



**HAL**  
open science

# Analyse et conception d'un robot parallèle sous-actionné intrinsèquement sûr

Guillaume Jeanneau

► **To cite this version:**

Guillaume Jeanneau. Analyse et conception d'un robot parallèle sous-actionné intrinsèquement sûr. Robotique [cs.RO]. École centrale de Nantes, 2022. Français. NNT : 2022ECDN0018 . tel-03770235

**HAL Id: tel-03770235**

**<https://theses.hal.science/tel-03770235>**

Submitted on 6 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE N° 601  
*Mathématiques et Sciences et Technologies  
de l'Information et de la Communication*  
Spécialité : *Automatique, productique et robotique*

Par

**Guillaume JEANNEAU**

**Analyse et conception d'un robot parallèle sous-actionné intrinsè-  
quement sûr**

Thèse présentée et soutenue à l'École Centrale de Nantes, le 11 mai 2022  
Unité de recherche : UMR 6004, Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N)

## Rapporteurs avant soutenance :

Lionel BIRGLEN Professeur, Polytechnique Montréal (Canada)  
Pierre RENAUD Professeur des universités, INSA Strasbourg

## Composition du Jury :

Président :	Stéphane CARO	Directeur de recherche CNRS, École Centrale de Nantes
Examineurs :	Catherine BIDARD	Ingénieure de recherche, CEA Saclay, Gif-sur-Yvette
	Pauline MAURICE	Chargée de recherche CNRS, Université de Lorraine
	Philippe WENGER	Directeur de recherche CNRS, École Centrale de Nantes
Dir. de thèse :	Sébastien BRIOT	Chargé de recherche CNRS HDR, École Centrale de Nantes
Co-encadrant :	Vincent BÉGOC	Chargé de recherche, ICAM Vendée



# REMERCIEMENTS

---

Je remercie en premier lieu mes encadrants de thèse, Sébastien et Vincent, qui m'ont aidé, soutenu sans faille, compris, recadré aussi parfois quand je m'égarais, et qui m'ont amené jusqu'à aujourd'hui où le manuscrit est rédigé, mes articles publiés. Vous m'avez toujours fait confiance sur l'aspect scientifique, ce qui m'a permis de progresser et me permet aujourd'hui d'avoir plus confiance dans mon travail. Merci pour vos esprits critiques, rigoureux et affûtés. Merci de m'avoir permis de participer à différents colloques qui ont été source d'enrichissement personnel et professionnel. Merci Sébastien pour ton excellence et ton professionnalisme. Merci Vincent pour la rigueur que tu as dans la rédaction et que tu m'as enseigné. Merci pour votre passion que vous partagez jour après jour sur tous ces sujets complexes. Merci à vous, pour toute votre aide, merci pour votre gentillesse. Je remercie aussi mes rapporteurs pour la lecture attentive et pour les retours pertinents qu'ils ont fait sur ce manuscrit. Je remercie aussi tous les membres du jury pour leur lecture du manuscrit et pour leur intérêt pour le sujet. Je les remercie vivement d'être venus à ma soutenance ce qui leur a permis de me poser de nombreuses questions et de me faire des retours sur mes travaux. Et puis merci aux membres de l'équipe ARMEN et à tous les professeurs depuis le début de ma scolarité.

Mes remerciements vont ensuite à mes parents et à ma famille, un soutien sans failles depuis le début de mes études et de ma thèse. Je remercie mon papa qui a toujours cherché à comprendre ce que je faisais et m'a toujours soutenu avec son sens pratique, logique et manuel. Je remercie ma maman pour ces conseils et les côtés pratiques de la vie de tous les jours qu'elle m'a transmis, depuis les petits plats jusqu'au conseil de santé. Je remercie mes frères, Ghislain pour son soutien et pour l'aide qu'il a pu m'apporter à quelques moments critiques sur la programmation, Aurélien pour les discussions enjouées sur sa musique. Je vous remercie tous les deux pour tous les moments que l'on a pu passer ensemble à jouer. Et puis je vous remercie simplement pour votre soutien, et tous les échanges que l'on a pu avoir qui me font encore aujourd'hui grandir.

---

Et puis je remercie tous mes amis avec lesquels j'ai évolué tout au long de ces dernières années. Merci Julian, Ludivine, Maël, Samuel, Valentin, Vanessa et tous les doctorants du LS2N pour toutes les soirées endiablées, le sport, l'escalade et les vacances. Vous étiez là dans les moments plus durs aussi, les accidents, les baisses de moral, la COVID... Merci à tous mes amis de l'Indre, de Poitiers, de l'ENS et j'en oublie... On a toujours été là, les uns pour les autres, et je sais que tout cela va continuer. On est reparti pour de nouvelles aventures, mais je sais qu'on se retrouvera ou se recroisera toujours.

Enfin je remercie mes amis internationaux que j'ai pu rencontrer ici à Nantes, pendant le Master et puis après dans l'équipe ARMEN, en thèse. Je pense aux moments extraordinaires que l'on a passé ensemble, à l'ouverture que vous m'avez donné sur le monde pendant toutes ces années. Pensée à vous encore Valentin, Julian et puis Franco, Zhong Mou, Rafaël, David, Federico, Minh Quan, Mathieu, Philipp, Marceau et tant d'autres avec qui on a pu avoir des échanges tant amicaux que professionnels pendant la thèse. Je remercie Zhong Mou de m'avoir emmené à Chengdu, en Chine, qui fut un séjour mémorable, je dirais même incroyable, surtout en partant en Janvier 2020...

Je n'oublierais pas mon séjour à Nantes.

# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Table des Matières</b>	<b>v</b>
<b>Table des Figures</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>xix</b>
<b>Liste des abréviations</b>	<b>xxv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l’art</b>	<b>5</b>
1.1 Robotique collaborative . . . . .	6
1.1.1 Les modes de collaboration homme-robot . . . . .	6
1.1.2 Analyse des risques . . . . .	8
1.2 Robot intrinsèquement sûr . . . . .	12
1.2.1 Structure légère . . . . .	13
1.2.2 Structure avec découplage inertiels . . . . .	17
1.3 Critères de sécurité . . . . .	25
1.3.1 Indicateur de sévérité d’un impact pour l’homme . . . . .	25
1.3.2 Évaluation de la sévérité d’un impact pour l’homme . . . . .	30
1.3.3 Paramètres du robot influençant la sécurité . . . . .	38
1.4 Bilan de l’état de l’art et perspectives associées . . . . .	43
<b>2 Présentation du robot R-MIn</b>	<b>47</b>
2.1 Description de l’architecture mécanique du robot R-MIn . . . . .	47

## TABLE DES MATIÈRES

---

2.2	Modèles géométrico- et cinémato-statiques du robot R-MIn . . . . .	52
2.2.1	Problème géométrico-statique (PGS) . . . . .	52
2.2.2	Modélisation cinémato-statique du robot R-MIn . . . . .	56
2.3	Espace de travail du robot R-MIn : application . . . . .	58
2.3.1	Calcul de l'espace de travail du robot . . . . .	59
2.3.2	Analyse numérique de l'espace de travail . . . . .	63
2.3.3	Analyse des singularités . . . . .	70
<b>3</b>	<b>Méthode de calcul d'un modèle réduit masse-ressort-masse d'un robot souple</b>	<b>79</b>
3.1	Calcul d'un modèle réduit masse-ressort-masse d'un robot pour l'évaluation des efforts d'impacts . . . . .	80
3.1.1	Énoncé du problème : définition du modèle cible . . . . .	80
3.1.2	Calcul d'un modèle dynamique linéarisé de robot . . . . .	82
3.1.3	Calcul d'un nouvel ensemble de coordonnées généralisées . . . . .	84
3.1.4	Calcul des masses et de la raideur équivalentes . . . . .	88
3.1.5	Discussion sur la linéarisation du modèle dynamique du robot . . . . .	90
3.2	Études de cas . . . . .	91
3.2.1	Méthodologie de simulation . . . . .	92
3.2.2	Cas 1 : robot sous-actionné sériel RR . . . . .	95
3.2.3	Cas 2 : le robot R-MIn modifié . . . . .	104
3.2.4	Cas 3 : le robot R-MIn initial . . . . .	111
<b>4</b>	<b>Modélisation dynamique et commande du robot R-MIn</b>	<b>121</b>
4.1	Dynamique et Contrôle du robot R-MIn . . . . .	121
4.1.1	Modèle dynamique du robot R-MIn . . . . .	121
4.1.2	Commande du robot . . . . .	124
4.1.3	Validation expérimentale des performances du modèle dynamique et du contrôleur appliqué au robot R-MIn . . . . .	125
4.2	Réduction des oscillations par la génération de trajectoire . . . . .	131
4.2.1	Réduction des oscillations par input shaping . . . . .	132
4.2.2	Génération de la trajectoire . . . . .	137
4.2.3	Application de l'Input Shaping sur le robot R-MIn. . . . .	140
<b>5</b>	<b>Analyse expérimentale des performances en sécurité du robot R-MIn</b>	<b>147</b>

5.1	Description du dispositif expérimental . . . . .	148
5.1.1	Description du mécanisme à cinq barres comparé au robot R-MIn .	148
5.1.2	Dispositif de Mesure de la Force d'impact (DMFI) . . . . .	151
5.2	Protocole expérimental . . . . .	153
5.2.1	Définition des configurations d'impact . . . . .	154
5.2.2	Scénarios d'impact . . . . .	157
5.3	Résultats expérimentaux et analyse . . . . .	159
5.3.1	Comparaison de R-MIn avec le mécanisme à cinq barres . . . . .	159
5.3.2	Effet du corps impacté sur les forces d'impact . . . . .	162
5.3.3	Effet de la vitesse de l'effecteur sur les forces d'impact . . . . .	163
5.3.4	Effet de la raideur du robot R-MIn . . . . .	164
5.3.5	Discussion . . . . .	165
5.4	Évaluation de la sécurité des robots par simulation . . . . .	166
5.4.1	Modélisation d'un impact avec le DMFI . . . . .	167
5.4.2	Identification du DMFI . . . . .	168
5.4.3	Validité du modèle de collision . . . . .	169
5.4.4	Discussion . . . . .	173
	<b>Conclusion</b>	<b>177</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>183</b>
	<b>Annexes</b>	<b>195</b>
A	<b>Un nouvel ensemble de coordonnées généralisées</b>	<b>195</b>
B	<b>Comparaison de la raideur équivalente proposée avec la raideur cartésienne</b>	<b>198</b>
C	<b>Interprétation physique de la matrice hessienne projetée</b>	<b>202</b>
D	<b>Modélisation et acquisition des données à l'aide de la caméra</b>	<b>205</b>
D.1	Modélisation de la caméra . . . . .	205
D.2	Traitement d'image, calibration et reconstitution du robot . . . . .	206
E	<b>Cinématique du robot R-Min, premier et second ordre</b>	<b>210</b>
E.1	Cinématique du premier ordre . . . . .	210

TABLE DES MATIÈRES

---

E.2 Cinématique du second ordre . . . . .	211
<b>F Liste des publications</b>	<b>213</b>
<b>Résumé</b>	<b>216</b>

# TABLE DES FIGURES

---

1.1	Définition des modes de collaboration [ROSENSTRAUCH et KRUGER, 2017].	7
1.2	Exemple d'une application industrielle du guidage manuel [MASAKAZU et al., 2016]. . . . .	7
1.3	Quelques exemples de robots sériels légers. . . . .	14
1.4	Robot parallèle souple, [CAMPA et al., 2019]. . . . .	16
1.5	Principe d'actionnement du bras DM <sup>2</sup> , [ZINN et al., 2003]. . . . .	18
1.6	Principe d'un bras constitué de blocs liés entre eux par des accouplements préchargés appliqué dans un contexte collaboratif, [SERIANI et al., 2018]. .	19
1.7	Solutions existantes pour créer des bras préchargés. . . . .	21
1.8	Actionneur basé sur un embrayage mécanique pour des interactions sûres. .	22
1.9	Robot parallèle incluant des limiteurs de couples [LAUZIER et GOSSELIN, 2010]. . . . .	22
1.10	Robots gonflables : des robots sûres mais encore lent. . . . .	23
1.11	Robots et bras robots souple conçue pour la sécurité homme robot. . . . .	24
1.12	Impacteurs de formes différentes considérés dans [HADDADIN et al., 2012a].	27
1.13	Définition de points d'impacts sur le corps humain [YAMADA et al., 1997].	27
1.14	Bélier utilisé pour l'évaluation des risques dans [BEHRENS et ELKMANN, 2014]. . . . .	28
1.15	Définition des limites en efforts et en pression pour des efforts apparaissant en régime dynamique ou quasi-statique [ISO/TS15066, 2016]. . . . .	29
1.16	Cas d'impact (a) non-contraint et (b) contraint, [HADDADIN et al., 2008b].	31
1.17	Modélisation de l'homme adoptée dans [LAUZIER et GOSSELIN, 2015]. . . . .	32
1.18	Représentation de la modélisation de l'humain adoptée dans [J.-J. PARK et al., 2015]. . . . .	32
1.19	Exemples de dispositifs de mesure de l'effort d'impact basé sur la rotation d'un solide autour d'un axe pour un cas d'impact non-contraint. . . . .	34

1.20	Dispositif expérimental permettant l'évaluation de l'accélération dans un cas d'impact non-contraint présenté dans [LOPEZ-MARTINEZ et al., 2015].	35
1.21	Un mannequin est utilisé [HADDADIN et al., 2007] pour reproduire fidèlement le corps humain dans un cas semi-contraint. . . . .	36
1.22	Un mannequin est utilisé [HADDADIN et al., 2008a] pour reproduire fidèlement le corps humain dans un cas contraint. . . . .	36
1.23	DMFI recommandé dans [COVR, 2021a]. . . . .	37
1.24	Paramètres de raideurs des ressorts et de dureté des mousses recommandés dans [DGUV, 2017]. . . . .	37
1.25	Quatre configurations d'impact d'un mécanisme à quatre barres [WALKER, 1990]. . . . .	39
1.26	Évolution de l'effort maximal d'impact $F_{ext}$ sur le front en fonction de la masse équivalente et de la vitesse. [HADDADIN et al., 2008b] . . . . .	39
2.1	Chaînes cinématique du robot R-MIn et du mécanisme à cinq barres. . . . .	48
2.2	Représentation des configurations d'équilibre du robot R-MIn lorsqu'il est soumis à différents types de forces externes. Le robot se reconfigure lui-même en cas de collision avec un humain. . . . .	51
2.3	Conception préliminaire du robot R-MIn utilisé pour le calcul de l'espace de travail. . . . .	62
2.4	Nombre de solutions au PGSD obtenues numériquement dans l'espace articulaire dans le cas où aucune force n'est appliquée sur l'effecteur. . . . .	64
2.5	Représentation des quatre configurations différentes du robot correspondant aux quatre solutions du MGSD avec $\mathbf{q}_a^A = [4.574, 4.312]^T$ rad et $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ N. . . . .	65
2.6	Représentation des deux configurations solutions du MGSD lorsque $\mathbf{q}_a^B = [5.205, 4.943]^T$ et $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ N. . . . .	66
2.7	Contour des sous-ensembles de solutions au PGSD projetés dans l'espace articulaire. . . . .	67
2.8	Contour des sous-ensembles de solutions au MGSD projetés dans l'espace cartésien. . . . .	68
2.9	Décomposition et isolement d'une solution unique au PGSI. . . . .	69
2.10	Nombre de solutions au MGSI pour une position donnée dans l'espace cartésien, dans le cas où aucune force n'est appliquée sur l'effecteur. . . . .	71

2.11	Contour de l'espace de travail cartésien correspondant à la projection d'un seul sous-ensemble de solutions au PGSI. L'espace de travail est tracé pour deux cas, lorsqu'aucune force n'est appliquée sur l'effecteur et lorsqu'une force de 10 N est appliquée vers le bas. . . . .	71
2.12	Prototype du robot R-MIn utilisé pour le calcul de l'espace de travail final.	72
2.13	Représentation de l'espace de travail du prototype R-MIn avec les valeurs des conditionnements inverse des matrices $\mathbf{G}_{PD}$ et $\mathbf{G}_{AD}$ qui y sont dessinées.	74
2.14	Représentation de l'espace de travail cartésien du robot R-MIn pour deux valeurs différentes de la rigidité du ressort dans la barre de précharge en considérant ou non une limite en couple, comparé à l'espace de travail du mécanisme à cinq barres. . . . .	75
2.15	Décomposition des limites de l'espace de travail du robot R-MIn. . . . .	76
3.1	(a) Modèle d'un robot heurtant une partie du corps humain et (b) son modèle réduit, un mécanisme masse-ressort-masse. . . . .	81
3.2	Modèle réduit de la région du corps humain impactée dans le cas d'une collision contrainte. . . . .	93
3.3	Représentation du robot sous-actionné sériel RR. . . . .	96
3.4	Description des quatre configurations simulées pour le robot sous-actionné sériel RR. . . . .	97
3.5	Évolution de la raideur équivalente $k_r$ par rapport à la raideur articulaire $k_s$ pour les quatre configurations d'impact du robot sous-actionné sériel RR.	99
3.6	Évolution de la masse équivalente côté actionneur $m_a$ par rapport à la raideur articulaire $k_s$ pour les quatre configurations d'impact du robot sous-actionné sériel RR. . . . .	99
3.7	Comparaison des profils temporels des efforts de contact obtenus à partir de la simulation du modèle complet du robot et du modèle réduit masse-ressort-masse du robot, pour différentes valeurs de la raideur articulaire $k_s$ . . . . .	101
3.8	Comparaison de la force d'impact maximale obtenue par simulation en utilisant le modèle complet ou le modèle réduit masse-ressort-masse du robot sous-actionné sériel RR, pour les quatre configurations d'impact avec la tête et avec la poitrine. . . . .	103

3.9 Comparaison de l'effort maximal d'impact obtenu par simulation en utilisant le modèle complet ou le modèle réduit masse-ressort-masse du robot sous-actionné sériel RR, pour les quatre configurations d'impact avec la tête. 104

3.10 Présentation du robot R-MIn, un mécanisme sous-actionné à sept barres avec des ressorts de torsions sur les articulations distales en  $O_{13}$  et  $O_{23}$ . . . 105

3.11 Description des deux configurations simulées pour le robot parallèle R-MIn 106

3.12 Évolution de la masse équivalente côté actionneur  $m_a$  par rapport à la raideur articulaire  $k_s$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn : collision au niveau de l'effecteur (configuration (Cp)), collision au niveau du coude  $O_{13}$  (configuration (Co)). . . . . 108

3.13 Évolution de la raideur équivalente  $k_r$  par rapport à la raideur articulaire  $k_s$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn modifié : un contact au niveau de l'effecteur (Cp), un contact au niveau du coude  $O_{13}$  (Co). . . . . 108

3.14 Comparaison des profils temporels de la force de contact obtenus à partir de la simulation du modèle complet du robot et du modèle réduit masse-ressort-masse, pour différentes valeurs de la raideur articulaire  $k_s$ , en considérant un impact sur le coude  $O_{13}$  (configuration (Co)) entre le robot R-MIn et la tête. . . . . 109

3.15 Évolution de l'effort d'impact maximal pour un impact sur le coude en  $O_{13}$  (Cp) et sur l'effecteur (Co). Deux cas pour l'humain sont considérés, une collision avec la tête et une collision avec la poitrine. . . . . 111

3.16 Description des deux configurations simulées pour le robot parallèle R-MIn. 112

3.17 Évolution de la masse équivalente côté actionneur  $m_a$  par rapport à la raideur de la barre de précharge  $k_t$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn : collision au niveau de l'effecteur (configuration (Cp\*)), collision au niveau du coude  $O_{13}$  (configuration (Co\*)). . . . . 114

3.18 Évolution de la raideur équivalente  $k_r$  par rapport à la raideur de la barre de précharge  $k_t$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn : un contact au niveau de l'effecteur (Cp\*), un contact au niveau du coude en  $O_{13}$  (Co\*). . . . . 114

3.19	Comparaison des profils temporels de la force de contact obtenus à partir de la simulation du modèle complet du robot R-MIn et du modèle réduit masse-ressort-masse, pour différentes valeurs de la raideur de la barre de précharge $k_t$ , en considérant un impact sur le coude $O_{13}$ (configuration (Co*)) entre le robot R-MIn et la tête. . . . .	115
3.20	Évolution de l'effort d'impact maximal pour un impact sur l'effecteur en $P$ (Cp*) et sur le coude en $O_{13}$ (Co*). Deux cas pour l'humain sont considérés, une collision avec la tête et une collision avec la poitrine. . . . .	117
4.1	Chaînes cinématique du robot R-MIn. . . . .	122
4.2	Prototype du robot R-MIn incluant des masses ajoutées sur les avant-bras pour vérifier les performances du modèle et du contrôleur. . . . .	126
4.3	Trajectoire utilisée pour la validation du contrôleur et du modèle dynamique. . . . .	128
4.4	Comparaisons entre les prédictions du modèle dynamique et les mesures expérimentales. . . . .	129
4.5	Erreurs de suivi du contrôleur et erreurs de positionnement de l'effecteur du robot R-MIn. . . . .	130
4.6	Principe de fonctionnement de l'input shaping. [SCHLEGEL et GOUBEJ, 2010]	132
4.7	Représentation des fréquences propres du prototype R-MIn dans l'espace de travail. . . . .	140
4.8	Suivi de trajectoire réalisée avec le robot R-MIn. . . . .	142
4.9	Comparaison du suivi de trajectoire réalisé avec le robot R-MIn obtenu avec différentes méthodes d'input shaping. . . . .	143
5.1	Mécanisme équivalent à cinq barres, obtenu à partir du robot R-MIn où la barre de précharge est enlevée et où deux mécanismes de verrouillage sont introduits pour verrouiller les articulations passives situées sur les points $O_{i3}$ .	149
5.2	Photo du DMFI conçu par nos soins, monté sur la table de positionnement.	153
5.3	Représentation schématique du DMFI. . . . .	154

5.4 Représentation de la configuration du robot au moment de l'impact et au début de la trajectoire. La trajectoire est représentée. L'espace de travail est représenté pour deux cas différents : R-MIn et R-MIn<sup>+</sup>. La vitesse de l'effecteur et celle du point d'impact, ainsi que l'emplacement du capteur, sont représentés pour chacune des quatre configurations d'impact de référence. . . . . 156

5.5 (a-h) Photos du robot R-MIn au moment de l'impact pour chacune des quatre configurations d'impact (Co, Cp, So, Sp), pour deux vitesses différentes de l'effecteur  $v_e(t_c) \in \{1, 2\}$  m/s. (i-l) Photos de la version plus rigide du robot R-MIn (R-MIn<sup>+</sup>) au moment de l'impact pour deux configurations d'impact (So, Sp) et pour deux vitesses différentes de l'effecteur  $v_e(t_c) \in \{1, 2\}$  m/s. . . . . 158

5.6 Comparaison des forces d'impact dues à un choc entre le robot R-MIn ou le mécanisme à cinq barres avec le DMFI, réglé pour imiter la tête et en considérant une vitesse de l'effecteur de 1 m/s. Les quatre configurations d'impact sont considérées (Co, Cp, So, Sp). . . . . 160

5.7 Comparaison des forces dues à un impact entre le robot R-MIn ou le mécanisme à cinq barres, avec différents réglages du DMFI correspondant respectivement au ventre, à la jambe et à la tête. . . . . 161

5.8 Représentation de la force d'impact maximale en fonction de la vitesse du point d'impact en considérant le robot R-MIn percutant la tête dans toutes les configurations d'impact de référence. . . . . 163

5.9 Évaluation des influences de la raideur R-MIn sur le profil de la force d'impact avec une configuration latérale et un impact sur l'articulation passive et l'effecteur (scénario So et Sp), avec une vitesse contrôlée de  $v_e(t_c) = 1.0$  m/s et avec un DMFI correspondant à la tête. . . . . 164

5.10 Profil de force obtenue expérimentalement et en simulation à partir des paramètres identifiés dû à l'impact d'une balle sur le DFMI placé à la verticale. . . . . 170

5.11 Distribution de l'erreur entre la force d'impact maximale obtenue par simulation et celle obtenue expérimentalement. . . . . 171

5.12 Courbes d'effort obtenu à l'aide du DFMI imitant la tête en simulation et expérimentalement dans le cas d'impact Co et avec une vitesse d'impact de 1.5 m/s. . . . . 173

5.13 Déplacement de l'effecteur avant, pendant et après l'impact du robot R-MIn sur le DFMI imitant la tête, en simulation et expérimentalement, dans les configurations d'impact Cp et So et avec une vitesse d'impact de 1.5 m/s. 174

D.1 Exemple de détection des points pour l'obtention du mouvement du mécanisme à cinq barres. . . . . 208

D.2 Correction de la calibration de la caméra et du décentrage des marqueurs placés sur les axes moteurs. On présente ici la coordonnée  $\mathbf{z}$  du point  $O_{11}$  pour une des expérimentations. Les résultats sont similaires selon  $\mathbf{x}$  où pour le point  $O_{21}$ . . . . . 209



# LISTE DES TABLEAUX

---

2.1	Dimensions et propriétés de masse des prototypes de bras utilisés dans une analyse primaire correspondant à la géométrie présentée figure 2.1(a). . . .	62
2.2	Propriétés géométriques, inertielles et paramètres de conception du prototype du robot R-MIn. . . . .	72
3.1	Propriétés géométriques et inertielles du robot sous-actionné sériel RR. Les paramètres sont inspirés de ceux du bras robot PUMA 560 [ARMSTRONG et al., 1986]. . . . .	95
3.2	Dimensions et propriétés de masse des bras du prototype. . . . .	106
4.1	Propriétés géométriques, inertielles et paramètres de conception du prototype du robot R-MIn incluant des masses ajoutées. . . . .	127
5.1	Propriétés géométriques, inertielles et paramètres de conception du prototype du mécanisme équivalent à cinq barres. . . . .	149
5.2	Paramètres du DMFI utilisés dans les expériences. $k_h^{man}$ est la raideur donnée par le fabricant, alors que $k_h^{rec}$ est la raideur recommandée dans la spécification [ISO/TS15066, 2016]. . . . .	153
5.3	Ensemble de paramètres définissant les quatre configurations d'impact de référence . . . . .	155
5.4	Rapport de la force d'impact maximale due à l'impact du mécanisme à cinq barres divisée par celle due à l'impact du robot R-MIn dans des configurations centrées, présenté pour différentes parties du corps considérées. . . .	162
5.5	Rapport de la force d'impact maximale due à l'impact du mécanisme à cinq barres divisée par celle due à l'impact du robot R-MIn présenté dans des configurations décentrées, présenté pour différentes raideurs de précharge. .	165

5.6 Comparaison de la vitesse d'impact projetée le long de la normale au contact  $v_i = |\mathbf{v}_i^T \mathbf{n}|$ , obtenue avec le robot R-MIn et celle obtenue avec le mécanisme à cinq barres pour différentes configurations d'impact, différentes vitesses de l'effecteur et différentes raideurs de la barre de précharge. La position des articulations passives  $q_{i3}$  au moment de l'impact est également donnée pour le robot R-MIn. . . . . 166

5.7 Paramètres identifiés de la mousse et du ressort pour chacun des trois réglages du DMFI correspondant respectivement au ventre, à la jambe et à la tête. . . . . 170

5.8 Erreur moyenne (et son écart-type) entre la force d'impact maximale obtenue par simulation et celle obtenue expérimentalement pour différents sous-groupes de scénarios d'impact. . . . . 172

# LISTE DES SYMBOLES

---

## Paramètres

$\ell_0$	Longueur à vide du ressort.
$\ell_f$	Épaisseur de la mousse du DMFI.
$\ell_{ij}$	Longueur du bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot.
$\omega_c$	Pulsation de coupure du contrôleur.
$\xi$	Coefficient d'amortissement du contrôleur.
$c_h$	Amortissement d'une partie du corps humain.
$e$	Coefficient de restitution relatif aux deux surfaces rentrant en contact.
$j_{ij}$	Moment d'inertie du bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot selon l'axe spécifié.
$k_s$	Raideur des ressorts de torsion.
$k_t$	Raideur des ressorts de traction du robot R-Min.
$k_d$	Gain dérivé du contrôleur.
$k_f$	Raideur de contact dans le modèle de robot simplifié.
$k_h$	Raideur d'une partie du corps humain.
$k_i$	Gain intégral du contrôleur.
$k_p$	Gain proportionnel du contrôleur.
$m_b$	Masse de la balle utilisée pour l'identification des mousses du DMFI.
$m_{ij}$	Masse du bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot.
$m_o$	Masse de la partie du corps humain impacté.
$m_p$	Masse de la plateforme.
$n_f$	Puissance de l'exposant dans le modèle de raideur.
$r_i$	Rayon de contact d'une partie du robot, $i \in \{1, 2\}$ .
$x_{ij}$	Distance au centre de masse du bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot.
$x_p$	Position de la plateforme projetée dans sa direction de déplacement.
$y_b$	Hauteur de la balle lors de l'identification des mousses du DMFI.

**Modèles**

- $\nu, \lambda$  Multiplicateurs de Lagrange.
- $\tau$  Vecteur des couples moteurs.
- $\delta$  Profondeur de pénétration.
- $\Omega$  Matrice définissant les vibrations propres du robot.
- $\mathbf{A}, \mathbf{P}, \mathbf{D}$  Jacobiennes du modèle cinémato-statique du robot R-Min.
- $\mathbf{c}$  Vecteur des effets de Coriolis et centrifuges et des forces conservatives ( $\mathbf{c} = \mathbf{g}_s + \mathbf{c}_s$ ).
- $\mathbf{c}_k$  Sous-matrice du vecteur des effets de Coriolis et centrifuges  $k \in \mathbb{N}$ .
- $\mathbf{c}_s$  Vecteur des effets de Coriolis et centrifuges.
- $\mathbf{C}_{kl}$  Sous-matrice de la matrice d'amortissement du robot  $k, l \in \mathbb{N}$ .
- $\mathbf{f}$  Le vecteur d'effort de contact appliqué sur l'effecteur.
- $\mathbf{f}_c$  Le vecteur d'effort de contact au point de contact.
- $\mathbf{f}_{ext}$  Le vecteur d'effort extérieur et généralisé appliqué sur le robot.
- $\mathbf{g}$  Champ de gravité.
- $\mathbf{g}_s$  Vecteur regroupants l'effet des forces conservatives (gravité, déformations...).
- $\mathbf{G}_{AD}$  Jacobiennes du modèle cinémato-statique singulière lorsque le robot est en singularité sérielle.
- $\mathbf{G}_{PD}$  Jacobiennes du modèle cinémato-statique singulière lorsque le robot est en singularité parallèle.
- $\mathbf{H}$  Hessien de l'énergie potentielle du robot par rapport aux coordonnées généralisées.
- $\mathbf{h}$  Vecteur regroupant tous les effets statiques et dynamiques dans l'équation de la dynamique.
- $\mathbf{H}_z$  Hessien projeté de l'énergie potentielle du robot.
- $\mathbf{J}$  Une Jacobienne.
- $\mathbf{J}^+$  Une matrice inverse généralisée.
- $\mathbf{J}_d^+$  ou  $\mathbf{J}^\#$  Une matrice inverse généralisée cohérente dans un cas dynamique.
- $\mathbf{J}_s^+$  Une matrice inverse généralisée cohérente dans un cas statique.
- $\mathbf{k}$  Première équation d'équilibre.
- $\mathbf{K}_{kl}$  Sous-matrice de la matrice de raideur du robot  $k, l \in \mathbb{N}$ .
- $\mathbf{M}$  Matrice d'inertie du robot.
- $\mathbf{M}_{kl}$  Sous-matrice de la matrice d'inertie du robot  $k, l \in \mathbb{N}$ .
- $\mathbf{n}$  Vecteur normal unitaire au point de contact.

---

$\mathbf{Q}$	Projecteur définissant le noyau d'une certaine jacobienne $\mathbf{J}$ .
$\mathbf{u}$	Vecteur des forces moteurs sous sa forme généralisée.
$\mathbf{Z}$	Matrice génératrice du noyau du gradient des contraintes géométriques.
$\mathcal{L}$	Lagrangien.
$\mu_l$	Valeurs propres de la matrice $\mathbf{\Omega}$ $l \in \mathbb{N}$ .
$\phi$	Équations de fermetures de boucles géométriques.
$\omega$	Pulsation naturelle.
$\omega_l$	Pulsation naturelle du robot $l \in \mathbb{N}$ .
$\zeta$	Coefficient d'amortissement du robot.
$E$	L'énergie cinétique totale.
$E_i$	L'énergie cinétique d'un corps noté $i \in \mathbb{N}$ .
$f_c$	Effort de contact projeté selon la normale au contact.
$k_r$	Raideur équivalente dynamiquement consistante dans un système masse-ressort-masse équivalent.
$m_a$	Masse équivalente côté actionneur dans un système masse-ressort-masse équivalent.
$m_c$	Masse équivalente au niveau du point de contact.
$r$	Rapport entre l'effort maximal obtenue avec le mécanisme à cinq barres divisé par celui du robot R-Min.
$s$	Loi de mouvement.
$s_s$	Loi de mouvement filtrée par convolution.
$U$	L'énergie potentielle totale.
$U_i$	L'énergie potentielle d'un corps noté $i \in \mathbb{N}$ .
$U_s$	L'énergie potentielle élastique d'un ressort.
<b>Vecteurs et coordonnées</b>	
$\ell_{AB}$	Longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$ .
$\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}$	Des positions mesurées à partir des mesures des encodeurs ou de la caméra.
$\mathbf{p}$	Vecteur de coordonnées de l'effecteur.
$\mathbf{p}_s$	Trajectoire filtrée par une méthode d'input shaping.
$\mathbf{q}^*, \mathbf{p}^*$	Des solutions au modèle géométrico-statique (chapitre 2) ou à une résolution du modèle dynamique (Chapitre 4) qui peuvent servir à une génération de trajectoire.
$\mathbf{q}_c$	Vecteur de coordonnées utilisé dans l'expression du modèle dynamique.
$\mathbf{q}_g$	Vecteur de coordonnées généralisées.

- $\mathbf{q}_p$  Vecteur de coordonnées passives des liaisons distales  $q_{i3}$ ,  $i \in \{1, 2\}$   
 $\mathbf{q}_t$  Vecteur de toutes les coordonnées du robot.  
 $\mathbf{q}_u$  Vecteur de coordonnées passives  $q_{i2}$  complétant le vecteur de coordonnées généralisées  $i \in \{1, 2\}$ .  
 $\mathbf{q}_{ap}$  Vecteur de coordonnées inconnues avant le calcul du MGSI.  
 $\mathbf{q}_a$  Vecteur de coordonnées des liaisons actionnées.  
 $\mathbf{q}_{dp}$  Vecteur de coordonnées inconnues avant le calcul du MGSD.  
 $\mathbf{q}_p$  Vecteur de coordonnées des liaisons passives.  
 $\mathbf{u}_{ij}$  Direction des bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot.  
 $\mathbf{v}, \mathbf{w}$  Des vecteurs arbitraires.  
 $\mathbf{v}_i$  Vitesse du point de contact.  
 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$  Vecteurs de références dans le repère  $\mathcal{F}_0$ .  
 $\mathbf{x}_a$  Vecteur de coordonnées complétant un jeu de coordonnées généralisées et étant normale d'un point de vue dynamique à la coordonnée  $x_c$ .  
 $\mathbf{x}_c$  Coordonnées du point de contact.  
 $\mathbf{x}_i$  Vecteur directeur d'un bras  $i \in \mathbb{N}$ .  
 $\mathcal{F}_0$  Repère de référence du robot de centre  $A = O$  et d'axes  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ .  
 $\mathcal{P}_0$  Plan vertical ( $A, \mathbf{x}, \mathbf{z}$ ).  
 $\rho$  Distance de l'origine à l'effecteur du robot R-Min.  
 $\theta_c$  Orientation du DMFI.  
 $\theta_e$  Orientation de la vitesse de l'effecteur.  
 $\theta_i$  Angle entre les vecteurs  $\overrightarrow{O_{i1}O_{i2}}$  et  $\overrightarrow{O_{i2}P}$ .  
 $\theta_v$  Orientation de la vitesse du point d'impact.  
 $O, A$  Origine du robot.  
 $O_{i,j}$  Origine du bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot.  
 $P$  Effecteur du robot.  
 $q_{ij}$  Angle relatif entre les bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot.  
 $S_{i,j}$  Centre de masse du bras ( $i, j \in \mathbb{N}$ ) du robot.  
 $t$  Le temps.  
 $t_c$  Temps auquel le contact intervient.  
 $t_i$  Des temps  $i \in \mathbb{N}$ .

---

$v_e$	Vitesse de l'effecteur projetée selon sa direction.
$v_i$	Vitesse du point de contact projetée selon la normale au contact.
$x, y, z$	Coordonnées de l'effecteur dans le repère $\mathcal{F}_0$ .
$x_a$	Coordonnée de la masse équivalente dans un système masse-ressort-masse équivalent.
$x_c$	Coordonnée du point de contact projetée selon la normale au contact.
$x_o$	Position du point de contact de l'objet impacté selon la normale au contact.
$\mathbf{q}^{(0)}, \mathbf{p}^{(0)}$	Point initial d'une optimisation.
$\mathbf{q}^e$	Coordonnées estimées sous l'hypothèse d'un alignement des barres distales.
$\mathbf{q}^v$	Coordonnée au voisinage d'une coordonnée $\mathbf{q}$ .

### Autres Symboles

$\mathcal{C}_i$	Ensemble spécifique à une contrainte $i \in \mathbb{N}$ restreignant les solutions au PGSD.
$\mathcal{D}_i$	Ensemble spécifique à une contrainte $i \in \mathbb{N}$ restreignant les solutions au PGSI.
$\mathcal{L}_i$	Une des limites de l'espace de travail du robot R-MIn.
$\mathcal{Q}_a$	Espace de recherche articulaire.
$\mathcal{Q}_p$	Espace de recherche cartésien.
$\mathcal{S}_i$	Ensemble de solutions au PGSD numéro $i \in \mathbb{N}$ .
$\mathcal{S}_t$	Ensemble de solutions au PGS.
$\mathcal{T}$	Ensemble admettant une unique solution au PGSD et PGSI.
$m$	Nombre de moteurs.
$n$	Nombre de degrés de liberté.
$n_p$	Nombre d'impulsions pour l'input-shaping.
$n_s$	Le nombre de solutions au PGSD.



# LISTE DES ABRÉVIATIONS

---

**AIS** Abbreviated Injury Scale (critère de l'échelle abrégée des blessures).

**ARMEN** Autonomie des Robots et Maîtrise de l'ENVironnement (LS2N, UMR 6004, France).

**CI** Configuration d'Impact.

**CM** Centre de Masse.

**Co** Configuration centrée et impact sur la liaison passive  $O_{i3}$ .

**COVID** Coronavirus Decease.

**COVR** Collaborative and versatile robots (Robot versatile et collaboratif).

**Cp** Configuration centrée et impact sur l'effecteur  $P$ .

**ddl** Degré de Liberté.

**DGUV** Deutsche Gesetzliche Unfallversicherung (Assurance sociale allemande des accidents du travail et maladies professionnelles).

**DLR** Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (Centre allemand pour l'aéronautique et l'astronautique).

**DM** Dynamic model (Modèle dynamique).

**DM<sup>2</sup>** Distributed Macro Mini.

**DMFI** Dispositif de Mesure de la Force d'Impact.

**EI** Extra intensive.

**ENS** École Normale Supérieure.

**HIC** Head Injury Criteria.

**LS2N** Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (UMR 6004, France).

- LWR** Light Weight Robot (Robot Léger).
- MCS** Modèle Cinémato-Statique Direct.
- MCSI** Modèle Cinémato-Statique Inverse.
- MGSD** Modèle Géométrico-Statique Direct.
- MGSI** Modèle Géométrico-Statique Inverse.
- PGS** Problème Géométrico-Statique.
- PGSD** Problème Géométrico-Statique Direct.
- PGSI** Problème Géométrico-Statique Inverse.
- PID** Proportionnel Intégral Dérivé.
- Po** Configuration bras Plié et impact sur la liaison passive  $O_2$ .
- Pp** Configuration bras Plié et impact sur l'effecteur  $P$ .
- R-MIn** Robot Manipulator for safe physical INteraction.
- RR** Rotatif Rotatif.
- SEA** Series Elastic Actuator (Actionneur Élastique Sériel).
- So** Configuration décentrée et impact sur la liaison passive  $O_{i3}$ .
- Sp** Configuration décentrée et impact sur l'effecteur  $P$ .
- To** Configuration bras Tendu et impact sur la liaison passive  $O_2$ .
- Tp** Configuration bras Tendu et impact sur l'effecteur  $P$ .
- UMR** Unité Mixte de Recherche.
- VSA** Variable Stiffness Actuator (Actionneur à Raideur Variable).
- ZV** Zero Vibration.
- ZVD** Zero Vibration Derivative.

# INTRODUCTION

---

La collaboration homme-robot permet une plus grande capacité d'adaptation de l'industrie, faisant du robot un outil polyvalent, efficace et intuitif pour l'homme dans des tâches plus complexes et plus variées. En permettant le partage de l'espace de travail entre l'opérateur et le robot, la robotique collaborative permet un gain d'espace et facilite l'implantation de robots au sein de lignes automatisées existantes. L'un des principaux défis actuels est d'assurer la sécurité des humains qui pourraient interagir avec ce type de robots. Plusieurs axes de recherche sont abordés dans la littérature pour augmenter la sécurité des robots. En particulier, on peut utiliser des approches de commande permettant la détection de la proximité de l'opérateur et d'ajuster les vitesses et mouvements du robot pour éviter les contacts ou les rendre moins dangereux. D'autres stratégies visent à détecter l'impact pour que le robot puisse réagir après l'impact et se mettre dans un mode de sécurité pour l'opérateur. Une autre stratégie consiste à améliorer la conception du robot pour le rendre moins dangereux. Cependant, en raison de la nature hautement dynamique et imprévisible des mouvements humains, les approches de détection de la proximité d'un opérateur doivent être associées à une réduction drastique de la vitesse du robot pour garantir la sécurité d'un être humain. De plus, la raideur en surface du contact étant en général très élevée, le temps de contact est extrêmement rapide. Les stratégies de contrôle et de détection de l'impact ne permettent donc pas une réduction des efforts lors d'un impact. C'est pourquoi l'approche consistant à étudier la conception est importante. Des solutions mécaniques doivent être trouvées pour réduire les masses en mouvements et apporter de la souplesse aux robots de façon à réduire, de manière intrinsèque la dangerosité d'un robot. La souplesse pourra être apportée en rendant le robot sous-actionné, le robot ayant alors plus de degrés de liberté interne que de moteurs ou, plus généralement, en lui donnant la possibilité de se déformer en cas d'impact, afin de répartir l'énergie propagée lors du choc.

La littérature a produit une grande quantité de concepts mécaniques pour améliorer la sécurité des opérateurs, mais l'on peut s'apercevoir que seules des structures à un degré

de liberté ou de rares robots sériels souples ont été analysés et conçus du point de vue de la sécurité. Par ailleurs, aucun robot parallèle n'a été étudié du point de vue de la sécurité, que ce soit expérimentalement ou en simulation. Les robots parallèles, bien que relativement encombrants, ont pourtant l'avantage d'être plus légers que les robots sériels et seraient donc de bons candidats dans des applications collaboratives. L'introduction de souplesse dans une architecture de robot parallèle peut permettre de réduire de manière significative la masse équivalente au niveau du point d'impact.

Il a donc été décidé de s'intéresser, dans le cadre de cette thèse, à une structure parallèle sous-actionnée. Un nouveau robot nommé R-MIn (Robot Manipulator for safe physical INteraction) a été conçu comme preuve de concept dans l'objectif d'apporter la démonstration qu'un robot parallèle sous-actionné peut permettre d'améliorer la sécurité des hommes dans des applications collaboratives. Il a été décidé de considérer un robot plan pour que l'analyse et la réalisation en soit simplifiées. Le robot R-MIn a ainsi été conçu sur la base d'un mécanisme à cinq barres auquel ont été ajoutés des degrés de liberté supplémentaires non actionnés. Un système de précharge a été ajouté de manière à contraindre la position de l'effecteur. Le robot peut ainsi se reconfigurer en cas d'impact tout en étant assez rigide pour déplacer des charges de masses variables. L'étude des propriétés du robot R-MIn, et en particulier l'évaluation de ses performances du point de vue de la sécurité de l'opérateur, est l'objectif principal de cette thèse. Ainsi, la thèse est structurée de la manière suivante.

Le chapitre 1 présente un état de l'art portant sur les stratégies de conception mécanique visant à rendre le robot intrinsèquement plus sûr, c'est-à-dire plus sûr par nature et sans que cela ne fasse recours à des stratégies de commande ou de détection complexes. On commencera par présenter les modes de collaboration et la démarche d'analyse des risques utilisée en industrie. Il sera alors mis en avant que, pour pouvoir concevoir un robot sûr, il est nécessaire de quantifier le risque représenté par un impact entre un robot et un opérateur. Ce sujet n'est pas à négliger pour des raisons éthiques, car la sécurité des opérateurs est en jeu. C'est pourquoi différents critères de sécurité seront présentés. Ces critères sont basés sur des grandeurs physiques mesurables qui, au travers de la définition de dispositifs de mesures adaptés, permettent d'évaluer une sécurité intrinsèque des systèmes mécaniques. Une synthèse des critères de conception mécanique ayant une incidence sur la sécurité sera alors présentée.

Le chapitre 2 introduit le robot R-MIn, un robot basé sur l'architecture du mécanisme à cinq barres et pour lequel des liaisons pivots sont ajoutées au milieu des avant-bras. On présentera son modèle géométrico-statique posé sous la forme d'un problème d'optimisation. En effet, au même titre que les mécanismes de tensegrité, l'équilibre statique stable du robot R-MIn peut être défini par une configuration minimisant l'énergie potentielle. Les conditions de stabilité des solutions, ainsi que le modèle cinémato-statique, seront déduits. Les conditions d'apparition des singularités seront extraites de ce dernier modèle. Une étude discrète des solutions du modèle géométrico-statique dans les espaces articulaire et cartésien sera réalisée et permettra de représenter l'espace de travail du robot. Une analyse de l'espace de travail à l'aide des conditions déduites du modèle cinémato-statique permettra d'obtenir les lieux des singularités du robot.

Le chapitre 3 introduit un modèle réduit qui permet de représenter un robot souple d'architecture parallèle ou sérielle sous la forme d'un système masse-ressort-masse. La première masse correspond à la masse équivalente au niveau de l'impact, paramètre bien connu dans l'évaluation de la sécurité. La seconde masse reflète les inerties des inerties restantes du mécanisme, comme celles des actionneurs, qui peuvent affecter les efforts de contact. Le ressort reflète lui la raideur interne du mécanisme qui relierait ces deux masses. On peut ainsi savoir précisément si la raideur du mécanisme permet bien un découplage des inerties à l'intérieur du robot dans des conditions d'impact données. L'intérêt d'un tel modèle est l'obtention d'un modèle de collision plus simple et donc plus efficace d'un point de vue temps de calcul, pour permettre d'estimer l'effort d'impact pic et ainsi de faciliter l'optimisation des paramètres d'un robot dans l'objectif de le rendre plus sûr. Le modèle sera appliqué sur un robot sous-actionné sériel RR, sur le robot R-MIn, dont l'effecteur est contraint à l'aide d'une barre de précharge, et sur une version modifiée du robot R-MIn incluant des ressorts de torsion non préchargés au niveau des articulations passives au lieu de la barre de précharge. Une comparaison des simulations des modèles complets et des modèles réduits sera réalisée dans le cas d'un impact entre un des robots et une partie du corps humain contraint. Différentes configurations des robots, différentes positions du point d'impact, différentes raideurs des robots, vitesse des robots et propriétés de la surface impactée seront considérées. L'erreur du modèle réduit sera comparée à celle du modèle avec une masse équivalente simple. On montrera que le modèle réduit permet bien de prendre en compte la raideur des robots.

Le chapitre 4 présente le prototype réalisé ainsi que sa commande. Le modèle dynamique et le contrôle du robot seront introduits. Un protocole expérimental sera défini et permettra d'obtenir les mouvements du robot et une comparaison avec la simulation. Du fait du caractère souple du robot, des oscillations internes du mécanisme apparaissent, l'input shaping sera utilisé pour réduire ces oscillations potentiellement dangereuses et nuisant à la précision de la position de l'effecteur. Plusieurs méthodes d'input shaping seront implémentées expérimentalement et comparées.

Le chapitre 5 s'intéresse enfin à l'évaluation expérimentale de la sécurité du robot. On a développé un dispositif de mesure de l'effort d'impact d'après les recommandations internationales qui est constitué d'un impacteur recouvert d'un ensemble de revêtements et de ressorts permettant d'imiter différentes parties du corps humain. Le robot R-MIn sera comparé expérimentalement au mécanisme à cinq barres de manière à mettre en évidence l'intérêt du sous-actionnement. Différents scénarios d'impact seront définis et testés expérimentalement afin de montrer quels paramètres affectent la sécurité du robot. On montrera ainsi l'effet de la configuration du robot au moment de l'impact, de la raideur du robot, des propriétés de la partie du corps impacté ou de la vitesse du robot au point d'impact. Une modélisation des expérimentations sera alors mise en place. Le modèle dynamique du dispositif de mesure d'impact sera défini et ces paramètres seront identifiés expérimentalement. Le modèle dynamique du chapitre 4 sera réutilisé et le modèle du mécanisme à cinq barres sera implémenté pour pouvoir analyser l'ensemble des impacts réalisés expérimentalement. Une analyse statistique et empirique des résultats permettra de conclure sur la possibilité d'utiliser la simulation pour évaluer la sécurité du prototype.

# ÉTAT DE L'ART

---

Une des solutions des industriels pour améliorer leurs processus est de combiner les compétences humaines avec les processus d'automatisation. Cela peut-être fait en rendant le système automatisé le plus simple d'utilisation possible par une programmation et un interfaçage intuitif. Un autre aspect important est la reconfigurabilité du système automatisé pour pouvoir s'adapter aux besoins des clients ou des industriels. Actuellement, le changement d'une ligne de production est un processus coûteux. Les robots ont déjà pu apporter de la variabilité, de la rapidité, de la précision ou, dans un sens plus large, de l'efficacité aux systèmes automatisés. Cependant, les robots industriels classiques sont programmés à l'avance, sont adaptés à une tâche bien définie, prennent de l'espace et sont dangereux rendant leur utilisation limitée à des tâches répétitives. L'introduction d'une interaction ou collaboration avec l'homme permet de créer de nouveaux espaces où l'homme peut évoluer en sécurité, permet au robot de s'adapter à la tâche en utilisant l'intelligence humaine ou d'être directement contrôlé physiquement par l'homme de manière naturelle et aisée. Cela implique de trouver des méthodes pour assurer une forme de sécurité pour l'opérateur malgré l'absence de barrière physique.

On commencera par présenter les modes de collaboration pour comprendre dans quelles conditions un contact entre homme et robot peut être permis. On verra alors qu'un grand nombre de solutions mécaniques ont été imaginées pour améliorer la sécurité des robots. On montrera alors quels sont les critères de sécurité permettant d'évaluer une sécurité intrinsèque des robots. On finira cet état de l'art en déduisant des travaux présentés les pistes de recherche que l'on a suivies dans le développement de la thèse.

## 1.1 Robotique collaborative

De nombreuses collaborations ou interactions différentes sont possibles. Selon la façon dont nous voulons que l’interaction soit faite, les dispositifs de sécurité, ou plus largement les stratégies de réduction des risques, ne seront pas les mêmes [ROBLA-GOMEZ et al., 2017]. C’est pourquoi, les principes de collaboration existants seront présentés dans un premier temps.

Pour définir l’application collaborative qui nous intéresse, il a été jugé utile de s’intéresser à l’analyse de risques d’une application collaborative permettant un contact entre un robot et un être humain. Celle-ci permet en effet d’identifier les dangers et d’évaluer les risques auxquels nous nous intéresserons dans cette thèse. C’est une fois seulement que cette démarche est faite que la réduction des risques est possible.

### 1.1.1 Les modes de collaboration homme-robot

La collaboration est définie comme le fait de travailler ensemble avec quelque chose ou quelqu’un dans le but de produire une action donnée [BÉLANGER-BARRETTE, MATHIEU, 2015]. Cette première définition est très large et ne s’applique pas à toutes les applications collaboratives. Dans [VICENTINI, 2021], il est précisé que la robotique collaborative englobe toute cellule collaborative impliquant un rapprochement physique entre l’homme et la machine. Pour être plus précis, dans ce type de cellule, le robot peut fonctionner dans un mode automatisé, sans être en arrêt d’urgence, dans un espace de travail partagé avec l’homme. Il existe quatre modes de collaboration définis par la norme internationale [10218-1 : 2011] et dont la définition est complétée par la spécification technique [ISO/TS15066, 2016]. Ces modes sont illustrés sur la figure 1.1 et sont a) l’arrêt nominal de sécurité contrôlé, b) le guidage manuel, c) le contrôle de la vitesse et de la distance de séparation et d) la limitation de la puissance et de la force du robot par conception ou par commande.

#### a) L’arrêt nominal de sécurité contrôlé (a)

Ce type d’interaction est le plus simple. Le robot est contrôlé de manière classique lorsque l’opérateur se trouve hors de l’espace de travail collaboratif. Dès qu’il rentre dans l’espace de travail collaboratif, le robot est arrêté et placé dans une situation d’arrêt nominal

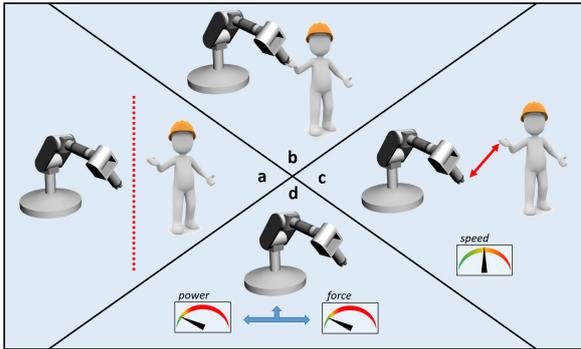


FIGURE 1.1 – Définition des modes de collaboration [ROSENSTRAUCH et KRUGER, 2017].

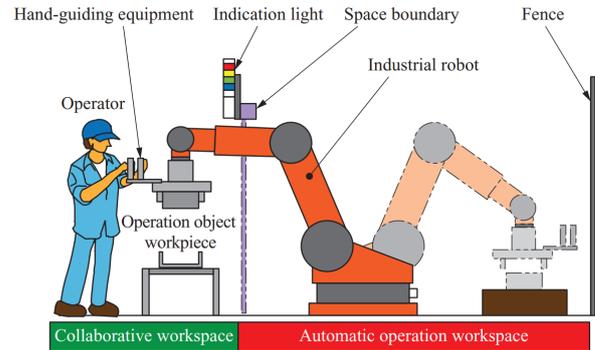


FIGURE 1.2 – Exemple d'une application industrielle du guidage manuel [MASAKAZU et al., 2016].

de sécurité contrôlé. Dès que l'opérateur quitte la zone de travail collaborative, le robot redémarre sans action de l'opérateur.

### b) Le guidage manuel (b)

Le guidage manuel permet à la personne de manipuler l'effecteur en toute sécurité. En général, un capteur de force ou une gâchette est placé sur l'effecteur et permet au robot de comprendre le mouvement souhaité par l'utilisateur et de le suivre directement. Ce processus peut être appliqué pour utiliser l'assistance humaine dans une tâche particulière, ou pour faire en sorte que le robot apprenne la trajectoire à suivre (voir figure 1.2).

### c) Contrôle de la vitesse et de la distance de séparation (c)

Dans ce cas, le robot et l'opérateur peuvent se déplacer en même temps dans un espace de travail commun. Tout contact pendant le déplacement du robot sera évité grâce à l'utilisation d'un capteur de vision, comme un capteur laser, et en tenant compte des mouvements possibles de l'utilisateur.

Pour ce faire, la vitesse du robot est contrôlée de manière à ce qu'aucun contact ne puisse se produire entre le robot et l'humain. La distance de sécurité est évaluée en fonction de facteurs externes tels que la position et la vitesse de l'homme, la distance nécessaire pour détecter l'homme, et de facteurs internes tels que le temps de calcul, la vitesse du robot, la distance de freinage du robot.

#### **d) Limitation de la puissance et/ou de la force du robot (d)**

Le dernier mode de fonctionnement collaboratif est celui des robots à puissance et force limitées. Dans ce cas, le robot et l'utilisateur peuvent évoluer dans le même espace de travail. Le contact entre les deux protagonistes est cette fois possible, et difficilement évitable par le robot du fait du caractère hautement dynamique et imprévisible des mouvements de l'opérateur. C'est ce mode de collaboration qui nous intéresse dans la suite.

### **1.1.2 Analyse des risques**

Afin d'assurer la sécurité de l'homme, l'analyse complète des risques doit être réalisée comme spécifié dans la spécification technique [ISO/TS15066, 2016] et dans la norme [10218-1 : 2011]. Elle donne une approche systématique pour l'analyse des risques afin d'assurer la sécurité d'une application industrielle en trois phases [12100 : 2010] : l'identification des dangers, l'évaluation des risques et leur réduction.

#### **a) Identifications des dangers**

Le danger dénomme les sources potentielles de dommages, qui peuvent être une blessure ou une atteinte à la santé [DIRECTIVE MACHINE 2006/42/CE, 2009]. Les dangers sont classés en trois catégories dans [ISO/TS15066, 2016]. Ils peuvent être liés au robot lui-même, à l'environnement autour du robot avec le robot ou plus spécifiquement liés à la tâche que le robot effectue. Les dangers peuvent donc provenir de toutes les parties du robot et de toutes les phases du cycle de vie et doivent tous être analysés lors de la conception d'une cellule collaborative.

**i) Dangers liés au robot** Le danger principal dans le cas d'une application collaborative est qu'il y ait un contact entre le robot et l'utilisateur au sein de l'espace de travail collaboratif.

**ii) Dangers liés à la tâche** Les dangers sont par ailleurs liés à la tâche qui doit être réalisée. On peut citer comme exemple les tâches de soudure ou de découpe. Mais des exemples plus simples comme le transport d'objets pointus ou lourds peuvent également représenter un danger.

**iii) Dangers liés à l'environnement autour du robot** L'environnement autour du robot peut aussi représenter un danger. Un exemple simple serait un câble sur le sol. Une autre possibilité est le coincement ou le pincement de la personne par le robot. Cet aspect n'est pas étudié dans le cadre de cette thèse car il est spécifique à une situation particulière et que l'on suppose que des moyens sont mis en oeuvre pour éviter cette possibilité.

## b) Évaluation des risques

Après avoir donné les différents paramètres qui vont permettre l'identification des dangers, il faut procéder à l'évaluation des risques [ISO/TS15066, 2016]. Le risque est la combinaison de la gravité et de la probabilité d'occurrence du dommage [DIRECTIVE MACHINE 2006/42/CE, 2009]. Chacun de ces deux aspects de la sécurité a des conséquences importantes sur la sécurité et peut être étudié individuellement.

**i) Gravité du dommage** Évaluer la gravité du dommage consiste à mesurer de manière quantitative, en cas d'interaction, la gravité de la lésion. Suivant le type de danger, le critère peut être différent et doit être adapté à chacune des situations.

La thèse se concentrera sur le cas d'un contact du robot avec l'utilisateur. La dynamique du contact est dépendante des propriétés mécaniques des éléments rentrant en collision, créant différents types de contact. On peut penser à une coupure, un choc, un écrasement, un pincement, une torsion. Ainsi, la charge embarquée, la vitesse, la géométrie du robot, la forme des surfaces pouvant rentrer en contact avec l'environnement et le matériau du robot influent directement sur le risque dû au contact avec une personne. Les blessures qui en résultent peuvent ainsi être de différentes natures, qu'il faut évaluer avec des critères différents. Elles dépendent évidemment du corps humain lui-même et de ses propriétés locales au niveau du point d'impact, mais aussi de sa position et de ses mouvements. La gravité du dommage est directement liée au niveau de blessure ou de douleur que l'on peut accepter pour l'homme dans un contexte collaboratif donné. Une description plus détaillée sur ce point sera donnée par la suite. Une étude de l'espace de travail collaboratif et de l'ergonomie de la tâche permettra aussi une réduction du risque mais ne sera par contre pas abordée.

**ii) Probabilité d'occurrence** Calculer la probabilité d'occurrence consiste à faire une analyse statistique de l'apparition d'un événement dangereux. Elle est fonction du niveau d'exposition et de l'occurrence du phénomène.

Le niveau d’exposition, incluant la fréquence et la durée d’exposition, est relativement facile à prendre en compte dans le calcul de la probabilité. Dans une application collaborative, il est fonction de la fréquence et de la durée de la tâche et du nombre d’opérateurs.

Ensuite, l’occurrence du phénomène peut inclure la qualité de la conception [AL BASSIT et al., 2014], l’accessibilité du danger, le profil de l’utilisateur et sa possibilité d’éviter le danger.

On illustre cette difficulté avec la possibilité d’évitement. L’occurrence du phénomène et, en particulier, la possibilité d’évitement peuvent être difficiles à estimer. En effet, la possibilité d’évitement est liée à la situation mentale de l’opérateur au travers de son expérience, sa formation, sa possibilité de se dégager du danger, sa conscience du risque, son stress, sa fatigue ou son manque de concentration. Mais elle est aussi due à des paramètres liés à la conception de la cellule collaborative, tels que le laps de temps que l’opérateur a pour réagir, la signalisation.

L’accessibilité au danger va pouvoir être gérée par l’utilisation de barrières matérielles ou immatérielles pour délimiter l’espace collaboratif, par l’accessibilité aux commandes ou par la gestion des transitions d’un mode de collaboration à un autre. Dans le mode de collaboration qui nous intéresse, celles-ci sont inexistantes.

### c) **Réduction des risques**

La troisième étape de l’analyse des risques consiste à trouver les solutions permettant de les réduire. On distingue les systèmes de réduction des risques passifs des systèmes actifs.

**i) Système de réduction passif** Les systèmes passifs sont les systèmes que l’on intègre à l’architecture des robots permettant la réduction des risques dans un cas de collision. Trois axes de la réduction des risques sont identifiés dans [ISO/TS15066, 2016].

On peut premièrement augmenter la surface de contact pour réduire les pressions au niveau du point de contact. C’est alors la forme arrondie et régulière de la surface ainsi que son matériau qui permettent cette réduction. La seconde méthode consiste à réduire la puissance instantanée de l’impact. On cherche ainsi à répartir l’énergie transférée par le robot lors d’un impact en réduisant l’effort maximal d’impact et en allongeant la durée de contact. Pour cela un mécanisme souple est nécessaire, soit introduit par des mousses

et revêtements, soit par des bras souples ou des liaisons souples. La troisième méthode consiste simplement à réduire les masses en mouvements et la masse équivalente à l'impact.

Cette classification, donnée par la norme, permet d'avoir une vue d'ensemble. Un état de l'art de ces solutions sera donné par la suite.

**ii) Système de réduction actif** Les systèmes de réduction actifs concernent toutes les méthodes d'automatisation, d'asservissement, de commande, de détection ou d'acquisition que l'on peut ajouter pour réduire les risques.

Les systèmes de réduction des risques actifs peuvent se décomposer suivant qu'ils permettent d'éviter les collisions ou de gérer les cas où il y a contact.

Une revue des méthodes de détection pour la collaboration homme-robot dans le cas où il n'y a pas contact est présentée dans [HALME et al., 2018]. Différents capteurs ont été utilisés dans ce cas là : une caméra 2D ou 3D, une caméra RGBD ou une caméra temps de vol. Ces capteurs ont pu être utilisés seuls ou en fusion de manière à pouvoir réaliser des détections simples, comme dans des applications d'arrêt nominal de sécurité contrôlé, ou plus complexes telles que l'évaluation de distances à l'obstacles, l'évitement de la collision, la reconnaissance des intentions de l'humain ou la gestion d'espaces sûrs.

Dans le cas où le contact peut avoir lieu, on distingue les méthodes que l'on dit sans capteur ou les méthodes les incluant [VICENTINI, 2021]. Les méthodes sans capteur en incluent en réalité puisque l'on considère alors soit les encodeurs des robots soit la mesure des courants moteurs pour évaluer les couples appliqués. En utilisant le modèle du robot, il devient possible de voir les défauts dans le suivi de couple ou de trajectoire et d'identifier s'il y a un impact ou un contact. Dans l'autre cas, on parle d'estimation des efforts basée sur capteurs. Dans ce cas là, l'objectif est d'estimer les efforts de contact pour faire de l'interaction, dans un mode de guidage manuel par exemple. Les capteurs tels que des peaux sensibles, des capteurs de couple, des capteurs d'efforts peuvent être utilisés.

Enfin, la méthode de contrôle et de définition de la trajectoire permettra d'ajuster les vitesses des solides en mouvements, les couples, la puissance ou l'énergie du robot. Ces ajustements pourront être faits dans le cadre d'un protocole de sécurité qui permettra d'assurer la sécurité du robot grâce à l'évaluation des risques faite en amont. Le mode de collaboration, et l'implémentation du protocole de sécurité auront un rôle critique sur la sécurité.

Dans la suite, on ne s'intéresse pas aux solutions actives, mais plutôt aux solutions passives, car les contrôleurs n'ont pas une bande passante suffisamment large pour une détection suffisamment rapide<sup>1</sup>.

## Bilan

On a vu dans cette partie que le risque, dans sa définition la plus générale, est directement lié au robot et à l'application qui va engendrer différents types de dangers et niveaux de risques. C'est pourquoi, dans un cadre industriel une étude systématique des risques doit être réalisée [ISO/TS15066, 2016].

On se concentre dans cette thèse sur une situation où il y a un partage de l'espace de travail entre l'homme et le robot et où l'on permet le contact entre le robot et la personne. Les dangers associés concernent un contact entre le robot et la personne que l'on considère inévitable et non spécialement désiré. Les cas d'impacts et d'écrasements seront principalement analysés.

Dans la mesure où ce risque ne peut pas être complètement supprimé dans le contexte d'un mode de collaboration de limitation de la puissance et de la force du robot, il s'agit dans la suite de présenter les stratégies pour obtenir des robots plus sûrs par nature, en agissant sur leurs caractéristiques mécaniques.

On s'intéressera ensuite aux critères permettant d'évaluer la sévérité d'un impact entre un robot et un homme, pour que le contact soit acceptable du point de vue de la sécurité.

## 1.2 Robot intrinsèquement sûr

Connaissant les risques encourus par une personne, de nombreux concepts ont été proposés par la communauté pour obtenir des robots moins dangereux pour l'homme. Deux problèmes principaux des robots classiques pour la collaboration ont été identifiés : la masse importante du robot et des actionneurs, et la raideur importante du robot et de son asservissement. Différentes stratégies ont été investiguées par la communauté pour

---

1. On fait remarquer ici que ce fait est communément accepté dans la communauté, cependant aucune étude spécifique sur ce sujet n'a été trouvée. On montrera dans la suite que ce fait est vérifié, ayant des efforts maximaux apparaissant en 3 ms environ lors d'un impact, temps qui n'est pas suffisant pour à la fois détecter l'impact et apporter une réponse permettant de ralentir le robot à temps. La détection permet cependant d'éviter de multiples impacts.

pouvoir répondre au problème de sécurité. Ces stratégies cherchent souvent à minimiser la masse équivalente au niveau du point de contact. Cet objectif peut être atteint en réduisant l'inertie des corps en mouvement ou bien en découplant l'inertie des actionneurs de l'inertie des bras par l'introduction de mécanismes souples dans la transmission des mouvements.

### 1.2.1 Structure légère

Il a été découvert très tôt que la masse équivalente<sup>2</sup> au niveau du point d'impact était un point primordial pour la sécurité [WALKER, 1990]. Elle correspond à l'inertie perçue au niveau du point d'impact et dans la direction de l'impact. C'est pour cette raison qu'une conception très légère est nécessaire pour obtenir un robot sûr. On commencera dans cette section par présenter les concepts de robots sériels très légers.

#### a) Structure sérielle

Le robot DLR LWR III, présenté dans [HIRZINGER et al., 2002], a montré de très bonnes performances du point de vue de la sécurité. Amélioré au cours des années, le bras présenté sur la figure 1.3(a) est aujourd'hui une des références en robotique collaborative [BISCHOFF et al., 2010]. Les inerties des moteurs ont été réduites aboutissant à une masse moteur, rotor plus stator, de 350 g, ce qui est très peu en comparaison des moteurs industriels permettant un couple équivalent. Les freins développés sont aussi légers (70 g). La masse des bras est réduite par une conception en fibre de carbone. Des réducteurs légers et réversibles sont utilisés. Les inerties en mouvement sont donc très faibles avec une masse totale de 14 kg. De plus, pour aider à un contrôle sûr, des capteurs de couple sont installés sur chaque axe en sortie de réducteur et un contrôle permettant un comportement souple au niveau de l'effecteur est utilisé.

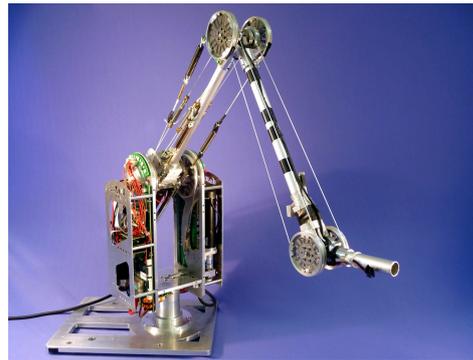
Pour pouvoir réduire davantage les masses en mouvements, une stratégie consiste à déporter l'actionnement. Un actionnement par câbles permet de positionner les moteurs au niveau du châssis. Dans [LENS et VON STRYK, 2012], cette méthode est adoptée rendant le robot de la figure 1.3(b) très léger. Les auteurs annoncent une masse équivalente au niveau de l'effecteur de 0.5 kg dans une configuration non singulière qui diminue la masse équivalente. La masse totale du robot est de 4 kg. De plus, la raideur du coude est de

---

2. On notera que la masse équivalente est valable pour une configuration précise. Les valeurs données dans la suite sont donc données à titre indicatif.



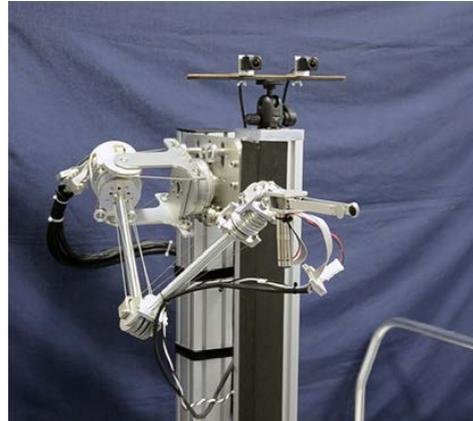
(a) Bras DLR LWR III, [BISCHOFF et al., 2010].



(b) BioRob-X4 arm, [LENS et VON STRYK, 2012].



(c) Le bras léger LIMS, [KIM, 2017].



(d) "A 7-DOF Wire-Driven Lightweight Arm", [TSUMAKI et al., 2018].

FIGURE 1.3 – Quelques exemples de robots sériels légers.

35 Nm/rad. Un autre robot actionné par câble (LIMS) est présenté sur la figure 1.3(c) dans [KIM, 2017]. Ce robot a été conçu pour être léger tout en garantissant une raideur importante. Il présente une raideur articulaire du coude minimale d'environ 1000 Nm/rad grâce à l'optimisation de la conception. Il permet de plus 7 degrés de liberté (ddl) pour le bras. L'actionnement par câble permet une réduction importante des masses tout en gardant dans ce cas une masse équivalente de 1.47 kg. On peut aussi mentionner [TSUMAKI et al., 2018] présentant un autre bras à 7 ddls et proposant le bras de 2.87 kg présenté sur la figure 1.3(d). Cette masse ne correspond ici pas à la masse équivalente, mais bien à la masse totale du bras. Ce bras n'a pas été conçu dans le but d'obtenir un robot sûr. On fera remarquer que les bras étant en série, la raideur au niveau de l'effecteur est due à la raideur de l'ensemble des bras du robot. La raideur est donc dégradée par rapport à une potentielle structure parallèle de robot intrinsèquement sûr que l'on évoquera plus tard. De plus, la géométrie extérieure des bras n'a pas forcément été conçue pour être sans angles vifs comme celle du robot DLR LWR III ce qui rend les masses et risques potentiels difficilement comparables. On peut aussi mentionner le bras "Whole Arm Manipulator", [TOWNSEND et SALISBURY, 1993], qui a été conçu en utilisant à la fois des actionneurs élastiques, une transmission par câble et un revêtement de manière à minimiser les efforts d'impact.

Dans le cas d'un robot sériel, la stratégie de la réduction des masses en mouvements est finalement limitée par la raideur des pièces obtenues et la précision de positionnement de l'effecteur qui en résulte.

## b) Structure parallèle

Plusieurs avantages spécifiques à la structure parallèle peuvent être énoncés. Elle permet un allègement des pièces en mouvement, car l'architecture permet de déplacer les moteurs sur la base tout en garantissant une bonne raideur au niveau de l'effecteur. On peut donc imaginer qu'une structure parallèle puisse permettre de réduire les efforts d'impacts dans un cas d'impact dynamique grâce à la réduction de la masse en mouvement par rapport à une structure sérielle. On pourrait donc obtenir des robots collaboratifs plus rapides pour un niveau de sécurité équivalent. On peut de plus mentionner un nouveau domaine de la robotique actuelle visant à créer des robots parallèles ayant une structure souple et déformable. Le travail présenté dans [BRYSON et RUCKER, 2014] montre la possibilité de



FIGURE 1.4 – Robot parallèle souple, [CAMPA et al., 2019].

créer une architecture souple et parallèle. L'idée que ces structures puissent être utilisées dans un contexte collaboratif pour la sécurité est alors seulement évoquée.

Très peu de structures parallèles ont été conçues spécifiquement pour la collaboration. La première architecture parallèle dédiée à la collaboration a été présentée dans [CAMPA et al., 2019] donnant de nouvelles perspectives à l'utilisation de bras souples. Le robot, présenté en figure 1.4, est constitué de deux bras proximaux rigides fixés à deux bras distaux souples. Ces deux bras souples sont reliés au niveau de l'effecteur pour créer une architecture parallèle. Aucune mesure n'a été effectuée pour vérifier le caractère sûr de ce robot et donc aucune conclusion ne peut être tirée à ce stade.

Un autre type de robot parallèle qui pourrait potentiellement être utilisé est le robot à câbles. Cependant, ceux-ci sont potentiellement dangereux en cas de rupture de câble en particulier [CARO et MERLET, 2020]. L'impact de la plateforme est un premier risque de ce type de robot. On mentionnera que les critères de sécurité développés pour la robotique classique (de la spécification [ISO/TS15066, 2016] en particulier), qui seront mentionnés ci-après, ne sont pas forcément adaptés à ce type de robot. Les câbles ont un rayon très faible, ce qui pourrait entraîner une coupure ou une brûlure en cas de contact avec une personne par frottement. En cas de rupture d'un des câbles, celui-ci pourrait agir comme un fouet. De plus, cela pose la question de l'éventuelle chute de l'outil, de la réaction de la commande à la rupture d'un câble qui pourrait provoquer des mouvements erratiques et très rapides de la plateforme comme évoqué dans [CARO et MERLET, 2020].

## 1.2.2 Structure avec découplage inertiels

La souplesse introduite par la commande n'a pas ou peu d'efficacité en cas d'impact avec un opérateur. Certains travaux ont donc proposé l'introduction d'une souplesse intrinsèque dans la chaîne d'actionnement par l'utilisation d'un ressort disposé en série entre le moteur et le bras. Cela a été utilisé dans certaines des conceptions précédemment évoquées. Des actionneurs souples plus ou moins complexes ont été créés. On présente leur évolution au fur et à mesure du temps dans la suite.

### a) Actionneur élastique

Avant de réaliser des conceptions expressément dédiées à la collaboration, l'avantage d'utiliser un actionneur sériel élastique a été mis en avant dans [PRATT et WILLIAMSON, 1995]. Les auteurs mentionnent le fait que cela permet d'isoler l'inertie du moteur de l'inertie du bras et ainsi de réduire l'inertie équivalente. Cela permet que les risques soient réduits en cas d'impact. Les risques considérés alors sont ceux causés à l'environnement ou au robot lui-même, en évitant par exemple l'endommagement des engrenages. À ce moment dans [PRATT et WILLIAMSON, 1995] on ne parle pas encore de risques pour l'humain. L'actionneur est simplement constitué d'un moteur mis en série avec un ressort. Il a été montré qu'il était possible d'avoir un contrôle précis, et cela, dans une gamme d'impédances non restreinte à une valeur unique pour ce type de structure. Le bras robot Dexter [FITZGERALD, 2013] implémente ce type d'actionneur pour réduire les risques lors d'un impact.

À partir de ce point-là, une multitude d'actionneurs a été proposée. On présentera les actionneurs souples existants dédiés à la collaboration, en commençant par ceux ayant une raideur variable, puis en décrivant un autre principe d'actionnement souple.

**i) Actionneur à raideur variable** Parmi toutes les conceptions d'actionneurs à raideur variable, peu ont été appliquées spécifiquement à la collaboration. Dans [WOLF et al., 2016], cinq domaines d'applications sont mentionnés n'incluant pas forcément la robotique collaborative :

- l'absorption de choc pour éviter l'usure et la fatigue du robot à cause de chocs répétés,

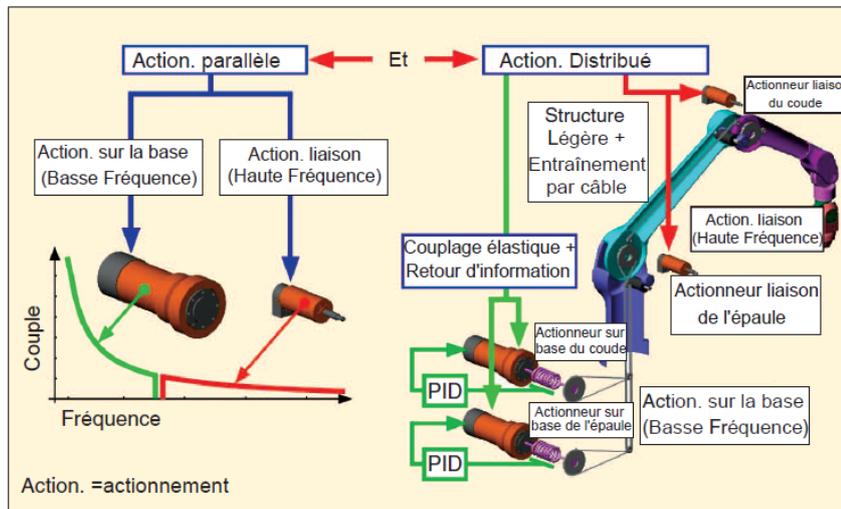


FIGURE 1.5 – Principe d’actionnement du bras DM<sup>2</sup>, [ZINN et al., 2003].

- la variation de la raideur pour garder une charge constante : dans des tâches où l’on fait glisser l’effecteur sur une surface, ajuster la raideur du mécanisme peut permettre d’appliquer une charge la plus constante possible.
- la variation de la raideur pour garder une position constante quelles que soient les forces extérieures,
- la réalisation des mouvements cycliques, dans un objectif de réduction de la consommation énergétique par exemple [BALDERAS HILL et al., 2018],
- pour réaliser des mouvements hautement dynamiques en préchargeant les actionneurs [BALDERAS HILL et al., 2018].

[VANDERBORGHT et al., 2013] présente une catégorisation des actionneurs à raideurs variables. On peut utiliser ce classement pour présenter les actionneurs à raideurs variables utilisés dans un cadre collaboratif. Les mécanismes sont distingués par leur capacité à changer la raideur en changeant la précharge dans un ressort [ESTEVENY et al., 2014; SCHIAVI et al., 2008; TONIETTI et al., 2005; VERMEULEN et WISSE, 2010], en changeant le rapport de transmission entre la charge et le ressort [WOLF et HIRZINGER, 2008] et enfin en utilisant directement les propriétés internes des ressorts [MEDINA et al., 2016].<sup>3</sup>

3. Un élément intéressant mentionné dans [VANDERBORGHT et al., 2013] est l’utilisation possible d’un actionneur ayant un amortissement adapté voire un amortissement variable. Cela pourrait avoir un intérêt dans le cadre de la robotique collaborative pour éviter des oscillations à l’issue d’un impact.

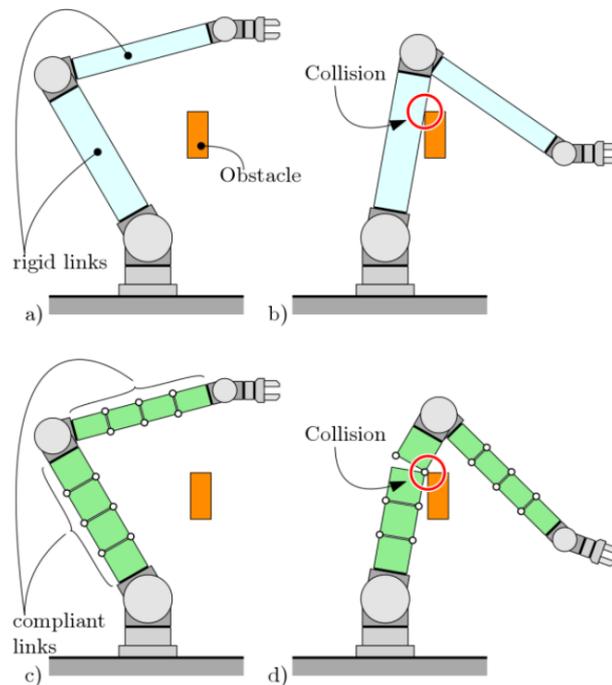


FIGURE 1.6 – Principe d’un bras constitué de blocs liés entre eux par des accouplements préchargés appliqué dans un contexte collaboratif, [SERIANI et al., 2018].

**ii) Autres actionnements souples dédiés à la collaboration** Dans [ZINN et al., 2003], un nouveau type d’actionneur est créé en se basant sur l’utilisation de deux moteurs. Un premier moteur ayant un couple important est lié au bras au travers d’un couplage élastique. Un second actionneur moins puissant est lié directement au bras et permet de contrôler les mouvements à hautes fréquences. Cela conduit à la conception présentée sur la figure 1.5. Cette approche permet de diminuer de manière significative les inerties qui seraient transmises lors d’un impact. L’originalité de ces travaux est de permettre une convergence plus rapide vers la position désirée.

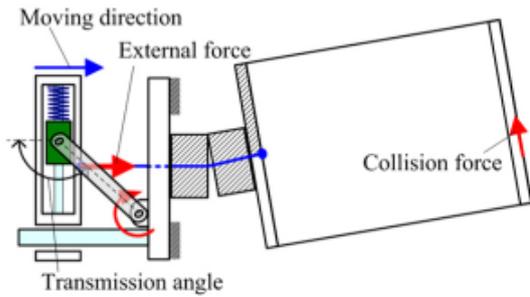
### b) Les systèmes préchargés avec ressorts

Une autre approche pour assurer la sécurité d’un robot est d’ajouter des degrés de liberté à l’intérieur même des bras. Plusieurs méthodes ont été développées de manière à garantir un déplacement précis de l’effecteur dans un fonctionnement normal, mais pouvant se déformer en cas d’impact. On s’oppose ici aux actionneurs souples qui ont le désavantage de nécessiter une stratégie de contrôle adaptée. En effet, les actionneurs souples peuvent se déformer en fonctionnement normal. Le principe consiste à introduire une précharge

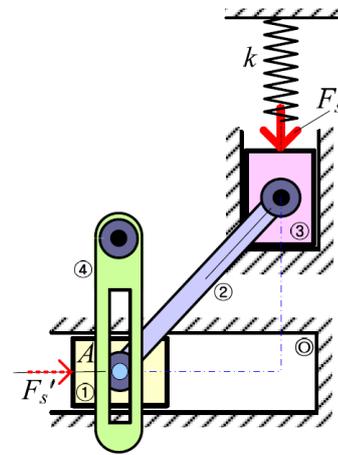
interne dans un système articulé. En situation normale, le système bloque toute mobilité de l’articulation. À partir d’un certain effort appliqué sur la liaison articulée, celle-ci va se débloquent, rendant l’articulation souple. Si différents blocs sont séparés par ce type d’articulation, on obtient un bras rigide en fonctionnement normal qui permet un positionnement précis de l’effecteur. Cependant, en cas d’impact, une articulation peut se débloquent et le bras pourra se plier. Une partie plus faible de la masse du mécanisme est alors perçue au niveau du contact. La masse équivalente est réduite et entraîne des efforts réduits au niveau du point de contact lors d’un impact. Ce principe est bien expliqué dans [SERIANI et al., 2018] et est illustré sur la figure 1.6.

Quelques conceptions d’articulations ont été réalisées sur ce principe pour réduire la gravité en cas d’impact. Dans [J.-J. PARK et al., 2007, 2008], le système présenté en figure 1.7(a) a un comportement fortement non-linéaire se décomposant en deux parties, en fonction de l’effort appliqué sur le câble interne au mécanisme. Pour un effort appliqué inférieur à un certain seuil, le système est rigide. Lorsque le système dépasse ce seuil, la raideur chute brutalement et le bras se plie. Une articulation fonctionnant sur le même principe est décrite dans [J.-J. PARK et al., 2009] (figure 1.7(b)).

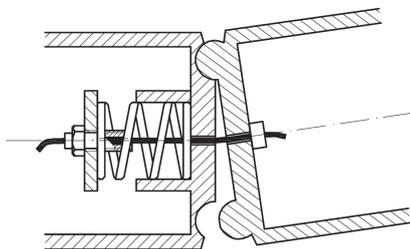
Les études successives ([J.-J. PARK et al., 2007, 2008 ; J.-J. PARK et al., 2009]) montrent l’intérêt d’introduire de la souplesse dans le mécanisme sous forme de précharge, gardant la précision lorsqu’il n’y a pas d’impact et permettant la déformation du bras et une réduction de la masse équivalente lors d’un impact. Dans [LOPEZ-MARTINEZ et al., 2015], un système plus simple est introduit comme montré en figure 1.7(c). Le bras a la possibilité de se plier dans toutes les directions à 360 degrés et n’est pas restreint aux mouvements dans le plan. Les auteurs démontrent expérimentalement que cette solution permet de réduire les efforts d’impacts. Enfin, dans [SERIANI et al., 2018], une synthèse des types de mécanismes préchargés adaptés à la sécurité est proposée. Ces mécanismes sont catégorisés suivant les degrés de liberté possibles, suivant le nombre et la direction des éléments de blocage, suivant le profil de raideur adopté ou encore suivant leur disposition spatiale. On y distingue les blocages et raideurs en translation, en rotation ou combinées. On y montre que des butées bidirectionnelles sont possibles. De cette étude, un mécanisme par bloc est développé (figure 1.7(d)) et des expérimentations sont menées montrant la pertinence de ce type de système. Une modélisation dynamique simplifiée est aussi proposée malgré la complexité du système. Les mouvements autorisés de ce mécanisme se limitent à des déplacements dans le plan.



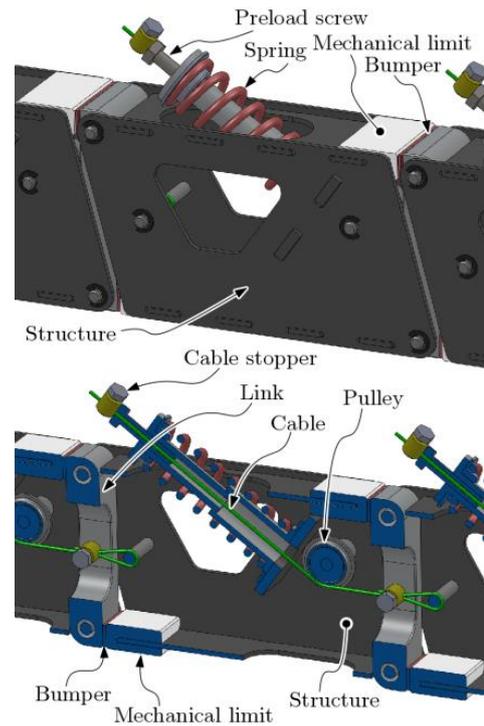
(a) Schéma de principe du couplage élastique préchargé entre bras de [J.-J. PARK et al., 2008].



(b) Schéma de principe du couplage élastique d'une liaison, [J.-J. PARK et al., 2009]. Le bras (0) est lié au bras (4) en fonctionnement normal.



(c) Schéma de principe du bras souple présenté dans [LOPEZ-MARTINEZ et al., 2015].



(d) Prototype présenté dans [SERIANI et al., 2018], vue extérieure en haut et en coupe en bas.

FIGURE 1.7 – Solutions existantes pour créer des bras préchargés.



(a) Actionneur incluant un em- (b) Bras robot intégrant des (c) Bras robot intégrant des  
brayage à friction, [LAUZIER et actionneurs avec embrayage, actionneurs avec embrayage,  
GOSELIN, 2011]. [KASHIRI et al., 2014]. [SCHMITZ et al., 2015].

FIGURE 1.8 – Actionneur basé sur un embrayage mécanique pour des interactions sûres.

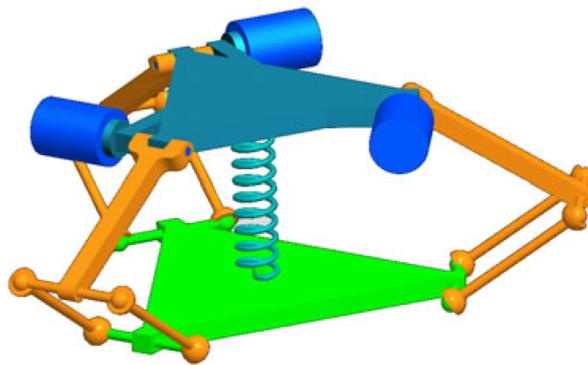


FIGURE 1.9 – Robot parallèle incluant des limiteurs de couples (en bleu), [LAUZIER et GOSELIN, 2010].

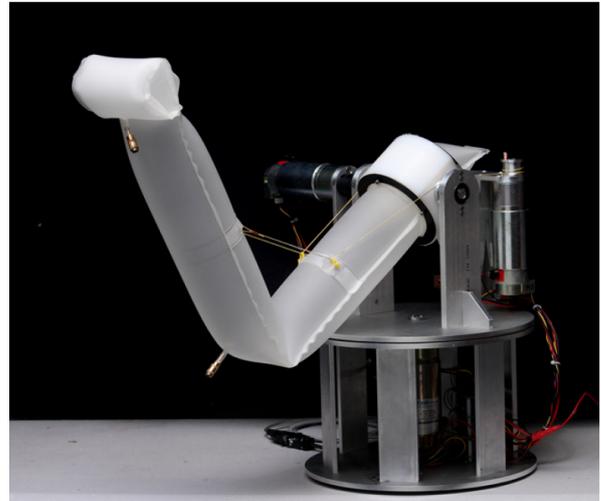
### c) Système d'embrayage pour la sécurité

Une autre solution est d'utiliser un embrayage mécanique. Un des avantages est de permettre le réglage de l'effort limite à partir duquel le découplage entre le moteur et le bras va pouvoir se déclencher, en particulier pour des basses vitesses [LAUZIER et GOSELIN, 2015].

Dans [LAUZIER et GOSELIN, 2011], les auteurs proposent d'introduire un embrayage à friction entre le moteur et le bras pour rendre le bras pliable en cas d'impact. Par la suite, quelques bras ont été conçus sur ce principe [KASHIRI et al., 2014; SCHMITZ et al., 2015]. Les mécanismes correspondants sont présentés sur les figures 1.8(b) et 1.8(c). La combinaison de cette approche avec l'utilisation d'un robot parallèle a été investiguée



(a) Robot gonflable à six degrés de libertés, [QI et al., 2014].



(b) Robot gonflable à deux degrés de libertés pour des interactions sûres, [SANAN et al., 2011].

FIGURE 1.10 – Robots gonflables : des robots sûrs mais encore lent.

dans [LAUZIER et GOSSELIN, 2010] comme illustré en figure 1.9. L’approche consiste à séparer la partie massive du robot de son effecteur. À notre connaissance, il s’agit de la première étude mentionnant l’utilisation d’une structure parallèle pour assurer la sécurité des opérateurs. Cette étude n’est cependant pas expérimentale et n’a pas encore démontré l’intérêt d’utiliser ce type de structure.

#### d) Bras souples

Une dernière approche, qui n’en est qu’à ses débuts, est l’utilisation de bras souples plutôt que rigides pour introduire de la souplesse et réduire la gravité en cas d’impact. On ne mentionnera que très succinctement les structures gonflables (par exemple [QI et al., 2014] sur la figure 1.10(a)) qui ont une faible rigidité et qui sont encore à notre connaissance très lentes. Cependant, il est certain que cette forme de robot est très légère et a une surface déformable la rendant potentiellement très sûre dans le cas d’un contact avec une personne. C’est ce qui est évoqué dans [SANAN et al., 2009 ; SANAN et al., 2011] où l’intérêt est porté sur la sécurité des robots gonflables. L’étude de la sécurité d’un bras gonflable à un degré de liberté [SANAN et al., 2009] puis à deux degrés de liberté [SANAN et al., 2011] y est réalisée. Le second prototype est présenté en figure 1.10(b). On observe dans l’article que les vitesses considérées sont faibles car de (de 0.5 m/s).

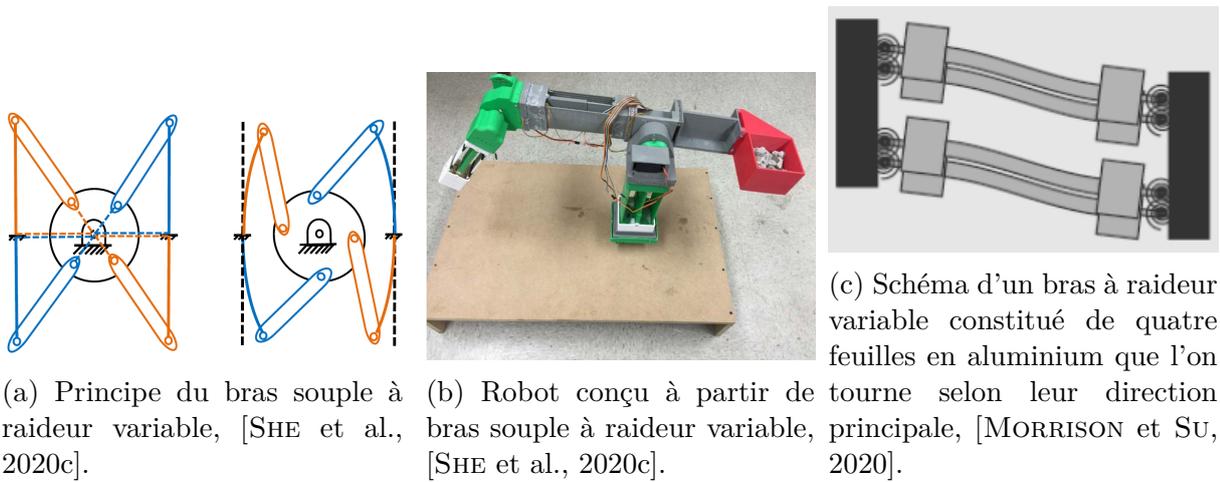


FIGURE 1.11 – Robots et bras robots souple conçue pour la sécurité homme robot.

L'étude [SONG et al., 2019] introduit l'utilisation de bras flexible et démontre l'intérêt de ce type de structure par rapport à des actionneurs séries élastiques ou actionneur à raideur variable pour la sécurité. Les mêmes auteurs ont commencé par développer un bras à raideur variable actionné par câble dans [SHE et al., 2020a] pour finalement obtenir le bras présenté sur la figure 1.11(a) dont la raideur est ajustable à l'aide d'un mécanisme à quatre barres. Ils ont alors pu concevoir un robot visible en figure 1.11(b) dans [SHE et al., 2020c] à partir d'un bras conçu sur ce principe. Un bras ayant des objectifs similaires est développé dans [MORRISON et al., 2019]. Cette fois, quatre bandes métalliques sont orientées de manière à ajuster la raideur de la jambe. Le prototype est présenté en figure 1.11(c).

On rappelle ici que [CAMPA et al., 2019] utilise des bras distaux souples dans sa conception. L'architecture est présentée figure 1.4.

## Bilan

Finalement, de multiples types de mécanismes ont été conçus pour la sécurité. Les bras ont été allégés, ou de la souplesse est introduite dans l'architecture mécanique. On a pu identifier que l'architecture parallèle a peu été envisagée du point de vue de la sécurité. La souplesse a pu être introduite par des liaisons souples ou préchargées, en rendant le bras souple, où enfin en utilisant un système d'embrayage par friction. Connaissant les types de mécanismes qui ont pu être utilisés à des fins de sécurité intrinsèque, il est nécessaire de pouvoir les comparer et de mesurer l'intérêt d'un point de vue sécurité dans un contexte

collaboratif où un contact avec une personne intervient. Pour ce faire, nous avons besoin de critères de sécurité permettant de définir des seuils biomécaniques acceptables pour l'homme. C'est l'objet de la section suivante.

## 1.3 Critères de sécurité

Comme on l'a déjà expliqué dans la première section, l'objectif est de définir de nouvelles solutions pour apporter une meilleure sûreté des robots. Une évaluation précise et adaptée au contexte de la gravité d'un impact permettra d'évaluer les performances des mécanismes en terme de sécurité. Cette performance pourra alors être utilisée à des fins de conception de mécanismes plus performants tout en garantissant la sécurité requise. On commencera par expliquer quels sont les niveaux de gravité auxquels l'homme peut s'exposer vis-à-vis d'une tâche collaborative faisant intervenir un contact. Ensuite, on expliquera comment l'humain est modélisé ou représenté expérimentalement pour pouvoir évaluer les risques que pourrait engendrer un impact avec un robot. À partir de là, seulement, on pourra en déduire les paramètres du robot sur lesquels intervenir au moment de la conception pour pouvoir diminuer ces risques. On verra alors comment ces critères de sécurité peuvent être appliqués, de la conception des robots à leur contrôle.

### 1.3.1 Indicateur de sévérité d'un impact pour l'homme

Un critère faisant référence pour l'évaluation du niveau de danger est le critère de l'échelle abrégée des blessures (Abbreviated Injury Scale (AIS) [GENNARELLI, WODZIN et al., 2008]). Ce critère permet d'évaluer sur une même échelle de 0 à 6 tous les risques pour une personne. Il a pu être utilisé dans le cadre de la sécurité automobile par exemple [MERTZ et al., 1997]. Un critère AIS égal à 0 implique qu'il n'y aucune blessure, et un critère égal à 6 implique virtuellement que la blessure entraînerait le décès. Un critère égal à 3 indique une blessure sévère. Ce critère est standard et permet de regrouper tout type de blessure, pour toute partie du corps.

L'analyse de la sécurité de personnes dans le cadre d'un contact entre un robot et une personne est initialement inspirée de l'analyse de la sécurité de la personne dans le cadre de la sécurité automobile. Cela a mené à l'utilisation du critère Head Injury Criteria (HIC), ou en français, critère de sévérité de la blessure de la tête [GAO et WAMPLER, 2009]. Ce critère permet d'évaluer le profil d'accélération de la tête limite qui pourrait

causer des lésions internes sur le cerveau. Il faut noter que le lien entre HIC et AIS n’est pas linéaire et n’est pas immédiat. Il doit être étudié avec soin [GAO et WAMPLER, 2009; HADDADIN et al., 2007]. Cependant, ce critère n’est pas dédié spécifiquement à la robotique [HUTCHINSON et al., 1998]. On peut l’évaluer de la façon suivante :

$$HIC(\Delta t_{max}) = \max_{t_1, t_2} \left[ \left( \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{a}{g} dt \right)^{2.5} (t_2 - t_1) \right] \quad \text{sujet à} \quad (t_2 - t_1) < \Delta t_{max} \quad (1.1)$$

avec  $a$  l’accélération de la tête exprimée en  $m/s^2$ ,  $g$  est l’accélération de la pesanteur  $g = 9.8 m/s^2$  et  $\Delta t_{max}$  la fenêtre de temps choisie pour l’évaluation du critère HIC.

Il a été mis en évidence dans [GAO et WAMPLER, 2009; HADDADIN et al., 2007] que, bien qu’efficace dans le cadre de l’automobile, il ne l’est pas forcément dans le cadre de la robotique. En effet, les vitesses rentrant en jeu ne sont pas les mêmes, un robot allant beaucoup moins vite qu’une voiture. Dans [HADDADIN et al., 2010b], il est alors montré que, dans le cadre de la robotique, le risque pourrait vraisemblablement plutôt venir de la fracture des os du crâne et de la face. Dans ce cadre, les efforts maximaux doivent être considérés pour évaluer le critère AIS.

Si on considère d’autres parties du corps telles que la poitrine, le critère de compression (CC) peut être utilisé pour vérifier le risque qu’une côte se fracture à cause d’une compression trop importante (on mesure ici le déplacement de la poitrine). Le critère de viscosité (VC) est aussi décrit [HADDADIN et al., 2007]. Ce dernier critère permet de donner une évaluation des risques pour les tissus mous.

Il est alors expliqué dans [HADDADIN et al., 2012a] que, suivant la forme de l’impacteur (comme illustré en figure 1.12), et suivant la partie du corps impactée, les risques ne sont pas les mêmes. Par exemple, si l’objet est tranchant, ce sont les forces de cisaillement qu’il faut prendre en compte. Si l’objet n’est pas tranchant et qu’un os est présent sous la peau, les efforts de compression sont alors à prendre en compte, s’il n’y en a pas, ce sont les forces de tensions de la peau qu’il faut considérer. Dans [J. J. PARK et al., 2011] par exemple, l’étude est faite plus spécifiquement sur les blessures par lacération et par contusion.

Tous ces critères sont complexes, requièrent une connaissance poussée du corps humain, et doivent être considérés avec soin, et adaptés au cas d’utilisation. Pour simplifier cette approche, l’idée de faire confiance à l’humain et d’évaluer la tolérance à la douleur plutôt

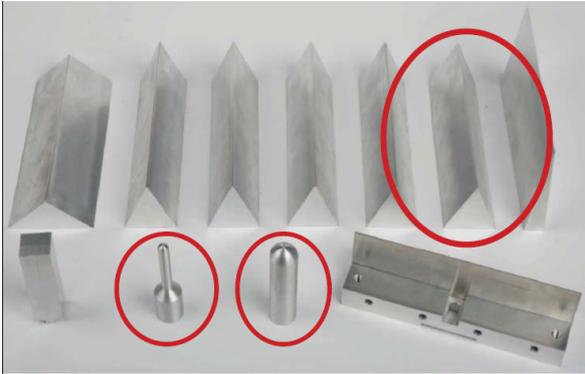


FIGURE 1.12 – Impacteurs de formes différentes considérés dans [HADDADIN et al., 2012a]. Ceux entourés ont été testés expérimentalement.

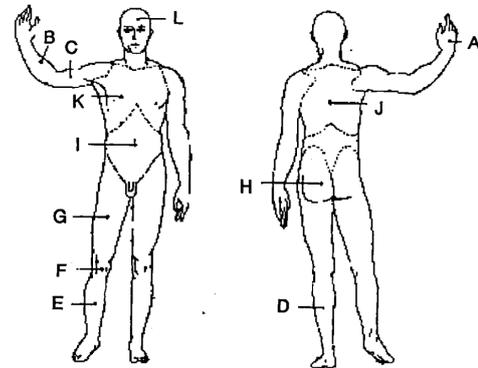


FIGURE 1.13 – Définition de points d'impacts sur le corps humain [YAMADA et al., 1997].

que de considérer des lésions (réversibles ou irréversibles) apparaît dans une étude préliminaire novatrice parue en 1997 : [YAMADA et al., 1997]. 16 sujets sont choisis et 12 points de mesure sur leur corps sont considérés comme illustré en figure 1.13. Une valeur de 50 N est alors définie comme une limite acceptable pour toutes les parties du corps. La difficulté avec la douleur est que ce critère reste subjectif.

La perception du risque par l'utilisateur est aussi une donnée que l'on peut considérer pour évaluer un dommage mental. Travailler en interaction avec un robot à haute vitesse peut faire peur et stresser l'opérateur. Les études [RAHIMI et KARWOWSKI, 1990; ŠLAJPAH et al., 2021] s'intéressent à la perception du risque vue par l'homme. On y apprend que la taille du robot, sa vitesse, la prédictibilité de sa trajectoire et la position de l'homme par rapport au robot influent sur la peur ressentie. Des vitesses de 0.5 m/s à 0.85 m/s, suivant les cas, entraînent la peur. Le problème de ce critère est qu'il est encore plus subjectif que la douleur. Ce point a donc été ignoré dans la présente thèse et les vitesses utilisées sont bien supérieures à celles-ci.

Dans [BEHRENS et ELKMANN, 2014], l'idée que le critère doit prendre en compte la tolérance à la douleur perdure. De nouvelles expériences sont menées avec le béliet illustré en figure 1.14. Elles utilisent différentes formes d'impacteurs pour évaluer les tolérances aux douleurs et blessures. Il est cependant mis en avant que les blessures ne doivent se limiter qu'à des œdèmes et des bleus, car ces blessures peuvent se soigner facilement et naturellement tout en n'impliquant aucune conséquence à long terme (niveau de l'AIS

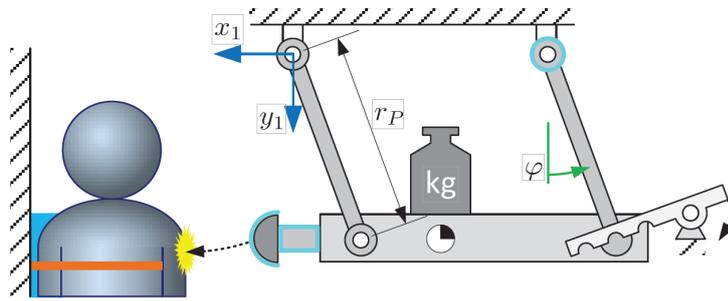


FIGURE 1.14 – Bélief utilisé pour l'évaluation des risques dans [BEHRENS et ELKMANN, 2014].

limité à 1). Toutes les perforations de la peau ou dommages aux os sont à proscrire. Un protocole est ensuite mis en place pour tenter de trouver des critères physiques permettant d'évaluer une limite à la douleur et une limite sur le type de blessure. Il est conclu que l'évaluation des risques des robots doit se limiter à l'analyse des contusions légères telles que les œdèmes ou les bleus. Il est aussi montré que des critères physiques peuvent être évalués pour quantifier ces risques grâce aux expérimentations.

Une large étude a été menée plus tard en Allemagne dans [MELIA et al., 2015 ; MUTTRAY et al., 2014]. Elle est basée sur une étude expérimentale menée sur 100 sujets évaluant les seuils de douleur en termes de pressions et de forces appliqués. Des seuils de force maximale et de pression maximale ont alors pu être définis pour 29 régions du corps humain.

C'est alors que la spécification technique [ISO/TS15066, 2016] a été éditée pour guider les concepteurs de robot dans l'évaluation des risques d'une cellule collaborative. Deux différents types de contact sont définis : dynamique ou quasi-statique. Dans le cas d'un contact quasi-statique, le danger est que l'utilisateur puisse être coincé entre le robot et son environnement, créant un risque de serrage ou d'écrasement. Dans le cas d'un impact transitoire ou dynamique, l'impact lui-même est problématique et peut créer une blessure. La blessure résultante peut être une lacération ou une contusion. Les seuils d'effort et de pression à ne pas dépasser sont rappelés en faisant référence aux travaux de [MELIA et al., 2015] et sont donc fixés par les seuils de douleurs précédemment évoqués. Les seuils sont différents selon que l'on est en régime transitoire ou en régime quasi-statique comme illustré en figure 1.15. On est considéré en régime quasi-statique dès 0.5 s après l'impact. L'effort transitoire est l'effort pic intervenu avant ces 0.5 s.

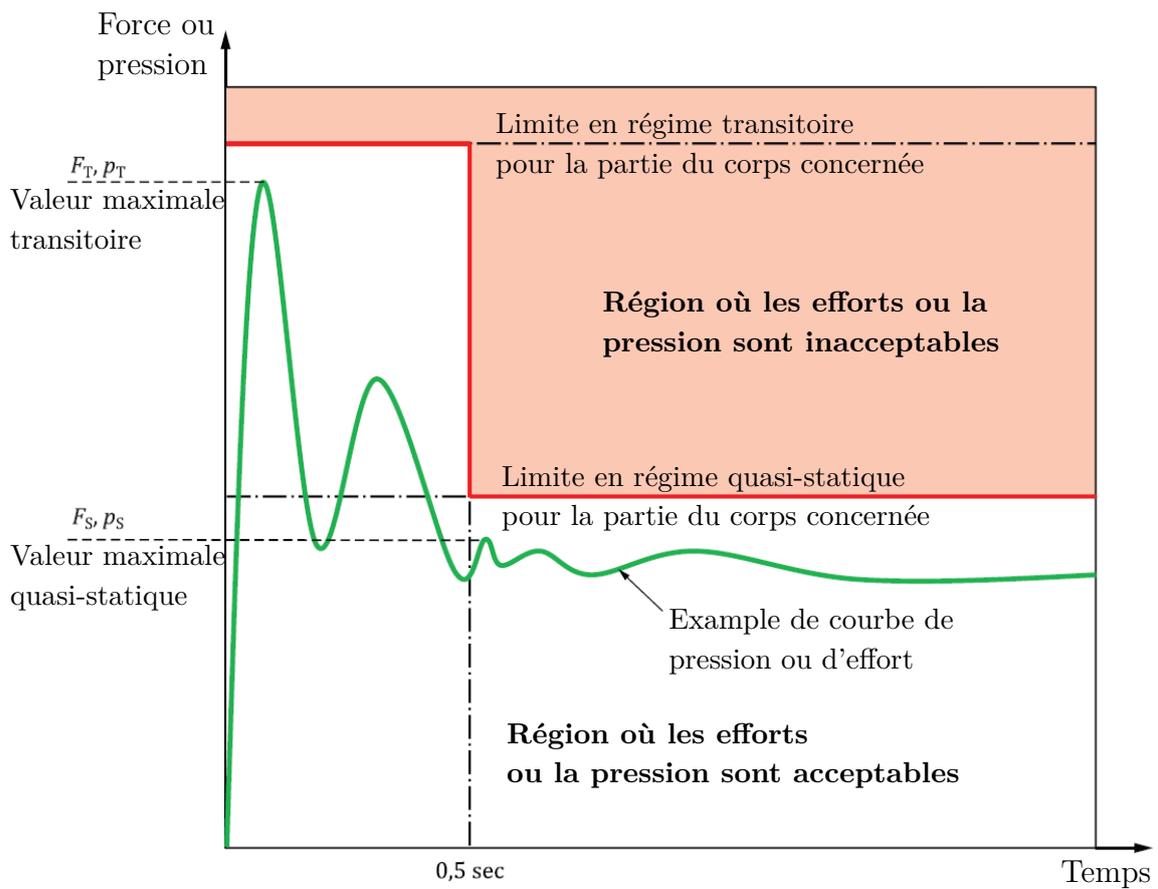


FIGURE 1.15 – Définition des limites en efforts et en pression pour des efforts apparaissant en régime dynamique (effort transitoire) ou quasi-statique [ISO/TS15066, 2016].

Dans [VEMULA et al., 2018], en se basant sur les données expérimentales de [BEHRENS et ELKMANN, 2014], l’utilisation de la puissance surfacique comme indicateur de sécurité est suggérée. C’est la quantité d’énergie transférée pour une surface donnée. Cette mesure permet de prendre en compte à la fois la forme de l’impacteur, les masses en jeux, ainsi que les raideurs pour les différentes parties du corps.

On sait maintenant, à l’issue de toutes ces études, que l’évaluation de l’effort d’impact ou de la puissance surfacique est nécessaire pour évaluer la gravité d’un impact. Cet effort est dépendant de la position du point d’impact. Il va donc falloir modéliser la partie du corps impactée pour cela, c’est l’objet des sections suivantes.

### **1.3.2 Évaluation de la sévérité d’un impact pour l’homme**

Pour évaluer la sécurité d’un robot, il faut trouver des protocoles simples à mettre en œuvre pour évaluer les critères de sécurité. On peut avoir besoin d’évaluer des efforts, des pressions, des déplacements, des accélérations ou des énergies résultant de l’impact d’un robot sur une personne sans, bien sûr, utiliser de sujet vivant. Il faut donc modéliser l’humain pour pouvoir reproduire un comportement similaire et évaluer des critères de sécurité. En simulation, on a besoin de modèle de l’humain. En expérimentation, on a besoin d’un dispositif permettant de reproduire les caractéristiques biomécaniques de la partie de corps impactée et d’un protocole pour bien l’utiliser.

Des approches en simulation et par expérimentation ont pu être utilisées au cours des années pour pouvoir évaluer la sécurité des différents robots. Celles-ci sont présentées dans la suite.

#### **a) Analyse en simulation**

Une des difficultés de l’évaluation des risques d’un robot pour l’homme en simulation est de modéliser l’homme lui-même. La difficulté consiste dans le fait que l’homme est un système complexe. L’homme est en effet un système à plusieurs corps, ayant des tissus mous, plusieurs couches telles que la peau, la chair et les os. De plus, ces caractéristiques dépendent de la partie du corps impactée. La modélisation d’une partie du corps est souvent résumée à une raideur et à une masse.

Suivant l’endroit impacté, le comportement ne sera pas le même. C’est pourquoi beaucoup d’études ont pris le parti d’étudier en particulier la tête, car c’est une partie du

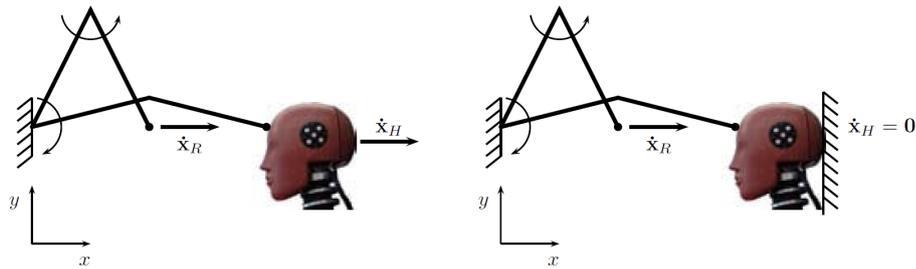


FIGURE 1.16 – Cas d’impact (a) non-contraint et (b) contraint, [HADDADIN et al., 2008b].

corps critique pour la sécurité et parce qu’elle a beaucoup été étudiée dans l’automobile également.

Il faut ici noter que des modèles différents sont adoptés selon que le contact est contraint [HADDADIN et al., 2008a] ou non-contraint [HADDADIN et al., 2008b]. Un cas d’impact avec l’homme est dit non-contraint quand la partie du corps impactée est libre de pouvoir bouger au moment de l’impact comme montré en figure 1.16(a). Un cas est dit contraint si la partie du corps concernée est bloquée, elle ne peut pas reculer comme cela est illustré en figure 1.16(b).

Un modèle biomécanique dans un cas non-contraint assez simple est adopté dans [BICCHI et TONIETTI, 2004; BICCHI et al., 2005; HADDADIN et al., 2012b]. La tête est modélisée comme une balle de masse connue et un revêtement caoutchouc est supposé pour le robot (5 kN/m), de raideur bien inférieure à celle de la tête (150 kN/m) d’après [MELIA et al., 2015]. La souplesse de la tête est donc négligée et la tête est supposée rigide.

Dans la spécification [ISO/TS15066, 2016], il est recommandé de modéliser l’homme sous la forme d’une masse et d’une raideur. Dans le cas d’un impact contraint, la masse est bloquée. Seule la raideur intervient alors. Les paramètres de masse [HALEY, J., 1988] et de raideur [UNFALLVERSICHERUNG, 2009] sont alors donnés pour chacune des parties du corps. La raideur est obtenue en mesurant la déformation au moment où l’effort maximal est obtenu.

Ce modèle présente des limitations. Des modèles plus complets ont pu être développés au cours des années. Dans [LAUZIER et GOSSELIN, 2015], la surface de contact est modélisée par la mise en série du modèle d’Ogden pour la peau et d’une raideur linéaire pour le revêtement du robot. La tête est modélisée par une masse qui est soit bloquée dans un cas contraint soit placée en série avec une raideur plus faible qui représente le cou. On peut

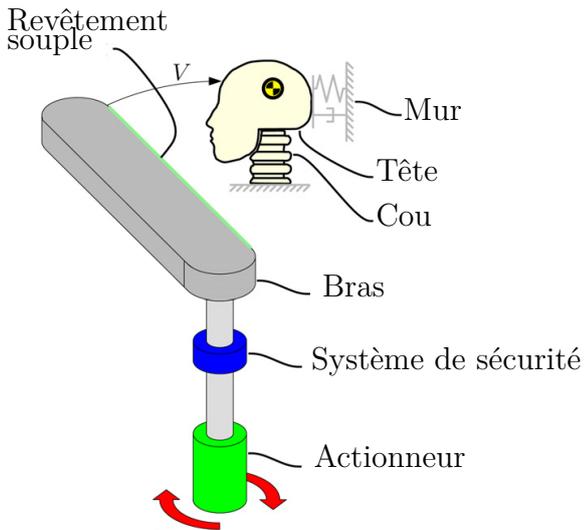


FIGURE 1.17 – Modélisation de l'homme adoptée dans [LAUZIER et GOSSELIN, 2015]. En considérant une raideur très forte au niveau du mur pour un impact contraint, et très faible pour un impact non-contraint, plusieurs cas d'impacts peuvent être considérés.

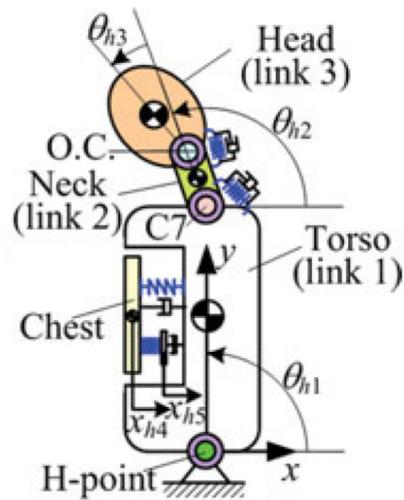


FIGURE 1.18 – Représentation de la modélisation de l'humain adoptée dans [J.-J. PARK et al., 2015].

aussi voir que le cou est modélisé dans [SHE et al., 2020b]. On fera ici remarquer que les paramètres de raideur du cou ne sont pas du tout les mêmes dans ces deux articles. Ce cas semi-contraint est illustré en figure 1.17. En prenant en compte une raideur très grande ou nulle au niveau du mur, il est possible de simuler les cas contraint et semi-contraint, c'est-à-dire que le buste est contraint, mais pas la tête.

Dans [J.-J. PARK et al., 2015], un modèle beaucoup plus complet du haut du corps est réalisé (voir figure 1.18). Ce modèle dynamique du haut du corps permet d'obtenir les efforts transmis à la tête et sur la poitrine. Les résultats sont comparés expérimentalement à l'aide d'un mannequin à l'échelle 1 visible sur la figure 1.18. On note que le mannequin est assis comme dans [HADDADIN et al., 2007].

Dans [J. J. PARK et al., 2011], l'intérêt est porté sur la surface de contact décomposée entre os et cuir chevelu de manière à pouvoir modéliser les changements de raideur importants intervenant lorsqu'une certaine profondeur de pénétration est atteinte. On peut le modéliser avec l'équation proposée ci-dessous reliant l'effort de contact  $f$  à la profondeur

de pénétration  $\delta$  :

$$f(\delta) = \begin{cases} K_{cs}\delta^{n_{cs}}, & \delta \leq 0.8b_s \\ K_{cb}(\delta - b_{sm})^{n_{cb}} + F(b_{sm}), & 0.8b_s < \delta \leq 0.8b_c \\ K_{rb}(\delta - b_{cm})^{n_{rb}} + F(b_{cm}), & 0.8b_c < \delta \end{cases} \quad (1.2)$$

$K_{cs}$ ,  $K_{cb}$  et  $K_{rb}$  sont respectivement la raideur correspondant au contact du revêtement du robot avec le cuir chevelu, du revêtement du robot avec l'os et du robot avec l'os.  $n_{cs}$ ,  $n_{cb}$  et  $n_{rb}$  sont les puissances correspondantes.  $b_s$  et  $b_c$  sont les épaisseurs du cuir chevelu et du revêtement. La valeur de 0.8 correspond à un facteur permettant d'obtenir un taux de compression maximale. Lorsque le taux de compression maximal est atteint pour le cuir chevelu puis pour le revêtement, une nouvelle raideur plus élevée apparaît.

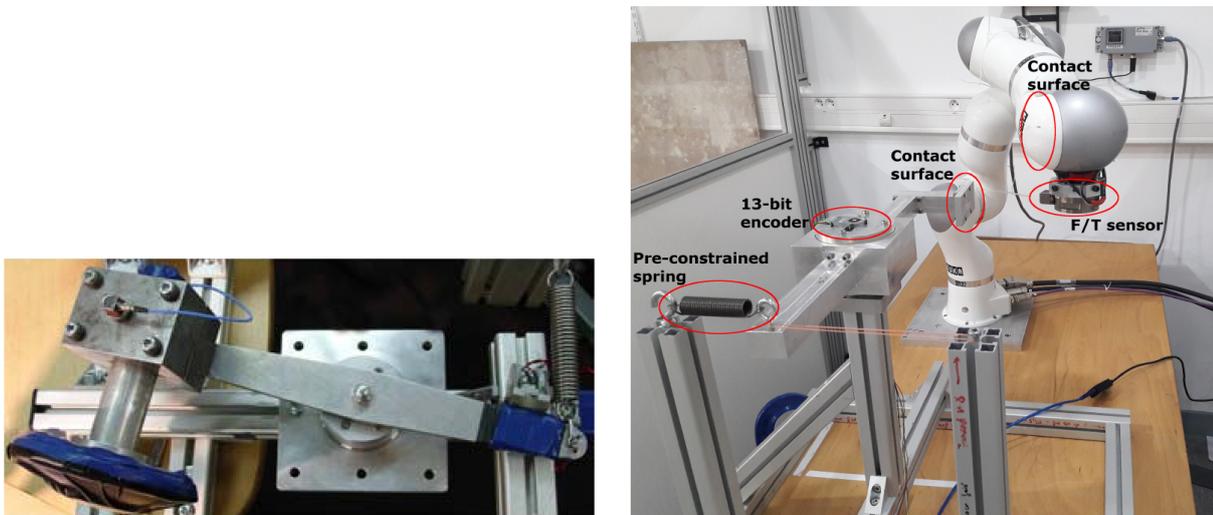
Cette étude permet de mettre en évidence, par simulation, les différents types de blessure : lacération et contusion. C'est une des premières études où la raideur est modélisée comme étant non linéaire. Il est précisé que ce modèle ne permet pas de tenir compte de la dissipation énergétique lors de l'impact.

Enfin dans [VEMULA et al., 2018], le modèle de contact de [FLORES et al., 2011] tenant compte de la dissipation énergétique, est utilisé. Cependant, ce modèle est adapté en prenant une puissance en exposant égale à 1 au lieu de 1.5 de manière à pouvoir utiliser les valeurs de raideurs données par la spécification [ISO/TS15066, 2016]. Changer cette puissance empêche en réalité de bien évaluer la dissipation énergétique.

Une remarque générale doit être faite ici. Les paramètres de masse et de raideur varient très significativement d'une étude à une autre. Il est donc très difficile de comparer ces études entre elles. La spécification technique [ISO/TS15066, 2016] a apporté un point de référence sur lequel on peut se baser.

## b) Analyse expérimentale

La méthode adoptée dans [KIM, 2017] consistant à utiliser directement une personne pour évaluer l'effort d'impact et donc la sécurité ne peut évidemment pas être appliquée dans le cas général, car le risque est, bien sûr, trop grand. Il faut d'abord s'assurer de la sécurité avant que l'on ne puisse mettre une personne en interaction avec un robot. La méthode adoptée dans [J.-J. PARK et al., 2009] consiste à simplement attacher un capteur d'effort



(a) Un système d’acquisition présentant une faible inertie pour la tête. [HADDADIN et al., 2008b].

(b) Système utilisé dans [JOSEPH et al., 2018] pour s’intéresser à l’aspect énergétique du contact.

FIGURE 1.19 – Exemples de dispositifs de mesure de l’effort d’impact basé sur la rotation d’un solide autour d’un axe pour un cas d’impact non-contraint.

très rigide sur un mur que l’on vient impacter. Cette méthode n’est pas non plus idéale, car cela ne reproduira pas le comportement du corps humain et le profil d’effort en sera affecté. C’est pourquoi un modèle expérimental d’une personne doit être mis en place pour permettre de reproduire les conditions d’un impact avec l’homme.

L’étude [SCHIAVI et al., 2008] propose alors de définir un capteur qui permet une analyse comparative de la conception du VSA-II lorsque la raideur de leur mécanisme change, sur la base du critère HIC. Le dispositif de mesure est constitué d’un impacteur placé sur un bras qui tourne autour d’un axe de rotation, et dont on mesure l’accélération avec un accéléromètre piézo-électrique. On ne peut pas ici conclure sur la sécurité absolue du prototype, car la masse du bras du dispositif impacté ne fait que quelques grammes et représente mal l’humain, mais permet de faire une analyse comparative des robots présentés. Ce dispositif permet de considérer un cas de contact non-contraint.

Ce type de dispositif de mesure d’impact, basé sur la rotation d’un solide autour d’un axe, est utilisé dans [HADDADIN et al., 2008b] et [JOSEPH et al., 2018]. Les deux prototypes sont présentés sur la figure 1.19. On ajoute dans ces études un ressort dans le dispositif expérimental. Le capteur en figure 1.19(a) est utilisé pour obtenir l’accélération de l’impacteur du dispositif et donc obtenir le critère HIC. Les propriétés d’inertie de

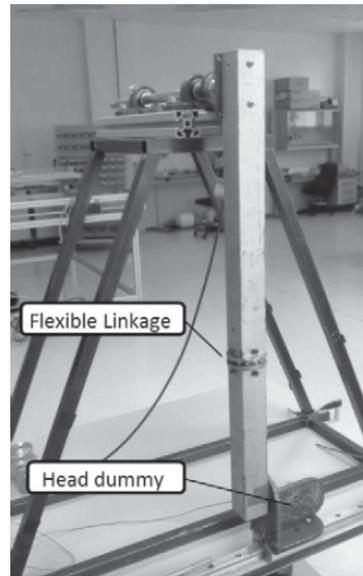


FIGURE 1.20 – Dispositif expérimental permettant l'évaluation de l'accélération dans un cas d'impact non-contraint présenté dans [LOPEZ-MARTINEZ et al., 2015].

l'impacteur sont plus faibles que celles de la tête, maximisant ainsi les valeurs de HIC par rapport à celles que l'on aurait dans un cas réel. L'expérimentation permet de conclure que le critère HIC n'atteint jamais de valeur critique alors que le risque paraît évident pour l'opérateur. Cette étude a permis de mettre en évidence que le HIC n'est pas un critère approprié pour évaluer la dangerosité d'un impact avec un robot.

L'objectif de [JOSEPH et al., 2018] était d'évaluer l'énergie transmise par le robot lors d'un impact par la mesure de la déformation d'un ressort précontraint et ainsi d'évaluer la pertinence et l'efficacité de limiter l'énergie cinétique du robot. Cependant, les propriétés d'inertie du dispositif de mesure de la déformation ne sont pas transmises, rendant l'expérience impossible à reproduire et à analyser plus en détail. On sait en effet d'après [AGHILI et SU, 2018] que l'énergie transmise par le robot lors d'un impact dépend de l'inertie de l'objet impacté et du coefficient de restitution des surfaces rentrant en contact.

Des cas d'impact non-contraint ont été reproduits expérimentalement dans [LOPEZ-MARTINEZ et al., 2015 ; MEDINA et al., 2016]. Le dispositif expérimental présenté dans [LOPEZ-MARTINEZ et al., 2015] permettant la reproduction d'un impact d'un robot avec la tête est présenté sur la figure 1.20. L'objectif des expérimentations était d'évaluer les performances des liaisons nouvellement conçues en terme de sécurité. Dans [MEDINA et al., 2016], l'effort d'impact est mesuré grâce à l'utilisation d'un accéléromètre piézo-électrique et



FIGURE 1.21 – Un mannequin est utilisé [HADDADIN et al., 2007] pour reproduire fidèlement le corps humain dans un cas semi-contraint.

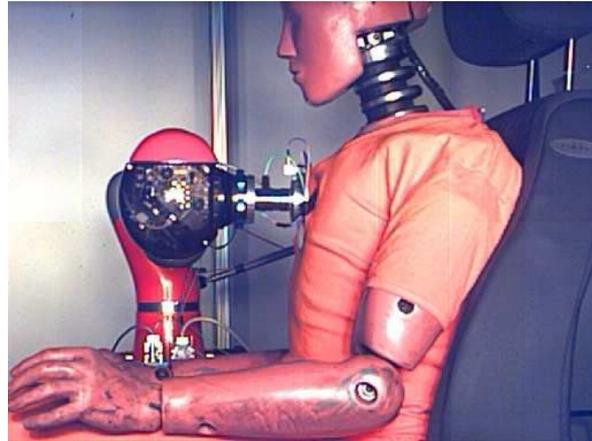


FIGURE 1.22 – Un mannequin est utilisé [HADDADIN et al., 2008a] pour reproduire fidèlement le corps humain dans un cas contraint.

d'un capteur d'effort. Dans [LOPEZ-MARTINEZ et al., 2015], l'effet du niveau de précharge et de la souplesse dans la conception de leur système préchargé est analysé par la mesure de l'accélération avec un capteur piézo-électrique. Il est alors montré qu'inclure de la souplesse dans les articulations permet de réduire les efforts ou accélérations de l'objet après impact.

Des études utilisant un mannequin dans un cas d'impact semi-contraint ont pu être réalisées comme dans [HADDADIN et al., 2007, 2008b] à l'aide du dispositif présenté en figure 1.21, où le mannequin est assis. Bien que fidèles à la dynamique de l'homme, ces mannequins sont trop coûteux et complexes pour qu'ils soient mis en œuvre par des intégrateurs de robot dans l'industrie.

Des cas d'impact contraints ont aussi été expérimentés dans [HADDADIN et al., 2008a; KISHI et al., 2012]. Il est montré dans [HADDADIN et al., 2008a] que le profil d'effort n'est pas du tout le même que dans un cas non-contraint. Un mannequin est à nouveau utilisé, cette fois dans un cas contraint comme illustré en figure 1.22, pour évaluer les efforts d'impacts sur la poitrine. Les forces entraînées par ce type d'impact sont plus grandes que dans un cas non-contraint.

Il existe donc une variété de dispositifs pour reproduire un humain et les valeurs des paramètres biomécaniques varient d'une étude à une autre. Les industriels ont besoin de protocoles clairs et simples à mettre en œuvre, permettant d'obtenir des valeurs qu'ils

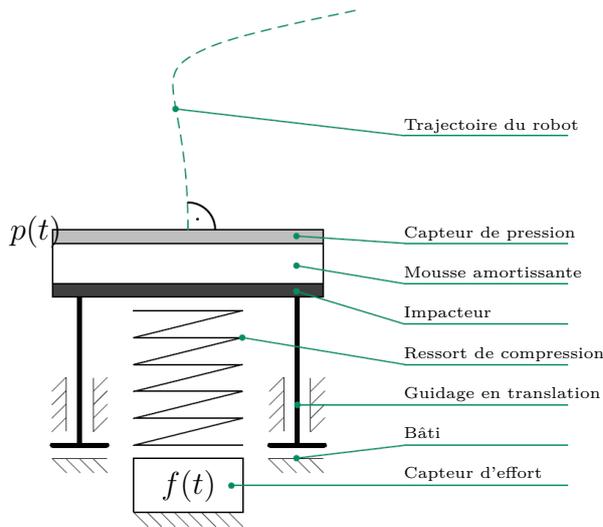


FIGURE 1.23 – DMFI recommandé dans [COVR, 2021a].

Body region	Damping material K1 [Shore A]	Thick-ness [mm]	Spring K2 [N/mm]
Skull and forehead	critical zone		150
Face			75
Hand and finger	70	7	75
Neck			50
Lower arm and wrist			40
Chest			25
Pelvis			25
Lower leg	30	14	60
Thigh and knee			50
Back and shoulders			35
Upper arm and elbow			30
Abdomen	10	21	10

FIGURE 1.24 – Paramètres de raideurs des ressorts et de dureté des mousses recommandés dans [DGUV, 2017].

peuvent comparer avec des seuils biomécaniques bien établis. C'est pourquoi un protocole permettant de faire une analyse expérimentale basée sur un cas non-contraint [COVR, 2021a] ou contraint [COVR, 2021b] a été présentée. Ces protocoles sont basés sur la spécification [ISO/TS15066, 2016]. Un Dispositif de Mesure de la Force d'Impact (DMFI), présenté sur la figure 1.23, est alors recommandé [DGUV, 2017]. Il est constitué d'un capteur d'effort permettant d'obtenir les effets macroscopiques et d'un capteur de pression permettant de vérifier les seuils de douleur définis en termes de pression maximale et d'effort maximal. Pour reproduire la partie du corps humain, le capteur est constitué d'un ressort permettant de mimer la raideur de la partie du corps impacté ainsi que d'une mousse qui mime les propriétés mécaniques de la peau à cet endroit du corps. La dureté shore est définie ainsi que l'épaisseur de ces mousses. Une combinaison de 9 ressorts et de 3 mousses permet de créer 12 scénarios mimant 18 parties du corps comme montré en figure 1.24.

Les recherches effectuées permettent donc aujourd'hui d'évaluer le danger d'un robot pour une personne. Si l'on fixe l'étude à une partie du corps et avec un protocole bien défini, il devient possible de comprendre la part qu'a la dynamique du robot dans l'effort transmis lors de l'impact. C'est ce qu'on définit comme étant la sécurité intrinsèque d'un robot et c'est l'objet de la partie suivante.

### 1.3.3 Paramètres du robot influençant la sécurité

L’analyse des résultats de nombreuses études expérimentales et en simulation a permis d’identifier les paramètres de conception principaux qui influencent la gravité d’un impact entre un robot et une personne. On montrera ainsi que la masse équivalente au niveau du contact est primordiale, mais que ce n’est pas le seul élément qui influe sur la sévérité d’un impact. Dans un second temps, on montrera comment la connaissance de ces paramètres et de leur influence permet d’améliorer la conception et le contrôle de robots collaboratifs.

#### a) Paramètres influençant la sévérité d’un impact

i) **La masse équivalente au niveau de l’impact**<sup>4</sup> Bien avant que les expérimentations commencent dans le cadre de la collaboration homme-robot, le fait que la masse et la configuration joue un rôle important dans les efforts de contacts était connu [WALKER, 1990]. L’expression de la masse équivalente apparaît sans qu’elle ne soit appelée comme telle. Dans cet article, les auteurs cherchent déjà à trouver la configuration idéale du robot pour réduire les efforts d’impacts comme illustré en figure 1.25. La masse équivalente au niveau du point d’impact est clairement définie dans [KHATIB, 1995].

Il est depuis ce moment clairement identifié et accepté que la masse équivalente peut être utilisée en première instance pour évaluer la sécurité du robot. On peut, par exemple, mentionner [HADDADIN et al., 2008b; MANSFELD et al., 2018a] l’utilisant comme paramètres de référence pour l’évaluation de la sécurité. On peut ainsi voir l’évolution de l’effort d’impact en fonction de la masse équivalente en figure 1.26. Les caractéristiques du front, en termes de raideur et de limite à la fracture de l’os, sont utilisées pour évaluer le niveau de sécurité. On observe que l’effort d’impact augmente très vite pour des masses faibles puis sature à partir d’un certain seuil. On observe ainsi que la masse doit être réduite à une valeur inférieure à 5 kg si l’on veut aller à plus de 2.0 m/s ne serait-ce que pour éviter la fracture de l’os.

[HADDADIN et al., 2008b] conclut que le critère HIC n’est pas adapté dans le cadre de la robotique. En effet, pour une vitesse d’impact égale à 3 m/s, le HIC sature en simulation à une valeur de 350 pour une masse équivalente supérieure à 100 kg. Ce niveau de HIC entraîne un risque AIS bien inférieur à 3 et ne présente donc pas de risque particulier alors

---

4. Dans la suite, on parlera toujours de masse équivalente bien qu’un autre vocabulaire a pu être utilisé dans la littérature. La masse équivalente est synonyme de masse reflétée, réfléchie, apparente, projetée ou effective.

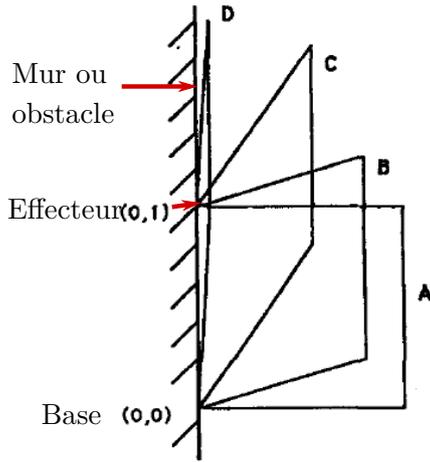


FIGURE 1.25 – Quatre configurations d’impact d’un mécanisme à quatre barres [WALKER, 1990]. L’effort impulsionnel dans les configurations A à D est respectivement de 320, 162, 87 et 69 N.s.

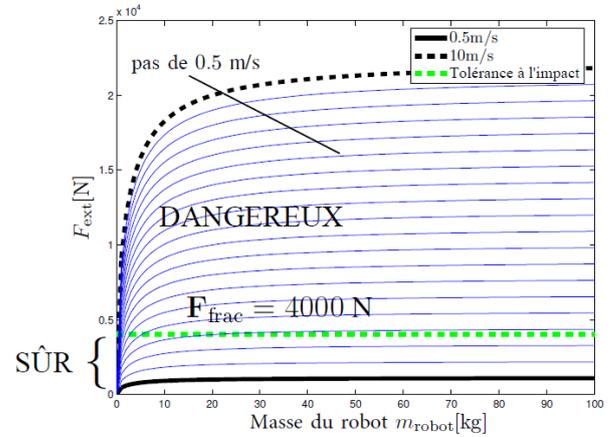


FIGURE 1.26 – Évolution de l’effort maximal d’impact  $F_{ext}$  sur le front en fonction de la masse équivalente et de la vitesse.  $F_{frac}$  correspond à la limite à la fracture de l’os du front [HADDADIN et al., 2008b].

que les vitesses et masse rentrant en jeu sont déjà très importantes. Des expérimentations sont réalisées avec un robot ayant une masse équivalente de 1850 kg et à une vitesse de 3.7 m/s et obtiennent une valeur de HIC de 246 qui n’induirait pas de risques particuliers.

**ii) La vitesse du point d’impact** La vitesse du point d’impact a aussi été identifiée comme étant un paramètre primordial dans la sécurité. Il apparaît dans [FLORES et al., 2011] que l’énergie dissipée pendant l’impact est liée à la vitesse d’impact au carré. Dans [LAUZIER et GOSSELIN, 2015], il est montré qu’à basse vitesse d’impact, la variation de cette vitesse n’a pas d’effet sur l’effort maximal d’impact. À partir d’une certaine vitesse limite que l’on appelle *vitesse de transition*, la relation entre vitesse d’impact et effort maximal d’impact devient linéaire. La vitesse de transition augmente lors de l’introduction d’un revêtement sur le robot. Ces conclusions s’appliquent dans les cas contraint et non-contraint.

**iii) La raideur du revêtement** Un autre paramètre qui affecte la sécurité est la raideur en surface du robot. Intuitivement, une grande raideur du robot entraînera de plus grands risques que celui-ci présente une faible raideur. Cela dépend cependant de la raideur de la partie du corps impactée. Dans [VEMULA et al., 2018] ou [J. J. PARK et al., 2011], il est montré que si la raideur du côté de l’homme est faible, pour le ventre par exemple,

changer la raideur du côté du robot ne réduira pas forcément le risque. En effet, lors de l'impact, les deux raideurs sont disposées en série. Comme pour deux ressorts en série, c'est celui de plus faible raideur qui sera prépondérant. Cependant, si la raideur surfacique de la partie du corps impactée est élevée, comme celle de la tête par exemple, changer la raideur du robot peut affecter très significativement les efforts de contact.

**iv) Autres paramètres liés au revêtement** [VEMULA et al., 2018] montre alors en utilisant la puissance surfacique que le coefficient de restitution joue un rôle non négligeable dans les efforts d'impact ou sur la surface de contact. Ce paramètre est ignoré dans la plupart des études, mais a très vraisemblablement un effet important dans le processus de création de contusion. Il est aussi montré, dans [J. J. PARK et al., 2011 ; VEMULA et al., 2018], que le rayon de contact est prépondérant dans le risque. Augmenter le rayon de contact permet de réduire les risques, car cela permet de réduire la pression à ce niveau.

**v) Raideur interne du robot** Il a été très tôt suggéré que le contrôle ainsi que la raideur interne du robot doivent jouer un rôle sur la sécurité [BICCHI et TONIETTI, 2004]. Celle-ci est cependant ignorée dans la spécification technique [ISO/TS15066, 2016], les robots étant supposé entièrement rigides. Les actionneurs à raideurs variables permettent de découpler les inerties des actionneurs de celle des bras comme expliqué dans la partie 1.2.2.a. Si la raideur de l'actionneur est infiniment grande, le système se comportera comme un système rigide, et aucun découplage n'apparaît. Si au contraire elle est très faible, les inerties sont complètement découplées, et l'inertie des actionneurs n'est plus perçue lors d'un impact. Les travaux [BICCHI et TONIETTI, 2004 ; BICCHI et al., 2005] utilisent un VSA pour qu'à des faibles vitesses la raideur soit très grande, et qu'à de hautes vitesses la raideur soit rendue suffisamment faible pour que les inerties de l'actionneur et du bras soient découplées. Un contrôle optimal est alors défini. Celui-ci ajuste la raideur du VSA pour aller le plus vite possible tout en gardant la sécurité à un niveau acceptable. Cependant, le rôle de la raideur sur le découplage en cas d'impact dépend de la raideur du corps et des masses en présence et l'exemple d'optimisation pris dans [BICCHI et TONIETTI, 2004] correspond à un unique jeu de masses.

[HADDADIN et al., 2010a] montre, à partir de l'actionneur "DLR QA-Joint" [EIBERGER et al., 2010], que l'utilisation d'un actionneur à raideur variable n'est pas forcément adaptée à la collaboration, pouvant même créer des risques plus grands si les oscillations du robot sont mal maîtrisées. Il y est montré qu'un changement de la raideur ne change pas l'effort

d'impact pour une vitesse d'impact donnée, mais peut permettre de réduire l'énergie potentielle stockée dans les ressorts, énergie potentiellement dangereuse si mal restituée. Il est alors suggéré de différencier deux modes de fonctionnement des liaisons souples. Le premier mode correspond à un mode d'interaction où les oscillations sont évitées pour pouvoir interagir facilement avec le robot. Le second mode est un mode dynamique où l'on exploite l'énergie potentielle du ressort de l'actionneur souple pour atteindre de très bonnes performances dynamiques.

Des études se sont portées sur le rôle spécifique de la raideur articulaire sur la sécurité pour des actionneurs à un seul degré de liberté. Tout d'abord, [KISHI et al., 2012] s'intéresse à un cas d'impact contraint. La simulation et les résultats expérimentaux d'un bras à 1 ddl montrent que l'introduction d'une souplesse articulaire permet de réduire la force d'impact maximale et fournit des résultats encore meilleurs lorsqu'elle est associée à une stratégie de détection et de réaction aux collisions. En effet, l'introduction d'une souplesse articulaire augmente la durée de l'impact et laisse plus de temps au contrôleur pour réagir. Dans [LAUZIER et GOSSELIN, 2015], l'étude va plus loin. Elle permet de comparer plusieurs stratégies consistant en l'introduction d'une souplesse articulaire, d'un embrayage ou d'un revêtement. L'introduction d'un système d'embrayage ou de souplesse dans l'articulation permet de réduire significativement les risques avec ou sans détection de l'impact. Dans [SHE et al., 2020b], l'étude permet de s'intéresser à l'avantage d'utiliser un bras flexible. Il est alors montré qu'utiliser un bras flexible apporte, pour un bras de même dimension aux performances dynamiques similaires, un risque plus faible qu'un mécanisme actionné par un actionneur souple.

Le fait que les travaux [BICCHI et TONIETTI, 2004; HADDADIN et al., 2010a; KISHI et al., 2012; LAUZIER et GOSSELIN, 2015; SHE et al., 2020b] restreignent l'étude de l'influence des paramètres de conception d'un mécanisme souple sur la sécurité à des mécanismes à un seul bras en rotation est une limitation importante. Si l'analyse d'un mécanisme à un seul bras confirme l'intérêt de l'utilisation d'une souplesse intrinsèque, elle ne permet pas de comprendre comment la configuration d'un robot souple à plusieurs bras, la direction de l'impact ou la position de l'impact sur le bras du robot affectent la gravité d'un impact.

Dans [SONG et al., 2020], les auteurs simulent la collision d'un robot multi-bras en série et simplifient le problème en linéarisant les équations du mouvement du robot au moment de l'impact et en modélisant le corps humain comme un simple système ressort-masse. La simulation de ce système permet de calculer la vitesse maximale admissible de l'effecteur

pour une configuration et une conception données, et pourrait donc être utilisée au stade de la conception.

Dans [KISHI et al., 2012], les auteurs donnent une méthode pour calculer les paramètres équivalents d’un modèle masse-ressort-masse d’un robot sous-actionné sériel à plusieurs bras, en projetant la matrice d’inertie des bras, la matrice d’inertie des rotors et la matrice de raideur des articulations le long de la direction de l’impact selon le modèle de [ALBUSCHÄFFER et al., 2004a]. Cependant, aucune simulation de ce modèle réduit n’a été effectuée sur un robot à plusieurs bras pour évaluer la pertinence des paramètres proposés. L’analyse expérimentale n’est faite que sur un bras à un seul degré de liberté.

## **b) Application à la conception et à la commande de robot souple**

La connaissance des risques dus à un impact d’un robot avec l’homme a permis l’identification des paramètres précis les influençant. Il est alors possible d’utiliser ces paramètres comme variables, et les risques comme fonction d’évaluation pour optimiser la conception, la trajectoire ou le contrôle. Dans cette section, on présente quelques-unes de ces applications.

Tout d’abord, quelques critères utiles à l’optimisation de la conception des robots collaboratifs ont pu être définis ces dernières années. On peut par exemple mentionner [LAUZIER et GOSSELIN, 2012] qui définissent un critère pour dimensionner les embrayages en statique. Dans [SONG et al., 2020], une méthodologie d’optimisation permettant de réduire les déformations du robot, tout en assurant la sécurité est décrite.

Les applications ne se réduisent cependant pas à la conception. Dans [LISMONDE et al., 2017], une méthode pour définir une trajectoire la plus sûre possible est proposée. On cherche ici à minimiser l’énergie potentielle interne du robot en prenant en compte le fait que le robot est souple. L’approche de [MANSFELD et al., 2017], qui concerne là aussi la définition de trajectoire mais seulement des robots cinématiquement redondants, consiste à déterminer la configuration qui minimise la masse équivalente au niveau de l’effecteur. On notera cependant que l’impact peut intervenir à un autre endroit du robot.

Le contrôle est ensuite un point très important pour assurer la sécurité. Dans [HADDADIN et al., 2012a], un contrôle prenant en compte des critères de sécurité est défini. La connaissance des risques est utilisée pour obtenir les vitesses limites en fonction de la configuration et des vitesses en temps réel du robot. Ces vitesses maximales sont alors utilisées pour

modifier en temps réel la trajectoire et ainsi ralentir l'effecteur en cas de risque trop important.

Une notion de carte de sécurité a été définie dans [MANSFELD et al., 2018a, 2018b]. Cette carte de sécurité permet d'évaluer les risques qui apparaîtront pour un robot donné dans son espace de travail. Cette carte permet donc de réduire les risques aux lieux les plus susceptibles de blesser une personne. Elle peut être utilisée au début de la conception comme outil d'optimisation. Mais cela permet d'aller plus loin puisque l'on peut assurer un ralentissement adéquat aux endroits les plus risqués et ainsi définir une trajectoire optimale. Enfin, la carte de sécurité peut être utilisée comme une fonction de coût permettant d'appliquer une stratégie de contrôle sûre.

Une stratégie de contrôle est proposée dans [MEGUENANI et al., 2016], basée sur l'énergie du robot. La stratégie permet de vérifier à tout instant que l'énergie du robot est suffisamment faible pour qu'il soit toujours en mesure de ralentir et d'assurer qu'au moment d'un impact futur, l'énergie du robot soit en dessous d'une énergie limite de sûreté. La distance entre le robot et l'opérateur est exploitée pour garantir ces limites de sûreté. La méthode est vérifiée expérimentalement.

## 1.4 Bilan de l'état de l'art et perspectives associées

La thèse s'inscrit dans le cadre d'un mode de collaboration précis : la limitation de la puissance et de la force du robot. On a rappelé qu'une analyse des risques est nécessaire dans la conception d'une cellule collaborative. Le danger spécifique d'un impact d'un robot avec une personne a été choisi, car c'est ce danger qui est principal dans le cadre d'une cellule collaborative. Ne pouvant pas jouer sur la probabilité d'occurrence dans le cadre de la conception d'un robot, c'est la réduction de la gravité du dommage elle-même qui permettra de diminuer le risque.

Il a été vu qu'une évaluation de la gravité d'un impact n'est pas chose aisée. Il faut pouvoir attribuer une valeur physique à un niveau de gravité d'une blessure. Cela n'est pas facile, car donner un tel chiffre demande de réaliser des tests de sécurité sur des personnes, et les mécanismes d'apparition des blessures sont complexes. Dans l'état de l'art actuel, le choix est fait de limiter le niveau de dangerosité par un seuil de douleur qui est évalué sous la forme d'un seuil en effort et en pression. Ce critère est subjectif, mais en général plus protecteur pour l'opérateur que des critères liés au risque de fracture par

exemple. Des recherches sont toujours en cours pour que cette limite ne soit plus limitée à un critère subjectif, tel que la douleur, mais que des critères physiques, tels que la puissance surfacique, puissent être utilisés. Ensuite, pour évaluer la sécurité d'un robot, il faut modéliser ou imiter expérimentalement la partie du corps concerné. Des dispositifs de mesures variés ont été créés dans la littérature, mesurant l'effort de contact, l'accélération ou l'énergie de l'objet impacté. Cependant beaucoup ne représentent pas bien l'humain, ne permettant pas d'évaluer si un robot est sûr ou non. Un mannequin, lui, est trop coûteux. C'est pourquoi le dispositif de mesure proposé par la DGUV [DGUV, 2017] est largement accepté pour l'industrie car il est accompagné par un protocole de mesure qui explique comment utiliser ce dispositif [COVR, 2021a]. Une fois que l'homme est modélisé et qu'un seuil de sécurité est défini pour l'homme, il est possible d'évaluer, expérimentalement ou en simulation, un niveau de sécurité intrinsèque au robot.

Différentes méthodes de réduction de la gravité ont été présentées. La réduction de la masse est la priorité dans la conception de robots sûrs puisque dans le cas d'un impact dynamique, c'est la masse équivalente au niveau de l'impact qui influence l'énergie d'impact. C'est pourquoi des actionneurs souples ont été créés. Leur objectif est de permettre de découpler l'inertie des actionneurs de celle des bras. Des méthodes plus avancées existent alors, rendant le bras souple ou en créant des structures préchargées permettant ainsi de découpler les inerties dans les bras eux-mêmes et d'améliorer la précision du positionnement de l'effecteur en évitant les oscillations naturelles d'un système sous-actionné. L'avantage d'utiliser ce type de structure pour des robots avec plus de un degré de liberté n'a que peu été étudié. On s'aperçoit aussi que la plupart des robots présentés conçus pour la sécurité sont des robots sériels. On trouve de rares exceptions où l'architecture du robot est parallèle, mais dans ce cas là, l'analyse de la sécurité du concept n'est pas réalisée.

Dans la littérature, l'intérêt des systèmes à raideur intrinsèque a été étudié très souvent pour un système à un seul bras. Dans ce cas, cela permet de découpler les inerties du bras et du moteur. Cependant, dans le cas d'un robot sériel à plusieurs degrés de liberté, l'intérêt de ce découplage est moins évident et n'a été que peu étudié. C'est par une analyse précise de la dynamique de l'impact que les chercheurs ont pu identifier des paramètres macroscopiques du robot qui influencent la sécurité tels que la masse, la raideur du robot, la raideur du revêtement. Ces paramètres vont influencer l'effort de contact. La pression de contact, elle, est affectée par la résultante de l'effort et par des paramètres tels que

la géométrie, la dureté autour du point de contact. Dans cette thèse, il a été décidé de s'intéresser au point de vue macroscopique et donc à la réduction des efforts de contact. Cependant, sur ce point de vue, l'influence de la rigidité de l'architecture des robots sur la sécurité n'est que peu maîtrisée.

Finalement, on remarque qu'il n'y a que peu d'études de la sécurité de robots souples à plusieurs degrés de liberté et une absence d'étude de la sécurité d'architectures parallèles. L'avantage en termes de sécurité du découplage apporté par des actionneurs souples, un bras flexible ou une structure préchargée, n'est bien mis en avant que sur des bras à un degré de liberté, mais pas sur des robots à plusieurs degrés de liberté. L'étude de la sécurité n'est faite qu'au niveau de l'effecteur, ignorant d'autres impacts à des endroits différents. On sait pourtant qu'une structure parallèle a l'avantage d'être légère, elle pourrait donc être très avantageuse pour la sécurité. Enfin l'influence de la raideur et de la masse des actionneurs sur les efforts de contact des robots à plusieurs degrés de liberté n'est en fait que mal connue.

C'est pourquoi, d'après toutes ces considérations, étudier une structure parallèle, sous-actionnée, souple et à plusieurs degrés de liberté nous a semblé utile, à la fois parce que cela semblait être une architecture efficace pour diminuer les risques par rapport aux solutions existantes, mais aussi pour pouvoir mieux comprendre la sécurité et la dynamique des robots lors d'un impact. C'est pourquoi un nouveau prototype a été conçu, analysé en simulation et par expérimentation. De plus un modèle masse-ressort-masse permettant de modéliser la dynamique des robots sous-actionnés a été défini. Dans le chapitre suivant, nous présentons l'architecture retenue et étudions ses modèles géométrico-statiques et cinémato-statiques qui permettront d'obtenir l'espace de travail du robot et le lieu de ses singularités.



# PRÉSENTATION DU ROBOT R-MIn

---

À notre connaissance, aucun robot parallèle n'a été étudié du point de vue de la sécurité. L'objectif de la thèse est donc de démontrer qu'il est possible de concevoir un robot parallèle dans le but de réaliser un robot collaboratif. Le robot R-MIn est une preuve de concept permettant de démontrer la possibilité d'utiliser une architecture parallèle et sous-actionnée dans l'objectif de rendre un robot rapide de prise et de dépose plus sûr pour des opérateurs. Pour démontrer cette possibilité, il a été choisi de commencer avec une structure la plus simple possible. C'est pour cette raison que l'on se cantonne à l'étude d'un robot plan qui est le robot R-MIn : Robot Manipulator for safe physical INteraction.

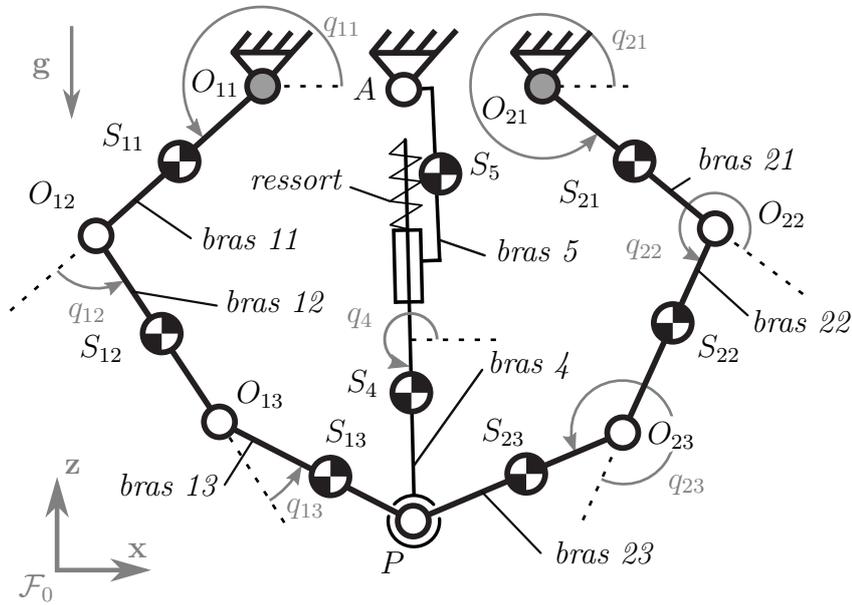
Dans cette section, nous introduisons l'architecture mécanique du robot R-MIn, ainsi que son comportement générique face à différents scénarios de fonctionnement, notamment lors d'une collision avec un opérateur. Nous présentons le calcul de ses modèles géométrico-statiques [JEANNEAU et al., 2020b]. Nous développons ensuite son modèle cinémato-statique<sup>1</sup>. Nous analysons enfin son espace de travail et montrons les lieux des singularités qui s'y trouvent.

## 2.1 Description de l'architecture mécanique du robot R-MIn

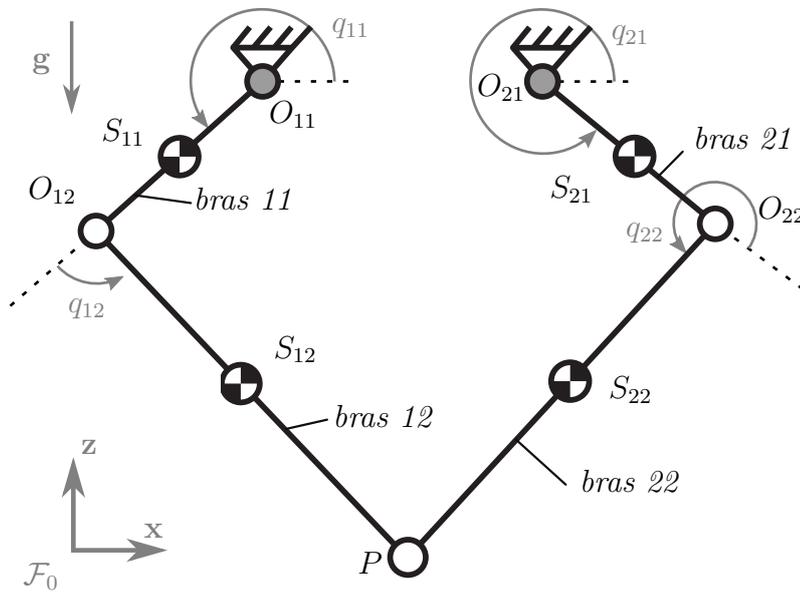
Le robot R-MIn est un mécanisme parallèle sous-actionné conçu pour les opérations de prise et de dépose dans une cellule collaborative. Son architecture, présentée sur la figure 2.1(a), est inspirée du mécanisme parallèle à cinq barres décrit sur la figure 2.1(b).

---

1. Suivant [QUENNOUELLE et GOSSELIN, 2011], nous préférons remplacer le mot cinéto-statique par le mot cinémato-statique : en effet, le premier est un assemblage des mots cinétique et statique, et n'est pas lié à notre intérêt actuel pour la cinématique, c'est-à-dire l'étude du mouvement.



(a) Robot R-MIn.



(b) Mécanisme à cinq barres.

FIGURE 2.1 – Chaînes cinématiques (a) du robot R-MIn et (b) du mécanisme à cinq barres. Les liaisons actionnées sont représentées en gris.

Le mécanisme parallèle à cinq barres est composé de deux jambes parallèles constituées de quatre bras au total, qui sont reliés par trois liaisons pivots passives placées aux points  $O_{12}$ ,  $O_{22}$  et  $P$  et de deux liaisons pivots actionnés par deux moteurs situés aux points  $O_{i1}$  ( $i = 1, 2$ ). Le mécanisme à cinq barres résultant possède deux ddls (degrés de liberté), il est donc pleinement actionné et capable de positionner son effecteur dans le plan avec une grande rigidité. L'utilisation d'un robot parallèle plutôt qu'un robot sériel peut-être intéressante dans le contexte d'une cellule robotique collaborative, car ce type d'architecture permet de réduire l'inertie des pièces mobiles et donc de réduire la gravité d'une collision avec un être humain. Néanmoins, un mécanisme à cinq barres pourrait être dangereux dans une tâche collaborative en raison de sa rigidité élevée.

Par conséquent, le robot R-MIn a été conçu de manière à conserver les propriétés de vitesse intéressantes du mécanisme à cinq barres tout en le rendant sous-actionné de manière à lui offrir la possibilité de se reconfigurer en cas d'impact. La conception résultante, décrite plus en détail ci-dessous, est composée d'un mécanisme à sept barres sous-actionné et d'un système de précharge qui lui permet de contraindre la configuration du robot (figure 2.1(a)).

Le mécanisme parallèle à sept barres est actionné par deux moteurs situés sur des liaisons pivot aux points  $O_{i1}$ , et composé de liaisons pivot passives aux points  $O_{i2}$ ,  $O_{i3}$  et  $P$  ( $i = 1, 2$ ). Tous les axes des liaisons pivot sont alignés avec l'axe  $\mathbf{y}$  normal au plan  $\mathcal{P}_0 : (A, \mathbf{x}, \mathbf{z})$ . Ce mécanisme a quatre ddls (deux de plus que le mécanisme à cinq barres), ce qui le rend sous-actionné avec deux ddls non contraints. Cependant, à ce stade, la chaîne cinématique résultante  $O_{12}, O_{13}, P, O_{23}, O_{22}$ , que l'on appellera dans la suite bras distaux, n'aurait aucune rigidité rendant ce robot inutilisable. Nous introduisons donc un système de précharge dont la chaîne cinématique est composée d'une liaison passive en  $A$ , d'une liaison passive additionnelle en  $P$  (axes alignés avec l'axe  $\mathbf{y}$ ), d'une liaison prismatique passive alignée avec  $\overrightarrow{AP}$  (donc située dans le plan  $\mathcal{P}_0$ ) et d'un ressort de compression exerçant une force entre les points  $A$  et  $P$ . Ce système de précharge joue le même rôle que les éléments élastiques introduits dans la conception des mains sous-actionnées [BIRGLEN et al., 2007], c'est-à-dire qu'il permet de contraindre passivement les ddls non-contraints du robot et ainsi d'imposer une configuration de référence tant qu'aucun effort extérieur n'est appliqué sur le système. Il faut bien noter ici que pour notre mécanisme, la configuration d'équilibre dépend de la raideur du système de précharge. Le système de précharge permet de mettre en tension les bras distaux et d'obtenir un robot suffisamment rigide pour être

contrôlé, mais en même temps bien moins rigide qu'un mécanisme traditionnel à cinq barres permettant d'améliorer sa sécurité. De plus, le système de précharge étant situé entre les deux jambes, il ne peut pas entrer en collision avec un opérateur. Cette solution pratique évite également d'ajouter des masses sur les bras distaux (comme l'installation d'un ressort de torsion sur les articulations passives  $O_{i3}$  du mécanisme à sept barres), offrant ainsi une conception plus sûre. On ajoute cependant une masse au niveau de l'effecteur.

Expliquons maintenant comment le robot se comporte dans différents scénarios de fonctionnement. Dans la figure 2.2, l'équilibre du robot est représenté pour différents types d'efforts qui lui sont appliqués, correspondant aux principales situations qu'il pourrait rencontrer. Lorsque le robot est soumis à des forces dirigées uniquement vers le bas (par exemple, les effets de la gravité uniquement ou une force verticale supplémentaire appliquée à l'effecteur  $P$  équivalant à la charge utile du robot – figure 2.2(a)), les points  $O_{i2}$ ,  $O_{i3}$  et  $P$  sont proches de l'alignement, c'est-à-dire que le système de précharge et les efforts externes mettent les bras distaux en tension. Lorsqu'une force avec une composante dirigée vers l'intérieur de l'enveloppe formée par les bras distaux est appliquée sur le robot, soit au niveau de l'effecteur  $P$ , soit sur un point situé sur l'un des deux bras distaux, (figure 2.2(b) et 2.2(c)), c'est-à-dire à des forces qui seraient susceptibles d'apparaître lors d'un impact (figure 2.2(d)), cela entraîne une reconfiguration interne du robot avec des déplacements des bras distaux qui peuvent être importants.

Par conséquent, lorsque des charges sont appliquées sur le robot pendant la manipulation d'objets, la position de l'effecteur est proche de celle qu'il aurait avec un mécanisme à cinq barres, dit équivalent, avec des bras distaux de longueurs égales à  $\ell_{O_{i2}O_{i3}} + \ell_{O_{i3}P}$  (où  $\ell_{AB}$  représente la longueur du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ ) : qui lui est connu comme étant pratique pour des opérations de prise et de dépose. D'autre part, lorsque des charges susceptibles d'apparaître lors d'un impact avec un humain sont appliquées sur le robot, cela provoque de grandes reconfigurations internes. Cela devrait donc permettre de réduire la part de l'énergie cinétique du robot transmise lors de l'impact, la reconfiguration conduisant à une dissipation de l'énergie de collision par le robot. Ces propriétés font du robot R-MIn un bon candidat pour des interactions physiques sûres lors d'opérations rapides de prise et de dépose, comme cela sera confirmé par des expériences ultérieures.

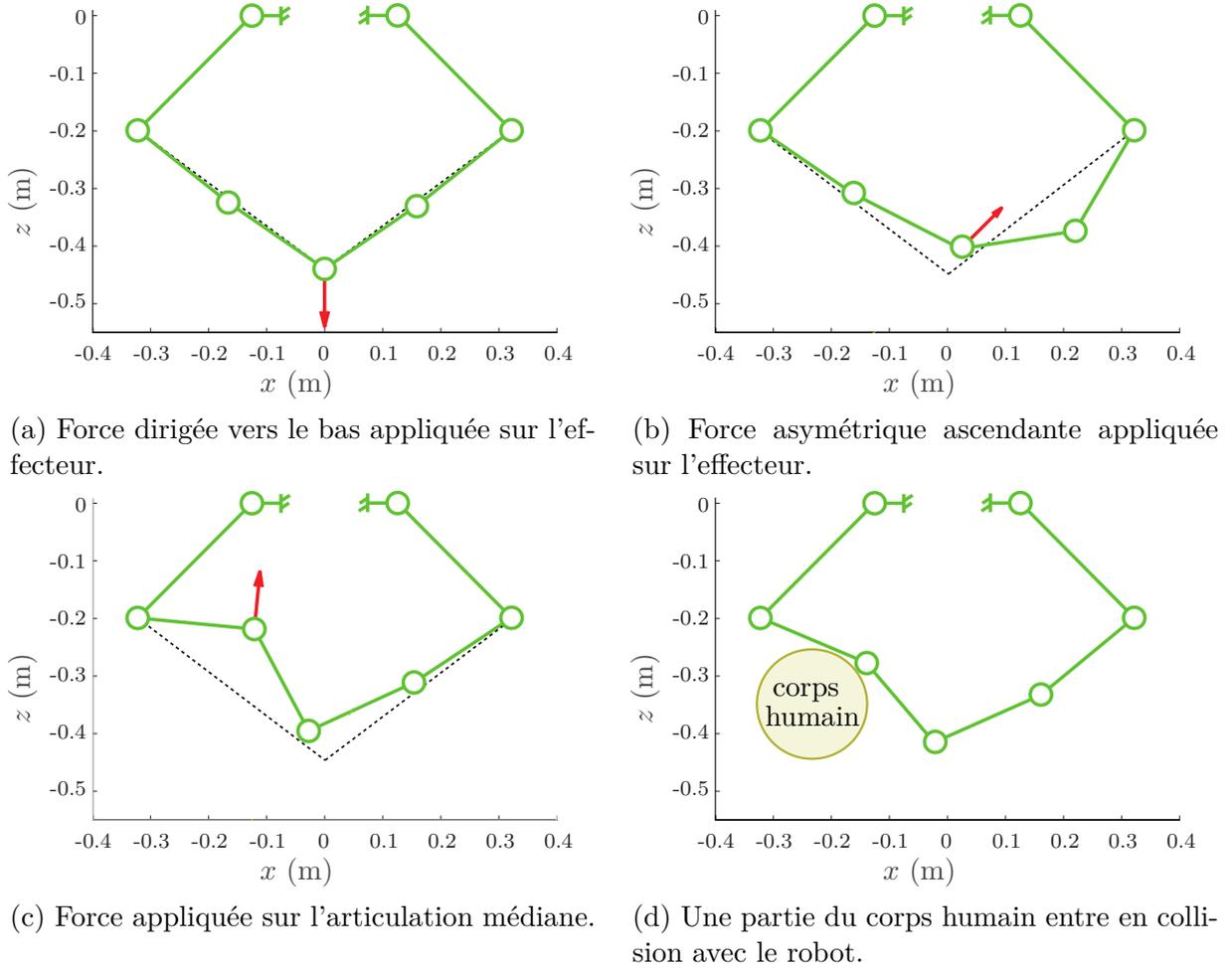


FIGURE 2.2 – Représentation des configurations d'équilibre du robot R-MIn lorsqu'il est soumis à différents types de forces externes. Le robot se reconfigure lui-même en cas de collision avec un humain.<sup>2 3</sup>

Dans la suite on ne considérera pas le cas de l'impact avec les bras proximaux. Bien qu'intéressant, ce cas d'impact peut être facilement évité en introduisant une barrière matérielle.

2. Les configurations d'équilibre présentées sur cette figure ont initialement été calculées en utilisant le solveur numérique IBEXSOLVE et à partir des équations définies plus loin dans le chapitre. L'objectif était d'obtenir toutes les solutions avec certifications. IBEXSOLVE est distribué dans la bibliothèque open source IBEX (<http://www.ibex-lib.org/>). Il met en œuvre un algorithme branch-and-prune [CARO et al., 2014; J.-P. MERLET, 2004] s'appuyant sur la programmation numérique par contraintes, c'est-à-dire utilisant des contracteurs comme HC4 et des opérateurs de Newton par intervalles [JAULIN et al., 2001], qui permet d'obtenir les solutions avec certification. Cette méthode n'a pas pu être appliquée de manière convaincante pour la détermination de l'espace de travail qui sera présenté plus loin dans ce chapitre.

3. Les paramètres du robots ayant menés à cette figure sont indiqués plus tard dans le tableau 2.1

## 2.2 Modèles géométrico- et cinémato-statiques du robot R-MIn

Du fait du sous-actionnement, la configuration du robot à l'équilibre statique est celle qui minimise l'énergie potentielle. Il est donc nécessaire de trouver les solutions aux problèmes géométrico-statique. Dans la suite, on introduit le modèle cinémato-statique qui est obtenu par différentiation dudit modèle et permet d'analyser les singularités du robot R-MIn.

### 2.2.1 Problème géométrico-statique (PGS)

Le robot R-MIn étant sous-actionné, sa configuration d'équilibre est obtenue au minimum de l'énergie potentielle  $U$ . La configuration du robot est paramétrée par les angles des liaisons pivots  $q_{ij}$  ( $i = 1, 2$  étant la jambe considérée et  $j = 1, 2, 3$  la barre considérée – figure 2.1(a)) qui définissent la configuration relative entre les barres  $(i, j)$ , l'angle  $q_4$  qui donne la direction du système de précharge, et la distance  $\rho$  qui fournit la longueur  $\|\vec{AP}\|$ . Dans ce qui suit, nous désignerons par :

- $\mathbf{q}_a = [q_{11} \ q_{21}]^T \in \mathbb{R}^2$  le vecteur des coordonnées des articulations actionnées,
- $\mathbf{q}_d = [q_{12} \ q_{13} \ q_{22} \ q_{23}]^T \in \mathbb{R}^4$  le vecteur des coordonnées articulaires passives (à l'exclusion du système de précharge).
- $\mathbf{p} = [x \ z]^T \in \mathbb{R}^2$  le vecteur de position de l'effecteur exprimé dans le repère  $\mathcal{F}_0$ .

La position de l'effecteur définit entièrement la configuration du système de précharge constitué des corps (4) et (5). Il convient de mentionner que la configuration du système de précharge pourrait également être paramétrée par l'angle  $q_4 = \tan^{-1}(z/x)$  et par la longueur  $\rho = \sqrt{x^2 + z^2}$ .

#### a) Energie potentielle

L'énergie potentielle du robot est calculée à partir de l'énergie potentielle des corps  $(i, j)$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$ ) noté  $U_{i,j}$  (respectivement  $U_4$  et  $U_5$  pour les corps (4) et (5)). Elle dépend de leur masses  $m_{ij}$  (respectivement  $m_4$  et  $m_5$ ), de la position de leur centre de masse  $S_{ij}$  (respectivement  $S_4$  et  $S_5$ ) et de leurs longueurs  $\ell_{ij}$ . Les points  $O_{ij}$ ,  $S_{ij}$  et  $O_{ij+1}$  sont supposés alignés.  $\ell_{S_{ij}}$  désigne la longueur  $\|\vec{O_{ij}S_{ij}}\|_2$ . Pour la jambe de compression et pour l'articulation prismatique,  $\ell_{S_4}$  (respectivement  $\ell_{S_5}$ ) représente la distance du point

$P$  (respectivement du point  $A$ ) à son centre de gravité  $S_4$  (respectivement  $S_5$ ). Les points  $A, P, S_4$  et  $S_5$  sont supposés être alignés. L'énergie potentielle gravitationnelle de chacun des corps peut s'exprimer comme suit :

$$U_{i,1} = gm_{i1}\ell_{S_{i1}} \sin(q_{i1}), \quad (2.1)$$

$$U_{i,2} = gm_{i2} (\ell_{i1} \sin(q_{i1}) + \ell_{S_{i2}} \sin(q_{i1} + q_{i2})) \quad (2.2)$$

$$U_{i,3} = gm_{i3} (\ell_{i1} \sin(q_{i1}) + \ell_{i2} \sin(q_{i1} + q_{i2}) \\ + \ell_{S_{i3}} \sin(q_{i1} + q_{i2} + q_{i3})) \quad (2.3)$$

$$U_4 = gm_4 z (1 + \ell_{S_4}/\rho_5) \quad (2.4)$$

$$U_5 = gm_5 \ell_{S_5} \sin(q_4) \quad (2.5)$$

L'énergie potentielle du ressort  $U_s$  est par ailleurs calculée à partir de la raideur du ressort  $k_t$  et de sa longueur libre  $\ell_0$  :

$$U_s = \frac{1}{2} k_t (\sqrt{x^2 + z^2} + \ell_4 - \ell_0)^2 \quad (2.6)$$

Par conséquent, l'énergie potentielle totale du robot  $U$  peut être exprimée en fonction des coordonnées  $\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d$  et  $\mathbf{p}$  par :

$$U(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) = U_4(\mathbf{p}) + U_5(\mathbf{p}) + U_s(\mathbf{p}) - \mathbf{f}^T \mathbf{p}_c + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 U_{i,j}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d) \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{f}$  est l'effort appliqué en un point de contact de coordonnées  $\mathbf{p}_c$ . Par exemple dans le cas d'un effort appliqué sur l'effecteur,  $\mathbf{p}_c = \mathbf{p}$ .

## b) Équations de contraintes

L'énergie potentielle  $U$  dépend de  $\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}$  et  $\mathbf{f}$ . Il convient de noter que ces coordonnées  $\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d$  et  $\mathbf{p}$  ne sont pas indépendantes. Quatre équations de contraintes géométriques exprimées sous la forme  $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) = [\boldsymbol{\phi}_1^T \boldsymbol{\phi}_2^T]^T = \mathbf{0}$ , doivent être vérifiées pour toute configuration du robot.

$$\boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{0} = \overrightarrow{OO_{i1}} + \ell_{i1} \mathbf{u}_{i1} + \ell_{i2} \mathbf{u}_{i2} + \ell_{i3} \mathbf{u}_{i3} - \mathbf{p} \quad (2.8)$$

où  $\mathbf{u}_{ij} = [\cos(\sum_{k=1}^j q_{ik}) \sin(\sum_{k=1}^j q_{ik})]^T$  est le vecteur donnant la direction du bras  $(i, j)$ .

### c) Problème géométrico-statique

Pour résoudre le problème géométrico-statique (PGS), il s'agit de trouver les configurations  $\mathbf{q}_a \in \mathbb{R}^2$  et  $\mathbf{q}_{dp} = [\mathbf{q}_d^T \mathbf{p}^T]^T \in \mathbb{R}^6$  qui minimisent l'énergie potentielle du robot (2.7), satisfaisant les contraintes géométriques (2.8). On appelle  $\mathbf{q}_t = [\mathbf{q}_a^T \mathbf{q}_d^T \mathbf{p}^T]^T$  l'ensemble des variables du problème. On s'intéresse à la position d'équilibre du robot avec les moteurs bloqués, la minimisation de l'énergie potentielle  $U$  considère donc seulement  $\mathbf{q}_d$  et  $\mathbf{p}$  comme variable.  $\mathbf{q}_a$  est cependant bien une variable dans le problème pris dans son ensemble. Les configurations d'équilibres appartiennent donc à l'ensemble de solutions suivant :

$$\mathbf{q}_a \in \mathbb{R}^2, \mathbf{q}_d \in \mathbb{R}^4, \mathbf{p} \in \mathbb{R}^2 \text{ vérifiant } \begin{cases} \mathbf{q}_{dp} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{q}_d, \mathbf{p}} U(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) \\ \text{sujet à } \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.9)$$

Ce problème peut être résolu en considérant une fonction lagrangienne augmentée définie comme suit :  $\mathcal{L} = U(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}, \mathbf{f}) + \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p})\boldsymbol{\lambda}$ , où  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^4$  est un vecteur de multiplicateurs de Lagrange. La solution de (2.9) peut être trouvée en résolvant le système d'équations suivant, également connu sous le nom de conditions de stabilité du premier ordre [NOCEDAL et WRIGHT, 2006] :

$$\nabla_{\mathbf{q}_{dp}, \boldsymbol{\lambda}} \mathcal{L} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} U(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) + \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.10)$$

Désignons par  $\mathbf{k}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{0}$  la première ligne du système d'équation (2.10), c'est-à-dire :

$$\mathbf{k}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda}) = \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} U(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) + \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p})\boldsymbol{\lambda} \quad (2.11)$$

Le système d'équations  $\{\mathbf{k} = \mathbf{0}, \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0}\}$  est composé de 10 équations, et contient 12 inconnues  $(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}, \boldsymbol{\lambda})$ . L'ensemble des solutions au problème représente donc un espace de dimension 2, correspondant aux deux degrés de liberté du robot, qui représente tout l'espace dans lequel le robot peut évoluer. À ce stade, l'espace défini peut cependant présenter des singularités ou des zones d'instabilité, c'est pourquoi on ne le nomme pas encore espace de travail.

Il convient de mentionner qu'en règle générale, les variables  $\boldsymbol{\lambda}$  sont des variables supplémentaires dont la valeur n'est pas nécessaire pour représenter la configuration du méca-

nisme. Pour notre mécanisme, ces multiplicateurs représentent les forces internes exercées dans la liaison au point  $P$  afin de maintenir l'équilibre statique.

Enfin, nous aimerions également noter que les solutions du système d'équation (2.10) ne peuvent être obtenues analytiquement. Un solveur numérique pour les systèmes d'équations non-linéaires doit alors être appliqué pour trouver une solution. Dans ce travail, nous avons utilisé l'implémentation Matlab de l'algorithme de Levenberg-Marquardt mis en œuvre dans la fonction *fsolve*. Les jacobiniennes du problème sont implémentées analytiquement.

**i) Modèle géométrico-statique direct (MGSD)** En imposant la valeur de  $\mathbf{q}_a$  à une valeur donnée  $\mathbf{q}_a^*$ , il est alors possible de calculer une solution  $(\mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \in \mathbb{R}^{10}$  au système à 10 équations (2.10). Il doit ici être noté que plusieurs solutions peuvent exister au problème formulé de la sorte, car le problème est non-linéaire. En des termes physiques, le robot peut avoir plusieurs configurations d'équilibres stables ou instables pour une position donnée des bras proximaux. Si l'on recherche toutes les solutions en faisant varier  $\mathbf{q}_a^*$ , on appelle ce problème le Problème Géométrico-Statique Direct (PGSD).

**ii) Modèle géométrico-statique inverse (MGSI)** En fixant la valeur de  $\mathbf{p}$  à une valeur donnée  $\mathbf{p}^*$ , on peut trouver une solution  $(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \in \mathbb{R}^{10}$  au système (2.10). De même plusieurs solutions peuvent exister à ce stade correspondant au fait que plusieurs équilibres du robot (stable, instable ou point-selle) peuvent mener à la même position de l'effecteur. Si l'on recherche toutes les solutions en faisant varier  $\mathbf{p}^*$ , on appelle ce problème le Problème Géométrico-Statique Inverse (PGSI).

Durant la thèse, une autre manière d'écrire ce problème a été présentée dans l'article [JEANNEAU et al., 2020b]. Cette approche est basée sur l'équilibre des efforts comme cela a pu être fait sur les systèmes de tensegrité [DE OLIVEIRA et SKELTON, 2009]. Les équations données dans ce cas sont équivalentes au système d'équations (2.10) et peuvent aussi être utilisées pour résoudre le MGSI. Cependant, elles incluent des singularités de représentations lorsque les angles passifs  $q_{i3}$  s'annulent, ce qui a pu poser des problèmes pratiques lors de l'analyse de l'espace de travail. Cette représentation pourrait cependant permettre une analyse analytique plus poussée, car cette formulation ne fait pas intervenir de multiplicateurs de Lagrange et présente une formulation directe du problème avec

seulement quatre équations à résoudre, mais cette analyse n'a pas pu être menée durant cette thèse.

**iii) Stabilité de la configuration**  $(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$  Une configuration  $(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$  satisfaisant les conditions du premier ordre (2.10) ne minimise pas nécessairement l'énergie potentielle  $U$ . Il peut s'agir d'un maximum ou d'un point-selle. La configuration  $(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$  n'est donc pas nécessairement une configuration d'équilibre stable. Afin d'évaluer la stabilité de la configuration, les conditions du second ordre doivent être vérifiées [NOCEDAL et WRIGHT, 2006]. Pour les définir, introduisons d'abord les deux matrices suivantes :

— La matrice hessienne du lagrangien augmenté :

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \nabla_{\mathbf{q}_{dp}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = D_{\mathbf{q}_{dp}} \mathbf{k}(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \quad (2.12)$$

— Une matrice  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{6 \times 2}$  génératrice du noyau de la transposée du gradient des contraintes :

$$\mathbf{Z} \in \text{Ker}(\nabla_{\mathbf{q}_{dp}} \boldsymbol{\phi}^T(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)) \quad (2.13)$$

Alors, la configuration  $(\mathbf{q}_a^*, \mathbf{q}_d^*, \mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$  est stable si le hessien projeté (ou réduit)  $\mathbf{H}_z$  défini par :

$$\mathbf{H}_z = \mathbf{Z}^T \mathbf{H} \mathbf{Z} \quad (2.14)$$

est défini positif, c'est-à-dire si et seulement si  $\mathbf{H}_z \succ 0$  [NOCEDAL et WRIGHT, 2006]. Ce critère peut alors être utilisé pour discriminer les solutions instables des solutions stables au MGSi et MGSD. Dans la suite, seules les configurations d'équilibres stables sont gardées.

### 2.2.2 Modélisation cinémato-statique du robot R-MIn

Le modèle cinémato-statique du robot peut être obtenu en différentiant le modèle géométrico-statique (2.10) par rapport au temps :

$$\begin{cases} D_{\mathbf{q}_a} \mathbf{k} \dot{\mathbf{q}}_a + D_{\mathbf{p}} \mathbf{k} \dot{\mathbf{p}} + D_{\mathbf{q}_d} \mathbf{k} \dot{\mathbf{q}}_d + D_{\boldsymbol{\lambda}} \mathbf{k} \dot{\boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{0} \\ D_{\mathbf{q}_a} \boldsymbol{\phi} \dot{\mathbf{q}}_a + D_{\mathbf{p}} \boldsymbol{\phi} \dot{\mathbf{p}} + D_{\mathbf{q}_d} \boldsymbol{\phi} \dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.15)$$

Afin de se débarrasser des termes dus aux variations des forces internes  $\dot{\lambda}$  et en remarquant que  $D_{\lambda}\mathbf{k} = \nabla_{\mathbf{q}_{dp}}\boldsymbol{\phi}$ , multiplions à gauche la première ligne de l'équation précédente par la matrice  $\mathbf{Z}^T$  définie dans (2.13) afin d'obtenir :

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{P}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

avec  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^T D_{\mathbf{q}_a} \mathbf{k} \\ D_{\mathbf{q}_a} \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 2}$ ,  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^T D_{\mathbf{p}} \mathbf{k} \\ D_{\mathbf{p}} \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 2}$  et  $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^T D_{\mathbf{q}_d} \mathbf{k} \\ D_{\mathbf{q}_d} \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 4}$ . Le système d'équations (2.16) est composé de 6 équations, et contient 8 inconnues  $\dot{\mathbf{q}}_t$ . Par conséquent, en fixant deux des inconnues à une valeur souhaitée, les équations (2.16) peuvent être résolues, afin d'obtenir soit le modèle cinémato-statique direct (MCSD), soit le modèle cinémato-statique inverse (MCSI).

#### a) Modèle cinémato-statique direct (MCSD)

Le MCSD permet d'exprimer la vitesse de l'effecteur  $\dot{\mathbf{p}}$  et les vitesses des articulations passives  $\dot{\mathbf{q}}_d$  en fonction des vitesses des moteur  $\dot{\mathbf{q}}_a$ . Ses équations sont fournies par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{q}}_d \end{bmatrix} = -\mathbf{G}_{\mathbf{PD}}^{-1} \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_a \quad (2.17)$$

où  $\mathbf{G}_{\mathbf{PD}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ . Les conditions de dégénérescence de la matrice  $\mathbf{G}_{\mathbf{PD}}$  sont discutées plus tard.

#### b) Modèle cinémato-statique inverse (MCSI)

Le MCSI permet d'exprimer les vitesses des moteurs  $\dot{\mathbf{q}}_a$  et les vitesses des articulations passives  $\dot{\mathbf{q}}_d$  en fonction de la vitesse de l'effecteur  $\dot{\mathbf{p}}$ . Ses équations sont fournies par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_a \\ \dot{\mathbf{q}}_d \end{bmatrix} = -\mathbf{G}_{\mathbf{AD}}^{-1} \mathbf{P} \dot{\mathbf{p}} \quad (2.18)$$

où  $\mathbf{G}_{\mathbf{AD}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ . Les conditions de dégénérescence de la matrice  $\mathbf{G}_{\mathbf{AD}}$  sont discutées dans le paragraphe suivant.

### c) Analyse des singularités

Le système d'équations (2.16) est analogue à celui qui peut être défini pour le modèle cinémato-statique des robots parallèles continus [BLACK et al., 2017], comme détaillé dans [BRIOT et GOLDSZTEJN, 2022]. Sur la base de cet article, plusieurs types de singularités peuvent apparaître pour ce système d'équations, parmi lesquelles les principales sont :

- Singularités de type 1 : elles apparaissent lorsque la matrice  $\mathbf{G}_{AD}$  n'est pas de rang plein, alors que les matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{D}$  le sont. Ces singularités sont des singularités du MCSI : dans ces singularités, le mouvement des moteurs ne permet pas le mouvement de l'effecteur dans une direction donnée. Elles définissent les limites de l'espace de travail.
- Singularités de type 2 : elles apparaissent lorsque la matrice  $\mathbf{G}_{PD}$  n'est pas de rang plein, alors que les matrices  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{D}$  le sont. Ces singularités sont des singularités du MCSD : malgré la position moteur fixée, des petits déplacements de l'effecteur sont possibles. Comme montré dans [BRIOT et GOLDSZTEJN, 2022], ces singularités définissent les limites de l'espace de travail où le robot peut avoir une configuration stable et conduisent à une perte de rigidité du robot.
- Singularités de type 3 : elles apparaissent lorsque les matrices  $\mathbf{G}_{AD}$  et  $\mathbf{G}_{PD}$  perdent leur plein rang simultanément, alors que les matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{D}$  sont toutes de rang plein. Elles correspondent à une combinaison des deux autres types de singularités.

D'autres types de singularité peuvent être trouvés, comme mentionné dans [BRIOT et GOLDSZTEJN, 2022], mais celles-ci n'apparaissent pas dans le cas de notre robot R-MIn et dans l'espace de recherche donné, par conséquent, nous ne les rappelons pas.

## 2.3 Espace de travail du robot R-MIn : application

Connaissant maintenant les équations décrivant notre système, on va chercher à connaître l'espace de travail de notre robot et les lieux des singularités. On présente tout d'abord la démarche adoptée pour comprendre le comportement en statique du robot et trouver ses équilibres. Ensuite, une analyse de l'espace de travail obtenu pour le prototype, qui sera présenté dans la section 2.3.2, est proposée. Les limites d'un espace de travail permettant d'avoir un mode d'assemblage et un mode de fonctionnement unique sont définies et pré-

sentées. Les singularités au bord de cet espace de travail sont alors montrées et comparées à celles du mécanisme à cinq barres.

### 2.3.1 Calcul de l'espace de travail du robot

#### a) Résolution du PGSD

**i) Implémentation de l'optimisation.** Le PGSD est implémenté sous la forme d'une résolution multiple du MGSD. Comme le problème est non-linéaire, plusieurs solutions au MGSD existent. La solution trouvée dépend de la condition initiale donnée. Le point initial de l'optimisation  $\mathbf{q}_{dp}^{(0)} = [\mathbf{q}_d^{(0)T} \mathbf{p}^{(0)T}]^T$  est choisi aléatoirement, avec  $\mathbf{p}^{(0)}$  choisi de telle sorte que  $x, z \in [-1, 1]$  puisque cet espace inclut toutes les solutions satisfaisant les contraintes géométriques pour le prototype étudié (comme il est possible de le voir dans la section sur l'analyse de l'espace de travail et figure 2.8), et avec des coordonnées  $\mathbf{q}_d^{(0)}$  choisies dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ .

Cette optimisation est effectuée 100 fois avec un nouveau choix de  $\mathbf{q}_{dp}^{(0)}$  à chaque itération afin de tenter de trouver toutes les solutions au PGSD. Seules les solutions présentant un équilibre stable sont gardées. Nous désignons  $\mathcal{S}(\mathbf{q}_a, \mathbf{f}) = \{\mathbf{q}_{dp,m}\}_{m=1:n_s}$  l'ensemble des solutions trouvées au PGSD, avec  $n_s$  le nombre de solutions. La fonction permettant cette évaluation multiple du modèle géométrico-statique est présentée dans l'algorithme 1.

**ii) Extension de l'ensemble des solutions par continuité.** La méthode d'optimisation utilisée est coûteuse en temps de calcul et ne garantit pas que toutes les solutions seront trouvées. Afin de réduire le temps de calcul, tout en augmentant la probabilité de trouver toutes les solutions, nous utilisons une méthode basée sur la prolongation par continuité d'une solution. Elle est inspirée de la méthode de continuation utilisée dans [BOEHLER et al., 2015] pour trouver les limites de l'espace de travail d'un mécanisme de tensegrité plan. On discrétise tout d'abord l'espace à deux degrés de liberté du robot en créant une grille de points 2D représentant l'espace total des articulations actives. On considère  $\mathbf{q}_a^v$ , les points dans l'espace articulaire aux voisinages de  $\mathbf{q}_a$ , c'est-à-dire les 8 points les plus proches de  $\mathbf{q}_a$  dans l'espace discrétisé. En pratique, s'il existe une solution  $\mathbf{q}_{dp}^v \in \mathcal{S}(\mathbf{q}_a^v, \mathbf{f})$  au voisinage de  $\mathbf{q}_a$ , qui n'est proche d'aucune des solutions trouvées  $\mathbf{q}_{dp} \in \mathcal{S}(\mathbf{q}_a, \mathbf{f})$ , alors cette solution pourrait être manquée.  $\mathbf{q}_{dp}^v$  est donc utilisée comme point initial d'une nouvelle optimisation au point  $\mathbf{q}_a$  pour aider l'algorithme à converger vers cette solution voisine. Une solution est considérée comme proche d'une autre si

---

**Algorithme 1** Fonction d'évaluation du MGSD

---

```

1: fonction EVALMGSD( $\mathbf{q}_a$ ) :
2:   variables globales
3:      $\mathbf{q}_{dp}^s$   $\triangleright$   $\mathbf{q}_{dp}^s$  Ensembles des solutions enregistrées
4:      $s$   $\triangleright$   $s$  État de la variable  $\mathbf{q}_a$  pour savoir si des solutions ont déjà été trouvé par
      de multiples optimisations. Elle est initialisée à 0.
5:   Fin variables globales
6:   Si  $s(\mathbf{q}_a)=0$  alors
7:     Pour  $i$  de 1 à  $N$ , faire :  $\triangleright$   $N$  nombre d'itération choisie égale à 100.
8:        $\mathbf{q}_{dp}^r \leftarrow \text{RAND}$   $\triangleright$  Une valeur aléatoire est choisie
9:        $\mathbf{q}_{dp} \leftarrow \text{EVALMGSDWITHINITIAL}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_{dp}^r)$   $\triangleright$  L'optimisation
      sous contrainte est lancée aux coordonnées  $\mathbf{q}_a$  avec une condition initiale  $\mathbf{q}_{dp}^r$ . Seule
      les solutions stables sont gardées.
10:       $\mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a) \leftarrow \text{CONCATÈNE}(\mathbf{q}_{dp}, \mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a))$ 
11:    Fin pour
12:     $\mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a) \leftarrow \text{UNIQUETOL}(\mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a), \epsilon)$   $\triangleright$  Assure l'unicité de chacune des solutions
      trouvées avec la tolérance  $\epsilon$ 
13:     $s(\mathbf{q}_a) \leftarrow 1$ 
14:  Fin si
15:  renvoyer  $\mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a)$ 
16: Fin fonction

```

---

$\max |\mathbf{q}_{dp}^v - \mathbf{q}_{dp}| < \epsilon$ , avec  $\epsilon$  un seuil choisi égal à 0.05 (rad pour  $\mathbf{q}_a$  et m pour  $\mathbf{p}$ ). On fait ici remarquer que cette valeur doit être choisie à la fois comme supérieure à la précision du programme d'optimisation, mais en même temps suffisamment faible pour éviter d'oublier des solutions, en particulier aux abords des singularités. Si la solution d'une optimisation est proche d'une solution déjà existante, on considère que cette solution existe déjà et elle n'est pas gardée. L'algorithme permettant cette continuation est présenté sur l'algorithme 2.

---

**Algorithme 2** Exploration de l'espace de travail

---

```

1: variables globales
2:    $\mathbf{q}_{dp}^s$ 
3:    $s$ 
4: Fin variables globales
5: Pour  $i$  de 1 à  $n$ , faire : ▷  $n$  le nombre de points
6:   Pour  $j$  de 1 à  $i$ , faire :
7:      $\mathbf{q}_{dp} \leftarrow \text{EVALMGSD}(\mathbf{q}_a)$ 
8:      $\mathbf{q}_a^v \leftarrow \text{VOISINS}(\mathbf{q}_a)$ 
9:     Pour  $k$  de 1 à  $n_v$ , faire : ▷  $n_v$  le nombre de voisins de  $\mathbf{q}_a$ 
10:       $\mathbf{q}_{dp}^v \leftarrow \text{EVALMGSD}(\mathbf{q}_a^v(k))$ 
11:      Pour  $l$  de 1 à  $n_s^v$ , faire : ▷  $n_s^v$  le nombre de solutions du voisin  $\mathbf{q}_a^v(k)$ 
12:        Si  $\mathbf{q}_{dp} = \emptyset$  alors
13:           $\mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a) \leftarrow \text{EVALMGSDWITHINITIAL}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_{dp}^v(l))$ 
14:        Sinon, si  $|\mathbf{q}_{dp}^v(l) - \mathbf{q}_{dp}| < \epsilon$ 
15:           $\mathbf{q}_{dp} \leftarrow \text{EVALMGSDWITHINITIAL}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_{dp}^v(l))$ 
16:           $\mathbf{q}_{dp} \leftarrow \text{CONCATÈNE}(\mathbf{q}_{dp}, \mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a))$ 
17:           $\mathbf{q}_{dp}^s(\mathbf{q}_a) \leftarrow \text{UNIQUETOL}(\mathbf{q}_{dp}, \epsilon)$ 
18:        Fin si
19:      Fin pour
20:    Fin pour
21:  Fin pour
22: Fin pour

```

---

**b) Cas du PGSI**

La même méthode est appliquée pour trouver les solutions au PGSI. La différence consiste dans le fait que le point initial est maintenant  $\mathbf{q}_{ad}^{(0)}$  et que le voisinage est défini au niveau de l'effecteur.



FIGURE 2.3 – Conception préliminaire du robot R-MIn utilisé pour le calcul de l'espace de travail.

TABLEAU 2.1 – Dimensions et propriétés de masse des prototypes de bras utilisés dans une analyse primaire correspondant à la géométrie présentée figure 2.1(a).

<b>Bras</b>	<b>Longueur</b>	<b>Masse</b>	<b>CM</b>
$(i; j)$	$\ell_{ij}$ (m)	$m_{ij}$ (kg)	$\ell_{sij}$ (m)
(1&2;1)	0.28	1.29	0.0768
(1&2;2)	0.2	0.24	0.012
(1&2;3)	0.202	0.19	0.01
(-;4)	0.82	0.42	-0.31
(-;5)	-	0.81	0
$\ \vec{O_{11}O_{21}}\  = 0.25$ m			
Paramètre du ressort du système de précharge :			
Ressort 0 : $k_t = 80$ N/m, $\ell_0 = 100$ mm			

### 2.3.2 Analyse numérique de l'espace de travail

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus en résolvant numériquement les problèmes direct et inverse. Ces méthodes sont appliquées au prototype R-MIn [JEAN-NEAU et al., 2020c] présenté sur la figure 2.3. Les longueurs de bras, les masses et les positions des centres de masse (CM) associées sont données dans le tableau 2.1. Notons que, le prototype ayant été réalisé sur la fin de la thèse, les valeurs numériques de ces paramètres ne sont pas celles des corps du prototype final du robot, mais elles nous ont servis à mener cette analyse préliminaire et nécessaire afin de comprendre l'espace de travail du robot.

#### a) Analyse des solutions du PGSD

Dans cette section, nous analysons les solutions trouvées du PGSD. Afin de réduire le temps de calcul, l'analyse est menée sur un espace articulaire restreint  $\mathcal{Q}_a$  défini par :

$$\mathcal{Q}_a = \left\{ \mathbf{q}_t \mid -\frac{\pi}{3} < q_{11} < \frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} < \pi - q_{21} < \frac{2\pi}{3}, \pi - q_{21} < q_{11} \right\} \quad (2.19)$$

Les inégalités précédentes permettent de réduire l'espace articulaire étudié en tenant compte des butées mécaniques des deux actionneurs et de restreindre l'analyse à la moitié de l'espace de travail en tenant compte de la symétrie du robot. Cet espace articulaire restreint  $\mathcal{Q}_a$  est échantillonné avec une résolution de  $\pi/200$ .

Le nombre de solutions trouvées au PGSD pour  $\mathbf{q}_t \in \mathcal{Q}_a$ , lorsqu'aucune force n'est appliquée sur l'effecteur (c'est-à-dire  $\mathbf{f} = \mathbf{0}$  N), est présenté sur la figure 2.4. Cette figure montre que le nombre de configurations stables pour une valeur donnée de  $\mathbf{q}_a$  varie de 0 (l'assemblage du robot n'est pas possible) à 4. Sur la figure 2.5, le robot est représenté dans quatre configurations différentes, chacune correspondant à une solution du PGSD obtenue pour une valeur particulière de  $\mathbf{q}_a = \mathbf{q}_a^A = [4.574, 4.312]^T$ , illustrée sur la figure 2.4.

La première configuration (figure 2.5(a)) correspond à une configuration souhaitable pour manipuler une charge utile dans un mode collaboratif. La barre de précharge pousse l'effecteur vers le bas, de sorte que les bras distaux sont presque complètement étendus. En effet, ils sont légèrement pliés en raison des effets de la gravité. La deuxième configuration (figure 2.5(b)) pourrait être interprétée comme similaire au deuxième mode d'assemblage du mécanisme classique à cinq barres. Dans ce cas, la force exercée par la barre de précharge est dirigée vers le haut. La troisième configuration d'équilibre est présentée sur la

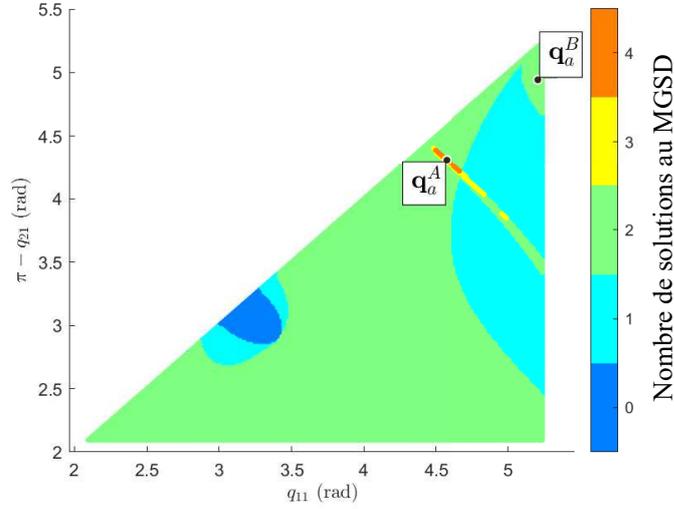


FIGURE 2.4 – Nombre de solutions au PGSD obtenues numériquement dans l’espace articulaire dans le cas où aucune force n’est appliquée sur l’effecteur.

figure 2.5(c). Dans ce cas, le bras distal droit est replié sur lui-même et le bras gauche est complètement étendu. Une configuration symétrique est présentée sur la figure 2.5(d). Deux autres solutions du PGSD sont représentées sur la figure 2.6 pour une autre valeur  $\mathbf{q}_a = \mathbf{q}_a^B = [5.202, 4.943]^T$ . Ces classes de solutions sont analysées plus en détail dans la section suivante.

## b) Classification des solutions au PGSD

Sur la base d’une analyse de l’ensemble  $\mathcal{S}_t$  de toutes les solutions au PGS en résolvant le MGSD, nous avons isolé cinq sous-ensembles différents de solution  $\mathcal{S}_1$  à  $\mathcal{S}_5$  dans l’espace articulaire :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_1 &= \mathcal{S}_t \cap \mathcal{Q}_a \cap C_1 \cap \bar{C}_3 \cap \bar{C}_4 \\
 \mathcal{S}_2 &= \mathcal{S}_t \cap \mathcal{Q}_a \cap C_2 \cap C_3 \\
 \mathcal{S}_3 &= \mathcal{S}_t \cap \mathcal{Q}_a \cap \bar{C}_2 \\
 \mathcal{S}_4 &= \mathcal{S}_t \cap \mathcal{Q}_a \cap \bar{C}_1 \\
 \mathcal{S}_5 &= \mathcal{S}_t \cap \mathcal{Q}_a \cap C_1 \cap \bar{C}_3 \cap C_4
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

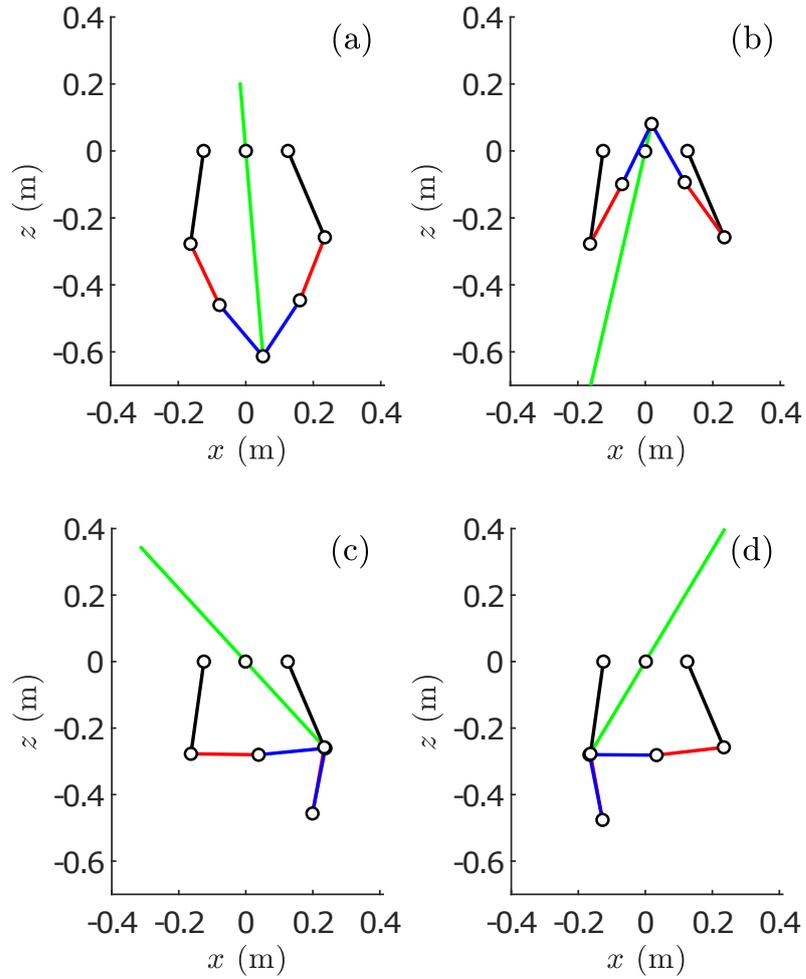


FIGURE 2.5 – Représentation des quatre configurations différentes du robot correspondant aux quatre solutions du MGSD avec  $\mathbf{q}_a^A = [4.574, 4.312]^T$  rad et  $\mathbf{f} = \mathbf{0}$  N.

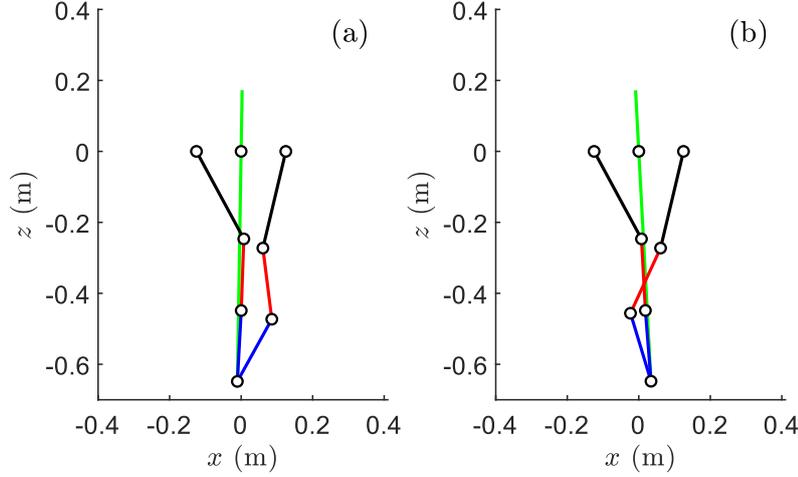


FIGURE 2.6 – Représentation des deux configurations solutions du MGSD lorsque  $\mathbf{q}_a^B = [5.205, 4.943]^T$  et  $\mathbf{f} = \mathbf{0}$  N.

dans lequel les sous-espaces  $C_1$  à  $C_4$  sont définis en utilisant l'ensemble d'inégalités suivant :

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \left\{ \mathbf{q}_t \in \mathbb{R}^8 \mid -\frac{\pi}{2} < q_{13} < \frac{\pi}{2} \right\} \\
 C_2 &= \left\{ \mathbf{q}_t \in \mathbb{R}^8 \mid -\frac{\pi}{2} < q_{23} < \frac{\pi}{2} \right\} \\
 C_3 &= \left\{ \mathbf{q}_t \in \mathbb{R}^8 \mid -\pi < q_4 - \frac{q_{11} + q_{21}}{2} < 0 \right\} \\
 C_4 &= \left\{ \mathbf{q}_t \in \mathbb{R}^8 \mid 0 < q_{23} < \pi \quad \text{et} \quad -\pi < q_{21} < 0 \right\}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Une projection de ces sous-ensembles de solutions dans l'espace articulaire (resp. l'espace cartésien) est présentée sur la figure 2.7 (resp. figure 2.8) et est détaillée ci-dessous :

- $\mathcal{S}_1$  correspond à la configuration souhaitée pour la manipulation collaborative du robot, comme illustré sur la figure 2.5.(a) ou la figure 2.6.(a), puisque les deux bras distaux sont étendus et peuvent donc se replier en cas de collision avec un humain. En outre, il permet d'obtenir le plus grand espace de travail (voir figure 2.8).
- $\mathcal{S}_2$  correspond au deuxième mode d'assemblage comme illustré sur la figure 2.5(b). La force exercée par le ressort de précharge est ici orientée vers le haut, en opposition à la gravité.

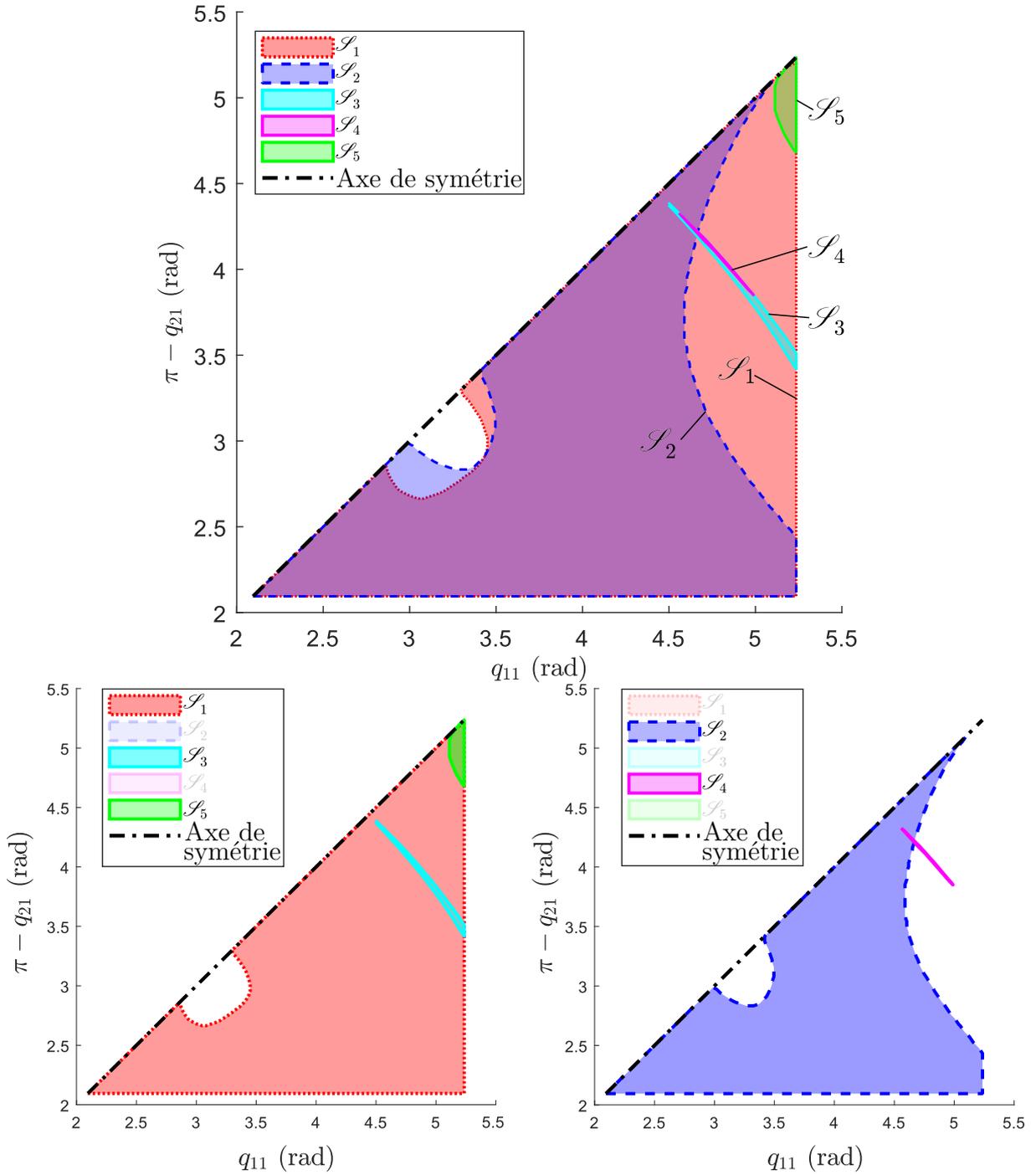


FIGURE 2.7 – Contour des sous-ensembles de solutions au PGSD projetés dans l'espace articulaire.

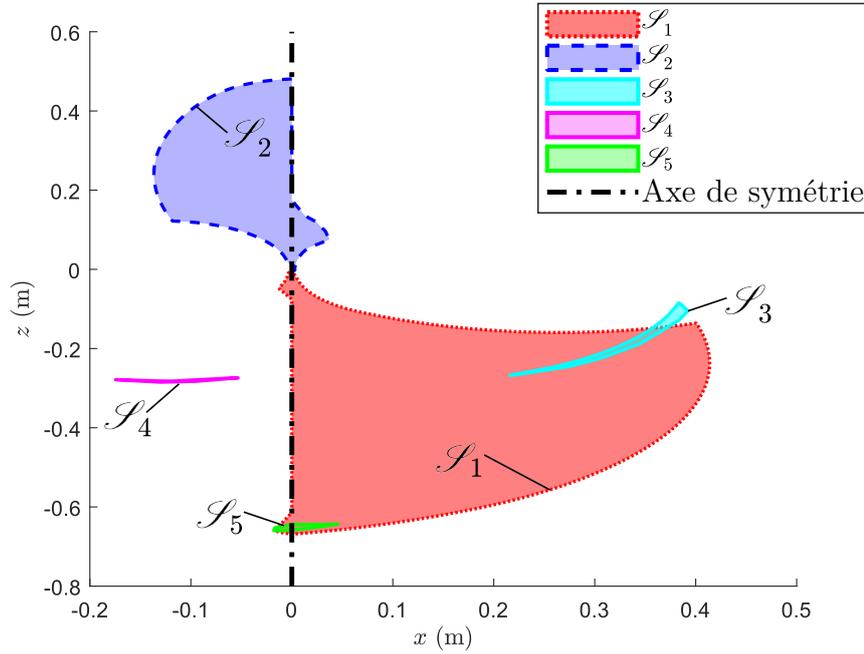


FIGURE 2.8 – Contour des sous-ensembles de solutions au MGSD projetés dans l'espace cartésien.

- $\mathcal{S}_3$  (resp.  $\mathcal{S}_4$ ) correspond à une configuration du robot où le bras droit (resp. le bras gauche) est complètement replié comme indiqué sur la figure 2.5(c) (resp. sur la figure 2.5(d)).
- $\mathcal{S}_5$  correspond à une configuration où l'angle  $q_{23}$  est négatif (figure 2.6(b)).

On fera remarquer ici que les solutions présentées ne font pas apparaître une solution unique au MGSI dans tout l'espace de travail. Si on se concentre sur les résultats de la figure 2.8 et sur le sous-ensemble  $\mathcal{S}_1$ , il est possible d'observer que l'espace peut se replier sur lui-même aux bords de l'espace de travail. Il est donc nécessaire de s'intéresser à la résolution du PGSI.

### c) Analyse des solutions au PGSI

Dans cette section, nous analysons les solutions trouvées au PGSI pour  $\mathbf{f} = \mathbf{0}$  N. L'espace de recherche est limité à  $\mathcal{Q}_p = \{\mathbf{q}_t | 0 < x < 0.6, -0.7 < z < 0\}$  ( $x \geq 0$  puisque nous considérons la symétrie du robot). Le nombre de solutions au PGSI pour tout  $\mathbf{p} \in \mathcal{Q}_p$  est indiqué sur la figure 2.10.

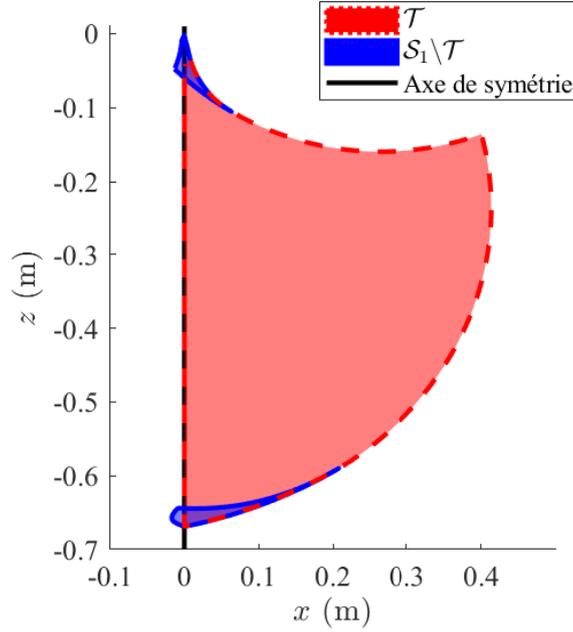


FIGURE 2.9 – Décomposition et isolement d'une solution unique au PGSI.

De la même manière que pour l'étude des sous-ensembles de solutions au PGSD, nous avons isolé des sous-ensembles de solutions au PGSI. Nous n'avons gardé qu'un seul sous-ensemble  $\mathcal{T}$  qui fournit une configuration du robot où les deux bras distaux sont étendus et la barre de précharge se trouve entre les deux bras distaux, voir figure 2.5(a). Ce sous-ensemble  $\mathcal{T}$  est défini par l'équation suivante :

$$\mathcal{T} = \mathcal{S}_t \cap C_1 \cap \bar{C}_3 \cap D_1 \cap D_2 \cap \mathcal{Q}_a \cap \mathcal{Q}_p \quad (2.22)$$

avec  $\mathcal{S}_t$ , l'ensemble de toutes les solutions au PGS et  $D_1$  et  $D_2$ , de nouveaux sous-espaces définis comme :

$$\begin{aligned} D_1 &= \{ \mathbf{q}_t \in \mathbb{R}^8 \mid 0 < q_{12} + q_{13} < \pi \} \\ D_2 &= \{ \mathbf{q}_t \in \mathbb{R}^8 \mid -\pi < q_{22} < 0 \} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ces contraintes additionnelles permettent d'enlever les replis de l'espace de travail  $\mathcal{S}_1$  sur lui-même comme on peut le voir sur la figure 2.9 et d'assurer une solution unique au PGSI dans le sous ensemble  $\mathcal{T}$ .

Le mode de travail décrit sur la figure 2.5(a) est souhaitable pour plusieurs raisons :

- les deux bras distaux peuvent se replier en cas de collision avec un humain,
- la barre de précharge ne présente aucun risque de blessure puisqu'elle se trouve entre les deux bras distaux et ne peut donc entrer en contact avec le milieu environnant, comprenant un être humain,
- elle offre l'espace de travail ayant la plus grande projection dans l'espace cartésien,
- le poids de la charge utile n'a pas (ou peu) d'effet sur la position de l'effecteur (voir ci-dessous).

Il faut noter ici que l'espace des solutions présentées dans cette section est un espace restreint par rapport à l'espace  $\mathcal{S}_1$  présenté dans la section précédente. Les coordonnées articulaires présentes dans l'espace  $\mathcal{T}$  n'ont aussi qu'une solution unique au PGSD. On a pu le valider en vérifiant que les sous-ensembles suivants présentent les mêmes solutions :

$$\mathcal{T} = \mathcal{S}_t \cap C_1 \cap \bar{C}_3 \cap D_1 \cap D_2 \cap \mathcal{Q}_a \cap \mathcal{Q}_p \quad (2.24)$$

$$= \mathcal{S}_t \cap C_1 \cap \bar{C}_3 \cap D_1 \cap D_2 \cap \mathcal{Q}_a \cap \mathcal{Q}_p \cap \bar{C}_4 \quad (2.25)$$

$$= \mathcal{S}_1 \cap D_1 \cap D_2 \cap \mathcal{Q}_p \quad (2.26)$$

L'espace de travail obtenu est représenté sur la figure 2.11. Il correspond à la projection du sous-ensemble sélectionné  $\mathcal{T}$  de solutions au PGSI dans l'espace cartésien. Cet espace de travail a été analysé pour des forces  $\mathbf{f}$  dirigées vers le bas, et égales à 0, 2, 4, 6, 8, 10 N.

On constate que les limites de l'espace de travail sont peu affectées lorsque la charge utile varie de 0 à 10 N, ce qui rend ce robot bien adapté aux tâches de manipulation. L'analyse de l'espace de travail pour des charges plus élevées ou des forces dirigées dans d'autres directions est laissée comme travaux futurs.

### 2.3.3 Analyse des singularités

Une première analyse de l'espace de travail du robot R-MIn a été effectuée dans la partie précédente qui a permis de comprendre que différents ensembles de solutions au PGS distincts existent et qu'il était ainsi possible de les séparer pour obtenir un espace dans lequel on puisse évoluer sans avoir peur de passer d'un mode d'assemblage ou de fonctionnement à un autre. Nous désirons maintenant étudier les singularités dans l'espace de travail de l'effecteur associé au mode de travail représenté sur la figure 2.2(a), en considérant les paramètres géométriques et inertiels du prototype réel du robot R-MIn qui sont

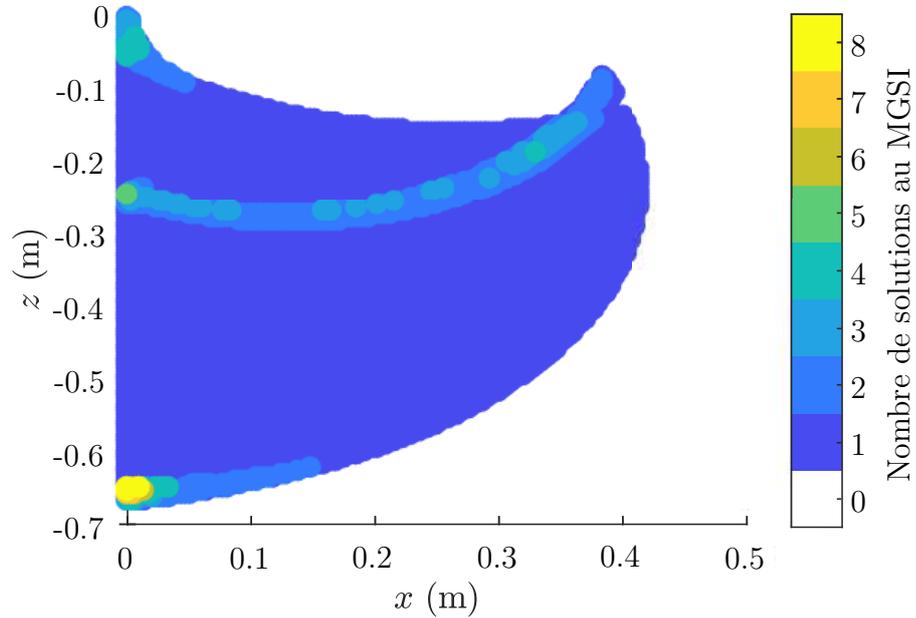


FIGURE 2.10 – Nombre de solutions au MGSI pour une position donnée dans l'espace cartésien, dans le cas où aucune force n'est appliquée sur l'effecteur.

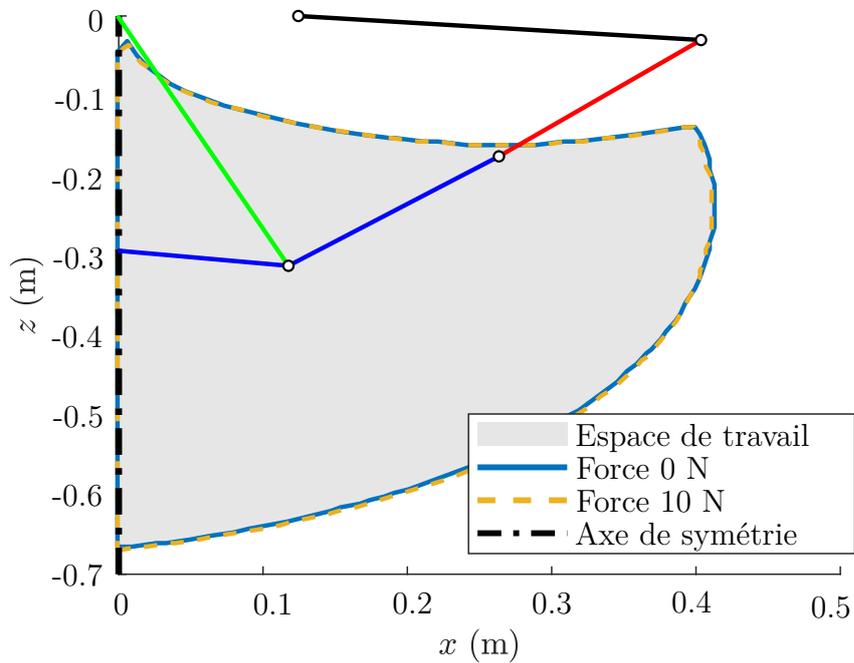


FIGURE 2.11 – Contour de l'espace de travail cartésien correspondant à la projection d'un seul sous-ensemble de solutions au PGSI. L'espace de travail est tracé pour deux cas, lorsqu'aucune force n'est appliquée sur l'effecteur et lorsqu'une force de 10 N est appliquée vers le bas.

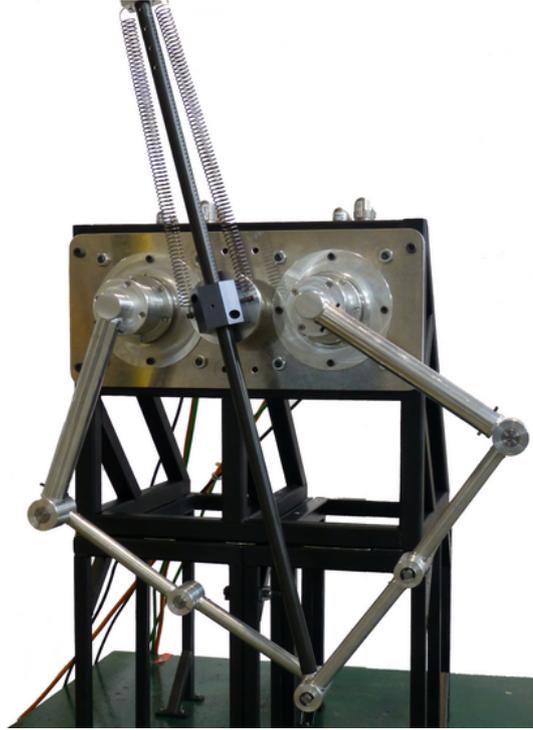


FIGURE 2.12 – Prototype du robot R-MIn utilisé pour le calcul de l’espace de travail final.

TABLEAU 2.2 – Propriétés géométriques, inertielles et paramètres de conception du prototype du robot R-MIn.

Bras	Longueur	Masse	Inertie <sup>1</sup>	CM <sup>2</sup>
$(i; j)$	$\ell_{ij}$ (m)	$m_{ij}$ (kg)	$j_{ij}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$x_{ij}$ (m)
(1&2;1)	0.28	6.92	0.0333	0.0148
(1&2;2)	0.2	0.261	0.0021	0.1178
(1&2;3)	0.2	0.205	0.0016	0.1
(-;4)	0.87	0.54	0.0728	-0.429
(-;5)	-	0.81	0.004	0
$\ \vec{O_{11}O_{21}}\  = 0.25$ m				
Paramètres du ressort de précharge :				
Ressort 1 : $k_t = 111.2$ N/m, $\ell_0 = 82.7$ mm				
Ressort 2 : $k_t = 239.2$ N/m, $\ell_0 = 102.5$ mm				

<sup>1</sup> Moments d’inertie selon  $\mathbf{y}$  et fournis au CM.

<sup>2</sup> Les CMs  $S_{ij}$  (figure 2.1(a)) sont situés sur les lignes  $O_{ij}O_{ij+1}$ .  $x_{ij}$  est la distance de  $S_{ij}$  à  $O_{ij}$ .

présentés dans le tableau 2.2 et dont le robot est illustré en figure 2.12<sup>4</sup>. En outre, des limites mécaniques peuvent être appliquées sur les articulations du prototype de manière à permettre l'isolement d'un mode d'assemblage unique du robot (isolées en appliquant le protocole décrit dans la partie précédente) :

$$-4\pi/3 < q_{11} < -\pi/6 \quad (2.27)$$

$$-5\pi/6 < q_{21} < \pi/3 \quad (2.28)$$

$$y < 0 \quad (2.29)$$

$$-\pi/2 < q_{i3} < \pi/2 \quad (2.30)$$

Afin de s'assurer que le robot reste dans le mode de travail décrit sur la figure 2.2(a), deux contraintes géométriques supplémentaires doivent être assurées :

$$0 < \theta_1 < \pi \quad (2.31)$$

$$-\pi < \theta_2 < 0 \quad (2.32)$$

avec  $\theta_i$  étant l'angle entre  $\overrightarrow{O_{i1}O_{i2}}$  et  $\overrightarrow{O_{i2}P}$  :

$$\theta_i = q_{i2} + \arctan(\ell_{i3} \sin(q_{i3}), \ell_{i2} + \ell_{i3} \sin(q_{i3})) \quad (2.33)$$

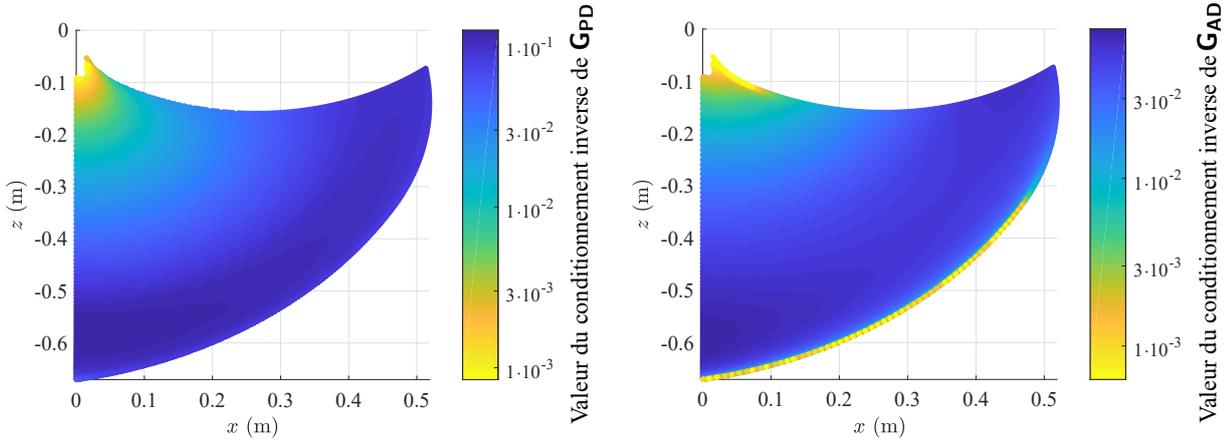
Ce nouvel ensemble de sept contraintes permet un isolement des solutions au PGS permettant de définir l'ensemble de l'espace de travail et garantit numériquement qu'au plus une seule solution existe au MGSD et au MGSI pour toute variable d'entrée. Ce nouvel espace est moins restreint que l'espace  $\mathcal{T}$  et permet ainsi d'atteindre l'abscisse  $x = \pm 0.5$  m avec l'effecteur du robot.

La recherche des solutions au PGSD est maintenant effectuée uniquement dans la moitié de l'espace, car le robot est symétrique, donc la contrainte supplémentaire  $\pi - q_{21} < q_{11}$  est prise en compte.

L'espace de travail obtenu pour le prototype actuel est représenté sur la figure 2.13. Il correspond à la projection des solutions *stables* au problème géométrico-statique direct dans l'espace cartésien, pour le prototype du robot R-MIn. Nous y avons tracé les valeurs du

---

4. Il est à noter que les paramètres géométriques, inertiels et de raideur étant différents dans cette section de ceux de la partie précédente, la division en sous-espace a été réalisée à nouveau et a mené à un nouvel ensemble de contraintes.



(a) Valeur du conditionnement inverse de la matrice  $\mathbf{G}_{PD}$  projetée dans l'espace de travail. Une singularité parallèle est proche des points les plus jaunes.

(b) Valeur du conditionnement inverse de la matrice  $\mathbf{G}_{AD}$  dans l'espace de travail. Deux singularités sériels apparaissent, respectivement en haut et en bas de l'espace de travail et proche des points les plus jaunes.

FIGURE 2.13 – Représentation de l'espace de travail du prototype R-MIn avec les valeurs des conditionnements inverse des matrices  $\mathbf{G}_{PD}$  et  $\mathbf{G}_{AD}$  qui y sont dessinées. Les paramètres du robot donnés au tableau 2.2 ont été considérés ainsi qu'une rigidité de la barre de précharge de  $k_t = 111.2$  N/m.

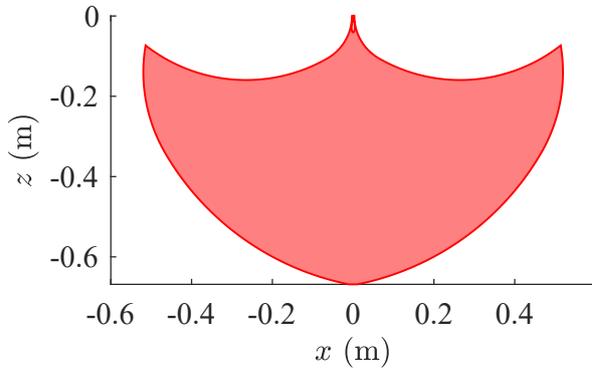
conditionnement inverse des matrices  $\mathbf{G}_{PD} = [\mathbf{P} \ \mathbf{D}]$  et  $\mathbf{G}_{AD} = [\mathbf{A} \ \mathbf{D}]$  afin de représenter les lieux des singularités. Il faut mentionner que, dans le présent travail, nous calculons le conditionnement inverse des matrices dont les composants ont des unités non-homogènes. Ceci est valable tant que nous avons l'intention d'analyser la dégénérescence des matrices correspondantes, et non de caractériser les performances physiques du robot [J. MERLET, 2006], ce qui n'est pas le cas dans nos travaux.

Plusieurs observations peuvent être faites :

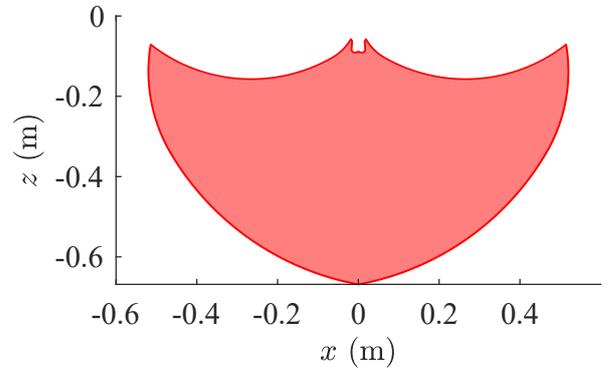
- Les singularités de type 2 apparaissent dans la partie supérieure de l'espace de travail, ce qui permet d'avoir une grande région sans problème de stabilité,
- Les limites de l'espace de travail sont définies soit (a) par la présence de singularités de type 1 et de type 2, soit (b) par certaines des limites articulaires données aux équations (2.27) à (2.32).

Les différentes limites de l'espace de travail du robot sont explicitées dans ce qui suit.

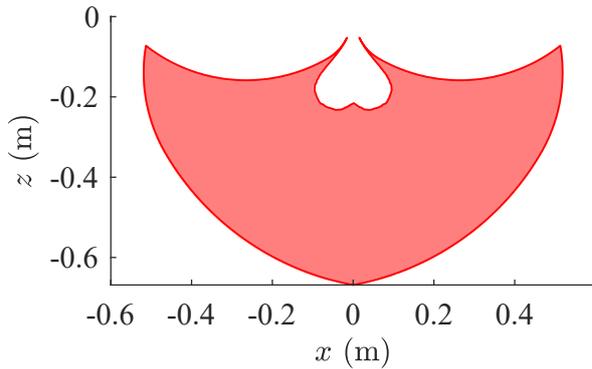
Analysons maintenant l'espace de travail du robot R-MIn calculé pour deux valeurs différentes de la rigidité du ressort du système de précharge ( $k = 111.2$  N/m et  $k = 239.2$  N/m),



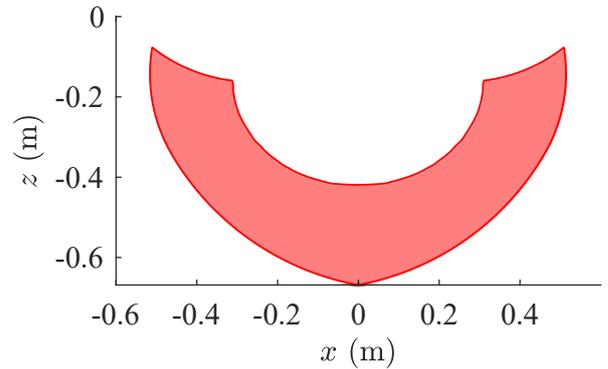
(a) Représentation de l'espace de travail cartésien du mécanisme à cinq barres.



(b) Représentation de l'espace de travail cartésien du robot R-MIn en considérant une rigidité de ressort  $k_t = 111.2$  N/m pour la barre de précharge sans limite de couple.



(c) Représentation de l'espace de travail cartésien du robot R-MIn en considérant une rigidité de ressort  $k_t = 111.2$  N/m pour la barre de précharge et un couple moteur maximal de 23.9 Nm.



(d) Représentation de l'espace de travail cartésien du robot R-MIn en considérant une rigidité de ressort  $k_t = 239.2$  N/m pour la barre de précharge et un couple moteur maximal de 23.9 Nm.

FIGURE 2.14 – (c-d) Représentation de l'espace de travail cartésien du robot R-MIn pour deux valeurs différentes de la rigidité du ressort dans la barre de précharge en considérant un couple moteur maximal de 23.9 Nm, comparé à (a) l'espace de travail cartésien du mécanisme à cinq barres et (b) l'espace de travail cartésien sans limite de couple. Les paramètres du robot donnés dans le tableau 4.1 ont été considérés.

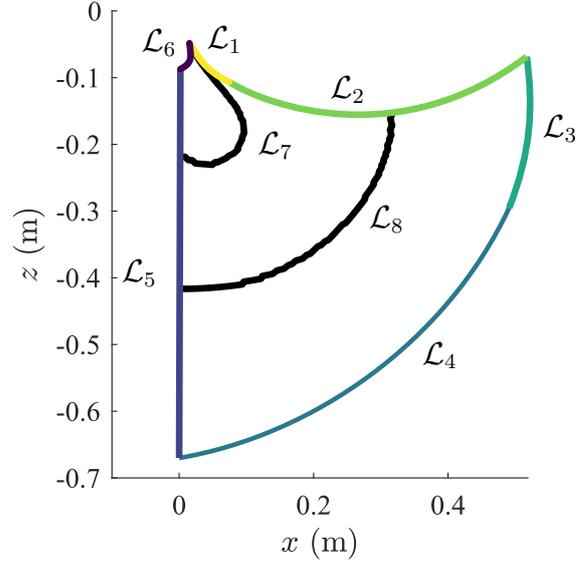


FIGURE 2.15 – Décomposition des limites de l'espace de travail du robot R-MIn :  $\mathcal{L}_1 : \theta_2 > -\pi$ ,  $\mathcal{L}_2 : q_{21} < \pi/3$ ,  $\mathcal{L}_3 : q_{11} < -\pi/6$ ,  $\mathcal{L}_4 : \theta_1 > 0$ ,  $\mathcal{L}_5 : \pi - q_{21} < q_{11}$ ,  $\mathcal{L}_6 : \text{cond}(\mathbf{G}_{PD}) = 0$ ,  $\mathcal{L}_7 : |\tau_{R_{Min}}| < 23.9 \text{ Nm}$ ,  $\mathcal{L}_8 : |\tau_{R_{Min}^+}| < 23.9 \text{ Nm}$ .

et comparons-le à celui du mécanisme à cinq barres (voir figure 2.14). Dans ces représentations, nous prenons également en compte une contrainte supplémentaire : les couples maximaux que peuvent délivrer les moteurs du prototype. Cette valeur est de 23.9 Nm. Comme le montrent les figures 2.14(a) et 2.14(b), l'espace de travail du mécanisme à cinq barres et celui du robot R-MIn avec la plus petite rigidité de ressort ont des formes similaires. Lorsque l'on prend en compte les limites en couples (figure 2.14(c)) puis lorsque l'on augmente la rigidité du ressort (figure 2.14(d)), la taille de l'espace de travail diminue, car les moteurs ne peuvent pas délivrer suffisamment de couple pour compenser les efforts appliqués par le système de précharge au niveau de l'effecteur.

Dans la figure 2.15, les limites de l'espace de travail des deux robots R-MIn sont décomposées. En considérant des couples moteurs illimités, les courbes  $\mathcal{L}_1$  à  $\mathcal{L}_6$ , correspondant à certaines des contraintes (équations (2.27) à (2.32)), représentent les limites de l'espace de travail du robot R-MIn. En considérant les limitations du couple moteur de notre prototype (23.9 Nm), les espaces de travail sont modifiés en conséquence :

- Pour R-MIn avec une raideur de ressort de 111.2 N, la zone  $\mathcal{L}_7$  représente la valeur supérieure de l'espace de travail dans lequel l'effecteur peut se déplacer. L'espace de travail est donc délimité par les courbes  $\mathcal{L}_1$  à  $\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_7$ .

- Pour R-MIn avec une raideur de ressort de 239.2 N, la zone  $\mathcal{L}_8$  remplace la limite  $\mathcal{L}_7$ . L'espace de travail devient ainsi délimité par les courbes  $\mathcal{L}_1$  à  $\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_8$ .

Nous pouvons donc conclure que la rigidité du ressort du système de précharge a un impact considérable sur la taille de l'espace de travail du robot : plus la rigidité est faible, plus l'espace de travail est grand. On peut également supposer que le robot sera plus sûr dans ce cas. Cependant, une faible rigidité a un impact sur la précision du positionnement de l'effecteur. La valeur de ce paramètre doit donc être ajustée avec soin.

## Conclusion

Ce chapitre a tout d'abord permis de présenter les modèles géométrico-statiques direct et inverse du robot R-MIn. Ces deux problèmes ont été exprimés comme des problèmes d'optimisation, car le robot R-MIn est sous-actionné. La configuration d'équilibre du robot R-MIn correspond à un minimum de l'énergie potentielle. Les contraintes géométriques inhérentes à l'architecture parallèle du robot R-MIn sont prises en compte grâce à une formulation basée sur la théorie de Lagrange.

Les modèles cinémato-statiques direct et inverse du robot R-MIn ont ensuite été dérivés du modèle géométrico-statique, permettant de définir des conditions de singularité et de représenter les lieux des singularités du robot R-MIn.

Ces différents modèles ont pu être utilisés pour analyser l'espace de travail du robot R-MIn. Tout d'abord, par une analyse discrète et par continuation, il a été possible de séparer les différents modes d'assemblage du robot et de sélectionner le mode de fonctionnement désiré du robot. Parmi les solutions trouvées, un espace de travail présentant une unique solution au modèle géométrique direct et inverse a été défini.

Dans cet espace de travail, on a alors pu analyser les singularités du robot et montrer que les frontières de l'espace de travail ressemblaient à celle du mécanisme à cinq barres classique, menant à un espace de travail quasi-identique. On a aussi pu observer que la taille de l'espace de travail est directement liée à la raideur du système de précharge à cause de la limitation des couples moteurs.

Il a été prouvé que le robot R-MIn avait un espace de travail dont la taille et la forme étaient proches de celles d'un mécanisme à cinq barres. Avant de passer à l'analyse dyna-

mique et expérimentale de ce robot, il est intéressant de s'intéresser à la caractérisation de sa dangerosité pour un opérateur. Pour cela, une analyse théorique de la dynamique du robot au moment de l'impact est nécessaire. Les performances en terme de précision et de sécurité seront analysées expérimentalement dans les chapitres 4 et 5.

# MÉTHODE DE CALCUL D'UN MODÈLE RÉDUIT MASSE-RESSORT-MASSE D'UN ROBOT SOUPLE

---

Dans ce chapitre, nous introduisons une nouvelle méthode pour calculer les paramètres équivalents d'un modèle réduit masse-ressort-masse d'un robot souple, basée sur la projection des équations du mouvement dans deux sous-espaces dynamiquement indépendants. Cette méthode s'applique indifféremment aux robots souples avec des architectures série ou parallèle. On a comparé l'effort d'impact obtenu avec le modèle réduit avec celui obtenu avec le modèle complet de différents robots. Trois robots différents à plusieurs degrés de liberté sont considérés : un robot sous-actionné sériel à deux degrés de liberté et deux versions du robot R-MIn. Le premier est un robot R-MIn modifié ayant une raideur placée sur les avant-bras, le second est le robot R-MIn avec barre de précharge déjà présenté dans le chapitre précédent. De multiples scénarios d'impact sont étudiés en considérant un impact au niveau de l'effecteur ou du coude du robot, de la tête ou de la poitrine de l'humain. À notre connaissance, la plupart des travaux précédents ont étudié un impact au niveau de l'effecteur, mais pas sur un autre endroit du bras du robot. Les résultats de simulation montrent que le modèle réduit permet d'obtenir la force d'impact avec une très bonne précision, pour les trois robots et pour toutes les configurations considérées. Les résultats de la simulation mettent également en évidence le rôle de la rigidité de l'articulation dans le découplage de l'inertie des bras et des moteurs d'un robot et son effet sur la force d'impact maximale. On observe en effet que le comportement du robot est équivalent à celui des deux masses liées par un ressort lors de l'impact. La valeur de la raideur est primordiale pour savoir si une ou deux de ces masses affectent l'effort d'impact.

Le chapitre est organisé comme suit. Le modèle réduit masse-ressort est présenté dans la section 3.1. Dans la section 3.2, des simulations d'un impact contraint entre un des trois robots précédemment évoqués et un corps humain sont réalisées à l'aide du modèle réduit et comparées aux simulations réalisées avec un modèle de robot complet.

### 3.1 Calcul d'un modèle réduit masse-ressort-masse d'un robot pour l'évaluation des efforts d'impacts

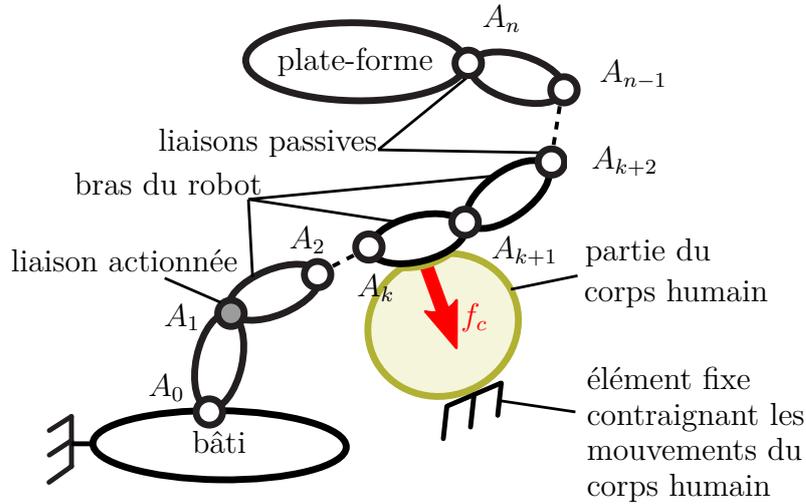
Dans cette section, nous présentons une méthode permettant de calculer le modèle réduit masse-ressort-masse en translation d'un robot à plusieurs ddl. Le modèle proposé s'applique indifféremment aux mécanismes à chaîne ouverte ou fermée. Nous présentons d'abord les équations de la dynamique d'un système réduit masse-ressort-masse. Nous donnons ensuite les équations dynamiques générales d'un robot à plusieurs degrés de liberté et montrons comment calculer les paramètres équivalents du modèle réduit à partir du modèle multi-corps complet.

#### 3.1.1 Énoncé du problème : définition du modèle cible

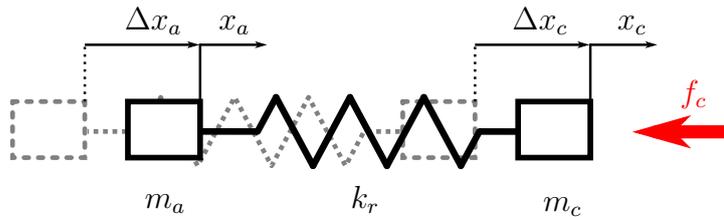
Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, la complaisance d'un robot joue un rôle majeur dans la réduction du danger en cas de collision entre un robot et un humain, notamment en cas d'impact contraint, c'est-à-dire lorsque l'humain est bloqué entre le robot et un mur (figure 3.1(a)). Il a été montré pour un mécanisme à un ddl que le comportement dynamique d'un mécanisme souple peut être réduit à un système équivalent masse-ressort-masse en translation [BICCHI et TONIETTI, 2004; KISHI et al., 2012], constitué d'une masse  $m_c$  perçue au point de contact, d'une masse  $m_a$  reflétant l'inertie du côté de l'actionneur et, entre les deux, d'une raideur équivalente du robot  $k_r$ . Dans ce qui suit, nous étendons cette approche de modélisation à un robot avec un nombre de ddl plus important.

La dynamique d'un système masse-ressort-masse (voir figure 3.1(b)) est régie par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} m_c & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_r & -k_r \\ -k_r & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_c \\ \Delta x_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$



(a) Un robot heurtant un objet externe contraint tel qu'une partie du corps humain.



(b) Modèle réduit masse-ressort-masse d'un robot.

FIGURE 3.1 – (a) Modèle d'un robot heurtant une partie du corps humain et (b) son modèle réduit, un mécanisme masse-ressort-masse.

où  $x_c$  est la position de la masse  $m_c$  et  $x_a$  est la position de la masse  $m_a$ , et  $\Delta x_c$  et  $\Delta x_a$  leurs déplacements respectifs par rapport à la position du ressort à vide.  $f_c$  est l'amplitude de la force de contact entre le robot et le corps humain au point de contact.

Cependant, si l'on considère un robot avec un nombre de ddl plus important, les paramètres équivalents  $m_a$ ,  $k_r$  et  $m_c$  du modèle réduit du robot dépendent de l'emplacement du contact le long du bras du robot (qui n'est pas nécessairement au niveau de l'effecteur), de la direction de l'impact, ainsi que de la configuration du robot au moment de l'impact. Dans ce qui suit, nous montrons comment calculer les paramètres équivalents d'un système réduit masse-ressort-masse (équation (3.1)) afin d'approcher la dynamique d'un robot souple en prenant en compte sa configuration au moment de l'impact ainsi que la localisation de l'impact sur le bras.

### 3.1.2 Calcul d'un modèle dynamique linéarisé de robot

Les équations de la dynamique d'un robot étant fortement non-linéaires, les masses et raideur équivalentes  $m_c$ ,  $m_a$  et  $k_r$  définies ci-dessus ne peuvent être que des propriétés locales du robot à la configuration d'impact, c'est-à-dire qu'elles sont nécessairement dépendantes de la configuration. Dans cette sous-section, nous calculons une linéarisation locale du modèle dynamique du robot qui servira au calcul des masses et raideur équivalentes  $m_c$ ,  $m_a$  et  $k_r$ .

Dans ce qui suit, nous supposons que tous les robots considérés sont sous-actionnés. Les propriétés de sous-actionnement proviennent de l'architecture mécanique (par exemple, l'utilisation de ressorts à rigidité constante ou variable dans les moteurs ou dispersés dans l'architecture mécanique) et/ou des propriétés du contrôleur (par exemple, la rigidité provenant de l'utilisation d'un gain proportionnel dans un correcteur PID).

Considérons ici un robot à  $n$  degrés de liberté et  $m$  moteurs ( $n > m$ ). Nous désignons par  $\mathbf{q}_g \in \mathbb{R}^n$  l'ensemble des coordonnées généralisées des robots considérés dans la présente section : les  $m$  premières composantes de  $\mathbf{q}_g$  correspondent aux coordonnées des moteurs, et les  $n - m$  restantes à un ensemble choisi parmi les autres coordonnées passives (non contrôlées) du robot sous-actionné. Les équations de la dynamique du robot sont donc données par [KHALIL et DOMBRE, 2002] :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_g)\ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{g}_s(\mathbf{q}_g) + \mathbf{c}_s(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g) = \mathbf{u} + \mathbf{f}_{ext} \quad (3.2)$$

où  $\mathbf{M}(\mathbf{q}_g)$  est la matrice d'inertie généralisée du robot,  $\mathbf{g}_s(\mathbf{q}_g)$  est le vecteur regroupant l'effet des forces conservatrices (par ex. gravité, déformations),  $\mathbf{c}_s(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g)$  est le vecteur des forces de Coriolis et centrifuges,  $\mathbf{u} = [\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{0}]^T$ , où  $\boldsymbol{\tau}$  est le vecteur des efforts d'entrée du moteur et, enfin,  $\mathbf{f}_{ext}$  est le vecteur des forces externes généralisées.

Linéarisons maintenant le côté gauche de l'équation (3.2) autour d'une configuration d'équilibre ( $\mathbf{q}_g = \mathbf{q}_{g0}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ). Appelons cette fonction  $\mathbf{h}$  :

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g, \ddot{\mathbf{q}}_g) = \mathbf{M}(\mathbf{q}_g)\ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{g}_s(\mathbf{q}_g) + \mathbf{c}_s(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g) \quad (3.3)$$

Autour d'une configuration d'équilibre ( $\mathbf{q}_g = \mathbf{q}_{g0}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ), on a :

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g, \ddot{\mathbf{q}}_g) &\approx \mathbf{h}(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_g} \right|_{(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})} \ddot{\mathbf{q}}_g \\ &+ \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_g} \right|_{(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})} \dot{\mathbf{q}}_g + \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{q}_g} \right|_{(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})} (\mathbf{q}_g - \mathbf{q}_{g0}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Une discussion sur les raisons de choisir la linéarisation autour de la configuration d'équilibre ( $\mathbf{q}_g = \mathbf{q}_{g0}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ) et non une autre avec des accélérations et des vitesses non nulles est faite dans la Section 3.1.5.

D'après la structure de l'équation (3.2), les différents termes de l'équation (3.4) prennent les formes suivantes :

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) = \mathbf{g}_s(\mathbf{q}_{g0}) = \mathbf{g}_0 \quad (3.5)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_g} \right|_{(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})} = \mathbf{M}(\mathbf{q}_{g0}) = \mathbf{M}_0 \quad (3.6)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_g} \right|_{(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})} = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{q}_g} \right|_{(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})} = \frac{\partial \mathbf{g}_s(\mathbf{q}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g} = \frac{\partial^2 V(\mathbf{q}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g^2} \quad (3.8)$$

où  $V(\mathbf{q}_{g0})$  est l'énergie potentielle du robot<sup>1</sup> à  $\mathbf{q}_{g0}$  et  $\mathbf{M}_0$  est la matrice d'inertie à  $\mathbf{q}_{g0}$ . Le terme  $\frac{\partial^2 V(\mathbf{q}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g^2}$  représente la matrice de raideur apparente  $\mathbf{K}_0$  du robot :

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{K}(\mathbf{q}_{g0}) = \frac{\partial^2 V(\mathbf{q}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g^2} \quad (3.9)$$

Il faut mentionner que, par définition,  $\mathbf{K}_0$  est symétrique. Par conséquent, en introduisant (3.4) et (3.8) dans (3.2), le modèle dynamique linéarisé peut être écrit sous la forme :

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_0 \Delta \mathbf{q}_g = \Delta \mathbf{u} + \Delta \mathbf{f}_{ext} \quad (3.10)$$

---

1. La rigidité due à un régulateur proportionnel peut être ajoutée dans l'énergie potentielle en utilisant l'expression  $1/2(\mathbf{q}_a - \mathbf{q}_a^*)^T \mathbf{K}_p (\mathbf{q}_a - \mathbf{q}_a^*)$ , où  $\mathbf{K}_p$  est la matrice des gains proportionnels,  $\mathbf{q}_a$  est le vecteur des coordonnées du moteur et  $\mathbf{q}_a^*$  est celui des coordonnées désirées.

où  $\Delta \mathbf{q}_g = \mathbf{q}_g - \mathbf{q}_{g0}$  est une variation des coordonnées généralisées et  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{g}_0$  est une variation des forces en entrée généralisées et autour de l'équilibre, et  $\Delta \mathbf{f}_{ext}$  est une variation des forces externes généralisées.

On considère maintenant que le robot heurte un objet extérieur. Le point  $C$  où se produit le contact a pour coordonnées  $\mathbf{p}_c$  et la normale au contact a pour direction  $\mathbf{n}$ . Le déplacement du point de contact  $C$  le long de cette normale est noté  $\Delta x_c = \mathbf{n}^T \Delta \mathbf{p}_c$ , où  $\Delta \mathbf{p}_c$  est le déplacement du point  $C$ . On suppose également que la force de contact  $\mathbf{f}_c$  au point  $C$  est alignée avec la direction de la normale au contact  $\mathbf{n}$ , c'est-à-dire  $\mathbf{f}_c = f_c \mathbf{n}$ . On néglige donc les éventuelles forces de frottement. L'impact étant pratiquement instantané (avant lui,  $\mathbf{f}_{ext} = \mathbf{0}$ ), son effet peut être modélisé comme suit :

$$\Delta \mathbf{f}_{ext} = \mathbf{J}_c^T f_c \quad (3.11)$$

où la matrice  $\mathbf{J}_c \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  relie  $\dot{x}_c$  à  $\dot{\mathbf{q}}_g$  par :

$$\dot{x}_c = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}}_g \quad (3.12)$$

Ainsi, le modèle de l'équation (3.10) devient :

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_0 \Delta \mathbf{q}_g = \Delta \mathbf{u} + \mathbf{J}_c^T f_c \quad (3.13)$$

Dans les sections suivantes, nous utilisons le modèle (3.13) afin de définir les différentes masses apparentes du robot et sa raideur à l'impact. Nous commençons par proposer un nouvel ensemble de coordonnées généralisées qui permettra de projeter l'équation (3.13) dans un nouvel espace, plus proche du modèle cible masse-ressort-masse de l'équation (3.1).

### 3.1.3 Calcul d'un nouvel ensemble de coordonnées généralisées

Comme mentionné ci-dessus, nous cherchons à définir un nouvel ensemble de coordonnées généralisées du robot, permettant de découpler l'inertie perçue à l'endroit de l'impact de l'inertie restante comprenant les inerties actionneur. Sur la base du modèle cible (3.1), nous définissons  $\mathbf{q}_n = [x_c \ \mathbf{x}_a^T]^T \in \mathbb{R}^n$  ce nouvel ensemble de coordonnées généralisées, contenant la variable  $x_c$  et un vecteur  $\mathbf{x}_a \in \mathbb{R}^{n-1}$  qui complètera l'ensemble des coordon-

nées généralisées. L'ensemble des coordonnées  $\mathbf{x}_a$  reflète les mouvements internes du robot dont l'inertie n'affecte pas directement l'accélération de  $x_c$  au point de contact ( $m_c$ ).

La vitesse généralisée  $\dot{\mathbf{q}}_g$  peut être exprimée en fonction de  $\dot{\mathbf{q}}_n$  par la relation générique suivante :

$$\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{e}_c \dot{x}_c + \mathbf{E}_a \dot{\mathbf{x}}_a \quad (3.14)$$

où  $\mathbf{E}_c \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  et  $\mathbf{E}_a \in \mathbb{R}^{n \times (n-1)}$  sont deux matrices dont les expressions sont fournies ci-dessous.

En multipliant à gauche l'équation (3.14) par  $\mathbf{J}_c$  et en utilisant l'équation (3.12), on obtient :

$$\dot{x}_c = \mathbf{J}_c \mathbf{e}_c \dot{x}_c + \mathbf{J}_c \mathbf{E}_a \dot{\mathbf{x}}_a \quad (3.15)$$

ce qui impose de satisfaire les propriétés suivantes pour les matrices  $\mathbf{e}_c$  et  $\mathbf{E}_a$  :

$$\mathbf{J}_c \mathbf{e}_c = 1 \quad (3.16)$$

$$\mathbf{J}_c \mathbf{E}_a = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

Cela signifie que  $\mathbf{e}_c$  doit être une matrice inverse généralisée à droite de  $\mathbf{J}_c$ . Dans [KHATIB, 1995], une matrice inverse généralisée qui est dynamiquement cohérente de  $\mathbf{J}_c$ , noté  $\mathbf{J}_c^\# \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  est fournie par :

$$\mathbf{J}_c^\# = \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_c^T m_c \quad (3.18)$$

où  $m_c$  est la masse équivalente du robot au point de contact  $C$  définie comme suit :

$$m_c = (\mathbf{J}_c \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_c^T)^{-1} \quad (3.19)$$

Dans la suite nous utiliserons :

$$\mathbf{e}_c = \mathbf{J}_c^\# \quad (3.20)$$

Concentrons-nous maintenant sur la définition de la matrice  $\mathbf{E}_a$ . La dérivée temporelle de tout ensemble de coordonnées du robot  $\mathbf{x}_a$  peut être définie grâce aux vitesses généralisées  $\dot{\mathbf{q}}_g$  par une relation générique :

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{J}_a \dot{\mathbf{q}}_g \quad (3.21)$$

où  $\mathbf{J}_a \in \mathbb{R}^{(n-1) \times n}$  est la matrice Jacobienne reliant  $\dot{\mathbf{x}}_a$  à  $\dot{\mathbf{q}}_g$ . En multipliant à gauche l'équation (3.14) par  $\mathbf{J}_a$ , on obtient :

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{J}_a \mathbf{J}_c^\# \dot{x}_c + \mathbf{J}_a \mathbf{E}_a \dot{\mathbf{x}}_a \quad (3.22)$$

ce qui permet de définir les propriétés suivantes pour les matrices  $\mathbf{E}_a$  et  $\mathbf{J}_a$  :

$$\mathbf{J}_a \mathbf{E}_a = \mathbf{I}_{(n-1) \times (n-1)} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{J}_a \mathbf{J}_c^\# = \mathbf{0} \quad (3.24)$$

où  $\mathbf{I}_{(n-1) \times (n-1)}$  est la matrice identité de dimension  $n - 1$ . L'équation (3.23) signifie que  $\mathbf{E}_a$  est une matrice généralisée inverse à droite de  $\mathbf{J}_a$ , notée  $\mathbf{J}_a^\# \in \mathbb{R}^{n \times (n-1)}$  :

$$\mathbf{E}_a = \mathbf{J}_a^\# \quad (3.25)$$

Nous voyons également à partir de (3.24) que,  $\mathbf{J}_a^T$  est le noyau de  $\mathbf{J}_c^{\#T}$ . Ensuite, d'après l'équation (3.18), la transposée de  $\mathbf{J}_a$  peut être calculée comme suit :

$$\mathbf{J}_a^T = \ker(\mathbf{J}_c^{\#T}) = \ker(\mathbf{J}_c \mathbf{M}_0^{-1}) \quad (3.26)$$

Il doit être remarqué que, par définition, la matrice  $\mathbf{M}_0$  est symétrique définie positive [KHALIL et DOMBRE, 2002].

Comme démontré en Annexe A, la matrice  $\mathbf{J}_a^\#$ , qui respecte les propriétés (3.23) à (3.25), est donnée par la formule :

$$\mathbf{J}_a^\# = \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_a^T \mathbf{M}_a \quad (3.27)$$

où  $\mathbf{M}_a \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$  est la matrice d'inertie associée aux coordonnées  $\mathbf{x}_a$  définies par Khatib dans [KHATIB, 1995] :

$$\mathbf{M}_a = (\mathbf{J}_a \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_a^T)^{-1} \quad (3.28)$$

La matrice d'inertie du robot peut donc être définie comme la combinaison de deux inerties indépendantes :  $m_c$  et  $\mathbf{M}_a$  (plus de détails sont disponibles dans l'Annexe A) :

$$\mathbf{M}_0 = \mathbf{J}_c^T m_c \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_a^T \mathbf{M}_a \mathbf{J}_a \quad (3.29)$$

Le découplage dynamique de ces deux inerties apparaît lorsque l'on projette le modèle dynamique linéarisé exprimé dans l'espace articulaire (3.13) dans l'espace de contact par  $\mathbf{J}_c^{\#T}$  et, dans un espace complémentaire, par  $\mathbf{J}_a^{\#T}$  :

$$\mathbf{J}_c^{\#T}(\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_0\Delta\mathbf{q}_g) = \mathbf{J}_c^{\#T}(\Delta\mathbf{u} + \mathbf{J}_c^T f_c) \quad (3.30)$$

$$\mathbf{J}_a^{\#T}(\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_0\Delta\mathbf{q}_g) = \mathbf{J}_a^{\#T}(\Delta\mathbf{u} + \mathbf{J}_c^T f_c) \quad (3.31)$$

En utilisant la définition de  $\mathbf{J}_c^{\#T}$  dans l'équation (3.18) et de  $\mathbf{J}_a^{\#T}$  dans l'équation (3.27) et le fait que  $\mathbf{M}_0$  soit symétrique, les deux équations ci-dessus deviennent :

$$m_c \mathbf{J}_c \ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{J}_c^{\#T} \mathbf{K}_0 \Delta\mathbf{q}_g = \mathbf{J}_c^{\#T} \Delta\mathbf{u} + f_c \quad (3.32)$$

$$\mathbf{M}_a \mathbf{J}_a \ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{J}_a^{\#T} \mathbf{K}_0 \Delta\mathbf{q}_g = \mathbf{J}_a^{\#T} \Delta\mathbf{u} \quad (3.33)$$

Puisque nous avons linéarisé le modèle autour d'une configuration d'équilibre, comme visible sur l'équation (3.4), dans laquelle  $\dot{\mathbf{q}}_g \approx 0$ , la dérivée temporelle des équations (3.12) et (3.21) donne :

$$\ddot{x}_c \approx \mathbf{J}_c \ddot{\mathbf{q}}_g \quad (3.34)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_a \approx \mathbf{J}_a \ddot{\mathbf{q}}_g \quad (3.35)$$

En utilisant (3.20) et (3.25), l'équation (3.14) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{J}_c^{\#} \dot{x}_c + \mathbf{J}_a^{\#} \dot{\mathbf{x}}_a \quad (3.36)$$

ou encore, en considérant les petits déplacements :

$$\Delta\mathbf{q}_g = \mathbf{J}_c^{\#} \Delta x_c + \mathbf{J}_a^{\#} \Delta\mathbf{x}_a \quad (3.37)$$

En utilisant l'équation (3.37) et en supposant que la variation de la force externe est nulle au moment de l'impact ( $\Delta\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ), le système d'équations (3.32) et (3.33) peut être réécrit :

$$m_c \ddot{x}_c + \mathbf{J}_c^{\#T} \mathbf{K}_0 (\mathbf{J}_c^{\#} \Delta x_c + \mathbf{J}_a^{\#} \Delta\mathbf{x}_a) = f_c \quad (3.38)$$

$$\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{x}}_a + \mathbf{J}_a^{\#T} \mathbf{K}_0 (\mathbf{J}_c^{\#} \Delta x_c + \mathbf{J}_a^{\#} \Delta\mathbf{x}_a) = \mathbf{0} \quad (3.39)$$

Cet ensemble d'équations permet de montrer qu'il existe un ensemble de coordonnées généralisées  $\mathbf{q}_n = [x_c \ \mathbf{x}_a^T]^T$  permettant de décrire la dynamique complète du robot avec deux équations de mouvement utilisant des inerties indépendantes  $m_c$  et  $\mathbf{M}_a$ . Par exemple, si on considère une rigidité articulaire nulle  $\mathbf{K}_0 = \mathbf{0}$ , l'accélération de  $x_c$  n'affecterait pas l'accélération de  $\mathbf{x}_a$  et inversement. On dit donc que la coordonnée  $\mathbf{x}_a$  évolue dans un *espace dynamiquement complémentaire* à celui de la coordonnée  $x_c$ .

### 3.1.4 Calcul des masses et de la raideur équivalentes

Introduisons la raideur équivalente du robot au niveau du contact :

$$k_r = \mathbf{J}_c^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_c^{\#} \quad (3.40)$$

l'équation (3.38) peut ainsi être réécrite :

$$m_c \ddot{x}_c + k_r \Delta x_c + \mathbf{J}_c^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_a^{\#} \Delta \mathbf{x}_a = f_c \quad (3.41)$$

Cette expression est très proche de la première ligne du modèle réduit donné à l'équation (3.1), à l'exception du terme  $\mathbf{J}_c^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_a^{\#} \Delta \mathbf{x}_a$ . Afin de forcer l'équation de la dynamique du robot à être aussi proche que possible du système cible réduit (3.1), supposons qu'il existe une matrice jacobienne  $\mathbf{J}_x$  définie de telle sorte que :

$$\Delta x_a = \mathbf{J}_x \Delta \mathbf{x}_a \quad (3.42)$$

ou aussi, en terme d'accélération autour du point d'équilibre :

$$\ddot{x}_a \approx \mathbf{J}_x \ddot{\mathbf{x}}_a \quad (3.43)$$

où  $x_a$  est une coordonnée scalaire. Par identification entre les équations (3.41) et (3.1), et en utilisant l'équation (3.42), on a alors :

$$-k_r \mathbf{J}_x = \mathbf{J}_c^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_a^{\#} \quad (3.44)$$

conduisant ainsi à la première ligne du modèle réduit de l'équation (3.1) :

$$m_c \ddot{x}_c + k_r \Delta x_c - k_r \Delta x_a = f_c \quad (3.45)$$

Maintenant, en multipliant à gauche la deuxième ligne de l'équation (3.1) par  $\mathbf{J}_x^T$  et en introduisant l'équation (3.43), on obtient :

$$m_a \mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x \ddot{\mathbf{x}}_a - k_r \mathbf{J}_x^T \Delta x_c + k_r \mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x \Delta x_a = \mathbf{0} \quad (3.46)$$

Les équations (3.39) et (3.46) sont équivalentes si et seulement si les conditions suivantes sont respectées :

$$m_a \mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x = \mathbf{M}_a \quad (3.47)$$

$$-k_r \mathbf{J}_x^T = \mathbf{J}_a^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_c^{\#} \quad (3.48)$$

$$k_r \mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x = \mathbf{J}_a^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_a^{\#} \quad (3.49)$$

On peut remarquer que la transposée de l'équation (3.48) correspond à l'équation (3.44) (en gardant à l'esprit que  $\mathbf{K}_0$  est symétrique). Ainsi, à partir de l'équation (3.47) on obtient :

$$\mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x = \frac{1}{m_a} \mathbf{M}_a \quad (3.50)$$

mais aussi, d'après l'équation (3.49) :

$$\mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x = \frac{1}{k_r} \mathbf{J}_a^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_a^{\#} \quad (3.51)$$

Par conséquent, pour que les équations (3.50) et (3.51) soient égales, et donc pour que le robot soit équivalent au système cible, masse-ressort-masse en translation, l'expression suivante doit être satisfaite :

$$\frac{1}{m_a} \mathbf{M}_a - \frac{1}{k_r} \mathbf{J}_a^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_a^{\#} = \mathbf{0} \quad (3.52)$$

Puisque cette expression ne peut être vraie en général, nous considérons maintenant une masse  $m_a$  qui rend le côté gauche de l'équation (3.52) aussi proche de zéro que possible (en utilisant la norme matricielle). Par conséquent, pour résumer les résultats de cette section, les paramètres du système masse-ressort-masse équivalent défini par les équations (3.1)

peuvent être calculés en utilisant les expressions suivantes :

$$m_c = \left( \mathbf{J}_c \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_c^T \right)^{-1} \quad (3.53)$$

$$k_r = \mathbf{J}_c^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_c^{\#} \quad (3.54)$$

$$m_a = \operatorname{argmin} \left( \left\| k_r \mathbf{M}_a - m_a \mathbf{J}_a^{\#T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_a^{\#} \right\| \right) \quad (3.55)$$

Il convient de noter que la raideur équivalente proposée  $k_r$  est différente de la raideur projetée dans la direction de l'impact donnée dans [ALBU-SCHÄFFER et al., 2004b] ou encore [KISHI et al., 2012], qui est égale à  $k_c = \left( \mathbf{J}_c \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{J}_c^T \right)^{-1}$ . La raideur équivalente proposée  $k_r$  repose sur l'utilisation de l'inverse généralisé dynamiquement cohérent  $\mathbf{J}_c^{\#}$  [KHATIB, 1995] et dépend donc de la matrice d'inertie du robot. Comme le montre l'Annexe B, la raideur  $k_c$  proposée par [KISHI et al., 2012] a une signification physique dans le cas statique, mais pas vraiment dans le cas dynamique, lorsque l'effet de l'inertie sur les forces de contact ne peut être négligé.

### 3.1.5 Discussion sur la linéarisation du modèle dynamique du robot autour de la configuration d'équilibre ( $\mathbf{q}_g = \mathbf{q}_{g0}$ , $\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ , $\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ )

Dans la section 3.1.2, nous avons décidé de linéariser le modèle dynamique autour de la configuration d'équilibre ( $\mathbf{q}_g = \mathbf{q}_{g0}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ ) alors que, lors d'un impact, la vitesse et l'accélération seraient non nulles. Nous avons choisi cette configuration d'équilibre en raison des considérations données ci-dessous.

Premièrement, la linéarisation autour d'une accélération non nulle  $\ddot{\mathbf{q}}_g = \ddot{\mathbf{q}}_{g0}$  n'aurait modifié que l'expression de la matrice  $\mathbf{K}_0$  qui aurait pris la forme suivante :

$$\mathbf{K}_0 = \frac{\partial^2 V(\mathbf{q}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g^2} + \frac{\partial(\mathbf{M}(\mathbf{q}_g) \ddot{\mathbf{q}}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g} \Big|_{(\mathbf{q}_{g0})} \quad (3.56)$$

Le terme  $\frac{\partial(\mathbf{M}(\mathbf{q}_g) \ddot{\mathbf{q}}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g} \Big|_{(\mathbf{q}_{g0})}$  est une raideur dynamique supplémentaire. Cependant, pendant l'impact, la configuration  $\mathbf{q}_g$  a une très faible variation, et la dérivée de la matrice  $\mathbf{M}$  a un effet très faible sur  $\mathbf{K}_0$ . Ainsi, ces termes peuvent être négligés, comme le confirmera la simulation des cas d'étude considérés.

Ensuite, la linéarisation autour d'une vitesse non nulle  $\dot{\mathbf{q}}_g = \dot{\mathbf{q}}_{g0}$  aurait changé deux choses principales :

- L'expression de la matrice  $\mathbf{K}_0$  aurait pris la forme suivante :

$$\mathbf{K}_0 = \frac{\partial^2 V(\mathbf{q}_{g0})}{\partial \mathbf{q}_g^2} + \frac{\partial \mathbf{c}_s(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g)}{\partial \mathbf{q}_g} \Big|_{(\mathbf{q}_{g0}, \dot{\mathbf{q}}_{g0})} \quad (3.57)$$

La variation des effets de Coriolis et des effets centrifuges par rapport à la configuration d'équilibre est beaucoup plus faible que leur variation par rapport aux termes de vitesse (le vecteur  $\mathbf{c}_s$  est quadratique par rapport à la vitesse). Ainsi, comme dans le cas précédent, ces termes peuvent être négligés comme cela sera confirmé par la simulation des cas d'étude considérés.

- Le terme  $\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_g} \Big|_{(\mathbf{q}_{g0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})}$  aurait été différent de zéro, conduisant à un terme d'amortissement linéaire dans l'équation (3.13). Ce terme d'amortissement aurait conduit à l'obligation d'ajouter un amortissement dans notre modèle simplifié (3.1), ce qui n'était pas nécessaire à notre avis, comme le confirme la simulation des études de cas considérées détaillées dans la section suivante.

Pour toutes ces raisons, nous avons décidé de linéariser le modèle autour de la configuration  $(\mathbf{q}_g = \mathbf{q}_{g0}, \dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}, \ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0})$ . De toute évidence, le modèle équivalent proposé dans ce travail pourrait être affiné en utilisant une autre configuration d'équilibre.

Dans la section suivante, nous validons par simulation notre modèle simplifié sur plusieurs études de cas.

## 3.2 Études de cas

Dans cette section, des résultats de simulations sont présentés afin d'évaluer la validité du modèle réduit présenté sous la forme d'un système masse-ressort-masse pour représenter le comportement dynamique d'un robot lors d'une collision avec une partie du corps humain et notamment pour déterminer la force d'impact maximale.

Trois architectures différentes de robots plans sont considérées, comprenant des mécanismes à chaînes ouvertes et fermées. Le premier robot est un robot sous-actionné sériel RR dont les liaisons pivots sont actionnées par des actionneurs sériels élastiques (Series

Elastic Actuators ou SEA). Le second et le troisième robots sont deux versions différentes du robot R-MIn. Une première version du robot R-MIn est réalisée sans la barre de précharge mais avec des ressorts de torsion positionnés dans les articulations passives des avant-bras, tandis que la seconde version du robot R-MIn est celle présentée dans le chapitre 2.

Pour chaque robot, divers scénarios d'impact sont comparés, en considérant différentes configurations du robot au moment de l'impact et différents emplacements de contact (au niveau de l'effecteur ou du coude). La plupart des simulations considèrent un impact avec la tête, mais des résultats sont également donnés pour un impact avec la poitrine.

### 3.2.1 Méthodologie de simulation

Dans ce qui suit, plus de détails sont donnés sur la méthodologie de simulation de l'impact d'un robot avec une partie du corps humain, à l'aide du modèle réduit sous la forme d'un système masse-ressort-masse (équation (3.1)) d'une part, et à l'aide du modèle de robot complet à davantage de degrés de liberté (équation (3.2)) d'autre part. Dans les deux cas, le robot considéré interagit avec un objet externe qui est, dans le contexte de nos travaux, une région du corps humain, dont le modèle est détaillé en premier lieu. Le modèle de contact est basé sur la théorie de Hertz et permet de prendre en compte les propriétés non-linéaires de la peau, car elles ont un effet positif majeur sur la force d'impact résultante [LAUZIER et GOSSELIN, 2015]. Des détails sont également donnés sur le contrôleur utilisé dans la simulation du modèle multi-corps du robot, car il affecte la raideur équivalente et donc l'effort d'impact.

#### a) Modélisation de la région corporelle touchée

Dans la simulation d'un système robotique multi-corps percutant un corps externe, la direction de la force de contact est fonction de la géométrie des surfaces en contact. Pour simplifier, on considère qu'il n'y a pas de frottement et que la force de contact est ainsi alignée avec le vecteur  $\mathbf{n}$  qui est la normale à la surface de contact de la région du corps impacté.

La figure 3.2 représente le modèle considéré pour le corps humain, orienté selon le vecteur normal au contact  $\mathbf{n}$ . L'équation du mouvement de la partie du corps humain est donc

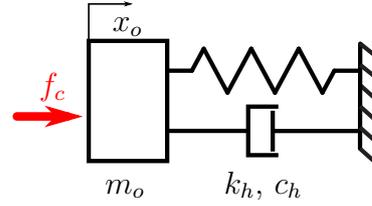


FIGURE 3.2 – Modèle réduit de la région du corps humain impactée dans le cas d’une collision contrainte.

donnée par :

$$m_o \ddot{x}_o = -f_c + k_h x_o + c_h \dot{x}_o \quad (3.58)$$

où  $x_o$  est la position du point de contact correspondant à la partie du corps humain impactée, projetée le long du vecteur normal  $\mathbf{n}$ ,  $k_h$  représente la raideur de cette partie du corps humain. Un petit amortissement  $c_h = 10 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$  est introduit ainsi qu’une petite masse  $m_o = 0.00001 \text{ kg}$  pour éviter le broutement (chattering en anglais) dans la simulation.

Dans ce qui suit, deux régions du corps sont considérées, avec des raideurs significativement différentes : la tête ( $k_0 = 150 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ ) et la poitrine ( $k_0 = 25 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ ). Les propriétés biomécaniques correspondantes ont été spécifiées selon les normes ISO/TS 15066 [ISO/TS15066, 2016].

## b) Modélisation du contact

La peau a un comportement souple qui réduit considérablement la force d’impact maximale. Dans les simulations, les propriétés mécaniques de la peau sont dérivées de celles du matériau du système d’amortissement recommandé dans [DGUV, 2017] pour la conception d’un système de mesure biomimétique pour l’évaluation de la sécurité des cellules robotisées collaboratives. En effet, la peau est remplacée par une mousse de caoutchouc d’épaisseur et de dureté spécifiées dans [DGUV, 2017] visant à imiter les propriétés biomécaniques de la région corporelle impactée.

Dans les résultats de simulation présentés ci-après, la force de contact  $f_c$  est obtenue en utilisant la théorie du contact de Hertz [FLORES et al., 2006] :

$$\begin{cases} f_c = k_f |\delta|^{n_f} & \text{si } \delta < 0 \\ f_c = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.59)$$

avec  $\delta = x_c - x_o$  la profondeur de pénétration,  $k_f$  la raideur du contact et  $n_f$  la puissance de l'exposant.

Pour les contacts élastiques, la puissance de l'exposant est choisie comme étant  $n_f = 1.5$ . La raideur  $k_f = 1.9 \cdot 10^7 \text{ N.m}^{(-n_f)}$  a été obtenue expérimentalement en utilisant un échantillon de la mousse recommandée pour imiter les propriétés de la peau de la tête et de la poitrine fournie par la société Pilz qui a développé un capteur ad hoc : une mousse de silicone de 7 mm d'épaisseur et de dureté shore A spécifique 70 [DGUV, 2017].

### c) Discussion sur les stratégies de contrôle

Dans la simulation du modèle complet du robot, les couples d'actionnement sont évalués à l'aide d'une commande réalisée par la méthode des couples calculés [KHALIL et DOMBRE, 2002] en utilisant les équations du mouvement données dans (3.2). Un contrôleur PID est choisi pour compenser les erreurs du modèle et obtenir un comportement réaliste du robot. Les gains dérivé  $k_d$ , proportionnel  $k_p$  et intégral  $k_i$  du contrôleur sont choisis en utilisant la théorie donnée dans [KHALIL et DOMBRE, 2002] :

$$k_d = (1 + 2\xi)\omega_c \quad (3.60)$$

$$k_p = (1 + 2\xi)\omega_c^2 \quad (3.61)$$

$$k_i = \omega_c^3 \quad (3.62)$$

avec  $\xi$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_c$  la pulsation de coupure du contrôleur (les valeurs numériques sont données plus loin pour chaque robot lors des études de cas).

Dans la simulation du modèle complet du robot, une stratégie de réaction, suite à un impact, est mise en œuvre de telle sorte que les couples moteurs compensent les forces dérivées de l'énergie potentielle 20 ms après l'impact. Cela permet d'éviter d'obtenir des couples moteurs élevés et donc des forces d'impact élevées, dues à une compensation excessive de l'erreur de suivi à cause de l'impact.

Dans la simulation du modèle réduit, aucune stratégie de contrôle ou réactive n'est introduite. On suppose en effet que les masses équivalentes  $m_a$  et  $m_c$  ont une vitesse initiale identique et qu'aucune force externe n'est appliquée sur la masse  $m_a$ . Dans ce qui suit, le gain proportionnel du contrôleur est considéré dans le calcul de la raideur équivalente (comme proposé dans la section 3.1.2). Pour une comparaison équitable des résultats de

TABLEAU 3.1 – Propriétés géométriques et inertielles du robot sous-actionné sériel RR. Les paramètres sont inspirés de ceux du bras robot PUMA 560 [ARMSTRONG et al., 1986].

Bras	Longueur	Masse	Inertie <sup>1</sup>	CM <sup>2</sup>
i	$l_i$ (m)	$m_i$ (kg)	$j_i$ (kg.m <sup>2</sup> )	$x_i$ (m)
1	0	1.5	4.71	0
2	0.5	17.4	0.539	0.068
3	0	1.5	0.83	0
4	0.5	6.04	0.086	0.143

<sup>1</sup> Les moments d'inertie sont fournis aux CMs selon l'axe  $\mathbf{z}$ .

<sup>2</sup> Les CMs  $S_2$  (resp.  $S_4$ ) (figure 3.3) sont situés sur les droites  $O_1O_2$  (resp.  $O_2P$ ).  $x_i$  est la distance depuis le point  $O_1$  (resp.  $O_2$ ) jusqu'aux centre de masse  $S_i$  pour  $i = \{1, 2\}$  (resp.  $i = \{3, 4\}$ ).

simulation obtenus à partir des deux modèles, le modèle réduit et le modèle complet, les simulations commencent juste avant l'impact avec des conditions initiales précisées dans la suite. La vitesse initiale utilisée dans la simulation du modèle réduit est calculée comme la projection de la vitesse du point de contact le long du vecteur normal de contact  $\mathbf{n}$ , obtenue à partir de la simulation du modèle complet du robot.

### 3.2.2 Cas 1 : robot sous-actionné sériel RR

#### a) Description du robot

Le robot considéré dans cette section est un robot sous-actionné sériel RR actionné par deux moteurs rotatif SEA (figure 3.3). Rappelons qu'un actionneur SEA est constitué d'un moteur et d'un réducteur relié à un bras rigide par un ressort de torsion placé entre le bras et la sortie du réducteur. Le mécanisme est donc composé de quatre corps (deux inerties en rotation et deux solides rigides) et de deux ressorts de raideur supposée identique  $k_s$ . Les propriétés géométriques et inertielles des quatre corps sont données dans le tableau 3.1. Le robot possède quatre degrés de liberté et sa configuration est paramétrée par quatre angles  $\mathbf{q} = [q_1 q_2 q_3 q_4]^T$ , où  $q_1$  (respectivement  $q_3$ ) est la position angulaire de l'arbre de sortie du moteur  $M_1$  (resp.  $M_2$ ), et  $q_2$  (resp.  $q_4$ ) est l'angle de déflexion du ressort  $k_1$  (resp.  $k_2$ ) à partir de sa position au repos.

Dans les simulations du modèle de robot complet présentées ci-dessous, les couples moteurs sont calculés à l'aide du contrôleur PID présenté dans la partie 3.2.1.c avec les paramètres suivants :  $\omega_c = 50$  rad/s et  $\xi = 0.71$ .

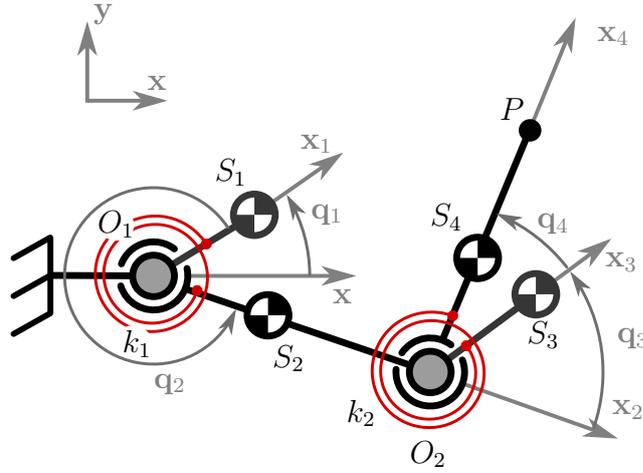


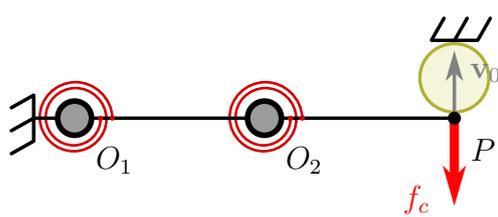
FIGURE 3.3 – Représentation du robot sous-actionné sériel RR. Les coordonnées  $q_1$  et  $q_3$  sont actionnées par deux moteurs en  $O_1$  et  $O_2$ , tandis que les coordonnées  $q_2$  et  $q_4$  sont actionnées passivement par des ressorts de torsion.

### b) Configurations d'impact considérées

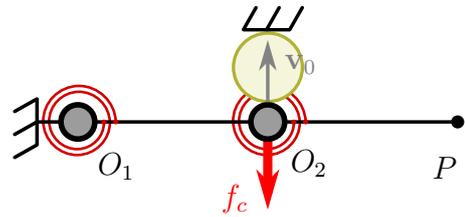
Dans ce qui suit, un ensemble de simulations est réalisé en considérant quatre configurations d'impact différentes décrits sur la figure 3.4 :

- (Tp) le robot RR dans une configuration bras tendu (définie ci-dessous) percutant l'effecteur, au point  $P$  (figure 3.4(a)),
- (To) le robot RR dans une configuration bras tendu impactant au niveau du coude, au point  $O_2$  (figure 3.4(b)),
- (Pp) le robot RR dans une configuration bras plié impactant au niveau de l'effecteur, au point  $P$  (figure 3.4(c)),
- (Po) le robot RR dans une configuration bras plié impactant au niveau du coude, au point  $O_2$  (figure 3.4(d)).

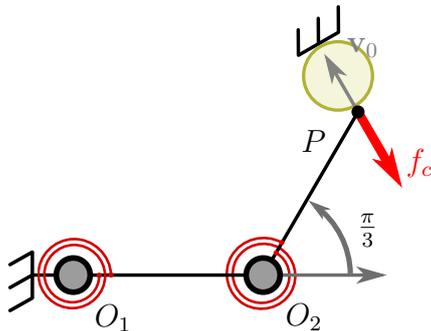
La configuration du robot au moment de l'impact est donnée par  $\mathbf{q}^{(0)} = \mathbf{0}$  pour les cas (Tp) et (To), et par  $\mathbf{q}^{(0)} = [0, 0, \frac{\pi}{3}, 0]^T$  pour les cas (Pp) et (Po). En effet, les robots sont supposés être en équilibre statique au moment de l'impact, les ressorts de torsion y sont donc à vide puisque l'accélération de la gravité est supposée diriger le long de l'axe  $\mathbf{z}$ , n'ayant aucun effet sur la force d'impact.



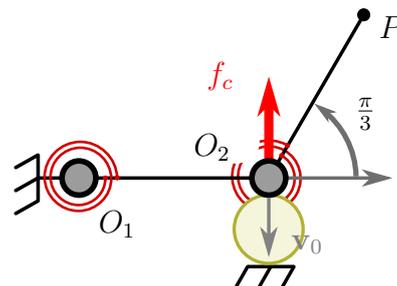
(a) Configuration (Tp) lorsque l'impact se produit sur l'effecteur avec le bras tendu.



(b) Configuration (To) lorsque l'impact se produit sur l'articulation avec le bras tendu.



(c) Configuration (Pp) lorsque l'impact se produit sur l'effecteur avec le bras plié.



(d) Configuration (Po) lorsque l'impact se produit sur l'articulation avec le bras plié.

FIGURE 3.4 – Description des quatre configurations simulées pour le robot sous-actionné sériel RR.

Le vecteur des vitesses articulaires du robot au moment de l'impact est imposé comme étant  $\dot{\mathbf{q}}^{(0)} = [\dot{q}_1^{(0)}, 0, 0, 0]^T$  pour les configurations (Tp-To-Pp) et  $\dot{\mathbf{q}}^{(0)} = [-\dot{q}_1^{(0)}, 0, 0, 0]^T$  pour la configuration (Po)<sup>2</sup>. Dans la simulation du modèle complet du robot, ces vitesses articulaires sont imposées en conditions initiales de la simulation, juste avant que l'impact ne se produise. La vitesse au moment de l'impact  $\dot{q}_1^{(0)}$  est donc obtenue comme suit :  $\left\{ \frac{v_0}{L_1+L_2}, \frac{2v_0}{L_1+L_2}, \frac{2/\sqrt{3}v_0}{L_1+L_2}, \frac{2v_0}{L_1+L_2} \right\}$  pour les configurations {Tp, To, Pp, Po} respectivement, avec  $v_0$  la vitesse au point d'impact projetée selon la normale  $\mathbf{n}$ . Cette vitesse initiale est imposée aux masses  $m_a$  et  $m_c$  juste avant que l'impact ne se produise dans la simulation du modèle réduit.

### c) Paramètres du modèle équivalent de type masse-ressort-masse pour le robot RR

Les paramètres du modèle équivalent masse-ressort-masse du robot  $m_c$ ,  $k_r$  et  $m_a$  sont évalués au moment de l'impact à l'aide des équations (3.53), (3.40) et (3.55) respectivement. La masse apparente au niveau du point de contact,  $m_c$ , dépend de la configuration du robot, de la position du point de contact et de la direction normale au contact, mais ne dépend pas de la raideur articulaire ni de la vitesse. Elle a donc une valeur constante  $m_c = \{0.73, 6.46, 1.12, 9.13\}$  kg pour les configurations {Tp, To, Pp, Po} respectivement. On peut observer à partir de ces valeurs que la masse équivalente  $m_c$  est plus faible lorsque l'impact se produit au niveau de l'effecteur plutôt qu'au niveau du coude, et également lorsque le bras est dans une configuration bras tendu plutôt que bras replié.

La figure 3.5 montre que la raideur équivalente du robot augmente de façon quasi-linéaire avec la raideur articulaire  $k_s$ .

La figure 3.6 montre que la masse équivalente côté actionneur  $m_a$  dépend significativement de la raideur articulaire  $k_s$  et augmente de manière non-linéaire avec  $k_s$ .

### d) Analyse par simulation

Dans ce paragraphe, les résultats de la simulation sont présentés pour différentes valeurs de la raideur articulaire  $k_s \in [5.10^2, 5.10^4]$  N.m/rad et différentes valeurs de la vitesse d'impact  $v_0 \in [0.25, 2.5]$  m/s.

---

2. Une autre combinaison de vitesses des liaisons à l'impact et entraînant la même vitesse d'impact entraînerait des résultats similaires. Une vitesse nulle a été choisie pour le second axe moteur pour des raisons de simplifications.

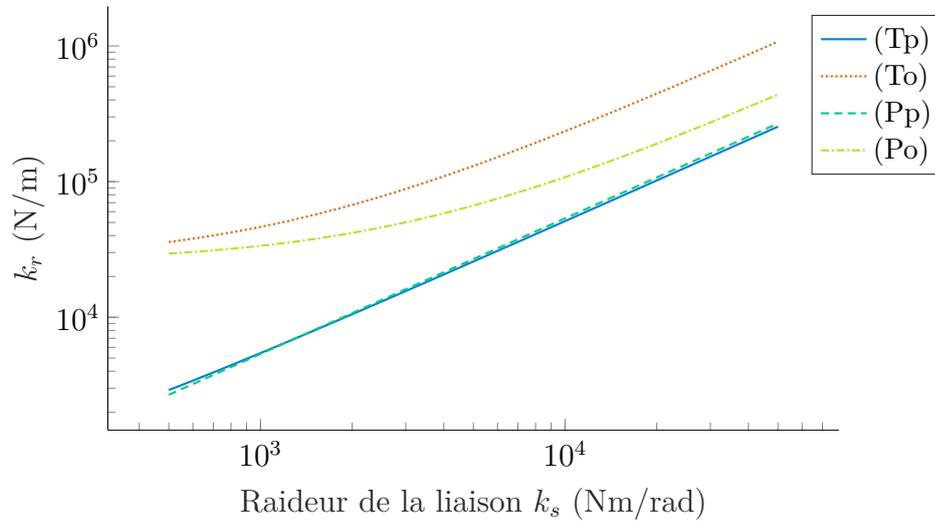


FIGURE 3.5 – Évolution de la raideur équivalente  $k_r$  par rapport à la raideur articulaire  $k_s$  pour les quatre configurations d'impact du robot sous-actionné sériel RR.

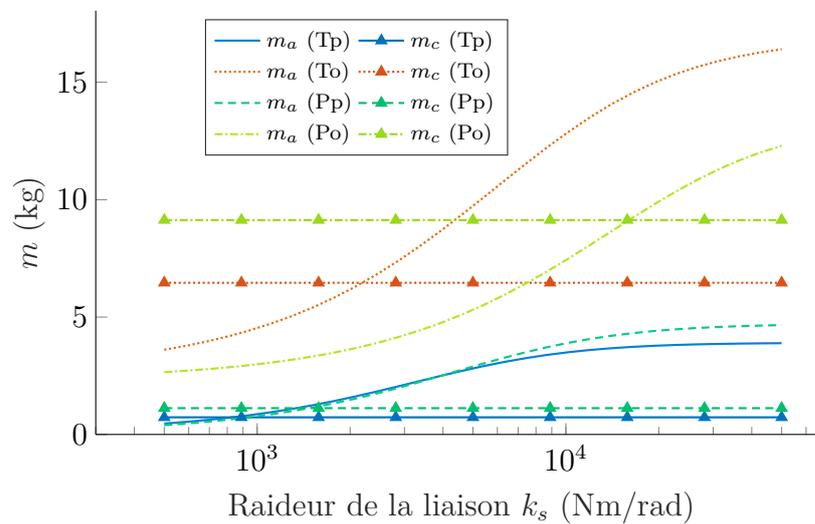


FIGURE 3.6 – Évolution de la masse équivalente côté actionneur  $m_a$  par rapport à la raideur articulaire  $k_s$  pour les quatre configurations d'impact du robot sous-actionné sériel RR.

**Variation de la raideur articulaire** La figure 3.7 présente les profils temporels de la force d'impact obtenus lors de la simulation de la configuration d'impact (Tp) à l'aide du modèle complet du robot (courbes bleues pleines), comparés à ceux obtenus à l'aide du modèle équivalent réduit masse-ressort-masse (courbes rouges pointillées). Les simulations ont été réalisées pour de multiples valeurs de la raideur articulaire  $k_s$  et une vitesse d'impact de 1 m/s. Ces résultats montrent que la simulation du modèle réduit donne non seulement une bonne approximation de la force d'impact maximale, mais qu'elle reproduit aussi l'évolution temporelle de la force d'impact pendant les premiers instants après l'impact. Il est ainsi possible de déduire la raideur maximale permettant de découpler dynamiquement les effets d'inertie de la masse équivalente au contact  $m_c$  de celle de la masse équivalente du côté de l'actionneur  $m_a$ . En effet, on peut observer sur la figure 3.7 que, pour une raideur articulaire  $k_s \leq 4056$  N.m/rad, de multiples pics de force isolés et courts se produisent pendant les premiers instants après l'impact avec la tête, alors que pour des raideurs articulaires plus élevées, ces impacts isolés fusionnent progressivement en un seul pic de force plus élevé et plus long, augmentant la gravité de l'impact pour l'homme.

Puisque ce modèle réduit a pour but de prédire la gravité d'un impact, la priorité a été mise sur l'évaluation de la force d'impact maximale du premier impact. En effet, une fois l'impact détecté, le deuxième pic d'effort peut être atténué en utilisant des stratégies de détection et de réaction aux collisions appropriées ; en revanche, le premier contact est difficilement évitable. La figure 3.8 représente la force d'impact maximale du premier contact en fonction de la raideur articulaire  $k_s$  pour les quatre configurations, obtenus en simulant le modèle complet ou le modèle réduit du robot.

Ces résultats montrent que le modèle réduit masse-ressort-masse peut prédire avec précision la force d'impact maximale pour les quatre configurations envisageant un impact avec la tête, avec une erreur absolue moyenne de  $\{1.8, 8.7, 1.9, 6.2\}$  % pour les configurations  $\{Tp, To, Pp, Po\}$  respectivement (figure 3.8(a)). Des résultats similaires sont obtenus lorsqu'on considère un impact avec la poitrine, montrant une erreur moyenne de respectivement  $\{2.8, 6.8, 2.8, 7.7\}$  %. (figure 3.8(b)). On peut observer, à partir de la figure 3.8, que la force d'impact est plus importante lorsque l'impact se produit au niveau du coude (configurations (To,Po)) plutôt qu'au niveau de l'effecteur (configurations (Tp,Pp)), pour une vitesse d'impact identique. Ceci montre l'intérêt de considérer non

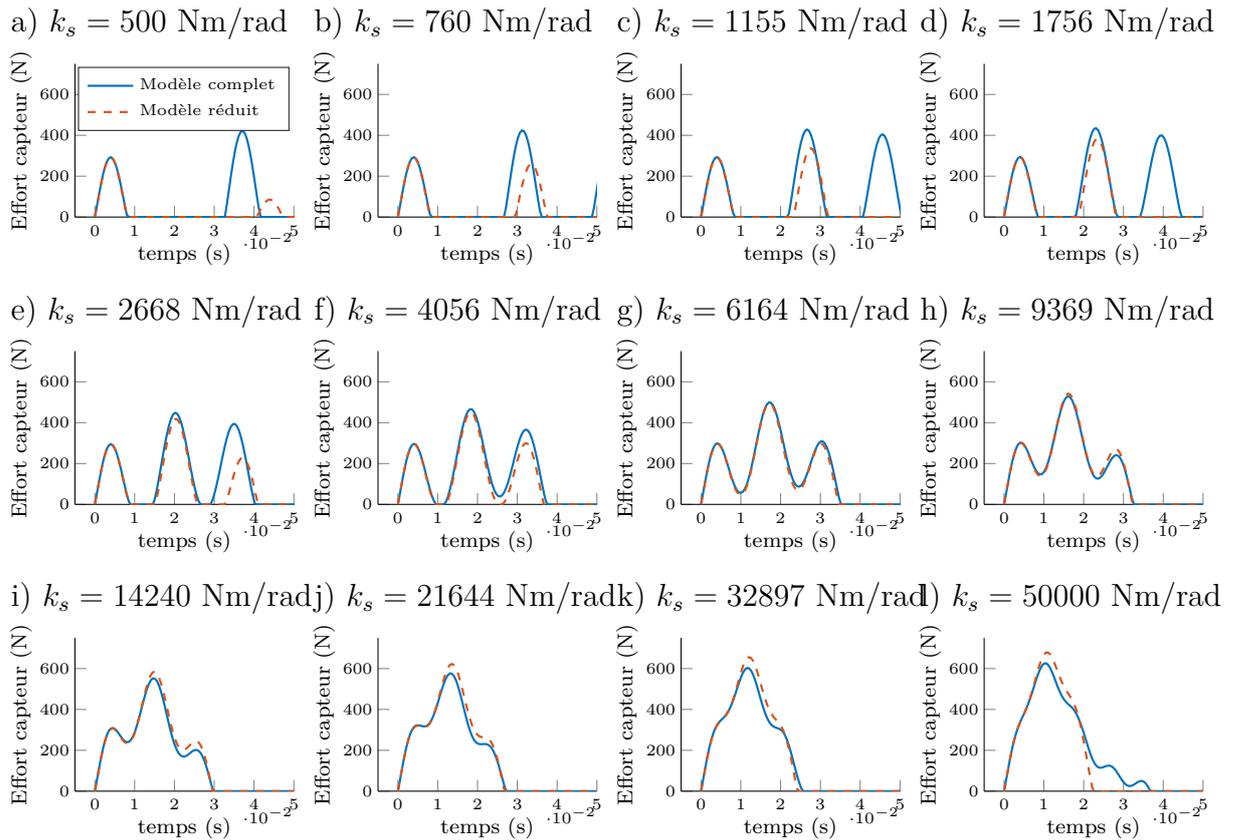


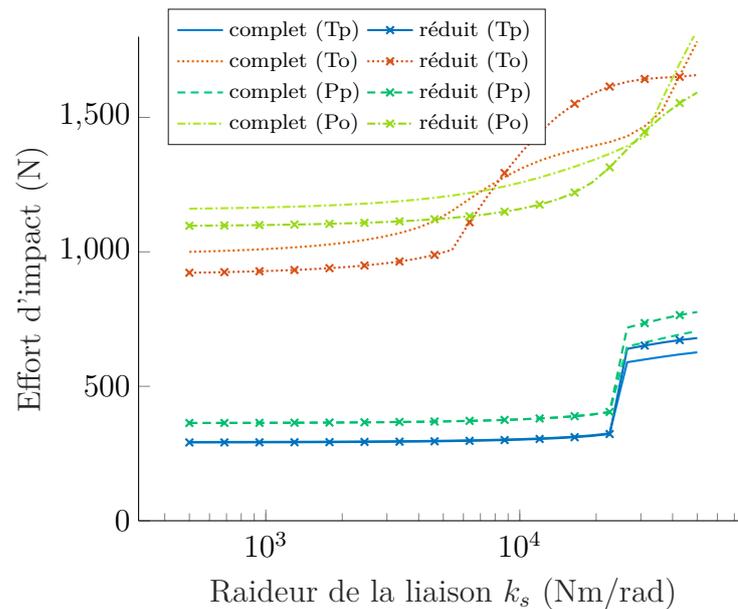
FIGURE 3.7 – Comparaison des profils temporels des efforts de contact obtenus à partir de la simulation du modèle complet du robot (courbes bleues pleines) et du modèle réduit masse-ressort-masse du robot (courbes rouges pointillées), pour différentes valeurs de la raideur articulaire  $k_s$ . Les simulations correspondent à la configuration (Tp) : le robot sous-actionné sériel RR percutant la tête, au niveau de l’effecteur, dans une configuration bras tendu, en considérant une vitesse d’impact de 1 m/s.

seulement les impacts au niveau de l'effecteur, mais aussi sur d'autres parties du bras du robot.

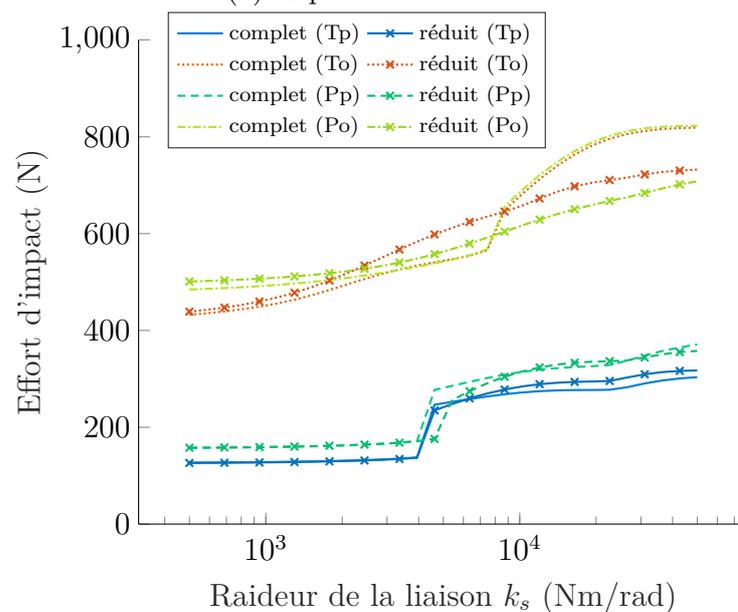
L'utilisation d'un modèle qui approxime le robot comme une masse unique équivalente  $m_c$  donnerait une force d'impact maximale (qui ne varie pas avec la raideur) de  $\{291, 903, 363, 1079\}$  N pour un impact sur la tête pour les configurations  $\{Tp, To, Pp, Po\}$  respectivement et  $\{152, 387, 156, 462\}$  N pour un impact sur la poitrine (en considérant une vitesse d'impact de 1 m/s). Ce modèle sous-estime systématiquement la force d'impact. L'erreur qui en résulte est de  $\{11.0, 23.5, 9.6, 14.3\}$  % pour un impact sur la tête et de  $\{30.9, 32.1, 28.8, 21.8\}$  % pour un impact sur le thorax, pour les configurations  $\{Tp, To, Pp, Po\}$  respectivement. Le modèle masse-ressort-masse permet donc d'améliorer significativement les résultats par rapport à un modèle masse seule.

**Variation de la vitesse d'impact** La figure 3.9 présente la force d'impact maximale obtenue lors de la simulation des quatre configurations d'impact, en considérant différentes valeurs de la vitesse d'impact et une raideur articulaire constante de  $10^4$  N.m/rad, en utilisant le modèle complet ou le modèle réduit masse-ressort-masse du robot. Les paramètres du modèle réduit pour les configurations  $\{Tp, To, Pp, Po\}$  sont respectivement  $m_a = \{3.49, 12.8, 3.88, 7.43\}$  kg,  $k_r = \{5.1, 23.5, 5.4, 10.8\} 10^4$  N/m. Pour les deux modèles, la force d'impact évolue linéairement avec la vitesse d'impact. Le modèle réduit permet d'approcher la force d'impact avec une erreur maximale de  $\{0.55, 4.8, 0.3, 8.2\}$  %, erreur qui apparaît systématiquement aux vitesses les plus faibles.

**Discussion** Dans cette partie, nous avons montré qu'il est possible de représenter le comportement dynamique d'un robot série souple lors d'une collision en utilisant le système équivalent masse-ressort-masse réduit introduit dans la section 3.1. La simulation d'un tel modèle permet d'obtenir une bonne approximation de la force d'impact maximale en considérant différentes configurations du robot à l'impact et différentes localisations du point d'impact sur le bras. Dans les configurations où l'on tape sur l'effecteur (Tp,Pp), on observe un instant où l'effort d'impact augmente soudainement lorsque la raideur articulaire dépasse une certaine valeur que l'on peut appeler raideur de transition. Le modèle réduit permet bien d'identifier la raideur articulaire de transition qui découple les inerties  $m_c$  et  $m_a$ . Cette raideur de transition dépend de la configuration du robot, de la localisation de l'impact sur le bras du robot et de la région du corps impactée. Dans les cas (To) et (Po), la transition est moins franche et la force est plus difficile à estimer avec un



(a) Impact avec la tête.



(b) Impact avec la poitrine.

FIGURE 3.8 – Comparaison de la force d'impact maximale obtenue par simulation en utilisant le modèle complet ou le modèle réduit masse-ressort-masse du robot sous-actionné sériel RR, pour les quatre configurations d'impact (a) avec la tête ( $k_h = 150$  N/mm), (b) avec la poitrine ( $k_h = 25$  N/mm), en considérant une vitesse d'impact de 1 m/s.

modèle masse-ressort-masse. On observe cependant bien une augmentation de l'effort de

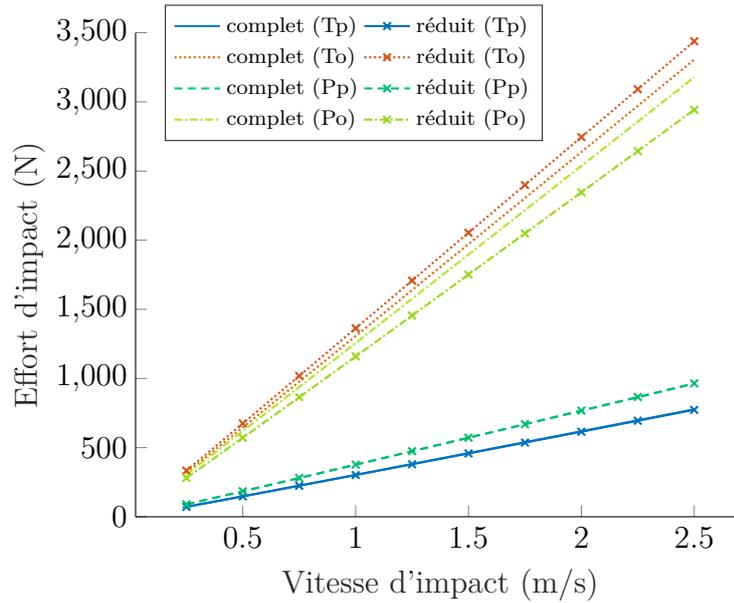


FIGURE 3.9 – Comparaison de l’effort maximal d’impact obtenu par simulation en utilisant le modèle complet ou le modèle réduit masse-ressort-masse du robot sous-actionné sériel RR, pour les quatre configurations d’impact avec la tête, en considérant une raideur articulaire de  $10^4$  N.m/rad.

l’impact pour une augmentation de la raideur articulaire dans des proportions permettant une minimisation de l’erreur du modèle. Dans ce qui suit, nous évaluons la pertinence du modèle réduit pour deux robots parallèles sous-actionnés.

### 3.2.3 Cas 2 : le robot R-MIn modifié

Dans cette section, nous montrons que le modèle masse-ressort-masse réduit permet également d’approcher avec précision la force d’impact maximale survenant lors d’une collision entre un robot souple à architecture parallèle et un corps humain. Nous considérons le robot R-MIn comme un cas d’étude, un robot conçu pour une collaboration intrinsèquement sûre avec l’homme.

#### a) Présentation du robot

Dans cette section, nous considérons une version modifiée du robot R-MIn présenté dans le chapitre 2, où la barre de précharge est remplacée par deux ressorts de torsion situés sur les articulations distales en  $O_{i3}$  (voir figure 3.10). Ce robot est composé de deux jambes identiques reliées à l’effecteur au point  $P$ . Chaque jambe est constituée de trois barres.

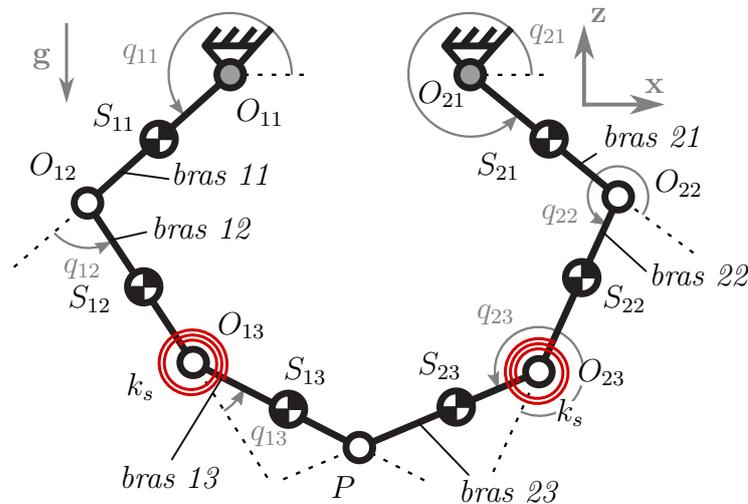


FIGURE 3.10 – Présentation du robot R-MIn, un mécanisme sous-actionné à sept barres avec des ressorts de torsions sur les articulations distales en  $O_{13}$  et  $O_{23}$ .

Deux liaisons pivots actionnées en  $O_{i1}$  ( $i = 1, 2$ ) permettent d'actionner le robot. Cinq liaisons pivots passives, aux points  $O_{i2}$ ,  $O_{i3}$  et  $P$ , relient les barres restantes entre elles en formant un mécanisme à sept barres. Toutes les liaisons pivot ont pour axe de rotation  $\mathbf{y}$  et permettent au robot de se déplacer dans le plan vertical  $\mathcal{P}_0 : (O_{11}, \mathbf{x}, \mathbf{z})$ . Dans cette section, nous montrons que le modèle masse-ressort-masse réduit permet également d'approcher avec précision l'effort maximal d'impact survenant lors d'une collision entre un robot souple à architecture parallèle et un corps humain.

Ce mécanisme possède quatre ddls (au lieu de deux pour le mécanisme classique à cinq barres [CAMPOS et al., 2011]), mais seulement deux moteurs. Il est donc sous-actionné, avec deux ddls non contraints. Afin d'augmenter la raideur du robot et de le rendre plus facilement contrôlable, deux ressorts de torsion de raideur  $k_s$  sont ajoutés sur les articulations distales aux points  $O_{13}$  et  $O_{23}$ . Ces ressorts sont considérés comme non chargés lorsque  $q_{i3} = 0$ . Sans ces ressorts de torsions, le mécanisme à sept barres résultant serait peu pratique en raison de sa très faible raideur.

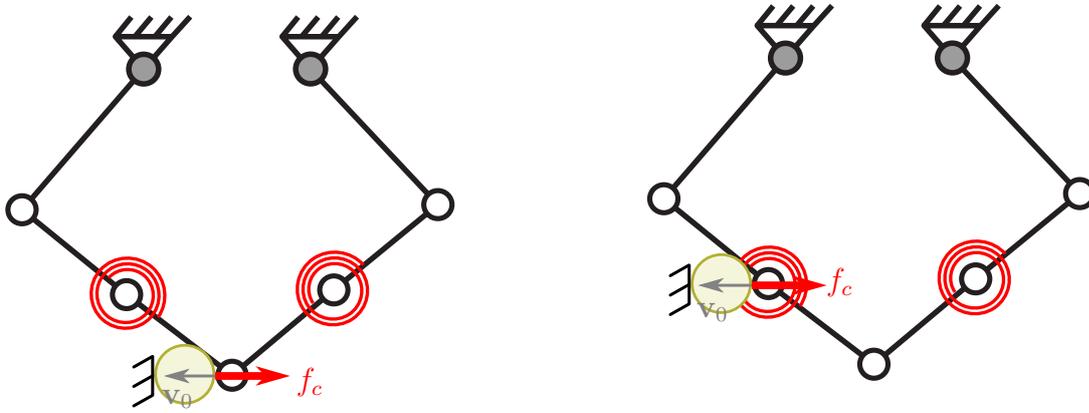
Les propriétés géométriques et inertielles utilisées dans les simulations suivantes sont issues du modèle CAO du robot R-MIn présenté dans le chapitre 2 (voir tableau 3.2). Les couples contrôlés sont calculés à l'aide du contrôleur PID présenté dans la partie 3.2.1.c avec les paramètres suivants :  $\omega_c = 21$  rad/s et  $\xi = 0.72$ .

TABLEAU 3.2 – Dimensions et propriétés de masse des bras du prototype.

Bras	Longueur	Masse	Inertie <sup>1</sup>	CM <sup>2</sup>
$(i; j)$	$l_{ij}$ (m)	$m_{ij}$ (kg)	$J_{ij}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$x_{ij}$ (m)
(1&2;1)	0.28	6.92	0.033	0.015
(1&2;2)	0.2	0.26	0.0021	0.120
(1&2;3)	0.2	0.20	0.0016	0.100

<sup>1</sup> Les moments d'inertie autour de  $\mathbf{z}$  sont fournis aux CMs.

<sup>2</sup> Les CMs  $S_{ij}$  (figure 3.10) sont situés sur les lignes  $O_{ij}O_{ij+1}$ .  $x_{ij}$  est la distance de  $S_{ij}$  à  $O_{ij}$ . Les moments d'inertie autour de  $\mathbf{z}$  sont fournis au COM.



(a) Configuration (Cp) lorsque l'impact se produit sur l'effecteur.

(b) Configuration (Co) lorsque l'impact se produit sur l'articulation distale.

FIGURE 3.11 – Description des deux configurations simulées pour le robot parallèle R-MIn<sup>3</sup>.

### b) Configurations d'impact envisagées

Dans ce qui suit, de multiples simulations sont effectuées en considérant deux configurations d'impact différentes avec le robot R-MIn représentées sur la figure 3.11 :

(Cp) le robot R-MIn impactant l'effecteur au point  $P$  (figure 3.11(a)),

(Co) le robot R-MIn impactant l'avant-bras au point  $O_{13}$  (figure 3.11(b)).

La configuration du robot R-MIn au moment de l'impact est définie arbitrairement par  $\mathbf{q}_a^{(0)} = [q_{11} \quad q_{21}]^T = [-130.6^\circ \quad -50.0^\circ]^T$ , les coordonnées passives sont calculées de ma-

3. La configuration représentée correspond à une configuration du robot avec bras distaux tendus. Les angles des bras distaux sont ajustés pour que la configuration au début de chacune des simulations corresponde à une position d'équilibre quasi-statique.

nière à ce que le robot soit en équilibre statique en résolvant le problème géométrico-statique direct tel que formulé dans la section 2.2.1.c. Comme la gravité est prise en compte (pointant vers la direction  $-\mathbf{z}$ ), les ressorts des articulations sont proches de la position non chargée à l'équilibre et les bras distaux sont légèrement désalignés, ce qui permet de calculer la raideur équivalente  $k_r$ .

Dans les deux configurations (Cp) et (Co), la vitesse d'impact  $\mathbf{v}_0$  est choisie le long de la direction  $\mathbf{x}$  avec une norme de 1 m/s. La vitesse des articulations passives distales est supposée nulle  $\dot{\mathbf{q}}_3^{(0)} = \mathbf{0}$ . Il en résulte la vitesse suivante des actionneurs :  $\dot{\mathbf{q}}_1^{(0)} = [-2.80 \quad -2.74]^T$  (rad/s) dans le cas (Cp) et  $\dot{\mathbf{q}}_1^{(0)} = [-2.80 \quad -5.00]^T$  (rad/s) dans le cas (Co).

### c) Paramètres du modèle réduit masse-ressort-masse du robot

Les paramètres du modèle réduit masse-ressort-masse du robot  $m_a$ ,  $k_r$  et  $m_c$  sont calculés pour chaque configuration, en considérant une configuration donnée du robot et un emplacement de contact donné (tel que défini ci-dessus). Nous obtenons une masse équivalente au niveau du contact de  $m_c = 1.17$  kg pour un contact au niveau de l'effecteur (configuration (Cp)) et de  $m_c = 0.44$  kg pour un contact au niveau du coude  $O_{13}$  (configuration (Co)). La masse équivalente du côté de l'actionneur  $m_a$  dépend de la raideur articulaire  $k_s$ , son évolution est représentée sur la figure 3.12 pour les deux configurations. Cependant, on peut constater que  $m_a$  est particulièrement faible lorsque l'impact se produit au niveau de l'effecteur (configuration (Cp)). Cela peut s'expliquer par le fait que les bras distaux sont proches d'une configuration singulière (lorsque les barres  $i2$  et  $i3$  sont presque alignées). De même que pour le robot sous-actionné sériel RR, la raideur équivalente  $k_r$  du robot R-MIn évolue de manière quasi-linéaire par rapport à la raideur articulaire  $k_s$  (figure 3.13).

### d) Analyse des simulations

**Variation de la raideur des liaisons passives** La figure 3.14 présente les profils temporels de l'effort d'impact obtenus à partir de la simulation de la configuration d'impact (Co) : une collision entre le robot R-MIn au niveau du coude  $O_{13}$  et la tête, en considérant une vitesse d'impact de 1 m/s. Les simulations sont effectuées en utilisant deux modèles de robot différents : le modèle complet (courbes bleues traits pleins) et le modèle réduit masse-ressort-masse (courbes rouges pointillées) du robot R-MIn. La raideur articulaire

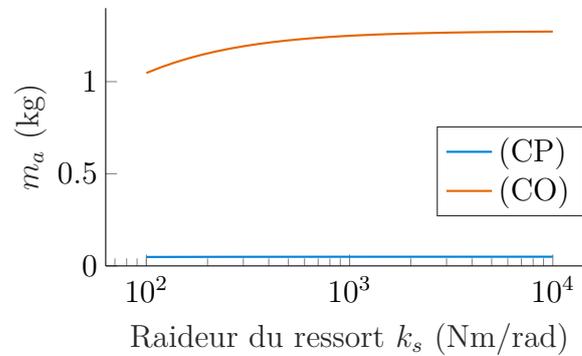


FIGURE 3.12 – Évolution de la masse équivalente côté actionneur  $m_a$  par rapport à la raideur articulaire  $k_s$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn : collision au niveau de l'effecteur (configuration (Cp)), collision au niveau du coude  $O_{13}$  (configuration (Co)).

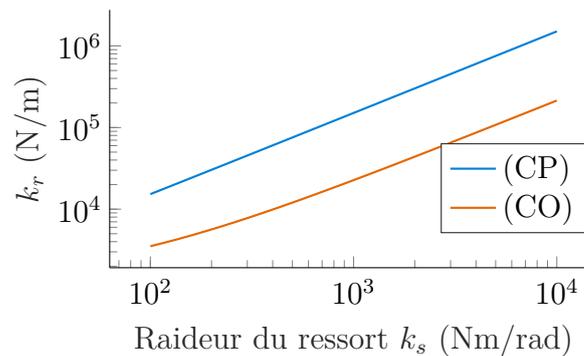


FIGURE 3.13 – Évolution de la raideur équivalente  $k_r$  par rapport à la raideur articulaire  $k_s$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn modifié : un contact au niveau de l'effecteur (Cp), un contact au niveau du coude  $O_{13}$  (Co).

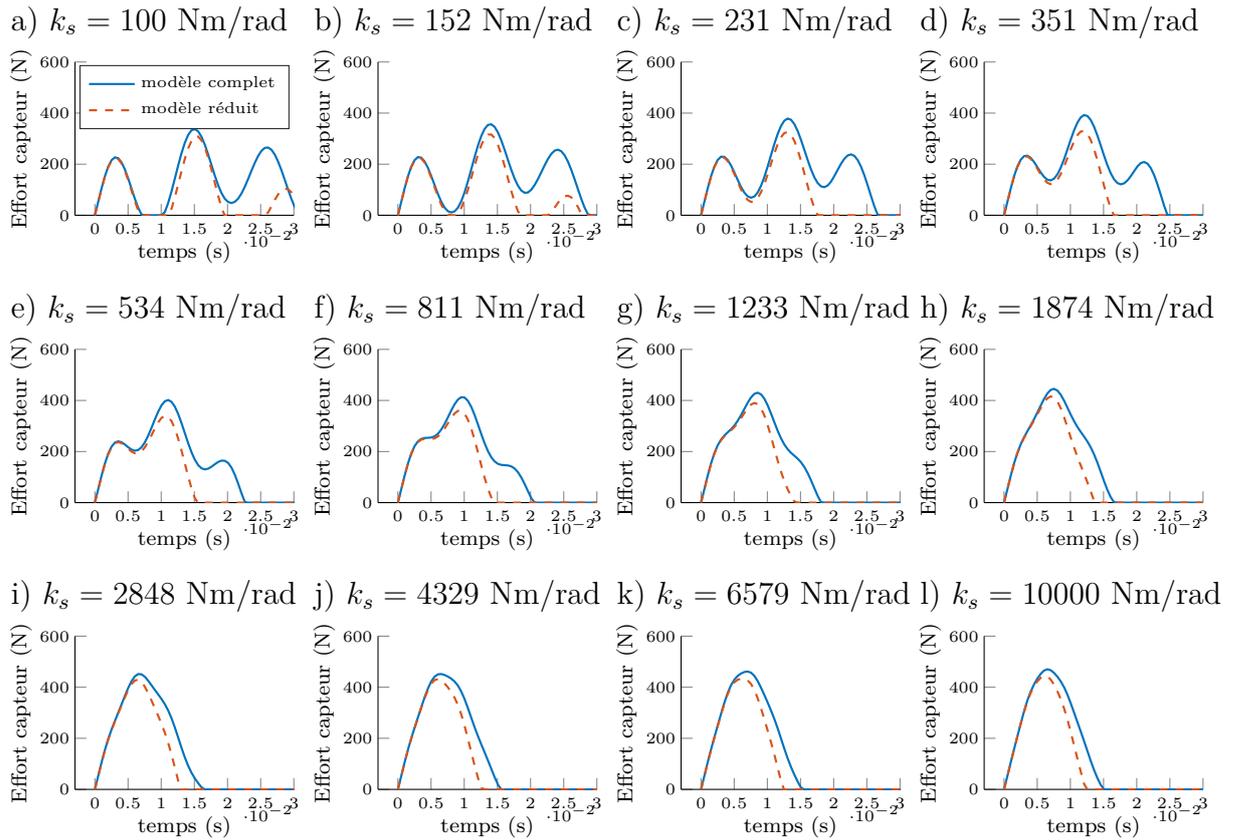


FIGURE 3.14 – Comparaison des profils temporels de la force de contact obtenus à partir de la simulation du modèle complet du robot (courbes bleues traits pleins) et du modèle réduit masse-ressort-masse (courbes rouges pointillées), pour différentes valeurs de la raideur articulaire  $k_s$ , en considérant un impact sur le coude  $O_{13}$  (configuration (Co)) entre le robot R-MIn et la tête, avec une vitesse d'impact de 1 m/s.

$k_s$  varie entre  $10^2$  N.m/rad et  $10^4$  N.m/rad suivant une progression logarithmique. Ces résultats montrent que le modèle réduit donne une bonne approximation du comportement dynamique de la force d'impact pendant les premiers instants suivant l'impact. On peut à nouveau déduire de la figure 3.14 que les effets de l'inertie  $m_c$  et  $m_a$  sont bien découplés pour une faible raideur articulaire  $k_s \leq 152$  Nm/rad pour les configurations d'impacts considérées.

La figure 3.15 représente la force d'impact maximale du premier impact obtenue à partir de la simulation des deux configurations (Cp) et (Co), en considérant deux parties du corps impactées différentes : la tête et la poitrine. On peut déduire de cette figure que le modèle réduit masse-ressort-masse permet d'obtenir une approximation précise de la force d'impact maximale, avec une erreur moyenne de 3.6 % et 4.2 % pour un impact sur la tête et de 8.8 % et 13.8 % pour un impact sur la poitrine, pour les configurations (Cp) et (Co) respectivement.

Les résultats précédents peuvent être comparés aux résultats obtenus à partir de simulations considérant un système composé d'une seule masse  $m_c$  (la masse équivalente au niveau du contact) au lieu du système réduit masse-ressort-masse. Dans ce cas, la force d'impact est toujours sous-estimée :  $\{372, 222\}$  N avec une erreur absolue moyenne de  $\{4.6, 29.3\}$  % pour un impact sur la tête et  $\{160, 95\}$  N avec une erreur absolue moyenne de  $\{10.3, 51.2\}$  %. pour un impact sur la poitrine (pour les configurations  $\{(Cp), (Co)\}$  respectivement).

**Discussion** La variation de l'effort d'impact maximale en fonction de la raideur articulaire est assez dépendante de la configuration. En effet, la force d'impact est presque constante pour la configuration (Cp) (un impact à l'effecteur), alors qu'elle augmente brusquement pour une raideur articulaire donnée dans le cas de la configuration (Co) (un impact sur le coude en  $O_{13}$ ). Pour la configuration (Cp), cela peut s'expliquer par le fait que  $m_a$  est beaucoup plus faible que  $m_c$ , de sorte que les effets inertiels de  $m_a$  ne jouent aucun rôle dans la force d'impact résultante. Pour la configuration (Co), la force d'impact augmente soudainement lorsque la raideur articulaire dépasse une valeur à laquelle les effets inertiels de  $m_a$  et  $m_c$  ne sont plus découplés. On peut voir sur la figure 3.15 que cette raideur de transition peut être bien estimée en utilisant le modèle réduit, même si elle conduit à des forces d'impact sous-estimées pour les cas où les effets d'inertie ne sont plus découplés.

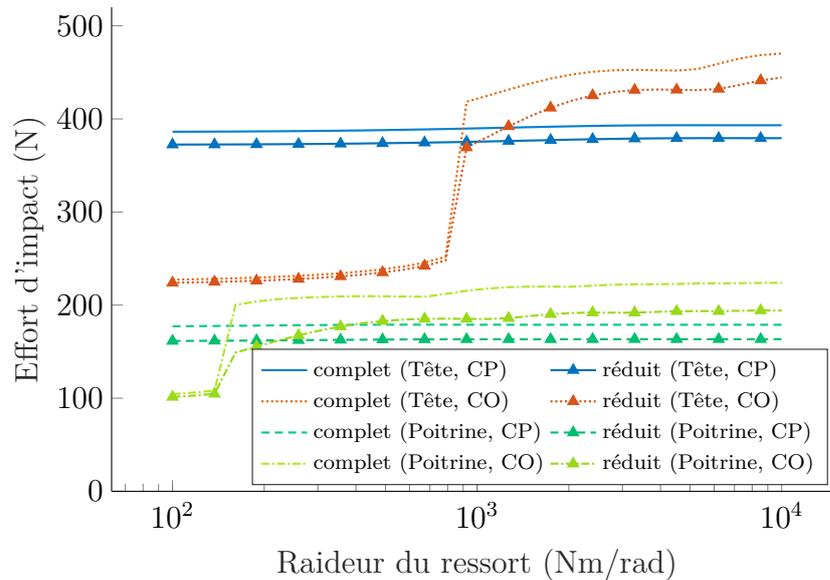


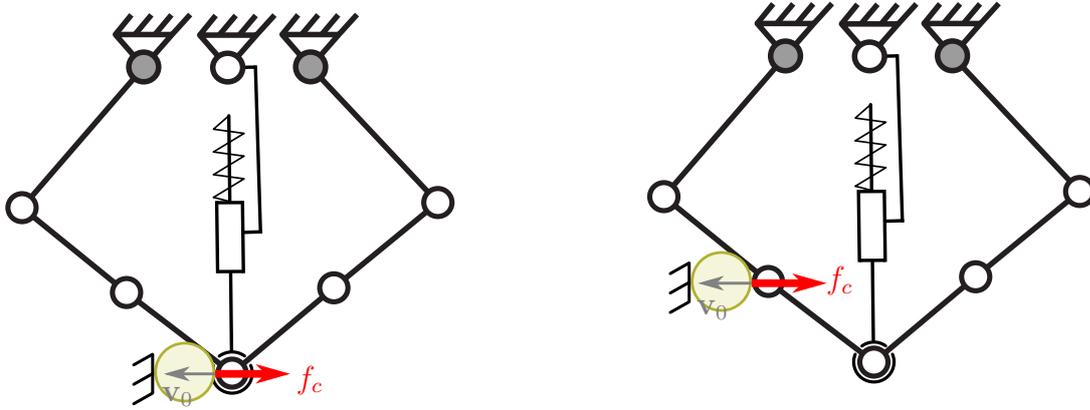
FIGURE 3.15 – Évolution de l’effort d’impact maximal pour un impact sur le coude en  $O_{13}$  (Cp) et sur l’effecteur (Co). Deux cas pour l’humain sont considérés, une collision avec la tête et une collision avec la poitrine.

Il convient de mentionner que l’utilisation du modèle réduit permet de diminuer considérablement la durée de la simulation. En effet, la simulation d’un impact à l’aide du modèle réduit a pris un temps moyen de 0.31 s contre 44.2 s avec le modèle complet. Ceci rend le modèle réduit plus pratique pour une utilisation dans un processus d’optimisation de la conception du robot.

### 3.2.4 Cas 3 : le robot R-MIn initial

On considère cette fois le robot R-MIn présenté dans le chapitre 2 avec les paramètres donnés dans le tableau. 2.2. L’étude présentée dans cette partie est très similaire à celle réalisée avec le robot R-MIn modifié, mais nous verrons que son comportement est légèrement différent et permet de bien comprendre l’effet de la raideur de la barre de précharge sur la sécurité.

Dans la suite, on fera varier la raideur du robot R-MIn. La longueur à vide du ressort du système de précharge est choisie constante égale à  $\ell_0 = 0.1$  m. On veut ici faire remarquer que, contrairement au cas du robot R-MIn modifié, les couples moteurs nécessaires à l’équilibre varient quasi-linéairement avec cette raideur. Dans cette partie, on ne considère pas les limites en couple des moteurs. En effet, une raideur de la barre de précharge



(a) Configuration (Cp\*) lorsque l'impact se produit sur l'effecteur.

(b) Configuration (Co\*) lorsque l'impact se produit sur l'articulation distale.

FIGURE 3.16 – Description des deux configurations simulées pour le robot parallèle R-MIn.

très importante induit des couples moteurs très importants, qui sont difficilement atteignables pour des moteurs conventionnellement utilisés en robotique. Cependant, utiliser de grandes raideurs permettra d'illustrer, par la simulation, l'effet de la raideur sur la sécurité du robot.

Le robot est contrôlé de manière similaire au robot R-MIn modifié avec  $\omega_c = 21$  rad/s et  $\xi = 0.72$ . Deux configurations d'impacts sont considérées et présentées sur la figure 3.16. La première situation concerne un impact sur l'effecteur comme montré sur la figure 3.16(a), la seconde considère un impact sur la liaison passive et est illustrée en figure 3.16(b).

La configuration du robot R-MIn au moment de l'impact est définie de la même façon que pour le robot R-MIn modifié en définissant la position des actionneurs par  $\mathbf{q}_a^{(0)} = [q_{11} \ q_{21}]^T = [-130.6^\circ \ -50.0^\circ]^T$ . Les coordonnées passives sont calculées de manière à ce que le robot soit en équilibre statique au moment de l'impact en résolvant le problème géométrico-statique direct tel que formulé dans [JEANNEAU et al., 2020b] et dans la partie 2.2. On considère que la gravité est dirigée selon l'axe  $-\mathbf{z}$ .

Dans les deux configurations (Cp\*) et (Co\*), la vitesse d'impact  $\mathbf{v}_0$  est choisie le long de la direction  $\mathbf{x}$  avec une norme de 1 m/s. La vitesse des articulations passives distales est supposée nulle  $\dot{\mathbf{q}}_3^{(0)} = \mathbf{0}$ . Il en résulte les vitesses des actionneurs suivantes :  $\dot{\mathbf{q}}_1^{(0)} =$

$[-2.80 \quad -2.74]^T$  (rad/s) dans le cas (Cp\*) et  $\dot{\mathbf{q}}_1^{(0)} = [-2.80 \quad -5.00]^T$  (rad/s) dans le cas (Co\*).

### a) Paramètres du modèle réduit masse-ressort-masse du robot R-MIn

Les paramètres du modèle réduit masse-ressort-masse du robot  $m_a$ ,  $k_r$  et  $m_c$  sont calculés pour chaque configuration, en considérant une configuration du robot et un emplacement de contact tels que définis ci-dessus. Nous obtenons une masse équivalente au niveau du contact de  $m_c = 1.57$  kg pour un contact au niveau de l'effecteur (configuration (Cp\*)) et de  $m_c = 0.48$  kg pour un contact au niveau du coude  $O_{13}$  (configuration (Co\*)).

L'évolution de la masse équivalente  $m_a$  en fonction de la raideur de la barre de précharge  $k_t$  est représentée sur la figure 3.17. Dans la configuration (Co\*), la masse équivalente  $m_a$  augmente très significativement lorsque la raideur  $k_t$  augmente. Dans le cas (Cp\*), la masse  $m_a$  décroît légèrement pour des valeurs faibles de la raideur et reste très faible ce qui peut être expliqué par le léger changement de configuration pour des faibles valeurs de la raideur et, (comme pour le robot R-MIn modifié), par le fait que les bras distaux sont proches d'une configuration singulière.

Pour ce qui est de la raideur équivalente  $k_r$ , présentée sur la figure 3.18, son évolution est bien linéaire dans le cas (Cp\*), mais pas dans le cas (Co\*). Pour un impact sur la liaison passive, il faut augmenter de façon très importante (supérieur à  $10^4$ N/m) la raideur du système de précharge pour que la raideur équivalente commence à être influencée.

On rappelle que ces raideurs ne sont pas applicables sur un système réel, car elles impliqueraient des couples moteurs très importants. Des simulations ont cependant été réalisées pour montrer la validité du modèle équivalent, et pour montrer le comportement du robot R-MIn.

### b) Analyse des simulations

**Variation de la raideur de la barre de précharge** La figure 3.19 présente les profils temporels de l'effort d'impact obtenus à partir de la simulation de la configuration d'impact (Co\*) : une collision entre le robot R-MIn au niveau du coude  $O_{13}$  et la tête, en considérant une vitesse d'impact de 1 m/s. Les simulations sont effectuées en utilisant deux modèles de robots différents : le modèle complet (courbes bleues traits pleins) et le modèle réduit masse-ressort-masse (courbes rouges pointillées) du robot R-MIn. La

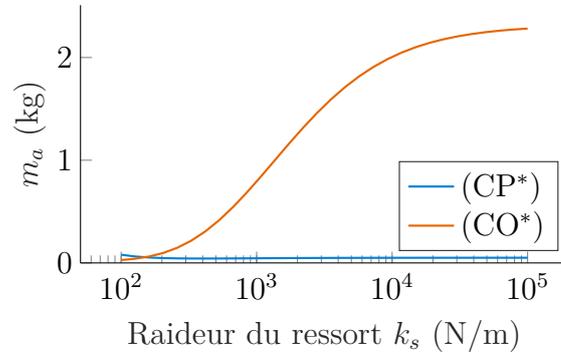


FIGURE 3.17 – Évolution de la masse équivalente côté actionneur  $m_a$  par rapport à la raideur de la barre de précharge  $k_t$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn : collision au niveau de l'effecteur (configuration (Cp\*)), collision au niveau du coude  $O_{13}$  (configuration (Co\*)).

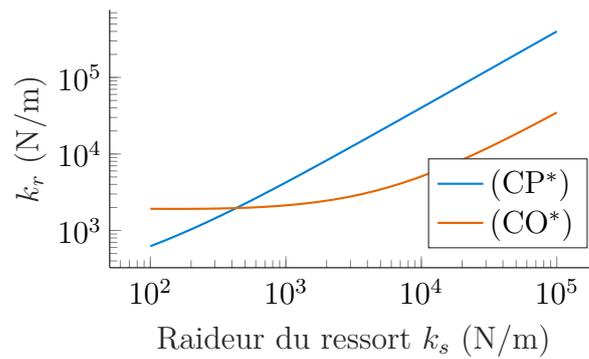


FIGURE 3.18 – Évolution de la raideur équivalente  $k_r$  par rapport à la raideur de la barre de précharge  $k_t$  pour les deux configurations d'impact du robot parallèle R-MIn : un contact au niveau de l'effecteur (Cp\*), un contact au niveau du coude en  $O_{13}$  (Co\*).

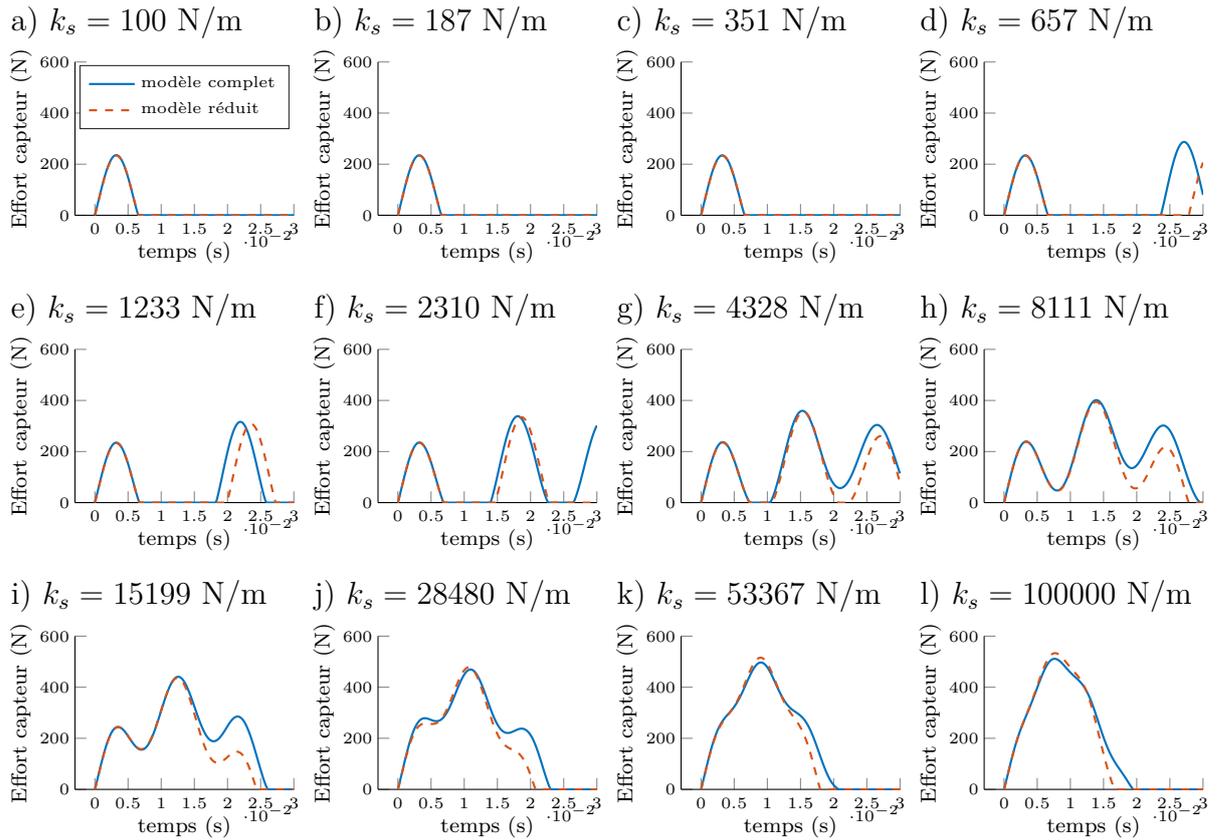


FIGURE 3.19 – Comparaison des profils temporels de la force de contact obtenus à partir de la simulation du modèle complet du robot R-MIn (courbes bleues traits pleins) et du modèle réduit masse-ressort-masse (courbes rouges pointillées), pour différentes valeurs de la raideur de la barre de précharge  $k_t$ , en considérant un impact sur le coude  $O_{13}$  (configuration (Co\*)) entre le robot R-MIn et la tête, avec une vitesse d'impact de 1 m/s.

raideur de la barre de précharge  $k_t$  varie entre  $10^2$  N.m/rad et  $10^5$  N.m/rad suivant une progression logarithmique.

Ces résultats montrent une nouvelle fois que le modèle réduit donne une bonne approximation du comportement dynamique de la force d'impact pendant les premiers instants suivant l'impact. On peut déduire de la figure 3.19 que les effets de l'inertie  $m_c$  et  $m_a$  sont découplés pour des valeurs de raideur de la précharge inférieure à  $k_t \leq 8111$  N/m. Cette valeur de raideur est déjà très importante et imposerait des couples moteurs très important. Avec une valeur de raideur divisée par 34 on obtient déjà l'espace de travail que l'on a présenté en figure 2.14(d). Avec la raideur de 8111 N/m, l'espace de travail est bien sûr réduit à néant si l'on considère les limites moteurs. On peut donc déjà affirmer que faire varier la raideur dans une plage possible sur un système réel n'affectera que très peu la sécurité.

La suite de l'analyse permet une validation plus complète du modèle réduit. La figure 3.15 représente la force d'impact maximale du premier impact obtenue à partir de la simulation des deux configurations (Cp\*) et (Co\*), en considérant deux parties du corps impactées différentes : la tête et la poitrine. On peut déduire de cette figure que le modèle masse-ressort-masse réduit permet d'obtenir une approximation précise de la force d'impact maximale, avec une erreur moyenne de 4.0 % et 1.4 % pour un impact sur la tête et de 9 % et 3.2 % pour un impact sur la poitrine, respectivement pour les configurations (Cp\*) et (Co\*).

Les résultats précédents peuvent être comparés aux résultats obtenus à partir de simulations considérant un système composé d'une seule masse  $m_c$  (la masse équivalente au niveau du contact) au lieu du système réduit masse-ressort-masse. Dans ce cas, la force d'impact est toujours sous-estimée :  $\{434.8, 233.8\}$  N avec une erreur absolue moyenne de  $\{2.9, 11.8\}$  % pour un impact sur la tête et  $\{187, 100.4\}$  N avec une erreur absolue moyenne de  $\{8.9, 26.6\}$  % pour un impact sur la poitrine (pour les configurations  $\{(Cp^*), (Co^*)\}$  respectivement). On peut donc conclure que le modèle réduit permet de d'obtenir une meilleure approximation de l'effort d'impact maximal.

**Discussion** On a pu observer que la raideur du système de précharge n'affecte pratiquement pas l'effort d'impact pour la configuration (Cp\*). Cela peut s'expliquer par le fait que  $m_a$  est beaucoup plus faible que  $m_c$ , de sorte que les effets inertiels de  $m_a$  ne jouent aucun rôle dans la force d'impact résultante.

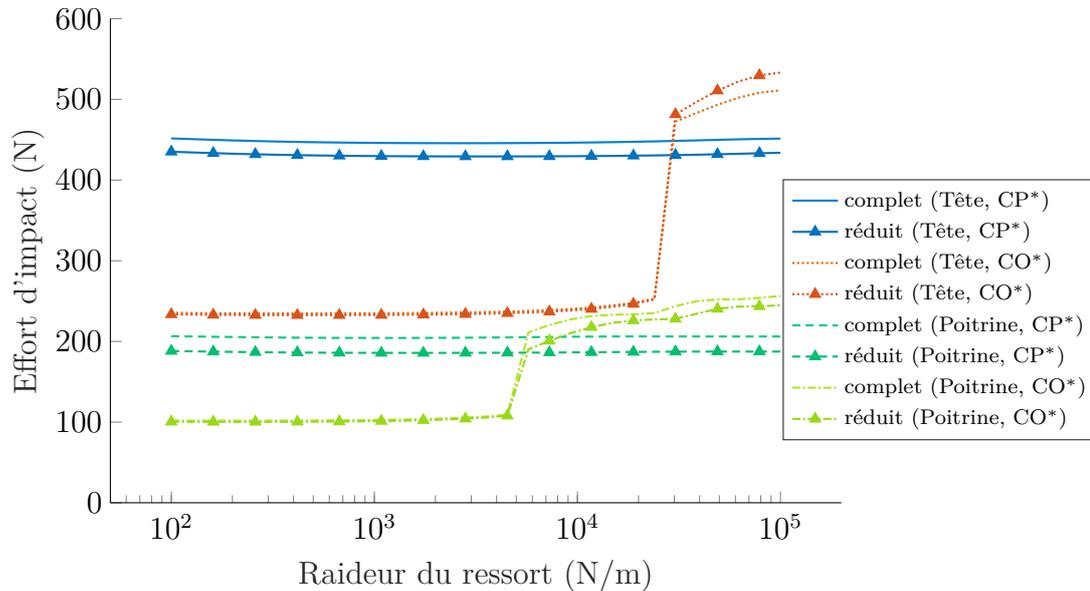


FIGURE 3.20 – Évolution de l'effort d'impact maximal pour un impact sur l'effecteur en  $P$  ( $Cp^*$ ) et sur le coude en  $O_{13}$  ( $Co^*$ ). Deux cas pour l'humain sont considérés, une collision avec la tête et une collision avec la poitrine.

Pour la configuration ( $Co^*$ ), la force d'impact augmente soudainement lorsque la raideur de la barre de précharge dépasse une valeur pour laquelle les effets d'inertie  $m_a$  et  $m_c$  ne sont plus découplés. On peut voir sur la figure 3.20 que cette raideur de transition peut être bien estimée en utilisant le modèle réduit, même si elle conduit à des forces d'impact sous-estimées pour les cas où les effets inertiels ne sont plus découplés. Ce modèle permet de comprendre que la raideur du système de précharge n'affecte pas la sécurité du robot R-MIn pour deux raisons différentes. Dans le cas d'un impact sur l'effecteur, la masse équivalente côté actionneur reste très faible et n'est pas influencée par la raideur de la barre de précharge. L'augmentation de la raideur équivalente n'affecte donc pas la sécurité. Pour un impact sur le coude, la masse équivalente est bien affectée par le changement de la raideur, mais pour des valeurs  $k_t$  élevées et cela en va de même pour la raideur équivalente.

Finalement, on voit que la variation de la raideur du robot R-MIn ne jouera en fait qu'un rôle négligeable sur la sécurité avec les valeurs de raideurs du système de précharge que l'on peut considérer. Le compromis va plutôt se jouer entre la précision de suivi de l'effecteur et la taille de l'espace de travail. Plus la raideur augmente, meilleure devrait être la précision en suivi de la position de l'effecteur, mais plus l'espace de travail diminue, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent.

Il convient de mentionner que l'utilisation du modèle réduit permet de diminuer considérablement la durée de la simulation. En effet, la simulation d'un impact à l'aide du modèle réduit a pris un temps moyen de 0.22 s contre 24 s avec le modèle complet dans le cas du robot R-MIn initial confirmant la réduction du temps de calcul vue dans le cas du robot R-MIn modifié.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit une méthode de calcul des paramètres équivalents d'un modèle réduit masse-ressort-masse d'un robot souple, avec une architecture série ou parallèle. En effet, les robots souples permettent de découpler les effets dynamiques de l'inertie du robot perçue au niveau du contact des effets d'une inertie résiduelle localisée du côté des actionneurs. L'intérêt d'un tel modèle réduit est de simuler, plus rapidement et efficacement du point de vue numérique, différentes configurations d'impact : cas contraints ou non contraints, tout en considérant les propriétés non-linéaires de la peau. Cela permet d'obtenir, entre autres critères, la force d'impact maximale lors d'une collision afin d'évaluer le danger d'une collision pour un être humain.

Afin de calculer les deux masses équivalentes, un nouvel ensemble de coordonnées généralisées du robot a été introduit. Cela permet de projeter la dynamique du robot au moment de l'impact dans deux sous-espaces dynamiquement indépendants. Un premier sous-espace décrit la dynamique du robot au niveau du point de contact projetée le long de la direction de l'impact. La projection de la dynamique dans ce sous-espace est réalisée en généralisant la jacobienne de contact dynamiquement cohérente. Un deuxième sous-espace est défini et décrit le reste de la dynamique interne du robot. La projection dans ce sous-espace est réalisée en introduisant une matrice inverse généralisée dynamiquement cohérente.

Nous avons ensuite introduit une raideur équivalente du robot au niveau du point de contact dynamiquement cohérente. Ce paramètre est obtenu à partir de la hessienne de l'énergie potentielle calculée au moment de l'impact. Il permet de considérer le rôle de la raideur articulaire, de la configuration et des inerties dans la raideur équivalente. La matrice hessienne est ensuite projetée dans la direction de la normale à l'impact à l'aide d'une inverse généralisée dynamiquement cohérente. Enfin, la masse équivalente du côté

de l'actionneur est calculée de manière à minimiser l'erreur entre un modèle linéarisé d'un robot à plusieurs degrés de liberté et son modèle équivalent réduit masse-ressort-masse.

La précision du modèle proposé a ensuite été évaluée par rapport au modèle complet des robots considérés dans trois études de cas, à savoir un robot sous-actionné sériel RR à deux bras et deux versions du robot R-MIn, un robot parallèle sous-actionné à sept barres. Pour chaque robot, de multiples configurations ont été étudiées en considérant un impact contraint au niveau de l'effecteur ou du coude, et avec la tête ou la poitrine. Pour chaque configuration, la force d'impact maximale a été évaluée pour différentes valeurs de la raideur articulaire ou raideur de précharge pour R-MIn et différentes vitesses du point de contact. Les résultats des simulations montrent que le modèle réduit masse-ressort-masse introduit dans ce chapitre permet d'approcher avec précision la force d'impact dans diverses configurations.

Les résultats des simulations soulignent également le rôle de la raideur articulaire dans le découplage de l'inertie du robot. Le modèle réduit pourrait être utilisé dans une boucle d'optimisation lors d'une étape de conception d'un robot, ou bien en temps réel dans la commande afin d'avoir une estimation rapide des efforts d'impacts en cas de collision indésirable. Ce modèle peut permettre de prendre en compte des critères de sécurité et faire varier n'importe quel paramètre du robot ou de l'objet impacté. Il pourrait potentiellement aussi être utilisé pour faire une modélisation plus fine de l'humain.

Une analyse expérimentale permettrait maintenant de compléter et de valider l'approche qui a été menée dans cette partie. Dans cette partie, certaines hypothèses ont été prises, comme le fait que nous avons défini une configuration précise du robot lors de l'impact, malgré le sous-actionnement des robots considérés. Avant de pouvoir passer à une analyse expérimentale de la sécurité, une analyse de la dynamique du robot est nécessaire, ainsi que le développement d'une stratégie de commande adaptée. C'est l'objet du prochain chapitre.



# MODÉLISATION DYNAMIQUE ET COMMANDE DU ROBOT R-MIn

---

Dans ce chapitre, nous détaillons l'approche réalisée afin de contrôler le robot de manière efficace, la difficulté étant qu'il est sous-actionné. L'analyse se fait en deux étapes. La première consiste à modéliser la dynamique du robot pour pouvoir le contrôler. Ce modèle dynamique sera aussi utilisé dans le chapitre suivant afin de modéliser les efforts d'impact du robot. Ensuite, un contrôleur basé sur la dynamique du système est proposé. La précision de prédiction du modèle est validée expérimentalement, ainsi que les performances en suivi de trajectoire du contrôleur. La seconde étape a consisté à développer un générateur de trajectoire permettant d'éviter les grandes oscillations du robot lors de déplacements rapides, oscillations dues à sa nature sous-actionnée. Différentes méthodes d'input shaping sont proposées, adaptées à la dynamique du robot R-MIn puis testées expérimentalement.

## 4.1 Dynamique et Contrôle du robot R-MIn

Dans cette partie, on présente le modèle dynamique du robot puis on en déduit un contrôleur à couples calculés adapté au robot R-MIn. Un prototype de ce robot est présenté. Ce modèle et ce contrôleur sont ensuite validés expérimentalement. On rappelle les paramètres géométrique du robot R-MIn sur la figure 4.1.

### 4.1.1 Modèle dynamique du robot R-MIn

Dans cette section, nous écrivons le modèle dynamique du robot R-MIn à partir des équations de Lagrange. Pour cela, nous calculons d'abord les énergies cinétiques de tous

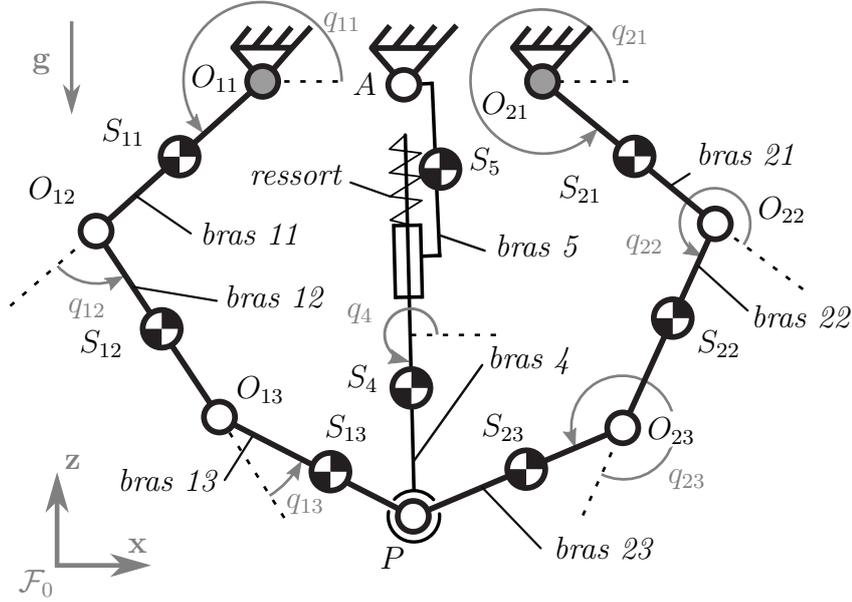


FIGURE 4.1 – Chaînes cinématique du robot R-MIn.

les bras du robot. L'énergie cinétique des corps  $(i, j)$  (4, 5, resp.) est désignée par  $E_{i,j}$  ( $E_4$ ,  $E_5$ , resp.). Leurs expressions sont données par :

$$E_{i,1} = \frac{1}{2} (j_{i1} + m_{i1} \ell_{S_{i1}}^2) \dot{q}_{i1}^2 \quad (4.1)$$

$$E_{i,2} = \frac{1}{2} \left( (j_{i2} + m_{i2} \ell_{S_{i2}}^2) (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2})^2 + m_{i2} \ell_{i1}^2 \dot{q}_{i1}^2 + 2m_{i2} \ell_{i1} \ell_{S_{i2}} \dot{q}_{i1} (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2}) \cos(q_{i2}) \right) \quad (4.2)$$

$$E_{i,3} = \frac{1}{2} \left( (j_{i3} + m_{i3} \ell_{S_{i3}}^2) (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2} + \dot{q}_{i3})^2 + m_{i3} \ell_{i1}^2 \dot{q}_{i1}^2 + m_{i3} \ell_{i2}^2 (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2})^2 \right. \\ \left. + 2m_{i3} \ell_{i1} \ell_{i2} \dot{q}_{i1} (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2}) \cos(q_{i2}) + 2m_{i3} \ell_{i1} \ell_{S_{i3}} \dot{q}_{i1} (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2} + \dot{q}_{i3}) \cos(q_{i2} + q_{i3}) \right. \\ \left. + 2m_{i3} \ell_{i2} \ell_{S_{i3}} (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2}) (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2} + \dot{q}_{i3}) \cos(q_{i3}) \right) \quad (4.3)$$

$$E_4 = \frac{1}{2} \left( (j_4 + m_4 \ell_{S_4}^2) \dot{q}_4^2 + m_4 \dot{x}^2 + m_4 \dot{y}^2 - 2\ell_{S_4} \dot{q}_4 (\cos(q_4) \dot{x} + \sin(q_4) \dot{y}) \right) \quad (4.4)$$

$$E_5 = \frac{1}{2} (j_5 + m_5 \ell_{S_5}^2) \dot{q}_4^2 \quad (4.5)$$

où  $j_{ij}$  ( $j_4$ ,  $j_5$ , resp.) est le moment d'inertie autour de  $\mathbf{y}$  du corps  $(i, j)$  (4, 5, resp.).

Par conséquent, l'énergie cinétique totale du robot  $E$  peut être exprimée en fonction des coordonnées  $\mathbf{q}_a$ ,  $\mathbf{q}_d$  et  $\mathbf{p}$ , et de leurs dérivées temporelles, par :

$$E(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}, \dot{\mathbf{q}}_a, \dot{\mathbf{q}}_d, \dot{\mathbf{p}}) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 E_{i,j}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_a, \dot{\mathbf{q}}_d) + E_4(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}) + E_5(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}) \quad (4.6)$$

Le robot possède quatre ddls et est donc paramétré par quatre coordonnées indépendantes qui seront désignées par le vecteur  $\mathbf{q}_g$ , défini par  $\mathbf{q}_g = [\mathbf{q}_a^T \ \mathbf{q}_u^T]^T \in \mathbb{R}^4$ , où  $\mathbf{q}_u = [q_{12} \ q_{22}]^T$ . Les autres coordonnées sont regroupées dans le vecteur  $\mathbf{q}_c = [q_{13} \ q_{23} \ \mathbf{p}^T]^T \in \mathbb{R}^4$ . Le modèle dynamique est donc donné par :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}_a} \boldsymbol{\phi} \\ \nabla_{\mathbf{q}_u} \boldsymbol{\phi} \\ \nabla_{\mathbf{q}_c} \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} \boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_a} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_a} \right)^T \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_u} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_u} \right)^T \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_c} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_c} \right)^T \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

où  $L = E - U$  est le Lagrangien du robot,  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^2$  est le vecteur des efforts d'entrée du moteur et  $\boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^4$  est un nouvel ensemble de multiplicateurs de Lagrange nécessaire à l'expression du modèle dynamique.  $\boldsymbol{\phi}$  correspond aux équations de contraintes géométriques définies dans la section 2.2.1.b.

Ce modèle peut également être réécrit sous la forme ci-dessous, en supprimant les multiplicateurs de Lagrange  $\boldsymbol{\nu}$  :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_a} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_a} \right)^T \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_u} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_u} \right)^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}_a} \boldsymbol{\phi} \\ \nabla_{\mathbf{q}_u} \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} (\nabla_{\mathbf{q}_c} \boldsymbol{\phi})^{-1} \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_c} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_c} \right)^T \right) \quad (4.8)$$

où  $\nabla_{\mathbf{q}_c} \boldsymbol{\phi} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  est une matrice carrée et inversible.

Enfin, après quelques simplifications mathématiques fastidieuses et non détaillées, et en remplaçant les expressions des variables du vecteur  $\mathbf{q}_c$  et leurs dérivées temporelles par leurs expressions en fonction de  $\mathbf{q}_g$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_g$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_g$ , le modèle dynamique peut être obtenu sous la forme lagrangienne standard suivante [KHALIL et DOMBRE, 2002] :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}(\mathbf{q}_g) & \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q}_g) \\ \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q}_g) & \mathbf{M}_{22}(\mathbf{q}_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_a \\ \ddot{\mathbf{q}}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g) \\ \mathbf{c}_2(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

où  $\mathbf{M}_{kl} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ( $k, l = 1, 2$ ) sont des sous-matrices composant la matrice d'inertie du robot, et  $\mathbf{c}_k \in \mathbb{R}^2$  sont des vecteurs contenant les effets centrifuges, de Coriolis, de la gravité et du ressort. Il convient de noter que les termes de frottement dans les articulations peuvent être ajoutés dans les vecteurs  $\mathbf{c}_k$  en utilisant la méthodologie présentée dans [BRIOT et KHALIL, 2015].

### 4.1.2 Commande du robot

Une version modifiée du contrôleur par couples calculés [KHALIL et DOMBRE, 2002] est appliquée pour la commande du robot R-MIn. Pour cela, les équations du modèle dynamique sont modifiées comme suit. Premièrement, en utilisant le bas de l'équation (4.9), nous obtenons :

$$\ddot{\mathbf{q}}_u = -\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{M}_{21}\ddot{\mathbf{q}}_a - \mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{c}_2 \quad (4.10)$$

Ensuite, en introduisant cette expression de  $\ddot{\mathbf{q}}_u$  dans le haut de l'équation (4.9), les couples moteur  $\boldsymbol{\tau}$  peuvent être obtenus sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\tau} = \left( \mathbf{M}_{11} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{M}_{21} \right) \ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{c}_1 - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{c}_2 \quad (4.11)$$

Dans l'équation (4.11), les termes  $\mathbf{M}_{kl}$  et  $\mathbf{c}_k$  dépendent évidemment de  $\mathbf{q}_a$ ,  $\mathbf{q}_u$  et de leurs dérivées temporelles. Cependant, notre prototype (présenté dans la prochaine section) est équipé uniquement de deux capteurs positionnés sur les deux moteurs, ce qui n'est pas suffisant pour calculer la configuration complète du robot. Il devient alors nécessaire soit de prédire le comportement du robot, soit de faire une hypothèse sur sa configuration. Afin de simplifier le problème, et parce que le système de précharge tend les bras distaux, nous avons fait l'hypothèse que les angles  $q_{13}$ ,  $q_{23}$  et leurs dérivées temporelles sont nuls à tout moment, ce qui a permis d'obtenir une estimation des coordonnées  $\mathbf{q}_u$ , ainsi que de leurs dérivées basées sur la deuxième ligne de l'équation (2.15). Cette hypothèse n'est bien sûr pas vraie en pratique, mais cette erreur de configuration sera compensée lors du contrôle des efforts d'entrée  $\boldsymbol{\tau}$  grâce à l'utilisation d'un terme intégral, comme proposé dans l'équation suivante, dérivée de l'équation (4.11) :

$$\boldsymbol{\tau} = \left( \mathbf{M}_{11} - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{M}_{21} \right) \left( \ddot{\mathbf{q}}_a^* + k_i \int (\mathbf{q}_a^* - \mathbf{q}_a) + k_p (\mathbf{q}_a^* - \mathbf{q}_a) + k_d (\dot{\mathbf{q}}_a^* - \dot{\mathbf{q}}_a) \right) + \mathbf{c}_1 - \mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{c}_2 \quad (4.12)$$

avec  $\mathbf{q}_a^*$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_a^*$  et  $\ddot{\mathbf{q}}_a^*$ , la position, la vitesse et l'accélération souhaitées, respectivement, et  $k_d$ ,  $k_p$ ,  $k_i$  trois gains définis par [KHALIL et DOMBRE, 2002] :

$$k_d = (1 + 2\xi)\omega_c \quad (4.13)$$

$$k_p = (1 + 2\xi)\omega_c^2 \quad (4.14)$$

$$k_i = \omega_c^3 \quad (4.15)$$

où, pour notre prototype, le coefficient d'amortissement  $\xi$  est fixé à 0.72 et la pulsation de coupure du contrôleur  $\omega_c$  est fixée expérimentalement à 22 rad/s.

### 4.1.3 Validation expérimentale des performances du modèle dynamique et du contrôleur appliqué au robot R-MIn

Afin de montrer que le robot R-MIn est capable de suivre des trajectoires avec une bonne précision, nous analysons expérimentalement les performances du contrôleur introduit ci-dessus sur un prototype présenté ci-après. Ce contrôleur étant basé sur l'utilisation du modèle dynamique du robot, nous validons, dans un premier temps, expérimentalement ce modèle sur le prototype du robot R-MIn présenté ci-dessous.

#### a) Présentation du dispositif expérimental

**i) Présentation du prototype R-MIn** Un prototype du robot R-MIn a été réalisé sur la base de l'architecture cinématique définie dans la section 2.1. Les principales caractéristiques de la conception de ce prototype (figure 4.2) sont détaillées ci-dessous :

- Tous les bras sont réalisés dans des tubes creux en aluminium de section circulaire, avec (a) un diamètre externe de 30 mm, une épaisseur de 5 mm pour les barres proximales 11 et 21 (figure 2.1(a)), et (b) un diamètre externe de 20 mm, une épaisseur de 2 mm pour toutes les autres barres.
- Les articulations passives sont réalisées avec des paliers lisses en bronze au lieu de roulements à billes, afin d'alléger le mécanisme.
- Le ressort de compression du système de précharge est remplacé par un jeu de deux ressorts de traction afin d'éviter l'arc-boutement et des frottements dans le guidage en translation.
- Deux moteurs à entraînement direct SIMOTICS S-1FL6 sont utilisés (couple maximal de 23.9 Nm en cas de contrôle en couple du moteur).

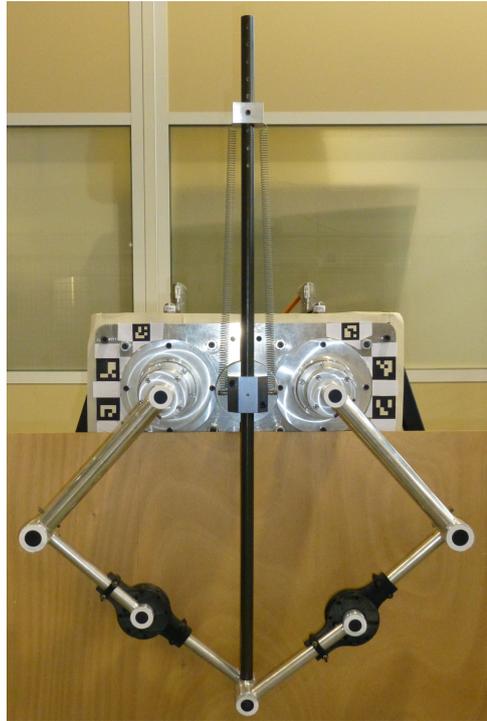


FIGURE 4.2 – Prototype du robot R-MIn incluant des masses ajoutées sur les avant-bras pour vérifier les performances du modèle et du contrôleur.

Les propriétés géométriques et inertielles du robot R-MIn sont fournies dans le tableau 4.1.

**ii) Acquisition du mouvement** Une caméra haute fréquence est utilisée pour obtenir, *a posteriori*, la configuration du robot et ses dérivées temporelles par dérivation numérique. Il est à noter que la caméra n'est pas utilisée pour le contrôle du robot. Seuls les encodeurs présents sur chacun des deux moteurs permettent le contrôle.

La caméra utilisée est une Mikrotron MC4082 et les images ont été acquises à une fréquence de 500 Hz avec une résolution de 1500 dpi. Les paramètres intrinsèques de la caméra sont calibrés au préalable et les paramètres extrinsèques sont trouvés pour chacune des expériences en utilisant des marqueurs ArUco placés sur le châssis du robot. Les marqueurs ronds sont positionnés au centre de chacune des liaisons pivot. Plus de détails sur cette analyse sont donnés en Annexe D.

TABLEAU 4.1 – Propriétés géométriques, inertielles et paramètres de conception du prototype du robot R-MIn incluant des masses ajoutées.

Bras	Longueur	Masse	Inertie <sup>1</sup>	CM <sup>2</sup>
$(i; j)$	$\ell_{ij}$ (m)	$m_{ij}$ (kg)	$J_{ij}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$x_{ij}$ (m)
(1&2;1)	0.28	6.92	0.0348	0.0148
(1&2;2)	0.2	0.302	0.007	0.126
(1&2;3)	0.2	0.250	0.0037	0.086
(-;4)	0.87	0.54	0.173	-0.429
(-;5)	-	0.81	0.004	0
$\ \vec{O}_{11}O_{21}\  = 0.25$ m				
Paramètres du ressort de précharge :				
Ressort 1 : $k_t = 111.2$ N/m, $\ell_0 = 82.7$ mm				
Ressort 2 : $k_t = 239.2$ N/m, $\ell_0 = 102.5$ mm				

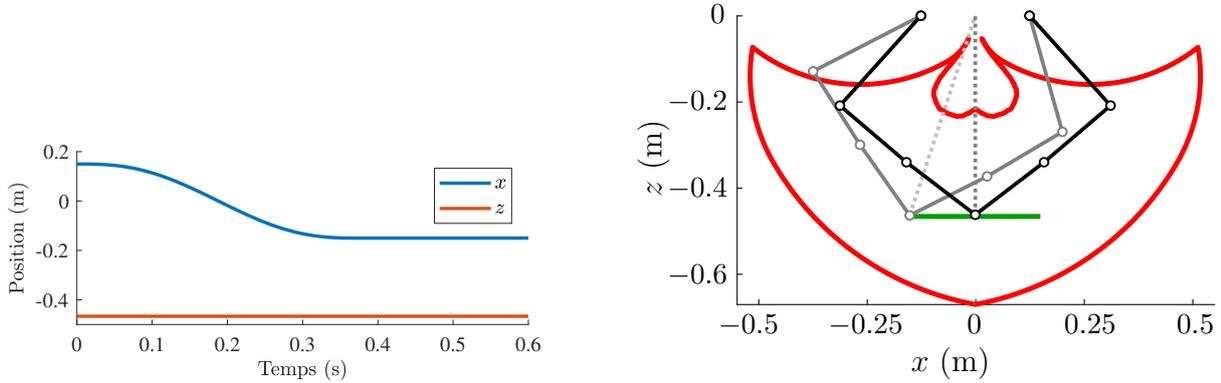
<sup>1</sup> Moments d'inertie selon  $\mathbf{y}$  et fournis au CM. Les inerties moteurs sont incluses.

<sup>2</sup> Les CMs  $S_{ij}$  (figure 2.1(a)) sont situés sur les lignes  $O_{ij}O_{ij+1}$ .  $x_{ij}$  est la distance de  $S_{ij}$  à  $O_{ij}$ .

## b) Validation du modèle dynamique

Afin de valider expérimentalement le modèle dynamique, nous avons imposé une trajectoire linéaire au niveau de l'effecteur du prototype R-MIn. Cette trajectoire (présentée dans la figure 4.3) commence au point  $\mathbf{p} = [0.15 \ -0.466]^T$  et se termine au point  $\mathbf{p} = [-0.15 \ 0.466]^T$ . Elle est générée à l'aide d'une loi de mouvement polynomiale de degré cinq, de manière à atteindre une vitesse maximale de l'effecteur de 1.5 m/s, ce qui est une vitesse assez importante pour un robot collaboratif. Cela résulte en une trajectoire de référence durant 0.376 s. Cette trajectoire est donnée en entrée du modèle dynamique (Sec. 4.1.1), complété par les équations du modèle cinématique (voir l'annexe E pour plus de détails.), afin de calculer par intégration les positions, vitesses et accélérations correspondantes du moteur  $\mathbf{q}_a^*$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_a^*$  et  $\ddot{\mathbf{q}}_a^*$ .

Cette trajectoire du moteur ( $\mathbf{q}_a^*$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_a^*$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_a^*$ ) a été imposée comme une entrée du contrôleur du robot présenté plus tôt. Cela a permis d'enregistrer les valeurs réelles des angles moteurs  $\hat{\mathbf{q}}_a$  fournies par les encodeurs et d'estimer les vitesses et les accélérations ( $\hat{\dot{\mathbf{q}}}_a$ ,  $\hat{\ddot{\mathbf{q}}}_a$ ) par le biais d'une différenciation numérique et de techniques de filtrage appropriées. Les valeurs



(a) Trajectoire de référence pour l'effecteur du robot.

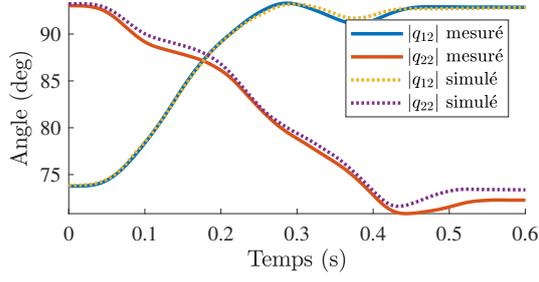
(b) Trajectoire de référence de l'effecteur du robot (en vert) donnée dans l'espace de travail du robot R-MIn (en rouge) avec la configuration initiale et médiane obtenue à partir du modèle géométrico-statique inverse.

FIGURE 4.3 – Trajectoire utilisée pour la validation du contrôleur et du modèle dynamique.

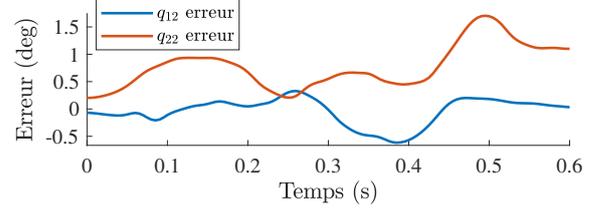
expérimentales  $\hat{\mathbf{q}}_a$ ,  $\hat{\dot{\mathbf{q}}}_a$ ,  $\hat{\ddot{\mathbf{q}}}_a$  ont ensuite été utilisées comme données d'entrée du modèle dynamique du robot (4.10) afin d'estimer les valeurs des angles  $\mathbf{q}_u$  (après une double intégration temporelle des valeurs calculées de  $\ddot{\mathbf{q}}_u$ ). La comparaison entre la prédiction du modèle de  $\mathbf{q}_u$  et les angles correspondants obtenus à partir de la caméra est illustrée sur la figure 4.4(a), tandis que l'erreur entre la prédiction du modèle et les mesures de la caméra est fournie sur la figure 4.4(b). Une différence maximale de 1.7 deg est obtenue pour les angles  $\mathbf{q}_u$ , ce qui représente une erreur de prédiction assez faible.

Ensuite, afin de valider la prédiction du couple moteur, nous avons alimenté le modèle dynamique (4.9) en utilisant les valeurs mesurées des positions angulaires, des vitesses et des accélérations du moteur ( $\hat{\mathbf{q}}_a$ ,  $\hat{\dot{\mathbf{q}}}_a$ ,  $\hat{\ddot{\mathbf{q}}}_a$ ) et avec les valeurs des positions angulaires, des vitesses et des accélérations ( $\hat{\mathbf{q}}_u$ ,  $\hat{\dot{\mathbf{q}}}_u$ ,  $\hat{\ddot{\mathbf{q}}}_u$ ) obtenues à partir de la caméra. Nous avons comparé les valeurs calculées aux mesures enregistrées lors de l'expérimentation. Il est à noter que, afin de mieux représenter la réalité, nous avons ajouté certains termes de friction dans le modèle (4.9). Les paramètres de frottement suivants ont été identifiés expérimentalement (Méthode présentée dans [BRIOT et GAUTIER, 2013]) :

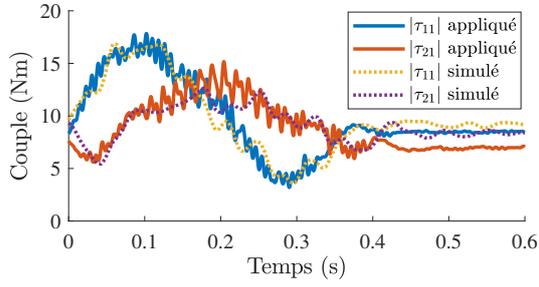
- Dans toutes les liaisons pivots passives, un couple de frottement statique a été trouvé égal à 0.03 Nm,



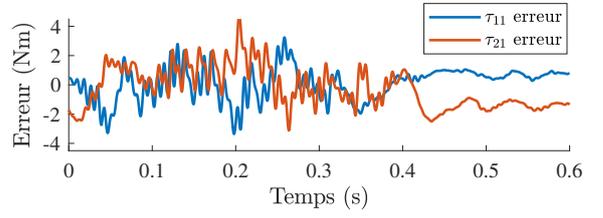
(a) Comparaison entre les angles  $\mathbf{q}_u$  calculés avec le modèle dynamique et obtenus par les mesures de la caméra.



(b) Erreur d'estimation entre les angles  $\mathbf{q}_u$  calculés avec le modèle dynamique et obtenus par les mesures de la caméra.



(c) Comparaison entre les couples moteur  $\boldsymbol{\tau}$  calculés avec le modèle dynamique et obtenus par des mesures expérimentales.



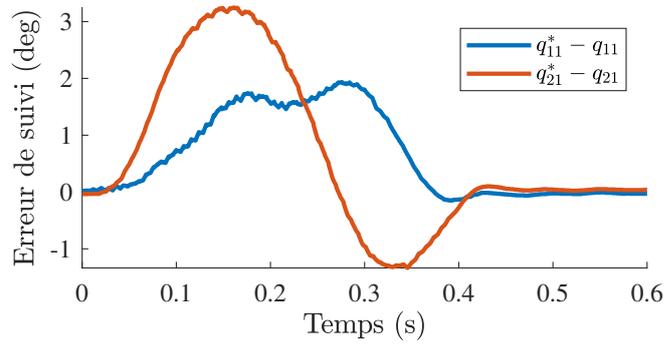
(d) Erreur d'estimation entre les couples moteur  $\boldsymbol{\tau}$  calculés avec le modèle dynamique et obtenus par des mesures expérimentales.

FIGURE 4.4 – Comparaisons entre les prédictions du modèle dynamique et les mesures expérimentales.

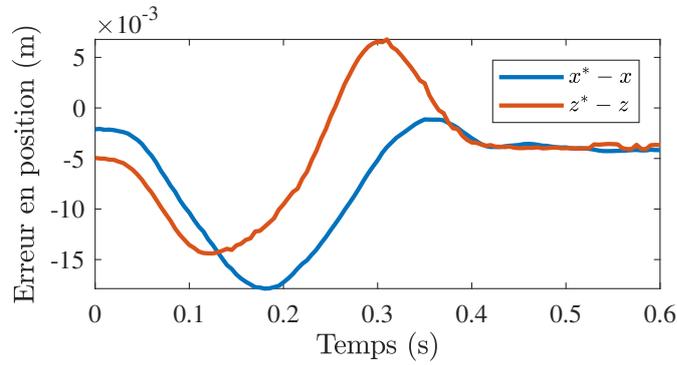
- Dans le moteur 1, un couple de frottement statique de 0.3 Nm a été identifié, tandis que la valeur était de 0.25 Nm pour le moteur 2,
- Une force de frottement statique dans la liaison glissière du système de précharge a été trouvée égale à 11.5 N.

Les valeurs de couples moteurs obtenues à partir du modèle et celles obtenues expérimentalement, ainsi que les erreurs de prédiction correspondantes, sont affichées sur la figure 4.4(c) et la figure 4.4(d), respectivement. Les erreurs quadratiques moyennes sont de 0.9 Nm et 1.2 Nm pour le moteur 1 et le moteur 2, respectivement, ce qui montre que nous sommes capables de prédire les couples moteur avec précision.

Tous ces résultats permettent de valider les prédictions fournies par notre modèle dynamique.



(a) Erreurs de suivi du contrôleur.



(b) Erreurs de positionnement de l'effecteur.

FIGURE 4.5 – Erreurs de suivi du contrôleur et erreurs de positionnement de l'effecteur du robot R-MIn en considérant une raideur du ressort de la barre de précharge de 111.2 N/m.

**c) Évaluation des performances du contrôleur**

Afin d'estimer les performances du contrôleur, nous avons imposé la trajectoire du moteur  $(\mathbf{q}_a^*, \dot{\mathbf{q}}_a^*, \ddot{\mathbf{q}}_a^*)$  calculée ci-dessus. Les erreurs de suivi enregistrées sont présentées sur la figure 4.5(a). L'erreur de suivi maximale est de 3.2 deg, ce qui est relativement faible au regard de la simplicité du contrôleur utilisé, mais encore trop importante, car ces erreurs trahissent la présence d'oscillations des angles des bras distaux. Une analyse plus avancée de ces oscillations et une méthode de réduction de ces oscillations seront présentées dans la suite.

Nous avons également estimé la différence entre la position réelle de l'effecteur obtenue à partir d'une caméra et de la valeur de référence indiquée dans la figure 4.3(a). Les résultats sont présentés dans la figure 4.5(b). L'erreur maximale de positionnement est de 17 mm selon la direction  $\mathbf{x}$  et de 14 mm selon la direction  $\mathbf{z}$ , ce qui est assez important. Il faut noter qu'au début et à la fin du mouvement, l'erreur de positionnement de l'effecteur n'est pas nulle. Ceci est dû (a) à la présence de frottements secs dans les articulations passives du robot qui empêchent leurs déplacements libres, et (b) aux erreurs d'étalonnage de l'encodeur qui ne sont pas compensées. Durant la trajectoire, l'erreur en positionnement est due à l'erreur de suivi et aux erreurs de modélisation de la dynamique du robot. Une meilleure définition de la trajectoire excitant moins les modes de vibrations des bras distaux pourraient permettre un meilleur suivi de trajectoire. C'est l'objet de la partie suivante.

## 4.2 Réduction des oscillations par la génération de trajectoire

Dans le cas d'un robot collaboratif, il est nécessaire de maîtriser la configuration du robot à tout instant. Des oscillations pourraient entraîner des mouvements parasites non désirés voire un mouvement chaotique du robot. Cela peut poser des problèmes de sécurité. De plus, des oscillations peuvent entraîner un temps de convergence vers la position désirée qui pourrait augmenter. Il est donc préférable de tenter de les minimiser.

Une bonne génération de trajectoire est donc primordiale dans le cas d'un robot sous-actionné collaboratif. La génération de trajectoire pourra permettre d'éviter les oscillations résiduelles du mécanisme en fin de trajectoire et de guider la dynamique libre du

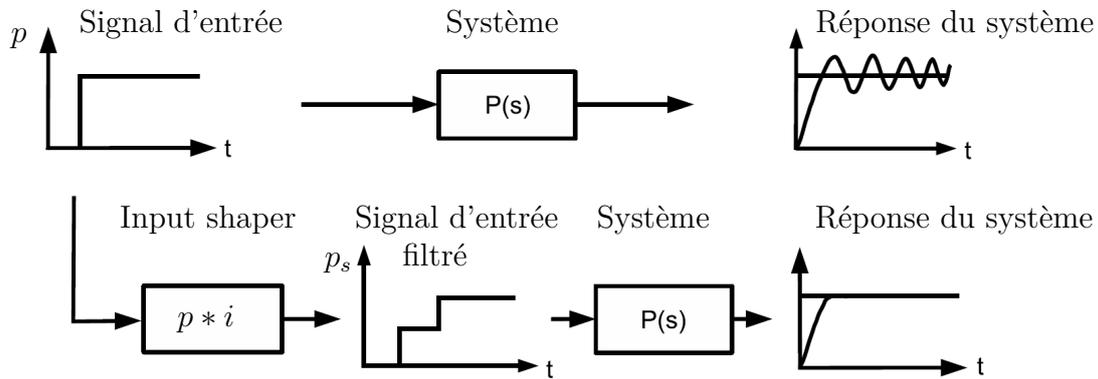


FIGURE 4.6 – Principe de fonctionnement de l’input shaping. La trajectoire d’entrée est échelonnée pour réduire les vibrations du robot sous-actionné à la fin de la trajectoire [SCHLEGEL et GOUBEJ, 2010].  $i$  désigne la fonction de convolution.

mécanisme vers une absence d’oscillations. C’est la stratégie qui a été développée dans [LISMONDE et al., 2017] en réduisant au maximum l’énergie interne du mécanisme. Dans cette partie, on présentera la méthode qui a été adoptée pour le robot R-MIn. On présentera en premier lieu la méthode d’input shaping qui a été appliquée sur notre mécanisme. Ensuite, on verra comment cette méthode peut être appliquée à un robot tel que le robot R-MIn. Enfin, une validation expérimentale des résultats théoriques est réalisée.

### 4.2.1 Réduction des oscillations par input shaping<sup>1</sup>

La génération de trajectoire par input shaping a pour objectif de réduire les oscillations d’un robot. Elle consiste en l’ajout de composantes harmoniques dans la trajectoire initialement créée pour compenser les oscillations naturellement générée par cette même trajectoire.

#### a) Définition de l’input shaping

L’input shaping se réalise concrètement par la convolution de la trajectoire d’entrée avec des impulsions ayant des amplitudes et des déphasages temporels bien choisis. On rappelle ici que la convolution d’un signal avec une impulsion décalée d’un temps  $t_i$  revient à décaler la fonction originelle d’un temps  $t_i$ . Comme illustré en figure 4.6, le choix des impulsions

1. Dans cette partie, on utilise la dénomination anglaise «input shaping» ou «input shaper», car la dénomination française «filtre par convolution» est beaucoup plus générale et n’est pas spécifique à la réduction des oscillations d’un mécanisme sous-actionné. Le terme conformation d’entrée pourrait convenir mais n’est actuellement pas utilisé dans la littérature.

est réalisé de manière à atteindre la position désirée en échelonnant la trajectoire de référence.

L'input shaping [SINGER et SEERING, 1990] est initialement défini pour réduire les oscillations d'un système harmonique du second ordre ayant une pulsation naturelle  $\omega$  et un facteur d'amortissement  $\zeta$ .

Le pourcentage d'amortissement prévu pour un système de ce type est [SINGER et SEERING, 1990] :

$$V(\omega, \zeta) = e^{-\zeta\omega t_{n_p}} \sqrt{(C(\omega, \zeta))^2 + (S(\omega, \zeta))^2} \quad (4.16)$$

ou :

$$C(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^{n_p} A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos\left(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t_i\right) \quad (4.17)$$

$$S(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^{n_p} A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin\left(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t_i\right) \quad (4.18)$$

et avec  $A_i$  et  $t_i$  correspondant aux amplitudes et temps des impulsions qui sont convoluées avec la trajectoire d'entrée et  $n_p$  étant le nombre d'impulsions considérées. Les différentes méthodes d'input shaping se distinguent alors par la façon dont sont choisies les impulsions considérées.

## b) Les différents types d'input shaper

**i) Généralités** Les relations qui suivent doivent être systématiquement vérifiées quel que soit l'input shaper. Tout d'abord, le temps de la première impulsion doit être choisi égal à zéro pour que la trajectoire commence à cet instant,  $t_1 = 0$ . La deuxième condition est d'arriver à l'endroit voulu à la fin de la trajectoire. On a donc :

$$\sum_{i=1}^{n_p} A_i = 1 \quad (4.19)$$

Enfin, un dernier problème pourrait arriver sans contrainte supplémentaire. En effet, les amplitudes des impulsions doivent être définies de même signe. Sinon le problème serait mal défini et une infinité de solutions minimisant la durée de l'input shaper pourrait être

définie [SINGHOSE et al., 1997]. C'est pourquoi il est nécessaire d'imposer :

$$A_i > 0 \quad (4.20)$$

**ii) Input shaper à vibration nulle («Zero Vibration» en anglais, noté ZV)**

Dans le cas d'un input shaper à vibration nulle (ZV), l'amplitude du signal donnée par l'équation (4.16) doit être égale à zéro. Par conséquent, les équations (4.17) et (4.18) doivent s'annuler.

La solution conduisant à la durée la plus courte entre les impulsions avec seulement deux impulsions ( $n = 2$ ) conduit aux équations suivantes :

$$t_2 = \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (4.21)$$

$$A_1 = \frac{1}{1 - \exp\left(\frac{-\zeta\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \quad (4.22)$$

$$A_2 = 1 - \frac{1}{1 - \exp\left(\frac{-\zeta\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \quad (4.23)$$

**iii) Input shaper à vibration et dérivée nulle (noté ZVD, le D dénotant le mot «Derivative»)** De manière à gagner de la robustesse vis-à-vis des imprécisions du modèle ( $\omega$ ,  $\zeta$ ), il est possible d'imposer des contraintes sur les dérivées temporelles. La contrainte pour éviter les vibrations à la fréquence naturelle donnée reste la même et les équations (4.17) et (4.18) doivent toujours s'annuler. On peut alors prendre la dérivée de ces deux équations par rapport à  $\omega$  et chercher à l'annuler. On obtient les équations de contraintes suivantes :

$$0 = \sum_{i=1}^{n_p} A_i t_i e^{\zeta\omega t_i} \cos\left(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t_i\right) \quad (4.24)$$

$$0 = \sum_{i=1}^{n_p} A_i t_i e^{\zeta\omega t_i} \sin\left(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t_i\right) \quad (4.25)$$

Ces deux équations supplémentaires imposent l'ajout d'une impulsion. Il en résulte trois impulsions ( $n = 3$ ) dont les amplitudes et les temps peuvent être calculés algébriquement

et sont les suivants :

$$A_1 = \frac{1}{1 + 2K + K^2} \quad (4.26)$$

$$A_2 = \frac{2K}{1 + 2K + K^2} \quad (4.27)$$

$$A_3 = \frac{K^2}{1 + 2K + K^2} \quad (4.28)$$

$$t_i = (i - 1)\Delta T \quad (4.29)$$

avec :

$$K = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (4.30)$$

$$\Delta T = \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (4.31)$$

**iv) Input shaper à vibration et dérivée d'ordre supérieur nulle (ZVDD et ZVDDD)** Pour avoir encore davantage de robustesse, on a considéré les input shapers d'ordres supérieurs qui suivent la même logique. On considère  $n = 4$  impulsions pour la méthode ZVDD et  $n = 5$  impulsions pour la méthode ZVDDD. On peut obtenir les amplitudes à l'aide du triangle de Pascal :

$$A_i = \frac{\binom{i}{n_p} K^i}{\sum_{j=1}^{n_p} \binom{j}{n_p} K^j} \quad (4.32)$$

$$t_i = (i - 1)\Delta T \quad (4.33)$$

avec :

$$K = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (4.34)$$

$$\Delta T = \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (4.35)$$

**v) Input shaper extra insensitive (EI)** Le dernier type d'input shaper considère que le pourcentage d'amortissement ne doit pas être réduit à zéro à la pulsation  $\omega$ . On choisit qu'à cette pulsation, cette amplitude doit être égale à une certaine valeur légèrement supérieure à zéro. On choisit dans la suite la valeur 5 %. On impose de plus que la dérivée

d'ordre 1 en ce point doit être égale à zéro. On a donc :

$$V(\omega, \zeta) = 5 \quad (4.36)$$

$$\frac{dV}{d\omega}(\omega, \zeta) = 0 \quad (4.37)$$

On résout les équations par optimisation et en utilisant  $n = 3$  impulsions.

### c) Convolution de plusieurs input shaper

On sait maintenant comment implémenter un input shaper permettant l'amortissement d'une fréquence en particulier. Cependant, pour notre mécanisme, deux fréquences de vibrations sont présentes, car le mécanisme a deux degrés de liberté. Deux méthodes permettent de palier ce problème.

**i) Shaper à deux modes simultanés** Cette méthode consiste à choisir les impulsions de manière à ce que les contraintes de chacun des modes soient validées de manière simultanée [SINGHOSE et al., 1997]. Par exemple, dans le cas d'un input shaper simultané ZV-ZV, il faut valider les équations (4.17) et (4.18) pour deux pulsations différentes  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ainsi que la contrainte de l'équation (4.19) et  $t_1 = 0$ . Cela implique six équations à valider et donc, théoriquement, trois impulsions sont nécessaires pour cela.

Cette méthode a cependant le désavantage de la résolution d'équations non-linéaires qui deviennent vite complexes et n'ont pas de solution analytique. C'est pour cette raison que cette méthode n'a pas été implémentée.

**ii) Shaper à deux modes convolués** La méthode qui a été implémentée pour notre robot est d'appliquer deux input shapers en cascade. Cette méthode a l'avantage d'être plus robuste aux erreurs de modélisation, car le filtrage est plus important. Cependant l'input shaper devient par la même occasion moins rapide. Dans la suite, c'est cette méthode qui est appliquée. Lorsque l'on nommera la méthode ZV (respectivement ZVD, ZVDD ZVDDD ou EI) dans la suite, on réalise en fait une convolution de plusieurs input-shaper qui sont ZV-ZV (respectivement ZVD-ZVD, ZVDD-ZVDD, ZVDDD-ZVDDD ou EI-EI).

### 4.2.2 Génération de la trajectoire

La trajectoire initiale du robot est définie telle que cela a été fait dans la section 4.1.3 entre un point initial  $\mathbf{p}^{(0)}$  pour aller vers un point final  $\mathbf{p}^{(f)}$  de telle sorte qu'elle atteigne une vitesse maximale  $\max \|\dot{\mathbf{p}}\| = v_e$ . On définit  $s(t)$  une loi de mouvement construite pour atteindre la vitesse désirée  $v_e$  à partir d'une fonction polynomiale de degré 5 évoluant entre 0 et 1. La trajectoire  $\mathbf{p}(t)$  est définie à partir de la fonction  $s$  selon l'équation suivante :

$$\mathbf{p}(t) = s(t)(\mathbf{p}^{(f)} - \mathbf{p}^{(0)}) + \mathbf{p}^{(0)} \quad (4.38)$$

On cherche à obtenir une trajectoire  $\mathbf{p}_s(t)$  tenant compte de la dynamique de notre système pour éviter les oscillations de notre mécanisme. Par la suite, on cherche à obtenir la trajectoire moteur  $\mathbf{q}_a(t)$  permettant d'obtenir la trajectoire  $\mathbf{p}_s(t)$  au niveau de l'effecteur.

#### a) Implémentation de l'Input Shaper

L'input shaper est appliqué sur la loi de mouvement  $s(t)$ .  $s_s$  est la convolution en cascade de  $s$  avec deux séries d'impulsions d'amplitudes  $A_i$  au temps  $t_i$  correspondant aux pulsations propres  $\omega_1$  et  $\omega_2$  de notre mécanisme. Celles-ci sont définies dans la suite de ce paragraphe.

On pourra alors reconstruire la trajectoire de la manière suivante :

$$\mathbf{p}_s(t) = s_s(t)(\mathbf{p}^{(f)} - \mathbf{p}^{(0)}) + \mathbf{p}^{(0)} \quad (4.39)$$

où  $\mathbf{p}_s$  représente la trajectoire filtrée.

On remarquera que, dans le cas où aucun input shaper n'est implémenté, on a  $s = s_s$ , et seule la dynamique inverse du robot est appliquée pour obtenir les angles moteurs (voir plus loin dans le paragraphe 4.2.2.d). Cette méthode de génération de trajectoire sera référée dans la suite par l'abréviation DM, pour «Dynamic Model».

#### b) Calcul des fréquences d'oscillation du robot R-MIn

Pour pouvoir appliquer l'input shaping, il est nécessaire de déterminer les fréquences propres d'oscillation de notre mécanisme.

Pour commencer, il est nécessaire d'avoir les équations de la dynamique libre de notre mécanisme. On rappelle que, d'après l'équation (4.9), l'équation de la dynamique libre de notre mécanisme est donnée par :

$$\mathbf{0} = \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q}_g)\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{M}_{22}(\mathbf{q}_g)\ddot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{c}_2(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g) \quad (4.40)$$

On se place dans le cas de petites déformations autour de l'équilibre du robot, avec les moteurs bloqués grâce au contrôleur. L'amortissement de notre robot est dépendant des frottements, du contrôle et de la dynamique du système. Le calcul de l'amortissement n'a pas été réalisé dans le cadre de la présente étude. Une valeur d'amortissement est cependant nécessaire à l'application de l'input shaping. C'est pourquoi une forme d'amortissement simple est supposée dans la suite et les équations qui suivent sont dérivées de manière à être compatibles avec un coefficient d'amortissement égal à  $\zeta = 0.7$ . On vérifiera par la suite expérimentalement si cette hypothèse permet de réduire efficacement les oscillations. La dynamique du système est alors réécrite sous la forme :

$$\mathbf{0} = \mathbf{M}_{22}\ddot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{C}_{22}d\dot{\mathbf{q}}_u + \frac{\partial \mathbf{c}_2}{\partial \mathbf{q}_u} d\mathbf{q}_u \quad (4.41)$$

avec  $\mathbf{C}_{22}$  la matrice d'amortissement supposée pour la dynamique libre du robot. Cette matrice est définie de façon à ce que l'amortissement précédemment supposé soit valide et sera définie à la fin de cette section.

Cette équation peut être écrite en fonction de la sous-matrice  $\mathbf{K}_{22}$  de la matrice de raideur  $\mathbf{K}$  sous la forme :

$$\mathbf{0} = \mathbf{M}_{22}\ddot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{C}_{22}d\dot{\mathbf{q}}_u + \mathbf{K}_{22}d\mathbf{q}_u \quad (4.42)$$

La matrice donnant les pulsations propres de notre système est définie par :

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{22} \quad (4.43)$$

On peut alors obtenir les pulsations propres de notre système  $\omega_l$  avec  $l = \{1, 2\}$  en trouvant les valeurs propres  $\mu_l$  de la matrice  $\mathbf{\Omega}$  et on a :

$$\omega_l = \sqrt{\mu_l} \quad (4.44)$$

La diagonalisation de la matrice  $\mathbf{\Omega}$  permet de définir la matrice de passage  $\mathbf{P}_\Omega$  qui définit les modes de vibration du système et on a alors :

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{P}_\Omega \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix} \mathbf{P}_\Omega^{-1} \quad (4.45)$$

$$\mathbf{C}_{22} = \mathbf{M}_{22} \mathbf{P}_\Omega \begin{pmatrix} \frac{2\zeta}{\mu_1^2} & 0 \\ 0 & \frac{2\zeta}{\mu_2^2} \end{pmatrix} \mathbf{P}_\Omega^{-1} \quad (4.46)$$

Cette forme théorique de l'équation de la dynamique passive de notre robot va permettre d'appliquer l'Input Shaping à notre mécanisme.

### c) Analyse des fréquences d'oscillation du mécanisme

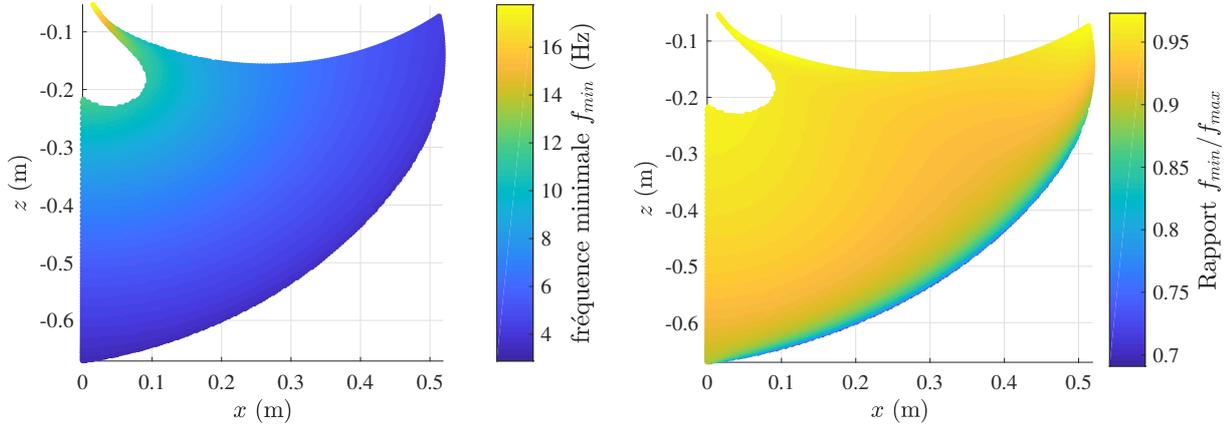
Pour pouvoir appliquer l'Input Shaping sur le robot R-MIn, la première étape a été de calculer les fréquences d'oscillation du robot R-MIn. Il est possible d'analyser les valeurs des fréquences propres dans l'espace de travail. La figure est décomposée pour faire apparaître la fréquence d'oscillation minimale en figure 4.7(a) (le cas le plus critique) et le rapport entre fréquence minimale et maximale sur la figure 4.7(b). On remarque que les fréquences d'oscillation du mécanisme augmentent lorsque l'on se rapproche de l'origine du repère robot, cela est dû à une augmentation de la raideur statique du robot dans cette région. On remarque aussi que les deux fréquences d'oscillation sont très proches dans l'ensemble de l'espace de travail à l'exception du voisinage de la singularité sérielle située en bas de l'espace de travail.

Sur la trajectoire donnée dans la section 4.1.3, les fréquences d'oscillation ne varient qu'assez peu, et les valeurs moyennes de 5.95 Hz et 6.5 Hz ont été retenues pour les deux pulsations propres du mécanisme et l'application de l'input shaper.

### d) Génération de la trajectoire moteur à partir de la trajectoire de l'effecteur pour le robot R-MIn

L'objectif est maintenant d'obtenir la trajectoire au niveau des moteurs du robot pour obtenir la trajectoire désirée au niveau de l'effecteur, satisfaisant à la fois la cinématique et la dynamique du robot.

Cela est fait en utilisant les équations de la cinématique d'ordre 2 dérivées des équations de fermeture de boucle du robot ainsi que par l'utilisation de la dynamique libre du robot



(a) Valeur des fréquences propres minimales du mécanisme tenant compte de la raideur du contrôleur. (b) Ratio entre fréquences de vibration minimales et maximales.

FIGURE 4.7 – Représentation des fréquences propres du prototype R-MIn dans l'espace de travail. Les paramètres du robot correspondent à ceux donnés sur le tableau 4.1 avec une raideur de la barre de précharge de  $k_t = 111.2$  N/m.

de l'équation (4.10). On obtient une relation linéaire exprimant  $\ddot{\mathbf{q}}_a$  et  $\ddot{\mathbf{q}}_u$  en fonction de  $\ddot{\mathbf{p}}_s$  et des positions et vitesses du robot ( $\mathbf{q}_g$  et  $\dot{\mathbf{q}}_g$ ).

Les positions  $\mathbf{q}_a$ ,  $\mathbf{q}_u$  et les vitesses  $\dot{\mathbf{q}}_a$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_u$  sont ensuite obtenues par intégration à l'aide d'un solveur Runge-Kutta explicite d'ordre (4,5) et d'une interpolation avec un polynôme d'interpolation hermitien et cubique par morceaux. La condition initiale de la configuration du robot  $\mathbf{q}_g^{(0)} = [\mathbf{q}_a^{(0)} \ \mathbf{q}_u^{(0)}]$  est obtenue à partir du modèle géométrico-statique inverse connaissant la position initiale de l'effecteur  $\mathbf{p}^{(0)}$  et considérant les vitesses initiales nulles  $\dot{\mathbf{q}}_g^{(0)} = \mathbf{0}$ .

### 4.2.3 Application de l'Input Shaping sur le robot R-MIn.

#### a) Protocole expérimental

La trajectoire de référence sur laquelle est défini l'input shaping est la même que celle de la partie 4.1.3. La trajectoire part du point  $\mathbf{p}^{(0)} = [0.15 \ -0.466]^T$  et se termine au point  $\mathbf{p}^{(f)} = [-0.15 \ -0.466]^T$ . Cette trajectoire de référence a une durée de 0.376 s. Le contrôle appliqué sur le robot est, lui aussi, le même que celui présenté dans la partie 4.1.2. Les différentes méthodes d'input shaping sont implémentées en prenant les fréquences propres

5.95 Hz et 6.5 Hz et un amortissement égal à  $\zeta = 0.7$ . Le mouvement du robot est mesuré à l'aide de la caméra haute fréquence.

### b) Évaluation expérimentale du suivi de trajectoire

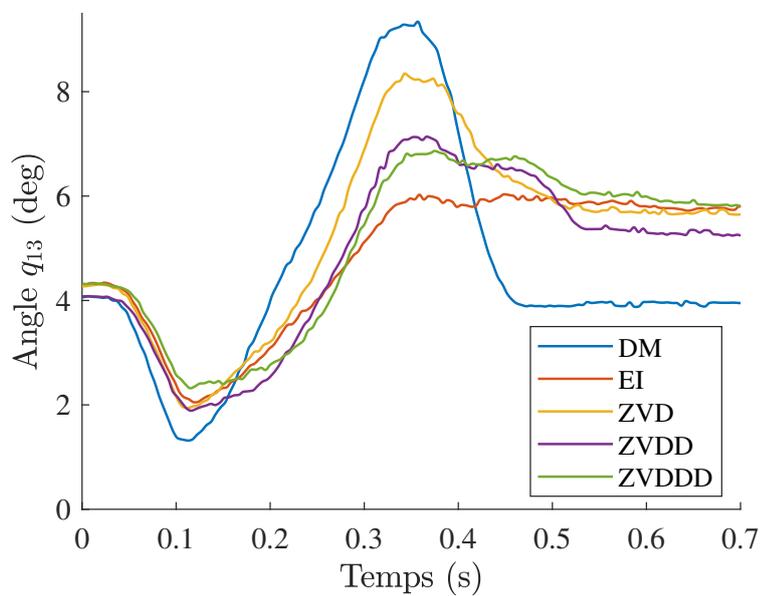
On cherche maintenant à vérifier expérimentalement que les méthodes mises en place permettent de réduire les oscillations sur notre mécanisme.

Il a tout d'abord été décidé d'observer l'évolution des angles passifs lors de la réalisation des trajectoires. Intuitivement, si la trajectoire ne fait pas intervenir les modes de vibrations du robot, ces angles doivent avoir une amplitude moindre pendant le mouvement et ne plus varier à l'issue de la trajectoire. Les valeurs de ces angles sont tracées pour les scénarios résultant de la trajectoire moteur obtenue par le modèle dynamique inverse simple (DM), ou avec les différentes méthodes d'input Shaping (EI, ZVD, ZVDD, ZVDDD) sur la figure 4.8. La figure 4.8(a) correspond à l'oscillation de l'angle  $q_{13}$  et la figure 4.8(b) correspond à l'oscillation de l'angle  $q_{23}$ .

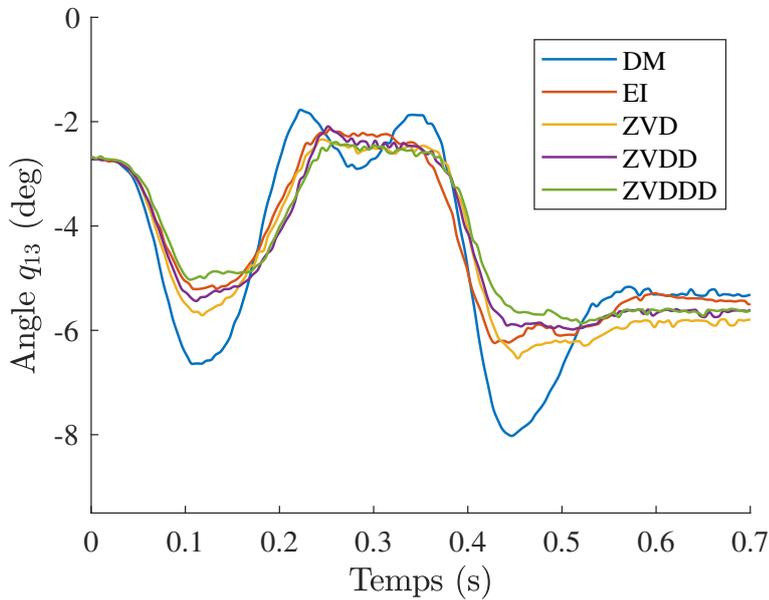
On observe que la méthode DM entraîne le plus d'oscillation de l'angle  $q_{13}$ , atteignant 9 deg et  $q_{23}$  atteignant  $-8$  deg. L'angle passif  $q_{13}$  se stabilise rapidement mais pas  $q_{23}$  qui ne se stabilise qu'après 0.52 s. On peut voir que l'amplitude maximale de  $q_{13}$  décroît progressivement avec les méthodes ZVD, ZVDD, ZVDDD, passant de 8.1 deg à 6.5 deg. Les temps de convergence vers une situation stable sont similaires et autour de 0.51 s. Les résultats sont très proches pour ces trois méthodes si on regarde l'autre variable passive  $q_{23}$  (4.8(b)) qui semble se stabiliser très tôt vers 0.42 s. La méthode EI entraîne une oscillation plus faible de l'angle  $q_{13}$  se stabilisant à la valeur maximale de 5.9 deg dès 0.35 s. La méthode EI entraîne cependant un mouvement de  $q_{23}$  très semblable à ceux obtenus par les autres méthodes d'input shaping 4.8(b).

Avant de pouvoir conclure sur les différentes méthodes, il nous a semblé utile de s'intéresser à l'erreur de positionnement de l'effecteur qui est montrée en figure 4.9. On y voit l'erreur selon l'axe  $\mathbf{x}$  sur la figure 4.9(a) et selon l'axe  $\mathbf{z}$  sur la figure 4.9(b).

On fait remarquer ici que la consigne selon l'axe  $\mathbf{z}$  est toujours la même quelle que soit la méthode puisqu'elle est égale à zéro pour tout temps. Les amplitudes de ces erreurs sont dépendantes de l'erreur de suivi au niveau des moteurs ainsi que celle due aux erreurs de prédiction de la dynamique interne du mécanisme et de calibration (caméra et robot). Il faut donc comparer ces courbes en terme d'amplitude maximale.

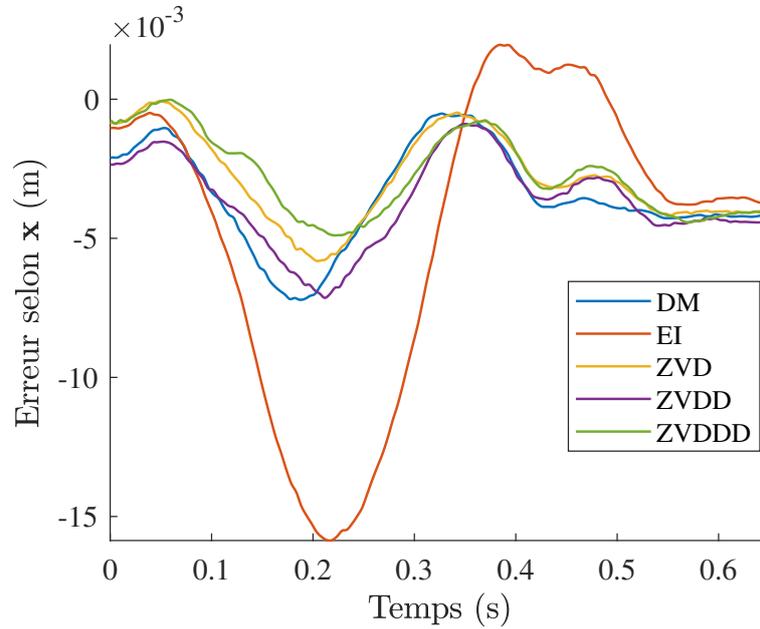


(a) Évolution du premier angle passif  $q_{13}$ .

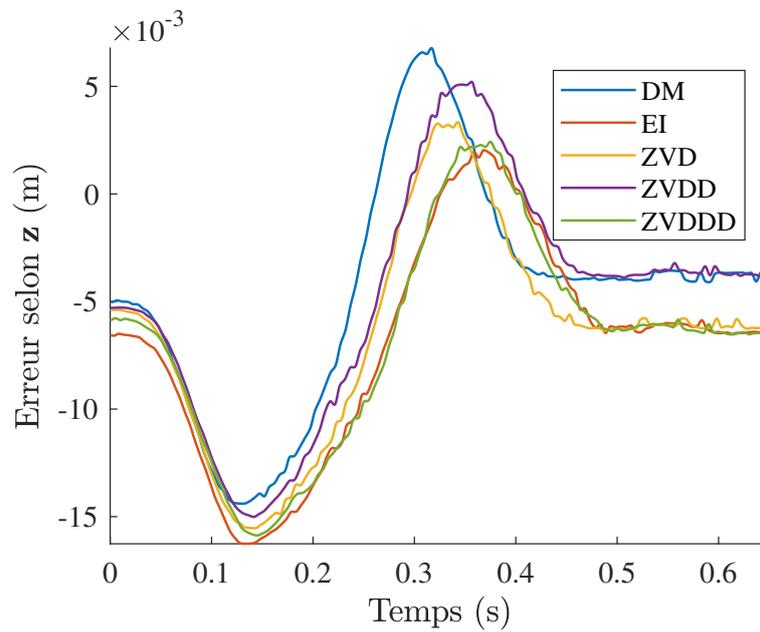


(b) Évolution du second angle passif  $q_{23}$ .

FIGURE 4.8 – Suivi de trajectoire réalisée avec le robot R-MIn.



(a) Erreur de positionnement de l'effecteur entre trajectoire commandée et trajectoire réelle projetée selon l'axe  $x$ .



(b) Erreur de positionnement de l'effecteur entre trajectoire commandée et trajectoire réelle projetée selon l'axe  $z$ .

FIGURE 4.9 – Comparaison du suivi de trajectoire réalisé avec le robot R-MIn obtenu avec différentes méthodes d'input shaping.

On remarque alors que la méthode EI entraîne une erreur plus importante que les autres méthodes selon l'axe  $\mathbf{x}$  allant jusqu'à  $-15.5$  mm. C'est aussi elle qui entraîne un temps de convergence le plus grand avec un temps de  $0.54$  s. Toutes les autres méthodes sont très similaires. La méthode entraînant le temps de convergence le plus court vers la trajectoire désirée est la méthode DM qui converge en  $0.42$  s alors que les autres convergent en  $0.5$  s.

Finalement, on peut conclure que le fait d'implémenter un input shaper entraîne bien une réduction des oscillations du mécanisme. Prendre un input shaper d'ordre supérieur entraîne une réduction d'autant plus importante des oscillations, permettant de filtrer les erreurs de modélisation. La méthode EI est encore davantage robuste, entraînant des oscillations des variables passives encore plus faibles. La méthode DM entraîne un temps de convergence plus faible au prix d'oscillations plus importantes qui sont dangereuses pour un opérateur. L'ajout d'un input shaper dans la définition de la trajectoire a induit un retard sur la définition de la trajectoire initiale qui a finalement entraîné un temps de convergence plus grand vers la position voulue.

Dans la suite, il a été décidé de ne pas implémenter les input shapers lors des expérimentations d'impacts, car l'objectif sera d'évaluer les risques mécaniques. La méthode DM permet de se rapprocher au mieux d'une vitesse d'impact reproductible et indépendante de la trajectoire ou du robot. On peut cependant affirmer qu'ajouter un input shaper permet de réduire les oscillations du robot. Cette réduction des oscillations permet une meilleure maîtrise du mouvement des articulations passives du robot et réduira ainsi les risques pour les opérateurs travaillant à proximité du robot collaboratif R-MIn.

## Conclusion

Nous avons présenté le modèle dynamique du robot R-MIn et l'avons validé expérimentalement sur un prototype dédié. Ce modèle a été utilisé pour implémenter un contrôleur de couple calculé modifié et a montré de bonnes performances de suivi malgré la nature sous-actionnée de ce robot.

De plus différentes méthodes d'input shaping ont été présentées puis testées expérimentalement. Il a été montré qu'il était possible de réduire les oscillations des articulations passives du robot R-MIn tout en gardant une trajectoire dynamique. Cette méthode permet donc d'assurer des mouvements plus sûrs pour des opérateurs qui pourraient travailler à proximité de ce type de robot.

Sachant contrôler le robot, il va maintenant être possible d'analyser la sécurité du robot en réalisant des essais d'impacts. La dynamique du robot présenté pourra aussi permettre d'analyser la sécurité en simulation.



# ANALYSE EXPÉRIMENTALE DES PERFORMANCES EN SÉCURITÉ DU ROBOT R-MIN

---

Dans cette section, nous présentons tout d'abord le dispositif expérimental qui sera utilisé afin d'analyser les performances en sécurité du robot R-Min et de les comparer à celles du mécanisme à cinq barres. Conformément aux recommandations de la spécification [ISO/TS15066, 2016], nous utiliserons la force d'impact maximale comme critère de sécurité et nous la mesurerons à l'aide d'un Dispositif de Mesure de la Force d'Impact (DMFI), présenté dans la suite. Ce DMFI permet d'imiter les propriétés bio-mécaniques des différentes parties du corps humain, dans le cas d'un impact contraint (c'est-à-dire lorsque le corps humain est coincé entre le robot et un mur ou le sol).

Plusieurs scénarios d'impact sont réalisés afin d'évaluer les effets de différents paramètres sur la force d'impact, tels que la configuration du robot, l'emplacement de l'impact sur le robot (au niveau de l'effecteur ou au milieu du bras distal), la vitesse de l'effecteur, la partie du corps humain impactée ou la raideur du ressort de précharge.

On conclura cette partie en proposant un modèle dynamique du DMFI et du contact permettant d'obtenir les efforts d'impacts en simulation. L'application de ce modèle permet une comparaison entre le modèle et tous les résultats expérimentaux, confirmant que le modèle peut être utilisé à des fins de conception, voire de commande.

## 5.1 Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué de deux robots, un prototype de R-MIn présenté dans la section 4.1.3 et son mécanisme à cinq barres équivalent, c'est-à-dire avec des propriétés géométriques et inertielles équivalentes. Nous utilisons un DMFI conçu spécialement pour mesurer les forces d'impact en reproduisant les caractéristiques bio-mécaniques de la partie du corps impactée. Ces équipements sont détaillés dans les sections suivantes.

Une caméra haute fréquence nous permet de mesurer la configuration instantanée du robot et d'obtenir numériquement ses dérivées temporelles (voir la section 4.1.3.a pour la caméra).

### 5.1.1 Description du mécanisme à cinq barres comparé au robot R-MIn

Afin de comparer de manière équitable les performances en sécurité du robot R-MIn avec le mécanisme à cinq barres, nous n'avons pas réalisé un nouveau robot, mais avons apporté quelques modifications au robot R-MIn pour obtenir un mécanisme à cinq barres. Nous avons ainsi retiré le système de précharge et utilisé des pièces mécaniques conçues dans le but de verrouiller les articulations passives situées aux points  $O_{i3}$  (voir figure 5.1). Ces pièces mécaniques n'ont pas été enlevées pour le robot R-MIn, la fonction de verrouillage étant désactivée. Cette solution nous permet d'obtenir deux robots aux dimensions, aux inerties et à la géométrie de contact comparables. Les propriétés géométriques et inertielles du mécanisme à cinq barres obtenu sont fournies dans le tableau 5.1.

Afin d'évaluer l'effet de la raideur sur la sécurité, deux ensembles interchangeables de ressorts de traction sont utilisés sur le robot R-MIn : (a) avec une raideur totale  $k_t = 111.2$  N/m et une longueur libre  $\ell_0 = 0.08265$  m ou (b) avec une raideur totale  $k_t = 239.2$  N/m et une longueur libre  $\ell_0 = 0.10249$  m. Le robot R-MIn obtenu en utilisant l'ensemble de ressorts le plus rigide est appelé R-MIn<sup>+</sup>, tandis que le robot obtenu avec l'autre ensemble de ressorts sera toujours appelé R-MIn.

Le robot R-MIn est contrôlé à l'aide de la stratégie donnée dans la section 3.2.1.c, tandis que le mécanisme à cinq barres est contrôlé à l'aide d'une commande à couples calculés standard [KHALIL et DOMBRE, 2002]. De plus, dans le contrôleur, une détection d'impact a été installée pour éviter les impacts répétitifs. Dès qu'un impact est détecté, le contrôleur

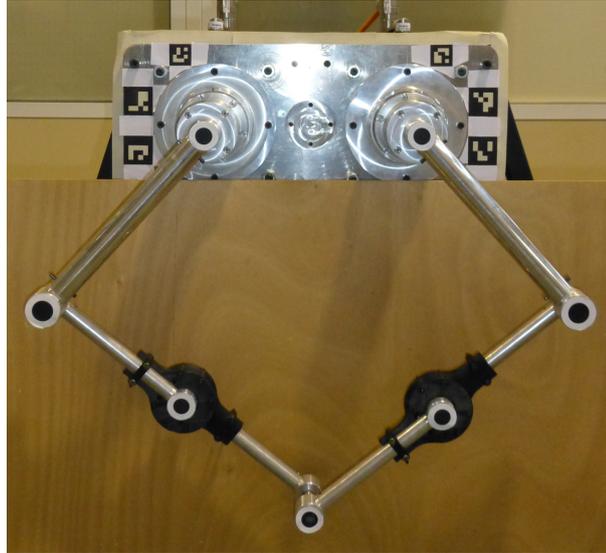


FIGURE 5.1 – Mécanisme équivalent à cinq barres, obtenu à partir du robot R-MIn où la barre de précharge est enlevée et où deux mécanismes de verrouillage sont introduits pour verrouiller les articulations passives situées sur les points  $O_{i3}$ .

TABLEAU 5.1 – Propriétés géométriques, inertielles et paramètres de conception du prototype du mécanisme équivalent à cinq barres.

Bras	Longueur	Masse	Inertie	CM
$(i; j)$	$\ell_{i,j}$ (m)	$m_{i,j}$ (kg)	$J_{i,j}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$x_{i,j}$ (m)
(1&2;1)	0.28	6.92	0.0348	0.0148
(1&2;2)	0.40	0.59	0.0348	0.213
$\ \overrightarrow{O_{11}O_{21}}\  = 0.25$ m				

génère des couples moteurs qui compensent uniquement les effets de la gravité. Ainsi, après un impact, le robot poursuit son mouvement du fait des effets inertiels, mais l'erreur en suivi n'est plus corrigée.

### a) Détection de l'impact

Trois méthodologies distinctes ont été utilisées pour détecter l'impact, car elles sont complémentaires. La première méthodologie consiste à détecter l'impact en utilisant les couples estimés à partir de l'accélération du robot. Ceci permet d'éviter que les couples moteurs n'augmentent trop rapidement. La seconde consiste à vérifier que l'erreur de suivi n'augmente trop, ce qui entraînerait un mouvement non désiré. La troisième méthodologie est une sécurité qui permet d'être sûr que l'impact est détecté en utilisant notre connaissance du temps d'impact.

**i) Estimation des couples** Les bras distaux sont supposés être alignés pour l'estimation du couple. La valeur actuelle de l'accélération des articulations passives situées aux points  $O_{i2}$  ( $i \in (1, 2)$ )  $\ddot{\mathbf{q}}_u^e$ <sup>1</sup> est estimée à partir de la configuration et de la vitesse réelles du robot et de l'accélération souhaitée  $\ddot{\mathbf{q}}_a^*$  comme :

$$\ddot{\mathbf{q}}_u^e = \mathbf{J}_d^e \ddot{\mathbf{q}}_a^* + \dot{\mathbf{J}}_d^e \dot{\mathbf{q}}_a^* \quad (5.1)$$

où  $\mathbf{J}_d^e$  est la matrice Jacobienne reliant la vitesse des articulations passives  $\dot{\mathbf{q}}_u^e$  aux vitesses moteurs dans le cas du mécanisme à cinq barres.

À partir de cette hypothèse, on obtient la valeur du couple à partir du modèle dynamique, équation (4.9), le frottement étant négligé.

$$\boldsymbol{\tau}_{activ} = \mathbf{M}_{11} \ddot{\mathbf{q}}_a^* + \mathbf{M}_{12} \ddot{\mathbf{q}}_u^e + \mathbf{c}_1 \quad (5.2)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{passiv} = \mathbf{M}_{21} \ddot{\mathbf{q}}_a^* + \mathbf{M}_{22} \ddot{\mathbf{q}}_u^e + \mathbf{c}_2 \quad (5.3)$$

---

1. L'exposant <sup>e</sup> est ici pour signifier que la valeur de cet angle est estimée dans le cadre d'une géométrie équivalente à celle du mécanisme à cinq barres.

Nous vérifions ensuite que l'erreur en couple  $e_\tau$ , définie ci-dessous, est inférieure à 10 Nm. Cette valeur a été choisie par essai erreur pour bien détecter le contact :

$$e_\tau = \max(|\boldsymbol{\tau}_{activ} - \boldsymbol{\tau}|, |\boldsymbol{\tau}_{passiv}|) \quad (5.4)$$

**ii) Erreur de suivi** La deuxième méthodologie consiste simplement à vérifier que l'erreur de suivi  $e_a = \max(|\mathbf{q}_a - \mathbf{q}_a^*|)$  est inférieure à 5 deg. Cette valeur a aussi été choisie par essai erreur.

**iii) Mise en sécurité par temps d'impact** Enfin, pour être sûr d'avoir une comparaison équitable entre le mécanisme à cinq barres et le robot R-MIn (aucun capteur n'est présent sur l'articulation distale du R-MIn pour faciliter l'expérience), une condition temporelle est ajoutée. Comme nous savons quand le contact se produira dans notre cas spécifique, le robot est réglé en mode de compensation  $0.55t_f$  après le début de la trajectoire,  $0.5t_f$  étant le temps d'impact supposé. Cette méthodologie ne pourrait pas être appliquée dans le cas où l'on ne saurait pas quand l'impact va avoir lieu.

Ce critère n'était, au départ, pas implémenté et les deux critères précédents étaient suffisants pour détecter l'impact, même dans le cas du robot R-MIn avec l'hypothèse des bras distaux alignés. Cependant, on s'est aperçu lors des premiers essais que la détection se faisait beaucoup plus tard dans le cas de l'impact du robot R-MIn impactant les avant-bras en comparaison du cas du mécanisme à cinq barres, ce qui empêchait une comparaison équitable entre les deux robots. Pour un robot sous-actionné, il faudrait donc, soit mettre davantage de capteurs, soit investiguer davantage le comportement du contrôleur, pour mieux détecter les impacts. L'implémentation d'encodeurs sur les articulations passives pour le robot R-MIn serait certainement efficace.

### 5.1.2 Dispositif de Mesure de la Force d'impact (DMFI)

Pour évaluer la sécurité d'une cellule robotique collaborative, il est nécessaire de mesurer les forces de contact pour diverses situations d'impact qui dépendent, parmi plusieurs paramètres, de la partie du corps humain susceptible d'être impactée. Ceci peut être réalisé expérimentalement en suivant le protocole donné dans [COVR, 2021a] et en utilisant un DMFI dédié. Ce protocole recommande également de mesurer la pression pendant le contact, cependant, étant donné que les présents travaux se concentrent sur l'effet de

l'architecture du robot sur la sécurité et non sur la géométrie locale du robot où le contact a lieu, nous n'avons pas mesuré la pression et avons seulement analysé la force de contact.

Ce DMFI permet d'imiter les propriétés bio-mécaniques de différentes parties du corps en cas d'impact contraint, telles que la raideur de la partie du corps impactée et les propriétés non-linéaires de la peau. La spécification [ISO/TS15066, 2016] définit la raideur de 29 parties du corps et un document de la DGUV [DGUV, 2017] détaille les duretés en surface pour les parties correspondantes.

Nous avons conçu notre propre DMFI (voir figure 5.2 et 5.3) en suivant les recommandations données dans [COVR, 2021a ; DGUV, 2017]. Il est constitué des parties suivantes :

- un impacteur de masse  $m_p$  relié au sol par une articulation prismatique,
- un ensemble de trois mousses interchangeables de dureté Shore A et d'épaisseur différentes  $\ell_f$  (cet ensemble a été fourni par la société Pilz),
- un ensemble de trois ressorts interchangeables de raideurs différentes  $k_h$ ,
- un capteur de force Delta IP 68, avec une plage de mesure de 1980 N le long de la direction de l'impact, une résolution de 0.5 N, une fréquence d'acquisition des données de 7 kHz. Le signal est filtré avec un filtre passe-bas de type Butterworth d'ordre 4 avec une fréquence de coupure à 3 dB de 1 kHz conformément aux recommandations de [DGUV, 2017],
- une table de positionnement rigide pour positionner le capteur de force par rapport au châssis du robot.

La mousse et le ressort ont été choisis pour correspondre aux propriétés de trois parties du corps différentes : le ventre, la jambe et la tête, comme indiqué dans le tableau 5.2. Ces trois parties du corps ont été choisies parce qu'elles représentent la gamme de raideurs du corps données dans la spécification [ISO/TS15066, 2016] de 10 à 150 N/mm et utilisent les trois mousses différentes possibles. Comme le montre le tableau 5.2, les raideurs des ressorts sélectionnés dans le catalogue du fabricant diffèrent des valeurs recommandées dans [ISO/TS15066, 2016] pour de multiples raisons liées à la conception mécanique. D'ailleurs, nous donnons la valeur identifiée de la raideur de chaque ressort plus loin dans ce chapitre, ce qui devrait mettre en garde le lecteur sur la validité des caractéristiques de raideur annoncées par les fabricants. Quoi qu'il en soit, notre objectif dans ce chapitre n'est

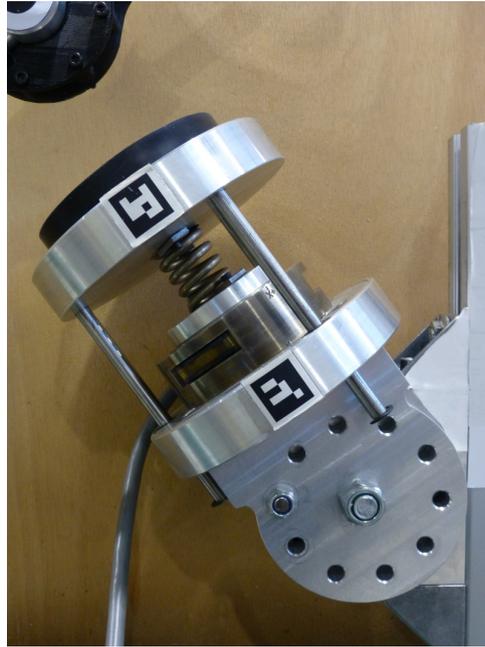


FIGURE 5.2 – Photo du DMFI conçu par nos soins, monté sur la table de positionnement.

pas d'évaluer la sécurité du robot R-MIn, mais seulement de comparer ses performances en sécurité par rapport au mécanisme à cinq barres.

## 5.2 Protocole expérimental

Dans ce qui suit, nous expliquons comment nous avons conçu notre expérience en détaillant les scénarios d'impact qui ont été sélectionnés pour les tests. L'objectif de cette expérience est de permettre la comparaison de R-MIn avec le mécanisme à cinq barres de manière à permettre d'évaluer l'intérêt d'introduire du sous-actionnement sur les performances en

TABLEAU 5.2 – Paramètres du DMFI utilisés dans les expériences.  $k_h^{man}$  est la raideur donnée par le fabricant, alors que  $k_h^{rec}$  est la raideur recommandée dans la spécification [ISO/TS15066, 2016].

Partie du corps impactée	dureté	$l_f$	$m_p$	$k_h^{man}$	$k_h^{rec}$
	ShA	mm	kg	$\text{N}(\text{mm})^{-1}$	$\text{N}(\text{mm})^{-1}$
ventre	10	21	1.72	11.3	10
haut de la jambe	30	14	1.64	43	50
crâne et front	70	7	1.57	116	150

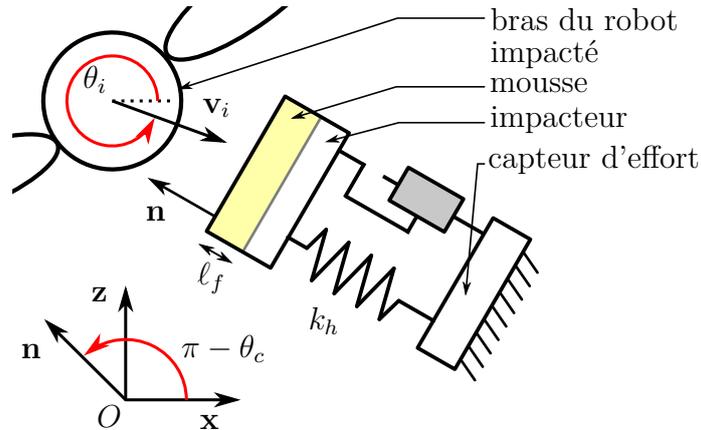


FIGURE 5.3 – Représentation schématique du DMFI.

sécurité. Nous voulons également analyser l'effet de plusieurs paramètres sur les forces d'impact, comme la configuration du robot au moment de l'impact et l'emplacement de l'impact sur le bras du robot (sur l'effecteur ou au milieu du bras distal). Nous introduisons donc quatre configurations d'impact (CI) de référence. À partir de ces configurations d'impact, de multiples scénarios d'impact sont définis afin d'évaluer l'effet des paramètres suivants sur les forces d'impact : la vitesse de l'effecteur, la partie du corps impactée et la raideur de la barre de précharge du robot R-MIn.

### 5.2.1 Définition des configurations d'impact

Nous introduisons ici quatre configurations d'impact de référence définies par la configuration du robot au moment de l'impact, la direction de la vitesse de l'effecteur et la localisation de l'impact sur le bras du robot. Ces configurations d'impact sont présentées sur la figure 5.4 et les configurations correspondantes au moment de l'impact obtenues expérimentalement sont représentées sur les figures 5.5(a), 5.5(b), 5.5(e) et 5.5(f). Ces configurations d'impact peuvent être résumées comme suit :

- La configuration «Co» correspond à un impact sur le bras distal (au milieu du bras 22 pour le mécanisme à cinq barres, sur  $O_{23}$  pour R-MIn), lorsque le robot est dans une configuration centrée (figure 5.4(a)),
- La configuration «Cp» correspond à un impact sur l'effecteur  $P$ , lorsque le robot est dans une configuration centrée (figure 5.4(b)),

TABLEAU 5.3 – Ensemble de paramètres définissant les quatre configurations d’impact de référence (CI). L’orientation de la vitesse d’impact  $\theta_i$  est calculée à partir de la configuration quasi-statique et peut varier légèrement pour le robot R-MIn en raison de la dynamique interne des articulations passives.  $t_c$  désigne le temps où le contact intervient.

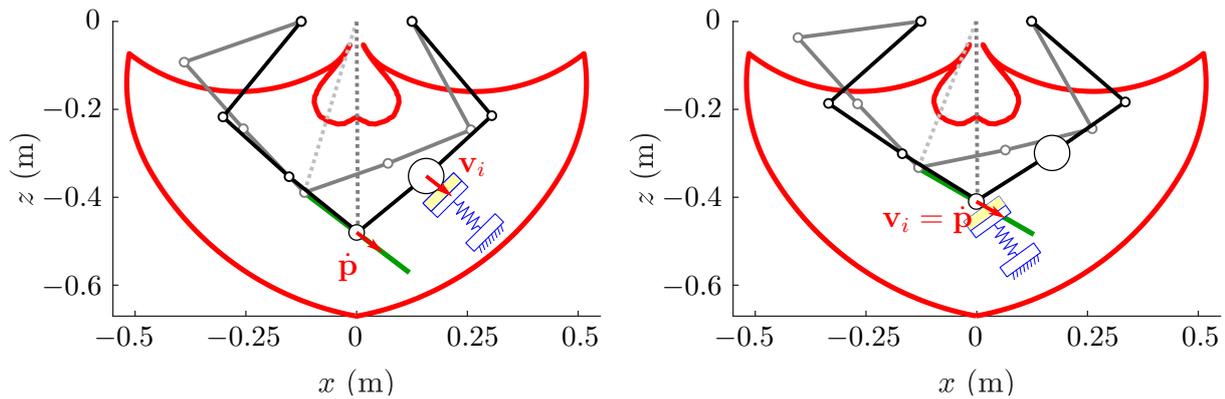
CI	$x(t_c)$	$z(t_c)$	$\theta_e$	$\theta_c$	$\theta_i$
	$m$	$m$	deg	deg	deg
Co	0	-0.48	-37.5	-45	-38.3
Cp	0	-0.41	-30	-54	-30
So	0.15	-0.46	0	-36	-7.7
Sp	0.15	-0.48	0	-36	0

- La configuration «So» correspond à un impact sur le bras distal (au milieu du bras 22 pour le mécanisme à cinq barres, sur  $O_{23}$  pour R-MIn), lorsque le robot est dans une configuration décentrée (figure 5.4(c)),
- La configuration «Sp» correspond à un impact sur l’effecteur  $P$ , lorsque le robot est dans une configuration décentrée (figure 5.4(d)).

Nous n’avons pas pris en compte l’impact sur le bras proximal (bras  $(i, 1)$ ), car nous supposons qu’un carter de protection approprié pourrait être conçu pour éviter tout contact avec le bras proximal du robot.

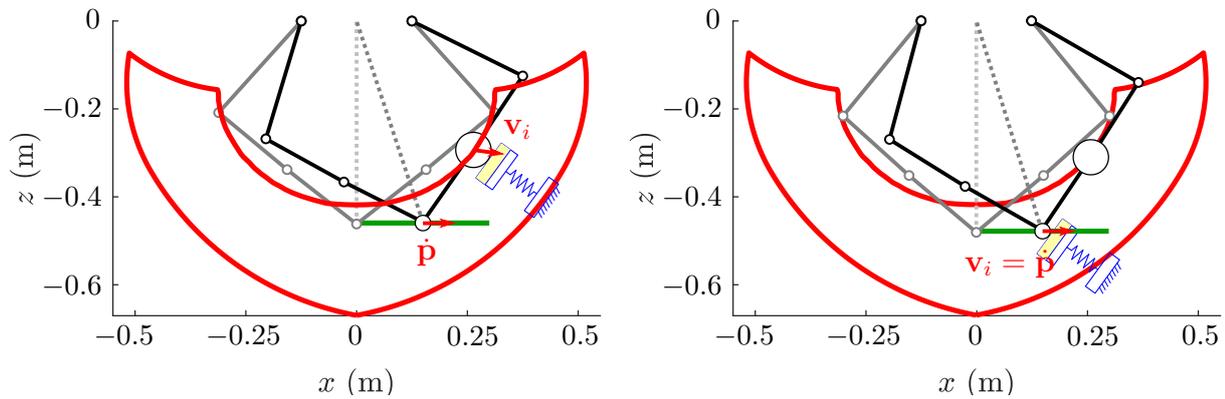
Dans les protocoles de collision fournis par le consortium COVR [COVR, 2021a, 2021b], il est recommandé de positionner le DMFI de telle sorte que la surface de la mousse soit normale à la direction de la vitesse du point de contact attaché au robot  $\mathbf{v}_i$ . Cependant, ce protocole est bien adapté aux robots sériels, lorsque l’impact se produit à l’extrémité du bras. Dans notre cas, en raison de l’architecture parallèle du robot et de son encombrement, nous avons décidé de positionner la direction du DMFI normale au bras distal au moment de l’impact, afin que le contact soit ponctuel et se fasse sur la surface de la mousse et non sur ses côtés. Cette précaution permet d’obtenir des conditions d’impacts reproductibles d’un essai à l’autre.

Le tableau 5.3 regroupe les principaux paramètres définissant chacune des quatre configurations d’impact, à savoir les coordonnées de l’effecteur au moment de l’impact, l’orientation du vecteur vitesse de l’effecteur  $\theta_e$ , l’orientation du DMFI  $\theta_c$  et l’orientation  $\theta_i$  du



(a) Configuration d'impact Co. dans l'espace de travail de R-MIn.

(b) Configuration d'impact Cp. dans l'espace de travail de R-MIn.



(c) Configuration d'impact So. dans l'espace de travail de R-MIn+.

(d) Configuration d'impact Sp. dans l'espace de travail de R-MIn+.

FIGURE 5.4 – Représentation de la configuration du robot au moment de l'impact (en noir) et au début de la trajectoire (en gris). La trajectoire est représentée en vert. L'espace de travail est représenté pour deux cas différents : (a-b) R-MIn et (c-d) R-MIn+. La vitesse de l'effecteur et celle du point d'impact, ainsi que l'emplacement du capteur, sont représentés pour chacune des quatre configurations d'impact de référence.

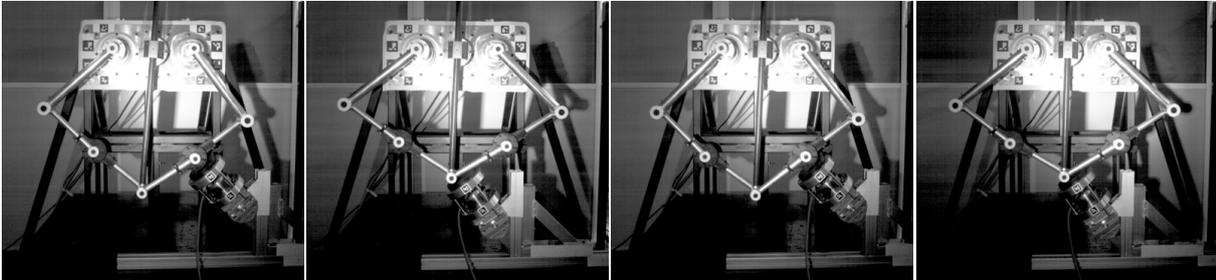
vecteur vitesse du point de contact. Ce dernier angle n'est pas mesuré, mais calculé à l'aide du modèle cinémato-statique donné dans la section 2.3.3.

### 5.2.2 Scénarios d'impact

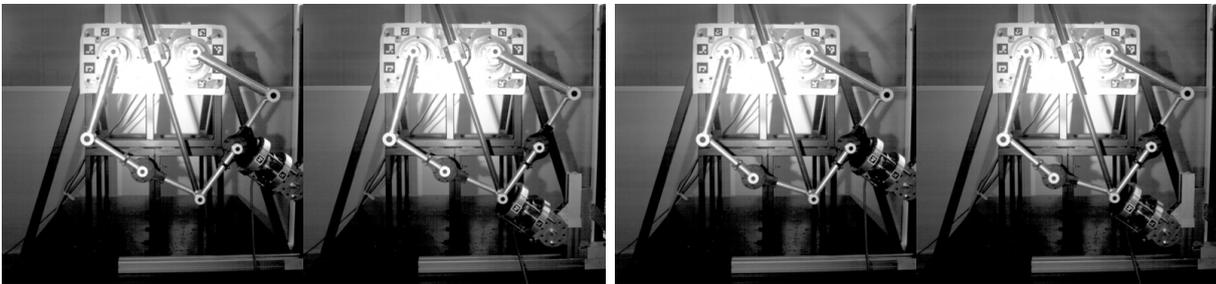
Le plan d'expérience est basé sur de multiples scénarios d'impact définis par le robot impacté sélectionné (R-MIn, R-MIn<sup>+</sup> ou le mécanisme à cinq barres), la partie du corps impactée (ventre, jambe ou tête du crâne) et la configuration d'impact sélectionnée (comme défini dans le tableau 5.3 et la figure 5.4). Les scénarios d'impact ont été sélectionnés afin de permettre la comparaison du robot R-MIn avec le mécanisme à cinq barres du point de vue de la sécurité et d'évaluer l'effet des paramètres suivants sur les forces d'impact : la configuration du robot, l'emplacement de l'impact sur le bras du robot, la partie du corps impactée (ventre, jambe ou tête), la raideur de la barre de précharge et la vitesse de l'effecteur.

Par conséquent, nous proposons le plan d'expériences suivant :

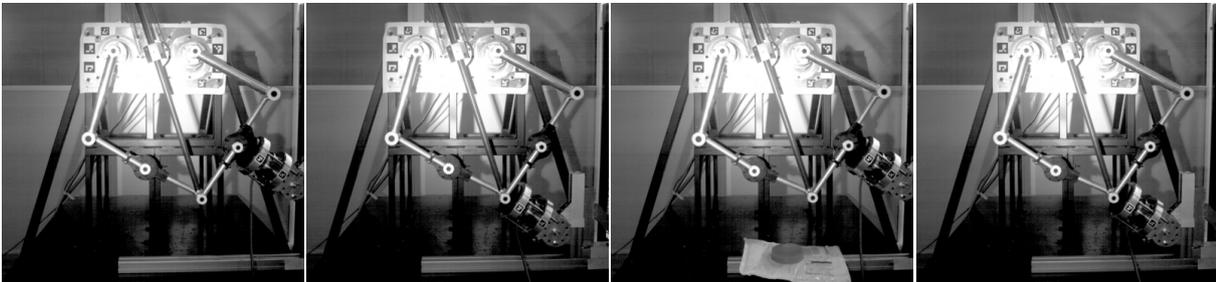
- Huit scénarios d'impact sont définis pour analyser l'effet sur les forces d'impact de la configuration du système au moment de l'impact. Le robot (R-MIn ou le mécanisme à cinq barres) impacte le DMFI réglé pour imiter la tête. Quatre configurations d'impact sont considérées : Co, Cp, So, Sp.
- Huit scénarios d'impact supplémentaires sont définis pour analyser l'effet sur les forces d'impact de la partie du corps impactée. Le robot impacte le DMFI avec deux réglages supplémentaires (ventre et jambe). Deux configurations d'impact sont considérées : Co, Cp.
- Deux scénarios d'impact supplémentaires sont définis pour analyser l'effet de la raideur du ressort de la barre de précharge sur les forces d'impact. Nous considérons donc la version R-MIn<sup>+</sup> du robot R-MIn qui utilise un ensemble de ressorts avec une plus grande raideur ( $k_t = 231.9 \text{ N/m}$ ). Ce robot est donc testé en impactant le DMFI dans deux configurations supplémentaires (ventre et jambe). Deux configurations d'impact sont considérées : So, Sp. Les configurations d'impact Co et Cp n'ont pas pu être testées pour R-MIn<sup>+</sup>, car les configurations correspondantes du robot ne sont pas dans l'espace de travail en raison des limitations des couples moteurs (voir figure 5.4).



(a) Conf. d'impact Co, (b) Conf. d'impact Cp, (c) Conf. d'impact Co, (d) Conf. d'impact Cp,  $v_e(t_c) = 1$  m/s.  $v_e(t_c) = 1$  m/s.  $v_e(t_c) = 2$  m/s.  $v_e(t_c) = 2$  m/s.



(e) Conf. d'impact So, (f) Conf. d'impact Sp, (g) Conf. d'impact So, (h) Conf. d'impact Sp,  $v_e(t_c) = 1$  m/s.  $v_e(t_c) = 1$  m/s.  $v_e(t_c) = 2$  m/s.  $v_e(t_c) = 2$  m/s.



(i) Conf. d'impact So, (j) Conf. d'impact Sp, (k) Conf. d'impact So, (l) Conf. d'impact Sp,  $v_e(t_c) = 1$  m/s avec R-MIn<sup>+</sup>.  $v_e(t_c) = 1$  m/s avec R-MIn<sup>+</sup>.  $v_e(t_c) = 2$  m/s avec R-MIn<sup>+</sup>.  $v_e(t_c) = 2$  m/s avec R-MIn<sup>+</sup>.

FIGURE 5.5 – (a-h) Photos du robot R-MIn au moment de l'impact pour chacune des quatre configurations d'impact (Co, Cp, So, Sp), pour deux vitesses différentes de l'effecteur  $v_e(t_c) \in \{1, 2\}$  m/s. (i-l) Photos de la version plus rigide du robot R-MIn (R-MIn<sup>+</sup>) au moment de l'impact pour deux configurations d'impact (So, Sp) et pour deux vitesses différentes de l'effecteur  $v_e(t_c) \in \{1, 2\}$  m/s.

- Les 18 scénarios d’impact définis précédemment sont réalisés en imposant trois vitesses différentes de l’effecteur au moment de l’impact  $v_e(t_c) = \{1, 1.5, 2\}$  m/s afin d’analyser son effet sur les forces d’impact.

Afin d’assurer la répétabilité des mesures obtenues, chaque scénario d’impact a été répété cinq fois pour une vitesse donnée de l’effecteur. Les résultats expérimentaux sont obtenus avec une bonne reproductibilité. En effet, nous avons calculé l’écart-type pour chaque scénario d’impact et obtenu un écart-type moyen de 1.7 % et un maximum de 4.0 % parmi tous les scénarios d’impact.

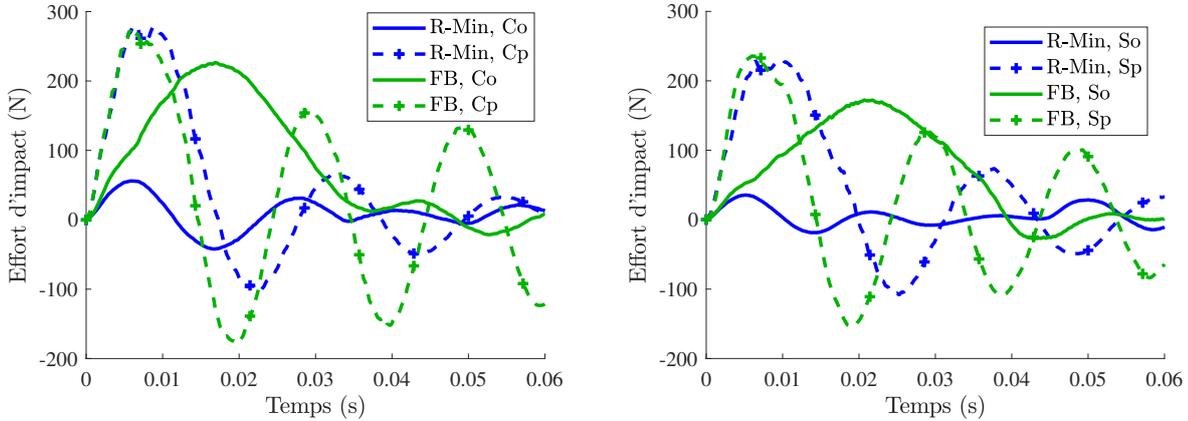
## 5.3 Résultats expérimentaux et analyse

Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus à partir du plan d’expériences présenté précédemment. Le profil temporel des forces d’impact a été enregistré pour chacun des 18 scénarios d’impact et chacune des trois vitesses de l’effecteur. Cela nous permet d’analyser l’effet de divers paramètres sur la force d’impact maximale, un critère de sécurité majeur cité dans la spécification [ISO/TS15066, 2016] et dans les protocoles d’essai [COVR, 2021a, 2021b]. L’effort quasi-statique, qui est un autre critère de sécurité important lorsqu’on considère un impact sous contrainte, n’a pas été retenu dans notre évaluation. En effet, dans notre montage expérimental, en raison de la détection d’impact implémentée dans le contrôleur et de la réaction consécutive appliquée sur les couples moteurs, l’effort quasi-statique est systématiquement nul.

### 5.3.1 Comparaison de R-MIn avec le mécanisme à cinq barres

Dans cette section, nous présentons les forces d’impact obtenues pour chacun des deux robots impactant avec le DMFI réglé pour imiter la tête avec une vitesse de l’effecteur de 1 m/s. Plusieurs configurations d’impact sont considérées (Co, Cp, So, Sp).

Comme on peut le voir sur la figure 5.6(a), lorsque l’impact se produit sur le bras distal, le robot étant dans une configuration centrée (configuration d’impact Co), la force d’impact maximale obtenue avec le robot R-MIn (56 N) est bien inférieure à celle obtenue avec le mécanisme à cinq barres (226 N). Dans ce cas, la force d’impact maximale est divisée par un rapport moyen de  $r = 4.0$ , calculé sur cinq expériences répétées. Il convient de noter que la durée de l’impact est également significativement plus faible pour le robot



(a) Profil de la force d'impact en considérant le robot dans une configuration centrée, impactant le bras distal (Co) et l'effecteur (Cp).

(b) Profil de la force d'impact en considérant le robot dans une configuration déportée impactant le bras distal (So) et l'effecteur (Sp).

FIGURE 5.6 – Comparaison des forces d'impact dues à un choc entre le robot R-MIn ou le mécanisme à cinq barres avec le DMFI, réglé pour imiter la tête et en considérant une vitesse de l'effecteur de 1 m/s. Les quatre configurations d'impact sont considérées (Co, Cp, So, Sp).

R-MIn, ce qui montre que l'énergie mécanique transmise à la partie du corps humain lors de l'impact est beaucoup plus faible pour le robot R-MIn.

Cependant, si l'on considère un impact au niveau de l'effecteur (Cp), les forces d'impact maximales sont très similaires pour R-MIn et le mécanisme à cinq barres (respectivement 280 N et 272 N). Dans ce cas, le rapport moyen obtenu est  $r = 0.94$ .

Des résultats similaires sont obtenus en considérant le robot dans une configuration décentrée (So, Sp) comme représenté sur la figure 5.6(b). Nous obtenons alors un rapport moyen  $r = 4.6$  lorsque l'impact se produit sur le bras distal (So) et  $r = 1.01$  lorsque l'impact se produit sur l'effecteur (Sp).

Ces résultats montrent que l'architecture sous-actionnée du robot R-MIn permet de réduire significativement la force d'impact lorsque l'impact se produit au milieu du bras distal en  $O_{23}$ , alors que la force d'impact peut augmenter légèrement lorsque l'impact se produit sur l'effecteur. Ce comportement du robot R-MIn peut être expliqué par le fait que, à l'instant précédant la collision, les bras distaux ( $i, 2$ ) et ( $i, 3$ ) sont presque alignés en raison de la tension appliquée dans la barre de précharge, le robot est donc très rigide au niveau de l'effecteur (presque aussi rigide que le mécanisme à cinq barres), alors qu'il est

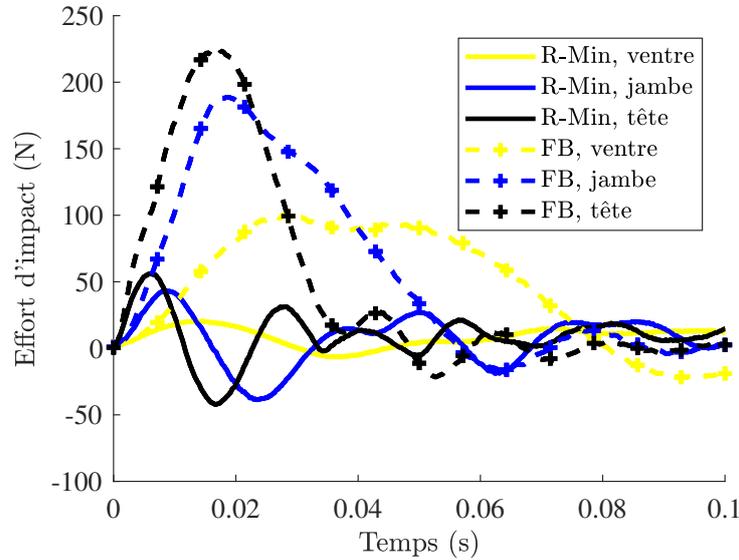


FIGURE 5.7 – Comparaison des forces dues à un impact entre le robot R-MIn ou le mécanisme à cinq barres, avec différents réglages du DMFI correspondant respectivement au ventre, à la jambe et à la tête. On considère la configuration d'impact  $Co$  et une vitesse de l'effecteur de 1 m/s au moment de l'impact.

très souple au niveau du coude  $O_{23}$  dans la direction normale aux bras distaux. La force d'impact obtenue au niveau de l'effecteur peut être légèrement supérieure pour le robot R-MIn, en raison de l'inertie supplémentaire du système de précharge. Cela est cohérent avec les résultats obtenus avec le modèle réduit donné dans le chapitre 3. La masse équivalente au point  $O_{23}$  est significativement plus faible avec le robot R-MIn (0.3, 0.3) kg qu'avec le mécanisme à cinq barres (4.6, 4.4) kg pour les configurations ( $Co$ ,  $So$ ) respectivement. La masse équivalente au point  $P$  pour un impact sur l'effecteur dans les configurations d'impact ( $Cp$ ,  $Sp$ ) est légèrement plus grande pour le robot R-MIn (1.4, 1.6) kg que pour le mécanisme à cinq barres (1.1, 1.2) kg à cause de la barre de précharge qui est supplémentaire pour le robot R-MIn. De plus, on a déjà montré que la raideur du robot R-MIn n'influence que peu l'impact.

Dans les deux sections suivantes, nous vérifions que ces résultats restent vrais pour différentes parties du corps impactées et différentes valeurs de vitesse de l'effecteur.

CI	ventre	jambe	tête
Co	5.2	4.2	4.0
Cp	0.97	0.89	0.94

TABLEAU 5.4 – Rapport entre la force d’impact maximale obtenue à l’aide du mécanisme à cinq barres et celle obtenue à l’aide du robot R-MIn dans des configurations centrées, présenté pour différentes parties du corps considérées. La valeur donnée est le rapport moyen obtenu sur cinq expériences répétées.

### 5.3.2 Effet du corps impacté sur les forces d’impact

Nous étudions maintenant l’effet sur les forces d’impact de la partie du corps impactée. Pour cela, trois réglages différents du DMFI sont considérés, afin d’imiter respectivement un impact contraint avec le ventre, la jambe et la tête (voir tableau 5.2). Les deux robots sont considérés dans une configuration centrée, impactant au milieu du bras distal (Co) ou sur l’effecteur (Cp), avec une vitesse de l’effecteur de 1 m/s.

Les profils temporels de la force d’impact correspondante sont présentés sur la figure 5.7 et montrent que la force d’impact maximale est significativement plus faible pour le robot R-MIn que pour le mécanisme à cinq barres pour chacune des trois parties du corps. Une raideur décroissante du DMFI induit une valeur décroissante de la force d’impact maximale à la fois pour R-MIn et pour le mécanisme à cinq barres. Le tableau 5.4 fournit une synthèse du rapport entre la force d’impact maximale utilisant le mécanisme à cinq barres et celle obtenue en utilisant R-MIn. En considérant la configuration d’impact Co, nous obtenons un rapport de 5.2 pour un impact sur le ventre, 4.2 sur la jambe et 4.0 sur la tête, montrant que le robot R-MIn a un effet très positif sur la sécurité dans ce cas. En considérant la configuration d’impact Cp, nous obtenons un rapport légèrement inférieur à un, comme observé dans la section précédente.

À titre de comparaison, les forces d’impact transitoires admissibles données dans la spécification [ISO/TS15066, 2016] sont, respectivement, de 260 N et 220 N pour la jambe et le ventre. Aucune valeur n’est donnée pour la tête, car il s’agit d’une zone critique avec laquelle tout contact doit être évité. Les résultats représentés sur la figure 5.7 montrent que le R-MIn permet d’obtenir des forces d’impact maximales qui sont significativement inférieures aux seuils admissibles pour la jambe et le ventre et, ainsi, permettrait de fonctionner à une vitesse plus élevée, alors que le mécanisme à cinq barres est déjà proche

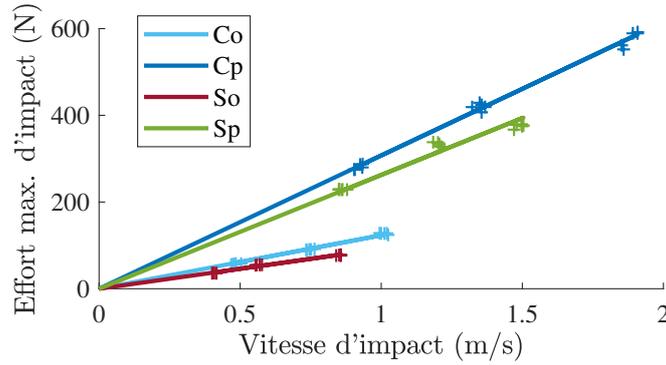


FIGURE 5.8 – Représentation de la force d’impact maximale en fonction de la vitesse du point d’impact en considérant le robot R-MIn percuteur la tête dans toutes les configurations d’impact de référence. Une régression linéaire est effectuée et montre un comportement linéaire de la force d’impact par rapport à la vitesse du point d’impact.

de la valeur maximale, en particulier pour la jambe. Toutefois, cette conclusion n’est pas vraie lorsque l’impact se produit sur l’effecteur.

### 5.3.3 Effet de la vitesse de l’effecteur sur les forces d’impact

Comme mentionné dans de multiples travaux précédents [HERBSTER et al., 2020; LAUZIER et GOSSELIN, 2015], il existe une relation linéaire entre la force d’impact maximale et la vitesse du point d’impact au moment de l’impact  $v_i(t_c)$ . Dans ce qui suit, nous montrons que cette relation linéaire est vérifiée pour chacun des 18 scénarios d’impact.

En effet, une régression linéaire passant par l’origine a été réalisée pour chaque scénario d’impact, en considérant les trois vitesses de l’effecteur  $v_e(t_c) = \{1, 1.5, 2\}$  m/s (voir figure 5.8). On rappelle que chaque scénario d’impact est mené cinq fois pour la vitesse de chaque effecteur, ce qui fournit 15 points pour la régression linéaire. Nous obtenons une erreur maximale sur la force d’impact maximale de 12.0 % en utilisant le modèle de régression linéaire, parmi tous les scénarios d’impact, avec un écart-type moyen de 3.7 %. Une fois cette relation linéaire déterminée pour chaque scénario, il devient facile de déterminer, par extrapolation, la vitesse de l’effecteur, en connaissant la force d’impact maximale admissible définie dans la spécification [ISO/TS15066, 2016].

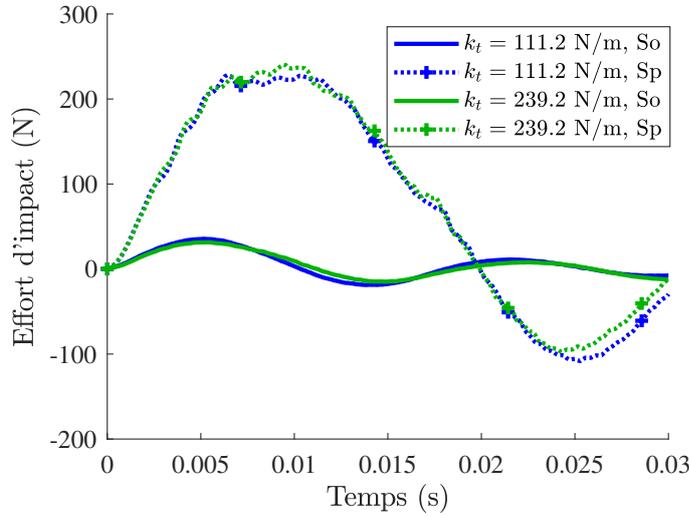


FIGURE 5.9 – Évaluation des influences de la raideur R-MIn sur le profil de la force d’impact avec une configuration latérale et un impact sur l’articulation passive et l’effecteur (scénario So et Sp), avec une vitesse contrôlée de  $v_e(t_c) = 1.0 \text{ m/s}$  et avec un DMFI correspondant à la tête.

### 5.3.4 Effet de la raideur du robot R-MIn

Il a été montré dans la Sec 2.3.3 que la raideur du ressort de la barre de précharge réduit la taille de l’espace de travail en raison des limitations de couple (figure 2.14), mais, en même temps, nous avons pu montrer qu’elle permet de réduire l’amplitude des oscillations des articulations passives  $q_{i3}$ . Dans cette section, nous analysons comment cela affecte les performances en sécurité du robot R-MIn.

Ainsi, nous comparons les forces d’impact obtenues avec deux versions du robot R-MIn (respectivement R-MIn et R-MIn<sup>+</sup>) en utilisant deux raideurs différentes du ressort de la barre de précharge respectivement  $k_t = 111.2 \text{ N/m}$  et  $k_t = 239.2 \text{ N/m}$ . Les configurations d’impact So et Sp sont considérées, avec le DMFI réglé pour imiter la tête et une vitesse de l’effecteur de  $1 \text{ m/s}$ .

Les résultats sont présentés sur la figure 5.9 et montrent que la raideur du système de précharge a un effet très négligeable sur la force d’impact, quelle que soit la localisation de l’impact sur le robot. On notera que ce résultat expérimental est en cohérence avec les résultats présentés dans le chapitre 3.2.4.

TABLEAU 5.5 – Rapport de la force d’impact maximale due à l’impact du mécanisme à cinq barres divisée par celle due à l’impact du robot R-MIn présenté dans des configurations décentrées, présenté pour différentes raideurs de précharge.

Ratio	$k_t = 111.2 \text{ N/m}$	$k_t = 239.2 \text{ N/m}$
So	4.6	5.4
Sp	1.01	0.96

### 5.3.5 Discussion

Le robot R-MIn étant sous-actionné, il existe des oscillations internes des articulations passives pendant la trajectoire, comme le montre la section 4.1.3.b. Ces oscillations pourraient modifier de manière significative la vitesse du point d’impact pour R-MIn par rapport au mécanisme à cinq barres, et ainsi affecter la force d’impact. Dans la suite, on compare la vitesse d’impact obtenue avec le robot R-MIn avec celle obtenue avec le mécanisme à cinq-barres de manière à évaluer l’effet du sous-actionnement sur cette vitesse d’impact.

En utilisant la caméra haute fréquence, nous avons mesuré la vitesse d’impact pour tous les scénarios d’impact, afin de vérifier que la vitesse d’impact du robot R-MIn est proche de celle du mécanisme à cinq barres. Les résultats sont détaillés dans le tableau 5.6 pour deux vitesses différentes de l’effecteur et donnent la valeur moyenne de la vitesse d’impact obtenue à partir de cinq répétitions de chaque scénario d’impact pour chaque vitesse de l’effecteur. Il convient de noter que la vitesse d’impact est obtenue avec une bonne répétabilité, puisque nous avons calculé l’écart-type parmi les cinq répétitions, nous avons obtenu un écart-type moyen de 1.5 % et un maximum de 4 % sur l’ensemble des scénarios d’impact.

Ainsi, sur l’ensemble des scénarios considérés, nous obtenons une différence maximale de 10 % entre la vitesse d’impact obtenue avec le robot R-MIn et celle obtenue avec le mécanisme à cinq barres. Cela montre que la nature sous-actionnée du robot R-MIn a peu d’effet sur la vitesse d’impact et donc peu d’effet sur la force d’impact obtenue. Comme expliqué dans le chapitre 4, il est possible d’utiliser un input shaper pour réduire ces oscillations des articulations passives.

Des différences plus importantes sont obtenues pour les scénarios d’impact correspondant aux configurations d’impact So et Sp considérant une vitesse de l’effecteur de 2 m/s et

		$v_e(t_c) = 1 \text{ m/s}$					$v_e(t_c) = 2 \text{ m/s}$				
		R-MIn			5-bar		R-MIn			5-bar	
$k_t$	CI	$q_{13}$	$q_{23}$	$v_i$	$v_i$	Diff.	$q_{13}$	$q_{23}$	$v_i$	$v_i$	Diff.
N/mm		deg	deg	m/s	m/s	%	deg	deg	m/s	m/s	%
111.2	Co	4.7	-2.7	0.48	0.51	-4.8	9.5	1.4	1.00	0.96	5.2
	Cp	4.3	-2.2	0.92	0.93	-0.6	7.1	-1.5	1.88	1.80	4.6
	So	8.5	-2.8	0.41	0.38	7.9	24.3	-2.0	0.85	0.77	10
	Sp	8.7	-3.1	0.86	0.84	2.4	24.3	-2.3	1.49	1.62	-8.5
239.2	So	3.9	-1.3	0.39	0.38	3.5	9.5	-1.0	0.8	0.77	4.8
	Sp	3.8	-1.7	0.83	0.84	-0.8	9.4	-1.1	1.58	1.62	-2.2

TABLEAU 5.6 – Comparaison de la vitesse d’impact projetée le long de la normale au contact  $v_i = |\mathbf{v}_i^T \mathbf{n}|$ , obtenue avec le robot R-MIn et celle obtenue avec le mécanisme à cinq barres pour différentes configurations d’impact, différentes vitesses de l’effecteur et différentes raideurs de la barre de précharge. La position des articulations passives  $q_{i3}$  au moment de l’impact est également donnée pour le robot R-MIn.

une raideur de la barre de précharge de 111.2 N/m. Dans ce cas particulier, l’articulation passive du bras distal gauche présente une amplitude maximale de  $q_{13} = 24.3 \text{ deg}$  (voir tableau 5.6), comme on peut le voir clairement sur la figure 5.5(g-h). Cet écart par rapport à la configuration où les bras  $(i, 2)$  et  $(i, 3)$  seraient alignés est dû aux effets inertiels. On obtient ainsi une configuration éloignée du mécanisme à cinq barres, ce qui peut expliquer la différence entre la vitesse du point d’impact obtenue avec le R-MIn et celle obtenue avec le mécanisme à cinq barres. Dans tous les autres scénarios d’impact, la configuration du robot R-MIn est assez proche de celle du mécanisme à cinq barres ( $|q_{i3}| < 10 \text{ deg}$ ) et la différence absolue sur la vitesse d’impact ne dépasse pas 5 %.

## 5.4 Évaluation de la sécurité des robots par simulation

L’évaluation de la sécurité d’une cellule robotique collaborative nécessite d’évaluer la force d’impact maximale dans de multiples scénarios d’impact susceptibles de se produire. Selon la complexité de l’application, cela peut représenter un grand nombre de scénarios d’impact à évaluer expérimentalement, ce qui nécessite que la cellule soit réalisée et représente un coût important. Dans ce qui suit, nous présentons un modèle de collision permettant d’obtenir la force d’impact par simulation. Ce modèle de collision est basé sur un modèle

dynamique du robot, un modèle dynamique du DMFI ainsi que sur un modèle de contact permettant de considérer les propriétés non-linéaires de la mousse.

### 5.4.1 Modélisation d'un impact avec le DMFI

En considérant le cas du robot R-MIn, et de manière identique pour le cas du mécanisme à cinq barres, la modélisation d'un impact ponctuel entre le robot et l'environnement peut être réalisée en introduisant une force de contact  $f_c$  dans le modèle dynamique du robot qui a été précédemment introduit dans l'équation (4.9) :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}(\mathbf{q}_g) & \mathbf{M}_{12}(\mathbf{q}_g) \\ \mathbf{M}_{21}(\mathbf{q}_g) & \mathbf{M}_{22}(\mathbf{q}_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_a \\ \ddot{\mathbf{q}}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g) \\ \mathbf{c}_2(\mathbf{q}_g, \dot{\mathbf{q}}_g) \end{bmatrix} + \mathbf{J}_c^T f_c \quad (5.5)$$

avec, on le rappelle (voir équation (3.12)),  $\mathbf{J}_c$  la jacobienne du contact reliant la vitesse du point de contact le long de l'axe de translation du DMFI  $\mathbf{n}$  à la vitesse généralisée  $\dot{\mathbf{q}}_g$  :

$$\dot{x}_c = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}}_g \quad (5.6)$$

On peut obtenir la position du point d'impact en utilisant l'équation suivante :

$$\mathbf{x}_c = \begin{cases} \overrightarrow{OO_{23}} - r_1 \mathbf{n} & \text{si CI=Co ou CI=So} \\ \mathbf{p} + r_2 \mathbf{n} & \text{si CI=Cp ou CI=Sp} \end{cases} \quad (5.7)$$

avec  $r_1 = 0.04$  m et  $r_2 = 0.0175$  m les rayons des liaisons pivot aux points  $O_{23}$  et  $P$ . On note  $x_c = \mathbf{x}_c^T \mathbf{n}$  avec  $\mathbf{n}$  la normale au contact.

L'équation du mouvement de la tête du DMFI le long de l'axe de translation du DMFI est donnée ci-dessous et introduit également la force de contact :

$$m_p \ddot{x}_p = -f_c + k_h x_p + c_h \dot{x}_p \quad (5.8)$$

où  $x_p$  est la position de l'impacteur le long de l'axe de translation du DMFI.

La force de contact peut être obtenue à l'aide d'un modèle de contact hertzien modifié (le modèle présenté dans [FLORES et al., 2011]) pour tenir compte de l'effet d'amortissement

de la force d'impact dû aux propriétés de la mousse :

$$f_c = k_f \delta^{n_f} \left( 1 + \frac{8}{5} \frac{1-e}{e} \frac{\dot{\delta}}{|\dot{\delta}^0|} \right) \quad (5.9)$$

Ce modèle est paramétré par une raideur  $k_f$ , la valeur de l'exposant  $n_f$  et un coefficient de restitution  $e$ . La variable  $\delta = x_c - x_p$  représente la profondeur de pénétration et  $\dot{\delta}$  sa dérivée temporelle,  $\dot{\delta}^0$  correspond à sa valeur initiale au début du contact. On notera que, pour les simulations, la position et l'orientation initiale du DMFI par rapport au châssis du robot a été étalonnée à l'aide de la caméra.

### 5.4.2 Identification du DMFI

L'objectif ici est d'identifier les paramètres inertiels du DMFI ainsi que ceux du modèle de contact. Le modèle résultant permettra une simulation des efforts de contact et une évaluation future en simulation des risques du robot envers un opérateur.

Afin de mesurer ces propriétés, un protocole expérimental a été conçu. On prend une boule en acier et on la fait tomber sur le capteur complet qui est placé à la verticale  $\mathbf{n} = \mathbf{z}$ . La balle de masse  $m_b = 0.715$  kg et évoluant à une hauteur  $y_b$  au-dessus de la mousse suit la dynamique suivante :

$$m_b \ddot{y}_b = f_c - m_b g \quad (5.10)$$

L'impacteur suit la dynamique de l'équation (5.8) pour laquelle les paramètres  $k_h$  et  $c_h$  doivent être identifiés. La force exercée par l'objet sur la mousse est déterminée par l'équation (5.9) pour laquelle les paramètres  $K$  et  $e$  doivent être identifiés. La profondeur de pénétration est  $\delta = y_b - x_p$ . La valeur de l'exposant a été choisie comme étant  $n = 1.5$  pour toutes les mousses d'après la théorie [FLORES et al., 2011]. Deux derniers paramètres qui sont la position initiale  $y_b^0$  et la vitesse initiale de la balle  $\dot{y}_b^0$  doivent être identifiés.

Lors de l'expérimentation, la force du capteur  $f_c^e$  est mesurée à une fréquence égale à 7 kHz. Les données sont sélectionnées dans une fenêtre temporelle allant du temps initial  $t_0$ , qui est un temps avant l'impact, au temps final  $t_f$ . Une optimisation est alors mise en place pour résoudre le problème. Une simulation renvoie la force du capteur  $f_c^s$  en fonction

du temps  $t$ . Les valeurs simulées sont interpolées de manière à obtenir la fonction de coût  $S$  à minimiser :

$$S = \sum_{t_k=t_0}^{t_f} w_k |f_c^e(t_k) - f_c^s(t_k)| \quad (5.11)$$

avec  $w_k$  un facteur de pondération distribué logarithmiquement de 10 à  $t = t_0$  à  $10^{-5}$  à  $t = t_f$ . Ce facteur de pondération est utilisé pour s'assurer que le premier impact est bien approché. En effet, c'est celui qui nous intéresse pour l'évaluation de la sécurité. De plus, en raison de phénomènes non modélisés, des différences dans le modèle peuvent apparaître assez rapidement.

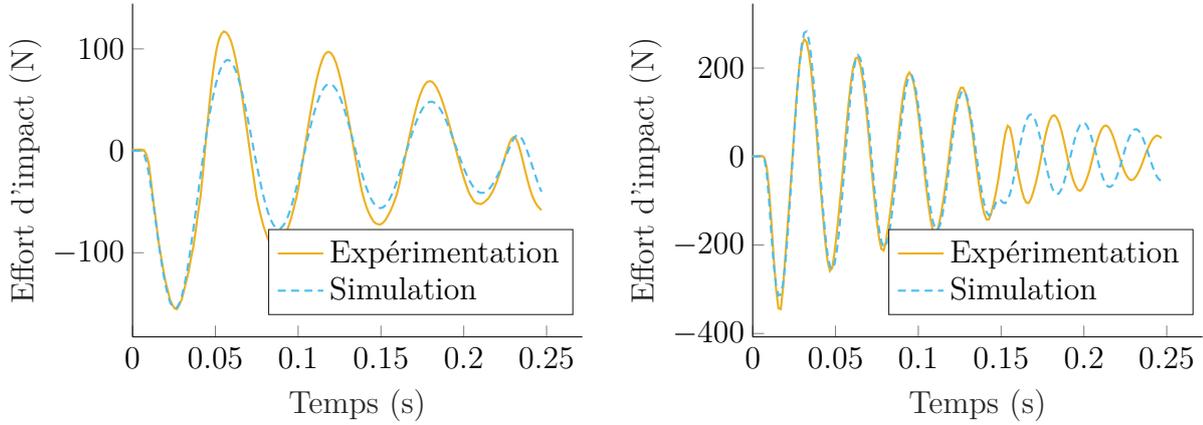
Les courbes obtenues sont présentées sur la figure 5.10 et les paramètres sont présentés sur le tableau 5.7. On observe, comme souhaité, une très bonne correspondance du premier impact. Une raideur élevée conduit à une force d'impact plus élevée, tandis que la durée de l'impact est réduite de manière significative. Dans le cas de la mousse représentant la jambe, un coefficient de restitution très élevé conduit à des oscillations importantes du capteur. Ces oscillations ne sont pas dues à un grand nombre d'impacts différents puisque le second impact se produit à 0.24 s pour le capteur imitant les propriétés du ventre, 0.15 s pour le capteur représentant la jambe et 0.25 s pour le capteur représentant la tête. Les oscillations sont dues au ressort du DMFI.

Les paramètres du modèle du DMFI (la raideur  $k_h$  et le coefficient d'amortissement  $c_h$ ) identifiés expérimentalement pour chacun des trois ressorts interchangeables intégrés dans la DMFI sont présentés sur le tableau 5.7. Il est intéressant de noter que les raideurs identifiées sont assez différentes de celles fournies par le fabricant des ressorts (voir tableau 5.7).

Les paramètres du modèle de contact identifiés expérimentalement pour chacune des trois mousses utilisées pour imiter respectivement le ventre, la jambe et la tête sont aussi présentés dans le tableau 5.7. Il est rappelé que le modèle dynamique du robot R-MIn a été validé comme présenté dans la section 4.1.3.b.

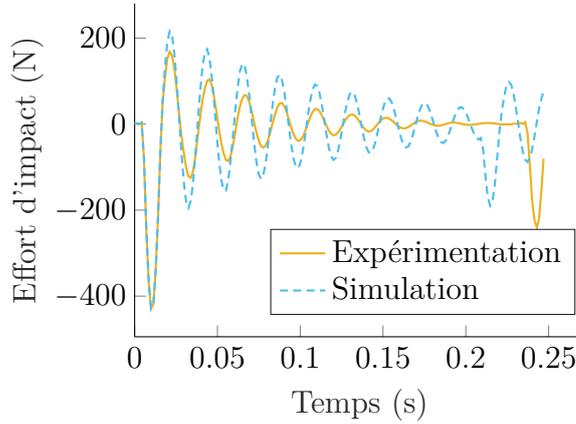
### 5.4.3 Validité du modèle de collision

Le contrôleur, le modèle dynamique du robot, celui du DMFI et le modèle de contact sont mis en œuvre dans un environnement de simulation. Cela nous permet d'obtenir la



(a) Profil d'effort obtenu avec le DFMI représentant le ventre.

(b) Profil d'effort obtenu avec le DFMI représentant la jambe.



(c) Profil d'effort obtenu avec le DFMI représentant la tête.

FIGURE 5.10 – Profil de force obtenue expérimentalement et en simulation à partir des paramètres identifiés dû à l'impact d'une balle sur le DFMI placé à la verticale.

	Paramètres de design				Paramètres identifiés					
<b>Corps</b>	dureté	$l_f$	$k_h^{th}$	$m_p$	$K$	$e$	$k_h$	$c_h$	$y_b^0$	$\dot{y}_b^0$
	ShA	mm	$N(mm)^{-1}$	kg	$Nm^{-1.5}$	UI	$N(mm)^{-1}$	$Nsm^{-1}$	mm	$ms^{-1}$
ventre	10	21	10	1.72	$1.5 \cdot 10^5$	0.49	17.6	17	9	2.08
jambe	30	14	60	1.64	$2.0 \cdot 10^6$	0.95	63	26	10	1.70
tête	70	7	150	1.57	$1.9 \cdot 10^7$	0.55	126	56	10	2.10

TABLEAU 5.7 – Paramètres identifiés de la mousse et du ressort pour chacun des trois réglages du DMFI correspondant respectivement au ventre, à la jambe et à la tête.

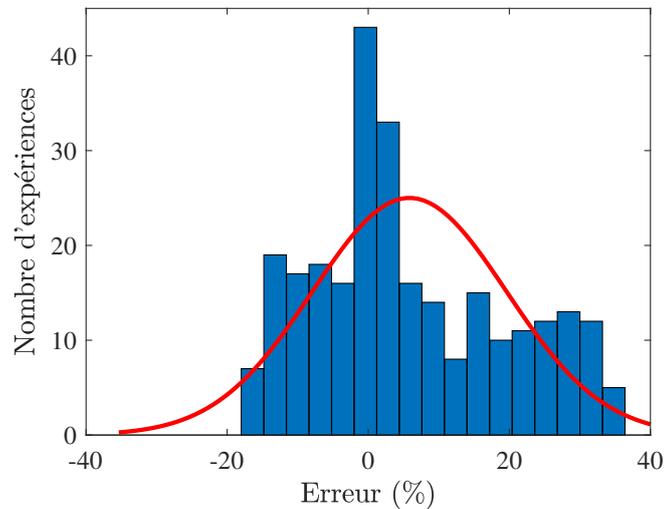


FIGURE 5.11 – Distribution de l’erreur entre la force d’impact maximale obtenue par simulation et celle obtenue expérimentalement, pour chacune des 270 expériences réalisées. Nous obtenons une erreur moyenne de 5.8 % et un écart-type de 13.7 %.

force d’impact maximale pour tous les scénarios d’impact et de comparer ces résultats de simulation aux résultats expérimentaux. L’erreur entre la force d’impact maximale obtenue par simulation et celle obtenue expérimentalement est analysée statistiquement dans la figure 5.11. L’erreur médiane est de 5.8 % et l’écart-type est de 13.7 %, ce qui montre que le modèle simulé est déjà très précis.

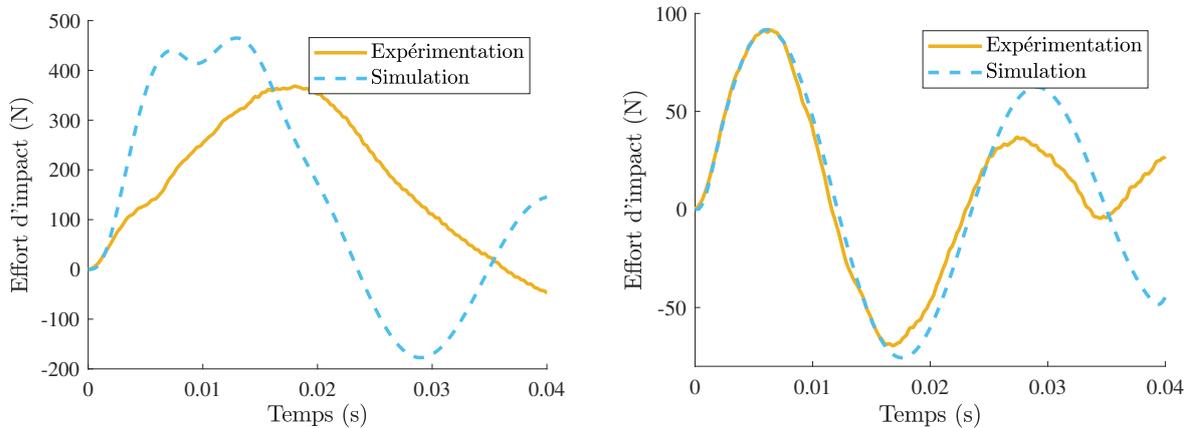
Une analyse plus approfondie de la distribution des erreurs peut être effectuée, puisque nous n’obtenons pas une distribution normale gaussienne. Tous les cas sont donc séparés en sous-groupes, l’erreur et l’écart-type correspondants sont donnés dans le tableau 5.8. On peut remarquer, de manière assez contre-intuitive, que l’erreur obtenue pour les scénarios simulant un impact avec le mécanisme à cinq barres (7.9 %) est plus importante que l’erreur obtenue pour les scénarios simulant un impact avec le robot R-MIn (4.1 %). Cela peut s’expliquer par le dispositif expérimental ; en effet, les mécanismes de verrouillage utilisés pour verrouiller les articulations  $O_{i3}$  du robot R-MIn afin d’obtenir un mécanisme à cinq barres ne sont pas assez rigides, alors que les bras distaux sont complètement rigides dans la simulation. C’est encore plus évident lorsqu’on regarde l’erreur moyenne obtenue pour les scénarios d’impact qui considèrent le mécanisme à cinq barres impactant le milieu du bras distal (Co, So) : 22.7 %. Dans ce cas, la force d’impact maximale obtenue par simulation est encore plus grande que celle obtenue expérimentalement en raison de la

Sous-groupes de scénarios	Erreur moyenne	Écart-type
Toutes simulations	5.8	13.7
Impact avec le ventre (Co, Cp)	-0.2	8.3
Impact avec la jambe (Co, Cp)	4.5	15.1
Impact avec la tête (Co, Cp)	3.2	17.6
Impact avec le 5 barres	<b>7.9</b>	16.9
Impact avec R-MIn	4.1	10.3
Impact avec le 5 b. (Cp, Sp)	-7.0	5.3
Impact avec le 5 b. (Co, So)	<b>22.7</b>	10.0
Impact avec R-MIn (Cp, Sp)	5.4	9.0
Impact avec R-MIn (Co, So)	-2.3	7.7
$v_e(t_c) = 1$ m/s	5.8	13.3
$v_e(t_c) = 1.5$ m/s	5.3	13.3
$v_e(t_c) = 2$ m/s	6.3	14.7

TABLEAU 5.8 – Erreur moyenne (et son écart-type) entre la force d’impact maximale obtenue par simulation et celle obtenue expérimentalement pour différents sous-groupes de scénarios d’impact.

flexibilité du mécanisme de verrouillage monté sur le mécanisme à cinq barres. D’après le tableau 5.8, on peut également conclure que nous obtenons une meilleure précision pour le réglage plus souple du DMFI correspondant au ventre. Les vitesses d’impact ont peu d’effet sur la précision.

Ces résultats montrent que l’outil de simulation permet d’obtenir avec précision la force d’impact. Même si ces simulations ne sont pas destinées à remplacer l’évaluation expérimentale de la sécurité, elles peuvent être une solution complémentaire dans les études préliminaires. Le modèle de collision pourrait ainsi être utilisé par les concepteurs en mécanique comme un outil efficace pour améliorer la conception du robot par rapport aux critères de sécurité. Il pourrait également aider les intégrateurs de robots à définir les vitesses admissibles de l’effecteur le long de chaque trajectoire à un stade préliminaire de l’analyse de risque.



(a) Effort obtenu en simulation et en expérimentation dans le cas du mécanisme à cinq barres. (b) Effort obtenu en simulation et en expérimentation pour les cinq répétitions dans le cas du robot R-MIn.

FIGURE 5.12 – Courbes d'effort obtenu à l'aide du DFMI imitant la tête en simulation et expérimentalement dans le cas d'impact Co et avec une vitesse d'impact de 1.5 m/s.

#### 5.4.4 Discussion

**i) Erreur de modélisation du mécanisme à cinq barres** On a pu observer dans la partie précédente une disparité dans le cas d'un impact avec le mécanisme à cinq barres. Nous avons fait l'hypothèse que les disparités étaient dues à une mauvaise estimation de la raideur de ce mécanisme. Pour appuyer ce résultat nous présentons la courbe obtenue en simulation et la mettons en regard des expérimentations pour l'impact sur la liaison passive et une configuration centrée, avec le DMFI correspondant à la tête en figure 5.12(a). À titre de comparaison, les résultats obtenus avec le robot R-MIn sont donnés sur la figure 5.12(b).

Dans le cas du robot R-MIn, les résultats obtenus en simulation corroborent les résultats précédemment énoncés. La correspondance entre simulation et expérimentation est très bonne, en particulier pour le premier impact. On conclut ici que les modèles du robot R-MIn et du DFMI sont corrects.

Dans le cas du mécanisme à cinq barres, on observe, comme évoqué précédemment à l'aide du tableau 5.8, que l'effort obtenu en simulation surestime l'effort réel. On remarque également que le profil temporel n'est pas le même : la durée d'impact est plus courte, l'effort maximal est obtenu plus tôt, l'effort maximal est plus important. Le modèle du

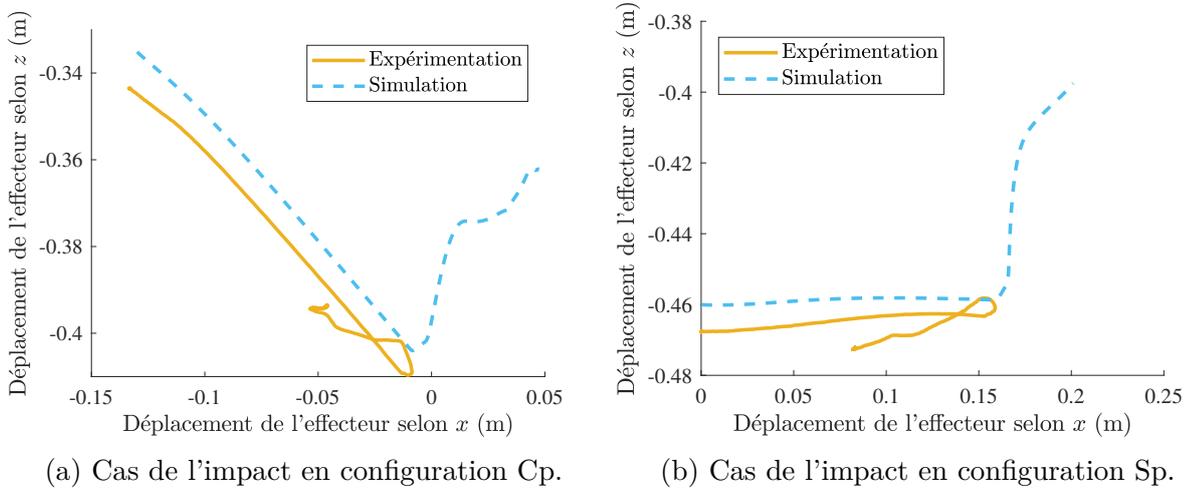


FIGURE 5.13 – Déplacement de l'effecteur avant, pendant et après l'impact du robot R-MIn sur le DFMI imitant la tête, en simulation et expérimentalement, dans les configurations d'impact Cp et So et avec une vitesse d'impact de 1.5 m/s.

DFMI ayant été validé précédemment et étant donnés les bons résultats obtenus pour le robot R-MIn (voir le tableau 5.8 et la figure 5.12(b)), on en déduit que l'erreur vient de la modélisation du mécanisme à cinq barres. L'erreur proviendrait de la modélisation du mécanisme à cinq barres supposé infiniment rigide, ce qui n'est vraisemblablement pas le cas pour le prototype du fait des pièces utilisées pour bloquer les avant-bras. Si on avait eu un vrai mécanisme à cinq barres rigide, le robot aurait été plus dangereux que le mécanisme avec lequel nous avons réalisé ces expériences.

**ii) Influence des frottements** Un autre point qui n'a pas été étudié lors des simulations est l'influence des frottements au niveau du contact entre le robot et la surface du DFMI. On trace sur la figure 5.13, le déplacement de l'effecteur dans le cas d'un impact en configuration Cp à gauche (figure 5.13(a)) et Sp à droite (figure 5.13(b)).

On remarque alors que dans le cas d'un impact où la direction du mouvement est pratiquement alignée avec celle de la normale de la surface du DFMI (configuration Cp) alors la direction en sortie de l'effecteur est sensiblement différente en simulation et en expérimentation (voir figure 5.13(a)). Dans le cas de la configuration Sp, l'effecteur part dans une direction quasiment opposée en simulation et en expérimentation (voir figure 5.13(b)). Étant donné la direction du mouvement de l'effecteur, on peut facilement supposer que l'effet des frottements sur la surface du DFMI, que l'on a négligé, n'est en fait pas né-

gligeable. C'est d'ailleurs pour cette raison que le protocole [COVR, 2021a, 2021b] recommande d'installer le capteur dans la même direction que la vitesse du point d'impact. Cette condition est difficile à satisfaire en pratique. Cela peut résulter en des efforts tangentiels importants dont les effets n'ont, à notre connaissance, jamais été étudiés pour la sécurité des robots. Des risques de contusions, de brûlures ou de lacération pourraient résulter d'efforts tangentiels. On fait remarquer que les robots R-MIn et le mécanisme à cinq barres n'ont pas le même comportement après l'impact. Le robot R-MIn s'arrête pratiquement après l'impact alors que le mécanisme à cinq barres rebondit. Cela n'a pas été étudié durant cette thèse, mais pourrait avoir des conséquences sur la sécurité. Il est difficile de savoir à ce stade si cela est à l'avantage du robot R-MIn ou du mécanisme à cinq barres. Une mesure des efforts tangentiels serait nécessaire. L'hypothèse que nous suggérons ici est que les frottements de la surface du DFMI et la raideur du mécanisme à cinq barres pourraient expliquer ces résultats.

## Conclusion

Ce chapitre a présenté l'analyse des performances en sécurité du concept R-MIn, un robot plan parallèle sous-actionné conçu pour des collaborations intrinsèquement sûres avec l'homme.

Afin de comparer les performances en sécurité du robot R-MIn avec celles du mécanisme à cinq barres, nous avons mis en place un dispositif expérimental dédié, c'est-à-dire un robot R-MIn et un mécanisme à cinq barres avec des propriétés géométriques et inertielles équivalentes à celles du robot R-MIn, et un dispositif de mesure de la force d'impact (DMFI) reproduisant les caractéristiques bio-mécaniques de la partie du corps impactée. Suivant un protocole détaillé, les résultats expérimentaux montrent que l'architecture sous-actionnée du robot R-MIn permet de réduire par un facteur de 4 à 5 la force d'impact par rapport au mécanisme à cinq barres lorsque l'impact se produit au milieu du bras distal. En revanche, lorsque l'impact se produit sur l'effecteur, la force d'impact est similaire à celle obtenue avec le mécanisme à cinq barres. L'effet de la raideur de la barre de précharge sur la force d'impact s'est avéré négligeable corroborant les résultats obtenus avec le modèle réduit.

Nous avons également montré qu'il existe une relation linéaire entre la force d'impact et la vitesse de l'effecteur pour chaque scénario, permettant de déterminer, par extrapolation,

tion, la vitesse maximale de l'effecteur à partir de la force d'impact admissible définie dans la spécification [ISO/TS15066, 2016]. Enfin, nous avons introduit un modèle de collision qui permet de déterminer avec précision la force d'impact par simulation. Cet outil de simulation pourrait être utilisé par les concepteurs mécaniques pour optimiser la conception d'un robot en matière de sécurité.

La preuve de concept R-MIn nous a permis d'obtenir des résultats encourageants, montrant l'intérêt d'introduire le sous-actionnement dans l'architecture mécanique d'un robot parallèle pour obtenir un robot intrinsèquement plus sûr.

# CONCLUSION

---

Lors de cette thèse, un nouveau robot parallèle sous-actionné a été conçu dans l'objectif de montrer l'intérêt de ce type d'architecture en vue d'obtenir un robot intrinsèquement sûr. Ce robot a la possibilité de se reconfigurer en cas d'impact tout en étant assez rigide pour transporter des charges variables grâce à sa structure préchargée. La première étape a permis de démontrer qu'il était possible de déterminer l'espace de travail de ce robot ainsi que d'étudier les lieux des singularités. Les limites des couples moteurs ont été prises en compte et influencent la taille de l'espace de travail du robot R-Min. Lorsque la raideur de la barre de précharge est faible, l'espace de travail du robot R-Min est très similaire à celui du mécanisme à cinq barres, présentant le même type de singularités et à des lieux similaires. Cependant, cela implique que la taille de l'espace de travail est d'autant plus faible que la raideur de précharge augmente. Il est montré qu'il était possible de trouver une raideur permettant un fonctionnement satisfaisant du robot.

Il est alors devenu nécessaire de connaître le comportement de ce robot lors d'un impact et de comprendre l'effet de sa raideur sur la sécurité dans des conditions d'impact dynamiques. Il a été montré qu'il était possible de modéliser la dynamique des robots sous-actionnés au point d'impact et dans la direction de la normale au contact par un système masse-ressort-masse. Les masses correspondent à la masse équivalente et à une image du reste des inerties du robot. Le ressort a une raideur reflétant la raideur du robot tout en étant dynamiquement cohérente avec les deux masses précédemment décrites. Les simulations du modèle réduit et du modèle complet d'un robot sériel sous-actionné RR, du robot R-Min incluant sa barre de précharge et d'un robot R-Min modifié, avec des ressorts sur ses avant-bras au lieu de cette barre, montrent des valeurs et profils d'efforts d'impact similaires. Cela montre la pertinence de ce modèle réduit et donne la possibilité de faire des simulations rapides quel que soit le modèle de contact, linéaire ou non, et donnant des valeurs d'efforts d'impact précises. De plus, l'analyse des profils temporels des efforts d'impacts permet de comprendre le rôle respectif des deux masses et du ressort. Pour une grande raideur, les deux masses ne font qu'une et l'effort pic est plus grand. Pour une plus

---

faible raideur, la première masse est celle influençant davantage en premier lieu puis les deux masses oscillent et créent des profils d'impacts plus complexes avec la possibilité de plusieurs rebonds. La limite entre les deux comportements est une limite de découplage dynamique des deux masses ou plus généralement des inerties du robot étudié. Il est aussi montré que, dues aux restrictions liées aux limites en couple du robot R-Min, la raideur de la barre de précharge n'a que peu d'influence sur la sécurité. Le modèle réduit permet bien de retrouver ce comportement.

Une modélisation dynamique du robot a permis l'implémentation d'une commande par couples calculés. La modélisation et la commande ont été validées expérimentalement. On montre ainsi que la commande permet d'avoir une précision pour l'effecteur de l'ordre de 5 mm en fin de trajectoire malgré le sous-actionnement du robot. Il est montré expérimentalement qu'il est possible de réduire les oscillations de ce robot en définissant une trajectoire par input-shaping. L'augmentation de l'ordre de l'input shaper permet d'améliorer la robustesse de la méthode et réduit davantage les oscillations des bras distaux du robot. Ainsi, les méthodes ZVDDD et EI réduisent le plus les oscillations. Cela se fait cependant au prix de l'introduction d'un retard sur la trajectoire et de la réduction de la vitesse du robot. Cela montre ainsi qu'il est possible de maîtriser les vitesses et oscillations des variables passives et donc d'assurer la sécurité des opérateurs à proximité de ce robot.

Une dernière étape a consisté à valider expérimentalement que la structure sous-actionnée permet de réduire les efforts d'impacts par rapport à une structure rigide. Pour cela un mécanisme à cinq barres aux dimensions et inerties équivalentes au robot R-Min a été utilisé pour la comparaison. Les expérimentations ont montré que les efforts de contacts sont significativement réduits (divisés par 4 à 5) lors d'un impact au milieu de l'avant-bras du robot avec le robot R-Min par rapport à ceux du mécanisme à cinq barres. Néanmoins, si l'impact intervient au niveau de l'effecteur, les efforts d'impact pics obtenus avec le robot R-Min et le mécanisme à cinq barres sont similaires. On montre aussi que l'effort de contact est linéaire avec la vitesse d'impact. Les résultats du chapitre 3 concernant l'effet de la raideur de la barre de précharge sont confirmés, elle n'affecte que peu la sécurité. Concernant la partie du corps entrant en collision, elle impacte de façon importante l'effort de contact. Cependant, l'apport du sous-actionnement est toujours le même avec des efforts pics toujours divisés par 4 à 5 avec le robot R-Min pour un impact sur l'avant-bras et des efforts pics similaires pour un impact sur l'effecteur. Les modèles dynamiques du robot R-Min, du mécanisme à cinq barres et du dispositif de mesure de l'effort d'impact ainsi que

---

le modèle de contact permettent de répliquer précisément les profils et efforts maximaux d'impacts. Les erreurs des modèles apparaissant reflètent la souplesse du prototype du mécanisme à cinq barres que nous avons réalisé. L'avantage du sous-actionnement n'en est que renforcé. Il est donc possible d'évaluer la sécurité des robots sous-actionnés à l'aide de simulations.

## Perspectives

Au regard des résultats expérimentaux obtenus, on a montré l'intérêt du sous-actionnement au sein du robot parallèle grâce à la comparaison avec le mécanisme à cinq barres, mais on n'a pas montré l'intérêt de la structure parallèle, puisqu'on n'a pas comparé R-Min avec un robot sériel sous-actionné souple. Cela pourrait être fait par expérimentation, ou pourquoi pas à l'aide du modèle réduit, à condition de déterminer les paramètres géométriques et inertiels d'un tel robot de sorte que la comparaison soit pertinente. On a également montré que le robot R-Min n'est pas complètement satisfaisant puisqu'on n'arrive pas à réduire l'effort d'impact lorsque le contact intervient au niveau de l'effecteur. De plus, l'étude de la réduction des efforts d'impacts en cas de choc avec le bras proximal n'a pas été réalisée.

En effet, le robot R-Min est une preuve de concept montrant l'intérêt potentiel de l'utilisation de robots parallèles sous-actionnés pour les applications de robotique collaborative, mais des efforts supplémentaires sont à réaliser afin d'aboutir à une architecture de robot vraiment sécuritaire. Par exemple, le robot R-Min peut être amélioré en ajoutant des mécanismes d'équilibrage, réduisant de façon importante les couples et donc les risques d'erreur de commande ou la consommation énergétique. Il est aussi possible d'étendre l'étude réalisée lors de cette thèse à l'étude de robots parallèles flexibles ou de robots parallèles incluant des butées internes. Cela pourra commencer par des architectures ressemblant à celle du robot R-Min. Il est vraisemblable que ce type de robot pourrait permettre d'augmenter la rigidité du robot pour un positionnement précis de l'effecteur et pour éviter les oscillations, par rapport à celle du robot R-Min, tout en réduisant ou gardant la masse équivalente que l'on a. Le niveau de sécurité serait alors réduit ou équivalent. Il faudra aussi chercher à réaliser des architectures spatiales sous-actionnées telles que celles d'un robot Delta souple pour lequel on vérifiera la sécurité dans différentes directions.

---

Le modèle réduit pourra être utilisé afin d'optimiser les paramètres de conception d'un robot souple, permettant de trouver le meilleur compromis entre précision et sécurité par exemple. Par conséquent, il sera possible d'étudier des stratégies (changement de l'architecture, optimisation) pour réduire la force d'impact, et cela, quelle que soit la localisation du point d'impact le long du robot, comme ici sur le bras distal ou sur l'effecteur. Des stratégies de commande utilisant le modèle réduit pourront ainsi être définies, prenant en compte l'effet de la raideur des robots sur la sécurité. On peut penser à des stratégies de commande prédictive estimant les efforts d'impacts potentiels utilisant le modèle réduit.

Le modèle réduit a aussi ses limites. La modélisation de contact en régime quasi-statique n'est aujourd'hui pas possible avec le modèle réduit. En effet, un problème qui n'a été que peu évoqué est l'hypothèse faite que les efforts moteurs dans les équations (3.32) et (3.33) ont été négligés. Bien que cette hypothèse permette d'avoir de bons résultats pour les vitesses de contact considérées, cela peut être critiqué à des vitesses d'impacts plus faibles. On remarque d'ailleurs que les erreurs sur les modèles sont systématiquement plus grandes proportionnellement pour des vitesses d'impacts plus faibles. La modélisation actuelle ne permet pas non plus de modéliser les efforts apparaissant après le premier impact, là où la limite quasi-statique pourrait devenir importante pour l'évaluation de la sécurité. En effet, l'hypothèse a été faite qu'une détection de l'impact était présente et permet d'empêcher des efforts problématiques en régime quasi-statique. Enfin, la vitesse transitoire pour laquelle le contrôle a une importance dans l'effort de contact est encore un problème ouvert. Ces limitations pourraient être développées dans un modèle réduit potentiellement plus avancé. Notons cependant que, pour notre application, le modèle réduit proposé permet de reproduire fidèlement les efforts de contact.

Enfin, l'amortissement du robot est actuellement aussi négligé dans la modélisation réduite ce qui pourrait augmenter l'effort maximal d'impact et augmenter la durée du contact. Il a en effet pu être observé expérimentalement que les comportements du robot R-Min et du mécanisme à cinq barres sont radicalement différents après l'impact. Le mécanisme à cinq barres rebondit franchement alors que le robot R-Min reste pratiquement à sa configuration précédant l'impact. La cause principale est le sous-actionnement. Cependant, ce phénomène n'apparaît pas aussi clairement en simulation. Les frottements sur la plateforme d'impact, qui n'ont pas été étudiés, ont donc aussi un rôle prépondérant sur les efforts d'impacts.

---

Du point de vue expérimental, des méthodologies plus avancées que l'input-shaping pourront être utilisées afin de réduire les oscillations des bras du robot R-Min. On peut penser à des trajectoires définies par optimisation de problèmes aux deux bouts ou par minimisation de l'énergie interne du robot stockée dans les ressorts. Des méthodes de commande plus avancées telles que la commande prédictive pourraient être appliquées sur le robot R-Min pour réduire ces oscillations et mieux maîtriser les vitesses des variables passives en cas d'impact. De meilleures stratégies de détection de l'impact adaptées au sous-actionnement pourront aussi être appliquées, incluant des capteurs permettant un retour d'état complet du robot.

Dans un futur plus lointain, on pourra imaginer une architecture de robot optimisée intégrant les paramètres de l'architecture, tels que le matériau, les dimensions, la raideur, les masses en mouvements, mais aussi des revêtements adaptés, une commande adaptée à la sécurité et de la tâche à réaliser. Les objectifs de l'optimisation devraient intégrer la sécurité du robot souple, et les performances de vitesses, de précision, de raideurs, ou de réduction des vibrations. L'intégration de tous ces paramètres dans une conception optimale de robot sûr constitue un défi dans l'état actuel des connaissances sur le domaine de la collaboration homme-robot et de la sécurité des robots intrinsèquement sûrs. En effet, ce problème intègre plusieurs verrous scientifiques non encore résolus. Pour l'aspect sécurité, le compromis entre souplesse macroscopique, souplesse du revêtement, forme de la surface de contact et masse réduite est un premier défi interne à ce problème. Un second défi est l'évaluation de la sécurité prenant ces paramètres en compte dans tout l'espace de travail du robot. Un troisième correspond à trouver la position et la direction du point d'impact où la sécurité est la plus critique, tout en prenant en compte la raideur et les masses du robot. Enfin, trouver l'architecture parallèle ou sérielle souple permettant la plus grande polyvalence, la meilleure interaction avec l'homme et la meilleure sécurité sont aussi des problématiques non résolues.



# BIBLIOGRAPHIE

---

- 10218-1 : I., (2011), Robots and robotic devices—Safety requirements for industrial robots—Part 1 : Robots.
- 12100 : I., (2010), Safety of machinery—General principles for design—Risk assessment and risk reduction, *Geneva, Switzerland : International Organization for Standardization*.
- AGHILI, F., & SU, C. Y., (2018), Impact dynamics in robotic and mechatronic systems, *International Conference on Advanced Mechatronic Systems, ICAMechS, 2017-Decem*, 163-167, <https://doi.org/10.1109/ICAMechS.2017.8316569>
- AL BASSIT, L., TRICOT, N., SADEGHI, L., & MATHIEU, L., (2014), Estimation quantitative des risques liés à l'utilisation d'un système lors de sa conception, *MOSIM 2014, 10ème Conférence Francophone de Modélisation, Optimisation et Simulation*.
- ALBU-SCHÄFFER, A., FISCHER, M., SCHREIBER, G., SCHOEPPE, F., & HIRZINGER, G., (2004a), Soft robotics : what Cartesian stiffness can obtain with passively compliant, uncoupled joints ?, *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566)*, 4, 3295-3301 vol.4, <https://doi.org/10.1109/IROS.2004.1389925>
- ALBU-SCHÄFFER, A., FISCHER, M., SCHREIBER, G., SCHOEPPE, F., & HIRZINGER, G., (2004b), Soft robotics : what cartesian stiffness can obtain with passively compliant, uncoupled joints ?, *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)(IEEE Cat. No. 04CH37566)*, 4, 3295-3301.
- ARMSTRONG, B., KHATIB, O., & BURDICK, J., (1986), The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm, *Proceedings. 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3, 510-518, <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1986.1087644>
- BALDERAS HILL, R., BRIOT, S., CHRIETTE, A., & MARTINET, P., (2018), Increasing energy efficiency of high-speed parallel robots by using variable stiffness springs and

- 
- optimal motion generation, *ASME 2018 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*.
- BEHRENS, R., & ELKMANN, N., (2014), Study on meaningful and verified thresholds for minimizing the consequences of human-robot collisions, *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 3378-3383.
- BÉLANGER-BARRETTE, MATHIEU, (2015), What Does Collaborative Robot Mean ?, Récupérée 9 avril 2019, à partir de <https://blog.robotiq.com/what-does-collaborative-robot-mean>
- BICCHI, A., & TONIETTI, G., (2004), Fast and "soft-arm" tactics [robot arm design], *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 11 2, 22-33.
- BICCHI, A., TONIETTI, G., BAVARO, M., & PICCIGALLO, M., (2005), Variable Stiffness Actuators for Fast and Safe Motion Control, [https://doi.org/10.1007/11008941\\_56](https://doi.org/10.1007/11008941_56)
- BIRGLEN, L., LALIBERTÉ, T., & GOSSELIN, C. M., (2007), *Underactuated robotic hands* (T. 40), Springer.
- BISCHOFF, R., KURTH, J., SCHREIBER, G., KOEPPE, R., ALBU-SCHÄFFER, A., BEYER, A., EIBERGER, O., HADDADIN, S., STEMMER, A., GRUNWALD, G., et al., (2010), The KUKA-DLR Lightweight Robot arm-a new reference platform for robotics research and manufacturing, *ISR 2010 (41st international symposium on robotics) and ROBOTIK 2010 (6th German conference on robotics)*, 1-8.
- BLACK, C., TILL, J., & RUCKER, D., (2017), Parallel continuum robots : Modeling, analysis, and actuation-based force sensing, *IEEE Transactions on Robotics*, 34 1, 29-47.
- BOEHLER, Q., CHARPENTIER, I., VEDRINES, M. S., & RENAUD, P., (2015), Definition and computation of tensegrity mechanism workspace, *Journal of Mechanisms and Robotics*, 74, 044502.
- BRIOT, S., & GAUTIER, M., (2013), Global Identification of Drive Gains, Dynamic Parameters of Parallel Robots - Part 1 : Theory, In V. PADOIS, P. BIDAUD & O. KHATIB (Éd.), *Romansy 19 – Robot Design, Dynamics and Control* (p. 85-92), Springer Vienna.
- BRIOT, S., & GOLDSZTEJN, A., (2022), Singularity Conditions for Continuum Parallel Robots, *IEEE Transactions on Robotics*, 38 1, 507-525, <https://doi.org/10.1109/TRO.2021.3076830>

- 
- BRIOT, S., & KHALIL, W., (2015), *Dynamics of Parallel Robots : From Rigid Bodies to Flexible Elements* (1<sup>re</sup> éd., T. 35), Springer International Publishing, <https://doi.org/10.1007/978-3-319-19788-3>
- BRYSON, C. E., & RUCKER, D. C., (2014), Toward parallel continuum manipulators, *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 778-785.
- CAMPA, F., DIEZ, M., DIAZ-CANEJA, D., & ALTUZARRA, O., (2019), A 2 dof continuum parallel robot for pick & place collaborative tasks, *IFTToMM World Congress on Mechanism and Machine Science*, 1979-1988.
- CAMPOS, L., BOURBONNAIS, F., BONEV, I. A., & BIGRAS, P., (2011), Development of a five-bar parallel robot with large workspace, *ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 917-922.
- CARO, S., CHABLAT, D., GOLDSZTEJN, A., ISHII, D., & JERMANN, C., (2014), A branch and prune algorithm for the computation of generalized aspects of parallel robots, *Artificial Intelligence*, 211, 34-50.
- CARO, S., & MERLET, J.-P., (2020), Failure analysis of a collaborative 4-1 cable-driven parallel robot, *European Conference on Mechanism Science*, 440-447.
- COVR, (2021a), *Test Robot Arm for Collision with a Movable Object (measurement of pressure over time)* (rapp. tech. ROB-LIE-1), COVR consortium.
- COVR, (2021b), *Test Robot Arm for Collision with Fixed Object (measurement of pressure over time)* (rapp. tech. ROB-LIE-2), COVR consortium.
- DE OLIVEIRA, M. C., & SKELTON, R. E., (2009), *Tensegrity systems*, <https://doi.org/10.1007/978-0-387-74242-7>
- DGUV, (2017), *Collaborative robot systems, Design of systems with "Power and Force Limiting" Function* (rapp. tech. Technical Report FB HM-080), Deutsche Gesetzliche Unfallversicherung.
- DIRECTIVE MACHINE 2006/42/CE, (2009), Directive 2006/42/CE du parlement européen et du conseil du 17 mai 2006.
- EIBERGER, O., HADDADIN, S., WEIS, M., ALBU-SCHÄFFER, A., & HIRZINGER, G., (2010), On joint design with intrinsic variable compliance : Derivation of the DLR QA-joint, *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1687-1694.
- ESTEVENY, L., BARBE, L., & BAYLE, B., (2014), A novel actuation technology for safe physical human-robot interactions, *Proceedings - IEEE International Conference*

- 
- on *Robotics and Automation*, 5032-5037, <https://doi.org/10.1109/ICRA.2014.6907596>
- FITZGERALD, C., (2013), Developing baxter, *2013 IEEE Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA)*, 1-6, <https://doi.org/10.1109/TePRA.2013.6556344>
- FLORES, P., AMBRÓSIO, J., CLARO, J. C. P., & LANKARANI, H. M., (2006), Influence of the contact—impact force model on the dynamic response of multi-body systems, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K : Journal of Multi-body Dynamics*, 2201, 21-34, <https://doi.org/10.1243/146441906X77722>
- FLORES, P., MACHADO, M., SILVA, M. T., & MARTINS, J. M., (2011), On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics, *Multibody system dynamics*, 253, 357-375.
- GAO, D., & WAMPLER, C. W., (2009), Head injury criterion, *IEEE robotics & automation magazine*, 164, 71-74.
- GENNARELLI, T. A., WODZIN, E., et al., (2008), The abbreviated injury scale 2005, Update 2008, *Association for the Advancement of Automotive Medicine*.
- HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., EIBERGER, O., & HIRZINGER, G., (2010a), New insights concerning intrinsic joint elasticity for safety, *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2181-2187.
- HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., FROMMBERGER, M., & HIRZINGER, G., (2008a), The role of the robot mass and velocity in physical human-robot interaction-Part II : Constrained blunt impacts, *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1339-1345.
- HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., & HIRZINGER, G., (2007), Safety Evaluation of Physical Human-Robot Interaction via Crash-Testing., *Robotics : Science and systems*, 3, 217-224.
- HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., & HIRZINGER, G., (2008b), The role of the robot mass and velocity in physical human-robot interaction-Part I : Non-constrained blunt impacts, *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1331-1338.
- HADDADIN, S., ALBU-SCHÄFFER, A., & HIRZINGER, G., (2010b), Safe physical human-robot interaction : measurements, analysis and new insights. In *Robotics research* (p. 395-407), Springer.

- 
- HADDADIN, S., HADDADIN, S., KHOURY, A., ROKAHR, T., PARUSEL, S., BURGKART, R., BICCHI, A., & ALBU-SCHÄFFER, A., (2012a), On making robots understand safety : Embedding injury knowledge into control, *The International Journal of Robotics Research*, 31 13, 1578-1602.
- HADDADIN, S., KRIEGER, K., MANSFELD, N., & ALBU-SCHÄFFER, A., (2012b), On impact decoupling properties of elastic robots and time optimal velocity maximization on joint level, *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 5089-5096.
- HALEY, J., (1988), *Anthropometry and mass distribution for human analogues. vol. 1 : Military Male Aviators* (rapp. tech.), Aerospace Medical Research Laboratory Wright-Patterson.
- HALME, R.-J., LANZ, M., KÄMÄRÄINEN, J., PIETERS, R., LATOKARTANO, J., & HIETANEN, A., (2018), Review of vision-based safety systems for human-robot collaboration, *Procedia CIRP*, 72, 111-116.
- HERBSTER, S., BEHRENS, R., & ELKMANN, N., (2020), A New Conversion Method to Evaluate the Hazard Potential of Collaborative Robots in Free Collisions, *International Symposium on Experimental Robotics*, 222-232.
- HIRZINGER, G., SPORER, N., ALBU-SCHÄFFER, A., HAHNLE, M., KRENN, R., PASCUCCI, A., & SCHEDL, M., (2002), DLR's torque-controlled light weight robot III-are we reaching the technological limits now?, *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292)*, 2, 1710-1716.
- HUTCHINSON, J., KAISER, M. J., & LANKARANI, H. M., (1998), The head injury criterion (HIC) functional, *Applied mathematics and computation*, 96 1, 1-16.
- ISO/TS15066, (2016), *Robots and robotic devices – Collaborative robots* (rapp. tech. ISO/TS15066), Geneva, Switzerland : International Organization for Standardization.
- JAULIN, L., KIEFFER, M., DIDRIT, O., & WALTER, E., (2001), Interval analysis. In *Applied interval analysis* (p. 11-43), Springer.
- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (2020b), Geometrico-Static Analysis of a New Collaborative Parallel Robot for Safe Physical Interaction, *2020 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference (IDETC-CIE 2020)*.

- 
- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., BRIOT, S., & GOLDSZTEJN, A., (2020c), R-Min : a Fast Collaborative Underactuated Parallel Robot for Pick-and-Place Operations, *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- JOSEPH, L., PADOIS, V., & MOREL, G., (2018), Experimental validation of an energy constraint for a safer collaboration with robots, *International Symposium on Experimental Robotics*, 575-583.
- KASHIRI, N., LAFFRANCHI, M., TSAGARAKIS, N. G., MARGAN, A., & CALDWELL, D. G., (2014), Physical interaction detection and control of compliant manipulators equipped with friction clutches, *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 1066-1071.
- KHALIL, W., & DOMBRE, E., (2002), Chapter 14 - Motion control, In W. KHALIL & E. DOMBRE (Éd.), *Modeling, Identification and Control of Robots* (p. 347-376), Butterworth-Heinemann, <https://doi.org/10.1016/B978-190399666-9/50014-2>
- KHATIB, O., (1995), Inertial Properties in Robotic Manipulation : An Object-Level Framework, *The International Journal of Robotics Research*, 14 1, 19-36, <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/027836499501400103>
- KIM, Y.-J., (2017), Anthropomorphic low-inertia high-stiffness manipulator for high-speed safe interaction, *IEEE Transactions on robotics*, 33 6, 1358-1374.
- KISHI, Y., YAMADA, Y., & YOKOYAMA, K., (2012), The role of joint stiffness enhancing collision reaction performance of collaborative robot manipulators, *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 376-381.
- LAUZIER, N., & GOSSELIN, C., (2010), 3-DOF cartesian force limiting device based on the delta architecture for safe physical human-robot interaction, *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3420-3425.
- LAUZIER, N., & GOSSELIN, C., (2011), Series clutch actuators for safe physical human-robot interaction, *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 5401-5406.
- LAUZIER, N., & GOSSELIN, C., (2012), Performance indices for collaborative serial robots with optimally adjusted series clutch actuators, *Journal of Mechanisms and Robotics*, 4 2.
- LAUZIER, N., & GOSSELIN, C., (2015), A comparison of the effectiveness of design approaches for human-friendly robots, *Journal of Mechanical Design*, 137 8.

- 
- LENS, T., & VON STRYK, O., (2012), Investigation of safety in human-robot-interaction for a series elastic, tendon-driven robot arm, *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 4309-4314.
- LISMONDE, A., SONNEVILLE, V., & BRÜLS, O., (2017), Trajectory planning of soft link robots with improved intrinsic safety, *IFAC-PapersOnLine*, 501, 6016-6021, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1440>
- LOPEZ-MARTINEZ, J., BLANCO-CLARACO, J. L., GARCIA-VALLEJO, D., & GIMÉNEZ-FERNÁNDEZ, A., (2015), Design and analysis of a flexible linkage for robot safe operation in collaborative scenarios, *Mechanism and Machine Theory*, 92, 1-16.
- MANSFELD, N., DJELLAB, B., VEUTHEY, J. R., BECK, F., OTT, C., & HADDADIN, S., (2017), Improving the performance of biomechanically safe velocity control for redundant robots through reflected mass minimization, *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 5390-5397.
- MANSFELD, N., HAMAD, M., BECKER, M., MARIN, A. G., & HADDADIN, S., (2018a), Safety Map : A Tool for Global Robot Safety Evaluation and Safe Robot Design, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 4 S. <http://icra2018.org/>
- MANSFELD, N., HAMAD, M., BECKER, M., MARIN, A. G., & HADDADIN, S., (2018b), Safety map : A unified representation for biomechanics impact data and robot instantaneous dynamic properties, *IEEE Robotics and Automation Letters*, 33, 1880-1887.
- MASAKAZU, F., MURAKAMI, H., & SONEHARA, M., (2016), Study on Application of a Human-Robot Collaborative System Using Hand-Guiding in a Production Line, *IHI Engineering Review*, 491, 24-29.
- MEDINA, J., LOZANO, P., BALAGUER, C., et al., (2016), Design and characterization of a novel mechanism of multiple joint stiffness (MMJS), *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2444-2451.
- MEGUENANI, A., PADOIS, V., DA SILVA, J., HOARAU, A., & BIDAUD, P., (2016), Energy based control for safe human-robot physical interaction, *International Symposium on Experimental Robotics*, 809-818.
- MELIA, M., SCHMIDT, M., GEISSLER, B., KÖNIG, J., KRAHN, U., OTTERSBAACH, H. J., LETZEL, S., & MUTTRAY, A., (2015), Measuring mechanical pain : the refinement and standardization of pressure pain threshold measurements, *Behavior research methods*, 471, 216-227.

- 
- MERLET, J., (2006), Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots, *ASME Journal of Mechanical Design*, 128 1, 199-206.
- MERLET, J.-P., (2004), Solving the forward kinematics of a Gough-type parallel manipulator with interval analysis, *The International Journal of robotics research*, 23 3, 221-235.
- MERTZ, H. J., PRASAD, P., & IRWIN, A. L., (1997), Injury risk curves for children and adults in frontal and rear collisions, *SAE transactions*, 3563-3580.
- MORRISON, T., LI, C., PEI, X., & SU, H.-J., (2019), A novel rotating beam link for variable stiffness robotic arms, *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 9387-9393.
- MORRISON, T., & SU, H.-J., (2020), Stiffness modeling of a variable stiffness compliant link, *Mechanism and Machine Theory*, 153, 104021.
- MUTTRAY, A., MELIA, M., GEISLER, B., KÖNIG, J., & LETZEL, S., (2014), Collaborative robots - Investigation of pain sensibility at the Man-Machine-Interface, 1-88.
- NOCEDAL, J., & WRIGHT, S., (2006), *Numerical optimization*, Springer Science & Business Media.
- PARK, J. J., HADDADIN, S., SONG, J. B., & ALBU-SCHÄFFER, A., (2011), Designing optimally safe robot surface properties for minimizing the stress characteristics of Human-Robot collisions, *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 5413-5420, <https://doi.org/10.1109/ICRA.2011.5980282>
- PARK, J.-J., KIM, B.-S., SONG, J.-B., & KIM, H.-S., (2007), Safe link mechanism based on passive compliance for safe human-robot collision, *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1152-1157.
- PARK, J.-J., KIM, B.-S., SONG, J.-B., & KIM, H.-S., (2008), Safe link mechanism based on nonlinear stiffness for collision safety, *Mechanism and Machine Theory*, 43 10, 1332-1348.
- PARK, J.-J., KIM, H.-S., & SONG, J.-B., (2009), Safe robot arm with safe joint mechanism using nonlinear spring system for collision safety, *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3371-3376.
- PARK, J.-J., SONG, J.-B., & HADDADIN, S., (2015), Collision analysis and safety evaluation using a collision model for the frontal robot-human impact, *Robotica*, 33 7, 1536.

- 
- PRATT, G. A., & WILLIAMSON, M. M., (1995), Series elastic actuators, *Proceedings 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, 1, 399-406.
- QI, R., LAM, T. L., & XU, Y., (2014), Mechanical design and implementation of a soft inflatable robot arm for safe human-robot interaction, *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 3490-3495.
- QUENNOUELLE, C., & GOSSELIN, C., (2011), Kinemastatic modeling of compliant parallel mechanisms, *Meccanica*, 46 1, 155-169.
- RAHIMI, M., & KARWOWSKI, W., (1990), Human perception of robot safe speed and idle time, *Behaviour & Information Technology*, 9 5, 381-389.
- ROBLA-GOMEZ, S., BECERRA, V. M., LLATA, J. R., GONZALEZ-SARABIA, E., TORRE-FERRERO, C., & PEREZ-ORIA, J., (2017), Working Together : A Review on Safe Human-Robot Collaboration in Industrial Environments, *IEEE Access*, 5, 26754-26773, <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2773127>
- ROSENSTRAUCH, M. J., & KRUGER, J., (2017), Safe human-robot-collaboration-introduction and experiment using ISO/TS 15066, *2017 3rd International Conference on Control, Automation and Robotics, ICCAR 2017, July*, 740-744, <https://doi.org/10.1109/ICCAR.2017.7942795>
- SANAN, S., MOIDEL, J. B., & ATKESON, C. G., (2009), Robots with inflatable links, *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 4331-4336.
- SANAN, S., ORNSTEIN, M. H., & ATKESON, C. G., (2011), Physical human interaction for an inflatable manipulator, *2011 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 7401-7404.
- SCHIAVI, R., GRIOLI, G., SEN, S., & BICCHI, A., (2008), VSA-II : A novel prototype of variable stiffness actuator for safe and performing robots interacting with humans, *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2171-2176.
- SCHLEGEL, M., & GOUBEJ, M., (2010), Feature-based parametrization of input shaping filters with time delays, *IFAC Proceedings Volumes*, 43 2, 247-252.
- SCHMITZ, A., BHAVARAJU, S., SOMLOR, S., DOMINGUEZ, G. A., KAMEZAKI, M., WANG, W., & SUGANO, S., (2015), A Concept for a robot arm with adjustable series clutch actuators and passive gravity compensation for enhanced safety, *2015 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, 1322-1327.

- 
- SERIANI, S., GALLINA, P., SCALERA, L., & LUGHI, V., (2018), Development of n-DoF preloaded structures for impact mitigation in cobots, *Journal of Mechanisms and Robotics*, 105, 051009.
- SHE, Y., GU, Z., SONG, S., SU, H.-J., & WANG, J., (2020a), A Continuously Tunable Stiffness Arm With Cable-Driven Mechanisms for Safe Physical Human-Robot Interaction, *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 83990, V010T10A060.
- SHE, Y., SONG, S., SU, H.-J., & WANG, J., (2020b), A comparative study on the effect of mechanical compliance for a safe physical human–robot interaction, *Journal of Mechanical Design*, 1426.
- SHE, Y., SU, H.-J., MENG, D., & LAI, C., (2020c), Design and modeling of a continuously tunable stiffness arm for safe physical human–robot interaction, *Journal of Mechanisms and Robotics*, 121.
- SINGER, N. C., & SEERING, W. P., (1990), Preshaping command inputs to reduce system vibration.
- SINGHOSE, W., CRAIN, E., & SEERING, W., (1997), Convolved and simultaneous two-mode input shapers, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 144 6, 515-520.
- ŠLAJPAH, S., RAKINIĆ, K., NIKOLOVSKA, K., KOMIDAR, L., PODLESEK, A., KOCJAN, G. Z., MUNIH, M., & MIHELJ, M., (2021), Effect of Speed, Speed Differences, and Motion Type on Perceived Safety of Collaborative Robots, *2021 20th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, 1036-1041.
- SONG, S., SHE, Y., WANG, J., & SU, H.-J., (2020), Toward Tradeoff Between Impact Force Reduction and Maximum Safe Speed : Dynamic Parameter Optimization of Variable Stiffness Robots, *Journal of Mechanisms and Robotics*, 125.
- SONG, S., ZENG, X., SHE, Y., WANG, J., & SU, H.-J., (2019), Modeling and control of inherently safe robots with variable stiffness links, *Robotics and Autonomous Systems*, 120, 103247.
- TONIETTI, G., SCHIAVI, R., & BICCHI, A., (2005), Design and Control of a Variable Stiffness Actuator for Safe and Fast Physical Human/Robot Interaction, *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April, 526-531, <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2005.1570172>

- 
- TOWNSEND, W. T., & SALISBURY, J. K., (1993), Mechanical Design for Whole-Arm Manipulation, In P. DARIO, G. SANDINI & P. AEBISCHER (Éd.), *Robots and Biological Systems : Towards a New Bionics ?* (p. 153-164), Springer Berlin Heidelberg.
- TSUMAKI, Y., SUZUKI, Y., SASAKI, N., OBARA, E., & KANAZAWA, S., (2018), A 7-DoF wire-driven lightweight arm with wide wrist motion range, *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 1-9.
- UNFALLVERSICHERUNG, D. G., (2009), BG/BGIA risk assessment recommendations according to machinery directive : Design of workplaces with collaborative robots, *BGIA—Institute for Occupational Safety and Health of the German Social Accident Insurance, Sankt Augustin*.
- VANDERBORGHT, B., ALBU-SCHÄFFER, A., BICCHI, A., BURDET, E., CALDWELL, D. G., CARLONI, R., CATALANO, M., EIBERGER, O., FRIEDL, W., GANESH, G., et al., (2013), Variable impedance actuators : A review, *Robotics and autonomous systems*, 61 12, 1601-1614.
- VEMULA, B., MATTHIAS, B., & AHMAD, A., (2018), A design metric for safety assessment of industrial robot design suitable for power- and force-limited collaborative operation, *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, 2 2, 226-234, <https://doi.org/10.1007/s41315-018-0055-9>
- VERMEULEN, M., & WISSE, M., (2010), Intrinsically Safe Robot Arm : Adjustable Static Balancing and Low Power Actuation, *International Journal of Social Robotics*, 2 3, 275-288, <https://doi.org/10.1007/s12369-010-0048-9>
- VICENTINI, F., (2021), Collaborative robotics : a survey, *Journal of Mechanical Design*, 143 4, 040802.
- WALKER, I. D., (1990), The use of kinematic redundancy in reducing impact and contact effects in manipulation, *Proceedings., IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 434-439.
- WOLF, S., GRIOLI, G., EIBERGER, O., FRIEDL, W., GREBENSTEIN, M., HOPPNER, H., BURDET, E., CALDWELL, D. G., CARLONI, R., CATALANO, M. G., LEFEBER, D., STRAMIGIOLI, S., TSAGARAKIS, N., VAN DAMME, M., VAN HAM, R., VANDERBORGHT, B., VISSER, L. C., BICCHI, A., & ALBU-SCHÄFFER, A., (2016), Variable Stiffness Actuators : Review on Design and Components, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 21 5, 2418-2430, <https://doi.org/10.1109/TMECH.2015.2501019>

- 
- WOLF, S., & HIRZINGER, G., (2008), A new variable stiffness design : Matching requirements of the next robot generation, *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1741-1746.
- YAMADA, Y., HIRASAWA, Y., HUANG, S., UMETANI, Y., & SUITA, K., (1997), Human-robot contact in the safeguarding space, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24, 230-236, <https://doi.org/10.1109/3516.653047>
- ZINN, M., KHATIB, O., ROTH, B., & SALISBURY, J., (2003), A New Actuation Approach for Human Friendly Robot Design. In *Experimental Robotics VIII* (p. 113-122), Springer.

# UN NOUVEL ENSEMBLE DE COORDONNÉES GÉNÉRALISÉES

---

Dans cette annexe, nous voulons vérifier que  $\mathbf{q}_n = [x_c \ \mathbf{x}_a^T]^T$  est un nouvel ensemble de coordonnées généralisées du robot. Par conséquent, en partant de la définition des matrices inverses généralisées  $\mathbf{J}_c^\#$  dans l'équation (3.18) et  $\mathbf{J}_a^\#$  dans l'équation (3.27), nous voulons vérifier que les matrices jacobiennes  $\mathbf{J}_c$  et  $\mathbf{J}_a$  satisfont aux propriétés suivantes (voir Section 3.1.3) :

$$\mathbf{J}_c \mathbf{J}_a^\# = \mathbf{0} \tag{A.1}$$

$$\mathbf{J}_a \mathbf{J}_a^\# = \mathbf{I}_{(n-1) \times (n-1)} \tag{A.2}$$

$$\mathbf{J}_a \mathbf{J}_c^\# = \mathbf{0} \tag{A.3}$$

$$\mathbf{J}_c \mathbf{J}_c^\# = \mathbf{1} \tag{A.4}$$

avec :

$$\mathbf{J}_c \dot{x}_c = \dot{\mathbf{q}}_g \tag{A.5}$$

$$\mathbf{J}_a \dot{\mathbf{x}}_a = \dot{\mathbf{q}}_g \tag{A.6}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{J}_c^\# \dot{x}_c + \mathbf{J}_a^\# \dot{\mathbf{x}}_a \tag{A.7}$$

Les propriétés (A.3) à (A.6) ont déjà été prouvées dans la Section 3.1.3. On se concentre alors, d'une part, sur les propriétés (A.1), (A.2), et, d'autre part, sur (A.7).

---

Tout d'abord, à partir des définitions (3.26) et (3.27) pour  $\mathbf{J}_a$  et  $\mathbf{J}_a^\#$ , en multipliant à gauche l'équation (3.27) par  $\mathbf{J}_c$ , on obtient :

$$\mathbf{J}_c \mathbf{J}_a^\# = \mathbf{J}_c \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_a^T \mathbf{M}_a \quad (\text{A.8})$$

En rappelant que, par la définition (3.26),  $\mathbf{J}_c \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_a^T = \mathbf{0}$ , on obtient :

$$\mathbf{J}_c \mathbf{J}_a^\# = \mathbf{0} \quad (\text{A.9})$$

qui est la propriété (A.1). De plus, d'après la définition de  $\mathbf{M}_a$  dans l'équation (3.28), on obtient :

$$\mathbf{J}_a \mathbf{J}_a^\# = \mathbf{J}_a \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_a^T \mathbf{M}_a = \mathbf{I}_{(n-1) \times (n-1)} \quad (\text{A.10})$$

satisfaisant ainsi la condition (A.2).

Maintenant, pour prouver que l'équation (A.7) est valide, définissons un vecteur  $\mathbf{v}$  tel que :

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}_c^\# \dot{x}_c + \mathbf{J}_a^\# \dot{\mathbf{x}}_a \quad (\text{A.11})$$

En introduisant (A.5) et (A.6) dans (A.11), on obtient :

$$\mathbf{v} = \left( \mathbf{J}_c^\# \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_a^\# \mathbf{J}_a \right) \dot{\mathbf{q}}_g \quad (\text{A.12})$$

En multipliant à gauche d'une part l'équation (A.12) par  $\mathbf{J}_c$  et d'autre part par  $\mathbf{J}_a$ , on obtient :

$$\mathbf{T} \mathbf{v} = \mathbf{T} \dot{\mathbf{q}}_g \quad (\text{A.13})$$

où la matrice  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est carrée et définie par

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_c \\ \mathbf{J}_a \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}}_g$  si et seulement si la matrice carrée  $\mathbf{T}$  est de rang plein. Étant donné que, par construction,  $\mathbf{J}_a$  dans (3.26) est de rang plein, et que  $\mathbf{J}_c$  dans (3.12) est une matrice à une seule ligne, la condition pour que  $\mathbf{T}$  soit de rang plein est que les lignes de  $\mathbf{J}_c$  et de  $\mathbf{J}_a$  soient indépendantes. Pour prouver cela, nous pouvons appliquer un raisonnement par

---

l'absurde. Supposons qu'il existe un vecteur non nul  $\boldsymbol{\lambda}_1$  et un scalaire  $\lambda_2$  tels que :

$$\boldsymbol{\lambda}_1 \mathbf{J}_a + \lambda_2 \mathbf{J}_c = \mathbf{0} \quad (\text{A.15})$$

En d'autres termes,  $\boldsymbol{\lambda}_1$  et  $\lambda_2$  permettent de montrer une dépendance linéaire entre les lignes de  $\mathbf{J}_c$  et de  $\mathbf{J}_a$ .

Multiplions à droite l'équation (A.15) par  $\mathbf{J}_c^\#$ . D'après la définition de  $\mathbf{J}_a$  dans (A.3), nous avons  $\mathbf{J}_a \mathbf{J}_c^\# = \mathbf{0}$ . De plus, d'après (A.4), on a  $\mathbf{J}_c \mathbf{J}_c^\# = \mathbf{1}$ , ce qui au final, impose  $\lambda_2 = 0$ . Cette affirmation est contraire à l'hypothèse de départ. Les lignes de la matrice  $\mathbf{J}_c$  et  $\mathbf{J}_a$  sont donc indépendantes. De plus,  $\mathbf{q}_n = [x_c \ \mathbf{x}_a^T]^T$  est un nouvel ensemble de coordonnées généralisées.

**Une propriété intéressante** Si nous prenons l'équation (A.12) et utilisons la propriété prouvée que  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}}_g$ , alors :

$$\mathbf{I}_{n \times n} = \mathbf{J}_c^\# \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_a^\# \mathbf{J}_a \quad (\text{A.16})$$

En utilisant les définitions de  $\mathbf{J}_c^\#$  et de  $\mathbf{J}_a^\#$  fournies dans (3.18) et (3.27), on obtient :

$$\mathbf{I}_{n \times n} = \mathbf{M}_0^{-1} \left( \mathbf{J}_c^T \left( \mathbf{J}_c \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_c^T \right)^{-1} \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_a^T \left( \mathbf{J}_a \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_a^T \right)^{-1} \mathbf{J}_a \right) \quad (\text{A.17})$$

Enfin, en multipliant à gauche par  $\mathbf{M}_0$  et en utilisant (3.19) et (3.28),

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_0 &= \mathbf{J}_c^T \left( \mathbf{J}_c \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_c^T \right)^{-1} \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_a^T \left( \mathbf{J}_a \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}_a^T \right)^{-1} \mathbf{J}_a \\ &= \mathbf{J}_c^T m_c \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_a^T \mathbf{M}_a \mathbf{J}_a \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Cette expression montre que nous avons découpé l'inertie de notre système en deux sous-systèmes. Il existe une inertie  $m_c$  au niveau du point d'impact  $C$  et une inertie restante  $\mathbf{M}_a$  dans le reste du robot.

# COMPARAISON DE LA RAIDEUR ÉQUIVALENTE PROPOSÉE AVEC LA RAIDEUR CARTÉSIENNE

---

Dans cette annexe, nous voulons souligner la différence entre la raideur équivalente telle que nous la définissons dans la partie 3.1 et la définition de la raideur cartésienne que l'on peut trouver dans [ALBU-SCHÄFFER et al., 2004b; KISHI et al., 2012] :

$$\mathbf{K}_c = (\mathbf{J}\mathbf{K}_0^{-1}\mathbf{J}^T)^{-1} \quad (\text{B.1})$$

Partons des équations dynamiques linéarisées du système (3.13) :

$$\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_0\Delta\mathbf{q}_g = \Delta\mathbf{u} + \mathbf{J}^T\mathbf{f}_c \quad (\text{B.2})$$

À des fins de généralisation, la force de contact  $\mathbf{f}_c \in \mathbb{R}^m$  est considérée comme un vecteur exercé sur le robot à la position d'impact  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ . La matrice  $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  est la matrice jacobienne reliant la dérivée temporelle de la position de contact  $\dot{\mathbf{x}}$  avec la dérivée temporelle des coordonnées généralisées  $\dot{\mathbf{q}}_g$  :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_g \quad (\text{B.3})$$

Par souci de simplification, dans ce qui suit, nous supposons que la variation des efforts d'actionnement pendant le contact est nulle :  $\Delta\mathbf{u} = \mathbf{0}$ , l'équation (B.2) devient :

$$\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_0\Delta\mathbf{q}_g = \mathbf{J}^T\mathbf{f}_c \quad (\text{B.4})$$

---

La multiplication à gauche de l'équation (B.4) par  $\mathbf{J}^{+T}$  permet de simplifier le terme droit de l'équation :

$$\mathbf{J}^{+T}\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{J}^{+T}\mathbf{K}_0\Delta\mathbf{q}_g = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.5})$$

où  $\mathbf{J}^+$  est une matrice inverse à droite, définie de telle sorte que  $\mathbf{J}\mathbf{J}^+ = \mathbf{I}$ .

En considérant de petits déplacements, l'équation (B.3) peut être réécrite :

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{J}\Delta\mathbf{q}_g \quad (\text{B.6})$$

La relation précédente peut être inversée en utilisant l'inverse généralisé  $\mathbf{J}^+$  et un projecteur  $\mathbf{Q}$  :

$$\Delta\mathbf{q}_g = \mathbf{J}^+\Delta\mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{v} \quad (\text{B.7})$$

où  $\mathbf{v}$  est un vecteur arbitraire et  $\mathbf{Q}$  est une matrice quelconque définissant le noyau de  $\mathbf{J}$ .

De même, au moment du contact, nous supposons :

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}}_g \quad (\text{B.8})$$

En inversant la relation précédente, on obtient :

$$\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{J}^+\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{Q}\mathbf{w} \quad (\text{B.9})$$

où  $\mathbf{w}$  est un vecteur arbitraire.

En remplaçant  $\Delta\mathbf{q}_g$  de l'équation (B.7) et  $\ddot{\mathbf{q}}_g$  de l'équation (B.9) dans l'équation (B.5) on obtient :

$$\mathbf{J}^{+T}\mathbf{M}_0\left(\mathbf{J}^+\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{Q}\mathbf{w}\right) + \mathbf{J}^{+T}\mathbf{K}_0\left(\mathbf{J}^+\Delta\mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{v}\right) = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.10})$$

Il existe une infinité d'inverses généralisés  $\mathbf{J}^+$  satisfaisant  $\mathbf{J}\mathbf{J}^+ = \mathbf{I}$ , et donc de multiples façons de réduire encore l'équation (B.10). Dans ce qui suit, nous comparons comment le terme gauche de l'équation (B.10) se simplifie, en utilisant deux définitions différentes de l'inverse généralisé  $\mathbf{J}^+$  :

- $\mathbf{J}_s^+ = \mathbf{K}_0^{-1}\mathbf{J}^T\left(\mathbf{J}\mathbf{K}_0^{-1}\mathbf{J}^T\right)^{-1}$ , une matrice inverse généralisée introduite dans [ALBUSCHÄFFER et al., 2004b] pour calculer la raideur cartésienne d'un robot, plus appropriée au cas statique comme démontré ci-dessous,

- 
- $\mathbf{J}_d^+ = \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}^T)^{-1}$ , l'inverse généralisée dynamiquement cohérente introduite dans [KHATIB, 1995].

**Une raideur cohérente sur le plan statique** Dans [ALBU-SCHÄFFER et al., 2004b], les auteurs choisissent de définir  $\mathbf{J}^+$  en utilisant la matrice de raideur des liaisons  $\mathbf{K}_0$  :

$$\mathbf{J}_s^+ = \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{J}^T)^{-1} \quad (\text{B.11})$$

Dans ce cas, en remplaçant  $\mathbf{J}^+$  par  $\mathbf{J}_s^+$  dans l'équation (B.10), on obtient :

$$\mathbf{J}_s^{+T} \mathbf{M}_0 (\mathbf{J}_s^+ \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{Q} \mathbf{w}) + \mathbf{J}_s^{+T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_s^+ \Delta \mathbf{x} + \mathbf{J}_s^{+T} \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} \mathbf{v} = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.12})$$

En considérant que  $\mathbf{K}_0$  est symétrique et en utilisant la définition de  $\mathbf{K}_c$  dans l'équation (B.1), l'équation (B.12) se simplifie en :

$$\mathbf{J}_s^{+T} \mathbf{M}_0 (\mathbf{J}_s^+ \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{Q} \mathbf{w}) + \mathbf{K}_c \Delta \mathbf{x} = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.13})$$

En effet, en utilisant la définition de  $\mathbf{J}_s^+$  donnée dans (B.11), le terme  $\mathbf{J}_s^{+T} \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} \mathbf{v}$  disparaît de l'équation (B.12) :

$$\mathbf{J}_s^{+T} \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} = (\mathbf{J} \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{J}^T)^{-T} \mathbf{J} \mathbf{K}_0^{-T} \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} \quad (\text{B.14})$$

$$= (\mathbf{J} \mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{J}^T)^{-T} \mathbf{J} \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (\text{B.15})$$

Cependant, à notre connaissance, il n'est pas possible de simplifier davantage le premier élément du terme de droite de l'équation (B.13), sauf à supposer des conditions statiques telles que  $\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0}$ . Ceci permet d'obtenir l'expression simple suivante reliant la force de contact  $\mathbf{f}_c$  avec une variation de la position de contact  $\Delta \mathbf{x}$  :

$$\mathbf{K}_c \Delta \mathbf{x} = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.16})$$

La raideur équivalente projetée dans la direction de l'impact peut être obtenue en remplaçant dans l'équation (B.1) la matrice  $\mathbf{J}$  par la matrice  $\mathbf{J}_c$  (introduite dans l'équation (3.12)). Cependant, comme nous l'avons démontré précédemment, la raideur obtenue n'a une signification physique que si l'on considère des conditions statiques.

---

**Une raideur cohérente d'un point de vue dynamique** Comme proposé dans la partie 3.1, nous choisissons d'utiliser l'inverse généralisée dynamiquement cohérente  $\mathbf{J}_d^+ = \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{J}^T)^{-1}$  introduite dans [KHATIB, 1995] pour projeter les équations du mouvement dans le sous-espace lié au contact :

$$\mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{M}_0 \mathbf{J}_d^+ \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{M}_0 \mathbf{Q} \mathbf{w} + \mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{K}_0 (\mathbf{J}_d^+ \Delta \mathbf{x} + \mathbf{Q} \mathbf{v}) = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.17})$$

En considérant que  $\mathbf{M}_0$  est symétrique et en utilisant la définition de la matrice d'inertie réduite [KHATIB, 1995]  $\mathbf{M}_c = (\mathbf{J} \mathbf{M}_0 \mathbf{J}^T)^{-1}$ , l'équation (B.17) se simplifie en :

$$\mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{K}_0 (\mathbf{J}_d^+ \Delta \mathbf{x} + \mathbf{Q} \mathbf{v}) = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.18})$$

La multiplication à gauche de l'équation (B.4) par  $\mathbf{J}_d^{+T}$  permet de faire disparaître le terme  $\mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{M}_0 \mathbf{Q} \mathbf{w}$  dans l'équation (B.10). En introduisant alors  $\mathbf{K}_d = \mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{K}_0 \mathbf{J}_d^+$ , l'équation (B.18) devient :

$$\mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_d \Delta \mathbf{x} + \mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} \mathbf{v} = \mathbf{f}_c \quad (\text{B.19})$$

Comme détaillé dans la partie 3.1, la masse réfléchie du robot à l'emplacement du contact  $m_c$  et la raideur du robot  $k_r$  sont obtenues en utilisant  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_c$  dans le calcul de  $\mathbf{M}_c$  et  $\mathbf{K}_d$  respectivement. Nous avons également montré dans cette thèse qu'il est possible de réduire davantage le terme  $\mathbf{J}_d^{+T} \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} \mathbf{v}$  de l'équation (B.19).

En conséquence, dans cette annexe, nous avons montré que l'utilisation d'une inverse généralisée dynamiquement cohérente pour projeter l'équation du mouvement dans le sous-espace de contact, permet d'obtenir une équation simplifiée qui considère toujours l'effet d'inertie de la masse du robot réfléchi au niveau du contact. À l'inverse, l'utilisation d'un inverse généralisé statiquement cohérent nécessite de considérer un cas statique pour simplifier davantage l'équation du mouvement. Les deux cas donnent lieu à des définitions différentes de la raideur équivalente du robot. Dans le cas d'une collision, il est nécessaire de considérer le cas dynamique et donc d'utiliser l'inverse généralisée dynamiquement cohérente. Après avoir calculé la masse équivalente au niveau du contact et la raideur équivalente, la section 3.1 montre comment obtenir la masse équivalente du côté des actionneurs.

# INTERPRÉTATION PHYSIQUE DE LA MATRICE HESSIENNE PROJÉTÉE

---

On rappelle l'équation d'équilibre du mécanisme que l'on a présenté à l'équation (2.10) :

$$\nabla_{\mathbf{q}_{dp}, \lambda} \mathcal{L} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} U(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) + \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

Si l'on considère un ensemble d'effort extérieur appliqué à notre mécanisme  $\boldsymbol{\tau}_e$  écrit sous une forme généralisé, on peut écrire :

$$\nabla_{\mathbf{q}_{dp}, \lambda} \mathcal{L} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} U(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) + \nabla_{\mathbf{q}_{dp}} \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau}_e \\ \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

On considère un petit mouvement autour de l'équilibre et en considérant les moteurs bloqués en prenant la dérivée de cette équation et on obtient :

$$\begin{cases} \mathbf{H} d\mathbf{q}_{dp} + \nabla \boldsymbol{\phi} d\boldsymbol{\lambda} & = d\boldsymbol{\tau} \\ \nabla \boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_d, \mathbf{p}) d\mathbf{q}_{dp} & = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

avec le Hessien du Lagrangien définie à l'équation (2.12) que l'on peut écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_V + \sum_{m=1}^{n_g} \mathbf{H}_{\phi_m} \lambda_m \quad (\text{C.4})$$

---

La deuxième partie de l'équation signifie que  $d\mathbf{q}_{dp}$  est dans le noyau de  $\nabla\phi$ . On rappelle la définition de  $\mathbf{Z}$  de dimension  $(n_t \times n_k)$  (Eq : (2.13)) une base du noyau de  $\nabla\phi^T$  qui est de dimension  $n_k$ . On sait ainsi que l'on peut écrire  $d\mathbf{q}_{dp}$  sous la forme  $d\mathbf{q}_{dp} = \mathbf{Z}\mathbf{v}$  avec  $\mathbf{v}$  un vecteur de dimension  $n_k$ .

Nous multiplions l'équation (C.3) de gauche par  $\mathbf{Z}^T$  et réécrivons l'équation en tenant compte du fait que  $\mathbf{Z}^T\nabla\phi = 0$  car  $\mathbf{Z}^T$  est le noyau de  $\nabla\phi$ .

$$\mathbf{Z}^T d\tau_e = \mathbf{Z}^T \mathbf{H} \mathbf{Z} \mathbf{v} \quad (\text{C.5})$$

En l'absence de singularité de type 2, la matrice Hessienne projeté  $\mathbf{H}_r = \mathbf{Z}^T \mathbf{H} \mathbf{Z}$  est inversible. L'équation devient quand on multiplie à gauche avec  $\mathbf{Z}$  et l'inverse de  $\mathbf{H}_r$  :

$$\mathbf{Z} \mathbf{H}_r^{-1} \mathbf{Z}^T d\tau_e = d\mathbf{q}_{dp} \quad (\text{C.6})$$

Nous définissons la matrice de souplesse  $\mathbf{S}$  de notre manipulateur comme :

$$\mathbf{S} = \mathbf{Z} \mathbf{H}_r^{-1} \mathbf{Z}^T \quad (\text{C.7})$$

Et on a ainsi :

$$d\mathbf{q}_{dp} = \mathbf{S} d\tau_e \quad (\text{C.8})$$

On se rend donc que la matrice  $\mathbf{H}_r$  est en fait la matrice définissant la raideur de notre mécanisme. Si le robot présente une singularité, il y a perte de raideur pour notre mécanisme (souplesse infinie). On peut utiliser la matrice  $\mathbf{S}$  pour connaître les mouvements possibles de notre mécanisme étant donné n'importe quel effort appliqué sur celui-ci.

Par exemple, si on considère que l'effort est ponctuelle en un point  $\mathbf{p}_c$  et crée une variation d'effort  $d\mathbf{f}_c$ , on a :

$$d\tau_e = \mathbf{J}^T d\mathbf{f}_c \quad (\text{C.9})$$

$$d\mathbf{p}_c = \mathbf{J} d\mathbf{q}_{dp} \quad (\text{C.10})$$

---

avec  $\mathbf{J}$  étant la jacobienne du contact correspondante.

On peut alors écrire :

$$d\mathbf{p}_c = \mathbf{J}\mathbf{S}\mathbf{J}^T d\mathbf{f}_c \quad (\text{C.11})$$

$\mathbf{J}\mathbf{S}\mathbf{J}^T$  est alors la matrice de complaisance au niveau du point de contact et si elle est inversible,  $\mathbf{K}_c = (\mathbf{J}\mathbf{S}\mathbf{J}^T)^{-1}$  est la matrice de raideur statique au niveau du point de contact. On pourra se référer à l'annexe B pour voir la différence de cette matrice avec la matrice de raideur dynamiquement consistante.

# MODÉLISATION ET ACQUISITION DES DONNÉES À L'AIDE DE LA CAMÉRA

---

Lors des essais, une caméra a été utilisée pour pouvoir reconstruire la configuration du robot. J'explique ici la démarche qui a été adoptée. Tout d'abord, on montre comment les coordonnées des points acquis avec la caméra permettent de trouver leur position dans le repère du robot. Ensuite, on montre comme cela a été appliqué en pratique.

## D.1 Modélisation de la caméra

$N$  est le centre du point repéré avec la caméra,  $O$  est le centre repère robot et  $A$  est le point focal de la caméra. On a simplement :

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AN} \quad (\text{D.1})$$

On notera dans ce paragraphe  ${}^a\mathbf{p}_o$  le vecteur  $\overrightarrow{ON}$  exprimé dans le repère robot  $\mathcal{R}_0$ .  ${}^c\mathbf{p}_a$  représente le vecteur  $\overrightarrow{AN}$  exprimé dans le repère caméra. Enfin le vecteur  ${}^c\mathbf{t}_a$  représente  $\overrightarrow{OA}$  exprimé dans le repère caméra. Ce dernier vecteur est supposé connu après avoir réalisé une calibration de la caméra.

On a pour information initiale les coordonnées d'un marqueur repéré sur l'image  $\mathbf{r} = [u \ v]$ . On a de plus mesuré pour chacun des marqueurs la position selon  ${}^a\mathbf{z}$  (axe  $\mathbf{z}$  dans le repère robot) du marqueur  $N$  :

$$z = {}^a\mathbf{p}_o^T {}^a\mathbf{z} \quad (\text{D.2})$$

---

Il est possible d'exprimer la position du point  $N$  dans le repère caméra sous la forme :

$${}^c\mathbf{p}_a = f\mathbf{p}_n = f[u \ v \ 1]^T \quad (\text{D.3})$$

où  $f$  est un facteur définissant la profondeur de l'image et qui est à déterminer.

D'après l'équation (D.1), et en utilisant la matrice de rotation  ${}^c\mathbf{R}_a$  entre le repère caméra et le repère robot elle aussi déterminée d'après la calibration de la caméra, on a :

$${}^a\mathbf{p}_o = {}^c\mathbf{R}_a^T (-{}^c\mathbf{t}_a + {}^c\mathbf{p}_a) \quad (\text{D.4})$$

En prenant cet équation, la transposant et la projetant selon l'axe  ${}^a\mathbf{z}$  :

$${}^a\mathbf{p}_o^T {}^a\mathbf{z} = (-{}^c\mathbf{t}_a^T + {}^c\mathbf{p}_a^T) {}^c\mathbf{R}_a^T {}^a\mathbf{z} \quad (\text{D.5})$$

En utilisant les équations (D.2) et (D.3) on obtient :

$$z = (-{}^c\mathbf{t}_a^T + f\mathbf{p}_n^T) {}^c\mathbf{R}_a^T {}^a\mathbf{z} \quad (\text{D.6})$$

On peut alors isoler le ratio  $f$  :

$$f = \frac{(z + {}^c\mathbf{t}_a^T {}^c\mathbf{R}_a^T {}^a\mathbf{z})}{{}^c\mathbf{p}_n^T {}^c\mathbf{R}_a^T {}^a\mathbf{z}} \quad (\text{D.7})$$

Une fois que ce ratio a pu être obtenu, on peut utiliser les équations (D.3) et (D.4) pour obtenir la position du marqueur repéré dans le repère robot.

## D.2 Traitement d'image, calibration et reconstitution du robot

Dans cette partie, je souhaite montrer comment a été obtenue la position du robot à partir de la caméra.

---

**Calibration des paramètres intrinsèques** Une première étape a consisté à réaliser une calibration des paramètres intrinsèques à la caméra. Un tableau d'échiquier est utilisé pour cela. La bibliothèque opencv a été utilisée à ces fins.

**Calibration des paramètres extrinsèques** Une fois la calibration de la caméra réalisée, des marqueurs ArUco ont été utilisés et placés sur le bâti du robot pour obtenir la calibration des paramètres extrinsèques de la caméra entre le bâti et la caméra.

**Détection des marqueurs placés sur les bras du robot** Des marqueurs de forme circulaire ont été placés sur chacune des liaisons du robot. Ces marqueurs peuvent être détectés en post-traitement à partir des images capturées par la caméra. Ce post-traitement est réalisé en utilisant la bibliothèque visp appelé VpDot2. Cette méthode permet de faire un suivi des points détectés. Ce programme nécessite une initialisation. Cette initialisation est réalisée en faisant une première détection sur la première image d'une séquence à partir de l'algorithme du gradient de Hough à l'aide de la bibliothèque opencv.

À partir de cette première détection, on obtient les coordonnées des centres des points détectés dans l'image. On peut alors tracer le centre des points détectés comme illustré sur la figure D.1.

On utilise alors le fait que le mouvement de tous les points est plan pour trouver les coordonnées de chacun des points dans l'espace en utilisant les équations de la partie D.1. On donne à l'algorithme les coordonnées selon  $y$  des différents points et dans le repère du robot qui sont, eux, obtenus à l'aide de la CAO. On peut alors reconstituer les coordonnées selon  $x$  et  $z$  de ces différents points.

**Correction du centrage des marqueurs des axes moteurs et obtention de l'origine robot de la caméra** Le placement des marqueurs au centre des liaisons n'est pas parfait de même que la calibration de la caméra. Une légère correction a été réalisée pour corriger ces problèmes. D'après la mesure de la position des centres des liaisons pivot des axes moteurs à l'aide de la caméra, il a été possible par optimisation et minimisation de l'erreur entre la position des axes théoriques qui sont sur l'axe  $x$  et espacés de 25 cm et la position mesurée de corriger le positionnement des marqueurs et la position de l'origine robot dans le repère de la caméra.

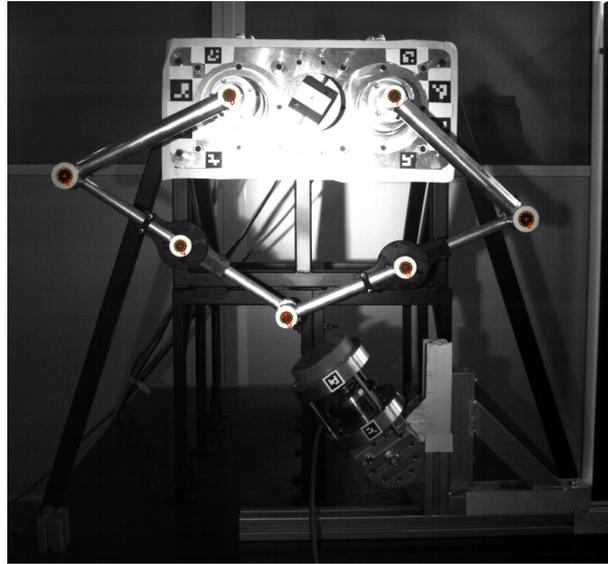


FIGURE D.1 – Exemple de détection des points pour l’obtention du mouvement du mécanisme à cinq barres.

On présente sur la figure D.2 un exemple de correction apportée. Lors de la caméra capture avec une résolution de 2336 pixels en largeur et 1728 pixels en hauteur. Une erreur de distortion de 0.8 pixels est obtenu après la callibration des paramètres intrinsèque. La largeur de la zone visible par la caméra est d’environ 1 m, ce qui donne une précision absolue de l’ordre de 0.43 mm. On obtient une erreur quadratique de mesure sur la position des axes moteurs de l’ordre de 0.03 mm après avoir calibrer les paramètres intrinsèque de la caméra. On peut donc supposer que la précision absolue de mesure est donc en dessous de 0.5 mm. Ayant une fréquence d’acquisition de 200 Hz dans le chapitre 4 et de 500 Hz dans le chapitre 5, des précisions sur les vitesses de l’ordre de 0.0155 et 0.005 m/s respectivement peuvent être trouvées si moyennées sur une période de 10 ms.

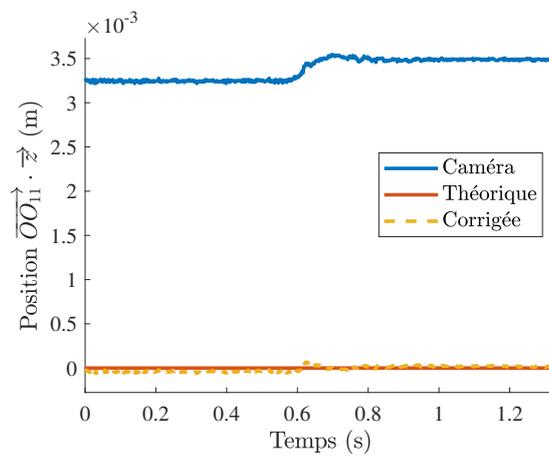


FIGURE D.2 – Correction de la calibration de la caméra et du décentrage des marqueurs placés sur les axes moteurs. On présente ici la coordonnée  $\mathbf{z}$  du point  $O_{11}$  pour une des expérimentations. Les résultats sont similaires selon  $\mathbf{x}$  où pour le point  $O_{21}$ .

# CINÉMATIQUE DU ROBOT R-MIN, PREMIER ET SECOND ORDRE

---

## E.1 Cinématique du premier ordre

On considère le système de coordonnées composé de  $\mathbf{q}_g = [\mathbf{q}_a^T \mathbf{q}_u^T]^T$ , les coordonnées généralisées,  $\mathbf{p}$  les coordonnées de l'effecteur et  $\mathbf{q}_p = [q_{13} \ q_{23}]$ .

On rappelle l'équation de fermeture de boucle géométrique qui peut s'écrire sous la forme :

$$\boldsymbol{\phi}(\mathbf{q}_g, \mathbf{p}, \mathbf{q}_p) = \mathbf{0} \quad (\text{E.1})$$

On peut alors prendre la dérivée de l'équation (E.1) et l'écrire sous la forme :

$$\nabla_{\mathbf{q}_g} \boldsymbol{\phi} \dot{\mathbf{q}}_g + \nabla_{\mathbf{q}_p} \boldsymbol{\phi} \dot{\mathbf{q}}_p + \nabla_{\mathbf{p}} \boldsymbol{\phi} \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \quad (\text{E.2})$$

On peut simplifier cette équation en la multipliant à gauche par  $\mathbf{U}^T$  avec  $\mathbf{U}$  générant le noyau de  $\nabla_{\mathbf{q}_p} \boldsymbol{\phi}^T$ . On obtient l'équation de la cinématique du robot sous la forme :

$$\mathbf{A} \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{0} \quad (\text{E.3})$$

avec :

$$\text{— } \mathbf{A} = \mathbf{U}^T \nabla_{\mathbf{q}_g} \boldsymbol{\phi},$$

$$\text{— } \mathbf{B} = \mathbf{U}^T \nabla_{\mathbf{p}} \boldsymbol{\phi},$$

---

De façon similaire, on peut multiplier l'équation (E.2) par une matrice  $\mathbf{V}^T$  de telle sorte que  $\mathbf{V}^T \nabla_{\mathbf{q}_p} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{J}_{td}$  avec  $\mathbf{J}_{td}$  une matrice diagonale inversible. On obtient :

$$\mathbf{J}_{td} \dot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{J}_{ta} \dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{J}_t \dot{\mathbf{p}} \quad (\text{E.4})$$

## E.2 Cinématique du second ordre

En décomposant la matrice  $\mathbf{B}$  en sous-matrices  $\mathbf{B}_1$  et  $\mathbf{B}_2$ , le modèle cinématique est formulé comme suit à partir de l'équation (E.3) :

$$\mathbf{A} \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{B}_1 \dot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{B}_2 \dot{\mathbf{q}}_u = \mathbf{0} \quad (\text{E.5})$$

Une relation du second ordre peut alors être obtenue en prenant la dérivée de cette dernière équation :

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{B}_1 \ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{B}_2 \ddot{\mathbf{q}}_u = \mathbf{b}_c \quad (\text{E.6})$$

avec les termes quadratiques regroupés sous la forme :  $\mathbf{b}_c = -\dot{\mathbf{A}} \dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{q}}_g$ .

Une relation cinématique du second ordre indépendante des couples appliqués est obtenue à partir de l'équation (4.10) du modèle dynamique sous la forme :

$$\ddot{\mathbf{q}}_u = -\mathbf{M}_{22}^{-1} (\mathbf{M}_{21} \ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{c}_2) \quad (\text{E.7})$$

La difficulté de cette partie est d'éviter d'avoir une singularité dans la représentation du modèle dynamique car la matrice  $\mathbf{B}_2$  n'est pas toujours inversible. Celle-ci est singulière en particulier lorsque soit  $q_{13}$  soit  $q_{23}$  sont nuls. C'est pourquoi on multiplie l'équation (E.7) par  $\mathbf{B}_2$  afin d'exprimer  $\ddot{\mathbf{q}}_a$  en fonction de  $\ddot{\mathbf{p}}$  sous la forme :

$$\mathbf{B}_2 \ddot{\mathbf{q}}_u = -\mathbf{B}_2 \mathbf{M}_{22}^{-1} (\mathbf{M}_{21} \ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{c}_2) \quad (\text{E.8})$$

En utilisant les équations (E.6) et (E.8) on obtient :

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{B}_1 \ddot{\mathbf{q}}_a - \mathbf{b}_c = -\mathbf{B}_2 \mathbf{M}_{22}^{-1} (\mathbf{M}_{21} \ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{c}_2) \quad (\text{E.9})$$

---

On isole les termes d'accélération moteurs :

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{p}} - \mathbf{b}_c + \mathbf{B}_2\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{c}_2 = -(\mathbf{B}_2\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{M}_{21} + \mathbf{B}_1)\ddot{\mathbf{q}}_a \quad (\text{E.10})$$

Ce qui donne pour  $\ddot{\mathbf{q}}_a$  :

$$\ddot{\mathbf{q}}_a = -(\mathbf{B}_2\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{M}_{21} + \mathbf{B}_1)^{-1}(\mathbf{A}\ddot{\mathbf{p}} - \mathbf{b}_c + \mathbf{B}_2\mathbf{M}_{22}^{-1}\mathbf{c}_2) \quad (\text{E.11})$$

L'équation (E.7) peut alors si besoin être utilisée pour obtenir  $\ddot{\mathbf{q}}_u$ .

# LISTE DES PUBLICATIONS

---

## Revue internationale

- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (Soumis 2022-b), A reduced mass-spring-mass model of compliant robots dedicated to the evaluation of impact forces, *Journal of Mechanisms and Robotics*
- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (Soumis 2022-a), Experimental Safety Analysis of R-Min, an underactuated parallel Robot, *Mechanism and Machine Theory*

## Conférences internationales

- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., BRIOT, S., & GOLDSZTEJN, A., (2020c), R-Min : a Fast Collaborative Underactuated Parallel Robot for Pick-and-Place Operations, *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation*
- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (2020b), Geometrico-Static Analysis of a New Collaborative Parallel Robot for Safe Physical Interaction, *2020 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference (IDETC-CIE 2020)*

## Workshop et séminaires

- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (2019a), R-Min : a Fast Collaborative Underactuated Parallel Robot for Pick-and-Place Operations [Journée des Jeunes Chercheurs en Robotique, Vittel]

- 
- JEANNEAU, G., BÉGOC, V., BRIOT, S., & GOLDSZTEJN, A., (2019b), R-Min : a Fast Collaborative Underactuated Parallel Robot for Pick-and-Place Operations [Journée Conception et contrôle pour la manipulation sûre et flexible, journée du GdR, GT3 - GT6, CEA LIST]
  - JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (2020a), Conception d'un robot parallèle rapide et sous-actionné pour des interactions sûres [Journée des Jeunes Chercheurs en Robotique, En ligne]
  - JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (2021a), Design, simulation and experimental validation of an underactuated parallel robot for safe physical interaction with an operator [Conception de dispositifs pour l'interaction homme-robot, journée du GdR, GT6, En ligne]
  - JEANNEAU, G., BÉGOC, V., & BRIOT, S., (2021b), Modeling and design of an underactuated parallel robot for safe physical interaction [Workshop ICRA, En ligne]
  - JEANNEAU, G., (2021), Conception et contrôle d'un robot parallèle sous-actionné collaboratif rapide pour des interactions sûres avec un opérateur [Journée des doctorants, LS2N]



---

**Titre :** Analyse et conception d'un robot parallèle sous-actionné intrinsèquement sûr

**Mot clés :** Robot parallèle, Robot intrinsèquement sûr, Robot R-Min, Effort d'impact, Robot sous-actionné, Raideur dynamique.

**Résumé :** Cette thèse introduit le robot R-Min, un concept de robot parallèle sous-actionné conçu pour réduire les efforts dus à un impact avec une personne. L'architecture est basée sur celle du mécanisme à cinq barres sur lequel des liaisons pivots sont ajoutées sur les avant-bras. Les modèles géométrico-statique et cinémato-statique sont déduits des conditions énergétiques nécessaires à l'équilibre du robot. Une étude discrète des solutions à ces modèles permet d'obtenir l'espace de travail du robot et le lieu de ces singularités. L'étude se concentre alors sur l'analyse de la sécurité. Un modèle réduit masse-ressort-masse, prenant en compte une raideur dynamiquement cohérente, est défini permettant d'obte-

nir une simplification du modèle dynamique au moment de l'impact et ainsi donne une nouvelle manière de caractériser la sécurité des robots souples. Une analyse expérimentale du robot R-Min permet en premier lieu de valider la faisabilité de modéliser et de contrôler ce type de structure tout en réduisant ses oscillations. Ensuite, l'effet sur la sécurité du sous-actionnement, de la raideur, des vitesses, de l'objet impacté, est évalué lors d'un impact entre le robot R-Min et un dispositif de mesure dédié. Les résultats sont renforcés en simulation et permettent de conclure qu'une structure parallèle souple est une nouvelle solution permettant l'amélioration de la sécurité des robots de manière intrinsèque.

---

**Title:** Analysis and design of an intrinsically safe underactuated parallel robot

**Keywords:** Parallel Robot, Intrinsically safe robot, R-Min robot, Impact forces, Underactuated robot, Dynamic stiffness.

**Abstract:** This thesis introduces the R-Min robot, a concept of an underactuated parallel robot designed to reduce the efforts due to an impact with a person. The architecture is based on the five-bar mechanism on which revolute joints are added on the forearms. The geometrico-static and kinemato-static models are deduced from the robot energetic condition necessary for robot equilibrium. A discrete study of the solutions to these models allows to obtain the workspace of the robot and the locus of its singularities. The study then focuses on the safety analysis. A reduced mass-spring-mass model, taking into account a dynamically consistent stiffness, is defined al-

lowing to obtain a simplification of the dynamic model at the time of the impact and thus gives a new way to characterize the safety of compliant robots. An experimental analysis of the R-Min robot allows first to validate the feasibility of modeling and controlling this type of structure while reducing its oscillations. Then the respective effect on the safety of the underactuation, of the stiffness, of the velocities and of the impacted object is evaluated for the impact of the R-Min robot with a dedicated measurement device. Results are reinforced in simulation and leads to the conclusion that an underactuated parallel structure permits safety improvement of intrinsically safe robots.