais établi à 9 cycles. Dans la dernière configuration ( $\delta_t = 63d_g$ ) où la tige ne parvient pas à pénétrer la couche de grandes particules, après une heure de mélange, aucune bande de particules n'apparaît dans la zone préférentielle (nous rappelons qu'au bout d'une heure,  $C(t)$  est quasi-stationnaire dans une configuration de type  $a$  de la figure 3.8).

Ces résultats indiquent que la première remontée s'effectue identiquement dès lors que la couche de grandes particules est traversée entièrement par la tige. Elle devient moins rapide quand on place la base de la tige à l'interface inférieure et quasi-inexistante lorsque la tige ne traverse pas la couche de grandes particules. De ces résultats, ressort un effet de seuil : la remontée des particules à la surface n'est possible que si la tige s'insère à minima dans la couche de grandes particules. La ségrégation est donc très fortement dépendante de la localisation de la couche de grandes particules par rapport à la profondeur d'immersion de la tige i.e. de la présence ou non d'un cisaillement dans la couche de grandes particules.

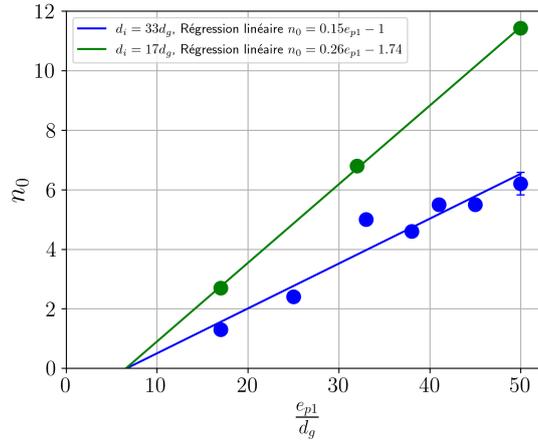
En effet, dans leurs expériences où un intrus est déplacé au fond d'un milieu granulaire [57], Dwivedi *et al.* montrent que l'écoulement procède par formation d'un tas granulaire en amont de l'intrus et les zones non traversées par ce dernier participent très peu à l'écoulement. Dans notre configuration où l'écoulement est généré par le déplacement d'une tige, la région en dessous de la tige ne serait donc pas sollicitée ; les grandes particules localisées dans cette région ne peuvent par conséquent pas remonter du fait de l'absence de cisaillement.



**Figure 3.8** Illustration schématique de la position de la tige (en noir) par rapport à la couche de grandes particules (en vert). Dans la première configuration, la tige traverse entièrement la couche de grandes particules, dans la deuxième, elle est juste à l'interface inférieure et dans la dernière configuration, la couche de grandes particules n'est pas traversée par la tige,  $e_g = 6d_g$ ,  $e_{p1} = e_{p2} = 50d_g$ ,  $d_t = 33d_g$ .

### Dépendance linéaire entre $n_0$ et $e_{p1}$

On se place désormais dans la situation où  $\delta_t = 32d_g$ ,  $e_{p2} = 50d_g$  et  $e_g = 6d_g$  et on fait varier  $e_{p1}$  dans la gamme  $[17d_g, 25d_g, 33d_g, 50d_g]$ . La figure 3.9 montre l'évolution de  $n_0$  en fonction de  $e_{p1}$  pour deux diamètres de tige  $d_t \in [17d_g, 33d_g]$ . Il en ressort une dépendance linéaire quelque soit le diamètre de la tige avec une vitesse moyenne de remontée des particules de  $9 \pm 2d_g/cycle$  pour la grande tige ( $d_t = 33d_g$ ) et de  $5 \pm 1d_g/cycle$  environ pour la petite tige ( $d_t = 17d_g$ ).



**Figure 3.9** Evolution linéaire de  $n_0$  en fonction de l'épaisseur de la couche supérieure de petites particules  $e_{p1}$  pour deux diamètres de tige  $d_t = 33d_g$  et  $d_t = 17d_g$ .

En résumé, dès lors que la tige traverse la couche de grandes particules, le temps nécessaire aux particules pour remonter à la surface libre ne dépend plus que de la distance qui les sépare de cette surface et des propriétés de la tige. Le calcul de la vitesse moyenne en ne prenant en compte que la hauteur parcourue par les grandes particules entre le départ et l'arrivée suppose que les propriétés de l'écoulement restent inchangées durant toute la remontée et qu'il n'existe pas de variabilité locale liée à la différence de profondeur. Cette hypothèse est justifiée par la linéarité de  $n_0$  avec l'épaisseur  $e_{p1}$ . Ce résultat est quelque peu à nuancer avec ceux de Pöschel et Herrmann [65] qui montrent une sensibilité vis-à-vis de la profondeur des grandes particules. Leur étude se déroule en effet dans une géométrie 2D sous vibration et ils mettent en évidence des courants de convection dont l'intensité est variable en fonction de la profondeur à laquelle on se place dans le tas. Notre étude se déroulant en géométrie 3D, sans vibration, il n'est pas surprenant qu'on n'obtienne pas la même sensibilité vis-à-vis de la profondeur. Par ailleurs, la proportionnalité de la vitesse de première remontée avec le diamètre de la tige confirme la prédominance des propriétés de la tige dans la détermination des propriétés de l'écoulement. Cette dépendance monotone vis-à-vis de la taille de l'intrus est en accord avec les résultats de Dwivedi *et al* [57] où l'augmentation de la taille de l'intrus résulte en un accroissement de la vitesse de remontée des grandes particules à la surface.

Si  $n_0$  permet de caractériser la mise en place de la remontée des grandes particules, il éclaire très peu sur la dynamique de remontée à l'échelle de toute la durée de l'expérience. En ajustant  $C(n)$  par la fonction  $C_1(1 - \exp(-\frac{n}{\tau}))$ , nous mesurons  $\tau$  qui est un meilleur indicateur du temps caractéristique d'établissement de l'état stationnaire. La valeur de  $C_1$  quant à elle, renseigne sur l'état du mélange à la surface après 1h en fonction des variables expérimentales.

### 3.3.2 Dynamique globale de la remontée des grandes particules à la surface

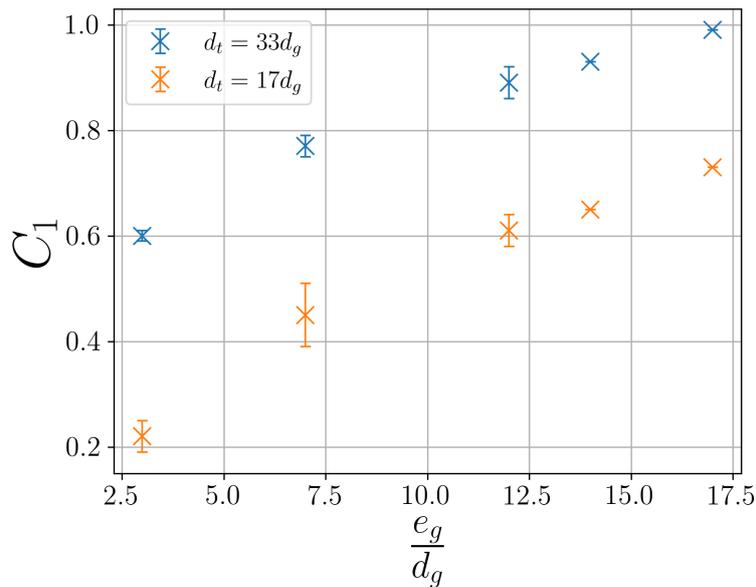
Comme introduit dans la section 3.2.1, l'évolution de  $C(n)$  traduit le couplage entre le flux de remontée des grandes particules et le flux de réentraînement de ces dernières dans le volume sous l'effet de la recirculation. L'étude de  $\tau$  et de  $C_1$  permet ainsi de comprendre les dépendances de ce couplage. En particulier, on cherche à évaluer le temps caractéristique de l'évolution vers

un état stationnaire où les des flux s'équilibrent et d'autre part, la valeur de couverture de la surface en grandes particules en fin de mélange.

### Indépendance entre $\tau$ et la proportion de grandes particules

En faisant varier  $e_g$  dans la gamme  $[3d_g, 6d_g, 12d_g, 14d_g, 17d_g]$ , on obtient un temps caractéristique  $\tau = 12 \pm 2 \text{cycles}$  indépendant de  $e_g$ . La quantité de grandes particules initialement introduite dans le milieu ne joue donc pas sur la dynamique transitoire vers le régime stationnaire tout comme elle ne jouait pas sur la vitesse de remontée des premières particules (section 3.3.1). Cette indépendance semble discréditer la théorie d'une ségrégation par tamisage cinétique dans notre cas [53, 103, 104] : en effet, suivant un tel scénario, comme pour le temps de première remontée  $n_0$ , on attend que la variation de la quantité de grandes particules affecte la vitesse de remontée des grandes particules en modulant la proportion de «vides» disponibles dans le milieu pour le passage des petites particules. L'absence d'influence de  $e_g$  est ici une preuve supplémentaire que la convection est dominante par rapport au phénomène de tamisage cinétique dans la remontée des grandes particules. La tige et sa disposition, en déterminant la portée de cette convection seraient finalement les paramètres majeurs du mouvement particulaire.

A l'état stationnaire, on retrouve néanmoins une corrélation entre  $C_1$  et  $e_g$  (figure 3.10) i.e plus il y a de grandes particules dans le volume initialement, plus on en récupère à la surface libre après 1h de mélange. En utilisant une tige de diamètre plus petit, on obtient moins de grandes particules à la surface à 1h. Notons que le ratio de  $C_1$  pour la grande et la petite tige n'est pas constant :  $C_1$  atteint rapidement l'asymptote 1 pour la grande tige alors qu'elle continue à croître avec la petite tige, pour laquelle l'état stationnaire n'est pas atteint au bout d'une heure pour des valeurs identiques de  $e_g$ .

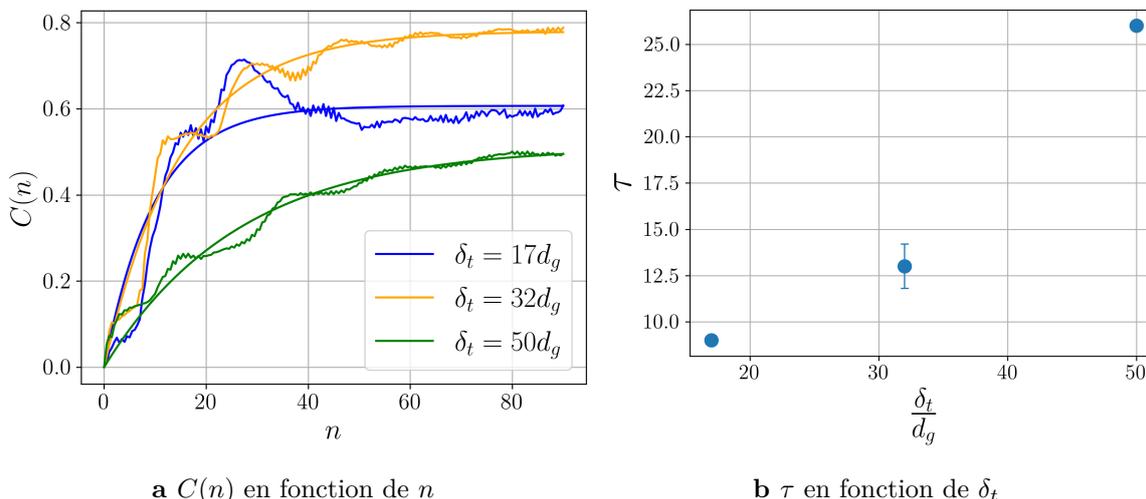


**Figure 3.10** Evolution de  $C_1$  en fonction de l'épaisseur de la proportion de grandes particules  $e_g$  pour les deux diamètres de tige  $d_t = 33d_g$  et  $d_t = 17d_g$ .

La variation de  $C_1$  avec le diamètre de la tige montre que ses propriétés déterminent principalement de la ségrégation par convection. En résumé, la durée du régime transitoire vers l'état stationnaire (caractérisée par le temps  $\tau$ ) ne dépend pas de  $e_g$  mais le taux de couverture  $C_1$  après 1h en dépend et est conditionné par le diamètre de l'intrus.

### Influence de $\delta_t$

Le tracé de  $C(n)$  pour différentes valeurs de  $\delta_t$  sur la figure 3.11a montre que le temps caractéristique est fortement dépendant de l'enfoncement de la tige dans le milieu granulaire. Sur la figure 3.11b,  $\tau$  est une fonction croissante de  $\delta_t$ .  $C_1$  par contre, n'évolue pas de façon monotone avec  $\delta_t$ . Jusqu'à 30 cycles environ, on retrouve quasiment la même évolution de l'amplitude de  $C$  pour  $\delta_t \in [17d_g, 32d_g]$  i.e. quand la couche de grandes particules est entièrement traversée par la tige. Au-delà de 30 cycles néanmoins, plus de grandes particules sont conservées à la surface libre à  $\delta_t = 33d_g$  tandis qu'une oscillation de très grande amplitude de  $C(n)$  est localement observée pour  $\delta_t = 17d_g$  (tige la plus enfoncée).



**Figure 3.11** Influence de la profondeur d'immersion de la tige sur l'évolution de  $C(n)$  pour  $\delta_t \in [17d_g, 33d_g, 50d_g]$ ,  $d_t = 33d_g$ .

En effet, nous avons déjà montré dans la section 3.3.1 que l'influence de la tige s'arrêtait à sa limite basse i.e. les particules localisées en dessous de la tige ne peuvent pas être transportées. De cette délimitation, s'ensuit le fait que plus la tige est enfoncée (plus  $\delta_t$  est faible) et plus il y a de particules transportées vers le haut. On attend donc de l'enfoncement qu'il enrichisse plus rapidement la surface en grandes particules : c'est ce que retrace bien l'évolution de  $\tau$  sur la figure 3.11b. Cette importante influence de l'enfoncement de la tige montre que la portée spatiale de la convection est fortement dépendante des propriétés géométriques et de la disposition de la tige. Ceci est confirmé de façon secondaire par l'oscillation de grande amplitude entre 20 et 40 cycles obtenue avec la tige la plus profondément immergée ( $\delta_t = 17d_g$ ). Cette observation prouve que de plus grandes quantités de particules sont échangées entre la surface et le volume. La région de transport des particules étant plus grande, on s'attend aussi à une plus grande rétention et dilution des grandes particules dans le volume : le régime stationnaire à la surface est par conséquent plus rapidement atteint avec l'enfoncement de la tige. L'évolution est à l'opposé plus lente quand la tige traverse à peine la couche de grandes particules ( $\delta_t = 50d_g$ ).

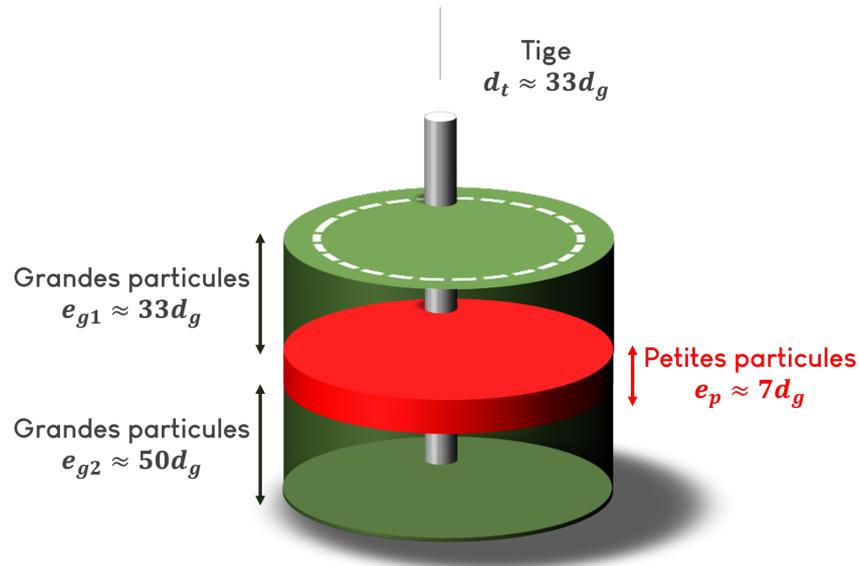
La valeur de  $C_1$  après 1h de mélange est logiquement plus basse pour la tige la moins enfoncée du fait de la faible mobilisation des particules. Quand la couche est entièrement traversée, la loi d'évolution de  $C_1$  en fonction de  $\delta_t$  n'est néanmoins pas directe. Pour cause, si l'enfoncement favorise la remontée des particules, elle pourrait aussi réentraîner davantage de particules dans le volume et donc une plus grande dilution, ce qui se traduit par une valeur de  $C_1$  qui évolue de façon non monotone avec  $\delta_t$  et qui est plus faible à  $\delta_t = 17d_g$  qu'à  $\delta_t = 32d_g$ . La quantité résiduelle de particules à la surface est ainsi déterminée par la différence entre les quantités de particules transportées en remontée et celles réentraînées dans le volume. D'autres profondeurs d'immersion seraient nécessaires pour caractériser pleinement ce paramètre, étude que nous ne conduisons pas dans ce travail.

### 3.4 Dualité ségrégation par tamisage cinétique - ségrégation par convection

Les résultats des paragraphes précédents interrogent sur la nature véritable du phénomène responsable de la remontée des grandes particules à la surface. En effet, si la séparation entre les petites particules et les grandes fait penser tout de suite à un milieu régi par un phénomène de ségrégation, la possibilité pour ces grandes particules, une fois à la surface libre de replonger dans le volume évoque plutôt un mouvement convectif. Les analyses des dépendances conduites dans les sections précédentes semblant indiquer une prédominance de la convection, nous conduisons dans ce paragraphe une expérience ultime qualitative destinée à mieux cerner les forces en jeu.

#### 3.4.1 Méthodologie

Dans les expériences précédentes telles que présentées dans le chapitre 2, la configuration initiale est produite par introduction d'une couche de grandes particules entre deux couches de petites particules. Dans cette partie, nous inversons les deux populations i.e. une couche de petites particules de  $7d_g$  d'épaisseur est intercalée entre deux couches de grandes particules (figure 3.12), les diamètres nominaux restent les mêmes que pour les expériences précédentes mais les petites particules sont colorées ici en rouge pour améliorer le contraste en surface. Avec les réglages de la caméra en niveaux de gris, les petites apparaissent toujours blanches tandis que les grandes conservent leur couleur noire. Dans cette expérience, nous partons du principe que si la remontée des grandes particules était essentiellement assurée par les forces de ségrégation, aucune remontée ne devrait être visible en les remplaçant par les petites particules.

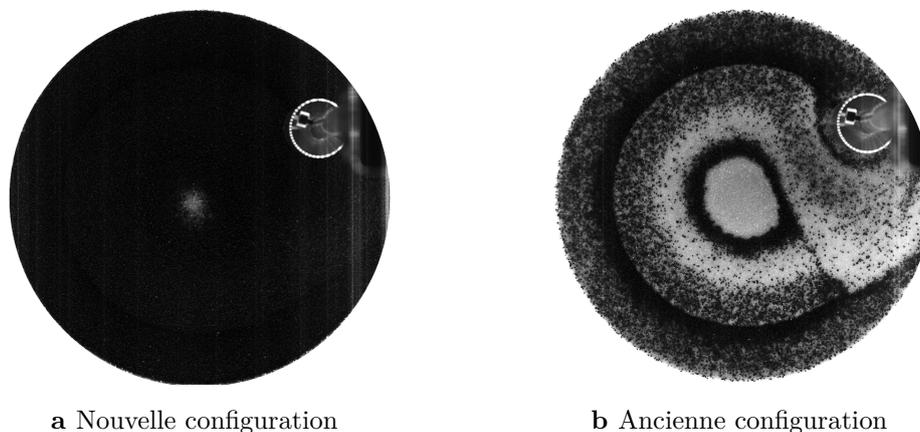


**Figure 3.12** Configuration expérimentale avec inversion des populations de petites et grandes particules.

#### 3.4.2 Observations qualitatives

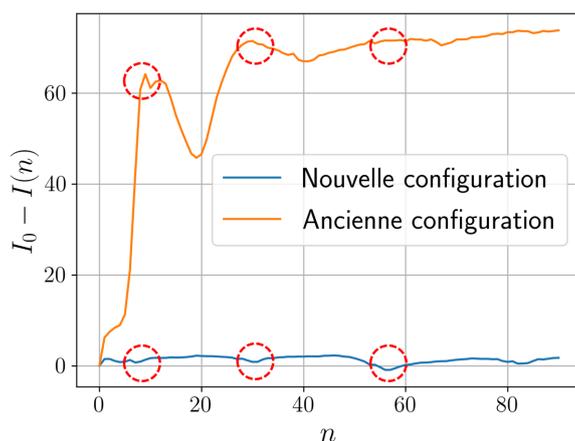
Sur la figure 3.13, nous comparons les images de la surface libre après 1h de mélange pour la nouvelle configuration (figure 3.13a) et l'ancienne (couche de grandes particules intercalée entre

deux couches de petites - figure 3.13b). Dans le cas 3.13a, on remarque clairement une très faible présence (voire une quasi-absence) de petites particules à la surface libre. Dans le cas 3.13b, les grandes particules parviennent à remonter davantage en 1h et en grande quantité. Cette première observation semble corroborer une remontée des particules à la surface par ségrégation.



**Figure 3.13** Images après 1h de mélange pour les nouvelle et ancienne configurations. Les petites particules apparaissent en blanc.

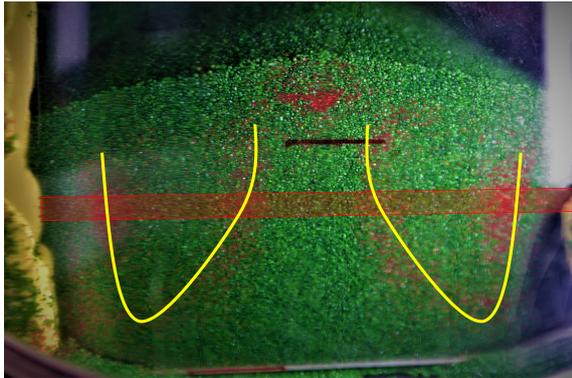
Néanmoins, cette conclusion ne s'effectuant que sur la base des images en fin de mélange, elle pourrait s'avérer insuffisante. En gardant les notations habituelles,  $I(n)$  étant la moyenne de niveau de gris de la surface après  $n$  cycles et  $I_0$  la moyenne de niveaux de gris de la surface initiale, nous traçons l'évolution  $I_0 - I(n)$  pour les deux configurations en fonction de  $n$  sur la figure 3.14. En comparaison avec l'ancienne configuration, la nouvelle configuration admet une remontée de petites particules à la surface négligeable : la différence de moyenne de niveaux de gris à la surface reste quasiment constante et nulle. L'observation sur toute la durée de l'expérience confirme ainsi l'observation faite sur les seules images de la fin d'expérience : la ségrégation est donc nécessaire à la remontée des grandes particules à la surface.



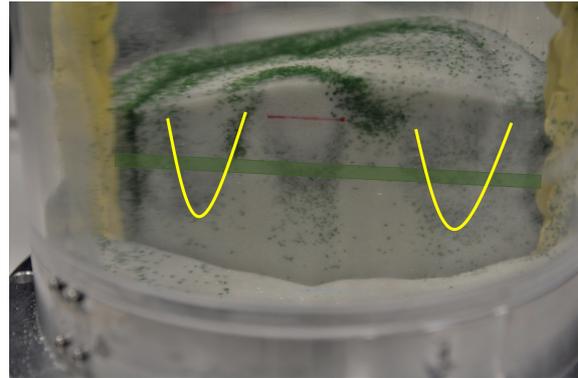
**Figure 3.14**  $I_0 - I(n)$  pour les nouvelle et ancienne configurations. Pics advenant aux mêmes temps pour les 2 configurations (en pointillés rouges).

Néanmoins, sur ces courbes, on peut aussi remarquer des pics advenant aux mêmes cycles, comme si l'apparition des particules à la surface, dans le temps, était indépendante de la configuration  $a$  ou  $b$ . Ceci indiquerait qu'il existe un mécanisme sous-jacent, identique pour les deux

configurations, responsable de la remontée des particules à la surface indépendamment de leur taille : les coupes transversales du milieu après 1h de mélange, faites en utilisant le protocole expérimental présenté dans la section 2.2.2, apportent une précision sur la nature de ce mécanisme. En effet, sur la figure 3.15, on commence à apercevoir des motifs de transport (bandes de couleur) des particules dans le milieu. Pour les deux configurations on y remarque les mêmes formes et quasiment les mêmes portées. Ces motifs ressemblent à ceux mis en évidence dans les configurations vibrées [64,65,77] avec une remontée au centre et une descente à l'endroit de plus grand cisaillement (ici, les parois de la tige) : ce sont des indicateurs d'un mouvement convectif.



**a** Nouvelle configuration, illustration du dépôt initial en surimpression rouge



**b** Ancienne configuration, illustration du dépôt initial en surimpression verte

**Figure 3.15** Première délimitation grossière des courants de convection (en jaune) dans les deux configurations, nouvelle et ancienne,  $d_t = 33d_g$ ,  $\delta_t = 32d_g$ .

Ainsi dans le volume, la convection est bien un responsable important du transport des particules vers la surface. Entre les deux configurations, une différence est néanmoins visible au voisinage de la surface libre. En effet, à partir d'une distance équivalente au diamètre de la grande tige ( $d_t = 33d_g$ ) de la surface libre, on peut remarquer l'arrêt de la remontée des particules rouges par convection i.e les petites particules sur la nouvelle configuration. La convection serait donc efficace en profondeur pour faire remonter les deux tailles de particules. Au-dessus, la ségrégation (par tamisage cinétique) semble prendre le relais. En effet, dans l'ancienne configuration, on remarque que la bande verte de grandes particules s'étend jusqu'à la surface libre. Ceci expliquerait pourquoi on récupère plus de grandes particules à la surface dans l'ancienne configuration et très peu de petites particules pour la nouvelle configuration.

En résumé, le mécanisme de remontée des particules à la surface est bien un résultat mutuel de la convection dans le volume et de la ségrégation par tamisage cinétique au voisinage de la surface libre. La géométrie des courants convectifs et de façon plus générale, les trajectoires suivies par les particules dans le volume lors de leur remontée/descente sont discutées plus amplement dans le prochain chapitre.

## En résumé

Dans cette partie, nous avons étudié le comportement d'une couche de grandes particules initialement insérée entre deux couches de petites particules sous l'effet du déplacement relatif d'une tige en régime quasi-statique. Sous l'effet du cisaillement continu de la tige, les grandes particules remontent progressivement à la surface libre. Cependant, une fois à la surface libre, elles ne s'y maintiennent pas forcément : certaines particules peuvent être réentraînées dans le volume en s'engouffrant dans le sillage en aval de la tige. La définition d'un taux de couverture de la surface libre en grandes particules  $C(t)$  a permis d'étudier les dépendances de la remontée dans le temps. De façon générale,  $C(t)$  peut se mettre sous la forme  $C_1(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$  et l'enveloppe de  $C(t)$  est modulée par des oscillations traduisant les apparitions et disparitions successives de grandes particules à la surface.

Il existerait une bande préférentielle par laquelle les grandes particules remontent à la surface libre. Le nombre de cycles à partir duquel la première bande de particules remonte à la surface libre est indépendante de la quantité initiale de grandes particules intercalée mais dépend de la profondeur d'immersion de la tige mélangeuse et surtout de l'épaisseur de la couche supérieure de petites particules à traverser. La dépendance vis-à-vis de cette dernière est linéaire.

Comme pour le temps de remontée de la première bande de grandes particules, le temps caractéristique de la remontée  $\tau$  est indépendant de la proportion de grandes particules dans le milieu mais est fortement influencé par la profondeur d'immersion de la tige mélangeuse. Le seul paramètre entretenant une dépendance avec la proportion de grandes particules est  $C_1$ , le taux de couverture de la surface libre en grandes particules après une heure de mélange.

Ce chapitre a aussi été l'occasion de déterminer les premiers contours du mécanisme responsable de la remontée des grandes particules à la surface libre. On montre notamment le rôle prédominant des mouvements de convection.

Nous avons étudié exclusivement la remontée moyenne des grandes particules. Un prolongement intéressant pourrait porter sur l'investigation quantitative des oscillations. Une compréhension fine de leurs amplitudes et de leurs périodes en lien avec les variables expérimentales pourrait en effet permettre de prédire totalement la remontée et l'entraînement des grandes particules vus de la surface libre. Dans le chapitre prochain, l'accent est plutôt mis sur l'exploration du mécanisme de mobilisation des grandes particules dans le volume.



# Chapitre 4

## Mécanismes de mobilisation des grandes particules dans le volume

Dans le chapitre 3, l'étude a porté uniquement sur la manifestation à la surface libre des mouvements de remontée des grandes particules. Dans le présent chapitre, nous nous proposons d'explorer le volume afin de comprendre les mécanismes sous-jacents à la dynamique observée en surface. Le protocole expérimental présenté dans la section 2.2.3 basé sur l'aspiration des particules sera le moyen de sondage principal dans l'établissement des résultats présentés dans cette partie. Plusieurs configurations expérimentales seront abordées, les principales sont rappelées sur la figure 4.18.

### Sommaire du chapitre

---

<b>4.1</b>	<b>Trajectoire des grandes particules dans le volume</b>	<b>48</b>
4.1.1	Méthodologie	48
4.1.2	Exploitation des images dans la reconstitution de la trajectoire des grandes particules	49
4.1.3	Influence des propriétés de la tige dans la détermination des trajectoires	50
<b>4.2</b>	<b>Mobilisation des grandes particules dans la zone centrale</b>	<b>52</b>
4.2.1	Mobilité et influence de la profondeur de confinement	52
4.2.2	Loi temporelle de mobilisation des grandes particules	56
4.2.3	Mécanisme de déplacement des grandes particules	57
4.2.4	Vers une unification des mécanismes de remontée dans le voisinage de la tige et dans la zone centrale	58
<b>4.3</b>	<b>Champs de déplacement dans le milieu</b>	<b>59</b>
4.3.1	Déplacements orthoradiaux $u_\theta(r)$	59
4.3.2	Déplacements verticaux $u_z(r)$	62
<b>4.4</b>	<b>Perspective I : champs de déplacement vertical en temps réel dans le milieu</b>	<b>67</b>
<b>4.5</b>	<b>Perspective II : champs de déplacement et ségrégation dans une géométrie simplifiée, cas du canal parallélépipédique</b>	<b>68</b>
4.5.1	Dispositif I	69
4.5.2	Dispositif II	73
4.5.3	Dispositif III	75

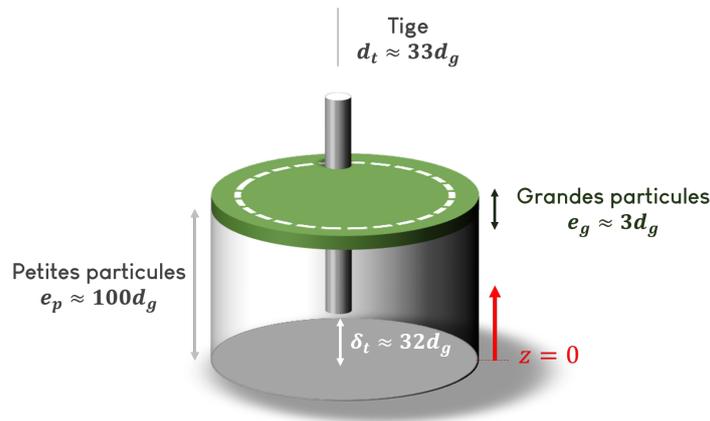
---

## 4.1 Trajectoire des grandes particules dans le volume

Le chapitre précédent nous a permis d'établir que dans l'axe de la cuve, deux principaux sens de transport des grandes particules coexistent : une remontée et une descente qui déterminent conjointement la trajectoire suivie par les grandes particules dans le volume. C'est cette trajectoire que nous nous proposons d'approfondir dans cette première partie. En d'autres termes, nous désirons déterminer et délimiter le chemin suivi par une grande particule initialement déposée à la surface jusqu'à la base de la tige (phase de descente) et celui qu'elle emprunte depuis la base de la tige jusqu'à la surface libre (phase de remontée).

### 4.1.1 Méthodologie

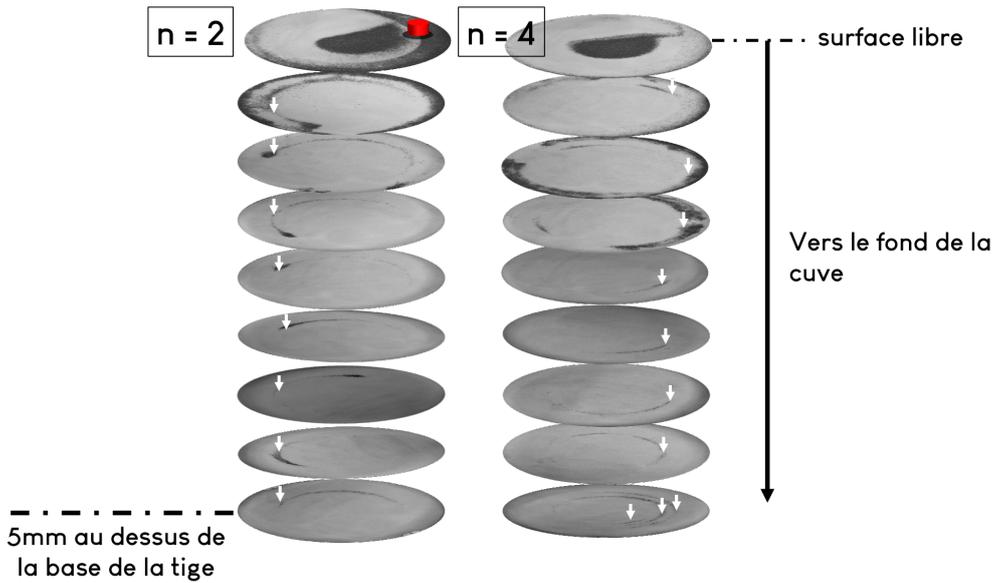
La configuration mise en place pour cette étude de la trajectoire est celle de la figure 4.1. Une fine couche de grandes particules d'épaisseur  $e_g = 3d_g$  est initialement déposée sur une couche de petites particules de  $100d_g$  d'épaisseur. La cuve est mise en rotation autour de la tige dont la base inférieure est située à  $\delta_t = 32d_g$  du fond.



**Figure 4.1** Configuration initiale d'étude de la trajectoire des grandes particules dans le volume.

L'expérience est arrêtée après un nombre  $n$  de révolutions pour  $n$  dans la gamme [2, 4, 8, 16] (4 expériences). Pour chaque expérience arrêtée après  $n$  révolutions, le milieu est aspiré couche par couche à intervalles axiaux  $dz = 2.5 \text{ mm} \approx 4d_g$  et les images des plans successifs sont enregistrées. Ces images, mises bout à bout, permettent de reconstituer discrètement l'état du milieu en 3D après  $n$  révolutions. Des exemples d'une telle reconstitution sont présentés sur la figure 4.2 pour  $n = 2$  et  $n = 4$ .

On relève de prime abord que la rotation de la tige entraîne un flux descendant de grandes particules. De plus, la géométrie cylindrique de l'écoulement produit une distribution spatiale des particules sous formes d'anneaux sur tous les plans. On peut ainsi remarquer, sur les images de la figure 4.2, des anneaux (ou portions d'anneaux) de grandes particules qui se définissent de plus en plus au fur et à mesure que l'on s'enfonce dans le milieu. Par ailleurs, après 2 révolutions, à la surface libre, on peut toujours constater une présence non négligeable de grandes particules dans le voisinage de la tige lesquelles, disparaissent après 4 révolutions en se faisant entrainer dans le volume. Quant à la zone centrale, distante de la zone d'action de la tige, elle conserve quasiment sa concentration initiale en grandes particules.



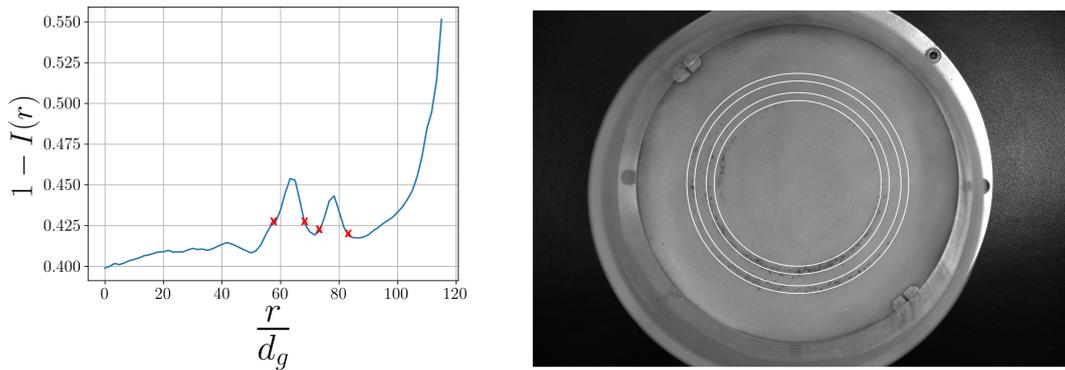
**Figure 4.2** Piles des sections horizontales d’images montrant la distribution spatiale des grandes particules (en noir) de la surface libre vers le fond de la cuve (jusqu’à 5 mm de la base de la tige), après 2 et 4 révolutions de la cuve. Les flèches indiquent les anneaux (ou portions d’anneaux) à forte densité de grandes particules et le cylindre rouge donne une idée de la position de la tige mélangeuse retirée avant aspiration.

#### 4.1.2 Exploitation des images dans la reconstitution de la trajectoire des grandes particules

La reconstitution de la trajectoire des grandes particules repose essentiellement sur un argument de continuité : les particules à la surface libre sont en effet celles qui se sont retrouvées sur les anneaux du plan localisé  $dz$  plus bas et ce sont les mêmes particules qui sont transportées ultérieurement et progressivement vers les plans du fond. En résumé, en conservant les notations de la géométrie cylindrique, si on désigne un anneau par sa position radiale  $r$  par rapport au centre de la cuve, on reconstruit la trajectoire des grandes particules en reliant les différents  $r$  sur la pile d’images en  $z$ . Le choix de réaliser les expériences à 2, 4, 8 et 16 révolutions est d’ailleurs motivé par la nécessité de vérifier cette continuité dans le transport des particules. Les anneaux (ou portions d’anneaux) après 4 révolutions par exemple sont composés à l’identique par les anneaux après 2 révolutions et de nouveaux anneaux engendrés par les deux révolutions supplémentaires. Sur la figure 4.2, sur les plans les plus profonds, on peut ainsi remarquer l’existence de 3 anneaux principaux après 4 révolutions par rapport à un anneau après 2 révolutions. En confrontant ces images avec celles obtenues pour 8 et 16 révolutions, on obtient l’évidence du début de la remontée des particules : ces nouveaux anneaux représentent en effet, les premiers pans de la trajectoire de remontée des grandes particules. Il est aussi intéressant de préciser qu’à partir d’une distance de 5 mm ( $8d_g$ ) en dessous de la tige, la présence de grandes particules devient négligeable même après 16 révolutions ; ceci confirme qu’il n’existe pas de mécanismes de transport conséquent en dessous de la tige.

Pour quantifier la position radiale  $r$  des anneaux sur les plans horizontaux, nous utilisons les gradients de niveaux de gris. La surface d’une image typique est subdivisée en régions annulaires de rayon  $r$  et de largeur  $\approx 2d_g$ ,  $r \in [0, r_c]$  où  $r = 0$  représente le centre de la cuve et  $r = r_c \approx 117d_g$

représente la paroi de la cuve. Nous calculons ensuite la moyenne de niveaux de gris  $I(r)$  pour chaque région ainsi définie (ici  $I(r)$  est normalisée par 255, elle évolue donc entre 0 et 1). Sur le tracé de  $1 - I(r)$  en fonction de  $r$ , les régions possédant une densité non-négligeable de grandes particules sont traduites par des cloches dont la largeur représente la zone traversée par les grandes particules (figure 4.3). En reliant ces zones sur toutes les images en  $z$ , on retrouve les lieux où sont présentes les grandes particules i.e. la trace de leur trajectoire.



**a** Evolution de  $1 - I(r)$  du centre vers la paroi de la cuve sur une image typique,  $I(r)$  étant la moyenne de niveaux de gris d'un anneau centré en  $r$ . Paroi située en  $r = r_c \approx 117d_g$

**b** Sélection des régions contenant de grandes particules à partir de l'exploitation des cloches sur la courbe de  $1 - I(r)$

**Figure 4.3** Protocole de détermination des zones traversées par les grandes particules sur une image de la pile en  $z$ . (La courbe  $1 - I(r)$  remonte dans le voisinage de la paroi à cause de l'ombre).

### 4.1.3 Influence des propriétés de la tige dans la détermination des trajectoires

Sur la figure 4.4, nous représentons les zones parcourues par les grandes particules pour les 4 valeurs de révolution de la cuve étudiées. On peut remarquer que les grandes particules ne sont effectivement pas transportées en dessous de la base de la tige et tous les déplacements se réalisent autour de cette dernière dans la zone de fort cisaillement. A l'opposé, dans la zone centrale de la cuve, sur les plans horizontaux dans le volume, une absence de grandes particules est à noter : les particules initialement à la surface ne sont jamais entraînées dans le volume <sup>(1)</sup>.

Les valeurs de  $n \in [2, 4]$  permettent de décrire la première phase du déplacement des grandes particules : la descente ou l'entraînement dans le volume. Le point de départ de cette descente est le sillage derrière la tige, il est l'ouverture par laquelle les particules sont aspirées vers l'intérieur du volume. Elles s'y engouffrent par gravité et suivent progressivement l'axe de la tige pour terminer leur course à la base de celle-ci. On relève par ailleurs que l'axe moyen de descente des particules derrière la tige (dans son sillage) n'est pas colinéaire à l'axe de la tige. Ceci pourrait s'expliquer soit par la présence des parois latérales contraignant les particules à un repli vers

<sup>(1)</sup> à  $n = 16$ , on peut avoir l'impression d'une absence de grandes particules au centre de la cuve ; cette absence est causée par l'aspiration plutôt que par un quelconque entrainement dans le volume. En effet, dans la zone centrale, le déplacement de la tige entraine la formation d'une bosse d'autant plus importante qu'il y a de révolutions ; l'aspiration de cette bosse est nécessaire pour obtenir une première surface plane. Sur la première image prise en compte dans la détermination des trajectoires, on peut donc avoir une impression d'absence de grandes particules au centre

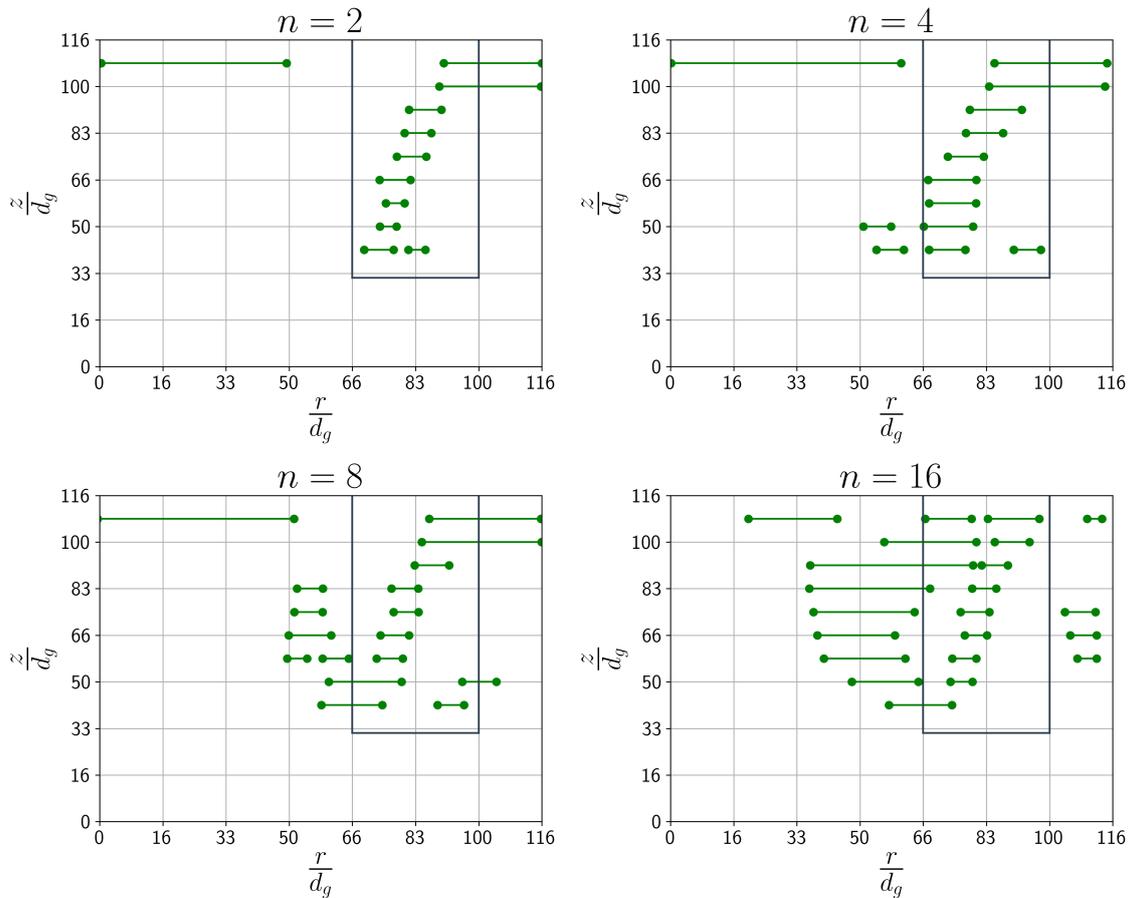
la partie centrale de la cuve soit par la trajectoire circulaire suivie par la tige. De plus s'il est difficile de quantifier exactement la largeur de la bande de descente, on peut remarquer qu'elle est globalement proche de  $\frac{d_t}{2}$  qui est un ordre de grandeur caractéristique de la taille du sillage derrière la tige. En dehors de ce sillage, il n'existe aucun autre endroit de la cuve permettant la descente des particules. Ceci explique a fortiori pourquoi les descentes sont inexistantes dans la zone centrale de la cuve.

A partir de  $n = 4$ , on commence à déceler les premières zones de remontée des grandes particules de part et d'autre de l'axe de la tige. A nombre de révolutions croissant, on voit se mettre en place progressivement les remontées des 2 côtés de la tige mais on constate que les 2 flux sont asymétriques. Du côté intérieur de la cuve, les grandes particules sont davantage remontées que vers les parois. Cela est probablement dû à l'encombrement induit par la paroi qui limite la recirculation des grandes particules du côté extérieur de la tige. Cependant, la continuité des trajectoires pour les différentes révolutions, nous montre que les grandes particules, une fois à la base de la tige, remontent suivant une trajectoire qui dans un premier temps, en profondeur, s'écarte de la tige et s'évase avant de se replier vers elle à l'approche de la surface libre.

De façon quantitative, le repli des grandes particules vers la tige intervient à une distance d'environ  $d_t$  de la surface libre. Cette distance rappelle celle évoquée dans la section 3.4.2 pour décrire comment la ségrégation par tamisage cinétique prend le dessus sur les mouvements de convection pour favoriser la remontée des grandes particules à la surface libre par rapport aux petites. Ce scénario est d'autant plus pertinent qu'on sait qu'une caractéristique principale de la ségrégation par tamisage cinétique telle que décrite par Guillard *et al.* est l'aptitude des grandes particules à se mouvoir vers les zones de fort cisaillement et de faible pression [54]. Dans notre configuration, le rapprochement de la surface libre implique la diminution de la pression hydrostatique et le voisinage de la tige est la région où le cisaillement est le plus important. Le fait que les trajectoires ascendantes des grandes particules s'incurvent vers la tige, proche de la surface libre est cohérent avec un mécanisme de ségrégation par tamisage cinétique dans la partie supérieure.

Par ailleurs, si on rassemble tous les points pour l'ensemble des  $n$  étudiés sur la même figure (figure 4.5), on obtient des trajectoires cohérentes. La bonne superposition et la bonne continuité sont conservées même à des temps de mélange longs : les points des trajectoires à  $n = 277$  révolutions pour la grande tige ( $d_t = 33d_g$ ) et  $n = 107$  révolutions pour la petite tige ( $d_t = 17d_g$ ) sont aussi représentées (4.5) et l'accord global est satisfaisant.

Le mouvement convectif est donc présent dans toute la vie du mélange et contribue à disperser les particules dans le milieu. De plus, l'argument selon lequel, l'angle formé par l'axe de descente des particules et l'axe de la tige est déterminé par l'encombrement dû à la proximité des parois se retrouve vérifié avec la petite tige. En effet, en divisant la taille de la tige par deux, on agrandit l'espace annulaire avec la paroi, les particules sont ainsi plus libres de se déplacer : l'angle est quasiment nul pour la petite tige. Quant aux remontées des particules, notamment dans la partie centrale, la largeur de la bande de grandes particules est précisément déterminée par la taille de la tige. A l'état stationnaire, l'étendue maximale du transport latéral des particules est d'environ  $d_t$  du bord de la tige. En d'autres termes, les particules ne peuvent pas franchir cette barrière pour se retrouver au centre de la cuve. Ceci explique a posteriori les bandes de remontée préférentielles mises en évidence dans la section 3.3.1. Nous avons montré que ces bandes étaient localisées dans le voisinage de la tige et par conséquent qu'aucune apparition notable de particules à la surface libre ne se produisait au centre de la cuve même après 1h de mélange.



**Figure 4.4** Localisation des grandes particules après  $n \in [2, 4, 8, 16]$  révolutions dans le volume, la tige est représentée par le rectangle noir entre  $66d_g$  et  $100d_g$ ,  $d_t = 33d_g$  et la surface libre se situe à environ  $108d_g$ .

---

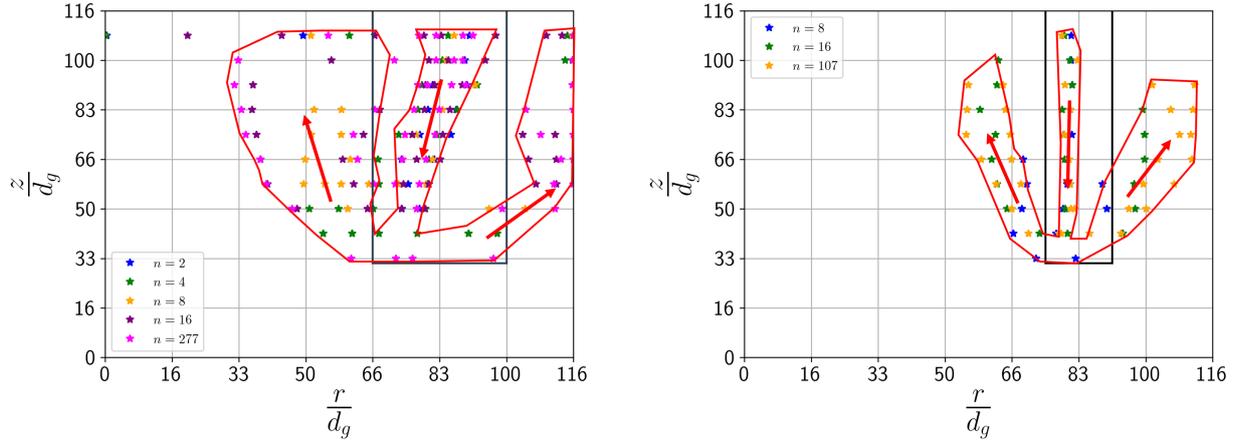
Si l'effet du mouvement convectif se limite à une distance  $d_t$  des bords de la tige, une interrogation naît d'emblée sur le comportement des particules au centre : la zone centrale peut-elle être considérée comme une zone « morte » dont les particules restent statiques pendant tout le mélange ?

---

## 4.2 Mobilisation des grandes particules dans la zone centrale

### 4.2.1 Mobilité et influence de la profondeur de confinement

Dans les expériences du paragraphe précédent, la couche initiale de grandes particules est déposée à la surface libre. L'apparente absence de courants de convection au centre de la cuve à la surface libre donne alors l'impression que les particules dans cette zone ne sont pas mobilisées et ne participent pas au mécanisme de transport. Dans cette section, nous modifions la position initiale des grandes particules (figure 4.6) ; elles sont désormais intercalées initialement entre deux couches de petites particules de façon similaire à ce qui a été proposé dans le chapitre 3. Néanmoins, dans ces nouvelles expériences, seule la zone centrale nous intéresse, le dépôt de grandes particules n'occupe donc pas toute la section horizontale de la cuve, mais est limité à un



**a** Grande tige  $d_t = 33d_g$ , localisation des grandes particules pour  $n \in [2, 4, 8, 16, 277]$       **b** Petite tige  $d_t = 17d_g$ , localisation des grandes particules pour  $n \in [8, 16, 107]$

**Figure 4.5** Mouvements de convection dans le milieu en fonction de la taille de la tige mélangeuse. Localisation des grandes particules en "\*". Contours des bandes de convection en rouge et les flèches représentent le sens (descente ou remontée) des particules dans chaque bande.

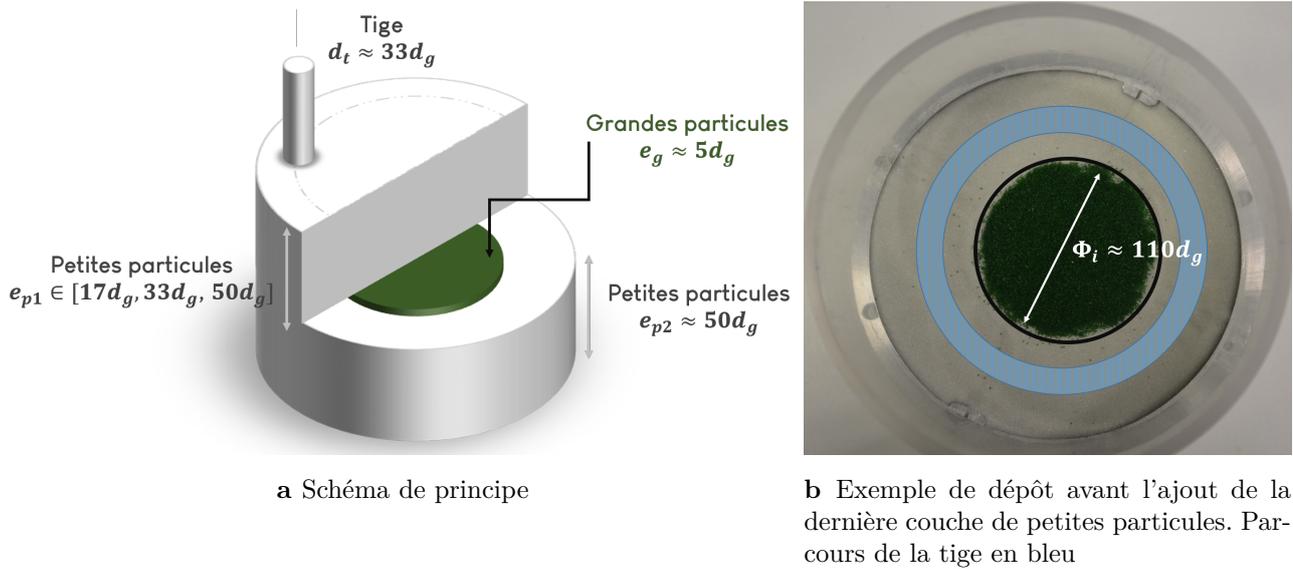
disque de diamètre initial  $\Phi_i \approx 110d_g$  et une épaisseur  $e_g \approx 5d_g$ . La couche de petites particules au fond de la cuve conserve son épaisseur habituelle  $e_{p2} = 50d_g$  et nous faisons varier l'épaisseur  $e_{p1}$  de la couche supérieure de petites particules dans la gamme  $[17d_g, 33d_g, 50d_g]$  modifiant ainsi la profondeur des grandes particules. Quant à la tige, nous maintenons la distance verticale de sa base au fond de la cuve à  $\delta_t = 32d_g$  (la couche de grandes particules est donc entièrement traversée).

Le mélange est réalisé pendant 1h ( $n \approx 90$ ) et par le protocole d'aspiration, nous retirons toute l'épaisseur  $e_{p1}$  de petites particules initialement déposées afin d'apprécier la nouvelle morphologie de la couche de grandes particules. Ce protocole permet de répondre à deux interrogations principales interdépendantes :

- Le mouvement convectif s'étend-il jusqu'au centre de la cuve ? Ceci se traduirait par une perte de surface verte dans la zone centrale, une partie de la couche initialement déposée serait en effet engagée dans le transport et dispersée dans le reste du milieu i.e. la couche de grandes particules aurait un diamètre final  $\Phi_f$  tel que  $\Phi_f < \Phi_i$ . A l'opposé si la zone centrale est une zone morte, on retrouverait l'égalité  $\Phi_f = \Phi_i$
- Si le mouvement convectif s'étend au centre, dépend-il de certains paramètres expérimentaux ? Ici, en variant l'épaisseur de la couche supérieure de petites particules, nous choisissons de vérifier une dépendance vis-à-vis de la profondeur initiale

Sur la figure 4.7 montrant les états initiaux et finaux de la couche de grandes particules, on peut remarquer que la zone centrale semble finalement être affectée par les mouvements de convection. On retrouve en effet, sur toutes les images finales (indépendamment de  $e_{p1}$ ), des diamètres finaux  $\Phi_f$  notablement inférieurs aux diamètres initiaux traduisant la mise en mouvement des grandes particules. Du centre de la cuve vers les parois, sur toutes les images finales, on note un disque résiduel (diamètre  $\Phi_f$ ) de grandes particules au centre, puis une région quasiment vidée de grandes particules et près de la tige, une zone fortement diluée en grandes particules.

Ce motif final est intéressant par sa structure. On sait, d'après le paragraphe précédent, que la

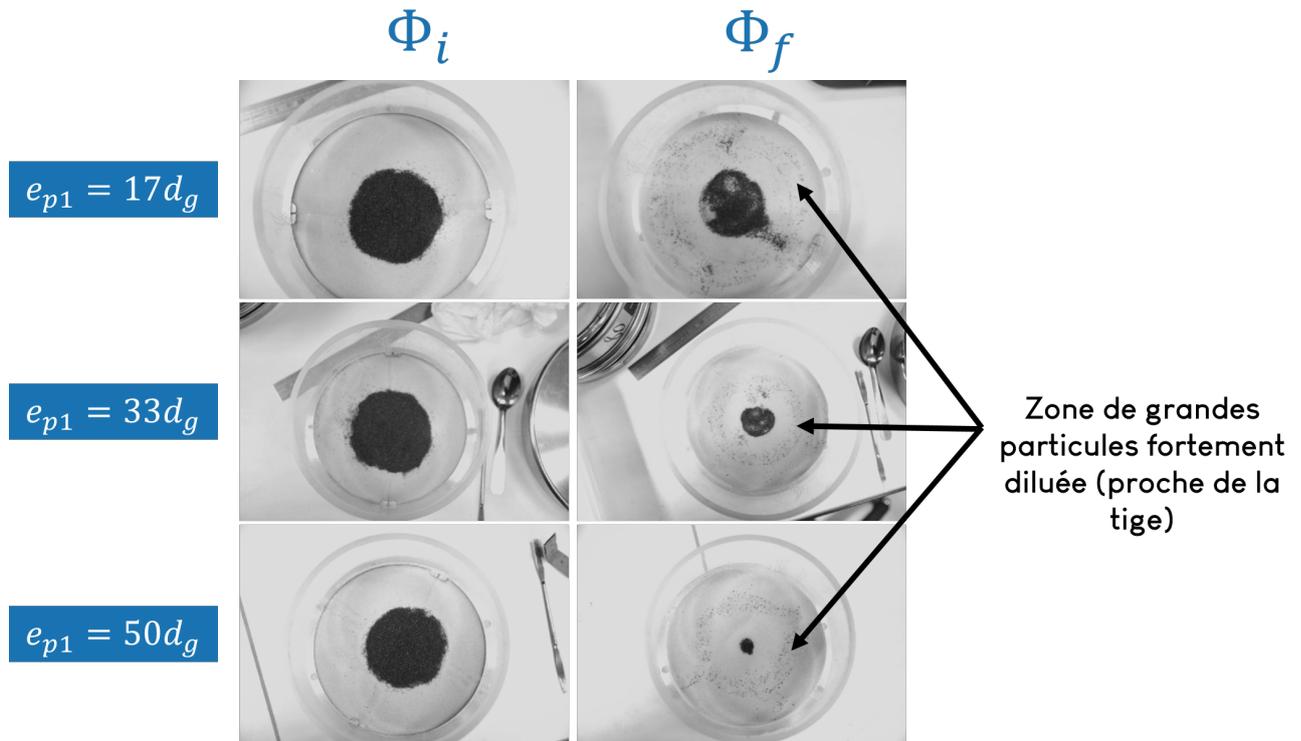


**Figure 4.6** Nouvelle configuration initiale pour l'étude du transport des grandes particules dans la zone centrale.

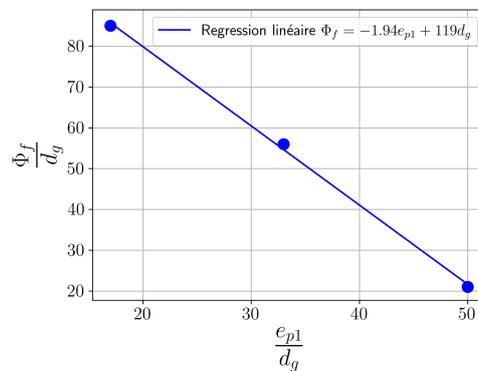
zone diluée en grandes particules est la conséquence des transports continus engendrés par les courants de convection. Visuellement, la taille de cette zone croît d'ailleurs au fur et à mesure que l'on se rapproche de la surface libre (i.e. quand  $e_{p1}$  décroît) confirmant la structure des trajectoires délimitées dans le paragraphe précédent. Quant à la zone vidée de grandes particules, elle impliquerait que les particules ont rejoint les zones de forte convection en l'occurrence les trajectoires de la figure 4.5. Les grandes particules ne s'y trouvant pas initialement y sont par conséquent tout simplement déplacées : certaines zones se vident progressivement de grandes particules. Nous nous intéressons à la loi de « vidange » de façon plus approfondie dans la section 4.2.2. Nous notons toutefois pour l'instant que ce déplacement vers les courants de convection démontre que les flux particuliers dans le milieu granulaire sont fortement régis par les gradients de cisaillement en accord avec la littérature [53, 54].

La dépendance vis-à-vis de la profondeur initiale est aussi très forte. Plus la couche de grandes particules est enfoncée dans le milieu, plus elle est érodée. Les diamètres finaux après  $n = 90$  décroissent linéairement avec  $e_{p1}$  pour les 3 valeurs de  $e_{p1}$  étudiées (figure 4.8). La pression exercée sur la couche de grandes particules détermine donc l'ampleur de son érosion.

Si on assimile cette pression à la pression hydrostatique dans le milieu qui elle aussi varie linéairement avec la profondeur, la variation du diamètre  $\Delta\Phi_z = \Phi_i - \Phi_f(z)$  de la couche de grandes particules placée à une profondeur  $z$  après un certain nombre de révolutions de la cuve pourrait s'écrire sous la forme  $\Delta\Phi_z = K_p * \rho * g * z$  avec  $K_p$  un coefficient de proportionnalité dépendant des paramètres de la tige mélangeuse,  $\rho$  la masse volumique des particules et  $g$  l'accélération de la pesanteur. Les modèles d'étude de la ségrégation et du mélange dans la littérature proposent des dépendances de la force de ségrégation vis-à-vis de la pression ou des gradients de pression [51, 54] mais notre formulation linéaire d'érosion avec la profondeur semble contraster avec les travaux précédents où il est plutôt montré que la ségrégation diminue en intensité avec l'augmentation de la pression de confinement du milieu [51]. Ces travaux soulignent néanmoins une grande sensibilité des résultats vis-à-vis du ratio de tailles des particules : le coefficient  $K_p$  dans notre configuration pourrait donc aussi être modulé par ce ratio mais ce paramètre n'a pas fait l'objet d'une étude extensive dans nos travaux. Du reste, on peut en



**Figure 4.7** Photographies des diamètres initiaux  $\Phi_i$  et finaux  $\Phi_f$  après  $n = 90$  de la couche de grandes particules en fonction de l'épaisseur  $e_{p1}$  de la couche supérieure de petites particules.



**Figure 4.8** Diamètre initial  $\Phi_f$  après  $n = 90$  en fonction de l'épaisseur  $e_{p1}$  de la couche supérieure de petites particules,  $d_t = 33d_g$ ,  $\delta_t = 32d_g$ .

conclure que le mécanisme engendrant le mouvement des grains de la couronne du disque central ne suit pas tout à fait la même tendance en fonction de la profondeur. La pression modifierait donc la ségrégation mais aussi l'écoulement du milieu environnant.

---

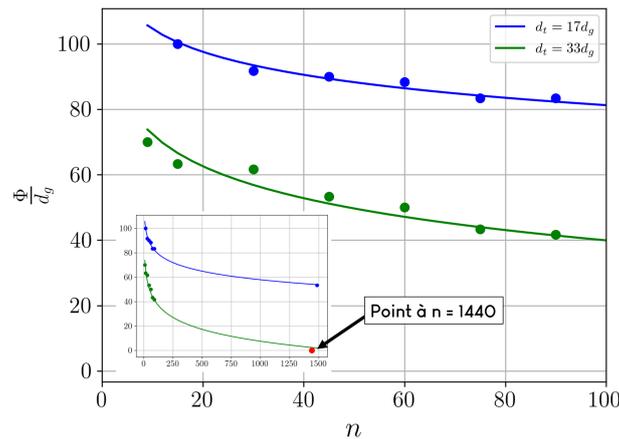
Les résultats présentés dans cette partie proviennent d'expériences à nombre de révolutions fixe. Ce protocole a l'inconvénient d'occulter toute la dynamique temporelle et le mécanisme de mobilisation des particules dans la région centrale. Nous nous proposons d'étudier ces deux aspects dans les paragraphes qui suivent.

---

### 4.2.2 Loi temporelle de mobilisation des grandes particules

Nous désirons dans ce paragraphe retrouver toute la loi d'évolution de  $\Phi$  en fonction du temps à une profondeur donnée. Pour ce faire, nous partons d'un arrangement initial des couches similaire à celui de la figure 4.6. Nous maintenons la couche supérieure de petites particules à  $e_{p1} = 33d_g$  mais cette fois-ci toute la section horizontale enfouie est recouverte de grandes particules i.e.  $\Phi_i = d_c$  ( $d_c \approx 233d_g$  étant le diamètre de la cuve). Le protocole pour retrouver l'évolution temporelle de  $\Phi(n)$  consiste à aspirer la couche supérieure de petites particules à différents  $n$  (cycles) pour mesurer le diamètre résiduel de la couche de grandes particules, comme dans le paragraphe précédent. Nous conduisons cette étude pour les deux diamètres de tige  $d_t = 33d_g$  et  $d_t = 17d_g$  pour  $n$  dans l'intervalle  $[0, 90]$  principalement (nous rappelons que  $n = 90$  correspond à environ 1h de mélange).

Avec une erreur systématique de lecture d'environ  $2d_g$ , le tracé de  $\Phi$  en fonction de  $n$  montre une décroissance logarithmique en fonction du temps pour les deux tailles de tiges étudiées (figure 4.9). Pour vérifier la validité de cette régression sur des temps longs, nous réalisons exceptionnellement une expérience à  $n = 1480$  (16h30) pour la petite tige et à  $n = 1440$  (16h) pour la grande tige. Les deux points s'alignent bien sur la loi logarithmique (encart de la figure 4.9).



**Figure 4.9** Diamètre résiduel  $\Phi$  en fonction du nombre de révolutions  $n$  pour les deux diamètres de tige  $d_t = 33d_g$  et  $d_t = 17d_g$  - fit logarithmique en traits continus. A  $n = 1440$ , pour la grande tige, tout le disque de grandes particules au centre a été érodé ( $\Phi = 0$ ).

La tige de grande taille entraîne une décroissance plus rapide ( $-14 \ln(n)$ ) par rapport la petite ( $-10 \ln(n)$ ) : la décroissance de  $\Phi$  est donc une fonction de la taille de la tige mais ne lui est pas proportionnelle. Au bout d'au plus  $n = 1440$ , toutes les grandes particules de la région centrale ont été déplacées pour la grande tige (l'exploration du volume effectuée à  $n = 1440$  n'indiquait plus aucune grande particule, la valeur exacte du cycle pour lequel la dernière grande particule a été entraînée est donc inférieure à 1440) alors que pour la petite tige, on note un diamètre résiduel de près de  $50d_g$  après 1485 révolutions.

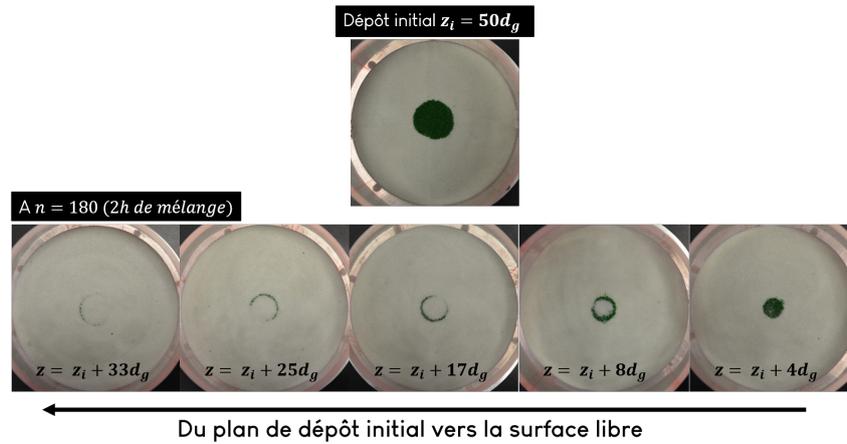
---

Nous nous proposons désormais d'étudier le mécanisme exact par lequel les grandes particules quittent la zone centrale pour se disperser dans tout le milieu.

---

### 4.2.3 Mécanisme de déplacement des grandes particules

En vue de comprendre le mécanisme menant à la décroissance de  $\Phi$ , nous travaillons dans la même configuration expérimentale que celle du paragraphe précédent (illustration sur la figure 4.6) :  $e_{p1} = 50d_g$ ,  $e_{p2} = 33d_g$ ,  $\delta_t = 32d_g$ ,  $d_t = 33d_g$ . La couche de grandes particules initialement intercalée dans la région centrale a un diamètre  $\Phi_i \approx 60d_g$ . Le mélange est conduit pendant  $n = 180$  (2h - double de la durée de mélange habituelle) pour garantir un déplacement des grandes particules dans la zone centrale - en effet au bout de deux heures, on peut apercevoir quelques grandes particules à la surface libre. Nous utilisons ensuite le protocole d'aspiration couches par couches pour apprécier la distribution des grandes particules dans le milieu.



**Figure 4.10** Distribution des grandes particules sur des plans horizontaux allant de la surface libre au plan de dépôt initial après  $n = 180$ .

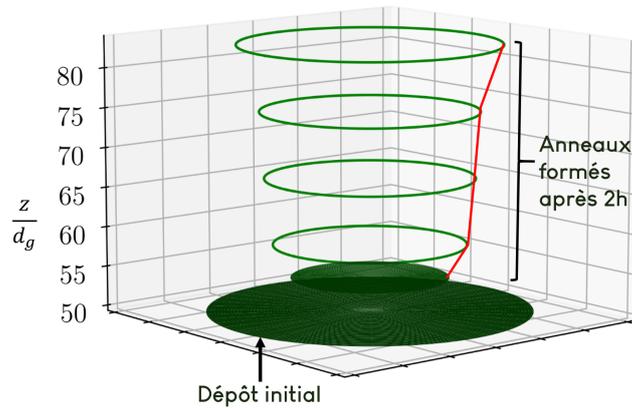
Sur la figure 4.10 le rétrécissement du diamètre initial est clairement observable sur la dernière image à droite. On peut observer un arrangement en anneaux concentriques de diamètres croissant au fur et à mesure qu'on quitte le plan de dépôt initial pour se rapprocher de la surface libre. Après 2h de mélange, un paquet central de près de  $25d_g$  de diamètre reste persistant ; dans cette région, les cisaillements cumulés au bout de 2h ne sont donc pas suffisants pour entraîner un déplacement vertical mesurable.

Les grandes particules ont donc été effectivement transportées et ce sont elles qui peuplent la surface libre après 2h de mélange. Le mécanisme de déplacement dans la zone centrale se précise également : la décroissance de  $\Phi$  est provoquée par l'ascension verticale des grandes particules. Le transport vertical est plus important sur les bords que vers le centre. Les bords du dépôt, étant les plus proches des zones de fort cisaillement, sont ainsi les premières zones à être transportées vers le haut expliquant pourquoi l'anneau de plus grand diamètre est localisé le plus haut suivant  $z$  (figure 4.11). En se rapprochant du centre de la zone du dépôt initial, le cisaillement engendré par la tige devient plus faible, les anneaux se détachent plus lentement.

---

En résumé, les grandes particules quittent la zone centrale en remontant progressivement suivant une allure qualitative qui rappelle les trajectoires mises en évidence sur la figure 4.5 pour les mouvements de convection. Le mécanisme de remontée serait t-il donc le même à l'échelle de toute la cuve ?

---



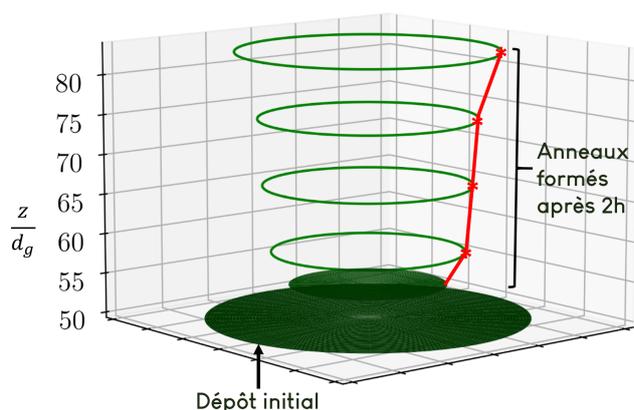
**Figure 4.11** Représentation compacte des anneaux de grandes particules sur des plans allant de la surface libre au plan de dépôt initial après  $n = 180$ .

#### 4.2.4 Vers une unification des mécanismes de remontée dans le voisinage de la tige et dans la zone centrale

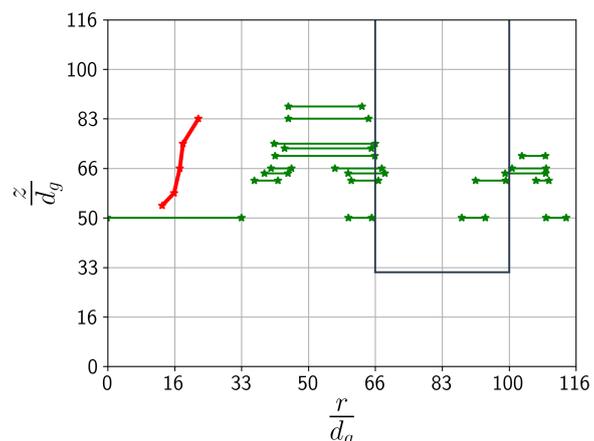
Dans l'expérience précédente, la couche initiale de grandes particules a un diamètre  $\Phi_i \approx 60d_g \leq d_c = 233d_g$  - donc très localisée dans la région centrale et il faut attendre  $n = 180$  pour observer des déplacements conséquents. Les remontées autour de la tige sont, elles, très rapides i.e. elles sont mesurables au bout de quelques révolutions seulement. Pour obtenir des données à temps courts, nous reprenons l'expérience précédente en déposant cette fois-ci la couche de grandes particules sur toute la section horizontale à une altitude de  $50d_g$  du fond de la cuve, tous les autres paramètres expérimentaux restant identiques par ailleurs - nous rappelons qu'un rappel des différentes configurations expérimentales est présenté sur la figure 4.18. L'exploration du volume est effectuée après 4 révolutions : la zone centrale ne subit pas de déplacement contrairement au voisinage de la tige. De manière similaire à ce qui a été fait dans la section 4.1, nous repérons la localisation des grandes particules dans le milieu après les 4 révolutions. Le résultat est présenté en vert sur la figure 4.12b.

Les trajectoires en partant d'une position initiale profonde sont cohérentes avec celles mises en exergue en partant d'une couche de grandes particules à la surface libre. En vue de confronter ce dernier résultat avec les observations dans la région centrale, nous reportons en rouge sur la figure 4.12b, la ligne reliant les bords des différents anneaux de la figure 4.12a.

Qualitativement, cette ligne représente la ligne matérielle déformée des grandes particules dans la région centrale et est donc l'équivalent des bandes vertes dans le voisinage de la tige. On peut remarquer que cette ligne dans la région centrale est quasi-parallèle à la bande dans le voisinage de la tige ( $\frac{r}{d_g} \in [33, 50]$ ) : le mécanisme de remontée des grandes particules serait donc le même dans les deux régions, il mettrait tout simplement plus de temps à se mettre en œuvre dans la région centrale à cause de la diminution de l'intensité du cisaillement. Ce résultat est intéressant parce qu'il unifie les observations et permet une généralisation à l'échelle de toute la cuve. Très près de la tige i.e.  $\frac{r}{d_g} \in [55, 66]$ , la convection induite par la tige reste néanmoins très présente.



**a** Anneaux de grandes particules à  $n = 180$  dans la région centrale (résultats de la section 4.2.3)



**b** Localisation des grandes particules à  $n = 4$  (en vert) dans le voisinage de la tige

**Figure 4.12** Localisation des grandes particules à l'échelle de toute la cuve.

On sait désormais que la remontée des particules suit la même loi dans toute la cuve et qu'elle est déterminée par le cisaillement exercé par la tige. Localement, ce cisaillement se manifeste par des déformations qui entraînent la ségrégation des particules vers le haut. Les derniers résultats semblent montrer qu'il existe un champ de déplacement valable à l'échelle de toute la cuve, d'amplitude maximale près de la tige et minimale au centre de la cuve. Dans le prochain paragraphe, nous mettons en place un protocole expérimental pour déterminer les champs de déplacement dans le milieu.

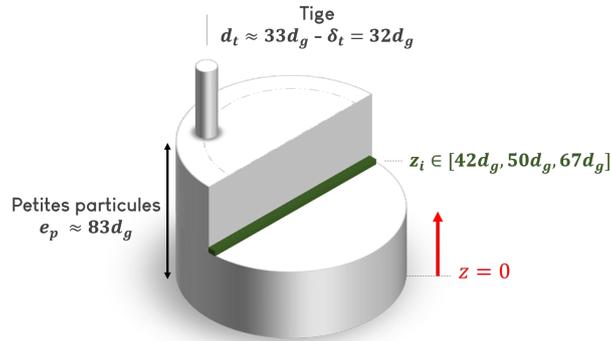
## 4.3 Champs de déplacement dans le milieu

### 4.3.1 Déplacements orthoradiaux $u_\theta(r)$

Le passage de la tige dans le plan granulaire génère un champ de déplacement dans le milieu dont les caractéristiques induisent tous les phénomènes décrits/observés plus haut, notamment la remontée des particules. Dans un plan quelconque, les déplacements orthoradiaux  $u_\theta$  (suivant  $\vec{e}_\theta$ ) sont les plus importants du fait de la géométrie cylindrique de l'écoulement. On sait d'ores et déjà, d'après les résultats de la section 4.2.1 que, le déplacement orthoradial pourrait dépendre de la profondeur (i.e. altitude) de la couche de grandes particules et par conséquent, devrait varier en fonction du plan horizontal sur lequel il est déterminé. Différentes altitudes sont donc étudiées dans cette partie.

### Méthodologie

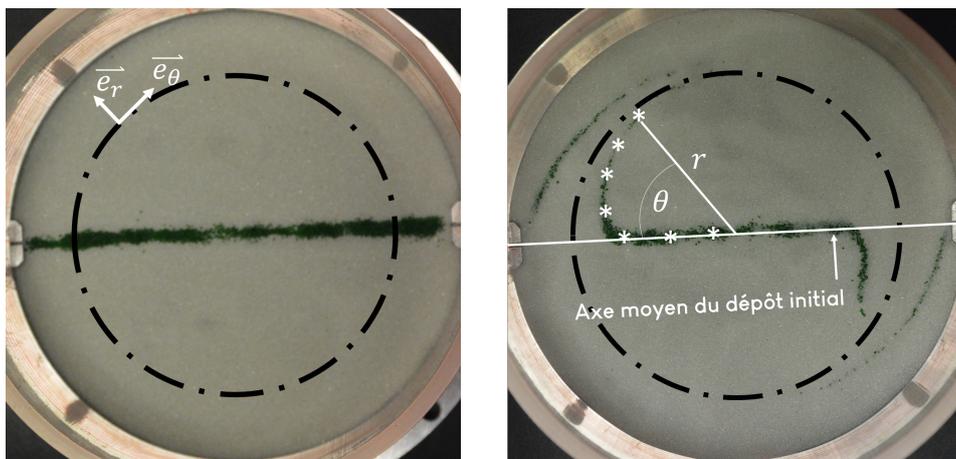
La configuration expérimentale est présentée sur la figure 4.13. Le milieu est constitué d'une couche basale de petites particules d'épaisseur  $e_p = 83d_g$ . A une altitude donnée  $z_i \in [42d_g, 50d_g, 67d_g]$  (repérée par rapport au fond de la cuve), nous déposons une fine barre de grandes particules (largeur d'environ  $5d_g$ ) le long d'un diamètre de la cuve cylindrique. La tige ( $d_t = 33d_g$ ) dont la



**Figure 4.13** Configuration initiale pour l'étude des déplacements orthoradiaux dans le milieu.

base est distance verticalement de  $\delta_t = 32d_g$  du fond de la cuve, vient mélanger le milieu pendant une révolution. Le milieu est aspiré jusqu'au plan horizontal initial de dépôt des grandes particules nous permettant d'avoir accès à la déformée cumulée de la barre de grandes particules. Sur la figure 4.14, nous présentons un exemple de déformation pour  $z_i = 42d_g$ .

La première étape de l'exploitation consiste à relever les coordonnées de l'axe moyen de la barre de grandes particules. C'est la recherche de précision sur ce relevé qui justifie l'usage d'une faible largeur du dépôt initial de grandes particules. En effet, plus la barre est large, plus la détermination de la ligne moyenne est imprécise notamment dans la région centrale où les déplacements sont faibles. Un profil filiforme aurait été l'idéal mais ceci n'est pas réalisable expérimentalement - le dépôt se faisant en utilisant une fente effectuée dans une plaque de carton. Cette recherche de précision est aussi la raison derrière la limitation du mélange à une révolution. Au-delà, la dispersion des particules devient importante rendant plus difficile la détection de la ligne moyenne. A partir des coordonnées de la ligne moyenne, nous pouvons calculer le déplacement curviligne par rapport à l'axe moyen initial. En effet, en négligeant les déplacements suivant l'axe  $\vec{e}_r$ , le déplacement orthoradial de la particule par rapport à sa position initiale est donné par  $r * \theta$  (voir la figure 4.14 pour les notations).



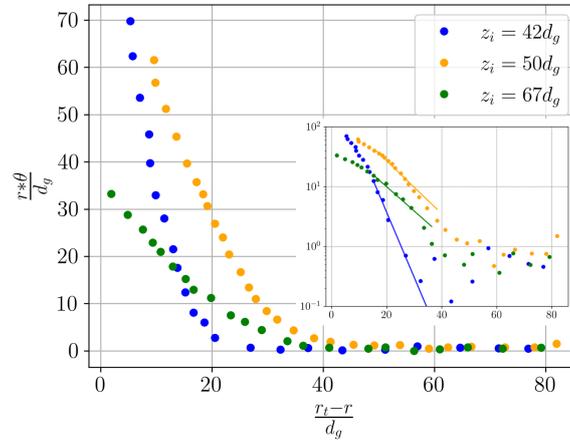
a Dépôt initial

b Déformée, la trajectoire du centre de la tige est en noir

**Figure 4.14** Dépôt initial de grandes particules et sa déformée après une révolution ( $z_i = 42d_g$ ),  $d_t = 33d_g$ .

## Résultats

De part et d'autre du centre de la tige, la barre initiale de grandes particules est étirée de façon continue et quasi-symétrique. Comme attendu, l'étirement maximal est enregistré dans le voisinage de la tige et décroît progressivement quand on se rapproche du centre et des parois de la cuve. A partir d'une distance caractéristique  $40d_g$  du centre de la tige (vers le centre de la cuve), il devient difficile de visualiser un quelconque déplacement sur les images. Cette observation n'est pas surprenante puisque nous étudions la déformée après une seule révolution et on sait que les dynamiques sont lentes dans la région centrale. La continuité observée de la barre déformée ainsi que les résultats des paragraphes précédents garantissent néanmoins qu'un déplacement non nul existe dans la région centrale même si le protocole expérimental utilisé ici ne permet pas de le mesurer. Sur la figure 4.15 nous traçons l'évolution du déplacement orthoradial soit  $r * \theta$  en fonction de la distance du point considéré (de coordonnée radiale  $r$ ) par rapport au centre de la tige (de coordonnée  $r_t$ ) pour les 3 altitudes étudiées.



**Figure 4.15** Déplacements orthoradiaux  $u_\theta$  normalisés par  $d_g$  en fonction de la distance radiale par rapport au centre de la tige,  $d_t = 33d_g$  ( $r_t$  : position radiale du centre de la tige). Échelle log lin en encart avec un ajustement exponentiel pour  $\frac{r_t - r}{d_g} \in [15, 40]$ .

Dans le proche voisinage de la tige (jusqu'à  $15d_g$  environ), on note une décroissance linéaire du déplacement orthoradial avec l'éloignement du centre de la tige. Au-delà de  $15d_g$ ,  $u_\theta$  suit une décroissance exponentielle. Il faut toutefois noter que la difficulté à relever précisément les coordonnées de l'axe moyen de la déformée se fait très vite ressentir sur la qualité de l'ajustement exponentiel. Néanmoins une telle décroissance serait compatible avec ce qui est observé dans les milieux granulaires bidimensionnels notamment dans les déplacements autour d'un intrus [105, 106] ou plus généralement dans les écoulements lents loin d'une perturbation [8]. L'origine de la partie linéaire reste plus difficile à expliquer. Rigoureusement, les déplacements présentés ici ne sont pas des déplacements instantanés mais des déplacements cumulés après une révolution complète de la tige et on néglige implicitement la composante radiale. Ceci pourrait expliquer les particularités et les déviations de la loi de décroissance dans notre configuration par rapport à l'existant bibliographique où la décroissance exponentielle est applicable partout loin de l'intrus. Par ailleurs, l'influence de l'altitude est nettement visible avec une portée de la perturbation engendrée par la tige qui semble maximale à  $z_i = 50d_g$ . Cependant, il est moins évident de dégager une loi globale d'évolution de la portée avec l'altitude.

---

Ces déplacements orthoradiaux générés par la tige dans le plan sont en partie responsables de la remontée des particules. Nous désirons donc étudier comment ils sont corrélés avec les déplacements verticaux en fonction de la position radiale des particules. L'établissement d'une telle corrélation (si elle existe), passe par la détermination quantitative de la remontée moyenne des particules en fonction de  $r$ .

---

### 4.3.2 Déplacements verticaux $u_z(r)$

La difficulté principale de la caractérisation du champ de déplacement réside dans l'existence simultanée des deux flux de descente et de remontée des particules qui définissent les courants de convection. Les deux se déroulant quasiment dès les premiers instants du mélange, il est impossible de les isoler de façon précise. Le champ de déplacement vertical que nous nous proposons d'étudier ici, est donc en réalité, une localisation moyenne des grandes particules après un certain nombre de révolutions.

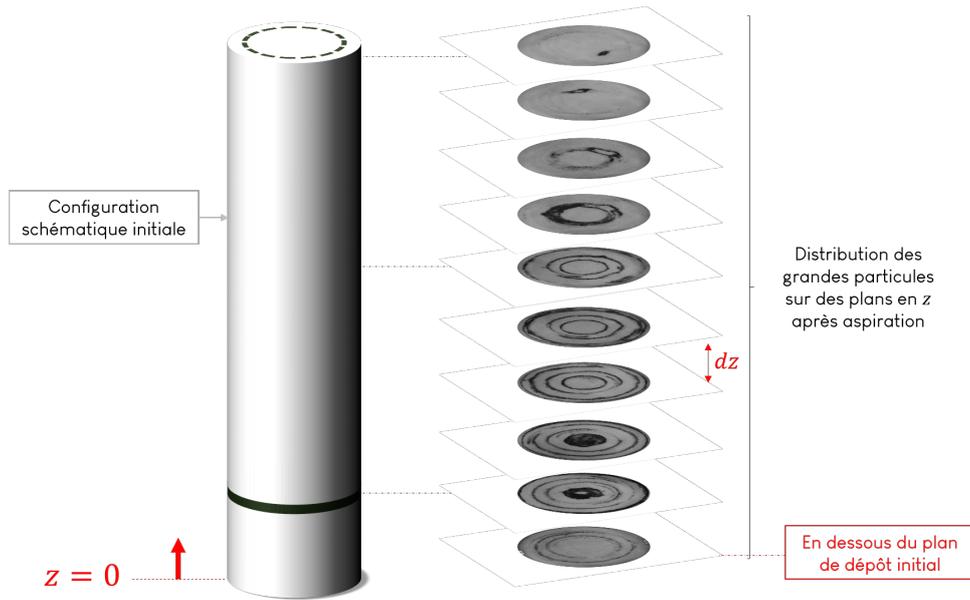
#### Méthodologie

Dans la configuration retenue pour les besoins de cette partie, nous insérons la fine couche de grandes particules ( $e_g = 5d_g$ ) entre deux couches de petites particules ( $e_{p2} = 50d_g$  au fond et  $e_{p1} = 33d_g$  au dessus) - la couche de grandes particules recouvrant toute la section horizontale. Les propriétés usuelles de la tige sont maintenues  $d_t = 33d_g$  et  $\delta_t = 32d_g$ . Afin d'autoriser des déplacements conséquents dans le milieu, nous effectuons un mélange à 4 révolutions au terme desquelles le milieu est aspiré couche par couche. De façon similaire à ce qui a été obtenu dans la délimitation des courants de convection (section 4.1), nous disposons désormais d'images des plans suivant l'axe  $z$  montrant la distribution des grandes particules sur des anneaux concentriques (figure 4.16).

Qualitativement, la répartition des grandes particules sur les plans horizontaux est en accord avec les résultats précédents. La zone centrale est celle dans laquelle on note le minimum de remontée verticale et surtout sur les plans près de la surface libres, on peut remarquer une remontée maximale des grandes particules dans une zone annulaire en accord à la délimitation des courants de convection. Il s'agit désormais à partir de ces images, pour une position radiale  $r$  donnée, d'estimer la position verticale moyenne  $\tilde{z}_r$  des grandes particules après  $n = 4$  révolutions. Pour ce faire, nous exploitons la moyenne de niveaux de gris des images. Pour une image donnée  $i$  prise en  $z_i$ , sa surface est subdivisée en anneaux concentriques de rayon  $r$  et de largeur  $dr = 5d_g$ . Sur un anneau centré en  $r$  sur l'image  $i$ , la quantité de grandes particules (en noir) est estimée en utilisant l'équation 4.1 où  $I_{r,i}$  est la moyenne de niveaux de gris de l'anneau,  $I_i^0$  la moyenne de niveaux de gris d'une surface modèle sans aucune grande particule et  $I_{ct}$  est la moyenne de niveaux de gris en couverture totale i.e. si toute la surface était couverte de grandes particules. L'équation 4.1 n'est qu'une forme particulière de  $C(t)$  définie pour la surface libre dans le chapitre 3 (section 3.1).

$$C_{r,i} = \frac{I_i^0 - I_{r,i}}{I_i^0 - I_{ct}} \quad (4.1)$$

Ainsi défini,  $C_{r,i}$  varie entre 0 (aucune grande particule sur l'anneau) et 1 (toute la surface de l'anneau est recouverte de grandes particules). Ainsi sur toutes les images numérotées de 0 à  $n$  distantes les unes des autres de  $dz_i$ , on peut utiliser  $C_{r,i}$  comme poids pour déterminer un



**Figure 4.16** Illustration des différents plans du milieu reconstitués après aspiration et montrant la distribution des grandes particules (pour faciliter la lecture, les dimensions sur la configuration initiale ne sont pas à l'échelle).  $dz$  en moyenne égale à  $5d_g$  et  $d_t = 33d_g$ .

barycentre  $\tilde{z}_r$  de la position verticale des grandes particules sur l'anneau centré en  $r$ . Mathématiquement,  $\tilde{z}_r$  est donné par l'équation 4.2.

$$\tilde{z}_r = \frac{\sum_0^n z_i * C_{r,i} * dz_i}{\sum_0^n C_{r,i} * dz_i} \quad (4.2)$$

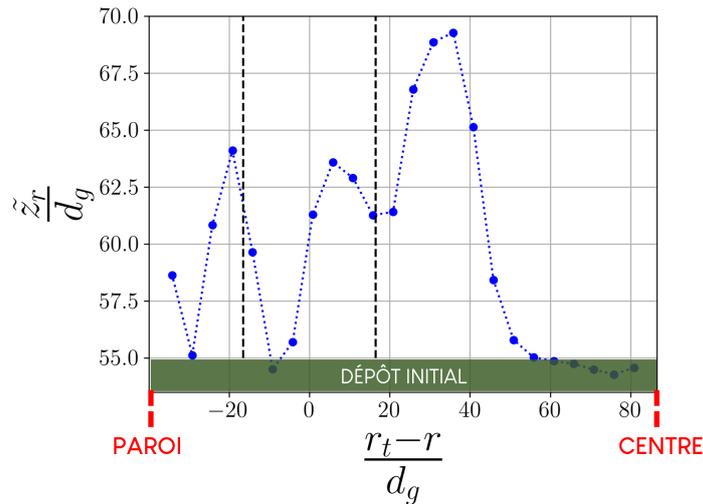
## Résultats

Sur la figure 4.17, nous représentons l'allure de  $\tilde{z}_r$  en fonction de la position radiale par rapport au centre de la tige mélangeuse. A l'échelle de toute la cuve, on note un déplacement vers le haut des grandes particules après 4 révolutions.  $\tilde{z}_r$  montre aussi qualitativement la symétrie qui existe de part et d'autre du centre de la tige : on retrouve les mêmes comportements, seule l'intensité diminue dans le voisinage de la paroi de la cuve. On note une remontée maximale du côté central entre  $20d_g$  et  $60d_g$  du centre de la tige (compatible avec les limites de la grande bande de remontée sur les courants de convection) et non à la paroi immédiate de la tige.

La figure 4.17 traduit bien les motifs des images de la figure 4.16, justifiant a posteriori la pertinence de la mesure par barycentre (équations 4.1 et 4.2). La remontée traduit le fait que les courants de convection remontent en moyenne plus de particules qu'ils n'en descendent. Ceci est compatible avec les bandes (trajectoires) de convection présentées sur la figure 4.5 : on y notait en effet deux grands flux de remontée des particules contre une seule pour la descente. De plus, en remontée, la largeur de la bande est plus importante qu'en descente. On attend par conséquent de cette disparité qu'elle favorise la quantité de grandes particules remontées. Cette conclusion est à nuancer toutefois avec la différence d'épaisseur entre les couches utiles basses et hautes traversables par les grandes particules qui peut aussi introduire une asymétrie des flux. De fait, par rapport à l'enfoncement de la tige et à la position initiale des grandes particules, en bas de la couche initiale, les particules ne peuvent être transportées que sur une épaisseur de  $17d_g$  (elles ne peuvent pas aller en dessous de la base de la tige) alors que dans la partie haute,

elles peuvent aller jusqu'à la surface libre soit une épaisseur utile de  $33d_g$ . La définition de  $\tilde{z}_r$  donne ainsi un avantage statistique à la remontée des particules.

La diminution de  $\tilde{z}_r$  sur la trajectoire de la tige et dans son proche voisinage peut s'expliquer par un effet de dilution : le passage de la tige est accompagné, sur sa trajectoire, par un mouvement de déport latéral des particules : la zone se vide alors progressivement de grandes particules. De plus, nous avons montré que la descente des particules s'effectuait derrière la tige, dans le sillage. La faible présence de particules couplée à la présence du sillage favoriserait donc la décroissance de  $\tilde{z}_r$  dans cette région.

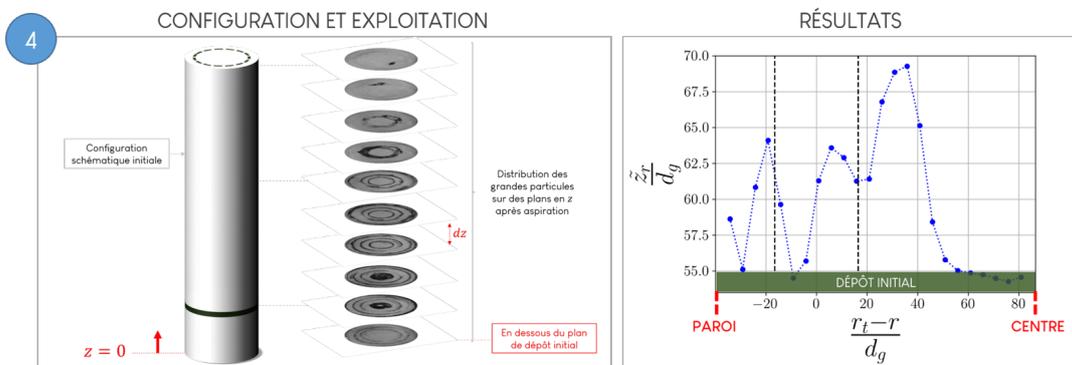
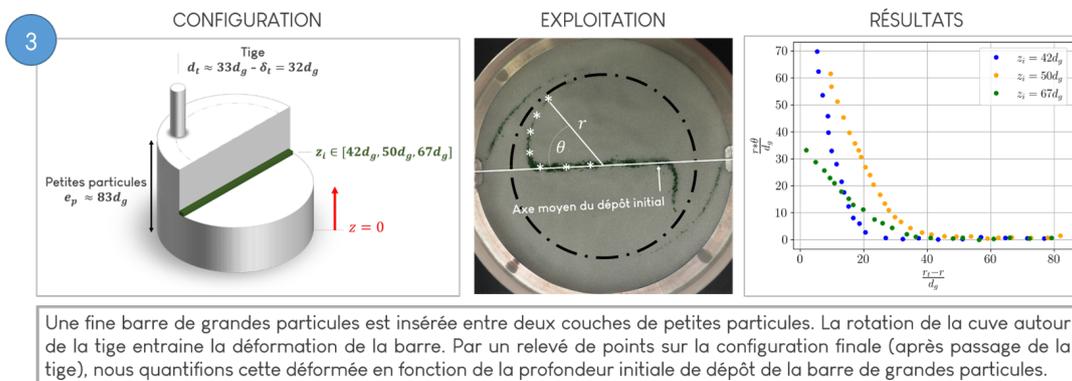
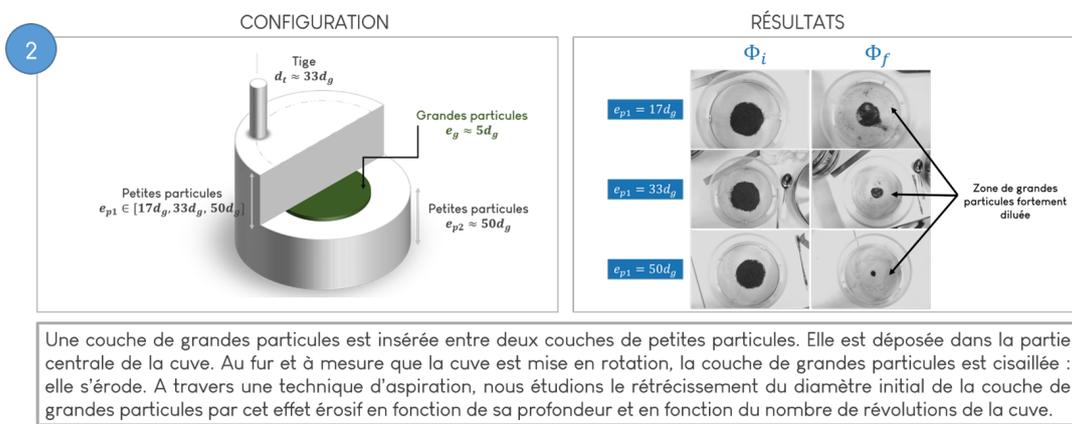
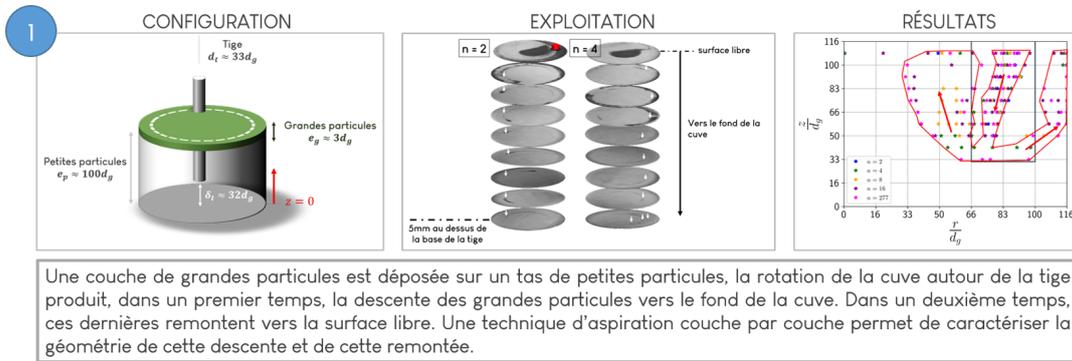


**Figure 4.17** Position verticale finale moyenne (après 4 révolutions) des grandes particules initialement déposées à  $z = 50d_g$  en fonction de leur position radiale par rapport au centre de la tige,  $r = r_t$  (grande tige  $d_t = 33d_g$ ). Parois de la tige représentées par les lignes pointillées noires.

### Confrontation avec le profil de déplacement orthoradial

Dans la section 4.3.1, nous avons montré que le profil de déplacement orthoradial dans le plan décroît de façon monotone exponentielle lorsqu'on s'éloigne de l'origine de la perturbation i.e. le centre de la tige. Dans un scénario de ségrégation par percolation, on relie classiquement la force de ségrégation au cisaillement généré dans le milieu [8, 54, 60] i.e. plus le milieu est cisailé, plus les vides sont efficacement créés et plus la remontée des grandes particules est rapide. Si un tel scénario était applicable dans notre milieu on retrouverait aussi une décroissance monotone de  $\tilde{z}_r$  (remontée moyenne des grandes particules) avec la distance radiale à la tige : forte près de la tige et nulle au centre de la cuve. La non-monotonie de la courbe de remontée dans notre configuration exclut donc l'hypothèse d'une unique ségrégation par tamisage cinétique dans le milieu et conforte l'hypothèse d'une prédominance des mouvements de convection. Même dans la région centrale (i.e. au delà de  $40d_g$ ), il existe certes une décroissance similaire à ce qui a été observé sur la loi orthoradiale mais celle-ci n'est pas exponentielle. Le mouvement vertical des grandes particules est en résumé fortement déterminé par les courants de convection.

Récapitulatif des différentes configurations expérimentales étudiées



**Figure 4.18** (1) Etude de la trajectoire des particules en profondeur : section 4.1 (2) Etude de l'érosion des particules au centre de la cuve : section 4.2 (3) Etude du déplacement orthoradial des particules sous l'effet du cisaillement de la tige : section 4.3.1 (4) Etude de la remontée verticale moyenne des particules : section 4.3.2.

## En résumé

En utilisant la technique d'aspiration couche par couche sur des expériences de mélange réalisées à différentes révolutions, nous avons montré que sous l'effet du passage de la tige, un mouvement de descente des grandes particules déposées initialement en surface, naît en aval, uniquement dans le sillage. Les particules s'y engouffrent et sont aspirées jusqu'à la base inférieure de la tige. L'angle entre l'axe de descente des particules et l'axe de la tige est conditionné par le diamètre de la tige et la proximité de la paroi de la cuve. Une fois à la base de la tige, deux flux de remontée prennent naissance : le premier du côté central, près de la tige et le deuxième, du côté pariétal, semblable au premier mais de moins grande envergure. La largeur des bandes de remontée est aussi dépendante de la taille de la tige.

En se focalisant uniquement sur la partie centrale de la cuve, on montre que sur des temps longs, une remontée des grandes particules peut être observée, d'autant plus rapide qu'on se rapproche des parois de la tige et qu'on s'enfonce dans le tas. De plus, le mécanisme de remontée des grandes particules dans cette région centrale est le même que celui mis en évidence dans le voisinage de la tige à la seule différence qu'il est plus lent. Cette similarité légitime la thèse d'un mécanisme de remontée identique à l'échelle de toute la cuve, rapide proche de la tige et de plus en plus lent quand on s'en éloigne.

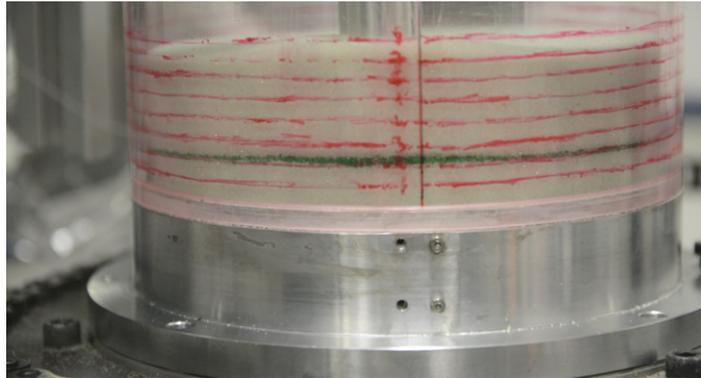
En disposant une fine barre de grandes particules à différentes profondeurs du tas, nous avons montré que le passage de la tige génère un champ de déplacement orthoradial  $u_\theta(r)$  (cumulé sur une révolution) continu et monotone dans le milieu. Ce champ est linéaire près de la tige et exponentiel au-delà d'une certaine distance radiale par rapport au centre de la tige.

La technique d'aspiration couche par couche a aussi permis de calculer un déplacement vertical moyen des grandes particules après quelques révolutions en fonction de leur position radiale par rapport au centre de la tige. Contrairement à l'allure du profil de déplacement orthoradial, le profil de déplacement vertical  $u_z(r)$  n'est pas monotone et il est difficile de le relier au premier ordre au profil de déplacement orthoradial. Un tel rapprochement aurait été possible dans une configuration dominée par une ségrégation par percolation car la ségrégation (remontée verticale des grandes particules) serait une conséquence du taux de cisaillement produit par le déplacement orthoradial. L'absence directe de corrélation dans notre configuration indiquerait une présence majoritaire de forces convectives.

Dans cette dernière partie, nous proposons des pistes d'exploration basées sur des expériences supplémentaires que nous avons menées.

#### 4.4 Perspective I : champs de déplacement vertical en temps réel dans le milieu

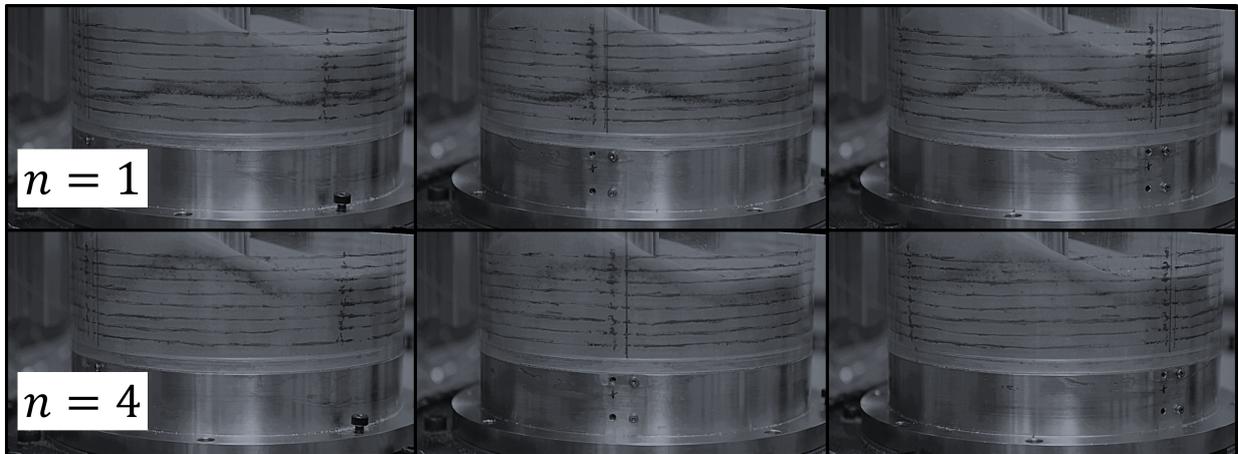
Les champs de déplacement présentés dans les paragraphes précédents sont établis après un certain nombre de révolutions et procèdent d'essais destructifs. Nous tentons dans cette partie de mesurer le déplacement vertical des grandes particules in situ induit par le déplacement de la tige. Partant de l'évidence que les mécanismes de mobilisation des particules sont analogues de part et d'autre de la tige, nous nous proposons de filmer la paroi de la cuve pendant le passage de la tige. Ce protocole a l'avantage de montrer en temps réel les flux particulaires générés par le passage de la tige. Nous conservons la configuration expérimentale classique d'insertion d'une couche fine de grandes particules ( $e_g \approx 5d_g$ ) entre deux couches de petites particules ( $e_{p2} = 67d_g$  au fond et  $e_{p1} = 33d_g$  vers la surface libre). Ces choix d'épaisseurs permettent de placer la couche de grandes particules dans la partie transparente en plexiglas de la cuve. Les propriétés usuelles de la tige  $d_t = 33d_g$  et  $\delta_t = 32d_g$  sont maintenues. Nous filmons une partie de la cuve (figure 4.19) à raison d'une image par seconde pendant  $n = 8$  révolutions de la cuve.



**Figure 4.19** Partie de la paroi filmée pour l'exploration in-situ des champs de déplacement en début d'expérience.

Sur la figure 4.20, nous présentons la remontée progressive de la couche de grandes particules avec le nombre de révolutions. Au bout de 4 révolutions environ, la couche de grande particules atteint quasiment la surface libre. Cette observation donne lieu à une vitesse de remontée d'environ  $5d_g/cycle$  quelque peu inférieure aux  $9 \pm 2d_g/cycle$  mises en évidence dans le chapitre 3 pour la remontée des premières particules à la surface. Cette valeur plus faible est logique puisque dans les paragraphes précédents, nous avons montré que le mécanisme de remontée était plus lent sur les parois. La remontée à  $9 \pm 2d_g/cycle$  se situe dans le cœur de l'écoulement que nous ne pouvons pas filmer avec ce protocole. En analysant les images, on obtient une description plus fine du mécanisme de remontée des particules. L'essentiel de la remontée se produit au passage de la tige. Le volume de particules dans cette zone est déformé et les particules sont remontées par le passage de la tige. Cette déformation est irréversible et, derrière la tige, on conserve une remontée résiduelle qui se cumulera à chaque passage de la tige. Au bout de quelques révolutions i.e. passages de la tige, la couche de grandes particules se retrouve donc à la surface libre. Le suivi exact de la déformée de la ligne moyenne des grandes particules au voisinage de l'intrus et la quantification de la remontée résiduelle derrière la tige sont néanmoins difficiles à cause

de la géométrie circulaire de la cuve qui en créant de la perspective sur les bords de l'image rend imprécise la prise de mesure. On remarque néanmoins de façon générale que la remontée résiduelle entre deux passages de la tige est plus importante quand la couche de grandes particules est profonde. Cette observation pourrait s'expliquer par le fait que plus on se rapproche de la surface libre, moins la couche est confinée et donc plus elle est à même de reprendre sa forme initiale derrière la tige après avoir été déformée devant. Afin de mieux comprendre les flux de particules autour de la tige, un stage expérimental a été lancé autour d'une configuration simplifiée dans laquelle un intrus se déplace dans un canal parallélépipédique (4.5). Pour finir, il est intéressant de remarquer que sur la paroi, on n'observe que de la remontée i.e pas de mécanisme de descente. Ceci vient confirmer une fois encore la caractérisation des courants de convection. De fait, le flux de descente a été uniquement relevé derrière la tige dans le sillage, lequel n'est pas visible à la paroi : on ne peut y voir que des remontées particulières.



**Figure 4.20** Remontée progressive de la couche de grandes particules vue de la paroi durant la première révolution (première ligne) et la quatrième révolution (deuxième ligne). Sur une même ligne, les images sont séparées de 5 s. (contraste modifié pour mieux faire ressortir la couche de grandes particules).

#### 4.5 Perspective II : champs de déplacement et ségrégation dans une géométrie simplifiée, cas du canal parallélépipédique

La configuration dans laquelle s'est déroulée notre étude, a permis de mettre en évidence une riche dynamique en termes de mobilisation des particules mais l'exploration expérimentale est restée complexe à cause de la géométrie cylindrique de l'écoulement. Nous avons donc en parallèle, lancé un stage de 6 mois destiné à étudier les mécanismes de mélange et de ségrégation dans un canal parallélépipédique cisailé de façon rectiligne par le déplacement d'un intrus le long de son axe principal. Cette géométrie plus simple, permet un accès relativement plus aisé aux différents champs d'intérêt. Cette partie est une **présentation sommaire des résultats du rapport de stage de Kamila Benmoussa**, réalisé sous mon encadrement.

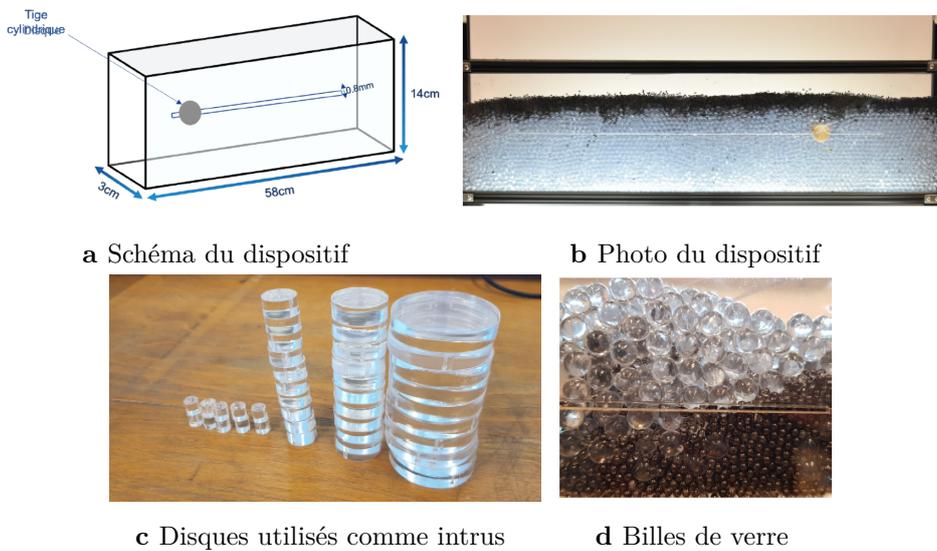
Trois façons de cisailier le milieu ont été implémentées et étudiées dans ce stage :

- Dispositif I : cisaillement du milieu par déplacement manuel d'un disque à travers des rainures réalisées dans les parois
- Dispositif II : cisaillement du milieu par déplacement motorisé d'un disque
- Dispositif III : cisaillement du milieu par déplacement motorisé d'une tige cylindrique

### 4.5.1 Dispositif I

#### Dispositif et protocole expérimentaux

Le dispositif expérimental est un canal parallélépipédique de dimensions 58\*14\*3 cm en plexiglas. Des rainures le long des deux parois principales permettent d'y déplacer un disque cylindrique de diamètre variable, l'axe du disque étant perpendiculaire aux rainures. Le disque est aussi en plexiglas et des semelles en téflons lui sont apposées afin de faciliter son déplacement en limitant les frottements dans la partie interne du canal. On dispose de deux populations de billes de verres : de grandes billes transparentes de diamètre 6 mm et de petites billes de diamètre 2 mm colorées en noir en utilisant de l'encre de chine.

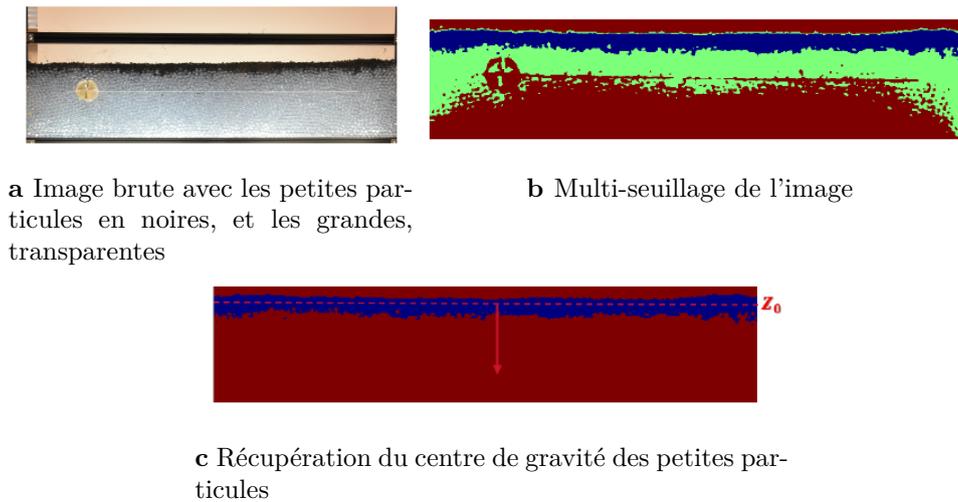


**Figure 4.21** Présentation du premier dispositif expérimental.

La configuration initiale générique consiste en une couche de grandes billes sur laquelle est déposée une fine couche de petites billes. Le milieu est cisailé en déplaçant le disque le long du canal. Une caméra disposée en face (parois de face) du canal permet de prendre des images du milieu après chaque passage de l'intrus. Un algorithme Python est ensuite utilisé sur les images afin de déterminer le centre de gravité de la population de petites particules (figure 4.22).

#### Observations

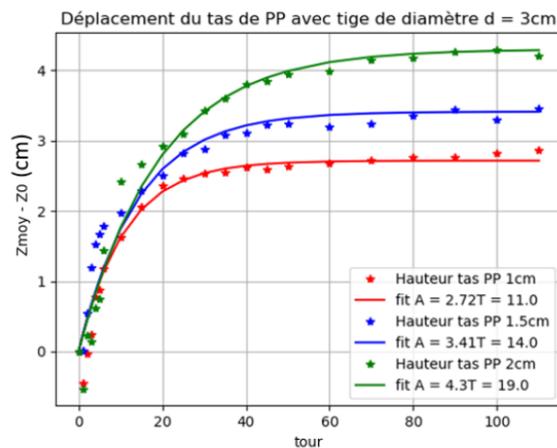
Au fur et à mesure que le milieu est cisailé par le déplacement du disque, on observe une descente progressive de la couche de petites particules vers le fond du canal, soit une ségrégation des grandes particules vers le haut. Si on désigne par  $z_0$  la position initiale du centre de gravité des petites particules et par  $z_{moy}$ , sa position à un instant quelconque, on observe une variation exponentielle de  $z_{moy} - z_0$  en fonction du nombre de passages (tours) de l'intrus. On peut écrire  $z_{moy} - z_0$  sous la forme  $A(1 - \exp(-\frac{t}{T}))$  où  $t$  représente le nombre de passages (tours) de l'intrus et où  $A$  et  $T$  sont des constantes dépendantes des variables expérimentales.  $A$  peut être interprétée comme la distance maximale parcourue par le centre de gravité de la couche de petites particules et  $T$  comme un temps caractéristique du mécanisme de ségrégation.



**Figure 4.22** Traitement d'une image typique pour récupérer le centre de gravité de la population de petites particules.

### Variables expérimentales régissant le temps caractéristique de ségrégation $T$

On montre que l'épaisseur de la couche de petites particules et le diamètre de l'intrus affectent notablement  $T$ . Pour étudier l'effet de l'épaisseur de la couche de petites particules, on fixe la hauteur de la couche de grandes particules à 8 cm puis on fait varier l'épaisseur de la couche de petites particules dans la gamme [1 cm, 1.5 cm, 2 cm]. Le disque utilisé pour cisailier le milieu a un diamètre de 3 cm et son centre est situé à 7 cm du fond du canal.

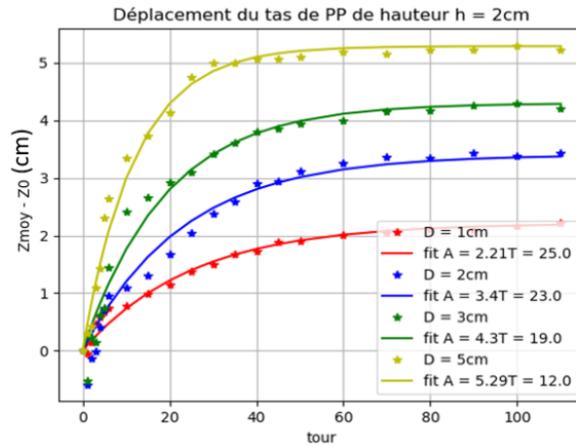


**Figure 4.23** Déplacement du centre de gravité de la couche de petites particules en fonction du nombre de passages de l'intrus pour différentes épaisseurs initiales de petites particules.

L'évolution de  $z = z_{moy} - z_0$  est présentée sur la figure 4.23. Les résultats montrent que plus on augmente la hauteur du tas de petites particules et plus le temps caractéristique  $T$  de la ségrégation augmente. En effet, plus la quantité de petites particules est importante, plus rapidement la zone cisailée est saturée et plus les petites particules ont du mal à s'infiltrer entre les grandes : la descente est ralentie.

On fixe désormais, l'épaisseur de la couche de petites particules à 2 cm, celle de la couche de

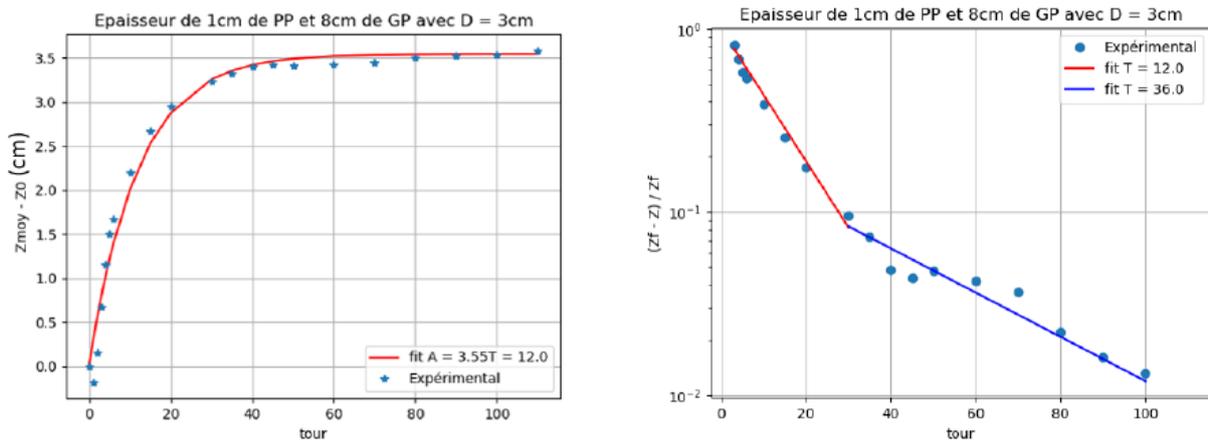
grandes particules est maintenue à 8 cm et on fait varier le diamètre de l'intrus dans la gamme [1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm]. L'évolution de  $z = z_{moy} - z_0$  est présentée sur la figure 4.24. On remarque que  $T$  décroît avec l'augmentation du diamètre de l'intrus. Physiquement, ceci s'explique par le fait que plus le diamètre de l'intrus est grand, plus la surface cisailée est importante. La quantité de particules entrainées dans le cisaillement étant par conséquent plus grande, la ségrégation se met en place plus rapidement.



**Figure 4.24** Déplacement du centre de gravité de la couche de petites particules en fonction du nombre de passages de l'intrus pour différents diamètres  $D$  d'intrus.

### Existence de 2 régimes : percolation et ségrégation

En réalité, si on trace une courbe typique d'évolution de  $z$  en échelle lin-log, on remarque l'existence de deux pentes. Ces deux pentes traduisent un premier régime rapide ( $T = 12$  jours) et un deuxième régime 3 fois plus lent à partir d'environ 30 jours (figure 4.25).



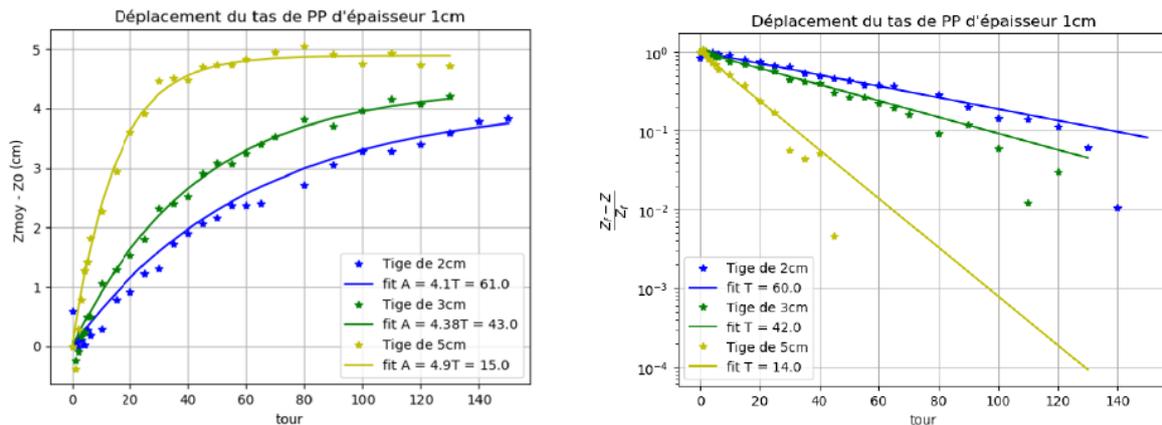
**Figure 4.25** Evolution de  $z$  en fonction du nombre de passages de l'intrus (à gauche) et évolution de  $z$  normalisé ( $z_f = z$  à l'état final) montrant 2 régimes (à droite).

En effet, aux premiers instants, il se produit un phénomène rapide de percolation par lequel les petites particules viennent se loger rapidement dans les interstices vides entre les grandes particules sans subir de contraintes notables. Au fur et à mesure que les interstices se remplissent,

le déplacement des petites particules vers le bas subit un ralentissement, exprimé par l'augmentation de  $T$ . De fait, en supposant un arrangement cubique centré des grandes particules (de diamètre 6 mm), on estime un espace interstitiel d'environ 2.48 mm supérieur au diamètre des petites particules (2 mm). Ceci plébiscite la thèse d'une percolation instantanée sans contraintes aux instants initiaux.

### Suppression du premier régime de percolation

Nous modifions désormais les deux populations de billes afin d'obtenir un ratio de tailles plus petit. Les grandes particules ont désormais un diamètre de 8 mm contre 6 mm pour les petites soit un ratio de 1.3. Dans une telle configuration, l'espace interstitiel entre les grandes particules est de 3.31 mm environ : il est impossible pour les petites particules de glisser sans provoquer un réarrangement local de la population de grandes particules. En fixant les hauteurs de couches de grandes et de petites particules à respectivement 8 mm et 6 mm, et en faisant varier le diamètre de l'intrus dans la gamme [2 cm, 3 cm, 5 cm], on remarque qu'on obtient désormais une seule pente (échelle log-lin) pour toutes les courbes : la première phase de percolation instantanée a donc été supprimée (figure 4.26).



**Figure 4.26** Evolution de  $z$  en fonction du nombre de passages de l'intrus (à gauche) et évolution de  $z$  normalisé par  $z_f$  ( $z$  à l'état final) montrant 1 seul régime (à droite) après modification du ratio de tailles grandes/petites particules.

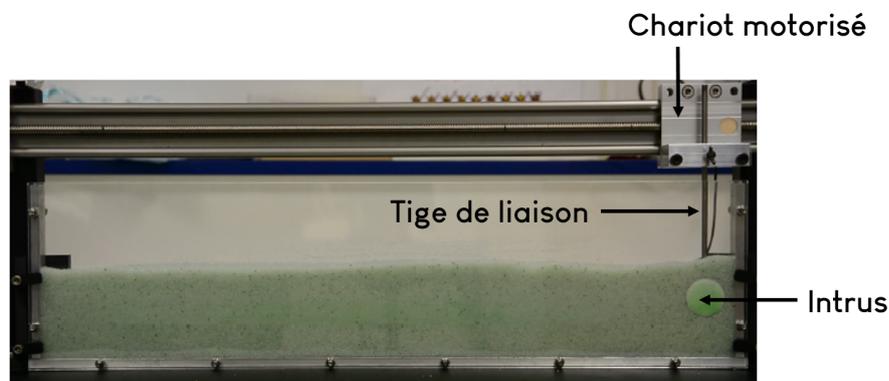
En résumé, à travers ce dispositif, on montre que le cisaillement d'un empilement initialement constitué de grandes et de petites particules par le déplacement d'un disque entraîne un phénomène de ségrégation dans le milieu. La descente de la couche de petites particules i.e. la remontée de grandes particules suit globalement une loi exponentielle de la forme  $A(1 - \exp(-\frac{t}{T}))$ .  $A$ , la distance maximale parcourue par le centre de gravité des petites particules, croît avec le diamètre de l'intrus qui cisaille le milieu. Et le temps caractéristique  $T$  décroît linéairement avec le diamètre de l'intrus, les premières observations portant à formuler une loi de la forme  $T(D) = -15D + 90$  où  $D$  est le diamètre de l'intrus. De plus, si le ratio grandes/petites particules est important, on obtient une phase de percolation très rapide des petites particules dans les interstices du réseau de grandes particules dès les premiers cisaillements.

Ce dispositif de déplacement manuel de l'intrus ne permet pas de suivre en temps réel le déplacement des particules dans le voisinage de l'intrus. Pour remédier à cette limitation, des modifications sont apportées au canal.

---

### 4.5.2 Dispositif II

Les nouvelles dimensions du canal sont 60.5\*15\*2 cm. Un moteur pas à pas permet de déplacer l'intrus sur un axe linéaire dans une gamme de vitesse allant de 3 à 13 mm/s (régime quasi-statique). L'intrus reste un disque cylindrique de 2 cm de diamètre, cette fois-ci en acier et est relié au chariot de déplacement par une tige cylindrique de diamètre 0.5 cm (figure 4.27).



**Figure 4.27** Deuxième dispositif : l'intrus (disque) est déplacé à l'aide d'un moteur.

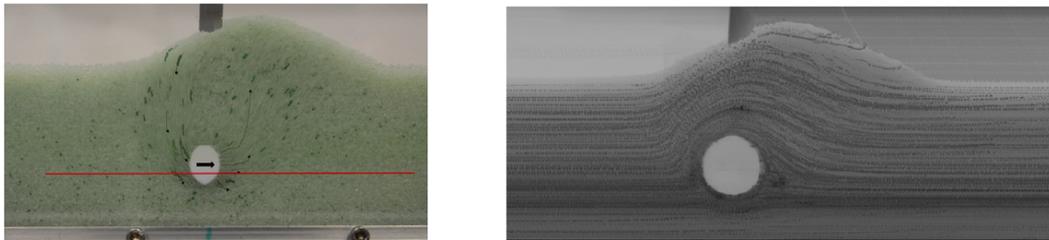
### Protocole expérimental

Cette configuration permet de travailler avec des particules de plus petites tailles sans risque de fuite – dans la configuration précédente, les particules trop petites pouvaient en effet s'échapper par les rainures. Il est désormais possible de travailler avec des petites particules de diamètre 800 à 1300  $\mu\text{m}$ . Le milieu est cisailé par déplacement de l'intrus. Une caméra en face du canal permet de capturer le déplacement en temps réel des particules. Une autre caméra est placée au-dessus pour filmer le cas échéant, la remontée des particules.

### Champ de déplacement et lignes de courant

Le canal est rempli de petites particules (800 – 1300  $\mu\text{m}$ ) claires. Des traceurs de même taille mais de couleur différente (verte) sont ensemencés dans le milieu pour faciliter la visualisation. Les premières observations permettent d'apporter une description qualitative. Le déplacement de l'intrus entraîne la création d'une bosse en amont (sens de déplacement) de l'intrus (figure 4.28a). Les particules se trouvant dans cette zone sont donc engagées dans un mouvement de remontée. À l'inverse, les particules se trouvant sous le cylindre sont poussées et enfoncées vers le bas. Enfin, les particules disposées en aval de la tige se déplacent vers le fond du tas. De fait, dans cette dernière zone, la bosse créée en amont s'effondre. Cet effondrement et le sillage né du déplacement de l'intrus créent un vide derrière permettant aux particules de s'enfoncer. En

combinant différentes images à différents instants de l'écoulement, on retrouve un profil moyen des lignes de courant dans le milieu qui confirme ces diverses observations (figure 4.28b).



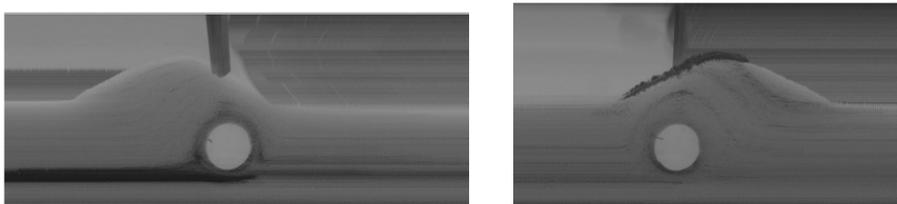
**a** Trajectoires des particules autour de l'intrus, combinaison d'images sur 5 s

**b** Lignes de courant autour de l'intrus obtenues en combinant plusieurs images

**Figure 4.28** Déplacements des particules dans le voisinage de l'intrus. L'intrus se déplace de la gauche vers la droite.

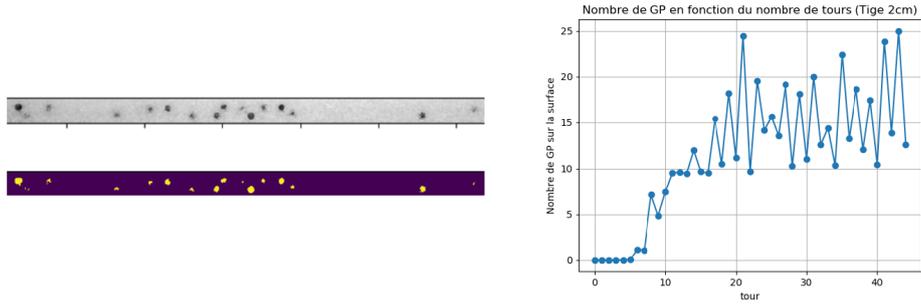
### Ségrégation dans le milieu

On incorpore désormais une couche de grandes particules (diamètre de 5 mm) dans la couche de petites particules (800 – 1300  $\mu\text{m}$ ) juste en dessous de l'intrus. Lors du premier passage de l'intrus, quelques grandes particules remontent légèrement au-dessus de leur position initiale (figure 4.29). Au fur et à mesure que le cisaillement se poursuit, plus de grandes particules remontent et au bout de 8 passages, on obtient les premières grandes particules à la surface libre. Une fois à la surface, celles-ci s'y maintiennent. En effet, ces grandes particules suivent fidèlement les champs de déplacement décrits dans le paragraphe précédent. Seulement à l'arrière de l'intrus, contrairement aux petites particules, le vide créé n'est pas suffisamment grand pour leur permettre de s'enfoncer : elles restent donc à la surface.



**Figure 4.29** Lignes de courant au 1er (à gauche) et au 8e passage (à droite) de l'intrus montrant l'évolution de la ségrégation des grandes particules noires.

On peut, par traitement d'images, estimer le nombre moyen de grandes particules à la surface libre à chaque instant (figure 4.30a). La courbe d'évolution de ce nombre en fonction du nombre de tours montre globalement une croissance (figure 4.30b). Aux premiers tours, en accord avec les observations, la courbe est constante et nulle : aucune grande particule n'apparaît à la surface libre. Puis progressivement, des remontées sont notées. L'enveloppe de la courbe est caractérisée par de nombreuses oscillations traduisant l'apparition et la disparition rapide de grandes particules. En effet, la disparition est la conséquence de l'effondrement de la bosse qui localement vient ensevelir les grandes particules à la surface. Au prochain passage de l'intrus, celles-ci remontent par ségrégation et se font de nouveau ensevelir sans pour autant plonger profondément dans le tas... etc. Ce mouvement continu entretient les oscillations observées.



**a** Image type de la surface libre montrant les grandes particules, en haut image brute et en bas, image après traitement sur Python **b** Evolution du nombre de grandes particules à la surface libre en fonction du nombre de passages (tours) de l'intrus

**Figure 4.30** Evolution du nombre de grandes particules remontées à la surface en fonction du nombre de passages de l'intrus.

Dans cette configuration, on peut remarquer que le système cisailant est constitué de l'intrus mais aussi de la tige de liaison au chariot. On se propose d'étudier dans un dernier dispositif l'effet isolé de cette tige cylindrique de 0.5 cm de diamètre.

### 4.5.3 Dispositif III

L'intrus cylindrique à l'extrémité de la tige cylindrique est retirée (figure 4.31). Le milieu est désormais uniquement cisailé par le déplacement de la tige seule. On utilise des grandes particules de diamètre 800 et 1300  $\mu\text{m}$  et des petites particules de diamètre 250 - 315  $\mu\text{m}$ .



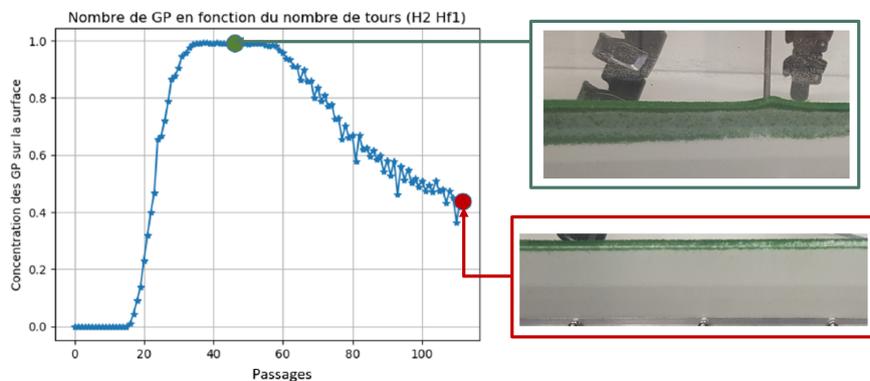
**Figure 4.31** Dispositif 3 : le disque est retiré, le milieu est cisailé par déplacement de la tige cylindrique de 0.5 cm de diamètre.

### Protocole expérimental

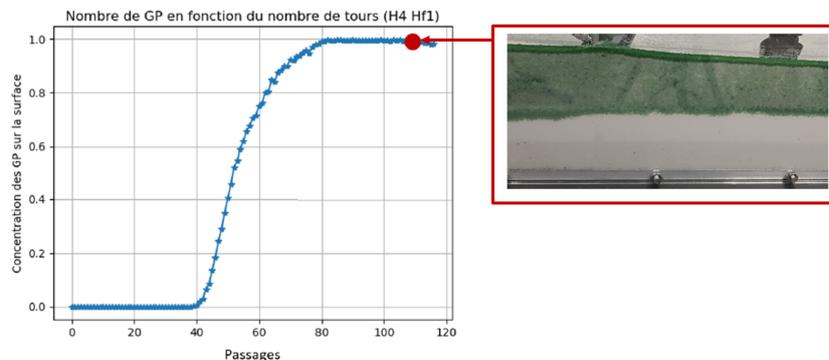
Au fond du canal est disposée une première couche de petites particules d'épaisseur 3 cm. Par-dessus est déposée une couche de grandes particules d'épaisseur 1 cm. Une autre couche de petites particules d'épaisseur ajustable dans la gamme [2 cm, 4 cm] vient compléter l'empilement. La base de la tige est à 1 cm du fond du canal. Une photo de la surface libre est prise à chaque passage de la tige permettant de calculer une concentration en grandes particules à la surface libre. Cette configuration est en quelque sorte une réplique en canal parallélépipédique de ce qui a été étudié dans la cuve cylindrique.

### Influence de l'épaisseur $H$ de la couche supérieure de petites particules

L'évolution de la courbe de concentration en grandes particules à la surface libre en fonction du nombre de passage de la tige est présentée sur la figure 4.32 pour les 2 épaisseurs de couches supérieures de petites particules : 2 cm et 4 cm. On remarque que le temps d'apparition des premières grandes particules à la surface est proportionnelle à l'épaisseur  $H$  avec 20 passages à 2 cm et quasiment le double pour  $H = 4$  cm. Aussi la saturation de la surface (concentration de surface en grandes particules égale à 1) est atteinte plus rapidement pour la plus petite épaisseur (30 passages environ) que pour la plus grande (80 passages environ). Il est aussi important de noter la décroissance de la concentration à partir de 60 passages pour la petite épaisseur avec une enveloppe modulée par des oscillations. Sur les 120 passages étudiées, cette décroissance n'est néanmoins pas observée pour  $H = 4$  cm et la courbe se stabilise à 1. Les images du milieu prises de face <sup>(2)</sup> et présentées à des points spécifiques permettent d'avoir une vision de l'état du milieu.



**a** Concentration en grandes particules à la surface en fonction du nombre de passages pour  $H = 2$  cm



**b** Concentration en grandes particules à la surface en fonction du nombre de passages pour  $H = 4$  cm

**Figure 4.32** Evolution de la concentration en grandes particules à la surface en fonction du nombre de passages de l'intrus et quelques photos de face du canal.

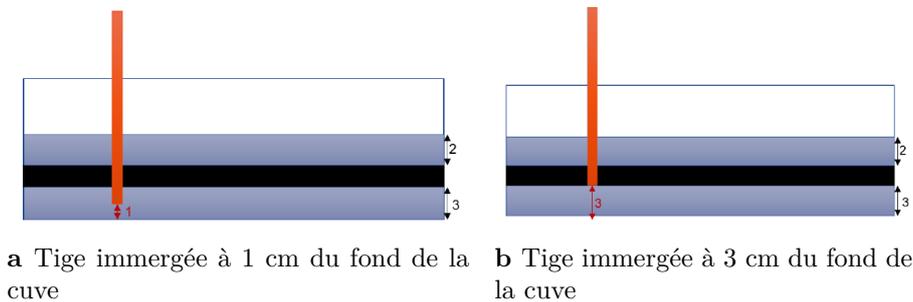
En effet, sur les images du milieu de la figure 4.32, on peut noter des allures similaires sur les plateaux (concentration = 1) pour les deux épaisseurs : la surface libre est saturée en grandes particules vertes et continue manifestement d'être alimentée par la région inférieure adjacente

<sup>(2)</sup>Images obtenues en filmant les parois de face

riche en grandes particules et fortement dispersée. Pour  $H = 2\text{ cm}$ , le milieu évolue vers un état dans lequel tout le volume a été vidé de toutes les grandes particules qui se retrouvent désormais toutes, à la surface libre. A l'inverse, quand le volume de petites particules est plus important à  $H = 4\text{ cm}$ , un tel régime n'est pas atteint : au bout de 120 passages, il existe encore des grandes particules dans le volume. Pour expliquer la décroissance observée à partir de 60 passages pour  $H = 2\text{ cm}$ , on peut faire appel aux mouvements de convection mis en évidence dans la configuration cylindrique. On sait qu'à tout moment, la concentration à la surface libre est un équilibre entre les remontées de grandes particules par ségrégation et leur réentraînement dans le volume dans le sillage derrière la tige. La même théorie permet d'expliquer ce qui se passe dans le canal : les particules étant toutes à la surface libre, les flux de remontée deviennent négligeables devant le flux de réentraînement dans le volume et on perd les grandes particules à la surface. Le mouvement de descente se faisant dans l'axe de la tige, il est normal qu'on ne puisse pas l'observer sur les parois avec la caméra de face.

### Influence de la profondeur d'immersion de la tige

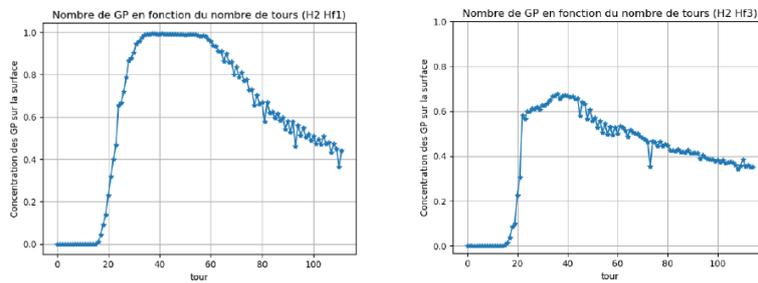
Tous les autres paramètres étant identiques par ailleurs, nous plaçons la tige dans une première configuration à 1 cm du fond de la cuve (figure 4.33a) et à 3 cm du fond de la cuve (figure 4.33b) dans une deuxième configuration. Ces dispositions permettent d'obtenir dans le premier cas, une tige qui traverse entièrement la couche de grandes particules et dans le deuxième cas une tige à l'interface inférieure de la couche de grandes particules.



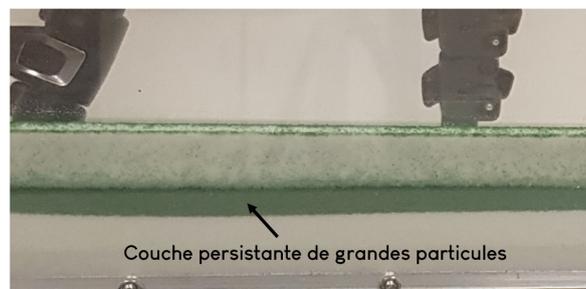
**Figure 4.33** Étude de l'influence de la profondeur d'immersion de la tige.

L'évolution de la concentration en grandes particules à la surface libre en fonction du nombre de passages de la tige est présentée pour les deux configurations sur la figure 4.34. Dans la première configuration (tige traversant entièrement la couche de grandes particules), la totalité des grandes particules dans le volume réussit à remonter à la surface libre tandis que dans la deuxième configuration (tige à l'interface inférieure), seule une petite partie de la quantité de grandes particules est remontée à la surface libre (concentration maximale de 0.65 environ). Sur l'image prise de face, à l'état final, on peut en effet toujours observer une présence abondante de grandes particules vertes à la paroi (figure 4.35).

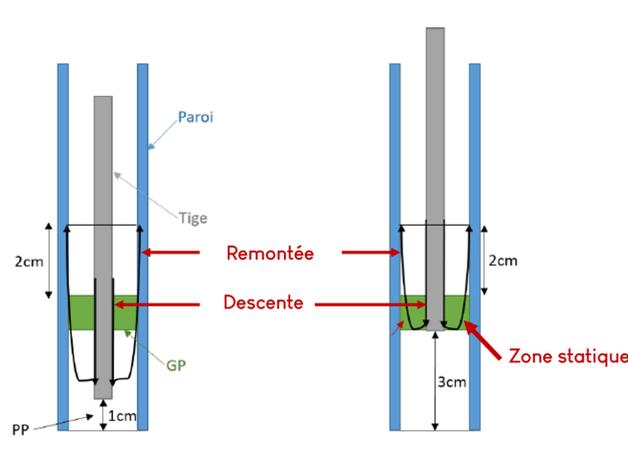
Un tel effet peut s'expliquer en considérant les trajectoires suivies par les particules dans le volume. Par analogie avec celles mises en évidence dans la géométrie cylindrique, on peut envisager des courants de remontées de part et d'autre de la tige et un courant de descente dans l'axe de la tige (figure 4.36). La géométrie évasée des courants de remontée fait que les particules sur les parois près de la base de la tige ne peuvent pas être déplacées par la tige. De plus, les effets de bord plus importants dans le canal intensifient cet effet par rapport à la géométrie cylindrique étudiée auparavant.



**Figure 4.34** Evolution de la concentration en grandes particules à la surface en fonction du nombre de passages de la tige pour deux profondeurs d’immersion différentes de la tige, couche de grandes particules entièrement traversée à gauche et tige à l’interface inférieure à droite.



**Figure 4.35** Etat final du milieu pour la tige immergée jusqu’à l’interface inférieure : une couche persistante de grandes particules est toujours visible aux parois.



**Figure 4.36** Courants de convection générés par le déplacement de la tige dans le canal : couche entièrement traversée à gauche et base de la tige à l’interface inférieure à droite.

En résumé, dans cette section sur les études ébauchées, nous avons essayé de comprendre en temps réel le déplacement des grandes particules au contact de la tige en filmant la cuve cylindrique par la paroi. Ces films permettent de voir qu'il se crée un bourrelet en amont de l'intrus qui déplace les grandes particules vers le haut. En aval, une remontée résiduelle non nulle persiste et est amplifiée progressivement aux passages suivants de la tige. Une quantification précise des déplacements à travers l'amélioration des techniques d'acquisition pourrait être envisagée en complément de ces premiers résultats.

Nous avons aussi, à travers un stage expérimental de 6 mois, réalisé par Kamila Benmoussa, étudié les mécanismes de mélange, de ségrégation et de déplacement des particules sous l'effet du déplacement d'un intrus dans une configuration simplifiée, en l'occurrence un canal parallélépipédique. Les résultats permettent d'observer des mécanismes semblables à ceux qui ont été mis en évidence dans la cuve cylindrique et indiquent le caractère générique des études menées. Ce travail pourrait lui aussi bénéficier d'un approfondissement quantitatif afin de mettre en lien les différentes grandeurs mesurées notamment pour établir la formulation d'une loi couplant les flux de ségrégation au cisaillement engendré par le passage de la tige.

---

Dans cette première partie en configuration 3D, nous avons mis en évidence des phénomènes de ségrégation et de convection dans le milieu granulaire initialement stratifié en tailles. Nous nous proposons dans la partie qui suit, d'aborder la question du mélange de particules, en configuration 2D. Il s'agira d'étudier comment à partir d'une configuration constituée de deux populations de particules initialement séparées, le cisaillement produit par le passage d'une tige dans le milieu conduit à une dispersion des particules pour réaliser le mélange.

---



## Deuxième partie

**2D : Mélange d'un milieu granulaire  
bidisperse par un intrus**



# Chapitre 5

## Dispositif expérimental

Dans cette deuxième partie, un nouveau dispositif plan est conçu dans lequel nous étudions le mécanisme de mélange d'une population bidisperse de particules sous l'effet du déplacement d'un intrus. Y est également étudiée la cinématique du milieu autour de l'intrus. Ce premier chapitre présente le dispositif expérimental.

### Sommaire du chapitre

---

<b>5.1</b>	<b>Conception du dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>84</b>
5.1.1	Le support . . . . .	85
5.1.2	Les particules . . . . .	85
5.1.3	L'intrus . . . . .	86
5.1.4	Le système de visualisation en temps réel . . . . .	86
<b>5.2</b>	<b>Pilotage de l'intrus . . . . .</b>	<b>88</b>
5.2.1	Mécanique et algorithme de contrôle de la trajectoire de l'intrus . . . . .	88
5.2.2	Présentation des trajectoires étudiées . . . . .	89

---

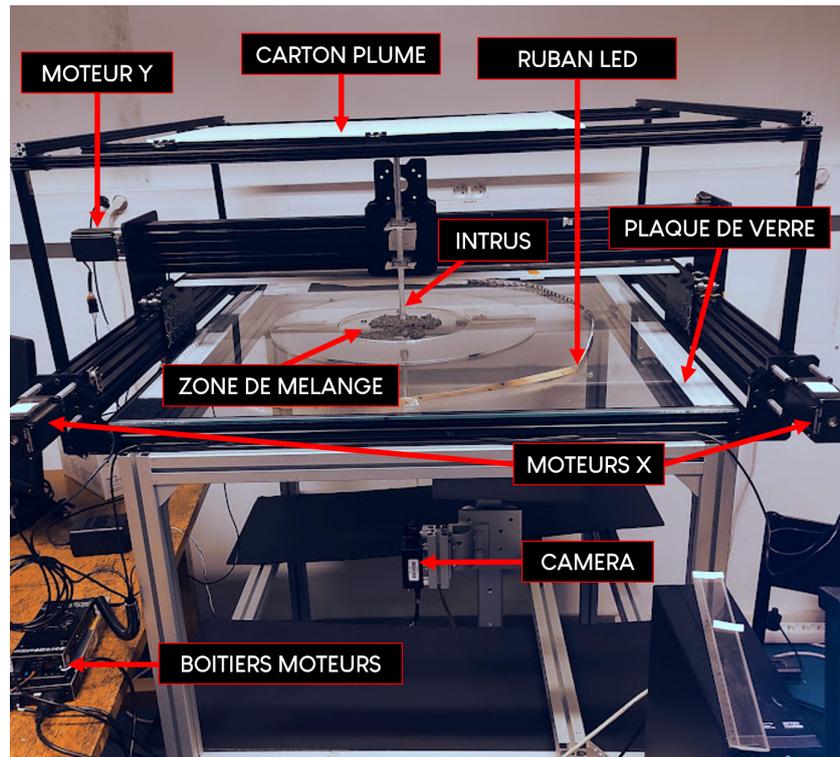


Figure 5.1 Dispositif expérimental.

## 5.1 Conception du dispositif expérimental

En collaboration avec Laurent Quartier de l'Institut Jean le Rond d'Alembert, nous avons conçu et mis en place intégralement un dispositif (figure 5.1) pour étudier le comportement d'un milieu bidisperse bidimensionnel de particules solides sous l'effet d'un cisaillement local contrôlé. Nous choisissons en pratique, d'opter pour la solution technique présentée sur la figure 5.2. Quatre grands éléments entrent dans la conception du banc expérimental : un support, des particules, un intrus amovible et un système de visualisation en temps réel.

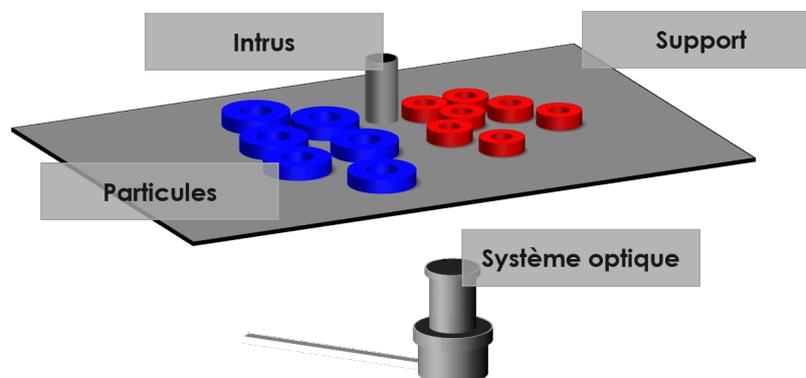
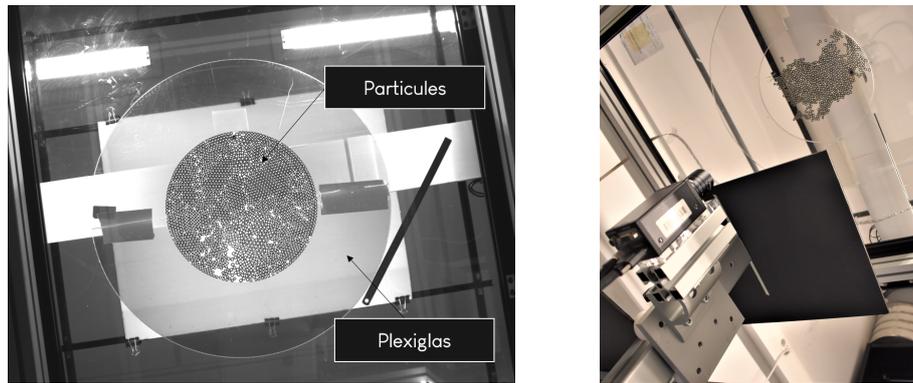


Figure 5.2 Schéma de principe du dispositif expérimental.

### 5.1.1 Le support

Une première contrainte au sujet du choix du support est qu'il doit aussi être suffisamment dur pour résister aux rayures que peuvent provoquer les déplacements des particules à sa surface. De plus, pour des raisons d'encombrement et d'optimisation de l'espace, nous disposons le système de visualisation sous le support entraînant une contrainte supplémentaire de transparence. Nous utilisons donc une plaque de verre rectangulaire de dimensions  $1000 * 860 * 6$  mm surélevée à 1 m 20 du sol par l'intermédiaire de profilés en aluminium. La surface utile circulaire sera de diamètre  $D = 250$  mm, délimitée en collant des anneaux de plexiglas (figure 5.3a) à la surface du verre. Elle a l'avantage d'être filmée en entier par le système de visualisation et permet une résolution spatiale satisfaisante de chaque particule.



a Photo du système en verre montrant les anneaux de plexiglas ainsi que les particules (vue de dessous).

b Caméra disposée sous la table expérimentale (particules en partie haute).

**Figure 5.3** Système caméra particules.

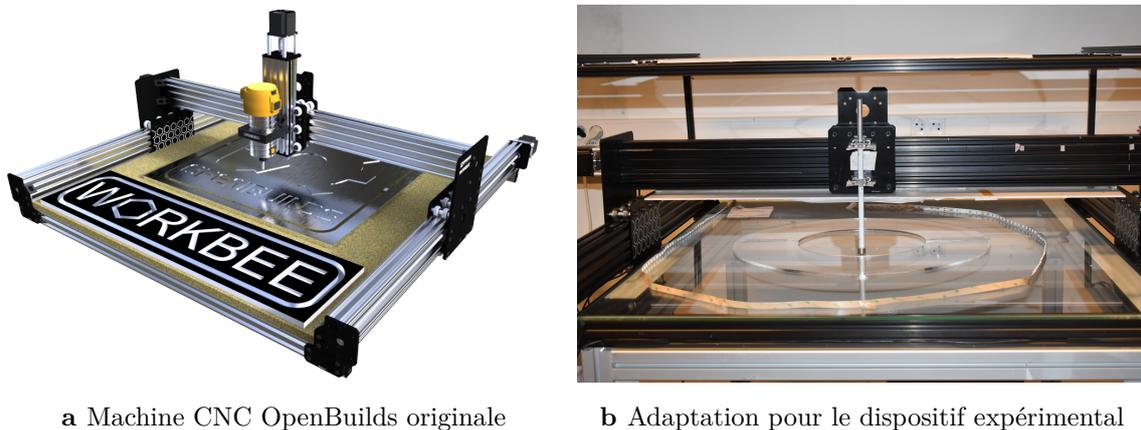
### 5.1.2 Les particules

Afin d'éviter, d'une part, la cristallisation [107, 108] du milieu et, d'autre part, de disposer de traceurs pour l'étude de la dynamique de mélange, nous choisissons de travailler avec une population bidisperse de grandes et de petites particules. La particule de base est un cylindre creux en laiton nickelé de hauteur 3 mm et de diamètre extérieur 5 mm pour les petites et 6 mm pour les grandes (figure 5.5b) - les diamètres intérieurs sont respectivement de 2.3 mm et 3 mm. Le choix de ces particules s'inscrit dans la continuité des travaux de Cixous, Kolb, Algarra sur la pénétration d'objets rigides [109] et flexibles [110] dans un milieu granulaire 2D. La géométrie creuse des particules permet d'accélérer le processus de détection dans la phase de post-traitement (section 6.2.1). L'effectif total ainsi que le ratio des effectifs petites-grandes sont variés en fonction de la finalité de l'expérience conduite mais en général, le nombre total de particules dans l'espace utile varie entre 1500 et 1750 soit une compacité  $\eta$  allant de 0.71 à 0.82, la compacité étant calculée en utilisant l'équation 5.1 où  $N_p, N_g$  sont respectivement les nombres de petites et de grandes particules,  $S_p, S_g$  leur surface et  $S, S_i$  respectivement la surface totale de la zone de mélange et la surface de l'intrus.

$$\eta = \frac{N_p * S_p + N_g * S_g}{S - S_i} \quad (5.1)$$

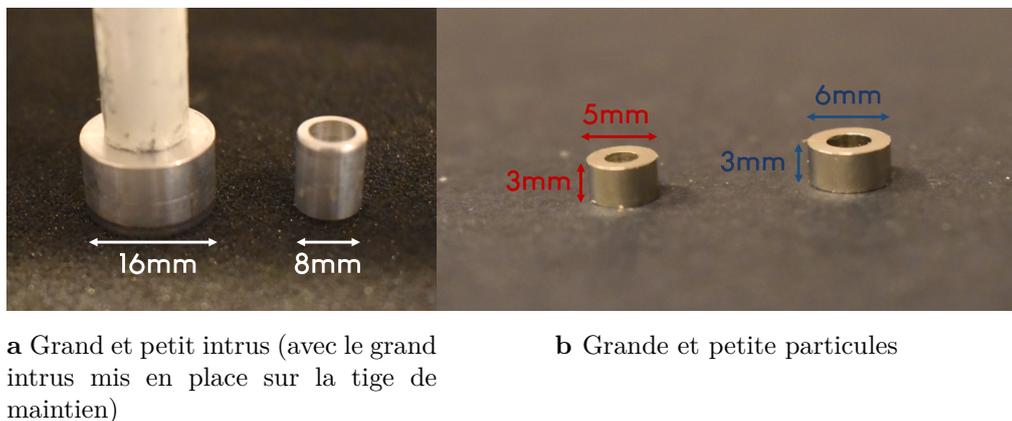
### 5.1.3 L'intrus

L'intrus est une tige cylindrique en acier inoxydable mue dans le plan horizontal (x,y) par un système de 3 moteurs contrôlés par un servomoteur. Le système est une adaptation d'une machine-outil à commande numérique dont les éléments de construction sont commercialisés par **OpenBuilds** (figure 5.4).



**Figure 5.4** Vue d'ensemble de la table expérimentale avec l'intrus fixé, la zone de mélange et le ruban LED (éteint) pour l'éclairage.

Dans ce travail, deux diamètres d'intrus ont été étudiés  $d_i \in \{16 \text{ mm}, 8 \text{ mm}\}$  que nous désignerons par la suite, par souci de simplification, par respectivement grand intrus et petit intrus (figure 5.5a). Par ailleurs, au cours de l'expérience, afin d'éviter le frottement de l'intrus sur la plaque de verre, un espace de 1.5 mm est maintenu entre les deux.



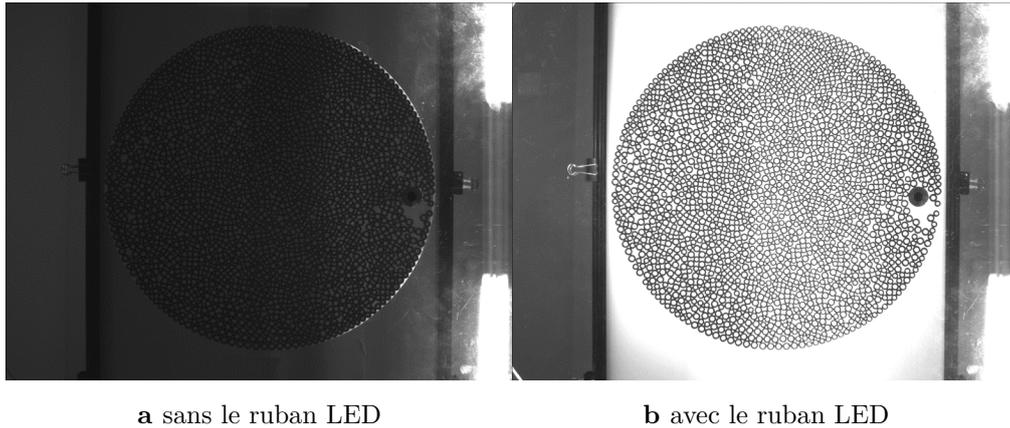
**Figure 5.5** Intrus et particules.

### 5.1.4 Le système de visualisation en temps réel

L'objectif étant de suivre les déplacements des particules en fonction du déplacement de l'intrus, nous enregistrons à intervalles réguliers l'état du système. Nous utilisons, pour ce faire, une caméra monochrome (capteur  $1600 * 1200 \text{ px}$ ) avec un objectif à petite focale  $f = 8 \text{ mm}$  placée en dessous du support (figure 5.3b). Cette valeur de focale combinée à l'élévation à 1 m 20 du support permet d'acquérir l'image de la totalité de la surface utile sans distorsion de l'image. La caméra peut être commandée par une horloge extérieure indépendante (acquisition hautes

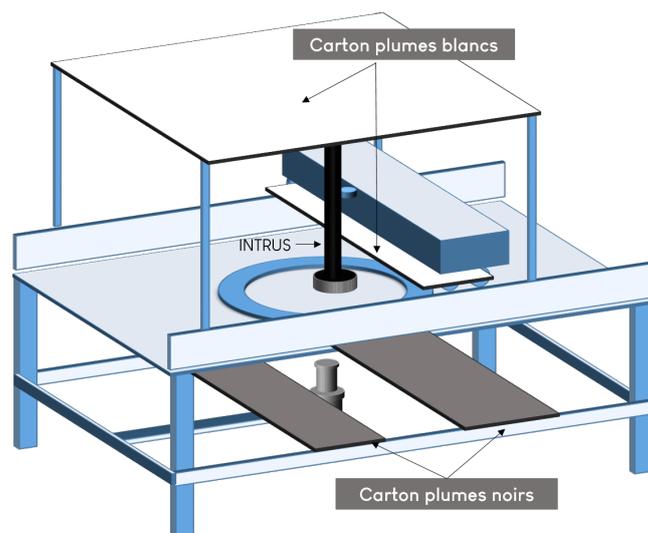
fréquences) ou peut être reliée au servomoteur de commande de l'intrus afin de synchroniser sa fréquence d'acquisition au déplacement de l'intrus (acquisition basse fréquence). Les deux modes d'utilisation ont été employés dans cette étude. (Les détails supplémentaires techniques de la caméra et de l'objectif sont donnés en Annexe A à titre informatif).

Le système d'éclairage est un ruban LED blanc disposé tout autour de la zone de mélange. Par rétroéclairage diffus, ce réglage apporte la qualité et le contraste nécessaires aux images (figure 5.6).



**Figure 5.6** Images typiques du système non-éclairé et éclairé.

Le contraste observé sur la figure 5.6 (particules en noir sur un fond blanc) est aussi amélioré par l'aspect blanc uniforme de l'arrière-plan. Cet effet est obtenu en rajoutant des papiers plume blancs au dessus de la surface utile ainsi qu'en dessous de la barre traversante maintenant l'intrus (originellement noire) (figure 5.7) et en peignant la surface de l'intrus en blanc. Par ailleurs, des papiers plume noirs ont été disposés aux endroits stratégiques afin d'éviter les réflexions de lumière parasites.



**Figure 5.7** Schéma récapitulatif d'ensemble du dispositif expérimental montrant des ajustements expérimentaux supplémentaires.

## 5.2 Pilotage de l'intrus

Comme évoqué dans la section 5.1.3, la trajectoire de l'intrus peut être entièrement commandée et contrôlée par ordinateur. Cela nous permet d'étudier des trajectoires relativement plus élaborées géométriquement que celles qui ont été précédemment mentionnées dans la littérature (trajectoire rectiligne notamment [105, 109]). Le processus de construction et de transmission des coordonnées des trajectoires à la machine est exposé dans un premier temps puis nous présentons dans un second temps les trajectoires que nous avons choisi d'étudier ainsi que les raisons et objectifs qui ont motivé leur choix.

### 5.2.1 Mécanique et algorithme de contrôle de la trajectoire de l'intrus

Dans la version initiale de la machine-outil, la commande de l'intrus passe par 3 étapes principales :

- **Chargement d'une trajectoire sur le logiciel de commande** : ce fichier est un dessin vectoriel sous format *.svg* ou équivalent. Il peut donc être généré avec des logiciels courants tels qu'Illustrator, Inkscape, Autocad ... etc ou encore avec des logiciels en ligne
- **Conversion du fichier *.svg* en fichier *.gcode*** : le *.gcode* est le code lisible par le servomoteur. Un logiciel en ligne est prévu par OpenBuilds pour effectuer cette étape
- **Transmission de l'instruction *.gcode* au servomoteur de commande** : la transmission se fait par une liaison USB entre le servomoteur et l'ordinateur de contrôle

Ces étapes ont le désavantage d'offrir très peu de contrôle sur les trajectoires, notamment les coordonnées du parcours de l'intrus qu'on ne peut pas spécifier. On peut néanmoins remarquer que le fichier *.gcode* n'est qu'une énumération des coordonnées du parcours enrichie d'instructions sur la cinématique du mouvement de l'intrus entre 2 coordonnées successives (figure 5.8). Nous utilisons donc Python qui, à partir de l'équation paramétrique de la trajectoire, nous permet de spécifier les coordonnées, les pas de parcours ainsi que les vitesses de parcours et de reconditionner le programme en fichier *.gcode* exploitable directement par le servomoteur.

```

G21 ; mm-mode
G54 ; Work Coordinates
G21 ; mm-mode
G90 ; Absolute Positioning

GO F1000 X0.0 Y0.0
G1 F1000 X-5.4355 Y-0.2958
G1 F1000 X-10.8114 Y-1.18
G1 F1000 X-16.0689 Y-2.6429
G1 F1000 X-21.1503 Y-4.6685
G1 F1000 X-26.0 Y-7.2346
G1 F1000 X-30.5648 Y-10.3131
G1 F1000 X-34.7948 Y-13.8702
G1 F1000 X-38.6435 Y-17.8669
G1 F1000 X-42.0689 Y-22.2596
G1 F1000 X-45.0333 Y-27.0
G1 F1000 X-47.5044 Y-32.0362
Y-100.7654
G1 F1000 X-21.1503 Y-103.3315

```

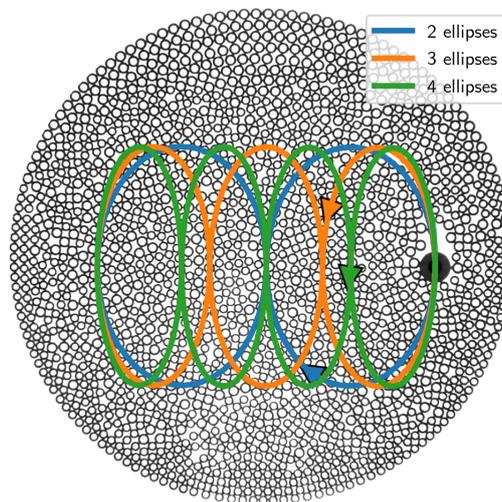
**Figure 5.8** Structure sommaire d'un fichier *.gcode* avec encadrées en pointillés les instructions d'en-tête générales. X, Y représentent les coordonnées des points du parcours, F désigne la vitesse de parcours et G1 instruit un déplacement linéaire de l'intrus.

### 5.2.2 Présentation des trajectoires étudiées

Les trajectoires sont choisies en privilégiant celles qui *a priori* pourraient plus efficacement disperser les particules. En s'inspirant de ce qui a été fait dans les fluides et notamment des derniers travaux de Gouillart *et al.* [14], on choisit les trajectoires en 8 qui présentent un bon potentiel de dispersion du milieu et qui sont en même temps des formes modèles pour une première étude. Nous modélisons cette trajectoire par 2 ellipses juxtaposées référencées par le signe «8».

#### Influence du nombre de croisements

Partant du 8 comme trajectoire référence, nous désirons aussi étudier l'effet du nombre de croisements sur l'homogénéisation du milieu : les trajectoires à 3 ellipses ( $8^{(3)}$ ) et 4 ellipses ( $8^{(4)}$ ) seront elles aussi explorées en gardant la surface rectangulaire balayée constante (figure 5.9).



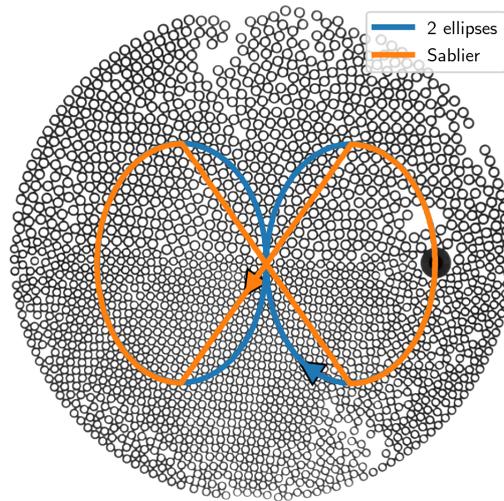
**Figure 5.9** Illustrations des 3 trajectoires designées pour étudier l'influence du nombre de croisements.

#### Influence de la courbure

Si, sur des temps très courts, le déplacement de l'intrus peut être considéré linéaire, les phénomènes de transport des particules sur les temps longs sont susceptibles de dépendre de la courbure de la trajectoire. Nous étudions donc aussi une forme dérivée du 8 en modifiant ses courbures afin de nous rapprocher d'une trajectoire en sablier avec des diagonales désormais droites et rectilignes (figure 5.10).

#### Diffusion et irréversibilité

La diffusion est une caractéristique principale du milieu granulaire rendant les phénomènes qui s'y déroulent intrinsèquement irréversibles. Nous cherchons à comprendre l'influence de cette diffusion sur la dynamique de mélange. La dernière trajectoire que nous étudions est donc une trajectoire où l'intrus change de sens de parcours à chaque fin de cycle ( $8AR$  avec  $AR$  pour *aller-retour*). L'irréversibilité engendrée par la diffusion est ainsi traitée.



**Figure 5.10** Illustrations des 2 trajectoires designées pour étudier l'influence de la courbure.

Ces formes de trajectoires, combinées à la compacité du milieu et aux paramètres géométriques de la tige sont les principaux paramètres expérimentaux de cette partie sur la base desquelles nous étudions le comportement cinématique ainsi que l'homogénéisation du milieu granulaire.

# Chapitre 6

## Protocole expérimental et méthodes numériques de post-traitement

Ce chapitre est dédié, dans son premier volet à l'exposé des principaux protocoles expérimentaux employés. Dans un deuxième temps, nous présentons les méthodes numériques de post-traitement des résultats bruts expérimentaux.

### Sommaire du chapitre

---

<b>6.1</b>	<b>Protocoles expérimentaux</b>	<b>92</b>
6.1.1	Préparation générale d'une expérience typique	92
6.1.2	Etude du mélange du milieu granulaire : cycles longs	92
6.1.3	Etude de la cinématique du milieu granulaire : cycles courts	93
<b>6.2</b>	<b>Méthodes numériques de post-traitement</b>	<b>93</b>
6.2.1	Détection de la position des particules	93
6.2.2	Suivi des particules et calcul de déplacements	99
6.2.3	Évaluation de l'erreur sur le suivi des particules	101
6.2.4	Suivi de l'intrus	103

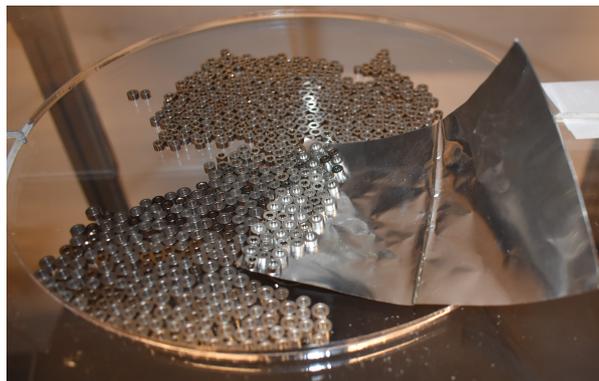
---

## 6.1 Protocoles expérimentaux

Deux types d'expériences sont réalisés : le premier se focalise sur la cinématique du milieu granulaire grâce à des cycles courts et le deuxième a pour but d'étudier le mélange sur des cycles longs. La première partie de la préparation de l'expérience reste néanmoins commune.

### 6.1.1 Préparation générale d'une expérience typique

Après avoir préétabli la trajectoire de l'intrus suivant le protocole présenté dans la section 5.2, on peut aborder l'étape de préparation des particules. Si les particules sont déjà sur le plan (typiquement à la fin d'une précédente expérience), il s'agit de les ramasser afin de les trier suivant leur taille pour l'expérience suivante. Le ramassage des particules peut s'avérer chronophage en raison de la difficulté à retirer de nombreuses particules cylindriques de petite hauteur d'une surface plane et lisse. La méthode optimale trouvée pour exécuter cette phase consiste à se servir d'une feuille d'aluminium de  $50 \mu\text{m}$  d'épaisseur qui arrive à se loger plus facilement entre la base des particules et le plan (figure 6.1). Cette épaisseur présente le compromis idéal entre la capacité à soulever la particule et la rigidité nécessaire pour garder les particules récupérées à sa surface.



**Figure 6.1** Zone de mélange avec la feuille d'aluminium de  $50 \mu\text{m}$  d'épaisseur utilisée pour ramasser les particules.

Puis vient l'étape de tri pour séparer les petites particules des grandes (diamètres de 5 et 6 mm respectivement). Nous optons pour un tamis en acier inoxydable à mailles circulaires de 5.5 mm de diamètre. Il est important de préciser que pour les expériences d'étude de la cinématique du milieu, cette étape de tri n'est pas nécessaire, nous partons d'un milieu initial déjà mélangé.

Les particules triées et séparées peuvent ensuite être disposées sur le support préalablement nettoyé afin de le débarrasser de débris et de poussières. La difficulté principale inhérente à cette étape est la tendance des particules cylindriques à basculer sur le côté plutôt que de rester sur leur base à la surface du support en verre. L'astuce utilisée pour expédier plus efficacement cette phase consiste à disposer préalablement les particules sur un papier rugueux. En les arasant manuellement, les aspérités du papier au contact des particules les amènent à retomber plus facilement sur leur base. Il ne reste plus qu'à glisser le bloc de particules ainsi préparé sur le plan de verre.

### 6.1.2 Etude du mélange du milieu granulaire : cycles longs

Cette catégorie d'expériences est celle qui est dédiée à l'étude de l'homogénéisation du milieu granulaire. Nous commençons par un milieu initialement ségrégué avec d'un côté, sur un demi-

disque, les petites particules et de l'autre les grandes puis nous faisons déplacer l'intrus sur de longs temps (1000 cycles généralement). Un cycle correspond à une trajectoire fermée et complète de l'intrus pour revenir à sa position initiale. Dans ce type d'expérience, la caméra est programmée pour prendre une photo du milieu granulaire à chaque fin de cycle. Pour ce faire, nous connectons l'entrée de cette dernière au servomoteur qui, par l'intermédiaire du fichier *.gcode*, envoie un signal TTL<sup>(1)</sup> de 5V à la fin de chaque cycle. C'est ce signal qui actionne la prise de vue par la caméra. Nous récupérons donc, à la fin d'une telle expérience, un dossier contenant les images *.tif* en niveaux de gris du milieu granulaire évoluant au cours des cycles de l'intrus. Une expérience classique de 1000 cycles s'étend sur environ 16 heures et génère un dossier d'environ 4 GB.

### 6.1.3 Etude de la cinématique du milieu granulaire : cycles courts

De façon à comprendre le mouvement des particules sous l'effet de faibles déplacements de l'intrus, nous conduisons des expériences à 1 cycle (une trajectoire complète), cette fois-ci filmées à hautes fréquences (10 Hz). Dans ce cas, la caméra n'est plus connectée au servomoteur de contrôle de l'intrus mais est commandée par une horloge extérieure par le biais d'un programme *LabView* développé par Thierry Darnige (Laboratoire de physique et mécanique des milieux hétérogènes). On y choisit la fréquence ainsi que le temps d'acquisition. Le dossier obtenu à la fin d'une telle expérience contient des images *.png* en niveaux de gris correspondant à l'image du milieu granulaire à chaque déplacement infinitésimal de l'intrus.

## 6.2 Méthodes numériques de post-traitement

L'étape principale consiste à récupérer la position des particules ainsi que celle de l'intrus sur les différentes images acquises. Ces informations constituent la base de toutes les mesures qui suivront : elles entrent par exemple dans le calcul des déplacements entre 2 images consécutives pour les expériences sur cycles courts. Nous n'utilisons pas de logiciel commercial pour le traitement d'images, cette partie présente succinctement les algorithmes que nous avons implémentés dans nos scripts Python - le script Python de détection de la position des particules peut être consulté en Annexe B.

### 6.2.1 Détection de la position des particules

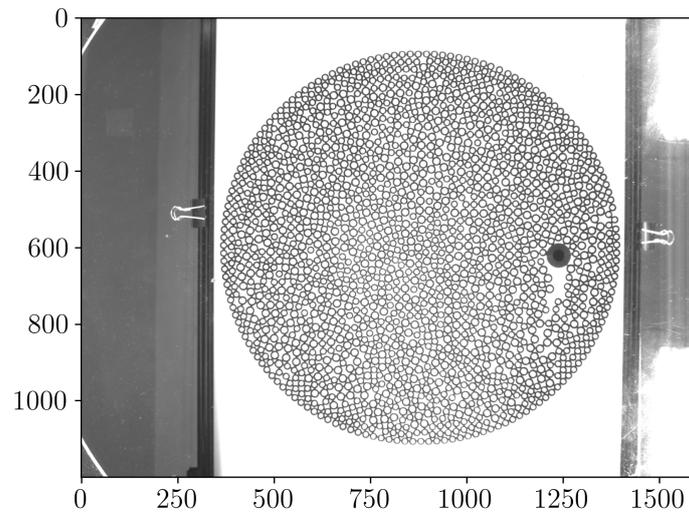
L'image typique retournée par la caméra est une image en niveaux de gris de 1200 \* 1600 px (figure 6.2) avec une résolution de 3.85 px/mm. Comme on peut le remarquer, les ajustements d'éclairage effectués permettent d'acquérir des images bien contrastées. La résolution n'est néanmoins pas très haute (grandes particules codées sur 24 px et petites sur 20 px environ), mais nous arrivons en contrepartie à filmer toute la zone de mélange.

#### Prétraitement

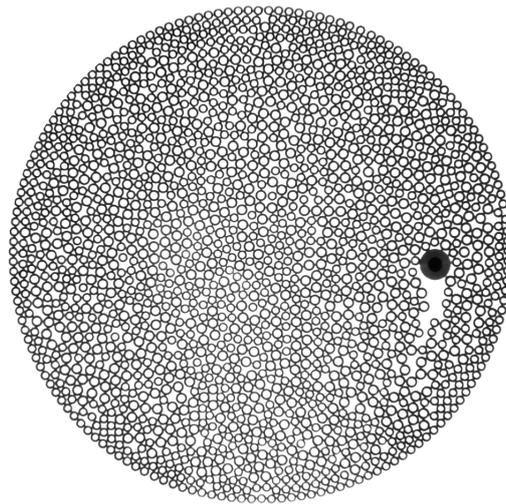
La première partie consiste à se débarrasser de toutes les zones périphériques pour ne garder que la partie circulaire centrale (disque rempli de particules). A partir de 3 points sur la frontière et sur la base de l'équation caractéristique d'un cercle, on réussit à retrouver le rayon et le centre dudit disque (figure 6.3).

---

<sup>(1)</sup>La technologie TTL (Transistor-Transistor Logic) est normalisée pour une tension d'alimentation de 5 V. Un signal TTL est défini comme niveau logique bas entre 0 et 1.4 V, et comme niveau logique haut entre 2.4 V et 5 V



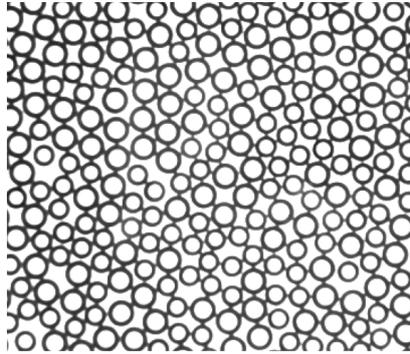
**Figure 6.2** Image type brute du milieu granulaire retournée par la caméra.



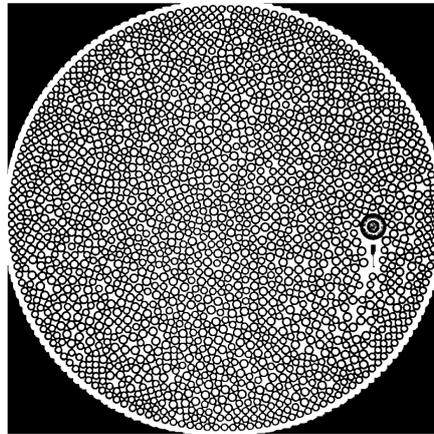
**Figure 6.3** Image type après le prétraitement pour récupérer uniquement la zone centrale.

Le contraste de l'image ainsi récupérée est raffiné grâce à une correction gamma qui un opérateur non-linéaire transformant les valeurs des pixels suivant une loi de puissance afin d'ajuster localement les intensités. L'ambiance lumineuse étant restée la même pour toutes les expériences conduites, les paramètres de la correction gamma sont restés constants dans le prétraitement pour la totalité des images exploitées. La dernière étape du prétraitement est la binarisation des images pour garder les particules en noir (valeur de pixel à 0) et l'arrière-plan en blanc (valeur de pixel à 1). Il est commun pour une image équilibrée et uniforme en intensité, d'appliquer un seuil fixe et global sur la totalité de l'image. Cependant dans le cas de nos images, de petites hétérogénéités peuvent être présentes par endroits, dues aux réflexions parasites persistantes : sur le zoom présenté sur la figure 6.4a, on peut remarquer, localement, certaines parties légèrement plus foncées que d'autres.

Un seuillage global fixe n'est donc pas adapté. On lui préférera un seuillage adaptatif capable de prendre en compte les disparités locales sur des fenêtres de l'ordre de la taille d'une particule



a Hétérogénéités locales sur les images acquises



b Image type après un seuillage local adaptatif Otsu

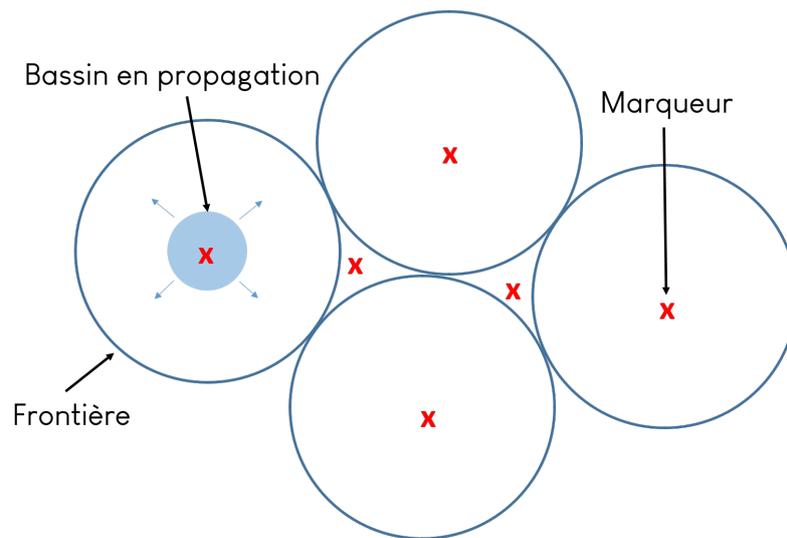
**Figure 6.4** Hétérogénéités spatiales et seuillage adaptatif Otsu.

(en l'occurrence *un seuillage local Otsu*<sup>(2)</sup> sur Python). L'image typique obtenue après une telle binarisation est présentée sur la figure 6.4b et est fidèle à l'image originale. Sur l'image ainsi obtenue, on peut à présent, procéder à la détection à proprement parler des particules.

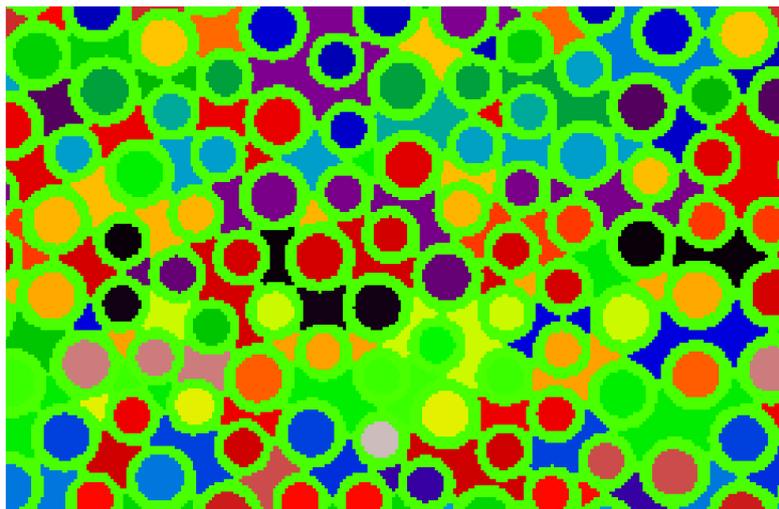
### Traitement

La méthode utilisée pour détecter les particules est la transformation du *Watershed*, en français, «*ligne de partage des eaux*». Le principe consiste à disposer en première étape, des marqueurs sur l'arrière-plan de l'image (i.e sur les pixels de valeur 1). Pour la disposition des marqueurs, nous calculons pour tous les pixels de l'arrière-plan (valeur 1), la distance au pixel le plus proche de l'avant-plan i.e. les particules (valeur 0). Les marqueurs sont les maxima locaux de cette distribution. De la sorte, on réussit à les disposer de façon optimale au centre des particules et au centre des espaces interstitiels. Sur chacun de ces marqueurs, on fait propager un *bassin* jusqu'à ce qu'on rencontre une frontière qui peut être soit un autre bassin soit la paroi interne des particules (figure 6.5).

<sup>(2)</sup> Algorithme de binarisation basé sur la minimisation de la variance intra-classe



**Figure 6.5** Illustration de la méthode *Watershed* avec les marqueurs en rouge et une propagation de bassin en cours.



**Figure 6.6** Illustration des bassins segmentés par la méthode *Watershed*. Chaque bassin est représenté par une couleur différente.

A la fin de cette étape, les bassins ainsi délimités sont des régions qui correspondent soit à l'espace interstitiel entre les particules soit à l'espace circulaire à l'intérieur d'une particule (figure 6.6). Il s'agit désormais, en se basant sur les paramètres géométriques, d'éliminer les régions qui ne sont pas des particules et de catégoriser celles qui ont été retenues en petites et grandes particules.

- **Élimination des régions *non-particules*** : nous utilisons deux principaux critères géométriques : le ratio  $r$  de l'aire de la région et de celle de son enveloppe convexe dans un premier temps et la différence entre les longueurs des grand et petit axes de la région dans un deuxième temps. Pour une forme convexe, le ratio  $r$  vaut 1.  $r$  est donc proche de 1 pour l'intérieur circulaire des particules et tend vers 0 pour les espaces interstitiels (figure 6.7a et 6.7b). Ce critère avec une marge de tolérance, semble idéal. Cependant certains petits espaces interstitiels peuvent tout de même réussir à passer ce filtre. Ce sont souvent des régions irrégulières, le critère de différence de la longueur des axes principaux permet de les éliminer.

- **Classification des particules** : dans cette étape, le critère évident de l'aire de la région est celui auquel on pense instinctivement. Cependant, au vu de l'irrégularité des contours à ce niveau de résolution, nous choisissons plutôt l'aire de la boîte circonscrite à la particule comme critère de discrimination. Avec des tolérances basses et hautes, il permet de classifier toutes les particules trouvées en grandes et petites (figure 6.8).

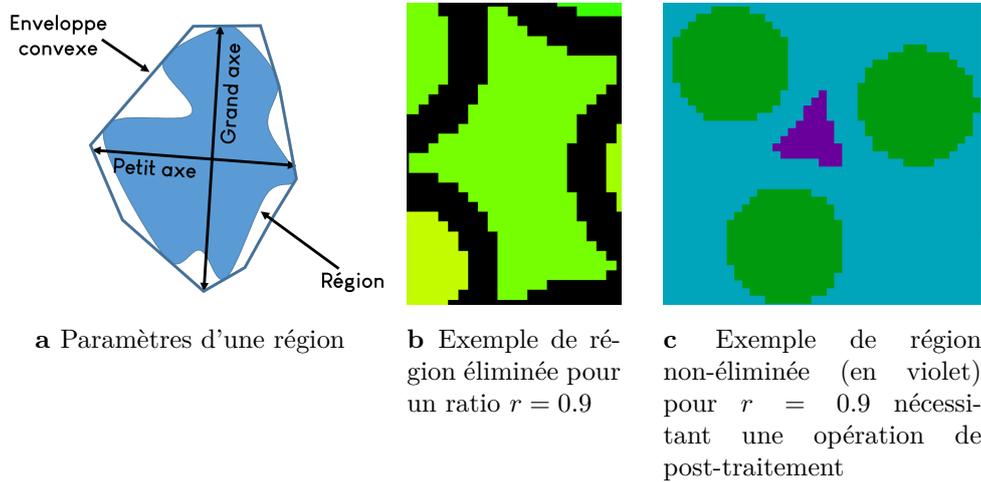


Figure 6.7 Élimination des régions.

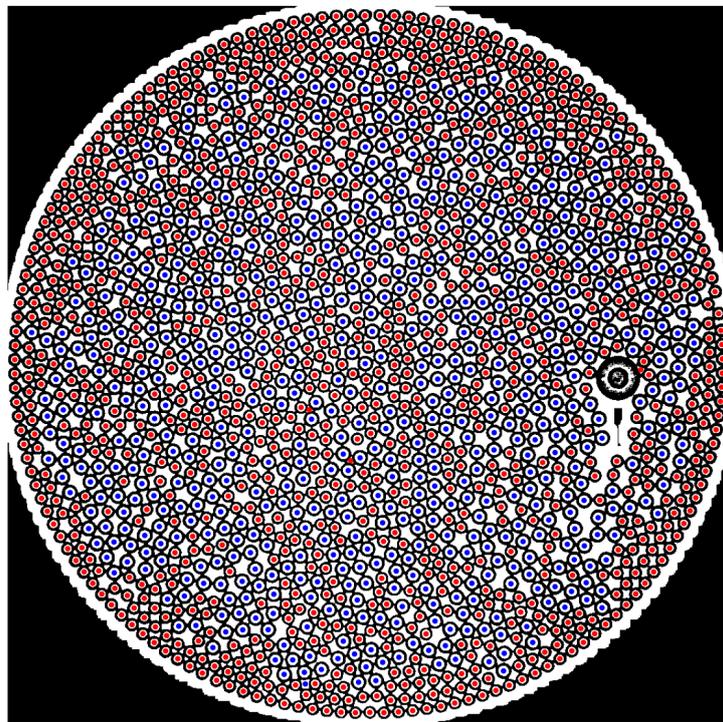
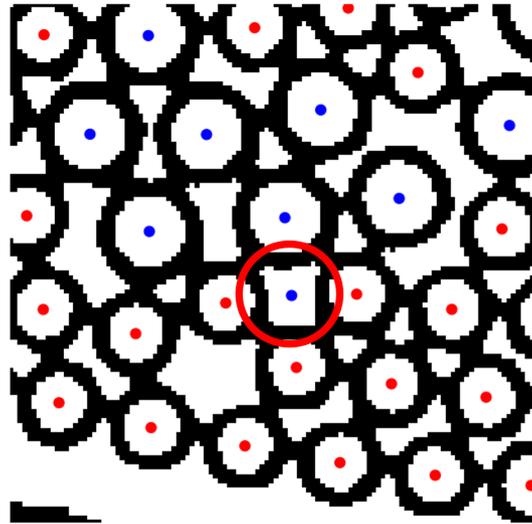


Figure 6.8 Classification des particules obtenues après la segmentation en grandes (bleues) et petites (rouges) particules

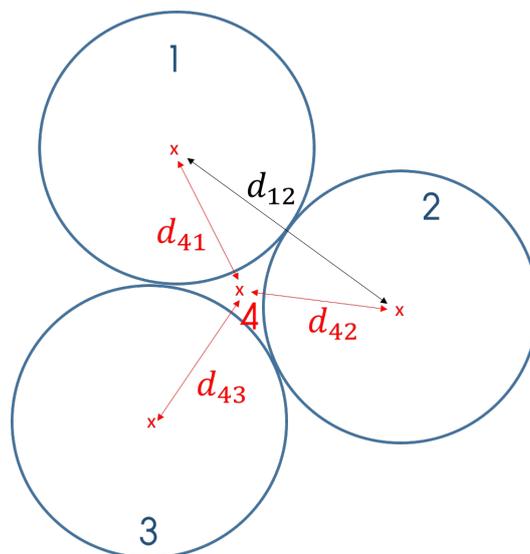
Il arrive toutefois que certains espaces interstitiels passent tous les filtres sus-cités (figure 6.7c, 6.9) nécessitant une phase de post-traitement.



**Figure 6.9** Zoom sur la figure 6.8 montrant une anomalie de détection : un espace interstitiel classifié à tort comme grande particule.

### Post-traitement

La phase de post-traitement est entièrement basée sur les distances interparticulaires minimales (figure 6.10). Les anomalies couramment rencontrées sont en effet les espaces interstitiels entre 3 ou 4 particules adjacentes rendues régulières par la pixellisation. En calculant les distances entre les particules et leurs plus proches voisines, pour un tel espace interstitiel on remarquera qu'elles sont inférieures à la distance minimale physiquement possible en l'occurrence le diamètre d'une petite particule. La fausse particule peut ainsi être éliminée.



**Figure 6.10** Illustration du critère d'élimination d'espace interstitiel faussement classifié comme particule. La particule 4 admet 3 distances interparticulaires  $d_{43}$ ,  $d_{42}$ ,  $d_{41}$  inférieures au diamètre minimal  $d_{12}$ , elle peut donc être écartée.

Cette phase de post-traitement ne garantit pas d'éliminer tous les faux positifs mais on montre

que la méthode de détection est robuste et consistante sur l'ensemble des expériences conduites avec une occurrence d'erreur de décompte faible qui ne dépasse pas le cas échéant les  $\pm 2$  particules (sur environ 1500-1800 particules au total à détecter). Nous présentons la répartition du nombre de petites et de grandes particules détectées par l'algorithme pour 3 séries d'images de 3 expériences différentes sur la figure 6.11. Sur l'axe des abscisses des histogrammes, on peut remarquer le faible écart-type autant pour les petites que pour les grandes particules. La variabilité semble plus grande sur l'histogramme des grandes particules pour l'expérience des 4 ellipses, mais cela est dû à une particule initialement entachée d'une poussière (figure 6.12). Son ratio  $r$  variant d'une image à une autre, la particule disparaît puis apparaît dans la détection relevant le dernier pic de l'histogramme.

L'information sur les positions des particules connue, un deuxième algorithme important que nous avons implémenté est celui du calcul des déplacements des particules individuelles entre deux images consécutives (pour les expériences à cycles courts). Ce calcul passe par l'identification et l'appariement des particules d'une image à l'autre sous l'hypothèse de faibles déplacements.

### 6.2.2 Suivi des particules et calcul de déplacements

#### Hypothèse principale

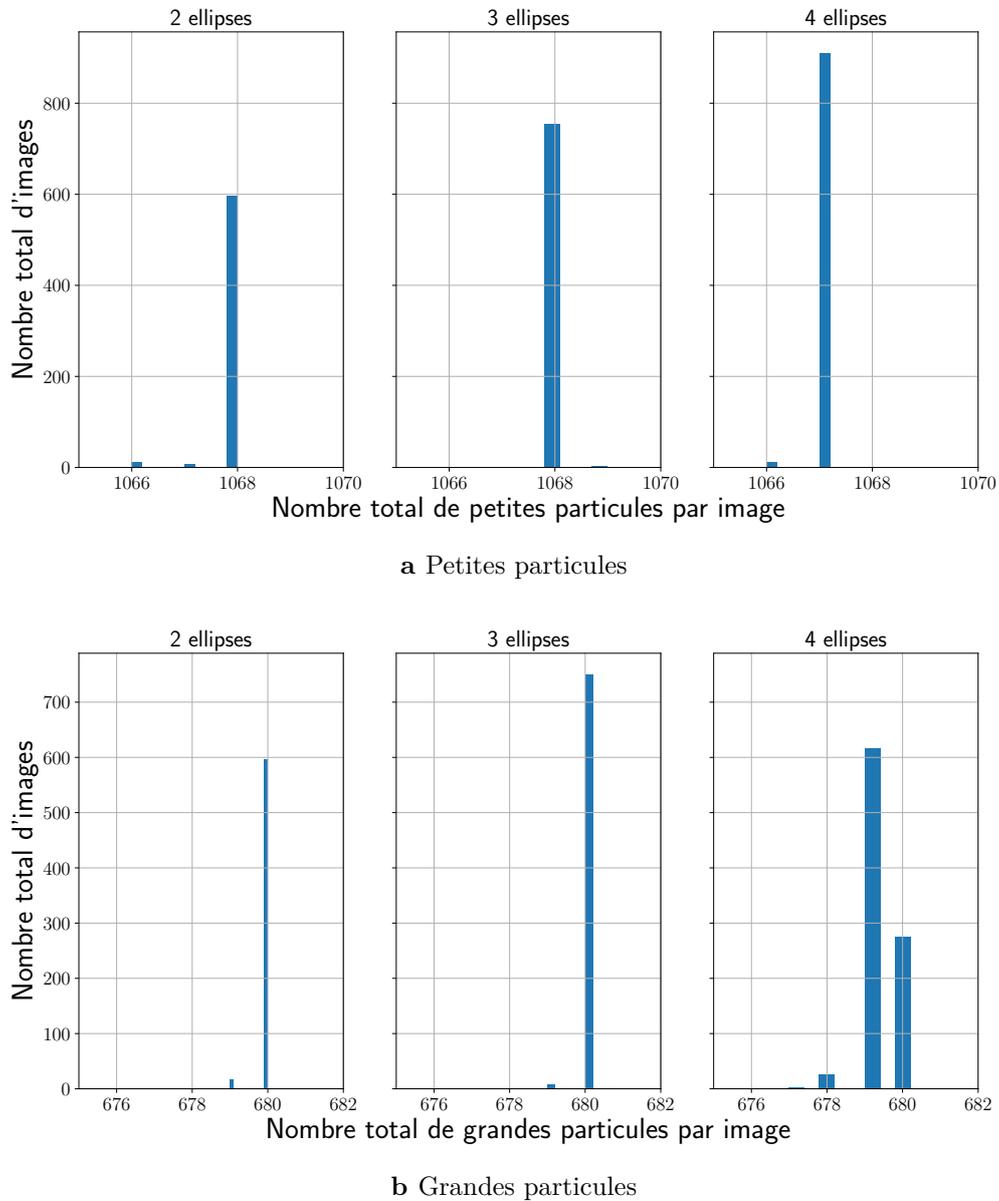
Dans le repère général fixe lié à la zone de mélange, nous partons du principe que l'équivalent sur l'image  $im_{t+\delta t}$  de la particule  $i$  initialement située sur l'image  $im_t$  est la particule  $j$  de  $im_{t+\delta t}$  qui admet la distance minimale avec  $i$ . Ce principe fondamental n'est applicable que si toutes les particules se déplacent de moins du rayon d'une petite particule ( $r_p \approx 10$  px) entre les deux images consécutives  $im_t$  et  $im_{t+\delta t}$ . Dans notre cas où les images sont acquises à la fréquence de 10 Hz, cette hypothèse est généralement vérifiée. L'existence de deux populations de particules facilite aussi le suivi lorsqu'elles sont mélangées.

#### L'algorithme en pratique

Nous rappelons qu'après l'étape de détection, pour chaque image nous stockons la position de toutes les particules ainsi que leur taille (petite ou grande). Pour le suivi, pour la particule  $i$  de l'image  $im_t$ , nous calculons les distances avec les particules de même taille sur l'image suivante  $im_{t+\delta t}$ . Nous déterminons le minimum des distances calculées ainsi que la particule qui l'admet. Si cette distance minimale est inférieure à 9 px (nous appliquons une soustraction de sécurité de 1 px au rayon d'une petite particule), nous validons le résultat et concluons que la particule a été retrouvée. Nous passons à une autre particule et redéployons le même principe en excluant cette fois-ci les particules qui ont déjà trouvé leur paire.

Il existe des cas rares où la distance minimale retrouvée est supérieure à la distance minimale autorisée i.e. 9 px ; dans ce cas, nous ne prenons pas de risque et déclarons tout simplement que la particule n'a pas trouvé sa paire. Ce cas de figure peut arriver lorsque par exemple, la détection de particule perd ou gagne une particule par rapport à l'image précédente. Une particule ayant été rajoutée ou enlevée à tort entre les deux images consécutives, on s'attend naturellement à l'échec de l'algorithme de suivi. L'occurrence d'un tel scénario étant faible par rapport au grand nombre de particules par image (plus de 1500), il ne représente pas un véritable problème. La trajectoire d'une telle particule sera interrompue dans tous les cas.

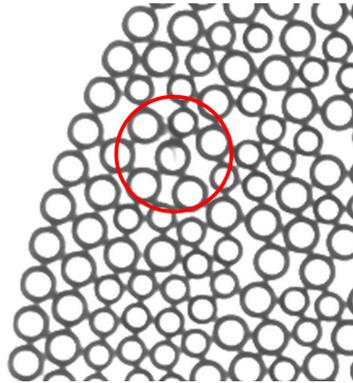
Les résultats sont conditionnés dans une matrice où chaque colonne représente les coordonnées successives d'une même particule de la première image de la série jusqu'à la dernière et les lignes stockent les coordonnées de toutes les particules d'une même image. Pour une particule



**Figure 6.11** Histogramme du nombre total de particules détectées par image sur les séries d'images de 3 expériences différentes, 2 ellipses (615 images), 3 ellipses (760 images), 4 ellipses (924 images) illustrant le problème que peut engendrer une poussière.

dont le suivi n'a pas réussi à être fait entre deux images consécutives de la série, le reste de sa colonne est remplie par défaut de la valeur -1 (figure 6.13). Si la particule est retrouvée sur une image ultérieure, elle sera considérée comme nouvelle particule et une nouvelle colonne lui sera attribuée dans la matrice.

### Changement de repère



**Figure 6.12** Particule *sale* sur la série d'images de l'expérience 4 ellipses entraînant une variabilité importante dans l'histogramme du nombre de grandes particules de la figure 6.11.

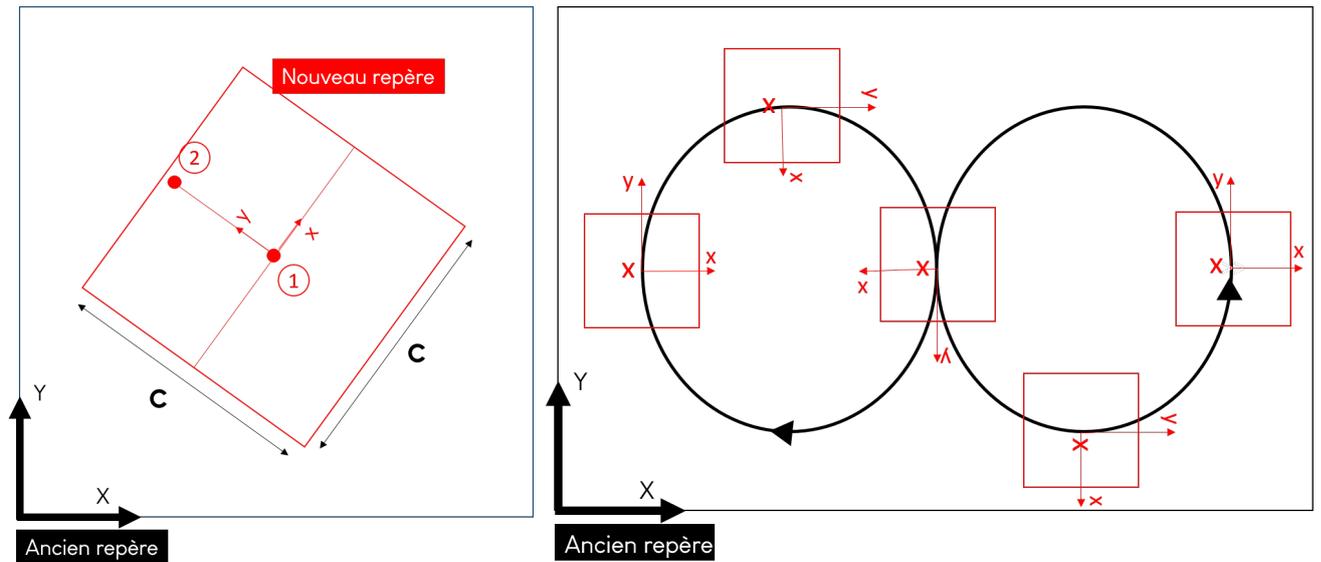
	Particule 1	Particule 2	Particule 3	
Image 1	500.45	499	600	-----
Image 2	501	501	601	-----
Image 3	502	498	602	-----
Image 4	500	499	599	-----
Image 5	504	502	601	-----
Image 6	503	-1	603	-----
Image 7	500	-1	604	-----
Image 8	501	-1	602	-----

**Figure 6.13** Illustration schématique du conditionnement de coordonnées issues de l'algorithme de suivi des particules. On y illustre la gestion des anomalies avec ici notamment la particule 2 dont l'appariement a échoué sur l'image 6.

Nous rappelons que jusqu'ici toutes les coordonnées des particules sont exprimées dans le repère fixe lié à la zone de mélange. Pour les cycles courts et l'étude de la cinématique du milieu granulaire, la zone d'intérêt est surtout le voisinage de l'intrus, là où la perturbation créée par le déplacement de ce dernier est la plus ressentie. Il est donc nécessaire pour ce type de calcul de se replacer dans le repère lié au centre de l'intrus. Par ailleurs, pour s'affranchir de l'orientation de la trajectoire, nous ferons un changement de repère de sorte à toujours aligner l'axe  $y$  avec le sens de déplacement de l'intrus (figure 6.14). En termes de dimensions, la zone centrée autour de l'intrus est un carré de côté  $c = 900 \text{ px} \approx 41$  particules.

### 6.2.3 Évaluation de l'erreur sur le suivi des particules

Les positions déterminées à partir des algorithmes sus-présentés entreront essentiellement dans la caractérisation de la cinématique autour de l'intrus. Il est donc, de ce point de vue, crucial d'évaluer la marge d'imprécision qui peut se produire sur le calcul des déplacements à partir de

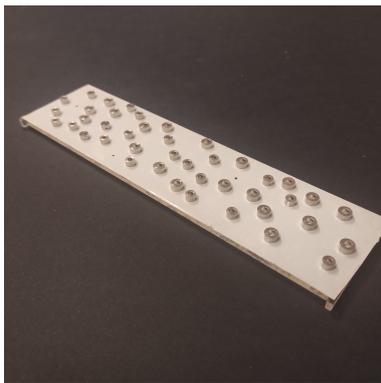


a Déplacement de l'intrus de (1) à (2)

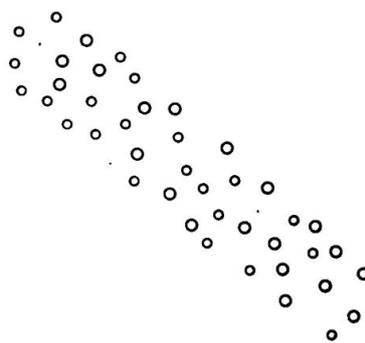
b Nouveaux repères par rapport au déplacement de l'intrus

**Figure 6.14** Illustration sur une trajectoire en 8 du changement de repère effectué pour replacer les coordonnées dans le repère lié au centre de l'intrus avec son sens de déplacement pris pour axe  $y+$  ( $c = 900 \text{ px} \approx 41$  particules).

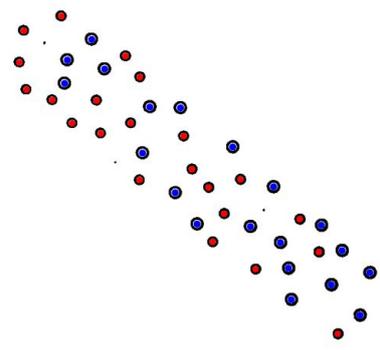
ces algorithmes. Expérimentalement, nous préparons un échantillon constitué d'une quarantaine de particules (20 grandes particules et 22 petites particules) que nous gardons solidaires en les collant à l'aide d'une bande adhésive sur une plaque de plexiglas (figure 6.15). Une première photo permet de capturer l'état initial du milieu. Puis manuellement, nous effectuons une translation de la plaque et photographions le nouvel état du milieu granulaire. Le fait d'avoir collé les particules sur le même socle nous assure que toutes les particules ont été déplacées en bloc de la même quantité.



a Echantillon préparé pour la mesure de calibration



b Photo initiale du milieu

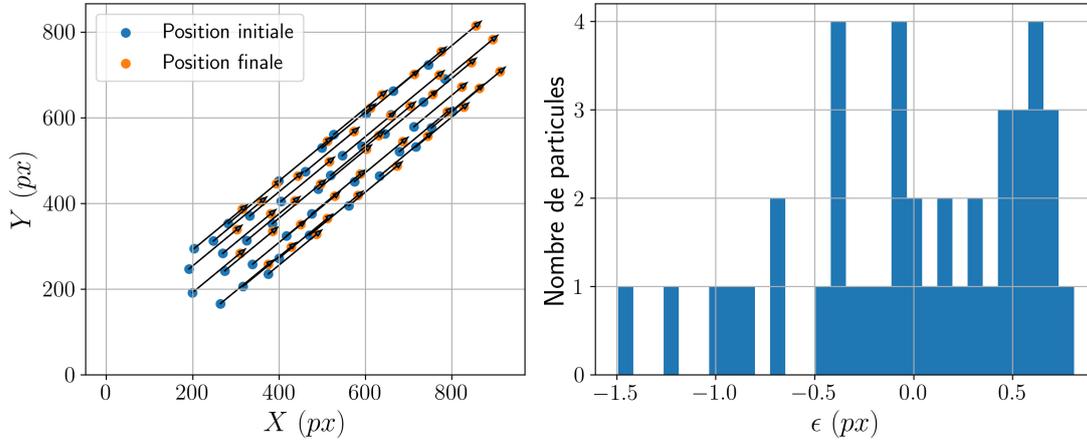


c Résultat type de la détection opérée par l'algorithme de détection des positions

**Figure 6.15** Protocole expérimental et numérique d'évaluation de l'erreur sur le calcul des déplacements.

En l'occurrence, pour un tel système idéal, le déplacement du barycentre entre l'état initial et l'état final doit être le même pour la population des petites particules et celles des grandes

particules. Nous traçons sur la figure 6.16 la distribution de la différence  $\varepsilon$  entre le déplacement des particules et le déplacement du barycentre. Dans notre cas, l'écart-type de la distribution i.e. le bruit de détection s'établit à  $0.57 px$ .



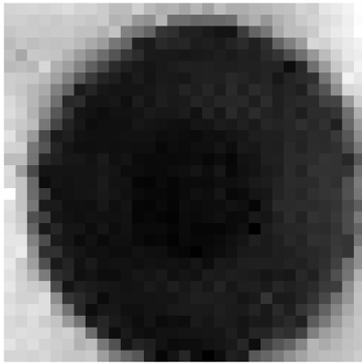
**a** Déplacements des particules calculés par l'algorithme

**b** Distribution de  $\varepsilon$

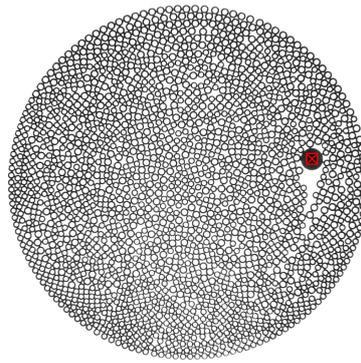
**Figure 6.16** Calcul du bruit de détection sur le calcul des déplacements.

#### 6.2.4 Suivi de l'intrus

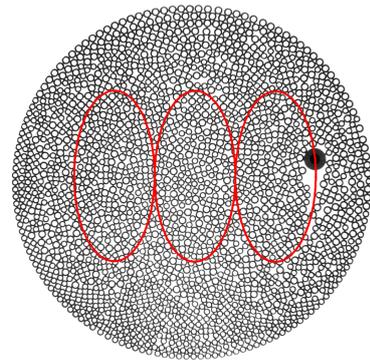
Une information importante dans l'exploitation des résultats des expériences est la position de l'intrus. Pour pallier au risque de prises de vue irrégulières, plutôt que la trajectoire théorique programmée, nous utilisons le déplacement effectif filmé par la caméra : un algorithme de suivi et de détection de l'intrus sur les images est donc nécessaire. Nous employons une technique différente de celle utilisée pour détecter et suivre les particules : *le template matching*. Le principe consiste à retrouver dans une image toutes les régions qui correspondent à un modèle suppléé en entrée. Pour chaque région retrouvée, un coefficient de similarité est disponible traduisant la ressemblance entre la région et le modèle. Dans notre cas, l'intrus ayant une forme typique et étant le seul élément de l'image à l'avoir, cette technique est particulièrement adaptée pour le détecter (figure 6.17) puisqu'il sera toujours la région ayant le plus grand coefficient de similarité. En pratique, nous prenons pour modèle une portion carrée de la zone centrale de l'intrus sur la première image de la série d'images et c'est le même qui est utilisé sur le reste des images de la série.



a Modèle



b Intrus détecté sur une image en utilisant le modèle



c Trajectoire entière détectée en utilisant le modèle

**Figure 6.17** Exemple d'usage d'un modèle pour reconstituer la trajectoire de l'intrus.

# Chapitre 7

## Etude de la qualité du mélange

Pour apprécier la qualité du mélange sous l'effet du déplacement d'un intrus, nous effectuons des expériences sur 1000 cycles (on rappelle qu'un cycle correspond au parcours complet d'une trajectoire donnée et  $n$  désigne le nombre de cycles). Dans un premier temps, nous étudions le rapprochement des barycentres des deux populations de particules (petites et grandes) pour mettre en lumière comment les paramètres de contrôle principaux (taille de l'intrus, compacité, géométrie de trajectoire...etc) régissent la dispersion et l'homogénéisation du milieu granulaire bidisperse. Dans un deuxième temps, nous étudions comment l'échelle spatiale d'observation nous renseigne sur les hétérogénéités locales. Les longueurs sont adimensionnées par le diamètre moyen d'une particule  $\tilde{d} = \frac{d_g + d_p}{2}$

### Sommaire du chapitre

---

<b>7.1</b>	<b>Préliminaires</b>	<b>106</b>
7.1.1	Paramètres de contrôle du mélange	106
7.1.2	Agencement initial des deux populations de particules	106
7.1.3	Deux régimes différents	108
<b>7.2</b>	<b>Temps courts : dispersion dans la région centrale</b>	<b>110</b>
7.2.1	Diamètre de l'intrus	110
7.2.2	Paramètre milieu : compacité globale du milieu	112
7.2.3	Géométrie de la trajectoire	113
7.2.4	Irréversibilité	115
<b>7.3</b>	<b>Mélange sur des temps longs</b>	<b>118</b>
7.3.1	Régimes de mélange et géométrie de la trajectoire	118
7.3.2	Diffusion en périphérie et taille de l'intrus	120
7.3.3	Diffusion en périphérie et compacité du milieu	122
7.3.4	Diffusion en périphérie et irréversibilité	123
<b>7.4</b>	<b>Importance de l'échelle d'observation dans l'estimation de la qualité du mélange</b>	<b>127</b>
7.4.1	Méthodologie	127
7.4.2	Qualité du mélange et échelle d'observation	127
7.4.3	Qualité en fin de mélange en fonction des variables expérimentales	128

---

Dans toutes les expériences, nous partons d'une configuration initiale ségréguée avec les petites particules d'un côté et les grandes particules de l'autre. Les effectifs sont par ailleurs choisis pour avoir approximativement une répartition équi-surfacique des 2 populations.

## 7.1 Préliminaires

### 7.1.1 Paramètres de contrôle du mélange

Parmi les paramètres déterminants dans la dynamique de mélange du milieu bidisperse, nous choisissons d'explorer prioritairement :

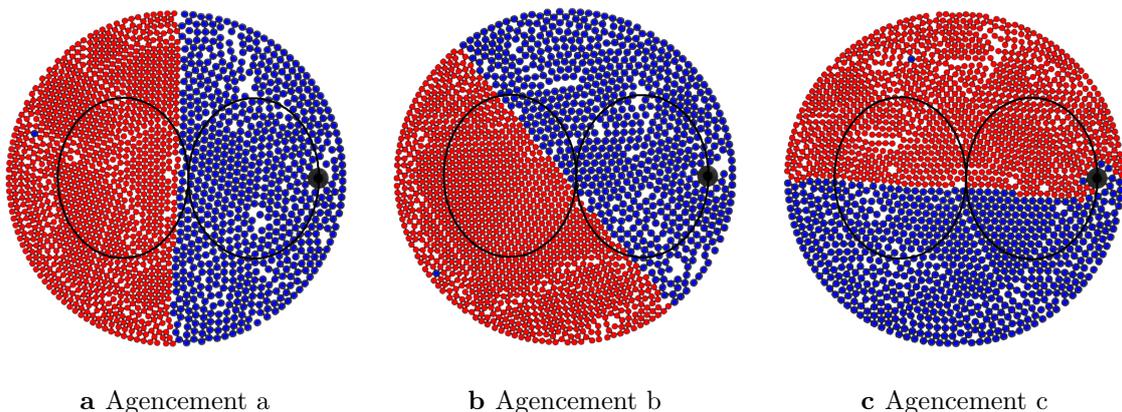
- *La géométrie de la trajectoire* : à travers l'exploration des trajectoires à 2, 3 et 4 ellipses comme introduites dans la section 5.2.2
- *La taille de l'intrus* : à travers l'étude de l'influence du diamètre d'intrus,  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$
- *Un paramètre du milieu* : la compacité globale

L'agencement initial des deux populations ainsi que la vitesse de déplacement de l'intrus resteront eux constants dans toutes les expériences. La vitesse est fixée à  $v_i = 12$  mm/s en moyenne. Nous conduisons des expériences préliminaires pour choisir l'agencement initial des particules.

### 7.1.2 Agencement initial des deux populations de particules

La trajectoire étudiée est le 8 (2 ellipses) et le diamètre de l'intrus est  $d_i = 2.8\tilde{d}$ . Nous caractérisons l'agencement par l'angle que fait la ligne de séparation des deux populations (interface) avec le grand axe de la trajectoire de l'intrus. Sous ces contraintes, une infinité d'agencements sont possibles parmi lesquels nous étudions les 3 les plus représentatifs (figure 7.1) :

- Agencement *a* : l'axe de séparation des deux populations est quasiment perpendiculaire au grand axe de la trajectoire
- Agencement *b* : l'axe de séparation des deux populations fait un angle entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$  avec le grand axe de la trajectoire
- Agencement *c* : l'axe de séparation des deux populations est quasiment aligné avec le grand axe de la trajectoire



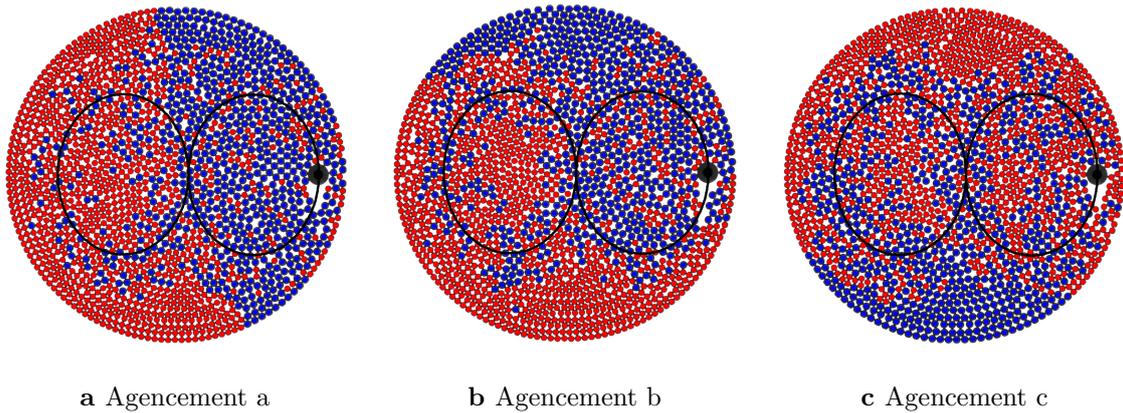
**Figure 7.1** Différents agencements initiaux des populations de grandes particules (en bleu) et de petites particules (en rouge) par rapport au grand axe de la trajectoire en 8.

Les expériences sont conduites sur 50 cycles.

### Observations qualitatives

En partant d'une configuration ségréguée (figure 7.1), on peut remarquer que l'agencement  $c$  est celui qui disperse le mieux les particules après 50 cycles (figure 7.2). Dans la région centrale notamment, on retrouve un meilleur mélange des grandes particules (bleues) et des petites particules (rouges) par rapport aux deux autres agencements ( $a$  et  $b$ ). Indépendamment de l'agencement initial, des paquets de particules visiblement non mélangés se retrouvent loin de la trajectoire de l'intrus, surtout aux pôles nord et sud. A l'échelle macroscopique, en regardant les barycentres<sup>(1)</sup> des deux populations, on remarque que celui des petites particules se déplace vers la région des grandes particules et réciproquement (figure 7.3) : si on appelle  $\Delta$  la distance entre les barycentres des deux populations,  $\Delta$  décroît au fur et à mesure que le mélange se poursuit. Sur la figure 7.4,  $\Delta$  est tracé en fonction du nombre de cycles pour les 3 agencements  $a, b$  et  $c$ .

Une décroissance de  $\Delta$  est observée pour les 3 agencements. Qualitativement, sur les premiers cycles du mélange (entre 0 et 15 cycles environ), la pente de  $\Delta$  est plus importante pour l'agencement  $c$  que pour les deux autres. Au delà de 15 cycles, les pentes sont globalement similaires, indépendamment de l'agencement. Après 50 cycles,  $\Delta$  reste non nul.

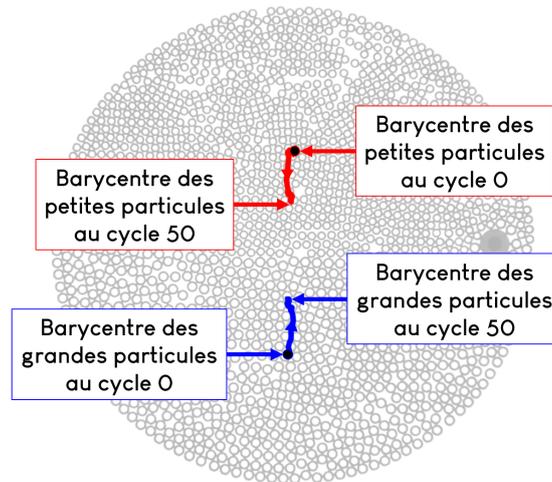


**Figure 7.2** États finaux du milieu en fonction des agencements initiaux présentés sur la figure 7.1 - après 50 cycles,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ . Trajectoires parcourues dans le sens trigonométrique.

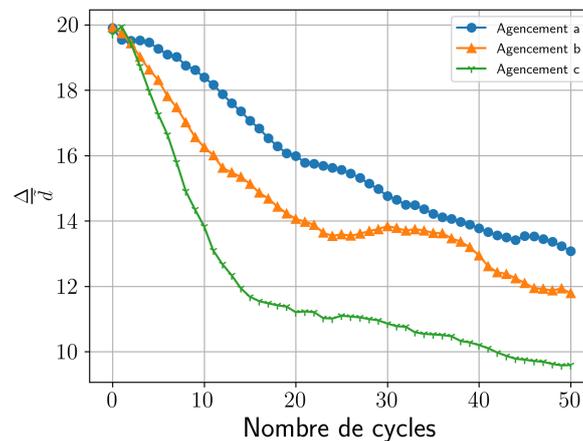
Ces premières observations montrent que le mélange au premier ordre procède par l'entraînement par l'intrus, de grandes particules vers la zone de petites particules et inversement. L'alignement de l'axe de la trajectoire avec l'interface des deux populations permet à ce mécanisme d'être plus efficace, en autorisant une plus grande zone de transfert par rapport aux agencements  $a$  et  $b$ .

Sur les états finaux (à 50 cycles) illustrés sur la figure 7.2, on peut apprécier et confronter les étendues spatiales de ce mécanisme. La région centrale, traversée par la tige, connaît une meilleure dispersion. Quant aux particules aux pôles, les 50 cycles ne sont pas suffisants pour les entraîner dans le mécanisme de dispersion quel que soit l'agencement initial.

<sup>(1)</sup>Le barycentre  $(x_G, y_G)$  représente le centre de masse de la population. Pour les grandes particules,  $x_G = \frac{\sum_0^{N_g} x_i}{N_g}$  et  $y_G = \frac{\sum_0^{N_g} y_i}{N_g}$  où  $x_i, y_i$  représentent les coordonnées d'une grande particule et  $N_g$  est le nombre total de grandes particules ; la formule est similaire pour les petites particules



**Figure 7.3** Déplacements des barycentres après 50 cycles (agencement  $c$ ).



**Figure 7.4** Evolution normalisée de  $\Delta$  pour les agencements initiaux  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que présentés sur la figure 7.1.

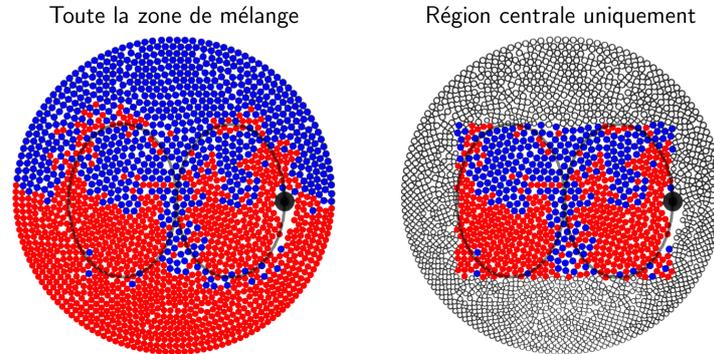
En résumé, les 2 phases observées sur l'évolution de  $\Delta$  avec  $n$  seraient reliées à la dispersion rapide des particules au centre puis à une dispersion plus lente aux pôles.

Par ailleurs, sur la base des observations précédentes, toutes les expériences présentées par la suite ont un état initial agencé suivant  $c$  et sont conduites sur 1000 cycles dans le but de faire converger  $\Delta$  vers 0.

### 7.1.3 Deux régimes différents

Comme introduit dans le paragraphe précédent, l'analyse des images finales du mélange après 50 cycles, présentées sur la figure 7.2 (agencement  $c$ ) permet de distinguer 2 zones : *la région centrale* et *la périphérie*. La région centrale désigne la région comprise dans le rectangle circonscrit à la trajectoire de l'intrus (une illustration sur une image quelconque en est donnée sur la figure 7.5) et la périphérie correspond au reste de la zone de mélange. Dans la première zone, une meilleure dispersion est observée tandis que dans les parties basses et hautes, la dispersion

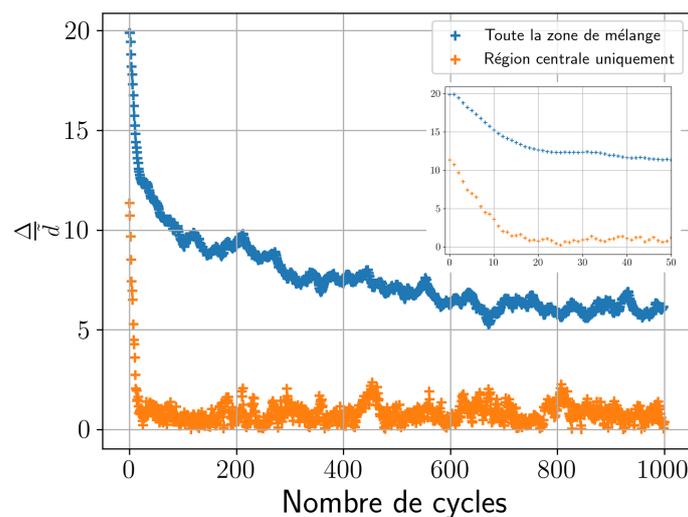
est peu efficace avec l'existence persistante en fin d'expérience d'amas non mélangés de grandes particules (bleues) à l'un des pôles et de petites particules (rouge) au pôle symétrique : même après 1000 cycles, on montre que  $\Delta$  n'est pas nul en fin d'expérience (figure 7.6, courbe bleue).



**Figure 7.5** Illustration de la région centrale.

Si l'on restreint, dans la continuité de ce constat, l'analyse de  $\Delta$  uniquement à la région centrale, on réussit à atteindre l'asymptote en 0 (figure 7.6, courbe orange). Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que dans cette région, la dynamique de dispersion est très rapide avec une homogénéisation complète en moins de 20 cycles et une valeur oscillante dans le voisinage de 0.

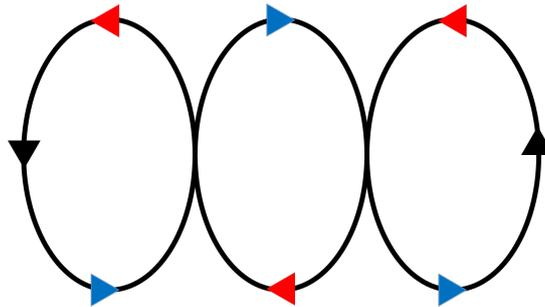
Au delà de 20 cycles, la décroissance observée de la courbe bleue sur la figure 7.6, pour la totalité de la zone de mélange est donc pilotée par la dispersion des particules situées initialement en dehors de la région centrale. Ce comportement rappelle fortement celui observé dans les fluides pour lesquels le mélange procède suivant deux régimes principaux : un régime initial rapide correspondant à la dispersion du fluide à grande échelle suivi d'un régime lent dans lequel le milieu s'homogénéise par diffusion [111–113]. Dans la suite du travail, nous étudions donc, dans un premier temps, la première phase rapide de dispersion ( $t \leq 20$  cycles) restreinte à la région centrale avant de caractériser la dynamique notamment sur les temps longs dans le reste de la zone de mélange.



**Figure 7.6** Evolution normalisée de  $\Delta$  pour la totalité de la zone de mélange et pour la région centrale uniquement. En encart, agrandissement sur les 50 premiers cycles.

## 7.2 Temps courts : dispersion dans la région centrale

Dans cette section, nous caractérisons la dispersion dans la région centrale en fonction des paramètres de contrôle introduits dans la section 7.1. Pour rappel, sauf précisé autrement, toutes les expériences sont réalisées pendant 1000 cycles. D'autre part, nous choisissons une trajectoire à 3 ellipses plutôt qu'à 2 ellipses pour tenter de disperser plus efficacement les particules <sup>(2)</sup> et dans toutes les expériences, cette trajectoire est parcourue dans le sens trigonométrique (figure 7.7).



**Figure 7.7** Sens de parcours des trajectoires, aller en rouge et retour en bleu.

### 7.2.1 Diamètre de l'intrus

Nous désirons dans ce paragraphe étudier comment la taille de l'intrus affecte le mécanisme de dispersion des particules. L'expérience est conduite à une compacité globale  $\eta = 0.82$ . Deux diamètres d'intrus sont étudiés  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$ .

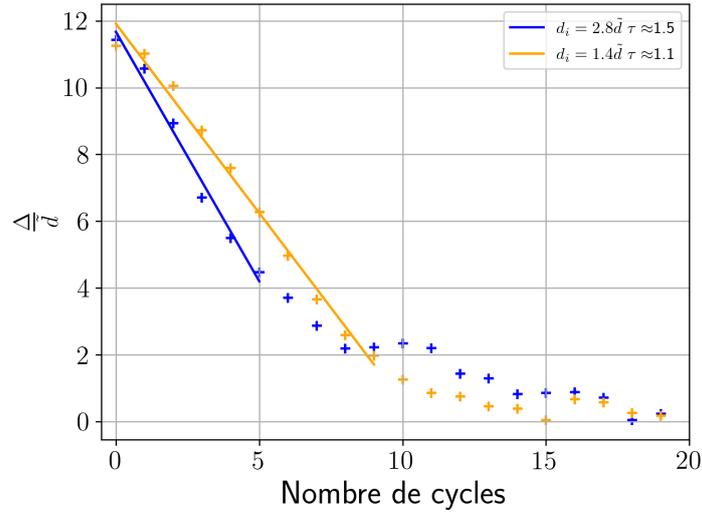
Nous traçons l'évolution de  $\Delta$  (normalisée par le diamètre moyen  $\tilde{d}$ ) sur la figure 7.8. La décroissance n'est pas exponentielle mais une première phase linéaire et rapide (moins de 10 cycles) est visible pour les deux diamètres d'intrus. Une régression linéaire de la forme  $\frac{\Delta}{\tilde{d}} = \left(\frac{\Delta}{\tilde{d}}\right)_0 * (1 - \tau.n)$  ( $n$  étant le nombre de cycles) permet de récupérer la pente  $\tau$  caractéristique de cette première phase. Elle équivaut à  $1.5\tilde{d}/cycle$  pour la grande tige. Pour cette dernière, une rupture de pente signalant la fin du régime de dispersion s'opère rapidement au bout de 5 cycles, contre environ le double pour le petit intrus dont la pente  $\tau$  est équivalente à  $1.1\tilde{d}/cycle$ .

En prenant en compte l'erreur de répétabilité qui est de  $\pm 0.1\tilde{d}/cycle$  <sup>(3)</sup> sur ce type d'expériences, ces résultats montrent d'une part, que la décroissance de  $\Delta$  est d'autant plus rapide que le diamètre de l'intrus est grand et d'autre part, qu'elle n'en est pas pour autant une fonction linéaire. L'intrus de grand diamètre disperse ainsi mieux les particules.

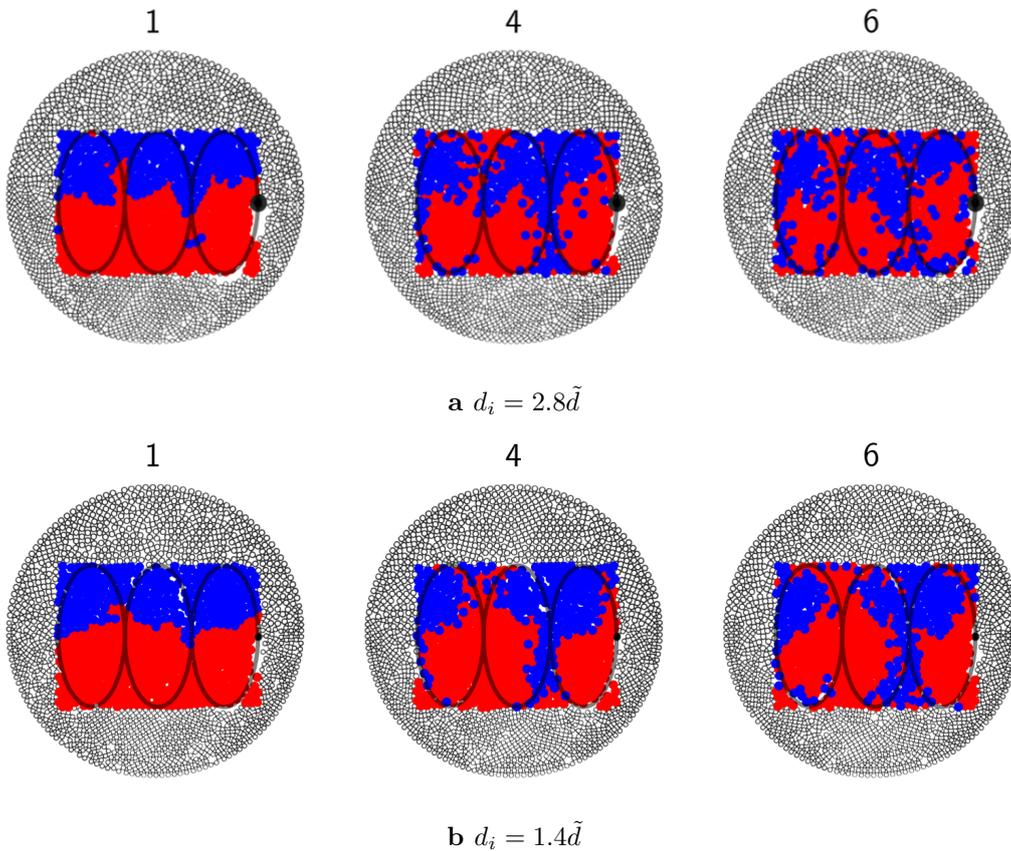
Les images à 1, 4, et 6 cycles (figure 7.9) permettent d'observer la meilleure dispersion par le grand intrus. En effet, pour les deux diamètres, les particules se font entrainer le long de la trajectoire. Néanmoins, à 6 cycles, on observe un amas compact de particules d'environ  $4\tilde{d}$  de largeur le long de la trajectoire du petit intrus alors que la dispersion est plus grande pour le grand intrus. Cette observation le long des trajectoires reste valable dans le reste de la région centrale dans laquelle on observe davantage de grandes particules (bleues) individualisées pour le grand intrus que pour le petit.

<sup>(2)</sup>Voir les détails plus loin dans la section 7.2.3

<sup>(3)</sup>Ecart-type sur  $\tau$  pour 2 expériences conduites dans les mêmes conditions avec les mêmes paramètres de contrôle



**Figure 7.8** Evolution normalisée de  $\Delta$  dans la région centrale pour les deux tailles d'intrus  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$ .



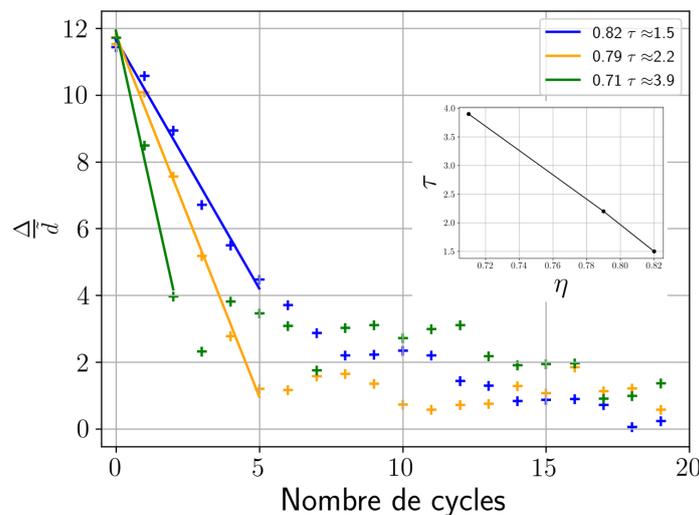
**Figure 7.9** Etats du milieu pour les deux diamètres d'intrus à 1, 4 et 6 cycles.

Il semble que le grand intrus emporte davantage loin les particules tandis que le petit intrus, en les entraînant moins loin, produit une agrégation des particules dans le proche voisinage de son sillage au terme des 6 cycles : l'homogénéisation met par conséquent plus de temps à aboutir.

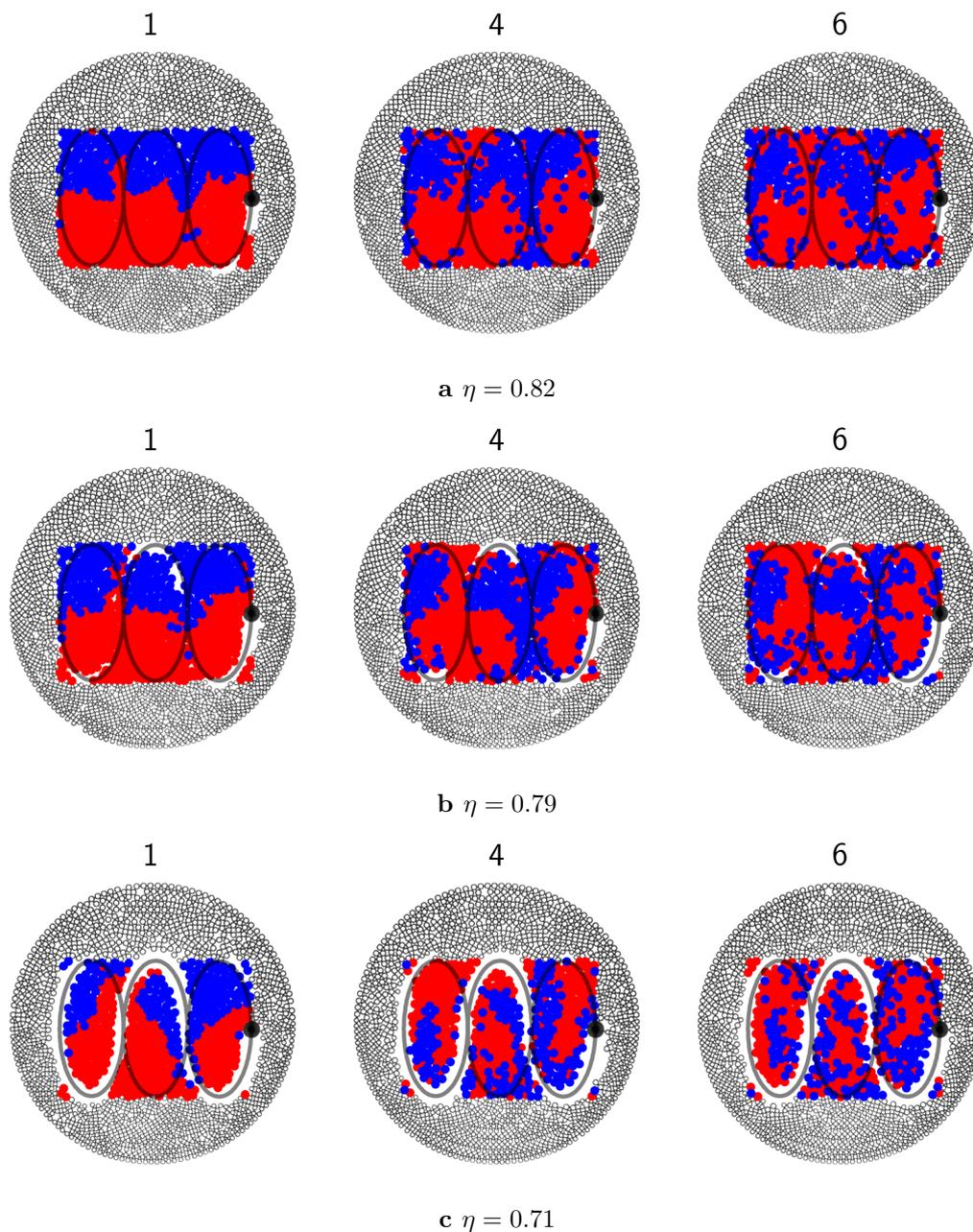
### 7.2.2 Paramètre milieu : compacité globale du milieu

Parmi les paramètres du milieu susceptibles d'impacter la rapidité d'homogénéisation, nous nous proposons de faire varier dans cette partie la compacité globale. En fixant le diamètre de l'intrus à  $d_i = 2.8\tilde{d}$ , nous explorons la gamme de compacité  $\eta \in [0.82, 0.79, 0.71]$  avec la limite supérieure correspondant à la limite au dessus de laquelle les phénomènes de blocage deviennent récurrents et la limite basse correspondant à la limite en dessous de laquelle le sillage ne se referme plus du tout derrière l'intrus.

Sur les images à 1, 4 et 6 cycles (figure 7.11), on remarque tout d'abord l'existence de sillages de plus en plus allongés dans le milieu au fur et à mesure qu'on diminue la compacité. Dès le premier cycle, les grandes particules sont entraînées plus loin dans la population de petites (vers le bas) dans le cas de la plus faible compacité ( $\eta = 0.71$ ). De plus, pour cette compacité, le sillage vient créer une séparation nette (espace vide) entre les particules alors que dans le cas le plus compact ( $\eta = 0.82$ ) peu d'espaces vides sont à relever y compris sur la trajectoire de l'intrus. Les clusters de particules deviennent de taille moins importante quand on diminue la compacité et on observe une dispersion plus importante. La figure 7.10 montre une décroissance plus rapide de  $\Delta$  avec le nombre de cycles pour  $\eta = 0.71$  : à temps court, le milieu tend à s'homogénéiser plus rapidement avec la diminution de compacité et sur les 3 compacités étudiées,  $\tau$  croît linéairement avec la diminution de compacité.



**Figure 7.10** Evolution normalisée de  $\Delta$  dans la région centrale pour  $\eta \in [0.82, 0.79, 0.71]$  (en encart, évolution de  $\tau$  en fonction de  $\eta$ ).



**Figure 7.11** Etats du milieu pour les trois compacités à 1, 4 et 6 cycles.

La diminution de compacité conduit à davantage d'espaces interstitiels dans le milieu et favorise donc une plus grande mobilité des particules : les particules semblent être transportées plus loin, plus rapidement, conduisant à une homogénéisation plus rapide.

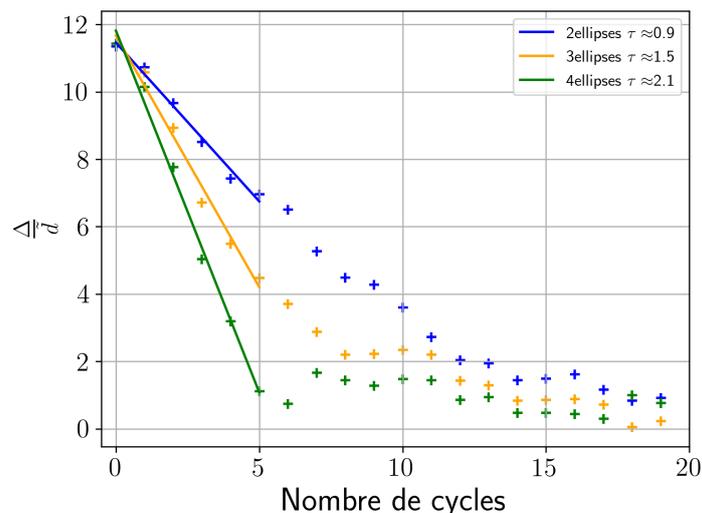
### 7.2.3 Géométrie de la trajectoire

Hormis le diamètre de l'intrus  $d_i$  et la compacité globale  $\eta$  du milieu, les propriétés de la trajectoire parcourue par l'intrus telles que la longueur, la zone couverte ainsi que le nombre de

croisements peuvent aussi fortement déterminer le mécanisme d'homogénéisation du système. Nous comparons ici 3 trajectoires différentes par le nombre d'ellipses qui les constituent.

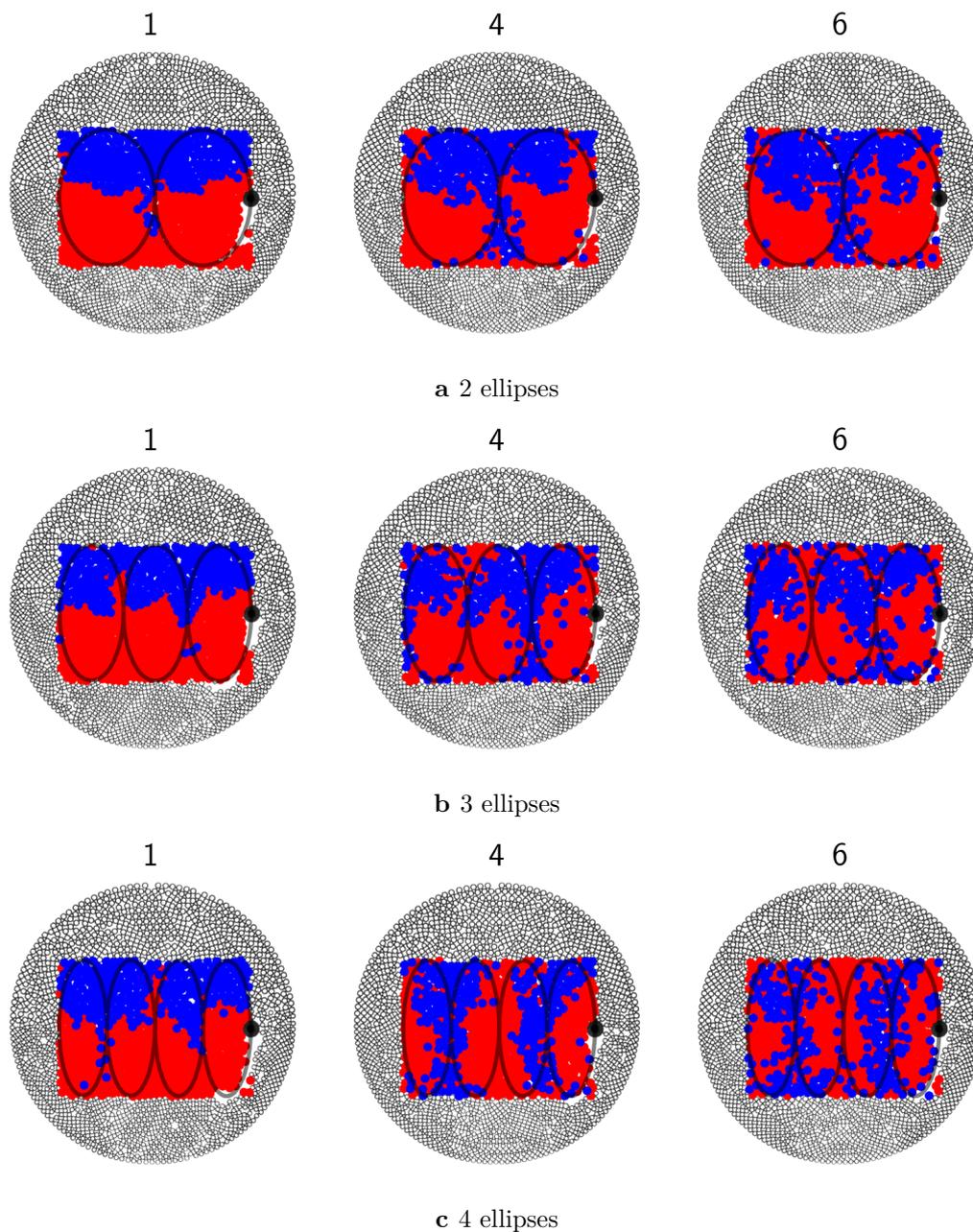
Dans les fluides, en termes de trajectoire de mélange, la forme en 8 (2 ellipses) est efficace parce qu'elle crée des filaments qui s'étirent et se replient sur eux-mêmes continuellement, résultant en une décroissance exponentielle de leur épaisseur. Partant de l'analogie avec les fluides, il s'agit ici d'étudier comment l'augmentation du nombre de replis (croisements) i.e le nombre d'ellipses influence la dispersion du milieu granulaire. L'étude porte donc sur des trajectoires en 2 ellipses (8), 3 ellipses ( $8^{(3)}$ ) et 4 ellipses ( $8^{(4)}$ ).

Sur la figure 7.13, on observe une distribution des particules reflétant la géométrie des différentes trajectoires le long desquelles, elles sont entraînées. Ainsi, la trajectoire en 4 ellipses, étant celle qui croise le plus l'interface initiale entre petites et grandes particules, semble être celle qui quantitativement, permet le plus grand transfert de particules entre les deux populations. A l'autre extrême, à 6 cycles, la trajectoire à 2 ellipses ramène comparativement moins de grandes particules de la partie haute vers la partie basse. Ces observations sont confirmées par les courbes de  $\Delta$  sur la figure 7.12. La pente  $\tau$  de la première phase linéaire croît linéairement avec le nombre d'ellipses i.e. le nombre de replis. De même, la rupture de pente indiquant le changement de régime s'opère très rapidement au bout de 5 cycles environ pour la trajectoire en 4 ellipses comparée aux les deux autres trajectoires (jusqu'à 12 cycles environ pour le  $8^{(2)}$ ).



**Figure 7.12** Evolution normalisée de  $\Delta$  dans la région centrale pour 3 trajectoires différentes, 2 ellipses, 3 ellipses et 4 ellipses,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ .

Ces observations indiquent que, sur la gamme de trajectoires étudiées, plus il y a de replis, plus  $\Delta$  décroît rapidement. Cette conclusion est justifiée par le fait que les particules suivent fidèlement les trajectoires de l'intrus. L'espace exploré augmentant avec le nombre de replis, il s'en suit une meilleure homogénéisation. On attend néanmoins de cet effet qu'il sature à partir d'un certain nombre d'ellipses quand les couloirs traversés par l'intrus commenceraient à se chevaucher. D'un point de vue pratique, il faut tout de même garder en tête que cette augmentation du nombre d'ellipses s'accompagne d'une augmentation du temps de mélange par cycle et un compromis est à trouver entre l'efficacité de mélange et la durée de mélange.

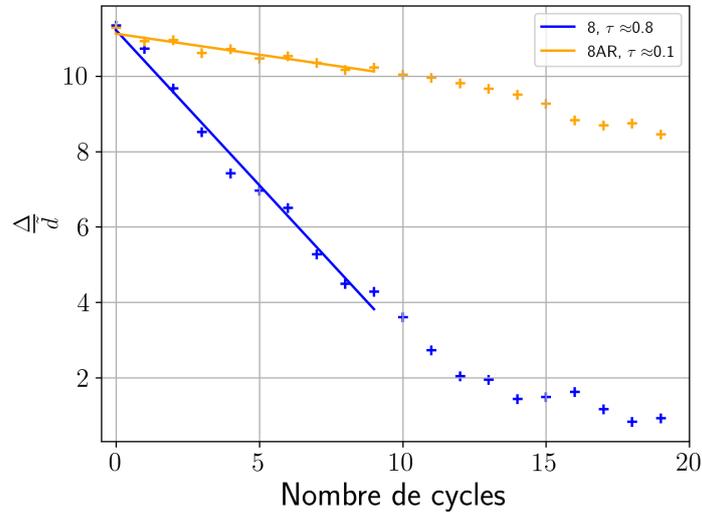


**Figure 7.13** Etats du milieu pour pour les 3 trajectoires à 1, 4 et 6 cycles,  $d_i = 2.8\bar{d}$ ,  $\eta = 0.82$ .

#### 7.2.4 Irréversibilité

En raison de la nature discrète des particules, de leur mouvement diffusif et des frottements qui y ont lieu, le milieu granulaire est le siège de dynamiques intrinsèquement irréversibles [114–116]. Nous désirons explorer dans ce paragraphe l'influence de cette irréversibilité sur le mécanisme de dispersion dans la région centrale. Nous comparons 2 types d'expériences à 1000 cycles chacune (i) une expérience à 2 ellipses (8) (ii) une nouvelle expérience dans laquelle, la trajectoire est parcourue de façon alternée dans le sens trigonométrique puis dans le sens horaire (8AR), ce motif est répété 500 fois - les photos du milieu granulaire sont prises dans les deux expériences,

comme à l'accoutumée, à la fin de chaque cycle<sup>(4)</sup>. Dans le cas d'un système parfaitement réversible, on attend d'un tel protocole expérimental qu'il admette une dispersion nulle.

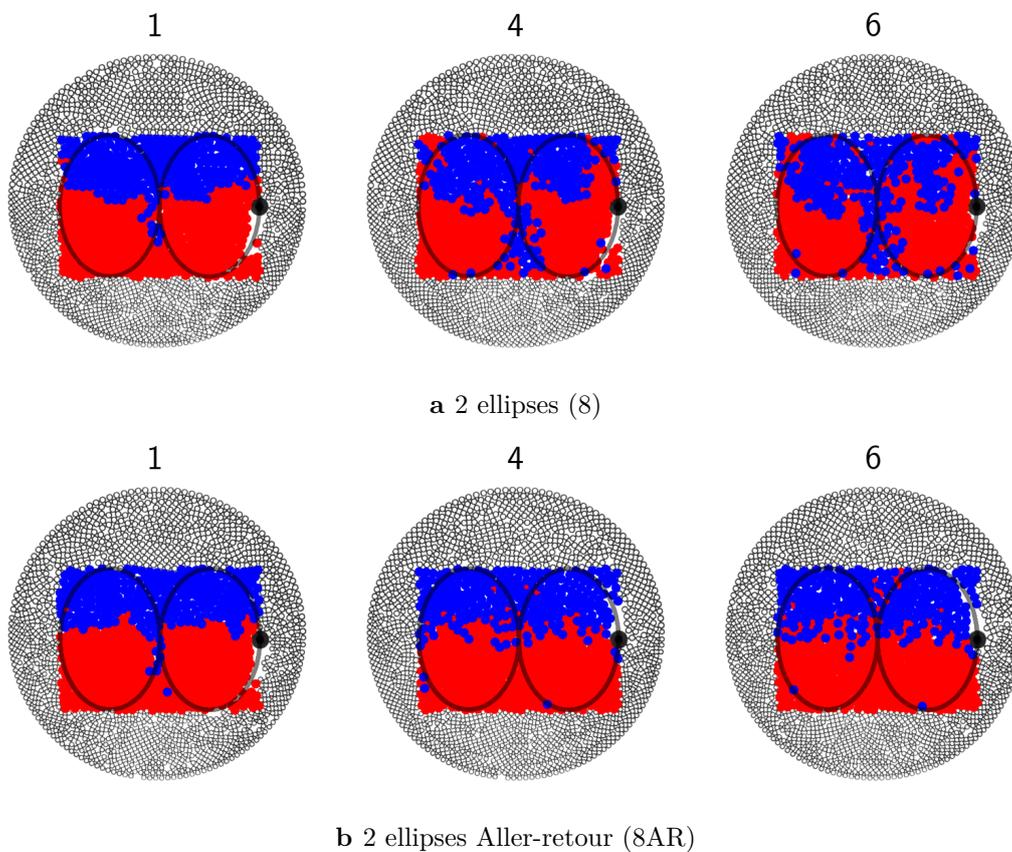


**Figure 7.14** Evolution normalisée de  $\Delta$  dans la région centrale pour les trajectoires 8 et 8AR jusqu'à 20 cycles : temps courts.

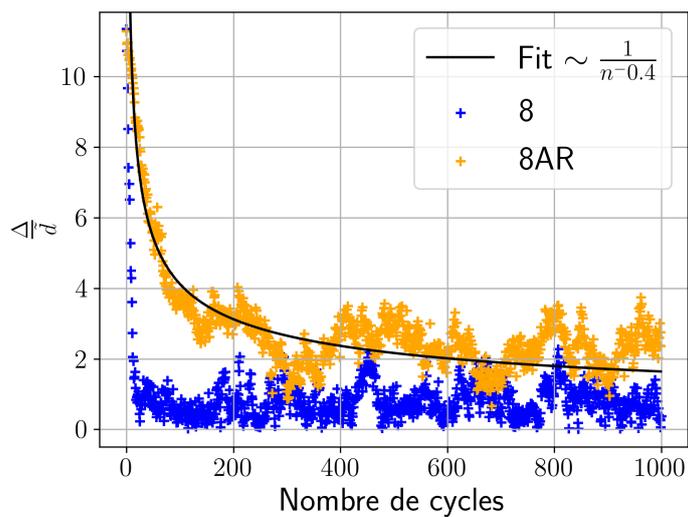
Sur le tracé de  $\Delta$  sur la figure 7.14, on constate que la pente de la courbe de dispersion du 8AR est non nulle, mais très faible ( $\tau = 0.1$ ). En observant les images du milieu granulaire sur la figure 7.15, on peut constater une tendance à la diffusion au niveau de l'interface (à partir de 4 cycles notamment). Très localement, la trajectoire 8AR produit un déplacement résiduel non nul des particules. La différence avec la trajectoire sans aller-retour réside dans la quantité de particules entrainées loin de leur position initiale. En effet, on note à 6 cycles par exemple, un filet concentré de grandes particules entrainées jusque dans la partie basse pour la trajectoire sans aller-retour (8) contre quelques particules uniquement pour le 8AR dont l'effet se résume à de faibles déplacements de particules à l'interface.

Ces observations sur la trajectoire 8AR indiquent que les déplacements dans le milieu granulaire ne sont pas entièrement irréversibles, du moins dans cette gamme de cisaillement. La majorité des particules effectuent le trajet inverse qui annule le déplacement engendré par le cycle précédent. Néanmoins, quelques particules conservent une trajectoire irréversible et se laissent transporter loin de leur position initiale dès les premiers cycles. C'est cette partie irréversible qui conduit au mélange progressif du milieu. Dans ce cas, on constate que les deux barycentres se rapprochent suivant une loi de puissance du nombre de cycles (l'évolution de  $\Delta$  est discutée plus amplement dans la partie qui suit).

<sup>(4)</sup>On rappelle qu'un cycle correspond à un parcours complet du 8 dans un sens



**Figure 7.15** Etats du milieu pour les trajectoires 8 et 8AR à 1, 4 et 6 cycles  $d_i = 2.8\tilde{d}$ .



**Figure 7.16** Temps longs : evolution normalisée de  $\Delta$  dans la région centrale pour les trajectoires 8 et 8AR  $d_i = 2.8\tilde{d}$ .

### 7.3 Mélange sur des temps longs

Nous nous intéressons désormais au mélange sur les temps longs sur la totalité de la cellule. Nous avons montré dans la première partie notamment sur la figure 7.6 que  $\Delta$  s'annule rapidement dans la zone centrale (20 cycles environ). L'évolution du mélange sur les temps longs est ainsi essentiellement contrôlée par le transfert de particules du pourtour des trajectoires vers la périphérie (i.e. la zone externe au rectangle circonscrit à la trajectoire).

#### 7.3.1 Régimes de mélange et géométrie de la trajectoire

Nous reprenons les résultats des expériences portant sur l'étude des géométries en 2, 3 et 4 ellipses (intrus de grande taille  $d_i = 2.8\tilde{d}$  et compacité  $\eta = 0.82$ ). Sur la figure 7.17, sont présentées les images du milieu granulaire à 100, 400 et 800 cycles pour les 3 trajectoires. On remarque pour chacune d'elles, un transfert de particules du pourtour de la trajectoire vers la périphérie avec une meilleure dispersion près de la trajectoire. La qualité de la dispersion se dégrade au fur et à mesure qu'on se rapproche des pôles. Dans la partie haute, au pôle nord par exemple, sur l'image à 800 cycles, on peut observer l'existence d'un amas de grandes particules (bleues) non dispersées pour les trajectoires à 2 et 4 ellipses, lequel est inexistant avec la trajectoire à 3 ellipses. Par ailleurs, la taille de cet amas semble plus importante dans le cas des 4 ellipses. Il est moins large pour la trajectoire à 2 ellipses du fait d'une meilleure remontée des petites particules (rouges) vers les parois. Visuellement, à gauche et à droite de la trajectoire, des comportements similaires sont à noter pour les 3 trajectoires. Ainsi, à la périphérie, la dispersion est meilleure pour la trajectoire à 3 ellipses, puis pour la 2 et en dernier pour la 4.

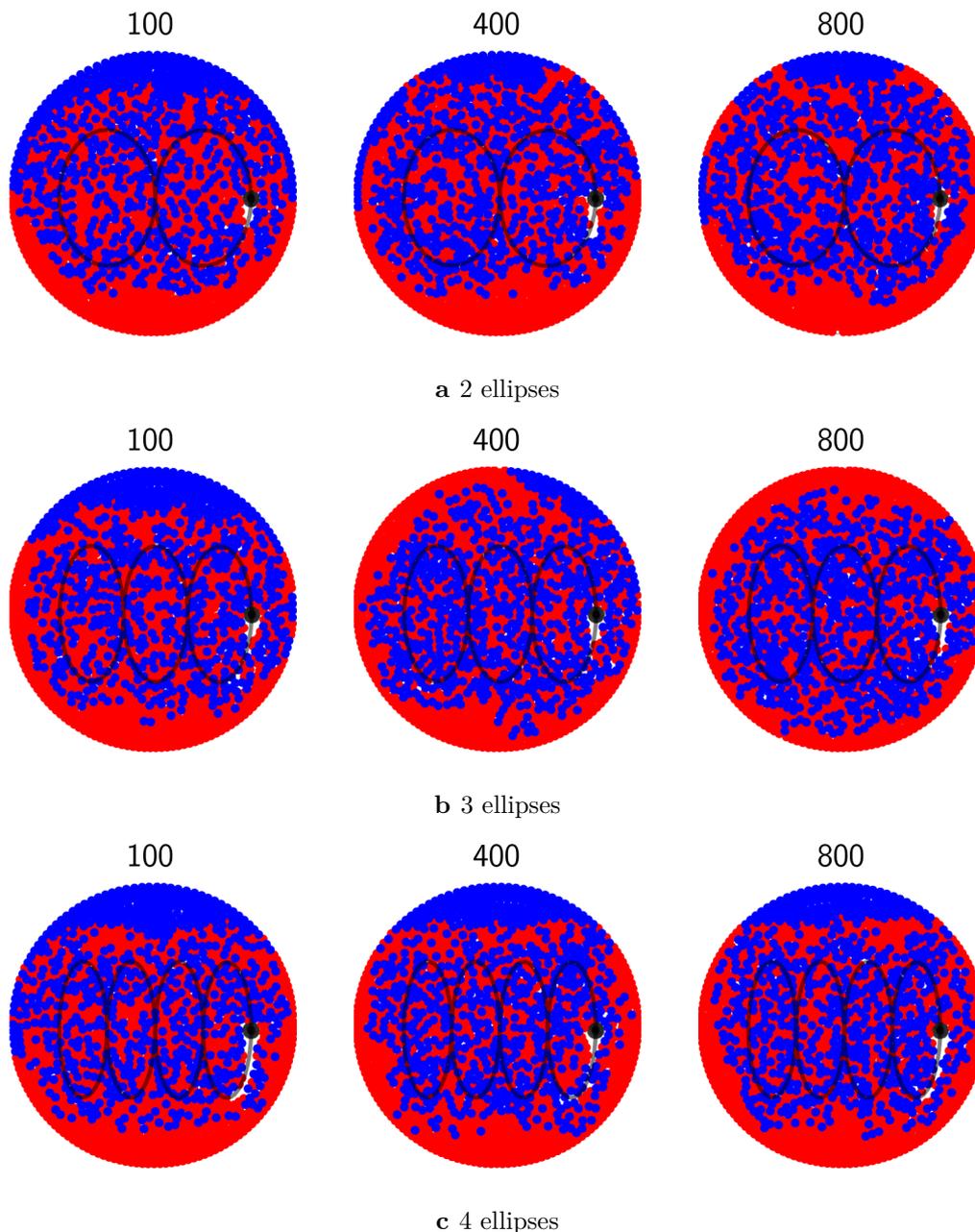
L'évolution de la distance entre les barycentres  $\Delta$  à l'échelle de toute la zone de mélange est présentée sur la figure 7.18. La dynamique sur les temps longs (au-delà de 20 cycles environ) suit une loi de puissance ( $\sim \frac{1}{n^\alpha}$ ,  $n$  étant le nombre de cycles) pour les trajectoires 2 et 4 ellipses. Pour la trajectoire en 3 ellipses, cette loi de puissance est valable jusqu'à 200 cycles environ, seuil à partir duquel un autre régime de dispersion - plus rapide - se met en place. Sur la gamme sur laquelle la régression en loi de puissance est applicable, le paramètre  $\alpha$ <sup>(5)</sup> caractérisant la rapidité de dispersion est sensiblement égal pour les trajectoires en 2 et 3 ellipses. Il est légèrement inférieur pour la trajectoire en 4 ellipses.

On peut se demander pourquoi la trajectoire en 3 ellipses conduit à une dispersion plus rapide, alors que les trajectoires à nombre pair d'ellipses donnent lieu à une dispersion beaucoup plus lente. En fait, l'observation des images successives montre que l'interface entre les grandes et petites particules évolue avec le nombre de cycles. Initialement cette interface est quasiment alignée avec le grand axe de la trajectoire en 3 ellipses, mais on constate qu'elle tourne progressivement dans le sens horaire alors que la trajectoire est parcourue par l'intrus dans le sens anti-horaire<sup>(6)</sup> (figure 7.19).

Ce changement d'angle progressif de l'interface est associé à une rotation en bloc du milieu granulaire dans le cas d'une trajectoire à 3 ellipses. On constate en particulier que les particules proches de la paroi de la cellule migrent dans le sens horaire le long de la paroi lisse. On peut tenter d'expliquer cet effet par les mécanismes de recirculation des particules liés à l'avancée de

<sup>(5)</sup>Pour 2 expériences identiques répétées avec les mêmes paramètres de contrôle, une erreur systématique de répétabilité de 0.06 est observable sur la valeur de  $\alpha$

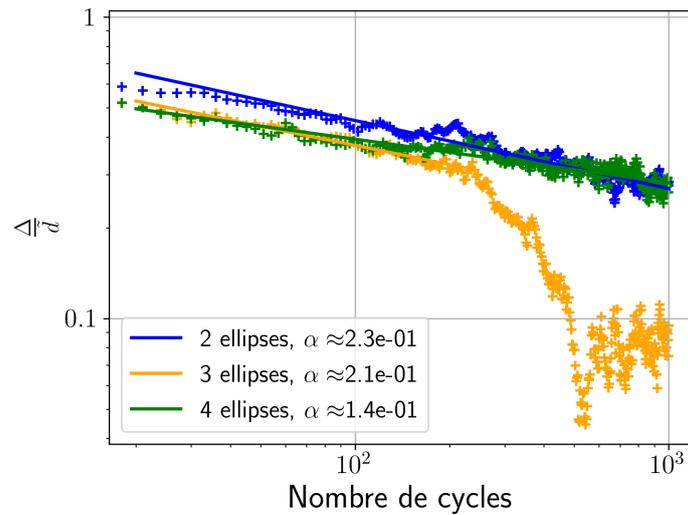
<sup>(6)</sup>Les particules sur la paroi, subissant de très faibles déplacements liés à l'intrus, restent sensiblement localisées près de la paroi après 50 cycles. Ceci permet d'identifier facilement le mouvement d'ensemble de ces zones et d'estimer le cas échéant, la rotation de l'interface.



**Figure 7.17** Etats du milieu pour les 3 trajectoires différentes à 100, 400 et 800 cycles,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ .

l'intrus à proximité de la paroi. Quand l'intrus parcourt l'extrémité de la trajectoire côté Est, son mouvement est vers le haut et les particules coincées entre le bord droit de l'intrus et la paroi droite vont recirculer vers le bas et entraîner un mouvement du milieu granulaire dans le sens horaire. De la même façon, quand l'intrus parcourt l'extrémité de la trajectoire côté Ouest, il descend et produit une recirculation ascendante des particules entre son bord gauche et la paroi gauche, conduisant également à un mouvement d'ensemble dans le sens horaire. Le cumul de ces deux effets de même sens conduit à la rotation en bloc observée. Cela n'a pas lieu sur les trajectoires à 2 et 4 ellipses, pour lesquels ces effets s'annihilent.

Quand la rotation en bloc a lieu (3 ellipses), les clusters de particules initialement présents



**Figure 7.18** Evolution normalisée de  $\Delta$  pour les trois trajectoires d'intrus,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ . L'ajustement en loi de puissance démarre à partir de 20 cycles.

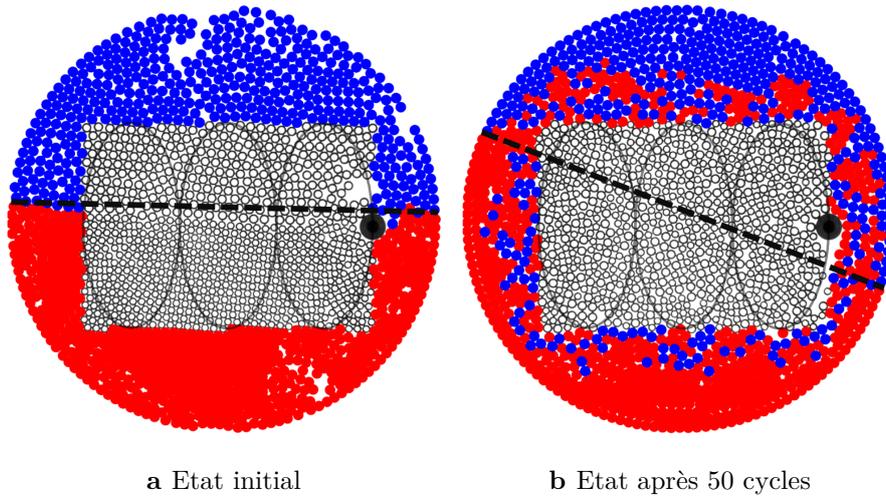
aux pôles nord et sud tournent par rapport au grand axe de la trajectoire et se retrouvent progressivement dans des zones mieux cisillées par l'intrus. Les clusters sont alors érodés et les particules entraînées, conduisant à une dispersion plus rapide que dans le cas où la rotation solide n'est pas présente. Cet effet de dispersion accentuée par une rotation en bloc rappelle les expériences de mélange dans les fluides, dans lesquelles le fait d'entraîner en rotation le récipient cylindrique contribue à accélérer le processus de mélange [14].

On peut également s'interroger sur la différence de dispersion observée entre la trajectoire à 2 ellipses et celle à 4. L'érosion de l'amas de grosses particules au pôle nord est moins marquée pour la trajectoire à 4 ellipses. Cet effet est probablement dû à la courbure plus marquée de la trajectoire de l'intrus. En effet, lorsque l'intrus passe par les 4 sommets de sa trajectoire près du pôle nord, les particules aux pôles sont probablement moins efficacement entraînées par l'intrus : elles devraient suivre des lignes de courant courbées, mais du fait de la taille finie des grains et de l'encombrement stérique, elles sortent plus rapidement de la zone cisillée et contribuent plus faiblement à la dispersion à la périphérie, comparé à ce qu'il se produirait pour une trajectoire davantage rectiligne (cas du 2 ellipses) .

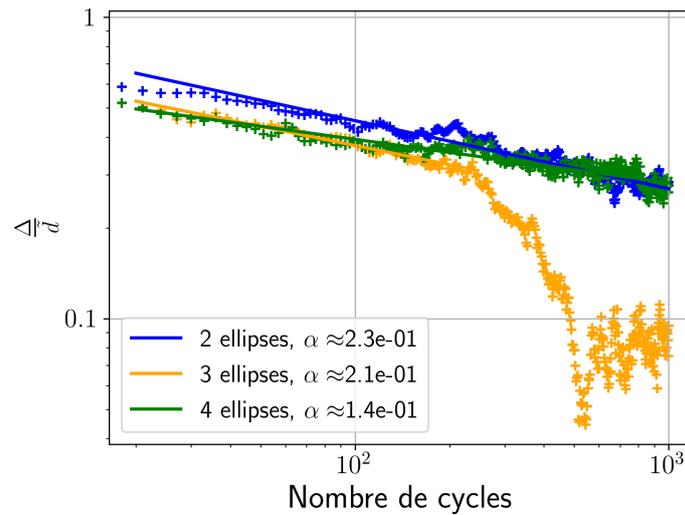
La trajectoire en 3 ellipses étant la plus efficace pour mélanger au global, nous la maintenons pour l'étude de l'influence de la taille de l'intrus (section 7.3.2) et de la compacité du milieu (section 7.3.3).

### 7.3.2 Diffusion en périphérie et taille de l'intrus

Dans ce paragraphe, nous étudions l'évolution de  $\Delta$  pour l'intrus de grande taille ( $d_i = 2.8\tilde{d}$ ) et l'intrus de petite taille ( $d_i = 1.4\tilde{d}$ ), la compacité est maintenue à  $\eta = 0.82$ . Sur la figure 7.21, comme introduit dans le paragraphe précédent, pour les deux intrus, la rotation en bloc induite par la trajectoire en 3 ellipses est visible. Les images à 100 (et 400 cycles dans une moindre mesure), en comparaison avec les images des états initiaux, indiquent que cette vitesse de rotation varie très peu avec le diamètre d'intrus : les limites d'amas de grandes particules (bleues) aux parois restent sensiblement identiques. Si la vitesse de rotation de bloc reste invariable, la taille de l'amas non dispersé de grandes particules reste néanmoins plus importante pour l'intrus de



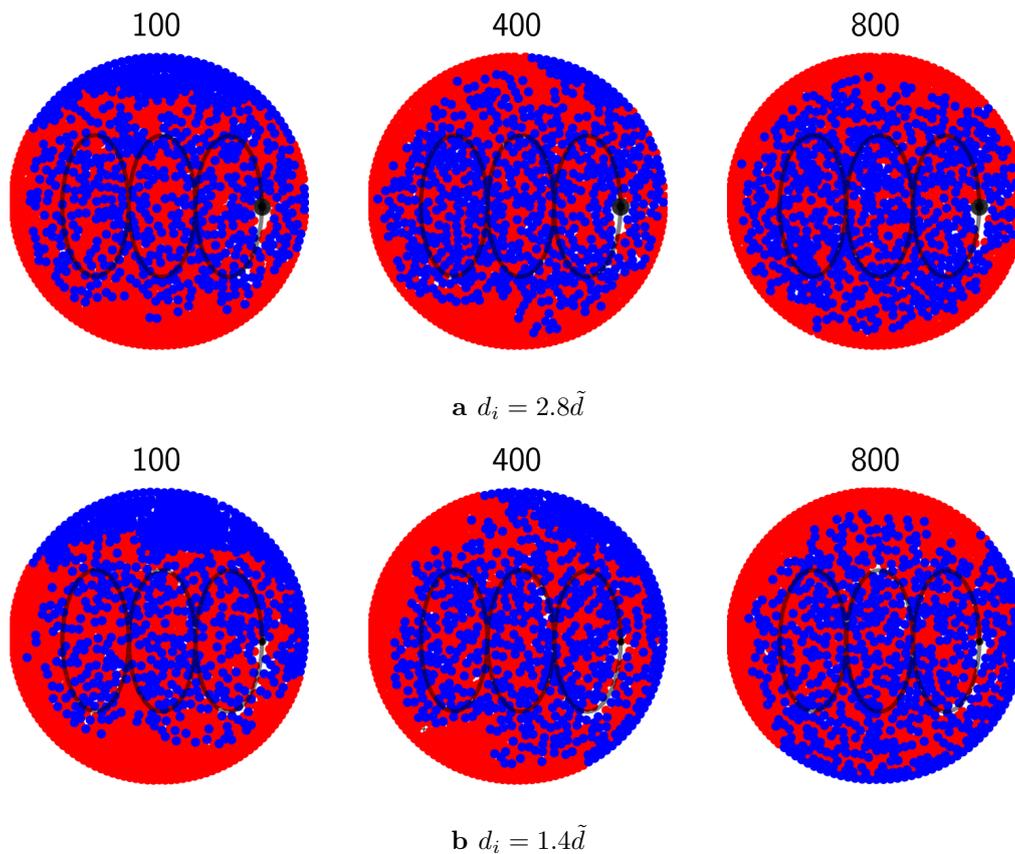
**Figure 7.19** Illustration du phénomène de rotation en bloc du milieu pour la trajectoire en 3 ellipses, l'interface entre les deux populations subit une rotation franche après 50 cycles par rapport à l'état initial,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ .



**Figure 7.20** Evolution normalisée de  $\Delta$  pour les trajectoires en 2, 3 et 4 ellipses avec des ajustements en loi de puissance,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ .

petite taille à tout moment. Cette observation est d'autant plus visible à 800 cycles, où toutes les grandes particules ont été dispersées à  $d_i = 2.8\tilde{d}$  tandis qu'une auréole de grandes particules (bleues) reste en contact à la paroi (dans la partie droite) à  $d_i = 1.4\tilde{d}$ .

L'évolution de la distance entre les barycentres des deux populations  $\Delta$  est présentée sur la figure 7.22 pour les deux diamètres. Pour le grand intrus, deux régimes sont observables dont un à moins de 200 cycles qui suit un comportement en loi de puissance. Pour le petit intrus néanmoins, aucun changement de pente i.e de régime n'est observé jusqu'à 1000 cycles. Toute la dynamique de mélange sur les temps longs suit une loi de puissance et le paramètre  $\alpha$  est le même pour les deux diamètre d'intrus.



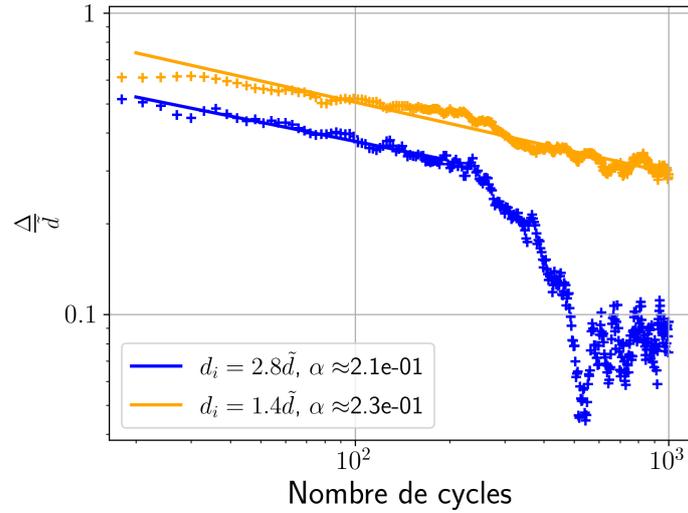
**Figure 7.21** Etats du milieu pour les 2 diamètres d'intrus à 100, 400, et 800 cycles,  $\eta = 0.82$

Malgré la rotation en bloc présente pour les deux diamètres, la dispersion des clusters de particules initialement présents aux pôles est moins efficace pour le petit intrus. Ces clusters se retrouvent dans des zones de plus fort cisaillement sous l'effet de la rotation en bloc, mais malgré tout, le cisaillement y est probablement plus faible que celui généré par un grand intrus. En effet, l'avancée d'un intrus de grande taille nécessite la réorganisation d'une surface de grains plus grande et provoque donc le déplacement d'un plus grand nombre de particules. Nous chercherons à caractériser ce point dans le chapitre suivant sur les déplacements provoqués par l'intrus.

### 7.3.3 Diffusion en périphérie et compacité du milieu

Nous étudions désormais le mélange en fonction de la compacité globale du milieu pour  $\eta \in [0.82, 0.79, 0.71]$  ( $d_i = 2.8\tilde{d}$ , 3 ellipses). On constate d'abord que la vitesse de rotation<sup>(7)</sup> en bloc varie avec la compacité. En moyenne, on obtient une vitesse de  $0.10^\circ/\text{cycle}$  pour  $\eta = 0.82$ ,  $0.27^\circ/\text{cycle}$  pour  $\eta = 0.79$  et  $0.04^\circ/\text{cycle}$  pour  $\eta = 0.71$  (figure 7.23). Cette évolution non monotone avec la compacité contraste avec la qualité de la dispersion qui, elle, est qualitativement meilleure avec l'augmentation de la compacité. Ainsi à 800 cycles, pour  $\eta = 0.82$  on peut observer un anneau relativement bien dispersé de grandes particules autour de la région centrale

<sup>(7)</sup>On rappelle qu'on estime la vitesse de rotation en bloc en déterminant la rotation de l'interface entre les deux populations entre l'image de l'état initial et l'image après un certain nombre de cycles (pourvu que l'interface soit encore clairement localisable). On fait l'hypothèse que cette vitesse de rotation est stationnaire.



**Figure 7.22** Evolution normalisée de  $\Delta$  pour les tailles d'intrus  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$  pour la trajectoire en 3 ellipses,  $\eta = 0.82$ . L'ajustement en loi de puissance démarre à partir de 20 cycles.

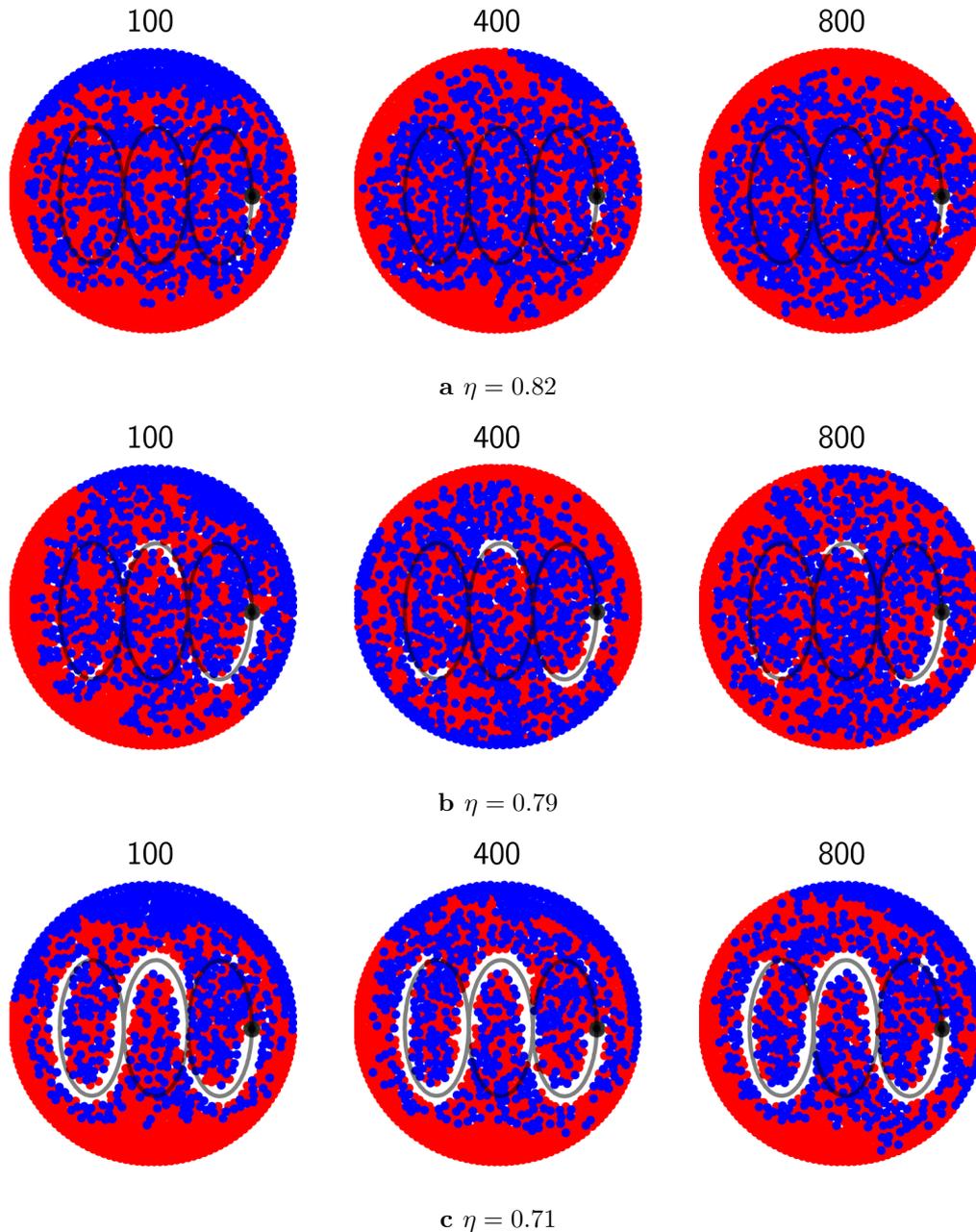
sans aucun amas de particules sur les parois ou aux pôles. Au fur et à mesure qu'on décroît en compacité, cet amas devient de plus en plus visible sur les parois. Sa taille est plus importante à  $\eta = 0.71$  qu'à  $\eta = 0.79$ .

L'évolution de  $\Delta$  avec le nombre de cycles suit une loi de puissance sur les 1000 cycles pour  $\eta = 0.71$  sans changement de régime (figure 7.24). Pour  $\eta \in [0.82, 0.79]$ , la régression en loi de puissance n'est applicable que sur la première partie (en dessous de 200 cycles). Au delà, un deuxième régime de mélange plus rapide apparaît. Il est plus rapide pour  $\eta = 0.82$  que pour  $\eta = 0.79$ . Pour toutes les compacités, sur les parties où la régression en loi de puissance est applicable, le paramètre  $\alpha$  reste néanmoins sensiblement identique.

Cette étude a donc montré que la rotation de bloc a lieu quelle que soit la compacité mais elle n'en est pas une fonction monotone. Dans les parties précédentes, on a vu que la rotation en bloc favorise la dispersion. Pourtant, malgré une rotation par cycle d'amplitude la plus forte des trois compacités, la compacité intermédiaire n'est pas celle qui conduit à la dispersion la plus rapide. En effet, le passage à un régime de dispersion plus rapide (rupture de la loi de puissance dans la figure 7.24) se produit plus tôt pour la compacité la plus forte. Probablement, dans le cas le plus compact, l'espace poral est réduit et l'intrus met en mouvement une plus grande surface de grains, ce qui facilite la dispersion.

#### 7.3.4 Diffusion en périphérie et irréversibilité

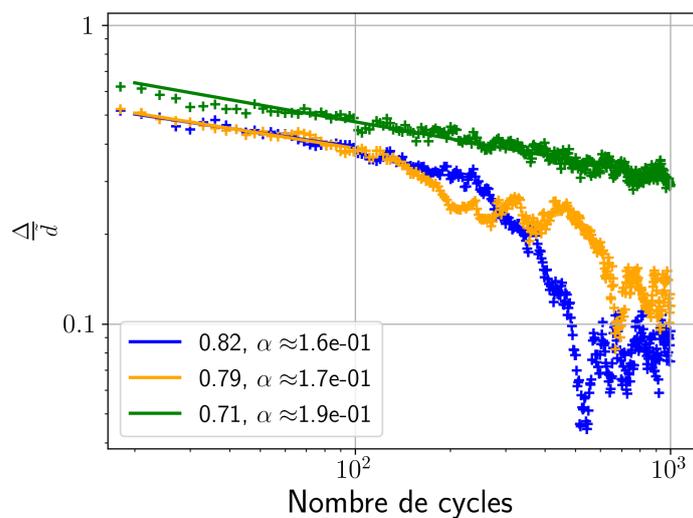
Afin de se concentrer sur la diffusion irréversible sans l'influence de la rotation solide, nous reprenons les expériences du 8 (2 ellipses) à 1000 cycles et du 8AR à 1000 cycles (trajectoire en 8 parcourue alternativement en sens anti-horaire et en sens horaire) -  $d_i = 2.8\tilde{d}, \eta = 0.82$ . Sur la figure 7.25, dès 100 cycles, on peut remarquer une meilleure dispersion sur le pourtour de la trajectoire pour le 8. Pour cette dernière, dans la partie supérieure par exemple, on observe une plus grande présence de petites particules (rouges) et une plus grande présence de grandes particules (bleues) à gauche et à droite de la trajectoire. La qualité visuelle de la dispersion



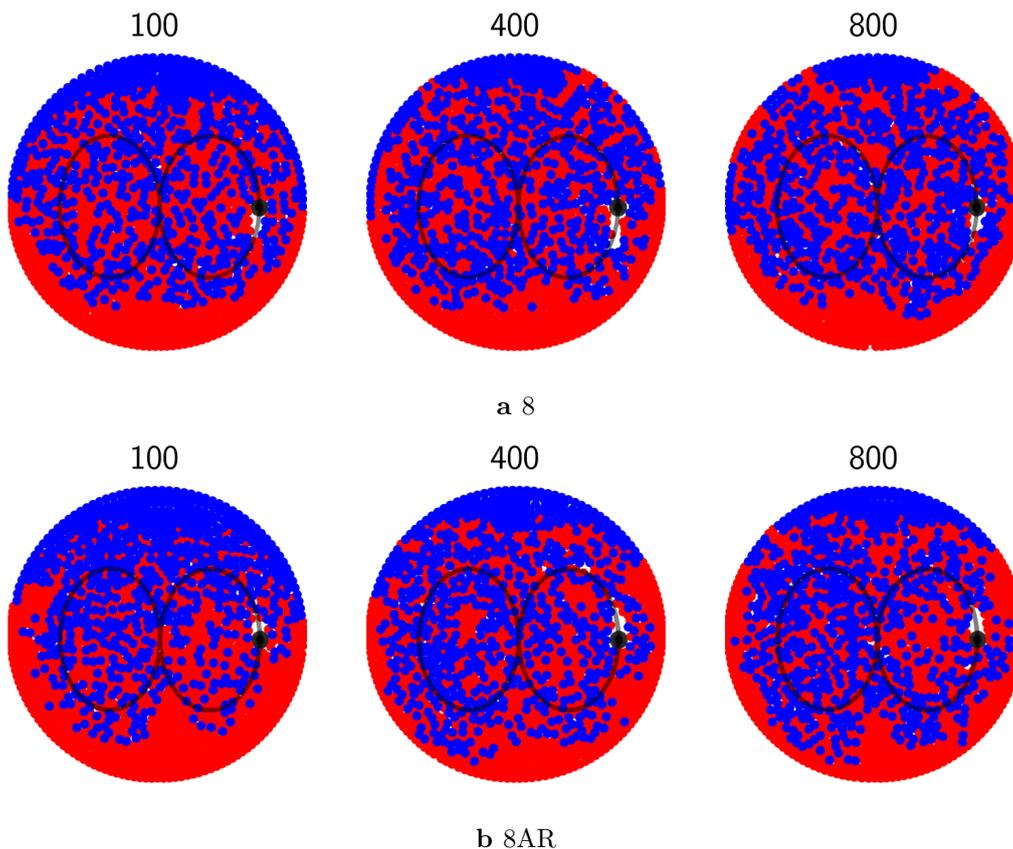
**Figure 7.23** Etats du milieu pour les compacités globales  $\eta \in [0.82, 0.79, 0.71]$  à 100, 400 et 800 cycles, trajectoire en 3 ellipses,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ .

commence à devenir identique pour les deux trajectoires au fur et à mesure que le mélange se poursuit. A 800 cycles, tout autour de la région centrale (proche voisinage), une distribution similaire est observable sur les deux images. On y note également une meilleure dispersion des grandes particules (bleues) dans la partie polaire basse pour le 8AR. La différence principale à 800 cycles entre le 8 et le 8AR reste la largeur de l'amas de grandes particules (bleues) au pôle nord qui est plus importante dans le cas du 8AR.

$\Delta$  sur les temps longs suit une loi de puissance pour les deux trajectoires (figure 7.26). De plus  $\alpha$  est plus important pour le 8AR que pour le 8. A partir de 700 cycles environ, les valeurs de  $\Delta$  sont proches pour les deux trajectoires.

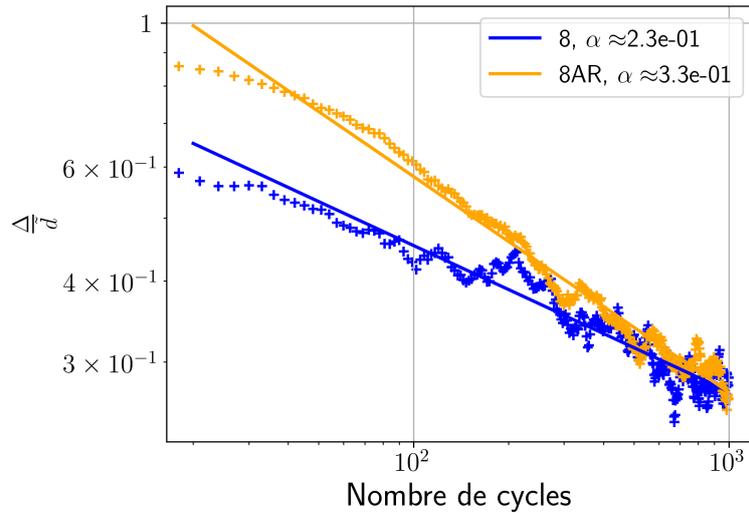


**Figure 7.24** Evolution normalisée de  $\Delta$  pour les compacités globales  $\eta \in [0.82, 0.79, 0.71]$  pour la trajectoire en 3 ellipses,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ . L'ajustement en loi de puissance commence à partir de 20 cycles.



**Figure 7.25** Etats du milieu pour les trajectoires 8 et 8AR à 100, 400 et 800 cycles, trajectoire en 2 ellipses,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ .

Par analogie avec les fluides, on associe le terme "diffusion" aux mouvements irréversibles provoqués par le 8AR et le terme "advection" aux mouvements induits par le 8 simple. Dans ce cadre,



**Figure 7.26** Evolution normalisée de  $\Delta$  pour les trajectoires 8 et 8AR,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ . L'ajustement en loi de puissance commence à partir de 20 cycles.

on peut dire qu'aux temps longs la diffusion deviendrait plus efficace (en terme de vitesse) que l'advection par l'intrus pour assurer la dispersion des particules (pente de  $\Delta$  plus forte pour le 8 AR).

De fait, aux temps longs, les mouvements irréversibles des particules produits par la trajectoire 8AR conduisent essentiellement à une diffusion des grandes particules dans les petites et inversement. Cet effet est plutôt localisé le long de la trajectoire, ce qui semble assurer une proportion plus importante de grandes particules (au pôle sud par exemple) mais une couronne intacte semble apparaître. A l'inverse, la trajectoire en 8 contribue à déplacer les particules par advection sur de plus grandes distances en induisant une recirculation d'ensemble.

## 7.4 Importance de l'échelle d'observation dans l'estimation de la qualité du mélange

L'utilisation du rapprochement des barycentres des deux populations ( $\Delta$ ) est une mesure rapide pour traduire la qualité du mélange dans le milieu. Néanmoins, il ne traduit qu'une vision macroscopique de cette qualité à l'échelle globale du milieu indépendamment des disparités locales. Dans les applications industrielles, le mélange peut être désiré à une échelle spatiale précise. D'autre part, il est intéressant de caractériser les échelles spatiales des hétérogénéités du système. Dans cette partie, nous étudions comment le changement d'échelle spatiale affecte la qualité perçue du mélange dans le milieu granulaire.

### 7.4.1 Méthodologie

Sur une image quelconque du système, nous parcourons le milieu de façon glissante à l'aide de fenêtres carrées de côté  $w$  -  $w$  représentant ainsi l'échelle spatiale à laquelle le mélange est observé.  $w$  est choisi dans une gamme allant de  $1.4\tilde{d}$  (environ 2 particules observées par fenêtre) à  $48\tilde{d}$  (tout le milieu est observé<sup>(8)</sup>) et les fenêtres sont glissées de  $1.4\tilde{d}$ . A une taille  $w$  donnée, si dans une région du milieu, la fenêtre contient un nombre total non nul de particules<sup>(9)</sup>, nous y calculons la concentration  $c_p$  en petites particules (nombre total de petites particules divisé par le nombre total de particules dans la fenêtre). L'écart-type  $\sigma_m$  de la distribution de  $c_p$  sur l'ensemble des régions parcourues par la fenêtre est la métrique que nous utilisons pour apprécier le mélange à l'échelle d'observation  $w$ . Cette définition de  $\sigma_m$  implique que sa limite basse 0 correspond à un milieu ayant la même concentration en petites particules dans toutes les régions (mélange parfait) et sa limite haute (0.5) traduit un milieu possédant une grande dispersion spatiale en concentration de petite particules (mélange médiocre).

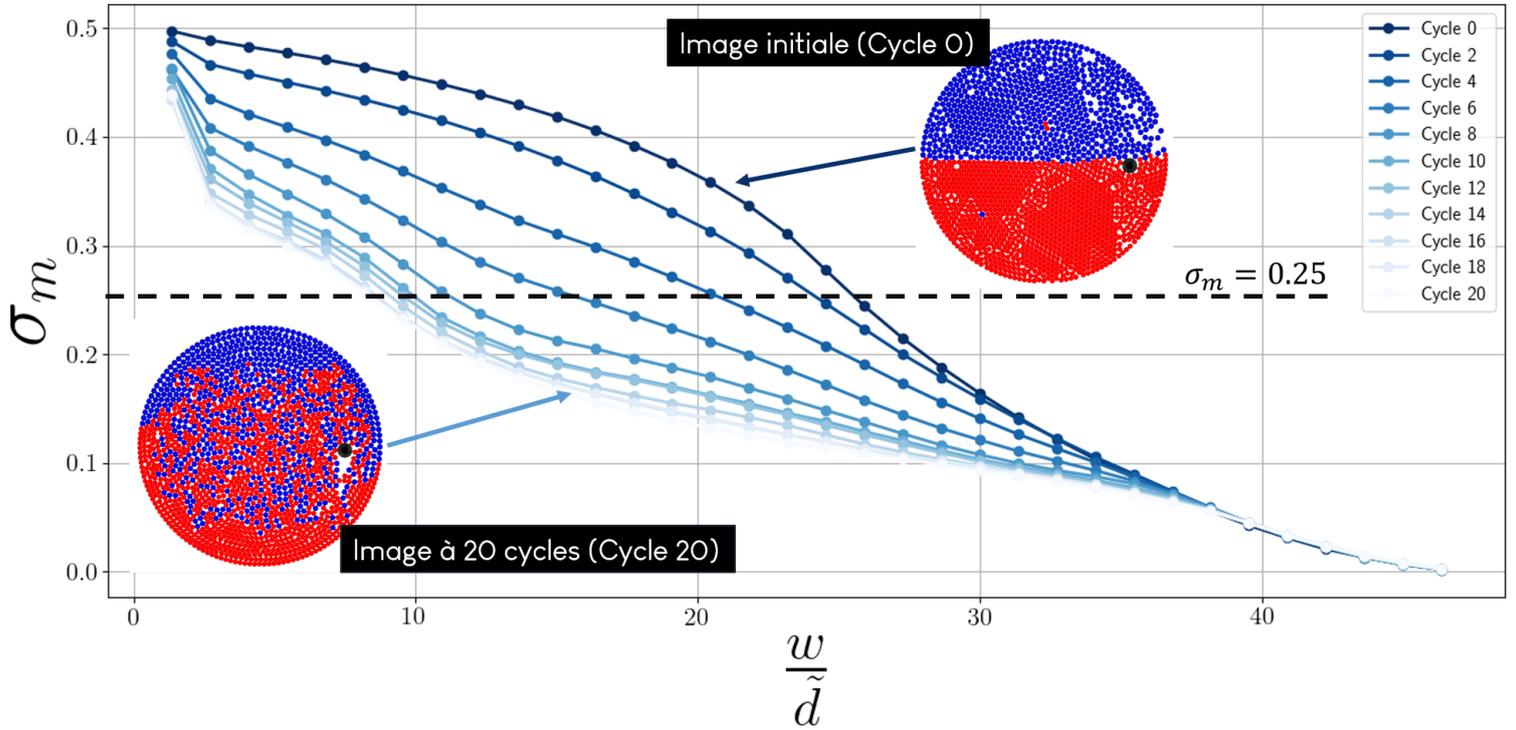
### 7.4.2 Qualité du mélange et échelle d'observation

Nous reprenons les expériences avec 3 ellipses, à  $d_i = 2.8\tilde{d}$  et  $\eta = 0.82$ . Sur la figure 7.27, nous présentons l'évolution de  $\sigma_m$  en fonction de l'échelle d'observation  $w$  pour les 20 premiers cycles du mélange - au-delà de 20 cycles, l'allure de la courbe change en effet très peu. On observe quel que soit l'état du mélange, une décroissance systématique de  $\sigma_m$  avec l'augmentation de  $w$  : la valeur de  $\sigma_m$  est élevée pour  $w = 1.4\tilde{d}$  (proche de 0.5) et s'annule pour  $w = 48\tilde{d}$ . De plus, indépendamment du nombre de cycles, des changements de pente notables sont à observer dans la décroissance de  $\sigma_m$  avec  $w$ . De façon générale, la décroissance est d'autant plus rapide que le milieu est à un stade mieux mélangé macroscopiquement.

Nous avons montré précédemment que dans la région centrale, la dispersion est rapide et quasiment complète au bout d'une vingtaine de cycles et la dispersion en périphérie est plus lente. Ceci expliquerait pourquoi l'allure de  $\sigma_m$  varie très peu après 20 cycles. Plus la fenêtre d'observation est petite, plus il est probable d'y obtenir à l'intérieur des particules de même taille (étant donné le petit nombre), l'écart-type  $\sigma_m$  sur l'ensemble des fenêtres est par conséquent plus important d'où la valeur élevée de  $\sigma_m$  à  $w = 1.4\tilde{d}$  (2 particules observées en moyenne). A l'inverse, plus la taille d'observation est grande et plus le système paraît homogène spatialement, ce qui explique la décroissance de  $\sigma_m$  avec  $w$ . Par ailleurs, l'échelle  $w$  à laquelle se produit un changement de pente (i.e de régime de décroissance) semble corrélée à la taille des hétérogénéités

<sup>(8)</sup>On rappelle que le diamètre de la zone de mélange est d'environ  $45\tilde{d}$

<sup>(9)</sup>une particule appartient à la fenêtre si son centre se trouve dans la fenêtre



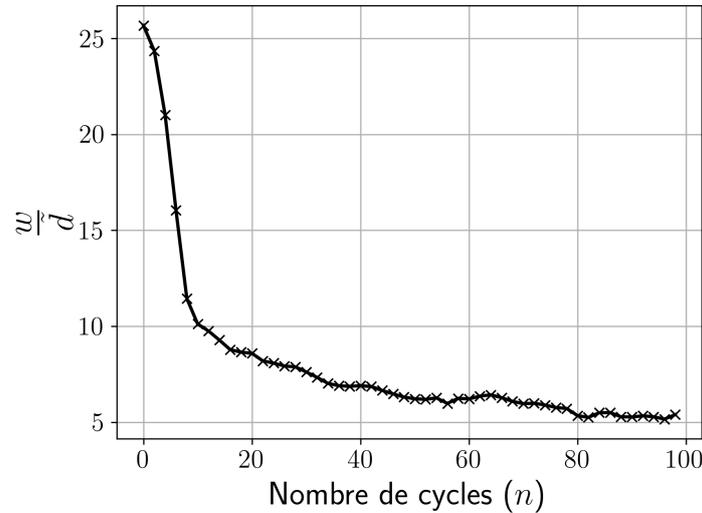
**Figure 7.27** Evolution de  $\sigma_m$  en fonction de  $w$  pour les 20 premiers cycles de l'expérience, état initial représenté par la courbe la plus foncée et état après 20 cycles par la courbe la plus claire (trajectoire en 3 ellipses,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ ). L'évolution de  $\frac{w}{\tilde{d}}$  pour  $\sigma_m = 0.25$  est représentée sur la figure 7.28.

spatiales dans le système. Sur la configuration initiale par exemple (cycle 0), le milieu présente une séparation nette entre les populations de petites et grandes particules occupant chacune la moitié de l'espace soit une largeur caractéristique de  $24\tilde{d}$ . Sur la courbe correspondant au cycle 0 sur la figure 7.27, on peut remarquer un changement de pente se produisant sensiblement à la même échelle. Dans la même optique, à partir de 6 cycles, un changement de pente est notable à  $w = 4\tilde{d}$  (environ 6 particules observées). Cette échelle rappelle la taille caractéristique de l'amas de grandes particules (bleues) accolée aux parois notamment dans la partie supérieure et dont la forme se précise au bout de 6 cycles.

Du reste, lorsqu'aucun point d'inflexion particulier n'est visible, on peut se fixer une valeur seuil de  $\sigma_m$  et déterminer une échelle caractéristique du mélange en fonction du nombre de cycles. Sur la figure 7.28, par exemple, nous nous plaçons à  $\sigma_m = 0.25$  et traçons l'évolution du  $\frac{w}{\tilde{d}}$  caractéristique pour les 100 premiers cycles. La courbe est monotone et décroissante. On obtient donc que, plus le milieu est dispersé avec l'accroissement du nombre de cycles, plus on obtient un bon mélange à de plus petites échelles. L'exploitation d'une telle courbe peut être intéressante pour des mélanges industriels puisqu'elle permet de retrouver la durée de mélange nécessaire pour obtenir une certaine qualité de dispersion ( $\sigma_m$ ) à une échelle donnée ( $\frac{w}{\tilde{d}}$ ).

### 7.4.3 Qualité en fin de mélange en fonction des variables expérimentales

Nous vérifions dans cette partie si la structure des hétérogénéités dans le mélange final dépend de l'histoire du mélange et des propriétés intrinsèques du milieu i.e. la compacité globale, la



**Figure 7.28** Evolution de la taille caractéristique du mélange en fonction du nombre de cycles pour  $\sigma_m = 0.25$ .

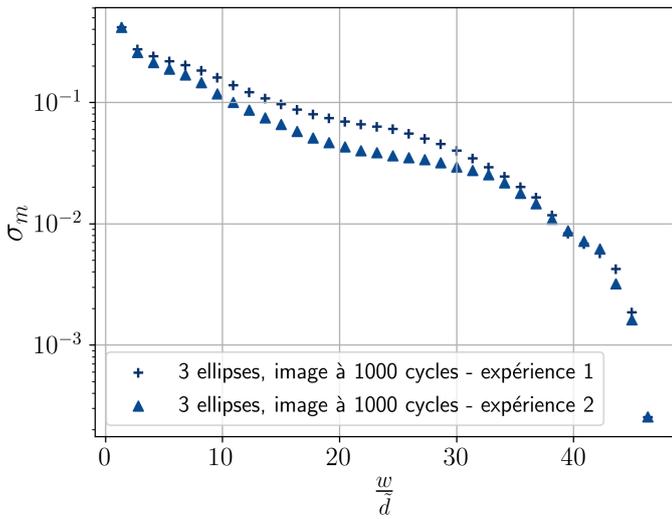
taille de l'intrus, la géométrie de la trajectoire utilisée...etc. Pour ce faire, nous traçons  $\sigma_m$  en fonction de  $w$  pour le milieu à 1000 cycles, en faisant varier ces divers paramètres de contrôle.

Sur la figure 7.29a, nous présentons tout d'abord les résultats de deux expériences destinées à évaluer la répétabilité de la structure des hétérogénéités dans le mélange final. La trajectoire à 3 ellipses est utilisée pour mélanger le milieu ( $\eta = 0.82$ ,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ) et l'expérience est répétée deux fois. Le tracé de  $\sigma_m$  en fonction de  $w$  montre une bonne superposition aux faibles et fortes valeurs de  $w$ , mais pour les valeurs intermédiaires de  $w$ , ce n'est pas le cas même si l'écart maximal sur  $\sigma_m$  reste néanmoins relativement faible ( $\pm 0.02$ ). Ceci montre que même dans les mêmes conditions macroscopiques, l'arrangement local initial des particules - difficilement répliquable sur deux expériences - peut engendrer une légère différence dans la structure finale du mélange.

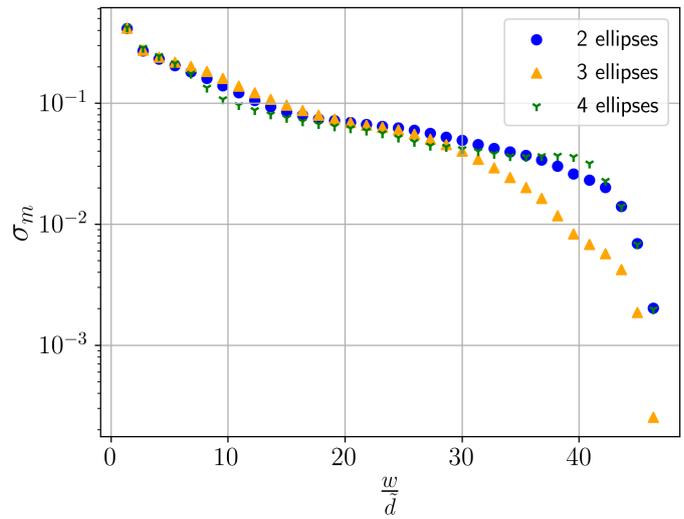
L'influence de la géométrie de la trajectoire (2 ellipses, 3 ellipses, 4 ellipses) est présentée sur la figure 7.29b. Une bonne superposition est obtenue jusqu'à  $w = 30\tilde{d}$ . Au-delà, l'écart sur  $\sigma_m$  devient remarquable notamment entre la trajectoire en 3 ellipses et les deux autres trajectoires. En effet, à cette valeur de  $w$ , la surface de la fenêtre d'observation correspond à 60% de la surface totale de toute la zone de mélange. L'information fournie par  $\sigma_m$  sur la qualité du mélange est par conséquent une information macroscopique, similaire à  $\Delta$ . Nous avons montré dans les paragraphes précédents en utilisant  $\Delta$  que la qualité du mélange est meilleure à terme avec la trajectoire à 3 ellipses. L'écart observé sur la figure 7.29b en est donc justifié. La figure 7.29b semble aussi indiquer qu'à des échelles d'observations inférieures, la géométrie de la trajectoire n'influe pas sur la structure des hétérogénéités locales dans le mélange final.

Sur la figure 7.29c, nous présentons les résultats pour les 2 différentes tailles d'intrus  $d_i = 2.8\tilde{d}$  et  $d_i = 1.4\tilde{d}$  ( $\eta = 0.82$ ). Une allure similaire à celle obtenue pour la géométrie des trajectoires est observable avec une bonne superposition jusqu'à  $w = 30\tilde{d}$  et qui disparaît au-delà. L'explication de cette observation rejoint ainsi celle avancée précédemment pour les trajectoires. A terme, macroscopiquement, la qualité du mélange est meilleure avec l'intrus de grande taille.

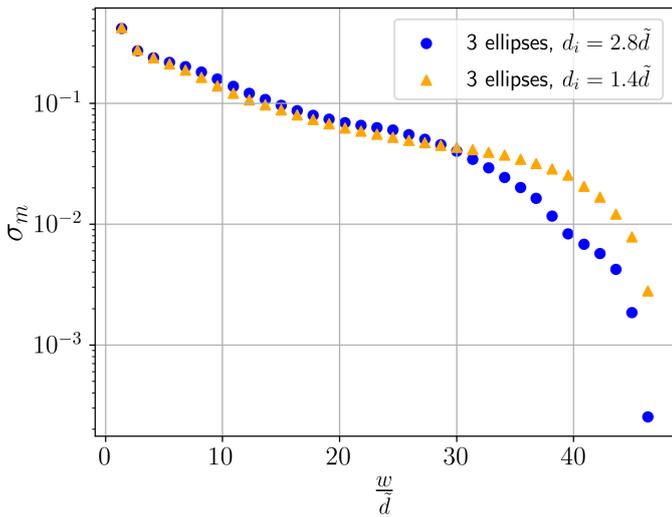
L'évolution de  $\sigma_m$  en fonction de  $w$  pour les 3 compacités globales différentes  $\eta \in [0.82, 0.79, 0.71]$  est présentée sur la figure 7.29d. En dessous de  $w = 30\tilde{d}$ , on observe une bonne superposition pour  $\eta = 0.71$  et  $\eta = 0.82$ . Sur cette gamme de  $w$ , un écart moyen d'environ  $\pm 0.03$  est à noter par rapport à  $\eta = 0.79$ . Au-delà de  $w = 30\tilde{d}$ , la bonne superposition est plutôt observée pour



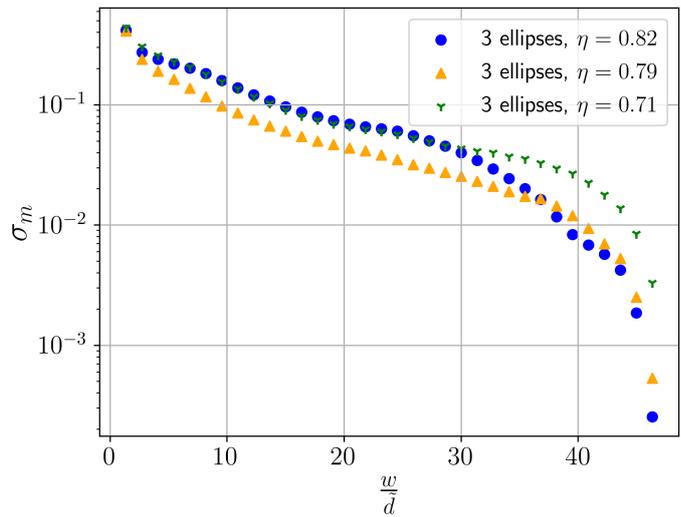
a Répétabilité - 3 ellipses,  $\eta = 0.82$ ,  $d_i = 2.8\tilde{d}$



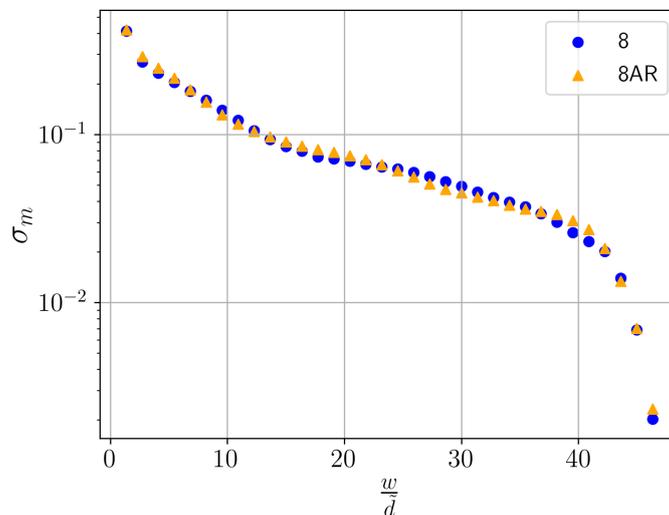
b Géométrie de la trajectoire,  $\eta = 0.82$ ,  $d_i = 2.8\tilde{d}$



c Taille de l'intrus,  $\eta = 0.82$



d Compacité globale du milieu,  $d_i = 2.8\tilde{d}$



e Réversibilité,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$

**Figure 7.29** Hétérogénéités locales dans le mélange final :  $\sigma_m = f(\tilde{w})$  pour les différents paramètres de contrôle.

$\eta = 0.79$  et  $\eta = 0.82$  qui ont des valeurs de  $\sigma_m$  plus faibles par rapport à  $\eta = 0.71$ . De fait, l'évolution de  $\sigma_m$  au-delà de  $w = 30\tilde{d}$  suit bien la description macroscopique de la qualité du mélange effectuée avec  $\Delta$ . Très localement néanmoins, lorsqu'on diminue la taille de la boîte, les observations semblent exprimer une meilleure dispersion pour la compacité intermédiaire i.e.  $\eta = 0.79$ . Si l'écart de  $\pm 0.03$  est proche de l'erreur de répétabilité, en analysant les images en fin de mélange (figure 7.23), on peut remarquer que les grandes particules (bleues) semblent mieux réparties dans l'espace de mélange à  $\eta = 0.79$ . Cette observation locale non traduite par  $\Delta$  apparaît mieux ici dans l'exploitation de  $\sigma_m$ .

Enfin, les expériences avec les trajectoires 8 et 8AR (8 aller-retour) (figure 7.29e), montrent une bonne superposition à toutes les échelles spatiales d'observations du mélange final. Cette observation indique que localement, la distribution spatiale des particules reste inchangée, que le mélange ait été réalisé de façon convective (8) ou diffusive (8AR). Il est notable que ces états finaux soient composés des mêmes échelles d'hétérogénéités spatiales étant donné le processus très différent de cisaillement. Ceci indique qu'à ce stade, le système a perdu la mémoire de la façon dont il a été mélangé.

En résumé, à travers l'usage de  $\sigma_m$  pour analyser l'état du mélange final à 1000 cycles, nous montrons que localement la structure des hétérogénéités de concentration varie peu avec le changement de trajectoire de mélange, de taille d'intrus ou encore de mécanisme de mélange (diffusion ou convection). A partir d'une échelle spatiale d'observation correspondant à environ 60% de la zone totale de mélange, le changement de ces paramètres de contrôle peut entraîner néanmoins une différence de qualité observable. Le seul paramètre de contrôle semblant affecter la structure locale des hétérogénéités dans le mélange final est la compacité globale du milieu, mais l'écart engendré est faible et proche de l'erreur de répétabilité.

## En résumé

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'évolution de la dispersion dans un milieu granulaire bi-disperse plan soumis au cisaillement contrôlé d'un intrus. En se servant de la distance entre le barycentre des deux populations  $\Delta$  comme mesure principale, nous avons montré que les paramètres tels que l'agencement initial des deux populations, le diamètre de l'intrus, la géométrie de la trajectoire de l'intrus, la compacité globale du milieu ainsi que le protocole de cisaillement étaient déterminants dans la façon dont le milieu s'homogénéise.

En partant d'une configuration ségréguée (grandes particules d'un côté et petites de l'autre), l'étude a permis de discriminer deux régions principales suivant leur aptitude à s'homogénéiser : la région centrale circonscrite à la trajectoire de l'intrus connaît une dispersion rapide alors que les périphéries sont plus lentes à s'homogénéiser.

Dans la région centrale, la dispersion s'effectue davantage rapidement avec l'augmentation de la taille de l'intrus et la diminution de la compacité globale du milieu. Par ailleurs, l'augmentation du nombre de replis de la trajectoire de l'intrus a un effet accélérateur de la dynamique de dispersion. En cisillant le milieu à l'identique dans un sens puis dans l'autre, on observe que les particules peuvent retrouver leur position initiale notamment lors des premiers cycles de cisaillement. Néanmoins, sur des temps plus longs, l'arrangement local fluctuant des particules conduit à la perte de cette réversibilité : le milieu s'homogénéise.

À la périphérie, nous avons montré que le mécanisme de dispersion est plus lent par rapport à la région centrale avec des agrégats de particules qui peuvent rester, de façon persistante, en contact avec les parois de la cellule de mélange. Néanmoins si milieu granulaire est entraîné dans une rotation en bloc, les agrégats finissent par être dispersés, d'autant plus efficacement que le diamètre de la tige est important. La diminution de la compacité, contrairement à l'effet mélioratif qu'il apporte sur la dispersion dans la région centrale, est moins favorable à la dispersion à la périphérie.

Nous avons également mis en évidence un mouvement de rotation inverse en bloc pour la trajectoire de l'intrus à 3 ellipses contribuant à améliorer la dispersion des particules. Une première explication de cette rotation a été exposée mais le mécanisme précis reste à quantifier.

Dans une deuxième partie, nous avons utilisé l'écart-type  $\sigma_m$  du champ de concentration en petites particules pour étudier les échelles spatiales d'hétérogénéités dans le système. On montre que plus l'échelle d'observation est petite, plus il est difficile d'obtenir une bonne dispersion ( $\sigma_m$  faible). De plus, la mesure de  $\sigma_m$  permet de déterminer des durées de mélange optimales en fonction d'une échelle d'homogénéisation donnée. Enfin, à l'état final (1000 cycles de mélange), on montre que la qualité spatiale de la dispersion à petite échelle varie peu avec le changement des divers paramètres expérimentaux.

Dans le chapitre qui suit, puisque le mélange est relié à la capacité de l'intrus à déplacer des particules, nous tentons d'apporter des explications plus fines des observations sus-mentionnées en étudiant la cinématique du milieu granulaire (champs de déplacement notamment).

## Chapitre 8

# Origine de la dispersion : cinématique du milieu granulaire

Les cycles courts, i.e. les expériences où le milieu granulaire, traversé par la tige mélangeuse (l'intrus) est filmé à haute fréquence fournissent une description de la cinématique du milieu à l'échelle de la particule. Dans cette partie, nous nous intéressons à cette cinématique dans une zone carrée centrée sur l'intrus avec pour objectifs principaux de caractériser la portée des perturbations ainsi que l'expression continue des déplacements induits dans le milieu. Ces informations devraient apporter une première couche d'explication des différentes dynamiques de mélange relevées dans la chapitre précédent. Le milieu est homogène (petites et grandes particules sont mélangées) et les longueurs sont adimensionnées par le diamètre moyen  $\tilde{d} = \frac{d_g + d_p}{2}$  - la zone centrée autour de l'intrus a une taille de  $41\tilde{d} * 41\tilde{d}$ .

### Sommaire du chapitre

---

<b>8.1</b>	<b>Choix d'une échelle spatiale de moyennage des champs discrets</b>	<b>134</b>
8.1.1	Méthodologie	134
8.1.2	Observations qualitatives	135
8.1.3	Profils de déplacement	137
<b>8.2</b>	<b>Choix d'une échelle temporelle de moyennage des champs discrets</b>	<b>139</b>
8.2.1	Méthodologie	139
8.2.2	Profils de déplacement	140
<b>8.3</b>	<b>Portée des écoulements</b>	<b>143</b>
8.3.1	Methodologie	143
8.3.2	Portée et taille de l'intrus	143
8.3.3	Portée et compacité globale du milieu	146
<b>8.4</b>	<b>Profils de déplacement</b>	<b>149</b>
8.4.1	Déplacement axial $\hat{u}_y(x = 0, y > 0)$ en amont de l'intrus	149
8.4.2	Déplacement axial $\hat{u}_y(x = 0, y < 0)$ en aval de l'intrus	149
8.4.3	Déplacement axiaux à droite $\hat{u}_y(x > 0, y = 0)$ et à gauche $\hat{u}_y(x < 0, y = 0)$ de l'intrus	151

---

## 8.1 Choix d'une échelle spatiale de moyennage des champs discrets

L'une des caractéristiques principales du milieu granulaire est sa granularité observable [18] rendant la séparation floue entre l'état macroscopique et l'état microscopique. Nous désirons appliquer dans cette partie une approche de type *milieu continu* en nous plaçant à un niveau intermédiaire mésoscopique afin d'accéder à une description continue. Cependant, la nature discrète du milieu peut donner des champs assez différents selon l'échelle spatiale d'observation. Dans cette partie, nous étudions comment le choix de cette échelle affecte l'évolution du champ de déplacements dans le milieu.

### 8.1.1 Méthodologie

Nous rappelons que la méthode présentée dans la section 6.2.2 nous permet d'obtenir pour toutes les paires d'images consécutives, le déplacement infinitésimal de chaque particule, en particulier dans une zone carrée de  $41 * 41$  particules <sup>(1)</sup> centrée sur l'intrus. Le passage à une description continue se fait via le moyennage des champs discrets sur des fenêtres prédéfinies à l'intérieur de cette zone centrée sur l'intrus. Dans le travail qui suit, les propriétés suivantes méritent d'être notées :

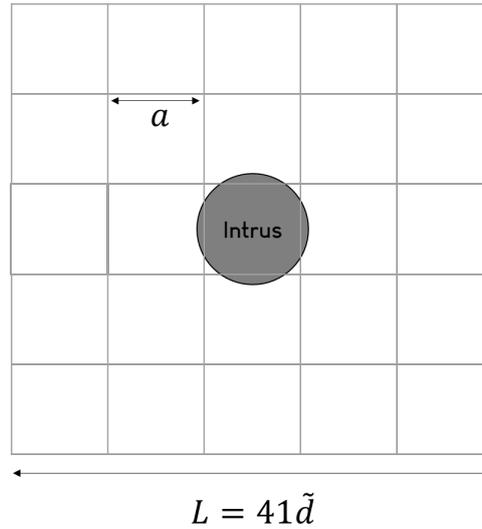
- *les fenêtres de moyennage sont de géométrie carrée* : d'un point de vue numérique, c'est la géométrie qui offre le plus d'aisance dans le maillage de la région.
- A chaque fenêtre ainsi définie, une valeur unique est affectée et correspond à la moyenne des valeurs de champ de toutes les particules dont le centre est localisé dans la fenêtre. D'autres techniques plus élaborées existent pour prendre en compte la distance des particules par rapport au barycentre de la fenêtre [117] mais au premier ordre, nous estimons la moyenne arithmétique suffisante pour l'étude conduite ici.
- *la variable de l'étude est la taille de la fenêtre* : elle sera représentée par le côté  $a$  du carré d'observation. 5 tailles de fenêtres sont étudiées :  $a \in [1.4\tilde{d}, 2\tilde{d}, 2.7\tilde{d}, 3.4\tilde{d}, 4\tilde{d}]$  (figure 8.1). Cette gamme de valeurs est choisie afin d'éviter les fenêtres contenant une seule particule qui seraient trop sensibles aux fluctuations locales et les fenêtres trop grandes qui lisseraient la cinématique à l'excès.

Dans toute cette partie sur le rôle de  $a$ , la trajectoire étudiée est le 8 (2 ellipses) filmée à une fréquence d'acquisition de 10 Hz pour un total de 615 images sur un cycle complet. L'intrus, de diamètre  $d_i = 16 \text{ mm} = 2.8\tilde{d}$  (grand intrus), se déplace en moyenne de  $0.3\tilde{d}$  entre deux images consécutives. La compacité globale est fixée à  $\eta = 0.82$ . Nous notons  $\tilde{d}$ , le diamètre moyen d'une particule,  $\tilde{d} = \frac{d_g + d_p}{2}$ .

Pour chaque taille de fenêtre  $a$ , nous discutons d'abord, qualitativement, la cartographie du champ de déplacement autour de l'intrus. Nous comparons ensuite les profils de déplacement en amont, en aval, à droite et à gauche de ce dernier. Les champs sont moyennés sur toutes les images du cycle complet - l'étude de l'influence du nombre d'images prises en compte dans la moyenne est étudiée plus loin (section 8.2).

---

<sup>(1)</sup>Cette taille est suffisamment grande pour étudier la propagation de la perturbation depuis l'épicentre (centre de l'intrus) jusqu'à son annulation i.e. au-delà de cette taille, les particules sont quasiment statiques dans le reste de la zone de mélange



**Figure 8.1** Illustration de la zone d'étude et des fenêtres de moyennage.

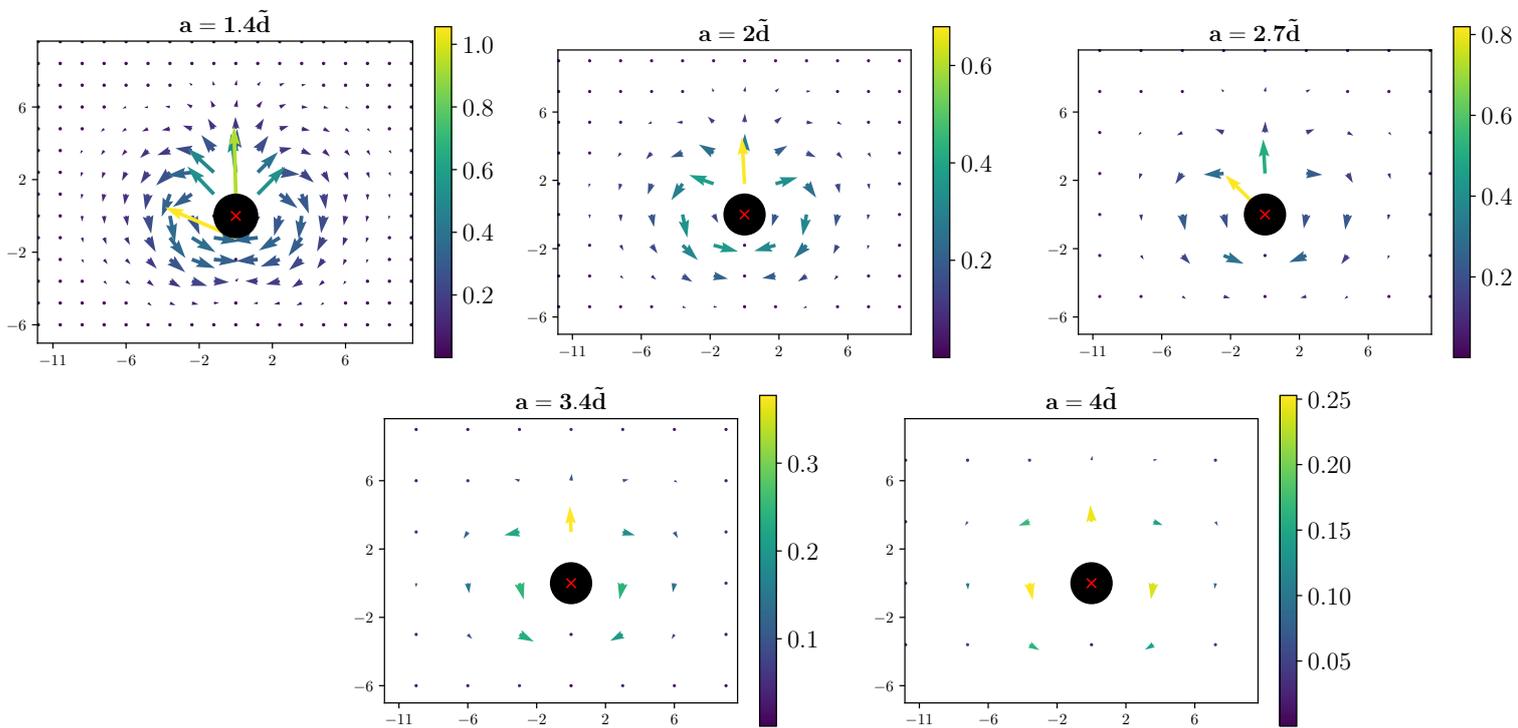
### 8.1.2 Observations qualitatives

Sur la figure 8.2, nous représentons les champs de déplacement (normalisés par le déplacement moyen de l'intrus entre deux images consécutives) pour les 5 tailles de fenêtres  $a$  étudiées. Sur toutes les cartographies, on observe un mouvement de recirculation autour de l'intrus : en amont, les particules sont poussées vers l'avant puis en s'écartant de l'axe de déplacement, elles contournent progressivement l'intrus. Cette recirculation possède la même taille caractéristique (environ  $10\tilde{d}$ ) pour toutes les tailles de fenêtre mais elle est moins visible quand  $a$  augmente. Globalement, le déplacement maximal est obtenu en amont, près de l'intrus. En aval, les particules ont un déplacement quasiment nul. On remarque que cette amplitude maximale décroît aussi avec l'augmentation de  $a$  : pour la petite fenêtre, on enregistre des particules qui se déplacent de la même quantité que l'intrus tandis que la plus grande fenêtre rend seulement compte d'un déplacement maximal correspond à 25% du déplacement de l'intrus.

Qualitativement la structure du mouvement de recirculation obtenue dans notre configuration est en accord avec les travaux précédents notamment ceux sur le déplacement rectiligne d'un intrus dans un milieu granulaire plan [105, 106, 109]. L'annulation du déplacement en aval de l'intrus s'explique par la présence de sillage où il n'existe presque pas de particules surtout pour les faibles valeurs de  $a$ . Le déplacement important enregistré en aval pour  $a = 1.4\tilde{d}$  est en effet une anomalie liée à la petite taille de la fenêtre. De fait, sur plus de 300 paires d'images prises en compte dans l'établissement de la cartographie, seule une paire possédait une particule dans cette zone en aval de l'intrus pour  $a = 1.4\tilde{d}$ . Sa valeur n'est donc pas représentative. Cette anomalie impose ainsi la nécessité d'établir une taille minimale de fenêtre pour limiter la prise en compte de phénomènes isolés en moyennant sur un nombre représentatif de particules.

La diminution de l'amplitude maximale avec l'augmentation de  $a$  est statistiquement justifiée. En effet, le maximum de déplacement est obtenu dans le proche voisinage de l'intrus, en amont. Pour les petites fenêtres à proximité de l'intrus, seules les particules proches de sa paroi sont prises en compte, ce qui contribue à augmenter le maximum local moyen. Pour les grandes fenêtres, la zone couverte étant plus importante, des particules de plus faible déplacement sont aussi prises en compte : l'amplitude maximale moyenne diminue. En résumé, l'amplitude maximale locale moyenne diminue parce qu'on s'éloigne du centre de la perturbation.

Dans le paragraphe qui suit, nous comparons les profils de déplacement pour les 5 tailles de



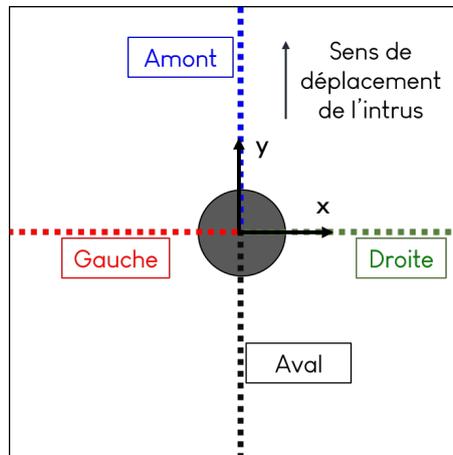
**Figure 8.2** Cartographie du champ de déplacement des particules pour différentes tailles de fenêtre de moyennage. Le centre de l'intrus est représenté par la croix rouge ( $x$ ), localisé en  $(0,0)$ . Les dimensions des axes sont normalisées par le diamètre moyen  $\tilde{d}$  et les déplacements sont normalisés par le module de déplacement de l'intrus - Trajectoire en 2 ellipses,  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ .

fenêtre afin d'évaluer si le changement de taille capture des dynamiques différentes.

### 8.1.3 Profils de déplacement

#### Méthodologie

Comme introduit dans la section 8.1.1, nous étudions les déplacements sur 4 profils clés, en amont, en aval, à droite et à gauche de l'intrus qui, à eux 4, sont suffisamment représentatifs de la cinématique du milieu. Le repère d'étude est le repère orthonormé direct lié au centre de l'intrus avec son sens de déplacement pris comme axe  $y$  positif. Les coordonnées  $\frac{r}{\tilde{d}}$  sont donc positives en amont et à droite et négatives en aval et à gauche et les déplacements ont un signe dans ce repère (figure 8.3) -  $r$  étant la distance radiale par rapport au centre de l'intrus.



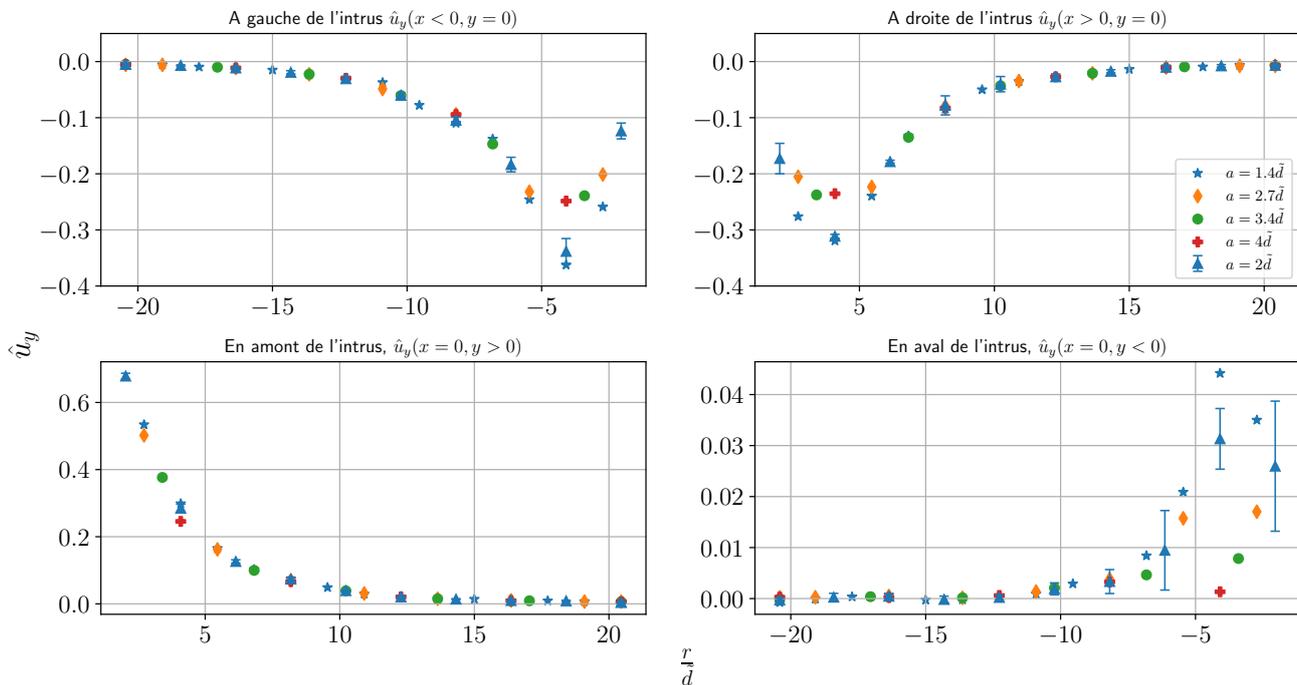
**Figure 8.3** Illustration des profils sur lesquels les déplacements sont étudiés ainsi que du repère général d'étude, mobile avec le déplacement de l'intrus.

Tous les déplacements sont des déplacements normalisés par le module de déplacement de l'intrus. Nous étudions donc en réalité, les ratios de déplacement  $\hat{u}_x = \frac{u_x}{\|\vec{u}_i\|}$  dans le sens transversal et  $\hat{u}_y = \frac{u_y}{\|\vec{u}_i\|}$  dans le sens longitudinal avec  $u_x, u_y$  respectivement les composantes algébriques en  $x$  (transversales) et en  $y$  (longitudinales) du vecteur déplacement et  $\vec{u}_i$  le vecteur déplacement de l'intrus.

#### Déplacements longitudinaux $\hat{u}_y$

Sur la figure 8.4, nous présentons les déplacements longitudinaux. Globalement, les points s'alignent bien pour toutes les tailles de fenêtre sauf peut être dans le très proche voisinage de l'intrus où on observe par ailleurs la présence d'une bosse sur les profils de déplacement (sauf en amont). Pour toutes les valeurs de  $a$ , les particules semblent ne plus se déplacer au-delà de  $20\tilde{d}$ . Ce seuil est plus petit en aval de l'intrus où les déplacements sont intrinsèquement plus faibles.

Proche de l'intrus, la différence observée pour les différentes tailles pourrait être liée à la friction avec l'intrus. De plus, les barres d'erreur (tracées pour  $a = 2\tilde{d}$ ) indiquent que cette différence n'est pas liée à la taille de la fenêtre d'observation mais traduit la forte fluctuation intrinsèque à l'écoulement dans cette région. En aval de l'intrus, où les déplacements sont déjà très faibles à cause de la présence du sillage, la sensibilité aux fluctuations est plus forte : les écarts sont plus importants dans le voisinage de l'intrus. Nous rappelons que dans cette partie, nous nous conten-



**Figure 8.4** Profils de déplacement longitudinaux en amont, en aval, à gauche et à droite en fonction de la taille de la fenêtre.  $r$  est la distance radiale par rapport au centre de l'intrus. Le centre de l'intrus ( $d_i = 2.8\tilde{d}$ ) est localisé en 0. Les barres d'erreur sont tracées uniquement pour la taille de fenêtre  $a = 2\tilde{d}$ .

tons uniquement d'une comparaison qualitative des profils de déplacement, ils sont discutés plus amplement dans la section 8.4.

### En résumé

L'exploration de l'influence des échelles spatiales d'observation montre que dans notre configuration, les champs de déplacements restent cohérents d'une taille de fenêtre à l'autre - les déplacements transversaux  $\hat{u}_x$  présentés en annexe C.1 se superposent aussi bien pour les différentes fenêtres spatiales de moyennage. Les fluctuations locales et rapides sont donc lissées efficacement par ce type de moyennage. On a montré néanmoins que pour  $a = 1.4\tilde{d}$ , quelques anomalies liées au faible nombre de particules dans les fenêtres peuvent survenir ; dans la suite de ce manuscrit, sauf précisé autrement, nous travaillons par conséquent avec la fenêtre de moyennage  $a = 2\tilde{d}$  soit une échelle spatiale d'observation de près de 4 particules.

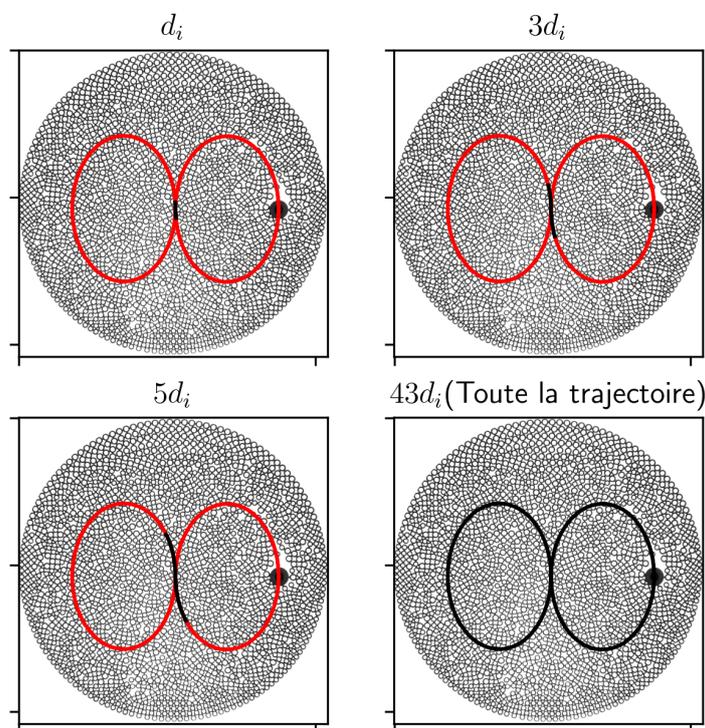
**Lien entre recirculation et mélange :** cette partie a permis de mettre en évidence des lignes de courants cohérentes de recirculation qui partent en amont de l'intrus pour se terminer en aval : on obtient en conséquence, une réorganisation préférentielle des particules dans l'axe de déplacement de l'intrus. Ceci justifie a posteriori les observations faites sur l'état du mélange notamment dans la section 7.2.3 où on compare différentes trajectoires ( $8, 8^{(2)}, 8^{(3)}$ ) d'intrus. Les particules suivaient alors fidèlement et de façon systématique le pourtour des trajectoires.

## 8.2 Choix d'une échelle temporelle de moyennage des champs discrets

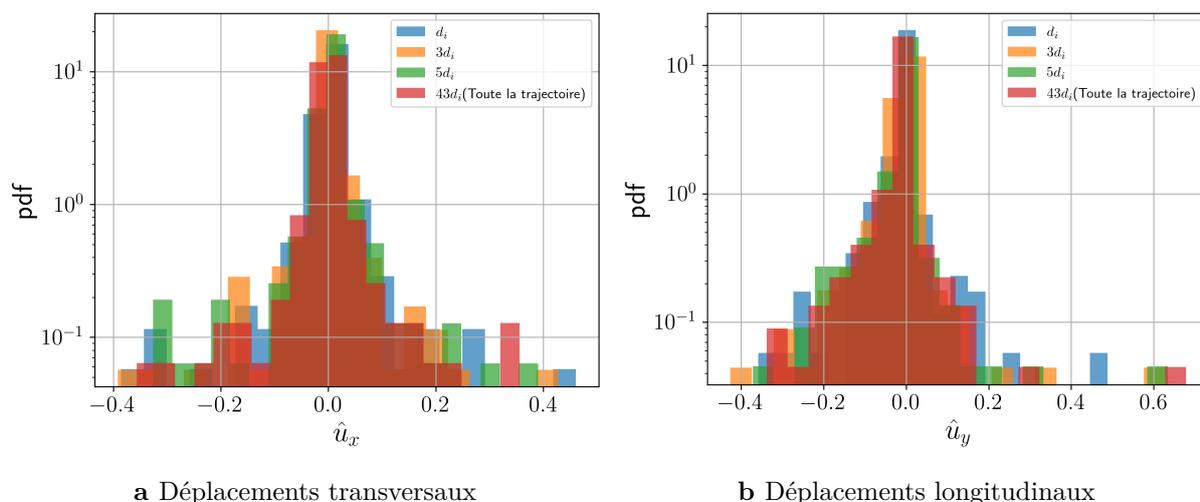
L'existence de chaînes de contact instables et intrinsèquement variables peut rendre le mouvement des particules hautement fluctuant dans le temps [118, 119]. En régime stationnaire, il est courant de moyenner sur une échelle de temps afin d'avoir des résultats cohérents. Il a été montré que cette échelle de temps peut être déterminante dans la distribution des champs calculés [120] mais aucune règle explicite n'existe sur le choix de cette échelle puisqu'elle dépend de la configuration à l'étude et des phénomènes que l'on désire observer. Nous nous proposons dans cette partie, dans la continuité de l'étude de l'échelle spatiale, d'évaluer l'influence de l'échelle de temps de moyennage sur la qualité des champs de déplacement.

### 8.2.1 Méthodologie

La trajectoire de référence reste le 8 (2 ellipses),  $d_i = 2.8\tilde{d}$ ,  $\eta = 0.82$ . La variable expérimentale, cette fois-ci, est le nombre d'images sur lequel les champs moyens sont calculés. Ce nombre d'images peut être exprimé en distance parcourue par l'intrus. Afin de nous affranchir des effets de bords, nous étudions des portions de trajectoire au centre de la cellule, correspondant à des distances parcourues par l'intrus de  $[d_i, 3d_i, 5d_i, 43d_i]$ , segments noirs sur la figure 8.5.  $43d_i$  correspond à la moyenne classique sur la totalité des images de la trajectoire de l'intrus.



**Figure 8.5** Illustration des distances sur lesquelles sont moyennés les champs de déplacement, exprimées en termes de diamètres d'intrus parcourus. Les segments en noir correspondent aux portions de trajectoire sur lesquelles le moyennage temporel est effectué.



**Figure 8.6** pdf des distributions des déplacements longitudinaux et transversaux pour les 4 échelles de temps de moyennage étudiées.

## 8.2.2 Profils de déplacement

### Distribution des déplacements

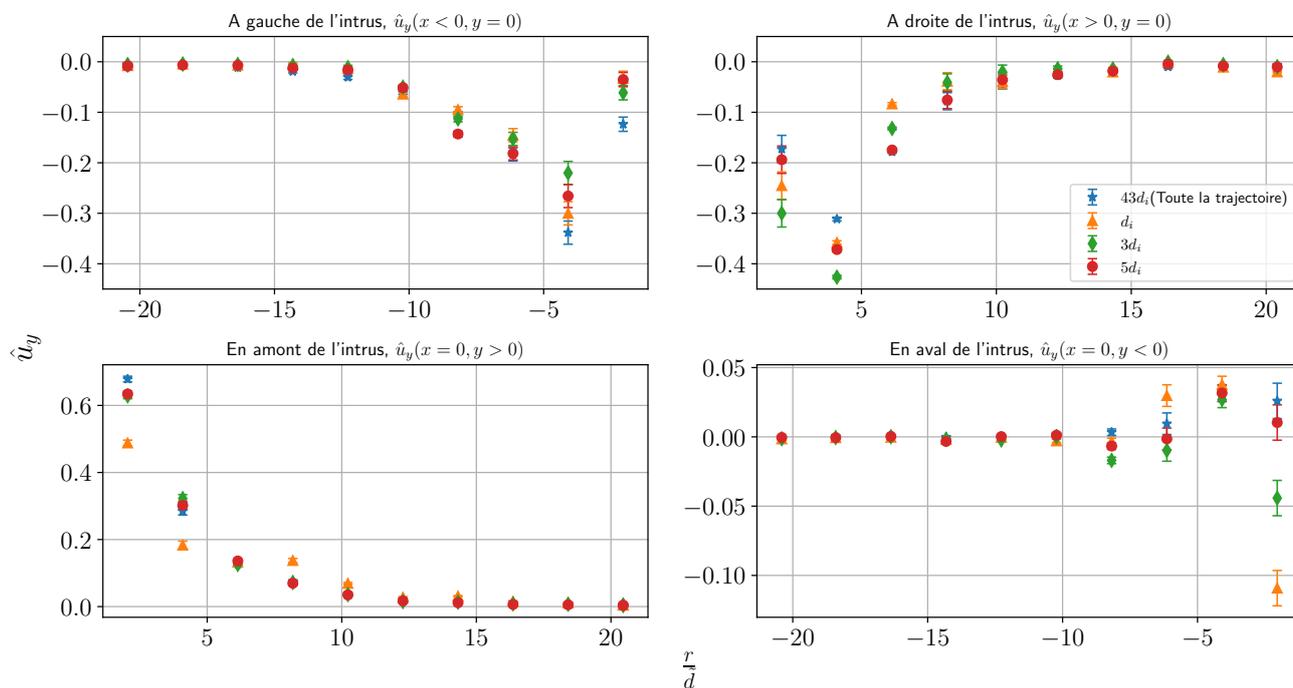
Une première façon d'évaluer globalement l'impact du changement d'échelle de temps sur la cinématique est de comparer les pdf des champs discrets de déplacement [120]. Ils sont tracés sur la figure 8.6 pour  $\hat{u}_x$  et  $\hat{u}_y$ . On y observe globalement une invariance des amplitudes et de la distribution des déplacements. On note également l'asymétrie de la distribution  $\hat{u}_y$ . La population est marquée pour  $\hat{u}_y < 0$  du fait des recirculations importantes à cette compacité.

Les déplacements de particules restent donc similaires durant le déplacement de l'intrus et le régime est bien stationnaire. Le changement de cette distribution est le plus souvent lié aux phénomènes d'intermittence avec des transferts très localisés de quantité de mouvement et aux mouvements désorganisés ressemblant à de la turbulence [120, 121]. La cohérence obtenue dans notre configuration indiquerait l'inexistence de ces phénomènes dans le milieu aux échelles de temps sondées ici. Afin de nous assurer de l'invariance, nous analysons tout de même les profils de déplacement de façon similaire à ce qui a été fait dans la section 8.1.3.

### Profils de déplacement

Sur les profils de déplacements longitudinaux  $\hat{u}_y$  présentés sur la figure 8.7, les différences liées aux changements d'échelles de temps semblent plus prononcées que celles mises en évidence pour les échelles spatiales. Cette observation se précise dans la proximité de l'intrus ( $\leq 5\tilde{d}$ ) où les fluctuations sont plus marquées. Dans cette région, les valeurs de champs semblent converger vers celles retrouvées pour l'échelle  $43d_i$  et si une tendance générale de convergence ne peut pas être dégagée, les plus grands écarts sont observés entre l'échelle  $d_i$  et l'échelle  $43d_i$  pour les profils de déplacement longitudinaux. Ces écarts se retrouvent sur les déplacements transversaux <sup>(2)</sup> dans la proximité de l'intrus, notamment en aval de l'intrus avec la présence du sillage. Ceux-ci de base, plus sensibles aux fluctuations locales ont tendance à davantage subir l'impact de l'échelle de temps de moyennage. **Toutes les observations indiquent en résumé que :**

<sup>(2)</sup>  $\hat{u}_x$  peut être consulté en annexe C.2



**Figure 8.7** Profils de déplacement longitudinaux en amont, en aval, à gauche et à droite en fonction de l'échelle de temps de moyennage.  $r$  est la distance radiale par rapport au centre de l'intrus. Le centre de l'intrus ( $d_i = 2.8\tilde{d}$ ) est localisé en 0.

- La cinématique dans le voisinage de l'intrus est fluctuante et est dépendante des réarrangements particuliers locaux. Statistiquement, une moyenne sur une grande échelle de temps permet d'atténuer ces fluctuations. Au-delà néanmoins de  $5\tilde{d}$  où la dynamique de réarrangement est moins importante, la stationnarité peut être considérée comme totalement acquise (pour la taille d'intrus étudiée ici).
- On peut remarquer qu'à partir de l'échelle de moyennage  $5d_i$  notamment pour les déplacements longitudinaux, l'écart des valeurs avec la référence ( $43d_i$ ) commence à notablement s'atténuer. Nous choisissons donc pour la suite de ce travail de nous placer a minima à cette échelle pour les moyennes temporelles.

**Lien avec le mélange :** dans la section 7.2.4, nous avons déjà montré, sur les premiers instants, le caractère quasiment réversible de l'état du mélange avec la trajectoire 8AR : les particules semblaient reprendre leur position initiale après un aller-retour de l'intrus. Néanmoins, sur des temps longs, une bonne dispersion s'établit. Le caractère stationnaire du champ de déplacement mis en évidence ici, explique cette réversibilité initiale : que ce soit à l'aller comme au retour, l'intrus déplace les particules de la même façon. La dépendance vis-à-vis de l'arrangement local des particules fluctuant entre l'aller et le retour, explique quant à elle, pourquoi sur des temps longs, cette réversibilité est perdue.

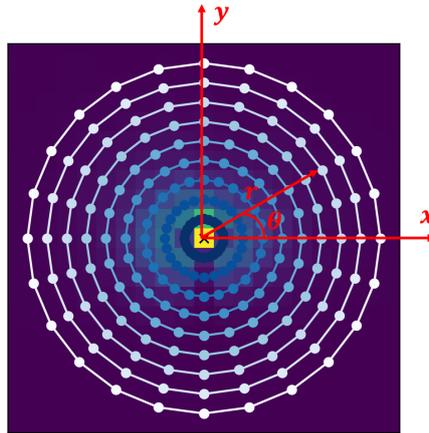
La détermination des échelles spatiales et temporelles de moyennage permettent désormais de décrire plus sereinement la cinématique du milieu suivant une approche continue. Nous étudions dans les prochains paragraphes, en premier lieu la portée globale des perturbations dans le milieu et ses dépendances physiques avant d'aborder la formulation des lois de déplacement sur les profils amont, aval, gauche et droite (quand cela est possible). Nous rappelons que désormais nous maintenons la fenêtre spatiale de moyennage à  $\mathbf{a} = 2\tilde{d}$  et l'échelle de moyennage temporelle est toujours supérieure à  $20d_i$ .

### 8.3 Portée des écoulements

La portée de la perturbation générée par l'intrus est un indicateur de la mobilisation des particules à distance de l'intrus et renseigne sur l'efficacité potentielle du mélange. Dans ce paragraphe, nous caractérisons la portée des déplacements en fonction de la taille de l'intrus ainsi qu'avec la compacité globale du milieu.

#### 8.3.1 Methodologie

Nous utilisons le module  $\hat{u} = \sqrt{\hat{u}_x^2 + \hat{u}_y^2}$  comme mesure de la perturbation. Le mouvement autour de l'intrus étant essentiellement de la recirculation, une géométrie polaire  $(r, \theta)$  est adaptée à la description (figure 8.8). Sur des cercles concentriques centrés sur l'intrus, en se servant des cartographies moyennées, il est possible dans un premier temps, pour chaque profil circulaire de rayon  $r$  d'analyser la variation de  $\hat{u}$  en fonction de  $\theta$ . Sur la base de ces premières données, pour chaque profil circulaire, nous calculons une valeur moyenne de  $\hat{u}$  qu'on désignera par  $\tilde{u}$  qui traduit l'amplitude moyenne des déplacements à une distance  $r$  du centre de l'intrus. La portée sera donc modélisée par l'évolution de  $\tilde{u}$  en fonction de  $r$ .

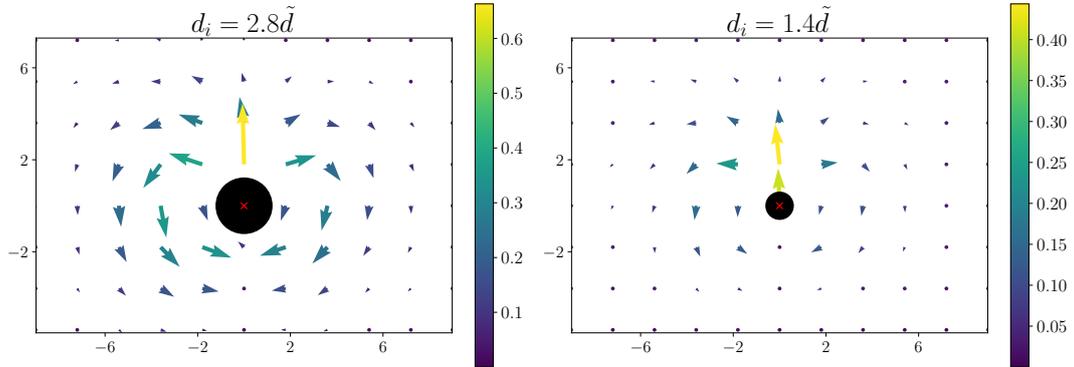


**Figure 8.8** Profils concentriques de rayons  $r$  pour suivre l'amplitude  $\hat{u}$  des déplacements avec l'éloignement au centre de l'intrus.

#### 8.3.2 Portée et taille de l'intrus

Nous étudions la portée de l'écoulement pour 2 diamètres différents d'intrus  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$  - trajectoire en 3 ellipses,  $\eta = 0.82$ . Le champ de déplacement normalisé par le module de déplacement de l'intrus est présenté sur la figure 8.9. Pour les deux intrus, on observe bien un mouvement de recirculation s'étalant latéralement de  $-6\tilde{d}$  à  $6\tilde{d}$ . Qualitativement, les portées d'écoulement semblent ne pas beaucoup varier avec le diamètre de l'intrus, seules les amplitudes absolues changent avec des déplacements plus importants pour l'intrus de grande taille. De plus, avec la diminution de l'amplitude, on observe une plus forte atténuation du mouvement de recirculation notamment dans la zone  $[\pi, 2\pi]$  (en aval) pour l'intrus de petite taille, ce qui accentue l'asymétrie de la distribution des déplacements autour de l'intrus.

Afin d'obtenir une mesure quantitative des déplacements autour des intrus, nous traçons les profils d'évolution de  $\hat{u}$  pour différents  $r$  sur la figure 8.10 en fonction de  $\theta$ . Il est à noter que  $\theta = \frac{\pi}{2}$  correspond à l'axe  $y > 0$  en amont de l'intrus. Indépendamment de la position azimutale



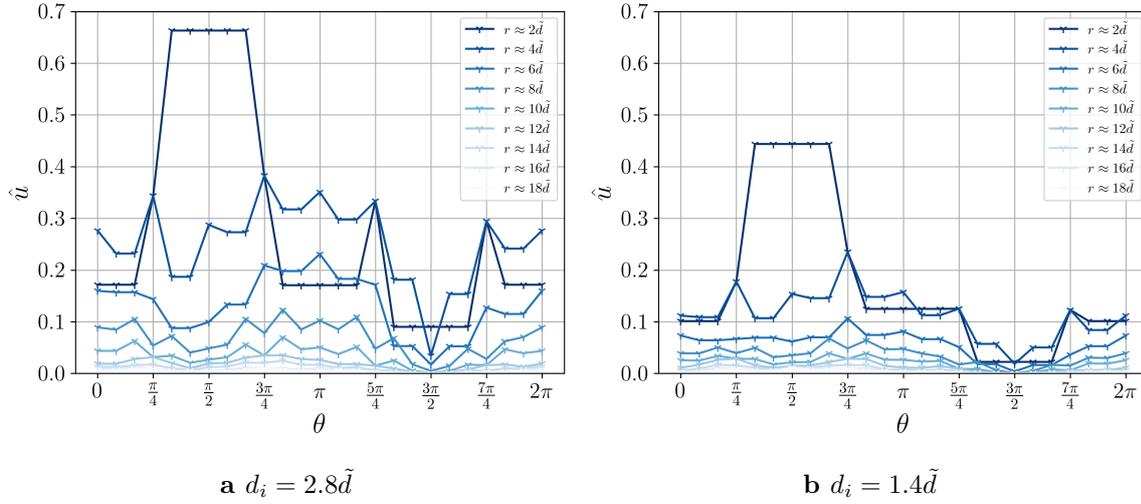
**Figure 8.9** Champ de déplacement autour des intrus (disques noirs) - trajectoire à 3 ellipses -  $\eta = 0.82$ . Les déplacements sont normalisés par le module de déplacement de l'intrus. (Les flèches sont agrandies pour faciliter la lecture).

$\theta$ , on remarque globalement une diminution de l'intensité du déplacement au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'intrus (pour  $r$  croissant). Toutefois, au voisinage immédiat de l'intrus ( $r = \frac{d_i}{2}$ ), le déplacement n'est pas toujours maximal - notamment dans les secteurs angulaires ( $[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$  et  $[\frac{7\pi}{4}, 2\pi]$ ). Par ailleurs, quelle que soit la position radiale  $r$ , le minimum de déplacement est observé dans le sens opposé au déplacement de l'intrus selon l'axe  $\theta = \frac{3\pi}{2}$ .

Il ressort de ces observations que la quantité de mouvement maximale n'est pas toujours transmise aux particules attenantes à l'intrus mais qu'un espace de quelques particules peut séparer les côtés de l'intrus de la zone de plus grand déplacement. La friction avec la paroi de l'intrus serait à l'origine de cette diminution d'amplitude dans le voisinage de l'intrus à gauche et à droite là où, les particules se déplacent dans le sens opposé à l'intrus. De plus, la présence du sillage derrière la tige n'entraîne qu'une présence intermittente de particules et donc une réduction importante de mouvement. On attend aussi de la confluence des deux flux latéraux opposés derrière le sillage, qu'ils aboutissent à un déplacement latéral moyen nul dans la région. Ce dernier fait couplé à un déplacement axial fondamentalement faible expliqueraient le creux observé en aval de l'intrus sur les différents profils sur la figure 8.10.

Quant à la topologie des amplitudes, les observations indiquent que la perturbation engendrée par le déplacement de la tige est nettement plus marquée dans la moitié supérieure - par rapport à son sens de déplacement - et qu'elle s'estompe progressivement dans la moitié inférieure quand on converge vers le sillage. Qualitativement, les allures restent identiques pour les deux diamètres d'intrus. Quantitativement, les particules sont davantage mobilisées pour le grand diamètre que pour le petit (maxima plus importants à proximité de l'intrus).

Malgré l'asymétrie (anisotropie) des amplitudes de déplacement autour de l'intrus, dans le but d'établir une première loi globale de la portée en fonction de la position radiale, nous traçons l'évolution de la valeur moyenne du module sur les profils en fonction de  $r$  (figure 8.11). Les résultats apportent la confirmation quantitative de la meilleure transmission du mouvement par l'intrus de grand diamètre aux particules. En absolu, pour le même déplacement des intrus, les particules dans le proche voisinage réussissent à se déplacer environ deux fois plus avec le grand intrus qu'avec le petit. Ce décalage à l'origine est de façon surprenante le seul point



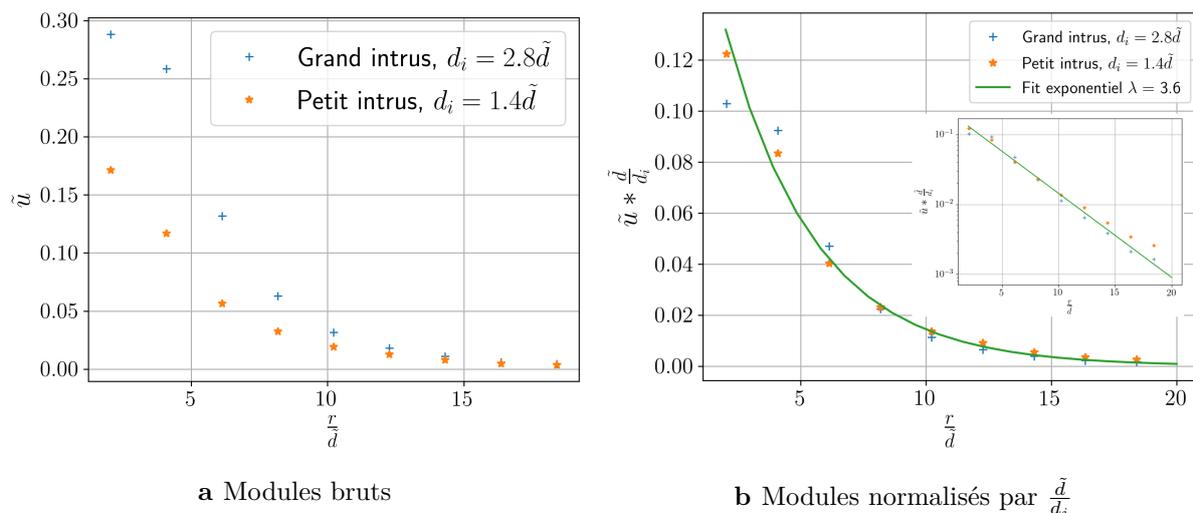
**Figure 8.10** Profils  $\hat{u} = f(\theta)$  pour différents  $r$  - deux tailles d'intrus  $d_i \in [1.4\tilde{d}, 2.8\tilde{d}]$ , compacité globale  $\eta = 0.82$ .

différenciant les deux intrus puisque par ailleurs, les zones d'influence (les portées) restent les mêmes. Une normalisation par le diamètre de l'intrus permet d'ajuster tous les points sur la même exponentielle décroissante avec une distance caractéristique  $\lambda = 3.6\tilde{d}$  notamment dans la zone  $\leq 10\tilde{d}$ .

La constance de cette distance d'atténuation caractéristique avec la taille de l'intrus montre que la propagation de la perturbation est davantage liée aux propriétés du milieu qu'aux propriétés de l'intrus qui ne déterminent finalement que l'amplitude dans le proche voisinage pour la gamme des paramètres explorés ici. Un argument surfacique permet d'expliquer par ailleurs ce déterminisme. En effet, la surface de contact avec le milieu étant plus importante avec le grand intrus qu'avec le petit, les mêmes déplacements de centre d'intrus entraînent un contact plus long dans le temps avec les particules immédiates pour la grande tige. Ce cumul cinématique dans le temps occasionne par conséquent des déplacements plus importants. On peut à ce stade de l'analyse écrire  $\tilde{u}$  sous la forme 8.1 :

$$\tilde{u}(r) = K d_i \exp\left(\frac{-r}{\lambda}\right) \quad (8.1)$$

Avec  $K, \lambda$  des constantes dépendant du milieu granulaire.



**Figure 8.11** Module moyen des déplacements  $\tilde{u}$  en fonction de la distance au centre de l'intrus pour les 2 tailles d'intrus,  $d_i \in [1.4\tilde{d}, 2.8\tilde{d}]$ ,  $\eta = 0.82$ .

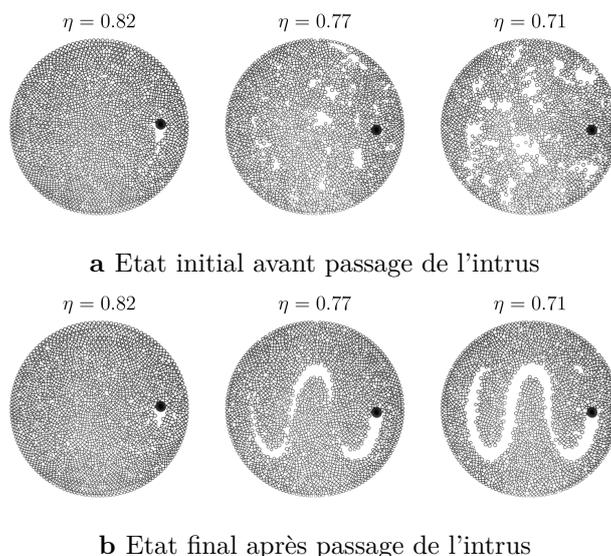
**Lien avec le mélange :** dans la section 7.2.1 où l'on comparait l'influence de la taille de l'intrus sur l'état du mélange, on observait notamment une agrégation de particules le long du pourtour des trajectoires, plus marquée pour le petit intrus que pour le grand. Et nous venons de montrer que l'avancée du grand intrus conduit à des déplacements plus importants des particules environnantes, comparés à ceux provoqués par le petit intrus. Ces nouveaux résultats viennent donc montrer que la structuration de l'agrégation sur le pourtour des trajectoires de l'intrus est davantage causée par la différence d'amplitudes de déplacement générées par les deux intrus. Les portées quant à elles, restent invariantes. Cette différence d'amplitudes serait aussi la raison pour laquelle la périphérie de la cellule de mélange en rotation, est mieux mélangée avec le grand intrus qu'avec le petit (7.3.2). Par ailleurs, nous disposons désormais d'une distance caractéristique de portée ( $4\tilde{d}$ ) pour concevoir des trajectoires d'intrus conduisant à une dispersion efficace partout. En augmentant le nombre d'ellipses par exemple i.e. rapprochement des pourtours de la trajectoire, on doit s'attendre à une intersection des zones d'influence du cisaillement de l'intrus affectant la façon dont seront dispersées les particules.

Parmi les paramètres milieu les plus cruciaux, nous nous proposons d'étudier dans le prochain paragraphe l'effet de la compacité sur la portée et particulièrement sa loi de décroissance.

### 8.3.3 Portée et compacité globale du milieu

Le diamètre de l'intrus est fixé à  $d_i = 2.8\tilde{d}$ . Nous faisons varier la compacité globale du milieu en enlevant des particules. Nous rappelons que la compacité générale est calculée d'après la formule 5.1. La compacité  $\eta$  est prise dans la gamme  $[0.82, 0.77, 0.71]$ . La limite supérieure correspond à la compacité au-delà de laquelle on commence à avoir des phénomènes de blocage dans le milieu et la compacité minimale est celle à partir de laquelle le sillage ne se referme plus du tout derrière l'intrus. Nous illustrons les états initiaux (avant passage de l'intrus) et finaux (après passage de l'intrus) sur la figure 8.12.

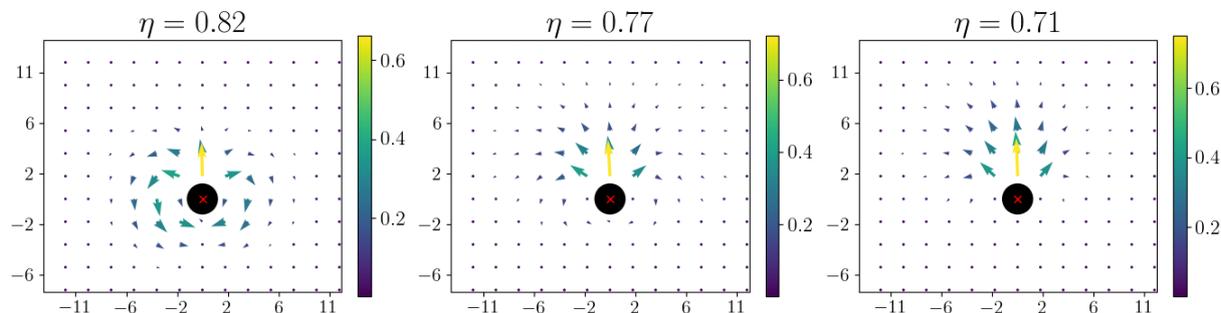
Le champ de déplacement induit autour de l'intrus, normalisé par le module de déplacement de l'intrus est présenté sur la figure 8.13. Un premier effet visible de la réduction de la compacité



**Figure 8.12** Aperçus de l'état du milieu granulaire aux différentes compacités étudiées.

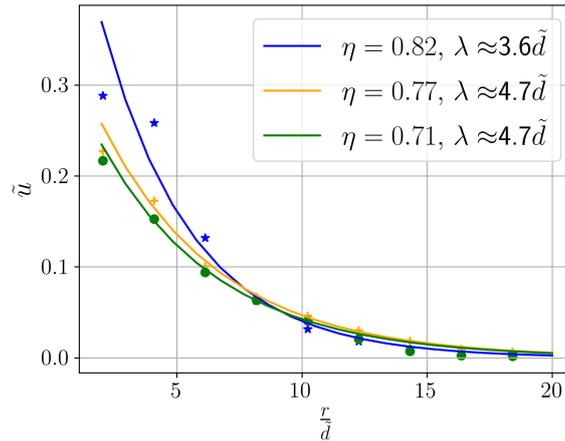
est la diminution de l'amplitude du déplacement dans la région avale  $[\pi, 2\pi]$  - l'amplitude  $y$  est quasiment nulle pour  $\eta = 0.71$ . A l'opposé dans la partie amont, notamment selon l'axe de déplacement de l'intrus ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ), la diminution de la compacité semble engendrer des amplitudes de déplacement plus importantes. La recirculation est moins prononcée quand  $\eta$  décroît.

En effet, au passage de l'intrus, les particules en amont sont poussées vers l'avant puis chassées sur le côté. Cependant la faible compacité globale autorise une simple compaction frontale sans induire de mouvement vers l'arrière de l'intrus, contrairement aux expériences à plus forte compacité. En amont, néanmoins, la réduction de compacité, en entrainant plus d'espace poral dans le milieu autorise un plus grand déplacement des particules au passage de l'intrus. Ces faits résultent en une augmentation d'amplitude dans le secteur  $[0, \pi]$  contre une diminution entre  $\pi$  et  $2\pi$ . C'est cette différence en amont et en aval qui accentue l'anisotropie du mouvement de recirculation. Nous essayons tout de même d'estimer  $\tilde{u}$  afin d'analyser comment la compacité intervient dans l'équation 8.1.



**Figure 8.13** Champ de déplacement autour de l'intrus (disques noirs) pour 3 compacités globales différentes  $\eta \in [0.82, 0.77, 0.71]$ - trajectoire à 3 ellipses -  $d_i = 2.8\tilde{d}$ . Les déplacements sont normalisés par le module de déplacement de l'intrus. (Les flèches sont agrandies pour faciliter la lecture).

L'évolution de  $\tilde{u}$  avec  $r$  est représentée sur la figure 8.14. En dépit de l'atténuation des amplitudes observée derrière l'intrus, on peut remarquer qu'au global,  $\lambda$  augmente avec la baisse de compacité dans le milieu. Nous ne sommes néanmoins pas en mesure de formuler une loi de décroissance  $\lambda = f(\eta)$  en raison du faible nombre de points exploitables. Si la portée semble augmenter avec la dilution du milieu, l'amplitude moyenne en début de chaîne au voisinage de l'intrus, quant à elle, diminue avec la baisse de compacité en raison de la faible intensité des courants de recirculation.



**Figure 8.14** Module moyen des déplacement  $\tilde{u}$  en fonction de la distance au centre de l'intrus pour les 3 compacités étudiées  $\eta \in [0.82, 0.77, 0.71]$ - trajectoire à 3 ellipses -  $d_i = 2.8\tilde{d}$ .

**Lien avec le mélange :** Nous avons montré que la dispersion (au sens de  $\Delta$ ) dans la zone centrale, était plus rapide avec la diminution de compacité globale du milieu (section 7.2.2). Ces nouveaux résultats viennent confirmer que ceci est lié à l'augmentation de l'espace poral qui accroît la portée du cisaillement de l'intrus. Néanmoins, ceci se fait au détriment de l'amplitude de la recirculation, qui est responsable du mélange à la périphérie : en conséquence, la qualité de la dispersion diminue en périphérie avec la diminution de la compacité (section 7.3.3).

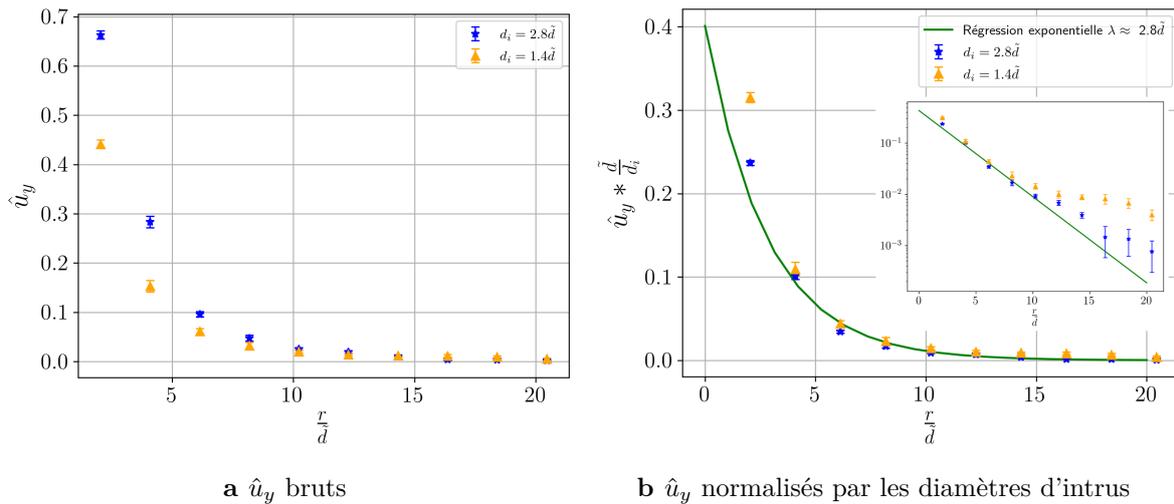
Par l'étude de  $\hat{u}$ , nous avons donné une vision globale de la cinématique autour de l'intrus, en ignorant l'anisotropie des déplacements autour de celui-ci. Nous précisons donc l'analyse en étudiant dans le paragraphe qui suit, l'évolution des déplacements sur des profils spécifiques en l'occurrence en amont, en aval, à gauche et à droite de l'intrus identiquement à ce qui a été proposé dans la section 8.1.3 et illustré sur la figure 8.3.

## 8.4 Profils de déplacement

Pour chaque profil, il s'agit d'étudier comment le champ de déplacement est impacté par la taille d'intrus ainsi que la compacité du milieu. Les déplacements transversaux  $\hat{u}_x$  étant intrinsèquement faibles, nous présentons uniquement les résultats pour les déplacements axiaux  $\hat{u}_y$ .

### 8.4.1 Déplacement axial $\hat{u}_y(x = 0, y > 0)$ en amont de l'intrus

Sur les courbes non-normalisées (figure 8.15a), l'amplitude de déplacement dans le proche voisinage de l'intrus est plus importante pour  $d_i = 2.8\tilde{d}$  que pour  $d_i = 1.4\tilde{d}$  avec un ratio proche de 2. Néanmoins, au-delà de  $10\tilde{d}$ , cette amplitude est quasiment nulle indépendamment de la taille d'intrus. En deçà de cette distance, on peut ajuster les observations normalisées sur une exponentielle avec une distance caractéristique de  $2.8\tilde{d}$  - soit le diamètre du grand intrus (figure 8.15b). On peut toutefois remarquer qu'au-delà de  $10\tilde{d}$ , un changement de comportement cinématique s'opère autant pour le grand que pour le petit intrus avec une décroissance visiblement plus rapide pour le grand intrus. L'évolution exponentielle corrobore ce qui a été établi pour la portée moyenne avec une indépendance de  $\lambda$  vis-à-vis du diamètre de l'intrus.

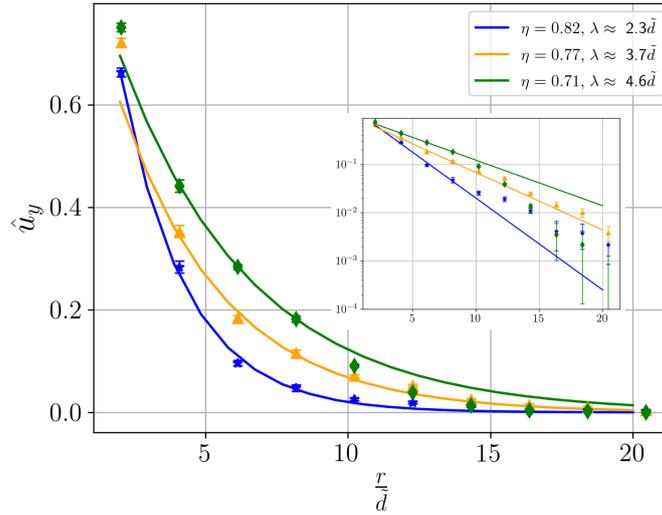


**Figure 8.15** Profils de déplacement  $\hat{u}_y(x = 0, y > 0)$  en amont de l'intrus pour les 2 tailles d'intrus  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$ ,  $\eta = 0.82$ .

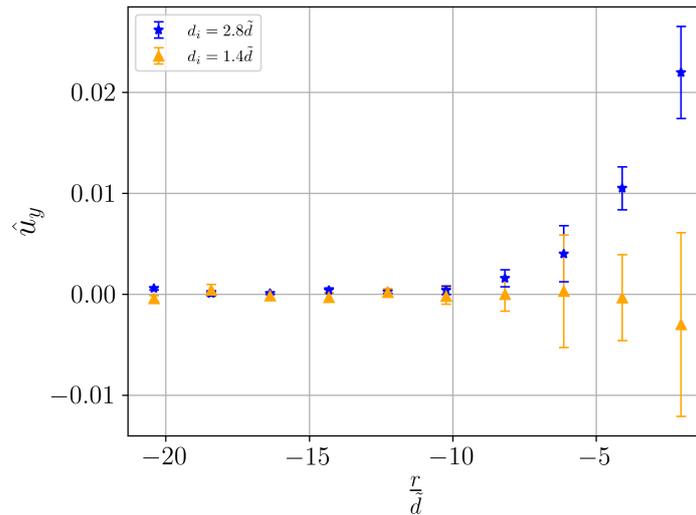
Du reste, le changement de régime au-delà de  $10\tilde{d}$  reste visible avec les différentes compacités (figure 8.16) rendant plausible la thèse du changement de dynamique à cette distance caractéristique. Par ailleurs, comme ce qui avait été relevé pour la portée moyenne, les déplacements axiaux en amont démontrent plus clairement que la perturbation gagne en étendue (croissance de  $\lambda$ ) avec la diminution de la compacité.

### 8.4.2 Déplacement axial $\hat{u}_y(x = 0, y < 0)$ en aval de l'intrus

Sur la figure 8.17, on note, comme pressenti dans l'étude de la portée que, les amplitudes de  $\hat{u}_y$  sont les plus faibles (0.02 environ au maximum pour le grand intrus) en aval de l'intrus. L'influence de la taille est davantage visible en aval de l'intrus qu'en amont : les particules dans le sillage se déplacent largement dans le même sens que le grand intrus. A l'opposé, les déplacements sont très faibles voire même de signe négatif dans le sillage du petit intrus.



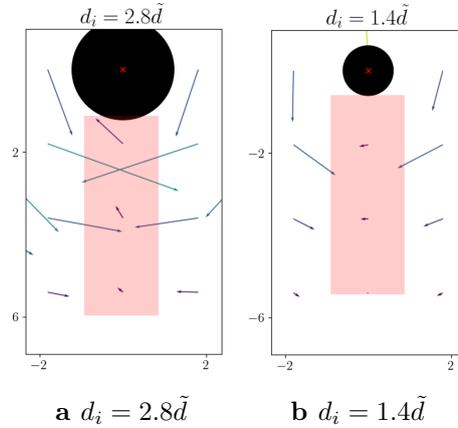
**Figure 8.16** Profils de déplacement  $\hat{u}_y(x = 0, y > 0)$  en amont de l'intrus pour les 3 compacités  $\eta \in [0.82, 0.77, 0.71]$ , taille d'intrus fixe  $d_i = 2.8\tilde{d}$ .



**Figure 8.17** Profils de déplacement  $\hat{u}_y(x = 0, y < 0)$  en aval de l'intrus pour les 2 tailles d'intrus  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$ ,  $\eta = 0.82$ .

En dépit des barres d'erreurs, le changement de signe des déplacements au voisinage de l'intrus traduit bien une réalité physique. Ce phénomène peut s'expliquer par la diminution de l'amplitude des courants de recirculation avec la diminution du diamètre de l'intrus. En aval de l'intrus, là où les déplacements sont presque exclusivement liés à ce courant, on obtient une recirculation « incomplète » avec le petit intrus. Sur une recirculation complète, on s'attend à observer un déplacement de repli des particules vers l'intrus dans sa partie basse, ce qui est le cas ici pour le grand diamètre. Ce mouvement semble essentiellement dépendre de la taille relative des particules et de l'intrus. Dans le cas du petit intrus, la taille de la zone de fort gradient de cisaillement en aval serait du même ordre de grandeur que la taille des particules, masquant le mouvement central de remontée. À l'opposé, lorsque la perturbation réussit à se propager sur de grandes distances en aval de l'intrus, les particules contraintes par la présence de l'intrus et le déplacement transverse des particules en bout de chaîne n'ont qu'un degré axial de liberté

possible : se déplacer dans le sens de déplacement de l'intrus (figure 8.23).



**Figure 8.18** Illustration du sens de déplacement des particules en aval de l'intrus en fonction de son diamètre : dans la zone surlignée en rouge, déplacement des particules vers l'intrus pour le grand diamètre et déplacement dans le sens opposé pour le petit ( $\eta = 0.82$  - flèches allongées pour faciliter la lecture du sens de déplacement).

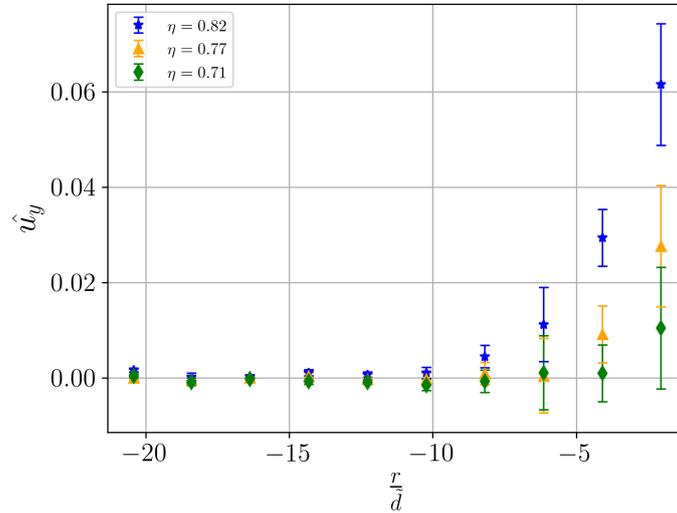
Sur la figure 8.19, nous traçons le déplacement axial  $\hat{u}_y(x = 0, y < 0)$  en aval de l'intrus pour les 3 compacités  $\eta \in [0.82, 0.77, 0.71]$  à  $d_i = 2.8\tilde{d}$ . On note que les amplitudes de déplacement sont une fonction croissante de la compacité du milieu. Même si les déplacements sont intrinsèquement plus faibles que ceux en amont, ils sont aussi quasiment nuls au-delà de  $10\tilde{d}$ . Néanmoins, contrairement à la diminution de la taille de l'intrus, la diminution de la compacité ne change pas le sens de déplacement des particules en aval qui maintiennent un déplacement en direction de l'intrus. La structure de la recirculation dépend donc aussi de la compacité du milieu. En effet, l'augmentation de la densité du milieu en occasionnant des coordinences<sup>(3)</sup> plus élevées permet une meilleure transmission du mouvement de recirculation. En aval de l'intrus, ceci résulte en des amplitudes de déplacement plus importantes.

### 8.4.3 Déplacement axiaux à droite $\hat{u}_y(x > 0, y = 0)$ et à gauche $\hat{u}_y(x < 0, y = 0)$ de l'intrus

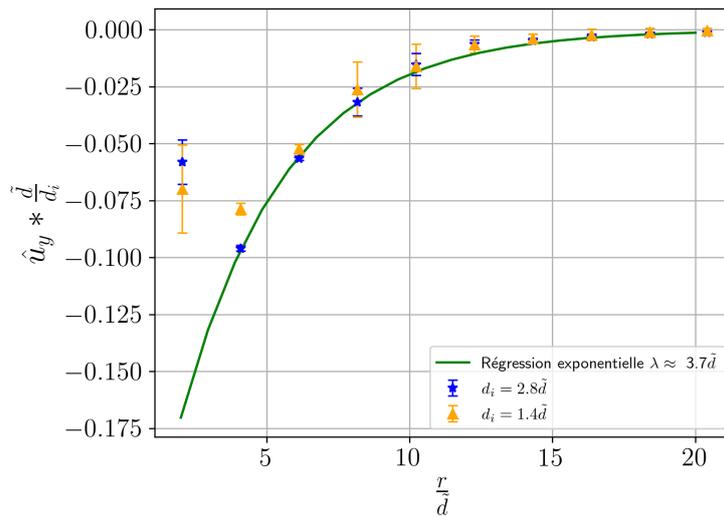
Sur la figure 8.20, nous présentons le profil de déplacement axial à droite pour les deux tailles différentes d'intrus. Comme pour le déplacement devant l'intrus, les profils normalisés se superposent bien pour les deux diamètres d'intrus, avec des particules qui se déplacent dans le sens opposé au mouvement conformément à la structure du mouvement de recirculation (présenté dans la section 8.3.2).

Une régression exponentielle semble fonctionner correctement au moins du point de déplacement maximal jusqu'à à une distance de  $10\tilde{d}$  pour les 2 intrus avec une distance caractéristique  $\lambda = 3.7\tilde{d}$  plus grande par rapport à celle retrouvée pour le déplacement en amont de l'intrus ( $\lambda = 2.8\tilde{d}$ ). Les expériences avec changement de la compacité globale viennent confirmer la dépendance croissante de  $\lambda$  vis-à-vis de la diminution de  $\eta$  (figure 8.21).

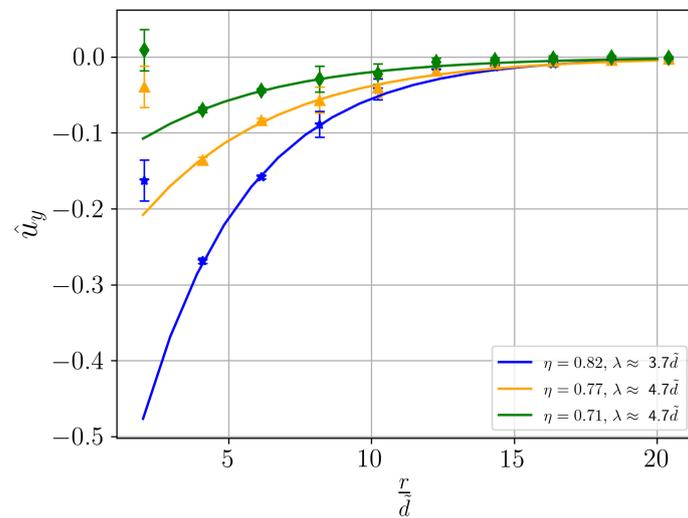
<sup>(3)</sup>Coordinence : nombre de contacts d'une particule



**Figure 8.19** Profils de déplacement  $\hat{u}_y(x = 0, y < 0)$  en bas de l'intrus pour les 3 compacités  $\eta \in [0.82, 0.77, 0.71]$ , taille d'intrus fixe  $d_i = 2.8\tilde{d}$ .



**Figure 8.20** Profils de déplacement  $\hat{u}_y(x > 0, y = 0)$  à droite de l'intrus pour les 2 tailles d'intrus  $d_i \in [2.8\tilde{d}, 1.4\tilde{d}]$ ,  $\eta = 0.82$ .



**Figure 8.21** Profils de déplacement  $\hat{u}_y(x > 0, y = 0)$  à droite de l'intrus pour les 3 compacités  $\eta \in [0.82, 0.77, 0.71]$ , taille d'intrus fixe  $d_i = 2.8\tilde{d}$ .

## En résumé

Nous avons étudié dans ce chapitre, la cinématique du milieu granulaire sous l'effet de petits déplacements de l'intrus. Qualitativement, un tel déplacement provoque un mouvement de recirculation anisotrope autour de l'intrus avec des déplacements de particules importants en amont de l'intrus. Ces déplacements s'estompent progressivement quand on converge vers la partie aval de ce dernier notamment avec la présence du sillage.

Les fenêtres spatiales et temporelles de moyennage des valeurs discrètes des champs de déplacement n'affectent pas la qualité des champs continus observés : la cinématique dans le milieu est stationnaire et les champs continus.

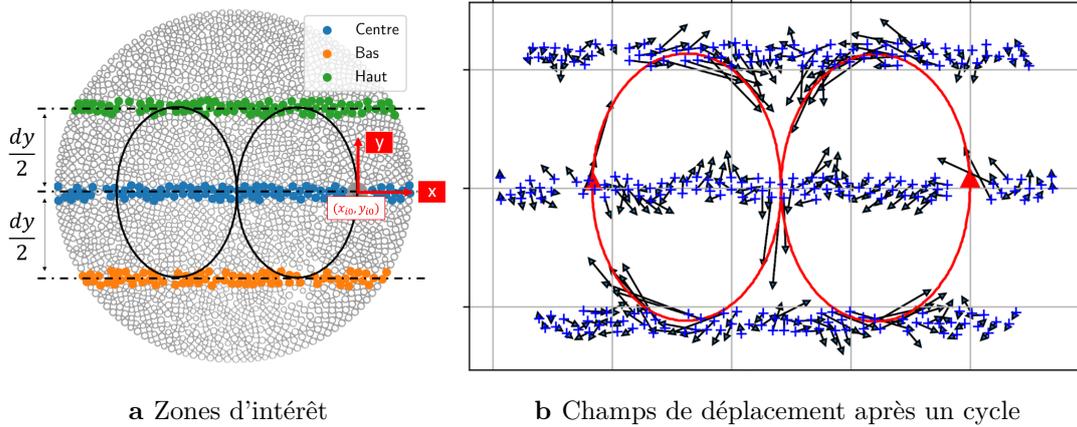
La portée globale moyenne de la perturbation dans le milieu ne dépend pas du diamètre de l'intrus (du moins sur la gamme étudiée ici) mais est reliée à la compacité du milieu : on observe une augmentation de la portée avec la diminution de la compacité globale du milieu. Par ailleurs, l'amplitude du champ de déplacement notamment près de l'intrus est une fonction croissante du diamètre de l'intrus et l'anisotropie du mouvement de recirculation est plus prononcée avec la diminution de la portée.

Les profils de déplacements en amont, à droite et à gauche de l'intrus suivent globalement une loi exponentielle avec une distance caractéristique de l'ordre du diamètre de l'intrus. Au-delà d'une distance radiale d'environ  $10\tilde{d}$  du centre de l'intrus, on observe néanmoins un changement de régime. Les profils à gauche et à droite de l'intrus, ont la particularité que la zone admettant le maximum de déplacement est écartée de près de quelques particules de la paroi de l'intrus. Quant au déplacement en aval de l'intrus, il est intrinsèquement plus faible notamment à cause de la présence du sillage. De plus, l'écart d'amplitudes de déplacement entre cette partie et la partie amont se creuse avec la diminution de la compacité globale du milieu.

## Perspectives

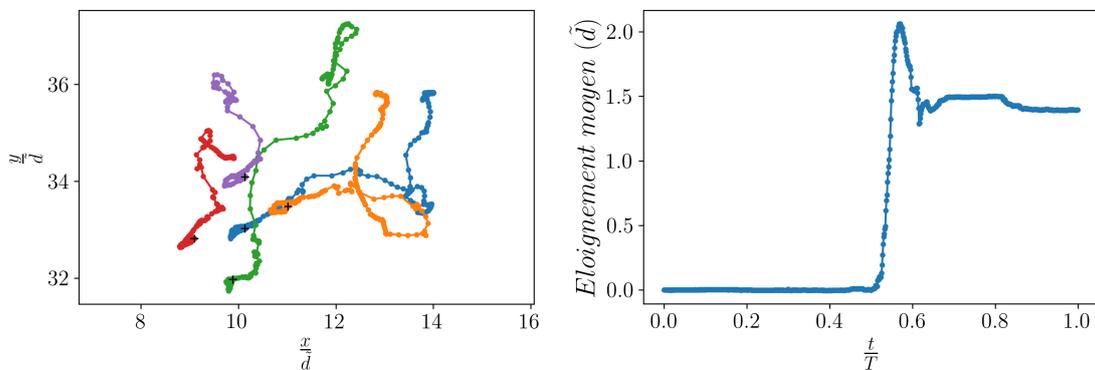
Ce chapitre sur les petits déplacements a permis d'apporter des éléments d'explication générale de certaines propriétés du mélange observées dans le chapitre précédent (chapitre 7). Cependant ce travail pourrait être étoffé d'études supplémentaires sur les trajectoires complètes des particules sur des temps longs en fonction des paramètres expérimentaux. L'exploitation de ces informations pourrait servir à faire le lien avec le mélange chaotique.

Nous avons commencé une étude des champs de déplacement cumulés après un cycle (trajectoire complète) à des endroits spécifiques de la cellule de mélange, notamment sur l'axe principal et sur les pourtours haut et bas (figure 8.22). Ces champs sont un premier point de départ dans la caractérisation du comportement des particules dans la zone centrale et de la dynamique de transfert des particules de la zone centrale vers la périphérie.



**Figure 8.22** Champs de déplacement (vecteurs en noir) après un cycle au centre, en haut et en bas de la trajectoire en 8. Les croix bleues correspondent aux positions initiales des particules.

Par ailleurs, puisqu'on dispose des données sur les déplacements de toutes les particules, il est même possible d'étudier toutes les trajectoires individuelles sur un cycle complet (figure 8.23a) et de calculer l'évolution des distances interparticulaires dans le temps afin de comprendre comment les particules s'éloignent/se rapprochent les unes des autres (figure 8.23b). A terme, on souhaite décrire de façon plus approfondie les déplacements d'ensemble (convectif) et les écarts vis-à-vis de tels déplacements (diffusion).

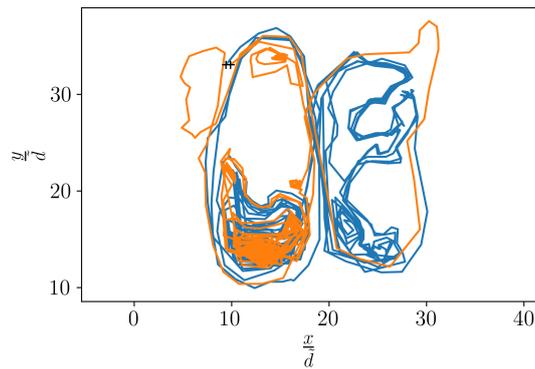


**a** Trajectoires de 5 particules sur un cycle complet. Positions initiales en "x" (croix) **b** Augmentation de la distance interparticulaire dans le temps

**Figure 8.23** Études des trajectoires de quelques particules sur un cycle complet.

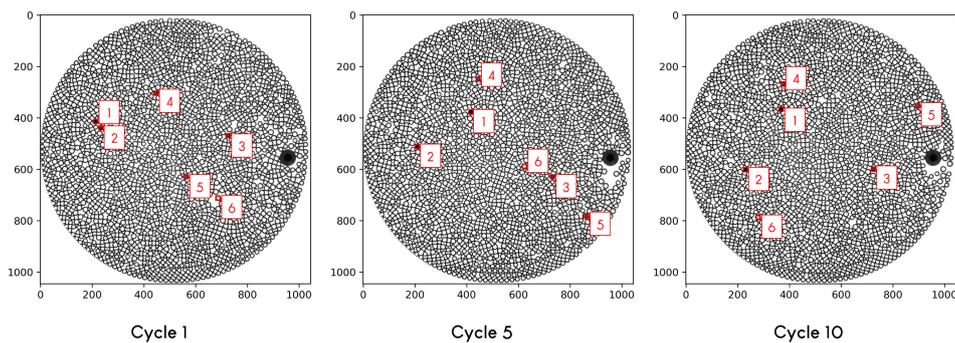
Les cartes de déplacements cumulés après un cycle, en considérant leur caractère périodique et en négligeant l'effet de l'arrangement local, peuvent aussi permettre d'extrapoler les trajectoires des particules sur plusieurs cycles (figure 8.24). Cette reconstitution numérique permettrait de disposer de plus de données pour l'analyse des mouvements diffusifs ou convectifs, même si l'idéal serait de suivre les particules sur un temps très long.

Expérimentalement, l'étude sur plusieurs cycles est aussi possible. La seule problématique d'une telle expérience est le nombre important de données qu'elle pourrait générer (acquisition à haute fréquence sur plusieurs cycles). Une alternative consisterait à suivre uniquement quelques particules et à acquérir les images après chaque cycle complet - l'aspect visuel des particules



**Figure 8.24** Trajectoires fictives de 2 particules sur plusieurs cycles reconstruites en utilisant la carte spatiale de déplacement sur 1 cycle, établie expérimentalement.

ayant été initialement modifié pour les distinguer des autres. L'algorithme de template matching permettrait ainsi de suivre ces traceurs sur plusieurs cycles (figure 8.25) et pourrait donner des informations capitales sur la divergence des trajectoires proches en relation avec la théorie du mélange développée pour les fluides.



**Figure 8.25** Exemple de suivi de quelques particules (6) sur plusieurs cycles en utilisant le template matching sur des particules servant de traceurs pour lesquelles des petits morceaux d'adhésif ont été collés.

# Conclusion et perspectives générales

Cette thèse, divisée en deux grandes parties a permis d'étudier, en premier lieu, la ségrégation et la convection dans une configuration 3D réaliste d'un point de vue industriel. Nous avons montré que dans une telle configuration, où le milieu granulaire bidisperse est cisailé par une tige immergée, les mécanismes de déplacement des particules sont régis par un fort couplage entre de la ségrégation et de la convection. La disposition de la tige ainsi que ses propriétés s'avèrent de ce fait, déterminantes. Ce couplage est tel qu'il se produit dans le milieu des remontées de grandes particules à la surface libre, alternées de descente dans le volume.

Plus précisément, les grandes particules remontent dans un premier temps, progressivement à la surface libre. Cependant, une fois à la surface libre, elles ne s'y maintiennent pas forcément : elles peuvent être réentraînées dans le volume en s'engouffrant dans le sillage en aval de la tige. La définition d'un taux de couverture de la surface libre en grandes particules  $C(t)$  a permis d'étudier les dépendances de la remontée dans le temps. De façon générale,  $C(t)$  peut se mettre sous la forme  $C_1(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$  et l'enveloppe de  $C(t)$  est modulée par des oscillations traduisant les apparitions et disparitions successives de grandes particules à la surface. Si dans ce travail, nous nous sommes penchés essentiellement sur la remontée globale des particules par l'usage de  $C(t)$ , l'analyse quantitative des oscillations de l'enveloppe de  $C(t)$  pourrait être approfondie. De plus, il existerait une bande préférentielle par laquelle les grandes particules remontent à la surface libre. Le nombre de cycles à partir duquel la première bande de particules remonte à la surface libre est indépendant de la quantité initiale de grandes particules insérée mais dépend de la profondeur d'immersion de la tige mélangeuse et surtout de l'épaisseur de la couche supérieure de petites particules à traverser. La dépendance vis-à-vis de cette dernière s'est avérée linéaire. Quant au temps caractéristique de l'exponentielle  $\tau$ , il est indépendant de la proportion de grandes particules dans le milieu mais est fortement influencé par la profondeur d'immersion de la tige mélangeuse.

Dans le volume, par une analyse minutieuse de la structure du système tridimensionnel, nous avons pu quantifier les déplacements verticaux importants et montré qu'ils se concentrent dans une région proche de la tige. En revanche, à une distance un peu plus grande, la ségrégation induite par le cisaillement horizontal apparaît être le moteur dominant de la remontée des particules.

D'autres paramètres expérimentaux pourraient aussi être explorés : la nature des deux populations (taille des particules, rapport d'aspect, rugosité de surface, nombre de populations...), les propriétés géométriques de la tige mélangeuse (forme, inclinaison...). Ils permettraient d'apporter une caractérisation complète des dépendances des flux de particules dans une telle configuration et d'apporter des éléments de réponse à de nombreux problèmes de ségrégation au niveau industriel.

Les données disponibles actuellement notamment à la surface libre peuvent aussi servir à une étude détaillée de la dynamique de formation du front d'écoulement sous l'effet du déplacement

de la tige, la morphologie de la surface libre ainsi que la description du motif suivant lequel les grandes particules y sont distribuées. Expérimentalement, la caractérisation des déplacements radiaux peut être tentée à travers l'usage d'autres techniques plus précises que l'aspiration couche par couche (section 2.2.3).

**Dans la deuxième partie de cette thèse**, nous nous sommes intéressés au mélange dans un plan horizontal 2D par le biais du cisaillement d'un intrus. L'exploration d'un espace de plusieurs paramètres expérimentaux a permis de mettre en évidence les propriétés clés qui régissent la dispersion dans un milieu granulaire bidisperse. L'analyse a été essentiellement conduite par le biais de  $\Delta$ , distance entre le barycentre des deux populations. D'autres mesures de la qualité du mélange notamment l'écart-type du champ des concentrations peuvent être considérées dans une étude parallèle. L'étude a permis de discriminer deux régions principales suivant leur aptitude à s'homogénéiser : la région centrale circonscrite à la trajectoire de l'intrus connaît une dispersion rapide alors que les périphéries sont plus lentes à s'homogénéiser. Dans la région centrale notamment, la dispersion s'effectue davantage rapidement avec l'augmentation de la taille de l'intrus et la diminution de la compacité globale du milieu. Par ailleurs, l'augmentation du nombre de replis de la trajectoire de l'intrus a un effet accélérateur de la dynamique de dispersion. En cisillant le milieu à l'identique dans un sens puis dans l'autre, on observe que les particules peuvent retrouver leur position initiale principalement lors des premiers cycles de cisaillement. Néanmoins, sur des temps plus longs, l'arrangement local fluctuant des particules conduit à la perte de cette réversibilité : le milieu s'homogénéise. Nous avons également mis en évidence un mouvement de rotation inverse en bloc pour la trajectoire de l'intrus à 3 ellipses contribuant à améliorer la dispersion des particules

Nous avons ensuite utilisé l'écart-type  $\sigma_m$  du champ de concentration en petites particules pour étudier les échelles spatiales d'hétérogénéités dans le système. On montre que plus l'échelle d'observation est petite, plus il est difficile d'obtenir une bonne dispersion ( $\sigma_m$  faible). De plus, la mesure  $\sigma_m$  permet de déterminer des durées de mélange optimales en fonction d'une échelle d'homogénéisation donnée. Enfin, à l'état final (1000 cycles de mélange), on montre que la qualité spatiale de la dispersion varie peu avec le changement des divers paramètres expérimentaux.

Par ailleurs, aucun mouvement de ségrégation n'a été observé avec les deux populations étudiées : le ratio de tailles pourrait être revu à la baisse afin d'étudier, le cas échéant, la ségrégation dans une telle configuration. Comme pour la première partie, les paramètres comme la rugosité des particules, la distribution des tailles restent pertinents pour des études ultérieures.

L'intrus dans la deuxième partie est resté tout au long de l'étude, de forme cylindrique. Changer la forme de l'intrus pourrait faire l'objet d'une étude supplémentaire et permettrait d'identifier des géométries plus efficaces en termes de mélange. Par ailleurs, nous nous sommes limités à des trajectoires constituées d'ellipses juxtaposées. Il s'agit de poursuivre cette exploration avec des formes plus élaborées de trajectoires conçues sur la base des premières connaissances apportées par notre travail.

L'acquisition haute ou basse fréquence des images en 2D et le développement d'algorithmes pour identifier les particules et établir les cartographies de déplacement ont été réalisés durant cette thèse. Ils constituent une base solide pour des investigations extensives futures en variant les paramètres expérimentaux dans un champ très large : les corrélations spatiales [122], la vorticité [123, 124], la diffusion [28–30], les coordinences [125]... sont autant de paramètres du milieu granulaire dont la caractérisation peut découler de telles mesures.

Enfin, que ce soit pour la 3D ou pour la 2D, ces études expérimentales peuvent être complétées par des simulations numériques et permettre d'accéder à des informations invisibles ou difficilement accessibles, comme les chaînes de forces qui pourraient expliquer les mouvements corrélés

observés ou les trajectoires complètes à 3 dimensions. Il serait aussi intéressant de rapprocher les deux configurations. Peut-on comprendre le mélange résultant d'un mouvement de tige plus complexe dans une cuve à partir de l'analyse du déplacement majoritairement horizontal ?



# Annexes



Annexe A

**Dispositif expérimental 2D**

## A.1 Fiche technique de la caméra



Sony's new XCL Series features four cameras equipped with a digital video interface that conforms to the Camera Link® industry standard. These new cameras enable the capture of high-speed, high-resolution images while simplifying connectivity to machine-vision systems with its 3M MDR 26-pin cable.

The XCL-U1000 and XCL-U1000C cameras incorporate a 1/1.8-type progressive scan CCD that produces detailed, UXGA resolution images (1,600 x 1,200 pixels). In addition, the XCL-U1000C camera uses a CCD with a color "mask" (commonly called a "Bayer filter") and a DSP to provide uncompressed, high resolution, digital color images and a direct VGA display output option.

The XCL-V500 and XCL-X700 cameras feature a 1/3-type progressive scan CCD that captures high-quality monochrome images at a high frame rate, designed in a compact and lightweight body.

All models incorporate a variety of convenient features such as partial scan and external trigger function allowing for the clear capture of fast moving objects or still images in low light environments.

Combining high resolution, high performance, compact design and a wide range of feature-rich functions, Sony's XCL Series are the ideal solution for today's wide range of machine vision applications.

## FEATURES

### XCL-U1000

Black and White Digital Video Camera

### XCL-U1000C

Color Digital Video Camera

#### High-resolution image capture

- UXGA image (1,600 x 1,200 pixels) captures video at 15 fps

#### 1/1.8-type progressive scanning CCD with square pixels

#### Effective picture element

- 1,628(H) x 1,236(V)

#### High sensitivity

- 400 lx at F 5.6 (XCL-U1000)
- 2,000 lx at F8 (XCL-U1000C)

#### Camera Link standard conformity

#### Monitor output

#### Compact and lightweight

- 2 1/4 (W) x 1 3/4 (H) x 3 3/4 (D) inches (56 x 44 x 95 mm), 9 oz (250 g)

#### External trigger shutter

- 1/15 to 1/10,000 s

#### C-mount lens

#### Partial scanning

#### Binning function (XCL-U1000)

#### White balance (XCL-U1000C)

- Auto/Manual/Preset selectable

#### Matrix function for accurate color reproduction (XCL-U1000C)

#### High shock and vibration resistance

### XCL-V500

Black and White Digital Video Camera

### XCL-X700

Black and White Digital Video Camera

#### High-rate scanning

- VGA image (648 x 494 pixels) captures video at 60 fps (XCL-V500)
- XGA image (1,024 x 768 pixels) captures video at 30 fps (XCL-X700)

#### 1/3-type progressive scanning CCD with square pixels

#### Effective picture element

- 659(H) x 494(V) (XCL-V500)
- 1034(H) x 779(V) (XCL-X700)

#### High sensitivity

- 400 lx at F 5.6

#### Camera Link standard conformity

#### Compact and lightweight

- 1 3/16 (W) x 1 3/16 (H) x 1 3/16 (D) inches (29 x 29 x 30 mm), 2 oz (55 g)

#### External trigger shutter

- 1/4 to 1/100,000 s

#### Synchronization signal

- Internal/external (HD/VD)

#### C-mount lens

#### Partial scanning

#### Binning function

#### High shock and vibration resistance

## A.2 Fiche technique de l'objectif

<b>SPEC. INFO</b>	<b>FL-CC0820-5MX</b>	K66886-S001-B13
		Aug. 30. 2019

- 1. Model FL-CC0820-5MX
- 2. Application For 2/3 Format Camera
- 3. Specification

### 3-1. Physical (As per the attached drawing)

- (1) Dimensions  $\phi$  33.0 mm × 43.0 mm
- (2) Weight 78 g
- (3) Mount C-Mount (1 – 32 UN – 2A)
- (4) Filter Screw Size M30.5 mm , P = 0.5 mm

### 3-2. Optical

- (1) Focal Length 8 mm ±5%
- (2) Max. Aperture Ratio 1: 2.0
- (3) Iris Range F / 2.0 to F / 16
- (4) Angle of View
 

Diagonal	70.1°
Horizontal	58.5°
Vertical	45.3°
- (5) Picture format 8.8 mm × 6.6 mm
- (6) Focusing Range Inf. to 0.1 m
- (7) Back Focal Length 13.0 mm (in air)
- (8) Flange Back Length 17.526 mm ± 0.05 mm (in air)

### 3-3. Mechanical

- (1) Focusing Mechanism
 

Rotation Angle	56°
Rotation Torque	1.0N·cm to 9.0 N·cm
Focus Ring can be fixed at any positions by 3 fixing screws or 1 thumb screw (refer to external view)	
- (2) Iris Mechanism
 

Rotation Angle	83°
Rotation Torque	0.01N·cm to 3.0 N·cm
Iris Ring can be fixed at any positions by 3 fixing screws or 1 thumb screw (refer to external view)	

### 3-4. Vibration & Shock Test Standard

#### (1) Vibration Conditions

Wave	Sine Wave
Acceleration	1.96 m/s <sup>2</sup> to 59.78 m/s <sup>2</sup>
Cycle Range	10 Hz to 55 Hz
Cycle Period	3 Minutes
Duration of Vibration	120 Minutes Respectively in Three Dimensional Directions

#### (2) Shock Conditions

Tester	Shock Testing Machine by Dropping
Impact Force	588 m/s <sup>2</sup>
Duration of Shock	3.5 ms
Directions & Number of Times	1 Time Respectively in Three Dimensional Directions



## Annexe B

# Script Python de détection de la position des particules

---

```
1 # Script de détection de la position de particules circulaires sur des
  images en niveaux de gris
2 # Une description fonctionnelle de l'algorithme est proposée dans le coeur
  du manuscrit
3 # Kwami MAYEDEN, mericeden@gmail.com, Thèse cifre 2022
4
5 # Importation des librairies Python
6 import numpy as np
7 from skimage import io, exposure, morphology
8 from skimage.filters import threshold_local
9 from skimage.measure import regionprops
10 from skimage.segmentation import watershed
11 from scipy import ndimage as ndi
12 from copy import copy
13 import glob
14 import pickle
15
16 # -----FONCTIONS AUXILIAIRES
17 # Génération de masque circulaire à partir d'une image, d'un centre et d'un
  rayon
18 def genere_mask (image, centre, rayon):
19     shape = np.shape(image)
20     basex = np.arange(0,shape[0]); basey = np.arange(0, shape[1])
21     [i0,j0] = centre
22     mask = (basex[:,np.newaxis] - i0)**2 + (basey[np.newaxis,:] - j0)**2 <
        rayon**2
23     return mask
24
25 # Détourage carré d'une image
26 def crop_image (image,centre, rayon):
27     [i0,j0] = centre
28     image_cropped = image[int(i0 - rayon): int(i0 + rayon), int(j0 - rayon)
        : int(j0 + rayon)]
29     return image_cropped
30
31 # Checker si une valeur est comprise dans un intervalle
32 def est_compris_entre(bbox_area, aire1, aire2):
```

```
33     aire_max = max(aire1 , aire2);
34     aire_min = min(aire1 , aire2);
35     return (bbox_area <= aire_max and bbox_area >= aire_min)
36
37 # Normalisation de l'intensité d'une image entre 0 et 1
38 def normalise(img):
39     norm = (img - np.min(img)) / (np.max(img) - np.min(img))
40     return norm
41 #-----FIN FONCTIONS AUXILIAIRES
42
43
44 #SCRIPT
45 #----- RECUPERATION DES FICHIERS ET PARAMETRES GENERAUX
46 #Lecture des images, la commande glob.glob récupère tous les fichiers se
    terminant en '.png'
47 dos = glob.glob(r"monDossier\*.png")
48
49 #Récupération du centre et du rayon de la cuve, déterminés et stockés au
    cours d'un traitement antérieur
50 centre = np.loadtxt(r"monDossier\centre.txt")
51 rmax= np.loadtxt(r"monDossier\rmax.txt")
52
53
54 #----- INITIALISATIONS ET PARAMETRES GLOBAUX
55 # Grande liste pour stocker les coordonnées des particules
56 infos = []
57
58 # Paramètre gamma pour la correction gamma
59 gamma = 3
60
61 # Taille de la fenêtre pour le seuillage local
62 block_size_threshold = 17
63
64 # Solidité minimale des particules (voir "solidity" dans la documentation
    Python ou dans le coeur du manuscrit)
65 solidity_min = 0.87
66
67 # Différence grand axe, petit axe d'une région
68 dxymax = 4
69
70 # Tailles (aires) minimales des petites et des grandes particules
71 # Petites particules
72 p_min_area = 9*10
73 p_max_area = 13*13
74
75 # Grandes particules
76 g_min_area = 13*14
77 g_max_area = 16*16
78
79 # Distance minimale inter-particules
80 dmin = 19
81
82 # Parcours de la pile d'images
83 for img_file in dos :
84     #Lecture de l'image
```

```

85     img = io.imread(img_file , as_gray = True)
86
87     #——PRETRAITEMENT : Normalisation et détournage de l'image
88     # La fonction "normalise" normalise les valeurs des pixels entre 0 et 1
89     imgB = normalise(img)
90     # La fonction "genere_mask" génère un masque correspondant à la région
          centrale de la cuve contenant les particules
91     mask = genere_mask(imgB, centre ,rmax)
92     # On masque le reste de l'image où il n'y a pas de particules
93     imgB[~mask] = 1
94     # La fonction 'crop_image' détoure l'image pour conserver uniquement le
          carré circonscrit à la région centrale
95     imgB = crop_image(imgB, centre ,rmax)
96
97     # Correction gamma de l'intensité de l'image
98     img_gamma = exposure.adjust_gamma(imgB, gamma)
99
100
101     # Binarisation de l'image
102     seuil_local = threshold_local(img_gamma, block_size_threshold)
103     image = img_gamma > seuil_local
104
105     #—————TRAITEMENT
106     # Watershed
107     # Détermination des marqueurs servant comme points de départ du
          watershed
108     distance = ndi.distance_transform_edt(image) # calcul des distances
          entre chaque pixel et l'arrière-plan le plus proche
109     l_min = morphology.local_minima(-distance) # détermination des minima
          locaux
110     markers, _ = ndi.label(l_min) # labellisation des minima locaux
111
112     # On crée un masque circulaire afin de ne traiter que la région
          circulaire centrale (optimisation du temps de traitement)
113     cover = copy(image)
114     mask = genere_mask(image , [rmax,rmax] ,rmax)
115     cover[~mask] = 0
116
117     # Application du watershed en utilisant la carte des distances , les
          marqueurs et le masque établis plus haut
118     labels = watershed(-distance , markers = markers , mask=cover)
119     # Au sortir de cette étape , on a des régions indépendantes labellisées
120
121     # On fusionne les régions adjacentes en faisant une deuxième
          labellisation
122     labels , _ = ndi.label(labels)
123
124     # On récupère les propriétés géométriques des nouvelles régions avec "
          regionprops"
125     regions = regionprops(labels)
126
127     #DETECTION DES PARTICULES
128     labels_number = np.arange(1,np.max(labels)+1) # Récupération des numé
          ros de toutes les zones labellisées
129

```

```

130     # la liste "taille" va stocker les tailles pour chaque particule ,
        petite : 1, grande : 2
131     taille = [];
132     # la liste "x" stocke la coordonnée x des particules
133     x = [];
134     # la liste "y" stocke la coordonnée y des particules
135     y = [];
136     # la liste 's' stocke la solidité des particules
137     s = [];
138
139
140     #Première sélection basée sur les attributs géométriques
141     for label in labels_number :
142         region = [region for region in regions if region.label == label][0]
143
144         solidity = region.solidity # solidité de la région
145         centroid = region.centroid # coordonnées du centre de la région
146         b = region.bbox # coordonnées des coins du rectangle circonscrit à
            la région
147         b_area = region.bbox_area # aire du rectangle circonscrit à la ré
            gion
148         dxy = abs(abs(b[2] - b[0]) - abs(b[3] - b[1])) # différence entre
            le grand et le petit axe de la région
149
150
151         if(solidity >= solidity_min and dxy < dxymax ): # Elimination des
            formes non circulaires
152             if (est_compris_entre(b_area, p_min_area, p_max_area)): # Récup
                ération petites particules
153                 x.append(centroid [1]); y.append(centroid [0])
154                 s.append(solidity)
155                 taille.append(1) # 1 = petite particule
156             else :
157                 if (est_compris_entre(b_area, g_min_area, g_max_area)): # R
                écupération grosses particules
158                     x.append(centroid [1]); y.append(centroid [0])
159                     s.append(solidity)
160                     taille.append(2) # 2 = grande particule
161
162     # Deuxième sélection basée sur les distances inter-particules
163     count = np.zeros((len(x),1))
164     for i in range(len(x) - 1):
165         for j in range(i+1,len(x)):
166             dist = np.sqrt((x[i] - x[j])**2 + (y[i] - y[j])**2)
167             if (dist < dmin):
168                 count[i] +=1;
169                 count[j] +=1;
170
171     # Au sortir de cette étape, le vecteur "count" contient pour chaque
        particule le nombre de fois où la distance avec les voisins
172     #est inférieure à la distance inter-particules minimale, ce qui permet
        d'éliminer certaines régions
173         for k in [i,j]:
174             # condition d'élimination (on rajoute un critère sur la
                solidité pour plus de sécurité)

```

---

```
175         if count[k] >= 2 and s[k] < 0.95: # Donc forcément vide
176             interstitiel
177             taille[k] = 0
178
179     #Reconditionnement pour enregistrement : on transforme toutes les listes
180     #    en vecteurs numpy
181     taille = np.asarray(taille)
182     x = np.asarray(x);
183     y = np.asarray(y);
184     s = np.asarray(s)
185
186     # On ne conserve logiquement que les régions qui ont été catégorisées (
187     #    soit 1 ou 2)
188     x = x[taille != 0];
189     y = y[taille != 0];
190     s = s[taille != 0];
191     taille = taille[taille !=0];
192
193     # Ajout des nouvelles informations recueillies sur l'image courante à
194     #    la liste globale infos
195     # On rappelle qu'à la fin, "infos" est une grande liste contenant les
196     #    infos de toutes les images successives de la pile
197     infos.append([x,y,s,taille])
198
199     # Sauvegarde de "infos" (le traitement pour un dossier de plusieurs
200     #    centaines d'images peut durer des heures donc vaut mieux sauvegarder le
201     #    résultat final :) )
202     chemin_resultats = r"monDossier\resultat.txt"
203
204     # Sauvegarde avec un serialiser Python, voir documentation sur Pickle pour
205     #    plus d'infos
206     pickle.dump(infos, open(chemin_resultats, 'wb'))
207
208     # Me contacter si questions :)
```

---

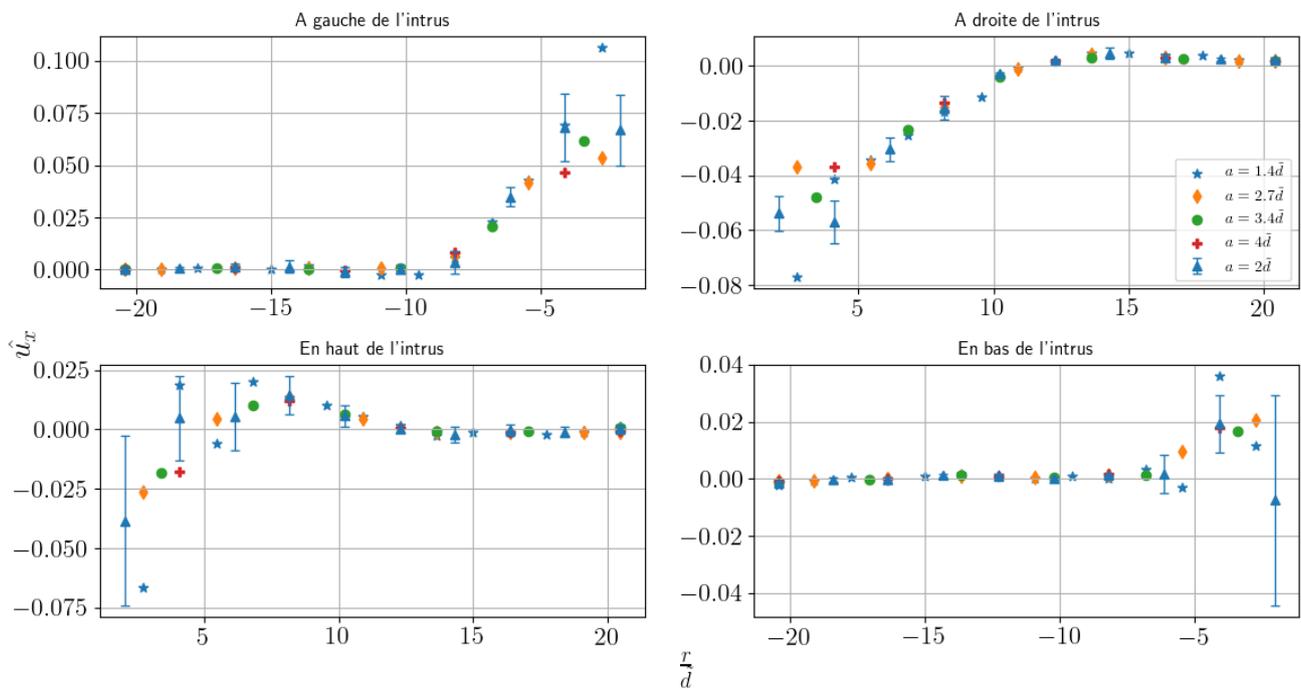


## Annexe C

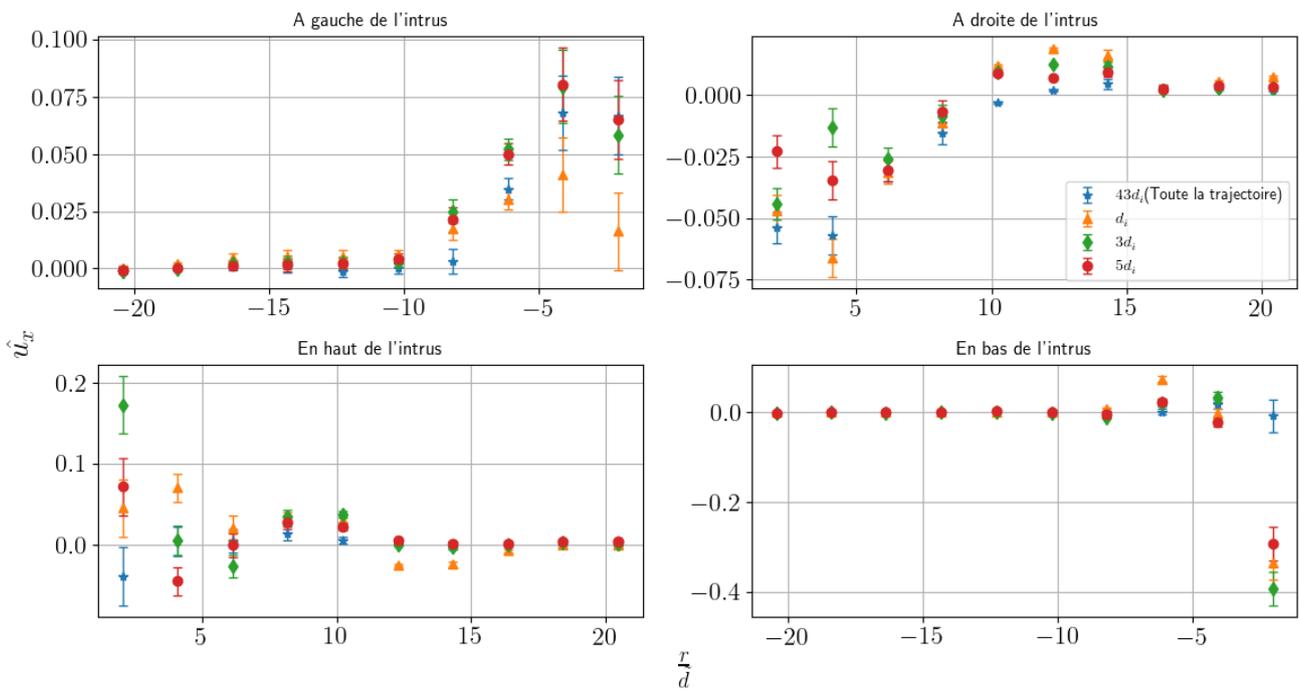
# Profils de déplacement transversaux

C.1 Influence de l'échelle spatiale de moyennage

C.2 Influence de l'échelle temporelle de moyennage



**Figure C.1** Profils de déplacement transversaux en haut, en bas, à gauche et à droite en fonction de la taille de la fenêtre. Les barres d'erreur sont tracées uniquement pour la taille de fenêtre  $a = 2\tilde{d}$ .



**Figure C.2** Profils de déplacement transversaux en haut, en bas, à gauche et à droite en fonction de l'échelle de temps de moyennage.



# Liste des références

- [1] B. Andreotti, Y. Forterre et O. Pouliquen, *Granular media : between fluid and solid*. Cambridge University Press, 2013. 1, 2, 33
- [2] É. Guyon et J.-P. Troadec, *Du sac de billes au tas de sable*. Odile Jacob, 1994. 1
- [3] J. Duran, « Sables, poudres et grains », 1997. 1
- [4] J. W. Morgan et E. Anders, « Chemical composition of mars », *Geochimica et Cosmochimica Acta*, vol. 43, no. 10, p. 1601–1610, 1979. 1
- [5] I. Jordanoff et M. Khonsari, « Granular lubrication : toward an understanding of the transition between kinetic and quasi-fluid regime », *J. Trib.*, vol. 126, no. 1, p. 137–145, 2004. 1
- [6] F. Da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J.-N. Roux et F. Chevoir, « Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows », *Physical Review E*, vol. 72, no. 2, p. 021309, 2005. 1
- [7] P. Jop, Y. Forterre et O. Pouliquen, « A constitutive law for dense granular flows », *Nature*, vol. 441, no. 7094, p. 727–730, 2006. 2
- [8] G. M. gdrmidi@polytech.univ-mrs.fr <http://www.lmgc.univ-montp2.fr/MIDI/>, « On dense granular flows », *The European Physical Journal E*, vol. 14, p. 341–365, 2004. 2, 11, 61, 64
- [9] J.-N. Roux et G. Combe, « Quasistatic rheology and the origins of strain », *Comptes Rendus Physique*, vol. 3, no. 2, p. 131–140, 2002. 2
- [10] J. M. Ottino, « Mixing, chaotic advection, and turbulence », *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 22, no. 1, p. 207–254, 1990. 3
- [11] D. H. Kelley et N. T. Ouellette, « Separating stretching from folding in fluid mixing », *Nature Physics*, vol. 7, no. 6, p. 477–480, 2011. 3
- [12] O. Reynolds, « Study of fluid motion by means of coloured bands », *Nature*, vol. 50, no. 1285, p. 161–164, 1894. 3
- [13] J. M. Ottino et J. Ottino, *The kinematics of mixing : stretching, chaos, and transport*, vol. 3. 1989. 3
- [14] E. Gouillart, J.-L. Thiffeault et O. Dauchot, « Rotation shields chaotic mixing regions from no-slip walls », *Physical review letters*, vol. 104, no. 20, p. 204502, 2010. 3, 4, 89, 120
- [15] E. Gouillart, N. Kuncio, O. Dauchot, B. Dubrulle, S. Roux et J.-L. Thiffeault, « Walls inhibit chaotic mixing », *Physical review letters*, vol. 99, no. 11, p. 114501, 2007. 4
- [16] P. Lacey, « The mixing of solid particles », *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 75, p. S49–S55, 1997. 4
- [17] P. M. C. Lacey, « Developments in the theory of particle mixing », *Journal of applied chemistry*, vol. 4, no. 5, p. 257–268, 1954. 4, 6, 7

- [18] M. Poux, P. Fayolle, J. Bertrand, D. Bridoux et J. Bousquet, « Powder mixing : some practical rules applied to agitated systems », *Powder Technology*, vol. 68, no. 3, p. 213–234, 1991. [4](#), [5](#), [7](#), [134](#)
- [19] D. Bagster et J. Bridgwater, « The flow of granular material over a moving blade », *Powder Technology*, vol. 3, no. 1, p. 323–338, 1969. [5](#)
- [20] J. Novosad, « Studies on granular materials. i. kinematics of granular materials mixed by a mechanical impeller », *Collection of Czechoslovak Chemical Communications*, vol. 29, no. 11, p. 2681–2696, 1964. [5](#)
- [21] G. Juárez, R. M. Lueptow, J. M. Ottino, R. Sturman et S. Wiggins, « Mixing by cutting and shuffling », *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 91, no. 2, p. 20003, 2010. [5](#), [6](#)
- [22] M. A. de Sousa Mendes, *Dynamics of piecewise isometric systems with particular emphasis on the Goetz map*. University of Surrey (United Kingdom), 2002. [5](#)
- [23] J. H. Deane, « Piecewise isometries : applications in engineering », *Meccanica*, vol. 41, no. 3, p. 241–252, 2006. [5](#)
- [24] P. Ashwin et X.-C. Fu, « On the geometry of orientation-preserving planar piecewise isometries », *Journal of Nonlinear Science*, vol. 12, no. 3, p. 207–240, 2002. [5](#)
- [25] L. D. Smith, P. B. Umbanhowar, R. M. Lueptow et J. M. Ottino, « The geometry of cutting and shuffling : An outline of possibilities for piecewise isometries », *Physics Reports*, vol. 802, p. 1–22, 2019. [6](#)
- [26] J. Carstensen et M. Patel, « Blending of irregularly shaped particles », *Powder Technology*, vol. 17, no. 3, p. 273–282, 1977. [6](#)
- [27] C. Eisenmann, C. Kim, J. Mattsson et D. A. Weitz, « Shear melting of a colloidal glass », *Physical review letters*, vol. 104, no. 3, p. 035502, 2010. [6](#)
- [28] B. Utter et R. P. Behringer, « Self-diffusion in dense granular shear flows », *Physical Review E*, vol. 69, no. 3, p. 031308, 2004. [6](#), [158](#)
- [29] E. Wandersman, J. A. Dijksman et M. Van Hecke, « Particle diffusion in slow granular bulk flows », *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 100, no. 3, p. 38006, 2012. [6](#), [158](#)
- [30] Y. Fan et K. Hill, « Shear-induced segregation of particles by material density », *Physical Review E*, vol. 92, no. 2, p. 022211, 2015. [6](#), [12](#), [158](#)
- [31] P. Kharel et P. Rognon, « Vortices enhance diffusion in dense granular flows », *Physical review letters*, vol. 119, no. 17, p. 178001, 2017. [6](#)
- [32] R. Sturman, S. Meier, J. Ottino et S. Wiggins, « Linked twist map formalism in two and three dimensions applied to mixing in tumbled granular flows », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 602, p. 129–174, 2008. [6](#)
- [33] G. Juárez, I. C. Christov, J. M. Ottino et R. M. Lueptow, « Mixing by cutting and shuffling 3d granular flow in spherical tumblers », *Chemical engineering science*, vol. 73, p. 195–207, 2012. [6](#)
- [34] J. C. Williams, « The mixing of dry powders », *Powder Technology*, vol. 2, no. 1, p. 13–20, 1968. [7](#)
- [35] J. Duran, J. Rajchenbach et E. Clément, « Arching effect model for particle size segregation », *Physical review letters*, vol. 70, no. 16, p. 2431, 1993. [7](#)
- [36] J. C. Williams, « The segregation of particulate materials. a review », *Powder technology*, vol. 15, no. 2, p. 245–251, 1976. [7](#)

- [37] R. Brown, « The fundamental principles of segregation », *The Institute of Fuel*, vol. 13, p. 15–23, 1939. 7
- [38] J. Ottino et D. Khakhar, « Mixing and segregation of granular materials », *Annual review of fluid mechanics*, vol. 32, no. 1, p. 55–91, 2000. 7
- [39] J. W. Vallance, *Experimental and field studies related to the behavior of granular mass flows and the characteristics of their deposits*. Thèse de doctorat, Michigan Technological University, 1994. 7
- [40] J. Drahn et J. Bridgwater, « The mechanisms of free surface segregation », *Powder Technology*, vol. 36, no. 1, p. 39–53, 1983. 7
- [41] T. R. Davies, « Debris-flow surges—experimental simulation », *Journal of Hydrology (New Zealand)*, p. 18–46, 1990. 7
- [42] S. Savage et C. Lun, « Particle size segregation in inclined chute flow of dry cohesionless granular solids », *Journal of fluid mechanics*, vol. 189, p. 311–335, 1988. 7, 10
- [43] A. Mehrotra, F. J. Muzzio et T. Shinbrot, « Spontaneous separation of charged grains », *Physical review letters*, vol. 99, no. 5, p. 058001, 2007. 7
- [44] V. Dolgunin, A. Ukolov et O. Ivanov, « Segregation kinetics in the rapid gravity flow of granular materials », *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, vol. 40, no. 4, p. 393–404, 2006. 7
- [45] V. Dolgunin et A. Ukolov, « Segregation modeling of particle rapid gravity flow », *Powder technology*, vol. 83, no. 2, p. 95–103, 1995. 7, 12
- [46] S. Wiederseiner, N. Andreini, G. Épely-Chauvin, G. Moser, M. Monnereau, J. Gray et C. Ancey, « Experimental investigation into segregating granular flows down chutes », *Physics of Fluids*, vol. 23, no. 1, p. 013301, 2011. 7, 8
- [47] J. Gray et V. Chugunov, « Particle-size segregation and diffusive remixing in shallow granular avalanches », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 569, p. 365–398, 2006. 8
- [48] A. M. Scott et J. Bridgwater, « Interparticle percolation : a fundamental solids mixing mechanism », *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 14, no. 1, p. 22–27, 1975. 8
- [49] K. van der Vaart, P. Gajjar, G. Epely-Chauvin, N. Andreini, J. Gray et C. Ancey, « Underlying asymmetry within particle size segregation », *Physical review letters*, vol. 114, no. 23, p. 238001, 2015. 8, 9, 12, 31
- [50] K. Bai et J. Katz, « On the refractive index of sodium iodide solutions for index matching in piv », *Experiments in fluids*, vol. 55, no. 4, p. 1–6, 2014. 8
- [51] L. A. Golick et K. E. Daniels, « Mixing and segregation rates in sheared granular materials », *Physical review E*, vol. 80, no. 4, p. 042301, 2009. 9, 23, 31, 54
- [52] P. G. Rognon, J.-N. Roux, M. Naaïm et F. Chevoir, « Dense flows of bidisperse assemblies of disks down an inclined plane », *Physics of Fluids*, vol. 19, no. 5, p. 058101, 2007. 9
- [53] J. Gray et A. Thornton, « A theory for particle size segregation in shallow granular free-surface flows », *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 461, no. 2057, p. 1447–1473, 2005. 9, 11, 12, 39, 54
- [54] F. Guillard, Y. Forterre et O. Pouliquen, « Scaling laws for segregation forces in dense sheared granular flows », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 807, 2016. 9, 51, 54, 64
- [55] L. Staron et J. Phillips, « Segregation time-scale in bi-disperse granular flows », *Physics of Fluids*, vol. 26, no. 3, p. 033302, 2014. 9, 10, 12, 24, 31, 36

- [56] M. Jean et J. J. Moreau, « Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid body collections », in *1st Contact Mechanics International Symposium*, p. 31–48, 1992. [9](#)
- [57] V. Dwivedi, J. M. Ottino, R. M. Lueptow et P. B. Umbanhowar, « Granular segregation induced by a moving subsurface blade », *Physical Review E*, vol. 100, no. 5, p. 052902, 2019. [9](#), [10](#), [37](#), [38](#)
- [58] Y. C. Zhou, A. B. Yu et J. Bridgwater, « Segregation of binary mixture of particles in a bladed mixer », *Journal of Chemical Technology & Biotechnology : International Research in Process, Environmental & Clean Technology*, vol. 78, no. 2-3, p. 187–193, 2003. [10](#)
- [59] B. Remy, J. G. Khinast et B. J. Glasser, « Polydisperse granular flows in a bladed mixer : Experiments and simulations of cohesionless spheres », *Chemical Engineering Science*, vol. 66, no. 9, p. 1811–1824, 2011. [10](#)
- [60] J. M. N. T. Gray, « Particle segregation in dense granular flows », *Annual review of fluid mechanics*, vol. 50, p. 407–433, 2018. [10](#), [11](#), [64](#)
- [61] J. Masliyah et J. Bridgwater, « Particle percolation : a numerical study », *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, vol. 52, no. 1, p. 31–42, 1974. [10](#)
- [62] A. Rosato, K. J. Strandburg, F. Prinz et R. H. Swendsen, « Why the brazil nuts are on top : Size segregation of particulate matter by shaking », *Physical review letters*, vol. 58, no. 10, p. 1038, 1987. [10](#)
- [63] M. Schröter, S. Ulrich, J. Kreft, J. B. Swift et H. L. Swinney, « Mechanisms in the size segregation of a binary granular mixture », *Physical review E*, vol. 74, no. 1, p. 011307, 2006. [11](#), [36](#)
- [64] J. B. Knight, H. M. Jaeger et S. R. Nagel, « Vibration-induced size separation in granular media : The convection connection », *Physical review letters*, vol. 70, no. 24, p. 3728, 1993. [11](#), [12](#), [13](#), [44](#)
- [65] T. Pöschel et H. J. Herrmann, « Size segregation and convection », *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 29, no. 2, p. 123, 1995. [11](#), [12](#), [38](#), [44](#)
- [66] N. V. Brilliantov et T. Pöschel, *Kinetic theory of granular gases*. Oxford University Press, 2010. [11](#)
- [67] J. Jenkins et D. Yoon, « Segregation in binary mixtures under gravity », *Physical review letters*, vol. 88, no. 19, p. 194301, 2002. [11](#)
- [68] D. Schulze, « Powders and bulk solids », *Behaviour, characterization, storage and flow*. Springer, vol. 22, 2008. [11](#)
- [69] F. Jian, R. B. Narendran et D. S. Jayas, « Segregation in stored grain bulks : Kinematics, dynamics, mechanisms, and minimization—a review », *Journal of Stored Products Research*, vol. 81, p. 11–21, 2019. [11](#)
- [70] T. Mullin, « Coarsening of self-organized clusters in binary mixtures of particles », *Physical review letters*, vol. 84, no. 20, p. 4741, 2000. [11](#)
- [71] J. Gray et C. Ancey, « Multi-component particle-size segregation in shallow granular avalanches », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 678, p. 535–588, 2011. [11](#)
- [72] J. Bridgwater, W. Foo et D. Stephens, « Particle mixing and segregation in failure zones—theory and experiment », *Powder technology*, vol. 41, no. 2, p. 147–158, 1985. [12](#)
- [73] P. Gajjar et J. Gray, « Asymmetric flux models for particle-size segregation in granular avalanches », *Journal of fluid mechanics*, vol. 757, p. 297–329, 2014. [12](#)

- [74] Y. Nahmad-Molinari, G. Canul-Chay et J. Ruiz-Suárez, « Inertia in the brazil nut problem », *Physical Review E*, vol. 68, no. 4, p. 041301, 2003. [12](#)
- [75] A. D. Rosato, D. L. Blackmore, N. Zhang et Y. Lan, « A perspective on vibration-induced size segregation of granular materials », *Chemical Engineering Science*, vol. 57, no. 2, p. 265–275, 2002. [13](#)
- [76] S.-S. Hsiau et C. Chen, « Granular convection cells in a vertical shaker », *Powder Technology*, vol. 111, no. 3, p. 210–217, 2000. [13](#)
- [77] S.-S. Hsiau, P.-C. Wang et C.-H. Tai, « Convection cells and segregation in a vibrated granular bed », *AIChE Journal*, vol. 48, no. 7, p. 1430–1438, 2002. [13](#), [31](#), [44](#)
- [78] O. Pouliquen et J. Vallance, « Segregation induced instabilities of granular fronts », *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 9, no. 3, p. 621–630, 1999. [14](#)
- [79] J. Gray et C. Ancey, « Segregation, recirculation and deposition of coarse particles near two-dimensional avalanche fronts », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 629, p. 387–423, 2009. [14](#)
- [80] G. Félix et N. Thomas, « Relation between dry granular flow regimes and morphology of deposits : formation of levées in pyroclastic deposits », *Earth and Planetary Science Letters*, vol. 221, no. 1-4, p. 197–213, 2004. [14](#)
- [81] O. Pouliquen, J. Delour et S. B. Savage, « Fingering in granular flows », *Nature*, vol. 386, no. 6627, p. 816–817, 1997. [14](#)
- [82] A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret et J. Crassous, « Dense granular flow around a penetrating object : Experiment and hydrodynamic model », *Physical review letters*, vol. 107, no. 4, p. 048001, 2011. [14](#), [15](#)
- [83] P. Schall et M. Van Hecke, « Shear bands in matter with granularity », *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 42, p. 67–88, 2010. [15](#)
- [84] E. Kolb, P. Cixous et J. Charmet, « Flow fields around an intruder immersed in a 2d dense granular layer », *Granular Matter*, vol. 16, no. 2, p. 223–233, 2014. [15](#)
- [85] D. Chehata, R. Zenit et C. Wassgren, « Dense granular flow around an immersed cylinder », *Physics of fluids*, vol. 15, no. 6, p. 1622–1631, 2003. [15](#), [16](#)
- [86] A. Seguin, Y. Bertho, F. Martinez, J. Crassous et P. Gondret, « Experimental velocity fields and forces for a cylinder penetrating into a granular medium », *Physical Review E*, vol. 87, no. 1, p. 012201, 2013. [15](#)
- [87] E. Hamm et F. Melo, « Laser speckle correlation applied to flow field measurements in granular media », *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 73, no. 3, p. 356, 2005. [15](#)
- [88] E. Hamm, F. Tapia et F. Melo, « Dynamics of shear bands in a dense granular material forced by a slowly moving rigid body », *Physical Review E*, vol. 84, no. 4, p. 041304, 2011. [16](#)
- [89] M. Kobayakawa, S. Miyai, T. Tsuji et T. Tanaka, « Interaction between dry granular materials and an inclined plate (comparison between large-scale dem simulation and three-dimensional wedge model) », *Journal of Terramechanics*, vol. 90, p. 3–10, 2020. [16](#), [17](#)
- [90] D. M. Wood, *Geotechnical modelling*. CRC press, 2017. [16](#)
- [91] M. Kobayakawa, S. Miyai, T. Tsuji et T. Tanaka, « Local dilation and compaction of granular materials induced by plate drag », *Physical Review E*, vol. 98, no. 5, p. 052907, 2018. [17](#)
- [92] J. Geng et R. P. Behringer, « Slow drag in two-dimensional granular media », *Physical review E*, vol. 71, no. 1, p. 011302, 2005. [17](#)

- [93] F. Guillard, Y. Forterre et O. Pouliquen, « Depth-independent drag force induced by stirring in granular media », *Physical review letters*, vol. 110, no. 13, p. 138303, 2013. 17
- [94] R. Nedderman, « Statics and kinematics of granular materials cambridge university press », 1992. 17
- [95] T. A. Brzinski III et D. J. Durian, « Characterization of the drag force in an air-moderated granular bed », *Soft Matter*, vol. 6, no. 13, p. 3038–3043, 2010. 17
- [96] R. Albert, M. Pfeifer, A.-L. Barabási et P. Schiffer, « Slow drag in a granular medium », *Physical review letters*, vol. 82, no. 1, p. 205, 1999. 17
- [97] I. Albert, J. Sample, A. Morss, S. Rajagopalan, A.-L. Barabási et P. Schiffer, « Granular drag on a discrete object : Shape effects on jamming », *Physical review E*, vol. 64, no. 6, p. 061303, 2001. 17
- [98] A. Sauret, N. Balmforth, C. Caulfield et J. McElwaine, « Bulldozing of granular material », *Journal of fluid mechanics*, vol. 748, p. 143–174, 2014. 25
- [99] N. Bell, Y. Yu et P. J. Mucha, « Particle-based simulation of granular materials », in *Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, p. 77–86, 2005. 25
- [100] E. Ehrichs, H. Jaeger, G. S. Karczmar, J. B. Knight, V. Y. Kuperman et S. R. Nagel, « Granular convection observed by magnetic resonance imaging », *Science*, vol. 267, no. 5204, p. 1632–1634, 1995. 31
- [101] K. Krishnaraj et P. R. Nott, « A dilation-driven vortex flow in sheared granular materials explains a rheometric anomaly », *Nature communications*, vol. 7, no. 1, p. 1–8, 2016. 31
- [102] C. S. Campbell, « Granular shear flows at the elastic limit », *Journal of fluid mechanics*, vol. 465, p. 261–291, 2002. 33
- [103] K. A. Gillemot, E. Somfai et T. Börzsönyi, « Shear-driven segregation of dry granular materials with different friction coefficients », *Soft Matter*, vol. 13, no. 2, p. 415–420, 2017. 39
- [104] L. B. May, L. A. Golick, K. C. Phillips, M. Shearer et K. E. Daniels, « Shear-driven size segregation of granular materials : Modeling and experiment », *Physical Review E*, vol. 81, no. 5, p. 051301, 2010. 39
- [105] A. Seguin, Y. Bertho et P. Gondret, « Influence of confinement on granular penetration by impact », *Physical Review E*, vol. 78, no. 1, p. 010301, 2008. 61, 88, 135
- [106] E. Kolb, P. Cixous, N. Gaudouen et T. Darnige, « Rigid intruder inside a two-dimensional dense granular flow : Drag force and cavity formation », *Physical Review E*, vol. 87, no. 3, p. 032207, 2013. 61, 135
- [107] C. Inserra, V. Tournat, B. Castagnede et V. Gusev, « Application de méthodes d’acoustique non linéaire à la caractérisation des milieux granulaires en cours de compaction », 85
- [108] S. K. De Richter, *Étude de l’organisation des réarrangements d’un milieu granulaire sous sollicitations mécaniques*. Thèse de doctorat, Université Européenne de Bretagne, 2009. 85
- [109] P. Cixous, *Blocage et écoulement d’un milieu granulaire dense et désordonné autour d’un obstacle rigide*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2009. 85, 88, 135

- [110] E. Kolb, N. Algarra, A. Lazarus et D. Vandembroucq, « Interactions of slender elastic structures with complex media like granular materials », in *APS March Meeting Abstracts*, vol. 2019, p. S56-001, 2019. 85
- [111] J. Boujlel, F. Pigeonneau, E. Guillard et P. Jop, « Rate of chaotic mixing in localized flows », *Physical Review Fluids*, vol. 1, no. 3, p. 031301, 2016. 109
- [112] M. Souzy, *Mélange dans les suspensions de particules cisailées à bas nombre de Reynolds*. Thèse de doctorat, Aix Marseille Université, 2016. 109
- [113] B. Talbot, *Mélange et dynamique de la turbulence en écoulements libres à viscosité variable*. Thèse de doctorat, Rouen, INSA, 2009. 109
- [114] G. D’Anna, « Dissipative dynamics of granular media investigated by forced torsion pendulum », *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 51, no. 3, p. 293, 2000. 115
- [115] A. Rahma, « Modélisation du comportement du milieu granulaire en fonction de l’écrasement des grains », *Canadian geotechnical journal*, vol. 35, no. 3, p. 517–523, 1998. 115
- [116] A. Miksic, *Étude des propriétés mécaniques et acoustiques d’un milieu granulaire sous chargements cycliques*. Thèse de doctorat, Université Paris-Est, 2008. 115
- [117] J. Zhang, R. P. Behringer et I. Goldhirsch, « Coarse-graining of a physical granular system », *Progress of Theoretical Physics Supplement*, vol. 184, p. 16–30, 2010. 134
- [118] D. Howell, R. P. Behringer et C. Veje, « Stress fluctuations in a 2d granular couette experiment : a continuous transition », *Physical Review Letters*, vol. 82, no. 26, p. 5241, 1999. 139
- [119] D. M. Mueth, H. M. Jaeger et S. R. Nagel, « Force distribution in a granular medium », *Physical Review E*, vol. 57, no. 3, p. 3164, 1998. 139
- [120] F. Radjai et S. Roux, « Turbulentlike fluctuations in quasistatic flow of granular media », *Physical review letters*, vol. 89, no. 6, p. 064302, 2002. 139, 140
- [121] A. Vincent et M. Meneguzzi, « The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 225, p. 1–20, 1991. 140
- [122] O. Pouliquen, « Velocity correlations in dense granular flows », *Physical review letters*, vol. 93, no. 24, p. 248001, 2004. 158
- [123] D. Griffani, P. Rognon, B. Metzger et I. Einav, « How rotational vortices enhance transfers », *Physics of Fluids*, vol. 25, no. 9, p. 093301, 2013. 158
- [124] S. Abedi, A. L. Rechenmacher et A. D. Orlando, « Vortex formation and dissolution in sheared sands », *Granular Matter*, vol. 14, no. 6, p. 695–705, 2012. 158
- [125] X. Gu et J. Yang, « A discrete element analysis of elastic properties of granular materials », *Granular Matter*, vol. 15, no. 2, p. 139–147, 2013. 158

---

## Sujet : Vitesses de mélange et de ségrégation granulaire

---

### Résumé

Omniprésents dans un large éventail d'applications, les matériaux granulaires ont reçu une attention scientifique croissante au cours des dernières décennies. L'un des principaux centres d'investigation, en particulier dans le monde industriel, est la problématique du mélange. Elle soulève des questions fondamentales sur l'interaction entre particules aux propriétés différentes. L'une des problématiques récurrentes reste la ségrégation, principalement celle liée à la différence de tailles des particules. La difficulté d'homogénéiser un mélange de particules conduit souvent à des performances structurelles médiocres dans les produits industriels tels que le verre, les abrasifs, les pilules...etc. Dans ce manuscrit de thèse organisé en deux parties, nous étudions d'abord les mécanismes de ségrégation et de convection dans une configuration tridimensionnelle (3D), puis nous examinons la dynamique de mélange dans une configuration bidimensionnelle (2D).

Dans la configuration 3D, un milieu bidisperse constitué de grandes particules de sable et de petites billes de verre est mélangé dans une cuve cylindrique mise en rotation autour d'une tige statique excentrée. La ségrégation se produisant dans le milieu est étudiée à la surface libre où la concentration en grandes particules croît globalement dans le temps, tout en oscillant autour d'une valeur limite. Afin de mieux comprendre les mécanismes intrinsèques à cette ségrégation, nous explorons également les dynamiques de déplacement des particules dans le volume, par une méthode de tomographie « manuelle ». Des champs moyens de déplacements à la fois verticaux et orthoradiaux sont mesurés expérimentalement et montrent un flux de convection secondaire coexistant avec la ségrégation.

La configuration 2D consiste en une couche granulaire bidisperse composée de petites et grandes particules cylindriques, horizontales, dans laquelle nous étudions la dynamique de mélange en partant d'une configuration ségrégée. Les particules sont dispersées par une tige cylindrique (intrus) en mouvement, suivant une trajectoire contrôlée. Les paramètres tels que la taille de l'intrus, sa trajectoire ou la compacité globale du milieu ont été systématiquement modifiés afin de quantifier leur influence sur les champs de déplacement induits et sur le processus de mélange. Les hétérogénéités spatiales et les échelles de mélange caractéristiques ont également été étudiées à travers la définition d'un écart-type sur la concentration spatiale des petites particules dans le milieu. Enfin, les champs cinématiques dans le milieu sont sondés et apportent une explication supplémentaire des mécanismes de mélange observés.

---

**Mots-clés :** milieu granulaire, ségrégation, convection, mélange, traitement d'images, cinématique.

---

**Subject : Mixing and segregation rates in granular materials**

---

**Abstract**

Ubiquitous in a wide range of applications, granular materials have been receiving over the past decades a growing attention in the research community in order to establish their rheology. One of the main focuses, especially in the engineering world, is the problem of particles mixing. It raises interesting and fundamental problematics on interaction between particles of different properties; one of the recurring being segregation, mainly size-segregation that often leads to structural mal-performance in industrial products such as glass, abrasives, pills just to name a few. In this work organised in two parts, we first, investigate segregation and convection mechanisms in a 3D configuration and in a second segment, we look into mixing dynamics in a 2D setup.

In the 3D configuration, a bidisperse medium of large sand particles and small glass beads is mixed in a cylindrical vessel that is put in rotational motion around an eccentric static rod. The subsequent segregation occurring in the system is investigated primarily at the free-surface where the large particles concentration globally increases towards a limit value while oscillating. In order to gain deeper understanding of the intrinsic mechanisms causing the segregation, we also explore the dynamics in the bulk. Average residual bulk displacements fields both vertically and orthoradially could then be measured and show a secondary convection flow that counteracts the segregation process.

The 2D configuration consists in a horizontal plane, in which we investigate mixing dynamics in a bidisperse medium composed of small and large cylinders, sheared with a moving cylindrical intruder. Parameters such as the size of the intruder, the global packing fraction, the trajectory of the intruder as well as the shearing process are tested and their influence on the mixing process outlined. Spatial heterogeneities and characteristic mixing scales are also investigated through the definition of a standard deviation on the spatial concentration of small particles in the medium. Last, kinematics fields in the medium are probed and bring another layer of explanation of the mixing mechanisms observed.

---

**Keywords:** granular materials, segregation, convection, mixing, image processing, kinematics.